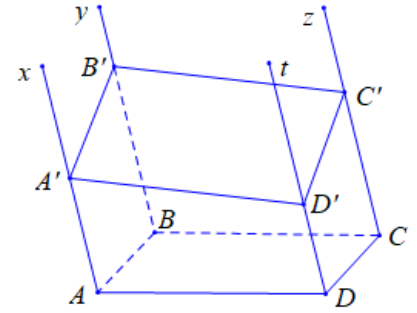


Họ và tên thí sinh:..... SBD:.....

Mã đề thi
0101

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hình bình hành $ABCD$. Qua các đỉnh A, B, C, D lần lượt vẽ các nửa đường thẳng song song Ax, By, Cz, Dt nằm về cùng một phía đối với mặt phẳng $ABCD$ và không nằm trong mặt phẳng đó. Một mặt phẳng (α) cắt các nửa đường thẳng trên lần lượt tại các điểm A', B', C', D' (tham khảo hình vẽ). Biết rằng độ dài các đoạn thẳng $AA' = 8, BB' = 12, DD' = 6$. Tính độ dài đoạn thẳng CC' .



A. $CC' = 9$.

B. $CC' = \frac{17}{2}$.

C. $CC' = 10$.

D. $CC' = \frac{21}{2}$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2-x & \text{nếu } x < 1 \\ 3 & \text{nếu } x = 1 \\ x^2 - x + 3 & \text{nếu } x > 1 \end{cases}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = 3$.

B. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$.

C. $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = f(1)$.

D. Hàm số liên tục tại $x = 1$.

Câu 3. Cho $a, b \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $\log_4 \left(\frac{a^2}{b^4} \right) = 1$. Chọn mệnh đề đúng.

A. $a^4 = 4b^8$.

B. $2a = b^2$.

C. $a = 2b^2$.

D. $a^4 = 16b^8$.

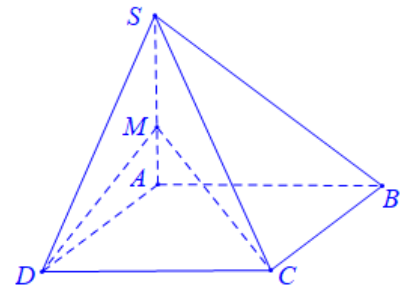
Câu 4. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy $ABCD$ là hình bình hành, M là điểm thuộc cạnh SA sao cho $SM = 2MA$ (tham khảo hình vẽ). Mặt phẳng (CDM) cắt cạnh SB tại N . Tỉ số $\frac{SN}{SB}$ bằng

A. $\frac{1}{2}$.

B. 2.

C. $\frac{2}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.



Câu 5. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$.

B. $y = \left(\frac{\pi}{4} \right)^x$.

C. $y = \log_{2026} x$.

D. $y = \left(\frac{e}{2} \right)^x$.

- B. Hai đường thẳng lần lượt nằm trên hai mặt phẳng phân biệt thì chéo nhau.
- C. Hai đường thẳng không có điểm chung thì chéo nhau.
- D. Hai đường thẳng phân biệt không có điểm chung thì chéo nhau.

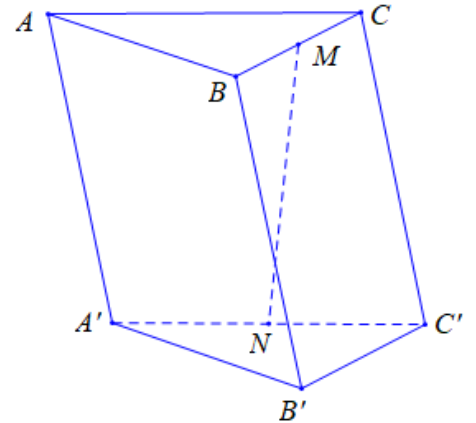
PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Dân số của một đô thị A mới thành lập từ đầu năm 2025 được dự báo theo hàm số: $f(t) = \frac{120t + 200}{t + 5}$. Trong đó, $f(t)$ là số dân (đơn vị: nghìn người) và t là số năm tính từ đầu năm 2025

($t = 0$ tương ứng với đầu năm 2025). Đặt $v(t_0) = \lim_{t \rightarrow t_0} \frac{f(t) - f(t_0)}{t - t_0}$, $t_0 \geq 0$. Khi đó ta gọi $v(t_0)$ là tốc độ tăng dân số của đô thị A tại thời điểm t_0 , đơn vị tính của $v(t_0)$ là nghìn người/năm.

