

Họ, tên:.....Số báo danh:.....

Mã đề thi 102

Câu 1: Giả sử $(x; y)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = 125 \end{cases}$ thì giá trị $x^2 + y^2$ bằng

- A. 26. B. 30. C. 20. D. 25.

Câu 2: Nguyên hàm $\int \frac{2x^2 + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C$. B. $x\sqrt{1+x^2} + C$. C. $x^2\sqrt{1+x^2} + C$. D. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} + C$.

Câu 3: Giá trị của biểu thức $z = \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24}$ bằng

- A. $\frac{2^{24}}{(2+\sqrt{3})^{12}}$. B. $\frac{2^{24}}{(2-\sqrt{3})^{12}}$. C. $\frac{2^{26}}{(2-\sqrt{3})^{12}}$. D. $\frac{2^{26}}{(2+\sqrt{3})^{12}}$.

Câu 4: Giá trị của $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho vector $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tìm tọa độ của điểm A .

- A. $A(3; 5; -2)$. B. $A(-3; -17; 2)$. C. $A(3; 17; -2)$. D. $A(3; -2; 5)$.

Câu 6: Cho số phức $z = 1 + i$, môđun số phức $z_0 = \frac{2z + z^2}{z\bar{z} + 2z}$ bằng.

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. $1 + \sqrt{2}$. D. 1.

Câu 7: Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5} + 2)^{x-1} \geq (\sqrt{5} - 2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là.

- A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$. B. $x \geq 1$.
C. $-2 < x < 1$. D. $-3 \leq x < -1$.

Câu 8: Cho hai đường tròn (C_1) , (C_2) lần lượt chứa trong hai mặt phẳng phân biệt (P) , (Q) . (C_1) , (C_2) có hai điểm chung A , B . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có thể đi qua (C_1) và (C_2) ?

- A. Có đúng 2 mặt cầu phân biệt.
B. Có duy nhất 1 mặt cầu.
C. Có 2 hoặc 3 mặt cầu phân biệt tùy thuộc vào vị trí của (P) , (Q) .
D. Không có mặt cầu nào.

Câu 9: Một mặt cầu (S) có độ dài bán kính bằng $2a$. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu (S) .

- A. $S_{mc} = 4a^2\pi$. B. $S_{mc} = \frac{16\pi}{3}a^2$. C. $S_{mc} = 8a^2\pi$. D. $S_{mc} = 16a^2\pi$.

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt[3]{x} + \sqrt[3]{64-x}$ bằng

- A. $\sqrt[3]{3} + \sqrt[3]{61}$. B. $1 + \sqrt[3]{65}$. C. 2. D. $2\sqrt[3]{32}$.

Câu 11: Biết rằng một hình đa diện H có 6 mặt là 6 tam giác đều. Hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. Không tồn tại hình H nào có mặt phẳng đối xứng.
B. Có tồn tại một hình H có đúng 4 mặt đối xứng.
C. Không tồn tại hình H nào có đúng 5 đỉnh.
D. Có tồn tại một hình H có hai tâm đối xứng phân biệt.

Câu 12: Nghiệm phức của phương trình $\frac{1}{z} + \frac{2}{\bar{z}} = \frac{2+3i}{|z|^2}$ là

- A. $\frac{2}{3} + 3i$. B. $\frac{2}{3} - 3i$. C. $\frac{1}{3} - 2i$. D. $\frac{1}{3} + 2i$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng

$(P): x+3y+z+1=0$. Trong các khẳng định sau, tìm khẳng định đúng

- A. $d \perp (P)$. B. $d \subset (P)$.
C. $d // (P)$. D. d cắt (P) nhưng không vuông góc.

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x-2}$. Điểm trên đồ thị mà tiếp tuyến tại đó lập với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất thì có hoành độ bằng

- A. $2 \pm \sqrt[4]{10}$. B. $2 \pm \sqrt[4]{6}$. C. $2 \pm \sqrt[4]{12}$. D. $2 \pm \sqrt[4]{8}$.

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+5=0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

- A. $M(-1; 0; 4)$. B. $M(1; 0; -4)$. C. $M\left(\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; \frac{17}{3}\right)$. D. $M(-5; -2; 2)$.

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 4)$, $B(1; 3; 5)$, $C(1; -2; 3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

- A. $G(4; 4; 1)$. B. $G(4; 1; 1)$. C. $G(1; 1; 4)$. D. $G(1; 4; 1)$.

Câu 17: Với z_1, z_2 là hai số phức bất kỳ, giá trị của biểu thức $a = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2}$ bằng

- A. $a=2$. B. $a=\frac{1}{2}$. C. $a=1$. D. $a=\frac{3}{2}$.

Câu 18: Nguyên hàm $\int \frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}} dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{11} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$. B. $\frac{1}{3} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$. C. $\frac{1}{11} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$. D. $\frac{1}{33} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$.

Câu 19: Nguyên hàm $\int \frac{\sin 4x}{\sin x + \cos x} dx$ bằng

- A. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \cos\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. B. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \sin\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) - \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.
C. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \sin\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$. D. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \sin\left(3x + \frac{3\pi}{4}\right) + \sqrt{2} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) + C$.

Câu 20: Nguyên hàm $\int \frac{dx}{2 \tan x + 1}$ bằng

- A. $\frac{x}{5} + \frac{2}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$. B. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$.
C. $\frac{x}{5} - \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$. D. $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} \ln|2 \sin x + \cos x| + C$.

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + kt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}. \text{ Tìm giá trị của } k \text{ để } d_1 \text{ cắt } d_2.$$

- A. $k = 0$. B. $k = 1$. C. $k = -1$. D. $k = -\frac{1}{2}$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$, với a, b, c là các hằng số thực. Khi đó

- A. $a+b=0$. B. $a+b=3$. C. $a+b=2$. D. $a+b=1$.

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \ln(1 - \sqrt{x+1})$ là

- A. $[-1; 0]$. B. $[-1; +\infty)$. C. $(-1; 0)$. D. $[-1; 0)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1; 1; 2)$, $N(1; 4; 3)$, $P(5; 10; 5)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. M, N, P là ba đỉnh của một tam giác.
B. $MN = \sqrt{14}$.
C. Trung điểm của NP là $I(3; 7; 4)$.
D. Các điểm O, M, N, P cùng thuộc một mặt phẳng.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng và $(P): -2x + y + \sqrt{5}z + 9 = 0$ mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 10$. Gọi (Q) là tiếp diện của (S) tại $M(5; 0; 4)$. Tính góc giữa (P) và (Q) .

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 45° .

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - m^2 + 2m + 1}{x - m}$. Tìm tập hợp các tham số m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

- A. $m < -\frac{1}{3}$. B. $m \leq -\frac{1}{2}$. C. $m < -1$. D. $m < -\frac{1}{4}$.

- Câu 27:** Hàm số $y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $0 \leq x \leq 1$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất thỏa mãn đẳng thức
- A. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 1$. B. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 4$. C. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 16$. D. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 8$.
- Câu 28:** Kí hiệu $f(x) = \left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1$. Giá trị của $f(f(2017))$ bằng
- A. 2000. B. 1500. C. 2017. D. 1017.
- Câu 29:** Với $a, b > 0$ thỏa mãn điều kiện $a + b + ab = 1$, giá trị nhỏ nhất của $P = a^4 + b^4$ bằng
- A. $(\sqrt{2}+1)^4$. B. $2(\sqrt{2}-1)^4$. C. $(\sqrt{2}-1)^4$. D. $2(\sqrt{2}+1)^4$.
- Câu 30:** Cho hàm số $y = \frac{x^2+x-2}{x-2}$. Điểm trên đồ thị mà khoảng cách từ giao của hai tiệm cận đến tiếp tuyến tại đó lớn nhất có hoành độ bằng
- A. $1 \pm \sqrt[4]{8}$. B. $3 \pm \sqrt[4]{8}$. C. $2 \pm \sqrt[4]{6}$. D. $2 \pm \sqrt[4]{8}$.
- Câu 31:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+2y+z+5=0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π .
- A. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$. B. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 5$.
C. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. D. $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 16$.
- Câu 32:** Ký hiệu $a = \log_6 5$, $b = \log_{10} 3$, khi đó giá trị của $\log_2 15$ bằng
- A. $\frac{2ab-a-b}{1-ab}$. B. $\frac{2ab+a+b}{1-ab}$. C. $\frac{ab+a+b}{1+ab}$. D. $\frac{ab+a-b}{1-ab}$.
- Câu 33:** Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A , $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$, (ABC) bằng 60° và hình chiếu A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của đoạn $A'B'$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AHB'C'$.
- A. $R = \frac{a\sqrt{86}}{2}$. B. $R = \frac{a\sqrt{82}}{6}$. C. $R = \frac{a\sqrt{68}}{2}$. D. $R = \frac{a\sqrt{62}}{8}$.
- Câu 34:** Căn bậc 2 của số phức $3+4i$ có phần thực dương là
- A. $3+5i$. B. $3+2i$. C. $2+i$. D. $2+3i$.
- Câu 35:** Cho hàm số $y = x^3 + 3(x+m)(mx-1) + m^3 + 2$. Khi hàm số có cực trị, giá trị của $y_{CD}^3 + y_{CT}^3$ bằng
- A. $20\sqrt{5}$. B. 64. C. 50. D. $30\sqrt{2}$.
- Câu 36:** Cho hàm số $y = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}}$, ta có:
- A. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{4\sqrt[4]{2}} \ln 2 \right)$. B. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2 \right)$.
C. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt[4]{2}} + \frac{1}{4\sqrt[4]{2}} \ln 2 \right)$. D. $y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}}\ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2 \right)$.

