

Họ tên:.....

Số báo danh:

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (1). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (1) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$

- A. $d: y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$ B. $d: y = 3x + \frac{1}{3}$ C. $d: y = -\frac{1}{3}x + 1$ D. $y = 3x - \frac{29}{3}$

Câu 2: Tìm m lớn nhất để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + x$ đồng biến trên R .

- A. 1 B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C. $-\frac{1}{\sqrt{3}}$ D. 2

Câu 3: Trong không gian Oxyz cho 2 mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0; (\beta): 2x - y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với (α) và (β) đồng thời khoảng cách từ $M(2; -3; 1)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{14}$

- A. Có hai mặt phẳng thỏa mãn là $(P): x + 2y - 3z + 16 = 0$ và $(P): x + 2y - 3z - 12 = 0$.
 B. Có hai mặt phẳng thỏa mãn là $(P): 2x + y - 3z - 16$ và $(P): 2x + y - 3z + 12 = 0$.
 C. Có hai mặt phẳng thỏa mãn là $(P): 2x + y - 3z + 16 = 0$ và $(P): 2x + y - 3z - 12 = 0$.
 D. Có một mặt phẳng thỏa mãn là $(P): x + 2y - 3z - 16 = 0$.

Câu 4: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10}, \forall x \neq 0$

- A. -8064 B. 960 C. -15360 D. 13440

Câu 5: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + \bar{z} = 3 + i$. Tính $A = |iz + 2i + 1|$

- A. 1 B. $\sqrt{2}$ C. 3 D. $\sqrt{5}$

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $f(x) = \frac{6 - 8x}{x^2 + 1}$

- A. -2 B. $\frac{2}{3}$ C. 8 D. 10

Câu 7: Giải phương trình $x^2 \cdot 5^{x-1} - (3^x - 3 \cdot 5^{x-1})x + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0$

A. $x=1, x=2$

B. $x=0, x=1$

C. $x=\pm 1$

D. $x=\pm 2$

Câu 8: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz cho 2 điểm A(1;3;0) và B(-2;1;1) và đường thẳng $(\Delta): \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A,B có tâm I thuộc đường thẳng (Δ)

A. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$ B. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

C. $\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$ D. $\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Tìm các giá trị m để đường thẳng $d: y = x + m - 1$ cắt đồ thị tại 2 điểm phân biệt A; B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

A. $m = 4 \pm \sqrt{10}$

B. $m = 2 \pm \sqrt{10}$ C. $m = 4 \pm \sqrt{3}$

D. $m = 2 \pm \sqrt{3}$

Câu 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành với $AB=a$; $AD=2a$; góc $BAD=60^\circ$. SA vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60° . Thể tích khối chóp S.ABCD là V. Tỉ số $\frac{V}{a^3}$ là:

A. $2\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{7}$

D. $2\sqrt{7}$

Câu 11: Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị C, biết tiếp tuyến đi qua A(-1;-13)

A. $\begin{cases} y = 6x - 7 \\ y = -48x - 61 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 6x - 7 \\ y = 48x - 61 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = -6x - 10 \\ y = 48x - 63 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -3x - 7 \\ y = 24x - 61 \end{cases}$

Câu 12: Tìm các giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + (m+3)x^2 - (m^2 + 2m)x - 2$ đạt cực đại tại $x = 2$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 5 \\ m = 2 \end{cases}$

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị C tại điểm có hoành độ bằng 1

A. $y = -3x + 1$

B. $y = -3x - 1$

C. $y = -x - 1$

D. $y = x - 3 \quad (-1,1)$

Câu 14: Cho cấp số nhân $u_1 = -1; u_{10} = -16\sqrt{2}$. Khi đó công bội q bằng:

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. $-\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$

Câu 15: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$

- A. -1 B. $\frac{1}{2}$ C. $+\infty$ D. $-\infty$

Câu 16: Phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{8}{x}}} = \frac{9}{16}$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Tổng 2 nghiệm có giá trị?

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 17: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác ABC vuông tại A, AC=a; góc ACB=60. Đường chéo BC' của mặt bên (BCC'B) tạo với mặt (AA'C'C) một góc 30 độ. Tính thể tích khối lăng trụ theo a.

- A. $V = a^3 \sqrt{6}$ B. $V = a^3 \frac{\sqrt{6}}{3}$ C. $V = a^3 \frac{2\sqrt{6}}{3}$ D. $V = a^3 \frac{4\sqrt{6}}{3}$

Câu 18: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^2 x) \sin x dx$

- A. -1 B. $\frac{4}{3}$ C. $\frac{1}{3}$ D. 0

Câu 19: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

- A. $x \in (1; +\infty)$ B. $x \in [0; 2)$ C. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$ D. $[0; 1) \cup (2; 3]$

Câu 20: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4xy + 2 = 0 \\ 2^{x+y+1} = \sqrt{2-2xy} + x + y \end{cases}$

- A. $\{(1; -1); (-1; 1)\}$ B. $\{(1; -1); (0; 2)\}$ C. $\{(2; 0); (0; 2)\}$ D. $\{(-1; 1); (0; 2)\}$

Câu 21: Phương trình $\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0$ có tập nghiệm:

- A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = \pm \frac{\pi}{3} = k\pi$ B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$
C. $x = k\frac{\pi}{3}; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$ D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\pi$

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -3$.

- A. $y = 7x + 29$ B. $y = 7x + 30$ C. $y = 7x + 31$ D. $y = 7x + 32$

Câu 23: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^2 x + 2 \cos x \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} dx$

- A. $2 \ln 2$ B. $2 \ln 3$ C. $\ln 3$ D. $\ln 2$

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $|x-3|^{x^2-x} = (x-3)^2$ là:

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 25: Bất phương trình $\frac{\sqrt{x+2}-5-x}{x-7} \geq 1$ có tập nghiệm là:

- A. $(-\infty; 2)$ B. $(2; 7)$ C. $[2; 7)$ D. $[7; +\infty)$

Câu 26: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ x_0 là nghiệm của phương trình $f''(x_0) = 10$

- A. $y = 12x - 23$ B. $y = 12x - 24$ C. $y = 12x - 25$ D. $y = 12x - 26$

Câu 27: Số nghiệm của phương trình $z^3 - 2(i+1)z^2 + 3iz + 1 - i = 0$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

Câu 28: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 2$ (1). Gọi A là điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ $x_A = 1$. Tìm các giá trị của m để tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại A vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{4}x - 2016$

- A. $m = -1$ B. $m = 0$ C. $m = 1$ D. $m = 2$

Câu 29: Sở y tế cử 1 đoàn gồm 10 cán bộ y tế thực hiện tiêm chủng vắc xin sởi-rubela cho học sinh trong đó có 2 bác sĩ nam, 3 y tá nữ và 5 y tá nam. Cần lập một nhóm gồm 3 người về một trường học để tiêm chủng. Tính xác suất sao cho trong nhóm đó có đủ bác sĩ, y tá trong đó có nam và nữ:

- A. $\frac{13}{40}$ B. $\frac{11}{40}$ C. $\frac{17}{40}$ D. $\frac{3}{8}$

Câu 30: Giải phương trình $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) = \log_{\sqrt{2}}(2x+3)$

- A. $x = 1$ B. $x = -1$ C. $x = 0$ D. $x = -2$

Câu 31: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{n^4 + 3n^2 + 1}$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 0 D. $+\infty$

Câu 32: Tìm m để phương trình $x^3 - 2mx^2 + m^2x + x - m = 0$ có 3 nghiệm

- A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$ C. $0 < m < 2$ D. $-2 < m < 2$

Câu 33: Cho hình chóp S.ABC có đáy ABC là tam giác vuông tại A, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3$, $BC = 3\sqrt{3}$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM.