- a) Tại thời điểm bắt đầu thành lập (đầu năm 2025), đô thị A có 40 (nghìn người).
- b) Về lâu dài dân số của đô thị A sẽ xấp xỉ 120 (nghìn người).
- c) Vào đầu năm 2030, tốc độ tăng dân số của đô thị A là $v(5) = 4$ (nghìn người/năm).
- d) Trong 10 năm đầu kể từ khi thành lập, tốc độ tăng dân số của đô thị A luôn lớn hơn hoặc bằng 2 (nghìn người/năm).

Câu 2. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $BC, A'C'$ (tham khảo hình vẽ).



- a) $AM \parallel (A'B'C')$.
- b) Hai đường thẳng MN và BB' cắt nhau.
- c) Giao điểm của đường thẳng BC' và mặt phẳng $(A'B'M)$ là giao điểm của hai đường thẳng BC' và $B'M$.
- d) Đường thẳng MN cắt mặt phẳng $(ABB'A')$.

Câu 3. Bạn Mạnh có 8 cuốn sách tham khảo khác nhau gồm: 4 cuốn sách Toán, 2 cuốn sách Lý, 2 cuốn sách Hóa. Bạn Mạnh xếp ngẫu nhiên 8 cuốn sách trên thành một hàng ngang lên kệ sách.

- a) Xác suất để 4 cuốn sách Toán xếp kề nhau là $\frac{1}{14}$.
- b) Số cách sắp xếp 8 cuốn sách lên kệ sách thành một hàng ngang là 40320 (cách).
- c) Xác suất để 2 cuốn sách Lý xếp kề nhau và 2 cuốn sách Hóa xếp kề nhau là $\frac{1}{28}$.
- d) Xác suất để các cuốn sách cùng môn không xếp kề nhau là $\frac{1}{35}$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) gồm vô hạn các phân tử có $u_2 = -\frac{1}{2}$, công bội $q = -\frac{1}{3}$.

- a) Số hạng thứ nhất của cấp số nhân là $u_1 = \frac{3}{2}$.
- b) Dãy số (u_n) là dãy số giảm.

c) Với $\forall n \in \mathbb{N}^*, n \geq 3$, ta có $u_n = \frac{(-1)^{n+1}}{2 \cdot 3^{n-2}}$.

d) Đặt $S = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n + \dots$. Khi đó $S = \frac{9}{8}$.

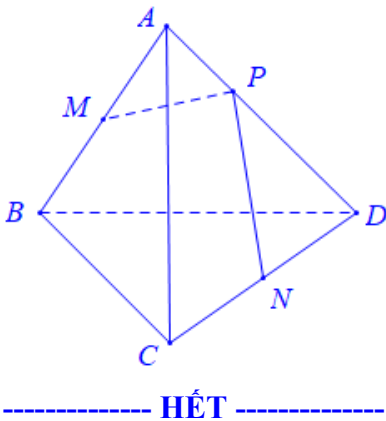
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2.

Câu 1. Để khuyến khích tinh thần học tập, một trung tâm ngoại ngữ đã thống kê điểm số bài kiểm tra cuối khóa của 160 học viên trong bảng sau:

Điểm số	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Số lượng học viên	10	30	65	40	15

Trung tâm quyết định trao quà cho 25% số học viên có điểm số cao nhất. Hỏi các học viên cần đạt ít nhất bao nhiêu điểm để nhận được quà của trung tâm? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 2. Tại một vùng núi hiểm trở, các kỹ sư quân sự thiết lập một hệ thống liên lạc gồm 4 trạm chính đặt tại các đỉnh của một tứ diện $ABCD$. Do đặc thù địa hình, các khoảng cách đo được như sau: $AC = AD = BC = BD = 2,5 \text{ km}$; $AB = 1,4 \text{ km}$; $CD = 4,8 \text{ km}$. Một đội cứu hộ đang di chuyển trên con đường nối giữa hai trạm A và D . Họ cần thiết lập một trạm tiếp sóng tạm thời tại vị trí P trên đoạn thẳng AD . Cùng lúc đó, có hai kỹ sư khác đang ở vị trí là điểm M và điểm N lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD . (tham khảo hình vẽ minh họa). Giá trị nhỏ nhất của tổng độ dài đường truyền tín hiệu từ M đến P và từ N đến P là bao nhiêu kilômét? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).



