

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $f(x) = \log_2(x^2 - 5x + 6)$. Đạo hàm của hàm số đã cho là

A. $f'(x) = \frac{2x-5}{(x^2-5x+6)\ln 2}$.

B. $f'(x) = \frac{2x-5}{(x^2-5x+6)}$.

C. $f'(x) = \frac{2x-5}{(x^2-5x+6)\log 2}$.

D. $f'(x) = \frac{1}{(x^2-5x+6)\ln 2}$.

Câu 2: Xí nghiệp A sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Biết rằng hàm tổng chi phí sản xuất là $TC = x^3 - 77x^2 + 1000x + 40000$ và hàm doanh thu là $TR = -2x^2 + 1312x$, với x là số sản phẩm sản xuất. Lợi nhuận của xí nghiệp A được xác định bằng hàm số $f(x) = TR - TC$. Số sản phẩm sản xuất bằng bao nhiêu thì xí nghiệp A đạt lợi nhuận nhiều nhất?

A. 52.

B. 54.

C. 47.

D. 51.

Câu 3: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$, cho bởi hàm số $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s, $1ft = 0,3048 m$).



(Nguồn: https://en.wikipedia.org/wiki/Hubble_Space_Telescope)

Tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian nào dưới đây?

A. $(0; 20)$.

B. $(12; 21, 2)$.

C. $(12, 3; 45, 6)$.

D. $(50; 126)$.

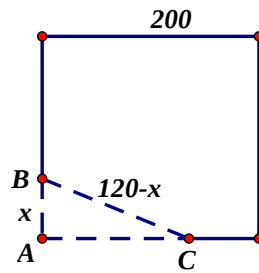
Câu 4: Gọi A, B là hai điểm phân biệt thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ và đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x - 1$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 4. B. 2. C. $\sqrt{2}$. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 5: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'C$ và $C'D'$ bằng a . Độ dài cạnh hình lập phương bằng

- A. $\sqrt{3}a$. B. $\sqrt{2}a$. C. $2\sqrt{2}a$. D. $3\sqrt{3}a$.

Câu 6: Cho một tấm gỗ hình vuông cạnh 200 cm. Người ta cắt một tấm gỗ có một hình tam giác vuông ABC từ tấm gỗ hình vuông đã cho có hình vẽ dưới đây



Giả sử $AB = x$ cm ($0 < x < 60$) là một cạnh góc vuông của tam giác vuông ABC và tổng độ dài cạnh góc vuông AB với cạnh huyền BC bằng 120 cm. Gọi $S(x)$ là diện tích của tam giác ABC . Khi $S(x)$ đạt giá trị lớn nhất thì x bằng bao nhiêu?

- A. $x = 40$ cm. B. $x = 5$ cm. C. $x = 4$ cm. D. $x = 6$ cm.

Câu 7: Cho hàm số $f(x) = 2024 \ln \left(e^{\frac{x}{2024}} + \sqrt{e} \right)$. Giá trị của biểu thức $T = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2025)$ là

- A. $T = \frac{2023}{2} + \frac{e}{\sqrt{e}+1}$. B. $T = 1011 + \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e}+1}$.
C. $T = \frac{2023}{2} + \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e}+1}$. D. $T = 1012 + \frac{\sqrt{e}}{\sqrt{e}+1}$.

Câu 8: Biết hàm số $F(x) = x^2$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_1^3 [2 + f(x)] dx$ bằng

- A. 14. B. 12. C. $\frac{38}{3}$. D. 11.

Câu 9: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = 2, AB = 2\sqrt{2}$; đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = 4$. Gọi M, N là các điểm thỏa mãn $\overrightarrow{BM} = x\overrightarrow{BD}$, $\overrightarrow{SN} = y\overrightarrow{SC}$ ($x, y \in \mathbb{R}$). Khi độ dài đoạn MN nhỏ nhất thì tổng $2x + 3y$ bằng bao nhiêu?

