BỘ ĐỀ ÔN TẬP TOÁN 12

GIỮA KÌ 1

2026 - 2027

Chương trình mới thống nhất SGK

Sưu tầm các bài toán đa dạng giúp học sinh có kĩ năng tư duy và kỹ năng phản xạ đề.

1. Trắc nghiệm nhiều phương án
2. Trắc nghiệm đúng sai
3. Trả lời ngắn

MK LÊ MINH KHA -0399653362

Mục lục

Chương I. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1 3

Chương II. LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1 134

Chương III. BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1 363

Chương I

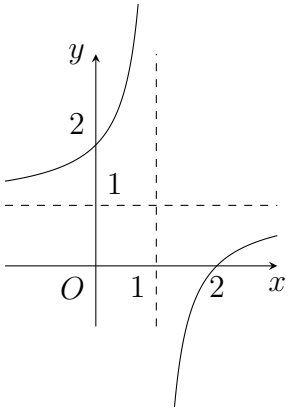
BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 1
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:

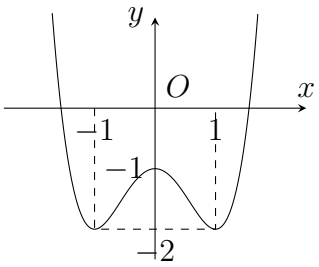


Khẳng định nào sau đây đúng?

(A) Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$..
(B) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$..
(C) Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$..
(D) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$..

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào

sau đây?



Ⓐ $x=1$.. Ⓑ $x=-2$.. Ⓒ $x=0$.. Ⓓ $x=-1$..

Câu 3. Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x}=2\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{y}=\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$ và $\vec{z}=-3\vec{b}-2\vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng.
Ⓑ $\vec{x}$, $\vec{a}$ cùng phương.
Ⓒ $\vec{x}$, $\vec{b}$ cùng phương.
Ⓓ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đôi một cùng phương.

A

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x+2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.
Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.
Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=-x^3-3x^2+1$ trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

Ⓐ 1..
Ⓑ -1..
Ⓒ -3..
Ⓓ Không tồn tại..

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

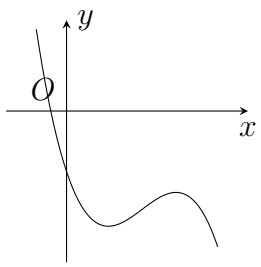
Ⓐ $\overrightarrow{AG}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.
Ⓒ $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{2}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.
Ⓓ $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{4}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

B

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2;-1;3)$ trên mặt phẳng Oyz là

Ⓐ $(0;-1;0)$. Ⓑ $(-2;0;0)$. Ⓒ $(0;-1;3)$. Ⓓ $(-2;-1;0)$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $a<0;b<0;c<0;d<0$..
Ⓑ $a<0;b>0;c<0;d<0$..

Ⓒ $a<0;b>0;c>0;d<0$.. Ⓓ $a>0;b>0;c>0;d<0$..

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x)=x(x+1)^2(2-x)^3, \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Câu 10. Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Ⓐ 30 m/s. Ⓑ 400 m/s. Ⓒ 216 m/s. Ⓓ 54 m/s.

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y=x^3-3x^2-1$. Ⓑ $y=x^3-x^2+6x-1$.
Ⓒ $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Ⓓ $y=x^4+2x^2-1$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(2;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;-2)$. Ⓒ $(-2;+\infty)$. Ⓓ $(-2;1)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

c) Hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

d) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận.

Bài 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi M, N, G, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN, AC, BD.

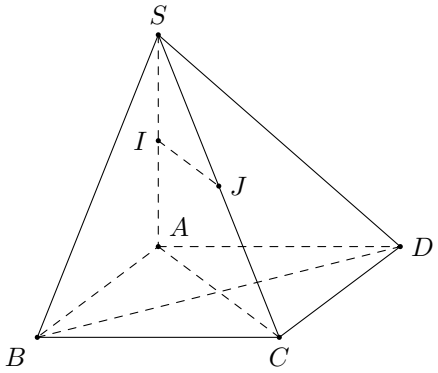
a) $2\overrightarrow{QP}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}$.

b) Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right)$ bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

c) Giá trị của $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=-\overrightarrow{GD}$.

d) Góc giữa $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{MN}$ là $60°$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SC. G là trọng tâm tam giác SBD.



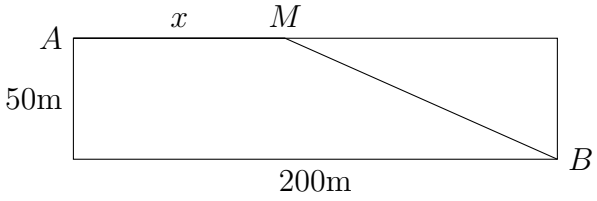
a) $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

b) $\overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG}$.

c) $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BD} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AG}^2 = \overrightarrow{AS}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2$.

Bài 4. Có một bể bơi hình chữ nhật rộng 50 m, dài 200 m. Một vận động viên xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm M trên cạnh dài và bơi từ M đến điểm B ở góc đối diện. Biết vận tốc chạy $4,8$ m/s, vận tốc bơi $2,4$ m/s. Gọi x (m) là khoảng cách từ A đến M $(0 < x < 200)$.



a) Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là: $\dfrac{x}{4,8}$ giây.

b) Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là: $\dfrac{\sqrt{(200-x)^2+50^2}}{2,4}$ giây.

c) Nếu $AM = 100$ m thì tổng thời gian di chuyển từ A đến B ít hơn 1 phút.

d) Vận động viên chọn điểm M cách A khoảng 171 mét thì đến B nhanh nhất.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

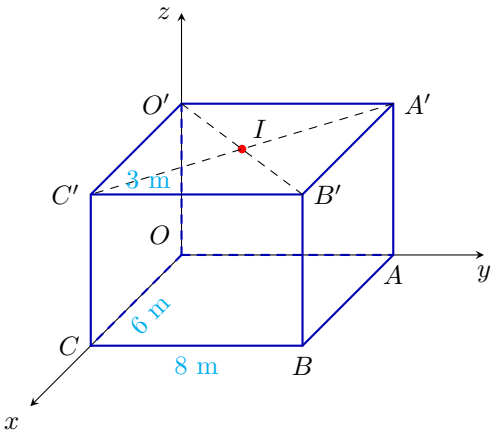
Bài 1. Biết hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $M = 2a - 3b$ bằng bao nhiêu?

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}mx^2 + 6m$ (với m là tham số). Tính tổng bình phương các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A, B cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

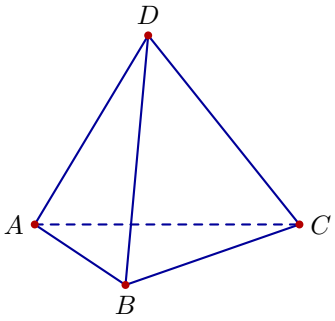
Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ biết $A(2;0;0), B(0;2;0), C(1;1;3)$. Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC. Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 4. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m, chiều rộng 6 m và chiều cao 3 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được

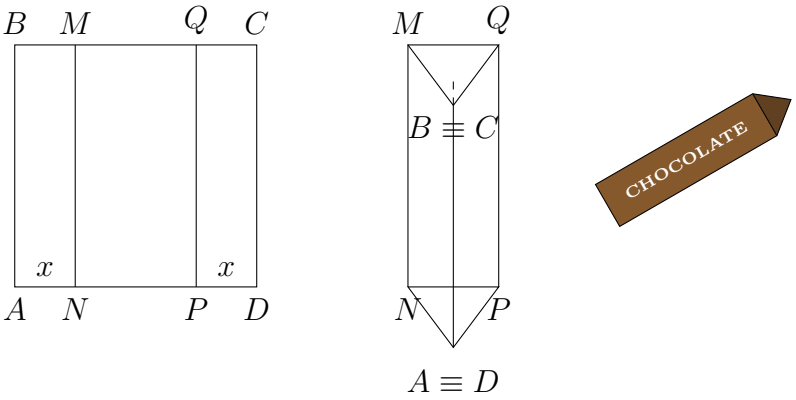
lấy theo mét. Khi đó, tọa độ của điểm treo đèn là $I(x;y;z)$, hãy tính $x+y+z$.



Bài 5. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot(2024\overrightarrow{BC}-2025\overrightarrow{CD})$.



Bài 6. Để tạo ra phần xung quanh của một hộp kẹo sôcôla có dạng hình lăng trụ đứng (không tính hai đáy), người ta dùng một tờ giấy bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh là 15 cm. Ta gập tấm bìa theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ để được hình lăng trụ đứng khuyết hai đáy. Khi đó ta có thể tạo được hộp kẹo sôcôla có thể tích lớn nhất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) centimet khối, biết thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao?



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 2
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ -3. Ⓓ 2.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	-26	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-26;6)$. Ⓑ $(-\infty;-1)$. Ⓒ $(3;+\infty)$. Ⓓ $(-1;2)$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$-\frac{29}{3}$	↗	$+\infty$

Ⓐ $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2+3x+\dfrac{2}{3}$. Ⓑ $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x-\dfrac{2}{3}$.
Ⓒ $y=x^3-3x^2-9x-2$. Ⓓ $y=-x^3+3x^2+9x-2$.

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

Ⓐ 7. Ⓑ 6. Ⓒ $\dfrac{19}{3}$. Ⓓ $\dfrac{13}{3}$.

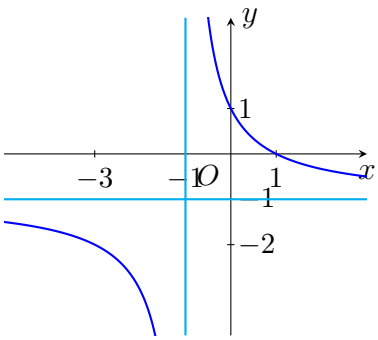
Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng?

Ⓐ $\dfrac{1}{3}(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c})$. Ⓑ $\dfrac{1}{3}(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.
Ⓒ $\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c})$. Ⓓ $\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=4\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. Tính độ dài của $\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}$

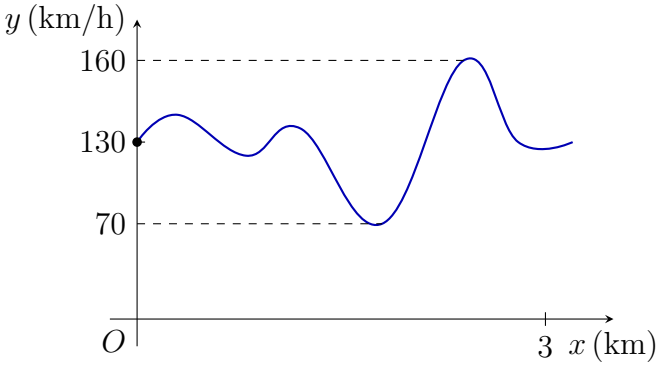
Ⓐ $\sqrt{74}$. Ⓑ $3\sqrt{6}$. Ⓒ $5\sqrt{2}$. Ⓓ $\sqrt{42}$.

Câu 7. Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y=\dfrac{-x}{x+1}$. Ⓑ $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$. Ⓓ $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Câu 8. Đồ thị bên dưới là tốc độ của chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km



Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

Ⓐ 3 (km/h). Ⓑ 160 (km/h). Ⓒ 130 (km/h). Ⓓ 70 (km/h).

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ có tọa độ là:

Ⓐ $G(2;-1;-1)$. Ⓑ $G(2;-2;-1)$.
Ⓒ $G(0;-1;-1)$. Ⓓ $G(6;-3;-3)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(2;1;-4)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

Ⓐ $(3;0;-2)$. Ⓑ $(-1;-2;6)$. Ⓒ $(1;0;-6)$. Ⓓ $(1;2;-6)$.

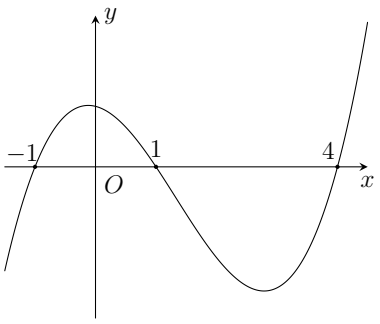
Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3};\sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖
$f(x)$	‖	0 ↗	2	↘	-2	↗	$2\sqrt{5}$ ‖

Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 0$.
Ⓑ $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$.
Ⓒ $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 1$.
Ⓓ $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;4)$. Ⓑ $(-1;1)$. Ⓒ $(1;+\infty)$. Ⓓ $(-\infty;-1)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$. Điểm M thuộc cạnh SA và $SM = \dfrac{2}{3}SA$.

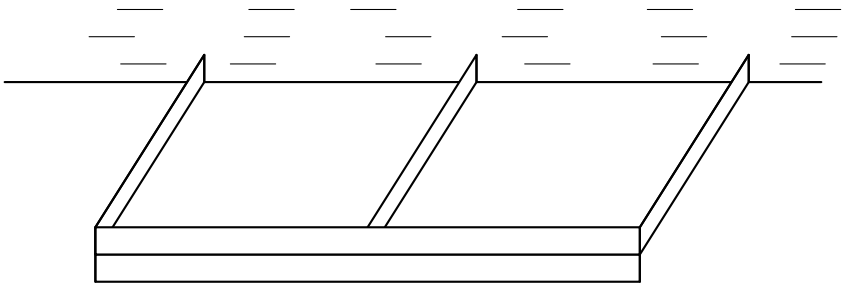
a) $\overrightarrow{SM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SA}$.

b) $\overrightarrow{MA} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AS}$.

c) Điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = \dfrac{2}{3}SB$. Khi đó $\overrightarrow{SN} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SB}$.

d) $\overrightarrow{MN} = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

Bài 2. Một người nông dân có 15.000.000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Gọi x là chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E (trong ba mặt song song, $x > 0$). Gọi y là chiều dài mặt hàng rào hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).



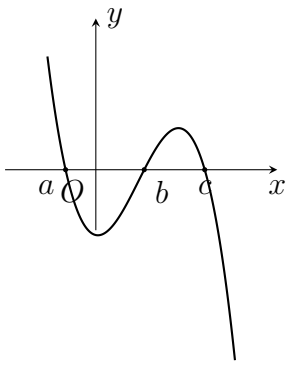
a) Số tiền phải làm là: $x \cdot 60000 + y \cdot 3 \cdot 50000 = 15000000$ đồng.

b) Diện tích đất: $S = x \cdot y = x \cdot \dfrac{500 - 5x}{2} = 250x - \dfrac{5}{2}x^2$.

c) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được $\max\limits_{(0;+\infty)} S = 6250$ (m^2).

d) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được khi chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E là 50 m.

Bài 3. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ $a < b < c$ như hình vẽ bên dưới:



a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; a)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

c) $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

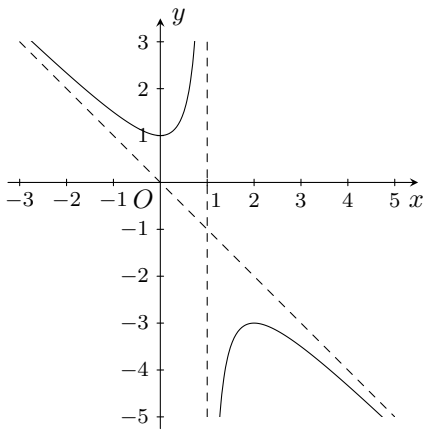
Bài 4. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$.

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng -3.

d) Hàm số có đồ thị như hình vẽ bên



Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{5x - 3}{2x + 6}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là các đường thẳng $x = a$ và $y = b$. Tính $a + 4b$?

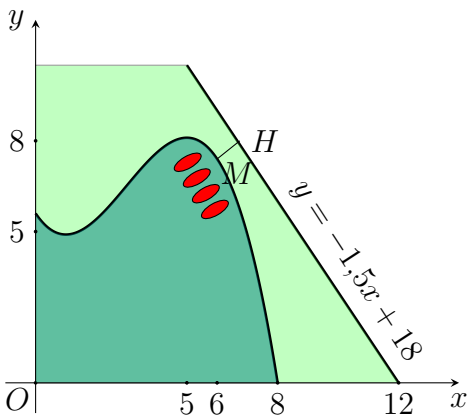
Bài 2. Cho đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{5x^2 - 6x + 9}{x - 1}$ có tâm đối xứng là $I(a; b)$. Giá trị của biểu thức $C = a + 3b$ là bao nhiêu?

Bài 3. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ sao cho $|\vec{a}| = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = 2$ và hai vectơ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b}$, $\vec{y} = 2\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (đơn vị độ).

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 0; 3)$, $B(2; 3; -4)$, $C(-3; 1; 2)$. Biết điểm $D(a; b; c)$ sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tính $a + b + c$.

Bài 5. Gọi S là tập hợp các số nguyên có giá trị tuyệt đối không vượt quá 28. Chọn ngẫu nhiên hai số a, b phân biệt từ tập S. Tính xác suất để hai đồ thị $(C_1) : y = x^4 + 2ax^2 + 4b$ và $(C_2) : y = -\dfrac{1}{2}x^4 + bx^2 - a$ đều có 3 điểm cực trị, đồng thời chúng đều có điểm cực trị chung.

Bài 6. Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y = f(x) = \dfrac{1}{10}(-x^3 + 9x^2 - 15x + 56)$. Đơn vị độ dài trên mỗi trục là 100 m (*Nguồn: A. Bigalke et al, Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016*).



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y = -1{,}5x + 18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này bằng bao nhiêu?

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2+4x-5$?

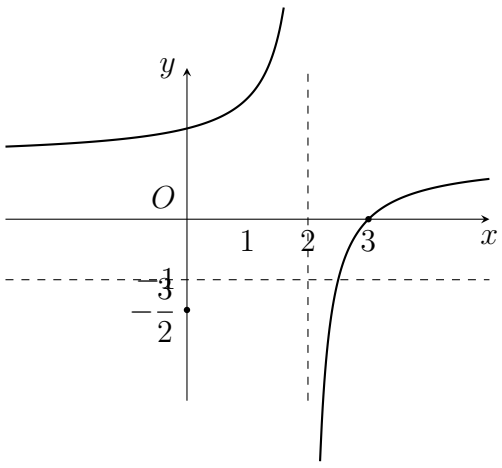
Ⓐ $M(0;5)$. Ⓑ $Q(1;4)$. Ⓒ $N(2;15)$. Ⓓ $P(-2;15)$.

Câu 2. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-1	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	-1

Ⓐ $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. Ⓑ $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{cx+2}$ $(a,b,c\in\mathbb{R};c\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng



Ⓐ -3. Ⓑ 5. Ⓒ -4. Ⓓ 3.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

Ⓐ $(2;1;-3)$. Ⓑ $(2;-3;1)$. Ⓒ $(-3;1;2)$. Ⓓ $(1;2;-3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox có tọa độ là

Ⓐ $(1;0;0)$. Ⓑ $(0;-2;0)$. Ⓒ $(0;0;5)$. Ⓓ $(0;-2;5)$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

Ⓐ N là trung điểm BD..
Ⓑ N là đỉnh hình bình hành $BCDN$..
Ⓒ N là đỉnh hình bình hành $CDBN$..
Ⓓ $N\equiv A$..
C

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Số điểm cực tiểu của $y=f(x)$ là

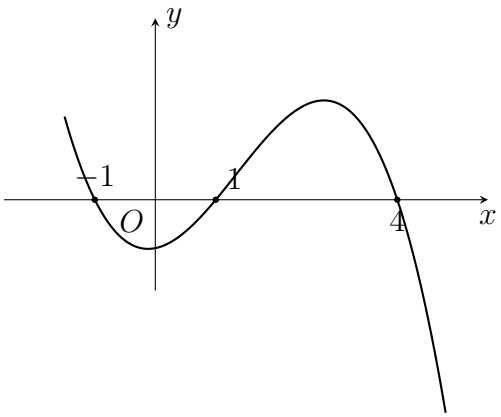
x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 8. Hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;1)$. Ⓒ $(-2;1)$. Ⓓ $(1;4)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào **sai** về hàm số $y=f(x)$?



Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.
Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;4)$.
Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(4;+\infty)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng

và tiệm cận ngang?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	3	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	-2 $\nearrow$	5

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2;2;0)$, $\vec{b} = (2;2;0)$, $\vec{c} = (2;2;2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 11. Ⓒ $2\sqrt{11}$. Ⓓ $2\sqrt{6}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;5]$ là 111.

d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam giác ABC bằng 2 với $C(-1;2)$.

Bài 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M là giao điểm của CD' và $C'D$.

a) $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

b) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = a^2$.

c) $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

d) Góc giữa $A'C$ và BD là $60°$.

Bài 3. Một cửa hàng bán vải thiều với giá bán là 30000 đồng/1kg. Giá nhập vào là 16000 đồng/1kg. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 100 kg/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/1kg thì số vải thiều bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

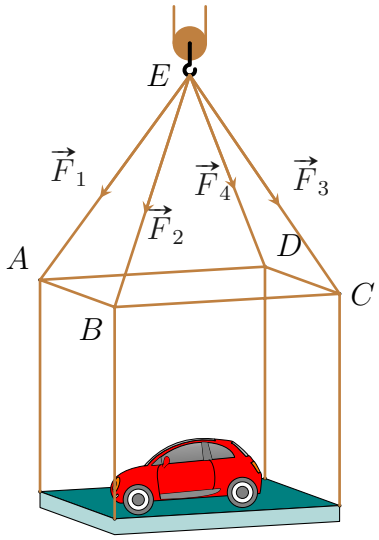
a) Nếu giữ nguyên giá ban đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1400000 đồng.

b) Nếu giá bán là 20000 đồng/1kg, cửa hàng bán được 250 kg/ngày.

c) Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán $(16 < x < 30)$, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x) = (x - 16)(400 - 10x)$.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1600000 đồng.

Bài 4. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng $60°$. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là 4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2900 N. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$.

b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$.

c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 8000$ N (làm tròn đến hàng đơn vị).

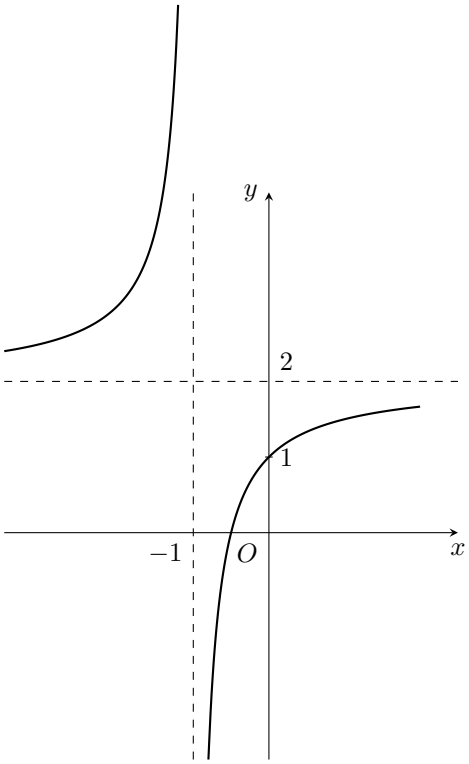
d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 12688 N (làm tròn đến hàng đơn vị).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = 2x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Biết đồ thị hàm số có hai tiệm cận xiên cắt nhau tại $I(a; b)$. Tính $a + b$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax + 1}{cx + d}, (a, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị

của $f(9)$.

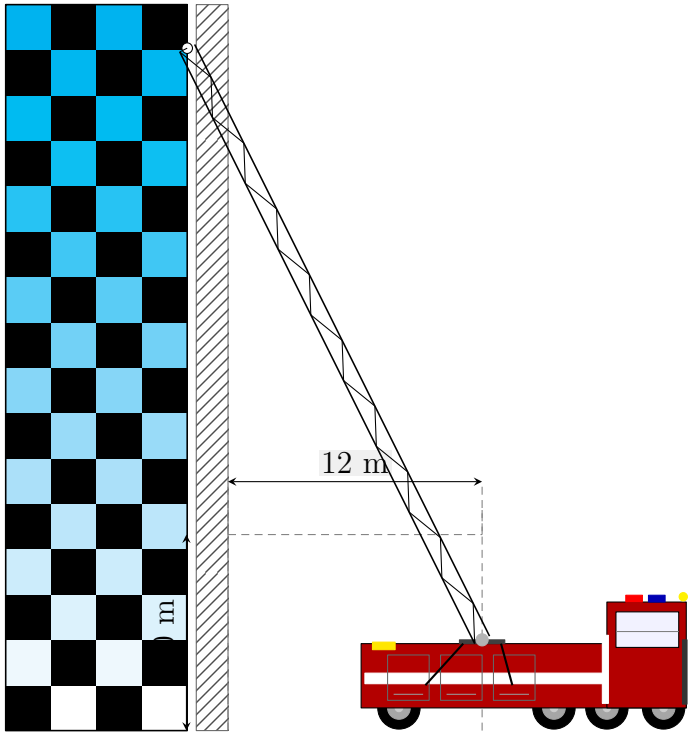


Bài 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CD; G là trung điểm của AM biết $\overrightarrow{BG} \cdot \overrightarrow{AC} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

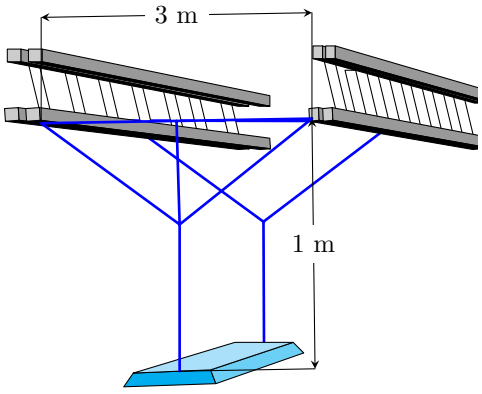
Bài 4. Trong hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(1;5;8)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên mặt phẳng (Oxy). Biết máy thu đặt ở vị trí $M(a;b;c)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất. Khi đó $a+2b+3c$ bằng.

Bài 5. Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng. Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10 m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12 m so với tường. Giả sử, độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là $1,2$ m, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện

nhiệm vụ này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Bài 6. Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m. Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a + b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a + b + c$.

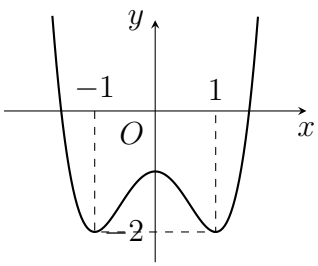


TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 4
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

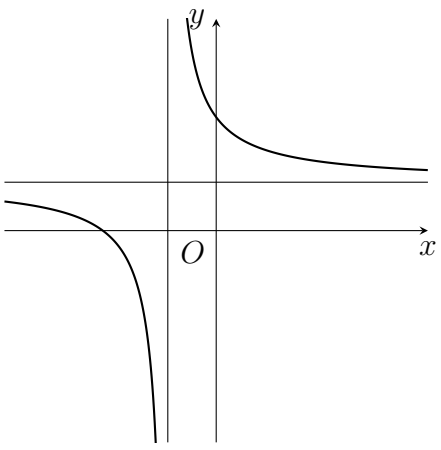


Ⓐ $(0;1)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(0;+\infty)$. Ⓓ $(-1;1)$.

Câu 2. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

Ⓐ $x = 0$. Ⓑ $x = 3$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $x = 2$.

Câu 3. Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ $y' < 0, \forall x \neq -1$. Ⓑ $y' > 0, \forall x \neq -1$.
Ⓒ $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ⓓ $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

Ⓐ $(0;1;0)$. Ⓑ $(2;1;0)$. Ⓒ $(0;1;-1)$. Ⓓ $(2;0;-1)$.

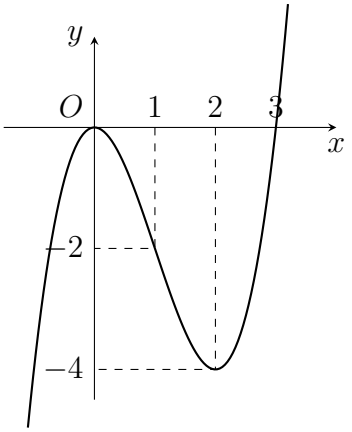
Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

(A) 5. (B) 3. (C) 2. (D) 4.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình bên?



(A) $y=x^3-3x$. (B) $y=x^3-3x^2$.
(C) $y=x^3+3x$. (D) $y=x^3+3x^2$.

Câu 7. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$. (B) $\vec{a}\cdot\vec{b}=0$.
(C) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-1$. (D) $\vec{a}\cdot\vec{b}=-|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c},\overrightarrow{SD}=\vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\vec{a}+\vec{c}=\vec{b}+\vec{d}$. (B) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.
(C) $\vec{a}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{c}$. (D) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}+\vec{d}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{ON}=-2\vec{i}+3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu của điểm N trên trục Ox.

(A) $K(-2;0;0)$. (B) $K(2;0;0)$.
(C) $K(-2;0;-3)$. (D) $K(2;0;3)$.

Câu 10. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng?

(A) $y=\dfrac{2}{x+2}$. (B) $y=\dfrac{5x}{2-x}$.
(C) $y=\dfrac{1}{x+1}$. (D) $y=x-2+\dfrac{1}{x+1}$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

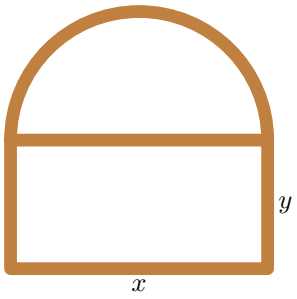
(A) $y=\ln x$. (B) $y=\log x$.
(C) $y=\left(\dfrac{1}{2023}\right)^x$. (D) $y=\left(\dfrac{8}{5}\right)^x$.

Câu 12. Chi phí để sản xuất x sản phẩm là $C(x) = 2500 + 10x + \dfrac{1}{4}x^2$ (nghìn đồng). Chi phí trung bình trên mỗi sản phẩm là thấp nhất khi số lượng sản phẩm được sản xuất là

Ⓐ 50. Ⓑ 20. Ⓒ 1000. Ⓓ 100.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên dưới, người ta dùng 8 m dây thép để làm các đường viền. Gọi x, y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.



a) Chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt là $\dfrac{\pi x}{2}$

b) Giá trị của y tính theo x là $4 - \dfrac{x(4+\pi)}{4}$

c) Diện tích của cửa sổ là $S = 4x - x^2$

d) Khi diện tích của cửa sổ lớn nhất thì $y = \dfrac{16}{8+\pi}$

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	2	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	↗	$+\infty$
					2		

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(-5) < f(4)$.

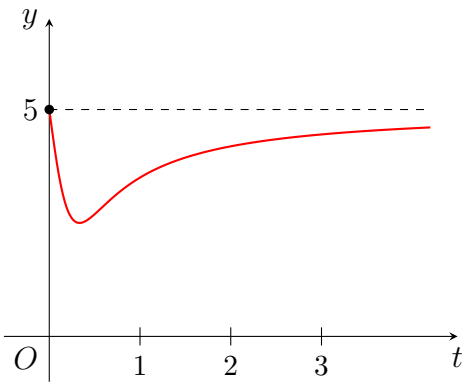
b) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 0$.

d) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Bài 3. Sự phân hủy của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hòa tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t \geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ

bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số $y(t) = 5 - \dfrac{15t}{9t^2+1}$.



Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau:

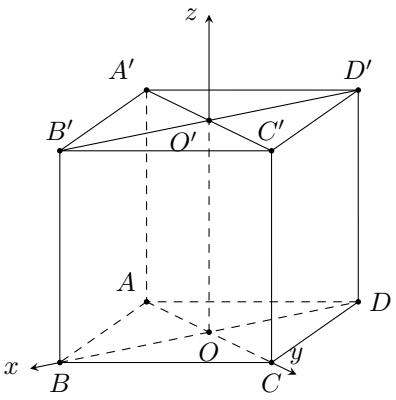
a) Khi $t = 1$ giờ, thì nồng độ oxygen trong hồ là $3,5$ mg/l.

b) Nồng độ oxigen trong hồ cao nhất là 5 mg/l.

c) Nồng độ oxigen trong hồ thấp nhất là $2,45$ mg/l.

d) Đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxigen. Tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ giờ.

Bài 4. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi. Hai đường chéo AC, BD của đáy có chiều dài lần lượt là a, b. Cạnh bên $AA' = c$. Hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc trùng với giao điểm O của hai đường chéo hình thoi $ABCD$, có tia Ox trùng với tia OB và tia Oy trùng với tia OC (Hình vẽ).



a) Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc trục Oz.

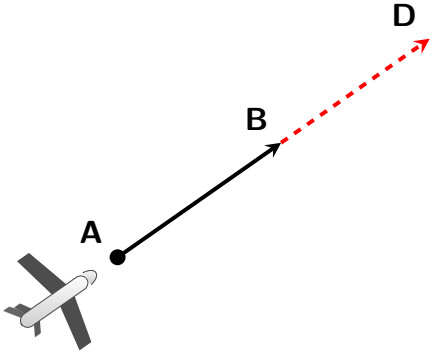
b) Trục $Oy \perp B'D'$.

c) Tọa độ điểm B, D lần lượt là $\left(-\dfrac{b}{2}; 0; 0\right)$, $\left(\dfrac{b}{2}; 0; 0\right)$.

d) Tọa độ điểm C', D' lần lượt là $\left(0; \dfrac{a}{2}; c\right)$, $\left(-\dfrac{b}{2}; 0; c\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo km), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x; y; z)$. Khi đó $x + y + z =$?



Bài 2. Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?

Bài 3. Cho hàm số $y=x\sqrt{3-x}$. Khoảng nghịch biến của hàm số có độ dài lớn nhất bằng bao nhiêu?

Bài 4. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-9x+1}{x-9}$ có điểm cực tiểu $x=x_1$ và điểm cực đại $x=x_2$. Tính $P=4x_1+2x_2$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'(\sqrt{3};-1;1)$, hai đỉnh B,C thuộc trục Oz và $AA'=1$ (C không trùng với O). Biết vectơ $\vec{u}=(a;b;2)$ (với $a,b\in\mathbb{R}$) cùng phương với $\overrightarrow{A'C}$. Tính $T=a^2+b^2$.

Bài 6. Công ty chứng khoán VNStock cần xử lý 18 000 lệnh giao dịch trong một ngày làm việc (8 giờ). Hệ thống gồm các máy chủ xử lý với thông số như sau

- Năng suất 250 lệnh/giờ/máy.
- Chi phí triển khai 15 triệu đồng/máy (cài đặt ban đầu).
- Chi phí vận hành điện và bảo trì 120 000 đồng/giờ/máy.
- Chi phí nhân viên giám sát 8 triệu đồng/giờ (trả theo giờ làm việc thực tế).

Tìm chi phí thấp nhất mà công ty phải bỏ ra để thực hiện số lượng giao dịch nói trên *(làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).*

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 5
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	8	↘	4	↗	$+\infty$

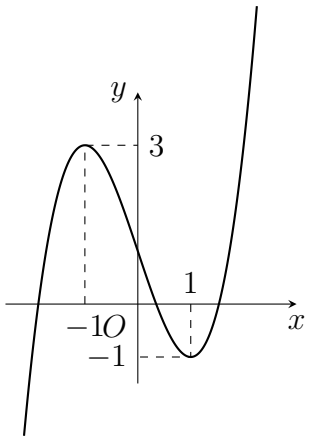
Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

Ⓐ $(2;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;1)$. Ⓒ $(-2;1)$. Ⓓ $(4;8)$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ -1. Ⓒ 3. Ⓓ -3.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đạt cực đại tại điểm



Ⓐ $x=0$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $x=3$. Ⓓ $x=-1$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

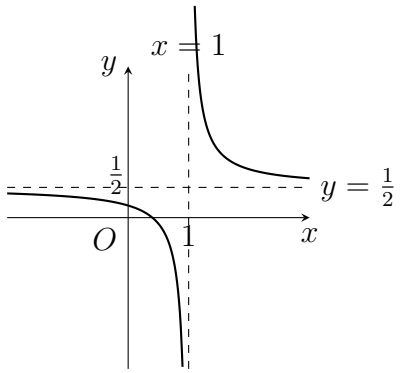
Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2025; 2026; -2027)$. Tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) là:

Ⓐ $A'(-2025; -2026; 2027)$.
Ⓑ $A'(-2025; -2026; -2027)$.
Ⓒ $A'(-2025; 2026; -2027)$.
Ⓓ $A'(2025; 2026; 2027)$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là



Ⓐ $(0; \dfrac{1}{2})$. Ⓑ $(1; 0)$. Ⓒ $(\dfrac{1}{2}; 1)$. Ⓓ $(1; \dfrac{1}{2})$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

Ⓐ $y = \dfrac{x^2+1}{x}$.
Ⓑ $y = \dfrac{2x-2}{x+1}$.
Ⓒ $y = x^2 - 2x + 1$.
Ⓓ $y = -x^3 + x + 1$.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

Ⓐ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu một trong ba vectơ đó bằng $\vec{0}$.
Ⓑ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.
Ⓒ Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba vectơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.
Ⓓ $\vec{x} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

D

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$. Ⓑ $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{C'A'}$. Ⓒ $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{B'B}$. Ⓓ $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{B'D'}$.

D

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $\overrightarrow{AB}=(1;3;1)$ thì tọa độ của điểm B là:

Ⓐ $B(2;5;0)$. Ⓑ $B(0;-1;-2)$.
Ⓒ $B(0;1;2)$. Ⓓ $B(-2;-5;0)$.

Câu 11. Thể tích V (đơn vị: cm^3) của 1 kg nước tại nhiệt độ T (đơn vị: $^\circ C$) được tính bởi hàm số $V(T)$, $T\in[0;30]$. Biết hàm số $V(T)$ có bảng biến thiên như sau:

T	0		T_1		30
$V'(T)$		$-$	0	$+$	
$V(T)$	$V(0)$	↘	$V(T_1)$	↗	$V(30)$

Với $T_1\approx 3,97^\circ C$. Hỏi thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ nào?

Ⓐ $(0;3,97)$. Ⓑ $(0;5)$. Ⓒ $(0;10)$. Ⓓ $(0;30)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=7x^3+9x^2-3x-4$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

Ⓐ Giá trị cực đại $y=1$. Ⓑ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{1}{7}$.
Ⓒ Giá trị cực tiểu $y=\dfrac{1}{7}$. Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x)=2\sin x-x$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos x-1$.
c) Tập nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $\left\{\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$.
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$ là 0.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;4)$.
b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4.
c) Đường thẳng $y=2$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt.
d) Trong bốn hệ số a,b,c,d có đúng hai số âm.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc toạ độ O, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và $AB = 4, AD = 3, \left(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}}\right) = 30°$.

a) $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$.

b) $C'\left(4; 3; 5\sqrt{3}\right)$.

c) $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 0\vec{k}$.

d) Gọi x, y, z theo thứ tự là số đo các góc hợp bởi vectơ $\overrightarrow{AC'}$ với các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$. Khi đó $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$.

Bài 4. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, trong đó xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 km, một ra đa được đặt tại vị trí gốc tọa độ O phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500; 200; 10)$ đến điểm $N(300; 800; 10)$ trong 40 phút.

a) Khoảng cách $MN = 200\sqrt{10}$ km.

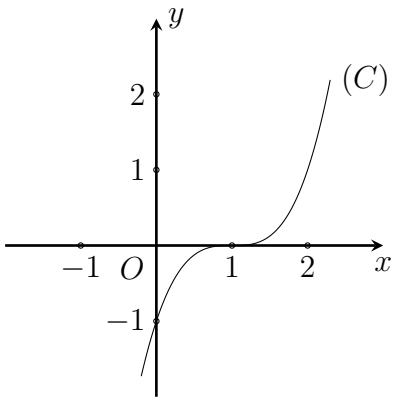
b) Khi đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 8 phút tiếp theo là $Q(a; b; c)$ với $a + b + c = 1030$.

c) Máy bay chiến đấu khi bay từ M đến N luôn cách mặt đất là 10 km.

d) Góc $\widehat{MON}$ được gọi là góc quét của ra đa khi quan sát máy bay chiến đấu bay từ M đến N. Trong tình huống trên góc quét $\widehat{MON}$ lớn hơn 45°.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Khi đó $f(5)$ bằng

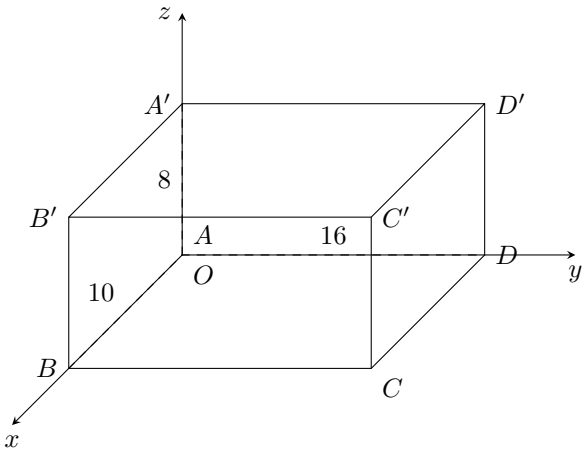


Bài 2. Cho hàm số $y = 2x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Biết đồ thị hàm số có hai tiệm cận xiên cắt nhau tại $I(a; b)$. Tính $a + b$.

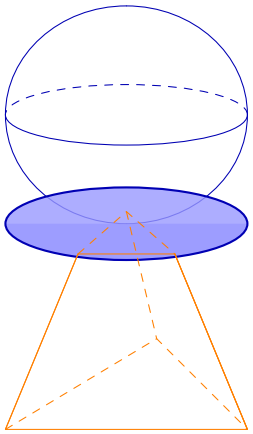
Bài 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, P là trung điểm của BB'. Biết $\overrightarrow{AP} = a \cdot \overrightarrow{AC} + b \cdot \overrightarrow{CB} + c \cdot \overrightarrow{AA'}$. Tính giá trị biểu thức $T = a - 5b + 2c$.

Bài 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10, AD = 16, AA' = 8$ (hình minh họa bên dưới). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ lần lượt

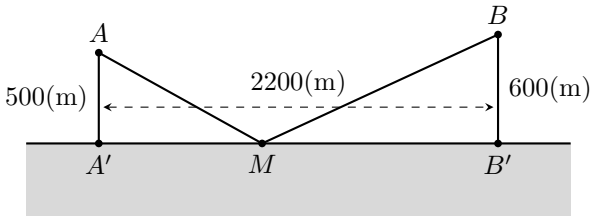
cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Gọi $G(x;y;z)$ là trọng tâm của tam giác $A'BD$. Tính $T = x + 2y + 3z$.



Bài 5. Một bình cá cảnh có dạng một chỏm cầu được đặt trên một chân đế (tham khảo hình vẽ). Biết tổng khối lượng bể cá là 20 kg, ba chân đế là ba cạnh bên của một hình chóp cụt đều có độ dài cạnh bên bằng 50 cm, hai đáy có độ dài lần lượt là 30 cm và 20 cm. Biết gia tốc trọng trường bằng 10 m/s^2, tính độ lớn lực tác dụng của bể cá lên từng chân đế (Kết quả làm tròn đến chữ số thứ nhất phần thập phân).



Bài 6. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m. Người ta đo được $A'B' = 2200$ m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 6
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

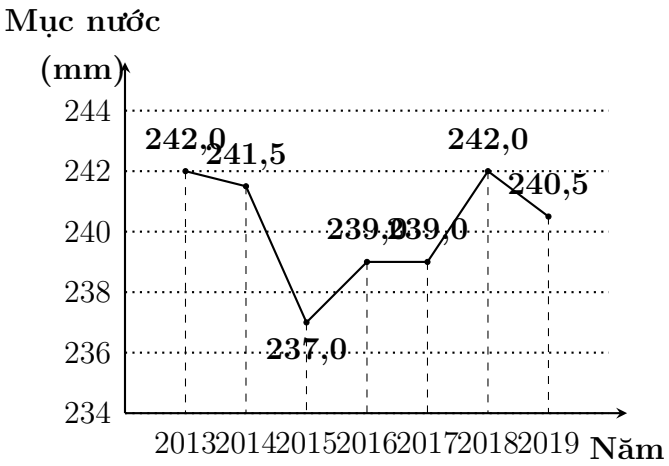
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây

Ⓐ $y=x^3-3x^2+2$.
Ⓑ $y=-x^3+3x^2+2$.
Ⓒ $y=x^4+3x^2+2$.
Ⓓ $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Câu 2. Mực nước biển trung bình tại Trường Sa từ năm 2013 đến năm 2019 được cho bởi biểu đồ trong hình bên dưới.



Trong khoảng thời gian từ năm 2016 đến năm 2019, năm nào mực nước biển trung bình tại Trường Sa cao nhất là bao nhiêu milimét?

Ⓐ 2013.
Ⓑ 2018.
Ⓒ 2015.
Ⓓ 2019.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)=x-5+\dfrac{1}{x}$, xét trên khoảng $(0;+\infty)$ giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng

Ⓐ 0.
Ⓑ -3.
Ⓒ 4.
Ⓓ -4.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-3$. Khẳng định nào sau đây

là khẳng định đúng?

Ⓐ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.
Ⓑ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
Ⓓ Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.

Câu 5. Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

Ⓐ $y = -\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $x = -\dfrac{1}{2}$. Ⓒ $y = \dfrac{1}{2}$. Ⓓ $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 4, AD = 3, AA' = 6$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AC'}$ có tọa độ là

Ⓐ $(6; 3; 4)$. Ⓑ $(4; 3; 6)$. Ⓒ $(3; 6; 4)$. Ⓓ $(3; 4; 6)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2; 0; 3), B(3; 1; -1), C(4; -2; 2)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng

Ⓐ $\dfrac{5}{2}$. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ -10.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxz).

Ⓐ $M'(-3; -5; 7)$. Ⓑ $M'(3; -5; -7)$.
Ⓒ $M'(-3; 5; 7)$. Ⓓ $M'(3; 5; -7)$.

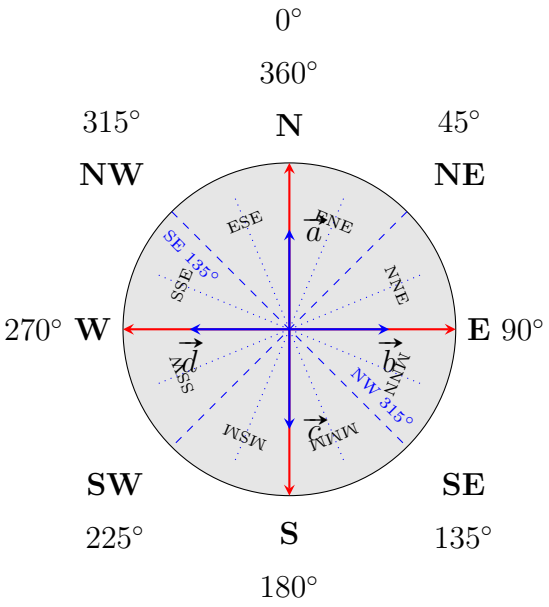
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3; -4; 7)$, $\vec{b} = (5; 3; -2)$. Khi đó $4\vec{a} + 3\vec{b}$ bằng

Ⓐ $(15; -9; 17)$. Ⓑ $(-23; 9; 12)$. Ⓒ $(7; 15; -3)$. Ⓓ $(27; -7; 22)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0; 1; 1)$ và $\vec{b} = (-1; 1; 0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

Ⓐ $60°$. Ⓑ $30°$. Ⓒ $150°$. Ⓓ $120°$.

Câu 11. Hình ảnh dưới đây là phân độ của 8 hướng trên la bàn. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



Ⓐ Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương.
Ⓑ Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
Ⓒ Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{d}$ cùng phương.
Ⓓ Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng hướng.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = \ln x$.
Ⓑ $y = \log x$.
Ⓒ $y = \left(\dfrac{1}{2023}\right)^x$.
Ⓓ $y = \left(\dfrac{8}{5}\right)^x$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4\ln(1-x)$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (1; +\infty)$.

b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \dfrac{-2x^2 + 2x + 4}{1-x}$.

c) $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là $1 - 4\ln 2$.

Bài 2. Khối lượng q (kg) của một mặt hàng mà cửa tiệm bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng/kg) theo công thức $p = 15 - \dfrac{1}{2}q$. Doanh thu từ việc bán mặt hàng trên của cửa tiệm được tính theo công thức $R = pq$.

a) Nếu một mặt hàng với giá 5 nghìn đồng/kg thì khối lượng mặt hàng đó mà cửa tiệm bán được trong một ngày là 20 kg.

b) Công thức biểu diễn R theo p là $R = -2p^2 + 30p$ với $p > 0$.

c) Để một mặt hàng có doanh thu tối thiểu là 88 nghìn đồng, thì giá của mặt hàng đó $p \geq 4$ nghìn đồng/kg.

d) Giá bán mỗi kilôgam sản phẩm để đạt được doanh thu cao nhất là $7,5$ nghìn đồng và doanh thu cao nhất khi đó là $121,5$ nghìn đồng.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3), B(2;0;5)$ và $C(4;-2;2)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-2)$.

b) Gọi $H(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó $a+b-c=-1$.

c) $\cos\widehat{ABC} = 0$.

d) Diện tích của tam giác ABC bằng $\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 1 m, một flycam bay với vận tốc có độ lớn và hướng không đổi. Tại thời điểm $t=0$, flycam ở vị trí $A(1;2;3)$ và sau 10 phút nó ở vị trí $B(21;32;33)$.

a) Flycam không bay qua vị trí $D(5;8;9)$.

b) Vectơ vận tốc của flycam là $\vec{v} = (20;30;30)$.

c) Tốc độ (làm tròn đến hàng phần trăm) của flycam là $0,08$ m/s.

d) Sau 15 phút, vị trí của flycam là $C(31;47;48)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \ln x$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{e}; e\right]$. Tính $2M+m$ (làm tròn đến hàng phần chục).

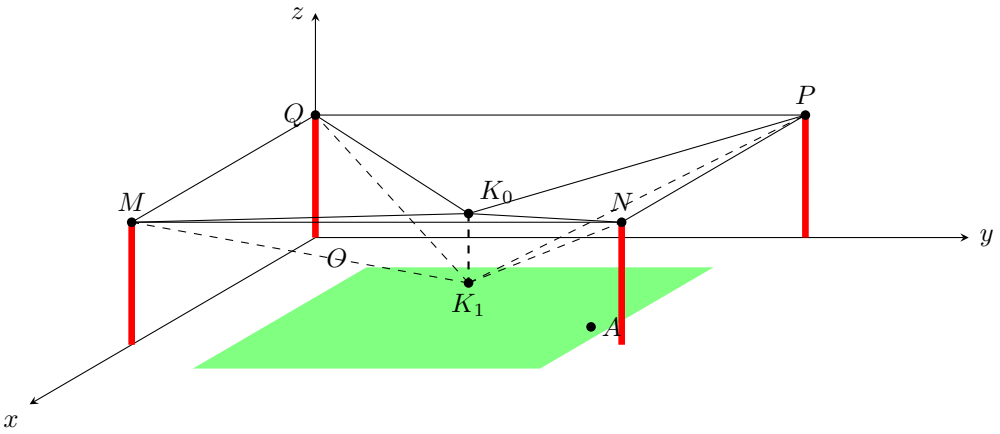
Bài 2. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2+2x-11}{x-2}$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B. Tính diện tích tam giác OAB.

Bài 3. Một chất điểm chuyển động lên, xuống theo phương thẳng đứng. Độ cao $h(t)$ của chất điểm tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức: $h(t) = \dfrac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 12t + 1$ với $t \in [0;8]$. Biết rằng khoảng thời gian lớn nhất mà chất điểm chuyển động đi xuống là $(a;b)$. Tính $T = 2a+b$.

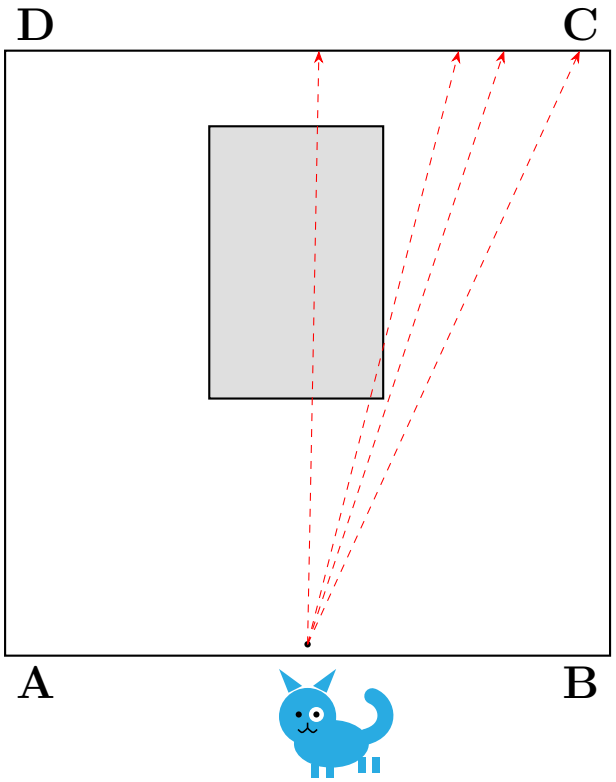
Bài 4. Trong không gian, cho hai vec-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2$ và góc giữa hai vec-tơ đó bằng $60°$. Tính $(3\vec{a} + 2\vec{b})^2$.

Bài 5. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19. Biết trung điểm đoạn K_0K_1 có tọa độ là

$(a;b;c)$. Khi đó hãy tính giá trị biểu thức $T = 5a + 7b + 9c$.



Bài 6. Trên một khu đất hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh 200 m đang diễn ra một cuộc thi. Mỗi đội thi sẽ điều khiển con robot mà ban tổ chức cung cấp, xuất phát từ chính giữa cạnh AB, đi theo một đường thẳng và đến đích là một điểm bất kỳ trên cạnh CD. Ở chính giữa khu đất là một bãi cát hình chữ nhật có chiều dài 120 m và chiều rộng 80 m. Vận tốc của robot khi đi trên mặt đất là 3 m/s còn khi đi trên cát là 2 m/s. Gọi a là thời gian (tính theo giây) ngắn nhất mà robot đi đến đích. Khi đó giá trị $100a$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

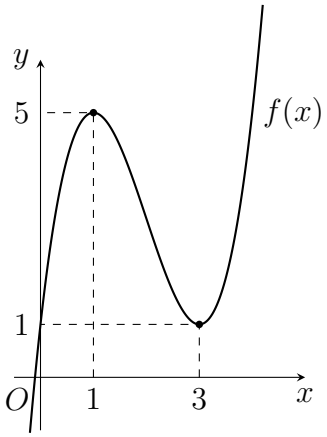


TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 7
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

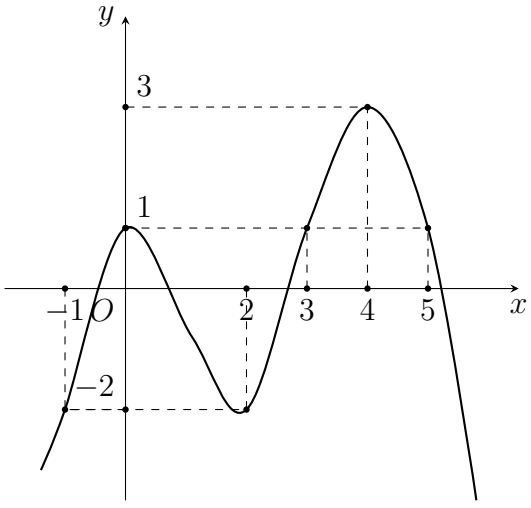
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



(A) $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
(B) $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
(C) $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
(D) $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Trên $[-1; 5]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm

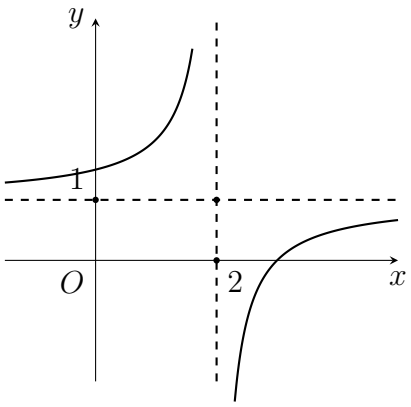


(A) 5.
(B) 4.
(C) 3.
(D) 1.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

(A) $(2; 3; 4)$.
(B) $(4; 2; 3)$.
(C) $(3; 2; 4)$.
(D) $(3; 4; 2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}, (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

Ⓐ $(1;2)$. Ⓑ $(2;1)$. Ⓒ $(-2;-1)$. Ⓓ $(-1;-2)$.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=(x-3)\,\mathrm{e}^{2x}$.

Ⓐ $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=-\dfrac{\mathrm{e}^5}{2}$. Ⓑ $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^5}{2}$.
Ⓒ $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=\mathrm{e}^5$. Ⓓ Không tồn tại.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-10;5;3)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$. Tọa độ điểm M là

Ⓐ $\left(-\dfrac{19}{3};4;3\right)$. Ⓑ $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{3};3\right)$.
Ⓒ $(-2;8;3)$. Ⓓ $(3;1;3)$.

Câu 7. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{u},\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số được xác định bởi công thức

Ⓐ $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\sin(\vec{u},\vec{v})$. Ⓑ $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|$.
Ⓒ $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos(\vec{u},\vec{v})$. Ⓓ $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{u}\cdot\vec{v}\cdot\cos(\vec{u},\vec{v})$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Nếu $\overrightarrow{SC}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AD}+c\overrightarrow{AS}$ thì $a+b-c$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ -2. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

Ⓐ $y=x^3-3x$. Ⓑ $y=\dfrac{1}{x}$. Ⓒ $y=x^4$. Ⓓ $y=x^2-2$.

Câu 10. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi $x(x\geq 1)$ là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn $(x\to+\infty)$ thì chi phí trung bình USD cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

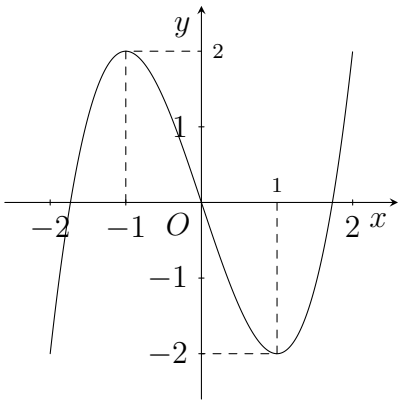
Ⓐ 50000. Ⓑ 50005. Ⓒ 10. Ⓓ 5.

Câu 11. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2), B(3;3;3), C(-1;-2;2)$. Để $ABCD$ là

hình bình hành thì tọa độ điểm D là

Ⓐ $D(3;-6;1)$. Ⓑ $D(3;-6;-1)$.
Ⓒ $D(-3;-6;1)$. Ⓓ $D(-3;-6;-1)$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x)=-1$ là



Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}$ (mg/L).

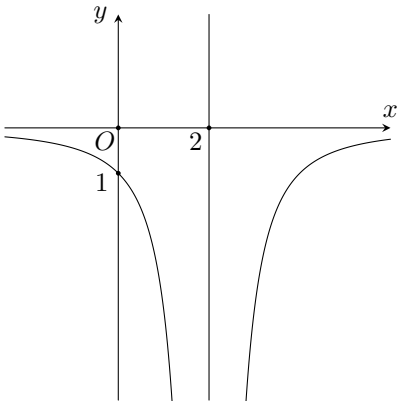
a) $c'(t)=\dfrac{t^2+1}{(t^2+1)^2}$.

b) $c'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1\in(0;+\infty) \\ t=-1\notin(0;+\infty) \end{array}\right.$.

c) Nồng độ thuốc trong máu tăng trong 2 giờ đầu tiên sau khi tiêm.

d) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[3;4]$ bằng 7 và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Khi đó



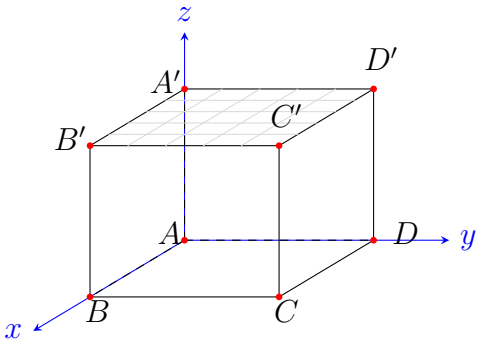
a) Đồ thị $y=f'(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x=2$

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$

c) $3b+2c=-2$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[3;4]$ bằng 6

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết điểm A trùng gốc $O, B(7;0;0), D(0;10;0), A'(0;0;7)$. (hình vẽ minh họa)



a) Điểm $M\left(\frac{7}{2};5;7\right)$ cách đều A, B, C và D.

b) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AC'}=(7;10;7)$.

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AC'}\cdot\overrightarrow{DD'}$ bằng 7.

d) Tâm của hình hộp chữ nhật có tọa độ là $\left(\frac{7}{2};5;\frac{7}{2}\right)$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là mét), mặt đất được coi là trùng với mặt phẳng (Oxy). Một khinh khí cầu xuất phát từ $O(0;0;0)$ chuyển động thẳng đến điểm $A(-38;5;4)$, sau đó khinh khí cầu tiếp tục chuyển động thẳng đến điểm $B(638;-101;426)$ với tốc độ 4 m/s.

a) Khi khinh khí cầu ở vị trí A thì nó cách vị trí xuất phát 38, 54 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) $\overrightarrow{AB}=(676;-106;428)$.

c) Thời gian khinh khí cầu bay từ A đến B là 3 phút 21 giây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của giây).

d) Khi di chuyển từ A đến B được một nửa đoạn đường thì khinh khí cầu cách mặt đất 215 m.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

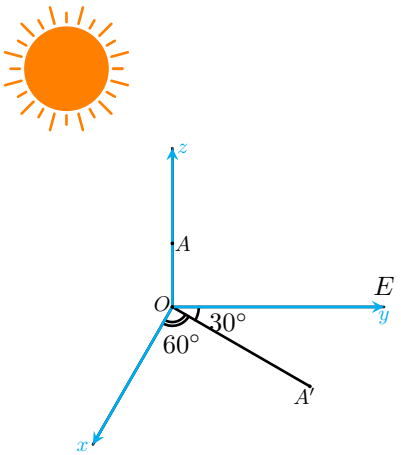
Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x)=(x-2)(x+5), \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào?

Bài 2. Gọi I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+1}{x+4}$. Tính độ dài đoạn OI.

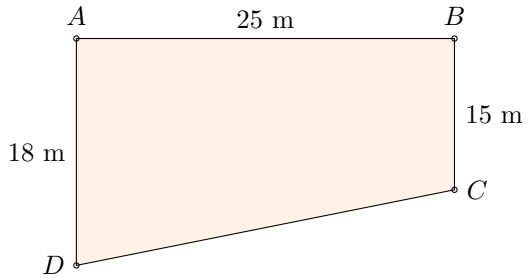
Bài 3. Công ty công nghệ chuyên sản xuất chip điện tử. Chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm được xác định bởi hàm số: $C(x)=0,1x^2+100x+20000(USD)$. Một tập đoàn viễn thông ký hợp đồng mua sản phẩm với mức giá như sau: 1000 sản phẩm đầu tiên được bao tiêu với giá 650 USD/sản phẩm. Từ sản phẩm thứ 1001 trở đi, giá thu mua giảm xuống còn 450 USD/sản phẩm. Do việc sản xuất quá nhiều chip có thể gây quá tải cho hệ thống xử lý chất thải của khu công nghiệp. Vì vậy, cơ quan thuế nhà nước đã áp dụng một mức thuế phụ thu t (USD) trên mỗi đơn vị sản phẩm, nhưng chỉ tính từ sản phẩm thứ 1001 trở đi. Để cơ quan thuế thu được số tiền thuế phụ lớn nhất thì công ty công nghệ cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn nhất?

Bài 4. Trong kế hoạch khai thác tuyến ca nô cao tốc phục vụ du lịch sinh thái trên vùng lòng hồ Thủy điện Sơn La, từ bến Mường La đi Quỳnh Nhai, có chiều dài 100 km. Ban quản lý cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho ca nô, với $30 \le v \le 70$, để đạt lợi nhuận kinh tế cao nhất. Các thông số được xác định như sau: Công suất tiêu thụ điện của động cơ ca nô là $P(v) = 10v^3$ (W). Giá điện kinh doanh tại bến sạc là 2000 đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định gồm nhân lực lái tàu, khấu hao và bến bãi, được tính là 2500000 đồng cho mỗi giờ ca nô chạy. Số lượng khách mua vé cho mỗi chuyến phụ thuộc vào vận tốc khai thác theo hàm số $N(v) = \frac{v}{5} + 20$ khách hàng. Giá vé bình quân cho chuyến này là 500000 đồng/khách. Hãy xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của mỗi chuyến ca nô trên tuyến này là lớn nhất. Biết công thức tính điện lượng tiêu thụ là $A = P(v) \cdot t$.

Bài 5. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cột cờ thẳng cao 6 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3 m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam một góc 60° và tạo với hướng đông một góc 30°). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc là O, tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cột, đơn vị đo là mét. Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét đi qua $B(a; b; -1)$. Tính giá trị $a + 2b$ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Bài 6. Một phần của sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ



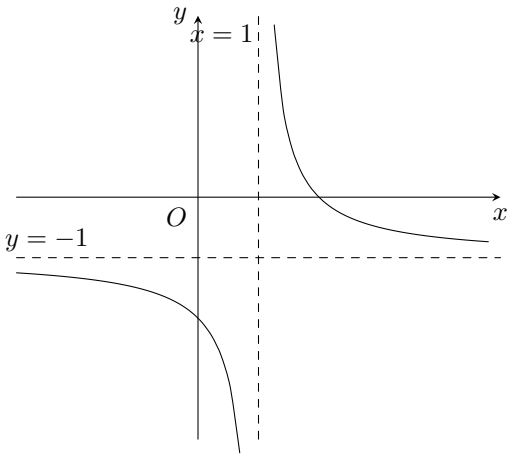
Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25$ m, $AD = 18$ m, $BC = 15$ m. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D thấp xuống hơn so với độ cao ở A lần lượt là 10 cm, a cm, 6 cm. Hỏi giá trị của a bằng bao nhiêu?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 8
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

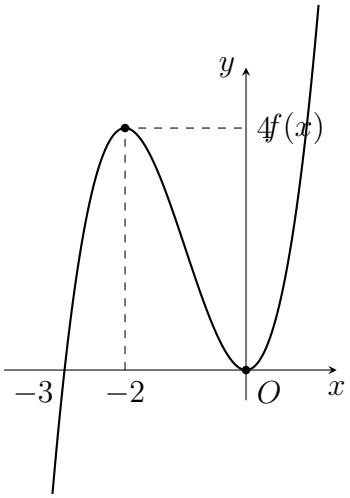
Ⓐ $b<0<a$. Ⓑ $0<b<a$. Ⓒ $b<a<0$. Ⓓ $0<a<b$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như bảng dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	-4	↗	$+\infty$

Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.
Ⓑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5;4)$.
Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.
Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5;4)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số đạt cực đại tại

(A) $x = -3$. (B) $x = -2$. (C) $y = 0$. (D) $y = 4$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A) $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. (B) $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

(C) $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$. (D) $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1})$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

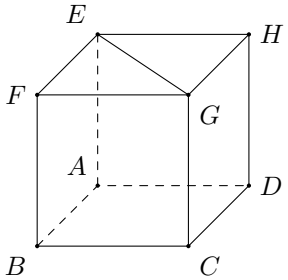
Số nghiệm của phương trình $3f(x) + 1 = 0$ là

(A) 3. (B) 1. (C) 2. (D) 0.

Câu 6. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$.

(A) 0. (B) 3. (C) 2. (D) 1.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.



(A) 90°. (B) 60°. (C) 45°. (D) 120°.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^{2024}(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

Ⓐ 3. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ vecto $\overrightarrow{KP}$.

Ⓐ $\overrightarrow{KP} = (6;6;-11)$. Ⓑ $\overrightarrow{KP} = (8;6;-11)$.
Ⓒ $\overrightarrow{KP} = (6;6;-4)$. Ⓓ $\overrightarrow{KP} = (3;3;-2)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCD$ và các đỉnh có tọa độ lần lượt là $A(3;1;2), B(1;0;1), C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh D là

Ⓐ $D(1;1;0)$. Ⓑ $D(0;2;-1)$. Ⓒ $D(4;4;1)$. Ⓓ $D(1;3;-1)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$	↗	2	↘	$-\infty$ $-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 1.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 1$ là

Ⓐ 2. Ⓑ 5. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như trên.

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-6	↘	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2

b) Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

c) Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-5;-3]$

d) Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Bài 2. Xét chuyển động của một tàu lượn trên đoạn đường ray có hình dạng một phần đồ thị của hàm số $y = f(x) = \dfrac{135x - x^2 - x^3}{200}$ $(x \geq 0)$, trong đó x là khoảng cách theo phương ngang kể

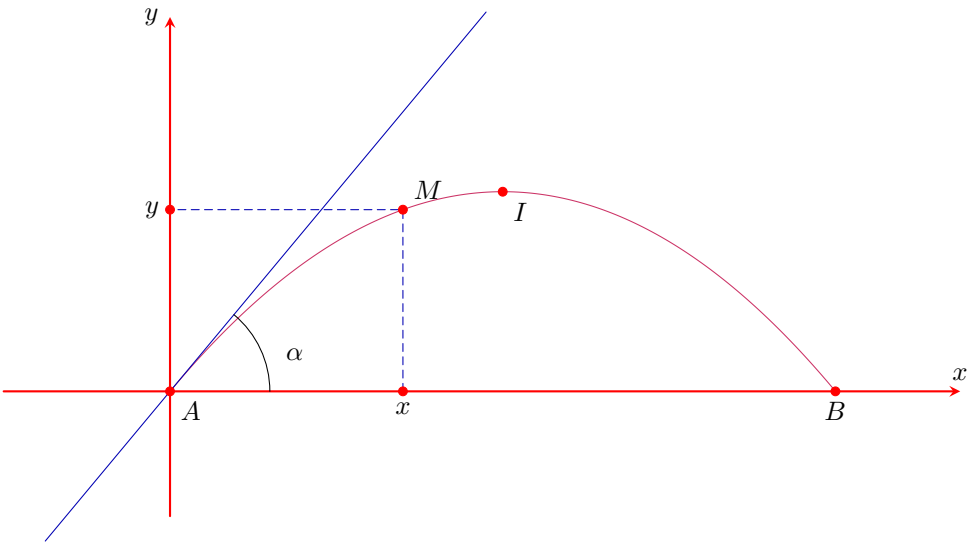
từ điểm A, y là độ cao tương ứng của tàu lượn so với phương ngang AB. Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là 10 m). *Các kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị.*

a) Độ dài đoạn AB bằng 111 m.

b) Hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại $x_0 = \dfrac{\sqrt{406} - 1}{3}$.

c) Độ cao lớn nhất của tàu lượn so với phương ngang AB là 64 m.

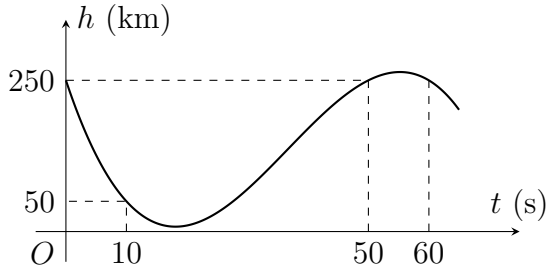
d) Khi tàu lượn đi qua điểm A, tiếp tuyến của quỹ đạo tại A hợp với phương ngang AB một góc $\alpha \approx 34°$.



Bài 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 70 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h tính bằng kilômét.

a) Trong 50 giây đầu tiên thì tại thời điểm $t \approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này khoảng $8,08$ km.

b) Đồ thị của hàm số $y = h(t)$ với $0 \le t \le 70$ như sau:

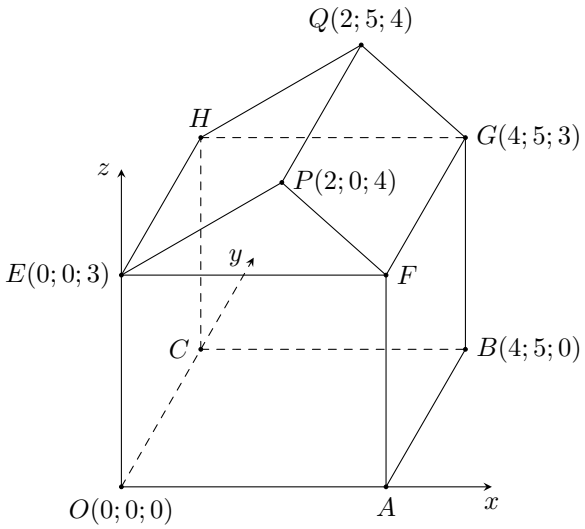


c) Gọi $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0 \le t \le 50$. Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ là $5,25$ km/s.

d) Tại thời điểm $t = 25$, vận tốc tức thời của con tàu vẫn đang tăng.

Bài 4. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức

tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Toạ độ điểm $F(4;0;3)$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

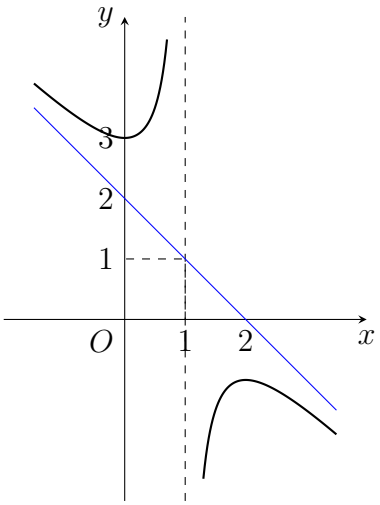
d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng $26{,}6°$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười với đơn vị độ.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Biết rằng khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$ là hai khoảng $(a;b),(b;c)$ với $a<b<c$. Tính $T = a+b+c$.

Bài 2. Một mảnh đất hình thang vuông có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ, có diện tích là $S = 24$ (m^2). Gọi x (m) là độ dài đáy nhỏ và $P(x)$ là chu vi mảnh đất đó. Tìm số tiệm cận của $P(x)$.

Bài 3. Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tính giá trị biểu thức $P = a+b+c$.

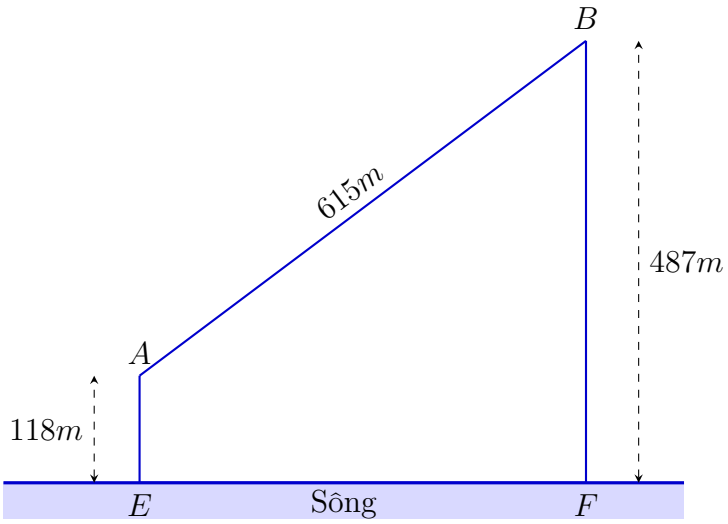


Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(3;7;2)$, $N(5;1;-1)$ và $P(4;-4;-2)$. Gọi $G(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác MNP. Tính giá trị biểu thức $T = a+3b+3c$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;3), B(a;b;c)$ và $M(2;1;-2)$. Biết M là

trung điểm của AB, tính $T = a + b + c$.

Bài 6. Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Doạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

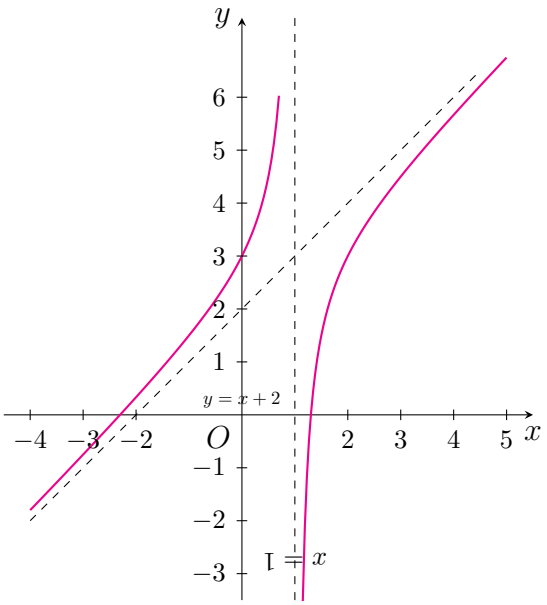


TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 9
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

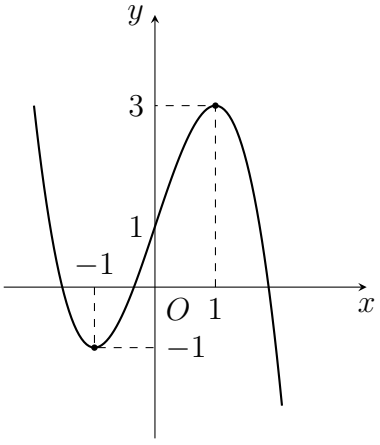
Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



Ⓐ $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$.
Ⓑ **B.** $y=\dfrac{x^2+x-3}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{x^2-2x+3}{-x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x^2+3}{-x+1}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

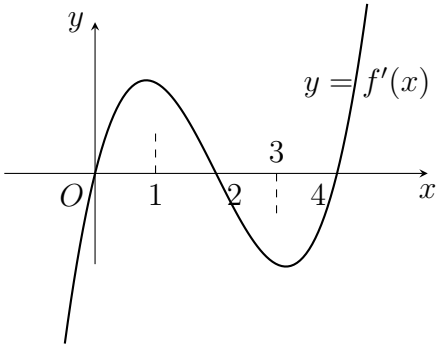


Ⓐ 0. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ -1.

Câu 3. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

Ⓐ $(2;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(-\infty;+\infty)$. Ⓓ $(0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



Ⓐ Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.
Ⓑ Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(2;4)$.
Ⓒ Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=3$.
Ⓓ Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=4$.

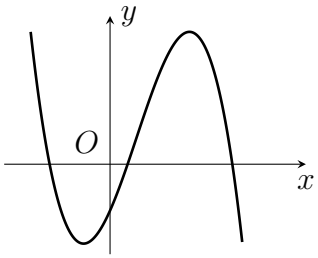
Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;-2)$ và trọng tâm $G(2;1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ là

Ⓐ $(3;6;3)$. Ⓑ $(3;6;-3)$. Ⓒ $(3;-3;6)$. Ⓓ $(3;2;1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-4;2), B(2;1;-3), C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ có tọa độ là:

Ⓐ $G(2;-1;-1)$. Ⓑ $G(2;-2;-1)$.
Ⓒ $G(0;-1;-1)$. Ⓓ $G(6;-3;-3)$.

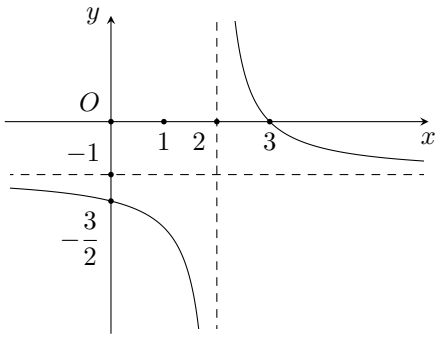
Câu 7. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



Ⓐ $a<0, b<0, c<0, d>0$. Ⓑ $a<0, b>0, c<0, d>0$.
Ⓒ $a<0, b>0, c>0, d<0$. Ⓓ $a<0, b<0, c>0, d<0$.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{cx+2}$ $(a,b,c\in\mathbb{R}; c\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu

thức $a+b+c$ bằng



Ⓐ -3. Ⓑ 5. Ⓒ -4. Ⓓ 3.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1), B(0;1;2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

Ⓐ $M(4;-5;0)$. Ⓑ $M(2;-3;0)$. Ⓒ $M(0;0;1)$. Ⓓ $M(4;5;0)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

Ⓐ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=3$ và $x=-3$.
Ⓑ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
Ⓓ Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=3$ và $y=-3$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3), B(0;3;1), C(4;2;2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

Ⓐ $\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. Ⓑ $-\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. Ⓒ $-\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$. Ⓓ $\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.

Câu 12. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P=12I-0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

Ⓐ 72. Ⓑ 12. Ⓒ $-\dfrac{1}{192}$. Ⓓ $\dfrac{23}{2}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

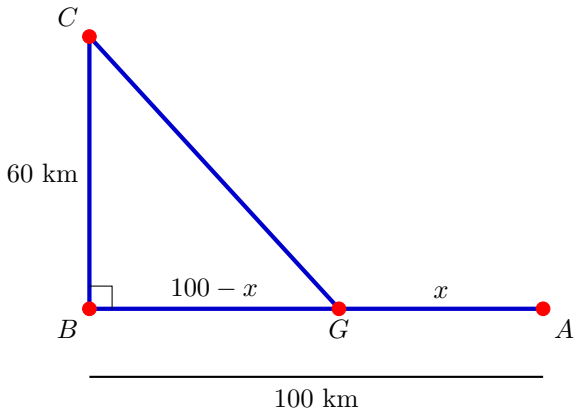
b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

c) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(2;5)$.

Bài 2. Đường dây điện $110KV$ kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết $BC=60km, AB=100km$, góc $\widehat{ABC}=90^\circ$, như hình vẽ. Mỗi km dây điện dưới nước

chi phí là $5000USD$, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là $3000USD$. Đặt $x = AG$.



a) Khi $x = 20km$ thì đường dây điện nối từ C về G dài $100km$.

b) Khi $x = 20km$ thì tổng chi phí mắc điện là $560.000USD$.

c) Tổng chi phí mắc điện nhỏ nhất khi $x = 50km$.

d) Tổng chi phí mắc điện nhỏ nhất là $540.000USD$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$ và B nằm trên trục Oy sao cho $OB = 2$.

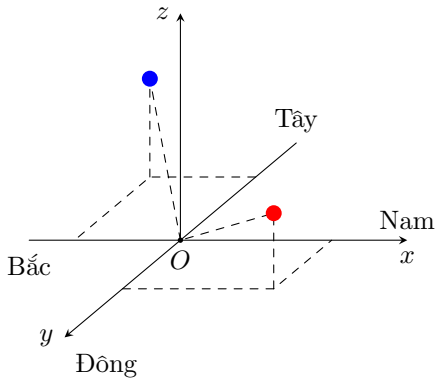
a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

b) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$

c) Điểm $M(2;2;-1)$ đối xứng với A qua trục Ox

d) Tọa độ điểm $N(-2;2;1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy)

Bài 4. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình minh họa), đơn vị đo lấy theo kilomet.



a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2;1;0{,}5)$

b) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1{,}5;-1;0{,}8)$

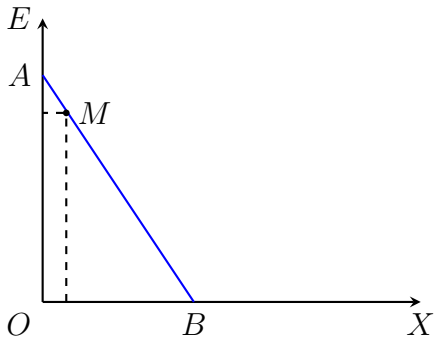
c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trên một đoạn đường giao thông có 2 con đường vuông góc với nhau tại O như hình vẽ. Một địa danh lịch sử có vị trí đặt tại M, vị trí M cách đường OE 125 m và cách đường OX 1 km. Vì lý do thực tiễn người ta muốn làm một đoạn đường thẳng AB đi qua vị trí M, biết rằng giá để làm 100 m đường là 150 triệu đồng. Chọn vị trí của A và B để hoàn thành con đường với chi phí

thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất là bao nhiêu?



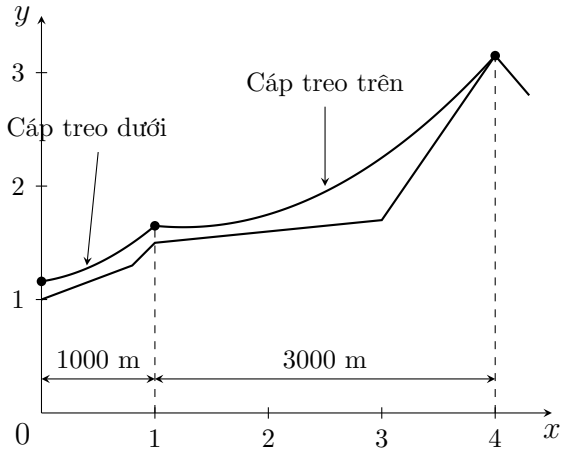
Bài 2. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ có đồ thị (C) và $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (T). Số giao điểm của (C) với (T) là?

Bài 3. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm đó $(0 < x \leq 2000)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được (đơn vị: chục nghìn đồng) là $f(x) = 2000x - x^2$ và tổng chi phí (đơn vị: chục nghìn đồng) doanh nghiệp chi ra là $g(x) = x^2 + 1440x + 50$. Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) $(0 < t < 300)$. Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) sao cho nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó là bao nhiêu triệu đồng?

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-2)$, $B(2;-3;5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, biết tọa độ điểm M là $(a;b;c)$. Khi đó $a + 3b + c$ bằng bao nhiêu?

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Gọi $D(a;b;c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC. Giá trị của $a+b+2c$ bằng bao nhiêu?

Bài 6. Một tuyến cáp treo trên núi chạy từ ga dưới của thung lũng đến một cột trụ, từ đó đến ga trên của đỉnh núi. Đoạn dưới dài 1 km theo phương ngang, đoạn trên dài 3 km. Hình vẽ biểu diễn sơ đồ đường đi của cáp treo cũng như mặt cắt ngang bên dưới của ngọn núi. Trong hệ tọa độ được sử dụng, trục Ox biểu thị khoảng cách theo phương ngang từ ga dưới và trục Oy biểu thị độ cao so với mực nước biển. Mỗi đơn vị trên hệ trục tọa độ dài 1 km trong thực tế.



Trong đoạn dưới, đường đi của cáp treo được mô tả bởi hàm số

$$f(x) = 0{,}34x^2 + 0{,}15x + 1{,}16, \forall x \in [0;1].$$

Trong đoạn trên, đường đi của cáp treo được mô tả bởi hàm số

$$g(x) = ax^2 + bx + c, \forall x \in [1;4] \text{ với } a, b, c \in \mathbb{R}.$$

Độ dốc lớn nhất của đường đi cáp treo ở đoạn trên là 1,1. Cáp treo ở ga trên có độ cao 3150 m so với mực nước biển. Độ cao của ngọn núi được mô hình hóa cho khu vực $1 \leq x \leq 3$ bằng hàm số $h(x) = 0{,}1x + 1{,}43$. Đối với độ cao này thì khoảng cách theo phương thẳng đứng nhỏ nhất giữa cáp treo và ngọn núi bằng bao nhiêu theo đơn vị mét?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 10
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+5}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng nào?

Ⓐ $(-4;2)$.
Ⓑ $(-\infty;-2)$.
Ⓒ $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.
Ⓓ $(-4;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-7}{x-4}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

Ⓐ $x_{CT}=3, x_{CD}=5$.
Ⓑ $x_{CT}=-3, x_{CD}=5$.
Ⓒ $x_{CT}=5, x_{CD}=3$.
Ⓓ $x_{CT}=5, x_{CD}=-3$.

Câu 3. Điểm cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}$ là

Ⓐ $x=1$.
Ⓑ $x=-5$.
Ⓒ $x=2$.
Ⓓ $x=5$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ Nếu $f'(x)\neq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Ⓑ Nếu $f'(x)>0, \forall x\in\mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Ⓒ Nếu $f'(x)=0, \forall x\in\mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
Ⓓ Nếu $f'(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 5. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

Ⓐ Với 3 điểm M, N, P tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NP}=\overrightarrow{MP}$..
Ⓑ Với 3 điểm O, A, B tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{AB}$..
Ⓒ Vectơ $\vec{b}$ là vectơ đối của vectơ $\vec{a}$ nếu $|\vec{a}|=|\vec{b}|$ và $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hai vectơ ngược hướng..
Ⓓ Mỗi vectơ đều có vectơ đối. Vectơ đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, vectơ đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$..

B

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD'. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AI}=\overrightarrow{CJ}$.
Ⓑ $\overrightarrow{D'A'}=\overrightarrow{IJ}$.
Ⓒ $\overrightarrow{BI}=\overrightarrow{D'J}$.
Ⓓ $\overrightarrow{A'I}=\overrightarrow{JC}$.

D

Câu 7. Cho $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=5$, góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

Ⓐ $|\vec{a}-\vec{b}|=7$.
Ⓑ $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{19}$.
Ⓒ $|\vec{a}+2\vec{b}|=9$.
Ⓓ $|\vec{a}-2\vec{b}|=\sqrt{139}$.

B

Câu 8. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng với giá bán mỗi quả là 50.000 đồng thì chỉ bán được khoảng 40 quả. Nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 5.000 đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là 50

quả. Biết giá nhập vào là 30.000 đồng/quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Ⓐ 44.000đ. Ⓑ 43.000đ. Ⓒ 42.000đ. Ⓓ 41.000đ.

Câu 9. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{2x-2}$ là

Ⓐ $y=2$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $y=1$.

A

Câu 10. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+x-2}{x+1}$ là

Ⓐ $y=-1$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $y=2x-1$. Ⓓ $y=2x+1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (Oxz).

Ⓐ $H(0;3;-4)$. Ⓑ $H(-2;-3;4)$.
Ⓒ $H(2;3;0)$. Ⓓ $H(2;0;-4)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Số điểm cực tiểu của $y=f(x)$ là

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Đậu đỏ là một loại thực phẩm quen thuộc trong bữa ăn của người Việt Nam. Ngoài giá trị dinh dưỡng cao, đậu đỏ còn có nhiều công dụng tuyệt vời cho sức khỏe và sắc đẹp như: chống oxy hóa, giúp cơ bắp con người khỏe mạnh, tăng cường sức khỏe cho tim mạch con người, lợi ích cho hệ tiêu hóa, bổ thận, cung cấp vitamin bổ dưỡng cho cơ thể, đào thải độc tố, giải độc, tốt cho hệ miễn dịch, giúp huyết áp ổn định, da đẹp. Cây đậu đỏ khi trồng có chiều cao 6 cm. Khảo sát cho thấy độ cao tính bằng centimet của cây đậu đỏ tại thời điểm t kể từ khi được trồng được cho bởi hàm số $h(t)=-0{,}005t^4+bt^3+c$ (trong đó b, $c\in\mathbb{R}$), với t tính theo tuần. Giả sử $h'(t)$ là tốc độ tăng chiều cao của cây đậu đỏ sau khi trồng (đơn vị của $h'(t)$: cm/tuần). Biết $h'(5)=5$.

a) Hàm số $h(t)$ có công thức $h(t)=-0{,}005t^4+0{,}1t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu đỏ đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu đỏ đó là 90 cm.

d) Vào thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 56 cm.

Bài 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-1}$.

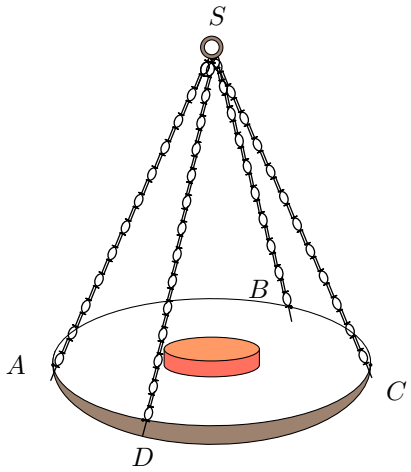
a) Đạo hàm của hàm số là $y'=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$

b) Giá trị cực đại của hàm số bằng -2

c) Điểm cực tiểu của hàm số bằng 0

d) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = 2x - 2$

Bài 3. Một vật là chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 6$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, có $\widehat{ASC} = 60°$. Biết $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là véc-tơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2, $\vec{P}$ là trọng lực tác động lên vật có đơn vị là N, m là khối lượng của vật có đơn vị kg. Khi đó:



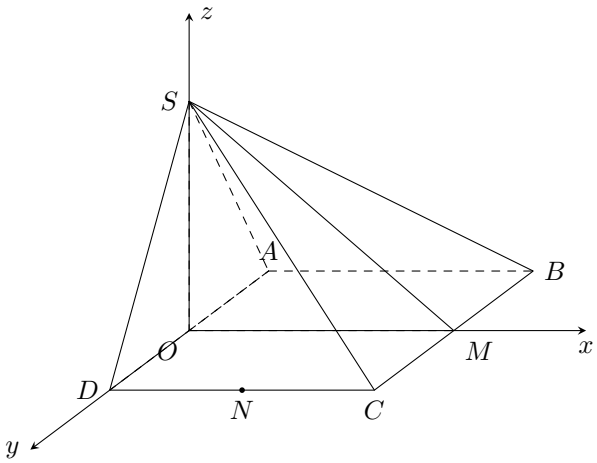
a) $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SD} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}$

b) $|\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}| = 0$

c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng 60 N

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $10\sqrt{3}$ N

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi O, M và N lần lượt là trung điểm của AD, BC và CD. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



a) Tọa độ các điểm A, B là $A\left(0; -\frac{1}{2}; 0\right), B\left(1; -\frac{1}{2}; 0\right)$.

b) Tọa độ các điểm C, D là $C\left(1; \frac{1}{2}; 0\right), D\left(0; \frac{1}{2}; 0\right)$.

c) Tọa độ điểm S là $S\left(0; 0; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

d) Tọa độ các điểm M, N là $M(1; 0; 0), N\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}; 0\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	0	$+$		$-$	0	$+$	

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

Bài 2. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1;0), x_2 \in (1;2)$. Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(0;1;5)$ và chuyển động đều theo hướng vectơ $\vec{u} = (1;2;2)$ với tốc độ 6 m/s. Sau 6 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm $B(a;b;c)$. Tìm c.

Bài 4. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} + \vec{b}| = 6$. Tính $|\vec{a} - \vec{b}|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Bài 5. Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoảng chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Bài 6. Định mức cầu mỗi tháng của đồng hồ đeo tay Peget phụ thuộc vào giá đơn vị p theo phương trình cầu $p = \dfrac{50}{0{,}01x^2 + 1}$, $0 \le x \le 20$ trong đó p tính bằng đô la và x tính bằng nghìn chiếc. Hỏi nhà sản xuất phải bán bao nhiêu nghìn chiếc để doanh thu $R = px$ đạt cực đại?

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 11
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định với mọi $x\neq -5$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(-9;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;-9)$. Ⓓ $(-\infty;+\infty)$.

Câu 2. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(1;0;0)$ và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0;1)$ bằng

Ⓐ 120°. Ⓑ 30°. Ⓒ 60°. Ⓓ 150°.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1), B(5;6;2)$ và I là trung điểm AB. Tọa độ điểm I là

Ⓐ $I(1;3;1)$. Ⓑ $I\left(\frac{7}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.
Ⓒ $I\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $I\left(\frac{-7}{2};\frac{-3}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	9	↘	8	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$.

Ⓐ $y=9$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $y=-2$. Ⓓ $y=8$.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\ln(3x^2+3x+4)$ trên đoạn $[-3;3]$.

Ⓐ $\ln 40$. Ⓑ $1+\ln 64$. Ⓒ $\ln\frac{13}{4}$. Ⓓ $\ln 64$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-2), B(2;3;2)$ và $C(3;-1;6)$. Gọi $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$, tính $T=a+b+c$

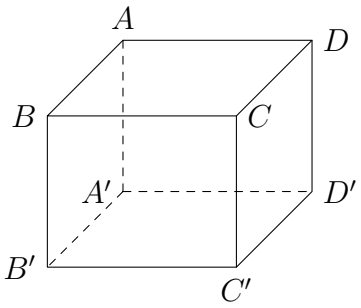
Ⓐ 3. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 21.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1;2;-3), B(1;0;2), C(x;y;-2)$ thẳng hàng. Khi đó $x+y$ bằng

Ⓐ $x+y=-\frac{11}{5}$. Ⓑ $x+y=17$.

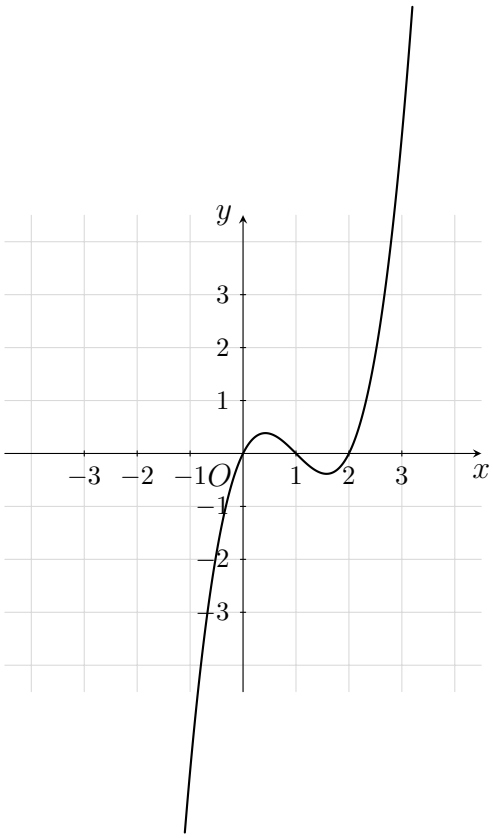
Ⓒ $x+y=\dfrac{11}{5}$. Ⓓ $x+y=1$.

Câu 8. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ (như hình vẽ bên dưới). Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{B'C}$ là



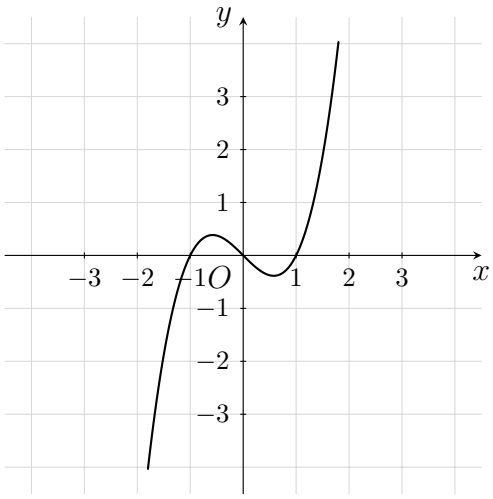
Ⓐ $(0;1;1)$. Ⓑ $(0;1;-1)$. Ⓒ $(1;1;1)$. Ⓓ $(1;0;1)$.

Câu 9. Đồ thị như hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y=x^3-3x^2+2x+3$.
Ⓑ $y=-x^3-3x^2+2x$.
Ⓒ $y=x^3-3x^2+2x$.
Ⓓ $y=x^3+3x^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x) = 5$ là:

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 11. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng:

Ⓐ $y = 3$. Ⓑ $x = 2$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $y = 2$.

Câu 12. Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 800 (m). Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

Ⓐ 200 m × 200 m. Ⓑ 300 m × 100 m.
Ⓒ 250 m × 150 m. Ⓓ Đáp án khác.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{2025}$		$\dfrac{2024}{2025}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2024	↗	2025	↘	$-\infty$

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \dfrac{1}{2025}\right)$ và $\left(\dfrac{2024}{2025}; +\infty\right)$.

b) $f\left(\dfrac{3}{2025}\right) > f\left(\dfrac{11}{2025}\right)$.

c) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2024.

d) Đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại là $\left(\dfrac{2024}{2025}; 2025\right)$.

Bài 2. Giả sử chi phí tiền xăng C (nghìn đồng) khi xe đi được 100 km phụ thuộc vào tốc độ

trung bình v (km/h) trên cả đoạn đường theo công thức

$$C(v) = \frac{16000}{v} + \frac{5}{2}v \quad (\text{với } 0 < v \leq 120).$$

a) Nếu tài xế lái xe với tốc độ trung bình là 40 (km/h) thì chi phí tiền xăng là 500 nghìn đồng.

b) $C'(v) = \frac{16000}{v^2} + \frac{5}{2}$ (với $0 < v < 120$).

c) Tài xế càng đi nhanh thì chi phí tiền xăng càng giảm.

d) Xe đi trên đường có biển báo như hình vẽ. Biết đây là biển báo tốc độ tối đa cho phép 50 (km/h). Nếu tài xế tuân thủ luật giao thông, chi phí tiền xăng tối thiểu của tài xế khi đi 100 km trên đoạn đường này là 445 nghìn đồng.



Bài 3. Cho ba điểm $A(3;3;-6), B(1;3;2)$ và $C(-1;-3;1)$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và CA.

a) Tọa độ $M(2;3;2)$.

b) Với G là trọng tâm tam giác ABC thì $GC = 2\sqrt{5}$.

c) Trọng tâm tam giác MNK là $E(1;1;-1)$.

d) Với $D(-3;-3;9)$ thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Bài 4. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm $(0 \leq x \leq 100)$ cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) Bên A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Biết đồ thị của hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có một điểm cực trị là $A(-1;29)$ và đi qua điểm $B(2;2)$. Tính $a + b + c$.

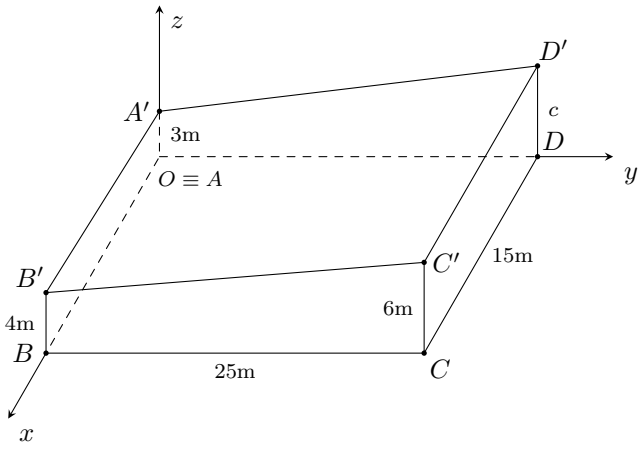
Bài 2. Cường độ âm thanh (dB) tại một địa điểm được đo liên tục trong 12 giờ là một hàm số $y = f(t)$ có bảng biến thiên như sau:

t	0		3		8		12
$f'(t)$		+	0	−	0	+	
$f(t)$	40	↗	70	↘	25	↗	60

Tại thời điểm t (giờ) bằng bao nhiêu trong thời gian khảo sát thì cường độ âm thanh là nhỏ nhất?

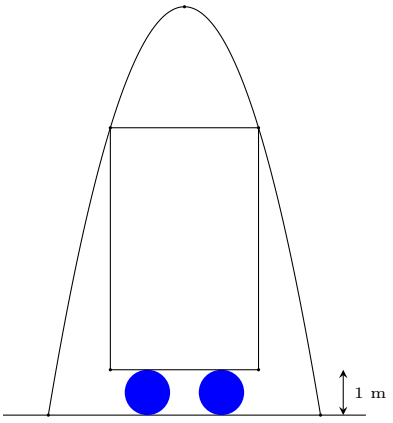
Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Biết $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, tính $m - n - p$.

Bài 4. Để chuẩn bị cho ngày hội thao, người ta dựng bốn chiếc cột tại bốn góc của một sân bóng hình chữ nhật với kích thước là 15 m $\times$ 25 m. Bốn chiếc cột vuông góc với mặt sân và có chiều cao lần lượt là 3 mét, 4 mét, 6 mét và c mét. Một tấm bạt lớn được căng phẳng với bốn góc được cố định vào đầu bốn cột. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên (đơn vị trên các trục là mét) thì điểm D' có tọa độ là $(a;b;c)$. Tính $a - 2b + c$.



Bài 5. Một tập đoàn dự định đầu tư tổng số vốn là 20 tỷ đồng để phát triển hai dự án công nghệ A và B. Biết rằng khoản chi phí cơ sở hạ tầng cố định ban đầu là 4 tỷ đồng. Số vốn còn lại được phân bổ cho hai dự án A và B. Lợi nhuận kỳ vọng của dự án A khi đầu tư x tỷ đồng là $L_A(x) = -x^2 + 12x$. Lợi nhuận kỳ vọng của dự án B khi đầu tư y tỷ đồng là $L_B(y) = -y^2 + 20y$. Để tổng lợi nhuận kỳ vọng đạt giá trị lớn nhất thì tập đoàn nên phân bổ vốn cho dự án A bao nhiêu tỷ đồng?

Bài 6. Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao 9 m, khoảng cách giữa hai chân cổng là 6 m. Để vận chuyển thùng hàng hình chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao 1 m. Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua cổng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

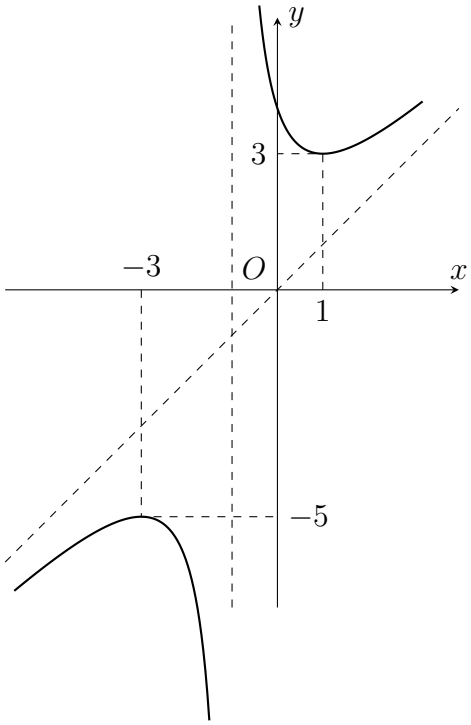


TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 12
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ có giá trị cực đại bằng:

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ -5. Ⓓ -3.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực đại là:

Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ $(0;2)$. Ⓓ $(3;-5)$.

Câu 3. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$. Hỏi hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

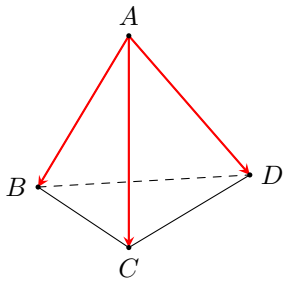
Ⓐ $\begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$. Ⓑ $\begin{cases} a < 0 \\ b^2 - 3ac \leq 0 \end{cases}$.

Ⓒ $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac<0 \end{cases}$. Ⓓ $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac\geq 0 \end{cases}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2026x^2-2027x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại

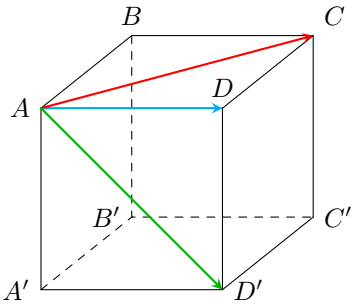
Ⓐ $x=0$. Ⓑ $x=\dfrac{2027}{2026}$. Ⓒ $x=-\dfrac{2026}{2027}$. Ⓓ $x=\dfrac{2026}{2027}$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?



Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hai vectơ nào có giá cùng nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$?



Ⓐ $\overrightarrow{DD'},\overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AD'},\overrightarrow{AD}$. Ⓒ $\overrightarrow{AD'},\overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Hai vectơ nào sau đây có cùng độ dài?

Ⓐ $\overrightarrow{DD'},\overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AD'},\overrightarrow{AD}$. Ⓒ $\overrightarrow{AD'},\overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}$.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x-4}{4x-4}$ nhận điểm nào làm tâm đối xứng trong các điểm sau?

Ⓐ $\left(-1;\dfrac{3}{4}\right)$. Ⓑ $\left(1;\dfrac{3}{4}\right)$. Ⓒ $\left(1;-\dfrac{3}{4}\right)$. Ⓓ $\left(-1;-\dfrac{3}{4}\right)$.

Câu 9. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{29-6x^2}{-2x-4}$.

Ⓐ $y=3x-8$. Ⓑ $y=-2x-4$.
Ⓒ $y=5x-4$. Ⓓ $y=3x-6$.

Câu 10. Bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	$\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ $\frac{1}{4}$

(A) $y=\dfrac{3-x}{4x-3}$.
(B) $y=\dfrac{x-3}{4x-3}$.
(C) $y=\dfrac{x-3}{4x-2}$.
(D) $y=\dfrac{x+3}{-4x-3}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

(A) 44. (B) 6. (C) -3. (D) -1.

Câu 12. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10 cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

(A) 80 cm^2. (B) 100 cm^2. (C) 160 cm^2. (D) 200 cm^2.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{8}\left(x^3-3x^2-9x-5\right)$ có đồ thị là (C).

a) Trên đoạn $[4;8]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x=4$.

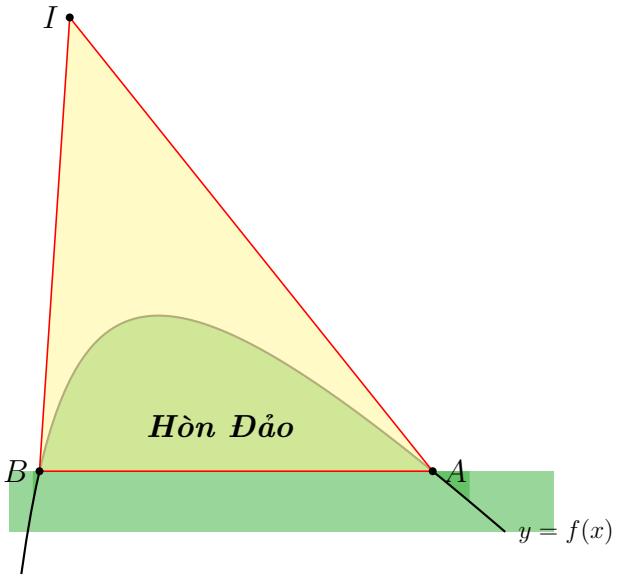
b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(1;-2)$.

c) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

d) Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C) đi qua điểm $A\left(0;-\dfrac{7}{3}\right)$.

Bài 2. Trong hệ trục Oxy đường biên của một hòn đảo được mô hình hóa bởi hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+10x-12}{x}$ $(x>0)$ (đơn vị mỗi trục là 100 m). Ban quản lí hòn đảo muốn quây một vùng tam giác an toàn để người dân có thể vui chơi và tắm biển ở khu vực đó. Đặt cố định một điểm ngoài biển tọa độ $I(2;8)$ sau đó căng hai tấm lưới bảo vệ IA, IB với hai điểm A, B $(x_A>x_B>0)$

nằm trên đường biên và luôn thoả mãn $AB//Ox$.



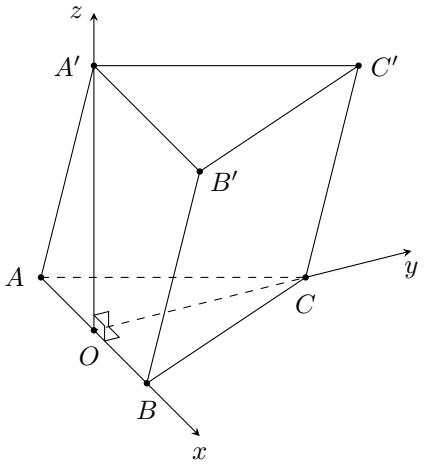
a) Đỉnh cao nhất của hòn đảo (điểm cực đại của đồ thị hàm số) cách I một khoảng 514 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+10x-12}{x}$ là điểm $M(0;10)$.

c) Quãng đường ngắn nhất từ hòn đảo đến điểm I là 510 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Nếu điều chỉnh dây phao sao cho khoảng cách từ trạm I đến dây phao AB bằng đúng chiều dài dây phao AB thì diện tích vùng an toàn ΔIAB là 605 000 m^2.

Bài 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2 như hình vẽ. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc $\widehat{A'AO}=60°$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Tọa độ điểm $A(-1;0;0)$

b) Tọa độ điểm $C(0;\sqrt{3};0)$

c) Tọa độ điểm $A'(0;-1;\sqrt{3})$

d) Tọa độ điểm $C'\left(1;\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(-2;1;-3)$, $\vec{b}=(-1;-3;2)$ và điểm $A(4;6;-3)$.

a) Tọa độ vectơ $\vec{a}-2\vec{b}=(0;1;-1)$.

b) Tọa độ điểm $B(2;7;-6)$ thì $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$.

c) Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương hướng.

d) Góc giữa vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 120°.

Bài 5. Một cửa hàng bán cam canh Cao Phong với giá là 40000 đồng/ 1 kg. Giá nhập vào là 24000 đồng/ 1 kg. Với giá bán này cửa hàng bán được 100 kg / ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/ 1 kg thì số cam canh Cao Phong bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

a) Nếu giữ nguyên giá bán đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1500000 đồng.

b) Nếu giá bán là 35000 đồng/ 1 kg, khi đó cửa hàng bán được 150 kg/ 1 ngày.

