

QUYỀN

01

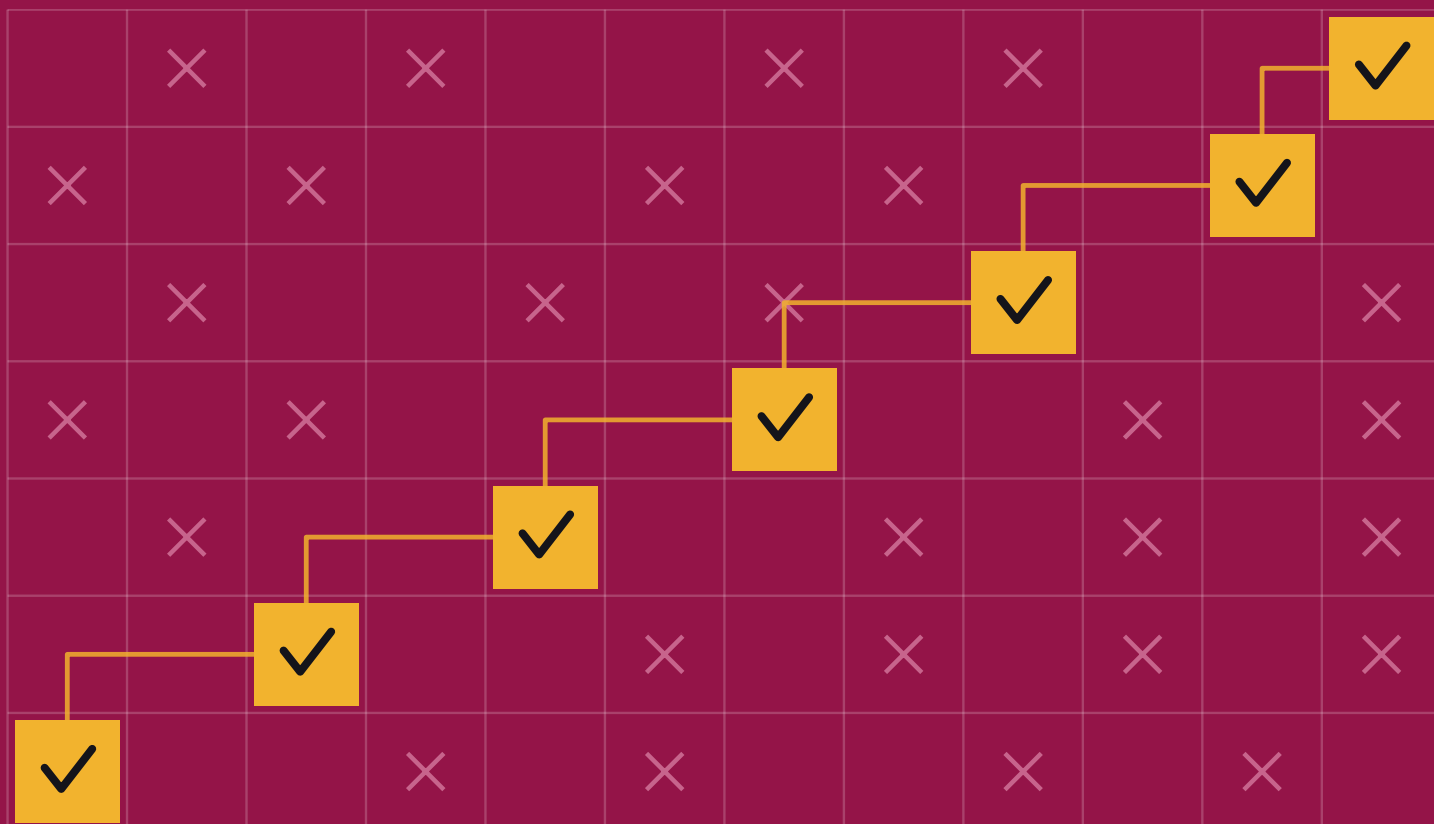
TƯ DUY LOGIC

MAI THÀNH LUÂN

KỸ SƯ THIẾT KẾ VI MẠCH • IC DESIGN ENGINEER



BẢN HỌC SINH



TRỌN BỘ HAI QUYỀN

01 TƯ DUY LOGIC

02 PHÂN TÍCH SỐ LIỆU

ZALO 0854070701

TIKTOK BAO ĐẬU BÁCH KHOA (IC DESIGN)



TƯ DUY LOGIC

Lời nói đầu

Tư duy logic là năng lực chuyển một tình huống mô tả bằng lời thành một cấu trúc hình thức, rồi rút ra kết luận chỉ bằng những gì cấu trúc ấy cho phép. Năng lực này không hình thành bằng cách học thuộc lời giải của từng bài riêng lẻ: mỗi tình huống mới lại có một bộ ràng buộc mới, nên thứ cần nắm là *cách dựng và khai thác cấu trúc*. Vì vậy quyển sách được tổ chức theo *dạng cấu trúc* chứ không theo *chủ đề kiến thức*, gồm bảy phần và hai mươi mốt chuyên đề.

Dành cho ai? Sách dành cho người học muốn rèn phần tư duy logic của các kì thi đánh giá năng lực, cùng giáo viên và phụ huynh cần một nguồn bài luyện có lời giải đầy đủ. Kiến thức tiên quyết chỉ ở mức toán phổ thông cơ sở, không đòi hỏi kiến thức nào của chương trình chuyên. Đây là tài liệu luyện tư duy, không phải sách giáo khoa chính thức.

Bảy phần. *Nền tảng mệnh đề* thiết lập bốn thao tác được dùng lại ở mọi chuyên đề về sau: kí hiệu hoá, lập phản đảo, nối chuỗi, ép buộc. *Sắp xếp và định vị* xử lí nhóm dạng bài chiếm tỉ trọng lớn nhất trong đề thi, với công cụ trung tâm là lưới loại trừ cùng dãy ô vị trí. *Phân nhóm và lựa chọn* thay việc liệt kê cấu hình bằng việc tìm bất biến. *Mạng lưới và chu kì* chuyển bài toán sang ngôn ngữ đỉnh–cạnh hoặc ngôn ngữ số dư. *Suy luận đơn lẻ* gom những dạng độc lập nhưng xuất hiện đều đặn qua các năm. *Toán tư duy định lượng* tách riêng ba chuyên đề cần công thức: đồng hồ, lịch và thời gian, tìm số. *Đề tự luyện tổng hợp* cung cấp hai đề trộn đủ các dạng đã học, kèm lời giải chi tiết cho từng câu.

Năm phụ lục cuối sách phục vụ tra cứu: bảng nhận dạng nhanh, quy ước đọc đề, bảng dãy số và chu kì thường gặp, bảng sai lầm thường gặp theo từng chuyên đề, và bảng đáp án toàn bộ.

Mỗi chuyên đề tuân theo cùng một trật tự trình bày: hộp lí thuyết nêu bất biến của dạng, ví dụ mẫu kèm lời giải phân tích từng bước, hệ thống bài luyện tăng dần độ khó, và các hộp ghi chú chỉ ra sai lầm thường gặp. Toàn bộ 307 mục hỏi đều có lời giải chi tiết; mọi đáp số đã được kiểm chứng bằng chương trình máy tính trước khi đưa vào bản in.

Dù đã qua nhiều vòng rà soát, một tài liệu ở quy mô này khó tránh khỏi thiếu sót. Mọi phát hiện về lỗi cũng như đề xuất cải thiện đều được trân trọng tiếp nhận qua số Zalo **0854070701** hoặc kênh TikTok **Bao Đậu Bách Khoa (IC Design)**, và sẽ được hiệu chỉnh trong những lần cập nhật sau.



TƯ DUY LOGIC

Mục lục

PHẦN 1 — NỀN TẢNG MỆNH ĐỀ 4

Chương 1. Mệnh đề và các phép logic 5

Chương 2. Suy luận và tam đoạn luận 15

Chương 3. Toán logic hình thức — chuỗi kéo theo 25

PHẦN 2 — SẮP XẾP VÀ ĐỊNH VỊ 39

Chương 4. Sắp xếp thứ tự và chuỗi so sánh 40

Chương 5. Sắp xếp tuyến tính 53

Chương 6. Bàn tròn và đa giác 68

Chương 7. Ma trận đa chiều và bảng ghép cặp 79

PHẦN 3 — PHÂN NHÓM VÀ LỰA CHỌN 95

Chương 8. Phân chia nhóm 96

Chương 9. Quyết định theo ràng buộc 114

PHẦN 4 — MẠNG LƯỚI VÀ CHU KÌ 127

Chương 10. Sơ đồ, mạng lưới và đồ thị 128

Chương 11. Trò chơi quy luật, dãy số và quy luật hình 147

PHẦN 5 — SUY LUẬN ĐƠN LẺ 164

Chương 12. Logic đúng – sai và ba trạng thái 165

Chương 13. Biểu đồ Venn và tập hợp 176

Chương 14. Quan hệ huyết thống 185

Chương 15. Phương hướng và khoảng cách 193

Chương 16. Hình khối 199

PHẦN 6 — TOÁN TƯ DUY ĐỊNH LƯỢNG 207

Chương 17. Bài toán đồng hồ 208

Chương 18. Lịch và thời gian 215

Chương 19. Tìm số, chia hết và toán đồ 222

PHẦN 7 — ĐỀ TỰ LUYỆN TỔNG HỢP 232

Chương 20. Đề tự luyện tổng hợp số 1 233

Chương 21. Đề tự luyện tổng hợp số 2 253

PHẦN 8 — PHỤ LỤC 273

PHẦN

1

NỀN TẢNG MỆNH ĐỀ

1

CHUYÊN ĐỀ

Mệnh đề và các phép logic

Mọi lập luận đều bắt đầu từ những câu khẳng định xác định được là đúng hay sai — đó là mệnh đề. Chương này thiết lập ngôn ngữ chung của cả quyển sách: cách nhận diện mệnh đề, năm phép logic cơ bản cùng bảng chân trị, và các quy tắc phủ định, đặc biệt là phủ định của mệnh đề chứa lượng từ. Kỹ thuật lập mệnh đề phản đảo dựng ở mục 3 sẽ trở thành một bước bắt buộc trong quy trình giải chuỗi kéo theo ở Chương 3, còn bảng chân trị vét cạn là công cụ kiểm chứng cho toàn bộ bảng luật tương đương ở Chương 2.

1. Mệnh đề và mệnh đề chứa biến

Mệnh đề

Mệnh đề là một câu khẳng định mà ta xác định được nó đúng hay sai. Mỗi mệnh đề nhận *đúng một* trong hai chân trị Đ hoặc S, không bao giờ nhận đồng thời cả hai.

Câu nghi vấn, câu mệnh lệnh và câu cảm thán không phải là mệnh đề, vì những câu ấy không mang chân trị.

Điểm phải nhấn mạnh. Một câu khẳng định *sai* vẫn là một mệnh đề. «Đúng hay sai» là chân trị của mệnh đề, không phải tiêu chí để loại một câu ra khỏi khái niệm mệnh đề.

Mệnh đề chứa biến

Câu $P(x)$ phụ thuộc vào biến x chưa được gán giá trị thì chưa phải là mệnh đề. Nó trở thành mệnh đề trong hai trường hợp: khi biến được gán một giá trị cụ thể thuộc miền đã nêu, hoặc khi câu được gán thêm một lượng từ («mọi», «tồn tại»).

Tiêu chí chính. Câu còn chứa biến *chưa được gán và chưa được lượng hoá* thì chưa phải là mệnh đề — đây mới là tiêu chí, và nó áp dụng được cho mọi trường hợp.

Kỹ thuật hai chứng nhân. Để *chứng minh nhanh* rằng chân trị phụ thuộc vào biến, chỉ ra hai *chứng nhân*: một giá trị của biến làm câu trở thành khẳng định đúng và một giá trị khác làm câu trở thành khẳng định sai. Kỹ thuật này được dùng lại nhiều lần trong chương. Cần nhớ nó là *điều kiện đủ, không phải điều kiện cần*: câu $x^2 \geq 0$ trên $\mathbb{R}$ vẫn còn biến tự do nên vẫn chưa phải mệnh đề, dù không tìm được chứng nhân thứ hai vì câu đúng với mọi x . Không tìm được hai chứng nhân thì quay về tiêu chí chính, đừng vội kết luận câu là mệnh đề.

Ghi chú. Hai lỗi nhận diện thường gặp: một là gạt một câu ra khỏi tập mệnh đề chỉ vì nội dung của nó sai; hai là coi câu nghi vấn có nội dung toán học («Số 17 có phải là số nguyên tố không?») là mệnh đề vì «câu ấy trả lời được». Tiêu chí duy nhất gồm hai vế: câu phải có hình thức khẳng định, và chân trị của nó phải xác định.

2. Phủ định, hội, tuyển và bảng chân trị

Diễn đạt trong đề	Kí hiệu hoá	Quy tắc chân trị
«không phải P », « P là sai»	$\neg P$	ngược chân trị với P
« P và Q », «cả P lẫn Q »	$P \wedge Q$	đúng khi và chỉ khi cả hai vế đúng
« P hoặc Q »	$P \vee Q$	sai khi và chỉ khi cả hai vế sai
« P khi và chỉ khi Q », « P tương đương Q »	$P \Leftrightarrow Q$	đúng khi hai vế cùng chân trị

P	Q	$\neg P$	$P \wedge Q$	$P \vee Q$	$P \Rightarrow Q$	$P \Leftrightarrow Q$
Đ	Đ	S	Đ	Đ	Đ	Đ
Đ	S	S	S	Đ	S	S
S	Đ	Đ	S	Đ	Đ	S
S	S	Đ	S	S	Đ	Đ

Ô được tô đậm nằm ở dòng duy nhất làm mệnh đề kéo theo nhận chân trị sai.

Ghi chú. Không phải mọi chữ «và» đều là phép hội. Câu «Số 12 và số 18 đều chia hết cho 6» thực sự ghép hai mệnh đề độc lập nên là một hội logic; còn «Tập A gồm các số 3 và 5» chỉ liệt kê phần tử, không tạo ra phép logic nào. Trước khi tính chân trị phải kiểm tra xem câu có thật sự ghép từ hai mệnh đề hay không.

Luật De Morgan.

$$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q, \quad \neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q.$$

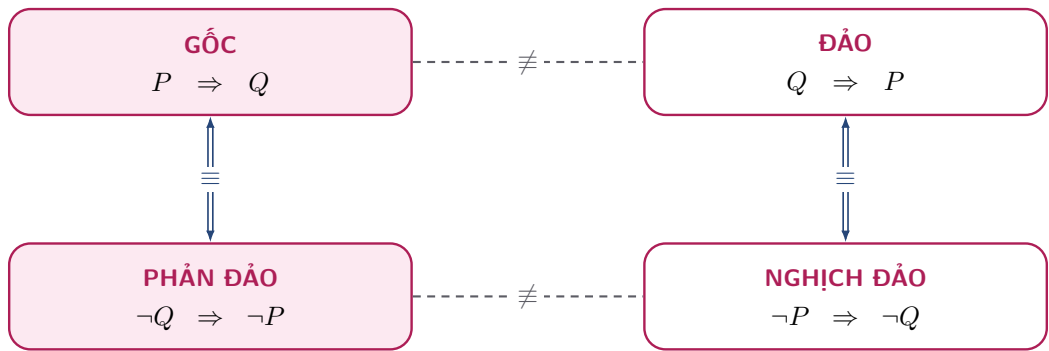
Phát biểu bằng lời: khi phủ định một mệnh đề ghép, «và» đổi thành «hoặc», «hoặc» đổi thành «và», đồng thời mỗi vế đều bị phủ định.

3. Kéo theo và các mệnh đề liên quan

Mệnh đề kéo theo

Mệnh đề $P \Rightarrow Q$ chỉ sai ở một dòng duy nhất của bảng chân trị: dòng P đúng và Q sai. Hệ quả quan trọng: nếu P sai thì $P \Rightarrow Q$ luôn đúng, bất kể chân trị của Q . Hai vế được gọi tên như sau: P là **giả thiết**, Q là **kết luận** của mệnh đề kéo theo. Cả quyển dùng thống nhất hai tên này.
Ngôn ngữ điều kiện: với $P \Rightarrow Q$, ta nói « P là điều kiện đủ để có Q » và « Q là điều kiện cần để có P ». Đọc ngược hai chữ cần và đủ chính là đổi chiều mũi tên, nên đây là chỗ phải đọc thật chậm.

Tên gọi	Dạng	Quan hệ với mệnh đề gốc
mệnh đề gốc	$P \Rightarrow Q$	—
mệnh đề đảo	$Q \Rightarrow P$	không tương đương gốc
mệnh đề nghịch đảo	$\neg P \Rightarrow \neg Q$	không tương đương gốc
mệnh đề phản đảo	$\neg Q \Rightarrow \neg P$	tương đương gốc



Chỉ hai cặp theo chiều dọc là tương đương; mọi cặp theo chiều ngang thì không.

Phủ định của mệnh đề kéo theo.

$$\neg(P \Rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q.$$

Phủ định của một mệnh đề kéo theo *không* phải là một mệnh đề kéo theo, mà là một mệnh đề hội: giả thiết vẫn xảy ra còn kết luận thì không.

Ghi chú. Sai lầm số một của chương là thay mệnh đề gốc bằng mệnh đề *đảo* rồi tưởng rằng đã lập luận trên một mệnh đề tương đương. Muốn giữ nguyên chân trị, phải lập mệnh đề *phản đảo*: đổi chỗ hai vế và phủ định cả hai. Thao tác này về sau mang nhãn

Lập phản đảo. trong quy trình năm bước ở Chương 3.

4. Lượng từ và phủ định lượng từ

Mệnh đề	Đọc là	Cách khẳng định hoặc bác bỏ
$\forall x \in X, P(x)$	«mọi», «với mọi», «tất cả»	bác bỏ chỉ cần <i>một phản ví dụ</i>
$\exists x \in X, P(x)$	«tồn tại», «có ít nhất một»	khẳng định chỉ cần <i>một chứng nhân</i>
$\neg(\forall x, P(x)) \equiv \exists x, \neg P(x)$ và $\neg(\exists x, P(x)) \equiv \forall x, \neg P(x)$ đổi lượng từ và phủ định vị từ		

Hệ quả dùng nhiều nhất.

$$\neg(\forall x, P(x) \Rightarrow Q(x)) \equiv \exists x, P(x) \wedge \neg Q(x).$$

Đọc bằng lời: phủ định của «mọi vật có tính chất P đều có tính chất Q » là «tồn tại một vật có tính chất P mà không có tính chất Q ».

Ghi chú. Ba lỗi phủ định lượng từ, xếp theo mức độ khó phát hiện:

- (1) đổi lượng từ nhưng quên phủ định vị từ;
- (2) phủ định vị từ nhưng giữ nguyên lượng từ;
- (3) tình vi nhất — chọn một mệnh đề ngược chân trị với mệnh đề gốc *trên miền số đang xét* rồi kết luận đó là phủ định. Phủ định phải đổi chân trị với mệnh đề gốc *trong cùng một miền và cùng một cách diễn giải các kí hiệu*, và phải đối như thế với mọi cách gán giá trị của miền ấy — chứ không chỉ tình cờ đối ở vài giá trị. Hai mệnh đề đối chân trị trên một miền cụ thể vẫn có thể thôi đối khi đổi miền, nên đó chưa phải căn cứ. Lỗi này được phân tích kĩ ở Bài 1.6.

5. Ví dụ mẫu

Ví dụ 1.1. Câu nào sau đây *không* phải là mệnh đề?

- A.** Số 91 là số nguyên tố. **B.** $x - 3 > 7$, với x là số nguyên. **C.** Một tuần lễ có bảy ngày. **D.** Số 128 chia hết cho 8.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 1.2. Cho ba mệnh đề về số 45: P : «45 chia hết cho 5»; Q : «45 chia hết cho 9»; R : «45 là số chẵn». Mệnh đề ghép nào sau đây là mệnh đề *sai*?

- A.** «45 chia hết cho 5 và 45 chia hết cho 9» ($P \wedge Q$) **B.** «45 là số chẵn hoặc 45 chia hết cho 9» ($R \vee Q$)
- C.** «45 không phải là số chẵn» ($\neg R$) **D.** «45 chia hết cho 5 và 45 là số chẵn» ($P \wedge R$)

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 1.3. Cho mệnh đề M : «Nếu một số tự nhiên chia hết cho 18 thì số đó chia hết cho 6». Mệnh đề nào sau đây *tương đương* với M ?

- A.** «Nếu một số tự nhiên chia hết cho 6 thì số đó chia hết cho 18.» **B.** «Nếu một số tự nhiên không chia hết cho 18 thì số đó không chia hết cho 6.»
- C.** «Nếu một số tự nhiên không chia hết cho 6 thì số đó không chia hết cho 18.» **D.** «Một số tự nhiên chia hết cho 18 khi và chỉ khi số đó chia hết cho 6.»

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 1.4. Cho mệnh đề M : «Mọi số nguyên tố đều là số lẻ». Khẳng định nào sau đây nêu *đúng* mệnh đề phủ định của M kèm chân trị của mệnh đề phủ định đó?

- A.** Phủ định của M là «Tồn tại một số nguyên tố là số chẵn»; mệnh đề phủ định này đúng. **B.** Phủ định của M là «Mọi số nguyên tố đều là số chẵn»; mệnh đề phủ định này sai.
- C.** Phủ định của M là «Mọi số nguyên tố đều không phải là số chẵn»; mệnh đề phủ định này đúng. **D.** Phủ định của M là «Tồn tại một số nguyên tố là số lẻ»; mệnh đề phủ định này đúng.

Lời giải:

.....

.....

.....

6. Bài luyện

Bài 1.1. Cho bốn câu sau:
(i) «Số 2025 là số chính phương.» (ii) «Hãy giữ trật tự trong phòng đọc!»
(iii) «Số 51 là số nguyên tố.» (iv) «Số 17 có phải là số nguyên tố không?»
Trong bốn câu trên, có bao nhiêu câu là mệnh đề?

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Lời giải:

Bài 1.2. Xét mệnh đề chứa biến $P(x)$: « x chia hết cho 4 và x chia hết cho 6», với x là số tự nhiên thoả mãn $1 \leq x \leq 60$. Có bao nhiêu giá trị của x làm cho $P(x)$ là mệnh đề đúng?

- A. 5
- B. 2
- C. 10
- D. 15

Lời giải:

Bài 1.3. Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề *sai*?

- A. «Nếu 12 chia hết cho 4 thì 12 chia hết cho 2.»
- B. «Nếu 15 chia hết cho 6 thì 15 chia hết cho 3.»
- C. «Nếu 18 chia hết cho 9 thì 18 chia hết cho 4.»
- D. «Nếu 10 chia hết cho 7 thì 10 là số chẵn.»

Lời giải:

Bài 1.4. Cho hai mệnh đề chứa biến trên tập số tự nhiên: $P(n)$: « n chia hết cho 10» và $Q(n)$: « n chia hết cho 5». Cách phát biểu nào sau đây đúng với mọi số tự nhiên n ?

- A.** « n chia hết cho 5 là điều kiện đủ để n chia hết cho 10.»
- B.** « n chia hết cho 10 khi và chỉ khi n chia hết cho 5.»
- C.** « n chia hết cho 10 là điều kiện cần để n chia hết cho 5.»
- D.** « n chia hết cho 5 là điều kiện cần để n chia hết cho 10.»

Lời giải:

Bài 1.5. Cho a là một số tự nhiên và mệnh đề M : « a chia hết cho 2 hoặc a chia hết cho 5». Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề phủ định của M ?

- A.** « a không chia hết cho 2 và a không chia hết cho 5.»
- B.** « a không chia hết cho 2 hoặc a không chia hết cho 5.»
- C.** «Nếu a không chia hết cho 2 thì a chia hết cho 5.»
- D.** « a chia hết cho 2 và a chia hết cho 5.»

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Bài 1.6. Cho mệnh đề M : «Mọi số tự nhiên chia hết cho 12 đều chia hết cho 8». Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề phủ định của M ?

- A.** «Mọi số tự nhiên chia hết cho 12 đều không chia hết cho 8.»

C. «Nếu một số tự nhiên không chia hết cho 12 thì số đó không chia hết cho 8.»
- B.** «Tồn tại một số tự nhiên không chia hết cho 12 nhưng chia hết cho 8.»

D. «Tồn tại một số tự nhiên chia hết cho 12 nhưng không chia hết cho 8.»

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 1.7. Xét tính đúng, sai của từng khẳng định sau.

- a) Câu « $x + 7 = 15$ » là một mệnh đề.
- b) Mệnh đề «36 chia hết cho 4 và 36 chia hết cho 6» là mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề «87 là số nguyên tố hoặc 89 là số nguyên tố» là mệnh đề sai.
- d) Mệnh đề phủ định của mệnh đề «2026 là số chẵn» là mệnh đề «2026 là số lẻ».

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 1.8. Cho tập hợp $E = \{1; 2; 3; \dots; 30\}$. Xét tính đúng, sai của từng khẳng định sau.

- a) Mệnh đề «Mọi số thuộc E chia hết cho 6 đều chia hết cho 3» là mệnh đề đúng.
- b) Mệnh đề «Tồn tại một số thuộc E vừa là số chính phương vừa là số nguyên tố» là mệnh đề đúng.
- c) Mệnh đề đảo của mệnh đề nêu ở ý a) là mệnh đề đúng.
- d) Có đúng một số thuộc E chia hết cho cả 4 và 10.

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bảng đáp án

Ví dụ	1.1	1.2	1.3	1.4
Đáp án	B	D	C	A

Bài	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6
Đáp án	B	A	C	D	A	D

Bài (Đúng/Sai)	1.7	1.8
Đáp án	a) S · b) Đ · c) S · d) Đ	a) Đ · b) S · c) S · d) Đ

2

CHUYÊN ĐỀ

Suy luận và tam đoạn luận

Chương 1 dừng ở việc xác định một mệnh đề đúng hay sai và biến đổi mệnh đề bằng bảng chân trị. Chương này dùng chính bảng chân trị đó cho một việc khác: đi từ một nhóm mệnh đề đã cho — các tiền đề — tới một mệnh đề mới sao cho bước đi không bao giờ hỏng. Bộ công cụ gồm bảng tra mười hai luật tương đương và năm quy tắc suy diễn kinh điển; hai luật De Morgan cùng phép khử kéo theo của Chương 1 được dùng lại liên tục ở đây.

1. Luật tương đương và quy tắc suy diễn

Suy luận và tính hợp lệ

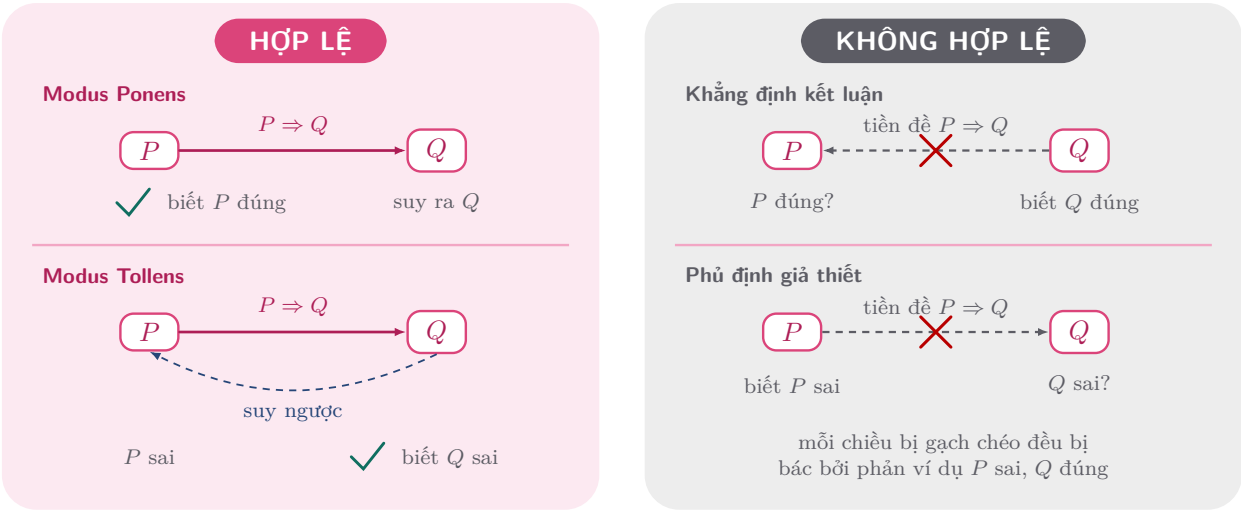
Một **suy luận** gồm các *tiền đề* $P_1, P_2, \dots, P_k$ và một *kết luận* Q . Suy luận được gọi là **hợp lệ** khi mệnh đề $(P_1 \wedge P_2 \wedge \dots \wedge P_k) \Rightarrow Q$ là **hằng đúng**, nghĩa là không có cách gán giá trị nào làm mọi tiền đề cùng đúng mà kết luận sai. Hợp lệ là tính chất của *hình thức*, không phải của *nội dung*: một suy luận hợp lệ vẫn có thể có kết luận sai nếu tiền đề sai; ngược lại, một kết luận đúng một cách tình cờ không làm cho suy luận trở nên hợp lệ. Muốn **bác bỏ** tính hợp lệ chỉ cần một **phản ví dụ**: một cách gán giá trị làm mọi tiền đề đúng còn kết luận sai.

Tên luật	Dạng 1	Dạng 2
1. Đồng nhất	$P \wedge \mathbb{D} \equiv P$	$P \vee S \equiv P$
2. Thống trị	$P \vee \mathbb{D} \equiv \mathbb{D}$	$P \wedge S \equiv S$
3. Lũy đẳng	$P \vee P \equiv P$	$P \wedge P \equiv P$
4. Phủ định kép	$\neg(\neg P) \equiv P$	—
5. Giao hoán	$P \vee Q \equiv Q \vee P$	$P \wedge Q \equiv Q \wedge P$
6. Kết hợp	$(P \vee Q) \vee R \equiv P \vee (Q \vee R)$	$(P \wedge Q) \wedge R \equiv P \wedge (Q \wedge R)$
7. Phân phối	$P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$	$P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
8. De Morgan	$\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$	$\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$
9. Hấp thụ	$P \vee (P \wedge Q) \equiv P$	$P \wedge (P \vee Q) \equiv P$
10. Bù	$P \vee \neg P \equiv \mathbb{D}$	$P \wedge \neg P \equiv S$
11. Khử kéo theo	$P \Rightarrow Q \equiv \neg P \vee Q$	—
(sách gọi: luật trung hoà)		
12. Rút gọn (sách gọi: luật nuốt)	$P \vee (\neg P \wedge Q) \equiv P \vee Q$	$P \wedge (\neg P \vee Q) \equiv P \wedge Q$

Ghi chú. Tên gọi của các luật chưa được thống nhất giữa các tài liệu phổ thông. Trong sách này, *công thức mới là căn cứ*; phần in nghiêng trong ngoặc là tên riêng mà sách dùng cho gọn khi nhắc lại ở các chương sau. Khi trình bày lời giải cho người khác đọc, nên viết thẳng công thức hoặc gọi theo tên chuẩn đứng trước ngoặc.

Ghi chú. Luật 11 là cầu nối giữa hai thế giới: mọi mệnh đề kéo theo đều viết lại được thành mệnh đề tuyển, nhờ đó luật De Morgan và luật phân phối áp dụng được cho cả các điều kiện «nếu ... thì». Kết hợp luật 11 với luật 8 cho ngay $\neg(P \Rightarrow Q) \equiv P \wedge \neg Q$ đã học ở Chương 1.

Tên quy tắc	Tiền đề	Suy ra
Modus Ponens (khẳng định giả thiết)	$P \Rightarrow Q ; P$	Q
Modus Tollens (phủ định kết luận)	$P \Rightarrow Q ; \neg Q$	$\neg P$
Quy tắc bắc cầu (<i>tam đoạn luận bắc cầu</i>)	$P \Rightarrow Q ; Q \Rightarrow R$	$P \Rightarrow R$
Tam đoạn luận rời (<i>quy tắc loại trừ</i>)	$P \vee Q ; \neg P$	Q
Luật phân giải	$P \vee Q ; \neg Q \vee R$	$P \vee R$



Bảng chân trị cho thấy suy luận «khẳng định kết luận» không hợp lệ: chỉ cần tìm một dòng mà cả hai tiền đề $P \Rightarrow Q$ và Q đều đúng nhưng P lại sai.

Hằng đúng

Mệnh đề **hằng đúng** là mệnh đề nhận giá trị đúng với mọi cách gán giá trị cho các mệnh đề thành phần. Có hai cách kiểm: lập bảng chân trị đủ 2^n dòng, hoặc biến đổi mệnh đề về dạng chứa $P \vee \neg P$ rồi dùng luật bù và luật thống trị.

Một phát biểu chỉ *đang đúng trong tình huống hiện tại* thì chưa phải là hằng đúng. Muốn bác bỏ chỉ cần chỉ ra một dòng bảng chân trị làm nó sai.

Quy trình đọc một câu chuyện suy luận

Áp dụng cho đề cho một nhóm sự việc nối nhau bằng «nếu ... thì», «hoặc», «không».

Kí hiệu hoá

đặt một chữ cái cho mỗi sự việc, viết lại từng câu của đề thành mệnh đề theo các chữ cái ấy

Nối chuỗi

dùng năm quy tắc suy diễn, ưu tiên bắt đầu từ tiền đề là một khẳng định hoặc phủ định đơn lẻ — tiền đề dạng $\neg Q$ thường mở khoá ngay Modus Tollens

Kết luận

phân biệt «chắc chắn đúng» (đúng ở mọi tình huống thoả tiền đề) với «có thể đúng» (đúng ở ít nhất một) — phương án chỉ «có thể đúng» vẫn là phương án sai của câu hỏi «chắc chắn đúng»

Nhóm mệnh đề nhất quán

Một nhóm mệnh đề gọi là **nhất quán** nếu tồn tại ít nhất một cách gán giá trị làm mọi mệnh đề trong nhóm cùng đúng; ngược lại nhóm là **không nhất quán**, tức mâu thuẫn.

Muốn chứng minh nhóm nhất quán: chỉ ra một cách gán giá trị cụ thể và kiểm lại từng mệnh đề. Muốn chứng minh nhóm không nhất quán: giả sử cả nhóm cùng đúng rồi suy ra một mệnh đề vừa phải đúng vừa phải sai.

Ghi chú. Cho hai dữ kiện: «Nếu lò nung đang hoạt động thì ống khói toả khói» và «Ống khói không toả khói».

Giả sử. Lò nung vẫn đang hoạt động.

Tìm mâu thuẫn. Khi đó Modus Ponens cho «ống khói toả khói», trái với dữ kiện thứ hai.

Kết luận. Điều giả sử sai, vậy lò nung không hoạt động — đúng bằng kết quả của Modus Tollens.

Kỹ thuật giả sử rồi tìm mâu thuẫn được dạy đầy đủ ở Chương 12 «Logic đúng — sai và ba trạng thái»; ở đây chỉ dùng nó như một lối trình bày thứ hai của Modus Tollens.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 2.1. Tại một tiệm bánh mì, quản lí ghi nhận quy tắc: «Nếu lò ủ bột hoạt động bình thường thì mẻ bột buổi sáng nở đạt.» Sáng nay mẻ bột không nở đạt, do đó quản lí kết luận rằng lò ủ bột đã hoạt động không bình thường. Suy luận trên sử dụng quy tắc nào sau đây?

- A. Modus Ponens
- B. Tam đoạn luận bắc cầu
- C. Modus Tollens
- D. Tam đoạn luận rời rạc

Lời giải:

Ví dụ 2.2. Trong buổi sinh hoạt của câu lạc bộ rô-bốt, thư kí ghi lại bốn dữ kiện chắc chắn đúng: (1) nếu cảm biến mới về kịp thì Khang lắp xong tay gấp; (2) nếu Khang lắp xong tay gấp thì Liên chạy thử bài dò đường; (3) Liên không chạy thử bài dò đường; (4) Mộc quay clip giới thiệu đội, hoặc Liên chạy thử bài dò đường. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Khang lắp xong tay gấp
- B. Cảm biến mới không về kịp
- C. Mộc không quay clip giới thiệu đội
- D. Nếu Mộc quay clip giới thiệu đội thì cảm biến mới về kịp

Lời giải:

Ví dụ 2.3. Tại một xưởng gốm, kí hiệu P : «máy nghiền men đang hoạt động» và Q : «đèn báo trên tủ điện đang sáng». Phát biểu nào sau đây luôn đúng, bất kể thực tế ở xưởng ra sao?

- A.** Nếu máy nghiền men đang hoạt động thì máy nghiền men đang hoạt động hoặc đèn báo trên tủ điện đang sáng

C. Nếu máy nghiền men đang hoạt động thì máy nghiền men đang hoạt động và đèn báo trên tủ điện đang sáng
- B.** Nếu máy nghiền men đang hoạt động hoặc đèn báo trên tủ điện đang sáng thì máy nghiền men đang hoạt động

D. Máy nghiền men đang hoạt động, hoặc đèn báo trên tủ điện đang sáng

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 2.1. Bản phân công của một vườn thú mini ghi: «Chiều nay đàn dê lùn được thả ở bãi cỏ hoặc ở sân sỏi.» Do bãi cỏ đang đóng để trồng lại cỏ nên đàn dê lùn không được thả ở bãi cỏ. Nhân viên trực kết luận: chiều nay đàn dê lùn được thả ở sân sỏi. Suy luận trên sử dụng quy tắc nào sau đây?

A. Modus Ponens

B. Luật phân giải

C. Modus Tollens

D. Tam đoạn luận rời

Lời giải:

Bài 2.2. Suy luận nào sau đây không hợp lệ?

- A. Nếu bột ủ đủ giờ thì bánh nở đều. Bột ủ đủ giờ. Vậy bánh nở đều.

C. Nếu men còn hạn thì bột dậy mùi thơm. Bột không dậy mùi thơm. Vậy men không còn hạn.
- B. Nếu lò đạt nhiệt thì vỏ bánh giòn. Vỏ bánh giòn. Vậy lò đạt nhiệt.

D. Nếu tiệm mở sớm thì có bánh nóng. Nếu có bánh nóng thì khách ghé đông. Vậy nếu tiệm mở sớm thì khách ghé đông.

Lời giải:

Bài 2.3. Mỗi ngày, một xưởng gốm hoặc nghỉ, hoặc mở cửa (không có khả năng thứ ba). Xét phát biểu S : «Không có chuyện: hôm nay xưởng gốm nghỉ, hoặc xưởng mở cửa mà không nhận đơn đặt hàng mới.» Phát biểu S tương đương với phát biểu nào sau đây?

- A.** Xưởng mở cửa nhưng không nhận đơn đặt hàng mới.
- B.** Xưởng mở cửa hoặc nhận đơn đặt hàng mới.
- C.** Nếu xưởng mở cửa thì xưởng nhận đơn đặt hàng mới.
- D.** Xưởng mở cửa và nhận đơn đặt hàng mới.

Lời giải:

Bài 2.4. Lịch chăm sóc buổi sáng của một vườn thú mini thoả ba dữ kiện: (1) nếu Nhi trực khu chim thì Toàn chuẩn bị thức ăn cho khu thú nhỏ; (2) Toàn chuẩn bị thức ăn cho khu thú nhỏ, hoặc Sương vệ sinh hồ rùa (ít nhất một trong hai việc được thực hiện); (3) Sương không vệ sinh hồ rùa. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Toàn chuẩn bị thức ăn cho khu thú nhỏ
- B.** Nhi trực khu chim
- C.** Nhi không trực khu chim
- D.** Nếu Toàn chuẩn bị thức ăn cho khu thú nhỏ thì Nhi trực khu chim

Lời giải:

Bài 2.5. Bạn chỉ đạo câu lạc bộ rô-bốt công bố bốn dữ kiện cho tuần này: (1) Khang viết chương trình chạy tự động, hoặc Liên viết chương trình điều khiển tay; (2) nếu Liên viết chương trình điều khiển tay thì Mộc thiết kế lại khung xe; (3) Mộc không thiết kế lại khung xe; (4) nếu Khang viết chương trình chạy tự động thì Quyên soạn tài liệu kĩ thuật. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Quyên soạn tài liệu kĩ thuật nhưng Khang không viết chương trình chạy tự động
- B.** Liên viết chương trình điều khiển tay hoặc Quyên không soạn tài liệu kĩ thuật
- C.** Khang viết chương trình chạy tự động và Quyên soạn tài liệu kĩ thuật
- D.** Nếu Quyên soạn tài liệu kĩ thuật thì Liên viết chương trình điều khiển tay

Lời giải:

Bài 2.6. Về hoạt động hôm nay của một tiệm bánh mì, xét bốn phát biểu: (i) hôm nay tiệm bán bánh sừng bò hoặc bán bánh mì bơ tỏi; (ii) nếu hôm nay tiệm bán bánh mì bơ tỏi thì quầy mở từ sáu giờ; (iii) quầy không mở từ sáu giờ và hôm nay tiệm không bán bánh sừng bò; (iv) nếu hôm nay tiệm bán bánh sừng bò thì quầy mở từ sáu giờ. Nhóm ba phát biểu nào sau đây **không thể cùng đúng**?

- A.** (i), (ii), (iv) **B.** (i), (ii), (iii) **C.** (ii), (iii), (iv) **D.** (i), (iii), (iv)

- Phát không dẫn đoàn khách tham quan khu bò sát.
- Nhà kính bướm mở cửa buổi chiều hoặc Phát dẫn đoàn khách tham quan khu bò sát.
- Sương hướng dẫn buổi cho chim ăn.
- Nếu Sương hướng dẫn buổi cho chim ăn thì nhà kính bướm mở cửa buổi chiều.

Bảng đáp án

Bài	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6
Đáp án	D	B	D	A	C	B

Bài (dạng Đúng/Sai)	2.7
Đáp án	a) Đ · b) S · c) Đ · d) S

3

CHUYÊN ĐỀ

Toán logic hình thức — chuỗi kéo theo

Chương 1 và Chương 2 làm việc với từng mệnh đề kéo theo riêng lẻ; đề thi thật hiếm khi dừng lại ở đó — bốn, năm quy tắc «nếu...thì», «chỉ khi», «trừ khi» đan vào nhau quanh một hệ van, một dàn đèn hay một danh sách tuyển chọn. Chương này gom toàn bộ cách đọc các quy tắc ấy vào một hợp đồng đọc dùng chung cho cả cuốn sách, rồi luyện kĩ thuật nối chúng thành chuỗi dài để rút ra những kết luận bị ép buộc.

1. Quy ước đọc đề và quy trình 5 bước

Quy ước đọc đề — bảng kí hiệu

Kí hiệu	Nghĩa
$A \Rightarrow B$	có A thì buộc có B (kéo theo)
$\overline{A}$	phủ định của A (không A)
$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$	mệnh đề phản đảo — <i>luôn</i> tương đương $A \Rightarrow B$
$A < B$	A đứng trước B (dùng từ Chương 4 trở đi)

Diễn đạt trong đề

Kí hiệu hoá

«nếu A thì B » · «bất cứ khi nào A, B » ·	$A \Rightarrow B$
«hễ A là B »	
« A chỉ khi B » — về sau «chỉ khi» là điều kiện cần	$A \Rightarrow B$
« B ... nếu A » — về sau «nếu» là điều kiện đủ, chiều ngược dòng trên	$A \Rightarrow B$
«không B trừ khi A »	$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$, tức $B \Rightarrow A$
« A là điều kiện đủ để B » / « A là điều kiện cần để B »	$A \Rightarrow B$ / $B \Rightarrow A$

Quy ước đọc đề — bốn kiểu câu hỏi

Kiểu 1 — trạng thái hoặc danh sách nào hợp lệ. Thử trực tiếp từng phương án với từng quy tắc; tìm được *một* vi phạm là loại ngay phương án đó, không cần kiểm tiếp.

Kiểu 2 — khẳng định nào chắc chắn đúng. Khẳng định phải đúng ở *mọi* trạng thái hợp lệ. Cần phân biệt với «có thể đúng» — chỉ cần đúng ở *ít nhất một* trạng thái; muốn bác một phương án loại này chỉ việc chỉ ra một trạng thái hợp lệ làm nó sai.

Kiểu 3 — giả thiết bổ sung «nếu...thì...». Ghép dữ kiện riêng của câu hỏi vào hệ quy

tắc chung rồi chạy chuỗi trên hệ mở rộng ấy; kết luận thu được chỉ có giá trị trong phạm vi câu hỏi đó.

Kiểu 4 — đếm cấu hình hoặc lập danh sách đầy đủ. Tách hệ thành các nhóm biến độc lập, đếm riêng từng nhóm rồi nhân các kết quả. *Phép nhân này chỉ đúng khi các nhóm thật sự rời nhau*: không một quy tắc nào của đề nối một biến của nhóm này với một biến của nhóm kia. Nếu còn dù chỉ một mắt xích bắc qua thì hai nhóm không độc lập — khi ấy phải chia trường hợp theo biến nối, hoặc vét cạn cả hệ, chứ không được nhân.

Quy trình 5 bước

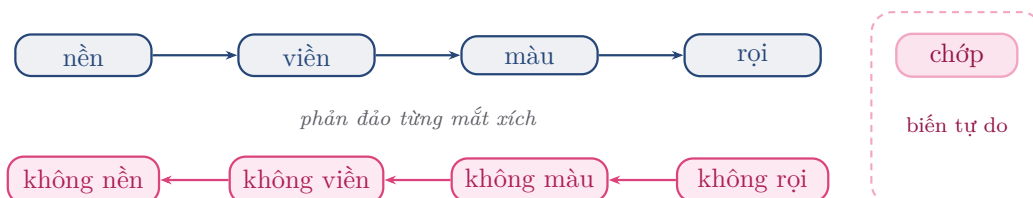
Bước 1 — Nhận dạng. Đọc lướt để xác định dạng bài và ý hỏi thật sự *trước*, sau đó mới đọc quét từng dữ kiện. Cách đọc hai lượt này giữ cho lời giải luôn hướng về câu hỏi thay vì so phương án ngay từ đầu.

Bước 2 — Kí hiệu hoá. Dịch từng quy tắc theo bảng dịch ngôn ngữ, đặc biệt cẩn thận với «chỉ khi» và «trừ khi» — hai từ nối dễ bị đảo chiều nhất.

Bước 3 — Lập phản đảo. Viết mệnh đề phản đảo $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ của *từng* quy tắc $A \Rightarrow B$. Tuyệt đối không dùng mệnh đề đảo $B \Rightarrow A$ hay mệnh đề nghịch đảo $\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$: cả hai đều không tương đương quy tắc gốc.

Bước 4 — Nối chuỗi và dựng sơ đồ. Nối các mệnh đề có chung biến thành chuỗi thuận, rồi nối các phản đảo thành chuỗi đảo; vẽ hai chuỗi ấy thành hai hàng mũi tên ngược chiều nhau.

Bước 5 — Suy luận ép buộc. Từ giả thiết của câu hỏi, chạy dọc chuỗi để tìm những biến bị ép trạng thái, đồng thời đánh dấu các biến *tự do* — biến mà không quy tắc nào chạm tới, hoặc chỉ nằm ở phía sau một quy tắc chưa được kích hoạt.



Chuỗi thuận và chuỗi đảo của hệ ba quy tắc dàn đèn ở Ví dụ 3.2; đèn chớp không nằm trong quy tắc nào nên đứng riêng.

Ghi chú. Ba lỗi có tên cần thuộc. **Lỗi mệnh đề đảo:** từ $A \Rightarrow B$ và biết có B mà kết luận có A . **Lỗi nghịch đảo:** từ $A \Rightarrow B$ và biết không A mà kết luận không B . **Lỗi biến tự do:** gán trạng thái cho một biến mà không quy tắc nào chạm tới. Cả ba đều là nguồn phương án gây nhiễu quen thuộc của đề thật.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 3.1. Trạm bơm của một khu vườn có năm van tưới: van khu rau, van khu hoa, van vườn ươm, van nhà lưới và van khu cây giống; mỗi van hoặc mở hoặc đóng. Hệ thống vận hành theo ba quy tắc: (1) nếu van khu rau mở thì van khu hoa mở; (2) van khu hoa mở chỉ khi van vườn ươm mở; (3) bất cứ khi nào van vườn ươm mở, van nhà lưới đóng. Một buổi sáng, van khu hoa đang mở. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Van khu rau mủ **B.** Van khu cây giống **C.** Van nhà lưới đóng **D.** Van khu rau đóng
đóng

Lời giải:

Ví dụ 3.2. Dàn đèn của một sân khấu nhỏ gồm năm đèn: đèn nền, đèn viền, đèn màu, đèn rọi và đèn chớp; mỗi đèn hoặc sáng hoặc tắt. Kỹ thuật viên cài ba quy tắc: (1) nếu đèn nền sáng thì đèn viền sáng; (2) đèn viền sáng chỉ khi đèn màu sáng; (3) bất cứ khi nào đèn màu sáng, đèn rọi sáng. Lúc này đèn màu đang tắt. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Đèn nền tắt **B.** Đèn roi tắt **C.** Đèn chớp sáng **D.** Đèn roi sáng

Lời giải:

Ví dụ 3.3. Một vườn ươm cân nhắc nhận năm loài cây: mai, sứ, lộc vừng, nguyệt quế và tùng; mỗi loài hoặc được nhận hoặc không. Chủ vườn đặt ba nguyên tắc: (1) vườn nhận cây mai chỉ khi vườn nhận cây tùng; (2) việc nhận cây sứ là điều kiện đủ để vườn nhận cây nguyệt quế; (3) vườn không nhận cây lộc vừng trừ khi vườn nhận cây sứ. Biết vườn đã nhận cây lộc vừng. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Vườn nhận cây tùng **B.** Vườn không nhận cây mai **C.** Vườn nhận cây mai **D.** Vườn nhận cây nguyệt quế

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 3.1. Một trạm sạc xe điện có năm cổng sạc đánh số 1 đến 5; mỗi cổng hoặc hoạt động hoặc tạm ngưng. Phần mềm điều khiển cài ba quy tắc: (1) nếu cổng 1 hoạt động thì cổng 3 hoạt động; (2) cổng 3 hoạt động chỉ khi cổng 4 hoạt động; (3) cổng 2 hoạt động bất cứ khi nào cổng 5 hoạt động. Sáng nay cổng 1 đang hoạt động. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Cổng 5 hoạt động B. Cổng 4 hoạt động C. Cổng 2 tạm ngưng D. Cổng 5 tạm ngưng

Lời giải:

Bài 3.2. Quán chay lên thực đơn ngày rằm từ năm món: gỏi cuốn chay, nấm kho tiêu, canh chua chay, đậu hũ chiên sả và xôi gấc. Bếp trưởng đặt ba nguyên tắc: (1) nếu thực đơn có gỏi cuốn chay thì có nấm kho tiêu; (2) quán không dọn nấm kho tiêu trừ khi có canh chua chay; (3) bất cứ khi nào có canh chua chay, thực đơn có đậu hũ chiên sả. Hôm nay thực đơn không có canh chua chay. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Thực đơn không có đậu hũ chiên sả

C. Thực đơn có đậu hũ chiên sả
- B. Thực đơn có xôi gấc

D. Thực đơn không có gỏi cuốn chay

Lời giải:

Bài 3.3. Lớp lập nhóm tranh biện giao hữu từ năm bạn: Thảo, Vũ, My, Khuê và Hải, theo ba nguyên tắc: (1) Hải tham gia chỉ khi Vũ tham gia; (2) Vũ sẽ tham gia nếu Thảo tham gia; (3) nếu My tham gia thì Khuê tham gia. Biết Vũ không tham gia. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Cả Hải và Thảo đều không tham gia **B.** My tham gia
- C.** Khuê không tham gia **D.** Khuê tham gia

Lời giải:

Bài 3.4. Trăm bươm của một vườn rau có bốn van: van khu cà chua, van khu dưa leo, van khu xà lách và van khu hành; mỗi van hoặc mở hoặc đóng. Hệ thống chỉ có hai quy tắc: (1) nếu van khu cà chua mở thì van khu dưa leo mở; (2) van khu dưa leo mở chỉ khi van khu xà lách mở. Có bao nhiêu trạng thái đóng/mở của bốn van thoả mãn đồng thời cả hai quy tắc?

- A.** 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 16

Lời giải:

Bài 3.5. Một trạm sạc xe điện lớn có sáu cổng đánh số 1 đến 6; mỗi cổng hoặc hoạt động hoặc tạm ngưng. Bốn quy tắc vận hành: (1) nếu cổng 1 hoạt động thì cổng 2 tạm ngưng; (2) cổng 3 hoạt động chỉ khi cổng 2 hoạt động; (3) bất cứ khi nào cổng 3 hoạt động, cổng 4 cũng hoạt động; (4) cổng 5 không hoạt động trừ khi cổng 1 hoạt động. Khẳng định nào sau đây *không thể* đúng?

- A.** Cổng 5 và cổng 4 cùng hoạt động
- B.** Cổng 5 và cổng 3 cùng hoạt động
- C.** Cổng 1 và cổng 4 cùng hoạt động
- D.** Cổng 2 và cổng 6 cùng hoạt động

Lời giải:

4. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Dàn đèn của một sân khấu kịch nhỏ gồm sáu đèn: đèn nền, đèn viền, đèn màu, đèn rọi, đèn chớp và đèn trần; mỗi đèn hoặc sáng hoặc tắt. Bàn điều khiển cài bốn quy tắc: (1) nếu đèn nền sáng thì đèn viền sáng; (2) đèn viền sáng chỉ khi đèn màu tắt; (3) bất cứ khi nào đèn màu tắt, đèn rọi sáng; (4) đèn chớp không sáng trừ khi đèn trần sáng.

Bài 3.6. Trạng thái nào sau đây của dàn đèn thoả mãn cả bốn quy tắc?

A. Sáng: đèn nền, đèn viền, đèn rọi, đèn chớp; **B.** Sáng: đèn viền, đèn rọi, đèn trần; tắt: đèn tắt: đèn màu, đèn trần
nền, đèn màu, đèn chớp

C. Sáng: đèn nền, đèn màu, đèn rọi, đèn trần; tắt: đèn nền, đèn màu, đèn rọi, đèn chớp

D. Đèn màu và đèn rọi không cùng tắt

Lời giải:

Bài 3.8. Với dữ kiện trên, vào giờ diễn, đèn chớp sáng còn đèn rọi tắt. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Đèn màu sáng **B.** Đèn viền sáng **C.** Đèn nền sáng **D.** Đèn trần tắt

Lời giải:

Bài 3.9. Với dữ kiện trên, có bao nhiêu trạng thái sáng/tắt của sáu đèn thoả mãn cả bốn quy tắc?