- Câu 37:** Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm 2cm thì thể tích của nó tăng thêm 152cm^3 . Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng:
- A. 5cm. B. 6cm. C. 4cm. D. 3cm.
- Câu 38:** Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy $4\sqrt{3}(\text{m})$. Biết mặt phẳng $(D'BC)$ hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ là:
- A. 478m^3 . B. 648m^3 . C. 325m^3 . D. 576m^3 .
- Câu 39:** Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + m$, điểm $A(1;3)$ và hai điểm cực đại, cực tiểu thẳng hàng ứng với giá trị của tham số m bằng
- A. $m = \frac{5}{2}$. B. $m = 2$. C. $m = \frac{1}{2}$. D. $m = 3$.
- Câu 40:** Một hình hộp chữ nhật mà không phải hình lập phương thì có số trục đối xứng là:
- A. Có đúng 4 trục đối xứng. B. Có đúng 6 trục đối xứng.
C. Có đúng 3 trục đối xứng. D. Có đúng 5 trục đối xứng.
- Câu 41:** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{3x + 1}$, phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị là
- A. $y = 2x + \frac{1}{3}$. B. $y = \frac{x}{3} - \frac{7}{9}$. C. $y = \frac{x}{3} + \frac{7}{9}$. D. $y = \frac{x}{3} + \frac{1}{9}$.
- Câu 42:** Giả sử z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 + (1 - 2i)z - 1 - i = 0$. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng
- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.
- Câu 43:** Một hình nón có bán kính đáy bằng $5a$, độ dài đường sinh bằng $13a$. Tính độ dài đường cao h của hình nón:
- A. $h = 7a\sqrt{6}$. B. $h = 12a$. C. $h = 17a$. D. $h = 8a$.
- Câu 44:** Nguyên hàm $\int \frac{2x^3 + 1}{x(x^3 - 1)} dx$ bằng
- A. $\ln \left| x^2 - \frac{1}{x} \right| + C$. B. $\ln \left| x^2 + \frac{1}{x} \right| + C$.
C. $\ln \left| x - \frac{1}{x^2} \right| + C$. D. $\ln \left| x + \frac{1}{x^2} \right| + C$.
- Câu 45:** Mô đun của số phức $z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^2}{1 + i} + i \frac{(1 - \sqrt{3}i)^2}{1 - i}$ bằng
- A. 5. B. $3\sqrt{5}$. C. $1 + 2\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{6}$.
- Câu 46:** Nguyên hàm $\int \frac{x^2 - 1}{x(x^2 + 1)} dx$ bằng:
- A. $\ln \left| x - \frac{1}{x^2} \right| + C$. B. $\ln \left| x - \frac{1}{x} \right| + C$.
C. $\ln \left| x + \frac{1}{x} \right| + C$. D. $\ln \left| x^2 - \frac{1}{x} \right| + C$.

Câu 47: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = 2a$, $BC = a$, góc giữa BA' và mp($BCC'B'$) bằng 60° . Gọi M, N là trung điểm BB' và AA' . Điểm P nằm trên đoạn BC sao cho $BP = \frac{1}{4}BC$. Hỏi các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

- A. $MN \perp CP$. B. $CM \perp AB$. C. $CM \perp NP$. D. $CN \perp PM$.

Câu 48: Kí hiệu $a = \log_{10} 11$, $b = \log_9 10$, $c = \log_{11} 12$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $b > c > a$. B. $a > b > c$. C. $a > c > b$. D. $b > a > c$.

Câu 49: Nguyên hàm $\int \frac{x^2 \sin x}{\cos^3 x} dx$ bằng:

- A. $\frac{x^2}{2\cos^2 x} - x \tan x + \ln|\cos x| + C$. B. $\frac{x^2}{2\cos^2 x} + x \tan x - \ln|\cos x| + C$.
C. $\frac{x^2}{2\cos^2 x} - x \tan x - \ln|\cos x| + C$. D. $\frac{2}{\cos^2 x} + x \tan x + \ln|\cos x| + C$.

Câu 50: Cho hàm số $y = x^3 + x^2 - 5x + 1$, phương trình tiếp tuyến tại điểm trên đồ thị có hoành độ $x = 2$ là:

- A. $y = 10x + 9$. B. $y = 11x - 19$. C. $y = 11x + 10$. D. $y = 10x + 8$.

-----HẾT-----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	B	A	C	B	D	A	B	D	C	B	A	C	D	A	C	B	D	B	A	A	A	D	A	A
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	A	C	B	D	A	B	D	C	B	A	C	D	A	C	B	D	B	A	D	C	C	D	C	B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Giả sử $(x; y)$ là nghiệm của hệ $\begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = 125 \end{cases}$ thì giá trị $x^2 + y^2$ bằng

A. 26.

B. 30.

C. 20.

D. 25.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{ĐK: } \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Nhận xét: do $x^{2y^2-1} = 5$ nên $x \neq 1$.

$$\begin{aligned} \begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = 125 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ x^{y^2+2} = x^{6y^2-3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^{2y^2-1} = 5 \\ y^2 + 2 = 6y^2 - 3 \text{ (do } x \neq 1) \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 5 \\ y^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + y^2 = 26 \end{aligned}$$

Câu 2: Nguyên hàm $\int \frac{2x^2+1}{\sqrt{x^2+1}} dx$ bằng

A. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C.$

B. $x\sqrt{1+x^2} + C.$

C. $x^2\sqrt{1+x^2} + C.$

D. $\frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Kiểm tra ngược bài toán

$$\text{Xét A có } \left(\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} + C \right)' = \frac{\frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} - \sqrt{1+x^2}}{x^2} = \frac{-1}{x^2\sqrt{1+x^2}} \text{ loại A.}$$

$$\text{Xét B có } (x\sqrt{1+x^2} + C)' = \sqrt{1+x^2} + \frac{x^2}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{2x^2+1}{\sqrt{1+x^2}} \text{ chọn B.}$$

Câu 3: Giá trị của biểu thức $z = (1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}})^{24}$ bằng

A. $\frac{2^{24}}{(2+\sqrt{3})^{12}}.$

B. $\frac{2^{24}}{(2-\sqrt{3})^{12}}.$

C. $\frac{2^{26}}{(2-\sqrt{3})^{12}}.$

D. $\frac{2^{26}}{(2+\sqrt{3})^{12}}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1: $z = \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24} = \left[\left(1 + i\sqrt{(2-\sqrt{3})^2}\right)\right]^{24} = \left(1 + i(2-\sqrt{3})\right)^{24}.$

$1 + i(2-\sqrt{3})$ có môđun bằng $\sqrt{1^2 + (2-\sqrt{3})^2} = \sqrt{1+4+3-4\sqrt{3}} = 2\sqrt{2-\sqrt{3}}$, có một argument

là φ sao cho $\cos \varphi = \frac{1}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}$, $\sin \varphi = \frac{2-\sqrt{3}}{2\sqrt{2-\sqrt{3}}}.$

Lấy $\varphi = \frac{\pi}{12}$ thì $1 + i(2-\sqrt{3}) = 2\sqrt{2-\sqrt{3}} \left(\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{12}\right) \right)$

$$\Rightarrow \left(1 + i(2-\sqrt{3})\right)^{24} = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}} \left(\cos\frac{\pi}{12} + i \sin\frac{\pi}{12} \right)\right)^{24} \\ = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{24} \left(\cos\left(24 \cdot \frac{\pi}{12}\right) + i \sin\left(24 \cdot \frac{\pi}{12}\right) \right) = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{24} - 2^{24} (2-\sqrt{3})^{12} = \frac{2^{24}}{(2+\sqrt{3})^{12}}.$$

Cách 2: Từ các đáp án suy ra z là 1 số thực dương. Suy ra $z = |z| = \left| \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24} \right|$

$$z = \left| \left(1 + i\sqrt{7-4\sqrt{3}}\right)^{24} \right| = \left(2\sqrt{2-\sqrt{3}}\right)^{24} = \frac{2^{24}}{(\sqrt{2+\sqrt{3}})^{24}}$$

Câu 4: Giá trị của $A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64$ bằng

A. 5.

B. 4.

C. 6.

D. 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Áp dụng công thức đổi cơ số, ta có

$$A = \log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 4 \cdot \log_4 5 \dots \log_{63} 64 = \log_2 64 = \log_2 2^6 = 6$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho vector $\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j}$. Tìm tọa độ của điểm A.