- A. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$ B. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$ C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$ D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Câu 34: Giải phương trình : $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$

- A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, $x = \arctan 3 + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi$, $x = \arctan 3 + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$
C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi$, $x = \arctan 3 + k2\pi$, $k \in \mathbb{Z}$ D. $x = \frac{\pi}{4} + k3\pi$, $x = \arctan 3 + k3\pi$, $k \in \mathbb{Z}$

Câu 35: Một hộp chứa 20 quả cầu giống nhau gồm 12 quả đỏ và 8 quả xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 quả. Tính xác suất để trong 3 quả cầu chọn ra có ít nhất một quả cầu màu xanh.

- A. $\frac{46}{57}$ B. $\frac{45}{57}$ C. $\frac{11}{57}$ D. $\frac{12}{57}$

Câu 37: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức : $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

- A. 320 B. 160 C. -810 D. -720

Câu 38: Cho hình chóp đều S.ABCD có đánh bằng 2a. Mặt bên hình chóp tạo với đáy một góc 60 độ. Mặt phẳng (P) chứa AB đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABMN.

- A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$ B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 39: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a. Hình chiếu vuông góc của A' xuống mp ABC là trung điểm của AB. Mặt bên (AA'C'C) tạo với đáy một góc bằng 45. Tính thể tích của khối lăng trụ này.

- A. $\frac{3a^3}{16}$ B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$ C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$ D. $\frac{a^3}{16}$

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(-2;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d .

- A. $x-7y-4z+9=0$ B. $x-7y-4z+8=0$ C. $x-6y-4z+9=0$ D. $x-y-4z+3=0$

Câu 41: Cho $A(1;-2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$, viết phương trình mặt cầu tâm A , tiếp xúc với d

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$ B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$ D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$

Câu 42: Cho ngũ giác $ABCDE$. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE . Gọi I, J lần lượt là trung điểm các đoạn MP và NQ . Biết $I(1;-1), J(0;2), E(4;5)$. Tìm tọa độ điểm A ?

- A. $A(2;0)$ B. $A(8;-7)$ C. $A(8;7)$ D. $A(1;-7)$

Câu 43: Trong hệ tọa độ Oxy , cho tứ giác $ABCD$ có E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC . Biết $\overrightarrow{AB} = (1;2), \overrightarrow{DC} = (-3;1)$ và $E(1;0)$. Tìm tọa độ điểm F .

- A. $F\left(0;\frac{3}{2}\right)$ B. $F\left(1;\frac{3}{2}\right)$ C. $F\left(2;\frac{3}{2}\right)$ D. $F(2;2)$

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy , cho tứ giác $ABCD$. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD , và DA . Biết $A(1;2), \overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} = (3;-1)$ và C có hoành độ là 2. Tính $x_M + x_Q$?

- A. 2 B. 1 C. 4 D. 3

Câu 45: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (I) có hai đường kính AB và MN với $A(2;-1), B(2;-5)$. Gọi E và F lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AM và AN với tiếp tuyến của (I) tại B . Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác MEF sao cho H nằm trên đường thẳng $\Delta: x-2y-2=0$ và có hoành độ là một số nguyên.

- A. $H(4;1)$ B. $H(3;1)$ C. $H(4;5)$ D. $H(7;1)$

Câu 46: Xác định m để hàm số $y = \frac{x+m}{\sqrt{x^2+1}}$ đồng biến trong khoảng $(0;+\infty)$.

- A. $m \leq 0$ B. $m \leq 1$ C. $m \leq -1$ D. $m \leq 2$

Câu 47: Tìm m để phương trình $\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $2 < m < 3$

B. $\frac{-5}{2} < m < -2$

C. $\frac{1}{2} < m < 1$

D. $\frac{-9}{2} < m < -3$

Câu 48: Lớp 10A có 30 bạn học tiếng Anh, 20 bạn học tiếng Pháp, 15 bạn học tiếng Trung, trong đó có 3 bạn học cả tiếng Anh và tiếng Trung, 4 bạn học cả tiếng Pháp và tiếng Trung, 2 bạn học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh, biết rằng mỗi học sinh đều học ít nhất một trong ba ngoại ngữ trên và không bạn nào học đồng thời cả ba ngoại ngữ.

A. $\frac{121}{6}$

B. $\frac{119}{6}$

C. $\frac{123}{6}$

D. $\frac{125}{6}$

Câu 49: Cho hai số thực dương x, y thỏa $x + y = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 9^x + 2 \cdot 3^{1+y}$ lớn hơn giá trị nào sau đây.

A. $\frac{3233}{250}$

B. $\frac{1623}{125}$

C. $\frac{27}{\sqrt[3]{9}}$

D. $\frac{27}{\sqrt[3]{8}}$

Câu 50: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x, y) = \frac{x^4}{y^4} + \frac{y^4}{x^4} - 2\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}\right) + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ với $x, y \neq 0$.

A. -2

B. -3

C. -4

D. -5

Lời giải chi tiết

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ (1). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số

(1) biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $y = 3x + 1$

A. $d : y = \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}$

B. $d : y = 3x + \frac{1}{3}$

C. $d : y = -\frac{1}{3}x + 1$

D. $y = 3x - \frac{29}{3}$

Hướng dẫn

Ta có $y' = x^2 - 4x + 3$

Gọi $M(x_0, y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến cần tìm. Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0, y_0)$ có dạng $y = y'(x_0)(x - x_0) + y(x_0)$

Đường thẳng $y = 3x + 1$ có hệ số góc 3

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng nên: $y'(x_0) = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{cases}$

Với $x = 0 \Rightarrow y = 1$ phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3x + 1$

Với $x = 4 \Rightarrow y = \frac{7}{3}$ phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 3x - \frac{29}{3}$

Thử lại, ta được $y = 3x - \frac{29}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Chọn D

Câu 2. Tìm m lớn nhất để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + x$ đồng biến trên R .

