

A. Lý thuyết

Bài 1: Tính đơn điệu và cực trị

- Các bước xét tính đơn điệu và tìm cực trị của hàm số.

Bài 2: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số

- Định nghĩa
- Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(a; b)$.
- Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[a; b]$.

Bài 3: Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

- Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.
- Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Bài 4: Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số

Bài 5: Ứng dụng đạo hàm để giải quyết một số vấn đề liên quan đến thực tiễn

- Trong vật lý.
- Trong hóa học.
- Trong sinh học.
- Trong kinh tế.

Bài 6: Vectơ trong không gian

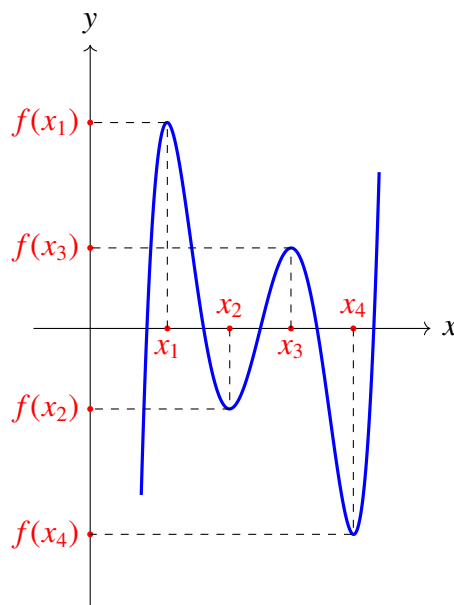
Bài 7: Hệ trục tọa độ trong không gian

Bài 8: Biểu thức tọa độ của các phép toán vectơ

Bài 9: Khoảng biến thiên và tứ phân vị

Bài 10: Phương sai và độ lệch chuẩn

TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ



- Các khoảng đồng biến.
- Các khoảng nghịch biến.
- x_1, x_2, x_3, x_4 là các điểm cực trị của hàm số.
 - x_1, x_3 là các điểm cực đại.
 - x_2, x_4 là các điểm cực tiểu.
- $f(x_1), f(x_2), f(x_3), f(x_4)$ là các giá trị cực trị.
 - $f(x_1), f(x_3)$ là các giá trị cực đại.
 - $f(x_2), f(x_4)$ là các giá trị cực tiểu.
- Điểm $(x_1, f(x_1)), (x_2, f(x_2)), (x_3, f(x_3)), (x_4, f(x_4))$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số.
 - $(x_1, f(x_1)), (x_3, f(x_3))$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số.
 - $(x_2, f(x_2)), (x_4, f(x_4))$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Các bước xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$

1. Tìm tập xác định của hàm số.
2. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm x_i ($i = 1, 2, \dots$) mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
3. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.
4. Nêu kết luận về khoảng đồng biến, khoảng nghịch biến của hàm số.

Các bước xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$

1. Tìm tập xác định của hàm số.
2. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm x_i ($i = 1, 2, \dots$) mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không xác định.
3. Lập bảng biến thiên của hàm số.
4. Từ bảng biến thiên suy ra các cực trị của hàm số.

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

Định nghĩa

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

- Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$. Kí hiệu $M = \max_{x \in D} f(x)$ hoặc $M = \max_D f(x)$.
- Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \geq m$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = m$. Kí hiệu $m = \min_{x \in D} f(x)$ hoặc $m = \min_D f(x)$.

Cách tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(a; b)$

1. Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(a; b)$.
2. Từ bảng biến thiên suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(a; b)$ (nếu có).

Giả sử $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $[a; b]$ và có đạo hàm trên $a; b$, có thể trừ ra tại một số hữu hạn điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm. Giả sử chỉ có hữu hạn điểm trong đoạn $[a; b]$ mà đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.

Cách tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $[a; b]$

1. Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a; b)$, tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.
2. Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a)$ và $f(b)$.
3. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên. Ta có: $M = \max_{[a; b]} f(x), m = \min_{[a; b]} f(x)$.

ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ gọi là đường tiệm cận ngang (gọi tắt là tiệm cận ngang) của đồ thị $y = f(x)$ nếu

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0 \text{ hoặc } \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0.$$

Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ gọi là đường tiệm cận đứng (gọi tắt là tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty;$$

Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b$ ($a \neq 0$) gọi là đường tiệm cận xiên (gọi tắt là tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$

MỘT SỐ BÀI TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN THỰC TIỄN

1. Ứng dụng trong vật lý.

- Nếu $s = s(t)$ là hàm vị trí của một vật chuyển động trên một đường thẳng thì $v = s'(t)$ biểu thị vận tốc tức thời của vật (tốc độ thay đổi của độ dịch chuyển theo thời gian). Tốc độ thay đổi tức thời của vận tốc theo thời gian là gia tốc tức thời của vật: $a(t) = v'(t) = s''(t)$.

2. Ứng dụng trong hóa học.

- Nếu $C = C(t)$ là nồng độ của một chất tham gia phản ứng hóa học tại thời điểm t , thì $C'(t)$ là tốc độ phản ứng tức thời (tức là độ thay đổi nồng độ) của chất đó tại thời điểm t .

3. Ứng dụng trong sinh học.

- Nếu $P = P(t)$ là số lượng cá thể trong một quần thể động vật hoặc thực vật tại thời điểm t , thì $P'(t)$ biểu thị tốc độ tăng trưởng tức thời của quần thể tại thời điểm t .

4. Ứng dụng trong kinh tế.