A. $A(3; 5; -2)$.

B. $A(-3; -17; 2)$.

C. $A(3; 17; -2)$.

D. $A(3; -2; 5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\overrightarrow{AO} = 3(\vec{i} + 4\vec{j}) - 2\vec{k} + 5\vec{j} \Leftrightarrow \overrightarrow{AO} = 3\vec{i} + 17\vec{j} - 2\vec{k} \Leftrightarrow \overrightarrow{OA} = -3\vec{i} - 17\vec{j} + 2\vec{k} \Leftrightarrow A(-3; -17; 2).$$

Câu 6: Cho số phức $z = 1 + i$, môđun số phức $z_0 = \frac{2z + z^2}{z\bar{z} + 2z}$ bằng.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $1 + \sqrt{2}$.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } z_0 = \frac{2(1+i) + (1+i)^2}{(1+i)(1-i) + 2(1+i)} = \frac{2+4i}{4+2i} = \frac{(2+4i)(4-2i)}{(4+2i)(4-2i)} = \frac{4}{5} + \frac{3}{5}i.$$

$$\Rightarrow |z_0| = \sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2 + \left(\frac{3}{5}\right)^2} = 1.$$

Câu 7: Nghiệm của bất phương trình $(\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}-2)^{\frac{x-1}{x+1}}$ là.

A. $-2 \leq x < -1$ hoặc $x \geq 1$.

B. $x \geq 1$.

C. $-2 < x < 1$.

D. $-3 \leq x < -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

ĐK: $x \neq -1$

$$\text{Ta có } \sqrt{5}-2 = \frac{1}{\sqrt{5}+2} = (\sqrt{5}+2)^{-1}.$$

$$(\sqrt{5}+2)^{x-1} \geq (\sqrt{5}+2)^{\frac{1-x}{x+1}} \Leftrightarrow x-1 \geq \frac{1-x}{x+1} \Leftrightarrow \frac{x^2+x-2}{x+1} \geq 0 \Leftrightarrow x \in [-2; -1) \cup [1; +\infty).$$

Câu 8: Cho hai đường tròn (C_1) , (C_2) lần lượt chứa trong hai mặt phẳng phân biệt (P) , (Q) . (C_1) , (C_2) có hai điểm chung A , B . Hỏi có bao nhiêu mặt cầu có thể đi qua (C_1) và (C_2) ?

A. Có đúng 2 mặt cầu phân biệt.

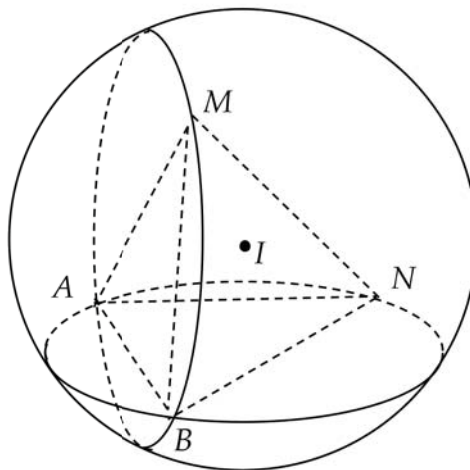
B. Có duy nhất 1 mặt cầu.

C. Có 2 hoặc 3 mặt cầu phân biệt tùy thuộc vào vị trí của (P) , (Q) .

D. Không có mặt cầu nào.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Trên đường tròn (C_1) , (C_2) lần lượt lấy M , N sao cho hai điểm này không trùng với A , B .

Khi đó 4 điểm A , B , M , N không đồng phẳng nên tạo thành tứ diện $ABMN$.

Mặt cầu (S) đi qua (C_1) và (C_2) khi đó mặt (S) đi qua A , B , M , N .

Do đó có duy nhất 1 mặt cầu.

Câu 9: Một mặt cầu (S) có độ dài bán kính bằng $2a$. Tính diện tích S_{mc} của mặt cầu (S) .

A. $S_{mc} = 4a^2\pi$.

B. $S_{mc} = \frac{16\pi}{3}a^2$.

C. $S_{mc} = 8a^2\pi$.

D. $S_{mc} = 16a^2\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có diện tích của mặt cầu là $S_{mc} = 4\pi R^2 = 4\pi(2a)^2 = 16\pi a^2$.

Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt[6]{x} + \sqrt[6]{64-x}$ bằng

A. $\sqrt[6]{3} + \sqrt[6]{61}$.

B. $1 + \sqrt[6]{65}$.

C. 2.

D. $2\sqrt[6]{32}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Tập xác định của hàm số $D = [0; 64]$.

$$\text{Ta có } y' = \frac{1}{6\sqrt[6]{x^5}} - \frac{1}{6\sqrt[6]{(64-x)^5}} = \frac{\sqrt[6]{(64-x)^5} - \sqrt[6]{x^5}}{6\sqrt[6]{x^5(64-x)^5}} \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow x = 32 \in [0; 64].$$

Bảng biến thiên.

x	0		32		64
y'		+	0	-	
y	2		$2\sqrt[6]{32}$		2

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2 khi $\begin{cases} x = 64 \\ x = 0 \end{cases}$

Câu 11: Biết rằng một hình đa diện H có 6 mặt là 6 tam giác đều. Hãy chỉ ra mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Không tồn tại hình H nào có mặt phẳng đối xứng.

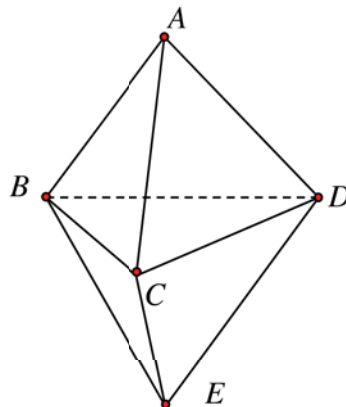
B. Có tồn tại một hình H có đúng 4 mặt đối xứng.

C. Không tồn tại hình H nào có đúng 5 đỉnh.

D. Có tồn tại một hình H có hai tâm đối xứng phân biệt.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Luôn tồn tại hình đa diện H có 4 mặt phẳng đối xứng và có đúng 5 đỉnh, H không có tâm đối xứng.

Câu 12: Nghiệm phức của phương trình $\frac{1}{z} + \frac{2}{\bar{z}} = \frac{2+3i}{|z|^2}$ là

A. $\frac{2}{3} + 3i$.

B. $\frac{2}{3} - 3i$.

C. $\frac{1}{3} - 2i$.

D. $\frac{1}{3} + 2i$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\frac{1}{z} + \frac{2}{\bar{z}} = \frac{2+3i}{|z|^2} \Leftrightarrow \bar{z} + 2z = 2+3i$$

Giả sử $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$).

$$\text{Phương trình có dạng } x - yi + 2(x + yi) = 2 + 3i \Leftrightarrow 3x + yi = 2 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = 3 \end{cases}$$

Vậy nghiệm của phương trình là $z = \frac{2}{3} + 3i$.

Câu 13: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 1+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng

$(P): x + 3y + z + 1 = 0$. Trong các khẳng định sau, tìm khẳng định đúng

A. $d \perp (P)$.

B. $d \subset (P)$.

C. $d // (P)$.

D. d cắt (P) nhưng không vuông góc.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

VTCP của đường thẳng d là $\vec{u} = (1; -1; 2)$

VTPT của mặt phẳng (P) là $\vec{n} = (1; 3; 1)$

Ta có: $\vec{n} \cdot \vec{u} = 1 - 3 + 2 = 0$

Suy ra $\begin{cases} d // (P) \\ d \subset (P) \end{cases} (1).$

Mặt khác: Lấy $A(1; 2; 1) \in d$ thay vào ptmp (P) thấy không thỏa mãn (2)

Từ (1) và (2) có $d // (P)$

Câu 14: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$. Điểm trên đồ thị mà tiếp tuyến tại đó lập với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất thì có hoành độ bằng

A. $2 \pm \sqrt[4]{10}$.

B. $2 \pm \sqrt[4]{6}$.

C. $2 \pm \sqrt[4]{12}$.

D. $2 \pm \sqrt[4]{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 2 \Leftrightarrow x - 2 = 0$

Gọi tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng $y = ax + b$

$$\text{Khi đó } a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 + x - 2}{x(x-2)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^2 \left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)}{x^2 \left(1 - \frac{2}{x^2}\right)} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{\left(1 + \frac{1}{x} - \frac{2}{x^2}\right)}{\left(1 - \frac{2}{x^2}\right)} = 1$$

$$b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax] = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \left(\frac{x^2 + x - 2}{x - 2} - x \right) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x - 2}{x - 2} = 3$$

Vậy tiệm cận xiên: $y = x + 3$.