A. 1

B. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

C. $\frac{-1}{\sqrt{3}}$

D. 2

Tập xác định: $D = R$

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 1$

Hàm số đồng biến trên R khi và chỉ khi $y' \geq 0$ với $\forall x \in R$

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 1 \geq 0 \quad \forall x \in R$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 > 0 \\ 36m^2 - 12 \leq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$$

Vậy $m \in \left[-\frac{1}{\sqrt{3}}; \frac{1}{\sqrt{3}} \right]$ thì hàm số đồng biến trên R . Chọn B

Câu 3: Trong không gian Oxyz cho 2 mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$; $(\beta): 2x - y + z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với (α) và (β) đồng thời khoảng cách từ M(2;-3;1) đến mặt phẳng (P) bằng $\sqrt{14}$

A. Có hai mặt phẳng thỏa mãn là $(P): x + 2y - 3z + 16 = 0$ và $(P): x + 2y - 3z - 12 = 0$.

B. Có hai mặt phẳng thỏa mãn là $(P): 2x + y - 3z - 16$ và $(P): 2x + y - 3z + 12 = 0$.

C. Có hai mặt phẳng thỏa mãn là $(P): 2x + y - 3z + 16 = 0$ và $(P): 2x + y - 3z - 12 = 0$.

D. Có một mặt phẳng thỏa mãn là $(P): x + 2y - 3z - 16 = 0$.

Hướng dẫn:

Thủ thuật:

Thế đáp án: Với (P) là $Ax + By + Cz + D = 0$

Nhớ công thức khoảng cách $d(A; (P)) = \frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$, dùng MTCT phím alpha nhấp vào

$$d(A; (P)) = \frac{|Ax + By + Cz + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$$

$$\text{Khoảng cách từ M đến (P) nhập } d(M; (P)) = \frac{|A.2 + B(-3) + C.1 + D|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-3)^2}} = \sqrt{14}$$

$$\text{Với đáp án C nhập } \begin{cases} (P): 2x + y - 3z + 16 = 0 \rightarrow \text{calc} : A = 2; B = 1; C = -3; D = 16 \\ (P): 2x + y - 3z - 12 = 0 \rightarrow \text{calc} : A = 2; B = 1; C = -3; D = -12 \end{cases}$$

Thay điểm M và nhập D thấy bằng 0

Chọn C

Câu 4: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $\left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10}$, $\forall x \neq 0$

A. -8064

B. 960

C. -15360

D. 13440

Hướng dẫn :

$$\text{Ta có } \left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^{10-k} \cdot (-1)^k x^{-k} = \left(2x - \frac{1}{x}\right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k 2^k x^{10-2k} \cdot (-1)^k$$

Hệ số không chứa x ứng với $k=5 \Rightarrow$ hệ số $C_{10}^5 \cdot 2^5 \cdot (-1)^5 = -8064$

Chọn A

Câu 5: Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2z + \bar{z} = 3 + i$. Tính $A = |iz + 2i + 1|$

A. 1

B. $\sqrt{2}$

C. 3

D. $\sqrt{5}$

Hướng dẫn

Thủ thuật giải phương trình số phức (chứa $z; \bar{z}$)

Nhập Mode+2 (Cmplx) $\Rightarrow$ chuyển chế độ số phức

Cách nhập số phức liên hợp :Shift+2+2"conjg"+"X"

Nhập $2X + \bar{X} - 3 - i$, rồi bấm Calc :100+0,01i $\Rightarrow 297 - 0,99i$

$\Rightarrow (3x - 3) - (-y + 1)i = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 \end{cases} \Rightarrow z = 1 + i$ (bấm Calc 100+0,01i nghĩa là gán $x = 100, y = 0.01$)

Nhập A:|iX+2i+1| rồi bấm calc :1+i+"=" $\Rightarrow A = 3$

Chọn C

Câu 6: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số: $f(x) = \frac{6-8x}{x^2+1}$

A. -2

B. $\frac{2}{3}$

C. 8

D. 10

Hướng dẫn: Ta có $f'(x) = \frac{8x^2 - 12x - 8}{(x^2 + 1)^2}$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 8x^2 - 12x - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \Rightarrow f(2) = -2 \\ x = -\frac{1}{2} \Rightarrow f(-\frac{1}{2}) = -8 \end{cases}$$

Ta vẽ bảng biến thiên và thấy $\min = -2; \max = 8$.

Chọn C

Câu 7: Giải phương trình $x^2 \cdot 5^{x-1} - (3^x - 3 \cdot 5^{x-1})x + 2 \cdot 5^{x-1} - 3^x = 0$

A. $x = 1, x = 2$

B. $x = 0, x = 1$

C. $x = \pm 1$

D. $x = \pm 2$

Hướng dẫn

Nhập phương trình vào MTCT bằng phím Alpha

Calc từng đáp án thấy $x=1; x=-1$ thì ra 0

Chọn C

Câu 8: Trong không gian hệ tọa độ Oxyz cho 2 điểm A(1;3;0) và B(-2;1;1) và đường thẳng

(Δ): $\frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{-2}$. Viết phương trình mặt cầu đi qua A,B có tâm I thuộc đường thẳng (Δ)

A. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$

B. $\left(x + \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

C. $\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{521}{100}$

D. $\left(x - \frac{2}{5}\right)^2 + \left(y + \frac{13}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = \frac{25}{3}$

Hướng dẫn

Cách 1: Giải tự luận $R = IA^2 = IB^2$ và $I \in d \Rightarrow I(-1+2t; 1+t; -2t)$.

Vì mặt cầu đi qua A,B nên $IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow (-2+2t)^2 + (-2+t)^2 + (-2t)^2 = (1+2t)^2 + t^2 + (-2t-1)^2$

Nhập máy chuyển vế+calc: X=1000 để phá ta được

$$-19994 \Rightarrow -(20t-6) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{3}{10} \Rightarrow I\left(-\frac{2}{5}; \frac{13}{10}; -\frac{3}{5}\right); R^2 = IA^2 = \frac{521}{100}$$

Cách 2: mẹo nhanh hơn: phương trình mặt cầu $(x-a)^2 + (y-b)^2 + (z-c)^2 = R^2$

Vì A thuộc mặt cầu nhập 4 biến $(1-A)^2 + (3-B)^2 + (0-C)^2 = D$

Với A; B; C là tâm I còn D là R^2 chuyển sang dấu “-”

Với đáp án A: calc $A = -\frac{2}{5}; B = \frac{13}{10}; C = -\frac{3}{5}; D = \frac{521}{100}$ (sẽ thấy =0)

Chọn A

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ (C). Tìm các giá trị m để đường thẳng $d: y = x + m - 1$ cắt đồ thị tại

2 điểm phân biệt A; B sao cho $AB = 2\sqrt{3}$

A. $m = 4 \pm \sqrt{10}$

B. $m = 2 \pm \sqrt{10}$

C. $m = 4 \pm \sqrt{3}$

D. $m = 2 \pm \sqrt{3}$

Hướng dẫn

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là $\frac{2x+1}{x+1} = x + m - 1 \Leftrightarrow x^2 + (m-2)x + m-2 = 0(*)$

Vì A,B là giao điểm của (C) và d nên A,B thuộc đường thẳng d và tọa độ $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình (*)

$$A(x_1; x_1 + m - 1); B(x_2; x_2 + m - 1) \rightarrow AB = (x_1 - x_2)^2 + (x_2 - x_1)^2 = 2(x_1 - x_2)^2 = 2[(x_1 + x_2)^2 - 4(x_1 \cdot x_2)]$$

$$\text{Theo viet: } (x_1 + x_2) = 2 - m; (x_1 x_2) = m - 2$$

$$AB^2 = 12 \Leftrightarrow m = 4 \pm \sqrt{10}$$

Chọn A

Câu 10: Cho hình chóp S.ABCD có đáy là hình bình hành với $AB=a$; $AD=2a$; góc $BAD=60^\circ$. SA vuông góc với đáy; góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60° . Thể tích khối chóp S.ABCD là V. Tỉ số $\frac{V}{a^3}$ là:

