

ĐỀ CHÍNH THỨC

(Đề kiểm tra có 06 trang)

Họ, tên thí sinh:

Số báo danh:

Mã đề kiểm tra 134

Câu 1: Trong khai triển $(a - 2b)^8$, hệ số của số hạng chứa a^4b^4 là:

A. -1120.

B. 70.

C. 560.

D. 1120.

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng

$(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $3x - y + 2z - 4 = 0$.

B. $3x + y - 2z - 2 = 0$.

C. $3x - 2z = 0$.

D. $3x - 2z - 1 = 0$.

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với

$(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.

A.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$$

B.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$$

C.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$$

D.
$$\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$$

Câu 4: Tổng tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là:

A. 13.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

Câu 5: Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, 3 đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^2$.

C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$.

D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính thể tích tứ diện $OABC$, biết A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x - 3y + 4z + 24 = 0$ với trục Ox, Oy, Oz .

A. 192.

B. 288.

C. 96.

D. 78.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^5 - \frac{1}{x} + 2018$ là:

A. $\frac{4}{6}x^6 + \ln|x| + 2018x + C$.

B. $\frac{2}{3}x^6 - \ln x + 2018x + C$.

C. $20x^4 + \frac{1}{x^2} + C$.

D. $\frac{2}{3}x^6 - \ln|x| + 2018x + C$.

Câu 8: Với hai số thực bất kỳ $a \neq 0, b \neq 0$, khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\log(a^2b^2) = 2\log(ab)$.
B. $\log(a^2b^2) = 3\log\sqrt[3]{a^2b^2}$
C. $\log(a^2b^2) = \log(a^4b^6) - \log(a^2b^4)$.
D. $\log(a^2b^2) = \log a^2 + \log b^2$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$, khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.
B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .
D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) > 0$ hoặc $f''(x_0) < 0$.

Câu 10: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{x+1}{x^2-9}$.
B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
C. $y = \frac{x+2}{x^2+3x+6}$.
D. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}$.

Câu 11: Dòng điện xoay chiều hình sin chạy qua mạch dao động LC lý tưởng có phương trình

$i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Ngoài ra $i = q'(t)$ với q là điện tích tức thời trong tụ. Tính từ lúc $t = 0$, điện lượng

chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của mạch trong thời gian $\frac{\pi}{2\omega}$ là:

- A. $\frac{\pi I_0}{\omega\sqrt{2}}$.
B. 0.
C. $\frac{\pi\sqrt{2}I_0}{\omega}$.
D. $\frac{I_0}{\omega}$.

Câu 12: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

- A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.
B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$.
C. $y = \log_7(x^4 + 5)$.
D. $y = \left(\frac{\sqrt{2018} - \sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

Câu 13: Xét các khẳng định sau:

(I): Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là M và giá trị cực tiểu là m thì $M > m$.

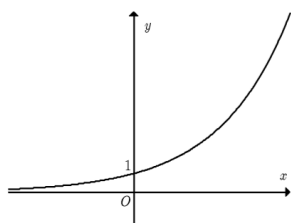
(II): Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) luôn có ít nhất 1 điểm cực trị.

(III): Tiếp tuyến (nếu có) tại điểm cực trị của đồ thị hàm số luôn song song với trục hoành.

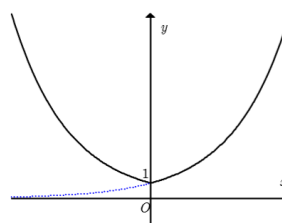
Số khẳng định **đúng** là:

- A. 2.
B. 3.
C. 1.
D. 0.

Câu 14: Cho hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ có đồ thị là hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

- A. $y = (\sqrt{2})^{|x|}$. B. $y = -\left|(\sqrt{2})^x\right|$. C. $y = \left|(\sqrt{2})^x\right|$. D. $y = -(\sqrt{2})^x$.

Câu 15: Trong không gian cho các đường thẳng a, b, c và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

- A. Nếu $a \perp (P)$ và $b // (P)$ thì $a \perp b$.
 B. Nếu $a \perp b$, $c \perp b$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng chứa a và c .
 C. Nếu $a // b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.
 D. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a // c$.

Câu 16: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}}(22-5x)^2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

- A. Nhiều hơn 2 và ít hơn 10 nghiệm. B. Nhiều hơn 10 nghiệm.
 C. 2. D. 1.

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Hàm số không có cực trị.
 B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận cắt nhau tại $I(1; -2)$.
 C. Hàm số đồng biến trên $R \setminus \{1\}$.
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên R và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			1		-3		1	

$-\infty \xrightarrow{\quad} 1 \xrightarrow{\quad} -3 \xrightarrow{\quad} 1 \xrightarrow{\quad} -\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $M(0; -3)$ là điểm cực tiểu của hàm số.
 B. Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
 C. $f(2)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.
 D. $x_0 = 2$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

Câu 19: Tích phân $\int_0^{\pi} (3x+2)\cos^2 x dx$ bằng:

- A. $\frac{3}{4}\pi^2 - \pi$. B. $\frac{3}{4}\pi^2 + \pi$. C. $\frac{1}{4}\pi^2 + \pi$. D. $\frac{1}{4}\pi^2 - \pi$.

Câu 20: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

- A. 210. B. 105. C. 168. D. 145.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:

- A. 1009000. B. 100800. C. 1008000. D. 100900.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết $SA = 6a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

- A. $12\sqrt{3}a^3$. B. $24a^3$. C. $8a^3$. D. $6\sqrt{3}a^3$.

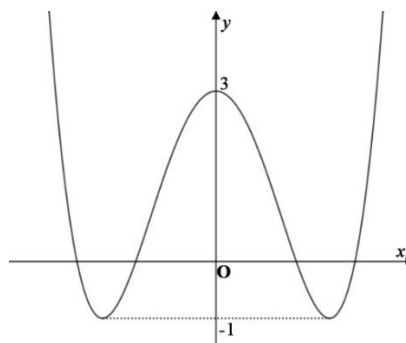
Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. B. $a\sqrt{3}$. C. $2a\sqrt{3}$. D. $a\sqrt{6}$.

Câu 24: Cho hình trụ bán kính đáy $R = a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ là:

- A. $8\pi a^2, 4\pi a^3$. B. $6\pi a^2, 6\pi a^3$. C. $16\pi a^2, 16\pi a^3$. D. $6\pi a^2, 3\pi a^3$.

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ có đồ thị như hình bên dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|x^4 - 8x^2 + 12| = m$ có 8 nghiệm phân biệt là:



- A. 3. B. 6. C. 10. D. 0.

Câu 26: Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a, x = b$ ($a < b$), có diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.

- A. $V = \int_b^a S(x) dx$. B. $V = \pi \int_a^b S(x) dx$. C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx$. D. $V = \int_a^b S(x) dx$.

Câu 27: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng:

- A. $6x^5 - 20x^4 - 16x^3$. B. $6x^5 - 20x^4 + 4x^3$. C. $6x^5 + 16x^3$. D. $6x^5 - 20x^4 + 16x^3$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1; 3; -2)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.

- A. $2x - y - z - 1 = 0$. B. $x + 2y + 4z + 1 = 0$. C. $4x + 2y + z + 1 = 0$. D. $4x + 2y + z - 8 = 0$.

Câu 29: Điều kiện của tham số thực m để phương trình $\sin x + (m+1)\cos x = \sqrt{2}$ vô nghiệm là:

- A. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases}$. B. $m < -2$. C. $-2 < m < 0$. D. $m > 0$.

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2), N(3; 1; -4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của MN .

- A. $x + y + 3z + 5 = 0$. B. $x + y - 3z - 5 = 0$. C. $x + y + 3z + 1 = 0$ D. $x + y - 3z + 5 = 0$.

Câu 31: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

- A. -15. B. 12. C. 6. D. -20.

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; -2)$ và $B(3; -1; 0)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ tại điểm I . Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng:

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm của cạnh AD , biết hai mặt phẳng $(SBI), (SCI)$ cùng vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(SBC), (ABCD)$.

- A. 30° . B. 36° . C. 45° . D. 60° .

Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(-1; -2; 0), B(0; -4; 0), C(0; 0; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A , gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C ?

- A. $(P): 2x - y + 3z = 0$. B. $(P): 6x - 3y + 5z = 0$.
C. $(P): 2x - y - 3z = 0$. D. $(P): -6x + 3y + 4z = 0$.

Câu 35: Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $16^x - 2(m-3)4^x + 3m + 1 = 0$ có nghiệm là:

- A. $(-\infty; 1] \cup [8; +\infty)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup [8; +\infty)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [8; +\infty)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (8; +\infty)$.

