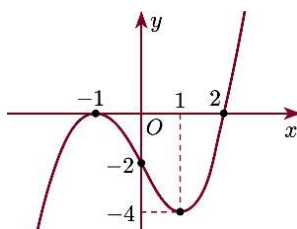


Họ tên học sinh: Số báo danh:

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN. (Thí sinh trả lời câu hỏi từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án, mỗi phương án đúng 0,25 điểm).

Câu 1: Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?



- A. $(-\infty; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; +\infty)$. D. $(-4; 0)$.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = -2$. Số hạng thứ 5 của cấp số nhân đó là:

- A. -96 . B. -5 . C. 48 . D. 23 .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M có hình chiếu vuông góc lên mặt phẳng (Oyz) và (Oxz) lần lượt là $M_1(0; 3; -5)$ và $M_2(-2; 0; -5)$. Tọa độ của điểm M là:

- A. $(2; -3; 5)$. B. $(-2; -3; 5)$. C. $(-2; 3; -5)$. D. $(2; -5; 3)$.

Câu 4: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có $AA' = 3a$, $AB = a$. Khi đó, cosin của góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{A'C}$ bằng:

- A. $\frac{7}{20}$. B. $\frac{17}{20}$. C. $-\frac{17}{20}$. D. $-\frac{7}{20}$.

Câu 5: Cho $\log_a b = 5$. Giá trị của biểu thức $\log_a(a^2b)$ bằng:

- A. 20 . B. 25 . C. 10 . D. 7 .

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 7: Cho khối chóp $S.ABC$ có chiều cao bằng 3, đáy là tam giác ABC có diện tích bằng 10. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng:

- A. 30. B. 2. C. 15. D. 10.

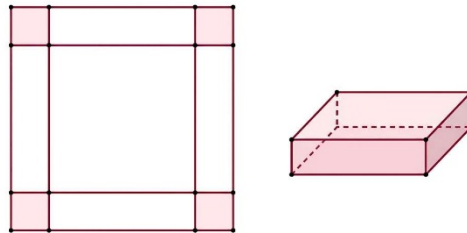
Câu 8: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$ và $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$. Tọa độ điểm M là:

- A. $\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; -5; \frac{17}{2}\right)$. C. $(1; -7; 12)$. D. $(4; 5; -9)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax^2 + 2x - 5}{x^2 - 3x + 2}$ (với a là hằng số). Biết rằng $f(x)$ liên tục tại điểm $x = 1$. Giá trị của $f(1)$ bằng:

- A. -6. B. -8. C. 2. D. 3.

Câu 10: Bạn An có một tấm bìa hình vuông cạnh 25 cm. Bạn muốn cắt bỏ ở bốn góc bốn hình vuông nhỏ bằng nhau để gấp và dán lại thành một hình hộp chữ nhật (không có nắp). Để hộp có thể tích lớn nhất thì độ dài cạnh của hình vuông nhỏ bị cắt là:



- A. $\frac{25}{6} \text{ cm}$. B. 6 cm . C. $\frac{20}{3} \text{ cm}$. D. 5 cm .

Câu 11: Tại một hội thảo quốc tế có 50 nhà khoa học, trong đó có 31 người thành thạo tiếng Anh, 21 người thành thạo tiếng Pháp và 5 người thành thạo cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Chọn ngẫu nhiên một người trong hội thảo. Xác suất để người được chọn thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là:

- A. $\frac{47}{50}$. B. $\frac{52}{50}$. C. $\frac{36}{50}$. D. $\frac{57}{50}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$ và $SA = \sqrt{5}, AB = \sqrt{2}, BC = 2, \widehat{ABC} = 135^\circ$. Số đo của góc nhị diện $[A, SC, B]$ bằng bao nhiêu?

- A. 30° . B. 60° . C. 90° . D. 120° .

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI. (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai).