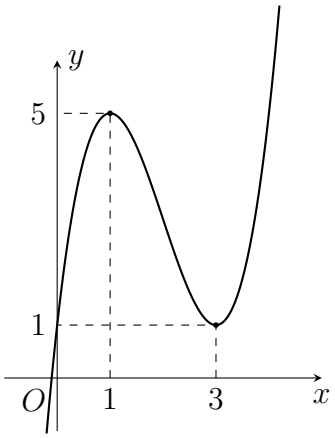
c) Nếu giá bán là 30000 đồng/ 1 kg, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1300000 đồng.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1690000 đồng.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Ngày khai giảng năm học 2026 – 2027. Học sinh khối 12 trường THPT Lý Tự Trọng thả chùm bóng bay gắn thông điệp "Học sinh khối 12 sẽ đậu đại học". Ước tính độ cao h (tính bằng km) của chùm bóng bay so với mặt đất vào thời điểm t (đơn vị giờ) được cho bởi công thức $h(t) = -t^3 + 3t^2, (0 \le t \le 3)$. Hỏi chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là bao nhiêu mét?

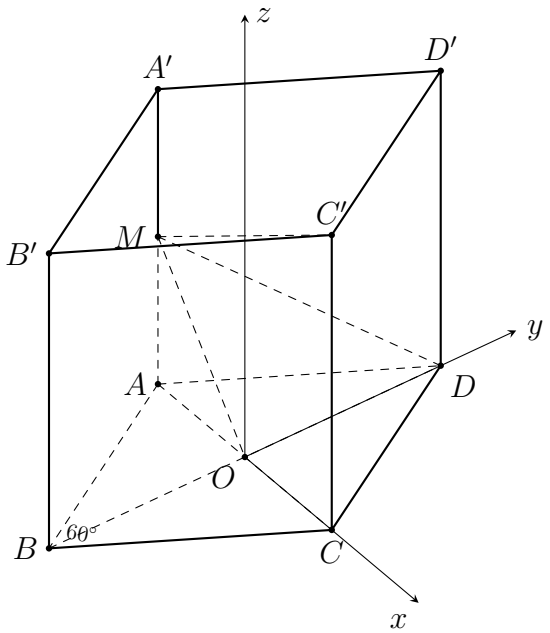
Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ ở bên dưới.



Gọi $I(x_0; y_0)$ là tọa độ điểm đối xứng của đồ thị hàm số trên. Tính giá trị $2x_0 + y_0$.

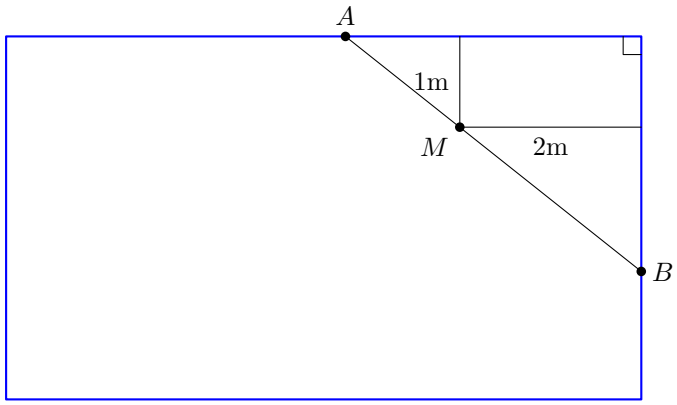
Bài 3. Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$ và $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{7}$. Tính $(\vec{a}, \vec{b})$.

Bài 4. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O có cạnh bằng 1 và $AA' = 1$, $\widehat{ABC} = 60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo được lấy 1 đơn vị) có C, D lần lượt thuộc các tia Ox, Oy và trục Oz song song AA' như hình vẽ. Biết $\overrightarrow{MC'} = (a; b; c)$, khi đó giá trị biểu thức $2026a - 2027b + 2c$ bằng bao nhiêu?



Bài 5. Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng $(1 \leq x \leq 180)$ thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Bài 6. Nhân dịp Noel, gia đình bạn An cùng nhau trang trí nhà cửa. Tại góc phòng khách, bạn An dự kiến để một cây thông Noel ở vị trí M cách hai bức tường lần lượt là $1\text{m}; 2\text{m}$. Để cho căn phòng sáng hơn, bạn An sẽ lắp thêm dây đèn led AB dưới sàn nhà, đi qua vị trí đặt cây thông, hai đầu dây đèn chạm vào tường. Hỏi độ dài dây đèn ngắn nhất bạn An cần dùng là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 13
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

Ⓐ $x=-2$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=-1$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

Ⓐ -39. Ⓑ -40. Ⓒ -36. Ⓓ -4.

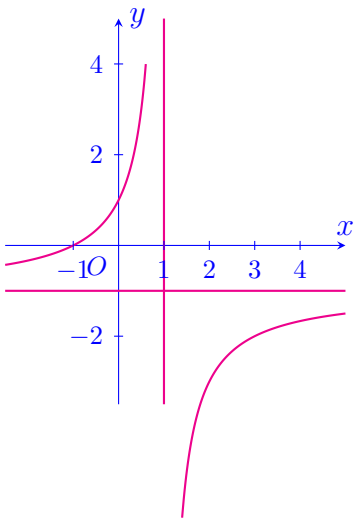
Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{-4x^2-2x-5}{-x+2}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

Ⓐ $y=2x+10$. Ⓑ $y=4x-10$.
Ⓒ $y=5x+10$. Ⓓ $y=4x+10$.

Câu 4. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}, \overrightarrow{AB}=\vec{b}, \overrightarrow{AC}=\vec{c}, \overrightarrow{BC}=\vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào đúng?

Ⓐ $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$. Ⓑ $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$.
Ⓒ $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. Ⓓ $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



Ⓐ $y=\dfrac{x+1}{x-1}$.
Ⓑ $y=\dfrac{-x-1}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ 2. Ⓑ 4. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

A

Câu 8. Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm $(0\le x\le 200)$ được cho bởi hàm số $y=-x^3+150x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

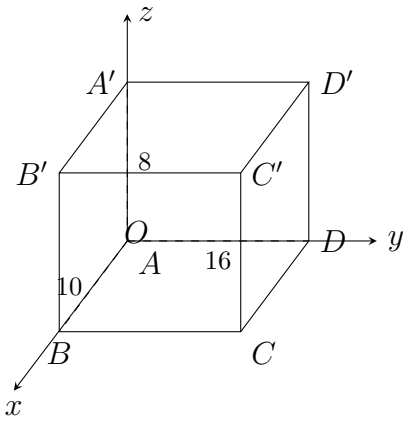
Ⓐ 50. Ⓑ 100. Ⓒ 75. Ⓓ 150.

Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$, O là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm của AD. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.
Ⓑ $\overrightarrow{OM}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.
Ⓒ $\overrightarrow{OM}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.
Ⓓ $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

C

Câu 10. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=10, AD=16, AA'=8$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{A'C}$.



Ⓐ $\overrightarrow{A'C}=(0;0;-8)$.
Ⓑ $\overrightarrow{A'C}=(-10;0;-8)$.
Ⓒ $\overrightarrow{A'C}=(10;-16;-8)$.
Ⓓ $\overrightarrow{A'C}=(10;16;-8)$.

Câu 11. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

Ⓐ $\vec{a}(2;-3;-1)$. Ⓑ $\vec{a}(-3;2;-1)$.
Ⓒ $\vec{a}(2;-1;-3)$. Ⓓ $\vec{a}(-1;2;-3)$.

Câu 12. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = 2 - \dfrac{1}{x-1}$ là

Ⓐ $(2;1)$. Ⓑ $(1;2)$. Ⓒ $(1;0)$. Ⓓ $(-1;2)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

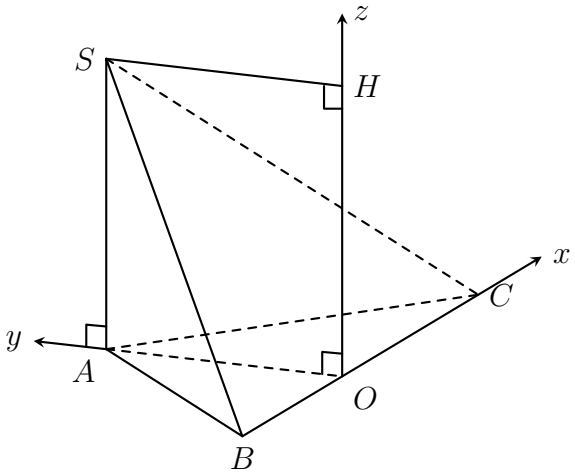
a) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = 1$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1,3]$ đạt tại $x = 3$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1;-2)$.

d) Hình chữ nhật giới hạn bởi hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số và hai trục tọa độ có diện tích bằng 1.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ và đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, O là trung điểm của BC. Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Điểm $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{OA}$.

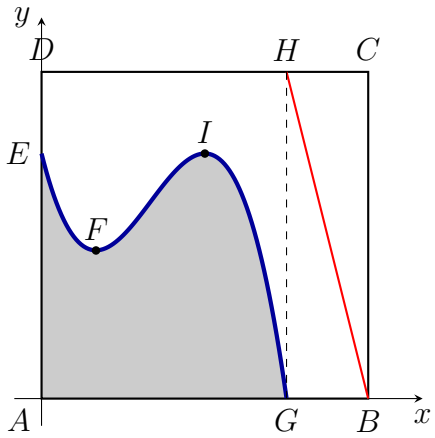
b) Trung điểm của cạnh SC là $M\left(-\dfrac{a}{2}; \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; \dfrac{a}{2}\right)$.

c) Tọa độ điểm $A(0; a\sqrt{3}; 0)$.

d) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 3a^2$.

Bài 3. Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12$ m. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần tô đậm) và một lối đi là đoạn thẳng HB. Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là 1 m, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3$ m

và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là 2 m và 6 m.



a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x+2)(x+6)$.

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB.

d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng 2,56 m.

Bài 4. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố ven biển A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t) = 3\sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right] + 10$ với $t \in \mathbb{Z}$ và $0 < t \leq 365$. Cánh đồng muối B (thuộc địa phận của thành phố A) có thể hoạt động nếu trong ngày nắng nhiều hơn 10 giờ.

a) Ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là 13 giờ.

b) Số giờ có ánh sáng giảm liên tục trong tháng 7.

c) Cánh đồng muối B có thể hoạt động 213 ngày mỗi năm.

d) Ngày thứ 70 trong năm, thành phố có 10 giờ có ánh sáng.

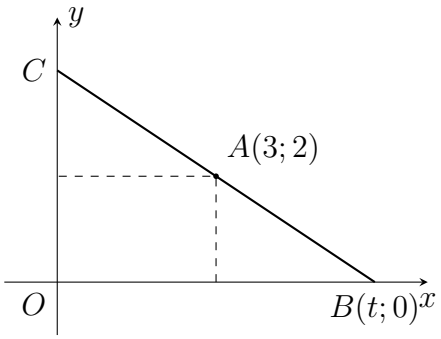
Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 9x$. Gọi x_1 là điểm cực đại của hàm số, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số. Tính $T = x_1 - 3x_2$.

Bài 2. Gọi M và n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 35$ trên đoạn $[-4; 4]$. Tính $2M - 3n$.

Bài 3. Cho điểm $A(3; 2)$ trên mặt phẳng tọa độ. Một đường thẳng đi qua A cắt trục hoành tại $B(t; 0)$ với $t > 3$, cắt trục tung tại $C(0; y_C)$ tạo thành tam giác OBC nằm trong góc phần tư thứ

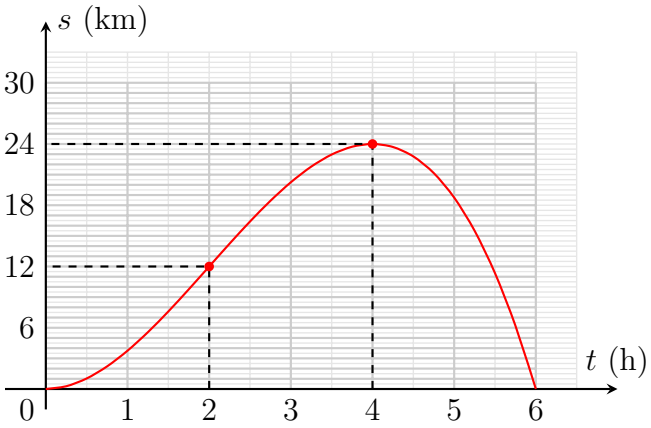
nhất. Tìm t để diện tích tam giác OBC nhỏ nhất.



Bài 4. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Tính độ dài của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'C}$.

Bài 5. Một lực $\vec{F}$ có cường độ 100 N, góc giữa $\vec{F}$ và hình chiếu của nó trên mặt phẳng (Oxy) là 60°, hình chiếu này hợp với trục Ox góc 45°. Tìm tọa độ $\vec{F} = (x; y; z)$ và tính $x + y + z\sqrt{3}$.

Bài 6. Thầy An tham dự giải "Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run – HCMC" năm 2024. Quãng đường thầy An đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình bên (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km). Khi đó, vận tốc tối đa của thầy An đạt được là bao nhiêu?



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 14
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

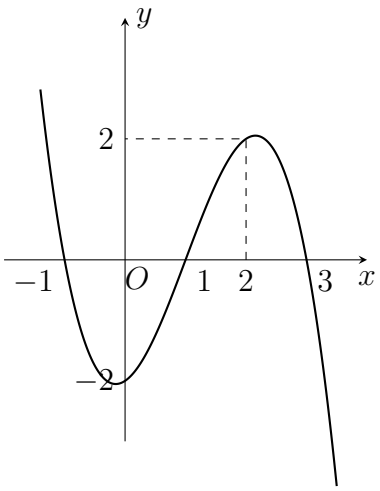
Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		3		4		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	$+\infty$	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(4;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;3)$. Ⓒ $(3;8)$. Ⓓ $(3;4)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



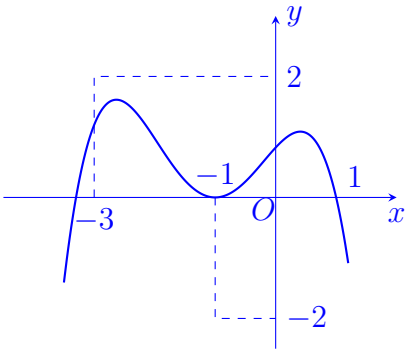
Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(2;3)$. Ⓒ $(-1;2)$. Ⓓ $(-2;2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$. Điểm cực đại của hàm số là

Ⓐ 18. Ⓑ $x=0$. Ⓒ $y=-2$. Ⓓ $x=-2$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm

cực tiểu?



Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

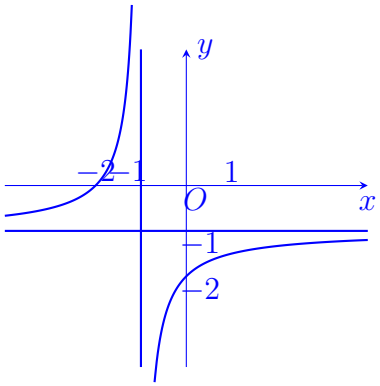
Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 0. Ⓑ -1. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình dưới đây. Tìm mệnh đề ĐÚNG



Ⓐ $a < 0; b = 0$.. Ⓑ $a < 0; b < 0$..
Ⓒ $a < 0; b > 0$.. Ⓓ $a > 0; b < 0$..

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^2 + 2$ trên đoạn $[0; 3]$ bằng

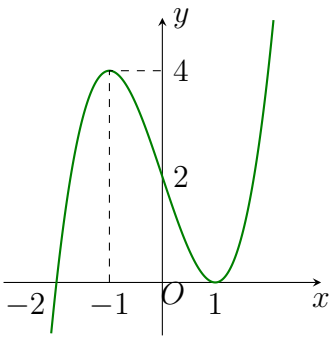
Ⓐ 74. Ⓑ 68. Ⓒ 0. Ⓓ $\dfrac{7}{4}$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M, N lần lượt là điểm thuộc cạnh SB, SC sao cho $SM = 3MB, CN = \dfrac{1}{3}NS$. Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{MN} = k\overrightarrow{CB}$.

Ⓐ $\dfrac{1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{-1}{3}$. Ⓒ $\dfrac{-3}{4}$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}$.

C

Câu 9. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



Ⓐ $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.
Ⓑ $y=x^3-3x+2$.
Ⓒ $y=x^3+3x+2$.
Ⓓ $y=-x^3+3x-2$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{1-x}$ có đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang lần lượt là:

Ⓐ $x=-3; y=1$..
Ⓑ $x=1; y=-3$..
Ⓒ $x=3; y=1$..
Ⓓ $x=1; y=3$..

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Hai vectơ nào sau đây có cùng độ dài?

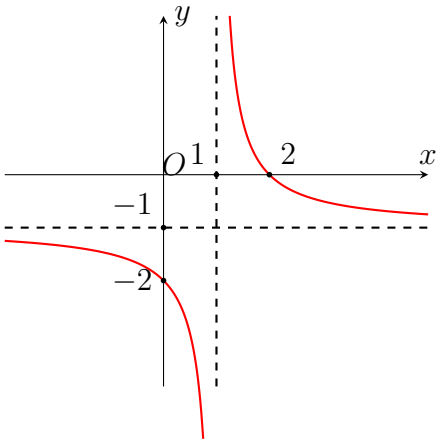
Ⓐ $\overrightarrow{DD'}, \overrightarrow{AC}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AD}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AC}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ là

Ⓐ $M(-4;0;0)$.
Ⓑ $M(5;0;0)$.
Ⓒ $M(4;0;0)$.
Ⓓ $M(-5;0;0)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Đạo hàm : $f'(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $y=1$ và đường tiệm cận ngang là $x=-1$.

d) Tổng $a+b+c=2$.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+3$.

a) Đạo hàm: $y'=f'(x)=3x^2-6x$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) $f(2025)<f(2026)$.

Bài 3. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45°.

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=-5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $|\vec{a}+\vec{b}|=2+\sqrt{2}$.

d) $|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}|=0$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$. Điểm M thuộc cạnh SA và $SM=\dfrac{2}{3}SA$.

a) $\overrightarrow{SM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{SA}$.

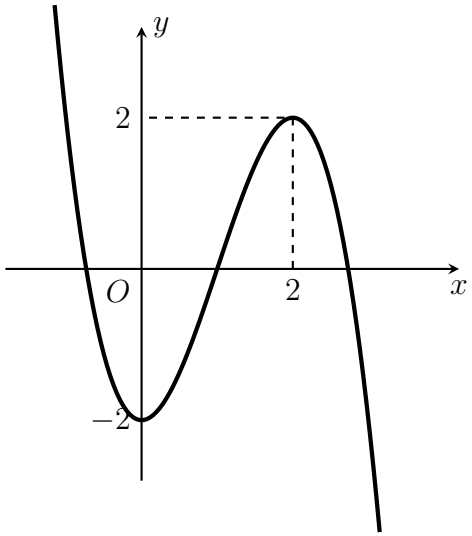
b) $\overrightarrow{MA}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AS}$.

c) Điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN=\dfrac{2}{3}SB$. Khi đó $\overrightarrow{SN}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{SB}$.

d) $\overrightarrow{MN}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

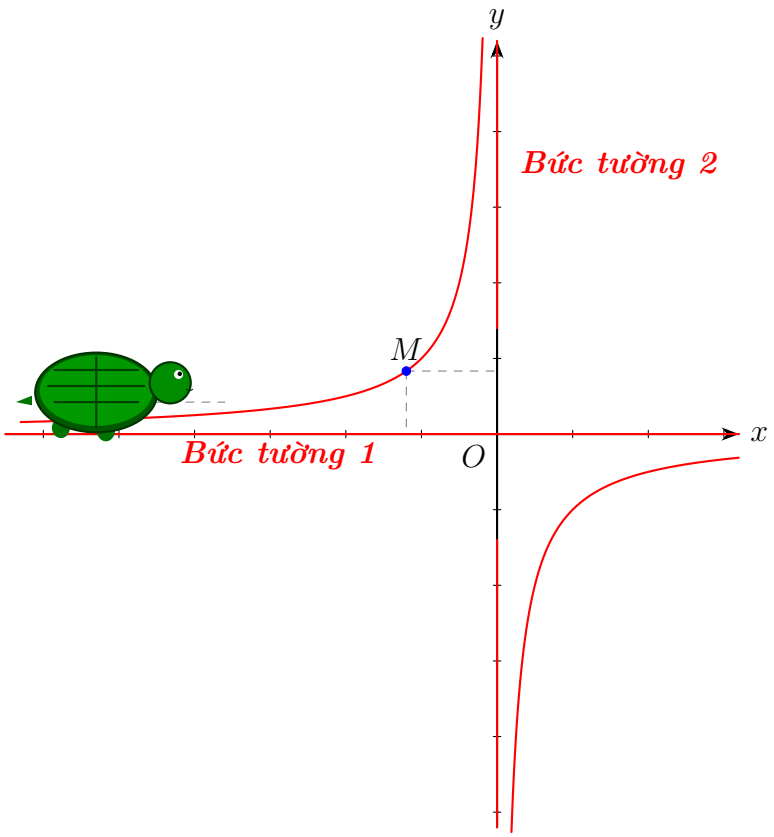
Bài 2. Cho hàm số $y=-x^3+3x+2$ có đồ thị (C). Trên đồ thị hàm số (C) lấy 2 điểm $P(a;b);Q(c;d)$ $(a,b,c,d\in\mathbb{Z})$ sao cho chúng đối xứng nhau qua điểm $M(-1;3)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d$.

Bài 3. Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$. Tính giá trị $2a-b$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(2;3;4)$, $B(0;2;2)$ và $C(3;-1;5)$. Điểm $H(a;b;c)$ là chân đường cao đỉnh A. Khi đó giá trị biểu thức $S=a+2b-5c$ bằng.

Bài 5. Công ty Apple đề xuất giá bán mỗi chiếc iPhone 17 Pro Max 1TB cho đại lý tại Việt Nam khi đại lý này nhập x chiếc là $P(x)=50.000.000-5000x$ (VND). Hỏi doanh thu tối đa mà công ty Apple nhận được từ đại lý này là bao nhiêu? (Đơn vị tỷ VND, kết quả làm tròn đến hàng phần nguyên).

Bài 6. Trong hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng mét), mô hình hoá đường đi của con rùa là nhánh bên trái của đồ thị hàm số $(C)\colon y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, hai bức tường là 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số (C) (như hình vẽ). Khi con rùa bò đến điểm M có tọa độ $M(x_0;y_0)$ thì tổng khoảng cách từ điểm M đến hai bức tường là nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=2025x_0+2026y_0$.



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 15
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;6)$. Ⓑ $(-2;+\infty)$. Ⓒ $(0;+\infty)$. Ⓓ $(2;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $x=-3$. Ⓒ $x=-1$. Ⓓ $x=2$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là

Ⓐ $y=2$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $y=-3$. Ⓓ $x=2$.

Câu 4. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=x+4-\dfrac{10}{x+2}$ là đường thẳng

Ⓐ $y=x+4$. Ⓑ $y=x+2$. Ⓒ $y=-x-4$. Ⓓ $y=-x-2$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;-2)$. Ⓑ $(-2;0)$. Ⓒ $(-2;1)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;-2)$. Ⓑ $(-2;0)$. Ⓒ $(-2;1)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

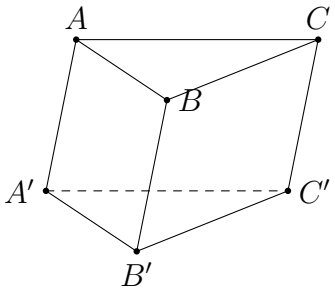
Ⓐ $A(-2;-3;5)$. Ⓑ $A(2;3;5)$.

Ⓒ $A(2;3;-5)$. Ⓓ $A(-2;3;-5)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, giả sử hai vectơ $\vec{x}, \vec{y}$ thỏa mãn $|\vec{x}| = 3, |\vec{y}| = 4$ và tích vô hướng $\vec{x} \cdot \vec{y} = 6$. Khi đó, góc giữa hai vectơ $(\vec{x}, \vec{y})$ bằng bao nhiêu độ?

Ⓐ $150°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $120°$. Ⓓ $30°$.

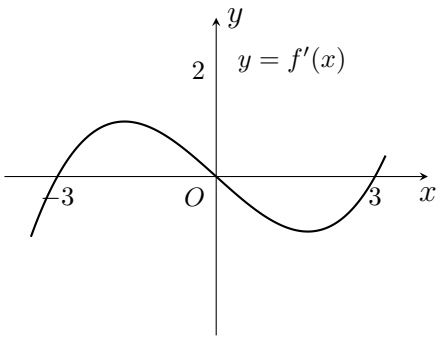
Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có hai đáy là các tam giác đều như hình dưới.



Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng

Ⓐ $120°$. Ⓑ $150°$. Ⓒ $60°$. Ⓓ $30°$.

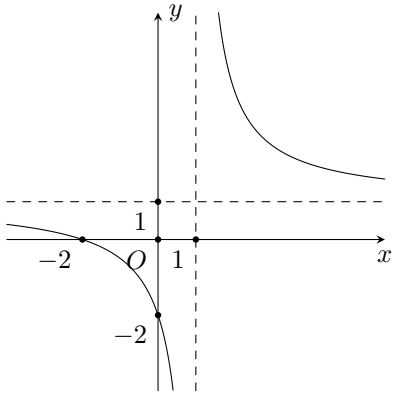
Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.



Xét hàm số $g(x) = f(x) + x$. Hàm số $g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Câu 11. Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax - b}{x - 1}$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?



Ⓐ $a < 0, b < 0$. Ⓑ $0 < b < a$. Ⓒ $b < 0 < a$. Ⓓ $a < b < 0$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x - 6}{x - 1}$ đi qua điểm nào trong các điểm cho dưới đây?

Ⓐ $M(2;2)$. Ⓑ $N(2;-2)$. Ⓒ $P(-1;3)$. Ⓓ $Q(4;1)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-1}$ có đồ thị là (C).

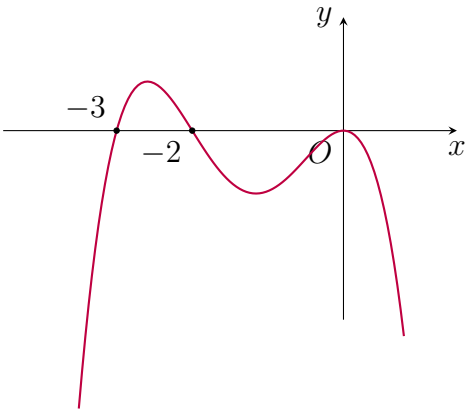
a) Đồ thị (C) của hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

b) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

c) Hàm số có 2 điểm cực trị.

d) Tâm đối xứng của (C) nằm trên đường thẳng $(\Delta): x+4y-9=0$.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị.

c) $f(-2)>f(0)>f(1)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;0]$ bằng $f(-2)$.

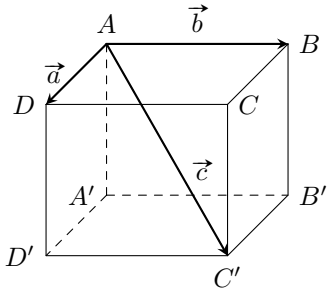
Bài 3. Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là $10\,\text{N}, 10\,\text{N}$ và $20\,\text{N}$.

a) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$.

b) $|\vec{a}+\vec{b}|=20\,\text{N}$.

c) $|\vec{a}+\vec{c}|=|\vec{b}+\vec{c}|$.

d) $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=32,59\,\text{N}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;-3)$ và $B(-2;7;1)$.

a) $\overrightarrow{OA}+3\vec{k}=5\vec{i}+\vec{j}$.

b) $\overrightarrow{AB} = (-7; 7; 4)$.

c) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} = (-3; -7; 2)$.

d) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(-\frac{7}{2}; \frac{7}{2}; 2\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

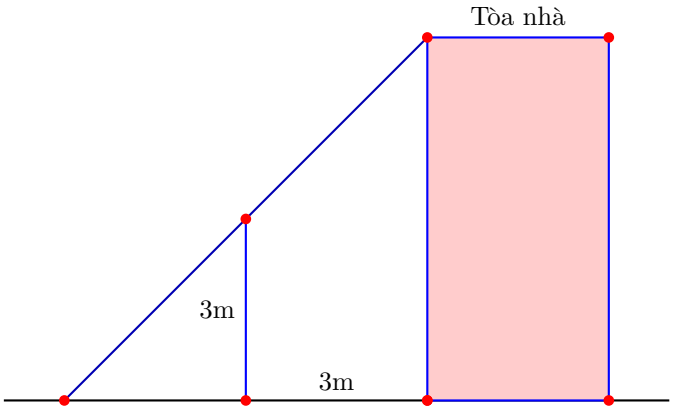
Bài 1. Công ty Apple đề xuất giá bán mỗi chiếc iPhone 17 Pro Max 1TB cho đại lý tại Việt Nam khi đại lý này nhập x chiếc là $P(x) = 50.000.000 - 5000x$ (VND). Hỏi doanh thu tối đa mà công ty Apple nhận được từ đại lý này là bao nhiêu? (Đơn vị tỷ VND, kết quả làm tròn đến hàng phần nguyên).

Bài 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 4. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O trùng với B, điểm D thuộc tia Oy, vectơ $\vec{i}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{NC}$ với N là trung điểm BD, tia Oz hướng lên trên như hình vẽ. Khi đó tọa độ vectơ $\overrightarrow{BM}$ với M trung điểm của CD có dạng $(a; b; 0)$. Tính giá trị $S = a + b$.

Bài 3. Biết hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có tất cả các khoảng nghịch biến là $(a; b)$ và $(c; +\infty)$. Tính $a + 2025b - c$.

Bài 4. Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36m^3, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu m để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

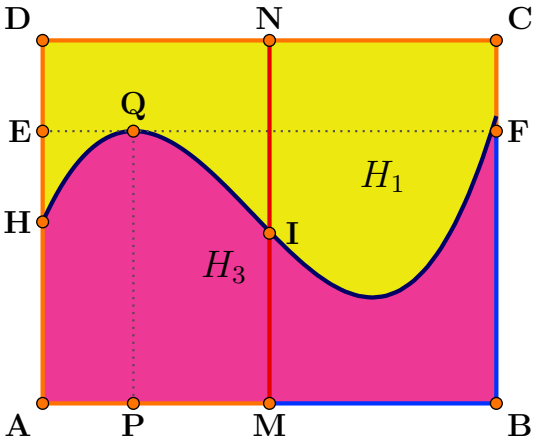
Bài 5. Một bức tường cao 3m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 3m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Chiều dài tối thiểu của thang là $a\sqrt{2}$ m. Hỏi a bằng bao nhiêu?



Bài 6. Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB = 100\ m$; $AD = 80\ m$. Người ta muốn chia công viên thành hai khu, một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt, người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (tô màu xanh) dành cho người lớn và H_3 (tô màu hồng) dành cho trẻ em như hình vẽ bên với $AH = 40\ m$; $AE = 60\ m$; $AP = 20\ m$ và $EF//AB$; $PQ//AD$.

Biết rằng khi xét trong một hệ tọa độ Oxy, đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số bậc ba. Phần chính giữa công viên người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180 nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN

là bao nhiêu triệu đồng?



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 16
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		3		4		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$+\infty$	↘	-4	↗	$+\infty$

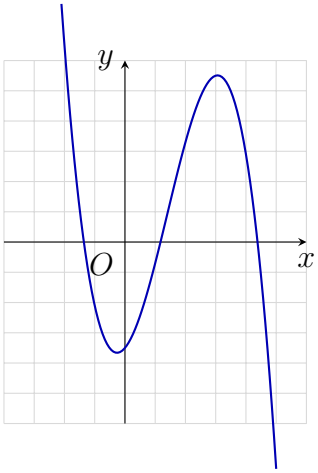
Hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng

Ⓐ 3. Ⓑ -4. Ⓒ 8. Ⓓ 4.

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-2}$ trên nửa khoảng $(2;6]$.

Ⓐ $\min\limits_{(2;6]} y=9$. Ⓑ $\min\limits_{(2;6]} y=3$. Ⓒ $\min\limits_{(2;6]} y=8$. Ⓓ $\min\limits_{(2;6]} y=4$.

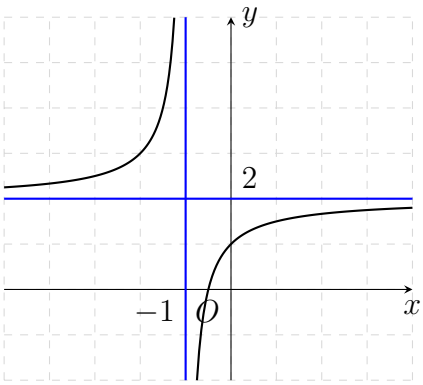
Câu 3. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a<0, b>0, c>0, d<0$.
Ⓑ $a<0, b>0, c<0, d<0$.
Ⓒ $a>0, b<0, c<0, d>0$.
Ⓓ $a<0, b<0, c>0, d<0$.

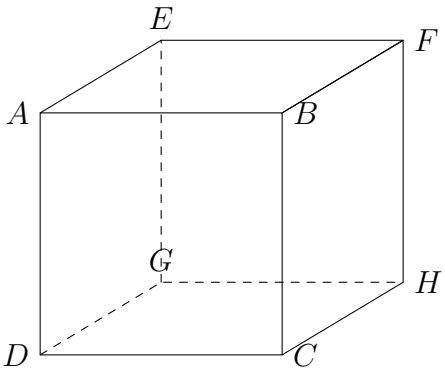
Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x = 0$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $y = 2$. Ⓓ $y = -1$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABFE.DCHG$ có cạnh bằng 2.



Tích vô hướng $\overrightarrow{GB} \cdot \overrightarrow{GE}$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 16.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm vectơ $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{C'C}$.

Ⓐ $\overrightarrow{BD'}$. Ⓑ $\overrightarrow{BA'}$. Ⓒ $\overrightarrow{BC'}$. Ⓓ $\overrightarrow{BD}$.

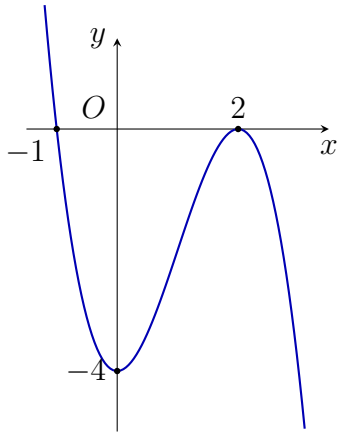
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	0	↘	-4	$+\infty$ ↘	-3	↗	3

Tổng số các đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

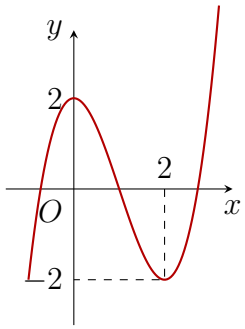
Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Câu 8. Cho đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị là của hàm số nào dưới đây?



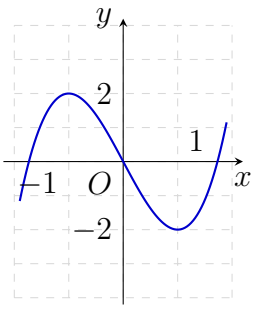
Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 - 4$.
Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.
Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
Ⓓ $y = -x^3 - 4$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x) + 4 = 0$ là



Ⓐ 2.
Ⓑ 1.
Ⓒ 3.
Ⓓ 0.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-1; 1]$. Giá trị của $M + m$ bằng

Ⓐ 3.
Ⓑ 0.
Ⓒ -2.
Ⓓ $\frac{1}{2}$.

Câu 11. Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x chiếc bánh kem là: $C(x) = 10000 + 20x - \frac{1}{4}x^2 + 0,001x^3$. Chi phí sản xuất chiếc bánh thứ 501 xấp xỉ chi phí biên là bao nhiêu?

Ⓐ 250 (nghìn đồng).
Ⓑ 450 (nghìn đồng).

Ⓒ 520 (nghìn đồng). Ⓓ 300 (nghìn đồng).

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

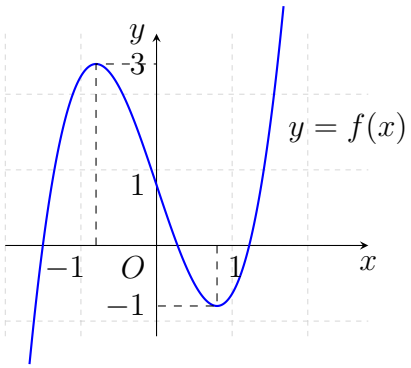
Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây

Ⓐ $y=x^3-3x^2+2$. Ⓑ $y=-x^3+3x^2+2$.

Ⓒ $y=x^4+3x^2+2$. Ⓓ $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=f(4-x)+1$ là $(5;4)$.

b) Giá trị của $a;b;c$ thỏa mãn hệ phương trình sau: $\begin{cases}3a+2b+c=0\\3a-2b+c=0\end{cases}$.

c) Phương trình $f(x)=-1$ có 3 nghiệm phân biệt.

d) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y=3$.

Bài 2. Một quán cà phê Highlands Nha Trang sắp khai trương, đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18000 đồng. Gọi x là số lần tăng giá cốc cà phê, với $0<x<20$.

a) Sau x là số lần tăng giá thì số cốc cà phê bán được là $2000-x$ (cốc).

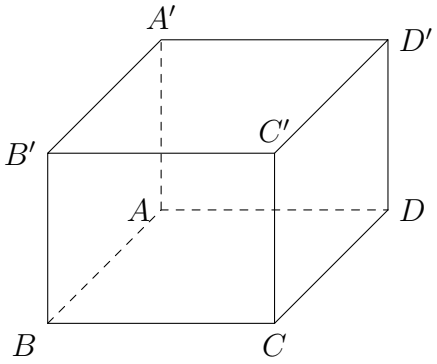
b) Chi phí nguyên vật liệu để pha cà phê mỗi tháng là $(2000-x)18000$ đồng.

c) Lợi nhuận thu được mỗi tháng là: $100000(-x^2+18x+40)$ đồng.

d) Quán cà phê Highland Nha Trang phải bán mỗi cốc cà phê với giá 29000 đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi

M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$.



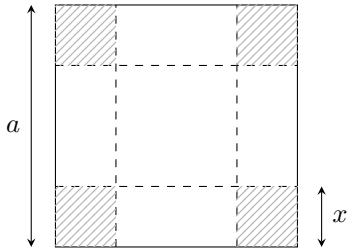
a) Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CB'} = -0,5a^2$.

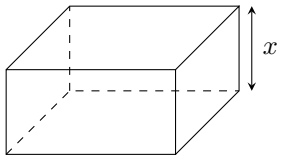
b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng $120°$.

c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BC}$.

d) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{B'C'}$.

Bài 4. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a. Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp.





a) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\dfrac{a}{12}$.

b) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\dfrac{a}{6}$.

c) Thể tích của khối hộp lớn nhất bằng $\dfrac{2a^3}{27}$.

d) Thể tích hộp lớn nhất bằng $\dfrac{a^3}{27}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x^2 + 7x - 3}{x - 1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = ax + b$. Giá trị của $5b - a$ bằng bao nhiêu?

Bài 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AB và G là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó $\overrightarrow{C'G} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC} + p\overrightarrow{AA'}$. Giá trị của $4m - n + 5p$ bằng bao nhiêu?

Bài 3. Khi sản xuất vỏ lon sữa hãng X, nhà sản xuất luôn đặt tiêu chí sao cho chi phí sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất. Biết rằng lon sữa có dạng hình trụ và có dung tích là 500 ml. Chiều cao của lon sữa bằng bao nhiêu centimet để chi phí vật liệu dùng để sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất (làm tròn

kết quả đến hàng phần mười)?



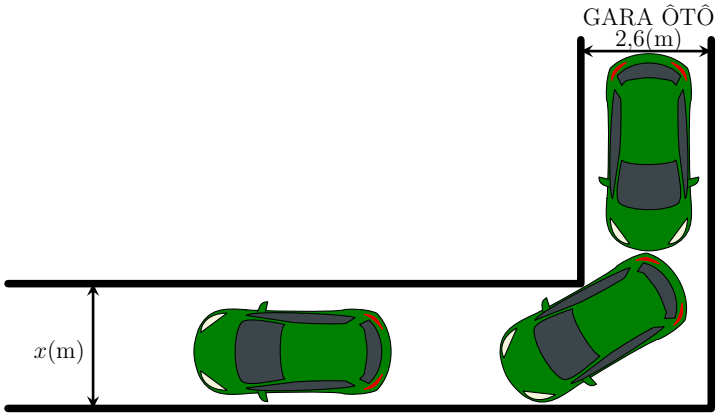
Bài 4. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
f	-2	$\searrow$	‖	$\searrow$	-2
		$-\infty$	‖	$+\infty$	

Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có các đáy lần lượt là AB,CD. Biết $A(3;1;-2),B(-1;3;2),C(-6;3;6)$. Tính tổng bình phương các tọa độ của điểm D.

Bài 6. Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ÔTÔ của bác An.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng 2,6 (m). Biết kích thước xe ôtô là $5\times 1{,}9$m (chiều dài $\times$ chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ôtô, người ta coi ôtô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là 5 (m), chiều rộng 1,9 (m). Tìm chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên để ôtô có thể đi vào GARA được? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười; giả thiết ôtô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ôtô không bị biến dạng).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 17
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-4}{bx+c},(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	1

Trong các hệ số a,b,c có bao nhiêu số âm?

Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

Ⓐ $(0;2)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(1;4)$. Ⓓ $(4;+\infty)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là

Ⓐ $M=28,m=-4$. Ⓑ $M=28,m=1$.
Ⓒ $M=77,m=1$. Ⓓ $M=77,m=-4$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3,\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=2x$. Ⓑ $y=2x+1$. Ⓒ $y=2x-1$. Ⓓ $y=x+1$.

Câu 6. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

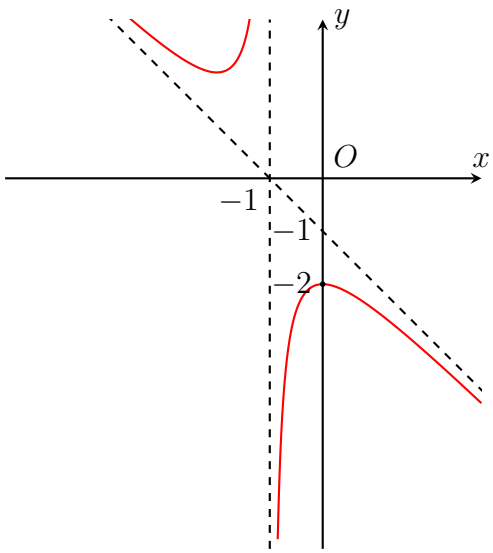
Ⓐ $x=3$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $\left(1;\dfrac{7}{3}\right)$. Ⓓ $(3;1)$.

Câu 7. Một khinh khí cầu di chuyển ở độ cao h (tính bằng m) vào thời điểm t phút được cho

bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$. Hỏi tại thời điểm $t = 2$ phút thì vận tốc của khinh khí cầu là bao nhiêu?

Ⓐ 24. Ⓑ 315. Ⓒ 72. Ⓓ 405.

Câu 8. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Ⓐ $y = \dfrac{-x^2 - 2x - 2}{x + 1}$. Ⓑ $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x - 1}$.
Ⓒ $y = \dfrac{-x^2 - 2x}{x + 1}$. Ⓓ $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x + 1}$.

Câu 9. Cho hình bình hành $OADB$ có $\overrightarrow{OA} = (-1; 1; 0)$, $\overrightarrow{OB} = (1; 1; 0)$ (O là gốc tọa độ). Tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $OADB$ là

Ⓐ $(1; 1; 0)$. Ⓑ $(1; 0; 1)$. Ⓒ $(1; 0; 0)$. Ⓓ $(0; 1; 0)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2; 0; 1)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(8; 6; 2)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Độ dài vectơ $\overrightarrow{OG}$ bằng

Ⓐ $\sqrt{19}$. Ⓑ 3. Ⓒ 9. Ⓓ 19.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (3; -1; 5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

Ⓐ $(-2; 2; 7)$. Ⓑ $(-2; 2; -7)$. Ⓒ $(10; -2; 13)$. Ⓓ $(-2; -2; 7)$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BM}$. Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'M}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 1$.

b) Hàm số có đúng hai điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 2$.

d) Điểm $I(1;1)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số (C).

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$ có đồ thị (C).

a) $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 + 3x - 2) = +\infty$.

b) Đồ thị cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 3$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;4]$ bằng 46.

Bài 3. GigaCloud dịch vụ lưu trữ. Giá cước x (triệu đồng), khách hàng $S(x) = \sqrt{45 - x}$ (nghìn). Chi phí cố định 10 tỷ đồng, chi phí biến đổi $C_v = 3S^2$ tỷ đồng.

a) Giá cước 36 triệu đồng/tháng thì công ty GigaCloud đạt lợi nhuận ròng hằng tháng cao nhất.

b) Doanh thu của công ty GigaCloud là $R(x) = xS(x) = x\sqrt{45 - x}$ tỷ đồng.

c) Chi phí cố định của công ty là $C_f = 10$ tỷ đồng mỗi tháng.

d) Lợi nhuận của công ty được biểu diễn bởi hàm số $L(x) = x\sqrt{45 - x} + 3x - 145$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3)$, $B(-2;1;2)$, $C(3;-1;2)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (-3;3;1)$.

b) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.

c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

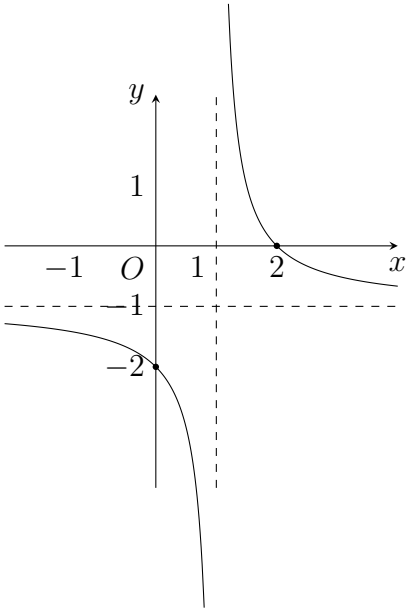
d) Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\dfrac{47}{29}; \dfrac{13}{29}; 2\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có tâm đối xứng $I(a;b)$. Khi đó $T = a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

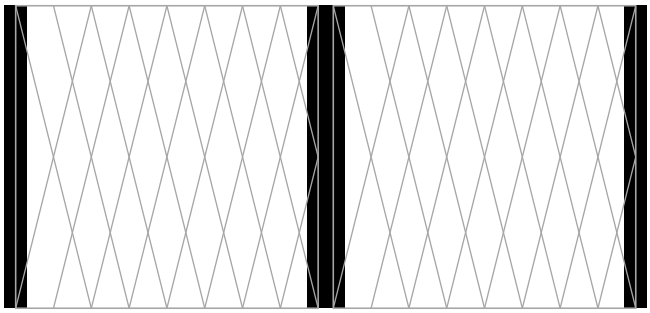
Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ có hai điểm cực trị x_1, x_2. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng bao nhiêu?

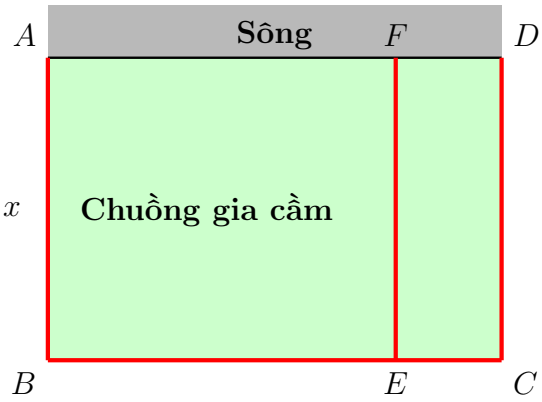
Bài 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x - a}{bx + c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tính giá trị của biểu thức $P = 2a - b + c$.

Bài 4. Một chủ trang trại nuôi gia cầm muốn rào thành 2 chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng nuôi gà và một chuồng nuôi vịt. Biết rằng đã có sẵn 240 m hàng rào và cạnh bờ sông thì không phải rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh chuồng là bao nhiêu mét vuông?





Bài 5. Nhân dịp lễ 30/4/2025, tại Quảng trường trung tâm TP. Hồ Chí Minh diễn ra màn trình diễn máy bay trực thăng kéo cờ Tổ quốc và cờ Đảng. Hai máy bay cất cánh cùng lúc từ một địa điểm. Sau một thời gian chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía Nam và 1 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 1 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 500 m. Cùng thời điểm đó, một chiến sĩ công an đứng trên mặt đất quan sát thấy hai chiếc máy bay nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát trên mặt đất, vị trí chiến sĩ công an đứng có tổng khoảng cách đến hai chiếc máy bay là nhỏ nhất. Khoảng cách từ vị trí chiến sĩ công an quan sát đến địa điểm xuất phát của hai chiếc máy bay là bao nhiêu km? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Bài 6. Một cầu thủ thực hiện cú sút bóng xoáy (banana kick), làm bóng bay theo đường cong hình bậc ba thay vì một parabol thông thường. Quỹ đạo bóng trong hệ trục tọa độ Oxy được mô tả bởi phương trình $y = \dfrac{x^3}{100} - \dfrac{x^2}{10} + \dfrac{253x}{100}$, với y là độ cao của bóng (m). Biết chiều cao chuẩn của khung thành là $2,44$ m. Khi bóng chạm xà ngang thì góc lệch của bóng và mặt đất là bao nhiêu? Biết góc lệch của bóng và mặt đất là góc của đường tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^3}{100} - \dfrac{x^2}{10} + \dfrac{253x}{100}$ tại điểm chạm xà ngang và trục Ox (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 18
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=2x+3-\dfrac{5}{x+1}$ có phương trình là

Ⓐ $y=2x-3$. Ⓑ $y=2x+3$. Ⓒ $y=x+1$. Ⓓ $y=x-1$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là:

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 4. Ⓓ 2.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm y' như sau:

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;7)$. Ⓑ $(3;+\infty)$. Ⓒ $(3;7)$. Ⓓ $(-\infty;3)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình dưới đây.

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $M=5$. Ⓑ $M=4$. Ⓒ $M=1$. Ⓓ $M=0$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ là

Ⓐ -4. Ⓑ -2. Ⓒ 0. Ⓓ -5.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ là đường thẳng

Ⓐ $x=2$.. Ⓑ $y=-1$.. Ⓒ $x=-3$.. Ⓓ $y=2$..

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ là các vectơ đơn vị. Tích vô hướng của $\vec{u}=(1;2;3)$

và $\vec{k}$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-2)$, $B(2;3;2)$ và $C(3;-1;6)$. Gọi $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$, tính $T=a+b+c$

Ⓐ 3. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 21.

Câu 9. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(1;0;0)$ và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0;1)$ bằng

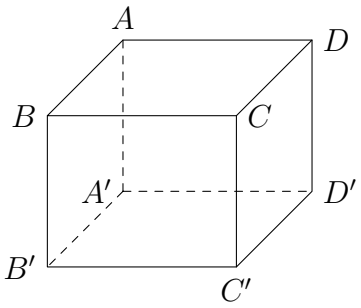
Ⓐ 120°. Ⓑ 30°. Ⓒ 60°. Ⓓ 150°.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1)$, $B(5;6;2)$ và I là trung điểm AB. Tọa độ điểm I là

Ⓐ $I(1;3;1)$. Ⓑ $I\left(\frac{7}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Ⓒ $I\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $I\left(\frac{-7}{2};\frac{-3}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

Câu 11. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ (như hình vẽ bên dưới). Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{B'C}$ là



Ⓐ $(0;1;1)$. Ⓑ $(0;1;-1)$. Ⓒ $(1;1;1)$. Ⓓ $(1;0;1)$.

Câu 12. Cho ba vectơ $\vec{a}=(-1;1;0)$, $\vec{b}=(1;1;0)$ và $\vec{c}=(1;1;1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

Ⓐ $|\vec{c}|=\sqrt{3}$. Ⓑ $\vec{a}\perp\vec{b}$. Ⓒ $\vec{c}\perp\vec{b}$. Ⓓ $|\vec{a}|=\sqrt{2}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;2;0)$.

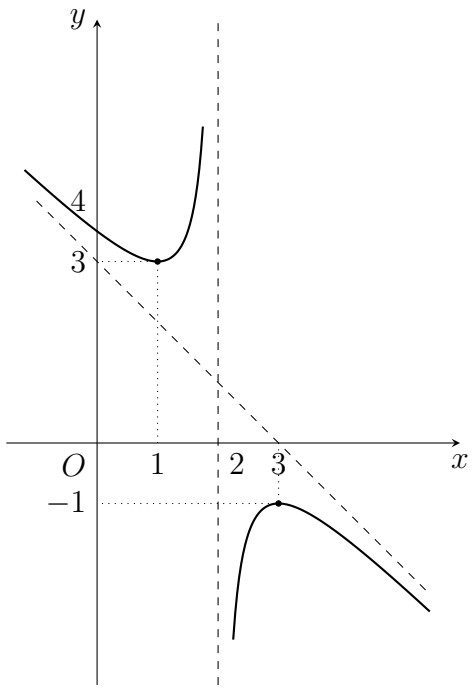
a) Toạ độ $\overrightarrow{AC}=(-4;0;-1)$.

b) Toạ độ $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(-3;5;1)$.

c) Trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\frac{-2}{3};\frac{7}{3};0\right)$.

d) Gọi I là trung điểm của BC. Độ dài đường trung tuyến $AI=\sqrt{35}$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ $(a, d \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



a) Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số có toạ độ là $(1; 2)$.

b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

c) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = e^{x^3 - 3x^2}$.

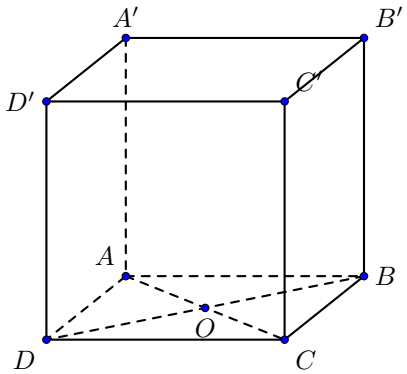
a) Hàm số có giá trị cực tiểu là e^{-4}.

b) Trên $[1; 5]$, giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số lần lượt là e^a và e^b. Khi đó $a + b = 46$.

c) Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên tập xác định tại $x = 0$.

Bài 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = AD = a$, $AA' = 2a$. Gọi O là tâm đáy $ABCD$.



a) $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{DC'} = a^2$.

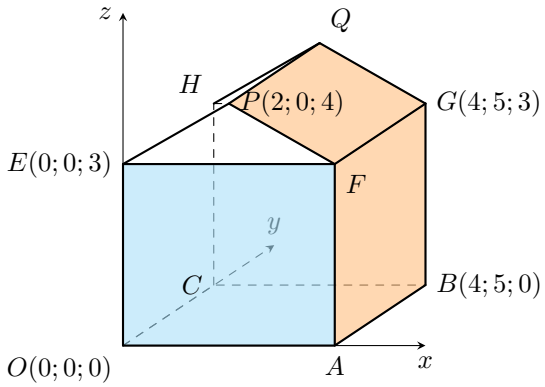
b) Có 3 vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp chữ nhật cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

c) Vectơ $\overrightarrow{AD}$ bằng vectơ $\overrightarrow{B'C'}$.

d) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ là $60°$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hình bên dưới minh hoạ sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{FQ}$ và $\overrightarrow{EQ}$.



Bài 2. Trong không gian, cho $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} + \vec{b}| = 8$. Giá trị tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ là bao nhiêu?

Bài 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 4}{x - 1}$. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên đoạn $[2; 9]$ là bao nhiêu?

Bài 4. Một cửa hàng có thu nhập mỗi ngày được ước tính theo công thức $h(x) = 12x - x^2$ (triệu đồng) với x là thứ x trong tuần, $x \in [2; 8]$. Cửa hàng trên có thu nhập cao nhất vào thứ mấy trong tuần?

Bài 5. Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

Bài 6. Một bảo tàng khoa học muốn lắp đặt một cửa sổ trang trí lớn hình parabol trên bức tường phía tây của tòa nhà. Cửa sổ này có đỉnh cao nhất cách sàn nhà 15 mét. Một điểm trên khung cửa sổ được đo là cách trục đối xứng 5 mét và có độ cao 10 mét so với sàn nhà. Bên trong khung cửa sổ, người thiết kế muốn đặt một tấm kính màu hình chữ nhật, với hai đỉnh trên của tấm kính nằm trên đường cong của khung cửa sổ và hai đỉnh dưới của tấm kính nằm trên một thanh ngang cố định cách sàn nhà 3 mét (song song với sàn nhà). Diện tích lớn nhất của tấm kính màu là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 19
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Toạ độ của vectơ $\vec{a}$ là

Ⓐ $(-2;3;-1)$. Ⓑ $(1;2;-3)$. Ⓒ $(2;-3;1)$. Ⓓ $(-3;2;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 3)$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. Ⓑ $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.
Ⓒ $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. Ⓓ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;0;-1)$, $\vec{b} = (3;-2;1)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$ là

Ⓐ $\vec{u} = (8;4;1)$. Ⓑ $\vec{u} = (5;2;0)$.
Ⓒ $\vec{u} = (5;-2;0)$. Ⓓ $\vec{u} = (8;-4;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

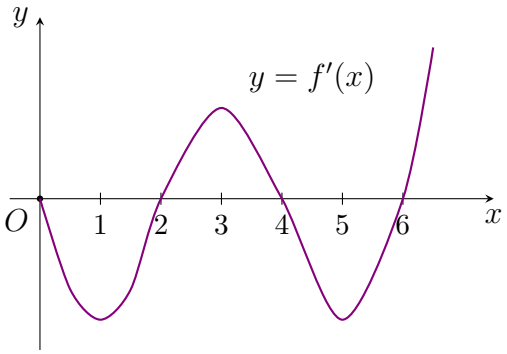
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;0)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(0;+\infty)$.

Câu 6. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

Ⓐ $(4;+\infty)$. Ⓑ $(1;4)$. Ⓒ $(-\infty;0)$. Ⓓ $(0;2)$.

Câu 7. Đồ thị của đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ của hàm số $f(x)$ được cho trong hình bên dưới.



Phát biểu nào sau đây đúng?

(A) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 6$..
(B) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 3$..
(C) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$..
(D) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 4$..

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

(A) $(0;0;1)$. (B) $(2;0;1)$. (C) $(2;-2;0)$. (D) $(0;-2;1)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

(A) $(3;3;-1)$. (B) $(-1;-1;-3)$.
(C) $(1;1;3)$. (D) $(3;1;1)$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

(A) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$. (B) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}$.
(C) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BM}$. (D) $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'M}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (2;-1;3)$ và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = \vec{a}$. Khi đó điểm M có tọa độ là

(A) $(2;-1;0)$. (B) $(2;-1;3)$. (C) $(2;0;3)$. (D) $(2;1;3)$.

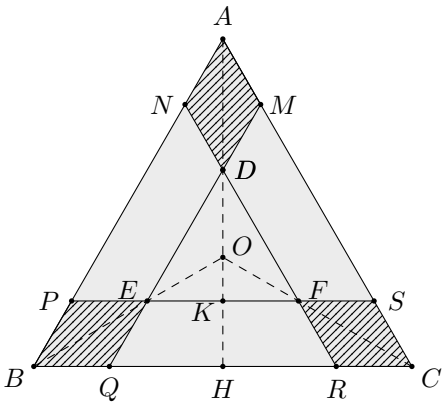
Câu 12. Cho hàm số $y = \dfrac{7-4x}{2x-1}$ có đồ thị (H), điểm $M \in (H)$. Tổng khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của (H) nhỏ nhất là.

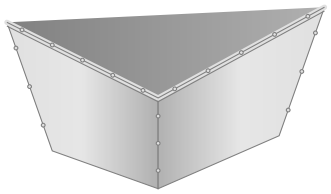
(A) 2. (B) $2\sqrt{5}$. (C) $2+\sqrt{5}$. (D) $\sqrt{10}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Anh Việt có một tấm tôn hình tam giác đều ABC với cạnh bằng 6 (dm). Bên trong tấm nhôm này anh vẽ thêm tam giác đều DEF sao cho hai tam giác có cùng trọng tâm, đồng thời các cạnh tương ứng song song nhau. Anh Việt muốn làm một chậu đựng nước dạng hình chóp cụt tam giác đều với đáy nhỏ là DEF và đáy lớn để hở. Anh cắt bỏ ba hình bình hành ở ba góc của tam giác ABC là $AMDN$, $BPEQ$, $CSFR$ (như hình vẽ). Kẻ đường cao AH và gọi O là trọng tâm

tam giác ABC. Đặt $x = DN = DM$, $(0 < x < 2)$.





a) $NP = QR = SM = 6 - 2x$ (dm).

b) $AH = 3\sqrt{3}$ (dm) và $OA = 2\sqrt{3}$ (dm).

c) $AD = x\sqrt{3}$ (dm) và $DE = 6 - 3x$ (dm).

d) Sau khi gập hình vuông và dùng keo dán kín các đoạn gập vào với nhau gồm DM và DN, EP với EQ, FS với FR, sức chứa tối đa của chậu xấp xỉ 4,54 (lít).

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

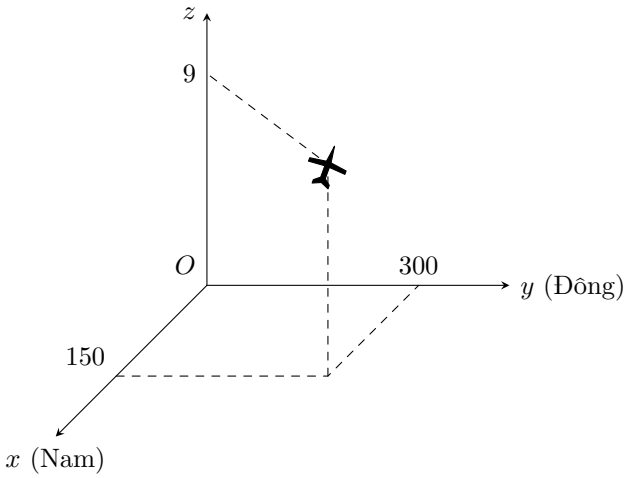
a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a - 2b = 5$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 3$.

c) Gọi A, B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 6.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 3)$.

Bài 3. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều khiển.



a) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

b) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(300; 150; 9)$.

c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 750 km/h, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10 m/s. Giả sử vận tốc và hướng gió không thay đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1086; 9)$.

d) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng (làm tròn đến hàng phần mười) là 335, 6 km.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OBCD.O'B'C'D'$ có $B(2;0;0)$, $D(0;1;0)$, $O'(0;0;1)$.

a) $C(2;1;0)$.

b) $B'(2;0;1)$.

c) $\overrightarrow{OC'} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

d) $\overrightarrow{OD'} = (1;1;1)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có biểu thức đạo hàm $f'(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ và a, b, c lần lượt là số chấm xuất hiện trong ba lần gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối đồng chất. Hãy tính xác suất để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(4;5)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Bài 2. Một chiếc phà chạy giữa đất liền và đảo Dedlos. Phà có công suất tối đa là 1 000 xe hơi mỗi chuyến, nhưng việc tải gần hết công suất rất tốn thời gian. Biết rằng số lượng xe hơi đưa lên phà mỗi chuyến là $f(t) = \dfrac{2000t}{2t+1}$ và mất một khoảng thời gian là 1 giờ. Mỗi xe cần trung bình 3,6 giây để dỡ xuống khi đến điểm đích. Thời gian di chuyển đến đảo và thời gian vòng về đều mất 1,28 giờ. Nên tải bao nhiêu xe lên phà cho mỗi chuyến đi để lượng xe trung bình di chuyển qua lại đảo mỗi giờ đạt lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

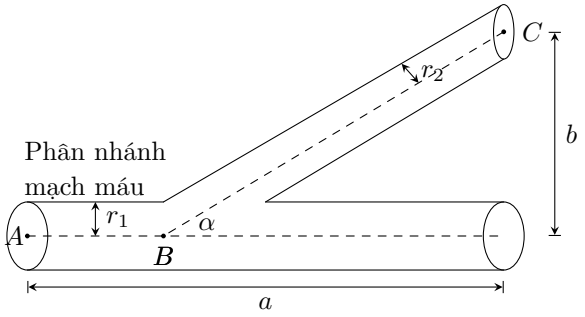
Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;3)$ và $M(6;1;3)$ là trung điểm BC. Gọi G là trọng tâm ΔABC. Tính cao độ của điểm G.

Bài 4. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất cúa m (làm tròn đên hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100; m+370; 0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Bài 5. Bác An muốn xây dựng một chuồng nuôi chim bồ câu có dạng khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Từ số tiền đã chuẩn bị để mua vật liệu và dựa vào không gian sẵn có để xây dựng chuồng nuôi, bác An dự kiến xây dựng chuồng có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36 m^2, độ dài đường chéo AC' bằng 6 m. Với những điều kiện đó, chuồng được xây dựng tối ưu nếu thể tích chuồng lớn nhất. Hãy giúp bác An tính xem giá trị tối ưu đó của thể tích chuồng nuôi đó bằng bao nhiêu mét khối (*kết quả được làm tròn đến chữ số hàng phần chục*)?

Bài 6. Hệ thống mạch máu chứa các mạch máu gồm động mạch chính, động mạch con, mao mạch và tĩnh mạch để giúp đưa máu từ tim đến các cơ quan và ngược lại. Hệ thống hoạt động để tối ưu hoá (tối thiểu) năng lượng mà tim sử dụng trong quá trình bơm máu. Đặc biệt năng lượng này giảm khi sức cản của máu giảm. Hình vẽ dưới đây minh hoạ một mạch máu chính có bán kính

r_1 phân nhánh với một góc α° tạo thành một mạch máu nhỏ hơn với bán kính r_2.



Sử dụng mô tả Định luật Poiseuille, người ta đã chứng minh được sức cản của máu theo con đường ABC là

$$R(\alpha) = C\left(\frac{a - b\cot\alpha}{r_1^4} + \frac{b}{r_2^4 \sin\alpha}\right)$$

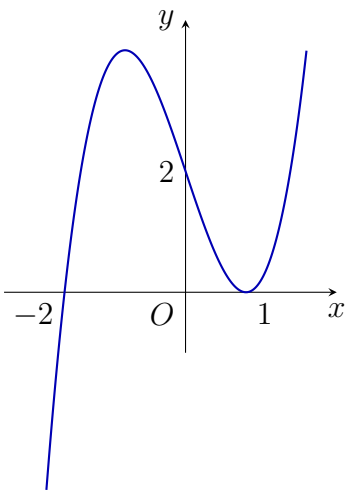
với C, a, b là các hằng số. Khi bán kính mạch máu nhỏ bằng $\dfrac{2}{3}$ bán kính mạch máu chính. Xác định α để sức cản này là nhỏ nhất. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 20
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

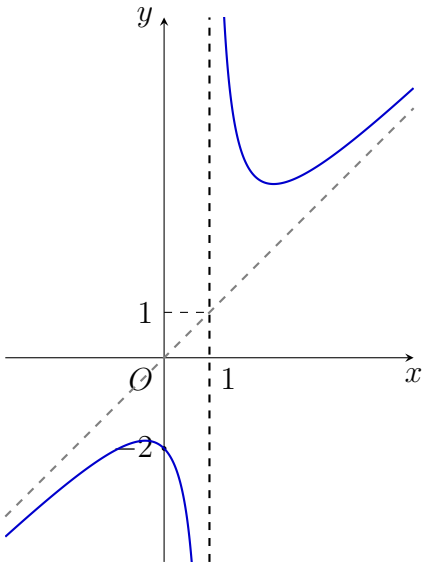


Ⓐ $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.
Ⓑ $y=x^3-3x+2$.
Ⓒ $y=-x^3+3x+2$.
Ⓓ $y=x^2+1$.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đẳng thức nào sai?

Ⓐ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})$.
Ⓑ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$.
Ⓒ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD})$.
Ⓓ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD})$.

Câu 3. Dường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

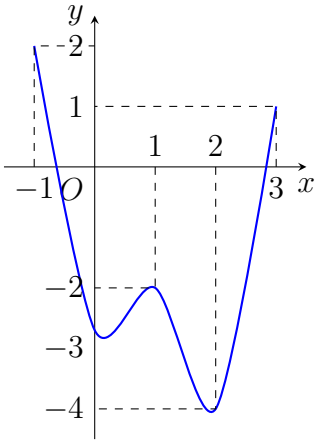


Ⓐ $y=\dfrac{x^2+x+2}{x+1}$.
Ⓑ $y=\dfrac{x^2-x-2}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{x^2-x+2}{-x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x^2-x+2}{x-1}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;3;-2)$ và $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u}-\vec{v}$ là:

Ⓐ $(-1;2;-1)$. Ⓑ $(-1;2;-3)$. Ⓒ $(3;4;-3)$. Ⓓ $(1;-2;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M+m$ bằng



Ⓐ -2. Ⓑ 2. Ⓒ -5. Ⓓ -6.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	$-$		$-$
y	5 ↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘ 2

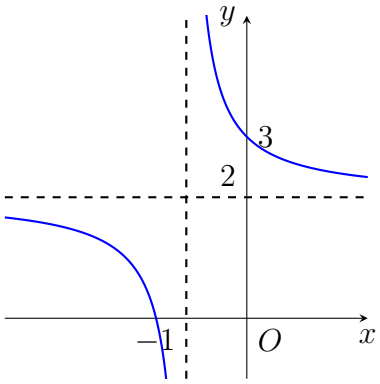
Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

Ⓐ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=2, y=5$ và một tiệm cận đứng $x=-1$..
Ⓑ Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận..
Ⓒ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận..
Ⓓ Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận..

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$, khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

Ⓐ 28. Ⓑ 12. Ⓒ 2. Ⓓ 33.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là:



Ⓐ $x=2$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $y=-1$. Ⓓ $x=-1$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

Ⓐ $y=5$. Ⓑ $y=-2$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $x=1$.

Câu 10. Một chiếc buýt có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3-\dfrac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Hỏi để thu được số tiền nhiều nhất thì một chuyến xe buýt cần chở bao nhiêu khách?

Ⓐ 50. Ⓑ 35. Ⓒ 40. Ⓓ 45.

Câu 11. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}|=26; |\vec{b}|=28; |\vec{a}+\vec{b}|=48$. Độ dài vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ bằng

Ⓐ 25. Ⓑ $2\sqrt{154}$. Ⓒ 9. Ⓓ $\sqrt{618}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và vectơ $\vec{u}=(1;0;3)$. Điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB}=\vec{u}$. Khi đó, tọa độ của điểm B là

Ⓐ $B(2;-1;1)$. Ⓑ $B(2;1;1)$.

Ⓒ $B(-2;-1;-2)$. Ⓓ $B(2;1;2)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một công ty sản xuất sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm bán ra. Khi đó:

a) Đồ thị hàm số $y = \dfrac{p(x)}{x^2+1}$ có 2 đường tiệm cận đứng và ngang.

b) Hàm doanh thu của công ty là $f(x) = x \cdot p(x)$.

c) Hàm số $y = p(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

d) Doanh thu của công ty đạt giá trị lớn nhất bằng 10000 (triệu đồng).

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;3;-4)$, $C(2;-3;5)$. Khi đó:

a) Điểm A không nằm trong mặt phẳng (Oyz).

b) Trọng tâm tam giác OAB là $G(0;1;-1)$.

c) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương vectơ $\overrightarrow{AC}$.

d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ có tọa độ $M\left(\dfrac{1}{2};1;1\right)$.

Bài 3. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2-2x+5}{x-1}$. Khi đó:

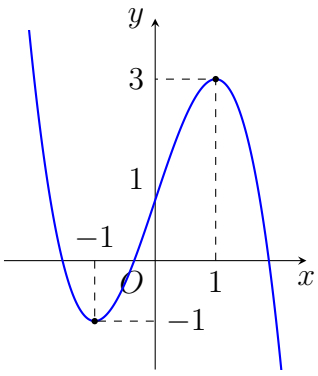
a) Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = \dfrac{x^2+2x-3}{(x-1)^2}$.

b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(4;+\infty)$.

c) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

d) Hàm số $y = f(x^2-1)$ có 3 cực tiểu.

Bài 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ $(a \neq 0)$ và có đồ thị là đường cong như hình bên:



Khi đó:

a) Hệ số $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(1;3)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

d) $f(3) = -5$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

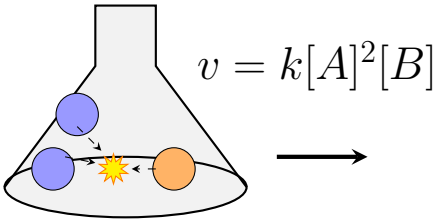
Bài 1. Cho đồ thị hàm số $(C): y = \dfrac{-x^2+4x+1}{x+1}$, biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) có dạng $d: y = ax + b$. Tìm ab.

Bài 2. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{a}+\vec{b}| = 6$. Tính $|\vec{a}-\vec{b}|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Bài 3. Trong một phản ứng hóa học, tốc độ phản ứng v được biểu diễn theo công thức: $v = k \cdot [A]^2 \cdot [B]$, trong đó:

- v là tốc độ phản ứng (mol/l/s),
- $k = 0,1$ là hằng số tốc độ phản ứng,
- $[A]$ và $[B]$ lần lượt là nồng độ của hai chất phản ứng (mol/l).

Giả sử tổng nồng độ ban đầu của $[A]$ và $[B]$ là $C = 2$ mol/l, tức là $[A] + [B] = 2$. Hãy tìm nồng độ của $[A]$ tại đó tốc độ phản ứng v đạt cực đại.



Bài 4. Một doanh nghiệp sản xuất thiết bị điện tử thông minh có quy trình vận hành và chính sách thuế như sau: Trong mỗi tháng, doanh nghiệp phải chi trả một khoản chi phí cố định 200 triệu đồng, khoản chi phí này không phụ thuộc vào số lượng sản phẩm sản xuất. Ngoài ra, để hoàn thiện mỗi sản phẩm, doanh nghiệp phải chịu chi phí biến đổi 1 triệu đồng cho mỗi sản phẩm. Mỗi sản phẩm được bán ra thị trường với giá 3 triệu đồng một sản phẩm. Nhằm khuyến khích gia tăng quy mô sản xuất, cơ quan quản lý áp dụng chính sách thuế tính theo tổng doanh thu trong tháng, với mức thuế suất giảm dần theo sản lượng. Nếu doanh nghiệp bán dưới 100 sản phẩm trong tháng, thuế suất là 10% tổng doanh thu. Nếu bán từ 100 đến dưới 300 sản phẩm, thuế suất là 8% tổng doanh thu. Nếu bán từ 300 sản phẩm trở lên, thuế suất là 5% tổng doanh thu. Gọi x là số lượng sản phẩm doanh nghiệp sản xuất và bán ra trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*$). Giả sử số sản phẩm doanh nghiệp sản xuất trong tháng được bán hết. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất tối thiểu bao nhiêu sản phẩm để bắt đầu có lãi?

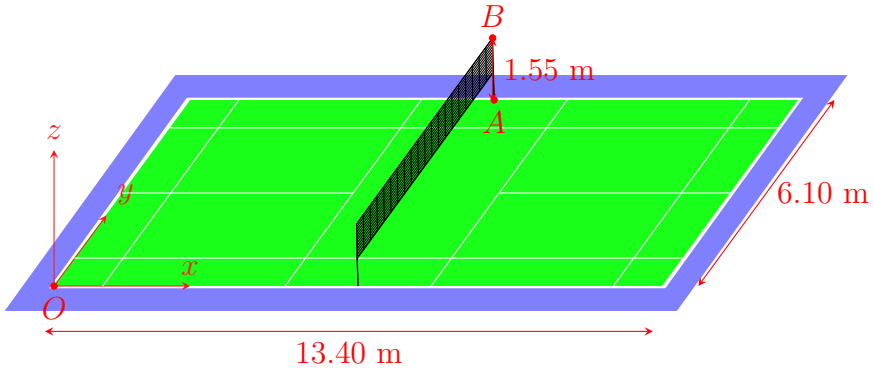
Bài 5. Một bể ban đầu chứa 10 gallon dung dịch muối với 2 lb (pound) muối. Dung dịch vào có nồng độ $1,5$ lb/gallon chảy vào với tốc độ 3 gallon/phút, và hỗn hợp trong bể chảy ra với tốc độ 4 gallon/phút. Người ta cho biết lượng muối trong bể sau t phút là m (pound), với:

$$m = f(t) = 1,5(10-t) - 0,0013(10-t)^4, \quad 0 \le t \le 10.$$

Hỏi lượng muối tối đa có thể có trong bể tại một thời điểm nào đó là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Bài 6. Hình vẽ dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình dưới (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ

cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (a; b; c)$. Khi đó $S = a - b + 2c$ bằng bao nhiêu?



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 21
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(-\infty;5)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

Câu 2. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

Ⓐ $x=0$. Ⓑ $x=3$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=2$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 0. Ⓓ -4.

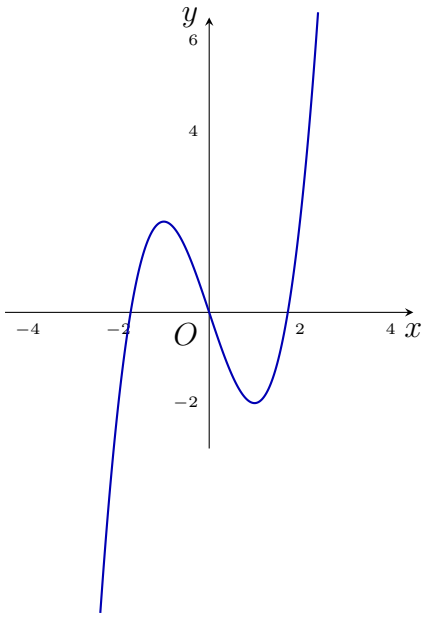
Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là:

Ⓐ $x=-1$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $y=-1$. Ⓓ $y=1$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$ là:

Ⓐ $x=2$. Ⓑ $x=-2$. Ⓒ $y=-1$. Ⓓ $y=-2$.

Câu 6. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



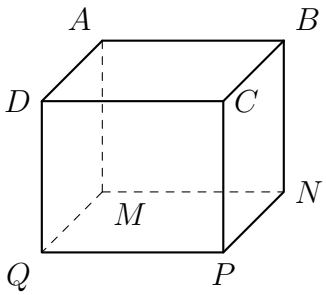
Ⓐ $y = x^3 - 3x$.
Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 - 2$.
Ⓒ $y = \dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + 1$.
Ⓓ $y = -\dfrac{1}{3}x^3 + \dfrac{1}{2}x^2 + 2$.

Câu 7. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	7	↘	$-\infty$

Ⓐ $y = -\dfrac{7}{4}x^3 + \dfrac{21}{2}x^2 - \dfrac{63}{4}x + 7$.
Ⓑ $y = \dfrac{7}{4}x^3 + \dfrac{21}{2}x^2 - \dfrac{63}{4}x + 7$.
Ⓒ $y = -\dfrac{5}{3}x^3 + \dfrac{21}{2}x^2 - \dfrac{63}{4}x$.
Ⓓ $y = \dfrac{5}{3}x^3 + \dfrac{21}{2}x^2 - \dfrac{63}{4}x$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$. Khi đó $\overrightarrow{AM} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ bằng



Ⓐ $\overrightarrow{PA}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AP}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AC}$.
Ⓓ $\overrightarrow{CA}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, giả sử $\vec{p} = 4\vec{k} + 2\vec{j} - 20\vec{i}$. Khi đó $\vec{p}$ có tọa độ là

Ⓐ $(-20; 2; 4)$.
Ⓑ $(4; 2; -20)$.
Ⓒ $(4; 2; 20)$.
Ⓓ $(2; 4; -20)$.

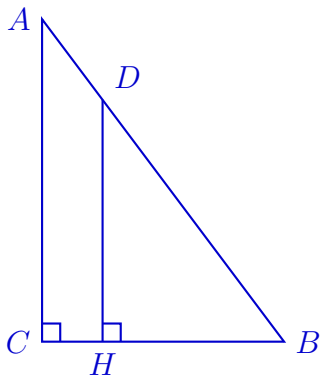
Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3+(m-2024)x^2-\dfrac{3}{2}x+2$ (m là tham số thực). Để đồ thị hàm số $f(x)$ có tâm đối xứng nằm trên trục Oy thì giá trị của tham số m bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 1012. Ⓒ 2024. Ⓓ 2026.

Câu 11. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 144 m^2. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m). Gọi $P(x)$ (m) là chu vi của mảnh vườn được tính theo x. Biết đồ thị hàm số $P(x)$ có một đường tiệm cận xiên $y=f(x)=ax+b$ và chu vi mảnh vườn đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=c$. Hỏi giá trị $f(c)$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ 24. Ⓑ 25. Ⓒ 28. Ⓓ 26.

Câu 12. Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua cột đỡ DH cao 4 m, song song và cách tường $CH=0,5$ m là:



Ⓐ Xấp xỉ $5,602$.
Ⓑ Xấp xỉ $6,5902$.
Ⓒ Xấp xỉ $5,4902$.
Ⓓ Xấp xỉ $5,5902$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$.

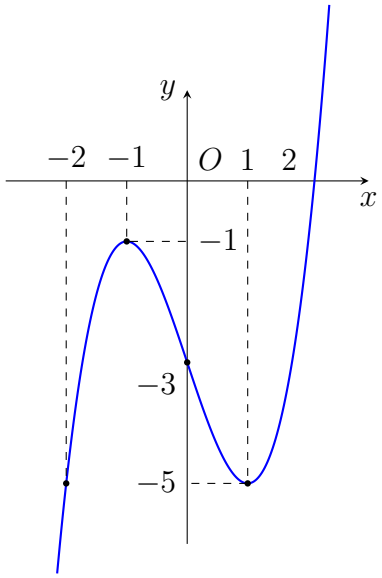
a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y=x-1$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên:



a) Hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;+\infty)$ là -5.

d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;2]$ tại điểm $x = 1$.

Bài 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm BC.

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B'C'}$.

b) $\overrightarrow{A'M} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C})$.

c) Độ dài vectơ $\overrightarrow{A'M}$ bằng $\dfrac{a\sqrt{19}}{2}$.

d) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} = \dfrac{a^2}{2}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2;1;-3)$, $\vec{b} = (-1;-3;2)$ và điểm $A(4;6;-3)$.

a) $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$.

b) Tọa độ điểm $B(2;7;-6)$ thì $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

c) Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

d) Cho $M(2;4;1)$ thì $\overrightarrow{AM} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút ($t \in \mathbb{N}^*$), số vi khuẩn được xác định theo công thức: $f(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ với $0 \le t \le 30$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

Bài 2. Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2\sqrt{5}-1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2+x-1}{x+2}$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Bài 3. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong

một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Bài 4. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Bài 5. Ba lực $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật, và vật đứng yên. Biết $\vec{F}_1; \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc bằng $60°$, các lực $\vec{F}_1; \vec{F}_2$ có độ lớn lần lượt là $30N$ và $40N$. Tính độ lớn của lực $\vec{F}_3$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

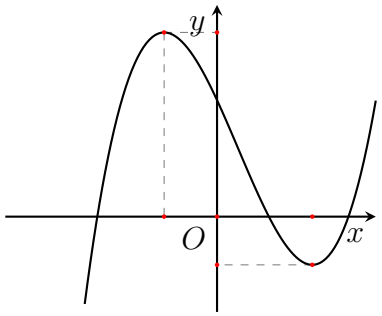
Bài 6. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100; 65; 10)$ đến điểm $B(200; 100; 15)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $(a; b; c)$, tính $a + b + c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 22
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a, b, c, d?



Ⓐ $a > 0, c > 0 > b, d < 0$.
Ⓑ $a > 0, b > 0, d > 0, c > 0$.
Ⓒ $a > 0, b < 0, c < 0, d > 0$.
Ⓓ $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ là

Ⓐ $x = -1$.
Ⓑ $y = -2$.
Ⓒ $y = 1$.
Ⓓ $x = 2$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$?

Ⓐ $y = \dfrac{x-1}{x-2}$.
Ⓑ $y = -x^3 - 3x$.
Ⓒ $y = \dfrac{x+1}{x+3}$.
Ⓓ $y = x^3 + x$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

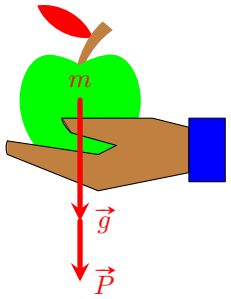
x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

Ⓐ 3.
Ⓑ 2.
Ⓒ 4.
Ⓓ 1.

Câu 5. Nếu một vật có khối lượng m (kg) thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P} = m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g = 9{,}8\,\text{m/s}^2$.

Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 102 gam.

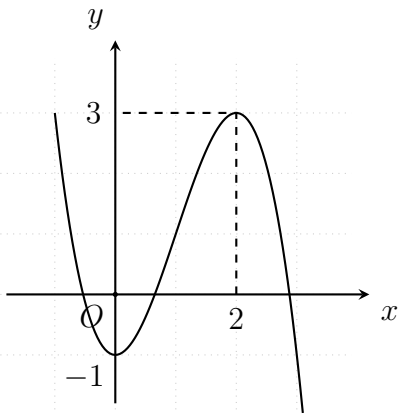


Ⓐ 0,8996 N. Ⓑ 0,5996 N. Ⓒ 0,9996 N. Ⓓ 0,9196 N.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

Ⓐ 4. Ⓑ 8. Ⓒ 12. Ⓓ 10.

Câu 7. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;3)$. Ⓑ $(2;+\infty)$. Ⓒ $(-1;2)$. Ⓓ $(0;2)$.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

Ⓐ $\overrightarrow{DB} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
Ⓒ $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DD'} + \overrightarrow{DC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AD}$.

Câu 9. Trong không gian cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 2, biết góc giữa hai vectơ bằng $30°$. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ⓐ $2\sqrt{3}$. Ⓑ 2. Ⓒ $4\sqrt{3}$. Ⓓ $\sqrt{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

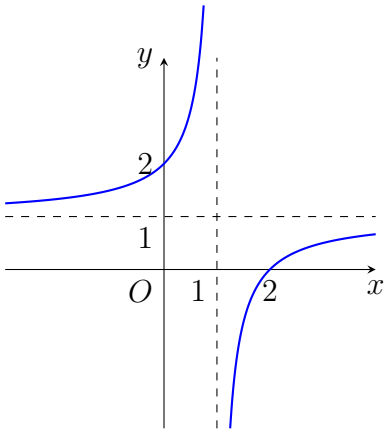
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm.

Ⓐ $m < -1, m = 2$. Ⓑ $m < 2$.

Ⓒ $m \le -1, m = 2$. Ⓓ $m \le 2$.

Câu 11. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



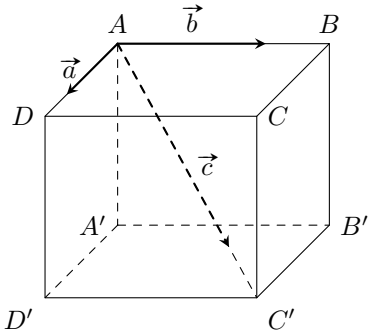
Ⓐ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. Ⓒ $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. Ⓓ $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

Câu 12. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2, 0 \le t \le 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

Ⓐ $(0;10)$. Ⓑ $(0;8)$. Ⓒ $(8;10)$. Ⓓ $(8;12)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là 10 N, 10 N và 20 N.



a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.
b) $|\vec{a} + \vec{b}| = 20$ N.
c) $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$.
d) $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| \approx 32,59$ N.

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3;1]$ là -17.
c) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.
d) Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-2;-6)$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

a) Phương trình $f(x) - 3 = 0$ có 4 nghiệm.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

c) Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

Bài 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \leq x \leq 18)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Đạo hàm của hàm số $C(x)$ là: $C'(x) = 3x^2 - 6x + 20$.

b) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1.200 nghìn đồng.

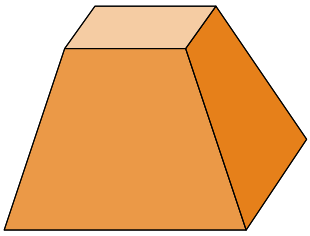
c) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x) = 220x$ (nghìn đồng).

d) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x) = B(x) - C(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ (nghìn đồng).

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $f'(x) = x(x^2 - 1)(x + 1)^3$. Hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

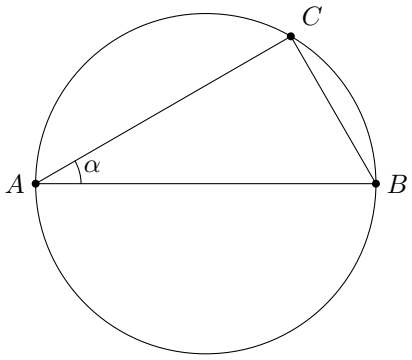
Bài 2. Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất loại chụp đèn trang trí dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Gọi x là độ dài cạnh đáy lớn (đơn vị: dm). Tính toán cho thấy tổng chi phí vật liệu (tính bằng nghìn đồng) cho một chụp đèn là $C(x) = x^2 + 108$ (nghìn đồng). Thời gian sản xuất cho một chụp đèn được xác định là $T(x) = x + 6$ (giờ). Xưởng muốn xác định kích thước x để chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là thấp nhất, nhằm tối ưu hóa hiệu quả sử dụng thời gian và vật liệu. Hãy tìm giá trị của x.



Bài 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

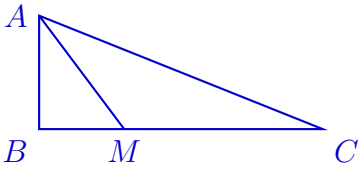
Bài 4. Một bờ hồ hình tròn có bán kính bằng 2 km, đường kính AB (tham khảo hình vẽ). Từ điểm A anh Tài chèo một chiếc thuyền với vận tốc 3 km/h đến điểm C trên hồ, rồi chạy dọc theo

thành hồ đến vị trí B với vận tốc 6 km/h (C không trùng với A và B).

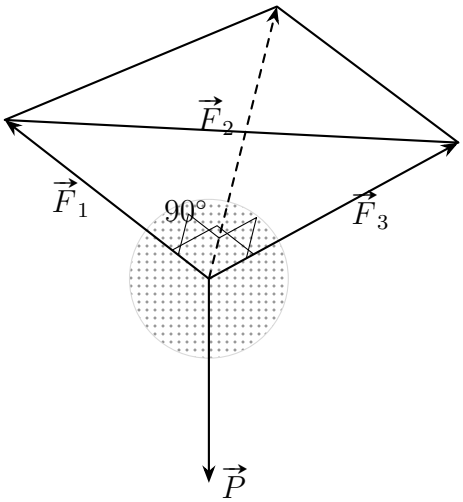


Thời gian ngắn nhất mà anh Tài di chuyển từ A đến B là bao nhiêu (thời gian tính bằng giờ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 5. Nhà của 3 bạn A, B, C nằm ở 3 vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B, $AB = 10$ km; $BC = 25$ km và 3 bạn tổ chức họp mặt ở nhà bạn C. Bạn B hẹn chờ bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC. Từ nhà, bạn A đi xe buýt đến điểm hẹn M với tốc độ 30 km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C bằng xe máy với tốc độ 50 km/h. Hỏi điểm hẹn M cách nhà bạn B bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?



Bài 6. Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90°. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu Niuton? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 23
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Độ dài đoạn AB là

Ⓐ $10\sqrt{2}$. Ⓑ $2\sqrt{5}$. Ⓒ $4\sqrt{5}$. Ⓓ $5\sqrt{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2\cdot e^x$ trên $[-3;2]$ bằng

Ⓐ $4e^2$. Ⓑ $9e^{-3}$. Ⓒ $3e^{\sqrt{3}}$. Ⓓ $2e^{\sqrt{2}}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

Ⓐ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.
Ⓑ Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
Ⓓ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;1)$. Ⓑ $(1;3)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(1;2)$.

Câu 6. Trong 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào thời điểm t (phút) được cho bởi công thức $h(t)=6t^3-81t^2+324t$. Trong khoảng thời gian nào, khinh khí cầu giảm dần độ cao?

Ⓐ $(6;8)$. Ⓑ $(0;3)$. Ⓒ $(5;7)$. Ⓓ $(3;6)$.

Câu 7. Để doanh thu cao nhất trong mùa hè năm 2024, Ban quản lý bể bơi thành phố tiến hành thăm dò dư luận. Cho thấy số khách đến bơi thay đổi phụ thuộc vào giá vé x theo hàm cầu là: $y(x)=-\dfrac{1}{50}x+1300$, với x là giá mỗi vé bơi (đơn vị đồng). Tính doanh thu cao nhất của bể bơi đó.

Ⓐ 21 125 000. Ⓑ 21 225 000. Ⓒ 21 152 000. Ⓓ 22 125 000.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

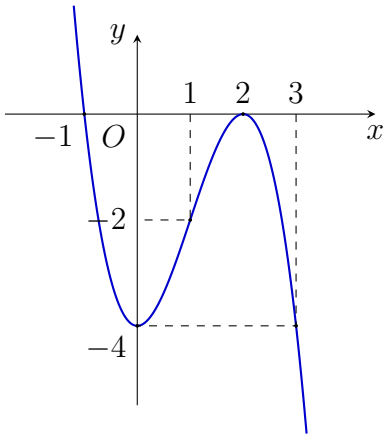
Ⓐ $B\left(\frac{1}{2};3;\frac{1}{2}\right)$.
Ⓑ $B(-4;9;8)$.
Ⓒ $B(5;3;-7)$.
Ⓓ $B(5;-3;-7)$.

Câu 9. Cho tứ diện $SABC$. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên cạnh BC sao cho $NC=3NB$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta được

Ⓐ $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.
Ⓑ $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.
Ⓒ $\overrightarrow{MN}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\frac{3}{4}\vec{b}-\frac{1}{4}\vec{c}$.
Ⓓ $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\vec{a}-\frac{3}{4}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}$.

A

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



Ⓐ $(-\infty;-1)$.
Ⓑ $(-\infty;0)$.
Ⓒ $(-4;-1)$.
Ⓓ $(-1;+\infty)$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

Ⓐ $x=2$.
Ⓑ $x=-2$.
Ⓒ $x=3$.
Ⓓ $x=1$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như sau:

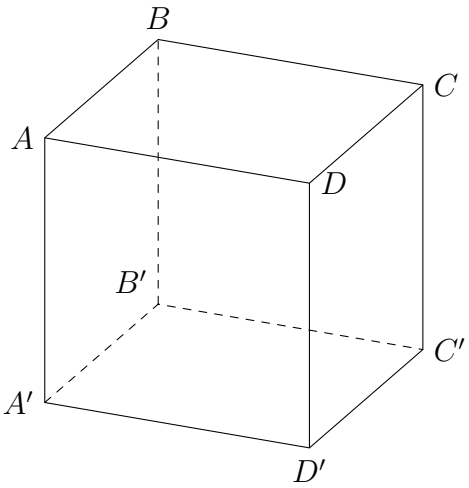
x	-2		-1		0		4
$f(x)$	-3	↗	1	↘	-2	↗	2

Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$. Tính M^2-m^2.

Ⓐ -5.
Ⓑ 9.
Ⓒ 8.
Ⓓ 3.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một nhóm kỹ sư đang lắp đặt buồng mô phỏng thực tế ảo (VR Cube) có dạng hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với các cạnh dài a mét. Khung buồng được tạo bởi các thanh nhôm định hình nối giữa các đỉnh, mỗi cạnh là một thanh đỡ. Để đảm bảo buồng lắp đúng tiêu chuẩn, kỹ sư trưởng cần kiểm tra mối liên hệ giữa các thanh trong mô hình bằng vectơ. Họ đưa ra một số nhận định sau và yêu cầu nhóm kỹ thuật xác định đúng hay sai để đảm bảo các yêu cầu của mô phỏng.



a) Thanh nối từ D đến C' được tạo thành bởi tổng hai vectơ ứng với thanh DC và thanh DD', tức là: $\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

b) $|\overrightarrow{AB}| = |\overrightarrow{C'D'}|$.

c) $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{D'A'} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = a^2$.

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

c) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1; -1)$.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

Bài 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0{,}01t^3 + 1{,}1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét (Nguồn: A. Bigalke etal., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0{,}03t^2 + 2{,}2t - 30 \quad (0 \le t \le 50)$.

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là 6,25 km/s.

c) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là 10 km.

Bài 4. Một công ty viễn thông nghiên cứu mối quan hệ giữa thời gian truyền tín hiệu y (tính bằng miligiây) và khoảng cách truyền x (tính bằng km) theo công thức: $y = \dfrac{3x-1}{2x-1}$. Đồ thị của hàm số được ký hiệu là (C). Dựa trên mô hình này, hãy xác định các mệnh đề sau đúng hay sai:

a) Tốc độ thay đổi của thời gian truyền tín hiệu theo khoảng cách được cho bởi $y' = \dfrac{-5}{(2x-1)^2}$.

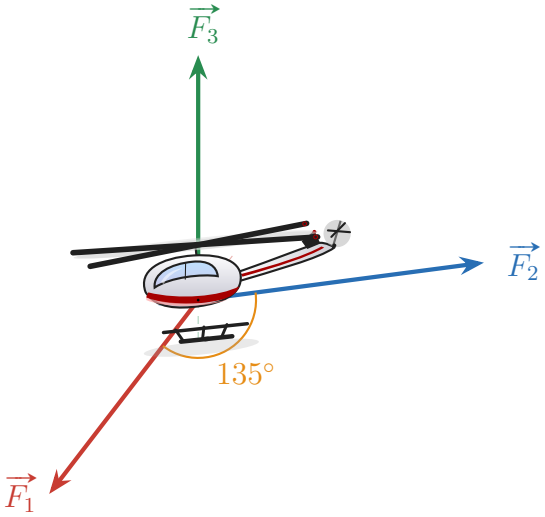
b) Thời gian truyền tín hiệu tăng khi khoảng cách truyền tăng trên hai khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

c) Khi khoảng cách truyền ngày càng lớn, thời gian truyền tín hiệu tiệm cận đến một giá trị giới hạn là $y = \dfrac{3}{2}$; Ngoài ra, khi khoảng cách đạt $x = \dfrac{1}{2}$, hệ thống bị mất tín hiệu (ứng với tiệm cận đứng $x = \dfrac{1}{2}$).

d) Khi khoảng cách truyền bằng 0 km (ngay tại trạm phát), thời gian xử lý tín hiệu nội bộ là $y_0 = 0$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

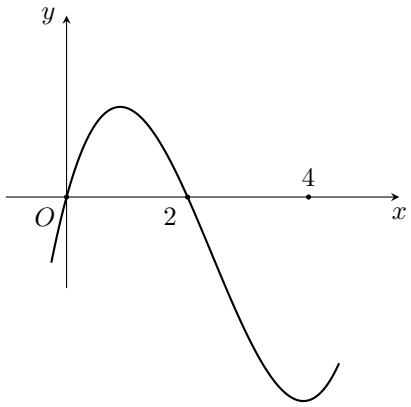
Bài 1. Một chiếc máy bay điều khiển từ xa mini đang đậu tại điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α). Lúc khởi động nó chịu tác dụng của ba lực đẩy: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Hai cánh quạt trái và phải tạo ra hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong mặt phẳng ngang (α) và $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 135°$. Một lực nâng $\vec{F}_3$ do cánh quạt chính tạo ra có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ bằng bao nhiêu Niu-tơn, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Bài 2. Các nhà khoa học tính toán phương án tiếp cận Sao Hỏa cho tàu đổ bộ theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Sao Hỏa. Trong khoảng 60 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt Sao Hỏa được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,02t^3 + 2t^2 - 40t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét (Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016). Biết vận tốc tức thời của con tàu giảm trên khoảng $(a;60)$ với a là số thực dương nhỏ nhất. Khi đó giá trị của a (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu?

Bài 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) - f(2) = f(4) - f(3)$. Giả sử giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên

đoạn $[0;4]$ đạt được lần lượt tại x_0 và x_1. Tính giá trị biểu thức $T = x_0 + x_1$.



Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}$ bằng bao nhiêu độ?

Bài 5. Anh An thành lập một công ty sản xuất in ấn Sách Giáo Khoa chương trình "Cánh diều". Nhằm tạo điều kiện cho các nhà sách tiêu thụ giá hợp lí, đơn giá mỗi bộ sách ban đầu được biểu diễn theo hàm $p(x) = 200 - 3x$ (nghìn đồng) với x là số lượng từng bộ sách bán ra và tổng chi phí sản xuất được biểu diễn theo hàm $C(x) = 75 + (80 + T)x - x^2$ (nghìn đồng) với mọi x thỏa mãn $0 \leq x \leq 40$, trong đó T (nghìn đồng) là mức thuế giá trị gia tăng VAT phải đóng trên từng số lượng bộ sách sản xuất ra mà công ty anh An phải chi trả. Xem như công ty anh An sản xuất đều đặn trong điều kiện lí tưởng, khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất. Khi đó mức thuế của mỗi bộ sách mà công ty phải trả là bao nhiêu (Đơn vị: nghìn đồng)?

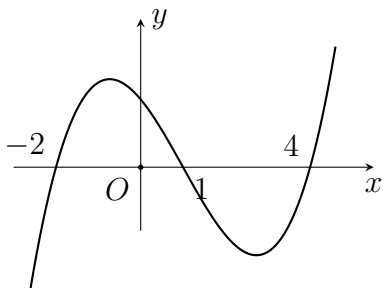
Bài 6. Nồng độ C của một hoá chất sau t giờ tiêm vào cơ thể được xác định bởi công thức $C(t) = \dfrac{3t}{27 + t^3}$ với $t \geq 0$ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Sau bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 24
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$ là



Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

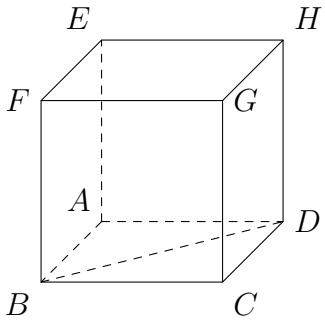
Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;8;5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

Ⓐ $I(2;6;2)$. Ⓑ $I(1;3;1)$. Ⓒ $I(4;10;8)$. Ⓓ $I(2;5;4)$.

Câu 3. Trong không gian, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{A'C}$. Ⓑ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{A'C'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{BC'}$. Ⓓ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{FG}$ và $\overrightarrow{BD}$ bằng bao nhiêu độ?



Ⓐ 45°. Ⓑ 135°. Ⓒ 180°. Ⓓ 0°.

Câu 5. Cho $\vec{u}=(-1;1;0)$, $\vec{v}=(0;-1;0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

Ⓐ 120°. Ⓑ 60°. Ⓒ 135°. Ⓓ 45°.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ là

Ⓐ $(1;-2;3)$. Ⓑ $(3;-2;1)$. Ⓒ $(1;2;-3)$. Ⓓ $(-2;1;3)$.

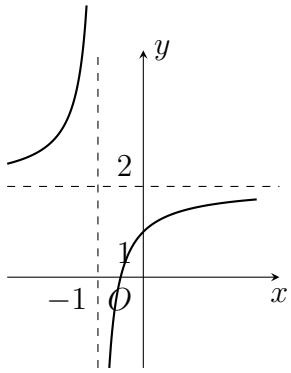
Câu 7. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ và $\vec{v} = (0;1;-2)$ bằng

Ⓐ -4. Ⓑ 0. Ⓒ 4. Ⓓ -2.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ vectơ đơn vị của trục Oy là

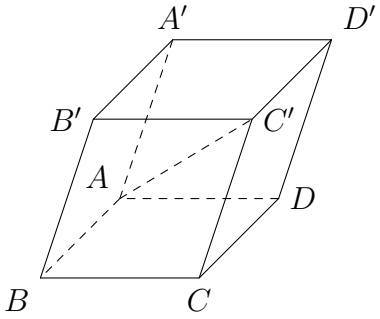
Ⓐ $(1;0;0)$. Ⓑ $(0;1;0)$. Ⓒ $(0;0;1)$. Ⓓ $(1;0;1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c \neq 0, ad-bc \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = -1$. Ⓒ $y = -1$. Ⓓ $y = 2$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB} = (2;0;0)$, $\overrightarrow{AD} = (0;4;0)$ và $\overrightarrow{AA'} = (0;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AC'}$.



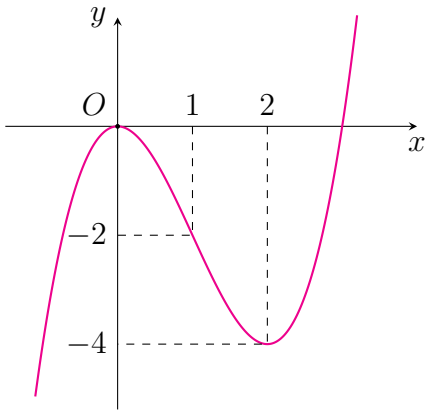
Ⓐ $\overrightarrow{AC'} = (2;4;3)$. Ⓑ $\overrightarrow{AC'} = (2;3;5)$.
Ⓒ $\overrightarrow{AC'} = (2;5;3)$. Ⓓ $\overrightarrow{AC'} = (1;5;3)$.

Câu 11. Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	2

Ⓐ $y = \dfrac{2x+3}{x+1}$. Ⓑ $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$. Ⓒ $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. Ⓓ $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$.

Câu 12. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình bên?



Ⓐ $y = x^3 + 3x$.
Ⓑ $y = x^3 - 3x$.
Ⓒ $y = x^3 - 3x^2$.
Ⓓ $y = x^3 + 3x^2$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$.

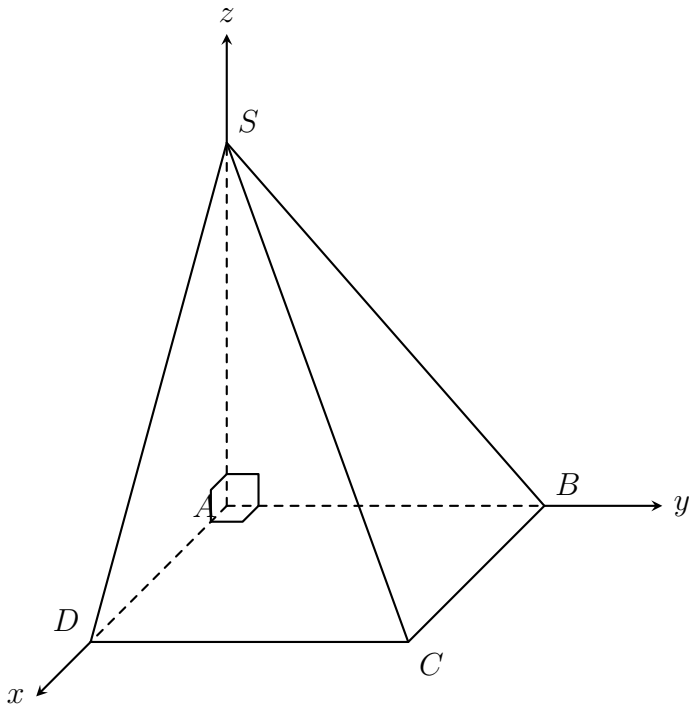
a) $f(e) = e; f(1) = 0$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \dfrac{1}{x}$.

c) Nghiệm phương trình $f'(x) = 0$ là $x = \dfrac{1}{e}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[1; \dfrac{1}{e^2}\right]$ là $\dfrac{1}{e} + 1$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2, AD = 1, SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3$. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như sau: gốc tọa độ O trùng với điểm A, các vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}$, $\vec{j}$, và $\vec{k}$.



a) Tọa độ $C(2;1;0)$.

b) $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{SB}=4$.

c) $CG=\dfrac{\sqrt{29}}{3}$ với G là trọng tâm của ΔSBD.

d) Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (SAD) thỏa mãn $\left|2\overrightarrow{MC}-5\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $3a+b-5c=-2$.

Bài 3. Lợi nhuận mỗi ngày của một xưởng khi sản xuất x (kg) một loại sản phẩm được cho bởi hàm số $L(x)=-x^3+24x^2+780x-5000$ (nghìn đồng). Biết công suất tối đa của xưởng là 40 kg sản phẩm trong một ngày. Giả sử mỗi ngày xưởng sản xuất x (kg) sản phẩm và bán hết.

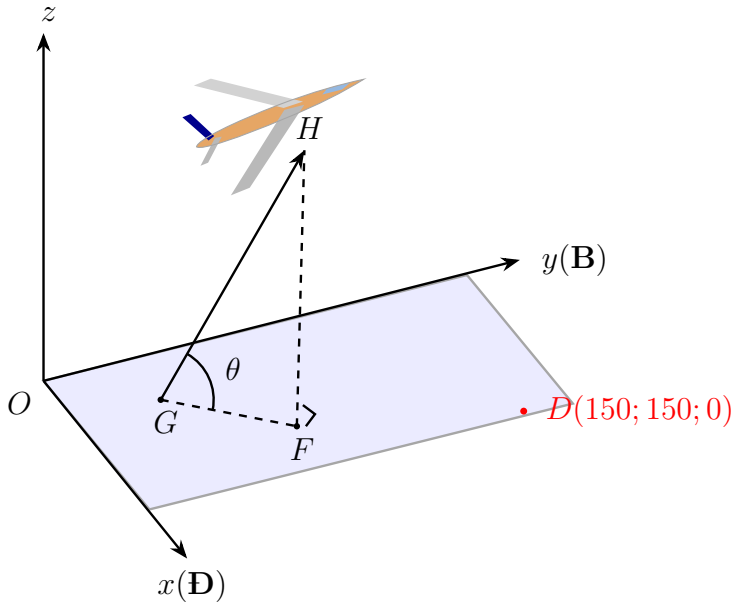
a) $L'(x)=-3x^2+48x+780$.

b) $L'(x)=0$ có 2 nghiệm trên đoạn $[0;40]$.

c) $L(0)=0, L(26)=13928, L(40)=600$.

d) Mỗi ngày, để lợi nhuận cao nhất thì xưởng sản xuất 26 kg sản phẩm.

Bài 4. Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay, trục Ox là hướng Đông, trục Oy là hướng Bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vectơ $\vec{u}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t\geq 0$) có tọa độ là $\vec{u}=\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150;115;0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.



a) Tọa độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là $M\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$.

b) Tọa độ điểm G là $\left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$.

c) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149-t;\dfrac{129}{2}-2t;-2t\right)$.

d) Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0+y_0+z_0)=4320$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $\overrightarrow{CM} = 2\overrightarrow{MB}$. Giá trị biểu thức $K = a + 2b + c + 1$ bằng bao nhiêu?

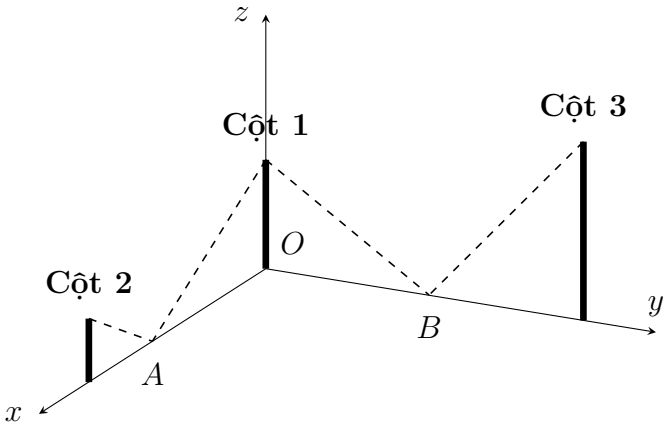
Bài 2. Nhân ngày Khai giảng năm học mới, các chú bảo vệ của trường THPT A dùng dây thừng có gắn đủ màu sắc để trang trí. Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục tọa độ là mét, mặt phẳng Oxy là mặt đất, trục Oz hướng lên trời. Có ba cây cột được cắm trên sân trường, trong đó:

- Chân của cột 1 (chiều cao 10 m) nằm ở gốc tọa độ;
- Chân của cột 2 (chiều cao 15 m) nằm trên trục Ox;
- Chân của cột 3 (chiều cao 20 m) nằm trên trục Oy;
- Khoảng cách từ cột 1 đến cột 2 là 30 m và khoảng cách từ cột 2 đến cột 3 là 50 m.