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = 2x$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Với giá trị nào của x thì $(ABC) \perp (ABD)$?

A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

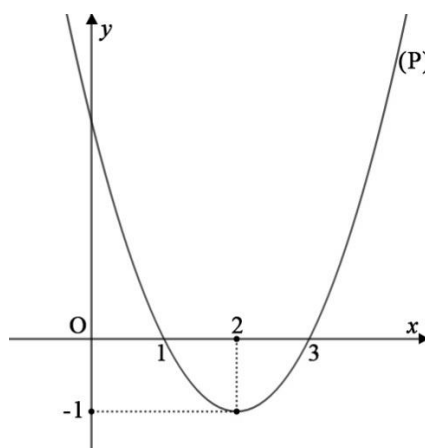
B. $x = a$.

C. $x = a\sqrt{3}$.

D. $x = \frac{a}{3}$.

Câu 37: Cho parabol (P) có đồ thị như hình vẽ.

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với trục hoành.



A. 4.

B. 2.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Câu 38: Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ với a, b, c là các số hữu tỷ, tính $P = a + 2b + c - 7$.

A. $-\frac{1}{9}$.

B. $\frac{86}{27}$.

C. -2.

D. $\frac{67}{27}$.

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - (1-m)x + 2m}}$ có hai tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Câu 40: Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương, anh A đều phải cắt đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 10.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$, G là điểm nằm trong tam giác SCD , E, F lần lượt là trung điểm của AB và AD . Thiết diện của hình chóp khi cắt bởi mặt phẳng (EFG) là:

A. Tam giác.

B. Tứ giác.

C. Ngũ giác.

D. Lục giác.

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>

About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
Niên khóa 2006-2009

SĐT: 0984.207.270

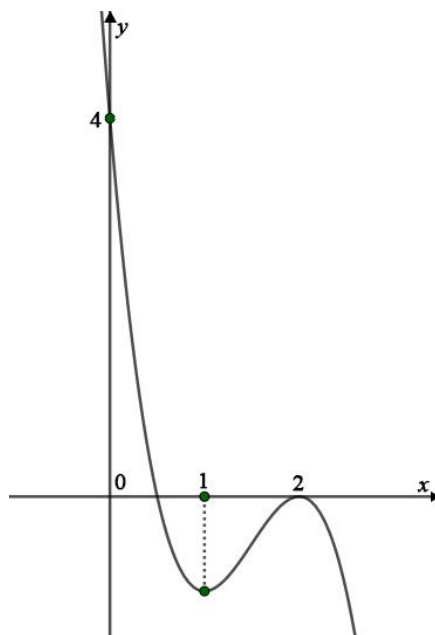
Câu 42: Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = \sqrt{y}$, $y = -x + 2$, $x = 0$ quay quanh trục Ox có giá trị là kết quả nào sau đây?

- A. $V = \frac{1}{3}\pi$. B. $V = \frac{3}{2}\pi$. C. $V = \frac{32}{15}\pi$. D. $V = \frac{11}{6}\pi$.

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng chứa đường chéo AC' . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được.

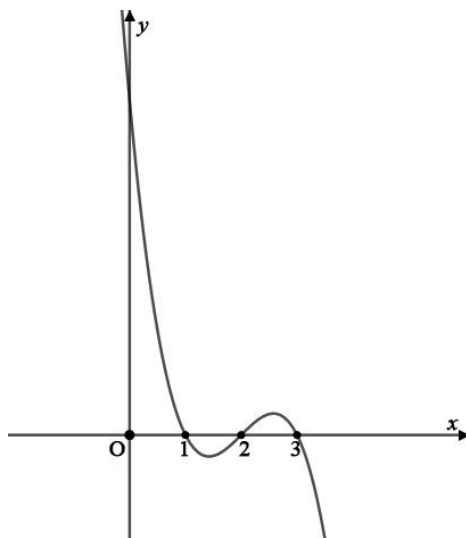
- A. $2\sqrt{6}$. B. $\sqrt{6}$. C. 4. D. $4\sqrt{2}$.

Câu 44: Cho hàm số $y = -2x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



- A. $bcd = -144$. B. $c^2 < b^2 + d^2$. C. $b + c + d = 1$. D. $b + d < c$.

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới:



Xét các khẳng định sau:

- (I). Hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị.

(II). Phương trình $f(x) = m + 2018$ có nhiều nhất ba nghiệm.

(III). Hàm số $y = f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Số khẳng định **đúng** là:

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 0.

Câu 46: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$.

- A. 8. B. 0. C. 12. D. 4.

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 1, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 9$ và $\int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{1}{2}$. Tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng:

- A. $\frac{2}{3}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{7}{4}$. D. $\frac{6}{5}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có 2 điểm phân biệt M, N và tổng khoảng cách từ M hoặc N tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó MN có giá trị bằng:

- A. $MN = 4\sqrt{2}$. B. $MN = 6$. C. $MN = 4\sqrt{3}$. D. $MN = 6\sqrt{2}$.

Câu 49: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

- A. 0,014. B. 0,0495. C. 0,079. D. 0,055.

Câu 50: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB = AC = 2x$, $BAC = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

- A. $V = \frac{4x^3}{3}$. B. $V = x^3$. C. $V = \frac{3x^3}{16}$. D. $V = \frac{9x^3}{8}$.

-----HẾT-----

HƯỚNG DẪN GIẢI
ĐỀ THI THỬ THPT QUỐC GIA MÔN TOÁN NĂM 2018
TRƯỜNG THPT CHUYÊN TRẦN PHÚ – HẢI PHÒNG

Câu 1: Trong khai triển $(a-2b)^8$, hệ số của số hạng chứa a^4b^4 là:

- A. -1120. B. 70. C. 560. D. 1120.

Hướng dẫn giải

Công thức: $(a-2b)^8 = \sum_{k=0}^8 C_8^k a^{8-k} (-2)^k b^k$. Hệ số của số hạng chứa $a^{8-k}b^k$ là $(-2)^k \cdot C_8^k$

$$k=4 \Rightarrow (-2)^k C_8^k = (-2)^4 \cdot C_8^4 = 1120. \text{ Chọn D.}$$

Câu 2: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-1=0$, $(Q): y=0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

- A. $3x-y+2z-4=0$. B. $3x+y-2z-2=0$. C. $3x-2z=0$. D. $3x-2z-1=0$.

Hướng dẫn giải

$\vec{n}_{(P)} = (2; -1; 3); \vec{n}_{(Q)} = (0; 1; 0); \vec{n}_{(R)} = [\vec{n}_{(P)}; \vec{n}_{(Q)}] = (-3; 0; 2)$. Phương trình mặt phẳng (R) :

$$-3(x-1)+0(y-1)+2(z-1)=0 \Leftrightarrow -3x+3+2z-2=0 \Leftrightarrow 3x-2z-1=0. \text{ Chọn D.}$$

Câu 3: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-2=0$ và song song với $(\alpha): 4x+3y-12z+10=0$.

- A. $\begin{cases} 4x+3y-12z+26=0 \\ 4x+3y-12z-78=0 \end{cases}$ B. $\begin{cases} 4x+3y-12z-26=0 \\ 4x+3y-12z-78=0 \end{cases}$
- C. $\begin{cases} 4x+3y-12z-26=0 \\ 4x+3y-12z+78=0 \end{cases}$ D. $\begin{cases} 4x+3y-12z+26=0 \\ 4x+3y-12z+78=0 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Gọi mặt phẳng cần tìm là (P) . Vì $(P) // (\alpha)$ nên phương trình mặt phẳng (P) có dạng:

$$4x+3y-12z+d=0 \quad (d \neq 10). \text{ Mặt cầu } (S) \text{ có tâm } I(1;2;3) \text{ và bán kính } R = \sqrt{1^2+2^2+3^2-(-2)} = 4.$$

$$(P) \text{ tiếp xúc với } (S) \text{ khi và chỉ khi } d_{I/(P)} = R \Leftrightarrow \frac{|4 \cdot 1 + 3 \cdot 2 - 12 \cdot 3 + d|}{\sqrt{4^2 + 3^2 + (-12)^2}} = 4 \Leftrightarrow |d - 26| = 52 \Leftrightarrow \begin{cases} d = 78 \\ d = -26 \end{cases}.$$

Chọn C.

Câu 4: Tổng tất cả các số tự nhiên n thỏa mãn $\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1}$ là:

- A. 13. B. 11. C. 10. D. 12.

