ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TUYỂN TẬP 55 ĐỀ THI THỬ TN THPT CÁC SỞ VÀ TRƯỜNG CHUYÊN

- CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
- PHÁT TRIỂN ĐỀ THAM KHẢO CỦA BGD NĂM 2022
- CHIA PHẦN ĐỀ VÀ LỜI GIẢI RIÊNG

ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT

1	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD QUẢNG BÌNH_LẦN 1	29	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HÀ NỘI
2	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD THANH HOÁ_LẦN 2	30	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD YÊN BÁI
3	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD QUẢNG BÌNH_LẦN 2	31	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD BẮC GIANG
4	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD CÀ MAU	32	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN HÀ TĨNH
5	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD BẠC LIÊU	33	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU - NGHỆ AN
6	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD THÁI BÌNH	34	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD BÌNH PHƯỚC
7	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HẢI PHÒNG_LẦN 1	35	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HÀ TĨNH
8	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HẢI PHÒNG_LẦN 2	36	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN QUANG TRUNG - BÌNH PHƯỚC_LẦN 1
9	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD NGHỆ AN_LẦN 2	37	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN QUANG TRUNG - BÌNH PHƯỚC_LẦN 2
10	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD NAM ĐỊNH	38	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN BIÊN HOÀ - HÀ NAM_LẦN 1
11	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD BẮC KẠN	39	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN BIÊN HOÀ - HÀ NAM_LẦN 2
12	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD KIÊN GIANG	40	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN LÊ KHIẾT - QUẢNG-NGÃI
13	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD BẮC NINH	41	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN ĐH VINH_LẦN 1
14	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD PHÚ THỌ	42	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN DH VINH_LẦN 2
15	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HÀ NAM	43	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN NGOẠI NGỮ HÀ NỘI
16	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD THÁI NGUYÊN_LẦN 2	44	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ_LẦN 1
17	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HƯNG YÊN	45	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN HÀ TĨNH
18	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD SƠN LA	46	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG - NAM ĐỊNH_LẦN 1
19	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD KONTUM	47	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN LAM SƠN - THANH HOÁ_LẦN 2
20	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD NINH BÌNH_LẦN 2	48	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN VÕ NGUYÊN GIÁP - QUẢNG BÌNH_LẦN 1
21	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HẢI DƯƠNG_LẦN 2	49	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN KHTN HÀ NỘI
22	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HẢI DƯƠNG_LẦN 3	50	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN HÙNG VƯƠNG - GIA LAI
23	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD LAI CHÂU	51	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_ CHUYÊN LÊ KHIẾT - QUẢNG NGÃI
24	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD VĨNH PHÚC_LẦN 2	52	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN PHAN NGỌC HIỂN - CÀ MAU_LẦN 1
25	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD THANH HOÁ_LẦN 3	53	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU - AN GIANG_LẦN 1
26	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HÀ TĨNH_LẦN 7	54	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN VĨNH PHÚC_LẦN 1
27	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HÀ TĨNH_LẦN 8	55	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_CHUYÊN HẠ LONG - QUẢNG NINH
28	ĐỀ THI THỬ TN THPT 2022_SỞ GD HÀ TĨNH_LẦN 9		

SỞ GDĐT QUẢNG BÌNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=a-bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức

A. $\bar{z}=a-bi$. **B.** $\bar{z}=a+bi$. **C.** $\bar{z}=-a-bi$. **D.** $\bar{z}=b-ai$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(-2;1;5)$. Phương trình mặt cầu tâm A, bán kính AB là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=30$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=30$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$?

A. $M(4;-1)$. **B.** $N(1;0)$. **C.** $P(0;3)$. **D.** $Q(1;4)$.

Câu 4. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R=a$ là

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $V=3\pi a^3$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}$ là :

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{3x}+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}e^{3x}+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{3x}+C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{3x}\ln 3+C$.

Câu 6. Hàm số $y=2x^4-4x^2+2022$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $5^x>10$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;\log_5 10)$. **D.** $(\log_5 10;+\infty)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $(-\infty;-1]$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{1\}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2)=2$ là:

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=7$.

Câu 11. Nếu $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=-8$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $I=\int\limits_{-1}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=11$. **B.** $I=-5$. **C.** $I=5$. **D.** $I=2$.

Câu 12. Cho số phức $z=-4+3i$, khi đó số phức $2z$ bằng

A. $-8+6i$. **B.** $8-6i$. **C.** $-4+6i$. **D.** $-8+3i$.

Câu 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+4=0$. Véctơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;4)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;-2)$. **C.** $\vec{n}=(0;-2;4)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;0)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ biểu diễn qua các vec tơ đơn vị là $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. Toạ độ của vectơ $\vec{a}$ là ?

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;3;-1)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Câu 15. Cho số phức $z=4-5i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ có tọa độ là:

A. $(4;5)$. **B.** $(-4;5)$. **C.** $(5;-4)$. **D.** $(-4;-5)$.

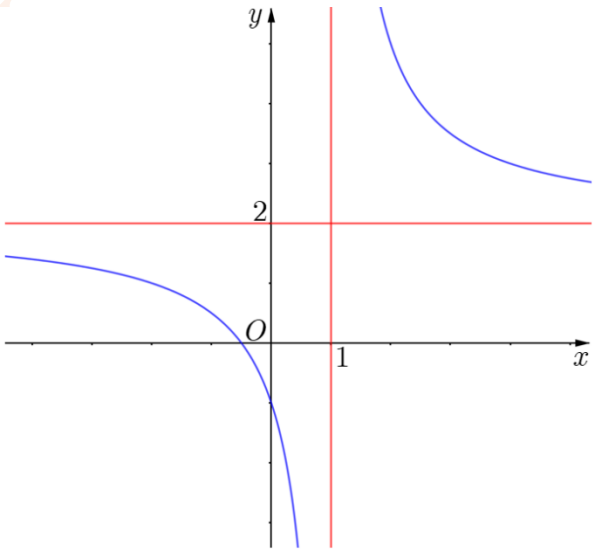
Câu 16. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{3x+3}$ có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng lần lượt là:

A. $y=1;x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-1;x=1$. **C.** $y=1;x=-1$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3};x=1$.

Câu 17. Cho $\log_2 9=a$ khi đó $\log_2 18$ bằng

A. $2+2a$. **B.** $1+a$. **C.** $a+2$. **D.** $1+2a$.

Câu 18. Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=2+2t\\y=3-3t\\z=1+t\end{cases}$.

Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của (Δ)?

A. $\vec{u}=(2;3;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-3;-1)$. **C.** $\vec{u}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;1)$.

Câu 20. Với n,k là các số nguyên thỏa mãn $1\le k\le n$, công thức nào sau đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{(n-k)!}{n!}$. **D.** $\dfrac{n!}{k!}$.

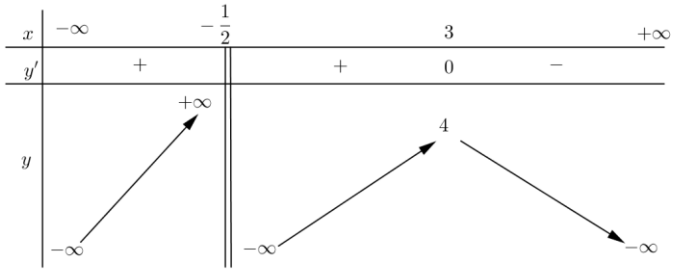
Câu 21. Thể tích của một khối lập phương có cạnh bằng $1m$ là

A. $V=3m$. **B.** $V=1m^3$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}m^3$. **D.** $V=1m^2$

Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(3x)$

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 4}$. **B.** $y'=\dfrac{3}{x\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{x\ln 4}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 24. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=5\sqrt{2}$.

A. $V=50\pi$. **B.** $V=125\sqrt{2}\pi$. **C.** $V=125\pi$. **D.** $V=25\sqrt{2}\pi$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_1^3\left[2-f(x)\right]\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=7$. **D.** $I=6$.

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 123$ và $u_3 - u_{15} = 84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

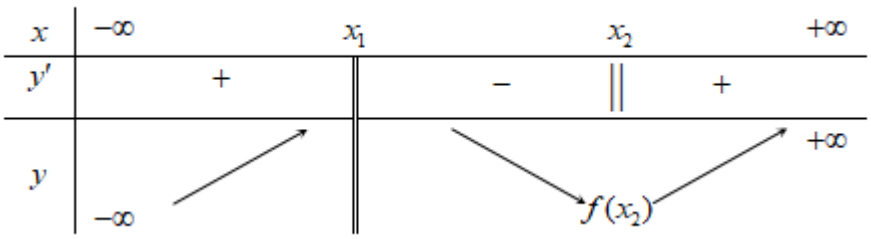
A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 19.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x + \dfrac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

C. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3}{2}x^2 + \ln x + C$. **D.** $F(x) = 2x - 3 - \dfrac{1}{x^2} + C$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Hàm số đã cho không có cực trị.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Câu 29. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x+14} + \sqrt{5-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = -7$. **B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{6}$.

C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$. **D.** Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $y = \dfrac{x-2}{x+2}$. **B.** $y = \dfrac{-x+2}{x+2}$. **C.** $y = \dfrac{x-2}{-x+2}$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{-x+2}$.

Câu 31. Với a, b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2 = 9bc$. Tính $S = 2\log_3 a - \log_3 b - \log_3 c$.

A. $S = 2\log_3\left(\dfrac{a}{bc}\right)$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = -2\log_3\left(\dfrac{a}{bc}\right)$. **D.** $S = 2$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là?

A. $120°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[1;6]$ sao cho $\int_1^3 f(x)dx = 3$, $\int_3^6 f(x)dx = -4$. Tính

$I = \int_{\frac{1}{2}}^{3} f(2x)\,dx$.

A. $I=7$. **B.** $I=-\frac{1}{2}$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=-\frac{7}{2}$.

Câu 34. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3;3;3)$ và nhận $\overrightarrow{OH}$ làm vectơ pháp tuyến là

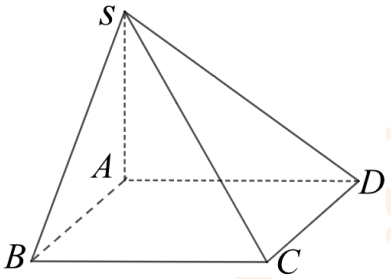
A. $(P): x+y+z=9$. **B.** $(P): x-y+z=9$.

C. $(P): x+y-z=9$. **D.** $(P): x-y-z=9$.

Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)=3-5i$. Tính môđun của z.

A. $|z|=\sqrt{17}$. **B.** $|z|=16$. **C.** $|z|=17$. **D.** $|z|=4$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD=2a$, $SA=a$.



Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Câu 37. Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng

A. $\frac{70}{143}$. **B.** $\frac{73}{143}$. **C.** $\frac{16}{143}$. **D.** $\frac{17}{143}$.

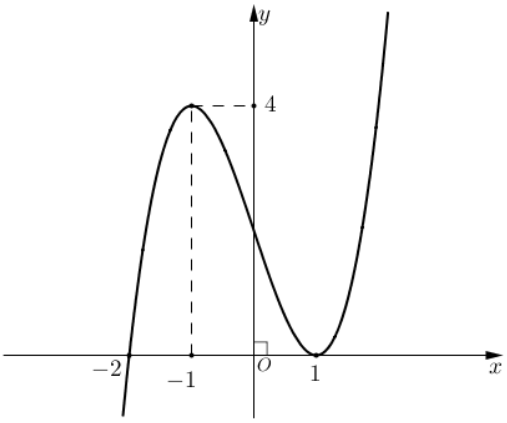
Câu 38. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua $A(4;-1;1), B(3;1;-1)$ và song song với trục Ox là:

A. $y+z+2=0$. **B.** $y-z-2=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $y-z=0$.

Câu 39. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x,y) thỏa mãn điều kiện $\log(x+3^y)\le 1$.

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f\left(x\right)-2\right)=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.B	4.D	5.B	6.C	7.D	8.A	9.C	10.D
11.B	12.A	13.D	14.C	15.A	16.C	17.B	18.C	19.D	20.A
21.B	22.C	23.C	24.B	25.A	26.A	27.A	28.A	29.D	30.B
31.D	32.C	33.B	34.A	35.A	36.C	37.D	38.C	39.A	40.C
41.B	42.B	43.D	44.C	45.A	46.D	47.A	48.D	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=a-bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức

A. $\bar{z}=a-bi$. **B.** $\bar{z}=a+bi$. **C.** $\bar{z}=-a-bi$. **D.** $\bar{z}=b-ai$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z=a-bi,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức $\bar{z}=a+bi$.

Câu 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(-2;1;5)$. Phương trình mặt cầu tâm A, bán kính AB là

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$. **B.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=14$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=30$. **D.** $(x+1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=30$.

Lời giải

Bán kính mặt cầu: $R=AB=\sqrt{(-2-1)^2+(1-2)^2+(5-3)^2}=\sqrt{14}$.

Phương trình mặt cầu tâm $A(1;2;3)$, bán kính $R=\sqrt{14}$ là: $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=14$.

Câu 3. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$?

A. $M(4;-1)$. **B.** $N(1;0)$. **C.** $P(0;3)$. **D.** $Q(1;4)$.

Lời giải

Ta thấy điểm $N(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$.

Câu 4. Thể tích V của khối cầu có bán kính $R=a$ là

A. $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$. **B.** $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $V=3\pi a^3$. **D.** $\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Ta có $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4\pi a^3}{3}$.

Câu 5. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x}$ là :

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3e^{3x}+C$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}e^{3x}+C$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^{3x} + C$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = e^{3x}\ln 3 + C$.

Lời giải

Ta có : $\int f(x)\mathrm{d}x = \int e^{3x}\mathrm{d}x = \frac{1}{3}e^{3x} + C$.

Câu 6. Hàm số $y = 2x^4 - 4x^2 + 2022$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Tập xác định : $D = \mathbb{R}$. Ta có : $y' = 8x^3 - 8x$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 8x^3 - 8x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$$

Phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > 10$ là

A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(2; +\infty)$. **C.** $(-\infty; \log_5 10)$. **D.** $(\log_5 10; +\infty)$.

Lời giải

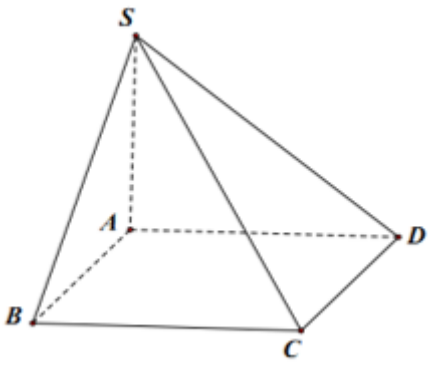
Ta có: $5^x > 10 \Leftrightarrow x > \log_5 10$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(\log_5 10; +\infty)$.

Câu 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = a$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3}{3}$. **B.** $V = \frac{2a^3}{3}$. **C.** $V = a^3$. **D.** $V = 3a^3$.

Lời giải



Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là:

$$V = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}a^2.a = \frac{a^3}{3}.$$

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $(-\infty;-1]$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;+\infty)\setminus\{1\}$.

Lời giải

Vì $\frac{1}{3}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số $y=(1-x)^{\frac{1}{3}}$ xác định khi $1-x>0\Leftrightarrow x<1$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+2)=2$ là:

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=7$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x+2>0\Leftrightarrow x>-2$.

Ta có $\log_3(x+2)=2\Leftrightarrow x+2=3^2\Leftrightarrow x=7$ (thỏa mãn).

Vậy $x=7$ là nghiệm của phương trình.

Câu 11. Nếu $\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-8$ và $\int_{-1}^{2}g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $I=\int_{-1}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. $I=11$. **B.** $I=-5$. **C.** $I=5$. **D.** $I=2$.

Lời giải

Ta có $I=\int_{-1}^{2}\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x+\int_{-1}^{2}g(x)\mathrm{d}x=-8+3=-5$.

Vậy $I=-5$.

Câu 12. Cho số phức $z=-4+3i$, khi đó số phức $2z$ bằng

A. $-8+6i$. **B.** $8-6i$. **C.** $-4+6i$. **D.** $-8+3i$.

Lời giải

Ta có: $2z=2(-4+3i)=-8+6i$.

Câu 13. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-2y+4=0$. Véctơ nào là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;-2;4)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;-2)$. **C.** $\vec{n}=(0;-2;4)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;0)$.

Lời giải

Ta có: Theo lý thuyết mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$ có một vectơ pháp tuyến là: $\vec{n}=(A;B;C)$ nên $\vec{n}=(1;-2;0)$.

Câu 14. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a}$ biểu diễn qua các vec tơ đơn vị là $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$. Toạ độ của vectơ $\vec{a}$ là ?

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(2;-3;1)$. **C.** $(2;3;-1)$. **D.** $(1;-3;2)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}=(2;3;-1)$.

Câu 15. Cho số phức $z=4-5i$. Điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ có tọa độ là:

A. $(4;5)$. **B.** $(-4;5)$. **C.** $(5;-4)$. **D.** $(-4;-5)$.

Lời giải

Ta có $z=4-5i \Rightarrow \overline{z}=4+5i$ nên điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$ có tọa độ là $(4;5)$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{3x+3}$ có tiệm cận ngang và tiệm cận đứng lần lượt là:

A. $y=1; x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-1; x=1$. **C.** $y=1; x=-1$. **D.** $y=-\dfrac{1}{3}; x=1$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có:

+) $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

+) $\begin{cases}\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{3x-1}{3x+3}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{3x-1}{3x+3}=+\infty\end{cases}$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{3x+3}$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$ và tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

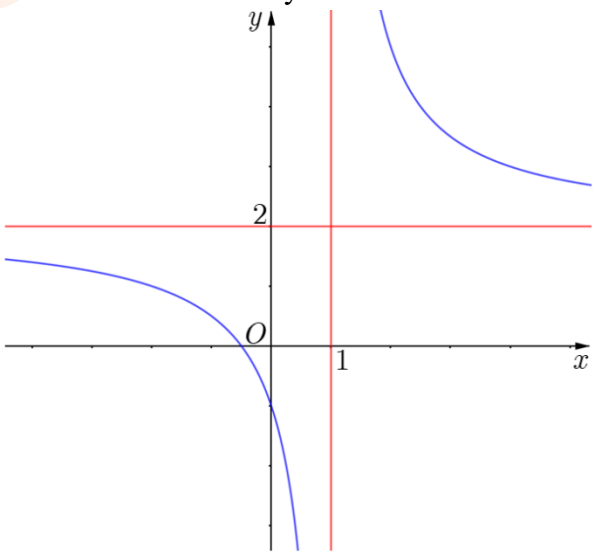
Câu 17. Cho $\log_2 9=a$ khi đó $\log_2 18$ bằng

A. $2+2a$. **B.** $1+a$. **C.** $a+2$. **D.** $1+2a$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 18=\log_2(2.9)=\log_2 2+\log_2 9=1+a$.

Câu 18. Đồ thị hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị đã cho, ta có một số nhận xét sau:

(1) Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng.

(2) Đồ thị hàm số đã cho nhận đường thẳng $y=2$ làm tiệm cận ngang.

(3) Đồ thị hàm số đã cho nghịch biến trên từng khoảng xác định.

(4) Đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $(0;-1)$.

Như vậy, ta sẽ chỉ cần kiểm tra các điều kiện trên cho từng đáp án.

- Để tiện lợi, ta kiểm tra điều kiện số (4) trước. Thay $x=0$ vào từng đáp án, ta thấy:

  Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ đi qua điểm $(0;-1)$.

  Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$ đi qua điểm $(0;-1)$.

  Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ đi qua điểm $(0;-1)$.

  Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ đi qua điểm $(0;3)$. ➔ **Loại D.**

- Kiểm tra điều kiện (1), ta có:

  $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$, do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ và hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ nhận đường thẳng $x=1$ làm đường tiệm cận đứng.

  $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+2}{x-2}=-3$ ➔ **Loại B.**

- Kiểm tra điều kiện (2), ta có

  $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=1$ ➔ **Loại A.**

Câu 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=2+2t\\y=3-3t\\z=1+t\end{cases}$.

Véctơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của (Δ)?

A. $\vec{u}=(2;3;-1)$. **B.** $\vec{u}=(2;-3;-1)$. **C.** $\vec{u}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;1)$.

Lời giải

Ta có đường thẳng $(\Delta):\begin{cases}x=2+2t\\y=3-3t\\z=1+t\end{cases}$ có một VTCP là $\vec{u}=(2;-3;1)$.

Câu 20. Với n,k là các số nguyên thỏa mãn $1\le k\le n,$ công thức nào sau đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}.$ **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}.$ **C.** $C_n^k=\dfrac{(n-k)!}{n!}.$ **D.** $\dfrac{n!}{k!}.$

Lời giải

Ta có: $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}.$

Câu 21. Thể tích của một khối lập phương có cạnh bằng $1m$ là

A. $V=3m.$ **B.** $V=1m^3.$ **C.** $V=\dfrac{1}{3}m^3.$ **D.** $V=1m^2$

Lời giải

Thể tích khối lập phường có cạnh bằng $1m$ là: $V=1^3=1m^3$

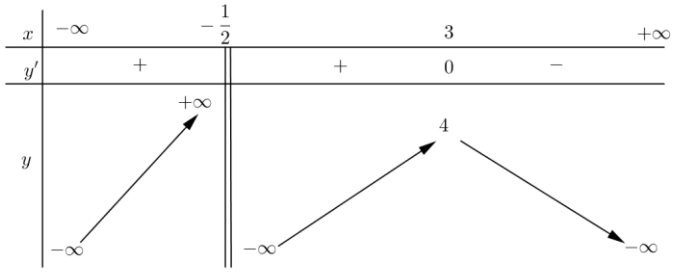
Câu 22. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(3x)$

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 4}.$ **B.** $y'=\dfrac{3}{x\ln 2}.$ **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 2}.$ **D.** $y'=\dfrac{3}{x\ln 4}.$

Lời giải

Ta có : $y'=\left(\log_2(3x)\right)'=\dfrac{(3x)'}{3x\ln 2}=\dfrac{1}{x\ln 2}.$

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây



Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty).$

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right).$

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty).$

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên chọn đáp án C.

Câu 24. Tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=5\sqrt{2}$.

A. $V=50\pi$. **B.** $V=125\sqrt{2}\pi$. **C.** $V=125\pi$. **D.** $V=25\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Thể tích khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi.5^2.5\sqrt{2}=125\sqrt{2}\pi$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ sao cho $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int_1^3\left[2-f(x)\right]\mathrm{d}x$

A. $I=1$. **B.** $I=-1$. **C.** $I=7$. **D.** $I=6$.

Lời giải

$$I=\int_1^3\left[2-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^3 2\,\mathrm{d}x-\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=4-3=1.$$

Câu 26. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=123$ và $u_3-u_{15}=84$. Số 11 là số hạng thứ bao nhiêu của cấp số cộng đã cho?

A. 17. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 19.

Lời giải

Ta có: $u_3-u_{15}=84\Leftrightarrow u_1+2d-(u_1+14d)=84\Leftrightarrow d=-7$.

Số hạng tổng quát: $u_n=-7n+130$.

Ta có: $u_n=11\Leftrightarrow n=17$.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x+\dfrac{1}{x}$ là

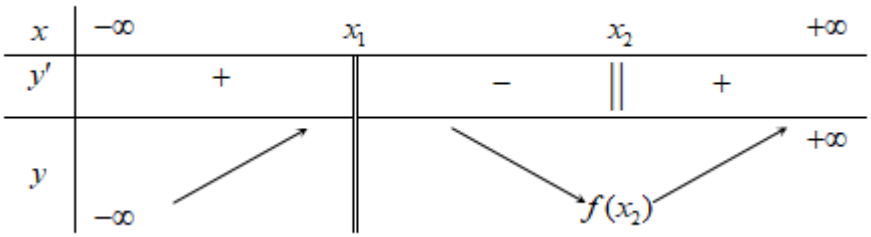
A. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+\ln x+C$.

C. $F(x)=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{3}{2}x^2+\ln x+C$. **D.** $F(x)=2x-3-\dfrac{1}{x^2}+C$.

Lời giải

$$F(x)=\int\left(x^2-3x+\frac{1}{x}\right)dx=\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{2}x^2+\ln|x|+C$$

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Hàm số đã cho không có cực trị.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

Lời giải

Dựa vào BBT, ta có $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = x_2$ và không có điểm cực đại

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\sqrt{2x+14}+\sqrt{5-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=-7$.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng $2\sqrt{6}$.

C. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

D. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Tập xác định $D=[-7;5]$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{1}{\sqrt{2x+14}}-\dfrac{1}{2\sqrt{5-x}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{2x+14}=2\sqrt{5-x}\Leftrightarrow x=1(n)$.

$f(1)=16$; $f(-7)=2\sqrt{3}$; $f(5)=2\sqrt{6}$.

$\Rightarrow \max\limits_{[-7;5]} f(x)=16$ tại $x=1$ và $\min\limits_{[-7;5]} f(x)=2\sqrt{3}$ tại $x=-7$.

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{3}$ là mệnh đề đúng.

Câu 30. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó?

A. $y=\dfrac{x-2}{x+2}$.

B. $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$.

C. $y=\dfrac{x-2}{-x+2}$.

D. $y=\dfrac{x+2}{-x+2}$.

Lời giải

Xét các hàm số sau

$y=\dfrac{x-2}{x+2}\Rightarrow y'=\dfrac{4}{(x+2)^2}>0,\forall x\neq -2$: Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

$y=\dfrac{-x+2}{x+2}\Rightarrow y'=\dfrac{-4}{(x+2)^2}<0,\forall x\neq -2$: Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định

$y=\dfrac{x-2}{-x+2}=-1\Rightarrow y'=0$: Hàm hằng, hàm số không tăng không giảm trên mỗi khoảng xác định của nó.

$y=\dfrac{x+2}{-x+2}\Rightarrow y'=\dfrac{4}{(-x+2)^2}>0,\forall x\neq 2$: Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Vậy hàm số $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$ nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó.

Câu 31. Với a, b, c là hai số thực dương tùy ý thỏa mãn $a^2=9bc$. Tính $S=2\log_3 a-\log_3 b-\log_3 c$.

A. $S=2\log_3\left(\dfrac{a}{bc}\right)$. **B.** $S=1$. **C.** $S=-2\log_3\left(\dfrac{a}{bc}\right)$. **D.** $S=2$.

Lời giải

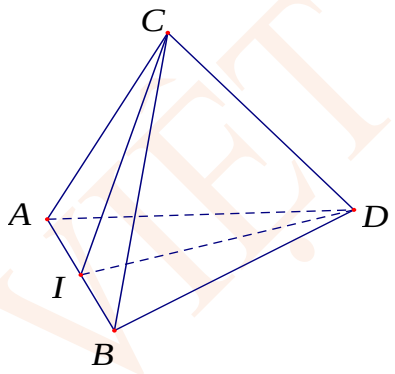
$S=2\log_3 a-\log_3 b-\log_3 c=\log_3 a^2-\log_3 b-\log_3 c$

$=\log_3\dfrac{a^2}{bc}=\log_3\dfrac{9bc}{bc}=\log_3 9=2$

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có hai mặt ABC và ABD là các tam giác đều. Góc giữa AB và CD là?

A. $120°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AB

Vì ABC và ABD là các tam giác đều

Nên $\begin{cases}CI\perp AB\\DI\perp AB\end{cases}$.

Suy ra $AB\perp(CID)\Rightarrow AB\perp CD$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[1;6]$ sao cho $\int\limits_1^3 f(x)dx=3$, $\int\limits_3^6 f(x)dx=-4$. Tính

$I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{3} f(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=7$. **B.** $I=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=-\dfrac{7}{2}$.

Lời giải

Xét tích phân $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{3} f(2x)\mathrm{d}x$ ta có

Đặt $2x=t \Rightarrow \mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}t$. Khi $x=\frac{1}{2}$ thì $t=1$; khi $x=3$ thì $t=6$.

Do đó $I=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{3} f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{6} f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{1}^{3} f(t)\mathrm{d}t+\frac{1}{2}\int\limits_{3}^{6} f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.3-\frac{1}{2}.3=-\frac{1}{2}$.

Câu 34. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3;3;3)$ và nhận $\overrightarrow{OH}$ làm vectơ pháp tuyến là

A. $(P): x+y+z=9$. **B.** $(P): x-y+z=9$.

C. $(P): x+y-z=9$. **D.** $(P): x-y-z=9$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (P) qua $H(3;3;3)$ và có véctơ pháp tuyến $\overrightarrow{OH}=(3;3;3)$ là:

$3(x-3)+3(y-3)+3(z-3)=0 \Leftrightarrow x+y+z=9.$

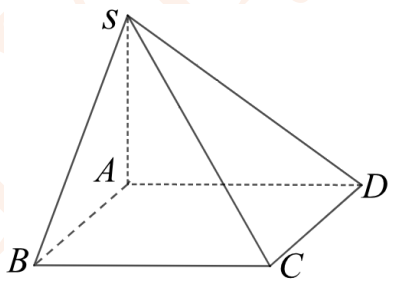
Câu 35: Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)=3-5i$. Tính môđun của z.

A. $|z|=\sqrt{17}$. **B.** $|z|=16$. **C.** $|z|=17$. **D.** $|z|=4$.

Lời giải

$z(1+i)=3-5i \Leftrightarrow z=\frac{3-5i}{1+i}=-1-4i \Rightarrow |z|=\sqrt{(-1)^2+(-4)^2}=\sqrt{17}$.

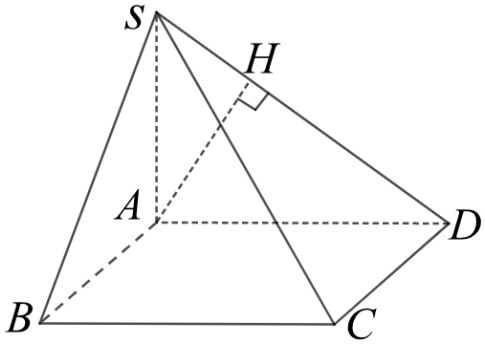
Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $AD=2a$, $SA=a$.



Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng

A. $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **D.** $\frac{3a}{\sqrt{7}}$.

Lời giải



Do $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp AD,\ SA \perp CD$.

Dựng $AH \perp SD\ (H \in SD)$.

Có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$.

Vậy $AH \perp (SCD) \Rightarrow$ khoảng cách từ A đến (SCD) bằng độ dài đoạn $AH = \dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 37. Từ một đội văn nghệ có 5 nam và 8 nữ, cần lập một nhóm 4 người hát tốp ca một cách ngẫu nhiên. Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng

A. $\dfrac{70}{143}$. **B.** $\dfrac{73}{143}$. **C.** $\dfrac{16}{143}$. **D.** $\dfrac{17}{143}$.

Lời giải

Số cách chọn ra 4 người từ đội văn nghệ sao cho có ít nhất 3 nam là $C_5^3.C_8^1 + C_5^4$

Xác suất để trong 4 người được chọn có ít nhất 3 nam bằng $\dfrac{C_5^3.C_8^1 + C_5^4}{C_{13}^4} = \dfrac{17}{143}$.

Câu 38. Phương trình tổng quát của mặt phẳng đi qua $A(4;-1;1), B(3;1;-1)$ và song song với trục Ox là:

A. $y+z+2=0$. **B.** $y-z-2=0$. **C.** $y+z=0$. **D.** $y-z=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = (-1;2;-2)$, $\left[\overrightarrow{AB};\vec{i}\right] = (0;-2;-2)$.

Gọi (α) là mặt phẳng đi qua $A(4;-1;1), B(3;1;-1)$ và song song với trục Ox thì (α) nhận $\left[\overrightarrow{AB};\vec{i}\right]$ làm véc tơ pháp tuyến. Mà (α) đi qua $A(4;-1;1)$ nên có phương trình:

$(\alpha): 0(x-4) - 2(y+1) - 2(z-1) = 0$

hay $(\alpha): y+z=0$.

Câu 39. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương (x, y) thỏa mãn điều kiện $\log(x+3^y) \le 1$.

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Bất phương trình đã cho tương đương với $\begin{cases} x+3^y > 0 \\ x+3^y \le 10 \end{cases}$.

$\Rightarrow 10-3^y \geq x > 0 \Rightarrow 3^y \leq 10 \Rightarrow 0 < y \leq \log_3 10$

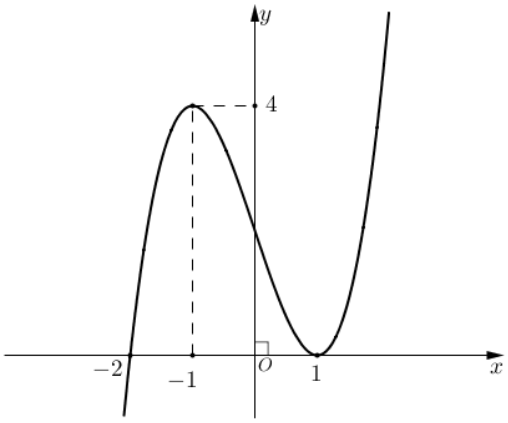
$y \in \mathbb{Z}_+ \Rightarrow y \in \{1,2\}$.

Với $y=1$ thì $0 < x \leq 7 \Rightarrow x \in \{1,2,3,4,5,6,7\}$

Với $y=2$ thì $0 < x \leq 1 \Rightarrow x=1$

Vậy có 8 cặp số nguyên dương (x,y) thỏa mãn đề bài.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)-2)=0$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta suy ra $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Khi đó $f'(f(x)-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-2=1 \\ f(x)-2=-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=3 \\ f(x)=1 \end{array}\right.$.

Phương trình $f(x)=3$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Vậy phương trình $f'(f(x)-2)=0$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

SỞ GDĐT THANH HOÁ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ thoả mãn $\int_{-1}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=5$ và $f(-1)=4$. Tìm $f(1)$.

A. $f(1)=-9$. **B.** $f(1)=-1$. **C.** $f(1)=9$. **D.** $f(1)=1$.

Câu 2. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log(100a^3)$ bằng

A. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\log a$. **B.** $2+3\log a$. **C.** $3+3\log a$. **D.** $6\log a$.

Câu 3. Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

A. $\bar{z}=-2+5i$. **B.** $\bar{z}=2+5i$. **C.** $\bar{z}=-2-5i$. **D.** $\bar{z}=-5+2i$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(3;0;1)$. Độ dài véctơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 13. **D.** 19.

Câu 5. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$?

A. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+x$. **B.** $F(x)=2e^{2x}+1$. **C.** $F(x)=e^{2x}+2022$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+4$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>8$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-3)$. **C.** $S=(-3;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;3)$.

Câu 7. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$?

A. Điểm $M(-1;0)$. **B.** Điểm $P(1;-1)$. **C.** Điểm $N(-1;-3)$. **D.** Điểm $Q(1;1)$.

Câu 8. Trong mặt phẳng toạ độ, điểm $M(4;-5)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $4+5i$. **B.** $-5-4i$. **C.** $4-5i$. **D.** $-5+4i$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tâm là

A. $I(2;-4;6)$. **B.** $I(-2;4;-6)$. **C.** $I(-1;2;-3)$. **D.** $I(1;-2;3)$.

Câu 10. Cho hai số phức $z=3+i$ và $w=2+3i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $1+4i$. **B.** $5-2i$. **C.** $5+4i$. **D.** $1-2i$.

Câu 11. Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm có n phần tử $(1\le k\le n)$ là:

A. $\frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $k!$. **D.** $(n-k)!$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(4x)=4$ là

A. $x=2$. **B.** $x=64$. **C.** $x=16$. **D.** $x=4$.

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{-x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $N(1;3;3)$. **C.** $P(2;-1;0)$. **D.** $M(1;3;0)$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $f(x)=(x-1)^{-3}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;3;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(3;-1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(3;0;-1)$.

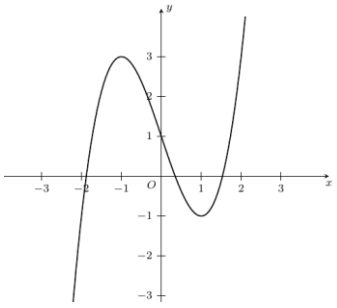
Câu 18. Một khối cầu có đường kính bằng 4 thì diện tích bề mặt khối cầu đó bằng

A. 16π. **B.** $\dfrac{256\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** 64π.

Câu 19. Một khối chóp có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 4. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{9}$.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 21. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 3 thì có thể tích bằng

A. 15. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{8}{3}$.

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;3)$ và $N(4;3;-5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là:

A. $x+y-4z+9=0$. **B.** $x+y-4z-9=0$. **C.** $x+y+4z+15=0$. **D.** $x+y+4z-15=0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0), B(4;-1;3), C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$ và công sai $d=3$. Giá trị u_3 bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 18.

Câu 26. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^2+2$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}} x$.

Câu 27. Biết $\int_0^1 [f(x)+2x]\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 30. Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 học sinh. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn có 1 nam và 1 nữ.

A. $\dfrac{4}{9}$. **B.** $\dfrac{5}{18}$. **C.** $\dfrac{5}{9}$. **D.** $\dfrac{7}{9}$.

Câu 31. Nếu $\int_0^1 [3f(x)+2g(x)]\mathrm{d}x=10$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-1$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 32. Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-2\log_4 b=4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=16b$. **B.** $a=16b^2$. **C.** $a=16b^4$. **D.** $a=8b$.

Câu 33. Hàm số $y=2^{2x}$ có đạo hàm là

A. $y'=2x.2^{2x-1}$. **B.** $y'=2^{2x}\ln 2$. **C.** $y'=2^{2x-1}$. **D.** $y'=2^{2x+1}\ln 2$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2, AD=4\sqrt{3}$,cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=2\sqrt{3}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{39}}{5}$. **B.** $\frac{4\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{4\sqrt{51}}{17}$.

Câu 35. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ trên đoạn $[1;2]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** –2. **C.** 2. **D.** –4.

Câu 36. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 6π. **B.** 4π. **C.** 12π. **D.** 18π.

Câu 37. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+\frac{1}{x}$ là

A. $\sin x+\ln|x|+C$. **B.** $-\sin x+\ln|x|+C$. **C.** $\sin x-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $-\sin x-\frac{1}{x^2}+C$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$. Môđun của số phức z bằng

A. $\sqrt{8}$. **B.** 34. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** 8.

Câu 39. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích toàn phần bằng 18 và độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{18}$. Thể tích lớn nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V_{\max}=8$. **B.** $V_{\max}=3$. **C.** $V_{\max}=\sqrt{8}$. **D.** $V_{\max}=4$.

Câu 40. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để phương trình $\left(f^2(x)+x^2\right)^2-\left(m^2+2m+14\right)\left(f^2(x)+x^2\right)+4(m+1)^2+36=0$ có đúng 5 nghiệm thực phân biệt?

A. 0 **B.** 4043 **C.** 4044 **D.** 1

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=e^x+2x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(1)=e$. Tính $F(0)$.

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $-\frac{5}{6}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d \ \ a,b,c,d\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\min\limits_{\mathbb{R}} f''(x)=f''\left(\frac{1}{4}\right)$ và hàm số $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$. Biết đồ thị hàm số $y=g(x)$ có ba điểm cực trị là $A(m;g(m))$, $B(0;g(0))$, $C(1;g(1))$. Gọi $y=h(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A,C và $D(2;b+5)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=(x^2+1)(h(x)+x-1)$ bằng

A. $\frac{46}{15}$. **B.** $\frac{64}{15}$. **C.** $\frac{56}{15}$. **D.** $\frac{44}{15}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1):\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-2}{-2}$, $(d_2):\begin{cases}x=2-t\\y=3+t\\z=4+t\end{cases}$ (t là tham số) và mặt phẳng $(P):x-y+z-6=0$. Đường thẳng (d) song song với (P), cắt (d_1) và (d_2) lần lượt tại A và B sao cho $AB=3\sqrt{6}$. Phương trình của (d) là

A. $\frac{x-5}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z+2}{-2}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{1}=\frac{z-4}{-1}$.

C. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+4}{-2}$. **D.** $\frac{x-4}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-2}$.

Câu 44. Cho hình trụ có O và O' là hai tâm của đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A,B cùng thuộc đường tròn (O) và C,D cùng thuộc đường tròn (O') sao cho $AB=3\sqrt{3}, BC=6$, đồng thời mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ một góc 60^0. Thể tích khối trụ bằng

A. $3\sqrt{3}\pi$. **B.** $27\sqrt{3}\pi$. **C.** $9\sqrt{3}\pi$. **D.** 81π.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y-2z+10=0$ và hai điểm $A(1;-1;2), B(2;0;-4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc AB sao cho luôn tồn tại hai mặt cầu có bán kính là $R=\sqrt{6}$ tiếp xúc với mặt phẳng (P), đồng thời tiếp xúc với AB tại M. Gọi $T=[m;n)$ là tập giá trị của biểu thức $25a^2+b^2+2c^2$. Tính $m+n$

A. $\frac{12371}{76}$ **B.** 86 **C.** 140 **D.** $\frac{1340}{19}$

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(-\log_2^2 x+5\log_2 x+6\right).\sqrt{3-\log_5 x}\ge 0$?