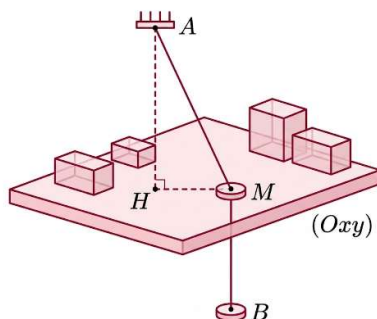
Câu 1: Cho hàm số $f(x) = 90 - 18\ln(x+2)$.

- a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
b) Tập xác định của hàm số đã cho là $D = (-2; +\infty)$.
c) Bất phương trình $f(x) \geq 42$ có đúng 13 nghiệm nguyên.
d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x) = f(x) + 3x$ trên đoạn $[1; 5]$ bằng $105 - 18\ln 7$.

Câu 2: Một hộp chứa các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau gồm 4 viên bi trắng, 6 viên bi đỏ và 7 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên đồng thời 5 viên bi từ hộp, trong đó có x viên bi trắng, y viên bi đỏ và z viên bi xanh.

- a) Số phần tử của không gian mẫu là C_{17}^5 .
b) Xác suất lấy được 5 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi màu đỏ lớn hơn 0,93.
c) Xác suất lấy được 5 viên bi đều màu đỏ bằng $\frac{3}{884}$.
d) Xác suất lấy được 5 viên bi đủ cả ba màu, đồng thời ba số $z - x, x - y, y - z$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng bằng $\frac{105}{442}$.

Câu 3: Trong một nhà máy thông minh, hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập để điều hành các thiết bị tự động, đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét. Mặt sàn nhà máy nằm trên mặt phẳng (Oxy) . Một bộ định tuyến phát sóng Wi-Fi được treo tại vị trí $A(1; 2; 12)$, một cảm biến đo chấn động được gắn ngầm dưới nền nhà máy tại vị trí $B(10; 14; -8)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên mặt sàn. Một robot tự hành M di chuyển trên mặt sàn và luôn giữ khoảng cách đến bộ định tuyến A bằng $15m$. Biết rằng robot M có nhiệm vụ đồng bộ dữ liệu với cảm biến B và quá trình này đạt độ ổn định cao nhất khi khoảng cách giữa robot và cảm biến là nhỏ nhất.



- a) Điểm H có tọa độ là $(1; 2; 0)$.
- b) Khoảng cách từ cảm biến B đến mặt sàn nhà máy là $10m$.
- c) Trong quá trình di chuyển, khoảng cách từ M đến điểm H luôn không đổi và bằng $3m$.
- d) Khi quá trình đồng bộ dữ liệu đạt độ ổn định cao nhất, khoảng cách giữa robot M và cảm biến B là $10m$.

Câu 4: Khảo sát thời gian tự học tại nhà trong một đêm (tính theo phút) của 35 học sinh thuộc hai nhóm: Nhóm A và B . Kết quả được thu thập và tổng hợp trong bảng tần số ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[60; 90)	[90; 120)	[120; 150)	[150; 180)	[180; 210)
Nhóm A	2	4	7	4	2
Nhóm B	4	2	4	2	4
Tổng số học sinh	6	6	11	6	6

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 35 học sinh là $R = 150$ (phút).
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 35 học sinh là $R = 62,5$ (phút), (làm tròn đến hàng phần chục).
- c) Thời gian tự học của nhóm B đồng đều hơn nhóm A .
- d) Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh từ 35 học sinh trên. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có cả hai nhóm A, B và có đúng 2 học sinh tự học từ 180 phút trở lên là $\frac{5558}{52360}$.

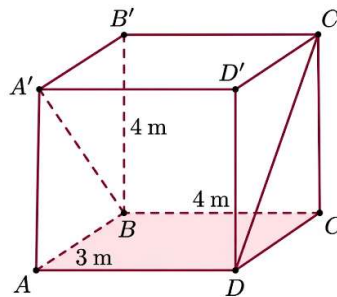
PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN. (Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6).