Hướng dẫn giải

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>
About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
Niên khóa 2006-2009 SĐT: 0984.207.270

Chú ý rằng $C_n^1 = n; C_{n+1}^2 = \frac{(n+1)n}{2}; C_{n+4}^1 = n+4$, do đó

$$\frac{1}{C_n^1} - \frac{1}{C_{n+1}^2} = \frac{7}{6C_{n+4}^1} \Leftrightarrow \frac{1}{n} - \frac{2}{n(n+1)} = \frac{7}{6(n+4)} \Leftrightarrow \frac{n-1}{n(n+1)} = \frac{7}{6(n+4)} \Leftrightarrow 6(n-1)(n+4) = 7n(n+1) \\ 6(n^2 + 3n - 4) = 7n^2 + 7n \Leftrightarrow n^2 - 11n + 24 = 0 \Leftrightarrow (n-8)(n-3) = 0. \text{ Chọn B.}$$

Câu 5: Một tứ diện đều cạnh a có một đỉnh trùng với đỉnh hình nón, 3 đỉnh còn lại nằm trên đường tròn đáy của hình nón. Khi đó diện tích xung quanh của hình nón bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}\pi a^2$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. D. $\sqrt{3}\pi a^2$.

Hướng dẫn giải

Bán kính đường tròn đáy: $r = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Đường sinh của hình nón bằng với cạnh của tứ diện đều: $l = a$.

Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq} = \pi r l = \pi \cdot \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot a = \frac{\sqrt{3}}{3}\pi a^2$. **Chọn C.**

Câu 6: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tính thể tích tứ diện $OABC$, biết A, B, C lần lượt là giao điểm của mặt phẳng $2x - 3y + 4z + 24 = 0$ với trục Ox, Oy, Oz .

A. 192. B. 288. C. 96. D. 78.

Hướng dẫn giải

$$A(-12; 0; 0), B(0; 8; 0), C(0; 0; -6). OA = 12; OB = 8; OC = 6 \Rightarrow V_{OABC} = \frac{1}{6} OA \cdot OB \cdot OC = \frac{1}{6} \cdot 12 \cdot 8 \cdot 6 = 96.$$

Chọn C.

Câu 7: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^5 - \frac{1}{x} + 2018$ là:

A. $\frac{4}{6}x^6 + \ln|x| + 2018x + C$. B. $\frac{2}{3}x^6 - \ln x + 2018x + C$.
C. $20x^4 + \frac{1}{x^2} + C$. D. $\frac{2}{3}x^6 - \ln|x| + 2018x + C$.

Hướng dẫn giải

$$\int f(x)dx = \int 4x^5 dx - \int \frac{1}{x} dx + \int 2018 dx = 4 \frac{x^6}{6} - \ln|x| + 2018x + C. \text{ Chọn D.}$$

Câu 8: Với hai số thực bất kỳ $a \neq 0, b \neq 0$, khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\log(a^2 b^2) = 2 \log(ab)$. B. $\log(a^2 b^2) = 3 \log \sqrt[3]{a^2 b^2}$
C. $\log(a^2 b^2) = \log(a^4 b^6) - \log(a^2 b^4)$. D. $\log(a^2 b^2) = \log a^2 + \log b^2$.

Hướng dẫn giải

Chỉ với $a \neq 0, b \neq 0$ thì ab có thể âm. **Chọn A.**

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$, khẳng định nào sau đây là **đúng**?

- A. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0) = 0$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0) = 0$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0 .
- D. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0) > 0$ hoặc $f''(x_0) < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Câu 10: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{x+1}{x^2-9}$.
- B. $y = \frac{x+2}{x-1}$.
- C. $y = \frac{x+2}{x^2+3x+6}$.
- D. $y = \frac{x+1}{\sqrt{x^2+4x+8}}$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-9}$ có 3 đường tiệm cận là $x = 3; x = -3; y = 0$. **Chọn A.**

Câu 11: Dòng điện xoay chiều hình sin chạy qua mạch dao động LC lý tưởng có phương trình

$i = I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right)$. Ngoài ra $i = q'(t)$ với q là điện tích tức thời trong tụ. Tính từ lúc $t = 0$, điện lượng

chuyển qua tiết diện thẳng của dây dẫn của mạch trong thời gian $\frac{\pi}{2\omega}$ là:

- A. $\frac{\pi I_0}{\omega\sqrt{2}}$.
- B. 0.
- C. $\frac{\pi\sqrt{2}I_0}{\omega}$.
- D. $\frac{I_0}{\omega}$.

Hướng dẫn giải

$$q = \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} i dt = \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} I_0 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) dt = \frac{I_0}{\omega} \int_0^{\frac{\pi}{2\omega}} \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) d\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \frac{I_0}{\omega} \left[-\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) \right]_0^{\frac{\pi}{2\omega}} = \frac{I_0}{\omega}. \text{ Chọn D.}$$

Câu 12: Hàm số nào sau đây đồng biến trên R ?

- A. $y = \left(\frac{3}{\pi}\right)^x$.
- B. $y = \left(\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e}\right)^x$.
- C. $y = \log_7(x^4 + 5)$.
- D. $y = \left(\frac{\sqrt{2018} - \sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Hàm số $y = a^x$ với $a > 1$ đồng biến trên R . Ta có $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{e} > 1$. **Chọn B.**

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>

About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
Niên khóa 2006-2009

SĐT: 0984.207.270

Câu 13: Xét các khẳng định sau:

(I): Nếu hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại là M và giá trị cực tiểu là m thì $M > m$.

(II): Đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$, ($a \neq 0$) luôn có ít nhất 1 điểm cực trị.

(III): Tiếp tuyến (nếu có) tại điểm cực trị của đồ thị hàm số luôn song song với trục hoành.

Số khẳng định **đúng** là:

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 0.

Hướng dẫn giải

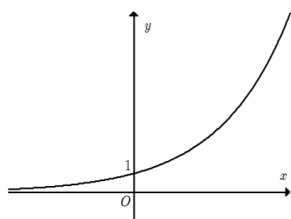
(I) sai, chẳng hạn xét hàm $y = \frac{x^2}{x-1}$ có $M = 0$ và $m = 4$.

(II) đúng, vì y' là hàm số bậc ba luôn có ít nhất 1 nghiệm và đổi dấu qua nghiệm đó.

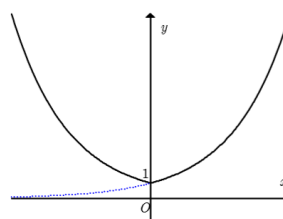
(III) sai, còn trường hợp trùng với trục hoành, chẳng hạn tiếp tuyến của hàm số $y = x^2$ tại $x = 0$

Chọn C.

Câu 14: Cho hàm số $y = (\sqrt{2})^x$ có đồ thị là hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y = (\sqrt{2})^{|x|}$.

B. $y = -\left|(\sqrt{2})^x\right|$.

C. $y = \left|(\sqrt{2})^x\right|$.

D. $y = -(\sqrt{2})^x$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số ở hình 2 đối xứng qua trục tung nên hàm số là hàm chẵn, với $x > 0$, hàm số là $y = (\sqrt{2})^x$.

Do đó đồ thị hàm số là $y = (\sqrt{2})^{|x|}$. **Chọn A.**

Câu 15: Trong không gian cho các đường thẳng a, b, c và mặt phẳng (P) . Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Nếu $a \perp (P)$ và $b // (P)$ thì $a \perp b$.

B. Nếu $a \perp b$, $c \perp b$ và a cắt c thì b vuông góc với mặt phẳng chứa a và c .

C. Nếu $a // b$ và $b \perp c$ thì $c \perp a$.

D. Nếu $a \perp b$ và $b \perp c$ thì $a // c$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Câu 16: Bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \frac{1}{2} \log_{\frac{1}{2}}(22-5x)^2$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. Nhiều hơn 2 và ít hơn 10 nghiệm.

B. Nhiều hơn 10 nghiệm.

C. 2.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Điều kiện: $\begin{cases} 3x-2 > 0 \\ (22-5x)^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x \neq \frac{22}{5} \end{cases}$. BPT tương đương với:

$$\log_{\frac{1}{2}}(3x-2) > \log_{\frac{1}{2}}|(22-5x)| \Leftrightarrow 3x-2 < |22-5x| \quad (1)$$

Nếu $\frac{2}{3} < x < \frac{22}{5}$, $(1) \Leftrightarrow 3x-2 < 22-5x \Leftrightarrow 8x < 24 \Leftrightarrow x < 3$, ta có nghiệm $\frac{2}{3} < x < 3$

Nếu $x > \frac{22}{5}$, $(1) \Leftrightarrow 3x-2 < 5x-22 \Leftrightarrow 2x > 20 \Leftrightarrow x > 10$.

