

Họ, tên học sinh: Lớp:

Mã đề: 110

PHẦN 1. (3,0 điểm, mỗi câu 0,25 điểm) Trắc nghiệm bốn phương án lựa chọn. (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án).

Câu 1. Trong các dãy số sau, dãy số nào là một cấp số cộng?

- A. $1; -3; -6; -9; -12$. B. $1; -3; -7; -11; -15$. C. $1; 3; 6; 9; 12$. D. $1; 2; 4; 6; 8$.

Câu 2. Phương trình $\cos x = 1$ có các nghiệm là

- A. $x = k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). B. $x = \pi + k2\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). C. $x = \frac{\pi}{2} + k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$). D. $x = k\pi$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 3. Trong không gian, đường thẳng a song song với mặt phẳng (P) nếu

- A. $a \parallel b$ và $b \not\subset (P)$. B. $a \not\subset (P)$ và $a \parallel b$ với $b \subset (P)$.
C. $a \subset (P)$ và $a \parallel b$ với $b \subset (P)$. D. a và (P) có duy nhất một điểm chung.

Câu 4. Hai mặt phẳng được gọi là song song với nhau nếu chúng

- A. cắt nhau theo một đường thẳng. B. có ít nhất một điểm chung.
C. có chứa hai đường thẳng song song với nhau. D. không có điểm chung nào.

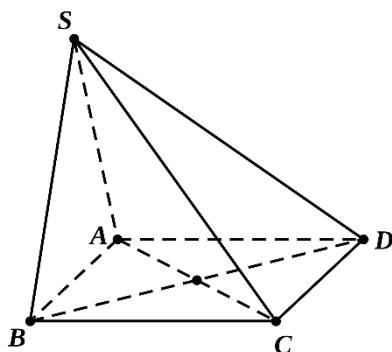
Câu 5. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và số hạng thứ 36 là $u_{36} = 72$. Công sai d của cấp số cộng đó là

- A. $d = 2$. B. $d = 3$. C. $d = \frac{1}{2}$. D. $d = -2$.

Câu 6. Tập nghiệm của phương trình $\cos x = \cos \alpha$ với $\alpha \in [0; \pi]$ là

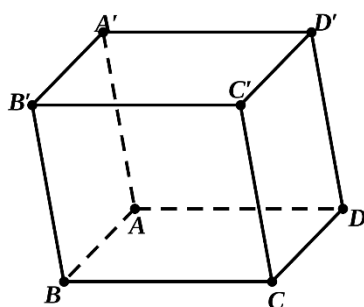
- A. $S = \{\alpha + k\pi; \pi - \alpha + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. B. $S = \{\alpha + k2\pi; \pi - \alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.
C. $S = \{\alpha + k\pi; -\alpha + k\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. D. $S = \{\alpha + k2\pi; -\alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây là đúng?



- A. $CD \parallel (SAD)$. B. $CD \parallel (SBC)$. C. $CD \parallel (SAB)$. D. $CD \parallel (SAC)$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây là sai?



- A. $(ABCD) \parallel (A'B'C'D')$. B. $(ABB'A') \parallel (CDD'C')$.
C. $(ADD'A') \parallel (BCC'B')$. D. $(BDD'B') \parallel (ACC'A')$.

Câu 9. Một rạp hát có 20 hàng ghế. Hàng đầu tiên có 15 ghế, mỗi hàng sau có nhiều hơn hàng ngay trước nó 3 ghế. Hỏi hàng ghế thứ 20 (hàng cuối cùng) có bao nhiêu ghế?

- A. 72. B. 75. C. 60. D. 69.

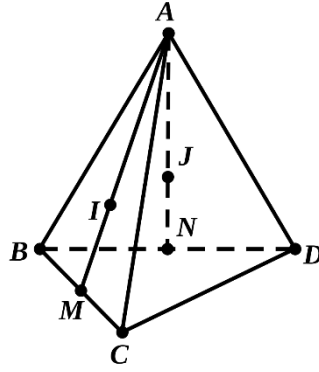
Câu 10. Đặc điểm nào sau đây luôn đúng với hình lăng trụ?

