



PHAN NHẬT LINH

BỘ ĐỀ KIỂM TRA

Bộ đề kiểm tra theo bài và ôn tập cuối chương lớp 12 được biên soạn theo cấu trúc mới với nhiều bài toán thực tế hay và khó.

KẾT NỐI TRI THỨC



KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

CHÂN TRỜI SÁNG TẠO



Chân trời sáng tạo

CÁNH DIỀU



Năm học
2024 - 2025



Call me/zalo:
0817.098.716

Thầy cô cần tài liệu Toán 10,11,12 chương trình mới vui lòng liên hệ zalo: 0817.098.716

**BÀI 01. TÍNH ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 01**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		14	$+\infty$	6	$-\infty$

- A. $(-7; +\infty)$. B. $(-7; -4)$. C. $(6; +\infty)$. D. $(-7; 4)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	6	7	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-2	$+\infty$	

Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.

- A. $x = 7$. B. $x = -2$. C. $x = 0$. D. $x = 6$.

Câu 3: Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Câu 4: Một vật có phương trình quãng đường tính theo thời gian là $s(t) = 5 + 8t - 2t^2$? Tại thời điểm nào, vật cách mốc tính quãng đường khoảng lớn nhất?

- A. 1 giây. B. 2 giây. C. 3 giây. D. 4 giây.

Câu 5: Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 4$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x+8}{5x-9}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 5)$. B. $(-\infty; +\infty)$. C. $(0; +\infty)$. D. $(2; +\infty)$.

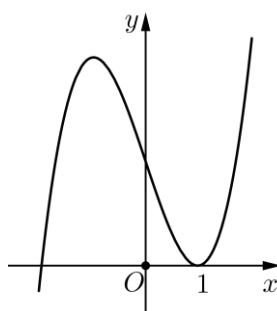
Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 11x - 1}{x - 11}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-\infty; 11)$. B. $(10; +\infty)$. C. $(8; 15)$. D. $(-\infty; 6)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x}{x^2 + 8}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-6; +\infty)$. B. $(-2\sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 7)$. D. $(-\infty; -2\sqrt{2})$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Câu 10: Một vật dao động có phương trình là $x(t) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm, t có đơn vị là giây. Mệnh đề nào sau đây đúng? Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật tăng hay giảm?

- A. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật không đổi.
B. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn tăng.
C. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn giảm.
D. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật giảm, sau đó tăng.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. 6. B. -2. C. 0. D. 2.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - \frac{21x^2}{2} + 36x - 1$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

- A. $x = 8$. B. $x = 4$. C. $x = 1$. D. $x = 3$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	+
$f(x)$	$+\infty$	-17	-13	-18	$+\infty$



- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
- b) $f(1) < f(3)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.
- d) Phương trình $f'(3x-1) = 0$ nhận $x = \frac{2}{3}$ làm nghiệm.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2023; 2026)$
- d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	3	7	11	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

- a) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 7$.
- b) $f(7)$ là giá trị cực đại của hàm số đã cho.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
- d) $f(11) > f(7)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.
- b) Hàm số $g(x) = 2x - 3f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.
- c) $f(\sin^2 x) < f\left(\frac{3}{2}\right)$
- d) Hàm số $y = f(2-3x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.



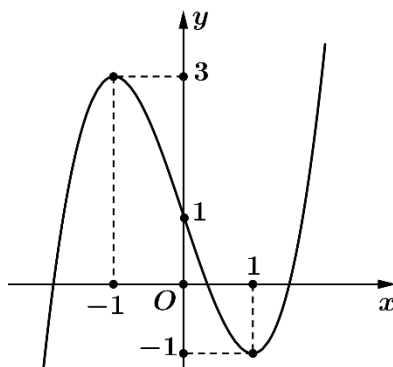
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại bằng $x = x_2$.

Tính $P = -2x_1 + x_2$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{mx - 3}{2x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số khoảng đồng biến của hàm số là



Câu 4: Một công ty du lịch tổ chức tua du lịch với giá mỗi tua là 5 triệu đồng một khách cho 30 khách. Từ khách thứ 31, cứ thêm một khách, giá của tua lại được giảm a nghìn (a là số nguyên dương). Số khách thêm của tua không quá 15 người. Biết rằng nếu nhận thêm từ 1 đến 8 khách thì doanh thu tăng dần theo số khách nhận thêm. Tìm giá trị lớn nhất của a .

Câu 5: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 6: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126(s)$ cho bởi hàm số sau đây:
 $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s, 1 feet = 0,3048 m)



Gọi $(a; b)$ là khoảng thời gian gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tính $T = a + b$?

-----HẾT-----

**BÀI 02. MAX-MIN CỦA HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 02**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

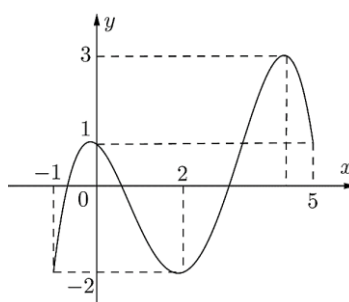
Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là

- A. 10. B. 12. C. 14. D. 17.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằng

- A. $\max_{[1;3]} y = 3$. B. $\max_{[1;3]} y = 4$. C. $\max_{[1;3]} y = 5$. D. $\max_{[1;3]} y = 6$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng

- A. -1 B. 4 C. 1 D. 2

Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

- A. 20. B. -16. C. 0. D. 4.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $(-1; +\infty)$ bằng

- A. $f(1)$. B. $f(-2)$. C. $f(-1)$. D. $f(0)$.

Câu 6: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3\sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ là

- A. $\frac{31}{2}$. B. $\frac{11}{2}$. C. $\frac{41}{4}$. D. $\frac{61}{4}$.



Câu 7: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động. Hỏi sau bao lâu khi chất điểm chuyển động thì đạt được vận tốc lớn nhất?

- A. 2(s). B. 1(s). C. 13(s). D. 4(s).

Câu 8: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

- A. 81200 VNĐ. B. 80200 VNĐ. C. 82200 VNĐ. D. 83200 VNĐ.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m > 4$ B. $2 < m \leq 4$ C. $m \leq 0$ D. $0 < m \leq 2$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[-3;-2]} y = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3 < m \leq 4$. B. $-2 < m \leq 3$. C. $m > 4$. D. $m \leq -2$.

Câu 11: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

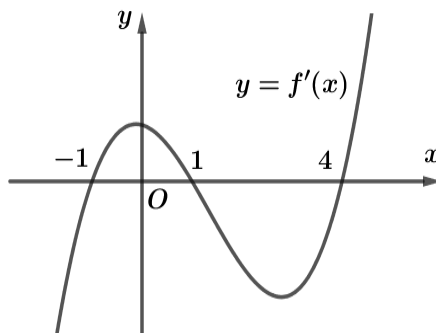
- A. $243(m/s)$. B. $27(m/s)$. C. $144(m/s)$. D. $36(m/s)$.

Câu 12: Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 .

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị
b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$



c) $f(1) > f(2) > f(4)$.

d) Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ (với tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.b) Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ d) Có 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$, (tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m = 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$ b) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$ c) Khi $m = 1$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng -4 d) Có tất cả 1 giá trị nguyên của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$

Câu 4: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.

a) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).

b) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).

c) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 (km/s).

d) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là 139,37 (km).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng bao nhiêu?

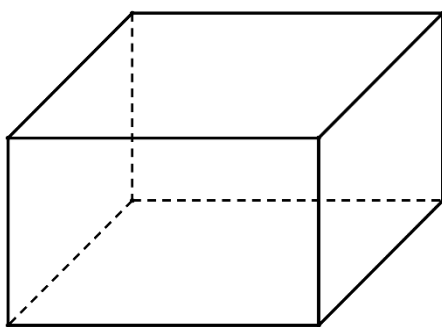
Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1 + m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ không vượt quá 7. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên?



- Câu 3:** Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8. Tìm giá trị nguyên của tham số m .
- Câu 4:** Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 6t^2 - t^3$. Vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng bao nhiêu giây?
- Câu 5:** Một cửa hàng có 8 máy in, mỗi máy in in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy in chạy trong một giờ được tính bằng công thức $60(6n + 10)$. Hỏi nếu in 50 000 bản in là các tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?



- Câu 6:** Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là 980.000đ/m² và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng triệu đồng).



-----HẾT-----

**BÀI 03. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 03**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

A. $y = \frac{1}{3}$.

B. $y = 3$.

C. $y = -1$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng nào sau đây

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.**Lời giải**

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** 3**B.** 2**C.** 4**D.** 1**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y = 2$ và $y = 5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 5: Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$

B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$

C. $y = \frac{4}{x-1}$

D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và một tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$

Hàm số $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$ có một tiệm cận đứng $x = -3$ và một tiệm cận xiên $y = x$.

Hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = 1$ và một tiệm cận ngang $y = 0$.

Hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	—		—	
$f(x)$	1	2	3	
	$-\infty$		-3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.**B.** 3.**C.** 4.**D.** 1.**Lời giải**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận



Câu 7: Đường thẳng $2y + 1 = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{1 - 2x}$

C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$

D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{1 - 2x}$ không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = -2$.

Hàm số $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$ có tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2y + 1 = 0$.

Câu 8: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$

C. 2

D. 4

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+3} = 0$. Vậy $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ (Δ) là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

Khi đó: $d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Câu 9: Với giá trị nào của m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + m + \frac{3}{m-x}$ đi qua điểm $M(1; 2)$

A. $m = 1$

B. $m = 0$

C. $m = 2$

D. Một đáp án khác.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{m-x} = 0$. Vậy $y = x + m$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Để $M(1; 2)$ nằm trên tiệm cận xiên thì $2 = 1 + m \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ là (C_m) . Giá trị của m để đồ thị hàm số (C_m) không có tiệm cận đứng là:

A. $m = 0$.

B. $m = 1$

C. $m = 0$ hoặc $m = 1$.

D. $m = 0$ hoặc $m = -1$.

Lời giải

Hàm số không có tiệm cận đứng khi $x = m$ là nghiệm của:

$$2x^2 - 3x + m = 0 \text{ tức là } 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$



Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có đồ thị (C_m) . Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số (C_m) có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên.

A. $m = \frac{7}{2}$

B. $m = \frac{3}{2}$

C. $m = 2$

D. $m = 0$

Lời giải

Ta có $m = 0$ thì $y = \frac{6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

$$m \neq 0 \text{ thì } y = mx + 6 - 2m + \frac{4m - 14}{x + 2}.$$

Nếu $4m - 14 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$ thì hàm số không có tiệm cận.

Câu 12: Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 50 000

B. 50005

C. 10

D. 5

Lời giải

Gọi $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A thì $T(x) = 50000 + 5x$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{T(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50000}{x} + 5 \right) = 5.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hàm số dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	-	+
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang

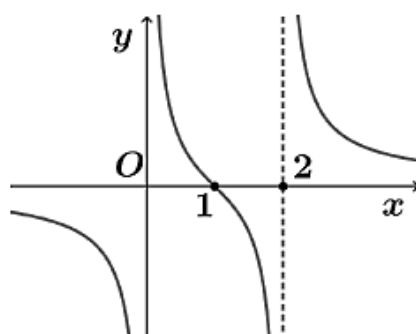


- c) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng
 d) Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

Lời giải

- a) Sai: Hàm số không xác định tại $x = -1$
 b) Sai: Khi $\begin{cases} x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty \end{cases}$ nên hàm số không có tiệm cận ngang
 c) Sai: Hàm số có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$
 d) Sai: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(0; 2)$
 b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
 c) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận ngang
 d) Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 2.

Lời giải

- a) Đúng: Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(0; 2)$
 b) Đúng: Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
 c) Đúng: Hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang
 d) Đúng: Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 2.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.
 b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.
 c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
 d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0; -4)$.



Lời giải

a) Đúng: Ta có $y = x - 4 + \frac{10}{x+2}$.

$\lim_{x \rightarrow -2} y = \infty$ nên $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{x+2} = 0$ nên $y = x - 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

b) Đúng: Giao điểm của hai tiệm cận thỏa mãn $\begin{cases} x = -2 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -6 \end{cases}$.

c) Sai: Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $\frac{4}{\sqrt{2}}$.

d) Đúng: Mặt khác $-4 = 0 - 4$ nên M nằm trên tiệm cận xiên.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1} (C_m)$ (m là tham số). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.

b) Để tiệm cận xiên của (C_m) đi qua $M(2, -5)$ thì $m = -8$

c) Để tiệm cận xiên của (C_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8 (đvdt) thì tổng tất cả các giá trị m tìm được bằng 2

d) Với $m = 3$ thì giao điểm của hai đường tiệm cận của (C_m) nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$

Lời giải

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

a) Đúng: Ta có $y = x + m + 1 + \frac{m}{x-1}$. Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.

Với $m \neq 0$, (C_m) có tiệm cận xiên $y = x + m + 1 (\Delta_m)$ vì $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x + m + 1)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m}{x-1} = 0$.

b) Đúng: Để (Δ_m) qua $M(2, -5)$ thì $-5 = 2 + m + 1 \Leftrightarrow m = -8$ (thỏa mãn)

c) Sai: Gọi A là giao điểm của Δ_m với Ox suy ra $A(-m-1; 0)$

Gọi B là giao điểm của Δ_m với Oy suy ra $B(0; m+1)$.

Suy ra: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |-m-1| |m+1| = \frac{1}{2} (m+1)^2$

Để $S_{\Delta OAB} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} (m+1)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn $m \neq 0$).



d) Sai: Ta có với $m \neq 0, x = 1$ là tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow 1} y = \infty$ nên $y = x + m + 1$ là tiệm cận xiên.

Khi đó giao điểm của 2 tiệm cận là $I(1; m + 2)$.

Để I nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$ thì $m + 2 = 1 + 3 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x + m}{mx - 1}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 2.

Lời giải.

Với $m \neq 0$ ta có: $S = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{m} \right| \cdot \left| \frac{2}{m} \right| = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 2: Chi phí để loại $x(\%)$ chất gây ô nhiễm là C (nghìn đô) với $C(x) = \frac{12x}{100 - x}$. Tính chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm?

Lời giải

Khi $x = 50$ thì $C(50) = \frac{12 \cdot 50}{100 - 50} = 12$ (nghìn đô)

Vậy chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm là 12 nghìn đô.

Câu 3: Anh An là một nhà quy hoạch đô thị, mô hình hóa dân số $P(t)$ (nghìn người) của vùng anh ấy sống sau t năm kể từ thời điểm hiện tại là $P(t) = \frac{40t}{t^2 + 10} - \frac{50}{t + 1} + 70$. Dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là bao nhiêu nghìn người (khi $t \rightarrow +\infty$).

Lời giải

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{40t}{t^2 + 10} = 0$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{-50}{t + 1} = 0$ suy ra $P(t) = 70$.

Vậy dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là 70 nghìn người.

Câu 4: Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t) \left(\frac{mg}{ml} \right)$ với $C(t)$ được cho bởi công thức $C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013$. Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể nạn nhân trong dài hạn (khi $t \rightarrow +\infty$).

Lời giải

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{40t}{t^2 + 10} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013 \right) = 0,013 \left(\frac{mg}{ml} \right)$.

Câu 5: Hai loài cùng tồn tại trong cùng một hệ sinh thái. Sau t năm, số lượng cá thể loài I là $P(t)$ nghìn con, số lượng cá thể loài II là $Q(t)$ nghìn con, trong đó P và Q được mô hình hóa bởi



các hàm $Q(t) = \frac{64}{4-t}$ với mọi $t \geq 0$ sao cho số lượng cá thể tương ứng là đại lượng không âm.

Tìm số lượng cá thể ban đầu của mỗi loài II.

Lời giải

Ta có: $Q(0) = \frac{64}{4-0} = 16$ (nghìn con).

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (m^2 + m + 2)x + m^2 + 3}{x+1}$. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để khoảng cách từ gốc O đến tiệm cận xiên hoặc ngang là nhỏ nhất.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

$$y = \frac{mx^2 + (m^2 + m + 2)x + m^2 + 3}{x+1} = mx + m^2 + 2 + \frac{1}{x+1}, x \neq -1$$

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+1} = 0$ nên $(d): y = mx + m^2 + 2 \Leftrightarrow (d): mx - y + m^2 + 2 = 0$ là đường tiệm cận xiên hoặc ngang của hàm số.

$$\text{Ta có: } d(O; d) = \frac{|m^2 + 2|}{\sqrt{|m^2 + 1|}} = \sqrt{m^2 + 1} + \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}} \geq 2$$

Vậy $d(O; d)$ nhỏ nhất bằng 2 khi $\sqrt{m^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}} \Leftrightarrow m = 0$.

Khi đó hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

-----**HẾT**-----

**BÀI 04. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 04**

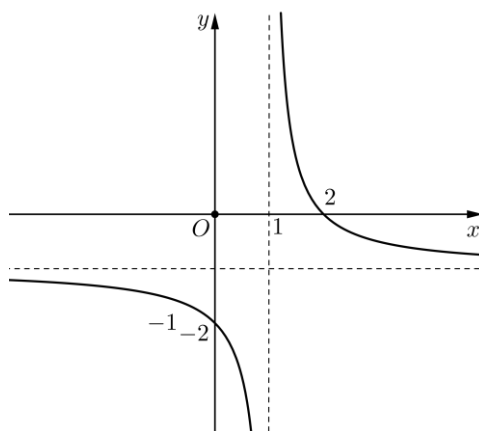
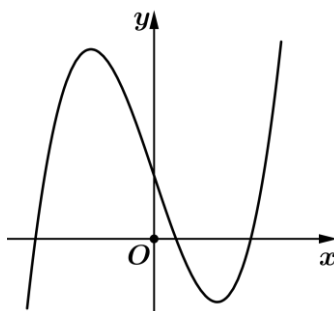
(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

*Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số***PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.****Câu 1:** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.**Câu 2:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng:A. $S = 0$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.**Câu 3:** Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?A. $y = x^3 - 3x - 1$. B. $y = x^3 - 3x^2 + 1$. C. $y = -x^3 + 3x + 1$. D. $y = x^3 - 3x + 1$.



Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	1	$+\infty$	1

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

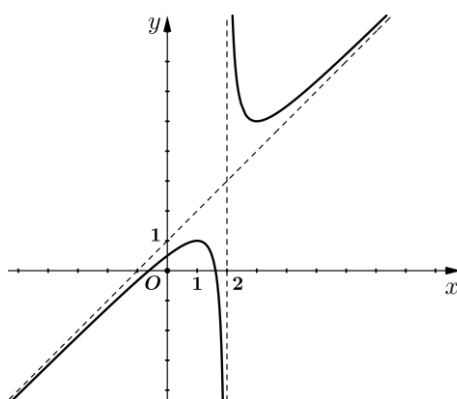
A. 3

B. 1

C. 2

D. 0

Câu 5: Đồ thị ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào trong các hàm số sau?



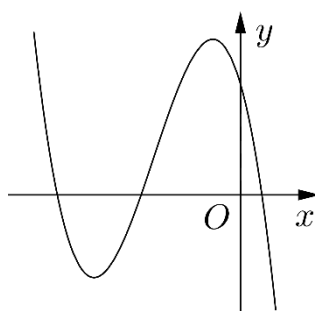
A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$

B. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 2}$

C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$

D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$

Câu 6: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	-1



A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Câu 8: Một bể chứa ban đầu có 100 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 20 lít nước, đồng thời cho vào bể 10 gam chất khử trùng (hoà tan). Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là:

A. $f(t) = \frac{20t+100}{10t}$.

B. $f(t) = 20t+100$.

C. $f(t) = \frac{10t}{20t+100}$.

D. $f(t) = 20,02t+100$.

Câu 9: Hồ nuôi tôm giống của một anh nông dân chứa 30 khối nước, cứ mỗi giờ máy bơm nước sẽ bơm thêm vào hồ 4 khối nước, đồng thời anh ta cũng thêm vào 3 kg bột xử lý nước. Nồng độ (kg/khối) của bột xử lý nước trong hồ không bao giờ vượt qua

A. 12 (kg/khối).

B. 1,33 (kg/khối).

C. 0,75 (kg/khối).

D. 0,75 (kg/khối).

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m}{x + m}$ có đồ thị (C_m) . Có tất cả bao nhiêu đồ thị (C_m) đi qua điểm $(0;1)$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	2

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^3 - 8 \leq 0$.

B. $-b^2 + 4 > 0$.

C. $b^2 - 3b + 2 < 0$.

D. $b^3 - 8 < 0$.

Câu 12: Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (m^2 - 2)x + 2m^2 + 4$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 8 là

A. $m = \pm 2$.

B. $m = \pm 1$.

C. $m = \pm\sqrt{3}$.

D. $m = \pm\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cap (5; +\infty)$

c) Điểm uốn của đồ thị hàm số có tọa độ $I(2; -26)$

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80



- Câu 2:** Cho hàm số $y = 2x^3 + (m-1)x^2 + (m+2)x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Khi $m = 1$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm phân biệt
 - Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(0;1)$
 - Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 9x - 3$ đi qua điểm $B(1;5)$
 - Có 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$.
- Câu 3:** Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .
 - Điểm $I(-2;3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .
 - Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt
 - Đường thẳng $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A, B . Biết đường thẳng $y = x + k$ cắt (C) tại C, D thì $ABCD$ là hình bình hành khi đó $k > 5$
- Câu 4:** Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:
- Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.
 - Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
 - Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
 - Đồ thị không cắt trục Ox .

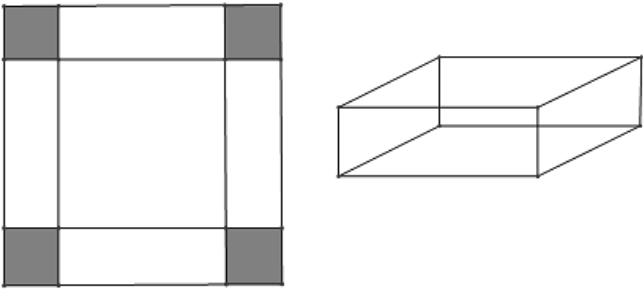
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Gọi S là tập hợp các giá trị m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$ tạo với hai trục hệ tọa độ Oxy một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó tổng các giá trị của S bằng bao nhiêu?
- Câu 2:** Nếu trong một ngày, một xưởng sản xuất được x chiếc vợt cầu lông thì chi phí trung bình (tính bằng nghìn đồng) cho một chiếc vợt cầu lông được cho bởi công thức $C(x) = \frac{5x+1}{x}$. Xét trong một khoảng thời gian dài, xưởng sản xuất đã sản xuất được “rất nhiều” chiếc vợt cầu lông. Vậy cho đến nay, chi phí sản xuất mỗi chiếc vợt cầu lông là bao nhiêu nghìn đồng?

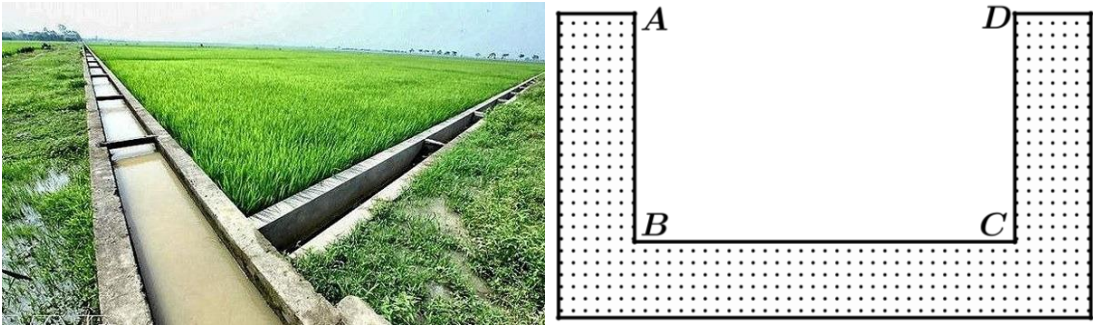




Câu 3: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.

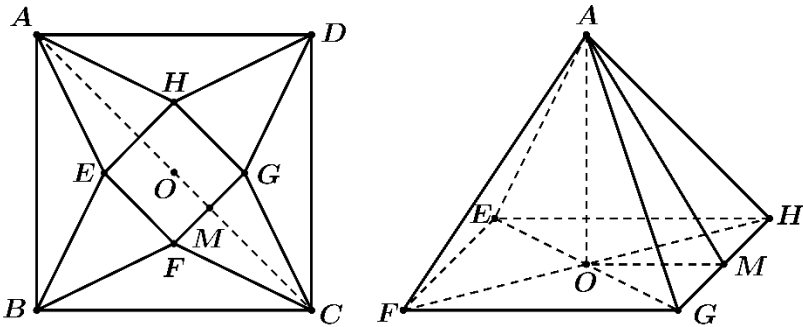


Câu 4: Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $ABCD$. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt $ABCD$ là $0,48\text{m}^2$. Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài $T = AB + BC + CD$ là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Câu 5: Một cốc chứa 25 ml dung dịch NaOH với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của NaOH sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của NaOH trong cốc sẽ luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a ?

Câu 6: Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 10 cm. Giáo viên yêu cầu 4 tổ sử dụng tấm bìa này và cắt tấm bìa theo các tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA để sau đó gấp các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh A, B, C, D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng là $\frac{a\sqrt{b}}{c} \text{ (cm}^3\text{)}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$



-----HẾT-----



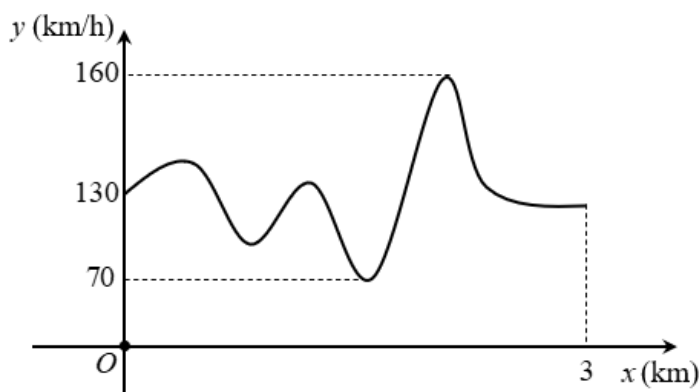
**BÀI 05. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN THỰC TẾ - ĐỀ SỐ 05**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Đồ thị bên dưới là tốc độ của một chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km.

Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

- A. 3 (km/h). B. 160 (km/h). C. 130 (km/h). D. 70 (km/h).

Câu 2: Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với tốc độ ban đầu là 32,5 m/s (bỏ qua sức cản của không khí), độ cao (tính bằng mét) của vật sau t giây được cho bởi công thức $h(t) = 32,5t - 4,9t^2$. Vận tốc của vật sau 3 giây bằng

- A. 53,4 (m/s). B. 32,5 (m/s). C. 3,1 (m/s). D. 4,9 (m/s).

Câu 3: Giả sử số lượng của một quần thể nấm X tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = 120e^{0,15t}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X là

- A. 18 tế bào/giờ. B. 120 tế bào/giờ. C. 15 tế bào/giờ. D. 102 tế bào/giờ.

Câu 4: Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hóa nào đó là $C(x) = 27900 + 100x - 1,5x^2 + 0,025x^3$. Khi đó hàm chi phí biên tương ứng là

- A. $C'(x) = 28000 - 3x + 0,075x^2$. B. $C'(x) = 100 - 3x + 0,075x^2$.
C. $C'(x) = 100 + 3x + 0,075x^2$. D. $C'(x) = 28000 + 3x + 0,075x^2$.

Câu 5: Giả sử số lượng x sản phẩm bán ra của một loại hàng hóa phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng, $p < 250$) của nó theo công thức $x = \frac{250 - p}{0,01p}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Số lượng sản phẩm bán ra luôn tăng khi giá bán tăng.
B. Số lượng sản phẩm bán ra không đổi khi giá bán giảm.
C. Số lượng sản phẩm bán ra luôn giảm khi giá bán giảm.
D. Số lượng sản phẩm bán ra luôn giảm khi giá bán tăng.

Câu 6: Một cửa hàng bán dầu muốn đóng những thùng đựng dầu có thể tích không đổi bằng $V = 30\text{dm}^3$. Thùng có dạng hình hộp chữ nhật có nắp, đáy là hình vuông cạnh x dm ($x > 0$). Trên thị trường, giá nguyên vật liệu làm đáy và nắp thùng là $120\,000$ đồng/ m^2 , giá nguyên vật liệu làm mặt xung quanh của thùng là $100\,000$ đồng/ m^2 . Chi phí để cửa hàng làm một thùng đựng dầu được cho bởi công thức (đơn vị nghìn đồng)?

A. $f(x) = \frac{12}{5}x^2 + \frac{120}{x}$.

B. $f(x) = 24x^2 + \frac{120}{x}$.

C. $f(x) = 2x^2 + \frac{120}{x}$.

D. $f(x) = 24x^2 + \frac{1200}{x}$.

Câu 7: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Trong bốn phương án dưới đây, lái xe sẽ thu được nhiều tiền nhất ứng với số khách được chở là

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Câu 8: Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra. Khi đó hàm doanh thu của công ty là

A. $f(x) = 1000x - 25x^2$.

B. $f(x) = 1000x + 25x^2$.

C. $f(x) = 25x^2 - 1000x$.

D. $f(x) = 1000 - 25x^2$.

Câu 9: Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) được biểu diễn theo công thức: $C(v) = \frac{5400}{v} + \frac{3}{2}v$ ($0 < v \leq 120$). Tài xế xe tải lái xe với tốc độ trung bình là bao nhiêu để tiết kiệm tiền xăng nhất?

A. 30.

B. 60.

C. 90.

D. 120.

Câu 10: Dân số của Việt Nam sau t năm tính từ năm 2023 được dự đoán theo công thức với $N(t)$ tính theo đơn vị triệu người: $N(t) = 100.e^{0,012t}$, $0 < t \leq 50$. Biết rằng đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam (đơn vị là triệu người/năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số hơn 2 triệu người/năm.

A. 2063.

B. 2064.

C. 2065.

D. 2066.

Câu 11: Giả sử hàm cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức: $p = \frac{354}{1+0,01x}$, $x \geq 0$. Trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Số lượng đơn vị sản phẩm bán được sẽ thay đổi như thế nào khi giá bán tăng.

A. Tăng lên.

B. Giảm đi.

C. Không thay đổi.

D. Không xác định.

Câu 12: Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp để chứa nước. Gọi x (cm) là bán kính đáy của chiếc xô và $S(x) = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$ (cm^2) là diện tích toàn phần của chiếc xô, khi đó x bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất (kết quả làm tròn tới hàng phần mười)?

A. 14,7.

B. 15.

C. 15,2.

D. 14.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

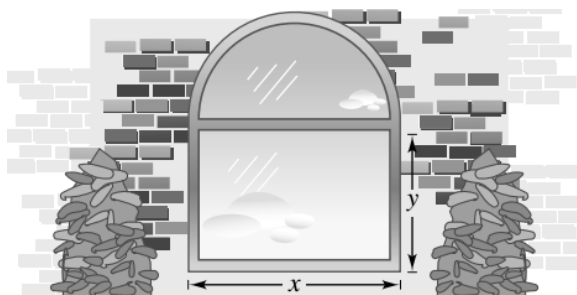
Câu 1: Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.

- a) Hàm gia tốc của vật là $a = y'$.
- b) Hàm vận tốc của vật là $v(t) = 3t^2 - 12$.
- c) Tại thời điểm $t = 1$ thì hạt đang chuyển động lên trên.
- d) Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ thì quãng đường mà hạt đi là 23m.

Câu 2: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Cho phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
- c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.
- d) Bên A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 3: Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên dưới, người ta dùng 8m dây thép để làm các đường viền. Gọi x, y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.



- a) Chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt là $\frac{\pi x}{2}$.
- b) Giá trị của y tính theo x là $4 - \frac{x(4 + \pi)}{4}$.
- c) Diện tích của cửa sổ là $S = 4x - x^2$.
- d) Khi diện tích của cửa sổ lớn nhất thì $y = \frac{16}{8 + \pi}$.

Câu 4: Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất x (m^3) nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất x (m^3) sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó:



- a) $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$.
- b) Chi phí sản xuất $100m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.
- c) $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$.
- d) Chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày không vượt quá $100m^3$.

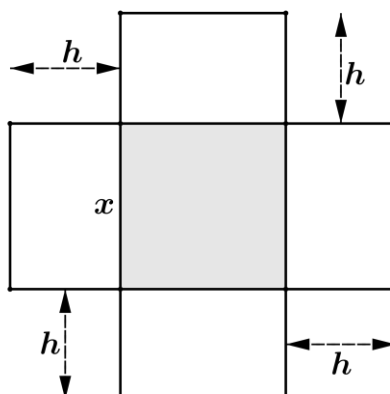
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

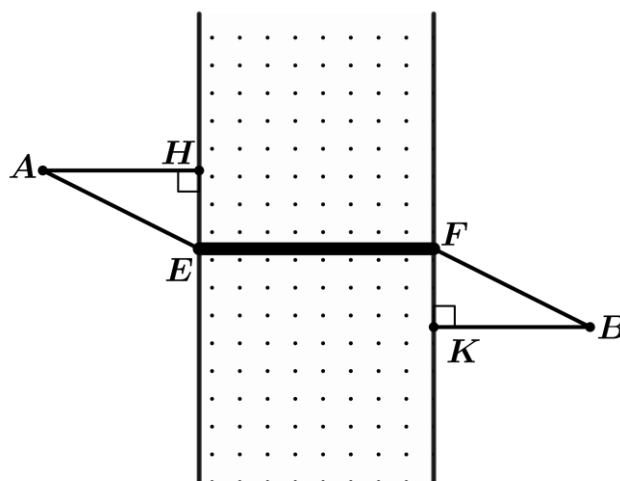
$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Câu 2: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(\text{cm})$, chiều cao là $h(\text{cm})$ và thể tích là 4000cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.

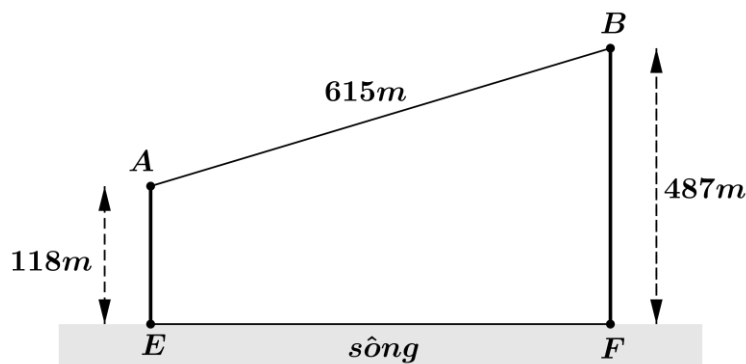


Câu 3: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6 km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu cách thành phố A là bao nhiêu kilomet để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần chục)





- Câu 4:** Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm mới trong vòng một số năm nhất định tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 500(t^2 + me^{-t})$, với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, $m \leq 0$ là tham số. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm, khi đó giá trị nhỏ nhất của m bằng bao nhiêu?
- Câu 5:** Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ.



- Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất là số nguyên dương mà người đó có thể đi là bao nhiêu?
- Câu 6:** Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 100 km. Vận tốc dòng nước là 5 (km/h). Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h), ($v > 5$) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng Jun. Biết rằng vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên thuộc khoảng $(a; b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Hãy tính giá trị lớn nhất của $b - a$ (kết quả làm tròn tới hàng phần mười).

-----HẾT-----

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CHƯƠNG HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4, \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

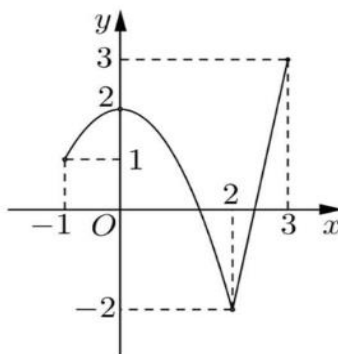
- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$.
B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ dưới đây.Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y = g(x) = f(\sin x + 1)$ trên tập $\mathbb{R}$.

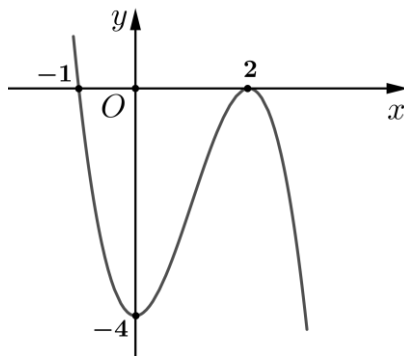
- A. $M = 3$. B. $M = 0$. C. $M = 1$. D. $M = 2$.

Câu 4: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng có phương trình?

- A. $y = -x - 1$. B. $y = x - 1$. C. $y = -x + 1$. D. $y = x + 1$.

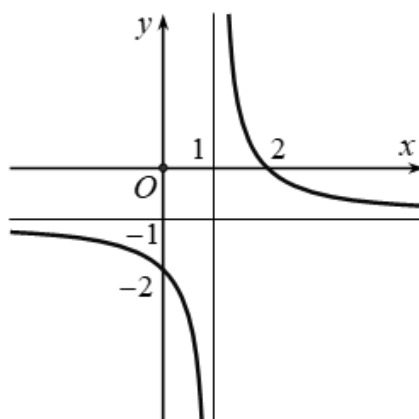


Câu 5: Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



- A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$. B. $y = x^3 - 4$. C. $y = x^2 - 4$. D. $y = -x^2 - 4$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.



- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $(-2; -2)$. D. $(0; -2)$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x + 4}{1 - x}$?

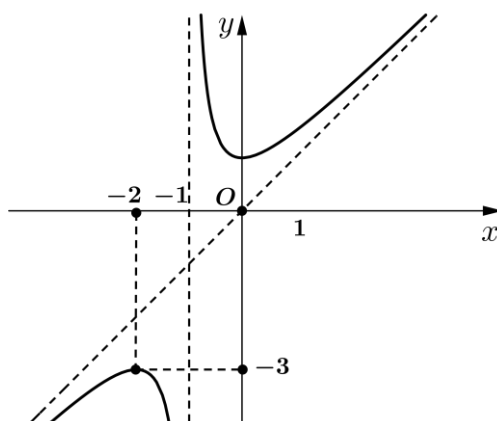
- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Câu 9: Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t) = t^3 + 3t - 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây)?

- A. $139 \left(\frac{m}{s} \right)$. B. $78 \left(\frac{m}{s} \right)$. C. $30 \left(\frac{m}{s} \right)$. D. $77 \left(\frac{m}{s} \right)$.



Câu 10: Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số



- A. $y = x - \frac{1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2-x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

Câu 11: Thể tích V (đơn vị: cm^3) của 1 kg nước tại nhiệt độ T (đơn vị: $^\circ\text{C}$) được tính bởi hàm số $V(T)$, $T \in [0; 30]$. Biết hàm số $V(T)$ có bảng biến thiên như sau:

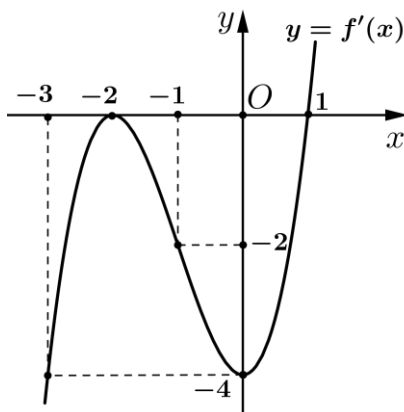
T	0	T_1	30
$V'(T)$	–	0	+
$V(T)$	$V(0)$	$V(T_1)$	$V(30)$

Với $T_1 \approx 3,97^\circ\text{C}$. Hỏi thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ nào?

- A. $(0; 3,97)$. B. $(0; 5)$ C. $(0; 10)$. D. $(0; 30)$.
- Câu 12:** Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?
- A. $(0; 10)$ B. $(0; 8)$. C. $(8; 10)$. D. $(8; 12)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

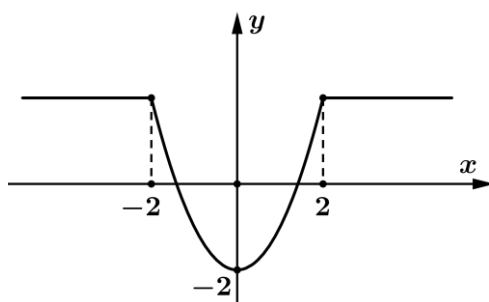
Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:





- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.
- b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.
- c) $f'(2) = 4$.
- d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = -2$ và $x = 2$
- b) Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị
- c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng -2 đạt được tại $x = 0$
- d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số là bằng nhau
- b) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm có tọa độ $(-1; 2)$
- c) Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$
- d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = 2x + 5$

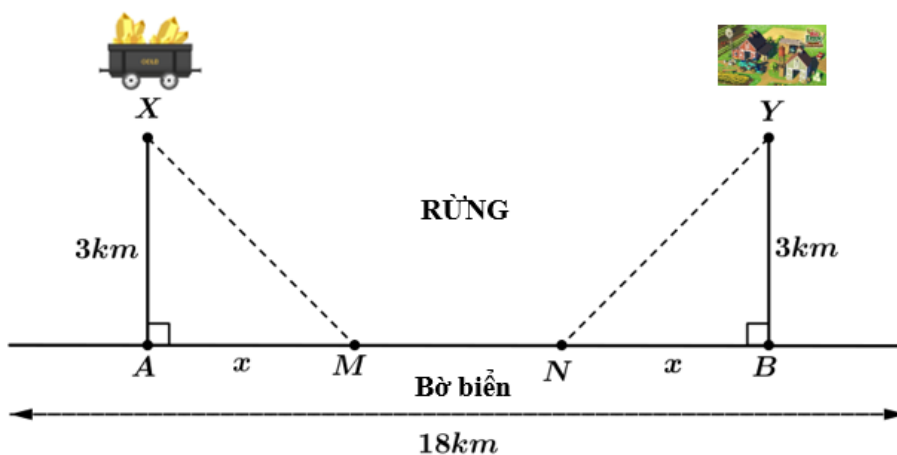
Câu 4: Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

- a) Khi vận tốc $v = 10$ (km/giờ) thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên 1km đường sông là 48000 đồng.
- b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông với vận tốc x (km/h) là $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.
- c) Khi vận tốc $v = 30$ (km/giờ) thì tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông là 43000 đồng.
- d) Vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$ (km/giờ).



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Cho đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$ có trục đối xứng là đường thẳng $y = ax + b$. Tính tổng tất cả các giá trị của T biết $T = a + b$.
- Câu 2:** Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ là hai điểm thuộc (C) sao cho MN đối xứng nhau qua điểm $I(1; -3)$. Tính giá trị của biểu thức $T = |x_1^2 - x_2^2|$.
- Câu 3:** Giả sử hàm nhu cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức $p = \frac{60}{1 + 0,2x}$, $12 > x \geq 0$, trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Để bán được 10 đơn vị sản phẩm thì giá bán là bao nhiêu nghìn đồng?
- Câu 4:** Trong hệ trục tọa độ (Oxy) , cho đồ thị hàm số $(C): y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ với $x > -1$ mô tả chuyển động của một chiếc thuyền trên biển. Một trạm phát sóng đặt tại điểm $I(-1; -1)$, biết hoành độ điểm M thuộc đồ thị (C) mà tại đó thuyền thu được sóng tốt nhất là $x_0 = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} - b$ (loại trừ các điều kiện ảnh hưởng đến việc thu phát sóng). Tính giá trị biểu thức $P = a.n + b$?
- Câu 5:** Trong Vật lí, ta biết rằng khi mắc song song hai điện trở R_1 và R_2 thì điện trở tương đương R của mạch điện được tính theo công thức $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Giả sử một điện trở 10Ω được mắc song song với một biến trở x thì điện trở tương đương R là hàm số $y = \frac{10x}{x + 10}$, $x > 0$. Điện trở tương đương của mạch **không thể** vượt quá bao nhiêu?
- Câu 6:** Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông Vinh nằm ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 3$ km, $AM = NB = x$ km và $AX = BY = 3$ km (minh hoạ như hình vẽ sau)



Khi đang đào vàng, Ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50\log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại



để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h. Để về đến trại Ông Vinh cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

-----HẾT-----



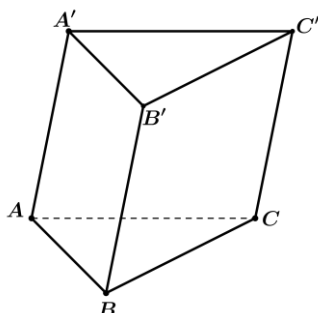
**BÀI 01. VECTO TRONG KHÔNG GIAN - ĐỀ SỐ 01**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

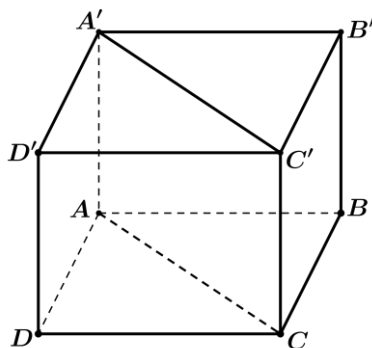
Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

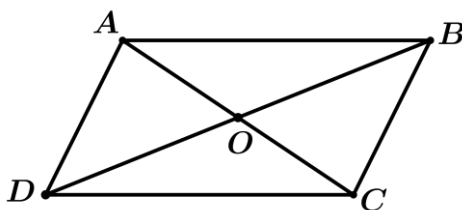
Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vector trong không gian

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vec tơ sau đây, biểu thức nào là **đúng**?

- A. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$. B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$. D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

Câu 2: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vector $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. $2\sqrt{2}$.

Câu 3: Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?

- A. $\overrightarrow{BA}$. B. $\overrightarrow{AD}$. C. $\overrightarrow{DC}$. D. $\overrightarrow{AC}$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

- A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.



Câu 5: Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Câu 6: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vector $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$

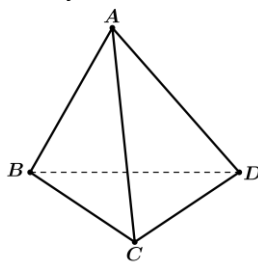
A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



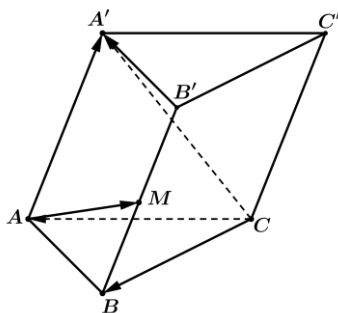
A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.

Câu 8: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$.

B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$.

C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$.

D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vector $\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ theo a ?

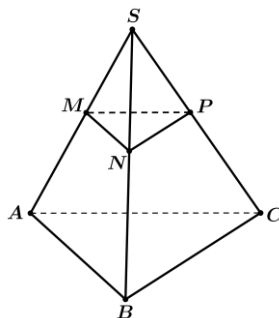
A. $a\sqrt{2}$.

B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

C. $a\sqrt{6}$.

D. $a\sqrt{3}$.

Câu 10: Cho tứ diện $S.ABC$ có M, N, P là trung điểm của SA, SB, SC . Tìm khẳng định đúng?



A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.

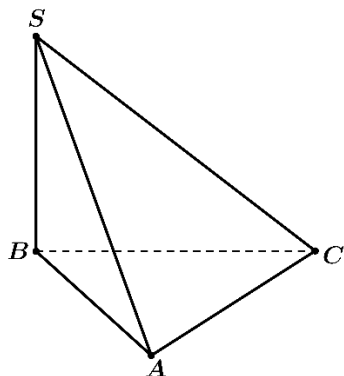
B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$.

C. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN})$.

D. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.



Câu 11: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vectơ $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS})$ là



- A. 60° . B. 30° . C. 45° . D. 90° .

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 4$, $BAC = 60^\circ$, $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$. Khi đó độ dài $\overrightarrow{AC}$ là

A. 3. B. 6. C. 4. D. 12.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

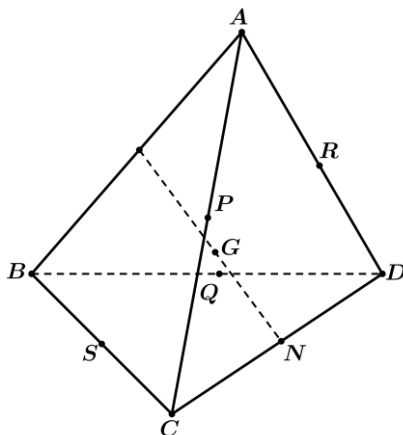
a) Hai vectơ $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vectơ cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vectơ $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M , N , P , Q , R , S , G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AB , CD , AC , BD , AD , BC , MN . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:





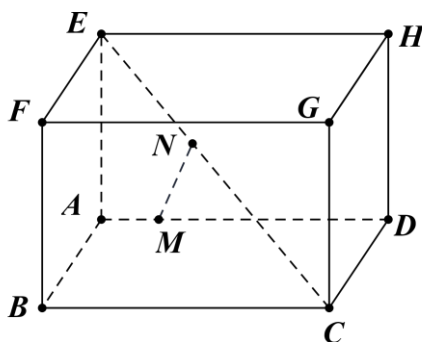
a) $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}$.