Do đó bất phương trình có vô số nghiệm nguyên. **Chọn B.**

Câu 17: Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận cắt nhau tại $I(1; -2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Lưu ý rằng khi xét hàm số $f(x)$ đơn điệu trên tập hợp K, ta chỉ xét khoảng K là 1 khoảng, 1 đoạn, hoặc 1 nửa đoạn. Ví dụ $K = (1; 3)$, $K = (-\infty; -2]$.

Chọn C.

Câu 18: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	2	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
y			1		1			
	$-\infty$			-3				$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $M(0; -3)$ là điểm cực tiểu của hàm số.

B. Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>

About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
Niên khóa 2006-2009

SĐT: 0984.207.270

C. $f(2)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

D. $x_0 = 2$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

Hướng dẫn giải

Chú ý rằng nếu $x = x_0$ là điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ thì điểm $M(x_0; f(x_0))$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số $M(x_0; f(x_0))$. **Chọn A.**

Câu 19: Tích phân $\int_0^{\pi} (3x+2)\cos^2 x dx$ bằng:

A. $\frac{3}{4}\pi^2 - \pi$.

B. $\frac{3}{4}\pi^2 + \pi$.

C. $\frac{1}{4}\pi^2 + \pi$.

D. $\frac{1}{4}\pi^2 - \pi$.

Hướng dẫn giải

$$\int_0^{\pi} (3x+2)\cos^2 x dx = \int_0^{\pi} (3x+2) \frac{\cos 2x + 1}{2} dx = \int_0^{\pi} \frac{3x+2}{2} dx + \frac{1}{2} \int_0^{\pi} (3x+2)\cos 2x dx = \frac{3}{4}\pi^2 + \pi.$$

Chọn B.

Câu 20: Từ các chữ số 0,1,2,3,4,5,6 có thể lập được bao nhiêu số tự nhiên chẵn có ba chữ số?

A. 210.

B. 105.

C. 168.

D. 145.

Hướng dẫn giải

Chữ số hàng trăm thuộc tập hợp $\{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, có 6 cách chọn.

Chữ số hàng chục thuộc tập hợp $\{0; 1; 2; 3; 4; 5; 6\}$, có 7 cách chọn.

Chữ số hàng đơn vị thuộc tập hợp $\{0; 2; 4; 6\}$, có 4 cách chọn.

Số số tự nhiên chẵn có ba chữ số được lập từ các chữ số đó là: $6 \cdot 7 \cdot 4 = 168$ (số). **Chọn C.**

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_{2013} + u_6 = 1000$. Tổng 2018 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đó là:

A. 1009000.

B. 100800.

C. 1008000.

D. 100900.

Hướng dẫn giải

Chú ý công thức: $S_n = u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{n(u_1 + u_n)}{2}$, đồng thời với các số tự nhiên a, b, c, d thỏa mãn

$a + b = c + d$ thì $u_a + u_b = u_c + u_d$. Ta có: $u_1 + u_{2018} = u_6 + u_{2013} = 1000$.

$$S_{2018} = \frac{2018 \cdot (u_1 + u_{2018})}{2} = \frac{2018 \cdot 1000}{2} = 1009000. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$. Biết $SA = 6a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $12\sqrt{3}a^3$.

B. $24a^3$.

C. $8a^3$.

D. $6\sqrt{3}a^3$.

Hướng dẫn giải

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>

About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
Niên khóa 2006-2009

SĐT: 0984.207.270

Diện tích đáy: $S_{ABCD} = (2a)^2 = 4a^2$. Chiều cao của hình chóp: $h = SA = 6a$.

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}.4a^2.6a = 8a^3$. **Chọn C.**

Câu 23: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

B. $a\sqrt{3}$.

C. $2a\sqrt{3}$.

D. $a\sqrt{6}$.

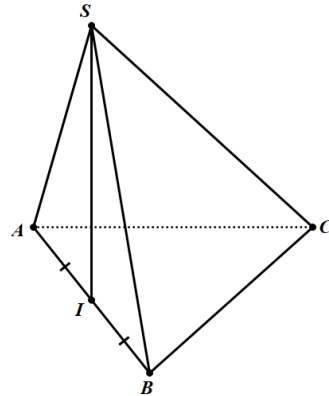
Hướng dẫn giải

Gọi I là trung điểm của AB , Tam giác SAB đều nên $SI \perp AB$, do đó $SI \perp mp(ABC)$

Khoảng cách từ điểm S đến mặt phẳng (ABC) là độ dài SI .

$$SI = \sqrt{SA^2 - AI^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = \sqrt{3}a.$$

Chọn B.



Câu 24: Cho hình trụ bán kính đáy $R = a$, mặt phẳng qua trục cắt hình trụ theo một thiết diện có diện tích bằng $8a^2$. Diện tích xung quanh của hình trụ và thể tích của khối trụ là:

A. $8\pi a^2, 4\pi a^3$.

B. $6\pi a^2, 6\pi a^3$.

C. $16\pi a^2, 16\pi a^3$.

D. $6\pi a^2, 3\pi a^3$.

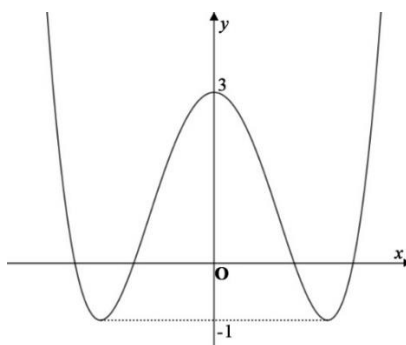
Hướng dẫn giải

Mặt phẳng qua trục hình trụ cắt hình trụ theo một thiết diện là hình chữ nhật có độ dài 1 cạnh bằng $2a$.

Đường cao hình trụ: $h = \frac{8a^2}{2a} = 4a$.

$$S_{xq} = 2\pi R.h = 2\pi a.4a = 8\pi a^2; V = \pi R^2 h = \pi a^2.4a = 4\pi a^3. \text{ **Chọn A.**}$$

Câu 25: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ có đồ thị như hình bên dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $|x^4 - 8x^2 + 12| = m$ có 8 nghiệm phân biệt là:



A. 3.

B. 6.

C. 10.

D. 0.

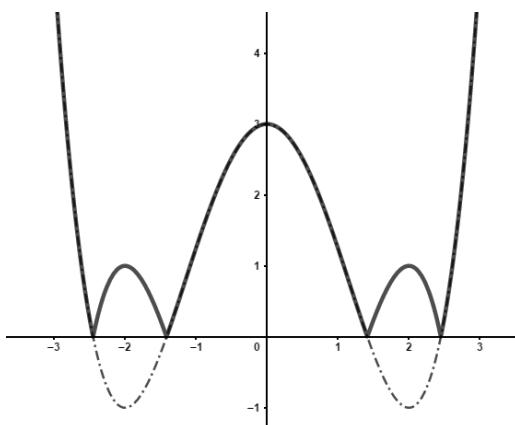
Hướng dẫn giải

Phương trình đã cho tương đương với: $\left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right| = \frac{m}{4}$

Đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ được xác định thông qua đồ thị hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$ bằng cách:

- Giữ nguyên phần đồ thị nằm bên trên trục hoành của hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$
- Lấy đối xứng qua trục hoành ở phần đồ thị nằm bên dưới trục hoành của hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3$.

Đồ thị hàm $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right|$ như hình bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $\left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right| = \frac{m}{4}$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = \left| \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 3 \right|$

với đường thẳng $y = \frac{m}{4}$. Để phương trình này có 8 nghiệm phân biệt thì $0 < \frac{m}{4} < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 4$, mà

$m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1; 2; 3\}$. **Chọn B.**

Câu 26: Viết công thức tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm $x = a, x = b$ ($a < b$), có diện tích thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($a \leq x \leq b$) là $S(x)$.

$$\text{A. } V = \int_b^a S(x) dx. \quad \text{B. } V = \pi \int_a^b S(x) dx. \quad \text{C. } V = \pi \int_a^b S^2(x) dx. \quad \text{D. } V = \int_a^b S(x) dx.$$

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa. **Chọn D.**

Câu 27: Đạo hàm của hàm số $y = (x^3 - 2x^2)^2$ bằng:

$$\text{A. } 6x^5 - 20x^4 - 16x^3. \quad \text{B. } 6x^5 - 20x^4 + 4x^3. \quad \text{C. } 6x^5 + 16x^3. \quad \text{D. } 6x^5 - 20x^4 + 16x^3.$$

Hướng dẫn giải

$$y' = 2(x^3 - 2x^2) \cdot (3x^2 - 4x) = 6x^5 - 20x^4 + 16x^3. \text{ **Chọn D.**}$$

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa điểm $M(1; 3; -2)$

và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4}$.

$$\text{A. } 2x - y - z - 1 = 0. \quad \text{B. } x + 2y + 4z + 1 = 0. \quad \text{C. } 4x + 2y + z + 1 = 0. \quad \text{D. } 4x + 2y + z - 8 = 0.$$

Hướng dẫn giải

TH1: $OA = OB = OC = 0$, khi đó (P) là mặt phẳng bất kỳ đi qua M và gốc tọa độ O đều thỏa mãn điều kiện đề bài.