Câu 1: Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $100km$. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh, trong đó bốn

vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;2;1)$, $B(2;6;4)$, $C(4;5;7)$ và $D(6;4;5)$. Giả sử lúc đầu vật M ở O , sau đó 2 phút cả bốn vệ tinh bắt tín hiệu về vật M và đo được $MA = 1, MB = 5, MC = 7$ và $MD = 6$. Nếu coi như vật M chuyển động thẳng đều thì tốc độ của vật M bằng bao nhiêu (đơn vị: m/s)?

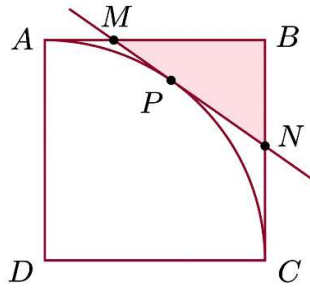
Câu 2: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có $A'A = A'B = A'C$, cạnh bên $AA' = 4$, đáy ABC là tam giác đều. Biết mặt phẳng $(BCC'B')$ tạo với mặt phẳng (ABC) một góc 60° . Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng bao nhiêu?

Câu 3: Hình vẽ dưới đây mô tả một căn phòng hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ với $AB = 3m, BB' = BC = 4m$, tại C có một tổ kiến. Kiến 1 xuất phát từ A' bò về tổ với vận tốc $0,02m/s$ trên hai đoạn thẳng liên tiếp $A'B, BC$. Kiến 2 xuất phát từ D bò về tổ với vận tốc $0,06m/s$ trên hai đoạn thẳng liên tiếp $DC', C'C$. Biết rằng, hai con kiến xuất phát cùng một lúc. Hỏi khi kiến 2 còn cách tổ $1m$ thì khoảng cách giữa hai con kiến là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

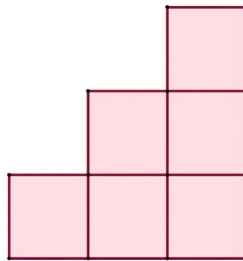


Câu 4: Một công ty A chuyên sản xuất giấy đã nhận được một đơn đặt hàng theo tháng từ đối tác B , mỗi tháng công ty A phải cung cấp cho đối tác B ít nhất $2800kg$ giấy in và $2400kg$ giấy carton. Công ty A sử dụng hai loại nguyên liệu là gỗ keo và gỗ bạch đàn. Từ một tấn gỗ keo sản xuất ra được $200kg$ giấy in và $300kg$ giấy carton; từ một tấn gỗ bạch đàn sản xuất ra được $300kg$ giấy in và $150kg$ giấy carton. Một tấn gỗ keo có giá là $1,2$ triệu đồng và một tấn gỗ bạch đàn có giá là $1,5$ triệu đồng. Biết mỗi tháng cơ sở cung cấp nguyên liệu chỉ cung cấp không quá 9 tấn gỗ keo và không quá 10 tấn gỗ bạch đàn. Số tiền nhỏ nhất mà công ty A cần dùng mỗi tháng để mua nguyên liệu là bao nhiêu triệu đồng?

Câu 5: Cho hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 1 . Cung AC là một phần tư đường tròn tâm D , bán kính AD . Giả sử P là điểm thay đổi trên cung AC (P khác A và C). Tiếp tuyến tại điểm P của cung AC cắt các đoạn thẳng AB, BC theo thứ tự tại các điểm M, N . Diện tích lớn nhất của tam giác BMN bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 6: Có bao nhiêu cách chọn sáu số từ mười số nguyên $2, 3, \dots, 11$ và điền vào các ô của hình dưới đây (mỗi ô chỉ điền đúng một số) sao cho tổng các số ở mỗi hàng (kể cả hàng có một ô) bằng nhau?



----- **HẾT** -----

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO
Được thực hiện bởi [AI & TOANMATH.com](https://TOANMATH.com)

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
B	C	C	C	D	C
Câu 7	Câu 8	Câu 9	Câu 10	Câu 11	Câu 12
D	A	B	A	A	A

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Ý	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
a)	Đ	Đ	Đ	Đ
b)	Đ	S	S	Đ
c)	S	S	S	S
d)	S	Đ	Đ	Đ

PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4	Câu 5	Câu 6
2500	18	4,33	15	0,17	36

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM BỐN PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1: Dựa vào đồ thị, trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị đi xuống từ trái sang phải nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Chọn B.