Để trang trí cho ngày lễ, chú bảo vệ sẽ:

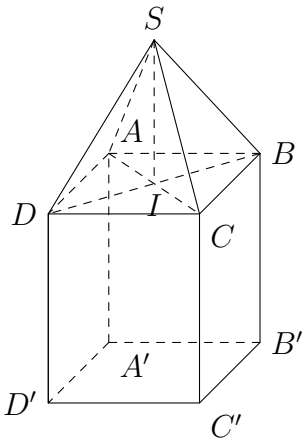
- Nối dây từ đỉnh cột 2 xuống mặt đất rồi lại nối lên đỉnh cột 1;
- Từ đỉnh cột 1 kéo dây nối xuống mặt đất rồi tiếp lên đỉnh cột 3.

Gọi $A(x;y;z)$ và $B(a;b;c)$ là hai vị trí chạm đất của dây thừng. Gọi T là tổng chiều dài sợi dây ngắn nhất sau khi nối từ đỉnh cột 2 đến đỉnh cột 3 qua các điểm chạm đất. Tính giá trị $x + y + z + a + b + c + T$ (Không làm tròn các giá trị trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).

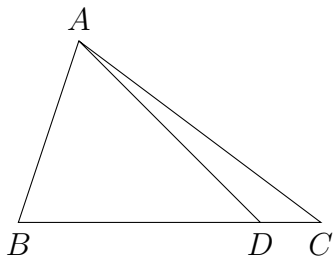


Bài 3. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;\frac{1}{2};1)$. Biết rằng, ban tổ chức dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là

$(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



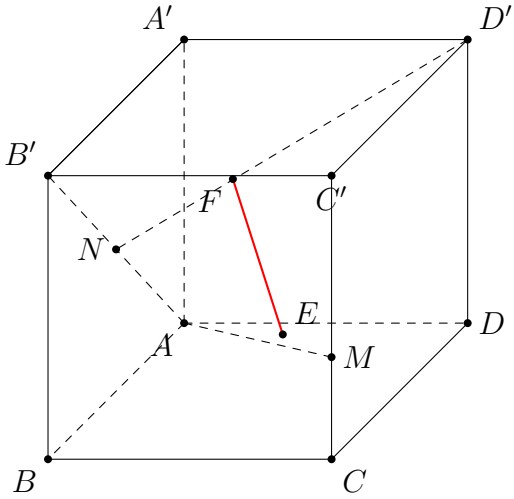
Bài 4. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$. Một đội gồm bốn drone giao hàng A, B, C, D xếp đội hình bay có dạng tam giác ABC và D nằm trên cạnh BC sao cho $BD = 4DC$. Tại thời điểm các drone có tọa độ là $A(80;20;80)$, $B(70;20;20)$, $C(420;120;120)$. Khoảng cách giữa drone A và drone D bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Bài 5. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 1$ $(b, c \in \mathbb{R})$, biết $M(-1;-3)$ là một điểm cực trị của hàm số. Tính $f(5)$.

Bài 6. Bạn Minh đang được học trong phòng hình lập phương có cạnh bằng 4 mét và phát hiện ra hai con nhện đang chăng chỉ trong góc căn phòng để săn Muỗi, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của Minh thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC', con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm N của mặt bên $ABB'A'$.
Minh tự hỏi khi đoạn thẳng nối hai con nhện EF vuông góc với chân tường phòng AB thì khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con nhện là độ dài nhỏ nhất của EF bằng bao nhiêu? Em hãy giúp bạn Minh xác định giá trị nhỏ nhất $\mathcal{M}$ của đoạn thẳng EF này theo đơn vị mét. Tìm $2\mathcal{M}$? (Không làm tròn các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng $2\mathcal{M}$ đến hàng phần chục theo

đơn vị tính độ dài EF là mét).



TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 25
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $B(1;2;-3), C(7;5;3)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$.

Ⓐ $E(3;9;-1)$.
Ⓑ $E(3;3;-1)$.
Ⓒ $E\left(3;\frac{8}{3};-\frac{8}{3}\right)$.
Ⓓ $E(2;3;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ dưới

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Khẳng định nào đúng?

Ⓐ $\min\limits_{[-1;3]} f(x)=-1$.
Ⓑ $\min\limits_{[-1;3]} f(x)=1$.
Ⓒ $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=5$.
Ⓓ $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=4$.

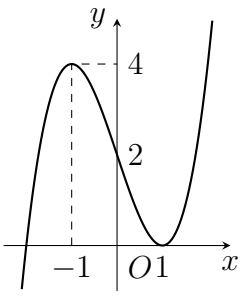
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-2;6)$. Khi đó độ dài của vectơ $\vec{a}$ là

Ⓐ $|\vec{a}|=44$.
Ⓑ $|\vec{a}|=\sqrt{11}$.
Ⓒ $|\vec{a}|=6$.
Ⓓ $|\vec{a}|=2\sqrt{11}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=2\vec{i}-5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

Ⓐ $(2;-5;0)$.
Ⓑ $(0;2;-5)$.
Ⓒ $(2;0;5)$.
Ⓓ $(2;0;-5)$.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



Ⓐ $y=x^3-3x+2$.
Ⓑ $y=-x^3+3x+2$.
Ⓒ $y=x^2-x+2$.
Ⓓ $y=-x^2+x-2$.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = -x^3 - 3x^2 + 1$ trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

Ⓐ 1..
Ⓑ -1..
Ⓒ -3..
Ⓓ Không tồn tại..

Câu 7. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$, $(ad - bc \neq 0; c \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

Ⓐ $y = -1$.
Ⓑ $y = 2$.
Ⓒ $x = 2$.
Ⓓ $x = -1$.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 1)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

Ⓐ $30°$.
Ⓑ $120°$.
Ⓒ $60°$.
Ⓓ $150°$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EH}$ bằng vectơ nào?

Ⓐ $\overrightarrow{AH}$.
Ⓑ $\overrightarrow{CE}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AE}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AG}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \dfrac{1}{2}\vec{b}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \dfrac{1}{2}\vec{a}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \dfrac{1}{2}\vec{c}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \dfrac{1}{2}\vec{b}$.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 24x + 1$ trên đoạn $[2; 19]$.

Ⓐ $1 - 32\sqrt{2}$.
Ⓑ -39.
Ⓒ $1 + 32\sqrt{2}$.
Ⓓ -44.

Câu 12. Để doanh thu cao nhất trong mùa hè năm 2024, Ban quản lý bể bơi thành phố tiến hành thăm dò dư luận. Cho thấy số khách đến bơi thay đổi phụ thuộc vào giá vé x theo hàm cầu là: $y(x) = -\dfrac{1}{50}x + 1300$, với x là giá mỗi vé bơi (đơn vị đồng). Tính doanh thu cao nhất của bể bơi đó.

Ⓐ 21 125 000.
Ⓑ 21 225 000.
Ⓒ 21 152 000.
Ⓓ 22 125 000.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một hệ thống điều khiển tự động đang rót chất lỏng vào bồn chứa. Thể tích V (lít) của chất lỏng trong bồn chứa theo thời gian rót t (phút) được mô tả bởi công thức: $V(t) = (t^2 + 10t + 100) \cdot e^{-0{,}02t} + 50$ với $0 \leq t \leq 100$. Gọi $V'(t)$ là tốc độ rót chất lỏng vào bồn chứa tại thời điểm t.

a) Ban đầu trong bồn chứa 50 lít chất lỏng.

b) Tốc độ rót chất lỏng vào bồn lớn nhất khoảng 24, 57 lít/phút (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Hàm số tốc độ rót chất lỏng được tính theo công thức $G(t) = -0,02(2t + 10) \cdot e^{-0,02t}$ với $0 \le t \le 100$.

d) Thể tích lớn nhất của chất lỏng trong bồn chứa bằng 1557 lít (Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a, b, c \in \mathbb{R}$ và $b \neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	2

a) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(-1; 5]$.

b) Biết $f(0) = 1$. Giá trị $a + b + c = 4$.

c) Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x = -1; y = 2$.

d) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{32 - x}$.

a) Hàm số có tập xác định là $(0; 32)$.

b) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{2\sqrt{32-x}}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m thì $\dfrac{m}{M} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1; 2; 3), B(-3; 4; -1), C(2; 0; -2)$.

a) Góc $\widehat{ABC}$ là góc lớn hơn $60°$.

b) Gọi $D(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$. Khi đó $a + b + 2c = 22$.

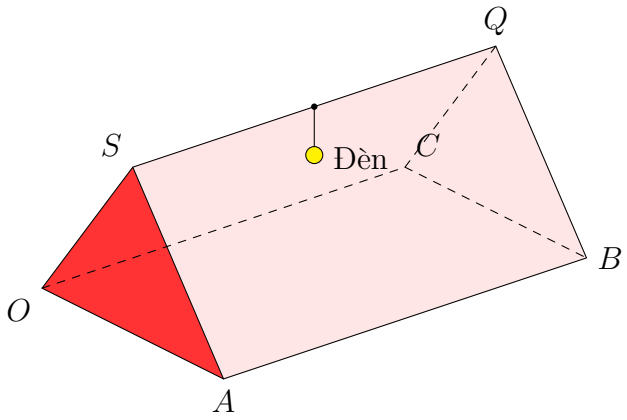
c) Gọi E là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A, B, E thẳng hàng. Khi đó tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm E bằng $\dfrac{3}{2}$.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm của AB. Khi đó $\overrightarrow{IG} = (-1; 1; 1)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hình bên dưới minh họa một cái lều hai mái là hai hình chữ nhật giống nhau trong không gian $Oxyz$. Biết các kích thước của mái lều là $SA = 5$m, $AB = 10$m, độ cao từ S xuống mặt đất là 4m. Bạn An muốn trang trí chiếc lều bằng cách treo các sợi dây cờ trang trí từ các góc lều O, A, B, C đến đuôi một chiếc đèn treo từ vị trí chính giữa của SQ, cách SQ bằng 30cm. Hỏi tổng chiều dài sợi dây cờ trang trí tối thiểu bạn An cần mua là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn

đến hàng phần mười).

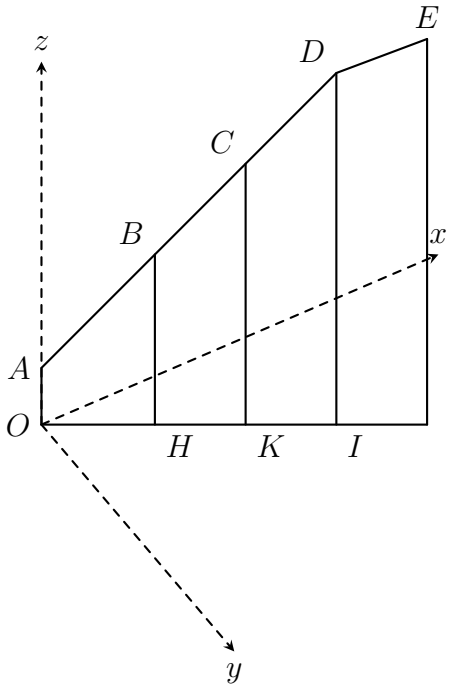


Bài 2. Để sản xuất một mặt hàng phục vụ ngày tết, một doanh nghiệp có kế hoạch vay ngắn hạn số tiền 150 triệu đồng trong vòng 1 tháng, với lãi suất là 4%/tháng. Tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là

$$V(x) = 1,4x - 600 + \frac{50000}{x} \text{ (đơn vị: triệu đồng), với } x \text{ là số nguyên dương.}$$

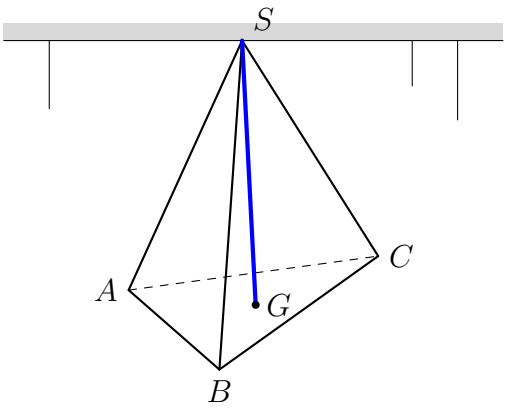
Biết rằng, giá bán một sản phẩm là $1,2$ triệu đồng, doanh nghiệp chịu thuế thu nhập là 17% tính trên tổng lợi nhuận thu được sau khi sản xuất và bán hết x sản phẩm. Hỏi sau 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp trả hết phần nợ vay ngân hàng thì còn số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu (đơn vị: triệu đồng)?

Bài 3. Tại khu du lịch nhà đầu tư muốn xây dựng một hệ thống cáp treo đi từ ngọn đồi A sang ngọn đồi E với tốc độ không đổi là $0,5$ (m/s). Trên bản thiết kế hai ngọn đồi được đặt vào hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên trục là 10 m và mặt đất chính là mặt phẳng (Oxy). Biết rằng điểm $A(0;0;3)$ và $E(16;16;10)$. Hệ thống cáp treo có thêm 3 trụ là HB, KC, ID vuông góc với mặt đất và tọa độ $H(4;4;0), K(8;8;0), I(12;12;0)$, các điểm A, B, C, D, E thẳng hàng với nhau. Một toa cáp treo đi từ điểm A đến điểm B mất 2 phút. Hỏi toa cáp treo cần bao nhiêu giây để đi từ điểm A đến điểm E (làm tròn đến đơn vị giây)?



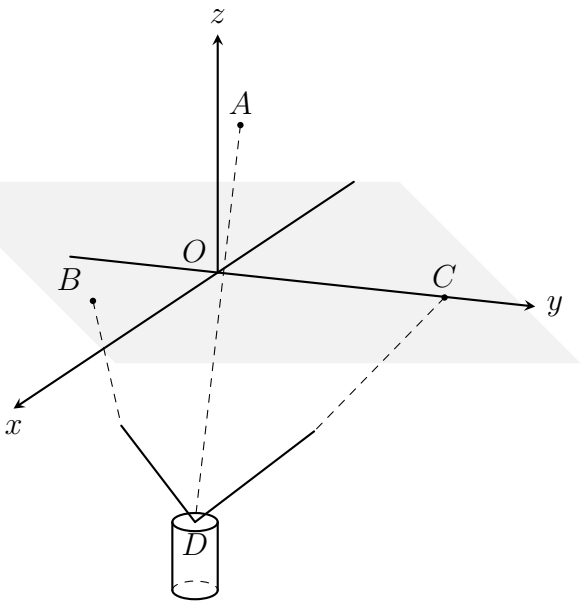
Bài 4. Một kiến trúc sư đang thiết kế hệ thống đèn thả nghệ thuật cho sảnh của một khách

sạn. Cấu trúc gồm một móc treo chính S gắn cố định trên trần nhà. Từ móc S, có ba sợi cáp thép treo ba bóng đèn giống nhau tại các vị trí A, B, C.



Thông số kỹ thuật được cho như sau: chiều dài ba sợi cáp đều bằng $2,4$ m. Do cách bố trí nghệ thuật bất đối xứng, góc tạo bởi các sợi cáp tại móc treo S là $\widehat{ASB} = 60°, \widehat{BSC} = 90°, \widehat{CSA} = 120°$. Để giúp dây điện và tăng độ cứng vững, kiến trúc sư lắp thêm một thanh trục cứng rỗng nối từ đỉnh S đến trọng tâm G của tam giác ABC. Tính chiều dài của thanh trục SG (làm tròn đến hàng phần trăm).

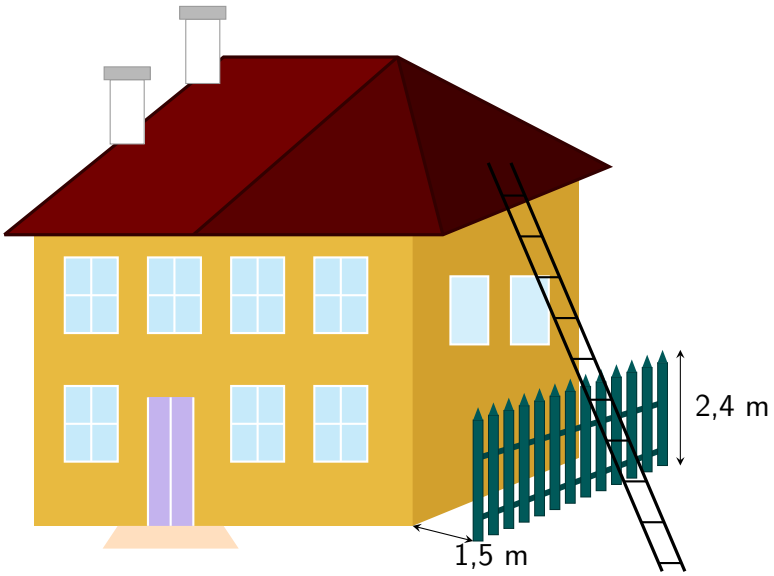
Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, một vật được treo bằng ba sợi dây không dãn, mỗi sợi dây có một đầu lần lượt được gắn tại các điểm $A(-2;-1;0)$, $B(2;-1;0)$, $C(0;4;0)$, còn đầu kia được gắn với vật tại điểm $D(0;0;-4)$ như hình vẽ (trong đó mặt phẳng (Oxy) song song với mặt đất, trục Oz hướng thẳng lên trên).



Biết rằng mỗi sợi dây được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 15 N. Để không dây nào bị đứt thì trọng lượng tối đa của vật bằng bao nhiêu Newton (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Bài 6. Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao $2,4$ m được đặt song song và cách bức tường nhà $1,5$ m. Chiều dài ngắn nhất của cây thang (đơn vị: cm) để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào nhà là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn

vị)?



Chương II

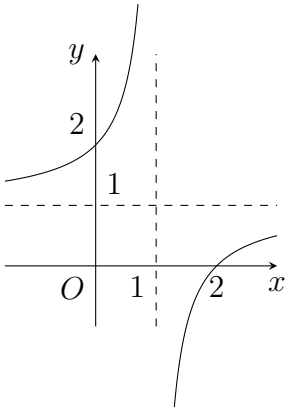
LỜI GIẢI THAM KHẢO BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 1
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới:



Khẳng định nào sau đây đúng?

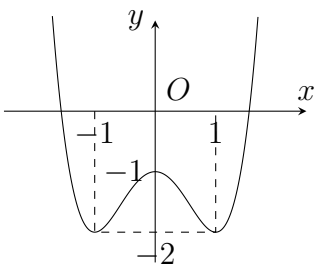
(A) Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$..
(B) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$..
(C) Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$..
(D) Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$..

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Nhìn đồ thị trên khoảng $(-\infty;1)$, ta thấy đồ thị đi lên từ trái qua phải nên hàm số đã cho đồng biến trên khoảng này.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào

sau đây?



Ⓐ $x=1$.. Ⓑ $x=-2$.. Ⓒ $x=0$.. Ⓓ $x=-1$..

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$ với giá trị cực đại là $y=-1$.

Câu 3. Cho ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng. Xét các vectơ $\vec{x}=2\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{y}=\vec{a}-\vec{b}-\vec{c}$ và $\vec{z}=-3\vec{b}-2\vec{c}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng. Ⓑ $\vec{x}$, $\vec{a}$ cùng phương.
Ⓒ $\vec{x}$, $\vec{b}$ cùng phương. Ⓓ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đôi một cùng phương.

Hướng dẫn giải. Giả sử ba vectơ $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng khi đó $\to \vec{x}=m\vec{y}+n\vec{z}$.

$$\Leftrightarrow 2\vec{a}+\vec{b}=m\vec{a}-(m+3n)\vec{b}-(m+2n)\vec{c} \leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ m+3n=-1 \\ m+2n=0 \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} m=2 \\ n=-1 \end{cases}.$$

Vậy $\vec{x}$, $\vec{y}$, $\vec{z}$ đồng phẳng. A

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x+2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.
Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.
Ⓒ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.
Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

Hướng dẫn giải. Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2+2x-3$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$, $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-3;1)$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)=-x^3-3x^2+1$ trên khoảng $(-\infty;-1)$ là

Ⓐ 1.. Ⓑ -1..

Ⓒ -3.. Ⓓ Không tồn tại..

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Ta có $f'(x) = -3x^2 - 6x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \text{ (n)} \\ x = 0 \text{ (l)} \end{array}\right.$. Bảng biến thiên trên $(-\infty; -1)$:

x	$-\infty$		-2		-1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1

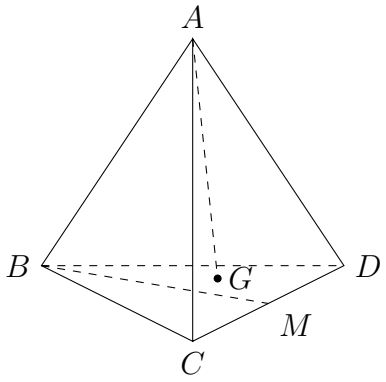
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{(-\infty;-1)} y = -3 = f(-2)$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{c}$. Gọi G là trọng tâm tam giác BCD. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AG} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$. Ⓑ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Ⓒ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{2}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. Ⓓ $\overrightarrow{AG} = \dfrac{1}{4}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$.

Hướng dẫn giải.



Gọi M là trung điểm của $CD \Rightarrow \overrightarrow{BG} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BM}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BG} = \overrightarrow{AB} + \dfrac{2}{3}\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{AB} + \dfrac{2}{3} \cdot \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BD})$

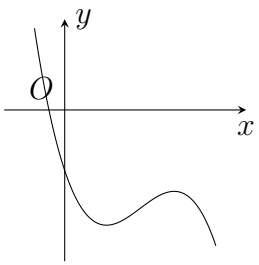
$= \overrightarrow{AB} + \dfrac{1}{3}(\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}) = \dfrac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \dfrac{1}{3}(\vec{a} + \vec{b} + \vec{c})$. B

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2; -1; 3)$ trên mặt phẳng Oyz là

Ⓐ $(0; -1; 0)$. Ⓑ $(-2; 0; 0)$. Ⓒ $(0; -1; 3)$. Ⓓ $(-2; -1; 0)$.

Hướng dẫn giải. Tọa độ hình chiếu của điểm $A(-2; -1; 3)$ trên mặt phẳng Oyz là $(0; -1; 3)$.

Câu 8. Cho hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Chọn khẳng định đúng.

Ⓐ $a < 0; b < 0; c < 0; d < 0$..
Ⓑ $a < 0; b > 0; c < 0; d < 0$..
Ⓒ $a < 0; b > 0; c > 0; d < 0$..
Ⓓ $a > 0; b > 0; c > 0; d < 0$..

Hướng dẫn giải. Chọn B.

Đây là dạng đồ thị hàm số bậc ba với $a < 0$ nên loại D.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm $(0; d)$ nằm phía dưới Ox nên $d < 0$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm cùng phía so với Oy nên phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm cùng dấu, suy ra a, c cùng dấu, do đó $c < 0$.

Điểm uốn (tâm đối xứng) của đồ thị nằm bên phải Oy nên a, b trái dấu, do đó $b > 0$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đạo hàm $f'(x) = x(x+1)^2(2-x)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 3.
Ⓑ 1.
Ⓒ 2.
Ⓓ 0.

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$ Trong đó:

- $x = 0$ là nghiệm đơn (bội lẻ).
- $x = -1$ là nghiệm bội chẵn.
- $x = 2$ là nghiệm bội lẻ.

Vì đạo hàm chỉ đổi dấu khi đi qua các nghiệm bội lẻ, nên hàm số có 2 điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.

Câu 10. Một vật chuyển động theo quy luật $s = -\frac{1}{2}t^3 + 9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

Ⓐ 30 m/s.
Ⓑ 400 m/s.
Ⓒ 216 m/s.
Ⓓ 54 m/s.

Hướng dẫn giải. Vận tốc của vật là $v(t) = s'(t) = -\frac{3}{2}t^2 + 18t$. Xét hàm số $v(t)$ trên đoạn $[0; 10]$:

Ta có $v'(t) = -3t + 18$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$. Bảng biến thiên:

t	0		6		10
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$	0	↗	54	↘	30

Dựa vào bảng biến thiên, vận tốc lớn nhất của vật trong 10 giây đầu là $v(6) = 54$ m/s.

Câu 11. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 - 1$.
Ⓑ $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$.
Ⓒ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$.
Ⓓ $y = x^4 + 2x^2 - 1$.

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$, ta có $y' = 3x^2 - 2x + 6$.
Vì $\Delta' = 1 - 18 = -17 < 0$ và hệ số $a = 3 > 0$ nên $y' > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$.
Vậy hàm số $y = x^3 - x^2 + 6x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(2; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; -2)$. Ⓒ $(-2; +\infty)$. Ⓓ $(-2; 1)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f'(x) \le 0$ trên khoảng $(1; +\infty)$.
Do đó hàm số nghịch biến trên $(1; +\infty)$. Vì $(2; +\infty) \subset (1; +\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(2; +\infty)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

a) Hàm số đã cho đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; +\infty)$.

b) Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

c) Hàm số đã cho có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

d) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải.

◈ **a) Sai.** Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên các khoảng nơi $y' > 0$, đó là $(0;1)$ và $(3;+\infty)$.

◈ **b) Đúng.** Hàm số đổi dấu đạo hàm tại 3 điểm $x=0, x=1, x=3$ nên có 3 điểm cực trị.

◈ **c) Đúng.** Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y=0$, đạt được tại $x=0$ và $x=3$.

◈ **d) Đúng.** Vì hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x) = +\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng.

Bài 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a. Gọi M, N, G, P, Q lần lượt là trung điểm của AB, CD, MN, AC, BD.

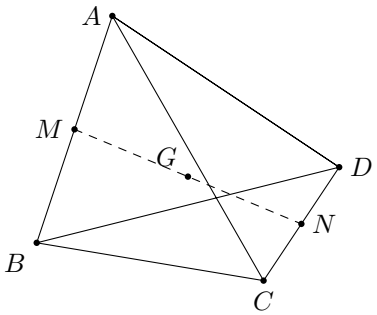
a) $2\overrightarrow{QP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CD}$.

b) Giá trị tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot\left(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}\right)$ bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

c) Giá trị của $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$.

d) Góc giữa $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{MN}$ là $60°$.

Hướng dẫn giải.



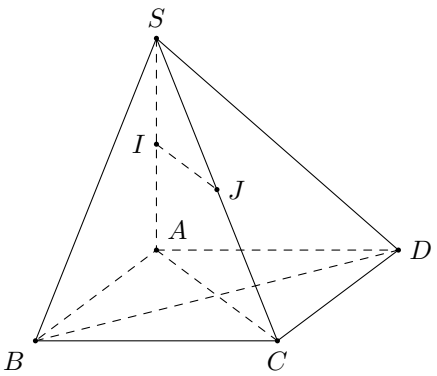
a) **Sai.** Ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD} = (\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QB})+(\overrightarrow{CP}+\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{QD}) = (\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{CP})+2\overrightarrow{PQ}+(\overrightarrow{QB}+\overrightarrow{QD})$.
Vì P, Q lần lượt là trung điểm của AC, BD nên $\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{CP} = \vec{0}$ và $\overrightarrow{QB}+\overrightarrow{QD} = \vec{0}$.
Vậy $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD} = 2\overrightarrow{PQ} = -2\overrightarrow{QP}$.

b) **Sai.** Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot(\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{CA}) = \overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC} = a^2+|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|\cdot\cos 60° = a^2+a^2\cdot\dfrac{1}{2} = \dfrac{3a^2}{2}$.

c) **Đúng.** Vì M là trung điểm AB nên $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}$.
Vì N là trung điểm CD nên $\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}$.
Mà G là trung điểm MN nên $2\overrightarrow{GM}+2\overrightarrow{GN} = \vec{0}$.
Suy ra $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD} = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC} = -\overrightarrow{GD}$.

d) **Sai.** Tính toán chỉ ra $\cos(\overrightarrow{AC},\overrightarrow{MN}) = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$, suy ra góc giữa chúng bằng $45°$.

Bài 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của SA, SC. G là trọng tâm tam giác SBD.



a) $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

b) $\overrightarrow{AS}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AG}$.

c) $\overrightarrow{IJ}\cdot\overrightarrow{BD} = \vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AG}^2 = \overrightarrow{AS}^2+\overrightarrow{AB}^2+\overrightarrow{AD}^2$.

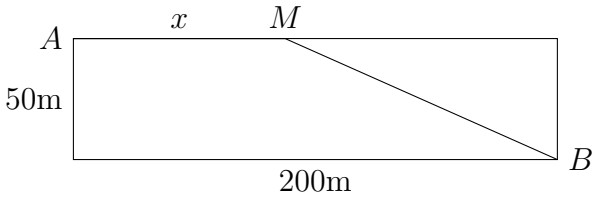
Hướng dẫn giải. a) **Đúng.** Tứ giác $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ (quy tắc hình bình hành). Suy ra $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AD}$.

b) **Sai.** Vì G là trọng tâm tam giác SBD nên $\overrightarrow{GS} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.
Chèn điểm A vào: $(\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AS}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AD}) = \vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

c) **Sai.** Do IJ là đường trung bình của $\triangle SAC$ nên $IJ // AC$. Mà $AC \perp BD$ (hai đường chéo hình vuông). Suy ra $\overrightarrow{IJ} \cdot \overrightarrow{BD} = 0$ (là số 0, không phải vectơ $\vec{0}$).

d) **Sai.** Từ kết quả câu b: $3\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AS} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$.
Bình phương hai vế: $9\overrightarrow{AG}^2 = \overrightarrow{AS}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2 + 2(\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD})$.
Vì $SA \perp (ABCD)$ nên $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AB} = 0$ và $\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.
Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AD} = 0$.
Vậy $9\overrightarrow{AG}^2 = \overrightarrow{AS}^2 + \overrightarrow{AB}^2 + \overrightarrow{AD}^2$, khẳng định đề bài thiếu hệ số 9.

Bài 4. Có một bể bơi hình chữ nhật rộng 50 m, dài 200 m. Một vận động viên xuất phát từ điểm A, chạy đến điểm M trên cạnh dài và bơi từ M đến điểm B ở góc đối diện. Biết vận tốc chạy $4,8$ m/s, vận tốc bơi $2,4$ m/s. Gọi x (m) là khoảng cách từ A đến M $(0 < x < 200)$.



a) Thời gian vận động viên chạy từ A đến M là: $\dfrac{x}{4,8}$ giây.

b) Thời gian vận động viên bơi từ M đến B là: $\dfrac{\sqrt{(200-x)^2+50^2}}{2,4}$ giây.

c) Nếu $AM = 100$ m thì tổng thời gian di chuyển từ A đến B ít hơn 1 phút.

d) Vận động viên chọn điểm M cách A khoảng 171 mét thì đến B nhanh nhất.

Hướng dẫn giải.

- **a) Đúng.** Thời gian = Quãng đường / Vận tốc = $x/4,8$.
- **b) Đúng.** Quãng đường bơi $MB = \sqrt{MC^2 + CB^2} = \sqrt{(200-x)^2 + 50^2}$. Thời gian bơi là $MB/2,4$.
- **c) Sai.** Với $x = 100$, $t = \dfrac{100}{4,8} + \dfrac{\sqrt{100^2+50^2}}{2,4} \approx 20,83 + 46,59 = 67,42$ giây > 60 giây.
- **d) Đúng.** Xét hàm $t(x) = \dfrac{x}{4,8} + \dfrac{\sqrt{(200-x)^2+2500}}{2,4}$. Đạo hàm $t'(x) = \dfrac{1}{4,8} - \dfrac{200-x}{2,4\sqrt{(200-x)^2+2500}}$.
  Giải $t'(x) = 0 \Rightarrow \sqrt{(200-x)^2+2500} = 2(200-x) \Rightarrow (200-x)^2 + 2500 = 4(200-x)^2 \Rightarrow 3(200-x)^2 = 2500 \Rightarrow 200 - x \approx 28,87 \Rightarrow x \approx 171,13$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Biết hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x - 5$ đạt cực đại tại $x = a$ và đạt cực tiểu tại $x = b$. Giá trị của biểu thức $M = 2a - 3b$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 12x + 9$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ hoặc $x = 3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$ nên suy ra $a=1, b=3$.

Khi đó $M=2a-3b=2\cdot 1-3\cdot 3=-7$.

Bài 2. Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}mx^2+6m$ (với m là tham số). Tính tổng bình phương các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A, B cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tam giác vuông tại O.

Hướng dẫn giải.

Ta có $y'=0\Leftrightarrow x^2-mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=m \end{array}\right.$. Để đồ thị hàm số đã cho có 2 điểm cực trị thì $m\neq 0$.

Khi đó hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là $A(0;6m)$ và $B\left(m;-\dfrac{1}{6}m^3+6m\right)$.

Ta có $A\in Oy$ nên $\triangle OAB$ vuông tại O khi và chỉ khi $B\in Ox\Leftrightarrow -\dfrac{1}{6}m^3+6m=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \text{ (l)} \\ m=\pm 6 \text{ (n)} \end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương các giá trị của m là $6^2+(-6)^2=72$.

Bài 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ biết $A(2;0;0), B(0;2;0), C(1;1;3)$. Gọi $H(x_0;y_0;z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC. Khi đó $x_0+y_0+z_0$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải.

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;-1;3)$.

Vì H là chân đường cao hạ từ A xuống BC nên $H\in BC$, do đó $\overrightarrow{BH}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$, tức là $\overrightarrow{BH}=t\overrightarrow{BC}=(t;-t;3t)$ với $t\in\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow (x_0-0;y_0-2;z_0-0)=(t;-t;3t)\Rightarrow \begin{cases} x_0=t \\ y_0=2-t \\ z_0=3t \end{cases}.$$

Suy ra $H(t;2-t;3t)$. Khi đó $\overrightarrow{AH}=(t-2;2-t;3t)$.

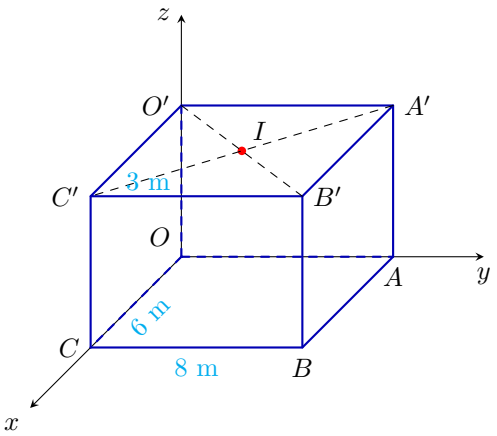
Vì $AH\perp BC$ nên $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow (t-2)\cdot 1+(2-t)\cdot(-1)+3t\cdot 3=0\Leftrightarrow 11t-4=0\Leftrightarrow t=\dfrac{4}{11}$.

Với $t=\dfrac{4}{11}$, ta có $H\left(\dfrac{4}{11};\dfrac{18}{11};\dfrac{12}{11}\right)$.

Vậy $x_0+y_0+z_0=\dfrac{4}{11}+\dfrac{18}{11}+\dfrac{12}{11}=\dfrac{34}{11}\approx 3,09$.

Bài 4. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài 8 m, chiều rộng 6 m và

chiều cao 3 m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Khi đó, tọa độ của điểm treo đèn là $I(x;y;z)$, hãy tính $x+y+z$.



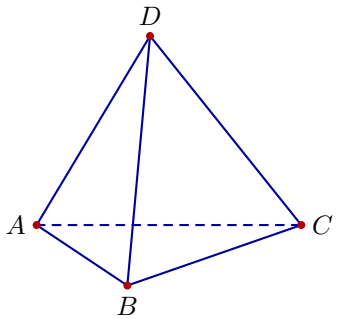
Hướng dẫn giải.

Giả sử căn phòng hình hộp chữ nhật được mô phỏng như hình vẽ.
Khi đó ta có tọa độ các đỉnh của trần nhà là $O'(0;0;3)$ và $B'(6;8;3)$.
Gọi $I(x;y;z)$ là điểm chính giữa trần nhà của phòng học, nên I là trung điểm của đường chéo $O'B'$. Khi đó $\overrightarrow{O'I}=\overrightarrow{IB'}$.
Ta có $\overrightarrow{O'I}=(x-0;y-0;z-3)=(x;y;z-3)$, $\overrightarrow{IB'}=(6-x;8-y;3-z)$.

$$\overrightarrow{O'I}=\overrightarrow{IB'}\Leftrightarrow\begin{cases}x=6-x\\y=8-y\\z-3=3-z\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=4\\z=3\end{cases}.$$

Vậy tọa độ điểm treo đèn là $I(3;4;3)\Rightarrow x+y+z=3+4+3=10$.

Bài 5. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}\cdot(2024\overrightarrow{BC}-2025\overrightarrow{CD})$.

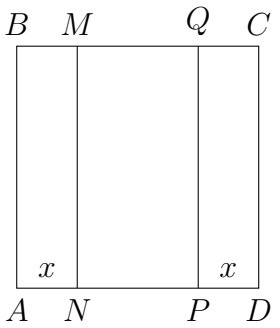


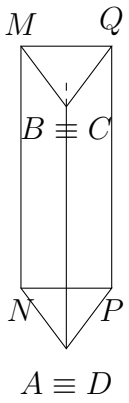
Hướng dẫn giải.

Ta có: $\overrightarrow{AB}\cdot(2024\overrightarrow{BC}-2025\overrightarrow{CD})=2024\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}-2025\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}$.
Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên $AB\perp CD$, suy ra $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CD}=0$.
Lại có: $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=-BA\cdot BC\cdot\cos(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC})=-1\cdot1\cdot\cos60^\circ=-\dfrac{1}{2}$.
Vậy $\overrightarrow{AB}\cdot(2024\overrightarrow{BC}-2025\overrightarrow{CD})=2024\cdot\left(-\dfrac{1}{2}\right)-2025\cdot0=-1012$.

Bài 6. Để tạo ra phần xung quanh của một hộp kẹo sôcôla có dạng hình lăng trụ đứng (không tính hai đáy), người ta dùng một tờ giấy bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh là 15 cm. Ta gập tấm bìa theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và CD trùng nhau như hình vẽ để

được hình lăng trụ đứng khuyết hai đáy. Khi đó ta có thể tạo được hộp kẹo sôcôla có thể tích lớn nhất là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị) centimet khối, biết thể tích của khối lăng trụ bằng diện tích đáy nhân với chiều cao?







Hướng dẫn giải.

Ta có một đáy của lăng trụ là tam giác cân ANP có cạnh bên bằng $AN = x$, cạnh đáy bằng $NP = 15 - 2x$ nên đường cao tam giác đó là $AH = \sqrt{AN^2 - NH^2} = \sqrt{x^2 - \left(\dfrac{15-2x}{2}\right)^2} = \sqrt{15x - \dfrac{225}{4}}$.

Diện tích đáy là $S_{ANP} = \dfrac{1}{2}NP \cdot AH = \dfrac{1}{2}(15-2x) \cdot \sqrt{15x - \dfrac{225}{4}} = \dfrac{1}{4}(15-2x)\sqrt{60x-225}$.

Xét hàm số $S(x) = \dfrac{1}{4}(15-2x)\sqrt{60x-225}$ với $x \in \left(\dfrac{15}{4}; \dfrac{15}{2}\right)$.

Ta có $S'(x) = \dfrac{1}{4}\left[-2\sqrt{60x-225} + (15-2x)\dfrac{30}{\sqrt{60x-225}}\right]$.

$S'(x) = 0 \Leftrightarrow (15-2x)\dfrac{30}{\sqrt{60x-225}} = 2\sqrt{60x-225} \Leftrightarrow 450 - 60x = 2(60x-225) \Leftrightarrow x = 5$ (nhận).

Bảng biến thiên:

x	3,75		5		7,5
$S'(x)$		+	0	−	
$S(x)$		↗	$\dfrac{25\sqrt{3}}{4}$	↘	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy diện tích đáy lớn nhất là $\dfrac{25\sqrt{3}}{4}$ cm^2 nên thể tích lớn nhất của lăng trụ là:

$V = \dfrac{25\sqrt{3}}{4} \cdot 15 \approx 162$ cm^3.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 2
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị trong hình bên. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ -3. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số trên đoạn $[-2;3]$, ta thấy điểm cao nhất của đồ thị là điểm có tọa độ $(3;2)$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;3]$ là $\max\limits_{[-2;3]} f(x)=2$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		$\nearrow$	6	$\searrow$	-26	$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-26;6)$. Ⓑ $(-\infty;-1)$. Ⓒ $(3;+\infty)$. Ⓓ $(-1;2)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $y'<0$ trên khoảng $(-1;3)$, do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Vì $(-1;2)\subset(-1;3)$ nên hàm số cũng nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 3. Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình bên?

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\frac{29}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$
	$-\infty$						

Ⓐ $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2+3x+\dfrac{2}{3}$. Ⓑ $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x-\dfrac{2}{3}$.
Ⓒ $y=x^3-3x^2-9x-2$. Ⓓ $y=-x^3+3x^2+9x-2$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy: - Nhánh cuối cùng đi lên ($x\to+\infty$ thì $y\to+\infty$) nên hệ số $a>0$, loại đáp án A và D.

- Hàm số đạt cực trị tại $x=-1$ và $x=3$. Xét hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-3x-\dfrac{2}{3}\Rightarrow y'=x^2-2x-3$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Kiểm tra giá trị cực đại: $x=-1 \Rightarrow y=\dfrac{1}{3}(-1)^3-(-1)^2-3(-1)-\dfrac{2}{3}=1$ (khớp BBT).

Câu 4. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ là

Ⓐ 7. Ⓑ 6. Ⓒ $\dfrac{19}{3}$. Ⓓ $\dfrac{13}{3}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định và liên tục trên $[2;4]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \notin [2;4] \\ x=3 \in [2;4] \end{array}\right.$.

Tính các giá trị: $f(2)=7$; $f(3)=6$; $f(4)=\dfrac{19}{3}$.

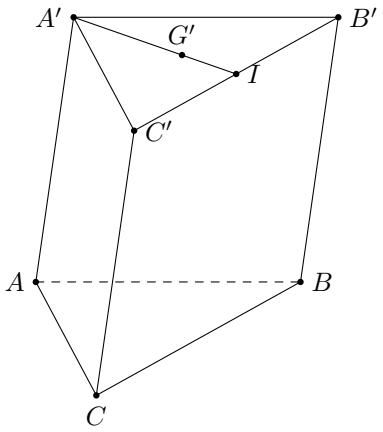
So sánh các giá trị trên, ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2;4]$ là 6.

Câu 5. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}$, $\overrightarrow{AB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Gọi G' là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$. Vectơ $\overrightarrow{AG'}$ bằng?

Ⓐ $\dfrac{1}{3}(\vec{a}+3\vec{b}+\vec{c})$. Ⓑ $\dfrac{1}{3}(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

Ⓒ $\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+3\vec{c})$. Ⓓ $\dfrac{1}{3}(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

Hướng dẫn giải.



Gọi I là trung điểm $B'C'$. Vì G' là trọng tâm tam giác $A'B'C' \Rightarrow \overrightarrow{A'G'}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{A'I}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AG'}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{A'G'}=\overrightarrow{AA'}+\dfrac{2}{3}\overrightarrow{A'I}=\overrightarrow{AA'}+\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{A'B'}+\overrightarrow{A'C'}\right)$

$=\overrightarrow{AA'}+\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{1}{3}\left(3\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right)=\dfrac{1}{3}(3\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$.

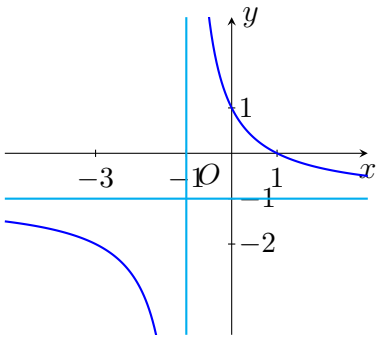
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=4\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. Tính độ dài của $\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}$

Ⓐ $\sqrt{74}$. Ⓑ $3\sqrt{6}$. Ⓒ $5\sqrt{2}$. Ⓓ $\sqrt{42}$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}=2(2\vec{j}-3\vec{k})-(4\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})=4\vec{j}-6\vec{k}-4\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}=$

$-4\vec{i}+3\vec{j}-7\vec{k}$
$\Rightarrow \vec{v}=(-4;3;-7) \Rightarrow |\vec{v}|=\sqrt{(-4)^2+3^2+(-7)^2}=\sqrt{74}.$

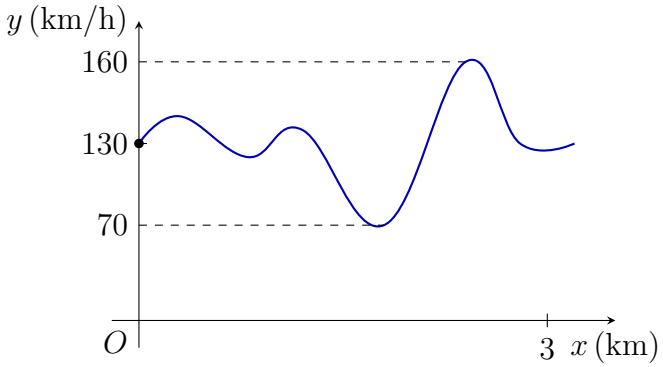
Câu 7. Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



Ⓐ $y=\dfrac{-x}{x+1}$.
Ⓑ $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$; có đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$ đi qua điểm $(1;0)$.

Câu 8. Đồ thị bên dưới là tốc độ của chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km



Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

Ⓐ 3 (km/h). Ⓑ 160 (km/h). Ⓒ 130 (km/h). Ⓓ 70 (km/h).

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta quan sát trục tung (y) để tìm giá trị thấp nhất của đường biểu diễn tốc độ.
Điểm thấp nhất của đồ thị tương ứng với giá trị $y=70$ (km/h).

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-4;2), B(2;1;-3), C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ có tọa độ là:

Ⓐ $G(2;-1;-1)$.
Ⓑ $G(2;-2;-1)$.
Ⓒ $G(0;-1;-1)$.
Ⓓ $G(6;-3;-3)$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD} \Leftrightarrow \overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD})$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_G = \dfrac{1}{4}(1+2+3+2) = 2 \\ y_G = \dfrac{1}{4}(-4+1+0-5) = -2 \\ z_G = \dfrac{1}{4}(2-3-2-1) = -1 \end{cases} \Rightarrow G(2;-2;-1).$$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;2)$ và $B(2;1;-4)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ

Ⓐ $(3;0;-2)$. Ⓑ $(-1;-2;6)$. Ⓒ $(1;0;-6)$. Ⓓ $(1;2;-6)$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\overrightarrow{AB} = (2-1;1-(-1);-4-2) = (1;2;-6)$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3};\sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{5}$
$f'(x)$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	‖
$f(x)$	‖ 0	↗	2	↘	-2	↗	$2\sqrt{5}$ ‖

Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 0$. Ⓑ $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$.

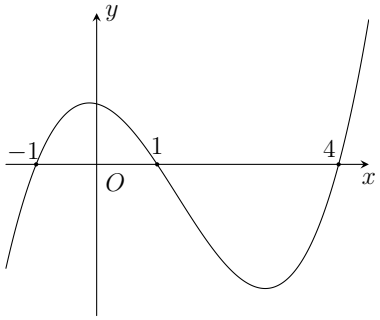
Ⓒ $\min\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 1$. Ⓓ $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-\sqrt{3};\sqrt{5}]$, ta quan sát các giá trị của hàm số:

- Tại $x = -\sqrt{3}$, $f(x) = 0$.
- Tại $x = -1$, $f(x) = 2$ (giá trị cực đại).
- Tại $x = 1$, $f(x) = -2$ (giá trị cực tiểu).
- Tại $x = \sqrt{5}$, $f(x) = 2\sqrt{5}$.

So sánh các giá trị, ta thấy giá trị lớn nhất là $2\sqrt{5}$ và giá trị nhỏ nhất là -2. Vậy khẳng định đúng là $\max\limits_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1;4)$. Ⓑ $(-1;1)$. Ⓒ $(1;+\infty)$. Ⓓ $(-\infty;-1)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hàm số đồng biến khi $f'(x) > 0$. Dựa vào đồ thị $f'(x)$, ta thấy $f'(x) > 0$ trên các khoảng $(-1;1)$ và $(4;+\infty)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hình chóp $S.ABC$. Điểm M thuộc cạnh SA và $SM = \dfrac{2}{3}SA$.

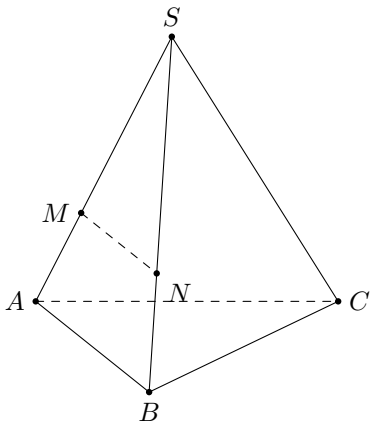
a) $\overrightarrow{SM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SA}$.

b) $\overrightarrow{MA} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{AS}$.

c) Điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN = \dfrac{2}{3}SB$. Khi đó $\overrightarrow{SN} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SB}$.

d) $\overrightarrow{MN} = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

✍ *Hướng dẫn giải.*



a) **Đúng**. Vì M thuộc đoạn SA nên $\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{SA}$ cùng hướng. Theo giả thiết $SM = \dfrac{2}{3}SA$ nên $\overrightarrow{SM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SA}$.

b) **Sai**. Ta có M nằm giữa S và A với $SM = \dfrac{2}{3}SA$ nên $MA = \dfrac{1}{3}SA$. Tuy nhiên $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{AS}$ cùng hướng, nên $\overrightarrow{MA} = \dfrac{1}{3}\overrightarrow{SA} = -\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AS}$.

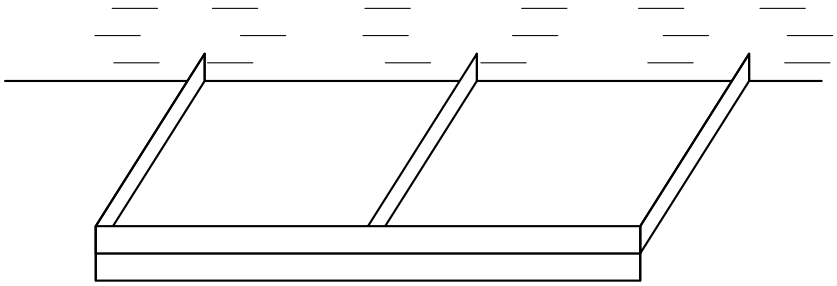
c) **Đúng**. Tương tự câu a, vì N thuộc đoạn SB nên $\overrightarrow{SN} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SB}$.

d) **Đúng**.

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{SN} - \overrightarrow{SM} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SB} - \dfrac{2}{3}\overrightarrow{SA} = \dfrac{2}{3}(\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB} = -\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

Bài 2. Một người nông dân có 15.000.000 đồng muốn làm một cái hàng rào hình chữ E dọc theo một con sông (như hình vẽ) để làm một khu đất có hai phần chữ nhật để trồng rau. Đối với mặt hàng rào song song với bờ sông thì chi phí nguyên vật liệu là 60000 đồng một mét, còn đối với ba mặt hàng rào song song nhau thì chi phí nguyên vật liệu là 50000 đồng một mét. Gọi x là chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E (trong ba mặt song song, $x > 0$). Gọi y là chiều dài mặt hàng rào

hình chữ E song song với bờ sông ($y > 0$).



a) Số tiền phải làm là: $x \cdot 60000 + y \cdot 3 \cdot 50000 = 15000000$ đồng.

b) Diện tích đất: $S = x \cdot y = x \cdot \dfrac{500 - 5x}{2} = 250x - \dfrac{5}{2}x^2$.

c) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được $\max\limits_{(0;+\infty)} S = 6250$ (m^2).

d) Diện tích lớn nhất của đất rào thu được khi chiều dài 1 mặt hàng rào hình chữ E là 50 m.

Hướng dẫn giải.

a) **Sai:** Tổng số tiền chi trả cho vật liệu là chi phí của 3 đoạn hàng rào độ dài x và 1 đoạn hàng rào độ dài y:

$$x \cdot 3 \cdot 50000 + y \cdot 60000 = 15.000.000 \Leftrightarrow 15x + 6y = 1500 \Leftrightarrow y = \frac{500 - 5x}{2}.$$

b) **Đúng:** Diện tích khu đất là: $S = x \cdot y = x \cdot \dfrac{500 - 5x}{2} = 250x - \dfrac{5}{2}x^2$.

c) **Đúng:** Xét hàm số $S(x) = 250x - \dfrac{5}{2}x^2$ trên $(0; 100)$.

Ta có: $S'(x) = 250 - 5x$. Cho $S'(x) = 0 \Leftrightarrow 250 - 5x = 0 \Leftrightarrow x = 50$.

Bảng biến thiên:

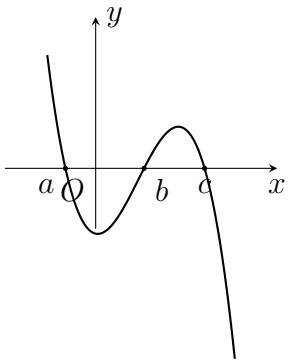
x	0		50		$+\infty$
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$	0	↗	6250	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, diện tích lớn nhất là 6250 m^2 tại $x = 50$.

d) **Đúng:** Từ bảng biến thiên có $\max\limits_{(0;+\infty)} S = 6250$ (m^2) khi $x = 50$ (m).

Bài 3. Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ

$a < b < c$ như hình vẽ bên dưới:



a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; a)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

c) $(f(b) - f(a))(f(b) - f(c)) < 0$.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có bảng biến thiên của $f(x)$:

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$f(a)$	↘	$f(b)$	↗	$f(c)$	↘	$-\infty$

◈ **a) Sai.** Trên khoảng $(-\infty; a)$, đồ thị $y = f'(x)$ nằm phía trên trục hoành ($y' > 0$) nên hàm số đồng biến.

◈ **b) Đúng.** Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi qua a, b, c nên hàm số có 3 điểm cực trị.

◈ **c) Sai.** Từ bảng biến thiên ta thấy $f(b)$ là giá trị cực tiểu, nên $f(b) < f(a)$ và $f(b) < f(c)$. Suy ra $(f(b) - f(a)) < 0$ và $(f(b) - f(c)) < 0$. Tích của chúng phải > 0.

◈ **d) Sai.** Thông tin về $f'(x)$ chỉ cho biết hình dạng đồ thị $f(x)$, không đủ để kết luận số giao điểm với trục hoành nếu không biết giá trị cụ thể của các cực trị.

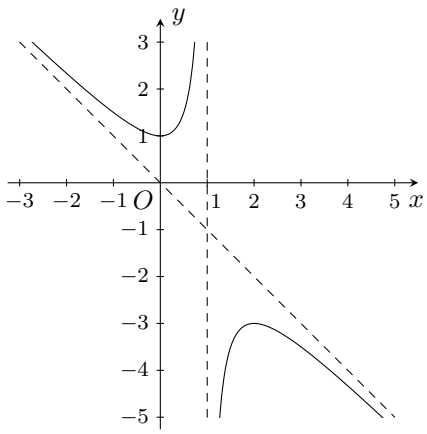
Bài 4. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{-x + 1}$.

a) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x = 1$.

b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1; +\infty)$ bằng -3.

d) Hàm số có đồ thị như hình vẽ bên



Hướng dẫn giải. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $-x+1=0 \Leftrightarrow x=1$.

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=1$.

Tính đạo hàm của hàm số:

$$y'=\frac{-x(x-2)}{(-x+1)^2}=0 \Leftrightarrow -x(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x-2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2. \end{array}\right.$$

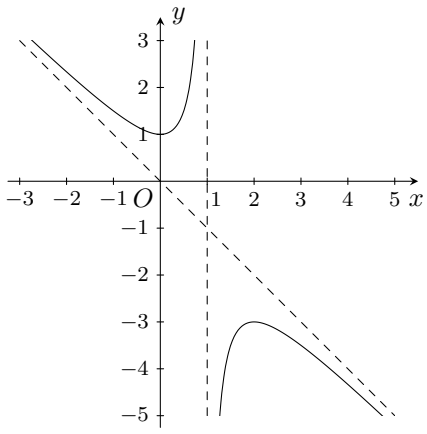
Bảng biến thiên của hàm số

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	-3	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và $(1;2)$.

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $(1;+\infty)$ là -3.

Đồ thị hàm số



Dựa vào đồ thị, ta thấy:

- Tiệm cận đứng là $x=1$.
- Tiệm cận xiên là $y=-x$.
- Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$.

◈ Đồ thị có một điểm cực trị tại $x=2,\ y=-3$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{-x+1}$ có đồ thị phù hợp với đồ thị hình vẽ trên.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{5x-3}{2x+6}$. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng và ngang lần lượt là các đường thẳng $x=a$ và $y=b$. Tính $a+4b$?

Hướng dẫn giải.

Ta có $\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{5x-3}{2x+6}=-\infty;\ \lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{5x-3}{2x+6}=+\infty$.

$\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{5x-3}{2x+6}=\dfrac{5}{2};\ \lim\limits_{x\to -\infty}\dfrac{5x-3}{2x+6}=\dfrac{5}{2}$.

Do đó đồ thị hàm số nhận các đường thẳng $x=-3$ và $y=\dfrac{5}{2}$ là các tiệm cận đứng và ngang.

Như vậy, $a=-3; b=\dfrac{5}{2}\Rightarrow a+4b=-3+4\cdot\dfrac{5}{2}=7$.

Bài 2. Cho đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{5x^2-6x+9}{x-1}$ có tâm đối xứng là $I(a;b)$. Giá trị của biểu thức $C=a+3b$ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải.

Ta có $f(x)=5x-1+\dfrac{8}{x-1}$ nên đồ thị hàm số nhận hai đường thẳng $x=1$ và $y=5x-1$ tương ứng là TCĐ và TCX. Tâm đối xứng I là giao điểm của hai tiệm cận này.

Tại $x=1\Rightarrow y=5(1)-1=4$. Suy ra $a=1, b=4\Rightarrow C=1+3\cdot 4=13$.

Bài 3. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ sao cho $|\vec{a}|=\sqrt{2}$, $|\vec{b}|=2$ và hai vectơ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}$, $\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}$ vuông góc với nhau. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ (đơn vị độ).

Hướng dẫn giải.

Vì hai vectơ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}$ và $\vec{y}=2\vec{a}-\vec{b}$ vuông góc với nhau nên:

$$\begin{aligned}(\vec{a}+\vec{b})\cdot(2\vec{a}-\vec{b})=0 &\Leftrightarrow 2\vec{a}^2-\vec{b}^2+\vec{a}\cdot\vec{b}=0\\ &\Leftrightarrow 2|\vec{a}|^2-|\vec{b}|^2+|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})=0\\ &\Leftrightarrow 2\cdot(\sqrt{2})^2-2^2+\sqrt{2}\cdot 2\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})=0\\ &\Leftrightarrow 4-4+2\sqrt{2}\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})=0\\ &\Leftrightarrow \cos(\vec{a},\vec{b})=0\Rightarrow(\vec{a},\vec{b})=90^\circ.\end{aligned}$$

Vậy góc giữa hai vectơ là 90°.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Biết điểm $D(a;b;c)$ sao cho $ABCD$ là hình bình hành. Tính $a+b+c$.

Hướng dẫn giải.

Gọi $D(x;y;z)$. Để $ABCD$ là hình bình hành ta cần $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(2-1;3-0;-4-3)=(1;3;-7)$.

$\overrightarrow{DC}=(-3-x;1-y;2-z)$.

$$\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases}-3-x=1\\1-y=3\\2-z=-7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-4\\y=-2\\z=9\end{cases}\Rightarrow D(-4;-2;9).$$

Suy ra: $a=-4,b=-2,c=9\Rightarrow a+b+c=-4-2+9=3.$

Bài 5. Gọi S là tập hợp các số nguyên có giá trị tuyệt đối không vượt quá 28. Chọn ngẫu nhiên hai số a,b phân biệt từ tập S. Tính xác suất để hai đồ thị $(C_1):y=x^4+2ax^2+4b$ và $(C_2):y=-\dfrac{1}{2}x^4+bx^2-a$ đều có 3 điểm cực trị, đồng thời chúng đều có điểm cực trị chung.

Hướng dẫn giải.

Không gian mẫu: Số phần tử của tập S là các số $\{-28;-27;-26;\ldots,26;27;28\}$ gồm 57 số.

Lấy lần lượt hai số phân biệt a,b từ tập S có $57\cdot 56$ cách.

$(C_1):f(x)=x^4+2ax^2+4b$

$f'(x)=4x^3+4ax=4x(x^2+a)$

Để đồ thị (C_1) có 3 điểm cực trị thì $f'(x)$ cần có 3 nghiệm phân biệt:

$$\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}4x=0\\x^2+a=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=\pm\sqrt{-a}\end{bmatrix}\quad(a<0)$$

$(C_2):g(x)=-\dfrac{1}{2}x^4+bx^2-a$

$g'(x)=-2x^3+2bx=-2x(x^2-b)$

Để đồ thị (C_2) có 3 điểm cực trị thì $g'(x)$ cần có 3 nghiệm phân biệt:

$$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}-2x=0\\x^2-b=0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=\pm\sqrt{b}\end{bmatrix}\quad(b>0)$$

Để hai đồ thị hàm số (C_1) và (C_2) có đồng thời điểm cực trị chung thì thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases}x_1=x_2\\f(x_1)=g(x_2)\end{cases}$

Trường hợp 1: Dễ thấy $f(x)$ và $g(x)$ đều tồn tại điểm cực trị tại $x=0$.

Để có điểm cực trị chung thì $\begin{cases}f(0)=g(0)\\\Leftrightarrow 4b=-a\end{cases}$

Vì $a<0,b>0$ và $|a|\le 28,|b|\le 28$, ta có:

$0<|-a|\le 28\Rightarrow 0<|4b|\le 28\Rightarrow 0<|b|\le 7$

$\Rightarrow b\in\{1;2;3;4;5;6;7\}\Rightarrow$ có 7 cặp số (a,b) thỏa mãn.

Trường hợp 2: $\begin{cases}\sqrt{-a}=\sqrt{b}\\f(\sqrt{-a})=g(\sqrt{b})\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-a=b\\(\sqrt{-a})^4+2a(\sqrt{-a})^2+4b=-\dfrac{(\sqrt{b})^4}{2}+b(\sqrt{b})^2-a\end{cases}$

$$\Leftrightarrow(-a)^2+2a(-a)+4b=-\frac{b^2}{2}+b^2-a$$

$$\Leftrightarrow a^2-2a^2+4b=\frac{b^2}{2}-a\Leftrightarrow 4b-a^2=\frac{b^2}{2}-a$$

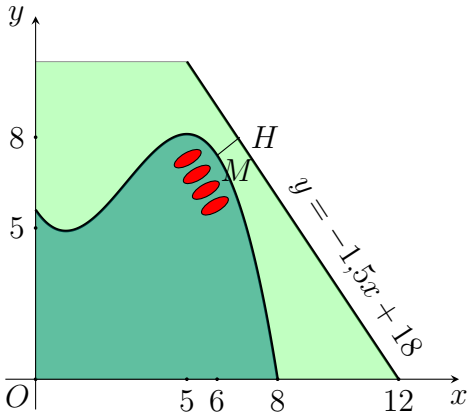
Thay $a=-b$ vào phương trình:

$$\Leftrightarrow 4b-(-b)^2=\frac{b^2}{2}-(-b)\Leftrightarrow 4b-b^2=\frac{b^2}{2}+b\Leftrightarrow \frac{3b^2}{2}-3b=0$$

$$\Leftrightarrow 3b\left(\frac{b}{2}-1\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \text{ (loại)}\\ b=2\Rightarrow a=-2\end{array}\right. \Rightarrow \text{có 1 cặp số } (a,b) \text{ thỏa mãn.}$$

Vậy có tổng $7+1=8$ cặp số thỏa mãn $\Rightarrow$ xác suất thỏa mãn ycbt là: $\dfrac{8}{57\cdot 56}=\dfrac{1}{399}$.

Bài 6. Một hồ nước nhân tạo được xây dựng trong một công viên giải trí. Trong mô hình minh họa bên, nó được giới hạn bởi các trục tọa độ và đồ thị của hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{10}\left(-x^3+9x^2-15x+56\right)$. Đơn vị độ dài trên mỗi trục là 100 m (*Nguồn: A. Bigalke et al, Mathematik, Grundkurs ma-I, Cornelsen 2016*).



Trong công viên có một con đường chạy dọc theo đồ thị hàm số $y=-1{,}5x+18$. Người ta dự định xây dựng trên bờ hồ một bến thuyền đạp nước sao cho khoảng cách từ bến thuyền đến con đường này là ngắn nhất. Hoành độ của điểm để xây dựng bến thuyền này bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Xét điểm $M\left(x;f(x)\right)$ thuộc đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{10}\left(-x^3+9x^2-15x+56\right)$ với $0\le x\le 8$.

Khoảng cách từ điểm $M\left(x;f(x)\right)$ đến đường thẳng $y=-1{,}5x+18\Leftrightarrow -1{,}5x-y+18=0$ là

$$MH=\frac{\left|-1{,}5x-\dfrac{1}{10}\left(-x^3+9x^2-15x+56\right)+18\right|}{\sqrt{(-1{,}5)^2+1}}=\frac{\left|x^3-9x^2+124\right|}{10\sqrt{3{,}25}}.$$

Ta khảo sát hàm số $h(x)=x^3-9x^2+124$ với $0\le x\le 8$.

$$h'(x)=3x^2-18x;$$

$$h'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-18x=0\Leftrightarrow x=0 \text{ hoặc } x=6.$$

Bảng biến thiên

x	0		6		8
$h'(x)$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	124	$\searrow$	16	$\nearrow$	60

Căn cứ vào bảng biến thiên, ta có $h(x)>0$ với $0\le x\le 8$;

$$\min_{[0;8]} h(x)=h(6)=16 \text{ tại } x=6.$$

Do đó, $\min MH=\min\limits_{[0;8]}\dfrac{\left|x^3-9x^2+124\right|}{10\sqrt{3{,}25}}=\dfrac{1}{10\sqrt{3{,}25}}\cdot\min\limits_{[0;8]}h(x)=\dfrac{1}{10\sqrt{3{,}25}}\cdot 16\approx 0{,}8875$ và đạt được tại $x=6$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 3
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2+4x-5$?

Ⓐ $M(0;5)$. Ⓑ $Q(1;4)$. Ⓒ $N(2;15)$. Ⓓ $P(-2;15)$.

Hướng dẫn giải. Thay lần lượt tọa độ các điểm M,N,P,Q vào hàm số $y=-2x^3+3x^2+4x-5$ ta thấy điểm $P(-2;15)$ thỏa mãn vì: $-2(-2)^3+3(-2)^2+4(-2)-5=16+12-8-5=15$. Chọn D.

Câu 2. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây, hàm số nào có bảng biến thiên sau?

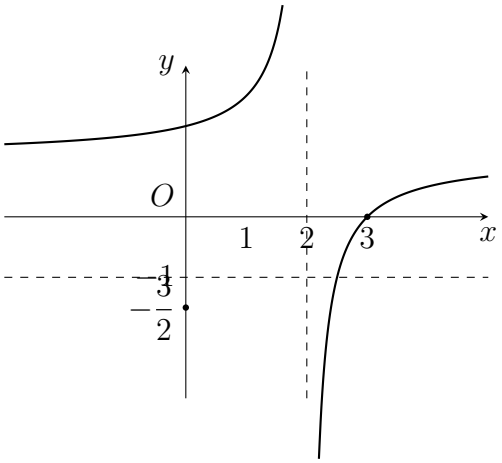
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-1	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ -1

Ⓐ $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. Ⓑ $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải. + Từ bảng biến thiên ta thấy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=1$ nên ta loại phương án A và D.
+ Từ bảng biến thiên ta thấy $y'>0$ với mọi $x\neq 1$. Kiểm tra hai phương án còn lại:
Xét $y=\dfrac{-x+2}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-1(-1)-2(1)}{(x-1)^2}=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\neq 1$ (loại).
Xét $y=\dfrac{-x-2}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-1(-1)-(-2)(1)}{(x-1)^2}=\dfrac{3}{(x-1)^2}>0,\forall x\neq 1$ (chọn). Chọn B.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{cx+2}$ $(a,b,c\in\mathbb{R};c\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu

thức $a+b+c$ bằng



Ⓐ -3. Ⓑ 5. Ⓒ -4. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy:

- Tiệm cận đứng $x=2 \Rightarrow -\dfrac{2}{c}=2 \Leftrightarrow c=-1$.
- Tiệm cận ngang $y=-1 \Rightarrow \dfrac{a}{c}=-1 \Rightarrow a=-c=1$.
- Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(3;0) \Rightarrow \dfrac{3a-b}{3c+2}=0 \Rightarrow b=3a=3$.

Vậy $a+b+c=1+3+(-1)=3$. Chọn D.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ thỏa mãn $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

Ⓐ $(2;1;-3)$. Ⓑ $(2;-3;1)$. Ⓒ $(-3;1;2)$. Ⓓ $(1;2;-3)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k} \Rightarrow \vec{a}=(2;-3;1)$.
Chọn B.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;5)$. Hình chiếu vuông góc của A lên trục Ox có tọa độ là

Ⓐ $(1;0;0)$. Ⓑ $(0;-2;0)$. Ⓒ $(0;0;5)$. Ⓓ $(0;-2;5)$.

Hướng dẫn giải. Hình chiếu vuông góc của điểm $A(x;y;z)$ lên trục Ox là điểm $A'(x;0;0)$.
Vậy $A'(1;0;0)$.
Chọn A.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Điểm N xác định bởi đẳng thức sau $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}$. Mệnh đề nào đúng?

Ⓐ N là trung điểm BD..
Ⓑ N là đỉnh hình bình hành $BCDN$..
Ⓒ N là đỉnh hình bình hành $CDBN$..
Ⓓ $N \equiv A$..

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AN}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{AN}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD} \Leftrightarrow \overrightarrow{BN}=\overrightarrow{DC}$.
Suy ra N là đỉnh thứ tư của hình bình hành $CDBN$. C

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Số điểm cực tiểu của

$y = f(x)$ là

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

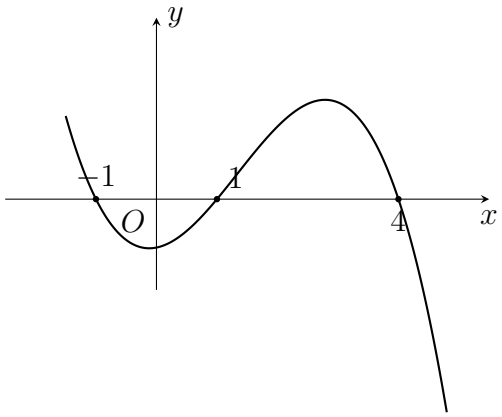
Hướng dẫn giải. Đạo hàm đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x = -3$ và $x = 3$. Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 8. Hàm số $y = \sqrt{8 + 2x - x^2}$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(1; +\infty)$. Ⓑ $(-\infty; 1)$. Ⓒ $(-2; 1)$. Ⓓ $(1; 4)$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $[-2; 4]$. $y' = \dfrac{1 - x}{\sqrt{8 + 2x - x^2}}$.
Hàm số đồng biến trên $(-2; 1)$ vì $y' > 0$ với mọi $x \in (-2; 1)$.

Câu 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào **sai** về hàm số $y = f(x)$?



Ⓐ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
Ⓑ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$.
Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 3)$.
Ⓓ Hàm số đồng biến trên khoảng $(4; +\infty)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta lập bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(4; +\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(1; 4)$.

Trên khoảng $(0; 3)$, hàm số vừa đồng biến (trên $(0; 1)$) vừa nghịch biến (trên $(1; 3)$). Do đó,

khẳng định C sai.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	3	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5
		$-\infty$					

Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- $\lim_{x\to 1^+} y = +\infty$ (hoặc $\lim_{x\to 1^-} y = -\infty$) $\Rightarrow x = 1$ là tiệm cận đứng.
- $\lim_{x\to -\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang.
- $\lim_{x\to +\infty} y = 5 \Rightarrow y = 5$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có ba tiệm cận (một đứng và hai ngang).

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2;2;0)$, $\vec{b} = (2;2;0)$, $\vec{c} = (2;2;2)$. Giá trị của $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|$ bằng

Ⓐ 6. Ⓑ 11. Ⓒ $2\sqrt{11}$. Ⓓ $2\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = (-2+2+2; 2+2+2; 0+0+2) = (2;6;2)$.

$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{2^2 + 6^2 + 2^2} = \sqrt{4 + 36 + 4} = \sqrt{44} = 2\sqrt{11}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

Ⓐ 0. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Ta có $|\vec{u}| = \sqrt{2^2 + (-2)^2 + 1^2} = 3$.

$|\vec{v}| = \sqrt{m^2 + 2^2 + (m+1)^2} = \sqrt{2m^2 + 2m + 5}$.

$|\vec{u}| = |\vec{v}| \Leftrightarrow 3 = \sqrt{2m^2 + 2m + 5} \Leftrightarrow 9 = 2m^2 + 2m + 5 \Leftrightarrow 2m^2 + 2m - 4 = 0$.

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt ($m = 1$ hoặc $m = -2$). Vậy có 2 giá trị m.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 1$.

a) Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 1$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;5]$ là 111.

d) Gọi A, B lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của đồ thị hàm số. Khi đó, diện tích tam

giác ABC bằng 2 với $C(-1;2)$.

Hướng dẫn giải. **a) Đúng**

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của hàm số là $x=1$.

b) Sai

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

c) Đúng

Trên đoạn $[-1;5]$, ta có $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin(-1;5) \\ x=1\in(-1;5) \end{array}\right.$

Khi đó $f(-1)=3, f(1)=-1, f(5)=111$. Vậy $\max\limits_{[-1;5]} y=111=f(5)$.

d) Sai

Ta có điểm cực đại $A(-1;3)$, điểm cực tiểu $B(1;-1)$ và $C(-1;2)$.

Cách 1: Áp dụng công thức: $\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(2;-4) \\ \overrightarrow{AC}=(0;-1) \end{cases} \Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}|ad-bc|=\dfrac{1}{2}|2\cdot(-1)-(-4)\cdot 0|=1$.

Cách 2: Ta có: $|\overrightarrow{AB}|=\sqrt{2^2+(-4)^2}=2\sqrt{5}$; $|\overrightarrow{AC}|=\sqrt{0^2+(-1)^2}=1$.

$\cos\widehat{BAC}=\cos(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\dfrac{2\cdot 0+(-4)\cdot(-1)}{2\sqrt{5}\cdot 1}=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.

Suy ra $\sin\widehat{BAC}=\sqrt{1-\cos^2\widehat{BAC}}=\dfrac{\sqrt{5}}{5}$.

Khi đó $S_{\Delta ABC}=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot\sin\widehat{BAC}=\dfrac{1}{2}\cdot 2\sqrt{5}\cdot 1\cdot\dfrac{\sqrt{5}}{5}=1$.

Bài 2. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Gọi M là giao điểm của CD' và $C'D$.

a) $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$.

b) $\overrightarrow{AD'}\cdot\overrightarrow{CC'}=a^2$.

c) $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

d) Góc giữa $A'C$ và BD là 60°.

Hướng dẫn giải.

a) đúng: Quy tắc hình bình hành trong mặt phẳng $(DCC'D')$.

b) đúng: $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AA'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AA'}| \cdot \cos 45^\circ = a\sqrt{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.

c) đúng: $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{DM} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{AD} + \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'})$.

d) sai: Sử dụng tích vô hướng $\overrightarrow{A'C} \cdot \overrightarrow{BD} = 0 \Rightarrow$ Góc bằng 90°.

Bài 3. Một cửa hàng bán vải thiều với giá bán là 30000 đồng/1kg. Giá nhập vào là 16000 đồng/1kg. Với giá này cửa hàng ước chừng bán được 100 kg/ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/1kg thì số vải thiều bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

a) Nếu giữ nguyên giá ban đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1400000 đồng.

b) Nếu giá bán là 20000 đồng/1kg, cửa hàng bán được 250 kg/ngày.

c) Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán $(16 < x < 30)$, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng được xác định bởi hàm số $f(x) = (x - 16)(400 - 10x)$.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1600000 đồng.

Hướng dẫn giải. **a) Đúng**

Lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là $(30000 - 16000) \cdot 100 = 1400000$ đồng.

b) Sai

Với giá bán 20000 đồng/1kg, tức là đã giảm 10000 đồng so với giá cũ, khi đó số vải thiều bán được tăng thêm $10 \cdot 10 = 100$ kg, nên cửa hàng bán được $100 + 100 = 200$ kg/ngày.

c) Đúng

Gọi x (nghìn đồng) là giá tiền mà cửa hàng dự định bán $(16 < x < 30)$.

Khi đó số kg vải thiều bán được sẽ là $100 + (30 - x) \cdot 10 = 400 - 10x$ (kg).

Lợi nhuận thu được theo ngày là: $f(x) = (x - 16)(400 - 10x)$ (nghìn đồng).

d) Sai

Xét hàm số $f(x) = (x - 16)(400 - 10x) = -10x^2 + 560x - 6400$ với $16 < x < 30$.

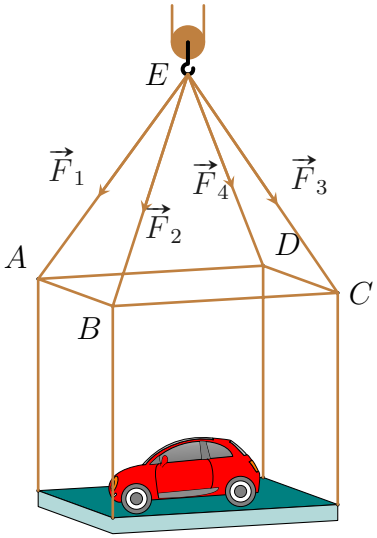
Đây là hàm số bậc hai với $a = -10 < 0$ nên có:

$$\max_{(16;30)} f(x) = f(28) = -\frac{\Delta}{4a} = 1440 \text{ khi } x = -\frac{b}{2a} = 28 \text{ (thỏa mãn } 16 < x < 30).$$

Vậy lợi nhuận tối đa là 1440 nghìn đồng/ngày = 1.440.000 đồng khi giá bán là 28 nghìn đồng/1kg.

Bài 4. Một chiếc ô tô được đặt trên mặt đáy dưới của một khung sắt có dạng hình hộp chữ nhật với đáy trên là hình chữ nhật $ABCD$, mặt phẳng $(ABCD)$ song song với mặt phẳng nằm ngang. Khung sắt đó được buộc vào móc E của chiếc cần cẩu sao cho các đoạn dây cáp EA, EB, EC, ED có độ dài bằng nhau và cùng tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60°. Chiếc cần cẩu kéo khung sắt lên theo phương thẳng đứng. Biết rằng các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ đều có cường độ là

4500 N và trọng lượng của khung sắt là 2900 N. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



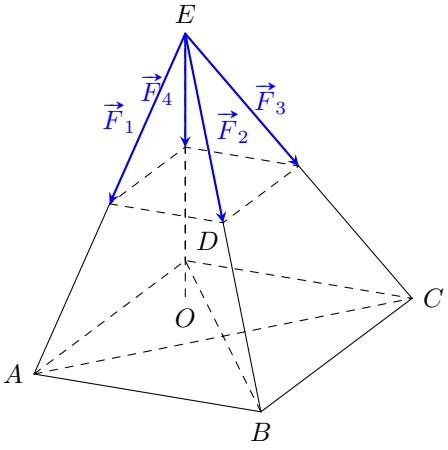
a) $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_3 + \vec{F}_4$.

b) $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4$.

c) $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 8000$ N (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Trọng lượng của chiếc xe ô tô là 12688 N (làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải.



Lấy các điểm M, N, P, Q lần lượt trên các tia EA, EB, EC, ED sao cho $\overrightarrow{EM} = \vec{F}_1, \overrightarrow{EN} = \vec{F}_2, \overrightarrow{EP} = \vec{F}_3, \overrightarrow{EQ} = \vec{F}_4$. Do các lực căng đều có cường độ 4500 N nên $EM = EN = EP = EQ = 4500$.

a) Sai.

Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EN} = 2\overrightarrow{EH}$, với H là trung điểm MN.

$\vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \overrightarrow{EP} + \overrightarrow{EQ} = 2\overrightarrow{EK}$, với K là trung điểm PQ.

Hai véc tơ này ngược hướng nhau nên không bằng nhau.

b) Đúng.

Ta có $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \overrightarrow{EM} + \overrightarrow{EP} = 2\overrightarrow{EO}$, với O là trung điểm của MP (cũng là tâm đáy).

$\vec{F}_2 + \vec{F}_4 = \overrightarrow{EN} + \overrightarrow{EQ} = 2\overrightarrow{EO}$, với O là trung điểm của NQ.

Suy ra $\vec{F}_1 + \vec{F}_3 = \vec{F}_2 + \vec{F}_4 = 2\overrightarrow{EO}$.

c) Sai.

$|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2EO$. Theo giả thiết, góc giữa dây cáp và đáy là 60°, suy ra $\widehat{EMO} = 60°$.

Xét $\triangle EMO$ vuông tại O, ta có $EO = EM \cdot \sin 60^\circ = 4500 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2250\sqrt{3}$.
Vậy $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3| = 2 \cdot 2250\sqrt{3} = 4500\sqrt{3} \approx 7794\,\text{N}$.

d) Đúng.
Tổng lực kéo lên là $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4| = |4\overrightarrow{EO}| = 4 \cdot 2250\sqrt{3} = 9000\sqrt{3} \approx 15588\,\text{N}$.
Đây là tổng trọng lượng của ô tô và khung sắt.
Vậy trọng lượng ô tô là $15588 - 2900 = 12688\,\text{N}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = 2x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Biết đồ thị hàm số có hai tiệm cận xiên cắt nhau tại $I(a; b)$. Tính $a + b$.

Hướng dẫn giải. Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ vì $x^2 - 4x + 5 = (x-2)^2 + 1 > 0$ với mọi x.

Ta tìm các tiệm cận xiên $y = ax + b$:

◈ Khi $x \to +\infty$: $a_1 = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{y}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(2 + \dfrac{1}{x} + \sqrt{1 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{5}{x^2}}\right) = 2 + 1 = 3.$

$b_1 = \lim\limits_{x\to+\infty} (y - 3x) = \lim\limits_{x\to+\infty} (1 - x + \sqrt{x^2 - 4x + 5}) = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(1 + \dfrac{(x^2 - 4x + 5) - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5} + x}\right)$

$= 1 + \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-4x + 5}{\sqrt{x^2 - 4x + 5} + x} = 1 - \dfrac{4}{1 + 1} = 1 - 2 = -1.$

Vậy tiệm cận xiên thứ nhất là $d_1 : y = 3x - 1$.

◈ Khi $x \to -\infty$: $a_2 = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{y}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(2 + \dfrac{1}{x} - \sqrt{1 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{5}{x^2}}\right) = 2 - 1 = 1.$

$b_2 = \lim\limits_{x\to-\infty} (y - x) = \lim\limits_{x\to-\infty} (x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}) = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(1 + \dfrac{x^2 - 4x + 5 - x^2}{\sqrt{x^2 - 4x + 5} - x}\right)$

$= 1 + \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{-4x + 5}{\sqrt{x^2 - 4x + 5} - x} = 1 + \dfrac{-4}{-1 - 1} = 1 + 2 = 3.$

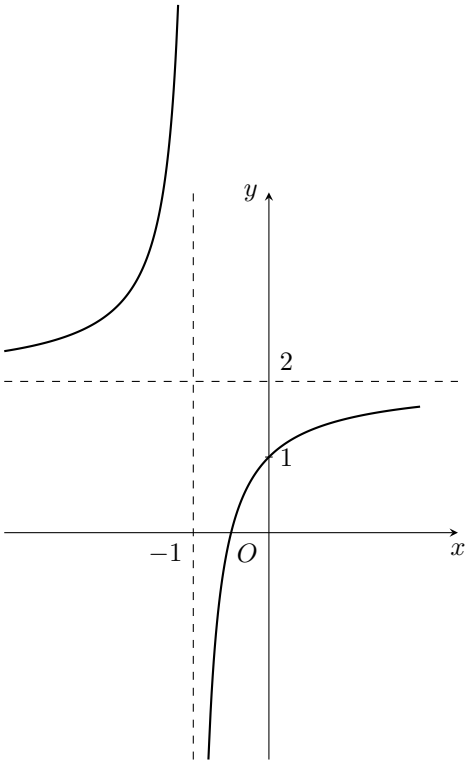
Vậy tiệm cận xiên thứ hai là $d_2 : y = x + 3$.

Tọa độ giao điểm $I(a; b)$ là nghiệm của hệ: $\begin{cases} y = 3x - 1 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x - 1 = x + 3 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = 4 \\ y = x + 3 \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} x = 2 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow I(2; 5)$. Vậy $a = 2, b = 5 \Rightarrow a + b = 7$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax + 1}{cx + d}, (a, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị

của $f(9)$.



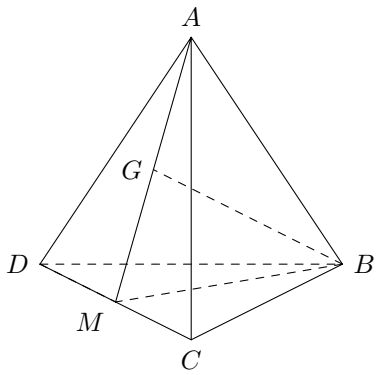
Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

- Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$. Suy ra mẫu thức $cx+d=0$ tại $x=-1 \Rightarrow -c+d=0 \Rightarrow c=d$.
- Tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$. Suy ra $\lim_{x\to\infty} f(x)=\dfrac{a}{c}=2 \Rightarrow a=2c$.
- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)$. Thay vào hàm số ta được: $f(0)=\dfrac{1}{d}=1 \Rightarrow d=1$.

Từ các kết quả trên, ta có $c=d=1$ và $a=2(1)=2$. Vậy hàm số là $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Giá trị của $f(9)=\dfrac{2\cdot 9+1}{9+1}=\dfrac{19}{10}=1,9$.

Bài 3. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của CD; G là trung điểm của AM biết $\overrightarrow{BG}\cdot\overrightarrow{AC}=na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng. (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Hướng dẫn giải.



Xét tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng a, ta có: $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{BD}\cdot\overrightarrow{BA}=a\cdot a\cdot\cos 60^\circ=\dfrac{a^2}{2}$.

Do M là trung điểm của CD; G là trung điểm của AM nên ta có:

$\overrightarrow{BG} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BM}) = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{BA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BD}\right)$.

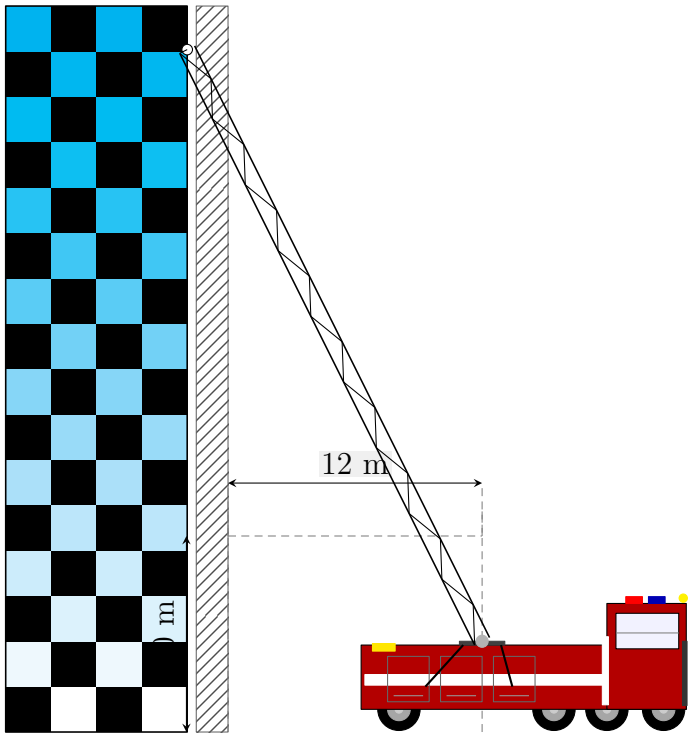
Khi đó: $\overrightarrow{BG}\cdot\overrightarrow{AC} = \left(\frac{1}{2}\overrightarrow{BA} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{4}\overrightarrow{BD}\right)(\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA}) = \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{2} + \frac{a^2}{4} - \frac{a^2}{8} + \frac{a^2}{8} - \frac{a^2}{8} = -\frac{a^2}{8}$.

Vậy $n = -0,125 \approx -0,1$.

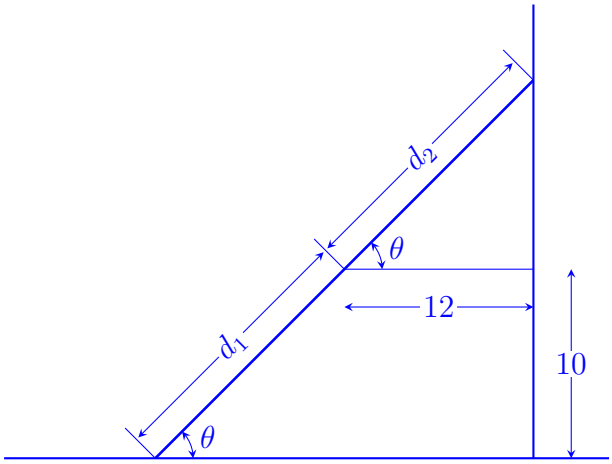
Bài 4. Trong hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, một thiết bị âm thanh được phát từ vị trí $A(1;5;8)$. Người ta dự định đặt một máy thu tín hiệu trên mặt phẳng (Oxy). Biết máy thu đặt ở vị trí $M(a;b;c)$ sẽ nhận được tín hiệu sớm nhất. Khi đó $a+2b+3c$ bằng.

Hướng dẫn giải. Người ta đặt máy thu trên mặt phẳng (Oxy) sao cho nhận được tín hiệu sớm nhất nên bài toán trở thành: Tìm $M \in (Oxy)$ sao cho MA đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi M là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy). Do đó $M(1;5;0)$.
Vậy $a+2b+3c = 1+2\cdot 5+3\cdot 0 = 11$.

Bài 5. Hình bên mô tả một mặt cắt ngang của một tòa nhà cao tầng. Một chiếc thang từ xe cứu hỏa lên đến mặt tường phía trước của tòa nhà phải vượt qua phần mái che cao 10 m so với mặt đất và vùng mái này nhô ra 12 m so với tường. Giả sử, độ cao từ mặt sàn đặt thang của xe cứu hỏa là 1,2 m, hãy tìm độ dài ngắn nhất của chiếc thang để các lính cứu hỏa có thể thực hiện nhiệm vụ này (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



✍ *Hướng dẫn giải.*



Đặt L là độ dài của chiếc thang (tính từ mặt đất), và θ là góc tạo bởi thang với phương ngang $(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2})$.

Gọi d_1 là đoạn thẳng từ mặt đất lên tới mái hiên, d_2 là đoạn từ mái hiên tới tường. Khi đó:

$$L = d_1 + d_2 = \frac{10}{\sin\theta} + \frac{12}{\cos\theta}.$$

Xét hàm số $f(\theta) = \dfrac{10}{\sin\theta} + \dfrac{12}{\cos\theta}$ liên tục trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

Ta tính đạo hàm:

$$f'(\theta) = -\frac{10\cos\theta}{\sin^2\theta} + \frac{12\sin\theta}{\cos^2\theta} = -\frac{10}{\sin\theta}\cot\theta + \frac{12}{\cos\theta}\tan\theta.$$

Giải phương trình $f'(\theta) = 0$:

$$\frac{12\sin\theta}{\cos^2\theta} = \frac{10\cos\theta}{\sin^2\theta} \Leftrightarrow 12 \cdot \frac{\sin\theta}{\cos\theta} \cdot \frac{1}{\cos\theta} = 10 \cdot \frac{\cos\theta}{\sin\theta} \cdot \frac{1}{\sin\theta}$$

$$\Leftrightarrow \frac{\sin^3\theta}{\cos^3\theta} = \frac{10}{12} \Leftrightarrow \tan^3\theta = \frac{5}{6} \Rightarrow \tan\theta = \sqrt[3]{\frac{5}{6}} \approx 0,941.$$

Suy ra $\theta \approx 0,76$ rad.

Lập bảng xét dấu $f'(\theta)$, ta thấy đây là điểm cực tiểu duy nhất của hàm số trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

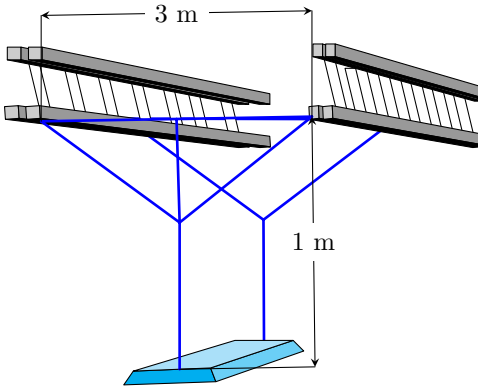
Giá trị $f(0,76) \approx 31,07$ m. Tuy nhiên, do thang đặt trên xe cứu hỏa cao $1,2$ m so với mặt đất, phần thang thực tế cần dùng tương ứng với chiều cao tường còn lại là $10 - 1,2 = 8,8$ m tính từ chân thang.

Độ dài thang ngắn nhất cần thiết là:

$$L_{\min} \approx f(0,76) - \frac{1,2}{\sin(0,76)} \approx 31,07 - 1,74 \approx 29,3\,\text{m}.$$

Vậy độ dài ngắn nhất của chiếc thang là $29,3$ m.

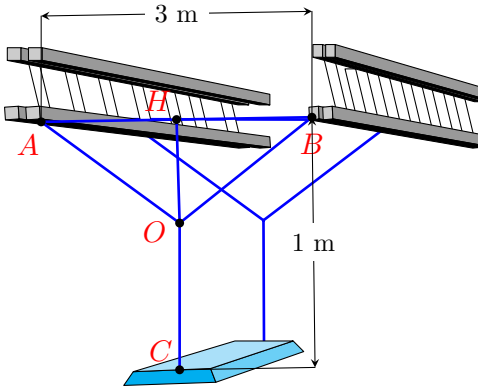
Bài 6. Trong một cửa hàng, nhà quản lý dự định treo một đồ trang trí trên cao. Vật trang trí được đặt trên giá đỡ nằm dưới thanh treo 1 m. Biết khoảng cách giữa hai thanh treo là 3 m. Biết tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là $a+b\sqrt{c}$ (trong đó a, b, c là các số tự nhiên). Tính $a+b+c$.



Hướng dẫn giải.

Bài 6. Đặt $OH=x$ $(0\le x\le 1)$.

Khi đó $OA=OB=\sqrt{\left(\dfrac{3}{2}\right)^2+x^2}=\sqrt{\dfrac{9}{4}+x^2}$ và $OC=1-x$.



Tổng độ dài của dây xích là

$$L(x)=2(OA+OB+OC)=2\left(2\sqrt{\frac{9}{4}+x^2}+1-x\right).$$

Ta có $L'(x)=\dfrac{4x}{\sqrt{\dfrac{9}{4}+x^2}}-2.$

Suy ra $L'(x)=0\Leftrightarrow \dfrac{4x}{\sqrt{\dfrac{9}{4}+x^2}}-2=0\Leftrightarrow \sqrt{\dfrac{9}{4}+x^2}=2x\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}.$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		1
$L'(x)$		$-$	0	$+$	
$L(x)$	8	↘	$2+3\sqrt{3}$	↗	$2\sqrt{13}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy tổng độ dài nhỏ nhất của các đoạn dây xích là

$$L\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)=2+3\sqrt{3}.$$

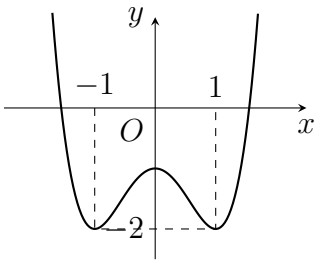
Suy ra $a=2$, $b=3$ và $c=3$ do đó $a+b+c=2+3+3=8$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 4
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng



Ⓐ $(0;1)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(0;+\infty)$. Ⓓ $(-1;1)$.

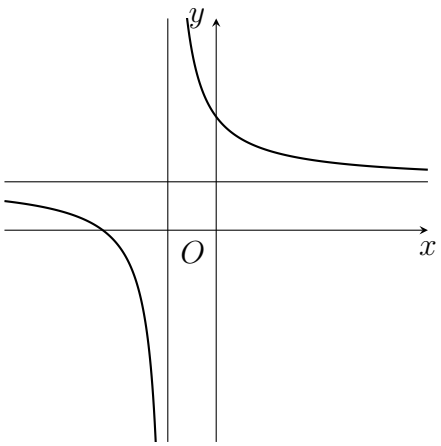
Hướng dẫn giải. Từ đồ thị ta thấy đồ thị hàm số đi xuống trên khoảng $(0;1)$, do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$

Câu 2. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y = -x^3 + 3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

Ⓐ $x = 0$. Ⓑ $x = 3$. Ⓒ $x = 1$. Ⓓ $x = 2$.

Hướng dẫn giải. $y' = -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Trên $[0;3]$, ta tính các giá trị: $y(0) = 0$, $y(1) = 2$, $y(3) = -18$. Giá trị lớn nhất đạt được tại $x = 1$

Câu 3. Biết hàm số $y = \dfrac{x+a}{x+1}$ (a là số thực cho trước, $a \neq 1$) có đồ thị như trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



Ⓐ $y' < 0, \forall x \neq -1$. Ⓑ $y' > 0, \forall x \neq -1$.
Ⓒ $y' < 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Ⓓ $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào hình dáng đồ thị, ta thấy hàm số đồng biến trên từng khoảng xác

định. Do đó $y' < 0, \forall x \neq -1$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;1;-1)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là

Ⓐ $(0;1;0)$. Ⓑ $(2;1;0)$. Ⓒ $(0;1;-1)$. Ⓓ $(2;0;-1)$.

Hướng dẫn giải. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x;y;z)$ trên mặt phẳng (Ozx) có tọa độ là $(x;0;z)$.

Với $M(2;1;-1)$, hình chiếu là $(2;0;-1)$. Đáp án D.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

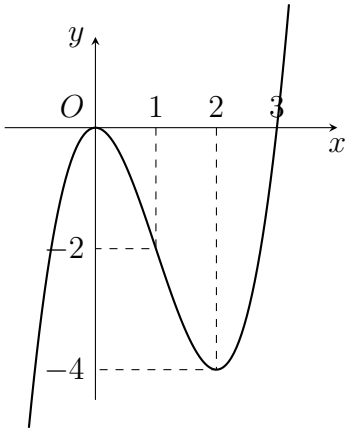
x	$-\infty$		-2		-1		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 5. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải. Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu 4 lần khi qua các giá trị $x = -2, -1, 1, 4$. Vậy hàm số có 4 điểm cực trị

Câu 6. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình bên?



Ⓐ $y = x^3 - 3x$. Ⓑ $y = x^3 - 3x^2$.
Ⓒ $y = x^3 + 3x$. Ⓓ $y = x^3 + 3x^2$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$ và đi qua các điểm $(0;0)$, $(2;-4)$, $(3;0)$. Thay vào các phương án, chỉ có hàm số $y = x^3 - 3x^2$ thỏa mãn

Câu 7. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

Ⓐ $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$. Ⓑ $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
Ⓒ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$. Ⓓ $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Hướng dẫn giải. Do $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng nên góc giữa chúng bằng $0^\circ \Rightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 1$.

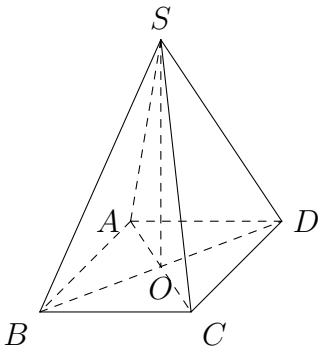
Theo định nghĩa tích vô hướng: $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}, \overrightarrow{SB} = \vec{b}, \overrightarrow{SC} =$

$\vec{c}, \overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.
Ⓑ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.
Ⓒ $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$.
Ⓓ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$.

Hướng dẫn giải.



Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Theo tính chất đường trung tuyến trong các tam giác SAC và SBD, ta có: $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.
Từ đó suy ra $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} \Leftrightarrow \vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm N thỏa mãn $\overrightarrow{ON} = -2\vec{i} + 3\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm K là hình chiếu của điểm N trên trục Ox.

Ⓐ $K(-2;0;0)$.
Ⓑ $K(2;0;0)$.
Ⓒ $K(-2;0;-3)$.
Ⓓ $K(2;0;3)$.

Hướng dẫn giải. Từ giả thiết $\overrightarrow{ON} = -2\vec{i} + 3\vec{k}$ ta có $N(-2;0;3)$.
Hình chiếu của điểm $N(x;y;z)$ trên trục Ox là điểm $K(x;0;0)$.
Do đó $K(-2;0;0)$. Đáp án A.

Câu 10. Hàm số nào sau đây có đồ thị nhận đường thẳng $x = 2$ làm tiệm cận đứng?

Ⓐ $y = \dfrac{2}{x+2}$.
Ⓑ $y = \dfrac{5x}{2-x}$.
Ⓒ $y = \dfrac{1}{x+1}$.
Ⓓ $y = x - 2 + \dfrac{1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải. Tiệm cận đứng của hàm số ở phương án B là nghiệm của mẫu số $2 - x = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = \ln x$.
Ⓑ $y = \log x$.
Ⓒ $y = \left(\dfrac{1}{2023}\right)^x$.
Ⓓ $y = \left(\dfrac{8}{5}\right)^x$.

Hướng dẫn giải. Hàm số mũ $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$. Ta có $\dfrac{8}{5} > 1$ nên chọn đáp án D

Câu 12. Chi phí để sản xuất x sản phẩm là $C(x) = 2500 + 10x + \dfrac{1}{4}x^2$ (nghìn đồng). Chi phí trung bình trên mỗi sản phẩm là thấp nhất khi số lượng sản phẩm được sản xuất là

Ⓐ 50.
Ⓑ 20.
Ⓒ 1000.
Ⓓ 100.

Hướng dẫn giải. Chi phí trung bình trên mỗi sản phẩm là

$$\overline{C}(x) = \frac{C(x)}{x} = \frac{2\,500}{x} + 10 + \frac{1}{4}x \text{ với } x > 0.$$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{2\,500}{x}+10+\dfrac{x}{4}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $f'(x)=-\dfrac{2\,500}{x^2}+\dfrac{1}{4}$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{4}=\dfrac{2\,500}{x^2}\Leftrightarrow x^2=10\,000\Rightarrow x=100$ (vì $x>0$).

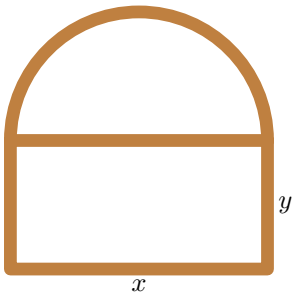
Bảng biến thiên

x	0		100		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	60	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, chi phí trung bình thấp nhất khi sản xuất 100 sản phẩm. D

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên dưới, người ta dùng 8 m dây thép để làm các đường viền. Gọi x, y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.



a) Chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt là $\dfrac{\pi x}{2}$

b) Giá trị của y tính theo x là $4-\dfrac{x(4+\pi)}{4}$

c) Diện tích của cửa sổ là $S=4x-x^2$

d) Khi diện tích của cửa sổ lớn nhất thì $y=\dfrac{16}{8+\pi}$

Hướng dẫn giải.

a) Bán kính của hình bán nguyệt là $\dfrac{x}{2}$ nên nửa chu vi bán nguyệt là $\dfrac{\pi x}{2}$.

b) Ta có $2(x+y)+\dfrac{\pi x}{2}=8\Leftrightarrow y=4-\dfrac{x(4+\pi)}{4}$.

c) Diện tích của cửa sổ

$$S=xy+\frac{1}{2}\cdot\pi\cdot\left(\frac{x}{2}\right)^2=x\left(4-x-\frac{\pi x}{4}\right)+\frac{\pi x^2}{8}=4x-x^2-\frac{\pi x^2}{8}=-\left(1+\frac{\pi}{8}\right)x^2+4x.$$

d) Khi $S=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\dfrac{32}{8+\pi}.\end{array}\right.$

Ta có $S'=4-2x-\dfrac{\pi}{4}$. Khi đó $S'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{16}{8+\pi}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{16}{8+\pi}$		$\dfrac{32}{8+\pi}$
S'		$+$	0	$-$	
S	0	↗	$\dfrac{32}{8+\pi}$	↘	0

Từ bảng biến thiên, ta có S đạt giá trị lớn nhất là $\dfrac{32}{8+\pi}$ tại $x=\dfrac{16}{8+\pi}$.

Thay $x=\dfrac{16}{8+\pi}$ vào $y=4-\dfrac{x(4+\pi)}{4}$ ta được $y=4-x-\dfrac{\pi x}{4}=\dfrac{16}{8+\pi}$.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	2	↘	‖	↘	2	↗	$+\infty$
			$-\infty$				

Xét tính đúng, sai của các khẳng định sau:

a) $f(-5)<f(4)$.

b) Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

d) Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

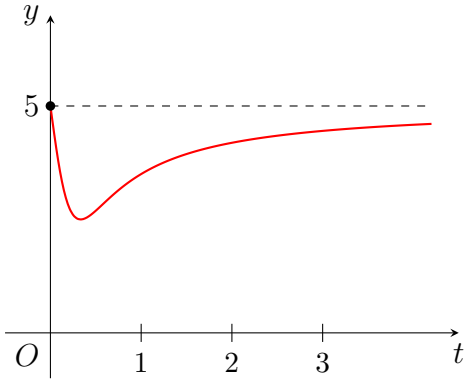
Hướng dẫn giải. **a) Đúng.** Vì $f(-5)\in(-\infty;2)$ và $f(4)\in(2;+\infty)$ nên $f(-5)<f(4)$.

b) Sai. Vì hàm số có giới hạn $-\infty$ khi $x\to 0^-$ nên hàm số không có giá trị nhỏ nhất.

c) Đúng. Vì $\lim\limits_{x\to 0^-}f(x)=-\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to 0^+}f(x)=+\infty$).

d) Sai. Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=2$ nên $y=2$ là đường tiệm cận ngang.

Bài 3. Sự phân hủy của rác thải hữu cơ có trong nước sẽ làm tiêu hao oxygen hòa tan trong nước. Nồng độ oxygen (mg/l) trong một hồ nước sau t giờ ($t\geq 0$) khi một lượng rác thải hữu cơ bị xả vào hồ được xấp xỉ bởi hàm số $y(t)=5-\dfrac{15t}{9t^2+1}$.



Xét tính đúng, sai của các phát biểu sau:

a) Khi $t=1$ giờ, thì nồng độ oxygen trong hồ là $3,5$ mg/l.

b) Nồng độ oxigen trong hồ cao nhất là 5 mg/l.

c) Nồng độ oxigen trong hồ thấp nhất là $2,45$ mg/l.

d) Đạo hàm $y'(t)$ biểu thị tốc độ thay đổi nồng độ oxigen. Tốc độ thay đổi nồng độ oxigen lớn nhất khi $t = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$ giờ.

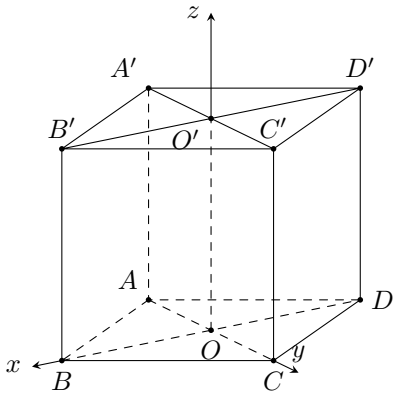
Hướng dẫn giải. **a) Đúng.** $y(1) = 5 - \dfrac{15(1)}{9(1)^2+1} = 5 - 1,5 = 3,5$ mg/l.

b) Đúng. $y(0) = 5$, và khi $t \to +\infty$ thì $y(t) \to 5$. Hàm số giảm từ 5 xuống cực tiểu rồi tăng lại lên 5 nên giá trị cao nhất là 5.

c) Sai. $y'(t) = \dfrac{-15(1-9t^2)}{(9t^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1/3$. Giá trị cực tiểu là $y(1/3) = 5 - \dfrac{5}{1+1} = 2,5$ mg/l.

d) Đúng. Tốc độ thay đổi đạt giá trị lớn nhất tại điểm uốn của đồ thị, tương ứng với $y''(t) = 0$.

Bài 4. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thoi. Hai đường chéo AC, BD của đáy có chiều dài lần lượt là a, b. Cạnh bên $AA' = c$. Hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc trùng với giao điểm O của hai đường chéo hình thoi $ABCD$, có tia Ox trùng với tia OB và tia Oy trùng với tia OC (Hình vẽ).



a) Mặt phẳng $(ABCD)$ vuông góc trục Oz.

b) Trục $Oy \perp B'D'$.

c) Tọa độ điểm B, D lần lượt là $\left(-\dfrac{b}{2};0;0\right)$, $\left(\dfrac{b}{2};0;0\right)$.

d) Tọa độ điểm C', D' lần lượt là $\left(0;\dfrac{a}{2};c\right)$, $\left(-\dfrac{b}{2};0;c\right)$.

Hướng dẫn giải.

a) Hình hộp đứng nên $OO' \perp (ABCD)$ hay $Oz \perp (ABCD)$.

b) $\begin{cases} AC \perp BD \\ BD // B'D' \end{cases} \Rightarrow AC \perp B'D'$ hay $Oy \perp B'D'$.

c) $B; D \in Ox \Rightarrow B\left(\dfrac{b}{2};0;0\right); D\left(-\dfrac{b}{2};0;0\right)$.

d) $\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{OC} = \dfrac{a}{2} \cdot \vec{j} + c \cdot \vec{k}$.

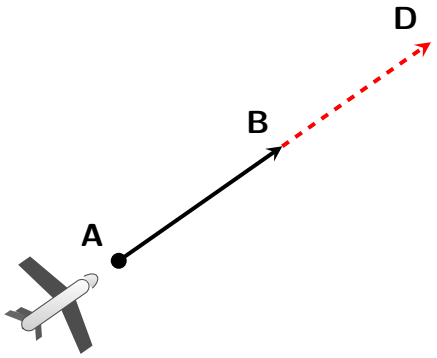
$\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OO'} + \overrightarrow{OD} = -\dfrac{b}{2} \cdot \vec{i} + c \cdot \vec{k}$.

Vậy tọa độ điểm C', D' lần lượt là $\left(0;\dfrac{a}{2};c\right)$, $\left(-\dfrac{b}{2};0;c\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo km), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ

của máy bay sau 10 phút tiếp theo $D(x;y;z)$. Khi đó $x+y+z=$?



Hướng dẫn giải.

Gọi $D(x;y;z)$ là vị trí của máy bay sau 10 phút bay tiếp theo (tính từ thời điểm máy bay ở điểm B). Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BD}$ cùng hướng. Do vận tốc máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B bằng thời gian bay từ B đến D nên $AB=BD$.
Do đó, $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{AB}=(140;50;1)$.
Mặt khác: $\overrightarrow{BD}=(x-940;y-550;z-8)$ nên $\begin{cases}x-940=140\\y-550=50\\z-8=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1080\\y=600\\z=9\end{cases}$.
Vậy $D(1080;600;9)$. Vậy tọa độ của máy bay trong 10 phút tiếp theo là $(1080;600;9)$.
Suy ra $x+y+z=1080+600+9=1689$.

Bài 2. Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y=\dfrac{u(x)}{v(x)}$ có phương trình là $y=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}$.
Ta có: $u'(x)=2x-4$ và $v'(x)=1$.
Do đó, phương trình đường thẳng d đi qua hai điểm cực trị là: $y=\dfrac{2x-4}{1}\Leftrightarrow y=2x-4$.
Giao điểm của d với trục Ox: Cho $y=0\Rightarrow x=2$, ta được điểm $A(2;0)$.
Giao điểm của d với trục Oy: Cho $x=0\Rightarrow y=-4$, ta được điểm $B(0;-4)$.
Tam giác tạo bởi đường thẳng d và hai trục tọa độ là tam giác vuông OAB tại O.
Diện tích tam giác là: $S=\dfrac{1}{2}OA\cdot OB=\dfrac{1}{2}\cdot|2|\cdot|-4|=4$.

Bài 3. Cho hàm số $y=x\sqrt{3-x}$. Khoảng nghịch biến của hàm số có độ dài lớn nhất bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Điều kiện xác định: $3-x\geq 0\Leftrightarrow x\leq 3$. Tập xác định $D=(-\infty;3]$.
Đạo hàm: $y'=\sqrt{3-x}+x\cdot\dfrac{-1}{2\sqrt{3-x}}=\dfrac{2(3-x)-x}{2\sqrt{3-x}}=\dfrac{6-3x}{2\sqrt{3-x}}$.
Hàm số nghịch biến khi $y'<0\Leftrightarrow 6-3x<0\Leftrightarrow x>2$.
Kết hợp với tập xác định, khoảng nghịch biến của hàm số là $(2;3)$.
Độ dài của khoảng nghịch biến là: $3-2=1$.