- Nếu $C = C(x)$ là hàm chi phí, tức là tổng chi phí khi sản xuất x đơn vị hàng hóa, thì tốc độ thay đổi tức thời $C'(x)$ của chi phí đối với số lượng đơn vị hàng được sản xuất được gọi là chi phí biên.
 - Chi phí biên $C'(x)$ xấp xỉ với chi phí để sản xuất thêm một đơn vị hàng theo tiếp theo, tức là đơn vị hàng hóa thứ $x + 1$.
- Gọi $p(x)$ là giá bán mỗi đơn vị mà ta có thể tính nếu bán x đơn vị.
 - p được gọi là hàm cầu (hay hàm giá).
 - Hàm doanh thu $R(x) = x.p(x)$.
 - Hàm lợi nhuận $P(x) = R(x) - C(x)$.

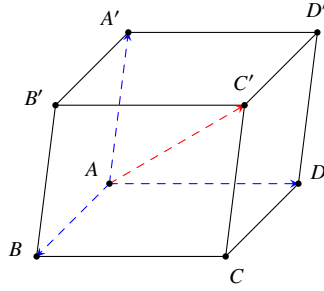
VECTƠ TRONG KHÔNG GIAN

Quy tắc ba điểm và quy tắc hình bình hành

- Nếu A, B, C là ba điểm bất kì thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$.

- Nếu A, B, C là ba điểm bất kì thì $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BC}$.
- Nếu $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Quy tắc hình hộp



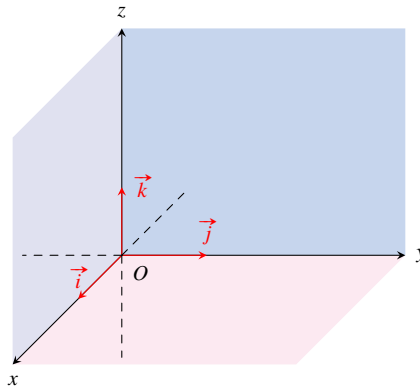
Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

Tích vô hướng của hai vectơ

Trong không gian, cho hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ đều khác $\vec{0}$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là một số, kí hiệu là $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b})$.

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

Hệ trục tọa độ trong không gian



Tọa độ của điểm, tọa độ của vectơ trong không gian

- $M(x; y; z) \Leftrightarrow \overrightarrow{OM} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$.
- $\vec{a} = (x; y; z) \Leftrightarrow \vec{a} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$,

Chú ý

Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(x_M; y_M; z_M)$ và $N(x_N; y_N; z_N)$. Khi đó:

$$\overrightarrow{MN} = (x_M - x_N; y_M - y_N; z_M - z_N)$$

BIỂU THỨC TỌA ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (x; y; z)$ và $\vec{b} = (x'; y'; z')$. Ta có những kết quả sau đây:

- $\vec{a} + \vec{b} = (x + x'; y + y'; z + z')$.
- $\vec{a} - \vec{b} = (x - x'; y - y'; z - z')$.
- $k\vec{a} = (kx; ky; kz)$ với k là một số thực.
- $\vec{a} \cdot \vec{b} = xx' + yy' + zz'$.
- $|\vec{a}| = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.
- $\cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{xx' + yy' + zz'}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} \cdot \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2}}$ với $\vec{a}$ và $\vec{b}$ đều khác vectơ $\vec{0}$.
- $\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow xx' + yy' + zz' = 0$.

Chú ý

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A(x_A; y_A; z_A)$, $B(x_B; y_B; z_B)$ và $C(x_C; y_C; z_C)$. Khi đó:

- Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là $\left(\frac{x_A + x_B}{2}; \frac{y_A + y_B}{2}; \frac{z_A + z_B}{2}\right)$.
- Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là $\left(\frac{x_A + x_B + x_C}{3}; \frac{y_A + y_B + y_C}{3}; \frac{z_A + z_B + z_C}{3}\right)$.

KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ KHOẢNG TỬ PHÂN VỊ

Khoảng biến thiên

Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	$[a_1; a_2)$	...	$[a_i; a_{i+1})$	...	$[a_k; a_{k+1})$
Tần số	m_1	...	m_i	...	m_k

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $R = a_{k+1} - a_1$.

Khoảng tử phân vị

Tử phân vị thứ r là $Q_r = a_p + \frac{\frac{r \cdot n}{4} - (m_1 + \dots + m_{p-1})}{m_p} \cdot (a_{p+1} - a_p)$, trong đó $[a_p; a_{p+1})$ nhóm chứa tử phân vị thứ r với $r = 1, 2, 3$.

Khoảng tử phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

Phương sai

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là s^2 là một số được tính theo công thức sau:

$$s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_k(x_k - \bar{x})^2}{n}.$$

trong đó:

- $n = m_1 + \dots + m_k$.
- $x_i = \frac{a_i + a_{i+1}}{2}$ với $i = 1, 2, \dots, k$ là giá trị đại diện cho nhóm $[a_i; a_{i+1})$.
- $\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + \dots + m_k x_k}{k}$ gọi là trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm.

Độ lệch chuẩn

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm, kí hiệu là s , là căn bậc hai số học của phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm, tức là $s = \sqrt{s^2}$.

Có thể tính phương sai theo công thức $s^2 = \frac{1}{n}(m_1 \cdot x_1^2 + \dots + m_k \cdot x_k^2) - (\bar{x})^2$.

B. Bài tập

Phần I. Phần trắc nghiệm

Câu 1. Hàm số $y = -x^3 + 3x - 5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-\infty; -1)$. B. $(1; +\infty)$. C. $(-1; 1)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 2. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên tập xác định của nó?

- A. $y = \frac{2x+1}{x-3}$. B. $y = -x^3 + 2x^2 - 15x - 1$.
C. $y = -2x^2 + 1$. D. $y = x^3 - 2x^2 + 2024x + 5$.