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

c) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

d) $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm I trùng với điểm G .

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = AE = 2$, $AD = 3$ và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}$, $\vec{b} = \overrightarrow{AD}$, $\vec{c} = \overrightarrow{AE}$.
Lấy điểm M thỏa $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ và điểm N thỏa $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$. (tham khảo hình vẽ)



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5}\vec{b}$.

b) $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c})$.

c) $(m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2$ với m, n, p là các số thực.

d) $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$.

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . E là điểm trên đoạn CD sao cho $ED = 2CE$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Có 6 vector (khác vector $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện.

b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .

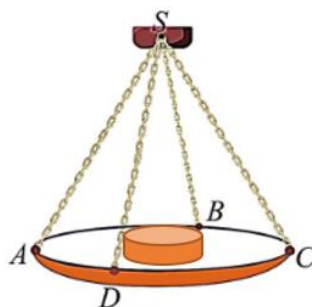
c) Nếu $\overrightarrow{BE} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC} + p\overrightarrow{BD}$ thì $m + n + p = \frac{2}{3}$.

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{a^2}{6}$.



PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD$, $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Phân tích vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{DC}$ ta được $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$. Tính $a + 2b$.
- Câu 2:** Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?
- Câu 3:** Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$ khi đó giá trị của a là bao nhiêu?
- Câu 4:** Cho hình lập phương $B'C$ có đường chéo $A'C = \frac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm 20 thỏa mãn: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Khi đó độ dài của đoạn OS bằng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.
- Câu 5:** Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $SABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



- Câu 6:** Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học(hình ảnh 2.20).



Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ $900(\text{km/h})$ lên $920(\text{km/h})$, trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc $900(\text{km/h})$ và $920(\text{km/h})$ lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k \in \mathbb{R}; k > 0$). Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

-----HẾT-----

**BÀI 02. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN - ĐỀ SỐ 02**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vector trong không gian

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là
A. $(-1;-1;-3)$. B. $(3;1;1)$. C. $(1;1;3)$. D. $(3;3;-1)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $(-4;-2;9)$. B. $(4;2;9)$. C. $(-2;4;-5)$. D. $(6;2;-3)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.
A. $C(4;6;-5)$. B. $C(2;0;2)$. C. $C(3;5;-6)$. D. $C(3;4;-6)$.
- Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{KP}$.
A. $\overrightarrow{KP} = (6;6;-11)$. B. $\overrightarrow{KP} = (8;6;-11)$. C. $\overrightarrow{KP} = (6;6;-4)$. D. $\overrightarrow{KP} = (3;3;-2)$.
- Câu 5:** Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1;3;-1)$, $\overrightarrow{AB} = (3;-1;5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OB}$ là
A. $\overrightarrow{OB} = (-2;4;-6)$. B. $\overrightarrow{OB} = (2;-4;6)$. C. $\overrightarrow{OB} = (-4;-2;-4)$. D. $\overrightarrow{OB} = (4;2;4)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .
A. $A'(1;-2;3)$. B. $A'(1;2;-3)$. C. $A'(-1;2;3)$. D. $A'(-1;2;-3)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3;1;0)$, $D(0;4;-6)$. Tìm tọa độ điểm I .
A. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. B. $I(3;5;-6)$. C. $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$. D. $I(-3;5;-6)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz) .
A. $M'(-3;-5;7)$. B. $M'(3;5;-7)$. C. $M'(-3;5;7)$. D. $M'(3;-5;-7)$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên



tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

- A. -4. B. 9. C. 3. D. 6.

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3;0;0)$, $D(3;1;0)$, $B'(0;0;5)$. Gọi tọa độ $C'(m;n;p)$. Tính $m^2 + n^2 + p^2$

- A. 26. B. 9. C. 16. D. 37.

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 3; 1)$, $\vec{b} = (-1; 5; 2)$, $\vec{c} = (4; -1; 3)$ và $\vec{x} = (-3; 22; 5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

- A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

- A. $B'(8;4;10)$ B. $B'(6;12;0)$ C. $B'(10;8;6)$ D. $B'(13;0;17)$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

- a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.
b) $\vec{AB} = (3;-3;6)$, $\vec{AC} = (-3;6;-3)$.
c) Tam giác ABC là tam giác cân.
d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vecto $\vec{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ và $\vec{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$.

- a) Tọa độ của vecto $\vec{i}$ là $(0;1;0)$.
b) Tọa độ của vecto $\vec{OA}$ là $(x;y;z)$.
c) Tọa độ của điểm B là $(x';y';z')$.
d) Nếu $\vec{OA} = \vec{OB}$ thì $x = x', y = y', z = z'$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(8;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

- a) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm $(0;4;3)$.
b) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz là điểm $(0;0;3)$.
c) Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxz là điểm $(8;0;3)$.
d) $\vec{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.



Câu 4: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$

a) Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{OM} = (-4;3;-1)$

b) Cho vector $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$. Tọa độ của điểm A là: $A(5;1;2)$

c) Gọi G là trọng tâm của $\triangle OMN$. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$

d) I là trung điểm của đoạn MN . Tọa độ của vector $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\overrightarrow{ON} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ là $\left(\frac{9}{2}; \frac{-5}{2}; -7\right)$

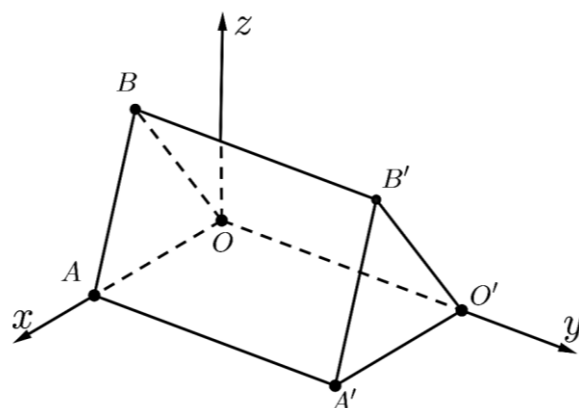
PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\triangle ABC$ biết $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(1;1;3)$. $H(x_0; y_0; z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC . Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2: Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240;450;0)$ và $(120;450;300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm và chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a + b + c$ (kàm tròn đến hàng đơn vị).

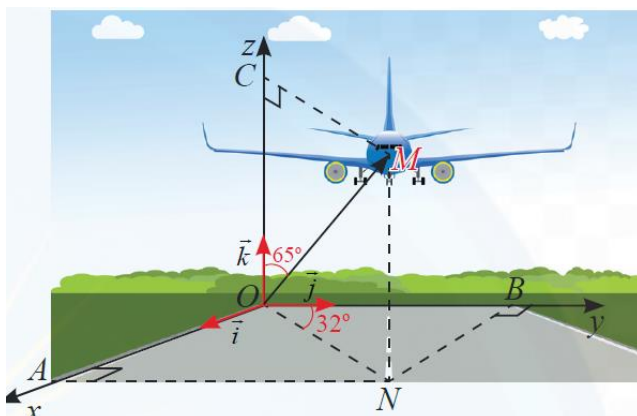


Hình 1



Hình 2

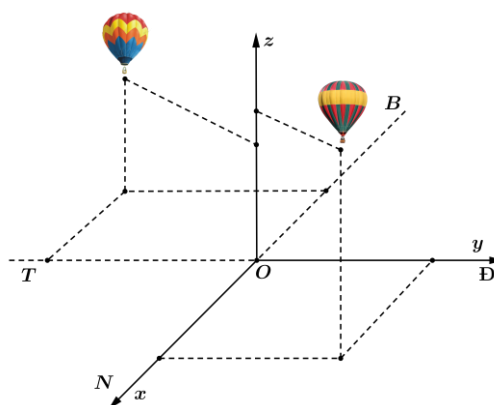
Câu 3: Một máy bay đang cất cánh từ phi trường. Với hệ tọa độ $Oxyz$ được thiết lập như hình bên dưới, cho biết $M(a;b;c)$ là vị trí của máy bay, $OM = 14$, $NOB = 32^\circ$, $MOC = 65^\circ$. Tính giá trị của biểu thức $T = a + b + c$?



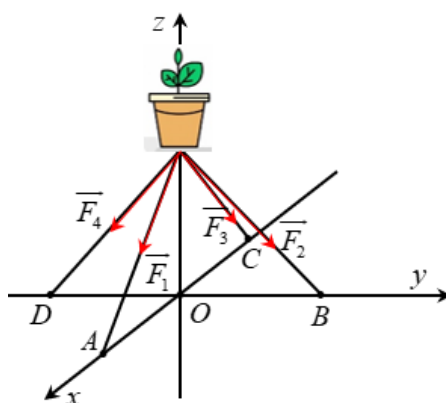


Câu 4: Trong không gian với một hệ trục tọa độ cho trước (đơn vị đo lấy theo kilômét), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;9)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $C(x;y;z)$. Tính $x + y + z$.

Câu 5: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.



Câu 6: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0;0;30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30;0;0)$, $B(0;20;0)$, $C(-20;0;0)$, $D(0;-20;0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



HẾT

**BÀI 03. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ - ĐỀ SỐ 03**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

*Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vectơ trong không gian***PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (2; -1; 4)$. Tọa độ của vectơ $-\vec{a}$ là
A. $(-2; 1; -4)$. B. $(2; -1; -4)$. C. $(-2; -1; 4)$. D. $(2; 1; 4)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 5; 6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ tương ứng là
A. $(5; 7; 9)$. B. $(3; 7; 9)$. C. $(5; 3; 9)$. D. $(3; 5; 9)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{u} = (1; 2; 3)$ và $\vec{v} = (4; -5; 6)$. Tìm tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.
A. 12. B. 20. C. 14. D. 28
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm $B(3; 4; 5)$. Tọa độ điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB là
A. $(2; 3; 4)$. B. $(1; 3; 5)$. C. $(2; 4; 3)$. D. $(2; 2; 3)$.
- Câu 5:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; -5), B(1; 2; 4), C(2; 5; -2)$. Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là
A. $G(6; 9; -3)$. B. $G(2; 3; -1)$. C. $G(2; 3; 1)$. D. $G(6; 9; 3)$.
- Câu 6:** Trong không gian Oxz , cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; 1)$. Tìm biểu thức tọa độ của vectơ $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.
A. $(-1; 8; 7)$. B. $(3; 4; 5)$. C. $(-1; 7; 7)$. D. $(4; 5; 6)$.
- Câu 7:** Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(2; 2; -1)$ qua mặt phẳng (Oyz) là
A. $M'(2; -2; 1)$. B. $M'(-2; 0; 0)$. C. $M'(-2; -2; 1)$. D. $M'(-2; 2; -1)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là
A. $M_2(1; 2; 3)$. B. $M_3(-1; 2; -3)$. C. $M_4(-1; -2; -3)$. D. $M_1(1; -2; -3)$.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC , với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6; 6; -3)$. B. $D(6; -6; 3)$. C. $D(6; 6; 3)$. D. $D(6; -6; -3)$.



Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

A. 12. B. 2. C. 11. D. 10.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 0; 0)$ và $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Góc giữa hai vectơ này là

A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1); B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ là

A. 3. B. -2. C. 1. D. 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2), C(3; -1; 2)$.

- a) $\overrightarrow{AB} = (-3; 3; 1)$.
b) $\overrightarrow{AB} = 3\overrightarrow{AC}$.
c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
d) Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\frac{47}{29}; \frac{13}{29}; 2\right)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; 3; 5), B(1; 1; 3), C(4; -2; 3)$.

- a) Tọa độ trung điểm của BC là $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right)$.
b) Độ dài đoạn thẳng BC là $3\sqrt{2}$.
c) Côsin BAC bằng $\frac{7\sqrt{19}}{38}$.
d) Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ hình chiếu của trọng tâm tam giác ABD lên mặt phẳng Oyz là $(2; 0; 0)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{k}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục tọa độ Ox, Oz , hai điểm $B(-1; 2; 3), C(1; 4; 1)$.

- a) $A(3; 0; -1)$.
b) Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
c) Điểm $D(a; b; c)$ là điểm đối xứng của với A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.
d) Điểm $M(m; n; p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $2m - n + 2024p = 0$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(2; 1; 5), C(2; 4; 2)$.

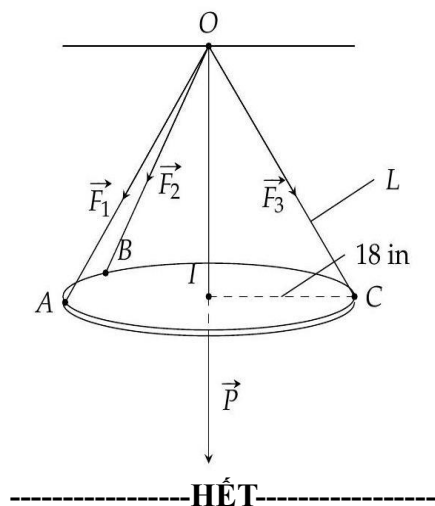
- a) Tọa độ trung điểm của AB là $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$.



- b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.
- c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 30° .
- d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + 2c = 15$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Nếu $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ thì giá trị $m+n$ bằng bao nhiêu?
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -1; 1)$ và $B(3; -1; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$. Tính $a - 2b + c$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0; 1; 3)$, $B(3; 2; 8)$ và $C(-2; m; 4)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại A .
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 5)$, $B(2; 4; -3)$, $C(3; 3; 1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Độ dài GM ngắn nhất bằng bao nhiêu?
- Câu 5:** Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị đó lấy theo kilomet), ra đa phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800; 500; 7)$ đến điểm $B(940; 550; 8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)
- Câu 6:** Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều (Hình vẽ bên). Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 in (1 inch = 2,54 cm). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L . Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây (tính bằng inch), biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N.



HẾT

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CHƯƠNG VECTO TRONG KHÔNG GIAN**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vector trong không gian

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ là $\vec{u} = (2; 1; -1)$ và $\vec{v} = (1; 3; 1)$. Toạ độ của véc-tơ $\vec{u} + 2\vec{v}$ tương ứng là
A. $(3; 4; 0)$. B. $(1; -2; -2)$. C. $(4; 7; 1)$. D. $(5; 5; -1)$.
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$, với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai véc-tơ đơn vị trên hai trục toạ độ Ox, Oy . Toạ độ điểm A là
A. $A(2; 1; 0)$. B. $A(0; 2; 1)$. C. $A(0; 1; 1)$. D. $A(1; 1; 1)$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng
A. 2. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{5}$.
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 0; -1), \vec{v} = (2; 1; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng
A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.
- Câu 5:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và điểm $B(3; 1; 1)$. Toạ độ điểm đối xứng với A qua B là
A. $(1; -2; -4)$. B. $(0; 3; -1)$. C. $(4; 3; 2)$. D. $(0; -1; 3)$.
- Câu 6:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm toạ độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.
A. $D(6; -6; 3)$. B. $D(6; 6; 3)$. C. $D(6; -6; -3)$. D. $D(6; 6; -3)$.
- Câu 7:** Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm của tam giác có toạ độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có toạ độ là
A. $(0; -9; 9)$. B. $(0; 6; 9)$. C. $(0; 9; -9)$. D. $(0; 6; -9)$.
- Câu 8:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6), B(-3; -1; -4), (5; -1; 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\triangle ABC$ cân. B. $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn.
C. $\triangle ABC$ vuông. D. $\triangle ABC$ đều.
- Câu 9:** Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1), P(1; m-1; 2)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?
A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. D. $m = 0$.
- Câu 10:** Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc BAC bằng
A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$. B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$. C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$. D. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.



Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $(-2;11;1)$. B. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$. D. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1), N(-1;1;1)$ và $P(1;m-1;2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = 0$ B. $m = 2$. C. $m = -6$ D. $m = -2$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}, \vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{k}, \vec{c} = \vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

- a) $\vec{a} = (2; -1; 0)$.
b) $\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 7)$.
c) $3\vec{b} = (9; 3; -12)$.
d) Nếu $\vec{u} = (m; n; p)$ sao cho $\vec{u} - \vec{a} = 3\vec{b} + \vec{c}$ thì $n^2 - m - p = -15$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2, -2, 1), B(-4, 2, 4), C(-4, 0, 1)$. Các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

- a) $M\left(-1, 0, \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của BC .
b) $G(-2, 0, 2)$ là trọng tâm tam giác ABC .
c) $N(8; -6; -2)$ là điểm đối xứng của B qua A .
d) Tọa độ điểm $E(-14; 8; 11)$ thỏa B là trọng tâm tam giác AOE .

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{OA} = (2; -1; 5)$ và điểm $B(5; -5; 7)$.

- a) Tọa độ của điểm A là $(2; -1; 5)$.
b) Gọi $C(a; b; c)$ thỏa mãn $\triangle ABC$ nhận $G(1; 1; 1)$ làm trọng tâm. Khi đó $a + b + c = -4$.
c) Nếu $A, B, M(x; y; 1)$ thẳng hàng thì tổng $x + y = 3$.
d) Cho $N \in (Oxy)$ để $\triangle ABN$ vuông cân tại A . Tổng hoành độ và tung độ của điểm N bằng 3.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$.

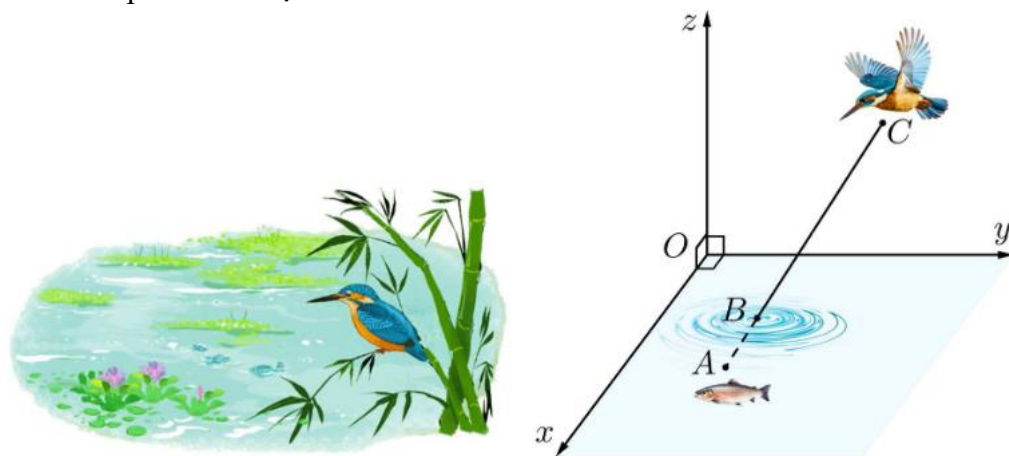
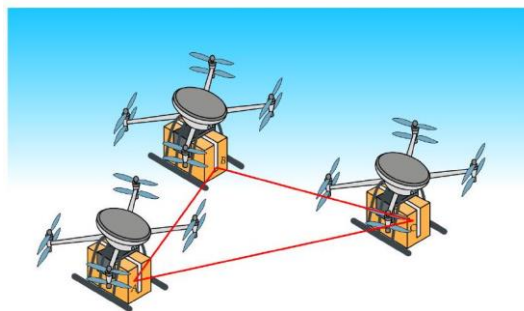
- a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(-2; 3; 1)$.



- b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N . Tọa độ của điểm E là $(-4; -1; 3)$.
- c) Cho $P(1; m-1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m=1$.
- d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $2a + b + c = 9$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng bao nhiêu?
- Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.
- Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ với $M(1; 0; 0), N(2; -1; 1), Q(0; 1; 0), M'(1; 2; 1)$. Biết tọa độ điểm $P'(a; b; c)$. Khi đó giá trị tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?
- Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1; 0; 0), B(3; 2; 4), C(0; 5; 4)$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $P = MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ đó.
- Câu 5:** Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1; 1; 1), B(5; 7; 9), C(9; 11; 4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).
- Câu 6:** Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét). Một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng $(Oxz), (Oyz)$ lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tọa độ điểm $B(a; b; c)$ lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.



-----HẾT-----

**BÀI 01. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ TỨ PHÂN VỊ - ĐỀ SỐ 01**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Điểm kiểm tra của nhóm học sinh lớp 10 được cho như sau:

Lớp điểm	[3;4]	[5;6]	[7;8]	[9;10]
Số học sinh	3	3	2	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

- A. 9 B. 3 C. 5 D. 6

Câu 2: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 250. B. 150. C. 50. D. 200.

Câu 3: Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một học sinh lớp 4 trường A được cho ở bảng sau

Thời gian (phút)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Số học sinh	8	10	12	14	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 5. B. 1. C. 3. D. 7.

Câu 4: Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:

- A. $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$. B. $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$. C. $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$. D. $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$.

Câu 5: Bảng thống kê cân nặng 50 quả thanh long được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường:

Cân nặng (gam)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả thanh long	3	13	18	11	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

- A. 63,5. B. 65,3. C. 382,7. D. 319,2.

Câu 6: Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5;15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5;21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 15,25. B. 20 C. 4,75. D. 5,2.

Câu 7: Bảng thống kê tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ v (km/h)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 162,85. B. 173,17. C. 9,7. D. 10,32.

Câu 8: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25. B. 20. C. 15. D. 30.

Câu 9: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?

- A. 6. B. 8. C. 10. D. 12.

Câu 10: Bốn bạn Ánh, Ba, Châu, Dũng cùng là thành viên của một câu lạc bộ rubik. Trong một lần luyện tập rubik với nhau, mỗi bạn đã cùng giải rubik 30 lần liên tiếp và thống kê kết quả lại ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Ánh	1	8	5	7	9
Ba	4	8	5	6	7
Châu	5	1	6	5	13
Dũng	2	6	6	8	8

Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì bạn nào có tốc độ giải rubik đồng đều nhất?

- A. Ánh. B. Ba. C. Châu. D. Dũng.

Câu 11: Thống kê chiều cao của một số cây bạch đàn giống 1 tháng tuổi của 4 nông trường được cho bởi bảng sau:



Chiều cao (cm)	[5; 7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Nông trường A	5	8	16	8	3
Nông trường B	5	10	8	9	6
Nông trường C	13	9	9	3	9
Nông trường D	3	12	8	12	4

Nếu xét theo khoảng tứ phân vị thì cây bạch đàn giống 1 tháng tuổi ở nông trường nào có chiều cao đồng đều nhất?

A. Nông trường A.
C. Nông trường C.

B. Nông trường B.
D. Nông trường D.

Câu 12: Thống kê điểm kiểm tra môn Toán giữa kì I của bốn lớp 12 của một trường THPT cho bởi bảng sau:

Điểm	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Lớp 12B1	7	3	15	12	4
Lớp 12B2	5	9	12	11	3
Lớp 12B3	10	10	9	6	1
Lớp 12B4	14	3	15	9	1

Nhà trường muốn đánh giá mức độ “học đều” môn Toán của các lớp. Nếu xét theo khoảng tứ phân vị thì điểm kiểm tra môn Toán giữa kì I của lớp nào đồng đều nhất?

A. Lớp 12B1.

B. Lớp 12B2.

C. Lớp 12B3.

D. Lớp 12B4.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0; 5)	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30]
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25 .

b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là [15; 20) .

c) Số trung bình của thống kê là 10 .

d) Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10 .

Câu 2: Thống kê điểm thi khảo sát đầu năm môn Toán của hai lớp 12A và 12B, ta thu được kết quả sau:

Điểm thi	[5; 6)	[6; 7)	[7; 8)	[8; 9)	[9; 10]
Số học sinh lớp 12A	0	2	6	12	10
Số học sinh lớp 12B	2	12	10	6	0

a) Từ khoảng biến thiên của điểm thi của học sinh hai lớp 12A và 12B, điểm thi khảo sát môn Toán của lớp 12A phân tán hơn của lớp 12B.



- b) Số điểm trung bình môn Toán trong bài khảo sát đầu năm của lớp 12B lớn hơn của lớp 12A.
- c) Khoảng tứ phân của lớp 12A lớn hơn 1.
- d) Khoảng tứ phân vị của lớp 12A lớn hơn so với lớp 12B.

Câu 3: Thống kê lương mới từ 01/07/2024 của giáo viên hạng III của một trường THPT thu được kết quả sau:

Lương (triệu)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12]
Số lượng GV	6	20	30	5

- a) Trong thống kê số lượng giáo viên có mức lương cao nhất có số lượng thấp nhất.
- b) Lương trung bình của giáo viên hạng III trong thống kê là 10.
- c) Nhóm tứ phân vị thứ hai của thống kê là nhóm [6;8).
- c) Khoảng tứ phân vị thống kê là nhỏ hơn 1

Câu 4: Cho bảng số liệu bên dưới.

Nhóm	[54; 55)	[55; 56)	[56; 57)	[57; 58)	[58; 59)	Tổng tần số
Tần số	52	58	57	50	43	260

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $R = 5$.
- b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $Q_1 = 57,56$.
- c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $Q_3 = 56,35$.
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu $\Delta_Q = 2,34$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250;290)	[290;330)	[330;370)	[370;410)	[410;450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 2: Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)	[30;33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 3: Giả sử kết quả khảo sát ở khu vực A độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:



Tuổi kết hôn	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 4: Điểm kiểm tra giữa học kì 1 của một nhóm học sinh được thống kê như bảng dưới:

Khoảng điểm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Số học sinh	3	5	10	6	2

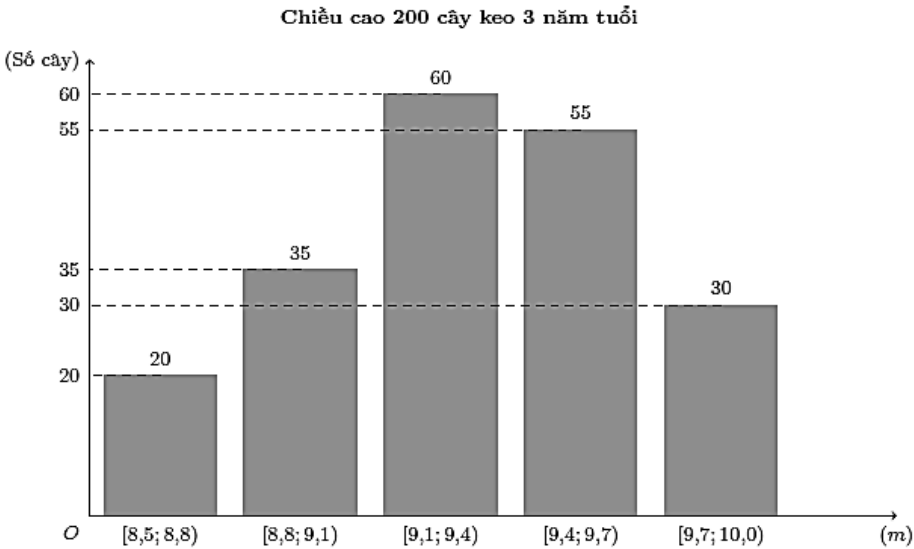
Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	4	8	12	10	6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Câu 6: Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

-----HẾT-----



**BÀI 02. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN - ĐỀ SỐ 02**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng:

- A. $s^2 = \sqrt{3}$. B. $s^2 = 3$. C. $s^2 = 9$. D. $s^2 = 6$.

Câu 2: Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 25 thì có độ lệch chuẩn bằng:

- A. 4. B. 5. C. 256. D. 50.

Câu 3: Khảo sát thời gian chơi thể thao trong một ngày của 42 học sinh được cho trong bảng sau (thời gian đơn vị phút):

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là

- A. 598. B. 597. C. 2477,1. D. 256,2.

Câu 4: Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng

- A. (17;19). B. (20;21). C. (19;20). D. (23;25).

Câu 5: Khối lượng của 30 củ khoai tây được cho trong bảng sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai là

- A. 11. B. 10,95. C. 10,94. D. 10,96.

Câu 6: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	[10,5; 12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là:



- A. $s^2 \approx 4,87$. B. $s^2 \approx 2,87$. C. $s^2 \approx 1,87$. D. $s^2 \approx 3,87$.

Câu 7: Số tiết tự học tại nhà trong 1 tuần (tiết/tuần) của 20 học sinh lớp 10 trường THPT A được ghi lại như sau:

9 15 11 12 16 12 10 14 14 15 16 13 16 8 9 11 10 12 18 18

Độ lệch chuẩn là

- A. $s = 2,49$ B. $s = 2,99$ C. $s = 2,94$ D. $s = 2,90$.

Câu 8: Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hóa (thang điểm 20) và có kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Phương sai của mẫu số liệu là:

- A. $s^2 = 1,99$ B. $s^2 = 3,96$ C. $s^2 = 15,68$ D. $s^2 = 2,15$.

Câu 9: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

Câu 10: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,25. B. 31,26. C. 5,4. D. 5,6.

Câu 11: Bộ phận kiểm tra chất lượng sản phẩm dùng máy để đo (chính xác đến 0,001mm) độ dày của một chi tiết máy. Kết quả đo một số sản phẩm được thống kê trong bảng sau:

Độ dày (mm)	[18;19)	[19;20)	[20;21)	[21;22)	[22;23)
Tần số	3	7	23	25	2

Nhận xét nào sau đây **sai**?

- A. Độ lệch chuẩn của mẫu lớn hơn 2.
 B. Số trung bình của mẫu số liệu gần bằng với 20,77.
 C. Độ dày của chi tiết máy không bị sai lệch nhiều.
 D. Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 60.

Câu 12: Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau:



Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, độ rủi ro của cổ phiếu nào cao hơn?

- A. Lĩnh vực A có độ rủi ro bằng lĩnh vực B .
- B. Lĩnh vực A có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực B .
- C. Lĩnh vực A có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực B .
- D. Không so sánh được.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây như bảng dưới đây:

Nhóm	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	
Tần số	5	10	7	9	7	4	$n=42$

Xét tính đúng sai của các khẳng định) Nhóm [45;50) có tần số tích lũy là 15 .

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 30 .

c) Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4}$ là nhóm [55;60).

d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 > 61$.

Câu 2: Thống kê thời gian dùng Facebook trong một ngày của các bạn trong Lớp 12C1 được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian dùng (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Số bạn	15	10	5	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất theo chiều từ trái sang phải là 5.
- b) Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C1 là 12.
- c) Phương sai của mẫu số liệu trên gần bằng 251.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 15.

Câu 3: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Giá trị đại diện của nhóm $[15;16)$ là 15,5 .
- b) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 16,25 .
- c) Phương sai của mẫu số liệu trên là 0,9875 .
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $\frac{\sqrt{395}}{20}$.

Câu 4: Khối lượng của 30 củ khoai tây được thu hoạch ở một nông trại được thống kê như bảng sau:

Lớp khối lượng (gam)	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
$[70;80)$	75	3	3
$[80;90)$	85	6	9
$[90;100)$	95	12	21
$[100;110)$	105	6	27
$[110;120)$	115	3	30
		$n = 30$	

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50 .
- b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 10 .
- c) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 90 .
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 120 .

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19; 19,5)$	$[19,5; 20)$	$[20; 20,5)$	$[20,5; 21)$	$[21; 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là một số thập phân xấp xỉ có dạng $\overline{a,b77}$. Tính $a + b$.

Câu 2: Sau khi điều tra về cân nặng của 40 học sinh trong lớp 12A ở một trường THPT X thu được kết quả trong mẫu ghép nhóm sau:

Nhóm	Tần số
$[30;40)$	2
$[40;50)$	10
$[50;60)$	16
$[60;70)$	8
$[70;80)$	2
$[80;90)$	2
	$n = 40$

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Câu 3: Khối lượng (đơn vị kg) của 20 con cá được cho bởi bảng sau đây

Lớp khối lượng (kg)	$[0,6;0,8)$	$[0,8;1,0)$	$[1,0;1,2)$	$[1,2;1,4)$	n
Giá trị đại diện	0,7	0,9	1,1	1,3	
Tần số	4	6	6	4	20

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

Câu 4: Trong bài thực hành đo hiệu điện thế của mạch điện, bạn Minh tiến hành đo 12 lần, kết quả như sau:

Hiệu điện thế đo được (V)	$[3,85;3,90)$	$[3,90;3,95)$	$[3,95;4,00)$	$[4,00;4,05)$
Số lần đo	2	3	5	2

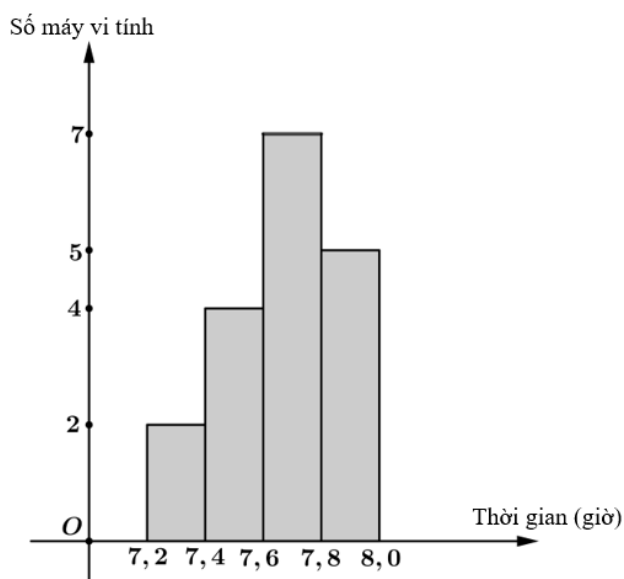
Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Câu 5: Thời gian chạy tập luyện cự li 100 mét của một vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	$[10;10,4)$	$[10,4;10,8)$	$[10,8;11,2)$	$[11,2;11,6)$	$[11,6;12,0)$
Số lần chạy	3	8	6	2	1

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Câu 6: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Xác định phương sai của thời gian sử dụng pin (làm tròn đến hàng trăm).

-----HẾT-----

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CHƯƠNG THỐNG KÊ**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 15. B. 22. C. 3. D. 17.

Câu 2: Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 30 học sinh lớp 12A:

Khoảng chiều cao (cm)	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$
Số học sinh	2	5	5	8	10

Tần số nhóm $[165;170)$ của mẫu số liệu trên là

A. 8. B. 2. C. 5. D. 10.

Câu 3: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Nhóm	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm tần số tích lũy của nhóm $[10;12)$.

A. 6. B. 14. C. 18. D. 38.

Câu 4: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Nhóm	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 9,12. B. 8,93. C. 8,81. D. 8,96.

Câu 5: Thống kê cân nặng của học sinh lớp 11A cho trong bảng dưới đây:

Cân nặng	$[40,5;45,5)$	$[45,5;50,5)$	$[50,5;55,5)$	$[55,5;60,5)$	$[60,5;65,5)$	$[65,5;70,5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tính cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A?

A. 50,1. B. 52,83. C. 50,81. D. 51,81.

Câu 6: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:



Nhóm	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 11,45.

B. 11,67.

C. 12,12.

D. 11,94.

Câu 7: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Nhóm	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 3.01.

B. 3.15.

C. 3.34.

D. 2.96.

Câu 8: Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình theo mẫu số liệu ghép nhóm trong đó có nhóm $[70;80)$. Giá trị đại diện của nhóm này là

A. 70.

B. 75.

C. 40.

D. 80.

Câu 9: Số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 85 khách mua nước rửa chén tại một cửa hàng tiện ích được cho bằng bảng số liệu ghép nhóm trong đó có nhóm $[80;90)$. Độ dài của nhóm này là

A. 10.

B. 60.

C. 80.

D. 90.

Câu 10: Bảng bên dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một nhà sách:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[40;50)$	5	5
$[50;60)$	8	13
$[60;70)$	25	38
$[70;80)$	20	58
$[80;90)$	2	60
	$n = 60$	

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

A. 65.

B. 66.

C. 60.

D. 70.

Câu 11: Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh của học sinh hai lớp 12A được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Nhóm	Tần số
$[0;2)$	3
$[2;4)$	5
$[4;6)$	5
$[6;8)$	25
$[8;10]$	2
	$n = 40$



Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là:

- A. 4,15. B. 4,09. C. 4,19. D. 4,29.

Câu 12: Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: °C)

Nhóm	Tần số
[16,8;19,8)	2
[19,8;22,8)	3
[22,8;25,8)	2
[25,8;28,8)	1
[28,8;31,8)	4
	$n=12$

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022).

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

- A. 4,55. B. 4,56. C. 4,5. D. 4,6.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của các học sinh trong một lớp 11 của một trường như sau:

Thời gian	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30)
Số học sinh	7	12	7	5	3	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tần số tích lũy của nhóm [10;15) là 26.
b) Tần số nhóm [10;15) lớn nhất.
c) Khoảng biến thiên là 15
d) giá trị trung bình của mẫu số liệu bằng 11,25.

Câu 2: Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

Độ tuổi	[10;20)	[20;30)	[30;40)	[40;50)	[50;60)
Số người	6	12	16	7	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Giá trị đại diện nhóm [50;60) là 55.
b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm [50;60).
c) Nhóm chứa một là nửa khoảng [30;40).
d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Câu 3: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:



Lớp (số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
[1;2)	8	8
[2;3)	10	18
[3;4)	12	30
[4;5)	9	39
[5;6)	3	42

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu bằng 2,25 (giờ).
- b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu lớn hơn 4 (giờ).
- c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu bằng $\frac{25}{6}$
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là số nguyên.

Câu 4: Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Số học sinh
[30;40)	2
[40;50)	10
[50;60)	16
[60;70)	8
[70;80)	2
[80;90)	2
	$n = 40$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số học sinh nặng dưới 50 kilogam là 12.
- b) Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29(kg).
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{39}{2}$.
- d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 128.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Nhóm	Tần số
[80;90)	5
[90;100)	7
[100;110)	8
[110;120)	8
[120;130)	12
	$n = 40$



Câu 2: Cho bảng số liệu điều tra về độ tuổi của các công nhân tổ 1 như sau:

Nhóm	$[25; 34)$	$[34; 43)$	$[43; 52)$	$[52; 61)$	$[61; 70)$	
Tần số	3	3	6	4	4	$n = 20$

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 6 có dạng $[a; b)$. Tính $a + b$.

Câu 3: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau (đơn vị cm)

Nhóm	$[25; 34)$	$[34; 43)$	$[43; 52)$	$[52; 61)$	$[61; 70)$	$[70; 79)$	$[79; 88)$	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	$n = 100$

Tính giá trị của tứ phân vị thứ nhất Q_1 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 4: Đo chiều cao của 45 học sinh của lớp 10A người ta tính được các giá trị $Q_1 = 152cm$, $Q_3 = 165cm$. Tính khoảng tứ phân vị Δ_Q

Câu 5: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau (đơn vị cm)

Nhóm	$[25; 34)$	$[34; 43)$	$[43; 52)$	$[52; 61)$	$[61; 70)$	$[70; 79)$	$[79; 88)$	
Giá trị đại diện	29,5	38,5	47,5	56,5	65,5	74,5	83,5	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	$n = 100$

Tính chiều cao trung bình của cây trong vườn ươm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 6: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau (đơn vị cm)

Nhóm	$[25; 34)$	$[34; 43)$	$[43; 52)$	$[52; 61)$	$[61; 70)$	$[70; 79)$	$[79; 88)$	
Giá trị đại diện	29,5	38,5	47,5	56,5	65,5	74,5	83,5	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	$n = 100$

Tính phương sai của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

-----HẾT-----



PHAN NHẬT LINH

BỘ ĐỀ KIỂM TRA

Bộ đề kiểm tra theo bài và ôn tập cuối chương lớp 12 được biên soạn theo cấu trúc mới với nhiều bài toán thực tế hay và khó.

KẾT NỐI TRI THỨC



KẾT NỐI TRI THỨC
VỚI CUỘC SỐNG

CHÂN TRỜI SÁNG TẠO



Chân trời sáng tạo

CÁNH DIỀU



Năm học
2024 - 2025



Call me/zalo:
0817.098.716

Thầy cô cần tài liệu Toán 10,11,12 chương trình mới vui lòng liên hệ zalo: 0817.098.716

**BÀI 01. TÍNH ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 01**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq -4$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$	-7	-4	4	$+\infty$	
y'	$-$	0	$+$	$+$	0	$-$
y	$+\infty$		$+\infty$	6		$-\infty$

A. $(-7; +\infty)$.**B.** $(-7; -4)$.**C.** $(6; +\infty)$.**D.** $(-7; 4)$.**Lời giải**Ta có: $y' = 0 \Leftrightarrow x = -7, x = 4$.Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -7)$ và $(4; +\infty)$.Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-7; -4)$ và $(-4; 4)$.Do đó hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-7; -4)$.**Câu 2:** Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau.

x	$-\infty$	6	7	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	0	-2	$+\infty$	

Tìm điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$.**A.** $x = 7$.**B.** $x = -2$.**C.** $x = 0$.**D.** $x = 6$.**Lời giải**Điểm cực đại của hàm số $y = f(x)$ là $x = 6$.



Câu 3: Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Tính đạo hàm $y = \sqrt[3]{x^2} \Rightarrow y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}, (x \neq 0)$

Xét dấu y' ta có: $y' > 0$ với $x \in (0; +\infty)$ và $y' < 0$ với $x \in (-\infty; 0)$.

Vậy hàm số có 1 cực trị.

Câu 4: Một vật có phương trình quỹ đạo tính theo thời gian là $s(t) = 5 + 8t - 2t^2$? Tại thời điểm nào, vật cách mốc tính quỹ đạo khoảng lớn nhất?

A. 1 giây.

B. 2 giây.

C. 3 giây.

D. 4 giây.

Lời giải

Do $v(t) = s'(t) = 8 - 4t = 0 \Leftrightarrow 8 - 4t = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Ta có bảng biến thiên:

Vậy tại thời điểm 2 giây vật cách mốc tính quỹ đạo khoảng lớn nhất.

Câu 5: Cho hàm số $y = -\frac{x^3}{3} + x^2 + 4$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = -x^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2x+8}{5x-9}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; 5)$.

B. $(-\infty; +\infty)$.

C. $(0; +\infty)$.

D. $(2; +\infty)$.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{-58}{(5x-9)^2} < 0, \forall x \neq \frac{9}{5}$ nên hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 + 11x - 1}{x - 11}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-\infty; 11)$.

B. $(10; +\infty)$.

C. $(8; 15)$.

D. $(-\infty; 6)$.

Lời giải

Ta có: $y' = -\frac{x^2 - 22x + 120}{(x-11)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 10, x = 12$.



Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 10)$ và $(12; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(10; 11)$ và $(11; 12)$.

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 6)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = \frac{2x}{x^2 + 8}$. Hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $(-6; +\infty)$. B. $(-2\sqrt{2}; +\infty)$. C. $(-\infty; 7)$. **D. $(-\infty; -2\sqrt{2})$.**

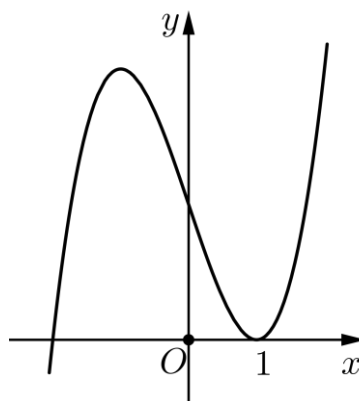
Lời giải

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$. Ta có: $f'(x) = \frac{16 - 2x^2}{(x^2 + 8)^2} = 0 \Leftrightarrow x = -2\sqrt{2}, x = 2\sqrt{2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2})$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2\sqrt{2})$ và $(2\sqrt{2}; +\infty)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2\sqrt{2})$.

Câu 9: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



- A. $(1; +\infty)$.** B. $(0; 1)$. C. $(-\infty; 2)$. D. $(-\infty; 0)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Câu 10: Một vật dao động có phương trình là $x(t) = 2\sin\left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3}\right)$ cm, t có đơn vị là giây. Mệnh đề nào

sau đây đúng? Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật tăng hay giảm?

- A. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật không đổi.
B. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn tăng.
C. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật luôn giảm.
D. Trong khoảng 2 giây đến 3 giây, vận tốc của vật giảm, sau đó tăng.

**Lời giải**

Vận tốc của vật là: $v(t) = (x(t))' = \left(2 \sin \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \right) \right)' = \pi \cos \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \right)$.

Gia tốc của chuyển động là $a(t) = (v(t))' = \left(\pi \cos \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \right) \right)' = -\frac{\pi^2}{2} \sin \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \right)$.

$$2 \leq t \leq 3 \Rightarrow \frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{6}.$$

Khi đó $\sin \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \right)$ dương khi $\frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} < \pi$ và $\sin \left(\frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \right)$ âm khi $\pi < \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{6}$.

Do đó $a(t) < 0$ khi $\frac{\pi}{6} \leq \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} < \pi$ và $a(t) > 0$ khi $\pi < \frac{\pi}{2}t - \frac{\pi}{3} \leq \frac{7\pi}{6}$.

Vậy lúc đầu vận tốc giảm, sau đó vận tốc tăng.

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 2x + 2}{x - 1}$. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 6.

B. -2.

C. 0.

D. 2.

Lời giải

Ta có: $y' = \frac{2(x^2 - 2x)}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x = 0, x = 2$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(0; 1)$ và $(1; 2)$.

Do đó đạt cực tiểu tại $x = 2$. Giá trị cực tiểu là $f(2) = 6$.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - \frac{21x^2}{2} + 36x - 1$. Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $x = 8$.

B. $x = 4$.

C. $x = 1$.

D. $x = 3$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = 3x^2 - 21x + 36 = 0 \Leftrightarrow x = 3$ hoặc $x = 4$.

Lập bảng biến thiên.

Điểm cực tiểu của hàm số là $x = 4$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	1	3	7	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	-17	-13	-18	$+\infty$

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
- b) $f(1) < f(3)$.
- c) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 7)$.
- d) Phương trình $f'(3x-1) = 0$ nhận $x = \frac{2}{3}$ làm nghiệm.

Lời giải

- a) Đúng: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(1; 3)$ và $(7; +\infty)$.
- b) Đúng: $f(1) < f(3)$
- c) Sai: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(3; 7)$.
- d) Sai: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1, x = 3, x = 7$.

Do đó: $f'(3x-1) = 0 \Leftrightarrow 3x-1=1$ hoặc $3x-1=3$ hoặc $3x-1=7$.

Suy ra $x = \frac{2}{3}$ hoặc $x = \frac{4}{3}$ hoặc $x = \frac{8}{3}$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{-x+1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- b) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(2023; 2026)$
- d) Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Lời giải



Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. Ta có $y' = \frac{3}{(-x+1)^2} > 0$ với mọi $x \neq 1$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

- a) Đúng: Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$
- b) Sai: Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$
- c) Đúng: Hàm số đồng biến trên khoảng $(2023; 2026)$
- d) Sai: Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

x	$-\infty$	3	7	11	$+\infty$		
$f'(x)$	+	0	-	0	+	0	-

- a) Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x = 7$.
- b) $f(7)$ là giá trị cực đại của hàm số đã cho.
- c) Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.
- d) $f(11) > f(7)$.

Lời giải

- a) Đúng: Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm $x = 7$.
- b) Sai: Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho có giá trị cực đại là $f(3)$ hoặc $f(11)$
- c) Sai: Dựa vào bảng xét dấu ta có hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 3)$ và $(7; 11)$.
- d) Đúng: Hàm số đồng biến trên khoảng $(7; +\infty)$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

- a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.



b) Hàm số $g(x) = 2x - 3f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) $f(\sin^2 x) < f\left(\frac{3}{2}\right)$

d) Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Lời giải

a) Đúng: Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$.

b) Sai: Ta có: $g'(x) = 2 - 3f'(x) > 0, \forall x \in (0; 2)$ suy ra hàm số $g(x) = 2x - 3f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.

c) Sai: Ta có hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Mà $0 \leq \sin^2 x \leq 1, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow 0 \leq \sin^2 x < \frac{3}{2}, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(\sin^2 x) > f\left(\frac{3}{2}\right)$.

d) Sai: $y' = (2 - 3x)' \cdot f'(2 - 3x) = -3f'(2 - 3x)$.

Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến $y' = -3f'(2 - 3x) < 0 \Leftrightarrow f'(2 - 3x) > 0 \Leftrightarrow \begin{cases} 2 - 3x < 0 \\ 2 - 3x > 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > \frac{2}{3} \\ x < 0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số $y = f(2 - 3x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 0), \left(\frac{2}{3}; +\infty\right)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 + 26x + 18}{x + 13}$ có điểm cực tiểu $x = x_1$ và điểm cực đại bằng $x = x_2$.

Tính $P = -2x_1 + x_2$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) = \frac{2(x^2 + 26x + 160)}{(x + 13)^2} = 0 \Leftrightarrow x = -16$ hoặc $x = -10$.

Lập bảng biến thiên.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x_1 = -10$, đạt cực đại tại $x_2 = -16$. Khi đó: $P = -2x_1 + x_2 = 4$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{mx - 3}{2x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

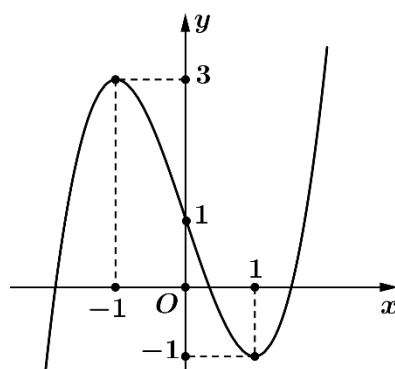
Lời giải

Ta có: $y = \frac{mx - 3}{2x - m} \Rightarrow y' = \frac{-m^2 + 6}{(2x - m)^2}$

Theo yêu cầu bài toán: $y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{6} < m < \sqrt{6}$.

Mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-5; -4; \dots; 4, 5\}$ suy ra có 11 giá trị thỏa mãn

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số khoảng đồng biến của hàm số là

**Lời giải**

Gọi a, b, c với $a < b < c$ là ba nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$.

Từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) > 0, \forall x \in (a; b) \cup (c; +\infty)$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(a; b), (c; +\infty)$.

Câu 4: Một công ty du lịch tổ chức tua du lịch với giá mỗi tua là 5 triệu đồng một khách cho 30 khách. Từ khách thứ 31, cứ thêm một khách, giá của tua lại được giảm a nghìn (a là số nguyên dương). Số khách thêm của tua không quá 15 người. Biết rằng nếu nhận thêm từ 1 đến 8 khách thì doanh thu tăng dần theo số khách nhận thêm. Tìm giá trị lớn nhất của a .

Lời giải

Khi có thêm x khách tham gia tua số khách thực tế là $30 + x$, số tiền mỗi khách phải trả cho tua là $5\,000 - ax$ (nghìn đồng). Doanh thu của tua là $T(x) = (30 + x)(5\,000 - ax)$.

$$T(x) = -ax^2 + (5\,000 - 30a)x + 150\,000.$$

Doanh thu tăng lên theo số khách nhận thêm khi $T(x)$ đồng biến trong khoảng $(0; 8]$

$$\text{Do đó có } T'(x) = -2ax + (5\,000 - 30a) \geq 0 \Leftrightarrow x \leq \frac{2500}{a} - 15.$$

Để doanh thu tăng theo số khách nhận thêm và không quá 8 người thì:

$$8 \leq \frac{2500}{a} - 15 < 9 \Leftrightarrow 23 \leq \frac{2500}{a} < 24 \Leftrightarrow \frac{2500}{23} \geq a > \frac{2500}{24}.$$

Vậy số tiền có thể giảm nhiều nhất cho khách là 109 nghìn.

Câu 5: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2 + 2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m)$$

$$\text{Xét } y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2(m+1)x + (m^2 + 2m) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = m \\ x = m + 2 \end{cases} \forall m$$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m; m+2) \forall m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$ thì $(-1; 1) \subset (m; m+2)$.

$$\text{Nghĩa là: } m \leq -1 < 1 \leq m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -1 \\ -1 < 1 \\ 1 \leq m+2 \end{cases} \Leftrightarrow m = -1.$$



Câu 6: Kính viễn vọng không gian Hubble được đưa vào vũ trụ ngày 24/4/1990 bằng tàu con thoi Discovery. Vận tốc của tàu con thoi trong sứ mệnh này, từ lúc cất cánh tại thời điểm $t = 0(s)$ cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi tại thời điểm $t = 126 (s)$ cho bởi hàm số sau đây:
 $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$, (v được tính bằng ft/s, 1 feet = 0,3048 m)



Gọi $(a;b)$ là khoảng thời gian gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi. Tính $T = a + b$?

Lời giải

Xét hàm số vận tốc của tàu con thoi $v(t) = 0,001302t^3 - 0,09029t^2 + 23$ với $t \in [0;126]$.

Gia tốc của tàu con thoi là $a(t) = v'(t) = 0,003906t^2 - 0,18058t$.

Ta có $a'(t) = 0,007812t - 0,18058 = 0 \Leftrightarrow t \approx 23$.

Bảng biến thiên của hàm số $a(t)$ như sau:

t	0	23	126	
$a'(t)$		−	0	+
$a(t)$	0			39,259
			−2,087	

Vậy gia tốc của tàu con thoi sẽ tăng trong khoảng thời gian $(23s;126s)$ tính từ thời điểm cất cánh cho đến khi tên lửa đẩy được phóng đi.

Do đó: $T = a + b = 23 + 126 = 149$.

-----HẾT-----



**BÀI 02. MAX-MIN CỦA HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 02**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng tính đơn điệu để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Hàm số $y = (4 - x^2)^2 + 1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1; 1]$ là

A. 10.

B. 12.

C. 14.

D. 17.**Lời giải**

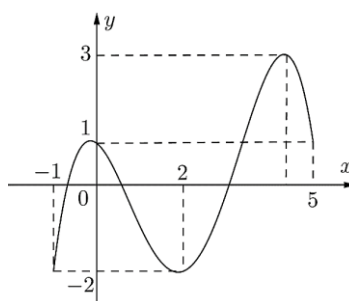
$$\text{Ta có: } y' = 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \notin [-1; 1] \\ x = 2 \notin [-1; 1] \\ x = 0 \in [-1; 1] \end{cases}.$$

Khi đó: $f(-1) = 10$; $f(1) = 10$; $f(0) = 17$. Vậy $\max_{[-1;1]} y = f(0) = 17$.

Câu 2: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \frac{4}{x}$ trên đoạn $[1; 3]$ bằngA. $\max_{[1;3]} y = 3$.B. $\max_{[1;3]} y = 4$.C. $\max_{[1;3]} y = 5$.D. $\max_{[1;3]} y = 6$.**Lời giải**

$$\text{Ta có: } y' = 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 1 - \frac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \in [1; 3] \\ x = -2 \notin [1; 3] \end{cases}.$$

Khi đó $y(1) = 5$; $y(2) = 4$; $y(3) = \frac{13}{3}$. Vậy $\max_{[1;3]} y = 5$.

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng

A. -1

B. 4

C. 1

D. 2

Lời giải

$$\text{Từ đồ thị ta thấy: } \begin{cases} M = \max_{[-1;5]} f(x) = 3 \\ n = \min_{[-1;5]} f(x) = -2 \end{cases} \Rightarrow M + n = 1.$$



Câu 4: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-3; 3]$ bằng

A. 20.

B. -16.

C. 0.

D. 4.

Lời giải

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \end{cases}.$$

Ta có: $f(-3) = -16$; $f(3) = 20$; $f(-1) = 4$; $f(1) = 0$. Vậy $\min_{[-3;3]} f(x) = -16$.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $(-1; +\infty)$ bằng

A. $f(1)$.B. $f(-2)$.C. $f(-1)$.D. $f(0)$.**Lời giải**

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\max_{(-1; +\infty)} y = f(0)$

Câu 6: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{3\sin x + 2}{\sin x + 1}$ trên đoạn

$\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó giá trị của $M^2 + m^2$ là

A. $\frac{31}{2}$.B. $\frac{11}{2}$.C. $\frac{41}{4}$.D. $\frac{61}{4}$.**Lời giải**

Đặt $t = \sin x$, $t \in [0; 1]$.

Xét hàm $f(t) = \frac{3t + 2}{t + 1}$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ có $f'(t) = \frac{1}{(t + 1)^2} > 0, t \in [0; 1]$ nên hàm số đồng

biến trên $[0; 1] \Rightarrow M = \max_{[0;1]} f(t) = f(1) = \frac{5}{2}$ và $m = \min_{[0;1]} f(t) = f(0) = 2$.

Khi đó: $M^2 + m^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 2^2 = \frac{41}{4}$.

Câu 7: Một chất điểm chuyển động với vận tốc được cho bởi công thức $v(t) = -3t^2 + 12t + 1$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động. Hỏi sau bao lâu khi chất điểm chuyển động thì đạt được vận tốc lớn nhất?

A. 2(s).

B. 1(s).

C. 13(s).

D. 4(s).

Lời giải

Ta có: $v(t) = -3t^2 + 12t + 1 \Rightarrow v'(t) = -6t + 12 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:



t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	1	13	$-\infty$

Câu 8: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60cm, thể tích 96000cm^3 . Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/ m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/ m^2 . Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

- A. 81200 VNĐ. B. 80200 VNĐ. C. 82200 VNĐ. **D. 83200 VNĐ.**

Lời giải

Gọi x, y ($x > 0, y > 0$, đơn vị m) là chiều dài và chiều rộng của đáy bể.

Khi đó theo đề ta suy ra $0,6xy = 0,096 \Leftrightarrow y = \frac{0,16}{x}$.

Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$$f(x) = 2.0,6\left(x + \frac{0,16}{x}\right) \cdot 70000 + 100000 \cdot x \cdot \frac{0,16}{x} \Leftrightarrow f(x) = 84000\left(x + \frac{0,16}{x}\right) + 16000$$

Ta có $f'(x) = 84000\left(1 - \frac{0,16}{x^2}\right) \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0,4$ với $x \in (0; +\infty)$

Bảng biến thiên:

x	0	0,4	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+
$f(x)$		$f(0,4)$	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là $f(0,4) = 83200$ VNĐ.

Câu 9: Cho hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $m > 4$ B. $2 < m \leq 4$ C. $m \leq 0$ **D. $0 < m \leq 2$**

Lời giải

$$\text{Ta có } y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}.$$

Nếu $m=1 \Rightarrow y=1, \forall x \neq -1$ suy ra không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Nếu $m < 1 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;2]$.

$$\text{Khi đó: } \min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow y(1) + y(2) = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{m+1}{2} + \frac{m+2}{3} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m=5 \text{ (loại).}$$

Nếu $m > 1 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên đoạn $[1;2]$.

Khi đó: $\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow y(2) + y(1) = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow m = 5 \text{ (t/m)}$

Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-m^2}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\min_{[-3;-2]} y = \frac{1}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $3 < m \leq 4$. B. $-2 < m \leq 3$. C. $m > 4$. D. $m \leq -2$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m^2\}, [-3;-2] \subset D$.

Ta có $y' = \frac{-m^2-1}{(x-m^2)^2} < 0, \forall x \in D$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Khi đó: $\min_{[-3;-2]} y = \frac{1}{2} = y(-2) = \frac{-2+1}{-2-m^2} \Rightarrow -2-m^2 = -2 \Leftrightarrow m = 0 \Rightarrow -2 < m \leq 3$.

Câu 11: Một vật chuyển động theo quy luật $s(t) = -\frac{1}{3}t^3 + 6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 9 giây kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

- A. $243(m/s)$. B. $27(m/s)$. C. $144(m/s)$. D. $36(m/s)$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = -t^2 + 12t$; $v'(t) = -2t + 12$; $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 6$.

Bảng biến thiên:

t	0	6	9
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$		36	

Nhìn bảng biến thiên ta thấy vận tốc đạt giá trị lớn nhất khi $t = 6$.

Giá trị lớn nhất là $v(6) = 36m/s$.

Câu 12: Tìm các giá trị của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x-m^2+m}{x+1}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2 .

- A. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}$.

Lời giải

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. Hàm số đã cho liên tục trên $[0;1]$.

Ta có: $y' = \frac{1-(-m^2+m)}{(x+1)^2} = \frac{m^2-m+1}{(x+1)^2} > 0; \forall x \in D \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên đoạn $[0;1]$.

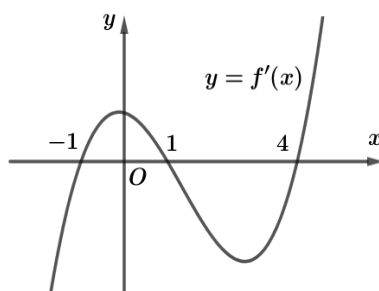


Trên $[0;1]$ hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 0$.

$$\text{Ta có: } y(0) = -2 \Leftrightarrow -m^2 + m = -2 \Leftrightarrow m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -1 \\ m = 2 \end{cases}.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số $y = f(x)$ có hai cực trị
- b) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$
- c) $f(1) > f(2) > f(4)$.
- d) Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Lời giải

- a) Sai: Hàm số đã cho có ba điểm cực trị
- b) Sai: Trên $(1; +\infty)$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; 4)$
- c) Đúng: $f(1) > f(2) > f(4)$.

$$\text{Dựa vào đồ thị của hàm số } y = f'(x) \text{ ta thấy: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 1 \\ x = 4 \end{cases}$$

$$f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; -1) \cup (1; 4); \quad f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1; 1) \cup (4; +\infty)$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	1	4	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$								



d) Đúng: Trên đoạn $[-1; 4]$ thì giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ là $f(1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ (với tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

b) Khi $m = 1$ hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

c) Khi $m = 1$ thì trên đoạn $[1; 4]$ hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$

d) Có 1 giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{x - m^2 - 2}{x - m}$ trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 .

Lời giải

a) Sai: Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{m\}$.

$$\text{Ta có: } y' = \frac{m^2 - m + 2}{(x - m)^2} > 0, \forall x \neq m.$$

Do đó hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; m)$ và $(m; +\infty)$.

b) Đúng: Bảng biến thiên của hàm số:

x	$-\infty$	m	$+\infty$
y'	+		+
y	1	$+\infty$	1

c) Sai: Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0; 4]$ bằng -1 khi

$$\begin{cases} m < 0 \\ f(4) = -1 \end{cases}$$

$$\text{d) Đúng: } \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ \frac{2 - m^2}{4 - m} = -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m - 6 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m = 2, m = -3 \end{cases} \Leftrightarrow m = -3.$$

Câu 3: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x + 2025$, (tham số m). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Khi $m = 1$ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2$

b) Khi $m = 1$ thì hàm số đồng biến trên khoảng $(0; 2)$

c) Khi $m = 1$ thì hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng -4

d) Có tất cả 1 giá trị nguyên của m để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$



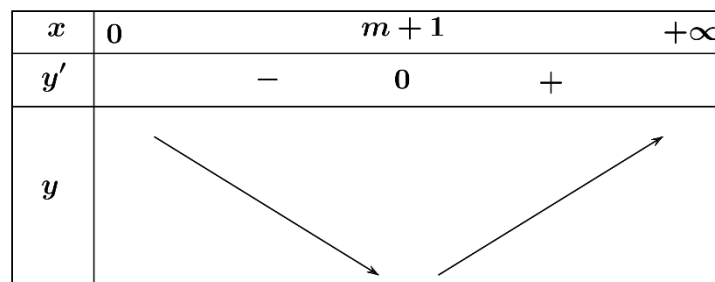
Lời giải

a) Đúng: Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = m-1 \\ x_2 = m+1 \end{cases}$.

b) Sai: Để hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ thì $x_1 \leq 0 < x_2$ hoặc $0 < x_1 < x_2$.

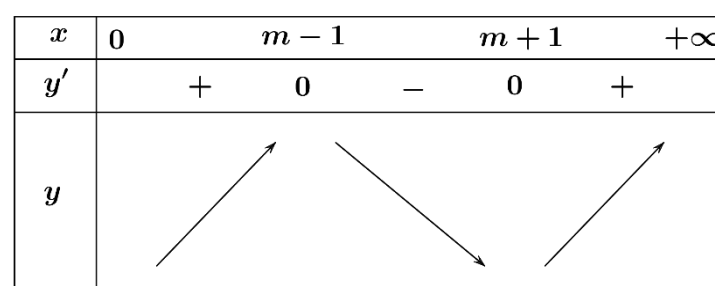
c) Đúng: **Trường hợp 1:** $x_1 \leq 0 < x_2 \Leftrightarrow m-1 \leq 0 < m+1 \Leftrightarrow -1 < m \leq 1$ do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0; 1\}$.

Bảng biến thiên của hàm số:

x	0	$m+1$		$+\infty$
y'		-	0	+
y				

Trường hợp 2: $0 < x_1 < x_2$.

Bảng biến thiên của hàm số

x	0	$m-1$		$m+1$		$+\infty$
y'		+	0	-	0	+
y						

d) Sai: Hàm số có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0; +\infty)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} m-1 > 0 \\ y(m+1) \leq y(0) \end{cases}$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)^3 - 3m(m+1)^2 + 3(m^2-1)(m+1) + 2025 \leq 2025 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ (m+1)^2(m-2) \leq 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m > 1 \\ m \leq 2 \\ m = -1 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < m \leq 2 \text{ do } m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 2. \text{ Vậy } m \in \{0; 1; 2\}.$$

Câu 4: Một tàu đổ bộ tiếp cận Mặt Trăng theo cách tiếp cận thẳng đứng và đốt cháy các tên lửa hãm ở độ cao 250 km so với bề mặt của Mặt Trăng. Trong khoảng 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao h của con tàu so với bề mặt của Mặt Trăng được tính (gần đúng) bởi hàm $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250$ trong đó t là thời gian tính bằng giây và h là độ cao tính bằng kilomet.

a) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao lớn nhất mà con tàu đạt được là 250 (km).



- b) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 25$ (s).
- c) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 (km/s).
- d) Trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao con tàu đạt được khi vận tốc của con tàu lớn nhất là 139,37 (km).

Lời giải

a) Đúng: $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250 \Rightarrow h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 55 \notin (0; 50) \\ t = 18 \in (0; 50) \end{cases}$

t	0	18	50
$h'(t)$		0	+
$h(t)$	250	8,08	250

- b) Sai: Dựa vào bảng biến thiên trên ta thấy trong 50 giây đầu tiên kể từ khi đốt cháy các tên lửa hãm, độ cao thấp nhất mà con tàu đạt được tại thời điểm $t \approx 18$ (s).

c) Đúng: $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250 \Rightarrow v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$

$\Rightarrow a(t) = v'(t) = -0,06t + 2,2 = 0 \Leftrightarrow t \approx 37$

t	0	37	50
$v'(t)$		0	-
$v(t)$	-30	10,33	5

Vận tốc của con tàu lớn nhất mà con tàu đạt được là 10,33 (km/s).

d) Sai: $h(t) = -0,01t^3 + 1,1t^2 - 30t + 250 \Rightarrow v(t) = h'(t) = -0,03t^2 + 2,2t - 30$

$\Rightarrow a(t) = v'(t) = -0,06t + 2,2 = 0 \Leftrightarrow t \approx 37$

t	0	37	50
$v'(t)$		0	-
$v(t)$	-30	10,33	5

Khi đó: $v_{\max} = 10,33 \Leftrightarrow t \approx 37$; $h(37) = 139,37$ km.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1}$ trên đoạn $[0; 3]$. Tổng $S = 2M - m$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có } f(x) = \frac{1}{2}x - \sqrt{x+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2\sqrt{x+1}} = \frac{\sqrt{x+1}-1}{2\sqrt{x+1}}.$$

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x+1} = 1 \Leftrightarrow x = 0.$$

$$\text{Ta có } f(0) = -1; f(3) = -\frac{1}{2} \text{ và hàm số } f(x) \text{ liên tục trên đoạn } [0; 3].$$

$$\text{Vậy } M = -\frac{1}{2}; m = -1 \Rightarrow S = 2M - m = 2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1 = 0.$$

Câu 2: Cho hàm số $f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ không vượt quá 7. Hỏi tập S có bao nhiêu phần tử là số nguyên?

Lời giải

$$\text{Ta có } f(x) = x^3 + (1+m^2)x + 1 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 1 + m^2 > 0, x \in \mathbb{R} \text{ do đó hàm số đồng biến trên } [0; 1]$$

$$\max_{[0;1]} f(x) = f(1) = m^2 + 3. \text{ Yêu cầu bài toán tương đương } m^2 + 3 \leq 7 \Leftrightarrow -2 \leq m \leq 2.$$

$$\text{Vậy } S = \{-2, -1, 0, 1, 2\} \text{ hay } S \text{ có 5 phần tử.}$$

Câu 3: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m}{x+1}$ trên đoạn $[1; 2]$ bằng 8. Tìm giá trị nguyên của tham số m .

Lời giải

$$\text{Tập xác định của hàm số } D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}. \text{ Ta có } y' = \frac{1-m}{(x+1)^2}.$$

$$f(1) = \frac{1+m}{2}; f(2) = \frac{2+m}{3}.$$

$$\min_{[1;2]} f(x) = \min\{f(1); f(2)\} \text{ và } \max_{[1;2]} f(x) = \max\{f(1); f(2)\}.$$

$$\text{Khi đó, theo đề ta có } \max_{[1;2]} f(x) + \min_{[1;2]} f(x) = 8 \Leftrightarrow \frac{2+m}{3} + \frac{1+m}{2} = 8 \Leftrightarrow \frac{5m+7}{6} = 8$$

$$\Leftrightarrow 5m + 7 = 48 \Leftrightarrow m = \frac{41}{5}.$$



Câu 4: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S(t) = 6t^2 - t^3$. Vận tốc v (m/s) của chuyển động đạt giá trị lớn nhất tại thời điểm t (s) bằng bao nhiêu giây?

Lời giải

Ta có $v = S'(t) = 12t - 3t^2$ suy ra $v'(t) = 12 - 6t$ nên $v'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Bảng biến thiên:

t	0	2	$+\infty$
$v'(t)$	+	0	-
$v(t)$	0	12	$-\infty$

Do vậy $v_{\max} = 12$ (m/s) tại $t = 2$ (s).

Câu 5: Một cửa hàng có 8 máy in, mỗi máy in in được 3600 bản in trong một giờ. Chi phí để vận hành một máy in trong mỗi lần in là 50 nghìn đồng. Chi phí cho n máy in chạy trong một giờ được tính bằng công thức $60(6n + 10)$. Hỏi nếu in 50 000 bản in là các tờ quảng cáo thì phải sử dụng bao nhiêu máy in để được lãi nhiều nhất?



Lời giải

Một máy in trong một giờ in được 3600 tờ nên in 50 000 tờ cần $\frac{125}{9}$ giờ

Vậy nên n máy cần thời gian in là $\frac{125}{9n}$ giờ

Khi đó tổng chi phí là: $f(n) = [10(6n + 10)] \cdot 1000 + 50000n$

Khi đó để được lãi nhiều nhất thì $f(n)$ đạt giá trị nhỏ nhất với $n \in [1; 8]$ và $n \in \mathbb{N}$

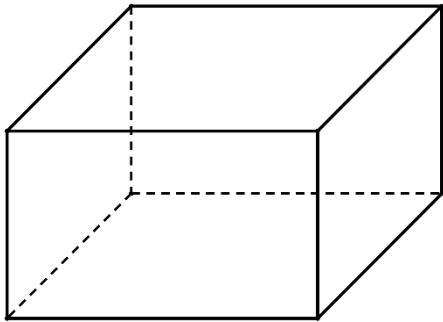
Áp dụng bất đẳng thức Cauchy: $f(n) = \left(\frac{250}{3} + \frac{1250}{9n} + 5n \right) \cdot 10\,000 \geq \left(\frac{250}{3} + \frac{50\sqrt{10}}{3} \right)$

Do đó $f(n)$ nhỏ nhất khi $\frac{1250}{9n} = 4n \Leftrightarrow n = \frac{5\sqrt{5}}{10} \approx 5$



Vậy cần dùng 5 máy in thì thu được tiền lãi là nhiều nhất.

Câu 6: Ông Nam cần xây dựng một bể nước mưa có thể tích $V = 8(m^3)$ dạng hình hộp chữ nhật với chiều dài gấp $\frac{4}{3}$ lần chiều rộng, đáy và nắp đổ bê tông, cốt thép; xung quanh xây bằng gạch và xi măng. Biết rằng chi phí trung bình là $980.000đ/m^2$ và ở nắp để hở một khoảng hình vuông có diện tích bằng $\frac{2}{9}$ diện tích nắp bể. Tính chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả (làm tròn đến hàng triệu đồng).



Lời giải

Gọi chiều rộng của bể là $3x \text{ (m)}$. Ta có chiều dài bể là $4x \text{ (m)}$ và chiều cao của bể là $\frac{2}{3x^2} \text{ (m)}$

Khi đó tổng diện tích bề mặt xây là:

$$T = (3x + 4x) \cdot 2 \cdot \frac{2}{3x^2} + 2 \cdot 3x \cdot 4x - \frac{2}{9} \cdot 3x \cdot 4x = \frac{28}{3x^2} + \frac{64x^2}{3} \geq 2 \cdot \sqrt{\frac{28}{3x^2} \cdot \frac{64x^2}{3}} = \frac{32\sqrt{7}}{3} \text{ (m}^2\text{)}.$$

Chi phí C (tính theo đồng) xây dựng là: $C = T \cdot 980000 \geq \frac{32\sqrt{7}}{3} \cdot 980000 \approx 27657000 \text{ (đồng)}$.

Vậy chi phí thấp nhất mà ông Nam phải chi trả là 28 triệu đồng.

-----HẾT-----



**BÀI 03. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 03**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng tính đơn điệu để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+1}{x-1}$ có phương trình:

A. $y = \frac{1}{3}$.

B. $y = 3$.

C. $y = -1$.

D. $y = 1$.

Lời giải

Ta có : $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x+1}{x-1} = 3$ nên $y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ là đường thẳng nào sau đây

A. $x = -2$.

B. $x = 1$.

C. $x = -1$.

D. $x = 2$.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} y = \lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-2}{x+1} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} y = \lim_{x \rightarrow -1^-} \frac{2x-2}{x+1} = +\infty$ nên đường thẳng $x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x = 1$ và $x = -1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y = 1$ và $y = -1$.**Lời giải**

Dựa vào định nghĩa đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	+		+
$f(x)$	2	$+\infty$	5

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

**A.** 3**B.** 2**C.** 4**D.** 1**Lời giải**

Từ bảng biến thiên ta có:

$\lim_{x \rightarrow 1^-} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} y = 2$, $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 5$ nên đường thẳng $y = 2$ và $y = 5$ là các đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Tổng số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là 3

Câu 5: Hàm số nào sau đây có một tiệm cận:

A. $y = \frac{x+3}{2x-1}$

B. $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3}$

C. $y = \frac{4}{x-1}$

D. $y = \frac{2x}{x^2+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+3}{2x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = \frac{1}{2}$ và một tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$

Hàm số $y = \frac{x^2+3x-2}{x+3} = x - \frac{2}{x+3}$ có một tiệm cận đứng $x = -3$ và một tiệm cận xiên $y = x$.

Hàm số $y = \frac{4}{x-1}$ có một tiệm cận đứng $x = 1$ và một tiệm cận ngang $y = 0$.

Hàm số $y = \frac{2x}{x^2+1}$ có một tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
$f'(x)$	—		—	
$f(x)$	1	2	3	
	$-\infty$		-3	

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.**B.** 3.**C.** 4.**D.** 1.**Lời giải**

Nhìn bảng biến thiên ta thấy $x=0$ hàm số không xác định nên $x = 0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 3 \Rightarrow y = 3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 1 \Rightarrow y = 1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy hàm số có 3 tiệm cận



Câu 7: Đường thẳng $2y + 1 = 0$ là tiệm cận ngang của hàm số nào sau đây?

A. $y = \frac{x+1}{2x+1}$

B. $y = \frac{x^2 + x + 1}{1 - 2x}$

C. $y = \frac{2x+1}{1-x}$

D. $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x+1}{2x+1}$ có tiệm cận ngang $y = \frac{1}{2}$.

Hàm số $y = \frac{x^2 + x + 1}{1 - 2x}$ không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y = \frac{2x+1}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = -2$.

Hàm số $y = \frac{3-x^2}{2x^2-3x+1}$ có tiệm cận ngang $y = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2y + 1 = 0$.

Câu 8: Cho hàm số $y = 2x - 1 + \frac{3}{x+3}$ (C). Khoảng cách từ $M(2; -1)$ đến tiệm cận xiên của đồ thị (C) là:

A. $\frac{2}{\sqrt{5}}$

B. $y = \frac{4}{\sqrt{5}}$

C. 2

D. 4

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{x+3} = 0$. Vậy $y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$ (Δ) là tiệm cận xiên của đồ thị (C).

Khi đó: $d(M, \Delta) = \frac{|2 \cdot 2 + 1 - 1|}{\sqrt{4+1}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Câu 9: Với giá trị nào của m thì tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = x + m + \frac{3}{m-x}$ đi qua điểm $M(1; 2)$

A. $m = 1$

B. $m = 0$

C. $m = 2$

D. Một đáp án khác.

Lời giải

Ta có $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3}{m-x} = 0$. Vậy $y = x + m$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

Để $M(1; 2)$ nằm trên tiệm cận xiên thì $2 = 1 + m \Leftrightarrow m = 1$.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$ là (C_m) . Giá trị của m để đồ thị hàm số (C_m) không có tiệm cận đứng là:

A. $m = 0$.

B. $m = 1$

C. $m = 0$ hoặc $m = 1$.

D. $m = 0$ hoặc $m = -1$.

Lời giải

Hàm số không có tiệm cận đứng khi $x = m$ là nghiệm của:

$$2x^2 - 3x + m = 0 \text{ tức là } 2m^2 - 2m = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 0 \\ m = 1 \end{cases}$$

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + 6x - 2}{x + 2}$ có đồ thị (C_m) . Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số (C_m) có tiệm cận đứng và không có tiệm cận xiên.

A. $m = \frac{7}{2}$

B. $m = \frac{3}{2}$

C. $m = 2$

D. $m = 0$

Lời giải

Ta có $m = 0$ thì $y = \frac{6x - 2}{x + 2}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

$$m \neq 0 \text{ thì } y = mx + 6 - 2m + \frac{4m - 14}{x + 2}.$$

Nếu $4m - 14 = 0 \Leftrightarrow m = \frac{7}{2}$ thì hàm số không có tiệm cận.

Câu 12: Tại một công ty sản xuất đồ chơi A, công ty phải chi 50000USD để thiết lập dây chuyền sản xuất ban đầu. Sau đó, cứ sản xuất được một sản phẩm đồ chơi A, công ty phải chi trả 5USD cho nguyên liệu thô và nhân công. Gọi x ($x \geq 1$) là số đồ chơi A mà công ty đã sản xuất và $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A. Người ta xác định chi phí trung bình cho mỗi sản phẩm đồ chơi A là $M(x) = \frac{T(x)}{x}$. Khi x đủ lớn ($x \rightarrow +\infty$) thì chi phí trung bình (USD) cho mỗi sản phẩm đồ chơi A gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. 50 000

B. 50005

C. 10

D. 5

Lời giải

Gọi $T(x)$ (đơn vị USD) là tổng số tiền bao gồm cả chi phí ban đầu mà công ty phải chi trả khi sản xuất x đồ chơi A thì $T(x) = 50000 + 5x$

$$\text{Ta có: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{T(x)}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{50000}{x} + 5 \right) = 5.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hàm số dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$
$f'(x)$	+		-	-	+
$f(x)$	$-\infty$	-4	$+\infty$	0	$+\infty$

a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$

b) Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang

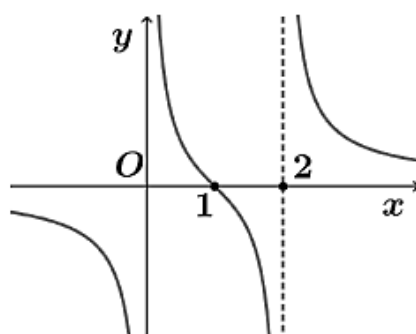


- c) Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận đứng
 d) Hàm số có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

Lời giải

- a) Sai: Hàm số không xác định tại $x = -1$
 b) Sai: Khi $\begin{cases} x \rightarrow +\infty \Rightarrow y \rightarrow +\infty \\ x \rightarrow -\infty \Rightarrow y \rightarrow -\infty \end{cases}$ nên hàm số không có tiệm cận ngang
 c) Sai: Hàm số có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -1$
 d) Sai: $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} y = +\infty$ nên hàm số không có giá trị lớn nhất trên $\mathbb{R}$

Câu 2: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



- a) Hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(0; 2)$
 b) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
 c) Đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận ngang
 d) Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 2.

Lời giải

- a) Đúng: Từ đồ thị ta thấy hàm số đã cho liên tục trên khoảng $(0; 2)$
 b) Đúng: Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$
 c) Đúng: Hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang
 d) Đúng: Khoảng cách giữa hai đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số bằng 2.

Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 2}{x + 2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số (C) có hai đường tiệm cận.
 b) Giao điểm của hai tiệm cận là $I(-2; -6)$.
 c) Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $4\sqrt{2}$.
 d) Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C) đi qua điểm $M(0; -4)$.



Lời giải

a) Đúng: Ta có $y = x - 4 + \frac{10}{x+2}$.

$\lim_{x \rightarrow -2} y = \infty$ nên $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{10}{x+2} = 0$ nên $y = x - 4$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

b) Đúng: Giao điểm của hai tiệm cận thỏa mãn $\begin{cases} x = -2 \\ y = x - 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ y = -6 \end{cases}$.

c) Sai: Khoảng cách từ O đến tiệm cận xiên bằng $\frac{4}{\sqrt{2}}$.

d) Đúng: Mặt khác $-4 = 0 - 4$ nên M nằm trên tiệm cận xiên.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + mx - 1}{x - 1} (C_m)$ (m là tham số). Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.

b) Để tiệm cận xiên của (C_m) đi qua $M(2, -5)$ thì $m = -8$

c) Để tiệm cận xiên của (C_m) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng 8 (đvdt) thì tổng tất cả các giá trị m tìm được bằng 2

d) Với $m = 3$ thì giao điểm của hai đường tiệm cận của (C_m) nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$

Lời giải

Hàm số xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$.

a) Đúng: Ta có $y = x + m + 1 + \frac{m}{x-1}$. Để đồ thị (C_m) của hàm số có tiệm cận xiên thì $m \neq 0$.

Với $m \neq 0$, (C_m) có tiệm cận xiên $y = x + m + 1 (\Delta_m)$ vì $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x + m + 1)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{m}{x-1} = 0$.

b) Đúng: Để (Δ_m) qua $M(2, -5)$ thì $-5 = 2 + m + 1 \Leftrightarrow m = -8$ (thỏa mãn)

c) Sai: Gọi A là giao điểm của Δ_m với Ox suy ra $A(-m-1; 0)$

Gọi B là giao điểm của Δ_m với Oy suy ra $B(0; m+1)$.

Suy ra: $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA \cdot OB = \frac{1}{2} |-m-1| |m+1| = \frac{1}{2} (m+1)^2$

Để $S_{\Delta OAB} = 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} (m+1)^2 = 8 \Leftrightarrow \begin{cases} m = -5 \\ m = 3 \end{cases}$ (thỏa mãn $m \neq 0$).



d) Sai: Ta có với $m \neq 0, x = 1$ là tiệm cận đứng vì $\lim_{x \rightarrow 1} y = \infty$ nên $y = x + m + 1$ là tiệm cận xiên.

Khi đó giao điểm của 2 tiệm cận là $I(1; m + 2)$.

Để I nằm trên Parabol $y = x^2 + 3$ thì $m + 2 = 1 + 3 \Leftrightarrow m = 2$ (thỏa mãn).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho hàm số $y = \frac{2x + m}{mx - 1}$. Tìm m để đồ thị hàm số có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang và các tiệm cận cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 2.

Lời giải.

Với $m \neq 0$ ta có: $S = 2 \Leftrightarrow \left| \frac{1}{m} \right| \cdot \left| \frac{2}{m} \right| = 2 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 2: Chi phí để loại $x(\%)$ chất gây ô nhiễm là C (nghìn đô) với $C(x) = \frac{12x}{100 - x}$. Tính chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm?

Lời giải

Khi $x = 50$ thì $C(50) = \frac{12 \cdot 50}{100 - 50} = 12$ (nghìn đô)

Vậy chi phí để loại bỏ 50% chất gây ô nhiễm là 12 nghìn đô.

Câu 3: Anh An là một nhà quy hoạch đô thị, mô hình hóa dân số $P(t)$ (nghìn người) của vùng anh ấy sống sau t năm kể từ thời điểm hiện tại là $P(t) = \frac{40t}{t^2 + 10} - \frac{50}{t + 1} + 70$. Dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là bao nhiêu nghìn người (khi $t \rightarrow +\infty$).

Lời giải

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{40t}{t^2 + 10} = 0$; $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{-50}{t + 1} = 0$ suy ra $P(t) = 70$.

Vậy dân số mà anh An dự kiến trong dài hạn là 70 nghìn người.

Câu 4: Nồng độ thuốc trong máu của một bệnh nhân t giờ sau khi tiêm là $C(t) \left(\frac{mg}{ml} \right)$ với $C(t)$ được cho bởi công thức $C(t) = \frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013$. Tìm nồng độ thuốc tồn dư, tức là nồng độ thuốc vẫn còn trong cơ thể bệnh nhân trong dài hạn (khi $t \rightarrow +\infty$).

Lời giải

Ta có: $\lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{40t}{t^2 + 10} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \left(\frac{0,4}{t^{1,2} + 1} + 0,013 \right) = 0,013 \left(\frac{mg}{ml} \right)$.

Câu 5: Hai loài cùng tồn tại trong cùng một hệ sinh thái. Sau t năm, số lượng cá thể loài I là $P(t)$ nghìn con, số lượng cá thể loài II là $Q(t)$ nghìn con, trong đó P và Q được mô hình hóa bởi



các hàm $Q(t) = \frac{64}{4-t}$ với mọi $t \geq 0$ sao cho số lượng cá thể tương ứng là đại lượng không âm.

Tìm số lượng cá thể ban đầu của mỗi loài II.

Lời giải

Ta có: $Q(0) = \frac{64}{4-0} = 16$ (nghìn con).

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{mx^2 + (m^2 + m + 2)x + m^2 + 3}{x+1}$. Tìm $m \in \mathbb{R}$ để khoảng cách từ gốc O đến tiệm cận xiên hoặc ngang là nhỏ nhất.

Lời giải.

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

$$y = \frac{mx^2 + (m^2 + m + 2)x + m^2 + 3}{x+1} = mx + m^2 + 2 + \frac{1}{x+1}, x \neq -1$$

Vì $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x+1} = 0$ nên $(d): y = mx + m^2 + 2 \Leftrightarrow (d): mx - y + m^2 + 2 = 0$ là đường tiệm cận xiên hoặc ngang của hàm số.

$$\text{Ta có: } d(O; d) = \frac{|m^2 + 2|}{\sqrt{m^2 + 1}} = \sqrt{m^2 + 1} + \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}} \geq 2$$

Vậy $d(O; d)$ nhỏ nhất bằng 2 khi $\sqrt{m^2 + 1} = \frac{1}{\sqrt{m^2 + 1}} \Leftrightarrow m = 0$.

Khi đó hàm số có tiệm cận ngang là $y = 2$.

-----**HẾT**-----

**BÀI 04. KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ - ĐỀ SỐ 04**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

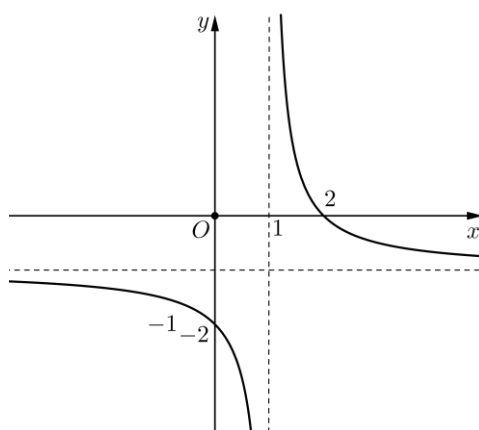
Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

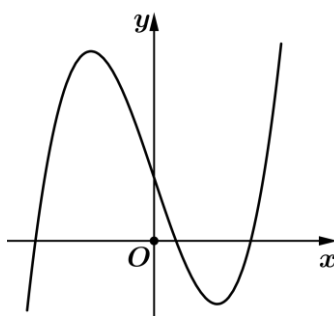
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Bảng biến thiên dưới đây là của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

A. $y = -x^3 + 3x^2 - 3$. B. $y = x^3 + 3x^2 - 1$. C. $y = x^3 - 3x + 2$. D. $y = x^3 - 3x^2 + 2$.**Lời giải**Ta có: $a = 1 > 0$; $y' = 3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = 2 \\ x = 2 \Rightarrow y = -2 \end{cases}$ **Câu 2:** Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Giá trị của tổng $S = a + b + c$ bằng:A. $S = 0$. B. $S = -2$. C. $S = 2$. D. $S = 4$.**Lời giải**Tiệm cận ngang: $y = \frac{a}{c} = -1$; tiệm cận đứng: $x = \frac{1}{c} = 1$ Từ đây suy ra: $\begin{cases} a = -1 \\ c = 1 \end{cases}$ mà đồ thị lại cắt trục hoành tại $x = 2$ nên $2a + b = 0$ hay $b = -2a = 2$.Vậy $S = a + b + c = -1 + 2 + 1 = 2$.



Câu 3: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = x^3 - 3x - 1$. **B.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = -x^3 + 3x + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x + 1$.

Lời giải

Từ dáng điệu đồ thị suy ra hệ số $a > 0$

Giao điểm của đồ thị với trục Oy có tung độ dương

Từ đồ thị ta thấy, hoành độ hai điểm cực trị trái dấu

Câu 4: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-6}{bx-c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$f'(x)$	—		—
$f(x)$	1	$+\infty$	1
	$-\infty$		

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số âm?

- A.** 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số, ta thấy đồ thị có hai đường tiệm cận, trong đó tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -2$ và tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{c}{b} = -2 \\ \frac{a}{b} = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} bc < 0 \\ ab > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b > 0, c < 0, a > 0 \quad (1) \\ b < 0, c > 0, a < 0 \quad (2) \end{cases}$$

Lại có hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định $f'(x) = \frac{-ac + 6b}{(bx-c)^2} < 0 \Rightarrow ac > 6b$.

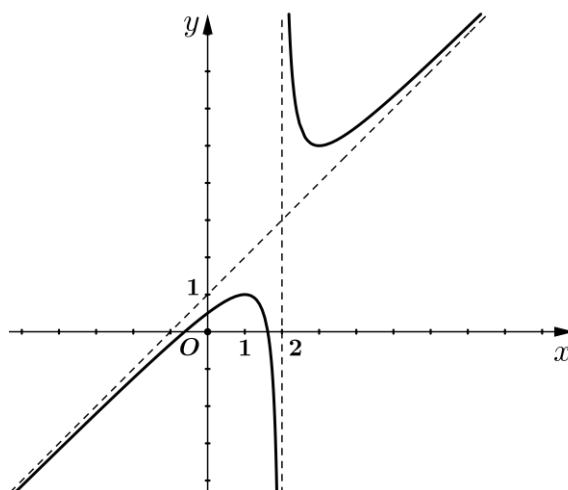
Ta thấy (1) không thể xảy ra do nếu $b > 0$ thì $ac > 6b > 0$

Ta thấy (2) có thể xảy ra do nếu $c > 0, a < 0$ thì $6b < ac < 0$.

Vậy trong các số a, b, c có hai số âm.



Câu 5: Đồ thị ở hình bên là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi đó là hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$

B. $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 2}$

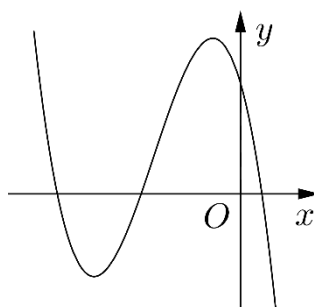
C. $y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x - 2}$

D. $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 2}$

Lời giải

Hàm số đó là $y = \frac{x^2 - x - 1}{x - 2}$.

Câu 6: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ ($a, b, c, d \in \mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Có bao nhiêu số dương trong các số a, b, c, d ?



A. 4.

B. 2.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Dựa vào đồ thị ta thấy: $a < 0$

$$\text{Hàm số có 2 cực trị âm nên } \begin{cases} \Delta'_{y'} > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b^2 - 9ac > 0 \\ -\frac{2b}{3a} < 0 \\ \frac{c}{3a} > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c < 0 \end{cases}$$

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0; d)$ nên $d > 0$.

Vậy có đúng một số dương trong các số a, b, c, d .



Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	+		+
y	-1	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{x+1}{x-2}$.

B. $y = \frac{x+3}{x-2}$.

C. $y = \frac{x-1}{x-2}$.

D. $y = \frac{x-3}{x-2}$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 8: Một bể chứa ban đầu có 100 lít nước. Sau đó, cứ mỗi phút người ta bơm thêm 20 lít nước, đồng thời cho vào bể 10 gam chất khử trùng (hoà tan). Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là:

A. $f(t) = \frac{20t+100}{10t}$. B. $f(t) = 20t+100$. C. $f(t) = \frac{10t}{20t+100}$. D. $f(t) = 20,02t+100$

Lời giải

Hàm số $f(t)$ thể hiện nồng độ chất khử trùng (gam/lít) trong bể sau t phút là

$$f(t) = \frac{20t}{40t+200} = \frac{t}{2t+10}$$

Câu 9: Hồ nuôi tôm giống của một anh nông dân chứa 30 khối nước, cứ mỗi giờ máy bơm nước sẽ bơm thêm vào hồ 4 khối nước, đồng thời anh ta cũng thêm vào 3 kg bột xử lý nước. Nồng độ (kg/khối) của bột xử lý nước trong hồ không bao giờ vượt qua

A. 12 (kg/khối). B. 1,33 (kg/khối). C. 0,75 (kg/khối). D. 0,75 (kg/khối).

Lời giải

Số khối nước tại thời điểm t là $4t+30$

Số kg bột có được tại thời điểm t là $3t$

Nồng độ bột xử lý nước có trong hồ tại thời điểm t là $f(t) = \frac{3t}{4t+30}$ với $t \geq 0$.

Khảo sát hàm số $f(t) = \frac{3t}{4t+30}$ có đạo hàm $f'(t) = \frac{90}{(4t+30)^2}$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0; +\infty)$.

Khi đó $\lim_{t \rightarrow +\infty} f(t) = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{3t}{4t+30} = \frac{3}{4} = 0,75$



Câu 10: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - mx + 2m}{x + m}$ có đồ thị (C_m) . Có tất cả bao nhiêu đồ thị (C_m) đi qua điểm $(0;1)$.

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 3.

Lời giải

Ta có $x = 0$ suy ra $y = \frac{2m}{m} = 2 \neq 1$. Vậy không có (C_m) nào qua $(0;1)$

Câu 11: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
y'	+		+
y	2	$+\infty$	$-\infty$

Tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình nào dưới đây?

A. $b^3 - 8 \leq 0$.B. $-b^2 + 4 > 0$.C. $b^2 - 3b + 2 < 0$.D. $b^3 - 8 < 0$.**Lời giải**

Đồ thị hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+1}$ có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = -\frac{1}{c}$ và đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y = \frac{a}{c}$.

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy $-\frac{1}{c} = -1 \Rightarrow c = 1$ và $\frac{a}{c} = 2 \Rightarrow a = 2$ (vì $c = 1$).

Ta có $y' = \frac{a-bc}{(cx+1)^2}$.

Vì hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$ nên

$$y' = \frac{a-bc}{(bx+c)^2} > 0 \Leftrightarrow a-bc > 0 \Leftrightarrow 2-b > 0 \Leftrightarrow b < 2 \Leftrightarrow b^3 < 8 \Leftrightarrow b^3 - 8 < 0.$$

Vậy tập các giá trị b là tập nghiệm của bất phương trình $b^3 - 8 < 0$.

Câu 12: Tất cả giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 + (m^2 - 2)x + 2m^2 + 4$ cắt các trục tọa độ Ox, Oy lần lượt tại A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng 8 là

A. $m = \pm 2$.B. $m = \pm 1$.C. $m = \pm\sqrt{3}$.D. $m = \pm\sqrt{2}$.**Lời giải**

Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung là $B(0; 2m^2 + 4)$

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị đã cho với trục hoành là:



$$x^3 + (m^2 - 2)x + 2m^2 + 4 = 0 \Leftrightarrow (x + 2)(x^2 - 2x + m^2 + 2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ (x - 1)^2 + m^2 + 1 = 0 \quad (vn) \end{cases}$$

Giao điểm của đồ thị đã cho với trục hoành là $A(-2; 0)$.