Bài 4. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 9x + 1}{x - 9}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại $x = x_2$. Tính $P = 4x_1 + 2x_2$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{9\}$.

Ta viết lại hàm số: $y = x + \dfrac{1}{x - 9}$.

Đạo hàm: $y' = 1 - \dfrac{1}{(x-9)^2} = \dfrac{(x-9)^2 - 1}{(x-9)^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow (x-9)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 9 = 1 \\ x - 9 = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10 \\ x = 8 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		8		9		10		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y		↗	$y(8)$	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	$y(10)$	↗

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 = 10$ và đạt cực đại tại $x_2 = 8$.

Giá trị biểu thức $P = 4x_1 + 2x_2 = 4(10) + 2(8) = 40 + 16 = 56$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA' = 1$ (C không trùng với O). Biết vectơ $\vec{u} = (a; b; 2)$ (với $a, b \in \mathbb{R}$) cùng phương với $\overrightarrow{A'C}$. Tính $T = a^2 + b^2$.

Hướng dẫn giải. Lấy M là trung điểm BC.

Khi đó ta có $\begin{cases} AM \perp BC \\ AA' \perp BC \end{cases}$ nên $BC \perp (AA'M) \Rightarrow BC \perp A'M$ tại M.

Suy ra M là hình chiếu của A' trên trục $Oz \Rightarrow M(0; 0; 1)$ và

$A'M = \sqrt{(\sqrt{3} - 0)^2 + (-1 - 0)^2 + (1 - 1)^2} = 2$.

Mặt khác $AM = \sqrt{A'M^2 - AA'^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

Lại có ΔABC đều nên $AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}BC \Rightarrow \sqrt{3} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}BC \Rightarrow BC = 2 \Rightarrow MC = 1$.

Gọi $C(0; 0; c), c \neq 0$ suy ra $MC = |c - 1|$.

$MC = 1 \Leftrightarrow |c - 1| = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} c = 0 \\ c = 2 \end{array}\right.$. Vì C không trùng O nên chọn $c = 2 \Rightarrow C(0; 0; 2)$.

Suy ra $\overrightarrow{A'C} = (-\sqrt{3}; 1; 1)$.

Vì $\vec{u} = (a; b; 2)$ cùng phương với $\overrightarrow{A'C}$ nên $\vec{u} = 2\overrightarrow{A'C} = (-2\sqrt{3}; 2; 2)$.

Vậy $a = -2\sqrt{3}; b = 2$. Suy ra $T = a^2 + b^2 = (-2\sqrt{3})^2 + 2^2 = 12 + 4 = 16$.

Bài 6. Công ty chứng khoán VNStock cần xử lý 18 000 lệnh giao dịch trong một ngày làm việc (8 giờ). Hệ thống gồm các máy chủ xử lý với thông số như sau

- Năng suất 250 lệnh/giờ/máy.
- Chi phí triển khai 15 triệu đồng/máy (cài đặt ban đầu).
- Chi phí vận hành điện và bảo trì 120 000 đồng/giờ/máy.

◈ Chi phí nhân viên giám sát 8 triệu đồng/giờ (trả theo giờ làm việc thực tế).

Tìm chi phí thấp nhất mà công ty phải bỏ ra để thực hiện số lượng giao dịch nói trên *(làm tròn đến hàng đơn vị của triệu đồng).*

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi x là số máy chủ cần dùng ($x \in \mathbb{N}$) và t là thời gian chạy máy ($0 < t \leq 8$).

Tổng số lệnh xử lý là $250 \cdot x \cdot t = 18\,000 \Rightarrow x \cdot t = 72 \Rightarrow t = \dfrac{72}{x}$.

Vì thời gian tối đa là 8 giờ nên $\dfrac{72}{x} \leq 8 \Rightarrow x \geq 9$.

Tiền thuê máy $15x$.

Tiền điện $0{,}12 \cdot x \cdot t = 0{,}12 \cdot 72 = 8{,}64$.

Tiền giám sát $8 \cdot t = 8 \cdot \dfrac{72}{x} = \dfrac{576}{x}$.

Tổng chi phí $f(x) = 15x + \dfrac{576}{x} + 8{,}64$.

Xét hàm $f(x)$ với $x \geq 9$, ta có đạo hàm $f'(x) = 15 - \dfrac{576}{x^2}$.

Cho $f'(x) = 0 \Rightarrow x^2 = 38{,}4 \Rightarrow x = \dfrac{8\sqrt{15}}{5}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{8\sqrt{15}}{5}$		9		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	⋮	$+$	
$f(x)$	‖ $+\infty$	↘	$194{,}5$	↗	$207{,}64$	↗	$+\infty$

Vì $x \in \mathbb{N}$ nên chọn $x = 9$, ta có $f(9) = 15 \cdot 9 + \dfrac{576}{9} + 8{,}64 \approx 208$ (triệu đồng).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 5
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	8	↘	4	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

Ⓐ $(2;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;1)$. Ⓒ $(-2;1)$. Ⓓ $(4;8)$.

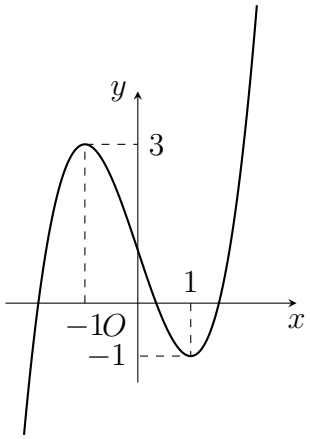
Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy trên khoảng $(-2;1)$ đạo hàm $y'<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ -1. Ⓒ 3. Ⓓ -3.

Hướng dẫn giải. Ta có $y'=3x^2+6x$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 3x(x+2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;2] \\ x=-2\notin[-1;2] \end{array}\right.$ Tính các giá trị: $y(-1)=1$, $y(0)=-1$, $y(2)=19$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là $\min\limits_{[-1;2]} y=-1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đạt cực đại tại điểm



Ⓐ $x=0$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $x=3$. Ⓓ $x=-1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;3)$. Vậy hàm

số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	2	$\searrow$	-4	$+\infty$ $\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang khi $x\to+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang.

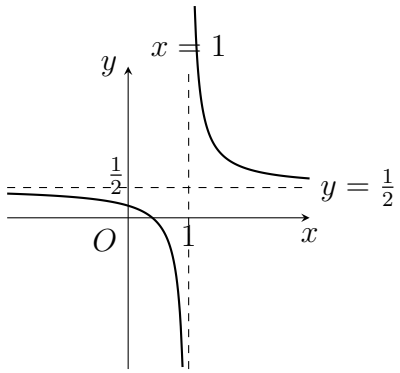
Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2025;2026;-2027)$. Tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy) là:

Ⓐ $A'(-2025;-2026;2027)$. Ⓑ $A'(-2025;-2026;-2027)$.
Ⓒ $A'(-2025;2026;-2027)$. Ⓓ $A'(2025;2026;2027)$.

Hướng dẫn giải. Điểm đối xứng với $A(x;y;z)$ qua mặt phẳng (Oxy) là điểm $A'(x;y;-z)$.

Với $A(2025;2026;-2027)$, ta có $A'(2025;2026;2027)$. Đáp án D.

Câu 6. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là



Ⓐ $(0;\dfrac{1}{2})$. Ⓑ $(1;0)$. Ⓒ $(\dfrac{1}{2};1)$. Ⓓ $(1;\dfrac{1}{2})$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số nhất biến có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Dựa vào hình vẽ, tiệm cận đứng là $x=1$, tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{2}$. Vậy tâm đối xứng có tọa độ $(1;\dfrac{1}{2})$.

Câu 7. Hàm số nào sau đây không có cực trị?

Ⓐ $y=\dfrac{x^2+1}{x}$.
Ⓑ $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$.
Ⓒ $y=x^2-2x+1$.
Ⓓ $y=-x^3+x+1$.

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$, ta có đạo hàm $y'=\dfrac{2(1)-(-2)(1)}{(x+1)^2}=\dfrac{4}{(x+1)^2}>0, \forall x\neq -1$.

Vì đạo hàm không đổi dấu trên các khoảng xác định nên hàm số không có cực trị.

Câu 8. Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

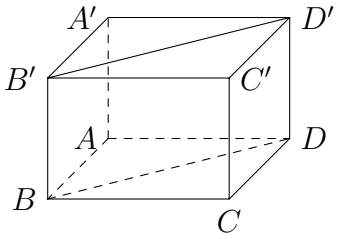
Ⓐ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu một trong ba vectơ đó bằng $\vec{0}$.
Ⓑ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng nếu có hai trong ba vectơ đó cùng phương.
Ⓒ Trong hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ba vectơ $\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{C'A'}, \overrightarrow{DA'}$ đồng phẳng.
Ⓓ $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$ luôn đồng phẳng với hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

Hướng dẫn giải. Xét đáp án D: Để $\vec{x}$ đồng phẳng với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thì $\vec{x}$ phải biểu diễn được dưới dạng $m\vec{a}+n\vec{b}$.
Ở đây $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$, nếu $\vec{c}$ không đồng phẳng với $\vec{a}, \vec{b}$ thì $\vec{x}$ không thể đồng phẳng với $\vec{a}$ và $\vec{b}$.
Ví dụ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ và gọi M là trung điểm $C'D'$, khi đó:
$\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{C'M}=\overrightarrow{AM}\Rightarrow \overrightarrow{AM}$ không đồng phẳng với $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}$. D

Câu 9. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{B'B}$.
Ⓓ $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}$.

Hướng dẫn giải.



Ta có $\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{B'D'}$. D

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $\overrightarrow{AB}=(1;3;1)$ thì tọa độ của điểm B là:

Ⓐ $B(2;5;0)$.
Ⓑ $B(0;-1;-2)$.
Ⓒ $B(0;1;2)$.
Ⓓ $B(-2;-5;0)$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB}=B-A\Rightarrow B=A+\overrightarrow{AB}=(1+1;2+3;-1+1)=(2;5;0)$. Đáp án A.

Câu 11. Thể tích V (đơn vị: cm^3) của 1 kg nước tại nhiệt độ T (đơn vị: $^\circ C$) được tính bởi hàm

số $V(T)$, $T \in [0;30]$. Biết hàm số $V(T)$ có bảng biến thiên như sau:

T	0		T_1		30
$V'(T)$		$-$	0	$+$	
$V(T)$	$V(0)$	↘	$V(T_1)$	↗	$V(30)$

Với $T_1 \approx 3,97°C$. Hỏi thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ nào?

Ⓐ $(0;3,97)$. Ⓑ $(0;5)$. Ⓒ $(0;10)$. Ⓓ $(0;30)$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên (BBT) ta suy ra, thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ từ 0 đến $3,97°C$ (ứng với khoảng đạo hàm mang dấu âm).
Chọn A.

Câu 12. Cho hàm số $y = 7x^3 + 9x^2 - 3x - 4$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

Ⓐ Giá trị cực đại $y = 1$.
Ⓑ Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{1}{7}$.
Ⓒ Giá trị cực tiểu $y = \dfrac{1}{7}$.
Ⓓ Hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = 21x^2 + 18x - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = \dfrac{1}{7} \end{array}\right.$. Bảng biến thiên cho thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$ với $y(-1) = 1$ và đạt cực tiểu tại $x = \dfrac{1}{7}$ với $y\left(\dfrac{1}{7}\right) = -\dfrac{207}{49}$. Vậy khẳng định C là sai

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = 2\sin x - x$.

a) Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.
b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\cos x - 1$.
c) Tập nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ là $\left\{\pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.
d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$ là 0.

Hướng dẫn giải.

a) Đúng. Hàm số $y = 2\sin x - x$ là tổng, hiệu các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên nó liên tục trên $\mathbb{R}$.
b) Đúng. Ta có $f'(x) = (2\sin x - x)' = 2\cos x - 1$.
c) Đúng. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x - 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.
d) Đúng. Với $x \in \left[0;\frac{\pi}{3}\right] \Rightarrow \cos x \in \left[\frac{1}{2};1\right] \Rightarrow 2\cos x - 1 \geq 0$.
Hàm số đồng biến trên $\left[0;\frac{\pi}{3}\right]$, suy ra giá trị nhỏ nhất là $f(0) = 2\sin 0 - 0 = 0$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.

b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là 4.

c) Đường thẳng $y = 2$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt.

d) Trong bốn hệ số a, b, c, d có đúng hai số âm.

Hướng dẫn giải.

a) Sai. Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; +\infty)$.

b) Sai. Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$ vì $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$. Giá trị $y = 4$ là giá trị cực đại của hàm số.

c) Đúng. Vì giá trị cực tiểu là 0 và giá trị cực đại là 4, đường thẳng $y = 2$ nằm giữa hai giá trị này $(0 < 2 < 4)$ nên cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt.

d) Đúng.

+ Nhánh cuối của đồ thị đi xuống nên $a < 0$.

+ Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; 4)$ nên $f(0) = d = 4 > 0$.

+ Đạo hàm $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Các điểm cực trị là $x = -2$ và $x = 0$.

+ $f'(0) = 0 \Rightarrow c = 0$.

+ Tổng hai nghiệm cực trị: $x_1 + x_2 = -2 + 0 = -2 \Rightarrow -\dfrac{2b}{3a} = -2 \Rightarrow b = 3a$. Vì $a < 0$ nên $b < 0$.

Vậy trong 4 hệ số, có đúng 2 hệ số âm là a và b.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc toạ độ O, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và $AB = 4, AD = 3, \left(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}}\right) = 30°$.

a) $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$.

b) $C'\left(4; 3; 5\sqrt{3}\right)$.

c) $\overrightarrow{AC} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 0\vec{k}$.

d) Gọi x, y, z theo thứ tự là số đo các góc hợp bởi vectơ $\overrightarrow{AC'}$ với các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$. Khi đó $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$.

Hướng dẫn giải.

a) Đúng. Vì đỉnh A trùng với gốc tọa độ $O(0; 0; 0)$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với $\vec{i}$, độ dài $AB = 4$ nên tọa độ điểm B là $(4; 0; 0)$. Do đó, $\overrightarrow{AB} = (4; 0; 0) = 4\vec{i} + 0\vec{j} + 0\vec{k}$.

b) Sai. Ta có $A(0;0;0), B(4;0;0), D(0;3;0)$. Suy ra điểm C nằm trong mặt phẳng (Oxy) có tọa độ $C(4;3;0)$ và $C'(4;3;h)$ với $h = AA' > 0$.

Ta có $\overrightarrow{AC} = (4;3;0) \Rightarrow AC = \sqrt{4^2+3^2} = 5$.

$\overrightarrow{AC'} = (4;3;h) \Rightarrow AC' = \sqrt{4^2+3^2+h^2} = \sqrt{25+h^2}$.

$\cos(\widehat{\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC'}}) = \frac{\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{AC'}}{AC\cdot AC'} = \frac{16+9+0}{5\sqrt{25+h^2}} = \frac{5}{\sqrt{25+h^2}}$.

Theo giả thiết: $\frac{5}{\sqrt{25+h^2}} = \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sqrt{25+h^2} = \frac{10}{\sqrt{3}} \Rightarrow 25+h^2 = \frac{100}{3} \Rightarrow h = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.

Vậy tọa độ điểm C' đúng phải là $\left(4;3;\frac{5\sqrt{3}}{3}\right)$.

c) Sai. Ta có $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 0\vec{k}$.

d) Đúng. Đây là tính chất của cosin chỉ hướng của một vectơ trong không gian $Oxyz$.

Nếu $\vec{u}$ tạo với các trục tọa độ các góc x, y, z thì $\cos^2 x + \cos^2 y + \cos^2 z = 1$.

Bài 4. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước, trong đó xem mặt phẳng (Oxy) là mặt đất, mỗi đơn vị trên trục tương ứng với 1 km, một ra đa được đặt tại vị trí gốc tọa độ O phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M(500;200;10)$ đến điểm $N(300;800;10)$ trong 40 phút.

a) Khoảng cách $MN = 200\sqrt{10}$ km.

b) Khi đến N máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 8 phút tiếp theo là $Q(a;b;c)$ với $a+b+c = 1030$.

c) Máy bay chiến đấu khi bay từ M đến N luôn cách mặt đất là 10 km.

d) Góc $\widehat{MON}$ được gọi là góc quét của ra đa khi quan sát máy bay chiến đấu bay từ M đến N. Trong tình huống trên góc quét $\widehat{MON}$ lớn hơn 45°.

Hướng dẫn giải.

a) Đúng. $MN = \sqrt{(300-500)^2+(800-200)^2+(10-10)^2} = \sqrt{(-200)^2+600^2} = \sqrt{400000} = 200\sqrt{10}$ km.

b) Sai. Vectơ vận tốc của máy bay là $\vec{v} = \frac{1}{40}\overrightarrow{MN} = \frac{1}{40}(-200;600;0) = (-5;15;0)$ km/phút.

Sau 8 phút từ điểm N, máy bay đến điểm Q thỏa mãn: $\overrightarrow{NQ} = 8\vec{v} = (-40;120;0)$.

Suy ra tọa độ điểm Q là: $Q(300-40;800+120;10+0) = (260;920;10)$.

Khi đó $a+b+c = 260+920+10 = 1190 \neq 1030$.

c) Đúng. Mặt phẳng mặt đất (Oxy) có phương trình $z = 0$. Vì máy bay di chuyển thẳng đều từ $M(z=10)$ đến $N(z=10)$ nên cao độ z của máy bay luôn là 10. Vậy máy bay luôn cách mặt đất 10 km.

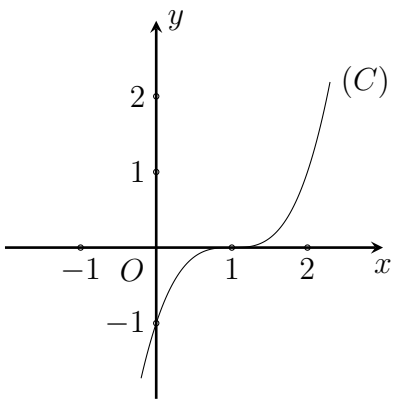
d) Đúng. Ta có $\overrightarrow{OM} = (500;200;10)$ và $\overrightarrow{ON} = (300;800;10)$.

$\cos\widehat{MON} = \frac{\overrightarrow{OM}\cdot\overrightarrow{ON}}{OM\cdot ON} = \frac{500\cdot300+200\cdot800+10\cdot10}{\sqrt{500^2+200^2+10^2}\cdot\sqrt{300^2+800^2+10^2}} = \frac{310100}{\sqrt{290100}\cdot\sqrt{730100}} \approx 0{,}675$.

Vì $\cos\widehat{MON} \approx 0{,}675 < \cos 45^\circ \approx 0{,}707$ nên $\widehat{MON} > 45^\circ$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ. Khi đó $f(5)$ bằng



Hướng dẫn giải. Gọi hàm số bậc 3 cần tìm có dạng là $y = ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y' = 3ax^2+2bx+c$.
Từ đồ thị ta có

$$\begin{cases} d = -1 \\ a+b+c+d = 0 \\ 3a+2b+c = 0 \\ b^2-3ac = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \\ c = 3 \\ d = -1 \end{cases} \Rightarrow y = x^3 - 3x^2 + 3x - 1.$$

Suy ra $f(5) = 64$.

Bài 2. Cho hàm số $y = 2x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$. Biết đồ thị hàm số có hai tiệm cận xiên cắt nhau tại $I(a; b)$. Tính $a + b$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y = 2x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}$ xác định với mọi $x \in \mathbb{R}$.
Ta có

- $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+1+\sqrt{x^2-4x+5}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(2 + \dfrac{1}{x} - \sqrt{1 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{5}{x^2}}\right) = 1.$
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1+\sqrt{x^2-4x+5}}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(2 + \dfrac{1}{x} + \sqrt{1 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{5}{x^2}}\right) = 3.$
- Với $a = 1$, ta có

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x\to-\infty} [f(x) - ax] \\ &= \lim_{x\to-\infty} \left(x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}\right) \\ &= 1 + \lim_{x\to-\infty} \left(x + \sqrt{x^2 - 4x + 5}\right) \\ &= 1 + \lim_{x\to-\infty} \frac{4x - 5}{x - \sqrt{x^2 - 4x + 5}} \\ &= 1 + \lim_{x\to-\infty} \frac{4 - \dfrac{5}{x}}{1 + \sqrt{1 - \dfrac{4}{x} + \dfrac{5}{x^2}}} \\ &= 3. \end{aligned}$$

  Suy ra, $d_1 : y = x + 3$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.
- Với $a = 3$, ta có

$$\begin{aligned} b &= \lim_{x\to+\infty} [f(x) - ax] \\ &= \lim_{x\to+\infty} \left(-x + 1 + \sqrt{x^2 - 4x + 5}\right) \end{aligned}$$

$$= 1 + \lim_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2-4x+5}-x\right)$$
$$= 1 + \lim_{x\to+\infty}\frac{-4x+5}{\sqrt{x^2-4x+5}+x}$$
$$= 1 + \lim_{x\to+\infty}\frac{-4+\dfrac{5}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{4}{x}+\dfrac{5}{x^2}}+1}$$
$$= -1.$$

Suy ra, $d_2\colon y = 3x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Khi đó, giao điểm của d_1 và d_2 là nghiệm của phương trình $x + 3 = 3x - 1 \Leftrightarrow x = 2,\ y = 5$.

Suy ra d_1 và d_2 cắt nhau tại điểm $I(2;5)$.

Vậy $a + b = 7$.

Bài 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, P là trung điểm của BB'. Biết $\overrightarrow{AP} = a\cdot\overrightarrow{AC} + b\cdot\overrightarrow{CB} + c\cdot\overrightarrow{AA'}$. Tính giá trị biểu thức $T = a - 5b + 2c$.

Hướng dẫn giải. Ta có P là trung điểm của BB' nên $\overrightarrow{BP} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.

Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'}$. Do đó $\overrightarrow{BP} = \dfrac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Phân tích vectơ $\overrightarrow{AP}$:

$$\overrightarrow{AP} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BP} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CB}) + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = 1\cdot\overrightarrow{AC} + 1\cdot\overrightarrow{CB} + 0,5\cdot\overrightarrow{AA'}.$$

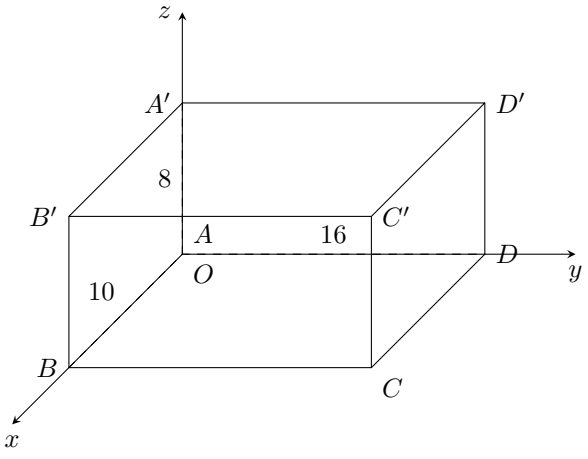
So sánh với giả thiết $\overrightarrow{AP} = a\cdot\overrightarrow{AC} + b\cdot\overrightarrow{CB} + c\cdot\overrightarrow{AA'}$, ta được:

$$a = 1; \quad b = 1; \quad c = 0,5 = \frac{1}{2}.$$

Giá trị của biểu thức T là:

$T = a - 5b + 2c = 1 - 5(1) + 2(0,5) = 1 - 5 + 1 = -3$.

Bài 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 10, AD = 16, AA' = 8$ (hình minh họa bên dưới). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$. Gọi $G(x;y;z)$ là trọng tâm của tam giác $A'BD$. Tính $T = x + 2y + 3z$.



Hướng dẫn giải. Từ thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A \equiv O(0;0;0)$, ta có tọa độ các đỉnh như sau:

- $B(10;0;0)$ (do $AB=10$ và nằm trên trục Ox).

- $D(0;16;0)$ (do $AD=16$ và nằm trên trục Oy).

- $A'(0;0;8)$ (do $AA'=8$ và nằm trên trục Oz).

Trọng tâm $G(x;y;z)$ của tam giác $A'BD$ có tọa độ:

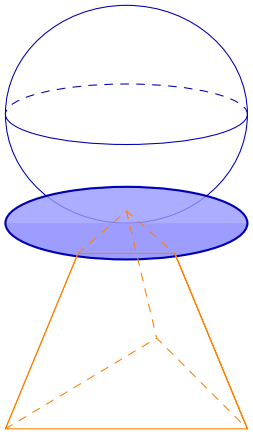
$$x=\frac{x_{A'}+x_B+x_D}{3}=\frac{0+10+0}{3}=\frac{10}{3}$$
$$y=\frac{y_{A'}+y_B+y_D}{3}=\frac{0+0+16}{3}=\frac{16}{3}$$
$$z=\frac{z_{A'}+z_B+z_D}{3}=\frac{8+0+0}{3}=\frac{8}{3}$$

Vậy $G\left(\frac{10}{3};\frac{16}{3};\frac{8}{3}\right)$.

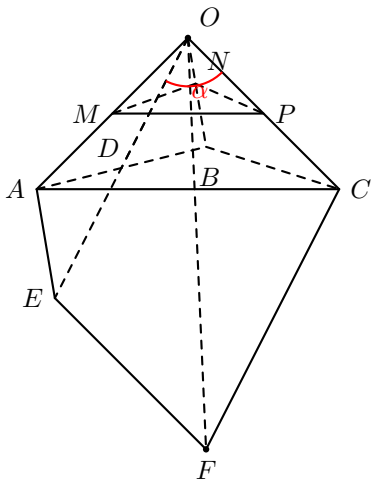
Giá trị của biểu thức T là:

$$T=x+2y+3z=\frac{10}{3}+2\cdot\frac{16}{3}+3\cdot\frac{8}{3}=\frac{10+32+24}{3}=\frac{66}{3}=22.$$

Bài 5. Một bình cá cảnh có dạng một chỏm cầu được đặt trên một chân đế (tham khảo hình vẽ). Biết tổng khối lượng bể cá là 20 kg, ba chân đế là ba cạnh bên của một hình chóp cụt đều có độ dài cạnh bên bằng 50 cm, hai đáy có độ dài lần lượt là 30 cm và 20 cm. Biết gia tốc trọng trường bằng $10\,\text{m/s}^2$, tính độ lớn lực tác dụng của bể cá lên từng chân đế (Kết quả làm tròn đến chữ số thứ nhất phần thập phân).



Hướng dẫn giải.



Giả sử các vectơ lực của bể cá tác dụng lên các chân đế là $\vec{F}_1 = \overrightarrow{OA}, \vec{F}_2 = \overrightarrow{OB}, \vec{F}_3 = \overrightarrow{OC}$.

Dễ thấy ba lực này có độ lớn bằng nhau và $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \overrightarrow{OF}$; $|\overrightarrow{OF}| = F = 200\,\text{N}$.

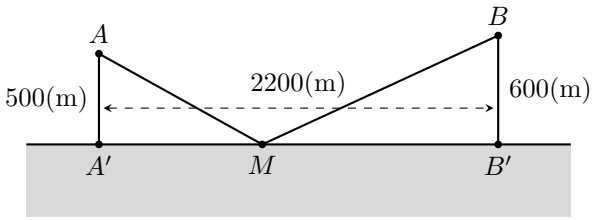
Tính được $OM = ON = OP = 100$; $OE = 2 \cdot OD = 2\sqrt{150^2 - 15^2} = 90\sqrt{11}$; $DC = \dfrac{\sqrt{3}}{2} \cdot AB = 15\sqrt{3}$.

$\cos\alpha = \dfrac{OD^2 + OC^2 - DC^2}{2 \cdot OD \cdot OC} = \sqrt{\dfrac{2401}{2475}}$;

$OF^2 = OE^2 + EF^2 + 2 \cdot OE \cdot EF \cdot \cos\alpha = 199800 \Rightarrow OF = 30\sqrt{222}$.

Ta có $\dfrac{F_1}{F} = \dfrac{OA}{OF} \Rightarrow F_1 = \dfrac{OA}{OF} \cdot F \approx 67,1$.

Bài 6. Có hai xã A, B cùng ở một bên bờ sông. Khoảng cách từ hai xã đó đến bờ sông lần lượt là $AA' = 500$ m, $BB' = 600$ m. Người ta đo được $A'B' = 2200$ m như hình vẽ dưới đây. Các kỹ sư muốn xây dựng một trạm cung cấp nước sạch nằm cạnh bên bờ sông cho người dân của hai xã sử dụng. Để tiết kiệm chi phí, các kỹ sư phải chọn một vị trí M của trạm cung cấp nước sạch đó trên đoạn $A'B'$ sao cho tổng khoảng cách từ hai xã đến vị trí M là nhỏ nhất. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách đó.



Hướng dẫn giải. Đặt $A'M = x$ $(0 < x < 2200)$, khi đó $B'M = 2200 - x$.

Ta có $AM = \sqrt{x^2 + 500^2}$, $BM = \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$.

Tổng khoảng cách là: $f(x) = \sqrt{x^2 + 500^2} + \sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}$.

Đạo hàm: $f'(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 500^2}} - \dfrac{2200 - x}{\sqrt{(2200 - x)^2 + 600^2}}$.

$f'(x) = 0 \iff \dfrac{x^2}{x^2 + 500^2} = \dfrac{(2200 - x)^2}{(2200 - x)^2 + 600^2} \iff x = 1000$.

Bảng biến thiên:

x	0		1000		2200
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2780	$\searrow$	2460	$\nearrow$	2856

Giá trị nhỏ nhất của tổng khoảng cách là 2460 m khi M cách A' một đoạn 1000 m.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 6
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

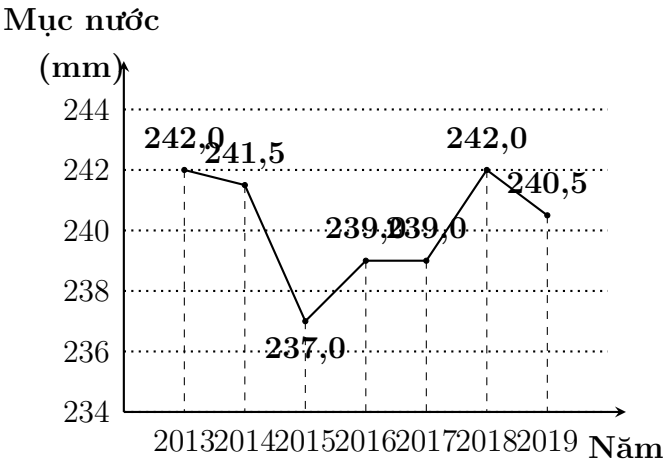
Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây

Ⓐ $y=x^3-3x^2+2$.
Ⓑ $y=-x^3+3x^2+2$.
Ⓒ $y=x^4+3x^2+2$.
Ⓓ $y=\dfrac{x+1}{x-2}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- Nhánh cuối của đồ thị đi lên nên hệ số $a>0 \Rightarrow$ Loại phương án B.
- Hàm số có hai điểm cực trị nên không thể là hàm bậc bốn trùng phương hay hàm bậc nhất trên bậc nhất $\Rightarrow$ Loại C và D.
- Xét phương án A: $y=x^3-3x^2+2 \Rightarrow y'=3x^2-6x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$. Giá trị cực đại $y(0)=2$, giá trị cực tiểu $y(2)=-2$. Mặc dù giá trị cực tiểu trong bảng là -4, nhưng trong các phương án thì A là phù hợp nhất về dạng đồ thị và các điểm cực trị.

Câu 2. Mực nước biển trung bình tại Trường Sa từ năm 2013 đến năm 2019 được cho bởi biểu đồ trong hình bên dưới.



Trong khoảng thời gian từ năm 2016 đến năm 2019, năm nào mực nước biển trung bình tại Trường Sa cao nhất là bao nhiêu milimét?

Ⓐ 2013. Ⓑ 2018. Ⓒ 2015. Ⓓ 2019.

Hướng dẫn giải. Quan sát biểu đồ trong đoạn từ năm 2016 đến 2019:

- Năm 2016: 239,0 mm.
- Năm 2017: 239,0 mm.
- Năm 2018: 242,0 mm.
- Năm 2019: 240,5 mm.

Vậy năm có mực nước biển cao nhất trong khoảng này là năm 2018.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = x - 5 + \dfrac{1}{x}$, xét trên khoảng $(0; +\infty)$ giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng

Ⓐ 0. Ⓑ -3. Ⓒ 4. Ⓓ -4.

Hướng dẫn giải. Xét $f(x) = x - 5 + \dfrac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 1 - \dfrac{1}{x^2} = \dfrac{x^2 - 1}{x^2}$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 1 \Leftrightarrow x = 1$ (do $x > 0$).

Bảng biến thiên: Hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ và đồng biến trên $(1; +\infty)$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $f(1) = 1 - 5 + \dfrac{1}{1} = -3$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3$ và $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

Ⓐ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 3$ và $x = -3$.
Ⓑ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
Ⓓ Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 3$ và $y = -3$.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa đường tiệm cận ngang: Nếu $\lim\limits_{x \to \pm\infty} f(x) = y_0$ thì đường thẳng $y = y_0$ là tiệm cận ngang.

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang.

Vì $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x) = -3 \Rightarrow y = -3$ là tiệm cận ngang.

Câu 5. Cho hàm số $y = \dfrac{x + 1}{2x - 1}$. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

Ⓐ $y = -\dfrac{1}{2}$. Ⓑ $x = -\dfrac{1}{2}$. Ⓒ $y = \dfrac{1}{2}$. Ⓓ $x = \dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ là đường thẳng $x = -\dfrac{d}{c}$.

Với hàm số $y = \dfrac{x + 1}{2x - 1}$, mẫu số $2x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{2}$.

Vậy tiệm cận đứng là $x = \dfrac{1}{2}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đỉnh A trùng với gốc tọa độ O, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ theo thứ tự cùng hướng với các vectơ $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có $AB = 4, AD = 3, AA' = 6$. Khi đó vectơ $\overrightarrow{AC'}$ có tọa độ là

Ⓐ $(6;3;4)$. Ⓑ $(4;3;6)$. Ⓒ $(3;6;4)$. Ⓓ $(3;4;6)$.

Hướng dẫn giải. Vì $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ và có độ dài lần lượt là $4, 3, 6$ nên: $\overrightarrow{AB} = 4\vec{i}, \overrightarrow{AD} = 3\vec{j}, \overrightarrow{AA'} = 6\vec{k}$.
Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 4\vec{i} + 3\vec{j} + 6\vec{k}$.
Vậy tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AC'}$ là $(4;3;6)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;0;3), B(3;1;-1), C(4;-2;2)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng

Ⓐ $\dfrac{5}{2}$. Ⓑ 4. Ⓒ 6. Ⓓ -10.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (3-(-2); 1-0; -1-3) = (5;1;-4)$.
$\overrightarrow{BC} = (4-3; -2-1; 2-(-1)) = (1;-3;3)$.
Tích vô hướng: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} = 5 \cdot 1 + 1 \cdot (-3) + (-4) \cdot 3 = 5 - 3 - 12 = -10$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm M' đối xứng với điểm M qua mặt phẳng (Oxz).

Ⓐ $M'(-3;-5;7)$. Ⓑ $M'(3;-5;-7)$.
Ⓒ $M'(-3;5;7)$. Ⓓ $M'(3;5;-7)$.

Hướng dẫn giải. Từ $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k} \Rightarrow M(3;5;-7)$.
Tọa độ điểm M' đối xứng với $M(x;y;z)$ qua mặt phẳng (Oxz) là $M'(x;-y;z)$.
Vậy $M'(3;-5;-7)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3;-4;7)$, $\vec{b} = (5;3;-2)$. Khi đó $4\vec{a} + 3\vec{b}$ bằng

Ⓐ $(15;-9;17)$. Ⓑ $(-23;9;12)$. Ⓒ $(7;15;-3)$. Ⓓ $(27;-7;22)$.

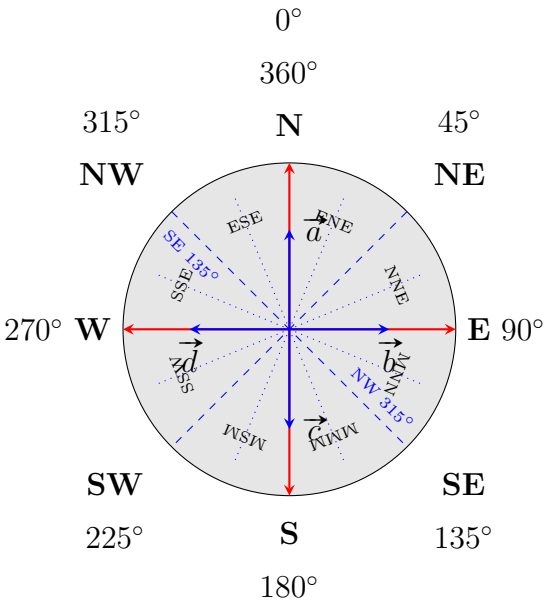
Hướng dẫn giải. $4\vec{a} = (12;-16;28)$.
$3\vec{b} = (15;9;-6)$.
$4\vec{a} + 3\vec{b} = (12+15; -16+9; 28-6) = (27;-7;22)$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (0;1;1)$ và $\vec{b} = (-1;1;0)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng

Ⓐ $60°$. Ⓑ $30°$. Ⓒ $150°$. Ⓓ $120°$.

Hướng dẫn giải. Ta có $|\vec{a}| = \sqrt{0^2+1^2+1^2} = \sqrt{2}$, $|\vec{b}| = \sqrt{(-1)^2+1^2+0^2} = \sqrt{2}$.
$\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \dfrac{0(-1)+1\cdot 1+1\cdot 0}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{2}} = \dfrac{1}{2}$.
Suy ra $(\vec{a}, \vec{b}) = 60°$.

Câu 11. Hình ảnh dưới đây là phân độ của 8 hướng trên la bàn. Mệnh đề nào sau đây **sai**?



Ⓐ Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng phương.
Ⓑ Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ ngược hướng.
Ⓒ Hai vectơ $\vec{b}$ và $\vec{d}$ cùng phương.
Ⓓ Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ cùng hướng.

Hướng dẫn giải. Dựa vào hình vẽ la bàn và các vectơ được biểu diễn:

- Vectơ $\vec{a}$ chỉ hướng Bắc (N), vectơ $\vec{c}$ chỉ hướng Nam (S). Hai vectơ này cùng nằm trên một đường thẳng nên chúng cùng phương và vì chúng chỉ hai hướng đối nhau nên chúng ngược hướng. Vậy A và B đúng.
- Vectơ $\vec{b}$ chỉ hướng Đông (E), vectơ $\vec{d}$ chỉ hướng Tây (W). Chúng cùng nằm trên một đường thẳng nên cùng phương. Vậy C đúng.
- Vectơ $\vec{a}$ và $\vec{c}$ ngược hướng nhau, do đó mệnh đề "cùng hướng" là **sai**.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

Ⓐ $y = \ln x$.
Ⓑ $y = \log x$.
Ⓒ $y = \left(\dfrac{1}{2023}\right)^x$.
Ⓓ $y = \left(\dfrac{8}{5}\right)^x$.

Hướng dẫn giải. Hàm số mũ $y = a^x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $a > 1$. Ta có $\dfrac{8}{5} > 1$ nên chọn đáp án D

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = x^2 - 4\ln(1-x)$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (1; +\infty)$.

b) Đạo hàm của hàm số là $y' = \dfrac{-2x^2 + 2x + 4}{1-x}$.

c) $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là $1 - 4\ln 2$.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.**

Điều kiện xác định: $1 - x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathscr{D} = (-\infty; 1)$.

b) Đúng.

Ta có: $y' = (x^2)' - 4(\ln(1-x))' = 2x - 4 \cdot \dfrac{(1-x)'}{1-x} = 2x - 4 \cdot \dfrac{-1}{1-x} = 2x + \dfrac{4}{1-x}$

$\Rightarrow y' = \dfrac{2x(1-x)+4}{1-x} = \dfrac{-2x^2+2x+4}{1-x}$.

c) Sai.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 2x + 4 = 0 \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \in \mathscr{D} \\ x = 2 \notin \mathscr{D} \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $f'(x) = 0$ chỉ có duy nhất một nghiệm $x = -1$.

d) Đúng.

Xét trên $[-2; 0]$, ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$.

Tính các giá trị:

$f(-2) = (-2)^2 - 4\ln(1-(-2)) = 4 - 4\ln 3$.

$f(-1) = (-1)^2 - 4\ln(1-(-1)) = 1 - 4\ln 2$.

$f(0) = 0^2 - 4\ln(1-0) = 0$.

So sánh các giá trị: $1 - 4\ln 2 \approx -1,77$ và $4 - 4\ln 3 \approx -0,39$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 0]$ là $f(-1) = 1 - 4\ln 2$.

Bài 2. Khối lượng q (kg) của một mặt hàng mà cửa tiệm bán được trong một ngày phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng/kg) theo công thức $p = 15 - \dfrac{1}{2}q$. Doanh thu từ việc bán mặt hàng trên của cửa tiệm được tính theo công thức $R = pq$.

a) Nếu một mặt hàng với giá 5 nghìn đồng/kg thì khối lượng mặt hàng đó mà cửa tiệm bán được trong một ngày là 20 kg.

b) Công thức biểu diễn R theo p là $R = -2p^2 + 30p$ với $p > 0$.

c) Để một mặt hàng có doanh thu tối thiểu là 88 nghìn đồng, thì giá của mặt hàng đó $p \geq 4$ nghìn đồng/kg.

d) Giá bán mỗi kilôgam sản phẩm để đạt được doanh thu cao nhất là 7,5 nghìn đồng và doanh thu cao nhất khi đó là 121,5 nghìn đồng.

Hướng dẫn giải. Từ giả thiết $p = 15 - \dfrac{1}{2}q \Rightarrow \dfrac{1}{2}q = 15 - p \Rightarrow q = 30 - 2p$.

- **a) Đúng:** Với $p = 5 \Rightarrow q = 30 - 2(5) = 20$ (kg).
- **b) Đúng:** Doanh thu $R = pq = p(30 - 2p) = -2p^2 + 30p$.
- **c) Đúng:** Doanh thu tối thiểu là 88 nghìn đồng $\Rightarrow R \geq 88$.

  $\Leftrightarrow -2p^2 + 30p \geq 88 \Leftrightarrow 2p^2 - 30p + 88 \leq 0 \Leftrightarrow 4 \leq p \leq 11$.

  Vậy giá bán tối thiểu là $p \geq 4$.
- **d) Sai:** Hàm số $R(p) = -2p^2 + 30p$ đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh parabol $p = \dfrac{-30}{2(-2)} = 7,5$.

  Khi đó doanh thu cực đại là $R(7,5) = -2(7,5)^2 + 30(7,5) = 112,5$ nghìn đồng.

  Khẳng định cho kết quả 121,5 nên là sai.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;3)$, $B(2;0;5)$ và $C(4;-2;2)$.

a) $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-2)$.

b) Gọi $H(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó $a+b-c=-1$.

c) $\cos\widehat{ABC}=0$.

d) Diện tích của tam giác ABC bằng $\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$.

✍ *Hướng dẫn giải.*

a) Sai. Ta có $\overrightarrow{AB}=(2-1;0-2;5-3)=(1;-2;2)$.

b) Đúng. Tọa độ trọng tâm H của tam giác ABC là: $a=\dfrac{1+2+4}{3}=\dfrac{7}{3}$; $b=\dfrac{2+0-2}{3}=0$; $c=\dfrac{3+5+2}{3}=\dfrac{10}{3}$.

Khi đó $a+b-c=\dfrac{7}{3}+0-\dfrac{10}{3}=-1$.

c) Đúng. $\widehat{ABC}$ là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BA}=(-1;2;-2)$ và $\overrightarrow{BC}=(4-2;-2-0;2-5)=(2;-2;-3)$.

Ta có $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{BC}=(-1)\cdot 2+2\cdot(-2)+(-2)\cdot(-3)=-2-4+6=0$.

Suy ra $\cos\widehat{ABC}=0$ (tức là tam giác vuông tại B).

d) Đúng. Ta có $\overrightarrow{BA}=(-1;2;-2)\Rightarrow BA=\sqrt{(-1)^2+2^2+(-2)^2}=3$.

$\overrightarrow{BC}=(2;-2;-3)\Rightarrow BC=\sqrt{2^2+(-2)^2+(-3)^2}=\sqrt{17}$.

Vì tam giác vuông tại B nên diện tích tam giác $S_{ABC}=\dfrac{1}{2}BA\cdot BC=\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục là 1 m, một flycam bay với vận tốc có độ lớn và hướng không đổi. Tại thời điểm $t=0$, flycam ở vị trí $A(1;2;3)$ và sau 10 phút nó ở vị trí $B(21;32;33)$.

a) Flycam không bay qua vị trí $D(5;8;9)$.

b) Vectơ vận tốc của flycam là $\vec{v}=(20;30;30)$.

c) Tốc độ (làm tròn đến hàng phần trăm) của flycam là $0,08$ m/s.

d) Sau 15 phút, vị trí của flycam là $C(31;47;48)$.

✍ *Hướng dẫn giải.*

a) Sai. Vị trí của flycam tại thời điểm t (phút) được xác định bởi: $\overrightarrow{AM}=\dfrac{t}{10}\overrightarrow{AB}=\dfrac{t}{10}(20;30;30)=(2t;3t;3t)$.

Suy ra tọa độ $M(1+2t;2+3t;3+3t)$.

Tại $t=2$, ta có $M(5;8;9)\equiv D$. Vậy flycam bay qua D sau 2 phút.

b) Sai. Vectơ vận tốc là $\vec{v}=\dfrac{\overrightarrow{AB}}{\Delta t}$.

Nếu tính theo m/phút thì $\vec{v}=(2;3;3)$. Nếu tính theo m/giây thì $\vec{v}=\left(\dfrac{1}{30};\dfrac{1}{20};\dfrac{1}{20}\right)$.

c) Đúng. Quãng đường $AB=\sqrt{20^2+30^2+30^2}=10\sqrt{22}$ m.

Thời gian $\Delta t=10$ phút $=600$ giây.

Tốc độ $v=\dfrac{10\sqrt{22}}{600}\approx 0,07817\approx 0,08$ m/s.

d) Đúng. Tại $t = 15$ phút, vị trí của flycam là: $x = 1 + 2(15) = 31$; $y = 2 + 3(15) = 47$; $z = 3 + 3(15) = 48$.

Vậy $C(31; 47; 48)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e}; e\right]$. Tính $2M + m$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $f(x) = x^2 \ln x$ trên đoạn $\left[\frac{1}{e}; e\right]$.

Ta có $f'(x) = 2x \ln x + x^2 \cdot \dfrac{1}{x} = 2x \ln x + x = x(2 \ln x + 1)$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2 \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = -\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = e^{-1/2} = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$.

Vì $\dfrac{1}{e} < \dfrac{1}{\sqrt{e}} < e$ nên điểm $x = \dfrac{1}{\sqrt{e}}$ thuộc đoạn đang xét.

Tính các giá trị của hàm số tại các điểm đầu mút và điểm cực trị:

- $f\left(\dfrac{1}{e}\right) = \left(\dfrac{1}{e}\right)^2 \ln\left(\dfrac{1}{e}\right) = -\dfrac{1}{e^2} \approx -0,135.$
- $f\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right) = \left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)^2 \ln\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right) = \dfrac{1}{e} \cdot \left(-\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{1}{2e} \approx -0,184.$
- $f(e) = e^2 \ln e = e^2 \approx 7,389.$

Suy ra $M = e^2$ và $m = -\dfrac{1}{2e}$.

Khi đó $2M + m = 2e^2 - \dfrac{1}{2e} \approx 14,594$.

Làm tròn kết quả đến hàng phần chục ta được $14,6$.

Bài 2. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 + 2x - 11}{x - 2}$ cắt hai trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại hai điểm A, B. Tính diện tích tam giác OAB.

Hướng dẫn giải. Ta có $y = \dfrac{2x^2 + 2x - 11}{x - 2} = \dfrac{2x(x-2) + 6x - 11}{x - 2} = 2x + \dfrac{6(x-2) + 1}{x - 2} = 2x + 6 + \dfrac{1}{x - 2}$.

Vì $\lim\limits_{x \to \infty} [y - (2x + 6)] = \lim\limits_{x \to \infty} \dfrac{1}{x - 2} = 0$ nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $d : y = 2x + 6$.

Giao điểm của d với trục Ox (ứng với $y = 0$): $2x + 6 = 0 \Rightarrow x = -3 \Rightarrow A(-3; 0)$, suy ra $OA = 3$.

Giao điểm của d với trục Oy (ứng với $x = 0$): $y = 6 \Rightarrow B(0; 6)$, suy ra $OB = 6$.

Diện tích tam giác vuông OAB là $S = \dfrac{1}{2} OA \cdot OB = \dfrac{1}{2} \cdot 3 \cdot 6 = 9$.

Bài 3. Một chất điểm chuyển động lên, xuống theo phương thẳng đứng. Độ cao $h(t)$ của chất điểm tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức: $h(t) = \dfrac{1}{3}t^3 - 4t^2 + 12t + 1$ với $t \in [0; 8]$. Biết

rằng khoảng thời gian lớn nhất mà chất điểm chuyển động đi xuống là $(a;b)$. Tính $T=2a+b$.

Hướng dẫn giải. Vận tốc của chất điểm tại thời điểm t là $v(t)=h'(t)=t^2-8t+12$.

Chất điểm chuyển động đi xuống khi và chỉ khi vận tốc mang giá trị âm: $v(t)<0$.

Xét bất phương trình: $t^2-8t+12<0 \Leftrightarrow (t-2)(t-6)<0 \Leftrightarrow 2<t<6$.

Khoảng thời gian lớn nhất mà chất điểm đi xuống là $(2;6)$, suy ra $a=2$ và $b=6$.

Vậy giá trị của biểu thức T là: $T=2a+b=2\cdot 2+6=10$.

Bài 4. Trong không gian, cho hai vec-tơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$. Biết $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=2$ và góc giữa hai vec-tơ đó bằng 60°. Tính $(3\vec{a}+2\vec{b})^2$.

Hướng dẫn giải. Ta sử dụng hằng đẳng thức mở rộng cho vec-tơ:

$$(3\vec{a}+2\vec{b})^2=(3\vec{a})^2+2\cdot(3\vec{a})\cdot(2\vec{b})+(2\vec{b})^2=9\vec{a}^2+12\vec{a}\cdot\vec{b}+4\vec{b}^2$$

Thay $\vec{a}^2=|\vec{a}|^2$ và tích vô hướng $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b})$, ta có:

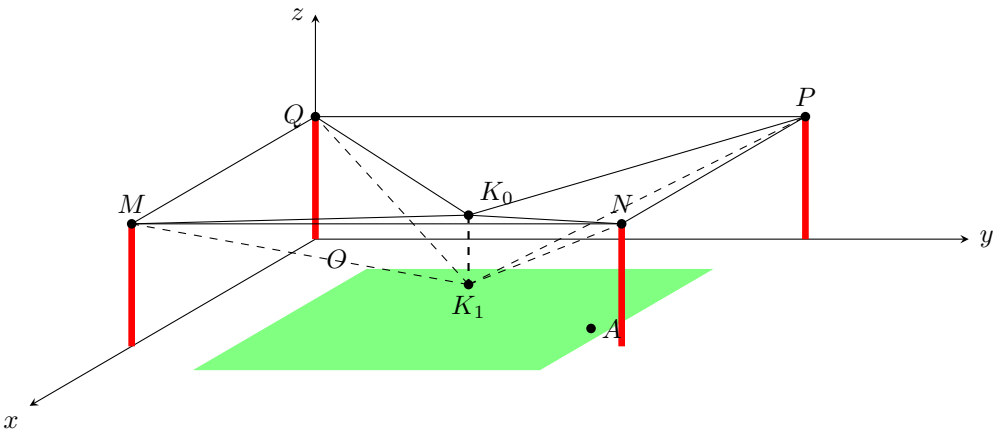
$$(3\vec{a}+2\vec{b})^2=9|\vec{a}|^2+12|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos 60^\circ+4|\vec{b}|^2$$

Thay các giá trị đã cho:

$$\begin{aligned}(3\vec{a}+2\vec{b})^2&=9\cdot 1^2+12\cdot 1\cdot 2\cdot\frac{1}{2}+4\cdot 2^2\\&=9+12+16=37\end{aligned}$$

Vậy giá trị cần tìm là 37.

Bài 5. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30)$, $N(90;120;30)$, $P(0;120;30)$, $Q(0;0;30)$. Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M=K_0N=K_0P=K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19. Biết trung điểm đoạn K_0K_1 có tọa độ là $(a;b;c)$. Khi đó hãy tính giá trị biểu thức $T=5a+7b+9c$.

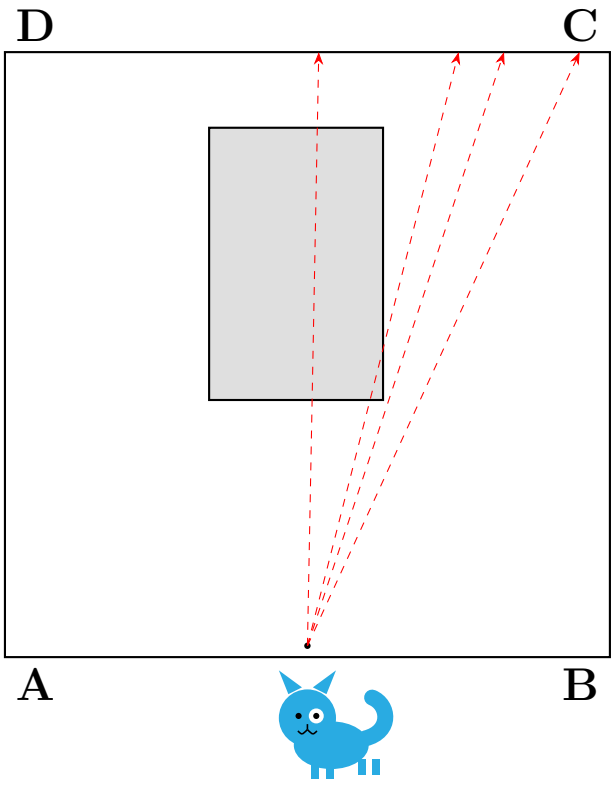


Hướng dẫn giải.

- Vì K_0 cách đều 4 đỉnh M,N,P,Q của hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng $z=30$ nên hình chiếu của K_0 lên mặt phẳng này là tâm của hình chữ nhật $MNPQ$.

- Tọa độ tâm hình chữ nhật là trung điểm của MP (hoặc NQ):
$$x_0 = \frac{x_M + x_P}{2} = \frac{90+0}{2} = 45; \quad y_0 = \frac{y_M + y_P}{2} = \frac{0+120}{2} = 60.$$
Theo giả thiết, cao độ của K_0 là $z_0 = 25$. Suy ra $K_0(45;60;25)$.
- Điểm K_1 nằm dưới K_0 theo phương thẳng đứng nên có cùng hoành độ và tung độ, cao độ $z_1 = 19$. Suy ra $K_1(45;60;19)$.
- Trung điểm $I(a;b;c)$ của đoạn K_0K_1 có tọa độ là:
$$a = \frac{45+45}{2} = 45; \quad b = \frac{60+60}{2} = 60; \quad c = \frac{25+19}{2} = 22.$$
- Tính giá trị biểu thức T:
$$T = 5a + 7b + 9c = 5 \cdot 45 + 7 \cdot 60 + 9 \cdot 22 = 225 + 420 + 198 = 843.$$

Bài 6. Trên một khu đất hình vuông $ABCD$ có độ dài cạnh 200 m đang diễn ra một cuộc thi. Mỗi đội thi sẽ điều khiển con robot mà ban tổ chức cung cấp, xuất phát từ chính giữa cạnh AB, đi theo một đường thẳng và đến đích là một điểm bất kỳ trên cạnh CD. Ở chính giữa khu đất là một bãi cát hình chữ nhật có chiều dài 120 m và chiều rộng 80 m. Vận tốc của robot khi đi trên mặt đất là 3 m/s còn khi đi trên cát là 2 m/s. Gọi a là thời gian (tính theo giây) ngắn nhất mà robot đi đến đích. Khi đó giá trị $100a$ bằng bao nhiêu? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).



Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc tọa độ $M(0;0)$ là trung điểm của cạnh AB, trục Ox trùng với đường thẳng AB và trục Oy vuông góc với AB hướng về phía cạnh CD (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).

- Điểm xuất phát của robot là $M(0;0)$.
- Cạnh CD nằm trên đường thẳng $y = 200$. Điểm đích là $N(x_0;200)$ với $-100 \le x_0 \le 100$. Do tính chất đối xứng, ta chỉ cần xét $0 \le x_0 \le 100$.
- Bãi cát hình chữ nhật nằm ở chính giữa khu đất, cách mỗi cạnh AB, CD một khoảng

$\dfrac{200-120}{2}=40$ m và cách các cạnh còn lại $\dfrac{200-80}{2}=60$ m.

- Giới hạn bãi cát: chiều rộng (ngang) từ $x=-40$ đến $x=40$; chiều dài (thẳng đứng) từ $y=40$ đến $y=160$.
- Phương trình đường thẳng quỹ đạo chuyển động thẳng MN nối từ $(0;0)$ đến $(x_0;200)$ là: $y=\dfrac{200}{x_0}x \Leftrightarrow x=\dfrac{x_0}{200}y$.
- Robot đi vào bãi cát tại biên dưới $y=40$, hoành độ giao điểm là: $x_1=\dfrac{40x_0}{200}=\frac{x_0}{5}$.
- Vì $0\le x_0\le 100$ nên $0\le x_1\le 20\le 40$, do đó robot luôn đi vào từ cạnh đáy của bãi cát.

Đường thẳng MN sẽ đi ra khỏi bãi cát theo 2 trường hợp:

Trường hợp 1: $0\le x_0\le 50$

- Đường thẳng đi ra ở cạnh trên của bãi cát ($y=160$).
- Quãng đường đi trên cát chiếm tỉ lệ cố định bằng $\dfrac{160-40}{200}=\dfrac{3}{5}$ tổng quãng đường MN.
- Thời gian đi toàn bộ hành trình là: $t(x_0)=\dfrac{\frac{2}{5}MN}{3}+\dfrac{\frac{3}{5}MN}{2}=\dfrac{13}{30}MN=\dfrac{13}{30}\sqrt{x_0^2+40000}$.
- Hàm số này đồng biến trên $[0;50]$, đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0=0$: $t(0)=\dfrac{13}{30}\cdot 200=\dfrac{260}{3}\approx 86{,}67$ s.

Trường hợp 2: $50<x_0\le 100$

- Đường thẳng đi ra ở cạnh bên $x=40$. Điểm ra có tung độ $y_2=\dfrac{200\cdot 40}{x_0}=\frac{8000}{x_0}$.
- Chiều dài đoạn đường đi trong cát là: $L_{\text{cát}}=\sqrt{\left(40-\dfrac{x_0}{5}\right)^2+\left(\dfrac{8000}{x_0}-40\right)^2}=\frac{200-x_0}{5x_0}\sqrt{x_0^2+40000}$.
- Tổng thời gian di chuyển trong trường hợp này là: $t(x_0)=\dfrac{MN-L_{\text{cát}}}{3}+\dfrac{L_{\text{cát}}}{2}=\dfrac{MN}{3}+\dfrac{L_{\text{cát}}}{6}=\dfrac{9x_0+200}{30x_0}\sqrt{x_0^2+40000}$.
- Xét hàm số $g(x)=\dfrac{9x+200}{x}\sqrt{x^2+40000}$ trên khoảng $(50;100]$.
- Ta có $g'(x)=\dfrac{9x^3-8000000}{x^2\sqrt{x^2+40000}}$.
- $g'(x)=0\Leftrightarrow 9x^3=8000000\Leftrightarrow x=\dfrac{200}{\sqrt[3]{9}}\approx 96{,}15$ m (thỏa mãn thuộc khoảng đang xét).
- Thay giá trị $x_0\approx 96{,}15$ vào công thức tính thời gian $t(x_0)$, ta được: $a=t(96{,}15)\approx 81{,}95995$ s.

So sánh hai trường hợp, thời gian ngắn nhất là $a\approx 81{,}95995$ s.

Khi đó, giá trị của $100a$ là: $100a=100\times 81{,}95995=8195{,}995$.

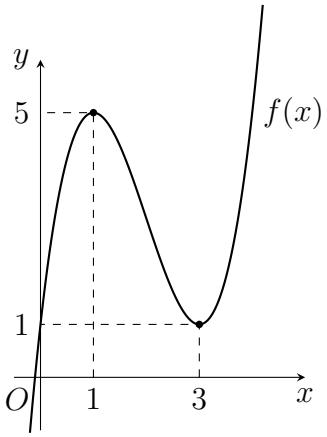
Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị, ta được 8196.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 7
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

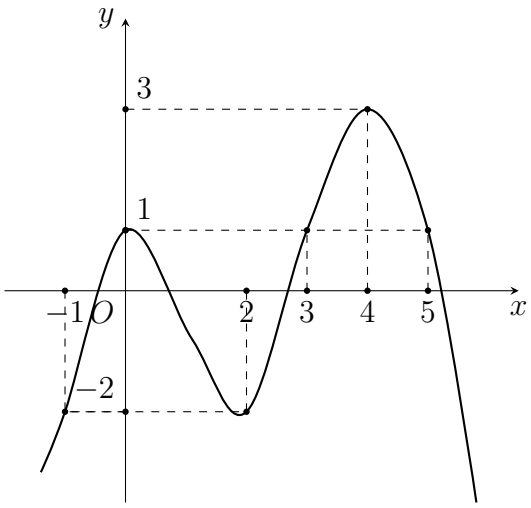
Câu 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



Ⓐ $a > 0, b > 0, c > 0, d > 0$.
Ⓑ $a > 0, b > 0, c < 0, d > 0$.
Ⓒ $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.
Ⓓ $a < 0, b < 0, c > 0, d < 0$.

Hướng dẫn giải. 1. Nhánh cuối đi lên nên $a > 0$. 2. Đồ thị cắt trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $d < 0$ (hoặc nhìn hình đồ thị đi qua phía dưới O). Tuy nhiên, dựa vào các phương án, ta kiểm tra các hệ số khác qua cực trị $x_1 + x_2 = -2b/3a = 4 > 0 \Rightarrow b < 0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Trên $[-1; 5]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm



Ⓐ 5.
Ⓑ 4.
Ⓒ 3.
Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Giá trị lớn nhất của hàm số trên đồ thị là $y = 3$, đạt được tại $x = 4$.

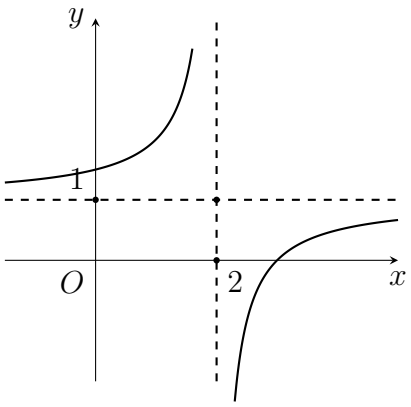
Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$. Tọa độ của

điểm M là

Ⓐ $(2;3;4)$. Ⓑ $(4;2;3)$. Ⓒ $(3;2;4)$. Ⓓ $(3;4;2)$.

Hướng dẫn giải. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, nếu $\overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ thì tọa độ của điểm M là $(x;y;z)$.
Dựa vào biểu thức $\overrightarrow{OM} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + 4\vec{k}$, ta suy ra tọa độ điểm M là $(2;3;4)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}, (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là

Ⓐ $(1;2)$. Ⓑ $(2;1)$. Ⓒ $(-2;-1)$. Ⓓ $(-1;-2)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

- Đường tiệm cận đứng là đường thẳng đi qua điểm $x = 2$ trên trục hoành, nên có phương trình $x = 2$.
- Đường tiệm cận ngang là đường thẳng đi qua điểm $y = 1$ trên trục tung, nên có phương trình $y = 1$.
- Tâm đối xứng của đồ thị hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Vậy tọa độ tâm đối xứng là $(2;1)$.

Câu 5. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = (x-3)\,\mathrm{e}^{2x}$.

Ⓐ $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = -\dfrac{\mathrm{e}^5}{2}$. Ⓑ $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = \dfrac{\mathrm{e}^5}{2}$.
Ⓒ $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = \mathrm{e}^5$. Ⓓ Không tồn tại.

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x) = (2x-5)\,\mathrm{e}^{2x}$.
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{5}{2}$.
Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$		$\frac{5}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	0	↘	$-\frac{\mathrm{e}^5}{2}$	↗	$+\infty$

Vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = -\dfrac{\mathrm{e}^5}{2}$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$ và $B(-10;5;3)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$. Tọa độ điểm M là

Ⓐ $\left(-\dfrac{19}{3};4;3\right)$. Ⓑ $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{11}{3};3\right)$.
Ⓒ $(-2;8;3)$. Ⓓ $(3;1;3)$.

Hướng dẫn giải. Gọi $M(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{AM}=(x-1;y-2;z-3)$ và $\overrightarrow{MB}=(-10-x;5-y;3-z)$.

Theo giả thiết $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{MB}$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases}x-1=2(-10-x)\\y-2=2(5-y)\\z-3=2(3-z)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=-19\\3y=12\\3z=9\end{cases}\Leftrightarrow$

$\begin{cases}x=-\dfrac{19}{3}\\y=4\\z=3\end{cases}$

Vậy $M\left(-\dfrac{19}{3};4;3\right)$.

Câu 7. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{u},\vec{v}$ khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là một số được xác định bởi công thức

Ⓐ $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\sin(\vec{u},\vec{v})$. Ⓑ $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|$.
Ⓒ $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos(\vec{u},\vec{v})$. Ⓓ $\vec{u}\cdot\vec{v}=\vec{u}\cdot\vec{v}\cdot\cos(\vec{u},\vec{v})$.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa tích vô hướng của hai vectơ trong không gian: Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng tích độ dài của chúng nhân với côsin của góc giữa hai vectơ đó. Công thức là: $\vec{u}\cdot\vec{v}=|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|\cdot\cos(\vec{u},\vec{v})$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình bình hành. Nếu $\overrightarrow{SC}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AD}+c\overrightarrow{AS}$ thì $a+b-c$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ -2. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{AS}+(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})=1\cdot\overrightarrow{AB}+1\cdot\overrightarrow{AD}-1\cdot\overrightarrow{AS}$.
So sánh với $\overrightarrow{SC}=a\overrightarrow{AB}+b\overrightarrow{AD}+c\overrightarrow{AS}$, ta được $a=1,b=1,c=-1$.
Vậy $a+b-c=1+1-(-1)=3$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây **không** có cực trị?

Ⓐ $y=x^3-3x$. Ⓑ $y=\dfrac{1}{x}$. Ⓒ $y=x^4$. Ⓓ $y=x^2-2$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ có đạo hàm $y'=-\dfrac{1}{x^2}<0,\forall x\neq 0$. Đạo hàm không đổi dấu nên hàm số không có cực trị. Các hàm số còn lại đều có ít nhất một điểm cực trị. Chọn B.

Câu 10. Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000 USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5 USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi $x(x\geq 1)$ là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x\to+\infty$) thì chi phí trung bình USD cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

Ⓐ 50000. Ⓑ 50005. Ⓒ 10. Ⓓ 5.

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải trả khi sản xuất x đồ chơi A thì $T(x) = 50000 + 5x$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{T(x)}{x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \left(\dfrac{50000}{x} + 5\right) = 5 \Rightarrow$ Chọn D

Câu 11. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2), B(3;3;3), C(-1;-2;2)$. Để $ABCD$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là

Ⓐ $D(3;-6;1)$. Ⓑ $D(3;-6;-1)$.

Ⓒ $D(-3;-6;1)$. Ⓓ $D(-3;-6;-1)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Để tứ giác $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$.

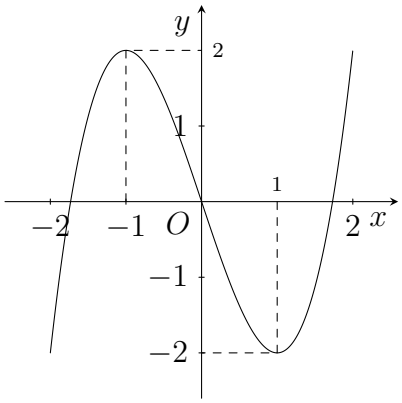
Ta có $\overrightarrow{AB} = (3-1;3-(-1);3-2) = (2;4;1)$.

Gọi $D(x_D;y_D;z_D)$. Khi đó $\overrightarrow{DC} = (-1-x_D;-2-y_D;2-z_D)$.

$$\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -1-x_D = 2 \\ -2-y_D = 4 \\ 2-z_D = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D = -3 \\ y_D = -6 \\ z_D = 1 \end{cases}.$$

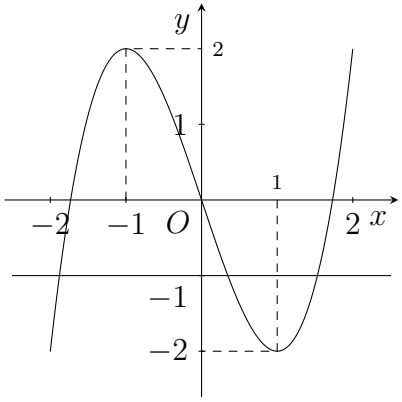
Vậy tọa độ điểm D là $(-3;-6;1)$.

Câu 12. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ là



Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 0. Ⓓ 2.

✍ *Hướng dẫn giải.* Số nghiệm thực của phương trình $f(x) = -1$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -1$.



Từ hình vẽ suy ra phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí*

sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được cho bởi công thức $c(t) = \dfrac{t}{t^2+1}$ (mg/L).

a) $c'(t) = \dfrac{t^2+1}{(t^2+1)^2}$.

b) $c'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \in (0;+\infty) \\ t = -1 \notin (0;+\infty) \end{array}\right.$.

c) Nồng độ thuốc trong máu tăng trong 2 giờ đầu tiên sau khi tiêm.

d) Sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Hướng dẫn giải. **a) Sai.**

Ta có $c'(t) = \dfrac{(t)'(t^2+1) - t(t^2+1)'}{(t^2+1)^2} = \dfrac{t^2+1-2t^2}{(t^2+1)^2} = \dfrac{1-t^2}{(t^2+1)^2}$.

b) Đúng.

Ta có $c'(t) = 0 \Leftrightarrow 1 - t^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \in (0;+\infty) \\ t = -1 \notin (0;+\infty) \end{array}\right.$.

c) Sai.

Bảng biến thiên của hàm số $c(t)$ trên khoảng $(0;+\infty)$:

t	0		1		$+\infty$
$c'(t)$		$+$	0	$-$	
$c(t)$	0	↗	$\dfrac{1}{2}$	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số $c(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$, tức là nồng độ thuốc trong máu tăng trong 1 giờ đầu tiên sau khi tiêm.

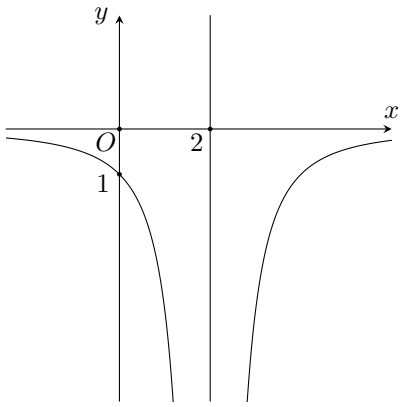
d) Đúng.

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t) = \dfrac{1}{2}$ khi $t = 1$.

Vậy sau khi tiêm thuốc 1 giờ thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax+b}{x+c}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[3;4]$ bằng 7 và có đồ thị

$y = f'(x)$ như hình vẽ. Khi đó



a) Đồ thị $y = f'(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x = 2$

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$

c) $3b + 2c = -2$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[3; 4]$ bằng 6

Hướng dẫn giải.

a) Ta có từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$, đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

b) Ta có trên khoảng $(2; +\infty)$ đồ thị $y = f'(x)$ nằm dưới trục hoành, nên $f'(x) < 0$, $\forall x \in (2; +\infty)$.
Do đó hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

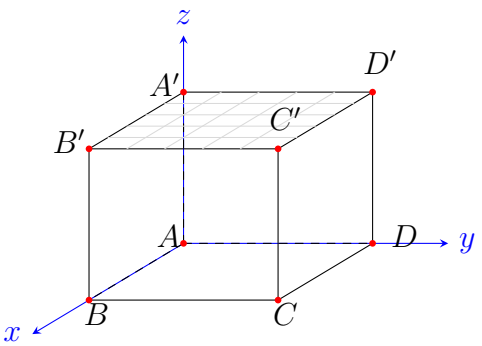
c) Ta có $y = f'(x) = \dfrac{ac - b}{(x + c)^2}$.
Từ giả thiết ta có

$$\begin{cases} f(3) = 7 \\ f'(0) = -1 \\ -c = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3a + b}{3 + c} = 7 \\ \dfrac{ac - b}{c^2} = -1 \\ c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a + b = 7 \\ -2a - b = -4 \\ c = -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 3 \\ b = -2 \\ c = -2. \end{cases}$$

Vậy $3b + 2c = 3 \cdot (-2) + 2 \cdot (-2) = -10$.

d) Vì trên đoạn $[3; 4]$ hàm số nghịch biến nên $\min\limits_{[3;4]} f(x) = f(4) = 5$.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ biết điểm A trùng gốc $O, B(7; 0; 0), D(0; 10; 0), A'(0; 0; 7)$. (hình vẽ minh họa)



a) Điểm $M\left(\dfrac{7}{2}; 5; 7\right)$ cách đều A, B, C và D.

b) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AC'} = (7;10;7)$.

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{DD'}$ bằng 7.

d) Tâm của hình hộp chữ nhật có tọa độ là $\left(\frac{7}{2};5;\frac{7}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải. Từ giả thiết ta có tọa độ các đỉnh: $A(0;0;0), B(7;0;0), D(0;10;0), A'(0;0;7)$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên:

- $C(7;10;0)$ (do $ABCD$ là hình chữ nhật nằm trong mặt phẳng (Oxy)).
- $C'(7;10;7)$ (vì $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{CC'} = (0;0;7)$).
- $D'(0;10;7)$ (vì $\overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{DD'} = (0;0;7)$).

a) **Đúng.** Ta có A, B, C, D đều nằm trên mặt phẳng (Oxy) với cao độ $z = 0$.

Điểm $M\left(\frac{7}{2};5;7\right)$ có hình chiếu trên (Oxy) là $I\left(\frac{7}{2};5;0\right)$, chính là trung điểm của đường chéo AC (tâm của hình chữ nhật $ABCD$).

Do đó M cách đều A, B, C, D.

b) **Đúng.** $\overrightarrow{AC'} = (7-0;10-0;7-0) = (7;10;7)$.

c) **Sai.** Ta có $\overrightarrow{DD'} = (0;10-10;7-0) = (0;0;7)$.

Khi đó $\overrightarrow{AC'} \cdot \overrightarrow{DD'} = 7 \cdot 0 + 10 \cdot 0 + 7 \cdot 7 = 49$.

d) **Đúng.** Tâm của hình hộp chữ nhật là trung điểm của đường chéo AC', có tọa độ là:

$$\left(\frac{0+7}{2};\frac{0+10}{2};\frac{0+7}{2}\right) = \left(\frac{7}{2};5;\frac{7}{2}\right).$$

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị đo trên các trục tọa độ là mét), mặt đất được coi là trùng với mặt phẳng (Oxy). Một khinh khí cầu xuất phát từ $O(0;0;0)$ chuyển động thẳng đến điểm $A(-38;5;4)$, sau đó khinh khí cầu tiếp tục chuyển động thẳng đến điểm $B(638;-101;426)$ với tốc độ 4 m/s.

a) Khi khinh khí cầu ở vị trí A thì nó cách vị trí xuất phát 38, 54 m (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

b) $\overrightarrow{AB} = (676;-106;428)$.

c) Thời gian khinh khí cầu bay từ A đến B là 3 phút 21 giây (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của giây).

d) Khi di chuyển từ A đến B được một nửa đoạn đường thì khinh khí cầu cách mặt đất 215 m.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng.** Khoảng cách từ A đến vị trí xuất phát O là: $OA = \sqrt{(-38)^2+5^2+4^2} = \sqrt{1485} \approx 38,5357 \approx 38,54$ (m).

b) **Sai.** Ta có $\overrightarrow{AB} = (638-(-38);-101-5;426-4) = (676;-106;422)$.

c) **Đúng.** Độ dài quãng đường AB là: $AB = |\overrightarrow{AB}| = \sqrt{676^2+(-106)^2+422^2} = \sqrt{646296} \approx 803,925$ (m).

Thời gian bay từ A đến B là: $t = \frac{AB}{v} = \frac{803,925}{4} \approx 200,98$ (giây).

Đổi 200,98 giây $\approx$ 3 phút 21 giây.

d) **Đúng.** Khi khinh khí cầu đi được một nửa đoạn đường AB, nó đang ở vị trí trung điểm M của đoạn AB. Cao độ của điểm M là: $z_M = \dfrac{z_A + z_B}{2} = \dfrac{4 + 426}{2} = 215$ (m).

Vì mặt đất là mặt phẳng (Oxy), nên khoảng cách từ khinh khí cầu đến mặt đất chính bằng cao độ $z_M = 215$ m.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) = (x-2)(x+5), \forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào?

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-2)(x+5) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -5 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $f'(x)$:

x	$-\infty$		-5		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua điểm $x = 2$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x = 2$.

Bài 2. Gọi I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x+4}$. Tính độ dài đoạn OI.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ có tâm đối xứng I là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Hàm số $y = \dfrac{3x + 1}{x + 4}$ có:

- Tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -4$.
- Tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 3$.

Suy ra tọa độ tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-4; 3)$. Độ dài đoạn thẳng OI (với O là gốc tọa độ $(0; 0)$) là:

$$OI = \sqrt{(-4-0)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{(-4)^2 + 3^2} = \sqrt{16 + 9} = \sqrt{25} = 5.$$

Vậy $OI = 5$.

Bài 3. Công ty công nghệ chuyên sản xuất chip điện tử. Chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm được xác định bởi hàm số: $C(x) = 0,1x^2 + 100x + 20000(USD)$. Một tập đoàn viễn thông ký hợp đồng mua sản phẩm với mức giá như sau: 1000 sản phẩm đầu tiên được bao tiêu với giá 650 USD/sản phẩm. Từ sản phẩm thứ 1001 trở đi, giá thu mua giảm xuống còn 450 USD/sản phẩm. Do việc sản xuất quá nhiều chip có thể gây quá tải cho hệ thống xử lý chất thải của khu công nghiệp. Vì vậy, cơ quan thuế nhà nước đã áp dụng một mức thuế phụ thu t (USD) trên mỗi đơn vị sản phẩm, nhưng chỉ tính từ sản phẩm thứ 1001 trở đi. Để cơ quan thuế thu được số tiền thuế phụ lớn nhất thì công ty công nghệ cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận lớn nhất?

Hướng dẫn giải. Hàm doanh thu: $D(x) = 1000 \cdot 650 + (x - 1000) \cdot 450$

Hàm thuế $T(x) = (x - 1000)t$.

Khi đó hàm lợi nhuận là: $L(x) = D(x) - C(x) - T(x)$

$= 1000 \cdot 650 + (x - 1000) \cdot 450 - (0,1x^2 + 100x + 20000) - (x - 1000)t$

$= -0,1x^2 + (350 - t)x + 180000 + 1000t.$

Khi lợi nhuận càng lớn thì số tiền thuế sẽ càng lớn, nên ta cần tìm điều kiện để lợi nhuận lớn nhất và ta thấy được lợi nhuận lớn nhất khi $x = \dfrac{350 - t}{2(-0,1)} = 1750 - 5t$.

Khi đó, số tiền thuế phải nộp cho cơ quan thuế là $(x - 1000)t = (1750 - 5t - 1000)t$.

Xét hàm số $g(t) = (1750 - 5t - 1000)t = (750 - 5t)t = -5t^2 + 750t \Rightarrow \max g(t) = g(75)$.

Vậy giá trị t cần tìm là 75 và số sản phẩm cần sản xuất là $x = 1375$.

Bài 4. Trong kế hoạch khai thác tuyến ca nô cao tốc phục vụ du lịch sinh thái trên vùng lòng hồ Thủy điện Sơn La, từ bến Mường La đi Quỳnh Nhai, có chiều dài 100 km. Ban quản lý cần xác định vận tốc khai thác v (km/h) cho ca nô, với $30 \le v \le 70$, để đạt lợi nhuận kinh tế cao nhất. Các thông số được xác định như sau: Công suất tiêu thụ điện của động cơ ca nô là $P(v) = 10v^3$ (W). Giá điện kinh doanh tại bến sạc là 2000 đồng/kWh. Chi phí vận hành cố định gồm nhân lực lái tàu, khấu hao và bến bãi, được tính là 2500000 đồng cho mỗi giờ ca nô chạy. Số lượng khách mua vé cho mỗi chuyến phụ thuộc vào vận tốc khai thác theo hàm số $N(v) = \frac{v}{5} + 20$ khách hàng. Giá vé bình quân cho chuyến này là 500000 đồng/khách. Hãy xác định vận tốc khai thác v để lợi nhuận ròng của mỗi chuyến ca nô trên tuyến này là lớn nhất. Biết công thức tính điện lượng tiêu thụ là $A = P(v) \cdot t$.

Hướng dẫn giải. Gọi v (km/h) là vận tốc khai thác của ca nô, điều kiện $v \in [30; 70]$.

Thời gian ca nô chạy cho một chuyến đi 100 km là: $t = \dfrac{100}{v}$ (giây).

Đổi đơn vị công suất tiêu thụ điện năng từ W sang kW:

$P(v) = 10v^3$ (W) $= \dfrac{10v^3}{1000}$ (kW) $= 0,01v^3$ (kW).

Điện lượng tiêu thụ cho mỗi chuyến đi là: $A = P(v) \cdot t = 0,01v^3 \cdot \dfrac{100}{v} = v^2$ (kWh).

Chi phí tiền điện cho mỗi chuyến đi là: $C_{\text{điện}} = A \cdot 2000 = 2000v^2$ (đồng).

Chi phí vận hành cố định cho mỗi chuyến đi là:

$C_{\text{cố định}} = 2500000 \cdot t = 2500000 \cdot \dfrac{100}{v} = \dfrac{250000000}{v}$ (đồng).

Tổng chi phí cho mỗi chuyến đi là: $C(v) = C_{\text{điện}} + C_{\text{cố định}} = 2000v^2 + \dfrac{250000000}{v}$ (đồng).

Tổng số khách hàng cho mỗi chuyến là: $N(v) = \dfrac{v}{5} + 20$.

Tổng doanh thu thu được từ tiền bán vé cho mỗi chuyến đi là:

$R(v) = N(v) \cdot 500000 = \left(\dfrac{v}{5} + 20\right) \cdot 500000 = 100000v + 10000000$ (đồng).

Hàm lợi nhuận ròng thu được cho mỗi chuyến đi là $L(v) = R(v) - C(v)$:

$L(v) = 100000v + 10000000 - \left(2000v^2 + \dfrac{250.000.000}{v}\right)$.

Đạo hàm $L'(v) = -4000v + 100000 + \dfrac{250000000}{v^2}$.

Giải phương trình $L'(v)=0 \Leftrightarrow -4000v+100.000+\dfrac{250.000.000}{v^2}=0$

$\Leftrightarrow -4000v^3+100000v^2+250000000=0 \Leftrightarrow v^3-25v^2-62500=0 \Leftrightarrow v=50$ với $v\in[30;70]$.

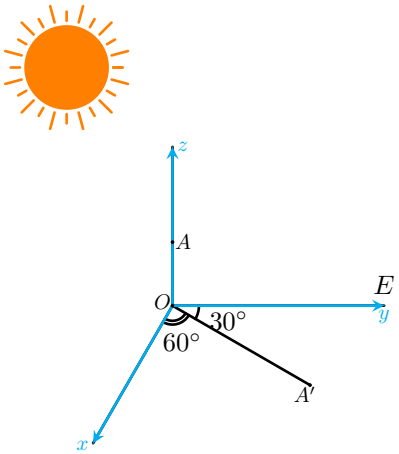
Ta có: $L(30)\approx 2866666$ (đồng).

$L(50)=-2000(2500)+100000(50)+10000000-\dfrac{250000000}{50}=5000000$ (đồng).

$L(70)\approx 3628571$ (đồng).

Từ quá trình tính toán trên, ta thấy lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất là 5.000.000 đồng khi ca nô chạy với vận tốc $v=50$ km/h.

Bài 5. Trên mặt đất phẳng, người ta dựng một cột cờ thẳng cao 6 m vuông góc với mặt đất, có chân cột đặt tại vị trí O trên mặt đất. Tại một thời điểm, dưới ánh nắng mặt trời, bóng của đỉnh cột dưới mặt đất cách chân cột 3 m về hướng S60°E (hướng tạo với hướng nam một góc 60° và tạo với hướng đông một góc 30°). Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc là O, tia Ox chỉ hướng nam, tia Oy chỉ hướng đông, tia Oz chứa cột, đơn vị đo là mét. Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua đỉnh cột tại thời điểm đang xét đi qua $B(a;b;-1)$. Tính giá trị $a+2b$ (làm tròn đến hàng phần trăm).



Hướng dẫn giải. Theo đề bài, đỉnh cột cờ là điểm $A(0;0;6)$.

Gọi A' là điểm trên mặt đất biểu thị cho bóng của đỉnh cột.

Vì A' nằm trên mặt phẳng (Oxy) nên có tọa độ $A'(x;y;0)$.

Bóng của đỉnh cột cách chân cột 3 m, tức là $OA'=3$.

Hướng của bóng là S60°E, nghĩa là véc-tơ $\overrightarrow{OA'}$ tạo với tia Ox (hướng Nam) một góc 60°.

Ta có tọa độ của A' là

$$\begin{cases} x_{A'}=OA'\cdot\cos 60^\circ=3\cdot\dfrac{1}{2}=\dfrac{3}{2} \\ y_{A'}=OA'\cdot\sin 60^\circ=3\cdot\dfrac{\sqrt{3}}{2}. \end{cases}$$

Vậy $A'\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$.

Đường thẳng chứa tia nắng mặt trời đi qua hai điểm $A(0;0;6)$ và $A'\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3\sqrt{3}}{2};0\right)$, nên có một véc-tơ chỉ phương là $\overrightarrow{AA'}=\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{3\sqrt{3}}{2};-6\right)$.

Ta có thể chọn véc-tơ chỉ phương khác đơn giản hơn là $\vec{u} = \dfrac{2}{3}\overrightarrow{AA'} = (1;\sqrt{3};-4)$.

Phương trình tham số của đường thẳng chứa tia nắng là $\begin{cases} x = t \\ y = t\sqrt{3} \\ z = 6 - 4t. \end{cases}$

Điểm $B(a;b;-1)$ thuộc đường thẳng này, do đó

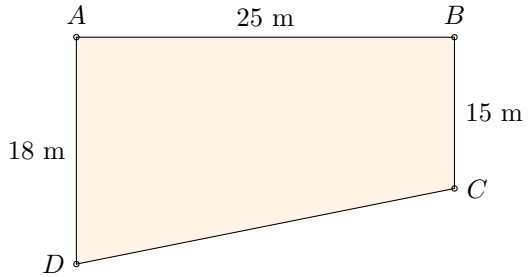
$$-1 = 6 - 4t \Leftrightarrow 4t = 7 \Leftrightarrow t = \frac{7}{4}.$$

Suy ra $a = t = \dfrac{7}{4}$ và $b = t\sqrt{3} = \dfrac{7\sqrt{3}}{4}$.

Do đó

$$a + 2b = \frac{7}{4} + 2\left(\frac{7\sqrt{3}}{4}\right) = \frac{7}{4} + \frac{14\sqrt{3}}{4} = \frac{7 + 14\sqrt{3}}{4} \approx 7{,}81.$$

Bài 6. Một phần của sân trường được định vị bởi các điểm A, B, C, D như hình vẽ



Bước đầu chúng được lấy "thăng bằng" để có cùng độ cao, biết $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB = 25$ m, $AD = 18$ m, $BC = 15$ m. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D thấp xuống hơn so với độ cao ở A lần lượt là 10 cm, a cm, 6 cm. Hỏi giá trị của a bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục toạ độ $Axzy$ sao cho B thuộc tia Ax, D thuộc tia Ay.

Ta có $A(0;0;0)$, $B(25;0;-10)$, $D(0;18;-a)$, $C(25;15;-6)$. $\overrightarrow{AB} = (25;0;-10)$, $\overrightarrow{AD} = (0;18;-6)$, $\overrightarrow{AC} = (25;15;-a)$, $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right] = (180;150;450)$.

Vì A, B, C, D đồng phẳng nên

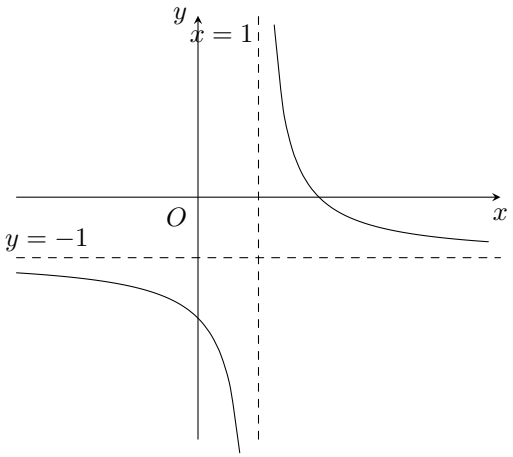
$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right] \cdot \overrightarrow{AD} = 0 \Rightarrow 180 \cdot 25 + 150 \cdot 15 + 450 \cdot (-a) = 0 \Rightarrow a = 15$ (cm).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 8
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ $b<0<a$. Ⓑ $0<b<a$. Ⓒ $b<a<0$. Ⓓ $0<a<b$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y=\dfrac{ax-b}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{-a+b}{(x-1)^2}$.

Từ đồ thị suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định nên $y'<0\,\forall x\neq 1$

$$\Rightarrow -a+b<0\Leftrightarrow a>b.$$

Mặt khác, đồ thị có tiệm cận ngang $y=-1$ nên $a=-1\Rightarrow a<0$.

Vậy $b<a<0$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như bảng dưới đây. Khẳng định nào sau đây đúng?

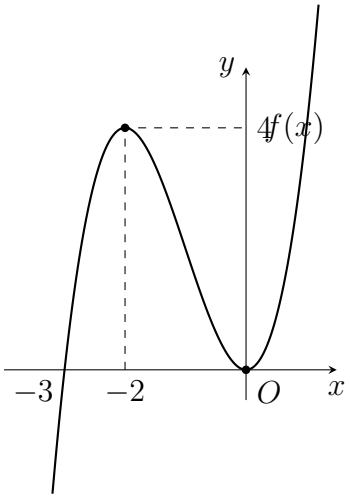
x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	-4	↗	$+\infty$

Ⓐ Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;2)$.
Ⓑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-5;4)$.
Ⓒ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Ⓓ Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5;4)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, trên khoảng $(1;2)$ đạo hàm $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.



Hàm số đạt cực đại tại

Ⓐ $x=-3$. Ⓑ $x=-2$. Ⓒ $y=0$. Ⓓ $y=4$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị, điểm cao nhất cục bộ của đồ thị là $(-2;4)$. Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=-2$. Chọn B.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})$. Ⓑ $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})$.

Ⓒ $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{4}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})$. Ⓓ $\overrightarrow{AO}=\dfrac{2}{3}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC_1}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1}$.

Mà O là tâm của hình lập phương nên $\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC_1}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA_1})$. Chọn đáp án B.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $3f(x)+1=0$ là

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Hướng dẫn giải. P hương trình $3f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{1}{3}$.

Số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng nằm ngang $y=-\dfrac{1}{3}$.

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị $-\dfrac{1}{3}$ nằm giữa -1 và 3.

- Trên khoảng $(-\infty;1)$, $f(x)$ giảm từ $+\infty$ xuống -1. Vì $-1<-\dfrac{1}{3}<+\infty$ nên có 1 giao điểm.
- Trên khoảng $(1;3)$, $f(x)$ tăng từ -1 lên 3. Vì $-1<-\dfrac{1}{3}<3$ nên có 1 giao điểm.
- Trên khoảng $(3;+\infty)$, $f(x)$ giảm từ 3 xuống $-\infty$. Vì $-\infty<-\dfrac{1}{3}<3$ nên có 1 giao điểm.

Vậy phương trình đã cho có tổng cộng 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 6. Tìm số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

Ⓐ 0. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. T a có hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{(x-4)(x+1)}{(x-4)(x+4)}$.

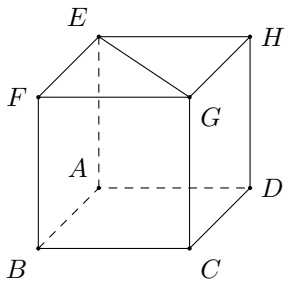
Tập xác định: $\mathcal{D}=\mathbb{R}\setminus\{-4;4\}$.

Rút gọn hàm số với $x\neq 4$: $y=\dfrac{x+1}{x+4}$.

- Xét tại $x=4$: $\lim\limits_{x\to 4}y=\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x+1}{x+4}=\dfrac{5}{8}$ (hữu hạn) nên $x=4$ không là tiệm cận đứng.
- Xét tại $x=-4$: $\lim\limits_{x\to -4^+}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -4^-}y=+\infty$ nên đường thẳng $x=-4$ là tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận đứng.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Tính góc giữa cặp vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{EG}$.



Ⓐ $90°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $45°$. Ⓓ $120°$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $EG//AC$ (do $ACGE$ là hình chữ nhật) $\Rightarrow(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{EG})=(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC})=\angle BAC=45°$. Chọn đáp án C.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^{2024}(3-x),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

Ⓐ 3. Ⓑ 0. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. T a giải phương trình đạo hàm: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^{2024}(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

- Điểm $x=0$ là nghiệm bội chẵn (2024), do đó $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua $x=0$.
- Điểm $x=3$ là nghiệm đơn (bội lẻ), do đó $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x=3$.

Vì đạo hàm chỉ đổi dấu khi đi qua điểm $x=3$ nên hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM}=(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON}=(3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N. Tìm tọa độ vecto $\overrightarrow{KP}$.

Ⓐ $\overrightarrow{KP} = (6;6;-11)$. Ⓑ $\overrightarrow{KP} = (8;6;-11)$.
Ⓒ $\overrightarrow{KP} = (6;6;-4)$. Ⓓ $\overrightarrow{KP} = (3;3;-2)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $M(1;5;2)$ và $N(3;7;-4)$.

Vì P đối xứng với M qua N nên N là trung điểm MP: $x_P = 2x_N - x_M = 2 \cdot 3 - 1 = 5$ $y_P = 2y_N - y_M = 2 \cdot 7 - 5 = 9$ $z_P = 2z_N - z_M = 2 \cdot (-4) - 2 = -10$.

Vậy $P(5;9;-10)$.

$\overrightarrow{KP} = (5-(-1);9-3;-10-1) = (6;6;-11)$. Đáp án A.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình bình hành $ABCD$ và các đỉnh có tọa độ lần lượt là $A(3;1;2), B(1;0;1), C(2;3;0)$. Tọa độ đỉnh D là

Ⓐ $D(1;1;0)$. Ⓑ $D(0;2;-1)$. Ⓒ $D(4;4;1)$. Ⓓ $D(1;3;-1)$.

Hướng dẫn giải. Vì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$.

$\overrightarrow{BC} = (2-1;3-0;0-1) = (1;3;-1)$.

$D = A + \overrightarrow{BC} = (3+1;1+3;2-1) = (4;4;1)$. Đáp án C.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tổng số bao nhiêu đường tiệm cận đứng và ngang?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 4. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. D ựa vào bảng biến thiên, ta có: - Tiệm cận ngang: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1$, suy ra đường thẳng $y = -1$ là tiệm cận ngang. Ở nhánh $+\infty$ không có tiệm cận ngang.

- Tiệm cận đứng: $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = +\infty$ (hoặc $\lim\limits_{x\to1^+} f(x) = -\infty$), suy ra đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số là $1 + 1 = 2$.

Câu 12. Giá trị lớn nhất của hàm số $y = 3\sin 2x - 1$ là

Ⓐ 2. Ⓑ 5. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. T a có tập giá trị của hàm số lượng giác $\sin 2x$ là $[-1;1]$.

Do đó: $-1 \le \sin 2x \le 1$

$\Leftrightarrow -3 \le 3\sin 2x \le 3$

$\Leftrightarrow -3-1 \le 3\sin 2x - 1 \le 3-1$

$\Leftrightarrow -4 \le y \le 2$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 2, đạt được khi $\sin 2x = 1$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như trên.

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-6	↘	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

a) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2

b) Đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

c) Hàm số có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-5;-3]$

d) Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng**. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

b) **Đúng**. Đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

c) **Đúng**. $\max\limits_{[-5;-3]} y=-6$.

d) **Sai**. Đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận, đó là đường tiệm cận đứng.

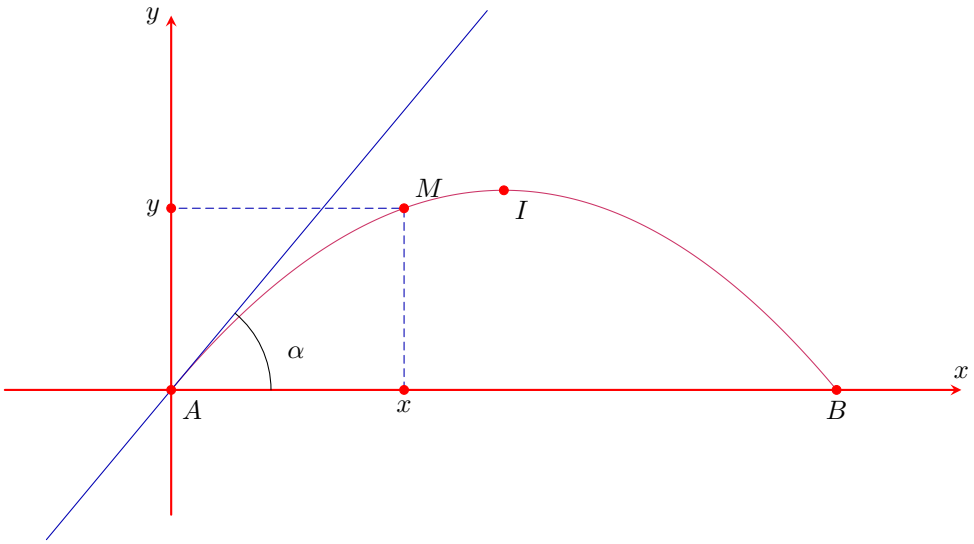
Bài 2. Xét chuyển động của một tàu lượn trên đoạn đường ray có hình dạng một phần đồ thị của hàm số $y=f(x)=\dfrac{135x-x^2-x^3}{200}$ $(x\geq 0)$, trong đó x là khoảng cách theo phương ngang kể từ điểm A, y là độ cao tương ứng của tàu lượn so với phương ngang AB. Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là 10 m). *Các kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị.*

a) Độ dài đoạn AB bằng 111 m.

b) Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x_0=\dfrac{\sqrt{406}-1}{3}$.

c) Độ cao lớn nhất của tàu lượn so với phương ngang AB là 64 m.

d) Khi tàu lượn đi qua điểm A, tiếp tuyến của quỹ đạo tại A hợp với phương ngang AB một góc $\alpha\approx 34^\circ$.



Hướng dẫn giải. a) Điểm B là giao điểm của đồ thị hàm số với phần dương của trục hoành.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{135x-x^2-x^3}{200}=0 \Rightarrow x\left(135-x-x^2\right)=0$.

Vì $x_B>0$ nên $x^2+x-135=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{-1+\sqrt{541}}{2} \approx 11{,}13$.

Thực tế nên độ dài đoạn AB là $11{,}13 \cdot 10=111{,}3$ m ≈ 111 m.

b) Ta có $y'=f'(x)=\dfrac{135-2x-3x^2}{200}$.

$$y'=0 \Leftrightarrow -3x^2-2x+135=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-1+\sqrt{406}}{3} \\ x=\dfrac{-1-\sqrt{406}}{3} \end{array}\right. \left(\text{loại vì } x \geq 0\right).$$

Vậy hàm số đạt cực trị tại $x_0=\dfrac{\sqrt{406}-1}{3}$.

c) Hàm số đạt cực đại tại $x_0=\dfrac{\sqrt{406}-1}{3} \approx 6{,}38$.

Giá trị cực đại của hàm số là $y_{\max}=f\left(x_0\right)=\dfrac{135x_0-x_0^2-x_0^3}{200} \approx 2{,}8$.

Độ cao lớn nhất của tàu lượn trong thực tế là $2{,}8 \cdot 10=28$ m.

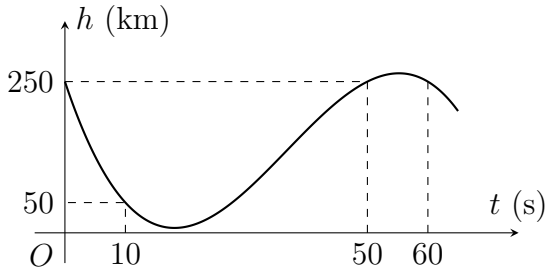
d) Hệ số góc của tiếp tuyến tại $A\ (x=0)$ là $k=f'(0)=\dfrac{135}{200}=0{,}675$.

Vì cả hai trục cùng có đơn vị 10 m nên tỷ lệ là $\dfrac{1}{1}$. Khi đó $\tan\alpha=k=0{,}675 \Rightarrow \alpha \approx 34{,}02^\circ \approx 34^\circ$.

Bài 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 70 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính bởi hàm $h(t)=-0,01t^3+1,1t^2-30t+250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h tính bằng kilômét.

a) Trong 50 giây đầu tiên thì tại thời điểm $t \approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt của Mặt Trăng và khoảng cách nhỏ nhất này khoảng $8,08$ km.

b) Đồ thị của hàm số $y=h(t)$ với $0 \leq t \leq 70$ như sau:



c) Gọi $v(t)$ là vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm với $0 \leq t \leq 50$. Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t=25$ là $5,25$ km/s.

d) Tại thời điểm $t=25$, vận tốc tức thời của con tàu vẫn đang tăng.

Hướng dẫn giải. **a) Đúng**

Xét hàm số $h(t)=-0,01t^3+1,1t^2-30t+250$ với $t \in [0;50]$.

Ta có $h'(t)=-0,03t^2+2,2t-30$; $h'(t)=0 \Leftrightarrow -0,03t^2+2,2t-30=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \approx 18 \text{ (nhận)} \\ t \approx 55 \text{ (loại)} \end{array}\right.$

Khi đó $h(0)=250$; $h(18) \approx 8,08$; $h(50)=250$.

Do đó, $\min\limits_{[0;50]} h(t) \approx 8,08$ tại $t \approx 18$.

Vậy tại thời điểm $t \approx 18$ giây thì con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là khoảng $8,08$ km.

b) Đúng

Xét hàm số $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ với $t \in [0;70]$.

Ta có $h'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t \approx 18 \\ t \approx 55 \end{array}\right.$

Dễ dàng vẽ bảng biến thiên, đồ thị có hình dạng như hình vẽ trong đề bài.

c) Sai

Ta có $v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ với $t \in [0;50]$.

Khi đó $v(25) = -0,03 \cdot 25^2 + 2,2 \cdot 25 - 30 = 6,25$ km/s. (Đề bài ghi $5,25$ là sai).

d) Đúng

Xét hàm vận tốc $v(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$ với $t \in [0;50]$.

Ta có $v'(t) = -0,06t + 2,2$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow -0,06t + 2,2 = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{110}{3} \approx 36,67$.

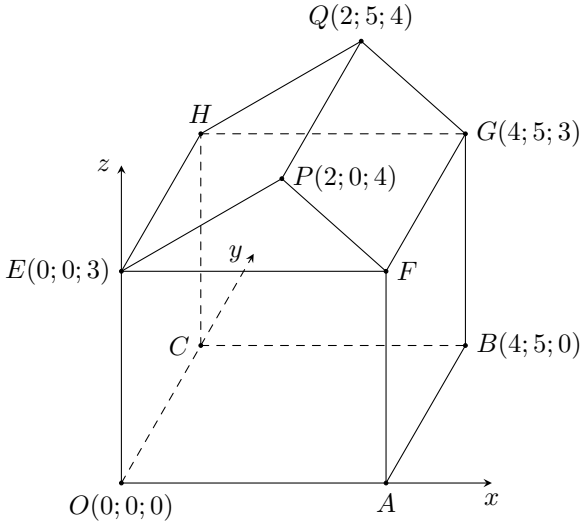
Bảng biến thiên của $v(t)$:

t	0		$\dfrac{110}{3}$		50
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$		$\nearrow$		$\searrow$	

Hàm số $v(t)$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{110}{3}\right)$.

Vì $25 \in \left(0;\dfrac{110}{3}\right)$ nên tại thời điểm $t = 25$, vận tốc của con tàu đang tăng.

Bài 4. Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật.



a) Toạ độ điểm $F(4;0;3)$

b) Toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (4;5;3)$

c) $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 3$

d) Góc dốc của mái nhà, tức là số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ bằng 26,6° (làm tròn kết quả đến hàng phần mười với đơn vị độ.

Hướng dẫn giải.

a) Vì nền nhà là hình chữ nhật nên $OABC$ là hình chữ nhật, suy ra $x_A = x_B = 4$, $y_C = y_B = 5$.
Do điểm A nằm trên trục Ox nên tọa độ điểm $A(4;0;0)$; điểm C nằm trên trục Oy nên tọa độ điểm $C(0;5;0)$.
Tường nhà là hình chữ nhật nên $OCHE$ là hình chữ nhật, suy ra $y_H = y_C = 5$, $z_H = z_E = 3$.
Do H nằm trên mặt phẳng (Oyz) nên tọa độ điểm $H(0;5;3)$.
Tứ giác $OAFE$ là hình chữ nhật nên $x_F = x_A = 4, z_F = z_E = 3$.
Do H nằm trên mặt phẳng (Oxz) nên tọa độ điểm $F(4;0;3)$.

b) Ta có toạ độ vectơ $\overrightarrow{AH} = (-4;5;3)$.

c) Ta có $\overrightarrow{AF} = (0;0;3)$. Suy ra $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{AF} = 0 + 0 + 9 = 9$.

d) Để tính góc dốc của mái nhà, ta tính số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG, hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$.
Do mặt phẳng (Ozx) vuông góc với hai mặt phẳng $(FGQP)$ và $(FGHE)$ nên $\widehat{PFE}$ là góc phẳng nhị diện cần tìm.
Ta có $\overrightarrow{FP} = (-2;0;1)$, $\overrightarrow{FE} = (-4;0;0)$.
Suy ra $\cos\widehat{PFE} = \cos\left(\overrightarrow{FP}, \overrightarrow{FE}\right) = \dfrac{\overrightarrow{FP} \cdot \overrightarrow{FE}}{\left|\overrightarrow{FP}\right| \cdot \left|\overrightarrow{FE}\right|} = \dfrac{(-2)\cdot(-4) + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 0}{\sqrt{(-2)^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-4)^2 + 0^2 + 0^2}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$.
Do đó, $\widehat{PFE} \approx 26{,}6°$.
Vậy góc dốc mái nhà khoảng 26,6°.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Biết rằng khoảng nghịch biến lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là hai khoảng $(a;b), (b;c)$ với $a < b < c$. Tính $T = a + b + c$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định của hàm số: $\mathcal{D} = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có: $y = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x + 1} = \dfrac{(x+1)^2 + 1}{x + 1} = x + 1 + \frac{1}{x+1}$.

Đạo hàm: $y' = 1 - \dfrac{1}{(x+1)^2} = \dfrac{(x+1)^2 - 1}{(x+1)^2} = \dfrac{x^2 + 2x}{(x+1)^2}$.

Hàm số nghịch biến khi $y' \le 0 \Leftrightarrow \dfrac{x(x+2)}{(x+1)^2} \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} -2 \le x \le 0 \\ x \ne -1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in [-2;-1) \cup (-1;0]$.

Dựa vào giả thiết, hai khoảng nghịch biến lớn nhất là $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

Suy ra $a = -2, b = -1, c = 0$.

Vậy $T = a + b + c = -2 - 1 + 0 = -3$.

Bài 2. Một mảnh đất hình thang vuông có đáy lớn gấp đôi đáy nhỏ, có diện tích là $S = 24$ (m^2). Gọi x (m) là độ dài đáy nhỏ và $P(x)$ là chu vi mảnh đất đó. Tìm số tiệm cận của $P(x)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Giả sử đáy nhỏ có độ dài là $x > 0$, đáy lớn là $2x$. Gọi h là chiều cao của hình thang vuông.

Diện tích hình thang: $S = \dfrac{(x+2x)h}{2} = \dfrac{3xh}{2} = 24 \Rightarrow h = \dfrac{16}{x}$.

Độ dài cạnh bên không vuông góc (cạnh xiên) là: $l = \sqrt{h^2 + (2x-x)^2} = \sqrt{\left(\dfrac{16}{x}\right)^2 + x^2} = \dfrac{\sqrt{256+x^4}}{x}$.

Chu vi của mảnh đất là: $P(x) = x + 2x + h + l = 3x + \dfrac{16}{x} + \dfrac{\sqrt{x^4+256}}{x} = \dfrac{3x^2+16+\sqrt{x^4+256}}{x}$ (với $x > 0$).

- Tiệm cận đứng: $\lim\limits_{x\to 0^+} P(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{3x^2+16+\sqrt{x^4+256}}{x} = +\infty$, nên đường thẳng $x = 0$ là tiệm cận đứng.

- Tiệm cận xiên: Ta có $P(x) = 3x + \dfrac{16}{x} + \sqrt{x^2 + \dfrac{256}{x^2}}$.

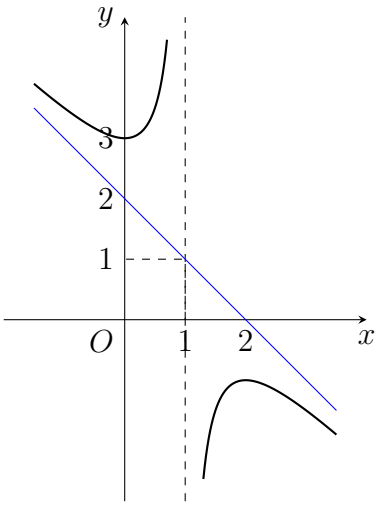
$$a = \lim_{x\to+\infty} \frac{P(x)}{x} = \lim_{x\to+\infty} \left(3 + \frac{16}{x^2} + \sqrt{1 + \frac{256}{x^4}}\right) = 3 + 0 + 1 = 4.$$

$$b = \lim_{x\to+\infty} (P(x) - 4x) = \lim_{x\to+\infty} \left(\frac{16}{x} + \sqrt{x^2 + \frac{256}{x^2}} - x\right) = 0 + \lim_{x\to+\infty} \frac{256/x^2}{\sqrt{x^2 + 256/x^2} + x} = 0.$$

Suy ra đường thẳng $y = 4x$ là tiệm cận xiên.

Vậy hàm số $P(x)$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Bài 3. Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tính giá trị biểu thức $P = a + b + c$.



✍ *Hướng dẫn giải.* Dựa vào đồ thị ta thấy:

- Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$. Từ phương thức hàm số, tiệm cận đứng là $x = -c$, suy ra $-c = 1 \Rightarrow c = -1$.

- Đồ thị có tiệm cận xiên đi qua hai điểm $(0;2)$ và $(2;0)$. Phương trình tiệm cận xiên là $y = -x + 2$. Theo công thức hàm số, tiệm cận xiên là $y = ax + 2$, suy ra $a = -1$.

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;3)$. Thay tọa độ $(0;3)$ vào hàm số: $3 = a(0) + 2 + \dfrac{b}{0+c} \Rightarrow 3 = 2 + \dfrac{b}{c}$.

Với $c = -1$, ta có $1 = \dfrac{b}{-1} \Rightarrow b = -1$.

Vậy giá trị của biểu thức $P = a + b + c = -1 + (-1) + (-1) = -3$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác MNP có $M(3;7;2)$, $N(5;1;-1)$ và $P(4;-4;-2)$. Gọi $G(a;b;c)$ là trọng tâm của tam giác MNP. Tính giá trị biểu thức $T = a + 3b + 3c$.