A. 64. **B.** 9. **C.** 65. **D.** 8.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3-3x-2, \forall x\in\mathbb{R}$ .Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-30\ ;\ 30]$ để hàm số $y=f\left(\left|x^4-8x^2\right|+m\right)$ có đúng 7 cực trị.

A. 2. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 1.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2z-m+2=0$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt được biểu diễn hình học bởi hai điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$, với $C(-1;1)$. Tổng các phần tử trong T bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** 8. **D.** -1.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $y\le 20$ thỏa mãn

$\log_{2022}\dfrac{x+1}{y+1} \le x^4+2y^3-x^2y^2-2y^2x$

A. 380. **B.** 200. **C.** 420. **D.** 210.

Câu 50. Xét các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-4-5i|=|z_2-1|=1$ và $|\overline{z}+4i|=|z-8+4i|$. Tính giá trị $M=|z_1+z_2|$ khi biểu thức $P=|z-z_1|+|z-z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M=\sqrt{41}$. **B.** $M=6$. **C.** $M=2\sqrt{5}$. **D.** $M=2\sqrt{13}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3B	4A	5D	6B	7B	8C	9C	10D	11A	12A	13D	14B	15D
16B	17D	18A	19B	20C	21A	22A	23B	24C	25A	26B	27C	28D	29D	30C
31C	32A	33D	34D	35C	36B	37A	38C	39D	40A	41A	42D	43D	44B	45D
46C	47B	48C	49D	50D										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ thoả mãn $\int\limits_{-1}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=5$ và $f(-1)=4$. Tìm $f(1)$.

A. $f(1)=-9$. **B.** $f(1)=-1$. **C.** $f(1)=9$. **D.** $f(1)=1$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_{-1}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=f(1)-f(-1)$

Theo giả thiết: $\begin{cases}\int\limits_{-1}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=5\\ f(-1)=4\end{cases}$ nên ta có: $f(1)-4=5\Rightarrow f(1)=9$.

Câu 2. Với a là số thực dương tuỳ ý, $\log\left(100a^3\right)$ bằng

A. $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}\log a$. **B.** $2+3\log a$. **C.** $3+3\log a$. **D.** $6\log a$.

Lời giải

Ta có: $\log\left(100a^3\right)=\log 100+\log\left(a^3\right)=2+3\log a$.

Câu 3. Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là

A. $\overline{z}=-2+5i$. **B.** $\overline{z}=2+5i$. **C.** $\overline{z}=-2-5i$. **D.** $\overline{z}=-5+2i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z=2-5i$ là $\overline{z}=2+5i$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;4)$ và $B(3;0;1)$. Độ dài véctơ $\overrightarrow{AB}$ bằng

A. $\sqrt{19}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 13. **D.** 19.

Lời giải

Ta có $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\sqrt{(3-2)^2+(0-3)^2+(1-4)^2}=\sqrt{19}$.

Câu 5. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x}$?

A. $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+x$. **B.** $F(x)=2e^{2x}+1$. **C.** $F(x)=e^{2x}+2022$. **D.** $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+4$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int f(x)dx=\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}e^{2x}+C$, chọn $C=4$ thì $F(x)=\frac{1}{2}e^{2x}+4$.

Câu 6. Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>8$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-3)$. **C.** $S=(-3;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;3)$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x>8\Leftrightarrow 2^{-x}>2^3\Leftrightarrow -x>3\Leftrightarrow x<-3$. Tập nghiệm bất phương trình $S=(-\infty;-3)$.

Câu 7. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$?

A. Điểm $M(-1;0)$. **B.** Điểm $P(1;-1)$. **C.** Điểm $N(-1;-3)$. **D.** Điểm $Q(1;1)$.

Lời giải

Với $x=1\Rightarrow y=1^3-3.1^2+2.1-1=-1$ nên điểm $P(1;-1)$ thuộc đồ thị của hàm số đã cho.

Câu 8. Trong mặt phẳng toạ độ, điểm $M(4;-5)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

A. $4+5i$. **B.** $-5-4i$. **C.** $4-5i$. **D.** $-5+4i$.

Lời giải

Điểm $M(4;-5)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=4-5i$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tâm là

A. $I(2;-4;6)$. **B.** $I(-2;4;-6)$. **C.** $I(-1;2;-3)$. **D.** $I(1;-2;3)$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-4y+6z-1=0$ có tâm là $I(-1;2;-3)$.

Câu 10. Cho hai số phức $z=3+i$ và $w=2+3i$. Số phức $z-w$ bằng

A. $1+4i$. **B.** $5-2i$. **C.** $5+4i$. **D.** $1-2i$.

Lời giải

Ta có $z-w=3+i-(2+3i)=1-2i$.

Câu 11. Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm có n phần tử $(1\le k\le n)$ là:

A. $\frac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **C.** $k!$. **D.** $(n-k)!$.

Lời giải

Số các chỉnh hợp chập k của một tập hợp gồm có n phần tử $(1\le k\le n)$ là $\frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu đạo hàm của hàm số $f(x)$. Hàm số $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 13. Nghiệm của phương trình $\log_2(4x)=4$ là

A. $x=2$. **B.** $x=64$. **C.** $x=16$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Điều kiện: $4x>0\Leftrightarrow x>0$.

Ta có: $\log_2(4x)=4\Leftrightarrow 4x=2^4\Leftrightarrow 4x=16\Leftrightarrow x=4(\text{TM})$

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{-x+2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x\neq 2$

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\left(\dfrac{2x-1}{-x+2}\right)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\left(\dfrac{2x-1}{-x+2}\right)=+\infty$

Nên tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3-t\\z=3t\end{cases}$?

A. $Q(2;-1;3)$. **B.** $N(1;3;3)$. **C.** $P(2;-1;0)$. **D.** $M(1;3;0)$.

Lời giải

Cho $t=0\Rightarrow\begin{cases}x=1\\y=3\\z=0\end{cases}\Rightarrow M(1;3;0)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $f(x)=(x-1)^{-3}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1\neq 0\Leftrightarrow x\neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n_1}=(0;3;-1)$. **B.** $\vec{n_2}=(3;-1;2)$. **C.** $\vec{n_4}=(3;-1;0)$. **D.** $\vec{n_3}=(3;0;-1)$.

Lời giải

Từ phương trình $(P):3x-z+2=0\Rightarrow(P)$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Câu 18. Một khối cầu có đường kính bằng 4 thì diện tích bề mặt khối cầu đó bằng

A. 16π. **B.** $\dfrac{256\pi}{3}$. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** 64π.

Lời giải

Khối cầu có bán kính $R=\frac{4}{2}=2$.

Diện tích mặt cầu là $S=4\pi R^2=16\pi$.

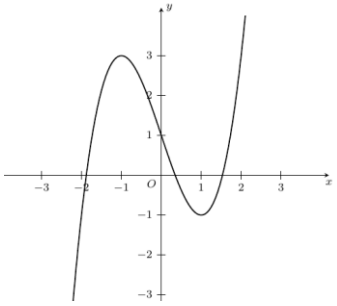
Câu 19. Một khối chóp có thể tích bằng 12 và diện tích đáy bằng 4. Chiều cao của khối chóp đó bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{4}{9}$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp $V=\frac{1}{3}B.h\Rightarrow h=\frac{3V}{B}=\frac{3.12}{4}=9.$

Câu 20. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm bậc ba, loại đáp án A, D

Nhánh ngoài cùng đi lên $\Rightarrow$ hệ số $a>0$, loại đáp án B

$\Rightarrow$ đáp án đúng là đáp án C.

Câu 21. Một khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 5 và chiều cao bằng 3 thì có thể tích bằng

A. 15. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** 5. **D.** $\frac{8}{3}$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ là $V=B.h=5.3=15.$

Câu 22. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải

Vì $AB//CD\Rightarrow (SA;CD)=(SA;AB)=60°$ (ΔSAB đều).

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(2;1;3)$ và $N(4;3;-5)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng MN có phương trình là:

A. $x+y-4z+9=0$. **B.** $x+y-4z-9=0$. **C.** $x+y+4z+15=0$. **D.** $x+y+4z-15=0$.

Lời giải

Gọi $I(3;2;-1)$ là trung điểm MN

$\overrightarrow{MN}=(2;2;-8)=2(1;1;-4)$

Mặt phẳng trung trực đoạn thẳng MN đi qua I và nhận vectơ $\vec{n}=(1;1;-4)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình: $1(x-3)+1(y-2)-4(z+1)=0\Leftrightarrow x+y-4z-9=0$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0), B(4;-1;3), C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-t \\ z=2t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $M(2;-1;2)$ là trung điểm BC

$\overrightarrow{AM}=(1;1;2)$ là vectơ chỉ phương

Phương trình đường trung tuyến AM: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+t \\ z=2t \end{cases}$.

Câu 25. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$ và công sai $d=3$. Giá trị u_3 bằng

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 18.

Lời giải

Đáp án A

Công thức số thứ n trong dãy cấp số cộng: $u_n=u_1+(n-1)d$

$\Rightarrow u_3=u_1+2d=2+2.3=8$

Câu 26. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y=-x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^2+2$. **D.** $y=\log_{\frac{1}{2}}x$.

Lời giải

Đáp án B

$(-x^3-3x+1)'=-3x^2-3<0 \ (\forall x\in\mathbb{R})$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

$\left(\dfrac{1}{x+1}\right)'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}<0 \ (\forall x\in\mathbb{R}\backslash\{-1\})$

$(-x^2+2)'=-2x<0 \ (\forall x>0)$

$\left(\log_{\frac{1}{2}}x\right)'=\dfrac{1}{x\ln\frac{1}{2}}<0 \ (\forall x>0)$

Câu 27. Biết $\int_0^1[f(x)+2x]\mathrm{d}x=5$. Khi đó $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Đáp án C

Gọi nguyên hàm của hàm $f(x)$ là $F(x)$.

Vì $\int_0^1 [f(x)+2x]\mathrm{d}x = 5 \Rightarrow F(x)+x^2\Big|_0^1 = F(1)-F(0)+1^2-0^2 = 5 \Rightarrow$

$F(1)-F(0) = 4 = \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(-1;3)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra: Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng 0.

Câu 30. Một nhóm học sinh gồm có 4 nam và 5 nữ, chọn ngẫu nhiên ra 2 học sinh. Tính xác suất để 2 học sinh được chọn có 1 nam và 1 nữ.

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{18}$. **C.** $\frac{5}{9}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ 9 học sinh thì có C_9^2 (cách) $\Rightarrow n(\Omega) = C_9^2$

Gọi A là biến cố: "2 học sinh được chọn có 1 nam và 1 nữ"

$\Rightarrow n(A) = C_4^1.C_5^1$

Vậy $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_4^1.C_5^1}{C_9^2} = \frac{5}{9}$.

Câu 31. Nếu $\int_0^1 [3f(x)+2g(x)]\mathrm{d}x = 10$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x = -1$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 \left[3f(x)+2g(x)\right]dx=10 \Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)dx+2\int_0^1 g(x)dx=10$

$\Leftrightarrow 3\int_0^1 f(x)dx+2.(-1)=10 \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx=\frac{12}{3}=4.$

Câu 32. Với a,b là các số thực dương tùy ý thỏa mãn $\log_2 a-2\log_4 b=4$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=16b$. **B.** $a=16b^2$. **C.** $a=16b^4$. **D.** $a=8b$.

Lời giải

Ta biến đổi $\log_2 a-2\log_4 b=4 \Leftrightarrow \log_2 a-2\log_{2^2} b=4 \Leftrightarrow \log_2 a-2\left(\frac{1}{2}.\log_2 b\right)=4$

$\Leftrightarrow \log_2 a-\log_2 b=4 \Leftrightarrow \log_2 \frac{a}{b}=4 \Leftrightarrow \frac{a}{b}=2^4 \Leftrightarrow a=16b.$

Câu 33. Hàm số $y=2^{2x}$ có đạo hàm là

A. $y'=2x.2^{2x-1}$. **B.** $y'=2^{2x}\ln 2$. **C.** $y'=2^{2x-1}$. **D.** $y'=2^{2x+1}\ln 2$.

Lời giải

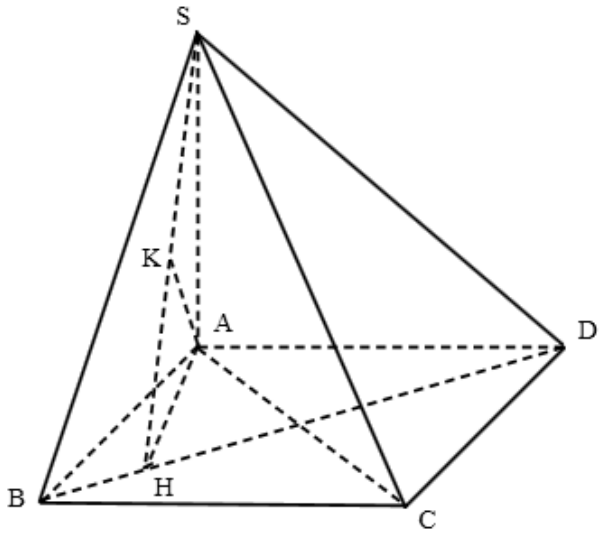
Ta áp dụng công thức $\left(a^u\right)'=a^u \ln a.u',(a>0,a\neq 1).$

Suy ra $y'=\left(2^{2x}\right)'=2^{2x}\ln 2.(2x)'=2.2^{2x}\ln 2=2^{2x+1}\ln 2.$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=2, AD=4\sqrt{3}$,cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=2\sqrt{3}$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{2\sqrt{39}}{5}$. **B.** $\frac{4\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{2\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{4\sqrt{51}}{17}$.

Lời giải



Gọi $AC\cap BD=\{O\}$.

Do $AC\cap(SBD)=\{O\}$ nên $d\left(C,(SBD)\right)=d\left(A,(SBD)\right)$.

Trong mặt phẳng $(ABCD)$ hạ $AH\perp BD$, trong mặt phẳng (SAH) hạ $AK\perp SH$.

Suy ra: $d\left(A,\left(SBD\right)\right)=AK$.

Ta có: $AB=2, AD=4\sqrt{3} \Rightarrow AC=BD=2\sqrt{13}$.

Trong ΔABD: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}$

Trong ΔSAH: $\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{AH^2}+\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{SA^2} \Rightarrow AK=\frac{4\sqrt{51}}{17}$.

Vậy Khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(SBD\right)$ bằng $AK=\frac{4\sqrt{51}}{17}$.

Câu 35. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ trên đoạn $[1;2]$. Giá trị của $M-m$ bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -4.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1$

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Có: $y'=3x^2-6x$.

$y'=0 \Rightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow x=0; x=2$.

Với $x=0 \notin [1;2]$.

$y(1)=-1$, $y(2)=-3$

$\Rightarrow M=-1, m=-3$.

Vậy $M-m=2$.

Câu 36. Cho khối nón có bán kính đáy bằng 2, chiều cao bằng 3. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 6π. **B.** 4π. **C.** 12π. **D.** 18π.

Lời giải

Thể tích của khối nón đã cho là: $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h=\frac{1}{3}\pi.2^2.3=4\pi$.

Câu 37. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x+\frac{1}{x}$ là

A. $\sin x+\ln|x|+C$. **B.** $-\sin x+\ln|x|+C$. **C.** $\sin x-\frac{1}{x^2}+C$. **D.** $-\sin x-\frac{1}{x^2}+C$.

Lời giải

Ta có

$$\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(\cos x+\frac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\sin x+\ln|x|+C.$$

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $z\left(2-i\right)+13i=1$. Môđun của số phức z bằng

A. $\sqrt{8}$. **B.** 34. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** 8.

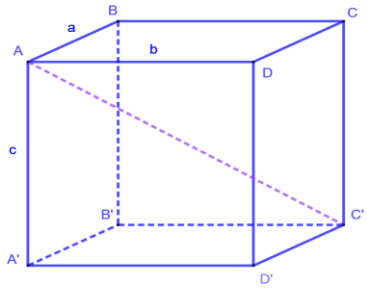
Lời giải

$z\left(2-i\right)+13i=1 \Leftrightarrow z=\frac{1-13i}{2-i}=3-5i \Rightarrow |z|=\sqrt{34}$

Câu 39. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có diện tích toàn phần bằng 18 và độ dài đường chéo $AC'=\sqrt{18}$. Thể tích lớn nhất của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. $V_{\max}=8$. **B.** $V_{\max}=3$. **C.** $V_{\max}=\sqrt{8}$. **D.** $V_{\max}=4$.

Lời giải



Gọi a,b,c $(a,b,c>0)$ là số đo của ba cạnh.

Khi đó, theo bài ra ta có:

$S_{TP}=18\Leftrightarrow 2ab+2ac+2bc=18\Leftrightarrow ab+ac+bc=9$ (1).

$AC'=\sqrt{18}\Leftrightarrow a^2+b^2+c^2=18$ (2).

Từ (1) và (2), ta có $a^2+b^2+c^2+2ab+2bc+2ca=36\Leftrightarrow (a+b+c)^2=36\Rightarrow a+b+c=6$ (3)

.

Gọi V là thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ $\Rightarrow V=abc$ (4).

Từ $(1),(3),(4)$, ta có $\begin{cases}a+b+c=6\\ab+bc+ca=9\\abc=V\end{cases}$

Theo định lý Vi-ét thì a,b,c là ba nghiệm của phương trình

$x^3-(a+b+c)x^2+(ab+ac+bc)x-abc=0$

$\Leftrightarrow x^3-6x^2+9x=V$.

Xét hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ $(x>0)$

$\Rightarrow f'(x)=3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$			$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		0	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Suy ra, để phương trình $x^3-6x^2+9x=V$ có 3 nghiệm hay để tồn tại 3 cạnh của khối hộp thì $0<V\le 4\Rightarrow V_{\max}=4$.

Câu 40. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để phương trình $\left(f^2(x)+x^2\right)^2-\left(m^2+2m+14\right)\left(f^2(x)+x^2\right)+4(m+1)^2+36=0$ có đúng 5 nghiệm thực phân biệt?

A. 0 **B.** 4043 **C.** 4044 **D.** 1

Lời giải

Ta coi phương trình đã cho là PT bậc hai, có biến $f^2(x)+x^2$ tham số m. Ta có

$\Delta=\left(m^2+2m+14\right)^2-16(m+1)^2-36.16=\left(m^2+2m+14\right)^2-16\left(m^2+2m+14\right)+4.16$

$=\left(m^2+2m+6\right)^2$

Từ đó suy ra $\left[\begin{array}{l} f^2(x)+x^2=m^2+2m+10 \quad (1)\\ f^2(x)+x^2=4, \qquad\qquad (2)\end{array}\right.$

Xét $g(x)=f^2(x)+x^2$, $g'(x)=2f(x).f'(x)+2x$

Mặt khác, từ bảng biến thiên, ta suy ra được $f'(x)=ax(x^2-1)=ax^3-ax\ (a\neq 0)$

$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}ax^4-\frac{1}{2}ax^2+C$,đồ thị đi qua điểm $(0;3)$, suy ra $C=3$;

đồ thị đi qua điểm $(-1;0)$ suy ra $\frac{1}{4}a-\frac{1}{2}a+3=0\Rightarrow a=12$. Vậy $f(x)=3x^4-6x^2+3$.

Từ đó, $g'(x)=x\left(12\left(x^2-1\right)\left(3x^4-6x^2+3\right)+2\right)=x\left(36\left(x^2-1\right)\left(x^2-1\right)^2+2\right)$

$=x\left[36\left(\left(x^2-1\right)^3+2\right)\right]=0$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\\ x^2-1=\sqrt[3]{\frac{-1}{18}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0\\ x=\pm\sqrt{1+\sqrt[3]{\frac{-1}{18}}}\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau:

X	$-\infty$	$-\sqrt{1+\sqrt[3]{\frac{-1}{18}}}$		0		$\sqrt{1+\sqrt[3]{\frac{-1}{18}}}$		$+\infty$
$g'(x)$	-	0	+	0	-	0	+	
$g(x)$	$+\infty$	$1-\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{18}}$	↗	9	↘	$1-\frac{1}{2}\sqrt[3]{\frac{1}{18}}$	↗	$+\infty$

Từ BBT của $g(x)$ ta thấy phương trình (2) có 4 nghiệm, phương trình (1) do có $m^2+2m+10=(m+1)^2+9\geq 9\ \forall m$ nên phương trình có ít nhất 2 nghiệm với mọi *m*. vậy phương trình đã cho có ít nhất 6 nghiệm phân biệt, hay không có *m* để phương trình có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=e^x+2x+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(1)=e$. Tính $F(0)$.

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $-\frac{1}{6}$. **D.** $-\frac{5}{6}$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\left(e^x+2x+1\right)\mathrm{d}x=e^x+x^2+x+C_1$.

Với $f(0)=1\Rightarrow e^0+0^2+0+C_1=1\Rightarrow C_1=0$.

Vậy $f(x)=e^x+x^2+x$.

Ta lại có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(e^x+x^2+x\right)\mathrm{d}x=e^x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}+C_2$.

Với $F(1)=e\Rightarrow e^1+\frac{1^3}{3}+\frac{1^2}{2}+C_2=e\Rightarrow C_2=-\frac{5}{6}$.

Vậy $F(x)=e^x+\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}-\frac{5}{6}$.

Khi đó $F(0)=e^0+\frac{0^3}{3}+\frac{0^2}{2}-\frac{5}{6}=\frac{1}{6}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d\ \ a,b,c,d\in\mathbb{R}$ thỏa mãn $\min\limits_{\mathbb{R}} f''(x)=f''\left(\frac{1}{4}\right)$ và hàm số $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$. Biết đồ thị hàm số $y=g(x)$ có ba điểm cực trị là $A\left(m;g(m)\right)$, $B\left(0;g(0)\right)$, $C\left(1;g(1)\right)$. Gọi $y=h(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm A,C và $D\left(2;b+5\right)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=\left(x^2+1\right)\left(h(x)+x-1\right)$ bằng

A. $\frac{46}{15}$. **B.** $\frac{64}{15}$. **C.** $\frac{56}{15}$. **D.** $\frac{44}{15}$.

Lời giải

Ta có $f(x)=x^4+ax^3+bx^2+cx+d$

$\Rightarrow f'(x)=4x^3+3ax^2+2bx+c$

$\Rightarrow f''(x)=12x^2+6ax+2b\ \Rightarrow f'''(x)=24x+6a$

Xét $\min\limits_{\mathbb{R}} f''(x)=f''\left(\frac{1}{4}\right)\Rightarrow f'''\left(\frac{1}{4}\right)=0\Rightarrow 24.\frac{1}{4}+6a=0\Rightarrow a=-1$

Vậy $f(x)=x^4-x^3+bx^2+cx+d\ \Rightarrow f'(x)=4x^3-3x^2+2bx+c\ \Rightarrow f''(x)=12x^2-6x+2b$

Xét $y=g(x)=\frac{f(x)}{x^2+1}$ có ba điểm cực trị là $A\left(m;g(m)\right)$, $B\left(0;g(0)\right)$, $C\left(1;g(1)\right)$

$\Rightarrow g'(x)=\frac{f'(x)\left(x^2+1\right)-f(x).2x}{\left(x^2+1\right)^2}$

Với cực trị $B\left(0;g(0)\right)\Rightarrow g'(0)=0\Rightarrow f'(0)=0\Rightarrow c=0$

Với cực trị $C\left(1;g(1)\right)\Rightarrow g'(1)=0\Rightarrow f'(1)=f(1)\Rightarrow b=d+1$

Ta thu được $f(x)=x^4-x^3+bx^2+b+1$

$\Rightarrow f'(x)=4x^3-3x^2+2bx$

Với cực trị $A(m;g(m)) \Rightarrow g'(m)=0 \Rightarrow f'(m)(m^2+1)-f(m).2m=0$

$\Rightarrow \dfrac{f'(m)}{2m}=\dfrac{f(m)}{(m^2+1)}=g(m) \Rightarrow g(m)=\dfrac{f'(m)}{2m}=\dfrac{4m^3-3m^2+2bm}{2m}=2m^2-\dfrac{3}{2}m+b$

Mặt khác $y=h(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua điểm $A(m;g(m))$, $C(1;g(1))$, $D(2;b+5)$

$\Rightarrow g(m)=h(x)=2x^2-\dfrac{3}{2}x+b$

Đặt $y=(x^2+1)(h(x)+x-1)=v(x) \Rightarrow v(x)=(x^2+1)\left(2x^2-\dfrac{3}{2}x+b+x-1\right)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=(x^2+1)(h(x)+x-1)$

Trở thành $S=\int_{x_1}^{x_2}|f(x)-v(x)|dx$

Xét phương trình hoành độ giao điểm của $f(x)$ và $v(x)$

$\Leftrightarrow x^4-x^3+bx^2+b+1=(x^2+1)\left(2x^2-\dfrac{3}{2}x+b+x-1\right)$

$\Leftrightarrow x^4+\dfrac{1}{2}x^3+x^2-\dfrac{1}{2}x-2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-1 \\ x_2=1 \end{array}\right.$.

Vậy $S=\int_{-1}^{1}\left|x^4+\dfrac{1}{2}x^3+x^2-\dfrac{1}{2}x-2\right|dx=\dfrac{44}{15}$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-2}{-2}$, $(d_2):\begin{cases} x=2-t \\ y=3+t \\ z=4+t \end{cases}$ (t là tham số) và mặt phẳng $(P):x-y+z-6=0$. Đường thẳng (d) song song với (P), cắt (d_1) và (d_2) lần lượt tại A và B sao cho $AB=3\sqrt{6}$. Phương trình của (d) là

A. $\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+2}{-2}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-4}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+4}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z}{-2}$.

Lời giải

Gọi $A(1+2a;-2+a;2-2a)\in d_1$ và $B(2-b;3+b;4+b)\in d_2$

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(1-b-2a;5+b-a;2+b+2a)$

Vì $d//(P)$ nên $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0$ (Với $\overrightarrow{n_P}=(1;-1;1)$ là một VTPT của mp (P))

Suy ra $1-b-2a-5-b+a+2+b+2a=0 \Leftrightarrow -b+a-2=0 \Leftrightarrow b=a-2$ (1)

Mặt khác $AB=3\sqrt{6} \Leftrightarrow (1-b-2a)^2+(5+b-a)^2+(2+b+2a)^2=54$ (2)

Thế (1) vào (2) ta được: $(3-3a)^2+9+9a^2=54 \Leftrightarrow 18a^2-18a-36=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=2 \\ a=-1 \end{array}\right.$

+ Với $a=2$ thì $b=0$. Khi đó $A(5;0;-2)$, $B(2;3;4)$

$\overrightarrow{AB}=(-3;3;6)$. Suy ra một VTCP của (d) là $\vec{u}=(1;-1;-2)$

Phương trình đường thẳng (d) là: $\frac{x-4}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-2}$.

+ Với $a=-1$ thì $b=-3$. Khi đó $A(-1;-3;4), B(5;0;1)$. Thay tọa độ điểm A,B vào phương trình mp (P)

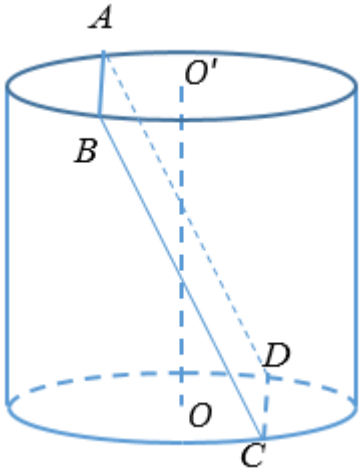
thấy thỏa mãn. Suy ra đường thẳng d nằm trên (P). Không thỏa mãn giả thiết.

Vậy phương trình đường thẳng (d) là: $\frac{x-4}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z}{-2}$.

Câu 44. Cho hình trụ có O và O' là hai tâm của đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A,B cùng thuộc đường tròn (O) và C,D cùng thuộc đường tròn (O') sao cho $AB=3\sqrt{3}, BC=6$, đồng thời mặt phẳng $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ một góc 60^0. Thể tích khối trụ bằng

A. $3\sqrt{3}\pi$. **B.** $27\sqrt{3}\pi$. **C.** $9\sqrt{3}\pi$. **D.** 81π.

Lời giải



$h=2.3.\sin 60^0=3\sqrt{3}$; $d(O;AB)=\frac{3}{2} \Rightarrow R=3$

Vậy thể tích khối trụ bằng: $\pi.3^2.3\sqrt{3}=27\sqrt{3}\pi$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y-2z+10=0$ và hai điểm $A(1;-1;2), B(2;0;-4)$. Gọi $M(a;b;c)$ là điểm thuộc AB sao cho luôn tồn tại hai mặt cầu có bán kính là $R=\sqrt{6}$ tiếp xúc với mặt phẳng (P), đồng thời tiếp xúc với AB tại M. Gọi $T=[m;n)$ là tập giá trị của biểu thức $25a^2+b^2+2c^2$. Tính $m+n$

A. $\frac{12371}{76}$ **B.** 86 **C.** 140 **D.** $\frac{1340}{19}$

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(1;1;-6)$

Phương trình đường thẳng AB: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1+t \\ z=2-6t \end{cases}$

Mp (Q) đi qua A và song song với (P): $x+y-2z+4=0$

Gọi $M(1+t;-1+t;2-6t)$

M thuộc đoạn AB nên $0\le t\le 1$ (1)

α là góc giữa AB và (Q). Dựng mặt phẳng qua M, vuông góc với AB và cắt (Q) theo giao tuyến d. Kẻ $MH\perp d$.

$MH<\sqrt{6}\Rightarrow AM.\tan\alpha<\sqrt{6}$

$\Rightarrow AM^2.\tan^2\alpha<6$

$\Rightarrow t^2.\frac{49}{8}<6\Rightarrow -\sqrt{\frac{24}{931}}<t<\sqrt{\frac{24}{931}}$ (2)

Từ (1),(2) $\Rightarrow 0\le t<\sqrt{\frac{24}{931}}$

Ta có:

$25a^2+b^2+2c^2=25(1+t)^2+(-1+t)^2+2(2-6t)^2=98t^2+34$

$\Rightarrow 34\le t<\frac{694}{19}$

Vậy $m+n=\frac{1340}{19}$.

Câu 46. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(-\log_2^2 x+5\log_2 x+6\right).\sqrt{3-\log_5 x}\ge 0$?

A. 64. **B.** 9. **C.** 65. **D.** 8.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=\left(-\log_2^2 x+5\log_2 x+6\right).\sqrt{3-\log_5 x}$, khi đó $f(x)$ là hàm số xác định và liên tục trên $(0;125]$.

Ta có $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} -\log_2^2 x+5\log_2 x+6=0 & (1) \\ \sqrt{3-\log_5 x}=0 & (2) \end{array}\right.$

Phương trình (1) tương đương $\left[\begin{array}{l} \log_2 x=-1 \\ \log_2 x=6 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=\frac{1}{2} \\ x=64 \end{array}\right.$.

Phương trình (2) tương đương $\log_5 x=3\Leftrightarrow x=125$.

Ta có bảng xét dấu như sau

x	0		$\frac{1}{2}$		64		125
$f(x)$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	0

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=\left[\frac{1}{2};64\right]\cup\{125\}$.

Do đó có 65 số nguyên x.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3-3x-2,\forall x\in\mathbb{R}$.Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-30\,;\,30]$ để hàm số $y=f\left(\left|x^4-8x^2\right|+m\right)$ có đúng 7 cực trị.

A. 2. **B.** 16. **C.** 17. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=x^3-3x-2,\forall x\in\mathbb{R}$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x^3-3x-2=0\Leftrightarrow(x+1)^2(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-1\end{array}\right.$$

Xét hàm số: $y=f\left(\left|x^4-8x^2\right|+m\right)$

$$y'=\left(4x^3-16x\right)\frac{\left(x^4-8x^2\right)}{\left|x^4-8x^2\right|}y'\left(\left|x^4-8x^2\right|+m\right)$$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}4x^3-16x=0\\x^4-8x^2=0\\\left|x^4-8x^2\right|+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\\x=\pm\sqrt{2}\\\left|x^4-8x^2\right|=2-m,(1)\end{array}\right.$$

Để hàm số $y=f\left(\left|x^4-8x^2\right|+m\right)$ có 7 cực trị thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác

$$\left\{0,\pm2,\pm\sqrt{2}\right\}\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m\notin\{-14,-10,2\}\\\left|x^4-8x^2\right|=2-m,(2)\end{array}\right.$$

Xét phương trình $\left|x^4-8x^2\right|=2-m$

Đặt $g(x)=x^4-8x^2$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$g'(x)$	$-$		0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-16	↗	0	↘	-16	↗	$+\infty$
$\lvert g(x)\rvert$	$+\infty$	↘	16	↗	0	↘	16	↗	$+\infty$

$$g'(x)=4x^3-16x$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

Vậy để phương phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt thì $2-m\ge 16\Leftrightarrow m\le -14$

Mà $m\in[-30\,;\,30]$ và $m\notin\{-14,-10,2\}$ nên $-30\le m<-14$ vậy m có 16 giá trị nguyên.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2z-m+2=0$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt được biểu diễn hình học bởi hai điểm A và B trên mặt phẳng tọa độ sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$, với $C(-1;1)$. Tổng các phần tử trong T bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** 8. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $z^2-2z-m+2=0\Leftrightarrow (z-1)^2=m-1$ (1).

Trường hợp 1: Nếu $m-1>0\Leftrightarrow m>1$ thì $(1)\Leftrightarrow z=1\pm\sqrt{m-1}$.

Khi đó hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình (1) là

$A(1+\sqrt{m-1};0)$, $B(1-\sqrt{m-1};0)$

$S_{\Delta ABC}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}.1.2\sqrt{m-1}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow m=9$ (tm)

Trường hợp 2: Nếu $m-1=0\Leftrightarrow m=1$ thì $(1)\Leftrightarrow z=1$. Do đó $m=1$ không thỏa mãn.

Trường hợp 3: Nếu $m-1<0\Leftrightarrow m<1$ thì $(1)\Leftrightarrow z=1\pm i\sqrt{1-m}$.

Khi đó hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình (1) là $A(1;\sqrt{1-m})$, $B(1;-\sqrt{1-m})$

$S_{\Delta ABC}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\frac{1}{2}.2.2\sqrt{1-m}=2\sqrt{2}\Leftrightarrow m=-1$ (tm)

Suy ra $T=\{9;-1\}$, tổng các phần tử trong T bằng 8.

Câu 49. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ với $y\le 20$ thỏa mãn

$$\log_{2022}\frac{x+1}{y+1}\le x^4+2y^3-x^2y^2-2y^2x$$

A. 380. **B.** 200. **C.** 420. **D.** 210.

Lời giải

Ta có $\log_{2022}\frac{x+1}{y+1}\le y^4+2y^3-x^2y^2-2y^2x$

$\Leftrightarrow\log_{2022}\frac{x+1}{y+1}\le y^2\left(y^2+2y+1\right)-y^2\left(x^2+2x+1\right)$

$\Leftrightarrow\log_{2022}\frac{y(x+1)}{y(y+1)}\le\left[y(y+1)\right]^2-\left[y(x+1)\right]^2$

$\Leftrightarrow\log_{2022}\left[y(x+1)\right]+\left[y(x+1)\right]^2\le\log_{2022}\left[y(y+1)\right]+\left[y(y+1)\right]^2$ (*)

Xét hàm số $y=f(t)=\log_{2022}t+t^2$, $t>0$ có $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2022}+2t>0$

Nên (*) tương đương $y(x+1)\le y(y<1)\Leftrightarrow x\le y$

Với $\begin{cases}y\in\mathbb{Z}^*\\ y=20\end{cases}$ sẽ có 20 giá trị tương ứng với x.

Cứ tương tự như thế sẽ có $20+19+...+1=210$ cặp số $(x;y)$.

Câu 50. Xét các số phức z, z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-4-5i|=|z_2-1|=1$ và $|\bar{z}+4i|=|z-8+4i|$. Tính giá trị $M=|z_1+z_2|$ khi biểu thức $P=|z-z_1|+|z-z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

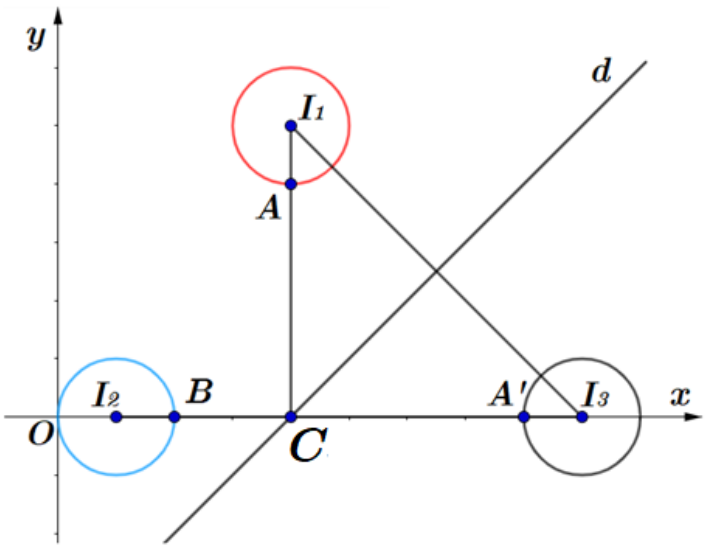
A. $M=\sqrt{41}$. **B.** $M=6$. **C.** $M=2\sqrt{5}$. **D.** $M=2\sqrt{13}$.

Lời giải

Ta có $|z_1-4-5i|=|z_2-1|=1$ và $|\bar{z}+4i|=|z-8+4i| \Leftrightarrow |z-4i|=|z-8+4i|$.

Gọi A, B, C lần lượt các điểm biểu diễn các số phức z, z_1, z_2 trên mặt phẳng phức

Khi đó $A\in(C_1):(x-4)^2+(y-5)^2=1$ và $B\in(C_2):(x-1)^2+y^2=1$ và C thuộc đường trung trực d của đoạn thẳng CD với $C(0;4)$, $D(8;-4) \Rightarrow d: x-y-4=0$.



Ta có hai đường tròn $(C_1),(C_2)$ nằm về một phía so với đường d, khi đó ta có đường tròn $(C_3):(x-9)^2+y^2=1$ đối xứng với đường tròn (C_1) qua d

Khi đó $P=|z-z_1|+|z-z_2|=AC+BC=A'C+BC\geq A'B$

Đẳng thức xảy ra khi C là giao của d và $Ox \Rightarrow C(4;0) \Rightarrow B(2;0), A(4;4)$.

$\Rightarrow M=|z_1+z_2|=|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}|=2\sqrt{13}$.

SỞ GDĐT QUẢNG BÌNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ và $\vec{b}(2;3;-7)$. Tìm tọa độ $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}$.

A. $\vec{x}(2;-1;19)$ **B.** $\vec{x}(-2;-3;19)$ **C.** $\vec{x}(-2;3;19)$ **D.** $\vec{x}(-2;-1;19)$

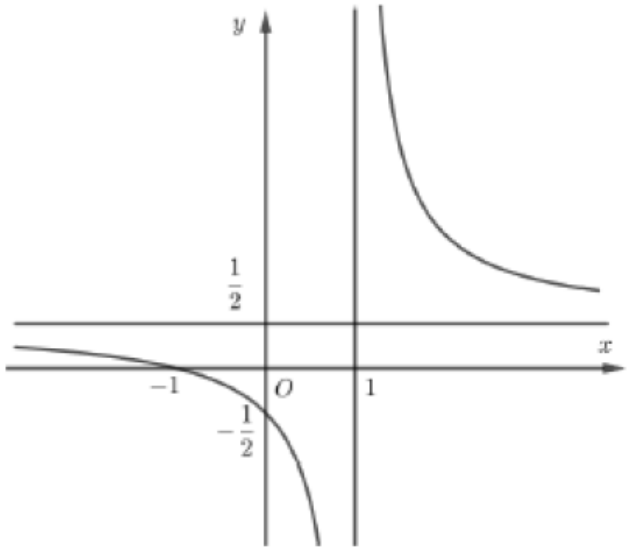
Câu 2. Với số thực a dương tùy ý, biểu thức $\log_2\left(a^3\right)$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}\log_2 a$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)=\log_2(2x+1)$.

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\{2\}$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y=\frac{x+2}{2x-1}$. **B.** $y=\frac{2x-4}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+1}{2x-2}$. **D.** $y=\frac{2x}{3x-3}$.

Câu 5. Số phức nào dưới đây có mô đun bằng 5.