Diện tích tam giác ABC là: $S = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}.2.(2m^2 + 4) = 8 \Rightarrow m = \pm\sqrt{2}$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - 6x^2 - 15x + 20$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 20
- b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1) \cap (5; +\infty)$
- c) Điểm uốn của đồ thị hàm số có tọa độ $I(2; -26)$
- d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80

Lời giải

- a) Đúng: Thay $x = 0$ suy ra $f(0) = 20$
- b) Sai: Hàm số phải đồng biến trên một miền liên tục
- c) Đúng: $x_I = \frac{-b}{3a} = \frac{-(-6)}{3.1} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow y_I = f(x_I) = f(2) = -26$ suy ra $I(2; -26)$
- d) Đúng: Ta có $f'(x) = 3x^2 - 12x - 15 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 5 \end{cases}$

Bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(-4; +\infty)$:

x	-4	-1	5	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0
$f(x)$	$-\infty$	20	-80	$+\infty$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-4; +\infty)$ bằng -80 .

Câu 2: Cho hàm số $y = 2x^3 + (m - 1)x^2 + (m + 2)x + 1$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khi $m = 1$ đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 1 điểm phân biệt
- b) Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(0; 1)$
- c) Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với đường thẳng $y = 9x - 3$ đi qua điểm $B(1; 5)$



d) Có 1 giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$.

Lời giải

a) Đúng: Đồ thị hàm số khi $m = 1$ luôn cắt trục hoành tại một điểm phân biệt

b) Đúng: Đồ thị hàm số luôn đi qua điểm $A(0;1)$

c) Sai: Gọi d là tiếp tuyến của (C) song song với đường thẳng $(d): y = 9x - 3$ thì hệ số góc của $d: k = 9 \Leftrightarrow y'(x_0) = 9 \Leftrightarrow 6x_0^2 + 3 = 9 \Leftrightarrow x_0^2 = 1 \Leftrightarrow x_0 = \pm 1$.

(x_0 là hoành độ tiếp điểm của (d) với (C))

Phương trình tiếp tuyến d có dạng $y = k(x - x_0) + y(x_0)$.

Khi $x_0 = 1$ thì phương trình của d là $y = 9(x - 1) + 6 = 9x - 3$ phương trình này bị loại

Khi $x_0 = -1$ thì phương trình d là $y = 9(x + 1) - 4 = 9x + 5$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y = 9x + 5$

d) Sai: $y' = 6x^2 + 2(m - 1)x + m + 2$

Đồ thị hàm số (1) có điểm cực đại và điểm cực tiểu có hoành độ lớn hơn $\frac{1}{6}$.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn $\frac{1}{6}$.

Phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 4 - 3\sqrt{3} < m < 4 + 3\sqrt{3}$ (a)

Khi đó hai nghiệm của phương trình $y' = 0$ là

$$x_1 = \frac{1 - m - \sqrt{m^2 - 8m - 11}}{6}, \quad x_2 = \frac{1 - m + \sqrt{m^2 - 8m - 11}}{6}.$$

Vì $x_1 < x_2$ do đó x_1, x_2 đều lớn hơn $\frac{1}{6}$ khi và chỉ khi $\frac{1 - m - \sqrt{m^2 - 8m - 11}}{6} > \frac{1}{6}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{m^2 - 8m - 11} < -m$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 3\sqrt{3} \vee m > 4 + 3\sqrt{3} \text{ (Do (a))} \\ -m > 0 \\ m^2 - 8m - 11 < m^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 4 - 3\sqrt{3} \\ m > -\frac{11}{8} \end{cases} \Leftrightarrow -\frac{11}{8} < m < 4 - 3\sqrt{3}.$$

Vậy không có giá trị nguyên nào của tham số m thỏa mãn.



Câu 3: Cho hàm số $y = \frac{3x+2}{x+2}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Đường thẳng $y = 3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .
- Điểm $I(-2;3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .
- Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt
- Đường thẳng $y = x$ cắt (C) tại hai điểm A, B . Biết đường thẳng $y = x + k$ cắt (C) tại C, D thì $ABCD$ là hình bình hành khi đó $k > 5$

Lời giải

- Sai: Đường thẳng $x = -2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số (C) .
- Đúng: Điểm $I(-2;3)$ là giao điểm của các đường tiệm cận của đồ thị (C) .
- Đúng: Đồ thị (C) cắt đường thẳng $y = x + 2$ tại hai điểm phân biệt
- Đúng: Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = x$

$$\frac{3x+2}{x+2} = x \Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = -1, x = 2 \Rightarrow A(-1; -1), B(2; 2)$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $y = x + m$

$$\frac{3x+2}{x+2} = x + m \Leftrightarrow x^2 + (m-1)x + 2m-2 = 0 \quad (1)$$

Đường thẳng $y = x + m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt $C, D \Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác $-2 \Leftrightarrow (m-1)(m-9) > 0 \Leftrightarrow m \in (-\infty; 1) \cup (9; +\infty)$

Khi đó : $C(x_1; x_1 + m), D(x_2; x_2 + m), ABCD$ là hình bình hành $\Leftrightarrow \overline{AB} = \overline{DC}$

$$\Leftrightarrow x_2 - x_1 = 3 \Leftrightarrow \sqrt{\Delta} = 3 \Leftrightarrow \Delta = 9 \Leftrightarrow m^2 - 10m + 9 = 9 \Leftrightarrow m = 0, m = 10$$

Kiểm tra thấy $m = 10$ là giá trị cần tìm.

Câu 4: Cho hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 3}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Đồ thị (C) có tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.
- Đồ thị (C) nhận giao điểm $I(3; -9)$ làm tâm đối xứng.
- Đồ thị (C) có hai điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy .
- Đồ thị không cắt trục Ox .

Lời giải

$$a) \text{ Đúng: Ta có } y = -x - 6 - \frac{14}{x-3}$$



Khi đó tiệm cận xiên là $y = -x - 6$.

b) Đúng: Phương trình đường tiệm cận đứng là $x = 3$.

Suy ra giao điểm 2 tiệm cận là $I(3, -9)$ là tâm đối xứng.

c) Đúng: $y' = \frac{-x+6x+5}{(x-3)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x - 5 = 0$ (*)

Phương trình (*) luôn có 2 nghiệm $x_1 < 0 < x_2$ nên (C) luôn có 2 điểm cực trị nằm 2 phía đối với Oy.

d) Sai: $y = 0 \Leftrightarrow -x^2 - 3x + 4 = 0$ và phương trình luôn có 2 nghiệm suy ra (C) cắt Ox tại hai điểm phân biệt.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Gọi S là tập hợp các giá trị m để tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{mx^2 + x - 3}{x - 1}$ tạo với hai trục hệ tọa độ Oxy một tam giác có diện tích bằng 2. Khi đó tổng các giá trị của S bằng bao nhiêu?

Lời giải

Với $m = 0$ ta có $y = \frac{x-3}{x-1}$. Khi đó đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Với $m = 2$ ta có $y = \frac{2x^2 + x - 3}{x - 1} = 2x + 3$. Khi đó đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.

Với $m \neq 0; m \neq 2$ ta có $y = mx + m + 1 + \frac{m-2}{x-1}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} (y - mx - m - 1) = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{m-2}{x-1} = 0$ nên đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là

$y = mx + m + 1$. Giao điểm của tiệm cận xiên với trục Ox là $\left(\frac{-m-1}{m}; 0\right)$

Giao điểm của tiệm cận xiên với trục Oy là $(0; m+1)$.

Đường tiệm cận xiên tạo thành một tam giác thì diện tích của tam giác:

$$S = \frac{1}{2} \cdot |m+1| \cdot \left| \frac{-m-1}{m} \right| = 2 \Leftrightarrow (m+1)^2 = 4|m| \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 + 2m + 1 = 4m; & \text{khi } m \geq 0 \\ m^2 + 2m + 1 = -4m; & \text{khi } m < 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 2m + 1 = 0; & \text{khi } m \geq 0 \\ m^2 + 6m + 1 = 0; & \text{khi } m < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \frac{1}{2} \\ m = -3 + 2\sqrt{2} \\ m = -3 - 2\sqrt{2} \end{cases} \text{ . Vậy tổng giá trị của } S \text{ bằng } \frac{-11}{2} = -5,5.$$

Câu 2: Nếu trong một ngày, một xưởng sản xuất được x chiếc vợt cầu lông thì chi phí trung bình (tính bằng nghìn đồng) cho một chiếc vợt cầu lông được cho bởi công thức $C(x) = \frac{5x+1}{x}$. Xét trong một khoảng thời gian dài, xưởng sản xuất đã sản xuất được “rất nhiều” chiếc vợt cầu lông. Vậy cho đến nay, chi phí sản xuất mỗi chiếc vợt cầu lông là bao nhiêu nghìn đồng?

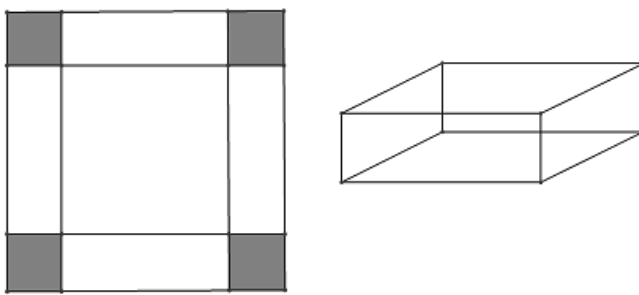


Lời giải

Chi phí sản xuất mỗi chiếc vợt cầu lông là: $\lim_{x \rightarrow +\infty} C(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{5x+1}{x} \right) = 5$.

Vậy cho đến nay, chi phí sản xuất mỗi chiếc vợt cầu lông là 5 nghìn đồng

Câu 3: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 12 cm. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng x (cm), rồi gấp tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có thể tích lớn nhất.



Lời giải

Ta có $h = x$ (cm) là đường cao hình hộp

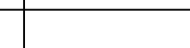
Vì tấm nhôm được gấp lại tạo thành hình hộp nên cạnh đáy của hình hộp là $12 - 2x$ (cm)

$$\text{Ta có } \begin{cases} x > 0 \\ 12 - 2x > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ x < 6 \end{cases} \Leftrightarrow x \in (0; 6)$$

Thể tích của hình hộp là: $V = x(12 - 2x)^2$. Xét hàm số $y = x(12 - 2x)^2, x \in (0; 6)$

$$\text{Ta có } y' = (12 - 2x)^2 - 4x(12 - 2x) = (12 - 2x)(12 - 6x)$$

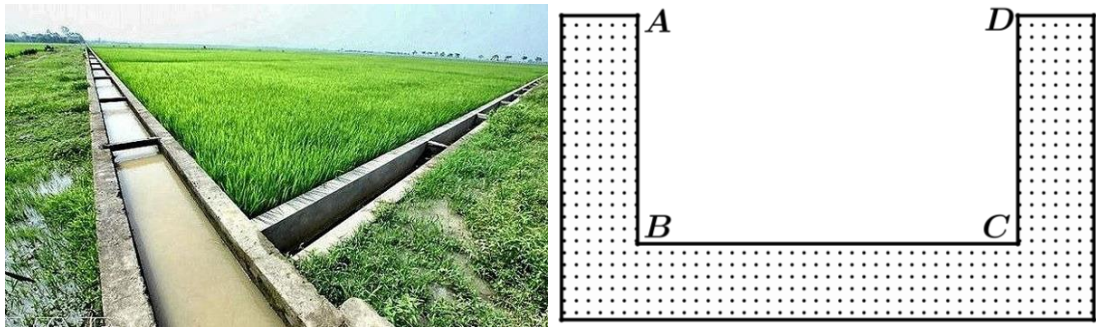
$$\text{Giải phương trình } y' = 0 \Leftrightarrow (12 - 2x)(12 - 6x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = 6 \end{cases} \text{ ta nhận } x = 2.$$

x	0	2	6
y'	+	0	-
y			

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số là $y(2) = 128$. Vậy $x = 2$ (cm) thì thể tích hộp là lớn nhất.



Câu 4: Hình dưới đây là mương dẫn nước thủy lợi tại một địa phương phục vụ tưới tiêu cho ruộng đồng. Phần không gian trong mương để nước chảy có mặt cắt ngang là hình chữ nhật $ABCD$. Với điều kiện lưu lượng nước qua mương cho phép thì diện tích mặt cắt $ABCD$ là $0,48\text{m}^2$. Để đảm bảo yêu cầu kỹ thuật tốt nhất cho mương, người ta cần thiết kế sao cho tổng độ dài $T = AB + BC + CD$ là ngắn nhất. Khi đó chiều rộng đáy mương bằng bao nhiêu (biết chiều rộng phải dưới 1m, làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).



Lời giải

Đặt $BC = x(m)$ với $0 < x < 1$.

Theo đề bài ta có : $AB \cdot BC = 0,48 \Rightarrow AB = \frac{0,48}{BC} = \frac{0,48}{x}$.

Xét hàm số $T = f(x) = AB + BC + CD = x + 2 \cdot AB = x + \frac{0,96}{x}$.

Đạo hàm $f'(x) = 1 - \frac{0,96}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 0,96 = 0 \Leftrightarrow x = \frac{2\sqrt{6}}{5} \approx 0,98(m)$.

x	0	$\frac{2\sqrt{6}}{5}$	1
$f'(x)$	—	0	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{4\sqrt{6}}{5}$	$\frac{49}{25}$

Vậy chiều rộng đáy mương $BC = 0,98(m)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 5: Một cốc chứa 25 ml dung dịch NaOH với nồng độ 100 mg/ml. Một bình chứa dung dịch NaOH khác với nồng độ 9 mg/ml được trộn vào cốc. Gọi $C(x)$ là nồng độ của NaOH sau khi trộn x (ml) từ bình chứa, ta thấy nồng độ của NaOH trong cốc sẽ luôn giảm theo x nhưng luôn lớn hơn một số a . Tính a ?

Lời giải

Tổng khối lượng của NaOH sau khi trộn x (ml) là: $25 \cdot 100 + 9x = 2500 + 9x$ (mg)

Tổng thể tích của dung dịch sau khi trộn là: $25 + x \Rightarrow C(x) = \frac{2500 + 9x}{25 + x}$ với $x \geq 0$

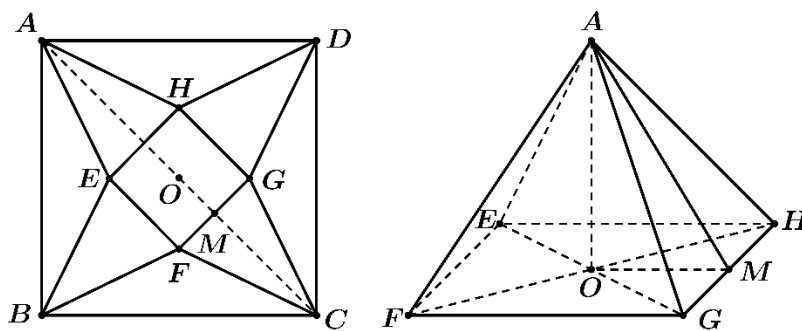
Tập xác định là $D = [0; +\infty)$ có $C'(x) = \frac{9 \cdot (25 + x) - (2500 + 9x)}{(25 + x)^2} = \frac{-2275}{(25 + x)^2} < 0, \forall x \in D$

$$\text{Lại có } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{2500 + 9x}{25 + x} \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\frac{2500}{x} + 9}{\frac{25}{x} + 1} = 9$$

Do đó nồng độ NaOH luôn giảm nhưng luôn lớn hơn 9 mg/ml.

Câu 6: Trong tiết học Toán, giáo viên phát cho 4 tổ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 10 cm. Giáo viên yêu cầu 4 tổ sử dụng tấm bìa này và cắt tấm bìa theo các tam giác cân AEB, BFC, CGD, DHA để sau đó gấp các tam giác AEH, BEF, CFG, DGH sao cho bốn đỉnh A, B, C, D trùng nhau tạo thành khối chóp tứ giác đều. Khi đó thể tích lớn nhất của khối chóp tứ giác đều tạo thành bằng là $\frac{a\sqrt{b}}{c} \text{ (cm}^3\text{)}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Tính $P = a + b + c$

Lời giải



Đặt cạnh hình vuông $EFGH$ là $x (x > 0)$. O là tâm hình vuông $ABCD, EFGH$.

Khi đó $OM = \frac{x}{2}$, $CM = CO - OM = \frac{10\sqrt{2} - x}{2} (0 < x < 10\sqrt{2})$.

Khi gò các tam giác thành hình chóp tứ giác đều $A.EFGH$ thì $A \equiv C$ nên $AM = CM$. Suy ra $AO = \sqrt{AM^2 - OM^2} = \sqrt{50 - 5\sqrt{2}x}$.

Thể tích khối chóp $A.EFGH$ là $V_{A.EFGH} = \frac{1}{3} S_{EFGH} \cdot AO = \frac{1}{3} x^2 \sqrt{50 - 5\sqrt{2}x} = \frac{1}{3} \sqrt{50x^4 - 5\sqrt{2}x^5}$.

Xét hàm số $f(x) = 50x^4 - 5\sqrt{2}x^5$ với $0 < x < 5\sqrt{2}$ ta tìm được $\max f(x) = \frac{32\sqrt{10}}{3}$ khi $x = 4\sqrt{2}$

-----HẾT-----

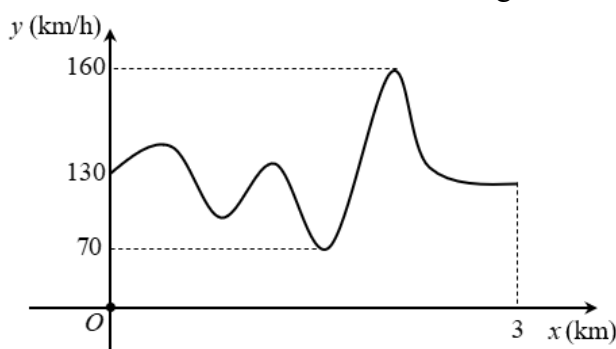
**BÀI 05. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN THỰC TẾ - ĐỀ SỐ 05**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Đồ thị bên dưới là tốc độ của một chiếc xe đua trên đoạn đường đua bằng phẳng dài 3 km.

Tốc độ nhỏ nhất của xe đua trên đoạn đường này bằng

- A. 3 (km/h). B. 160 (km/h). C. 130 (km/h). **D. 70 (km/h).**

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy tốc độ nhỏ nhất bằng 70 (km/h).

Câu 2: Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ mặt đất với tốc độ ban đầu là 32,5 m/s (bỏ qua sức cản của không khí), độ cao (tính bằng mét) của vật sau t giây được cho bởi công thức $h(t) = 32,5t - 4,9t^2$. Vận tốc của vật sau 3 giây bằng

- A. 53,4 (m/s). B. 32,5 (m/s). **C. 3,1 (m/s).** D. 4,9 (m/s).

Lời giảiTheo ý nghĩa cơ học của đạo hàm, vận tốc của vật sau t giây là $v(t) = h'(t) = 32,5 - 9,8t$ (m/s).Do đó, vận tốc của vật sau 3 giây là $v(3) = 32,5 - 9,8 \cdot 3 = 3,1$ (m/s).**Câu 3:** Giả sử số lượng của một quần thể nấm X tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = 120e^{0,15t}$, trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X là

- A. 18 tế bào/giờ.** B. 120 tế bào/giờ. C. 15 tế bào/giờ. D. 102 tế bào/giờ.

Lời giảiTốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X tại thời điểm t là: $P'(t) = 120 \cdot 0,15 \cdot e^{0,15t} = 18e^{0,15t}$.Do đó, tốc độ tăng trưởng của quần thể nấm X tại thời điểm $t = 0$ là $P'(0) = 18$ tế bào/giờ.**Câu 4:** Giả sử chi phí (tính bằng trăm nghìn đồng) để sản xuất x đơn vị hàng hóa nào đó là $C(x) = 27900 + 100x - 1,5x^2 + 0,025x^3$. Khi đó hàm chi phí biên tương ứng là

- A. $C'(x) = 28000 - 3x + 0,075x^2$. **B. $C'(x) = 100 - 3x + 0,075x^2$.**
C. $C'(x) = 100 + 3x + 0,075x^2$. D. $C'(x) = 28000 + 3x + 0,075x^2$.

Lời giải

Hàm chi phí biên tương ứng là: $C'(x) = 100 - 3x + 0,075x^2$.

Câu 5: Giả sử số lượng x sản phẩm bán ra của một loại hàng hóa phụ thuộc vào giá bán p (nghìn đồng, $p < 250$) của nó theo công thức $x = \frac{250-p}{0,01p}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Số lượng sản phẩm bán ra luôn tăng khi giá bán tăng.
- B. Số lượng sản phẩm bán ra không đổi khi giá bán giảm.
- C. Số lượng sản phẩm bán ra luôn giảm khi giá bán giảm.
- D. Số lượng sản phẩm bán ra luôn giảm khi giá bán tăng.**

Lời giải

Ta có: $x(p) = \frac{25000}{p} - 100 \Rightarrow x'(p) = -\frac{25000}{p^2} < 0$, với mọi $p \in (0; 250)$.

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(0; 250)$.

Vậy số lượng sản phẩm bán ra luôn giảm khi giá bán tăng.

Câu 6: Một cửa hàng bán dầu muốn đóng những thùng đựng dầu có thể tích không đổi bằng $V = 30\text{dm}^3$. Thùng có dạng hình hộp chữ nhật có nắp, đáy là hình vuông cạnh x dm ($x > 0$). Trên thị trường, giá nguyên vật liệu làm đáy và nắp thùng là 120 000 đồng/ m^2 , giá nguyên vật liệu làm mặt xung quanh của thùng là 100 000 đồng/ m^2 . Chi phí để cửa hàng làm một thùng đựng dầu được cho bởi công thức (đơn vị nghìn đồng)?

A. $f(x) = \frac{12}{5}x^2 + \frac{120}{x}$.

B. $f(x) = 24x^2 + \frac{120}{x}$.

C. $f(x) = 2x^2 + \frac{120}{x}$.

D. $f(x) = 24x^2 + \frac{1200}{x}$.

Lời giải

Thể tích của thùng $V = 30\text{dm}^3$. Theo đề bài do x ($x > 0$, đơn vị dm) là cạnh đáy của thùng (hình vuông) nên chiều cao của thùng là: $h = \frac{V}{x^2} = \frac{30}{x^2}$.

Giá nguyên vật liệu làm đáy và nắp thùng là 1 200 đồng/ dm^2 , giá nguyên vật liệu làm mặt xung quanh của thùng là 1 000 đồng/ dm^2 .

Diện tích mặt đáy, nắp thùng và diện tích xung quanh lần lượt là: $x^2; x^2; 4xh$. Chi phí làm một thùng đựng dầu là: $f(x) = 2 \cdot 1,2 \cdot x^2 + 1,4xh = 2,4x^2 + \frac{120}{x} = \frac{12}{5}x^2 + \frac{120}{x}$ (đơn vị nghìn).

Câu 7: Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 22 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Trong bốn phương án dưới đây, lái xe sẽ thu được nhiều tiền nhất ứng với số khách được chở là

A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 16.

Lời giải

Gọi $f(x), x \in \mathbb{N}^*$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x người trong chuyến xe đó.



Ta có $f(x) = x \cdot \frac{(40-x)^2}{2}$ (nghìn đồng) với $1 \leq x \leq 16$.

Tính trực tiếp $f(13) = 4738,5$ (nghìn); $f(14) = 4732$ (nghìn); $f(15) = 4687,5$ (nghìn)
 $f(16) = 4608$ (nghìn).

Vậy lái xe chở 13 người để thu được nhiều tiền nhất.

Câu 8: Một công ty sản xuất một sản phẩm. Bộ phận tài chính của công ty đưa ra hàm giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, trong đó $p(x)$ (triệu đồng) là giá bán của mỗi sản phẩm mà tại giá bán này có x sản phẩm được bán ra. Khi đó hàm doanh thu của công ty là

A. $f(x) = 1000x - 25x^2$.

B. $f(x) = 1000x + 25x^2$.

C. $f(x) = 25x^2 - 1000x$.

D. $f(x) = 1000 - 25x^2$.

Lời giải

Ta có khi có x sản phẩm được bán ra thì giá bán là $p(x) = 1000 - 25x$, do đó doanh thu của cửa hàng khi bán ra x sản phẩm là $f(x) = x \cdot p(x) = 1000x - 25x^2$.

Câu 9: Giả sử chi phí tiền xăng C (đồng) phụ thuộc tốc độ trung bình v (km/h) theo công thức:

$$C(v) = \frac{5400}{v} + \frac{3}{2}v \quad (0 < v \leq 120)$$

Tài xế xe tải lái xe với tốc độ trung bình là bao nhiêu để tiết kiệm tiền xăng nhất?

A. 30.

B. 60.

C. 90.

D. 120.

Lời giải

Tập xác định: $D = (0; 120]$.

Sự biến thiên:

$$\text{Đạo hàm } C'(v) = -\frac{5400}{v^2} + \frac{3}{2} = \frac{3(v-60)(v+60)}{2v^2}; C'(v) = 0 \Leftrightarrow v = -60 \text{ (loại) hoặc } v = 60.$$

Trên khoảng $(0; 60)$, $C'(v) < 0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng này.

Trên khoảng $(60; 120)$, $C'(v) > 0$ nên hàm số đồng biến trên khoảng này.

Cực trị: Hàm số đạt cực tiểu tại $v = 60$, $C_{CT} = C(60) = 180$.

Như vậy để tiết kiệm tiền xăng nhất, tài xế nên chạy xe với tốc độ trung bình là 60 (km/h).

Câu 10: Dân số của Việt Nam sau t năm tính từ năm 2023 được dự đoán theo công thức với $N(t)$ tính theo đơn vị triệu người: $N(t) = 100 \cdot e^{0,012t}$, $0 < t \leq 50$. Biết rằng đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ gia tăng dân số của Việt Nam (đơn vị là triệu người/năm). Vào năm nào thì tốc độ gia tăng dân số hơn 2 triệu người/năm.

A. 2063.

B. 2064.

C. 2065.

D. 2066.

Lời giải

Tập xác định: $D = (0; 50]$.

$$\text{Đạo hàm } N'(t) = 1,2e^{0,012t} = 2 \Rightarrow t = \frac{\ln\left(\frac{2}{1,2}\right)}{0,012} \approx 42,57$$

Vào năm 2066 thì tốc độ gia tăng dân số hơn 2 triệu người/năm.

Câu 11: Giả sử hàm cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức

$$p = \frac{354}{1 + 0,01x}, x \geq 0$$

Trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Số lượng đơn vị sản phẩm bán được sẽ thay đổi như thế nào khi giá bán tăng.

A. Tăng lên.

B. Giảm đi.

C. Không thay đổi.

D. Không xác định được.

Lời giải

Đạo hàm $p'(x) = \frac{-3,54}{(1 + 0,01x)^2} < 0$ nên hàm số p nghịch biến.

Do đó, nếu giá bán tăng thì số lượng đơn vị sản phẩm bán được giảm đi.

Câu 12: Một cửa hàng nhận làm những chiếc xô bằng nhôm hình trụ không có nắp để chứa nước. Gọi x (cm) là bán kính đáy của chiếc xô và $S(x) = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$ (cm²) là diện tích toàn phần của chiếc xô, khi đó x bằng bao nhiêu để cửa hàng tốn ít nguyên vật liệu nhất (kết quả làm tròn tới hàng phần mười)?

A. 14,7.

B. 15.

C. 15,2.

D. 14.

Lời giải

Ta có: $S(x) = \pi x^2 + \frac{20000}{x}$

Đạo hàm $S'(x) = 2\pi x - \frac{20000}{x^2} = \frac{2\pi x^3 - 20000}{x^2}$.

Giải phương trình $S'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\pi x^3 - 20000 = 0 \Leftrightarrow x^3 = \frac{10000}{\pi} \Leftrightarrow x = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}}$

Bảng biến thiên:

x	0	$10 \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}}$	$+\infty$
$S'(x)$	-	0	+
$S(x)$		2039,4	

Ta thấy diện tích toàn phần chiếc xô nhỏ nhất khi bán kính đáy xô là $x = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{10}{\pi}} \approx 14,7$ (cm).

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Giả sử một hạt chuyển động trên một trục thẳng đứng chiều dương hướng lên trên sao cho tọa độ của hạt (đơn vị: mét) tại thời điểm t (giây) là $y = t^3 - 12t + 3, t \geq 0$.

a) Hàm gia tốc của vật là $a = y'$.

b) Hàm vận tốc của vật là $v(t) = 3t^2 - 12$.

c) Tại thời điểm $t = 1$ thì hạt đang chuyển động lên trên.

d) Trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ thì quãng đường mà hạt đi là 23m.

Lời giải



- a) Sai: Nếu y là hàm số biểu thị cho chuyển động của hạt thì y' là hàm vận tốc v .
- b) Đúng: Ta có $y = t^3 - 12t + 3 \Rightarrow y' = v = 3t^2 - 12$
- c) Sai: Dựa vào hàm vận tốc $v(t) = 3t^2 - 12$ thì hạt đi lên khi $v > 0$ và xuống khi $v < 0$.

Do đó, vật đi lên khi $t \in (2; +\infty)$ và đi xuống khi $t \in (0; 2)$.

Vậy tại thời điểm $t = 1$ thì hạt đang chuyển động đi xuống.

- d) Đúng: Từ $t = 0$ tới $t = 2$, vật chuyển động từ tọa độ $y = 3$ đến tọa độ $y = -13$, tức là vật đi được quãng đường 16 đơn vị độ dài.

Từ $t = 2$ tới $t = 3$, vật chuyển động từ tọa độ $y = -13$ đến tọa độ $y = -6$, tức là vật đi được quãng đường 7 đơn vị độ dài.

Kết luận quãng đường vật di chuyển trong khoảng thời gian $0 \leq t \leq 3$ là 23 đơn vị độ dài.

Câu 2: Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cho nhà máy B. Hai nhà máy thỏa thuận rằng, hằng tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x) = 45 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Cho phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x) = 100 + 30x$ triệu đồng (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm).

- a) Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là 400 triệu đồng.
- b) Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là 600 triệu đồng.
- c) Lợi nhuận mà A thu được khi bán x tấn sản phẩm ($0 \leq x \leq 100$) cho B được biểu diễn bởi công thức $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$.
- d) Bên A bán cho B khoảng 70,7 tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất.

Lời giải

- a) Đúng: Chi phí để A sản xuất 10 tấn sản phẩm trong một tháng là $C(10) = 100 + 30 \cdot 10 = 400$ triệu đồng.

- b) Sai: Số tiền A thu được khi bán 10 tấn sản phẩm cho B là

$$R(10) = 10 \cdot P(10) = 10 \cdot (45 - 0,001 \cdot 10^2) = 449 \text{ triệu đồng.}$$

- c) Đúng: Lợi nhuận mà A thu được là: $H(x) = R(x) - C(x) = xP(x) - C(x)$

$$P(x) = 45x - 0,001x^3 - (100 + 30x) = -0,001x^3 + 15x - 100$$

- d) Đúng: Xét hàm số $H(x) = -0,001x^3 + 15x - 100$, ($0 \leq x \leq 100$)

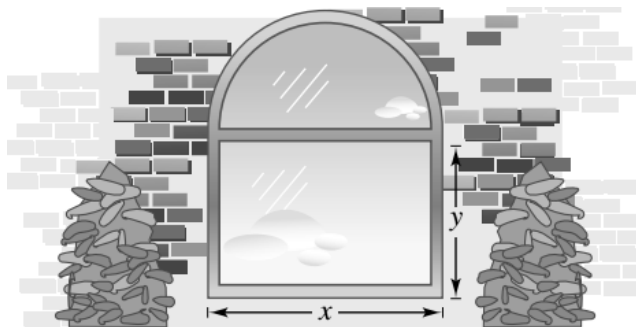
Ta có: $H'(x) = -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow -0,003x^2 + 15 = 0 \Leftrightarrow x = 50\sqrt{2}$ (chọn).

Khi đó: $H(0) = -100$; $H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$; $H(100) = 400$.

Vậy A bán cho B khoảng $50\sqrt{2} \approx 70,7$ tấn sản phẩm mỗi tháng thì thu được lợi nhuận lớn nhất bằng $H(50\sqrt{2}) = 500\sqrt{2} - 100$.



Câu 3: Để làm một cửa sổ có dạng một hình bán nguyệt và một hình chữ nhật ghép lại như hình vẽ bên dưới, người ta dùng 8 m dây thép để làm các đường viền. Gọi x, y là độ dài cạnh của khung hình chữ nhật.



- a) Chiều dài dây để uốn ra bán nguyệt là $\frac{\pi x}{2}$.
- b) Giá trị của y tính theo x là $4 - \frac{x(4 + \pi)}{4}$.
- c) Diện tích của cửa sổ là $S = 4x - x^2$.
- d) Khi diện tích của cửa sổ lớn nhất thì $y = \frac{16}{8 + \pi}$.

Lời giải

- a) Đúng: Bán kính của hình bán nguyệt là $\frac{x}{2}$ nên nửa chu vi bán nguyệt là $\frac{\pi x}{2}$.
- b) Đúng: Ta có $2(x + y) + \frac{\pi x}{2} = 8 \Leftrightarrow y = 4 - \frac{x(4 + \pi)}{4}$.
- c) Sai: Diện tích của cửa sổ: $S = xy + \frac{1}{2}\pi\left(\frac{x}{2}\right)^2 = x\left(4 - x - \frac{\pi x}{4}\right) + \frac{\pi x^2}{8} = 4x - x^2 - \frac{\pi x^2}{8}$.
- d) Đúng: S đạt giá trị lớn nhất khi $x = \frac{4}{2 + \frac{\pi}{4}} = \frac{16}{8 + \pi}$ nên $y = 4 - x - \frac{\pi x}{4} = \frac{16}{8 + \pi}$.

Câu 4: Tại một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nhân viên phụ trách sản xuất cho biết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x \text{ (m}^3\text{)}$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 5 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0005x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là 200m^3 . Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x \text{ (m}^3\text{)}$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó:

- a) $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$.
- b) Chi phí sản xuất 100m^3 nước tinh khiết là 20 triệu đồng.
- c) $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$.
- d) Chi phí trung bình giảm xuống khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày không vượt quá 100m^3 .

Lời giải

- a) Đúng: Chi phí mỗi ngày là tổng các chi phí nên $C(x) = 0,0005x^2 + 0,15x + 5$ (triệu đồng).



b) Sai: Khi $x = 100$, ta có $C(100) = 0,0005 \times 100^2 + 0,15 \times 100 + 5 = 25$.

c) Sai: Chi phí trung bình trên mỗi khối sản phẩm là:

$$\bar{c}(x) = \frac{0,0005x^2 + 0,15x + 5}{x} = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}.$$

d) Đúng: Xét hàm số $\bar{c}(x) = 0,0005x + 0,15 + \frac{5}{x}$, $0 < x \leq 200$.

Ta có $\bar{c}'(x) = \frac{5}{10^4} - \frac{5}{x^2}$, $\bar{c}'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 = 10^4 \Rightarrow x = 100$ (do $x \in (0; 200]$)

Bảng biến thiên:

x	0	100	200
$\bar{c}'(x)$		- 0 +	
$\bar{c}(x)$	$+\infty$	0,25	0,275

Vậy chi phí trung bình giảm khi hàm số $\bar{c}(x)$ nghịch biến, tức là $x \in (0; 100)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Một hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm sản xuất mỗi ngày được x mét vải lụa ($1 \leq x \leq 18$). Tổng chi phí sản xuất x mét vải lụa, tính bằng nghìn đồng, cho bởi hàm chi phí:

$$C(x) = x^3 - 3x^2 - 20x + 500.$$

Giả sử hộ làm nghề dệt này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 220 nghìn đồng/mét. Gọi $L(x)$ là lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa. Hỏi lợi nhuận tối đa của hộ làm nghề dệt vải lụa tơ tằm trong một ngày?

Lời giải

Số tiền thu về khi bán x mét vải lụa là: $220x$. Lợi nhuận thu được khi bán x mét vải lụa là:

$$L(x) = 220x - (x^3 - 3x^2 - 20x + 500) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$$

Xét hàm số $L(x) = -x^3 + 3x^2 + 240x - 500$ với $x \in [1; 18]$

$$L'(x) = -3x^2 + 6x + 240 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 10 \in [1; 18] \\ x = -8 \notin [1; 18] \end{cases}$$

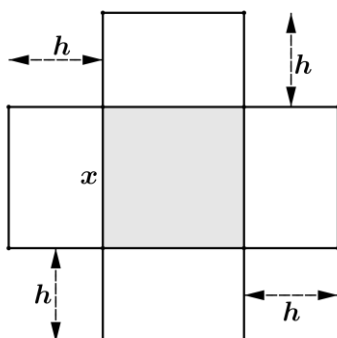
Bảng biến thiên:

x	1	10	18
y'		+ 0 -	
y	-258	1200	-1040

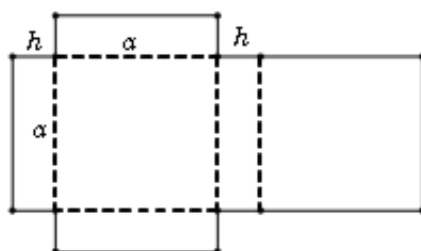
Vậy hộ làm nghề dệt này thu được lợi nhuận tối đa trong một ngày là 1200 nghìn đồng khi sản xuất 10 mét vải lụa trong một ngày.



Câu 2: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình vẽ. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh x (cm), chiều cao là h (cm) và thể tích là 4000cm^3 . Tìm độ dài cạnh hình vuông x sao cho chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.



Lời giải



$$\text{Thể tích khối hộp } V = x.x.h = x^2h = 4000 \Rightarrow h = \frac{4000}{x^2}.$$

Để chiếc hộp làm ra ít tốn bìa các tông nhất khi và chỉ khi diện tích toàn phần của hộp là nhỏ nhất. Diện tích toàn phần của hộp (không nắp) $S_{\text{tp}} = S_{\text{day}} + S_{\text{xung quanh}} = x.x + 4.hx = x^2 + 4hx$

$$= x^2 + 4x \cdot \frac{4000}{x^2} = x^2 + \frac{16000}{x}$$

$$\text{Xét hàm } f(x) = x^2 + \frac{16000}{x} \text{ với } x > 0 \text{ có } f'(x) = 2x - \frac{16000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{16000}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 20$$

Bảng biến thiên:

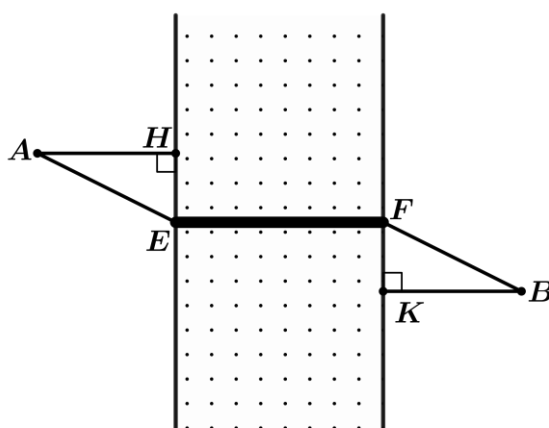
x	0	20	$+\infty$
y'		— 0 +	
y	$+\infty$	$f(20)$	$+\infty$

Vậy độ dài cạnh hình vuông $x = 20$ cm thì chiếc hộp làm ra tốn ít bìa các tông nhất.

Câu 3: Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông một khoảng là 4 km và thành phố B cách con sông một khoảng là 6 km (hình vẽ), biết $HE + KF = 20$ km và độ dài EF không đổi. Hỏi xây cây cầu



cách thành phố A là bao nhiêu kilomet để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến phần chục)



Lời giải

Đặt $HE = x$, $FK = y$, với $x, y > 0$

$$\text{Ta có: } HE + KF = 20 \Rightarrow x + y = 20, \begin{cases} AE = \sqrt{16 + x^2} \\ BF = \sqrt{36 + y^2} = \sqrt{36 + (20 - x)^2} \end{cases}$$

Nhận xét: Vì EF không đổi nên AB ngắn nhất khi $AE + BF$ nhỏ nhất.

$$\text{Ta có } AE + BF = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{(20 - x)^2 + 36} = \sqrt{x^2 + 16} + \sqrt{x^2 - 40x + 436} = f(x)$$

$$\text{Đạo hàm } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 16}} + \frac{x - 20}{\sqrt{x^2 - 40x + 436}} = 0 \Rightarrow x = 8, \forall x \in (0; 20)$$

Bảng biến thiên

x	0	8	20
$f'(x)$		0	
	–		+
$f(x)$	$+\infty$	$10\sqrt{5}$	$+\infty$

$$\text{Vậy } AE = \sqrt{8^2 + 16} \approx 8,94 \text{ km}$$

Câu 4: Giả sử doanh số bán hàng (đơn vị triệu đồng) của một sản phẩm mới trong vòng một số năm nhất định tuân theo quy luật logistic được mô hình hóa bằng hàm số $f(t) = 500(t^2 + me^{-t})$, với $t \geq 0$ là thời gian tính bằng năm kể từ khi phát hành sản phẩm mới, $m \leq 0$ là tham số. Khi đó đạo hàm $f'(t)$ sẽ biểu thị tốc độ bán hàng. Biết rằng tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm, khi đó giá trị nhỏ nhất của m bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có } f'(t) = 500(2t - me^{-t}) \text{ và } f''(t) = 500(2 + me^{-t})$$

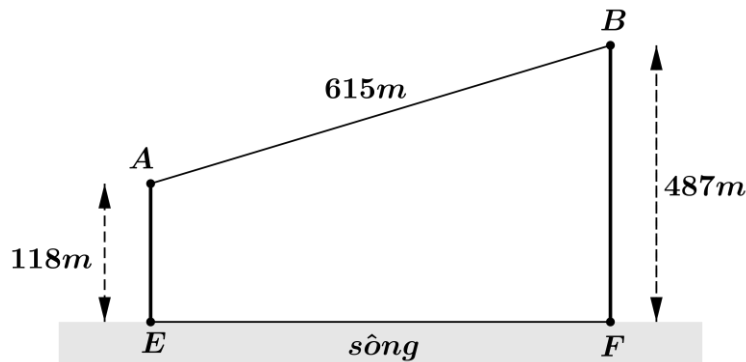
Tốc độ bán hàng luôn tăng trong khoảng thời gian 10 năm đầu phát hành sản phẩm. $\Leftrightarrow f'(t)$ là hàm số đồng biến trên $[0; 10] \Leftrightarrow f''(t) \geq 0, \forall t \in [0; 10] \Leftrightarrow 500(2 + me^{-t}) \geq 0, \forall t \in [0; 10]$
 $\Leftrightarrow 2 + me^{-t} \geq 0, \forall t \in [0; 10] \Leftrightarrow me^{-t} \geq -2, \forall t \in [0; 10] \Leftrightarrow m \geq -2e^t, \forall t \in [0; 10]$



$\Leftrightarrow m \geq -2e^0 = -2$ (do hàm số $y = -2e^x$ nghịch biến trên $[0;10]$).

Vậy giá trị nhỏ nhất của m là -2 .

Câu 5: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615 m , cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ.

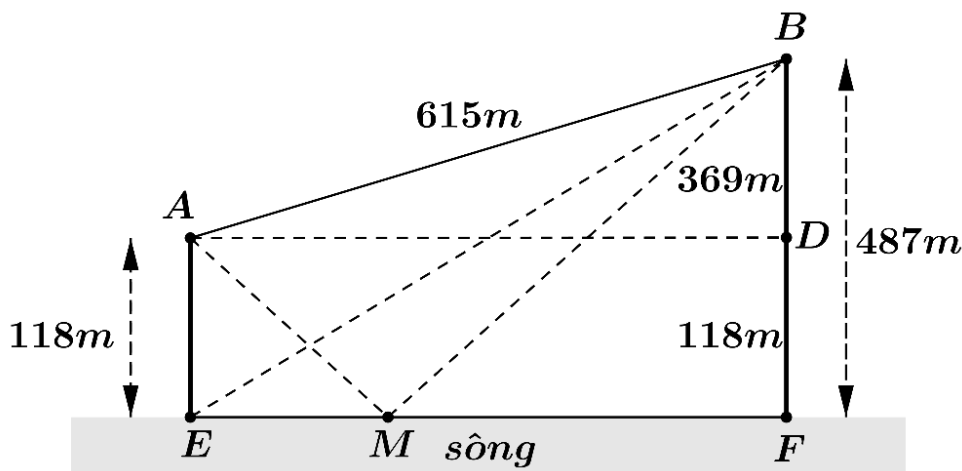


Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118 m và 487 m . Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về B . Đoạn đường ngắn nhất là số nguyên dương mà người đó có thể đi là bao nhiêu?

Lời giải

Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về B

Dễ dàng tính được $BD = 369, EF = 492$.



Ta đặt $EM = x$, khi đó ta được: $MF = 492 - x$; $AM = \sqrt{x^2 + 118^2}$; $BM = \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$.

Như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB :

Xét hàm $f(x) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}$ với $x \in [0; 492]$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M .

$$\text{Đạo hàm: } f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2}} \Leftrightarrow x\sqrt{(492 - x)^2 + 487^2} = (492 - x)\sqrt{x^2 + 118^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2[(492-x)^2 + 487^2] = (492-x)^2(x^2 + 118^2) \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (487x)^2 = (58056 - 118x)^2 \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \text{ hay } x = -\frac{58056}{369} \\ 0 \leq x \leq 492 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605}$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 492]$.

So sánh các giá trị của $f(0)$; $f\left(\frac{58056}{605}\right)$; $f(492)$ ta có giá trị nhỏ nhất $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 779,8$ m

Khi đó quãng đường đi ngắn nhất là xấp xỉ $779,8 \approx 780$ m.

Câu 6: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt khoảng cách là 100 km. Vận tốc dòng nước là 5 (km/h). Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là v (km/h), ($v > 5$) thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v) = c.v^3.t$, trong đó c là hằng số dương, E được tính bằng Jun. Biết rằng vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên thuộc khoảng $(a; b)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Hãy tính giá trị lớn nhất của $b - a$ (kết quả làm tròn tới hàng phần mười).

Lời giải

Khi bơi ngược dòng vận tốc của cá là $v - 5$ (km/h).

Thời gian để cá vượt khoảng cách 100 km là $t = \frac{100}{v-5}$ ($v > 5$).

Năng lượng tiêu hao của cá khi vượt khoảng cách 100 km là $E(v) = c.v^3 \cdot \frac{100}{v-5} = 100c \cdot \frac{v^3}{v-5}$

Xét hàm số $y = E(v)$ ta có $E'(v) = 100c \cdot \frac{3v^2(v-5) - v^3}{(v-5)^2} = 100c \cdot \frac{v^2(2v-15)}{(v-5)^2}$

Giải phương trình $E'(v) = 0 \Leftrightarrow v = 7,5$ (do $v > 5$). Ta có bảng biến thiên

v	5	7,5	$+\infty$
$E'(v)$	—	0	+
$E(v)$	$+\infty$	$E(7,5)$	$+\infty$

Vậy vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên thuộc khoảng $(5; 7,5)$ thì năng lượng tiêu hao của cá giảm. Khi đó giá trị lớn nhất của $b - a$ là 2,5.

-----HẾT-----

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CHƯƠNG HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG CỦA ĐẠO HÀM**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề ứng dụng đạo hàm để khảo sát và vẽ đồ thị hàm số

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2; +\infty)$. B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2; 2)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

Lời giải

Do hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -x^2 - 4 < 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$	

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

- A. 4. B. 2. C. 0. D. 1.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 0.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-6	-10	$+\infty$	

Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng

- A. 6. B. 9. C. -13. D. -16.

Lời giải



Trên $\mathbb{R}$, ta có giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ bằng -6 tại $x = 0$ và giá trị nhỏ nhất bằng -10 tại $x = 2$.

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên $\mathbb{R}$ bằng -16

Câu 4: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng có phương trình?