Hướng dẫn giải. Áp dụng công thức tính tọa độ trọng tâm theo tọa độ các đỉnh của tam giác MNP, ta có: $G\left(\dfrac{3+5+4}{3}; \dfrac{7+1-4}{3}; \dfrac{2-1-2}{3}\right)$, hay $G\left(4; \dfrac{4}{3}; -\dfrac{1}{3}\right)$

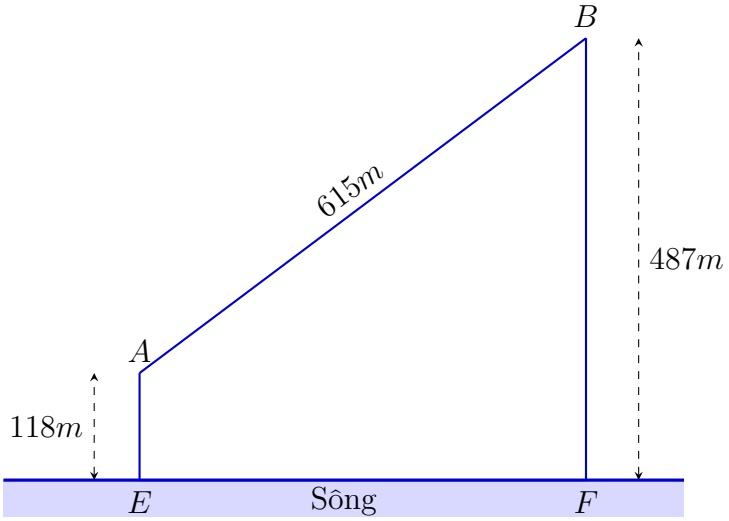
$\Rightarrow T = a + 3b + 3c = 4 + 3 \cdot \dfrac{4}{3} + 3 \cdot \left(-\dfrac{1}{3}\right) = 7.$

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;3), B(a;b;c)$ và $M(2;1;-2)$. Biết M là trung điểm của AB, tính $T = a + b + c$.

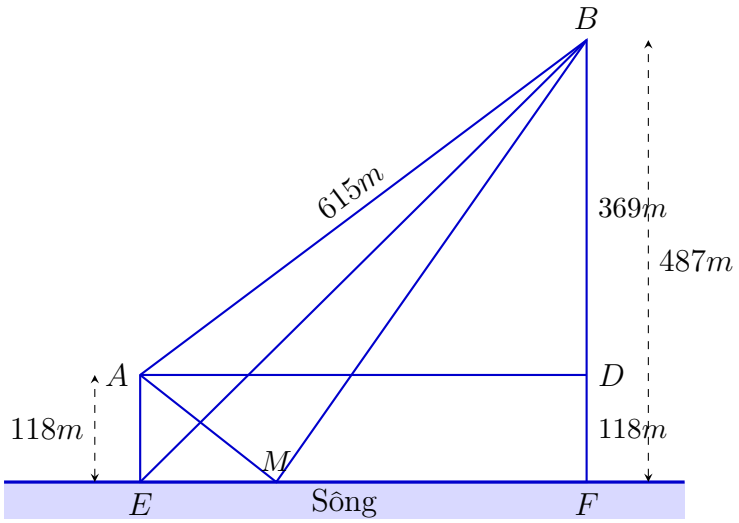
Hướng dẫn giải. Vì M là trung điểm của AB nên ta có: $\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + a}{2} \\ y_M = \dfrac{y_A + b}{2} \\ z_M = \dfrac{z_A + c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \dfrac{-1+a}{2} \\ 1 = \dfrac{5+b}{2} \\ -2 = \dfrac{3+c}{2} \end{cases} \Leftrightarrow$

$\begin{cases} a = 5 \\ b = -3 \\ c = -7 \end{cases} \Rightarrow T = a + b + c = -5.$

Bài 6. Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:



✍ *Hướng dẫn giải.* Giả sử người đó đi từ A đến M trên bờ sông để lấy nước và đi từ M về B.



Dễ dàng tính được $BD = 487 - 118 = 369$ (m).

Áp dụng định lý Pitago cho tam giác vuông ADB, ta có: $EF = AD = \sqrt{AB^2 - BD^2} = \sqrt{615^2 - 369^2} = 492$ (m).

Ta đặt $EM = x$ $(0 \le x \le 492)$, khi đó ta được: $MF = 492 - x, AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$.

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB:

$$f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} \text{ với } x \in [0; 492]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2}$$

$$\Leftrightarrow x^2[(492 - x)^2 + 487^2] = (492 - x)^2(x^2 + 118^2)$$

$$\Leftrightarrow (487x)^2 = [118(492 - x)]^2 \Leftrightarrow 487x = 118(492 - x) \Leftrightarrow 605x = 58056 \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}.$$

So sánh các giá trị $f(0), f\left(\frac{58056}{605}\right), f(492)$ ta có giá trị nhỏ nhất là:

$$f\left(\frac{58056}{605}\right) = \sqrt{(118 + 487)^2 + 492^2} = \sqrt{605^2 + 492^2} \approx 779,8 \text{ (m)}.$$

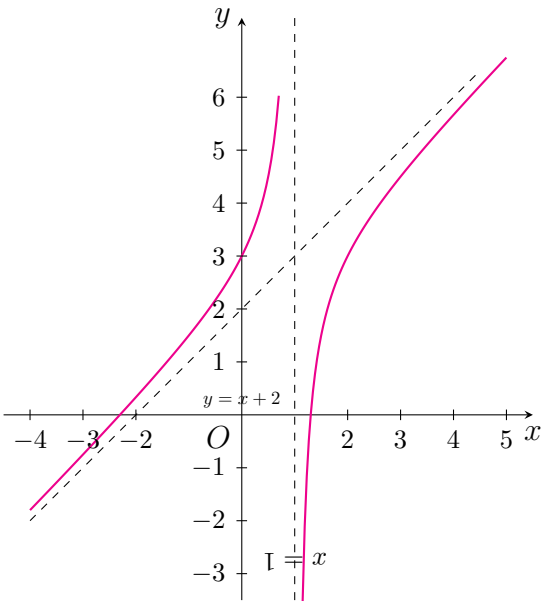
Vậy quãng đường ngắn nhất xấp xỉ $779,8$ m.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 9
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số nào sau đây có đồ thị như hình vẽ?



Ⓐ $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$.
Ⓑ **B.** $y=\dfrac{x^2+x-3}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{x^2-2x+3}{-x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x^2+3}{-x+1}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị ta thấy: - Đồ thị có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$. Cả 4 phương án đều thỏa mãn.

- Đồ thị có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+2$.

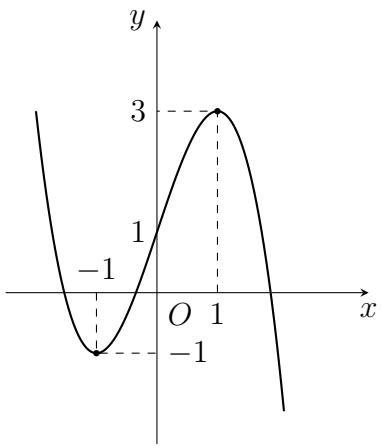
Thử phương án B: $y=\dfrac{x^2+x-3}{x-1}=\dfrac{(x-1)(x+2)-1}{x-1}=x+2-\dfrac{1}{x-1}$.

Vậy tiệm cận xiên là $y=x+2$.

Kiểm tra các điểm đi qua: Tại $x=0\Rightarrow y=3$; Tại $x=2\Rightarrow y=3$. Các điểm này khớp hoàn toàn với hình vẽ. Vậy đáp án đúng là B.

Câu 2. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình

bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



Ⓐ 0. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ -1.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(1;3)$.

Do đó, giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 3. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

Ⓐ $(2;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(-\infty;+\infty)$. Ⓓ $(0;2)$.

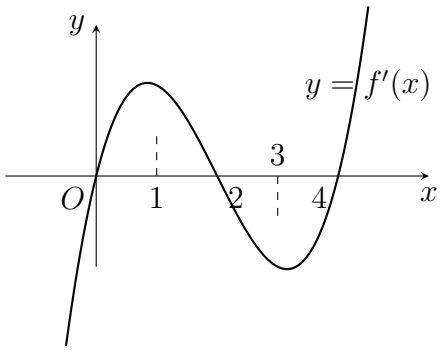
Hướng dẫn giải. Tập xác định: $\mathcal{D} = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu đạo hàm: y' mang dấu âm trên khoảng $(0;2)$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



Ⓐ Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$.
Ⓑ Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(2;4)$.
Ⓒ Hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 3$.
Ⓓ Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 4$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f'(x)$:

- Trên khoảng $(2;4)$, đồ thị nằm phía dưới trục hoành nên $f'(x) < 0$. Do đó hàm số $y = f(x)$

nghịch biến trên $(2;4)$. Khẳng định B đúng.

- Trên khoảng $(-\infty;0)$, $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến. Khẳng định A sai.
- Tại $x=4$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$. Khẳng định D sai.
- Tại $x=3$, $f'(x)$ không đổi dấu qua 0 nên không phải điểm cực trị của $f(x)$. Khẳng định C sai.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;-2)$ và trọng tâm $G(2;1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ là

Ⓐ $(3;6;3)$. Ⓑ $(3;6;-3)$. Ⓒ $(3;-3;6)$. Ⓓ $(3;2;1)$.

Hướng dẫn giải. Gọi M là trung điểm BC, ta có $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2\overrightarrow{AM}$.

Mặt khác $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM}\Rightarrow 2\overrightarrow{AM}=3\overrightarrow{AG}$.

$\overrightarrow{AG}=(2-1;1-(-1);-3-(-2))=(1;2;-1)$.

Vậy $\vec{u}=3(1;2;-1)=(3;6;-3)$.

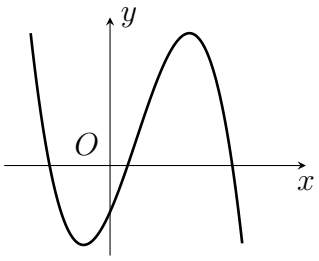
Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-4;2), B(2;1;-3), C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ có tọa độ là:

Ⓐ $G(2;-1;-1)$. Ⓑ $G(2;-2;-1)$.
Ⓒ $G(0;-1;-1)$. Ⓓ $G(6;-3;-3)$.

Hướng dẫn giải. G là trọng tâm tứ diện $ABCD\Rightarrow G=\dfrac{A+B+C+D}{4}$.

$G=\left(\dfrac{1+2+3+2}{4};\dfrac{-4+1+0-5}{4};\dfrac{2-3-2-1}{4}\right)=(2;-2;-1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



Ⓐ $a<0,b<0,c<0,d>0$. Ⓑ $a<0,b>0,c<0,d>0$.
Ⓒ $a<0,b>0,c>0,d<0$. Ⓓ $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào hình dáng đồ thị suy ra $a<0$.

Dựa vào vị trí điểm cực đại và điểm cực tiểu, suy ra $x_{\text{CT}}+x_{\text{CĐ}}>0\Rightarrow -\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow b>0$.

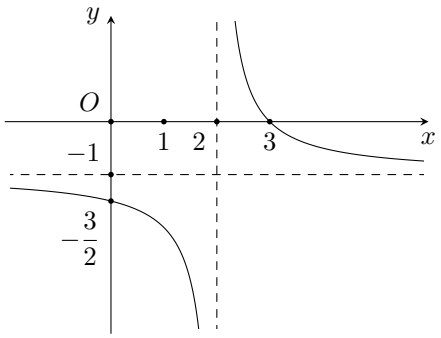
Hai điểm cực trị có hoành độ trái dấu nên $x_{\text{CT}}\cdot x_{\text{CĐ}}<0\Rightarrow \dfrac{c}{a}<0\Rightarrow c>0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

Vậy $a<0,b>0,c>0,d>0$. (Lưu ý: Đề bài gốc ghi $d<0$ ở đáp án True, nhưng giải thích ghi $d>0$).

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{cx+2}$ $(a,b,c\in\mathbb{R};c\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị của biểu

thức $a+b+c$ bằng



Ⓐ -3. Ⓑ 5. Ⓒ -4. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Từ hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số có:

- Đường tiệm cận đứng $x=2$, suy ra $-\dfrac{2}{c}=2 \Leftrightarrow c=-1$.
- Đường tiệm cận ngang $y=-1$, suy ra $\dfrac{a}{c}=-1 \Leftrightarrow a=-c=1$.
- Giao điểm với trục Oy tại điểm $\left(0;-\dfrac{3}{2}\right)$, suy ra $-\dfrac{b}{2}=-\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow b=3$.

Vậy $a+b+c=1+3-1=3$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;1), B(0;1;2)$. Tọa độ điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

Ⓐ $M(4;-5;0)$. Ⓑ $M(2;-3;0)$. Ⓒ $M(0;0;1)$. Ⓓ $M(4;5;0)$.

Hướng dẫn giải. $M \in (Oxy) \Rightarrow M(x;y;0)$. $\overrightarrow{AB}=(-2;3;1)$, $\overrightarrow{AM}=(x-2;y+2;-1)$.

Để A, B, M thẳng hàng thì $\overrightarrow{AM}=k\overrightarrow{AB} \Rightarrow \dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{-1}{1}$.

$\Rightarrow x-2=2 \Rightarrow x=4$; $y+2=-3 \Rightarrow y=-5$. Vậy $M(4;-5;0)$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

Ⓐ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=3$ và $x=-3$.
Ⓑ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
Ⓓ Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=3$ và $y=-3$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số: Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=y_0$ thì đường thẳng $y=y_0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Theo giả thiết, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ nên $y=3$ là một tiệm cận ngang.

Và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3$ nên $y=-3$ là một tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y=3$ và $y=-3$. Chọn đáp án D.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;-2;3), B(0;3;1), C(4;2;2)$. Cosin của góc $\widehat{BAC}$ là

Ⓐ $\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. Ⓑ $-\dfrac{9}{\sqrt{35}}$. Ⓒ $-\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$. Ⓓ $\dfrac{9}{2\sqrt{35}}$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{AB}=(1;5;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(5;4;-1)$.

$$\cos\widehat{BAC}=\frac{\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}}{|\overrightarrow{AB}|\cdot|\overrightarrow{AC}|}=\frac{1(5)+5(4)+(-2)(-1)}{\sqrt{1^2+5^2+(-2)^2}\cdot\sqrt{5^2+4^2+(-1)^2}}=\frac{27}{\sqrt{30}\cdot\sqrt{42}}=\frac{27}{6\sqrt{35}}=\frac{9}{2\sqrt{35}}.$$

Câu 12. Công suất P (đơn vị W) của một mạch điện được cung cấp bởi một nguồn pin $12V$ được cho bởi công thức $P=12I-0,5I^2$ với I (đơn vị A) là cường độ dòng điện. Tìm công suất tối đa của mạch điện.

Ⓐ 72. Ⓑ 12. Ⓒ $-\frac{1}{192}$. Ⓓ $\frac{23}{2}$.

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $P=12I-0,5I^2$ với $I\geq 0$ có đạo hàm $P'=12-I; P'=0\iff I=12$.

BBT

I	0		12		$+\infty$
$P'(I)$		$+$	0	$-$	
$P(I)$		↗	72	↘	

Công suất tối đa của mạch điện là $72(W)$ đạt được khi cường độ dòng điện là $12(A)\Rightarrow$ **Chọn B**

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$

a) Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

c) Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(0;1)$ và $(2;+\infty)$.

d) Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(2;5)$.

Hướng dẫn giải.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

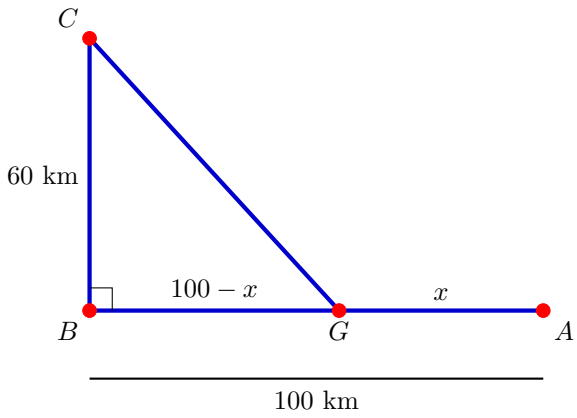
Ta có: $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}\Rightarrow y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

- **a) ĐÚNG:** Theo tập xác định đã tìm ở trên.
- **b) ĐÚNG:** Dựa vào bảng biến thiên, hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.
- **c) SAI:** Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$, $(2; +\infty)$ và nghịch biến trên mỗi khoảng $(0; 1)$, $(1; 2)$.
- **d) SAI:** Dựa vào bảng biến thiên, điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0; 1)$. (Điểm $(2; 5)$ là điểm cực tiểu).

Bài 2. Đường dây điện $110KV$ kéo từ trạm phát (điểm A) trong đất liền ra Côn Đảo (điểm C). Biết $BC = 60km, AB = 100km$, góc $\widehat{ABC} = 90°$, như hình vẽ. Mỗi km dây điện dưới nước chi phí là $5000USD$, chi phí cho mỗi km dây điện trên bờ là $3000USD$. Đặt $x = AG$.



a) Khi $x = 20km$ thì đường dây điện nối từ C về G dài $100km$.

b) Khi $x = 20km$ thì tổng chi phí mắc điện là $560.000USD$.

c) Tổng chi phí mắc điện nhỏ nhất khi $x = 50km$.

d) Tổng chi phí mắc điện nhỏ nhất là $540.000USD$.

Hướng dẫn giải.

a) Có $AG = x \Rightarrow BG = 100 - x$ với $0 \le x \le 100$.

Xét tam giác CBG vuông tại B có $CG = \sqrt{CB^2 + BG^2} = \sqrt{3600 + (100 - x)^2}$.

Khi $x = 20km \Rightarrow CG = \sqrt{3600 + (100 - 20)^2} = \sqrt{3600 + 6400} = 100km$.

Vậy **a) ĐÚNG**.

b) Chi phí tiền mắc điện là $f(x) = 3000x + 5000\sqrt{3600 + (100 - x)^2}$.

Khi $x = 20km \Rightarrow CG = 100km$ và tổng chi phí mắc điện là:

$T = f(20) = 3000 \cdot 20 + 5000 \cdot 100 = 560.000USD$. Vậy **b) ĐÚNG**.

c) Để chi phí mắc điện ít nhất thì $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Ta có $f'(x) = 3000 - 5000 \cdot \dfrac{(100 - x)}{\sqrt{3600 + (100 - x)^2}}$

$$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3000 = 5000 \cdot \frac{(100 - x)}{\sqrt{3600 + (100 - x)^2}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 55 \\ x = 145\,(l) \end{array}\right.$$

Ta có: $f(0) \approx 583095,1895\,USD$

$f(55) = 540.000\,USD$

$f(100) = 600.000\,USD$

Vậy chi phí mắc điện nhỏ nhất khi $x = 55km$. Do đó **c) SAI**.

d) Chi phí mắc điện nhỏ nhất là $f(55) = 540.000\,USD$.

Vậy **d) ĐÚNG**.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-2;1)$ và B nằm trên trục Oy sao cho $OB = 2$.

a) $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$

b) Tọa độ điểm $B(2;0;0)$

c) Điểm $M(2;2;-1)$ đối xứng với A qua trục Ox

d) Tọa độ điểm $N(-2;2;1)$ đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy)

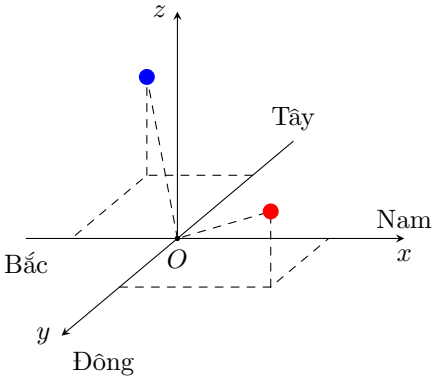
Hướng dẫn giải. a) Vì A có tọa độ $(2;-2;1)$ nên $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$.

b) Vì B nằm trên trục Oy sao cho $OB = 2$ nên tọa độ của B có thể là $(0;2;0)$ hoặc $(0;-2;0)$.

c) Điểm đối xứng với A qua trục Ox có tọa độ là $(2;2;-1)$.

d) Tọa độ điểm đối xứng với A qua mặt phẳng tọa độ (Oxy) là $(2;-2;-1)$.

Bài 4. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 2 km về phía nam và 1 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,5 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1 km về phía bắc và 1,5 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chọn hệ trục $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (Hình minh họa), đơn vị đo lấy theo kilomet.



a) Với hệ tọa độ đã chọn, tọa độ khinh khí cầu thứ nhất là $(2;1;0{,}5)$

b) Với hệ tọa độ đã chọn, toạ độ khinh khí cầu thứ hai là $(-1{,}5;-1;0{,}8)$

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng $\sqrt{21}$ km

d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là 3,92 km (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*)

Hướng dẫn giải.

a) Chiếc khinh khí cầu thứ nhất có tọa độ là $(2;1;0{,}5)$.

b) Chiếc khinh khí cầu thứ hai có tọa độ là $(-1;-1{,}5;0{,}8)$.

c) Khoảng cách từ điểm xuất phát đến khinh khí cầu thứ nhất bằng

$$\sqrt{2^2+1^2+0{,}5^2} = \frac{\sqrt{21}}{2}\text{ km}.$$

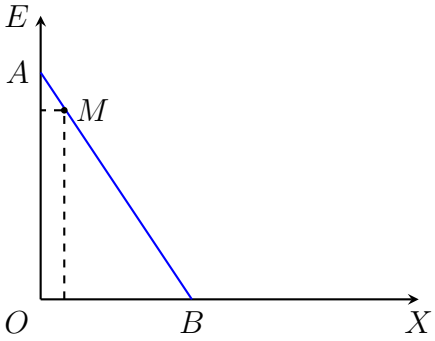
d) Khoảng cách hai chiếc khinh khí cầu là

$$\sqrt{(-1-2)^2+(1{,}5-1)^2+(0{,}8-0{,}5)^2} = \sqrt{15{,}34} \approx 3{,}92\,\text{km}.$$

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trên một đoạn đường giao thông có 2 con đường vuông góc với nhau tại O như hình vẽ. Một địa danh lịch sử có vị trí đặt tại M, vị trí M cách đường OE 125 m và cách đường OX 1 km. Vì lý do thực tiễn người ta muốn làm một đoạn đường thẳng AB đi qua vị trí M, biết rằng giá để

làm 100 m đường là 150 triệu đồng. Chọn vị trí của A và B để hoàn thành con đường với chi phí thấp nhất. Hỏi chi phí thấp nhất là bao nhiêu?



✍ *Hướng dẫn giải.* Đổi 125 m $= \dfrac{1}{8}$ km. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho $M\left(\dfrac{1}{8};1\right)$.

Gọi $B(m;0)$ và $A(0;n)$ với $m,n>0$. Phương trình đường thẳng AB là: $\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}=1$.

Do AB qua $M \Rightarrow \dfrac{1}{8m}+\dfrac{1}{n}=1 \Rightarrow n=\dfrac{8m}{8m-1}$ (với $m>1/8$).

Độ dài con đường: $AB^2=m^2+n^2=m^2+\left(\dfrac{8m}{8m-1}\right)^2$.

Xét hàm $f(m)=m^2+\left(\dfrac{8m}{8m-1}\right)^2$, đạo hàm $f'(m)=2m+2\left(\dfrac{8m}{8m-1}\right)\cdot\dfrac{-8}{(8m-1)^2}$.

$f'(m)=0 \Leftrightarrow 1-\dfrac{64}{(8m-1)^3}=0 \Leftrightarrow (8m-1)^3=64 \Leftrightarrow 8m-1=4 \Leftrightarrow m=\dfrac{5}{8}$.

Khi đó $AB=\sqrt{\left(\dfrac{5}{8}\right)^2+\left(\dfrac{5}{4}\right)^2}=\dfrac{5\sqrt{5}}{8}$ (km).

Chi phí: $\dfrac{5\sqrt{5}}{8}\cdot 1,5 \approx 2,0963$ tỷ đồng.

Bài 2. Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C) và $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (T). Số giao điểm của (C) với (T) là?

✍ *Hướng dẫn giải.*

Xét phương trình hoành độ giao điểm: (ĐK $x\neq 1$)

$$x^3-3x+2=\frac{x+2}{x-1} \Leftrightarrow (x+2)(x-1)^2=\frac{x+2}{x-1} \Leftrightarrow (x+2)(x-1)^2-\frac{x+2}{x-1}=0$$

$$\Leftrightarrow (x+2)\cdot\left((x-1)^2-\frac{1}{x-1}\right)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x+2=0\\(x-1)^3=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2(TM)\\x=2(TM)\end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm của (C) với (T) là 2.

Bài 3. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm đó $(0<x\leq 2000)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được (đơn vị: chục nghìn đồng) là $f(x)=2000x-x^2$ và tổng chi phí (đơn vị: chục nghìn đồng) doanh nghiệp chi ra là $g(x)=x^2+1440x+50$. Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (chục nghìn đồng) $(0<t<300)$. Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) sao cho nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận lớn nhất theo

mức thuế phụ thu đó là bao nhiêu triệu đồng?

✍ *Hướng dẫn giải.* Lợi nhuận của doanh nghiệp khi phải chịu mức thuế phụ thu t trên mỗi đơn vị sản phẩm được tính bằng doanh thu trừ đi tổng chi phí và tiền thuế:

$$P(x) = f(x) - g(x) - t \cdot x$$
$$P(x) = (2000x - x^2) - (x^2 + 1440x + 50) - t \cdot x$$
$$P(x) = -2x^2 + (560 - t)x - 50$$

Để doanh nghiệp đạt lợi nhuận lớn nhất (với mức thuế t cố định), ta tìm cực trị của hàm $P(x)$:

$$P'(x) = -4x + 560 - t = 0 \Leftrightarrow x = \frac{560 - t}{4} = 140 - \frac{t}{4}$$

Vì $0 < t < 300$ nên $65 < x < 140$, thỏa mãn điều kiện $0 < x \leq 2000$. Do đó, với mỗi mức thuế t, doanh nghiệp sẽ sản xuất số lượng sản phẩm là $x = 140 - \dfrac{t}{4}$.

Số tiền thuế phụ thu mà nhà nước nhận được là:

$$T(t) = t \cdot x = t\left(140 - \frac{t}{4}\right) = 140t - \frac{t^2}{4}$$

Để số tiền thuế nhà nước nhận được lớn nhất, ta xét hàm số $T(t)$ trên khoảng $(0; 300)$:

$$T'(t) = 140 - \frac{t}{2}$$

Cho $T'(t) = 0 \Leftrightarrow 140 - \dfrac{t}{2} = 0 \Leftrightarrow t = 280$.

Dễ thấy hàm số $T(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = 2,8$ (triệu đồng).

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 1; -2)$, $B(2; -3; 5)$. Điểm M thuộc đoạn AB sao cho $MA = 2MB$, biết tọa độ điểm M là $(a; b; c)$. Khi đó $a + 3b + c$ bằng bao nhiêu?

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $M(a; b; c)$.

Vì M thuộc đoạn AB nên $\overrightarrow{MA} = -2\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 - a = -2(2 - a) \\ 1 - b = -2(-3 - b) \\ -2 - c = -2(5 - c) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \dfrac{7}{3} \\ b = -\dfrac{5}{3} \\ c = \dfrac{8}{3} \end{cases}$

Suy ra $a + 3b + c = \dfrac{7}{3} + 3\left(-\dfrac{5}{3}\right) + \dfrac{8}{3} = 0$.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Gọi $D(a; b; c)$ là chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC. Giá trị của $a + b + 2c$ bằng bao nhiêu?

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $AB = \sqrt{26}$, $BC = \sqrt{104} = 2\sqrt{26}$.

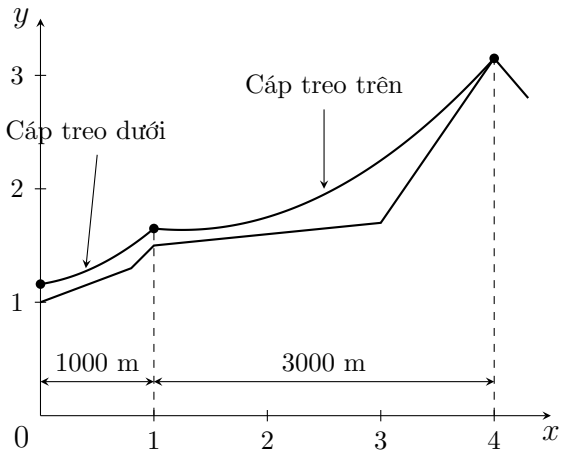
Gọi $D(x, y, z)$, theo tính chất đường phân giác ta có $\dfrac{DA}{DC} = \dfrac{BA}{BC} = \dfrac{1}{2}$. Suy ra $\overrightarrow{DA} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{DC}$ (1).

Ta có $\overrightarrow{DA} = (1 - x; 2 - y; -1 - z)$ và $\overrightarrow{DC} = (-4 - x; 7 - y; 5 - z)$.

Do đó $(1) \Rightarrow \begin{cases} 1-x=-\dfrac{1}{2}(-4-x) \\ 2-y=-\dfrac{1}{2}(7-y) \\ -1-z=-\dfrac{1}{2}(5-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-\dfrac{2}{3} \\ y=\dfrac{11}{3} \\ z=1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{11}{3};1\right)$.

Suy ra $a+b+2c=-\dfrac{2}{3}+\dfrac{11}{3}+2(1)=5$.

Bài 6. Một tuyến cáp treo trên núi chạy từ ga dưới của thung lũng đến một cột trụ, từ đó đến ga trên của đỉnh núi. Đoạn dưới dài 1 km theo phương ngang, đoạn trên dài 3 km. Hình vẽ biểu diễn sơ đồ đường đi của cáp treo cũng như mặt cắt ngang bên dưới của ngọn núi. Trong hệ tọa độ được sử dụng, trục Ox biểu thị khoảng cách theo phương ngang từ ga dưới và trục Oy biểu thị độ cao so với mực nước biển. Mỗi đơn vị trên hệ trục tọa độ dài 1 km trong thực tế.



Trong đoạn dưới, đường đi của cáp treo được mô tả bởi hàm số

$$f(x)=0{,}34x^2+0{,}15x+1{,}16, \forall x \in [0;1].$$

Trong đoạn trên, đường đi của cáp treo được mô tả bởi hàm số

$$g(x)=ax^2+bx+c, \forall x \in [1;4] \text{ với } a,b,c \in \mathbb{R}.$$

Độ dốc lớn nhất của đường đi cáp treo ở đoạn trên là 1,1. Cáp treo ở ga trên có độ cao 3150 m so với mực nước biển. Độ cao của ngọn núi được mô hình hóa cho khu vực $1 \le x \le 3$ bằng hàm số $h(x)=0{,}1x+1{,}43$. Đối với độ cao này thì khoảng cách theo phương thẳng đứng nhỏ nhất giữa cáp treo và ngọn núi bằng bao nhiêu theo đơn vị mét?

Hướng dẫn giải. Điểm kết nối giữa hai đoạn cáp treo là $C(1;1{,}65)$ và ga trên tại đỉnh núi là $D(4;3{,}15)$.

Độ dốc của đoạn cáp treo trên là $g'(x)=2ax+b$. Vì $a>0$ nên hàm số $g'(x)$ đồng biến trên đoạn $[1;4]$.

Độ dốc đạt giá trị lớn nhất tại $x=4$, ta có: $g'(4)=1{,}1 \Leftrightarrow 8a+b=1{,}1$.

Mặt khác, đồ thị hàm số $g(x)$ đi qua hai điểm $C(1;1{,}65)$ và $D(4;3{,}15)$, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} g(1)=1{,}65 \\ g(4)=3{,}15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=1{,}65 \\ 16a+4b+c=3{,}15 \end{cases}$$

Kết hợp với phương trình độ dốc, ta giải hệ:

$$\begin{cases} 8a+b=1{,}1 \\ a+b+c=1{,}65 \\ 16a+4b+c=3{,}15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{5} \\ b=-\dfrac{1}{2} \\ c=\dfrac{39}{20} \end{cases} \Rightarrow g(x)=\frac{1}{5}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{39}{20}.$$

Khoảng cách theo phương thẳng đứng giữa cáp treo và ngọn núi trên đoạn $[1;3]$ được xác định bởi hàm số $d(x)=g(x)-h(x)$:

$$d(x)=\left(\frac{1}{5}x^2-\frac{1}{2}x+\frac{39}{20}\right)-(0{,}1x+1{,}43)=0{,}2x^2-0{,}6x+0{,}52.$$

Khoảng cách nhỏ nhất là:

$$d_{\min}=\min_{[1;3]}(g(x)-h(x))=\min_{[1;3]}(0{,}2x^2-0{,}6x+0{,}52).$$

Xét hàm $k(x)=0{,}2x^2-0{,}6x+0{,}52$, ta có $k'(x)=0{,}4x-0{,}6=0 \Leftrightarrow x=1{,}5\in[1;3]$.
Giá trị cực tiểu tại đỉnh parabol là $k(1{,}5)=0{,}2(1{,}5)^2-0{,}6(1{,}5)+0{,}52=0{,}07$.
Vậy khoảng cách nhỏ nhất theo đơn vị thực tế là $0{,}07$ km $=70$ m.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+5}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng nào?

Ⓐ $(-4;2)$. Ⓑ $(-\infty;-2)$.
Ⓒ $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$. Ⓓ $(-4;-1)$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $\mathcal{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $y'=\dfrac{(2x-3)(x+1)-(x^2-3x+5)}{(x+1)^2}=\dfrac{2x^2+2x-3x-3-x^2+3x-5}{(x+1)^2}=\dfrac{x^2+2x-8}{(x+1)^2}$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-4\end{array}\right.$

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		-4		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-4;-1)$ và $(-1;2)$. Đối chiếu các phương án, ta chọn D.

Câu 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-7}{x-4}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

Ⓐ $x_{CT}=3, x_{CD}=5$. Ⓑ $x_{CT}=-3, x_{CD}=5$.
Ⓒ $x_{CT}=5, x_{CD}=3$. Ⓓ $x_{CT}=5, x_{CD}=-3$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $\mathcal{D}=\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Ta có $y'=\dfrac{(2x-2)(x-4)-(x^2-2x-7)}{(x-4)^2}=\dfrac{2x^2-8x-2x+8-x^2+2x+7}{(x-4)^2}=\dfrac{x^2-8x+15}{(x-4)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2-8x+15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=5\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		3		4		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y		↗	$y(3)$	↘	‖	↘	$y(5)$	↗	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x_{CD}=3$ và đạt cực tiểu tại $x_{CT}=5$.

Câu 3. Điểm cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-1}{x+2}$ là

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $x=-5$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $x=5$.

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $\mathcal{D}=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Ta có $y' = \dfrac{(-2x+2)(x+2)-(-x^2+2x-1)}{(x+2)^2} = \dfrac{-2x^2-4x+2x+4+x^2-2x+1}{(x+2)^2} = \dfrac{-x^2-4x+5}{(x+2)^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow -x^2-4x+5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -5 \end{array}\right.$

Xét dấu y':

x	$-\infty$		-5		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	

Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

(A) Nếu $f'(x) \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
(B) Nếu $f'(x) > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
(C) Nếu $f'(x) = 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.
(D) Nếu $f'(x) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải. Theo định lý về tính đơn điệu của hàm số: Nếu hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K và $f'(x) > 0, \forall x \in K$ thì hàm số đồng biến trên K. Ở đây $K = \mathbb{R}$. Do đó khẳng định B là đúng.

Câu 5. Tìm khẳng định **sai** trong các khẳng định sau.

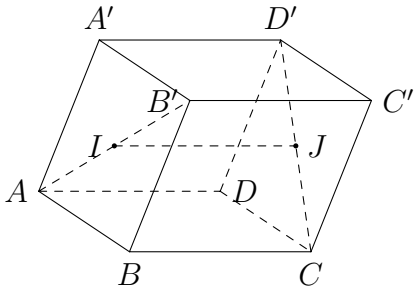
(A) Với 3 điểm M, N, P tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{MN} + \overrightarrow{NP} = \overrightarrow{MP}$..
(B) Với 3 điểm O, A, B tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{AB}$..
(C) Vectơ $\vec{b}$ là vectơ đối của vectơ $\vec{a}$ nếu $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ và $\vec{a}$, $\vec{b}$ là hai vectơ ngược hướng..
(D) Mỗi vectơ đều có vectơ đối. Vectơ đối của $\overrightarrow{AB}$ là $\overrightarrow{BA}$, vectơ đối của $\vec{0}$ là $\vec{0}$..

Hướng dẫn giải. Chọn **B** sai vì: Với 3 điểm O, A, B tùy ý ta luôn có $\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB} = \overrightarrow{BA}$. B

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB' và CD'. Khẳng định nào dưới đây đúng?

(A) $\overrightarrow{AI} = \overrightarrow{CJ}$. (B) $\overrightarrow{D'A'} = \overrightarrow{IJ}$. (C) $\overrightarrow{BI} = \overrightarrow{D'J}$. (D) $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$.

Hướng dẫn giải.



Ta có $\overrightarrow{A'I} = \overrightarrow{JC}$. D

Câu 7. Cho $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5$, góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$. Khẳng định nào **sai** trong các khẳng định sau?

(A) $|\vec{a} - \vec{b}| = 7$. (B) $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{19}$.
(C) $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 9$. (D) $|\vec{a} - 2\vec{b}| = \sqrt{139}$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $|\vec{a}+\vec{b}|^2 = \vec{a}^2+\vec{b}^2+2|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cdot\cos(\vec{a},\vec{b}) = 3^2+5^2+2\cdot3\cdot5\cdot\cos 120° = 19$.

Suy ra $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{19}$. B

Câu 8. Một cửa hàng bán bưởi Đoan Hùng với giá bán mỗi quả là 50.000 đồng thì chỉ bán được khoảng 40 quả. Nếu cửa hàng cứ giảm mỗi quả 5.000 đồng thì số bưởi bán được tăng thêm là 50 quả. Biết giá nhập vào là 30.000 đồng/quả. Xác định giá bán để cửa hàng thu được lợi nhuận lớn nhất.

Ⓐ 44.000đ. Ⓑ 43.000đ. Ⓒ 42.000đ. Ⓓ 41.000đ.

Hướng dẫn giải. Gọi x là giá bán mỗi quả bưởi $(30.000 \le x \le 50.000)$.

Số tiền giảm giá: $50.000-x$.

Số quả bán thêm được: $\dfrac{50.000-x}{5.000}\cdot 50=\dfrac{1}{100}(50.000-x)$.

Tổng số quả bán được: $40+\dfrac{50.000-x}{100}=-\dfrac{1}{100}x+540$.

Lợi nhuận trên một quả: $x-30.000$.

Tổng lợi nhuận: $F(x)=\left(-\dfrac{1}{100}x+540\right)(x-30.000)=-\dfrac{1}{100}x^2+840x-16.200.000$.

$F'(x)=-\dfrac{1}{50}x+840; F'(x)=0 \iff x=42.000$.

Giá bán 42.000 đồng cho lợi nhuận tối đa. $\Rightarrow$ **Chọn C**

Câu 9. Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x+1}{2x-2}$ là

Ⓐ $y=2$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $y=1$.

Hướng dẫn giải. Ta có

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{4x+1}{2x-2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{4+\dfrac{1}{x}}{2-\dfrac{2}{x}}=2.$$

Vậy đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho. A

Câu 10. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2+x-2}{x+1}$ là

Ⓐ $y=-1$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $y=2x-1$. Ⓓ $y=2x+1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y=\dfrac{2x^2+x-2}{x+1}=2x-1-\dfrac{1}{x+1}$ nên đường tiệm cận xiên có phương trình $y=2x-1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm H là hình chiếu của điểm M lên mặt phẳng (Oxz).

Ⓐ $H(0;3;-4)$. Ⓑ $H(-2;-3;4)$.
Ⓒ $H(2;3;0)$. Ⓓ $H(2;0;-4)$.

Hướng dẫn giải. Từ $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+3\vec{j}-4\vec{k}$ ta có $M(2;3;-4)$.

Hình chiếu của điểm $M(x;y;z)$ lên mặt phẳng (Oxz) là điểm $H(x;0;z)$.

Vậy $H(2;0;-4)$. Đáp án D.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Số điểm cực tiểu của

$y = f(x)$ là

x	$-\infty$		-3		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Ⓐ 3. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Dạo hàm đổi dấu từ $-$ sang $+$ tại $x = -3$ và $x = 3$. Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Đậu đỏ là một loại thực phẩm quen thuộc trong bữa ăn của người Việt Nam. Ngoài giá trị dinh dưỡng cao, đậu đỏ còn có nhiều công dụng tuyệt vời cho sức khỏe và sắc đẹp như: chống oxy hóa, giúp cơ bắp con người khỏe mạnh, tăng cường sức khỏe cho tim mạch con người, lợi ích cho hệ tiêu hóa, bổ thận, cung cấp vitamin bổ dưỡng cho cơ thể, đào thải độc tố, giải độc, tốt cho hệ miễn dịch, giúp huyết áp ổn định, da đẹp. Cây đậu đỏ khi trồng có chiều cao 6 cm. Khảo sát cho thấy độ cao tính bằng centimet của cây đậu đỏ tại thời điểm t kể từ khi được trồng được cho bởi hàm số $h(t) = -0{,}005t^4 + bt^3 + c$ (trong đó b, $c \in \mathbb{R}$), với t tính theo tuần. Giả sử $h'(t)$ là tốc độ tăng chiều cao của cây đậu đỏ sau khi trồng (đơn vị của $h'(t)$: cm/tuần). Biết $h'(5) = 5$.

a) Hàm số $h(t)$ có công thức $h(t) = -0{,}005t^4 + 0{,}1t^3$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu đỏ đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu đỏ đó là 90 cm.

d) Vào thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao của cây là 56 cm.

Hướng dẫn giải. a) Cây đậu đỏ khi trồng có chiều cao 6 cm tức là $h(0) = 6 \Rightarrow c = 6$.

b) Với $c = 6$, ta có $h(t) = -0{,}005t^4 + bt^3 + 6 \Rightarrow h'(t) = -0{,}02t^3 + 3bt^2$.
Mà $h'(5) = 5 \Rightarrow h'(5) = -0{,}02 \cdot 5^3 + 3b \cdot 5^2 = 5 \Rightarrow b = 0{,}1$.
Vậy $h(t) = -0{,}005t^4 + 0{,}1t^3 + 6$.
Khi đó $h'(t) = -0{,}02t^3 + 0{,}3t^2 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 15. \end{array}\right.$
Ta có bảng biến thiên

t	0		15		$+\infty$
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
$h(t)$	6	↗	$90{,}375$	↘	$-\infty$

Giai đoạn tăng trưởng của cây đậu đỏ đó kéo dài 15 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây đậu đỏ đó là

$$h(15) = -0{,}005 \cdot (15)^4 + 0{,}1 \cdot (15)^3 + 6 = 90{,}375.$$

d) Vào thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất.

Ta có $h''(t) = -0{,}06t^2 + 0{,}6t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 10. \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

t	0		15		$+\infty$
$h''(t)$		$+$	0	$-$	
$h'(t)$	0	↗	10	↘	$-\infty$

Thời điểm cây đậu đỏ đó phát triển nhanh nhất là tuần thứ 10 khi đó chiều cao cây đậu đỏ là

$$h(10) = -0{,}005 \cdot (10)^4 + 0{,}1 \cdot (10)^3 + 6 = 56.$$

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

a) Đạo hàm của hàm số là $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{x + 1}$

b) Giá trị cực đại của hàm số bằng -2

c) Điểm cực tiểu của hàm số bằng 0

d) Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = 2x - 2$

Hướng dẫn giải. Tập xác định $\mathscr{D} = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Đạo hàm $y' = 1 - \dfrac{1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2. \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	$+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

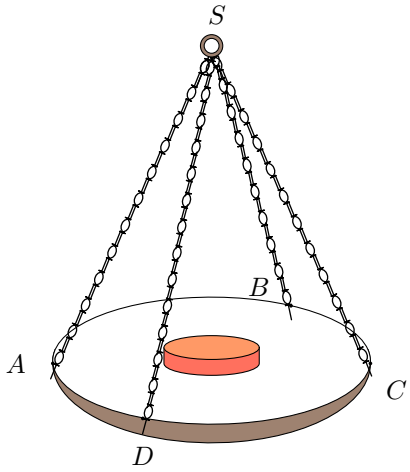
Từ đó, ta có

- a) Sai vì $y' = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} \neq \dfrac{x^2 - 2x}{x + 1}$.
- b) Đúng: Giá trị cực đại của hàm số bằng $f(0) = -2$.
- c) Sai: Điểm cực tiểu của hàm số bằng $x = 2$.
- d) Đúng: Đường thẳng qua hai điểm cực trị của hàm số là

$$y = \frac{(x^2 - 2x)'}{(x-1)'} = 2x - 2.$$

Bài 3. Một vật là chiếc đèn chùm treo có khối lượng $m = 6$ kg được thiết kế với đĩa đèn được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều, có $\widehat{ASC} = 60°$. Biết $\vec{P} = m \cdot \vec{g}$ trong đó $\vec{g}$ là véc-tơ gia tốc rơi tự do có độ lớn 10 m/s^2, $\vec{P}$ là trọng lực tác động

lên vật có đơn vị là N, m là khối lượng của vật có đơn vị kg. Khi đó:



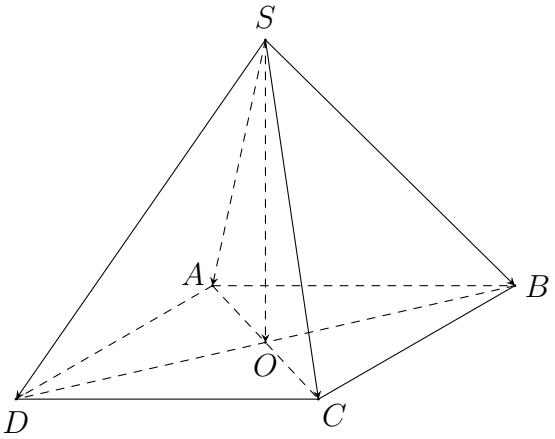
a) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$

b) $|\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}|=0$

c) Độ lớn của trọng lực $\vec{P}$ tác động lên chiếc đèn chùm bằng 60 N

d) Độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $10\sqrt{3}$ N

Hướng dẫn giải.



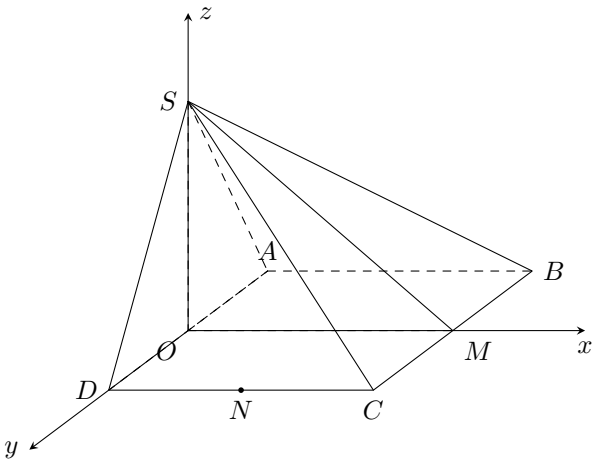
a) **Sai**.
Gọi lực căng dây của chiếc cân đòn lần lượt là $\overrightarrow{SA}$, $\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SC}$, $\overrightarrow{SD}$ và O là giao điểm của AC và BD.
Ta có $\overrightarrow{SA}-\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}-\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{BA}\neq\vec{0}$.

b) **Sai**.
$\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$.

c) **Đúng**.
Ta có trọng lực tác dụng lên chiếc cân là $P=m\cdot g=\cdot 10=60$ N.

d) **Đúng**.
Ta có $|\vec{P}|=4|\overrightarrow{SO}|$, suy ra $SO=15$ N.
Ta có $\triangle SAC$ là tam giác đều có $SO=15$ nên $SC=10\sqrt{3}$.
Suy ra $SA=\dfrac{15\sqrt{2}}{2}=\dfrac{30\sqrt{2}}{4}$.
Vậy độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích bằng $10\sqrt{3}$ N.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có các cạnh bằng 1, SAD là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi O, M và N lần lượt là trung điểm của AD, BC và CD. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.



a) Tọa độ các điểm A, B là $A\left(0;-\frac{1}{2};0\right), B\left(1;-\frac{1}{2};0\right)$.

b) Tọa độ các điểm C, D là $C\left(1;\frac{1}{2};0\right), D\left(0;\frac{1}{2};0\right)$.

c) Tọa độ điểm S là $S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.

d) Tọa độ các điểm M, N là $M(1;0;0), N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

Hướng dẫn giải. Vì đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 1, O là trung điểm AD nên $OA = OD = \frac{1}{2}$. Dựa trên hình vẽ:

- Điểm D nằm trên tia Oy nên $D\left(0;\frac{1}{2};0\right)$.
- Điểm A nằm ngược tia Oy nên $A\left(0;-\frac{1}{2};0\right)$.
- $OM = 1$ và nằm trên tia Ox nên $M(1;0;0)$.
- Từ A và M suy ra $B\left(1;-\frac{1}{2};0\right)$.
- Từ D và M suy ra $C\left(1;\frac{1}{2};0\right)$.
- Tam giác SAD đều cạnh 1, đường cao $SO = \frac{1\cdot\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$, S nằm trên tia Oz nên $S\left(0;0;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$.
- N là trung điểm $CD \Rightarrow N\left(\frac{0+1}{2};\frac{1/2+1/2}{2};0\right) = N\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};0\right)$.

Vậy cả 4 khẳng định a, b, c, d đều đúng.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau.

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$	0	$+$		$-$	0	$+$	

Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

Hướng dẫn giải. Ta thấy vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm qua 3 nghiệm $x=-2, x=1, x=2$ đổi dấu nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Bài 2. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 \in (-1;0), x_2 \in (1;2)$. Biết hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2)$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm. Trong các số a, b và c có bao nhiêu số âm?

Hướng dẫn giải. Hàm số đa thức bậc 3: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đạt cực trị tại các điểm x_1, x_2 nên $a \neq 0$.

Suy ra: x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y'=3ax^2+2bx+c=0$.

Theo định lý Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a} \\ x_1 \cdot x_2=\dfrac{c}{3a} \end{cases}$

Áp dụng định lý dấu tam thức bậc 2, ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(x_1;x_2) \Rightarrow a<0$.

Vì $x_1 \in (-1;0), x_2 \in (1;2)$ nên $\begin{cases} x_1+x_2>0 \\ x_1 \cdot x_2<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{-2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}<0 \end{cases}$ do $a<0 \Rightarrow \begin{cases} b>0 \\ c>0 \end{cases}$

Vậy trong các số a, b và c có 1 số âm là a.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục là mét), một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(0;1;5)$ và chuyển động đều theo hướng vectơ $\vec{u}=(1;2;2)$ với tốc độ 6 m/s. Sau 6 giây kể từ lúc xuất phát, cabin đến điểm $B(a;b;c)$. Tìm c.

Hướng dẫn giải. Ta có

$$|\vec{u}|=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3.$$

Suy ra mỗi giây cabin di chuyển được một quãng đường bằng 2 lần độ dài vectơ $\vec{u}$.
Khi đó, ta có

$$\overrightarrow{AB}=12\vec{u}=(12;24;24).$$

Suy ra

$$c-5=24 \Leftrightarrow c=29.$$

Bài 4. Cho hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=3, |\vec{b}|=4, |\vec{a}+\vec{b}|=6$. Tính $|\vec{a}-\vec{b}|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Ta sử dụng công thức hình bình hành đối với độ dài vectơ: $|\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2=2\left(|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2\right)$.

Thay các giá trị đã cho vào ta có: $6^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2=2\left(3^2+4^2\right)=2(9+16)=50$.
$\Rightarrow |\vec{a}-\vec{b}|^2=50-36=14$.
$\Rightarrow |\vec{a}-\vec{b}|=\sqrt{14} \approx 3{,}74$.

Bài 5. Một đại lý nhập khẩu trái cây tươi để phân phối cho các cửa hàng. Mỗi lần nhập khẩu trái cây, khoảng chi phí vận chuyển (không đổi) là 25 triệu đồng. Chi phí bảo quản mỗi tạ trái cây trong kho là 80 nghìn đồng/ngày. Thời gian bảo quản tối đa 10 ngày. Biết rằng, kể từ ngày đầu tiên nhập hàng, đại lý sẽ phân phối tới các cửa hàng 25 tạ trái cây mỗi ngày. Mỗi lần nhập hàng, đại lý phải nhập đủ trái cây cho bao nhiêu ngày phân phối để chi phí trung bình cho mỗi ngày thấp nhất (bao gồm chi phí vận chuyển và chi phí bảo quản trong kho)?

Hướng dẫn giải. Gọi x là số ngày phân phối trái cây cho mỗi lần nhập hàng ($1 \le x \le 10, x \in \mathbb{N}$).

Mỗi ngày phân phối 25 tạ, nên tổng khối lượng nhập mỗi lần là $25x$ (tạ).

- Chi phí vận chuyển cố định: 25 000 (nghìn đồng).

- Chi phí bảo quản:

- Ngày 1: Phân phối 25 tạ, còn lại $25(x-1)$ tạ cần bảo quản.

- Ngày 2: Phân phối 25 tạ, còn lại $25(x-2)$ tạ cần bảo quản.

- ...

- Ngày x: Phân phối hết, còn 0 tạ bảo quản.

Tổng chi phí bảo quản là: $80 \cdot [25(x-1)+25(x-2)+\cdots+25\cdot 1] = 80\cdot 25\cdot \dfrac{(x-1)x}{2} = 1000(x^2-x)$ (nghìn đồng).

Tổng chi phí cho một lần nhập và phân phối trong x ngày là: $T(x) = 25\,000 + 1000x^2 - 1000x$ (nghìn đồng).

Chi phí trung bình mỗi ngày là: $f(x) = \dfrac{T(x)}{x} = \dfrac{25\,000}{x} + 1000x - 1000$ (nghìn đồng).

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho hai số dương $\dfrac{25\,000}{x}$ và $1000x$:

$$f(x) \ge 2\sqrt{\frac{25\,000}{x}\cdot 1000x} - 1000 = 2\cdot 5000 - 1000 = 9000.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{25\,000}{x} = 1000x \Leftrightarrow x^2 = 25 \Leftrightarrow x = 5$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy đại lý nên nhập hàng cho 5 ngày phân phối để chi phí trung bình mỗi ngày thấp nhất.

Bài 6. Định mức cầu mỗi tháng của đồng hồ đeo tay Peget phụ thuộc vào giá đơn vị p theo phương trình cầu $p = \dfrac{50}{0{,}01x^2+1}$, $0 \le x \le 20$ trong đó p tính bằng đô la và x tính bằng nghìn chiếc. Hỏi nhà sản xuất phải bán bao nhiêu nghìn chiếc để doanh thu $R = px$ đạt cực đại?

Hướng dẫn giải. Doanh thu mà nhà sản xuất đạt được khi bán x nghìn chiếc đồng hồ đeo tay Peget là

$$R(x) = p(x)\cdot x = \frac{50x}{0{,}01x^2+1} \text{với } 0 \le x \le 20.$$

Ta có

$$R'(x) = \frac{50\cdot(0{,}01x^2+1) - 50x\cdot 0{,}02x}{(0{,}01x^2+1)^2} = \frac{50\,(0{,}01x^2+1-0{,}02x^2)}{(0{,}01x^2+1)^2} = \frac{50\,(1-0{,}01x^2)}{(0{,}01x^2+1)^2}.$$

Suy ra

$$R'(x) = 0 \Leftrightarrow \frac{50\,(1-0{,}01x^2)}{(0{,}01x^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow 1-0{,}01x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 10 (\text{nhận}) \\ x = -10 (\text{loại}). \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	0		10		20
$R'(x)$		$+$	0	$-$	
$R(x)$	0	↗	250	↘	200

Từ bảng biến thiên, ta thấy $R(t)$ đạt cực đại tại $x = 10$.
Vậy để doanh thu $R = px$ đạt cực đại thì nhà sản xuất phải bán 10 nghìn chiếc đồng hồ đeo tay Peget.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 11
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định với mọi $x\neq -5$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$		-5		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$+$	

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(-9;+\infty)$. Ⓒ $(-\infty;-9)$. Ⓓ $(-\infty;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy $y'>0$ với mọi $x\in(-\infty;-5)$ và $x\in(-5;+\infty)$.

Vì $(-\infty;-9)\subset(-\infty;-5)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-9)$.

Chọn C.

Câu 2. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}=(1;0;0)$ và $\vec{u}=(-\sqrt{3};0;1)$ bằng

Ⓐ 120°. Ⓑ 30°. Ⓒ 60°. Ⓓ 150°.

Hướng dẫn giải. Gọi θ là góc giữa hai vectơ. Ta có:

$$\cos\theta=\frac{\vec{a}\cdot\vec{u}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{u}|}=\frac{1\cdot(-\sqrt{3})+0\cdot0+0\cdot1}{1\cdot\sqrt{(-\sqrt{3})^2+0^2+1^2}}=\frac{-\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $\theta=150^\circ$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1), B(5;6;2)$ và I là trung điểm AB. Tọa độ điểm I là

Ⓐ $I(1;3;1)$. Ⓑ $I\left(\frac{7}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Ⓒ $I\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $I\left(\frac{-7}{2};\frac{-3}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

$$x_I=\frac{-2+5}{2}=\frac{3}{2};\ y_I=\frac{3+6}{2}=\frac{9}{2};\ z_I=\frac{1+2}{2}=\frac{3}{2}.$$

Vậy $I\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	9	↘	8	↗	$+\infty$

Tìm giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$.

Ⓐ $y = 9$. Ⓑ $y = 2$. Ⓒ $y = -2$. Ⓓ $y = 8$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và giá trị cực đại tương ứng là $y_{\text{CD}} = 9$.

Chọn A.

Câu 5. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \ln(3x^2 + 3x + 4)$ trên đoạn $[-3; 3]$.

Ⓐ $\ln 40$. Ⓑ $1 + \ln 64$. Ⓒ $\ln \dfrac{13}{4}$. Ⓓ $\ln 64$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $f(x) = \ln(3x^2 + 3x + 4)$ liên tục trên $[-3; 3]$.

$f'(x) = \dfrac{6x + 3}{3x^2 + 3x + 4}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2} \in [-3; 3]$.

Ta có: $f(-3) = \ln 22$; $f(3) = \ln 40$; $f\left(-\dfrac{1}{2}\right) = \ln \dfrac{13}{4}$.

So sánh các giá trị, ta được $\max_{[-3;3]} y = \ln 40$.

Chọn A.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 1; -2)$, $B(2; 3; 2)$ và $C(3; -1; 6)$. Gọi $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$, tính $T = a + b + c$

Ⓐ 3. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 21.

Hướng dẫn giải. Đẳng thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ chứng tỏ M là trọng tâm của tam giác ABC.

Tọa độ của M là: $a = \dfrac{1 + 2 + 3}{3} = 2$; $b = \dfrac{1 + 3 - 1}{3} = 1$; $c = \dfrac{-2 + 2 + 6}{3} = 2$.

Vậy $M(2; 1; 2) \Rightarrow T = a + b + c = 2 + 1 + 2 = 5$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó $x + y$ bằng

Ⓐ $x + y = -\dfrac{11}{5}$. Ⓑ $x + y = 17$.

Ⓒ $x + y = \dfrac{11}{5}$. Ⓓ $x + y = 1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (2; -2; 5)$.

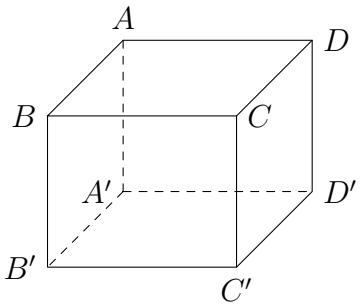
Vectơ $\overrightarrow{AC} = (x + 1; y - 2; 1)$.

Ba điểm A, B, C thẳng hàng khi $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$:

$\dfrac{x + 1}{2} = \dfrac{y - 2}{-2} = \dfrac{1}{5} \Rightarrow \begin{cases} x + 1 = \frac{2}{5} \Rightarrow x = -\frac{3}{5} \\ y - 2 = -\frac{2}{5} \Rightarrow y = \frac{8}{5} \end{cases}$.

Vậy $x+y=-\dfrac{3}{5}+\dfrac{8}{5}=\dfrac{5}{5}=1$.

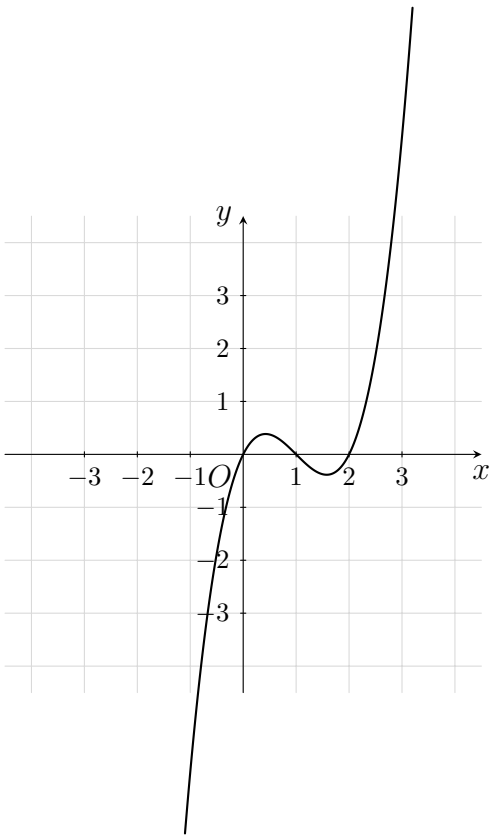
Câu 8. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ (như hình vẽ bên dưới). Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{B'C}$ là



Ⓐ $(0;1;1)$. Ⓑ $(0;1;-1)$. Ⓒ $(1;1;1)$. Ⓓ $(1;0;1)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào hình vẽ và giả thiết cạnh bằng 1, ta có tọa độ các điểm:
$A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), C(1;1;0), A'(0;0,1), B'(1;0,1), C'(1;1,1), D'(0,1,1)$.
Khi đó $\overrightarrow{B'C}=(1-1;1-0;0-1)=(0;1;-1)$.

Câu 9. Đồ thị như hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?

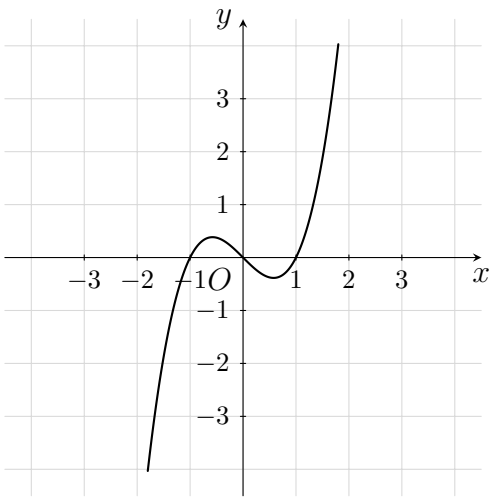


Ⓐ $y=x^3-3x^2+2x+3$. Ⓑ $y=-x^3-3x^2+2x$.
Ⓒ $y=x^3-3x^2+2x$. Ⓓ $y=x^3+3x^2$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị ta thấy:
- Đồ thị đi qua gốc tọa độ $O(0;0)$, loại phương án A.
- Nhánh cuối cùng đi lên nên hệ số của x^3 phải dương, loại phương án B.

- Đồ thị cắt trục hoành tại các điểm có hoành độ $x=0, x=1, x=2$. Thử với phương án C: $y=x(x^2-3x+2)=x(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow x \in \{0;1;2\}$ (thỏa mãn).
Chọn C.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x)=5$ là:

Ⓐ 1. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Số nghiệm của phương trình $f(x)=5$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng nằm ngang $y=5$.
Quan sát đồ thị, đường thẳng $y=5$ nằm phía trên điểm cực đại của đồ thị và chỉ cắt nhánh bên phải (đang đi lên tới $+\infty$) tại duy nhất một điểm.
Vậy phương trình có 1 nghiệm.
Chọn A.

Câu 11. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ là đường thẳng:

Ⓐ $y=3$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=3$. Ⓓ $y=2$.

Hướng dẫn giải.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=-\dfrac{d}{c} \Leftrightarrow x=2$.

Câu 12. Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng 800 (m). Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

Ⓐ 200 m × 200 m. Ⓑ 300 m × 100 m.
Ⓒ 250 m × 150 m. Ⓓ Đáp án khác.

Hướng dẫn giải. Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là x, y (m) $(x, y>0)$.
Chu vi miếng đất: $2(x+y)=800 \Rightarrow x+y=400 \Rightarrow y=400-x$.
Diện tích miếng đất: $S=x \cdot y=x(400-x)=-x^2+400x$.
Đạo hàm $S'(x)=-2x+400$. Cho $S'(x)=0 \Leftrightarrow x=200$.
Khi $x=200$ thì $y=400-200=200$.
Vậy diện tích lớn nhất khi miếng đất là hình vuông cạnh 200 m × 200 m.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí*

sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{2025}$		$\dfrac{2024}{2025}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2024	$\nearrow$	2025	$\searrow$	$-\infty$

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2025}\right)$ và $\left(\dfrac{2024}{2025};+\infty\right)$.

b) $f\left(\dfrac{3}{2025}\right)>f\left(\dfrac{11}{2025}\right)$.

c) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2024.

d) Đồ thị hàm số đã cho có điểm cực đại là $\left(\dfrac{2024}{2025};2025\right)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên:

- Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;\dfrac{1}{2025})$ và $(\dfrac{2024}{2025};+\infty)$ vì tại đó $y'<0$. Suy ra (a) đúng.

- Trên khoảng $(\frac{1}{2025};\dfrac{2024}{2025})$, hàm số đồng biến. Vì $\dfrac{1}{2025}<\dfrac{3}{2025}<\dfrac{11}{2025}<\dfrac{2024}{2025}$ nên $f(\dfrac{3}{2025})<f(\dfrac{11}{2025})$. Suy ra (b) sai.

- Điểm cực tiểu của hàm số là $x=\dfrac{1}{2025}$, còn giá trị cực tiểu là $y=-2024$. Suy ra (c) sai.

- Hàm số đạt cực đại tại $x=\dfrac{2024}{2025}$, giá trị cực đại $y=2025$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(\dfrac{2024}{2025};2025)$. Suy ra (d) đúng.

Bài 2. Giả sử chi phí tiền xăng C (nghìn đồng) khi xe đi được 100 km phụ thuộc vào tốc độ trung bình v (km/h) trên cả đoạn đường theo công thức

$$C(v)=\frac{16000}{v}+\frac{5}{2}v \quad (\text{với } 0<v\le 120).$$

a) Nếu tài xế lái xe với tốc độ trung bình là 40 (km/h) thì chi phí tiền xăng là 500 nghìn đồng.

b) $C'(v)=\frac{16000}{v^2}+\frac{5}{2}$ (với $0<v<120$).

c) Tài xế càng đi nhanh thì chi phí tiền xăng càng giảm.

d) Xe đi trên đường có biển báo như hình vẽ. Biết đây là biển báo tốc độ tối đa cho phép 50 (km/h). Nếu tài xế tuân thủ luật giao thông, chi phí tiền xăng tối thiểu của tài xế khi đi 100 km trên đoạn đường này là 445 nghìn đồng.



Hướng dẫn giải. - Với $v = 40$, $C(40) = \dfrac{16000}{40} + \dfrac{5}{2} \cdot 40 = 400 + 100 = 500$ (nghìn đồng). Vậy (a) đúng.

- Đạo hàm $C'(v) = -\dfrac{16000}{v^2} + \dfrac{5}{2}$. Vậy phát biểu (b) trong hình (thiếu dấu trừ) là sai.

- Xét $C'(v) = 0 \Leftrightarrow v^2 = \dfrac{16000 \cdot 2}{5} = 6400 \Leftrightarrow v = 80$ (km/h). Hàm số không đơn điệu trên toàn miền nên (c) sai.

- Theo biển báo $v \le 50$. Trên $(0; 50]$, $C'(v) = \frac{5v^2 - 32000}{2v^2}$. Với $v \in (0, 50]$, $5v^2 \le 5(50^2) = 12500 < 32000 \Rightarrow C'(v) < 0$.

Hàm số nghịch biến trên $(0; 50]$, do đó giá trị nhỏ nhất đạt tại $v = 50$:

$C(50) = \dfrac{16000}{50} + \dfrac{5}{2} \cdot 50 = 320 + 125 = 445$ (nghìn đồng). Vậy (d) đúng.

Bài 3. Cho ba điểm $A(3; 3; -6), B(1; 3; 2)$ và $C(-1; -3; 1)$. Gọi M, N, K lần lượt là trung điểm của AB, BC và CA.

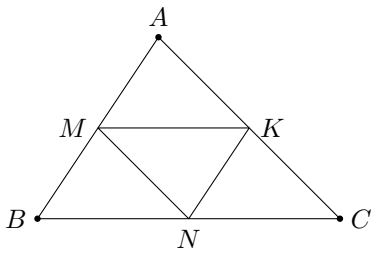
a) Tọa độ $M(2; 3; 2)$.

b) Với G là trọng tâm tam giác ABC thì $GC = 2\sqrt{5}$.

c) Trọng tâm tam giác MNK là $E(1; 1; -1)$.

d) Với $D(-3; -3; 9)$ thì tứ giác $ABDC$ là hình bình hành.

Hướng dẫn giải.



a) **Sai:** M là trung điểm của AB, suy ra $M\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right)$ hay $M(2; 3; -2)$.

b) **Sai:** Ta có $G(1; 1; -1)$. Suy ra $GC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-3-1)^2 + (1+1)^2} = 2\sqrt{6}$.

c) **Đúng:** Hai tam giác ABC và MNK có cùng trọng tâm. Suy ra E trùng với $G(1; 1; -1)$.

d) **Đúng:** Ta có $\overrightarrow{AC} = (-4; -6; 7)$, $\overrightarrow{BD} = (-4; -6; 7)$ suy ra $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BD}$.

Bài 4. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.

b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.

c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm $(0 \le x \le 100)$ cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.

d) Bên A bán cho B khoảng $70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng:** Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là $C(10) = 100+30\cdot 10 = 400$ triệu đồng.

b) **Sai:** Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là

$$R(10) = 10 \cdot P(10) = 10 \cdot (45 - 0,001 \cdot 10^2) = 449 \text{ triệu đồng.}$$

c) **Đúng:** Lợi nhuận mà A thu được là: $H(x) = R(x) - C(x) = x \cdot P(x) - C(x)$

$\Rightarrow H(x) = x(45 - 0,001x^2) - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100.$

d) **Đúng:** Xét hàm số $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100, (0 \le x \le 100).$

Ta có: $H'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 5000 \Rightarrow x = 50\sqrt{2} \approx 70,7$ (tấn).

Bảng biến thiên cho thấy tại $x = 50\sqrt{2}$ hàm số đạt giá trị lớn nhất.

Vậy bán khoảng $70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất bằng $H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Biết đồ thị của hàm số $y = x^3 + ax^2 + bx + c$ $(a, b, c \in \mathbb{R})$ có một điểm cực trị là $A(-1; 29)$ và đi qua điểm $B(2; 2)$. Tính $a + b + c$.

Hướng dẫn giải. Ta có đạo hàm: $y' = 3x^2 + 2ax + b$.

- Đồ thị hàm số có điểm cực trị $A(-1; 29)$, suy ra hệ điều kiện: $\begin{cases} y(-1) = 29 \\ y'(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^3 + a(-1)^2 + b \\ 3(-1)^2 + 2a(-1) + \end{cases}$

$\begin{cases} a - b + c = 30 \\ 2a - b = 3 \end{cases}$ (1).

- Đồ thị hàm số đi qua điểm $B(2; 2)$, suy ra: $y(2) = 2 \Leftrightarrow 2^3 + a\cdot 2^2 + b\cdot 2 + c = 2 \Leftrightarrow 4a + 2b + c = -6$ (2).

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình ba ẩn: $\begin{cases} a - b + c = 30 \\ 2a - b = 3 \\ 4a + 2b + c = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = -9 \\ c = 24 \end{cases}$.

Vậy giá trị của biểu thức $a + b + c = -3 - 9 + 24 = 12$.

Bài 2. Cường độ âm thanh (dB) tại một địa điểm được đo liên tục trong 12 giờ là một hàm số $y = f(t)$ có bảng biến thiên như sau:

t	0		3		8		12
$f'(t)$		+	0	−	0	+	
$f(t)$	40	↗	70	↘	25	↗	60

Tại thời điểm t (giờ) bằng bao nhiêu trong thời gian khảo sát thì cường độ âm thanh là nhỏ nhất?

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ trên đoạn $[0; 12]$, ta so sánh các giá trị tại các điểm biên và điểm cực trị:

- Tại thời điểm $t = 0$, cường độ âm thanh là 40 dB.
- Tại thời điểm $t = 3$, cường độ âm thanh cực đại là 70 dB.
- Tại thời điểm $t = 8$, cường độ âm thanh cực tiểu là 25 dB.
- Tại thời điểm $t = 12$, cường độ âm thanh là 60 dB.

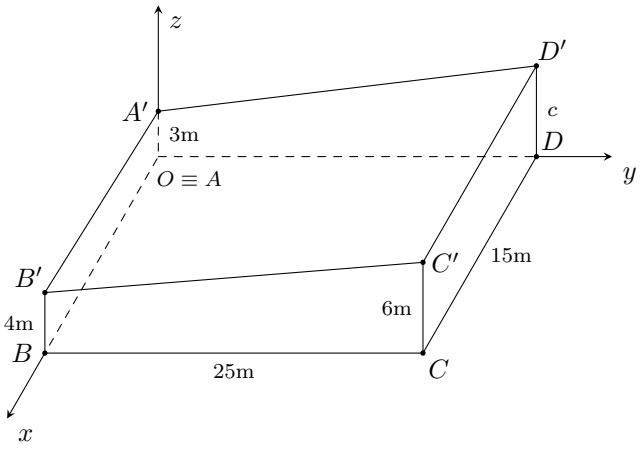
So sánh các giá trị $\{40; 70; 25; 60\}$, ta thấy giá trị nhỏ nhất là 25 dB.
Vậy cường độ âm thanh nhỏ nhất tại thời điểm $t = 8$ giờ.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Biết $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, tính $m - n - p$.

Hướng dẫn giải.

Đặt $\vec{x} = m \cdot \vec{a} + n \cdot \vec{b} + p \cdot \vec{c}$ với $m, n, p \in \mathbb{R}$.
$\Rightarrow (-3;22;5) = m(2;3;1) + n(-1;5;2) + p(4;-1;3)$.
Điều này dẫn đến hệ phương trình: $\begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases}$ (I).
Giải hệ phương trình (I) bằng phương pháp cộng đại số hoặc dùng máy tính bỏ túi, ta được: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}$.
Vậy $m - n - p = 2 - 3 - (-1) = 0$.

Bài 4. Để chuẩn bị cho ngày hội thao, người ta dựng bốn chiếc cột tại bốn góc của một sân bóng hình chữ nhật với kích thước là 15 m × 25 m. Bốn chiếc cột vuông góc với mặt sân và có chiều cao lần lượt là 3 mét, 4 mét, 6 mét và c mét. Một tấm bạt lớn được căng phẳng với bốn góc được cố định vào đầu bốn cột. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ bên (đơn vị trên các trục là mét) thì điểm D' có tọa độ là $(a;b;c)$. Tính $a - 2b + c$.



Hướng dẫn giải. Theo hệ trục tọa độ đã chọn, ta có $A'(0,0,3)$; $B'(15,0,4)$; $C'(15,25,6)$.
Vì $A'B'C'D'$ là hình bình hành nên
$$\begin{cases} x_{D'} = x_{A'} + x_{C'} - x_{B'} = 0 + 15 - 15 = 0 \\ y_{D'} = y_{A'} + y_{C'} - y_{B'} = 0 + 25 - 0 = 25 \\ z_{D'} = z_{A'} + z_{C'} - z_{B'} = 3 + 6 - 4 = 5. \end{cases}$$
Suy ra $a = 0$, $b = 25$ và $c = 5$.
Vậy $a - 2b + c = 0 - 2 \cdot 25 + 5 = 45$.

Bài 5. Một tập đoàn dự định đầu tư tổng số vốn là 20 tỷ đồng để phát triển hai dự án công nghệ A và B. Biết rằng khoản chi phí cơ sở hạ tầng cố định ban đầu là 4 tỷ đồng. Số vốn còn lại được phân bổ cho hai dự án A và B. Lợi nhuận kỳ vọng của dự án A khi đầu tư x tỷ đồng là $L_A(x) = -x^2 + 12x$. Lợi nhuận kỳ vọng của dự án B khi đầu tư y tỷ đồng là $L_B(y) = -y^2 + 20y$.

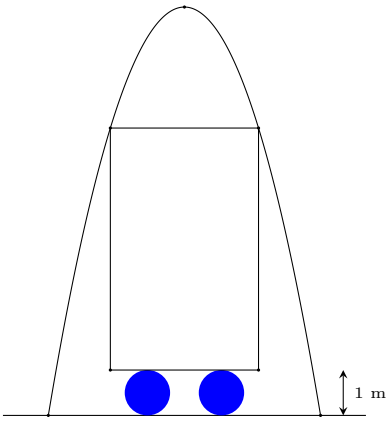
Để tổng lợi nhuận kỳ vọng đạt giá trị lớn nhất thì tập đoàn nên phân bổ vốn cho dự án A bao nhiêu tỷ đồng?

Hướng dẫn giải. Số vốn còn lại để đầu tư vào hai dự án A và B là $20-4=16$ (tỷ đồng).
Gọi x (tỷ đồng) là số vốn đầu tư vào dự án A.
Khi đó, số vốn đầu tư vào dự án B là $16-x$ (tỷ đồng).
Điều kiện $0 \le x \le 16$.
Tổng lợi nhuận kỳ vọng của tập đoàn là:

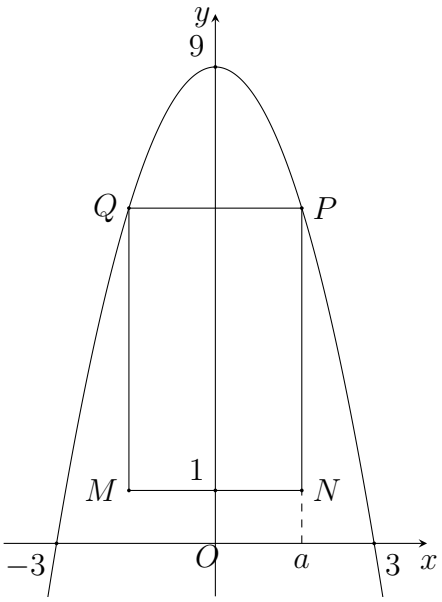
$$\begin{aligned} L(x) &= L_A(x) + L_B(16-x) \\ &= (-x^2+12x) + [-(16-x)^2 + 20(16-x)] \\ &= -x^2+12x-(256-32x+x^2)+320-20x \\ &= -2x^2+24x+64. \end{aligned}$$

Ta có $L'(x) = -4x+24$.
Cho $L'(x)=0 \Leftrightarrow -4x+24=0 \Leftrightarrow x=6 \in [0;16]$.
Mà $L(0)=64$, $L(16)=-64$, $L(6)=136$.
Khi đó lợi nhuận lớn nhất là 136 tỷ đồng khi $x=6$.
Vậy tập đoàn nên phân bổ cho dự án A số vốn là 6 tỷ đồng.

Bài 6. Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao 9 m, khoảng cách giữa hai chân cổng là 6 m. Để vận chuyển thùng hàng hình chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao 1 m. Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua cổng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Hướng dẫn giải.



Trong hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ, chiếc cổng hình parabol có phương trình $y=-x^2+9$.

Xe chở hàng có thể đi qua được cổng nếu điểm P thuộc parabol với hoành độ điểm P bằng a, $a \in (0;3)$. Khi đó tung độ của điểm P bằng $-a^2+9$ và $\begin{cases} MN = 2a \\ NP = -a^2+9-1 = -a^2+8 \end{cases}$.

Diện tích của hình chữ nhật là $S = MN \cdot NP = 2a \cdot (-a^2+8) = -2a^3+16a$.

Ta có: $S' = -6a^2+16 = 0 \Leftrightarrow a = \pm\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$. Do $a \in (0;3)$ nên $a = \dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

Bảng biến thiên của hàm số $S(a) = -2a^3+16a$.

a	0		$\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$		3
S'		$+$	0	$-$	
S		↗	$S\left(\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right)$	↘	

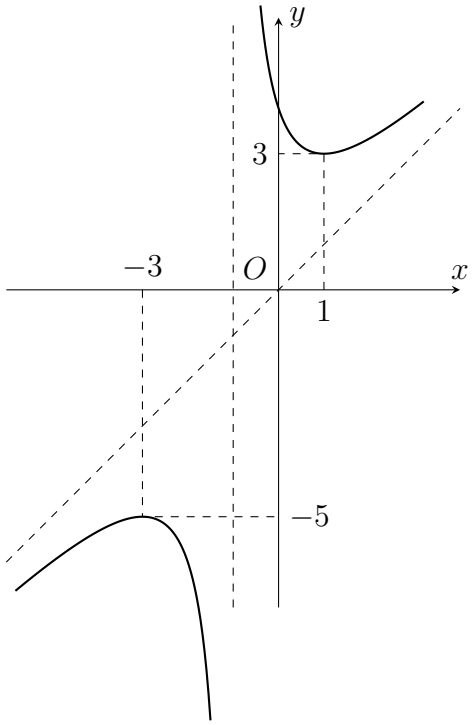
Khi đó $S_{\max} = S\left(\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right) = 17,4\,(m^2)$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 12
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị bên dưới.



Hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực đại bằng:

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ -5. Ⓓ -3.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, hàm số đạt cực đại tại điểm $(-3;-5)$. Do đó, giá trị cực đại của hàm số là $y_{\text{CĐ}}=-5$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại là:

Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ $(0;2)$. Ⓓ $(3;-5)$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, hàm số đổi dấu từ dương sang âm khi qua $x=0$, nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại $y=2$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(0;2)$.

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$. Hỏi hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

(A) $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac\leq 0 \end{cases}$. (B) $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac\leq 0 \end{cases}$.

(C) $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac<0 \end{cases}$. (D) $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac\geq 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'=3ax^2+2bx+c\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$.

Điều này tương đương với: $\begin{cases} a<0 \\ \Delta'_{y'}=b^2-3ac\leq 0 \end{cases}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=2026x^2-2027x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại

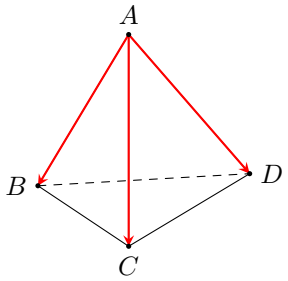
(A) $x=0$. (B) $x=\dfrac{2027}{2026}$. (C) $x=-\dfrac{2026}{2027}$. (D) $x=\dfrac{2026}{2027}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x)=x(2026x-2027)$. $f'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{2027}{2026} \end{array}\right.$.

Hệ số của x^2 là $2026>0$, nên bảng xét dấu đạo hàm cho thấy $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=\dfrac{2027}{2026}$.

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=\dfrac{2027}{2026}$.

Câu 5. Cho tứ diện $ABCD$. Có bao nhiêu vectơ khác $\vec{0}$, có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện?

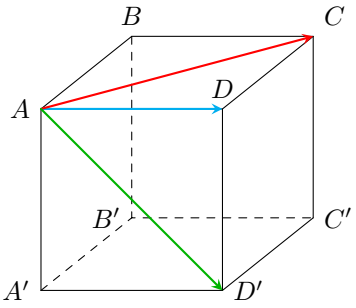


(A) 1. (B) 2. (C) 3. (D) 4.

Hướng dẫn giải. Các vectơ có điểm đầu là A và điểm cuối là một trong các đỉnh còn lại của tứ diện $ABCD$ là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$. Vậy có tất cả 3 vectơ.
Chọn C.

Câu 6. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Hai vectơ nào có giá cùng nằm trong mặt

phẳng $(ABCD)$?



Ⓐ $\overrightarrow{DD'}, \overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AD}$. Ⓒ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải. Mặt phẳng $(ABCD)$ chứa các đỉnh A, B, C, D. Do đó, các vectơ có điểm đầu và điểm cuối thuộc tập hợp các điểm này sẽ có giá nằm trong mặt phẳng $(ABCD)$.
Trong các phương án, chỉ có cặp vectơ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$ thỏa mãn.
Chọn D.

Câu 7. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Hai vectơ nào sau đây có cùng độ dài?

Ⓐ $\overrightarrow{DD'}, \overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AD}$. Ⓒ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải. Xét hình lập phương cạnh a:
- Độ dài cạnh: $|\overrightarrow{DD'}| = |\overrightarrow{AD}| = a$.
- Độ dài đường chéo của một mặt (hình vuông cạnh a): $|\overrightarrow{AD'}| = |\overrightarrow{AC}| = a\sqrt{2}$.
Do đó, hai vectơ $\overrightarrow{AD'}$ và $\overrightarrow{AC}$ có cùng độ dài.
Chọn C.

Câu 8. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{-3x-4}{4x-4}$ nhận điểm nào làm tâm đối xứng trong các điểm sau?

Ⓐ $\left(-1; \dfrac{3}{4}\right)$. Ⓑ $\left(1; \dfrac{3}{4}\right)$. Ⓒ $\left(1; -\dfrac{3}{4}\right)$. Ⓓ $\left(-1; -\dfrac{3}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số nhất biến $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận $I\left(-\dfrac{d}{c}; \dfrac{a}{c}\right)$.

Với $y = \dfrac{-3x-4}{4x-4}$, ta có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = -\dfrac{3}{4}$.

Vậy tâm đối xứng là $I\left(1; -\dfrac{3}{4}\right)$. Chọn C.

Câu 9. Tìm đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{29-6x^2}{-2x-4}$.

Ⓐ $y = 3x - 8$. Ⓑ $y = -2x - 4$.
Ⓒ $y = 5x - 4$. Ⓓ $y = 3x - 6$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y = \dfrac{-6x^2+29}{-2x-4} = \dfrac{3x(-2x-4)+12x+29}{-2x-4} = 3x + \dfrac{-6(-2x-4)-24+29}{-2x-4} = 3x - 6 + \dfrac{5}{-2x-4}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5}{-2x-4}=0$ nên tiệm cận xiên là $y=3x-6$.
Chọn D.

Câu 10. Bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$	$\frac{3}{4}$	$+\infty$
y'	$+$	$+$	
y	$\frac{1}{4}$ ↗ $+\infty$		$-\infty$ ↗ $\frac{1}{4}$

Ⓐ $y=\dfrac{3-x}{4x-3}$.
Ⓑ $y=\dfrac{x-3}{4x-3}$.
Ⓒ $y=\dfrac{x-3}{4x-2}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x+3}{-4x-3}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, đồ thị có tiệm cận đứng $x=\dfrac{3}{4}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{4}$.

Hàm số ở phương án B có: TCĐ: $x=\dfrac{3}{4}$; TCN: $y=\dfrac{1}{4}$.

Đạo hàm $y'=\dfrac{1(-3)-(-3)4}{(4x-3)^2}=\dfrac{9}{(4x-3)^2}>0$ (thỏa mãn hàm số đồng biến). Chọn B.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

Ⓐ 44. Ⓑ 6. Ⓒ -3. Ⓓ -1.

Hướng dẫn giải. $ABCM$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{BC}$. $\overrightarrow{BC}=(-2-2;3-(-1);3-3)=(-4;4;0)$.

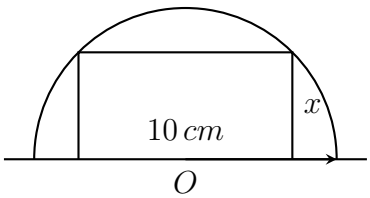
$M=A+\overrightarrow{BC}=(1-4;2+4;-1+0)=(-3;6;-1)$. $\Rightarrow a=-3, b=6, c=-1$.

$P=(-3)^2+6^2-(-1)^2=9+36-1=44$. Đáp án A.

Câu 12. Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính 10 cm, biết một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc trên đường kính của đường tròn.

Ⓐ 80 cm^2. Ⓑ 100 cm^2. Ⓒ 160 cm^2. Ⓓ 200 cm^2.

Hướng dẫn giải.



Gọi x (cm) là độ dài cạnh hình chữ nhật vuông góc với đường kính $(0<x<10)$.
Độ dài cạnh nằm dọc trên đường kính là $2\sqrt{10^2-x^2}$.
Diện tích hình chữ nhật: $S=2x\sqrt{100-x^2}=\sqrt{4x^2(100-x^2)}$.

Theo BĐT AM-GM: $4x^2(100-x^2) \le \left(\dfrac{4x^2+4(100-x^2)}{2}\right)^2$ không tối ưu trực tiếp.

Xét $S' = 2\sqrt{100-x^2} - \dfrac{2x^2}{\sqrt{100-x^2}} = \dfrac{200-4x^2}{\sqrt{100-x^2}}$.

$S' = 0 \Leftrightarrow x^2 = 50 \Leftrightarrow x = 5\sqrt{2}$.

Diện tích lớn nhất: $S = 2(5\sqrt{2})\sqrt{100-50} = 10\sqrt{2}\cdot 5\sqrt{2} = 100$ cm^2.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{1}{8}(x^3 - 3x^2 - 9x - 5)$ có đồ thị là (C).

a) Trên đoạn $[4;8]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x = 4$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có tọa độ là $(1;-2)$.

c) Đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

d) Phương trình tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C) đi qua điểm $A\left(0;-\dfrac{7}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = \dfrac{1}{8}(3x^2 - 6x - 9)$.

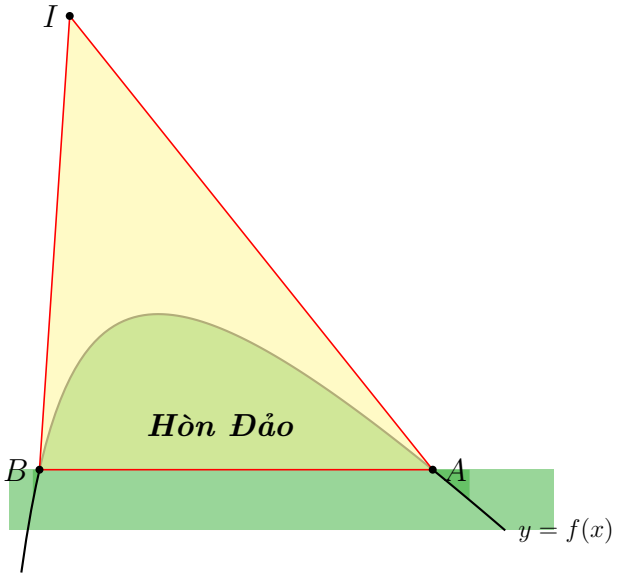
a) Giải $y' = 0$ trên $[4;8]$ không có nghiệm. Ta có $y(4) = -\dfrac{25}{8}; y(8) = \dfrac{243}{8} \Rightarrow \max_{[4;8]} y = \dfrac{243}{8}$ tại $x = 8$. (SAI)

b) $y'' = \dfrac{1}{8}(6x-6) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2$. Tâm đối xứng $I(1;-2)$. (ĐÚNG)

c) $y' = 0 \Leftrightarrow x = -1; x = 3$ nên có 2 cực trị. (ĐÚNG)

d) Hệ số góc $k = y'(x) = \dfrac{3}{8}(x-1)^2 - \dfrac{3}{2} \ge -\dfrac{3}{2}$. $k_{\min} = -\dfrac{3}{2}$ tại $x = 1$. Tiếp tuyến: $y = -\dfrac{3}{2}x - \dfrac{1}{2}$. Không đi qua $A(0;-7/3)$. (SAI)

Bài 2. Trong hệ trục Oxy đường biên của một hòn đảo được mô hình hóa bởi hàm số $f(x) = \dfrac{-x^2+10x-12}{x}$ $(x > 0)$ (đơn vị mỗi trục là 100 m). Ban quản lí hòn đảo muốn quây một vùng tam giác an toàn để người dân có thể vui chơi và tắm biển ở khu vực đó. Đặt cố định một điểm ngoài biển tọa độ $I(2;8)$ sau đó căng hai tấm lưới bảo vệ IA, IB với hai điểm A, B $(x_A > x_B > 0)$ nằm trên đường biên và luôn thoả mãn $AB // Ox$.



a) Đỉnh cao nhất của hòn đảo (điểm cực đại của đồ thị hàm số) cách I một khoảng 514 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2+10x-12}{x}$ là điểm $M(0;10)$.

c) Quãng đường ngắn nhất từ hòn đảo đến điểm I là 510 m (làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Nếu điều chỉnh dây phao sao cho khoảng cách từ trạm I đến dây phao AB bằng đúng chiều dài dây phao AB thì diện tích vùng an toàn ΔIAB là 605 000 m^2.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $f(x)=-x+10-\dfrac{12}{x}$ với $x>0$. Đạo hàm $f'(x)=-1+\dfrac{12}{x^2}=\dfrac{12-x^2}{x^2}$.
$f'(x)=0\Leftrightarrow x=2\sqrt{3}$ (do $x>0$).

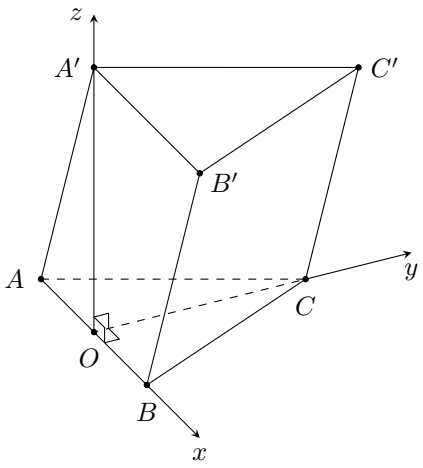
◈ **a) ĐÚNG:** Điểm cực đại (đỉnh cao nhất) của đảo là $D(2\sqrt{3};10-4\sqrt{3})$.
Khoảng cách $ID=\sqrt{(2-2\sqrt{3})^2+(8-(10-4\sqrt{3}))^2}=\sqrt{(2-2\sqrt{3})^2+(4\sqrt{3}-2)^2}\approx 5,14$ (đơn vị trục).
Khoảng cách thực tế là $5,14\times 100\approx 514$ m.

◈ **b) ĐÚNG:** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=0$ và tiệm cận xiên là $y=-x+10$.
Giao điểm của hai đường tiệm cận là $M(0;10)$, đây chính là tâm đối xứng của đồ thị.

◈ **c) SAI:** Gọi $N(x;f(x))$ là một điểm bất kỳ trên đường biên. Khoảng cách IN ngắn nhất tương đương với IN^2 nhỏ nhất.
$IN^2=g(x)=(x-2)^2+\left(-x+10-\dfrac{12}{x}-8\right)^2=(x-2)^2+\left(2-x-\dfrac{12}{x}\right)^2$.
Xét $g'(x)=2(x-2)+2\left(2-x-\dfrac{12}{x}\right)\left(-1+\dfrac{12}{x^2}\right)=0\Leftrightarrow x^4-2x^3+12x-72=0$.
Giải phương trình ta được $x\approx 3,13\Rightarrow IN\approx 5,09$ (đơn vị trục).
Khoảng cách thực tế xấp xỉ 509 m. Vậy phát biểu nói 510 m là sai.

◈ **d) ĐÚNG:** Vì $AB//Ox$ nên A,B có cùng tung độ y_0. Khi đó x_A,x_B là nghiệm của phương trình:
$y_0=\dfrac{-x^2+10x-12}{x}\Leftrightarrow x^2+(y_0-10)x+12=0$.
Theo định lý Vi-et: $x_A+x_B=10-y_0$ và $x_A\cdot x_B=12$.
Độ dài $AB=\sqrt{(x_A-x_B)^2}=\sqrt{(x_A+x_B)^2-4x_Ax_B}=\sqrt{(10-y_0)^2-48}$.
Khoảng cách từ $I(2;8)$ đến AB là $h=|8-y_0|$. Vì trạm I nằm cao hơn đảo nên $h=8-y_0$ $(y_0<8)$.
Theo giả thiết $h=AB\Rightarrow(8-y_0)^2=(10-y_0)^2-48\Leftrightarrow 64-16y_0+y_0^2=100-20y_0+y_0^2-48$.
Giải ra $y_0=-3\Rightarrow h=11$ và $AB=11$.
Diện tích ΔIAB là $S=\dfrac{1}{2}\cdot AB\cdot h=\dfrac{1}{2}\cdot 11\cdot 11=60,5$ (đơn vị diện tích).
Diện tích thực tế: $60,5\times 100^2=605\,000$ m^2.

Bài 3. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 2 như hình vẽ. Hình chiếu vuông góc của A' lên (ABC) trùng với trung điểm cạnh AB, góc $\widehat{A'AO} = 60°$. Với hệ toạ độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên (gốc tọa độ O trùng với trung điểm của đoạn BC), hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Tọa độ điểm $A(-1;0;0)$

b) Tọa độ điểm $C(0;\sqrt{3};0)$

c) Tọa độ điểm $A'(0;-1;\sqrt{3})$

d) Tọa độ điểm $C'\left(1;\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$

Hướng dẫn giải. $OC = \sqrt{3}, OA' = OA.\tan 60° = \sqrt{3}$.

a) $A \in Ox$ ngược chiều dương, $OA = 1 \Rightarrow A(-1;0;0)$.

b) $C \in Oy, OC = \sqrt{3} \Rightarrow C(0;\sqrt{3};0)$.

c) $A' \in Oz, OA' = \sqrt{3} \Rightarrow A'(0;0;\sqrt{3})$.

d) $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC} \Rightarrow C'(1;\sqrt{3};\sqrt{3})$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2;1;-3)$, $\vec{b} = (-1;-3;2)$ và điểm $A(4;6;-3)$.

a) Tọa độ vectơ $\vec{a} - 2\vec{b} = (0;1;-1)$.

b) Tọa độ điểm $B(2;7;-6)$ thì $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

c) Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương hướng.

d) Góc giữa vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng $120°$.

Hướng dẫn giải.

a) Sai: Vì $\vec{a} - 2\vec{b} = (0;7;-7)$.

b) Đúng : Vì $\vec{a} = \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 = x_B - 4 \\ 1 = y_B - 6 \\ -3 = z_B + 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 7 \\ z_B = -6 \end{cases} \Rightarrow B(2;7;-6)$.

c) Sai: Vì $\dfrac{-2}{-1} \neq \dfrac{1}{-3} \neq \dfrac{-3}{2}$.

d) Đúng: Vì $\cos(\vec{a};\vec{b}) = \dfrac{-2\cdot(-1) + 1\cdot(-3) + (-3)\cdot 2}{\sqrt{(-2)^2+1^2+(-3)^2}\cdot\sqrt{(-1)^2+(-3)^2+2^2}} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a};\vec{b}) = 120°$.

Bài 5. Một cửa hàng bán cam canh Cao Phong với giá là 40000 đồng/ 1 kg. Giá nhập vào là 24000 đồng/ 1 kg. Với giá bán này cửa hàng bán được 100 kg / ngày. Cửa hàng dự định giảm giá bán, ước tính cứ giảm 1000 đồng/ 1 kg thì số cam canh Cao Phong bán được sẽ tăng thêm là 10 kg.

a) Nếu giữ nguyên giá bán đầu, lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1500000 đồng.

b) Nếu giá bán là 35000 đồng/ 1 kg, khi đó cửa hàng bán được 150 kg/ 1 ngày.

c) Nếu giá bán là 30000 đồng/ 1 kg, khi đó lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là 1300000 đồng.

d) Lợi nhuận tối đa theo ngày của cửa hàng là 1690000 đồng.

Hướng dẫn giải. **a) Sai**

Nếu giữ nguyên giá bán 40000 đồng/ 1 kg thì doanh thu theo ngày của cửa hàng là: $40000 \cdot 100 = 4000000$ đồng.
Chi phí nhập 100 kg/ 1 ngày là: $24000 \cdot 100 = 2400000$ (đồng).
Lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là: $4000000 - 2400000 = 1600000$ (đồng).

b) Đúng

Gọi x (nghìn đồng) là giá mà cửa hàng định bán $(24 \le x \le 40)$.
Số giá đã giảm là: $40 - x$ (nghìn đồng).
Theo bài ra, ta có số cam bán được theo ngày là $100 + (40 - x) \cdot 10$ (kg).
Khi $x = 35$, số cam bán được theo ngày là: $100 + 5 \cdot 10 = 150$ kg.

c) Sai

Doanh thu của cửa hàng khi bán được $100 + (40 - x) \cdot 10$ kg là:
$T(x) = [100 + (40 - x) \cdot 10] \cdot x = (500 - 10x)x$ (nghìn đồng).
Chi phí để nhập số cam đó là: $C(x) = [100 + (40 - x) \cdot 10] \cdot 24 = (500 - 10x) \cdot 24$ (nghìn đồng).
Lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là:
$L(x) = T(x) - C(x) = (500 - 10x)x - (500 - 10x)24 = -10x^2 + 740x - 12000$.
Nếu giá bán là 30000 đồng/ 1 kg thì lợi nhuận theo ngày của cửa hàng là:
$L(30) = -10 \cdot 30^2 + 740 \cdot 30 - 12000 = 1200$ (nghìn đồng) $= 1200000$ đồng.

d) Đúng

Ta có: $L'(x) = -20x + 740$; $L'(x) = 0 \Rightarrow x = 37$.
Bảng biến thiên:

x	24		37		40
$L'(x)$		$+$	0	$-$	
$L(x)$		↗		↘	

Dựa vào BBT ta thấy tại $x = 37$, thì lợi nhuận của cửa hàng đạt tối đa. Lợi nhuận tối đa là:
$L(37) = 1690$ (nghìn đồng) $= 1690000$ đồng.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Ngày khai giảng năm học 2026 – 2027. Học sinh khối 12 trường THPT Lý Tự Trọng thả chùm bóng bay gắn thông điệp "Học sinh khối 12 sẽ đậu đại học". Ước tính độ cao h (tính bằng km) của chùm bóng bay so với mặt đất vào thời điểm t (đơn vị giờ) được cho bởi công thức $h(t) = -t^3 + 3t^2, (0 \le t \le 3)$. Hỏi chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là bao nhiêu mét?

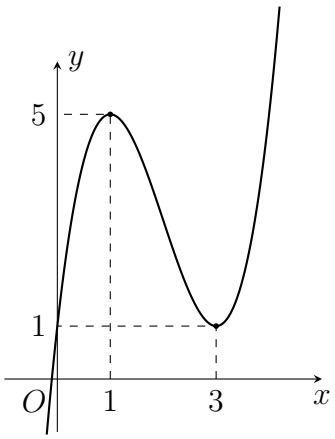
Hướng dẫn giải. Ta có $h'(t) = -3t^2 + 6t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $h(t) = -t^3 + 3t^2, (0 \le t \le 3)$:

t	0		2		3
$h'(t)$		$+$	0	$-$	
$h(t)$	0	↗	4	↘	0

Vậy chùm bóng bay đạt độ cao lớn nhất so với mặt đất là 4 (km) hay 4000 m.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) như hình vẽ ở bên dưới.



Gọi $I(x_0; y_0)$ là tọa độ điểm đối xứng của đồ thị hàm số trên. Tính giá trị $2x_0 + y_0$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị (C) có hai điểm cực trị là $B(1;5)$ và $C(3;1)$ nên tâm đối xứng của đồ thị (C) là trung điểm của BC.
Gọi $I(x_I; y_I)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C), ta có:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_B + x_C}{2} = \dfrac{1+3}{2} = 2 \\ y_I = \dfrac{y_B + y_C}{2} = \dfrac{5+1}{2} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(2;3).$$

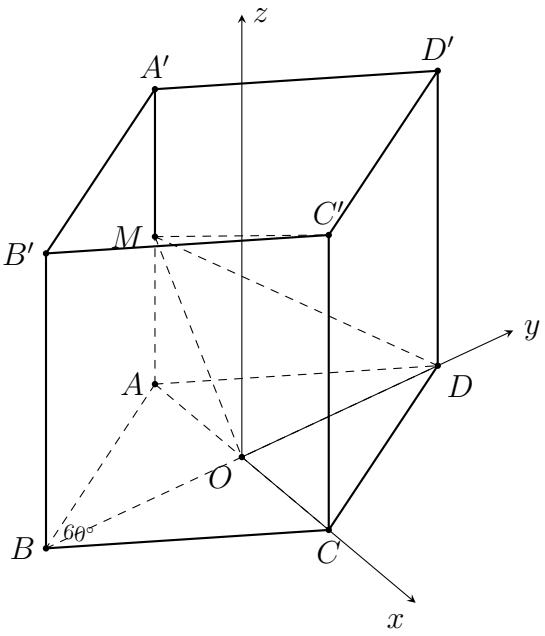
Vậy $x_0 = 2, y_0 = 3$.
Suy ra $2x_0 + y_0 = 2 \cdot 2 + 3 = 7$.

Bài 3. Cho 2 vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 4$, $|\vec{b}| = 3$ và $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{7}$. Tính $(\vec{a}, \vec{b})$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $|\vec{a} + 2\vec{b}| = 2\sqrt{7} \Leftrightarrow (\vec{a} + 2\vec{b})^2 = 28 \Leftrightarrow \vec{a}^2 + 4\vec{b}^2 + 4\vec{a}\,\vec{b} = 28$
$\Leftrightarrow |\vec{a}|^2 + 4|\vec{b}|^2 + 4|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 28$
$\Leftrightarrow 4^2 + 4.3^2 + 4.4.3.\cos(\vec{a}, \vec{b}) = 28 \Leftrightarrow 48\cos(\vec{a}, \vec{b}) = -24$
$\Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120°$.

Bài 4. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O có cạnh bằng 1 và $AA' = 1$, $\widehat{ABC} = 60°$. Gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Thiết lập hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị đo được lấy 1 đơn vị) có C, D lần lượt thuộc các tia Ox, Oy và trục Oz song song AA' như hình

vẽ. Biết $\overrightarrow{MC'} = (a; b; c)$, khi đó giá trị biểu thức $2026a - 2027b + 2c$ bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Gọi O là giao điểm của AC và BD.

Vì $ABCD$ là hình thoi cạnh 1 và $\widehat{ABC} = 60^\circ$ nên tam giác ABC là tam giác đều cạnh 1.

Suy ra $AC = 1 \Rightarrow OC = OA = \dfrac{1}{2}$.

Dựa trên hệ trục tọa độ $Oxyz$ đã cho, ta xác định tọa độ các điểm như sau:

- $O(0; 0; 0)$.
- Vì C thuộc tia Ox và $OC = \dfrac{1}{2}$ nên $C\left(\dfrac{1}{2}; 0; 0\right)$.
- Vì lăng trụ đứng có chiều cao $AA' = 1$ nên $C'\left(\frac{1}{2}; 0; 1\right)$.
- Vì A đối xứng với C qua O nên $A\left(-\dfrac{1}{2}; 0; 0\right)$ và $A'\left(-\frac{1}{2}; 0; 1\right)$.
- M là trung điểm của AA' nên tọa độ của M là: $M\left(-\dfrac{1}{2}; 0; \dfrac{1}{2}\right)$.

Tọa độ vectơ $\overrightarrow{MC'}$ là:

$$\overrightarrow{MC'} = \left(\frac{1}{2} - \left(-\frac{1}{2}\right); 0 - 0; 1 - \frac{1}{2}\right) = \left(1; 0; \frac{1}{2}\right)$$

Từ đó ta có $a = 1, b = 0, c = \dfrac{1}{2}$.

Giá trị biểu thức cần tìm là:

$$2026a - 2027b + 2c = 2026 \cdot 1 - 2027 \cdot 0 + 2 \cdot \frac{1}{2} = 2026 + 1 = 2027.$$

Bài 5. Một công ty nông sản có công suất chế biến không quá 180 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng ($1 \le x \le 180$) thì chi phí sản xuất và doanh thu lần lượt là $C(x) = 0,002x^3 + 30x + 20$ (triệu đồng) và $R(x) = 90x$ (triệu đồng). Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

Hướng dẫn giải. Hàm số biểu thị lợi nhuận của công ty trong một tháng là:

$P(x) = R(x) - C(x) = 90x - (0,002x^3 + 30x + 20) = -0,002x^3 + 60x - 20$ (triệu đồng).

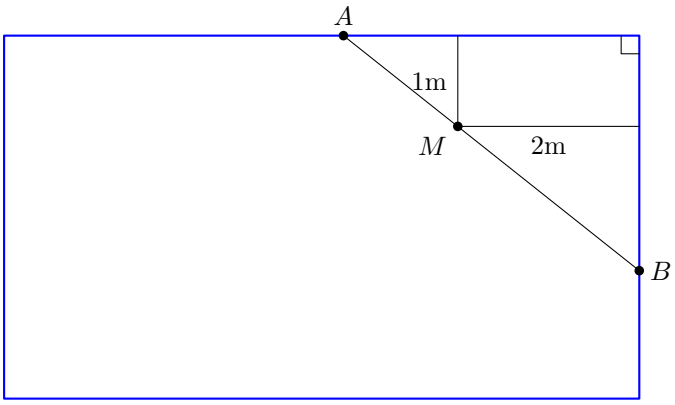
Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $P(x)$ trên đoạn $[1; 180]$.

Đạo hàm: $P'(x) = -0,006x^2 + 60$.
Cho $P'(x) = 0 \Leftrightarrow -0,006x^2 + 60 = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10000 \Leftrightarrow x = 100$ (do $x \in [1;180]$).
Ta tính các giá trị của hàm số tại các điểm mút và điểm cực trị:

- $P(1) = -0,002(1)^3 + 60(1) - 20 = 39,998$.
- $P(100) = -0,002(100)^3 + 60(100) - 20 = -2000 + 6000 - 20 = 3980$.
- $P(180) = -0,002(180)^3 + 60(180) - 20 = -11664 + 10800 - 20 = -884$.

So sánh các giá trị, ta thấy $\max\limits_{[1;180]} P(x) = 3980$ khi $x = 100$.
Vậy lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là 3980 triệu đồng.

Bài 6. Nhân dịp Noel, gia đình bạn An cùng nhau trang trí nhà cửa. Tại góc phòng khách, bạn An dự kiến để một cây thông Noel ở vị trí M cách hai bức tường lần lượt là 1m; 2m. Để cho căn phòng sáng hơn, bạn An sẽ lắp thêm dây đèn led AB dưới sàn nhà, đi qua vị trí đặt cây thông, hai đầu dây đèn chạm vào tường. Hỏi độ dài dây đèn ngắn nhất bạn An cần dùng là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho góc tường là gốc tọa độ $O(0;0)$, hai bức tường lần lượt nằm trên hai trục tọa độ Ox, Oy. Khi đó vị trí cây thông là điểm $M(2;1)$. Dây đèn led là đoạn thẳng AB đi qua M với $A \in Oy$ và $B \in Ox$. Gọi $A(0;a)$ và $B(b;0)$ với $a > 1, b > 2$. Phương trình đường thẳng AB có dạng đoạn chắn:

$$\frac{x}{b} + \frac{y}{a} = 1.$$

Vì đường thẳng AB đi qua $M(2;1)$ nên:

$$\frac{2}{b} + \frac{1}{a} = 1 \Rightarrow \frac{1}{a} = 1 - \frac{2}{b} = \frac{b-2}{b} \Rightarrow a = \frac{b}{b-2}.$$

Độ dài dây đèn AB là:

$$L = \sqrt{a^2 + b^2} = \sqrt{\left(\frac{b}{b-2}\right)^2 + b^2}.$$

Để L ngắn nhất thì $L^2 = f(b) = \dfrac{b^2}{(b-2)^2} + b^2$ phải nhỏ nhất với $b > 2$. Đạo hàm:

$$f'(b) = \frac{2b(b-2)^2 - 2(b-2)b^2}{(b-2)^4} + 2b = \frac{2b(b-2) - 2b^2}{(b-2)^3} + 2b = \frac{-4b}{(b-2)^3} + 2b.$$

Cho $f'(b) = 0 \Leftrightarrow 2b\left(1 - \dfrac{2}{(b-2)^3}\right) = 0$. Vì $b > 2$ nên $1 - \dfrac{2}{(b-2)^3} = 0 \Leftrightarrow (b-2)^3 = 2 \Leftrightarrow b = 2 + \sqrt[3]{2}$.