Câu 1. (2,0 điểm) Để chuẩn bị kinh phí mua một chiếc laptop trị giá 15 triệu đồng, bạn Nam đã quyết định nuôi một chiếc ống heo tiết kiệm. Vào tháng đầu tiên, Nam bỏ vào ống heo này 500.000 đồng. Kể từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng Nam đều bỏ vào ống heo số tiền nhiều hơn tháng trước là 100.000 đồng. Sau đúng 12 tháng duy trì việc tiết kiệm theo kế hoạch, tổng số tiền trong ống heo của Nam có đủ để mua chiếc laptop đó không? Nam còn thừa hay thiếu bao nhiêu triệu đồng?

Câu 2. (2,0 điểm) Để có kinh phí tổ chức chuyến đi thiện nguyện cuối hè, nhóm học sinh mở một tiệm bánh nhỏ kinh doanh hai loại sản phẩm là Bánh Mì Kẹp và Bánh Bao. Nhóm đã thiết kế hai thực đơn cho khách hàng như sau: Thực đơn 1 có giá 25 nghìn đồng, bao gồm 1 chiếc bánh mì kẹp và 1 chiếc bánh bao. Thực đơn 2 có giá 40 nghìn đồng, bao gồm 2 chiếc bánh mì kẹp và 1 chiếc bánh bao. Qua khảo sát nguồn lực chuẩn bị trong ngày, nhóm chỉ có thể làm ra tối đa 80 chiếc bánh mì kẹp và 60 chiếc bánh bao. Giả sử toàn bộ số thực đơn làm ra đều được bán hết, hãy tính số tiền lớn nhất (đơn vị: triệu đồng) mà nhóm có thể thu về được.

Câu 3. (1,5 điểm) Trong điều kiện thời tiết xấu, một tàu đánh cá phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí M . Hai trạm thu tín hiệu A và B đặt ven biển cách nhau 100 km. Tín hiệu vô tuyến từ tàu M truyền đến trạm A sớm hơn truyền đến trạm B là $0,2 \cdot 10^{-3}$ giây. Biết vận tốc truyền tín hiệu vô tuyến trong không khí là 300.000 km/s. Qua radar, người ta xác định được tàu M đang ở cách đường thẳng nối hai trạm A và B một khoảng là 40 km. Một tàu cứu hộ xuất phát tại cảng K là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ cảng K đến vị trí tàu M gặp nạn bằng bao nhiêu kilômét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 4. (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang, BC là đáy lớn và $BC = 2AD$; các mặt bên là các hình chữ nhật; $AA' = \sqrt{42}$, $C'D' = 11$; M là trung điểm của cạnh $C'D'$.

a) Tìm giao điểm của đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng (BDC') .

b) Gọi N là điểm nằm trên cạnh $C'D'$ thỏa mãn $D'N = 2C'N$. Các điểm I, K lần lượt thuộc các đường thẳng $B'D$ và $A'N$ sao cho hai đường thẳng IK và CM song song với nhau. Tính độ dài của đoạn thẳng IK .

Câu 5. (1,5 điểm) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $AB = 4$, $AD = 3$; O là tâm của hình hộp; A_1 là trung điểm của AA' ; I là điểm thuộc đoạn thẳng AO thỏa mãn $IO = 2IA$. Mặt phẳng (α) thay đổi chứa đường thẳng IA_1 đồng thời cắt các cạnh AB, AD lần lượt tại B_1, D_1 ($B_1 \neq A, D_1 \neq A$). Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác AB_1D_1 .