A. $y = -x - 1$.

B. $y = x - 1$.

C. $y = -x + 1$.

D. $y = x + 1$.

Lời giải

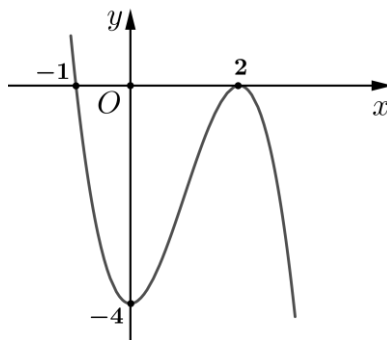
$$\text{Ta có } a = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} : x \right) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x^2 - 3x + 4}{x^2 + 2x} = -1,$$

$$b = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left[\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-x + 4}{x + 2} = -1$$

$$\text{Tương tự: } \lim_{x \rightarrow -\infty} \left(\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} : x \right) = -1, \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \left[\frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2} - (-1)x \right] = -1$$

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x + 2}$ là đường thẳng có phương trình $y = -x - 1$.

Câu 5: Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

B. $y = x^3 - 4$.

C. $y = x^2 - 4$.

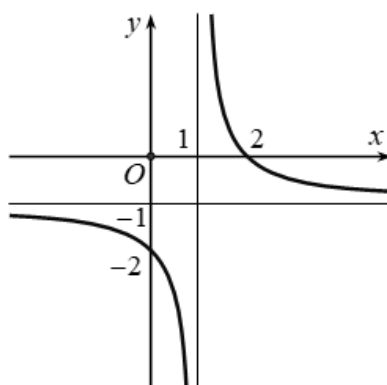
D. $y = -x^2 - 4$.

Lời giải

Xét dáng hình của đồ thị, ta loại được hàm số $y = x^2 - 4$ và $y = -x^2 - 4$.

Do $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên ta loại hàm số $y = x^3 - 4$ và nhận hàm số $y = -x^3 + 3x^2 - 4$.

Câu 6: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ.





- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y = f(x)$ đi xuống từ trái qua phải và nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng.

Do đó, hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 7: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ là:

- A. $x = -2$. B. $x = 0$. C. $(-2; -2)$. D. $(0; -2)$.

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2 + 2x + 2}{x + 1}$ có tập xác định là $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm $y' = \frac{x^2 + 2x}{(x + 1)^2}$.

Giải phương trình: $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = 0 \end{cases}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	-2	$-\infty$	$+\infty$	2	$+\infty$

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-2; -2)$.

Câu 8: Khẳng định nào sau đây đúng về tính đơn điệu của hàm số $y = \frac{2x + 4}{1 - x}$?

- A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$.
 C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.
 D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(-1; +\infty)$.

Lời giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y = \frac{2x + 4}{1 - x} \Rightarrow y' = \frac{6}{(1 - x)^2} > 0, \forall x \neq 1$.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 1)$ và $(1; +\infty)$.

Câu 9: Một chất điểm chuyển động thẳng với phương trình $s(t) = t^3 + 3t - 1$, trong đó t tính bằng giây và $s(t)$ tính bằng mét. Tính vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ (giây)?

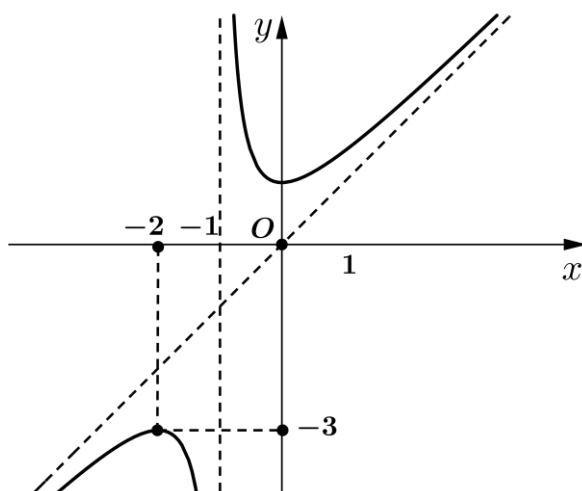
- A. $139 \left(\frac{m}{s} \right)$. B. $78 \left(\frac{m}{s} \right)$. C. $30 \left(\frac{m}{s} \right)$. D. $77 \left(\frac{m}{s} \right)$.

Lời giải

Ta có: $v(t) = s'(t) = 3t^2 + 3$.

Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 5$ là $v(5) = 78 \left(\frac{m}{s} \right)$.

Câu 10: Đồ thị trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số



- A. $y = x - \frac{1}{x+1}$. B. $y = \frac{2x+1}{x+1}$. C. $y = \frac{x^2-x+1}{x+1}$. D. $y = \frac{x^2+x+1}{x+1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(0;1)$ nên loại hàm số $y = x - \frac{1}{x+1}$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;-3)$ nên loại hàm số $y = \frac{x^2-x+1}{x+1}$.

Câu 11: Thể tích V (đơn vị: cm^3) của 1 kg nước tại nhiệt độ T (đơn vị: $^\circ\text{C}$) được tính bởi hàm số $V(T)$, $T \in [0;30]$. Biết hàm số $V(T)$ có bảng biến thiên như sau:

T	0	T_1	30
$V'(T)$	-	0	+
$V(T)$	$V(0)$	$V(T_1)$	$V(30)$

Với $T_1 \approx 3,97^\circ\text{C}$. Hỏi thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ nào?

- A. $(0;3,97)$. B. $(0;5)$ C. $(0;10)$. D. $(0;30)$.

**Lời giải**

Từ bảng biến thiên suy ra, thể tích $V(T)$ giảm trong khoảng nhiệt độ từ 0°C đến $3,97^{\circ}\text{C}$.

Câu 12: Giả sử sự lây lan của một loại virus ở một địa phương có thể được mô hình hóa bằng hàm số $N(t) = -t^3 + 12t^2$, $0 \leq t \leq 12$, trong đó N là số người bị nhiễm bệnh (tính bằng trăm người) và t là thời gian (tuần). Hỏi số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian nào?

A. $(0;10)$ B. $(0;8)$.C. $(8;10)$.D. $(8;12)$.**Lời giải**

$$\text{Ta có } N'(t) = -3t^2 + 24t = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 0 \\ t = 8 \end{cases}.$$

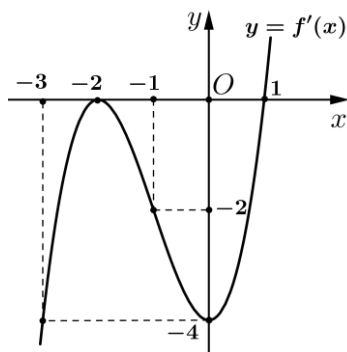
Bảng biến thiên

t	0	8	12	
$N'(t)$		+	0	-
$N(t)$			256	
	0			0

Từ bảng biến thiên ta thấy số người bị nhiễm bệnh tăng trong khoảng thời gian $(0;8)$.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$.

b) Hàm số $y = f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) $f'(2) = 4$.

d) Hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{2}x^2 + x + 2024$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

a) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x) \geq 0$ với $\forall x \geq 1$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.



b) Sai: Vì từ đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ chỉ đổi dấu một lần qua $x = 1$ nên hàm số có một điểm cực trị.

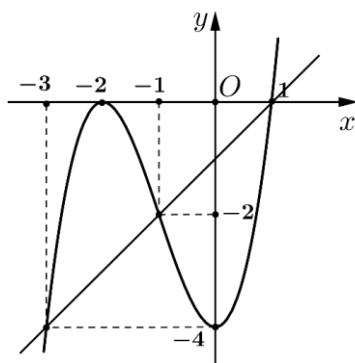
c) Sai: Từ đồ thị ta có hàm số $f'(x)$ có dạng: $f'(x) = a(x+2)^2(x-1)$.

Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ đi qua $(0; -4)$ nên: $-4 = a(0+2)^2(0-1) \Leftrightarrow a = 1$.

Vậy $f'(x) = (x+2)^2(x-1) \Rightarrow f'(2) = (2+2)^2(2-1) = 16$.

d) Đúng: Ta có: $g'(x) = f'(x) - x + 1 = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x - 1$.

Vẽ đường thẳng $y = x - 1$ trên cùng hệ trục tọa độ với đồ thị hàm số $y = f'(x)$.



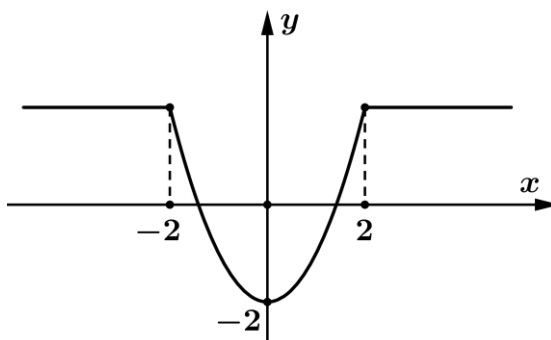
Khi đó: $f'(x) = x - 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ x = -1 \\ x = 1 \end{cases}$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)$.

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
$g'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$g(x)$	$+\infty$			$g(-1)$			$+\infty$
			$g(-3)$		$g(1)$		

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ nên $g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{5}{2}; -\frac{3}{2}\right)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:





- a) Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = -2$ và $x = 2$
 b) Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị
 c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng -2 đạt được tại $x = 0$
 d) Hàm số $f(x)$ không có giá trị lớn nhất

Lời giải

- a) Đúng: Hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại $x = -2$ và $x = 2$
 b) Sai: Hàm số $f(x)$ chỉ có một điểm cực trị là $x = 0$
 c) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ bằng -2 đạt được tại $x = 0$
 d) Sai: Ta thấy $f(x) \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$ và có xảy ra dấu bằng nên hàm số $f(x)$ có giá trị lớn nhất.

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ có đồ thị là (C) . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Số khoảng đồng biến và nghịch biến của hàm số là bằng nhau
 b) Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm có tọa độ $(-1; 2)$
 c) Đường thẳng $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$
 d) Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)$ là $y = 2x + 5$

Lời giải

Hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Xét đạo hàm $y' = \frac{x^2 - 2x - 3}{(x - 1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	2	$-\infty$	$+\infty$	10	$+\infty$

a) Đúng: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-1; 1)$ và $(1; 3)$.

b) Đúng: Đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $(-1; 2)$

c) Đúng: Xét $\lim_{x \rightarrow 1^-} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 1^+} y = +\infty$ nên đường thẳng $x = 1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.

d) Sai: Xét $\lim_{x \rightarrow \infty} [y - (x + 5)] = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{4}{x - 1} = 0$ nên đường thẳng $y = x + 5$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 4x - 1}{x - 1}$.



Câu 4: Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v = 10$ (km/giờ) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng/giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khi vận tốc $v = 10$ (km/giờ) thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên 1km đường sông là 48000 đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông với vận tốc x (km/h) là $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^3$.

c) Khi vận tốc $v = 30$ (km/giờ) thì tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông là 43000 đồng.

d) Vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông nhỏ nhất là $v = 20$ (km/giờ).

Lời giải

a) Đúng: Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\frac{1}{10}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{10} \cdot 480000 = 48000$. (đồng).

b) Sai: Gọi x (km/h) là vận tốc của tàu, $x > 0$

Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\frac{1}{x}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\frac{1}{x} \cdot 480 = \frac{480}{x}$ (nghìn đồng)

Hàm chi phí cho phần thứ hai là $p = kx^3$ (nghìn đồng/ giờ)

Khi $x = 10 \Rightarrow p = 30 \Rightarrow k = 0,03$ nên $p = 0,03x^3$ (nghìn đồng/ giờ)

Do đó chi phí phần 2 để chạy 1km là: $\frac{1}{x} \cdot 0,03x^3 = 0,03x^2$ (nghìn đồng)

Vậy tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$.

c) Đúng: Tổng chi phí: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2$.

Thay $x = v = 30$ (km/giờ) vào ta có $f(30) = \frac{480}{30} + 0,03 \cdot 30^2 = 43$ (nghìn đồng).

d) Đúng: $f(x) = \frac{480}{x} + 0,03x^2 = \frac{240}{x} + \frac{240}{x} + 0,03x^2 \geq 3\sqrt[3]{1728} = 36$.

Dấu "=" xảy ra khi $x = 20$.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Cho đồ thị hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 4x + 2}{x + 2}$ có trục đối xứng là đường thẳng $y = ax + b$. Tính tổng tất cả các giá trị của T biết $T = a + b$.

Lời giải

Ta có: $f(x) = x + 2 - \frac{2}{x + 2}$, $\forall x \in (-\infty; -2) \cup (-2; +\infty)$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên lần lượt là đường $x = -2$ hay $x + 2 = 0$ và đường $y = x + 2$ hay $x - y + 2 = 0$.

Đồ thị hàm số đã cho có các trục đối xứng là hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên nên phương trình có dạng là:

$$\frac{x+2}{1} \pm \frac{x-y+2}{\sqrt{2}} = 0 \text{ hay } y = (\sqrt{2}+1)x + 2 + 2\sqrt{2} \text{ và } y = (1-\sqrt{2})x + 2 - 2\sqrt{2}.$$

Khi đó $T = a + b$ thì $T_1 = 3 + 3\sqrt{2}$ và $T_2 = 3 - 3\sqrt{2}$.

Do đó tổng tất cả các giá trị của T là $T_1 + T_2 = (3 + 3\sqrt{2}) + (3 - 3\sqrt{2}) = 6$.

Câu 2: Cho hàm số $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1}$ có đồ thị (C) . Gọi $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ là hai điểm thuộc (C) sao cho MN đối xứng nhau qua điểm $I(1; -3)$. Tính giá trị của biểu thức $T = |x_1^2 - x_2^2|$.

Lời giải

Vì $M(x_1; y_1)$, $N(x_2; y_2)$ đối xứng nhau qua điểm $I(1; -3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ y_1 + y_2 = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_2 = 2 - x_1 \\ y_2 = -6 - y_1 \end{cases} \Rightarrow N(2 - x_1; -6 - y_1).$$

Ta có $y = \frac{x^2 - 2x + 3}{x + 1} = x - 3 + \frac{6}{x + 1}$. Do M, N thuộc (C) nên ta có

$$\begin{cases} y = x - 3 + \frac{6}{x + 1} \\ -6 - y = (2 - x) - 3 + \frac{6}{(2 - x) + 1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = x - 3 + \frac{6}{x + 1} \\ -6 - y = -x - 1 + \frac{6}{3 - x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow -6 = -4 + \frac{6}{x + 1} + \frac{6}{3 - x} \Leftrightarrow \frac{3}{x + 1} + \frac{3}{3 - x} = -1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2x - 15 = 0 \\ x \neq -1, x \neq 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \Rightarrow y = -9 \\ x = 5 \Rightarrow y = 3 \end{cases}$$

Vậy $M(-3, -9), N(5; 3) \Rightarrow T = |x_1^2 - x_2^2| = |(-3)^2 - 5^2| = 16$.

Câu 3: Giả sử hàm nhu cầu đối với một loại hàng hóa được cho bởi công thức $p = \frac{60}{1 + 0,2x}$, $12 > x \geq 0$, trong đó p là giá bán (nghìn đồng) của mỗi đơn vị sản phẩm và x là số lượng đơn vị sản phẩm đã bán. Để bán được 10 đơn vị sản phẩm thì giá bán là bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Với $x = 10 \Rightarrow p = \frac{60}{1 + 0,2 \cdot 10} = 20$ (nghìn đồng).

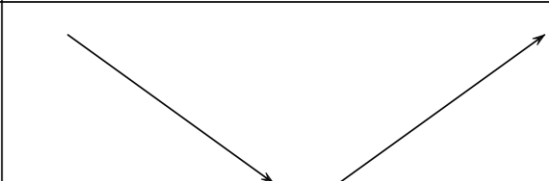
Câu 4: Trong hệ trục tọa độ (Oxy), cho đồ thị hàm số (C): $y = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}$ với $x > -1$ mô tả chuyển động của một chiếc thuyền trên biển. Một trạm phát sóng đặt tại điểm $I(-1; -1)$, biết hoành độ điểm M thuộc đồ thị (C) mà tại đó thuyền thu được sóng tốt nhất là $x_0 = \frac{1}{\sqrt[n]{a}} - b$ (loại trừ các điều kiện ảnh hưởng đến việc thu phát sóng). Tính giá trị biểu thức $P = a \cdot n + b$?

Lời giải

Ta có: $M \in (C) \Rightarrow M \left(x_0; x_0 + \frac{1}{x_0 + 1} \right)$ với $x_0 > -1$.

$$IM^2 = (x_0 + 1)^2 + \left(x_0 + 1 + \frac{1}{x_0 + 1} \right)^2 = 2(x_0 + 1)^2 + \frac{1}{(x_0 + 1)^2} + 2. \text{ Đặt } t = (x_0 + 1)^2, t > 0 \text{ thì khi đó}$$

ta có: $IM^2 = 2t + 2 + \frac{1}{t}$. Xét hàm số $y = 2t + 2 + \frac{1}{t}$ có $y' = 2 - \frac{1}{t^2} = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{\sqrt{2}}$.

t	0	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	$+\infty$
y'	-	0	+
y			

Để thuyền thu được sóng tốt nhất $\Leftrightarrow IM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow x_0 = \frac{1}{\sqrt[4]{2}} - 1$

Vậy $n = 4; a = 2; b = 1 \Rightarrow a \cdot n + b = 9$.

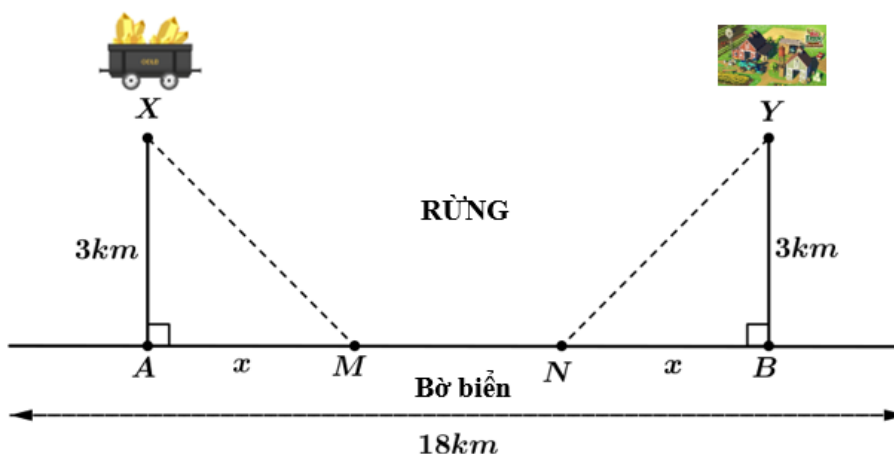
Câu 5: Trong Vật lí, ta biết rằng khi mắc song song hai điện trở R_1 và R_2 thì điện trở tương đương R của mạch điện được tính theo công thức $R = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$ (theo Vật lí đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam, 2016). Giả sử một điện trở 10Ω được mắc song song với một biến trở x thì điện trở tương đương R là hàm số $y = \frac{10x}{x + 10}, x > 0$. Điện trở tương đương của mạch **không thể** vượt quá bao nhiêu?

Lời giải

Ta có: một điện trở 10Ω được mắc song song với một biến trở x nên điện trở tương đương là hàm số $y = \frac{10x}{x + 10}$ với $x > 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{10x}{x + 10} = 10$ nên điện trở tương đương của mạch không bao giờ vượt quá 10Ω .

Câu 6: Ông Vinh đang ở trong rừng để đào vàng và ông ta tìm thấy vàng ở điểm X cách điểm A một khoảng 3 km. Điểm A nằm trên đường bờ biển (đường bờ biển là đường thẳng). Trại của Ông Vinh nằm ở vị trí Y cách điểm B một khoảng 3 km. Điểm B cũng thuộc đường bờ biển. Biết rằng $AB = 3$ km, $AM = NB = x$ km và $AX = BY = 3$ km (minh hoạ như hình vẽ sau)



Khi đang đào vàng, Ông Vinh không may bị rắn cắn, chất độc lan vào máu. Sau khi bị cắn, nồng độ chất độc trong máu tăng theo thời gian được tính theo phương trình $y = 50\log(t + 2)$. Trong đó, y là nồng độ, t là thời gian tính bằng giờ sau khi bị rắn cắn. Ông Vinh cần quay trở lại trại để lấy thuốc giải độc. Ông ấy chạy trong rừng và trên bãi biển với vận tốc lần lượt là 5 km/h và 13 km/h. Để về đến trại Ông Vinh cần chạy từ trong rừng qua điểm M, N trên bãi biển. Tính nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi ông Vinh về đến trại (làm tròn đáp án đến hàng phần chục).

Lời giải

Để nồng độ chất độc trong máu thấp nhất khi thời gian di chuyển về đến trại thấp nhất.

Vậy nên Quãng đường ông Vinh di chuyển về đến trại phải thấp nhất.

Quãng đường của Ông Vinh

Theo bài ra ta có: ông Vinh sẽ đi qua các quãng đường $XM + MN + NY$.

Ta có: $XM = NY = \sqrt{9 + x^2}$; $MN = 18 - 2x$

Thời gian Ông Vinh chạy đến Trại nghỉ là: $T(x) = 2\left(\frac{\sqrt{9 + x^2}}{5} + \frac{9 - x}{13}\right)$ với $x \in (0; 9)$

Xét $T'(x) = 2\left(\frac{x}{5\sqrt{9 + x^2}} - \frac{1}{13}\right) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{5}{4}$ (thỏa mãn)

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{5}{4}$	9
$T'(x)$	-	0	+
$T(x)$	$\frac{168}{65}$	$\frac{162}{65}$	$\frac{6\sqrt{10}}{5}$



Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy giá trị của $T(x)$ nhỏ nhất khi $x = \frac{5}{4}$.

$$\Rightarrow \min_{x \in (0,9)} T(x) = T\left(\frac{5}{4}\right) = \frac{162}{65}$$

Vậy, nồng độ chất độc trong máu thấp nhất là: $\min_{(0,+\infty)} y = 50 \log\left(\frac{162}{65} + 2\right) \approx 32,6$

-----HẾT-----



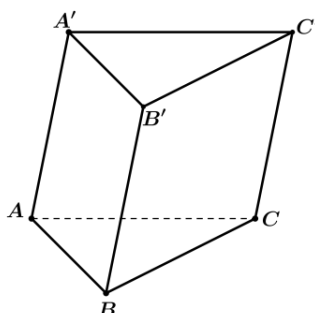
**BÀI 01. VECTO TRONG KHÔNG GIAN - ĐỀ SỐ 01**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vector trong không gian

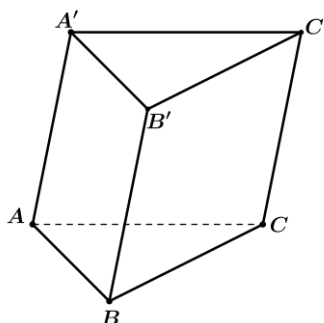
PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$, $\overrightarrow{BC} = \vec{d}$. Trong các biểu thức vec tơ sau đây, biểu thức nào là **đúng**?

A. $\vec{a} = \vec{b} + \vec{c}$.

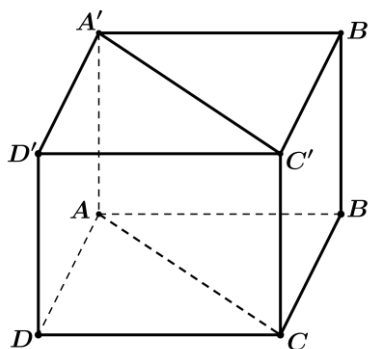
B. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

C. $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \vec{0}$.

D. $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{d}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{b} - \vec{c} + \vec{d} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{CB} + \overrightarrow{BC} = \vec{0}$.

Câu 2: Cho lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài mỗi cạnh bằng 1. Tính độ dài của vectơ $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}$.

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. 1.

D. $2\sqrt{2}$.

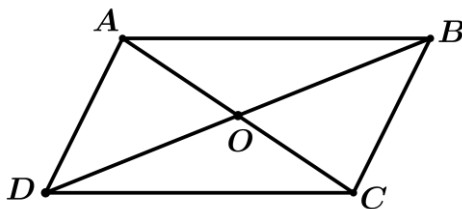
Lời giải



Ta có: $A'C'CA$ là hình chữ nhật nên $\overrightarrow{A'C'} = \overrightarrow{AC}$.

Khi đó: $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'C'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{A'D'}$ nên $|\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{C'D'}| = |\overrightarrow{A'D'}| = A'D' = 1$.

Câu 3: Cho O là tâm hình bình hành $ABCD$. Hỏi vector $(\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO})$ bằng vector nào?



A. $\overrightarrow{BA}$.

B. $\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AC}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AO} - \overrightarrow{DO} = \overrightarrow{AO} + \overrightarrow{OD} = \overrightarrow{AD}$.

Câu 4: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

D. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \vec{0}$.

Lời giải

Xét hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ ta có: $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 5: Trong không gian cho tam giác ABC có G là trọng tâm và điểm M nằm ngoài mặt phẳng (ABC) . Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \vec{0}$.

B. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$.

C. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = \overrightarrow{MG}$.

D. $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Lời giải

Xét hình chóp $M.ABC$ ta có: $\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC} = 3\overrightarrow{MG}$.

Câu 6: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ tất cả các cạnh bằng $2\sqrt{3}$ (đvdd). Tính độ dài vector $\vec{u} = \overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}$

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

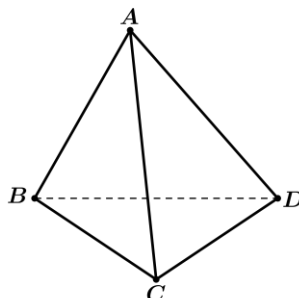
C. $2\sqrt{6}$.

D. $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có: $|\vec{u}| = |\overrightarrow{SA} - \overrightarrow{SC}| = |\overrightarrow{CA}| = 2\sqrt{6}$.

Câu 7: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?



A. $\overrightarrow{BC} - \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

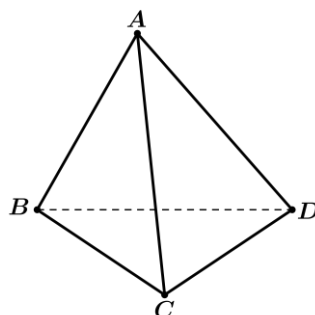
B. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$.

D. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} - \overrightarrow{CB}$.

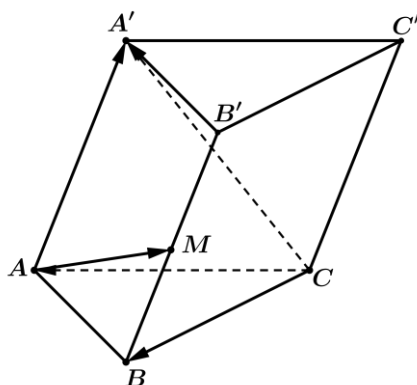


Lời giải



Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{CB} \\ \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{CB} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}.$$

Câu 8: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$, M là trung điểm của BB' . Đặt $\overrightarrow{CA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{CB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AA'} = \vec{c}$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{a}$. B. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} - \vec{c} + \frac{1}{2}\vec{b}$. C. $\overrightarrow{AM} = \vec{a} + \vec{c} - \frac{1}{2}\vec{b}$. **D. $\overrightarrow{AM} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}$.**

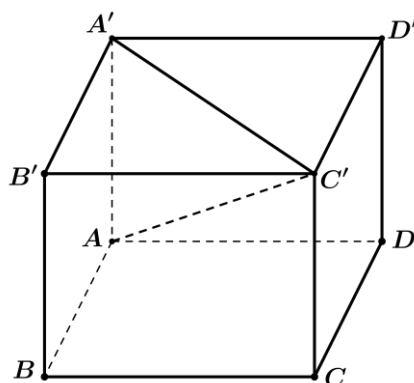
Lời giải

Ta có:
$$\overrightarrow{AM} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BM} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CA} + \frac{1}{2}\overrightarrow{AA'} = \vec{b} - \vec{a} + \frac{1}{2}\vec{c}.$$

Câu 9: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a . Tính độ dài vectơ $\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A}$ theo a ?

A. $a\sqrt{2}$. B. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. C. $a\sqrt{6}$. **D. $a\sqrt{3}$.**

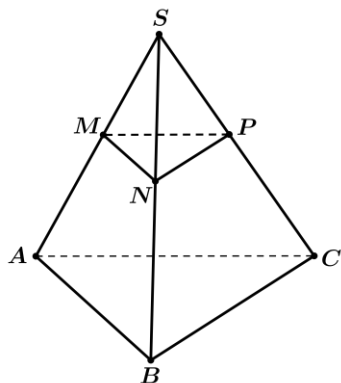
Lời giải



Ta có
$$\vec{x} = \overrightarrow{A'C'} - \overrightarrow{A'A} = \overrightarrow{AC'}$$



Câu 10: Cho tứ diện $S.ABC$ có M, N, P là trung điểm của SA, SB, SC . Tìm khẳng định đúng?



A. $\overrightarrow{AB} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.

B. $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM}$.

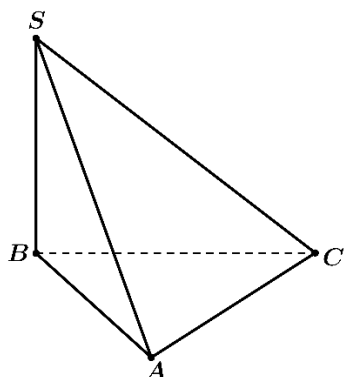
C. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PM} - \overrightarrow{PN})$.

D. $\overrightarrow{AB} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} = 2\overrightarrow{MN} = 2(\overrightarrow{PN} - \overrightarrow{PM})$.

Câu 11: Cho tứ diện $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SB vuông góc với đáy và $SB = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai vector $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS})$ là



A. 60° .

B. 30° .

C. 45° .

D. 90° .

Lời giải

Ta có: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}) = \angle SAB$.

Xét $\triangle SBA$ vuông tại B ta có: $\tan(\angle SAB) = \frac{SB}{AB} = \sqrt{3}$. Suy ra: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AS}) = 60^\circ$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB = 4, \angle BAC = 60^\circ, \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 6$. Khi đó độ dài $\overrightarrow{AC}$ là

A. 3.

B. 6.

C. 4.

D. 12.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = AB \cdot AC \cdot \cos \angle BAC \Leftrightarrow 6 = 4 \cdot AC \cdot \cos 60^\circ \Leftrightarrow AC = 3$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.**

Câu 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết rằng: cạnh $AB = a$, $AD = 2a$, cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với mặt đáy. Gọi M , N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB , SD . Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

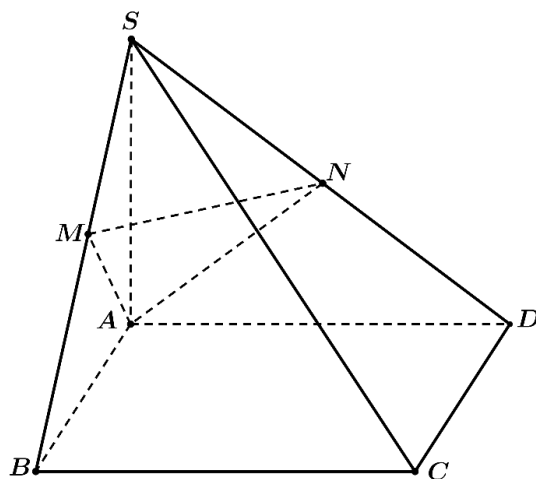
a) Hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng phương, cùng hướng.

b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{SC}$ và $\overrightarrow{AC}$ bằng 60° .

c) Tích vô hướng $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = \frac{a^2}{2}$.

d) Độ dài của vector $\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}$ là $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



a) Sai: Ta thấy: $ABCD$ là hình chữ nhật nên $AB \parallel CD$.

Suy ra hai vector $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{CD}$ là hai vector cùng phương, ngược hướng.

b) Sai: Ta có $ABCD$ là hình chữ nhật nên: $AC = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAC là tam giác vuông tại A

Suy ra: $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{2a}{a\sqrt{5}} \Rightarrow SCA \approx 41^\circ 48'$.

Ta có: $(\overrightarrow{SC}, \overrightarrow{AC}) = (\overrightarrow{CS}, \overrightarrow{CA}) = SCA \approx 41^\circ 48'$.

c) Đúng: Hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt đáy nên tam giác SAB là tam giác vuông tại A . Suy ra: $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{5}$.

Trong tam giác SAB vuông tại A có AM là đường trung tuyến nên: $AM = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Lại có M là trung điểm của SB nên $MB = \frac{1}{2}SB = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.



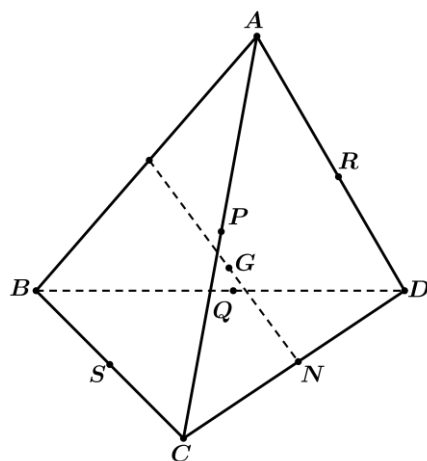
Ta tính được $\cos MAB = \frac{MA^2 + AB^2 - MB^2}{2MA \cdot AB} = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

Mà $(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = MAB$ suy ra: $\overrightarrow{AM} \cdot \overrightarrow{AB} = |\overrightarrow{AM}| \cdot |\overrightarrow{AB}| \cdot \cos(\overrightarrow{AM}, \overrightarrow{AB}) = \frac{a\sqrt{5}}{2} \cdot a \cdot \frac{\sqrt{5}}{5} = \frac{a^2}{2}$.

d) Sai: Ta có: M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh SB, SD nên MN là đường trung bình của tam giác SBD . Do đó: $MN = \frac{1}{2}BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Suy ra: $|\overrightarrow{AM} - \overrightarrow{AN}| = |\overrightarrow{MN}| = \frac{a\sqrt{5}}{2}$.

Câu 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M, N, P, Q, R, S, G lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng $AB, CD, AC, BD, AD, BC, MN$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



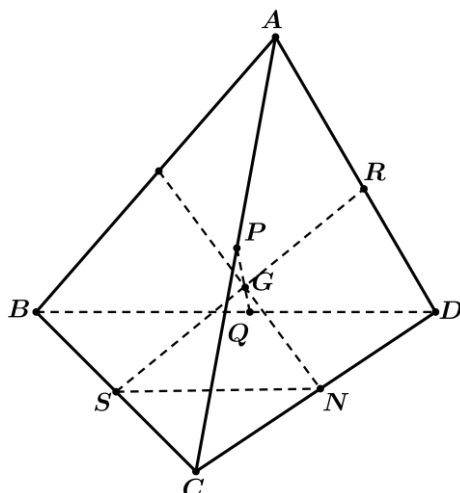
a) $\overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}$.

b) $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$.

c) $2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$.

d) $|\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}|$ nhỏ nhất khi và chỉ khi điểm I trùng với điểm G .

Lời giải





$$\text{a) Đúng: } \left. \begin{array}{l} \overrightarrow{MR} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} \\ \overrightarrow{SN} = \frac{1}{2} \overrightarrow{BD} \end{array} \right\} \Rightarrow \overrightarrow{MR} = \overrightarrow{SN}.$$

b) Đúng: Vì M là trung điểm của AB nên $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} = 2\overrightarrow{GM}$

Vì N là trung điểm của CD nên $\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2\overrightarrow{GN}$

Vì G là trung điểm của MN nên $\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN} = \vec{0}$

Do đó: $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = 2(\overrightarrow{GM} + \overrightarrow{GN}) = 2 \cdot \vec{0} = \vec{0}.$

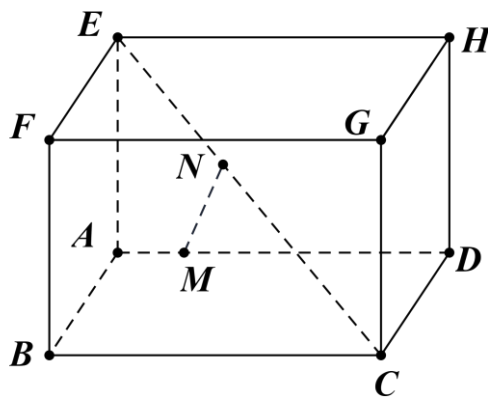
$$\text{c) Sai: } \overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AQ} - \overrightarrow{AP} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}) - \frac{1}{2}\overrightarrow{AC} \Leftrightarrow 2\overrightarrow{PQ} = \overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$$

$$\text{d) Đúng: Ta có: } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID} = 4\overrightarrow{IG} + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD}) = 4\overrightarrow{IG}.$$

$$\Rightarrow |\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}| = |4\overrightarrow{IG}| = 4IG. \text{ Do đó: } |\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}| \text{ nhỏ nhất khi } IG = 0 \Leftrightarrow I \equiv G$$

Câu 3: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$ có $AB = AE = 2$, $AD = 3$ và đặt $\vec{a} = \overrightarrow{AB}, \vec{b} = \overrightarrow{AD}, \vec{c} = \overrightarrow{AE}$

Lấy điểm M thỏa $\overrightarrow{AM} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD}$ và điểm N thỏa $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC}$. (tham khảo hình vẽ)



Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

$$\text{a) } \overrightarrow{MA} = -\frac{1}{5}\vec{b}.$$

$$\text{b) } \overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}(\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}).$$

$$\text{c) } (m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2 \text{ với } m, n, p \text{ là các số thực.}$$

$$\text{d) } MN = \frac{\sqrt{61}}{5}.$$

Lời giải



a) Đúng: Ta có $\overrightarrow{MA} = -\overrightarrow{AM} = -\frac{1}{5}\overrightarrow{AD} = -\frac{1}{5}\vec{b}$.

b) Sai: $\overrightarrow{EN} = \frac{2}{5}\overrightarrow{EC} = \frac{2}{5}(\overrightarrow{EF} + \overrightarrow{EH} + \overrightarrow{EA}) = \frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c})$.

c) Đúng: $(m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c})^2 = m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2 + 2mn\vec{a}\vec{b} + 2np\vec{b}\vec{c} + 2mp\vec{a}\vec{c}$
 $= m^2\vec{a}^2 + n^2\vec{b}^2 + p^2\vec{c}^2$. (vì $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đôi một vuông góc nên $\vec{a}\vec{b} = \vec{b}\vec{c} = \vec{a}\vec{c} = 0$).

Ta có $\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MA} + \overrightarrow{AE} + \overrightarrow{EN} = -\frac{1}{5}\vec{b} + \vec{c} + \frac{2}{5}(\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}) = \frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}$.

d) Đúng: $MN^2 = \overrightarrow{MN}^2 = \left(\frac{2}{5}\vec{a} + \frac{1}{5}\vec{b} + \frac{3}{5}\vec{c}\right)^2 = \frac{4}{25}\vec{a}^2 + \frac{1}{25}\vec{b}^2 + \frac{9}{25}\vec{c}^2 = \frac{4}{25}.4 + \frac{1}{25}.9 + \frac{9}{25}.4 = \frac{61}{25}$

Suy ra $MN = \frac{\sqrt{61}}{5}$.

Câu 4: Cho tứ diện đều $ABCD$ cạnh a . E là điểm trên đoạn CD sao cho $ED = 2CE$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

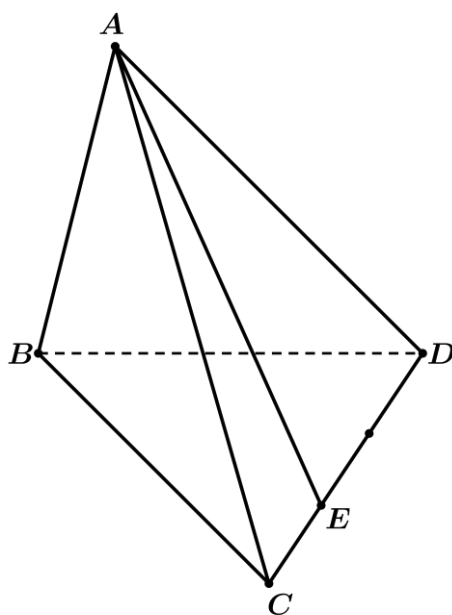
a) Có 6 vector (khác vector $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện.

b) Góc giữa hai vector $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ bằng 60° .

c) Nếu $\overrightarrow{BE} = m\overrightarrow{BA} + n\overrightarrow{BC} + p\overrightarrow{BD}$ thì $m + n + p = \frac{2}{3}$.

d) Tích vô hướng $\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \frac{a^2}{6}$.

Lời giải





a) Sai: Các vector (khác vector $\vec{0}$) có điểm đầu và điểm cuối được tạo thành từ các đỉnh của tứ diện là: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AD}, \overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BD}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{CB}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DB}, \overrightarrow{DC}$. Do đó có 12 vector thỏa mãn yêu cầu.

b) Sai: $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - (\overrightarrow{BA}, \overrightarrow{BC}) = 180^\circ - \angle ABC = 120^\circ$.

c) Sai: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CE} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}) = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BD}$.

Do đó $m = 0, n = \frac{2}{3}, p = \frac{1}{3}$ suy ra $m + n + p = 1$.

d) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AE} - \overrightarrow{AB} = (\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{CE}) - \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{CD} - \overrightarrow{AB}$

$$= \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}(\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AC}) - \overrightarrow{AB} = \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB}$$

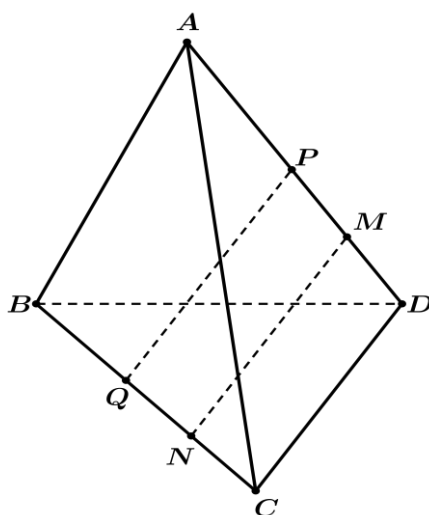
$$\text{Suy ra } \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{BE} = \overrightarrow{AD} \cdot \left(\frac{2}{3}\overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD} - \overrightarrow{AB} \right) = \frac{2}{3}\overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AC} + \frac{1}{3}\overrightarrow{AD}^2 - \overrightarrow{AD} \cdot \overrightarrow{AB}$$

$$= \frac{2}{3} \cdot a \cdot a \cdot \cos 60^\circ + \frac{1}{3}a^2 - a \cdot a \cdot \cos 60^\circ = \frac{a^2}{6}.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Trên các cạnh AD và BC lần lượt lấy M, N sao cho $AM = 3MD$, $BN = 3NC$. Gọi P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC . Phân tích vector $\overrightarrow{MN}$ theo hai vector $\overrightarrow{PQ}$ và $\overrightarrow{DC}$ ta được $\overrightarrow{MN} = a\overrightarrow{PQ} + b\overrightarrow{DC}$. Tính $a + 2b$.

Lời giải



Do $AM = 3MD$, $BN = 3NC$ và P, Q lần lượt là trung điểm của AD và BC nên M, N lần lượt là trung điểm của PD và QC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MP} + \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QN} \\ \overrightarrow{MN} = \overrightarrow{MD} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{CN} \end{cases} \Rightarrow 2\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{DC} \Rightarrow \overrightarrow{MN} = \frac{1}{2}(\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{DC})$$



Khi đó: $a = \frac{1}{2}; b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + 2b = \frac{3}{2}$.

Câu 2: Trong không gian, cho hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ có cùng độ dài bằng 6. Biết độ dài của vector $\vec{a} + 2\vec{b}$ bằng $6\sqrt{3}$. Biết số đo góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là x độ. Giá trị của x là bao nhiêu?

Lời giải

Ta có $6\sqrt{3} = |\vec{a} + 2\vec{b}| \Leftrightarrow (6\sqrt{3})^2 = |\vec{a} + 2\vec{b}|^2 = (\vec{a} + 2\vec{b})^2$

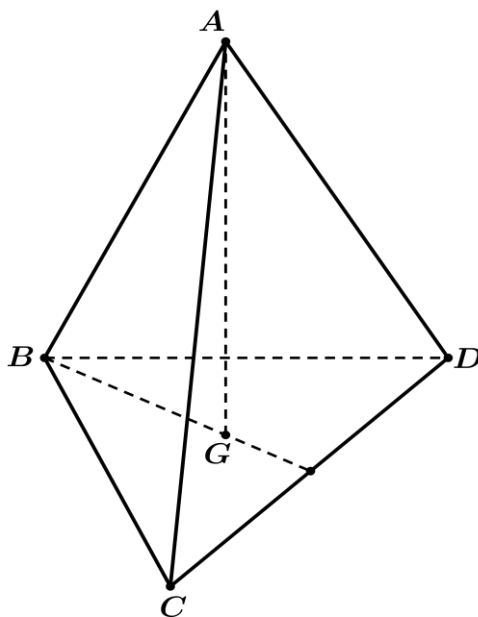
$\Leftrightarrow a^2 + 4b^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 108 \Leftrightarrow 6^2 + 4 \cdot 6^2 + 4\vec{a} \cdot \vec{b} = 108 \Leftrightarrow 4\vec{a} \cdot \vec{b} = -72 \Leftrightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} = -18$.

Lại có $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\vec{a}, \vec{b}) \Leftrightarrow \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{-18}{6 \cdot 6} = \frac{-1}{2} \Leftrightarrow (\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$.

Khi đó góc giữa hai vector $\vec{a}$ và $\vec{b}$ là 120° .

Câu 3: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 15. Biết độ dài của $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}$ bằng $a\sqrt{6}$ khi đó giá trị của a là bao nhiêu?

Lời giải



Gọi G là trọng tâm tam giác BCD , M là trung điểm CD .

$\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0} \Leftrightarrow (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AB}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AC}) + (\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{AD}) = \vec{0} \Leftrightarrow 3\overrightarrow{GA} + (\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}) = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = -3\overrightarrow{GA} = 3\overrightarrow{AG} \Rightarrow |\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = |3\overrightarrow{AG}| = 3AG$.

Xét tam giác đều BCD có $BM = BC \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{2} \Rightarrow BG = \frac{2}{3}BM = 5\sqrt{3}$.

Vì tứ diện $ABCD$ đều nên $AG \perp (BCD) \Rightarrow \angle AGB = 90^\circ$.

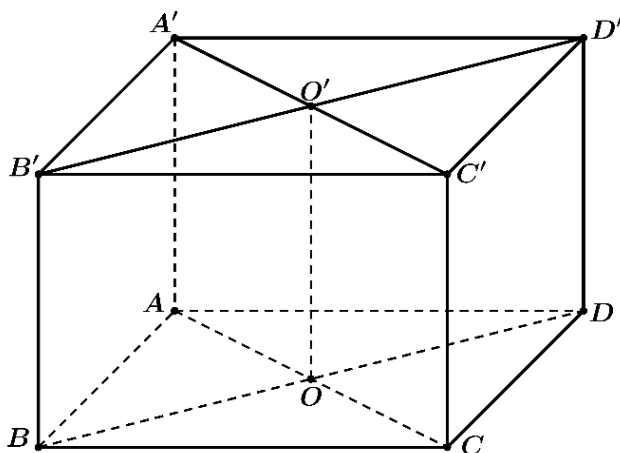


Xét tam giác ABG có $AG = \sqrt{AB^2 - BG^2} = \sqrt{15^2 - (5\sqrt{3})^2} = 5\sqrt{6}$.

Do đó $|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD}| = 3AG = 15\sqrt{6} \Rightarrow a = 15$. Vậy giá trị của $a = 15$.

Câu 4: Cho hình lập phương $B'C$ có đường chéo $A'C = \frac{3}{16}$. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$ và điểm 20 thỏa mãn: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$. Khi đó độ dài của đoạn OS bằng $\frac{a\sqrt{3}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính giá trị của biểu thức $P = a^2 + b^2$.

Lời giải



Ta có: $A'C^2 = A'A^2 + AC^2 = 3A'A^2 \Rightarrow A'A = \frac{A'C}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{16}$.