TH2: $\frac{OA}{1} = \frac{OB}{2} = \frac{OC}{4} = k$ với $k > 0$. Vì A, B, C thuộc các tia Ox, Oy, Oz nên

$$A(k; 0; 0), B(0; 2k; 0), C(0; 0; 4k). \text{ Phương trình mặt phẳng } (P): \frac{x}{k} + \frac{y}{2k} + \frac{z}{4k} = 1.$$

Điểm $M(1; 3; -2)$ thuộc (P) nên $\frac{1}{k} + \frac{3}{2k} - \frac{2}{4k} = 1 \Leftrightarrow k = 2$. Do đó $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{8} = 1 \Leftrightarrow 4x + 2y + z = 8$

Chọn D.

Nhận xét: Để đảm bảo tính đúng đắn của đề bài, đề bài nên cho thêm giả thiết A, B, C không trùng với gốc tọa độ. Khi đó chỉ có duy nhất 1 trường hợp 2 như phần lời giải.

Câu 29: Điều kiện của tham số thực m để phương trình $\sin x + (m+1)\cos x = \sqrt{2}$ vô nghiệm là:

$$\text{A. } \begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{cases}. \quad \text{B. } m < -2. \quad \text{C. } -2 < m < 0. \quad \text{D. } m > 0.$$

Hướng dẫn giải

Tổng quát: Phương trình $a \sin x + b \cos x = c$ ($a^2 + b^2 > 0$) có nghiệm khi và chỉ khi $a^2 + b^2 \geq c^2$, vô nghiệm khi và chỉ khi $a^2 + b^2 < c^2$.

Phương trình $\sin x + (m+1)\cos x = \sqrt{2}$ vô nghiệm khi và chỉ khi

$$1^2 + (m+1)^2 < (\sqrt{2})^2 \Leftrightarrow m^2 + 2m + 2 < 2 \Leftrightarrow m(m+2) < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 0. \text{ **Chọn C.**}$$

Câu 30: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -1; 2), N(3; 1; -4)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của MN .

- A. $x + y + 3z + 5 = 0$. B. $x + y - 3z - 5 = 0$. C. $x + y + 3z + 1 = 0$ D. $x + y - 3z + 5 = 0$.

Hướng dẫn giải

$I(2; 0; -1)$ là trung điểm của MN . $\overrightarrow{MN} = (2; 2; -6)$. Mặt phẳng trung trực của MN chứa I và nhận $\vec{u} = (1; 1; -3)$ làm vector pháp tuyến nên có phương trình: $(x - 2) + y - 3(z + 1) = 0 \Leftrightarrow x + y - 3z - 5 = 0$

Chọn B.

Câu 31: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1.m_2$.

- A. -15. B. 12. C. 6. D. -20.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y' = 6x^2 - 6x = 6x(x - 1)$, do đó tọa độ 2 điểm cực trị là: $(0; m - 1)$ và $(1; m - 2)$.

$BC = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$. Tam giác OBC có $S = \frac{1}{2}BC.d_{O/BC} = \frac{1}{2}.\sqrt{2}.d_{O/BC} = 2 \Rightarrow d_{O/BC} = 2\sqrt{2}$.

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị:

$$y = y - \frac{y' \cdot y''}{18a} = 2x^3 - 3x^2 + m - 1 - \frac{(6x^2 - 6x)(12x - 6)}{18.2} = -x + m - 1. \text{ Do đó } BC: x + y - m + 1 = 0.$$

$$\text{Do đó: } d_{O/BC} = \frac{|1 - m|}{\sqrt{1^2 + 1^2}} = \frac{|1 - m|}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2} \Rightarrow |1 - m| = 4 \Rightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases}. \text{ Do đó } m_1 m_2 = -15. \text{ Chọn A.}$$

Câu 32: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 2; -2)$ và $B(3; -1; 0)$. Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ tại điểm I . Tỉ số $\frac{IA}{IB}$ bằng:

- A. 2. B. 4. C. 6. D. 3.

Hướng dẫn giải

$$\frac{IA}{IB} = \frac{d_{A/(P)}}{d_{B/(P)}}. \text{ Ta có: } d_{A/(P)} = \frac{|2 + 2 + 2 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{8}{\sqrt{3}}; d_{B/(P)} = \frac{|3 - 1 - 0 + 2|}{\sqrt{1^2 + 1^2 + 1^2}} = \frac{4}{\sqrt{3}}. \text{ Do đó } \frac{IA}{IB} = 2. \text{ Chọn A.}$$

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và D , $AB = AD = 2a$, $CD = a$. Gọi I là trung điểm của cạnh AD , biết hai mặt phẳng $(SBI), (SCI)$ cùng vuông góc với đáy và thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{3\sqrt{15}a^3}{5}$. Tính góc giữa hai mặt phẳng $(SBC), (ABCD)$.

- A. 30° . B. 36° . C. 45° . D. 60° .

Hướng dẫn giải

Giả thiết hai mặt phẳng $(SBI), (SCI)$ cùng vuông góc với đáy cho ta SI vuông góc với đáy $(ABCD)$.

$$S_{ABCD} = \frac{AB+CD}{2} \cdot AD = \frac{2a+a}{2} \cdot 2a = 3a^2.$$

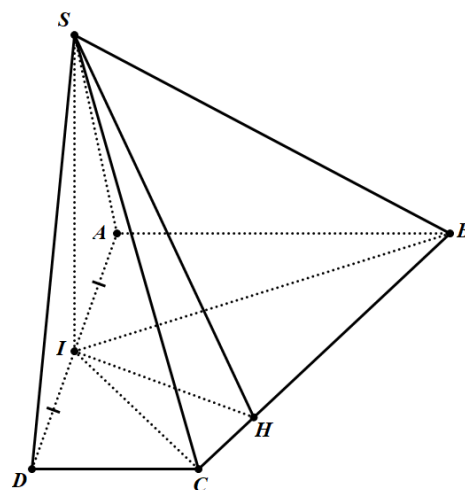
$$\text{Do đó } SI = \frac{3V}{S_{ABCD}} = \frac{9\sqrt{15}a^3}{5 \cdot 3a^2} = \frac{3\sqrt{15}}{5}a.$$

Gọi H là hình chiếu của I lên BC . Ta có BC vuông góc với mặt phẳng (SIH) nên $BC \perp SH$. Do đó góc hợp bởi hai mặt phẳng $(SBC), (ABCD)$ là góc SHI .

$$\text{Có } BC = \sqrt{4a^2 + a^2} = \sqrt{5}a,$$

$$S_{BCI} = S_{ABCD} - S_{ABI} - S_{DCI} = 3a^2 - a^2 - \frac{a^2}{2} = \frac{3}{2}a^2, \text{ do đó } IH = \frac{2S_{BCI}}{BC} = \frac{3a^2}{\sqrt{5}a} = \frac{3\sqrt{5}}{5}a.$$

$$\tan SHI = \frac{SI}{IH} = \frac{\frac{3\sqrt{15}}{5}a}{\frac{3\sqrt{5}}{5}a} = \sqrt{3} \Rightarrow SHI = 60^\circ. \text{ Chọn D.}$$



Câu 34: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các điểm $A(-1;-2;0), B(0;-4;0), C(0;0;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A , gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C ?