- A. Đáy của hình lăng trụ là hình bình hành.
B. Hình lăng trụ có tất cả các mặt song song với nhau.
C. Hình lăng trụ có tất cả các mặt bên là hình bình hành.
D. Hình lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành.

Câu 11. Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\sin 2x = \cos x$ trên đoạn $[0; \pi]$ bằng

- A. $\frac{3\pi}{2}$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. 2π . D. $\frac{5\pi}{6}$.

Câu 12. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I , J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC và ABD . Gọi M , N lần lượt là trung điểm của BC , BD . Mặt phẳng $(IJMN)$ song song với đường thẳng nào dưới đây?



A. BD .

B. CD .

C. AB .

D. BC .

PHẦN 2. (2,0 điểm, mỗi câu 1,0 điểm) Trắc nghiệm đúng - sai. (Học sinh trả lời câu 1 và câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, học sinh chọn đúng hoặc sai).

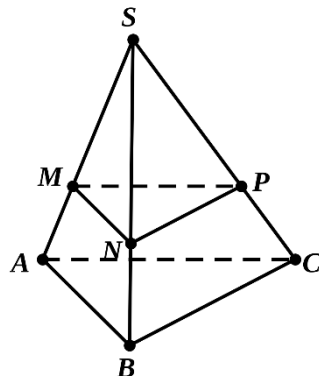
Câu 1. Một học sinh dự định tiết kiệm tiền để mua một chiếc xe đạp trị giá 2000000 đồng. Học sinh đó lên kế hoạch:

- Ngày đầu tiên tiết kiệm 10000 đồng.
- Từ ngày thứ hai trở đi, mỗi ngày sẽ tiết kiệm nhiều hơn ngày liền trước đó 2000 đồng.

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số tiền học sinh đó tiết kiệm mỗi ngày (lần lượt theo thứ tự ngày) lập thành một cấp số cộng với công sai $d = 2000$ đồng.
- b) Vào đúng ngày thứ 10, số tiền học sinh đó tiết kiệm được (chỉ tính riêng ngày thứ 10) là 30000 đồng.
- c) Tổng số tiền học sinh đó tiết kiệm được sau 15 ngày đầu tiên là 360000 đồng.
- d) Sau đúng 35 ngày kể từ lúc bắt đầu, học sinh đó đã gom đủ tiền để mua chiếc xe đạp.

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $6cm$. Các điểm M, N, P lần lượt thuộc cạnh SA, SB, SC sao cho $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB} = \frac{SP}{SC} = \frac{2}{3}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) $MN \parallel (ABC)$.

b) $(MNP) \parallel (ABC)$.

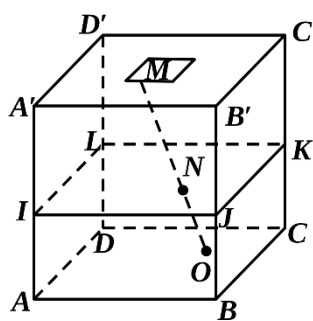
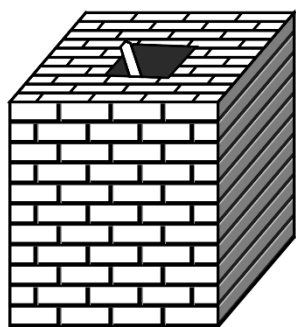
c) Tam giác MNP là tam giác đều.

d) Một mặt phẳng (α) qua M và song song với (ABC) cắt các mặt bên của hình chóp $S.ABC$ theo các đoạn giao tuyến tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\frac{9\sqrt{3}}{4}cm^2$.

