

Họ và tên: Số báo danh: Mã đề 1220

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-2		3		-2		$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$. B. $(0; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

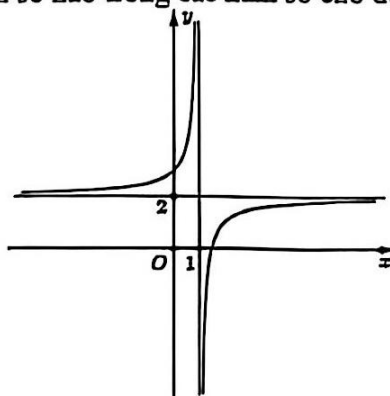
Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-5; 7)$ như sau

x	-5	1	7
y'	$-$	0	$+$
y	6	2	9

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $\max_{[-5; 7]} f(x) = 6$. B. $\max_{[-5; 7]} f(x) = 9$.
C. $\min_{[-5; 7]} f(x) = 6$. D. $\min_{[-5; 7]} f(x) = 2$.

Câu 3. Đường cong sau là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số cho dưới đây

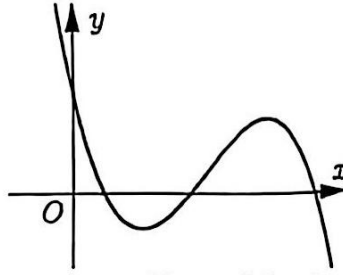


- A. $y = \frac{2x-3}{x-1}$. B. $y = \frac{2x-1}{x-1}$. C. $y = \frac{x-3}{x-2}$. D. $y = \frac{2x+3}{x-1}$.

Câu 4. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x+2}$ là

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 5. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a < 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

B. $a < 0, b < 0, c < 0, d > 0$.

C. $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $(2; -3; -1)$.

B. $(2; -1; -3)$.

C. $(-3; 2; -1)$.

D. $(-1; 2; -3)$.

Câu 7. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vector cùng hướng và đều khác vector $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.

B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.

C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (Oxz) .

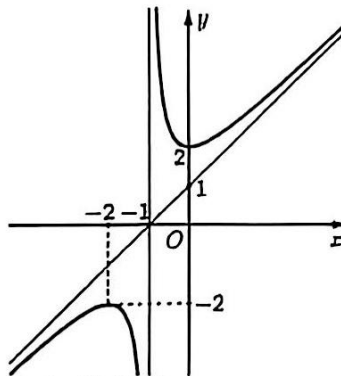
A. $(1; 0; 1)$.

B. $(0; 1; 1)$.

C. $(1; 1; 0)$.

D. $(0; 1; 0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1; 2)$.

B. $(0; +\infty)$.

C. $(-\infty; 1)$.

D. $(-1; 1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 5)$ lên trục Ox có tọa độ là

A. $(0; 2; 0)$.

B. $(1; 0; 0)$.

C. $(0; 0; 5)$.

D. $(0; 2; 5)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\vec{SA} = \vec{a}$, $\vec{SB} = \vec{b}$, $\vec{SC} = \vec{c}$, $\vec{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

C. $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.

D. $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$	-2	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	4	-1	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 3.

B. -1.

C. 4.

D. -2.

Phần II. Câu trắc nghiệm Đúng/Sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d), ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B . Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hàng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) Bên A bán cho B là 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất. (Làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm M, N sao cho $\overline{OM} = (2; 3; -1), \overline{ON} = (-1; 1; 1)$.

a) Tọa độ của điểm M, N lần lượt là $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$

b) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(-2; 3; 1)$.

c) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N . Tọa độ của điểm E là $(-4; -1; 3)$.

d) Tọa độ đỉnh $D(3; 2; -2)$ sao cho tứ giác $OMND$ là hình bình hành

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) .

a) Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình $y = 1$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $I(1; 2)$.

d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = 2x + 5$

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ.

x	$-\infty$	3	7	11	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

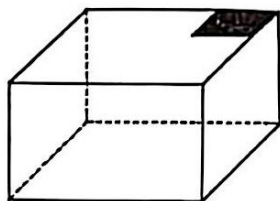
a) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 7$. b) $f(7)$ là giá trị cực đại của hàm số đã cho.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$. d) $f(11) > f(7)$.