A. $2\sqrt{3}$

B. $\sqrt{3}$

C. $\sqrt{7}$

D. $2\sqrt{7}$

Hướng dẫn

Ta có

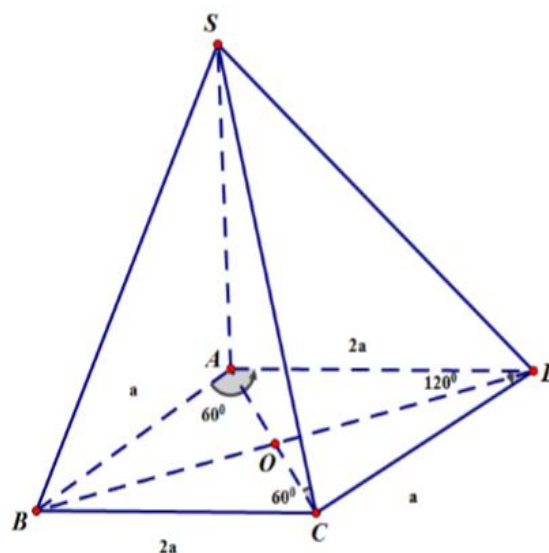
$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2 - 2AB \cdot AD \cos A} = a\sqrt{3}$$

$$AO = \sqrt{\frac{AB^2 + AD^2}{2} - \frac{BD^2}{4}} = a \frac{\sqrt{7}}{2} \rightarrow AC = a\sqrt{7}$$

$$\rightarrow SA = a\sqrt{21}$$

$$\text{Mà } S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AD \sin A = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \text{ do đó } S_{ABCD} = a^2 \sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } \frac{V}{a^3} = \frac{1}{3} SA S_{ABC} = \sqrt{7}$$



Chọn C

Câu 11: Cho hàm số $y = -2x^3 + 6x^2 - 5(C)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị C, biết tiếp tuyến đi qua A(-1;-13)

A. $\begin{cases} y = 6x - 7 \\ y = -48x - 61 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y = 6x - 7 \\ y = 48x - 61 \end{cases}$

C. $\begin{cases} y = -6x - 10 \\ y = 48x - 63 \end{cases}$

D. $\begin{cases} y = -3x - 7 \\ y = 24x - 61 \end{cases}$

Hướng dẫn

Thủ thuật ứng dụng đạo hàm để viết phương trình tiếp tuyến đi qua 1 điểm:

Cách 1: giải tự luận

Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0; y_0)$ là: $y = y'(x_0) \cdot (x - x_0) + y_0$

Tiếp tuyến đi qua A(-1;-13) nên $-13 = y'(x_0) \cdot (-1 - x_0) + y_0$

$$\Leftrightarrow 4x_0^3 - 12x_0^2 + 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 2 \\ x_0 = 1 \end{cases}$$

Tính $y'(2), y(2)$ suy ra tiếp tuyến $y = -48x - 61$.

Tính $y'(1), y(1)$ suy ra tiếp tuyến $y = 6x - 7$.

Cách 2: Trắc nghiệm: Thấy điểm A(-1;-13) thuộc 2 đường thẳng ở câu A.

(câu này không có đáp án nhiễu mà A vẫn thuộc)

Câu 12: Tìm các giá trị của m để hàm số $y = -x^3 + (m+3)x^2 - (m^2 + 2m)x - 2$ đạt cực đại tại $x = 2$

A. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} m = 0 \\ m = 3 \end{cases}$

D. $\begin{cases} m = 5 \\ m = 2 \end{cases}$

Hướng dẫn

TXĐ : $D = R$

$$y' = -3x^2 + 2(m+3)x - (m^2 + 2m) ; y'' = -6x + 2(m+3)$$

$$\text{Hàm số đã cho đạt cực đại tại } x = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(2) = 0 \\ y''(2) < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -12 + 4(m+3) - m^2 - 2m = 0 \\ -12 + 2m + 6 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m = 0 \\ m < 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 2 \end{cases}. \text{ Kết luận : Giá trị } m \text{ cần tìm là } m = 0, m = 2$$

Chọn đáp án a.

Câu 13: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 (C)$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị C tại điểm có hoành độ bằng 1

A. $y = -3x + 1$

B. $y = -3x - 1$

C. $y = -x - 1$

D. $y = x - 3 (-1, 1)$

Hướng dẫn

Làm tương tự câu 1, chọn đáp án A.

Câu 14: Cho cấp số nhân $u_1 = -1; u_{10} = -16\sqrt{2}$. Khi đó công bội q bằng:

A. $2\sqrt{2}$

B. 2

C. $-\sqrt{2}$

D. $\sqrt{2}$

Hướng dẫn

Nhớ công thức cấp số nhân $u_n = u_1 q^{n-1} \rightarrow u_{10} = u_1 q^9 \rightarrow q = \sqrt[9]{22}$ suy ra chọn D.

Câu 15: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n)$

A. -1

B. $\frac{1}{2}$

C. $+\infty$

D. $-\infty$

Hướng dẫn

Tự luận: $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{n^2 + n + 1} - n) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n+1}{\sqrt{n^2 + n + 1} + n} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \frac{1}{n}}{\sqrt{1 + \frac{1}{n} + \frac{1}{n^2}} + 1} = \frac{1+0}{\sqrt{1+0+0}+1} = 1$

Thủ thuật tính giới hạn lim

Bấm máy $\sqrt{X^2 + X + 1} - X + \text{calc} : 9999 = 0,5 = \frac{1}{2}$. Chọn B

Câu 16: Phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{8}{x}}} = \frac{9}{16}$ có 2 nghiệm $x_1; x_2$. Tổng 2 nghiệm có giá trị?

A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Hướng dẫn

Hiệu công thức mũ + biến đổi mũ

$$\left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{8}{x}}} = \frac{9}{16} \Leftrightarrow \left(\frac{3}{4}\right)^{x-1} \cdot \left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{4}{x}} = \left(\frac{3}{4}\right)^2 \Leftrightarrow x-1-\frac{4}{x}=2 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = 3 \end{cases} \rightarrow x_1 + x_2 = 3$$

Câu 17: Cho lăng trụ đứng ABC.A'B'C' có đáy là tam giác ABC vuông tại A, AC=a; góc ACB=60°. Đường chéo BC' của mặt bên (BCC'B) tạo với mặt (AA'C'C) một góc 30°. Tính thể tích khối lăng trụ theo a.