Câu 6. (2,0 điểm) Cho một bảng ô vuông 3×3 . Người ta chọn ngẫu nhiên 9 số nguyên dương phân biệt từ tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N}^* \mid n \leq 30\}$ và điền ngẫu nhiên vào 9 ô của bảng. Tính xác suất để bảng nhận được thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

a	d	k
b	e	m
c	f	n

1) Tích các số ở mỗi hàng và mỗi cột đều bằng 120.

2) Tồn tại số nguyên dương q sao cho các số ở cột 1 là $(a; b; c)$, các số ở cột 2 là $(d; e; f)$, các số ở cột 3 là $(k; m; n)$ thỏa mãn $a^2 + bc = d^2 + ef = k^2 - mn = q^2$.

SỞ GD&ĐT NGHỆ AN
LIÊN TRƯỜNG THPT ĐÔ LƯƠNG, YÊN THÀNH, TÂN KỲ

BẢNG ĐÁP ÁN
ĐỀ THI CHỌN HỌC SINH GIỎI CẤP TRƯỜNG LỚP 11 - NĂM HỌC 2025 - 2026

Mã môn [[F25] CT ĐỀ LỀ HSG KHỐI 11] - Lớp 11 - Thời gian in đề: 17/01/2026 3:22:15 CH

PHẦN I: Trắc nghiệm nhiều lựa chọn
- Mỗi câu đúng được 0,25 điểm.

Mã đề	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0101	C	C	D	C	D	C	D	D	B	B	A	A
0103	D	B	B	A	A	A	B	C	C	B	D	D
0105	A	A	D	C	D	B	C	B	C	A	C	C
0107	B	A	D	B	A	B	A	C	C	B	A	C

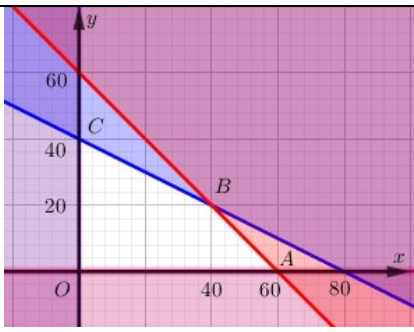
PHẦN II: Trắc nghiệm đúng sai
- Điểm tối đa mỗi câu là 1 điểm.
- Đúng 1 câu được 0,1 điểm; đúng 2 câu được 0,25 điểm; đúng 3 câu được 0,5 điểm; đúng 4 câu được 1 điểm.

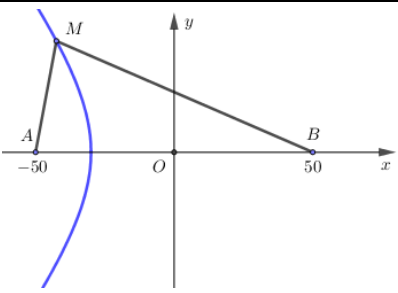
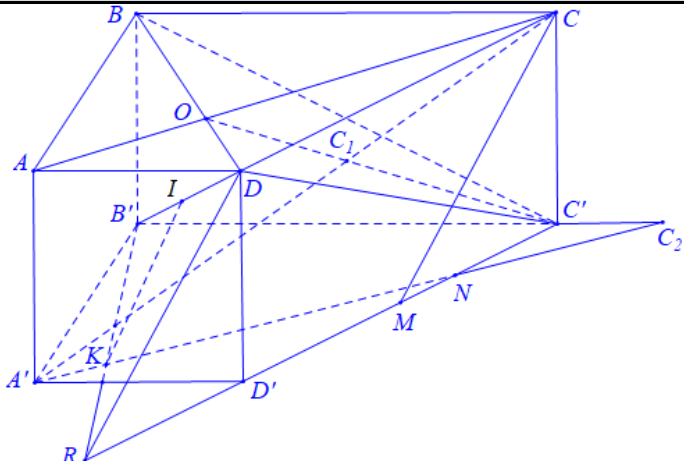
Mã đề	Câu 1	Câu 2	Câu 3	Câu 4
0101	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)Đ
0103	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S
0105	a)Đ - b)Đ - c)S - d)S	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)Đ - b)Đ - c)S - d)Đ	a)S - b)Đ - c)Đ - d)S
0107	a)Đ - b)Đ - c)Đ - d)S	a)S - b)Đ - c)Đ - d)Đ	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S	a)Đ - b)S - c)Đ - d)S

PHẦN III: Trắc nghiệm trả lời ngắn - tự luận
- Mỗi câu đúng được 0,5 điểm.