- A.** 5 **B.** 10 **C.** 15 **D.** 20

Lời giải:

Dữ kiện. Trường lập danh sách đội tuyển tranh biện từ sáu học sinh: Bách, Diệp, Hải, Khuê, My và Nguyên; số thành viên không cố định, nhưng danh sách phải tuân theo bốn nguyên tắc: (1) nếu Bách được chọn thì Diệp được chọn; (2) Diệp được chọn chỉ khi Hải được chọn; (3) Khuê không được chọn trừ khi My được chọn; (4) nếu Hải được chọn thì My không được chọn.

Bài 3.10. Danh sách nào sau đây có thể là danh sách đầy đủ các thành viên được chọn?

- A. Bách, Diệp, Hải, My

B. Khuê, Nguyên

C. Bách, Diệp, Khuê, My

D. Diệp, Hải, Nguyên

A. My và Nguyên không cùng được chọn **B.** Bách và Khuê không cùng được chọn

C. Nguyên được chọn **D.** Hải không được chọn

- Bài 3.12.** Với dữ kiện trên, nếu Khuê được chọn thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?
- A. Nguyên được chọn

B. Đội có đúng ba người

C. Bách không được chọn

D. Nguyên không được chọn

Lời giải:

- Bài 3.13.** Với dữ kiện trên, có bao nhiêu danh sách hợp lệ trong đó My được chọn?
- A. 4

B. 6

C. 8

D. 16

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7
Đáp án	B	D	A	C	B	B	D

Bài	3.8	3.9	3.10	3.11	3.12	3.13
Đáp án	A	C	D	B	C	A

PHẦN

2

SẮP XẾP VÀ ĐỊNH VỊ

4

CHUYÊN ĐỀ

Sắp xếp thứ tự và chuỗi so sánh

Chương 3 nói các mệnh đề thành chuỗi kéo theo $A \rightarrow B \rightarrow C$ rồi đọc kết quả bằng phản đảo. Chương này giữ nguyên ý tưởng nối chuỗi nhưng thay quan hệ kéo theo bằng quan hệ so sánh: mỗi dữ kiện là một dấu $<$ đặt giữa hai đối tượng, các dấu $<$ ghép lại thành một chuỗi hoặc một sơ đồ mũi tên. Điều cần trả lời không còn là «mệnh đề nào đúng» mà là «đối tượng nào đứng ở hạng nào», và công cụ chốt là cặp công thức tính hạng sớm nhất — hạng muộn nhất.

1. Chuỗi so sánh và sơ đồ mũi tên

Quy trình bốn bước

Bước 1 — Đồng nhất dấu. Chọn một chiều đọc duy nhất cho cả bài — ở đây luôn là «hạng nhỏ ứng với đối tượng đứng đầu» — rồi viết *mọi* dữ kiện thành quan hệ $<$ giữa hai hạng. Không để bài có chỗ dùng «cao hơn», chỗ lại dùng «thấp hơn».

Bước 2 — Kí hiệu hoá từng dữ kiện. Mỗi dữ kiện cho một hoặc hai quan hệ $<$. Dữ kiện dạng « X đứng trên cả Y lẫn Z » cho *hai* quan hệ $X < Y$ và $X < Z$, không cho quan hệ nào giữa Y và Z .

Bước 3 — Nối chuỗi qua biến chung. Hai quan hệ có chung một đầu thì ghép lại thành chuỗi ba mắt. Nếu mọi quan hệ ghép được thành một chuỗi phủ hết n đối tượng thì bài có nghiệm duy nhất, đọc thẳng ra thứ tự.

Bước 4 — Dựng sơ đồ mũi tên khi chuỗi rẽ nhánh. Vẽ mỗi đối tượng một nút, mỗi quan hệ một mũi tên mang nghĩa «đứng trước»; miền hạng của từng nút được đọc bằng công thức ở hộp dưới đây.

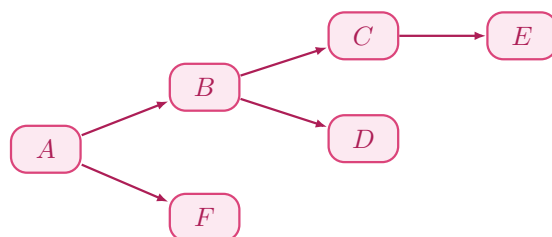
Diễn đạt trong đề	Quan hệ hạng
« X đứng trên Y », « X cao hơn Y », « X nhanh hơn Y »	$X < Y$
« X không đứng trên Y » (các hạng đôi một khác nhau)	$Y < X$
« X đứng trên Y nhưng dưới Z »	$Z < X < Y$
« X đứng trên cả Y lẫn Z »	$X < Y$ và $X < Z$; <i>không</i> suy ra thứ tự giữa Y và Z

hạng sớm nhất của $X = (\text{số đối tượng buộc đứng trước } X) + 1$

hạng muộn nhất của $X = n - (\text{số đối tượng buộc đứng sau } X)$

Chữ «*buộc*» tính cả quan hệ có được nhờ bắc cầu: nếu $X < Y$ và $Y < Z$ thì Z vẫn thuộc nhóm buộc đứng sau X dù đề không nói trực tiếp. Miền hạng của X là đoạn nguyên từ hạng sớm nhất đến hạng muộn nhất.

Điều kiện áp dụng. Hai công thức chỉ dùng được khi quan hệ «đứng trước» đã cho là một thứ tự *nhất quán*: hữu hạn đối tượng, không có vòng mâu thuẫn kiểu $X < Y < \dots < X$, và mỗi hạng chỉ một đối tượng chiếm. Khi ấy chắc chắn tồn tại ít nhất một cách xếp hạng thỏa toàn bộ dữ kiện. Nếu dò ra một vòng mâu thuẫn thì đề vô nghiệm, và mọi miền hạng tính được đều vô nghĩa — phải báo mâu thuẫn chứ không tính tiếp.



Sơ đồ mũi tên tổng quát, chiều mũi tên đọc là «đứng trước». Hai nút không có đường đi nối chúng — chẳng hạn D và F — là cặp không so sánh được: thứ tự giữa chúng hoàn toàn tự do.

Bắc cầu và so sánh gián tiếp

Một cặp đối tượng chỉ được coi là đã biết thứ tự khi trên sơ đồ có một đường đi một chiều nối chúng. Đếm nhóm «*buộc đứng trước* X » tức là đếm mọi nút có đường đi tới X ; đếm nhóm «*buộc đứng sau* X » tức là đếm mọi nút mà X có đường đi tới. Đối tượng không xuất hiện trong dữ kiện nào là *biến tự do*: miền hạng của nó là toàn bộ $1..n$.

Nhiều tiêu chí song song

Khi đề xếp hạng cùng một tập đối tượng theo hai tiêu chí — giá và lượt đánh giá, chiều cao và tuổi — ta dựng *hai* sơ đồ riêng, mỗi tiêu chí một trục. Một dữ kiện chỉ được đưa vào trục mà nó nói tới; chỉ những dữ kiện *chéo*, tức nêu tường minh mối liên hệ giữa hai trục, mới được dùng để bắc cầu từ trục này sang trục kia. Suy từ vị trí trên trục này sang vị trí trên trục kia mà không có dữ kiện chéo là lỗi phổ biến nhất của dạng bài này.

Chia nhóm cao/thấp

Với câu hỏi «*những đối tượng nào có thể thuộc nhóm k hạng đầu*», không cần liệt kê cấu hình: đối tượng X vào được nhóm ấy khi và chỉ khi hạng sớm nhất của X không vượt quá k , tức số đối tượng buộc đứng trước X nhỏ hơn k . Ngược lại, X chắc chắn nằm ngoài nhóm khi có từ k đối tượng trở lên buộc đứng trước.

Ghi chú. Ba lỗi hỏng bài của chương: (i) trộn hai chiều đọc trong cùng một bài, đọc «cao hơn» thành hạng lớn hơn ở dữ kiện này rồi thành hạng nhỏ hơn ở dữ kiện kia; (ii) quên bắc cầu khi đếm nhóm buộc đứng sau, làm hạng muộn nhất bị tính đôi; (iii) tự ý xếp thứ tự cho hai nhánh song song — « X đứng trên cả Y lẫn Z » không hề nói Y đứng trên Z .

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 4.1. Năm vận động viên Chi, Đăng, Hòa, Kiệt, Ly tham dự vòng loại một giải chạy quanh hồ. Cả năm người đều về đích và không có hai người nào về đích cùng lúc; thứ hạng được đánh số từ 1 (về đích đầu tiên) đến 5 (về đích cuối cùng): (1) Hòa về đích trước Chi nhưng sau Kiệt; (2) Đăng không về đích trước Chi; (3) Ly về đích trước Kiệt. Hỏi ai về đích thứ ba?

- A. Kiệt
- B. Hòa
- C. Chi
- D. Đăng

Lời giải:

Ví dụ 4.2. Sáu ứng dụng trên một chiếc điện thoại gồm Bản đồ, Diễn đàn, Ghi chú, Lịch, Mua sắm, Nhạc được xếp hạng theo thời gian tải: hạng 1 dành cho ứng dụng tải nhanh nhất, hạng 6 dành cho ứng dụng tải chậm nhất, không có hai ứng dụng nào tải hết trong cùng một khoảng thời gian: (1) Mua sắm tải nhanh hơn Bản đồ; (2) Bản đồ tải nhanh hơn cả Ghi chú lẫn Lịch; (3) Ghi chú tải nhanh hơn Nhạc; (4) Diễn đàn tải chậm hơn Mua sắm. Ứng dụng Bản đồ có thể nhận những hạng nào?

- A. Hạng 2 hoặc hạng 3
- B. Chỉ hạng 2
- C. Hạng 2, hạng 3 hoặc hạng 4
- D. Hạng 3 hoặc hạng 4

Lời giải:

Ví dụ 4.3. Bốn quán phở Củi, Gừng, Sen, Tiêu cùng được xếp hạng theo hai tiêu chí độc lập: số lượt đánh giá trên một ứng dụng đặt món (hạng 1 dành cho quán nhiều lượt đánh giá nhất) và giá một bát phở (hạng 1 dành cho quán bán giá cao nhất). Ở mỗi tiêu chí, bốn quán nhận bốn hạng khác nhau từ 1 đến 4: (1) quán có nhiều lượt đánh giá nhất không phải là quán bán giá cao nhất; (2) quán Sen có nhiều lượt đánh giá hơn quán Gừng nhưng bán giá thấp hơn quán Gừng; (3) quán Củi có ít lượt đánh giá hơn quán Gừng; (4) quán Tiêu có nhiều lượt đánh giá hơn quán Sen và bán giá cao hơn quán Sen. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Quán Gừng bán giá cao nhất
- B.** Quán Tiêu bán giá cao nhất
- C.** Quán Củi có ít lượt đánh giá nhất
- D.** Quán Củi bán giá thấp nhất

Bài 4.1. Một vườn bonsai có năm cây: cây khế, cây linh sam, cây mai chiếu thủy, cây sanh và cây tùng; không có hai cây nào bằng tuổi nhau. Xếp hạng năm cây theo tuổi, hạng 1 dành cho cây nhiều tuổi nhất và hạng 5 dành cho cây ít tuổi nhất: (1) cây tùng nhiều tuổi hơn cây sanh; (2) cây khế ít tuổi hơn cây mai chiếu thủy; (3) cây linh sam nhiều tuổi hơn cây tùng nhưng ít tuổi hơn cây khế. Sắp xếp năm cây theo tuổi giảm dần, dãy nào sau đây đúng?

- Trang 44

Lời giải:

Bài 4.2. Sáu thí sinh Chi, Hòa, Kiệt, Ly, Ngát, Uyên lần lượt nộp sản phẩm dự thi tại một cuộc thi làm bánh; không có hai thí sinh nào nộp cùng lúc, thứ tự nộp được đánh số từ 1 (nộp sớm nhất) đến 6 (nộp muộn nhất): (1) Kiệt nộp trước Ly và trước Ngát; (2) Uyên nộp sau Ly; (3) Chi nộp trước Kiệt; (4) Hòa nộp sau Kiệt nhưng trước Uyên. Khẳng định nào sau đây *không thể* đúng?

- A.** Ngát nộp thứ ba **B.** Ly nộp thứ sáu **C.** Uyên nộp thứ năm **D.** Hòa nộp thứ tư

Lời giải:

Bài 4.3. Sáu quán phở Đá, Khói, Lửa, Mây, Sương, Tre được xếp hạng theo số lượt đánh giá: hạng 1 dành cho quán nhiều lượt đánh giá nhất, sáu quán nhận sáu hạng khác nhau từ 1 đến 6. Ba quán xếp hạng cao nhất được gắn nhãn «được yêu thích»: (1) quán Tre xếp trên quán Mây; (2) quán Đá xếp trên quán Tre; (3) quán Sương xếp dưới quán Mây; (4) quán Khói xếp trên quán Đá. Danh sách đầy đủ những quán *có thể* được gắn nhãn «được yêu thích» là:

- A.** Đá, Khói, Tre
- B.** Đá, Khói, Lửa
- C.** Đá, Khói, Mây, Tre
- D.** Đá, Khói, Lửa, Tre

Lời giải:

4. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Một triển lãm trưng bày sáu toà tháp mô hình mang tên Cầu Vồng, Đồi Xanh, Hải Đăng, Nắng Mai, Sao Băng, Trăng Non. Sáu toà tháp có chiều cao đôi một khác nhau và được xếp hạng từ 1 (cao nhất) đến 6 (thấp nhất): (1) tháp Hải Đăng cao hơn tháp Sao Băng; (2) tháp Sao Băng cao hơn cả tháp Trăng Non lẫn tháp Đồi Xanh; (3) tháp Trăng Non cao hơn tháp Nắng Mai; (4) tháp Cầu Vồng cao hơn tháp Đồi Xanh.

Bài 4.4. Dãy nào sau đây, xếp từ tháp cao nhất đến tháp thấp nhất, có thể đúng?

A. Hải Đăng, Sao Băng, Cầu Vồng, Trăng Non, Đồi Xanh, Nắng Mai **B.** Cầu Vồng, Đồi Xanh, Hải Đăng, Sao Băng, Trăng Non, Nắng Mai

C. Sao Băng, Hải Đăng, Cầu Vồng, Trăng Non, Đồi Xanh, Nắng Mai

Lời giải:

Bài 4.5. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Tháp Hải Đăng cao nhất
- B.** Tháp Năng Mai thấp nhất
- C.** Tháp Đồi Xanh không thuộc nhóm ba toà tháp cao nhất
- D.** Tháp Cầu Vòng cao hơn tháp Sao Băng

Lời giải:

Bài 4.6. Với dữ kiện trên, nếu tháp Cầu Vòng cao hơn tháp Hải Đăng thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Tháp Sao Băng ở hạng 3
- B.** Tháp Trắng Non ở hạng 4
- C.** Tháp Đồi Xanh ở hạng 6
- D.** Tháp Năng Mai ở hạng 5

Lời giải:

Bài 4.7. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ các hạng mà tháp Cầu Vòng có thể nhận là:

- A. Hạng 1, 2 hoặc 3
- B. Hạng 1, 2, 3 hoặc 4
- C. Hạng 1, 2, 3, 4 hoặc 5
- D. Hạng bất kì từ 1 đến 6

Lời giải:

Dữ kiện. Vòng chung kết một giải chạy quanh hồ có bảy vận động viên: Đăng, Hòa, Kiệt, Ly, Ngát, Quốc, Uyên. Cả bảy người đều về đích và không có hai người nào về đích cùng lúc; thứ hạng được đánh số từ 1 (về đích đầu tiên) đến 7 (về đích cuối cùng): (1) Kiệt về đích sau Uyên nhưng trước Ngát; (2) Quốc về đích sau Ngát; (3) Ly về đích trước Uyên; (4) Đăng về đích sau Kiệt nhưng trước Quốc; (5) Hòa về đích trước Ngát.

Bài 4.8. Những vận động viên nào có thể về đích đầu tiên?

- A. Chỉ Ly
- B. Ly hoặc Hòa
- C. Ly hoặc Uyên
- D. Ly, Hòa hoặc Kiệt

Lời giải:

Bài 4.9. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Quốc về đích cuối cùng
- B.** Ngát về đích thứ sáu
- C.** Đăng về đích trước Ngát
- D.** Ly về đích đầu tiên

Lời giải:

.....

.....

- Bài 4.10.** Với dữ kiện trên, nếu Hòa về đích thứ năm thì khẳng định nào sau đây đúng?
- A. Uyên về đích thứ ba

B. Đăng về đích thứ sáu

C. Kiệt về đích thứ ba

D. Ngát về đích thứ năm

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

- Bài 4.11.** Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ các thứ hạng mà Đăng có thể đạt là:
- A. Thứ tư hoặc thứ năm

B. Thứ ba, thứ tư, thứ năm hoặc thứ sáu

C. Thứ năm hoặc thứ sáu

D. Thứ tư, thứ năm hoặc thứ sáu

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bảng đáp án

Bài	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10	4.11
Đáp án	D	B	D	A	C	A	C	B	A	C	D

5

CHUYÊN ĐỀ
Sắp xếp tuyến tính

Chương 4 mới chỉ xác định quan hệ trước–sau tương đối giữa các đối tượng; chương này đi thêm một bước, đặt từng đối tượng vào một vị trí cụ thể — ghế ngồi, lượt diễn, thứ tự xuất bản. Công cụ trung tâm là sơ đồ ô trống cùng các khối vị trí; kĩ thuật nối chuỗi của những chương trước tiếp tục được dùng mỗi khi đề chứa điều kiện kéo theo.

1. Sơ đồ ô trống và các khối vị trí

Ghi chú. Quy ước. Vị trí đánh số 1, 2, ..., n từ trái sang phải theo người quan sát.

Quy trình dựng sơ đồ

Thiết lập sơ đồ ô trống

vẽ một dãy ô đại diện cho các vị trí 1, 2, ..., n , mọi lập luận về sau đều quy về việc điền tên đối tượng vào các ô ấy

Ghi chú trực tiếp lên sơ đồ

điều kiện cố định vị trí điền thẳng vào ô tương ứng, điều kiện cấm ghi dưới ô mà nó loại trừ, nhờ vậy mỗi dữ kiện chỉ phải đọc một lần

Khám phá các khả năng

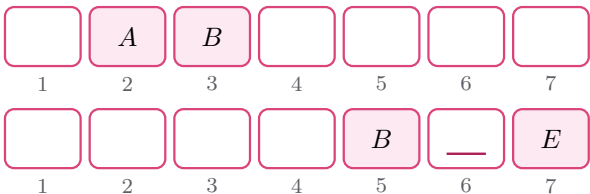
đặt khối dài nhất vào mọi chỗ khả thi để sinh ra hai hoặc ba sơ đồ phụ, khi chúng đã đầy đủ thì mỗi câu hỏi chỉ còn là một thao tác tra sơ đồ

Diễn đạt trong đề

- « B ngay sau A »
- « E sau B đúng hai vị trí»
- « X liền kề Y » (không nói bên nào)
- «giữa X và Y có đúng một vị trí»

Kí hiệu hoá

- khối liền kề: $B = A + 1$
- khối giãn cách: $E = B + 2$
- $|X - Y| = 1$ — xét *hai* chiều
- $|X - Y| = 2$ — xét *hai* chiều



khối liền kề: $B = A + 1$

khối giãn cách: $E = B + 2$

Sơ đồ bảy ô: khối liền kề chiếm hai ô sát nhau, khối giãn cách chứa đúng một ô trống ở giữa.

Hướng nhìn và chuẩn hoá

Khi các đối tượng có hướng mặt — chụp ảnh, đứng sau quầy, xếp hàng quay về một phía — thì «trái» và «phải» của nhân vật *ngược* với «trái» và «phải» của người quan sát đứng đối diện. Cách làm an toàn là quy đổi mọi dữ kiện về *một* hệ quy chiếu duy nhất, thường là hệ của người quan sát, ngay tại bước kí hiệu hoá; ghi rõ phép quy đổi đã dùng rồi mới dựng sơ đồ. Sau khi chuẩn hoá, toàn bộ phần còn lại của lời giải làm việc trên một hệ duy nhất nên không còn nguy cơ lẫn chiều.

Ghi chú. Khối càng dài thì càng ít cách đặt, vì vậy luôn xử lí khối dài nhất trước. Các ràng buộc «liền kề» hay «giữa hai đối tượng có đúng *k* vị trí», khi đề không nói rõ bên nào, đều là ràng buộc hai chiều; bỏ sót một chiều là mất nghiệm.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 5.1. Trên giàn ươm có năm ô đặt khay, đánh số 1 đến 5 từ trái sang phải. Năm khay rau: cải ngọt, cà chua, ớt, hành lá, húng quế được đặt vào năm ô, mỗi ô một khay, thoả mãn: (1) khay cà chua ở ô chính giữa; (2) khay cải ngọt không ở hai ô ngoài cùng; (3) khay ớt ở ô ngay bên phải khay cải ngọt. Khay hành lá có thể được đặt ở những ô nào?

- A. Chỉ ô 1
- B. Chỉ ô 2
- C. Ô 1 hoặc ô 2
- D. Ô 1, ô 2 hoặc ô 5

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 5.2. Sáu tuyến xe buýt điện An Phú, Bến Thành, Củ Chi, Đàm Sen, Gò Vấp, Phú Lâm nhận sáu lượt xuất bến 1–6, mỗi tuyến một lượt: (1) tuyến Bến Thành xuất bến ngay sau tuyến An Phú; (2) tuyến Củ Chi xuất bến sau tuyến Đàm Sen đúng hai lượt, tức số lượt của Củ Chi bằng số lượt của Đàm Sen cộng 2; (3) tuyến Gò Vấp nhận lượt 1. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Tuyến Phú Lâm xuất bến ngay trước tuyến Củ Chi
- B. Tuyến Bến Thành nhận lượt 6
- C. Tuyến Đàm Sen xuất bến trước tuyến An Phú
- D. Tuyến An Phú nhận lượt 2

Lời giải:

Ví dụ 5.3. Năm gian hàng tại hội sách: thiếu nhi, văn học, khoa học, lịch sử, ngoại văn được xếp thành dãy vị trí 1–5: (1) giữa gian thiếu nhi và gian khoa học có đúng một gian; (2) gian văn học không nằm cạnh gian khoa học; (3) gian lịch sử ở vị trí 5. Gian ngoại văn có thể ở những vị trí nào?

- A. Chỉ vị trí 2
- B. Chỉ vị trí 3
- C. Vị trí 2 hoặc 3
- D. Vị trí 2, 3 hoặc 4

Lời giải:

Ví dụ 5.4. Năm bạn Tú, Vy, Nam, Hà, Khôi đứng thành hàng ngang chụp kỉ yếu, cùng quay mặt về phía máy ảnh. Vị trí 1–5 tính từ trái sang phải theo người chụp ảnh: (1) Tú đứng ngay bên trái Vy theo hướng nhìn của các bạn; (2) Nam đứng chính giữa; (3) Hà đứng ngoài cùng bên phải theo hướng nhìn của các bạn. Hỏi ai đứng ngay bên phải Nam theo hướng nhìn của các bạn?

- A.** Khôi **B.** Vy **C.** Hà **D.** Tú

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 5.1. Một buổi văn nghệ có năm tiết mục: đơn ca, múa, kịch, ảo thuật, nhảy hiện đại, diễn lần lượt các lượt 1–5: (1) ảo thuật diễn cuối cùng; (2) đơn ca diễn ngay trước múa; (3) kịch không mở màn. Nếu nhảy hiện đại diễn ngay sau kịch thì múa diễn ở lượt thứ mấy?

- A.** Thứ 2 **B.** Thứ 3 **C.** Thứ 4 **D.** Thứ 5

Lời giải:

Bài 5.2. Sáu con vật khám lần lượt tại phòng khám thú y các lượt 1–6: chó Bún, mèo Mướp, vẹt Xanh, thỏ Kem, rùa Đô, chuột lang Phô Mai: (1) Mướp khám sau Bún đúng ba lượt; (2) Xanh khám lượt 2; (3) Kem khám ngay trước Đô. Khẳng định nào sau đây *sai*?

- A.** Phô Mai có thể khám lượt 1
- B.** Phô Mai có thể khám lượt 3
- C.** Phô Mai có thể khám lượt 4
- D.** Bún luôn khám trước Mướp

Lời giải:

Bài 5.3. Sáu phòng thu của một tổ hợp thu âm mang tên Acoustic, Beat, Classic, Demo, Echo, Flow xếp dọc hành lang, vị trí 1–6: (1) giữa phòng Acoustic và phòng Beat có đúng hai phòng; (2) phòng Classic ở một trong hai đầu hành lang; (3) phòng Demo ngay cạnh phòng Classic. Có bao nhiêu cách bố trí thoả mãn?

- A.** 2
- B.** 4
- C.** 8
- D.** 16

Lời giải:

Bài 5.4. Năm người: Bình, Cúc, Duy, Hạnh, Kiên xếp hàng dọc mua vé tại trạm xe buýt điện; vị trí 1 sát quầy: (1) Cúc đứng thứ tư; (2) Kiên đứng ngay trước Cúc; (3) Duy đứng ngay sau Hạnh; (4) Bình không đứng sát quầy. Ai đứng sát quầy?

- A. Hạnh
- B. Duy
- C. Bình
- D. Kiên

Lời giải:

Bài 5.5. Năm lều trại kĩ năng: Sơn Ca, Thác Bạc, Mây Ngàn, Suối Reo, Gió Núi được dựng thành hàng vị trí 1–5: (1) giữa lều Sơn Ca và lều Mây Ngàn có đúng một lều; (2) lều Thác Bạc ở vị trí 2; (3) lều Suối Reo không cạnh lều Thác Bạc. Khẳng định nào sau đây *không thể* đúng?

- A. Lều Sơn Ca ở vị trí 1
- B. Lều Gió Núi ở vị trí 3
- C. Lều Suối Reo ở vị trí 4
- D. Lều Mây Ngàn ở vị trí 5

Lời giải:

Bài 5.6. Sáu bức tranh: Sen, Phố, Biển, Núi, Chợ, Đêm treo thành dãy vị trí 1–6: (1) tranh Sen ở vị trí 1 hoặc 6; (2) nếu tranh Phố ở bên trái tranh Biển thì tranh Núi treo ngay cạnh tranh Sen; (3) nếu tranh Phố ở bên phải tranh Biển thì tranh Chợ ở vị trí 2; (4) tranh Đêm ở vị trí 4. Nếu tranh Chợ ở vị trí 5 thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tranh Biển ở vị trí 6

B. Tranh Phố ở vị trí 2
- C. Tranh Núi ở vị trí 3

D. Tranh Sen ở vị trí 6

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5.7. Năm tình nguyện viên: Ngân, Oanh, Phúc, Quân, Thư trực trạm đọc sách trong công viên, đứng thành hàng ngang quay mặt về phía người quan sát; vị trí 1–5 tính từ trái sang theo người quan sát: (1) Phúc đứng ngoài cùng bên trái theo hướng nhìn của chính các tình nguyện viên; (2) Ngân đứng ngay bên phải Oanh theo hướng nhìn của các tình nguyện viên; (3) Quân không đứng cạnh Phúc. Danh sách đầy đủ những người có thể đứng ở vị trí chính giữa là:

- A. Ngân, Quân

B. Ngân, Oanh, Quân
- C. Oanh, Thư

D. Ngân, Oanh, Quân, Thư

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5.8. Một kênh dạy nấu ăn đăng đúng một video mỗi ngày trong bảy ngày liên tiếp (ngày 1–7): bốn video món mặn là kho quẹt, sườn xào, cá chiên, gà nướng và ba video món ngọt là chè bưởi, bánh flan, rau câu; hai video liên ngày phải khác nhóm: (1) cá chiên đăng ngày 5; (2) chè bưởi đăng ngay trước kho quẹt; (3) gà nướng đăng trước sườn xào. Video bánh flan có thể đăng vào những ngày nào?

- A.** Chỉ ngày 2 hoặc 4 **B.** Chỉ ngày 4 hoặc 6 **C.** Ngày 2, 4 hoặc 6 **D.** Ngày 1, 3 hoặc 5

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Bảy hộp sách chuyên đề: Trình thám, Du kí, Nấu ăn, Lịch sử, Thơ, Truyện tranh, Từ điển được xếp vào bảy ngăn 1–7 của một kệ trưng bày, mỗi ngăn một hộp: (1) hộp Du kí ở ngay bên phải hộp Trình thám; (2) giữa hộp Thơ và hộp Nấu ăn có đúng một ngăn; (3) hộp Lịch sử ở ngăn 2 hoặc ngăn 6; (4) nếu hộp Truyện tranh ở bên trái hộp Lịch sử thì hộp Từ điển ở ngăn 7.

Bài 5.9. Thứ tự nào sau đây (ngăn 1 đến ngăn 7) thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** Trinh thám, Du kí, Lịch sử, Nấu ăn, Từ điển, Thơ, Truyện tranh
- B.** Truyện tranh, Lịch sử, Trinh thám, Du kí, Thơ, Từ điển, Nấu ăn
- C.** Thơ, Lịch sử, Nấu ăn, Trinh thám, Du kí, Truyện tranh, Từ điển
- D.** Trinh thám, Du kí, Thơ, Lịch sử, Nấu ăn, Truyện tranh, Từ điển

Lời giải:

Bài 5.10. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Hộp Thơ ở ngăn lẻ
- B.** Hộp Từ điển ở ngăn 7
- C.** Hộp Lịch sử ở ngăn 2
- D.** Hộp Truyện tranh ở cạnh hộp Từ điển

Lời giải:

Bài 5.11. Với dữ kiện trên, nếu hộp Từ điển ở ngăn 4 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Hộp Truyện tranh ở bên phải hộp Lịch sử
- B. Hộp Lịch sử ở ngăn 6
- C. Hộp Truyện tranh ở ngăn 7
- D. Hộp Nấu ăn ở ngăn 7

Lời giải:

Bài 5.12. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ các ngăn mà hộp Thơ có thể đứng là:

- A. 1, 3, 5
- B. 3, 5, 7
- C. 1, 3, 5, 7
- D. 1, 2, 3, 5, 7

Lời giải:

Dữ kiện. Sân khởi hành có sáu quầy làm thủ tục đánh số 1–6 từ trái sang phải theo hướng nhìn của *hành khách* đứng đối diện. Sáu hãng: Sao Mai, Cánh én, Hải Âu, Phương Nam, Đại Bàng, Bầu Trời, mỗi hãng một quầy: (1) theo hướng nhìn của *nhân viên* đứng sau quầy, quầy Hải Âu ở ngay bên trái quầy Sao Mai; (2) quầy Cánh én là quầy 1 hoặc quầy 6; (3) giữa quầy Phương Nam và quầy Đại Bàng có đúng hai quầy; (4) quầy Bầu Trời không cạnh quầy Cánh én.



Quầy được đánh số theo hành khách; mọi dữ kiện phát biểu theo nhân viên phải đổi chiều trước khi dùng.

Bài 5.13. Hãng nào có thể nhận quầy 1?

- A. Chỉ Cánh én
- B. Chỉ Bầu Trời
- C. Cánh én hoặc Bầu Trời
- D. Cánh én, Bầu Trời hoặc Đại Bàng

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 5.14. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Quầy Hải Âu là quầy 4
- B. Quầy Cánh én là quầy 6
- C. Quầy Phương Nam là quầy 2
- D. Quầy Đại Bàng là quầy 5

Lời giải:

Bài 5.15. Với dữ kiện trên, nếu quầy Đại Bàng là quầy 2 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Quầy Phương Nam là quầy 5
- B. Quầy Cánh én là quầy 1
- C. Quầy Bầu Trời là quầy 6
- D. Quầy Sao Mai là quầy 2

Lời giải:

Bài 5.16. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ các quầy mà hãng Bầu Trời có thể nhận là:

- A. Chỉ quầy 1
- B. Quầy 1 hoặc 6
- C. Quầy 1, 2 hoặc 6
- D. Quầy 1, 5 hoặc 6

Lời giải:

Dữ kiện. Đêm gala của trường có bảy tiết mục diễn liên tiếp ở các vị trí 1–7: bốn tiết mục hát là «Gió biển», «Mùa hạ», «Phố cũ», «Ngày mới» và ba tiết mục múa là «Hương sen», «Lửa trại», «Sóng»: (1) hai tiết mục liên nhau phải khác loại; (2) «Sóng» diễn ngay sau «Phố cũ»; (3) «Gió biển» mở màn hoặc kết thúc đêm diễn; (4) «Hương sen» không diễn ở vị trí 2.

Bài 5.17. Thứ tự nào sau đây (vị trí 1 đến 7) hợp lệ?

- A.** Gió biển, Sóng, Phố cũ, Hương sen, Mùa hạ, Lửa trại, Ngày mới
- B.** Gió biển, Lửa trại, Phố cũ, Sóng, Mùa hạ, Hương sen, Ngày mới
- C.** Mùa hạ, Hương sen, Phố cũ, Sóng, Gió biển, Lửa trại, Ngày mới
- D.** Gió biển, Hương sen, Phố cũ, Sóng, Ngày mới, Lửa trại, Mùa hạ

Lời giải:

Bài 5.18. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Hương sen diễn ở vị trí 4 hoặc 6
- B.** Ngày mới không mở màn
- C.** Phố cũ diễn ở vị trí 5
- D.** Sóng diễn ở vị trí 2

Lời giải:

Bài 5.19. Với dữ kiện trên, nếu «Mùa hạ» diễn ở vị trí 7 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Lửa trại diễn ở vị trí 2
- B.** Phố cũ diễn ở vị trí 3
- C.** Sóng diễn ở vị trí 6
- D.** Ngày mới diễn ở vị trí 5

Lời giải:

Bài 5.20. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ các vị trí mà «Sóng» có thể diễn là:

- A.** 2, 4 **B.** 4, 6 **C.** 2, 4, 6 **D.** 1, 3, 5

Lời giải:

.....

Bảng đáp án

Bài	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	5.10
Đáp án	A	C	C	A	B	A	B	C	C	A

Bài	5.11	5.12	5.13	5.14	5.15	5.16	5.17	5.18	5.19	5.20
Đáp án	A	C	C	A	A	B	B	A	A	C

6

CHUYÊN ĐỀ

Bàn tròn và đa giác

Chương 5 xếp các đối tượng lên một dãy vị trí có hai đầu mút, nên vị trí 1 và vị trí n là những cái neo tự nhiên. Khi các vị trí khép thành vòng tròn thì hai đầu mút biến mất: mọi ghế đều giống nhau về vai trò, và điều duy nhất còn ý nghĩa là quan hệ tương đối — kề nhau, đối diện, cách nhau mấy bước. Chương này xây dựng cách đọc các quan hệ đó bằng số học theo vòng, kèm hai điểm dễ sai nhất: hướng trái-phải của người quay mặt vào tâm và cặp nghiệm đối xứng gương.

1. Vòng tròn có đánh số và các quan hệ vị trí

Quy trình xếp vòng tròn

Dựng vòng có số

vẽ n ghế trên đường tròn, đánh số 1 đến n theo chiều kim đồng hồ, ghi rõ mọi người nhìn vào tâm — hệ quy chiếu duy nhất của cả bài

Chọn neo

chọn đối tượng xuất hiện nhiều dữ kiện nhất hoặc đã bị buộc vào một ghế cụ thể, đặt nó xuống trước, quy mọi dữ kiện còn lại về ghế đã neo

Ép vị trí và chia nhánh

chuyển từng dữ kiện thành phương trình theo chỉ số ghế rồi lan từ neo ra hai phía, khi chỉ còn hai lựa chọn đối xứng thì tách nhánh và kiểm bằng dữ kiện chưa dùng

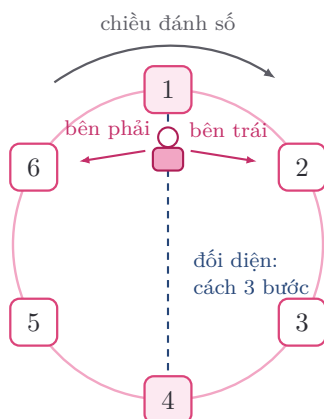
Nhánh nào dẫn tới hai người cùng một ghế thì bị loại ngay.

Diễn đạt trong đề

- « Y ngồi ngay bên phải X » (nhìn vào tâm)
- « Y ngồi ngay bên trái X » (nhìn vào tâm)
- « X và Y ngồi kề nhau» (không nói bên nào)
- « X và Y ngồi đối diện nhau» (n chẵn)
- « X ngồi cách Y xa nhất» (n chẵn)
- «trên cung ngắn hơn giữa X và Y có đúng m ghế»

Kí hiệu hoá (chỉ số theo vòng)

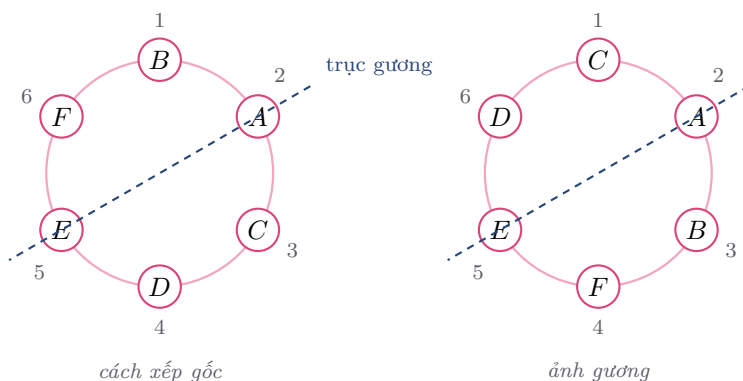
- $Y = X - 1$
- $Y = X + 1$
- $Y = X \pm 1$ — xét hai chiều
- $Y = X + n/2$
- trùng với đối diện: $Y = X + n/2$
- khoảng cách vòng $= m + 1$



Vòng sáu ghế: người ở ghế 1 quay mặt vào tâm nên bên phải của người ấy là ghế 6, bên trái là ghế 2; ghế đối diện là ghế 4.

Cặp nghiệm đối xứng gương

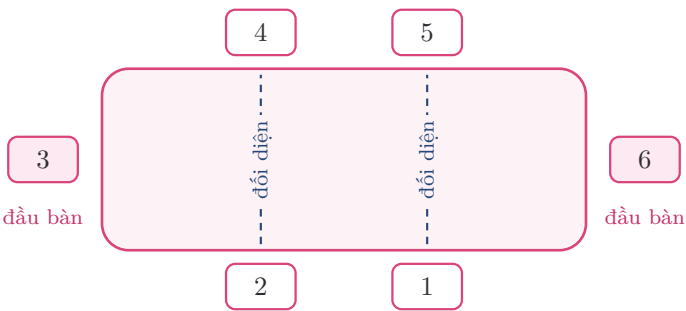
Nếu tất cả dữ kiện chỉ nói về quan hệ «kề nhau» và «đối diện» — tức không dữ kiện nào chỉ rõ bên nào — thì mỗi cách xếp hợp lệ luôn đi kèm ảnh gương của nó qua trục đi qua ghế của đối tượng neo. Hệ khi đó không thể có nghiệm duy nhất: nghiệm luôn xuất hiện theo cặp. Muốn khử một nhánh, đề bắt buộc phải cấp một dữ kiện *có hướng*: «ngay bên phải», «ngay bên trái», hoặc một vị trí ghế cụ thể cho một đối tượng ngoài neo. Ngược lại, nếu câu hỏi hỏi một tính chất *bất biến qua phép lấy gương* — hai người có kề nhau không, ai đối diện ai — thì không cần khử nhánh vẫn trả lời được.



Trục gương đi qua ghế 2 và ghế 5: hai cách xếp khác nhau nhưng mọi quan hệ kề nhau và đối diện đều như nhau.

Bàn chữ nhật — ghế đầu bàn và ghế cạnh dài

Với bàn chữ nhật sáu ghế — hai ghế trên mỗi cạnh dài, một ghế ở mỗi đầu bàn — quan hệ *kề nhau* vẫn tính theo chu vi bàn hệt như trên vòng tròn, nhưng quan hệ *đối diện* thì khác hẳn: chỉ bốn ghế cạnh dài mới có ghế đối diện, còn hai ghế đầu bàn không có ghế nào đối diện. Áp công thức «đối diện = cách nửa chu vi» của bàn tròn vào bàn chữ nhật là sai lầm điển hình nhất của dạng này. Hệ quả hay dùng: khi một ghế đầu bàn đã có người, hai ghế kề nó nằm ở hai cạnh dài khác nhau, nên chúng đối diện *hai ghế khác nhau* chứ không đối diện nhau.



Bàn chữ nhật sáu ghế đánh số theo chiều kim đồng hồ: chỉ hai cặp 1–5 và 2–4 là đối diện; ghế 3 và ghế 6 ở đầu bàn nên không có ghế đối diện.

Ghi chú. Ba câu hỏi phải trả lời trước khi viết dòng đầu tiên của lời giải: (i) ghế đánh số theo chiều nào; (ii) người ngồi nhìn vào tâm hay nhìn ra ngoài; (iii) bàn tròn hay bàn đa giác. Sai một trong ba câu đó thì mọi phép suy luận về sau đều lệch đúng một phép lấy gương — và chỗ dễ sai của đề luôn được đặt ngay tại chỗ lệch ấy.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 6.1. Sáu người Ánh, Bảo, Dương, Hiền, Lâm, Như ngồi quanh một bàn xoay trong nhà hàng dimsum. Bàn có sáu ghế đánh số 1 đến 6 theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống, mỗi ghế một người, mọi người đều quay mặt vào tâm bàn. Biết rằng: (1) Ánh ngồi ghế 1; (2) Bảo ngồi ngay bên phải Ánh; (3) Hiền ngồi đối diện Bảo; (4) Dương ngồi ngay bên trái Hiền; (5) Lâm không ngồi kề Ánh. Các cụm «bên phải», «bên trái» tính theo hướng nhìn của người ngồi. Hỏi ai ngồi ở ghế số 2?

- A. Như
- B. Bảo
- C. Dương
- D. Lâm

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 6.2. Quanh một hồ câu hình tròn có sáu chòi câu đánh số 1 đến 6 theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên cao; cửa mỗi chòi hướng ra mặt hồ, tức người ngồi trong chòi quay mặt vào tâm hồ. Sáu người Bảo, Dương, Hiền, Lâm, Như, Tâm ngồi ở sáu chòi, mỗi chòi một người. Biết rằng: (1) Tâm ở chòi 2; (2) Bảo và Hiền ở hai chòi kề chòi của Tâm; (3) Dương ở chòi đối diện chòi của Tâm; (4) Như ở chòi kề chòi của Hiền. Biết thêm rằng Lâm ở chòi ngay bên phải Dương, tính theo hướng nhìn của người ngồi. Hỏi ai ở chòi số 6?

- A.** Lâm **B.** Như **C.** Bảo **D.** Hiền

Lời giải:

Ví dụ 6.3. Nhóm khởi nghiệp gồm Ánh, Bảo, Dương, Hiền, Lâm, Vinh họp quanh một bàn chữ nhật có sáu ghế: ghế 1 và ghế 2 trên một cạnh dài, ghế 3 ở một đầu bàn, ghế 4 và ghế 5 trên cạnh dài còn lại, ghế 6 ở đầu bàn kia, sáu ghế đánh số liên tiếp theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống. Hai ghế được gọi là đối diện nhau nếu chúng nhìn nhau qua mặt bàn, tức các cặp 1–5 và 2–4; hai ghế đầu bàn không có ghế đối diện. Mỗi ghế một người, mọi người quay mặt vào tâm bàn. Biết rằng: (1) Vinh ngồi ghế 6; (2) Ánh ngồi ngay bên phải Vinh; (3) Bảo ngồi đối diện Ánh; (4) Hiền ngồi ghế 4; (5) Dương không ngồi ở đầu bàn. Hỏi ai ngồi đối diện Dương?

- A.** Ánh **B.** Lâm **C.** Hiền **D.** Vinh

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 6.1. Một vòng đu quay có tám cabin đánh số 1 đến 8 theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ phía quảng trường. Tám bạn Ánh, Bảo, Dương, Hiền, Lâm, Như, Tâm, Vinh mỗi bạn ngồi một cabin. Biết rằng: (1) Ánh ở cabin 1; (2) Bảo ở cabin xa cabin của Ánh nhất, tính theo số bước dịch chuyển dọc vành đu quay; (3) Dương ở cabin kề cabin của Bảo; (4) Hiền ở cabin xa cabin của Dương nhất; (5) Lâm ở cabin kề cabin của Ánh. Khẳng định nào sau đây *không thể* đúng?

- A.** Như ở cabin xa cabin của Tâm nhất **B.** Vinh ở cabin kề cabin của Dương
- C.** Tâm ở cabin xa cabin của Lâm nhất **D.** Như ở cabin kề cabin của Ánh

Lời giải:

Bài 6.2. Quanh một đài phun nước có sáu ghế đá đánh số 1 đến 6 theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống; sáu bạn Ánh, Dương, Hiền, Như, Tâm, Vinh mỗi bạn ngồi một ghế và đều quay mặt về phía đài phun nước ở tâm. Biết rằng: (1) Tâm ngồi ghế 1; (2) Ánh ngồi đối diện Tâm; (3) Như ngồi kề Ánh; (4) Vinh ngồi kề Như. Khẳng định nào sau đây *chắc chắn đúng*?

- A.** Vinh ngồi ghế 2
 - B.** Như ngồi ghế 3
 - C.** Dương ngồi kè Hiền
 - D.** Dương ngồi đối diện Hiền

Lời giải:

4. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Một bàn xoay lớn trong nhà hàng dimsum có tám ghế đánh số 1 đến 8 theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống. Tám người Ánh, Bảo, Dương, Hiền, Lâm, Như, Tâm, Vinh ngồi vào tám ghế, mỗi ghế một người, tất cả quay mặt vào tâm bàn; các cụm «bên phải», «bên trái» tính theo hướng nhìn của người ngồi. Biết rằng: (1) Ánh ngồi ghế 1; (2) trên cung ngắn hơn nối ghế của Ánh với ghế của Bảo có đúng hai ghế; (3) Bảo ngồi ngay bên trái Dương; (4) Hiền ngồi đối diện Dương; (5) Lâm không ngồi kề Ánh; (6) Vinh ngồi kề Lâm.

Bài 6.3. Cách xếp nào sau đây, ghi lần lượt từ ghế 1 đến ghế 8, thoả mãn tất cả các điều kiện đã cho?

A. Ánh, Tâm, Hiền, Vinh, Lâm, Bảo, Dương, Như **B.** Ánh, Như, Dương, Bảo, Lâm, Vinh, Hiền, Tâm

C. Ánh, Như, Dương, Bảo, Hiền, Vinh, Lâm, Tâm
D. Ánh, Như, Tâm, Dương, Bảo, Lâm, Vinh, Hiền

Lời giải:

Bài 6.4. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây *chắc chắn đúng*?

- A. Như ngồi ghế 2

B. Lâm ngồi ghế 5
- C. Tâm ngồi đối diện Hiền

D. Hai người ngồi kề Ánh là Như và Tâm

Lời giải:

Bài 6.5. Với dữ kiện trên, nếu Như ngồi đối diện Vinh thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Tâm ngồi ghế 8

B. Lâm ngồi ghế 6
- C. Như ngồi ghế 8

D. Vinh ngồi ghế 5

Lời giải:

Bài 6.6. Với dữ kiện trên, có bao nhiêu cách xếp chỗ thoải mãn tất cả các điều kiện đã cho?

- A. 2

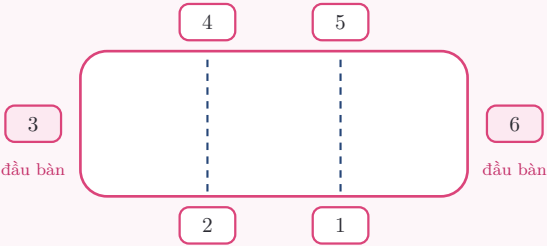
B. 4

C. 8

D. 12

Lời giải:

Dữ kiện. Nhóm khởi nghiệp gồm Ánh, Dương, Hiền, Như, Tâm, Vinh họp quanh một bàn chữ nhật sáu ghế: ghế 1 và ghế 2 trên một cạnh dài, ghế 3 ở một đầu bàn, ghế 4 và ghế 5 trên cạnh dài còn lại, ghế 6 ở đầu bàn kia; sáu ghế đánh số liên tiếp theo chiều kim đồng hồ khi nhìn từ trên xuống. Hai ghế đối diện nhau là hai ghế nhìn nhau qua mặt bàn, gồm các cặp 1–5 và 2–4; hai ghế đầu bàn không có ghế đối diện. Hai ghế kề nhau là hai ghế liền nhau trên chu vi bàn. Mỗi ghế một người, tất cả quay mặt vào tâm bàn; «bên phải» tính theo hướng nhìn của người ngồi. Biết rằng: (1) Ánh ngồi ở một đầu bàn; (2) Như ngồi đối diện Tâm; (3) Dương ngồi ngay bên phải Ánh; (4) Vinh ngồi kề Ánh.



Bài 6.7. Cách xếp nào sau đây, ghi lần lượt từ ghế 1 đến ghế 6, thoả mãn tất cả các điều kiện đã cho?

- A. Tâm, Vinh, Ánh, Dương, Như, Hiền
- B. Như, Dương, Ánh, Hiền, Tâm, Vinh
- C. Vinh, Như, Hiền, Tâm, Dương, Ánh
- D. Vinh, Như, Tâm, Hiền, Dương, Ánh

Lời giải:

Bài 6.8. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây *chắc chắn đúng*?

- A.** Vinh ngồi đối diện Dương
- B.** Hiền ngồi ghế 6
- C.** Ánh ngồi ghế 3
- D.** Tâm ngồi kế Dương

Lời giải:

Bài 6.9. Với dữ kiện trên, nếu Ánh ngồi ghế 3 thì khẳng định nào sau đây *chắc chắn đúng*?

- A.** Như ngồi ghế 1 **B.** Tâm ngồi ghế 5
C. Vinh ngồi đối diện Tâm **D.** Hiền ngồi ghế 6

D. Như, Tâm, Vinh

Bài	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	6.10
Đáp án	D	C	B	D	A	B	C	A	D	D

7

CHUYÊN ĐỀ

Ma trận đa chiều và bảng ghép cặp

Hai chương trước xếp một nhóm đối tượng vào một dãy vị trí thẳng hoặc một vòng tròn. Chương này xử lý lớp bài toán có *hai nhóm trở lên* phải khớp với nhau: hướng dẫn viên khớp đoàn khách theo khung giờ, người thợ khớp món đồ được giao, kì thủ khớp đối thủ theo số bàn. Công cụ trung tâm là ma trận nhiều hàng dùng chung một trục thứ tự và bảng ghép cặp 0/X; kĩ thuật sơ đồ ô trống của Chương 5 vẫn được dùng nguyên vẹn cho từng hàng của ma trận.

1. Ma trận nhiều hàng chung một trục thứ tự

Quy trình dựng ma trận

Vẽ ma trận

cột là trục thứ tự đề đưa ra, đánh số 1 đến n , mỗi hàng dành cho một nhóm đối tượng, một cấu hình là cách điền đủ tên vào mọi ô

Kí hiệu hoá thành khối

khối đứng buộc hai đối tượng khác hàng vào cùng một cột, khối ngang buộc hai đối tượng lệch nhau một số cột xác định theo trục

Hợp nhất rồi mới chia trường hợp

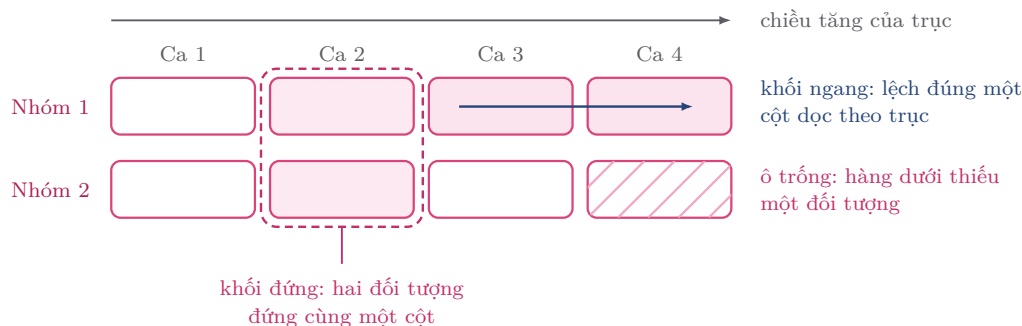
gom mọi điều kiện về cùng một đối tượng thành một kết luận cứng và xử lí trước, phần còn lại mới đem chia trường hợp

Ví dụ khối đứng: «Cẩm và Đạt trực cùng ca»; khối ngang: «chuyên đề làm việc nhóm diễn ra ngay sau khung giờ của Cẩm». Nên kiểm ràng buộc dọc trước ràng buộc ngang, vì khối đứng thường chặt hơn.

Cách chốt cặp. Khi một đối tượng chỉ còn *đúng một* lựa chọn ghép, ta ghép cứng nó thành một cặp rồi coi cặp ấy như một đối tượng duy nhất: ma trận hai hàng lập tức rút xuống còn một hàng.

Hai công cụ đếm.

- *Đếm suất.* So tổng số đối tượng với tổng số ô của ma trận để biết hàng nào chứa ô trống: tám suất, bảy người, hàng trên buộc phải đủ bốn, vậy ô trống nằm ở hàng dưới.
- *Hai mệnh đề kéo theo có giả thiết phủ nhau* — «nếu Ến ở khung giờ 1 thì ...» và «nếu Ến không ở khung giờ 1 thì ...» — luôn chia bài toán thành *đúng hai* nhánh, và đúng một nhánh trong hai nhánh ấy được kích hoạt.



Ma trận hai hàng trên bốn ca: khối đứng khoá hai ô cùng cột, khối ngang khoá khoảng cách giữa hai cột, ô trống chỉ xuất hiện ở hàng không bị ràng buộc phải đầy.

Ghi chú. Với bài ma trận có ô trống, cần xác định *hàng* chứa ô trống bằng phép đếm suất *trước khi* điền bất cứ tên nào. Với khối ngang dạng «ngay trước» hoặc «ngay sau», phải ghi rõ mũi tên chiều tăng của trục lên sơ đồ, nếu không rất dễ đặt khối ngược chiều.