A. $3+4i$. **B.** $3+5i$. **C.** $6-i$. **D.** $4-7i$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y=\ln(x^2+1)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{x}{x^2+1}$. **C.** $y'=2x(x^2+1)$. **D.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

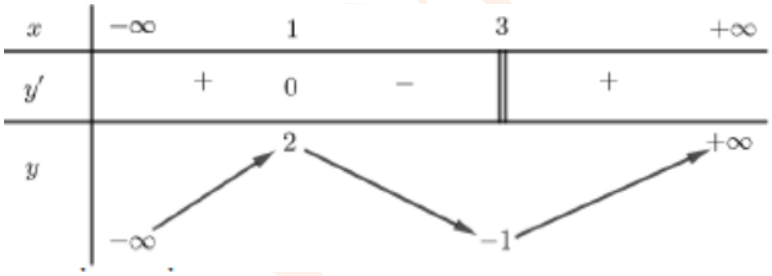
Câu 9. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-2x}$ có tiệm cận đứng là

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Câu 10. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau



Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1;1;2)$. **B.** $M(-2;-2;1)$. **C.** $N(2;-1;2)$. **D.** $Q(-2;1;-2)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm của mặt cầu (S) đã cho có toạ độ là

A. $(-2;4;-1)$. **B.** $(-2;-4;-1)$. **C.** $(2;4;1)$. **D.** $(2;-4;1)$.

Câu 14. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=i(5+3i)$ có toạ độ là

A. $(5;3)$. **B.** $(5;-3)$. **C.** $(3;5)$. **D.** $(-3;5)$.

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{5}{6}a^3$. **B.** $5a^3$. **C.** $\dfrac{5}{3}a^3$ **D.** $\dfrac{5}{2}a^3$.

Câu 16. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-9$ là

A. $\dfrac{1}{2}x^4-9x+C$. **B.** $4x^3-9x+C$. **C.** $4x^4-9x+C$. **D.** $\dfrac{1}{4}x^4+C$.

Câu 17. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x+3y-4z+5=0$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{a}=(2;3;5)$. **B.** $\vec{a}=(-4;3;2)$. **C.** $\vec{a}=(2;3;-4)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;4)$.

Câu 18. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-1$?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;7)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(0;-1)$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>3$;à

A. $(\log_3 2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_3 2)$. **C.** $(-\infty;\log_2 3)$. **D.** $(\log_2 3;+\infty)$.

Câu 20. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam, 16 học sinh nữ là

A. C_{16}^5. **B.** C_{41}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** A_{25}^5.

Câu 21. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R và độ dài đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\pi Rh+\pi R^2$. **B.** $\pi Rh+2\pi R^2$. **C.** $2\pi Rh+\pi R^2$. **D.** $2\pi Rh+2\pi R^2$.

Câu 22. Nếu $\int_0^7 f(x)\mathrm{d}x=18$ và $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x=9$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 162. **C.** 2. **D.** 27.

Câu 23. Hàm số $y=(4x^2-1)^4$ có tập xác định là

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 24. Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao $h=16$ và bán kính đáy $R=12$ bằng

A. 120π. **B.** 90π. **C.** 240π. **D.** 80π.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3-4i$. Số phức $2z_1+3z_2$ bằng

A. $4-2i$. **B.** $11+8i$. **C.** $9-2i$. **D.** $11-8i$.

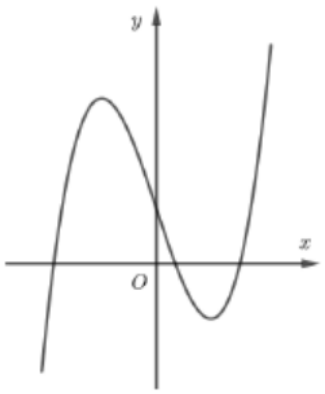
Câu 26. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ và $F(1)=1$. Biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$, khi đó giá trị của $F(3)$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** –2. **D.** 3.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=4$ và $u_2=10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5 **B.** 6 **C.** –6 **D.** 2

Câu 28. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng của đường cong ở hình bên?



A. $y=x^4-x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x+1$ **C.** $y=-x^3+3x+1$ **D.** $y=-x^2+x+1$

Câu 29. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Giá trị của $\int_1^2 [2+f(x)]dx$ bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** $\frac{15}{4}$. **D.** $\frac{23}{4}$.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -5. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 5.

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$ và $F(0)=1$. Khi đó $F(x)$bằng

A. $\frac{x^3}{3}+cosx+1$. **B.** $x^3-cosx+x+2$.

C. $\frac{x^3}{3}-cosx+x+2$. **D.** $\frac{x^3}{3}-cosx+2$.

Câu 32. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua điểm M vuông góc với (P) có phương trình.

A. $x+y-2z-6=0$. **B.** $x+y-2z+6=0$.

C. $x+2y-3z+9=0$. **D.** $x+2y-3z-9=0$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $(1-4i)z=3+i$. Số phức liên hợp của z là

A. $-\frac{1}{17}-\frac{13}{17}i$. **B.** $-\frac{1}{15}-\frac{13}{15}i$. **C.** $-\frac{1}{7}+\frac{13}{7}i$. **D.** $-\frac{1}{17}+\frac{13}{17}i$.

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=2x^3+3x+1$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Câu 35. Với a, b là các số thực dương tuỳ ý, $\log_2\left(\frac{a^2}{b^4}\right)$ bằng?

A. $2\log_2 a - 4\log_2 b$. **B.** $2\log_2 a - b^4$. **C.** $\log_2 a - 2\log_2 b$. **D.** $2a - 4b$.

Câu 36. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60°. Thể tích của khối chóp là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f\left(\cos^2 x\right)dx = 1$, khi đó $\int_0^1 \left[2f(1-x) - 3x^2 + 5\right]dx$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy tam giác đều cạnh bằng a. Tính khoảng cách giữa AA' và BC.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 39. Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến. Tính xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn.

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{1}{f(x)-4} + \frac{1}{f(x)+6} = m$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 41. Tìm tất cả cá giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1 - \log_{\frac{1}{7}}\left(x^2+1\right) \geq \log_7\left(mx^2+4x+m\right)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-2 < m \leq 5$. **B.** $-2 \leq m < 5$ **C.** $2 \leq m < 5$ **D.** $2 < m \leq 5$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-3;2)$ trên mặt phẳng $(P): x - 5y + z + 9 = 0$ là điểm $H(a;b;c)$. Tổng của $a+b+c$ bằng:

A. 2. **B.** –2. **C.** –3. **D.** 3.

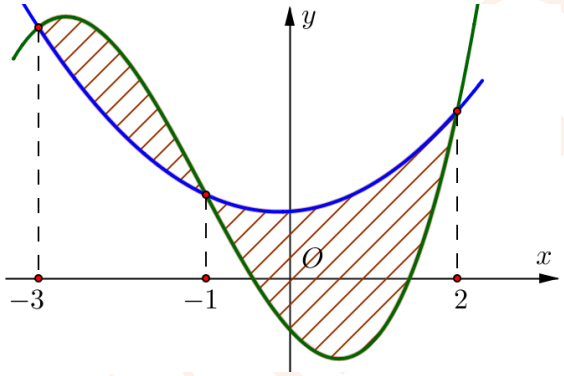
Câu 43. Gọi S là tập hợp các số thực m để phương trình $z^2+3z+m^2-2m=0$ có nghiệm phức z_0 mà $|z_0|=2$. Tổng tất cả các số trong tập S bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và đi qua trung điểm M của cạnh SC và cắt hình chóp theo thiết diện là một hình đa giác có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $ABCD$.

A. $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 45. Cho hai hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx-\dfrac{1}{2}$ và $y=g(x)=dx^2+ex+1$ trong đó a, b, c, d, e là những số thực. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng $-3; -1; 2$ *(tham khảo hình vẽ bên).*



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\dfrac{125}{48}$. **B.** $\dfrac{63}{16}$. **C.** $\dfrac{253}{48}$. **D.** $\dfrac{253}{24}$.

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với x và y nhận giá trị trong đoạn $[0;2022]$ sao cho $y-x-2\ge 0$ và $4.2^x-2^y+3(x-y)+6\ge 0$?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2023.

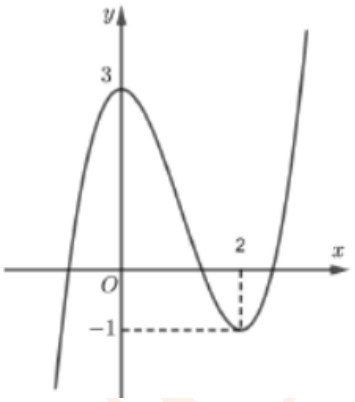
Câu 47. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (α) qua M và chứa đường thẳng Δ có dạng $ax+y+bz+c=0$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 9. **C.** -1. **D.** 3.

Câu 48. Cho hai số phức z, w thỏa mãn $|z|=7$, $|w|=7$ và $|3z-4w|=35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z+3w+2022i|$ bằng

A. 2022 **B.** 2057 **C.** 4044 **D.** 2017.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên. Trong đoạn $[-20;22]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|10f\left(x-m\right)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị?



A. 32. **B.** 40.

C. 36. **D.** 38.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;-1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C'). Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C'). Bán kính của (C') khi thể tích của khối nón (N) đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 3. **B.** $\frac{5}{\sqrt{2}}$. **C.** 4. **D.** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2B	3A	4C	5A	6B	7D	8C	9B	10C	11C	12D	13D	14D	15C
16A	17C	18A	19D	20B	21D	22A	23A	24C	25D	26A	27B	28B	29B	30C
31C	32D	33A	34B	35A	36C	37D	38A	39B	40C	41D	42D	43D	44A	45C
46B	47C	48B	49D	50D										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}$ và $\vec{b}(2;3;-7)$. Tìm tọa độ $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}$.

A. $\vec{x}(2;-1;19)$ **B.** $\vec{x}(-2;-3;19)$ **C.** $\vec{x}(-2;3;19)$ **D.** $\vec{x}(-2;-1;19)$

Lời giải

Ta có $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{j}-\vec{k}\Rightarrow\vec{a}(2;3;-1)$. Khi đó $\vec{x}=2\vec{a}-3\vec{b}=(-2;-3;19)$

$\Rightarrow\vec{x}(-2;-3;19)$. Vậy chọn đáp án B.

Câu 2. Với số thực a dương tùy ý, biểu thức $\log_2(a^3)$ bằng

A. $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $\frac{1}{3}\log_2 a$.

Lời giải

Ta có $\log_2(a^3)=3\log_2 a$.

Câu 3. Tìm tập nghiệm S của phương trình $\log_2(x-1)=\log_2(2x+1)$.

A. $S=\varnothing$. **B.** $S=\{0\}$. **C.** $S=\{-2\}$. **D.** $S=\{2\}$.

Lời giải

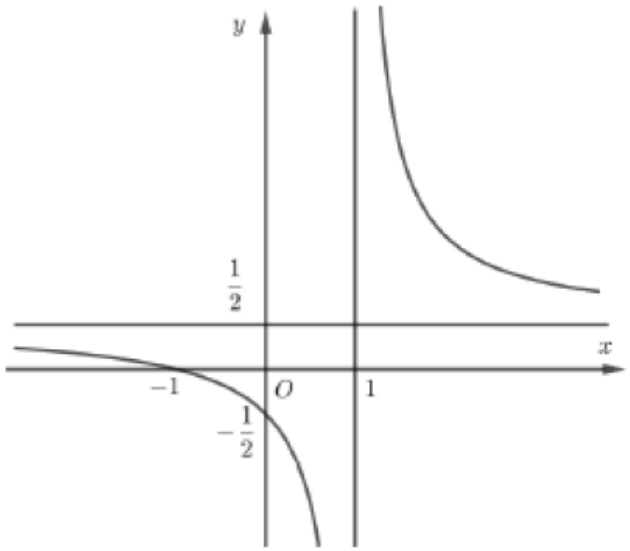
Ta có:

$\log_2(x-1)=\log_2(2x+1)$, đkxđ: $x>1$.

$\Leftrightarrow x-1=2x+1\Leftrightarrow x=-2$(không thỏa mãn điều kiện xác định).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\varnothing$.

Câu 4. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây



A. $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-4}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{3x-3}$.

Lời giải

Nhìn vào hình vẽ ta thấy, đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$, trong 4 đáp án chỉ có đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-2}$ là thỏa mãn.

Câu 5. Số phức nào dưới đây có mô đun bằng 5.

A. $3+4i$. **B.** $3+5i$. **C.** $6-i$. **D.** $4-7i$.

Lời giải

$|3+4i|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 6. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;4)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y=\ln(x^2+1)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y'=\dfrac{x}{x^2+1}$. **C.** $y'=2x(x^2+1)$. **D.** $y'=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Lời giải

Ta có $y'=\dfrac{(x^2+1)'}{x^2+1}=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-1	0	2	4	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$ ‖ $+$	0	$-$	0 $+$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Do hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)$ đổi dấu 4 lần nên hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 9. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2-2x}$ có tiệm cận đứng là

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{2-2x}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{2-2x}=+\infty$

Suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x=1$

Câu 10. Cho khối lăng trụ tam giác đều có tất cả các cạnh bằng a. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải

Ta có, diện tích mặt đáy (diện tích tam giác đều) của khối lăng trụ: $B=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Chiều cao của khối lăng trụ: $h=a$.

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.a=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	1	3	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$ ‖	$+$
y	$-\infty$ ↗	2	↘ -1	↗ $+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm nào dưới đây?

A. $x=-1.$ **B.** $x=2.$ **C.** $x=3.$ **D.** $x=1.$

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=3.$

Câu 12. Trong không gian $Oxyz,$ đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $P(1;1;2).$ **B.** $M(-2;-2;1).$ **C.** $N(2;-1;2).$ **D.** $Q(-2;1;-2).$

Lời giải

Đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+2}{2}$ đi qua điểm $Q(-2;1;-2).$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$. Tâm của mặt cầu (S) đã cho có toạ độ là

A. $(-2;4;-1).$ **B.** $(-2;-4;-1).$ **C.** $(2;4;1).$ **D.** $(2;-4;1).$

Lời giải

Ta có: $(S):(x-2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=9$

Vậy tâm của mặt cầu (S) đã cho có toạ độ là $(2;-4;1).$

Câu 14. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=i(5+3i)$ có toạ độ là

A. $(5;3).$ **B.** $(5;-3).$ **C.** $(3;5).$ **D.** $(-3;5).$

Lời giải

Ta có:

$$z=i(5+3i)=-3+5i$$

Vậy điểm biểu diễn số phức $z=i(5+3i)$ có toạ độ là $(-3;5).$

Câu 15. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=5a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\dfrac{5}{6}a^3.$ **B.** $5a^3.$ **C.** $\dfrac{5}{3}a^3$ **D.** $\dfrac{5}{2}a^3.$

Lời giải.

Áp dụng công thức tính thể tích khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao là h:

$V=\dfrac{1}{3}.B.h=\dfrac{1}{3}.5a^2.a=\dfrac{5}{3}a^3.$

Câu 16. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-9$ là

A. $\dfrac{1}{2}x^4-9x+C.$ **B.** $4x^3-9x+C.$ **C.** $4x^4-9x+C.$ **D.** $\dfrac{1}{4}x^4+C.$

Lời giải.

Theo công thức nguyên hàm: $\int f(x)dx=\int(2x^3-9)dx=\dfrac{1}{2}x^4-9x+C.$

Câu 17. Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng (P): $2x+3y-4z+5=0$. Vectơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{a}=(2;3;5)$. **B.** $\vec{a}=(-4;3;2)$. **C.** $\vec{a}=(2;3;-4)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;4)$.

Lời giải

Vecto pháp tuyến của mặt phẳng (P) $2x+3y-4z+5=0$ là $\vec{a}=(2;3;-4)$.

Câu 18. Điểm nào dưới đây không thuộc đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-1$?

A. $(-1;2)$. **B.** $(2;7)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(0;-1)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $(-1;2)$ vào hàm số $y=x^4-2x^2-1$ ta được $(-1)^4-2.(-1)^2-1=2\Leftrightarrow -2=2$ (vô lý).

Vậy điểm $(-1;2)$ không thuộc đồ thị hàm số.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>3$;à

A. $(\log_3 2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_3 2)$. **C.** $(-\infty;\log_2 3)$. **D.** $(\log_2 3;+\infty)$.

Lời giải

$2^x>3\Leftrightarrow x>\log_2 3$.

Câu 20. Số cách chọn 5 học sinh trong một lớp có 25 học sinh nam, 16 học sinh nữ là

A. C_{16}^5. **B.** C_{41}^5. **C.** A_{41}^5. **D.** A_{25}^5.

Lời giải

Tổng số học sinh của lớp là $26+15=41$

Chọn 5 bạn học sinh trong 41 bạn. Vậy số cách chọn là C_{41}^5

Câu 21. Diện tích toàn phần của hình trụ có bán kính đáy R và độ dài đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\pi Rh+\pi R^2$. **B.** $\pi Rh+2\pi R^2$. **C.** $2\pi Rh+\pi R^2$. **D.** $2\pi Rh+2\pi R^2$.

Lời giải

Ta có: $S_{tp}=S_{xq}+2.S_{ñaùy}=2\pi Rh+2\pi R^2$.

Câu 22. Nếu $\int_0^7 f(x)\mathrm{d}x=18$ và $\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x=9$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 162. **C.** 2. **D.** 27.

Lời giải

Ta có: $\int_0^7 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x\Leftrightarrow\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^7 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^7 f(x)\mathrm{d}x=18-9=9$

Câu 23. Hàm số $y=(4x^2-1)^4$ có tập xác định là

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$.

C. $\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right\}$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

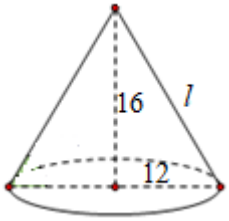
Lời giải

Hàm số luỹ thừa với số mũ nguyên dương có tập xác định là $(-\infty;+\infty)$.

Câu 24. Diện tích xung quanh của hình nón có chiều cao $h=16$ và bán kính đáy $R=12$ bằng

A. 120π. **B.** 90π. **C.** 240π. **D.** 80π.

Lời giải



Gọi l là đường sinh hình nón, ta có $l=\sqrt{16^2+12^2}=20$

Diện tích xung quanh hình nón là $S_{xq}=\pi Rl=240\pi$.

Câu 25. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=3-4i$. Số phức $2z_1+3z_2$ bằng

A. $4-2i$. **B.** $11+8i$. **C.** $9-2i$. **D.** $11-8i$.

Lời giải

$2z_1+3z_2=2+4i+9-12i=11-8i$.

Câu 26. Cho hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=f(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ và $F(1)=1$. Biết $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=3$, khi đó giá trị của $F(3)$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** –2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $3=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=F(x)\big|_1^3=F(3)-F(1)=F(3)-1\Rightarrow F(3)=3+1=4$.

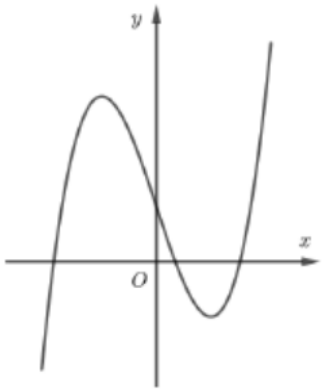
Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=4$ và $u_2=10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5 **B.** 6 **C.** –6 **D.** 2

Lời giải

Công sai của cấp số cộng là $d=u_2-u_1=10-4=6$.

Câu 28. Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng của đường cong ở hình bên?



A. $y=x^4-x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x+1$ **C.** $y=-x^3+3x+1$ **D.** $y=-x^2+x+1$

Lời giải

Dạng đồ thị như hình vẽ là của hàm bậc 3.

Thêm nữa đồ thị đi từ dưới lên trên nên hệ số a của x^3 sẽ dương.

Câu 29. Biết $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Giá trị của $\int_1^2\left[2+f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 9. **C.** $\frac{15}{4}$. **D.** $\frac{23}{4}$.

Lời giải

Vì $F(x)=x^3$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ nên $F'(x)=f(x)$.

Ta suy ra $f(x)=3x^2$.

Khi đó $\int_1^2\left[2+f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^2\left(2+3x^2\right)\mathrm{d}x=\left(2x+x^3\right)\Big|_1^2=12-3=9$.

Câu 30. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** -5. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 5.

Lời giải

Hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ liên tục trên đoạn $[0;2]$.

Ta có: $y'=\frac{-8}{(x-3)^2}<0\ \ \forall x\in[0;2]$

Khi đó $y(0)=\frac{1}{3}$, $y(2)=-5$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng $\frac{1}{3}$.

Câu 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$ và $F(0)=1$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $\frac{x^3}{3}+cosx+1$. **B.** $x^3-cosx+x+2$.

C. $\frac{x^3}{3}-cosx+x+2$. **D.** $\frac{x^3}{3}-cosx+2$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int\left(x^2+\sin x+1\right)dx=\frac{x^3}{3}-cosx+x+c$

Vì $F(0)=-1+c=1\Leftrightarrow c=2$

Vậy $F(x)=\frac{x^3}{3}-cosx+x+2$

Câu 32. Trong không gian Oxyz, cho điểm $M(1;1;-2)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{-3}$. Mặt phẳng đi qua điểm M vuông góc với (P) có phương trình.

A. $x+y-2z-6=0$. **B.** $x+y-2z+6=0$.

C. $x+2y-3z+9=0$. **D.** $x+2y-3z-9=0$.

Lời giải

Vì $(P)\perp d\Rightarrow\vec{n}=\vec{u}=(1;2;-3)$

Ta có $(P):1(x-1)+2(y-1)-3(z+2)=0$

Hay $(P):x+2y-3z-9=0$

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $(1-4i)z=3+i$. Số phức liên hợp của z là

A. $-\frac{1}{17}-\frac{13}{17}i$. **B.** $-\frac{1}{15}-\frac{13}{15}i$. **C.** $-\frac{1}{7}+\frac{13}{7}i$. **D.** $-\frac{1}{17}+\frac{13}{17}i$.

Lời giải

Ta có $(1-4i)z=3+i\Leftrightarrow z=\frac{3+i}{1-4i}=-\frac{1}{17}+\frac{13}{17}i$.

Vậy $\bar{z}=-\frac{1}{17}-\frac{13}{17}i$.

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2$. **B.** $y=2x^3+3x+1$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Lời giải

Xét hàm số $y=2x^3+3x+1$

Ta có $y'=6x^2+3>0,\forall x\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số $y=2x^3+3x+1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 35. Với a, b là các số thực dương tuỳ ý, $\log_2\left(\frac{a^2}{b^4}\right)$ bằng?

A. $2\log_2 a - 4\log_2 b$. **B.** $2\log_2 a - b^4$. **C.** $\log_2 a - 2\log_2 b$. **D.** $2a - 4b$.

Lời giải

Ta có: $\log_2\left(\frac{a^2}{b^4}\right) = \log_2 a^2 - \log_2 b^4 = 2\log_2 a - 4\log_2 b$.

Câu 36. Cho khối chóp tam giác đều $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60°. Thể tích của khối chóp là?

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Lời giải

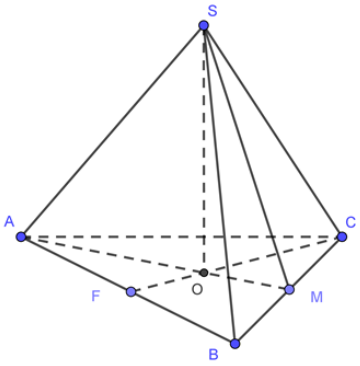
Gọi M là trung điểm BC.

Ta có: $((SBC),(ABC)) = SMO = 60°$.

$OM = \frac{1}{3}AM = \frac{a\sqrt{3}}{6}$.

$\tan 60° = \frac{SO}{OM} \Rightarrow SO = OM.\tan 60° = \frac{a\sqrt{3}}{6}.\sqrt{3} = \frac{a}{2}$.

$V = \frac{1}{3}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.\frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.



Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f\left(\cos^2 x\right)dx = 1$, khi đó

$\int_0^1 \left[2f(1-x) - 3x^2 + 5\right]dx$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x.f\left(\cos^2 x\right)dx = 1 \Leftrightarrow 2\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x\cos x.f\left(\cos^2 x\right)dx = 1 \Leftrightarrow -\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(\cos^2 x\right)d\left(\cos^2 x\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow -\int_1^0 f(t)dt = 1 \Leftrightarrow \int_0^1 f(t)dt = 1$$

Khi đó

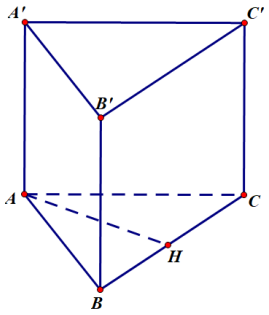
$$\int_0^1 \left[2f(1-x) - 3x^2 + 5\right]dx = 2\int_0^1 f(1-x)dx + \int_0^1 \left(-3x^2 + 5\right)dx = -2\int_0^1 f(1-x)d(1-x) + \int_0^1 \left(-3x^2 + 5\right)dx$$

$$= -2\int_1^0 f(t)dt + 4 = 2.1 + 4 = 6$$

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có đáy tam giác đều cạnh bằng a. Tính khoảng cách giữa AA' và BC.

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lời giải



Vẽ $AH \perp BC$

$\left.\begin{array}{l} AH \perp BC \\ AH \perp BB' \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp (BCC'B')$

$AA' \parallel (BCC'B') \Rightarrow d(AA';BC) = d(AA';(BCC'B')) = d(A;(BCC'B')) = AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Câu 39. Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa 9 tấm thẻ đánh số từ 1 đến. Tính xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn.

A. $\frac{5}{9}$. **B.** $\frac{4}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$ **D.** $\frac{5}{3}$.

Lời giải

Lấy ngẫu nhiên hai tấm thẻ trong một hộp chứa 9 tấm thẻ có $n(\omega) = C_9^2 = 36$ (cách)

Gọi A là biến cố tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn

TH1. Lấy được hai thẻ ghi số lẻ có : $C_5^2 = 10$ cách.

TH2. Lấy được hai thẻ ghi số chẵn có : $C_4^2 = 6$ cách. Vậy $n(A) = 16$.

Xác suất để tổng của các số trên hai thẻ lấy ra là số chẵn là : $p(A) = \frac{4}{9}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình $\frac{1}{f(x)-4}+\frac{1}{f(x)+6}=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} f(x)\neq 4 \\ f(x)\neq -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq a, a\in(-\infty;-2) \\ x\neq b, b\in(2;+\infty) \end{cases}$

Xét hàm số $g(x)=\frac{1}{f(x)-4}+\frac{1}{f(x)+6}$ trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{a;b\}$

$$g'(x)=-\frac{f'(x)}{(f(x)-4)^2}-\frac{f'(x)}{(f(x)+6)^2}=-f'(x)\left(\frac{1}{(f(x)-4)^2}+\frac{1}{(f(x)+6)^2}\right)$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ x=-2 \end{cases}$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$ trên tập $D=\mathbb{R}\setminus\{a;b\}$

x	$-\infty$	a	-2	2	b	$+\infty$
y'	+	| | +	0	+	0	+ | | +
y	0 ↗ $+\infty$	| | $-\infty$ ↗	$\frac{8}{9}$	↘	$\frac{-8}{9}$ ↗	$+\infty$ | | $-\infty$ ↗ 0

Dựa vào BBT ta có để phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt thì $m\in\left\{0;-\frac{8}{9};\frac{8}{9}\right\}$

Câu 41. Tìm tất cả cá giá trị thực của tham số m để bất phương trình $1-\log_{\frac{1}{7}}(x^2+1)\geq\log_7(mx^2+4x+m)$ có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

A. $-2<m\leq 5$. **B.** $-2\leq m<5$

C. $2\leq m<5$ **D.** $2<m\leq 5$

Lời giải

$$1-\log_{\frac{1}{7}}(x^2+1)\geq\log_7(mx^2+4x+m)\Leftrightarrow\log_7 7(x^2+1)\geq\log_7(mx^2+4x+m)$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases} 7(x^2+1)\geq mx^2+4x+m \\ mx^2+4x+m>0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m-7(x^2+4x+m-7\leq 0 & (1) \\ mx^2+4x+m>0 & (2) \end{cases}$$

Ycbt $\Leftrightarrow$ (1) và (2) đúng với mọi x thuộc $\mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m-7=0\\4=0\\m-7\le 0\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}m-7<0\\\Delta_1'=4-(m-7)^2\le 0\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\in\varnothing\\ \left[\begin{array}{l}m<7\\m\le 5\vee m\ge 9\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\in\varnothing\\ \left[\begin{array}{l}m>0\\m<-2\vee m>2\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\le 5\\m>2\end{array}\right.$$

$$\left[\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m=0\\4=0\\m>0\end{array}\right.\\ \left[\begin{array}{l}m>0\\\Delta_2'=4-m^2<0\end{array}\right.\end{array}\right.$$

Vậy $2<m\le 5$ thỏa đề.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-3;2)$ trên mặt phẳng $(P): x-5y+z+9=0$ là điểm $H(a;b;c)$. Tổng của $a+b+c$ bằng:

A. 2. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Gọi (d) là đường thẳng đi qua điểm $M(1;-3;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-5y+z+9=0$, ta có:

$$(d): \frac{x-1}{1}=\frac{y+3}{-5}=\frac{z-2}{1}$$

Ta lại có điểm $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;-3;2)$ trên mặt phẳng $(P): x-5y+z+9=0$, suy ra H là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng (d)

Từ đó ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases}\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{-5}\\ \dfrac{y+3}{-5}=\dfrac{z-2}{1}\\ x-5y+z+9=0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-5x-y=-2\\ y+5z=7\\ x-5y+z=-9\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x=0\\ y=2\\ z=1\end{cases} \Rightarrow H(0;2;1)$$

Vậy $a+b+c=3$

Câu 43. Gọi S là tập hợp các số thực m để phương trình $z^2+3z+m^2-2m=0$ có nghiệm phức z_0 mà $|z_0|=2$. Tổng tất cả các số trong tập S bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Ta có : $\Delta=9-4(m^2-2m)=-4m^2+8m+9$

TH1: $\Delta \ge 0 \Leftrightarrow -4m^2+8m+9 \ge 0 \Leftrightarrow \dfrac{2-\sqrt{13}}{2} \le m \le \dfrac{2+\sqrt{13}}{2}$ phương trình có hai nghiệm thực

Khi đó : $|z_0|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0=2 \\ z_0=-2 \end{array}\right.$

+ $z_0=2$ là nghiêm khi $2^2+3.2+m^2-2m=0 \Leftrightarrow m^2-2m+10=0$ (vô nghiệm)

+ $z_0=-2$ là nghiêm khi $2^2-3.2+m^2-2m=0 \Leftrightarrow m^2-2m-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1+\sqrt{3}(tm) \\ m=1-\sqrt{3}(tm) \end{array}\right.$

TH2: $\Delta < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < \dfrac{2-\sqrt{13}}{2} \\ m > \dfrac{2+\sqrt{13}}{2} \end{array}\right.$ phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau. Khi đó $|z_1|=|z_2|=2$,

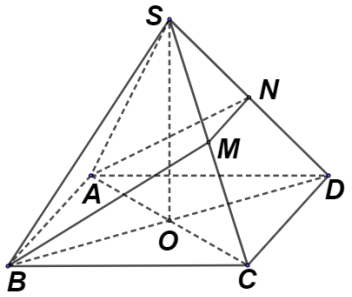
mà $z_1.z_2=|z_1|^2=m^2-2m \Leftrightarrow m^2-2m-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1+\sqrt{5}(ktm) \\ m=1-\sqrt{5}(ktm) \end{array}\right.$

Vậy tổng giá trị các số thuộc S bằng 2.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Mặt phẳng (α) chứa đường thẳng AB và đi qua trung điểm M của cạnh SC và cắt hình chóp theo thiết diện là một hình đa giác có chu vi bằng $7a$. Tính thể tích của khối nón có đỉnh S và đáy là hình tròn giới hạn bởi đường tròn ngoại tiếp của tứ giác $ABCD$.

A. $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **B.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{9}$. **C.** $\dfrac{\pi a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{2\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi $N=(\alpha)\cap SD$.

Có $CD//AB \Rightarrow CD//(\alpha)$.

$\left\{\begin{array}{l} (\alpha)//CD \\ (\alpha)\cap(SCD)=MN \end{array}\right. \Rightarrow MN//CD//AB \Rightarrow$ N là trung điểm SD và thiết diện của hình chóp $S.ABCD$ bị cắt bởi mặt phẳng (α) là hình thang cân $ABMN$ (do $\Delta SAD=\Delta SBC \Rightarrow AN=BM$).

Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$.

Đặt $SO=h$.

Có $SO\perp(ABCD)\Rightarrow h$ là chiều cao của hình nón đã cho.

Có $SA=SB=SC=SD=\sqrt{SO^2+OD^2}=\sqrt{h^2+2a^2}$.

Xét tam giác SBC có $BM^2=\dfrac{2\left(SB^2+BC^2\right)-SC^2}{4}=\dfrac{h^2+10a^2}{4}\Rightarrow BM=\dfrac{\sqrt{h^2+10a^2}}{2}$.

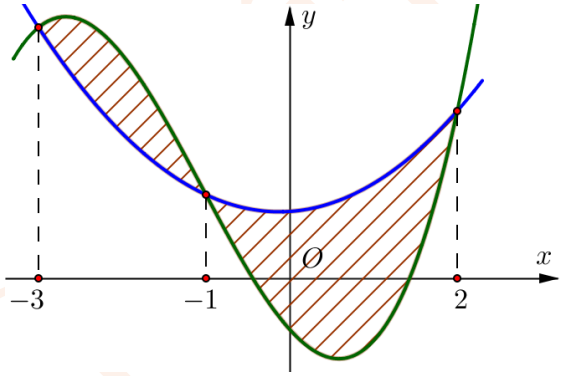
Chu vi tứ giác $ABMN$ bằng $AB+2BM+MN=3a+\sqrt{h^2+10a^2}$.

Do đó $3a+\sqrt{h^2+10a^2}=7a\Leftrightarrow\sqrt{h^2+10a^2}=4a\Leftrightarrow h=a\sqrt{6}$.

Bán kính của hình tròn đáy hình nón bằng $r=OD=a\sqrt{2}$.

Vậy thể tích của khối nón bằng $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{2\pi a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 45. Cho hai hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx-\dfrac{1}{2}$ và $y=g(x)=dx^2+ex+1$ trong đó a, b, c, d, e là những số thực. Biết rằng hai đồ thị đó cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt bằng $-3; -1; 2$ *(tham khảo hình vẽ bên).*



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\dfrac{125}{48}$. **B.** $\dfrac{63}{16}$. **C.** $\dfrac{253}{48}$. **D.** $\dfrac{253}{24}$.

Lời giải

Ta có: $f(x)-g(x)=a(x+3)(x+1)(x-2)$ với $(a>0)$.

$f(0)-g(0)=-\dfrac{1}{2}-1=-6a\Rightarrow a=\dfrac{1}{4}$.

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=\displaystyle\int_{-3}^{-1}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x-\int_{-1}^{2}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$

$S=\displaystyle\int_{-3}^{-1}\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\mathrm{d}x-\int_{-1}^{2}\frac{1}{4}(x+3)(x+1)(x-2)\mathrm{d}x=\frac{253}{48}$.

Câu 46. Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ với x và y nhận giá trị trong đoạn $[0;2022]$ sao cho $y-x-2\ge 0$ và $4.2^x-2^y+3(x-y)+6\ge 0$?

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có: $4.2^x-2^y+3(x-y)+6\ge 0$

$\Leftrightarrow 2^{x+2}+3(x+2)\ge 2^y+3y \quad (1)$

Xét hàm số $f(t)=2^t+3t$

$\Rightarrow f'(t)=2^t.\ln 2+3>0\,\forall t\in\mathbb{R}$

Nên hàm số $f(t)=2^t+3t$ là hàm số đồng biến, do đó

$(1)\Leftrightarrow x+2\ge y$.

Mà $y-x-2\ge 0\Leftrightarrow y\ge x+2$

$\Rightarrow y=x+2$

Nghĩa là với mỗi giá trị của x sẽ có một giá trị tương ứng của y hay có một cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn bất phương trình.

Vì x và y nhận giá trị trong đoạn $[0;2022]\Rightarrow 0\le y=x+2\le 2022\Rightarrow 0\le x\le 2020$.

Vậy có 2021 cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 47. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z+1}{-2}$. Phương trình mặt phẳng (α) qua M và chứa đường thẳng Δ có dạng $ax+y+bz+c=0$. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 9. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

VTCP của Δ là $\vec{a}=(1;4;-2)$ và $B(3;1;-1)\in\Delta$.

Khi đó: $\overrightarrow{MB}=(1;0;-1)$..

Do đó véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là $\vec{n}=\left[\overrightarrow{MB},\vec{a}\right]=(4,1;4)$.

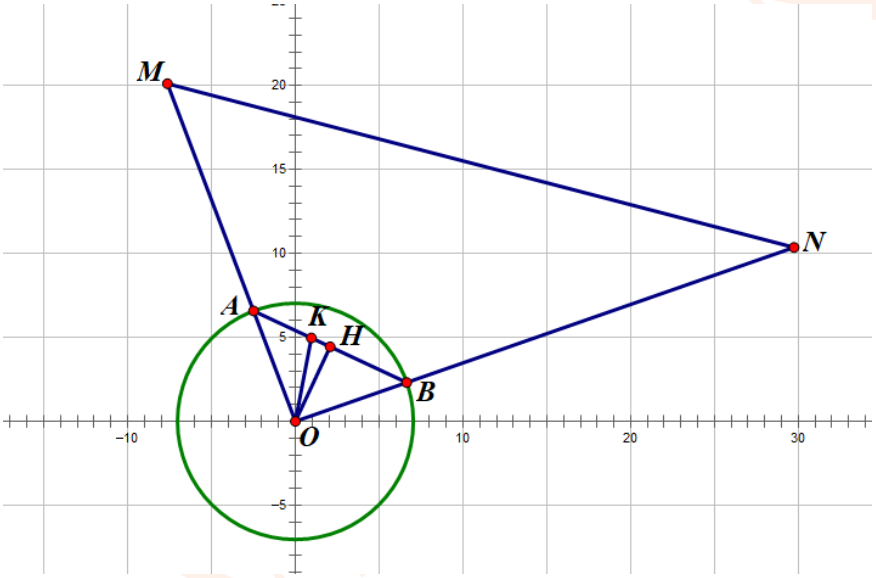
Từ đó suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $4(x-2)+1(y-1)+4(z-0)=0$ hay $4x+y+4z-9=0$.

$$\Rightarrow \begin{cases} a=4 \\ b=4 \\ c=-9 \end{cases} \Rightarrow a+b+c=4+4-9=-1.$$

Câu 48. Cho hai số phức z,w thỏa mãn $|z|=7$, $|w|=7$ và $|3z-4w|=35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z+3w+2022i|$ bằng

A. 2022 **B.** 2057 **C.** 4044 **D.** 2017.

Lời giải



Gọi A,B lần lượt là điểm biểu diễn số phức z,w. Do $|z|=7$, $|w|=7$ nên A,B nằm trên đường tròn tâm O, bán kính $R=7$.

Gọi M,N lần lượt là điểm biểu diễn số phức $3z,4w$. Ta có : $|3z-4w|=35 \Leftrightarrow MN=35$.

Ta có : $|4z+3w|=|4\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}|=|7\overrightarrow{OK}|=7OK$ với K là điểm thỏa $4\overrightarrow{KA}+3\overrightarrow{KB}=\vec{0}$.

Xét ΔOMN có $MN^2=OM^2+ON^2$ nên ΔOMN vuông tại O hay ΔOAB vuông cân tại O.

Suy ra $AB=7\sqrt{2}$.

Gọi H là trung điểm của AB. Ta có : $OH=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$ và $HK=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

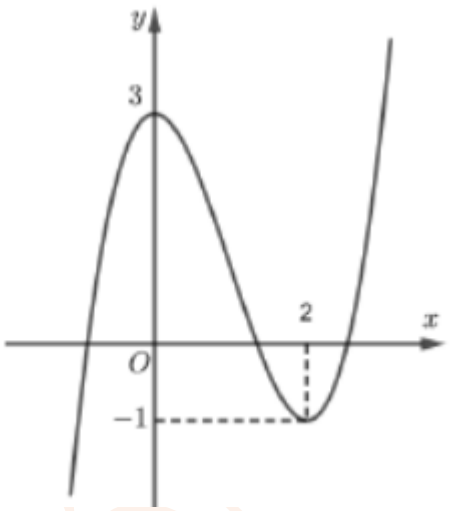
Xét ΔOHK ta có $OK=\sqrt{OH^2+HK^2}=\sqrt{\left(\dfrac{7\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}=5$.