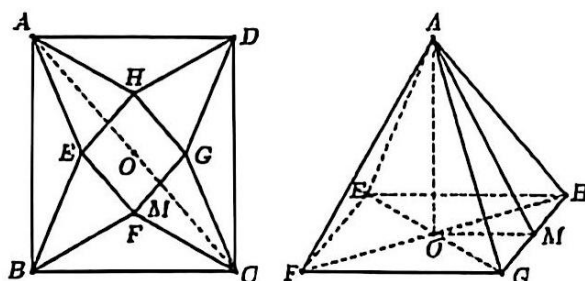
Phần III. Câu hỏi trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{3x-3}{\sqrt{x^2-1}}$. Gọi a là số đường tiệm cận đứng và b là số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho. Giá trị $20a + 10b^2$ bằng bao nhiêu?

Câu 2. Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 990.000 đồng/m² và ở nắp đổ hờ một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả là bao nhiêu triệu đồng (làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 3. Cho một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 10cm. Cắt tấm bìa theo các tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA sau đó gấp các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh A, B, C, D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều (tham khảo hình vẽ bên dưới). Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng $\frac{a\sqrt{b}}{c} (cm^3)$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$.



Câu 4. Trong không gian, cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O và M là điểm thay đổi trên đoạn SO . Tỉ số $\frac{SM}{SO}$ là bao nhiêu khi $P = MS^2 + MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$ nhỏ nhất.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại bằng $x = x_2$. Tính $P = -2x_1 + x_2$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + ax + b}{x + c}$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$	0		2	4		$+\infty$	
y'	-		0	+	+		0	-
y	$+\infty$			$+\infty$			-6	
			$\searrow$	$\nearrow$			$\nearrow$	$\searrow$
			2				$-\infty$	$-\infty$

Tính $a + b + c$.

———— HẾT ————

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI](#) & [TOANMATH.com](#)

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Từ bảng biến thiên, $f'(x) < 0$ trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(0; 1)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$. Chọn B.

Câu 2. Từ bảng biến thiên, hàm số giảm trên $(-5; 1)$, tăng trên $(1; 7)$ và $f(1) = 2$ nên $\min_{[-5; 7]} f(x) = 2$. Mặt khác $f(x) < 9$ với mọi $x \in [-5; 7)$ và $\lim_{x \rightarrow 7^-} f(x) = 9$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên $[-5; 7)$. Chọn D.

Câu 3. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 2$ nên loại C. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên $y' > 0$. Với $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có $y' = \frac{1}{(x-1)^2} > 0$, phù hợp hình vẽ. Hai hàm số ở B và D có $y' < 0$. Chọn A.

Câu 4. Ta có $\lim_{x \rightarrow -2^+} \frac{x-1}{x+2} = -\infty$ nên tiệm cận đứng là $x = -2$. Chọn D.

Câu 5. Khi $x \rightarrow +\infty$ thì $y \rightarrow -\infty$ nên $a < 0$. Đồ thị cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên $d > 0$. Hai điểm cực trị x_1, x_2 đều dương nên $x_1 + x_2 = -\frac{2b}{3a} > 0 \Rightarrow b > 0$ và $x_1 x_2 = \frac{c}{3a} > 0 \Rightarrow c < 0$. Chọn A.

Câu 6. $\vec{a} = -\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ nên $\vec{a} = (-1; 2; -3)$. Chọn D.

Câu 7. Hai vector cùng hướng nên $(\vec{a}, \vec{b}) = 0^\circ$, suy ra $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos 0^\circ = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Chọn C.

Câu 8. Hình chiếu vuông góc của $A(1; 1; 1)$ trên mặt phẳng (Oxz) là $(1; 0; 1)$. Chọn A.

Câu 9. Từ đồ thị, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$. Chọn B.

Câu 10. Hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; 5)$ lên trục Ox là $(1; 0; 0)$. Chọn B.

Câu 11. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Ta có $\vec{SA} + \vec{SC} = 2\vec{SO}$ và $\vec{SB} + \vec{SD} = 2\vec{SO}$ nên $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$. Chọn A.