A. $V = a^3 \sqrt{6}$

B. $V = a^3 \frac{\sqrt{6}}{3}$

C. $V = a^3 \frac{2\sqrt{6}}{3}$

D. $V = a^3 \frac{4\sqrt{6}}{3}$

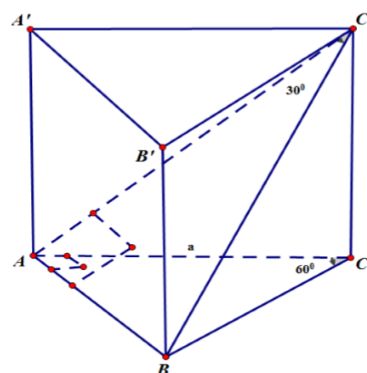
Hướng dẫn

$$AB = \tan ACB = a\sqrt{3}; C'A = \frac{AB}{\tan AC'B} = \frac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{3}} = 3a$$

$$\rightarrow CC' = 2a\sqrt{2}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AB \cdot AC = \frac{a^2 \sqrt{3}}{2} \rightarrow V = a^3 \sqrt{6}$$

Chọn A



Câu 18: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos^2 x) \sin x dx$

A. -1

B. $\frac{4}{3}$

C. $\frac{1}{3}$

D. 0

Hướng dẫn

Shirt Mode+4 (chuyển chế độ rad)

Nhập máy $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x + \cos x \cos x) \sin x dx + "$ = "

Sẽ ra đáp án B

Câu 19: Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$

A. $x \in (1; +\infty)$

B. $x \in [0; 2)$

C. $x \in [0; 2) \cup (3; 7]$

D. $[0; 1) \cup (2; 3]$

Hướng dẫn

Giải tự luận: điều kiện $(x^2 - 3x + 2) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 2 \\ x < 1 \end{cases}$

Chú ý hệ số a logarit $0 < a < 1$

$$\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1 \Leftrightarrow (x^2 - 3x + 2) \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq x \leq 3$$

Kết hợp điều kiện chọn C

Mẹo: giải trắc nghiệm

Nhập máy tính $\log_{\frac{1}{2}}(x^2 - 3x + 2) \geq -1$ (xét lớn hơn hoặc bằng 0)

Với đáp án

Đáp án A: Bấm calc:-9999 và calc 1-0,0001 (sát 1 để kiểm tra) suy ra loại vì calc -999 ra số âm

Đáp án B: Bấm calc:0 và 2-0,0001 suy ra loại vì calc1,9999 không xác định do điều kiện

Đáp án C: Bấm cac:0; calc 1-0,0001; calc 2+0,0001; calc:3=>thỏa mãn dương và bằng 0

Chọn C

Tự xét đáp án D

Câu 20: Giải hệ phương trình $\begin{cases} x^2 + y^2 + 4xy + 2 = 0 \\ 2^{x+y+1} = \sqrt{2-2xy} + x + y \end{cases}$

A. $\{(1; -1); (-1; 1)\}$

B. $\{(1; -1); (0; 2)\}$

C. $\{(2; 0); (0; 2)\}$

D. $\{(-1; 1); (0; 2)\}$

Hướng dẫn

Mẹo thấy luôn $x=0; y=2$ không thỏa mãn phương trình (1) suy ra loại B,C,D

Chọn A

Câu 21: Phương trình $\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0$ có tập nghiệm:

A. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = \pm \frac{\pi}{3} = k\pi$

B. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

C. $x = k\frac{\pi}{3}; x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi$

D. $x = \frac{\pi}{6} + k\frac{\pi}{3}; x = \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{3}\pi$

Hướng dẫn

Tự luận:

$$\cos x + \cos 3x + \cos 5x = 0 \Leftrightarrow 2 \cos 3x \cos 2x + \cos 3x = 0 \Leftrightarrow \cos 3x (2 \cos 2x + 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 3x = 0 \\ \cos 2x = -\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ 2x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3} \\ x = \pm \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}$$

Các em nhập phương trình rồi calc từng đáp án. Chọn A

Câu 22: Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = -3$.

A. $y = 7x + 29$

B. $y = 7x + 30$

C. $y = 7x + 31$

D. $y = 7x + 32$

Hướng dẫn

Tại điểm có hoành độ $x = -3$ ta có tung độ tương ứng $y = 10$

$$y' = \frac{7}{(x+2)^2}, y'(-3) = 7$$

Phương trình tiếp tuyến cần viết là $y = 7(x+3) + 10 \Leftrightarrow y = 7x + 31$

Chọn đáp án c.

Câu 23: Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^2 x + 2 \cos x \cdot \cos^2 \frac{x}{2}} dx$

A. $2\ln 2$

B. $2\ln 3$

C. $\ln 3$

D. $\ln 2$

Hướng dẫn.

Nhập shirt +mode+4 "rad"

Nhập $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{\sin^2 x + 2 \cos x \cdot \cos \frac{x}{2} \cdot \cos \frac{x}{2}} dx = 0,693 = \ln 2$. Chọn D

Câu 24: Số nghiệm của phương trình $|x-3|^{x^2-x} = (x-3)^2$ là:

Hướng dẫn

Kiến thức hay về dạng trị tuyệt đối hàm mũ với a chứa ẩn: $|a|^{f(x)} = |a|^{g(x)} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$

Giải phương trình trên thu được $x=4$; $x=-1$; $x=2$.

Câu 25: Bất phương trình $\frac{\sqrt{x+2}-5-x}{x-7} \geq 1$ có tập nghiệm là:

A. $(-\infty; 2)$

B. $(2; 7)$

C. $[2; 7)$

D. $[7; +\infty)$

Hướng dẫn

Giống câu 19, nhập $\frac{\sqrt{x+2}-5-x}{x-7} - 1 \geq 0$. Xét giá trị dương hoặc bằng 0

Với đáp án A: calc: -9999; calc: 2 - 0,001 loại vì -999 không xác định

Với đáp án B: calc: 2 + 0,0001; calc: 7 - 0,0001 thỏa mãn vì đều dương

Với đáp án C: calc: 2; calc: 7 - 0,0001. Thỏa vì đều dương nhưng khoảng của C rộng hơn khoảng B.

Chọn C

Với đáp án D: calc: 7; calc 9999. Loại vì 7 không xác định

Câu 26: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x) = \frac{2}{3}x^3 - x^2 + 1$ tại điểm có hoành độ x_0 là nghiệm của phương trình $f''(x_0) = 10$

A. $y = 12x - 23$

B. $y = 12x - 24$

C. $y = 12x - 25$

D. $y = 12x - 26$

Hướng dẫn

$$f'(x) = 2x^2 - 2x; \quad f''(x) = 4x - 2$$

Theo đề bài, ta có: $f''(x_0) = 10 \Leftrightarrow 4x_0 - 2 = 10 \Leftrightarrow x_0 = 3$

Với $x_0 = 3 \Rightarrow f(3) = 10; \quad f'(3) = 12$

Phương trình tiếp tuyến tại điểm $(3; 10)$ là: $y = 12x - 26$

Chọn đáp án d.