- A. 4. B. $\frac{11}{7}$. C. 3. D. $\frac{22}{7}$.

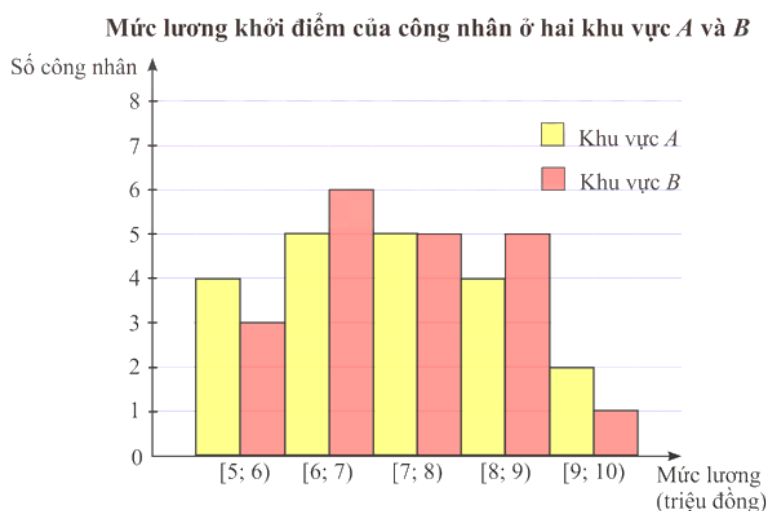
Câu 10: Một người dự định làm một bể nước bằng kính có dạng hình lăng trụ tứ giác đều không nắp và có thể tích là $16m^3$. Biết giá của mỗi mét vuông kính là 500 000 đồng và số tiền tối thiểu mua kính để làm bể nước trên là a triệu đồng. Hỏi a thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(14; 16)$. B. $(16; 18)$. C. $(18; 20)$. D. $(20; 22)$.

Câu 11: Biết hàm số $F(x) = \left(ax + b + \frac{c}{x}\right)e^{x - \frac{2}{x}}$, $(a, b, c \in \mathbb{Z})$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(1 + x + \frac{2}{x}\right)e^{x - \frac{2}{x}}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Giá trị của biểu thức $P = a^2 - 2024bc$ bằng

- A. 2024. B. 0. C. 1. D. -2024.

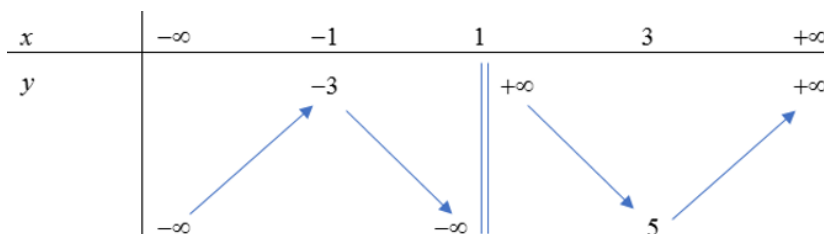
Câu 12: Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.



Gọi S_A^2, S_B^2 lần lượt là phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của khu vực A và B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $S_A^2 = S_B^2 + 0,30$. B. $S_B^2 = S_A^2 + 0,30$. C. $S_A^2 = S_B^2 + 0,03$. D. $S_B^2 = S_A^2 + 0,03$.