Câu 12. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 3$, giá trị cực tiểu là $f(3) = -1$. Chọn B.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1. a) Đúng. b) Sai. c) Đúng. d) Đúng.

a) $C(10) = 100 + 30 \cdot 10 = 400$ (triệu đồng).

b) Số tiền thu được là $10 \cdot P(10) = 10 \cdot (45 - 0,001 \cdot 10^2) = 449$ (triệu đồng).

c) $H(x) = x \cdot P(x) - C(x) = 45x - 0,001x^3 - 100 - 30x = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) $H'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2}$ (vì $0 \leq x \leq 100$). $H'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = 50\sqrt{2}$ nên $H(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 50\sqrt{2} \approx 70,7$ (tần).

Câu 2. a) Đúng. b) Sai. c) Đúng. d) Sai.

a) $\overrightarrow{OM} = (2; 3; -1) \Rightarrow M(2; 3; -1)$, $\overrightarrow{ON} = (-1; 1; 1) \Rightarrow N(-1; 1; 1)$.

b) Hình chiếu của M trên trục Oy là $(0; 3; 0)$.

c) N là trung điểm của ME nên $E = (2x_N - x_M; 2y_N - y_M; 2z_N - z_M) = (-4; -1; 3)$.

d) $OMND$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \overrightarrow{DN} \Leftrightarrow D = (-1 - 2; 1 - 3; 1 + 1) = (-3; -2; 2)$.

Câu 3. a) Đúng. b) Sai. c) Sai. d) Sai.

a) Hàm số xác định khi $x \neq 1$ nên $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

b) Tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng $x = 1$.

c) Ta có $f(x) = x + 5 + \frac{4}{x-1}$ nên tiệm cận xiên là $y = x + 5$. Tâm đối xứng là giao điểm hai tiệm cận: $I(1; 6)$.

d) Tiệm cận xiên là $y = x + 5$.

Câu 4. a) Đúng. b) Sai. c) Sai. d) Đúng.

a) $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x = 7$ nên $x = 7$ là điểm cực tiểu.

b) $f(7)$ là giá trị cực tiểu của hàm số.

c) $f'(x) < 0$ trên $(11; +\infty)$ nên hàm số không đồng biến trên $(7; +\infty)$.

d) Hàm số đồng biến trên $(7; 11)$ nên $f(11) > f(7)$.

PHẦN III. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Tập xác định: $D = (-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.

$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3(x-1)}{\sqrt{(x-1)(x+1)}} = \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3\sqrt{x-1}}{\sqrt{x+1}} = 0$ nên $x = 1$ không là tiệm cận đứng.

$\lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{3x-3}{\sqrt{x^2-1}} = -\infty$ nên $x = -1$ là tiệm cận đứng. Suy ra $a = 1$.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 3$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -3$ nên đồ thị có hai tiệm cận ngang $y = 3$, $y = -3$. Suy ra $b = 2$.

Vậy $20a + 10b^2 = 20 + 40 = 60$.

Đáp án: 60.

Câu 2. Gọi chiều rộng đáy là x ($x > 0$), chiều dài là $\frac{4x}{3}$, chiều cao là h (đơn vị: m).

$$V = \frac{4x^2}{3} \cdot h = 8 \Rightarrow h = \frac{6}{x^2}.$$

Diện tích đáy bằng $\frac{4x^2}{3}$, diện tích phần nắp cần đổ là $\frac{7}{9} \cdot \frac{4x^2}{3} = \frac{28x^2}{27}$, diện tích xung quanh là

$$2h \left(x + \frac{4x}{3} \right) = \frac{14xh}{3} = \frac{28}{x}.$$

$$\text{Tổng diện tích cần xây: } S(x) = \frac{4x^2}{3} + \frac{28x^2}{27} + \frac{28}{x} = \frac{64x^2}{27} + \frac{28}{x}.$$

$$S'(x) = \frac{128x}{27} - \frac{28}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{189}{32}.$$

Lập bảng biến thiên, $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0 = \sqrt[3]{\frac{189}{32}}$. Khi đó $\frac{64x_0^3}{27} = 14$ nên

$$S_{\min} = \frac{1}{x_0} \left(\frac{64x_0^3}{27} + 28 \right) = \frac{42}{x_0} \approx 23,235 \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chi phí thấp nhất là 23,235.0,99 $\approx$ 23 (triệu đồng).