Câu 3. Cho hàm số $= f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+ 0 -			- 0 +	
$f(x)$	$-\infty \nearrow 2 \searrow -\infty$			$+\infty \searrow 4 \nearrow +\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 1)$. B. $(4; +\infty)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(0; 1)$.

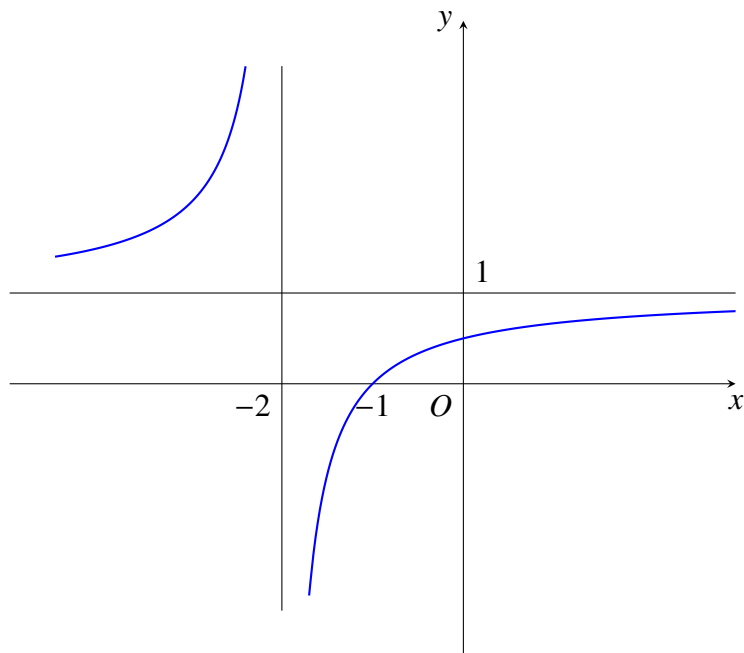
Câu 4. Đồ thị hàm số $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-2}$ có phương trình đường tiệm cận xiên nào dưới đây?

- A. $y = 2x - 1$. B. $y = 2x + 1$. C. $x = 2$. D. $y = -2x + 1$.

Câu 5. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{x-3}$ là

- A. $x = 3$. B. $x = 1$. C. $x = -1$. D. $x = -3$.

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số có phương trình là

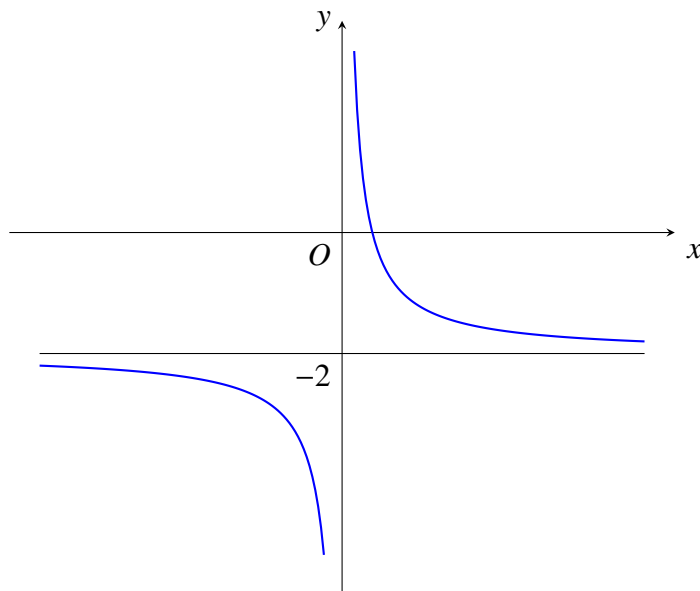
A. $y = 1$.

B. $y = -2$.

C. $x = -2$.

D. $x = 1$.

Câu 7. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số nào?



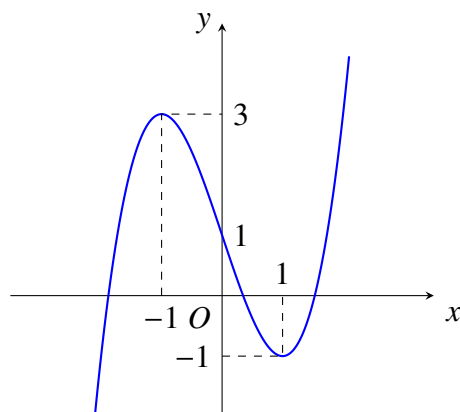
A. $y = \frac{-x+1}{2x}$.

B. $y = \frac{2x}{x+1}$.

C. $y = \frac{2x+1}{x}$.

D. $y = \frac{-2x+1}{x}$.

Câu 8. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số nào?



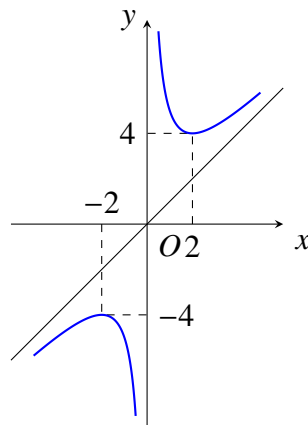
A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

B. $y = x^3 - 3x - 1$.

C. $y = -x^3 - 3x^2 - 1$.

D. $y = x^3 - 3x + 1$.

Câu 9. Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số nào?



A. $y = \frac{x-1}{x+1}$.

B. $y = x^4 - 2x^2$.

C. $y = \frac{x^2+4}{x}$.

D. $y = x^3 - 3x^2$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây?

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$				
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$		-4	-3	-4		$+\infty$		

Khẳng định nào sau đây đúng?