A. $(P): 2x - y + 3z = 0.$

B. $(P): 6x - 3y + 5z = 0.$

C. $(P): 2x - y - 3z = 0.$

D. $(P): -6x + 3y + 4z = 0.$

Hướng dẫn giải

Giả sử vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (a; b; c)$ ($a^2 + b^2 + c^2 > 0$).

$$(P) \text{ qua } A(-1;-2;0) \Rightarrow (P): a(x+1) + b(y+2) + cz = 0.$$

$$(P) \text{ qua } O(0;0;0) \text{ nên } a + 2b = 0.$$

- Nếu $a = b = 0 \Rightarrow (P): z = 0$ hiển nhiên không thỏa mãn cách đều hai điểm B và C .
- Nếu $ab \neq 0$, chọn $b = -1 \Rightarrow a = 2$, ta có $(P): 2(x+1) - (y+2) + cz = 0 \Leftrightarrow 2x - y + cz = 0$.

$$\text{Ta có: } d_{B/(P)} = \frac{|4|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + c^2}} = \frac{4}{\sqrt{c^2 + 5}}, \quad d_{C/(P)} = \frac{|3c|}{\sqrt{2^2 + 1^2 + c^2}} = \frac{|3c|}{\sqrt{c^2 + 5}}. \text{ Theo đề bài,}$$

$$d_{B/(P)} = d_{C/(P)} \Rightarrow |3c| = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} c = \frac{4}{3} \\ c = -\frac{4}{3} \end{cases}. \text{ Khi } c = -\frac{4}{3}, \text{ ta có mặt phẳng } (P): -6x + 3y + 4z = 0. \text{ Chọn D.}$$

Nhận xét: Cả 4 phương án lựa chọn đều có dạng $2x - y + cz = 0$, vì thế chỉ dựa vào 4 phương án lựa chọn, ta có thể đặt $(P): 2x - y + cz = 0$ sau đó tìm c .

Câu 35: Tập tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $16^x - 2(m-3)4^x + 3m+1=0$ có nghiệm là:

A. $(-\infty; 1] \cup [8; +\infty)$.

B. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup [8; +\infty)$.

C. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [8; +\infty)$.

D. $\left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (8; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Đặt $4^x = t$ ($t > 0$). Phương trình $16^x - 2(m-3)4^x + 3m+1=0$ (1) tương đương với $t^2 - 2(m-3)t + 3m+1=0$ (2). Để (1) có nghiệm thì (2) phải có nghiệm $t_0 > 0$.

$$\Delta' = (m-3)^2 - (3m+1) = m^2 - 6m + 9 - 3m - 1 = (m-1)(m-8).$$

(2) vô nghiệm $\Leftrightarrow \Delta' < 0 \Leftrightarrow 1 < m < 8$.

$$(2) \text{ có 2 nghiệm đều không dương} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ S \leq 0 \\ P \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 8 \\ m \leq 1 \\ 2(m-3) \leq 0 \\ 3m+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 8 \\ m \leq 1 \\ -\frac{1}{3} \leq m \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m \leq 1.$$

Do đó (2) vô nghiệm hoặc có 2 nghiệm đều không dương $\Leftrightarrow -\frac{1}{3} \leq m < 8$. Do đó (2) có ít nhất 1

$$\text{nghiệm dương} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -\frac{1}{3} \\ m \geq 8 \end{cases} \text{ . Chọn B.}$$

Nhận xét: Có thể giải bằng cách đưa về hàm số, (2) có nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình $\Leftrightarrow t^2 + 6t + 1 = m(2t-3)$ có nghiệm dương. Rõ ràng $t = \frac{2}{3}$ không là nghiệm của phương trình này nên

để phương trình này có nghiệm dương thì $\frac{t^2 + 6t + 1}{2t-3} = m$ có nghiệm dương. Khảo sát hàm số

$$y = \frac{t^2 + 6t + 1}{2t-3} \text{ trên } (0; +\infty).$$

Câu 36: Cho tứ diện $ABCD$ có $(ACD) \perp (BCD)$, $AC = AD = BC = BD = a$ và $CD = 2x$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD . Với giá trị nào của x thì $(ABC) \perp (ABD)$?

A. $x = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

B. $x = a$.

C. $x = a\sqrt{3}$.

D. $x = \frac{a}{3}$.

Hướng dẫn giải

Tam giác ACD và BCD là các tam giác cân tại A và B nên CD vuông góc với AJ và BJ .

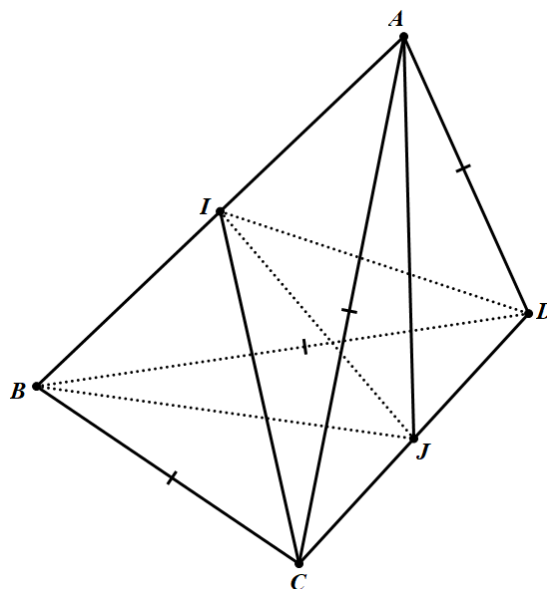
Theo đề bài, $(ACD) \perp (BCD) \Rightarrow AJ \perp BJ$. Lại có các tam giác ACD và BCD bằng nhau (c.c.c) nên $AJ = BJ$. Do đó tam giác AJB vuông cân tại J nên

$$IJ = \frac{1}{2} AB = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{2} AJ = \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \sqrt{AD^2 - DJ^2} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{a^2 - x^2}$$

Để thấy góc giữa hai mặt phẳng ABC và ABD là góc CID . Để 2 mặt phẳng này vuông góc với nhau thì $CI \perp DI$

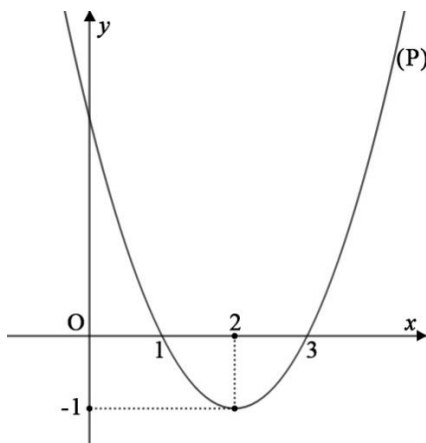
$$\Leftrightarrow IJ = \frac{1}{2} CD \Leftrightarrow IJ = x \Leftrightarrow \frac{\sqrt{a^2 - x^2}}{\sqrt{2}} = x \Leftrightarrow a^2 - x^2 = 2x^2$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{a}{\sqrt{3}}. \text{ Chọn A.}$$



Câu 37: Cho parabol (P) có đồ thị như hình vẽ.

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi (P) với trục hoành.



A. 4.

B. 2.

C. $\frac{8}{3}$.

D. $\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Để thấy phương trình (P) có dạng: $a(x-2)^2 - 1 = 0$. (P) đi qua điểm $(1; 0)$ nên $a = 1$.

Do đó $(P): x^2 - 4x + 3 = 0$. Ta có: $S = \int_1^3 (-x^2 + 4x - 3) dx = \frac{4}{3}$. **Chọn D.**

Câu 38: Biết $\int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{2} + c\sqrt{35}$ với a, b, c là các số hữu tỷ, tính $P = a + 2b + c - 7$.

A. $-\frac{1}{9}$.

B. $\frac{86}{27}$.

C. -2.

D. $\frac{67}{27}$.

Hướng dẫn giải

$$\begin{aligned} I &= \int_1^2 \frac{x}{3x + \sqrt{9x^2 - 1}} dx = \int_1^2 \frac{x(3x - \sqrt{9x^2 - 1})}{(3x + \sqrt{9x^2 - 1})(3x - \sqrt{9x^2 - 1})} dx = \int_1^2 (3x^2 - x\sqrt{9x^2 - 1}) dx \\ &= \int_1^2 3x^2 dx - \int_1^2 x\sqrt{9x^2 - 1} dx = 7 - \frac{1}{18} \cdot \frac{2}{3} \cdot \sqrt{(9x^2 - 1)^3} \Big|_1^2 = 7 - \frac{1}{27} (35\sqrt{35} - 16\sqrt{2}) = 7 + \frac{16}{27}\sqrt{2} - \frac{35}{27}\sqrt{35} \end{aligned}$$

Do đó $a = 7, b = \frac{16}{27}, c = -\frac{35}{27} \Rightarrow a + 2b + c - 7 = -\frac{1}{9}$. **Chọn A.**

Câu 39: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - (1-m)x + 2m}}$ có hai tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

Xét phương trình $x^2 - (1-m)x + 2m = 0$ (1)