Đáp án: 23.

Câu 3. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, M là trung điểm FG thì M thuộc đoạn OC . Đặt $FG = x$ ($0 < x < 5\sqrt{2}$).

Khi đó $OM = \frac{x}{2}$, $CM = OC - OM = 5\sqrt{2} - \frac{x}{2}$ là đường cao của tam giác cân CFG , cũng là trung đoạn của khối chóp.

$$\text{Chiều cao khối chóp: } h = \sqrt{CM^2 - OM^2} = \sqrt{\left(5\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{50 - 5\sqrt{2}x}.$$

$$V = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{50 - 5\sqrt{2}x} = \frac{1}{3} \sqrt{x^4 (50 - 5\sqrt{2}x)}.$$

$$\text{Xét } f(x) = 50x^4 - 5\sqrt{2}x^5 \text{ trên } (0; 5\sqrt{2}), f'(x) = 200x^3 - 25\sqrt{2}x^4 = 0 \Leftrightarrow x = 4\sqrt{2}.$$

Lập bảng biến thiên, $f(x)$ lớn nhất tại $x = 4\sqrt{2}$, khi đó $h = \sqrt{10}$ và $V_{\max} = \frac{1}{3} \cdot 32 \cdot \sqrt{10} = \frac{32\sqrt{10}}{3}$ (cm^3).

Viết ở dạng tối giản ($\frac{a}{c}$ tối giản, b không chứa thừa số chính phương lớn hơn 1) ta được $a = 32$, $b = 10$, $c = 3$. Vậy $P = a + b + c = 45$.

Đáp án: 45.

Câu 4. Vì O là trung điểm của AC nên $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC} = \vec{0}$, suy ra

$$MA^2 + MC^2 = (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA})^2 + (\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OC})^2 = 2MO^2 + OA^2 + OC^2.$$

$$\text{Tương tự } MB^2 + MD^2 = 2MO^2 + OB^2 + OD^2.$$

Suy ra $P = MS^2 + 4MO^2 + OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2$, trong đó $OA^2 + OB^2 + OC^2 + OD^2$ không đổi.

Đặt $SO = h$, $SM = t$ ($0 \leq t \leq h$), ta có $MS^2 + 4MO^2 = t^2 + 4(h-t)^2 = 5t^2 - 8ht + 4h^2$, nhỏ nhất khi $t = \frac{4h}{5}$.

$$\text{Vậy } \frac{SM}{SO} = \frac{4}{5} = 0,8.$$

Đáp án: 0,8.

Câu 5. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-13\}$.

$$y' = \frac{(4x+26)(x+13) - (2x^2+26x+18)}{(x+13)^2} = \frac{2x^2+52x+320}{(x+13)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 26x + 160 = 0 \Leftrightarrow x = -10 \text{ hoặc } x = -16.$$

y' đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x = -16$ và từ âm sang dương khi qua $x = -10$ nên $x_1 = -10$ là điểm cực tiểu, $x_2 = -16$ là điểm cực đại.

$$\text{Vậy } P = -2x_1 + x_2 = 20 - 16 = 4.$$

Đáp án: 4.

Câu 6. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 2$ nên $c = -2$.

$$y(0) = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = -4.$$

$$y' = \frac{(-2x+a)(x-2) - (-x^2+ax+b)}{(x-2)^2} = \frac{-x^2+4x-2a-b}{(x-2)^2}.$$

$$y'(0) = 0 \Rightarrow -2a - b = 0 \Rightarrow a = 2.$$

Thử lại: $y = \frac{-x^2 + 2x - 4}{x - 2}$ có $y' = \frac{-x^2 + 4x}{(x - 2)^2}$, $y(4) = -6$, phù hợp bảng biến thiên.

Vậy $a + b + c = 2 - 4 - 2 = -4$.

Đáp án: -4 .

----- **HẾT** -----