Gọi $M(x_0; y_0)$ thuộc đồ thị hàm số.

$$y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} \Rightarrow y' = \frac{x^2 - 4x}{(x - 2)^2}$$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(x_0; y_0)$ là

$$y = y'(x_0)(x - x_0) + y_0 \Leftrightarrow y = \frac{x_0^2 - 4x_0}{(x_0 - 2)^2}(x - x_0) + \frac{x_0^2 + x_0 - 2}{x_0 - 2}$$

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow A\left(2; \frac{5x_0 - 2}{x_0 - 2}\right)$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận xiên $\Rightarrow B(2x_0 - 2; 2x_0 + 1)$

Giao của hai tiệm cận $I(2; 5)$

$$\text{Ta có } IA = \frac{8}{|x_0 - 2|}, IB = 2\sqrt{2}|x_0 - 2|$$

$$AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{2x_0^2 - 8x_0}{x_0 - 2}\right)^2}$$

$$AB = \sqrt{(2x_0 - 4)^2 + \left[(2x_0 - 4) - \frac{8}{x_0 - 2}\right]^2}$$

$$AB = \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \frac{64}{(x_0 - 2)^2} - 32}$$

Chu vi

$$P = IA + AB + IB = \frac{8}{|x_0 - 2|} + 2\sqrt{2}|x_0 - 2| + \sqrt{2(2x_0 - 4)^2 + \left(\frac{8}{x_0 - 2}\right)^2 - 32} \geq 8\sqrt{2} + 2\sqrt{32\sqrt{2} - 32}$$

$$\text{Dấu bằng xảy ra khi } \begin{cases} \frac{8}{|x_0 - 2|} = 2\sqrt{2}|x_0 - 2| \\ 2(2x_0 - 4)^2 = \frac{64}{(x_0 - 2)^2} \end{cases} \Leftrightarrow x = 2 \pm \sqrt[4]{8}$$

Câu 15: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 5 = 0$. Tìm tọa độ giao điểm M của đường thẳng d và mặt phẳng (P) .

A. $M(-1; 0; 4)$. **B.** $M(1; 0; -4)$. **C.** $M\left(\frac{7}{3}; \frac{5}{3}; \frac{17}{3}\right)$. **D.** $M(-5; -2; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\begin{aligned} \text{Xét hệ } \begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+3}{2} = \frac{y+1}{1} \\ \frac{x+3}{2} = \frac{z-3}{1} \\ x+2y-z+5=0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-1 \\ x-2z=-9 \\ x+2y-z=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=0 \\ z=4 \end{cases} \Rightarrow M(-1;0;4) \end{aligned}$$

Câu 16: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;4)$, $B(1;3;5)$, $C(1;-2;3)$. Trọng tâm G của tam giác ABC có tọa độ là

A. $G(4;4;1)$.

B. $G(4;1;1)$.

C. $G(1;1;4)$.

D. $G(1;4;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Áp dụng công thức tính tọa độ trọng tâm của tam giác được $G\left(\frac{1+1+1}{3}; \frac{2+3-2}{3}; \frac{4+5+3}{3}\right)$.

Vậy $G(1;1;4)$

Câu 17: Với z_1, z_2 là hai số phức bất kỳ, giá trị của biểu thức $a = \frac{|z_1|^2 + |z_2|^2}{|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2}$ bằng

A. $a = 2$.

B. $a = \frac{1}{2}$.

C. $a = 1$.

D. $a = \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Gọi $z_1 = a_1 + b_1i$, $z_2 = a_2 + b_2i$, ($a_1; a_2; b_1; b_2 \in \mathbb{R}$)

* Ta có $|z_1|^2 + |z_2|^2 = a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2$;

$$|z_1 + z_2|^2 = (a_1 + a_2)^2 + (b_1 + b_2)^2 = a_1^2 + 2a_1a_2 + a_2^2 + b_1^2 + 2b_1b_2 + b_2^2$$

$$|z_1 - z_2|^2 = (a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 = a_1^2 - 2a_1a_2 + a_2^2 + b_1^2 - 2b_1b_2 + b_2^2$$

* Suy ra $|z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2 = 2(a_1^2 + b_1^2 + a_2^2 + b_2^2)$

Vậy biểu thức $a = \frac{1}{2}$

Câu 18: Nguyên hàm $\int \frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}} dx$ bằng

A. $-\frac{1}{11} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$. **B.** $\frac{1}{3} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$. **C.** $\frac{1}{11} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$. **D.** $\frac{1}{33} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Biến đổi } \int \frac{(x-2)^{10}}{(x+1)^{12}} dx = \int \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{10} \cdot \frac{dx}{(x+1)^2}$$

$$\text{Đặt } t = \frac{x-2}{x+1} \Rightarrow dt = \frac{3}{(x+1)^2} dx \Rightarrow \frac{dx}{(x+1)^2} = \frac{dt}{3}$$

$$\text{Do đó } I = \frac{1}{3} \int t^{10} dt = \frac{1}{33} t^{11} + C = \frac{1}{33} \left(\frac{x-2}{x+1} \right)^{11} + C$$

Câu 19: Nguyên hàm $\int \frac{\sin 4x}{\sin x + \cos x} dx$ bằng

A. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \cos \left(3x + \frac{3\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C.$

B. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \sin \left(3x + \frac{3\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C.$

C. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \sin \left(3x + \frac{3\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C.$

D. $-\frac{\sqrt{2}}{3} \sin \left(3x + \frac{3\pi}{4} \right) + \sqrt{2} \cos \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$I = \int \frac{2 \sin 2x \cdot \cos 2x}{(\sin x + \cos x)} dx$$

$$I = \int 2 \sin 2x (\cos x - \sin x) dx$$

$$I = \int 4 \sin x \cos x (\cos x - \sin x) dx$$

$$I = \int 4 \sin x \cos^2 x dx - \int 4 \cos x \sin^2 x dx = -4 \int \cos^2 x d(\cos x) - 4 \int \sin^2 x d(\sin x)$$

$$I = \frac{-4}{3} \cos^3 x - \frac{-4}{3} \sin^3 x + C = \frac{-\cos 3x - 3 \cos x}{3} + \frac{\sin 3x - 3 \sin x}{3} + C$$

$$I = \frac{1}{3} (\sin 3x - \cos 3x) - (\sin x + \cos x) + C$$

$$I = \frac{\sqrt{2}}{3} \sin \left(3x - \frac{\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C$$

$$I = \frac{-\sqrt{2}}{3} \sin \left(3x + \frac{3\pi}{4} \right) - \sqrt{2} \sin \left(x + \frac{\pi}{4} \right) + C$$

Câu 20: Nguyên hàm $\int \frac{dx}{2 \tan x + 1}$ bằng

A. $\frac{x}{5} + \frac{2}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C.$

B. $\frac{2x}{5} - \frac{1}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C.$

C. $\frac{x}{5} - \frac{1}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C.$

D. $\frac{x}{5} + \frac{1}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$\text{Biến đổi } I = \int \frac{dx}{2 \tan x + 1} = \int \frac{\cos x}{2 \sin x + \cos x} dx = \int \frac{\frac{1}{5}(2 \sin x + \cos x) + \frac{2}{5}(2 \cos x - \sin x)}{2 \sin x + \cos x} dx$$

$$I = \frac{1}{5} \int dx + \frac{2}{5} \int \frac{d(2 \sin x + \cos x)}{2 \sin x + \cos x}$$

$$I = \frac{2}{5} \ln |2 \sin x + \cos x| + \frac{1}{5} x + C$$

Câu 21: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-3}{1}$ và

$$d_2: \begin{cases} x = 1 + kt \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}. \text{ Tìm giá trị của } k \text{ để } d_1 \text{ cắt } d_2.$$

A. $k = 0$.

B. $k = 1$.

C. $k = -1$.

D. $k = -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Giả sử } M = d_1 \cap d_2 \Rightarrow \begin{cases} M \in d_1 \Rightarrow M(1+m; 2-2m; 3+m) \\ M \in d_2 (*) \end{cases} \xrightarrow{(*)} \begin{cases} 1+m = 1+kt & (1) \\ 2-2m = t & (2) \\ 3+m = -1+2t & (3) \end{cases}$$

$$(2), (3) \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ t = 2 \end{cases} \xrightarrow{(1)} k = 0.$$

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$ và $\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$, với a, b, c là các hằng số thực. Khi đó

A. $a+b=0$.

B. $a+b=3$.

C. $a+b=2$.

D. $a+b=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$\text{Theo giả thiết: } \begin{cases} [(ax+b)e^x + C]' = f(x) \\ f'(x) = (x+1)e^x \end{cases} \Rightarrow [(ax+b)e^x + C]'' = (x+1)e^x$$

$$\text{Mặt khác: } \begin{cases} [(ax+b)e^x + C]' = (a+ax+b)e^x \\ [(ax+b)e^x + C]'' = (2a+ax+b)e^x \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } (2a+ax+b)e^x = (x+1)e^x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ 2a+b=1 \end{cases}. \text{ Vậy } \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases} \Rightarrow a+b=0$$

Câu 23: Tập xác định của hàm số $y = \ln(1-\sqrt{x+1})$ là

A. $[-1; 0]$.

B. $[-1; +\infty)$.

C. $(-1; 0)$.

D. $[-1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} 1-\sqrt{x+1} > 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x+1} < 1 \\ x \geq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x < 0 \\ x \geq -1 \end{cases} \Rightarrow D = [-1; 0).$$

Câu 24: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1; 1; 2)$, $N(1; 4; 3)$, $P(5; 10; 5)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. M, N, P là ba đỉnh của một tam giác.