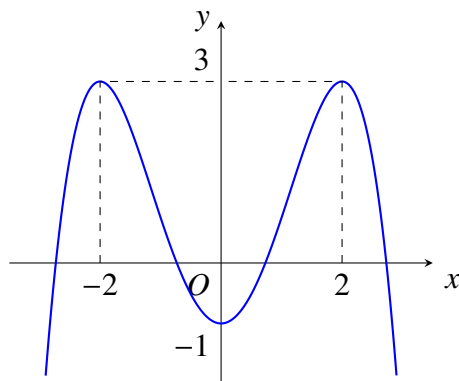
A. Hàm số đạt cực đại tại $x = -3$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -4$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

Câu 11. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x = -1$.

B. $x = 0$.

C. $x = 2$.

D. $(0; -1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$+$	0	
$f(x)$			3		1		$+\infty$
	$-\infty$						

Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.
C. Hàm số không có cực trị.

- B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 1$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 13. Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G . Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $\vec{AG} = \frac{2}{3}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.
C. $\vec{OG} = \frac{1}{4}(\vec{OA} + \vec{OB} + \vec{OC} + \vec{OD})$.
- B. $\vec{AG} = \frac{1}{4}(\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD})$.
D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.

Câu 14. Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AB và CD . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{PQ} = \frac{1}{4}(\vec{BC} + \vec{AD})$.
C. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} - \vec{AD})$.
- B. $\vec{PQ} = \frac{1}{2}(\vec{BC} + \vec{AD})$.
D. $\vec{PQ} = \vec{BC} + \vec{AD}$.

Câu 15. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD , G là trung điểm của IJ . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{0}$.
C. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = \vec{IJ}$.
- B. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = 2\vec{IJ}$.
D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GC} + \vec{GD} = -2\vec{IJ}$.

Câu 16. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là hai vectơ cùng hướng và đều khác vectơ $\vec{0}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.
C. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -1$.
- B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
D. $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

Câu 17. Cho $\vec{a}$ và $\vec{b}$ và đều khác vectơ $\vec{0}$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ khi $\vec{a} \cdot \vec{b} = -|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|$.

- A. $\alpha = 180^\circ$.
C. $\alpha = 90^\circ$.
- B. $\alpha = 0^\circ$.
D. $\alpha = 45^\circ$.

Câu 18. Cho hai $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 2$ và $\vec{a} \cdot \vec{b} = -3$. Xác định góc α giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

- A. $\alpha = 30^\circ$.
C. $\alpha = 60^\circ$.
- B. $\alpha = 45^\circ$.
D. $\alpha = 120^\circ$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -2; 1), B(0; 1; 2)$. Toạ độ điểm M thuộc mặt phẳng Oxy sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng là

- A. $M(4; -5; 0)$.
C. $M(0; 0; 1)$.
- B. $M(2; -3; 0)$.
D. $M(4; 5; 0)$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5), B(5; -5; 7), M(x; y; 1)$. Với giá trị nào của x, y thì A, B, M thẳng hàng.

- A. $x = 4, y = 7$.
C. $x = 4, y = -7$.
- B. $x = -4, y = -7$.
D. $x = -4, y = 7$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; -3), B(1; 0; 2), C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khu đó $x + y$ bằng bao nhiêu?

- A. $x + y = 1$.
C. $x + y = -\frac{11}{5}$.
- B. $x + y = 17$.
D. $x + y = \frac{11}{5}$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; -4; 0)$ và $\vec{v} = (-1; -2; 1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có toạ độ là

- A. $(-2; -10; 3)$.
C. $(-4; -8; 4)$.
- B. $(-2; -6; 3)$.
D. $(-2; -10; -3)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 3; -2)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Toạ độ vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3; 4; -3)$.
C. $(-1; 2; -1)$.
- B. $(-1; 2; -3)$.
D. $(1; -2; 1)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 3; 2)$ và $\vec{b} = (1; 1; -1)$. Vectơ $\vec{a} - \vec{b}$ có toạ độ là

- A. $(3; 4; 1)$.
C. $(3; 5; 1)$.
- B. $(-1; -2; 3)$.
D. $(1; 2; 3)$.

Câu 25. Thống kê số ngày trong tháng 6 năm 2021 và tháng 6 năm 2022 theo nhiệt độ cao nhất trong ngày tại Hà Nội, người ta thu được bảng sau

Nhiệt độ $^\circ\text{C}$	[28; 30)	[30; 32)	[32; 34)	[34; 36)	[36; 38)	[38; 40)
Số ngày trong tháng 6/2021	0	2	8	5	6	9
Số ngày trong tháng 6/2022	2	3	4	11	8	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ cao nhất trong ngày của tháng 6 năm 2021?

- A. 11.
C. 12.
- B. 8.
D. 10.

Câu 26. Thành tích nhảy xa của một số học sinh khối 12 được thống kê lại ở bảng sau:

Thành tích	[150; 180)	[180; 210)	[210; 240)	[240; 270)	[270; 300)
Số học sinh	3	5	28	14	8

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 150. B. 90. C. 120. D. 130.

Câu 27. Điểm kiểm tra giữa kì I môn Toán của các bạn trong lớp 12C và 12D được cho trong bảng sau;

Điểm	[0; 2)	[2; 4)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)
Lớp 12C	2	6	12	19	4
Lớp 12D	0	4	12	14	12

Khoảng biến thiên của lớp 12C là

- A. 5. B. 2. C. 8. D. 10.