Suy ra $|4z+3w|=7OK=35$.

Mà $|4z+3w+2022i|\le|4z+3w|+|2022i|=35+2022=2057$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z+3w+2022i|$ bằng 2057.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là hình vẽ bên. Trong đoạn $[-20;22]$ có bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\left|10f\left(x-m\right)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m\right|$ có 3 điểm cực trị?



A. 32. **B.** 40.

C. 36. **D.** 38.

Lời giải

Đặt $g\left(x\right)=10f\left(x-m\right)-\frac{11}{3}m^2+\frac{37}{3}m$

Ta có: Số điểm cực trị của hàm số $y=g\left(x\right)$ bằng số cực trị của hàm số $y=f\left(x-m\right)$ bằng số cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$ và bằng 2.

Số cực trị của hàm số $\left|g\left(x\right)\right|=$ Số cực trị của hàm số $g\left(x\right)+$ Số nghiệm đơn hoặc bội lẻ của phương trình $g\left(x\right)=0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình $g\left(x\right)=0$ có 1 nghiệm đơn hoặc bội lẻ.

$\Leftrightarrow$ Phương trình $f\left(x-m\right)=\frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m$ có 1 nghiệm đơn hoặc bội lẻ $\Leftrightarrow$ Phương trình $f\left(x\right)=\frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m$ có 1 nghiệm đơn hoặc bội lẻ

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m\geq 3\\ \frac{11}{30}m^2-\frac{37}{30}m\leq -1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\geq 5\\ m\leq -\frac{18}{11}\\ \frac{15}{11}\leq m\leq 2\end{array}\right.$$

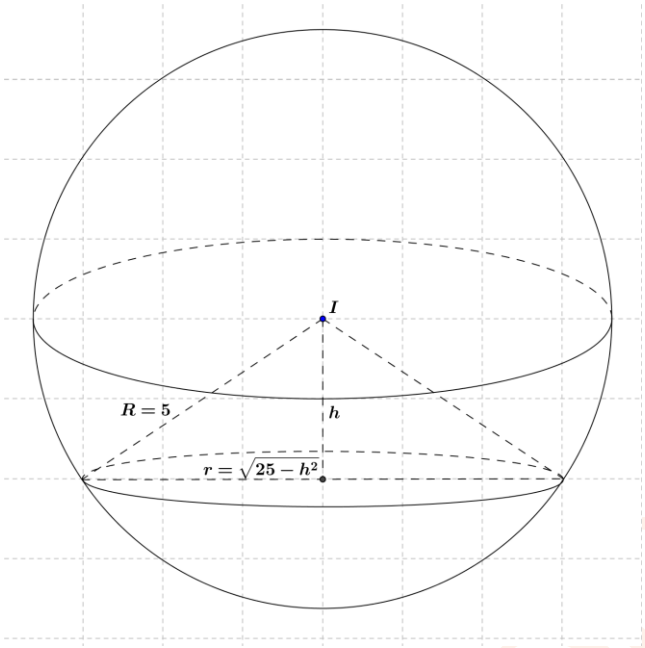
Mà m nguyên thuộc đoạn $[-20;22]$ nên $m\in\{-20;-19;...;-2\}\cup\{2\}\cup\{5;6;7;...;22\}$.

Vậy có 38 giá trị của tham số m.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;1;-1)$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=25$. Mặt phẳng (P) đi qua A và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C'). Gọi (N) là khối nón có đỉnh là tâm của mặt cầu và đáy là hình tròn giới hạn bởi (C'). Bán kính của (C') khi thể tích của khối nón (N) đạt giá trị lớn nhất bằng

A. 3. **B.** $\frac{5}{\sqrt{2}}$. **C.** 4. **D.** $\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$ và bán kính $R=5$.

Gọi $h=d(I;(P))$, ta có $0<h\le IA=3$

Khi đó bán kính của (C') là $r=\sqrt{25-h^2}$.

Vậy thể tích khối nón (N) là $V=\frac{1}{3}\pi\left(\sqrt{25-h^2}\right)^2.h=\frac{1}{3}\pi\left(25-h^2\right)h$

Xét hàm số $V(h)=\frac{1}{3}\pi\left(25-h^2\right)h$ với $0<h\le 3$.

$V'(h)=\frac{1}{3}\pi\left(25-3h^2\right)$, $V'(h)=0\Leftrightarrow h=\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên

h	0		$\frac{5\sqrt{3}}{3}$		3
$V'(h)$		$+$	0	$-$	
$V(h)$	0	↗	$\frac{250\sqrt{3}}{27}\pi$	↘	16π

Vậy $\max V=\frac{250\sqrt{3}}{27}\pi$ khi $h=\frac{5\sqrt{3}}{3}\Rightarrow r=\frac{5\sqrt{6}}{3}$.

SỞ GDĐT CÀ MAU

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+2}{5}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{a_4}=(1;0;-2)$. **B.** $\overrightarrow{a_4}=(3;4;5)$. **C.** $\overrightarrow{a_1}=(3;-4;5)$. **D.** $\overrightarrow{a_1}=(-3;-4;-5)$.

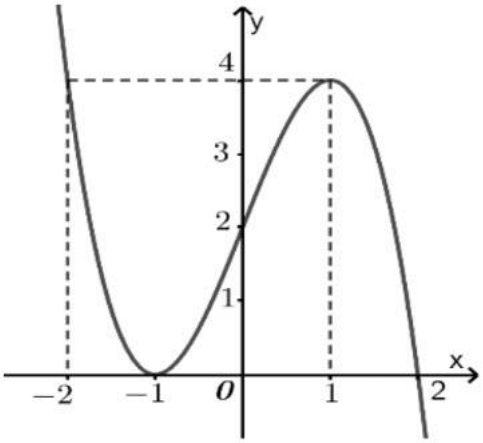
Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{1}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus 0$. **B.** $0;+\infty$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $2;+\infty$.

Câu 3. Cho số phức $z=3+4i$. Môđun của z bằng

A. 25 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 1

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 0 **B.** 4 **C.** 1 **D.** −1

Câu 5 Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=8$ có tâm I là

A. $(1;3;-2)$. **B.** $(-1;-3;-2)$. **C.** $(-1;-3;2)$. **D.** $(1;3;2)$.

Câu 6 Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=-12$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^4 f'(x)\,dx=17$. Khi đó $f(4)$ bằng

A. 29. **B.** 9. **C.** 19. **D.** 5.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 3.

Câu 8. Với n là số nguyên dương bất kì ($n \geq 3$), công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3 = \dfrac{n!}{(n-3)!}$. **B.** $A_n^3 = \dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **C.** $A_n^3 = \dfrac{3!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3 = \dfrac{(n-3)!}{n!}$.

Câu 9. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức.

A $S_{xq} = 2\pi rl$. **B.** $S_{xq} = 3\pi rl$. **C.** $S_{xq} = \dfrac{1}{3}\pi rl$. **D.** $S_{xq} = \pi rl$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y + 2z - 6 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $P(3;0;2)$. **B.** $M(1;1;2)$. **C.** $N(2;1;-3)$. **D.** $Q(1;-2;3)$.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = -1$.

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 13. Nếu $\int_0^3 f(x)dx = 4$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 12. **B.** 2. **C. 8.** **D.** 6.

Câu 14. Cho hàm $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây:

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 15. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \ln x$ là

A. $y' = \dfrac{\ln 10}{x}$. **B.** $y' = \dfrac{1}{x}$. **C.** $y' = \dfrac{e}{x}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{x\ln 10}$.

Câu 16. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 4x^3 + 6x + 2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $F(x) = 12x^4 + 6x^2 + C$. **B.** $F(x) = \dfrac{x^4}{4} + 3x^2 + 2x + C$.

C. $F(x) = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{x^2}{2} + 2x + C$. **D.** $F(x) = x^4 + 3x^2 + 2x + C$.

Câu 17. Cho khối chóp có diện tích B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{4}{3}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{2}Bh$.

Câu 18. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$?

A. $P(-1;5)$. **B.** $M(2;-3)$. **C.** $Q(2;-5)$. **D.** $N(-2;3)$.

Câu 19. Cho lăng trụ có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=5$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 135. **B.** 15. **C.** 45. **D.** 60.

Câu 20. Thể tích khối cầu có bán kính $R=2$, có thể tích bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** $\frac{8\pi}{3}$. **C.** 8π. **D.** 24π.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3), B(3;4;1), C(4;2;5)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng BC

A. $x-2y+4z-12=0$. **B.** $x-2y+4z+16=0$.

C. $x-2y+4z-16=0$. **D.** $2x-y+3z-14=0$.

Câu 22. Cho số phức $z=\frac{3+2i}{1-i}-\frac{1-i}{3+2i}$. Khi đó $26z$ bằng

A. $26z=75-11i$. **B.** $26z=11+75i$. **C.** $26z=75+11i$. **D.** $26z=11-75i$.

Câu 23. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-4)=3$ là

A. $x=32$. **B.** $x=12$. **C.** $x=13$. **D.** $x=4$.

Câu 24. Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 10 quả màu đỏ và 5 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau là

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{2}{21}$. **C.** $\frac{1}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

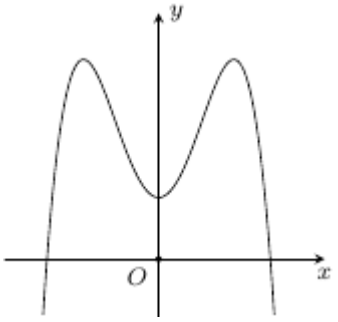
Câu 25. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CC'

A. $45°$. **B.** $60°$ **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 26. Số phức $z=2+3i$ có điểm biểu diễn là

A. $Q(-2;3)$. **B.** $N(2;-3)$ **C.** $M(2;3)$. **D.** $P(-2;-3)$.

Câu 27. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-x^3+3x^2-x+1$. **B.** $y=-x^4+3x^2+1$.

C. $y=x^3+x^2+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x > 2$ là

A. $(\log_3 2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(\log_2 3;+\infty)$.

Câu 29. Cho hai số phức $z_1 = 2-3i$ và $z_2 = 2+i$. Số phức $w = z_1\overline{z_2} + z_2$ có phần thực bằng

A. $-7i$. **B.** $3i$. **C.** 3. **D.** -7.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = x^3 + x - 1$. **B.** $y = x^4 - x^2 + 2$. **C.** $y = \log x$. **D.** $y = \dfrac{x-3}{x+1}$.

Câu 31. Với $a > 0$, biểu thức $\ln\left(\dfrac{a}{e}\right)$ bằng

A. $\ln a - e$. **B.** $\ln a - 1$. **C.** $\dfrac{1}{e}\ln a$. **D.** $\ln a + 1$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x+4y-z+12=0$. Đường thẳng qua M và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{2} = \dfrac{y+2}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-2} = \dfrac{y+2}{-4} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{4} = \dfrac{z+3}{1}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_{-5}^{1} f(x)\,dx = 9$. Tính tích phân $\int_0^2 [f(1-3x)+6]\,dx$.

A. 27. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 75.

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \cos x$ là

A. $x^3 + \cos x + C$. **B.** $x^3 + \sin x + C$. **C.** $x^3 - \sin x + C$. **D.** $x^3 - \cos x + C$.

Câu 35. Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a} = (4;3;-1)$ và $\vec{b} = (-2;1;5)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$

A. $(1;2;2)$. **B.** $(6;2;-6)$. **C.** $(2;4;4)$. **D.** $(-6;-2;6)$.

Câu 36. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\ln(8a) = 2\ln(a+2b) - \ln b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a = 2b$. **B.** $b = 2a$. **C.** $a = 4b$. **D.** $b = 4a$.

Câu 37. Trên $[-3;1]$ hàm số $y = x - 1 + \dfrac{9}{x-2}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = -2$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = -3$.

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại $A, AC = a$ Khoảng cách từ B đến $(ACC'A')$

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a . **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Câu 39. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $\int_0^1 g(x).f'(x)dx = 2$, $\int_0^1 g'(x).f(x)dx = 3$. Tính tích phân $I = \int_0^1 \left[f(x).g(x) \right]' dx$.

A. $I = 2$. **B.** $I = 3$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = 1$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-4}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua M, cắt trục Ox và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3+3t \\ z = -1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1-2t \\ y = -3-3t \\ z = 1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3+3t \\ z = -1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 3+3t \\ z = 1-t \end{cases}$.

Câu 41. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Phần thực của số phức $\left[(i-z_1)(i-z_2) \right]^{2019}$ là

A. -2^{2019}. **B.** 2^{2018}. **C.** -2^{2018}. **D.** 2^{1009}.

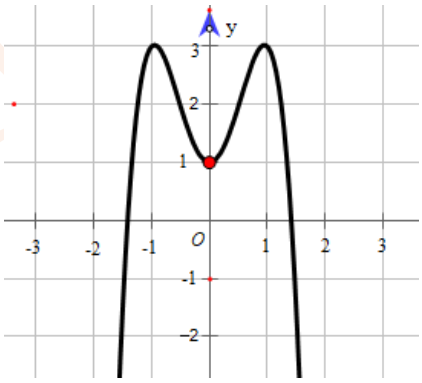
Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2022;2022]$ thỏa mãn $\left(3^{x^2} - 27^x\right)\sqrt{\log_2(4x) - 2} \geq 0$?

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2020.

Câu 43. Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh S là tam giác đều có cạnh bằng 4 và tạo với mặt đáy một góc 60^0. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $3\sqrt{7}\pi$. **B.** 31π. **C.** 7π. **D.** 21π.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a,b,c \in R)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



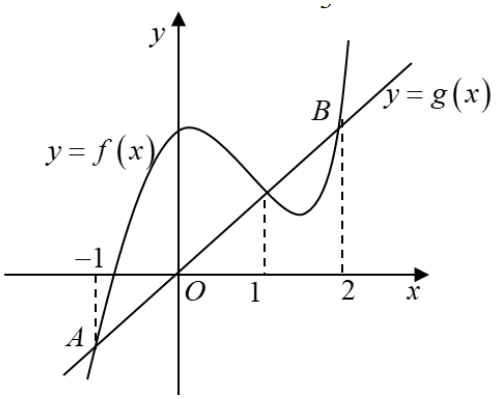
Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)-1) = 0$ là

A. 5. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân $AB//CD, AB < CD$ có hai đường chéo AC, BD vuông góc và cắt nhau tại O, $AB = 2a\sqrt{2} = \frac{1}{2}CD$. Biết $SO \perp (ABCD)$, hai mặt phẳng $(SAB), (SCD)$ vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V = 15a^3$. **B.** $V = 12a^3$. **C.** $V = 36a^3$. **D.** $V = 18a^3$.

Câu 46. Cho đồ thị hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+\frac{1}{3}x+c$ và đường thẳng $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Biết $AB=5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x), y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=-1, x=0$ bằng

A. $\frac{7}{11}$. **B.** $\frac{19}{12}$. **C.** $\frac{17}{11}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=4x^3-16x$ và $f(1)=-4$. Gọi k là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2+1$. Tính giá trị biểu thức $T=k^2+2k-3$.

A. $T=5$. **B.** $T=12$. **C.** $T=21$. **D.** $T=60$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên $y\in[-2022;2022]$ để bất phương trình $(5x)^{y+\frac{\log_5 x}{10}}\geq 5^{\frac{11}{10}\log_5 x}$ có nghiệm đúng với mọi số thực $x\in(1;25)$?

A. 2022. **B.** 2023. **C.** 4044. **D.** 4026.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$ và đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}$. Hai mặt phẳng $(P),(Q)$ chứa đường thẳng d và tiếp xúc với mặt cầu (S) lần lượt tại M, N. Gọi $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN. Khi đó tích abc bằng

A. $-\frac{64}{27}$. **B.** $\frac{-32}{27}$. **C.** $\frac{64}{27}$. **D.** $\frac{32}{27}$.

Câu 50. Cho số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $4\left(z-\bar{z}\right)-16i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2$ và $\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=4b-2a$.

A. $S=4$. **B.** $S=5$. **C.** $S=6$. **D.** $S=7$.

HẾT

PHẦN ĐÁP ÁN VÀ HƯỚNG DẪN GIẢI

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2. B	3. B	4. A	5. A	6. D	7.D	8.A	9. D	10. B
11. A	12. A	13.C	14. B	15.B	16.D	17. A	18. B	19. C	20. A
21.C	22. B	23.B	24.A	25. A	26. C	27. B	28. A	29. C	30. A
31. B	32. B	33. B	34.B	35.C	36. A	37. C	38. B	39. C	40. A
41. A	42.A	43. C	44. D	45. B	46. B	47. C	48.A	49. D	50. D

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z+2}{5}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{a_4}=(1;0;-2)$. **B.** $\overrightarrow{a_4}=(3;4;5)$. **C.** $\overrightarrow{a_1}=(3;-4;5)$. **D.** $\overrightarrow{a_1}=(-3;-4;-5)$.

Lời giải

Ta có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{a_1}=(3;-4;5)$.

Câu 2. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{1}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus 0$. **B.** $0;+\infty$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $2;+\infty$.

Lời giải

Ta có $\dfrac{1}{2}\notin\mathbb{Z}$ nên điều kiện là $x>0$

Vậy tập xác định là $D=0;+\infty$.

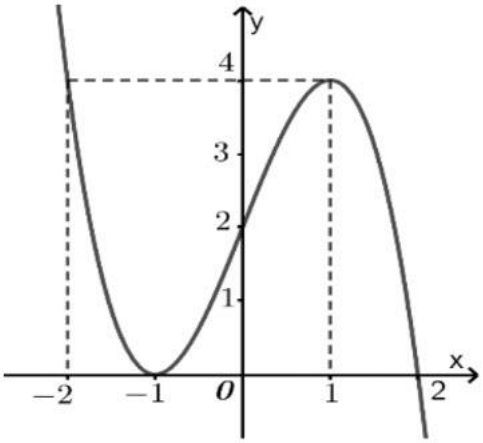
Câu 3. Cho số phức $z=3+4i$. Môđun của z bằng

A. 25 **B.** 5 **C.** 7 **D.** 1

Lời giải

Ta có $|z|=\sqrt{3^2+4^2}=5$.

Câu 4. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 0 **B.** 4 **C.** 1 **D.** −1

Lời giải

Giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=0$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-3)^2+(z+2)^2=8$ có tâm I là

A. $(1;3;-2)$. **B.** $(-1;-3;-2)$. **C.** $(-1;-3;2)$. **D.** $(1;3;2)$.

Lời giải

Tâm I có tọa độ là $I(1;3;-2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn điều kiện $f(1)=-12$, $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^4 f'(x)\mathrm{d}x=17$. Khi đó $f(4)$ bằng

A. 29. **B.** 9. **C.** 19. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\int_1^4 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_1^4=f(4)-f(1)=f(4)-(-12)=17$.

Do đó $f(4)=17-12=5$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 3.

Lời giải

Ta có hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu qua $x=-2$, $x=1$ và $x=2$. Suy ra hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 8. Với n là số nguyên dương bất kì ($n\geq 3$), công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$. **B.** $A_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **C.** $A_n^3=\dfrac{3!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3=\dfrac{(n-3)!}{n!}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 9. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức.

A $S_{xq}=2\pi rl$. **B.** $S_{xq}=3\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi rl$. **D.** $S_{xq}=\pi rl$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón được tính theo công thức: $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y+2z-6=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A $P(3;0;2)$. **B.** $M(1;1;2)$. **C.** $N(2;1;-3)$. **D.** $Q(1;-2;3)$.

Lời giải

Thay toạ độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta có:

+) $P(3;0;2) \Rightarrow 3+0+4-6=1\neq 0$, suy ra (P) không đi qua điểm P.

+) $M(1;1;2) \Rightarrow 1+1+4-6=0$, suy ra (P) đi qua điểm M.

+) $N(2;1;-3) \Rightarrow 2+1-6-6=-9\neq 0$, suy ra (P) không đi qua điểm N.

+) $Q(1;-2;3) \Rightarrow 1-2+6-6=-1\neq 0$, suy ra (P) không đi qua điểm Q.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$. Vậy đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$

Câu 12. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=1$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có (u_n) là CSC nên $u_2=u_1+d=1+2=3$

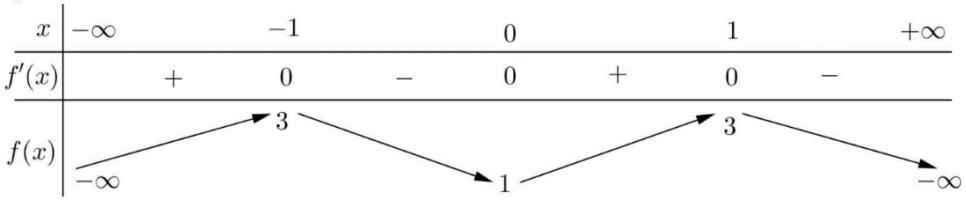
Câu 13. Nếu $\int\limits_0^3 f(x)dx=4$ thì $\int\limits_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 12. **B.** 2. **C. 8.** **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^3 f(x)dx=4$ nên $\int\limits_0^3 2f(x)dx=2\int\limits_0^3 f(x)dx=8$

Câu 14. Cho hàm $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây:

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Nhìn vào bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $(0;1)$.

Câu 15. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\ln x$ là

A. $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{e}{x}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$.

Lời giải

Ta có $y=\ln x \Rightarrow y'=\dfrac{1}{x}$.

Câu 16. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x^3+6x+2$ là hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $F(x)=12x^4+6x^2+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+3x^2+2x+C$.

C. $F(x)=\dfrac{x^4}{4}+\dfrac{x^2}{2}+2x+C$. **D.** $F(x)=x^4+3x^2+2x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=x^4+3x^2+2x+C$.

Câu 17. Cho khối chóp có diện tích B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{2}Bh$.

Lời giải

Công thức thể tích khối chóp: $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Câu 18. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$?

A. $P(-1;5)$. **B.** $M(2;-3)$. **C.** $Q(2;-5)$. **D.** $N(-2;3)$.

Lời giải

Chọn đáp án *B*, vì thay $x=2$ vào hàm số ta được: $2^3-3.2^2+1=-3$.

Câu 19. Cho lăng trụ có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=5$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 135. **B.** 15. **C.** 45. **D.** 60.

Lời giải

Ta có: $V=B.h=9.5=45$.

Câu 20. Thể tích khối cầu có bán kính $R=2$, có thể tích bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** $\dfrac{8\pi}{3}$. **C.** 8π. **D.** 24π.

Lời giải

Ta có: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}.\pi.2^3=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;3), B(3;4;1), C(4;2;5)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng BC

A. $x-2y+4z-12=0$. **B.** $x-2y+4z+16=0$.

C. $x-2y+4z-16=0$. **D.** $2x-y+3z-14=0$.

Lời giải

Véctơ $\overrightarrow{BC}=(1;-2;4)$ là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm.

Phương trình mặt phẳng cần tìm đi qua A và vuông góc với BC có phương trình:

$1(x-2)-2(y+1)+4(z-3)=0\Leftrightarrow x-2y+4z-16=0$

Câu 22. Cho số phức $z=\frac{3+2i}{1-i}-\frac{1-i}{3+2i}$. Khi đó $26z$ bằng

A. $26z=75-11i$. **B.** $26z=11+75i$. **C.** $26z=75+11i$. **D.** $26z=11-75i$.

Lời giải

Thực hiện phép toán ta được $z=\frac{1+5i}{2}-\frac{1-5i}{13}\Rightarrow 26z=13(1+5i)-2(1-5i)=11+75i$

Câu 23. Nghiệm của phương trình $\log_2(x-4)=3$ là

A. $x=32$. **B.** $x=12$. **C.** $x=13$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Điều kiện: $x-4>0\Leftrightarrow x>4$

$\log_2(x-4)=3\Leftrightarrow x-4=2^3\Leftrightarrow x=12$ (thỏa mãn)

Câu 24. Từ một hộp chứa 15 quả cầu gồm 10 quả màu đỏ và 5 quả màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời hai quả. Xác suất để lấy được hai quả có màu khác nhau là

A. $\frac{10}{21}$. **B.** $\frac{2}{21}$. **C.** $\frac{1}{7}$. **D.** $\frac{3}{7}$.

Lời giải

Không gian mẫu Ω: "lấy hai quả bất kì" $\Rightarrow n(\Omega)=C_{15}^2$.

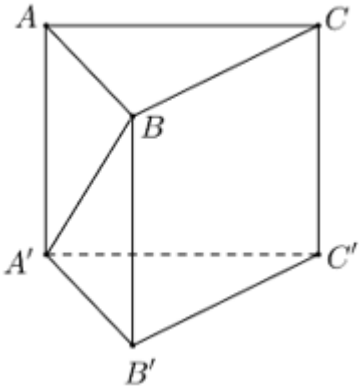
Biến cố A: "lấy hai quả có màu khác nhau" $\Rightarrow n(A)=10.5=50$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{10}{21}$.

Câu 25. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CC'

A. $45°$. **B.** $60°$ **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Ta có $AA'//CC'$ nên $(BA',CC')=(BA',AA')=AA'B$

Do hình lăng trụ đứng có tất cả các cạnh bằng nhau nên các mặt bên là hình vuông

Suy ra $(BA',CC')=45°$.

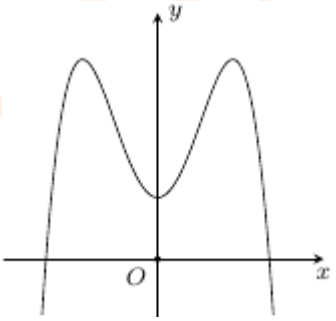
Câu 26. Số phức $z=2+3i$ có điểm biểu diễn là

A. $Q(-2;3)$. **B.** $N(2;-3)$ **C.** $M(2;3)$. **D.** $P(-2;-3)$.

Lời giải

Số phức $z=2+3i$ có điểm biểu diễn là $M(2;3)$.

Câu 27. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=-x^3+3x^2-x+1$. **B.** $y=-x^4+3x^2+1$.

C. $y=x^3+x^2+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Lời giải

Đồ thị trong hình có dạng đồ thị của hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$.

Từ đồ thị ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-\infty$ nên $a<0$.

Do đó trong 4 hàm số đã cho chỉ có hàm số $y=-x^4+3x^2+1$ có đồ thị như hình.

Câu 28. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x>2$ là

A. $(\log_3 2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 3)$. **C.** $(-\infty;\log_3 2)$. **D.** $(\log_2 3;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $3^x>2\Leftrightarrow x>\log_3 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $(\log_3 2;+\infty)$.

Câu 29. Cho hai số phức $z_1=2-3i$ và $z_2=2+i$. Số phức $w=z_1\overline{z_2}+z_2$ có phần thực bằng

A. $-7i$. **B.** $3i$. **C.** 3. **D.** -7.

Lời giải

Ta có $w=z_1\overline{z_2}+z_2=(2-3i)(2-i)+2+i=3-7i$. Vậy số phức w có phần thực bằng 3.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x-1$. **B.** $y=x^4-x^2+2$. **C.** $y=\log x$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x+1}$.

Lời giải

Ta có $y=x^3+x-1\Rightarrow y'=3x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$, do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Với $a>0$, biểu thức $\ln\left(\dfrac{a}{e}\right)$ bằng

A. $\ln a-e$. **B.** $\ln a-1$. **C.** $\dfrac{1}{e}\ln a$. **D.** $\ln a+1$.

Lời giải

Ta có $\ln\left(\dfrac{a}{e}\right)=\ln a-\ln e=\ln a-1$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+4y-z+12=0$. Đường thẳng qua M và vuông góc với (P) có phương trình

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+3}{1}$.

Lời giải

Đường thẳng qua điểm $M(1;2;-3)$ nhận $\overrightarrow{n_p}=(2;4;-1)$ làm một VTCP có phương trình là:

$\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+3}{-1}$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int\limits_{-5}^{1}f(x)\mathrm{d}x=9$. Tính tích phân

$\int\limits_{0}^{2}\left[f(1-3x)+6\right]\mathrm{d}x$.

A. 27. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 75.

Lời giải

Đặt $t=1-3x\Rightarrow dt=-3dx$

$x=0\Rightarrow t=1$

$x=2\Rightarrow t=-5$

$\Rightarrow \int_0^2 \left[f\left(1-3x\right)+6 \right]\mathrm{d}x=\int_0^2 f\left(1-3x\right)\mathrm{d}x+\int_0^2 6\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\int_{-5}^1 f\left(t\right)\mathrm{d}t+12=3+12=15$.

Câu 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^2+\cos x$ là

A. $x^3+\cos x+C$. **B.** $x^3+\sin x+C$. **C.** $x^3-\sin x+C$. **D.** $x^3-\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(3x^2+\cos x\right)\mathrm{d}x=x^3+\sin x+C$

Câu 35. Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{a}=\left(4;3;-1\right)$ và $\vec{b}=\left(-2;1;5\right)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}+\vec{b}$

A. $\left(1;2;2\right)$. **B.** $\left(6;2;-6\right)$. **C.** $\left(2;4;4\right)$. **D.** $\left(-6;-2;6\right)$.

Lời giải

$\vec{a}+\vec{b}=\left(2;4;4\right)$.

Câu 36. Cho hai số thực dương a và b thỏa mãn $\ln\left(8a\right)=2\ln(a+2b)-\ln b$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=2b$. **B.** $b=2a$. **C.** $a=4b$. **D.** $b=4a$.

Lời giải

$\ln\left(8a\right)=2\ln(a+2b)-\ln b$

$\Leftrightarrow \ln\left(8a\right)+\ln b=\ln(a+2b)^2$

$\Leftrightarrow \ln\left(8ab\right)=\ln(a+2b)^2$

$\Leftrightarrow 8ab=(a+2b)^2$

$\Leftrightarrow (a-2b)^2=0$

$\Leftrightarrow a=2b$.

Câu 37. Trên $\left[-3;1\right]$ hàm số $y=x-1+\frac{9}{x-2}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Ta có : DK:$x\neq 2$

$y=x-1+\frac{9}{x-2}=\frac{x^2-3x+11}{x-2}$

$y'=\frac{x^2-4x-5}{\left(x-2\right)^2}$

$y'=0\Leftrightarrow x^2-4x-5=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=-1 \end{array}\right.$

$y(-3)=-\frac{29}{5}$

$y(1)=-9$

$y(-1)=-5$

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-1$

Câu 38. Cho lăng trụ đứng $ABCA'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại $A, AC=a$ Khoảng cách từ B đến $(ACC'A')$

A. $a\sqrt{2}$. **B.** a . **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Ta có :

$BA\perp(ACC'A')\Rightarrow d(B;(ACC'A'))=BA=a$

Câu 39. Cho $f(x)$, $g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $\int_0^1 g(x).f'(x)dx=2$,

$\int_0^1 g'(x).f(x)dx=3$. Tính tích phân $I=\int_0^1[f(x).g(x)]'dx$.

A. $I=2$. **B.** $I=3$. **C.** $I=5$. **D.** $I=1$.

Lời giải

Ta có $I=\int_0^1[f(x).g(x)]'dx=\int_0^1[g'(x).f(x)+g(x).f'(x)]dx$

$=\int_0^1 g(x).f'(x)dx+\int_0^1 g'(x).f(x)dx=2+3=5$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;3;-1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-4}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{1}$. Đường thẳng Δ đi qua M, cắt trục Ox và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+3t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1-2t\\y=-3-3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+3t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+3t\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (α) đi qua M và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là

$2(x-1)-(y-3)+(z+1)=0\Leftrightarrow 2x-y+z+2=0$.

Gọi $N=(\alpha)\cap Ox=(-1;0;0)\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-2;-3;1)$.

Khi đó Δ đi qua M và N nhận vectơ $\vec{u}=(2;3;-1)$ làm vectơ chỉ phương.

Do đó phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases}x=1+2t\\y=3+3t\\z=-1-t\end{cases}$.

Câu 41. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Phần thực của số phức $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2019}$ là

A. -2^{2019}. **B.** 2^{2018}. **C.** -2^{2018}. **D.** 2^{1009}.

Lời giải

Ta có $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2019} = \left[-1 - i(z_1 + z_2) + z_1.z_2\right]^{2019}$

Mà $z_1 + z_2 = 1; z_1.z_2 = 2$ nên $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2019} = (-1 - i + 2)^{2019} = (1 - i)^{2019}$

$= \left((1 - i)^2\right)^{1009}(1 - i) = (-2i)^{1009}(1 - i) = -2^{1009}.i^{1009}.(1 - i)$

$= -2^{1009}.i^{1008}.i.(1 - i) = -2^{1009}.(i^4)^{252}.i.(1 - i) = -2^{1009}.1.(1 + i)$

$= -2^{1009} - 2^{1009}.i$

Vậy phần thực của số phức $\left[(i - z_1)(i - z_2)\right]^{2019}$ bằng -2^{1009}.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên $x \in [-2022; 2022]$ thỏa mãn $\left(3^{x^2} - 27^x\right)\sqrt{\log_2(4x) - 2} \geq 0$?

A. 2021. **B.** 2023. **C.** 2022. **D.** 2020.

Lời giải

Xét bất phương trình $\left(3^{x^2} - 27^x\right)\sqrt{\log_2(4x) - 2} \geq 0$ (1). Điều kiện:

$$\begin{cases} x > 0 \\ \log_2(4x) \geq 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 4x \geq 4 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 1$$

Trường hợp 1: Nếu $\log_2(4x) - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (Thỏa mãn)

Trường hợp 2: Nếu $\log_2(4x) - 2 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

Khi đó bất phương trình (1) tương đương với

$3^{x^2} - 27^x \geq 0 \Leftrightarrow 3^{x^2} \geq 3^{3x} \Leftrightarrow x^2 \geq 3x \Leftrightarrow x \geq 3$

hoặc $x \leq 0$

Kết hợp với điều kiện ta được $x \geq 3$.

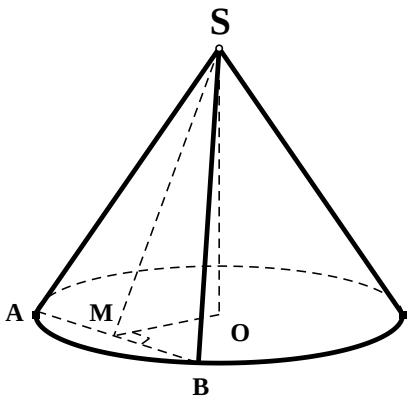
Mà x nguyên và $x \in [-2022; 2022]$ nên $x \in \{3; 4; 5; \ldots; 2022\}$, có 2020 giá trị thỏa mãn.

Vậy có tất cả 2021 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Câu 43. Cho hình nón có thiết diện qua đỉnh S là tam giác đều có cạnh bằng 4 và tạo với mặt đáy một góc 60^0. Thể tích của khối nón đó bằng

A. $3\sqrt{7}\pi$. **B.** 31π. **C.** 7π. **D.** 21π.

Lời giải



Gọi thiết diện qua đỉnh S là tam giác SAB

Vẽ $OM \perp AB$, khi đó M là trung điểm AB và góc $\left((O),(SAB)\right) = SMO = 60^0$.

Từ giả thiết ta có tam giác SAB đều cạnh bằng 4 $\Rightarrow AB = 4$ và $SM = 2\sqrt{3}$.

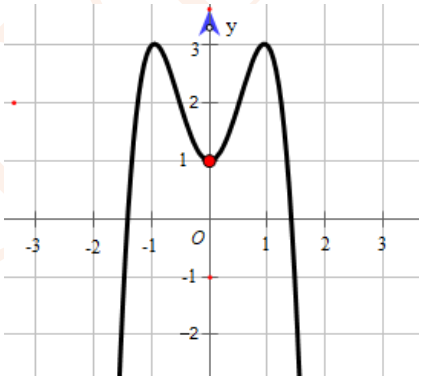
Tam giác SMO vuông tại O, có $SMO = 60^0 \Rightarrow \sin 60^0 = \dfrac{SO}{SM} \Rightarrow SO = SM \sin 60^0 = 3$

Và $OM = \cos 60^0 SM = \sqrt{3}$

Ta có $R = OB = \sqrt{OM^2 + MB^2} = \sqrt{3+4} = \sqrt{7}$

Vậy : $V = \dfrac{1}{3}\pi R^2 h = 7\pi$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c (a,b,c \in R)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f(x)-1\right) = 0$ là

A. 5. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -1 \vee x = 1$

Vậy phương trình $f'\left(f(x)-1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)-1 = 0 \\ f(x)-1 = -1 \\ f(x)-1 = 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = 1 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị: phương trình $f(x)=1$: có 3 nghiệm

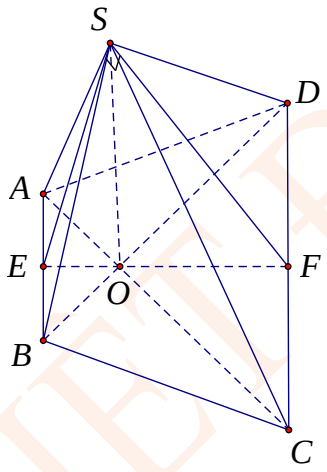
Tương tự phương trình $f(x)=0$: có 2 nghiệm và phương trình $f(x)=2$ có 4 nghiệm .

Vậy phương trình $f'(f(x)-1)=0$ có tất cả 9 nghiệm.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang cân $AB//CD, AB<CD$ có hai đường chéo AC, BD vuông góc và cắt nhau tại O, $AB=2a\sqrt{2}=\frac{1}{2}CD$. Biết $SO\perp(ABCD)$, hai mặt phẳng $(SAB),(SCD)$ vuông góc với nhau. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ theo a.

A. $V=15a^3$. **B.** $V=12a^3$. **C.** $V=36a^3$. **D.** $V=18a^3$.

Lời giải



Từ O kẻ $OE\perp AB$ tại E, $OF\perp CD$ tại F

Vì $AB//CD$ nên E,O,F thẳng hàng

Góc giữa hai mặt phẳng $(SAB),(SCD)$ là $ESF=90^o$

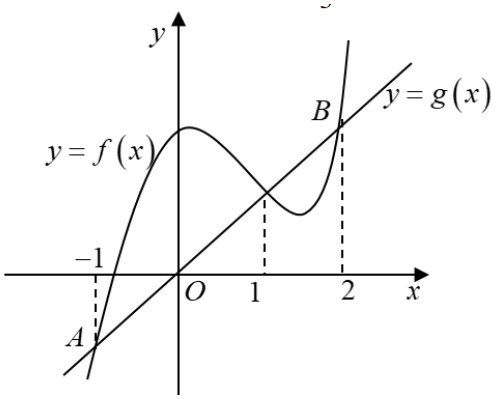
Tam giác AOB vuông cân tại O nên $OE=\frac{AB}{2}=a\sqrt{2}$

Tam giác COD vuông cân tại O nên $OF=\frac{CD}{2}=2a\sqrt{2}$

Xét tam giác SEF vuông tại S có $SO^2=OE.OF=4a^2\Rightarrow SO=2a$

Do đó, $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SO.\frac{(AB+CD).EF}{2}=12a^3$

Câu 46. Cho đồ thị hàm bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+\frac{1}{3}x+c$ và đường thẳng $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Biết $AB=5$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x), y=g(x)$ và hai đường thẳng $x=-1, x=0$ bằng

A. $\frac{7}{11}$. **B.** $\frac{19}{12}$. **C.** $\frac{17}{11}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

$y=g(x)$ đi qua $O(0;0)$ nên $y=g(x)=ax,(a>0)$

$A(-1;-a), B(2;2a)$

$AB=5\Leftrightarrow\sqrt{3^2+(3a)^2}=5\Rightarrow a=\frac{4}{3}$. Do đó $g(x)=\frac{4}{3}x$

Từ đồ thị ta có $f(x)-g(x)=a(x+1)(x-1)(x-2)=ax^3-2ax^2-ax+2a$

Theo đề bài ta có $f(x)-g(x)=ax^3+bx^2+\frac{1}{3}x+c-\frac{4}{3}x=ax^3+bx^2-x+c$

Suy ra $a=1$

$\Rightarrow f(x)-g(x)=(x+1)(x-1)(x-2)$

Do đó, diện tích hình phẳng cần tìm là

$S=\int_{-1}^{0}\left[f(x)-g(x)\right]=\int_{-1}^{0}(x+1)(x-1)(x-2)dx=\frac{19}{12}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=4x^3-16x$ và $f(1)=-4$. Gọi k là số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2+1$. Tính giá trị biểu thức $T=k^2+2k-3$.

A. $T=5$. **B.** $T=12$. **C.** $T=21$. **D.** $T=60$.

Lời giải

Vì $f'(x)=4x^3-16x$ nên $f(x)=x^4-8x^2+c$ và do $f(1)=-4$ nên $c=3$.

Vậy $f(x)=x^4-8x^2+3$.