B. $MN = \sqrt{14}$.

C. Trung điểm của NP là $I(3; 7; 4)$.

D. Các điểm O, M, N, P cùng thuộc một mặt phẳng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{MN} = (2; 3; 1), \overrightarrow{MP} = (6; 9; 3) = 3(2; 3; 1)$

Dễ thấy $\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{MP}$ cùng phương. Suy ra M, N, P thẳng hàng nên A sai.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng và $(P): -2x + y + \sqrt{5}z + 9 = 0$ mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-4)^2 = 10$. Gọi (Q) là tiếp diện của (S) tại $M(5; 0; 4)$. Tính góc giữa (P) và (Q) .

A. 60° .

B. 120° .

C. 30° .

D. 45° .

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Mặt phẳng (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_p} = (-2; 1; \sqrt{5})$

Mặt cầu (S) có tâm $I(2; -1; 4), R = \sqrt{10}$. Suy ra (Q) nhận $\overrightarrow{IM} = (3; 1; 0)$ làm VTPT.

Gọi α góc giữa (P) và (Q) . Khi đó: $\cos \alpha = \frac{|\overrightarrow{IM} \cdot \overrightarrow{n_p}|}{|\overrightarrow{IM}| \cdot |\overrightarrow{n_p}|} = \frac{|-6 + 1|}{\sqrt{10} \cdot \sqrt{10}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 60^\circ$.

Câu 26: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - m^2 + 2m + 1}{x - m}$. Tìm tập hợp các tham số m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $m < -\frac{1}{3}$.

B. $m \leq -\frac{1}{2}$.

C. $m < -1$.

D. $m < -\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$

Ta có $y' = \frac{x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 1}{(x - m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định thì

$y' \geq 0; \forall x \in D \Leftrightarrow 2x^2 + 4x + 2 - m \geq 0; \forall x \in D$ (Dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên D)

$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 2m - 1 \geq 0, \forall x \neq m$ (Dấu "=" chỉ xảy ra ở hữu hạn điểm trên D)

ĐK: $\begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta' \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 - (m^2 - 2m - 1) \leq 0 \Leftrightarrow 2m + 1 \leq 0 \Leftrightarrow m \leq -\frac{1}{2}$.

Câu 27: Hàm số $y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2 + 1}}$ trên đoạn $0 \leq x \leq 1$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất thỏa mãn đẳng thức

A. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 1$.

B. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 4$.

C. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 16$.

D. $y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

$$y = \frac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+1}}, y' = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}(x^2+1)} > 0 \forall x$$

$$\min_{x \in [0;1]} y(x) = y(0) = 0; \max_{x \in [0;1]} y = y(1) = 1 \Rightarrow y_{\max}^4 + y_{\min}^4 = 1.$$

Câu 28: Kí hiệu $f(x) = \left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1$. Giá trị của $f(f(2017))$ bằng

A. 2000.

B. 1500.

C. 2017.

D. 1017.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Điều kiện: $1 \neq x > 0$

$$\begin{aligned} f(x) &= \left(x^{1+\frac{1}{2\log_4 x}} + 8^{\frac{1}{3\log_{x^2} 2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \left(x \cdot x^{\frac{1}{\log_2 x}} + 2^{\frac{2}{\log_x 2}} + 1 \right)^{\frac{1}{2}} - 1 = \left[x \cdot x^{\log_x 2} + (2^{\log_2 x})^2 + 1 \right]^{\frac{1}{2}} - 1 \\ &= (x \cdot 2 + x^2 + 1)^{\frac{1}{2}} - 1 = (x+1)^2 - 1 = x \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } f(2017) = 2017 \Rightarrow f(f(2017)) = 2017.$$

Câu 29: Với $a, b > 0$ thỏa mãn điều kiện $a + b + ab = 1$, giá trị nhỏ nhất của $P = a^4 + b^4$ bằng

A. $(\sqrt{2}+1)^4$.

B. $2(\sqrt{2}-1)^4$.

C. $(\sqrt{2}-1)^4$.

D. $2(\sqrt{2}+1)^4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$P = a^4 + b^4 = (a^2 + b^2)^2 - 2(ab)^2 = [(a+b)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2$$

$$\Rightarrow P = [(1-ab)^2 - 2ab]^2 - 2(ab)^2 = (1-4x+x^2)^2 - 2x^2 \text{ với } ab = x$$

$$\text{Ta có : } a+b=1-ab \geq 2\sqrt{ab} \Rightarrow x+2\sqrt{x}-1 \leq 0 \Leftrightarrow 0 \leq \sqrt{x} \leq \sqrt{2}-1 \Rightarrow 0 \leq x \leq 3-2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow P = x^4 + 16x^2 + 1 + 2x^2 - 8x^3 - 8x - 2x^2 = x^4 - 8x^3 + 16x^2 - 8x + 1; x \in [0; 3-2\sqrt{2}]$$

$$P' = 4x^3 - 24x^2 + 32x - 1$$

Bảng biến thiên

x	0	$3-2\sqrt{2}$
P'		
		-
P		

$$\min P = P(3-2\sqrt{2}) = 2(\sqrt{2}-1)^4.$$

Câu 30: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2}$. Điểm trên đồ thị mà khoảng cách từ giao của hai tiệm cận đến tiếp tuyến tại đó lớn nhất có hoành độ bằng

A. $1 \pm \sqrt[4]{8}$.

B. $3 \pm \sqrt[4]{8}$.

C. $2 \pm \sqrt[4]{6}$.

D. $2 \pm \sqrt[4]{8}$.

Hướng dẫn giải**Chọn D.**

$$y = \frac{x^2 + x - 2}{x - 2} = x + 3 + \frac{4}{x - 2}$$

Hàm số có hai đường tiệm cận đứng và xiên lần lượt có phương trình là $x = 2$ và $y = x + 3 \Rightarrow$ Tọa độ giao điểm của hai tiệm cận là điểm $I(2; 5)$.

Gọi $M\left(a; \frac{a^2 + a - 2}{a - 2}\right)$ là tiếp điểm của đồ thị hàm số và tiếp tuyến (d)

Tiếp tuyến (d) tại: $y = y'(a)(x - a) + \frac{a^2 + a - 2}{a - 2}$

$$\Leftrightarrow (a^2 - 4a)x - (a - 2)^2 y + 3a^2 - 4a + 4 = 0 \quad (\Delta)$$

$$d(A; \Delta) = \frac{8|a - 2|}{\sqrt{(a^2 - 4a)^2 + (a - 2)^4}} = \frac{8|a - 2|}{\sqrt{[a(a - 4)]^2 + (a - 2)^4}}$$

Đặt $a - 2 = t$

$$\Rightarrow d(A; \Delta) = \frac{8|t|}{\sqrt{[(t + 2)(t - 2)]^2 + t^4}} = \frac{8|t|}{\sqrt{2t^4 - 8t^2 + 16}} = \frac{8}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{t^2}{t^4 - 8t^2 + 16}}$$

Đề $d(A; \Delta) \max$ thì $f(t) = \frac{t^2}{t^4 - 8t^2 + 16} \max$

$$f'(t) = \frac{-2t^5 + 16t}{(t^4 - 8t^2 + 16)^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = \pm \sqrt[4]{8} \end{cases}$$

Bảng biến thiên

t	$-\infty$	$-\sqrt[4]{8}$		0		$\sqrt[4]{8}$	$+\infty$	
$f'(t)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(t)$		$CĐ$		CT		$CĐ$		
	$-\infty$							$+\infty$

Suy ra $f(t) \max$ tại $t = \pm \sqrt[4]{8} \Rightarrow a - 2 = \pm \sqrt[4]{8} \Leftrightarrow a = 2 \pm \sqrt[4]{8}$.

Câu 31: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm A biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là đường tròn có chu vi bằng 8π .

A. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 25$.

B. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 5$.

C. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 9$.

D. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 2)^2 = 16$.

Hướng dẫn giải**Chọn A.**

Gọi I là tâm đường tròn (C) , khi đó $IA \perp (P) \Rightarrow IA = d(A; (P)) = 3$.