Câu 28. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả sau:

Tuổi thọ	[14; 15)	[15; 16)	[16; 17)	[17; 18)	[18; 19)
Số con	1	3	8	6	2

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14; 15). B. [15; 16). C. [16; 17). D. [17; 18).

Câu 29. Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Tuổi thọ	Tần số
$[a_1; a_2)$	n_1
$[a_2; a_3)$	n_2
$\dots$	$\dots$
$[a_m; a_{m+1})$	n_m
	n

Gọi Q_1 , Q_2 , Q_3 lần lượt là tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

- A. $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. B. $\Delta_Q = Q_3 - Q_2$. C. $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$. D. $\Delta_Q = Q_3 - \frac{3}{2}Q_1$.

Câu 30. Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9, 5; 12, 5)	[12, 5; 15, 5)	[15, 5; 18, 5)	[18, 5; 21, 5)	[21, 5; 24, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Tìm tứ phân vị thứ nhất Q_1 .

- A. $Q_1 = 15$. B. $Q_1 = 15, 5$. C. $Q_1 = 15, 2$. D. $Q_1 = 15, 25$.

Câu 31. Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thống kê nhiệt độ tại một địa điểm trong 30 ngày, ta có bảng số liệu sau:

Nhiệt độ $^{\circ}\text{C}$	[18; 21)	[21; 24)	[24; 27)	[27; 30)
Số ngày	6	12	9	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 21, 375. B. 25, 5. C. 4, 125. D. 1, 875.

Câu 32. Bảng sau thống kê cân nặng của 30 quả bưởi được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở vườn nhà Lan.

Cân nặng (g)	[750; 800)	[800; 850)	[850; 900)	[900; 950)	[950; 1000)
Số quả bưởi	5	10	5	8	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 103, 125. B. 1728, 125. C. 250. D. 750.

Câu 33. Một nhóm học sinh thi nhau giải khối rubik 4×4 . Thời gian hoàn thành của nhóm học sinh được thống kê trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[8; 10)	[10; 12)	[12; 14)	[14; 16)	[16; 18)
Số học sinh	4	6	8	4	3

Tìm tứ phân vị thứ nhất và tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu.

- A. $Q_1 = 10, 75, Q_3 = 14, 375$. B. $Q_1 = 11, 0625, Q_3 = 14, 375$.
C. $Q_1 = 10, 75, Q_3 = 13, 83$. D. $Q_1 = 10, 85, Q_3 = 14, 75$.

Câu 34. Một mẫu số liệu ghép nhóm được cho bởi bảng thống kê sau:

Lớp chiều cao	Giá trị đại diện	Tần số
[150; 154)	152	25
[154; 158)	156	50
[158; 162)	160	200
[162; 166)	164	175
[166; 170)	168	50

Phương sai của mẫu số liệu trên là

- A. 13, 24. B. 15, 74. C. 18, 84. D. 14, 84.

Câu 35. Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được thống kê ở bảng sau:

Thời gian sử dụng	[7, 2; 7, 4)	[7, 4; 7, 6)	[7, 6; 7, 8)	[7, 8; 8, 0)
Số máy	2	4	7	6

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 0, 192. B. 0, 193. C. 0, 037. D. 0, 2.

Câu 36. Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	[10, 5; 12, 5)	[12, 5; 14, 5)	[14, 5; 16, 5)	[16, 5; 18, 5)	[18, 5; 20, 5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là

- A. $s^2 \approx 4, 87$. B. $s^2 \approx 2, 87$. C. $s^2 \approx 1, 87$. D. $s^2 \approx 3, 87$.

Phần II. Phần trả lời đúng sai

Câu 37. Cho hàm số $y = x^3 - 12x^2 + 45x - 2$.

- a) Hàm số có đạo hàm là $y' = 3x^2 - 24x + 50$.
b) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên khoảng $(3; +\infty)$ là 48.
c) Giá trị cực đại của hàm số là $y = 48$.
d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

Câu 38. Cho hàm số $y = x^3 - 3x + 2$.

- a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{D} = \mathbb{R}$.
b) Đạo hàm của hàm số là $y' = 3x^2 - 3x$.
c) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 2]$ bằng 4.
d) Hàm số đạt cực đại tại $x = 1$.

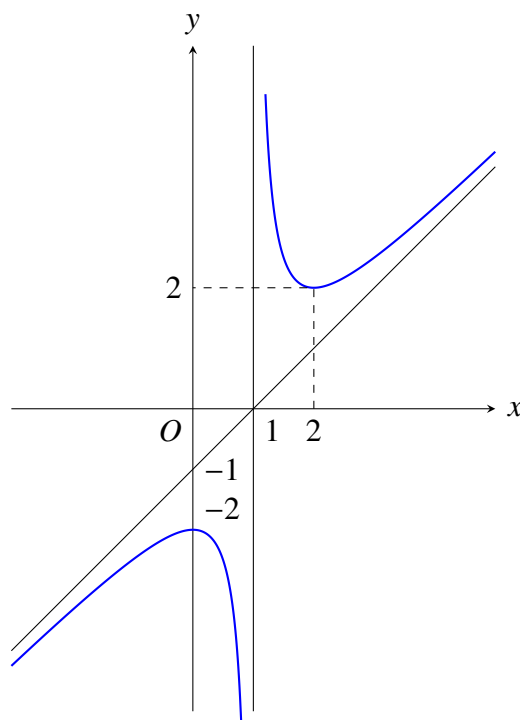
Câu 39. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{4 - 4x}{-8x - 4}$.

- a) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.
- b) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x = -\frac{1}{2}$.
- c) Hình chữ nhật giới hạn bởi hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và hai trục toạ độ có diện tích bằng $\frac{1}{8}$.
- d) Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng $y = -\frac{1}{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị (C).