Câu 13: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + bx + c}{mx + n}$ ($m \neq 0$) có bảng biến thiên như sau



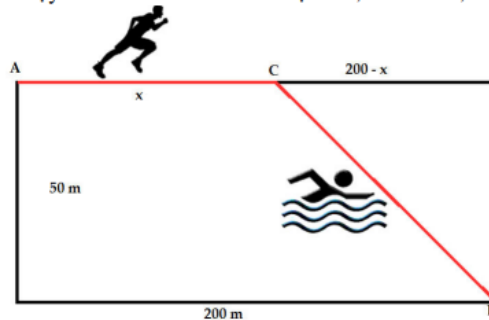
Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

- A. $y = -x + 1$. B. $y = 2x - 1$. C. $y = x - 1$. D. $y = x$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$. Biết $f'(x) = \frac{1}{x}$ và $f(2) = 1, f(-2) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(-3) + f(3)$ bằng

- A. $3 + \ln 15$. B. $1 + 2 \ln 3$. C. $3 + 2 \ln \frac{3}{2}$. D. $3 + \ln 6$.

Câu 15: Trong nội dung thi điền kinh và bơi lội phối hợp được diễn ra tại một hồ bơi có chiều rộng 50 m và chiều dài 200 m. Một vận động viên cần chạy phối hợp với bơi (bắt buộc cả hai) khi phải thực hiện lộ trình xuất phát từ A đến B như hình vẽ sau:

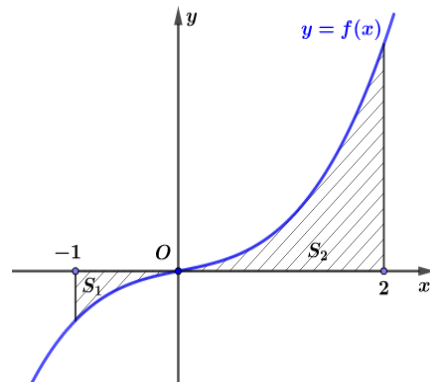


Hỏi rằng sau khi chạy được bao xa (quãng đường x) thì vận động viên nên nhảy xuống để tiếp tục bơi về đích nhanh nhất? Biết rằng vận tốc của vận động viên khi chạy trên bờ và khi bơi lần lượt là 4,5 m/s và 1,5 m/s.

- A. 197,5. B. 183,3. C. 182,3. D. 152,3.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{1}{3}x^3 + ax$ có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi S_1 , S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo. Khi $2S_1 + S_2 = 3$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(0; \frac{1}{3}\right)$. B. $\left(\frac{3}{5}; \frac{6}{5}\right)$.
C. $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$. D. $\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$.



Câu 17: Thể tích V của một kg nước (tính bằng cm^3) ở nhiệt độ T (đơn vị: $^\circ\text{C}$) thay đổi từ 0°C đến 30°C được cho xấp xỉ bởi công thức $V = 999,87 - 0,06426T + 0,0085043T^2 - 0,0000769T^3$.

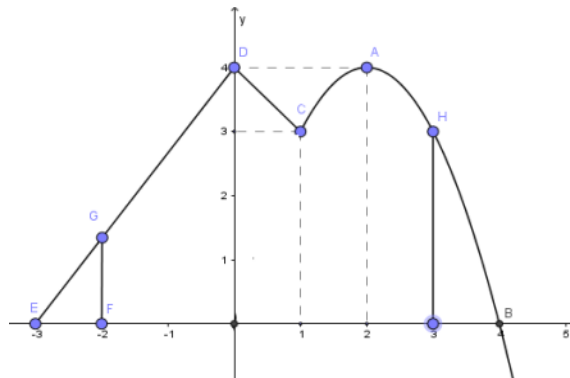
(Nguồn: James Stewart, J. (2015). Calculus. Cengage Learning 8th edition, p.284)

Biết rằng kể từ T_0 $^\circ\text{C}$ trở đi, với $0^\circ \leq T_0 \leq 30^\circ\text{C}$ thể tích V tăng, hãy tìm T_0 (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

- A. 4. B. 70. C. 5. D. 71.

Câu 18: Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3; 5]$ như hình vẽ bên (phần cong của đồ thị là một phần của Parabol $y = ax^2 + bx + c$). Tính $I = \int_{-2}^3 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{53}{3}$. B. $I = \frac{97}{6}$.