Khi đó $a = \dfrac{2+\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{4}+1$. Độ dài dây đèn ngắn nhất là:

$$L_{min} = \sqrt{(1+\sqrt[3]{4})^2 + (2+\sqrt[3]{2})^2} = (1^{2/3}+2^{2/3})^{3/2} = (1+\sqrt[3]{4})^{3/2}.$$

Tính toán giá trị xấp xỉ:

$$L_{min} \approx (1+1,5874)^{1,5} \approx 2,5874^{1,5} \approx 4,1619 \text{ (m)}.$$

Làm tròn đến hàng phần chục, ta được kết quả là $4,2$ mét.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 13
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

Ⓐ $x=-2$. Ⓑ $x=2$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=-1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=-1$. Do đó, hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 2. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên đoạn $[0;9]$ bằng

Ⓐ -39. Ⓑ -40. Ⓒ -36. Ⓓ -4.

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $f(x)=x^4-12x^2-4$ trên $[0;9]$.

Đạo hàm: $f'(x)=4x^3-24x=4x(x^2-6)$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[0;9] \\ x=\sqrt{6}\in[0;9] \\ x=-\sqrt{6}\notin[0;9] \end{array}\right. .$$

Ta tính các giá trị: $f(0)=-4$; $f(\sqrt{6})=(\sqrt{6})^4-12(\sqrt{6})^2-4=36-72-4=-40$; $f(9)=9^4-12\cdot 9^2-4=5585$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0;9]$ là -40 đạt được tại $x=\sqrt{6}$.

Câu 3. Cho hàm số $y=\dfrac{-4x^2-2x-5}{-x+2}$. Đường tiệm cận xiên của hàm số là

Ⓐ $y=2x+10$. Ⓑ $y=4x-10$.
Ⓒ $y=5x+10$. Ⓓ $y=4x+10$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y=\dfrac{4x^2+2x+5}{x-2}=\dfrac{4x(x-2)+10x+5}{x-2}=4x+\dfrac{10(x-2)+25}{x-2}=4x+10+\dfrac{25}{x-2}$.

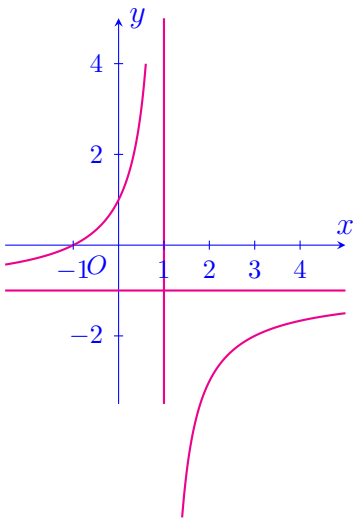
Vì $\lim\limits_{x\to\infty}[y-(4x+10)]=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{25}{x-2}=0$, nên đường thẳng $y=4x+10$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Câu 4. Cho hình lăng trụ tam giác $ABCA'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a}, \overrightarrow{AB}=\vec{b}, \overrightarrow{AC}=\vec{c}, \overrightarrow{BC}=\vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây, biểu thức nào đúng?

(A) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$. (B) $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$.
(C) $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. (D) $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

Hướng dẫn giải. Trong tam giác ABC, theo quy tắc cộng vectơ ta có: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC} \Rightarrow \vec{b}+\vec{d}=\vec{c} \Rightarrow \vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

Câu 5. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



(A) $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. (B) $y=\dfrac{-x-1}{x-1}$.
(C) $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. (D) $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, ta thấy: - Tiệm cận đứng $x=1$, tiệm cận ngang $y=-1$. Loại C, D. - Đồ thị đi qua điểm $(-1;0)$ và $(0;1)$. - Xét phương án B: $y=\dfrac{-x-1}{x-1}$. Tại $x=0 \Rightarrow y=1$; tại $y=0 \Rightarrow x=-1$. Thỏa mãn.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của hàm số $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 3. (C) 1. (D) 4.

Hướng dẫn giải. Điểm cực tiểu là điểm mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương. Dựa vào bảng xét dấu, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại $x=0$ và $x=4$. Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 7. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}$. Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

(A) 2. (B) 4. (C) 3. (D) 1.

Hướng dẫn giải. Tập xác định $\mathscr{D}=\mathbb{R}\setminus\{-1;3\}$.

Ta có $y=\dfrac{x+1}{x^2-2x-3}=\dfrac{x+1}{(x+1)(x-3)}=\dfrac{1}{x-3}$.

- Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x-3}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x-3}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Vì $\lim\limits_{x\to3^+} y=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{1}{x-3}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to3^-} y=\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{1}{x-3}=-\infty$ nên đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2. A

Câu 8. Một doanh nghiệp dự kiến lợi nhuận khi sản xuất x sản phẩm $(0\le x\le 200)$ được cho bởi hàm số $y=-x^3+150x^2$ (đơn vị: đồng). Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để đạt được lợi nhuận cao nhất?

Ⓐ 50. Ⓑ 100. Ⓒ 75. Ⓓ 150.

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $f(x)=-x^3+150x^2$ trên đoạn $[0;200]$.
$f'(x)=-3x^2+300x=-3x(x-100)$.
$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=100$.
Ta có $f(0)=0, f(100)=500000, f(200)=-2000000$.
Vậy lợi nhuận cao nhất đạt được khi sản xuất 100 sản phẩm.

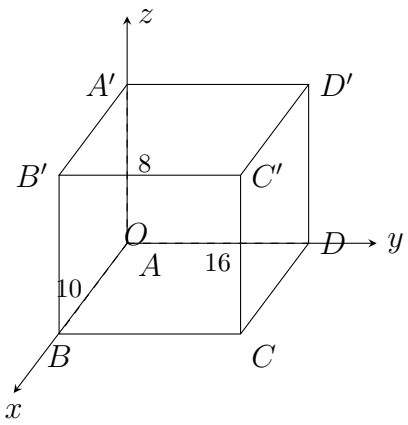
Câu 9. Cho tứ diện $ABCD$, O là trọng tâm tam giác BCD, M là trung điểm của AD. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$. Ⓑ $\overrightarrow{OM}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.
Ⓒ $\overrightarrow{OM}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$. Ⓓ $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải. Ta có O là trọng tâm tam giác BCD nên $\overrightarrow{BO}+\overrightarrow{CO}+\overrightarrow{DO}=\vec{0}$ (1)
Ta có: $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BO}$; $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{CO}$; $\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DO}$
Từ (1) suy ra $3\overrightarrow{AO}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\Rightarrow\overrightarrow{AO}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$
Suy ra $\overrightarrow{OA}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}$ (2)
Mà $\overrightarrow{AM}=\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}$ (3)
Từ (2) và (3) suy ra $\overrightarrow{OM}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{AM}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AD}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AD}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AB}-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AC}+\dfrac{1}{6}\overrightarrow{AD}$.
C

Câu 10. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=10, AD=16, AA'=8$. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với A, các vectơ $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AA'}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$.

Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{A'C}$.



Ⓐ $\overrightarrow{A'C} = (0;0;-8)$. Ⓑ $\overrightarrow{A'C} = (-10;0;-8)$.
Ⓒ $\overrightarrow{A'C} = (10;-16;-8)$. Ⓓ $\overrightarrow{A'C} = (10;16;-8)$.

Hướng dẫn giải. Theo giả thiết: $A(0;0;0)$, $B(10;0;0)$, $D(0;16;0)$, $A'(0;0;8)$.
Vì C thuộc mặt phẳng (Oxy) và $ABCD$ là hình chữ nhật nên $C(10;16;0)$.
Ta có $\overrightarrow{A'C} = (10-0;16-0;0-8) = (10;16;-8)$.

Câu 11. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{j} - \vec{i} - 3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là:

Ⓐ $\vec{a}(2;-3;-1)$. Ⓑ $\vec{a}(-3;2;-1)$.
Ⓒ $\vec{a}(2;-1;-3)$. Ⓓ $\vec{a}(-1;2;-3)$.

Hướng dẫn giải. Vectơ $\vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ có tọa độ $(x;y;z)$.
Ở đây $\vec{a} = -1\vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$, suy ra tọa độ của $\vec{a}$ là $(-1;2;-3)$.

Câu 12. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = 2 - \dfrac{1}{x-1}$ là

Ⓐ $(2;1)$. Ⓑ $(1;2)$. Ⓒ $(1;0)$. Ⓓ $(-1;2)$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y = \dfrac{2(x-1)-1}{x-1} = \dfrac{2x-3}{x-1}$.
Đây là hàm phân thức hữu tỉ bậc nhất trên bậc nhất, tâm đối xứng là giao điểm của hai đường tiệm cận $x = 1$ và $y = 2$. Vậy tâm đối xứng là $I(1;2)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$.

a) Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y = 1$.

b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[1,3]$ đạt tại $x = 3$.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là $I(-1;-2)$.

d) Hình chữ nhật giới hạn bởi hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số và hai trục tọa độ có diện tích bằng 1.

Hướng dẫn giải. Ta có hàm số $y = \dfrac{-2x+1}{x+1}$.

a) Đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{-2x+1}{x+1} = -2$. Vậy khẳng định này

SAI.

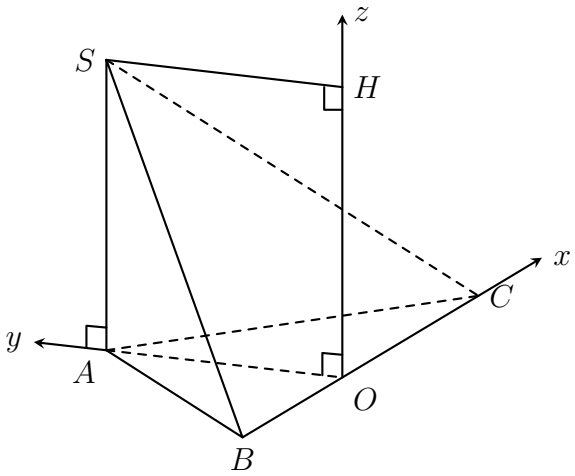
b) Ta có $y' = \dfrac{-2(x+1)-(1-2x)}{(x+1)^2} = \dfrac{-3}{(x+1)^2} < 0, \forall x \neq -1$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định, do đó trên đoạn $[1;3]$ hàm số nghịch biến nên giá trị nhỏ nhất đạt được tại $x = 3$. Vậy khẳng định này **ĐÚNG**.

c) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -1$ và tiệm cận ngang $y = -2$. Tâm đối xứng của đồ thị là giao điểm của hai đường tiệm cận $I(-1;-2)$. Vậy khẳng định này **ĐÚNG**.

d) Hai đường tiệm cận $x = -1, y = -2$ cùng với hai trục tọa độ $x = 0, y = 0$ tạo thành một hình chữ nhật có các kích thước là $a = |-1| = 1$ và $b = |-2| = 2$.
Diện tích hình chữ nhật là $S = a \cdot b = 1 \cdot 2 = 2$. Vậy khẳng định này **SAI**.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = a$ và đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, O là trung điểm của BC. Bằng cách thiết lập hệ tọa độ như hình vẽ, hãy xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Điểm $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{OA}$.

b) Trung điểm của cạnh SC là $M\left(-\dfrac{a}{2}; \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; \dfrac{a}{2}\right)$.

c) Tọa độ điểm $A(0; a\sqrt{3}; 0)$.

d) $\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 3a^2$.

Hướng dẫn giải. Tam giác ABC đều cạnh $2a$ có O là trung điểm BC nên $AO = \dfrac{2a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$ và $AO \perp BC$.

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ với O là gốc tọa độ, khi đó:

$O(0;0;0)$, $C(a;0;0)$, $B(-a;0;0)$, $A(0;a\sqrt{3};0)$.

Do $SA \perp (ABC)$ và $SA = a$ nên tọa độ điểm S là $S(0;a\sqrt{3};a)$.

a) Vì O là trung điểm cạnh BC nên theo quy tắc trung điểm ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AO} = -2\overrightarrow{OA}$.
Vậy khẳng định này **SAI**.

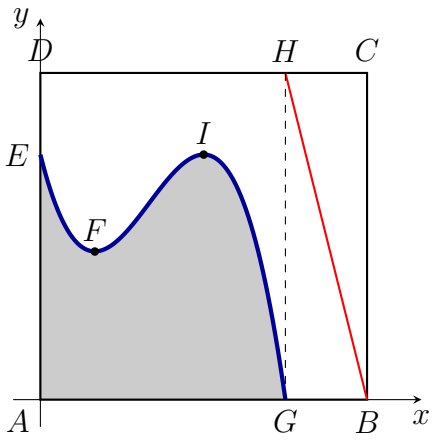
b) Trung điểm M của SC có tọa độ: $M\left(\dfrac{x_S + x_C}{2}; \dfrac{y_S + y_C}{2}; \dfrac{z_S + z_C}{2}\right) = \left(\dfrac{a}{2}; \dfrac{a\sqrt{3}}{2}; \dfrac{a}{2}\right)$.

Vậy khẳng định này **SAI** (do sai khác dấu ở tọa độ x).

c) Vì điểm A nằm trên trục Oy và $OA = a\sqrt{3}$ nên tọa độ điểm A là $(0; a\sqrt{3}; 0)$. Vậy khẳng định này **ĐÚNG**.

d) Ta có $\overrightarrow{SB} = (-a; -a\sqrt{3}; -a)$ và $\overrightarrow{SC} = (a; -a\sqrt{3}; -a)$.
$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = (-a) \cdot a + (-a\sqrt{3}) \cdot (-a\sqrt{3}) + (-a) \cdot (-a) = -a^2 + 3a^2 + a^2 = 3a^2$.
Vậy khẳng định này **ĐÚNG**.

Bài 3. Ông An có một mảnh đất hình vuông $ABCD$ có cạnh $AB = 12$ m. Ông làm một hồ bơi dạng hình thang cong (phần tô đậm) và một lối đi là đoạn thẳng HB. Nếu đặt hệ trục tọa độ có gốc tại A như hình vẽ, độ dài đơn vị là 1 m, thì đường cong $EFIG$ là một phần đồ thị của một hàm số bậc ba $y = f(x)$ có F là điểm cực tiểu và I là điểm cực đại. Biết $CH = DE = GB = 3$ m và các điểm F, I cách cạnh AD lần lượt là 2 m và 6 m.



a) Phương trình của đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) Tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x + 2)(x + 6)$.

c) Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 7 song song với đường thẳng HB.

d) Ông An cần đặt một cái thang lên xuống hồ bơi tại một điểm trên đường cong $EFIG$ sao cho khoảng cách từ điểm đặt thang đến lối đi là ngắn nhất, khoảng cách đó bằng 2,56 m.

Hướng dẫn giải. a) **Đúng**.
Gọi phương trình đường thẳng HB là $y = ax + b$ $(a \neq 0)$.
Đường thẳng HB đi qua $B(12; 0)$ và $H(9; 12)$ nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases} 0 = 12a + b \\ 12 = 9a + b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -4 \\ b = 48 \end{cases}$.
Vậy phương trình đường thẳng HB là $y = -4x + 48$.

b) **Sai**.
Hoành độ các điểm cực trị là $x_F = 2, x_I = 6$.
Vì F, I là các điểm cực trị của hàm bậc ba nên đạo hàm $f'(x)$ nhận $x = 2, x = 6$ làm nghiệm.
Do đó tồn tại $a \in \mathbb{R}$ sao cho $f'(x) = a(x - 2)(x - 6)$.

c) **Sai**.
Ta có: $f'(x) = a(x - 2)(x - 6) = a(x^2 - 8x + 12) \Rightarrow f(x) = a\left(\dfrac{x^3}{3} - 4x^2 + 12x\right) + C$.
Dựa vào hình vẽ: $f(0) = 9$ (điểm E) và $f(9) = 0$ (điểm G).

$$\begin{cases} f(0)=9 \\ f(9)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=9 \\ a\left(\dfrac{9^3}{3}-4\cdot 9^2+12\cdot 9\right)+9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=9 \\ a=-\dfrac{1}{3} \end{cases}.$$

Suy ra hàm số là: $f(x)=-\dfrac{1}{9}x^3+\dfrac{4}{3}x^2-4x+9$. Đạo hàm: $f'(x)=-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{8}{3}x-4$.

Hệ số góc tiếp tuyến tại $x=7$: $k=f'(7)=-\dfrac{1}{3}(7^2)+\dfrac{8}{3}(7)-4=-\dfrac{5}{3}$.

Vì $k=-\dfrac{5}{3}\neq -4$ (hệ số góc của HB) nên tiếp tuyến không song song với HB.

d) **Đúng**.

Khoảng cách từ $M(x_0;y_0)\in EFIG$ đến HB ngắn nhất khi tiếp tuyến tại M song song với HB.

Hệ số góc tiếp tuyến: $f'(x_0)=-4\Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}x_0^2+\dfrac{8}{3}x_0-4=-4\Leftrightarrow -\dfrac{1}{3}x_0^2+\dfrac{8}{3}x_0=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=0 \text{ (loại)} \\ x_0=8 \end{array}\right.$

Với $x_0=8\Rightarrow y_0=f(8)=\dfrac{49}{9}$. Điểm đặt thang là $M\left(8;\dfrac{49}{9}\right)$.

Phương trình đường thẳng $HB: 4x+y-48=0$.

Khoảng cách: $d(M,HB)=\dfrac{\left|4\cdot 8+\dfrac{49}{9}-48\right|}{\sqrt{4^2+1^2}}=\dfrac{\dfrac{95}{9}}{\sqrt{17}}\approx 2{,}56$ m.

Bài 4. Số giờ có ánh sáng mặt trời của một thành phố ven biển A trong ngày thứ t của một năm không nhuận được cho bởi hàm số $d(t)=3\sin\left[\dfrac{\pi}{180}(t-70)\right]+10$ với $t\in\mathbb{Z}$ và $0<t\leq 365$. Cánh đồng muối B (thuộc địa phận của thành phố A) có thể hoạt động nếu trong ngày nắng nhiều hơn 10 giờ.

a) Ngày có nhiều giờ ánh sáng nhất là 13 giờ.

b) Số giờ có ánh sáng giảm liên tục trong tháng 7.

c) Cánh đồng muối B có thể hoạt động 213 ngày mỗi năm.

d) Ngày thứ 70 trong năm, thành phố có 10 giờ có ánh sáng.

Hướng dẫn giải. a) Ta có: $-1\leq \sin\left[\dfrac{\pi}{180}(t-70)\right]\leq 1\Leftrightarrow 7\leq 3\sin\left[\frac{\pi}{180}(t-70)\right]+10\leq 13$.

$d(t)=13$ khi $\sin\left[\dfrac{\pi}{180}(t-70)\right]=1\Leftrightarrow \dfrac{\pi}{180}(t-70)=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow t=160+360k$.

Mà $0<t\leq 365$ nên $t=160$ $(k=0)$.

Vậy ngày thứ 160 trong năm có nhiều giờ ánh sáng nhất là 13 giờ. Kết luận a) **đúng**.

b) Hàm $d(t)$ nghịch biến khi $\dfrac{\pi}{2}+k2\pi<\dfrac{\pi}{180}(t-70)<\dfrac{3\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow 160<t<340$.

Tháng 7 năm không nhuận bắt đầu từ ngày thứ 182 đến 212. Khoảng này nằm trong khoảng nghịch biến $(160;340)$. Vậy kết luận b) **đúng**.

c) Theo đề bài ta có: $d(t)>10\Leftrightarrow 3\sin\left[\dfrac{\pi}{180}(t-70)\right]+10>10\Leftrightarrow \sin\left[\dfrac{\pi}{180}(t-70)\right]>0$.
$\Leftrightarrow 0<\dfrac{\pi}{180}(t-70)<\pi\Leftrightarrow 70<t<250$.

Số ngày là $250-70-1=179$ ngày. Kết luận c) **sai**.

d) Khi $t=70$ thì $d(70)=3\sin(0)+10=10$. Kết luận d) **đúng**.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hàm số $y=-x^3-3x^2+9x$. Gọi x_1 là điểm cực đại của hàm số, x_2 là điểm cực tiểu của hàm số. Tính $T=x_1-3x_2$.

Hướng dẫn giải. Ta có đạo hàm: $y'=-3x^2-6x+9$.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow -3(x^2+2x-3)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Ta có $y''=-6x-6$.

- Với $x=1\Rightarrow y''(1)=-12<0$, nên $x_1=1$ là điểm cực đại.
- Với $x=-3\Rightarrow y''(-3)=12>0$, nên $x_2=-3$ là điểm cực tiểu.

Giá trị biểu thức $T=x_1-3x_2=1-3(-3)=10$.

Bài 2. Gọi M và n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$. Tính $2M-3n$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2-9x+35$ liên tục trên $[-4;4]$.

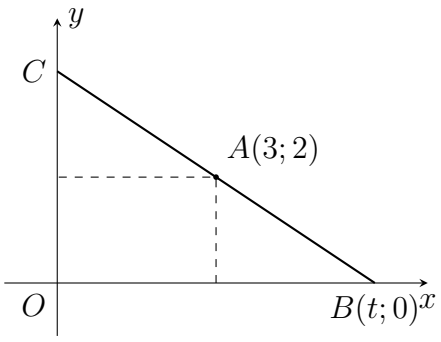
Đạo hàm: $y'=3x^2-6x-9$. Giải $y'=0\Leftrightarrow 3(x-3)(x+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=3\in[-4;4]\\x=-1\in[-4;4]\end{array}\right.$.

Tính các giá trị:

- $f(-4)=(-4)^3-3(-4)^2-9(-4)+35=-64-48+36+35=-41$.
- $f(-1)=(-1)^3-3(-1)^2-9(-1)+35=-1-3+9+35=40$.
- $f(3)=3^3-3\cdot 3^2-9\cdot 3+35=8$.
- $f(4)=4^3-3\cdot 4^2-9\cdot 4+35=15$.

So sánh ta được: $M=\max\limits_{[-4;4]}f(x)=40$ và $n=\min\limits_{[-4;4]}f(x)=-41$.
Giá trị biểu thức $2M-3n=80-3(-41)=203$.

Bài 3. Cho điểm $A(3;2)$ trên mặt phẳng tọa độ. Một đường thẳng đi qua A cắt trục hoành tại $B(t;0)$ với $t>3$, cắt trục tung tại $C(0;y_C)$ tạo thành tam giác OBC nằm trong góc phần tư thứ nhất. Tìm t để diện tích tam giác OBC nhỏ nhất.



Hướng dẫn giải. Đường thẳng BC đi qua $B(t;0)$ và $C(0;y_C)$ có phương trình theo đoạn chắn: $\dfrac{x}{t}+\dfrac{y}{y_C}=1$.

Vì đường thẳng đi qua $A(3;2)$ nên: $\dfrac{3}{t}+\dfrac{2}{y_C}=1\Rightarrow \dfrac{2}{y_C}=1-\dfrac{3}{t}=\dfrac{t-3}{t}\Rightarrow y_C=\dfrac{2t}{t-3}$.

Diện tích tam giác OBC là: $S=\dfrac{1}{2}\cdot OB\cdot OC=\dfrac{1}{2}\cdot t\cdot\dfrac{2t}{t-3}=\dfrac{t^2}{t-3}$ (với $t>3$).

Xét hàm số $S(t)=\dfrac{t^2}{t-3}$ trên $(3;+\infty)$: $S'(t)=\dfrac{2t(t-3)-t^2}{(t-3)^2}=\dfrac{t^2-6t}{(t-3)^2}$.

$S'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$ (vì $t > 3$).
Lập bảng biến thiên ta thấy $S(t)$ đạt cực tiểu tại $t = 6$. Khi đó diện tích nhỏ nhất là $S(6) = \dfrac{6^2}{6-3} = 12$.

Bài 4. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng 3. Tính độ dài của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'C}$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $\vec{u} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{C'B} + \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'C} = \overrightarrow{AC}$.
Trong hình lập phương cạnh $s = 3$, đoạn AC là đường chéo của mặt đáy $ABCD$.
Độ dài $|\vec{u}| = AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{3^2 + 3^2} = 3\sqrt{2}$.
Nếu viết dưới dạng $a\sqrt{b}$ thì $a = 3, b = 2$. Khi đó $T = 2a + b = 2(3) + 2 = 8$.

Bài 5. Một lực $\vec{F}$ có cường độ 100 N, góc giữa $\vec{F}$ và hình chiếu của nó trên mặt phẳng (Oxy) là 60°, hình chiếu này hợp với trục Ox góc 45°. Tìm tọa độ $\vec{F} = (x; y; z)$ và tính $x + y + z\sqrt{3}$.

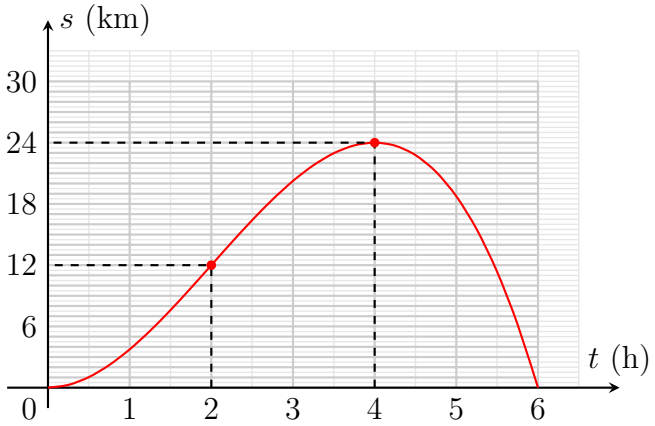
Hướng dẫn giải. Gọi $\vec{F'}$ là hình chiếu của $\vec{F}$ lên mặt phẳng (Oxy).

Độ cao $z = |\vec{F}| \cdot \sin 60° = 100 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$.
Độ dài hình chiếu $|\vec{F'}| = |\vec{F}| \cdot \cos 60° = 100 \cdot \dfrac{1}{2} = 50$.
Tọa độ hình chiếu trên mặt phẳng (Oxy) (dựa theo hướng trục trong hình vẽ):

- $x = |\vec{F'}| \cdot \cos 45° = 50 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = 25\sqrt{2}$.
- $y = -|\vec{F'}| \cdot \sin 45° = -50 \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = -25\sqrt{2}$ (do hướng chiếu ngược chiều trục Oy).

Vậy $\vec{F} = (25\sqrt{2}; -25\sqrt{2}; 50\sqrt{3})$.
Tính giá trị: $x + y + z\sqrt{3} = 25\sqrt{2} + (-25\sqrt{2}) + (50\sqrt{3}) \cdot \sqrt{3} = 50 \cdot 3 = 150$.

Bài 6. Thầy An tham dự giải "Đi bộ trực tuyến Ngành Giáo dục và Đào tạo Edu Run – HCMC" năm 2024. Quãng đường thầy An đi được biểu diễn bằng hàm số $s(t) = at^3 + bt^2 + ct + d$ (với $a \neq 0$) có đồ thị như hình bên (trong đó t là thời gian tính bằng giờ, s là quãng đường tính bằng km). Khi đó, vận tốc tối đa của thầy An đạt được là bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Vận tốc của thầy An là đạo hàm của hàm quãng đường theo thời gian:

$v(t) = s'(t) = 3at^2 + 2bt + c$.

Quan sát hình vẽ, thấy đồ thị hàm số $s(t)$ đi qua các điểm có tọa độ $(0; 0)$, $(2; 12)$, $(4; 24)$ nên ta có $s(0) = 0$, $s(2) = 12$, $s(4) = 24$.

Mặt khác, hàm số đạt cực trị tại $t = 4$ nên $s'(4) = 0$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} s(0) = 0 \\ s(2) = 12 \\ s(4) = 24 \\ s'(4) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d = 0 \\ a \cdot 2^3 + b \cdot 2^2 + c \cdot 2 + d = 12 \\ a \cdot 4^3 + b \cdot 4^2 + c \cdot 4 + d = 24 \\ 3a \cdot 4^2 + 2b \cdot 4 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{3}{4} \\ b = \dfrac{9}{2} \\ c = 0 \\ d = 0 \end{cases}$$

Suy ra $s(t) = -\dfrac{3}{4}t^3 + \dfrac{9}{2}t^2$; $v(t) = s'(t) = -\dfrac{9}{4}t^2 + 9t$.

Để tìm vận tốc tối đa thầy An đạt được, ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t) = -\dfrac{9}{4}t^2 + 9t$.

Ta có $v'(t) = -\dfrac{9}{2}t + 9$.

$v'(t) = 0 \Leftrightarrow -\dfrac{9}{2}t + 9 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên của hàm $v(t)$:

t	0		2		$+\infty$
$v'(t)$		$+$	0	$-$	
$v(t)$			9		
	0	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, vận tốc tối đa đạt được tại thời điểm $t = 2$ giờ.

Vậy vận tốc tối đa thầy An đạt được là $v(2) = 9$ km/h.

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

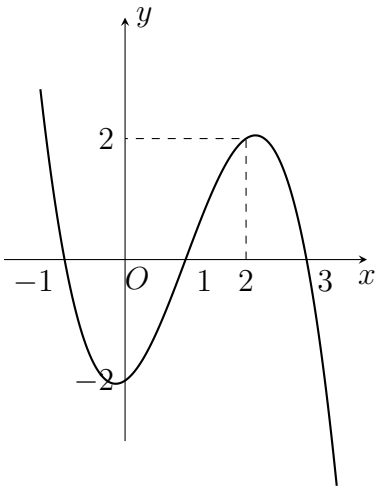
x	$-\infty$		3		4		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘	-4	↗ $+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(4;+\infty)$. Ⓑ $(-\infty;3)$. Ⓒ $(3;8)$. Ⓓ $(3;4)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)>0$ trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(8;+\infty)$. Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(8;+\infty)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



Ⓐ $(1;+\infty)$. Ⓑ $(2;3)$. Ⓒ $(-1;2)$. Ⓓ $(-2;2)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, hàm số nghịch biến trên khoảng mà đồ thị đi xuống từ trái sang phải. Ta thấy đồ thị đi xuống trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. Trong các phương án, chỉ có khoảng $(2;3)$ nằm trong khoảng nghịch biến của hàm số.

Câu 3. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-2$. Điểm cực đại của hàm số là

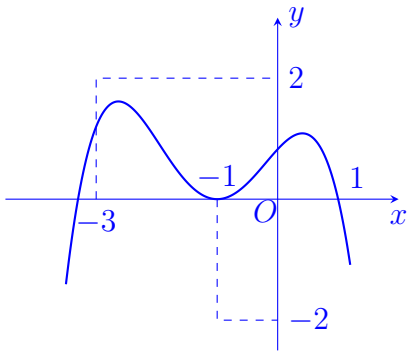
Ⓐ 18. Ⓑ $x=0$. Ⓒ $y=-2$. Ⓓ $x=-2$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y'=3x^2+6x=3x(x+2)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu y' cho thấy y' đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x = -2$. Vậy điểm cực đại của hàm số là $x = -2$.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?



Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 0. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, ta thấy hàm số có một điểm cực tiểu duy nhất tại $x = -1$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

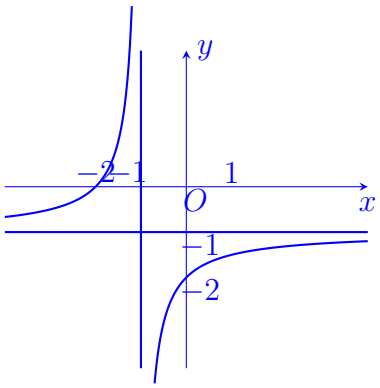
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-1	↗	1	↘	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 0. Ⓑ -1. Ⓒ 2. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $x = 2$ với cùng giá trị cực đại là $y = 1$.

Câu 6. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{x + 1}$ có đồ thị như hình dưới đây. Tìm mệnh đề ĐÚNG



Ⓐ $a < 0; b = 0$.. Ⓑ $a < 0; b < 0$..

Ⓒ $a<0;b>0$.. Ⓓ $a>0;b<0$..

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận ngang $y=a$. Quan sát hình vẽ ta thấy tiệm cận ngang nằm dưới trục hoành nên $a<0$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ $y=\dfrac{b}{1}=b$. Quan sát hình vẽ ta thấy điểm cắt này nằm dưới gốc tọa độ O nên $b<0$.

Vậy $a<0$ và $b<0$.

Câu 7. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-x^2+2$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

Ⓐ 74. Ⓑ 68. Ⓒ 0. Ⓓ $\dfrac{7}{4}$.

Hướng dẫn giải. Xét $f(x)=x^4-x^2+2$ trên $[0;3]$.

$f'(x)=4x^3-2x=2x(2x^2-1)$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}\in[0;3]$.

$f(0)=2;\ f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\dfrac{1}{4}-\dfrac{1}{2}+2=\dfrac{7}{4};\ f(3)=81-9+2=74$.

Vậy giá trị lớn nhất là 74.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABC$, gọi M,N lần lượt là điểm thuộc cạnh SB,SC sao cho $SM=3MB, CN=\dfrac{1}{3}NS$. Tìm số thực k thỏa mãn $\overrightarrow{MN}=k\overrightarrow{CB}$.

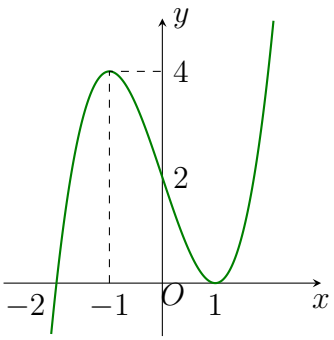
Ⓐ $\dfrac{1}{3}$. Ⓑ $\dfrac{-1}{3}$. Ⓒ $\dfrac{-3}{4}$. Ⓓ $\dfrac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải.

Xét tam giác SBC ta có: $\dfrac{SM}{SB}=\dfrac{SN}{SC}=\dfrac{3}{4}$

Nên theo định lý Talet ta có: $\begin{cases}MN//BC\\ MN=\dfrac{3}{4}BC\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=\dfrac{3}{4}\overrightarrow{BC}\Rightarrow\overrightarrow{MN}=-\dfrac{3}{4}\overrightarrow{CB}$. C

Câu 9. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số dưới đây?



Ⓐ $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Ⓑ $y=x^3-3x+2$.

Ⓒ $y=x^3+3x+2$. Ⓓ $y=-x^3+3x-2$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số bậc ba đi qua các điểm $(-2;0),(-1;4),(0;2),(1;0)$.

Xét $y=x^3-3x+2$:

Tại $x=-2, y=-8+6+2=0$ (đúng).

Tại $x=-1, y=-1+3+2=4$ (đúng).

Tại $x=1, y=1-3+2=0$ (đúng).
Hàm số này có các điểm cực trị tại $x=\pm 1$, phù hợp với hình vẽ.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{1-x}$ có đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang lần lượt là:

Ⓐ $x=-3; y=1$.. Ⓑ $x=1; y=-3$..
Ⓒ $x=3; y=1$.. Ⓓ $x=1; y=3$..

Hướng dẫn giải. Đường tiệm cận đứng là nghiệm của mẫu số: $1-x=0 \Leftrightarrow x=1$.

Đường tiệm cận ngang là giới hạn tại vô cực: $y=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x+2}{-x+1}=-3$.

Câu 11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh là a. Hai vectơ nào sau đây có cùng độ dài?

Ⓐ $\overrightarrow{DD'}, \overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AD}$. Ⓒ $\overrightarrow{AD'}, \overrightarrow{AC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải. Xét hình lập phương cạnh a:
- Độ dài cạnh: $|\overrightarrow{DD'}|=|\overrightarrow{AD}|=a$.
- Độ dài đường chéo của một mặt (hình vuông cạnh a): $|\overrightarrow{AD'}|=|\overrightarrow{AC}|=a\sqrt{2}$.

Do đó, hai vectơ $\overrightarrow{AD'}$ và $\overrightarrow{AC}$ có cùng độ dài.
Chọn C.

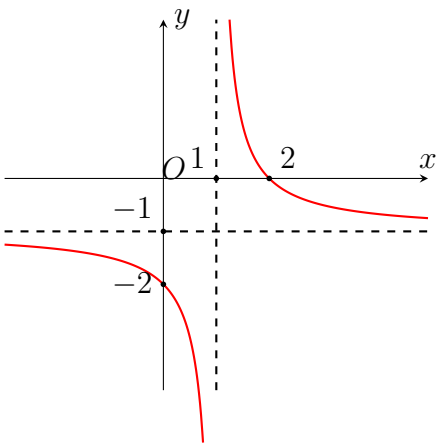
Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, điểm M thuộc trục Ox và cách đều hai điểm $A(4;2;-1)$ và $B(2;1;0)$ là

Ⓐ $M(-4;0;0)$. Ⓑ $M(5;0;0)$. Ⓒ $M(4;0;0)$. Ⓓ $M(-5;0;0)$.

Hướng dẫn giải. $M\in Ox \Rightarrow M(x;0;0)$.
Ta có: $MA^2=(4-x)^2+2^2+(-1)^2=x^2-8x+21$.
$MB^2=(2-x)^2+1^2+0^2=x^2-4x+5$.
M cách đều hai điểm A, B khi $MA=MB \Leftrightarrow MA^2=MB^2$:
$\Leftrightarrow x^2-8x+21=x^2-4x+5 \Leftrightarrow 4x=16 \Leftrightarrow x=4 \Rightarrow M(4;0;0)$.
Chọn C.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ dưới:



a) Đạo hàm : $f'(x)<0, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

b) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $y=1$ và đường tiệm cận ngang là $x=-1$.

d) Tổng $a+b+c=2$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị hàm số ta xác định các thông số:

- Tiệm cận đứng $x=1 \Rightarrow -\dfrac{1}{c}=1 \Rightarrow c=-1$.
- Tiệm cận ngang $y=-1 \Rightarrow \dfrac{a}{c}=-1 \Rightarrow \dfrac{a}{-1}=-1 \Rightarrow a=1$.
- Đồ thị đi qua điểm $(0;-2) \Rightarrow f(0)=-2 \Rightarrow \dfrac{b}{1}=-2 \Rightarrow b=-2$.

Vậy hàm số là $f(x)=\dfrac{x-2}{-x+1}$.

a) $f'(x)=\dfrac{1\cdot 1-(-1)\cdot(-2)}{(-x+1)^2}=\dfrac{-1}{(-x+1)^2}<0, \forall x\neq 1$. (Đúng)

b) Vì $f'(x)<0$ trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng đó. (Đúng)

c) Đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=-1$. Phát biểu trong đề bài bị sai tên gọi đường thẳng. (Sai)

d) $a+b+c=1+(-2)+(-1)=-2$. (Sai)

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+3$.

a) Đạo hàm: $y'=f'(x)=3x^2-6x$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

c) Hàm số có hai điểm cực trị.

d) $f(2025)<f(2026)$.

Hướng dẫn giải.

a) $y'=(x^3-3x^2+3)'=3x^2-6x$. (Đúng)

b) Xét $y'=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0 \Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$. Ta thấy $y'<0$ với mọi $x\in(0;2)$, do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. (Sai)

c) Đạo hàm y' là tam thức bậc hai có hai nghiệm phân biệt $x=0, x=2$ và đổi dấu qua hai nghiệm này nên hàm số có hai điểm cực trị. (Đúng)

d) Trên khoảng $(2;+\infty)$, $y'>0$ nên hàm số đồng biến. Vì $2<2025<2026$ nên $f(2025)<f(2026)$. (Đúng)

Bài 3. Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng có độ dài bằng 1. Biết rằng góc giữa hai vectơ đó là 45°.

a) $\vec{a}\cdot\vec{b}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) $(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=-5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) $|\vec{a}+\vec{b}|=2+\sqrt{2}$.

d) $|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}|=0$.

Hướng dẫn giải.

a) **Đúng**.

Ta có $\vec{a}\cdot\vec{b}=|\vec{a}|\cdot|\vec{b}|\cos(\vec{a},\vec{b})=1\cdot1\cdot\cos 45^\circ=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

b) **Đúng**.

$(\vec{a}+3\vec{b})\cdot(\vec{a}-2\vec{b})=\vec{a}^2-2\vec{a}\cdot\vec{b}+3\vec{b}\cdot\vec{a}-6\vec{b}^2=|\vec{a}|^2+\vec{a}\cdot\vec{b}-6|\vec{b}|^2=1+\dfrac{\sqrt{2}}{2}-6=-5+\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

c) **Sai**.

Ta có $(\vec{a}+\vec{b})^2=\vec{a}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}^2=1+2\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1=2+\sqrt{2}$.

Suy ra $|\vec{a}+\vec{b}|=\sqrt{2+\sqrt{2}}\neq 2+\sqrt{2}$.

d) **Sai**.

$(\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b})^2=\vec{a}^2-2\sqrt{2}\vec{a}\cdot\vec{b}+2\vec{b}^2=1-2\sqrt{2}\cdot\dfrac{\sqrt{2}}{2}+2\cdot1=1-2+2=1$.

Suy ra $|\vec{a}-\sqrt{2}\vec{b}|=1\neq 0$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$. Điểm M thuộc cạnh SA và $SM=\dfrac{2}{3}SA$.

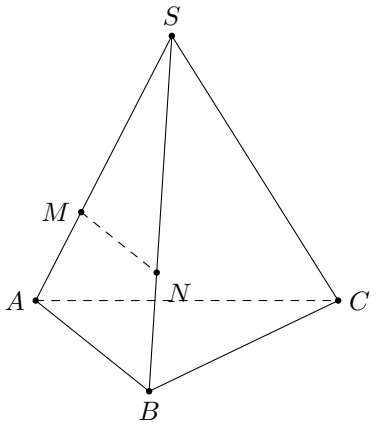
a) $\overrightarrow{SM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{SA}$.

b) $\overrightarrow{MA}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AS}$.

c) Điểm N nằm trên cạnh SB sao cho $SN=\dfrac{2}{3}SB$. Khi đó $\overrightarrow{SN}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{SB}$.

d) $\overrightarrow{MN}=-\dfrac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

Hướng dẫn giải.



a) **Đúng**. Vì M thuộc đoạn SA nên $\overrightarrow{SM}$ và $\overrightarrow{SA}$ cùng hướng. Theo giả thiết $SM=\dfrac{2}{3}SA$ nên $\overrightarrow{SM}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{SA}$.

b) **Sai**. Ta có M nằm giữa S và A với $SM=\dfrac{2}{3}SA$ nên $MA=\dfrac{1}{3}SA$. Tuy nhiên $\overrightarrow{MA}$ và $\overrightarrow{AS}$ cùng hướng, nên $\overrightarrow{MA}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{SA}=-\dfrac{1}{3}\overrightarrow{AS}$.

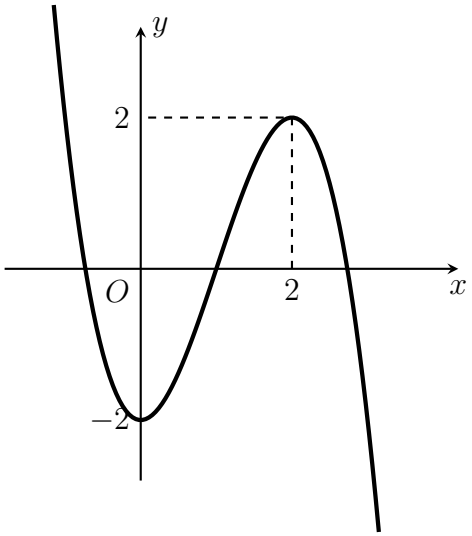
c) **Đúng**. Tương tự câu a, vì N thuộc đoạn SB nên $\overrightarrow{SN}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{SB}$.

d) **Đúng**.

Ta có $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{SN}-\overrightarrow{SM}=\frac{2}{3}\overrightarrow{SB}-\frac{2}{3}\overrightarrow{SA}=\frac{2}{3}(\overrightarrow{SB}-\overrightarrow{SA})=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}=-\frac{2}{3}\overrightarrow{BA}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

Hướng dẫn giải. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại các điểm mà tại đó đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta thấy đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

- Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm tại hai điểm (điểm cắt phía bên trái $x\approx -0,6$ và điểm cắt phía bên phải $x\approx 3,3$).
- Đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương tại một điểm (điểm cắt ở giữa $x\approx 1,3$).

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Bài 2. Cho hàm số $y=-x^3+3x+2$ có đồ thị (C). Trên đồ thị hàm số (C) lấy 2 điểm $P(a;b);Q(c;d)$ $(a,b,c,d\in\mathbb{Z})$ sao cho chúng đối xứng nhau qua điểm $M(-1;3)$. Tính giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d$.

Hướng dẫn giải. Vì hai điểm $P(a;b)$ và $Q(c;d)$ đối xứng nhau qua điểm $M(-1;3)$ nên ta có:

$$\begin{cases}\dfrac{a+c}{2}=-1\\ \dfrac{b+d}{2}=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=-2\\ b+d=6\end{cases}.$$

Giá trị của biểu thức $T=a+b+c+d=(a+c)+(b+d)=-2+6=4$.

Chứng minh sự tồn tại của cặp điểm: Gọi $P(x_0;y_0)\in(C)$, điểm đối xứng qua M là $Q(-2-x_0;6-y_0)$.

$Q\in(C)\Leftrightarrow 6-y_0=-(-2-x_0)^3+3(-2-x_0)+2$.

$\Leftrightarrow 6-(-x_0^3+3x_0+2)=(x_0+2)^3-3x_0-6+2$.

$\Leftrightarrow x_0^3-3x_0+4=x_0^3+6x_0^2+12x_0+8-3x_0-4$.

$\Leftrightarrow 6x_0^2+12x_0=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\Rightarrow P(0;2)\\ x_0=-2\Rightarrow P(-2;4)\end{array}\right.$.

Cả hai trường hợp đều cho cặp điểm nguyên là $(0;2)$ và $(-2;4)$.

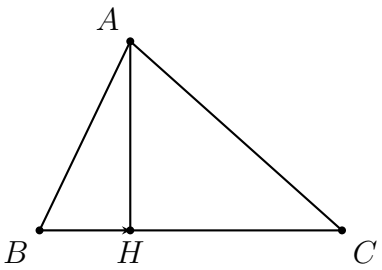
Tổng $T=0+2+(-2)+4=4$.

Bài 3. Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$ có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$. Tính giá trị $2a-b$.

Hướng dẫn giải. Ta có $f(x)=\dfrac{x^2+3x}{x-2}=\dfrac{x(x-2)+5x}{x-2}=x+\dfrac{5(x-2)+10}{x-2}=x+5+\dfrac{10}{x-2}$.
Vì $\lim\limits_{x\to\infty}[f(x)-(x+5)]=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{10}{x-2}=0$, nên đồ thị hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x+5$.
Suy ra $a=1$ và $b=5$.
Vậy giá trị của biểu thức $2a-b=2(1)-5=-3$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(2;3;4)$, $B(0;2;2)$ và $C(3;-1;5)$. Điểm $H(a;b;c)$ là chân đường cao đỉnh A. Khi đó giá trị biểu thức $S=a+2b-5c$ bằng.

Hướng dẫn giải.



+) $\overrightarrow{BC}=(3;-3;3)$; $\overrightarrow{BH}=(a;b-2;c-2)$. Do B,C,H thẳng hàng nên $\overrightarrow{BH}=\dfrac{t}{3}\overrightarrow{BC}$ hay

$$(a;b-2;c-2)=\frac{t}{3}(3;-3;3)=(t;-t;t)\implies\begin{cases}a=t\\b=2-t\\c=2+t\end{cases}\quad\text{từ đó được } H(t;2-t;2+t)$$

+) $\overrightarrow{AH}=(t-2;-1-t;t-2)$, do H là chân đường cao nên

$$\begin{aligned}\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AH}=0&\iff 3(t-2)-3(-1-t)+3(t-2)=0\\&\iff (t-2)-(-1-t)+(t-2)=0\\&\iff 3t-3=0\iff t=1\end{aligned}$$

Từ đó $H(1;1;3)$ tính được $S=a+2b-5c=1+2(1)-5(3)=-12$.

Bài 5. Công ty Apple đề xuất giá bán mỗi chiếc iPhone 17 Pro Max 1TB cho đại lý tại Việt Nam khi đại lý này nhập x chiếc là $P(x)=50.000.000-5000x$ (VND). Hỏi doanh thu tối đa mà công ty Apple nhận được từ đại lý này là bao nhiêu? (Đơn vị tỷ VND, kết quả làm tròn đến hàng phần nguyên).

Hướng dẫn giải. Hàm số biểu diễn doanh thu thu được khi bán x chiếc điện thoại là:

$$R(x)=x\cdot P(x)=x(50.000.000-5000x)=-5000x^2+50.000.000x.$$

Đây là một hàm bậc hai có đồ thị hình parabol quay bề lõm xuống dưới, đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh:

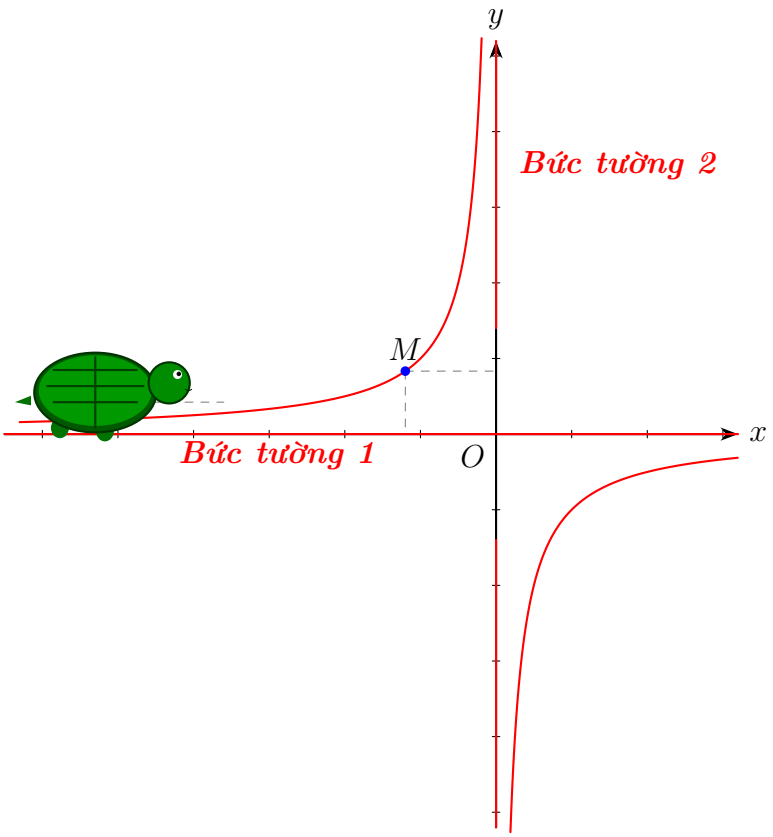
$$x=-\frac{b}{2a}=-\frac{50.000.000}{2\cdot(-5000)}=5000\text{ (chiếc)}.$$

Giá trị doanh thu tối đa đạt được là:

$$R(5000)=-5000\cdot(5000)^2+50.000.000\cdot 5000=125.000.000.000\text{ VND}.$$

Đổi sang đơn vị tỷ VND, doanh thu tối đa là 125 tỷ VND.

Bài 6. Trong hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng mét), mô hình hoá đường đi của con rùa là nhánh bên trái của đồ thị hàm số $(C)\colon y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, hai bức tường là 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số (C) (như hình vẽ). Khi con rùa bò đến điểm M có tọa độ $M(x_0;y_0)$ thì tổng khoảng cách từ điểm M đến hai bức tường là nhỏ nhất. Tính giá trị biểu thức $T=2025x_0+2026y_0$.



Hướng dẫn giải. Điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$, với $x_0<-1$ thì $y_0=\dfrac{2x_0+1}{x_0+1}=2-\dfrac{1}{x_0+1}$.
Đồ thị hàm số có:

- Tiệm cận ngang (Bức tường 1) có phương trình: $y=2$.
- Tiệm cận đứng (Bức tường 2) có phương trình: $x=-1$.

Gọi A,B lần lượt là hình chiếu của M trên tiệm cận đứng và tiệm cận ngang. Khoảng cách từ M đến hai bức tường là:

- $MA=|x_0-(-1)|=|x_0+1|$.
- $MB=|y_0-2|=\left|\left(2-\dfrac{1}{x_0+1}\right)-2\right|=\left|-\dfrac{1}{x_0+1}\right|=\dfrac{1}{|x_0+1|}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy (AM-GM) cho hai số dương MA và MB, ta có:

$$MA+MB\geq 2\sqrt{MA\cdot MB}=2\sqrt{|x_0+1|\cdot\frac{1}{|x_0+1|}}=2.$$

Tổng khoảng cách nhỏ nhất bằng 2 khi $MA=MB$:

$$|x_0+1|=\frac{1}{|x_0+1|}\Leftrightarrow|x_0+1|^2=1\Leftrightarrow|x_0+1|=1\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}x_0+1&=1\\x_0+1&=-1\end{aligned}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{aligned}x_0&=0\\x_0&=-2\end{aligned}\right..$$

Vì rùa di chuyển ở nhánh bên trái nên $x_0 < -1$, ta chọn $x_0 = -2$.

Với $x_0 = -2 \Rightarrow y_0 = \dfrac{2(-2)+1}{-2+1} = 3$. Vậy điểm $M(-2;3)$.

Giá trị biểu thức T là:

$$T = 2025x_0 + 2026y_0 = 2025(-2) + 2026(3) = -4050 + 6078 = 2028.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 15
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;6)$. Ⓑ $(-2;+\infty)$. Ⓒ $(0;+\infty)$. Ⓓ $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy $f'(x)>0$ khi $x\in(-\infty;-2)$ hoặc $x\in(0;+\infty)$.

Trong các phương án đưa ra, khoảng $(0;+\infty)$ là khoảng mà hàm số đồng biến.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

Ⓐ $x=1$. Ⓑ $x=-3$. Ⓒ $x=-1$. Ⓓ $x=2$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đạo hàm y' đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x=1$. Do đó hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 3. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là

Ⓐ $y=2$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $y=-3$. Ⓓ $x=2$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+3}{x-1}=2$. Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=2$.

Câu 4. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=x+4-\dfrac{10}{x+2}$ là đường thẳng

Ⓐ $y=x+4$. Ⓑ $y=x+2$. Ⓒ $y=-x-4$. Ⓓ $y=-x-2$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $\lim_{x\to\infty}[y-(x+4)]=\lim_{x\to\infty}\left(-\dfrac{10}{x+2}\right)=0$.

Vậy tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=x+4$.

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;-2)$. Ⓑ $(-2;0)$. Ⓒ $(-2;1)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hàm số nghịch biến khi $f'(x)<0\Leftrightarrow(x-1)(x+2)<0\Leftrightarrow-2<x<1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x+2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;-2)$. Ⓑ $(-2;0)$. Ⓒ $(-2;1)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Hàm số nghịch biến khi $f'(x)<0\Leftrightarrow(x-1)(x+2)<0\Leftrightarrow-2<x<1$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA}=2\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ điểm A là

Ⓐ $A(-2;-3;5)$. Ⓑ $A(2;3;5)$.
Ⓒ $A(2;3;-5)$. Ⓓ $A(-2;3;-5)$.

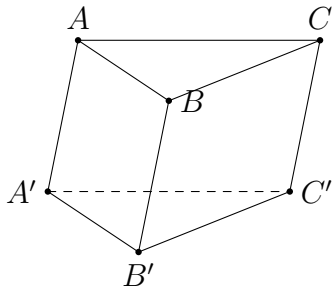
✍ *Hướng dẫn giải.* Tọa độ của điểm A chính là tọa độ của vectơ vị trí $\overrightarrow{OA}$. Theo công thức $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}\Rightarrow\vec{u}=(x;y;z)$, ta có $\overrightarrow{OA}=(2;3;-5)$, do đó $A(2;3;-5)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, giả sử hai vectơ $\vec{x},\vec{y}$ thỏa mãn $|\vec{x}|=3,|\vec{y}|=4$ và tích vô hướng $\vec{x}\cdot\vec{y}=6$. Khi đó, góc giữa hai vectơ $(\vec{x},\vec{y})$ bằng bao nhiêu độ?

Ⓐ $150°$. Ⓑ $60°$. Ⓒ $120°$. Ⓓ $30°$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có công thức tính cosin của góc giữa hai vectơ: $\cos(\vec{x},\vec{y})=\dfrac{\vec{x}\cdot\vec{y}}{|\vec{x}|\cdot|\vec{y}|}=\dfrac{6}{3\cdot4}=\dfrac{1}{2}$. Suy ra góc $(\vec{x},\vec{y})=60°$.

Câu 9. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có hai đáy là các tam giác đều như hình dưới.



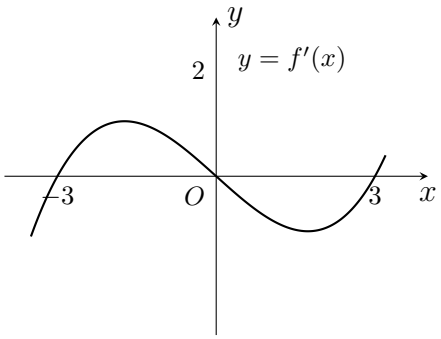
Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng

Ⓐ $120°$. Ⓑ $150°$. Ⓒ $60°$. Ⓓ $30°$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Vì $A'C'\,//\,AC$ và $A'C'=AC$ nên $\overrightarrow{A'C'}=\overrightarrow{AC}$. Góc giữa $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ bằng góc giữa $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$. Trong tam giác đều ABC, góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{CB}$ và $\overrightarrow{CA}$ là $60°$, do đó góc giữa $\overrightarrow{BC}$ và $\overrightarrow{AC}$ cũng bằng $60°$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới

đây.

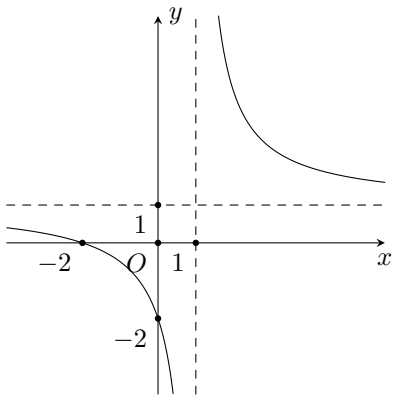


Xét hàm số $g(x)=f(x)+x$. Hàm số $g(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Ⓐ 4. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Ta có $g'(x)=f'(x)+1$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ bằng số lần đổi dấu của $g'(x)$, tức là số giao điểm xuyên qua của đồ thị $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=-1$. Quan sát đồ thị $y=f'(x)$, đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt và đổi dấu qua mỗi điểm đó. Vậy hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 11. Cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?



Ⓐ $a<0, b<0$. Ⓑ $0<b<a$. Ⓒ $b<0<a$. Ⓓ $a<b<0$.

Hướng dẫn giải. Hàm số có dạng $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$.

- Tiệm cận ngang $y=1 \Rightarrow a=1$.
- Đồ thị đi qua $(-2;0) \Rightarrow -2a-b=0 \Rightarrow b=-2a=-2$.

Suy ra $b<0<a$.

Câu 12. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-6}{x-1}$ đi qua điểm nào trong các điểm cho dưới đây?

Ⓐ $M(2;2)$. Ⓑ $N(2;-2)$. Ⓒ $P(-1;3)$. Ⓓ $Q(4;1)$.

Hướng dẫn giải. Thay tọa độ điểm $M(2;2)$ vào hàm số:

Với $x=2$ ta có $y=\dfrac{2^2+2\cdot 2-6}{2-1}=\dfrac{4+4-6}{1}=2$.

Vậy đồ thị hàm số đi qua điểm $M(2;2)$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí*

sinh chọn đúng hoặc sai

Bài 1. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-1}$ có đồ thị là (C).

a) Đồ thị (C) của hàm số có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

b) Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định của nó.

c) Hàm số có 2 điểm cực trị.

d) Tâm đối xứng của (C) nằm trên đường thẳng $(\Delta): x+4y-9=0$.

Hướng dẫn giải.

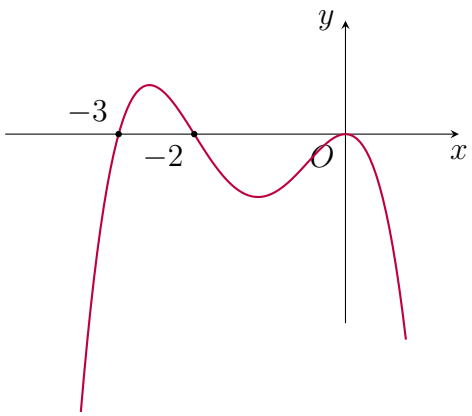
◈ a) **Đúng.** Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-5}{x-1}=2$.

◈ b) **Đúng.** Ta có $y'=\dfrac{2(-1)-1(-5)}{(x-1)^2}=\dfrac{3}{(x-1)^2}>0, \forall x\neq 1$.

◈ c) **Sai.** Hàm số bậc nhất trên bậc nhất không có điểm cực trị.

◈ d) **Đúng.** Tâm đối xứng là giao điểm 2 tiệm cận $I(1;2)$. Thay vào (Δ): $1+4(2)-9=0$.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình sau:



a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị.

c) $f(-2)>f(0)>f(1)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;0]$ bằng $f(-2)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

◈ a) **Sai.** Trên $(-\infty;-3)$, $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến.

◈ b) **Sai.** $f'(x)$ chỉ đổi dấu qua $x=-3$ và $x=-2$. Tại $x=0$ là nghiệm kép (tiếp xúc), không đổi dấu. Vậy hàm số có 2 cực trị.

◈ c) **Đúng.** Trên khoảng $(-2;+\infty)$, ta thấy $f'(x)\leq 0\Rightarrow$ hàm số nghịch biến. Vì $-2<0<1$ nên $f(-2)>f(0)>f(1)$.

◈ d) **Đúng.** Trên đoạn $[-3;0]$, hàm số đồng biến trên $[-3;-2]$ và nghịch biến trên $[-2;0]$. Do đó giá trị lớn nhất đạt được tại $x=-2$, bằng $f(-2)$.

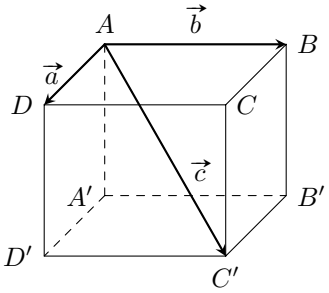
Bài 3. Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là $10\,\text{N}, 10\,\text{N}$ và $20\,\text{N}$.

a) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$.

b) $|\vec{a}+\vec{b}|=20\,\text{N}$.

c) $|\vec{a}+\vec{c}|=|\vec{b}+\vec{c}|$.

d) $|\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}|=32,59\,\text{N}$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).



Hướng dẫn giải. Từ giả thiết ta có $\vec{a}\perp\vec{b}$; $\cos(\vec{a},\vec{c})=\cos\widehat{DAC'}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos(\vec{b},\vec{c})=\cos\widehat{BAC'}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

a) Sai: Giả sử $\vec{a}+\vec{b}=\vec{d}$. Theo quy tắc hình bình hành thì $\vec{d}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ suy ra $\vec{a}+\vec{b}\neq\vec{c}$.

b) Sai: $|\vec{a}+\vec{b}|=10\sqrt{2}$ (đường chéo hình vuông cạnh bằng 10).

c) Đúng: Ta có $|\vec{a}+\vec{c}|^2=|\vec{a}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{c}+|\vec{c}|^2=10^2+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}+20^2=500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $|\vec{a}+\vec{c}|=\sqrt{500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}}$.

Mặt khác $(\vec{b}+\vec{c})^2=|\vec{b}|^2+2\vec{b}\cdot\vec{c}+|\vec{c}|^2=10^2+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}+20^2=500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $|\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}}$. Vậy $|\vec{a}+\vec{c}|=|\vec{b}+\vec{c}|$.

d) Giả sử lực tổng hợp là $\vec{m}$, tức là $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

Do đó: $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})^2\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2+\vec{c}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+2\vec{b}\cdot\vec{c}+2\vec{c}\cdot\vec{a}$

$\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=10^2+10^2+20^2+0+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=10^2+10^2+20^2+0+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow|\vec{m}|\approx32,59$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(5;0;-3)$ và $B(-2;7;1)$.

a) $\overrightarrow{OA}+3\vec{k}=5\vec{i}+\vec{j}$.

b) $\overrightarrow{AB}=(-7;7;4)$.

c) $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(-3;-7;2)$.

d) Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(-\dfrac{7}{2};\dfrac{7}{2};2\right)$.

Hướng dẫn giải. a) **Sai**: Ta có $\overrightarrow{OA}=(5;0;-3)$ và $3\vec{k}=(0;0;3)$ nên $\overrightarrow{OA}+3\vec{k}=(5;0;0)$.

Mặt khác $5\vec{i}+\vec{j}=(5;1;0)$. Do đó $\overrightarrow{OA}+3\vec{k}\neq5\vec{i}+\vec{j}$.

b) **Đúng**: $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A)=(-2-5;7-0;1-(-3))=(-7;7;4)$.

c) **Sai**: $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=(5+(-2);0+7;-3+1)=(3;7;-2)$.

d) **Sai**: Gọi M là trung điểm của AB, tọa độ của M là:

$x_M = \dfrac{5+(-2)}{2} = \dfrac{3}{2}$; $y_M = \dfrac{0+7}{2} = \dfrac{7}{2}$; $z_M = \dfrac{-3+1}{2} = -1$.

Vậy tọa độ trung điểm là $M\left(\dfrac{3}{2}; \dfrac{7}{2}; -1\right)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Công ty Apple đề xuất giá bán mỗi chiếc iPhone 17 Pro Max 1TB cho đại lý tại Việt Nam khi đại lý này nhập x chiếc là $P(x) = 50.000.000 - 5000x$ (VND). Hỏi doanh thu tối đa mà công ty Apple nhận được từ đại lý này là bao nhiêu? (Đơn vị tỷ VND, kết quả làm tròn đến hàng phần nguyên).

Hướng dẫn giải. Hàm số biểu diễn doanh thu thu được khi bán x chiếc điện thoại là:

$$R(x) = x \cdot P(x) = x(50.000.000 - 5000x) = -5000x^2 + 50.000.000x.$$

Đây là một hàm bậc hai có đồ thị hình parabol quay bề lõm xuống dưới, đạt giá trị lớn nhất tại đỉnh:

$$x = -\frac{b}{2a} = -\frac{50.000.000}{2 \cdot (-5000)} = 5000 \text{ (chiếc)}.$$

Giá trị doanh thu tối đa đạt được là:

$$R(5000) = -5000 \cdot (5000)^2 + 50.000.000 \cdot 5000 = 125.000.000.000 \text{ VND}.$$

Đổi sang đơn vị tỷ VND, doanh thu tối đa là 125 tỷ VND.

Bài 2. Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh bằng 4. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho gốc tọa độ O trùng với B, điểm D thuộc tia Oy, vectơ $\vec{i}$ cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{NC}$ với N là trung điểm BD, tia Oz hướng lên trên như hình vẽ. Khi đó tọa độ vectơ $\overrightarrow{BM}$ với M trung điểm của CD có dạng $(a; b; 0)$. Tính giá trị $S = a + b$.

Hướng dẫn giải. Ta có $B \equiv O(0; 0; 0)$. Do $D \in Oy$ và $BD = 4$ nên $D(0; 4; 0)$.

N là trung điểm của BD nên $N(0; 2; 0)$.

ΔBCD là tam giác đều cạnh 4 nên đường cao $CN = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Vectơ $\vec{i}$ cùng hướng với $\overrightarrow{NC}$ nên $C(2\sqrt{3}; 2; 0)$.

M là trung điểm của CD nên tọa độ của M là:

$x_M = \dfrac{x_C + x_D}{2} = \dfrac{2\sqrt{3}+0}{2} = \sqrt{3}$; $y_M = \dfrac{y_C + y_D}{2} = \dfrac{2+4}{2} = 3$; $z_M = 0$.

Vậy $\overrightarrow{BM} = (\sqrt{3}; 3; 0) \Rightarrow a = \sqrt{3}, b = 3$.

Giá trị $S = a + b = 3 + \sqrt{3}$.

Bài 3. Biết hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có tất cả các khoảng nghịch biến là $(a; b)$ và $(c; +\infty)$. Tính $a + 2025b - c$.

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y' = -4x^3 + 4x$.

$$y' = 0 \iff -4x(x^2 - 1) = 0 \iff \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{bmatrix}.$$

Dễ dàng vẽ bảng biến thiên và kết luận

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Theo giả thiết, các khoảng nghịch biến là $(a;b)$ và $(c;+\infty)$, suy ra $a=-1, b=0, c=1$.

Vậy $a+2025b-c=-1+2025\cdot 0-1=-2$.

Bài 4. Ông Nam cần xây dựng một bể chứa nước có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp đậy để phục vụ cho việc tưới cây trong vườn. Do các điều kiện về diện tích vườn, ông Nam cần bể có thể tích là 36m^3, đáy bể có chiều dài gấp hai lần chiều rộng và chiều rộng không quá 4m, biết rằng chi phí vật liệu xây dựng mỗi mét vuông diện tích bề mặt là như nhau. Hỏi chiều cao bể nước bằng bao nhiêu m để tổng chi phí vật liệu là nhỏ nhất?

Hướng dẫn giải. Gọi chiều rộng của đáy bể là x (m), điều kiện $0<x\le 4$.

Chiều dài của đáy bể là $2x$ (m).

Gọi h (m) là chiều cao của bể $(h>0)$.

Thể tích bể: $V=x\cdot 2x\cdot h=2x^2h=36 \implies h=\dfrac{18}{x^2}$.

Diện tích bề mặt cần xây dựng (bể không nắp) là: $S=x\cdot 2x+2xh+2(2x)h=2x^2+6xh$.

Thay $h=\dfrac{18}{x^2}$ vào, ta được hàm diện tích theo x:

$S(x)=2x^2+6x\cdot\dfrac{18}{x^2}=2x^2+\dfrac{108}{x}$ với $x\in(0;4]$.

Đạo hàm: $S'(x)=4x-\dfrac{108}{x^2}=\dfrac{4x^3-108}{x^2}$.

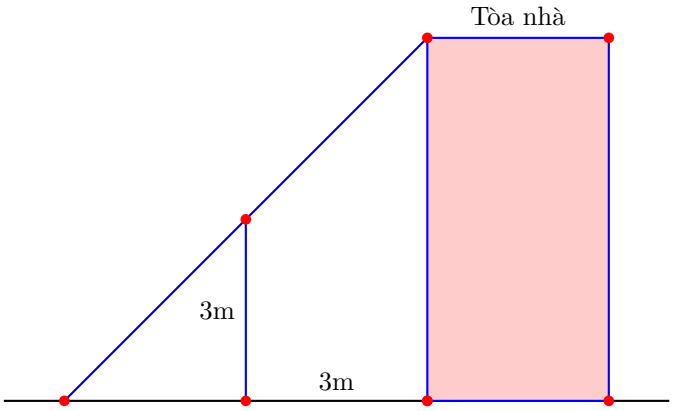
$S'(x)=0 \iff 4x^3=108 \iff x^3=27 \iff x=3$ (thỏa mãn điều kiện).

Dễ dàng vẽ bảng biến thiên, $S(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=3$.

Khi đó, chiều cao của bể là $h=\dfrac{18}{3^2}=2\,\text{m}$.

Vậy chiều cao bể nước bằng 2 m thì chi phí vật liệu thấp nhất.

Bài 5. Một bức tường cao 3m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 3m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Chiều dài tối thiểu của thang là $a\sqrt{2}\,\text{m}$. Hỏi a bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Giả sử chân thang cách chân bức tường một khoảng x (m), $x>0$.

Chiều cao của điểm thang chạm tòa nhà là h.

Theo định lý Thales trong tam giác đồng dạng: $\dfrac{h}{x+3}=\dfrac{3}{x} \Longrightarrow h=\dfrac{3(x+3)}{x}=3+\dfrac{9}{x}$.

Chiều dài của thang là L, ta có: $L^2=(x+3)^2+h^2=(x+3)^2+\left(3+\dfrac{9}{x}\right)^2=(x+3)^2+9\left(1+\dfrac{3}{x}\right)^2$

$L^2=(x+3)^2+\dfrac{9(x+3)^2}{x^2}=(x+3)^2\left(1+\dfrac{9}{x^2}\right)$.

Xét hàm số $f(x)=(x+3)^2\left(1+\dfrac{9}{x^2}\right)$ với $x>0$.

$f'(x)=2(x+3)\left(1+\dfrac{9}{x^2}\right)+(x+3)^2\left(-\dfrac{18}{x^3}\right)=\dfrac{2(x+3)(x^3-27)}{x^3}$.

$f'(x)=0 \Longleftrightarrow x=3$.

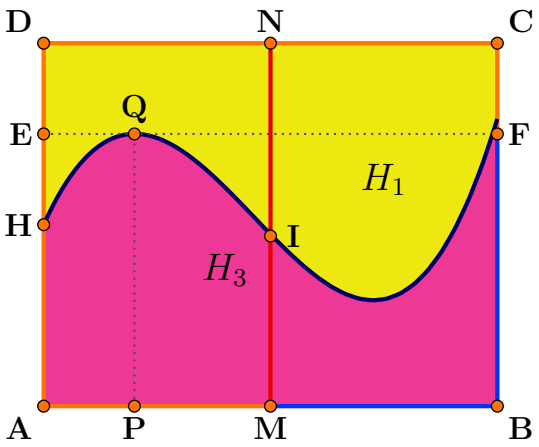
Lập bảng biến thiên, ta thấy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=3$.

Khi đó chiều dài thang tối thiểu là: $L=\sqrt{(3+3)^2\left(1+\dfrac{9}{3^2}\right)}=\sqrt{36\cdot 2}=6\sqrt{2}\,\text{m}$.

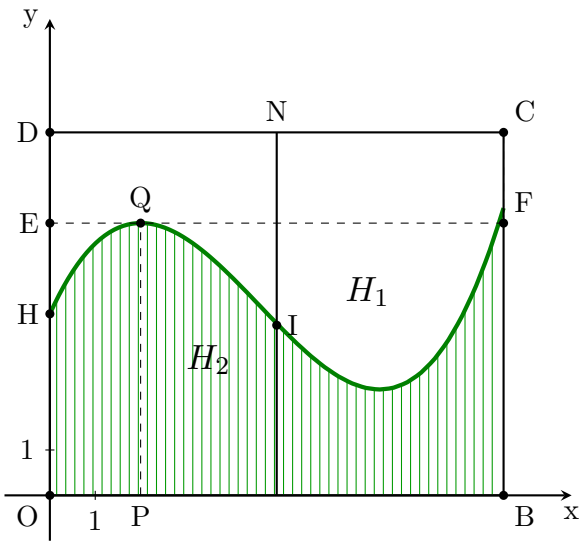
Đối chiếu giả thiết $L=a\sqrt{2}$, ta được $a=6$.

Bài 6. Khuôn viên của một công viên có dạng hình chữ nhật $ABCD$ với $AB=100\ m$; $AD=80\ m$. Người ta muốn chia công viên thành hai khu, một khu dành cho trẻ em, một khu dành cho người lớn. Để tạo thiết kế độc đáo và lạ mắt, người ta dùng một đường cong chia khuôn viên thành hai phần H_1 (tô màu xanh) dành cho người lớn và H_3 (tô màu hồng) dành cho trẻ em như hình vẽ bên với $AH=40\ m$; $AE=60\ m$; $AP=20\ m$ và $EF//AB$; $PQ//AD$.

Biết rằng khi xét trong một hệ tọa độ Oxy, đường cong trong hình là một phần của đồ thị hàm số bậc ba. Phần chính giữa công viên người ta muốn mắc dây đèn trang trí dọc đoạn thẳng MN như hình. Biết giá tiền mỗi mét dây trang trí của phần dành cho trẻ em là 140 nghìn đồng và phần dành cho người lớn là 180 nghìn đồng. Tổng số tiền mắc dây đèn trang trí trên đoạn MN là bao nhiêu triệu đồng?



✍ *Hướng dẫn giải.*



Xét hệ trục tọa độ Oxy, với gốc tọa độ là điểm A (A trùng O). Tia Ox trùng với tia AB, tia Oy trùng với tia AD thì đường cong ranh giới giữa hai khu vực là đồ thị hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Theo giả thiết đồ thị hàm số này đi qua các điểm $H(0;40)$, $Q(20;60)$, $F(100;60)$ và có điểm cực trị là $Q(20;60)$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} d = 40 \\ a \cdot 20^3 + b \cdot 20^2 + c \cdot 20 + d = 60 \\ a \cdot 100^3 + b \cdot 100^2 + c \cdot 100 + d = 60 \\ 3a \cdot 100^2 + 2b \cdot 100 + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d = 40 \\ 8000a + 400b + 20c + d = 60 \\ 1000000a + 10000b + 100c + d = 60 \\ 30000a + 200b + c = 0 \end{cases}$$

Giải hệ trên ta được $a = \dfrac{1}{10000}$; $b = \dfrac{-11}{500}$; $c = \dfrac{7}{5}$; $d = 40$.

Do M là trung điểm của AB nên $x_M = 50$. Thay vào hàm số ta tìm được tung độ điểm I:

$$y_I = \frac{1}{10000} \cdot 50^3 - \frac{11}{500} \cdot 50^2 + \frac{7}{5} \cdot 50 + 40 = 67{,}5.$$

Vậy tọa độ điểm I là $(50;67{,}5)$.

Theo đề bài, H_3 là phần bên dưới (trẻ em), H_1 là phần bên trên (người lớn):

- Chiều dài đoạn dây thuộc phần trẻ em (MI): $67{,}5$ m.
- Chiều dài đoạn dây thuộc phần người lớn (IN): $80 - 67{,}5 = 12{,}5$ m.

Tổng số tiền mắc dây đèn là:

$$T = (67{,}5 \cdot 140) + (12{,}5 \cdot 180) = 9450 + 2250 = 11700 \text{ (nghìn đồng)}.$$

Đổi ra đơn vị triệu đồng: 11,7 triệu đồng.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 16
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên

x	$-\infty$		3		4		8		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	$+\infty$	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ có giá trị cực tiểu bằng

Ⓐ 3. Ⓑ -4. Ⓒ 8. Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=8$ và giá trị cực tiểu tương ứng là $f(8)=-4$.

Câu 2. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-2}$ trên nửa khoảng $(2;6]$.

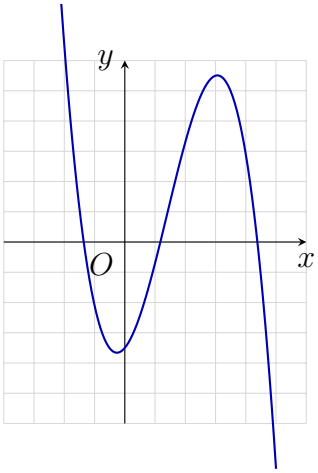
Ⓐ $\min\limits_{(2;6]} y=9$. Ⓑ $\min\limits_{(2;6]} y=3$. Ⓒ $\min\limits_{(2;6]} y=8$. Ⓓ $\min\limits_{(2;6]} y=4$.

Hướng dẫn giải. Xét $f(x)=\dfrac{x^2}{x-2}$ trên $(2;6]$. Đạo hàm $f'(x)=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$.

$f'(x)=0 \iff x=4$ (vì $x\in(2;6]$).

Ta có bảng biến thiên cho thấy giá trị nhỏ nhất đạt tại $x=4$: $f(4)=\dfrac{4^2}{4-2}=8$.

Câu 3. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

Ⓐ $a<0, b>0, c>0, d<0$. Ⓑ $a<0, b>0, c<0, d<0$.
Ⓒ $a>0, b<0, c<0, d>0$. Ⓓ $a<0, b<0, c>0, d<0$.

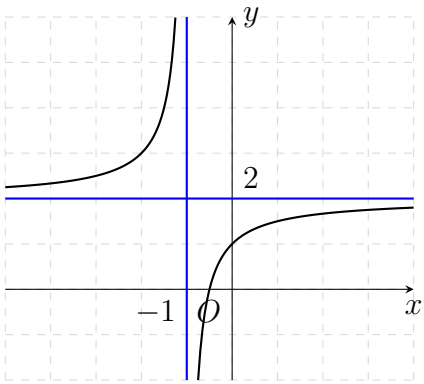
Hướng dẫn giải. - Nhánh cuối đi xuống nên $a<0$.

- Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d<0$.

- Hàm số có hai điểm cực trị $x_1<0<x_2$ và $|x_2|>|x_1| \implies x_1+x_2=\dfrac{-2b}{3a}>0 \implies b>0$ (vì $a<0$).

- Tích hai hoành độ cực trị $x_1x_2=\dfrac{c}{3a}<0 \implies c>0$ (vì $a<0$).

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.

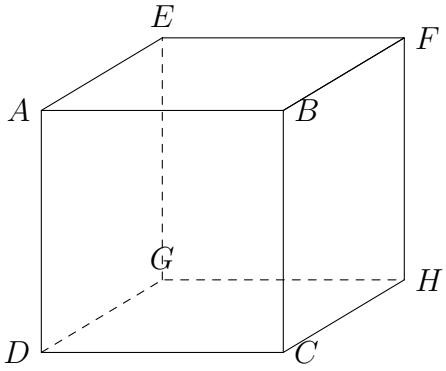


Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $x=0$. Ⓑ $x=-1$. Ⓒ $y=2$. Ⓓ $y=-1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào hình vẽ, đường tiệm cận ngang là đường thẳng song song với trục hoành đi qua điểm $(0;2)$, có phương trình $y=2$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABFE.DCHG$ có cạnh bằng 2.



Tích vô hướng $\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GE}$ bằng

Ⓐ 0. Ⓑ 4. Ⓒ 2. Ⓓ 16.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{GB}=\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GE}$.

$\overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GE}=(\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GE})\cdot\overrightarrow{GE}=\overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GE}+\overrightarrow{GE}^2=0+2^2=4$.

Câu 6. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Tìm vectơ $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{C'C}$.

Ⓐ $\overrightarrow{BD'}$. Ⓑ $\overrightarrow{BA'}$. Ⓒ $\overrightarrow{BC'}$. Ⓓ $\overrightarrow{BD}$.

Hướng dẫn giải. $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{C'C}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{BD}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{BD'}$.

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y	0	↘	-4	$+\infty$ ↘	-3	↗	3

Tổng số các đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

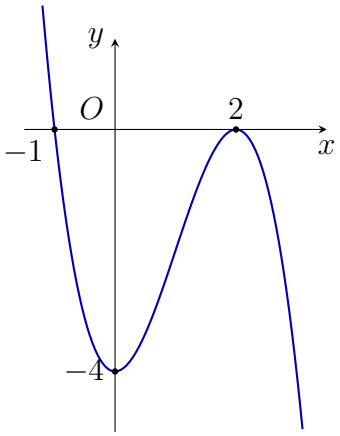
Ⓐ 1. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. - Tiệm cận ngang: $\lim\limits_{x\to-\infty} y = 0 \Rightarrow y = 0$ là một TCN. $\lim\limits_{x\to+\infty} y = 3 \Rightarrow y = 3$ là một TCN.

- Tiệm cận đứng: $\lim\limits_{x\to0^+} y = +\infty \Rightarrow x = 0$ là một TCĐ.

Vậy đồ thị có tổng cộng 3 đường tiệm cận. Chọn đáp án **D**.

Câu 8. Cho đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hỏi đồ thị là của hàm số nào dưới đây?



Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 - 4$. Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Ⓒ $y = -x^3 + 3x^2 - 2$. Ⓓ $y = -x^3 - 4$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số bậc ba có nhánh cuối đi xuống nên $a < 0 \Rightarrow$ loại A.

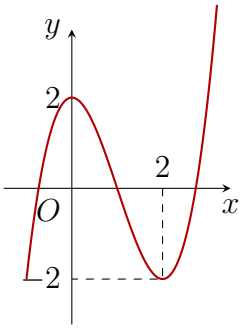
Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0; -4)$ nên $d = -4 \Rightarrow$ loại C.

Đồ thị đi qua điểm $(2; 0)$. Thử vào B: $-(2)^3 + 3(2)^2 - 4 = -8 + 12 - 4 = 0$ (thỏa mãn).

Chọn đáp án **B**.

Câu 9. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ như

hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $3f(x)+4=0$ là



Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 0.

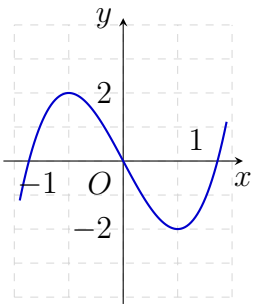
Hướng dẫn giải. Ta có $3f(x)+4=0 \iff f(x)=-\dfrac{4}{3}$.

Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng nằm ngang $y=-\dfrac{4}{3}$.

Vì $-2<-\dfrac{4}{3}<2$ nên đường thẳng $y=-\dfrac{4}{3}$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt.

Chọn đáp án **C**.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau:



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên $[-1;1]$. Giá trị của $M+m$ bằng

Ⓐ 3. Ⓑ 0. Ⓒ -2. Ⓓ $\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải. Quan sát đồ thị trên đoạn $[-1;1]$, ta thấy:

- Giá trị lớn nhất $M=f(-1)=2$.
- Giá trị nhỏ nhất $m=f(1)=-2$.

Vậy $M+m=2+(-2)=0$. Chọn đáp án **B**.

Câu 11. Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x chiếc bánh kem là: $C(x)=10000+20x-\dfrac{1}{4}x^2+0,001x^3$. Chi phí sản xuất chiếc bánh thứ 501 xấp xỉ chi phí biên là bao nhiêu?

Ⓐ 250 (nghìn đồng). Ⓑ 450 (nghìn đồng).
Ⓒ 520 (nghìn đồng). Ⓓ 300 (nghìn đồng).

Hướng dẫn giải. Chi phí biên tại mức sản xuất x sản phẩm là $C'(x)$.

Ta có $C'(x)=20-\dfrac{1}{2}x+0,003x^2$.

Chi phí biên để sản xuất chiếc bánh thứ 501 xấp xỉ $C'(500)$:

$C'(500) = 20 - \dfrac{1}{2} \cdot 500 + 0,003 \cdot 500^2 = 20 - 250 + 750 = 520$ (trăm nghìn đồng).

Đổi đơn vị: $5,2$ trăm nghìn đồng tương ứng với 520 nghìn đồng.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Bảng biến thiên trên là hàm số nào sau đây

Ⓐ $y = x^3 - 3x^2 + 2$.

Ⓑ $y = -x^3 + 3x^2 + 2$.

Ⓒ $y = x^4 + 3x^2 + 2$.

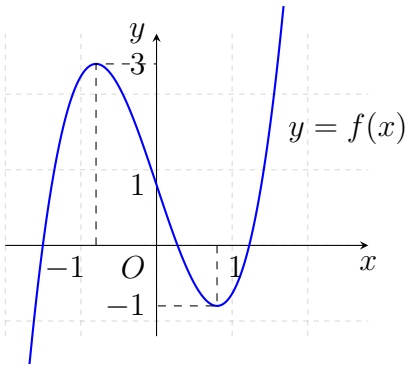
Ⓓ $y = \dfrac{x+1}{x-2}$.

Hướng dẫn giải. Dây là dáng điệu của hàm số bậc 3 nên ta loại $y = x^4 + 3x^2 + 2$ và $y = \dfrac{x+1}{x-2}$.

Từ bảng biến thiên ta có $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} y = -\infty$ và $\lim\limits_{x \to +\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = +\infty$; $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^3 - 3x^2 + 2) = -\infty$ nên đáp án $y = x^3 - 3x^2 + 2$ thỏa mãn.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ sau:



a) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(4 - x) + 1$ là $(5; 4)$.

b) Giá trị của $a; b; c$ thỏa mãn hệ phương trình sau: $\begin{cases} 3a + 2b + c = 0 \\ 3a - 2b + c = 0 \end{cases}$.

c) Phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm phân biệt.

d) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng có phương trình $y = 3$.

Hướng dẫn giải. Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta có các thông tin sau:

- Đồ thị đi qua điểm $(0; 1) \Rightarrow f(0) = 1 \Rightarrow d = 1$.
- Hàm số đạt cực đại tại $x = -1, y = 3 \Rightarrow f(-1) = 3$ và $f'(-1) = 0$.
- Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1, y = -1 \Rightarrow f(1) = -1$ và $f'(1) = 0$.

Ta có $f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c$. Từ điều kiện cực trị, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f'(1)=0 \\ f'(-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3a+2b+c=0 \\ 3a-2b+c=0 \end{cases} \Rightarrow b=0 \text{ và } c=-3a.$$

Thay vào $f(1)=-1$: $a(1)^3+0(1)^2+(-3a)(1)+1=-1 \Rightarrow -2a=-2 \Rightarrow a=1$. Suy ra $c=-3$.

Vậy hàm số là $f(x)=x^3-3x+1$. Xét các khẳng định:

a) **Đúng.** Đồ thị $f(x)$ có điểm cực đại là $A(-1;3)$. Hàm số $g(x)=f(4-x)+1$ đạt cực đại khi $4-x=-1 \Leftrightarrow x=5$. Khi đó $y=f(-1)+1=3+1=4$. Vậy điểm cực đại là $(5;4)$.

b) **Đúng.** Đây chính là hệ phương trình đạo hàm tại các điểm cực trị đã lập ở trên.

c) **Sai.** Đường thẳng $y=-1$ tiếp xúc với đồ thị tại điểm cực tiểu $(1;-1)$ và cắt tại một điểm khác. Do đó phương trình có 2 nghiệm phân biệt.

d) **Sai.** Hàm đa thức bậc ba không có tiệm cận ngang.

Bài 2. Một quán cà phê Highlands Nha Trang sắp khai trương, đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sau khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18000 đồng. Gọi x là số lần tăng giá cốc cà phê, với $0<x<20$.

a) Sau x là số lần tăng giá thì số cốc cà phê bán được là $2000-x$ (cốc).

b) Chi phí nguyên vật liệu để pha cà phê mỗi tháng là $(2000-x)18000$ đồng.

c) Lợi nhuận thu được mỗi tháng là: $100000(-x^2+18x+40)$ đồng.

d) Quán cà phê Highland Nha Trang phải bán mỗi cốc cà phê với giá 29000 đồng thì đạt lợi nhuận lớn nhất.

Hướng dẫn giải. Gọi x là số lần tăng giá $(0<x<20)$.

- Giá bán mỗi cốc cà phê là: $20000+1000x$ (đồng).
- Số cốc cà phê bán được mỗi tháng là: $2000-100x=100(20-x)$ (cốc).
- Chi phí nguyên vật liệu mỗi tháng là: $18000\cdot 100(20-x)=1.800.000(20-x)$ (đồng).
- Lợi nhuận mỗi tháng là: $L(x)=$ (Giá bán − Chi phí 1 cốc) × Số lượng cốc $L(x)=(20000+1000x-18000)\cdot 100(20-x)$ $L(x)=(2000+1000x)\cdot 100(20-x)=1000(2+x)\cdot 100(20-x)$ $L(x)=100000(2+x)(20-x)=100000(-x^2+18x+40)$ (đồng).

Xét các khẳng định:

a) **Sai.** Số cốc bán được đúng phải là $2000-100x$.

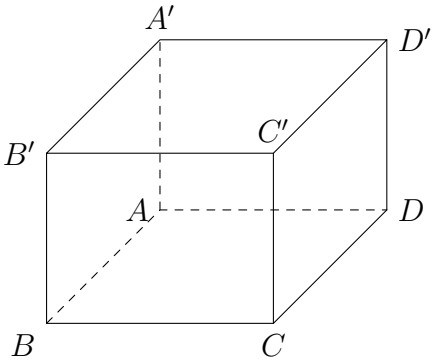
b) **Sai.** Chi phí nguyên vật liệu đúng phải là $18000(2000-100x)$.

c) **Đúng.** Công thức lợi nhuận đúng là $100000(-x^2+18x+40)$.

d) **Đúng.** Xét hàm $f(x)=-x^2+18x+40$. Đây là parabol có đỉnh tại $x=\frac{-18}{2(-1)}=9$. Với $x=9$ (thỏa mãn $0<x<20$), lợi nhuận đạt giá trị lớn nhất. Khi đó, giá bán mỗi cốc là: $20000+9\cdot 1000=29000$ (đồng).

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi

M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$.



a) Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{CB'} = -0,5a^2$.

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng $120°$.

c) $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{BC}$.

d) $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{B'C'}$.

Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $A(0;0;0)$, $B(a;0;0)$, $D(0;a;0)$, $A'(0;0;a)$.

Khi đó tọa độ các điểm là: $C(a;a;0)$, $B'(a;0;a)$, $C'(a;a;a)$, $D'(0;a;a)$.

Tọa độ trung điểm: $M(0;\frac{a}{2};a)$, $N(\frac{a}{2};a;a)$.

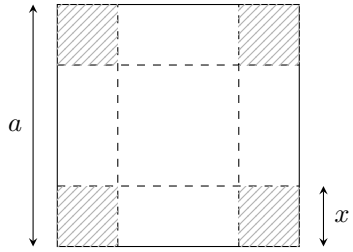
a) **Đúng.** Ta có $\overrightarrow{MN} = (\frac{a}{2};\frac{a}{2};0)$ và $\overrightarrow{CB'} = (0;-a;a)$. $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{CB'} = \frac{a}{2}\cdot 0 + \frac{a}{2}\cdot(-a) + 0\cdot a = -0,5a^2$.

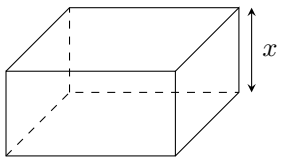
b) **Đúng.** Ta có $\overrightarrow{AB'} = (a;0;a)$, $|\overrightarrow{AB'}| = a\sqrt{2}$. $\overrightarrow{B'C} = (0;a;-a)$, $|\overrightarrow{B'C}| = a\sqrt{2}$. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{B'C} = a\cdot 0 + 0\cdot a + a\cdot(-a) = -a^2$. $\cos(\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{B'C}) = \dfrac{-a^2}{a\sqrt{2}\cdot a\sqrt{2}} = -\dfrac{1}{2} \Rightarrow (\overrightarrow{AB'}, \overrightarrow{B'C}) = 120°$.

c) **Đúng.** Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}$. Mà $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$, nên $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AA'}$.

d) **Sai.** Vì $\overrightarrow{AC} = (a;a;0)$ còn $\overrightarrow{B'C'} = (0;a;0)$. Hai vectơ này không bằng nhau (độ dài khác nhau: $a\sqrt{2} \neq a$).

Bài 4. Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh a. Người ta cắt ở 4 góc 4 hình vuông bằng nhau, rồi gập tấm nhôm lại để được một cái hộp không nắp.





a) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\dfrac{a}{12}$.

b) Thể tích của khối hộp là lớn nhất khi cạnh của hình vuông bị cắt bằng $\dfrac{a}{6}$.

c) Thể tích của khối hộp lớn nhất bằng $\dfrac{2a^3}{27}$.

d) Thể tích hộp lớn nhất bằng $\dfrac{a^3}{27}$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Gọi x là độ dài cạnh của hình vuông bị cắt $\left(0 < x < \dfrac{a}{2}\right)$.

Thể tích của khối hộp là: $V(x) = x(a-2x)^2$ với $0 < x < \dfrac{a}{2}$.

$V'(x) = (a-2x)^2 + x \cdot 2(a-2x) \cdot (-2) = (a-2x)(a-2x-4x) = (a-2x)(a-6x)$.

$V'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = a/2 \text{ (loại)} \\ x = a/6 \text{ (nhận)} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		$a/6$		$a/2$
$V'(x)$		$+$	0	$-$	
$V(x)$	0	↗	$\dfrac{2a^3}{27}$	↘	0

Vậy $\max_{(0;a/2)} V(x) = V\left(\dfrac{a}{6}\right) = \dfrac{2a^3}{27}$.

◈ a) **Sai:** $x = a/6$ mới làm cho thể tích lớn nhất.

◈ b) **Đúng:** Thể tích lớn nhất khi $x = a/6$.

◈ c) **Đúng:** Giá trị thể tích lớn nhất là $2a^3/27$.

◈ d) **Sai:** Kết quả đúng là $2a^3/27$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{-2x^2+7x-3}{x-1}$ có đường tiệm cận xiên là $y = ax+b$. Giá trị của $5b-a$ bằng bao nhiêu?

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta thực hiện phép chia đa thức ở tử cho mẫu:

$$y = \frac{-2x^2+7x-3}{x-1} = \frac{-2x(x-1)+5x-3}{x-1} = -2x + \frac{5(x-1)+2}{x-1} = -2x+5+\frac{2}{x-1}$$

Vì $\lim\limits_{x\to\infty}[y-(-2x+5)] = \lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2}{x-1} = 0$, nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -2x+5$. Đối chiếu với $y = ax+b$, ta có $a = -2$ và $b = 5$.

Giá trị của biểu thức $5b-a$ là:

$$5(5) - (-2) = 25 + 2 = 27.$$

Bài 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của AB và G là trọng tâm của tam giác ABC. Khi đó $\overrightarrow{C'G} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC} + p\overrightarrow{AA'}$. Giá trị của $4m-n+5p$ bằng bao nhiêu?

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có: $\overrightarrow{C'G} = \overrightarrow{C'C} + \overrightarrow{CG} = -\overrightarrow{AA'} + (\overrightarrow{AG} - \overrightarrow{AC})$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{3}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC})$.

Thay vào biểu thức trên, ta được:

$$\overrightarrow{C'G} = -\overrightarrow{AA'} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AC} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} - \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AA'}.$$

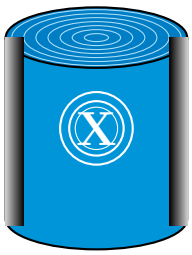
So sánh với giả thiết $\overrightarrow{C'G} = m\overrightarrow{AB} + n\overrightarrow{AC} + p\overrightarrow{AA'}$, ta suy ra:

$m = \frac{1}{3}; \quad n = -\frac{2}{3}; \quad p = -1.$

Giá trị của biểu thức cần tìm là:

$$4m - n + 5p = 4 \cdot \frac{1}{3} - \left(-\frac{2}{3}\right) + 5(-1) = \frac{4}{3} + \frac{2}{3} - 5 = 2 - 5 = -3.$$

Bài 3. Khi sản xuất vỏ lon sữa hãng X, nhà sản xuất luôn đặt tiêu chí sao cho chi phí sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất. Biết rằng lon sữa có dạng hình trụ và có dung tích là 500 ml. Chiều cao của lon sữa bằng bao nhiêu centimet để chi phí vật liệu dùng để sản xuất vỏ lon là nhỏ nhất (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Hướng dẫn giải. Gọi r (cm) và h (cm) lần lượt là bán kính đáy và chiều cao của lon sữa $(r, h > 0)$.

Dung tích của lon sữa là $V = \pi r^2 h = 500 \Rightarrow h = \dfrac{500}{\pi r^2}$.

Để chi phí sản xuất nhỏ nhất thì diện tích toàn phần của lon sữa phải nhỏ nhất. Ta có:

$$S_{tp} = 2\pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot \frac{500}{\pi r^2} = 2\pi r^2 + \frac{1000}{r}$$

Xét hàm số $f(r) = 2\pi r^2 + \dfrac{1000}{r}$ với $r > 0$.

Ta có $f'(r) = 4\pi r - \dfrac{1000}{r^2}$.

Cho $f'(r) = 0 \Leftrightarrow 4\pi r^3 = 1000 \Leftrightarrow r^3 = \dfrac{250}{\pi} \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\dfrac{250}{\pi}}$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $r = \sqrt[3]{\dfrac{250}{\pi}}$.

Khi đó, chiều cao của lon sữa là:

$$h = \frac{500}{\pi r^2} = \frac{2 \cdot 250}{\pi \cdot \left(\dfrac{250}{\pi}\right)^{\frac{2}{3}}} = 2 \cdot \sqrt[3]{\frac{250}{\pi}} \approx 8{,}6 \text{ cm}.$$

Vậy chiều cao của lon sữa cần thiết là khoảng 8,6 cm.

Bài 4. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	
f	-2	$\searrow$	$-\infty$ $\quad +\infty$	$\searrow$	-2

Trong các số a,b,c có bao nhiêu số dương?

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Từ bảng biến thiên ta có:

- Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$. Theo công thức $y=\dfrac{a}{b}$, suy ra $\dfrac{a}{b}=-2\Rightarrow a=-2b$.
- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=3$. Theo công thức $x=-\dfrac{c}{b}$, suy ra $-\dfrac{c}{b}=3\Rightarrow c=-3b$.
- Hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định nên $f'(x)<0$.

Ta có $f(x)=\dfrac{ax+1}{bx+c}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{ac-b}{(bx+c)^2}$.

Điều kiện $f'(x)<0\Leftrightarrow ac-b<0$.

Thay $a=-2b$ và $c=-3b$ vào, ta được:

$$(-2b)(-3b)-b<0\Leftrightarrow 6b^2-b<0\Leftrightarrow b(6b-1)<0\Leftrightarrow 0<b<\frac{1}{6}.$$

Vì $0<b<\dfrac{1}{6}$ nên:

- $b>0$.
- $a=-2b<0$.
- $c=-3b<0$.

Vậy trong các số a,b,c chỉ có duy nhất 1 số dương (là số b).

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hình thang cân $ABCD$ có các đáy lần lượt là AB,CD. Biết $A(3;1;-2),B(-1;3;2),C(-6;3;6)$. Tính tổng bình phương các tọa độ của điểm D.

Hướng dẫn giải. Gọi $D(x;y;z)$. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(-4;2;4)$; $\overrightarrow{CD}=(x+6;y-3;z-6)$.

Do $ABCD$ là hình thang $(AB//CD)$ nên $\overrightarrow{CD}=k\overrightarrow{AB}$ $(k\neq 0)$.

$$\Leftrightarrow\frac{x+6}{-4}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-6}{4}=k\Leftrightarrow\begin{cases}x=-6-4k\\ y=3+2k\\ z=6+4k\end{cases}\Rightarrow D(-6-4k;3+2k;6+4k).$$

Lại có $ABCD$ là hình thang cân nên $AC=BD\Leftrightarrow AC^2=BD^2$.

$AC^2=(-6-3)^2+(3-1)^2+(6-(-2))^2=(-9)^2+2^2+8^2=149$.

$BD^2=(-6-4k-(-1))^2+(3+2k-3)^2+(6+4k-2)^2=36k^2+72k+41$.

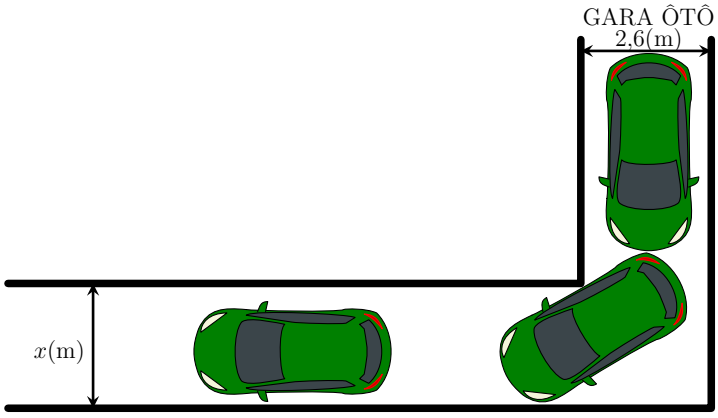
$$AC^2=BD^2\Leftrightarrow 36k^2+72k-108=0\Leftrightarrow k^2+2k-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=1\\ k=-3\end{array}\right.$$

+) Với $k=1\Rightarrow D(-10;5;10)$. Khi đó $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}\Rightarrow ABCD$ là hình bình hành. Kiểm tra thấy $AD=\sqrt{329}\neq BC=\sqrt{41}$ nên loại.

+) Với $k=-3\Rightarrow D(6;-3;-6)$. Kiểm tra thấy thỏa mãn $ABCD$ là hình thang cân.

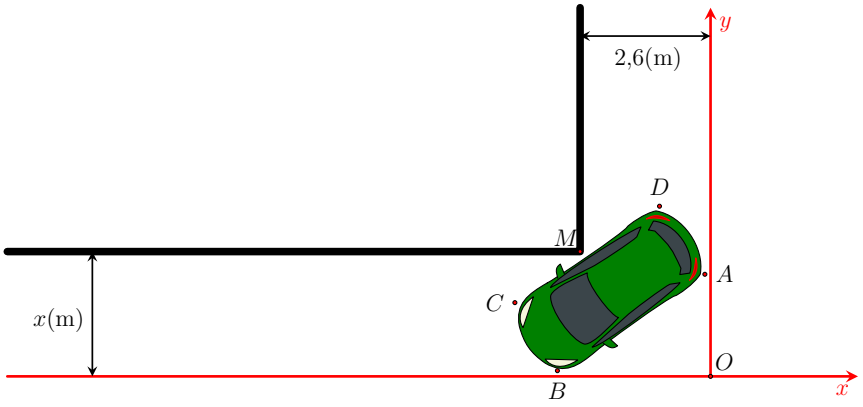
Vậy tổng bình phương các tọa độ điểm D là: $6^2+(-3)^2+(-6)^2=81$.

Bài 6. Hình vẽ bên dưới mô tả đoạn đường đi vào GARA ÔTÔ của bác An.



Đoạn đường đầu tiên có chiều rộng bằng x (m), đoạn đường thẳng vào cổng GARA có chiều rộng 2,6 (m). Biết kích thước xe ôtô là $5\times 1{,}9$m (chiều dài $\times$ chiều rộng). Để tính toán và thiết kế đường đi cho ôtô, người ta coi ôtô như một khối hộp chữ nhật có kích thước chiều dài là 5 (m), chiều rộng 1,9 (m). Tìm chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên để ôtô có thể đi vào GARA được? (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười; giả thiết ôtô không đi ra ngoài đường, không đi nghiêng và ôtô không bị biến dạng).

Hướng dẫn giải.



Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ. Khi đó, $M(-2{,}6;m)$.
Gọi $B(-a;0)$, suy ra $A(0;\sqrt{25-a^2})$, $a>0$.
Từ đó, phương trình của AB là

$$\frac{x}{-a}+\frac{y}{\sqrt{25-a^2}}=1.$$

Do $CD//AB$ nên phương trình CD là

$$\frac{x}{-a}+\frac{y}{\sqrt{25-a^2}}-k=0.$$

Khoảng cách giữa AB và CD là chiều rộng của ôtô và bằng 1,9 m nên

$$\frac{|k-1|}{\sqrt{\left(\frac{1}{a}\right)^2+\left(\frac{1}{\sqrt{25-a^2}}\right)^2}}=1{,}9\Leftrightarrow k=1+\frac{9{,}5}{a\sqrt{25-a^2}}.$$

Phương trình CD được viết lại là

$$\frac{x}{-a}+\frac{y}{\sqrt{25-a^2}}-1-\frac{9{,}5}{a\sqrt{25-a^2}}=0.$$

Diều kiện để ôtô đi qua được là M và O nằm khác phía đối với đường thẳng CD.
Suy ra

$$\left(\frac{2,6}{a}+\frac{m}{\sqrt{25-a^2}}-1-\frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}\right)\left(-1-\frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}\right)\le 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{2,6}{a}+\frac{m}{\sqrt{25-a^2}}-1-\frac{9,5}{a\sqrt{25-a^2}}\ge 0$$

$$\Leftrightarrow m\ge \sqrt{25-a^2}+\frac{9,5}{a}-\frac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a} \text{ (đúng với mọi } a\in(0;5]).$$

Xét hàm số $f(a)=\sqrt{25-a^2}+\dfrac{9,5}{a}-\dfrac{2,6\sqrt{25-a^2}}{a}$ trên nửa khoảng $(0;5]$.

Ta có $f'(a)=\dfrac{65-9,5\sqrt{25-a^2}-a^3}{a^2\sqrt{25-a^2}} \Rightarrow f'(a)=0\Leftrightarrow a=3\in(0;5)$.

Bảng biến thiên

a	0		3		5
$f'(a)$		$+$	0	$-$	
$f(a)$	$-\infty$	↗	$\dfrac{37}{10}$	↘	$\dfrac{19}{10}$

Do đó, $m\ge f(a),\forall a\in(0;5]\Leftrightarrow m\ge\dfrac{37}{10}=3,7$.

Vậy chiều rộng nhỏ nhất của đoạn đường đầu tiên bằng 3,7.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 17
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-4}{bx+c},(a,b,c\in\mathbb{R})$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	1

Trong các hệ số a,b,c có bao nhiêu số âm?

Ⓐ 0. Ⓑ 2. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- Đường tiệm cận ngang là $y=1\Rightarrow\dfrac{a}{b}=1\Rightarrow a=b.$
- Đường tiệm cận đứng là $x=1\Rightarrow-\dfrac{c}{b}=1\Rightarrow c=-b.$
- Đạo hàm $y'=\dfrac{ac+4b}{(bx+c)^2}$. Vì hàm số đồng biến nên $ac+4b>0$.

Thay $a=b$ và $c=-b$ vào biểu thức $ac+4b>0$, ta được: $-b^2+4b>0\Leftrightarrow 0<b<4$.

Vì $0<b<4$ nên $b>0$, suy ra $a=b>0$ và $c=-b<0$.

Vậy trong các hệ số a,b,c chỉ có duy nhất số c âm. **Chọn D.**

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?

Ⓐ $(0;2)$. Ⓑ $(-\infty;0)$. Ⓒ $(1;4)$. Ⓓ $(4;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Hàm số đồng biến khi $y'>0$. Quan sát bảng xét dấu, ta thấy $y'>0$ trên khoảng $(0;2)$. **Chọn A.**

Câu 3. Cho hàm số $y=x^3+3x^2-9x+1$. Giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên đoạn $[0;4]$ là

Ⓐ $M=28,m=-4$. Ⓑ $M=28,m=1$.

Ⓒ $M=77, m=1$. Ⓓ $M=77, m=-4$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y'=3x^2+6x-9$.

$y'=0 \Leftrightarrow x=1$ (thuộc $[0;4]$) hoặc $x=-3$ (loại).

Tính các giá trị: $y(0)=1$, $y(1)=-4$, $y(4)=77$.

So sánh ta được $M=77$ và $m=-4$.

Chọn D.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x+2)^3, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 5. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Phương trình $f'(x)=0$ có các nghiệm $x=0$ (bội 1), $x=1$ (bội 1), $x=-2$ (bội 3).

Vì tất cả các nghiệm đều là nghiệm bội lẻ nên đạo hàm đổi dấu khi đi qua cả 3 điểm này.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn D.**

Câu 5. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

Ⓐ $y=2x$. Ⓑ $y=2x+1$. Ⓒ $y=2x-1$. Ⓓ $y=x+1$.

Hướng dẫn giải. Chia tử cho mẫu ta được: $y=\dfrac{2x(x-1)+x+1}{x-1}=2x+\dfrac{x-1+2}{x-1}=2x+1+\dfrac{2}{x-1}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2}{x-1}=0$ nên tiệm cận xiên là $y=2x+1$. **Chọn B.**

Câu 6. Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

Ⓐ $x=3$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $\left(1;\dfrac{7}{3}\right)$. Ⓓ $(3;1)$.

Hướng dẫn giải. $y'=x^2-4x+3$. $y'=0 \Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=3$.

$y''=2x-4$.

$y''(1)=-2<0 \Rightarrow x=1$ là điểm cực đại.

$y''(3)=2>0 \Rightarrow x=3$ là điểm cực tiểu.

Với $x=3$, $y(3)=\dfrac{1}{3}\cdot 3^3-2\cdot 3^2+3\cdot 3+1=1$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị là $(3;1)$. **Chọn D.**

Câu 7. Một khinh khí cầu di chuyển ở độ cao h (tính bằng m) vào thời điểm t phút được cho bởi công thức $h(t)=6t^3-81t^2+324t$. Hỏi tại thời điểm $t=2$ phút thì vận tốc của khinh khí cầu là bao nhiêu?

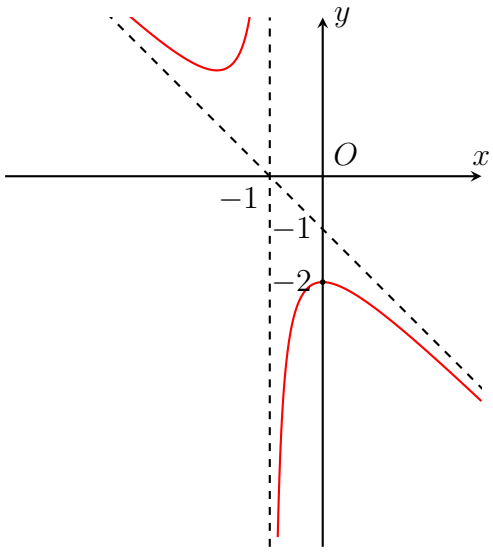
Ⓐ 24. Ⓑ 315. Ⓒ 72. Ⓓ 405.