Câu 27: Số nghiệm của phương trình $z^3 - 2(i+1)z^2 + 3iz + 1 - i = 0$

Hướng dẫn

Thủ thuật chia số phức

Nhẩm $A+B+C+D=0$. Suy ra phương trình có nghiệm $z=1$

Tách bằng máy tính

$$\frac{X^3 - 2(i+1)X^2 + 3iX + 1 - i}{X - 1} + calc : X = 1000$$

Được kết quả $998999 - 1999i \rightarrow z^2 - z - 1 - (2z - 1)i = z^2 - (1 + 2i)z - 1 + i$

$$\rightarrow z^3 - 2(i+1)z^2 + 3iz + 1 - i = (z-1)(z^2 - (1+2i)z - 1 + i) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} z = 1 \\ z^2 - (1+2i)z - 1 + i = 0 \Leftrightarrow \Delta = (-(1+2i))^2 - 4(-1+i) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 1+i \\ z = i \end{cases} \end{cases}$$

Có 3 nghiệm

Câu 28: Cho hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m + 2$ (1). Gọi A là điểm thuộc đồ thị hàm số (1) có hoành độ $x_A = 1$. Tìm các giá trị của m để tiếp tuyến với đồ thị hàm số (1) tại A vuông góc với đường thẳng $d: y = \frac{1}{4}x - 2016$

A. $m = -1$

B. $m = 0$

C. $m = 1$

D. $m = 2$

Hướng dẫn

Ta có: $y' = 4x^3 - 4(m+1)x$

Hệ số góc tiếp tuyến tại điểm A là: $y'(1) = -4m$

Tiếp tuyến tại A vuông góc với đường thẳng d $\Leftrightarrow y'(1) \cdot \frac{1}{4} = -1 \Leftrightarrow m = 1$

Chọn đáp án c.

Câu 29: Sở y tế cử 1 đoàn gồm 10 cán bộ y tế thực hiện tiêm chủng vắc xin sởi-rubella cho học sinh trong đó có 2 bác sĩ nam, 3 y tá nữ và 5 y tá nam. Cần lập một nhóm gồm 3 người về một trường học để tiêm chủng. Tính xác suất sao cho trong nhóm đó có đủ bác sĩ, y tá trong đó có nam và nữ:

A. $\frac{13}{40}$

B. $\frac{11}{40}$

C. $\frac{17}{40}$

D. $\frac{3}{8}$

Hướng dẫn

Số phần tử không gian mẫu

$$n(\Omega) = C_{10}^3 = 120$$

$$n(A) = C_2^1 \cdot C_5^1 \cdot C_3^1 + C_2^1 \cdot C_3^2 + C_2^2 \cdot C_3^1 = 39$$

$$\rightarrow P(A) = \frac{39}{120} = \frac{13}{40}$$

Chọn A

Câu 30: Giải phương trình $\log_2 x^2 + \log_{\frac{1}{2}}(x+2) = \log_{\sqrt{2}}(2x+3)$

A. $x=1$

B. $x=-1$

C. $x=0$

D. $x=-2$

Hướng dẫn Nhập phương trình vào MTCT và Calc từng đáp án.

Đáp án B

Câu 31: Tính giới hạn $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{n^4 + 3n^2 + 1}$

A. $\frac{1}{2}$

B. $\frac{1}{4}$

C. 0

D. $+\infty$

Hướng dẫn

Ta có $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{n^4 + 3n^2 + 1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{n^3}{n^4 \left(1 + \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^4}\right)} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{n \left(1 + \frac{3}{n^2} + \frac{1}{n^4}\right)} = 0$. Chọn C

Câu 32: Tìm m để phương trình $x^3 - 2mx^2 + m^2x + x - m = 0$ có 3 nghiệm

A. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$

B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < 0 \end{cases}$

C. $0 < m < 2$

D. $-2 < m < 2$

Hướng dẫn

Mẹo: lấy máy tính mode+5+4 “giải phương trình bậc 3”

Với đáp án A: Thay $m=2+0,0001$ và $m=-2-0,0001$, với mỗi m phương trình có 3 nghiệm nên đáp án thỏa mãn.

Tương tự thử với đáp án B,C,D thấy không thỏa. Chọn A.

Câu 33: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , gọi M là điểm thuộc cạnh SC

sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3, BC = 3\sqrt{3}$, tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

A. $\frac{3\sqrt{21}}{7}$

B. $\frac{2\sqrt{21}}{7}$

C. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

D. $\frac{\sqrt{21}}{7}$

Hướng dẫn

Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt SA tại $N \Rightarrow AC \parallel MN \Rightarrow AC \parallel (BMN)$

$$AC \perp AB, AC \perp SH \Rightarrow AC \perp (SAB),$$

$$AC \parallel MN \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB)$$

$$\Rightarrow (BMN) \perp (SAB) \text{ theo giao tuyến } BN.$$

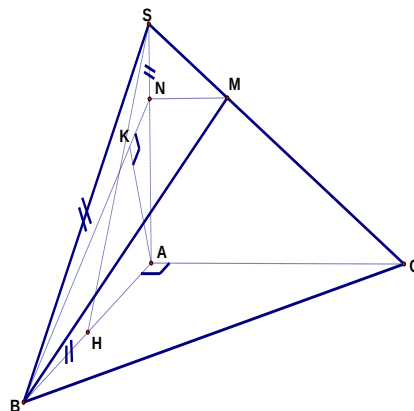
Ta có

$$AC \parallel (BMN) \Rightarrow d(AC, BM) = d(AC, (BMN)) = d(A, (BMN)) = AK \text{ với } K \text{ là hình chiếu của } A \text{ trên } BN$$

$$\frac{NA}{SA} = \frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{ABN} = \frac{2}{3} S_{SAB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2} \text{ (đvdt) và } AN = \frac{2}{3} SA = 2$$

$$BN = \sqrt{AN^2 + AB^2 - 2AN \cdot AB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$$

$$\text{Vậy } d(AC, BM) = \frac{3\sqrt{21}}{7} \text{ (đvdd)}$$



Câu 34: Giải phương trình: $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$

A. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

B. $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan 3 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

C. $x = \frac{\pi}{4} + k2\pi, x = \arctan 3 + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$

D. $x = \frac{\pi}{4} + k3\pi, x = \arctan 3 + k3\pi, k \in \mathbb{Z}$

Hướng dẫn

$$\text{Phương trình} \Leftrightarrow 3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow \sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x - 3\cos x) = 0 \Leftrightarrow \sin x - \cos x = 0 \vee \sin x - 3\cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \tan x = 1 \vee \tan x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy phương trình có hai họ nghiệm: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$. Chọn A

Câu 35: Một hộp chứa 20 quả cầu giống nhau gồm 12 quả đỏ và 8 quả xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 quả. Tính xác suất để trong 3 quả cầu chọn ra có ít nhất một quả cầu màu xanh.

- A. $\frac{46}{57}$ B. $\frac{45}{57}$ C. $\frac{11}{57}$ D. $\frac{12}{57}$

Hướng dẫn:

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3$

Gọi A là biến cố “Chọn được ba quả cầu trong đó có ít nhất một quả cầu màu xanh”

Thì $\bar{A}$ là biến cố “Chọn được ba quả cầu màu đỏ” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_{12}^3 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3}$

Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{46}{57}$

Chọn A.

Câu 36: Tính giới hạn : $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{4x-3}}{x^2 - 9}$

- A. $\frac{2}{18}$ B. $\frac{3}{18}$ C. $\frac{1}{18}$ D. $\frac{3}{12}$

Hướng dẫn

$$L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - \sqrt{4x-3})(x + \sqrt{4x-3})}{(x^2 - 9)(x + \sqrt{4x-3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{(x^2 - 9)(x + \sqrt{4x-3})}$$

$$L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{(x+3)(x+\sqrt{4x-3})} = \frac{3-1}{(3+3)(3+\sqrt{4 \cdot 3 - 1})} = \frac{1}{18}$$

Chọn C.