- Nếu (1) vô nghiệm hoặc (1) có duy nhất 1 nghiệm, hiển nhiên đồ thị hàm số không thể có hai tiệm cận đứng.
- Nếu (1) có 2 nghiệm phân biệt. Giả sử 2 nghiệm đó là a và b với $a < b$. Ta có:

$$x^2 - (1-m)x + 2m = (x-a)(x-b). \text{ Khi đó TXĐ của hàm số: } \begin{cases} (x-a)(x-b) > 0 \\ x+1 \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > b \\ x < a \\ x \geq -1 \end{cases}$$

Để đồ thị có 2 tiệm cận đứng thì phải tồn tại các giới hạn $\lim_{x \rightarrow a^-} y; \lim_{x \rightarrow b^+} y$. Muốn thế ta phải có $-1 < a < b$. Vậy cần tìm m để (1) có 2 nghiệm phân biệt đều lớn hơn -1. Điều này xảy ra khi và

$$\text{chỉ khi } \begin{cases} \Delta > 0 \\ f(-1) > 0 \\ \frac{-b}{2a} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 10m + 1 \geq 0 \\ m + 2 > 0 \\ \frac{1-m}{2} > -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 + 2\sqrt{6} \\ m \leq 5 + 2\sqrt{6} \\ -2 < m < 3 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m \leq 5 - 2\sqrt{6}. \text{ Vì } m \text{ nguyên}$$

nên $m \in \{-1; 0\}$. **Chọn B.**

Câu 40: Trong năm đầu tiên đi làm, anh A được nhận lương là 10 triệu đồng mỗi tháng. Cứ hết một năm, anh A lại được tăng lương, mỗi tháng năm sau tăng 12% so với mỗi tháng năm trước. Mỗi khi lĩnh lương, anh A đều phải cắt đi phần lương tăng so với năm ngay trước để tiết kiệm mua ô tô. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu năm thì anh A mua được ô tô giá 500 triệu biết rằng anh A được gia đình hỗ trợ 32% giá trị chiếc xe?

A. 11.

B. 12.

C. 13.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Tiền lương mỗi tháng của anh A trong năm thứ $n+1$ ($n \in N$) là: $10.1,12^n$

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>

About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
Niên khóa 2006-2009

SĐT: 0984.207.270

Ta có: $x = \sqrt{y} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x^2 \\ x \geq 0 \end{cases}$. Hoành độ giao điểm của các đường $x = \sqrt{y}, y = -x + 2$ là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x^2 = -x + 2 \\ x \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Do đó: $V = \pi \int_0^1 (x^2)^2 dx + \pi \int_1^2 (-x + 2)^2 dx = \frac{8}{15} \pi$. Không có đáp án đúng.

Nhận xét: Đề bài có vấn đề.

Câu 43: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 2. Cắt hình lập phương bằng một mặt phẳng chứa đường chéo AC' . Tìm giá trị nhỏ nhất của diện tích thiết diện thu được.

A. $2\sqrt{6}$.

B. $\sqrt{6}$.

C. 4.

D. $4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

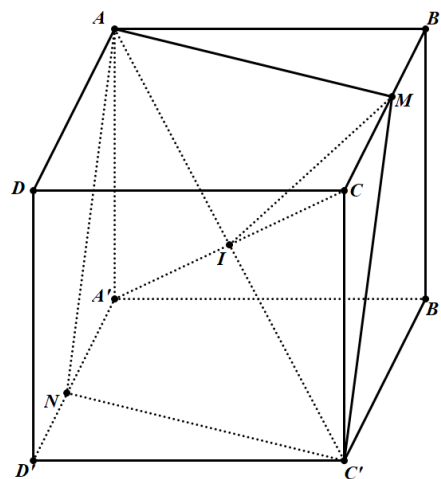
Gọi d là giao tuyến của $mp(ABCD)$ với mặt phẳng thiết diện. Gọi I là trung điểm của AC' .

TH1: Nếu d cắt cạnh BC tại M . Đặt $BM = x$ ($0 \leq x \leq 2$). Lấy N đối xứng với M qua I thì $N \in A'D'$. Thiết diện là hình bình hành $AMC'N$. Ta có $S_{AMC'N} = 2S_{AMC'}$.

Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó $O \equiv A'$, $B'(2;0;0)$, $D'(0;2;0)$, $A(0;0;2)$.

Khi đó: $C'(2;2;0)$; $M(2;x;2)$

Phương trình đường thẳng AC' : $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 - t \end{cases}$.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của M xuống AC' . $H(t;t;2-t)$; $\overrightarrow{MH} = (t-2; t-x; -t)$; $\overrightarrow{AC'} = (2;2;-2)$
 $\overrightarrow{MH} \cdot \overrightarrow{AC'} = 0 \Leftrightarrow 2(t-2) + 2(t-x) - 2(-t) = 0 \Leftrightarrow 3t - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 3t - 2$.

Do đó $\overrightarrow{MH} = (t-2; 2-2t; -t) \Rightarrow MH = \sqrt{(t-2)^2 + (2-2t)^2 + (-t)^2} = \sqrt{6(t-1)^2 + 2} \geq \sqrt{2}$

Khi đó: $S_{AMC'N} = 2S_{AMC'} = AC' \cdot MH \geq 2\sqrt{3} \cdot \sqrt{2} = 2\sqrt{6}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $t = 1 \Leftrightarrow M$ là trung điểm của BC .

TH2: Nếu d cắt cạnh DC , giải tương tự (cạnh BC và DC vai trò như nhau).

TH3: Nếu d không cắt 2 cạnh BC và DC , khi đó d cắt cạnh BB' hoặc $A'B'$. Tương tự, các cạnh này cũng có vai trò như nhau và giống vai trò của BC .

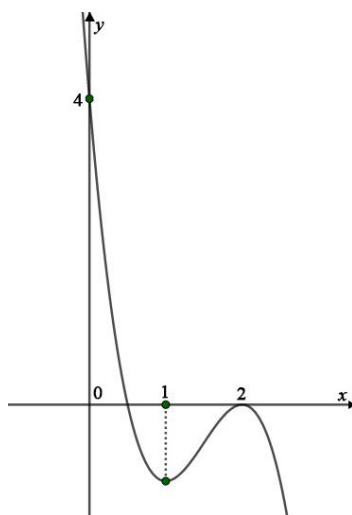
Chọn A.

Câu 44: Cho hàm số $y = -2x^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình dưới. Khẳng định nào sau đây **đúng**?

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>

About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
 Niên khóa 2006-2009

SĐT: 0984.207.270



A. $bcd = -144$.

B. $c^2 < b^2 + d^2$.

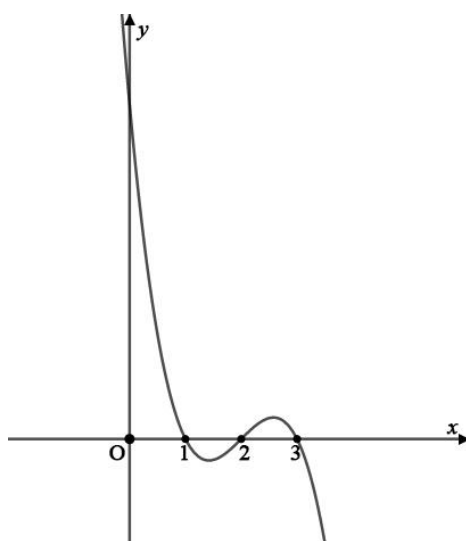
C. $b + c + d = 1$.

D. $b + d < c$.

Hướng dẫn giải

Đồ thị hàm số có dạng $y = -2(x-2)^2(x-m)$ ($m \in (0;1)$). Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;4)$ nên $8m = 4 \Leftrightarrow m = \frac{1}{2}$. Do đó ta tìm được: $b = 9, c = -12, d = 4$. **Chọn C.**

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên R và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới:



Xét các khẳng định sau:

(I). Hàm số $y = f(x)$ có 3 cực trị.

(II). Phương trình $f(x) = m + 2018$ có nhiều nhất ba nghiệm.

(III). Hàm số $y = f(x+1)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Số khẳng định **đúng** là:

A. 1.

B. 3.

C. 2.

D. 0.

Hướng dẫn giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ như sau:

Xem Video chữa đề trên YouTube: <https://youtu.be/2dRjUvxpWk>

About me: Anh Đức, Cựu học sinh THPT chuyên Toán, trường ĐHKHTN-ĐHQGHN
Niên khóa 2006-2009

SĐT: 0984.207.270

x	$-\infty$	1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	-	0	+	0	-
$f(x)$		$f(1)$		$f(2)$		$f(3)$		

(I) đúng, vì $y = f(x)$ có 3 cực trị là $x=1, x=2, x=3$.

(II) sai, phương trình $y = f(x) + 2018$ có nhiều nhất 4 nghiệm.