Câu 2: Số hạng thứ 5 của cấp số nhân là $u_5 = u_1 \cdot q^4 = 3 \cdot (-2)^4 = 48$.

Chọn C.

Câu 3: Hình chiếu của điểm $M(x; y; z)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $M_1(0; 3; -5) \Rightarrow y = 3, z = -5$. Hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (Oxz) là $M_2(-2; 0; -5) \Rightarrow x = -2, z = -5$. Vậy $M(-2; 3; -5)$.

Chọn C.

Câu 4: Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều nên $\triangle ABC$ đều và $AA' \perp (ABC)$, suy ra

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{2} \text{ và } \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AA'} \cdot \overrightarrow{AC} = 0.$$

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{A'C} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'}) \cdot (\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA'}) = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} - AA'^2 = \frac{a^2}{2} - 9a^2 = -\frac{17a^2}{2}.$$

$$\text{Mặt khác } AB' = A'C = \sqrt{a^2 + (3a)^2} = a\sqrt{10}.$$

$$\text{Suy ra } \cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{A'C}) = \frac{\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{A'C}}{AB' \cdot A'C} = \frac{-\frac{17a^2}{2}}{10a^2} = -\frac{17}{20}.$$

Chọn C.

Câu 5: Ta có $\log_a(a^2b) = \log_a a^2 + \log_a b = 2 + 5 = 7$.

Chọn D.

Câu 6: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua 3 điểm $x = -1, x = 0, x = 1$ (qua điểm $x = 2$ đạo hàm không đổi dấu) nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Chọn C.

Câu 7: Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3} S_{ABC} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 3 = 10$.

Chọn D.

Câu 8: Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB \Rightarrow \overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = \frac{\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}}{3}$.

Thay tọa độ $A(3;1;-2)$ và $B(2;-3;5)$, ta được $M\left(\frac{7}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{8}{3}\right)$.

Chọn A.

Câu 9: Để hàm số $f(x)$ liên tục tại $x = 1$ thì $x = 1$ phải là nghiệm của tử số, suy ra $a \cdot 1^2 + 2 \cdot 1 - 5 = 0 \Leftrightarrow a = 3$.

Khi đó $f(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 + 2x - 5}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(3x+5)}{(x-1)(x-2)} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x+5}{x-2} = -8$.

Chọn B.

Câu 10: Gọi độ dài cạnh hình vuông nhỏ bị cắt là x $\left(0 < x < \frac{25}{2}\right)$. Khi đó khối hộp chữ nhật tạo thành có chiều cao là x , đáy là hình vuông cạnh $25 - 2x$.

Thể tích khối hộp là $V(x) = x(25 - 2x)^2$ với $x \in \left(0; \frac{25}{2}\right)$.

Ta có $V'(x) = (25 - 2x)^2 - 4x(25 - 2x) = (25 - 2x)(25 - 6x)$.

Cho $V'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{25}{6} \in \left(0; \frac{25}{2}\right)$.

Lập bảng biến thiên của $V(x)$ trên khoảng $\left(0; \frac{25}{2}\right)$, ta thấy thể tích $V(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi

$$x = \frac{25}{6} \text{ cm}.$$

Chọn A.

Câu 11: Số nhà khoa học thành thạo ít nhất một trong hai thứ tiếng Anh hoặc Pháp là $31 + 21 - 5 = 47$ (người).

Xác suất cần tìm là $P = \frac{47}{50}$.

Chọn A.

Câu 12: Xét $\triangle ABC$ có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos 135^\circ} = \sqrt{10}$ và $S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin 135^\circ = 1$.