Mã đề	Câu 1	Câu 2
0101	73.8	1.34
0103	1.34	73.8
0105	1.34	73.8
0107	1.34	73.8

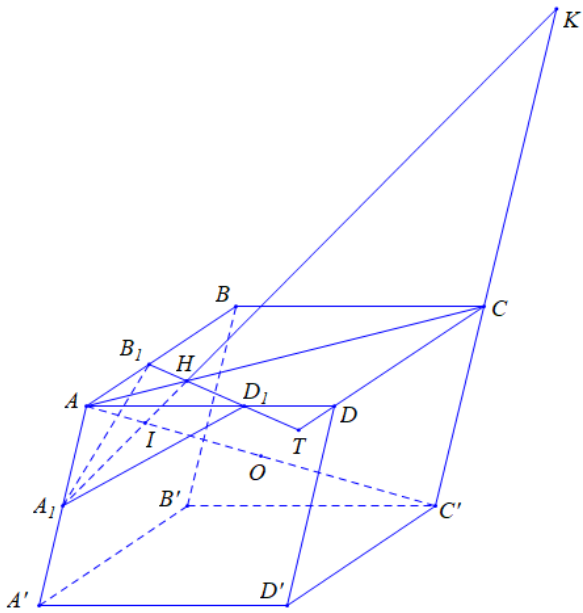
HƯỚNG DẪN VÀ BIỂU ĐIỂM CHẤM
MÔN : TOÁN (Phần tự luận)
(Hướng dẫn và biểu điểm chấm gồm 04 trang)

Câu	Nội dung	Điểm
Câu 1. (2,0 điểm)	Để chuẩn bị kinh phí mua một chiếc laptop trị giá 15 triệu đồng, bạn Nam đã quyết định nuôi một chiếc ống heo tiết kiệm. Vào tháng đầu tiên, Nam bỏ vào ống heo này 500.000 đồng. Kể từ tháng thứ hai trở đi, mỗi tháng Nam đều bỏ vào ống heo số tiền nhiều hơn tháng trước là 100.000 đồng. Sau đúng 12 tháng duy trì việc tiết kiệm theo kế hoạch, tổng số tiền trong ống heo của Nam có đủ để mua chiếc laptop đó không? Nam còn thừa hay thiếu bao nhiêu triệu đồng?	
	Gọi u_n là số tiền (đơn vị nghìn đồng) mà Nam bỏ vào ống heo ở tháng thứ n ($n \in \{1; 2; \dots; 12\}$). Khi đó (u_n) là một cấp số cộng có số hạng đầu $u_1 = 500$, công sai $d = 100$.	0,5
	Tổng số tiền tiết kiệm của Nam sau 12 tháng là: $S_{12} = \frac{12}{2}(2u_1 + 11d)$ (nghìn đồng).	0,5
	Thay số vào ta có: $S_{12} = \frac{12}{2}(2.500 + 11.100) = 12600$ (nghìn đồng) = 12,6 (triệu đồng)	0,5
	Sau 12 tháng, Nam có 12,6 triệu đồng. Số tiền này không đủ để mua laptop. Nam còn thiếu: 2,4 (triệu đồng).	0,5
Câu 2. (2,0 điểm)	Để có kinh phí tổ chức chuyến đi thiện nguyện cuối hè, nhóm học sinh mở một tiệm bánh nhỏ kinh doanh hai loại sản phẩm là Bánh Mì Kẹp và Bánh Bao. Nhóm đã thiết kế hai thực đơn cho khách hàng như sau: Thực đơn 1 có giá 25 nghìn đồng, bao gồm 1 chiếc bánh mì kẹp và 1 chiếc bánh bao. Thực đơn 2 có giá 40 nghìn đồng, bao gồm 2 chiếc bánh mì kẹp và 1 chiếc bánh bao. Qua khảo sát nguồn lực chuẩn bị trong ngày, nhóm chỉ có thể làm ra tối đa 80 chiếc bánh mì kẹp và 60 chiếc bánh bao. Giả sử toàn bộ số thực đơn làm ra đều được bán hết, hãy tính số tiền lớn nhất (đơn vị: triệu đồng) mà nhóm có thể thu về được.	
	Gọi x, y lần lượt là số thực đơn 1 và số thực đơn 2 mà nhóm sẽ thực hiện ($x, y \in \mathbb{N}$). Tổng số tiền mà nhóm thu được sau khi bán hết thực đơn: $F(x; y) = 25x + 40y$ (nghìn đồng).	0,5
	Từ giả ta có hệ bất phương trình: $\begin{cases} x + 2y \leq 80 \\ x + y \leq 60 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (*)$ Bài toán quy về cho các bộ số tự nhiên $(x; y)$ thỏa mãn hệ (*). Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = 25x + 40y$.	0,5
	Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là miền tứ giác $OABC$ (tính cả các cạnh), trong đó: $O(0;0)$, $A(60;0)$, $B(40;20)$, $C(0;40)$ 	0,5
	Thay tọa độ của các điểm O, A, B, C vào biểu thức F , ta có: $F(0;0) = 0$, $F(60;0) = 1500$, $F(40;20) = 1800$, $F(0;40) = 1600$	0,25
	Vậy số tiền lớn nhất của nhóm là 1,8 triệu đồng khi bán được 40 thực đơn 1 và 20 thực đơn 2.	0,25
Câu 3. (1,5 điểm)	Trong điều kiện thời tiết xấu, một tàu đánh cá phát tín hiệu cấp cứu tại vị trí M . Hai trạm thu tín hiệu A và B đặt ven biển cách nhau 100 km. Tín hiệu vô tuyến từ tàu M truyền đến trạm A sớm hơn truyền đến trạm B là $0,2.10^{-3}$ giây. Biết vận tốc truyền tín hiệu vô tuyến trong không khí là	