C. $I = \frac{43}{2}$.

D. $I = \frac{95}{6}$.

Câu 19: Với $a < b$, đặt $P = \int_a^b (-x^4 + 5x^2 - 4) dx$. Khi P có giá trị lớn nhất thì $a^2 + b^2$ bằng

A. 8.

B. 7.

C. 4.

D. 5.

Câu 20: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua A và vuông góc với SC ; (P) lần lượt cắt SB, SD, SC tại H, K, I . Tính $\tan(\widehat{SKI} + \widehat{SHI})$.

A. $\tan(\widehat{SKI} + \widehat{SHI}) = -2\sqrt{2}$.

B. $\tan(\widehat{SKI} + \widehat{SHI}) = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

C. $\tan(\widehat{SKI} + \widehat{SHI}) = \sqrt{3}$.

D. $\tan(\widehat{SKI} + \widehat{SHI}) = \frac{2\sqrt{2}}{3}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 21 đến câu 26. Trong mỗi ý a). b). c). d), ở mỗi câu thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ có đồ thị (C) .

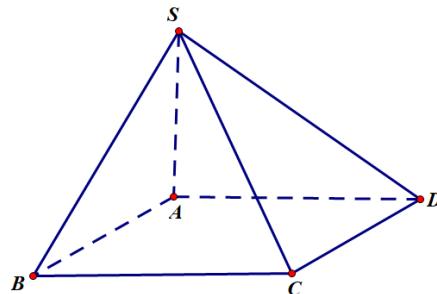
a) Hệ số góc của tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm $x = 1$ bằng 0,75.

b) Số điểm cực trị của hàm số $y = [f(x)]^2$ bằng 3.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $g(x) = f(\sin x)$ trên đoạn $\left[2\pi; \frac{5\pi}{2}\right]$ bằng 1.

d) Tồn tại 2 điểm A, B thuộc 2 nhánh của đồ thị (C) sao cho độ dài đoạn AB nhỏ nhất, khi đó tích các hoành độ của hai điểm A, B bằng 0,5.

Câu 22: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2, cạnh bên $SA = 2\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. (Tham khảo hình vẽ dưới đây)



a) Gọi α là góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng (SAC) thì $\cos \alpha = 0,94$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng $\sqrt{\frac{6}{5}}$.

c) Góc giữa hai đường thẳng SB và AC bằng 70° (làm tròn kết quả đến đơn vị độ).

- d) Điểm M thay đổi trong không gian sao cho biểu thức $T = MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.
 Khi T đạt giá trị nhỏ nhất, thể tích khối chóp $S.ACM$ bằng $\frac{4\sqrt{3}}{27}$.

Câu 23: Một tháp trung tâm kiểm soát không lưu ở sân bay cao $80m$ sử dụng ra đa có phạm vi theo dõi $500km$ được đặt trên đỉnh tháp. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí chân tháp, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất sao cho trục Ox hướng về phía tây, trục Oy hướng về phía nam, trục Oz hướng thẳng đứng lên phía trên (như hình vẽ) (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét).



Một máy bay tại vị trí A cách mặt đất $10km$, cách $300km$ về phía đông và $200km$ về phía bắc so với tháp trung tâm kiểm soát không lưu.

- a) Ra đa ở vị trí có tọa độ $(0;0;80)$.
 b) Vị trí A có tọa độ $(300;200;10)$.
 c) Khoảng cách từ máy bay đến ra đa là khoảng $360,69km$ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của đơn vị kilômét).
 d) Ra đa của trung tâm kiểm soát không lưu không phát hiện được máy bay tại vị trí A .