Trong mặt phẳng (ABC) , kẻ $BH \perp AC$ tại $H \Rightarrow BH = \frac{2S_{ABC}}{AC} = \frac{2}{\sqrt{10}}$. Vì $SA \perp (ABC) \Rightarrow SA \perp BH$, suy ra $BH \perp (SAC) \Rightarrow BH \perp SC$.

Kẻ $BK \perp SC$ tại K , khi đó $SC \perp (BHK) \Rightarrow SC \perp HK$, suy ra góc phẳng nhị diện của góc nhị diện $[A, SC, B]$ là $\widehat{BKH}$.

Xét $\triangle SBC$ có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = \sqrt{7}$, $BC = 2$, $SC = \sqrt{SA^2 + AC^2} = \sqrt{15}$.

Ta có $\cos \widehat{BSC} = \frac{SB^2 + SC^2 - BC^2}{2SB \cdot SC} = \frac{9}{\sqrt{105}} \Rightarrow \sin \widehat{BSC} = \sqrt{1 - \frac{81}{105}} = \sqrt{\frac{8}{35}}$.

Suy ra $BK = SB \cdot \sin \widehat{BSC} = \sqrt{7} \cdot \sqrt{\frac{8}{35}} = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$.

Trong $\triangle BHK$ vuông tại H : $\sin \widehat{BKH} = \frac{BH}{BK} = \frac{\frac{2}{\sqrt{10}}}{\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}} = \frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BKH} = 30^\circ$.

Chọn A.

PHẦN II: CÂU TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1:

a) Đúng. Đạo hàm $f'(x) = \frac{-18}{x+2} < 0, \forall x \in (-2; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.

b) Đúng. Điều kiện xác định $x+2 > 0 \Leftrightarrow x > -2$, suy ra tập xác định là $D = (-2; +\infty)$.

c) Sai. Ta có $f(x) \geq 42 \Leftrightarrow 90 - 18\ln(x+2) \geq 42 \Leftrightarrow \ln(x+2) \leq \frac{8}{3} \Leftrightarrow -2 < x \leq e^{\frac{8}{3}} - 2 \approx 12,39$. Vì $x \in \mathbb{Z}$ nên $x \in \{-1; 0; 1; \dots; 12\}$, có 14 nghiệm nguyên.

d) Sai. Xét hàm số $g(x) = 90 - 18\ln(x+2) + 3x$ trên đoạn $[1; 5]$ có $g'(x) = \frac{-18}{x+2} + 3 = 0 \Leftrightarrow x = 4 \in [1; 5]$.

Tính giá trị tại các điểm mút và điểm cực trị, ta được $\min_{[1; 5]} g(x) = g(4) = 102 - 18\ln 6$.

Câu 2:

a) Đúng. Tổng số viên bi trong hộp là $4 + 6 + 7 = 17$ viên, lấy ngẫu nhiên 5 viên nên $n(\Omega) = C_{17}^5 = 6188$.

b) Sai. Biến cố đối là lấy được 5 viên bi không có màu đỏ (chọn từ 11 viên trắng và xanh). Xác suất cần tìm là $P = 1 - \frac{C_{11}^5}{C_{17}^5} = \frac{2045}{6188} \approx 0,925 < 0,93$.

c) Sai. Xác suất lấy được 5 viên bi đều màu đỏ là $P = \frac{C_6^5}{C_{17}^5} = \frac{6}{6188} = \frac{3}{3094}$.

d) Đúng. Ba số $z - x, x - y, y - z$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng khi và chỉ khi $(z - x) + (y - z) = 2(x - y) \Leftrightarrow x = y$. Vì $x + y + z = 5$ và $x, y, z \geq 1$ nên $(x; y; z) \in \{(1; 1; 3); (2; 2; 1)\}$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{C_4^1 \cdot C_6^1 \cdot C_7^3 + C_4^2 \cdot C_6^2 \cdot C_7^1}{C_{17}^5} = \frac{840 + 630}{6188} = \frac{105}{442}$.

