

Câu 1. (1 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = -x^4 + 2x^2$

Câu 2. (1 điểm) Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$, biết hệ số góc của tiếp tuyến là -5 .

Câu 3. (1 điểm)

1. Trên tập hợp số phức, gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tìm z_1, z_2 và tính môđun của số phức $w = z_1 + z_2 + 1 - 3i$.
2. Giải phương trình: $2.9^x + 6^x = 6.4^x$

Câu 4. (1 điểm) Tính tích phân: $I = \int_0^1 x\sqrt{1+3x^2} dx$.

Câu 5. (1 điểm) Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm là điểm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm của (S) và (P) .

Câu 6. (1 điểm)

1. Giải phương trình: $\cos 2x + \cos x - 2 = 0$.
2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^{18}$ ($x \neq 0$).

Câu 7. (1 điểm) Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B , $BC = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa (SBC) với mặt phẳng (ABC) bằng 60° .

1. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$.
2. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB , K là điểm trên SC sao cho $\frac{SK}{SC} = \frac{SH}{SB}$. Tính theo a diện tích của tam giác AHK .

Câu 8. (1 điểm) Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC cân tại A có $A(2;1)$, $B(-3;-3)$, biết $H(1;-1)$ là điểm thuộc đường cao kẻ từ A . Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AC của tam giác ABC .

Câu 9. (1 điểm) Giải phương trình: $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9 + 2\sqrt{3x^2-5x+2}$.

Câu 10. (1 điểm) Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng:

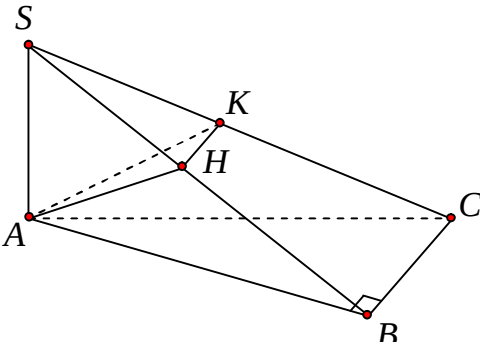
$$\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$$

-----HẾT-----

ĐÁP ÁN: Nếu thí sinh làm theo cách khác thì giám khảo cho điểm tùy theo mức độ đúng của bài làm nhưng không vượt quá khung điểm này.

CÂU	NỘI DUNG	ĐIỂM																					
1	Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = -x^4 + 2x^2$	1 điểm																					
	TXĐ: $D = \mathbb{R}$ $y' = -4x^3 + 4x; y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$	0.25																					
	Các khoảng đồng biến $(-1; 0)$, $(1; +\infty)$, các khoảng nghịch biến $(-\infty; -1)$, $(0; 1)$ Hàm số đạt cực đại tại $x = \pm 1, y_{\text{CD}} = 1$; đạt cực tiểu tại $x = 0, y_{\text{CT}} = 0$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty; \lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$	0.25																					
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>0</td><td>1</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow 1$</td><td>$\searrow 0$</td><td>$\nearrow 1$</td><td>$\searrow -\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	y	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow 0$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$	0.25
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																		
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$															
y	$-\infty$	$\nearrow 1$	$\searrow 0$	$\nearrow 1$	$\searrow -\infty$																		
	Đồ thị:	0.25																					
2	Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2x+1}{x-2}$, biết hệ số góc của tiếp tuyến là -5 .	1 điểm																					
	Hệ số góc của tiếp tuyến là -5 nên $\frac{-5}{(x_0 - 2)^2} = -5$ (x_0 là hoành độ tiếp điểm)	0.25																					
	Giải được $x_0 = 3; x_0 = 1$	0.25																					
	$x_0 = 3$ suy ra $y_0 = 7$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -5x + 22$	0.25																					
	$x_0 = 1$ suy ra $y_0 = -3$. Phương trình tiếp tuyến là $y = -5x + 2$	0.25																					

3	1. Trên tập hợp số phức, gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Tìm z_1, z_2 và tính môđun của số phức $w = z_1 + z_2 + 1 - 3i$. 2. Giải phương trình: $2.9^x + 6^x = 6.4^x$	1 điểm
3.1	$z^2 + 2z + 5 = 0 \Leftrightarrow z_{1,2} = -1 \pm 2i$	0.25
	$w = -1 - 3i \Rightarrow w = \sqrt{10}$	0.25
3.2	$2.9^x + 6^x = 6.4^x \Leftrightarrow 2. \left[\left(\frac{3}{2} \right)^x \right]^2 + \left(\frac{3}{2} \right)^x - 6 = 0$	0.25
	$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(\frac{3}{2} \right)^x = \frac{3}{2} \\ \left(\frac{3}{2} \right)^x = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$	0.25
4	Tính tích phân: $I = \int_0^1 x \sqrt{1 + 3x^2} dx$.	1 điểm
	Đặt $t = \sqrt{1 + 3x^2} \Rightarrow t^2 = 1 + 3x^2 \Rightarrow x dx = \frac{t}{3} dt$	0.25
	Đổi cận: $x = 0$ thì $t = 1$; $x = 1$ thì $t = 2$	0.25
	$I = \int_1^2 \frac{t^2}{3} dt = \frac{t^3}{9} \Big _1^2$	0.25
	$= \frac{7}{9}$	0.25
5	Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $M(1; 2; 3)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm là điểm M và tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Tìm tọa độ tiếp điểm của (S) và (P) .	1 điểm
	Mặt cầu tâm M và tiếp xúc với (P) có bán kính $R = d(M, (P)) = 1$	0.25
	Phương trình mặt cầu là: $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 1$	0.25
	Tiếp điểm của (S) và (P) là hình chiếu vuông góc H của M trên (P) . Gọi d là đường thẳng qua M và d vuông góc với (P) . Phương trình của d là: $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 3 - 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$	0.25
	Tiếp điểm H là giao điểm của d và (P) nên tọa độ là $H\left(\frac{1}{3}; \frac{5}{3}; \frac{11}{3}\right)$	0.25