Câu 37: Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức : $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

- A. 320 B. 160 C. -810 D. -720

Hướng dẫn

$$\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (3x^3)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-1)^k 3^{5-k} \cdot 2^k x^{15-5k}$$

Hệ số của của số hạng chứa x^{10} là $C_5^k (-1)^k 3^{5-k} 2^k$, với $15-5k=10 \Leftrightarrow k=1$

Vậy hệ số của x^{10} là : $C_5^1(-1)^1 3^4 2^1 = -810$. Chọn C

Câu 38: Cho hình chóp đều S.ABCD có đánh bằng 2a. Mặt bên hình chóp tạo với đáy một góc 60 độ. Mặt phẳng (P) chứa AB đi qua trọng tâm G của tam giác SAC cắt SC, SD lần lượt tại M, N. Tính theo a thể tích khối chóp S.ABMN.

A. $\frac{5\sqrt{3}a^3}{3}$

B. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

C. $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

D. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

Hướng dẫn

Ứng dụng công thức tỉ lệ thể tích

$$\rightarrow V_{S.ABMN} = \frac{V_{ABCD}}{2}$$

$$SH = HI \tan SIH = a\sqrt{3}; S_{ABCD} = 4a^2 \rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3} SH \cdot S_{ABCD} = \frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$$

$$\rightarrow V_{ABCMN} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{2}$$

Câu 39: Cho hình lăng trụ ABC .A'B'C' có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a . Hình chiếu vuông góc của A' xuống mp ABC là trung điểm của AB. Mặt bên (AA' C'C) tạo với đáy một góc bằng 45 . Tính thể tích của khối lăng trụ này.

A. $\frac{3a^3}{16}$

B. $\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$

C. $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$

D. $\frac{a^3}{16}$

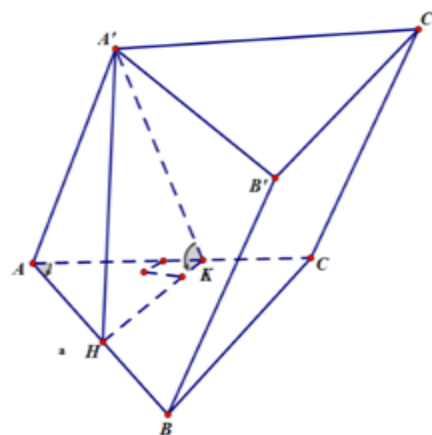
Hướng dẫn

Hiệu cách xác định góc giữa 2 mặt phẳng

$$HK = AH \sin A = \frac{a}{2} \sin 60 = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$\rightarrow SH = HK \tan SKH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$$

$$S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4} \rightarrow V = SH \cdot S_{ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{4} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{3a^3}{16}$$



Chọn A

Câu 40: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz , cho đường thẳng $d : \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm A(-2;1;0). Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và chứa d.

A. $x-7y-4z+9=0$

B. $x-7y-4z+8=0$

C. $x-6y-4z+9=0$

D. $x-y-4z+3=0$

Hướng dẫn

Đường thẳng d qua điểm B(2;1;1) và có một VTCP $\vec{u} = (1;-1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{BA} = (4; 0; 1)$, suy ra mặt phẳng (P) có một VTPT $\vec{n} = [\vec{u}, \overrightarrow{BA}] = (-1; 7; 4)$.

Mặt khác, (P) qua A nên có phương trình $x - 7y - 4z + 9 = 0$.

Câu 41: Cho A(1;-2;3) và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$, viết phương trình mặt cầu tâm A, tiếp xúc với d

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 25$

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$

Hướng dẫn

Chú ý tâm A $\Rightarrow$ loại A và C vì $(x-1)^2$

Xét B và D

Nếu tiếp xúc thì d tiếp xúc với mặt cầu tại một điểm (tức là phương trình có một nghiệm)

Gọi H là tiếp điểm $\Rightarrow \begin{cases} H(-1+2t; 2+t; -3-t) \\ H \in (S) \rightarrow (-1+2t-1)^2 + (2+t+2)^2 + (-3-t-3)^2 - B \end{cases}$ (B ở đây là 50 hoặc 25)

Nhập calc $X=t=1000$, $B=50$ ta được $6012006 = 6t^2 + 12t + 6 = 6(t+1)^2 = 0 \Rightarrow$ có 1 nghiệm

Chọn B

Câu 42: Cho ngũ giác ABCDE. Gọi M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DE. Gọi I, J lần lượt là trung điểm các đoạn MP và NQ. Biết $I(1;-1)$, $J(0;2)$, $E(4;5)$. Tìm tọa độ điểm A?

A. $A(2;0)$

B. $m = \frac{11}{4}$

C. $m = 0$

D. $m = \frac{9}{2}$

Hướng dẫn

Ta có $4\vec{IJ} = 2(\vec{IQ} + \vec{IN})$

Mà $\vec{IM} + \vec{IP} = \vec{0}$ do đó $\vec{IQ} + \vec{IN} = \vec{IM} + \vec{MQ} + \vec{IP} + \vec{PN} = \vec{MQ} + \vec{PN}$

$$= \frac{1}{2}(\vec{AE} + \vec{BD}) + \frac{1}{2}\vec{DB} = \frac{1}{2}\vec{AE}$$

Suy ra $4\vec{IJ} = \vec{AE}$. Từ đây tìm ra được tọa độ điểm A.

Câu 43: Trong hệ tọa độ Oxy, cho tứ giác ABCD có E, F lần lượt là trung điểm của AD và BC.

Biết $\overrightarrow{AB} = (1; 2)$, $\overrightarrow{DC} = (-3; 1)$ và $E(1; 0)$. Tìm tọa độ điểm F.

B. $F\left(0; \frac{3}{2}\right)$

B. $F\left(1; \frac{3}{2}\right)$

C. $F\left(2; \frac{3}{2}\right)$

D. $F(2; 2)$

Hướng dẫn

Theo tính chất đường trung bình của tứ giác ta có

$$2\overrightarrow{EF} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 2(x_F - 1) = -2 \\ 2(y_F - 0) = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_F = 0 \\ y_F = \frac{3}{2} \end{cases}$$

Vậy $F\left(0; \frac{3}{2}\right)$

Câu 44: Trong mặt phẳng Oxy, cho tứ giác ABCD. Các điểm M, N, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, BC, CD, và DA. Biết $A(1; 2)$, $\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} = (3; -1)$ và C có hoành độ là 2. Tính $x_M + x_Q$?