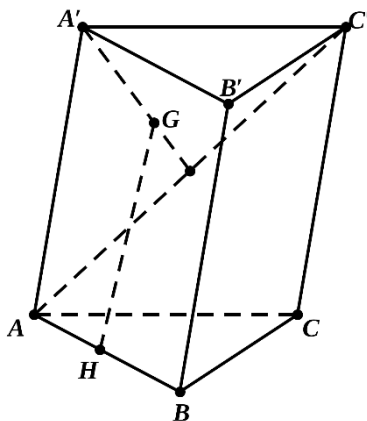
PHẦN 3. (2,0 điểm, mỗi câu 0,5 điểm) Trắc nghiệm trả lời ngắn. (Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4).

Câu 1. Cho dãy số (u_n) có số hạng tổng quát $u_n = \frac{2n+5}{n+1}$. Tìm giá trị của số hạng thứ 4 của dãy số.

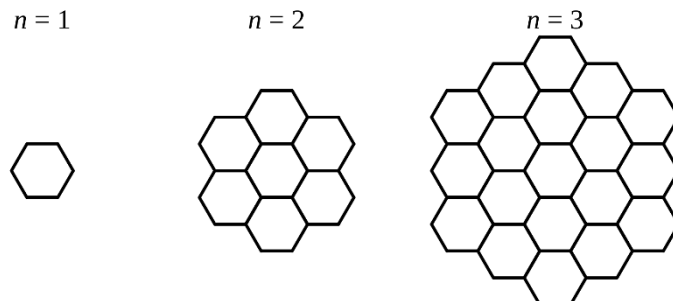
Câu 2. Phần trong của một bể nước được xây có dạng hình hộp chữ nhật có chiều cao $4m$ như hình bên. Bác An lấy một thanh thước thẳng đủ dài cắm vào bể sao cho một đầu chạm đáy bể và để thước tựa vào mép dưới của thành miệng bể, đánh dấu điểm tựa. Sau đó rút thước lên, bác đo được độ dài của phần thước chìm trong nước là $3m$ và độ dài của phần thước từ điểm đánh dấu đến điểm không bị ướt nước là $2m$. Tính mực nước còn lại trong bể.



Câu 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi G là trọng tâm của tam giác $AA'C'$ và H là một điểm thuộc cạnh AB sao cho $AB = x.AH$ với số thực $x > 0$. Hỏi giá trị của số thực x bằng bao nhiêu để đường thẳng GH song song với mặt phẳng $(BCC'B')$?



Câu 4. Ong mật được xem là “kiến trúc sư” xuất sắc trong tự nhiên. Một tổ ong có mặt cắt được tạo thành từ các ô hình lục giác đều xếp khít nhau theo từng lớp bao quanh một ô trung tâm, như hình vẽ. Trong đó hình thứ nhất có 1 ô tổ, hình thứ hai có 7 ô tổ, hình thứ ba có 19 ô tổ. Theo quy luật ấy, gọi $f(n)$ là số ô tổ của hình thứ n . Giá trị của $f(30)$ bằng bao nhiêu?



PHẦN 4. (3,0 điểm) Tự luận. (Học sinh trình bày tự luận).

Câu 1. (0,75 điểm) Giải phương trình lượng giác sau: $\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 2. (1,25 điểm) Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SA và SD .

a) Chứng minh $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Gọi E là trung điểm đoạn AB và F là một điểm thuộc đoạn ON . Chứng minh EF song song với mặt phẳng (SBC) .