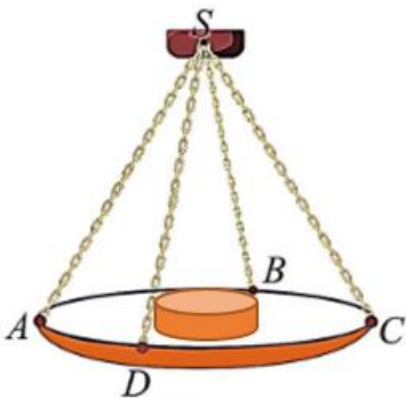
Gọi O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\overrightarrow{OS} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} + \overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OC'} + \overrightarrow{OD'}$
 $= (\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OC}) + (\overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OD}) + (\overrightarrow{OA'} + \overrightarrow{OC'}) + (\overrightarrow{OB'} + \overrightarrow{OD'}) = 2\overrightarrow{OO'} + 2\overrightarrow{OO'} = 4\overrightarrow{OO'}$

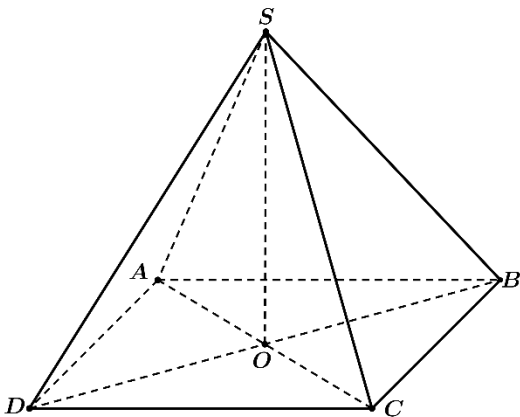
Suy ra $OS = |\overrightarrow{OS}| = |4\overrightarrow{OO'}| = 4OO' = 4 \cdot \frac{\sqrt{3}}{16} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó $a = 1, b = 4 \Rightarrow P = a^2 + b^2 = 17$.

Câu 5: Một chiếc cân đòn tay đang cân một vật có khối lượng $m = 3\text{kg}$ được thiết kế với đĩa cân được giữ bởi bốn đoạn xích SA, SB, SC, SD sao cho $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều có $ASC = 90^\circ$. Biết độ lớn của lực căng cho mỗi sợi xích có dạng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. Lấy $g = 10\text{m/s}^2$, khi đó giá trị của a bằng bao nhiêu?



Lời giải



Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD} = \vec{0} \Leftrightarrow \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{OS} + \overrightarrow{SD} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD} = -4\overrightarrow{OS} = 4\overrightarrow{SO} \Rightarrow |\overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} + \overrightarrow{SD}| = |4\overrightarrow{SO}| = 4SO$.

Trọng lượng của vật nặng là $P = mg = 3.10 = 30(N)$. Suy ra $4|\overrightarrow{SO}| = P = 30(N) \Rightarrow SO = \frac{15}{2}$.

Lại có tam giác ASC vuông cân tại S nên

$SO = SA \cdot \sin SAC \Rightarrow SA = \frac{SO}{\sin SAC} = \frac{\frac{15}{2}}{\sin 45^\circ} = \frac{15\sqrt{2}}{2} = \frac{30\sqrt{2}}{4} \Rightarrow a = 30$. Vậy $a = 30$.

Câu 6: Khi chuyển động trong không gian, máy bay luôn chịu tác động của 4 lực chính: lực đẩy của động cơ, lực cản của không khí, trọng lực và lực nâng khí động học(hình ảnh 2.20).





Lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay. Một chiếc máy bay tăng vận tốc từ 900(km/h) lên 920(km/h), trong quá trình tăng tốc máy bay giữ nguyên hướng bay. Lực cản của không khí khi máy bay đạt vận tốc 900(km/h) và 920(km/h) lần lượt biểu diễn bởi hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ với $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k \in \mathbb{R}; k > 0$). Tính giá trị của k (làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ hai).

Lời giải

Vì trong quá trình máy bay tăng vận tốc từ 900(km/h) lên 900(km/h), máy bay giữ nguyên hướng bay nên hai véc tơ $\vec{F}_1$ và $\vec{F}_2$ có cùng hướng và $\vec{F}_1 = k\vec{F}_2$ ($k > 0$).

Gọi v_1, v_2 lần lượt là vận tốc của chiếc máy bay khi đạt 900(km/h) và 920(km/h).

Suy ra $v_1 = 900$ (km/h), $v_2 = 920$ (km/h).

Vì lực cản của không khí ngược hướng với lực đẩy của động cơ và có độ lớn tỉ lệ thuận với bình phương vận tốc máy bay nên $\left| \frac{\vec{F}_1}{\vec{F}_2} \right| = \frac{v_1^2}{v_2^2} = \frac{900^2}{920^2} = \frac{2025}{2116} \Rightarrow |\vec{F}_1| = \frac{2025}{2116} |\vec{F}_2| \Rightarrow \vec{F}_1 = \frac{2025}{2116} \vec{F}_2$.

Từ đó suy ra: $k = \frac{2025}{2116} \approx 0,96$.

-----HẾT-----

**BÀI 02. HỆ TRỤC TOẠ ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN - ĐỀ SỐ 02**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vector trong không gian

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vector $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

- A.** $(-1;-1;-3)$. **B.** $(3;1;1)$. **C.** $(1;1;3)$. **D.** $(3;3;-1)$.

Lời giảiTa có: $\overrightarrow{AB} = (2-1; 2-1; 1-(-2))$ hay $\overrightarrow{AB} = (1;1;3)$.**Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có các điểm $A(1;0;3)$, $B(2;3;-4)$, $C(-3;1;2)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $(-4;-2;9)$. **B.** $(4;2;9)$. **C.** $(-2;4;-5)$. **D.** $(6;2;-3)$.

Lời giảiGọi $D(x;y;z) \Rightarrow \overrightarrow{CD} = (x+3; y-1; z-2)$ và $\overrightarrow{BA} = (-1;-3;7)$.Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành khi và chỉ khi: $\overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow \begin{cases} x+3 = -1 \\ y-1 = -3 \\ z-2 = 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = -2 \\ z = 9 \end{cases}$ $\Rightarrow C(-4;-2;9)$ **Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(1;0;1)$, $B(2;1;2)$, $D(1;-1;1)$. Tính tọa độ đỉnh C của hình hộp.

- A.** $C(4;6;-5)$. **B.** $C(2;0;2)$. **C.** $C(3;5;-6)$. **D.** $C(3;4;-6)$.

Lời giảiVì $ABCD$ là hình bình hành nên $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = x_C - x_D \\ y_B - y_A = y_C - y_D \\ z_B - z_A = z_C - z_D \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = 2 \\ y_C = 0 \\ z_C = 2 \end{cases} \Rightarrow C(2;0;2)$ **Câu 4:** Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OM} = (1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4)$, $K(-1;3;1)$. Gọi P là điểm đối xứng với M qua N . Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{KP}$.

- A.** $\overrightarrow{KP} = (6;6;-11)$. **B.** $\overrightarrow{KP} = (8;6;-11)$. **C.** $\overrightarrow{KP} = (6;6;-4)$. **D.** $\overrightarrow{KP} = (3;3;-2)$.

Lời giảiTa có: $\overrightarrow{OM} = (1;5;2) \Rightarrow M(1;5;2)$, $\overrightarrow{ON} = (3;7;-4) \Rightarrow N(3;7;-4)$.



Vì P là điểm đối xứng với M qua N nên N là trung điểm của MP ta suy ra được:

$$\overrightarrow{MN} = \overrightarrow{NP} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N - x_M = x_P - x_N \\ y_N - y_M = y_P - y_N \\ z_N - z_M = z_P - z_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_P = 5 \\ y_P = 9 \\ z_P = -10 \end{cases} \Rightarrow P(5; 9; -10). \text{ Khi đó } \overrightarrow{KP} = (6; 6; -11).$$

Câu 5: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm là $A(1; 3; -1)$, $\overrightarrow{AB} = (3; -1; 5)$. Tọa độ của $\overrightarrow{OB}$ là
A. $\overrightarrow{OB} = (-2; 4; -6)$. **B.** $\overrightarrow{OB} = (2; -4; 6)$. **C.** $\overrightarrow{OB} = (-4; -2; -4)$. **D.** $\overrightarrow{OB} = (4; 2; 4)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (3; -1; 5) \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - x_A = 3 \\ y_B - y_A = -1 \\ z_B - z_A = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B - 1 = 3 \\ y_B - 3 = -1 \\ z_B + 1 = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_B = 4 \\ y_B = 2 \\ z_B = 4 \end{cases}$$

Vậy $B(4; 2; 4)$ hay $\overrightarrow{OB} = (4; 2; 4)$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$. Tìm tọa độ A' là điểm đối xứng với A qua trục Oy .

A. $A'(1; -2; 3)$. **B.** $A'(1; 2; -3)$. **C.** $A'(-1; 2; 3)$. **D.** $A'(-1; 2; -3)$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của $A(1; 2; 3)$ lên Oy . Suy ra $H(0; 2; 0)$

$$\text{Khi đó } H \text{ là trung điểm đoạn } AA' \text{ nên ta có } \begin{cases} x_{A'} = 2x_H - x_A = -1 \\ y_{A'} = 2y_H - y_A = 2 \\ z_{A'} = 2z_H - z_A = -3 \end{cases} \Rightarrow A'(-1; 2; -3).$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ tâm I có tọa độ các đỉnh $B(3; 1; 0)$, $D(0; 4; -6)$. Tìm tọa độ điểm I .

A. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$. **B.** $I(3; 5; -6)$. **C.** $I\left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; -3\right)$. **D.** $I(-3; 5; -6)$.

Lời giải

Gọi $I(a; b; c)$ suy ra $\overrightarrow{BI} = (a - 3; b - 1; c)$, $\overrightarrow{ID} = (-a; 4 - b; -6 - c)$.

$$\text{Vì } ABCD \text{ là hình bình hành tâm } I \text{ nên } \overrightarrow{BI} = \overrightarrow{ID} \Rightarrow \begin{cases} a - 3 = -a \\ b - 1 = 4 - b \\ c = -6 - c \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{2} \\ b = \frac{5}{2} \\ c = -3 \end{cases}. \text{ Vậy } I\left(\frac{3}{2}; \frac{5}{2}; -3\right)$$

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$. Tìm tọa độ điểm đối xứng M' của M qua mặt phẳng (Oxz) .



- A. $M'(-3; -5; 7)$. B. $M'(3; 5; -7)$. C. $M'(-3; 5; 7)$. D. $M'(3; -5; -7)$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{OM} = 3\vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k} \Rightarrow M(3; 5; -7)$.

Tọa độ hình chiếu của M lên mặt phẳng (Oxz) là $H(3; 0; -7)$.

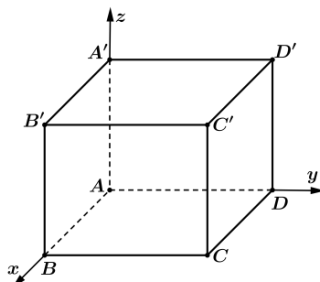
Gọi $M'(a; b; c)$ là điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (Oxz) , suy ra $\overrightarrow{MH} = \overrightarrow{HM'}$ mà

$$\overrightarrow{MH} = (0; -5; 0), \overrightarrow{HM'} = (a-3; b; c+7) \text{ nên } \begin{cases} a-3=0 \\ b=-5 \\ c+7=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \\ c=-7 \end{cases}. \text{ Vậy } M'(3; -5; -7).$$

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm A trùng với gốc tọa độ O , điểm B nằm trên tia Ox , điểm D nằm trên tia Oy , điểm A' nằm trên tia Oz . Biết $AB = 2, AD = 4, AA' = 3$. Gọi tọa độ của C' là $(a; b; c)$ khi đó biểu thức $a + b - c$ có giá trị là.

- A. -4 . B. 9 . C. 3 . D. 6 .

Lời giải



Theo giả thiết có $\overrightarrow{AB} = 2\vec{i}; \overrightarrow{AD} = 4\vec{j}; \overrightarrow{AA'} = 3\vec{k}$;

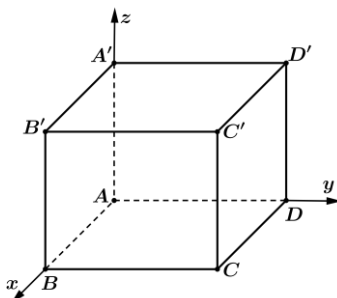
Áp dụng quy tắc hình hộp ta có: $\overrightarrow{AC'} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'} = 2\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Do đó điểm C' có tọa độ là $(2; 4; 3)$. Vậy $a + b - c = 2 + 4 - 3 = 3$

Câu 10: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có điểm B trùng với gốc tọa độ O và tọa độ các điểm $A(3; 0; 0)$, $D(3; 1; 0)$, $B'(0; 0; 5)$. Gọi tọa độ $C'(m; n; p)$. Tính $m^2 + n^2 + p^2$

- A. 26 . B. 9 . C. 16 . D. 37 .

Lời giải





Vì tọa độ điểm $A(3;0;0) \Rightarrow \overrightarrow{BA} = 3\vec{i}$; tọa độ điểm $D(3;1;0) \Rightarrow \overrightarrow{BD} = 3\vec{i} + \vec{j}$

Mặt khác: $\overrightarrow{BD} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC} \Rightarrow \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BA} = 3\vec{i} + \vec{j} - 3\vec{i} = \vec{j}$

Vì tọa độ điểm $B'(0;0;5) \Rightarrow \overrightarrow{BB'} = 5\vec{k}$

Ta có $\overrightarrow{BC'} = \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{BB'} = \vec{j} + 5\vec{k} \Rightarrow C'(0;1;5)$. Vậy $m^2 + n^2 + p^2 = 26$

Câu 11: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;3;1)$, $\vec{b} = (-1;5;2)$, $\vec{c} = (4;-1;3)$ và $\vec{x} = (-3;22;5)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

A. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} - \vec{c}$ B. $\vec{x} = -2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ C. $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$ D. $\vec{x} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + \vec{c}$

Lời giải

Đặt: $\vec{x} = m\vec{a} + n\vec{b} + p\vec{c}$, $m, n, p \in \mathbb{R}$.

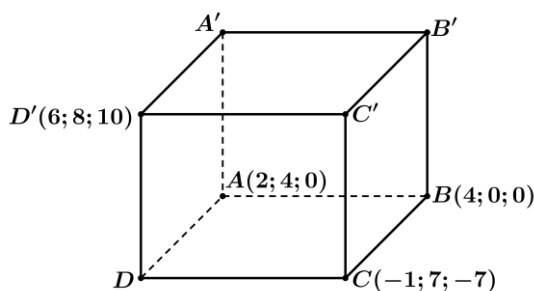
$$\Rightarrow (-3;22;5) = m(2;3;1) + n(-1;5;2) + p(4;-1;3) \Rightarrow \begin{cases} 2m - n + 4p = -3 \\ 3m + 5n - p = 22 \\ m + 2n + 3p = 5 \end{cases} \quad (I).$$

Giải hệ phương trình (I) ta được: $\begin{cases} m = 2 \\ n = 3 \\ p = -1 \end{cases}$. Vậy $\vec{x} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - \vec{c}$.

Câu 12: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Biết $A(2;4;0)$, $B(4;0;0)$, $C(-1;4;-7)$ và $D'(6;8;10)$. Tọa độ điểm B' là

A. $B'(8;4;10)$ B. $B'(6;12;0)$ C. $B'(10;8;6)$ D. $B'(13;0;17)$

Lời giải



Giả sử $D(a;b;c)$, $B'(a';b';c')$. Gọi $O = AC \cap BD \Rightarrow O\left(\frac{1}{2};4;\frac{-7}{2}\right) \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ b = 8 \\ c = -7 \end{cases}$.

Vậy $\overrightarrow{DD'} = (9;0;17)$, $\overrightarrow{BB'} = (a' - 4;b';c')$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên $\overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BB'} \Rightarrow \begin{cases} a' = 13 \\ b' = 0 \\ c' = 17 \end{cases}$. Vậy $B'(13;0;17)$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.****Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;0;-2)$, $B(-2;3;4)$, $C(4;-6;1)$.

- a) Tọa độ trọng tâm G của tam giác là $(1;-1;1)$.
- b) $\overrightarrow{AB} = (3;-3;6)$, $\overrightarrow{AC} = (-3;6;-3)$.
- c) Tam giác ABC là tam giác cân.
- d) Nếu $ABDC$ là hình bình hành thì tọa độ điểm D là $(7;-9;-5)$.

Lời giải

$$\text{a) Đúng: } \begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C}{3} = 1 \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C}{3} = -1 \Rightarrow G(1;-1;1) \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C}{3} = 1 \end{cases}$$

- b) Sai: Do $\overrightarrow{AB} = (-3;3;6)$, $\overrightarrow{AC} = (3;-6;3)$.
- c) Đúng: Do $AB = AC = 3\sqrt{6}$ nên tam giác ABC cân tại A
- d) Sai: Gọi $D(x;y;z)$, vì $ABDC$ là hình bình hành nên
 $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow (-3;3;6) = (x-4;y+6;z-1) \Leftrightarrow (x;y;z) = (1;-3;7)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ và $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$.

- a) Tọa độ của vectơ $\vec{i}$ là $(0;1;0)$.
- b) Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{OA}$ là $(x;y;z)$.
- c) Tọa độ của điểm B là $(x';y';z')$.
- d) Nếu $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB}$ thì $x = x', y = y', z = z'$.

Lời giải

- a) Sai: Tọa độ của vectơ $\vec{i}$ là $(1;0;0)$.
- b) Đúng: Vì $\overrightarrow{OA} = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ nên $\overrightarrow{OA} = (x;y;z)$.
- c) Đúng: Vì $\overrightarrow{OB} = x'\vec{i} + y'\vec{j} + z'\vec{k}$ thì $B(x';y';z')$.
- d) Đúng: Ta có $\overrightarrow{OA} = (x;y;z)$, $\overrightarrow{OB} = (x';y';z')$ mà $\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{OB} \Leftrightarrow x = x', y = y', z = z'$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho $M(8;4;3)$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau

- a) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm $(0;4;3)$.



- b) Hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz là điểm $(0;0;3)$.
- c) Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxz là điểm $(8;0;3)$.
- d) $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Lời giải

- a) Sai: Hình chiếu vuông góc của M trên trục Ox là điểm $(8;0;0)$.
- b) Đúng: Hình chiếu vuông góc của M trên trục Oz là điểm $(0;0;3)$.
- c) Đúng: Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng Oxz là điểm $(8;0;3)$.
- d) Đúng: Vì $\overrightarrow{OM} = (8;4;3)$ nên $\overrightarrow{OM} = 8\vec{i} + 4\vec{j} + 3\vec{k}$.

Câu 4: Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(-4;3;-1)$ và $N(2;-1;-3)$

- a) Tìm tọa độ vector $\overrightarrow{OM} = (-4;3;-1)$
- b) Cho vector $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ và $\overrightarrow{AM} = \vec{v}$. Tọa độ của điểm A là: $A(5;1;2)$
- c) Gọi G là trọng tâm của $\triangle OMN$. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(0;0;-\frac{4}{3}\right)$
- d) I là trung điểm của đoạn MN . Tọa độ của vector $\vec{w} = 3\vec{i} + 2\overrightarrow{ON} - \frac{1}{2}\overrightarrow{OI}$ là $\left(\frac{9}{2}; \frac{-5}{2}; -7\right)$

Lời giải

- a) Đúng: Tọa độ vector $\overrightarrow{OM}$ tương đương với tọa độ điểm $M(-4;3;-1)$
- b) Đúng: Ta có $\vec{v} = \vec{i} + 2\vec{j} - 3\vec{k}$ nên $\vec{v} = (1;2;-3)$, giả sử tọa độ của $A(x_A; y_A; z_A)$

$$\text{Theo giả thiết } \overrightarrow{AM} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 - x_A = 1 \\ 3 - y_A = 2 \\ -1 - z_A = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = 5 \\ y_A = 1 \\ z_A = 2 \end{cases} \Leftrightarrow A(5;1;2)$$

- c) Sai: Ta có $G\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$. Tọa độ hình chiếu của G trên Oxy là $\left(-\frac{2}{3}; \frac{2}{3}; 0\right)$.

- d) Đúng: I là trung điểm của MN nên tọa độ I xác định bởi công thức

$$\begin{cases} \frac{x_M + x_N}{2} = x_I \\ \frac{y_M + y_N}{2} = y_I \\ \frac{z_M + z_N}{2} = z_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{-4 + 2}{2} = x_I \\ \frac{3 - 1}{2} = y_I \\ \frac{-1 - 3}{2} = z_I \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = x_I \\ 1 = y_I \\ -2 = z_I \end{cases} \Leftrightarrow I(-1;1;-2)$$



$$\text{Theo giả thiết } \vec{w} = 3\vec{i} + 2\vec{ON} - \frac{1}{2}\vec{OI} = \left(3.1 + 2.2 - \frac{1}{2}.5, 3.0 + 2.(-1) - \frac{1}{2}.1, 3.0 + 2.(-3) - \frac{1}{2}.2 \right)$$

$$\Rightarrow \vec{w} = \left(\frac{9}{2}; -\frac{5}{2}; -7 \right)$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC biết $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(1;1;3)$. $H(x_0; y_0; z_0)$ là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC . Khi đó $x_0 + y_0 + z_0$ bằng bao nhiêu? (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Ta có: $\vec{BC} = (1; -1; 3)$; $\vec{BH} = (x_0; y_0 - 2; z_0)$

Vì B, C, H thẳng hàng nên $\vec{BH} = t\vec{BC}$, $t \in \mathbb{R}$. Ta có
$$\begin{cases} x_0 = t \\ y_0 - 2 = -t \\ z_0 = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R}).$$

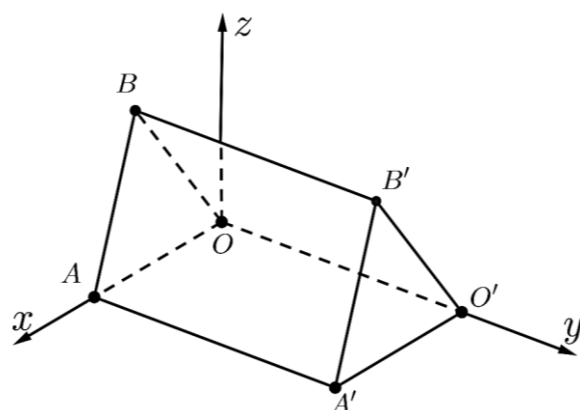
Khi đó: $H(t; 2-t; 3t) \in BC \Rightarrow \vec{AH} = (t-2; 2-t; 3t)$.

Mặt khác: H là chân đường cao hạ từ đỉnh A xuống BC nên

$$\vec{AH} \perp \vec{BC} \Leftrightarrow \vec{AH} \cdot \vec{BC} = 0 \Leftrightarrow t - 2 - 2 + t + 9t = 0 \Leftrightarrow t = \frac{4}{11}.$$

$$\Rightarrow H\left(\frac{4}{11}; \frac{18}{11}; \frac{12}{11}\right) \Rightarrow x_0 + y_0 + z_0 = \frac{34}{11} \approx 3,09.$$

Câu 2: Những căn lều gỗ trong hình 1 được phác thảo dưới dạng một hình lăng trụ đứng tam giác $OAB.O'A'B'$ như trong hình 2. Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ thể hiện như hình 2 (đơn vị đo lấy theo centimet), hai điểm A' và B' có tọa độ lần lượt là $(240; 450; 0)$ và $(120; 450; 300)$. Mỗi căn nhà gỗ có chiều dài là a cm và chiều rộng là b cm, mỗi cạnh bên của mặt tiền có độ dài là c cm. Tính $a + b + c$ (kàm tròn đến hàng đơn vị).

**Hình 1****Hình 2****Lời giải**

Vì điểm A' có tọa độ là $(240; 450; 0)$ nên khoảng cách từ A' đến các trục Ox, Oy lần lượt là 450 cm và 240 cm $\Rightarrow A'A = 450$ cm và $A'O' = 240$ cm.

 **GV. Phan Nhật Linh -  SĐT: 0817 098 716**



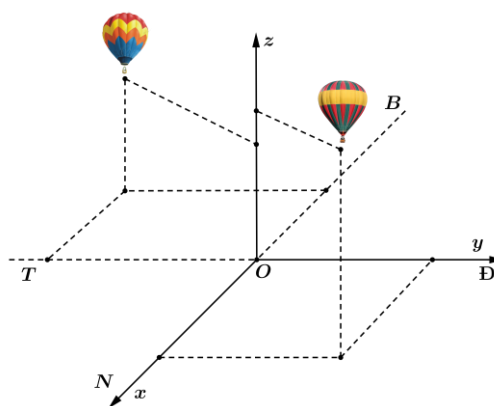
Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.

$$\text{Do đó } \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} = \left(\frac{940-800}{2}; \frac{550-500}{2}; \frac{9-7}{2} \right) = (70; 25; 1).$$

$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{BC} = (x-940; y-550; z-8) \text{ nên } \begin{cases} x-940=70 \\ y-550=25 \\ z-8=1 \end{cases}$$

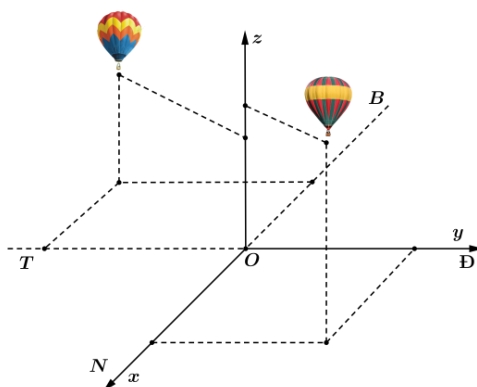
$$\text{Từ đó } \begin{cases} x=1010 \\ y=575 \\ z=9 \end{cases} \Rightarrow x+y+z=1594.$$

Câu 5: Hai chiếc khinh khí cầu bay lên từ cùng một địa điểm. Chiếc thứ nhất nằm cách điểm xuất phát 2,5 km về phía nam và 2 km về phía đông, đồng thời cách mặt đất 0,8 km. Chiếc thứ hai nằm cách điểm xuất phát 1,5 km về phía bắc và 3 km về phía tây, đồng thời cách mặt đất 0,6 km. Người ta cần tìm một vị trí trên mặt đất để tiếp nhiên liệu cho hai khinh khí cầu sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó tới hai khinh khí cầu nhỏ nhất. Giả sử vị trí cần tìm cách địa điểm hai khinh khí cầu bay lên là a km theo hướng nam và b km theo hướng tây. Tính tổng $2a + 3b$.



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai khinh khí cầu, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất với trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ), đơn vị đo lấy theo kilômét.





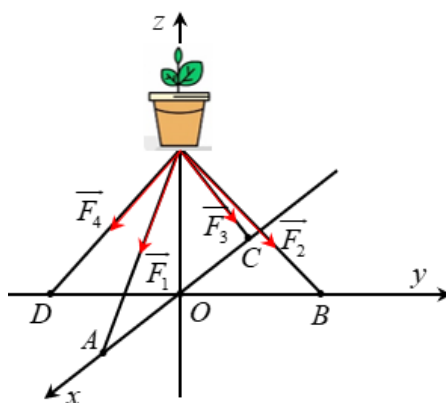
Chiếc khinh khí cầu thứ nhất và thứ hai ở vị trí A, B ta có $A\left(\frac{5}{2}; 2; \frac{4}{5}\right), B\left(-\frac{3}{2}; -3; \frac{3}{5}\right)$.

Gọi C là điểm đối xứng của A qua mặt phẳng (Oxy) , $C\left(\frac{5}{2}; 2; -\frac{4}{5}\right)$. Khi đó $I = BC \cap (Oxy)$.

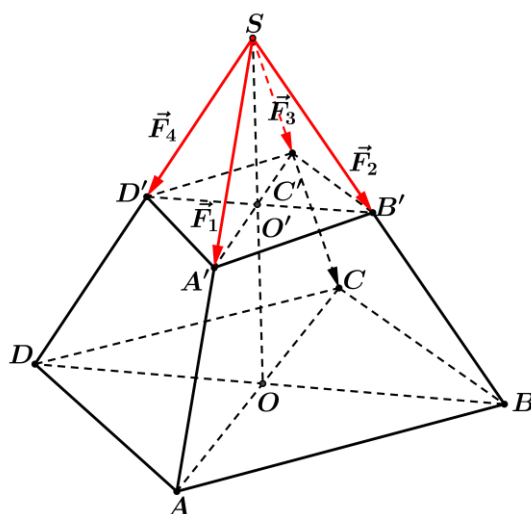
$$\overrightarrow{BC} = \left(4; 5; -\frac{7}{5}\right). I \in (Oxy) \Rightarrow I(x; y; 0) \Rightarrow \overrightarrow{BI} = \left(x + \frac{3}{2}; y + 3; -\frac{3}{5}\right)$$

$$\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{BI} \text{ cùng phương nên } \frac{x + \frac{3}{2}}{4} = \frac{y + 3}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3}{14} \\ y = -\frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{14} \\ b = \frac{6}{7} \end{cases} \Rightarrow 2a + 3b = 3.$$

Câu 6: Một chậu cây được đặt trên một giá đỡ có bốn chân với điểm đặt $S(0; 0; 30)$ và các điểm chạm mặt đất của bốn chân lần lượt là $A(30; 0; 0), B(0; 20; 0), C(-20; 0; 0), D(0; -20; 0)$ (đơn vị cm). Cho biết trọng lực tác dụng lên chậu cây có độ lớn $60N$ và được phân bố thành bốn lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}, \overrightarrow{F_4}$ có độ lớn bằng nhau như hình vẽ. Tính $|\overrightarrow{F_1} + 2\overrightarrow{F_2} + 3\overrightarrow{F_3} + 4\overrightarrow{F_4}|$ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Tứ giác $ABCD$ có hai đường chéo bằng nhau và vuông góc với nhau tại trung điểm của mỗi đường nên là hình vuông.

Ta có: $\overrightarrow{SA} = (30; 0; -30), \overrightarrow{SB} = (0; 20; -20), \overrightarrow{SC} = (-20; 0; -20), \overrightarrow{SD} = (0; -20; -20)$



$\Rightarrow SA = SB = SC = SD = 30\sqrt{2}$. Do đó $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều.

Các vectơ $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3, \vec{F}_4$ có điểm đầu tại S và điểm cuối lần lượt là A', B', C', D' .

Ta có: $SA' = SB' = SC' = SD'$ nên $S.A'B'C'D'$ cũng là hình chóp tứ giác đều.

Gọi $\vec{F}$ là trọng lực tác dụng lên chậu cây và O' là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$.

Ta có: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 + \vec{F}_4 = \vec{SA'} + \vec{SB'} + \vec{SC'} + \vec{SD'} = 4\vec{SO'}$

Ta có: $|\vec{F}| = 60 \Rightarrow |\vec{SO'}| = SO = 15$.

Do tam giác $SO'A'$ vuông cân nên $SA' = SO'\sqrt{2} = 15\sqrt{2} = \frac{1}{2}SA \Rightarrow \vec{F}_1 = \vec{SA'} = \frac{1}{2}\vec{SA} = (15; 0; -15)$

Chứng minh tương tự ta cũng có:

$\vec{F}_2 = \frac{1}{2}\vec{SB} = (0; 15; -15), \vec{F}_3 = \frac{1}{2}\vec{SC} = (-15; 0; -15), \vec{F}_4 = \frac{1}{2}\vec{SD} = (0; -15; -15)$

Suy ra: $\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4 = (-30; -30; -150) \Rightarrow |\vec{F}_1 + 2\vec{F}_2 + 3\vec{F}_3 + 4\vec{F}_4| = 90\sqrt{3} \approx 156$.

-----HẾT-----

**BÀI 03. BIỂU THỨC TOẠ ĐỘ CỦA CÁC PHÉP TOÁN VECTƠ - ĐỀ SỐ 03**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vectơ trong không gian

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (2; -1; 4)$. Tọa độ của vectơ $-\vec{a}$ là

- A. $(-2; 1; -4)$. B. $(2; -1; -4)$. C. $(-2; -1; 4)$. D. $(2; 1; 4)$.

Lời giảiTa có $-\vec{a} = (-2; 1; -4)$.**Câu 2:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (4; 5; 6)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ tương ứng là

- A. $(5; 7; 9)$. B. $(3; 7; 9)$. C. $(5; 3; 9)$. D. $(3; 5; 9)$.

Lời giảiTa có $\vec{a} + \vec{b} = (1 + 4; 2 + 5; 3 + 6) = (5; 7; 9)$.**Câu 3:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{u} = (1; 2; 3)$ và $\vec{v} = (4; -5; 6)$. Tìm tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$.

- A. 12. B. 20. C. 14. D. 28

Lời giảiTa có $\vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 4 + 2 \cdot (-5) + 3 \cdot 6 = 12$.**Câu 4:** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 3)$ và điểm $B(3; 4; 5)$. Tọa độ điểm C là trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(2; 3; 4)$. B. $(1; 3; 5)$. C. $(2; 4; 3)$. D. $(2; 2; 3)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_C = \frac{x_A + x_B}{2} = 2 \\ y_C = \frac{y_A + y_B}{2} = 3 \\ z_C = \frac{z_A + z_B}{2} = 4. \end{cases} \text{ Vậy } C(2; 3; 4).$$

Câu 5: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; -5)$, $B(1; 2; 4)$, $C(2; 5; -2)$. Tọa độ trọng tâm G của $\triangle ABC$ là

- A. $G(6; 9; -3)$. B. $G(2; 3; -1)$. C. $G(2; 3; 1)$. D. $G(6; 9; 3)$.

Lời giải



$$\text{Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{3+1+2}{3} \\ y_G = \frac{2+2+5}{3} \\ z_G = \frac{-5+4-2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = 3 \\ z_G = -1. \end{cases} \text{ Vậy } G(2;3;-1).$$

Câu 6: Trong không gian Oxz , cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 2; 3)$ và $\vec{b} = (2; -1; 1)$. Tìm biểu thức tọa độ của vectơ $\vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b}$.

- A.** $(-1; 8; 7)$. **B.** $(3; 4; 5)$. **C.** $(-1; 7; 7)$. **D.** $(4; 5; 6)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{c} = 3\vec{a} - 2\vec{b} = (3 \cdot 1 - 2 \cdot 2; 3 \cdot 2 - 2 \cdot (-1); 3 \cdot 3 - 2 \cdot 1) = (-1; 8; 7).$$

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, điểm đối xứng với điểm $M(2; 2; -1)$ qua mặt phẳng (Oyz) là

A. $M'(2; -2; 1)$. **B.** $M'(-2; 0; 0)$. **C.** $M'(-2; -2; 1)$. **D.** $M'(-2; 2; -1)$.

Lời giải

Điểm đối xứng với điểm $M(2; 2; -1)$ qua mặt phẳng (Oyz) là $M'(-2; 2; -1)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Điểm đối xứng với M qua trục Oy là

A. $M_2(1; 2; 3)$. **B.** $M_3(-1; 2; -3)$. **C.** $M_4(-1; -2; -3)$. **D.** $M_1(1; -2; -3)$.

Lời giải

Ta có $M(1; -2; 3)$.

Vậy điểm đối xứng với M qua trục Oy là $M_4(-1; -2; -3)$.

Câu 9: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC , với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A.** $D(6; 6; -3)$. **B.** $D(6; -6; 3)$. **C.** $D(6; 6; 3)$. **D.** $D(6; -6; -3)$.

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$.

$$\text{Ta có } \overrightarrow{AB} = (-4; -2; 2); \overrightarrow{DC} = (2 - x; 4 - y; -1 - z).$$

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2 - x \\ -2 = 4 - y \\ 2 = -1 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \\ z = -3. \end{cases} \text{ Vậy } D(6; 6; -3).$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; -2; 3)$ và $\vec{b} = (-2; 1; 2)$. Tích vô hướng $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b}$ bằng

- A.** 12. **B.** 2. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{a} + \vec{b} = (-1; -1; 5).$$

$$\text{Suy ra } (\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{b} = (-1) \cdot (-2) + (-1) \cdot 1 + 5 \cdot 2 = 11.$$



- Câu 11:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ là $\vec{a} = (1; 0; 0)$ và $\vec{b} = \left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$. Góc giữa hai vectơ này là
- A. 30° . B. 45° . C. 60° . D. 90° .

Lời giải

$$\text{Ta có: } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{1 \cdot \frac{1}{2} + 0 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} + 0 \cdot 0}{\sqrt{1^2 + 0^2 + 0^2} \cdot \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2 + 0^2}} = \frac{1}{2} \text{ suy ra } (\vec{a}, \vec{b}) = 60^\circ.$$

- Câu 12:** Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 1); B(2; -1; 3)$ và điểm $M(a; b; 0)$ sao cho $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất. Giá trị của $a + b$ là
- A. 3. B. -2. C. 1. D. 2.

Lời giải

Ta thấy $M(a; b; 0) \in (Oxy)$. Gọi $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } MA^2 + MB^2 &= \overline{MA}^2 + \overline{MB}^2 = (\overline{IA} - \overline{IM})^2 + (\overline{IB} - \overline{IM})^2 \\ &= (\overline{IA}^2 + \overline{IM}^2 - 2\overline{IA} \cdot \overline{IM}) + (\overline{IB}^2 + \overline{IM}^2 - 2\overline{IB} \cdot \overline{IM}) = 2\overline{IM}^2 + 2\overline{IA}^2 = 2\overline{IM}^2 + 7 \end{aligned}$$

Suy ra $MA^2 + MB^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM$ ngắn nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu vuông góc của I trên mặt phẳng (Oxy) .

$$\text{Suy ra } M\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}; 0\right). \text{ Như vậy } a = \frac{3}{2}, b = \frac{1}{2} \Rightarrow a + b = \frac{3}{2} + \frac{1}{2} = 2.$$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

- Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1; -2; 3), B(-2; 1; 2), C(3; -1; 2)$.

- a) $\overline{AB} = (-3; 3; 1)$.
 b) $\overline{AB} = 3\overline{AC}$.
 c) Ba điểm A, B, C không thẳng hàng.
 d) Tọa độ chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC là $\left(-\frac{47}{29}; \frac{13}{29}; 2\right)$.

Lời giải

- a) Sai: Ta có $\overline{AB} = (-3; 3; -1)$.
 b) Sai: Ta có $\overline{AC} = (2; 1; -1) \Rightarrow 3\overline{AC} = (6; 3; -3)$. Do đó $\overline{AB} \neq 3\overline{AC}$.
 c) Đúng: Vì $\overline{AB} = (-3; 3; 1), \overline{AC} = (2; 1; -1)$ suy ra $\overline{AB}, \overline{AC}$ không cùng phương. Vậy A, B, C không thẳng hàng.
 d) Sai: Gọi $A'(x; y; z)$ là chân đường cao vẽ từ A của tam giác ABC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overline{AA'} \cdot \overline{BC} = 0 & (1) \\ \overline{BC}, \overline{BA'} \text{ cùng phương} & (2) \end{cases}$$



Ta có: $\overrightarrow{AA'} = (x-1; y+2; z-3)$, $\overrightarrow{BC} = (5; -2; 0)$, $\overrightarrow{BA'} = (x+2; y-1; z-2)$.

$$(1) \Leftrightarrow 5.(x-1) - 2.(y+2) + 0.(z-3) = 0 \Leftrightarrow 5x - 2y = 9.$$

$$(2) \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-2} \\ z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x+5y=1 \\ z=2. \end{cases} \text{ Suy ra } \begin{cases} x = \frac{47}{29} \\ y = -\frac{13}{29} \\ z = 2 \end{cases} \Rightarrow A' \left(\frac{47}{29}; -\frac{13}{29}; 2 \right).$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;5)$, $B(1;1;3)$, $C(4;-2;3)$.

a) Tọa độ trung điểm của BC là $\left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 3\right)$.

b) Độ dài đoạn thẳng BC là $3\sqrt{2}$.

c) Côsin BAC bằng $\frac{7\sqrt{19}}{38}$.

d) Gọi D là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ hình chiếu của trọng tâm tam giác ABD lên mặt phẳng Oyz là $(2;0;0)$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi M là trung điểm BC .

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_M = \frac{x_B + x_C}{2} = \frac{1+4}{2} = \frac{5}{2} \\ y_M = \frac{y_B + y_C}{2} = \frac{1-2}{2} = -\frac{1}{2} \\ z_M = \frac{z_B + z_C}{2} = \frac{3+3}{2} = 3 \end{cases} \text{ suy ra } M \left(\frac{5}{2}; -\frac{1}{2}; 3 \right).$$

b) Đúng. Ta có $BC = \sqrt{(4-1)^2 + (-2-1)^2 + (3-3)^2} = 3\sqrt{2}$.

c) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -2)$, $\overrightarrow{AC} = (3; -5; -2)$.

$$\cos BAC = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}}{AB \cdot AC} = \frac{0.3 + (-2).(-5) + (-2).(-2)}{\sqrt{0^2 + (-2)^2 + (-2)^2} \cdot \sqrt{3^2 + (-5)^2 + (-2)^2}} = \frac{7\sqrt{19}}{38}$$

d) Sai: Gọi $D(x; y; z)$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (0; -2; -2)$; $\overrightarrow{DC} = (4-x; -2-y; 3-z)$.

$$ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} 0 = 4-x \\ -2 = -2-y \\ -2 = 3-z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 0 \\ z = 5. \end{cases} \text{ suy ra } D(4; 0; 5).$$

$$\text{Gọi } G \text{ là trọng tâm tam giác } ABD. \text{ Ta có } \begin{cases} x_G = \frac{1+1+4}{3} \\ y_G = \frac{3+1+0}{3} \\ z_G = \frac{5+3-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = \frac{4}{3} \\ z_G = \frac{7}{3}. \end{cases} \text{ suy ra } G \left(2; \frac{4}{3}; \frac{7}{3} \right).$$



Vậy hình chiếu của G lên mặt phẳng Oyz là $H\left(0; \frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

Câu 3: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{k}$ là hai vectơ đơn vị trên hai trục tọa độ Ox, Oz , hai điểm $B(-1; 2; 3), C(1; 4; 1)$.

- $A(3; 0; -1)$.
- Ba điểm A, B, C thẳng hàng.
- Điểm $D(a; b; c)$ là điểm đối xứng của với A qua B . Khi đó $a + b + c = 6$.
- Điểm $M(m; n; p)$ trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MA^2 + MB^2 + MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $2m - n + 2024p = 0$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $\overrightarrow{OA} = 3\vec{i} - \vec{k}$ nên $A(3; 0; -1)$.

b) Sai: Ta có $\overrightarrow{AB} = (4; 2; 4), \overrightarrow{AC} = (-2; 4; 2)$.

Vì $4:2:4 \neq -2:4:2$ nên $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ không cùng phương suy ra A, B, C không thẳng hàng.

c) Đúng: Vì D là điểm đối xứng với A qua B nên B là trung điểm của AD .

Ta có
$$\begin{cases} x_D = 2x_B - x_A = -5 \\ y_D = 2y_B - y_A = 4 \\ z_D = 2z_B - z_A = 7 \end{cases}$$
 suy ra $D(-5; 4; 7)$. Do đó $a = -5, b = 4, c = 7$. Vậy $a + b + c = 6$.

d) Đúng. Gọi $I(x; y; z)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} = \vec{0}$.

Ta có:
$$\begin{cases} 3 - x - 1 - x + 1 - x = 0 \\ 0 - y + 2 - y + 4 - y = 0 \\ -1 - z + 3 - z + 1 - z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow I(1; 2; 1)$$

$$\begin{aligned} MA^2 + MB^2 + MC^2 &= (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC}) = 3MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 \end{aligned}$$

Do $IA^2 + IB^2 + IC^2$ không thay đổi nên $MA^2 + MB^2 + MC^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất hay M là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng (Oxy) .

Do đó $M(1; 2; 0)$ suy ra $m = 1, n = 2, p = 0$.

Vậy $2m - n + 2024p = 2 - 2 + 0 = 0$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3), B(2; 1; 5), C(2; 4; 2)$.

a) Tọa độ trung điểm của AB là $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$.

b) $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.

c) Góc giữa hai đường thẳng AB và AC bằng 30° .

d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxz) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $a - 2b + 2c = 15$.

Lời giải



a) Đúng: Gọi I là trung điểm AB . Ta có

$$\begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1+2}{2} = \frac{3}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{2+1}{2} = \frac{3}{2} \\ z_I = \frac{z_A + z_B}{2} = \frac{3+5}{2} = 4 \end{cases} \Rightarrow I\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$$

b) Đúng: Ta có $\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} = (5; 7; 10)$.

c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; -1; 2)$, $\overrightarrow{AC} = (1; 2; -1)$.

$$\cos(AB, AC) = \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{|1 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 2 \cdot (-1)|}{\sqrt{1^2 + (-1)^2 + 2^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + (-1)^2}} = \frac{1}{2}$$

Suy ra $(AB, AC) = 60^\circ$.

d) Sai: Gọi $K(x; y; z)$ thỏa mãn $3\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{KC} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2-x) - (2-z) = 0 \\ 3(1-y) - (4-z) = 0 \\ 3(5-z) - (2-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -\frac{1}{2} \\ z = \frac{13}{2} \end{cases}$

Suy ra $K\left(2; -\frac{1}{2}; \frac{13}{2}\right)$. Khi đó $T = |3\overrightarrow{IB} - \overrightarrow{IC}| = |3\overrightarrow{IK} + 3\overrightarrow{KB} - \overrightarrow{IK} - \overrightarrow{KC}| = |2\overrightarrow{IK}| = 2IK$.

T đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi I là hình chiếu của K trên (Oxz) suy ra $I\left(2; 0; \frac{13}{2}\right)$.

Suy ra $a = 2, b = 0, c = \frac{13}{2}$. Vậy $a - 2b + 2c = 15$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (2; m-1; 3)$, $\vec{b} = (1; 3; -2n)$. Nếu $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ thì giá trị $m+n$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Nếu $\vec{a}$ cùng phương với $\vec{b}$ thì tồn tại số thực t sao cho $\vec{a} = t \cdot \vec{b}$. Suy ra

$$\begin{cases} 2 = 1t \\ m-1 = 3t \\ 3 = -2nt \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 2 \\ m = 7 \\ n = -\frac{3}{4} \end{cases} \text{ do đó } m+n = \frac{25}{4}.$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -1; 1)$ và $B(3; -1; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB}$. Tính $a - 2b + c$.

Lời giải

Gọi $M(x; y; z)$ ta có $\overrightarrow{AM} = (x+1; y+1; z-1)$ và $\overrightarrow{MB} = (3-x; -1-y; 1-z)$.



$$\text{Do đó: } \overrightarrow{AM} = 3\overrightarrow{MB} \Leftrightarrow \begin{cases} x+1=3(3-x) \\ y+1=3(-1-y) \\ z-1=3(1-z) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=-1 \\ z=1 \end{cases}$$

Suy ra $M(2; -1; 1)$. Suy ra $a=2, b=-1, c=1$ suy ra $a-2b+c=2+2+1=5$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(0;1;3), B(3;2;8)$ và $C(-2;m;4)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại A .

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (3;1;5), \overrightarrow{AC} = (-2;m-1;1)$.

Tam giác ABC vuông tại A khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 0 \Leftrightarrow -6 + m - 1 + 5 = 0 \Leftrightarrow m = 2$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;5), B(2;4;-3), C(3;3;1)$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) . Độ dài GM ngắn nhất bằng bao nhiêu?

Lời giải

G là trọng tâm tam giác ABC , suy ra $G\left(\frac{1+2+3}{3}; \frac{2+4+3}{3}; \frac{5+(-3)+1}{3}\right) = (2;3;1)$.

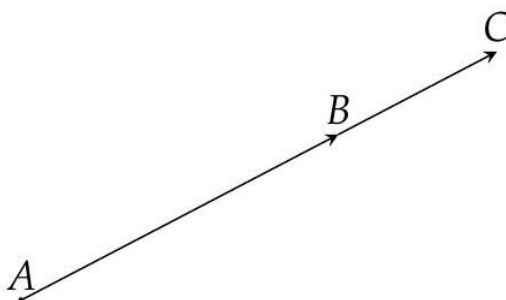
Gọi H là hình chiếu vuông góc của G trên mặt phẳng (Oxy) , khi đó GH là khoảng cách từ G đến mặt phẳng (Oxy) , ta có $GH = d(G, (Oxy)) = 1$

Với M là điểm thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) , ta có $GM \geq GH = 1$.

Do đó GM ngắn nhất $\Leftrightarrow M \equiv H$. Vậy độ dài GM ngắn nhất bằng 1.