Câu 3:

a) Đúng. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1; 2; 12)$ lên mặt sàn (Oxy) là $H(1; 2; 0)$.

b) Sai. Khoảng cách từ cảm biến $B(10; 14; -8)$ đến mặt sàn (Oxy) là $|z_B| = |-8| = 8m$.

c) Sai. Tam giác AHM vuông tại H có

$$AH = 12m, AM = 15m \Rightarrow HM = \sqrt{AM^2 - AH^2} = \sqrt{15^2 - 12^2} = 9m.$$

d) Đúng. Vì $HM = 9m$ không đổi nên M thuộc đường tròn tâm $H(1; 2; 0)$, bán kính $R = 9m$ trên mặt phẳng (Oxy) . Gọi $K(10; 14; 0)$ là hình chiếu vuông góc của B lên (Oxy) , ta có $BK = 8m$ và

$$HK = \sqrt{(10 - 1)^2 + (14 - 2)^2} = 15m.$$

Vì $MB = \sqrt{BK^2 + KM^2} = \sqrt{64 + KM^2}$ nên MB nhỏ nhất khi KM nhỏ nhất (M nằm trên đoạn HK).

Khi đó $KM_{\min} = HK - R = 15 - 9 = 6m$, suy ra $MB_{\min} = \sqrt{64 + 6^2} = 10m$.

Câu 4:

a) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm cho cả 35 học sinh là $R = 210 - 60 = 150$ (phút).

b) Đúng. Cỡ mẫu $n = 35$. Tứ phân vị thứ nhất thuộc nhóm $[90;120)$ là $Q_1 = 90 + \frac{\frac{35}{4} - 6}{6} \cdot 30 = 103,75$.

Tứ phân vị thứ ba thuộc nhóm $[150;180)$ là $Q_3 = 150 + \frac{\frac{3 \cdot 35}{4} - 23}{6} \cdot 30 = 166,25$. Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 62,5$ (phút).

c) Sai. Từ bảng tần số ghép nhóm với các giá trị đại diện 75;105;135;165;195, ta tính được độ lệch chuẩn của nhóm A là $s_A \approx 33,72$ nhỏ hơn độ lệch chuẩn của nhóm B là $s_B = 45$, do đó thời gian tự học của nhóm A đồng đều hơn nhóm B.

d) Đúng. Trong 35 học sinh có 6 học sinh tự học từ 180 phút trở lên (2 học sinh nhóm A, 4 học sinh nhóm B) và 29 học sinh tự học dưới 180 phút (17 học sinh nhóm A, 12 học sinh nhóm B).

Số cách chọn 4 học sinh có đúng 2 học sinh tự học từ 180 phút trở lên (tính cả trường hợp chỉ có một nhóm) là $C_6^2 \cdot C_{29}^2$. Trừ đi trường hợp 4 học sinh chỉ thuộc nhóm A là $C_2^2 \cdot C_{17}^2$ và chỉ thuộc nhóm B là $C_4^2 \cdot C_{12}^2$, ta được số kết quả thuận lợi là $C_6^2 \cdot C_{29}^2 - C_2^2 \cdot C_{17}^2 - C_4^2 \cdot C_{12}^2 = 5558$.

Xác suất cần tìm là $P = \frac{5558}{C_{35}^4} = \frac{5558}{52360}$.

PHẦN III: CÂU TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1: Gọi tọa độ của vật tại thời điểm sau 2 phút (120s) là $M(x; y; z)$.

Theo công thức tính khoảng cách giữa hai điểm từ giả thiết $MA = 1, MB = 5, MC = 7, MD = 6$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1 \\ (x-2)^2 + (y-6)^2 + (z-4)^2 = 25 \\ (x-4)^2 + (y-5)^2 + (z-7)^2 = 49 \\ (x-6)^2 + (y-4)^2 + (z-5)^2 = 36 \end{cases}$$

Khai triển và lấy phương trình thứ nhất trừ đi lần lượt ba phương trình còn lại để khử $x^2 + y^2 + z^2$, ta thu được hệ phương trình bậc nhất ba ẩn:

$$\begin{cases} x - 4y - 3z = -9 \\ x + 3y + 6z = 14 \\ 3x + 2y + 4z = 14 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases}$$

Quãng đường vật M đi được là $OM = \sqrt{2^2 + 2^2 + 1^2} = 3$ (đơn vị trục tọa độ) $= 300km = 300000m$.