Câu 3. (1,0 điểm) Tại một công viên giải trí, độ cao h (tính bằng mét) của một cabin trên vòng quay Ferris so với mặt đất được mô hình hóa bởi hàm số: $h(t) = 20 + 15 \sin\left(\frac{\pi}{10}t - \frac{\pi}{2}\right)$ trong đó t là thời gian (tính bằng phút) kể từ lúc cabin bắt đầu quay từ vị trí thấp nhất.

a) Tính độ cao của cabin sau khi vòng quay hoạt động được 5 phút.

b) Trong một chu kỳ quay đầu tiên (từ $t = 0$ đến $t = 20$ phút), cabin đạt độ cao $27,5m$ tại những thời điểm nào? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----- HẾT -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI & TOANMATH.com](#)

PHẦN 1. TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Xét dãy $1; -3; -7; -11; -15$: mỗi số hạng (kể từ số hạng thứ hai) bằng số hạng đứng ngay trước nó cộng với -4 , nên đây là cấp số cộng với công sai $d = -4$. Các dãy còn lại không có hiệu hai số hạng liên tiếp không đổi (ví dụ dãy C: $3 - 1 = 2$, $6 - 3 = 3$). Chọn B.

Câu 2. $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$. Chọn A.

Câu 3. Theo điều kiện để đường thẳng song song với mặt phẳng: nếu $a \not\subset (P)$ và a song song với một đường thẳng b nằm trong (P) thì $a \parallel (P)$. Chọn B.

Câu 4. Theo định nghĩa, hai mặt phẳng song song với nhau nếu chúng không có điểm chung nào. Chọn D.

Câu 5. Ta có $u_{36} = u_1 + 35d \Rightarrow 72 = 2 + 35d \Rightarrow d = 2$. Chọn A.

Câu 6. $\cos x = \cos \alpha \Leftrightarrow x = \pm \alpha + k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$, nên $S = \{\alpha + k2\pi; -\alpha + k2\pi \mid k \in \mathbb{Z}\}$. Chọn D.

Câu 7. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $CD \parallel AB$, mà $AB \subset (SAB)$ và $CD \not\subset (SAB)$, do đó $CD \parallel (SAB)$. Chọn C.

Câu 8. Các cặp mặt đối diện của hình hộp song song với nhau nên A, B, C đúng. Gọi O, O' lần lượt là tâm của $ABCD$ và $A'B'C'D'$. Hai mặt phẳng $(BDD'B')$ và $(ACC'A')$ cùng chứa O và O' nên chúng cắt nhau theo giao tuyến OO' . Vậy mệnh đề D sai. Chọn D.

Câu 9. Số ghế của các hàng lập thành cấp số cộng có $u_1 = 15$, $d = 3$. Số ghế hàng thứ 20 là $u_{20} = u_1 + 19d = 15 + 19 \cdot 3 = 72$. Chọn A.

Câu 10. Theo tính chất của hình lăng trụ, các mặt bên của hình lăng trụ đều là hình bình hành. Chọn C.

Câu 11. $\sin 2x = \cos x \Leftrightarrow 2 \sin x \cos x - \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos x (2 \sin x - 1) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0$ hoặc $\sin x = \frac{1}{2}$.

Trên đoạn $[0; \pi]$: $\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2}$; $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6}$ hoặc $x = \frac{5\pi}{6}$.

Tổng các nghiệm là $\frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{6} + \frac{5\pi}{6} = \frac{3\pi}{2}$. Chọn A.

Câu 12. Vì I, J lần lượt là trọng tâm các tam giác ABC, ABD nên $I \in AM, J \in AN$. Do đó mặt phẳng $(IJMN)$ chính là mặt phẳng (AMN) .

Trong tam giác BCD , MN là đường trung bình nên $MN \parallel CD$. Mà $MN \subset (IJMN)$ và $CD \not\subset (IJMN)$ nên $CD \parallel (IJMN)$. Chọn B.

PHẦN 2. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG – SAI.

Câu 1. Số tiền tiết kiệm mỗi ngày lập thành cấp số cộng có $u_1 = 10000$, $d = 2000$.

a) Đúng. Mỗi ngày tiết kiệm nhiều hơn ngày liền trước 2000 đồng nên đây là cấp số cộng với công sai $d = 2000$.

b) Sai. Ta có $u_{10} = u_1 + 9d = 10000 + 9.2000 = 28000$ (đồng), không phải 30000 đồng.

c) Đúng. Ta có $S_{15} = \frac{15(2u_1 + 14d)}{2} = \frac{15(20000 + 28000)}{2} = 360000$ (đồng).

d) Sai. Ta có $S_{35} = \frac{35(2u_1 + 34d)}{2} = \frac{35(20000 + 68000)}{2} = 1540000 < 2000000$ nên sau 35 ngày học sinh chưa đủ tiền mua xe đạp.