Câu 5: Trong không gian với một hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho trước (đơn vị đó lấy theo kilomet), ra đã phát hiện một chiếc máy bay di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $A(800;500;7)$ đến điểm $B(940;550;8)$ trong 10 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 5 phút tiếp theo, khoảng cách từ máy bay đến gốc tọa độ O bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải



Gọi $C(x;y;z)$ là vị trí của máy bay sau 5 phút tiếp theo. Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{BC}$ cùng hướng. Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gian bay từ A đến B gấp đôi thời gian bay từ B đến C nên $AB = 2BC$.



$$\text{Do đó: } \overrightarrow{BC} = \frac{1}{2} \overrightarrow{AB} = \left(\frac{940 - 800}{2}; \frac{550 - 500}{2}; \frac{8 - 7}{2} \right) = (70; 25; 0,5)$$

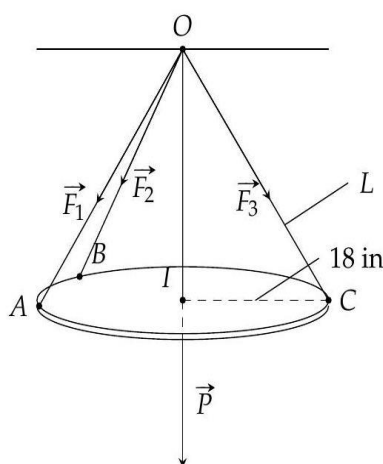
$$\text{Mặt khác, } \overrightarrow{BC} = (x - 940; y - 550; z - 8) \text{ nên } \begin{cases} x - 940 = 70 \\ y - 550 = 25 \\ z - 8 = 0,5. \end{cases}$$

$$\text{Từ đó } \begin{cases} x = 1010 \\ y = 575 \\ z = 8,5 \end{cases} \text{ và vì vậy } C(1010; 575; 8,5).$$

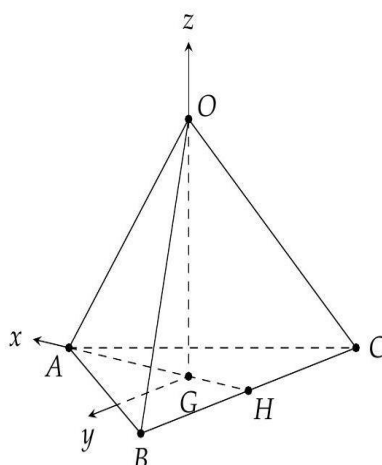
Vậy tọa độ của máy bay sau 5 phút tiếp theo là $(1010; 575; 8,5)$.

Khi đó, khoảng cách từ máy bay đến gốc O là $\sqrt{1010^2 + 575^2 + 8,5^2} \approx 1162$.

- Câu 6:** Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều (Hình vẽ bên). Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 in ($1 \text{ inch} = 2,54 \text{ cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L . Tìm chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây (tính bằng inch), biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N .



Lời giải





Vì tam giác ABC là tam giác đều, độ dài ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng $L > 0$.

Ta chọn hệ trục như hình vẽ, với G là trọng tâm tam giác ABC và H là trung điểm BC .

Trong đó A, H nằm trên trục Gx và O nằm trên trục Gz .

Bán kính của chiếc đèn là 18 nên $AG = 18$ suy ra $AB = 18\sqrt{3}$ và $BH = HC = 9\sqrt{3}$.

Do đó, ta có $G(0, 0, 0), A(18, 0, 0), B(-9, 9\sqrt{3}, 0), C(-9, -9\sqrt{3}, 0)$.

Xét tam giác vuông AOG , suy ra $OG = \sqrt{OA^2 - AG^2} = \sqrt{L^2 - 18^2}$ nên $O(0; 0; \sqrt{L^2 - 18^2})$.

Ta có $\overrightarrow{OA} = (18; 0; -\sqrt{L^2 - 18^2}), \overrightarrow{OB} = (-9; 9\sqrt{3}; -\sqrt{L^2 - 18^2})$ và $\overrightarrow{OC} = (-9; -9\sqrt{3}; -\sqrt{L^2 - 18^2})$.

Suy ra $|\overrightarrow{OA}| = |\overrightarrow{OB}| = |\overrightarrow{OC}| = L$ và $|\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}|$.

Tồn tại hằng số $c \neq 0$ sao cho $\overrightarrow{F_1} = c \cdot \overrightarrow{OA} = (18c; 0; -c\sqrt{L^2 - 18^2})$;

$\overrightarrow{F_2} = c \cdot \overrightarrow{OB} = (-9c; 9c\sqrt{3}; -c\sqrt{L^2 - 18^2})$; $\overrightarrow{F_3} = c \cdot \overrightarrow{OC} = (-9c; -9c\sqrt{3}; -c\sqrt{L^2 - 18^2})$

Suy ra $\vec{P} = \vec{F_1} + \vec{F_2} + \vec{F_3} = (0; 0; -3c\sqrt{L^2 - 18^2})$, trong đó $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên bóng đèn.

Mà trọng lượng của bóng đèn là 24N nên

$$|\vec{P}| = 24 \Leftrightarrow 9c^2(L^2 - 18^2) = 24^2 \Leftrightarrow c = \frac{8}{\sqrt{L^2 - 18^2}}, \forall L \in (18; +\infty)$$

Vậy $F = |\overrightarrow{F_1}| = |\overrightarrow{F_2}| = |\overrightarrow{F_3}| = \frac{8L}{\sqrt{L^2 - 18^2}}$. Xét hàm số $F = \frac{8L}{\sqrt{L^2 - 18^2}}$ trên $(18; +\infty)$.

Ta có $F' = \frac{-2592}{(L^2 - 18^2)\sqrt{L^2 - 18^2}} < 0, \forall L \in (18; +\infty)$.

Mỗi sợi dây được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N.

Suy ra $F(L) \leq 10 \Leftrightarrow F(L) \leq F(30) \Leftrightarrow L \geq 30$.

Vậy chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây bằng 30 in thỏa mãn yêu cầu bài toán.

-----HẾT-----

**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CHƯƠNG VECTO TRONG KHÔNG GIAN**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề vector trong không gian

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ là $\vec{u} = (2; 1; -1)$ và $\vec{v} = (1; 3; 1)$. Toạ độ của véc-tơ $\vec{u} + 2\vec{v}$ tương ứng là

- A. $(3; 4; 0)$. B. $(1; -2; -2)$. C. $(4; 7; 1)$. D. $(5; 5; -1)$.

Lời giải

$$\text{Gọi toạ độ của véc-tơ } (\vec{u} + 2\vec{v}) \text{ là } (x; y; z). \text{ Khi đó } \begin{cases} x = 2 + 2 \cdot 1 \\ y = 1 + 2 \cdot 3 \\ z = -1 + 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 7 \\ z = 1. \end{cases}$$

Vậy toạ độ của véc-tơ $\vec{u} + 2\vec{v}$ là $(4; 7; 1)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm A thỏa mãn $\overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j}$, với $\vec{i}, \vec{j}$ là hai véc-tơ đơn vị trên hai trục toạ độ Ox, Oy . Toạ độ điểm A là

- A. $A(2; 1; 0)$. B. $A(0; 2; 1)$. C. $A(0; 1; 1)$. D. $A(1; 1; 1)$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{OA} = 2\vec{i} + \vec{j} \Rightarrow A(2; 1; 0).$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 3; -4)$. Khoảng cách từ I đến trục Ox bằng

- A. 2. B. 5. C. $\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{5}$.

Lời giải

$$\text{Ta có } d(I, Ox) = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5.$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1; 0; -1), \vec{v} = (2; 1; -2)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.

Lời giải

$$\text{Ta có } \vec{u} \cdot \vec{v} = 1 \cdot 2 + 0 \cdot 1 + (-1) \cdot (-2) = 4.$$

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -1; 0)$ và điểm $B(3; 1; 1)$. Toạ độ điểm đối xứng với A qua B là

- A. $(1; -2; -4)$. B. $(0; 3; -1)$. C. $(4; 3; 2)$. D. $(0; -1; 3)$.



Lời giải

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua B .

$$\text{Khi đó } B \text{ là trung điểm của } AA', \text{ ta có } \begin{cases} x_{A'} = 2x_B - x_A = 4 \\ y_{A'} = 2y_B - y_A = 3. \text{ Vậy } A'(4; 3; 2). \\ z_{A'} = 2z_B - z_A = 2. \end{cases}$$

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 2; 1), B(-3; 0; 3), C(2; 4; -1)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(6; -6; 3)$. B. $D(6; 6; 3)$. C. $D(6; -6; -3)$. **D. $D(6; 6; -3)$.**

Lời giải

Gọi $D(x; y; z)$. Ta có $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 2)$ và $\overrightarrow{DC} = (2 - x; 4 - y; -1 - z)$.

$$\text{Tứ giác } ABCD \text{ là hình bình hành} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \begin{cases} -4 = 2 - x \\ -2 = 4 - y \\ 2 = -1 - z \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 6 \\ z = -3. \end{cases}$$

Vậy $D(6; 6; -3)$.

Câu 7: Cho tam giác ABC biết $A(2; -1; 3)$ và trọng tâm của tam giác có tọa độ là $G(2; 1; 0)$. Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ có tọa độ là

- A. $(0; -9; 9)$. B. $(0; 6; 9)$. C. $(0; 9; -9)$. **D. $(0; 6; -9)$.**

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AG} = (0; 2; -3)$.

Gọi M là trung điểm của BC . Khi đó $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = 2\overrightarrow{AM} = 2 \cdot \frac{3}{2}\overrightarrow{AG} = 3\overrightarrow{AG} = (0; 6; -9)$.

Câu 8: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 6), B(-3; -1; -4), C(5; -1; 0)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\triangle ABC$ cân. B. $\triangle ABC$ có 3 góc nhọn.
C. $\triangle ABC$ vuông. D. $\triangle ABC$ đều.

Lời giải

$$\text{Ta có } \begin{cases} \overrightarrow{AB} = (-5; 0; -10) \\ \overrightarrow{AC} = (3; 0; -6) \\ \overrightarrow{BC} = (8; 0; 4) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AB = \sqrt{25 + 0 + 100} = 5\sqrt{5} \\ AC = \sqrt{9 + 0 + 36} = 3\sqrt{5} \\ BC = \sqrt{64 + 0 + 16} = 4\sqrt{5} \end{cases}$$

Suy ra $AB^2 = AC^2 + BC^2$ nên $\triangle ABC$ vuông tại C .

Câu 9: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1), P(1; m-1; 2)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N ?

- A. $m = 2$. B. $m = 3$. C. $m = 1$. **D. $m = 0$.**



Lời giải

Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi:

$$\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow (3; 2; -2) \cdot (2; m-2; 1) = 0 \Leftrightarrow 2m = 0 \Leftrightarrow m = 0$$

Câu 10: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; -2; 3), B(0; 3; 1), C(4; 2; 2)$. Cosin của góc BAC bằng

A. $\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

B. $-\frac{9}{\sqrt{35}}$.

C. $-\frac{9}{2\sqrt{35}}$.

D. $\frac{9}{\sqrt{35}}$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (1; 5; -2), \overrightarrow{AC} = (5; 4; -1)$.

$$\text{Khi đó: } \cos BAC = \left| \cos(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}) \right| = \frac{|\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC}|}{|\overrightarrow{AB}| \cdot |\overrightarrow{AC}|} = \frac{9}{2\sqrt{35}}.$$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1), B(2; -1; 3), C(-4; 7; 5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

A. $(-2; 11; 1)$.

B. $\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$.

C. $\left(\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; \frac{1}{3}\right)$.

D. $\left(\frac{11}{3}; -2; 1\right)$.

Lời giải

Ta có $AB = \sqrt{26}, BC = \sqrt{104}$.

Gọi D là chân đường phân giác trong góc B suy ra $\frac{DA}{DC} = \frac{BA}{BC} = \frac{1}{2}$.

Mặt khác: D thuộc đoạn $AC \Rightarrow \overrightarrow{AD} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AC}$.

Giả sử $D(x; y; z) \Rightarrow \overrightarrow{AD} = (x-1; y-2; z+1), \overrightarrow{AC} = (-5; 5; 6)$ suy ra

$$\begin{cases} x-1 = -\frac{5}{3} \\ y-2 = \frac{5}{3} \\ z+1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -\frac{2}{3} \\ y = \frac{11}{3} \\ z = 1 \end{cases} \Rightarrow D\left(-\frac{2}{3}; \frac{11}{3}; 1\right)$$

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m-1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

A. $m = 0$

B. $m = 2$.

C. $m = -6$

D. $m = -2$.

Lời giải

$$\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2), \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 1).$$

Tam giác MNP vuông tại N khi $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 6 + 2(m-2) - 2 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.****Câu 1:** Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{k}$, $\vec{c} = \vec{i} + 5\vec{j} - 7\vec{k}$.

a) $\vec{a} = (2; -1; 0)$.

b) $\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; 7)$.

c) $3\vec{b} = (9; 3; -12)$.

d) Nếu $\vec{u} = (m; n; p)$ sao cho $\vec{u} - \vec{a} = 3\vec{b} + \vec{c}$ thì $n^2 - m - p = -15$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $\vec{a} = (2; -1; 0)$, $\vec{b} = (3; 0; -4)$, $\vec{c} = (1; 5; -7)$.

b) Sai: $\vec{a} + \vec{c} = (3; 4; -7)$

c) Sai: $3\vec{b} = (9; 0; -12)$

d) Sai: Gọi $\vec{u} = (m; n; p)$ thì $\vec{u} - \vec{a} = 3\vec{b} + \vec{c} \Rightarrow \begin{cases} m - 2 = 10 \\ n + 1 = 5 \\ p - 0 = -19 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ n = 4 \\ p = -19 \end{cases} \Rightarrow \vec{u} = (12; 4; -19)$

Khi đó $n^2 - m - p = 23$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2, -2, 1)$, $B(-4, 2, 4)$, $C(-4, 0, 1)$. Các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng, khẳng định nào sai?

a) $M\left(-1, 0, \frac{5}{2}\right)$ là trung điểm của BC .

b) $G(-2, 0, 2)$ là trọng tâm tam giác ABC .

c) $N(8; -6; -2)$ là điểm đối xứng của B qua A .

d) Tọa độ điểm $E(-14; 8; 11)$ thỏa B là trọng tâm tam giác AOE .

Lời giải

a) Sai: Do tọa độ trung điểm M của đoạn thẳng AB là

$$M\left(\frac{-4 + (-4)}{2}; \frac{2 + 0}{2}; \frac{4 + 1}{2}\right) \text{ hay } M\left(-4; 1; \frac{5}{2}\right)$$

b) Đúng: Do tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là



$$G\left(\frac{2+(-4)+(-4)}{3}; \frac{-2+2+0}{3}; \frac{1+4+1}{3}\right) \text{ hay } G(-2;0;2)$$

c) Đúng: N là điểm đối xứng của B qua A thì B là trung điểm AN .

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_N}{2} \\ y_B = \frac{y_A + y_N}{2} \\ z_B = \frac{z_A + z_N}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 2x_B - x_A \\ y_N = 2y_B - y_A \\ z_N = 2z_B - z_A \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_N = 8 \\ y_N = -6 \\ z_N = -2 \end{cases} \Rightarrow N(8; -6; -2)$$

d) Đúng: B là trọng tâm tam giác AOE .

$$\begin{cases} x_B = \frac{x_A + x_O + x_E}{3} \\ y_B = \frac{y_A + y_O + y_E}{3} \\ z_B = \frac{z_A + z_O + z_E}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = 3x_B - x_A - x_O \\ y_E = 3y_B - y_A - y_O \\ z_E = 3z_B - z_A - z_O \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -14 \\ y_E = 8 \\ z_E = 11 \end{cases} \Rightarrow E(-14; 8; 11)$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OA} = (2; -1; 5)$ và điểm $B(5; -5; 7)$.

a) Tọa độ của điểm A là $(2; -1; 5)$.

b) Gọi $C(a; b; c)$ thỏa mãn $\triangle ABC$ nhận $G(1; 1; 1)$ làm trọng tâm. Khi đó $a + b + c = -4$.

c) Nếu $A, B, M(x; y; 1)$ thẳng hàng thì tổng $x + y = 3$.

d) Cho $N \in (Oxy)$ để $\triangle ABN$ vuông cân tại A . Tổng hoành độ và tung độ của điểm N bằng 3.

Lời giải

a) Đúng: Ta có tọa độ của điểm A là $(2; -1; 5)$.

$$\text{b) Đúng: } G \text{ là trọng tâm } \triangle ABC \Leftrightarrow \begin{cases} 1 = \frac{2+5+x_C}{3} \\ 1 = \frac{-1-5+y_C}{3} \\ 1 = \frac{5+7+z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_C = -4 \\ y_C = 9 \\ z_C = -9 \end{cases} \Rightarrow C(-4; 9; -9).$$

Suy ra $a + b + c = -4$.

c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{AB} = (3; -4; 2)$, $\overrightarrow{AM} = (x-2; y+1; -4)$.



Ba điểm A, B, M thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AM} = k\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2 = k \cdot 3 \\ y+1 = k(-4) \\ -4 = k \cdot 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 7 \\ k = -2 \end{cases}$

Suy ra $x + y = 3$.

d) Sai. Ta có $N \in (Oxy) \Rightarrow N(x; y; 0)$ suy ra $\overrightarrow{AN} = (x-2; y+1; -5), \overrightarrow{AB} = (3; -4; 2)$.

Ta có $\triangle ABN$ vuông cân tại $A \Leftrightarrow \begin{cases} AN \perp AB & (1) \\ AN = AB & (2) \end{cases}$

$$(1) \Leftrightarrow \overrightarrow{AN} \perp \overrightarrow{AB} \Leftrightarrow 3(x-2) - 4(y+1) - 10 = 0 \Leftrightarrow 3x - 4y = 20 \Leftrightarrow y = \frac{3}{4}x - 5.$$

$$(2) \Leftrightarrow AN^2 = AB^2 \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y+1)^2 + 25 = 9 + 16 + 4$$

$$\Leftrightarrow (x-2)^2 + \left(\frac{3x}{4} - 4\right)^2 = 4 \Leftrightarrow x^2 - 4x + 4 + \frac{9x^2}{16} - 6x + 16 = 4 \Leftrightarrow x = \frac{16}{5}$$

Suy ra $y = -\frac{13}{5} \Rightarrow N\left(\frac{16}{5}; -\frac{13}{5}; 0\right)$. Vậy $x_N + y_N = \frac{3}{5}$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2; 3; -1), N(-1; 1; 1)$.

a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(-2; 3; 1)$.

b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N . Tọa độ của điểm E là $(-4; -1; 3)$.

c) Cho $P(1; m-1; 3)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $m = 1$.

d) Điểm $I(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (Oxy) thỏa mãn $T = |3\overrightarrow{IM} - \overrightarrow{IN}|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $2a + b + c = 9$.

Lời giải

a) Sai: Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $(0; 3; 0)$.

b) Đúng: Vì N là trung điểm của $ME \Leftrightarrow \begin{cases} -1 = \frac{2+x_E}{2} \\ 1 = \frac{3+y_E}{2} \\ 1 = \frac{-1+z_E}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_E = -4 \\ y_E = -1 \\ z_E = 3 \end{cases} \Rightarrow E(-4; -1; 3).$

c) Đúng: Ta có $\overrightarrow{NM} = (3; 2; -2); \overrightarrow{NP} = (2; m-2; 2)$.



$$\Delta MNP \text{ vuông tại } N \Leftrightarrow \overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{NP} = 0 \Leftrightarrow 3 \cdot 2 + 2 \cdot (m - 2) + (-2) \cdot 2 = 0 \Leftrightarrow m = 1.$$

$$\text{d) Sai. Gọi } J(x; y; z) \text{ thỏa } 3\overrightarrow{JM} - \overrightarrow{JN} = \vec{0} \Leftrightarrow \begin{cases} 3(2-x) - (-1-x) = 0 \\ 3(3-y) - (1-y) = 0 \\ 3(-1-z) - (1-z) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{2} \\ y = 4 \\ z = -2 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } J\left(\frac{7}{2}; 4; -2\right).$$

$$\text{Khi đó } T = |\overrightarrow{3IM} - \overrightarrow{IN}| = |\overrightarrow{3IJ} + 3\overrightarrow{JM} - \overrightarrow{IJ} - \overrightarrow{JN}| = |2\overrightarrow{IJ}| = 2IJ.$$

$$T \text{ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi } I \text{ là hình chiếu của } J \text{ trên } (Oxy) \Leftrightarrow I\left(\frac{7}{2}; 4; 0\right).$$

$$\text{Vậy } a = \frac{7}{2}; b = 4; c = 0. \text{ Suy ra } 2a + b + c = 11.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-2; 3; 4)$. Khoảng cách từ điểm A đến trục Ox bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của điểm A lên trục Ox , suy ra $H(-2; 0; 0)$.

$$\text{Khi đó } d_{(A, Ox)} = AH = \sqrt{0^2 + 3^2 + 4^2} = 5$$

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{a} = (2; 1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; 0; -2)$. Tính $\cos(\vec{a}, \vec{b})$.

Lời giải

$$\text{Ta có } \cos(\vec{a}, \vec{b}) = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| \cdot |\vec{b}|} = \frac{2 \cdot (-1) + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-2)}{\sqrt{2^2 + 1^2 + 0^2} \cdot \sqrt{(-1)^2 + 0^2 + (-2)^2}} = -\frac{2}{5} = -0,4.$$

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $MNPQ.M'N'P'Q'$ với $M(1; 0; 0)$, $N(2; -1; 1)$, $Q(0; 1; 0)$, $M'(1; 2; 1)$. Biết tọa độ điểm $P'(a; b; c)$. Khi đó giá trị tổng $a + b + c$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

$$\text{Ta có } \overrightarrow{MN} = (1; -1; 1); \overrightarrow{MQ} = (-1; 1; 0); \overrightarrow{MM'} = (0; 2; 1).$$

$$\text{Do đó } \overrightarrow{MP'} = \overrightarrow{MN} + \overrightarrow{MQ} + \overrightarrow{MM'} = (0; 2; 2).$$



$$\text{Suy ra } \begin{cases} a-1=0 \\ b-0=2 \Rightarrow a=1; b=2; c=2. \text{ Vậy } a+b+c=5. \\ c-0=2 \end{cases}$$

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;0;0), B(3;2;4), C(0;5;4)$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $P = MA^2 + MB^2 + 2MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ đó.

Lời giải

$$\text{Lấy điểm } I \text{ sao cho } \overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC} = \vec{0} \Rightarrow \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_B + 2x_C}{4} = 1 \\ y_I = \frac{y_A + y_B + 2y_C}{4} = 3 \\ z_I = \frac{z_A + z_B + 2z_C}{4} = 3 \end{cases} \Rightarrow I(1;3;3)$$

$$\begin{aligned} P &= (\overrightarrow{MA})^2 + (\overrightarrow{MB})^2 + 2(\overrightarrow{MC})^2 = (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA})^2 + (\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB})^2 + 2(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC})^2 \\ &= 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 + 2\overrightarrow{MI}(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + 2\overrightarrow{IC}) = 4MI^2 + IA^2 + IB^2 + IC^2 \end{aligned}$$

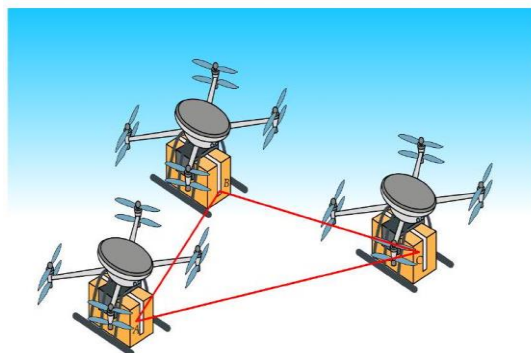
P đạt giá trị nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng $(Oxy) \Leftrightarrow M(1;3;0)$.

Khi đó $\overrightarrow{MI} = (0;0;3), \overrightarrow{IA} = (0;-3;-3), \overrightarrow{IB} = (2;-1;1), \overrightarrow{IC} = (-1;2;1)$.

Suy ra $MI = 3, IA = 3\sqrt{2}, IB = \sqrt{6}, IC = \sqrt{6}$.

Vậy $P_{\min} = 4 \cdot 3^2 + (3\sqrt{2})^2 + (\sqrt{6})^2 + (\sqrt{6})^2 = 66$.

Câu 5: Trên phần mềm mô phỏng việc điều khiển drone giao hàng trong không gian $Oxyz$, một đội gồm ba drone giao hàng A, B, C đang có tọa độ là $A(1;1;1), B(5;7;9), C(9;11;4)$. Gọi d_1, d_2, d_3 lần lượt là khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng trên. Tính $d_1 + d_2 + d_3$ (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Các khoảng cách giữa mỗi cặp drone giao hàng là:

$$d_1 = AB = \sqrt{(5-1)^2 + (7-1)^2 + (9-1)^2} = 2\sqrt{29};$$

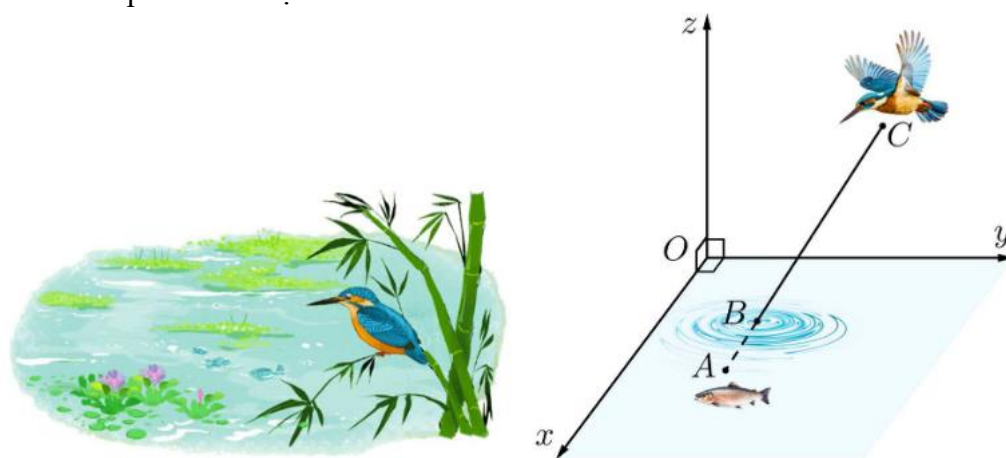


$$d_2 = BC = \sqrt{(9-5)^2 + (11-7)^2 + (4-9)^2} = \sqrt{57};$$

$$d_3 = AC = \sqrt{(9-1)^2 + (11-1)^2 + (4-1)^2} = \sqrt{173}.$$

$$\text{Suy ra } d_1 + d_2 + d_3 = 2\sqrt{29} + \sqrt{57} + \sqrt{173} \approx 31,5.$$

Câu 6: Với hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét). Một con chim bói cá đang ở vị trí cách mặt nước 2 m, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 3 m và 1 m phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá cách mặt nước 50 cm, cách mặt phẳng (Oxz) , (Oyz) lần lượt là 1 m và 1,5 m. Tọa độ điểm $B(a;b;c)$ lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước.



Lời giải

Ta có: $A(1,5;1;-0,5)$ và $C(1;3;2)$. Khi đó ta có: $\overline{AC}(-0,5;2;2,5)$

Khi đó phương trình đường thẳng AC là
$$\begin{cases} x = -0,5t + 1 \\ y = 2t + 3 \\ z = 2,5t + 2 \end{cases} \quad \text{suy ra } 2,5t + 2 = 0 \Rightarrow t = -\frac{4}{5}.$$

Khi đó
$$\begin{cases} x = \frac{7}{5} \\ y = \frac{7}{5} \\ z = 0 \end{cases} \text{ hay } B\left(\frac{7}{5}; \frac{7}{5}; 0\right) \text{ nên } a = \frac{7}{5}; b = \frac{7}{5}; c = 0 \text{ suy ra } a + b + c = \frac{7}{5} + \frac{7}{5} = \frac{14}{5} = 2,8.$$

-----HẾT-----

**BÀI 01. KHOẢNG BIẾN THIÊN VÀ TỨ PHÂN VỊ - ĐỀ SỐ 01**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

*Đề kiểm tra theo bài chuyên đề các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu***PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.****Câu 1:** Điểm kiểm tra của nhóm học sinh lớp 10 được cho như sau:

Lớp điểm	[3;4]	[5;6]	[7;8]	[9;10]
Số học sinh	3	3	2	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là:

A. 9**B.** 3**C.** 5**D.** 6**Lời giải**Ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: $10 - 3 = 7$.**Câu 2:** Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 250.**B.** 150.**C.** 50.**D.** 200.**Lời giải**Ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: $300 - 50 = 250$.**Câu 3:** Thời gian hoàn thành một bài viết chính tả của một học sinh lớp 4 trường A được cho ở bảng sau

Thời gian (phút)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)	[10;11)
Số học sinh	8	10	12	14	7

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 5.**B.** 1.**C.** 3.**D.** 7.**Lời giải**Ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là: $11 - 6 = 5$.**Câu 4:** Gọi Q_1, Q_2, Q_3 là tứ phân vị thứ nhất, thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là:**A.** $\Delta_Q = Q_1 - Q_3$.**B.** $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.**C.** $\Delta_Q = Q_1 - Q_2$.**D.** $\Delta_Q = Q_2 - Q_1$.**Lời giải**Theo định nghĩa khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$



Câu 5: Bảng thống kê cân nặng 50 quả thanh long được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường:

Cân nặng (gam)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả thanh long	3	13	18	11	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

A. 63,5.

B. 65,3.

C. 382,7.

D. 319,2.

Lời giải

$$\text{Tứ phân vị thứ nhất: } Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}$$

$$\text{Tứ phân vị thứ ba: } Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}$$

$$\text{Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: } \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} \approx 63,5$$

Câu 6: Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 15,25.

B. 20

C. 4,75.

D. 5,2.

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 56$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{14} + x_{15}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm $[12,5; 15,5)$ nên nhóm này chứa

$$Q_1. \text{ Do đó, } p = 2; a_2 = 12,5; m_2 = 12; m_1 = 3; a_3 - a_2 = 3 \text{ và ta có } Q_1 = 12,5 + \frac{\frac{56}{4} - 3}{12} \cdot 3 = 15,25.$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{42} + x_{43}}{2}$. Do x_{42}, x_{43} đều thuộc nhóm $[18,5; 21,5)$ nên nhóm này chứa Q_3 . Do đó $p = 4; a_4 = 18,5; m_4 = 24; m_1 + m_2 + m_3 = 3 + 12 + 15 = 30; a_5 - a_4 = 3$ và ta có:

$$Q_3 = 18,5 + \frac{\frac{3 \cdot 56}{4} - 30}{24} \cdot 3 = 20.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 20 - 15,25 = 4,75$

Câu 7: Bảng thống kê tốc độ bóng trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:



Tốc độ v (km/h)	[150; 155)	[155; 160)	[160; 165)	[165; 170)	[170; 175)	[175; 180)
Số lần	18	28	35	43	41	35

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 162,85. B. 173,17. C. 9,7. **D. 10,32.**

Lời giải

Cỡ mẫu là $n = 200$.

Tứ phân vị thứ nhất Q_1 là $\frac{x_{50} + x_{51}}{2}$. Do x_{14}, x_{15} đều thuộc nhóm [160;165) nên nhóm này chứa Q_1 . Do đó $p = 3; a_3 = 160; m_3 = 35; m_1 + m_2 = 46; a_4 - a_3 = 5$ và ta có:

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{200}{4} - 30}{35} \cdot 5 = 162,85$$

Với tứ phân vị thứ ba Q_3 là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2}$.

Do x_{150}, x_{151} đều thuộc nhóm [170;175) nên nhóm này chứa Q_3 .

Do đó, $p = 5; a_5 = 170; m_5 = 41; m_1 + m_2 + m_3 + m_4 = 18 + 28 + 35 + 43 = 124; a_6 - a_5 = 5$ và ta có:

$$Q_3 = 170 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 124}{41} \cdot 5 = 173,17.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 173,17 - 162,85 = 10,32$.

Câu 8: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

- A. 25.** B. 20. C. 15. D. 30.

Lời giải

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là: $45 - 20 = 25$ (phút)

Câu 9: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm nhận giá trị nào trong các giá trị dưới đây?



A. 6.

B. 8.

C. 10.

D. 12.

Lời giảiKhoảng biến thiên của mẫu số liệu là: $18 - 8 = 10$ (giây)**Câu 10:** Bốn bạn Ánh, Ba, Châu, Dũng cùng là thành viên của một câu lạc bộ rubik. Trong một lần luyện tập rubik với nhau, mỗi bạn đã cùng giải rubik 30 lần liên tiếp và thống kê kết quả lại ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Ánh	1	8	5	7	9
Ba	4	8	5	6	7
Châu	5	1	6	5	13
Dũng	2	6	6	8	8

Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì bạn nào có tốc độ giải rubik đồng đều nhất?

A. Ánh.

B. Ba.

C. Châu.

D. Dũng.**Lời giải**

$$\text{Bạn Ánh: } Q_1 = 8 + \frac{\frac{30}{4} - 1}{8} \cdot 2 = \frac{77}{8}, \quad Q_3 = 14 + \frac{\frac{30 \cdot 3}{4} - (1 + 8 + 5 + 7)}{9} \cdot 2 = \frac{43}{3}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{113}{24}.$$

$$\text{Bạn Ba: } Q_1 = 8 + \frac{\frac{30}{4} - 4}{8} \cdot 2 = \frac{71}{8}, \quad Q_3 = 12 + \frac{\frac{30 \cdot 3}{4} - (4 + 8 + 5)}{6} \cdot 2 = \frac{83}{6}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{119}{24}.$$

$$\text{Bạn Châu: } Q_1 = 10 + \frac{\frac{30}{4} - (5 + 1)}{6} \cdot 2 = \frac{21}{2}, \quad Q_3 = 14 + \frac{\frac{30 \cdot 3}{4} - (5 + 1 + 6 + 5)}{13} \cdot 2 = \frac{193}{13}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{113}{26}.$$

$$\text{Bạn Dũng: } Q_1 = 8 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{6} \cdot 2 = \frac{59}{6}, \quad Q_3 = 14 + \frac{\frac{30 \cdot 3}{4} - (2 + 6 + 6 + 8)}{8} \cdot 2 = \frac{113}{8}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{103}{24}.$$

Ta thấy khoảng tứ phân vị ở mẫu số liệu của bạn Dũng nhỏ nhất nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì bạn Dũng có tốc độ giải rubik đồng đều nhất.

Câu 11: Thống kê chiều cao của một số cây bạch đàn giống 1 tháng tuổi của 4 nông trường được cho bởi bảng sau:



Chiều cao (cm)	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Nông trường A	5	8	16	8	3
Nông trường B	5	10	8	9	6
Nông trường C	13	9	9	3	9
Nông trường D	3	12	8	12	4

Nếu xét theo khoảng tứ phân vị thì cây bạch đàn giống 1 tháng tuổi ở nông trường nào có chiều cao đồng đều nhất?

- A.** Nông trường A.
C. Nông trường C.

- B.** Nông trường B.
D. Nông trường D.

Lời giải

Nông trường A: $n = 5 + 8 + 16 + 8 + 3 = 40$.

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{40}{4} - 5}{8} \cdot 2 = \frac{33}{4}, \quad Q_3 = 11 + \frac{\frac{40 \cdot 3}{4} - (5 + 8 + 16)}{8} \cdot 2 = \frac{45}{4}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 3.$$

Nông trường B: $n = 5 + 10 + 8 + 9 + 6 = 38$.

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{38}{4} - 5}{10} \cdot 2 = \frac{79}{10}, \quad Q_3 = 11 + \frac{\frac{38 \cdot 3}{4} - (5 + 10 + 8)}{9} \cdot 2 = \frac{110}{9}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{389}{90}.$$

Nông trường C: $n = 13 + 9 + 9 + 3 + 9 = 43$.

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{43}{4} - 5}{13} \cdot 2 = \frac{173}{26}, \quad Q_3 = 11 + \frac{\frac{43 \cdot 3}{4} - (13 + 9 + 9)}{3} \cdot 2 = \frac{71}{6}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{202}{39}.$$

Nông trường D: $n = 3 + 12 + 8 + 12 + 4 = 39$.

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{39}{4} - 3}{12} \cdot 2 = \frac{65}{8}, \quad Q_3 = 11 + \frac{\frac{39 \cdot 3}{4} - (3 + 12 + 8)}{12} \cdot 2 = \frac{289}{24}$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{47}{12}.$$

Ta thấy khoảng tứ phân vị của nông trường A là nhỏ nhất nên nếu xét theo khoảng tứ phân vị thì cây bạch đàn giống 1 tháng tuổi ở nông trường A có chiều cao đồng đều nhất.



Câu 12: Thống kê điểm kiểm tra môn Toán giữa kì I của bốn lớp 12 của một trường THPT cho bởi bảng sau:

Điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Lớp 12B1	7	3	15	12	4
Lớp 12B2	5	9	12	11	3
Lớp 12B3	10	10	9	6	1
Lớp 12B4	14	3	15	9	1

Nhà trường muốn đánh giá mức độ “học đều” môn Toán của các lớp. Nếu xét theo khoảng tứ phân vị thì điểm kiểm tra môn Toán giữa kì I của lớp nào đồng đều nhất?

A. Lớp 12B1. **B.** Lớp 12B2. **C.** Lớp 12B3. **D.** Lớp 12B4.

Lời giải

Lớp 12B1: $n = 7 + 3 + 15 + 12 + 4 = 41$

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{41}{4} - (7+3)}{15} \cdot 1 = \frac{421}{60}, \quad Q_3 = 8 + \frac{\frac{41 \cdot 3}{4} - (7+3+15)}{12} \cdot 1 = \frac{407}{48}.$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{117}{80}.$$

Lớp 12B2: $n = 5 + 9 + 12 + 11 + 3 = 40$

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{40}{4} - 5}{9} \cdot 1 = \frac{59}{9}, \quad Q_3 = 8 + \frac{\frac{40 \cdot 3}{4} - (5+9+12)}{11} \cdot 1 = \frac{92}{11}.$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{179}{99}.$$

Lớp 12B3: $n = 10 + 10 + 9 + 6 + 1 = 36$

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{36}{4}}{10} \cdot 1 = \frac{59}{10}, \quad Q_3 = 7 + \frac{\frac{36 \cdot 3}{4} - (10+10)}{9} \cdot 1 = \frac{70}{9}.$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{169}{90}.$$

Lớp 12B4: $n = 14 + 3 + 15 + 9 + 1 = 42$

$$Q_1 = 5 + \frac{\frac{42}{4}}{14} \cdot 1 = \frac{23}{4}, \quad Q_3 = 7 + \frac{\frac{42 \cdot 3}{4} - (14+3)}{15} \cdot 1 = \frac{239}{30}.$$

$$\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{133}{60}.$$

Ta thấy khoảng tứ phân vị của lớp 12B1 nhỏ nhất nên nếu xét theo khoảng tứ phân vị thì điểm kiểm tra môn Toán giữa kì I của lớp 12B1 đồng đều nhất.



PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Tìm hiểu thời gian sử dụng điện thoại trong tuần đầu tháng 6/2024 của kỳ nghỉ hè lớp chủ nhiệm. GVCN thu được kết quả sau:

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30]
Số học sinh	2	6	8	9	3	2

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là 25 .
- b) Nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là [15;20) .
- c) Số trung bình của thống kê là 10 .
- d) Khoảng tứ phân của mẫu số liệu ghép nhóm này lớn hơn 10 .

Lời giải

Thời gian (giờ)	[0;5)	[5;10)	[10;15)	[15;20)	[20;25)	[25;30]
Số học sinh	2	6	8	9	3	2
Giá trị đại diện	2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5

- a) Sai: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $R = 30 - 0 = 30$.
- b) Đúng: Vì $16 < \frac{3n}{4} = \frac{3.30}{4} = \frac{90}{4} = 22,5 < 25$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ 3 là [15;20)
- c) Sai: Thời gian sử dụng điện thoại trung bình của học sinh là

$$\bar{x} = \frac{2.2,5 + 6.7,5 + 8.12,5 + 9.17,5 + 3.22,5 + 2.27,5}{30} = \frac{43}{3} \approx 14,3$$

- d) Sai: Ta có: $\frac{n}{4} = 7,5$; $\frac{n}{2} = 15$; $\frac{3n}{4} = 22,5$
 $Q_1 = 5 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{6} .5 = 9,58$; $Q_3 = 15 + \frac{\frac{90}{4} - 16}{9} .5 = \frac{335}{18} \approx 18,61 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{325}{36} \approx 9,03 < 10$

Câu 2: Thống kê điểm thi khảo sát đầu năm môn Toán của hai lớp 12A và 12B, ta thu được kết quả sau:

Điểm thi	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh lớp 12A	0	2	6	12	10
Số học sinh lớp 12B	2	12	10	6	0

- a) Từ khoảng biến thiên của điểm thi của học sinh hai lớp 12A và 12B, điểm thi khảo sát môn Toán của lớp 12A phân tán hơn của lớp 12B.
- b) Số điểm trung bình môn Toán trong bài khảo sát đầu năm của lớp 12B lớn hơn của lớp 12A.
- c) Khoảng tứ phân của lớp 12A lớn hơn 1.
- d) Khoảng tứ phân vị của lớp 12A lớn hơn so với lớp 12B.

Lời giải



Điểm thi	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]	
Số học sinh lớp 12A	0	2	6	12	10	$n_A = 30$
Số học sinh lớp 12B	2	12	10	5	1	$n_B = 30$
Giá trị đại diện	5,5	6,5	7,5	8,5	9,5	

a) Sai: Khoảng biến thiên của điểm thi của học sinh hai lớp 12A là $R_A = 10 - 6 = 4$.

Khoảng biến thiên của điểm thi của học sinh hai lớp 12B là $R_B = 10 - 5 = 5$.

Vì $R_B > R_A$ nên điểm thi khảo sát môn Toán của lớp 12B phân tán hơn của lớp 12A.

b) Sai: Điểm trung bình môn Toán trong kỳ khảo sát của lớp 12A là :

$$\bar{x}_A = \frac{2.6,5 + 6.7,5 + 12.8,5 + 10.9,5}{30} = \frac{17}{2} = 8,5$$

Số điểm trung bình môn Toán trong kỳ khảo sát của lớp 12B là :

$$\bar{x}_B = \frac{2.5,5 + 12.6,5 + 10.7,5 + 5.8,5 + 1.9,5}{30} = \frac{36}{5} = 7,2$$

Vì $\bar{x}_A > \bar{x}_B$ nên số điểm trung bình môn Toán trong kỳ kiểm tra đánh giá của lớp 12A lớn hơn của lớp 12B.

c) Đúng: Lớp A có ta có: $\frac{n}{4} = 7,5$; $\frac{n}{2} = 15$; $\frac{3n}{4} = 22,5$

$$Q_1 = 7 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{8} \cdot 1 = \frac{123}{16} \approx 7,69; Q_3 = 9 + \frac{\frac{90}{4} - 20}{30} \cdot 1 = \frac{109}{12} \approx 9,08 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{325}{36} \approx 1,34$$

d) Đúng: Lớp B có ta có: $\frac{n}{4} = 7,5$; $\frac{n}{2} = 15$; $\frac{3n}{4} = 22,5$

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{30}{4} - 2}{14} \cdot 1 = \frac{179}{28} \approx 6,39; Q_3 = 7 + \frac{\frac{90}{4} - 14}{24} \cdot 1 = \frac{353}{48} \approx 7,35 \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{323}{336} \approx 0,96$$

Câu 3: Thống kê lương mới từ 01/07/2024 của giáo viên hạng III của một trường THPT thu được kết quả sau:

Lương (triệu)	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12]
Số lượng GV	6	20	30	5

a) Trong thống kê số lượng giáo viên có mức lương cao nhất có số lượng thấp nhất.

b) Lương trung bình của giáo viên hạng III trong thống kê là 10.

c) Nhóm tứ phân vị thứ hai của thống kê là nhóm [6;8).

c) Khoảng tứ phân vị thống kê là nhỏ hơn 1

Lời giải



Lương (triệu)	[4; 6)	[6; 8)	[8; 10)	[10; 12]
Số lượng GV	6	20	30	5
Giá trị đại diện	5	7	9	11

- a) Đúng: Trong thống kê số lượng giáo viên có mức lương cao nhất có số lượng thấp nhất
b) Sai: Lương trung bình của giáo viên hạng III trong thống kê là 8,11:

$$\bar{x} = \frac{5.6 + 7.20 + 9.30 + 11.5}{61} = \frac{495}{61} \approx 8,11$$

- c) Sai: Ta có: $\frac{n}{2} = \frac{61}{2} = 30,5$ nên nhóm chứa tứ phân vị thứ 2 của thống kê là [8;10).

- d) Đúng: Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{61}{4} = 15,25$; $\frac{3n}{4} = \frac{3.61}{4} = \frac{138}{4} \approx 45,75$

$$Q_1 = 6 + \frac{\frac{61}{4} - 6}{26} \cdot 2 = \frac{439}{52}; Q_3 = 8 + \frac{3 \cdot \frac{61}{4} - 26}{56} \cdot 2 = \frac{975}{112} \Rightarrow \Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{383}{1456} \approx 0,26.$$

Câu 4: Cho bảng số liệu bên dưới.

Nhóm	[54; 55)	[55; 56)	[56; 57)	[57; 58)	[58; 59)	Tổng tần số
Tần số	52	58	57	50	43	260

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu $R = 5$.
b) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $Q_1 = 57,56$.
c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $Q_3 = 56,35$.
d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu $\Delta_Q = 2,34$.

Lời giải

- a) Đúng: Từ mẫu số liệu bằng trên ta có khoảng biến thiên của mẫu số liệu $R = 5$
Ta có $n = 260 \Rightarrow \frac{n}{4} = 65$ suy ra nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là nhóm [55;56).

- b) Sai: Áp dụng công thức $Q_i = u_m + \frac{\frac{in}{4} - C}{n_m} (u_{m+1} - u_m)$

$$\Rightarrow Q_1 = a_2 + \frac{\frac{n}{4} - m_1}{m_2} \cdot (a_3 - a_2) = 55 + \frac{65 - 52}{58} \cdot 1 = 55,22.$$

- c) Sai: Ta có $\frac{3n}{4} = 195$ suy ra nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là nhóm [57;58).

$$\Rightarrow Q_3 = a_4 + \frac{\frac{3n}{4} - (m_1 + m_2 + m_3)}{m_4} \cdot (a_5 - a_4) = 57 + \frac{195 - 167}{50} \cdot (58 - 57) = 57,56.$$

- d) Đúng: Suy ra khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 2,34$.

**PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn**

Câu 1: Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường.

Cân nặng (g)	[250;290)	[290;330)	[330;370)	[370;410)	[410;450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 50$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{50}$ là mẫu số liệu gốc gồm cân nặng của 50 quả xoài được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1, x_2, x_3 \in [250;290)$; $x_4, \dots, x_{16} \in [290;330)$; $x_{17}, \dots, x_{34} \in [330;370)$;

$x_{35}, \dots, x_{45} \in [370;410)$; $x_{46}, \dots, x_{50} \in [410;450)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_{13} \in [290;330)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu

số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 290 + \frac{\frac{50}{4} - 3}{13} \cdot (330 - 290) = \frac{4150}{13}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{38} \in [370;410)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số

liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 370 + \frac{\frac{3 \cdot 50}{4} - (3 + 13 + 18)}{11} \cdot (410 - 370) = \frac{4210}{11}$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = \frac{4210}{11} - \frac{4150}{13} = \frac{9080}{143} \approx 63,5$.

Câu 2: Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

Thời gian (phút)	[15;18)	[18;21)	[21;24)	[24;27)	[27;30)	[30;33)
Số lượt	22	38	27	8	4	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Cỡ mẫu $n = 100$.

Gọi $x_1; x_2; \dots; x_{100}$ là mẫu số liệu gốc gồm thời gian 100 lần đi xe buýt của ông Thắng.

Ta có: $x_1, \dots, x_{22} \in [15;18)$; $x_{23}, \dots, x_{60} \in [18;21)$; $x_{61}, \dots, x_{87} \in [21;24)$; $x_{88}, \dots, x_{95} \in [24;27)$;

$x_{96}, \dots, x_{99} \in [27;30)$; $x_{100} \in [30;33)$.



Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{25} + x_{26}) \in [18; 21)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 18 + \frac{\frac{100}{4} - 22}{38} \cdot (21 - 18) = \frac{693}{38}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{75} + x_{76}) \in [21; 24)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 21 + \frac{\frac{3 \cdot 100}{4} - (22 + 38)}{27} \cdot (24 - 21) = \frac{68}{3}$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = \frac{68}{3} - \frac{693}{38} = \frac{505}{114} \approx 4,43$.