2. Bảng ghép cặp 0/X

Quy trình bảng 0/X

Kẻ bảng

hàng là tập thứ nhất, cột là tập thứ hai, mỗi ô là một khả năng ghép giữa một phần tử hàng với một phần tử cột

Đánh dấu

ghi 0 vào ô mà một dữ kiện phủ định loại trừ, ghi X vào ô mà một dữ kiện khẳng định chốt lại

Lan truyền

mỗi lần chốt một cặp, gạch trọn hàng và trọn cột chứa ô ấy, hàng hoặc cột chỉ còn một ô sống thì ô đó tự động thành X, lặp lại tới khi bảng đầy

Bài có nhiều thuộc tính — mỗi người vừa mang một đề tài vừa mang một thứ tự — được tách thành nhiều bảng con, mỗi bảng ứng với một cặp thuộc tính; thuộc tính chung của các bảng đóng vai trò cầu nối.

	ghế xích đu	kệ sách	hộp trà	khung gương
Lộc		0	0	
Mẫn	0	0	X	0
Thi	0	0		
Yến				

chốt một cặp thì gạch trọn hàng và trọn cột của ô đó

Hàng Mẫn chỉ còn một ô sống nên ô ấy thành X; ngay sau đó cả hàng Mẫn lẫn cột hộp trà đều bị gạch.

Ghi chú. Với bài toàn dữ kiện phủ định, nên đếm số chữ 0 trên từng *cột*: cột nào gần đầy 0 nhất sẽ chốt cặp sớm nhất. Đường chéo cấm — «không ai bốc trúng đề của chính mình» — là dữ kiện ngầm, phải điền 0 cho nó trước tiên.

3. Ví dụ mẫu

Ví dụ 7.1. Một bảo tàng đón ba đoàn khách mang thẻ Ớn, Hạc, Sếu vào ba khung giờ 8 giờ, 9 giờ 30 và 11 giờ, mỗi khung giờ đúng một đoàn. Ba hướng dẫn viên Cẩm, Đạt, Hạ mỗi người dẫn đúng một đoàn: (1) Cẩm dẫn đoàn ở khung giờ ngay sau khung giờ đoàn Ớn tham quan; (2) đoàn Hạc tham quan lúc 11 giờ; (3) Đạt không dẫn đoàn Sếu; (4) Hạ không dẫn ở khung giờ 8 giờ. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Cẩm dẫn đoàn Hạc

B. Đạt dẫn đoàn Ớn
- C. Hạ dẫn đoàn Sếu

D. Đoàn Ớn tham quan lúc 9 giờ 30

Lời giải:

Ví dụ 7.2. Phòng thí nghiệm mở bốn ca trong ngày; mỗi ca cần một người trực kính hiển vi và một người trực máy quang phổ, tổng cộng tám suất. Bảy bạn Cẩm, Đạt, Hạ, Lộc, Mẫn, Thi, Tùng mỗi người nhận đúng một suất, còn đúng một suất bỏ trống: (1) kính hiển vi ca nào cũng có người trực; (2) Mẫn trực máy quang phổ ca 2; (3) Cẩm trực kính hiển vi, Đạt trực máy quang phổ và hai bạn trực cùng ca; (4) Lộc và Thi đều trực kính hiển vi, Thi ở ca ngay sau Lộc; (5) Tùng không trực ca 1. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Suất bỏ trống nằm ở hàng máy quang phổ

B. Suất bỏ trống rơi vào ca 4
- C. Tùng trực máy quang phổ

D. Hạ trực kính hiển vi

Lời giải:

Ví dụ 7.3. Bốn người thợ Lộc, Mẫn, Thi, Yển nhận đóng bốn món đồ: ghế xích đu, kệ sách, hộp trà, khung gương — mỗi người đúng một món: (1) Lộc không nhận kệ sách, cũng không nhận hộp trà; (2) Mẫn không nhận kệ sách, cũng không nhận khung gương; (3) Thi không nhận ghế xích đu, cũng không nhận kệ sách; (4) người nhận ghế xích đu không phải Mẫn. Ai đóng khung gương?

- A.** Lôc **B.** Mẫn **C.** Thi **D.** Yến

Lời giải:

Ví dụ 7.4. Ba thành viên tổ hùng biện Hạ, Tùng, Yến bốc thăm: mỗi người nhận đúng một đề tài trong ba đề môi trường, công nghệ, giáo dục và một thứ tự trình bày từ thứ nhất đến thứ ba: (1) người bốc đề công nghệ trình bày ngay trước Hạ; (2) Tùng bốc đề môi trường; (3) Yến không trình bày đầu tiên. Ai trình bày đầu tiên và người đó bốc đề tài nào?

- A.** Tùng — đề môi trường **B.** Tùng — đề giáo dục
- C.** Yến — đề công nghệ **D.** Ha — đề giáo dục

Lời giải:

4. Bài luyện

Bài 7.1. Bốn thành viên tổ hùng biện Cẩm, Đạt, Mẫn, Thi mỗi người đề xuất đúng một đề tài; cả bốn đề được đưa vào hộp bốc thăm, mỗi người bốc đúng một đề và không ai bốc trúng đề của chính mình: (1) Cẩm bốc trúng đề của Thi; (2) Đạt không bốc trúng đề của Cẩm; (3) Mẫn không bốc trúng đề của Cẩm. Thi bốc trúng đề của ai?

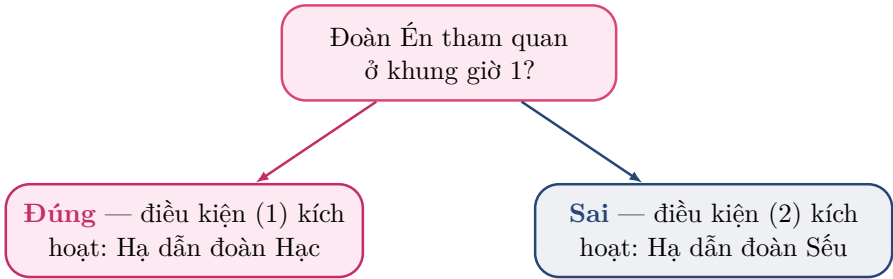
- A. Cẩm
- B. Đạt
- C. Mẫn
- D. Không xác định được

Lời giải:

Bài 7.2. Giải cờ vua giao hữu giữa câu lạc bộ Xe Pháo (Cẩm, Đạt, Hạ) và câu lạc bộ Mã Tượng (Lộc, Mẫn, Thi) diễn ra trên ba bàn đánh số 1–3, mỗi bàn một kì thủ mỗi câu lạc bộ: (1) Cẩm ngồi bàn có số nhỏ hơn bàn của Lộc; (2) Mẫn không gặp Đạt; (3) Thi ngồi bàn 1. Có bao nhiêu cách xếp chỗ thoải mẫn?

- A. 2
- B. 4
- C. 6
- D. 9

Lời giải:



Hai mệnh đề kéo theo có giả thiết phủ nhau chia bài toán thành đúng hai nhánh; đúng một nhánh xảy ra.

Bài 7.3. Bảo tàng đón bốn đoàn khách mang thẻ Ớn, Hạc, Sếu, Vành Khuyên vào bốn khung giờ 1–4, mỗi khung giờ đúng một đoàn; bốn hướng dẫn viên Hạ, Lộc, Tùng, Yến mỗi người dẫn đúng một đoàn: (1) nếu đoàn Ớn tham quan ở khung giờ 1 thì Hạ dẫn đoàn Hạc; (2) nếu đoàn Ớn không tham quan ở khung giờ 1 thì Hạ dẫn đoàn Sếu; (3) Tùng dẫn đoàn ở khung giờ ngay sau Yến; (4) đoàn Vành Khuyên tham quan ở khung giờ 2; (5) Lộc không dẫn đoàn Vành Khuyên. Nếu Hạ dẫn đoàn ở khung giờ 1 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Tùng dẫn đoàn Ớn

B. Lộc dẫn đoàn Hạc
- C. Đoàn Ớn tham quan ở khung giờ cuối

D. Yến dẫn đoàn Vành Khuyên

Lời giải:

5. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Một chuỗi chuyên đề kĩ năng gồm bốn buổi: thuyết trình, quản lí thời gian, làm việc nhóm, tư duy phản biện diễn ra ở bốn khung giờ liên tiếp 1–4, mỗi khung giờ đúng một chuyên đề do đúng một trong bốn diễn giả Cẩm, Đạt, Mẫn, Yến phụ trách, mỗi diễn giả một chuyên đề: (1) chuyên đề làm việc nhóm diễn ra ngay sau khung giờ của Cẩm; (2) Đạt phụ trách chuyên đề tư duy phản biện; (3) chuyên đề thuyết trình mở màn hoặc chốt chương trình; (4) Mẫn không phụ trách khung giờ 2.

Bài 7.4. Lịch nào sau đây, ghi theo thứ tự khung giờ 1 đến khung giờ 4 dưới dạng «diễn giả — chuyên đề», thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** Cẩm — thuyết trình; Mẫn — làm việc nhóm; Đạt — tư duy phản biện; Yến — quản lí thời gian

C. Mẫn — thuyết trình; Cẩm — quản lí thời gian; Yến — làm việc nhóm; Đạt — tư duy phản biện
- B.** Cẩm — thuyết trình; Yến — quản lí thời gian; Mẫn — làm việc nhóm; Đạt — tư duy phản biện

D. Yến — quản lí thời gian; Cẩm — thuyết trình; Mẫn — làm việc nhóm; Đạt — tư duy phản biện

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7.5. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Cầm phụ trách khung giờ đầu tiên

B. Chuyên đề thuyết trình mở màn
- C. Đạt phụ trách khung giờ cuối

D. Chuyên đề làm việc nhóm do Mẫn hoặc Yến phụ trách

Lời giải:

Bài 7.6. Với dữ kiện trên, nếu Đạt phụ trách khung giờ 2 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Yến phụ trách khung giờ 1

B. Cầm phụ trách chuyên đề quản lí thời gian ở khung giờ 3
- C. Mẫn phụ trách chuyên đề làm việc nhóm

D. Yến phụ trách chuyên đề thuyết trình

Lời giải:

Bài 7.7. Với dữ kiện trên, chuyên đề làm việc nhóm có thể diễn ra ở những khung giờ nào?

- A. Khung giờ 2 hoặc 3

B. Khung giờ 2, 3 hoặc 4
- C. Khung giờ 3 hoặc 4

D. Cả bốn khung giờ

Lời giải:

Dữ kiện. Sáu kì thủ Cẩm, Đạt, Hạ, Lộc, Mẫn, Thi bốc thăm chia thành ba cặp đấu, mỗi cặp ngồi một bàn trong ba bàn đánh số 1–3: (1) Cẩm đấu với Lộc hoặc với Thi; (2) Đạt ngồi bàn 1; (3) Mẫn không ngồi bàn 3; (4) Hạ không đấu với Đạt.

Bài 7.8. Cách xếp nào sau đây, ghi theo thứ tự bàn 1, bàn 2, bàn 3, thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A. Đạt–Hạ; Mẫn–Thi; Cẩm–Lộc

B. Đạt–Lộc; Cẩm–Thi; Hạ–Mẫn

C. Đạt–Thi; Cẩm–Mẫn; Hạ–Lộc

D. Đạt–Mẫn; Hạ–Thi; Cẩm–Lộc

D. Cắm đầu với Thi

Lời giải:

Bài 7.10. Với dữ kiện trên, nếu Thi ngồi bàn 2 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Cắm đầu với Thi **B.** Hạ ngời bàn 2
- C.** Đạt đầu với Mẫn **D.** Cắm ngời bàn 3

Lời giải:

Bài 7.11. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ những kì thủ có thể là đối thủ của Đạt là:

- A.** Lộc và Mẫn **B.** Mẫn và Thi **C.** Lộc, Mẫn và Thi **D.** Cẩm, Lộc, Mẫn và Thi

Lời giải:

Dữ kiện. Xưởng mộc nhận năm đơn hàng: bàn trà, ghế băng, tủ đầu giường, khay gỗ, đèn ngủ; năm người thợ Đạt, Hạ, Mẫn, Tùng, Yến mỗi người đảm nhận đúng một món: (1) Đạt không đóng bàn trà, cũng không đóng khay gỗ; (2) Hạ chỉ nhận đóng bàn trà hoặc khay gỗ; (3) Mẫn không đóng bàn trà, cũng không đóng đèn ngủ; (4) Tùng không đóng tủ đầu giường, cũng không đóng khay gỗ; (5) Yến không đóng ghế băng, cũng không đóng tủ đầu giường.

Bài 7.12. Cách phân công nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

A. Đạp-bàn trà; Hạ-khay gỗ; Mẫn-tử đầu giường; Tùng-ghế băng; Yến-đèn ngủ

B. Đạp-ghế băng; Hạ-bàn trà; Mẫn-tử đầu giường; Tùng-đèn ngủ; Yến-khay gỗ

C. Đạp-ghế băng; Hạ-bàn trà; Mẫn-khay gỗ; Tùng-tử đầu giường; Yến-đèn ngủ

D. Đạp-ghế băng; Hạ-bàn trà; Mẫn-khay gỗ; Tùng-đèn ngủ; Yến-tử đầu giường

Lời giải:

.....

Bài 7.13. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Đạt đóng ghế băng
- B.** Hạ đóng bàn trà
- C.** Tùng đóng đèn ngủ
- D.** Tủ đầu giường do Đạt hoặc Mẫn đóng

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7.14. Với dữ kiện trên, nếu Đạt nhận đóng đèn ngủ thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Mẫn đóng tủ đầu giường
- B.** Hạ đóng bàn trà
- C.** Yến đóng khay gỗ
- D.** Hạ đóng khay gỗ

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 7.15. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ những người thợ có thể đóng bàn trà là:

- A. Hạ và Yến
- B. Tùng và Yến
- C. Hạ, Tùng và Yến
- D. Hạ, Mẫn, Tùng và Yến

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6	7.7	7.8
Đáp án	A	B	D	C	D	B	B	D

Bài	7.9	7.10	7.11	7.12	7.13	7.14	7.15
Đáp án	A	C	C	B	D	A	C

PHẦN

3

PHÂN NHÓM VÀ LỰA CHỌN

8

CHUYÊN ĐỀ

Phân chia nhóm

Chương 7 đặt mỗi đối tượng vào một ô của bảng, nơi mỗi hàng và mỗi cột chỉ nhận đúng một đối tượng; chương này nói lỏng đúng một điều — nhiều đối tượng được phép cùng ở một chỗ, miễn không vượt sức chứa. Bài toán vì thế chuyển từ ghép cặp sang *phân chia*: toàn bộ đối tượng được chia trọn vào các nhóm có tên, mỗi đối tượng đúng một nhóm. Công cụ trung tâm là sơ đồ nhóm cùng phép đếm ô, còn kĩ thuật nối chuỗi và lập phản đảo của Chương 3 tiếp tục được dùng khi đề chứa điều kiện kéo theo.

1. Sơ đồ nhóm và phép đếm ô

Quy trình dựng sơ đồ nhóm

Bước 1 — Vẽ khung sức chứa. Bước này tách làm hai trường hợp. *Sĩ số cố định*: mỗi nhóm là một khung gồm đúng số ô bằng sức chứa của nhóm đó, và tổng số ô của mọi khung bằng đúng tổng số người cần chia. *Sĩ số chỉ cho sàn và trần*: không vẽ được số ô cố định, nên vẽ số ô bằng *sàn* của nhóm rồi để riêng một quỹ ô co giãn dùng chung, đồng thời ghi bất đẳng thức chặn sĩ số ở lề; chỉ khi các ràng buộc sau đó ép sĩ số về một giá trị duy nhất thì khung mới được chốt.

Bước 2 — Ghim người cố định. Điều kiện dạng « X ở nhóm G » được điền thẳng vào một ô của khung G ; mỗi lần ghim là một lần khung ấy bớt đi một chỗ trống.

Bước 3 — Đặt khối trước, cặp tách sau. Khối «cùng nhóm» cần nhiều ô liền trong *một* khung nên bị hạn chế nhiều nhất, phải xử lí trước; cặp tách chỉ phân phối phần còn lại.

Bước 4 — Đếm chỗ trống. Sau mỗi lần đặt, cần ghi lại số chỗ trống của từng khung. Khung nào hết chỗ thì mọi người chưa được xếp đều bị đẩy sang các khung khác — đây là nguồn kết luận chắc chắn của cả chương.

Diễn đạt trong đề

« X và Y ở cùng một nhóm»

« X và Y ở hai nhóm khác nhau»

« X ở nhóm G »

«nếu X ở nhóm G thì Y ở nhóm H »

«mỗi nhóm có ít nhất m người»

Cách ghi trên sơ đồ

khối hai ô, chỉ đặt được vào khung còn ít nhất hai chỗ trống

cặp tách: mỗi khung nhận nhiều nhất một người của cặp

ghim một ô của khung G , khung G bớt một chỗ

kéo theo một chiều; phản đảo: Y không ở H thì X không ở G

sàn của các nhóm khác quyết định trần của nhóm này:
trần = tổng số người – tổng sàn các nhóm còn lại

Công thức đếm ô.

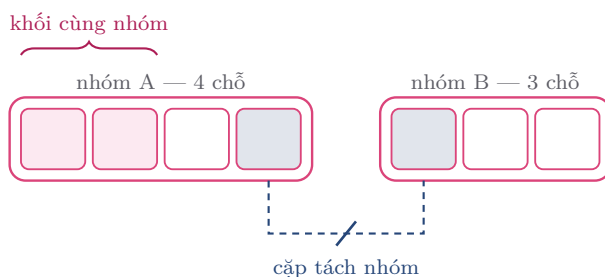
chỗ trống của nhóm $G = \text{sức chứa}(G) - \text{số người đã ghim vào } G$.

Với bài hai nhóm sức chứa cố định, mỗi người bị loại khỏi một nhóm là một người bị ép vào nhóm còn lại:

$$\text{số người ở nhóm 1} = n - \text{số người ở nhóm 2}.$$

Khi đề chỉ cho sà: với k nhóm, tổng n người và mỗi nhóm ít nhất m người thì mọi nhóm đều thoả

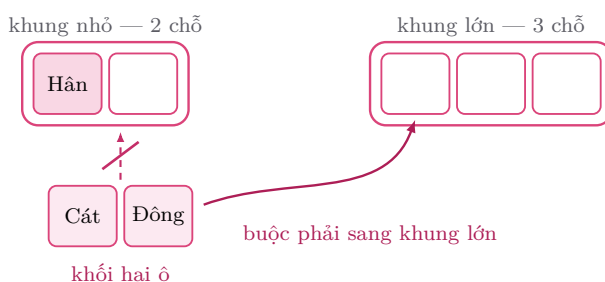
$$m \leq \text{sĩ số mỗi nhóm} \leq n - (k - 1)m.$$



Khối cần hai chỗ trong cùng một khung; cặp tách góp nhiều nhất một người cho mỗi khung.

Đếm ô — lời suy luận chủ lực

Một nhóm lấp kín là một kết luận, không phải một trạng thái trung gian. Khi đã chứng minh nhóm G nhận đủ số người theo sức chứa, mọi người chưa được nhắc tên đều bị đẩy sang các nhóm còn lại — kết luận này đúng cho *mọi* cấu hình nên trả lời được ngay các câu «chắc chắn đúng» mà không cần liệt kê cấu hình nào. Ở chiều ngược lại, nếu số người buộc phải vào G vượt quá sức chứa của G thì nhánh đang xét vô nghiệm; đó chính là chỗ nối với kĩ thuật «Giả sử — Tìm mâu thuẫn».



Khung nhỏ chỉ còn một chỗ nên khối hai ô buộc phải sang khung lớn.

Ghi chú. Thứ nhất, « X và Y khác nhóm» *không* chỉ đích danh ai ở nhóm nào; khi bài chỉ có hai nhóm thì cặp tách góp đúng một người cho mỗi nhóm, còn khi bài có từ ba nhóm trở lên thì hai người chỉ cần khác nhau, cả hai đều có thể không ở nhóm đang xét. Thứ hai, điều kiện «nếu ... thì ...» là một chiều: từ «nếu X ở nhóm sáng thì Y ở nhóm sáng» không được suy ngược rằng Y ở nhóm sáng thì X cũng vậy — đọc thành hai chiều là lỗi làm mất nghiệm ở các câu đếm. Thứ ba, «chắc chắn đúng» đòi hỏi khẳng định đúng ở *mọi* cấu hình; một khẳng

định đúng ở phần lớn cấu hình vẫn bị loại.

2. Biến thể nhóm kèm vai trò

Nhóm và vai trò

Một số đề yêu cầu mỗi nhóm cử ra một người giữ vai trò riêng — nhóm trưởng, người phụ trách an toàn, người ghi biên bản. Khi đó mỗi cấu hình gồm *hai tầng*: tầng phân nhóm cho biết ai ở đâu, tầng vai trò cho biết trong mỗi nhóm ai được cử. Vai trò luôn thuộc về một thành viên của chính nhóm đó, nên hai tầng ràng buộc lẫn nhau: một điều kiện về vai trò có thể chốt luôn vị trí nhóm của người được nhắc. Trình tự làm hiệu quả là dựng tầng phân nhóm trước bằng đếm ô, rồi mới đếm số cách cử vai trò trên từng cấu hình.



Điều kiện về vai trò có thể chốt cả vị trí nhóm — người giữ vai trò của nhóm nào thì thuộc nhóm ấy.

Ghi chú. Với đề nhóm kèm vai trò, câu hỏi «có bao nhiêu cách» luôn đếm cả hai tầng: hai cách khác nhau ở người giữ vai trò vẫn là hai cách khác nhau dù phân nhóm giống hệt. Ngược lại, câu hỏi chỉ nói về vị trí nhóm thì gộp các cấu hình cùng phân nhóm lại làm một khi kết luận.

3. Ví dụ mẫu

Ví dụ 8.1. Một buổi trải nghiệm chèo kayak có năm người tham gia: Cát, Đông, Hân, Kha, Ngọc. Câu lạc bộ bố trí hai chiếc thuyền: thuyền lớn chở đúng ba người, thuyền nhỏ chở đúng hai người; mỗi người lên đúng một thuyền và cả hai thuyền đều chở kín chỗ. Việc xếp người phải thỏa mãn: (1) Cát và Đông lên cùng một thuyền; (2) Hân lên thuyền nhỏ. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Đông lên thuyền lớn **B.** Kha lên thuyền nhỏ **C.** Ngọc lên thuyền lớn **D.** Ngọc lên cùng thuyền với Hân

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 8.2. Một câu lạc bộ tình nguyện cử sáu thành viên: Hân, Kha, Ngọc, Quang, Sa, Vân về hai điểm trường vùng cao. Điểm trường Suối Mơ nhận đúng ba người và điểm trường Đèo Gió nhận đúng ba người; mỗi thành viên về đúng một điểm trường. Việc phân công phải thoả mãn: (1) Hân và Kha về cùng một điểm trường; (2) Ngọc và Quang về hai điểm trường khác nhau; (3) Sa về điểm trường Suối Mơ. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Ngọc về điểm trường Suối Mơ
- B. Vân về điểm trường Suối Mơ
- C. Quang về điểm trường Đèo Gió
- D. Quang về cùng điểm trường với Vân

Lời giải:

Ví dụ 8.3. Một trạm cứu hộ bãi biển có sáu nhân viên: Cát, Đông, Hân, Kha, Quang, Vân, chia thành hai kíp trực trong ngày: kíp sáng đúng ba người và kíp chiều đúng ba người; mỗi nhân viên trực đúng một kíp. Bảng phân kíp phải thoả mãn: (1) nếu Cát trực kíp sáng thì Đông cũng trực kíp sáng; (2) Hân và Quang trực hai kíp khác nhau; (3) Đông trực kíp chiều. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Hân trực kíp sáng
- B. Quang trực kíp chiều
- C. Vân trực kíp sáng
- D. Hân trực cùng kíp với Vân

Lời giải:

Ví dụ 8.4. Ngày hội việc làm của một trường có sáu tình nguyện viên: Cát, Đông, Kha, Ngọc, Sa, Vân, được chia vào hai tổ: tổ đón tiếp và tổ tư vấn. Mỗi tình nguyện viên vào đúng một tổ và **mỗi tổ có ít nhất hai người**. Việc chia tổ phải thỏa mãn: (1) Cát và Sa vào cùng một tổ; (2) Đông và Ngọc vào hai tổ khác nhau; (3) Vân vào tổ tư vấn. Danh sách đầy đủ các giá trị mà sĩ số của tổ đón tiếp có thể nhận là:

- A.** Chỉ 3 hoặc 4
- B.** Chỉ 2 hoặc 3
- C.** 1, 2, 3 hoặc 4
- D.** 2, 3 hoặc 4

Lời giải:

4. Bài luyện

Bài 8.1. Một trại hè STEM chia sáu trại sinh: Cát, Đông, Hân, Kha, Sa, Vân vào hai tổ chuyên đề: tổ Robot đúng bốn người và tổ Tên lửa nước đúng hai người; mỗi trại sinh vào đúng một tổ. Việc chia tổ phải thoả mãn: (1) Đông và Hân vào cùng một tổ; (2) Cát vào tổ Tên lửa nước. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Kha vào tổ Robot
- B. Đông vào tổ Robot
- C. Sa vào tổ Tên lửa nước
- D. Vân vào cùng tổ với Cát

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8.2. Đội chăm sóc vườn cộng đồng của một khu dân cư gồm bảy thành viên: Cát, Đông, Hân, Kha, Ngọc, Quang, Sa, chia thành hai ca làm việc trong ngày: ca sáng đúng bốn người và ca chiều đúng ba người; mỗi thành viên làm đúng một ca. Bảng phân ca phải thoả mãn: (1) Cát và Đông làm cùng một ca; (2) Hân và Kha làm hai ca khác nhau; (3) Ngọc làm ca chiều. Khẳng định nào sau đây **không thể** đúng?

- A. Quang làm ca sáng
- B. Hân làm ca chiều
- C. Quang và Sa làm cùng một ca
- D. Sa làm cùng ca với Ngọc

Lời giải:

Bài 8.3. Một buổi chèo kayak khác có bảy người tham gia: Cát, Đông, Hân, Kha, Ngọc, Quang, Vân và ba chiếc thuyền: thuyền Sóng chở đúng ba người, thuyền Gió chở đúng hai người, thuyền Mây chở đúng hai người; mỗi người lên đúng một thuyền và cả ba thuyền đều chở kín chỗ. Việc xếp người phải thoả mãn: (1) Cát và Đông lên cùng một thuyền; (2) Hân và Ngọc lên hai thuyền khác nhau; (3) Kha lên thuyền Sóng. Nếu Quang lên thuyền Gió thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Vân lên thuyền
Mây
- B.** Cát lên thuyền
Sóng
- C.** Hân lên thuyền
Gió
- D.** Vân không lên
thuyền Gió

Lời giải:

Bài 8.4. Một đợt tình nguyện khác cử sáu thành viên: Cát, Đông, Hân, Kha, Quang, Sa về hai điểm trường: điểm trường Nà Ban nhận đúng ba người và điểm trường Cổng Trời nhận đúng ba người; mỗi thành viên về đúng một điểm trường. Việc phân công phải thoả mãn: (1) nếu Cát về Nà Ban thì Đông cũng về Nà Ban; (2) Hân và Kha về hai điểm trường khác nhau; (3) Quang về Cổng Trời. Có bao nhiêu cách phân công thoả mãn tất cả các điều kiện?

A. 2

B. 3

C. 4

D. 6

Lời giải:

Bài 8.5. Một trạm cứu hộ bãi biển khác có bảy nhân viên: Cát, Đông, Hàn, Kha, Ngọc, Quang, Vân, chia thành kíp sáng và kíp chiều; mỗi nhân viên trực đúng một kíp và **mỗi kíp có ít nhất ba người**. Bảng phân kíp phải thoả mãn: (1) nếu Cát trực kíp sáng thì cả Đông và Hàn đều trực kíp sáng; (2) Kha và Ngọc trực hai kíp khác nhau; (3) Quang trực kíp chiều. Nếu Cát trực kíp sáng thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Vân trực kíp chiều **B.** Kha trực kíp sáng **C.** Ngọc trực kíp chiều **D.** Ngọc trực cùng kíp với Vân

Lời giải:

5. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Đợt hai của một trại hè STEM có tám trại sinh: Cát, Đông, Hân, Kha, Ngọc, Quang, Sa, Vân, được chia vào ba tổ chuyên đề: tổ Robot đúng ba người, tổ Tên lửa nước đúng ba người và tổ Lập trình đúng hai người; mỗi trại sinh vào đúng một tổ và cả ba tổ đều nhận đủ số người nêu trên. Việc chia tổ phải thoả mãn: (1) Cát và Đông vào cùng một tổ; (2) Hân và Kha vào hai tổ khác nhau; (3) Ngọc và Quang vào hai tổ khác nhau; (4) Sa vào tổ Lập trình.

Bài 8.6. Cách chia tổ nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

A. Tổ Robot: Cát, Đông, Vân; tổ Tên lửa nước: Hân, Ngọc, Quang; tổ Lập trình: Sa, Kha

C. Tổ Robot: Cát, Đông, Quang; tổ Tên lửa nước: Hân, Ngọc, Sa; tổ Lập trình: Vân, Kha

Lời giải:

Bài 8.7. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Vân không ở tổ Lập trình
- B. Hân ở cùng tổ với Cát
- C. Ngọc ở tổ Robot
- D. Kha ở tổ Lập trình

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Bài 8.8. Với dữ kiện trên, nếu Hân ở tổ Lập trình thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Ngọc ở cùng tổ với Cát
- B. Kha ở cùng tổ với Vân
- C. Quang ở tổ Robot
- D. Cát ở tổ Tên lửa nước

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8.9. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ những trại sinh có thể ở tổ Lập trình cùng Sa là:

- A. Hân, Kha
- B. Ngọc, Quang
- C. Hân, Kha, Ngọc, Quang
- D. Hân, Kha, Ngọc, Quang, Vân

Lời giải:

Dữ kiện. Vào mùa cao điểm, một trạm cứu hộ bãi biển bố trí tám nhân viên: Cát, Đông, Hân, Kha, Ngọc, Quang, Sa, Vân thành hai kíp trực: kíp sáng đúng bốn người và kíp chiều đúng bốn người; mỗi nhân viên trực đúng một kíp. Bảng phân kíp phải thỏa mãn: (1) nếu Cát trực kíp sáng thì Đông trực kíp chiều; (2) nếu Đông trực kíp chiều thì Hân trực kíp chiều; (3) Kha và Ngọc trực cùng một kíp; (4) Quang trực kíp sáng.

Bài 8.10. Kíp sáng có thể gồm đúng những nhân viên nào sau đây?

- A.** Quang, Cát, Đông, Sa
- B.** Quang, Đông, Sa, Vân
- C.** Quang, Hân, Sa, Vân
- D.** Quang, Kha, Sa, Vân

D. Cát và Hân không cùng trực kíp sáng

Lời giải:

Bài 8.12. Với dữ kiện trên, nếu Sa và Vân cùng trực kíp chiều thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Ngọc trực kíp sáng **B.** Cát trực kíp sáng **C.** Đông trực kíp chiều **D.** Cát trực cùng kíp với Hân

Lời giải:

Bài 8.13. Với dữ kiện trên, có bao nhiêu bảng phân kíp thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** 4 **B.** 6 **C.** 8 **D.** 12

Lời giải:

Dữ kiện. Vườn cộng đồng của một khu dân cư chia sáu thành viên: Cát, Đông, Hân, Kha, Sa, Vân thành hai nhóm chăm sóc, mỗi nhóm đúng ba người: nhóm vườn rau và nhóm vườn hoa; mỗi thành viên vào đúng một nhóm. Ngoài ra **mỗi nhóm cử đúng một nhóm trưởng, và nhóm trưởng phải là thành viên của chính nhóm đó.** Việc phân công phải thỏa mãn: (1) Cát và Hân vào cùng một nhóm; (2) Đông và Vân vào hai nhóm khác nhau; (3) Kha là nhóm trưởng của nhóm mà Kha tham gia; (4) Hân không làm nhóm trưởng; (5) nếu Sa vào nhóm vườn rau thì Sa là nhóm trưởng của nhóm vườn rau.

Bài 8.15. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- | | |
|--|--------------------------------|
| A. Cát là nhóm trưởng nhóm vườn rau | B. Đông ở nhóm vườn hoa |
| C. Vân là nhóm trưởng nhóm vườn rau | D. Hân ở nhóm vườn rau |

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8.16. Với dữ kiện trên, nếu Đông ở nhóm vườn rau thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- | | |
|---|----------------------------------|
| A. Cát là nhóm trưởng nhóm vườn rau | B. Sa ở cùng nhóm với Vân |
| C. Đông là nhóm trưởng nhóm vườn rau | D. Vân ở nhóm vườn rau |

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 8.17. Với dữ kiện trên, danh sách đầy đủ những thành viên có thể làm nhóm trưởng là:

- | | |
|-------------------------------|------------------------------------|
| A. Chỉ Kha | B. Cát, Kha |
| C. Cát, Đông, Kha, Vân | D. Cát, Đông, Hân, Kha, Vân |

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9
Đáp án	B	C	D	C	A	D	A	B	C

Bài	8.10	8.11	8.12	8.13	8.14	8.15	8.16	8.17
Đáp án	B	D	A	C	A	D	B	C

9

CHUYÊN ĐỀ

Quyết định theo ràng buộc

Chương 8 phân toàn bộ đối tượng vào các nhóm, nên mỗi đối tượng đều có chỗ của mình; chương này chỉ giữ lại một phần — chọn đúng k đối tượng trong n đối tượng và loại phần còn lại. Ràng buộc vì thế không nói về vị trí mà nói về việc *có mặt hay vắng mặt*: kéo theo, loại trừ lẫn nhau, tuyển. Kỹ thuật nối chuỗi và lập phản đảo của Chương 3 được dùng lại gần như nguyên vẹn, còn kỹ thuật đếm ô của Chương 8 chuyển thành đếm suất chọn.

1. Ba loại ràng buộc và cách đọc chúng

Diễn đạt trong đề	Nghĩa	Phản đảo / hệ quả
«nếu chọn X thì chọn Y »	X có mặt $\Rightarrow Y$ có mặt	Y vắng $\Rightarrow X$ vắng
« X và Y không được chọn đồng thời»	nhiều nhất một trong hai có mặt	X có mặt $\Rightarrow Y$ vắng
«ít nhất một trong hai X, Y »	ít nhất một có mặt — có thể cả hai	X vắng $\Rightarrow Y$ có mặt
«nhiều nhất một trong hai X, Y »	nhiều nhất một có mặt — có thể không đối tượng nào	giống dòng «không đồng thời»
«đúng một trong hai X, Y »	đúng một có mặt	vừa loại trừ vừa tuyển

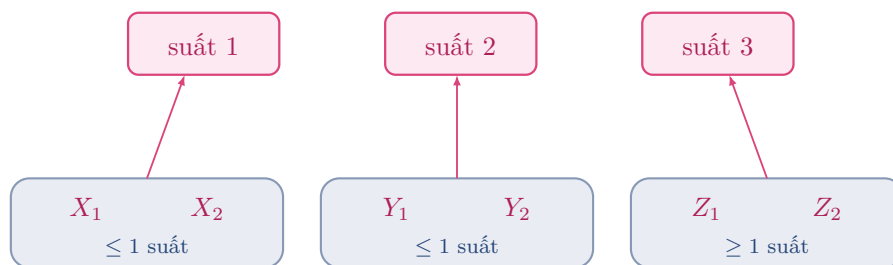
Ghi chú. Ba dòng cuối của bảng trên là ba ràng buộc khác nhau, không được đánh đồng. «Ít nhất một» cho phép cả hai; «nhiều nhất một» cho phép không đối tượng nào; chỉ «đúng một» mới cấm cả hai đầu. Đây là chỗ dễ nhầm của dạng bài đếm: đọc «ít nhất một» hay «nhiều nhất một» thành «đúng một» đều làm mất nghiệm.

Đếm suất chọn

Bước 1 — Ghi số suất. Đề cho đúng k suất chọn; mỗi suất thuộc một đối tượng và mỗi đối tượng chiếm nhiều nhất một suất.

Bước 2 — Gom nhóm theo ràng buộc. Mỗi cặp loại trừ góp *nhiều nhất một* suất; mỗi cặp tuyển góp *ít nhất một* suất. Số suất của các nhóm cộng lại bằng đúng k *chỉ khi* các nhóm đôi một rời nhau và phủ hết tập đối tượng. Nếu còn đối tượng nằm ngoài mọi nhóm thì phần ngoài ấy phải được tính thành một nhóm riêng trước khi cộng; nếu hai nhóm dùng chung một đối tượng thì không được cộng tách, phải gộp chúng lại thành một nhóm.

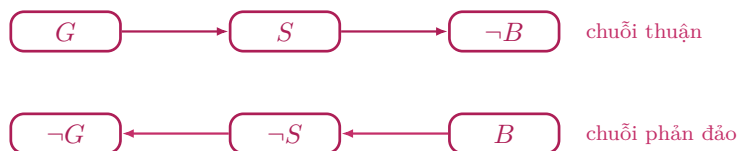
Bước 3 — Cộng chặn trên rồi so với k . Nếu các cặp loại trừ chỉ đủ cung cấp $m < k$ suất thì $k - m$ suất còn thiếu buộc phải lấy từ các đối tượng ngoài những cặp ấy — nhiều đối tượng bị ép có mặt mà không cần liệt kê cấu hình nào.



Hai cặp loại trừ chỉ góp tối đa hai suất nên suất thứ ba buộc phải lấy từ nhóm còn lại.

Nối chuỗi và lập phản đảo

Các ràng buộc kéo theo nối được với nhau đúng như ở Chương 3: từ $A \Rightarrow B$ và $B \Rightarrow C$ suy ra $A \Rightarrow C$. Ngoài ra một ràng buộc loại trừ cũng là một ràng buộc kéo theo trái hình: « X và Y không đồng thời» chính là $X \Rightarrow \neg Y$. Nhờ vậy chuỗi suy diễn đi xuyên qua được cả hai loại ràng buộc. Chẳng hạn $G \Rightarrow S$ và $S \Rightarrow \neg B$ cho ngay $G \Rightarrow \neg B$: hai đối tượng G và B không bao giờ cùng được chọn, dù đề không hề nói gì về cặp đó.



Hai hàng là hai cách đọc của cùng một hệ ràng buộc.

Ghi chú. Một phương án «chưa đủ dữ kiện» chỉ đúng khi tồn tại **hai** cấu hình cùng thoả mọi điều kiện của đề mà cho kết luận trái ngược nhau về đối tượng đang xét. Muốn bác bỏ phương án ấy chỉ cần chỉ ra một lập luận ép buộc; muốn chọn nó thì phải trưng ra được hai cấu hình chứng nhân. Việc không tìm ra lập luận không phải là bằng chứng cho «chưa đủ dữ kiện».

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 9.1. Ban tổ chức một buổi tiệc trà chiều lập thực đơn gồm đúng ba món khác nhau, chọn từ năm món: bánh su, bánh quy, mứt dừa, chè khúc bạch, trái cây theo mùa. Thực đơn phải thoả mãn hai điều kiện: (1) nếu bánh su được chọn thì mứt dừa cũng được chọn; (2) bánh quy và chè khúc bạch không được chọn đồng thời. Nếu chè khúc bạch được chọn thì món nào sau đây chắc chắn có trong thực đơn?

- A. Mứt dừa B. Bánh su C. Trái cây theo mùa D. Bánh quy

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 9.2. Một trạm khuyến nông chọn đúng ba giống lúa khác nhau trong sáu giống Hạt Ngọc, Sóng Vàng, Đồng Xanh, Hương Cốm, Mưa Xuân, Nắng Hè để gieo thử nghiệm vụ tới. Việc chọn phải thoả mãn: (1) ít nhất một trong hai giống Hạt Ngọc, Sóng Vàng được chọn — có thể chọn cả hai; (2) nhiều nhất một trong hai giống Đồng Xanh, Hương Cốm được chọn — có thể không chọn giống nào trong hai giống đó; (3) nếu Mưa Xuân được chọn thì Sóng Vàng cũng được chọn; (4) nếu Nắng Hè được chọn thì Hạt Ngọc không được chọn. Giống nào sau đây chắc chắn được chọn?

- A.** Hạt Ngọc **B.** Sóng Vàng **C.** Mưa Xuân **D.** Đồng Xanh

Lời giải:

Ví dụ 9.3. Một trường lắp đúng ba trạm phát wifi ở ba trong sáu vị trí: nhà đa năng, căng-tin, khu tự học, sân cỏ, vườn trường, hành lang khu A; mỗi vị trí lắp nhiều nhất một trạm. Kế hoạch phải thoả mãn: (1) nếu lắp trạm ở nhà đa năng thì cũng lắp trạm ở căng-tin; (2) sân cỏ và vườn trường không được lắp trạm đồng thời; (3) ít nhất một trong hai vị trí khu tự học, hành lang khu A được lắp trạm. Vị trí nào sau đây chắc chắn được lắp trạm?

- A.** Căng-tin
- B.** Khu tự học
- C.** Hành lang khu A
- D.** Chưa đủ dữ kiện để khẳng định vị trí nào chắc chắn được lắp trạm

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 9.1. Ban tổ chức một triển lãm ảnh chọn đúng ba bức khác nhau trong sáu bức «Bến nước», «Chợ nổi», «Mùa gặt», «Phố mưa», «Đồng chiều», «Sương sớm» để treo ở gian chính: (1) nếu treo «Bến nước» thì cũng treo «Chợ nổi»; (2) «Mùa gặt» và «Phố mưa» không được treo đồng thời; (3) ít nhất một trong hai bức «Đồng chiều», «Sương sớm» được treo. Bộ ba nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A. «Bến nước», «Mùa gặt», «Đồng chiều»

B. «Mùa gặt», «Phố mưa», «Sương sớm»
- C. «Chợ nổi», «Phố mưa», «Sương sớm»

D. «Bến nước», «Chợ nổi», «Mùa gặt»

Lời giải:

Bài 9.2. Câu lạc bộ vườn thuốc nam của một trường dành luống mới để trồng đúng ba loài thảo mộc khác nhau chọn từ sáu loài: diếp cá, ngải cứu, húng chanh, lá lốt, mã đề, cỏ ngọt: (1) diếp cá và ngải cứu không được trồng đồng thời; (2) húng chanh và lá lốt không được trồng đồng thời; (3) nếu trồng mã đề thì cũng trồng cỏ ngọt. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Cỏ ngọt được trồng

B. Mã đề được trồng
- C. Húng chanh được trồng

D. Diếp cá không được trồng

Lời giải:

Bài 9.3. Thực đơn của một buổi tiệc trà chiều gồm đúng ba món khác nhau chọn từ sáu món: tart trứng, bông lan, sandwich dưa leo, thạch cà phê, chè trôi nước, mút vỏ cam: (1) nếu chọn tart trứng thì cũng chọn bông lan; (2) sandwich dưa leo và thạch cà phê không được chọn đồng thời; (3) ít nhất một trong hai món chè trôi nước, mút vỏ cam được chọn. Nếu bông lan không được chọn và thạch cà phê được chọn thì thực đơn gồm những món nào?

- A. Thạch cà phê, chè trôi nước, sandwich dưa leo
- B. Thạch cà phê, chè trôi nước, mút vỏ cam
- C. Tart trứng, thạch cà phê, mút vỏ cam
- D. Bông lan, thạch cà phê, mút vỏ cam

Lời giải:

Bài 9.4. Một trường khác lắp đúng ba trạm phát wifi ở ba trong sáu vị trí: cổng chính, sân bóng, nhà xe, vườn sinh vật, hội trường, dãy lớp B; mỗi vị trí lắp nhiều nhất một trạm: (1) ít nhất một trong hai vị trí cổng chính, hội trường được lắp trạm — có thể cả hai; (2) nhiều nhất một trong hai vị trí sân bóng, nhà xe được lắp trạm — có thể không vị trí nào; (3) nếu lắp trạm ở vườn sinh vật thì cũng lắp trạm ở cổng chính. Có bao nhiêu cách chọn ba vị trí thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A. 7
- B. 8
- C. 11
- D. 14

Lời giải:

Bài 9.5. Một trại giống gieo thử đúng bốn giống lúa khác nhau trong sáu giống mang mã hiệu L1, L2, L3, L4, L5, L6: (1) không gieo đồng thời cả ba giống L1, L2, L3; (2) ít nhất một trong hai giống L4, L5 được gieo — có thể cả hai; (3) nếu gieo L6 thì cũng gieo L2. Nếu L4 không được gieo thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Giống L1 chắc chắn được gieo
- B.** Giống L3 chắc chắn được gieo
- C.** Giống L6 chắc chắn không được gieo
- D.** Chưa đủ dữ kiện để xác định giống L1 có được gieo hay không

Lời giải:

4. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Ban biên tập chương trình phát thanh của trường nhận bảy tiết mục dự tuyển, mỗi tiết mục do đúng một bạn phụ trách và mỗi bạn phụ trách đúng một tiết mục: Duyên, Hiếu, Khải, Lựa, Minh, Nhung, Tài. Chương trình phát sóng đúng bốn tiết mục trong bảy tiết mục đó, thoả mãn: (1) nếu tiết mục của Duyên được chọn thì tiết mục của Hiếu cũng được chọn; (2) nhiều nhất một trong hai tiết mục của Khải và Lựa được chọn — có thể không tiết mục nào; (3) ít nhất một trong hai tiết mục của Minh và Nhung được chọn — có thể cả hai; (4) nếu tiết mục của Tài không được chọn thì tiết mục của Nhung được chọn.

Bài 9.6. Bộ bốn tiết mục nào sau đây được phép phát sóng?

- A.** Tiết mục của Duyên, Khải, Minh, Nhung **B.** Tiết mục của Khải, Lựa, Minh, Tài
C. Tiết mục của Duyên, Hiếu, Khải, Minh **D.** Tiết mục của Hiếu, Minh, Nhung, Tài

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9.7. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Tiết mục của Nhung được chọn **B.** Trong hai tiết mục của Hiếu và Nhung, có ít nhất một tiết mục được chọn
C. Tiết mục của Minh được chọn **D.** Tiết mục của Duyên không được chọn

Lời giải:

Bài 9.8. Với dữ kiện trên, nếu tiết mục của Duyên được chọn thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Tiết mục của Hiếu được chọn
- B.** Tiết mục của Nhung được chọn
- C.** Tiết mục của Khải không được chọn
- D.** Tiết mục của Tài không được chọn

Lời giải:

Bài 9.9. Với dữ kiện trên, có bao nhiêu cách chọn bốn tiết mục thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** 8 **B.** 10 **C.** 14 **D.** 16

Lời giải:

Dữ kiện. Vườn dược liệu của một trạm y tế xã dự kiến bảy loài: đinh lăng, hương nhu, tía tô, sả, bạc hà, kinh giới, gừng. Đợt đầu trồng đúng bốn loài khác nhau trong bảy loài đó, thoả mãn: (1) sả và bạc hà không được trồng đồng thời; (2) nếu trồng tía tô thì cũng trồng kinh giới; (3) ít nhất một trong hai loài đinh lăng, gừng được trồng — có thể cả hai; (4) nếu trồng gừng thì cũng trồng sả.

Bài 9.10. Bộ bốn loài nào sau đây được phép trồng trong đợt đầu?

- A. Đinh lăng, tía tô, sả, hương nhu

B. Đinh lăng, kinh giới, bạc hà, hương nhu

C. Sả, bạc hà, đinh lăng, kinh giới

D. Gừng, đinh lăng, kinh giới, hương nhu

Lời giải:

- Bài 9.11.** Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?
- A. Trong hai loài sả và đinh lăng, có ít nhất một loài được trồng

B. Đinh lăng được trồng

C. Kinh giới được trồng

D. Bạc hà không được trồng

Lời giải:

Bài 9.12. Với dữ kiện trên, nếu bạc hà được trồng thì có thể kết luận gì về tía tô?

- A.** Tía tô chắc chắn được trồng
- B.** Tía tô chắc chắn không được trồng
- C.** Tía tô và hương nhu cùng được trồng
- D.** Chưa đủ dữ kiện để xác định tía tô có được trồng hay không

Lời giải:

Bài 9.13. Với dữ kiện trên, xét mọi cách trồng thoả mãn các điều kiện mà gừng được trồng. Danh sách đầy đủ những loài không bao giờ được trồng cùng gừng là:

- A.** Bạc hà và tía tô
- B.** Bạc hà và hương nhu
- C.** Chỉ bạc hà
- D.** Bạc hà, tía tô và kinh giới

Lời giải:

.....

.....

.....

Bảng đáp án

Bài	9.1	9.2	9.3	9.4	9.5	9.6	9.7
Đáp án	C	A	B	C	D	D	B

Bài	9.8	9.9	9.10	9.11	9.12	9.13
Đáp án	A	C	B	A	D	C

PHẦN

4

MẠNG LƯỚI VÀ CHU KÌ

10

CHUYÊN ĐỀ

Sơ đồ, mạng lưới và đồ thị

Chương 9 chọn ra một tập đối tượng rồi loại phần còn lại, nên mọi dữ kiện đều nói về việc có mặt hay vắng mặt. Chương này giữ lại toàn bộ đối tượng nhưng chuyển sự chú ý sang *mối nối* giữa chúng: đối tượng nào nối trực tiếp với đối tượng nào, đi từ đâu tới đâu được, và đi hết mọi mối nối thì tốn bao nhiêu. Công cụ trung tâm là sơ đồ đỉnh — cạnh, cùng ba đại lượng đọc thẳng được trên sơ đồ: bậc của từng đỉnh, tính liên thông và số chu trình độc lập.

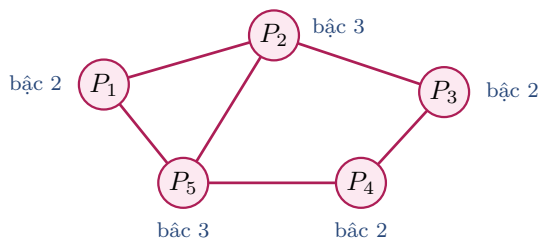
Ghi chú. Một bộ thuật ngữ duy nhất. Từ chương này trở đi, sách gọi thống nhất theo thuật ngữ chuẩn: *đỉnh*, *cạnh*, *bậc*, *liên thông*, *cạnh cầu*, *đường đi* và *chu trình Euler*, *chu trình Hamilton*. Đề thi thì luôn kể bằng lời đời thường — trạm, chốt, ga, bến, đường mòn, đoạn ray — nên bước đầu tiên của mọi bài là dịch câu chuyện sang bộ thuật ngữ ấy: mỗi *đối tượng* thành một đỉnh, mỗi *mối nối trực tiếp* thành một cạnh. Vài tài liệu gọi đỉnh là «điểm» hay «nút», gọi cạnh là «đoạn», gọi cạnh cầu là «cầu» hoặc «đoạn độc đạo», và gọi cả hình vẽ là *đồ thị* thay cho *sơ đồ*; gặp cách gọi nào cũng quy về cùng một hình.

1. Sơ đồ đỉnh — cạnh và bậc của một đỉnh

Diễn đạt trong đề	Trên sơ đồ
«trạm A nối trực tiếp với trạm B»	một cạnh nối hai đỉnh A, B
«mỗi trạm nối trực tiếp với đúng ba trạm khác»	mọi đỉnh đều có bậc 3
«từ chốt nào cũng tới được mọi chốt còn lại»	sơ đồ liên thông
«đóng một tuyến thì có hai trạm mất liên lạc với nhau»	tuyến ấy là một <i>cạnh cầu</i>
«đi qua mỗi tuyến đúng một lần»	đường đi Euler; nếu còn phải quay về nơi xuất phát thì là <i>chu trình Euler</i>
«đi qua mỗi trạm đúng một lần rồi quay về»	chu trình Hamilton

Định lý bất tay

Mỗi cạnh có hai đầu mút, nên khi cộng bậc của mọi đỉnh thì cạnh ấy được đếm đúng hai lần. Do đó **tổng bậc của mọi đỉnh bằng hai lần số cạnh**. Hai hệ quả được dùng liên tục: tổng bậc luôn là số chẵn, nên một dãy bậc có tổng lẻ thì không sơ đồ nào nhận được; và số đỉnh có bậc lẻ luôn là số chẵn.



Tổng bậc $3 + 3 + 2 + 2 + 2 = 12 = 2 \times 6$: mỗi cạnh trong sáu cạnh được đếm đúng hai lần.

Ba dấu hiệu đọc thẳng trên sơ đồ

Đếm bậc

ghi bậc từng đỉnh rồi đối chiếu tổng bậc với hai lần số cạnh

Xét liên thông

tách sơ đồ thành các cụm rời nhau

Đếm chu trình

liên thông với n đỉnh và m cạnh thì có $m - n + 1$ chu trình độc lập

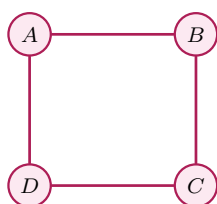
Một dữ kiện vô lí thường lộ ngay ở bước đếm bậc. Một cạnh nối hai cụm mà không có lối vòng nào khác là *cạnh cầu*: bỏ nó đi thì hai cụm mất liên lạc. Nếu $m - n + 1 = 0$ thì sơ đồ không có chu trình nào, và khi ấy mọi cạnh đều là cạnh cầu.

Liên thông và mọi bậc không quá hai

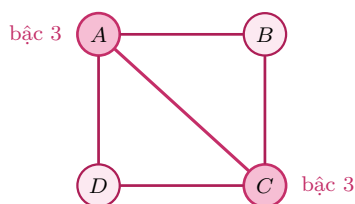
Một sơ đồ liên thông có n đỉnh và đúng $n - 1$ cạnh thì không chứa chu trình. Nếu thêm điều kiện mọi bậc không quá 2 thì sơ đồ ấy là một *đường đi* xuyên chuỗi cả n đỉnh: đúng hai đỉnh bậc 1 làm hai đầu mút, $n - 2$ đỉnh còn lại bậc 2. Ngược lại, sơ đồ liên thông có n đỉnh, n cạnh và mọi bậc bằng 2 là một chu trình khép kín.

Đi qua mỗi cạnh đúng một lần

Tại một đỉnh không phải đầu mút của hành trình, mỗi lần đi vào ứng với đúng một lần đi ra, nên số cạnh chạm đỉnh ấy phải chẵn. Với sơ đồ liên thông, ta được ba tình huống: mọi đỉnh bậc chẵn thì có hành trình đi qua mỗi cạnh đúng một lần rồi quay về nơi xuất phát, và xuất phát từ đỉnh nào cũng được; đúng hai đỉnh bậc lẻ thì hành trình vẫn tồn tại nhưng *buộc* nhận hai đỉnh bậc lẻ ấy làm hai đầu và không thể khép kín; từ bốn đỉnh bậc lẻ trở lên thì không có hành trình nào như vậy.



mọi bậc bằng 2: đi hết mọi cạnh rồi về đúng chỗ cũ



đúng hai đỉnh bậc lẻ: hành trình buộc đi từ A tới C

Thêm một cạnh vào chu trình bốn đỉnh làm hai đỉnh trở thành bậc lẻ, và hành trình khép kín biến mất.