Câu 2.

a) Đúng. Trong tam giác SAB có $\frac{SM}{SA} = \frac{SN}{SB}$ nên $MN \parallel AB$ (định lý Thales đảo). Mà $AB \subset (ABC)$ và $MN \not\subset (ABC)$ nên $MN \parallel (ABC)$.

b) Đúng. Tương tự, $NP \parallel BC$. Mặt phẳng (MNP) chứa hai đường thẳng cắt nhau MN , NP lần lượt song song với AB , BC nằm trong (ABC) , nên $(MNP) \parallel (ABC)$.

c) Đúng. Từ $MN \parallel AB$, $NP \parallel BC$, $MP \parallel AC$ suy ra $MN = \frac{2}{3}AB = 4$, $NP = \frac{2}{3}BC = 4$,
 $MP = \frac{2}{3}AC = 4$ (đơn vị cm). Vậy tam giác MNP đều.

d) Sai. Qua M chỉ có một mặt phẳng song song với (ABC) , mà theo ý b) thì (MNP) qua M và song song với (ABC) , nên (α) trùng với (MNP) . Các đoạn giao tuyến của (α) với các mặt bên là MN , NP , PM , tạo thành tam giác đều MNP cạnh $4cm$.

Diện tích tam giác MNP là $\frac{4^2\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3} cm^2$, khác $\frac{9\sqrt{3}}{4} cm^2$.

PHẦN 3. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Ta có $u_4 = \frac{2.4+5}{4+1} = \frac{13}{5} = 2,6$. Đáp số: 2,6.

Câu 2. Theo hình vẽ, M là điểm tựa ở mép miệng bể, O là đầu thước chạm đáy bể và N là điểm trên thước nằm trên mặt nước. Ta có $NO = 3m$, $MN = 2m$, suy ra $MO = 5m$.

Ba mặt phẳng $(A'B'C'D')$ (miệng bể), $(IJKL)$ (mặt nước) và $(ABCD)$ (đáy bể) đôi một song song. Chúng cắt hai đường thẳng MO và AA' lần lượt tại M , N , O và A' , I , A .

Theo định lí Thales trong không gian: $\frac{AI}{AA'} = \frac{ON}{OM} = \frac{3}{5} \Rightarrow AI = \frac{3}{5} \cdot 4 = 2,4 (m)$.

Vậy mực nước còn lại trong bể là $2,4m$. Đáp số: $2,4$.

Câu 3. Gọi K là tâm của hình bình hành $ACC'A'$. Khi đó K là trung điểm của AC' và của $A'C$.

Trong tam giác $AA'C'$, $A'K$ là đường trung tuyến nên $G \in A'K$ và $A'G = \frac{2}{3} A'K$. Mà $A'K = \frac{1}{2} A'C$

nên $G \in A'C$ và $\frac{A'G}{A'C} = \frac{1}{3}$.

Trong mặt phẳng $(A'BC)$, qua G kẻ đường thẳng song song với BC , cắt $A'B$ tại T . Theo định lí

Thales: $\frac{A'T}{A'B} = \frac{A'G}{A'C} = \frac{1}{3}$.

Trong mặt phẳng $(ABB'A')$, qua T kẻ đường thẳng song song với AA' , cắt AB tại H . Theo định lí

Thales: $\frac{AH}{AB} = \frac{A'T}{A'B} = \frac{1}{3}$.

Mặt phẳng (GTH) có $GT \parallel BC$ và $TH \parallel AA' \parallel BB'$ nên $(GTH) \parallel (BCC'B')$, suy ra $GH \parallel (BCC'B')$.