Vì $g(x)=\left[f\left(x^2\right)\right]^2+1\Rightarrow g'(x)=4x.f\left(x^2\right).f'\left(x^2\right)=4x.\left(x^8-8x^2+3\right)\left(4x^6-16x^2\right)$

$\Rightarrow g'(x)=16x^3.\left(x^8-8x^2+3\right)\left(x^4-4\right)$

Vậy $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=0 \\ x_{2,3}=\pm\sqrt[4]{2} \\ x_{4,5}=\pm\sqrt[4]{4-\sqrt{13}} \\ x_{6,7}=\pm\sqrt[4]{4+\sqrt{13}} \end{array}\right.$

Trong đó x_1 là nghiệm bội 3 và 6 nghiệm còn lại là nghiệm đơn, do đó 7 nghiệm nói trên đều là nghiệm bội lẻ nên $g'(x)$ đổi dấu khi đi qua 7 nghiệm này. Ta có bảng xét dấu của $g'(x)$

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		x_4		x_5		x_6		x_7		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng trên suy ra hàm số $y=g(x)$ có 4 điểm cực tiểu là x_1, x_3, x_5, x_7 do đó $k=4 \Rightarrow T=21$.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên $y \in [-2022;2022]$ để bất phương trình $(5x)^{y+\frac{\log_5 x}{10}} \geq 5^{\frac{11}{10}\log_5 x}$ có nghiệm đúng với mọi số thực $x \in (1;25)$?

A. 2022. **B.** 2023. **C.** 4044. **D.** 4026.

Lời giải

Đặt $t=\log_5 x \Leftrightarrow x=5^t \Rightarrow t \in (0;2)$, khi đó:

$(5x)^{y+\frac{\log_5 x}{10}} \geq 5^{\frac{11}{10}\log_5 x} \Leftrightarrow \left(5^{t+1}\right)^{y+\frac{t}{10}} \geq 5^{\frac{11}{10}t}, \forall t \in (0;2)$

Ta có $\left(5^{t+1}\right)^{y+\frac{t}{10}} \geq 5^{\frac{11}{10}t} \Leftrightarrow (t+1)(10y+t) \geq 11t$

Do $t+1>0, \forall t \in (0;2) \Rightarrow (t+1)(10y+t) \geq 11t \Leftrightarrow 10y \geq \dfrac{11t}{t+1}-t, \forall t \in (0;2)$

$\Leftrightarrow 10y \geq \dfrac{-t^2+10t}{t+1}, \forall t \in (0;2)$ (1)

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{-t^2+10t}{t+1}$ với $t \in (0;2)$

Ta có $f'(t)=\dfrac{-t^2+10t}{t+1}=\dfrac{-t^2-2t+10}{(t+1)^2}=\dfrac{10-(t^2+2t)}{(t+1)^2}>0, \forall t \in (0;2)$ và $f(2)=\dfrac{16}{3}$.

Vậy $(1) \Leftrightarrow 10y \geq \dfrac{16}{3} \Leftrightarrow y \geq \dfrac{8}{15}$.

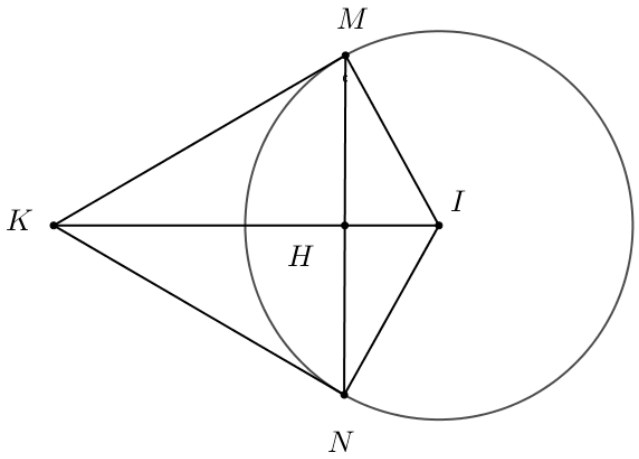
Do $y \in \mathbb{Z}, y \in [-2022;2022]$ nên suy ra $y \in \{1;2;3;...;2022\}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x-4y-2z+4=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z}{4}$. Hai mặt phẳng $(P), (Q)$ chứa đường thẳng d và tiếp xúc

với mặt cầu (S) lần lượt tại M, N. Gọi $H(a;b;c)$ là trung điểm của MN. Khi đó tích abc bằng

A. $-\frac{64}{27}$. **B.** $\frac{-32}{27}$. **C.** $\frac{64}{27}$. **D.** $\frac{32}{27}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;1)$, bán kính $R=\sqrt{2}$.

Mặt phẳng (α) đi qua I vuông góc với d có phương trình $2x-y+4z-4=0$.

Gọi K là giao điểm của đường thẳng d và (α) khi đó tọa độ K là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z}{4}\\ 2x-y+4z-4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=0\\ z=0\end{cases}.$$

Suy ra $K(2;0;0)$.

Ta có $H=IK\cap MN$ và $IK\perp MN$.

$IK=\sqrt{6}$, $IM^2=IH.IK\Rightarrow IH=\frac{\sqrt{6}}{3}\Rightarrow\frac{IH}{IK}=\frac{1}{3}$ suy ra $\overrightarrow{IH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IK}$.

Gọi $H(a;b;c)$

$\overrightarrow{IH}=(a-1;b-2;c-1)$, $\overrightarrow{IK}=(1;-2;-1)$

$$\overrightarrow{IH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{IK}\Leftrightarrow\begin{cases}a-1=\frac{1}{3}\\ b-2=\frac{-2}{3}\\ c-1=\frac{-1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{4}{3}\\ b=\frac{4}{3}\\ c=\frac{2}{3}\end{cases}.$$

Vậy tích $abc=\frac{32}{27}$.

Câu 50. Cho số phức $z=a+bi$, $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $4\left(z-\bar{z}\right)-16i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2$ và $\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=4b-2a$.

A. $S=4$. **B.** $S=5$. **C.** $S=6$. **D.** $S=7$.

Lời giải

- $z=a+bi$ có điểm biểu diễn là $M(a,b)$
- $4\left(z-\bar{z}\right)-16i=i\left(z+\bar{z}-1\right)^2\Leftrightarrow 8bi-16i=i(2a-1)^2\Leftrightarrow b=\frac{4a^2-4a+17}{8}$: tập hợp điểm M là parabol $(P):y=\frac{4x^2-4x+17}{8}$ có đỉnh $I\left(\frac{1}{2},2\right)$
- $\left|z-\frac{1}{2}+3i\right|=\left|z-\left(\frac{1}{2}-3i\right)\right|=MA$ với $A\left(\frac{1}{2},-3\right)$ là điểm biểu diễn của số phức $\frac{1}{2}-3i$.

  Do A nằm trên trục đối xứng của (P) nên MA đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi $M\equiv I$

  Khi đó $z=\frac{1}{2}+2i$. Vậy $S=4b-2a=7$.

HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT BẠC LIÊU

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+5i$ là

A. $\bar{z}=-2-5i$. **B.** $\bar{z}=5-2i$. **C.** $\bar{z}=2+5i$. **D.** $\bar{z}=2-5i$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, biết điểm $M(1;a;b)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -2.

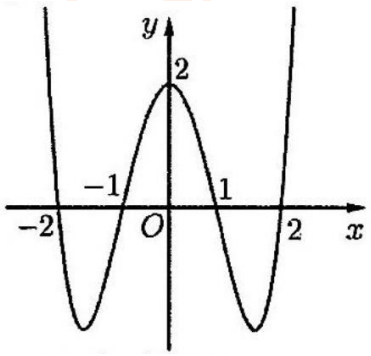
Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(2;0;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-1)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Câu 4. Ông A gửi 100 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất $5,5\%$ trên một năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi theo cách đó thì sau ít nhất bao nhiêu năm ông A thu được số tiền cả gốc và lãi ít nhất là 200 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi)

A. 15 năm. **B.** 13 năm. **C.** 14 năm. **D.** 12 năm.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 6. Xét $I=\int\limits_0^1(x-1)e^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u=x^2-2x+3$ thì ta được tích phân nào sau đây?

A. $I=-\int\limits_2^3 e^u\mathrm{d}u$. **B.** $I=-\dfrac{1}{2}\int\limits_2^3 e^u\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int\limits_2^3 e^u\mathrm{d}u$. **D.** $I=\dfrac{1}{2}\int\limits_2^3 e^u\mathrm{d}u$.

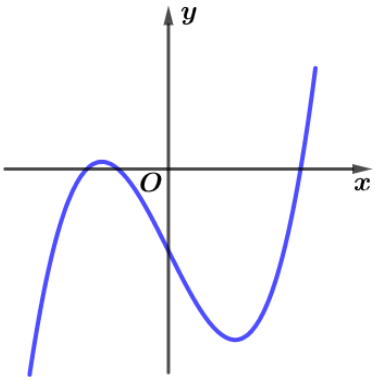
Câu 7. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** 5. **D.** C_5^5.

Câu 8. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x<9$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^3-2x-1$. **C.** $y=-x^3+2x-1$. **D.** $y=x^2-2x-1$.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+my-(2m-1)z+3=0$ .Tìm giá trị của tham số m để điểm A thuộc mặt phẳng (P).

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 11. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích khối cầu đã cho bằng.

A. 256π. **B.** $\frac{256\pi}{3}$. **C.** 64π. **D.** $\frac{64\pi}{3}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=2\sin 2x$. Trong các khẳng định sau ,khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{-1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)dx=\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{-1}{2}\cos 2x+C$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-3)+\log_2(x-1)=3$

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 14. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{1-x}{x+1}$

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Câu 15. Cho biết $\int_1^2 f(x)dx=2$. Giá trị của $\int_1^2 4f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 6.

Câu 16. Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao $3a$. Thể tích của hình hộp đã cho bằng

A. a^3 . **B.** $\frac{1}{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $9a^3$.

Câu 17. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12a^2$ và chiều cao $h=5a$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=60a^3$. **C.** $V=10a^3$. **D.** $V=80a^3$.

Câu 18. Cho khối nón có bán kính $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π . **B.** 32π. **C.** $\frac{8\pi}{3}$. **D.** $\frac{32\pi}{3}$.

Câu 19. Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(10a^2\right)$ bằng

A. $1+\left(\log a\right)^2$. **B.** $10\log a$. **C.** $1+2\log a$. **D.** $10\log a$.

Câu 20. Một lớp có 15 học sinh nữ và 20 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh tham gia trực tuần cùng Đoàn trường. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có không quá một nữ.

A. $\frac{3705}{5236}$. **B.** $\frac{57}{136}$. **C.** $\frac{855}{2618}$. **D.** $\frac{79}{136}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$,đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1;2;3\right)$ và song song với trục Oz có phương trình là

A. $d:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3-2022t\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$ **B.** $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

C. $d:\begin{cases}x=1+2021t\\y=2\\z=3\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **D.** $d:\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=3\end{cases},\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 22. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tính u_3.

A. $u_3=54$. **B.** $u_3=18$. **C.** $u_3=12$. **D.** $u_3=6$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I của mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6=0$ là

A. $I\left(2;4;6\right)$. **B.** $I\left(1;2;0\right)$. **C** $I\left(2;4;0\right)$. **D.** $I\left(1;2;3\right)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;2\right)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(2;+\infty\right)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$.

Câu 25. Với giá trị nào của m thì phương trình $3^x-1=m$ có nghiệm?

A. $m>0$. **B.** $m>-1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Tổng giá trị cực tiểu và giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -2. **C** 2. **D.** 3.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $2iz-5+i=i-(z-2i)$. Mô đun của số phức $w=z-1+i$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{\frac{29}{5}}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 1.

Câu 28. Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x-1\ \ x+1\ ^4, \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 29. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a, SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính góc giữa SM và mặt phẳng ABC.

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 30. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2-3$ và $y=x-3$ bằng

A. $\frac{125}{6}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{125\pi}{3}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2$ là

A. e^x+2x+C. **B.** $\frac{e^{x+1}}{x+1}+2x+C$. **C.** e^x+C. **D.** $\frac{1}{x}e^{x+1}+C$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=x-4+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Tìm cặp $(x;y)$ để $z_2=2\overline{z_1}$.

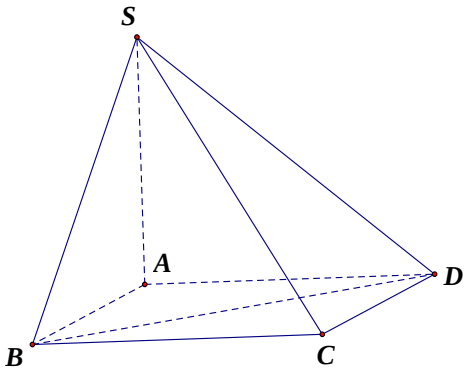
A. $(x;y)=(6;4)$. **B.** $(x;y)=(4;6)$.

C. $(x;y)=(6;-4)$. **D.** $(x;y)=(5;-4)$.

Câu 33. Gọi A,B,C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1=2$, $z_2=4i$, $z_3=2+4i$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy. Diện tích tam giác ABC bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $AB=a; AD=a\sqrt{2}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$ (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 35. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^4+2x^2-2$?

A. $P(-1;-1)$. **B.** $Q(-1;1)$. **C.** $M(-1;0)$. **D.** $N(-1;-2)$.

Câu 36. Tập xác định của hàm số $y=\log_4 x$ là

A. $D=(-\infty;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;0)$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=[0;+\infty)$.

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục hoành là

A. $M(2;0;5)$. **B.** $M(0;0;5)$. **C.** $M(0;1;-5)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+2$ và đường thẳng $y=4$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 39. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $BD=2a\sqrt{2}$, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\frac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\frac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-20;20]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\frac{x^2+mx-2}{x-1}\right|$ trên đoạn $[0;2]\setminus\{1\}$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 22.

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=1$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=mt\\z=(1-m)t\end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$. Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) tại M,N. Khi m thay đổi, độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(1-x)\left(x^2-5x+6\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in[0;5]$, với $2m\in\mathbb{Z}$. Để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2|x-2|-4x+m+3\right)$ có đúng 9 điểm cực trị.

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 3.

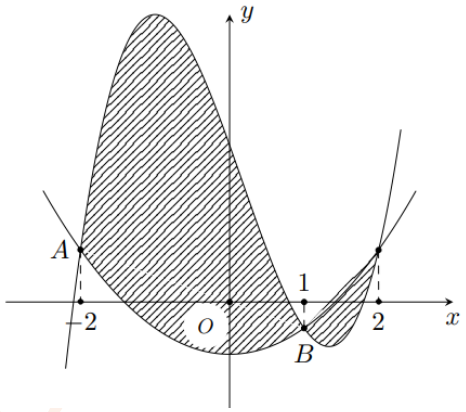
Câu 43. Cho hình trụ tròn xoay có đáy là hai hình tròn tâm O và O'. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Biết khoảng cách từ trục của hình trụ đến đường thẳng AB bằng $\frac{a}{2}$ và bán kính đáy của hình trụ bằng a, thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{13}}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{1}{x}, \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $f(1)=2, f(-e)=4$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(e^2)=2e$. Giá trị của $F(e)$ bằng:

A. $5e^2-4e$. **B.** $4e-3e^2$. **C.** $4e-5e^2$. **D.** $3e-4e^2$.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3-\frac{1}{2}x^2+cx+d$ và parabol $y=g(x)$ có đỉnh nằm trên trục tung . Biết đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt A, B, C có hoành độ lần lượt là $-2; 1; 2$ và thỏa mãn $AB=\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$.

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{238}{3}$. **D.** $\frac{71}{3}$.

Câu 46. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1;3;2)$ là trung điểm của MN. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. $MN=2\sqrt{33}$. **B.** $MN=2\sqrt{66}$. **C.** $MN=4\sqrt{33}$. **D.** $MN=4\sqrt{66}$.

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w=\dfrac{1}{|z|-z}$ có phần thực bằng $\dfrac{1}{18}$. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=3$, giá trị lớn nhất của $P=5|z_1-3-5i|^2+2|z_2-3-5i|^2$ gần bằng với giá trị nào dưới đây ?

A. 1533. **B.** 1530. **C.** 1532. **D.** 1531.

Câu 48. Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2-2z+m+1=0$ (m là tham số thực). Gọi A,B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 của phương trình. Tổng các giá trị của tham số m để tam giác OAB vuông bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 49. Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0\le x,y\le 2022$ và $(xy+2x+5y+10)\log_5\left(\dfrac{7y}{y+18}\right)\le(3x+3y-xy-9)\log_3\left(\dfrac{3x+1}{x-3}\right)$?

A. 2020. **B.** 3 **C.** 4038. **D.** 6057.

Câu 50. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0$ là

A. 1020. **B.** 7. **C.** 1021. **D.** 6.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI

1.A	2.D	3.A	4.B	5.B	6.B	7.B	8.D	9.B	10.B
11.B	12.B	13.C	14.D	15.B	16.C	17.A	18.D	19.C	20.B
21.A	22.B	23.B	24.D	25.B	26.B	27.D	28.A	29.B	30.B
31.A	32.A	33.A	34.C	35.B	36.C	37.D	38.B	39.D	40.B
41.A	42.C	43.C	44.B	45.A	46.B	47.D	48.B	49.D	50.C

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $z=-2+5i$ là

A. $\bar{z}=-2-5i$. **B.** $\bar{z}=5-2i$. **C.** $\bar{z}=2+5i$. **D.** $\bar{z}=2-5i$.

Lời giải

$z=-2+5i\Rightarrow\bar{z}=-2-5i$.

Câu 2. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, biết điểm $M(1;a;b)$ thuộc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** -2.

Lời giải

Ta có: $\Delta:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-1}{-1}\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=2+t\\y=-2+2t\\z=1-t\end{cases}$.

Vì $M(1;a;b)\in\Delta$ nên $\begin{cases}2+t=1\\-2+2t=a\\1-t=b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=-1\\a=-4\\b=2\end{cases}$.

Suy ra $a+b=-4+2=-2$.

Câu 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x+3z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n}=(2;0;3)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-1)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;0;-3)$.

Lời giải

$(\alpha):2x+3z-1=0\Rightarrow\vec{n}=(2;0;3)$.

Câu 4. Ông A gửi 100 triệu đồng tiết kiệm với lãi suất $5,5\%$ trên một năm và tiền lãi hàng năm được nhập vào vốn để tính lãi cho năm tiếp theo. Hỏi theo cách đó thì sau ít nhất bao nhiêu năm ông A thu được số tiền cả gốc và lãi ít nhất là 200 triệu đồng (biết rằng lãi suất không thay đổi)

A. 15 năm. **B.** 13 năm. **C.** 14 năm. **D.** 12 năm.

Lời giải

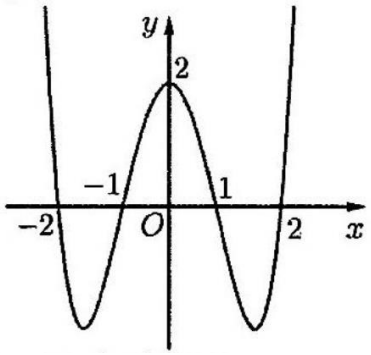
Gọi T_0 là số tiền gửi ban đầu, T là số tiền cả gốc và lãi, n là số năm gửi tiết kiệm và r lãi suất

Vì lãi suất hàng năm được nhập vào vốn nên số tiền ông A thu được cả vốn lẫn lãi là

$T = T_0(1+r)^n \Leftrightarrow 200000000 = 100000000(1+5,5\%)^n \Leftrightarrow n \approx 13$.

Vậy sau ít nhất 13 năm thì ông A thu được số tiền ít nhất là 200 triệu đồng.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 6. Xét $I = \int_0^1 (x-1)e^{x^2-2x+3}\mathrm{d}x$, nếu đặt $u = x^2-2x+3$ thì ta được tích phân nào sau đây?

A. $I = -\int_2^3 e^u \mathrm{du}$. **B.** $I = -\frac{1}{2}\int_2^3 e^u \mathrm{du}$. **C.** $I = \int_2^3 e^u \mathrm{du}$. **D.** $I = \frac{1}{2}\int_2^3 e^u \mathrm{du}$.

Lời giải

Đặt $u = x^2-2x+3 \Rightarrow \mathrm{d}u = (2x-2)\mathrm{d}x \Leftrightarrow (x-1)\mathrm{d}x = \frac{\mathrm{d}u}{2}$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow u = 3$

$x = 1 \Rightarrow u = 2$

Khi đó $I = \int_3^2 e^u \frac{\mathrm{d}u}{2} = -\frac{1}{2}\int_2^3 e^u \mathrm{du}$.

Câu 7. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng ngang?

A. 5^5. **B.** $5!$. **C.** 5. **D.** C_5^5.

Lời giải.

Sắp xếp 5 học sinh thành hàng ngang có $5!$ cách.

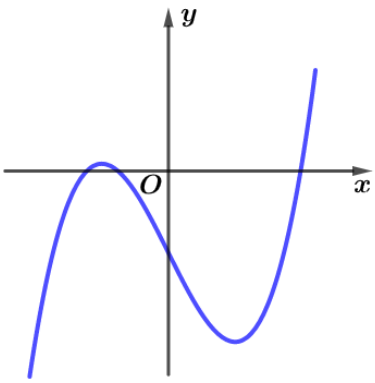
Câu 8. Tập nghiệm S của bất phương trình $3^x < 9$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải.

Ta có $3^x < 9 \Leftrightarrow x < \log_3 9 \Leftrightarrow x < 2$.

Câu 9. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^3-2x-1$. **C.** $y=-x^3+2x-1$. **D.** $y=x^2-2x-1$.

Lời giải.

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị là của hàm số bậc ba hệ số $a>0$ nên chọn đáp án B.

Câu 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+my-(2m-1)z+3=0$ .Tìm giá trị của tham số m để điểm A thuộc mặt phẳng (P).

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Lời giải

Ta có : Điểm $A(1;-2;3)$ thuộc mặt phẳng $(P):2x+my-(2m-1)z+3=0$.

$2-2m-(2m-1).3+3=0\Leftrightarrow -8m+8=0\Leftrightarrow m=1$.

Câu 11. Cho khối cầu có bán kính $r=4$. Thể tích khối cầu đã cho bằng.

A. 256π. **B.** $\frac{256\pi}{3}$. **C.** 64π. **D.** $\frac{64\pi}{3}$.

Lời giải

Thể tích khối cầu đã cho bằng: $V=\frac{4}{3}\pi r^3=\frac{4^4\pi}{3}=\frac{256\pi}{3}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)=2\sin 2x$. Trong các khẳng định sau ,khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)dx=\frac{-1}{2}\cos 2x+C$. **B.** $\int f(x)dx=-\cos 2x+C$.

C. $\int f(x)dx=\cos 2x+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{-1}{2}\cos 2x+C$.

Lời giải

Ta có : $\int f(x)dx=\int 2\sin 2xdx=-\cos 2x+C$.

Câu 13. Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-3)+\log_2(x-1)=3$

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x-3>0\\x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow x>3$

$\log_2(x-3)+\log_2(x-1)=3\Leftrightarrow\log_2\left[(x-3)(x-1)\right]=3$

$$\Leftrightarrow (x-3)(x-1)=8 \Leftrightarrow x^2-4x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1(l) \\ x=5(tm) \end{array}\right.$$

Câu 14. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{x+1}$

A. $y=1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to -1^+} y=+\infty;\ \lim\limits_{x\to -1^-} y=-\infty$ nên đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là: $x=-1$

Câu 15. Cho biết $\int\limits_1^2 f(x)dx=2$. Giá trị của $\int\limits_1^2 4f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 6.

Lời giải

$\int\limits_1^2 4f(x)dx=4\int\limits_1^2 f(x)dx=4.2=8$.

Câu 16. Cho hình hộp có đáy là hình vuông cạnh bằng a và chiều cao $3a$. Thể tích của hình hộp đã cho bằng

A. a^3. **B.** $\dfrac{1}{3}a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $9a^3$.

Lời giải

Thể tích của hình hộp đã cho bằng: $a^2.3a=3a^3$.

Câu 17. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=12a^2$ và chiều cao $h=5a$. Tính thể tích V của khối chóp.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=60a^3$. **C.** $V=10a^3$. **D.** $V=80a^3$.

Lời giải

Thể tích V của khối chóp bằng: $V=\dfrac{1}{3}Bh=20a^3$.

Câu 18. Cho khối nón có bán kính $r=4$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 8π. **B.** 32π. **C.** $\dfrac{8\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Thể tích của khối nón đã cho bằng: $\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 19. Với a là số thực dương tùy ý, $\log\left(10a^2\right)$ bằng

A. $1+(\log a)^2$. **B.** $10\log a$. **C.** $1+2\log a$. **D.** $10\log a$.

Lời giải

Ta có $\log\left(10a^2\right)=\log 10+\log\left(a^2\right)=1+2\log a$.

Câu 20. Một lớp có 15 học sinh nữ và 20 học sinh nam. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh tham gia trực tuần cùng Đoàn trường. Xác suất để trong 4 học sinh được chọn có không quá một nữ.

A. $\frac{3705}{5236}$. **B.** $\frac{57}{136}$. **C.** $\frac{855}{2618}$. **D.** $\frac{79}{136}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=C_{35}^4$.

Gọi A là biến cố "Trong 4 học sinh được chọn có không quá một nữ"

Số cách chọn 4 học sinh là nam C_{20}^4.

Số cách chọn 4 em gồm 3 nam và 1 nữ $C_{20}^3.C_{15}^1$.

$P(A)=\frac{C_{20}^4+C_{20}^3.C_{15}^1}{C_{35}^4}=\frac{57}{136}$.

Câu 21. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$,đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với trục Oz có phương trình là

A. $d:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3-2022t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$ **B.** $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

C. $d:\begin{cases}x=1+2021t\\y=2\\z=3\end{cases},(t\in\mathbb{R})$. **D.** $d:\begin{cases}x=1\\y=2+t\\z=3\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với Oz nên d nhận $\vec{k}(0;0;1)$ hay $\vec{u}_d=(0;0;-2021)$ làm vectơ chỉ phương.

Phương trình tham số của d là $d:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3-2021t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Câu 22. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tính u_3.

A. $u_3=54$. **B.** $u_3=18$. **C.** $u_3=12$. **D.** $u_3=6$.

Lời giải

Vì (u_n) là cấp số nhân nên ta có: $u_3=u_1.q^2=2.3^2=18$.

Câu 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ tâm I của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6=0$ là

A. $I(2;4;6)$. **B.** $I(1;2;0)$. **C** $I(2;4;0)$. **D.** $I(1;2;3)$.

Lời giải

$(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y-6=0$ có tâm $I(1;2;0)$.

Câu 24. Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Hàm số $y=-x^3+3x^2+1$.

$y'=-3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta có : BBT

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↘		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên.

Kết luận: Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 25. Với giá trị nào của m thì phương trình $3^x-1=m$ có nghiệm?

A. $m>0$. **B.** $m>-1$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Lời giải

Để phương trình có nghiệm thì $m+1>0\Leftrightarrow m>-1$

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Tổng giá trị cực tiểu và giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 0. **B.** -2. **C** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có : $y_{ct}+y_{cd}=2+(-4)=-2$.

Câu 27. Cho số phức z thỏa mãn $2iz-5+i=i-(z-2i)$. Mô đun của số phức $w=z-1+i$ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\sqrt{\frac{29}{5}}$. **C.** $\frac{9}{5}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có : $2iz-5+i=i-z+2i\Leftrightarrow z(2i+1)=5+2i\Leftrightarrow z=\frac{5+2i}{2i+1}=\frac{9}{5}-\frac{8}{5}i$.

Số phức $w=z-1+i=\frac{9}{5}-\frac{8}{5}i-1+i=\frac{4}{5}-\frac{3}{5}i$.

Vậy mô đun của số phức $w=\sqrt{\left(\frac{4}{5}\right)^2+\left(-\frac{3}{5}\right)^2}=1$.

Câu 28. Cho hàm số $f\ x\ $ có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x-1\ \ x+1\ ^4,\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $f'\ x\ =0\Leftrightarrow x\ x-1\ \ x+1\ ^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

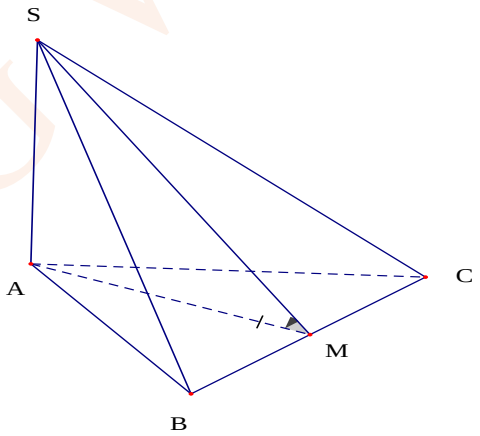
Do $x=0;x=1$ là các nghiệm đơn nên hàm số đạt cực trị tại $x=0$ và $x=1$.

$x=-1$ là nghiệm bội 4 nên không là điểm cực trị của hàm số đã cho.

Câu 29. Cho hình chóp $SABC$ có đáy là tam giác ABC đều cạnh a,SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính góc giữa SM và mặt phẳng ABC .

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Do $SA\perp ABC$ nên , AM là hình chiếu vuông góc của SM trên mặt phẳng ABC .

Suy ra góc giữa SM và mặt phẳng ABC bằng góc SMA

Tam giác ABC đều cạnh a,M trung điểm của BC nên $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông SAM có $\tan SMA = \dfrac{SA}{AM} = 1 \Rightarrow SMA = 45^\circ$.

Câu 30. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ bằng

A. $\dfrac{125}{6}$. **B.** $\dfrac{1}{6}$. **C.** $\dfrac{125\pi}{3}$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 3 = x - 3 \Leftrightarrow x^2 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3$ và $y = x - 3$ là

$$S = \int_0^1 \left|x^2 - x\right| dx = -\int_0^1 x^2 - x \ dx = \frac{1}{6}.$$

Câu 31. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2$ là

A. $e^x + 2x + C$. **B.** $\dfrac{e^{x+1}}{x+1} + 2x + C$. **C.** $e^x + C$. **D.** $\dfrac{1}{x}e^{x+1} + C$.

Lời giải

Ta có $\int (e^x + 2) dx = e^x + 2x + C$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i$, $z_2 = x - 4 + yi$ với $x, y \in \mathbb{R}$. Tìm cặp $(x; y)$ để $z_2 = 2\overline{z_1}$.

A. $(x; y) = (6; 4)$. **B.** $(x; y) = (4; 6)$.

C. $(x; y) = (6; -4)$. **D.** $(x; y) = (5; -4)$.

Lời giải

Ta có $z_2 = 2\overline{z_1} \Leftrightarrow x - 4 + yi = 2(1 + 2i)$

$$\Rightarrow \begin{cases} x - 4 = 2 \\ y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6 \\ y = 4 \end{cases}$$

Câu 33. Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của các số phức $z_1 = 2$, $z_2 = 4i$, $z_3 = 2 + 4i$ trong mặt phẳng toạ độ Oxy. Diện tích tam giác ABC bằng

A. 4. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 6.

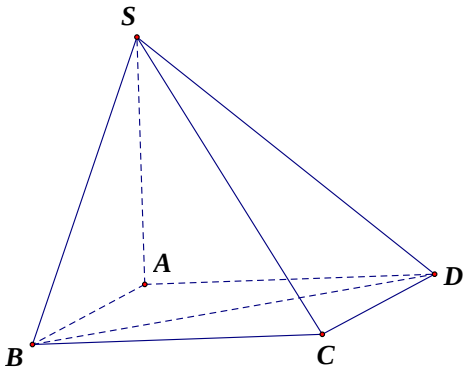
Lời giải

Ta có $A = (2; 0), B = (0; 4), C = (2; 4)$.

$\overrightarrow{AB} = (-2; 4), \overrightarrow{AC} = (0; 4)$. Suy ra diện tích tam giác ABC là:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}\left|-2.4 - 0.4\right| = \frac{1}{2}.8 = 4.$$

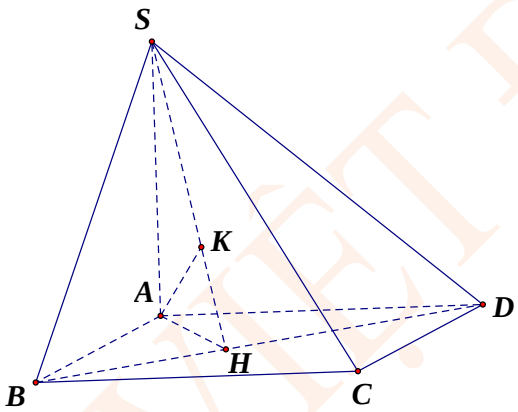
Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, biết $AB = a; AD = a\sqrt{2}$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a$ (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Trong tam giác ABD kẻ $AH \perp BD$; trong tam giác SAH kẻ $AK \perp SH$ (1).

Ta có: $\left.\begin{matrix} BD \perp SA \\ BD \perp AH \end{matrix}\right\} \Rightarrow BD \perp (SAH) \Rightarrow BD \perp AK \subset (SAH)$ (2).

Từ $(1);(2) \Rightarrow AK \perp (SBD)$, hay $d(A,(SBD)) = AK$.

Xét tam giác ABD ta có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{3}{2a^2}$.

Xét tam giác $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{3}{2a^2} = \frac{5}{2a^2} \Leftrightarrow AK = \frac{a\sqrt{10}}{5}$

Vậy $d(A,(SBD)) = \frac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 35. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 2$?

A. $P(-1;-1)$. **B.** $Q(-1;1)$. **C.** $M(-1;0)$. **D.** $N(-1;-2)$.

Lời giải

Thay $x = -1$ vào phương trình ta được $y = 1$.

Vậy điểm $Q(-1;1)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 36. Tập xác định của hàm số $y=\log_4 x$ là

A. $D=(-\infty;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;0)$. **C.** $D=(0;+\infty)$. **D.** $D=[0;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x>0$.
Vậy tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$

Câu 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;-5)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục hoành là

A. $M(2;0;5)$. **B.** $M(0;0;5)$. **C.** $M(0;1;-5)$. **D.** $M(2;0;0)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-5)$ lên trục hoành là điểm $M(2;0;0)$.

Câu 38. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+2$ và đường thẳng $y=4$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3+3x^2+2=4 \Leftrightarrow x^3+3x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1-\sqrt{3} \\ x=-1+\sqrt{3} \\ x=-1 \end{array}\right.$$

Vậy số giao điểm là 3.

Câu 39. Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $BD=2a\sqrt{2}$, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60^0. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Gọi O là giao điểm của AC và BD, M là trung điểm của BC.

Khi đó O là hình chiếu vuông góc của S lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Ta có: $BD=2a\sqrt{2} \Rightarrow AB=2a$ hay $OM=a$.

Góc giữa mặt bên và mặt phẳng đáy bằng $60^0 \Rightarrow SMO=60^0 \Rightarrow SO=OM.\tan 60^0=a\sqrt{3}$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.a\sqrt{3}.(2a)^2=\dfrac{4a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-20;20]$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2+mx-2}{x-1}\right|$ trên đoạn $[0;2]\setminus\{1\}$ đạt giá trị nhỏ nhất?

A. 20. **B.** 21. **C.** 19. **D.** 22.

Lời giải

Xét hàm số $y=\dfrac{x^2+mx-2}{x-1}$

- Với $m=1$ ta được $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-1}=\dfrac{(x-1)(x+2)}{x-1}=x+2\ \forall x\neq 1.$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của $y=\left|\dfrac{x^2+mx-2}{x-1}\right|$ trên đoạn $[0;2]\setminus\{1\}$ là 2.

- Với $m\neq 1$, phương trình $\dfrac{x^2+mx-2}{x-1}=0$ luôn có 2 nghiệm phân biệt khác 1 nên hàm số $y=\left|\dfrac{x^2+mx-2}{x-1}\right|$ có giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2+mx-2}{x-1}\right|$ trên đoạn $[0;2]\setminus\{1\}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 0.

Để thỏa mãn ycbt thì $\dfrac{x^2+mx-2}{x-1}=0$ có nghiệm trên đoạn $[0;2]\setminus\{1\}$.

xét $x^2+mx-2=0\Leftrightarrow\dfrac{2-x^2}{x}=m$ trên $(0;2]\setminus\{1\}$.

Đặt $g(x)=\dfrac{2-x^2}{x}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{-x^2-2}{x^2}<0$ trên $(0;2]\setminus\{1\}$.

Ta có bảng biến thiên:

x	0		1		2
$g'(x)$		−	‖	−	
$g(x)$	$+\infty$	↘	1	↘	-1

Để thỏa mãn ycbt $\begin{cases}m\geq -1\\ m\neq 1\end{cases}$ mà $m\in[-20;20]$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;2;3;...;20\}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+(z-3)^2=1$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\ y=mt\\ z=(1-m)t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) tại M,N. Khi m thay đổi, độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

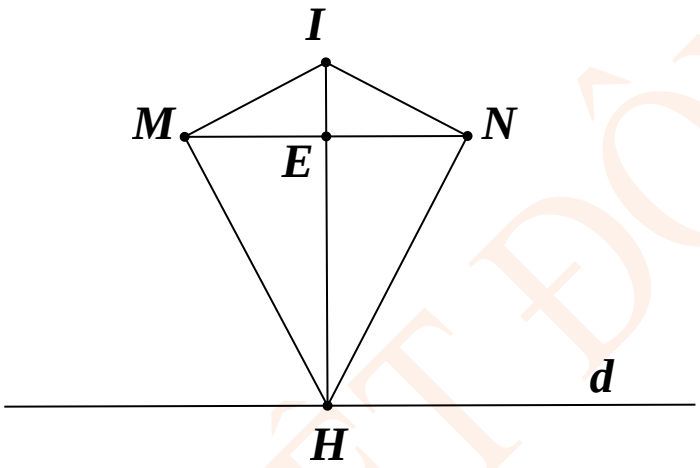
Mặt cầu (S) có tâm $I(1;0;3)$, bán kính $R=1$.

TH1: $I \in MN \Rightarrow MN = 2R = 2$ khi đó không tồn tại d nên loại.

TH2: $I \notin MN$

Gọi $H = d \cap (IMN)$.

Ta có $\begin{cases} IM \perp d \\ IN \perp d \end{cases} \Rightarrow d \perp (IMN) \Rightarrow d \perp IH$.



$IM = IN = R = 1; MH = \sqrt{IH^2 - IM^2} = \sqrt{IH^2 - 1}$.

$MN = 2ME = 2\dfrac{IM.MH}{IH} = \dfrac{2\sqrt{IH^2-1}}{IH} = 2.\sqrt{1-\dfrac{1}{IH^2}}$.

Vậy $MN_{Min} \Leftrightarrow IH_{Min}$.

Ta có $A(1;0;0) \in d$; $\vec{u}_d = (2;m;1-m)$ là VTCP của d.

$\overrightarrow{AI} = (0;0;3)$; $\left[\overrightarrow{AI}, \vec{u}_d\right] = (-3m;6;0)$.

Do $d \perp IH$ nên $IH = d(I,d) = \dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI}, \vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|} = \dfrac{\sqrt{9m^2+36}}{\sqrt{2m^2-2m+5}} = \sqrt{\dfrac{9m^2+36}{2m^2-2m+5}}$.

Xét hàm $f(m) = \dfrac{9m^2+36}{2m^2-2m+5}$

Ta có $f'(m) = \dfrac{-18m^2-54m+72}{(2m^2-2m+5)^2}$; $f'(m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

m	$-\infty$		-4		1		$+\infty$
$f'(m)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(m)$	$\frac{9}{2}$	↘	4	↗	9	↘	$\frac{9}{2}$

Suy ra $IH_{Min}=2\Rightarrow MN_{Min}=\sqrt{3}$

Vậy khi m thay đổi, độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{3}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(1-x)\left(x^2-5x+6\right),\forall x\in\mathbb{R}$. Hỏi có bao nhiêu giá trị của tham số $m\in[0;5]$, với $2m\in\mathbb{Z}$. Để hàm số $g(x)=f\left(x^2-2|x-2|-4x+m+3\right)$ có đúng 9 điểm cực trị.

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 3.

Lời giải

Xét hàm số: $g(x)=f\left(x^2-2|x-2|-4x+m+3\right)=f\left((x-2)^2-2|x-2|+m-1\right)$

Đặt $t=x-2$

Ta có hàm số $g(x)=f\left(x^2-2|x-2|-4x+m+3\right)$ trở thành: $h(t)=f\left(t^2-2|t|+m-1\right)$

Nhận xét: hàm $h(t)=f\left(t^2-2|t|+m-1\right)$ là hàm chẵn, nên để hàm $h(t)=f\left(t^2-2|t|+m-1\right)$ có 9 cực trị thì hàm $e(t)=f\left(t^2-2t+m-1\right)$ có 4 điểm cực trị dương.