Đi hết mọi cạnh rồi quay về khi có đỉnh bậc lẻ

Cộng độ dài

gọi S là tổng độ dài mọi cạnh

Đỉnh bậc lẻ

không có đỉnh lẻ thì đáp số là S

Ghép cặp

đáp số là S cộng chi phí ghép cặp nhỏ nhất

Tập các cạnh được đi lại phải làm mọi bậc chẵn, nên nó có bậc lẻ đúng tại các đỉnh bậc lẻ ban đầu; vì mỗi lần đi lại một cạnh làm bậc hai đầu mút của nó tăng thêm một, tập rẻ nhất gồm những đường đi ngắn nhất ghép các đỉnh bậc lẻ thành từng cặp. Các cạnh ấy được gom theo *số lần đi*, không theo phép hợp tập hợp: nếu hai đường đi ngắn nhất dùng chung một cạnh thì cạnh ấy vẫn được tính đủ mỗi lần đi lại. Với hai đỉnh bậc lẻ chỉ có một cách ghép; với bốn đỉnh bậc lẻ có ba cách ghép và cần tính đủ cả ba.

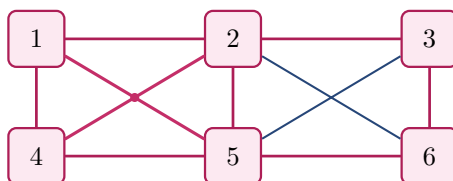
Đi qua mỗi đỉnh đúng một lần

Một chu trình đi qua mọi đỉnh dùng đúng *hai* cạnh tại mỗi đỉnh. Vì vậy đỉnh nào có bậc 2 thì cả hai cạnh của nó đều bị ép vào chu trình — đó là chỗ bắt đầu lập luận rẻ nhất. Hai điều kiện đủ thường gặp, điều kiện Dirac (mọi bậc không nhỏ hơn một nửa số đỉnh) và điều kiện Ore (hai đỉnh bất kì không nối trực tiếp có tổng bậc không nhỏ hơn số đỉnh), chỉ bảo đảm có chu trình Hamilton chứ không phải điều kiện cần.

Ghi chú. Khi một sơ đồ không thoả điều kiện Dirac hay điều kiện Ore, ta chưa kết luận được gì: sơ đồ vẫn có thể có chu trình đi qua mọi đỉnh. Muốn khẳng định «không có chu trình nào» thì phải chỉ ra mâu thuẫn thật sự, thường bắt đầu từ các đỉnh bậc 2 bị ép. Bài 10.5 là một ví dụ: cả hai điều kiện đủ đều không thoả mà sơ đồ vẫn có đúng hai chu trình Hamilton.

Nối tất cả với chi phí nhỏ nhất

Muốn nối n đỉnh cho liên thông thì cần ít nhất $n - 1$ cạnh, và một hệ đúng $n - 1$ cạnh mà liên thông thì không chứa chu trình. Cách tìm hệ rẻ nhất: xét các cạnh theo thứ tự độ dài tăng dần, lấy cạnh đang xét nếu nó không tạo chu trình với các cạnh đã lấy, bỏ qua nếu ngược lại, và dừng khi đã đủ $n - 1$ cạnh. Điều then chốt là **không được chỉ nhìn vào $n - 1$ cạnh ngắn nhất**: chúng có thể khép thành chu trình và bỏ rơi hẳn một đỉnh.



Mười một cạnh ứng viên trên lưới hai hàng ba cột. Hai đường chéo của cùng một ô vuông luôn cắt nhau ở tâm ô; mọi cặp cạnh khác chỉ có thể gặp nhau ở một đầu mút chung.

Ghi chú. «Đi qua mỗi *cạnh* đúng một lần», «đi qua mỗi *đỉnh* đúng một lần» và «đi qua mỗi *cạnh ít nhất* một lần rồi quay về» là ba câu hỏi khác nhau, ứng với ba công cụ khác nhau: đếm đỉnh bậc lẻ, ép các đỉnh bậc 2, và ghép cặp các đỉnh bậc lẻ. Đọc nhầm loại câu hỏi thì chọn sai công cụ ngay từ bước đầu.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 10.1. Một dự án dự kiến nối bảy trạm quan trắc bằng các đoạn cáp quang hai chiều sao cho mỗi trạm nối trực tiếp với đúng ba trạm khác; giữa hai trạm có nhiều nhất một đoạn cáp và không đoạn cáp nào nối một trạm với chính nó. Nhận định nào sau đây đúng?

- A. Mạng cần đúng 21 đoạn cáp
- B. Mạng cần đúng 11 đoạn cáp
- C. Mạng cần đúng 10 đoạn cáp
- D. Không có cách nối nào thoả mãn yêu cầu

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10.2. Sáu chốt kiểm lâm Bàu Sen, Cây Trâm, Dốc Mây, Hòn Vọng, Khe Nước, Lũng Xanh được nối bằng đúng năm đường mòn hai chiều; giữa hai chốt có nhiều nhất một đường mòn. Mỗi chốt nối nhiều nhất hai đường mòn, và từ chốt nào cũng theo đường mòn tới được mọi chốt còn lại. Biết thêm: (1) Cây Trâm nối trực tiếp với Dốc Mây và với Hòn Vọng; (2) Khe Nước nối trực tiếp với Bàu Sen và với Lũng Xanh; (3) Dốc Mây và Bàu Sen mỗi chốt chỉ nối đúng một đường mòn. Đường mòn thứ năm nối hai chốt nào?

- A. Hòn Vọng và Lũng Xanh
- B. Hòn Vọng và Khe Nước
- C. Dốc Mây và Bàu Sen
- D. Cây Trâm và Lũng Xanh

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 10.3. Hệ thống ống dẫn nước của một làng gồm bốn đỉnh K, L, M, N nối bởi năm đoạn ống hai chiều, độ dài tính bằng mét: $K-L$ dài 3, $L-M$ dài 4, $M-N$ dài 6, $N-K$ dài 8, $K-M$ dài 5. Một nhân viên xuất phát từ một đỉnh, di dọc theo ống để kiểm tra mọi đoạn ống ít nhất một lần rồi quay về đúng đỉnh xuất phát; được phép đi lại một cạnh nhiều lần và mỗi lần đi lại vẫn tính đủ độ dài. Quãng đường ngắn nhất của hành trình là bao nhiêu mét?

- A.** 26 **B.** 31 **C.** 33 **D.** 52

Lời giải:

Ví dụ 10.4. Năm bản Suối Đá, Bến Me, Nà Hoa, Pù Cát, Tà Lài dự kiến nối với nhau bằng cầu treo. Chỉ có bảy vị trí xây được cầu, chi phí tính bằng trăm triệu đồng: Suối Đá–Bến Me 4, Suối Đá–Nà Hoa 6, Bến Me–Nà Hoa 5, Bến Me–Pù Cát 8, Nà Hoa–Pù Cát 3, Nà Hoa–Tà Lài 10, Pù Cát–Tà Lài 9. Xả chỉ xây một số cầu trong bảy vị trí ấy sao cho từ bản nào cũng đi tới được mọi bản còn lại. Tổng chi phí nhỏ nhất là bao nhiêu trăm triệu đồng?

- A.** 18 **B.** 21 **C.** 22 **D.** 45

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 10.1. Sáu trạm quan trắc A, B, C, D, E, F được nối với nhau bằng các cạnh cáp quang hai chiều; giữa hai trạm có nhiều nhất một đoạn cáp. Số trạm nối trực tiếp tới mỗi trạm A, B, C, D, E, F lần lượt là 4, 3, 3, 2, 2, 2. Mạng gồm bao nhiêu đoạn cáp?

- A.** 8 **B.** 9 **C.** 16 **D.** 24

Lời giải:

Bài 10.2. Năm đảo nhỏ mang số hiệu 1, 2, 3, 4, 5 của một khu du lịch được nối với nhau bằng các tuyến phà hai chiều; giữa hai đảo có nhiều nhất một tuyến phà. Khẳng định nào sau đây *không thể* đúng?

- A.** Có đúng hai đảo, mỗi đảo có tuyến phà nối tới ba đảo khác
- B.** Mỗi đảo đều có tuyến phà nối tới đúng hai đảo khác
- C.** Có đúng ba đảo, mỗi đảo có tuyến phà nối tới ba đảo khác; hai đảo còn lại mỗi đảo nối tới hai đảo khác
- D.** Có một đảo có tuyến phà nối tới cả bốn đảo còn lại

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10.3. Sáu đảo Hòn Tre, Hòn Rùa, Hòn Nhàn, Hòn Yến, Hòn Lao, Hòn Mun được nối bằng chín tuyến phà hai chiều, thời gian chạy tính bằng phút: Hòn Tre–Hòn Rùa 5, Hòn Tre–Hòn Nhàn 9, Hòn Rùa–Hòn Nhàn 3, Hòn Rùa–Hòn Yến 12, Hòn Nhàn–Hòn Yến 4, Hòn Nhàn–Hòn Mun 15, Hòn Yến–Hòn Mun 6, Hòn Lao–Hòn Yến 2, Hòn Lao–Hòn Mun 3. Thời gian chờ và chuyển tiếp giữa hai chuyến phà coi như không đáng kể. Thời gian ít nhất để đi từ Hòn Tre đến Hòn Mun là bao nhiêu phút?

- A.** 17
- B.** 18
- C.** 19
- D.** 24

Lời giải:

Bài 10.4. Sáu chốt kiểm lâm Đồi Sim, Gộp Đá, Khe Trảng, Cồn Dứa, Mỏm Sẻ, Hồ Chuối được nối bằng bảy đường mòn hai chiều: Đồi Sim–Gộp Đá, Gộp Đá–Khe Trảng, Khe Trảng–Đồi Sim, Khe Trảng–Cồn Dứa, Cồn Dứa–Mỏm Sẻ, Mỏm Sẻ–Hồ Chuối, Hồ Chuối–Cồn Dứa. Nếu đóng đúng một đường mòn thì đóng đường mòn nào sẽ khiến có hai chốt không còn đi tới được nhau?

- A.** Đồi Sim — Gộp Đá
- B.** Cồn Dứa — Mỏm Sẻ
- C.** Mỏm Sẻ — Hồ Chuối
- D.** Khe Trảng — Cồn Dứa

Lời giải:

Bài 10.5. Sáu ga tàu điện mini A, B, C, D, E, F trong một công viên giải trí được nối bằng tám đoạn ray hai chiều: $A-B, B-C, C-D, D-E, E-F, F-A, A-D, B-E$. Một chuyến tham quan xuất phát từ một ga, đi qua mỗi ga đúng một lần rồi quay về ga xuất phát; hai chuyến chỉ khác nhau ở ga xuất phát hoặc ở chiều đi được coi là một. Có bao nhiêu chuyến tham quan như vậy?

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

Lời giải:

Bài 10.6. Hệ thống ống dẫn nước của một khu dân cư mới gồm bốn đỉnh U, V, X, Y nối đôi một với nhau bởi sáu đoạn ống hai chiều, độ dài tính bằng mét: $U-V$ dài 4, $V-X$ dài 3, $X-Y$ dài 5, $Y-U$ dài 6, $U-X$ dài 8, $V-Y$ dài 7. Nhân viên xuất phát từ một đỉnh, đi dọc theo ống kiểm tra mọi đoạn ống ít nhất một lần rồi quay về đúng đỉnh xuất phát; được phép đi lại một cạnh nhiều lần và mỗi lần đi lại vẫn tính đủ độ dài. Quãng đường ngắn nhất của hành trình là bao nhiêu mét?

A. 33

B. 42

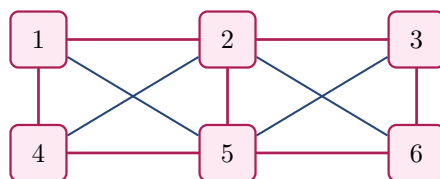
C. 47

D. 66

Lời giải:

4. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Một trạm xử lí nước có sáu bể lọc xếp thành hai hàng ba cột: hàng trên là bể 1, bể 2, bể 3 kể từ trái sang phải; hàng dưới là bể 4, bể 5, bể 6, trong đó bể 4 ngay dưới bể 1, bể 5 ngay dưới bể 2, bể 6 ngay dưới bể 3. Bốn bể ở hai cột kề nhau tạo thành một ô vuông, vậy lưới có hai ô vuông. Các bể được nối bằng những ống dẫn thẳng; mỗi ống nối hai bể và chỉ thuộc một trong ba loại: nối hai bể cùng hàng ở hai cột kề nhau, nối hai bể cùng cột, hoặc nối hai bể ở hai đầu một đường chéo của một ô vuông. Giữa hai bể có nhiều nhất một ống. Hệ ống phải thoả mãn: (1) có đúng năm ống; (2) mỗi bể nối nhiều nhất hai ống; (3) từ bể nào cũng theo ống tới được mọi bể còn lại; (4) không có hai ống nào cắt nhau; (5) có ống nối bể 1 với bể 5.



bốn đường chéo vẽ nét mảnh; bảy
ống thẳng vẽ nét đậm

Mười một ống ứng viên. Hai đường chéo của cùng một ô vuông cắt nhau ở tâm ô, còn mọi cặp ống khác chỉ có thể gặp nhau ở một bề chung.

Bài 10.7. Hệ ống nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** Các ống 1-5, 2-4, 2-3, 5-6, 3-6
- B.** Các ống 1-2, 1-4, 1-5, 2-3, 5-6
- C.** Các ống 1-4, 1-5, 4-5, 2-3, 3-6
- D.** Các ống 2-3, 5-6, 1-4, 3-6, 1-5

Lời giải:

Bài 10.8. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Bể 4 chỉ nổi đúng một ống
- B.** Bể 2 nổi đúng hai ống
- C.** Có ống nổi bể 1 với bể 4
- D.** Bể 3 chỉ nổi đúng một ống

Lời giải:

.....

Bài 10.9. Với dữ kiện trên, nếu bể 6 cũng chỉ nối đúng một ống thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Có ống nối bể 1 với bể 4
- B.** Có ống nối bể 4 với bể 5
- C.** Có ống nối bể 2 với bể 3
- D.** Có ống nối bể 2 với bể 5

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

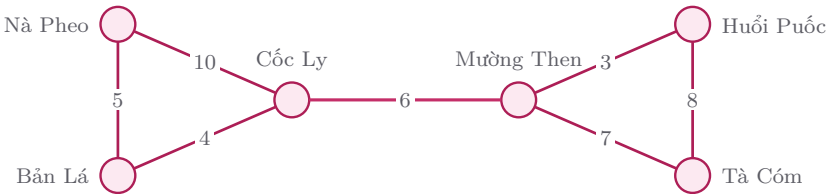
.....

Bài 10.10. Với dữ kiện trên, ngoài bể 4, danh sách đầy đủ những bể có thể là đầu mút còn lại của hệ ống là:

- A.** Bể 2 và bể 3
- B.** Bể 3 và bể 6
- C.** Bể 2, bể 3 và bể 6
- D.** Bể 2, bể 3, bể 5 và bể 6

Lời giải:

Dữ kiện. Sáu bản Nà Pheo, Bản Lá, Cốc Ly, Mường Then, Huổi Puốc, Tà Cóm của một xã vùng cao dự kiến nối với nhau bằng cầu treo. Chỉ có bảy vị trí xây được cầu, chiều dài tính bằng ki-lô-mét: Nà Pheo–Bản Lá 5, Bản Lá–Cốc Ly 4, Cốc Ly–Nà Pheo 10, Cốc Ly–Mường Then 6, Mường Then–Huổi Puốc 3, Huổi Puốc–Tà Cóm 8, Tà Cóm–Mường Then 7. Ngoài bảy vị trí ấy không xây được cầu ở đâu khác, và việc đi lại giữa các bản chỉ qua cầu.



Bảy vị trí cầu tạo thành hai tam giác; hai cụm ba bản chỉ gặp nhau ở cầu Cốc Ly–Mường Then.

Bài 10.11. Giả sử cả bảy cầu đều đã được xây. Quãng đường ngắn nhất đi từ Nà Pheo đến Tà Cóm là bao nhiêu ki-lô-mét?

- A. 22
- B. 23
- C. 25
- D. 26

Lời giải:

Bài 10.12. Với dữ kiện trên, xã chỉ xây một số cầu sao cho từ bản nào cũng đi tới được mọi bản còn lại. Cầu nào sau đây chắc chắn phải được xây?

- A.** Nà Pheo — Bản Lá
- B.** Cốc Ly — Mường Then
- C.** Mường Then — Huổi Puộc
- D.** Huổi Puộc — Tà Cóm

Lời giải:

Bài 10.13. Với dữ kiện trên, nếu địa chất không cho phép xây cầu Mường Then–Tà Cóm thì tổng chiều dài nhỏ nhất của các cầu cần xây để mọi bản đều đi tới được nhau là bao nhiêu ki-lô-mét?

- A.** 25 **B.** 26 **C.** 31 **D.** 33

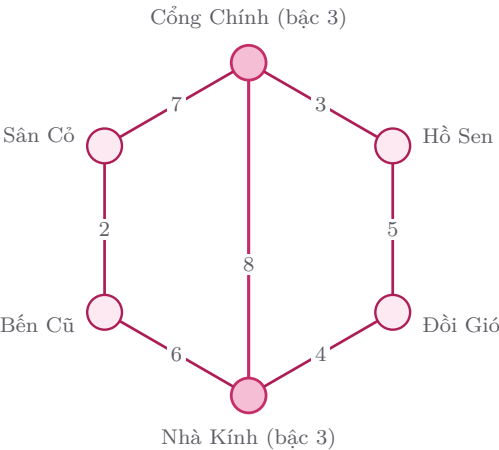
Lời giải:

Bài 10.14. Với dữ kiện trên, hãy dự định xây đúng năm cầu sao cho từ bản nào cũng đi tới được mọi bản còn lại. Có bao nhiêu phương án chọn năm cầu như vậy?

- A. 3
- B. 6
- C. 9
- D. 21

Lời giải:

Dữ kiện. Tuyến tàu điện mini của một công viên giải trí nối sáu ga Cổng Chính, Hồ Sen, Đồi Gió, Nhà Kính, Bến Cũ, Sân Cỏ bằng bảy đoạn ray hai chiều, chiều dài tính bằng trăm mét: Cổng Chính–Hồ Sen 3, Hồ Sen–Đồi Gió 5, Đồi Gió–Nhà Kính 4, Nhà Kính–Bến Cũ 6, Bến Cũ–Sân Cỏ 2, Sân Cỏ–Cổng Chính 7, Cổng Chính–Nhà Kính 8. Một lộ trình kiểm tra là một dãy ga liên tiếp, trong đó hai ga liên nhau của dãy phải có đoạn ray nối trực tiếp; lộ trình được phép đi qua một ga nhiều lần.



Vòng sáu ga cùng một đoạn ray tắt; đúng hai ga Cổng Chính và Nhà Kính có bậc lẻ.

Bài 10.15. Lộ trình nào sau đây đi qua mỗi đoạn ray đúng một lần?

- A.** Cổng Chính — Hồ Sen — Đồi Gió — Nhà Kính — Bến Cũ — Sân Cỏ — Cổng Chính — Nhà Kính
- B.** Hồ Sen — Cổng Chính — Sân Cỏ — Bến Cũ — Nhà Kính — Đồi Gió — Hồ Sen — Cổng Chính
- C.** Cổng Chính — Hồ Sen — Bến Cũ — Sân Cỏ — Cổng Chính — Nhà Kính — Đồi Gió — Hồ Sen
- D.** Nhà Kính — Đồi Gió — Hồ Sen — Cổng Chính — Sân Cỏ — Bến Cũ — Nhà Kính

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10.16. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Có lộ trình đi qua mỗi đoạn ray đúng một lần rồi quay về ga xuất phát
- B.** Mọi lộ trình đi qua mỗi đoạn ray đúng một lần đều kết thúc bằng chặng Cổng Chính — Nhà Kính
- C.** Trong mọi lộ trình đi qua mỗi đoạn ray đúng một lần, cạnh Hồ Sen — Đồi Gió luôn được đi trước cạnh Bến Cũ — Sân Cỏ
- D.** Mọi lộ trình đi qua mỗi đoạn ray đúng một lần đều có một đầu là ga Cổng Chính và đầu kia là ga Nhà Kính

Lời giải:

Bài 10.17. Với dữ kiện trên, nếu công viên xây thêm ga Vòm Lá cùng hai đoạn ray Cổng Chính–Vòm Lá và Nhà Kính–Vòm Lá thì khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Không còn lộ trình nào đi qua mỗi đoạn ray đúng một lần

B. Chỉ những lộ trình xuất phát từ Cổng Chính hoặc Nhà Kính mới đi qua được mỗi đoạn ray đúng một lần
- C. Chỉ những lộ trình xuất phát từ ga Vòm Lá mới đi qua được mỗi đoạn ray đúng một lần

D. Xuất phát từ ga nào cũng có lộ trình đi qua mỗi đoạn ray đúng một lần rồi quay về đúng ga xuất phát

Lời giải:

Bài 10.18. Với dữ kiện trên, trở lại hệ bảy đoạn ray ban đầu. Nhân viên xuất phát từ một ga, đi dọc theo ray kiểm tra mọi đoạn ray ít nhất một lần rồi quay về đúng ga xuất phát; được phép đi lại một cạnh nhiều lần và mỗi lần đi lại vẫn tính đủ chiều dài. Tổng chiều dài nhỏ nhất của hành trình là bao nhiêu trăm mét?

- A. 35
- B. 43
- C. 47
- D. 70

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9
Đáp án	A	C	A	D	C	B	D	A	C

Bài	10.10	10.11	10.12	10.13	10.14	10.15	10.16	10.17	10.18
Đáp án	C	A	B	B	C	A	D	D	B

11

CHUYÊN ĐỀ

Trò chơi quy luật, dãy số và quy luật hình

Chương 10 mô tả một cấu trúc đứng yên — các điểm và các cạnh nối chúng — rồi đọc kết luận từ hình dạng của cấu trúc ấy. Chương này chuyển sang cấu trúc *chuyển động theo thời gian*: một quá trình lặp lại đều đặn, một dãy số sinh ra từ một phép toán được lặp, một sơ đồ hình được dựng theo một phép toán ẩn. Điểm chung của cả ba là chỉ cần tìm ra quy luật sinh thì mọi câu hỏi về số hạng thứ một nghìn hay ngày thứ hai nghìn đều quy về một phép chia lấy dư; và cũng như đồ thị chuyển trạng thái ở Chương 10, chu kì được chốt bằng cách đi hết mọi lối chuyển khả thi rồi loại bằng ràng buộc phụ.

1. Chu kì và công thức ngoại suy

Ba bước xử lí một quá trình lặp

Nhận dạng tính luân phiên

dịch lời văn thành danh sách trạng thái nối đuôi nhau rồi chốt độ dài chu kì — số lượt để quá trình trở lại đúng trạng thái ban đầu, kể cả phần tử ngăn cách hay lượt nghỉ

Tách hằng số

thành phần có mặt ở mọi lượt (người trực cố định, thiết bị luôn chạy) nằm ngoài vòng lặp, cần đặt riêng trước khi xét phần luân phiên

Phác vài vòng rồi ngoại suy

viết bảng chu kì cho hai, ba vòng đầu để kiểm quy luật bằng mắt, sau đó dùng phép chia lấy dư cho những lượt xa

Đại lượng

Vị trí của lượt thứ n trong chu kì dài T

Kiểm nhanh

Lượt ứng với lần thứ k ở vị trí r

Hai quá trình lặp độc lập, độ dài T_1 và T_2

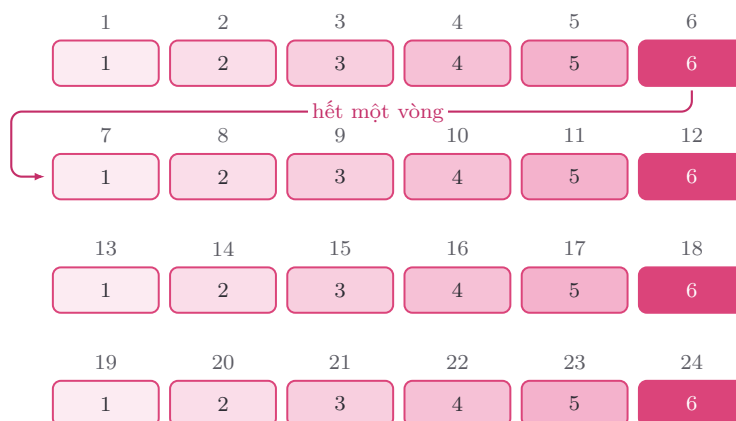
Cách tính

$$r = ((n - 1) \bmod T) + 1$$

r luôn thoả $1 \leq r \leq T$; khi n chia hết cho T thì $r = T$

$$n = r + T(k - 1)$$

chu kì chung là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2



Bảng chu kì dài sáu: số nhỏ phía trên mỗi ô là số thứ tự của lượt, số trong ô là vị trí của lượt ấy trong chu kì. Các cột cùng màu là các lượt cùng vị trí trong chu kì; khoảng cách giữa hai lượt cùng màu luôn bằng độ dài chu kì.

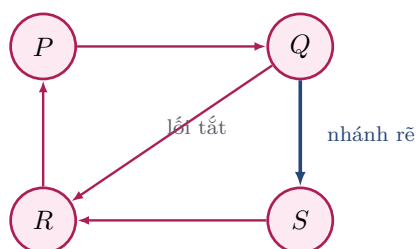
Ghi chú. Viết $n \bmod T$ thay cho $((n-1) \bmod T) + 1$ là lỗi phổ biến nhất của cả dạng bài. Hai cách viết chỉ khác nhau ở đúng những lượt n chia hết cho T — nhưng ở đúng những lượt đó thì $n \bmod T$ cho số 0, một vị trí không tồn tại, và người giải thường lấp chỗ trống bằng cách quy về đầu chu kì, tức lệch trọn một vòng. Cách tự vệ: sau khi tính xong, thử lại công thức với $n = 1$ và $n = T$; nếu không ra vị trí 1 và vị trí T thì công thức đã sai.

Nhiều nhóm luân phiên độc lập

Khi đề mô tả hai hay nhiều nhóm cùng luân phiên, cần xử lí *từng nhóm một* bằng công thức trên với độ dài chu kì riêng của nhóm ấy, rồi mới ghép kết quả lại. Không được gộp tất cả vào một vòng lặp duy nhất ngay từ đầu: chu kì chung của cả hệ là bội chung nhỏ nhất của các độ dài riêng, thường dài hơn nhiều so với từng nhóm, và việc phác trọn chu kì chung ra giấy là không cần thiết.

Đồ thị chuyển trạng thái

Khi quy luật được cho dưới dạng «sau trạng thái này luôn là trạng thái kia», nên vẽ mỗi trạng thái thành một điểm và mỗi lối chuyển thành một mũi tên. Chu kì chính là một chu trình khép kín trên đồ thị đó. Nếu có trạng thái phát ra hai mũi tên thì đồ thị chứa nhiều chu trình; khi ấy phải dùng ràng buộc phụ về tần suất («mỗi vòng đều đi qua đủ các trạng thái», «trạng thái này xuất hiện đúng một lần mỗi vòng») để loại bớt và chốt đúng một chu trình.



Đồ thị có hai chu trình khép kín: chu trình ngắn $P \rightarrow Q \rightarrow R \rightarrow P$ và chu trình dài $P \rightarrow Q \rightarrow S \rightarrow R \rightarrow P$. Ràng buộc «mỗi vòng đi qua đủ bốn trạng thái» loại chu trình ngắn và chốt chu kì dài bốn.

Ví dụ 11.1. Một xướng dật chiếu dật hoa văn lặp lại đều đặn theo từng vòng. Mỗi vòng gồm năm sọc màu nối tiếp nhau theo đúng thứ tự chàm, đỏ, vàng, trắng, xanh lá; ngay sau đó là một sọc viền màu nâu ngăn cách với vòng kế tiếp, rồi vòng mới bắt đầu lại từ sọc chàm. Các sọc được đánh số 1, 2, 3, ... kể từ mép chiếu, trong đó sọc số 1 là sọc chàm của vòng đầu tiên. Sọc thứ 2022 mang màu nào?

- A. Chàm
- B. Đỏ
- C. Xanh lá
- D. Nâu

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 11.2. Phòng máy của một nhà máy nước sạch bố trí kíp trực gồm đúng bốn người, chọn trong bảy người Bích, Chuyên, Giao, Huệ, Nhã, Tuệ, Uyên. Các ca trực nối tiếp nhau, đánh số 1, 2, 3, ... Quy tắc phân ca như sau: Bích và Chuyên có mặt ở mọi ca; trong hai người Giao và Huệ, mỗi ca có đúng một người trực và hai người này đổi phiên cho nhau sau từng ca, ca số 1 là Giao; ba người Nhã, Tuệ, Uyên thay nhau trực, mỗi ca đúng một người, theo đúng thứ tự Nhã rồi Tuệ rồi Uyên rồi lại Nhã, ca số 1 là Nhã. Kíp trực của ca số 2025 gồm những ai?

- A. Bích, Chuyên, Giao, Nhã
- B. Bích, Chuyên, Giao, Tuệ
- C. Bích, Chuyên, Giao, Uyên
- D. Bích, Chuyên, Huệ, Uyên

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

2. Quy luật dãy số

Thứ tự thử quy luật

Lập dãy hiệu

hiệu của hai số hạng liên tiếp: không đổi thì dãy là cấp số cộng, chưa đều thì lấy tiếp hiệu của dãy hiệu — hiệu bậc hai không đổi báo hiệu quy luật bậc hai

Đọc dãy hiệu như dãy quen

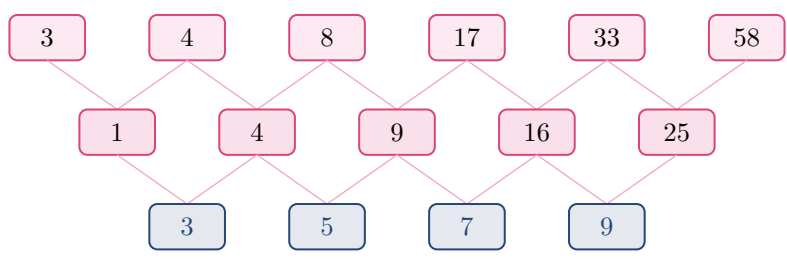
dãy hiệu có thể chính là các số tự nhiên liên tiếp, các bình phương liên tiếp, hoặc một cấp số nhân

Thử tỉ số

thương hai số hạng liên tiếp không đổi thì dãy là cấp số nhân, thương xấp xỉ một số nguyên gợi ý quy luật dạng nhân rồi cộng thêm một hằng số

Còn hai tình huống riêng cần thử thêm khi ba bước trên chưa khớp: dãy lúc tăng nhanh lúc tăng chậm gợi ý hai phép toán luân phiên nhau; dãy lúc tăng lúc giảm gợi ý tách riêng các số hạng ở vị trí lẻ và các số hạng ở vị trí chẵn thành hai dãy con rồi xét từng dãy con.

Dấu hiệu quan sát được	Quy luật tương ứng
Dãy hiệu không đổi	cấp số cộng: mỗi số hạng hơn số hạng trước một lượng cố định
Dãy hiệu bậc hai không đổi	quy luật bậc hai theo số thứ tự
Dãy hiệu là 1, 4, 9, 16, ...	mỗi số hạng cộng thêm bình phương của số tự nhiên tăng dần
Dãy hiệu nhân đôi (hoặc nhân ba) mỗi bước	quy luật dạng nhân một hằng số rồi cộng một hằng số
Thương hai số hạng liên tiếp không đổi	cấp số nhân
Các số hạng ở vị trí lẻ đều đặn, các số hạng ở vị trí chẵn đều đặn	đơn xen hai dãy con



Mỗi hàng dưới là dãy hiệu của hàng ngay trên nó; chỉ cần một hàng trở nên đều đặn là quy luật đã lộ.

Ghi chú. Với một dãy hữu hạn, người ta luôn dựng được vô số công thức cùng đi qua tất cả các số hạng đã cho mà lại cho những số hạng tiếp theo khác nhau. Vì vậy câu hỏi «số tiếp theo là số nào» chỉ có nghĩa khi ngầm hiểu rằng quy luật cần tìm nằm trong *họ quy luật đơn giản* đã liệt kê ở bảng trên, và khi đề cho đủ số hạng để các quy luật của họ ấy không còn cạnh tranh nhau. Hệ quả thực hành: nếu đã tìm ra một quy luật nhưng kết quả không khớp phương án nào, quy luật đó chưa phải quy luật đề nhắm tới, cần quay lại bước 1 chứ không

được sửa số. Ngược lại, khi một quy luật đơn giản đã khớp mọi số hạng thì không cần đi tìm quy luật thứ hai.

Số lạc quy luật và số sai trong dãy

Hai cách hỏi thường gặp là «trong bốn số cho trước, số nào khác nhóm» và «trong dãy sau, số nào không tuân theo quy luật chung». Cách hỏi thứ nhất kém chặt chẽ: bốn số bất kì thường tách nhóm được theo nhiều tiêu chí khác nhau — chẵn lẻ, số chính phương, chia hết cho ba — nên mỗi số đều có thể bị coi là số lạc theo một tiêu chí nào đó. Cách hỏi thứ hai chặt hơn và là dạng được dùng trong chương: dãy đủ dài, chỉ một số hạng bị sửa, và cần chỉ ra rằng chỉ có *đúng một* cách sửa một số hạng để cả dãy khớp một quy luật đơn giản. Quy trình: dừng lại dãy đúng theo quy luật đọc được từ các số hạng đầu, rồi đối chiếu từng số hạng để lộ ra chỗ lệch.

Ví dụ 11.3. Các số hạng đầu của một dãy số được viết theo đúng thứ tự như sau: 3; 4; 8; 17; 33; 58. Số hạng tiếp theo của dãy là số nào?

- A. 88
- B. 94
- C. 107
- D. 116

Lời giải:

3. Quy luật hình và sơ đồ số

Dò phép toán ẩn của sơ đồ số

Xác định vai trò các ô

phân biệt ô «dữ liệu» (số ở đỉnh, ở múi) với ô «kết quả» (số ở tâm, ở giữa) — vai trò này như nhau ở mọi hình mẫu

Thử họ phép toán theo thứ tự

tổng ba số, tích ba số, tổng nhân một số, tích trừ tổng, tổng các bình phương, tổng hai số nhân số còn lại

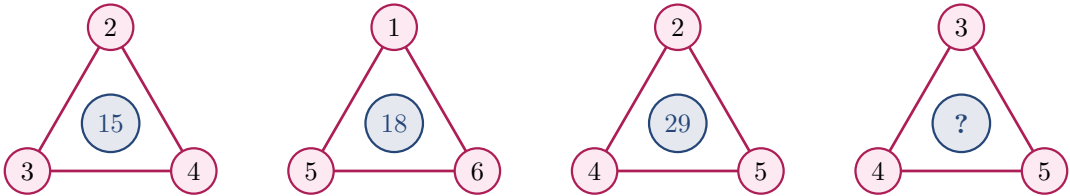
Kiểm trên mọi hình mẫu

một phép toán chỉ được nhận khi đúng với tất cả các hình đã cho đủ số, không chỉ hình đầu tiên

Phép toán vừa chót được áp dụng cho hình còn thiếu để tính ô trống.

Ghi chú. Với một hình mẫu duy nhất, luôn tìm được nhiều phép toán cùng cho ra con số ở ô kết quả — chẳng hạn «tích ba số ở đỉnh trừ đi 9» và «tích ba số ở đỉnh trừ đi tổng của chúng» trùng nhau ở mọi hình có tổng ba đỉnh bằng 9, rồi tách nhau ngay ở hình sau. Hai hình mẫu là mức tối thiểu, nhưng *chưa chắc đã đủ*: hai mẫu vẫn có thể để lọt hai quy tắc đơn giản khác nhau, và khi ấy đề không xác định. Vì vậy quy tắc chỉ được nhận khi đã thử đúng trên *mọi* hình mẫu đầy đủ mà đề cho, và một đề chặt phải cho đủ số hình mẫu để loại hết các ứng viên cạnh tranh trước khi áp cho hình có ô trống.

Ví dụ 11.4. Hình dưới đây cho bốn tam giác. Trong mỗi tam giác, ba số được đặt ở ba đỉnh và một số được đặt ở tâm; số ở tâm được tính từ ba số ở đỉnh theo cùng một quy tắc ở cả bốn tam giác. Tam giác thứ nhất có ba số ở đỉnh là 2, 3, 4 và số ở tâm là 15; tam giác thứ hai có ba số ở đỉnh là 1, 5, 6 và số ở tâm là 18; tam giác thứ ba có ba số ở đỉnh là 2, 4, 5 và số ở tâm là 29; tam giác thứ tư có ba số ở đỉnh là 3, 4, 5 và số ở tâm chưa biết. Số ở tâm tam giác thứ tư bằng bao nhiêu?



Ba tam giác đầu cho đủ số; tìm số ở tâm tam giác thứ tư.

- A. 48
- B. 50
- C. 51
- D. 60

Lời giải:

Điền số sao cho tổng các cạnh bằng nhau

Với bài xếp một bộ số vào các vị trí của một hình sao cho tổng trên mỗi cạnh bằng nhau, không nên thử mò. Cách làm: gọi tổng chung của mỗi cạnh là một giá trị chưa biết rồi cộng tổng của tất cả các cạnh lại. Trong phép cộng đó, các số ở *góc* được đếm hai lần còn các số ở giữa cạnh chỉ được đếm một lần, nên tổng của mọi cạnh bằng tổng tất cả các số cộng thêm tổng riêng các số ở góc. Đẳng thức ấy chốt ngay quan hệ giữa tổng chung và tổng các số ở góc, từ đó liệt kê được các giá trị khả dĩ trước khi xếp một số nào.

4. Bài luyện

Bài 11.1. Các số hạng của một dãy số được viết theo đúng thứ tự, trong đó số hạng thứ năm bị xoá và thay bằng dấu chấm hỏi: 5; 11; 23; 47; ?; 191. Số hạng bị xoá là số nào?

- A. 94
- B. 95
- C. 119
- D. 143

Lời giải:

Bài 11.2. Các số hạng đầu của một dãy số được viết theo đúng thứ tự: 2; 9; 5; 14; 8; 19; 11. Số hạng tiếp theo của dãy là số nào?

- A. 14
- B. 22
- C. 24
- D. 25

Lời giải:

Bài 11.3. Một máy đóng gói dán nhãn hương cho các hộp trà chạy trên băng chuyền. Máy dán lần lượt bảy loại nhãn theo đúng thứ tự sen, nhài, cúc, gừng, atisô, bạc hà, quế rồi lặp lại từ đầu; hộp thứ nhất được dán nhãn sen. Ngoài ra, dãy hộp được chia thành các nhóm ba hộp liên tiếp không chồng lên nhau — nhóm đầu gồm các hộp số 1, 2, 3, nhóm kế gồm các hộp số 4, 5, 6, và cứ thế — và hộp cuối của mỗi nhóm được dán thêm một tem quà tặng. Các hộp được đánh số 1, 2, 3, ... theo thứ tự rời máy. Hộp thứ 2023 mang nhãn hương nào và có tem quà tặng hay không?

- A.** Nhân quế, không có tem quà tặng
- B.** Nhân sen, không có tem quà tặng
- C.** Nhân quế, có tem quà tặng
- D.** Nhân bạc hà, có tem quà tặng

Lời giải:

Bài 11.4. Trong dãy số 5; 8; 14; 26; 50; 97; 194 có đúng một số hạng bị ghi sai, khiến dãy không còn tuân theo một quy luật chung. Số hạng ghi sai là số nào?

- A.** 8 **B.** 14 **C.** 26 **D.** 97

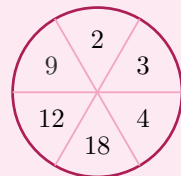
Lời giải:

Bài 11.5. Một bảng hiệu điện tử hiển thị lần lượt bốn nội dung: lời chào mừng, giờ mở cửa, sơ đồ gian hàng, lịch sự kiện, theo các quy tắc: ngay sau lời chào mừng luôn là giờ mở cửa; ngay sau giờ mở cửa là sơ đồ gian hàng hoặc lịch sự kiện; ngay sau sơ đồ gian hàng luôn là lời chào mừng; ngay sau lịch sự kiện luôn là sơ đồ gian hàng. Bảng hiệu lặp lại một vòng cố định, mỗi vòng hiển thị đủ cả bốn nội dung, mỗi nội dung đúng một lần. Các lượt hiển thị được đánh số $1, 2, 3, \dots$; lượt số 1 là lời chào mừng. Lượt thứ 2024 hiển thị nội dung nào?

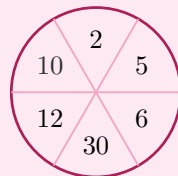
- A.** Sơ đồ gian hàng **B.** Lời chào mừng
- C.** Giờ mở cửa **D.** Lịch sự kiện

Lời giải:

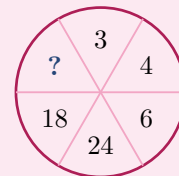
Bài 11.6. Hình dưới đây cho ba vòng tròn, mỗi vòng chia thành sáu múi bằng nhau, mỗi múi ghi một số; các múi được kẻ theo chiều kim đồng hồ bắt đầu từ múi trên cùng. Ở cả ba vòng tròn, các số được xếp theo cùng một quy luật liên hệ các múi với nhau. Vòng thứ nhất lần lượt ghi 2; 3; 4; 18; 12; 9. Vòng thứ hai lần lượt ghi 2; 5; 6; 30; 12; 10. Vòng thứ ba lần lượt ghi 3; 4; 6; 24; 18 và một múi bỏ trống. Số ở múi bỏ trống của vòng thứ ba là số nào?



vòng thứ nhất



vòng thứ hai



vòng thứ ba

Các múi kẻ theo chiều kim đồng hồ từ múi trên cùng; hai vòng đầu cho đủ sáu số, vòng thứ ba để trống một múi.

A. 10

B. 12

C. 21

D. 24

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

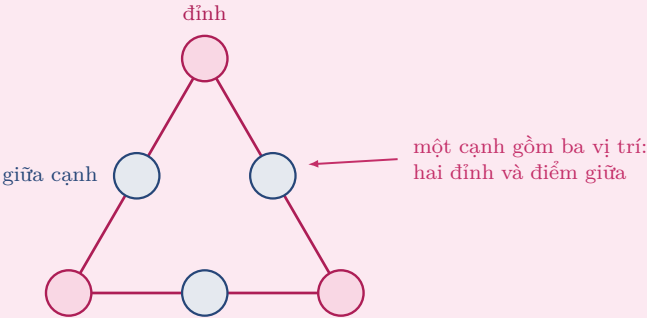
.....

.....

.....

.....

Bài 11.7. Hình dưới đây cho một tam giác có sáu vị trí đặt số: ba vị trí ở ba đỉnh và ba vị trí ở giữa ba cạnh. Cần đặt sáu số 1, 2, 3, 4, 5, 6 vào sáu vị trí đó, mỗi số dùng đúng một lần, sao cho tổng ba số nằm trên mỗi cạnh — gồm hai số ở hai đỉnh của cạnh ấy và một số ở giữa cạnh — đều bằng nhau. Tổng chung của mỗi cạnh có thể nhận bao nhiêu giá trị khác nhau?



Sáu vị trí trống nhận sáu số 1 đến 6, mỗi số dùng đúng một lần.

- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

Lời giải:

Bài 11.8. Một dãy số được lập như sau: số hạng thứ nhất bằng 2; kể từ đó, mỗi lần lấy số hạng vừa có nhân với 2 rồi lần kế tiếp lấy số hạng vừa có cộng thêm 3, hai phép toán ấy thay nhau như vậy mãi. Các số hạng đầu của dãy là 2; 4; 7; 14; 17; 34. Số hạng thứ mười hai của dãy là số nào?

- A. 157
- B. 160
- C. 308
- D. 314

Lời giải:

5. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Một vườn cộng đồng chia thành bốn khu mang tên khu Mai, khu Trúc, khu Cúc, khu Lan. Hệ thống tưới tự động hoạt động mỗi ngày đúng một lần và mỗi lần chỉ tưới đúng một khu. Thứ tự tưới lặp lại đều đặn: khu Mai, khu Trúc, khu Cúc, khu Lan, rồi trở lại khu Mai. Độc lập với việc chọn khu, mức tưới của mỗi ngày cũng lặp lại đều đặn theo thứ tự nhẹ, vừa, mạnh, rồi trở lại nhẹ. Các ngày được đánh số $1, 2, 3, \dots$ kể từ ngày hệ thống bắt đầu chạy; ngày thứ nhất hệ thống tưới khu Mai ở mức nhẹ.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Khu	Mai	Trúc	Cúc	Lan	Mai	Trúc	Cúc	Lan	Mai	Trúc	Cúc	Lan	} vòng khu dài 4
Mức	nhẹ	vừa	mạnh	nhẹ	vừa	mạnh	nhẹ	vừa	mạnh	nhẹ	vừa	mạnh	

Hai vòng lệch pha nhau nên phải sang ngày thứ 13 cả hai mới cùng trở về trạng thái của ngày thứ nhất.

Bài 11.9. Ngày thứ 12 hệ thống tưới khu nào và ở mức nào?

- A.** Khu Mai, mức nhẹ **B.** Khu Cúc, mức mạnh
- C.** Khu Lan, mức mạnh **D.** Khu Lan, mức nhẹ

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11.10. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Trong mười hai ngày liên tiếp bất kì, mỗi cặp gồm một khu vườn và một mức tưới xuất hiện đúng một lần

C. Trong bốn ngày liên tiếp bất kì, mức nhẹ xuất hiện đúng một lần
- B.** Khu Lan luôn được tưới ở mức mạnh

D. Hai ngày cách nhau đúng sáu ngày luôn được tưới cùng một khu vườn

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11.11. Với dữ kiện trên, trong mười hai ngày đầu tiên có đúng một ngày hệ thống tưới khu Cúc ở mức vừa. Đó là ngày thứ mấy?

- A.** 3

B. 7
- C.** 8

D. 11

Lời giải:

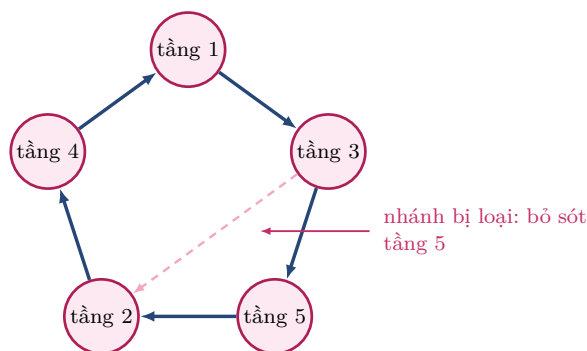
Bài 11.12. Với dữ kiện trên, trong 60 ngày đầu tiên có bao nhiêu ngày hệ thống tưới khu Trúc ở mức mạnh?

- A.** 4 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 15

Lời giải:

Dữ kiện. Một toà nhà có năm tầng, đánh số từ tầng 1 đến tầng 5. Mỗi ngày một robot hút bụi dọn đúng một tầng, theo các quy tắc chuyển tầng sau: ngay sau ngày dọn tầng 1, robot dọn tầng 3; ngay sau ngày dọn tầng 3, robot dọn tầng 5 hoặc tầng 2; ngay sau ngày dọn tầng 5, robot dọn tầng 2; ngay sau ngày dọn tầng 2, robot dọn tầng 4; ngay sau ngày dọn tầng 4, robot dọn tầng 1. Lịch dọn lặp lại theo một vòng cố định, và trong mỗi vòng cả năm tầng đều

được dọn, mỗi tầng đúng một lần. Các ngày được đánh số $1, 2, 3, \dots$ kể từ ngày robot bắt đầu làm việc; ngày thứ nhất robot dọn tầng 1.



Nhánh nét đứt tạo một vòng chỉ dài bốn ngày, trái với điều kiện mỗi vòng dọn đủ năm tầng.

Bài 11.13. Ngày thứ 30 robot dọn tầng nào?

- A.** Tầng 1 **B.** Tầng 2 **C.** Tầng 4 **D.** Tầng 5

Lời giải:

Bài 11.14. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Trong bốn ngày liên tiếp bất kì, tầng 1 được dọn đúng một lần
- B.** Robot dọn tầng 5 vào những ngày có số thứ tự chia hết cho ba
- C.** Không có hai ngày liên tiếp nào robot dọn hai tầng liên kế nhau
- D.** Số thứ tự những ngày robot dọn tầng 2 đều là số chẵn

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11.15. Với dữ kiện trên, nếu một ngày nào đó robot dọn tầng 2 thì ba ngày sau ngày đó robot dọn tầng nào?

- A.** Tầng 1
- B.** Tầng 3
- C.** Tầng 4
- D.** Tầng 5

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 11.16. Với dữ kiện trên, ngày thứ mấy là ngày thứ 40 mà robot dọn tầng 5?

- A.** 198
- B.** 200
- C.** 203
- D.** 205

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8
Đáp án	B	C	A	D	A	B	D	D

Bài	11.9	11.10	11.11	11.12	11.13	11.14	11.15	11.16
Đáp án	C	A	D	B	C	C	B	A

PHẦN

5

SUY LUẬN ĐƠN LẺ

12

CHUYÊN ĐỀ

Logic đúng – sai và ba trạng thái

Ở Chương 2, cặp nhãn «giả sử» — «tìm mâu thuẫn» mới chỉ được giới thiệu ở mức nhận dạng, kèm lời hẹn rằng kĩ thuật này sẽ được trình bày đầy đủ về sau; chương này thực hiện lời hẹn đó. Khi đề không cho ràng buộc vị trí hay bảng ghép mà chỉ cho một chùm phát biểu đúng – sai lẫn lộn, công cụ chính là giả sử một khả năng, đối chiếu toàn bộ phát biểu rồi tìm mâu thuẫn để loại. Chương cũng bổ sung một thang giá trị rộng hơn cặp đúng – sai: giá trị *không xác định*, dành cho khẳng định mà dữ kiện của đề còn để ngỏ.

1. Giả sử – đối chiếu – tìm mâu thuẫn

Quy trình ba bước

Giả sử

chọn một khả năng cụ thể — một người là người đã làm việc đang xét, một người thuộc phe luôn nói thật, một trạng thái thời tiết — rồi tạm coi khả năng ấy là đúng

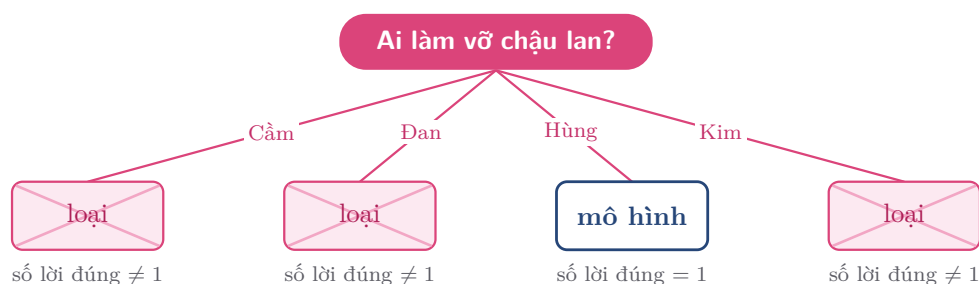
Đối chiếu

dưới giả sử vừa chọn, lần lượt xét từng phát biểu, ghi Đ hoặc S cho từng lời, sau đó cộng số lời đúng

Tìm mâu thuẫn

nếu kết quả trái với dữ kiện của đề thì giả sử bị loại, nếu không thì giả sử được giữ lại làm một mô hình

Phải duyệt hết mọi khả năng rồi mới kết luận, vì có đề còn nhiều hơn một mô hình.



Mỗi nhánh là một giả sử. Mâu thuẫn tìm được ở một nhánh chỉ loại được nhánh chứa nó, không loại giúp nhánh nào khác.

Thao tác	Cách làm cụ thể
Dựng bảng	Mỗi cột ứng với một giả sử, mỗi hàng ứng với một phát biểu; ô giao nhau ghi Đ hoặc S
Cộng cột	Dòng cuối ghi tổng số ô Đ của cột đó
Chốt	Giữ lại cột có tổng đúng bằng số mà đề cho; mọi cột khác bị loại

Ghi chú. Hai phát biểu phủ định nhau luôn có đúng một phát biểu đúng và một phát biểu sai, dù chưa biết ai là người làm vỡ. Vì vậy khi đề cho «có đúng một phát biểu đúng», cặp phủ định đã chiếm trọn suất đúng duy nhất, kéo theo mọi phát biểu còn lại đều sai. Ngược lại, hai phát biểu lặp lại nhau về nội dung thì cùng đúng hoặc cùng sai, nên không thể chiếm đúng một suất; nhận xét này thường cắt bỏ được cả nửa số nhánh.

2. Ba loại người và câu tự quy chiếu

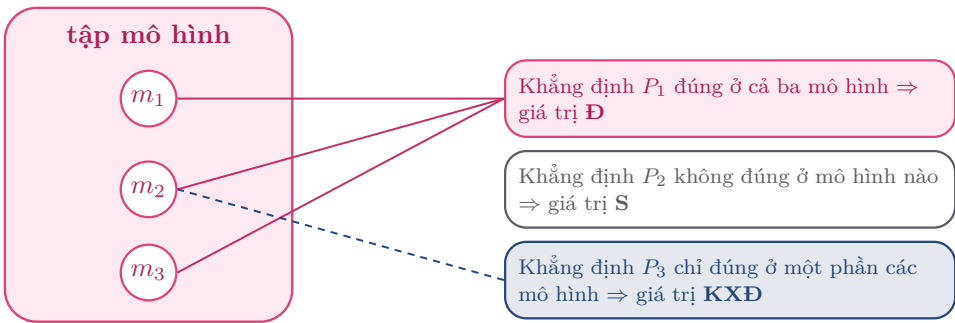
Loại người	Ràng buộc khi mô hình hoá
Luôn nói thật	Mọi câu người đó nói đều đúng; một câu sai là mâu thuẫn
Luôn nói dối	Mọi câu người đó nói đều sai; một câu đúng là mâu thuẫn
Lúc thật lúc dối	Không ràng buộc gì; câu nói không cho thông tin để suy luận

Câu tự quy chiếu

Câu «tôi không phải người luôn nói thật» không thể do người luôn nói thật phát ra, vì khi đó một câu đúng lại khẳng định điều sai; câu ấy cũng không thể do người luôn nói dối phát ra, vì khi đó nội dung của nó lại đúng. Vậy người nói câu đó là người lúc thật lúc dối — kết luận rút ra mà không cần đến bất kì phát biểu nào khác.