(III) Ta có: $(f(x+1))' = f'(x+1)$. Khi $x \in (0;1)$, $x+1 \in (1;2)$ nên $f'(x+1) < 0$. Do đó (III) đúng.

Chọn C.

Câu 46: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện $\begin{cases} x^2 - xy + 3 = 0 \\ 2x + 3y - 14 \leq 0 \end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3x^2y - xy^2 - 2x^3 + 2x$.

A. 8.

B. 0.

C. 12.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Ta có: $x^2 - xy + 3 = 0 \Leftrightarrow y = \frac{x^2 + 3}{x} = x + \frac{3}{x}$. Do đó:

$$2x + 3y - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 2x + 3\left(x + \frac{3}{x}\right) - 14 \leq 0 \Leftrightarrow 5x + \frac{9}{x} \leq 14 \Leftrightarrow 5x^2 - 14x + 9 \leq 0 \Leftrightarrow (x-1)(5x-9) \leq 0$$

$$\Leftrightarrow 1 \leq x \leq \frac{9}{5}$$

$$\text{Ta có: } P = 3x^2\left(x + \frac{3}{x}\right) - x\left(x + \frac{3}{x}\right)^2 - 2x^3 + 2x = 3x^3 + 9x - x\left(x^2 + 6 + \frac{9}{x^2}\right) - 2x^3 + 2x = 5x - \frac{9}{x}$$

Xét hàm số $f(x) = 5x - \frac{9}{x}$, $f'(x) = 5 + \frac{9}{x^2} > 0 \quad \forall x \in \left[1; \frac{9}{5}\right] \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\left[1; \frac{9}{5}\right]$.

Do đó $f(1) \leq f(x) \leq f\left(\frac{9}{5}\right) \Leftrightarrow -4 \leq f(x) \leq 4$. **Chọn B.**

Câu 47: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 1, \int_0^1 [f'(x)]^2 dx = 9$ và

$$\int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{1}{2}. \text{ Tích phân } \int_0^1 f(x) dx \text{ bằng:}$$

A. $\frac{2}{3}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{7}{4}$.

D. $\frac{6}{5}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $\int_0^1 x^3 f(x) dx = \int_0^1 f(x) d\left(\frac{x^4}{4}\right) = \frac{x^4 f(x)}{4} \Big|_0^1 - \int_0^1 \frac{x^4}{4} f'(x) dx = \frac{f(1)}{4} - \frac{1}{4} \int_0^1 x^4 f'(x) dx$

Theo đề bài, $f(1) = 1$ và $\int_0^1 x^3 f(x) dx = \frac{1}{2}$ nên ta có $\int_0^1 x^4 f'(x) dx = -1$.

Xét $\int_0^1 (f'(x) + 9x^4)^2 dx = \int_0^1 [f'(x)]^2 dx + 18 \int_0^1 f'(x)x^4 dx + 81 \int_0^1 x^8 dx = 9 + 18 \cdot (-1) + 81 \cdot \frac{1}{9} = 0$

Mặt khác $(f'(x) + 9x^4)^2 \geq 0$ nên ta phải có $\int_0^1 (f'(x) + 9x^4)^2 dx = 0$. Đẳng thức xảy ra nên

$f'(x) + 9x^4 = 0 \Leftrightarrow f(x) = \int f'(x) dx = -\frac{9x^5}{5} + C$. Mà theo đề bài, $f(1) = 1$ nên $C = \frac{14}{5}$.

Do đó $I = \int_0^1 \left(-\frac{9}{5}x^5 + \frac{14}{5}\right) dx = \frac{5}{2}$. **Chọn B.**

Câu 48: Cho hàm số $y = \frac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị (C) . Biết đồ thị (C) có 2 điểm phân biệt M, N và tổng khoảng cách từ M hoặc N tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó MN có giá trị bằng:

- A. $MN = 4\sqrt{2}$. B. $MN = 6$. C. $MN = 4\sqrt{3}$. D. $MN = 6\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Ta có: $y = \frac{4(x-3)+9}{x-3} = 4 + \frac{9}{x-3}$, đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận là $x = 3$ và $y = 4$.

Xét $M\left(a+3, 4+\frac{9}{a}\right)$ là 1 điểm thuộc (C) ($a \neq 0$).

Khoảng cách từ M tới đường thẳng $x-3=0$ là $|a|$; khoảng cách từ M tới đường thẳng $y-4=0$ là $\left|\frac{9}{a}\right|$.

Ta có: $|a| + \left|\frac{9}{a}\right| \geq 2\sqrt{9} = 6$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $a^2 = 9 \Leftrightarrow a = 3$ hoặc $a = -3$.

Khi $a = 3$, ta có điểm $M(6; 7)$. Khi $a = -3$, ta có điểm $N(0; 1)$. Khi đó $MN = \sqrt{6^2 + 6^2} = 6\sqrt{2}$.

Chọn D.

Câu 49: Chọn ngẫu nhiên một số tự nhiên có 4 chữ số. Tính xác suất để số được chọn có dạng $\overline{abcd}$, trong đó $1 \leq a \leq b \leq c \leq d \leq 9$.

- A. 0,014. B. 0,0495. C. 0,079. D. 0,055.

Hướng dẫn giải

Xét các số $a' = a; b' = b+1; c' = c+2; d' = d+3$. Vì $a' = a; b' = b+1; c' = c+2; d' = d+3$ nên ta có $1 \leq a' < b' < c' < d' \leq 12$. Đồng thời với mỗi bộ 4 số a', b', c', d' được chọn ra từ tập hợp

$\{1, 2, 3, 4, \dots, 11, 12\}$ thỏa mãn điều kiện $1 \leq a' < b' < c' < d' \leq 12$, ta đều thu được 1 bộ 4 số a, b, c, d thỏa mãn điều kiện đề bài. Do đó số cách chọn thỏa mãn là: C_{12}^4 .

Các số tự nhiên có 4 chữ số thuộc từ 1000 đến 9999, do đó không gian mẫu là $n(\Omega) = 9000$.

Xác suất cần tính là: $P = \frac{C_{12}^4}{9000} = \frac{495}{9000} = 0,055$. **Chọn D.**

Câu 50: Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác cân ABC với $AB = AC = 2x$, $BAC = 120^\circ$, mặt phẳng $(AB'C')$ tạo với đáy một góc 30° . Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = \frac{4x^3}{3}$.

B. $V = x^3$.

C. $V = \frac{3x^3}{16}$.

D. $V = \frac{9x^3}{8}$.

Hướng dẫn giải

Gọi I là trung điểm của $B'C'$.

Theo đề bài, tam giác $A'B'C'$ cân tại A' nên $IA' \perp B'C'$.

Lại có $AA' \perp B'C'$ nên $(AA'I) \perp B'C' \Rightarrow AI \perp B'C'$

Do đó góc hợp bởi mặt phẳng $(AB'C')$ và mặt phẳng đáy là góc AIA' .

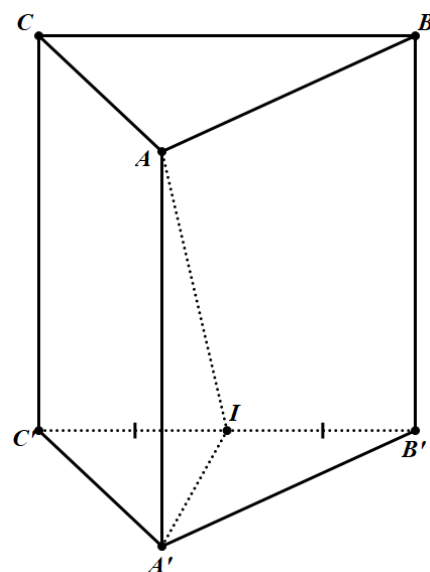
Tam giác $A'CI$ vuông tại I có góc A' bằng 60° nên

$$A'I = \frac{1}{2} A'C' = \frac{1}{2} \cdot 2x = x. \text{ Do đó } AA' = A'I \cdot \tan 30^\circ = \frac{x\sqrt{3}}{3}$$

$$B'C' = 2C'I = 2\sqrt{A'C'^2 - A'I^2} = 2\sqrt{4x^2 - x^2} = 2\sqrt{3}x$$

$$\text{Do đó } S_{A'B'C'} = \frac{1}{2} A'I \cdot B'C' = \frac{1}{2} \cdot x \cdot 2\sqrt{3}x = \sqrt{3}x^2$$

$$V = S_{A'B'C'} \cdot AA' = \sqrt{3}x^2 \cdot \frac{x\sqrt{3}}{3} = x^3. \text{ Chọn B.}$$



-----HẾT-----