Mặt phẳng qua G song song với $(BCC'B')$ là duy nhất nên điểm H thỏa mãn yêu cầu là duy nhất, với $AB = 3AH$. Vậy $x = 3$. Đáp số: 3 .

Câu 4. Hình thứ nhất có 1 ô. Từ hình thứ k chuyển sang hình thứ $k+1$, ta thêm một lớp mới gồm $6k$ ô (lớp thứ hai có 6 ô, lớp thứ ba có 12 ô, ...).

Do đó $f(n) = 1 + 6(1 + 2 + \dots + (n-1)) = 1 + 6 \cdot \frac{n(n-1)}{2} = 3n(n-1) + 1$.

Kiểm tra: $f(2) = 7$, $f(3) = 19$ (đúng với đề bài).

Vậy $f(30) = 3 \cdot 30 \cdot 29 + 1 = 2611$. Đáp số: 2611 .

PHẦN 4. TỰ LUẬN.

Câu 1.

$$\sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{3} = x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{3} = \pi - x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ 3x = \frac{13\pi}{12} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi \\ x = \frac{13\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases} (k \in \mathbb{Z}).$$

Vậy phương trình có nghiệm $x = \frac{7\pi}{12} + k2\pi$, $x = \frac{13\pi}{36} + \frac{k2\pi}{3}$ ($k \in \mathbb{Z}$).

Câu 2.

a) Vì $ABCD$ là hình bình hành tâm O nên O là trung điểm của AC .

Trong tam giác SAC , OM là đường trung bình nên $OM \parallel SC$.

Trong tam giác SAD , MN là đường trung bình nên $MN \parallel AD$, mà $AD \parallel BC$ nên $MN \parallel BC$.

Mặt phẳng (OMN) chứa hai đường thẳng cắt nhau OM và MN lần lượt song song với SC và BC nằm trong (SBC) . Vậy $(OMN) \parallel (SBC)$.

b) Trong tam giác ABC , OE là đường trung bình nên $OE \parallel BC$. Mà $MN \parallel BC$ nên $OE \parallel MN$. Do đó bốn điểm O, E, M, N cùng nằm trong một mặt phẳng, suy ra $E \in (OMN)$.

Mặt khác $F \in ON \subset (OMN)$, nên $EF \subset (OMN)$.

Theo câu a), $(OMN) \parallel (SBC)$, do đó $EF \parallel (SBC)$.

Câu 3.

a) Ta có $h(5) = 20 + 15 \sin\left(\frac{\pi}{10} \cdot 5 - \frac{\pi}{2}\right) = 20 + 15 \sin 0 = 20$. Vậy sau 5 phút cabin ở độ cao $20m$.

b) $h(t) = 27,5 \Leftrightarrow 15 \sin\left(\frac{\pi}{10}t - \frac{\pi}{2}\right) = 7,5 \Leftrightarrow \sin\left(\frac{\pi}{10}t - \frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{\pi}{10}t - \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ \frac{\pi}{10}t - \frac{\pi}{2} = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = \frac{20}{3} + 20k \\ t = \frac{40}{3} + 20k \end{cases} \quad (k \in \mathbb{Z}).$$

Với $0 \leq t \leq 20$, ta chỉ nhận $k = 0$, được $t = \frac{20}{3} \approx 6,67$ và $t = \frac{40}{3} \approx 13,33$.

Vậy cabin đạt độ cao $27,5m$ tại các thời điểm $t \approx 6,67$ phút và $t \approx 13,33$ phút.

----- HẾT -----

Lưu ý:

- + Đề thi được gõ lại từ ảnh chụp, không phải bản chính thức từ đơn vị ra đề.
- + Lời giải chi tiết do AI thực hiện, chỉ mang tính chất tham khảo, không thay thế đáp án chính thức.

[TOANMATH.com](https://toanmath.com)