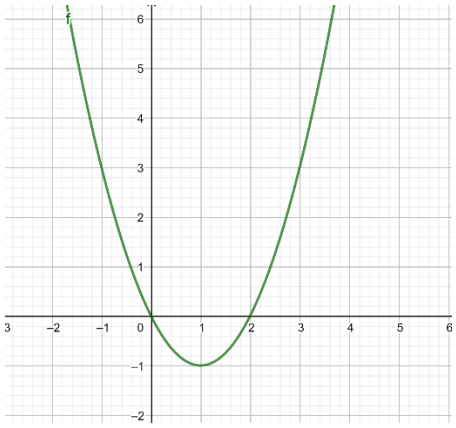
Xét: $e'(t)=\left(f\left(t^2-2t+m-1\right)\right)'=(2t-2).f'\left(t^2-2t+m-1\right)$

$$e'(t)=0\Leftrightarrow(2t-2).f'\left(t^2-2t+m-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ f'\left(t^2-2t+m-1\right)=0\end{array}\right.^{(*)}$$

Nhận xét: $f'(x)=(1-x)\left(x^2-5x+6\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=2\\ x=3\end{array}\right.$

$$f'\left(t^2-2t+m-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2-2t+m-1=1\\ t^2-2t+m-1=2\\ t^2-2t+m-1=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2-2t=2-m\\ t^2-2t=3-m\\ t^2-2t=4-m\end{array}\right.$$

Hàm $e(t)=f\left(t^2-2t+m-1\right)$ có 4 điểm cực trị dương thì (*) phải có 4 nghiệm đơn hoặc bội lẻ dương. Xét $(P):y=t^2-2t;(t>0)$



Từ đồ thị ta có điều kiện: $\left[\begin{cases} 2-m\le -1 \\ -1<3-m<0 \\ 4-m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases} m\ge 3 \\ 3<m<4 \\ m\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3<m<4 \\ m\le 2 \end{array}\right.\right.\right.$

$2-m\ge 0$ $\quad m\le 2$

Do $m\in[0;5]$, với $2m\in\mathbb{Z}.\Rightarrow m\in\left\{0;\frac{1}{2};1;\frac{3}{2};2;\frac{7}{2}\right\}$.

Vậy có 6 giá trị của m thoả mãn.

Câu 43. Cho hình trụ tròn xoay có đáy là hai hình tròn tâm O và O'. Trên đường tròn đáy tâm O lấy điểm A, trên đường tròn đáy tâm O' lấy điểm B sao cho $AB=2a$. Biết khoảng cách từ trục của hình trụ đến đường thẳng AB bằng $\frac{a}{2}$ và bán kính đáy của hình trụ bằng a, thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{\pi a^3\sqrt{13}}{2}$. **C.** πa^3. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Dựng $BC//OO'$ (C thuộc đường tròn đáy tâm O)

Ta có $d\left(OO',AB\right)=d\left(OO',\left(ABC\right)\right)=d\left(O,\left(ABC\right)\right)$

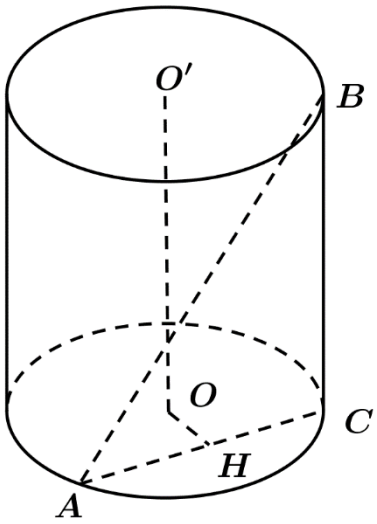
Dựng $OH\perp AC\left(H\in AC\right)$ mà $OH\perp BC$

$\Rightarrow OH\perp\left(ABC\right)\Rightarrow d\left(O,\left(ABC\right)\right)=OH=\frac{a}{2}$

Ta có $AH=\sqrt{OA^2-OH^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AC=2AH=a\sqrt{3}$

$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=a$

Thể tích khối trụ $V=\pi.OA^2.BC=\pi a^3$.



Câu 44. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\frac{1}{x},\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $f\left(1\right)=2, f\left(-e\right)=4$. Biết $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ thỏa mãn $F\left(e^2\right)=2e$. Giá trị của $F\left(e\right)$ bằng:

A. $5e^2-4e$. **B.** $4e-3e^2$. **C.** $4e-5e^2$. **D.** $3e-4e^2$.

Lời giải

Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\frac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C\ \ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

+ Xét trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có: $f(1)=2\Leftrightarrow\ln 1+C=2\Rightarrow C=2$.

Do đó, $f(x)=\ln x+2$, với mọi $x\in(0;+\infty)$.

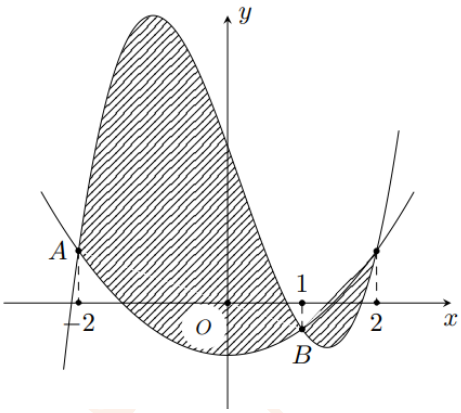
Ta có $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\ln x+2)\mathrm{d}x=x\ln x+x+D$ với mọi $x\in(0;+\infty)$.

+ Ta có: $F(e^2)=2e\Leftrightarrow e^2\ln e^2+e^2+D=2e\Leftrightarrow D=2e-3e^2$.

Do đó, $F(x)=x\ln x+x+2e-3e^2$ với mọi $x\in(0;+\infty)$.

Suy ra $F(e)=e\ln e+e+2e-3e^2=4e-3e^2$.

Câu 45. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3-\frac{1}{2}x^2+cx+d$ và parabol $y=g(x)$ có đỉnh nằm trên trục tung . Biết đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại ba điểm phân biệt A,B,C có hoành độ lần lượt là $-2;1;2$ và thỏa mãn $AB=\frac{3\sqrt{5}}{2}$ (tham khảo hình vẽ).



Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$.

A. $\frac{71}{6}$. **B.** $\frac{13}{4}$. **C.** $\frac{238}{3}$. **D.** $\frac{71}{3}$.

Lời giải

Parabol $y=g(x)=kx^2+m,(k>0)$.

$\Rightarrow A(-2;4k+m),B(1;k+m)$

Do $AB=\frac{3\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow\sqrt{9+9k^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2}\Leftrightarrow k^2=\frac{1}{4}\Rightarrow k=\frac{1}{2}$.

Suy ra $y=g(x)=\frac{1}{2}x^2+m$.

Xét phương trình $f(x)=g(x)\Leftrightarrow f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow ax^3-x^2+cx+d-m=0$ (*).

Vì phương trình (*) có 3 nghiệm $-2;\ 1;\ 2$, suy ra $f(x)-g(x)=a(x+2)(x-1)(x-2)$.

Theo Định lý viet, ta có $x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a}\Rightarrow -2+1+2=\dfrac{1}{a}\Leftrightarrow a=1$.

Suy ra diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị trên là `

$$S=\int_{-2}^{2}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}\left|(x-1)\left(x^2-4\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{71}{6}.$$

Câu 46. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1;3;2)$ là trung điểm của MN. Tính độ dài đoạn thẳng MN.

A. $MN=2\sqrt{33}$. **B.** $MN=2\sqrt{66}$. **C.** $MN=4\sqrt{33}$. **D.** $MN=4\sqrt{66}$.

Lời giải

Vì điểm N thuộc d nên toạ độ N có dạng $N(-2+2t;\ 1+t;\ 1-t),\ t\in\mathbb{R}$. Do điểm $A(1;3;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN nên ta có toạ độ điểm $M(4-2t;\ 5-t;\ 3+t)$.

Vì M là điểm thuộc mặt phẳng (P) nên

$$2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0\Leftrightarrow -4-2t=0\Leftrightarrow t=-2.$$

Khi đó $M(8;7;1),\ N(-6;-1;3)$. Suy ra $MN=\sqrt{14^2+8^2+2^2}=2\sqrt{66}$.

Câu 47. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w=\dfrac{1}{|z|-z}$ có phần thực bằng $\dfrac{1}{18}$. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=3$, giá trị lớn nhất của $P=5|z_1-3-5i|^2+2|z_2-3-5i|^2$ gần bằng với giá trị nào dưới đây ?

A. 1533. **B.** 1530. **C.** 1532. **D.** 1531.

Lời giải

Cách 1

Giả sử $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$.

Với điều kiện $|z|-z\neq 0\Rightarrow\sqrt{x^2+y^2}-x\neq 0$, ta có:

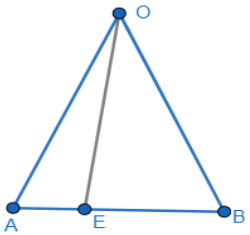
$$w=\frac{1}{|z|-z}=\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}-(x+yi)}=\frac{1}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)-yi}=\frac{\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)+yi}{\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)^2+y^2}$$

$$=\frac{\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)+yi}{2\left(x^2+y^2\right)-2x\sqrt{x^2+y^2}}=\frac{\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)+yi}{2\sqrt{x^2+y^2}\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)}$$

$$=\frac{1}{2\sqrt{x^2+y^2}}+\frac{y}{2\sqrt{x^2+y^2}\left(\sqrt{x^2+y^2}-x\right)}i.$$

Do w có phần thực bằng $\dfrac{1}{18}$ nên $\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+y^2}}=\dfrac{1}{18}\Leftrightarrow\sqrt{x^2+y^2}=9\Leftrightarrow x^2+y^2=81$.

Vậy tập hợp tất cả các số phức z nằm trên đường tròn tâm O bán kính $R=9$ bỏ điểm $(9;0)$.



Đặt $z_1 = x_1 + y_1 i \Rightarrow A(x_1; y_1) \Rightarrow OA = 9$; $z_2 = x_2 + y_2 i \Rightarrow B(x_2; y_2)$; $\Rightarrow OB = 9$.

Mà $|z_1 - z_2| = 3 \Rightarrow AB = 3$; với $M(3;5) \Rightarrow OM = \sqrt{34}$.

Ta có:

$P = 5|z_1 - 3 - 5i|^2 + 2|z_2 - 3 - 5i|^2$

$= 5MA^2 + 2MB^2 = 5\overrightarrow{MA}^2 + 2\overrightarrow{MB}^2 = 5\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OA}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MO} + \overrightarrow{OB}\right)^2$

$= 7MO^2 + 5OA^2 + 2OB^2 + 2\overrightarrow{MO}\left(5\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}\right)$

$= 7.\sqrt{34}^2 + 5.9^2 + 2.9^2 + 2MO.\left|5\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}\right|.\cos\alpha$

$\le 805 + 2\sqrt{34}.\left|5\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}\right|$.

Với α là góc hợp bởi $\overrightarrow{MO}$ và $\left(5\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}\right)$. Dấu " = "xảy ra khi $\cos\alpha = 1$.

Tính $Q = \left|5\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}\right|$, Gọi E thỏa mãn $5\overrightarrow{EA} + 2\overrightarrow{EB} = \vec{0} \Rightarrow EA = \frac{2}{7}AB = \frac{6}{7}, EB = \frac{5}{7}AB = \frac{15}{7}$.

$Q = \left|5\left(\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EA}\right) + 2\left(\overrightarrow{OE} + \overrightarrow{EB}\right)\right| = \left|7\overrightarrow{OE}\right| = 7OE$.

Trong tam giác OAB có $\cos A = \frac{9^2 + 3^2 - 9^2}{2.9.3} = \frac{1}{6}$.

$Q = 7OE = 7\sqrt{OA^2 + AE^2 - 2OA.AE.\cos A} = 7\sqrt{9^2 + \left(\frac{6}{7}\right)^2 - 2.9.\frac{6}{7}.\frac{1}{6}} = 3\sqrt{431}$.

$P \le 805 + 2\sqrt{34}.\left|5\overrightarrow{OA} + 2\overrightarrow{OB}\right| = 805 + 2.\sqrt{34}.3\sqrt{431} \approx 1531,32$.

Vậy $\max P$ gần nhất với giá trị 1531.

Cách 2.

Giả sử $z = x + yi \ \ (x, y \in \mathbb{R})$.

Với điều kiện $|z| - z \ne 0 \Rightarrow \sqrt{x^2 + y^2} - x \ne 0$, ta có:

$$w = \frac{1}{|z| - z} = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2} - (x + yi)} = \frac{1}{\left(\sqrt{x^2 + y^2} - x\right) - yi} = \frac{\left(\sqrt{x^2 + y^2} - x\right) + yi}{\left(\sqrt{x^2 + y^2} - x\right)^2 + y^2}$$

$$= \frac{\left(\sqrt{x^2 + y^2} - x\right) + yi}{2\left(x^2 + y^2\right) - 2x\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{\left(\sqrt{x^2 + y^2} - x\right) + yi}{2\sqrt{x^2 + y^2}\left(\sqrt{x^2 + y^2} - x\right)}$$

$$= \frac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2}} + \frac{y}{2\sqrt{x^2 + y^2}\left(\sqrt{x^2 + y^2} - x\right)}i.$$

Do w có phần thực bằng $\frac{1}{18}$ nên $\frac{1}{2\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{1}{18} \Leftrightarrow \sqrt{x^2 + y^2} = 9 \Leftrightarrow x^2 + y^2 = 81$.

Vậy tập hợp tất cả các số phức z nằm trên đường tròn tâm O bán kính $R = 9$ bỏ điểm $(9;0)$.

Đặt $z_1 = x_1 + y_1 i \Rightarrow A(x_1; y_1) \Rightarrow OA = 9$; $z_2 = x_2 + y_2 i \Rightarrow B(x_2; y_2)$; $\Rightarrow OB = 9$.

Mà $|z_1 - z_2| = 3 \Rightarrow AB = 3$; với $M(3;5) \Rightarrow OM = \sqrt{34}$.

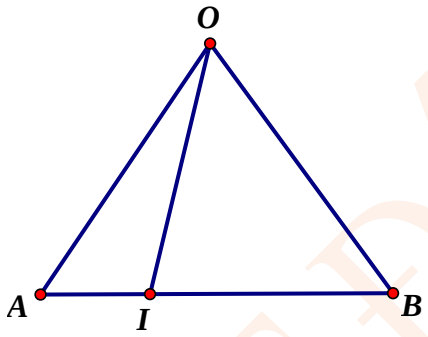
Ta có:

$P = 5|z_1 - 3 - 5i|^2 + 2|z_2 - 3 - 5i|^2 = 5MA^2 + 2MB^2 = 5\overrightarrow{MA}^2 + 2\overrightarrow{MB}^2$.

Gọi I thỏa $5\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$

Khi đó $P = 5\overrightarrow{MA}^2 + 2\overrightarrow{MB}^2 = 5\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + 2\left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 = 7MI^2 + 5IA^2 + 2IB^2$.

$P_{\max}$ khi IM lớn nhất khi I, M, O thẳng hàng và $MI = IO + MO = \dfrac{3\sqrt{431}}{7} + \sqrt{34}$



Mà $OI^2 = OA^2 + AI^2 - 2OA.AI.\cos A = OA^2 + AI^2 - 2OA.AI.\dfrac{AO^2 + AB^2 - OB^2}{2AO.AB}$

$= 9^2 + \left(\dfrac{6}{7}\right)^2 - 2.9.\dfrac{6}{7}.\dfrac{9^2 + 3^2 - 9^2}{2.9.3} = \dfrac{3879}{49}$.

Khi đó $P_{\max} = 7\left(\dfrac{3\sqrt{431}}{7} + \sqrt{34}\right)^2 + 5.\left(\dfrac{6}{7}\right)^2 + 2\left(\dfrac{15}{7}\right)^2 \approx 1531$.

Câu 48. Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + m + 1 = 0$ (m là tham số thực). Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 của phương trình. Tổng các giá trị của tham số m để tam giác OAB vuông bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có phương trình $z^2 - 2z + m + 1 = 0 \Leftrightarrow (z-1)^2 = -m$.

TH1: $-m > 0 \Leftrightarrow m < 0$

Phương trình có hai nghiệm thực phân biệt $z_1, z_2 \Rightarrow A \in Ox, B \in Ox$ (loại).

TH2: $-m < 0 \Leftrightarrow m > 0 \Rightarrow z_1 = 1 + i\sqrt{m}; z_2 = 1 - i\sqrt{m} \Rightarrow A\left(1; \sqrt{m}\right), B\left(1; -\sqrt{m}\right)$.

Vì A, B đối xứng nhau qua trục Ox nên tam giác OAB vuông

$\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 1 - m = 0 \Leftrightarrow m = 1$.

Vậy tổng các giá trị của tham số m để tam giác OAB vuông bằng 1.

Câu 49. Có bao nhiêu bộ số nguyên $(x; y)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $0 \le x, y \le 2022$ và

$(xy + 2x + 5y + 10)\log_5\left(\dfrac{7y}{y+18}\right) \le (3x + 3y - xy - 9)\log_3\left(\dfrac{3x+1}{x-3}\right)$?

A. 2020. **B.** 3 **C.** 4038. **D.** 6057.

Lời giải

Đkxđ: $\begin{cases} y>0 \\ x>3 \end{cases}$.

Ta có:

$$(xy+2x+5y+10)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right)\le(3x+3y-xy-9)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)$$

$$\Leftrightarrow (x+5)(y+2)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right)\le(x-3)(3-y)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)(1)$$

Xét $f(y)=\frac{7y}{y+18}$, $f(y)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

$g(x)=\frac{3x+1}{x-3}$, $g(x)$ nghịch biến trên $(3;+\infty)$, $\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)>0, \forall x>3$.

Do đó:

+ **TH1:** $\begin{cases} 0<y\le 3 \\ x>3 \end{cases}$ khi đó $(x-3)(3-y)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)\ge 0$

và $(x+5)(y+2)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right)\le 0$ (do $\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right)\le 0$) nên (1) đúng,

Suy ra có 3 giá trị nguyên của y thoả (1) và ứng với mỗi y ta có $\begin{cases} x\in\mathbb{Z} \\ 3<x\le 2022 \end{cases}$ nên có 2019 số x.

Nên có 6057 bộ số nguyên $(x;y)$.

+ **TH2:** $\begin{cases} y>3 \\ x>3 \end{cases}$ khi đó $\begin{cases} (x-3)(3-y)\log_3\left(\frac{3x+1}{x-3}\right)<0 \\ (x+5)(y+2)\log_5\left(\frac{7y}{y+18}\right)>0 \end{cases}$ nên (1) vô nghiệm.

Vậy có 6057 bộ số nguyên $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 50. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0$ là

A. 1020. **B.** 7. **C.** 1021. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x>0 \\ 10-\log_2 x\ge 0 \end{cases}\Leftrightarrow 0<x\le 1024$.

$$\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} 10-\log_2 x=0 \\ \begin{cases} 10-\log_2 x>0 \\ 2^x+2^{4-x}-17\ge 0 \end{cases} \end{array}\right.$$

+ **Trường hợp 1:** $10-\log_2 x=0 \Leftrightarrow x=1024$.

+ **Trường hợp 2:**

$$\begin{cases}10-\log_2 x>0\\ 2^x+2^{4-x}-17\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x<1024\\ 2^{2x}-17.2^x+16\ge 0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x<1024\\ \left[\begin{array}{l}2^x\ge 16\\ 2^x\le 1\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}0<x<1024\\ \left[\begin{array}{l}x\ge 4\\ x\le 0\end{array}\right.\end{cases} \Leftrightarrow 4\le x<1024.$$

Nghiệm của bất phương trình là $4\le x\le 1024$. Vậy bất phương trình có tất cả 1021 nghiệm nguyên.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT THÁI BÌNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Số cách chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ 7 học sinh là:

A. 2^7. **B.** C_7^2. **C.** 7^2. **D.** A_7^2.

Câu 2. Một hình trụ có bán kính đáy $r=5$ cm, chiều cao $h=7$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $S=\dfrac{70}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=\dfrac{35}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=35\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$.

Câu 4. Hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$ là

A. $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{-(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$.

Câu 5. Cho hình nón có bán kính đáy $4a$, chiều cao $3a$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng:

A. $36\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $20\pi a^2$. **D.** $15\pi a^2$.

Câu 6. Cho hàm số $(C): y=f(x)$ có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 8. Tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$ là:

A. $I(1;2;3); R=3$. **B.** $I(1;2;-3); R=3$.

C. $I(1;-2;3); R=3$. **D.** $I(-1;2;-3); R=3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx = 2$; $\int_1^3 f(x)dx = 6$. Tính $I = \int_0^3 f(x)dx$.

A. $I = 12$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 8$. **D.** $I = 4$.

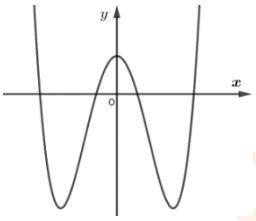
Câu 10. Modum của số phức $z = 1 + 2i$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = (2;3;2)$ và $\vec{b} = (1;1;-1)$. Vecto $\vec{a} - \vec{b}$ có tọa độ là

A. $(1;2;3)$ **B.** $(3;4;1)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(3;5;1)$.

Câu 12. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 - 1$. **C.** $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **D.** $y = -x^4 + 4x^2 + 1$.

Câu 13. Cho $\log_a b = 2$ và $\log_a c = 3$. Tính $P = \log_a (b^2 c^3)$

A. $P = 13$. **B.** $P = 31$. **C.** $P = 30$. **D.** $P = 108$.

Câu 14. Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và có chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + 2\sin 2x$

A. $2 - 2\cos 2x + C$. **B.** $2 + 2\cos 2x + C$. **C.** $x^2 + \cos 2x + C$. **D.** $x^2 - \cos 2x + C$.

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 250. **B.** 22. **C.** 17. **D.** 12.

Câu 17. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{1-4x}{2x-1}$.

A. $y = \dfrac{1}{2}$. **B.** $y = -2$. **C.** $y = 2$. **D.** $y = 4$.

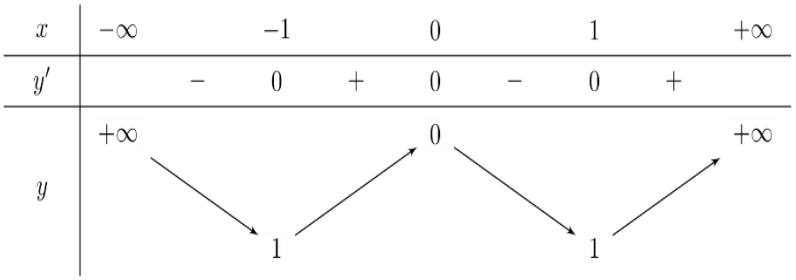
Câu 18. Cho các số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 2 + i$. Tìm điểm biểu diễn cho số phức $z = z_1 + z_2$

A. $Q(-1;3)$. **B.** $P(3;-1)$. **C.** $M(1;3)$. **D.** $N(3;3)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q): x + y - z + 2 = 0$?

A. $x + y + z - 3 = 0$. **B.** $x - 2y + z = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $x + y - z - 1 = 0$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 21. Số phức liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là số phức:

A. $\bar{z}=-2+i$. **B.** $\bar{z}=-1-2i$. **C.** $\bar{z}=1-2i$. **D.** $\bar{z}=2-i$.

Câu 22. Cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véctơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}=(-2;3;4)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;1)$.

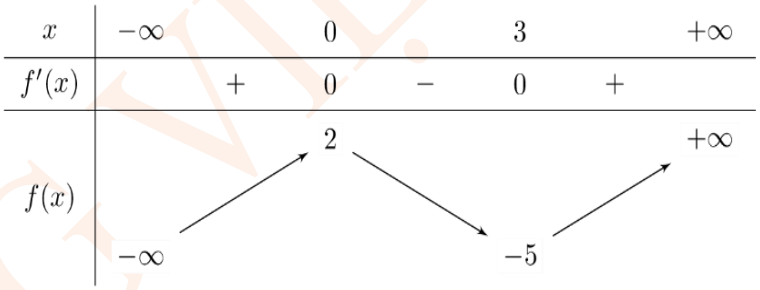
Câu 23. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=63$. **B.** $x=65$. **C.** $x=68$. **D.** $x=66$.

Câu 24. Cho lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là:

A. a^3 **B.** $3a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $4a^3$

Câu 25. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** −5

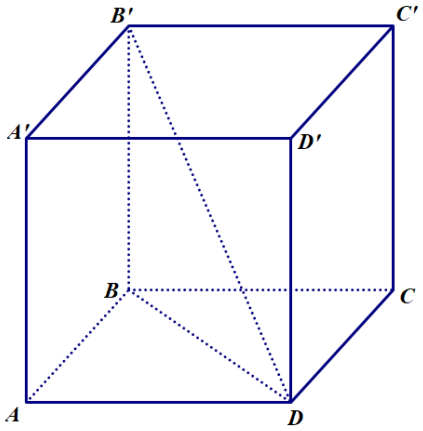
Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x)<\log(x+6)$ là:

A. $(0;6)$. **B.** $(6;+\infty)$. **C.** $(-\infty;6)$. **D.** $[0;6)$.

Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x}<8$ là:

A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$ **B.** $(-\infty;3)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(1;3)$

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh $2a$ (tham khảo hình bên). Tang của góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0;0;-4);B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha):ax+by-z+c=0$. Khi đó $a-b+c$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 8. **D.** -4.

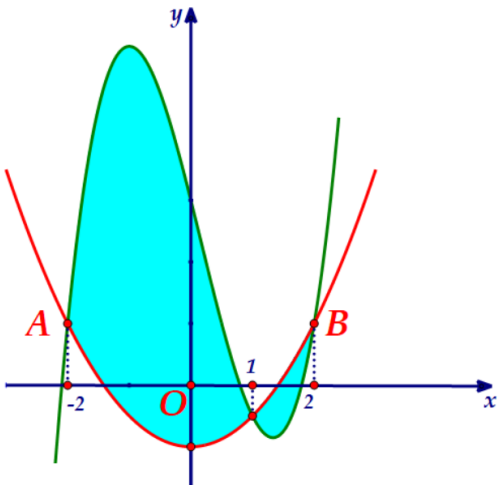
Câu 30. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{24}{91}$. **B.** $\frac{12}{91}$. **C.** $\frac{2}{91}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Câu 31. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2^x+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0$ là:

A. 7. **B.** 1021. **C.** 1020. **D.** 6.

Câu 32. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^3-\frac{1}{2}x^2+cx+d$ và parabol $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $AB=\frac{3\sqrt{5}}{2}$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng.



A. $\frac{71}{12}$. **B.** $\frac{71}{6}$. **C.** $\frac{93}{9}$. **D.** $\frac{45}{4}$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-3		0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f'\left(3-2f(x)\right)=0$ là

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 34. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+3m+10=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1,z_2 không phải số thực thỏa mãn $|z_1|+|z_2|\le 8$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 35. Cho a,b là hai số thay đổi thoả mãn $a>1,b>1$ và $a+b=12$. Giả sử x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình: $\log_a x.\log_b x-\log_a x-\log_b x-1=0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x_1.x_2$ là

A. $P_{\max}=39$. **B.** $P_{\max}=36$. **C.** $P_{\max}=32$. **D.** $P_{\max}=45$.

Câu 36. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{2}}$ là:

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=[1;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-\infty;1)$

Câu 37. Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy chứa đáy một góc 30°,ta được thiết diện là tam giác đều cạnh 4a .Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{13}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Câu 38. Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+12x+3m-7$ với m là tham số thực. Số các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2\left(x^2-4x\right)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(2x^2-12x+m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 17. **B.** 18.. **C.** 16.. **D.** 19.

Câu 40. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{\frac{5}{2}}$ là:

A. $\int f(x)dx=\frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}+C$. **C.** $\int f(x)dx=\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}}+C$.

Câu 41. Giả sử z_1,z_2 là hai trong các số phức z thoả mãn $(z-6)\left(8-i.\bar{z}\right)$ là số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $20-4\sqrt{21}$. **B.** $5-\sqrt{21}$. **C.** $20-2\sqrt{73}$. **D.** $-5+\sqrt{73}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{1}{x-1}+6x,\forall x\in(1;+\infty)$ và $f(2)=12$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2)=6$, khi đó giá trị biểu thức $P=F(5)-4F(3)$ bằng:

A. 24. **B.** 10 . **C.** 20 . **D.** 25 .

Câu 43. Trên đoạn $[-3;2]$, hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

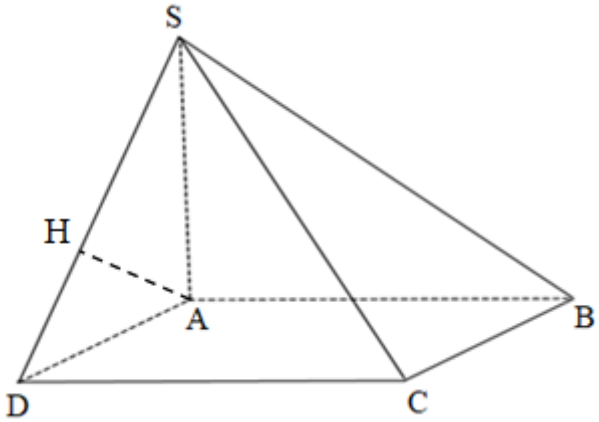
A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-\sqrt{5}$.

Câu 44. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ sao cho đẳng thức sau thoả mãn

$\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)^{y^2+101}=20y+1$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a\sqrt{3}$ vuông góc với đáy (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).



A. $\frac{a\sqrt{39}}{2}$ **B.** $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{2a}{13}$.

Câu 46. Mặt cầu tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $M(5;-2;1)$ có phương trình là:

A. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0),B(0;5;0),C(0;0;7)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=-1$. **C.** $\frac{x}{3}-\frac{y}{5}-\frac{z}{7}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=1$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $f(2x)-xf\left(x^2\right)=5x-2x^3-1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int_1^2 xf'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=3$.

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 5)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f^2\left(x^2-4x\right)-\left(m+5\right)f\left(x^2-4x\right)+m=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

----HẾT---

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.A	5.C	6.A	7.B	8.C	9.C	10.D
11.A	12.C	13.A	14.A	15.D	16.C	17.B	18.B	19.D	20.B
21	22.A	23	24.D	25.D	26.A	27.A	28.A	29.D	30
31.B	32.B	33.B	34.D	35.B	36.A	37.C	38.C	39.A	40.B
41.C	42.A	43.D	44.C	45.B	46.D	47.D	48.D	49.D	50.B

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Số cách chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ 7 học sinh là:

A. 2^7. **B.** C_7^2. **C.** 7^2. **D.** A_7^2.

Lời giải

Số cách chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ 7 học sinh là: C_7^2.

Câu 2. Một hình trụ có bán kính đáy $r=5$ cm, chiều cao $h=7$ cm. Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $S=\dfrac{70}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **B.** $S=\dfrac{35}{3}\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **C.** $S=70\pi\left(\text{cm}^2\right)$. **D.** $S=35\pi\left(\text{cm}^2\right)$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S=2\pi rh=2\pi.5.7=70\pi\left(cm^2\right)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;0), B(1;1;2)$ và $C(2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z}{3}$. **B.** $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z}{3}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm A và song song với BC nên nhận $\overrightarrow{BC}=(1;2;-1)$ là véc tơ chỉ phương.

Phương trình đường thẳng đi qua A và song song với BC là: $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z}{-1}$.

Chọn C

Câu 4. Hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$ là

A. $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{-(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1).\ln 2}$.

Chọn A

Câu 5. Cho hình nón có bán kính đáy $4a$, chiều cao $3a$. Diện tích xung quanh hình nón đã cho bằng:

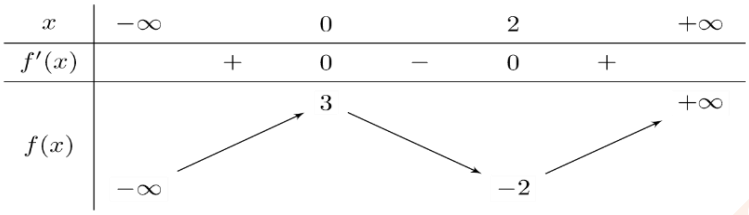
A. $36\pi a^2$. **B.** $12\pi a^2$. **C.** $20\pi a^2$. **D.** $15\pi a^2$.

Lời giải

Hình nón có bán kính $R=4a$, chiều cao $h=3a$. Đường sinh $l=\sqrt{R^2+h^2}=5a$.

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=\pi Rl=20\pi a^2$.

Câu 6. Cho hàm số $(C): y=f(x)$ có bảng biến thiên

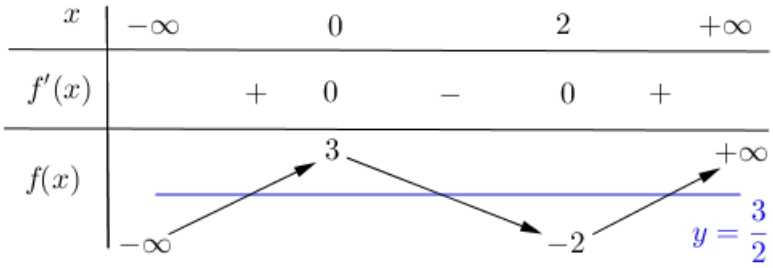


Số nghiệm của phương trình $2f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $2f(x)-3=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{3}{2}$.



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy (C) và $(d): y=\dfrac{3}{2}$ có 3 giao điểm

Nên phương trình $2f(x)-3=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua 4 điểm $x=-1; x=0; x=2; x=4$.

Vậy hàm số có 4 điểm cực trị.

Câu 8. Tâm I và bán kính R của mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$ là:

A. $I(1;2;3); R=3$. **B.** $I(1;2;-3); R=3$.

C. $I(1;-2;3); R=3$. **D.** $I(-1;2;-3); R=3$.

Lời giải

Mặt cầu (S): $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=9$ có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^1 f(x)dx=2$; $\int_1^3 f(x)dx=6$. Tính $I=\int_0^3 f(x)dx$.

A. $I=12$. **B.** $I=36$. **C.** $I=8$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Ta có $I=\int_0^3 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^3 f(x)dx=8$.

Câu 10. Modum của số phức $z=1+2i$ bằng

A. $\sqrt{3}$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Modum của số phức $z=1+2i$ bằng $|z|=\sqrt{1^2+2^2}=\sqrt{5}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vecto $\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ là

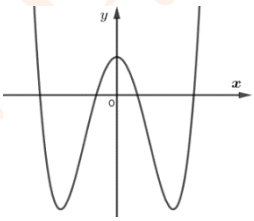
A. $(1;2;3)$ **B.** $(3;4;1)$. **C.** $(-1;-2;3)$. **D.** $(3;5;1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)\Rightarrow \vec{a}-\vec{b}=(1;2;3)$.

Đáp án A

Câu 12. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^4-4x^2+1$. **D.** $y=-x^4+4x^2+1$.

Lời giải

Dựa vào dáng điệu của đồ thị và các phương án ta thấy đồ thị là hàm bậc bốn trùng phương: $y=ax^4+bx^2+c$ và $a>0$ nên ta loại **D,** đồ thị cắt trục oy tại điểm $(0;c)$ với $c>0$ nên loại **B.**

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt nên ta loại#**A.**

Câu 13. Cho $\log_a b=2$ và $\log_a c=3$. Tính $P=\log_a(b^2c^3)$

A. $P=13$. **B.** $P=31$. **C.** $P=30$. **D.** $P=108$.

Lời giải

Ta có $P=\log_a(b^2c^3)=\log_a b^2+\log_a c^3=2\log_a b+3\log_a c=2.2+3.3=13$.

Câu 14. Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $3a^2$ và có chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $2a^3$. **B.** $3a^3$. **C.** a^3. **D.** $6a^3$.

Lời giải

Áp dúng công thức tính thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.3a^2.2a=2a^3$

Câu 15. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+2\sin 2x$

A. $2-2\cos 2x+C$. **B.** $2+2\cos 2x+C$. **C.** $x^2+\cos 2x+C$. **D.** $x^2-\cos 2x+C$.

Lời giải

Ta có công thức $\int(2x+2\sin 2x)=x^2-\cos(2x)+C$

Vậy chọn đáp án **D.**

Câu 16. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 250. **B.** 22. **C.** 17. **D.** 12.

Lời giải

Ta có công thức $u_n=u_1+(n-1)d$, suy ra $u_4=u_1+3d=2+3.5=17$.

Ta chọn đáp án **C.**

Câu 17. Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{1-4x}{2x-1}$.

A. $y=\frac{1}{2}$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=4$.

Lời giải

Ta thấy $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=-2$ suy ra tiệm cận ngang $y=-2$

Câu 18. Cho các số phức $z_1=1-2i, z_2=2+i$. Tìm điểm biểu diễn cho số phức $z=z_1+z_2$

A. $Q(-1;3)$. **B.** $P(3;-1)$. **C.** $M(1;3)$. **D.** $N(3;3)$.

Lời giải

Ta có: $z=z_1+z_2=(1-2i)+(2+i)=3-i.$

Vậy điểm biểu diễn cho số phức z là $P(3;-1)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;1;1)$ và song song với mặt phẳng $(Q):x+y-z+2=0$?

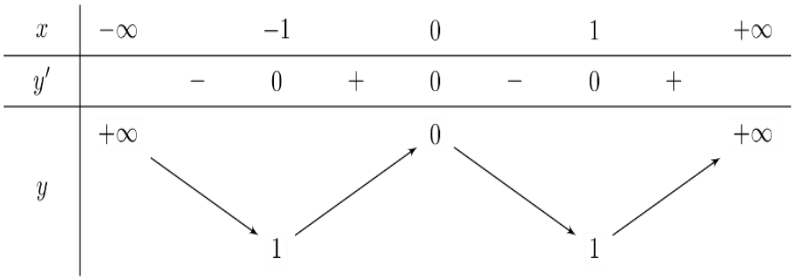
A. $x+y+z-3=0$. **B.** $x-2y+z=0$. **C.** $x+y-z-3=0$. **D.** $x+y-z-1=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng $(Q):x+y-z+2=0$ nên (P) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n}(1;1;-1)$. Do $M(1;1;1)\in(P)$ nên phương trình (P) là:

$1.(x-1)+1.(y-1)-1.(z-1)=0\Leftrightarrow x+y-z-1=0$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu, ta có: Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Chọn đáp án **B.**

Câu 21. Số phức liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là số phức:

A. $\bar{z}=-2+i$. **B.** $\bar{z}=-1-2i$. **C.** $\bar{z}=1-2i$. **D.** $\bar{z}=2-i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z=-1+2i$ là số phức $\bar{z}=-1-2i$.

Câu 22. Cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véctơ pháp tuyến của (α) là

A. $\vec{n}=(-2;3;4)$. **B.** $\vec{n}=(2;-3;4)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;-4)$. **D.** $\vec{n}=(-2;3;1)$.

Lời giải

$(\alpha):2x-3y-4z+1=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}_1=(2;-3;-4)$.

$\Rightarrow \vec{n}=(-2;3;4)$ cũng là véctơ pháp tuyến của (α).

Vậy đáp án A được chọn.

Câu 23. Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=63$. **B.** $x=65$. **C.** $x=68$. **D.** $x=66$.

Lời giải

Tập xác định $D=(1;+\infty)$

Ta có $\log_4(x-1)=3\Leftrightarrow x-1=4^3\Leftrightarrow x=65$. Vậy nghiệm của phương trình là $x=65$

Câu 24. Cho lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là:

A. a^3 **B.** $3a^3$ **C.** $2a^3$ **D.** $4a^3$

Lời giải

Áp dụng công thức tính thể tích khối lăng trụ, ta có $V=B.h$ với $\begin{cases}B=a^2\\h=4a\end{cases}$. Suy ra $V=a^2.4a=4a^3$

Câu 25. Cho hàm $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 0 **B.** 3 **C.** 2 **D.** –5

Lời giải

Ta có $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)\to(+)$ khi đi qua $x=3$ suy ra giá trị cực tiểu của hàm số $f(3)=-5$

Câu 26. Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x)<\log(x+6)$ là:

A. $(0;6)$. **B.** $(6;+\infty)$. **C.** $(-\infty;6)$. **D.** $[0;6)$.

Lời giải

Chọn A

$$\log(2x)<\log(x+6)\Leftrightarrow\begin{cases}2x>0\\2x<x+6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<6\end{cases}\Leftrightarrow x\in(0;6)$$

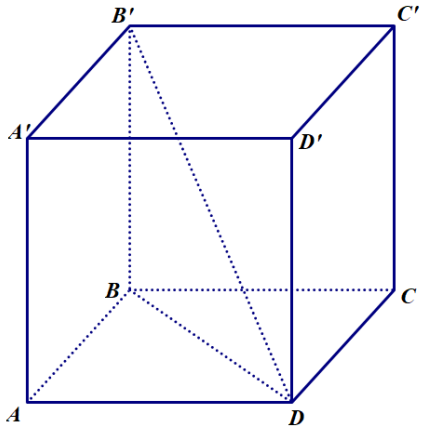
Câu 27. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x}<8$ là:

A. $(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$ **B.** $(-\infty;3)$ **C.** $(1;+\infty)$ **D.** $(1;3)$

Lời giải

Ta có $8=\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$, như vậy bất phương trình trở thành $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-4x}<\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$, do $0<\frac{1}{2}<1$ nên bất phương trình tương đương với $x^2-4x>-3\Leftrightarrow x^2-4x+3>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;1)\cup(3;+\infty)$

Câu 28. Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$ có cạnh $2a$ (tham khảo hình bên). Tang của góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} B'D \cap (ABCD) = D \\ B'B \perp (ABCD) = B \end{cases}$, suy ra BD là hình chiếu của $B'D$ trên mặt phẳng $(ABCD)$. Do đó góc giữa $B'D$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc $B'DB$.