- a) (C) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.
- b) (C) nhận điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- c) Phương trình đường tiệm cận đứng của (C) là $x = 3$.
- d) Phương trình đường tiệm cận xiên của (C) là $y = -x + 6$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$, ($a, m \neq 0$) có đồ thị là đường cong trong hình vẽ



- a) Hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-

- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$.
- c) Phương trình $f(x) = 3$ có hai nghiệm phân biệt.
- d) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng có phương trình $x = 1$.

Câu 42. Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được ước tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t + 10}{t + 5}$. (Trong đó $f(t)$ được tính bằng nghìn người).

- a) Coi $f(t)$ là một hàm số xác định trên $[0; +\infty)$. Khi đó $f(t)$ luôn nghịch biến và do vậy số dân của thị trấn giảm theo thời gian.
- b) Trong giai đoạn từ năm 1970 đến năm 2000, số dân lớn nhất của thị trấn không vượt quá 23 nghìn người.

- c) Đồ thị hàm số $y = f(t)$ xét trên tập $\mathbb{R} \setminus \{-5\}$ có tâm đối xứng là $I(-5; 26)$.
- d) Đạo hàm của hàm số f biểu thị tốc độ tăng dân số của thị trấn (tính bằng nghìn người/năm). Khi đó năm 1998 có tốc độ tăng dân số lớn nhất.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC biết $A(1; -1; 2)$, $B(-2; 0; 3)$ và $C(0; 1; -2)$.

- a) Điểm $G\left(-\frac{1}{3}; 0; 1\right)$.
- b) $\cos B = \frac{\sqrt{321}}{32}$.
- c) Tam giác ABC có diện tích $S = \frac{\sqrt{230}}{2}$.
- d) Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho biểu thức $S = \overrightarrow{MA} \cdot \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB} \cdot \overrightarrow{MC} + 3\overrightarrow{MC} \cdot \overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $T = 12a + 12b + c = -1$.

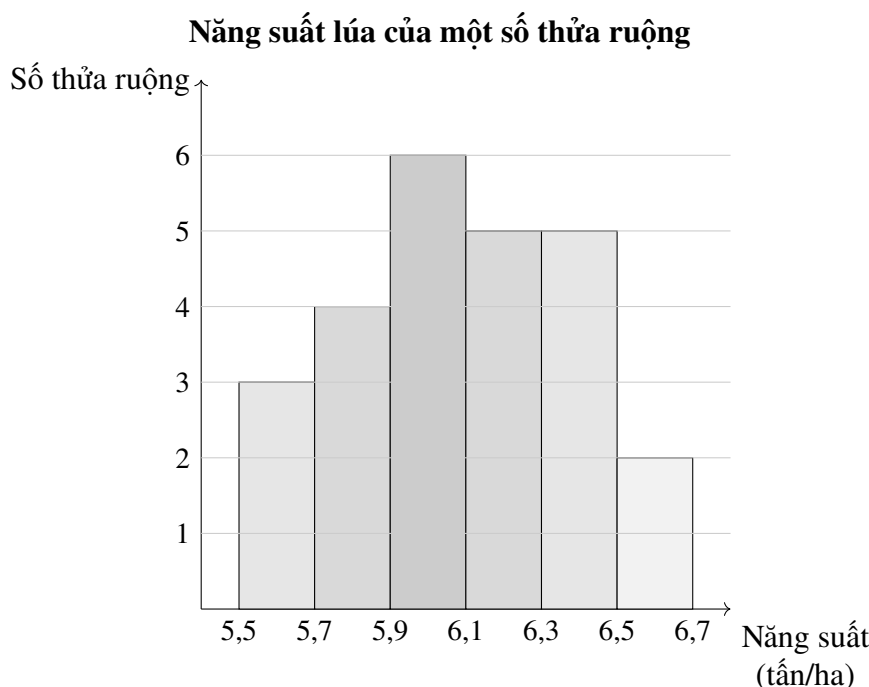
Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2; -1; -2)$, $B(3; 1; 2)$ và $C(1; -1; 1)$.

- a) $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$.
- b) $\overrightarrow{AB} = (1; 2; 4)$.
- c) Nếu $\overrightarrow{DC} = \overrightarrow{AB}$ thì tọa độ điểm D là $(0; 3; 3)$.
- d) $|2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}| = \sqrt{42}$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2; 1; 0)$, $B(1; 1; 3)$, $C(2; -1; 3)$ và $D(1; -1; 0)$.

- a) $\overrightarrow{AB} = (1; 0; -3)$.
- b) Tứ diện $ABCD$ có trọng tâm $G(a; b; c)$ thỏa mãn $a = c$.
- c) Côsin góc giữa hai đường thẳng AB và CD là $0, 3$.
- d) Với điểm M di động trên trục Oy . Nếu giá trị nhỏ nhất của $|\overrightarrow{MA} + 6\overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC} + 4\overrightarrow{MD}|$ bằng $4\sqrt{m}$ thì $m = 13$.

Câu 46. Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh họa ở biểu đồ sau:



- a) Có 24 thửa ruộng đã được khảo sát.
- b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $1, 2$ (tấn/ha).
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $0, 4675$.
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $0, 086656$.