Tốc độ chuyển động của vật M là $v = \frac{300000}{120} = 2500 \text{ m/s}$.

Đáp số: 2500.

Câu 2: Gọi O là tâm của tam giác đều ABC và M là trung điểm của BC . Vì $A'A = A'B = A'C = 4$ nên $A'O \perp (ABC)$.

Ta có $BC \perp AM$ và $BC \perp A'O \Rightarrow BC \perp (A'AM)$. Vì mặt phẳng $(BCC'B')$ chứa BC và song song với AA' (nằm trong $(A'AM)$) nên góc giữa $(BCC'B')$ và (ABC) chính là góc $\widehat{A'AO} = 60^\circ$.

Trong $\triangle A'AO$ vuông tại O : $OA = A'A \cdot \cos 60^\circ = 2$ và đường cao $A'O = A'A \cdot \sin 60^\circ = 2\sqrt{3}$.

Độ dài cạnh đáy là $AB = OA\sqrt{3} = 2\sqrt{3} \Rightarrow S_{ABC} = \frac{(2\sqrt{3})^2 \sqrt{3}}{4} = 3\sqrt{3}$.

Thể tích khối lăng trụ là $V = S_{ABC} \cdot A'O = 3\sqrt{3} \cdot 2\sqrt{3} = 18$.

Đáp số: 18.

Câu 3: Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ tại $B(0;0;0)$, tia Bx trùng tia BA , tia By trùng tia BC , tia Bz trùng tia BB' . Khi đó $A(3;0;0), C(0;4;0), B'(0;0;4), A'(3;0;4), D(3;4;0), C'(0;4;4)$.

Ta có $DC' = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m}, C'C = 4 \text{ m}$. Khi kiến 2 còn cách tổ C một đoạn 1 m , kiến 2 đang ở điểm $M_2(0;4;1)$ trên đoạn $C'C$ và đã bò được quãng đường $s_2 = 5 + (4 - 1) = 8 \text{ m}$.

Thời gian hai con kiến đã bò là $t = \frac{8}{0,06} = \frac{400}{3} \text{ s}$.

Trong thời gian đó, kiến 1 bò được quãng đường $s_1 = 0,02 \cdot \frac{400}{3} = \frac{8}{3} \text{ m}$. Vì $A'B = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5 \text{ m} > \frac{8}{3} \text{ m}$

nên kiến 1 đang ở điểm M_1 trên đoạn $A'B$ sao cho $BM_1 = 5 - \frac{8}{3} = \frac{7}{3} \text{ m}$.

Từ $\overrightarrow{BM_1} = \frac{7}{15} \overrightarrow{BA'} \Rightarrow M_1\left(\frac{7}{5}; 0; \frac{28}{15}\right)$.

Khoảng cách giữa hai con kiến là $M_1M_2 = \sqrt{\left(\frac{7}{5} - 0\right)^2 + (0 - 4)^2 + \left(\frac{28}{15} - 1\right)^2} = \frac{\sqrt{4210}}{15} \approx 4,33 \text{ m}$.

Đáp số: 4,33.

Câu 4: Gọi x, y (tấn) lần lượt là khối lượng gỗ keo và gỗ bạch đàn mà công ty A cần mua mỗi tháng.

Theo đề bài, ta có hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 200x + 300y \geq 2800 \\ 300x + 150y \geq 2400 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 \leq x \leq 9 \\ 0 \leq y \leq 10 \\ 2x + 3y \geq 28 \\ 2x + y \geq 16 \end{cases}$$

Số tiền mua nguyên liệu là $F(x; y) = 1,2x + 1,5y$ (triệu đồng).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác lồi có các đỉnh:

$$A(5;6), B\left(9; \frac{10}{3}\right), C(9;10), D(3;10).$$

Tính giá trị của $F(x; y)$ tại các đỉnh: $F(5;6) = 15$; $F\left(9; \frac{10}{3}\right) = 15,8$; $F(3;10) = 18,6$; $F(9;10) = 25,8$.