300.000 km/s . Qua radar, người ta xác định được tàu M đang ở cách đường thẳng nối hai trạm A và B một khoảng là 40 km. Một tàu cứu hộ xuất phát tại cảng K là trung điểm của đoạn thẳng AB . Khoảng cách từ cảng K đến vị trí tàu M gặp nạn bằng bao nhiêu kilômét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).			
	Ta có: $MB - MA = 300.000 \times 0,0002 = 60$ km . Suy ra M nằm trên nhánh trái đường Hyperbol có A và B là hai tiêu điểm.		0,25
	Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho gốc O trùng với trung điểm K của AB, B thuộc tia Ox (đơn vị trên mỗi trục là km). Khi đó ta có: $2c = 100 \Rightarrow c = 50, a = 60 : 2 = 30 \Rightarrow b = \sqrt{c^2 - a^2} = 40$. Do đó nhánh trái của Hypebol có phương trình: $\frac{x^2}{30^2} - \frac{y^2}{40^2} = 1 \quad (x < 0).$		0,5
	Gọi tọa độ của tàu là $M(x_M; y_M)$. Tàu cách đường thẳng AB (trục Ox) một khoảng 40km nên $y_M = 40 \Rightarrow y_M^2 = 1600$. Vì M thuộc Hyperbol nên: $\frac{x_M^2}{900} - \frac{1600}{1600} = 1 \Rightarrow \frac{x_M^2}{900} - 1 = 1 \Rightarrow x_M^2 = 1800$		0,5
	Khoảng cách từ trung điểm $K(0;0)$ đến tàu $M(x_M; y_M)$ là: $KM = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{3400} \approx 58,3 \text{ (km)}.$		0,25
Câu 4. (3,0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thang, BC là đáy lớn và $BC = 2AD$; các mặt bên là các hình chữ nhật; $AA' = \sqrt{42}$, $C'D' = 11$; M là trung điểm của cạnh $C'D'$. a) Tìm giao điểm của đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng (BDC'). b) Gọi N là điểm nằm trên cạnh $C'D'$ thỏa mãn $D'N = 2C'N$. Các điểm I, K lần lượt thuộc các đường thẳng $B'D$ và $A'N$ sao cho hai đường thẳng IK và CM song song với nhau. Tính độ dài của đoạn thẳng IK.			
a) 1,5đ	Trong mặt phẳng $(ABCD)$, gọi O là giao điểm của hai đường chéo AC , BD .		0,5
	Trong mặt phẳng $(ACC'A')$, gọi $C_1 = C'O \cap A'C$.		0,5
	Khi đó $\begin{cases} C_1 \in A'C \\ C_1 \in C'O \in (BDC') \end{cases} \Rightarrow C_1 = A'C \cap (BDC').$		0,5
b) 1,5đ	Dựng hình bình hành $CDRM$. Gọi $K = A'N \cap B'R$. Trong mặt phẳng $(B'DR)$ kẻ $KI \parallel DR$ ($I \in B'D$). Khi đó $KI \parallel CM$.		0,25
	Ta có $\frac{KI}{DR} = \frac{B'K}{B'R} \Rightarrow KI = \frac{B'K}{B'R} \cdot DR$. Ta có $DR = \sqrt{DD'^2 + D'R^2} = \sqrt{(\sqrt{42})^2 + \left(\frac{11}{2}\right)^2} = \frac{17}{2}$.		0,25
	Gọi $C_2 = A'N \cap B'C'$. Khi đó xét tam giác $B'RC'$ và đường thẳng $A'N$ ta có $\frac{KB'}{KR} \cdot \frac{NR}{NC'} \cdot \frac{C_2C'}{C_2B'} = 1.$		0,25