Câu 24: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện như bảng dưới đây

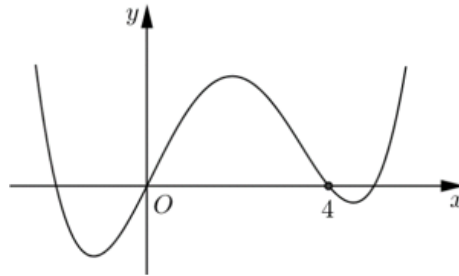
Nhóm	Công ty A	Công ty B
$[10;15)$	15	25
$[15;20)$	18	15
$[20;25)$	10	7
$[25;30)$	10	5
$[30;35)$	5	5
$[35;40)$	2	3
	$n = 60$	$n = 60$

- a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là $\frac{62}{3}$.
 b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty A là 5.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm của công ty B là 52,91 (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

d) Nhận thấy độ lệch chuẩn của công ty A nhỏ hơn công ty B nên mức lương của công ty A đồng đều hơn.

Câu 25: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



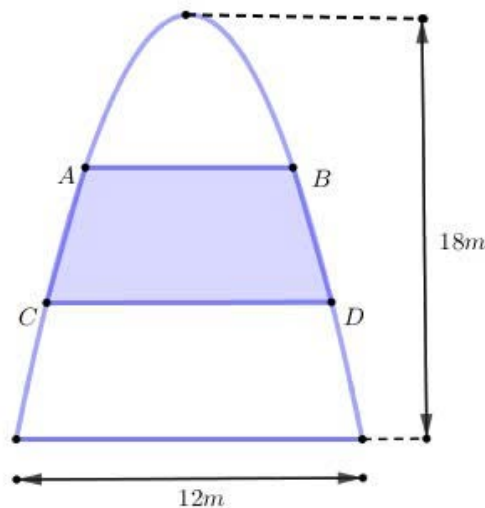
a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 4)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ không có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$.

c) Hàm số $y = f(x^3 + 3x^2)$ có 4 điểm cực tiểu.

d) Đồ thị hàm số $y = f(x^3 + 3x^2)$ có thể cắt trục hoành tại tối đa 8 điểm.

Câu 26: Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao $18m$, chiều rộng chân đế $12m$. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD theo phương nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ dưới đây).



a) Mọi đường cong Parabol trong mặt phẳng Oxy đều có phương trình dạng $y = ax^2 + bx + c$, với $a > 0$.

b) Nếu gắn vào mô hình một hệ trục Oxy sao cho đỉnh của cổng chào là gốc tọa độ, trục Oy hướng lên trên và vuông góc với phương ngang thì Parabol có phương trình $y = -\frac{1}{3}x^2$.

c) Tỷ số $\frac{AB}{CD}$ bằng $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$.

d) Diện tích miền tô đậm $ABDC$ bằng $24m^2$.

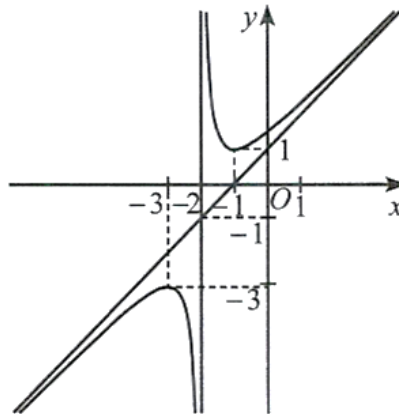
PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 27 đến câu 36.

Câu 27: Tính giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \ln(x^2 + x + 1) + 1$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 28: Một máy bơm nước vào bể chứa, gọi $h(t)$ là thể tích nước bơm được sau t giây. Cho $h'(t) = 3at^2 + bt$ (m^3/s) và ban đầu bể không có nước. Sau 5 giây thì thể tích nước trong bể là $150 m^3$. Sau 10 giây thì thể tích nước trong bể là $1100 m^3$. Hỏi thể tích nước trong bể sau khi bơm được 20 giây là bao nhiêu m^3 ?

Câu 29: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên và cạnh đáy bằng 3. Gọi M, N là hai điểm lần lượt thuộc các cạnh AB' và BC' sao cho $\overrightarrow{B'M} = 2\overrightarrow{MA}$; $\overrightarrow{BN} = 2\overrightarrow{NC'}$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng bao nhiêu?