Ghi chú. Thứ tự giả sử quyết định độ dài lời giải. Nên bắt đầu từ đối tượng được nhắc tới nhiều nhất trong các lời nói, hoặc từ lời nói tự quy chiếu, vì mỗi nhánh giả sử ở đó khoá được nhiều phát biểu cùng lúc; neo đặt sai chỗ vẫn dẫn tới đáp số nhưng phải xét gấp đôi số nhánh.

3. Ba giá trị: đúng – sai – không xác định



Giá trị của một khẳng định đọc từ số mô hình mà nó đúng: đủ ba, không mô hình nào, hay chỉ một phần.

Quan hệ với tập mô hình	Trạng thái	Diễn đạt trong đề
Đúng ở mọi mô hình	Đ	«chắc chắn đúng»
Sai ở mọi mô hình	S	«không thể đúng»
Đúng ở ít nhất một mô hình và sai ở ít nhất một mô hình	KXĐ	«có thể đúng», «chưa đủ dữ kiện»

Ghi chú. Sai lầm phổ biến nhất của cả chương: thấy một khẳng định đúng trong mô hình vừa tìm được liền chọn ngay, trong khi đề hỏi «chắc chắn đúng». Chỉ được kết luận trạng thái Đ sau khi đã kiểm khẳng định đó trên toàn bộ tập mô hình. Ngược lại, khi hai mô hình cùng thoả đề nhưng cho hai câu trả lời khác nhau thì phương án đúng chính là «chưa đủ dữ kiện».

KXĐ không phải chân trị thứ ba. Trong mỗi mô hình cụ thể, mọi khẳng định vẫn chỉ nhận đúng một trong hai chân trị Đ hoặc S như logic cổ điển. Ba nhãn Đ, S, KXĐ ở bảng trên là ba *trạng thái suy ra được từ dữ kiện của đề*: «đúng ở mọi mô hình», «sai ở mọi mô hình» và «chưa được dữ kiện quyết định». Vì vậy KXĐ là phát biểu về *lượng thông tin đề cho*, không phải một giá trị mới của khẳng định.

4. Ví dụ mẫu

Ví dụ 12.1. Chậu lan đặt ở cuối lớp bị vỡ trong giờ ra chơi. Đúng một trong bốn bạn Cẩm, Đan, Hùng, Kim làm vỡ chậu lan, ba bạn còn lại không làm vỡ. Khi được hỏi, mỗi bạn nói một câu. Cẩm: «Đan làm vỡ chậu lan.» Đan: «Kim làm vỡ chậu lan.» Hùng: «Tôi không làm vỡ chậu lan.» Kim: «Điều Đan vừa nói là không đúng.» Biết rằng trong bốn câu trên có đúng một câu đúng, ba câu còn lại đều sai. Ai làm vỡ chậu lan?

- A. Cẩm
- B. Đan
- C. Hùng
- D. Kim

Lời giải:

Ví dụ 12.2. Phòng dụng cụ thể thao do ba người trực là Loan, Sơn và Việt cùng giữ chìa khoá. Mỗi người trong ba người thuộc đúng một loại: hoặc luôn nói thật, hoặc luôn nói dối. Khi được hỏi, ba người nói. Loan: «Sơn là người luôn nói dối.» Sơn: «Việt là người luôn nói dối.» Việt: «Cả Loan và Sơn đều là người luôn nói dối.» Ai là người luôn nói thật?

- A.** Loan **B.** Sơn **C.** Việt **D.** Chưa đủ dữ kiện để xác định

Lời giải:

Ví dụ 12.3. Trạm khí tượng của trường đặt bốn máy dự báo M1, M2, M3, M4 cho hai khu vườn Bắc và Nam. Cho ngày hôm sau, mỗi máy đưa ra đúng một dự báo. M1: «Khu Bắc có mưa.» M2: «Khu Nam có mưa.» M3: «Cả hai khu cùng có mưa.» M4: «Cả hai khu cùng không có mưa.» Hết ngày hôm sau, ban phụ trách đối chiếu với thực tế và thấy có đúng một máy dự báo đúng. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Khu Bắc có mưa
- B.** Khu Nam không có mưa
- C.** Hai khu không cùng có mưa
- D.** Có ít nhất một khu có mưa

Bài 12.1. Trong trò chơi tìm kho báu ở hội trại, kho báu được giấu trong đúng một trong bốn chiếc rương gỗ đánh số 1, 2, 3, 4. Hai người dẫn trò là Hùng và Thúy, mỗi người nói hai câu, trong đó đúng một câu thật và một câu đùa (câu đùa là câu sai). Hùng: «Kho báu ở rương số 2.» và «Kho báu không ở rương số 4.» Thúy: «Kho báu ở rương số 4.» và «Kho báu ở rương số 1.» Kho báu được giấu trong rương nào?

- Trang 169

Lời giải:

Bài 12.2. Bốn người trực phòng dụng cụ là Kim, Loan, Sơn, Việt; cuối buổi có đúng một người quên trả chìa khoá, ba người còn lại đã trả đầy đủ. Khi được hỏi, mỗi người nói một câu. Loan: «Việt quên trả chìa khoá.» Việt: «Điều Loan vừa nói là sai.» Kim: «Tôi không quên trả chìa khoá.» Sơn: «Điều Loan vừa nói là đúng.» Biết rằng trong bốn câu trên có đúng một câu đúng. Ai quên trả chìa khoá?

A. Kim

B. Loan

C. Sơn

D. Việt

Lời giải:

Bài 12.3. Ba phụ trách trạm trò chơi của hội trại là Cầm, Hùng, Thúy nhận ba vai đôi một khác nhau: một người luôn nói thật, một người luôn nói dối, một người lúc thật lúc dối (câu người này nói có thể đúng, cũng có thể sai). Mỗi người nói một câu. Cầm: «Hùng là người luôn nói dối.» Hùng: «Tôi không phải người luôn nói thật.» Thúy: «Cầm là người luôn nói dối.» Ai là người lúc thật lúc dối?

- A.** Cầm **B.** Hùg **C.** Thúi **D.** Không xác định được

Lời giải:

Bài 12.4. Chậu lan của lớp bên bị vỡ; đúng một trong bốn bạn Đan, Loan, Sơn, Việt làm vỡ, ba bạn còn lại không làm vỡ. Mỗi bạn nói một câu. Đan: «Loan làm vỡ chậu lan.» Loan: «Tôi không làm vỡ chậu lan.» Sơn: «Tôi không làm vỡ chậu lan.» Việt: «Đan làm vỡ chậu lan.» Biết rằng trong bốn câu trên có đúng hai câu đúng và hai câu sai. Ai làm vỡ chậu lan?

- A.** Loan **B.** Việt **C.** Sơn **D.** Chưa đủ dữ kiện để xác định

Lời giải:

6. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Trong đêm lửa trại, năm bạn Đan, Hùng, Loan, Sơn, Kim mỗi người rút đúng một tấm thẻ: thẻ **Thật** hoặc thẻ **Đùa**. Người cầm thẻ Thật thì mọi câu nói trong tối đó đều đúng; người cầm thẻ Đùa thì mọi câu nói trong tối đó đều sai. Số thẻ mỗi loại không hạn chế. Trong tối, mỗi bạn nói một câu. Đan: «Hùng cầm thẻ Đùa.» Hùng: «Loan cầm thẻ Đùa.» Loan: «Sơn cầm thẻ Đùa.» Sơn: «Đan cầm thẻ Đùa.» Kim: «Trong năm chúng ta có ít nhất ba bạn cầm thẻ Thật.» (câu của Kim tính cả chính Kim).

Bài 12.5. Cách chia thẻ nào sau đây phù hợp với mọi dữ kiện?

A. Thẻ Thật: Đan, Hùng, Kim; thẻ Đùa: Loan, Sơn
B. Thẻ Thật: Đan, Loan, Sơn; thẻ Đùa: Hùng, Kim

C. Thẻ Thật: Hùng, Loan, Kim; thẻ Đùa: Đan, Sơn

Lời giải:

Bài 12.6. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Đan và Loan cầm thẻ cùng loại
- B. Kim cầm thẻ Thật
- C. Sơn cầm thẻ Đùa
- D. Có đúng hai bạn cầm thẻ Thật

Lời giải:

Bài 12.7. Nếu biết thêm rằng trong năm bạn có đúng ba bạn cầm thẻ Thật thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Đan cầm thẻ Thật
- B. Kim cầm thẻ Thật
- C. Hùng cầm thẻ Đùa
- D. Sơn cầm thẻ Thật

Lời giải:

Bài 12.8. Có tất cả bao nhiêu cách chia thẻ thoả mãn mọi dữ kiện?

- A. 1
- B. 2
- C. 4
- D. 8

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8
Đáp án	A	A	B	D	D	A	B	C

13

CHUYÊN ĐỀ

Biểu đồ Venn và tập hợp

Chương 12 làm việc với các mệnh đề đúng – sai của từng nhân vật và chốt kết luận bằng cặp thao tác giả sử rồi tìm mâu thuẫn; chương này chuyển sang một loại dữ kiện khác — dữ kiện *số lượng*. Khi một cuộc khảo sát cho biết bao nhiêu người dùng loại này, bao nhiêu người dùng loại kia, câu hỏi đặt ra hầu như luôn thuộc về phần chồng lấn giữa các nhóm. Công cụ trung tâm là biểu đồ Venn: chia toàn bộ đối tượng thành các miền rời nhau, đặt ẩn cho từng miền rồi lập hệ — mỗi số liệu của đề trở thành một phương trình.

1. Biểu đồ Venn hai tập và bốn miền

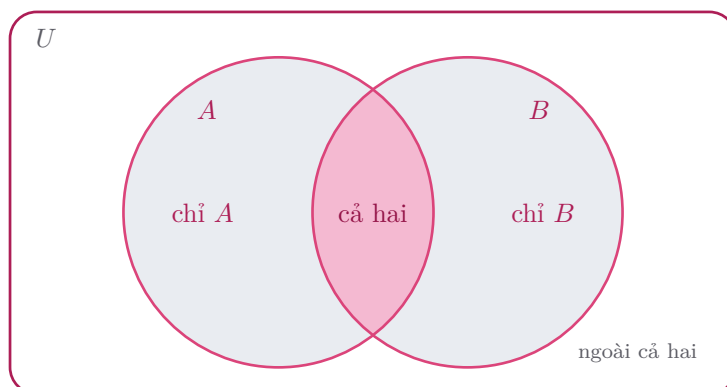
Quy ước đọc số liệu của chương

- Mọi số liệu dạng «có bao nhiêu người dùng X » đều được tính *đầy đủ*, tức gồm cả những người đồng thời dùng thêm loại khác. Muốn loại trừ, đề phải nói rõ bằng chữ «chỉ».
- «Chỉ X » nghĩa là dùng X và không dùng bất kì loại nào còn lại được nêu trong đề.
- Trong các đề của chương không xuất hiện kí hiệu tập hợp; các kí hiệu $\cup$, $\cap$ và phần bù chỉ dùng ở phần lí thuyết và trong lời giải.

Bốn miền rời nhau

Hai vòng tròn A , B đặt trong hình chữ nhật vũ trụ U chia toàn bộ đối tượng thành *đúng bốn* miền đôi một không giao nhau: miền *chỉ A* ứng với $A \setminus B$, miền *chỉ B* ứng với $B \setminus A$, miền *cả hai* ứng với $A \cap B$, và miền *ngoài cả hai* ứng với phần bù của $A \cup B$. Bốn số đo của bốn miền ấy cộng lại bằng tổng số đối tượng.

Nguyên tắc làm bài rút ra từ đó: khi đề cho đủ dữ kiện để xác định miền *giao* thì điền số vào miền giao trước, sau đó lấy hiệu để ra hai miền «chỉ» và lấy phần bù để ra miền ngoài. Khi dữ kiện không đủ để chốt miền giao, bốn số đo không xác định được và câu hỏi chuyển sang dạng chặn trên – chặn dưới, trình bày ở mục sau.



Bốn miền rời nhau; tổng số đối tượng của bốn miền bằng số của vũ trụ U .

$$\begin{aligned} |A \cup B| &= |A| + |B| - |A \cap B| \\ |A \cap B| &= |A| + |B| - |A \cup B| \end{aligned}$$

Số đối tượng ngoài cả hai $= n - |A \cup B|$, với n là tổng số đối tượng.

Hệ quả dùng nhiều nhất. Khi đề cho tổng số n cùng số đối tượng đứng ngoài thì $|A \cup B| = n - (\text{ngoài})$; phải trừ miền ngoài *trước* rồi mới thay vào công thức tính giao.

Diễn đạt trong đề	Kí hiệu hoá
«có dùng A » (số liệu tổng của A)	$ A $ — gồm cả những đối tượng dùng thêm B
«chỉ dùng A »	$ A - A \cap B $
«dùng cả hai»	$ A \cap B $
«dùng ít nhất một trong hai»	$ A \cup B $
«không dùng loại nào trong hai loại»	$n - A \cup B $ — phần bù của hợp
«không đồng thời dùng cả hai»	$n - A \cap B $ — phần bù của giao

Ghi chú. Hai dòng cuối của bảng là cặp sai lầm kinh điển và cho hai kết quả rất xa nhau. «Không loại nào» loại bỏ cả ba miền bên trong, chỉ giữ lại miền ngoài; còn «không đồng thời cả hai» chỉ loại bỏ *một* miền giao, giữ nguyên ba miền còn lại. Khi gặp câu hỏi dạng phủ định, cần xác định trước phủ định ấy cắt bỏ miền nào trên hình rồi mới tính.

2. Đặt ẩn theo miền và biểu đồ ba tập

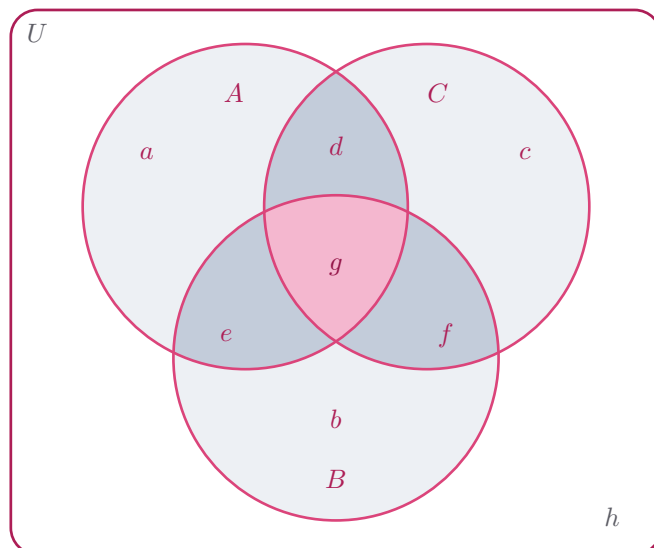
Quy trình đặt ẩn theo miền

- Bước 1 — Chia miền.** Vẽ biểu đồ Venn rồi đặt một ẩn cho miền *giao* — miền trung tâm — vì mọi miền khác đều biểu diễn được qua nó.
- Bước 2 — Biểu diễn ngược.** Miền «chỉ A » $= |A| - \text{giao}$; miền «chỉ B » $= |B| - \text{giao}$; miền ngoài $= n - \text{tổng ba miền trong}$.
- Bước 3 — Lập hệ.** Mỗi số liệu còn lại của đề cho một phương trình. Giải hệ, sau đó đối chiếu điều kiện: mọi miền phải là số nguyên không âm.
- Bước 4 — Trả lời đúng đại lượng được hỏi.** Đề hỏi miền nào thì đọc miền đó; không dùng lại ở ẩn trung gian.

$$|A \cup B \cup C| = |A| + |B| + |C| - |A \cap B| - |B \cap C| - |C \cap A| + |A \cap B \cap C|$$

Dấu của số hạng cuối là dấu *cộng*: phần chung của cả ba tập đã bị trừ đi ba lần ở ba số hạng giao đôi nên phải cộng bù lại một lần. Hai đại lượng hay được hỏi kèm, tính trực tiếp trên hình:

- số đối tượng dùng **đúng hai** loại $= (|A \cap B| + |B \cap C| + |C \cap A|) - 3|A \cap B \cap C|$;
- số đối tượng dùng **đúng một** loại $= |A \cup B \cup C| - (\text{đúng hai}) - |A \cap B \cap C|$.



Ba tập chia vũ trụ thành 8 miền rời nhau: a, b, c là ba miền «chỉ»; d, e, f là ba miền giao đôi riêng; g là miền trung tâm; h là miền ngoài.

Ghi chú. Số liệu dạng « $|A \cap B| = 15$ » đếm cả những đối tượng dùng thêm loại thứ ba; miền giao đôi *riêng* trên hình chỉ bằng $15 - g$ với g là số đối tượng dùng cả ba loại. Trộn lẫn hai đại lượng này là nguyên nhân sai của phần lớn bài ba tập. Khi đề không cho g , cách làm đúng là biểu diễn cả tám miền theo g rồi xét xem đại lượng được hỏi có phụ thuộc g hay không.

Ghi chú. Chặn trên – chặn dưới của miền giao. Khi đề chỉ cho $n, |A|, |B|$ mà không cho miền ngoài thì số đối tượng thuộc cả hai tập không xác định được, nhưng bị kẹp giữa hai chặn: $|A \cap B| \leq \min(|A|, |B|)$ — chặn trên, đạt được khi tập nhỏ nằm gọn trong tập lớn — và $|A \cap B| \geq \max\{0, |A| + |B| - n\}$ — chặn dưới. Khi $|A| + |B| \geq n$, chặn dưới bằng $|A| + |B| - n$ và đạt được lúc miền ngoài bằng 0; khi $|A| + |B| < n$, hai tập có thể rời nhau nên chặn dưới bằng 0. Câu hỏi «ít nhất bao nhiêu» hỏi chặn dưới, còn «nhiều nhất bao nhiêu» hỏi chặn trên.

3. Ví dụ mẫu

Ví dụ 13.1. Một lớp có 40 học sinh được khảo sát về cách nghe nhạc thường dùng. Kết quả cho biết 28 học sinh có nghe bằng tai nghe, 17 học sinh có nghe bằng loa và 3 học sinh không dùng cách nào trong hai cách đó. Hỏi có bao nhiêu học sinh dùng cả hai cách?

A. 5

B. 8

C. 9

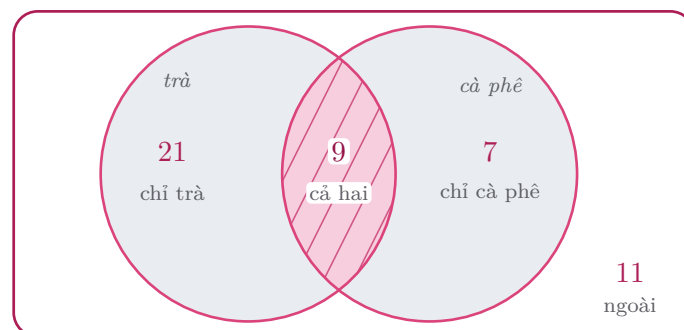
D. 12

Lời giải:

Ví dụ 13.2. Căng-tin của một công ty phục vụ hai loại đồ uống là trà và cà phê. Khảo sát toàn bộ 48 nhân viên cho kết quả: 30 người có uống trà, 16 người có uống cà phê, trong đó 9 người uống cả hai loại. Hỏi có bao nhiêu nhân viên không đồng thời uống cả hai loại?

- A.** 11 **B.** 21 **C.** 7 **D.** 39

Lời giải:



Bốn miền của Ví dụ 13.2. Phần gạch chéo là miền giao — miền duy nhất bị cum «không đồng thời cả hai» loại bỏ.

Ghi chú. Một phương án có thể chỉ là một miền riêng lẻ của biểu đồ — một mảnh của đáp án đầy đủ — chứ không phải chính đáp án; cần đối chiếu đại lượng được hỏi với đúng miền

hay đúng tổ hợp miền tương ứng trước khi chọn.

4. Bài luyện

Bài 13.1. Một khu dân cư khảo sát 60 cư dân về hai môn thể thao. Kết quả cho biết 35 người có chơi cầu lông, 28 người có chơi bóng bàn và 12 người chơi cả hai môn. Hỏi có bao nhiêu người chỉ chơi cầu lông mà không chơi bóng bàn?

- A. 35
- B. 16
- C. 23
- D. 9

Lời giải:

Bài 13.2. Một trường khảo sát toàn bộ học sinh về phương tiện đã từng dùng để đến trường. Kết quả cho biết 58% số học sinh từng đi xe đạp, 46% từng đi xe máy điện và 12% không dùng loại nào trong hai loại phương tiện đó. Hỏi bao nhiêu phần trăm số học sinh từng dùng cả hai loại phương tiện?

- A. 16%
- B. 4%
- C. 42%
- D. 30%

Lời giải:

Bài 13.3. Nhóm bạn đọc của một lớp có 42 thành viên và mỗi thành viên đều dùng ít nhất một trong hai hình thức là đọc sách giấy hoặc nghe sách nói. Biết số thành viên chỉ đọc sách giấy gấp ba lần số thành viên dùng cả hai hình thức, còn số thành viên chỉ nghe sách nói nhiều hơn số thành viên dùng cả hai hình thức đúng 7 người. Hỏi có bao nhiêu thành viên đọc sách giấy, tính cả những người dùng cả hai hình thức?

- A. 21
- B. 7
- C. 14
- D. 28

Lời giải:

Bài 13.4. Một cuộc khảo sát 48 học sinh khối 11 về cách nghe nhạc cho biết 31 học sinh có nghe bằng tai nghe và 26 học sinh có nghe bằng loa. Ngoài hai số liệu đó, cuộc khảo sát không cho thêm thông tin nào: một học sinh có thể dùng cả hai cách và cũng có thể không dùng cách nào. Hỏi số học sinh dùng cả hai cách ít nhất có thể bằng bao nhiêu?

- A. 5
- B. 9
- C. 17
- D. 26

Lời giải:

5. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Câu lạc bộ đọc sách của một phường có 80 thành viên. Ban chủ nhiệm khảo sát ba hình thức đọc là sách giấy, sách điện tử và sách nói, thu được kết quả: 42 thành viên dùng sách giấy, 34 thành viên dùng sách điện tử, 25 thành viên dùng sách nói; 15 thành viên dùng cả sách giấy lẫn sách điện tử, 12 thành viên dùng cả sách giấy lẫn sách nói, 10 thành viên dùng cả sách nói lẫn sách điện tử. Mỗi số liệu về hai hình thức nêu trên tính đầy đủ mọi thành viên dùng hai hình thức đó, kể cả người dùng thêm hình thức thứ ba. Riêng số thành viên dùng cả ba hình thức thì cuộc khảo sát chưa cho biết; ngoài ra, một thành viên có thể không dùng hình thức nào trong ba hình thức trên.

Bài 13.5. Số thành viên dùng sách giấy nhưng không dùng sách điện tử là bao nhiêu?

- A.** 30 **B.** 32 **C.** 27 **D.** 15

Lời giải:

Bài 13.6. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Có đúng 13 thành viên không dùng hình thức nào trong ba hình thức
- B.** Số thành viên chỉ nghe sách nói ít hơn số thành viên chỉ đọc sách điện tử
- C.** Có ít nhất 5 thành viên dùng cả ba hình thức
- D.** Có đúng 15 thành viên chỉ đọc sách giấy

Lời giải:

Bài 13.7. Với dữ kiện trên, nếu biết thêm có đúng 6 thành viên dùng cả ba hình thức thì số thành viên không dùng hình thức nào là bao nhiêu?

- A.** 16
- B.** 6
- C.** 4
- D.** 10

Lời giải:

Bài 13.8. Vẫn với giả thiết có đúng 6 thành viên dùng cả ba hình thức, số thành viên dùng đúng hai trong ba hình thức là bao nhiêu?

- A.** 19
- B.** 37
- C.** 31
- D.** 25

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8
Đáp án	C	A	D	B	C	B	D	A

14

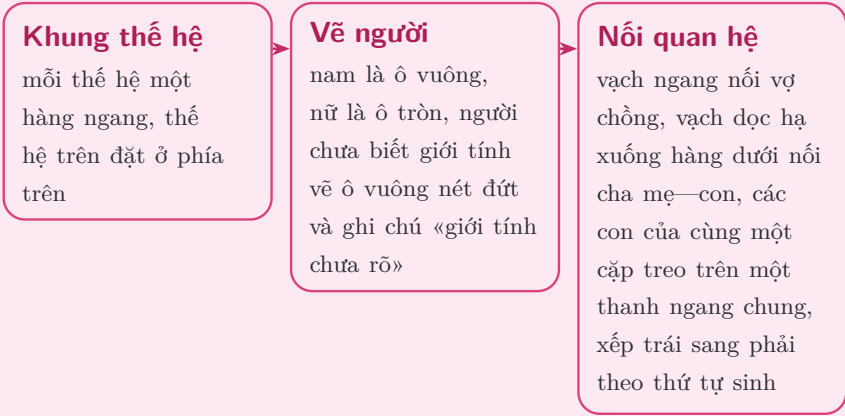
CHUYÊN ĐỀ

Quan hệ huyết thống

Chương 13 dùng biểu đồ Venn để nhìn thấy quan hệ *thuộc về* giữa các tập hợp; chương này chuyển sang một loại quan hệ khác — quan hệ giữa người với người trong một gia đình, nơi mỗi cá nhân nối với thể hệ trên bằng đúng một người cha và một người mẹ. Công cụ trung tâm vẫn là một hình vẽ: cây phả hệ. Điều làm nên độ khó của dạng bài không phải phép tính mà là hai việc: đọc đúng một câu xưng hô lồng nhiều lớp, và nhận ra khi nào đề cố tình không chốt giới tính hay thứ bậc tuổi để đáp án phải là «không xác định được».

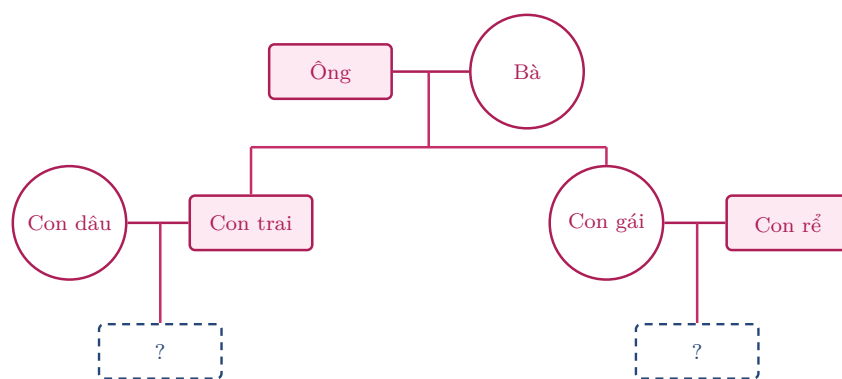
1. Cây phả hệ và bảng xưng hô

Quy ước vẽ cây phả hệ



Tên được ghi vào ô ngay khi đọc được một dữ kiện; dữ kiện chưa chốt được thì ghi bên lề dưới dạng câu hỏi, không đoán bừa.

Phạm vi của mô hình. Cây phả hệ trong chương dùng một mô hình rút gọn: mỗi người nối với thể hệ trên bằng đúng một cha và một mẹ, mỗi cặp được vẽ bằng một vạch ngang, và giới tính chỉ nhận hai giá trị hoặc để trống khi đề không chốt. Các quy ước ấy chỉ nhằm làm cho bài toán suy luận có lời giải duy nhất; chúng *không* mô tả đầy đủ mọi cấu trúc gia đình trong thực tế. Khi đề bài không nói gì thêm thì hiểu theo đúng mô hình rút gọn này.



Ô vuông — nam, ô tròn — nữ, vạch ngang — vợ chồng, vạch dọc — cha mẹ và con; ô nét đứt là người chưa biết giới tính.

Bên nội (bên bố)

anh trai của bố — **bác trai**
 chị gái của bố — **bác gái**
 em trai của bố — **chú**
 em gái của bố — **cô**
 cha mẹ của bố — **ông nội, bà nội**
 con của con trai — **cháu nội**
 vợ của con trai — **con dâu**; chồng của con gái — **con rể**
 cha của chồng — **bố chồng**
 con của anh, chị hoặc em ruột của bố mẹ — **anh họ, chị họ hoặc em họ**; gọi **anh** hay **chị** khi người ấy nhiều tuổi hơn, gọi **em** khi ít tuổi hơn

Bên ngoại (bên mẹ)

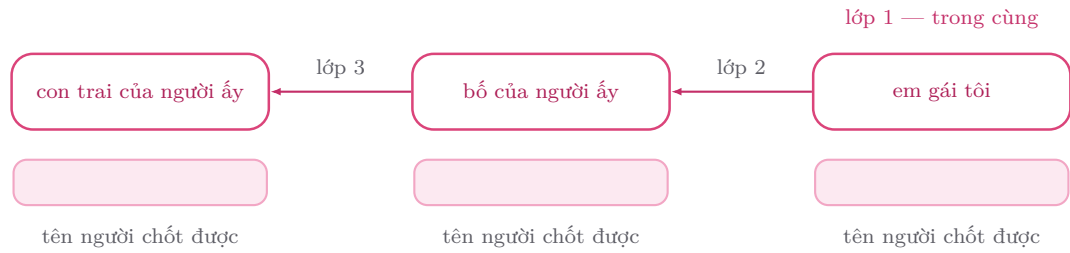
anh trai của mẹ — **cậu**
 chị gái của mẹ — **dì**
 em trai của mẹ — **cậu**
 em gái của mẹ — **dì**
 cha mẹ của mẹ — **ông ngoại, bà ngoại**
 con của con gái — **cháu ngoại**
 vợ của chú — **thím**; vợ của cậu — **mợ**;
 chồng của cô hoặc dì — **dượng**
 cha của vợ — **bố vợ**

Cách gọi trong đời sống có khác nhau theo vùng miền; toàn bộ chương này thống nhất dùng đúng bảng trên, mọi lời giải và đáp án đều căn cứ vào nó.

Ghi chú. Mọi bài trong chương đều ngầm dùng ba giả định sau, trừ khi đề nói khác: mỗi người kết hôn nhiều nhất một lần; mọi người con đều là con chung của hai vợ chồng; hai vợ chồng không phải anh chị em ruột của nhau. Ba giả định này là thứ cho phép chuyển «chồng của bà Ngà» thành «bố của mọi người con của bà Ngà» — bước chuyển ngăn ngòi ấy có mặt trong gần như mọi lời giải của chương.

Khai triển câu xưng hô từ trong ra ngoài

Một câu như «con trai của bố của em gái tôi» là ba lớp quan hệ lồng nhau. Cách đọc an toàn là bóc từ trong ra ngoài: xác định người ở lớp trong cùng trước («em gái tôi»), rồi lấy quan hệ kế tiếp áp lên người vừa tìm được («bố của người ấy»), cứ thế cho tới lớp ngoài cùng. Mỗi lớp nên được viết thành một dòng riêng kèm tên người đã chốt được, và mỗi lớp đều cần được đối chiếu lại với cây phả hệ đang vẽ. Hai lỗi thường gặp đều là lỗi *đếm nhầm số lớp*: dùng sớm một lớp cho ra người ở thế hệ trên, di thừa một lớp cho ra người ở thế hệ dưới.



Đọc ngược chiều câu chữ — lớp trong cùng được xác định trước.

Ghi chú. Một phương án «không xác định được» chỉ đúng khi dựng được *hai* cây phả hệ cùng thoả trọn mọi dữ kiện của đề mà cho hai câu trả lời khác nhau. Muốn bác bỏ phương án ấy chỉ cần một lập luận ép buộc; muốn chọn nó thì phải trưng ra được hai cây chứng nhân. Trong dạng bài phả hệ, hai chỗ dễ hay bỏ ngỏ nhất là *giới tính* của một nhân vật và *thứ bậc tuổi* giữa hai anh chị em — mà bảng xưng hô ở trên lại phân biệt chú với bác, cô với bác gái đúng theo thứ bậc tuổi, nên chỉ cần thiếu một trong hai dữ kiện ấy là kết luận có thể rẽ hai hướng.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 14.1. Anh Toàn là con trai trong một gia đình. Trong buổi họp mặt, anh chỉ vào một bức ảnh và nói: «Mẹ của người trong ảnh là con gái duy nhất của mẹ tôi.» Hỏi Toàn là gì của người trong ảnh?

- A. Bố
- B. Chú
- C. Cậu
- D. Anh trai

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 14.2. Quý nói: «Bà Ngà là mẹ của mẹ tôi, còn ông Hữu là chồng của bà Ngà.» Hỏi Quý gọi ông Hữu bằng gì?

- A. Ông nội
- B. Ông ngoại
- C. Cậu
- D. Bác

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 14.1. Thắng là con trai duy nhất của bố mẹ mình và có một người em gái ruột. Thắng chỉ vào một bức ảnh và nói: «Người này là con trai của bố của em gái tôi.» Người trong ảnh là ai?

- A. Chính Thắng
- B. Em trai của Thắng
- C. Bố của Thắng
- D. Con trai của Thắng

Lời giải:

Bài 14.2. Toàn là bố của Quý. Bà Ngà là mẹ của Toàn. Thắng là một người con trai khác của bà Ngà và ít tuổi hơn Toàn. Hỏi Quý gọi Thắng bằng gì?

- A. Cậu
- B. Bác
- C. Chú
- D. Anh họ

Lời giải:

Bài 14.3. Anh Quý chỉ vào một em nhỏ và nói: «Đây là cháu nội của bố tôi nhưng không phải là con tôi.» Hỏi em nhỏ đó gọi anh Quý bằng gì?

- A. Chú

B. Cậu
- C. Bác

D. Chưa đủ dữ kiện để xác định em nhỏ gọi anh Quý bằng chú hay bằng bác

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 14.4. Chị Phượng nói: «Bố của cháu Thắng là con rể của bố tôi.» Khẳng định nào sau đây **chắc chắn đúng**?

- A. Thắng là con của Phượng

B. Thắng gọi bố của Phượng bằng ông ngoại
- C. Thắng gọi Phượng bằng dì

D. Bố của Thắng là em rể của Phượng

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Chùm luyện tập

Dữ kiện. Một gia đình có đúng tám người: ông Hữu, bà Nga, Toàn, Mận, Phượng, Thắng, Quý và Lan. Trong đó Hữu, Toàn, Thắng là nam; Nga, Mận, Phượng là nữ. Các dữ kiện đã biết: (1) ông Hữu và bà Nga là vợ chồng, hai ông bà có đúng hai người con; (2) Mận là con dâu của bà Nga; (3) Toàn là bố của Quý; (4) Phượng là em gái ruột của Toàn; (5) Thắng là chồng của Phượng; (6) Lan là cháu ngoại của ông Hữu. Dữ kiện không cho biết Quý là nam hay nữ, không cho biết Lan là nam hay nữ, cũng không cho biết giữa Quý và Lan ai nhiều tuổi hơn.

Bài 14.5. Ông Hữu là gì của Mận?

- A. Bố vợ
- B. Ông nội
- C. Bác
- D. Bố chồng

Lời giải:

Bài 14.6. Với dữ kiện trên, khẳng định nào sau đây **chắc chắn đúng**?

- A.** Quý là cháu trai của ông Hữu
- B.** Lan là em họ của Quý
- C.** Quý là cháu nội của bà Nga
- D.** Lan là cháu gái của bà Nga

Lời giải:

Bài 14.7. Với dữ kiện trên, giả sử vợ chồng Toàn và Mận sinh thêm một người con nữa. Người con ấy gọi Phượng bằng gì?

- A.** Cô
- B.** Dì
- C.** Bác
- D.** Mợ

Lời giải:

Bài 14.8. Trở lại gia đình tám người ban đầu, **không** tính người con mới ở Bài 14.7. Trong gia đình ấy, những ai gọi bà Nga bằng mẹ, mẹ chồng hoặc mẹ vợ?

- A.** Chỉ Toàn và Phượng
- B.** Toàn, Phượng, Mận và Thắng
- C.** Toàn, Phượng và Mận
- D.** Mận và Thắng

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8
Đáp án	A	C	D	B	D	C	A	B

15

CHUYÊN ĐỀ

Phương hướng và khoảng cách

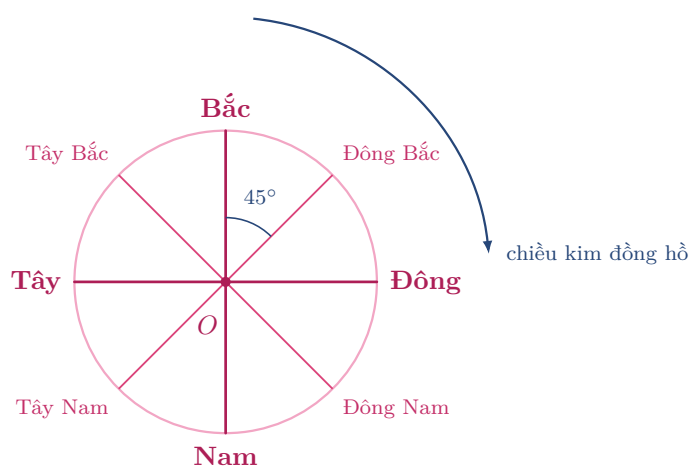
Chương 14 đọc một sơ đồ mà các nét nổi mang nghĩa quan hệ; chương này đọc một sơ đồ mà các nét nổi mang nghĩa quãng đường và phương hướng. Mỗi đề chỉ là một chuỗi lệnh di chuyển, và toàn bộ công việc gói trong hai thao tác: vẽ lại hành trình theo đúng thứ tự, rồi gộp các đoạn cùng trục để còn đúng một độ lệch ngang và một độ lệch dọc. Từ hai số đó, khoảng cách suy ra bằng định lý Pythagoras, còn phía suy ra bằng dấu của chúng.

1. Hệ hướng, hành trình và phép gộp phương

Ghi chú. Quy ước. Tên góc phần tư — Đông Bắc, Đông Nam, Tây Nam, Tây Bắc — chỉ báo phần tư chứa điểm lệch, không đòi hỏi hai độ lệch bằng nhau (tức góc đúng 45°).

Hai trục và tám hướng

Mặt bằng được đặt trên hai trục vuông góc: trục ngang Đông – Tây và trục dọc Bắc – Nam. Bốn hướng chính chia mặt phẳng thành bốn góc phần tư, mỗi góc mang tên ghép của hai hướng chính kề nó: Đông Bắc, Đông Nam, Tây Nam, Tây Bắc. Hai hướng đối nhau — Đông và Tây, Bắc và Nam, Đông Bắc và Tây Nam, Đông Nam và Tây Bắc — lệch nhau 180° ; hai hướng chính kề nhau lệch 90° ; hai hướng liền kề trên la bàn tám hướng lệch 45° .



La bàn tám hướng, nhìn từ trên xuống: Bắc ở phía trên, Đông ở bên phải; hai tia liền kề lệch nhau 45° .

Quy trình bốn bước

Vẽ hành trình

đặt điểm xuất phát, vẽ từng đoạn theo đúng thứ tự đề cho, ghi độ dài và đánh dấu hướng đi bằng mũi tên

Gộp phương

cộng đại số các đoạn trên mỗi trục — Đông dương Tây âm, Bắc dương Nam âm — còn lại đúng một độ lệch ngang và một độ lệch dọc

Tính khoảng cách

khoảng cách đường chim bay là cạnh huyền của tam giác vuông có hai cạnh góc vuông bằng hai độ lệch vừa gộp

Dấu của độ lệch ngang cho về Đông hay Tây, dấu của độ lệch dọc cho về Bắc hay Nam; ghép hai về lại thành tên phía.

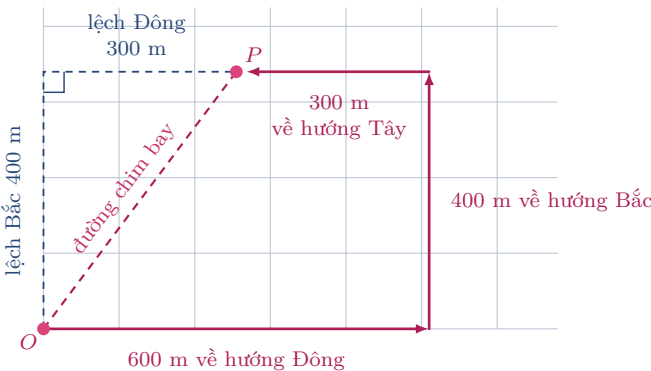
Phạm vi của bước gộp. Cộng đại số theo hai trục chỉ làm thẳng được khi mọi chặng đi theo bốn hướng chính. Nếu có chặng đi theo hướng chéo với độ dài cho trước thì phải phân tích chặng ấy thành hai thành phần trước khi gộp: chặng dài d theo hướng chéo 45° đóng góp $\frac{d}{\sqrt{2}}$ cho mỗi trục, chứ không phải d cho cả hai. Các bài của chương này đều đặt chặng chéo ở dạng đã cho sẵn hai thành phần để tránh bước khai căn.

Diễn đạt trong đề

- «đi về hướng Đông (Tây, Nam, Bắc)»
- «rẽ phải»
- «rẽ trái»
- «quay đầu»

Xử lí khi vẽ hành trình

- hướng tuyệt đối — không phụ thuộc hướng đang đi
- quay hướng đang đi một góc 90° theo chiều kim đồng hồ
- quay hướng đang đi một góc 90° ngược chiều kim đồng hồ
- đổi sang hướng đối diện; hai lần rẽ phải liên tiếp cho cùng kết quả



Hành trình mẫu gồm ba chặng nối tiếp, mũi tên chỉ hướng đi của từng chặng; hai nét đứt mảnh là hai độ lệch sau khi gộp phương, còn nét đứt đậm OP là đường chim bay.

- A.

10 ki-lô-mét, phía Đông Nam
- B.

10 ki-lô-mét, phía Đông Bắc
- C.

14 ki-lô-mét, phía Đông Nam
- D.

10 ki-lô-mét, phía Tây Bắc

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 15.1. Thuyền chở nông sản của Phú đang xuôi trên kênh về hướng Tây. Tới ngã ba thứ nhất, thuyền rẽ phải. Tới đập điều tiết, thuyền quay đầu. Tới ngã ba tiếp theo, thuyền rẽ trái. Sau ba lần đổi hướng đó, thuyền đang đi về hướng nào?

- A.

Bắc
- B.

Tây
- C.

Nam
- D.

Đông

Lời giải:

Bài 15.2. Ngôn đứng ở sân trung tâm khu di tích, đang nhìn về hướng Đông Nam. Ngôn xoay người tại chỗ một góc 225° ngược chiều kim đồng hồ, sau đó xoay tiếp một góc 45° theo chiều kim đồng hồ. Ngôn đang nhìn về hướng nào?

- A. Đông Bắc
- B. Tây Bắc
- C. Tây
- D. Tây Nam

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 15.3. Tại một trạm thử nghiệm thiết bị bay không người lái (drone) giao hàng, Đình và Hằng mỗi người điều khiển một chiếc, cả hai cùng cất cánh từ trạm. Drone của Đình bay về hướng Đông 5 ki-lô-mét, rồi bay về hướng Bắc 12 ki-lô-mét và hạ cánh. Drone của Hằng bay về hướng Tây 6 ki-lô-mét, sau đó quay đầu bay thêm 2 ki-lô-mét rồi hạ cánh. Hai điểm hạ cánh cách nhau bao nhiêu ki-lô-mét theo đường chim bay?

- A. 15
- B. 17
- C. 21
- D. 9

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 15.4. Trà đạp xe dọc các bờ ruộng, xuất phát từ nhà kho ven ruộng. Trà đi về hướng Nam 3 ki-lô-mét, rồi rẽ trái và đi tiếp 4 ki-lô-mét. Sau đó Trà đi về hướng Bắc 8 ki-lô-mét, cuối cùng rẽ phải và đi tiếp 8 ki-lô-mét rồi dừng. Chỗ dừng cách nhà kho bao xa theo đường chim bay và nằm về phía nào so với nhà kho?

- A.** 13 ki-lô-mét, phía Tây Bắc
- B.** 17 ki-lô-mét, phía Đông Bắc
- C.** 13 ki-lô-mét, phía Đông Bắc
- D.** 13 ki-lô-mét, phía Đông Nam

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	15.1	15.2	15.3	15.4
Đáp án	D	B	A	C

16

CHUYÊN ĐỀ

Hình khối

Chương 15 đọc một sơ đồ phẳng mà các nét nối mang nghĩa quãng đường và phương hướng; chương này bước sang khối ba chiều, nơi thứ phải dựng lại trong đầu không còn là một hành trình mà là một vật thể. Các đề của dạng này đều rơi vào ba mô hình quen thuộc: gấp một tấm bìa thành khối rồi hỏi hai mặt nào đối diện nhau, cắt một khối thành nhiều phần bằng nhau rồi hỏi số nhất cắt, và sơn mặt ngoài một khối ghép rồi hỏi số khối nhỏ theo số mặt được sơn. Điểm chung của cả ba là không bài nào cần vẽ đúng hình phối cảnh: chỉ cần một cách kí hiệu hoá gọn và một phép đếm có hệ thống.

1. Hình khai triển và ba cặp mặt đối diện

Sáu mặt, ba cặp

Khối lập phương có sáu mặt. Với một mặt bất kì, bốn mặt có chung cạnh với nó là bốn mặt kề, mặt duy nhất còn lại là mặt đối diện. Vì vậy sáu mặt được chia thành đúng ba cặp đối diện, và biết được ba cặp ấy là biết trọn cấu trúc của khối. Toàn bộ dạng bài về hình khai triển quy về đúng một việc: từ vị trí các ô trên tấm bìa, tìm lại ba cặp đối diện đó.

Vị trí hai ô trên hình khai triển

Kết luận

Hai ô có chung một cạnh

kề nhau — **chắc chắn không đối diện**

Hai ô chỉ có chung một đỉnh (chéo góc)

kề nhau — **chắc chắn không đối diện**

Hai ô **thẳng hàng liên tiếp** với một ô nằm giữa (cùng hàng hoặc cùng cột, cả ba ô đều thuộc tấm bìa)

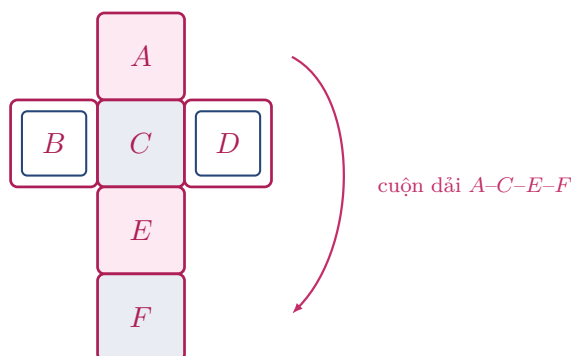
đối diện nhau

Hai ô cách nhau một ô nhưng **không thẳng hàng** — đường nối bị gấp khúc

là hai ô chéo góc, nên **không đối diện**

Vì sao ba dòng đầu đúng

Dòng một là hiển nhiên: hai ô chung cạnh thì sau khi gấp, cạnh ấy trở thành một cạnh của khối, nên hai mặt có cạnh chung. Dòng hai cần một nhận xét nhỏ: hai ô chéo góc luôn cùng kề một ô thứ ba, mà ba mặt đôi một khác nhau cùng đi qua một đỉnh thì đôi một kề nhau. Dòng ba là hệ quả của phép cuộn: bốn ô thẳng hàng liên tiếp cuộn lại thành một vành bốn mặt chạy quanh khối, trong vành ấy ô thứ nhất áp lưng vào ô thứ ba và ô thứ hai áp lưng vào ô thứ tư.



Ba cặp mặt đối diện của hình chữ thập: A-E, C-F, B-D.

Phép lăn khối — cách kiểm chứng luôn đúng

Khi hình khai triển không phải chữ thập, cách chắc chắn nhất là lăn khối trên chính tấm bìa: khối được đặt lên một ô sao cho mặt chạm giấy là mặt của ô đó, rồi lăn sang ô kề bên; mặt vừa chạm giấy chính là mặt ứng với ô mới. Đi hết sáu ô thì thu được đủ sáu mặt cùng ba cặp đối diện. Phép lăn chậm hơn bảng tra nhưng không phụ thuộc dáng của tấm bìa, nên nó là lựa chọn an toàn trong mọi trường hợp bảng tra không cho kết luận.

Ghi chú. (a) Quy tắc «cách một ô» chỉ áp dụng khi ba ô **thật sự thẳng hàng**; trên tấm bìa hình bậc thang, hai ô cách nhau một ô dọc theo đường gấp khúc là hai ô chéo góc nên **không** đối diện — đây là sai lầm phổ biến nhất của chương. (b) «Tổng số chấm hai mặt đối diện bằng bảy» chỉ là quy ước của xúc xắc bán sẵn, không phải tính chất của khối lập phương; với xúc xắc tự chế thì quy ước ấy vô hiệu. (c) Sáu ô vuông nối cạnh nhau chưa chắc gấp được thành khối; khối lập phương có đúng mười một hình khai triển khác nhau.

2. Cắt khối, sơn khối và đếm góc nhìn

Tình huống

Cắt a nhất theo chiều dài, b nhất theo chiều rộng, c nhất theo chiều cao

Bài ngược: chia khối thành N phần bằng nhau

Số nhất ít nhất

Công thức

số phần = $(a+1)(b+1)(c+1)$, tổng số nhất = $a+b+c$

phân tích $N = x \cdot y \cdot z$; số nhất = $(x-1) + (y-1) + (z-1) = x+y+z-3$

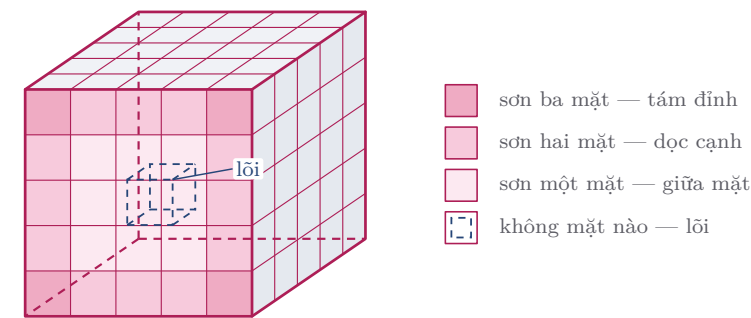
ứng với bộ ba thừa số **gần nhau nhất** của N

Vì sao lấy bộ thừa số gần nhau nhất

Mỗi chiều bị chia thành x phần bằng nhau thì cần $x-1$ nhất, nên tổng số nhất là $x+y+z-3$ với $x \cdot y \cdot z = N$ cố định. Khi tích không đổi, tổng nhỏ nhất đạt ở bộ ba gần nhau nhất; càng dồn về một chiều thì tổng càng phình ra, và trường hợp xấu nhất $1 \cdot 1 \cdot N$ cho tới $N-1$ nhất. Chiều thuận của cùng công thức cũng hay được hỏi: với s nhất cho trước, số phần lớn nhất đạt được khi chia đều s cho ba chiều — chẳng hạn sáu nhất cho tới đa $3 \cdot 3 \cdot 3 = 27$ phần, trong khi sáu nhất dồn cả vào một chiều chỉ cho bảy phần.

Nhóm khối nhỏ	Vị trí	Số lượng
Được sơn ba mặt	tám đỉnh của khối lớn	8
Được sơn hai mặt	dọc mười hai cạnh, trừ hai đầu	$12(n - 2)$
Được sơn một mặt	giữa sáu mặt, trừ viền	$6(n - 2)^2$
Không được sơn mặt nào	lõi bên trong	$(n - 2)^3$

Bảng trên viết cho khối lập phương lớn có cạnh gồm n khối nhỏ, với $n \geq 2$.



Bốn nhóm rời nhau — tổng bằng n^3 , kiểm lại bằng khai triển $((n - 2) + 2)^3$.

Ghi chú. Chỉ con số 8 là bất biến, không phụ thuộc n ; ba nhóm còn lại đều là đa thức của $m = n - 2$, tức của **cạnh lõi**. Vì vậy với bài ngược nên đặt ngay $m = n - 2$, giải phương trình theo m , rồi mới cộng 2 để trả lời. Quên bước cộng 2 cuối cùng là lỗi hay gặp nhất; bóc một lớp thay vì hai (dùng $n - 1$ chỗ đáng lẽ là $n - 2$) là lỗi hay gặp thứ nhì.

Tám góc nhìn từ tám đỉnh

Đặt khối lập phương sao cho quan sát được từ mọi phía. Nhìn chếch vào một đỉnh thì thấy đúng ba mặt — ba mặt cùng đi qua đỉnh ấy — và ba mặt còn lại bị che hoàn toàn. Tám đỉnh cho tám góc nhìn đôi một khác nhau. Do ba mặt nhìn thấy được chọn bằng cách lấy đúng một mặt trong mỗi cặp đối diện, mỗi mặt của khối được nhìn thấy từ đúng bốn đỉnh, tức nửa số góc nhìn.

Nhắc lại: chọn k trong n

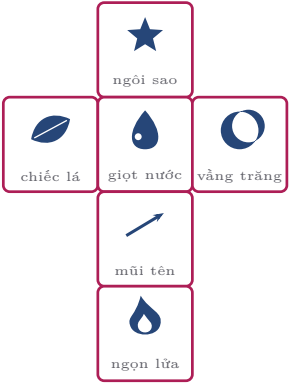
- 1. Số cách chọn k phần tử **không kể thứ tự** từ n phần tử phân biệt kí hiệu là C_n^k , tính bằng $\frac{n!}{k!(n-k)!}$ (SGK Toán 10). Với $n = 3$: $C_3^0 = 1$, $C_3^1 = 3$, $C_3^2 = 3$, $C_3^3 = 1$; tổng bằng 8 — đúng bằng số đỉnh của khối lập phương.
- 2. Nếu **kể cả thứ tự** thì số cách chọn hai trong ba là $3 \cdot 2 = 6$, gấp đôi C_3^2 . Hai khái niệm này khác nhau; lần chúng làm số đếm thành gấp đôi.
- 3. Thứ tự làm việc nên theo: **đếm trực tiếp trước, công thức sau**. Với tám đỉnh, việc liệt kê và đếm tay vẫn nhanh và ít rủi ro hơn; công thức C_n^k dùng để đối chiếu kết quả và để tổng quát hoá khi số mặt được đánh dấu thay đổi.

k	0	1	2	3
C_3^k	1	3	3	1

Ghi chú. Ba mặt của khối lập phương **đôi một kề nhau** thì bắt buộc cùng đi qua một đỉnh — vì trong ba mặt ấy không có cặp đối diện nào, nên mỗi cặp đối diện góp đúng một mặt. Nhận xét này biến một dữ kiện lời văn («đôi một có chung một cạnh») thành một dữ kiện hình học rất mạnh, và là bước mở đầu của mọi bài đếm góc nhìn.