	Ta có $\frac{NR}{NC'} = \frac{7}{2}$, $\frac{C_2C'}{A'D'} = \frac{NC'}{ND'} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{C_2C'}{B'C'} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{C_2C'}{C_2B'} = \frac{1}{5}$. Từ đó ta có $\frac{KB'}{KR} \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{1}{5} = 1 \Rightarrow \frac{KB'}{KR} = \frac{10}{7} \Rightarrow \frac{B'K}{B'R} = \frac{10}{17}$.	0,5
	Từ đó, ta có: $KI = \frac{10}{17} \cdot \frac{17}{2} = 5$.	0,25

Câu 5. (1,5 điểm) Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\widehat{BAD} = 60^\circ$, $AB = 4$, $AD = 3$; O là tâm của hình hộp; A_1 là trung điểm của AA' ; I là điểm thuộc đoạn thẳng AO thỏa mãn $IO = 2IA$. Mặt phẳng (α) thay đổi chứa đường thẳng IA_1 đồng thời cắt các cạnh AB , AD lần lượt tại B_1 , D_1 ($B_1 \neq A$, $D_1 \neq A$). Tính giá trị lớn nhất của diện tích tam giác AB_1D_1 .

Gọi H, K lần lượt là giao điểm của đường thẳng A_1I với AC và CC'. Kẻ đường thẳng qua H cắt AB, AD lần lượt tại B_1, D_1. Gọi $T = B_1D_1 \cap CD$. Ta có $\frac{C'K}{AA_1} = \frac{C'I}{AI} = 5 \Rightarrow C'C + CK = 5AA_1$ $\Rightarrow CK = 3AA_1 \Rightarrow CH = 3AH \Rightarrow CT = 3AB_1$.		0,25
Đặt $\frac{AB_1}{AB} = x$ ($0 < x \leq 1$). Khi đó: $\frac{DD_1}{AD_1} = \frac{DT}{AB_1} = \frac{CT - CD}{AB_1} = 3 - \frac{AB}{AB_1}$ $= 3 - \frac{1}{x} = \frac{3x-1}{x} \Rightarrow \frac{AD_1}{AD} = \frac{x}{4x-1}$.		0,25
Ta có: $\frac{S_{\Delta AB_1D_1}}{S_{\Delta ABD}} = \frac{AB_1}{AB} \cdot \frac{AD_1}{AD} = \frac{x^2}{4x-1} \Rightarrow S_{\Delta AB_1D_1} = \frac{3\sqrt{3}x^2}{4x-1}$.		0,25
Điều kiện $0 < \frac{x}{4x-1} \leq 1 \Rightarrow x \geq \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{1}{3} \leq x \leq 1$.		0,25
$\Rightarrow S_{\Delta AB_1D_1} - \sqrt{3} = \sqrt{3} \cdot \frac{3x^2 - 4x + 1}{4x-1} = \frac{\sqrt{3}(x-1)(3x-1)}{4x-1} \leq 0 \Rightarrow S_{\Delta AB_1D_1} \leq \sqrt{3}$.		0,25
Dấu đẳng thức xảy ra khi $x = 1$ hoặc $x = \frac{1}{3}$. Vậy giá trị lớn nhất của diện tích tam giác AB_1D_1 bằng $\sqrt{3}$.		0,25