Đường tròn (C) có chu vi bằng 8π . Do đó: $2\pi r = 8\pi \Rightarrow r = 4$.

Gọi R là bán kính mặt cầu (S) $\Rightarrow R = \sqrt{r^2 + IA^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$.

Vậy phương trình mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 25$.

Câu 32: Ký hiệu $a = \log_6 5$, $b = \log_{10} 3$, khi đó giá trị của $\log_2 15$ bằng

A. $\frac{2ab - a - b}{1 - ab}$.

B. $\frac{2ab + a + b}{1 - ab}$.

C. $\frac{ab + a + b}{1 + ab}$.

D. $\frac{ab + a - b}{1 - ab}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Ta có: $A = \log_2 15 = \log_2 3 + \log_2 5$.

$$\log_2 5 = \log_2 6 \cdot \log_6 5 = (1 + \log_2 3)a \Rightarrow a \cdot \log_2 3 - \log_2 5 = -a \quad (1)$$

$$\log_2 3 = \log_2 10 \cdot \log_{10} 3 = (1 + \log_2 5)b \Rightarrow \log_2 3 - b \cdot \log_2 5 = b \quad (2)$$

Từ (1) và (2), ta có: $\log_2 5 = \frac{ab + a}{1 - ab}$ và $\log_2 3 = \frac{ab + b}{1 - ab}$.

Do đó: $\log_2 15 = \log_2 3 + \log_2 5 = \frac{2ab + a + b}{1 - ab}$.

Câu 33: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông tại A, $AB = a$, $AC = a\sqrt{2}$. Biết rằng góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$, (ABC) bằng 60° và hình chiếu A lên mặt phẳng $(A'B'C')$ là trung điểm H của đoạn $A'B'$. Tính bán kính R của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $AHB'C'$.

A. $R = \frac{a\sqrt{86}}{2}$.

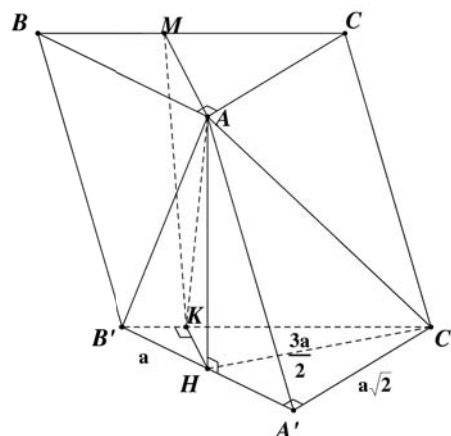
B. $R = \frac{a\sqrt{82}}{6}$.

C. $R = \frac{a\sqrt{68}}{2}$.

D. $R = \frac{a\sqrt{62}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.



Kẻ $HK \perp B'C'$ ($K \in B'C'$).

$$\text{Vì } \Delta B'KH \sim \Delta B'A'C' \Rightarrow \frac{HK}{A'C'} = \frac{B'H}{B'C'} \Rightarrow HK = \frac{B'H \cdot A'C'}{B'C'} = \frac{\frac{a}{2} \cdot a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$$

Ta có $B'C' \perp (AHK) \Rightarrow (AHK) \perp (AB'C')$ mà $AH \perp (ABC) \Rightarrow (AHK) \perp (ABC)$

$$\text{Kẻ } AM \parallel HK \ (M \in BC) \Rightarrow \begin{cases} AM = (AHK) \cap (ABC) \\ AK = (AHK) \cap (AB'C') \end{cases} \Rightarrow ((ABC); (AB'C')) = \widehat{MAK} = 60^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{HAK} = 30^\circ \Rightarrow AH = \frac{HK}{\tan 30^\circ} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Gọi D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $B'HC'$

$$\Rightarrow HD = B'D = C'D = R = \frac{B'C'}{2 \sin \widehat{B'HC'}} = \frac{B'C'}{2 \sin (180^\circ - \widehat{C'HA'})} = \frac{B'C'}{2 \frac{A'C'}{HC'}} = \frac{a\sqrt{3}}{2 \cdot \frac{a\sqrt{2}}{1,5a}} = \frac{3a\sqrt{6}}{8}.$$

$$\text{Do đó, bán kính mặt cầu ngoại tiếp } AB'HC' \text{ là: } IA = IB' = IH = IC' = \sqrt{\left(\frac{AH}{2}\right)^2 + R^2} = \frac{a\sqrt{62}}{8}.$$

Câu 34: Căn bậc 2 của số phức $3+4i$ có phần thực dương là

A. $3+5i$.

B. $3+2i$.

C. $2+i$.

D. $2+3i$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Cách 1: Dùng máy tính thử kết quả.

Cách 2: Tự luận.

Gọi $z = a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là căn bậc hai của số phức $w = 3+4i$.

$$\text{Khi đó: } (a+bi)^2 = 3+4i \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - b^2 = 3 \\ 2ab = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 - \frac{4}{a^2} = 3 \\ b = \frac{2}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^4 - 3a^2 - 4 = 0 \\ b = \frac{2}{a} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 = 4 \\ b = \frac{2}{a} \end{cases}$$

Do số phức cần tìm có phần thực dương nên $a = 2 \Rightarrow b = 1$

Vậy $z = 2+i$.

$$\text{Cách 3: Ta có } z^2 = 3+4i = (2+i)^2 \text{ Suy ra: } \begin{cases} z = 2+i \text{ (n)} \\ z = -2-i \text{ (l)} \end{cases}$$

Câu 35: Cho hàm số $y = x^3 + 3(x+m)(mx-1) + m^3 + 2$. Khi hàm số có cực trị, giá trị của $y_{CD}^3 + y_{CT}^3$ bằng

A. $20\sqrt{5}$.

B. 64.

C. 50.

D. $30\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } y = x^3 + 3mx^2 + 3(m^2-1)x + m^3 - 3m + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 + 6mx + 3m^2 - 3$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 + 6mx + 3m^2 - 3 = 0 \text{ (}\Delta' = 9\text{)} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -m+1 \Rightarrow y(-m+1) = 0 \\ x = -m-1 \Rightarrow y(-m-1) = 4 \end{cases}$$

$$\text{Do đó: } y_{CD}^3 + y_{CT}^3 = 64.$$

Câu 36: Cho hàm số $y = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}}$, ta có:

$$\text{A. } y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln 2 \right).$$

$$\text{B. } y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{-\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2 \right).$$

$$\text{C. } y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{4\sqrt{2}} \ln 2 \right).$$

$$\text{D. } y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = e^{\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2}} \ln 2 \right).$$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Cách 1:

Logarit Nepe hai vế của hàm số $y = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}}$, ta có:

$$\ln y = \ln \left((\sin x)^{\sqrt{\cos x}} \right) = \sqrt{\cos x} \cdot \ln(\sin x)$$

Tiếp tục đạo hàm hai vế, ta được:

$$(\ln y)' = (\sqrt{\cos x} \cdot \ln(\sin x))' \Leftrightarrow \frac{y'}{y} = \frac{-\sin x}{2\sqrt{\cos x}} \cdot \ln(\sin x) + \sqrt{\cos x} \cdot \frac{\cos x}{\sin x}$$

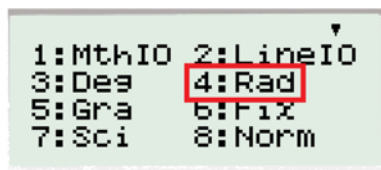
$$\text{Suy ra } y' = (\sin x)^{\sqrt{\cos x}} \left(\frac{\cos x \sqrt{\cos x}}{\sin x} - \frac{\sin x \cdot \ln(\sin x)}{2\sqrt{\cos x}} \right)$$

$$\text{Vậy } y'\left(\frac{\pi}{4}\right) = \left[\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \right]^{\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}} \cdot \left(\frac{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}}{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)} - \frac{\sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \cdot \ln\left(\sin\left(\frac{\pi}{4}\right)\right)}{2\sqrt{\cos\left(\frac{\pi}{4}\right)}} \right) \quad (\text{Đáp án A})$$

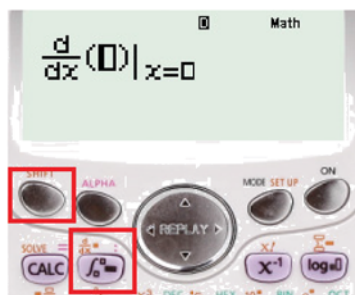
Chú ý: Nếu giải bài toán theo cách trên thì rất phức tạp và mất thời gian với hình thức thi trắc nghiệm. Ta có một cách giải nhanh hơn, hiệu quả hơn nhờ tính năng “Tính đạo hàm tại một điểm” của máy tính cầm tay CASIO.