Vậy số tiền nhỏ nhất cần dùng là 15 triệu đồng.

Đáp số: 15.

Câu 5: Đặt $AM = x, CN = y$ với $0 < x, y < 1$. Vì $DA \perp AB, DC \perp BC$ nên MA, NC là các tiếp tuyến của đường tròn $(D;1)$.

Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có $MP = MA = x$ và $NP = NC = y \Rightarrow MN = MP + NP = x + y$.

Áp dụng định lý Pythagore cho $\triangle BMN$ vuông tại B :

$$BM^2 + BN^2 = MN^2 \Leftrightarrow (1-x)^2 + (1-y)^2 = (x+y)^2 \Leftrightarrow 2 - 2x - 2y = 2xy \Leftrightarrow y = \frac{1-x}{x+1}.$$

$$\text{Khi đó } BM = 1-x \text{ và } BN = 1-y = \frac{2x}{x+1}.$$

$$\text{Diện tích } \triangle BMN \text{ là } S(x) = \frac{1}{2} BM \cdot BN = \frac{x(1-x)}{x+1} = \frac{-x^2 + x}{x+1} \text{ với } x \in (0;1).$$

$$\text{Ta có đạo hàm } S'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 1}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2} - 1 \in (0;1).$$

Lập bảng biến thiên của $S(x)$ trên khoảng $(0;1)$, ta được $\max_{(0;1)} S(x) = S(\sqrt{2} - 1) = 3 - 2\sqrt{2} \approx 0,17$.

Đáp số: 0,17.

Câu 6: Gọi S là tổng các số ở mỗi hàng. Vì hàng thứ nhất (trên cùng) chỉ có 1 ô nên $S \leq 11$.

Tổng của 6 số được chọn là $3S \geq 2+3+4+5+6+7 = 27 \Rightarrow S \geq 9$. Do đó $S \in \{9;10;11\}$.

Trường hợp 1: $S = 9$. Hàng thứ ba (gồm 3 ô) chỉ có thể gồm bộ ba số $\{2;3;4\}$ (vì $2+3+4=9$), khi đó các số còn lại đều lớn hơn hoặc bằng 5 nên không thể chọn 2 số cho hàng thứ hai có tổng bằng 9 (loại).

Trường hợp 2: $S = 10$. Hàng thứ nhất điền số 10. Hàng thứ ba có tổng bằng 10 nên chỉ có thể là bộ $\{2;3;5\}$, khi đó hàng thứ hai chỉ có thể là bộ $\{4;6\}$. Có 1 bộ phân hoạch thỏa mãn là $\{10\}, \{4;6\}, \{2;3;5\}$.

Trường hợp 3: $S = 11$. Hàng thứ nhất điền số 11. Hàng thứ ba có tổng bằng 11 nên có thể là $\{2;3;6\}$ (khi đó hàng thứ hai là $\{4;7\}$) hoặc $\{2;4;5\}$ (khi đó hàng thứ hai là $\{3;8\}$). Có 2 bộ phân hoạch thỏa mãn.

Ứng với mỗi bộ phân hoạch, số cách sắp xếp các số vào các ô trong từng hàng là $1! \cdot 2! \cdot 3! = 12$ (cách).

Vậy có tất cả $3 \cdot 12 = 36$ cách điền số thỏa mãn yêu cầu.

Đáp số: 36.

----- HẾT -----

Lưu ý:

- + Đề thi được gõ lại từ ảnh chụp, không phải bản chính thức từ đơn vị ra đề.
- + Lời giải chi tiết do AI thực hiện, chỉ mang tính chất tham khảo, không thay thế đáp án chính thức.

[TOANMATH.com](https://toanmath.com)