B. 2

B. 1

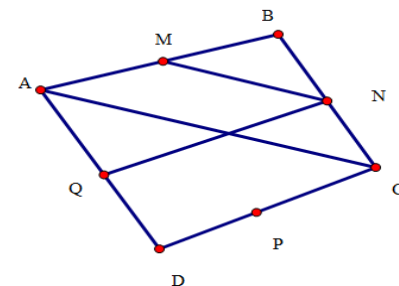
C. 4

D. 3

Hướng dẫn

Ta có $\overrightarrow{ON} + \overrightarrow{OP} = (3; -1) \Rightarrow x_N + x_P = 3$

Mà $\begin{cases} \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \\ \overrightarrow{PQ} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AC} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_M - x_N = \frac{1}{2}(x_A - x_C) \\ x_Q - x_P = \frac{1}{2}(x_A - x_C) \end{cases}$



$\Rightarrow x_M - x_N + x_Q - x_P = (x_A - x_C) \Leftrightarrow x_M + x_Q = (x_A - x_C) + x_N + x_P = 1 - 2 + 3 = 2$. Chọn A

Câu 45: Trong mặt phẳng Oxy cho đường tròn (I) có hai đường kính AB và MN với $A(2; -1)$, $B(2; -5)$. Gọi E và F lần lượt là giao điểm của các đường thẳng AM và AN với tiếp tuyến của (I) tại B. Tìm tọa độ trực tâm H của tam giác MEF sao cho H nằm trên đường thẳng $\Delta: x - 2y - 2 = 0$ và có hoành độ là một số nguyên.

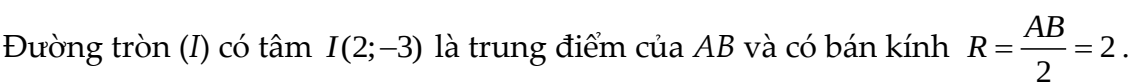
A. $H(4; 1)$

B. $H(3; 1)$

C. $H(4; 5)$

D. $H(7; 1)$

Hướng dẫn



Suy ra H, A, F thẳng hàng.

Gọi I' là điểm đối xứng của I qua A . Khi đó $I'(2;1)$, $II' = 2AI = HM$ và $II' \parallel HM$. Suy ra $HMII'$ là hình bình hành. Do đó $I'H = IM = R = 2$.

Ta có $I'H = 2 \Leftrightarrow I'H^2 = 4 \Leftrightarrow (2t+2-2)^2 + (t-1)^2 = 4$

$$\Leftrightarrow t=1 \text{ hoặc } t=\frac{-3}{5} \text{ (loại)}$$

Câu 46: Xác định m để hàm số $y = \frac{x+m}{\sqrt{x^2+1}}$ đồng biến trong khoảng $(0; +\infty)$.

- ### D. $m < 2$

 $+ \text{TXD}; D = R$

Hàm số ĐB trong $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$.

$$\Leftrightarrow -mx + 1 \geq 0 \text{ mọi } x \in (0; +\infty). \quad (1)$$

. m = 0 (1) đúng

. $m > 0$: $-mx + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 1/m$. Vậy (1) không thỏa mãn.

. $m < 0$: $-mx + 1 \geq 0 \Leftrightarrow x \geq 1/m$. Khi đó (1) $\Leftrightarrow \frac{1}{m} \leq 0$ (t/m).

Giá trị cần tìm là: $m \leq 0$

Chọn đáp án a.

Câu 47: Tìm m để phương trình $\sqrt{2-x} - \sqrt{2+x} - \sqrt{4-x^2} = m$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $2 < m < 3$

B. $-\frac{5}{2} < m < -2$

C. $\frac{1}{2} < m < 1$

D. $-\frac{9}{2} < m < -3$

Hướng dẫn

Điều kiện: $-2 \leq x \leq 2$. Đặt $t = \sqrt{2-x} - \sqrt{2+x}$

$$\Rightarrow t' = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}} - \frac{1}{2\sqrt{2+x}} < 0 \Rightarrow t \in [-2; 2]$$

Phương trình trở thành: $t^2 + 2t - 4 = 2m$

Đặt $g(t) = t^2 + 2t - 4$ với $t \in [-2; 2]$

$$\Rightarrow g'(t) = 2t + 2$$

Vẽ bảng biến thiên của $g(t)$ trên $[-2; 2]$

Suy ra để phương trình có hai nghiệm phân biệt thì

$$-5 < 2m < -4 \Leftrightarrow -\frac{5}{2} < m < -2$$

Câu 48: Lớp 10A có 30 bạn học tiếng Anh, 20 bạn học tiếng Pháp, 15 bạn học tiếng Trung, trong đó có 3 bạn học cả tiếng Anh và tiếng Trung, 4 bạn học cả tiếng Pháp và tiếng Trung, 2 bạn học cả tiếng Anh và tiếng Pháp. Hỏi lớp 10A có bao nhiêu học sinh, biết rằng mỗi học sinh đều học ít nhất một trong ba ngoại ngữ trên và không bạn nào học đồng thời cả ba ngoại ngữ.

A. $\frac{121}{6}$

B. $\frac{119}{6}$

C. $\frac{123}{6}$

D. $\frac{125}{6}$

Hướng dẫn

Số học sinh lớp 10A là $30 + 20 + 15 - (3 + 4 + 2) = 56$ học sinh.

Học sinh vẽ biểu đồ Ven sẽ thấy rõ.

Câu 49: Cho hai số thực dương x, y thỏa $x + y = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $P = 9^x + 2 \cdot 3^{1+y}$ lớn hơn và gần giá trị nào sau đây nhất.

A. $\frac{3233}{250}$

B. $\frac{1623}{125}$

C. $\frac{27}{\sqrt[3]{9}}$

D. $\frac{27}{\sqrt[3]{13}}$

Hướng dẫn

Ta có $x + y = 1 \Leftrightarrow y = 1 - x$ thay vào biểu thức ta được $P = 9^x + 2 \cdot 3^{2-x} = 9^x + \frac{18}{3^x} = t^2 + \frac{18}{t}$ với $t = 3^x$.

Vì x, y dương nên $x \in (0; 1)$ suy ra $t \in (1; 3)$, bằng cách khảo sát và vẽ bảng biến thiên ta tìm được giá trị nhỏ nhất là $\frac{27}{\sqrt[3]{9}}$. Số này lớn hơn $\frac{3233}{250}$ nên đáp án A đúng.

Câu 50: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x, y) = \frac{x^4}{y^4} + \frac{y^4}{x^4} - 2\left(\frac{x^2}{y^2} + \frac{y^2}{x^2}\right) + \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ với $x, y \neq 0$.

- A. -2
- B. -3
- C. -4
- D. -5

Hướng dẫn

Đề thi gồm:

- 30 câu có mức độ cơ bản dành cho học sinh trung bình.
- 10 câu có mức độ dành cho học sinh khá.
- 5 câu có mức độ dành cho học sinh giỏi.
- 5 câu có mức độ dành cho học sinh xuất sắc.

Cơ cấu kiến thức trong đề phân bố như sau:

- Kiến thức trong chương trình lớp 10:10%
- Kiến thức trong chương trình lớp 11: 20%
- Kiến thức trong chương trình lớp 12:70%.

Phần nội dung	Lĩnh vực kiến thức	Dạng câu hỏi	Số câu hỏi	Đo lường năng lực (Mục tiêu đánh giá)
Phần bắt buộc				
Môn toán 90 phút	Đại số; Hình học; Giải thích; Thống kê và xác suất sơ cấp	35 câu trắc nghiệm 4 lựa chọn/một đáp án duy nhất, 15 câu tự tìm	50 câu	Năng lực tư duy định lượng với các cấp độ hiểu, tính toán, suy luận, giải quyết vấn đề, ứng dụng, đo lường, sáng tạo

		ra đáp án		
--	--	-----------	--	--