Hướng dẫn giải. Vận tốc là đạo hàm của độ cao theo thời gian: $v(t)=h'(t)=18t^2-162t+324$.

Tại $t=2$: $v(2)=18(2^2)-162(2)+324=72-324+324=72$ (m/phút).

Chọn C.

Câu 8. Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Ⓐ $y=\dfrac{-x^2-2x-2}{x+1}$.
Ⓑ $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{-x^2-2x}{x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$.

Đồ thị cắt trục tung tại $(0;-2)$.

Thay $x=0$ vào hàm số ở phương án A: $y=\dfrac{-2}{1}=-2$. Thỏa mãn.

Câu 9. Cho hình bình hành $OADB$ có $\overrightarrow{OA}=(-1;1;0)$, $\overrightarrow{OB}=(1;1;0)$ (O là gốc tọa độ). Tọa độ giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $OADB$ là

Ⓐ $(1;1;0)$. Ⓑ $(1;0;1)$. Ⓒ $(1;0;0)$. Ⓓ $(0;1;0)$.

Hướng dẫn giải. Giao điểm hai đường chéo của hình bình hành $OADB$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Vì O là gốc tọa độ nên tọa độ các điểm là $A(-1;1;0)$ và $B(1;1;0)$.

Tọa độ trung điểm I của AB: $x_I=\dfrac{-1+1}{2}=0$, $y_I=\dfrac{1+1}{2}=1$, $z_I=\dfrac{0+0}{2}=0$.

Vậy tọa độ giao điểm là $(0;1;0)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(2;0;1)$, $B(-1;3;0)$, $C(8;6;2)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Độ dài vectơ $\overrightarrow{OG}$ bằng

Ⓐ $\sqrt{19}$. Ⓑ 3. Ⓒ 9. Ⓓ 19.

Hướng dẫn giải. Tọa độ trọng tâm G là: $G\left(\dfrac{2-1+8}{3};\dfrac{0+3+6}{3};\dfrac{1+0+2}{3}\right)=G(3;3;1)$.

Khi đó $\overrightarrow{OG}=(3;3;1)\Rightarrow|\overrightarrow{OG}|=\sqrt{3^2+3^2+1^2}=\sqrt{19}$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-3;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$.

Ⓐ $(-2;2;7)$. Ⓑ $(-2;2;-7)$. Ⓒ $(10;-2;13)$. Ⓓ $(-2;-2;7)$.

Hướng dẫn giải. $2\vec{a}=(4;-6;6)$

$3\vec{b}=(0;6;-3)$

$-2\vec{c} = (-6; 2; -10)$
$\vec{u} = (4 + 0 - 6; -6 + 6 + 2; 6 - 3 - 10) = (-2; 2; -7)$.

Câu 12. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{AC'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BM}$.
Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'M}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào quy tắc cộng vectơ (quy tắc nối đuôi), ta có:
$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'M}$.
Đây là một đẳng thức vectơ luôn đúng.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1}$ có đồ thị (C).

a) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = 2x - 1$.

b) Hàm số có đúng hai điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $y = 2$.

d) Điểm $I(1; 1)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số (C).

Hướng dẫn giải. Ta có $y = \dfrac{2x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \dfrac{2x(x-1) - (x-1) + 1}{x - 1} = 2x - 1 + \dfrac{1}{x - 1}$.

a) Vì $\lim\limits_{x\to\infty}[y - (2x - 1)] = \lim\limits_{x\to\infty} \dfrac{1}{x - 1} = 0$ nên đường thẳng $y = 2x - 1$ là tiệm cận xiên của đồ thị (C). Khẳng định này **Đúng**.

b) Ta có $y' = 2 - \dfrac{1}{(x-1)^2} = \dfrac{2(x-1)^2 - 1}{(x-1)^2}$.

Phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2 = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow x = 1 \pm \dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Vì đạo hàm đổi dấu qua hai nghiệm này nên hàm số có 2 điểm cực trị. Khẳng định này **Đúng**.

c) Mẫu thức $x - 1 = 0 \Leftrightarrow x = 1$. Ta có $\lim\limits_{x\to 1} y = \infty$ nên tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$. Khẳng định $y = 2$ là **Sai**.

d) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số bậc hai trên bậc nhất là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Giao của $x = 1$ và $y = 2x - 1$ là điểm $I(1; 2(1) - 1) = I(1; 1)$. Khẳng định này **Đúng**.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x - 2$ có đồ thị (C).

a) $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3 + 3x - 2) = +\infty$.

b) Đồ thị cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $y' = 3x^2 - 3$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 4]$ bằng 46.

Hướng dẫn giải.

a) Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}(x^3 + 3x - 2) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3\left(1 + \dfrac{3}{x^2} - \dfrac{2}{x^3}\right) = -\infty$. Khẳng định này **Sai**.

b) Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x-2=0 \Leftrightarrow (x+1)^2(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị chỉ cắt trục Ox tại 2 điểm phân biệt. Khẳng định này **Sai**.

c) Ta có $y'=(x^3-3x-2)'=3x^2-3$. Khẳng định này **Đúng**.

d) Xét trên đoạn $[0;4]$: $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$. Chỉ có $x=1\in[0;4]$.

Tính các giá trị: $f(0)=-2, f(1)=-4, f(4)=50$.

Suy ra $M=\max\limits_{[0;4]} f(x)=50$ và $m=\min\limits_{[0;4]} f(x)=-4$.

Tổng $M+m=50+(-4)=46$. Khẳng định này **Đúng**.

Bài 3. GigaCloud dịch vụ lưu trữ. Giá cước x (triệu đồng), khách hàng $S(x)=\sqrt{45-x}$ (nghìn). Chi phí cố định 10 tỷ đồng, chi phí biến đổi $C_v=3S^2$ tỷ đồng.

a) Giá cước 36 triệu đồng/tháng thì công ty GigaCloud đạt lợi nhuận ròng hằng tháng cao nhất.

b) Doanh thu của công ty GigaCloud là $R(x)=xS(x)=x\sqrt{45-x}$ tỷ đồng.

c) Chi phí cố định của công ty là $C_f=10$ tỷ đồng mỗi tháng.

d) Lợi nhuận của công ty được biểu diễn bởi hàm số $L(x)=x\sqrt{45-x}+3x-145$.

Hướng dẫn giải. Đổi đơn vị: x triệu $\times$ S nghìn khách hàng $=xS$ triệu triệu đồng $=xS$ tỷ đồng. Doanh thu $R(x)=x\sqrt{45-x}$. Tổng chi phí $C(x)=10+3(\sqrt{45-x})^2=10+3(45-x)=145-3x$. Lợi nhuận $L(x)=R(x)-C(x)=x\sqrt{45-x}+3x-145$.

- a) $L'(x)=\sqrt{45-x}-\dfrac{x}{2\sqrt{45-x}}+3=\dfrac{90-3x}{2\sqrt{45-x}}+3$. $L'(x)=0 \Leftrightarrow 3x-90=6\sqrt{45-x} \Leftrightarrow x-30=2\sqrt{45-x}$. Bình phương $(x\geq 30)$: $x^2-60x+900=180-4x \Leftrightarrow x^2-56x+720=0 \Leftrightarrow x=36$ hoặc $x=20$ (loại). Khẳng định đúng.
- b) Đúng.
- c) Đúng.
- d) Đúng.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3)$, $B(-2;1;2)$, $C(3;-1;2)$.

a) $\overrightarrow{AB}=(-3;3;1)$.

b) $\overrightarrow{AB}=3\overrightarrow{AC}$.

c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.

d) Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\dfrac{47}{29};\dfrac{13}{29};2\right)$.

Hướng dẫn giải. a) $\overrightarrow{AB}=(-2-1;1-(-2);2-3)=(-3;3;-1)$. Khẳng định này **Sai**.

b) $\overrightarrow{AC}=(3-1;-1-(-2);2-3)=(2;1;-1)$. Ta thấy $\overrightarrow{AB}\neq 3\overrightarrow{AC}$. Khẳng định này **Sai**.

c) Do $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC}$ không cùng phương nên A, B, C không thẳng hàng. Khẳng định này **Đúng**.

d) Gọi H là chân đường cao từ A. $H\in BC \Rightarrow \overrightarrow{BH}=k\overrightarrow{BC}=k(5;-2;0) \Rightarrow H(5k-2;1-2k;2)$.

$\overrightarrow{AH}=(5k-3;3-2k;-1)$. $\overrightarrow{AH}\cdot\overrightarrow{BC}=0 \Leftrightarrow 5(5k-3)-2(3-2k)=0 \Leftrightarrow 29k=21 \Rightarrow k=\dfrac{21}{29}$.

Tọa độ $H\left(\dfrac{47}{29};-\dfrac{13}{29};2\right)$. Khẳng định này **Sai**.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$ có tâm đối xứng $I(a;b)$. Khi đó $T = a^2 + b^2$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y'' = 6x - 6$.

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số bậc ba là điểm uốn của đồ thị đó.

Giải phương trình $y'' = 0 \Leftrightarrow 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Với $x = 1 \Rightarrow y = 1^3 - 3 \cdot 1^2 = -2$.

Suy ra tâm đối xứng $I(1;-2)$, do đó $a = 1, b = -2$.

Vậy $T = a^2 + b^2 = 1^2 + (-2)^2 = 5$.

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1}$ có hai điểm cực trị x_1, x_2. Khi đó $x_1 + x_2$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y = \dfrac{x^2 + x - 1}{x - 1} = x + 2 + \dfrac{1}{x - 1}$.

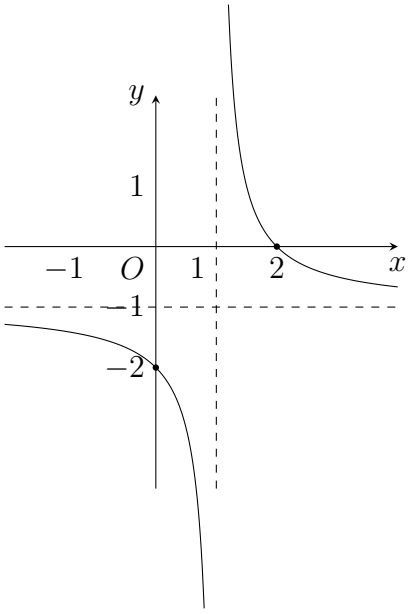
Đạo hàm: $y' = 1 - \dfrac{1}{(x-1)^2} = \dfrac{(x-1)^2 - 1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x}{(x-1)^2}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Hai điểm cực trị là $x_1 = 0$ và $x_2 = 2$.

Vậy $x_1 + x_2 = 0 + 2 = 2$.

Bài 3. Cho hàm số $y = \dfrac{x - a}{bx + c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Tính giá trị của biểu thức $P = 2a - b + c$.

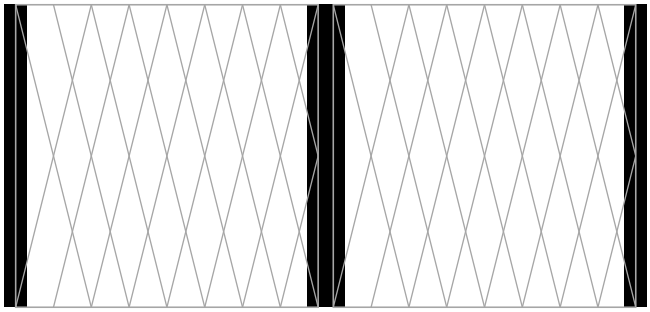
Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

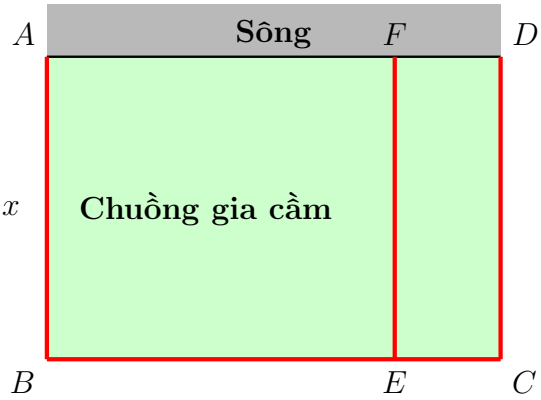
- Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1 \Rightarrow -\dfrac{c}{b} = 1 \Rightarrow c = -b$.

- Đồ thị có tiệm cận ngang $y=-1 \Rightarrow \dfrac{1}{b}=-1 \Rightarrow b=-1$.
- Từ $b=-1 \Rightarrow c=-(-1)=1$.
- Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $(2;0) \Rightarrow \dfrac{2-a}{b\cdot 2+c}=0 \Rightarrow a=2$.
- Kiểm tra lại: Đồ thị cắt trục tung tại điểm $(0;-2) \Rightarrow \dfrac{0-a}{c}=-2 \Rightarrow \dfrac{-2}{1}=-2$ (thỏa mãn).

Vậy $a=2, b=-1, c=1$. Giá trị của biểu thức $P=2a-b+c=2(2)-(-1)+1=4+1+1=6$.

Bài 4. Một chủ trang trại nuôi gia cầm muốn rào thành 2 chuồng hình chữ nhật sát nhau và sát một con sông, một chuồng nuôi gà và một chuồng nuôi vịt. Biết rằng đã có sẵn 240 m hàng rào và cạnh bờ sông thì không phải rào. Hỏi diện tích lớn nhất có thể bao quanh chuồng là bao nhiêu mét vuông?





Hướng dẫn giải. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có các cạnh phải rào AB, BC, CD, EF như hình vẽ. Đặt $AB=x$ $(x>0)$.

Khi đó ta có $BC=240-3x>0 \Rightarrow x<80$.

Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là $S=x(240-3x)=240x-3x^2$.

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=240x-3x^2$ với $0<x<80$.

Xét $f(x)=240x-3x^2 \Rightarrow f'(x)=240-6x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=40$.

Ta có $f''(x)=-6<0, \forall x \in (0;80)$.

Do đó $\max S=\max\limits_{x\in(0;80)} f(x)=f(40)=4800 \Leftrightarrow x=40$.

Vậy diện tích lớn nhất có thể bao quanh là 4800 m^2.

Bài 5. Nhân dịp lễ 30/4/2025, tại Quảng trường trung tâm TP. Hồ Chí Minh diễn ra màn trình diễn máy bay trực thăng kéo cờ Tổ quốc và cờ Đảng. Hai máy bay cất cánh cùng lúc từ một địa điểm. Sau một thời gian chiếc thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía Nam và 1 km về phía Đông, đồng thời cách mặt đất 1 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 2 km về phía Bắc và 1 km về phía Tây, đồng thời cách mặt đất 500 m. Cùng thời điểm đó, một chiến sĩ công an đứng trên mặt đất quan sát thấy hai chiếc máy bay nói trên. Biết rằng, so với các vị trí quan sát trên mặt đất, vị trí chiến sĩ công an đứng có tổng khoảng cách đến hai chiếc máy bay là nhỏ nhất. Khoảng cách từ vị trí chiến sĩ công an quan sát đến địa điểm xuất phát của hai chiếc máy bay là bao nhiêu km? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ với điểm xuất phát của hai máy bay là gốc $O(0;0;0)$, trục Ox hướng Đông, trục Oy hướng Bắc, trục Oz hướng lên trên và mặt đất là mặt phẳng (Oxy).

Đơn vị trên mỗi hệ trục tọa độ là 1 km.

Sau một thời gian máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát 3 km về phía Nam ($y=-3$) và 1 km về phía Đông ($x=1$), đồng thời cách mặt đất 1 km ($z=1$) nên máy bay thứ nhất có tọa độ là $A(1;-3;1)$.

Tương tự, máy bay thứ hai cách điểm xuất phát 2 km về phía Bắc ($y=2$), 1 km về phía Tây ($x=-1$) và cách mặt đất 500 m = 0,5 km ($z=0{,}5$) nên máy bay thứ hai có tọa độ là $B(-1;2;0{,}5)$.

Gọi C là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng mặt đất (Oxy). Ta có $C(1;-3;-1)$. Chiến sĩ công an đứng trên mặt đất, nên có tọa độ $P(x;y;0)$.

Tổng khoảng cách từ chiến sĩ đến hai máy bay là $PA+PB$. Vì $P\in(Oxy)$ và C đối xứng với A qua (Oxy) nên $PA=PC$. Do đó $PA+PB=PC+PB\geq BC$. Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi P,B,C thẳng hàng (với P nằm giữa B và C).

Ta có $\overrightarrow{BC}=(2;-5;-1{,}5)$ và $\overrightarrow{BP}=(x+1;y-2;-0{,}5)$. Vì P,B,C thẳng hàng nên $\overrightarrow{BP}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng phương, ta có hệ thức:

$$\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{-0{,}5}{-1{,}5}\Rightarrow\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-5}=\frac{1}{3}$$

Từ đó ta giải được:

$$\begin{cases}x+1=\dfrac{2}{3}\\ y-2=-\dfrac{5}{3}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-\dfrac{1}{3}\\ y=\dfrac{1}{3}\end{cases}$$

Tọa độ điểm P là $P\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3};0\right)$. Khoảng cách từ vị trí chiến sĩ đến điểm xuất phát O là:

$$OP=\sqrt{\left(-\frac{1}{3}\right)^2+\left(\frac{1}{3}\right)^2+0^2}=\sqrt{\frac{1}{9}+\frac{1}{9}}=\frac{\sqrt{2}}{3}\approx 0{,}47\text{ km}.$$

Bài 6. Một cầu thủ thực hiện cú sút bóng xoáy (banana kick), làm bóng bay theo đường cong hình bậc ba thay vì một parabol thông thường. Quỹ đạo bóng trong hệ trục tọa độ Oxy được mô tả bởi phương trình $y=\dfrac{x^3}{100}-\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{253x}{100}$, với y là độ cao của bóng (m). Biết chiều cao chuẩn của khung thành là $2,44$ m. Khi bóng chạm xà ngang thì góc lệch của bóng và mặt đất là bao nhiêu? Biết góc lệch của bóng và mặt đất là góc của đường tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^3}{100}-\dfrac{x^2}{10}+\dfrac{253x}{100}$ tại điểm chạm xà ngang và trục Ox (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải.

Ta có bóng chạm xà ngang nên ta có tung độ $y=2,44$.

$$y=2,44\Leftrightarrow 2,44=\frac{x^3}{100}-\frac{x^2}{10}+\frac{253x}{100}\Leftrightarrow x^3-10x^2+253x-244=0\Leftrightarrow x=1$$

Đạo hàm của hàm số: $y'=f'(x)=\dfrac{3x^2}{100}-\dfrac{2x}{10}+\dfrac{253}{100}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến tại điểm chạm xà ngang $(x=1)$ là:

$$k_{tt}=f'(1)=\frac{3}{100}-\frac{1}{5}+\frac{253}{100}=\frac{236}{100}=\frac{59}{25}$$

Gọi α là góc của tiếp tuyến với trục Ox, ta có:

$$\tan\alpha=\frac{59}{25}\Rightarrow\alpha\approx 67^\circ$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 18
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=2x+3-\dfrac{5}{x+1}$ có phương trình là

Ⓐ $y=2x-3$. Ⓑ $y=2x+3$. Ⓒ $y=x+1$. Ⓓ $y=x-1$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}[f(x)-(2x+3)]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(-\dfrac{5}{x+1}\right)=0$.

Vậy đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=2x+3$.

Chọn đáp án B.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số là:

Ⓐ 3. Ⓑ 1. Ⓒ 4. Ⓓ 2.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm:

- Đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=-1$.
- Đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=0$ (hàm số liên tục tại $x=0$).
- Đạo hàm không đổi dấu khi đi qua $x=1$.
- Đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=2$.

Vậy hàm số có 3 điểm cực trị. **Chọn đáp án A.**

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm y' như sau:

x	$-\infty$		3		7		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;7)$. Ⓑ $(3;+\infty)$. Ⓒ $(3;7)$. Ⓓ $(-\infty;3)$.

Hướng dẫn giải. Hàm số nghịch biến khi $f'(x)\le 0$. Quan sát bảng xét dấu, ta thấy $f'(x)<0$ trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(7;+\infty)$.

Đối chiếu các phương án, chọn $(-\infty;3)$. **Chọn đáp án D.**

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình dưới

đây.

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-1;3]$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

Ⓐ $M = 5$. Ⓑ $M = 4$. Ⓒ $M = 1$. Ⓓ $M = 0$.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, ta thấy trên đoạn $[-1;3]$, giá trị lớn nhất của hàm số đạt được tại $x = 0$ là $f(0) = 5$.

Vậy $M = 5$. **Chọn đáp án A.**

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;1]$ là

Ⓐ -4. Ⓑ -2. Ⓒ 0. Ⓓ -5.

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$ (nhận) hoặc $x = 2$ (loại vì không thuộc $[-1;1]$).

Tính giá trị: $y(-1) = -4$; $y(0) = 0$; $y(1) = -2$.

So sánh các giá trị, ta thấy giá trị nhỏ nhất là -4 tại $x = -1$. **Chọn đáp án A.**

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$ là đường thẳng

Ⓐ $x = 2$.. Ⓑ $y = -1$.. Ⓒ $x = -3$.. Ⓓ $y = 2$..

Hướng dẫn giải. Hàm số có mẫu thức triệt tiêu tại $x + 3 = 0 \Leftrightarrow x = -3$.

Vì $\lim\limits_{x \to (-3)^+} \dfrac{2x-1}{x+3} = -\infty$ nên $x = -3$ là đường tiệm cận đứng.

Chọn đáp án C.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ là các vectơ đơn vị. Tích vô hướng của $\vec{u} = (1;2;3)$ và $\vec{k}$ bằng

Ⓐ 1. Ⓑ 3. Ⓒ 2. Ⓓ 0.

Hướng dẫn giải. Ta có vectơ đơn vị $\vec{k} = (0;0;1)$.

Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{k} = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 = 3$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;-2)$, $B(2;3;2)$ và $C(3;-1;6)$. Gọi $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$, tính $T = a + b + c$

Ⓐ 3. Ⓑ 5. Ⓒ 7. Ⓓ 21.

Hướng dẫn giải. Đẳng thức $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$ chứng tỏ M là trọng tâm của tam giác ABC.

Tọa độ của M là: $a = \dfrac{1+2+3}{3} = 2$; $b = \dfrac{1+3-1}{3} = 1$; $c = \dfrac{-2+2+6}{3} = 2$.

Vậy $M(2;1;2) \Rightarrow T = a+b+c = 2+1+2 = 5$.

Câu 9. Góc giữa hai vectơ $\vec{a} = (1;0;0)$ và $\vec{u} = (-\sqrt{3};0;1)$ bằng

Ⓐ $120°$. Ⓑ $30°$. Ⓒ $60°$. Ⓓ $150°$.

Hướng dẫn giải. Gọi θ là góc giữa hai vectơ. Ta có:

$$\cos\theta = \frac{\vec{a}\cdot\vec{u}}{|\vec{a}|\cdot|\vec{u}|} = \frac{1\cdot(-\sqrt{3})+0\cdot 0+0\cdot 1}{1\cdot\sqrt{(-\sqrt{3})^2+0^2+1^2}} = \frac{-\sqrt{3}}{2}.$$

Suy ra $\theta = 150°$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2;3;1), B(5;6;2)$ và I là trung điểm AB. Tọa độ điểm I là

Ⓐ $I(1;3;1)$. Ⓑ $I\left(\frac{7}{2};\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

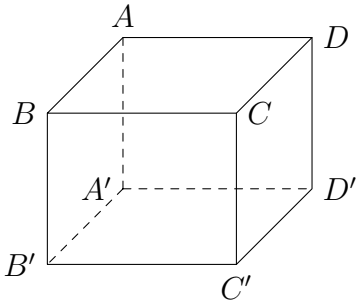
Ⓒ $I\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$. Ⓓ $I\left(\frac{-7}{2};\frac{-3}{2};\frac{-1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là:

$$x_I = \frac{-2+5}{2} = \frac{3}{2};\ y_I = \frac{3+6}{2} = \frac{9}{2};\ z_I = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2}.$$

Vậy $I\left(\frac{3}{2};\frac{9}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 11. Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ (như hình vẽ bên dưới). Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{B'C}$ là



Ⓐ $(0;1;1)$. Ⓑ $(0;1;-1)$. Ⓒ $(1;1;1)$. Ⓓ $(1;0;1)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào hình vẽ và giả thiết cạnh bằng 1, ta có tọa độ các điểm:
$A(0;0;0), B(1;0;0), D(0;1;0), C(1;1;0), A'(0;0,1), B'(1;0,1), C'(1;1,1), D'(0,1,1)$.
Khi đó $\overrightarrow{B'C} = (1-1;1-0;0-1) = (0;1;-1)$.

Câu 12. Cho ba vectơ $\vec{a} = (-1;1;0)$, $\vec{b} = (1;1;0)$ và $\vec{c} = (1;1;1)$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **sai**?

Ⓐ $|\vec{c}| = \sqrt{3}$. Ⓑ $\vec{a} \perp \vec{b}$. Ⓒ $\vec{c} \perp \vec{b}$. Ⓓ $|\vec{a}| = \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải. Kiểm tra các phương án:
A. $|\vec{c}| = \sqrt{1^2+1^2+1^2} = \sqrt{3}$ (Đúng).
B. $\vec{a}\cdot\vec{b} = (-1)\cdot 1+1\cdot 1+0\cdot 0 = 0 \Rightarrow \vec{a} \perp \vec{b}$ (Đúng).
C. $\vec{c}\cdot\vec{b} = 1\cdot 1+1\cdot 1+1\cdot 0 = 2 \neq 0$. Vậy khẳng định $\vec{c} \perp \vec{b}$ là sai.
D. $|\vec{a}| = \sqrt{(-1)^2+1^2+0^2} = \sqrt{2}$ (Đúng).

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;2;0)$.

a) Toạ độ $\overrightarrow{AC}=(-4;0;-1)$.

b) Toạ độ $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(-3;5;1)$.

c) Trọng tâm tam giác ABC là $G\left(\dfrac{-2}{3};\dfrac{7}{3};0\right)$.

d) Gọi I là trung điểm của BC. Độ dài đường trung tuyến $AI=\sqrt{35}$.

Hướng dẫn giải. a) Ta có $\overrightarrow{AC}=(x_C-x_A;y_C-y_A;z_C-z_A)=(-3-1;2-2;0-(-1))=(-4;0;1)$. Do đó khẳng định a) là **Sai**.

b) Ta có $\overrightarrow{OB}=(0;3;1)$ và $\overrightarrow{OC}=(-3;2;0)$. Suy ra $\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}=(0-3;3+2;1+0)=(-3;5;1)$. Do đó khẳng định b) là **Đúng**.

c) Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC được tính theo công thức:

$x_G=\dfrac{1+0-3}{3}=-\dfrac{2}{3}$; $y_G=\dfrac{2+3+2}{3}=\dfrac{7}{3}$; $z_G=\dfrac{-1+1+0}{3}=0$. Vậy $G\left(-\dfrac{2}{3};\dfrac{7}{3};0\right)$. Do đó khẳng định c) là **Đúng**.

d) Toạ độ trung điểm I của cạnh BC là:

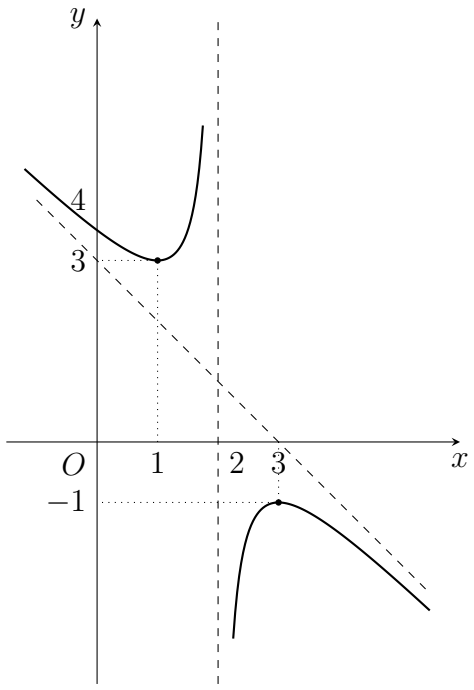
$x_I=\dfrac{0-3}{2}=-\dfrac{3}{2}$; $y_I=\dfrac{3+2}{2}=\dfrac{5}{2}$; $z_I=\dfrac{1+0}{2}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow I\left(-\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Độ dài đường trung tuyến AI:

$$AI=\sqrt{\left(-\frac{3}{2}-1\right)^2+\left(\frac{5}{2}-2\right)^2+\left(\frac{1}{2}+1\right)^2}=\sqrt{\frac{25}{4}+\frac{1}{4}+\frac{9}{4}}=\frac{\sqrt{35}}{2}.$$

Do đó khẳng định d) là **Sai**.

Bài 2. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}$ $(a,d\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



a) Giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số có toạ độ là $(1;2)$.

b) Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

c) Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Dựa vào đồ thị ta có các nhận xét sau:

a) Đồ thị có tiệm cận đứng là $x=2$ và tiệm cận xiên là đường thẳng đi qua $(0;3)$ và $(3;0)$, có phương trình $y=-x+3$. Giao điểm của hai đường tiệm cận là $(2;1)$. Khẳng định a) **Sai**.

b) Quan sát đồ thị, tại điểm có hoành độ $x=1$, đồ thị đạt cực tiểu. Tại $x=3$, đồ thị đạt cực đại. Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=3$. Khẳng định b) **Sai**.

c) Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=2$ và một đường tiệm cận xiên $y=-x+3$. Tổng cộng có 2 đường tiệm cận. Khẳng định c) **Đúng**.

d) Đồ thị đi xuống trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng này. Khẳng định d) **Đúng**.

Bài 3. Cho hàm số $y=f(x)=e^{x^3-3x^2}$.

a) Hàm số có giá trị cực tiểu là e^{-4}.

b) Trên $[1;5]$, giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số lần lượt là e^a và e^b. Khi đó $a+b=46$.

c) Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$.

d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên tập xác định tại $x=0$.

✍ *Hướng dẫn giải.* Ta có $y'=(3x^2-6x)e^{x^3-3x^2}$. $y'=0\Leftrightarrow 3x(x-2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

a) Giá trị cực tiểu tại $x=2$ là $f(2)=e^{2^3-3\cdot 2^2}=e^{-4}$. Khẳng định a) **Đúng**.

b) Trên đoạn $[1;5]$: $f(1)=e^{-2}$; $f(2)=e^{-4}$; $f(5)=e^{5^3-3\cdot 5^2}=e^{50}$.

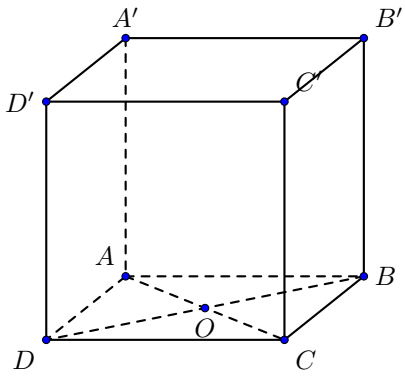
Giá trị nhỏ nhất là $e^{-4}\Rightarrow a=-4$. Giá trị lớn nhất là $e^{50}\Rightarrow b=50$.

Suy ra $a+b=-4+50=46$. Khẳng định b) **Đúng**.

c) Hàm số nghịch biến trên $(1;2)$ và đồng biến trên $(2;+\infty)$. Khẳng định c) **Sai**.

d) Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$. Khẳng định d) **Sai**.

Bài 4. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a$, $AA'=2a$. Gọi O là tâm đáy $ABCD$.



a) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC'}=a^2$.

b) Có 3 vectơ khác $\vec{0}$ có điểm đầu và điểm cuối là các đỉnh của hình hộp chữ nhật cùng phương với $\overrightarrow{AB}$.

c) Vectơ $\overrightarrow{AD}$ bằng vectơ $\overrightarrow{B'C'}$.

d) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ là $60°$.

Hướng dẫn giải. a) Ta có $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC'} = \overrightarrow{AB}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CC'}) = \overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{CC'} = a^2+0 = a^2$. Khẳng định a) **Đúng**.

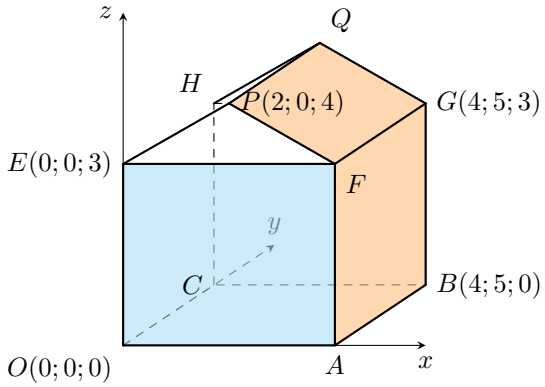
b) Các vectơ khác $\vec{0}$ cùng phương với $\overrightarrow{AB}$ là: $\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DC}, \overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{B'A'}, \overrightarrow{C'D'}, \overrightarrow{D'C'}$. Có tất cả 7 vectơ. Khẳng định b) **Sai**.

c) Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật nên AD song song và bằng $B'C'$, lại cùng hướng nên $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'}$. Khẳng định c) **Đúng**.

d) Góc $(\overrightarrow{DC}, \overrightarrow{A'C'}) = (\overrightarrow{A'B'}, \overrightarrow{A'C'}) = \widehat{B'A'C'}$. Vì $A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông nên $\widehat{B'A'C'} = 45°$. Khẳng định d) **Sai**.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hình bên dưới minh hoạ sơ đồ một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{FQ}$ và $\overrightarrow{EQ}$.



Hướng dẫn giải. Dựa vào hình vẽ và các giả thiết về hình hộp chữ nhật, ta xác định tọa độ các điểm như sau:

- $O(0;0;0)$, $E(0;0;3)$, $B(4;5;0)$, $G(4;5;3)$, $P(2;0;4)$.

- Vì các bức tường là hình chữ nhật nên F có cùng hoành độ với B và tung độ với O, cao độ bằng E: $F(4;0;3)$.

- Điểm Q nằm trên đỉnh mái nhà, đối diện với P. Vì mái nhà là hình chữ nhật và ridge PQ song song với trục Oy, ta có Q có cùng hoành độ và cao độ với P, tung độ bằng tung độ của B: $Q(2;5;4)$.

- Ta có các vectơ:

$\overrightarrow{FQ} = (2-4;5-0;4-3) = (-2;5;1)$.

$\overrightarrow{EQ} = (2-0;5-0;4-3) = (2;5;1)$.

- Tích vô hướng của hai vectơ:

$\overrightarrow{FQ}\cdot\overrightarrow{EQ} = (-2)\cdot 2+5\cdot 5+1\cdot 1 = -4+25+1 = 22$.

Bài 2. Trong không gian, cho $|\vec{a}| = 5, |\vec{b}| = 4, |\vec{a}+\vec{b}| = 8$. Giá trị tích vô hướng $\vec{a}\cdot\vec{b}$ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có công thức: $|\vec{a}+\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Thay các giá trị đã cho vào: $8^2=5^2+4^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}$

$\Leftrightarrow 64=25+16+2\vec{a}\cdot\vec{b}$

$\Leftrightarrow 64=41+2\vec{a}\cdot\vec{b}$

$\Leftrightarrow 2\vec{a}\cdot\vec{b}=23\Leftrightarrow \vec{a}\cdot\vec{b}=11{,}5$.

Vậy giá trị tích vô hướng là 11,5.

Bài 3. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+4}{x-1}$. Hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên đoạn $[2;9]$ là bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-x+4}{x-1}$ trên đoạn $[2;9]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{(2x-1)(x-1)-(x^2-x+4)}{(x-1)^2}=\dfrac{2x^2-3x+1-x^2+x-4}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \text{ (loại)}\\ x=3 \text{ (nhận)}\end{array}\right.$.

Tính các giá trị tại các đầu mút và điểm cực trị:

- $f(2)=\dfrac{2^2-2+4}{2-1}=6$.

- $f(3)=\dfrac{3^2-3+4}{3-1}=\dfrac{10}{2}=5$.

- $f(9)=\dfrac{9^2-9+4}{9-1}=\dfrac{76}{8}=9{,}5$.

So sánh các giá trị, ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2;9]$ là 9,5.

Bài 4. Một cửa hàng có thu nhập mỗi ngày được ước tính theo công thức $h(x)=12x-x^2$ (triệu đồng) với x là thứ x trong tuần, $x\in[2;8]$. Cửa hàng trên có thu nhập cao nhất vào thứ mấy trong tuần?

Hướng dẫn giải. Hàm số thu nhập là $h(x)=-x^2+12x$ với $x\in[2;8]$.

Đây là một hàm số bậc hai có đồ thị là một parabol quay bề lõm xuống dưới. Đỉnh của parabol có hoành độ:

$x=-\dfrac{b}{2a}=-\dfrac{12}{2(-1)}=6$. Vì $x=6$ thuộc đoạn $[2;8]$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=6$.

Theo quy ước thông thường trong toán học thực tế tại Việt Nam, $x=2$ ứng với Thứ Hai, $x=3$ ứng với Thứ Ba, ..., $x=6$ ứng với Thứ Sáu.

Vậy cửa hàng có thu nhập cao nhất vào Thứ Sáu.

Bài 5. Khu trò chơi trẻ em Gấu Misa hiện có khách lượng ổn định mỗi ngày là 1.000 khách. Mỗi khách vào cổng mua vé giá 40.000 đồng. Một cuộc khảo sát cho thấy cứ mỗi lần giảm 2.000 đồng giá vé, khu trò chơi có thể có thêm 100 khách. Để doanh thu thu được là tối đa, khu trò chơi nên bán vé với giá là bao nhiêu nghìn đồng?

Hướng dẫn giải. *Phương pháp giải*

◈ Đặt biến: Gọi x là số lần giảm giá vé (đơn vị: nghìn đồng, vì giá vé ban đầu là 40.000 đồng,

ta làm việc với đơn vị nghìn đồng).

- Thiết lập hàm giá vé $p(x)$ và hàm số lượng khách $Q(x)$ theo x.
- Thiết lập hàm doanh thu $R(x) = p(x) \cdot Q(x)$.
- Tìm giá trị lớn nhất của hàm $R(x)$ bằng cách giải $R'(x) = 0$.

Chi tiết lời giải

Gọi x là số lần giảm 2 nghìn đồng giá vé.

Khi đó: Giá vé lúc này là: $p(x) = 40 - 2x$, với $0 < x < 20$.

Số khách tăng thêm là $100x$.

Do đó, tổng số khách là $1000 + 100x$.

Hàm doanh thu thu được:

$$R(x) = (1000 + 100x)p(x) = (1000 + 100x)(40 - 2x) = -200x^2 + 2000x + 40000.$$

Xét hàm $R = R(x) = -200x^2 + 2000x + 40000$ trên khoảng $(0; 20)$.

$R' = -400x + 2000$; $R' = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Vì $R = R(x)$ là hàm số bậc hai có hệ số $a < 0$, nên: $\max\limits_{(0;20)} R = R(5)$.

Vậy doanh thu đạt tối đa khi: $x = 5$.

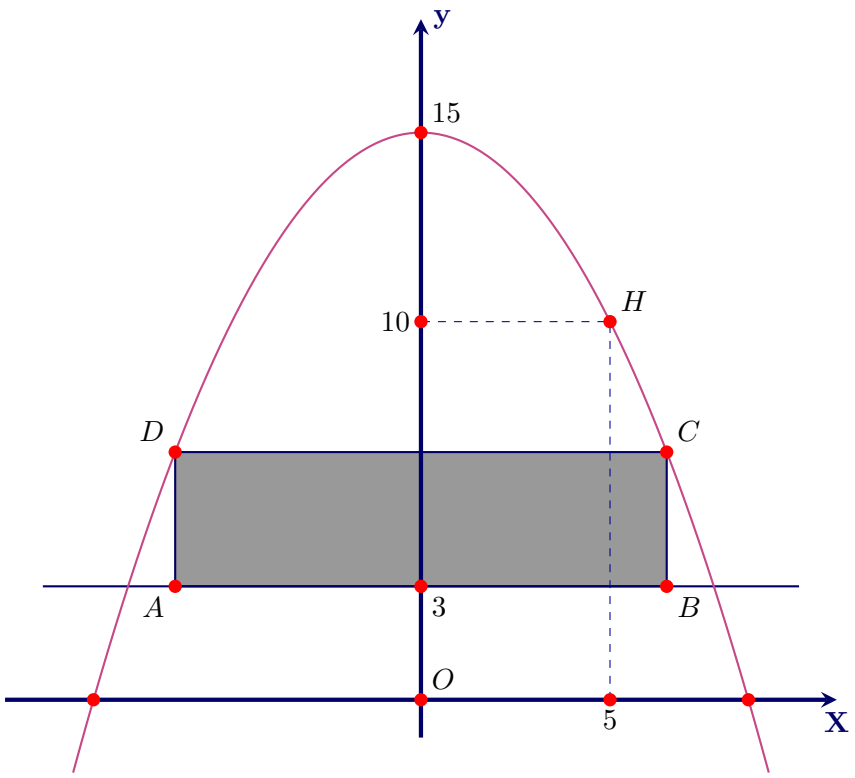
Điều này tương ứng với 5 lần giảm 2.000, tức là giá vé cần bán ra là:

$$40000 - 5 \cdot 2000 = 30000.$$

Vậy giá vé cần bán ra là 30 nghìn đồng.

Bài 6. Một bảo tàng khoa học muốn lắp đặt một cửa sổ trang trí lớn hình parabol trên bức tường phía tây của tòa nhà. Cửa sổ này có đỉnh cao nhất cách sàn nhà 15 mét. Một điểm trên khung cửa sổ được đo là cách trục đối xứng 5 mét và có độ cao 10 mét so với sàn nhà. Bên trong khung cửa sổ, người thiết kế muốn đặt một tấm kính màu hình chữ nhật, với hai đỉnh trên của tấm kính nằm trên đường cong của khung cửa sổ và hai đỉnh dưới của tấm kính nằm trên một thanh ngang cố định cách sàn nhà 3 mét (song song với sàn nhà). Diện tích lớn nhất của tấm kính màu là bao nhiêu mét vuông? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Hướng dẫn giải. Gắn hệ toạ độ Oxy như hình vẽ.



Giả sử phương trình (P) có dạng $y = ax^2 + bx + c$.

Sử dụng giả thiết (P) có đỉnh $I(0;15)$ và đi qua điểm $H(5;10)$, ta tìm được phương trình của parabol là:

$$(P) : y = -\frac{1}{5}x^2 + 15$$

Gọi $C\left(c; -\frac{1}{5}c^2 + 15\right)$ là đỉnh của hình chữ nhật $ABCD$ (điều kiện $0 < c < \sqrt{75}$).

Khi đó, các kích thước của hình chữ nhật là:

- Chiều rộng: $AB = 2c$.
- Chiều cao: $BC = y_C - 3 = \left(-\frac{1}{5}c^2 + 15\right) - 3 = -\frac{1}{5}c^2 + 12$.

Suy ra diện tích hình chữ nhật là:

$$S = 2c \cdot \left(-\frac{1}{5}c^2 + 15 - 3\right) = -\frac{2}{5}c^3 + 24c$$

Tính đạo hàm: $S' = -\frac{6}{5}c^2 + 24$.

Xét $S' = 0 \Leftrightarrow -\frac{6}{5}c^2 + 24 = 0 \Leftrightarrow c^2 = 20 \Leftrightarrow c = 2\sqrt{5}$ (vì $c > 0$).

Qua bảng xét dấu, ta thấy S đạt giá trị lớn nhất tại $c = 2\sqrt{5}$.

Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật là:

$$S = -\frac{2}{5} \cdot (2\sqrt{5})^3 + 24 \cdot (2\sqrt{5}) = 32\sqrt{5} \approx 71{,}6\,\text{m}^2.$$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 19
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$. Toạ độ của vectơ $\vec{a}$ là

Ⓐ $(-2;3;-1)$. Ⓑ $(1;2;-3)$. Ⓒ $(2;-3;1)$. Ⓓ $(-3;2;1)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + 1\vec{k} \Rightarrow \vec{a} = (2;-3;1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \log_3(x^2 - 2x + 3)$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

Ⓐ 2. Ⓑ 0. Ⓒ 3. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Đạo hàm: $y' = \dfrac{2x-2}{(x^2-2x+3)\ln 3}$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vì y' đổi dấu khi đi qua $x = 1$ nên hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{SB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{SC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{SD} = \vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

Ⓐ $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} + \vec{d}$. Ⓑ $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.
Ⓒ $\vec{a} + \vec{d} = \vec{b} + \vec{c}$. Ⓓ $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

Hướng dẫn giải. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Ta có $\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SC} = 2\overrightarrow{SO}$ và $\overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$.

Suy ra $\vec{a} + \vec{c} = \vec{b} + \vec{d}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;0;-1)$, $\vec{b} = (3;-2;1)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + 2\vec{b}$ là

Ⓐ $\vec{u} = (8;4;1)$. Ⓑ $\vec{u} = (5;2;0)$.
Ⓒ $\vec{u} = (5;-2;0)$. Ⓓ $\vec{u} = (8;-4;1)$.

Hướng dẫn giải. $\vec{u} = (2;0;-1) + 2(3;-2;1) = (2+6;0-4;-1+2) = (8;-4;1)$.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-\infty;0)$. Ⓑ $(0;1)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, $f'(x) > 0$ trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 6. Hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 2$ đồng biến trên khoảng

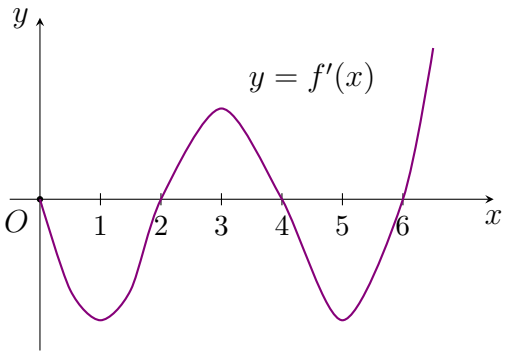
Ⓐ $(4;+\infty)$. Ⓑ $(1;4)$. Ⓒ $(-\infty;0)$. Ⓓ $(0;2)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = -3x^2 + 6x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow -3x(x-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Bảng xét dấu y': $y' > 0$ trên khoảng $(0;2)$.
Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 7. Đồ thị của đạo hàm bậc nhất $y = f'(x)$ của hàm số $f(x)$ được cho trong hình bên dưới.



Phát biểu nào sau đây đúng?

Ⓐ Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 6$..
Ⓑ Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 3$..
Ⓒ Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 2$..
Ⓓ Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 4$..

Hướng dẫn giải. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 nếu đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua x_0.
Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$:

- Tại $x = 2$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương $\Rightarrow$ điểm cực tiểu.
- Tại $x = 4$, $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm $\Rightarrow$ điểm cực đại.
- Tại $x = 6$, $f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương $\Rightarrow$ điểm cực tiểu.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

Ⓐ $(0;0;1)$. Ⓑ $(2;0;1)$. Ⓒ $(2;-2;0)$. Ⓓ $(0;-2;1)$.

Hướng dẫn giải. Hình chiếu vuông góc của điểm $M(x;y;z)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm $M'(x;y;0)$.
Với $M(2;-2;1)$, hình chiếu trên (Oxy) là $(2;-2;0)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

Ⓐ $(3;3;-1)$. Ⓑ $(-1;-1;-3)$.
Ⓒ $(1;1;3)$. Ⓓ $(3;1;1)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) = (2-1;2-1;1-(-2)) = (1;1;3)$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của $B'C'$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AC'}$.

Ⓒ $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{BM}$. Ⓓ $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'M}$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào quy tắc cộng vectơ, ta có:

$\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'M}$.

Đây là một đẳng thức vectơ luôn đúng.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}=(2;-1;3)$ và điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=\vec{a}$. Khi đó điểm M có tọa độ là

Ⓐ $(2;-1;0)$. Ⓑ $(2;-1;3)$. Ⓒ $(2;0;3)$. Ⓓ $(2;1;3)$.

Hướng dẫn giải. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ của điểm M chính là tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OM}$.

Vì $\overrightarrow{OM}=\vec{a}=(2;-1;3)$ nên $M(2;-1;3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{7-4x}{2x-1}$ có đồ thị (H), điểm $M\in(H)$. Tổng khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận của (H) nhỏ nhất là.

Ⓐ 2. Ⓑ $2\sqrt{5}$. Ⓒ $2+\sqrt{5}$. Ⓓ $\sqrt{10}$.

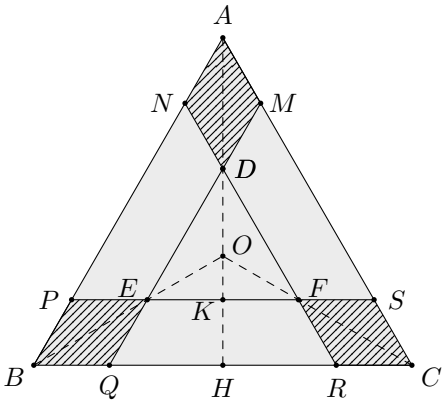
Hướng dẫn giải. $y=-2+\dfrac{5}{2x-1}$. TCĐ $x=0,5$, TCN $y=-2$.

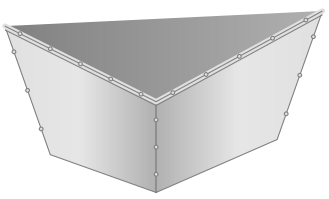
$D=|x-0,5|+|y+2|=|x-0,5|+\dfrac{5}{|2x-1|}=|x-0,5|+\dfrac{5}{2|x-0,5|}$.

AM-GM: $D\geq 2\sqrt{2,5}=\sqrt{10}$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Anh Việt có một tấm tôn hình tam giác đều ABC với cạnh bằng 6 (dm). Bên trong tấm nhôm này anh vẽ thêm tam giác đều DEF sao cho hai tam giác có cùng trọng tâm, đồng thời các cạnh tương ứng song song nhau. Anh Việt muốn làm một chậu đựng nước dạng hình chóp cụt tam giác đều với đáy nhỏ là DEF và đáy lớn để hở. Anh cắt bỏ ba hình bình hành ở ba góc của tam giác ABC là $AMDN$, $BPEQ$, $CSFR$ (như hình vẽ). Kẻ đường cao AH và gọi O là trọng tâm tam giác ABC. Đặt $x=DN=DM$, $(0<x<2)$.





a) $NP=QR=SM=6-2x$ (dm).

b) $AH=3\sqrt{3}$ (dm) và $OA=2\sqrt{3}$ (dm).

c) $AD = x\sqrt{3}$ (dm) và $DE = 6 - 3x$ (dm).

d) Sau khi gập hình vuông và dùng keo dán kín các đoạn gập vào với nhau gồm DM và DN, EP với EQ, FS với FR, sức chứa tối đa của chậu xấp xỉ 4,54 (lít).

✍ *Hướng dẫn giải.* a) Vì cạnh $AB = BC = CA = 6$ (dm), cắt bỏ ở hai đầu một đoạn bằng cạnh của hình thoi có cạnh bằng x (dm).

Do đó ta có $NP = QR = SM = 6 - 2x$ (dm).

b) Vì AH là đường cao của tam giác đều ABC.

Suy ra

$$AH = AB \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{6 \cdot \sqrt{3}}{2} = 3\sqrt{3} \text{ (dm)}.$$

Vì O là trọng tâm của tam giác đều ABC.

Suy ra $OA = \frac{2}{3}AH = \frac{2}{3} \cdot 3\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ (dm).

c) Vì $\triangle ABC$ đều nên $AMDN$ là hình thoi cạnh x (dm) và góc $\widehat{MAN} = 60^\circ$.

Suy ra $AD = 2 \cdot \frac{x\sqrt{3}}{2} = x\sqrt{3}$ (dm), $DO = AO - AD = 2\sqrt{3} - x\sqrt{3} = (2 - x)\sqrt{3}$ (dm).

Mà $\triangle DEF$ đều, có O là trọng tâm.

Suy ra $DO = \frac{DE\sqrt{3}}{3} \Rightarrow DE = \frac{3DO}{\sqrt{3}} = 3(2 - x) = 6 - 3x$ (dm).

d) Vì $DO = 6 - 3x > 0 \Leftrightarrow 0 < x < 2$.

Theo đề bài ta có

- Diện tích đáy lớn là $S = \frac{(6 - 2x)^2\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}(3 - x)^2$.
- Diện tích đáy nhỏ là $S' = \frac{(6 - 3x)^2\sqrt{3}}{4}$.

Gọi O' là trọng tâm của đáy lớn, H là hình chiếu của D lên MO'.

Ta có $MH = MO' - DO = \frac{(6 - 2x)\sqrt{3}}{3} - (2 - x)\sqrt{3} = \frac{x\sqrt{3}}{3}$.

Chiều cao của chậu là $h = \sqrt{DM^2 - MH^2} = \sqrt{x^2 - \left(\frac{x\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{x\sqrt{6}}{3}$.

Thể tích của chậu là

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3}h\left(S + S' + \sqrt{S.S'}\right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{6}}{3} \cdot \left(\sqrt{3}(3 - x)^2 + \frac{(6 - 3x)^2\sqrt{3}}{4} + \sqrt{\sqrt{3}(3 - x)^2 \cdot \frac{(6 - 3x)^2\sqrt{3}}{4}}\right) \\ &= \frac{1}{3} \cdot \frac{x\sqrt{6}}{3} \cdot \frac{19\sqrt{3}x^2 - 90\sqrt{3}x + 108\sqrt{3}}{4} \\ &= \frac{57\sqrt{2}x^3 - 270\sqrt{2}x^2 + 324\sqrt{2}x}{36}. \end{aligned}$$

Ta có $V' = \dfrac{171\sqrt{2}x^2 - 540\sqrt{2}x + 324\sqrt{2}}{36}$.

Khi đó $V' = 0 \Leftrightarrow 171\sqrt{2}x^2 - 540\sqrt{2}x + 324\sqrt{2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{30 - 6\sqrt{6}}{19} \approx 0{,}805 \ \text{(nhận)} \\ x = \dfrac{30 + 6\sqrt{6}}{19} \approx 2{,}352 \ \text{(loại)}. \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên hàm số $V(x)$ trên khoảng $(0;2)$.

x	0		$0{,}805$		2
V'		$+$	0	$-$	
V		↗	$4{,}54$	↘	

Từ bảng biến thiên suy ra thể tích lớn nhất của chậu là xấp xỉ $4,54$ (lít).

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$.

a) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = ax + b$. Khi đó $a - 2b = 5$.

b) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số có phương trình là $y = 2x - 3$.

c) Gọi A, B lần lượt là các điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số và O là gốc tọa độ. Diện tích tam giác OAB bằng 6.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 1} = x - 2 + \dfrac{4}{x - 1}$.

◈ a) Ta có tiệm cận xiên là $y = x - 2 \Rightarrow a = 1, b = -2$. Khi đó $a - 2b = 1 - 2(-2) = 5$. Đây là khẳng định đúng.

◈ b) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của hàm số $y = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ là $y = \dfrac{u'(x)}{v'(x)} = \dfrac{2x - 3}{1} = 2x - 3$. Đây là khẳng định đúng.

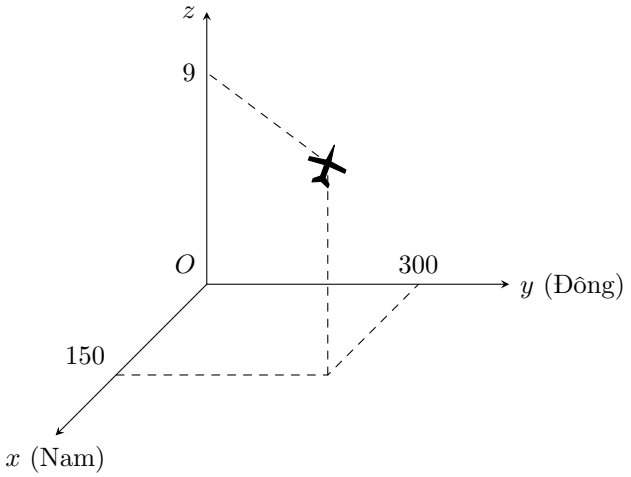
◈ c) Đạo hàm $y' = 1 - \dfrac{4}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \Rightarrow y = 3 \Rightarrow B(3;3) \\ x = -1 \Rightarrow y = -5 \Rightarrow A(-1;-5) \end{array}\right.$.

Diện tích $\triangle OAB = \dfrac{1}{2}|x_A y_B - x_B y_A| = \dfrac{1}{2}|(-1)(3) - (3)(-5)| = 6$. Đây là khẳng định đúng.

◈ d) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(1;3)$. Do hàm số không xác định tại $x = 1$ nên không thể nói nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$. Đây là khẳng định sai.

Bài 3. Hình vẽ sau mô tả vị trí của máy bay vào thời điểm 9 giờ 30 phút. Biết các đơn vị trên hình tính theo đơn vị km. Mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất, O trùng với vị trí trung tâm điều

khiển.



a) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay đang ở độ cao 9 km so với mặt đất.

b) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, tọa độ của máy bay là $(300; 150; 9)$.

c) Phi công để máy bay ở chế độ tự động bay thẳng theo hướng đông với vận tốc là 750 km/h, độ cao không đổi. Biết rằng gió thổi theo hướng đông với vận tốc 10 m/s. Giả sử vận tốc và hướng gió không thay đổi thì tại thời điểm 10 giờ 30 phút máy bay ở tọa độ $(150; 1086; 9)$.

d) Tại thời điểm 9 giờ 30 phút, máy bay cách trung tâm điều khiển một khoảng (làm tròn đến hàng phần mười) là 335, 6 km.

Hướng dẫn giải. a) Dựa vào hình vẽ, cao độ của máy bay trên trục Oz là 9 km. Khẳng định này đúng.

b) Dựa vào hình vẽ, hình chiếu của máy bay lên trục Ox là 150 và lên trục Oy là 300. Do đó tọa độ máy bay là $(150; 300; 9)$. Khẳng định này sai.

c) Tại thời điểm 9h30, máy bay ở $(150; 300; 9)$.

Vận tốc gió: 10 m/s = 36 km/h.

Vận tốc tổng hợp theo hướng Đông (trục Oy): $v = 750 + 36 = 786$ km/h.

Sau 1 giờ (đến 10h30), máy bay đi thêm quãng đường 786 km theo hướng Đông.

Tung độ mới: $y' = 300 + 786 = 1086$.

Tọa độ mới là $(150; 1086; 9)$. Khẳng định này đúng.

d) Khoảng cách từ máy bay $P(150; 300; 9)$ đến gốc O là:

$OP = \sqrt{150^2 + 300^2 + 9^2} = \sqrt{112581} \approx 335,53 \approx 335,5$ km. Khẳng định này sai.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $OBCD.O'B'C'D'$ có $B(2; 0; 0)$, $D(0; 1; 0)$, $O'(0; 0; 1)$.

a) $C(2; 1; 0)$.

b) $B'(2; 0; 1)$.

c) $\overrightarrow{OC'} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + \vec{k}$.

d) $\overrightarrow{OD'} = (1; 1; 1)$.

Hướng dẫn giải. Vì $OBCD.O'B'C'D'$ là hình hộp chữ nhật có O là gốc tọa độ, $B \in Ox, D \in Oy, O' \in Oz$ nên:

a) C thuộc mặt phẳng (Oxy), có tọa độ $C(2; 1; 0)$. Khẳng định này đúng.

b) B' là điểm sao cho $\overrightarrow{OB'} = \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OO'}$, suy ra $B'(2; 0; 1)$. Khẳng định này đúng.

c) C' là điểm sao cho $\overrightarrow{OC'} = \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OO'} = (2; 1; 1) = 2\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Khẳng định này sai.

d) D' là điểm sao cho $\overrightarrow{OD'} = \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OO'} = (0;1;1)$. Khẳng định này sai.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có biểu thức đạo hàm $f'(x) = (x-a)(x-b)(x-c)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ và a, b, c lần lượt là số chấm xuất hiện trong ba lần gieo ngẫu nhiên một con xúc xắc cân đối đồng chất. Hãy tính xác suất để hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(4;5)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Hướng dẫn giải. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(4;5)$ khi và chỉ khi $f'(x) \geq 0, \forall x \in (4;5)$.

Xét $x \in (4;5)$, ta thấy:

- Nếu $k \in \{1,2,3,4\}$ thì $(x-k) > 0$.
- Nếu $k \in \{5,6\}$ thì $(x-k) < 0$.

Gọi N là số lượng các giá trị trong bộ $\{a,b,c\}$ thuộc tập $\{5,6\}$.

Khi đó dấu của $f'(x)$ trên $(4;5)$ là dấu của $(-1)^N$. Để $f'(x) \geq 0$ thì N phải là số chẵn, tức là $N \in \{0,2\}$.

- Trường hợp 1: $N = 0$. Cả a, b, c đều thuộc $\{1,2,3,4\}$. Có $4^3 = 64$ cách.

- Trường hợp 2: $N = 2$. Có 2 số thuộc $\{5,6\}$ và 1 số thuộc $\{1,2,3,4\}$.

- Chọn 1 trong 3 vị trí cho số thuộc $\{1,2,3,4\}$: có 3 cách.

- Chọn giá trị cho vị trí đó: có 4 cách.

- Hai vị trí còn lại chọn giá trị trong $\{5,6\}$: có $2^2 = 4$ cách.

- Số cách chọn là $3 \times 4 \times 4 = 48$ cách.

Tổng số kết quả thuận lợi: $64 + 48 = 112$.

Tổng số kết quả có thể xảy ra: $6^3 = 216$.

Xác suất $P = \dfrac{112}{216} = \dfrac{14}{27} \approx 0,5185... \approx 0,52$.

Vậy xác suất cần tìm xấp xỉ $0,52$ (hay 52%).

Bài 2. Một chiếc phà chạy giữa đất liền và đảo Dedlos. Phà có công suất tối đa là 1 000 xe hơi mỗi chuyến, nhưng việc tải gần hết công suất rất tốn thời gian. Biết rằng số lượng xe hơi đưa lên phà mỗi chuyến là $f(t) = \dfrac{2000t}{2t+1}$ và mất một khoảng thời gian là 1 giờ. Mỗi xe cần trung bình 3,6 giây để dỡ xuống khi đến điểm đích. Thời gian di chuyển đến đảo và thời gian vòng về đều mất 1,28 giờ. Nên tải bao nhiêu xe lên phà cho mỗi chuyến đi để lượng xe trung bình di chuyển qua lại đảo mỗi giờ đạt lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. Để đưa được $f(t)$ xe lên phà cần t giờ.

Tổng thời gian đưa xe qua đảo hoặc từ đảo về là $t + \dfrac{3,6}{3\,600} f(t) + 1,28$ giờ.

Số xe di chuyển trung bình mỗi giờ là $g(t)$, với

$$g(t) = \frac{f(t)}{t + \dfrac{3,6}{3\,600} f(t) + 1,28} = \frac{\dfrac{2000t}{2t+1}}{t + \dfrac{3,6}{3\,600} \cdot \dfrac{2000t}{2t+1} + 1,28} = \frac{2\,000t}{2t^2 + 5,56t + 1,28} = \frac{2\,000}{2t + \dfrac{1,28}{t} + 5,56}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số dương $2t$ và $\dfrac{1{,}28}{t}$, ta có $2t+\dfrac{1{,}28}{t}\geq 2\sqrt{2t\cdot\dfrac{1{,}28}{t}}$.

Suy ra $\dfrac{2\,000}{2t+\dfrac{1{,}28}{t}+5{,}56}\leq\dfrac{2\,000}{2\sqrt{2t\cdot\dfrac{1{,}28}{t}}+5{,}56}=\dfrac{50\,000}{219}$.

Dấu bằng xảy ra khi $2t=\dfrac{1{,}28}{t}\Leftrightarrow t^2=0{,}64\Leftrightarrow t=0{,}8$.

Vậy để lượng xe trung bình di chuyển qua lại đảo mỗi giờ đạt lớn nhất cần tải lên phà mỗi chuyến $f(0,8)\approx 615$ xe.

Bài 3. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1;0;3)$ và $M(6;1;3)$ là trung điểm BC. Gọi G là trọng tâm ΔABC. Tính cao độ của điểm G.

Hướng dẫn giải. Trong tam giác ABC, do M là trung điểm của BC nên trọng tâm G nằm trên trung tuyến AM và thỏa mãn $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}\overrightarrow{AM}$.

Tọa độ trọng tâm G được tính theo công thức: $G=\dfrac{A+2M}{3}$.

Khi đó, cao độ của điểm G là: $z_G=\dfrac{z_A+2z_M}{3}=\dfrac{3+2\cdot 3}{3}=\dfrac{9}{3}=3$.

Bài 4. Trong hệ trục $Oxyz$ cho trước (đơn vị trên trục là mét), cho một trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$. Tìm giá trị lớn nhất cúa m (làm tròn đến hàng đơn vị) để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm nói trên.

Hướng dẫn giải. Để một người dùng điện thoại ở vị trí $A(m+100;m+370;0)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng 5G có bán kính vùng phủ sóng của trạm ở ngưỡng 600 m được đặt ở vị trí $I(200;450;60)$ thì

$$\begin{aligned}IA\leq 600&\Leftrightarrow (m-100)^2+(m-80)^2+(-60)^2\leq 600^2\\&\Leftrightarrow 2m^2-360m-340000\leq 0\\&\Leftrightarrow 90-10\sqrt{1781}\leq m\leq 90+10\sqrt{1781}.\end{aligned}$$

Vậy giá trị lớn nhất của m là $90+10\sqrt{1781}\approx 512$.

Bài 5. Bác An muốn xây dựng một chuồng nuôi chim bồ câu có dạng khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Từ số tiền đã chuẩn bị để mua vật liệu và dựa vào không gian sẵn có để xây dựng chuồng nuôi, bác An dự kiến xây dựng chuồng có tổng diện tích của tất cả các mặt là 36 m^2, độ dài đường chéo AC' bằng 6 m. Với những điều kiện đó, chuồng được xây dựng tối ưu nếu thể tích chuồng lớn nhất. Hãy giúp bác An tính xem giá trị tối ưu đó của thể tích chuồng nuôi đó bằng bao nhiêu mét khối (*kết quả được làm tròn đến chữ số hàng phần chục*)?

Hướng dẫn giải. Đặt a, b, c là kích thước của khối hộp thì ta có

$$\begin{aligned}&\begin{cases}a^2+b^2+c^2=36\\2(ab+bc+ac)=36\end{cases}\\\Leftrightarrow&\begin{cases}(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca)=36\\2(ab+bc+ac)=36\end{cases}\\\Leftrightarrow&\begin{cases}(a+b+c)^2=72\\ab+bc+ca=18\end{cases}\end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+b+c=6\sqrt{2} \\ ab+bc+ca=18 \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+c=6\sqrt{2}-a \\ bc=18-a(b+c) \end{cases}$$
$$\Leftrightarrow \begin{cases} b+c=6\sqrt{2}-a \\ bc=18-a(6\sqrt{2}-a). \end{cases}$$

Do $(b+c)^2 \geq 4bc$ nên suy ra

$$(6\sqrt{2}-a)^2 \geq 4[18-a(6\sqrt{2}-a)] \Leftrightarrow 3a^2-12\sqrt{2}a \leq 0 \Rightarrow 0 < a \leq 4\sqrt{2}.$$

Do đó

$$V=abc=a[18-a(6\sqrt{2}-a)]=a^3-6\sqrt{2}a^2+18a.$$

Xét hàm số $f(a)=a^3-6\sqrt{2}a^2+18a$ trên khoảng $(0;4\sqrt{2}]$.

Ta có $f'(a)=3a^2-12\sqrt{2}a+18$.

$$f'(a)=0 \Leftrightarrow a^2-4\sqrt{2}a+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=3\sqrt{2} \\ a=\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

a	0		$\sqrt{2}$		$3\sqrt{2}$		$4\sqrt{2}$
$f'(a)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(a)$	0	↗	$8\sqrt{2}$	↘	0	↗	$8\sqrt{2}$

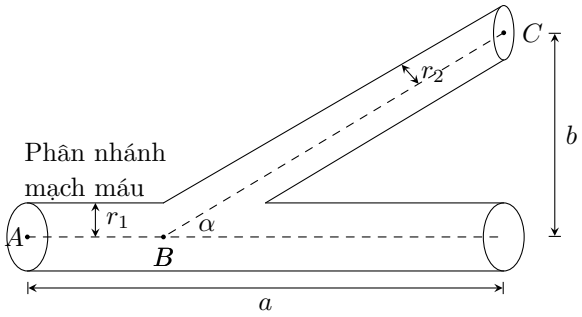
Dựa vào bảng biến thiên, giá trị lớn nhất của V là $8\sqrt{2}$ khi

$$\diamond\ a=\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} b+c=5\sqrt{2} \\ bc=8 \end{cases} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} b=\sqrt{2};\ c=4\sqrt{2} \\ b=4\sqrt{2}'\ c=\sqrt{2}. \end{array}\right.$$

$$\diamond\ a=4\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} b+c=2\sqrt{2} \\ bc=2 \end{cases} \Rightarrow b=c=\sqrt{2}.$$

Vậy thể tích chuồng nuôi lớn nhất là $V=8\sqrt{2} \approx 11{,}3\ \text{m}^3$.

Bài 6. Hệ thống mạch máu chứa các mạch máu gồm động mạch chính, động mạch con, mao mạch và tĩnh mạch để giúp đưa máu từ tim đến các cơ quan và ngược lại. Hệ thống hoạt động để tối ưu hoá (tối thiểu) năng lượng mà tim sử dụng trong quá trình bơm máu. Đặc biệt năng lượng này giảm khi sức cản của máu giảm. Hình vẽ dưới đây minh hoạ một mạch máu chính có bán kính r_1 phân nhánh với một góc α° tạo thành một mạch máu nhỏ hơn với bán kính r_2.



Sử dụng mô tả Định luật Poiseuille, người ta đã chứng minh được sức cản của máu theo con đường ABC là

$$R(\alpha) = C\left(\frac{a - b\cot\alpha}{r_1^4} + \frac{b}{r_2^4 \sin\alpha}\right)$$

với C, a, b là các hằng số. Khi bán kính mạch máu nhỏ bằng $\frac{2}{3}$ bán kính mạch máu chính. Xác định α để sức cản này là nhỏ nhất. (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. Các hằng số C, a, b là các hằng số dương.

Ta có $r_2 = \frac{2}{3}r_1 \Leftrightarrow r_2^4 = \frac{16}{81}r_1^4$.

Khi đó

$$R(\alpha) = C\left(\frac{a - b\cot\alpha}{r_1^4} + \frac{81b}{16r_1^4 \sin\alpha}\right) = \frac{C}{r_1^4}\left(a - b\cot\alpha + \frac{81b}{16\sin\alpha}\right).$$

Điều kiện xác định $0° < \alpha < 180°$.

Ta có $R'(\alpha) = \frac{Cb}{r_1^4} \cdot \frac{16 - 81\cos\alpha}{16\sin^2\alpha}$.

Ta có

$$\begin{aligned} & R'(\alpha) = 0 \\ \Leftrightarrow\ & 16 - 81\cos\alpha = 0 \\ \Leftrightarrow\ & \cos\alpha = \frac{16}{81} \\ \Leftrightarrow\ & \left[\begin{array}{l} \alpha \approx 79° + k360° \\ \alpha \approx -79° + k360°. \end{array}\right. \end{aligned}$$

Do $0° < \alpha < 180°$ suy ra $\alpha \approx 79°$.

Bảng biến thiên

α	$0°$		$79°$		$180°$
$R'(\alpha)$		$-$	0	$+$	
$R(\alpha)$		↘		↗	

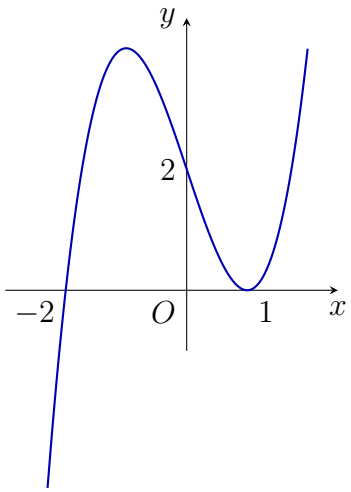
Từ bảng biến thiên, sức cản của mạch máu là nhỏ nhất đạt được khi $\alpha \approx 79°$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 20
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



Ⓐ $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.
Ⓑ $y=x^3-3x+2$.
Ⓒ $y=-x^3+3x+2$.
Ⓓ $y=x^2+1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào hình dáng đồ thị, đây là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a>0$ (nhánh cuối cùng đi lên). Do đó loại phương án A, C, D.
Kiểm tra với phương án B: $y=x^3-3x+2$.
- Khi $x=0\Rightarrow y=2$ (đúng với đồ thị).
- Khi $x=1\Rightarrow y=1^3-3(1)+2=0$ (đúng với đồ thị).
- Khi $x=-2\Rightarrow y=(-2)^3-3(-2)+2=-8+6+2=0$ (đúng với đồ thị).

Vậy chọn phương án **B**.

Câu 2. Cho tứ diện $ABCD$, gọi I,J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Đẳng thức nào sai?

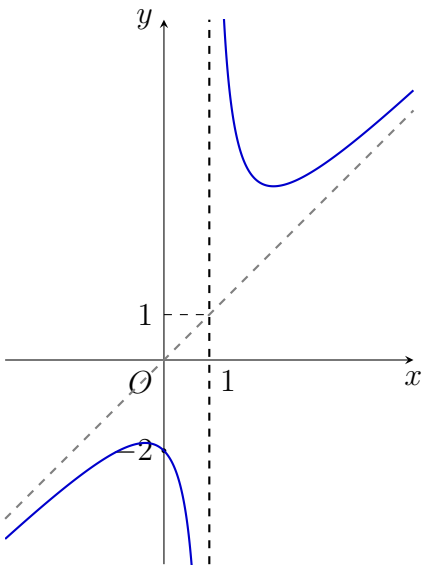
Ⓐ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})$.
Ⓑ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$.
Ⓒ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD})$.
Ⓓ $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD})$.

Hướng dẫn giải. Theo tính chất trung điểm, ta có:
- $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BD})$ (đúng).
- $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BC})$ (đúng).
- Ta có $\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD}=\overrightarrow{DC}+(\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{JD})+(\overrightarrow{BJ}+\overrightarrow{JD})=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AJ}+\overrightarrow{BJ}+2\overrightarrow{JD}=$

$\overrightarrow{DC}+2\overrightarrow{IJ}+\overrightarrow{CD}=2\overrightarrow{IJ}$. Suy ra $\overrightarrow{IJ}=\dfrac{1}{2}(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{BD})$ (đúng).

Vậy đẳng thức sai là phương án **A**.

Câu 3. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



Ⓐ $y=\dfrac{x^2+x+2}{x+1}$.
Ⓑ $y=\dfrac{x^2-x-2}{x-1}$.
Ⓒ $y=\dfrac{x^2-x+2}{-x+1}$.
Ⓓ $y=\dfrac{x^2-x+2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, loại phương án A.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2.

◈ Với $x=0\Rightarrow y=\dfrac{2}{-1}=-2$.

Dễ thấy chỉ có hàm số ở phương án D thỏa mãn. Vậy chọn phương án **D**.

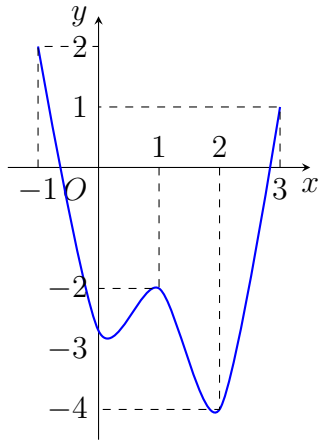
Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;3;-2)$ và $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ vectơ $\vec{u}-\vec{v}$ là:

Ⓐ $(-1;2;-1)$. Ⓑ $(-1;2;-3)$. Ⓒ $(3;4;-3)$. Ⓓ $(1;-2;1)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{u}-\vec{v}=(1-2;3-1;-2-(-1))=(-1;2;-1)$.

Vậy chọn phương án **A**.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó, tổng $M+m$ bằng



Ⓐ -2. Ⓑ 2. Ⓒ -5. Ⓓ -6.

Hướng dẫn giải. Quan sát đồ thị trên đoạn $[-1;3]$, ta thấy:

- Giá trị lớn nhất của hàm số là tung độ của điểm cao nhất: $M=2$ (tại $x=-1$).

- Giá trị nhỏ nhất của hàm số là tung độ của điểm thấp nhất: $m=-4$ (tại $x=2$).

Vậy $M+m=2+(-4)=-2$. Chọn phương án **A**.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	5	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

Ⓐ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=2, y=5$ và một tiệm cận đứng $x=-1$..
Ⓑ Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận..
Ⓒ Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận..
Ⓓ Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận..

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, ta có các giới hạn sau: - $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=5\Rightarrow y=5$ là một đường tiệm cận ngang.

- $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2\Rightarrow y=2$ là một đường tiệm cận ngang.

- $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=-\infty$ (hoặc $\lim_{x\to-1^+} f(x)=+\infty$) $\Rightarrow x=-1$ là một đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có tổng cộng 3 đường tiệm cận. Khẳng định A là đúng nhất.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$, khi đó giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng:

Ⓐ 28. Ⓑ 12. Ⓒ 2. Ⓓ 33.

Hướng dẫn giải. Xét $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên $[-1;2]$.

Ta có $f'(x)=-4x^3+24x=-4x(x^2-6)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0$ (vì $x\in[-1;2]$).

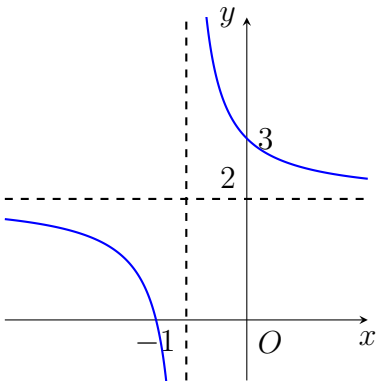
Tính các giá trị:

$f(-1)=12$; $f(0)=1$; $f(2)=-16+48+1=33$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-1;2]$ là 33. Chọn phương án **D**.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm cận ngang của đồ thị

hàm số có phương trình là:



Ⓐ $x=2$. Ⓑ $y=2$. Ⓒ $y=-1$. Ⓓ $x=-1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, khi x tiến ra vô cực ($x\to\pm\infty$), đồ thị hàm số tiến sát đường thẳng nằm ngang cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2.

Vậy tiệm cận ngang là $y=2$. Chọn phương án **B**.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	-2	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số là

Ⓐ $y=5$. Ⓑ $y=-2$. Ⓒ $x=2$. Ⓓ $x=1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, đạo hàm y' đổi dấu từ dương sang âm khi qua điểm $x=1$.

Vậy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$. Chọn phương án **D**.

Câu 10. Một chiếc buýt có sức chứa tối đa 50 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $20\left(3-\dfrac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Hỏi để thu được số tiền nhiều nhất thì một chuyến xe buýt cần chở bao nhiêu khách?

Ⓐ 50. Ⓑ 35. Ⓒ 40. Ⓓ 45.

Hướng dẫn giải. Tổng số tiền thu được là $f(x)=x\cdot 20\left(3-\dfrac{x}{40}\right)^2=20x\left(9-\dfrac{3x}{20}+\dfrac{x^2}{1600}\right)=\dfrac{x^3}{80}-3x^2+180x$ với $0\le x\le 50$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{3x^2}{80}-6x+180$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{3}{80}(x^2-160x+4800)=0\Leftrightarrow x=40$ hoặc $x=120$ (loại).

Xét trên đoạn $[0;50]$, hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=40$.

Vậy cần chở 40 khách. Chọn phương án **C**.

Câu 11. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn: $|\vec{a}| = 26; |\vec{b}| = 28; |\vec{a} + \vec{b}| = 48$. Độ dài vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ bằng

Ⓐ 25. Ⓑ $2\sqrt{154}$. Ⓒ 9. Ⓓ $\sqrt{618}$.

Hướng dẫn giải. Ta sử dụng công thức hình bình hành đối với vectơ: $|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2)$

Thay các giá trị đã cho vào: $48^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(26^2 + 28^2)$

$\Leftrightarrow 2304 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2(676 + 784) = 2920$

$\Leftrightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2920 - 2304 = 616$

$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{616} = 2\sqrt{154}$.

Vậy chọn phương án **B**.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1)$ và vectơ $\vec{u} = (1;0;3)$. Điểm B thỏa mãn $\overrightarrow{AB} = \vec{u}$. Khi đó, tọa độ của điểm B là

Ⓐ $B(2;-1;1)$. Ⓑ $B(2;1;1)$.

Ⓒ $B(-2;-1;-2)$. Ⓓ $B(2;1;2)$.

Hướng dẫn giải. Gọi tọa độ điểm B là $(x_B; y_B; z_B)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (x_B - 1; y_B - 1; z_B + 1)$.

Theo giả thiết $\overrightarrow{AB} = \vec{u} = (1;0;3)$, ta có hệ phương trình: $\begin{cases} x_B - 1 = 1 \\ y_B - 1 = 0 \\ z_B + 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_B = 2 \\ y_B = 1 \\ z_B = 2 \end{cases}$

Vậy tọa độ điểm B là $B(2;1;2)$.

Chọn phương án **D**.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một công ty sản xuất sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm bán ra. Khi đó:

a) Đồ thị hàm số $y = \dfrac{p(x)}{x^2 + 1}$ có 2 đường tiệm cận đứng và ngang.

b) Hàm doanh thu của công ty là $f(x) = x \cdot p(x)$.

c) Hàm số $y = p(x)$ nghịch biến trên $(-\infty; -1)$.

d) Doanh thu của công ty đạt giá trị lớn nhất bằng 10000 (triệu đồng).

Hướng dẫn giải. a) Sai. Vì $x^2 + 1 > 0$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

b) Đúng. Doanh thu = (Giá bán) × (Số lượng).

c) Đúng. Vì $p'(x) = -25 < 0$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

d) Đúng. $f(x) = -25x^2 + 1000x$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 20$, khi đó $f(20) = 10000$.

Bài 2. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-1;2)$, $B(-1;3;-4)$, $C(2;-3;5)$. Khi đó:

a) Điểm A không nằm trong mặt phẳng (Oyz).

b) Trọng tâm tam giác OAB là $G(0;1;-1)$.

c) Vectơ $\overrightarrow{AB}$ cùng phương vectơ $\overrightarrow{AC}$.

d) Điểm M thuộc đoạn thẳng AB sao cho $MA = 2MB$ có tọa độ $M\left(\frac{1}{2}; 1; 1\right)$.

Hướng dẫn giải. a) Đúng. $x_A = 1 \neq 0$ nên A không thuộc (Oyz).
b) Sai. Tọa độ trọng tâm là $G(0; 2/3; -2/3)$.
c) Đúng. $\overrightarrow{AB} = (-2; 4; -6)$, $\overrightarrow{AC} = (1; -2; 3)$, suy ra $\overrightarrow{AB} = -2\overrightarrow{AC}$.
d) Sai. M thuộc đoạn AB và $MA = 2MB$ thì $x_M = \frac{x_A + 2x_B}{3} = -1/3$.

Bài 3. Cho hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$. Khi đó:

a) Hàm số có đạo hàm là $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{(x-1)^2}$.

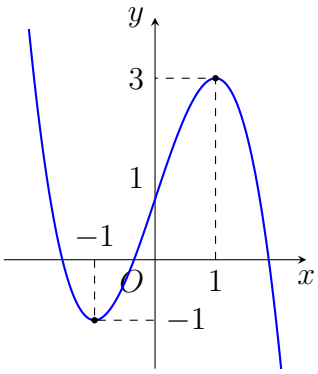
b) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(4; +\infty)$.

c) Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 3.

d) Hàm số $y = f(x^2 - 1)$ có 3 cực tiểu.

Hướng dẫn giải. a) Sai. Đạo hàm đúng là $f'(x) = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$.
b) Sai. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
c) Sai. Giá trị cực tiểu $f(3) = 4$.
d) Sai.

Bài 4. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ và có đồ thị là đường cong như hình bên:



Khi đó:

a) Hệ số $a < 0$.

b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có điểm cực tiểu là $(1; 3)$.

c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1; 1)$.

d) $f(3) = -5$.

Hướng dẫn giải. a) Đúng. Nhánh cuối cùng đi xuống.
b) Sai. Điểm $(1; 3)$ là điểm cực đại.
c) Đúng. Đồ thị đi lên trên khoảng $(-1; 1)$.
d) Sai. Với $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ thì $f(3) = -17$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho đồ thị hàm số $(C) : y = \dfrac{-x^2 + 4x + 1}{x + 1}$, biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) có dạng $d : y = ax + b$. Tìm ab.

Hướng dẫn giải. **Cách 1:** Tập xác định của hàm số $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

Ta có $y' = \dfrac{-x^2 - 2x + 3}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	10	$\to -\infty$		$+\infty \to$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hai điểm cực trị của (C) là $A(-3;10)$ và $B(1;2)$.

Khi đó $\begin{cases} A \in d \\ B \in d \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3a + b = 10 \\ a + b = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -2 \\ b = 4 \end{cases} \Rightarrow ab = -8.$

Cách 2: Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C) là $y = \dfrac{(-x^2 + 4x + 1)'}{(x+1)'} = \dfrac{-2x+4}{1} = -2x+4$.

Vậy $a = -2, b = 4$ suy ra $ab = -8$.

Bài 2. Cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 4, |\vec{a} + \vec{b}| = 6$. Tính $|\vec{a} - \vec{b}|$. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Ta sử dụng công thức hình bình hành đối với độ dài vectơ: $|\vec{a}+\vec{b}|^2+|\vec{a}-\vec{b}|^2 = 2\left(|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2\right)$.

Thay các giá trị đã cho vào ta có: $6^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 2\left(3^2 + 4^2\right) = 2(9+16) = 50$.

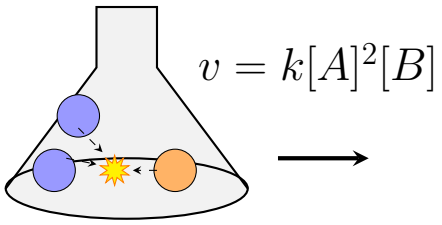
$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}|^2 = 50 - 36 = 14$.

$\Rightarrow |\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{14} \approx 3{,}74$.

Bài 3. Trong một phản ứng hóa học, tốc độ phản ứng v được biểu diễn theo công thức: $v = k \cdot [A]^2 \cdot [B]$, trong đó:

- v là tốc độ phản ứng (mol/l/s),
- $k = 0,1$ là hằng số tốc độ phản ứng,
- $[A]$ và $[B]$ lần lượt là nồng độ của hai chất phản ứng (mol/l).

Giả sử tổng nồng độ ban đầu của $[A]$ và $[B]$ là $C = 2$ mol/l, tức là $[A] + [B] = 2$. Hãy tìm nồng độ của $[A]$ tại đó tốc độ phản ứng v đạt cực đại.



Hướng dẫn giải.

Ta có $[B] = 2 - [A]$ nên thay vào công thức tốc độ phản ứng ta được:

$$v = 0,1 \cdot [A]^2 \cdot (2 - [A]) = 0,1 \cdot (2[A]^2 - [A]^3) \quad \text{với } 0 \le [A] \le 2.$$

Đạo hàm của v theo biến nồng độ $[A]$ là:

$$v' = 0,1 \cdot (4[A] - 3[A]^2).$$

Xét $v' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} [A] = 0 \\ [A] = \dfrac{4}{3} \end{array}\right.$

- Với $[A] = 0$ thì tốc độ phản ứng $v = 0$ (loại vì không có ý nghĩa thực tế).
- Với $[A] = \frac{4}{3}$ thì $v = \frac{16}{135} \approx 0,1185$ (mol/l/s), đây là giá trị cực đại của hàm số trên đoạn $[0;2]$.

Vậy Với $[A] = \frac{4}{3} \approx 1,33$ (mol/l) thì tốc độ phản ứng v đạt cực đại.

Bài 4. Một doanh nghiệp sản xuất thiết bị điện tử thông minh có quy trình vận hành và chính sách thuế như sau: Trong mỗi tháng, doanh nghiệp phải chi trả một khoản chi phí cố định 200 triệu đồng, khoản chi phí này không phụ thuộc vào số lượng sản phẩm sản xuất. Ngoài ra, để hoàn thiện mỗi sản phẩm, doanh nghiệp phải chịu chi phí biến đổi 1 triệu đồng cho mỗi sản phẩm. Mỗi sản phẩm được bán ra thị trường với giá 3 triệu đồng một sản phẩm. Nhằm khuyến khích gia tăng quy mô sản xuất, cơ quan quản lý áp dụng chính sách thuế tính theo tổng doanh thu trong tháng, với mức thuế suất giảm dần theo sản lượng. Nếu doanh nghiệp bán dưới 100 sản phẩm trong tháng, thuế suất là 10% tổng doanh thu. Nếu bán từ 100 đến dưới 300 sản phẩm, thuế suất là 8% tổng doanh thu. Nếu bán từ 300 sản phẩm trở lên, thuế suất là 5% tổng doanh thu. Gọi x là số lượng sản phẩm doanh nghiệp sản xuất và bán ra trong một tháng ($x \in \mathbb{N}^*$). Giả sử số sản phẩm doanh nghiệp sản xuất trong tháng được bán hết. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất tối thiểu bao nhiêu sản phẩm để bắt đầu có lãi?

Hướng dẫn giải. Tổng chi phí là $C(x) = 200 + x$ (triệu đồng).

Tổng doanh thu là $R(x) = 3x$ (triệu đồng).

Lợi nhuận là $L(x) = R(x) - C(x) -$ Thuế. Doanh nghiệp có lãi khi $L(x) > 0$.

Trường hợp 1. $x < 100$. Thuế $= 0,1 \cdot 3x = 0,3x$.

Khi đó $L(x) = 3x - (200 + x) - 0,3x = 1,7x - 200$.

Ta có $L(x) > 0 \Leftrightarrow x > 117,6$ (loại vì đang xét $x < 100$).

Trường hợp 2. $100 \le x < 300$. Thuế $= 0,08 \cdot 3x = 0,24x$.

Khi đó $L(x) = 3x - (200 + x) - 0,24x = 1,76x - 200$.

Ta có $L > 0 \Leftrightarrow x > 113,63$.

Vì $x \in \mathbb{N}^*$, giá trị tối thiểu là $x = 114$.

Trường hợp 3. $x \ge 300$. Thuế $= 0,05 \cdot 3x = 0,15x$.

Khi đó $L(x) = 3x - (200 + x) - 0,15x = 1,85x - 200$.

Ta có $L(x) > 0$, $\forall x \ge 3$ nên giá trị tối thiểu là $x = 300$.

Vậy doanh nghiệp cần bán tối thiểu 114 sản phẩm để bắt đầu có lãi.

Bài 5. Một bể ban đầu chứa 10 gallon dung dịch muối với 2 lb (pound) muối. Dung dịch vào có nồng độ $1,5$ lb/gallon chảy vào với tốc độ 3 gallon/phút, và hỗn hợp trong bể chảy ra với tốc độ 4 gallon/phút. Người ta cho biết lượng muối trong bể sau t phút là m (pound), với:

$$m = f(t) = 1,5(10 - t) - 0,0013(10 - t)^4, \quad 0 \le t \le 10.$$

Hỏi lượng muối tối đa có thể có trong bể tại một thời điểm nào đó là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Hướng dẫn giải.

Ta có công thức lượng muối m (pound) trong bể sau t phút:

$$m = f(t) = 1,5(10-t) - 0,0013(10-t)^4; \quad 0 \le t \le 10$$

Đặt $u = 10 - t$. Khi t chạy từ 0 đến 10 thì u chạy từ 10 xuống 0.

Khi đó $m(u) = 1,5u - 0,0013u^4; \quad 0 \le u \le 10$

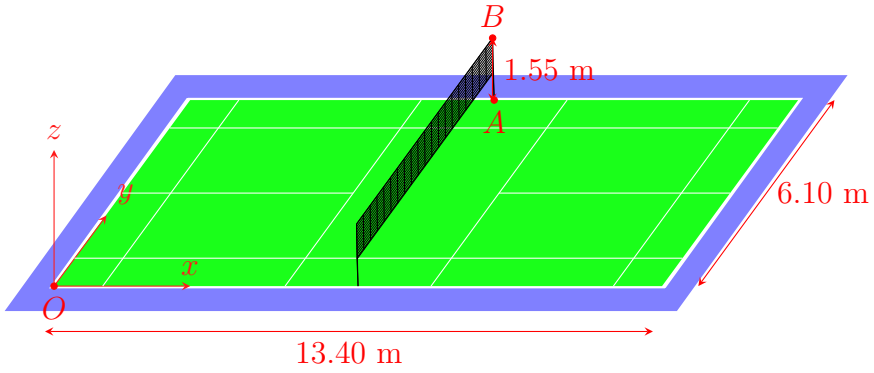
Tính đạo hàm theo u ta được: $m' = 1,5 - 0,0013 \cdot 4u^3 = 1,5 - 0,0052u^3$

Xét $1,5 - 0,0052u^3 = 0 \Rightarrow u^3 = \dfrac{1,5}{0,0052} \approx 288,46 \Rightarrow u \approx \sqrt[3]{288,46} \approx 6,62$

Dễ dàng bảng xét dấu suy ra tại $u \approx 6,62$: $m_{C\text{Đ}} = 1,5 \cdot 6,62 - 0,0013 \cdot (6,62)^4 \approx 9,93 - 2,50 \approx 7,43$ lb.

Lượng muối trong bể đạt tối đa khoảng $7,43$ lb tại thời điểm $t = 10 - u \approx 10 - 6,62 = 3,38$ phút.

Bài 6. Hình vẽ dưới đây mô tả một sân cầu lông với kích thước theo tiêu chuẩn quốc tế. Ta chọn hệ trục $Oxyz$ cho sân đó như hình dưới (đơn vị trên mỗi trục là mét). Giả sử AB là một trụ cầu lông để căng lưới. Biết tọa độ của véc-tơ $\overrightarrow{AB} = (a;b;c)$. Khi đó $S = a - b + 2c$ bằng bao nhiêu?



Hướng dẫn giải. Vì véc-tơ $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng với véc-tơ đơn vị $\vec{k}$ của trục Oz và độ dài $AB = 1,55$ nên $\overrightarrow{AB} = 1,55\vec{k}$. Do đó $\overrightarrow{AB} = (0;0;1,55) \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ b = 0 \\ c = 1,55 \end{cases} \Rightarrow S = a - b + 2c = 3,1.$

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 21
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;-1)$. Ⓑ $(-\infty;5)$. Ⓒ $(-1;0)$. Ⓓ $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng nơi $f'(x)>0$. Đó là các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
Đối chiếu các phương án, ta chọn **C**.

Câu 2. Trên đoạn $[0;3]$, hàm số $y=-x^3+3x$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

Ⓐ $x=0$. Ⓑ $x=3$. Ⓒ $x=1$. Ⓓ $x=2$.

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $f(x)=-x^3+3x$ trên $[0;3]$.
Đạo hàm: $f'(x)=-3x^2+3$. Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2=1 \Leftrightarrow x=1$ (vì $x\in[0;3]$).
Tính các giá trị: $f(0)=0$; $f(1)=2$; $f(3)=-18$.
Giá trị lớn nhất của hàm số là 2 đạt được tại $x=1$.
Chọn phương án **C**.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 0. Ⓓ -4.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=3$ và giá trị cực tiểu tương ứng là $f(3)=-4$.
Chọn phương án **D**.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là:

Ⓐ $x=-1$. Ⓑ $x=1$. Ⓒ $y=-1$. Ⓓ $y=1$.

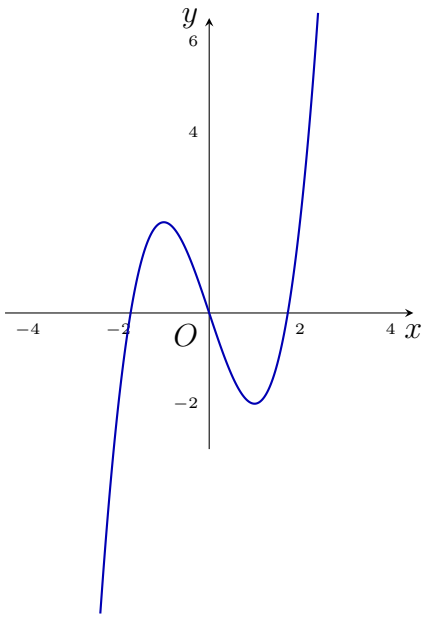
Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$.
Do đó đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
Chọn phương án **D**.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$ là:

Ⓐ $x=2$. Ⓑ $x=-2$. Ⓒ $y=-1$. Ⓓ $y=-2$.

Hướng dẫn giải. Mẫu số $x+2=0\Leftrightarrow x=-2$. Vì tử số tại $x=-2$ bằng $4\neq 0$ nên đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng.
Chọn phương án **B**.

Câu 6. Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào?



Ⓐ $y=x^3-3x$. Ⓑ $y=-x^3+3x^2-2$.
Ⓒ $y=\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2-2x+1$. Ⓓ $y=-\dfrac{1}{3}x^3+\dfrac{1}{2}x^2+2$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị đi qua gốc tọa độ $(0;0)$, loại B, C, D. Hệ số $a>0$ vì nhánh cuối đi lên.

Hàm số $y=x^3-3x$ đi qua $(0;0)$, có các điểm cực trị tại $x=\pm 1$ với $y=\mp 2$, khớp với đồ thị.
Chọn phương án **A**.

Câu 7. Hàm số nào có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

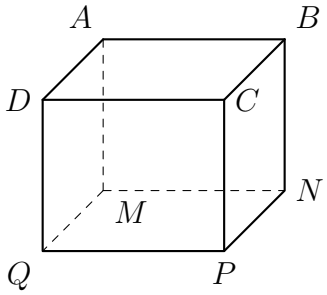
Ⓐ $y=-\dfrac{7}{4}x^3+\dfrac{21}{2}x^2-\dfrac{63}{4}x+7$.
Ⓑ $y=\dfrac{7}{4}x^3+\dfrac{21}{2}x^2-\dfrac{63}{4}x+7$.
Ⓒ $y=-\dfrac{5}{3}x^3+\dfrac{21}{2}x^2-\dfrac{63}{4}x$.
Ⓓ $y=\dfrac{5}{3}x^3+\dfrac{21}{2}x^2-\dfrac{63}{4}x$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy nhánh cuối cùng đi xuống nên hệ số của x^3 phải âm ($a<0$). Loại B và D.

Đồ thị đi qua điểm cực đại $(3;7)$. Thử vào phương án A: $y(3)=-1.75(27)+10.5(9)-15.75(3)+7=7$ (Đúng).

Chọn phương án **A**.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.MNPQ$. Khi đó $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$ bằng



Ⓐ $\overrightarrow{PA}$.
Ⓑ $\overrightarrow{AP}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AC}$.
Ⓓ $\overrightarrow{CA}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AM}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AP}$.

Chọn phương án **B**.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, giả sử $\vec{p}=4\vec{k}+2\vec{j}-20\vec{i}$. Khi đó $\vec{p}$ có tọa độ là

Ⓐ $(-20;2;4)$.
Ⓑ $(4;2;-20)$.
Ⓒ $(4;2;20)$.
Ⓓ $(2;4;-20)$.

Hướng dẫn giải. Vectơ $\vec{p}$ được biểu diễn qua các vectơ đơn vị $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ là $\vec{p}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$.

Theo đề bài ta có $\vec{p}=-20\vec{i}+2\vec{j}+4\vec{k}$. Vậy tọa độ của $\vec{p}$ là $(-20;2;4)$.

Chọn phương án **A**.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2}x^3+(m-2024)x^2-\dfrac{3}{2}x+2$ (m là tham số thực). Để đồ thị hàm số $f(x)$ có tâm đối xứng nằm trên trục Oy thì giá trị của tham số m bằng

Ⓐ 2.
Ⓑ 1012.
Ⓒ 2024.
Ⓓ 2026.

Hướng dẫn giải. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ là điểm uốn I có hoành độ $x_I=-\dfrac{b}{3a}$.

Tâm đối xứng nằm trên trục $Oy\Leftrightarrow x_I=0\Leftrightarrow b=0$.

Ở đây $b=m-2024$, do đó $m-2024=0\Leftrightarrow m=2024$.

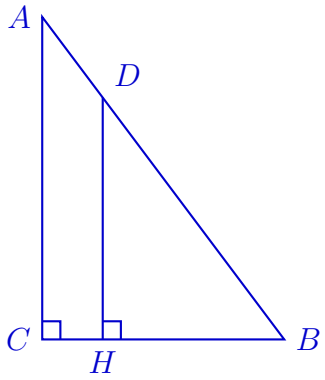
Chọn phương án **C**.

Câu 11. Một mảnh vườn hình chữ nhật có diện tích bằng 144 m^2. Biết độ dài một cạnh của mảnh vườn là x (m). Gọi $P(x)$ (m) là chu vi của mảnh vườn được tính theo x. Biết đồ thị hàm số $P(x)$ có một đường tiệm cận xiên $y=f(x)=ax+b$ và chu vi mảnh vườn đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=c$. Hỏi giá trị $f(c)$ bằng bao nhiêu?

Ⓐ 24. Ⓑ 25. Ⓒ 28. Ⓓ 26.

Hướng dẫn giải. Các cạnh mảnh vườn là x và $\dfrac{144}{x}$. Chu vi $P(x) = 2\left(x + \dfrac{144}{x}\right) = 2x + \dfrac{288}{x}$.
Hàm số có tiệm cận xiên là đường thẳng $y = f(x) = 2x$. Chu vi nhỏ nhất khi $x = \dfrac{144}{x} \Leftrightarrow x^2 = 144 \Leftrightarrow x = 12$ (do $x > 0$). Vậy $c = 12$. Giá trị $f(c) = f(12) = 2 \cdot 12 = 24$.
Chọn phương án **A**.

Câu 12. Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua cột đỡ DH cao 4 m, song song và cách tường $CH = 0,5$ m là:



Ⓐ Xấp xỉ $5,602$.
Ⓑ Xấp xỉ $6,5902$.
Ⓒ Xấp xỉ $5,4902$.
Ⓓ Xấp xỉ $5,5902$.

Hướng dẫn giải. Đặt $BH = x$ $(x > 0)$. Ta có $DH = 4$, $CH = 0,5$.
Xét tam giác vuông BHD, ta có: $BD = \sqrt{DH^2 + BH^2} = \sqrt{x^2 + 16}$.
Vì $DH // AC$ nên theo định lý Ta-lét, ta có:

$$\frac{AB}{DB} = \frac{BC}{BH} = \frac{x + 0,5}{x} = 1 + \frac{1}{2x}$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{x^2 + 16} \cdot \left(1 + \frac{1}{2x}\right) = \sqrt{x^2 + 16} + \frac{\sqrt{x^2 + 16}}{2x}$$

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 + 16} + \dfrac{\sqrt{x^2 + 16}}{2x}$ trên $(0; +\infty)$.
Đạo hàm:

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{\dfrac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} \cdot 2x - 2\sqrt{x^2 + 16}}{4x^2} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{2x^2 - 2(x^2 + 16)}{4x^2\sqrt{x^2 + 16}}$$

$$f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} - \frac{32}{4x^2\sqrt{x^2 + 16}} = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} - \frac{8}{x^2\sqrt{x^2 + 16}} = \frac{x^3 - 8}{x^2\sqrt{x^2 + 16}}$$

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow x = 2$.
Bảng biến thiên cho thấy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 2$. Khi đó:

$$\min AB = f(2) = \sqrt{2^2 + 16} + \frac{\sqrt{2^2 + 16}}{2 \cdot 2} = \sqrt{20} + \frac{\sqrt{20}}{4} = \frac{5\sqrt{20}}{4} = \frac{10\sqrt{5}}{4} = \frac{5\sqrt{5}}{2} \approx 5,5901699$$

Vậy chiều dài bé nhất của cái thang xấp xỉ $5,5902$ m. $\Rightarrow$ **Chọn D.**

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x - 1}$.

a) Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 1$.

b) Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.

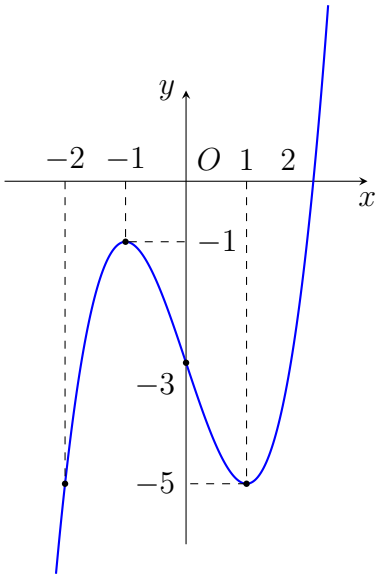
c) Đồ thị hàm số có tiệm cận xiên $y = x - 1$.

d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số cắt các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 1.

Hướng dẫn giải. Ta có $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x - 1} = x - 1 + \dfrac{2}{x - 1}$.

- a. Đúng. Vì $\lim_{x \to 1^+} y = +\infty$ nên $x = 1$ là tiệm cận đứng.
- b. Sai. Hàm phân thức bậc tử lớn hơn bậc mẫu 1 bậc nên không có tiệm cận ngang.
- c. Đúng. Vì $\lim_{x \to \infty}[y - (x - 1)] = \lim_{x \to \infty} \dfrac{2}{x - 1} = 0$.
- d. Sai. Tiệm cận xiên $y = x - 1$ cắt Ox tại $(1; 0)$ và Oy tại $(0; -1)$. Diện tích $S = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 1 = 0{,}5$.

Bài 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ bên:



a) Hàm số đồng biến trên $(0; 1)$.

b) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -5$.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0; +\infty)$ là -5.

d) Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1; 2]$ tại điểm $x = 1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số:

- a. Sai. Trên $(0; 1)$ đồ thị đi xuống nên hàm số nghịch biến.
- b. Sai. x là điểm cực tiểu, y là giá trị cực tiểu. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- c. Đúng. Trên $[0; +\infty)$, điểm thấp nhất của đồ thị là $(1; -5)$ nên giá trị nhỏ nhất là -5.
- d. Đúng. Trên đoạn $[-1; 2]$, hàm số đạt GTNN tại điểm cực tiểu $x = 1$.

Bài 3. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a, cạnh bên bằng $2a$. Gọi M là trung điểm BC.

a) $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{B'C'}$.

b) $\overrightarrow{A'M} = \dfrac{1}{2}(\overrightarrow{A'B} + \overrightarrow{A'C})$.

c) Độ dài vectơ $\overrightarrow{A'M}$ bằng $\dfrac{a\sqrt{19}}{2}$.

d) $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} = \dfrac{a^2}{2}$.

Hướng dẫn giải.

◈ a. Sai. $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{B'C'}$ không cùng phương (do đáy là tam giác đều).

◈ b. Đúng. Đây là tính chất vectơ trung tuyến trong tam giác $A'BC$.

◈ c. Đúng. $A'M = \sqrt{A'A^2 + AM^2} = \sqrt{(2a)^2 + (\frac{a\sqrt{3}}{2})^2} = \sqrt{4a^2 + \frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{19}}{2}$.

◈ d. Sai. $\overrightarrow{AB'} \cdot \overrightarrow{BC} = (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'}) \cdot \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{BC} + 0 = a \cdot a \cdot \cos(120^\circ) = -\frac{a^2}{2}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-2;1;-3)$, $\vec{b} = (-1;-3;2)$ và điểm $A(4;6;-3)$.

a) $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{k}$.

b) Tọa độ điểm $B(2;7;-6)$ thì $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$.

c) Hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng hướng.

d) Cho $M(2;4;1)$ thì $\overrightarrow{AM} = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$.

Hướng dẫn giải.

◈ a. Đúng. Theo công thức biểu diễn vectơ qua các vectơ đơn vị.

◈ b. Đúng. $\overrightarrow{AB} = (2-4;7-6;-6+3) = (-2;1;-3) = \vec{a}$.

◈ c. Sai. $\dfrac{-2}{-1} \neq \dfrac{1}{-3}$ nên hai vectơ không cùng phương, do đó không cùng hướng.

◈ d. Sai. $\overrightarrow{AM} = (2-4;4-6;1+3) = (-2;-2;4) = -2\vec{i} - 2\vec{j} + 4\vec{k}$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút ($t \in \mathbb{N}^*$), số vi khuẩn được xác định theo công thức: $f(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ với $0 \leq t \leq 30$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $f(t) = 1000 + 30t^2 - t^3$ trên đoạn $[0;30]$.

Ta có $f'(t) = 60t - 3t^2 = 3t(20-t)$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 20 \end{array}\right.$

Tính các giá trị: $f(0) = 1000$, $f(20) = 5000$, $f(30) = 1000$.

Vậy số vi khuẩn lớn nhất khi $t = 20$.

Bài 2. Tính khoảng cách từ điểm $I(1;2\sqrt{5}-1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2+x-1}{x+2}$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Hướng dẫn giải. Thực hiện phép chia đa thức: $\dfrac{2x^2+x-1}{x+2} = 2x - 3 + \dfrac{5}{x+2}$.

Tiệm cận xiên của đồ thị là đường thẳng $d: y = 2x - 3 \Leftrightarrow 2x - y - 3 = 0$.

Khoảng cách từ điểm $I(1;2\sqrt{5}-1)$ đến d là:

$d(I,d) = \dfrac{|2(1) - (2\sqrt{5}-1) - 3|}{\sqrt{2^2 + (-1)^2}} = \dfrac{|-2\sqrt{5}|}{\sqrt{5}} = 2.$

Vậy khoảng cách bằng 2.

Bài 3. Một công ty sản xuất dụng cụ thể thao nhận được một đơn đặt hàng sản xuất 8000 quả bóng tennis. Công ty này sở hữu một số máy móc, mỗi máy có thể sản xuất 30 quả bóng trong một giờ. Chi phí thiết lập các máy này là 200 nghìn đồng cho mỗi máy. Khi được thiết lập, hoạt động sản xuất sẽ hoàn toàn diễn ra tự động dưới sự giám sát. Số tiền phải trả cho người giám sát là 192 nghìn đồng một giờ. Số máy móc công ty nên sử dụng là bao nhiêu để chi phí hoạt động là thấp nhất?

Hướng dẫn giải. Gọi x là số máy móc cần sử dụng ($x \in \mathbb{N}^*$).

Chi phí thiết lập x máy là $200x$ (nghìn đồng).

Thời gian sản xuất 8000 quả bóng với x máy là: $t = \dfrac{8000}{30x} = \dfrac{800}{3x}$ (giờ).

Chi phí trả cho người giám sát là: $192 \cdot \dfrac{800}{3x} = \dfrac{51200}{x}$ (nghìn đồng).

Tổng chi phí: $C(x) = 200x + \dfrac{51200}{x}$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si: $C(x) \geq 2\sqrt{200x \cdot \dfrac{51200}{x}} = 6400$.

Dấu bằng xảy ra khi $200x = \dfrac{51200}{x} \Leftrightarrow x^2 = 256 \Rightarrow x = 16$.

Vậy số máy cần sử dụng là 16.

Bài 4. Tính khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 15x^2 + 36x + 1$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = 6x^2 - 30x + 36 = 6(x-2)(x-3)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = 29 \Rightarrow A(2;29) \\ x = 3 \Rightarrow y = 28 \Rightarrow B(3;28) \end{array}\right.$$

Khoảng cách giữa hai điểm cực trị: $AB = \sqrt{(3-2)^2 + (28-29)^2} = \sqrt{2} \approx 1{,}41$.

Bài 5. Ba lực $\vec{F}_1; \vec{F}_2; \vec{F}_3$ cùng tác động vào một vật, và vật đứng yên. Biết $\vec{F}_1; \vec{F}_2$ tạo với nhau một góc bằng $60°$, các lực $\vec{F}_1; \vec{F}_2$ có độ lớn lần lượt là $30N$ và $40N$. Tính độ lớn của lực $\vec{F}_3$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Hướng dẫn giải. Để vật đứng yên thì $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{0} \Rightarrow \vec{F}_3 = -(\vec{F}_1 + \vec{F}_2)$.

Độ lớn lực F_3 là:

$$F_3 = \sqrt{F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos(60°)} = \sqrt{30^2 + 40^2 + 2 \cdot 30 \cdot 40 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{3700} \approx 60{,}8 \text{ (N)}.$$

Bài 6. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100;65;10)$ đến điểm $B(200;100;15)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $(a;b;c)$, tính $a+b+c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Hướng dẫn giải. Vectơ vận chuyển trong 10 phút đầu là $\overrightarrow{AB} = (100;35;5)$.

Sau 10 phút tiếp theo, máy bay di chuyển đến điểm C sao cho $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AB}$.