6	1. Giải phương trình: $\cos 2x + \cos x - 2 = 0$. 2. Tìm số hạng không chứa x trong khai triển của nhị thức $\left(\frac{1}{x^2} - x\right)^{18}$ ($x \neq 0$).	1 điểm
6.1	$\cos 2x + \cos x - 2 = 0 \Leftrightarrow 2\cos^2 x + \cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1$ hoặc $\cos x = -\frac{3}{2}$	0.25
	$\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi$; $\cos x = -\frac{3}{2}$ vô nghiệm	0.25
6.2	Số hạng tổng quát trong khai triển là: $T_{k+1} = C_{18}^k \left(\frac{1}{x^2}\right)^{18-k} (-x)^k = C_{18}^k (-1)^k \cdot x^{3k-36}$	0.25
	Ứng với số hạng không chứa x thì $k = 12$, số hạng đó là $T_{13} = 18564$	0.25
7	Cho hình chóp $S.ABC$, đáy ABC là tam giác vuông tại B, $BC = a$, $AC = 2a$, SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa (SBC) với mặt phẳng (ABC) bằng 60°. 1. Tính theo a thể tích khối chóp $S.ABC$. 2. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên SB, K là điểm trên SC sao cho $\frac{SK}{SC} = \frac{SH}{SB}$. Tính theo a diện tích của tam giác AHK.	1 điểm
7.1	$BC \perp AB, BC \perp SA$ $\Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB$ Mặt khác $BC \perp AB \Rightarrow$ góc giữa (SBC) và (ABC) là góc SBA bằng 60°. $AB = a\sqrt{3}, SA = AB \cdot \tan 60^\circ = 3a$ 	0.25
	$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$ suy ra $V_{S.ABC} = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.	0.25
7.2	$\frac{SK}{SC} = \frac{SH}{SB}$ suy ra HK song song với BC suy ra $HK \perp (SAB)$ suy ra tam giác AHK vuông tại H $AH = \sqrt{\frac{AS^2 \cdot AB^2}{AS^2 + AB^2}} = \frac{3a}{2}$; $SH = \frac{3a\sqrt{3}}{2}$; $SB = 2a\sqrt{3}$	0.25
	$HK = \frac{BC \cdot SH}{SB} = \frac{3a}{4}$ Diện tích tam giác AHK là $\frac{9a^2}{16}$	0.25

8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC cân tại A có $A(2;1)$, $B(-3;-3)$, biết $H(1;-1)$ là điểm thuộc đường cao kẻ từ A. Viết phương trình đường thẳng chứa cạnh AC của tam giác ABC.	1 điểm
	Đường cao AH có phương trình $2x - y - 3 = 0$	0.25
	Đường thẳng chứa cạnh BC qua B và vuông góc với AH nên có phương trình là $x + 2y + 9 = 0$	0.25
	Trung điểm I của cạnh BC là giao điểm của cạnh AH và BC Tọa độ của I là $\left(\frac{9}{5}; -\frac{27}{5}\right)$	0.25
	Đường thẳng chứa cạnh AC có phương trình là $32x - y - 63 = 0$	0.25
9	Giải phương trình: $\sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 4x-9+2\sqrt{3x^2-5x+2}$	1 điểm
	Đặt $t = \sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1}$, $t \geq 0$ thì $t^2 = 4x-3+\sqrt{3x^2-5x+2}$	0.25
	Phương trình trở thành $t = t^2 - 6 \Leftrightarrow t^2 - t - 6 = 0$ $\Leftrightarrow t = 3$ (nhận) hoặc $t = -2$ (loại)	0.25
	$t = 3 \Rightarrow \sqrt{3x-2} + \sqrt{x-1} = 3 \Leftrightarrow \sqrt{3x^2-5x+2} = 6-2x$ $\Leftrightarrow \begin{cases} 3x^2-5x+2 = 36-24x+4x^2 \\ x \leq 3 \end{cases}$	0.25
	$\begin{cases} x^2-19x+34=0 \\ x \leq 3 \end{cases} \Leftrightarrow x=2$	0.25
10	Cho x, y, z là các số dương thỏa mãn $\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} = 4$. Chứng minh rằng: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq 1$	1 điểm
	Có $2x+y+z = x+x+y+z \geq 4\sqrt[4]{x \cdot x \cdot y \cdot z}$ Suy ra $\frac{1}{2x+y+z} \leq \frac{1}{4\sqrt[4]{x \cdot x \cdot y \cdot z}} = \frac{1}{4} \sqrt[4]{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{z}}$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{3}{4}$	0.25
	Mà $\sqrt[4]{\frac{1}{x} \cdot \frac{1}{x} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{z}} \leq \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$ suy ra $\frac{1}{2x+y+z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{2}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right)$	0.25
	Tương tự ta cũng có: $\frac{1}{x+2y+z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{2}{y} + \frac{1}{z} \right), \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{2}{z} \right)$	0.25
	Cộng từng vế các bất đẳng thức trên, ta được: $\frac{1}{2x+y+z} + \frac{1}{x+2y+z} + \frac{1}{x+y+2z} \leq \frac{1}{16} \left(\frac{4}{x} + \frac{4}{y} + \frac{4}{z} \right) = \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} \right) = 1$ Dấu “=” xảy ra khi và chỉ khi $x = y = z = \frac{3}{4}$	0.25