Từ đó tính được $\tan B'DB = \dfrac{BB'}{BD} = \dfrac{2a}{2a\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Vậy tang của góc giữa đường thẳng $B'D$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0;0;-4); B(2;0;0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm của (S) và đáy là đường tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết rằng $(\alpha): ax + by - z + c = 0$. Khi đó $a - b + c$ bằng

A. 5. **B.** -5. **C.** 8. **D.** -4.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$.

Gọi r là bán kính của đường tròn (C), h là chiều cao của khối nón $\Rightarrow r = \sqrt{R^2 - h^2} = \sqrt{27 - h^2}$.

Thể tích của khối nón là $V = \dfrac{1}{3}\pi r^2 h = \dfrac{1}{3}\pi(27 - h^2)h = \dfrac{1}{3}\pi(27h - h^3)$.

Xét hàm số $f(h) = \dfrac{1}{3}\pi(27h - h^3)$, với $0 < h < 3\sqrt{3}$.

Ta có: $f'(h) = \dfrac{1}{3}\pi(27 - 3h^2) = 0 \Leftrightarrow h = 3$ (Vì $0 < h < 3\sqrt{3}$).

BBT:

h	0		3		$3\sqrt{3}$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$	0	↗	18π	↘	0

Do đó $\text{Max}V = 18\pi \Leftrightarrow h = 3$.

$A(0;0;-4) \in (\alpha) \Rightarrow \ a.0 + b.0 + 4 + c = 0 \Leftrightarrow c = -4$.

$B(2;0;0) \in (\alpha) \Rightarrow \ a.2 + b.0 - 0 + c = 0 \Leftrightarrow a = \dfrac{-c}{2} = 2$.

Do đó: $(\alpha): 2x + by - z - 4 = 0$

$d(I,(\alpha)) = h \Leftrightarrow \dfrac{|2.1 - 2b - 3 - 4|}{\sqrt{4 + b^2 + 1}} = 3 \Leftrightarrow |-2b - 5| = 3\sqrt{b^2 + 5}$

$\Leftrightarrow 5b^2 - 20b + 20 = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4b + 4 = 0 \Leftrightarrow b = 2$.

Vậy $a - b + c = 2 - 2 - 4 = -4$.

Câu 30. Từ một hộp chứa 10 quả cầu màu đỏ và 5 quả cầu màu xanh, lấy ngẫu nhiên đồng thời 3 quả cầu. Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

A. $\frac{24}{91}$. **B.** $\frac{12}{91}$. **C.** $\frac{2}{91}$. **D.** $\frac{1}{12}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{15}^{3}=455$.

Gọi biến cố A: "Lấy được 3 quả cầu màu xanh".

Ta có $n(A)=C_{5}^{3}=10$.

Xác suất để lấy được 3 quả cầu màu xanh bằng

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{10}{455}=\frac{2}{91}$$

Câu 31. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(2^{x}+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0$ là:

A. 7. **B.** 1021. **C.** 1020. **D.** 6.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases}10-\log_2 x\ge 0\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 1024\\ x>0\end{cases}$ $(*)$

$$\left(2^{x}+2^{4-x}-17\right)\sqrt{10-\log_2 x}\ge 0\Rightarrow\left[\begin{array}{ll}2^{x}+\frac{16}{2^{x}}-17\ge 0 & (1)\\ 10-\log_2 x=0 & (2)\end{array}\right.$$

Giải (1):

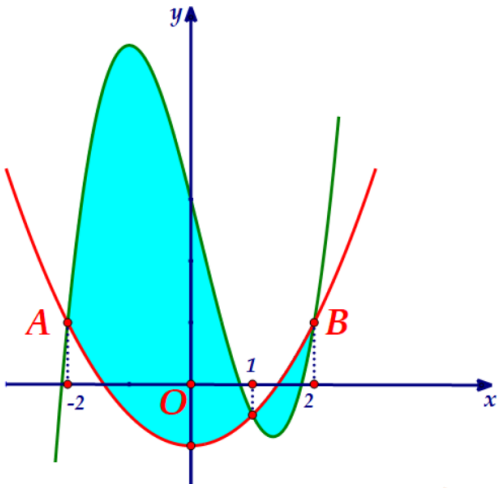
$$(1)\Leftrightarrow\ 2^{2x}-17.2^{x}+16\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2^{x}\ge 16\\ 2^{x}\le 1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\ge 4\\ x\le 0\end{array}\right.$$

Giải (2): $10-\log_2 x=0\Leftrightarrow x=1024$.

Kết hợp điều kiện $(*)$, ta có: $4\le x\le 1024$

Vậy có 1021 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Câu 32. Cho hàm số bậc ba $f(x)=ax^{3}-\frac{1}{2}x^{2}+cx+d$ và parabol $y=g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết $AB=\frac{3\sqrt{5}}{2}$, diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng.



A. $\frac{71}{12}$. **B.** $\frac{71}{6}$. **C.** $\frac{93}{9}$. **D.** $\frac{45}{4}$.

Lời giải

Nhận thấy 3 điểm A,O,B thẳng hàng

$$\Rightarrow AB: y=mx \Rightarrow \begin{cases} A(-2;-2m) \\ B(1;m) \end{cases} (m<0)$$

Mà $AB=\frac{3\sqrt{5}}{2} \Rightarrow \sqrt{9+9m^2}=\frac{3\sqrt{5}}{2} \Leftrightarrow m^2=\frac{1}{4} \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}(m<0)$

$$\Rightarrow y=-\frac{x}{2} \Rightarrow \begin{cases} A(-2;1) \\ B\left(1;-\frac{1}{2}\right) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow g(x)$ là hàm đối xứng qua Oy nên $f(-2)=f(2)$.

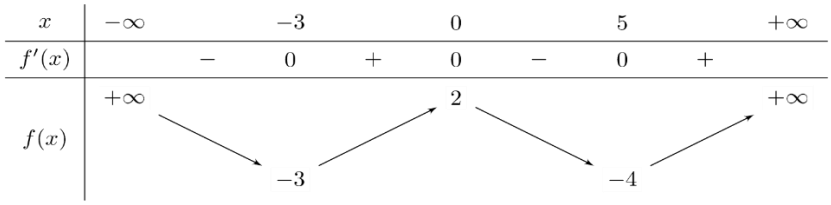
Ta có: $\begin{cases} f(-2)=1 \\ f(2)=1 \\ f(1)=-\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 8a+2c+d=3 \\ -8a-2c+d=3 \\ a+c+d=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ c=-4 \\ d=3 \end{cases}$

$f(x)-g(x)=a(x+2)(x-1)(x-2)$. Với $a=1 \Rightarrow f(x)-g(x)=(x+2)(x-1)(x-2)$.

Vậy diện tích của phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là

$$S=\int_{-2}^{2}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{2}\left|(x+2)(x-1)(x-2)\right|\mathrm{d}x=\frac{71}{6}.$$

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:



Số nghiệm thực của phương trình $f'\left(3-2f\left(x\right)\right)=0$ là

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Ta có $f'\left(3-2f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3-2f\left(x\right)=-3\\3-2f\left(x\right)=0\\3-2f\left(x\right)=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=3\\f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}\\f\left(x\right)=-1\end{array}\right.$.

Vậy phương trình có 10 nghiệm.

Câu 34. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+3m+10=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1,z_2 không phải số thực thỏa mãn $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|\le 8$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$z^2-2mz+3m+10=0$ (1)

Điều kiện để phương trình (1) có hai nghiệm z_1,z_2 không phải số thực:

$\Delta'<0\Leftrightarrow m^2-3m-10<0\Leftrightarrow -2<m<5$.

Khi đó ta có: $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|$, $\left|z_1\right|^2=\left|z_2\right|^2=z_1z_2=3m+10$;

Do đó ta có: $\left|z_1\right|+\left|z_2\right|\le 8\Leftrightarrow\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2+2\left|z_1\right|\left|z_2\right|\le 64$

$\Leftrightarrow 4z_1z_2\le 64$.

$\Leftrightarrow 4z_1z_2\le 64$.

$\Leftrightarrow 4(3m+10)\le 64$.

$\Leftrightarrow 3m+10\le 16$.

$\Leftrightarrow m\le 2$.

Kết hợp điều kiện ta có: $-2<m\le 2$.

Do đó có 4 giá trị nguyên thỏa mãn yêu cầu.

Câu 35. Cho a,b là hai số thay đổi thoả mãn $a>1,b>1$ và $a+b=12$. Giả sử x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình: $\log_a x.\log_b x-\log_a x-\log_b x-1=0$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x_1.x_2$ là

A. $P_{\max}=39$. **B.** $P_{\max}=36$. **C.** $P_{\max}=32$. **D.** $P_{\max}=45$.

Lời giải

Điều kiện $x>0$.

Đặt $t=\ln x\to x=e^t$

Phương trình $\log_a x.\log_b x-\log_a x-\log_b x-1=0\ (1)$ trở thành $\frac{t}{\ln a}.\frac{t}{\ln b}-\frac{t}{\ln a}-\frac{t}{\ln b}-1=0\Leftrightarrow t^2-t(\ln a+\ln b)-\ln a.\ln b=0\Leftrightarrow t^2-t.\ln ab-\ln a\ln b=0\ (2)$ Ta có x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (1) tương ứng phương trình (2) có hai nghiệm t_1,t_2.

Ta có: $P=x_1.x_2=e^{t_1}.e^{t_2}=e^{t_1+t_2}=e^{\ln ab}=ab\le\frac{(a+b)^2}{4}$

$\Leftrightarrow P\le 36\to P_{max}=36$.

Dấu "=" xảy ra khi $a=b=6$..

Câu 36. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\sqrt{2}}$ là:

A. $D=(1;+\infty)$. **B.** $D=[1;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=(-\infty;1)$

Lời giải

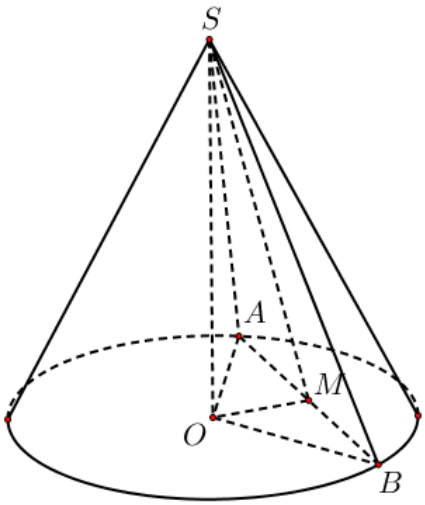
Ta có: $\sqrt{2}\notin\mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(1;+\infty)$.

Câu 37. Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy chứa đáy một góc 30°,ta được thiết diện là tam giác đều cạnh 4a .Diện tích xung quanh của (N) bằng

A. $8\sqrt{13}\pi a^2$. **B.** $8\sqrt{7}\pi a^2$. **C.** $4\sqrt{13}\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{7}\pi a^2$.

Lời giải



Cắt hình nón (N) bởi một mặt phẳng qua đỉnh và tạo với mặt phẳng đáy chứa một góc 30°

Kẻ $OM\perp AB$ khi đó M là trung điểm AB nên $SM\perp AB$ tại M

Ta có: $\begin{cases}(SAB)\cap(OAB)=AB\\ OM\perp AB, OM\subset(OAB)\Rightarrow((SAB);(OAB))=(SM,OM)=SMO=30^\circ.\\ SM\perp AB, SM\subset(OAB)\end{cases}$

Do tam giác SAB là tam giác đều cạnh 4a nên $SM=2a\sqrt{3}$ và $l=SB=4a$

Xét tam giác SMO vuông tại O ta có: $SO = SM.\sin 30° = 2a\sqrt{3}.\frac{1}{2} = a\sqrt{3}$

Xét tam giác SOA vuông tại O ta có: $OA = \sqrt{SA^2 - SO^2} = \sqrt{16a^2 - 3a^2} = \sqrt{13}a.$

Vậy diện tích xung quanh hình nón là: $S = \pi rl = \pi.4a.\sqrt{13}a = 4\sqrt{13}\pi a^2$..

Câu 38. Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 12x + 3m - 7$ với m là tham số thực. Số các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là:

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 12$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = 9m^2 - 36 \le 0$ (vì $a = 3 > 0$)

$\Leftrightarrow -2 \le m \le 2$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ suy ra $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2\}$. Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 4x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(2x^2 - 12x + m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 17. **B.** 18.. **C.** 16.. **D.** 19.

Lời giải

Ta có: $g'(x) = (4x - 12) f'(2x^2 - 12x + m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ f'(2x^2 - 12x + m) = 0 \end{array}\right.$

Mà $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 4x) = (x+1)^2 x(x-4)$

Nên $f'(2x^2 - 12x + m) = 0 \Leftrightarrow (2x^2 - 12x + m + 1)^2 (2x^2 - 12x + m)(2x^2 - 12x + m - 4) = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2 - 12x + m + 1 = 0 \quad (1) \\ 2x^2 - 12x + m = 0 \quad (2) \\ 2x^2 - 12x + m - 4 = 0 \quad (3) \end{array}\right.$

Qua các nghiệm của phương trình (1) (nếu có) thì $g'(x)$ đều không đổi dấu.

Do đó, hàm số đã cho có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình (2), (3) mỗi phương trình có 2 nghiệm phân biệt khác 3.

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 36 - 2m > 0 \\ 44 - 2m > 0 \\ m - 18 \ne 0 \\ m - 22 \ne 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m < 18$

Mà $m \in Z^+$ nên có 17 giá trị phải tìm. Vậy chọn **A.**

Câu 40. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{5}{2}}$ là:

A. $\int f(x)dx=\frac{2}{5}x^{\frac{3}{2}}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}+C$. **C.** $\int f(x)dx=\frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{7}{2}x^{\frac{7}{2}}+C$.

Lời giải

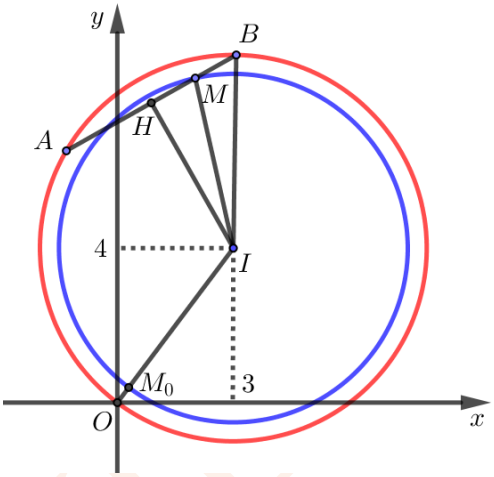
$\int f(x)dx=\int x^{\frac{5}{2}}dx=\frac{2}{7}x^{\frac{7}{2}}+C$

Câu 41. Giả sử z_1,z_2 là hai trong các số phức z thoả mãn $(z-6)(8-i.\bar{z})$ là số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $20-4\sqrt{21}$. **B.** $5-\sqrt{21}$. **C.** $20-2\sqrt{73}$. **D.** $-5+\sqrt{73}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử $z=x+yi,\ x,y\in\mathbb{R}$. Gọi A,B lần lượt là điểm biểu diễn cho các số phức z_1,z_2. Suy ra $AB=|z_1-z_2|=6$.

* Ta có $(z-6)(8-i.\bar{z})=(x+yi-6)[8-i(x-yi)]=(x-6+yi)(8-y-xi)$ là số thực khi $-x(x-6)+y(8-y)=0\Leftrightarrow x^2+y^2-6x-8y=0\Leftrightarrow(x-3)^2+(y-4)^2=25$.

Tức là các điểm A,B thuộc đường tròn (C) tâm $I(3;4)$, bán kính $R=5$ và $AB=6$.

* Xét điểm M thuộc đoạn AB thỏa $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}=4\overrightarrow{OM}$. Gọi H là trung điểm AB. Ta tính được $HI^2=R^2-HB^2=16;\ IM=\sqrt{HI^2+HM^2}=\frac{\sqrt{73}}{2}$, suy ra điểm M thuộc đường tròn (C') tâm $I(3;4)$, bán kính $r=\frac{\sqrt{73}}{2}$.

* Ta có $|z_1+3z_2|=|\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}|=4|\overrightarrow{OM}|=4OM$, do đó $|z_1+3z_2|$ nhỏ nhất khi OM nhỏ nhất.

Ta có $(OM)_{\min}=OM_0=|OI-r|=5-\frac{\sqrt{73}}{2}$.

Vậy $|z_1+3z_2|_{\min}=4OM_0=20-2\sqrt{73}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{1}{x-1}+6x,\forall x\in(1;+\infty)$ và $f(2)=12$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2)=6$, khi đó giá trị biểu thức $P=F(5)-4F(3)$ bằng:

A. 24. **B.** 10 . **C.** 20 . **D.** 25 .

Lời giải

Chọn A

Với $x>1$

$f(x)=\int f'(x)\,\mathrm{d}x=\int\left(\frac{1}{x-1}+6x\right)\mathrm{d}x=\ln(x-1)+3x^2+C$

$f(2)=12\Rightarrow C=0$

$f(x)=\ln(x-1)+3x^2$

$F(x)=\int f(x)\,\mathrm{d}x=\int\left[\ln(x-1)+3x^2\right]\mathrm{d}x=\int\ln(x-1)\,\mathrm{d}x+\int 3x^2\mathrm{d}x$

Đặt $u=\ln(x-1);dv=dx$

Suy ra $du=\frac{1}{x-1}dx;v=x-1$

$F(x)=(x-1)\ln(x-1)-\int dx+x^3=(x-1)\ln(x-1)-x+x^3+C'$

Vì $F(2)=6\Rightarrow C'=0$ do đó $F(x)=(x-1)\ln(x-1)-x+x^3$

$P=F(5)-4F(3)=4\ln 4+120-4(2\ln 2+24)=24$.

Câu 43. Trên đoạn $[-3;2]$, hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=x^4-10x^2+1\Rightarrow f'(x)=4x^3-20x$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-20x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{5}\\x=-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Xét trên đoạn $[-3;2]$ ta có:

$f(0)=1;\ f(-3)=-8;\ f(-\sqrt{5})=-24;\ f(2)=-23$

Vậy hàm số $f(x)=x^4-10x^2+1$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-\sqrt{5}$.

Câu 44. Có tất cả bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ sao cho đẳng thức sau thoả mãn

$\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)^{y^2+101}=20y+1$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

$\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)^{y^2+101}=20y+1$

$\Leftrightarrow(y^2+101)\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)=20y+1$

$\Leftrightarrow\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)=\frac{20y+1}{y^2+101}$

Nhận xét:

$4^x-2^{x+1}+2022=4^x-2.2^x+2022=\left(2^x-1\right)^2+2021\geq 2021$

Suy ra $\log_{2021}\left(4^x-2^{x+1}+2022\right)\geq\log_{2021}2021=1$

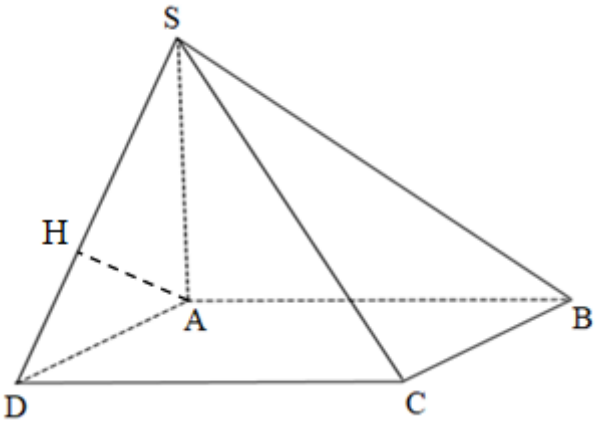
Mặt khác áp dụng tính chất $a^2+b^2\geq 2ab,\forall a,b\in\mathbb{R}$ ta có:

$\frac{20y+1}{y^2+101}=\frac{20y+1}{y^2+100+1}\le\frac{20y+1}{20y+1}=1$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}x=0\\y=10\end{cases}$

Vậy có một cặp số nguyên thoả mãn yêu cầu.

Câu 45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a\sqrt{3}$ vuông góc với đáy (tham khảo hình bên). Tính khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SCD).



A. $\frac{a\sqrt{39}}{2}$ **B.** $\frac{2a\sqrt{39}}{13}$. **C.** $\frac{a\sqrt{39}}{13}$. **D.** $\frac{2a}{13}$.

Lời giải

Chọn B

Vì $AB\parallel(SCD)$ nên $d(B,(SCD))=d(A,(SCD))$.

Trong mặt phẳng (SAD) kẻ $AH\perp SD$.

Ta có: $\begin{cases}DC\perp AD\\DC\perp SA\end{cases}\Rightarrow DC\perp(SAD)$ mà $AH\subset(SAD)\Rightarrow AH\perp DC$.

Từ đó ta có: $\begin{cases}AH\perp DC\\AH\perp SD\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCD)\Rightarrow d(B,(SCD))=d(A,(SCD))=AH$

Xét tam giác vuông SAD có:

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{12a^2}=\frac{13}{12a^2}$

$\Rightarrow AH^2=\frac{12a^2}{13}\Rightarrow AH=\frac{2a\sqrt{39}}{13}$

Vậy $d(B,(SCD))=\frac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 46. Mặt cầu tâm $I(3;-3;1)$ và đi qua điểm $M(5;-2;1)$ có phương trình là:

A. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=25$.

C. $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=\sqrt{5}$. **D.** $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu tâm I đi qua điểm M nên bán kính mặt cầu là: $R=IM=\sqrt{(5-3)^2+(-2+3)^2+(1-1)^2}=\sqrt{5}$

Vậy mặt cầu đã cho có phương trình: $(x-3)^2+(y+3)^2+(z-1)^2=5$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;0;0), B(0;5;0), C(0;0;7)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng (α) đi qua ba điểm A,B,C?

A. $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=-1$. **C.** $\frac{x}{3}-\frac{y}{5}-\frac{z}{7}=1$. **D.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có phương trình mặt phẳng đoạn chắn có dạng $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1$

Suy ra $(\alpha):\frac{x}{3}+\frac{y}{5}+\frac{z}{7}=1$

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $f(2x)-xf(x^2)=5x-2x^3-1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int_1^2 xf'(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=5$. **B.** $I=2$. **C.** $I=-1$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=x\\ v'=f'(x)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}$.

Ta có

$I=\int_1^2 xf'(x)\mathrm{d}x=xf(x)\big|_1^2-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2f(2)-f(1)-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2f(2)-1-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Theo giả thiết ta có $f(2x)-xf(x^2)=5x-2x^3-1.\ (1)$

Thay $x=1$ vào (1) ta có: $f(2)-f(1)=2\Leftrightarrow f(2)=f(1)+2=1+2=3$.

Lấy tích phân 2 vế của (1), ta được

$\int_1^2\left[f(2x)-xf(x^2)\right]\mathrm{d}x=\int_1^2(5x-2x^3-1)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int_1^2 f(2x)\mathrm{d}x-\int_1^2 xf(x^2)\mathrm{d}x=-1\Leftrightarrow\frac{1}{2}\int_1^2 f(2x)\mathrm{d}(2x)-\frac{1}{2}\int_1^2 f(x^2)\mathrm{d}(x^2)=-1$

$\Leftrightarrow\int_2^4 f(t)\mathrm{d}t-\int_1^4 f(u)\mathrm{d}u=-2\Leftrightarrow\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=-2$

$\Leftrightarrow\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=-2\Leftrightarrow-\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-2\Leftrightarrow\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=2$.

Vậy $I=2.3-1-2=3$.

Câu 49. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>5$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_2 5)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(\log_2 5;+\infty)$.

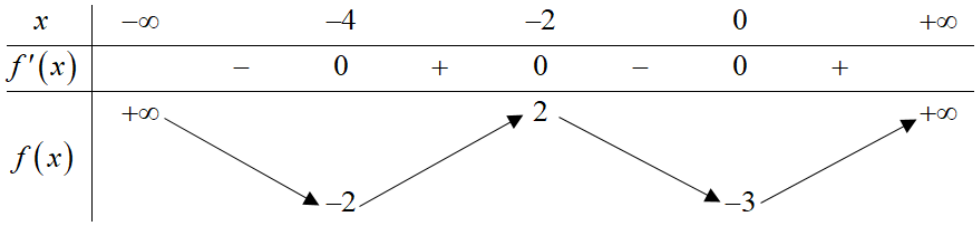
Lời giải

Chọn D

Ta có $2^x>5\Leftrightarrow x>\log_2 5$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(\log_2 5;+\infty)$.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)$ bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $5f^2\left(x^2-4x\right)-\left(m+5\right)f\left(x^2-4x\right)+m=0$ có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$?

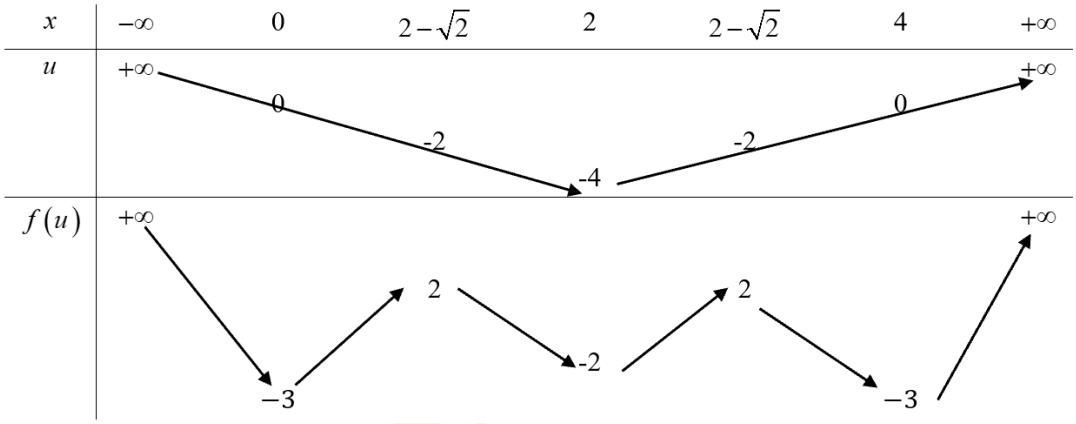
A. 6. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

$$5f^2\left(x^2-4x\right)-\left(m+5\right)f\left(x^2-4x\right)+m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f\left(x^2-4x\right)=1 \quad (1)\\ f\left(x^2-4x\right)=\dfrac{m}{5} \quad (2)\end{array}\right.$$

Đặt $u=x^2-4x$ Ta có BBT



Phương trình (1) có 5 nghiệm dương.

Phương trình đã cho có đúng 8 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $\left(0;+\infty\right)$ khi phương trình (2) có đúng 3 nghiệm dương

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{5}=2\\ -3<\dfrac{m}{5}<-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=10\\ -15<m<-10\end{array}\right.$$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\left\{10;-14;-13;-12;-11\right\}$. Vậy có 5 giá trị m thỏa mãn.

----HẾT---

SỞ GDĐT HẢI PHÒNG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Thể tích V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\pi rh^2$. **D.** $V=r^2h$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của $y=f(x)$ đi qua điểm $A(1;0)$ và $f(4-x)+f(x)=4,\forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_1^3 x(x-2)\left[f(x)+f'(x)\right]dx$ bằng?

A. $-\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{-8}{3}$.

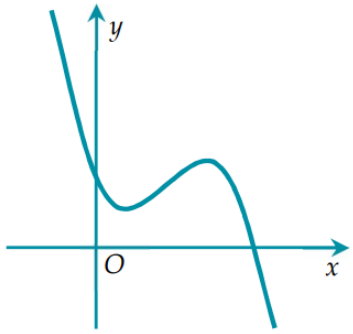
Câu 3. Cho hình cầu có bán kính bằng r. Diện tích S của hình cầu đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=4r^2$. **C.** $S=2\pi r^2$. **D.** $S=\frac{4}{3}\pi r^2$.

Câu 4. Cho khối hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt bằng a,b,c. Thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}abc$. **B.** $V=\frac{1}{6}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=2abc$.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Xác định dấu của các hệ số a,b,c.

A. $\begin{cases}a<0\\b<0\\c<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\b>0\\c=0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\b>0\\c>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a<0\\b>0\\c<0\end{cases}$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=2+2t\\z=3-t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u_3}=(1;-2;-1)$. **B.** $\vec{u_2}=(1;-2;1)$. **C.** $\vec{u_1}=(1;2;1)$. **D.** $\vec{u_4}=(1;2;3)$.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y=\frac{3x+2}{x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 8. Trong một hộp có 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu vàng và 3 viên bi màu trắng (các viên bi cùng màu là phân biệt). Rút ngẫu nhiên ra 3 viên bi, xác suất để 3 viên bi rút ra có đủ 3 màu bằng

A. $\frac{1}{22}$. **B.** $\frac{3}{55}$. **C.** $\frac{3}{22}$. **D.** $\frac{3}{11}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;3;-2)$ và $\vec{v}=(0;1;2)$. Khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=4x-x^2, x\in[0;4]$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 0.

Câu 11. Tìm bộ 3 số $(a;b;c)$ để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có $A(0;-3)$ là điểm cực đại và $B(-1;-5)$ là một điểm cực tiểu.

A. $(2;4;-3)$. **B.** $(-3;-1;-5)$. **C.** $(-2;4;-3)$. **D.** $(2;-4;-3)$.

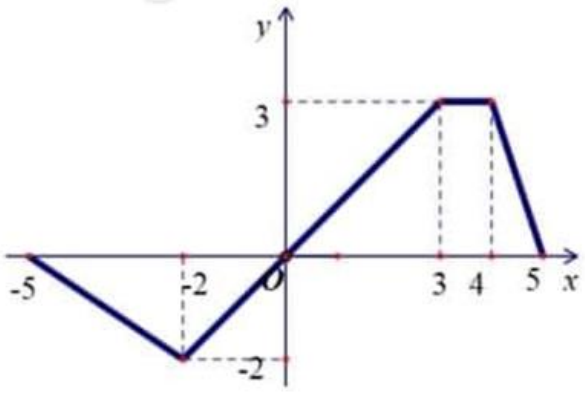
Câu 12. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có toạ độ tâm là

A. $(a;b;c)$. **B.** $\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$. **C.** $(-a;-b;-c)$. **D.** $(2a;2b;-2c)$.

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2a, AA'=2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-5;5]$ và có đồ thị như hình vẽ



Tích phân $\int_{-5}^{5} f(x)dx$ bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 14. **D.** 19.

Câu 15. Nghịch đảo của số phức $1+i$ là số phức

A. $-1+i$. **B.** $1-i$. **C.** $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$. **D.** $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=a^x$ $(1\neq a>0)$ là

A. $\frac{a^x}{\log a}+C$. **B.** $\frac{a^x}{\ln a}+C$. **C.** $\frac{a^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $a^x.\ln a+C$.

Câu 17. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)dx = a$ và $\int\limits_1^2 f(x)dx = b$ thì $\int\limits_0^2 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{a+b}{2}$. **B.** $b-a$. **C.** $a+b$. **D.** $a-b$.

Câu 18. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $\begin{cases} |z+\bar{z}-2|+|z+\bar{z}-2i|=4 \\ |z-1|=1 \end{cases}$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 19. Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$, khi đó mô-đun của z bằng

A. $\sqrt{a^2-b^2}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2}$. **C.** $\sqrt{a+b}$. **D.** $|a+b|$.

Câu 20. Liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $-2-3i$. **B.** $2+3i$. **C.** $3+2i$. **D.** $3-2i$.

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=1$ và công bội $q=2$. Tổng của 5 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. 32. **B.** 31. **C.** 63. **D.** 64.

Câu 22. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(0)=1$ và $\int\limits_0^1 f(x)\,dx=2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 23. Với n là số nguyên dương, k là số tự nhiên $(k\le n)$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=k!(n-k)!$. **B.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

C. $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\frac{n!}{k!}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;1)$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

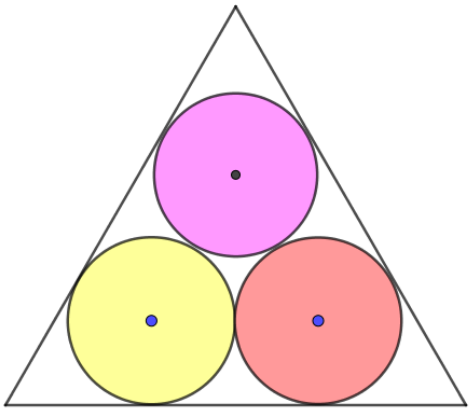
A. $\overrightarrow{n_2}=(2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;1;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(3;2;6)$.

Câu 25. Với hai số thực dương bất kì a, b. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **B.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

C. $\ln\frac{a}{b}=\frac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln\frac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

Câu 26. Người ta làm một thùng hàng hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao 10m để chứa ba thiết bị có dạng khối trụ có cùng bán kính đáy là 1m và chiều cao 10m (với thiết diện mặt cắt như hình vẽ). Thể tích của phần không gian trống trong thùng hàng gần với giá trị nào dưới đây nhất?



A. $35,03\text{m}^3$. **B.** $30,03\text{m}^3$. **C.** $5,03\text{m}^3$. **D.** $15,03\text{m}^3$.

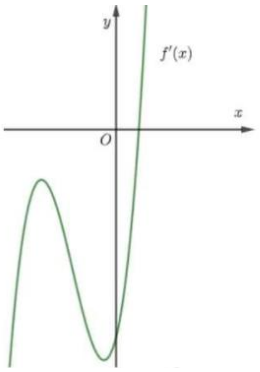
Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bảng dưới đây

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** –1.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau. Biết $f(0)=0$. Hỏi hàm số $g(x)=\left|\frac{1}{3}f(x^3)-2x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $2z+3i=iz+1$, khi đó mô-đun của z bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 5.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;0)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$, $(Q):2x+y-z=0$. Đường thẳng đi qua M và song song với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{1}$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x<2$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Câu 32. Viết biểu thức $\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x}}=x^{\frac{m}{n}}$, $(x>0)$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Khi đó $m+n$ bằng

A. 13. **B.** 17. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 33. Tập xác định của hàm số hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 34. Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{2x-1}$ với trục tung có tọa độ là

A. $\left(\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(2;0)$.

Câu 35. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** $3i$ **D.** 3.

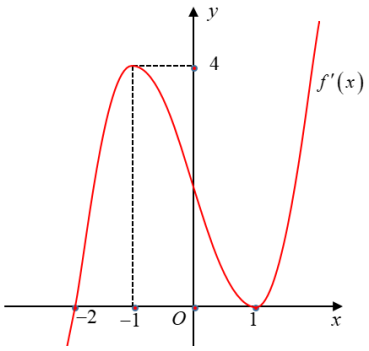
Câu 36. Hàm số nào dưới đây có cực trị?

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^3+x$.

Câu 37. Cho mặt phẳng $(P):x+2y+2z+1=0$ và $A(0;0;1)$, $B(2;3;7)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\frac{\sqrt{41}}{3}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\frac{\sqrt{41}}{7}$. **D.** $\frac{20}{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a, AC=a\sqrt{3}, SB=2a$ và $ABC=BAS=BCS=90°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 40. Trong gần 40 năm qua, quỹ đầu tư Berkshire Hathaway của tỷ phú Warren Bufett đạt lợi nhuận trung bình $22,6\%$/năm. Tính đến ngày 18 tháng 9 năm 2020, Berkshire Hathaway có vốn hóa thị trường là $521,57$ tỷ đô la, trở thành một trong những công ty đại chúng lớn nhất trên toàn thế giới. Hỏi số vốn ban đầu từ năm 1980 của quỹ đầu tư Berkshire Hathaway là bao nhiêu với giả thiết khoản lãi hàng năm sẽ được cộng dồn vào tiền vốn ban đầu trong suốt thời gian hoạt động của quỹ?

A. $150,55$ triệu đô la. **B.** $12,43$ tỉ đô la.

C. $250,57$ triệu đô la. **D.** $57,7$ tỉ đô la.

Câu 41. Cho khối hộp có diện tích đáy $B=7$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 42π. **B.** 42. **C.** 14. **D.** 14π.

Câu 42. Đạo hàm của hàm số $y=(1-x)^3$ là

A. $-3(1-x)^2$. **B.** $-(1-x)^3\ln 3$. **C.** $3(1-x)^2$. **D.** $(1-x)^3\ln 3$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{x^2+m}=3^{\ln x+m^2}$ vô nghiệm

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Câu 44. Bằng phép đổi biến số $t=1-x^2$, nguyên hàm $\int\frac{x}{1-x^2}\mathrm{d}x$ được biến đổi thành nguyên hàm nào dưới đây?

A. $\int\frac{-\mathrm{d}t}{t}$. **B.** $2\int\frac{-\mathrm{d}t}{t}$. **C.** $\frac{1}{2}\int\frac{-\mathrm{d}t}{t}$. **D.** $\frac{1}{2}\int\frac{\mathrm{d}t}{t}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P):x+my+(2m+1)z-m-2=0$, với m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất; tính $a+b$.

A. 2. **B.** 0. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 46. Cho số phức z thay đổi thoả mãn $|z|=|z-4-4i|$. Gọi S là tập hợp các số phức $\mathrm{w}=\frac{8z}{|z^2|}$. Biết rằng w_1,w_2 là hai số thuộc S sao cho $|w_1-w_2|=2$, khi đó mô đun của số phức w_1+w_2-2-2i bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 1.

Câu 47. Nghiệm của phương trình $\ln x=1$ là

A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=e$. **D.** $x=\frac{1}{e}$.

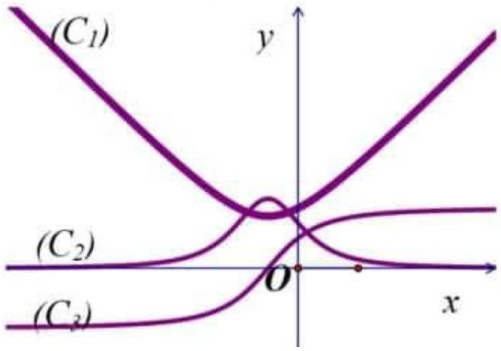
Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-2z+3=0$ và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$. Bán kính của đường tròn giao tuyến của mặt cầu và mặt phẳng bằng

A. $\sqrt{22}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của các hàm số $y=f(x), y=f'(x), y=f''(x)$ là các đường cong trong hình vẽ bên. Xác định thứ tự các hình



A. $(C_1): y=f(x), (C_3): y=f'(x), (C_2): y=f''(x)$.

B. $(C_3): y=f(x), (C_1): y=f'(x), (C_2): y=f''(x)$.

C. $(C_1): y=f(x), (C_2): y=f'(x), (C_3): y=f''(x)$.

D. $(C_3): y=f(x), (C_2): y=f'(x), (C_1): y=f''(x)$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
A	C	A	C	D	B	C	D	B	A	D	A	C	B	D	B	C	C	B	B	B	C	C	D	B
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
A	A	A	B	D	C	B	D	B	A	B	A	D	D	C	B	A	A	C	C	B	C	B	C	A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Thể tích V của khối trụ có bán kính r và chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\pi rh^2$. **D.** $V=r^2h$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính thể tích khối trụ ta có: $V=\pi r^2h$

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị của $y=f(x)$ đi qua điểm $A(1;0)$ và $f(4-x)+f(x)=4,\forall x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int_1^3 x(x-2)\left[f(x)+f'(x)\right]dx$ bằng?