3. Ví dụ mẫu

Ví dụ 16.1. Trong một trò chơi ở buổi cắm trại, các bạn tự làm lấy một chiếc xúc xắc bằng cách gấp tấm bìa hình chữ thập gồm sáu ô vuông bằng nhau. Sáu ô được vẽ sáu hình khác nhau, mỗi ô đúng một hình: ngôi sao, chiếc lá, giọt nước, vầng trăng, mũi tên, ngọn lửa. Trên tấm bìa, ô ngôi sao nằm ở hàng trên cùng; hàng kế tiếp gồm ba ô liền nhau, từ trái sang phải là chiếc lá, giọt nước, vầng trăng, trong đó ô giọt nước nằm ngay dưới ô ngôi sao; ô mũi tên nằm ngay dưới ô giọt nước, và ô ngọn lửa nằm ngay dưới ô mũi tên (hình dưới). Tấm bìa được gấp theo các cạnh chung của các ô để tạo thành khối lập phương, mỗi ô trở thành một mặt. Cặp hình nào sau đây được vẽ trên hai mặt đối diện nhau của chiếc xúc xắc?



Tấm bìa hình chữ thập: một dải bốn ô thẳng hàng theo chiều dọc và một hàng ba ô liền nhau.

- A. Ngôi sao và giọt nước
- B. Chiếc lá và vầng trăng
- C. Ngôi sao và vầng trăng
- D. Mũi tên và ngọn lửa

Lời giải:

.....

Ví dụ 16.2. Một chiếc bánh trung thu hình lập phương cần được chia thành 24 phần bằng nhau, tức 24 phần có cùng hình dạng và cùng kích thước. Mỗi nhát cắt là một mặt phẳng song song với một mặt của chiếc bánh và cắt xuyên qua toàn bộ chiếc bánh; sau mỗi nhát, các phần bánh giữ nguyên vị trí, không được xô dịch cũng không được xếp chồng lên nhau. Số nhát cắt ít nhất cần dùng là bao nhiêu?

- A. 6
- B. 7
- C. 9
- D. 23

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

4. Bài luyện

Bài 16.1. Một khối gỗ đồ chơi hình lập phương được ghép từ 125 khối gỗ nhỏ hình lập phương bằng nhau, mỗi cạnh của khối lớn gồm 5 khối nhỏ xếp liền nhau. Toàn bộ mặt ngoài của khối lớn được sơn kín một lượt sơn màu; các mặt nằm bên trong khối lớn không dính sơn. Sơn khô, khối lớn được tháo rời thành 125 khối nhỏ. Trong số đó có bao nhiêu khối nhỏ được sơn đúng một mặt?

A. 8

B. 27

C. 36

D. 54

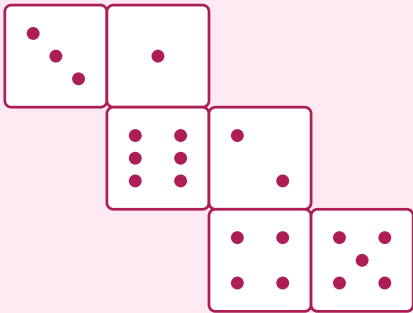
Lời giải:

Bài 16.2. Một hộp quà hình lập phương có ba mặt được dán nhãn, ba mặt còn lại để trơn; ba mặt dán nhãn đôi một có chung một cạnh. Hộp được đặt sao cho quan sát được từ mọi phía. Một người lần lượt đứng ở tám vị trí, mỗi vị trí nhìn chéo vào một đỉnh của hộp và từ vị trí đó thấy đúng ba mặt của hộp — ba mặt cùng đi qua đỉnh ấy; hai vị trí khác nhau ứng với hai đỉnh khác nhau. Trong tám vị trí đó, có bao nhiêu vị trí mà người này nhìn thấy đúng hai mặt dán nhãn?

- A.** 1 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 6

Lời giải:

Bài 16.3. Một chiếc xúc xắc tự chế được gấp từ tấm bìa gồm sáu ô vuông bằng nhau xếp thành hình bậc thang. Sáu ô ghi sáu số chấm khác nhau, từ một chấm đến sáu chấm, mỗi ô một số chấm; cách ghi do người làm tự chọn nên không theo cách ghi của xúc xắc bán sẵn. Trên tấm bìa: hàng trên cùng gồm hai ô liền nhau, bên trái ghi ba chấm, bên phải ghi một chấm; hàng giữa gồm hai ô liền nhau, bên trái ghi sáu chấm và nằm ngay dưới ô một chấm, bên phải ghi hai chấm; hàng dưới cùng gồm hai ô liền nhau, bên trái ghi bốn chấm và nằm ngay dưới ô hai chấm, bên phải ghi năm chấm. Tấm bìa được gấp theo các cạnh chung của các ô để tạo thành khối lập phương. Mặt đối diện với mặt bốn chấm ghi mấy chấm?



Hình khai triển gấp khúc — không dùng được quy tắc dải bốn ô thẳng.

- A. 1 chấm
- B. 2 chấm
- C. 3 chấm
- D. 5 chấm

Lời giải:

Bài 16.4. Một khối lập phương lớn được ghép từ các khối gỗ nhỏ hình lập phương bằng nhau, mỗi cạnh của khối lớn gồm cùng một số khối nhỏ xếp liền nhau. Toàn bộ mặt ngoài của khối lớn được sơn kín, sau đó khối lớn được tháo rời thành các khối nhỏ. Biết rằng số khối nhỏ được sơn đúng một mặt bằng số khối nhỏ không được sơn mặt nào, và có ít nhất một khối nhỏ không được sơn mặt nào. Mỗi cạnh của khối lớn gồm bao nhiêu khối nhỏ?

- A. 6
- B. 7
- C. 8
- D. 14

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	16.1	16.2	16.3	16.4
Đáp án	D	B	A	C

PHẦN

6

TOÁN TƯ DUY ĐỊNH LƯỢNG

17

CHUYÊN ĐỀ

Bài toán đồng hồ

Chương 16 xoay một khối trong đầu để đọc ra quan hệ giữa các mặt; chương này cũng theo dõi một chuyển động đều, nhưng chuyển động ấy diễn ra trên một vòng tròn và có thể quy trọn về những con số. Toàn bộ chương dựng trên đúng một ý: hai kim đồng hồ quay đều với hai vận tốc góc khác nhau, nên vị trí của chúng — và cả khoảng lệch giữa chúng — đều là hàm bậc nhất của thời gian. Mọi câu hỏi về góc, về thời điểm trùng nhau, về đồng hồ chạy sai đều chỉ là những cách hỏi khác nhau quanh một phương trình bậc nhất.

1. Hai kim, hai vận tốc góc

Ghi chú. Quy ước. Góc giữa hai kim là góc **nhỏ hơn** trong hai góc mà chúng chia mặt đồng hồ, luôn nằm trong $[0^\circ, 180^\circ]$; một đáp số vượt 180° nghĩa là chưa lấy phần bù $360^\circ - \alpha$.

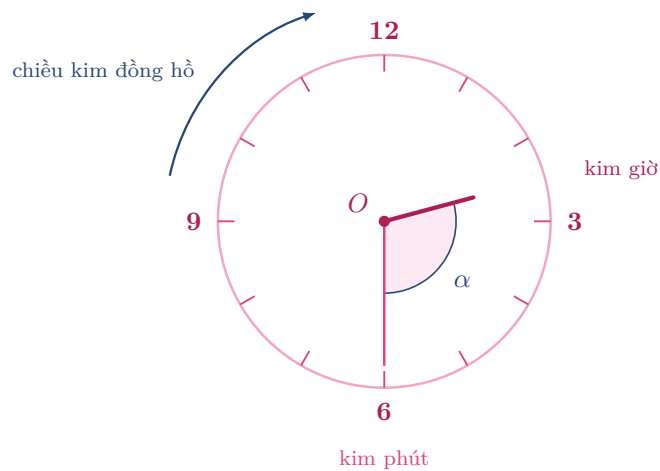
Kim	Đi trọn một vòng trong	Vận tốc góc
Kim phút	60 phút	6° mỗi phút
Kim giờ	12 giờ, tức 720 phút	$0,5^\circ$ mỗi phút
Khoảng lệch của kim phút so với kim giờ	—	tăng thêm $5,5^\circ$ mỗi phút

Độc vị trí hai kim tại một thời điểm

Lấy vạch số 12 làm mốc và quay theo chiều kim đồng hồ. Mỗi giờ trên mặt đồng hồ chiếm 30° , nên lúc h giờ đúng, kim giờ ở vị trí $30h$ độ. Điểm mấu chốt là kim giờ **không đứng yên chờ hết giờ**: sau thêm m phút, nó đã đi thêm $0,5m$ độ, còn kim phút đi được $6m$ độ kể từ vạch số 12. Vì vậy vị trí hai kim lúc h giờ m phút lần lượt là $30h + 0,5m$ và $6m$ độ.

$$\alpha = |30h - 5,5m|; \quad \text{nếu } \alpha > 180^\circ \text{ thì lấy } 360^\circ - \alpha.$$

Điều kiện áp dụng: h là số giờ đọc trên mặt đồng hồ, nhận giá trị từ 1 đến 12 với 12 tính như 0; m là số phút, thoả $0 \leq m < 60$; công thức chỉ dùng cho **đồng hồ chạy đúng**, không dùng cho các bài đồng hồ chạy sai ở phần sau.



Lúc 2 giờ 30 phút, kim giờ ở 75° còn kim phút ở 180° nên góc giữa hai kim là 105° .

Ba vị trí tương đối đáng nhớ

(1) Hai kim **trùng nhau** khi góc giữa chúng bằng 0° ; hai kim **đối nhau** khi góc bằng 180° ; hai kim **vuông góc** khi góc bằng 90° .

(2) Trong 12 giờ liên tiếp, kim phút vượt kim giờ đúng 11 lần, nên hai kim trùng nhau 11 lần, đối nhau 11 lần và vuông góc 22 lần. Con số 22 chứ không phải 24: mỗi lần kim phút vượt kim giờ trọn một vòng thì có đúng hai lần vuông góc, mà số vòng vượt là 11 chứ không phải 12.

Quy ước đầu mút: các con số trên đếm trên một khoảng *nửa kín* — tính mốc đầu, không tính mốc cuối, chẳng hạn từ 12 giờ tới trước 24 giờ. Nếu đếm cả hai đầu của đoạn đóng thì mốc 24 giờ lặp lại mốc 12 giờ và ta thấy 12 thời điểm trùng nhau thay vì 11. Cả quyển dùng thống nhất quy ước nửa kín này.

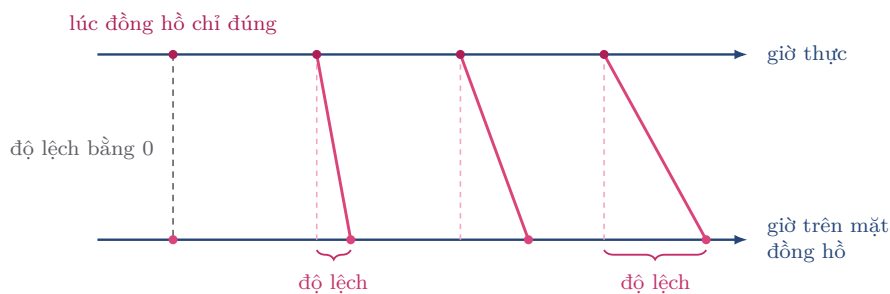
(3) Hai lần trùng nhau liên tiếp cách nhau $\frac{12}{11}$ giờ, tức $65\frac{5}{11}$ phút — dài hơn một giờ, vì trong lúc kim phút quay trọn vòng thì kim giờ đã đi thêm được một đoạn.

Đồng hồ chạy sai

Có hai kiểu chạy sai xuất hiện trong đề thi, và chúng đòi hai cách xử lý khác nhau.

Sai theo tỉ lệ cố định: cứ mỗi giờ thực, mặt đồng hồ lại nhích thêm hoặc hụt đi một lượng không đổi. Khi ấy tỉ số giữa khoảng thời gian đọc trên mặt đồng hồ và khoảng thời gian thực là một số không đổi, nên chỉ cần nhân khoảng thời gian thực với tỉ số đó.

Sai tuyến tính theo hai mốc quan sát: đề cho độ lệch của mặt đồng hồ so với giờ thực tại hai thời điểm và nói rõ độ lệch thay đổi đều. Độ lệch khi ấy là một hàm bậc nhất của giờ thực; hai mốc quan sát cho hai phương trình, giải ra được nhịp thay đổi mỗi giờ, rồi cho độ lệch bằng 0 để tìm lúc đồng hồ chỉ đúng.



Độ lệch là một hàm bậc nhất của giờ thực, nên chỉ cần hai mốc quan sát là dựng được trọn đường thẳng.

Ghi chú. Ba lỗi làm hỏng phần lớn bài dạng này. Thứ nhất, để kim giờ đứng yên tại vạch số giờ, quên rằng nó đã đi thêm $0,5^\circ$ mỗi phút — lỗi này khiến mọi bài về góc lệch đúng vài độ mà vẫn sai. Thứ hai, dừng lại ở giá trị trong dấu giá trị tuyệt đối mà không quy góc về không quá 180° , hoặc ngược lại, lấy phần bù ngay cả khi giá trị đã không quá 180° . Thứ ba, khi đề hỏi «những thời điểm nào», phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối thường cho hai nghiệm trong cùng một khung giờ: một nghiệm ứng với lúc kim phút còn ở sau kim giờ, nghiệm kia ứng với lúc kim phút đã vượt qua; chọn một nghiệm rồi dừng là mất nghiệm.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 17.1. Thuyền đứng đợi tàu ở sân ga và nhìn lên chiếc đồng hồ lớn treo giữa sân. Lúc đó đồng hồ chỉ 8 giờ 20 phút. Góc giữa kim giờ và kim phút của chiếc đồng hồ ấy bằng bao nhiêu độ?

- A. 110° B. 120° C. 130° D. 230°

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Ví dụ 17.2. Trên khán đài nhà thi đấu có một đồng hồ kim cỡ lớn. Lẽ dĩ nhiên rằng trong quãng từ 3 giờ đến 4 giờ chiều, có một thời điểm kim giờ và kim phút của đồng hồ ấy chồng khít lên nhau. Thời điểm đó là lúc mấy giờ?

- A. 3 giờ 15 phút B. 3 giờ $16\frac{4}{11}$ phút C. 3 giờ 18 phút D. 3 giờ $49\frac{1}{11}$ phút

Lời giải:

Ví dụ 17.3. Phòng thí nghiệm của trường có hai chiếc đồng hồ để bàn. Điều chỉnh cả hai đúng giờ lúc 12 giờ trưa. Sau đó, cứ mỗi giờ thực trôi qua thì chiếc thứ nhất chạy nhanh thêm 2 phút, còn chiếc thứ hai chạy chậm đi 3 phút. Đến 8 giờ tối cùng ngày theo giờ thực, hai mặt đồng hồ chênh nhau bao nhiêu phút?

- A.** 8 phút **B.** 16 phút **C.** 24 phút **D.** 40 phút

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 17.1. Bảng giờ tàu ở sân ga đặt cạnh một đồng hồ kim. Ngân Hà nhìn lên đồng hồ và thấy nó chỉ 11 giờ 10 phút. Góc giữa kim giờ và kim phút lúc ấy bằng bao nhiêu độ?

- A.** 85° **B.** 90° **C.** 95° **D.** 275°

Lời giải:

Bài 17.2. Đồng hồ lớn treo trên khán đài nhà thi đấu chạy đúng giờ. Trong khoảng thời gian từ 12 giờ trưa đến 6 giờ chiều cùng ngày, có bao nhiêu lần kim giờ và kim phút của đồng hồ ấy vuông góc với nhau?

- A.** 6 lần **B.** 11 lần **C.** 12 lần **D.** 22 lần

Lời giải:

Bài 17.3. Chiếc đồng hồ kim treo trong phòng thí nghiệm chạy đúng giờ. Trong quãng từ 4 giờ đến 5 giờ chiều, kim giờ và kim phút của nó tạo với nhau một góc 60° vào những thời điểm nào?

- A.** Chỉ lúc 4 giờ $10\frac{10}{11}$ phút
- B.** Chỉ lúc 4 giờ $32\frac{8}{11}$ phút
- C.** Lúc 4 giờ $10\frac{10}{11}$ phút và lúc 4 giờ $32\frac{8}{11}$ phút
- D.** Lúc 4 giờ $10\frac{10}{11}$ phút và lúc 4 giờ $21\frac{9}{11}$ phút

Bài 17.5. Bằng nhận ca trực ở quầy vé nhà ga. Bằng bắt đầu ca trực khi đồng hồ sảnh ga chỉ hơn 4 giờ chiều và kết thúc ca khi đồng hồ chỉ hơn 5 giờ chiều nhưng chưa tới 6 giờ. Lúc kết thúc ca, kim giờ nằm đúng chỗ mà kim phút đã ở lúc bắt đầu, đồng thời kim phút nằm đúng chỗ mà kim giờ đã ở lúc bắt đầu. Ca trực của Bằng kéo dài bao lâu?

- A.** $55\frac{5}{13}$ phút **B.** 60 phút **C.** $65\frac{5}{11}$ phút **D.** $110\frac{10}{13}$ phút

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	17.1	17.2	17.3	17.4	17.5
Đáp án	A	B	C	D	A

18

CHUYÊN ĐỀ

Lịch và thời gian

Chương 17 làm việc với một vòng quay đều đặn khép kín trong mười hai giờ, nơi mọi câu hỏi đều quy về một phép chia có dư trên mặt đồng hồ. Chương này giữ nguyên ý tưởng ấy nhưng đổi chu kì: tuần lễ bảy ngày là vòng quay, và số dư của một khoảng thời gian khi chia cho bảy quyết định toàn bộ câu trả lời. Cái khó nằm ở chỗ khoảng thời gian không còn đều nữa — tháng dài ngắn khác nhau, năm nhuận chen vào không theo nhịp — nên phần lớn công sức của dạng bài này là đếm cho đúng số ngày trước khi lấy dư.

1. Ngày lễ và chu kì bảy ngày

Ngày lễ

Hai ngày cách nhau đúng một số nguyên lần bảy ngày thì rơi vào cùng một thứ. Vì vậy khi so hai ngày với nhau, phần bội của bảy không mang thông tin gì; chỉ số dư của khoảng cách khi chia cho bảy mới có ích. Số dư ấy gọi là **số ngày lễ** của khoảng thời gian đang xét. Toàn bộ dạng bài quy về hai bước: đếm số ngày lễ giữa mốc đã biết và ngày cần tìm, rồi tiến đúng bấy nhiêu thứ kể từ thứ của mốc.

Khoảng thời gian	Số ngày lễ
Năm thường: $365 \text{ ngày} = 52 \text{ tuần dư } 1$	1
Năm nhuận: $366 \text{ ngày} = 52 \text{ tuần dư } 2$	2
Tháng 31 ngày = 4 tuần dư 3	3
Tháng 30 ngày = 4 tuần dư 2	2
Tháng 2 của năm thường: 28 ngày = 4 tuần chẵn	0
Tháng 2 của năm nhuận: 29 ngày = 4 tuần dư 1	1
100 năm có 24 năm nhuận: $2 \cdot 24 + 1 \cdot 76 = 124 \text{ ngày} = 17 \text{ tuần dư } 5$	5
200 năm / 300 năm: cộng dồn rồi lấy dư ($10 \equiv 3; 15 \equiv 1$)	3 / 1
400 năm: khối 100 năm cuối kết thúc ở năm tròn trăm chia hết cho 400 nên là năm nhuận, khối ấy dư 6 chứ không phải 5; tổng $5 + 5 + 5 + 6 = 21 \equiv 0$	0

Quy tắc nhuận 4 — 100 — 400 và điều kiện của bốn dòng cuối

Một năm là năm nhuận khi và chỉ khi số năm chia hết cho 4 mà không chia hết cho 100, hoặc chia hết cho 400. Do quy tắc này, một trăm năm liên tiếp có thể chứa 24 hoặc 25 năm nhuận, tùy theo năm tròn trăm nằm ở cuối khối có nhuận hay không. Bốn dòng cuối của bảng — 5, 3, 1, 0 ngày lễ — chỉ đúng khi khối 100, 200, 300 hay 400 năm được đếm từ một mốc là **bội**

của 400; đếm từ mốc khác thì con số có thể lệch. Chẳng hạn một trăm năm liên tiếp kết thúc ở một năm tròn trăm có nhuận sẽ chứa 25 năm nhuận và cho 6 ngày lễ chứ không phải 5.

Lấy mốc gốc là ngày 1 tháng 1 năm thứ nhất của lịch Gregory nói dài; ngày ấy là thứ Hai. Đếm tổng số ngày lễ tính từ mốc gốc đến hết ngày cần tìm, kể cả chính ngày ấy, rồi tra bảng:

Ngày lễ	0	1	2	3	4	5	6
Thứ	Chủ nhật	thứ Hai	thứ Ba	thứ Tư	thứ Năm	thứ Sáu	thứ Bảy

Ba đường đi tới một câu trả lời

- Tuỳ dũ kiện đề cho, có thể đi theo một trong ba đường sau.
- Có mốc ngày–thứ ở gần: đếm ngày lễ từ mốc tới đích rồi tiến bấy nhiêu thứ. Đây là đường ngắn nhất và nên được ưu tiên.
 - Không có mốc nào: đếm ngày lễ từ mốc gốc, tách số năm đã trôi qua thành các khối 400 năm, rồi 100, 200 hay 300 năm, phần dư đếm trực tiếp; cộng thêm số thứ tự của ngày cần tìm trong năm của nó, rồi tra bảng đối chiếu.
 - Chỉ hỏi trong phạm vi một tháng: dùng trực tiếp nhận xét các ngày cùng thứ trong một tháng cách nhau đúng bảy đơn vị.

	thứ Hai	thứ Ba	thứ Tư	thứ Năm	thứ Sáu	thứ Bảy	Chủ nhật
	1	2	3	4	5	6	7
	8	9	10	11	12	13	14
	15	16	17	18	19	20	21
	22	23	24	25	26	27	28
cách nhau 7	29	30	hai ngày dư				

Tháng 30 ngày gồm 4 tuần trọn và 2 ngày dư, nên đúng hai thứ đầu tháng xuất hiện năm lần, năm thứ còn lại chỉ xuất hiện bốn lần.

Ghi chú. Gần như mọi lời giải sai của dạng bài này đều lệch đúng một đơn vị ở một trong ba chỗ. (a) *Số năm đã trôi qua*: muốn tìm thứ của một ngày trong năm nào đó thì phải đếm ngày lễ của các năm trước năm ấy, không kể chính nó. (b) *Tháng chứa mốc và tháng chứa đích*: khi cộng dồn ngày lễ các tháng giữa hai ngày cùng số trong cùng một năm, phải cộng ngày lễ của tháng chứa mốc và dừng ngay trước tháng chứa đích. (c) *Ngày 29 tháng 2 có thật sự nằm giữa hai mốc hay không*: một năm nhuận chỉ làm khoảng thời gian dài thêm một ngày khi ngày 29 tháng 2 của năm ấy rơi vào giữa hai mốc; mốc đặt sau tháng 2 của một năm nhuận thì năm ấy không đóng góp gì thêm.

Ghi chú. Cùng một chuỗi hai số có thể đọc theo hai cách: số đầu là ngày và số sau là tháng, hoặc ngược lại. Hai cách đọc cùng cho một ngày có thật khi và chỉ khi cả hai số đều không vượt quá 12, và khi đó chúng chỉ về cùng một ngày duy nhất trong trường hợp hai số bằng

nhau. Trước khi tính thứ, cần xác định rõ nguồn dữ liệu đang dùng cách viết nào.

2. Ví dụ mẫu

Ví dụ 18.1. Một vườn ươm giống cây ghi lại mọi đợt gieo hạt vào sổ theo ngày và thứ. Sổ cho biết đợt gieo thứ nhất là ngày 5 tháng 4 năm 2024, rơi vào thứ Sáu. Đợt gieo cuối vụ được ấn định vào ngày 5 tháng 9 cùng năm. Hỏi ngày gieo cuối vụ rơi vào thứ mấy?

- A. Thứ Hai
- B. Thứ Ba
- C. Thứ Năm
- D. Thứ Bảy

Lời giải:

Ví dụ 18.2. Một trạm quan trắc mực nước lưu giữ trọn bộ nhật kí từ ngày mở trạm. Trang đầu tiên của nhật kí ghi ngày 6 tháng 7 năm 1885, nhưng ô ghi thứ đã mờ hết. Hỏi ngày mở trạm là thứ mấy?

- A. Thứ Hai
- B. Thứ Ba
- C. Thứ Tư
- D. Chủ nhật

Lời giải:

3. Bài luyện

Bài 18.1. Một xưởng in đặt lịch kiểm định máy in cuốn ba năm một lần, luôn vào đúng ngày 5 tháng 5. Lần kiểm định gần nhất là ngày 5 tháng 5 năm 2024, rơi vào Chủ nhật. Hỏi lần kiểm định kế tiếp, ngày 5 tháng 5 năm 2027, rơi vào thứ mấy?

- A.** Thứ Ba **B.** Thứ Tư **C.** Thứ Năm **D.** Chủ nhật

Lời giải:

Bài 18.2. Thư viện của một trường xếp lịch trực theo tháng và cần biết mỗi thứ trong tuần có bao nhiêu buổi trực. Trong tháng 3 năm 2026, ngày mùng 1 rơi vào Chủ nhật. Hỏi những thứ nào của tuần xuất hiện đúng năm lần trong tháng ấy?

- A.** Chủ nhật, thứ Hai và thứ Ba
- B.** Chỉ Chủ nhật
- C.** Thứ Bảy, Chủ nhật và thứ Hai
- D.** Chủ nhật, thứ Hai, thứ Ba và thứ Tư

Lời giải:

Bài 18.3. Một trạm quan trắc nhận số liệu từ hai đơn vị. Đơn vị thứ nhất ghi ngày tháng theo thứ tự ngày trước tháng sau, đơn vị thứ hai ghi theo thứ tự tháng trước ngày sau, và cả hai chỉ gửi phần số chứ không ghi rõ quy ước. Trong năm 2026, có bao nhiêu ngày mà chuỗi hai số của nó đọc theo cả hai quy ước đều cho một ngày có thật của năm ấy nhưng hai ngày thu được là hai ngày khác nhau?

- A.** 66 **B.** 132 **C.** 144 **D.** 156

Lời giải:

Bài 18.4. Ngày cuối cùng của một thế kỉ là ngày 31 tháng 12 của năm tròn trăm khép lại thế kỉ ấy. Xét lịch Gregory nói dài về cả hai phía, ngày cuối cùng của một thế kỉ không thể rơi vào thứ nào sau đây?

- A.** Thứ Hai **B.** Thứ Tư **C.** Thứ Sáu **D.** Thứ Bảy

A. Thứ Hai **B.** Thứ Năm **C.** Thứ Sáu **D.** Thứ Bảy

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	18.1	18.2	18.3	18.4	18.5
Đáp án	B	A	B	D	C

19

CHUYÊN ĐỀ

Tìm số, chia hết và toán đồ

Chương 18 tính thứ của một ngày bằng cách lấy dư của số ngày cho 7, nên toàn bộ lời văn của đề rất cuộc được quy về một phép chia có dư duy nhất. Chương này giữ nguyên công cụ ấy nhưng mở rộng miền dùng: số cần tìm không còn là thứ trong tuần mà là số ghế, số hạt giống, số học sinh, và đề thường ghép hai hoặc ba điều kiện chia dư cùng lúc. Nửa sau chương dành cho bốn mô-típ toán đồ quen thuộc của phần định lượng — nền cháy, qua cầu, đổi vỏ chai, đồ chia dư dân gian — nơi việc dịch lời văn thành phép tính khó hơn hẳn việc tính.

1. Từ lời văn đến điều kiện chia dư

Diễn đạt trong đề	Điều kiện số học
«xếp thành từng nhóm k thì thừa r »	số cần tìm chia k dư r
«xếp thành từng nhóm k thì thiếu s nữa mới đủ một nhóm»	số cần tìm chia k dư $k - s$
«xếp thành từng nhóm k thì vừa hết»	số cần tìm chia hết cho k
«vừa hết khi chia nhóm a , cũng vừa hết khi chia nhóm b »	số cần tìm chia hết cho $\text{BCNN}(a; b)$
«chia thành nhiều phần đều nhau nhất, không thừa gì»	số phần nhiều nhất bằng ước chung lớn nhất của các số liệu
«cả hai cách chia đều thiếu s »	số cần tìm cộng s chia hết cho $\text{BCNN}(a; b)$

Gộp hai điều kiện chia dư

Cùng một hướng

đưa cả hai điều kiện về dạng «thừa r », hoặc cả hai về dạng «thiếu s », bằng phép đổi $r = k - s$

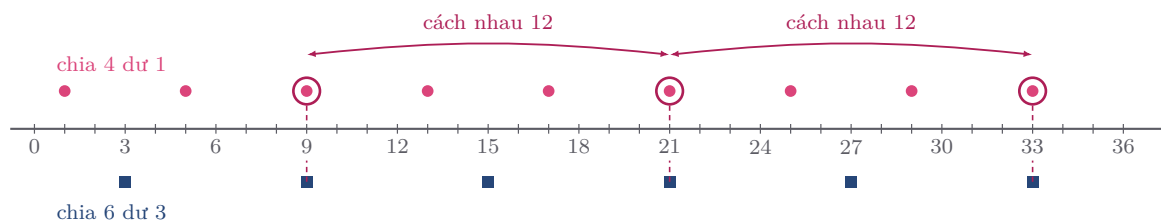
Nhận dạng phần chung

nếu hai điều kiện cùng thiếu một lượng s như nhau thì số cần tìm cộng s chia hết cho bội chung nhỏ nhất của hai mô-đun

Ghép với miền đề chặn

lấy các số của lớp vừa tìm rơi vào miền đề cho — đề ra chuẩn thì miền chỉ chứa đúng một số

Điều kiện áp dụng của bước 2: phép gộp chỉ hợp lí khi hai số dư khớp nhau trên phần ước chung của hai mô-đun — luôn đúng khi *cùng thừa* hoặc *cùng thiếu* một lượng; ngoài hai trường hợp đó phải kiểm tra riêng, và có những hệ hoàn toàn vô nghiệm.



Khi đã gấp một lần, hai lớp gấp lại theo chu kì bằng bội chung nhỏ nhất của hai mô-đun.

Ghi chú. Khi hai số dư khác nhau, ba cách gấp sai hay gấp là: giữ số dư của điều kiện thứ nhất làm dư chung, giữ số dư của điều kiện thứ hai làm dư chung, và cộng hai số dư lại. Cả ba đều cho một lớp số có cùng chu kì với lớp đúng, nên trong miền mà đề chặn chúng vẫn sinh ra những giá trị trông rất hợp lí. Cách phòng duy nhất là thử lại số đã chọn với **từng** điều kiện của đề, không chỉ với điều kiện cuối.

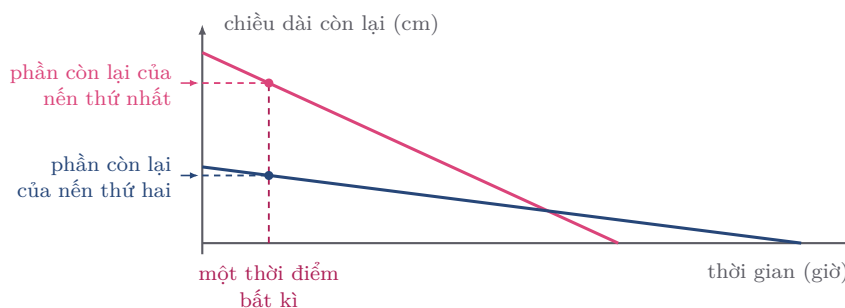
Thử ngược từ bốn phương án

Đề trắc nghiệm đã cho sẵn bốn số, nên thay vì giải hệ đồng dư, ta có thể quét ngược: chọn điều kiện chặt nhất — thường là điều kiện có mô-đun lớn nhất hoặc điều kiện chia hết — rồi kiểm tra điều kiện ấy trên cả bốn phương án; nếu còn nhiều hơn một phương án sống sót thì quét tiếp bằng điều kiện chặt thứ hai. Cách này nhanh khi đề hỏi «số nào», nhưng không dùng được khi đề hỏi «ít nhất», «nhiều nhất» hay «có bao nhiêu số», vì lúc đó còn phải chứng minh không giá trị nào khác ngoài phương án đã chọn đáp ứng được yêu cầu.

2. Bốn mô-típ toán đố

Nến cháy

Một cây nến cháy đều thì chiều dài giảm tuyến tính theo thời gian. Tốc độ cháy bằng chiều dài ban đầu chia cho thời gian cháy hết; phần còn lại sau thời gian t bằng chiều dài ban đầu trừ tích của tốc độ với t . Khi đề so sánh phần còn lại của hai cây nến, ta được một phương trình bậc nhất theo t ; nghiệm chỉ được nhận nếu nó nhỏ hơn thời gian cháy hết của **cả hai** cây, vì sau mốc ấy cây nến không còn để mà so. Một ví dụ đọc tốc độ: nến dài 24 xăng-ti-mét cháy hết trong 8 giờ thì mỗi giờ ngắn đi $24 : 8 = 3$ xăng-ti-mét, nên sau 5 giờ còn lại $24 - 3 \times 5 = 9$ xăng-ti-mét.



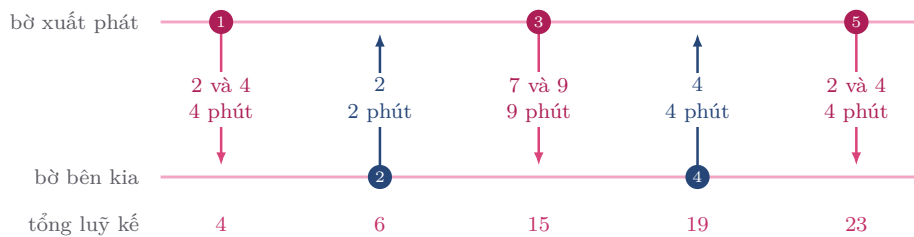
Câu hỏi thường gặp của mô-típ này là so sánh hai đoạn giống ngang tại cùng một thời điểm.

Qua cầu trong đêm

Giả thiết chuẩn của mô-típ là: cả nhóm chỉ có một nguồn sáng, mỗi lượt qua cầu nhiều nhất hai người, hai người đi cùng thì mất thời gian của người chậm hơn, và mỗi lượt quay về phải có người mang nguồn sáng trở lại. Với n người, một lịch trình không thừa lượt gồm đúng $2n - 3$ lượt: $n - 1$ lượt qua và $n - 2$ lượt về. Ở mỗi chặng, để đưa hai người chậm nhất sang bờ kia có hai lịch trình đáng so sánh:

- *ghép cặp chậm*: hai người nhanh nhất qua trước, người nhanh nhất quay về, hai người chậm nhất qua cùng nhau, người nhanh thứ nhì quay về;
- *con thoi*: người nhanh nhất lần lượt đưa từng người chậm sang rồi một mình quay về.

Với bốn người mất 2, 4, 7 và 9 phút, cách ghép cặp chậm tốn $4 + 2 + 9 + 4 = 19$ phút cho hai người chậm nhất, còn cách con thoi tốn $7 + 2 + 9 + 2 = 20$ phút; cộng thêm 4 phút để hai người nhanh nhất sang lần cuối thì cách ghép cặp chậm đưa cả nhóm sang trong 23 phút. So sánh này chỉ nói cách xử lý **hai người chậm nhất** ở một chặng, nên với nhóm đông vẫn phải lặp lại so sánh ở từng chặng; lời giải luôn cần kèm một lập luận chặn dưới để khẳng định con số tìm được là nhỏ nhất.



Bốn người mất 2, 4, 7, 9 phút; nhãn trên mỗi mũi tên ghi thời gian riêng của những người đi và thời gian của lượt. Lịch trình ghép cặp chậm, tổng 23 phút.

Đổi vỏ chai

Vỏ chai đổi được thành chai đầy, mà chai đầy uống xong lại thành vỏ, nên phải lặp: mỗi lượt lấy số vỏ đang có chia cho số vỏ quy định để biết số chai đổi được, cộng vào tổng, rồi số vỏ mới bằng phần vỏ dư của lượt đó cộng đúng số chai vừa đổi. Lặp cho tới khi số vỏ ít hơn số vỏ quy định. Khi cứ k vỏ đổi được một chai, tổng số chai uống được từ n chai mua ban đầu bằng

$$n + \left\lfloor \frac{n-1}{k-1} \right\rfloor,$$

công thức đúng với mọi $n \geq 1$ và $k \geq 2$; cần nhớ đúng tử số là $n - 1$ chứ không phải n . Ví dụ: mua 10 chai, cứ 3 vỏ đổi một chai thì 10 vỏ đổi được 3 chai nâng tổng lên 13 và còn $1 + 3 = 4$ vỏ, rồi 4 vỏ đổi được 1 chai nâng tổng lên 14 và còn $1 + 1 = 2$ vỏ — dừng lại ở 14 chai, đúng bằng $10 + \lfloor 9 : 2 \rfloor$.

Ghi chú. Các bài đố dân gian kiểu «đếm từng ba thì dư..., đếm từng năm thì dư...» chính là hệ ba điều kiện chia dư với ba mô-đun đôi một nguyên tố cùng nhau. Khi đó tập nghiệm là một lớp số duy nhất lặp theo chu kì bằng tích ba mô-đun, nên miễn mà đề chặn thường chỉ chứa một số. Nếu ba số dư không có quan hệ đẹp thì cách nhanh nhất trong phòng thi vẫn là

thử ngược bốn phương án — và phải thử với cả ba điều kiện, vì đề hay được ra sao cho hai điều kiện đầu chưa tách nổi bốn phương án.

3. Ví dụ mẫu

Ví dụ 19.1. Một trạm giống đóng lô hạt giống vừa thu hoạch vào các túi nhỏ. Số hạt của lô nhiều hơn 360 và ít hơn 400. Nếu mỗi túi đựng 12 hạt thì còn thừa 7 hạt, nếu mỗi túi đựng 18 hạt thì còn thừa 13 hạt. Lô hạt giống ấy có bao nhiêu hạt?

- A. 367
- B. 373
- C. 380
- D. 391

Lời giải:

Ví dụ 19.2. Trong đêm hội, ban tổ chức thắp hai cây nến ở hai đầu sân khấu vào cùng một thời điểm. Cây nến thứ nhất dài 30 xăng-ti-mét và cháy hết sau 5 giờ; cây nến thứ hai dài 20 xăng-ti-mét và cháy hết sau 10 giờ. Mỗi cây nến cháy đều, nghĩa là chiều dài của nó giảm như nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau. Sau bao lâu kể từ lúc thắp thì phần còn lại của cây nến thứ hai dài gấp đôi phần còn lại của cây nến thứ nhất?

- A. 2 giờ 30 phút
- B. 3 giờ 20 phút
- C. 4 giờ
- D. 5 giờ

Lời giải:

Ví dụ 19.3. Bốn người là Cảnh, Dịu, Hạo và Miên cần qua một cây cầu treo trong đêm. Cả nhóm chỉ có một chiếc đèn pin và cầu chỉ chịu được nhiều nhất hai người mỗi lượt; ai qua cầu cũng phải có đèn đi cùng, nên sau mỗi lượt sang phải có người mang đèn quay lại. Đi một mình thì Cảnh mất 1 phút, Dịu mất 2 phút, Hạo mất 5 phút, Miên mất 10 phút; hai người đi cùng nhau thì mất đúng thời gian của người chậm hơn. Cả bốn người sang được bờ bên kia sau ít nhất bao nhiêu phút?

- A.** 15 phút **B.** 17 phút **C.** 19 phút **D.** 21 phút

Lời giải:

4. Bài luyện

Bài 19.1. Một hội trường được kê ghế thành các hàng đều nhau. Số ghế của hội trường nhiều hơn 200 và ít hơn 230. Khi kê mỗi hàng 8 ghế thì còn thừa 5 ghế chưa xếp vào hàng nào; khi kê mỗi hàng 12 ghế thì còn thừa 9 ghế. Hội trường có bao nhiêu ghế?

- A. 206
- B. 213
- C. 221
- D. 225

Lời giải:

Bài 19.2. Một xưởng bánh vừa ra lò 84 chiếc bánh mặn và 126 chiếc bánh ngọt. Xưởng muốn xếp toàn bộ số bánh này vào các hộp quà giống hệt nhau, sao cho các hộp có số bánh mặn bằng nhau, có số bánh ngọt bằng nhau, và không còn chiếc bánh nào ở ngoài. Xưởng xếp được nhiều nhất bao nhiêu hộp quà?

- A. 6
- B. 14
- C. 21
- D. 42

Lời giải:

Bài 19.3. Một quầy nước ở hội chợ có chương trình đổi vỏ: cứ 3 vỏ chai đem lại thì được nhận một chai nước đầy. Một nhóm khách mua 30 chai nước, uống hết rồi mang vỏ đi đổi, tiếp tục uống rồi lại mang vỏ đi đổi, cho tới khi số vỏ còn lại không đủ đổi thêm chai nào. Nhóm khách uống được tất cả bao nhiêu chai nước?

- A. 40
- B. 43
- C. 44
- D. 45

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 19.4. Một khối của trường tập trung để tập thể dục giữa giờ. Số học sinh của khối nhiều hơn 100 và ít hơn 200. Khi xếp thành hàng 3 em thì thừa 2 em, khi xếp thành hàng 5 em thì thừa 3 em, khi xếp thành hàng 7 em thì thừa 2 em. Khối đó có bao nhiêu học sinh?

- A. 128
- B. 143
- C. 158
- D. 173

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 19.5. Gian trưng bày của đêm hội thắp hai cây nến vào cùng một thời điểm. Cây nến thứ nhất dài 45 xăng-ti-mét và cháy hết sau 5 giờ; cây nến thứ hai dài 27 xăng-ti-mét và cháy hết sau 9 giờ. Cả hai cây đều cháy đều, nghĩa là chiều dài của mỗi cây giảm như nhau trong những khoảng thời gian bằng nhau. Sau bao lâu kể từ lúc thắp thì phần còn lại của hai cây nến dài bằng nhau?

- A. 1 giờ 30 phút
- B. 2 giờ
- C. 3 giờ
- D. 5 giờ

Lời giải:

Bài 19.6. Một đoàn khảo sát gồm năm người phải qua một cây cầu treo trong đêm. Đoàn chỉ có một chiếc đèn pin, cầu chỉ chịu được nhiều nhất hai người mỗi lượt, ai qua cầu cũng phải có đèn đi cùng nên sau mỗi lượt sang phải có người mang đèn quay lại. Đi một mình thì năm người mất lần lượt 1 phút, 3 phút, 6 phút, 8 phút và 12 phút; hai người đi cùng nhau thì mất đúng thời gian của người chậm hơn. Cả đoàn sang được bờ bên kia sau ít nhất bao nhiêu phút?

- A. 29 phút
- B. 31 phút
- C. 32 phút
- D. 33 phút

Lời giải:

Bài 19.7. Vãn tại quầy nước có chương trình đổi vỏ, nhưng lần này cứ 4 vỏ chai mới đổi được một chai nước đầy. Một đội tình nguyện cần uống được ít nhất 100 chai nước, và họ sẽ mang vỏ đi đổi nhiều lượt cho tới khi số vỏ không đủ đổi thêm. Đội phải mua ít nhất bao nhiêu chai nước?

- A.** 75 **B.** 76 **C.** 80 **D.** 100

Lời giải:

Bảng đáp án

Bài	19.1	19.2	19.3	19.4	19.5	19.6	19.7
Đáp án	B	D	C	A	C	A	B

PHẦN

7

ĐỀ TỰ LUYỆN TỔNG HỢP

20

CHUYÊN ĐỀ

Đề tự luyện tổng hợp số 1

Đề dưới đây gồm 26 câu, trong đó 20 câu chia thành năm chùm — mỗi chùm dùng chung một bộ dữ kiện và trộn ít nhất hai dạng đã học — cùng 6 câu đơn rải đều các dạng còn lại. Mức khó của đề nhỉnh hơn phần bài luyện của từng chương: dữ kiện dài hơn và số nhánh phải xét nhiều hơn, nhưng mọi câu đều giải trọn được từ một sơ đồ dựng đúng ngay từ đầu.

1. Đề bài

Ghi chú. Quy ước. Đồng hồ trong đề có hai kim quay đều, liên tục, không giật nấc theo phút.

Dữ kiện. Vòng chung khảo một hội thi khoa học kĩ thuật có sáu dự án trình bày lần lượt ở sáu lượt đánh số 1 đến 6, mỗi lượt đúng một dự án. Ba dự án thuộc nhóm Kĩ thuật: «Cánh tay máy», «Bẫy rác sông», «Đèn cảm ứng»; ba dự án thuộc nhóm Sinh học: «Men vi sinh», «Giá thể nấm», «Rêu lọc khí». Lịch trình bày thỏa mãn: (1) hai dự án trình bày ở hai lượt liên nhau không thuộc cùng một nhóm; (2) «Men vi sinh» trình bày ở lượt ngay sau «Cánh tay máy»; (3) «Giá thể nấm» trình bày ở lượt 2 hoặc lượt 5; (4) nếu «Đèn cảm ứng» trình bày trước «Bẫy rác sông» thì «Rêu lọc khí» trình bày ở lượt 6.

Câu 1. Thứ tự trình bày nào sau đây, kể từ lượt 1 đến lượt 6, thỏa mãn tất cả các điều kiện?

- | | |
|--|--|
| A. «Cánh tay máy», «Men vi sinh», «Bẫy rác sông», «Đèn cảm ứng», «Giá thể nấm», «Rêu lọc khí» | B. «Đèn cảm ứng», «Giá thể nấm», «Cánh tay máy», «Men vi sinh», «Bẫy rác sông», «Rêu lọc khí» |
| C. «Cánh tay máy», «Men vi sinh», «Bẫy rác sông», «Giá thể nấm», «Đèn cảm ứng», «Rêu lọc khí» | D. «Rêu lọc khí», «Cánh tay máy», «Men vi sinh», «Đèn cảm ứng», «Giá thể nấm», «Bẫy rác sông» |

Câu 2. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- | | |
|---|--|
| A. Dự án «Cánh tay máy» không trình bày ở lượt 1 | B. Dự án «Giá thể nấm» trình bày ở lượt 2 |
| C. Dự án «Rêu lọc khí» trình bày ở lượt 6 | D. Dự án «Bẫy rác sông» trình bày trước dự án «Đèn cảm ứng» |

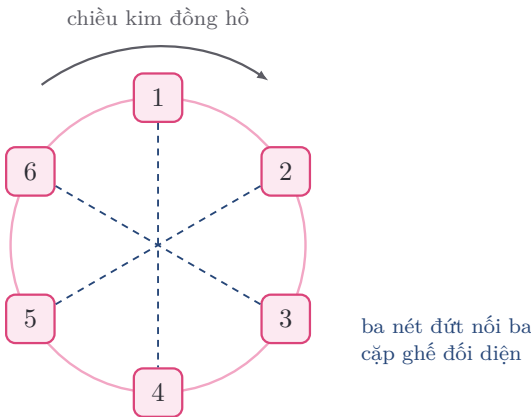
Câu 3. Nếu «Rêu lọc khí» trình bày ở lượt 6 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. «Bẫy rác sông» trình bày ở lượt 1
- B. «Đèn cảm ứng» trình bày ở lượt 5
- C. «Cánh tay máy» trình bày ở lượt 3
- D. «Men vi sinh» trình bày ở lượt 6

Câu 4. Danh sách đầy đủ những lượt mà «Đèn cảm ứng» có thể trình bày là:

- A. Lượt 1 và lượt 3
- B. Lượt 3, lượt 5 và lượt 6
- C. Lượt 1, lượt 3 và lượt 5
- D. Lượt 1, lượt 3, lượt 5 và lượt 6

Dữ kiện. Sáu nhà sưu tập Ân, Bội, Chương, Diễm, Giáp, Hoàn dự một phiên đấu giá tranh, ngồi quanh một bàn tròn sáu ghế đánh số 1 đến 6 theo chiều kim đồng hồ, mỗi người một ghế. Kết thúc phiên, mỗi người mua đúng một bức tranh; sáu bức được gõ búa ở sáu mức giá khác nhau là 20, 25, 30, 40, 50 và 60 triệu đồng. Biết: (1) Ân ngồi đối diện Giáp; (2) Chương ngồi ở ghế liền sau ghế của Bội theo chiều kim đồng hồ; (3) Diễm không ngồi kề Ân; (4) Hoàn ngồi ở ghế số 3; (5) giá bức tranh của Chương gấp đôi giá bức tranh của Bội; (6) người ngồi đối diện Bội mua bức tranh rẻ nhất trong sáu bức; (7) người ngồi ghế số 2 trả giá cao hơn người ngồi ghế số 5.



Bàn tròn sáu ghế của phiên đấu giá: ghế đánh số theo chiều kim đồng hồ, ghế đối diện ghế k cách ghế ấy ba bước.

Câu 5. Người ngồi ở ghế số 5 là ai?

- A. Bội
- B. Diễm
- C. Giáp
- D. Hoàn

Câu 6. Hoàn mua bức tranh có giá bao nhiêu?

- A. 20 triệu đồng
- B. 25 triệu đồng
- C. 30 triệu đồng
- D. 40 triệu đồng

Câu 7. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Diễm trả giá cao hơn Bội B. Chương trả giá cao hơn Giáp
C. Ân trả giá cao nhất trong sáu người D. Bội trả giá 30 triệu đồng

Câu 8. Danh sách đầy đủ những mức giá mà Ân có thể trả là:

- A. 50 và 60 triệu đồng B. 40 và 50 triệu đồng C. 30, 40 và 50 triệu D. 40, 50 và 60 triệu
đồng đồng

Dữ kiện. Một đoàn khảo cổ gồm bốn người: Lệ, Mẫn Nhi, Phi, Quyên Anh. Khu di chỉ có bốn hố khai quật mang số hiệu H1, H2, H3, H4, trong đó H1 và H2 nằm ở khu Bắc, H3 và H4 nằm ở khu Nam. Mỗi người phụ trách đúng một hố và mỗi hố do đúng một người phụ trách; trong đợt khai quật, mỗi người tìm được đúng một nhóm hiện vật và bốn người tìm được bốn nhóm khác nhau: mảnh gốm, rìu đồng, mảnh xương thú, hạt cườm. Biết: (1) người phụ trách hố H2 tìm được rìu đồng; (2) Lệ không làm việc ở khu Bắc; (3) Phi tìm được hạt cườm; (4) số hiệu hố của Mẫn Nhi nhỏ hơn số hiệu hố của Quyên Anh; (5) người tìm được mảnh gốm làm việc ở khu Nam.

Câu 9. Cách phân công nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A. Lệ – H1 – mảnh xương thú; Mẫn Nhi – H2 – rìu đồng; Phi – H3 – hạt cườm; Quyên Anh – H4 – mảnh gốm
B. Lệ – H3 – mảnh gốm; Mẫn Nhi – H4 – mảnh xương thú; Phi – H1 – hạt cườm; Quyên Anh – H2 – rìu đồng
C. Lệ – H3 – mảnh xương thú; Mẫn Nhi – H1 – mảnh gốm; Phi – H4 – hạt cườm; Quyên Anh – H2 – rìu đồng
D. Lệ – H3 – mảnh gốm; Mẫn Nhi – H1 – mảnh xương thú; Phi – H4 – hạt cườm; Quyên Anh – H2 – rìu đồng

Câu 10. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Mẫn Nhi khai quật ở khu Bắc B. Quyên Anh tìm được rìu đồng
C. Phi khai quật ở hố H1 D. Lệ tìm được mảnh gốm

Câu 11. Nếu Phi khai quật ở hố H3 thì Lệ khai quật ở hố nào?

- A. Hố H1 B. Hố H2
C. Hố H4 D. Chưa đủ dữ kiện để xác định hố của Lệ

Câu 12. Danh sách đầy đủ những hồ mà Quyên Anh có thể phụ trách là:

- A. H2 và H3 B. H2, H3 và H4 C. H3 và H4 D. H1, H2, H3 và H4

Dữ kiện. Một xưởng in thủ công mở cửa liên tục; các ngày của đợt in được đánh số 1, 2, 3, ... Xưởng có năm thợ: Kiên Trung, Nhượng, Sáng, Tuyền, Yên. Mỗi ngày đúng một thợ trực và thứ tự trực lặp lại theo chu kì năm ngày, nghĩa là người trực ngày k cũng trực ngày $k+5$, ngày $k+10$, ... Biết: (1) ngày 1 do Sáng trực; (2) Kiên Trung trực vào ngày liền sau ngày Nhượng trực; (3) Tuyền không trực ngày 2.

Ngoài ra xưởng vệ sinh ba máy theo lịch định kì: máy dập được vệ sinh vào ngày 2 rồi cứ 6 ngày một lần; máy sấy được vệ sinh vào ngày 3 rồi cứ 4 ngày một lần; máy xén được vệ sinh vào ngày 5 rồi cứ 9 ngày một lần.

Câu 13. Thứ tự trực từ ngày 1 đến ngày 5 nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A. Sáng, Nhượng, Kiên Trung, Tuyền, Yên B. Nhượng, Kiên Trung, Sáng, Yên, Tuyền
C. Sáng, Kiên Trung, Nhượng, Yên, Tuyền D. Sáng, Tuyền, Nhượng, Kiên Trung, Yên

Câu 14. Ngày nào là ngày đầu tiên mà máy dập và máy xén cùng được vệ sinh?

- A. Ngày 8 B. Ngày 14 C. Ngày 20 D. Ngày 23

Câu 15. Nếu Yên trực ngày 5 thì ai trực vào ngày đầu tiên mà máy dập và máy xén cùng được vệ sinh?

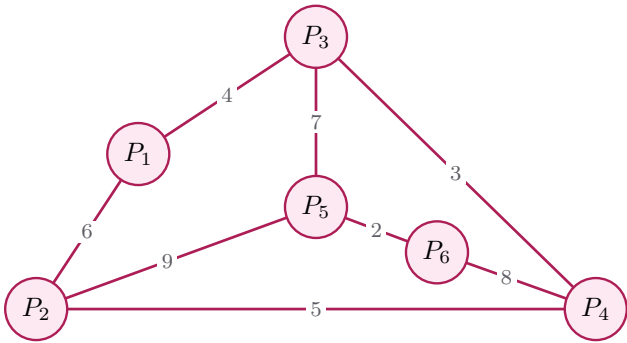
- A. Nhượng B. Kiên Trung C. Sáng D. Tuyền

Câu 16. Trong 60 ngày đầu tiên của đợt in, có bao nhiêu ngày mà ít nhất hai trong ba máy cùng được vệ sinh?