Câu 6. (2,0 điểm) Cho một bảng ô vuông 3×3 . Người ta chọn ngẫu nhiên 9 số nguyên dương phân biệt từ tập hợp $A = \{n \in \mathbb{N}^* | n \leq 30\}$ và điền ngẫu nhiên vào 9 ô của bảng. Tính xác suất để bảng nhận được thỏa mãn đồng thời các điều kiện sau:

1) Tích các số ở mỗi hàng và mỗi cột đều bằng 120.

2) Tồn tại số nguyên dương q sao cho các số ở cột 1 là $(a; b; c)$, các số ở cột 2 là $(d; e; f)$, các số ở cột 3 là $(k; m; n)$ thỏa mãn $a^2 + bc = d^2 + ef = k^2 - mn = q^2$.

a	d	k
b	e	m
c	f	n

	Ta có $n(\Omega) = A_{30}^9$.	0,25
	Gọi A là biến cố cần tính xác suất. Tính $n(A)$: Vì các số điền vào 9 ô là ước của 120 nên các số phải lấy từ tập $\{1; 2; 3; 4; 5; 6; 8; 10; 12; 15; 20; 24; 30\}$. Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} a^2 + bc = d^2 + ef = k^2 - mn = q^2 & (1) \\ abc = def = kmn = adk = bem = cfn = 120 & (2) \end{cases}$ Từ (1) và (2) ta có $a^2 + \frac{120}{a} = d^2 + \frac{120}{d} \Rightarrow a^2 - d^2 = \frac{120(a-d)}{ad} \Rightarrow (a+d)ad = 120$ (3) (do $a \neq d$).	0,25
	TH1. Xét $a < d$ thì $120 > 2a^3 \Rightarrow a < 4$. Nếu $a = 1$ thì $(1+d)d = 120$ không có d thỏa mãn Nếu $a = 2$ thì $(2+d)d = 60$ không có d thỏa mãn Nếu $a = 3$ thì $(3+d)d = 40 \Rightarrow d = 5, k = \frac{120}{ad} = 8, mn = \frac{120}{k} = 15 = 1.15$. Xét $m = 1, n = 15 \Rightarrow cf = 8 = 2.4 \Rightarrow \begin{cases} c = 2, f = 4 \Rightarrow b = 20, e = 6 \\ c = 4, f = 2 \Rightarrow b = 10, e = 12 \end{cases}$ Xét $m = 15, n = 1 \Rightarrow be = 8 = 2.4 \Rightarrow \begin{cases} b = 2, e = 4 \Rightarrow c = 20, f = 6 \\ b = 4, e = 2 \Rightarrow c = 10, f = 12 \end{cases}$ Như vậy trong trường hợp 1 có 4 bảng thỏa mãn.	0,5
	TH2. Xét $a > d$ thì ta chỉ cần đổi cột thứ nhất và cột thứ hai (tính từ trái sang phải) của bốn bảng trong trường hợp 1, ta sẽ có thêm 4 bảng nữa. Vậy $n(A) = 8$.	0,25
	Xác suất cần tìm $p(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{8}{A_{30}^9}$.	0,25

Lưu ý: Nếu thí sinh giải đúng theo cách khác vẫn cho điểm tối đa.

Xem thêm: ĐỀ THI HSG TOÁN 11
<https://toanmath.com/de-thi-hsg-toan-11>