Câu 47. Cho các bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6, 22; 6, 46)	6,34	3
[6, 46; 6, 70)	6,58	7
[6, 70; 6, 94)	6,82	5
[6, 94; 7, 18)	7,06	20
[7, 18; 7, 42)	7,30	5
		$n = 40$

Bảng 1

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[6, 22; 6, 46)	6,34	2
[6, 46; 6, 70)	6,58	5
[6, 70; 6, 94)	6,82	8
[6, 94; 7, 18)	7,06	19
[7, 18; 7, 42)	7,30	6
		$n = 40$

Bảng 2

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi bảng 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 6,92 (m).
- b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Dũng cho bởi bảng 1 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,26 m.
- c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu diễn kết quả 40 lần nhảy xa của vận động viên Huy cho bởi bảng 2 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là 0,16.
- d) Kết quả nhảy xa của vận động viên Dũng đồng đều hơn kết quả nhảy xa của vận động viên Huy.

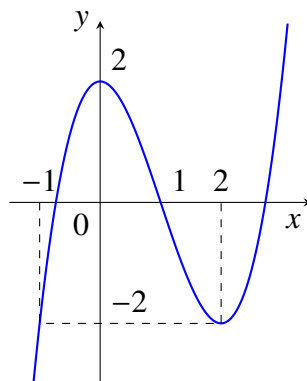
Câu 48. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị:km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50; 100)	[100; 150)	[150; 200)	[200; 250)	[250; 300)
Số ngày	5	10	9	4	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 79,17.
- c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng 55,68.

Phần III. Phần trả lời ngắn

Câu 49. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$. Tính $a + 2b$.



Câu 50. Cho hàm số $y = x^3 + 9x^2 - 12$ có đồ thị là (C) . Điểm $M(a; b)$ là điểm cực đại của đồ thị (C) . Giá trị $a - b$ bằng bao nhiêu?

Câu 51. Biết x_1, x_2 là điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 11$. Tính $2024x_1 + 2025x_2$.

Câu 52. Một hợp tác xã nuôi cá thí nghiệm trong hồ. Người ta thấy rằng nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam). Biết rằng nếu thả số lượng cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ thuộc khoảng $(a; b)$ thì cân nặng trung bình của số cá đó tăng. Tính giá trị $a + b$.

Câu 53. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày? (đơn vị triệu đồng)

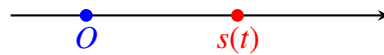
Câu 54. Trong một nhà hàng, mỗi tuần để chế biến x phần ăn ($x \in [30; 120]$) thì chi phí trung bình (đơn vị nghìn đồng) của một phần ăn được cho bởi công thức $\bar{C}(x) = 2x - 230 + \frac{7200}{x}$. Số phần ăn x là bao nhiêu thì chi phí trung bình của mỗi phần ăn là thấp nhất?

Câu 55. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 5$ có đồ thị (C) . Tính độ dài đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị (C) . (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 56. Cho hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 3$ có giá trị cực đại y_{CD} và giá trị cực tiểu y_{CT} . Giá trị $2y_{CD} - y_{CT}$ bằng bao nhiêu?

Câu 57. Biết đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 9x + 1$ là $ax + by + 4 = 0$. Tính $a + 2b$.

Câu 58. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải (hình bên dưới). Giả sử $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $s(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$, $t \geq 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị t nguyên để chất điểm chuyển động sang trái?



Câu 59. Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm, Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bởi hàm số $f(x) = TR - TC$, cực đại lợi nhuận của xí nghiệp A khi đó đạt bao nhiêu sản phẩm?

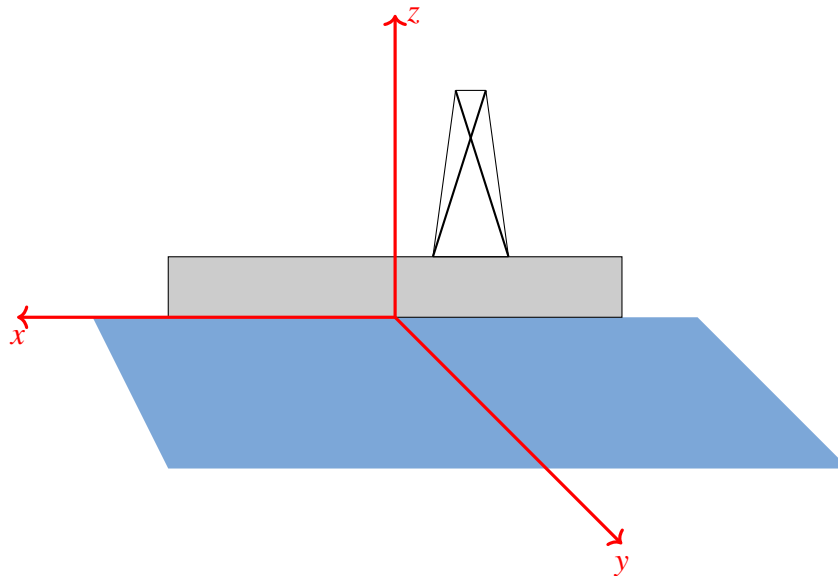
Câu 60. Sau khi phát hiện một dịch bệnh, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày phát hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = -t^3 + 45t^2 + 600t$, $t \in \mathbb{N}$, $t \leq 30$. Nếu coi $f(t)$ là hàm số xác định trên đoạn $[0; 30]$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Trong 30 ngày đầu tiên, có bao nhiêu ngày mà tốc độ truyền bệnh lớn hơn 1200?

Câu 61. Doanh số bán hệ thống âm thanh X trong một khoảng thời gian dự kiến sẽ tuân theo đường cong logistic $R = R(x) = \frac{5000}{1 + 5e^{-x}}$, $x \geq 0$, trong đó thời gian x được tính bằng năm. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ mấy.