- A. 3 B. 4 C. 5 D. 10

Dữ kiện. Một đội bay không người lái làm nhiệm vụ cứu hộ sử dụng sáu điểm hạ cánh mang kí hiệu $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$, nối với nhau bằng tám tuyến bay hai chiều; độ dài mỗi tuyến tính bằng ki-lô-mét ghi trong ngoặc: P_1-P_2 (6), P_1-P_3 (4), P_2-P_4 (5), P_2-P_5 (9), P_3-P_4 (3), P_3-P_5 (7), P_4-P_6 (8), P_5-P_6 (2). Ngoài hai điểm đầu và cuối, mỗi hành trình chỉ được đi qua mỗi điểm hạ cánh nhiều nhất một lần.

Mỗi chuyến bay còn phải mang đúng ba thiết bị khác nhau chọn từ năm thiết bị: phao cứu sinh, đèn pha, loa phát, máy ảnh nhiệt, bộ đàm, thoả mãn: (i) nếu mang máy ảnh nhiệt thì phải mang bộ đàm; (ii) không mang đồng thời phao cứu sinh và loa phát; (iii) ít nhất một trong hai thiết bị đèn pha, máy ảnh nhiệt được mang — có thể mang cả hai.



Mạng tám tuyến bay hai chiều nối sáu điểm hạ cánh; số ghi trên mỗi tuyến là độ dài tuyến ấy, tính bằng ki-lô-mét.

Câu 17. Hành trình bay từ P_1 đến P_6 có tổng độ dài nhỏ nhất bằng bao nhiêu ki-lô-mét?

- A. 13
- B. 15
- C. 17
- D. 19

Câu 18. Có bao nhiêu hành trình bay khác nhau từ P_1 đến P_6 không đi qua điểm hạ cánh nào quá một lần?

- A. 4
- B. 6
- C. 8
- D. 16

Câu 19. Thiết bị nào sau đây chắc chắn được mang trong mọi chuyến bay thoả mãn các điều kiện?

- A. Phao cứu sinh
- B. Đèn pha
- C. Máy ảnh nhiệt
- D. Bộ đàm

Câu 20. Có bao nhiêu bộ ba thiết bị thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A. 4
- B. 5
- C. 7
- D. 10

Câu 21. Ban tổ chức một trại sáng tác phát biểu: «Mọi tác giả dự trại đều nộp bản thảo đúng hạn và không tác giả nào nộp quá ba bản thảo.» Biết trại có ít nhất một tác giả. Phủ định của phát biểu trên là mệnh đề nào sau đây?

- A. Mọi tác giả dự trại đều nộp bản thảo không đúng hạn và mọi tác giả dự trại đều nộp quá ba bản thảo

B. Có ít nhất một tác giả dự trại vừa nộp bản thảo không đúng hạn vừa nộp quá ba bản thảo

C. Có ít nhất một tác giả dự trại nộp bản thảo không đúng hạn, hoặc có ít nhất một tác giả dự trại nộp quá ba bản thảo

D. Mọi tác giả dự trại đều nộp bản thảo đúng hạn nhưng có ít nhất một tác giả dự trại nộp quá ba bản thảo

Câu 22. Ở một giải bơi vượt sông, ba thông tin sau đều đúng: mọi vận động viên hoàn thành chặng vượt sông đều được cấp huy hiệu bạc; không vận động viên nào được cấp huy hiệu bạc mà lại bỏ buổi kiểm tra sức khỏe; có một số vận động viên của giải bỏ buổi kiểm tra sức khỏe. Kết luận nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Một số vận động viên của giải không hoàn thành chặng vượt sông **B.** Mọi vận động viên bỏ buổi kiểm tra sức khỏe đều được cấp huy hiệu bạc
- C.** Một số vận động viên hoàn thành chặng vượt sông đã bỏ buổi kiểm tra sức khỏe **D.** Mọi vận động viên được cấp huy hiệu bạc đều hoàn thành chặng vượt sông

Câu 23. Một lớp học nhạc cụ dân tộc có ba học viên Võ Khang, Mẫn Nhi và Hoàn; mỗi người học đúng một nhạc cụ và ba người học ba nhạc cụ khác nhau trong: đàn bầu, đàn tranh, sáo trúc. Ba người lần lượt nói: Võ Khang: «Tôi học đàn tranh.»; Mẫn Nhi: «Võ Khang không học đàn bầu.»; Hoàn: «Tôi không học sáo trúc.» Biết trong ba câu nói trên có đúng một câu đúng. Hỏi ai học sáo trúc?

- A.** Võ Khang **B.** Mẫn Nhi
- C.** Hoàn **D.** Chưa đủ dữ kiện để xác định ai học sáo trúc

Câu 24. Một hội chợ nông sản sạch có 90 gian hàng. Trong đó 48 gian đạt chứng nhận VietGAP, 40 gian đạt chứng nhận hữu cơ, 36 gian đạt chứng nhận truy xuất nguồn gốc; 18 gian đạt cả chứng nhận VietGAP lẫn chứng nhận hữu cơ, 15 gian đạt cả chứng nhận hữu cơ lẫn chứng nhận truy xuất nguồn gốc, 14 gian đạt cả chứng nhận VietGAP lẫn chứng nhận truy xuất nguồn gốc, và 6 gian đạt cả ba chứng nhận. Hỏi có bao nhiêu gian hàng không đạt chứng nhận nào trong ba chứng nhận trên?

- A.** 1 **B.** 7 **C.** 13 **D.** 19

Câu 25. Một đội khảo sát xuất phát từ trạm nghiên cứu Nam Cực, mặt hướng về phía Bắc, rồi lần lượt: đi 6 km về phía Bắc; rẽ phải đi 9 km; rẽ trái đi 6 km; rẽ phải đi 6 km; rẽ phải đi 4 km rồi dừng. Khoảng cách từ chỗ đội dừng đến trạm bằng bao nhiêu, và trạm nằm về phía nào so với đội?

- A.** 17 km; trạm nằm về phía Tây Nam của đội **B.** 17 km; trạm nằm về phía Đông Bắc của đội
- C.** 17 km; trạm nằm về phía Tây Bắc của đội **D.** 23 km; trạm nằm về phía Tây Nam của đội

Câu 26. Chiếc đồng hồ quả lắc trong phòng sinh hoạt chung của một trại sáng tác chạy đúng. Trong khoảng từ 4 giờ đến 5 giờ, hai kim của đồng hồ vuông góc với nhau vào những thời điểm nào?

- A. 4 giờ 5 phút và 4 giờ 35 phút
- B. Chỉ 4 giờ $5\frac{5}{11}$ phút
- C. 4 giờ $5\frac{5}{11}$ phút và 4 giờ $38\frac{2}{11}$ phút
- D. 4 giờ $38\frac{2}{11}$ phút và 4 giờ $54\frac{6}{11}$ phút

2. Bảng đáp án

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Đáp án	B	A	C	D	C	A	B	D	D	A	C	B	A

Câu	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Đáp án	B	D	C	A	C	D	B	C	A	B	B	A	C

3. Lời giải chi tiết

Dữ kiện. Vòng chung khảo một hội thi khoa học kĩ thuật có sáu dự án trình bày lần lượt ở sáu lượt đánh số 1 đến 6, mỗi lượt đúng một dự án. Ba dự án thuộc nhóm Kỹ thuật: «Cánh tay máy», «Bẫy rác sông», «Đèn cảm ứng»; ba dự án thuộc nhóm Sinh học: «Men vi sinh», «Giá thể nấm», «Rêu lọc khí». Lịch trình bày thỏa mãn: (1) hai dự án trình bày ở hai lượt liên nhau không thuộc cùng một nhóm; (2) «Men vi sinh» trình bày ở lượt ngay sau «Cánh tay máy»; (3) «Giá thể nấm» trình bày ở lượt 2 hoặc lượt 5; (4) nếu «Đèn cảm ứng» trình bày trước «Bẫy rác sông» thì «Rêu lọc khí» trình bày ở lượt 6.

Câu 1.

Đề bài. Thứ tự trình bày nào sau đây, kể từ lượt 1 đến lượt 6, thỏa mãn tất cả các điều kiện?

Lời giải:

Câu 2.

Đề bài. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

Lời giải:

Câu 3.

Đề bài. Nếu «Rêu lọc khí» trình bày ở lượt 6 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 4.

Đề bài. Danh sách đầy đủ những lượt mà «Đền cảm ứng» có thể trình bày là:

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dữ kiện. Sáu nhà sưu tập Ân, Bội, Chương, Diễm, Giáp, Hoàn dự một phiên đấu giá tranh, ngồi quanh một bàn tròn sáu ghế đánh số 1 đến 6 theo chiều kim đồng hồ, mỗi người một ghế. Kết thúc phiên, mỗi người mua đúng một bức tranh; sáu bức được gõ búa ở sáu mức giá khác

nhau là 20, 25, 30, 40, 50 và 60 triệu đồng. Biết: (1) Ẩn ngồi đối diện Giáp; (2) Chương ngồi ở ghế liền sau ghế của Bội theo chiều kim đồng hồ; (3) Diễm không ngồi kế Ẩn; (4) Hoàn ngồi ở ghế số 3; (5) giá bức tranh của Chương gấp đôi giá bức tranh của Bội; (6) người ngồi đối diện Bội mua bức tranh rẻ nhất trong sáu bức; (7) người ngồi ghế số 2 trả giá cao hơn người ngồi ghế số 5.

Câu 5.

Đề bài. Người ngồi ở ghế số 5 là ai?

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6.

Đề bài. Hoàn mua bức tranh có giá bao nhiêu?

Dữ kiện. Một đoàn khảo cổ gồm bốn người: Lệ, Mẫn Nhi, Phi, Quyên Anh. Khu di chỉ có bốn hố khai quật mang số hiệu H1, H2, H3, H4, trong đó H1 và H2 nằm ở khu Bắc, H3 và H4 nằm ở khu Nam. Mỗi người phụ trách đúng một hố và mỗi hố do đúng một người phụ trách; trong đợt khai quật, mỗi người tìm được đúng một nhóm hiện vật và bốn người tìm được bốn nhóm khác nhau: mảnh gốm, rìu đồng, mảnh xương thú, hạt cườm. Biết: (1) người phụ trách hố H2 tìm được rìu đồng; (2) Lệ không làm việc ở khu Bắc; (3) Phi tìm được hạt cườm; (4) số hiệu hố của Mẫn Nhi nhỏ hơn số hiệu hố của Quyên Anh; (5) người tìm được mảnh gốm làm việc ở khu Nam.

Câu 9.

Đề bài. Cách phân công nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 10.

Đề bài. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

Lời giải:

Câu 11.

Đề bài. Nếu Phi khai quật ở hố H3 thì Lê khai quật ở hố nào?

Lời giải:

Câu 12.

Đề bài. Danh sách đầy đủ những hố mà Quyên Anh có thể phụ trách là:

Lời giải:

Dữ kiện. Một xưởng in thủ công mở cửa liên tục; các ngày của đợt in được đánh số 1, 2, 3, ... Xưởng có năm thợ: Kiên Trung, Nhượng, Sáng, Tuyền, Yên. Mỗi ngày đúng một thợ trực và thứ tự trực lặp lại theo chu kì năm ngày, nghĩa là người trực ngày k cũng trực ngày $k + 5$, ngày $k + 10$, ... Biết: (1) ngày 1 do Sáng trực; (2) Kiên Trung trực vào ngày liền sau ngày Nhượng trực; (3) Tuyền không trực ngày 2. Ngoài ra xưởng vệ sinh ba máy theo lịch định kì: máy dập được vệ sinh vào ngày 2 rồi cứ 6 ngày một lần; máy sấy được vệ sinh vào ngày 3 rồi cứ 4 ngày một lần; máy xén được vệ sinh

vào ngày 5 rồi cứ 9 ngày một lần.

Câu 13.

Đề bài. Thứ tư trực từ ngày 1 đến ngày 5 nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

Lời giải:

Câu 14.

Đề bài. Ngày nào là ngày đầu tiên mà máy đập và máy xén cùng được về sinh?

Lời giải:

Đề bài. Nếu Yên trực ngày 5 thì ai trực vào ngày đầu tiên mà máy dập và máy xén cùng được vệ sinh?

Đề bài. Trong 60 ngày đầu tiên của đợt in, có bao nhiêu ngày mà ít nhất hai trong ba máy cùng được vệ sinh?

Dữ kiện. Một đội bay không người lái làm nhiệm vụ cứu hộ sử dụng sáu điểm hạ cánh mang kí hiệu $P_1, P_2, P_3, P_4, P_5, P_6$, nối với nhau bằng tám tuyến bay hai chiều; độ dài mỗi tuyến tính bằng ki-lô-mét ghi trong ngoặc: P_1-P_2 (6), P_1-P_3 (4), P_2-P_4 (5), P_2-P_5 (9), P_3-P_4 (3), P_3-P_5 (7), P_4-P_6 (8), P_5-P_6 (2). Ngoài hai điểm đầu và cuối, mỗi hành trình chỉ được đi qua mỗi điểm hạ cánh nhiều nhất một lần.

Mỗi chuyến bay còn phải mang đúng ba thiết bị khác nhau chọn từ năm thiết bị: phao cứu sinh, đèn pha, loa phát, máy ảnh nhiệt, bộ đàm, thoải măn: (i) nếu mang máy ảnh nhiệt thì phải mang bộ đàm; (ii) không mang đồng thời phao cứu sinh và loa phát; (iii) ít nhất một trong hai thiết bị đèn pha, máy ảnh nhiệt được mang — có thể mang cả hai.

Câu 17.

Đề bài. Hành trình bay từ P_1 đến P_6 có tổng độ dài nhỏ nhất bằng bao nhiêu ki-lô-mét?

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18.

Đề bài. Có bao nhiêu hành trình bay khác nhau từ P_1 đến P_6 không đi qua điểm hạ cánh nào quá một lần?

Lời giải:

Câu 19.

Đề bài. Thiết bị nào sau đây chắc chắn được mang trong mọi chuyến bay thoả mãn các điều kiện?

Lời giải:

Câu 20.

Đề bài. Có bao nhiêu bộ ba thiết bị thoả mãn tất cả các điều kiện?

Đề bài. Ban tổ chức một trại sáng tác phát biểu: «Mọi tác giả dự trại đều nộp bản thảo đúng hạn và không tác giả nào nộp quá ba bản thảo.» Biết trại có ít nhất một tác giả. Phủ định của phát biểu trên là mệnh đề nào sau đây?

Đề bài. Ở một giải bơi vượt sông, ba thông tin sau đều đúng: mọi vận động viên hoàn thành chặng vượt sông đều được cấp huy hiệu bạc; không vận động viên nào được cấp huy hiệu bạc mà lại bỏ buổi kiểm tra sức khỏe; có một số vận động viên của giải bỏ buổi kiểm tra sức khỏe. Kết luận nào sau đây chắc chắn đúng?

Câu 23.

Đề bài. Một lớp học nhạc cụ dân tộc có ba học viên Võ Khang, Mẫn Nhi và Hoàn; mỗi người học đúng một nhạc cụ và ba người học ba nhạc cụ khác nhau trong: đàn bầu, đàn tranh, sáo trúc. Ba người lần lượt nói: Võ Khang: «Tôi học đàn tranh.»; Mẫn Nhi: «Võ Khang không học đàn bầu.»; Hoàn: «Tôi không học sáo trúc.» Biết trong ba câu nói trên có đúng một câu đúng. Hỏi ai học sáo trúc?

Lời giải:

Câu 24.

Đề bài. Một hội chợ nông sản sạch có 90 gian hàng. Trong đó 48 gian đạt chứng nhận VietGAP, 40 gian đạt chứng nhận hữu cơ, 36 gian đạt chứng nhận truy xuất nguồn gốc; 18 gian đạt cả chứng nhận VietGAP lẫn chứng nhận hữu cơ, 15 gian đạt cả chứng nhận hữu cơ lẫn chứng nhận truy xuất nguồn gốc, 14 gian đạt cả chứng nhận VietGAP lẫn chứng nhận truy xuất nguồn gốc, và 6 gian đạt cả ba chứng nhận. Hỏi có bao nhiêu gian hàng không đạt chứng nhận nào trong ba chứng nhận trên?

Lời giải:

Câu 25.

Đề bài. Một đội khảo sát xuất phát từ trạm nghiên cứu Nam Cực, mặt hướng về phía Bắc, rồi lần lượt: đi 6 km về phía Bắc; rẽ phải đi 9 km; rẽ trái đi 6 km; rẽ phải đi 6 km; rẽ phải đi 4 km rồi dừng. Khoảng cách từ chỗ đội dừng đến trạm bằng bao nhiêu, và trạm nằm về phía nào so với đội?

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26.

Đề bài. Chiếc đồng hồ quả lắc trong phòng sinh hoạt chung của một trại sáng tác chạy đúng. Trong khoảng từ 4 giờ đến 5 giờ, hai kim của đồng hồ vuông góc với nhau vào những thời điểm nào?

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

21

CHUYÊN ĐỀ

Đề tự luyện tổng hợp số 2

Đề dưới đây gồm hai mươi sáu câu, trong đó hai mươi câu chia thành năm cụm dữ kiện — mỗi cụm bốn câu dùng chung một hệ điều kiện — và sáu câu đứng riêng. Mỗi cụm trộn ít nhất hai dạng đã học, nên phần việc nặng nhất luôn là dựng xong sơ đồ hoặc bảng cho cả cụm trước khi trả lời câu đầu tiên.

1. Đề bài

Ghi chú. Quy ước. Năm cụm dữ kiện độc lập với nhau; tên gọi trùng nhau giữa hai cụm không hàm ý cùng một tình huống.

Dữ kiện. (Câu 1 — Câu 4) Vòng chung kết một hội thi khoa học kỹ thuật có sáu đội dự thi, gọi theo tên đội trưởng: Ân, Bội, Chương, Diễm, Giáp, Hoàn. Sáu đội thuyết trình lần lượt ở sáu lượt đánh số 1 đến 6, mỗi đội đứng một lượt, thỏa mãn: (1) đội Bội thuyết trình ngay sau đội Ân; (2) giữa lượt của đội Chương và lượt của đội Diễm có đúng hai lượt; (3) đội Giáp không thuyết trình ở lượt 1 và cũng không thuyết trình ở lượt 6; (4) nếu đội Hoàn thuyết trình trước đội Chương thì đội Ân thuyết trình ở lượt 1.

Câu 1. Thứ tự thuyết trình nào sau đây, kể từ lượt 1 đến lượt 6, thỏa mãn tất cả các điều kiện?

- | | |
|---|---|
| A. Ân, Bội, Chương, Giáp, Diễm, Hoàn | B. Giáp, Chương, Ân, Bội, Diễm, Hoàn |
| C. Chương, Ân, Bội, Diễm, Giáp, Hoàn | D. Hoàn, Giáp, Diễm, Ân, Bội, Chương |

Câu 2. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- | | |
|--|--|
| A. Đội Hoàn thuyết trình ở lượt 6 | B. Đội Diễm thuyết trình sau đội Chương |
| C. Đội Ân thuyết trình trước đội Giáp | D. Không đội nào trong hai đội Chương và Diễm thuyết trình ở lượt 5 |

Câu 3. Nếu đội Hoàn thuyết trình ở lượt 6 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- | | |
|--|--|
| A. Đội Giáp thuyết trình ở lượt 5 | B. Đội Chương thuyết trình ở lượt 1 |
| C. Đội Ân thuyết trình ở lượt 1 | D. Đội Diễm thuyết trình ở lượt 3 |

Câu 4. Danh sách đầy đủ các lượt mà đội Ân có thể thuyết trình là:

- A.** Lượt 1 và lượt 2 **B.** Lượt 1, lượt 2 và lượt 5 **C.** Lượt 1, lượt 2, lượt 3 và lượt 5 **D.** Lượt 1, lượt 2, lượt 4 và lượt 5

Dữ kiện. (Câu 5 — Câu 8) Một trại sáng tác có sáu trại viên: Kiên Trung, Lệ, Mẫn Nhi, Nhượng, Phi, Quyên Anh. Sáu người ngồi quanh một bàn tròn sáu ghế đánh số 1 đến 6 theo chiều kim đồng hồ, ghế 6 kề ghế 1, mỗi người một ghế. Mỗi trại viên sinh hoạt ở đúng một trong hai ban: ban Văn hoặc ban Hoạ, mỗi ban đúng ba người. Cách xếp thoả mãn: (1) hai người ngồi cạnh nhau không sinh hoạt cùng một ban; (2) Kiên Trung ngồi ghế 1 và sinh hoạt ở ban Văn; (3) Lệ ngồi đối diện Mẫn Nhi, trong đó hai ghế đối diện là hai ghế cách nhau ba ghế theo vòng bàn; (4) ghế của Phi là ghế liền sau ghế của Nhượng theo chiều kim đồng hồ; (5) Quyên Anh không ngồi đối diện Kiên Trung.

Câu 5. Cách xếp chỗ nào sau đây, kể từ ghế 1 đến ghế 6, thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** Kiên Trung, Lệ, Phi, Nhượng, Mẫn Nhi, Quyên Anh **B.** Lệ, Quyên Anh, Kiên Trung, Mẫn Nhi, Nhượng, Phi
C. Kiên Trung, Lệ, Nhượng, Phi, Quyên Anh, Mẫn Nhi **D.** Kiên Trung, Lệ, Nhượng, Phi, Mẫn Nhi, Quyên Anh

Câu 6. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Lệ sinh hoạt ở ban Hoạ **B.** Nhượng ngồi ghế 3
C. Quyên Anh sinh hoạt ở ban Hoạ **D.** Phi sinh hoạt ở ban Văn

Câu 7. Nếu Nhượng ngồi ghế 4 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Quyên Anh ngồi ghế 6 **B.** Phi sinh hoạt ở ban Văn
C. Lệ ngồi ghế 3 **D.** Mẫn Nhi sinh hoạt ở ban Văn

Câu 8. Xét mọi cách xếp thoả mãn các điều kiện. Danh sách đầy đủ những trại viên không bao giờ sinh hoạt cùng ban với Lệ là:

- A.** Chỉ Mẫn Nhi **B.** Mẫn Nhi và Quyên Anh **C.** Mẫn Nhi và Nhượng **D.** Mẫn Nhi, Nhượng và Quyên Anh

Dữ kiện. (Câu 9 — Câu 12) Một đoàn khảo cổ mở bốn hố khai quật. Bốn nhà khảo cổ Sáng, Tuyền, Vỹ Khang, Yên mỗi người phụ trách đúng một hố. Độ sâu bốn hố đôi một khác nhau, lần lượt nhận bốn giá trị 2 m, 3 m, 4 m, 5 m. Mỗi hố tìm được đúng một loại hiện vật và bốn loại hiện vật đôi một khác nhau: mảnh gốm, rìu đá, vòng đồng, mảnh xương. Biết: (1) hố của

Sáng sâu hơn hố tìm được vòng đồng đúng 2 m; (2) hố tìm được rìu đá sâu hơn hố của Tuyền; (3) hố của Võ Khang sâu 3 m hoặc sâu 5 m; (4) hố tìm được mảnh gốm nông hơn hố của Yên; (5) hố của Yên không tìm được mảnh xương.

Câu 9. Cách ghép nào sau đây thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** Sáng – 4 m – mảnh xương; Tuyền – 2 m – vòng đồng; Võ Khang – 3 m – mảnh gốm; Yên – 5 m – rìu đá
- B.** Sáng – 4 m – mảnh xương; Tuyền – 2 m – mảnh gốm; Võ Khang – 3 m – vòng đồng; Yên – 5 m – rìu đá
- C.** Sáng – 5 m – mảnh xương; Tuyền – 3 m – vòng đồng; Võ Khang – 2 m – mảnh gốm; Yên – 4 m – rìu đá
- D.** Sáng – 4 m – rìu đá; Tuyền – 2 m – vòng đồng; Võ Khang – 3 m – mảnh gốm; Yên – 5 m – mảnh xương

Câu 10. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Hố tìm được vòng đồng là hố nông nhất
- B.** Hố do Sáng phụ trách tìm được mảnh xương
- C.** Hố tìm được mảnh gốm sâu 3 m
- D.** Hố do Yên phụ trách tìm được rìu đá

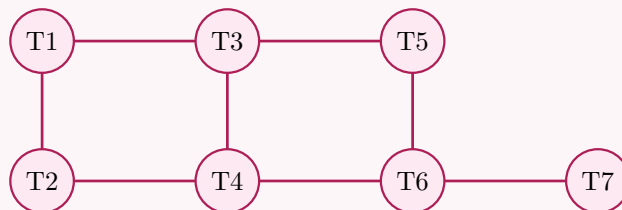
Câu 11. Nếu hố tìm được mảnh gốm sâu 4 m thì hố do Võ Khang phụ trách tìm được hiện vật nào?

- A.** Mảnh gốm
- B.** Mảnh xương
- C.** Vòng đồng
- D.** Rìu đá

Câu 12. Danh sách đầy đủ các độ sâu mà hố tìm được mảnh xương có thể nhận là:

- A.** 3 m và 4 m
- B.** 4 m và 5 m
- C.** 3 m, 4 m và 5 m
- D.** 2 m, 3 m, 4 m và 5 m

Dữ kiện. (Câu 13 — Câu 16) Một trạm nghiên cứu ở Nam Cực quản lý bảy trạm quan trắc mang mã hiệu T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7. Các trạm quan trắc được nối với nhau bằng đúng tám tuyến cáp: T1–T2, T1–T3, T2–T4, T3–T4, T3–T5, T4–T6, T5–T6, T6–T7 (hình H1). Suốt mùa đông, trạm nghiên cứu chỉ đủ điện cho đúng bốn trạm quan trắc hoạt động, ba trạm còn lại nghỉ. Việc chọn bốn trạm hoạt động phải thoả mãn: (1) bốn trạm hoạt động liên lạc được với nhau, nghĩa là từ một trạm bất kì trong bốn trạm đó có thể đi tới ba trạm kia bằng các tuyến cáp mà cả hai đầu tuyến đều là trạm đang hoạt động; (2) nếu T5 hoạt động thì T3 cũng hoạt động; (3) T2 và T7 không cùng hoạt động.



Hình H1: bảy trạm quan trắc và tám tuyến cáp. Trạm T7 nằm ở rìa sơ đồ, chỉ có một tuyến cáp nối tới trạm T6.

Câu 13. Bộ bốn trạm nào sau đây được phép hoạt động?

- A.** T1, T3, T4, T7 **B.** T2, T4, T5, T6 **C.** T1, T3, T4, T6 **D.** T2, T4, T6, T7

Câu 14. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Trạm T3 hoạt động **B.** Trong hai trạm T3 và T4, có ít nhất một trạm hoạt động
C. Trạm T7 không hoạt động **D.** Trạm T4 hoạt động

Câu 15. Nếu T7 hoạt động thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Trạm T4 hoạt động **B.** Trạm T5 hoạt động
C. Trạm T1 hoạt động **D.** Cả hai trạm T3 và T6 đều hoạt động

Câu 16. Có bao nhiêu cách chọn bốn trạm hoạt động thoả mãn tất cả các điều kiện?

- A.** 11 **B.** 12 **C.** 13 **D.** 18

Dữ kiện. (Câu 17 — Câu 20) Một lớp học nhạc cụ dân tộc có năm học viên: Bội, Chương, Diễm, Giáp, Hoàn và năm nhạc cụ: đàn bầu, đàn tranh, sáo trúc, đàn nhị, trống cơm. Mỗi tuần, mỗi học viên học đúng một nhạc cụ và năm học viên học năm nhạc cụ khác nhau. Năm nhạc cụ được xếp thành một vòng cố định theo thứ tự đàn bầu, đàn tranh, sáo trúc, đàn nhị, trống cơm rồi trở lại đàn bầu. Từ tuần thứ hai trở đi, mỗi học viên chuyển sang học nhạc cụ đứng liền sau nhạc cụ của mình trong vòng đó; tuần nào cũng chuyển như vậy. Ngoài ra: (1) Bội học sáo trúc ở tuần 3; (2) ở tuần 1, Chương không học đàn nhị và cũng không học trống cơm; (3) ở tuần 1, nhạc cụ của Diễm đứng liền sau nhạc cụ của Giáp trong vòng.

Câu 17. Ở tuần 1, Bội học nhạc cụ nào?

- A.** Đàn tranh **B.** Sáo trúc **C.** Trống cơm **D.** Đàn bầu

Câu 24. Trong phòng trưng bày của một phiên đấu giá tranh, ông Võ Khang chỉ vào một bức chân dung và nói: «Bố của người trong tranh là con trai duy nhất của bà nội tôi.» Biết bố của ông Võ Khang chỉ có một người con. Người trong tranh là ai?

- A. Chính ông Võ Khang
- B. Bố của ông Võ Khang
- C. Ông nội của ông Võ Khang
- D. Con trai của ông Võ Khang

Câu 25. Giải bơi vượt sông của một huyện được tổ chức hai năm một lần, luôn vào đúng ngày 12 tháng 8. Kì gần đây nhất diễn ra ngày 12 tháng 8 năm 2026, rơi vào thứ Tư. Hỏi kì thứ ba sau kì đó, tức ngày 12 tháng 8 năm 2032, rơi vào thứ mấy?

- A. Thứ Ba
- B. Thứ Tư
- C. Thứ Năm
- D. Thứ Sáu

Câu 26. Một hợp tác xã mang rau tới hội chợ nông sản sạch. Số giỏ rau nhiều hơn 250 và ít hơn 300. Nếu xếp 6 giỏ vào một thùng thì còn thừa 4 giỏ; nếu xếp 8 giỏ vào một thùng thì còn thừa 6 giỏ; nếu xếp 9 giỏ vào một thùng thì còn thừa 7 giỏ. Hợp tác xã mang tới bao nhiêu giỏ rau?

- A. 214
- B. 250
- C. 286
- D. 288

2. Bảng đáp án

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Đáp án	C	D	A	B	D	C	B	A	A	D	B	C	C

Câu	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Đáp án	B	D	A	D	B	A	C	D	A	B	A	C	C

3. Lời giải chi tiết

Dữ kiện. (Câu 1 — Câu 4) Vòng chung kết một hội thi khoa học kĩ thuật có sáu đội dự thi, gọi theo tên đội trưởng: Ân, Bội, Chương, Diễm, Giáp, Hoàn. Sáu đội thuyết trình lần lượt ở sáu lượt đánh số 1 đến 6, mỗi đội đúng một lượt, thoả mãn: (1) đội Bội thuyết trình ngay sau đội Ân; (2) giữa lượt của đội Chương và lượt của đội Diễm có đúng hai lượt; (3) đội Giáp không thuyết trình ở lượt 1 và cũng không thuyết trình ở lượt 6; (4) nếu đội Hoàn thuyết trình trước đội Chương thì đội Ân thuyết trình ở lượt 1.

Câu 1.

Đề bài. Thứ tự thuyết trình nào sau đây, kể từ lượt 1 đến lượt 6, thoả mãn tất cả các điều kiện?

A. Ân, Bội, Chương, Giáp, Diễm, Hoàn

B. Giáp, Chương, Ân, Bội, Diễm, Hoàn

C. Chương, Ân, Bội, Diễm, Giáp, Hoàn

D. Hoàn, Giáp, Diễm, Ân, Bội, Chương

Lời giải:

Câu 2.

Đề bài. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

A. Đội Hoàn thuyết trình ở lượt 6

B. Đội Diễm thuyết trình sau đội Chương

C. Đội Ân thuyết trình trước đội Giáp

D. Không đội nào trong hai đội Chương và Diễm thuyết trình ở lượt 5

Lời giải:

Câu 3.

- Đề bài.** Nếu đội Hoàn thuyết trình ở lượt 6 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?
- A.** Đội Giáp thuyết trình ở lượt 5

B. Đội Chương thuyết trình ở lượt 1
- C.** Đội Ân thuyết trình ở lượt 1

D. Đội Diễm thuyết trình ở lượt 3

Lời giải:

Câu 4.

- Đề bài.** Danh sách đầy đủ các lượt mà đội Ân có thể thuyết trình là:
- A.** Lượt 1 và lượt 2

B. Lượt 1, lượt 2 và lượt 5

C. Lượt 1, lượt 2, lượt 3 và lượt 5

D. Lượt 1, lượt 2, lượt 4 và lượt 5

Lời giải:

Dữ kiện. (Câu 5 — Câu 8) Một trại sáng tác có sáu trại viên: Kiên Trung, Lê, Mẫn Nhi, Nhượng, Phi, Quyên Anh. Sáu người ngồi quanh một bàn tròn sáu ghế đánh số 1 đến 6 theo chiều kim đồng hồ, ghế 6 kề ghế 1, mỗi người một ghế. Mỗi trại viên sinh hoạt ở đúng một trong hai ban: ban Văn hoặc ban Hoạ, mỗi ban đúng ba người. Cách xếp thoả mãn: (1) hai người ngồi cạnh nhau không sinh hoạt cùng một ban; (2) Kiên Trung ngồi ghế 1 và sinh hoạt ở ban Văn; (3) Lê ngồi đối diện Mẫn Nhi, trong đó hai ghế đối diện là hai ghế cách nhau ba ghế theo vòng bàn; (4) ghế của Phi là ghế liền sau ghế của Nhượng theo chiều kim đồng hồ; (5) Quyên Anh không ngồi đối diện Kiên Trung.

Câu 5.

- Đề bài.** Cách xếp chỗ nào sau đây, kể từ ghế 1 đến ghế 6, thoả mãn tất cả các điều kiện?
- A.** Kiên Trung, Lê, Phi, Nhượng, Mẫn Nhi, Quyên Anh

B. Lê, Quyên Anh, Kiên Trung, Mẫn Nhi, Nhượng, Phi
- C.** Kiên Trung, Lê, Nhượng, Phi, Quyên Anh, Mẫn Nhi

D. Kiên Trung, Lê, Nhượng, Phi, Mẫn Nhi, Quyên Anh

Lời giải:

Câu 6.

Đề bài. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

A. Lệ sinh hoạt ở ban Hoạ

B. Nhung ngồi ghế 3

C. Quyên Anh sinh hoạt ở ban Hoạ

D. Phi sinh hoạt ở ban Văn

Lời giải:

Câu 7.

Đề bài. Nếu Nhung ngồi ghế 4 thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

A. Quyên Anh ngồi ghế 6

B. Phi sinh hoạt ở ban Văn

C. Lệ ngồi ghế 3

D. Mẫn Nhi sinh hoạt ở ban Văn

Lời giải:

Câu 8.

Đề bài. Xét mọi cách xếp thỏa mãn các điều kiện. Danh sách đầy đủ những trại viên không bao giờ sinh hoạt cùng ban với Lệ là:

A. Chỉ Mẫn Nhi

B. Mẫn Nhi và Quyên Anh

C. Mẫn Nhi và Nhượng

D. Mẫn Nhi, Nhượng và Quyên Anh

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Dữ kiện. (Câu 9 — Câu 12) Một đoàn khảo cổ mở bốn hố khai quật. Bốn nhà khảo cổ Sáng, Tuyền, Vỹ Khang, Yên mỗi người phụ trách đúng một hố. Độ sâu bốn hố đôi một khác nhau, lần lượt nhận bốn giá trị 2 m, 3 m, 4 m, 5 m. Mỗi hố tìm được đúng một loại hiện vật và bốn loại hiện vật đôi một khác nhau: mảnh gốm, rìu đá, vòng đồng, mảnh xương. Biết: (1) hố của Sáng sâu hơn hố tìm được vòng đồng đúng 2 m; (2) hố tìm được rìu đá sâu hơn hố của Tuyền; (3) hố của Vỹ Khang sâu 3 m hoặc sâu 5 m; (4) hố tìm được mảnh gốm nông hơn hố của Yên; (5) hố của Yên không tìm được mảnh xương.

Câu 9.

Đề bài. Cách ghép nào sau đây thỏa mãn tất cả các điều kiện?

A. Sáng – 4 m – mảnh xương; Tuyền – 2 m – vòng đồng; Vỹ Khang – 3 m – mảnh gốm; Yên – 5 m – rìu đá

B. Sáng – 4 m – mảnh xương; Tuyền – 2 m – mảnh gốm; Vỹ Khang – 3 m – vòng đồng; Yên – 5 m – rìu đá

C. Sáng – 5 m – mảnh xương; Tuyền – 3 m – vòng đồng; Vỹ Khang – 2 m – mảnh gốm; Yên – 4 m – rìu đá

D. Sáng – 4 m – rìu đá; Tuyền – 2 m – vòng đồng; Vỹ Khang – 3 m – mảnh gốm; Yên – 5 m – mảnh xương

Lời giải:

Câu 10.

Đề bài. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Hồ tìm được vòng đồng là hồ nông nhất
- B.** Hồ do Sáng phụ trách tìm được mảnh xương
- C.** Hồ tìm được mảnh gốm sâu 3 m
- D.** Hồ do Yên phụ trách tìm được rìu đá

Lời giải:

Câu 11.

Đề bài. Nếu hố tìm được mảnh gốm sâu 4 m thì hố do Võ Khang phụ trách tìm được hiện vật nào?

A. Mảnh gốm **B.** Mảnh xương **C.** Vòng đồng **D.** Rìu đá

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

Câu 12.

Đề bài. Danh sách đầy đủ các độ sâu mà hố tìm được mảnh xương có thể nhận là:

A. 3 m và 4 m **B.** 4 m và 5 m **C.** 3 m, 4 m và 5 m **D.** 2 m, 3 m, 4 m và 5 m

Lời giải:

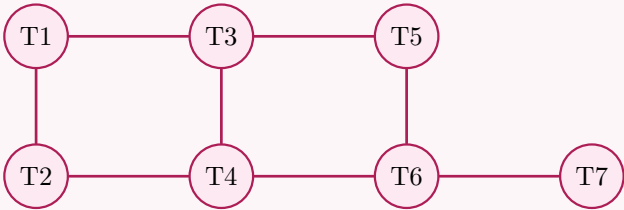
.....

.....

.....

.....

Dữ kiện. (Câu 13 — Câu 16) Một trạm nghiên cứu ở Nam Cực quản lý bảy trạm quan trắc mang mã hiệu T1, T2, T3, T4, T5, T6, T7. Các trạm quan trắc được nối với nhau bằng đúng tám tuyến cáp: T1–T2, T1–T3, T2–T4, T3–T4, T3–T5, T4–T6, T5–T6, T6–T7 (hình H1). Suốt mùa đông, trạm nghiên cứu chỉ đủ điện cho đúng bốn trạm quan trắc hoạt động, ba trạm còn lại nghỉ. Việc chọn bốn trạm hoạt động phải thoả mãn: (1) bốn trạm hoạt động liên lạc được với nhau, nghĩa là từ một trạm bất kì trong bốn trạm đó có thể đi tới ba trạm kia bằng các tuyến cáp mà cả hai đầu tuyến đều là trạm đang hoạt động; (2) nếu T5 hoạt động thì T3 cũng hoạt động; (3) T2 và T7 không cùng hoạt động.



Hình H1: bảy trạm quan trắc và tám tuyến cáp. Trạm T7 nằm ở rìa sơ đồ, chỉ có một tuyến cáp nối tới trạm T6.

Câu 13.

Đề bài. Bộ bốn trạm nào sau đây được phép hoạt động?

- A.** T1, T3, T4, T7 **B.** T2, T4, T5, T6 **C.** T1, T3, T4, T6 **D.** T2, T4, T6, T7

Lời giải:

Câu 14.

Đề bài. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A.** Trạm T3 hoạt động
- B.** Trong hai trạm T3 và T4, có ít nhất một trạm hoạt động
- C.** Trạm T7 không hoạt động
- D.** Trạm T4 hoạt động

Lời giải:

Câu 15.

- Đề bài.** Nếu T7 hoạt động thì khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?
- A. Trạm T4 hoạt động

B. Trạm T5 hoạt động

C. Trạm T1 hoạt động

D. Cả hai trạm T3 và T6 đều hoạt động

Lời giải:

Câu 16.

- Đề bài.** Có bao nhiêu cách chọn bốn trạm hoạt động thoả mãn tất cả các điều kiện?
- A. 11

B. 12

C. 13

D. 18

Lời giải:

Dữ kiện. (Câu 17 — Câu 20) Một lớp học nhạc cụ dân tộc có năm học viên: Bội, Chương, Diễm, Giáp, Hoàn và năm nhạc cụ: đàn bầu, đàn tranh, sáo trúc, đàn nhị, trống cơm. Mỗi tuần, mỗi học viên học đúng một nhạc cụ và năm học viên học năm nhạc cụ khác nhau. Năm nhạc cụ được xếp thành một vòng cố định theo thứ tự đàn bầu, đàn tranh, sáo trúc, đàn nhị, trống cơm rồi trở lại đàn bầu. Từ tuần thứ hai trở đi, mỗi học viên chuyển sang học nhạc cụ đứng liền sau nhạc cụ của mình trong vòng đó; tuần nào cũng chuyển như vậy. Ngoài ra: (1) Bội học sáo trúc ở tuần 3; (2) ở tuần 1, Chương không học đàn nhị và cũng không học trống cơm; (3) ở tuần 1, nhạc cụ của Diễm đứng liền sau nhạc cụ của Giáp trong vòng.

Câu 17.

Đề bài. Ở tuần 1, Bội học nhạc cụ nào?

- A. Đàn tranh
- B. Sáo trúc
- C. Trống cơm
- D. Đàn bầu

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 18.

Đề bài. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

A. Ở tuần 1, Giáp học sáo trúc

C. Ở tuần 2, Hoàn học đàn bầu

B. Ở mọi tuần, nhạc cụ của Diễm luôn đứng liền sau nhạc cụ của Giáp trong vòng

D. Ở mọi tuần, nhạc cụ của Chương luôn đứng liền sau nhạc cụ của Bội trong vòng

Lời giải:

Câu 19.

Đề bài. Nếu ở tuần 1 Hoàn học đàn tranh thì ở tuần 2027, Chương học nhạc cụ nào?

A. Đàn nhị

B. Sáo trúc

C. Đàn tranh

D. Trống cơm

Lời giải:

Câu 20.

Đề bài. Danh sách đầy đủ các nhạc cụ mà Hoàn có thể học ở tuần 1 là:

A. Sáo trúc và trống cơm

C. Đàn tranh, sáo trúc và trống cơm

B. Đàn tranh và sáo trúc

D. Đàn tranh, sáo trúc, đàn nhị và trống cơm

Lời giải:

Câu 21.

Đề bài. Một đội bay không người lái cứu hộ có năm máy bay mang số hiệu 1, 2, 3, 4, 5. Quy tắc điều phối trong một ca trực như sau: (1) nếu máy bay số 1 cất cánh thì máy bay số 3 cũng cất cánh; (2) nếu máy bay số 3 cất cánh thì máy bay số 4 không cất cánh; (3) nếu máy bay số 4 không cất cánh thì máy bay số 5 cất cánh; (4) nếu máy bay số 5 cất cánh thì máy bay số 2 không cất cánh. Trong một ca trực, máy bay số 2 cất cánh. Khẳng định nào sau đây chắc chắn đúng?

- A. Máy bay số 3 cất cánh
- B. Máy bay số 4 không cất cánh
- C. Máy bay số 5 cất cánh
- D. Máy bay số 1 không cất cánh

Lời giải:

Câu 22.

Đề bài. Ban tổ chức một phiên đấu giá tranh ghi lại số lượt trả giá của các lô tranh theo đúng thứ tự đưa ra đấu: 2; 3; 7; 13; 27; 53. Các lô tiếp theo vẫn cho số lượt trả giá tuân theo cùng quy luật đó. Lô thứ tám có bao nhiêu lượt trả giá?

- A. 213
- B. 214
- C. 160
- D. 267

Lời giải:

Câu 23.

Đề bài. Một xưởng in thủ công khắc sáu hoa văn khác nhau — sen, cúc, trúc, mai, hạc, rùa — lên sáu mặt của một khối dẫu gỗ hình lập phương, mỗi mặt đúng một hoa văn. Người thợ đặt khối dẫu lên bàn ba lần; mỗi lần, người thợ đứng chếch về phía một đỉnh của khối và từ chỗ đứng đó nhìn thấy đúng ba mặt cùng đi qua đỉnh ấy. Lần thứ nhất thấy ba hoa văn sen, cúc, trúc; lần thứ hai thấy ba hoa văn sen, rùa, mai; lần thứ ba thấy ba hoa văn hạc, cúc, mai. Cặp hoa văn nào sau đây được khắc trên hai mặt đối diện nhau của khối dẫu?

A. Sen và cúc

B. Cúc và rùa

C. Trúc và hạc

D. Mai và sen

Lời giải:

Câu 24.

Đề bài. Trong phòng trưng bày của một phiên đấu giá tranh, ông Võ Khang chỉ vào một bức chân dung và nói: «Bố của người trong tranh là con trai duy nhất của bà nội tôi.» Biết bố của ông Võ Khang chỉ có một người con. Người trong tranh là ai?

A. Chính ông Võ Khang

B. Bố của ông Võ Khang

C. Ông nội của ông Võ Khang

D. Con trai của ông Võ Khang

Lời giải:

Câu 25.

Đề bài. Giải bơi vượt sông của một huyện được tổ chức hai năm một lần, luôn vào đúng ngày 12 tháng 8. Kỳ gần đây nhất diễn ra ngày 12 tháng 8 năm 2026, rơi vào thứ Tư. Hỏi kỳ thứ ba sau kỳ đó, tức ngày 12 tháng 8 năm 2032, rơi vào thứ mấy?

A. Thứ Ba

B. Thứ Tư

C. Thứ Năm

D. Thứ Sáu

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 26.

Đề bài. Một hợp tác xã mang rau tới hội chợ nông sản sạch. Số giỏ rau nhiều hơn 250 và ít hơn 300. Nếu xếp 6 giỏ vào một thùng thì còn thừa 4 giỏ; nếu xếp 8 giỏ vào một thùng thì còn thừa 6 giỏ; nếu xếp 9 giỏ vào một thùng thì còn thừa 7 giỏ. Hợp tác xã mang tới bao nhiêu giỏ rau?

A. 214

B. 250

C. 286

D. 288

Lời giải:

.....

.....

.....

.....

.....

PHẦN

8

PHỤ LỤC

A. Bảng nhận dạng nhanh

Mỗi dạng bài của cuốn sách gắn với một số cụm từ cố định trong lời đề. Bảng dưới đây đối chiếu những cụm từ ấy với dạng bài tương ứng, số hiệu chương trình bày dạng bài đó và các nhãn kĩ thuật được dùng trong lời giải của chương.

Phần 1 — Nền tảng mệnh đề

Dấu hiệu trong đề	Dạng bài	Ch.	Kĩ thuật chủ lực
«Câu nào sau đây là mệnh đề», «mệnh đề phủ định của mệnh đề đã cho», bảng chân trị của $P \wedge Q$ và $P \vee Q$	Mệnh đề, phủ định, hội, tuyển	1	Nhận dạng. Kí hiệu hoá. Loại trừ.
« P là điều kiện đủ để Q », « Q là điều kiện cần để P », «mệnh đề đảo», «với mọi», «tồn tại»	Kéo theo, lượng từ và phủ định lượng từ	1	Kí hiệu hoá. Lập phản đảo. Chia trường hợp.
«Suy luận sau có hợp lệ không», «từ các tiền đề trên rút ra được», «tất cả ... đều ...», chuỗi lời kể nhiều nhân vật	Suy luận, tam đoạn luận, quy tắc suy diễn	2	Kí hiệu hoá. Nói chuỗi. Tìm mâu thuẫn.
Bốn, năm quy tắc «nếu ... thì», «chỉ khi», «trừ khi» đan nhau; hỏi «khẳng định nào chắc chắn đúng»	Chuỗi kéo theo, logic hình thức	3	Kí hiệu hoá. Lập phản đảo. Nói chuỗi. Loại trừ.

Phần 2 — Sắp xếp và định vị

Dấu hiệu trong đề	Dạng bài	Ch.	Kĩ thuật chủ lực
« <i>X</i> cao hơn <i>Y</i> », « <i>X</i> đứng trên cả <i>Y</i> lẫn <i>Z</i> », « <i>X</i> đứng trên <i>Y</i> nhưng dưới <i>Z</i> »; hỏi «ai có thể xếp thứ ba»	Chuỗi so sánh và miền hạng	4	Kí hiệu hoá. Nối chuỗi. Chia miền.
Cùng một tập đối tượng được xếp theo hai tiêu chí, chỉ vài dữ kiện nêu liên hệ chéo giữa hai tiêu chí	Hai trục so sánh song song	4	Dựng sơ đồ. Chia miền. Loại trừ.
Vị trí đánh số 1 đến <i>n</i> ; «ngay sau», «ngay trước», «liền kề», «giữa <i>X</i> và <i>Y</i> có đúng <i>k</i> vị trí»	Sắp xếp tuyến tính	5	Dựng sơ đồ. Xử lí khối. Ép vị trí. Đếm ô.
«quay mặt về phía ...», «bên trái của <i>X</i> » khi nhân vật có hướng nhìn riêng	Chuẩn hoá hệ quy chiếu trước khi xếp	5	Kí hiệu hoá. Chia trường hợp. Loại trừ.
«ngồi quanh bàn tròn», «đối diện», «ngay bên phải», «cách <i>X</i> đúng <i>k</i> ghế», «trên cung ngắn có đúng <i>m</i> ghế»	Bàn tròn và đa giác	6	Chọn neo. Ép vị trí. Chia trường hợp.
Bàn chữ nhật có ghế đầu bàn; toàn bộ dữ kiện chỉ nói «kề nhau» và «đối diện», không dữ kiện nào có hướng	Ghế đặc biệt và cặp nghiệm gương	6	Chọn neo. Loại trừ. Chia trường hợp.
Hai hàng đối tượng chung một trục ca hoặc ngày; «cùng ca với», «ngay sau khung giờ của», số suất nhiều hơn số người	Ma trận đa chiều	7	Dựng sơ đồ. Đếm ô. Chia trường hợp.
Hai tập ghép một–một, phần lớn dữ kiện phủ định: «không phải là», «không ai bốc trúng phần của chính mình»	Bảng ghép cặp 0/ <i>X</i>	7	Chốt cặp. Loại trừ. Đếm ô.

Phần 3 — Phân nhóm và lựa chọn

Dấu hiệu trong đề	Dạng bài	Ch.	Kĩ thuật chủ lực
«chia ... thành ... nhóm», «mỗi nhóm gồm đúng ... người», « X và Y ở cùng một nhóm», «ở hai nhóm khác nhau»	Phân chia nhóm	8	Đếm ô. Xử lí khối. Chia trường hợp.
«mỗi nhóm cử một nhóm trưởng», «mỗi nhóm có ít nhất m người»; hỏi «có bao nhiêu cách»	Nhóm kèm vai trò, sản và trần của nhóm	8	Đếm ô. Giả sử. Tìm mâu thuẫn.
«chọn đúng k trong n », «nếu chọn X thì chọn Y », «không được chọn đồng thời», «ít nhất một trong hai»	Quyết định theo ràng buộc	9	Kí hiệu hoá. Lập phản đảo. Nối chuỗi. Đếm ô.
Một trong bốn lựa chọn là «chưa đủ dữ kiện để kết luận»	Kiểm tính ép buộc của kết luận	9	Giả sử. Tìm mâu thuẫn. Chia trường hợp.

Phần 4 — Mạng lưới và chu kì

Dấu hiệu trong đề	Dạng bài	Ch.	Kĩ thuật chủ lực
«trạm A nối trực tiếp với trạm B », «mỗi trạm nối trực tiếp với đúng ba trạm khác»; đề cho sẵn một dãy số liên kết	Sơ đồ điểm — đoạn, định lí bắt tay	10	Đếm bậc. Loại trừ.
«đi qua mỗi đoạn đúng một lần», «đi qua mỗi đoạn ít nhất một lần rồi quay về nơi xuất phát»	Hành trình phủ hết các đoạn	10	Đếm bậc. Ghép cặp đỉnh lẻ. Liệt kê hành trình.
«đi qua mỗi điểm đúng một lần rồi quay về»	Chu trình phủ hết các điểm	10	Ép cạnh. Chia trường hợp.
«từ chốt nào cũng tới được mọi chốt còn lại», «đóng một đoạn thì hai điểm mất liên lạc», «nối tất cả với chi phí nhỏ nhất»	Liên thông, cạnh cầu, hệ nối rẻ nhất	10	Xét liên thông. Chọn tham lam.
«lặp lại sau mỗi ...», «luân phiên theo thứ tự», «lượt thứ 100 rơi vào ai»	Chu kì và công thức ngoại suy	11	Nhận dạng. Ngoại suy chu kì. Lấy dư.
«số hạng tiếp theo của dãy», «số nào không tuân theo quy luật chung của dãy»	Quy luật dãy số	11	Nhận dạng. Khai triển. Loại trừ.
«số ở tâm được tính từ ba số ở đỉnh theo cùng một quy tắc», hình mẫu cuối để trống một ô	Quy luật hình và sơ đồ số	11	Nhận dạng. Chia trường hợp. Đếm ô.

Phần 5 — Suy luận đơn lẻ

Dấu hiệu trong đề	Dạng bài	Ch.	Kĩ thuật chủ lực
Một chùm phát biểu kèm câu «chỉ một người nói thật»; «người luôn nói dối», «tôi không phải người luôn nói thật»	Giả sử — đối chiếu — tìm mâu thuẫn	12	Giả sử. Tìm mâu thuẫn. Loại trừ.
«chắc chắn đúng», «có thể đúng», «không thể đúng», «chưa đủ dữ kiện»	Ba giá trị Đ — S — KXD trên tập mô hình	12	Nhận dạng. Chia trường hợp. Loại trừ.
«bao nhiêu người dùng cả hai», «chỉ dùng X», «không dùng loại nào»; «ít nhất bao nhiêu», «nhiều nhất bao nhiêu»	Biểu đồ Venn, chặn trên — chặn dưới	13	Chia miền. Lập hệ. Đếm ô.
«con của em gái bố», «gọi... bằng gì», «trong ảnh có ít nhất bao nhiêu người»	Quan hệ huyết thống, cây phả hệ	14	Dựng sơ đồ. Khai triển. Nối chuỗi.
«đi về hướng Đông... mét», «rẽ trái», «quay đầu»; hỏi «cách điểm xuất phát bao xa và về phía nào»	Phương hướng và khoảng cách	15	Vẽ hành trình. Gộp phương. Xử lí khối.
Tám bìa sáu ô gấp thành khối lập phương; «mặt đối diện với mặt ghi...»	Hình khai triển, ba cặp mặt đối diện	16	Nhận dạng. Khai triển. Loại trừ.
«sơn toàn bộ mặt ngoài rồi cắt thành các khối nhỏ», «cần ít nhất bao nhiêu nhất cắt», «nhìn chéo vào một đỉnh thấy mấy mặt»	Cắt khối, sơn khối, đếm góc nhìn	16	Xử lí khối. Đếm ô. Lập hệ.