Cách 2: Sử dụng máy tính cầm tay CASIO:

– Trước hết, ta thấy do bài toán liên quan đến hàm lượng giác, nên ta cần đổi đơn vị góc sang Radian (Rad) bằng cách ấn **[SHIFT]** + **[MODE]** + **[4]** (hình bên dưới).



– Ấn **[SHIFT]** + **[$\int$]**. Máy tính hiện ra $\frac{d}{dx}(\square) \Big|_{x=\square}$ (như hình dưới)



– Ta nhập vào máy tính: $\frac{d}{dx} \left((\sin X)^{\sqrt{\cos X}} \right) \Big|_{X=\frac{\pi}{4}}$ (Đáp án A)

– Từ các đáp án A, B, C, D. Nhập vào máy tính để chọn giá trị đúng nhất. Ta thấy chỉ có A thỏa mãn.

Câu 37: Cho một khối lập phương biết rằng khi tăng độ dài cạnh của khối lập phương thêm 2cm thì thể tích của nó tăng thêm 152cm^3 . Hỏi cạnh của khối lập phương đã cho bằng:

A. 5cm.

B. 6cm.

C. 4cm.

D. 3cm.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Gọi a (cm) là độ dài cạnh của khối lập phương, với $a > 0$.

Khi đó thể tích của nó là $V = a^3$ (cm³).

Sau khi tăng độ dài cạnh thêm 2 cm, thì thể tích mới là: $V' = (a+2)^3$ (cm³).

Từ giả thiết, ta có $V' - V = 152 \Leftrightarrow (a+2)^3 - a^3 = 152$

$$\Leftrightarrow 6a^2 + 12a - 144 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = -6(L) \\ a = 4(tm) \end{cases}.$$

Câu 38: Cho hình lăng trụ tứ giác đều $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh đáy $4\sqrt{3}$ (m). Biết mặt phẳng $(D'BC)$ hợp với đáy một góc 60° . Thể tích khối lăng trụ là:

A. 478m^3 .

B. 648m^3 .

C. 325m^3 .

D. 576m^3 .

Hướng dẫn giải

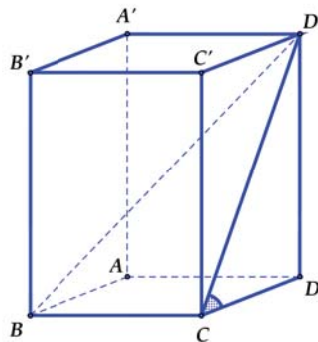
Chọn D.

Phân tích: $ABCD.A'B'C'D'$ là một hình lăng trụ tứ giác đều, cũng có nghĩa rằng nó là một hình hộp đứng có đáy là hình vuông cạnh $4\sqrt{3}$ (m).

Ta có $BC \perp CD, BC \perp DD' \Rightarrow BC \perp (CDD'C') \Rightarrow BC \perp CD'$

Suy ra $\left(\widehat{(D'BC), (ABCD)}\right) = \left(\widehat{CD', CD}\right) = \widehat{D'CD} = 60^\circ$.

Lời giải:



$\Delta D'CD$ vuông tại D nên: $\tan \widehat{D'CD} = \frac{DD'}{CD} \Rightarrow DD' = 4\sqrt{3} \cdot \tan 60^\circ = 12$ (m).

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'} = DD' \cdot S_{ABCD} = 12 \cdot (4\sqrt{3})^2 = 576$ (m²).

Câu 39: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + m$, điểm $A(1;3)$ và hai điểm cực đại, cực tiểu thẳng hàng ứng với giá trị của tham số m bằng

A. $m = \frac{5}{2}$.

B. $m = 2$.

C. $m = \frac{1}{2}$.

D. $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x + m$. Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow \Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Lại có $y = \frac{1}{3}(x-1)(3x^2 - 6x + m) + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3} = \frac{1}{3}(x-1)y' + \left(\frac{2m}{3} - 2\right)x + \frac{4m}{3}$

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là

$$d: y = \left(\frac{2m}{3} - 2 \right)x + \frac{4m}{3}.$$

$$\text{Để } A(1;3) \in d \text{ thì } 3 = \left(\frac{2m}{3} - 2 \right) \cdot 1 + \frac{4m}{3} \Leftrightarrow m = \frac{5}{2} \text{ (thỏa mãn điều kiện).}$$

Câu 40: Một hình hộp chữ nhật mà không phải hình lập phương thì có số trục đối xứng là:

A. Có đúng 4 trục đối xứng.

B. Có đúng 6 trục đối xứng.

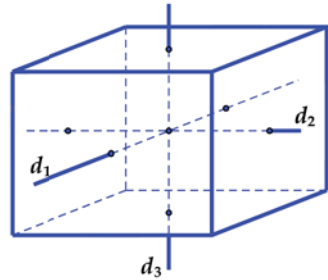
C. Có đúng 3 trục đối xứng.

D. Có đúng 5 trục đối xứng.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Hình hộp chữ nhật (không phải là hình lập phương) thì có đúng 3 trục đối xứng lần lượt đi qua tâm của hai mặt phẳng đối diện (hình vẽ bên).



Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{3x + 1}$, phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị là

A. $y = 2x + \frac{1}{3}.$

B. $y = \frac{x}{3} - \frac{7}{9}.$

C. $y = \frac{x}{3} + \frac{7}{9}.$

D. $y = \frac{x}{3} + \frac{1}{9}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$\text{Ta có: } y = \frac{x^2 - 2x + 3}{3x + 1} = \frac{1}{3}x - \frac{7}{9} + \frac{34}{9(3x + 1)}$$

$$\text{Xét } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[y - \left(\frac{1}{3}x - \frac{7}{9} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-34}{9(3x + 1)} = -\frac{34}{9} \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{1}{x}}{3 + \frac{1}{x}} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \left[y - \left(\frac{1}{3}x - \frac{7}{9} \right) \right] = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-34}{9(3x + 1)} = -\frac{34}{9} \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\frac{1}{x}}{3 + \frac{1}{x}} = 0$$

$$\text{Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là } y = \frac{x}{3} - \frac{7}{9}.$$

Câu 42: Giả sử z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 + (1 - 2i)z - 1 - i = 0$. Khi đó $|z_1 - z_2|$ bằng

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Ta có } \Delta = (1 - 2i)^2 + 4(1 + i) = 1$$

Do đó 2 nghiệm của phương trình là
$$\begin{cases} z = \frac{-(1-2i)-1}{2} = -1+i \\ z = \frac{-(1-2i)+1}{2} = i \end{cases}$$

Khi đó $|z_1 - z_2| = |(-1+i) - i| = 1$.

Câu 43: Một hình nón có bán kính đáy bằng $5a$, độ dài đường sinh bằng $13a$. Tính độ dài đường cao h của hình nón:

A. $h = 7a\sqrt{6}$.

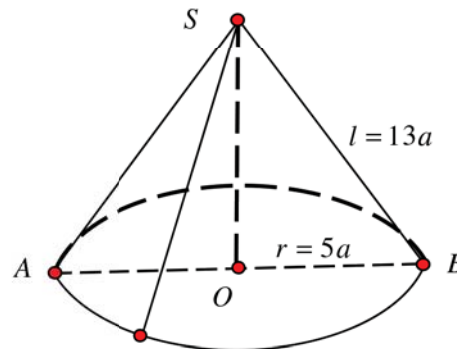
B. $h = 12a$.

C. $h = 17a$.

D. $h = 8a$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.



Xét hình nón như hình vẽ

Ta có tam giác SOB vuông nên: $h = SO = \sqrt{SB^2 - OB^2} = \sqrt{169a^2 - 25a^2} = 12a$.

Câu 44: Nguyên hàm $\int \frac{2x^3+1}{x(x^3-1)} dx$ bằng

A. $\ln \left| x^2 - \frac{1}{x} \right| + C$.

B. $\ln \left| x^2 + \frac{1}{x} \right| + C$.

C. $\ln \left| x - \frac{1}{x^2} \right| + C$.

D. $\ln \left| x + \frac{1}{x^2} \right| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có:
$$\int \frac{2x^3+1}{x(x^3-1)} dx = \int \left(\frac{A}{x} + \frac{Bx^2}{x^3-1} \right) dx = \int \frac{A(x^3-1) + Bx^3}{x(x^3-1)} dx = \int \frac{(A+B)x^3 - A}{x(x^3-1)} dx$$

Đồng nhất thức
$$\begin{cases} A+B=2 \\ -A=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} B=3 \\ A=-1 \end{cases}$$

Từ đó ta có

$$\begin{aligned} \int \frac{2x^3+1}{x(x^3-1)} dx &= \int \left(-\frac{1}{x} + \frac{3x^2}{x^3-1} \right) dx = -\int \frac{1}{x} dx + \int \frac{3x^2}{x^3-1} dx = -\int \frac{1}{x} dx + \int \frac{d(x^3-1)}{x^3-1} \\ &= -\ln|x| + \ln|x^3-1| + C = \ln \left| \frac{x^3-1}{x} \right| + C = \ln \left| x^2 - \frac{1}{x} \right| + C. \end{aligned}$$