Câu 3: Giả sử kết quả khảo sát ở khu vực A độ tuổi kết hôn của một số phụ nữ vừa lập gia đình được cho ở bảng sau:

Tuổi kết hôn	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)
Số phụ nữ khu vực A	10	27	31	25	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với khu vực A bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải

Ta có $Q_1 = 22 + \frac{\frac{100}{4} - 10}{27} \cdot (25 - 22) = \frac{71}{3}$ và $Q_3 = 28 + \frac{3 \cdot \frac{100}{4} - (10 + 27 + 31)}{25} \cdot (31 - 28) = \frac{721}{25}$.

Khoảng tứ phân vị là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{388}{75} \approx 5,17$.

Câu 4: Điểm kiểm tra giữa học kì 1 của một nhóm học sinh được thống kê như bảng dưới:

Khoảng điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10]
Số học sinh	3	5	10	6	2

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 26$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{26}$ là mẫu số liệu gốc được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, x_2, x_3 \in [5;6)$, $x_4, \dots, x_8 \in [6;7)$, $x_9, \dots, x_{18} \in [7;8)$, $x_{19}, \dots, x_{24} \in [8;9)$, $x_{25}, x_{26} \in [9;10]$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $x_7 \in [6;7)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của mẫu số

liệu ghép nhóm là $Q_1 = 6 + \frac{\frac{26}{4} - 3}{5} \cdot (7 - 6) = 6,7$.



Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{20} \in [8;9)$.

Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 8 + \frac{\frac{3 \times 26}{4} - 18}{6} \cdot (9 - 8) = 8,25$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 8,25 - 6,7 = 1,55$.

Câu 5: Khảo sát thời gian tập thể dục trong ngày của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0; 20)$	$[20; 40)$	$[40; 60)$	$[60; 80)$	$[80; 100)$
Số học sinh	4	8	12	10	6

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

Lời giải

Cỡ mẫu: $n = 40$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{40}$ là mẫu số liệu gốc được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_4 \in [0; 20)$, $x_5, \dots, x_{12} \in [20; 40)$, $x_{13}, \dots, x_{24} \in [40; 60)$, $x_{25}, \dots, x_{34} \in [60; 80)$
 $x_{35}, \dots, x_{40} \in [80; 100)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{10} + x_{11}}{2} \in [20; 40)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của

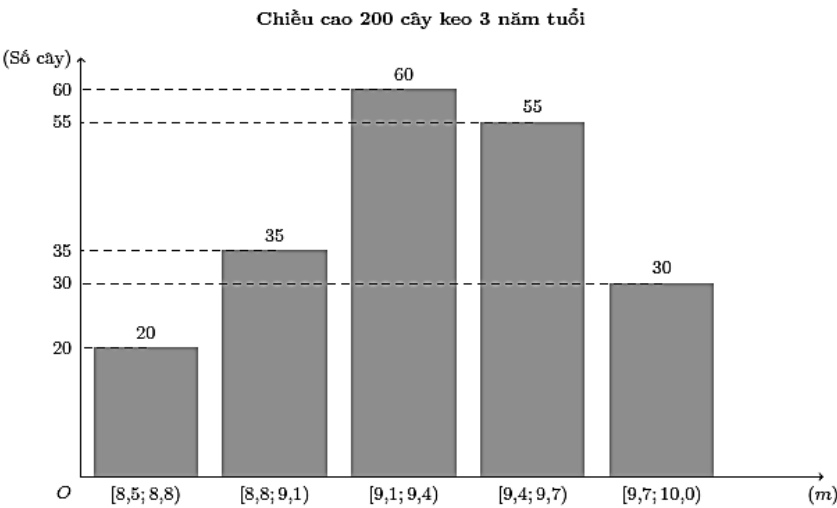
mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 20 + \frac{\frac{40}{4} - 4}{8} \cdot (40 - 20) = 35$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{30} + x_{31}}{2} \in [60; 80)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của mẫu

số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \times 40}{4} - 24}{10} \cdot (80 - 20) = 72$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 72 - 35 = 37$.

Câu 6: Kết quả đo chiều cao của 200 cây keo 3 năm tuổi ở một nông trường được biểu diễn ở biểu đồ dưới đây



Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)



Lời giải

Từ biểu đồ ta có mẫu số liệu ghép nhóm như sau:

Chiều cao (m)	[8,5; 8,8)	[8,8; 9,1)	[9,1; 9,4)	[9,4; 9,7)	[9,7; 10,0)
Số cây	20	35	60	55	30

Cỡ mẫu: $n = 200$.

Gọi $x_1, x_2, \dots, x_{200}$ là mẫu số liệu gốc được sắp xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có $x_1, \dots, x_{20} \in [8,5; 8,8)$, $x_{21}, \dots, x_{55} \in [8,8; 9,1)$, $x_{56}, \dots, x_{115} \in [9,1; 9,4)$,

$x_{116}, \dots, x_{170} \in [9,4; 9,7)$, $x_{171}, \dots, x_{200} \in [9,7; 10,0)$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{50} + x_{11}}{2} \in [8,8; 9,1)$. Do đó tứ phân vị thứ nhất của

mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 8,8 + \frac{\frac{200}{4} - 20}{35} \cdot (9,1 - 8,8) = \frac{317}{35}$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{x_{150} + x_{151}}{2} \in [9,4; 9,7)$. Do đó tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_3 = 9,4 + \frac{\frac{3 \cdot 200}{4} - 115}{55} \cdot (9,7 - 9,4) = \frac{211}{22}$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = \frac{211}{22} - \frac{317}{35} = \frac{411}{770} \approx 0,53$.

-----HẾT-----





BÀI 02. PHƯƠNG SAI VÀ ĐỘ LỆCH CHUẨN - ĐỀ SỐ 02

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Một mẫu số liệu ghép nhóm có độ lệch chuẩn bằng 3 thì có phương sai bằng:

- A. $s^2 = \sqrt{3}$. B. $s^2 = 3$. C. $s^2 = 9$. D. $s^2 = 6$.

Lời giải

Phương sai: $s^2 = 9$.

Câu 2: Một mẫu số liệu ghép nhóm có phương sai bằng 25 thì có độ lệch chuẩn bằng:

- A. 4. B. 5. C. 256. D. 50.

Lời giải

Ta có độ lệch chuẩn bằng căn bậc hai số học của phương sai nên $s = 5$.

Câu 3: Khảo sát thời gian chơi thể thao trong một ngày của 42 học sinh được cho trong bảng sau (thời gian đơn vị phút):

Thời gian (phút)	[0;20)	[20;40)	[40;60)	[60;80)	[80;100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là

- A. 598. B. 597. C. 2477,1. D. 256,2.

Lời giải

Trung bình thời gian chơi thể thao trong một ngày của một học sinh là:

$$\bar{x} = \frac{10.5 + 30.9 + 50.12 + 70.10 + 90.6}{42} = \frac{360}{7} = 51,42857143$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{5.10^2 + 9.30^2 + 12.50^2 + 10.70^2 + 6.90^2}{42} - \left(\frac{360}{7}\right)^2 = \frac{29300}{49} = 597,9591837 \approx 598$$

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là $S^2 \approx 598$

Câu 4: Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất nằm trong khoảng



A. (17;19).

B. (20;21).

C. (19;20).

D. (23;25).

Lời giải

Nhiệt độ trung bình trong một ngày là:

$$\bar{x} = \frac{20,5.5 + 23,5.7 + 26,5.8 + 29,5.16 + 32,5.12 + 35,5.7}{55} = 28,9$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$S^2 = \frac{20,5^2.5 + 23,5^2.7 + 26,5^2.8 + 29,5^2.16 + 32,5^2.12 + 35,5^2.7}{55} - 28,9^2 = 19,44$$

Phương sai của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất là $S^2 = 19,4$ **Câu 5:** Khối lượng của 30 củ khoai tây được cho trong bảng sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu được làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai là

A. 11.

B. 10,95.

C. 10,94.

D. 10,96.

Lời giải

Trọng lượng trung bình của một củ khoai là: $\bar{x} = \frac{75.3 + 85.6 + 95.12 + 105.6 + 115.3}{30} = 95$

Phương sai là $S^2 = \frac{75^2.3 + 85^2.6 + 95^2.12 + 105^2.6 + 115^2.3}{30} - 95^2 = 120$

Độ lệch chuẩn là: $S = \sqrt{S^2} = \sqrt{120} \approx 10,95$

Câu 6: Thời gian truy cập Internet mỗi buổi tối (đơn vị: phút) của một số học sinh được thống kê ở bảng sau:

Thời gian	[10,5; 12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là:

A. $s^2 \approx 4,87$.B. $s^2 \approx 2,87$.C. $s^2 \approx 1,87$.D. $s^2 \approx 3,87$.**Lời giải**

Ta viết lại bảng ở đề bài như sau:

Thời gian	[10,5; 12,5)	[12,5; 14,5)	[14,5; 16,5)	[16,5; 18,5)	[18,5; 20,5)	
Giá trị đại diện	11,5	13,5	15,5	17,5	19,5	
Số học sinh	3	12	15	24	2	$n = 56$



Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh là: $\bar{x} = \frac{3.11,5 + 12.13,5 + 15.15,5 + 24.17,5 + 2.19,5}{56} \approx 15,86$ (phút)

Vậy phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm biểu thị số phút truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh là:

$$s^2 = \frac{1}{56} \left[3.(11,5 - 15,86)^2 + 12.(13,5 - 15,86)^2 + 15.(15,5 - 15,86)^2 + 24.(17,5 - 15,86)^2 + 2.(19,5 - 15,86)^2 \right] \approx 3,87$$

Câu 7: Số tiết tự học tại nhà trong 1 tuần (tiết/tuần) của 20 học sinh lớp 10 trường THPT A được ghi lại như sau:

9 15 11 12 16 12 10 14 14 15 16 13 16 8 9 11 10 12 18 18

Độ lệch chuẩn là

- A. $s = 2,49$ B. $s = 2,99$ C. $s = 2,94$ D. $s = 2,90$.

Lời giải

Ta có: $\bar{x} = \frac{9+15+\dots+18}{20} = 12,95$ nên phương sai: $s^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_{20} - \bar{x})^2}{20} = 8,6475$.

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} = 2,94$

Câu 8: Có 100 học sinh tham dự kì thi học sinh giỏi Hóa (thang điểm 20) và có kết quả như sau:

Điểm	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
Tần số	1	1	3	5	8	13	19	24	14	10	2

Phương sai của mẫu số liệu là:

- A. $s^2 = 1,99$ B. $s^2 = 3,96$ C. $s^2 = 15,68$ D. $s^2 = 2,15$.

Lời giải

Ta có: $\bar{x} = \frac{m_1x_1 + m_2x_2 + \dots + m_{11}x_{11}}{n} = 15,23$

Phương sai: $s^2 = \frac{m_1(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_{11}(x_{11} - \bar{x})^2}{n} = 3,9571$

Câu 9: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần tập luyện giải khối rubik 3×3 , bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik (giây)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	[16;18)
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 5,98. B. 6. C. 2,44. D. 2,5.

Lời giải

Giá trị đại diện	9	11	13	15	17
Số lần	4	6	8	4	3



$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{4.9 + 6.11 + 8.13 + 4.15 + 3.17}{25} = 12,68$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{\frac{4.9^2 + 6.11^2 + 8.13^2 + 4.15^2 + 3.17^2}{25} - 12,68^2} \approx 5,98$$

Câu 10: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. 31,25. B. 31,26. C. 5,4. **D. 5,6.**

Lời giải

$$\text{Số trung bình: } \bar{x} = \frac{6.22,5 + 6.27,5 + 4.32,5 + 37,5 + 42,5}{18} \approx 28,33$$

$$\text{Phương sai: } S^2 = \frac{6.22,5^2 + 6.27,5^2 + 4.32,5^2 + 37,5^2 + 42,5^2}{18} - 28,33^2 = 31,25$$

$$\text{Độ lệch chuẩn: } \sigma = \sqrt{31,25} \approx 5,6.$$

Câu 11: Bộ phận kiểm tra chất lượng sản phẩm dùng máy đo (chính xác đến 0,001mm) độ dày của một chi tiết máy. Kết quả đo một số sản phẩm được thống kê trong bảng sau:

Độ dày (mm)	[18;19)	[19;20)	[20;21)	[21;22)	[22;23)
Tần số	3	7	23	25	2

Nhận xét nào sau đây **sai**?

- A.** Độ lệch chuẩn của mẫu lớn hơn 2.
B. Số trung bình của mẫu số liệu gần bằng với 20,77.
C. Độ dày của chi tiết máy không bị sai lệch nhiều.
D. Cỡ mẫu của mẫu số liệu là 60.

Lời giải

Ta có cỡ mẫu $n = 60$.

Số trung bình của mẫu số liệu là

$$\bar{x} = \frac{3.18,5 + 7.19,5 + 23.20,5 + 25.21,5 + 2.22,5}{60} = \frac{623}{30} \approx 20,77.$$

Phương sai của mẫu số liệu là

$$S^2 = \frac{1}{60} (3 \cdot 18,5^2 + 7 \cdot 19,5^2 + 23 \cdot 20,5^2 + 25 \cdot 21,5^2 + 2 \cdot 22,5^2) - \left(\frac{623}{30} \right)^2 = \frac{179}{225}.$$

$$\text{Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu là } S = \sqrt{\frac{179}{225}} = \frac{\sqrt{179}}{15} \approx 0,89.$$



Câu 12: Người ta ghi lại tiền lãi (đơn vị: triệu đồng) của một số nhà đầu tư (với số tiền đầu tư như nhau), khi đầu tư vào hai lĩnh vực A, B cho kết quả như sau:

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Người ta có thể dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro đầu tư các lĩnh vực có giá trị trung bình tiền lãi gần bằng nhau. Lĩnh vực nào có phương sai, độ lệch chuẩn tiền lãi cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Theo quan điểm trên, độ rủi ro của cổ phiếu nào cao hơn?

- A. Lĩnh vực A có độ rủi ro bằng lĩnh vực B .
 B. Lĩnh vực A có độ rủi ro cao hơn lĩnh vực B .
C. Lĩnh vực A có độ rủi ro thấp hơn lĩnh vực B .
 D. Không so sánh được.

Lời giải

Lĩnh vực A

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực A	2	5	8	6	4

Lĩnh vực B

Tiền lãi	[5; 10)	[10; 15)	[15; 20)	[20; 25)	[25; 30)
Giá trị đại diện	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5
Số nhà đầu tư vào lĩnh vực B	8	4	2	5	6

Giá trị trung bình của hai lĩnh vực A và B là

$$\bar{x}_A = \frac{1}{25} \cdot (2 \cdot 7,5 + 5 \cdot 12,5 + 8 \cdot 17,5 + 6 \cdot 22,5 + 4 \cdot 27,5) = 18,5$$

$$\bar{x}_B = \frac{1}{25} \cdot (8 \cdot 7,5 + 4 \cdot 12,5 + 2 \cdot 17,5 + 5 \cdot 22,5 + 6 \cdot 27,5) = 16,9$$

Về độ trung bình đầu tư vào lĩnh vực A lãi hơn lĩnh vực B .

Độ lệch chuẩn của hai lĩnh vực A và B là

$$s_A = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot (2 \cdot 7,5^2 + 5 \cdot 12,5^2 + 8 \cdot 17,5^2 + 6 \cdot 22,5^2 + 4 \cdot 27,5^2) - 18,5^2} = 5,8$$

$$s_B = \sqrt{\frac{1}{25} \cdot (8 \cdot 7,5^2 + 4 \cdot 12,5^2 + 2 \cdot 17,5^2 + 5 \cdot 22,5^2 + 6 \cdot 27,5^2) - 16,9^2} = 8,04.$$

Như vậy độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thu tiền được hàng tháng khi đầu tư vào lĩnh vực B cao hơn lĩnh vực A nên đầu tư vào lĩnh vực B rủi ro hơn.

**PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.****Câu 1:** Cho mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây như bảng dưới đây:

Nhóm	[40;45)	[45;50)	[50;55)	[55;60)	[60;65)	[65;70)	
Tần số	5	10	7	9	7	4	$n = 42$

Xét tính đúng sai của các khẳng định a) Nhóm [45;50) có tần số tích lũy là 15.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 30.

c) Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{3n}{4}$ là nhóm [55;60).d) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $Q_3 > 61$.**Lời giải**a) Đúng: Nhóm [45;50) có tần số tích lũy là $5 + 10 = 15$.b) Đúng: Khoảng biến thiên là $70 - 40 = 30$.c) Sai: Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{2} = 31,5$ là nhóm [60;65).

d) Sai: Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng $\frac{n}{2} = 31,5$ là nhóm [60;65). Đầu mút trái, độ dài và tần số của nhóm [60;65) lần lượt là $s = 60; h = 5; n_2 = 7$. Tần số tích lũy của nhóm liền trước là $cf_4 = 31$ nên tứ phân vị thứ ba là $Q_1 = 60 + \left(\frac{31,5 - 31}{7}\right) \cdot 5 \approx 60,36$.

Câu 2: Thống kê thời gian dùng Facebook trong một ngày của các bạn trong Lớp 12C1 được kết quả ghép nhóm như sau:

Thời gian dùng (phút)	[0;10)	[10;20)	[20;30)	[30;40)
Số bạn	15	10	5	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Giá trị đại diện của nhóm thứ nhất theo chiều từ trái sang phải là 5.

b) Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C1 là 12.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên gần bằng 251.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 15.

Lời giảiCỡ của mẫu số liệu là: $n = 15 + 10 + 5 + 2 = 32$.

a) Đúng: Giá trị đại diện của nhóm thứ I, II, III, IV theo chiều từ trái sang phải lần lượt là:

$$x_1 = \frac{0+10}{2} = 5, \quad x_2 = \frac{10+20}{2} = 15, \quad x_3 = \frac{20+30}{2} = 25, \quad x_4 = \frac{30+40}{2} = 35.$$



b) Sai: Thời gian trung bình dùng Facebook của mỗi bạn trong lớp 12C1 là:

$$\bar{x} = \frac{1}{32}(15.5 + 10.15 + 5.25 + 2.35) = 13,125.$$

c) Đúng: Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$s^2 = \frac{1}{32}[15.(5)^2 + 10.(15)^2 + 5.(25)^2 + 2.(35)^2] - (13,125)^2 \approx 251.$$

d) Sai: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là: $s = \sqrt{s^2} \approx \sqrt{251} \approx 15,8$.

Câu 3: Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau:

Tuổi thọ	[14;15)	[15;16)	[16;17)	[17;18)	[18;19)
Số con hổ	1	3	8	6	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Giá trị đại diện của nhóm [15;16) là 15,5.

b) Số trung bình của mẫu số liệu trên là 16,25.

c) Phương sai của mẫu số liệu trên là 0,9875.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $\frac{\sqrt{395}}{20}$.

Lời giải

a) Đúng: Giá trị đại diện của nhóm [15;16) là $\frac{15+16}{2} = 15,5$

b) Sai: Số trung bình của mẫu số liệu trên là

$$\bar{x} = \frac{14,5.1 + 15,5.3 + 16,5.8 + 17,5.6 + 18,5.2}{20} = 16,75$$

c) Đúng: Phương sai của mẫu số liệu trên là

$$s^2 = \frac{1.(14,5 - 16,75)^2 + 3.(15,5 - 16,75)^2 + 8.(16,5 - 16,75)^2 + 6.(17,5 - 16,75)^2 + 2.(18,5 - 16,75)^2}{20} = 0,9875$$

d) Đúng: Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $s = \sqrt{s^2} = \sqrt{0,9875} = \frac{\sqrt{395}}{20}$.

Câu 4: Khối lượng của 30 củ khoai tây được thu hoạch ở một nông trại được thống kê như bảng sau:



Lớp khối lượng (gam)	Giá trị đại diện	Tần số	Tần số tích lũy
[70;80)	75	3	3
[80;90)	85	6	9
[90;100)	95	12	21
[100;110)	105	6	27
[110;120)	115	3	30
		$n = 30$	

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 50.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 10.
- Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 90.
- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là 120.

Lời giải

a) Đúng: Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $R = 120 - 70 = 50$.

b) Sai: Số phần tử của mẫu là $n = 30$.

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{30}{4} = 7,5$ mà $3 < 7,5 < 9$. Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 7,5. Xét nhóm 2 là nhóm $[80;90)$ có $s = 80; h = 10; n_2 = 6$ và nhóm 1 là nhóm $[70;80)$ có $cf_1 = 3$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ nhất là: $Q_1 = 80 + \left(\frac{7,5 - 3}{6} \right) \cdot 10 = 87,5 (\text{gam})$

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 30}{4} = 22,5$ mà $21 < 22,5 < 27$. Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 22,5.

Xét nhóm 4 là nhóm $[100;110)$ có $t = 100; l = 10; n_4 = 6$ và nhóm 3 là nhóm $[90;100)$ có $cf_3 = 21$.

Áp dụng công thức, ta có tứ phân vị thứ ba là: $Q_3 = 100 + \left(\frac{22,5 - 21}{6} \right) \cdot 10 = 102,5 (\text{gam})$

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là: $\Delta Q = Q_3 - Q_1 = 102,5 - 87,5 = 15$.

c) Sai: Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm

$$\bar{x} = \frac{3 \cdot 75 + 6 \cdot 85 + 12 \cdot 95 + 6 \cdot 105 + 3 \cdot 115}{30} = 95 (\text{gam})$$

d) Đúng: Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:



$$s^2 = \frac{1}{30} \left[3 \cdot (75 - 95)^2 + 6 \cdot (85 - 95)^2 + 12 \cdot (95 - 95)^2 + 6 \cdot (105 - 95)^2 + 3 \cdot (115 - 95)^2 \right] = 120.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là một số thập phân xấp xỉ có dạng $\overline{a,b77}$. Tính $a + b$.

Lời giải

Ta có bảng sau:

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Giá trị đại diện	19,25	19,75	20,25	20,75	21,25
Tần số	13	45	24	12	6

Cỡ mẫu là $n = 13 + 45 + 24 + 12 + 6 = 100$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{13 \cdot 19,25 + 45 \cdot 19,75 + 24 \cdot 20,25 + 12 \cdot 20,75 + 6 \cdot 21,25}{100} = 20,015$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{100} \left[13 \cdot (19,25 - 20,015)^2 + 45 \cdot (19,75 - 20,015)^2 + 24 \cdot (20,25 - 20,015)^2 + 12 \cdot (20,75 - 20,015)^2 + 6 \cdot (21,25 - 20,015)^2 \right] \approx 0,277.$$

Suy ra $a = 0; b = 2 \Rightarrow a + b = 2$.

Câu 2: Sau khi điều tra về cân nặng của 40 học sinh trong lớp 12A ở một trường THPT X thu được kết quả trong mẫu ghép nhóm sau:

Nhóm	Tần số
[30; 40)	2
[40; 50)	10
[50; 60)	16
[60; 70)	8
[70; 80)	2
[80; 90)	2
	$n = 40$

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần chục).

Lời giải



Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[30; 40)	35	2
[40; 50)	45	10
[50; 60)	55	16
[60; 70)	65	8
[70; 80)	75	2
[80; 90)	85	2
		$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\bar{x} = \frac{35 \cdot 2 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 16 + 65 \cdot 8 + 75 \cdot 2 + 85 \cdot 2}{40} = 56$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$s = \sqrt{\frac{1}{40} [2 \cdot (35 - 56)^2 + 10 \cdot (45 - 56)^2 + 16 \cdot (55 - 56)^2 + 8 \cdot (65 - 56)^2 + 2 \cdot (75 - 56)^2 + 2 \cdot (85 - 56)^2]} = 11,4$$

Câu 3: Khối lượng (đơn vị kg) của 20 con cá được cho bởi bảng sau đây

Lớp khối lượng (kg)	[0, 6; 0, 8)	[0, 8; 1, 0)	[1, 0; 1, 2)	[1, 2; 1, 4)	n
Giá trị đại diện	0, 7	0, 9	1, 1	1, 3	
Tần số	4	6	6	4	20

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu.

Lời giải

Ta có: $\bar{x} = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + \dots + m_4 x_4}{n} \approx 1$

Phương sai: $s^2 = \frac{m_1 (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + m_4 (x_4 - \bar{x})^2}{n} \approx 0,042$

Độ lệch chuẩn: $s = \sqrt{s^2} \approx 0,205$.

Câu 4: Trong bài thực hành đo hiệu điện thế của mạch điện, bạn Minh tiến hành đo 12 lần, kết quả như sau:

Hiệu điện thế đo được (V)	[3, 85; 3, 90)	[3, 90; 3, 95)	[3, 95; 4, 00)	[4, 00; 4, 05)
Số lần đo	2	3	5	2

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến chữ số thập phân thứ ba).

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	3, 875	3, 925	3, 975	4, 025
Số lần đo	2	3	5	2



Hiệu điện thế trung bình của mạch điện là

$$\bar{x} = \frac{1}{12}(2.3,875 + 3.3,925 + 5.3,975 + 2.4,025) \approx 3,954(\text{V}).$$

Độ lệch chuẩn của hiệu điện thế của mạch điện là

$$s = \sqrt{\frac{1}{12}(2.3,875^2 + 3.3,925^2 + 5.3,975^2 + 2.4,025^2) - 3,954^2} \approx 0,05.$$

Câu 5: Thời gian chạy tập luyện cự li 100 mét của một vận động viên được cho trong bảng sau:

Thời gian (giây)	[10;10,4)	[10,4;10,8)	[10,8;11,2)	[11,2;11,6)	[11,6;12,0)
Số lần chạy	3	8	6	2	1

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên.

Lời giải

Chọn giá trị đại diện cho nhóm số liệu ta có:

Giá trị đại diện	10,2	10,6	11	11,4	11,8
Số lần chạy	3	8	6	2	1

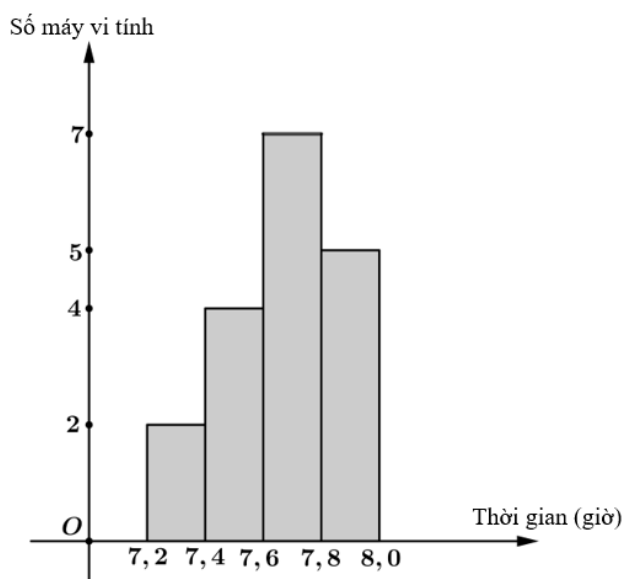
Thời gian trung bình mỗi lần chạy của vận động viên trên là

$$\bar{x} = \frac{1}{20}(3.10,2 + 8.10,6 + 6.11 + 2.11,4 + 1.11,8) = 10,8 \text{ (giây)}.$$

Phương sai của thời gian chạy của vận động viên trên là:

$$s^2 = \frac{1}{20}(3.10,2^2 + 8.10,6^2 + 6.11^2 + 2.11,4^2 + 1.11,8^2) - 10,8^2 = 0,17.$$

Câu 6: Kết quả khảo sát thời gian sử dụng liên tục (đơn vị: giờ) từ lúc sạc đầy cho đến khi hết của pin một số máy vi tính cùng loại được mô tả bằng biểu đồ bên.



Xác định phương sai của thời gian sử dụng pin (làm tròn đến hàng trăm).

Lời giải

Từ biểu đồ, ta có bảng thống kê sau:



Thời gian (giờ)	[7,2; 7,4)	[7,4; 7,6)	[7,6; 7,8)	[7,8; 8,0)
Giá trị đại diện	7,3	7,5	7,7	7,9
Số máy vi tính	2	4	7	5

Cỡ mẫu là $n = 2 + 4 + 7 + 5 = 18$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\bar{x} = \frac{2.7,3 + 4.7,5 + 7.7,7 + 5.7,9}{18} = \frac{23}{3}$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S^2 = \frac{1}{18} \left[2. \left(7,3 - \frac{23}{3} \right)^2 + 4. \left(7,5 - \frac{23}{3} \right)^2 + 7. \left(7,7 - \frac{23}{3} \right)^2 + 5. \left(7,9 - \frac{23}{3} \right)^2 \right] \approx 0,03.$$

-----HẾT-----



**ĐỀ KHẢO SÁT CHẤT LƯỢNG CHƯƠNG THỐNG KÊ**

(Đề thi gồm: 12 câu trắc nghiệm, 04 câu đúng-sai, 06 câu trả lời ngắn)

Biên soạn theo chương trình GDPT 2018 của BGD

Thời gian làm bài: 90 phút

Đề kiểm tra theo bài chuyên đề các số đặc trưng đo mức độ phân tán của mẫu số liệu

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.**Câu 1:** Thời gian (phút) truy cập internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5;12,5)	[12,5;15,5)	[15,5;18,5)	[18,5;21,5)	[21,5;24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

A. 15.**B.** 22.**C.** 3.**D.** 17.**Lời giải**Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là $R = 24,5 - 9,5 = 15$ **Câu 2:** Bảng số liệu ghép nhóm sau cho biết chiều cao (cm) của 30 học sinh lớp 12A:

Khoảng chiều cao (cm)	[145;150)	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)
Số học sinh	2	5	5	8	10

Tần số nhóm [165;170) của mẫu số liệu trên là

A. 8.**B.** 2.**C.** 5.**D.** 10.**Lời giải**

Ta có số học sinh có chiều cao trong nhóm [165;170) là 10 nên tần số nhóm [165;170) của mẫu số liệu trên là 10.

Câu 3: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Nhóm	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm tần số tích lũy của nhóm [10;12).

A. 6.**B.** 14.**C.** 18.**D.** 38.**Lời giải**Tần số tích lũy của nhóm [10;12) là $cf_3 = n_1 + n_2 + n_3 = 6 + 14 + 18 = 38$.**Câu 4:** Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Nhóm	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm)



A. 9,12.

B. 8,93.

C. 8,81.

D. 8,96.

Lời giải

Ta có: $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$.

Nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 12.5.

Xét nhóm 2 là nhóm $[8;10)$ có đầu mút trái $s = 8$, độ dài $h = 2$, tần số $n_2 = 14$ và tần số tích lũy của nhóm 1 là $cf_1 = 6$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = s + \left(\frac{12.5 - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 8 + \left(\frac{12.5 - 6}{14} \right) \cdot 2 \approx 8.93 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 5: Thống kê cân nặng của học sinh lớp 11A cho trong bảng dưới đây:

Cân nặng	$[40,5; 45,5)$	$[45,5; 50,5)$	$[50,5; 55,5)$	$[55,5; 60,5)$	$[60,5; 65,5)$	$[65,5; 70,5)$
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tính cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A?

A. 50,1.

B. 52,83.

C. 50,81.

D. 51,81.

Lời giải

Trong mỗi khoảng cân nặng, giá trị đại diện là trung bình cộng của giá trị hai đầu mút nên ta có bảng sau:

Cân nặng (kg)	43	48	53	58	63	68
Số học sinh	10	7	16	4	2	3

Tổng số học sinh là $n = 42$.

Cân nặng trung bình của học sinh lớp 11A là:

$$\bar{x} = \frac{10.43 + 7.48 + 16.53 + 4.58 + 2.63 + 3.68}{42} \approx 51,81 \text{ kg}.$$

Câu 6: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Nhóm	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 11,45.

B. 11,67.

C. 12,12.

D. 11,94.

Lời giải

Ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3.50}{4} = 37.5$.

Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 37.5.

Xét nhóm 3 là nhóm $[10;12)$ có đầu mút trái $s = 10$, độ dài $h = 2$, tần số $n_3 = 18$ và tần số tích lũy của nhóm 2 là $cf_2 = n_1 + n_2 = 6 + 14 = 20$.



Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = s + \left(\frac{37.5 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 10 + \left(\frac{37.5 - 20}{18} \right) \cdot 2 \approx 11.94 \text{ (triệu đồng)}.$$

Câu 7: Mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của một công ty (đơn vị: triệu đồng) được cho trong bảng dưới đây:

Nhóm	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)	
Tần số	6	14	18	10	2	$n = 50$

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm (làm tròn đến hàng phần trăm).

A. 3.01.

B. 3.15.

C. 3.34.

D. 2.96.

Lời giải

Tìm tứ phân vị thứ nhất ta có: $\frac{n}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$.

Nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 12.5.

Xét nhóm 2 là nhóm [8;10) có đầu mút trái $s = 8$, độ dài $h = 2$, tần số $n_2 = 14$ và tần số tích lũy của nhóm 1 là $cf_1 = 6$.

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_1 = s + \left(\frac{12.5 - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 8 + \left(\frac{12.5 - 6}{14} \right) \cdot 2 \approx 8.93 \text{ (triệu đồng)}.$$

Tìm tứ phân vị thứ ba ta có: $\frac{3n}{4} = \frac{3 \cdot 50}{4} = 37.5$.

Nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn 37.5.

Xét nhóm 3 là nhóm [10;12) có đầu mút trái $s = 10$, độ dài $h = 2$, tần số $n_3 = 18$ và tần số tích lũy của nhóm 2 là $cf_2 = n_1 + n_2 = 6 + 14 = 20$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$Q_3 = s + \left(\frac{37.5 - cf_2}{n_3} \right) \cdot h = 10 + \left(\frac{37.5 - 20}{18} \right) \cdot 2 \approx 11.94 \text{ (triệu đồng)}.$$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 \approx 11.94 - 8.93 = 3.01$ (triệu đồng).

Câu 8: Người ta tiến hành phỏng vấn 40 người về một mẫu quần mới. Người phỏng vấn yêu cầu cho điểm mẫu quần đó theo thang điểm là 100. Kết quả được trình theo mẫu số liệu ghép nhóm trong đó có nhóm [70;80). Giá trị đại diện của nhóm này là

A. 70.

B. 75.

C. 40.

D. 80.

Lời giải

Giá trị đại diện của nhóm [70;80) là 75.



Câu 9: Số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 85 khách mua nước rửa chén tại một cửa hàng tiện ích được cho bằng bảng số liệu ghép nhóm trong đó có nhóm $[80;90)$. Độ dài của nhóm này là

- A.** 10. **B.** 60. **C.** 80. **D.** 90.

Lời giải

Độ dài của nhóm $[80;90)$ là $90 - 80 = 10$.

Câu 10: Bảng bên dưới biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một nhà sách:

Nhóm	Tần số	Tần số tích lũy
$[40;50)$	5	5
$[50;60)$	8	13
$[60;70)$	25	38
$[70;80)$	20	58
$[80;90)$	2	60
	$n = 60$	

Số trung bình cộng của mẫu số liệu trên là

- A.** 65. **B.** 66. **C.** 60. **D.** 70.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu là $\frac{45.5 + 55.8 + 65.25 + 75.20 + 85.2}{60} = 66$.

Câu 11: Kết quả kiểm tra môn Tiếng Anh của học sinh hai lớp 12A được cho bởi mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Nhóm	Tần số
$[0;2)$	3
$[2;4)$	5
$[4;6)$	5
$[6;8)$	25
$[8;10]$	2
	$n = 40$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở trên là:

- A.** 4,15. **B.** 4,09. **C.** 4,19. **D.** 4,29.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu đã cho là $\bar{x} = \frac{1.3 + 3.5 + 5.5 + 7.25 + 9.2}{40} = \frac{59}{10}$.

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là



$$s^2 = \frac{3(1-5,9)^2 + 5(3-5,9)^2 + 5(5-5,9)^2 + 25(7-5,9)^2 + 2(9-5,9)^2}{40} = 4,19.$$

Câu 12: Bảng số liệu bên dưới biểu diễn số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng trong năm 2021 tại Hà Nội (đơn vị: °C)

Nhóm	Tần số
$[16,8;19,8)$	2
$[19,8;22,8)$	3
$[22,8;25,8)$	2
$[25,8;28,8)$	1
$[28,8;31,8)$	4
	$n=12$

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022).

Độ lệch chuẩn (làm tròn đến chữ số hàng phần trăm) của mẫu số liệu đã cho bằng

A. 4,55.

B. 4,56.

C. 4,5.

D. 4,6.

Lời giải

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$\bar{x} = \frac{18,3 \cdot 2 + 21,3 \cdot 3 + 24,3 \cdot 2 + 27,3 \cdot 1 + 30,3 \cdot 4}{12} = 24,8.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là

$$s^2 = \frac{2 \cdot (18,3 - 24,8)^2 + 3 \cdot (21,3 - 24,8)^2 + 2 \cdot (24,3 - 24,8)^2 + 1 \cdot (27,3 - 24,8)^2 + 4 \cdot (30,3 - 24,8)^2}{12} \\ = \frac{83}{4}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho là $s = \sqrt{\frac{83}{4}} \approx 4,56.$

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian (phút) đi từ nhà đến trường của các học sinh trong một lớp 11 của một trường như sau:

Thời gian	$[0;5)$	$[5;10)$	$[10;15)$	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$
Số học sinh	7	12	7	5	3	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tần số tích lũy của nhóm $[10;15)$ là 26.

b) Tần số nhóm $[10;15)$ lớn nhất.

c) Khoảng biến thiên là 15

d) giá trị trung bình của mẫu số liệu bằng 11,25.

**Lời giải**

a) Đúng: Tần số tích lũy của nhóm $[10;15)$ là $7 + 12 + 7 = 26$.

b) Đúng: Tần số nhóm $[10;15)$ lớn nhất.

c) Sai: Khoảng biến thiên là $R = 30 - 0 = 30$.

Đúng: Giá trị trung bình của mẫu số liệu bằng:

$$\bar{x} = \frac{2,5 \cdot 7 + 7,5 \cdot 12 + 12,5 \cdot 7 + 17,5 \cdot 5 + 22,5 \cdot 3 + 27,5 \cdot 2}{36} = 11,25.$$

Câu 2: Số lượng người đi xem một bộ phim mới theo độ tuổi trong một rạp chiếu phim (sau 1 giờ đầu công chiếu) được ghi lại theo bảng phân phối ghép nhóm sau:

Độ tuổi	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$
Số người	6	12	16	7	2

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Giá trị đại diện nhóm $[50;60)$ là 55.

b) Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50;60)$.

c) Nhóm chứa một là nửa khoảng $[30;40)$.

d) Độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 31 tuổi.

Lời giải

a) Đúng: Giá trị đại diện nhóm $[50;60)$ là 55.

b) Đúng: Độ tuổi được dự báo là ít xem phim đó nhất là thuộc nhóm $[50;60)$.

c) Đúng: Nhóm chứa một là nửa khoảng $[30;40)$.

d) Sai: Khi đó: $u_m = 30, n_m = 16, n_{m-1} = 12, n_{m+1} = 7, u_{m+1} - u_m = 40 - 30 = 10$.

$$\text{Ta có một là: } M_0 = 30 + \frac{16 - 12}{(16 - 12) + (16 - 7)} \cdot 10 = \frac{430}{13} \approx 33,08.$$

Vậy độ tuổi được dự báo là thích xem phim đó nhiều nhất là 33 tuổi.

Câu 3: Điều tra 42 học sinh của một lớp 11 về số giờ tự học ở nhà, người ta có bảng sau đây:

Lớp (số giờ tự học)	Tần số	Tần số tích lũy
$[1;2)$	8	8
$[2;3)$	10	18
$[3;4)$	12	30
$[4;5)$	9	39
$[5;6)$	3	42

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu bằng 2,25 (giờ).



b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu lớn hơn 4 (giờ).

c) Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu bằng $\frac{25}{6}$

d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là số nguyên.

Lời giải

a) Đúng: Ta có số phần tử của mẫu là: $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{4} = 10,5$.

Suy ra nhóm 2 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 10,5.

Xét nhóm 2 là nhóm $[2;3)$ có $s = 2; h = 1; n_2 = 10$ và nhóm 1 là nhóm $[1;2)$ có $cf_1 = 8$.

Áp dụng công thức tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu có:

$$Q_1 = 2 + \left(\frac{10,5 - 8}{10} \right) \cdot 1 = 2,25 \text{ (giờ)}.$$

b) Sai: Ta có số phần tử của mẫu là: $n = 42 \Rightarrow \frac{n}{2} = 21$.

Mà $cf_2 = 18 < 21 < cf_3 = 30$ suy ra nhóm 3 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 21.

Xét nhóm 3 là nhóm $[3;4)$ có $r = 3; d = 1; n_3 = 12$ và nhóm 2 là nhóm $[2;3)$ có $cf_2 = 18$.

Áp dụng công thức ta có trung vị của mẫu số liệu là:

$$M_e = 3 + \left(\frac{21 - 18}{12} \right) \cdot 1 = 3,25 \text{ (giờ)}.$$

Vậy tứ phân vị thứ 2 là $Q_2 = M_e = 3,25$.

c) Đúng: Ta có số phần tử của mẫu là: $\frac{3n}{4} = 31,5$.

Suy ra nhóm 4 là nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 31,5.

Xét nhóm 4 là nhóm $[4;5)$ có $t = 4; l = 1; n_4 = 9$ và nhóm 3 là nhóm $[3;4)$ có $cf_3 = 30$.

Áp dụng công thức tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu có:

$$Q_3 = 4 + \left(\frac{31,5 - 30}{9} \right) \cdot 1 = \frac{25}{6} \text{ (giờ)}.$$

d) Sai: Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu bằng $Q_3 - Q_1 = \frac{25}{6} - 2,25 = \frac{23}{12}$



Câu 4: Bảng dưới đây cho ta bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12B trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

Nhóm	Số học sinh
[30;40)	2
[40;50)	10
[50;60)	16
[60;70)	8
[70;80)	2
[80;90)	2
	$n = 40$

Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

- Số học sinh nặng dưới 50 kilôgam là 12.
- Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29(kg).
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{39}{2}$.
- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 128.

Lời giải

a) Đúng: Số học sinh nặng dưới 50 kg là $2 + 10 = 12$.

b) Đúng: Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu là [50;60).

Do đó $u_m = 50; n_m = 16; n_{m-1} = 10, n_{m+1} = 8, u_{m+1} - u_m = 60 - 50 = 10$.

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm xấp xỉ bằng:

$$M_0 = 50 + \frac{16 - 10}{(16 - 10) + (16 - 8)} \cdot 10 = \frac{380}{7} \approx 54,29(kg).$$

Mốt của mẫu số liệu ghép nhóm trên xấp xỉ bằng 54,29 (kg).

c) Sai: Cỡ mẫu $n = 40$.

Gọi $x_1, x_2 \in [30;40); x_3, \dots, x_{12} \in [40;50); x_{13}, \dots, x_{28} \in [50;60); x_{29}, \dots, x_{36} \in [60;70);$

$x_{37}, x_{38} \in [70;80); x_{39}, x_{40} \in [80;90).$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{10} + x_{11}) \in [40;50)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất

của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 40 + \frac{\frac{40}{2} - 2}{10} \cdot (50 - 40) = 48$.

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}(x_{30} + x_{31}) \in [60;70)$. Do đó, tứ phân vị thứ ba của

mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 60 + \frac{\frac{3 \cdot 40}{4} - (2 + 10 + 16)}{8} \cdot (70 - 60) = \frac{125}{2}$.

Vậy khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\Delta_Q = \frac{125}{2} - 48 = \frac{29}{2}.$$



d) Sai: Ta có bảng cân nặng của các em học sinh theo giá trị đại diện:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[30; 40)	35	2
[40; 50)	45	10
[50; 60)	55	16
[60; 70)	65	8
[70; 80)	75	2
[80; 90)	85	2
		$n = 40$

Cỡ mẫu $n = 2 + 10 + 16 + 8 + 2 + 2 = 40$.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$\frac{35 \cdot 2 + 45 \cdot 10 + 55 \cdot 16 + 65 \cdot 8 + 75 \cdot 2 + 85 \cdot 2}{40} = \frac{2240}{40} = 56 \text{ (kg)}$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

$$S^2 = \frac{1}{40} (2 \cdot 35^2 + 10 \cdot 45^2 + 16 \cdot 55^2 + 8 \cdot 65^2 + 2 \cdot 75^2 + 2 \cdot 85^2) - 56^2 = 3265 - 3136 = 129.$$

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn

Câu 1: Tìm phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)

Nhóm	Tần số
[80; 90)	5
[90; 100)	7
[100; 110)	8
[110; 120)	8
[120; 130)	12
	$n = 40$

Lời giải

Ta có bảng thống kê sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
[80; 90)	85	5
[90; 100)	95	7
[100; 110)	105	8
[110; 120)	115	8
[120; 130)	125	12
		$n = 40$

Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm là:



$$\bar{x} = \frac{85.5 + 95.7 + 105.8 + 115.8 + 125.12}{40} = 108,75$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s^2 = \frac{5 \cdot (85 - 108,75)^2 + 7 \cdot (95 - 108,75)^2 + 8 \cdot (105 - 108,75)^2 + 8 \cdot (115 - 108,75)^2 + 12 \cdot (125 - 108,75)^2}{40}$$

$$\approx 193,4$$

Câu 2: Cho bảng số liệu điều tra về độ tuổi của các công nhân tổ 1 như sau:

Nhóm	[25; 34)	[34; 43)	[43; 52)	[52; 61)	[61; 70)	
Tần số	3	3	6	4	4	$n = 20$

Nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 6 có dạng $[a; b)$. Tính $a + b$.

Lời giải

Ta có nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 6 là $[34; 43) \Rightarrow \begin{cases} a = 34 \\ b = 43 \end{cases} \Rightarrow a + b = 77$

Câu 3: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau (đơn vị cm)

Nhóm	[25; 34)	[34; 43)	[43; 52)	[52; 61)	[61; 70)	[70; 79)	[79; 88)	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	$n = 100$

Tính giá trị của tứ phân vị thứ nhất Q_1 (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Ta có số phần tử của mẫu là $n = 100 \Rightarrow \frac{n}{4} = 25$. Mà $13 < 25 < 32$

Suy ra nhóm đầu tiên có tần số tích lũy lớn hơn hoặc bằng 25 là $[34; 43)$

$$\Rightarrow \begin{cases} s = 34 \\ h = 9 \\ n_2 = 19 \\ cf_1 = 13 \end{cases} \Rightarrow Q_1 = s + \left(\frac{\frac{n}{4} - cf_1}{n_2} \right) \cdot h = 34 + \left(\frac{25 - 13}{19} \right) \cdot 9 = 39,7$$

Câu 4: Đo chiều cao của 45 học sinh của lớp 10A người ta tính được các giá trị $Q_1 = 152cm$, $Q_3 = 165cm$. Tính khoảng tứ phân vị Δ_Q

Lời giải

Ta có $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 165 - 152 = 13$

Câu 5: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau (đơn vị cm)



Nhóm	[25;34)	[34;43)	[43;52)	[52;61)	[61;70)	[70;79)	[79;88)	
Giá trị đại diện	29,5	38,5	47,5	56,5	65,5	74,5	83,5	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	$n = 100$

Tính chiều cao trung bình của cây trong vườn ươm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

$$\text{Ta có: } \bar{x} = \frac{29,5.13 + 38,5.19 + 47,5.11 + 56,5.14 + 65,5.12 + 74,5.15 + 83,5.16}{100} = 56,7$$

Câu 6: Đo chiều cao của cây trong vườn ươm ta có bảng sau (đơn vị cm)

Nhóm	[25;34)	[34;43)	[43;52)	[52;61)	[61;70)	[70;79)	[79;88)	
Giá trị đại diện	29,5	38,5	47,5	56,5	65,5	74,5	83,5	
Tần số	13	19	11	14	12	15	16	$n = 100$

Tính phương sai của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

$$\text{Ta có: } \bar{x} = \frac{29,5.13 + 38,5.19 + 47,5.11 + 56,5.14 + 65,5.12 + 74,5.15 + 83,5.16}{100} = 56,7$$

Phương sai của mẫu số liệu là:

$$s_D^2 = \frac{1}{100} \left[(29,5 - 56,7)^2 . 13 + (38,5 - 56,7)^2 . 19 + (47,5 - 56,7)^2 . 11 + (56,5 - 56,7)^2 . 14 \right. \\ \left. + (65,5 - 56,7)^2 . 12 + (74,5 - 56,7)^2 . 15 + (83,5 - 56,7)^2 . 16 \right] \\ \approx 340$$

-----HẾT-----