Câu 62. Một chất điểm chuyển động có quãng đường được cho bởi phương trình $s(t) = \frac{1}{6}t^4 - \frac{4}{3}t^3 + 5t^2 - 7$, trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s), $s(t)$ tính bằng mét (m). Vận tốc chuyển động của chất điểm tại thời điểm chất điểm có gia tốc chuyển động nhỏ nhất là $\frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = 2a - 3b$.

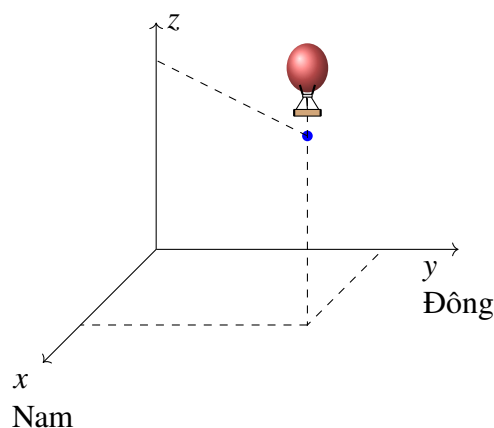
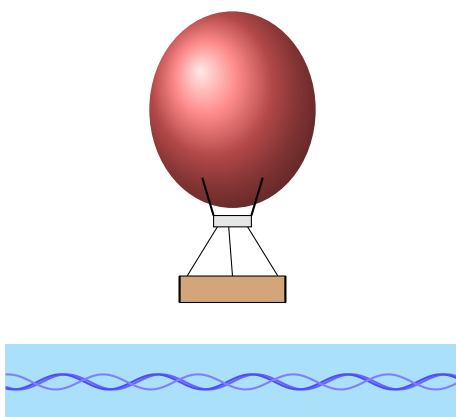
Câu 63. Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí: $C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500$. Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày? (đơn vị triệu đồng)

Câu 64. Trong không gian, xét hệ toạ độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí của một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là phẳng) với trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (hình bên dưới). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc ra đa đặt tại giàn khoan có phạm vi theo dõi là 30 km. Khi một chiếc tàu thám hiểm có toạ độ là $(25; 15; 0)$ đối với hệ toạ độ nói trên thì khoảng cách giữa tàu và ra đa là bao nhiêu kilômét? (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ nhất).



Câu 65. Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.

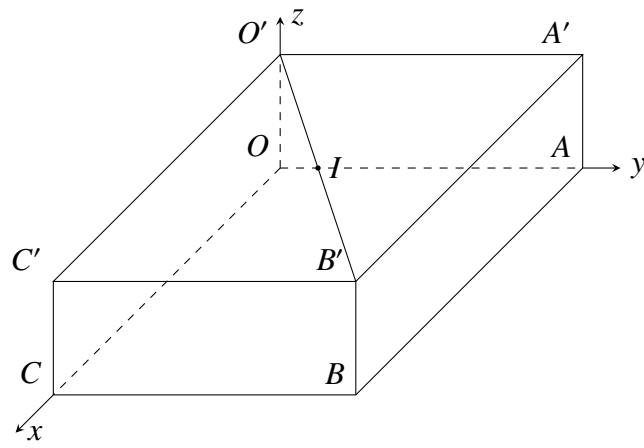
Câu 66. Một chiếc khinh khí cầu bay lên từ địa điểm cho trước. Sau khoảng thời gian bay, chiếc khinh khí cầu cách địa điểm xuất phát 2,5 km về hướng nam và 1,7 km về hướng đông, đồng thời cách mặt đất là 0,6 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của chiếc khinh khí cầu, mặt phẳng Oxy trùng với mặt đất, trục Ox hướng về nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời, đơn vị đo lấy theo kilomet. Tính khoảng cách từ địa điểm xuất phát đến địa điểm hiện tại của khinh khí cầu (đơn vị lấy theo kilomet và làm tròn đến 2 chữ số sau phần thập phân).



Câu 67. Một chiếc máy bay đang bay trong không gian $Oxyz$, với tọa độ hiện tại là $M(40; 20; 40)$. Đường bay mong muốn của máy bay đi qua hai điểm $A(0; 10; 0)$ và $B(20; 0; 10)$. Hãy tính khoảng cách ngắn nhất từ vị trí hiện tại của máy bay đến đường bay mong muốn này.

Câu 68. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đã phát hiện một máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(100; 50; 5)$ đến điểm $B(200; 100; 10)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 phút tiếp theo là $C(x; y; z)$. Khi đó tính $x + y + z$.

Câu 69. Một phòng học có thiết kế dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài là 8m, chiều rộng là 6m và chiều cao là 3m. Một chiếc đèn được treo tại chính giữa trần nhà của phòng học. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với một góc phòng và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt sàn, đơn vị đo được lấy theo mét. Khi đó, tọa độ của điểm treo đèn là $I(x; y; z)$, hãy tính $x + y + z$.



Câu 70. Thời gian chờ khám bệnh của các bệnh nhân tại phòng khám X được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)
Số bệnh nhân	3	12	15	8

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 71. Bảng tần số ghép nhóm dưới đây thể hiện kết quả điều tra về tuổi thọ trung bình của nam giới ở 50 quốc gia.

Độ tuổi	[50; 55)	[55; 60)	[60; 65)	[65; 70)	[70; 75)	[75; 80)	[80; 85)	[85; 90)
Tần số	4	7	4	6	16	12	2	0

Hãy xác định khoảng biến thiên của tuổi thọ trung bình của nam giới trong mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 72. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

Chiều cao(m)	[8, 4; 8, 6)	[8, 6; 8, 8)	[8, 8; 9, 0)	[9, 0; 9, 2)	[9, 2; 9, 4)
Tần số	5	12	25	44	14

Hãy xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).