Tọa độ điểm C là: $C(200+100; 100+35; 15+5) = (300;135;20)$.

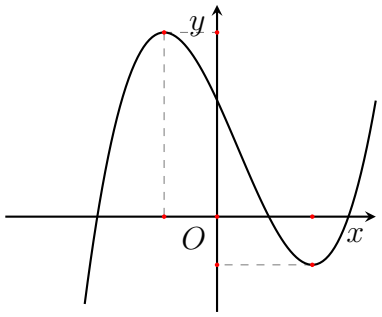
Khi đó $a = 300, b = 135, c = 20 \Rightarrow a+b+c = 300+135+20 = 455$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 22
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Chọn khẳng định đúng về dấu của a,b,c,d?



Ⓐ $a>0,c>0>b,d<0$.
Ⓑ $a>0,b>0,d>0,c>0$.
Ⓒ $a>0,b<0,c<0,d>0$.
Ⓓ $a>0,b>0,c>0,d>0$.

Hướng dẫn giải. - Nhánh cuối của đồ thị đi lên nên $a>0$.
- Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.
- Hàm số đạt cực trị tại hai điểm $x_1<0<x_2$ và $|x_2|>|x_1|$ (do cực tiểu xa trục tung hơn cực đại), nên $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b<0$.
- Tại $x=0$ đồ thị đang đi xuống nên $y'(0)=c<0$. Vậy chọn phương án **C**.

Câu 2. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

Ⓐ $x=-1$.
Ⓑ $y=-2$.
Ⓒ $y=1$.
Ⓓ $x=2$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x-2}{x+1}=1$. Vậy tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

Câu 3. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

Ⓐ $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.
Ⓑ $y=-x^3-3x$.
Ⓒ $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.
Ⓓ $y=x^3+x$.

Hướng dẫn giải. Xét $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

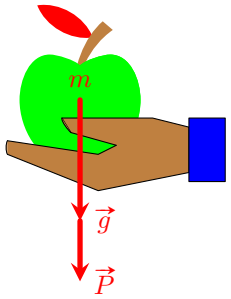
x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

Ⓐ 3. Ⓑ 2. Ⓒ 4. Ⓓ 1.

Hướng dẫn giải. Đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=-2$ và $x=2$. Do đó hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 5. Nếu một vật có khối lượng m (kg) thì lực hấp dẫn $\vec{P}$ của Trái Đất tác dụng lên vật được xác định theo công thức $\vec{P}=m\vec{g}$, trong đó $\vec{g}$ là gia tốc rơi tự do có độ lớn $g=9{,}8\,\text{m/s}^2$. Tính độ lớn của lực hấp dẫn của Trái Đất tác dụng lên một quả táo có khối lượng 102 gam.



Ⓐ 0,8996 N. Ⓑ 0,5996 N. Ⓒ 0,9996 N. Ⓓ 0,9196 N.

Hướng dẫn giải. Đổi $m=102\,\text{g}=0{,}102\,\text{kg}$.

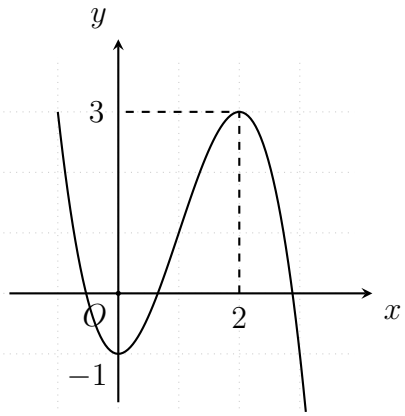
Độ lớn lực hấp dẫn: $P=m\cdot g=0{,}102\cdot 9{,}8=0{,}9996\,\text{N}$.

Câu 6. Cho tứ diện $ABCD$. Hỏi có bao nhiêu vectơ khác vectơ $\vec{0}$ mà mỗi vectơ có điểm đầu, điểm cuối là hai đỉnh của tứ diện $ABCD$?

Ⓐ 4. Ⓑ 8. Ⓒ 12. Ⓓ 10.

Hướng dẫn giải. Tứ diện có 4 đỉnh. Số vectơ khác $\vec{0}$ được tạo ra là $A_4^2=4\times 3=12$.

Câu 7. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

Ⓐ $(-1;3)$. Ⓑ $(2;+\infty)$. Ⓒ $(-1;2)$. Ⓓ $(0;2)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;x_{CD})$ và $(2;+\infty)$.

Với phương án B là $(2;+\infty)$, hàm số luôn đồng biến.

Câu 8. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng:

Ⓐ $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. Ⓑ $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.
Ⓒ $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. Ⓓ $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

Hướng dẫn giải. Theo quy tắc hình hộp $\overrightarrow{DB'} = \overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'}$.

Câu 9. Trong không gian cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 2, biết góc giữa hai vectơ bằng 30°. Tính $\vec{a} \cdot \vec{b}$.

Ⓐ $2\sqrt{3}$. Ⓑ 2. Ⓒ $4\sqrt{3}$. Ⓓ $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) = 2 \cdot 2 \cdot \cos 30° = 4 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

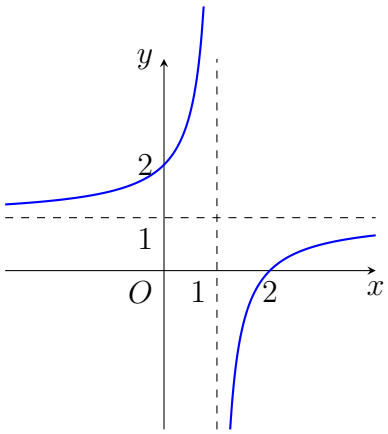
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↗	2	↘	
			-1				$-\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x) = m$ có đúng hai nghiệm.

Ⓐ $m < -1, m = 2$. Ⓑ $m < 2$.
Ⓒ $m \leq -1, m = 2$. Ⓓ $m \leq 2$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị tại đúng 2 điểm khi $m \leq -1$ (chỉ cắt nhánh bên phải 2 lần) hoặc $m = 2$ (cắt nhánh bên trái 1 lần và tiếp xúc nhánh phải tại cực đại).

Câu 11. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



Ⓐ $y = \dfrac{x-2}{x+1}$. Ⓑ $y = \dfrac{x+2}{x-2}$. Ⓒ $y = \dfrac{x+2}{x-1}$. Ⓓ $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị có tiệm cận đứng $x = 1$ và tiệm cận ngang $y = 1$. Đồ thị đi qua điểm $(0, 2)$ và $(2, 0)$.

Thay vào hàm số $y = \dfrac{x-2}{x-1}$ thỏa mãn các điều kiện trên.

Câu 12. Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2, 0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

Ⓐ $(0;10)$. Ⓑ $(0;8)$. Ⓒ $(8;10)$. Ⓓ $(8;12)$.

Hướng dẫn giải. Ta có: $N'(t) = -3t^2 + 24t$.

$$N'(t) = 0 \iff -3t(t-8) = 0 \iff \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 8 \end{array}\right.$$

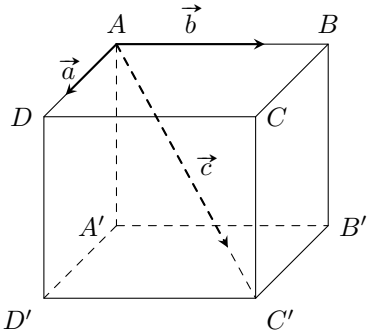
BBT:

t	0		8		12
$N'(t)$		$+$	0	$-$	
$N(t)$	0	↗	256	↘	0

Từ BBT ta thấy số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian $(0;8)$ (ứng với khoảng đạo hàm dương).
Chọn B.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một chất điểm ở vị trí đỉnh A của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chất điểm chịu tác động bởi ba lực $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ lần lượt cùng hướng với $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AC'}$ như hình vẽ. Độ lớn của các lực $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ tương ứng là $10\,\text{N}, 10\,\text{N}$ và $20\,\text{N}$.



a) $\vec{a} + \vec{b} = \vec{c}$.
b) $|\vec{a} + \vec{b}| = 20\,\text{N}$.
c) $|\vec{a} + \vec{c}| = |\vec{b} + \vec{c}|$.
d) $|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| \approx 32,59\,\text{N}$.

Hướng dẫn giải.

Từ giả thiết ta có $\vec{a} \perp \vec{b}$; $\cos(\vec{a}, \vec{c}) = \cos\widehat{DAC'} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$; $\cos(\vec{b}, \vec{c}) = \cos\widehat{BAC'} = \dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

a) **Sai:** Giả sử $\vec{a} + \vec{b} = \vec{d}$. Theo quy tắc hình bình hành thì $\vec{d}$ cùng hướng với $\overrightarrow{AC}$ suy ra $\vec{a} + \vec{b} \neq \vec{c}$ (vì $\vec{c}$ cùng hướng $\overrightarrow{AC'}$).

b) **Sai:** $|\vec{a} + \vec{b}| = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2} \approx 14,14\,\text{N} \neq 20\,\text{N}$ (đường chéo hình vuông cạnh bằng 10).

c) **Đúng:** Ta có $|\vec{a} + \vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + 2\vec{a} \cdot \vec{c} + |\vec{c}|^2 = 10^2 + 2 \cdot 10 \cdot 20 \cdot \dfrac{1}{\sqrt{3}} + 20^2 = 500 + \dfrac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $|\vec{a}+\vec{c}|=\sqrt{500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}}$.

Mặt khác $(\vec{b}+\vec{c})^2=|\vec{b}|^2+2\vec{b}\cdot\vec{c}+|\vec{c}|^2=10^2+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}+20^2=500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}$.

Suy ra $|\vec{b}+\vec{c}|=\sqrt{500+\dfrac{400\sqrt{3}}{3}}$. Vậy $|\vec{a}+\vec{c}|=|\vec{b}+\vec{c}|$.

d) **Đúng:** Giả sử lực tổng hợp là $\vec{m}$, tức là $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

Do đó: $\vec{m}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})^2\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=\vec{a}^2+\vec{b}^2+\vec{c}^2+2\vec{a}\cdot\vec{b}+2\vec{b}\cdot\vec{c}+2\vec{c}\cdot\vec{a}$

$\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=10^2+10^2+20^2+0+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}+2\cdot10\cdot20\cdot\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

$\Leftrightarrow|\vec{m}|^2=600+\dfrac{800}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow|\vec{m}|\approx32,59.$

Bài 2. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+2}$. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-3;1]$ là -17.

c) Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

d) Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(-2;-6)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x+2}=x-4+\dfrac{10}{x+2}$.

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-2$ và tiệm cận xiên là $y=x-4\Leftrightarrow x-y-4=0$.
- **a) Sai.** Khoảng cách từ $O(0;0)$ đến tiệm cận xiên là $d=\dfrac{|0-0-4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}$.
- **b) Sai.** Trên đoạn $[-3;1]$, hàm số không xác định tại $x=-2$ và có $\lim\limits_{x\to-2^+}y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-2^-}y=-\infty$ nên không tồn tại giá trị lớn nhất trên đoạn này.
- **c) Đúng.** Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là tiệm cận đứng $x=-2$ và tiệm cận xiên $y=x-4$.
- **d) Đúng.** Giao điểm I của hai đường tiệm cận là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=-2\\y=x-4\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=-2\\y=-6\end{cases}$.

  Vậy $I(-2;-6)$.

Bài 3. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau?

a) Phương trình $f(x)-3=0$ có 4 nghiệm.

b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

c) Hàm số có giá trị cực đại bằng 1.

d) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, ta có:

- **a) Đúng.** Phương trình $f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=3$. Vì $0<3<4$ nên đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số tại 4 điểm phân biệt.
- **b) Đúng.** Trên khoảng $(-\infty;0)$, $f'(x)<0$ nên hàm số nghịch biến.
- **c) Sai.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$, giá trị cực đại là $f(1)=4$.
- **d) Sai.** Trên khoảng $(1;3)$, hàm số nghịch biến (vì $f'(x)<0$), do đó hàm số không đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

Bài 4. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa $(1 \le x \le 18)$. Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x)=x^3-3x^2-20x+500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $B(x)$ là số tiền bán được và $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa.

a) Đạo hàm của hàm số $C(x)$ là: $C'(x)=3x^2-6x+20$.

b) Lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm có thể đạt được là 1.200 nghìn đồng.

c) Biểu thức tính $B(x)$ theo x là $B(x)=220x$ (nghìn đồng).

d) Biểu thức tính $L(x)$ theo x là $L(x)=B(x)-C(x)=-x^3+3x^2+240x-500$ (nghìn đồng).

Hướng dẫn giải.

- **a) Sai.** $C'(x)=(x^3-3x^2-20x+500)'=3x^2-6x-20$.
- **c) Đúng.** Số tiền bán được khi bán x mét vải với giá 220 nghìn đồng/mét là $B(x)=220x$ (nghìn đồng).
- **d) Đúng.** Lợi nhuận $L(x)=B(x)-C(x)=220x-(x^3-3x^2-20x+500)=-x^3+3x^2+240x-500$.
- **b) Đúng.** Xét hàm $L(x)=-x^3+3x^2+240x-500$ trên $[1;18]$.
  $L'(x)=-3x^2+6x+240=0 \Leftrightarrow x=10$ hoặc $x=-8$ (loại).
  Ta có $L(1)=-258$, $L(10)=1200$, $L(18)=-1040$.
  Vậy lợi nhuận tối đa đạt được là 1.200 nghìn đồng khi sản xuất 10 mét vải.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Cho hàm số $f'(x)=x(x^2-1)(x+1)^3$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

Hướng dẫn giải. Ta có:

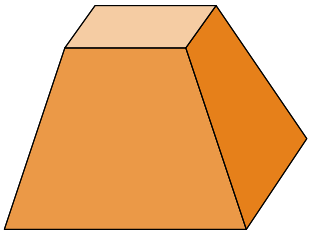
$$f'(x)=x(x-1)(x+1)(x+1)^3=x(x-1)(x+1)^4.$$

Xét phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$ Trong đó:

- $x=0$ và $x=1$ là các nghiệm đơn (bội lẻ), do đó đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua hai điểm này.
- $x=-1$ là nghiệm bội chẵn (bậc 4), do đó đạo hàm $f'(x)$ không đổi dấu khi đi qua điểm này.

Vì đạo hàm chỉ đổi dấu khi đi qua 2 điểm $x=0$ và $x=1$, nên hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Bài 2. Một xưởng thủ công mỹ nghệ sản xuất loại chụp đèn trang trí dạng hình chóp cụt tứ giác đều. Gọi x là độ dài cạnh đáy lớn (đơn vị: dm). Tính toán cho thấy tổng chi phí vật liệu (tính bằng nghìn đồng) cho một chụp đèn là $C(x) = x^2 + 108$ (nghìn đồng). Thời gian sản xuất cho một chụp đèn được xác định là $T(x) = x + 6$ (giờ). Xưởng muốn xác định kích thước x để chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là thấp nhất, nhằm tối ưu hóa hiệu quả sử dụng thời gian và vật liệu. Hãy tìm giá trị của x.



Hướng dẫn giải. Chi phí vật liệu trung bình trên một giờ sản xuất là hàm số:

$$f(x) = \frac{C(x)}{T(x)} = \frac{x^2 + 108}{x + 6} \text{ với } x > 0.$$

Ta có đạo hàm:

$$f'(x) = \frac{2x(x+6) - (x^2+108)}{(x+6)^2} = \frac{2x^2 + 12x - x^2 - 108}{(x+6)^2} = \frac{x^2 + 12x - 108}{(x+6)^2}.$$

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 + 12x - 108 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \text{ (nhận)} \\ x = -18 \text{ (loại)} \end{array}\right.$ Bảng biến thiên:

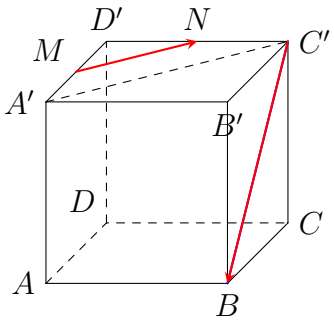
x	0		6		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(6)$	↗	

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt giá trị thấp nhất tại $x = 6$.

Vậy giá trị cần tìm là $x = 6$ (dm).

Bài 3. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và $C'D'$. Tích vô hướng $\overrightarrow{MN} \cdot \overrightarrow{C'B} = na^2$ (n là số thập phân). Giá trị của n bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải.



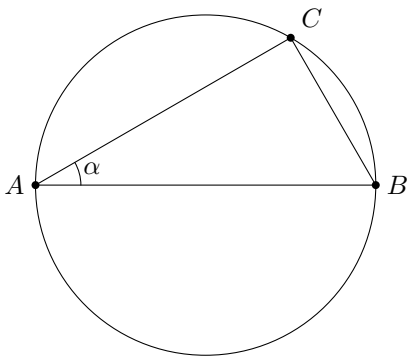
Vì $MN // A'C'$ nên $(\overrightarrow{MN}, \overrightarrow{C'B}) = (\overrightarrow{A'C'}, \overrightarrow{C'B}) = 180° - \widehat{A'C'B} = 120°$.

Ta có: $MN = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}, C'B = a\sqrt{2}$.

Suy ra: $\overrightarrow{MN}\cdot\overrightarrow{C'B}=|\overrightarrow{MN}|\cdot|\overrightarrow{C'B}|\cdot\cos(\overrightarrow{MN},\overrightarrow{C'B})=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\cdot a\sqrt{2}\cdot\cos 120^\circ=-0,5a^2$.

Vậy $n=-0,5$.

Bài 4. Một bờ hồ hình tròn có bán kính bằng 2 km, đường kính AB (tham khảo hình vẽ). Từ điểm A anh Tài chèo một chiếc thuyền với vận tốc 3 km/h đến điểm C trên hồ, rồi chạy dọc theo thành hồ đến vị trí B với vận tốc 6 km/h (C không trùng với A và B).



Thời gian ngắn nhất mà anh Tài di chuyển từ A đến B là bao nhiêu (thời gian tính bằng giờ, kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. Gọi $R=2$ km là bán kính của hồ, suy ra đường kính $AB=4$ km.

Gọi $\alpha=\angle CAB$ với $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$.

Vì AB là đường kính nên tam giác ABC vuông tại C.

Độ dài quãng đường chèo thuyền là: $AC=AB\cdot\cos\alpha=4\cos\alpha$ (km).

Góc ở tâm chắn cung BC là $\angle COB=2\angle CAB=2\alpha$ (đơn vị radian).

Độ dài quãng đường chạy bộ dọc theo bờ hồ (cung BC) là: $l_{BC}=R\cdot 2\alpha=2\cdot 2\alpha=4\alpha$ (km).

Tổng thời gian di chuyển từ A đến B là:

$$f(\alpha)=\frac{AC}{3}+\frac{l_{BC}}{6}=\frac{4\cos\alpha}{3}+\frac{4\alpha}{6}=\frac{4}{3}\cos\alpha+\frac{2}{3}\alpha\ \text{(giờ)}.$$

Xét hàm số $f(\alpha)$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$:

$$f'(\alpha)=-\frac{4}{3}\sin\alpha+\frac{2}{3}.$$

Cho $f'(\alpha)=0\Leftrightarrow\sin\alpha=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\alpha=\dfrac{\pi}{6}$.

Bảng biến thiên:

α	0		$\dfrac{\pi}{6}$		$\dfrac{\pi}{2}$
$f'(\alpha)$		$+$	0	$-$	
$f(\alpha)$	$\dfrac{4}{3}$	$\nearrow$	$\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\pi}{9}$	$\searrow$	$\dfrac{\pi}{3}$

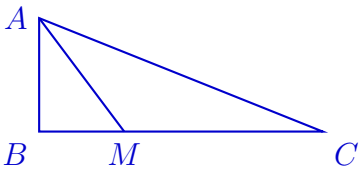
Giá trị tại các đầu mút và điểm cực trị:

- $f(0)=\dfrac{4}{3}\approx 1,33$.
- $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}+\dfrac{\pi}{9}\approx 1,50$.
- $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{3}\approx 1,047$.

So sánh các giá trị, ta thấy thời gian ngắn nhất $f_{\min} \approx 1,047$ giờ.

Làm tròn đến hàng phần chục ta được kết quả là 1.

Bài 5. Nhà của 3 bạn A, B, C nằm ở 3 vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B, $AB = 10$ km; $BC = 25$ km và 3 bạn tổ chức họp mặt ở nhà bạn C. Bạn B hẹn chờ bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC. Từ nhà, bạn A đi xe buýt đến điểm hẹn M với tốc độ 30 km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C bằng xe máy với tốc độ 50 km/h. Hỏi điểm hẹn M cách nhà bạn B bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?



Hướng dẫn giải. Đặt $BM = x$ (km), $x \geq 0$.

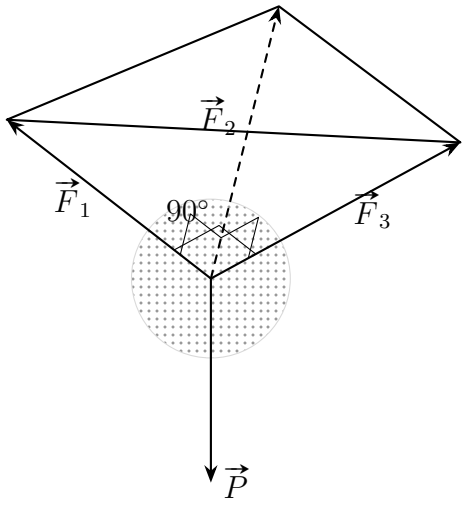
Thời gian di chuyển: $t(x) = \dfrac{\sqrt{100 + x^2}}{30} + \dfrac{25 - x}{50}$.

$t'(x) = \dfrac{x}{30\sqrt{100 + x^2}} - \dfrac{1}{50}$.

$t'(x) = 0 \Leftrightarrow 5x = 3\sqrt{100 + x^2} \Leftrightarrow 25x^2 = 9(100 + x^2) \Leftrightarrow 16x^2 = 900 \Leftrightarrow x = 7,5$ km.

Dựa vào BBT, $t(x)$ nhỏ nhất khi $x = 7,5$. $\Rightarrow$ **Chọn B**.

Bài 6. Treo một vật nặng có trọng lượng 30 N bởi ba sợi dây giống hệt nhau, các sợi dây đôi một tạo với nhau một góc 90°. Gọi $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt là các lực căng của ba sợi dây nói trên. Độ lớn của lực $\vec{F}_1$ bằng bao nhiêu Niuton? (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



Hướng dẫn giải. Xét tứ diện đều $SABC$ có cạnh SA, SB, SC biểu diễn độ lớn các lực căng dây và SP biểu diễn độ lớn của trọng lực tác dụng lên vật nặng S.

Ta có $|\vec{F}_1| = SA, |\vec{F}_2| = SC, |\vec{P}| = SG$ và $\overrightarrow{SG} + \overrightarrow{SP} = \vec{0}$, trong đó G là trọng tâm của tam giác đều ABC.

Đặt $x = SA, x > 0 \Rightarrow AC = x\sqrt{2}$.

Khi đó $AG = \dfrac{2}{3}AM = \dfrac{2}{3}\left(\dfrac{AC\sqrt{3}}{2}\right) = \dfrac{x\sqrt{6}}{3}$.

Mặt khác $SG = SP = 30$ nên xét tam giác SAG vuông tại G, ta có

$SA^2 = SG^2 + AG^2 \Leftrightarrow x^2 = 30^2 + \dfrac{2x^2}{3} \Leftrightarrow x = 30\sqrt{3} \approx 51,96$ (N).

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 23
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Độ dài đoạn AB là

Ⓐ $10\sqrt{2}$. Ⓑ $2\sqrt{5}$. Ⓒ $4\sqrt{5}$. Ⓓ $5\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y'=-3x^2+6x$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \Rightarrow y=5 \Rightarrow A(0;5) \\ x=2 \Rightarrow y=9 \Rightarrow B(2;9) \end{array}\right.$.
Độ dài đoạn $AB=\sqrt{(2-0)^2+(9-5)^2}=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$. Chọn phương án B.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực tiểu?

Ⓐ 2. Ⓑ 3. Ⓒ 1. Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng xét dấu, đạo hàm đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=0$ và $x=2$.

Vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ nên tại $x=0$ và $x=2$ đều là điểm cực tiểu. Vậy hàm số có 2 điểm cực tiểu. Chọn phương án A.

Câu 3. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^2\cdot e^x$ trên $[-3;2]$ bằng

Ⓐ $4e^2$. Ⓑ $9e^{-3}$. Ⓒ $3e^{\sqrt{3}}$. Ⓓ $2e^{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải. Xét $f(x)=x^2e^x$ trên $[-3;2]$.
$f'(x)=2xe^x+x^2e^x=x(x+2)e^x$. $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-3;2] \\ x=-2\in[-3;2] \end{array}\right.$.
Tính các giá trị: $f(-3)=9e^{-3}$; $f(-2)=4e^{-2}$; $f(0)=0$; $f(2)=4e^2$.
So sánh các giá trị, ta thấy giá trị lớn nhất là $4e^2$. Chọn phương án A.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

Ⓐ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.
Ⓑ Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
Ⓒ Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.
Ⓓ Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Hướng dẫn giải. Theo định nghĩa tiệm cận ngang: Nếu $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=y_0$ thì $y=y_0$ là tiệm cận ngang.

Vì giới hạn tại $+\infty$ là 1 và tại $-\infty$ là -1 nên đồ thị có hai tiệm cận ngang $y=1$ và $y=-1$. Chọn phương án A.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

Ⓐ $(-\infty;1)$. Ⓑ $(1;3)$. Ⓒ $(2;+\infty)$. Ⓓ $(1;2)$.

Hướng dẫn giải. Hàm số đồng biến trên khoảng mà $y'>0$. Dựa vào bảng xét dấu, $y'>0$ khi $x\in(1;2)$. Chọn phương án D.

Câu 6. Trong 8 phút đầu kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào thời điểm t (phút) được cho bởi công thức $h(t)=6t^3-81t^2+324t$. Trong khoảng thời gian nào, khinh khí cầu giảm dần độ cao?

Ⓐ $(6;8)$. Ⓑ $(0;3)$. Ⓒ $(5;7)$. Ⓓ $(3;6)$.

Hướng dẫn giải. Khinh khí cầu giảm dần độ cao khi hàm số $h(t)$ nghịch biến, tức là $h'(t)<0$.
$h'(t)=18t^2-162t+324$.
$18t^2-162t+324<0\Leftrightarrow 3<t<6$. Chọn phương án D.

Câu 7. Để doanh thu cao nhất trong mùa hè năm 2024, Ban quản lý bể bơi thành phố tiến hành thăm dò dư luận. Cho thấy số khách đến bơi thay đổi phụ thuộc vào giá vé x theo hàm cầu là: $y(x)=-\dfrac{1}{50}x+1300$, với x là giá mỗi vé bơi (đơn vị đồng). Tính doanh thu cao nhất của bể bơi đó.

Ⓐ 21 125 000. Ⓑ 21 225 000. Ⓒ 21 152 000. Ⓓ 22 125 000.

Hướng dẫn giải. Doanh thu $R(x)=x\cdot y(x)=x\left(-\dfrac{1}{50}x+1300\right)=-\dfrac{1}{50}x^2+1300x$.
Đây là hàm bậc hai có bề lõm hướng xuống, đạt cực đại tại $x=\dfrac{-1300}{2\cdot(-1/50)}=32\,500$.
Doanh thu cao nhất là $R(32\,500)=21\,125\,000$ (đồng). Chọn phương án A.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;5;3)$ và $M(2;1;-2)$. Tọa độ điểm B biết M là trung điểm của AB là

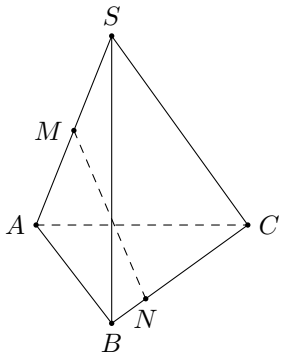
Ⓐ $B\left(\dfrac{1}{2};3;\dfrac{1}{2}\right)$. Ⓑ $B(-4;9;8)$.
Ⓒ $B(5;3;-7)$. Ⓓ $B(5;-3;-7)$.

Hướng dẫn giải. Tọa độ điểm $B=2M-A\Rightarrow B(2\cdot2-(-1);2\cdot1-5;2\cdot(-2)-3)=(5;-3;-7)$.

Câu 9. Cho tứ diện $SABC$. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c}$. Gọi M là trung điểm của SA, N là điểm trên cạnh BC sao cho $NC=3NB$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{MN}$ theo ba vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ và $\vec{c}$ ta được

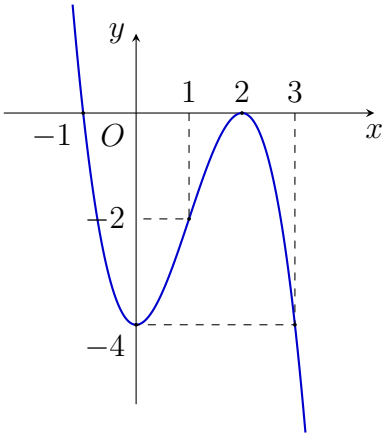
Ⓐ $\overrightarrow{MN}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{4}\vec{c}$. Ⓑ $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{4}\vec{c}$.
Ⓒ $\overrightarrow{MN}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\dfrac{3}{4}\vec{b}-\dfrac{1}{4}\vec{c}$. Ⓓ $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{2}\vec{a}-\dfrac{3}{4}\vec{b}+\dfrac{1}{4}\vec{c}$.

Hướng dẫn giải.



$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MS} + \overrightarrow{SN} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{BN} = -\dfrac{1}{2}\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{BC}$
$= -\dfrac{1}{2}\vec{a} + \vec{b} + \dfrac{1}{4}(\overrightarrow{SC} - \overrightarrow{SB}) = -\dfrac{1}{2}\vec{a} + \dfrac{3}{4}\vec{b} + \dfrac{1}{4}\vec{c}$. A

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



Ⓐ $(-\infty; -1)$. Ⓑ $(-\infty; 0)$. Ⓒ $(-4; -1)$. Ⓓ $(-1; +\infty)$.

Hướng dẫn giải. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng mà đồ thị $f'(x)$ nằm phía dưới trục hoành ($f'(x) \le 0$).

Dựa vào đồ thị, $f'(x) \le 0$ khi $x \in (-\infty; -1] \cup [2; +\infty)$.

Chọn phương án A.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

Ⓐ $x = 2$. Ⓑ $x = -2$. Ⓒ $x = 3$. Ⓓ $x = 1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại điểm $x = 1$.

Chọn phương án D.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-2;4]$ và có bảng biến thiên như sau:

x	-2		-1		0		4
$f(x)$	-3	↗	1	↘	-2	↗	2

Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$. Tính M^2-m^2.

Ⓐ -5. Ⓑ 9. Ⓒ 8. Ⓓ 3.

Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên trên đoạn $[-2;4]$, ta thấy:

- Giá trị lớn nhất $M=2$ (đạt được tại $x=4$).

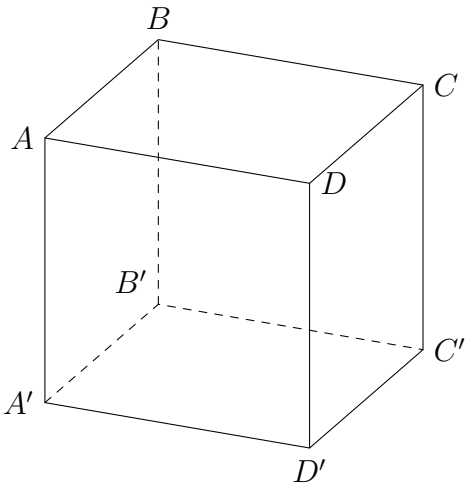
- Giá trị nhỏ nhất $m=-3$ (đạt được tại $x=-2$).

Vậy $M^2-m^2=2^2-(-3)^2=4-9=-5$.

Chọn phương án A.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một nhóm kỹ sư đang lắp đặt buồng mô phỏng thực tế ảo (VR Cube) có dạng hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với các cạnh dài a mét. Khung buồng được tạo bởi các thanh nhôm định hình nối giữa các đỉnh, mỗi cạnh là một thanh đỡ. Để đảm bảo buồng lắp đúng tiêu chuẩn, kỹ sư trưởng cần kiểm tra mối liên hệ giữa các thanh trong mô hình bằng vectơ. Họ đưa ra một số nhận định sau và yêu cầu nhóm kỹ thuật xác định đúng hay sai để đảm bảo các yêu cầu của mô phỏng.



a) Thanh nối từ D đến C' được tạo thành bởi tổng hai vectơ ứng với thanh DC và thanh DD', tức là: $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$.

b) $|\overrightarrow{AB}|=|\overrightarrow{C'D'}|$.

c) $2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{D'A'}=\vec{0}$.

d) $\overrightarrow{AD'}\cdot\overrightarrow{CC'}=a^2$.

Hướng dẫn giải. a) Đúng. Theo quy tắc cộng vectơ trong hình chữ nhật $DCC'D'$, ta có $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CC'}$. Vì $\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{DD'}$ nên $\overrightarrow{DC'}=\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}$.

b) Đúng. Vì đây là hình lập phương nên tất cả các cạnh đều bằng a. Do đó $|\overrightarrow{AB}| = a$ và $|\overrightarrow{C'D'}| = a$.

c) Sai. Ta có $\overrightarrow{CD} = -\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{B'C'} = \overrightarrow{A'D'} = -\overrightarrow{D'A'}$. Khi đó: $2\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{A'D'} - \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{A'D'} = \overrightarrow{AB} \neq \vec{0}$.

d) Đúng. Ta có $\overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'} \cdot \overrightarrow{AA'} = |\overrightarrow{AD'}| \cdot |\overrightarrow{AA'}| \cdot \cos 45^\circ = a\sqrt{2} \cdot a \cdot \dfrac{\sqrt{2}}{2} = a^2$.

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{x^2 + x + 2}{x - 1}$. Các mệnh đề dưới đây đúng hay sai:

a) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

b) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y = x + 2$.

c) Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $A(-1; -1)$.

d) Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số giao với hai trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $y = x + 2 + \dfrac{4}{x - 1}$.

a) Đúng. Do $\lim_{x \to 1} y = \infty$.

b) Đúng. Do $\lim_{x \to \infty}[y - (x + 2)] = 0$. c) Sai. Ta có $y' = 1 - \dfrac{4}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$.

Nghiệm $x = -1, x = 3$. Qua $x = -1$ đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm nên là điểm cực đại.

d) Đúng. Hai điểm cực trị là $M(-1; -1)$ và $N(3; 7)$.

Đường thẳng đi qua hai cực trị là $y = 2x + 1$.

Đường này cắt trục tọa độ tại $P(0; 1)$ và $Q\left(-\dfrac{1}{2}; 0\right)$.

Diện tích $S = \dfrac{1}{2} \cdot 1 \cdot \left|-\dfrac{1}{2}\right| = \dfrac{1}{4}$.

Bài 3. Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0{,}01t^3 + 1{,}1t^2 - 30t + 250$; trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét (Nguồn: A. Bigalke etal., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016).

a) Vận tốc tức thời của con tàu ở thời điểm t (giây) kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm được xác định bởi $v(t) = -0{,}03t^2 + 2{,}2t - 30 \quad (0 \leq t \leq 50)$.

b) Vận tốc tức thời của con tàu tại thời điểm $t = 25$ (giây) là 6,25 km/s.

c) Tại thời điểm $t = 25$ (giây), vận tốc tức thời của con tàu tiếp tục giảm.

d) Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, con tàu đạt khoảng cách nhỏ nhất so với bề mặt Mặt Trăng là 10 km.

Hướng dẫn giải. a) Đúng. Vì $v(t) = h'(t) = -0{,}03t^2 + 2{,}2t - 30$.

b) Đúng. Thay $t = 25$ vào $v(t)$ ta được $v(25) = 6{,}25$.

c) Sai. Gia tốc $a(t) = v'(t) = -0{,}06t + 2{,}2$. Tại $t = 25$, $a(25) = 0{,}7 > 0$ nên vận tốc đang tăng.

d) Sai. Giải $h'(t) = 0 \Rightarrow t \approx 18{,}1$. Khi đó $h(18{,}1) \approx 8{,}15$ km.

Bài 4. Một công ty viễn thông nghiên cứu mối quan hệ giữa thời gian truyền tín hiệu y (tính bằng miligiây) và khoảng cách truyền x (tính bằng km) theo công thức: $y = \dfrac{3x-1}{2x-1}$. Đồ thị của hàm số được ký hiệu là (C). Dựa trên mô hình này, hãy xác định các mệnh đề sau đúng hay sai:

a) Tốc độ thay đổi của thời gian truyền tín hiệu theo khoảng cách được cho bởi $y' = \dfrac{-5}{(2x-1)^2}$.

b) Thời gian truyền tín hiệu tăng khi khoảng cách truyền tăng trên hai khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$ và $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

c) Khi khoảng cách truyền ngày càng lớn, thời gian truyền tín hiệu tiệm cận đến một giá trị giới hạn là $y = \dfrac{3}{2}$; Ngoài ra, khi khoảng cách đạt $x = \dfrac{1}{2}$, hệ thống bị mất tín hiệu (ứng với tiệm cận đứng $x = \dfrac{1}{2}$).

d) Khi khoảng cách truyền bằng 0 km (ngay tại trạm phát), thời gian xử lý tín hiệu nội bộ là $y_0 = 0$.

Hướng dẫn giải. a) Sai. $y' = \dfrac{3(2x-1)-2(3x-1)}{(2x-1)^2} = \dfrac{-1}{(2x-1)^2}$.

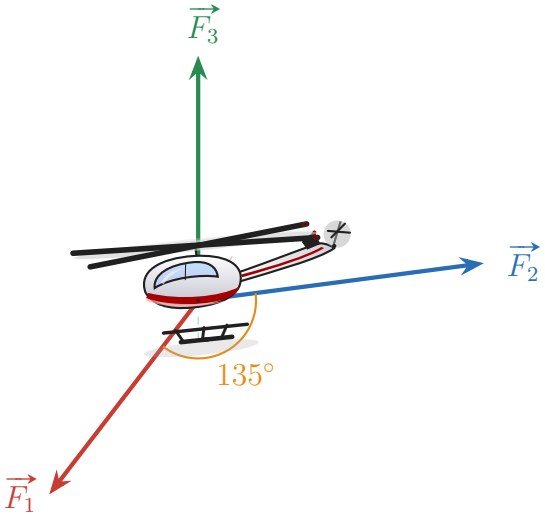
b) Sai. Do $y' < 0$ nên thời gian truyền tín hiệu giảm khi khoảng cách tăng.

c) Đúng. Do $\lim\limits_{x\to\infty} y = \dfrac{3}{2}$ và hàm số không xác định tại $x = \dfrac{1}{2}$.

d) Sai. Thay $x = 0$ vào công thức ta được $y(0) = \dfrac{-1}{-1} = 1$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Một chiếc máy bay điều khiển từ xa mini đang đậu tại điểm A nằm trên mặt phẳng nằm ngang (α). Lúc khởi động nó chịu tác dụng của ba lực đẩy: $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$. Hai cánh quạt trái và phải tạo ra hai lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ có giá nằm trong mặt phẳng ngang (α) và $\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 135°$. Một lực nâng $\vec{F}_3$ do cánh quạt chính tạo ra có giá vuông góc với (α) và hướng lên trên. Độ lớn hợp lực của các lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ bằng bao nhiêu Niu-tơn, biết rằng độ lớn của ba lực đó lần lượt là 20 N, 15 N và 10 N (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)?



Hướng dẫn giải. Gọi $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3$ là hợp lực của ba lực đã cho.

Đặt $\vec{F}_{12} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$. Vì $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ cùng nằm trong mặt phẳng (α) nên $\vec{F}_{12}$ cũng nằm trong mặt phẳng (α).

Độ lớn của lực $\vec{F}_{12}$ được tính theo công thức: $F_{12}^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1F_2\cos\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = 20^2 + 15^2 + 2 \cdot 20 \cdot 15 \cdot \cos 135°$

$F_{12}^2 = 400 + 225 + 600 \cdot \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right) = 625 - 300\sqrt{2}$.

Vì $\vec{F}_3 \perp (\alpha)$ và $\vec{F}_{12} \subset (\alpha)$ nên $\vec{F}_3 \perp \vec{F}_{12}$.

Khi đó, độ lớn của hợp lực $\vec{F} = \vec{F}_{12} + \vec{F}_3$ là: $F = \sqrt{F_{12}^2 + F_3^2} = \sqrt{625 - 300\sqrt{2} + 10^2} = \sqrt{725 - 300\sqrt{2}} \approx 17,3417$ (N).

Làm tròn đến hàng phần chục, ta được kết quả là $17,3$ Niu-tơn.

Bài 2. Các nhà khoa học tính toán phương án tiếp cận Sao Hỏa cho tàu đổ bộ theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Sao Hỏa. Trong khoảng 60 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt Sao Hỏa được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,02t^3 + 2t^2 - 40t + 250$, trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilômét (Nguồn: A. Bigalke et al., Mathematik, Grundkurs ma-1, Cornelsen 2016). Biết vận tốc tức thời của con tàu giảm trên khoảng $(a; 60)$ với a là số thực dương nhỏ nhất. Khi đó giá trị của a (làm tròn đến hàng phần chục) bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Vận tốc tức thời của con tàu là $v(t) = h'(t) = -0,06t^2 + 4t - 40$.

Vận tốc tức thời giảm khi hàm số $v(t)$ nghịch biến, tức là $v'(t) < 0$.

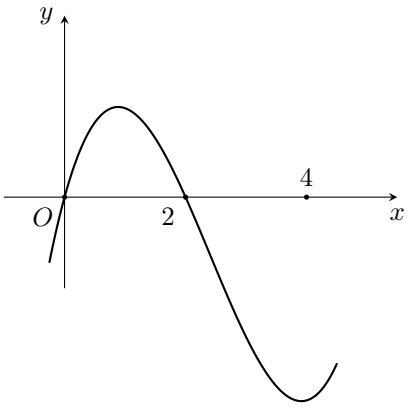
Ta có $v'(t) = -0,12t + 4$.

Xét $v'(t) < 0 \Leftrightarrow -0,12t + 4 < 0 \Leftrightarrow t > \dfrac{4}{0,12} = \dfrac{100}{3} \approx 33,33$.

Vậy vận tốc tức thời của con tàu giảm trên khoảng $(\frac{100}{3}; 60)$.

Giá trị a nhỏ nhất thỏa mãn là $a = \dfrac{100}{3} \approx 33,3$.

Bài 3. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm $f'(x)$. Đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) - f(2) = f(4) - f(3)$. Giả sử giá trị nhỏ nhất m và giá trị lớn nhất M của $f(x)$ trên đoạn $[0; 4]$ đạt được lần lượt tại x_0 và x_1. Tính giá trị biểu thức $T = x_0 + x_1$.



Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên

đoạn $[0;4]$ như sau:

x	0		2		4
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(0)$	↗	$f(2)$	↘	$f(4)$

Vậy giá trị lớn nhất $M = f(2)$ đạt được tại $x_1 = 2$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;4)$ nên $f(2) > f(3) \Rightarrow f(2) - f(3) > 0$.

Theo giả thiết: $f(0) - f(2) = f(4) - f(3) \Leftrightarrow f(0) - f(4) = f(2) - f(3) > 0 \Rightarrow f(0) > f(4)$.

Suy ra giá trị nhỏ nhất $m = f(4)$ đạt được tại $x_0 = 4$.

Vậy $x_0 = 4, x_1 = 2$, ta có $T = x_0 + x_1 = 4 + 2 = 6$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Khi đó góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}$ bằng bao nhiêu độ?

Hướng dẫn giải. Ta có $AB^2 + AC^2 = a^2 + a^2 = 2a^2 = BC^2$, suy ra tam giác ABC vuông tại A.

Xét tích vô hướng: $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{SC} \cdot (\overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SA}) = \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} - \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA}$.

- Tam giác SBC có $SB = SC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$ nên $SB^2 + SC^2 = BC^2$, do đó ΔSBC vuông tại $S \Rightarrow \overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SB} = 0$.

- Tam giác SAC có $SA = SC = AC = a$ nên ΔSAC là tam giác đều $\Rightarrow (\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{SA}) = 60°$.

Khi đó $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = SC \cdot SA \cdot \cos 60° = a \cdot a \cdot \frac{1}{2} = \dfrac{a^2}{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB} = 0 - \dfrac{a^2}{2} = -\dfrac{a^2}{2}$.

Ta có $\cos(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}) = \dfrac{\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{AB}}{SC \cdot AB} = \dfrac{-a^2/2}{a \cdot a} = -\dfrac{1}{2}$.

Vậy góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AB}$ bằng $120°$.

Bài 5. Anh An thành lập một công ty sản xuất in ấn Sách Giáo Khoa chương trình "Cánh diều". Nhằm tạo điều kiện cho các nhà sách tiêu thụ giá hợp lí, đơn giá mỗi bộ sách ban đầu được biểu diễn theo hàm $p(x) = 200 - 3x$ (nghìn đồng) với x là số lượng từng bộ sách bán ra và tổng chi phí sản xuất được biểu diễn theo hàm $C(x) = 75 + (80 + T)x - x^2$ (nghìn đồng) với mọi x thỏa mãn $0 \le x \le 40$, trong đó T (nghìn đồng) là mức thuế giá trị gia tăng VAT phải đóng trên từng số lượng bộ sách sản xuất ra mà công ty anh An phải chi trả. Xem như công ty anh An sản xuất đều đặn trong điều kiện lí tưởng, khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất. Khi đó mức thuế của mỗi bộ sách mà công ty phải trả là bao nhiêu (Đơn vị: nghìn đồng)?

Hướng dẫn giải. Doanh thu của công ty là: $R(x) = x \cdot p(x) = x(200 - 3x) = 200x - 3x^2$.

Lợi nhuận của công ty là: $L(x) = R(x) - C(x) = (200x - 3x^2) - [75 + (80 + T)x - x^2] = -2x^2 + (120 - T)x - 75$.

Hàm lợi nhuận $L(x)$ là một parabol bề lõm hướng xuống, đạt giá trị lớn nhất tại $x = \dfrac{-(120-T)}{2(-2)} = \dfrac{120-T}{4} = 30 - \dfrac{T}{4}$.

Tổng mức thuế phải chi trả là: $G(T) = T \cdot x = T\left(30 - \dfrac{T}{4}\right) = 30T - \dfrac{T^2}{4}$.

Để tổng mức thuế $G(T)$ đạt giá trị cao nhất, ta xét đạo hàm theo T: $G'(T) = 30 - \dfrac{T}{2}$.

$G'(T) = 0 \Leftrightarrow 30 - \dfrac{T}{2} = 0 \Leftrightarrow T = 60$.

Vậy mức thuế của mỗi bộ sách là 60 nghìn đồng.

Bài 6. Nồng độ C của một hoá chất sau t giờ tiêm vào cơ thể được xác định bởi công thức $C(t) = \dfrac{3t}{27+t^3}$ với $t \geq 0$ (Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage 2014). Sau bao nhiêu giờ tiêm thì nồng độ của hoá chất trong máu là lớn nhất? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Xét hàm số $C(t) = \dfrac{3t}{27+t^3}$ với $t \geq 0$.

Đạo hàm: $C'(t) = \dfrac{3(27+t^3) - 3t(3t^2)}{(27+t^3)^2} = \dfrac{81+3t^3-9t^3}{(27+t^3)^2} = \frac{81-6t^3}{(27+t^3)^2}$.

Cho $C'(t) = 0 \Leftrightarrow 81 - 6t^3 = 0 \Leftrightarrow t^3 = \dfrac{81}{6} = 13,5 \Leftrightarrow t = \sqrt[3]{13,5}$.

Sử dụng máy tính bỏ túi: $t \approx 2,3811$.

Lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số $C(t)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \sqrt[3]{13,5} \approx 2,38$.

Vậy sau khoảng $2,38$ giờ thì nồng độ hóa chất trong máu là lớn nhất.

Chương III

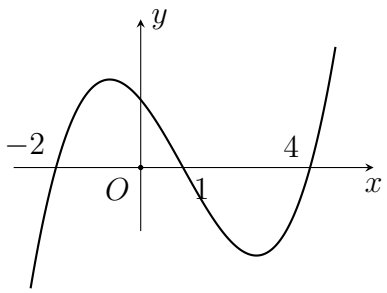
BỘ ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 24
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)$ là



Ⓐ 2. Ⓑ 1. Ⓒ 3. Ⓓ 4.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ta thấy $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua điểm $x=1$.

Do đó, hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;8;5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

Ⓐ $I(2;6;2)$. Ⓑ $I(1;3;1)$. Ⓒ $I(4;10;8)$. Ⓓ $I(2;5;4)$.

Hướng dẫn giải. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB được tính theo công thức: $x_I=\frac{1+3}{2}=2$; $y_I=\frac{2+8}{2}=5$; $z_I=\frac{3+5}{2}=4$. Vậy $I(2;5;4)$.

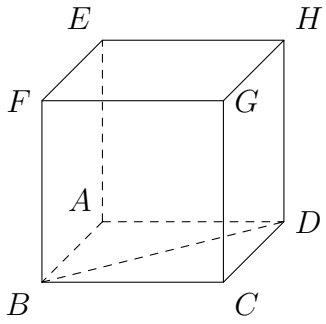
Câu 3. Trong không gian, cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{A'C}$.
Ⓑ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{A'C'}$.
Ⓒ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{BC'}$.
Ⓓ $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{B'C'}$.

Hướng dẫn giải. Trong hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, ta có $\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{BC}$.

Áp dụng quy tắc cộng vectơ: $\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{B'C'}=\overrightarrow{A'B}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{A'C}$.

Câu 4. Cho hình lập phương $ABCD.EFGH$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{FG}$ và $\overrightarrow{BD}$ bằng bao nhiêu độ?



Ⓐ $45°$.
Ⓑ $135°$.
Ⓒ $180°$.
Ⓓ $0°$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{FG}=\overrightarrow{BC}$ nên $(\overrightarrow{FG},\overrightarrow{BD})=(\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD})=\angle DBC$.

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $\angle DBC=45°$.

Câu 5. Cho $\vec{u}=(-1;1;0)$, $\vec{v}=(0;-1;0)$, góc giữa hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

Ⓐ $120°$.
Ⓑ $60°$.
Ⓒ $135°$.
Ⓓ $45°$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{|\vec{u}|\cdot|\vec{v}|}=\dfrac{-1\cdot0+1\cdot(-1)+0\cdot0}{\sqrt{(-1)^2+1^2+0^2}\cdot\sqrt{0^2+(-1)^2+0^2}}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}\cdot1}=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Suy ra $(\vec{u},\vec{v})=135°$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ của vectơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$ là

Ⓐ $(1;-2;3)$.
Ⓑ $(3;-2;1)$.
Ⓒ $(1;2;-3)$.
Ⓓ $(-2;1;3)$.

Hướng dẫn giải. Vectơ $\vec{u}=x\vec{i}+y\vec{j}+z\vec{k}$ có tọa độ là $(x;y;z)$.

Đối chiếu ta có $\vec{u}=(1;2;-3)$.

Câu 7. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ và $\vec{v}=(0;1;-2)$ bằng

Ⓐ -4.
Ⓑ 0.
Ⓒ 4.
Ⓓ -2.

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{u}=(1;2;-1)$ và $\vec{v}=(0;1;-2)$.

$\vec{u}\cdot\vec{v}=1\cdot0+2\cdot1+(-1)\cdot(-2)=0+2+2=4$.

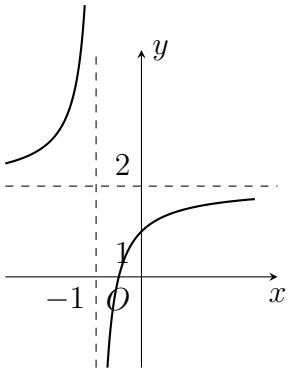
Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, tọa độ vectơ đơn vị của trục Oy là

Ⓐ $(1;0;0)$.
Ⓑ $(0;1;0)$.
Ⓒ $(0;0;1)$.
Ⓓ $(1;0;1)$.

Hướng dẫn giải. Vectơ đơn vị của trục Oy là $\vec{j}=(0;1;0)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq0, ad-bc\neq0$) có đồ thị như hình vẽ bên. Đường tiệm

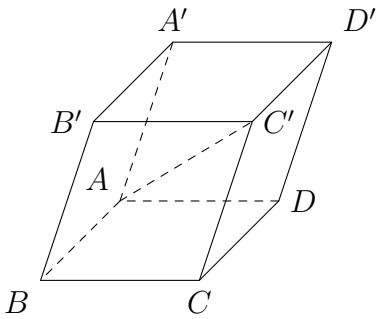
cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là



Ⓐ $x=2$. Ⓑ $x=-1$. Ⓒ $y=-1$. Ⓓ $y=2$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị, đường tiệm cận đứng là đường thẳng song song với trục Oy và đi qua điểm có hoành độ -1. Vậy phương trình tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB}=(2;0;0)$, $\overrightarrow{AD}=(0;4;0)$ và $\overrightarrow{AA'}=(0;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AC'}$.



Ⓐ $\overrightarrow{AC'}=(2;4;3)$. Ⓑ $\overrightarrow{AC'}=(2;3;5)$.
Ⓒ $\overrightarrow{AC'}=(2;5;3)$. Ⓓ $\overrightarrow{AC'}=(1;5;3)$.

Hướng dẫn giải. Sử dụng quy tắc hình hộp: $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.
$\overrightarrow{AC'}=(2+0+0;0+4+1;0+0+3)=(2;5;3)$.

Câu 11. Bảng biến thiên sau đây của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	↗	$+\infty$ / $-\infty$	↗	2

Ⓐ $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. Ⓑ $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. Ⓒ $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. Ⓓ $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$.

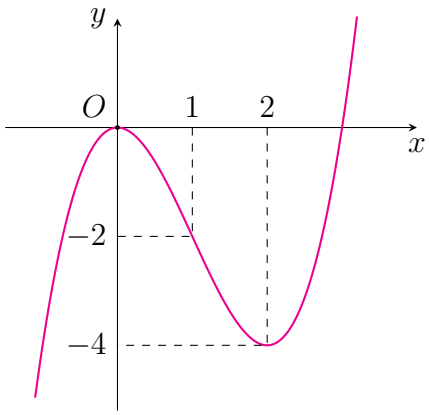
Hướng dẫn giải. Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$ (loại B và D) và tiệm cận ngang $y=2$.

Hàm số luôn đồng biến nên $y' > 0$.

Xét $y = \dfrac{2x-1}{x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0$ (thỏa mãn).

Xét $y = \dfrac{2x+3}{x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{-1}{(x+1)^2} < 0$ (loại).

Câu 12. Đồ thị hàm số nào sau đây có dạng như hình bên?



Ⓐ $y = x^3 + 3x$.
Ⓑ $y = x^3 - 3x$.
Ⓒ $y = x^3 - 3x^2$.
Ⓓ $y = x^3 + 3x^2$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào đồ thị hàm số, ta có các nhận xét sau:

- Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ $(0;0)$.
- Hàm số có hai điểm cực trị là $x = 0$ và $x = 2$.
- Tại điểm cực tiểu $x = 2$, giá trị của hàm số là $y = -4$.
- Đồ thị đi qua điểm $(1;-2)$.

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2$:

- Với $x = 0 \Rightarrow y = 0$ (thỏa mãn).
- Đạo hàm $y' = 3x^2 - 6x = 3x(x-2)$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$ (thỏa mãn).
- Với $x = 1 \Rightarrow y = 1^3 - 3 \cdot 1^2 = -2$ (thỏa mãn).
- Với $x = 2 \Rightarrow y = 2^3 - 3 \cdot 2^2 = -4$ (thỏa mãn).

Vậy đồ thị trên là của hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Cho hàm số $f(x) = x \ln x$.

a) $f(e) = e; f(1) = 0$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \dfrac{1}{x}$.

c) Nghiệm phương trình $f'(x) = 0$ là $x = \dfrac{1}{e}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[1; \dfrac{1}{e^2}\right]$ là $\dfrac{1}{e} + 1$.

Hướng dẫn giải.

◈ a) **Đúng.** $f(e) = e \cdot \ln e = e \cdot 1 = e$; $f(1) = 1 \cdot \ln 1 = 0$.

◈ b) **Sai.** $f'(x) = (x)' \cdot \ln x + x \cdot (\ln x)' = 1 \cdot \ln x + x \cdot \dfrac{1}{x} = \ln x + 1$.

◈ c) **Đúng.** $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \ln x + 1 = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = e^{-1} = \dfrac{1}{e}$.

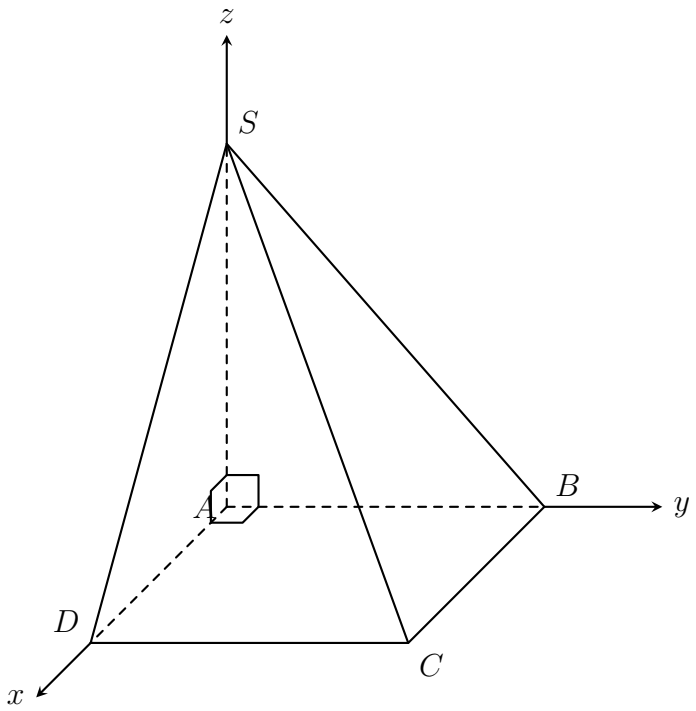
◈ d) **Sai.** Đoạn đề bài cho là $\left[1; \dfrac{1}{e^2}\right]$ thực chất là đoạn $\left[\dfrac{1}{e^2}; 1\right]$ (vì $1 > 1/e^2$).

Ta có $f(1) = 0$; $f\left(\dfrac{1}{e^2}\right) = \dfrac{1}{e^2} \cdot \ln(e^{-2}) = -\dfrac{2}{e^2}$.

Điểm cực trị $x = \dfrac{1}{e}$ nằm trong đoạn này, $f\left(\dfrac{1}{e}\right) = -\dfrac{1}{e}$.

Vậy max $= 0$, min $= -1/e$. Tổng là $-1/e$.

Bài 2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 2, AD = 1, SA \perp (ABCD)$ và $SA = 3$. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như sau: gốc tọa độ O trùng với điểm A, các vectơ $\overrightarrow{AD}, \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}$ lần lượt cùng hướng với $\vec{i}$, $\vec{j}$, và $\vec{k}$.



a) Tọa độ $C(2; 1; 0)$.

b) $\overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{SB} = 4$.

c) $CG = \dfrac{\sqrt{29}}{3}$ với G là trọng tâm của ΔSBD.

d) Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (SAD) thỏa mãn $\left|2\overrightarrow{MC} - 5\overrightarrow{MB}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $3a + b - 5c = -2$.

Hướng dẫn giải. Tọa độ: $A(0; 0; 0), D(1; 0; 0), B(0; 2; 0), S(0; 0; 3) \Rightarrow C(1; 2; 0)$.

◈ a) **Sai.** Dựa vào độ dài $AD = 1, AB = 2$, tọa độ C phải là $(1; 2; 0)$. Đề ghi $(2; 1; 0)$ là hoán đổi trục.

◈ b) **Đúng.** $\overrightarrow{AC} = (1; 2; 0), \overrightarrow{SB} = (0; 2; -3) \Rightarrow \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{SB} = 1 \cdot 0 + 2 \cdot 2 + 0 \cdot (-3) = 4$.

◈ c) **Đúng.** $G = \left(\dfrac{1+0+0}{3}; \dfrac{0+2+0}{3}; \dfrac{0+0+3}{3}\right) = \left(\dfrac{1}{3}; \dfrac{2}{3}; 1\right)$.

$$CG=\sqrt{(\frac{1}{3}-1)^2+(\frac{2}{3}-2)^2+(1-0)^2}=\frac{\sqrt{29}}{3}.$$

◈ d) **Đúng.** Gọi I là điểm thỏa mãn $2\overrightarrow{IC}-5\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow\overrightarrow{AI}=\dfrac{2\overrightarrow{AC}-5\overrightarrow{AB}}{-3}=\left(-\dfrac{2}{3};2;0\right)$.

Biểu thức min khi M là hình chiếu của I lên $(SAD):y=0\Rightarrow M(-2/3;0;0)$.

Khi đó $3a+b-5c=3(-2/3)+0-0=-2$.

Bài 3. Lợi nhuận mỗi ngày của một xưởng khi sản xuất x (kg) một loại sản phẩm được cho bởi hàm số $L(x)=-x^3+24x^2+780x-5000$ (nghìn đồng). Biết công suất tối đa của xưởng là 40 kg sản phẩm trong một ngày. Giả sử mỗi ngày xưởng sản xuất x (kg) sản phẩm và bán hết.

a) $L'(x)=-3x^2+48x+780$.

b) $L'(x)=0$ có 2 nghiệm trên đoạn $[0;40]$.

c) $L(0)=0, L(26)=13928, L(40)=600$.

d) Mỗi ngày, để lợi nhuận cao nhất thì xưởng sản xuất 26 kg sản phẩm.

Hướng dẫn giải.

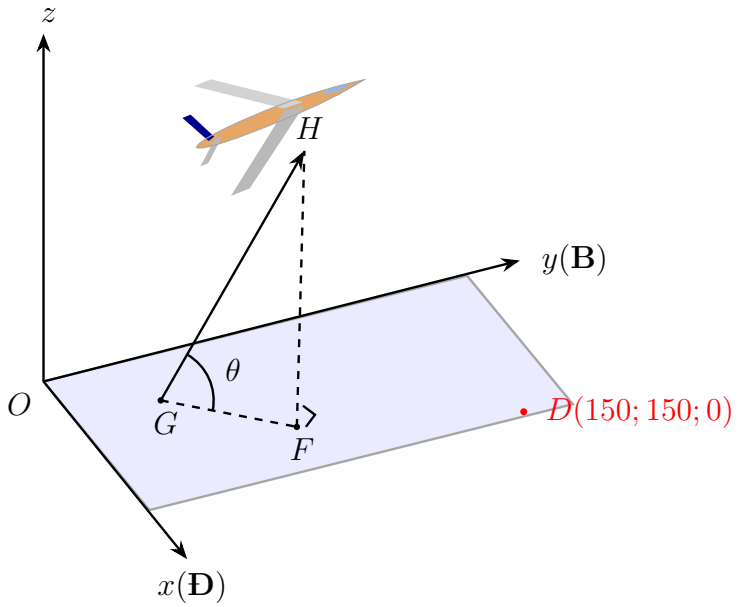
◈ a) **Đúng.** Đạo hàm chuẩn xác là $L'(x)=-3x^2+48x+780$.

◈ b) **Sai.** $L'(x)=0\Leftrightarrow-3(x^2-16x-260)=0\Leftrightarrow x=26$ hoặc $x=-10$. Chỉ có $x=26$ thuộc $[0;40]$.

◈ c) **Sai.** $L(0)=-5000$, không phải bằng 0.

◈ d) **Đúng.** Vì $x=26$ là điểm cực đại và duy nhất trên đoạn $[0;40]$, hàm số đồng biến từ 0 đến 26 và nghịch biến từ 26 đến 40.

Bài 4. Một chiếc trực thăng H cất cánh từ một sân bay. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$, có gốc tọa độ O là chân tháp điều khiển sân bay, trục Ox là hướng Đông, trục Oy là hướng Bắc và trục Oz là trục thẳng đứng, đơn vị trên mỗi trục là kilômét. Trực thăng cất cánh từ điểm G trên mặt đất (mặt phẳng Oxy). Vectơ $\vec{u}$ chỉ vị trí của trực thăng tại thời điểm t phút sau khi cất cánh ($t\geq0$) có tọa độ là $\vec{u}=\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$. Một hòn đảo ở vị trí $D(150;115;0)$ (hình vẽ minh họa). Gọi M là vị trí của máy bay H tại thời điểm t phút sau khi cất cánh.



a) Tọa độ điểm M tại thời điểm t phút sau khi máy bay H cất cánh là $M\left(1+t;\dfrac{1}{2}+2t;2t\right)$.

b) Tọa độ điểm G là $\left(1;\dfrac{1}{2};0\right)$.

c) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{MD}$ là $\left(149-t;\dfrac{129}{2}-2t;-2t\right)$.

d) Máy bay H bay đến vị trí $M(x_0;y_0;z_0)$ thì khoảng cách từ máy bay đến D là nhỏ nhất. Khi đó $20(x_0+y_0+z_0)=4320$.

Hướng dẫn giải.

- a) **Đúng.** Vì $\vec{u}$ là vectơ vị trí nên $\overrightarrow{OM}=\vec{u}\Rightarrow M(1+t;1/2+2t;2t)$.
- b) **Đúng.** Điểm cất cánh tại mặt đất ứng với $t=0$, thay vào ta được $G(1;1/2;0)$.
- c) **Sai.** $\overrightarrow{MD}=(150-(1+t);115-(1/2+2t);0-2t)=(149-t;114.5-2t;-2t)$. Giá trị $129/2=64.5$ không khớp với 114.5.
- d) **Sai.** Xét $f(t)=MD^2=(149-t)^2+(114.5-2t)^2+(-2t)^2$. Đạo hàm tìm t tối ưu và thay vào tính tổng $x_0+y_0+z_0$ sẽ ra kết quả khác $4320/20$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;1)$, $C(-3;6;4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm nằm trên đoạn BC sao cho $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}$. Giá trị biểu thức $K=a+2b+c+1$ bằng bao nhiêu?

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{CM}=2\overrightarrow{MB}\Leftrightarrow M$ là điểm chia đoạn BC theo tỉ số $k=-2$ (vì M nằm giữa B,C nên $\overrightarrow{MB}$ và $\overrightarrow{MC}$ ngược hướng, hay $\overrightarrow{MC}=-2\overrightarrow{MB}$).

Tọa độ điểm $M(a;b;c)$ được tính theo công thức: $x_M=\dfrac{x_C+2x_B}{1+2}=\dfrac{-3+2(0)}{3}=-1\Rightarrow a=-1$.

$y_M=\dfrac{y_C+2y_B}{1+2}=\dfrac{6+2(3)}{3}=4\Rightarrow b=4.$

$z_M=\dfrac{z_C+2z_B}{1+2}=\dfrac{4+2(1)}{3}=2\Rightarrow c=2.$

Vậy $M(-1;4;2)$.

Giá trị biểu thức $K=a+2b+c+1=-1+2(4)+2+1=10$.

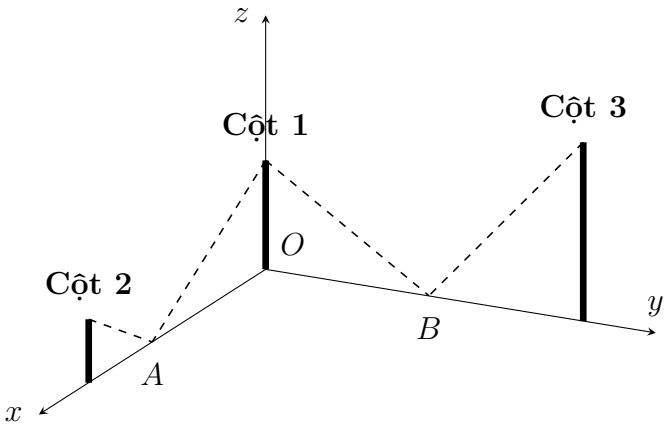
Bài 2. Nhân ngày Khai giảng năm học mới, các chú bảo vệ của trường THPT A dùng dây thừng có gắn đủ màu sắc để trang trí. Trong không gian $Oxyz$, mỗi đơn vị trên trục tọa độ là mét, mặt phẳng Oxy là mặt đất, trục Oz hướng lên trời. Có ba cây cột được cắm trên sân trường, trong đó:

- Chân của cột 1 (chiều cao 10 m) nằm ở gốc tọa độ;
- Chân của cột 2 (chiều cao 15 m) nằm trên trục Ox;
- Chân của cột 3 (chiều cao 20 m) nằm trên trục Oy;
- Khoảng cách từ cột 1 đến cột 2 là 30 m và khoảng cách từ cột 2 đến cột 3 là 50 m.

Để trang trí cho ngày lễ, chú bảo vệ sẽ:

- Nối dây từ đỉnh cột 2 xuống mặt đất rồi lại nối lên đỉnh cột 1;
- Từ đỉnh cột 1 kéo dây nối xuống mặt đất rồi tiếp lên đỉnh cột 3.

Gọi $A(x;y;z)$ và $B(a;b;c)$ là hai vị trí chạm đất của dây thừng. Gọi T là tổng chiều dài sợi dây ngắn nhất sau khi nối từ đỉnh cột 2 đến đỉnh cột 3 qua các điểm chạm đất. Tính giá trị $x+y+z+a+b+c+T$ (Không làm tròn các giá trị trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng đơn vị).



✍ *Hướng dẫn giải.* Tọa độ các đỉnh cột: $P_1(0;0;10)$, $P_2(30;0;15)$, $P_3(0;y_3;20)$.

Khoảng cách cột 2 đến cột 3 là $50 \Rightarrow \sqrt{30^2+y_3^2}=50 \Rightarrow y_3=40$. Vậy $P_3(0;40;20)$.

1. Để $P_2 \to A \to P_1$ ngắn nhất ($A \in Ox$):

Lấy $P_2'(30;0;-15)$ đối xứng P_2 qua Oxy. A là giao điểm của P_1P_2' với Ox.

Đoạn $T_1 = P_1P_2' = \sqrt{30^2+0^2+(10-(-15))^2} = \sqrt{900+625} = 5\sqrt{61}$.

Tại A, $z=0$: $x_A = \dfrac{10\cdot 30}{10+15} = 12 \Rightarrow A(12;0;0) \Rightarrow x=12, y=0, z=0$.

2. Để $P_1 \to B \to P_3$ ngắn nhất ($B \in Oy$): Lấy $P_3'(0;40;-20)$ đối xứng P_3 qua Oxy. B là giao điểm của P_1P_3' với Oy.

Đoạn $T_2 = P_1P_3' = \sqrt{0^2+40^2+(10-(-20))^2} = \sqrt{1600+900} = 50$.

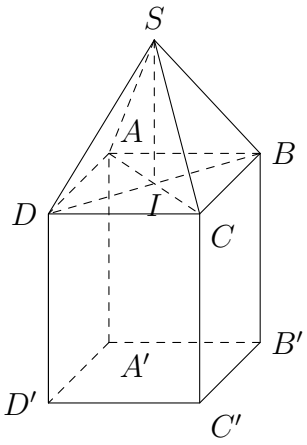
Tại B, $z=0$: $y_B = \dfrac{10\cdot 40}{10+20} = \dfrac{40}{3} \Rightarrow B(0;\dfrac{40}{3};0) \Rightarrow a=0, b=\dfrac{40}{3}, c=0$.

Tổng chiều dài $T = T_1 + T_2 = 5\sqrt{61}+50$.

Giá trị cần tính: $S = (12+0+0)+(0+\dfrac{40}{3}+0)+(5\sqrt{61}+50) = 62+\dfrac{40}{3}+5\sqrt{61} \approx 114,38$.

Bài 3. Để chuẩn bị cho một buổi triển lãm quốc tế, các trang sức có giá trị lớn được đặt bảo mật trong các khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ và đặt lên phía trên một trụ hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị là mét) sao cho $A'(0;0;0)$, $A(0;0;1)$, $B(0;\dfrac{1}{2};1)$. Biết rằng, ban tổ chức dự định dùng các tấm kính cường lực hình tam giác cân có cạnh bên là 60 cm để ráp lại thành khối chóp nói trên. Khi đó, tọa độ điểm S là

$(a;b;c)$. Tính giá trị của $a+b+c$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



✍ *Hướng dẫn giải.* Đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $AB=\sqrt{(0-0)^2+(\frac{1}{2}-0)^2+(1-1)^2}=\frac{1}{2}$ m.

Tọa độ các đỉnh đáy: $A(0;0;1), B(0;\frac{1}{2};1), C(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1), D(\frac{1}{2};0;1)$.

Hình chiếu I của S lên đáy là tâm hình vuông $ABCD \Rightarrow I(\frac{1}{4};\frac{1}{4};1)$.

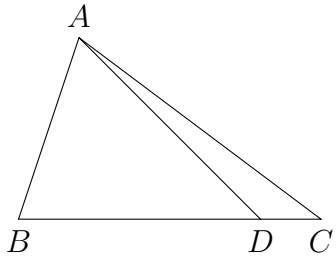
Gọi tọa độ $S(\frac{1}{4};\frac{1}{4};c)$ với $c>1$. Cạnh bên $SA=60$ cm $=0,6$ m.

$SA^2=\left(\frac{1}{4}-0\right)^2+\left(\frac{1}{4}-0\right)^2+(c-1)^2=0,6^2 \Leftrightarrow \frac{1}{16}+\frac{1}{16}+(c-1)^2=0,36$

$\Leftrightarrow (c-1)^2=0,36-0,125=0,235 \Rightarrow c=1+\sqrt{0,235}\approx 1,4847$.

Giá trị $a+b+c=0,25+0,25+1,4847=1,9847\approx 1,98$.

Bài 4. Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$. Một đội gồm bốn drone giao hàng A, B, C, D xếp đội hình bay có dạng tam giác ABC và D nằm trên cạnh BC sao cho $BD=4DC$. Tại thời điểm các drone có tọa độ là $A(80;20;80), B(70;20;20), C(420;120;12$ Khoảng cách giữa drone A và drone D bằng bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



✍ *Hướng dẫn giải.* Vì D nằm trên đoạn BC và $BD=4DC$ nên $\overrightarrow{BD}=4\overrightarrow{DC}$.

Gọi $D(x;y;z)$, ta có: $(x-70;y-20;z-20)=4(420-x;120-y;120-z)$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-70=1680-4x \\ y-20=480-4y \\ z-20=480-4z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5x=1750 \\ 5y=500 \\ 5z=500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=350 \\ y=100 \\ z=100 \end{cases} \Rightarrow D(350;100;100).$$

Khoảng cách $AD=\sqrt{(350-80)^2+(100-20)^2+(100-80)^2}=\sqrt{270^2+80^2+20^2}$

$=\sqrt{72900+6400+400}=\sqrt{79700}\approx 282,31$.

Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị: 282 m.

Bài 5. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + bx^2 + cx + 1$ $(b, c \in \mathbb{R})$, biết $M(-1; -3)$ là một điểm cực trị của hàm số. Tính $f(5)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $f'(x) = 3x^2 + 2bx + c$.

Vì $M(-1; -3)$ là điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} f(-1) = -3 \\ f'(-1) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^3 + b(-1)^2 + c(-1) + 1 = -3 \\ 3(-1)^2 + 2b(-1) + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b - c = -3 \\ -2b + c = -3 \end{cases}$$

Lấy (1) + (2) ta được: $-b = -6 \Rightarrow b = 6$.

Thay $b = 6$ vào (1) ta được: $6 - c = -3 \Rightarrow c = 9$.

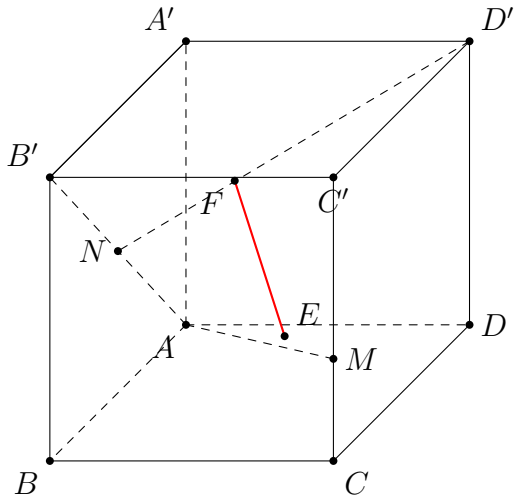
Khi đó hàm số là $f(x) = x^3 + 6x^2 + 9x + 1$.

Giá trị cần tính là:

$$f(5) = 5^3 + 6 \cdot 5^2 + 9 \cdot 5 + 1 = 125 + 150 + 45 + 1 = 321.$$

Vậy $f(5) = 321$.

Bài 6. Bạn Minh đang được học trong phòng hình lập phương có cạnh bằng 4 mét và phát hiện ra hai con nhện đang chăng chỉ trong góc căn phòng để săn Muỗi, hai con nhện luôn di chuyển trên hai đường thẳng khác nhau. Giả sử căn phòng được mô hình hóa là hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ với $ABCD$ là nền phòng của Minh thì con nhện thứ nhất được coi như điểm E di chuyển trên đường dây tơ nối từ đỉnh A đến trung điểm M của CC', con nhện thứ hai được coi như điểm F di chuyển trên đường dây tơ nối từ D' đến tâm N của mặt bên $ABB'A'$.
Minh tự hỏi khi đoạn thẳng nối hai con nhện EF vuông góc với chân tường phòng AB thì khoảng cách nhỏ nhất giữa hai con nhện là độ dài nhỏ nhất của EF bằng bao nhiêu? Em hãy giúp bạn Minh xác định giá trị nhỏ nhất $\mathcal{M}$ của đoạn thẳng EF này theo đơn vị mét. Tìm $2\mathcal{M}$? (Không làm tròn các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng $2\mathcal{M}$ đến hàng phần chục theo đơn vị tính độ dài EF là mét).



Hướng dẫn giải. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $A(0; 0; 0)$, $B(4; 0; 0)$, $D(0; 4; 0)$, $A'(0; 0; 4)$.

Khi đó: $C(4; 4; 0)$, $C'(4; 4; 4) \Rightarrow M(4; 4; 2)$. Tâm N của $ABB'A'$ là $N(2; 0; 2)$. Đỉnh $D'(0; 4; 4)$.

- Điểm $E \in AM \Rightarrow \overrightarrow{AE} = t\overrightarrow{AM} = (4t; 4t; 2t)$ với $t \in [0; 1]$.

- Điểm $F \in D'N \Rightarrow \overrightarrow{D'F} = u\overrightarrow{D'N} = u(2; -4; -2) \Rightarrow F(2u; 4 - 4u; 4 - 2u)$ với $u \in [0; 1]$.

$\overrightarrow{EF} = (2u - 4t; 4 - 4u - 4t; 4 - 2u - 2t)$.

Vì $EF \perp AB$ nên $\overrightarrow{EF} \cdot \vec{i} = 0 \Leftrightarrow 2u - 4t = 0 \Leftrightarrow u = 2t$. Do $u \in [0; 1] \Rightarrow t \in [0; 0,5]$.

Khi đó $EF^2 = (4 - 12t)^2 + (4 - 6t)^2 = 144t^2 - 96t + 16 + 36t^2 - 48t + 16 = 180t^2 - 144t + 32$.

Xét hàm $g(t) = 180t^2 - 144t + 32$ trên $[0; 0,5]$, đạt giá trị nhỏ nhất tại $t = \dfrac{144}{2 \cdot 180} = 0,4$ (thỏa mãn).

$\mathcal{M}^2 = g(0,4) = 3,2 \Rightarrow \mathcal{M} = \sqrt{3,2}$.

Giá trị $2\mathcal{M} = 2\sqrt{3,2} \approx 3,5777$. Làm tròn đến hàng phần chục: $2\mathcal{M} = 3,6$.

TOÁN THẦY KHA
ĐỀ SỐ 25
(Đề gồm có 5 trang)

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ I 2026 - 2027
Môn: TOÁN 12
Thời gian làm bài: 90 phút, không kể thời gian phát đề

Phần I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12 mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.*

Câu 1. Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $B(1;2;-3), C(7;5;3)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$.

Ⓐ $E(3;9;-1)$. Ⓑ $E(3;3;-1)$.
Ⓒ $E\left(3;\frac{8}{3};-\frac{8}{3}\right)$. Ⓓ $E(2;3;1)$.

Hướng dẫn giải. Gọi $E(x;y;z)$. Ta có $\overrightarrow{CE}=(x-7;y-5;z-3)$ và $\overrightarrow{EB}=(1-x;2-y;-3-z)$.

Đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$ tương đương với: $\begin{cases}x-7=2(1-x)\\y-5=2(2-y)\\z-3=2(-3-z)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x=9\\3y=9\\3z=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=3\\y=3\\z=-1\end{cases}$.

Vậy $E(3;3;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ dưới

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Khẳng định nào đúng?

Ⓐ $\min\limits_{[-1;3]} f(x)=-1$. Ⓑ $\min\limits_{[-1;3]} f(x)=1$.
Ⓒ $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=5$. Ⓓ $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=4$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$, ta thấy giá trị cao nhất của hàm số là 5 tại $x=0$ và giá trị thấp nhất là 0 tại $x=-1$.
Vậy $\max_{[-1;3]} f(x)=5$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-2;6)$. Khi đó độ dài của vectơ $\vec{a}$ là

Ⓐ $|\vec{a}|=44$. Ⓑ $|\vec{a}|=\sqrt{11}$. Ⓒ $|\vec{a}|=6$. Ⓓ $|\vec{a}|=2\sqrt{11}$.

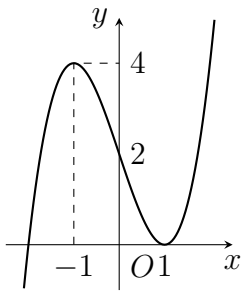
Hướng dẫn giải. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ là $|\vec{a}|=\sqrt{2^2+(-2)^2+6^2}=\sqrt{4+4+36}=\sqrt{44}=2\sqrt{11}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=2\vec{i}-5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

Ⓐ $(2;-5;0)$. Ⓑ $(0;2;-5)$. Ⓒ $(2;0;5)$. Ⓓ $(2;0;-5)$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\vec{u}=2\vec{i}+0\vec{j}-5\vec{k}$, do đó tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là $(2;0;-5)$.

Câu 5. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



Ⓐ $y = x^3 - 3x + 2$.
Ⓑ $y = -x^3 + 3x + 2$.
Ⓒ $y = x^2 - x + 2$.
Ⓓ $y = -x^2 + x - 2$.

Hướng dẫn giải. Đồ thị hàm số đi qua các điểm $(-1;4), (0;2), (1;0)$.
Thay tọa độ điểm $(1;0)$ vào phương án A: $1^3 - 3(1) + 2 = 0$ (đúng).
Kiểm tra điểm $(-1;4)$ với phương án A: $(-1)^3 - 3(-1) + 2 = -1 + 3 + 2 = 4$ (đúng).
Đồ thị là hàm bậc ba có hệ số $a > 0$ nên phương án A là chính xác.

Câu 6. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = -x^3 - 3x^2 + 1$ trên khoảng $(-\infty; -1)$ là

Ⓐ 1..
Ⓑ -1..
Ⓒ -3..
Ⓓ Không tồn tại..

Hướng dẫn giải. Chọn C.

Ta có $f'(x) = -3x^2 - 6x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \text{ (n)} \\ x = 0 \text{ (l)} \end{array}\right.$. Bảng biến thiên trên $(-\infty; -1)$:

x	$-\infty$		-2		-1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-1

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{(-\infty;-1)} y = -3 = f(-2)$.

Câu 7. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$, $(ad - bc \neq 0; c \neq 0)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	2	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	2

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là

Ⓐ $y = -1$.
Ⓑ $y = 2$.
Ⓒ $x = 2$.
Ⓓ $x = -1$.

Hướng dẫn giải. Dựa vào bảng biến thiên, khi $x \to -1^-$ thì $y \to +\infty$ và khi $x \to -1^+$ thì $y \to -\infty$. Do đó $x = -1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (1; -2; 1)$, $\vec{b} = (-2; 1; 1)$. Góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là

Ⓐ $30°$. Ⓑ $120°$. Ⓒ $60°$. Ⓓ $150°$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \dfrac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \dfrac{1(-2) + (-2)1 + 1(1)}{\sqrt{1^2 + (-2)^2 + 1^2} \cdot \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} = \dfrac{-3}{\sqrt{6} \cdot \sqrt{6}} = -\dfrac{1}{2}$.
Suy ra $(\vec{a}, \vec{b}) = 120°$.

Câu 9. Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EH}$ bằng vectơ nào?

Ⓐ $\overrightarrow{AH}$. Ⓑ $\overrightarrow{CE}$. Ⓒ $\overrightarrow{AE}$. Ⓓ $\overrightarrow{AG}$.

Hướng dẫn giải. Trong hình hộp $ABCD.EFGH$, ta có $\overrightarrow{CG} = \overrightarrow{AE}$ và $\overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AD}$.
Khi đó: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{CG} + \overrightarrow{EH} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AE} = \overrightarrow{AG}$.

Câu 10. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của cạnh BB'. Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}, \overrightarrow{CB} = \vec{b}, \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

Ⓐ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \dfrac{1}{2}\vec{b}$. Ⓑ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \dfrac{1}{2}\vec{a}$.
Ⓒ $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \dfrac{1}{2}\vec{c}$. Ⓓ $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \dfrac{1}{2}\vec{b}$.

Hướng dẫn giải. Ta có $\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = (\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA}) + \dfrac{1}{2}\overrightarrow{BB'}$.
Vì $ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ nên $\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AA'} = \vec{c}$.
Do đó $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \dfrac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 11. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 24x + 1$ trên đoạn $[2; 19]$.

Ⓐ $1 - 32\sqrt{2}$. Ⓑ -39. Ⓒ $1 + 32\sqrt{2}$. Ⓓ -44.

Hướng dẫn giải. Ta có $y' = 3x^2 - 24$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 = 24 \Leftrightarrow x = \pm\sqrt{8} = \pm 2\sqrt{2}$.
Vì xét trên đoạn $[2; 19]$ nên ta nhận $x = 2\sqrt{2}$.
Tính các giá trị:
$y(2) = 2^3 - 24(2) + 1 = -39$.
$y(2\sqrt{2}) = (2\sqrt{2})^3 - 24(2\sqrt{2}) + 1 = 16\sqrt{2} - 48\sqrt{2} + 1 = 1 - 32\sqrt{2} \approx -44,25$.
$y(19) = 19^3 - 24(19) + 1 = 6404$.
So sánh các giá trị trên, ta thấy giá trị nhỏ nhất là $1 - 32\sqrt{2}$.

Câu 12. Để doanh thu cao nhất trong mùa hè năm 2024, Ban quản lý bể bơi thành phố tiến hành thăm dò dư luận. Cho thấy số khách đến bơi thay đổi phụ thuộc vào giá vé x theo hàm cầu là: $y(x) = -\dfrac{1}{50}x + 1300$, với x là giá mỗi vé bơi (đơn vị đồng). Tính doanh thu cao nhất của bể bơi đó.

Ⓐ $21\,125\,000$. Ⓑ $21\,225\,000$. Ⓒ $21\,152\,000$. Ⓓ $22\,125\,000$.

Hướng dẫn giải. Doanh thu $R(x) = x \cdot y(x) = x\left(-\dfrac{1}{50}x + 1300\right) = -\dfrac{1}{50}x^2 + 1300x$.

Đây là hàm bậc hai có bề lõm hướng xuống, đạt cực đại tại $x = \dfrac{-1300}{2 \cdot (-1/50)} = 32\,500$.

Doanh thu cao nhất là $R(32\,500) = 21\,125\,000$ (đồng). Chọn phương án A.

Phần II. Trắc nghiệm đúng sai *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4 mỗi ý a) b) c) d) thí sinh chọn đúng hoặc sai*

Bài 1. Một hệ thống điều khiển tự động đang rót chất lỏng vào bồn chứa. Thể tích V (lít) của chất lỏng trong bồn chứa theo thời gian rót t (phút) được mô tả bởi công thức: $V(t) = (t^2 + 10t + 100) \cdot e^{-0,02t} + 50$ với $0 \le t \le 100$. Gọi $V'(t)$ là tốc độ rót chất lỏng vào bồn chứa tại thời điểm t.

a) Ban đầu trong bồn chứa 50 lít chất lỏng.

b) Tốc độ rót chất lỏng vào bồn lớn nhất khoảng 24, 57 lít/phút (Kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Hàm số tốc độ rót chất lỏng được tính theo công thức $G(t) = -0,02(2t + 10) \cdot e^{-0,02t}$ với $0 \le t \le 100$.

d) Thể tích lớn nhất của chất lỏng trong bồn chứa bằng 1557 lít (Kết quả được làm tròn đến hàng đơn vị).

Hướng dẫn giải. a) Sai. Tại $t = 0$, $V(0) = 100 \cdot e^0 + 50 = 150$ lít.

b) Đúng. Tốc độ rót $V'(t) = (-0,02t^2 + 1,8t + 8)e^{-0,02t}$. Khảo sát hàm này trên $[0; 100]$ ta có $V'_{\max} \approx 24,57$ tại $t \approx 9,24$.

c) Sai. Đạo hàm của $V(t)$ không khớp với công thức $G(t)$ đã cho.

d) Đúng. Thể tích đạt cực đại khi $V'(t) = 0 \Leftrightarrow t \approx 94,24$. Khi đó $V(t) \approx 1557$ lít.

Bài 2. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + 1}{bx + c}$ $(a, b, c \in \mathbb{R}$ và $b \ne 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	2	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	2

a) Hàm số không có giá trị lớn nhất trên $(-1; 5]$.

b) Biết $f(0) = 1$. Giá trị $a + b + c = 4$.

c) Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số lần lượt là $x = -1; y = 2$.

d) $y' > 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải. a) Sai. Trên $(-1; 5]$, hàm số liên tục và đồng biến nên đạt giá trị lớn nhất tại $x = 5$.

b) Đúng. Từ tiệm cận đứng $x = -1 \Rightarrow c = b$. Từ tiệm cận ngang $y = 2 \Rightarrow a = 2b$. Với $f(0) = 1 \Rightarrow 1/c = 1 \Rightarrow c = 1$. Vậy $a = 2, b = 1, c = 1$. Tổng $a + b + c = 4$.

c) Đúng. Dựa vào bảng biến thiên ta xác định được các đường tiệm cận.

d) Sai. Đạo hàm dương trên từng khoảng xác định $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$, không phải trên toàn bộ $\mathbb{R}$.

Bài 3. Cho hàm số $y = f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{32 - x}$.

a) Hàm số có tập xác định là $(0; 32)$.

b) $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} + \dfrac{1}{2\sqrt{32 - x}}$.

c) Phương trình $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

d) Hàm số đạt giá trị lớn nhất là M và giá trị nhỏ nhất là m thì $\dfrac{m}{M} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải. a) Sai. Tập xác định đúng là đoạn $[0; 32]$.

b) Sai. Đạo hàm đúng là $f'(x) = \dfrac{1}{2\sqrt{x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{32 - x}}$.

c) Sai. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{32 - x} = \sqrt{x} \Leftrightarrow x = 16$. Chỉ có 1 nghiệm.

d) Đúng. $M = f(16) = 8$, $m = f(0) = f(32) = 4\sqrt{2}$. Tỉ số $\dfrac{4\sqrt{2}}{8} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Bài 4. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A(1; 2; 3), B(-3; 4; -1), C(2; 0; -2)$.

a) Góc $\widehat{ABC}$ là góc lớn hơn $60°$.

b) Gọi $D(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$. Khi đó $a + b + 2c = 22$.

c) Gọi E là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A, B, E thẳng hàng. Khi đó tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm E bằng $\dfrac{3}{2}$.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm của AB. Khi đó $\overrightarrow{IG} = (-1; 1; 1)$.

Hướng dẫn giải. a) Sai. Tính $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC}}{|\overrightarrow{BA}| \cdot |\overrightarrow{BC}|} = \dfrac{24}{6\sqrt{42}} \approx 0,617$. Do $0,617 > 0,5 = \cos 60°$ nên góc nhỏ hơn $60°$.

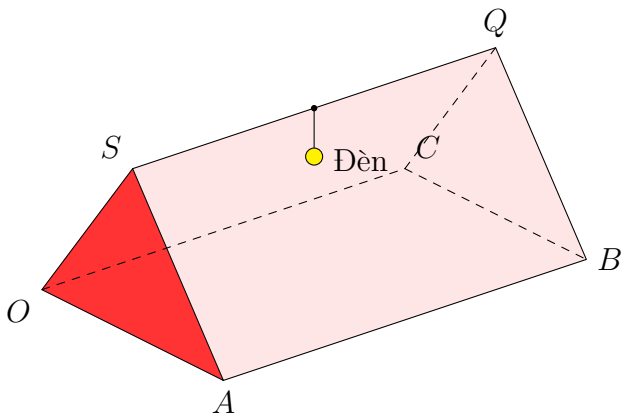
b) Đúng. Tính toán được $D(-10; 12; 10)$, do đó $a + b + 2c = -10 + 12 + 20 = 22$.

c) Đúng. $E \in Oxy \Rightarrow z = 0$. Vì A, B, E thẳng hàng nên $E(-2; 3, 5; 0)$. Tổng các tọa độ là $1, 5 = 3/2$.

d) Sai. $G(0; 2; 0)$ và $I(-1; 3; 1)$. Ta có $\overrightarrow{IG} = (0 - (-1); 2 - 3; 0 - 1) = (1; -1; -1)$.

Phần III. Câu trả lời ngắn *Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6*

Bài 1. Hình bên dưới minh họa một cái lều hai mái là hai hình chữ nhật giống nhau trong không gian $Oxyz$. Biết các kích thước của mái lều là $SA = 5$m, $AB = 10$m, độ cao từ S xuống mặt đất là 4m. Bạn An muốn trang trí chiếc lều bằng cách treo các sợi dây cờ trang trí từ các góc lều O, A, B, C đến đuôi một chiếc đèn treo từ vị trí chính giữa của SQ, cách SQ bằng 30cm. Hỏi tổng chiều dài sợi dây cờ trang trí tối thiểu bạn An cần mua là bao nhiêu mét? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



✍ *Hướng dẫn giải.* Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho mặt đất là mặt phẳng (Oxy).

Gọi OA là chiều rộng của lều. Hình chiếu của S lên mặt đất là trung điểm H của OA.

Ta có $SH = 4$, $SA = 5 \Rightarrow HA = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3 \Rightarrow OA = 6$m.

Tọa độ các góc: $O(0;0;0), A(6;0;0), B(6;10;0), C(0;10;0)$.

Đỉnh lều: $S(3;0;4), Q(3;10;4)$.

Trung điểm SQ là $M(3;5;4)$. Đèn L treo dưới M một khoảng $0,3$m nên $L(3;5;4-0,3) = (3;5;3,7)$.

Vì tính đối xứng, khoảng cách từ L đến 4 góc O, A, B, C là bằng nhau:

$LO = \sqrt{(3-0)^2 + (5-0)^2 + (3,7-0)^2} = \sqrt{9 + 25 + 13,69} = \sqrt{47,69} \approx 6,9058$ m.

Tổng chiều dài dây cờ: $T = 4 \cdot LO = 4 \cdot \sqrt{47,69} \approx 27,623$ m.

Làm tròn kết quả: $27,6$ m.

Bài 2. Để sản xuất một mặt hàng phục vụ ngày tết, một doanh nghiệp có kế hoạch vay ngắn hạn số tiền 150 triệu đồng trong vòng 1 tháng, với lãi suất là 4%/tháng. Tổng chi phí để sản xuất và kinh doanh x sản phẩm là

$$V(x) = 1,4x - 600 + \frac{50000}{x} \text{ (đơn vị: triệu đồng), với } x \text{ là số nguyên dương.}$$

Biết rằng, giá bán một sản phẩm là $1,2$ triệu đồng, doanh nghiệp chịu thuế thu nhập là 17% tính trên tổng lợi nhuận thu được sau khi sản xuất và bán hết x sản phẩm. Hỏi sau 1 tháng sản xuất và kinh doanh như trên, doanh nghiệp trả hết phần nợ vay ngân hàng thì còn số tiền lợi nhuận nhiều nhất là bao nhiêu (đơn vị: triệu đồng)?

✍ *Hướng dẫn giải.* Lãi suất vay ngân hàng sau 1 tháng là: $150 \cdot 4\% = 6$ (triệu đồng).

Tổng doanh thu thu được khi bán hết x sản phẩm là: $R(x) = 1,2x$ (triệu đồng).

Lợi nhuận của doanh nghiệp trước khi đóng thuế và trả lãi là:

$$G(x) = R(x) - V(x) = 1,2x - \left(1,4x - 600 + \frac{50000}{x}\right) = 600 - 0,2x - \frac{50000}{x}$$

Để tối đa hóa lợi nhuận, ta xét hàm $g(x) = 600 - 0,2x - \dfrac{50000}{x}$ với $x > 0$.

Ta có $g'(x) = -0,2 + \dfrac{50000}{x^2}$. Cho $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = \dfrac{50000}{0,2} = 250000 \Rightarrow x = 500$ (do x nguyên dương).

Lợi nhuận gộp tối đa là $G(500) = 600 - 100 - 100 = 400$ (triệu đồng).

Lợi nhuận chịu thuế (sau khi trừ lãi vay) là: $400 - 6 = 394$ (triệu đồng).

Thuế thu nhập phải nộp: $394 \cdot 17\% = 66,98$ (triệu đồng).

Lợi nhuận ròng sau thuế: $394 - 66,98 = 327,02$ (triệu đồng).

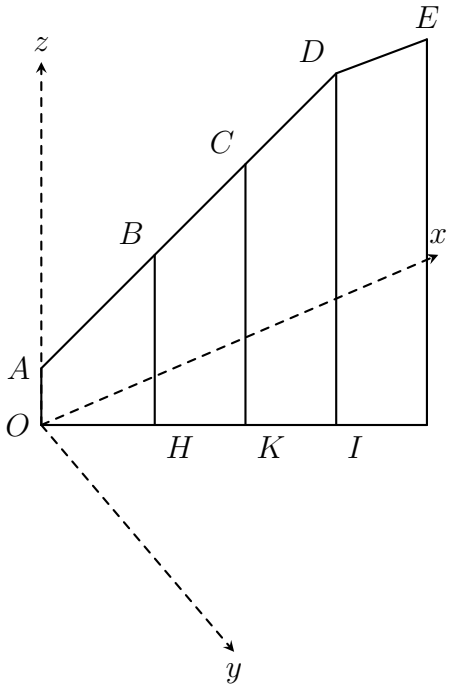
Sau khi trả hết nợ gốc vay ngân hàng (150 triệu), số tiền lợi nhuận còn lại là:

$$327,02 - 150 = 177,02 \text{ (triệu đồng).}$$

Làm tròn đến số nguyên gần nhất, kết quả là 177.

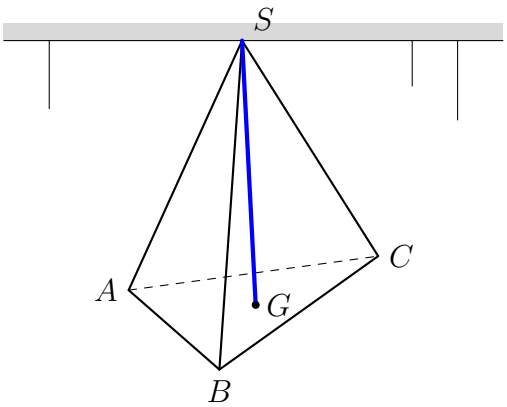
Bài 3. Tại khu du lịch nhà đầu tư muốn xây dựng một hệ thống cáp treo đi từ ngọn đồi A sang ngọn đồi E với tốc độ không đổi là $0,5$ (m/s). Trên bản thiết kế hai ngọn đồi được đặt vào hệ trục tọa độ $Oxyz$, đơn vị trên trục là 10 m và mặt đất chính là mặt phẳng (Oxy). Biết rằng điểm $A(0;0;3)$ và $E(16;16;10)$. Hệ thống cáp treo có thêm 3 trụ là HB, KC, ID vuông góc với mặt đất và tọa độ $H(4;4;0), K(8;8;0), I(12;12;0)$, các điểm A, B, C, D, E thẳng hàng với nhau. Một toa

cáp treo đi từ điểm A đến điểm B mất 2 phút. Hỏi toa cáp treo cần bao nhiêu giây để đi từ điểm A đến điểm E (làm tròn đến đơn vị giây)?



Hướng dẫn giải. Vì các điểm A, B, C, D, E thẳng hàng nên hình chiếu của chúng trên mặt phẳng (Oxy) cũng thẳng hàng. Gọi A', B', C', D', E' lần lượt là hình chiếu của A, B, C, D, E lên (Oxy).
Ta có $A'(0;0;0), H(4;4;0), K(8;8;0), I(12;12;0), E'(16;16;0)$.
Khoảng cách giữa các hình chiếu này là bằng nhau: $A'H = HK = KI = IE' = \sqrt{4^2+4^2} = 4\sqrt{2}$.
Do các trụ vuông góc với mặt đất nên các đoạn AB, BC, CD, DE cũng có độ dài bằng nhau.
Suy ra $AE = 4 \cdot AB$.
Vì vận tốc không đổi, thời gian đi từ A đến E sẽ gấp 4 lần thời gian đi từ A đến B.
Thời gian từ A đến B là 2 phút $= 120$ giây.
Vậy thời gian đi từ A đến E là: $120 \cdot 4 = 480$ (giây).

Bài 4. Một kiến trúc sư đang thiết kế hệ thống đèn thả nghệ thuật cho sảnh của một khách sạn. Cấu trúc gồm một móc treo chính S gắn cố định trên trần nhà. Từ móc S, có ba sợi cáp thép treo ba bóng đèn giống nhau tại các vị trí A, B, C.



Thông số kỹ thuật được cho như sau: chiều dài ba sợi cáp đều bằng $2,4$ m. Do cách bố trí nghệ thuật bất đối xứng, góc tạo bởi các sợi cáp tại móc treo S là $\widehat{ASB} = 60°, \widehat{BSC} = 90°, \widehat{CSA} = 120°$. Để giúp dây điện và tăng độ cứng vững, kiến trúc sư lắp thêm một thanh trục cứng rỗng nối từ

đỉnh S đến trọng tâm G của tam giác ABC. Tính chiều dài của thanh trục SG (làm tròn đến hàng phần trăm).

Hướng dẫn giải. Gọi $\overrightarrow{SA}, \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{SC}$ là các vectơ tương ứng với các sợi cáp. Ta có $|\overrightarrow{SA}| = |\overrightarrow{SB}| = |\overrightarrow{SC}| = 2,4$ m.

Theo giả thiết về góc, ta có: $\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} = 2,4^2 \cdot \cos 60^\circ = \dfrac{1}{2} \cdot 2,4^2$;

$\overrightarrow{SB} \cdot \overrightarrow{SC} = 2,4^2 \cdot \cos 90^\circ = 0$;

$\overrightarrow{SC} \cdot \overrightarrow{SA} = 2,4^2 \cdot \cos 120^\circ = -\dfrac{1}{2} \cdot 2,4^2$.

Vì G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{SG} = \dfrac{1}{3}(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC})$.

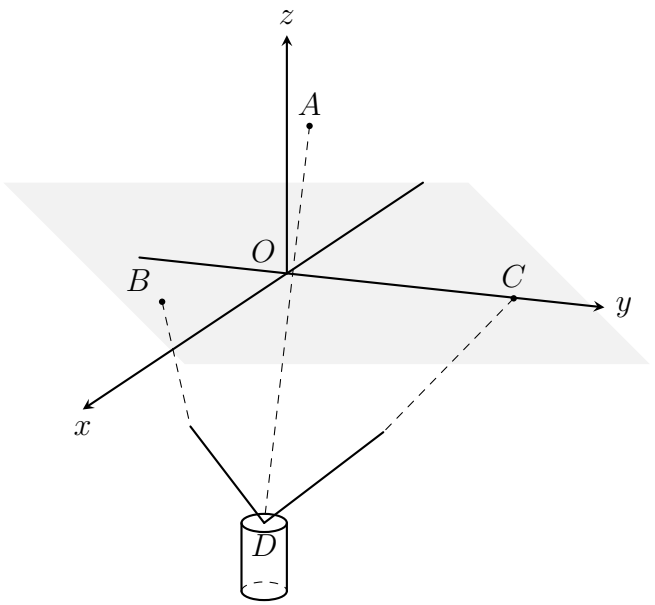
Độ dài thanh trục SG: $SG^2 = \left|\overrightarrow{SG}\right|^2 = \dfrac{1}{9}\left(\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC}\right)^2 = \dfrac{1}{9}\left[SA^2 + SB^2 + SC^2 + 2(\overrightarrow{SA} \cdot \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SB} \cdot$

$SG^2 = \dfrac{1}{9}\left[3 \cdot 2,4^2 + 2\left(\dfrac{1}{2} \cdot 2,4^2 + 0 - \dfrac{1}{2} \cdot 2,4^2\right)\right] = \dfrac{3 \cdot 2,4^2}{9} = \dfrac{2,4^2}{3}$.

$\Rightarrow SG = \dfrac{2,4}{\sqrt{3}} \approx 1,39$ (m).

Vậy chiều dài thanh trục SG là $1,39$ m.

Bài 5. Trong không gian $Oxyz$, một vật được treo bằng ba sợi dây không dãn, mỗi sợi dây có một đầu lần lượt được gắn tại các điểm $A(-2;-1;0)$, $B(2;-1;0)$, $C(0;4;0)$, còn đầu kia được gắn với vật tại điểm $D(0;0;-4)$ như hình vẽ (trong đó mặt phẳng (Oxy) song song với mặt đất, trục Oz hướng thẳng lên trên).



Biết rằng mỗi sợi dây được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 15 N. Để không dây nào bị đứt thì trọng lượng tối đa của vật bằng bao nhiêu Newton (không làm tròn kết quả các phép tính trung gian, chỉ làm tròn kết quả cuối cùng đến hàng phần mười)?

Hướng dẫn giải. Gọi $\vec{T}_A, \vec{T}_B, \vec{T}_C$ lần lượt là các lực căng của dây tại các điểm A, B, C tác dụng lên vật tại D và P là trọng lượng của vật.

Ta có các vectơ chỉ phương của các sợi dây là:

- $\overrightarrow{DA} = (-2;-1;4) \Rightarrow |\overrightarrow{DA}| = \sqrt{(-2)^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{21}$.
- $\overrightarrow{DB} = (2;-1;4) \Rightarrow |\overrightarrow{DB}| = \sqrt{2^2 + (-1)^2 + 4^2} = \sqrt{21}$.
- $\overrightarrow{DC} = (0;4;4) \Rightarrow |\overrightarrow{DC}| = \sqrt{0^2 + 4^2 + 4^2} = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$.

Các vectơ lực căng dây có dạng: $\vec{T}_A = \dfrac{T_A}{\sqrt{21}}(-2;-1;4)$; $\vec{T}_B = \dfrac{T_B}{\sqrt{21}}(2;-1;4)$; $\vec{T}_C = \dfrac{T_C}{4\sqrt{2}}(0;4;4) = \dfrac{T_C}{\sqrt{2}}(0;1;1)$.

Vật cân bằng khi $\vec{T}_A + \vec{T}_B + \vec{T}_C + \vec{P} = \vec{0}$, với $\vec{P} = (0;0;-P)$.

Ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} -\dfrac{2T_A}{\sqrt{21}} + \dfrac{2T_B}{\sqrt{21}} = 0 \\ -\dfrac{T_A}{\sqrt{21}} - \dfrac{T_B}{\sqrt{21}} + \dfrac{T_C}{\sqrt{2}} = 0 \\ \dfrac{4T_A}{\sqrt{21}} + \dfrac{4T_B}{\sqrt{21}} + \dfrac{T_C}{\sqrt{2}} = P \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} T_A = T_B = T \\ \dfrac{T_C}{\sqrt{2}} = \dfrac{2T}{\sqrt{21}} \\ P = \dfrac{8T}{\sqrt{21}} + \dfrac{2T}{\sqrt{21}} = \dfrac{10T}{\sqrt{21}} \end{cases}$$

Từ $T_C = \dfrac{2\sqrt{2}}{\sqrt{21}}T \approx 0,617T$, suy ra $T_C < T$.

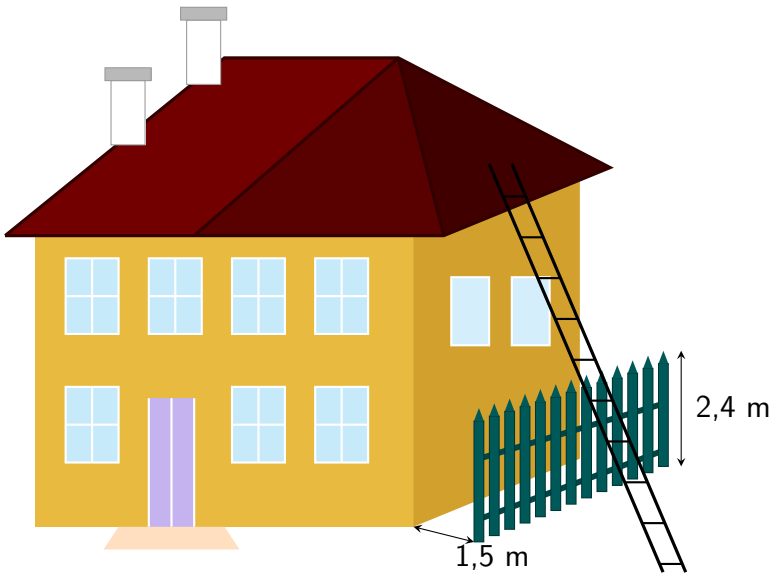
Vậy dây DA và DB chịu lực căng lớn nhất.
Để dây không đứt, ta cần $T \leq 15$ N.

Trọng lượng tối đa ứng với $T = 15$ N:

$$P = \frac{10 \cdot 15}{\sqrt{21}} = \frac{150}{\sqrt{21}} \approx 32,7 \text{ N}.$$

Vậy trọng lượng tối đa của vật là $32,7$ N.

Bài 6. Một ông chủ nhà muốn làm một cái thang cứu hộ khi có nguy hiểm xảy ra. Ông ta muốn làm cái thang để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào ngôi nhà. Với hàng rào cao $2,4$ m được đặt song song và cách bức tường nhà $1,5$ m. Chiều dài ngắn nhất của cây thang (đơn vị: cm) để nó đứng dưới đất vươn qua hàng rào tựa vào nhà là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)?



Hướng dẫn giải. Gọi L là chiều dài của thang. Giả sử chân thang đặt tại A trên mặt đất, thang tựa vào tường tại B và đi qua đỉnh hàng rào tại C.

Đặt H là chân tường nhà. Theo đề bài, hàng rào có chiều cao $h = 2,4$ m và cách tường một khoảng $d = 1,5$ m.

Gọi α là góc tạo bởi thang và mặt đất $(0 < \alpha < \dfrac{\pi}{2})$.

Từ hình vẽ, ta có chiều dài thang $L = AC + CB$.

Trong tam giác vuông tại chân hàng rào, ta có: $AC = \dfrac{2,4}{\sin\alpha}$.

Trong tam giác vuông tại B (với cạnh kề bằng khoảng cách từ hàng rào đến tường), ta có phần thang từ hàng rào đến tường là: $CB = \dfrac{1,5}{\cos\alpha}$.

Do đó, chiều dài thang là một hàm số theo α:

$$L(\alpha) = \frac{2,4}{\sin\alpha} + \frac{1,5}{\cos\alpha}$$

Để tìm chiều dài ngắn nhất, ta tính đạo hàm $L'(\alpha)$:

$$L'(\alpha) = -\frac{2,4\cos\alpha}{\sin^2\alpha} + \frac{1,5\sin\alpha}{\cos^2\alpha}$$

Cho $L'(\alpha) = 0 \Leftrightarrow 1,5\sin^3\alpha = 2,4\cos^3\alpha \Leftrightarrow \tan^3\alpha = \dfrac{2,4}{1,5} = 1,6 \Rightarrow \tan\alpha = \sqrt[3]{1,6} \approx 1,1696$.

Khi đó $\alpha \approx 49,47°$.

Giá trị nhỏ nhất của chiều dài thang là:

$$L_{\min} = \frac{2,4}{\sin(49,47°)} + \frac{1,5}{\cos(49,47°)} \approx 3,157 + 2,308 = 5,465 \text{ (m)}.$$

Đổi đơn vị sang cm: $5,465$ m $= 546,5$ cm.

Làm tròn đến hàng đơn vị, ta được kết quả là 547 cm.