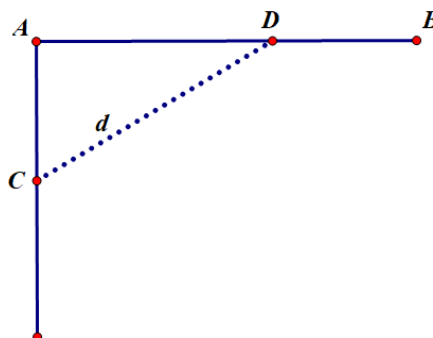
Câu 30. Cho hàm số $y = f(x) = \frac{ax^2 + bx + c}{x + n}$ (với $a \neq 0$) có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây. Tổng $a + b + c + n$ bằng bao nhiêu?



Câu 31: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}$ trên khoảng $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ là hàm số $F(x) = a \cot bx + C$, trong đó a, b là các số nguyên, C là hằng số tùy ý. Tích $a.b$ bằng bao nhiêu?

Câu 32: Cho hàm số $y = x + 1 + \frac{1}{x-1}$ có đồ thị (C) . Điểm M di động trên đồ thị (C) , tiếp tuyến của (C) tại M tạo với hai tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

Câu 33: Hai con tàu T1 và T2 đang đỗ ở hai vị trí A và B cách nhau 5 hải lý. Đồng thời cả hai tàu cùng khởi hành theo hướng không đổi, tàu T2 chạy về vị trí A với vận tốc 7 hải lý/giờ, tàu T1 chạy với vận tốc 6 hải lý/giờ theo hướng vuông góc với AB . Giả sử tại thời điểm t sau khi xuất phát, khoảng cách giữa hai tàu là d . Khi đó tàu T1 đang ở vị trí C và tàu T2 đang ở vị trí D như hình vẽ. Xét trong khoảng thời gian tàu T2 chạy từ B đến A thì d lớn nhất là bao nhiêu hải lý (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?



Câu 34: Giả sử doanh số (tính bằng số sản phẩm) của một sản phẩm mới (trong vòng một số năm nhất định) tuân theo quy luật logistic được mô tả bằng hàm số $y = f(x) = \left(\frac{5000}{1 + 5e^{-x}} \right)$, trong đó thời gian x được tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới. Khi đó, đạo hàm $f'(x)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Hỏi tốc độ bán hàng đạt tối đa vào thời điểm năm thứ bao nhiêu?

Câu 35: Sau khi đo kích thước của thùng rượu vang (Hình vẽ dưới), bạn Quân xác định thùng rượu vang có dạng hình tròn xoay được tạo thành khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -0,011x^2 - 0,071x + 40$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -35; x = 35$ quay quanh trục Ox . Tính thể tích thùng rượu vang đó, biết đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét (làm tròn kết quả đến hàng trăm của đơn vị centimét).



Câu 36: Ba chiếc máy bay không người lái cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc máy bay thứ nhất cách điểm xuất phát về phía Đông $60(km)$ và về phía Nam $40(km)$, đồng thời cách mặt đất $2(km)$. Chiếc máy bay thứ hai cách điểm xuất phát về phía Bắc $80(km)$ và về phía Tây $50(km)$, đồng thời cách mặt đất $4(km)$. Chiếc máy bay thứ ba nằm chính giữa của chiếc máy bay thứ nhất và thứ hai, đồng thời ba chiếc máy bay này thẳng hàng.



Khoảng cách của chiếc máy bay thứ ba đến vị trí tại điểm xuất phát của nó bằng bao nhiêu kilômét (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm của đơn vị kilômét)?

-----HẾT-----

Họ và tên thí sinh:..... Số báo danh:.....

Họ, tên và chữ ký của GT 1:..... Họ, tên và chữ ký của GT 2:.....