Câu 45: Mô đun của số phức $z = \frac{(1+\sqrt{3}i)^2}{1+i} + i \frac{(1-\sqrt{3}i)^2}{1-i}$ bằng

A. 5.

B. $3\sqrt{5}$.

C. $1+2\sqrt{2}$.

D. $2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\begin{aligned} \text{Ta có } z &= \frac{(1+\sqrt{3}i)^2}{1+i} + i \frac{(1-\sqrt{3}i)^2}{1-i} = [-1+\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i] + i[-1+\sqrt{3}-(1+\sqrt{3})i] \\ &= -1+\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i + i(-1+\sqrt{3}) - (1+\sqrt{3})i^2 = -1+\sqrt{3}+1+\sqrt{3}+i(1+\sqrt{3}-1+\sqrt{3}) \\ &= 2\sqrt{3}+2\sqrt{3}i \end{aligned}$$

$$\text{Từ đó ta có } |z| = \sqrt{(2\sqrt{3})^2 + (2\sqrt{3})^2} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}.$$

Câu 46: Nguyên hàm $\int \frac{x^2-1}{x(x^2+1)} dx$ bằng:

A. $\ln\left|x - \frac{1}{x^2}\right| + C$. **B.** $\ln\left|x - \frac{1}{x}\right| + C$. **C.** $\ln\left|x + \frac{1}{x}\right| + C$. **D.** $\ln\left|x^2 - \frac{1}{x}\right| + C$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

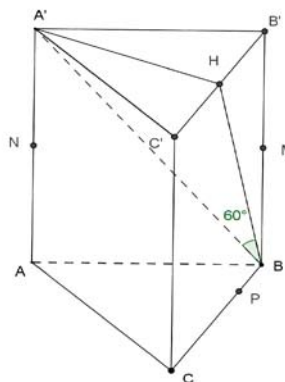
$$\begin{aligned} \int \frac{x^2-1}{x(x^2+1)} dx &= \int \frac{x^2+1-2}{x(x^2+1)} dx = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{2}{x^2+1} \right) dx = \int \left(\frac{1}{x} + \frac{2x}{x^2+1} \right) dx \\ &= -\ln|x| + \ln(x^2+1) + C = \ln\left|x + \frac{1}{x}\right| + C. \end{aligned}$$

Câu 47: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB = AC = 2a$, $BC = a$, góc giữa BA' và mp($BCC'B'$) bằng 60° . Gọi M, N là trung điểm BB' và AA' . Điểm P nằm trên đoạn BC sao cho $BP = \frac{1}{4}BC$. Hỏi các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. $MN \perp CP$. **B.** $CM \perp AB$. **C.** $CM \perp NP$. **D.** $CN \perp PM$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



+ Gọi H là trung điểm của $B'C'$

$$A'H \perp (BCC'B') \Rightarrow [A'B; (BCC'B')] = \widehat{A'BH} = 60^\circ.$$

$$BB' = x, \overrightarrow{AC} = \vec{w}, \overrightarrow{CB} = \vec{u}, \overrightarrow{BB'} = \vec{v}.$$

$$\cos 60^\circ = \frac{BH}{A'B} = \frac{\sqrt{x^2 + \frac{a^2}{4}}}{\sqrt{4a^2 + x^2}} = \frac{1}{2} \Rightarrow x = a.$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{CM} \cdot \overrightarrow{NP} &= \left(\overrightarrow{CB} + \frac{1}{2} \overrightarrow{BB'} \right) \cdot \left(\frac{1}{4} \overrightarrow{NC} + \frac{3}{4} \overrightarrow{NB} \right) \\
&= \frac{1}{4} \left(\vec{u} + \frac{1}{2} \vec{v} \right) \left(-2\vec{v} + \vec{w} + 3(\vec{w} + \vec{u}) \right) \\
&= \frac{1}{4} \left(\vec{u} + \frac{1}{2} \vec{v} \right) \left(-2\vec{v} + 4\vec{w} + 3\vec{u} \right) = \frac{1}{4} \left(4\vec{u}\vec{w} + 3\vec{u}^2 - \vec{v}^2 \right) = \frac{1}{4} \left(4\vec{u} \left(\overrightarrow{AK} - \frac{1}{2} \vec{u} \right) + 3\vec{u}^2 - \vec{v}^2 \right) \\
&= \frac{1}{4} \left(\vec{u}^2 - \vec{v}^2 \right) = 0.
\end{aligned}$$

Giải thích thêm:

+ Xét đáp án A: $MN \perp CP$

Ta thấy $\begin{cases} MN \parallel AB \\ (\widehat{AB, CP}) \neq 90^\circ \end{cases} \Rightarrow (\widehat{MN, CP}) \neq 90^\circ$. Vậy A sai

+ Xét B: $CM \perp AB$

Ta thấy $(\widehat{CM, AB}) = (\widehat{CM, MN}) = \widehat{CMN} \neq 90^\circ$ (Tính các cạnh của $\triangle CMN$ sẽ thấy $\widehat{CMN} \neq 90^\circ$)

+ Xét D: $CN \perp PM$

$$\text{NX: } \cos \widehat{ACB} = \frac{CA^2 + CB^2 - AB^2}{2 \cdot CA \cdot CB} = \frac{1}{4}$$

$$\begin{aligned}
\overrightarrow{CN} \cdot \overrightarrow{PM} &= (\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{AN}) \cdot (\overrightarrow{PB} + \overrightarrow{BM}) = \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{CA} \cdot \overrightarrow{BM} + \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{PB} + \overrightarrow{AN} \cdot \overrightarrow{BM} \\
&= \overrightarrow{CA} \cdot \frac{1}{4} (-\overrightarrow{CB}) + AN^2 = -\frac{1}{4} CA \cdot CB \cdot \cos \widehat{ACB} + AN^2 \neq 0
\end{aligned}$$

Vậy D sai

Câu 48: Kí hiệu $a = \log_{10} 11$, $b = \log_9 10$, $c = \log_{11} 12$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b > c > a$.

B. $a > b > c$.

C. $a > c > b$.

D. $b > a > c$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$$\text{Xét hàm } f(x) = \log_x(x+1) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x} \quad (x > 1).$$

$$f'(x) = \frac{\ln x^x - \ln(x+1)^{x+1}}{x \cdot (x+1) \ln^2 x} < 0 \quad (x > 1).$$

$$f(x) = \frac{\ln(x+1)}{\ln x} = \log_x(x+1) \text{ là hàm nghịch biến với } x > 1.$$

Câu 49: Nguyên hàm $\int \frac{x^2 \sin x}{\cos^3 x} dx$ bằng:

A. $\frac{x^2}{2 \cos^2 x} - x \tan x + \ln |\cos x| + C.$

B. $\frac{x^2}{2 \cos^2 x} + x \tan x - \ln |\cos x| + C.$

C. $\frac{x^2}{2 \cos^2 x} - x \tan x - \ln |\cos x| + C.$

D. $\frac{2}{\cos^2 x} + x \tan x + \ln |\cos x| + C.$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$$I = \int \frac{x^2 \sin x}{\cos^3 x} dx. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x^2 \\ dv = \frac{\sin x}{\cos^3 x} = -\cos^{-3} x d(\cos x) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = 2x dx \\ v = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \end{cases}$$

$$\text{Khi đó } I = \frac{x^2}{2} \cdot \frac{1}{\cos^2 x} - \int \frac{x dx}{\cos^2 x} = \frac{x^2}{2 \cos^2 x} - I_1 \quad (1)$$

$$\text{Tính } I_1 = \frac{x dx}{\cos^2 x}. \text{ Đặt } \begin{cases} u = x \\ dv = \frac{dx}{\cos^2 x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = \tan x \end{cases}$$

$$\Rightarrow I_1 = x \tan x - \int \tan x dx$$

$$I_1 = x \tan x + \int \frac{d(\cos x)}{\cos x}$$

$$I_1 = x \tan x + \ln |\cos x| - C \quad (2)$$

$$\text{Lấy (2) thay vào (1): } I = \frac{x^2}{2 \cos^2 x} - x \tan x - \ln |\cos x| + C$$

Câu 50: Cho hàm số $y = x^3 + x^2 - 5x + 1$, phương trình tiếp tuyến tại điểm trên đồ thị có hoành độ $x = 2$ là:

A. $y = 10x + 9$.

B. $y = 11x - 19$.

C. $y = 11x + 10$.

D. $y = 10x + 8$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$$M(2; 3).$$

$$y' = 3x^2 + 2x - 5.$$

$$y'(2) = 3 \cdot 2^2 + 2 \cdot 2 - 5 = 11.$$

$$\text{Phương trình tiếp tuyến là } y = 11(x - 2) + 3 = 11x - 19.$$

-----HẾT-----