Phần 6 — Toán tư duy định lượng

Dấu hiệu trong đề	Dạng bài	Ch.	Kĩ thuật chủ lực
«góc giữa kim giờ và kim phút lúc h giờ m phút»	Vị trí hai kim tại một thời điểm	17	Kí hiệu hoá. Lập hệ. Đếm ô.
«hai kim trùng nhau lần thứ ...», «hai kim vuông góc trong khoảng từ ... đến ...», «đồng hồ chạy nhanh ... phút mỗi giờ»	Chu kì hai kim và đồng hồ chạy sai	17	Ngoại suy chu kì. Lập hệ. Chia trường hợp.
«ngày ... tháng ... năm ... là thứ mấy», «sau ... ngày nữa là thứ mấy»	Ngày lễ và chu kì bảy ngày	18	Đếm ngày lễ. Lấy dư. Đối chiếu bảng.
Mốc cách đích nhiều năm; «năm nhuận», mốc rơi vào năm tròn trăm	Tách khối 400 — 100 năm	18	Nhận dạng. Tách khối. Cộng phần trong năm.
«xếp thành từng nhóm k thì thừa r », «thì thiếu s nữa mới đủ một nhóm», «thì vừa hết»	Điều kiện chia dư, tìm số	19	Gộp điều kiện. Lấy dư. Thử ngược.
Nén chấy đều, qua cầu chung một đèn, đổi vỏ chai lấy chai đầy, chia thành các phần đều nhau nhất	Bốn mô-típ toán đố	19	Lập hệ. Mô phỏng. Chặn dưới.

B. Quy ước đọc đề

Bộ kí hiệu, bảng dịch ngôn ngữ và bốn kiểu câu hỏi dưới đây được thiết lập ở Chương 1, Chương 3, Chương 5 và Chương 9. Mỗi kí hiệu giữ nguyên một nghĩa ở mọi chương, không phụ thuộc dạng bài đang xét.

B.1. Bảng kí hiệu

Kí hiệu	Nghĩa	Chương
$A \Rightarrow B$	có A thì buộc có B (kéo theo); chỉ sai ở một trường hợp duy nhất là A đúng mà B sai	1, 3
$\overline{A}$	phủ định của A (không A)	1, 3
$\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$	mệnh đề phản đảo — luôn tương đương $A \Rightarrow B$; đây là dạng duy nhất được phép dùng thay cho quy tắc gốc	1, 3
$B \Rightarrow A$	mệnh đề đảo — <i>không</i> tương đương gốc	1
$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$	mệnh đề nghịch đảo — <i>không</i> tương đương gốc	1
$A < B$	A đứng trước B	4, 5
$B = A + 1$	khối liền kề: B ngay sau A , hai vị trí sát nhau	5
$E = B + 2$	khối giãn cách: E sau B đúng hai vị trí, chừa đúng một ô ở giữa	5
$ X - Y = k$	ràng buộc hai chiều : X và Y cách nhau k vị trí, đề không nói bên nào — phải xét cả hai chiều	5

Gốc tương đương phản đảo, đảo tương đương nghịch đảo, còn giữa hai cặp ấy thì không. Ràng buộc $|X - Y| = 1$ chính là « X liền kề Y », còn $|X - Y| = 2$ là «giữa X và Y có đúng một vị trí».

B.2. Bảng dịch ngôn ngữ

Cách nói trong đề	Kí hiệu hoá	Sai lầm thường gặp
« A chỉ khi B »	$A \Rightarrow B$	về sau «chỉ khi» là điều kiện <i>cần</i> ; dịch thành $B \Rightarrow A$ là đảo chiều mũi tên
« B ... nếu A »	$A \Rightarrow B$	về sau «nếu» là điều kiện <i>đủ</i> , chiều <i>ngược</i> dòng trên; đọc xuôi trật tự câu chữ sẽ viết nhầm $B \Rightarrow A$
«không B trừ khi A »	$\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$, tức $B \Rightarrow A$	dịch xuôi câu chữ thành $A \Rightarrow B$; «trừ khi» luôn phải qua một bước phủ định trước khi nối chuỗi
«bất cứ khi nào A, B »	$A \Rightarrow B$	hiểu thành tương đương hai chiều; từ B mà kết luận A chính là dùng mệnh đề đảo
« A là điều kiện đủ để có B »	$A \Rightarrow B$	đọc lẫn hai chữ cần và đủ, hệ quả là đổi chiều toàn bộ chuỗi
« A là điều kiện cần để có B »	$B \Rightarrow A$	như trên, và dễ nhầm tiếp sang « A và B cùng xảy ra»
«ít nhất một trong hai X, Y »	$\overline{X} \Rightarrow Y$; có thể cả hai	đọc thành «đúng một trong hai» — loại nhầm các cấu hình có mặt cả X lẫn Y
«nhiều nhất một trong hai X, Y »	$X \Rightarrow \overline{Y}$; có thể không đối tượng nào	đọc thành «đúng một trong hai» — loại nhầm cấu hình vắng cả X lẫn Y

Hai dòng cuối và «đúng một trong hai» là ba ràng buộc khác nhau: chỉ «đúng một» mới cấm đồng thời cả hai đầu.

B.3. Bốn kiểu câu hỏi

Kiểu câu hỏi	Cách xác lập	Cách bác bỏ
Chắc chắn đúng	khẳng định phải đúng ở <i>mọi</i> cấu hình hợp lệ: chạy chuỗi kéo theo để chỉ ra nó bị ép buộc, hoặc kiểm nó trên trọn bộ sơ đồ phụ	<i>một</i> phần ví dụ là đủ: chỉ ra một cấu hình hợp lệ làm khẳng định sai
Có thể đúng	<i>một</i> cấu hình là đủ: dựng một cấu hình hợp lệ trong đó khẳng định đúng, rồi kiểm cấu hình ấy thoả trọn bộ ràng buộc	phải chứng minh mọi cấu hình hợp lệ đều làm nó sai, thường bằng cách chỉ ra mâu thuẫn ép buộc
Không thể đúng	tìm hai mắt xích ép cùng một biến về hai trạng thái trái ngược, hoặc chỉ ra khẳng định phá vỡ một ràng buộc	<i>một</i> cấu hình hợp lệ làm khẳng định đúng là đủ để bác
Danh sách đầy đủ	với phương án còn lại, kiểm lần lượt <i>trọn</i> bộ ràng buộc, kể cả các ràng buộc tự thoả	quét từng phương án, tìm được <i>một</i> vi phạm là loại ngay phương án đó, không cần kiểm tiếp

Bốn kiểu đối xứng từng cặp: «chắc chắn đúng» và «không thể đúng» nói về *mọi* cấu hình nên bác bằng một ví dụ; «có thể đúng» và «danh sách đầy đủ» nói về *một* cấu hình nên xác lập bằng một ví dụ.

Ghi chú. Ba lỗi dịch hay gặp nhất. **Một** — lẫn «**chỉ khi**» với «**nếu**». Quy tắc «van khu hoa mở chỉ khi van vườn ươm mở» cho $H \Rightarrow U$; đọc thành $U \Rightarrow H$ sẽ kết luận nhầm rằng van vườn ươm mở thì van khu hoa mở. **Hai** — dịch «**trừ khi**» xuôi theo câu chữ. Nguyên tắc «Khuê không được chọn trừ khi My được chọn» có dạng «không B trừ khi A », cho $\overline{My} \Rightarrow \overline{Khuê}$, tức $Khuê \Rightarrow My$ — không phải $My \Rightarrow Khuê$. **Ba** — thu «**ít nhất một**» hoặc «**nhiều nhất một**» về «**đúng một**». Ràng buộc «ít nhất một trong hai giống Hạt Ngọc, Sóng Vàng được chọn» vẫn cho phép chọn cả hai giống; đọc thành «đúng một» làm mất nghiệm ngay ở bước đếm.

Nhãn thao tác dùng trong lời giải

Các lời giải trong sách được chia thành từng bước, mỗi bước mở đầu bằng một nhãn in đậm. Những nhãn này là *tên gọi riêng của sách* để chỉ một thao tác quen thuộc, không phải thuật ngữ chuẩn của logic hay toán học; bảng dưới đây ghép mỗi nhãn với thao tác toán học tương ứng.

Nhãn của sách	Thao tác toán học tương ứng
Kí hiệu hoá	đặt biến và viết mỗi dữ kiện thành một mệnh đề hình thức
Lập phản đảo	thay $A \Rightarrow B$ bằng $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$
Nối chuỗi	ghép các kéo theo liên tiếp bằng quy tắc bắc cầu
Dựng mô hình	lập bảng, lưới hoặc sơ đồ biểu diễn toàn bộ ràng buộc
Đếm ô	đối chiếu số vị trí của khung với số đối tượng phải xếp
Xử lí khối	xếp trước nhóm đối tượng buộc đi liền hoặc cách nhau cố định
Ép vị trí	suy ra vị trí duy nhất còn lại cho một đối tượng
Chốt cặp	xác định cặp ghép duy nhất thoả mọi ràng buộc
Chia trường hợp	vét cạn theo một biến, mỗi nhánh xét độc lập
Loại trừ	bác một nhánh bằng cách chỉ ra mâu thuẫn với dữ kiện
Lấy dư	quy bài toán chu kì về số học mô-đun

C. Bảng dãy số, chu kì và hằng số thường gặp

Phụ lục này tập hợp các dãy số quen thuộc và thứ tự thử quy luật của Chương 11, các hằng số chuyển động của hai kim đồng hồ ở Chương 17 và các hằng số ngày lễ của lịch ở Chương 18. Mọi số hạng, mọi số dư và mọi mốc thời gian trong các bảng dưới đây đều được sinh ra rồi đối chiếu lại bằng chương trình.

C.1. Các dãy số quen thuộc

Tên dãy	Công thức	Các số hạng đầu	Dấu hiệu nhận ra
Số chính phương	$u_n = n^2$	1; 4; 9; 16; 25; 36; 49; 64; 81; 100	Dãy hiệu là các số lẻ liên tiếp 3; 5; 7; ...
Số lập phương	$u_n = n^3$	1; 8; 27; 64; 125; 216; 343; 512	Dãy hiệu 7; 19; 37; ... có hiệu bậc hai tăng đều 6
Số tam giác	$u_n = \frac{n(n+1)}{2}$	1; 3; 6; 10; 15; 21; 28; 36; 45; 55	Dãy hiệu là các số tự nhiên liên tiếp 2; 3; 4; ...
Dãy Fibonacci	$u_1 = u_2 = 1;$ $u_n = u_{n-1} + u_{n-2}$	1; 1; 2; 3; 5; 8; 13; 21; 34; 55	Mỗi số hạng bằng tổng hai số hạng liền trước; thương hai số hạng liên tiếp dao động quanh 1,6 chứ không cố định
Cấp số cộng (mẫu $u_1 = 4$, công sai 7)	$u_n = 4 + 7(n - 1)$	4; 11; 18; 25; 32; 39; 46; 53; 60; 67	Dãy hiệu không đổi
Cấp số nhân (mẫu $u_1 = 3$, công bội 2)	$u_n = 3 \cdot 2^{n-1}$	3; 6; 12; 24; 48; 96; 192; 384	Thương hai số hạng liên tiếp không đổi
Dãy có hiệu bậc hai không đổi	$u_n = 2n^2 + 1$	3; 9; 19; 33; 51; 73; 99; 129	Dãy hiệu 6; 10; 14; ... chưa đều, dãy hiệu bậc hai đứng yên ở 4
Dãy có dãy hiệu là các bình phương	$u_{n+1} = u_n + n^2,$ $u_1 = 3$	3; 4; 8; 17; 33; 58; 94; 143	Dãy hiệu đúng bằng 1; 4; 9; 16; ...
Dãy nhân một hằng số rồi cộng một hằng số	$u_{n+1} = 2u_n + 1,$ $u_1 = 5$	5; 11; 23; 47; 95; 191; 383; 767	Dãy hiệu nhân đôi mỗi bước: 6; 12; 24; ...
Dãy đan xen hai dãy con	vị trí lẻ: 2; 5; 8; ... — vị trí chẵn: 9; 14; 19; ...	2; 9; 5; 14; 8; 19; 11; 24; 14; 29	Dãy hiệu đổi dấu đều đặn; tách riêng vị trí lẻ và vị trí chẵn thì mỗi dãy con là một cấp số cộng

Ghi chú. Với một dãy hữu hạn luôn có vô số công thức cùng đi qua mọi số hạng đã cho, nên bảng trên chỉ liệt kê họ quy luật đơn giản mà Chương 11 khoanh vùng. Khi một quy luật của họ ấy đã khớp mọi số hạng thì không cần đi tìm quy luật thứ hai; ngược lại, nếu quy luật tìm được cho một kết quả không khớp phương án nào thì cần quay lại từ bước lập dãy hiệu chứ không được sửa số hạng của đề.

C.2. Thứ tự thử quy luật (Chương 11)

Năm bước dưới đây được thử theo đúng thứ tự đã đánh số; chỉ chuyển sang bước sau khi bước trước chưa cho dấu hiệu nào.

Bước	Việc cần làm	Dấu hiệu quan sát được	Quy luật tương ứng	Dãy minh hoạ
1	Lập dãy hiệu của hai số hạng liên tiếp	Hiệu không đổi	Cấp số cộng	4; 11; 18; 25; ...
2	Lấy tiếp hiệu của dãy hiệu	Hiệu bậc hai không đổi	Quy luật bậc hai theo số thứ tự	3; 9; 19; 33; ...
3	Đọc dãy hiệu như một dãy quen	Dãy hiệu là số tự nhiên, bình phương hay cấp số nhân	Cộng thêm số hạng của dãy quen ấy	3; 4; 8; 17; 33; ...
4	Lập thương của hai số hạng liên tiếp	Thương không đổi	Cấp số nhân	3; 6; 12; 24; ...
		Thương xấp xỉ một số nguyên	Nhân một hằng số rồi cộng một hằng số	5; 11; 23; 47; ...
5	Thử luân phiên và đan xen	Dãy lúc tăng nhanh lúc tăng chậm	Hai phép toán luân phiên nhau	—
		Dãy hiệu đổi dấu đều đặn	Đan xen hai dãy con: tách vị trí lẻ và vị trí chẵn	2; 9; 5; 14; 8; ...

C.3. Ngoại suy chu kì (Chương 11)

$$r = ((n - 1) \bmod T) + 1; \quad n = r + T(k - 1).$$

Ở đây n là số thứ tự của lượt kể từ lượt đầu tiên, T là độ dài chu kì, r là vị trí của lượt thứ n trong chu kì — luôn nằm từ 1 đến T — còn k là số thứ tự của lần xuất hiện tại vị trí r . Với hai quá trình lặp độc lập có độ dài T_1 và T_2 , chu kì chung của cả hệ là bội chung nhỏ nhất của T_1 và T_2 .

Lượt thứ n (chu kì $T = 6$)	1	2	5	6	7	11	12	13	2022	2025
Vị trí đúng $r = ((n - 1) \bmod T) + 1$	1	2	5	6	1	5	6	1	6	3
Giá trị sai $n \bmod T$	1	2	5	0	1	5	0	1	0	3

Ghi chú. Hàng cuối của bảng cho thấy đúng chỗ hai cách viết tách nhau: ở các lượt n chia hết cho T , giá trị $n \bmod T$ bằng 0 — một vị trí không tồn tại — nên quy số dư ấy về đầu chu kì là đọc vị trí 1 thay cho vị trí T . Cách tự vệ: thử lại công thức với $n = 1$ và $n = T$; nếu không ra vị trí 1 và vị trí T thì công thức đã sai.

C.4. Hằng số đồng hồ (Chương 17)

Đại lượng	Đi trọn một vòng trong	Vận tốc góc
Kim phút	60 phút	6° mỗi phút
Kim giờ	12 giờ, tức 720 phút	0,5° mỗi phút
Khoảng lệch của kim phút so với kim giờ	—	tăng thêm 5,5° mỗi phút

$\alpha = |30h - 5,5m|;$ nếu $\alpha > 180^\circ$ thì lấy $360^\circ - \alpha$.

Điều kiện áp dụng: h là số giờ đọc trên mặt đồng hồ, nhận giá trị từ 1 đến 12 với 12 tính như 0; m là số phút, thoả $0 \leq m < 60$; công thức chỉ dùng cho đồng hồ chạy đúng.

Trong 12 giờ liên tiếp, kim phút vượt kim giờ đúng 11 lần, nên hai kim trùng nhau 11 lần, đối nhau 11 lần và vuông góc 22 lần. Hai lần trùng nhau liên tiếp cách nhau $\frac{12}{11}$ giờ, tức $65\frac{5}{11}$ phút, tức 65 phút $27\frac{3}{11}$ giây; mười một mốc trùng nhau trong 12 giờ như sau.

Lần thứ k	0	1	2	3	4	5
Thời điểm	12 giờ 00 phút	1 giờ 05 $\frac{5}{11}$ phút	2 giờ 10 $\frac{10}{11}$ phút	3 giờ 16 $\frac{4}{11}$ phút	4 giờ 21 $\frac{9}{11}$ phút	5 giờ 27 $\frac{3}{11}$ phút
Lần thứ k	6	7	8	9	10	
Thời điểm	6 giờ 32 $\frac{8}{11}$ phút	7 giờ 38 $\frac{2}{11}$ phút	8 giờ 43 $\frac{7}{11}$ phút	9 giờ 49 $\frac{1}{11}$ phút	10 giờ 54 $\frac{6}{11}$ phút	

C.5. Ngày lẻ của lịch (Chương 18)

Khoảng thời gian	Ngày lẻ	Khoảng thời gian	Ngày lẻ
Năm thường: $365 = 52 \cdot 7 + 1$	1	Tháng 2 của năm nhuận: $29 = 4 \cdot 7 + 1$	1
Năm nhuận: $366 = 52 \cdot 7 + 2$	2	100 năm (có 24 năm nhuận): $36\,524 = 5217 \cdot 7 + 5$	5
Tháng 31 ngày: $31 = 4 \cdot 7 + 3$	3	200 năm: $73\,048 = 10\,435 \cdot 7 + 3$	3
Tháng 30 ngày: $30 = 4 \cdot 7 + 2$	2	300 năm: $109\,572 = 15\,653 \cdot 7 + 1$	1
Tháng 2 của năm thường: $28 = 4 \cdot 7$	0	400 năm: $146\,097 = 20\,871 \cdot 7$	0

Ghi chú. Bốn dòng về khối 100, 200, 300 và 400 năm chỉ đúng khi khối được đếm từ một mốc là bội của 400. Đếm từ mốc khác thì con số có thể lệch: một trăm năm liên tiếp kết thúc ở một năm tròn trăm chia hết cho 400 chứa 25 năm nhuận, cho 36 525 ngày, tức 6 ngày lẻ chứ không phải 5. Riêng con số 0 của khối 400 năm đến từ tổng $5 + 5 + 5 + 6 = 21$, chia hết cho 7.

Lấy mốc gốc là ngày 1 tháng 1 năm thứ nhất của lịch Gregory nói dài; ngày ấy là thứ Hai. Đếm tổng số ngày lẻ tính từ mốc gốc đến hết ngày cần tìm, kể cả chính ngày ấy, rồi tra bảng.

Số ngày lẻ	0	1	2	3	4	5	6
Thứ tương ứng	Chủ nhật	thứ Hai	thứ Ba	thứ Tư	thứ Năm	thứ Sáu	thứ Bảy

Bảng cuối cho số ngày lẻ của từng tháng và số ngày lẻ cộng dồn kể từ ngày 1 tháng 1 đến hết tháng đang xét, tính cho một năm thường. Với năm nhuận, tháng 2 cho 1 ngày lẻ thay vì 0, nên mọi giá trị cộng dồn kể từ tháng 2 trở đi đều tăng thêm 1.

Tháng	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Số ngày	31	28	31	30	31	30	31	31	30	31	30	31
Ngày lẻ	3	0	3	2	3	2	3	3	2	3	2	3
Cộng dồn từ 1 tháng 1	3	3	6	1	4	6	2	5	0	3	5	1

D. Sai lầm thường gặp theo chương

Phụ lục này gom lại những lỗi đã được nêu đích danh trong mười chín chương học, xếp theo đúng thứ tự phần và chương của sách. Mỗi mục ghi tên lỗi, cơ chế sinh ra lỗi và — khi chương gốc có — con số cụ thể mà lỗi ấy dẫn tới.

PHẦN 1 — NỀN TẢNG MỆNH ĐỀ

Chương 1. Mệnh đề và các phép logic

- Gạt câu sai ra khỏi tập mệnh đề.** Một câu khẳng định *sai* vẫn là mệnh đề; tiêu chí chỉ gồm hai vế là hình thức khẳng định và chân trị xác định. Lỗi đối xứng với nó là kết nạp câu nghi vấn có nội dung toán học — «Số 17 có phải là số nguyên tố không?» — chỉ vì câu ấy trả lời được.
- Thay mệnh đề gốc bằng mệnh đề đảo.** Chỉ mệnh đề *phản đảo* — đổi chỗ hai vế và phủ định cả hai — mới giữ nguyên chân trị. Mệnh đề đảo và mệnh đề nghịch đảo là phản đảo của nhau nên tương đương với *nhau*, song cả hai đều không tương đương với mệnh đề gốc.
- Phủ định lượng từ nửa vời.** Ba mức, xếp theo độ khó phát hiện: đổi lượng từ nhưng quên phủ định vị từ; phủ định vị từ nhưng giữ nguyên lượng từ; và tình vi nhất là lấy một mệnh đề ngược chân trị với mệnh đề gốc *trên miền đang xét* rồi coi đó là phủ định — ngược chân trị trên một miền cụ thể chỉ là ngẫu nhiên.
- Lấy tích thay cho bội chung nhỏ nhất.** Hội của hai điều kiện chia hết luôn dẫn về bội chung nhỏ nhất; lấy tích chỉ đúng khi hai số nguyên tố cùng nhau. Dùng $4 \cdot 6 = 24$ thay cho 12 chỉ còn hai giá trị 24 và 48; dùng $4 \cdot 10 = 40$ thay cho 20 trên miền tới 30 còn dẫn tới kết luận sai rằng không có số nào thoả mãn.

Chương 2. Suy luận và tam đoạn luận

- **Khẳng định kết luận.** Từ $P \Rightarrow Q$ và Q không suy ra được P . Cùng họ với nó là **phủ định giả thiết**: từ $P \Rightarrow Q$ và $\neg P$ không suy ra $\neg Q$. Cả hai đều bị bác bằng một phản ví dụ duy nhất P sai, Q đúng.
- **Độc «hoặc» theo nghĩa loại trừ.** Từ $P \vee Q$ và P không suy ra $\neg Q$; phản ví dụ là P đúng và Q đúng. Đây là lỗi khiến kết luận «đàn dê lùn không được thả ở sân sỏi» trở thành không hợp lệ.
- **Lẫn tính hợp lệ với tính đúng trên thực tế.** Một suy luận không hợp lệ vẫn có thể có kết luận đúng; muốn bác tính hợp lệ phải chỉ ra một tình huống tiền đề đúng — kết luận sai, không được lập luận bằng phán đoán chủ quan về nội dung câu chuyện.
- **Kéo phát biểu ngoài nhóm vào khi xét tính nhất quán.** Khi xét một nhóm chỉ được dùng đúng các phát biểu thuộc nhóm ấy. Cách gán S sai, T sai, R sai chỉ vi phạm (i); vì (i) không thuộc nhóm C nên nhóm C vẫn nhất quán, dù đọc vội rất dễ chầm thành mâu thuẫn.

Chương 3. Toán logic hình thức — chuỗi kéo theo

- **Lỗi mệnh đề đảo và lỗi nghịch đảo.** Từ $A \Rightarrow B$ và biết có B mà kết luận có A ; hoặc từ $A \Rightarrow B$ và biết không A mà kết luận không B . Hai lỗi này là nguồn của phần lớn phương án sai trong dạng chuỗi kéo theo.
- **Lỗi biến tự do.** Gán trạng thái cho một biến mà không quy tắc nào chạm tới. Dấu hiệu nhận ra sớm: hai phương án cùng nói về một biến nhưng theo hai chiều ngược nhau thì biến ấy không bị hệ ép.
- **Dịch ngược chiều «chỉ khi» và «trừ khi».** «Chỉ khi» đặt điều kiện *cần* ở sau, «nếu» đặt điều kiện *đủ* ở sau; dịch nhằm một trong hai là mất đúng một nửa kết luận. Với «trừ khi», lối an toàn là đưa về $\overline{A} \Rightarrow \overline{B}$ theo bảng dịch rồi mới lấy phản đảo $B \Rightarrow A$, không nhảy thẳng từ câu chữ sang mũi tên.
- **Bỏ quên bước lập phản đảo.** Ngộ nhận «chưa đủ dữ kiện» khi giả thiết cho ở dạng phủ định hầu như luôn đến từ việc quên chạy chuỗi đảo; một chi tiết như «một đèn đang tắt» chính là điểm khởi động của cả chuỗi ấy. Kèm theo là lỗi đếm: một chuỗi k biến cho đúng $k + 1$ trạng thái hợp lệ, mọi biến ngoài chuỗi nhân thêm thừa số 2.

PHẦN 2 — SẮP XẾP VÀ ĐỊNH VỊ

Chương 4. Sắp xếp thứ tự và chuỗi so sánh

- **Trộn hai chiều đọc trong cùng một bài.** Đọc «cao hơn» thành hạng lớn hơn ở dữ kiện này rồi thành hạng nhỏ hơn ở dữ kiện kia. Chiều đọc phải được chốt một lần ngay khi kí hiệu hoá.
- **Tự ý xếp thứ tự cho hai nhánh song song.** « X đứng trên cả Y lẫn Z » không hề nói Y đứng trên Z ; hai nhánh song song là nguồn của gần hết phương án sai trong các chùm câu hỏi của chương.
- **Đọc «thường thấp hơn» thành «buộc thấp hơn».** Chỉ được đếm những nút có đường đi thật sự trên sơ đồ, không đếm theo phán đoán chủ quan về vị trí quen gặp. Lỗi kèm theo là quên bắc cầu khi đếm nhóm buộc đứng sau, làm hạng muộn nhất bị tính đôi.
- **Chuyển kết quả từ trực này sang trực kia.** Từ «Tiêu nhiều lượt đánh giá nhất» cộng «Tiêu bán đắt hơn Sen» không suy ra «Tiêu bán đắt nhất»; một kết quả chỉ chuyển trực khi có dữ kiện nói tường minh về liên hệ giữa hai trực.

Chương 5. Sắp xếp tuyến tính

- **Chỉ xét một chiều của $|X - Y| = k$.** Với $|TN - KH| = 2$, dừng ở $TN = KH + 2$ là mất nghiệm, vì chính chiều $TN = KH - 2$ mới sinh ra cấu hình thứ hai. Mọi ràng buộc «liền kề» hay «cách nhau đúng k vị trí» đều là ràng buộc hai chiều khi đề không nói rõ bên nào.
- **Lấn hai hệ quy chiếu.** Đọc «bên phải» theo người chụp thay vì theo người ngồi cho ra ô 4 và câu trả lời Vy, trong khi đáp số đúng nằm ở ô khác. Điều kiện phát biểu theo hướng nhìn chỉ nên chuẩn hoá *một* lần, ngay trong dữ kiện chung.
- **Nhầm «chắc chắn đúng» với «có thể đúng».** «Chắc chắn đúng» là đúng ở *mọi* cấu hình của hệ, còn «có thể đúng» chỉ đòi *ít nhất một* cấu hình. Ba phương án cùng lúc thuộc loại thứ hai là cấu trúc quen thuộc của dạng này.
- **Quên ô đã bị chiếm sau bước ép vị trí.** Danh sách các ô còn nhận được thêm ô 5 là do bỏ qua việc khay ốt đã chiếm ô ấy; lỗi kèm theo ở dạng đếm là quên đảo thứ tự hai phòng, cho 4, hoặc quên rằng phòng ở đầu hành lang có hai lựa chọn, cho 2.

Chương 6. Bàn tròn và đa giác

- **Bỏ sót nghiệm gương.** Khi mọi dữ kiện đều vô hướng — chỉ dùng «kề nhau» và «xa nhất» — hệ giữ nguyên cặp nghiệm gương và không thể có nghiệm duy nhất. Dữ kiện có hướng đặt ở cuối đề chính là dữ kiện dùng để khử nhánh, không phải dữ kiện thừa; khi hệ vẫn còn hai nhánh thì câu hỏi buộc phải hỏi về một bất biến.
- **Không chốt ba quy ước trước khi giải.** Ghế đánh số theo chiều nào, người ngồi nhìn vào tâm hay nhìn ra ngoài, bàn tròn hay bàn đa giác — sai một trong ba thì mọi suy luận về sau lệch đúng một phép lấy gương. Riêng với bàn tròn, «bên phải» của người ngồi quay mặt vào tâm ngược chiều với «bên phải» trên hình nhìn từ trên xuống.
- **Lấn «kề nhau» với «đối diện» trên bàn đa giác.** «Kề nhau» đi theo chu vi, «đối diện» đi qua mặt bàn, và chỉ bốn ghế cạnh dài mới tham gia quan hệ thứ hai. Khi một dữ kiện đối diện đưa hai người về cùng một ghế thì nhánh đang xét bị loại ngay.

Chương 7. Ma trận đa chiều và bảng ghép cặp

- **Bỏ quên đường chéo cấm.** «Không ai bốc trúng đề của chính mình» là dữ kiện ngầm, phải điền 0 cho cả đường chéo *trước* khi đọc các dữ kiện đánh số; bỏ sót nó thì hệ còn hai cấu hình và bảng không chốt được cặp nào.
- **Đảo chiều khối ngang.** Đọc «ngay trước Hạ» thành «Hạ đứng ngay trước» cho một hệ hai cấu hình, trong đó có cấu hình «Hạ mở màn với đề giáo dục» — đúng một phương án sai của đề. Cần ghi rõ mũi tên chiều tăng của trục lên sơ đồ trước khi đặt khối.
- **Chốt cặp mà quên gạch trọn cột.** Mỗi lần chốt một cặp phải gạch cả hàng lẫn cột của ô ấy; quên gạch cột thì hàng tương ứng vẫn còn hai ô sống và dây chuyền suy luận đứt ngay ở mắt xích thứ hai.
- **Bỏ sót một điều kiện ở một nhánh.** Nhánh $En = 2$ chỉ bị loại sau khi kiểm *đủ* điều kiện (3); dừng sớm là nhận ngay cấu hình sai. Ở câu đếm, bỏ điều kiện (2) cho 6 cách, bỏ điều kiện (3) cho 9 cách, còn xét thiếu một giá trị trong một nhánh cho 2 cách.

PHẦN 3 — PHÂN NHÓM VÀ LỰA CHỌN

Chương 8. Phân chia nhóm

- **Đọc điều kiện kéo theo thành điều kiện hai chiều.** Từ «nếu X ở nhóm sáng thì Y ở nhóm sáng» không suy ngược được. Ở một câu đố của chương, đọc *cả hai* điều kiện thành «khi và chỉ khi» cho 4 cách, đọc *đúng một* điều kiện thành hai chiều cho 6 cách, còn đáp số đúng là 8.
- **Hiểu « X và Y khác nhóm» thành chỉ đích danh.** Khi bài chỉ có hai nhóm, cặp tách góp đúng một người cho mỗi nhóm; nhưng từ ba nhóm trở lên nó chỉ nói hai người khác nhau, cả hai đều có thể không ở nhóm đang xét. Cặp tách khi ấy chỉ dùng được ở dạng phủ định.
- **Quên điều kiện sàn hoặc trần của sức chứa.** Bỏ sàn «mỗi tổ có ít nhất hai người» làm giá trị số 1 xuất hiện; ngược lại, trần của kíp sáng phải được quy đổi từ sàn của kíp chiều chứ không được đề nói thẳng, và bỏ qua bước quy đổi ấy thì không thấy kíp sáng đã kín.
- **Quên tầng vai trò khi đếm.** Với đề nhóm kèm vai trò, hai cách khác nhau ở người giữ vai trò vẫn là hai cách khác nhau dù phân nhóm giống hệt; ngược lại, câu hỏi chỉ nói về vị trí nhóm thì phải gộp các cấu hình cùng phân nhóm lại làm một.

Chương 9. Quyết định theo ràng buộc

- **Đọc «ít nhất một» hay «nhiều nhất một» thành «đúng một».** «Ít nhất một» cho phép cả hai, «nhiều nhất một» cho phép không đối tượng nào, chỉ «đúng một» mới cấm cả hai đầu. Ở một câu đố của chương, hai cách đọc sai ấy cho 7 và 8, còn bỏ sót hẳn một điều kiện kéo theo cho 14.
- **Chọn «chưa đủ dữ kiện» vì không tìm ra lập luận.** Phương án ấy chỉ đúng khi trưng ra được *hai* cấu hình cùng thoả mọi điều kiện mà cho kết luận trái ngược; việc không tìm ra lập luận ép buộc không phải là bằng chứng.
- **Coi «đúng ở hầu hết cấu hình» là «chắc chắn đúng».** Một khẳng định đúng ở tám trong chín cấu hình vẫn bị bác bởi đúng một phản ví dụ — ở đây là cấu hình đỉnh lăng, hương nhu, sả, gừng.
- **Kiểm giả thiết bổ sung tách rời khỏi điều kiện gốc.** Một bộ ba hợp lệ với hệ điều kiện gốc vẫn bị loại nếu trái giả thiết bổ sung của câu hỏi; hai lớp điều kiện phải được quét cùng lúc.

PHẦN 4 — MẠNG LƯỚI VÀ CHU KÌ

Chương 10. Sơ đồ, mạng lưới và đồ thị

- **Dùng điều kiện đủ theo chiều ngược.** Điều kiện Dirac hay điều kiện Ore không thoả thì chưa kết luận được gì. Sơ đồ sáu ga có bậc nhỏ nhất $2 < 3$ và cặp ga không kề nhau có tổng bậc $2 + 2 = 4 < 6$ — hỏng cả hai điều kiện — vậy mà vẫn có đúng hai chu trình đi qua mọi ga.
- **Lần ba loại câu hỏi hành trình.** «Đi qua mỗi *đoạn* đúng một lần», «đi qua mỗi *điểm* đúng một lần» và «đi qua mỗi đoạn *ít nhất* một lần rồi quay về» ứng với ba công cụ khác nhau: đếm đỉnh bậc lẻ, ép các đỉnh bậc 2, và ghép cặp các đỉnh bậc lẻ.
- **Quên chia đôi tổng bậc, hoặc bỏ qua tính chẵn lẻ của nó.** Giữ nguyên tổng bậc 21 hay làm tròn $21/2$ lên 11 và xuống 10 đều bỏ qua kết luận thật sự của bài: 21 lẻ nên mạng ấy không tồn tại. Đối chứng: với sáu trạm thì tổng bậc $6 \times 3 = 18$ chẵn và có tới 70 mạng như thế.
- **Lấy $n-1$ đoạn ngắn nhất khi nói rõ nhất, và nhằm «ít chặng nhất» với «nhANH NHẤT».** Bốn câu rẽ nhất $3 + 4 + 5 + 6 = 18$ khép một chu trình và bỏ rơi hẳn một bản, nên không nói được cả năm bản. Tương tự, hành trình hai chặng Hòn Tre — Hòn Nhàn — Hòn Mun tốn 24 phút lại là hành trình chậm nhất.

Chương 11. Trò chơi quy luật, dãy số và quy luật hình

- **Quên trừ 1 trong công thức chu kì.** Viết $n \bmod T$ thay cho $((n-1) \bmod T) + 1$ chỉ hỏng ở đúng những lượt n chia hết cho T — khi ấy số dư 0 bị quy về đầu vòng, tức đọc vị trí 1 thay cho vị trí T . Lượt 2022 với chu kì 6 và lượt 2023 với chu kì 7 đều rơi vào trường hợp này.
- **Trừ 1 rồi quên cộng lại.** Dừng ở số dư 5 và đọc thành phần tử thứ năm, hay dừng ở số dư 6 và đọc thành phần tử thứ sáu. Phép tự vệ là thử lại công thức với $n = 1$ và $n = T$: nếu không ra vị trí 1 và vị trí T thì công thức đã sai.
- **Chốt phép toán từ một hình mẫu duy nhất.** Nhận xét «số ở tâm bằng tích ba đỉnh trừ 9» khớp tam giác thứ nhất nhưng hỏng ngay ở tam giác thứ hai, nơi lượng phải trừ là 12. Hằng số của quy luật thay đổi theo từng hình; chỉ *dạng* phép toán mới dùng chung.
- **Không tách hai dãy con.** Khi dãy hiệu đổi dấu đều đặn thì gần như chắc chắn phải tách; cộng tiếp công sai như thế cả dãy có một quy luật, dùng công sai của dãy con kia, hay cộng chéo $11 + 14$ là ba lỗi sinh ra từ cùng một chỗ. Lỗi họ hàng là coi dãy hiệu bậc hai là hằng số trong khi nó là 3; 5; 7; 9.

PHẦN 5 — SUY LUẬN ĐƠN LẺ

Chương 12. Logic đúng — sai và ba trạng thái

- **Chốt đáp án ngay từ một mô hình.** Thấy một khẳng định đúng trong mô hình vừa dựng được liền chọn, trong khi câu hỏi đòi «chắc chắn đúng» — giá trị Đ chỉ được kết luận sau khi kiểm trên toàn bộ tập mô hình.
- **Dùng «chưa đủ dữ kiện» khi mô hình là duy nhất.** Phương án ấy đúng ở Bài 12.4, nơi hai mô hình cho hai kết luận khác nhau, nhưng sai ở Ví dụ 12.2, nơi số mô hình bằng một. Hai bài cùng một dáng vẻ, ngược nhau ở đáp án.
- **Kiểm điều kiện đếm sai phạm vi.** «Mỗi người đúng một câu thật» phải kiểm cho *từng người nói*, khác hẳn «có đúng k phát biểu đúng» tính trên toàn bộ phát biểu. Lỗi kèm theo là đọc ngược số k : đếm «đúng một câu sai» thay cho «đúng một câu đúng».
- **Neo giả sử vào lời của người lúc thật lúc dối.** Người ấy không cho ràng buộc nào; điểm neo mạnh là câu tự quy chiếu về vai của chính người nói, hoặc cặp phát biểu phủ định nhau — cặp ấy luôn chiếm đúng một suất đúng.

Chương 13. Biểu đồ Venn và tập hợp

- **Quên miền ngoài.** Lấy sĩ số 40 thay cho 37 học sinh dùng ít nhất một cách cho $28 + 17 - 40 = 5$, trong khi số đúng là $28 + 17 - 37 = 8$. Bản phần trăm của cùng lỗi này lấy 100% thay cho 88% và cho $58 + 46 - 100 = 4$.
- **Lấn phần bù của giao với phần bù của hợp.** «Không loại nào» loại bỏ cả ba miền bên trong, còn «không đồng thời cả hai» chỉ loại bỏ *một* miền giao và giữ nguyên ba miền còn lại. Cần xác định phủ định ấy cắt bỏ miền nào trước khi tính.
- **Trộn $|A \cap B|$ với miền giao đôi riêng.** Số liệu $|A \cap B| = 15$ đếm *cả* những đối tượng dùng thêm loại thứ ba; miền giao đôi riêng trên hình chỉ bằng $15 - g$. Khi đề chưa cho g , cách an toàn là biểu diễn cả tám miền theo g ngay từ đầu.
- **Đọc lẩn hai chặn của miền giao.** Câu «ít nhất bao nhiêu» hỏi chặn dưới $\max\{0, |A| + |B| - n\}$, còn $\min(31, 26) = 26$ là chặn trên, tức đáp số của câu «nhiều nhất bao nhiêu». Công thức $|A| + |B| - n$ chỉ là chặn dưới khi $|A| + |B| \geq n$; nếu $|A| + |B| < n$ thì hai tập có thể rời nhau và chặn dưới bằng 0.

Chương 14. Quan hệ huyết thống

- **Lấn nhánh nội với nhánh ngoại.** Ông nội là cha của *bố*, chú là em trai của *bố*, còn cậu và dì thuộc bên *mẹ*. Đây là lỗi phổ biến nhất của chương, và nó xuất hiện ngay cả khi chuỗi dữ kiện đã đi trọn vẹn qua một phía.
- **Dừng sớm một lớp hoặc đi thừa một lớp.** Bỏ qua cụm «mẹ của» ở đầu câu làm hai người thành ngang hàng; ngược lại, hạ thêm một thế hệ không có trong đề cũng cho một vai sai. Cặp lỗi này là hai chiều ngược nhau của cùng một lỗi đếm lớp.
- **Bỏ qua chi tiết phân định thứ bậc tuổi.** Cụm «ít tuổi hơn Toàn» chính là thứ phân định chú với bác; bỏ nó đi thì câu hỏi trở thành không xác định được. Tương tự, bác gái là *chị* gái của bố, nên một chữ «em» trong dữ kiện đủ để loại một vai.
- **Chốt vội một cây khi đề cố ý bỏ ngỏ.** Hai chỗ đề hay để trống là giới tính của một nhân vật và thứ bậc tuổi giữa hai anh chị em. Cụm «con rể của bố tôi» chỉ định một *vai* chứ không chỉ đích danh ai, nên một khẳng định đúng ở hai trong ba cây vẫn chỉ là «có thể đúng».

Chương 15. Phương hướng và khoảng cách

- **Cộng thẳng hai độ lệch thay vì lấy cạnh huyền.** Sau khi quy hành trình về hai độ lệch vuông góc, khoảng cách là cạnh huyền chứ không phải tổng hai cạnh góc vuông.
- **Đọc «rẽ phải» theo trang giấy.** Trái và phải luôn tính theo hướng đang đi, không theo trục ngang của hình vẽ. Với các góc xoay là bội của 45° , kết quả bắt buộc rơi vào một trong tám hướng la bàn; rơi ra ngoài bảng ấy là dấu hiệu đã sai ở bước cộng trừ hoặc bước quy về vòng tròn.
- **Trả lời thiếu về hướng.** Câu «cách bao xa và về phía nào» đòi cả hai vế. Có bài mà ba trong bốn phương án cùng mang con số 13, phần phân định nằm trọn ở tên phía; có bài hai phương án cùng mang 500 mét.
- **Lấn hướng đi với vị trí.** Hai lần rẽ không cùng chiều đưa hướng đi lúc dừng trùng với hướng xuất phát, nhưng điều đó không có nghĩa hành trình khép kín. Ngược lại, đề không cho một quãng đường nào là dấu hiệu bài chỉ hỏi hướng.

Chương 16. Hình khối

- **Áp quy tắc «cách một ô» cho khai triển gấp khúc.** Quy tắc ấy chỉ đúng khi ba ô *thật sự thẳng hàng*. Trên tấm bìa bậc thang ba bậc, mọi cặp ô cách nhau một ô dọc đường gấp khúc đều không đối diện — ba với sáu, một với hai, sáu với bốn, hai với năm — còn hai ô đối diện lại cách nhau ba bước.
- **Áp quy ước xúc xắc bán sẵn.** «Tổng số chấm hai mặt đối diện bằng bảy» là quy ước thương mại, không phải tính chất của khối lập phương; với xúc xắc tự chế thì quy ước ấy vô hiệu.
- **Trả lời cạnh lõi thay vì cạnh khối.** Với bài ngược nên đặt $m = n - 2$, giải theo m rồi cộng 2; quên bước cộng 2 cuối cùng cho 6 thay vì 8, còn bóc một lớp thay vì hai — dùng $n - 1$ ở chỗ đáng lẽ là $n - 2$ — cho 7.
- **Lấn hệ số 6 với hệ số 12.** Bốn nhóm khối nhỏ là 8 khối ba mặt, $12m$ khối hai mặt, $6m^2$ khối một mặt và m^3 khối không mặt nào, với m là cạnh lõi; dùng nhầm một trong hai hệ số cho 14.

PHẦN 6 — TOÁN TƯ DUY ĐỊNH LƯỢNG

Chương 17. Bài toán đồng hồ

- **Để kim giờ đứng yên tại vạch số giờ.** Kim giờ đi thêm $0,5^\circ$ mỗi phút, tức 10° trong 20 phút; bỏ quên lượng ấy thì hụt 10° , còn trừ đi thay vì cộng vào thì hụt gấp đôi. Cách phòng là ghi vị trí kim giờ thành hai số hạng tách rời, một cho vạch giờ và một cho phần phút.
- **Quên quy góc, hoặc lấy phần bù thừa.** Góc giữa hai kim luôn nằm từ 0° đến 180° : quá 180 thì lấy phần bù, chưa quá 180 thì giữ nguyên, không có ngoại lệ. Dừng ở 275° và lấy phần bù của 130° là hai chiều ngược nhau của cùng một lỗi.
- **Chỉ lấy một nghiệm.** Khi đề hỏi «những thời điểm nào», phương trình chứa dấu giá trị tuyệt đối thường cho hai nghiệm trong cùng một khung giờ: một ứng với lúc kim phút còn ở sau kim giờ, một ứng với lúc kim phút đã vượt qua. Đáp số ra số nguyên tròn trịa, ngoài các mốc đặc biệt, thường báo hiệu đã bỏ quên chuyển động của kim giờ, vì mẫu số đúng phải chia hết 11.
- **Áp thẳng công thức góc cho đồng hồ chạy sai.** Với dạng sai theo tỉ lệ cố định cần tách bạch độ lệch của từng đồng hồ so với giờ thực khỏi khoảng chênh giữa hai mặt đồng hồ. Sau 8 giờ, chiếc nhanh 2 phút mỗi giờ lệch $2 \cdot 8 = 16$, chiếc chậm 3 phút mỗi giờ lệch $3 \cdot 8 = 24$, còn

khoảng chênh giữa hai mặt là $16 + 24 = 40$; lấy hiệu $(3 - 2) \cdot 8 = 8$ là ngầm coi hai đồng hồ lệch về cùng một phía.

Chương 18. Lịch và thời gian

- **Coi năm tròn trăm là năm nhuận.** Chỉ dùng quy tắc chia hết cho 4 nên kể cả 2100 vào danh sách nhuận, được 19 ngày nhuận thay vì 18; tổng ngày lễ thành 94 thay vì 93 và đáp án dịch đi đúng một thứ. Quy tắc đầy đủ là $4 - 100 - 400$.
- **Lệch một đơn vị ở số năm.** Muốn tìm thứ của một ngày trong một năm thì phải đếm ngày lễ của các năm *trước* năm ấy, không kể chính nó; đếm trọn cả năm đang xét là lỗi lệch một đơn vị hay gặp nhất của chương.
- **Cộng ngày lễ lần sang tháng đích hoặc bỏ sót tháng chứa mốc.** Khi cộng dồn ngày lễ giữa hai ngày cùng số trong một năm, phải cộng ngày lễ của tháng chứa mốc và dừng ngay trước tháng chứa đích. Phép tự kiểm: số tháng đã cộng phải bằng đúng hiệu hai số tháng.
- **Cộng máy mốc một ngày cho mọi năm nhuận.** Một năm nhuận chỉ làm khoảng thời gian dài thêm một ngày khi ngày 29 tháng 2 của năm ấy thật sự nằm giữa hai mốc; mốc đặt sau tháng 2 thì năm ấy không đóng góp gì thêm. Vị trí của mốc so với tháng 2 mới đáng xét, không phải bản thân nhãn «năm nhuận».

Chương 19. Tìm số, chia hết và toán đồ

- **Gộp hai số dư khác nhau một cách tùy tiện.** Ba kiểu gộp hỏng là giữ số dư của điều kiện thứ nhất, giữ số dư của điều kiện thứ hai, và cộng hai số dư. Với «chia 12 dư 7, chia 18 dư 13», ba kiểu ấy cho 367, 373 và 380 — đều nằm trong miền đề chặn. Lối đúng là đọc «thừa 7» và «thừa 13» thành «cùng thiếu 5».
- **Thử ngược mà chỉ quét một phần điều kiện.** Có bài mà cả bốn phương án đều chia 3 dư 2 và chia 5 dư 3, còn điều kiện hàng 7 một mình loại sạch ba phương án; nên quét bằng điều kiện có mô-đun lớn nhất trước.
- **So sai đại lượng ở mô-típ nền chấy.** «Gấp đôi» là quan hệ giữa hai chiều dài thực tại cùng một thời điểm, không phải giữa hai tỉ lệ còn lại. Khi hai cây rút ngắn với tốc độ khác nhau, khoảng cách 18 xăng-ti-mét bị *hiệu* hai tốc độ $9 - 3 = 6$ xóa đi sau 3 giờ; lấy *tổng* $9 + 3 = 12$ cho 1,5 giờ là công thức của bài hai vật chuyển động ngược chiều.
- **Dừng sai chỗ ở mô-típ đổi vỏ.** Số vỏ đầu mỗi lượt gồm *hai* nguồn: phần vỏ dư chưa đổi được của lượt trước và vỏ của những chai vừa đổi về. Dừng sau lượt đổi thứ nhất cho 40, dừng sau lượt thứ hai cho 43, còn nhớ sai công thức tắt cho 45; đáp số đúng là 44.

E. Bảng đáp án toàn bộ

Chương 1. Mệnh đề và các phép logic

Bài	1.1	1.2	1.3	1.4	1.5	1.6	1.7	1.8
Đáp án	B	A	C	D	A	D	a) S · b) Đ · c) S · d) Đ	a) Đ · b) S · c) S · d) Đ

Chương 2. Suy luận và tam đoạn luận

Bài	2.1	2.2	2.3	2.4	2.5	2.6	2.7
Đáp án	D	B	D	A	C	B	a) Đ · b) S · c) Đ · d) S

Chương 3. Toán logic hình thức — chuỗi kéo theo

Bài	3.1	3.2	3.3	3.4	3.5	3.6	3.7	3.8	3.9	3.10	3.11	3.12	3.13
Đáp án	B	D	A	C	B	B	D	A	C	D	B	C	A

Chương 4. Sắp xếp thứ tự và chuỗi so sánh

Bài	4.1	4.2	4.3	4.4	4.5	4.6	4.7	4.8	4.9	4.10	4.11
Đáp án	D	B	D	A	C	A	C	B	A	C	D

Chương 5. Sắp xếp tuyến tính

Bài	5.1	5.2	5.3	5.4	5.5	5.6	5.7	5.8	5.9	5.10	5.11	5.12	5.13
Đáp án	A	C	C	A	B	A	B	C	C	A	A	C	C

Bài	5.14	5.15	5.16	5.17	5.18	5.19	5.20
Đáp án	A	A	B	B	A	A	C

Chương 6. Bàn tròn và đa giác

Bài	6.1	6.2	6.3	6.4	6.5	6.6	6.7	6.8	6.9	6.10
Đáp án	D	C	B	D	A	B	C	A	D	D

Chương 7. Ma trận đa chiều và bảng ghép cặp

Bài	7.1	7.2	7.3	7.4	7.5	7.6	7.7	7.8	7.9	7.10	7.11	7.12	7.13
Đáp án	A	B	D	C	D	B	B	D	A	C	C	B	D

Bài	7.14	7.15
Đáp án	A	C

Chương 8. Phân chia nhóm

Bài	8.1	8.2	8.3	8.4	8.5	8.6	8.7	8.8	8.9	8.10	8.11	8.12	8.13
Đáp án	B	C	D	C	A	D	A	B	C	B	D	A	C

Bài	8.14	8.15	8.16	8.17
Đáp án	A	D	B	C

Chương 9. Quyết định theo ràng buộc

Bài	9.1	9.2	9.3	9.4	9.5	9.6	9.7	9.8	9.9	9.10	9.11	9.12	9.13
Đáp án	C	A	B	C	D	D	B	A	C	B	A	D	C

Chương 10. Sơ đồ, mạng lưới và đồ thị

Bài	10.1	10.2	10.3	10.4	10.5	10.6	10.7	10.8	10.9	10.10	10.11	10.12	10.13
Đáp án	A	C	A	D	C	B	D	A	C	C	A	B	B

Bài	10.14	10.15	10.16	10.17	10.18
Đáp án	C	A	D	D	B

Chương 11. Trò chơi quy luật, dãy số và quy luật hình

Bài	11.1	11.2	11.3	11.4	11.5	11.6	11.7	11.8	11.9	11.10	11.11	11.12	11.13
Đáp án	B	C	A	D	A	B	D	D	C	A	D	B	C

Bài	11.14	11.15	11.16
Đáp án	C	B	A

Chương 12. Logic đúng – sai và ba trạng thái

Bài	12.1	12.2	12.3	12.4	12.5	12.6	12.7	12.8
Đáp án	A	A	B	D	D	A	B	C

Chương 13. Biểu đồ Venn và tập hợp

Bài	13.1	13.2	13.3	13.4	13.5	13.6	13.7	13.8
Đáp án	C	A	D	B	C	B	D	A

Chương 14. Quan hệ huyết thống

Bài	14.1	14.2	14.3	14.4	14.5	14.6	14.7	14.8
Đáp án	A	C	D	B	D	C	A	B

Chương 15. Phương hướng và khoảng cách

Bài	15.1	15.2	15.3	15.4
Đáp án	D	B	A	C

Chương 16. Hình khối

Bài	16.1	16.2	16.3	16.4
Đáp án	D	B	A	C

Chương 17. Bài toán đồng hồ

Bài	17.1	17.2	17.3	17.4	17.5
Đáp án	A	B	C	D	A

Chương 18. Lịch và thời gian

Bài	18.1	18.2	18.3	18.4	18.5
Đáp án	B	A	B	D	C

Chương 19. Tìm số, chia hết và toán đồ

Bài	19.1	19.2	19.3	19.4	19.5	19.6	19.7
Đáp án	B	D	C	A	C	A	B

Chương 20. Đề tự luyện tổng hợp số 1

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Đáp án	B	A	C	D	C	A	B	D	D	A	C	B	A

Câu	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Đáp án	B	D	C	A	C	D	B	C	A	B	B	A	C

Chương 21. Đề tự luyện tổng hợp số 2

Câu	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
Đáp án	C	D	A	B	D	C	B	A	A	D	B	C	C

Câu	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
Đáp án	B	D	A	D	B	A	C	D	A	B	A	C	C