A. $-\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{-8}{3}$.

Lời giải

Chọn C

Ta chọn hàm số $y=ax+b$

Đồ thị của $y=f(x)$ đi qua điểm $A(1;0)$ nên $a+b=0(1)$

Từ $f(4-x)+f(x)=4,\forall x\in\mathbb{R}$, thay $x=1$ vào ta có $f(3)+f(1)=4\Leftrightarrow f(3)=4$. Hay đồ thị của $y=f(x)$ đi qua điểm $B(3;4)$ nên $3a+b=4(2)$

Từ $(1)\&(2)$ ta có hệ phương trình $\begin{cases}a+b=0\\3a+b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=-2\end{cases}\Rightarrow f(x)=2x-2;f'(x)=2$

Vậy tích phân $\int_1^3 x(x-2)\left[f(x)+f'(x)\right]dx=\int_1^3 x(x-2)2xdx=\int_1^3(2x^3-4x^2)dx=\frac{16}{3}$

Câu 3. Cho hình cầu có bán kính bằng r. Diện tích S của hình cầu đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=4r^2$. **C.** $S=2\pi r^2$. **D.** $S=\frac{4}{3}\pi r^2$.

Lời giải

Chọn A

Công thức tính diện tích S của hình cầu là: $S=4\pi r^2$

Câu 4. Cho khối hộp chữ nhật có chiều dài, chiều rộng, chiều cao lần lượt bằng a,b,c. Thể tích V của khối hộp chữ nhật đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

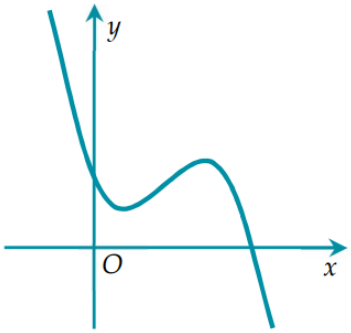
A. $V=\frac{1}{3}abc$. **B.** $V=\frac{1}{6}abc$. **C.** $V=abc$. **D.** $V=2abc$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $V = B.h = (ab).c = abc$.

Câu 5. Cho đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ.



Xác định dấu của các hệ số a, b, c.

A. $\begin{cases} a<0 \\ b<0 \\ c<0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \\ c=0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \\ c<0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn đồ thị ta thấy với $x = 0 \Rightarrow y = d > 0$.

Hai điểm cực trị có hoành độ dương nên $\begin{cases} x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} > 0 \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{3a} > 0 \end{cases}$

Vì $\lim\limits_{x \to +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0 \Rightarrow b > 0, c < 0$

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là:

A. $\vec{u_3} = (1; -2; -1)$. **B.** $\vec{u_2} = (1; -2; 1)$. **C.** $\vec{u_1} = (1; 2; 1)$. **D.** $\vec{u_4} = (1; 2; 3)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

Câu 7. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x + 2}{x - 2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+2}{x-2}=3\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang $y=3$.

$\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x+2}{x-2}=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 8. Trong một hộp có 5 viên bi màu đỏ, 4 viên bi màu vàng và 3 viên bi màu trắng (các viên bi cùng màu là phân biệt). Rút ngẫu nhiên ra 3 viên bi, xác suất để 3 viên bi rút ra có đủ 3 màu bằng

A. $\dfrac{1}{22}$. **B.** $\dfrac{3}{55}$. **C.** $\dfrac{3}{22}$. **D.** $\dfrac{3}{11}$.

Lời giải

Chọn D

Không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{12}^3$.

Gọi biến cố A: "3 viên bi rút ra có đủ 3 màu".

Số cách chọn 3 viên bi có đủ 3 màu là: $C_5^1.C_4^1.C_3^1=60$ cách.

$\Rightarrow n(A)=60.$

$\Rightarrow$ Xác suất để 3 viên bi rút ra có đủ 3 màu là: $P(A)=\dfrac{n(\Omega)}{n(A)}=\dfrac{3}{11}$.

Câu 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;3;-2)$ và $\vec{v}=(0;1;2)$. Khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn B

Tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}=1.0+3.1+(-2).2=-1.$

Câu 10. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=4x-x^2, x\in[0;4]$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=4-2x; y'=0\Leftrightarrow 4-2x=0\Leftrightarrow x=2.$

$y(0)=0$

$y(4)=0$

$y(2)=4$

$\Rightarrow \max\limits_{x\in[0;4]} y=4.$

Câu 11. Tìm bộ 3 số $(a;b;c)$ để đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có $A(0;-3)$ là điểm cực đại và $B(-1;-5)$ là một điểm cực tiểu.

A. $(2;4;-3)$. **B.** $(-3;-1;-5)$. **C.** $(-2;4;-3)$. **D.** $(2;-4;-3)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y=f(x)=ax^4+bx^2+c \Rightarrow y'=f'(x)=4ax^3+2bx$.

Với $A(0;-3)$ là điểm cực đại và $B(-1;-5)$ là một điểm cực tiểu ta có:

$$\begin{cases} f(0)=-3 \\ f(-1)=-5 \\ f'(-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a.0^4+b.0^2+c=-3 \\ a(-1)^4+b(-1)^2+c=-5 \\ 4a(-1)^3+2b(-1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-4 \\ c=-3 \end{cases}.$$

Vậy bộ 3 số $(a;b;c)$ là $(2;-4;-3)$.

Câu 12. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có toạ độ tâm là

A. $(a;b;c)$. **B.** $\left(\frac{a}{2};\frac{b}{2};\frac{c}{2}\right)$. **C.** $(-a;-b;-c)$. **D.** $(2a;2b;-2c)$.

Lời giải

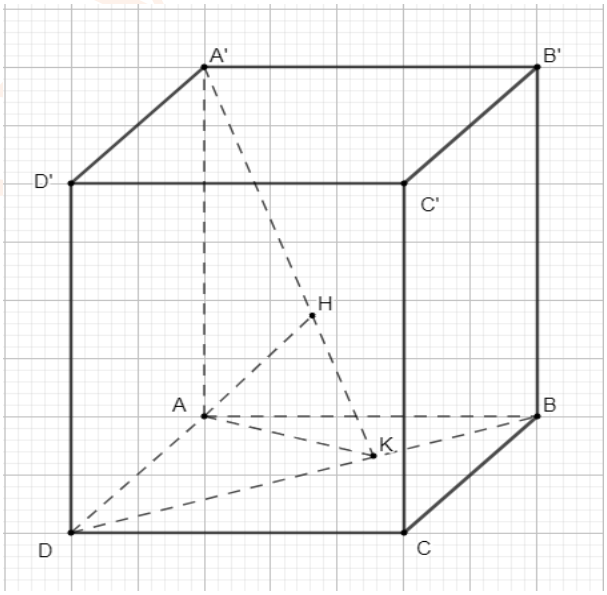
Chọn A

Câu 13. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a, AD=2a, AA'=2a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BD)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn C



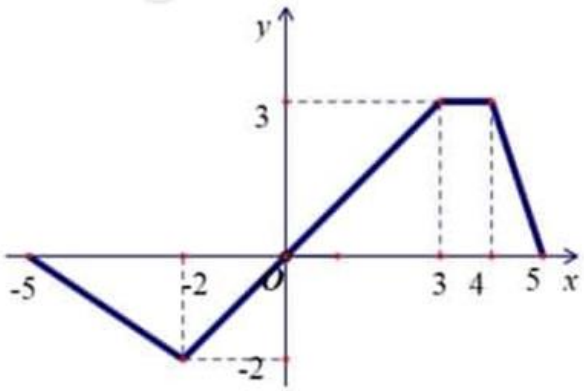
Trong $(ABCD)$, kẻ $AK \perp BD$.

Trong (AOA'), kẻ $AH \perp A'K$.

Ta có: $\begin{cases} AH \perp A'K \\ AH \perp BD\left(BD \perp (A'AC)\right) \end{cases} \Rightarrow AH \perp (A'BD)$

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AK^2}+\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{AA'^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{(2a)^2}+\frac{1}{(2a)^2}\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{6}}{3}.$$

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-5;5]$ và có đồ thị như hình vẽ



Tích phân $\int_{-5}^{5} f(x)dx$ bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 14. **D.** 19.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_{-5}^{5} f(x)dx=\int_{-5}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{5} f(x)dx=-S_1+S_2$.

Với $S_1=\frac{1}{2}.2.5=5$ (với S_1 là diện tích tam giác vuông).

$S_2=\frac{(1+5).3}{2}=9$ (với S_2 là diện tích hình thang).

Vậy $\int_{-5}^{5} f(x)dx=-S_1+S_2=-5+9=4.$

Câu 15. Nghịch đảo của số phức $1+i$ là số phức

A. $-1+i$. **B.** $1-i$. **C.** $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$. **D.** $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

Lời giải

Chọn D

Nghịch đảo của số phức $1+i$ là số phức là $\frac{1}{1+i}=\frac{1-i}{(1+i)(1-i)}=\frac{1-i}{2}=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

Câu 16. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=a^x$ $(1\neq a>0)$ là

A. $\frac{a^x}{\log a}+C$. **B.** $\frac{a^x}{\ln a}+C$. **C.** $\frac{a^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $a^x.\ln a+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int a^x dx=\frac{a^x}{\ln a}+C$.

Câu 17. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=a$ và $\int_1^2 f(x)dx=b$ thì $\int_0^2 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{a+b}{2}$. **B.** $b-a$. **C.** $a+b$. **D.** $a-b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx=a+b$.

Câu 18. Có bao nhiêu số phức thỏa mãn $\begin{cases}|z+\bar{z}-2|+|z+\bar{z}-2i|=4\\ |z-1|=1\end{cases}$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z-1|=1\Leftrightarrow|a+bi-1|=1\Leftrightarrow(a-1)^2+b^2=1$ (*)

Ta có $|z+\bar{z}-2|+|z+\bar{z}-2i|=4\Leftrightarrow|a+bi+a-bi-2|+|a+bi+a-bi-2i|=4$

$\Leftrightarrow|a-1|+|a-i|=2\Leftrightarrow|a-1|+\sqrt{a^2+1}=2\Leftrightarrow\sqrt{a^2+1}=2-|a-1|$ (1)

TH1: $a\ge 1$. Phương trình (1) $\Leftrightarrow\sqrt{a^2+1}=3-a\Leftrightarrow\begin{cases}a\le 3\\ a^2+1=9-6a+a^2\end{cases}\Leftrightarrow a=\frac{4}{3}\ (TM)$.

Thay $a=\frac{4}{3}$ vào (*) có $b^2=\frac{8}{9}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}b=\frac{2\sqrt{2}}{3}\\ b=-\frac{2\sqrt{2}}{3}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}z=\frac{4}{3}+\frac{2\sqrt{2}}{3}i\\ z=\frac{4}{3}-\frac{2\sqrt{2}}{3}i\end{array}\right.$.

TH2: $a<1$. Phương trình (1) $\Leftrightarrow\sqrt{a^2+1}=a+1\Leftrightarrow\begin{cases}a\ge -1\\ a^2+1=a^2+2a+1\end{cases}\Leftrightarrow a=0\ (TM)$.

Thay $a=0$ vào (*) có $b=0$.

Câu 19. Cho số phức $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$, khi đó mô-đun của z bằng

A. $\sqrt{a^2-b^2}$. **B.** $\sqrt{a^2+b^2}$. **C.** $\sqrt{a+b}$. **D.** $|a+b|$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $z=a+bi\Rightarrow|z|=\sqrt{a^2+b^2}$.

Câu 20. Liên hợp của số phức $z=2-3i$ là

A. $-2-3i$. **B.** $2+3i$. **C.** $3+2i$. **D.** $3-2i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của $z=2-3i$ là $2+3i$.

Câu 21. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=1$ và công bội $q=2$. Tổng của 5 số hạng đầu của cấp số nhân đã cho bằng

A. 32. **B.** 31. **C.** 63. **D.** 64.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_5=\dfrac{u_1(q^5-1)}{q-1}=\dfrac{2^5-1}{2-1}=31$.

Câu 22. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$. Biết rằng $F(0)=1$ và $\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$\int\limits_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow F(1)-F(0)=2\Leftrightarrow F(1)=2+1=3$.

Câu 23. Với n là số nguyên dương, k là số tự nhiên $(k\le n)$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=k!(n-k)!$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

C. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$.

Lời giải

Chọn C

$C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;3;0)$ và $C(0;0;1)$. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (ABC)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(2;3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(3;1;6)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(3;2;6)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng (ABC) có phương trình là: $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{1}=1\Leftrightarrow 3x+2y+6z-6=0$.

Vậy mặt phẳng (ABC) có 1 véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(3;2;6)$.

Câu 25. Với hai số thực dương bất kì a, b. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $\ln(ab)=\ln a.\ln b$. **B.** $\ln(ab)=\ln a+\ln b$.

C. $\ln\dfrac{a}{b}=\dfrac{\ln a}{\ln b}$. **D.** $\ln\dfrac{a}{b}=\ln b-\ln a$.

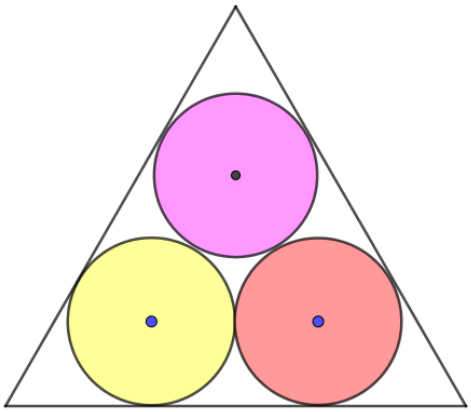
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\ln(ab)=\ln a+\ln b$ và $\ln\dfrac{a}{b}=\ln a-\ln b$.

Vậy mệnh đề ở câu B là đúng.

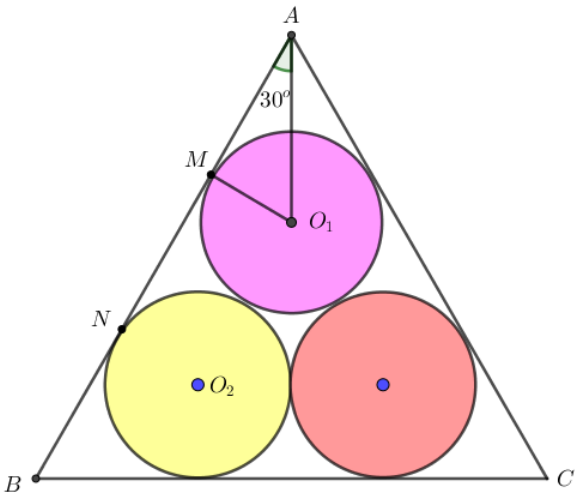
Câu 26. Người ta làm một thùng hàng hình lăng trụ tam giác đều có chiều cao $10\,\text{m}$ để chứa ba thiết bị có dạng khối trụ có cùng bán kính đáy là $1\,\text{m}$ và chiều cao $10\,\text{m}$ (với thiết diện mặt cắt như hình vẽ). Thể tích của phần không gian trống trong thùng hàng gần với giá trị nào dưới đây nhất?



A. $35,03\,\text{m}^3$. **B.** $30,03\,\text{m}^3$. **C.** $5,03\,\text{m}^3$. **D.** $15,03\,\text{m}^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có, cạnh đáy của hình lăng trụ bằng

$AB=AM+MN+NB=2AM+O_1O_2=2AM+2$.

Mặt khác, trong tam giác vuông AMO_1 có $AM=\dfrac{O_1M}{\tan 30^\circ}=\sqrt{3}\,\text{m}$

Suy ra $AB=2\left(\sqrt{3}+1\right)\Rightarrow S_{\Delta ABC}=\dfrac{AB^2\sqrt{3}}{4}=\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)^2\ \text{m}^2$.

Thể tích hình lăng trụ đều bằng $V_1=S_{\Delta ABC}.h=10\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)^2\ \text{m}^3$.

Thể tích một thiết bị có dạng khối trụ bằng $V_2=\pi.1^2.10=10\pi\ \text{m}^3$.

Vậy thể tích của phần không gian trống trong thùng hàng bằng

$V=V_1-3V_2=10\sqrt{3}\left(\sqrt{3}+1\right)^2-30\pi\approx 35,03\ \text{m}^3$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 27. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như bảng dưới đây

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

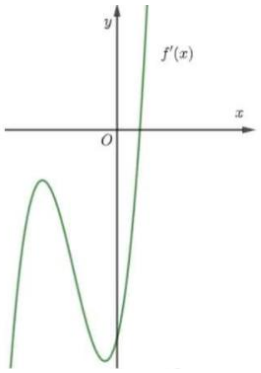
A. 1. **B.** 3. **C.** 5. **D.** –1.

Lời giải

Chọn A

Từ có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số bằng 1.

Câu 28. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ sau. Biết $f(0)=0$. Hỏi hàm số $g(x)=\left|\dfrac{1}{3}f\left(x^3\right)-2x\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

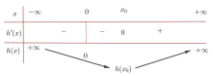
Chọn A

Xét hàm số $h(x)=\frac{1}{3}f\left(x^3\right)-2x$; có $h(0)=0$; $h'(x)=x^2f'\left(x^3\right)-2$; $h'(0)=-2$;

$h'(x)=0\Leftrightarrow x^2f'\left(x^3\right)-2=0\Leftrightarrow f'\left(x^3\right)=\frac{2}{x^2}$ 1 .

+ Với $x\in(-\infty;0)\Rightarrow x^3\in(-\infty;0)\Rightarrow f'\left(x^3\right)<0$, mà $\frac{2}{x^2}>0$ suy ra 1 vô nghiệm trên $(-\infty;0)$.

+ Với $x\in(0;+\infty)\Rightarrow x^3\in(0;+\infty)$: $f'\left(x^3\right)$ đồng biến mà hàm số $y=\frac{2}{x^2}$ nghịch biến nên phương trình 1 có không quá 1 nghiệm. Từ đồ thị ta có 1 có đúng 1 nghiệm $x=x_0>0$ hay $h'\ x\ =0$ có đúng 1 nghiệm $x=x_0>0$.



Từ đó ta có $h\ x_0\ <0$ nên phương trình $h\ x\ =0$ có hai nghiệm thực phân biệt. Mặt khác $g\ x\ =\left|h\ x\ \right|=\begin{cases}h\ x\ \text{ khi } h\ x\ \geq 0\\ -h\ x\ \text{ khi } h\ x\ <0\end{cases}$.

Từ đó hàm số $g\ x\ $ có 3 điểm cực trị.

Câu 29. Cho số phức z thỏa mãn $2z+3i=iz+1$, khi đó mô-đun của z bằng

A. 2. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Ta có $2z+3i=iz+1\Leftrightarrow(2-i)z=1-3i\Leftrightarrow z=\frac{1-3i}{2-i}=1-i\Rightarrow|z|=\sqrt{2}$.

Câu 30. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;0)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$, $(Q):2x+y-z=0$. Đường thẳng đi qua M và song song với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z}{1}$.

Lời giải

Chọn D

(P) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$

(Q) có véctơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_Q}=(2;1;-1)$

Đường thẳng đi qua M và song song với hai mặt phẳng $(P),(Q)$ có véctơ chỉ phương là $\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-2;3;-1)$ nên chọn đáp án **D.**

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x<2$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-\infty;4)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_2 x<2\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x<2^2\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<4$.

Vậy tập nghiệm của bất phương là $S=(0;4)$.

Câu 32. Viết biểu thức $\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x}}=x^{\frac{m}{n}}$, $(x>0)$ với m, n là các số nguyên dương nguyên tố cùng nhau. Khi đó $m+n$ bằng

A. 13. **B.** 17. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\sqrt[3]{x\sqrt[4]{x}}=\sqrt[3]{x.x^{\frac{1}{4}}}=\sqrt[3]{x^{\frac{5}{4}}}=x^{\frac{5}{12}}$ nên $m=5$ và $n=12$.

Vậy $m+n=17$.

Câu 33. Tập xác định của hàm số hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{\pm1\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Chọn D

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x\neq 0$

Vậy tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 34. Giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$ với trục tung có tọa độ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};0\right)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$ giao với trục tung tại điểm có hoành độ $x=0$ suy ra $y=2$.

Vậy giao điểm có tọa độ $(0;2)$.

Câu 35. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ bằng

A. -3. **B.** 2. **C.** $3i$ **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa số phức $z=2-3i$ có phần thực 2 là và phần ảo -3.

Câu 36. Hàm số nào dưới đây có cực trị ?

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^3+x$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=-2x+1$ có $y'=-2<0,\forall x$. Loại.

Hàm số $y=x^3-3x$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có $y'=3x^2-3;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y'

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số có 2 cực trị.

Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\neq -1$. Loại.

Hàm số $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0,\forall x$. Loại.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 37. Cho mặt phẳng $(P):x+2y+2z+1=0$ và $A(0;0;1)$, $B(2;3;7)$. Hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng AB trên mặt phẳng (P) có độ dài bao nhiêu?

A. $\dfrac{\sqrt{41}}{3}$. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{41}}{7}$. **D.** $\dfrac{20}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I,H lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A,B lên mặt phẳng (P).

Δ là đường thẳng đi qua A và vuông góc với $(P)\Rightarrow\Delta:\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=1+2t\end{cases};t\in\mathbb{R}$.

$I\in\Delta\Rightarrow I(t;2t;1+2t), I\in(P)$ tìm được $t=-\dfrac{1}{3}\Rightarrow I\left(-\dfrac{1}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Δ' là đường thẳng đi qua B và vuông góc với $(P)\Rightarrow\Delta':\begin{cases}x=2+m\\y=3+2m\\z=7+2m\end{cases};m\in\mathbb{R}$.

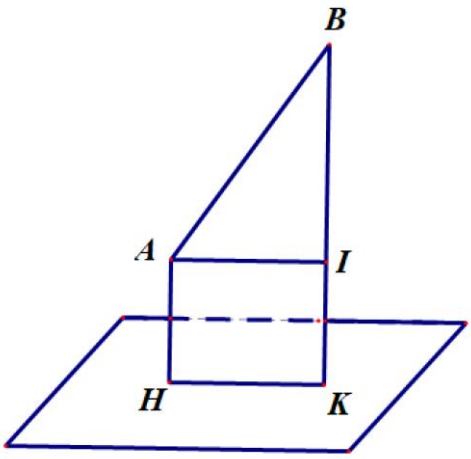
$H\in\Delta'\Rightarrow H(2+m;3+2m;7+2m), H\in(P)$ tìm được $m=-\dfrac{23}{9}\Rightarrow H\left(-\dfrac{5}{9};\dfrac{19}{9};\dfrac{17}{9}\right)$.

Vậy hình chiếu vuông góc của đoạn thẳng B trên mặt phẳng (P) có độ dài là: $IH=\dfrac{\sqrt{41}}{3}$.

Cách 2: (gvpb)

Ta có hai điểm A,B nằm cùng phía đối với mặt phẳng (P). Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A,B lên (P). Gọi I là hình chiếu của A lên BK. Khi đó

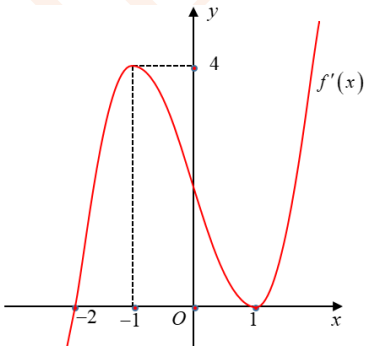
$d(A,(P))=1; d(B,(P))=\dfrac{23}{3}$.



Gọi I là hình chiếu của A lên BK. Khi đó

$$HK=AI=\sqrt{AB^2-(BK-AH)^2}=\sqrt{2^2+3^2+6^2-\left(\frac{23}{3}-1\right)^2}=\frac{\sqrt{41}}{3}$$

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

Lời giải

Chọn D

Theo đồ thị hàm $y=f'(x)$ ta có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$		$\searrow$		$\nearrow$		$\nearrow$	

Do đó, hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-2$.

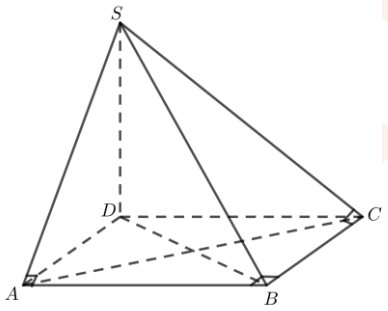
Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a, AC=a\sqrt{3}, SB=2a$ và $ABC=BAS=BCS=90°$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{2a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi D là hình chiếu vuông góc của S xuống mặt phẳng (ABC)

$$\begin{cases} SD \perp AB \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp AD$$

$$\begin{cases} SD \perp BC \\ BC \perp SC \end{cases} \Rightarrow BC \perp DC$$

Mà $ABC=90^\circ \Rightarrow ABCD$ là hình chữ nhật

ΔABC vuông tại B nên $BC=\sqrt{3a^2-a^2}=\sqrt{2}a$

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}\sqrt{4a^2-3a^2}.\frac{1}{2}a.\sqrt{2}a=\frac{\sqrt{2}a^3}{6}.$$

Câu 40. Trong gần 40 năm qua, quỹ đầu tư Berkshire Hathaway của tỷ phú Warren Bufett đạt lợi nhuận trung bình $22,6\%$/năm. Tính đến ngày 18 tháng 9 năm 2020, Berkshire Hathaway có vốn hóa thị trường là $521,57$ tỷ đô la, trở thành một trong những công ty đại chúng lớn nhất trên toàn thế giới. Hỏi số vốn ban đầu từ năm 1980 của quỹ đầu tư Berkshire Hathaway là bao nhiêu với giả thiết khoản lãi hàng năm sẽ được cộng dồn vào tiền vốn ban đầu trong suốt thời gian hoạt động của quỹ?

A. $150,55$ triệu đô la. **B.** $12,43$ tỉ đô la.

C. $250,57$ triệu đô la. **D.** $57,7$ tỉ đô la.

Lời giải

Chọn C

Gọi A là số vốn ban đầu năm 1980

Ta có: $521,57 = A(1+22,6\%)^{40} \Rightarrow A \approx 0,15055$

Vậy số vốn ban đầu của quỹ là $150,55$ triệu đô la.

Câu 41. Cho khối hộp có diện tích đáy $B=7$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối hộp đã cho bằng

A. 42π. **B.** 42. **C.** 14. **D.** 14π.

Lời giải

Chọn B

$V = B.h = 7.6 = 42$.

Câu 42. Đạo hàm của hàm số $y=(1-x)^3$ là

A. $-3(1-x)^2$. **B.** $-(1-x)^3 \ln 3$. **C.** $3(1-x)^2$. **D.** $(1-x)^3 \ln 3$.

Lời giải

Chọn A

$y' = -3(1-x)^2$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $4^{x^2+m} = 3^{\ln x + m^2}$ vô nghiệm

A. 2 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Chọn A

Điều kiện $x>0$.

Phương trình tương đương $x^2 + m = \log_4 3\left(\ln x + m^2\right) \Leftrightarrow x^2 - \log_4 3 \ln x = \log_4 3m^2 - m$

Xét hàm số $f(x) = x^2 - \log_4 3 \ln x \Rightarrow f'(x) = 2x - \dfrac{\log_4 3}{x}$

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\sqrt{\log_2 3}}{2} = x_0$

x	0		x_0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(x_0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Để phương trình $4^{x^2+m} = 3^{\ln x + m^2}$ vô nghiệm thì $\log_4 3m^2 - m < f(x_0)$ mà $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;1\}$.

Câu 44. Bằng phép đổi biến số $t = 1-x^2$, nguyên hàm $\int \dfrac{x}{1-x^2}\mathrm{d}x$ được biến đổi thành nguyên hàm nào dưới đây?

A. $\int \dfrac{-\mathrm{d}t}{t}$. **B.** $2\int \dfrac{-\mathrm{d}t}{t}$. **C.** $\dfrac{1}{2}\int \dfrac{-\mathrm{d}t}{t}$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int \dfrac{\mathrm{d}t}{t}$.

Lời giải

Chọn C

$\int \frac{x}{1-x^2}\mathrm{d}x = \frac{-1}{2}\int \frac{-2x}{1-x^2}\mathrm{d}x = \frac{-1}{2}\int \frac{\mathrm{d}\left(1-x^2\right)}{1-x^2} = \frac{-1}{2}\int \frac{\mathrm{d}t}{t}$.

Câu 45. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x+my+(2m+1)z-m-2=0$, với m là tham số. Gọi $H(a;b;c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên (P). Khi khoảng cách từ điểm A đến (P) lớn nhất; tính $a+b$.

A. 2. **B.** 0. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $d\left(A,(P)\right) = \frac{|2+m+6m+3-m-2|}{\sqrt{1^2+m^2+(2m+1)^2}} = \sqrt{\frac{(6m+3)^2}{5m^2+4m+2}}$.

Xét $f(m) = \frac{(6m+3)^2}{5m^2+4m+2} \Rightarrow f'(m) = \frac{(6m+3)(-6m+12)}{(5m^2+4m+2)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{-1}{2} \\ m=2 \end{array}\right.$.

Vậy

x	$-\infty$		$-0,5$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$\frac{36}{5}$	↘	0	↗	$\frac{15}{2}$	↘	$\frac{36}{5}$

$\max d\left(A,(P)\right) = \frac{\sqrt{30}}{2}$ khi và chỉ khi $m=2$.

Vậy $(P): x+2y+5z-4=0$.

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc (P) nên $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=1+2t \\ z=3+5t \end{cases}$

Khi đó $H = d \cap (P)$

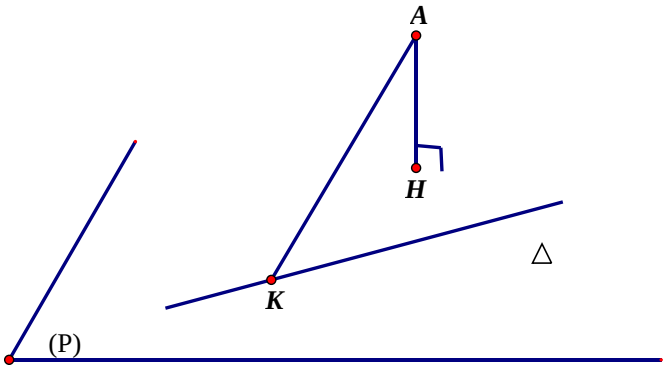
Ta có $2+t+2+4t+15+25t-4=0 \Leftrightarrow 30t=-15 \Leftrightarrow t=\frac{-1}{2}$

$H\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$. Do đó $a+b=\frac{3}{2}$

Cách 2: Khi đó $M(x;y;z)$ cố định của (P) thỏa $m(y+2z-1)+x+z-2=0 \quad \forall m$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y+2z-1=0 \\ x+z-2=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2-t \\ y=1-2t \\ z=t \end{cases} \quad (\Delta)$

(P) luôn qua (Δ) cố định



$AH \le AK \Rightarrow d\left(A;(P)\right)_{\max} \Rightarrow H \equiv K$

$K\left(2-t;1-2t;t\right)$ vì qua $\overrightarrow{AK}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0 \Rightarrow t = \frac{1}{2} \Rightarrow K\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

Suy ra $H \equiv K$ nên $H\left(\frac{3}{2};0;\frac{1}{2}\right)$

Câu 46. Cho số phức z thay đổi thoả mãn $|z| = |z-4-4i|$. Gọi S là tập hợp các số phức $\mathrm{w} = \frac{8z}{|z^2|}$. Biết rằng w_1, w_2 là hai số thuộc S sao cho $|w_1 - w_2| = 2$, khi đó mô đun của số phức $w_1 + w_2 - 2 - 2i$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

$\mathrm{w} = \frac{8z}{|z^2|} = \frac{8z}{|z|^2} = \frac{8z}{z.\bar{z}} = \frac{8}{\bar{z}} \Rightarrow \bar{z} = \frac{8}{w}$

Theo giả thiết ta có $|z| = |z-4-4i| \Rightarrow \left|\frac{8}{\bar{w}}\right| = \left|\frac{8}{\bar{w}} - 4 - 4i\right|$

$\Leftrightarrow 8 = \left|8 - (4+4i)\bar{w}\right| \Leftrightarrow \frac{8}{4\sqrt{2}} = \left|1 - i - \bar{w}\right|$

$\Leftrightarrow |w-1-i| = \sqrt{2}$

Đặt $t = w-1-i \Rightarrow |t| = \sqrt{2}$

$|t_1 - t_2| = |w_1 - w_2| = 2$

$\Rightarrow |w_1 + w_2 - 2 - 2i|^2 = |t_1 + t_2|^2 = 2\left(|t_1|^2 + |t_2|^2\right) - |t_1 - t_2|^2$

$= 2(2+2) - 4 = 4$

$\Rightarrow |w_1 + w_2 - 2 - 2i| = 4$.

Câu 47. Nghiệm của phương trình $\ln x = 1$ là

A. $x = 0$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = e$. **D.** $x = \frac{1}{e}$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $x > 0$.

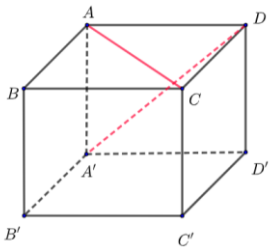
Ta có $\ln x = 1 \Leftrightarrow x = e$ (TMĐK).

Câu 48. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AC và DA' bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn B



Vì $AC \parallel A'C'$ nên góc giữa AC và DA' là góc giữa $A'C'$ và DA'.

Xét tam giác $A'C'D$ có $A'C' = C'D = A'D$ nên tam giác $A'C'D$ là tam giác đều.

Vậy góc giữa $A'C'$ và DA' bằng $60°$ hay góc giữa AC và DA' bằng $60°$.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 25$. Bán kính của đường tròn giao tuyến của mặt cầu và mặt phẳng bằng

A. $\sqrt{22}$. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-1)$; bán kính $R = 5$.

$$d(I;(P)) = \frac{|2+2+2+3|}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}} = 3.$$

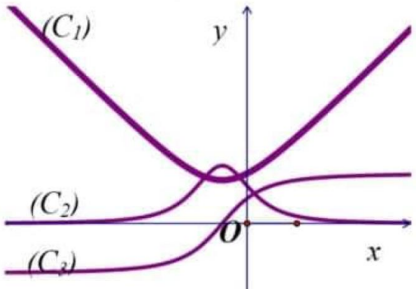
Gọi r là bán kính của đường tròn giao tuyến của mặt cầu và mặt phẳng.

Ta có: $r^2 + d^2(I;(P)) = R^2$

$\Leftrightarrow r^2 + 3^2 = 5^2$

$\Rightarrow r = 4.$

Câu 50. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị của các hàm số $y = f(x), y = f'(x), y = f''(x)$ là các đường cong trong hình vẽ bên. Xác định thứ tự các hình



A. $(C_1): y = f(x), (C_3): y = f'(x), (C_2): y = f''(x)$.

B. $(C_3): y = f(x), (C_1): y = f'(x), (C_2): y = f''(x)$.

C. $(C_1): y = f(x), (C_2): y = f'(x), (C_3): y = f''(x)$.

D. $(C_3): y = f(x), (C_2): y = f'(x), (C_1): y = f''(x)$.

Lời giải

Chọn A

Đáp án B và đáp án D loại vì $f''(x) > 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ nên $f'(x)$ phải là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, tuy nhiên đồ thị $f'(x)$ lại có cực trị trên $\mathbb{R}$ nên dẫn đến điều vô lý.

Đáp án C loại vì nếu $f''(x) > 0$ thì $f'(x)$ là hàm số nghịch biến nên cũng vô lý.

Vậy chọn đáp án A

----------HẾT----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT HẢI PHÒNG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 5x-y-4z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một Vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\vec{n_3}=(-1;-4;3)$. **B.** $\vec{n_2}=(5;-1;-4)$. **C.** $\vec{n_4}=(-4;-1;5)$. **D.** $\vec{n_1}=(5;-1;3)$.

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng S và thể tích bằng V. Khi đó chiều cao h của khối chóp đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $h=\dfrac{3V}{S}$. **B.** $h=\dfrac{V}{S}$. **C.** $h=\dfrac{3S}{V}$. **D.** $h=\dfrac{V}{3S}$.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-4x$ là

A. $-\cos x-2x^2+C$. **B.** $\cos x-4x^2+C$. **C.** $-\cos x-x^2+C$. **D.** $\cos x-2x^2+C$.

Câu 4. Môđun của số phức $z=1-3i$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 5. Biết diện tích của mặt cầu bằng 36π. Khi đó thể tích V của khối cầu có cùng bán kính bằng

A. 36π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 324π.

Câu 6. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3x)$ là

A. $y'=\dfrac{3}{x\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$. **D.** $\dfrac{1}{x}$.

Câu 7. Biết diện tích một mặt của khối lập phương bằng 16. Khi đó thể tích của khối lập phương đó bằng

A. 512. **B.** 256. **C.** 64. **D.** 16.

Câu 8. Với n là số nguyên dương tùy ý lớn hơn 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2=2n$. **B.** $A_n^2=\dfrac{n(n-2)}{2}$. **C.** $A_n^2=\dfrac{n(n-1)}{2}$. **D.** $A_n^2=n(n-1)$.

Câu 9. Nếu $\int_1^5 f(x)dx=4$ và $\int_1^3 f(x)dx=3$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -1.

Câu 10. Biết $\int_1^3 f(x)dx=-5$ và $\int_1^3 g(x)dx=3$. Khi đó $\int_1^3 [g(x)-2f(x)]dx$ bằng

A. 13. **B.** -11. **C.** -7. **D.** 8.

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** −1. **D.** 3.

Câu 13. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=12$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. 100π. **B.** 180π. **C.** 300π. **D.** 60π.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-3	↘	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 15. Giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x+4$ với trục hoành có toạ độ là

A. $(1;0)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=1$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-2;-3;-1)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(-2;3;-1)$. **D.** $(2;-3;1)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-2$ và $u_3=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** −2. **D.** 2.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-3}{-2}$?

A. $N(5;5;-1)$. **B.** $M(2;3;1)$. **C.** $P(-4;-1;1)$. **D.** $Q(-7;-3;7)$.

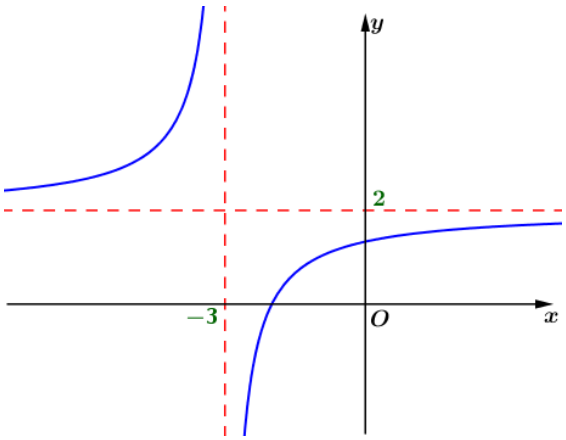
Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$.

Câu 22. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $(\log_2 a)^3$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

Câu 23. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\dfrac{2x+4}{x-3}$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{2x+4}{x+3}$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(-1;0;3)$ và $\vec{b}=(2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. 21. **B.** 27. **C.** 23. **D.** 25.

Câu 25. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_6^{12} f\left(\dfrac{x}{3}\right)\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** $\dfrac{11}{3}$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+8)=2$ là

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-6$. **D.** $x=-5$.

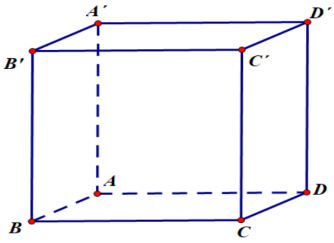
Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $x+y+2z+3=0$. **C.** $x-y+2z-5=0$. **D.** $x-y+2z+3=0$.

Câu 28. Một hộp chứa 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên ba cái thẻ. Xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng

A. $\dfrac{32}{65}$. **B.** $\dfrac{24}{65}$. **C.** $\dfrac{16}{65}$. **D.** $\dfrac{8}{65}$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (hình vẽ bên dưới).



Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'D$ là

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 30. Cho hàm số $f(x)=\sin x.\cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos^2 x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\sin^2 x}{2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{\cos^2 x}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>4^{2x-x^2}$ là

A. $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;0)\cup\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-i$. Tìm phần thực của số phức $z=z_1-2z_2$

A. -3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** -1.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $2\bar{z}+iz=5+4i$. Điểm biểu diễn của số phức z là điểm nào trong các điểm sau?

A. $N(2;1)$. **B.** $M(2;-1)$. **C.** $P(-2;1)$. **D.** $Q(1;-2)$.

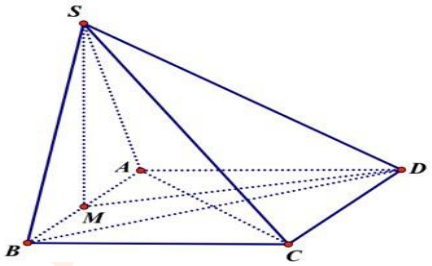
Câu 34. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3\left(\dfrac{a}{b}\right)=\log_{27}a+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^3=27b^3$. **B.** $a^2=27b^3$. **C.** $b^2=27a^3$. **D.** $b^3=27a^3$.

Câu 35. Cho số phức z thoã mãn $z-1=\dfrac{z-18}{z-2}$ và có phần ảo âm. Mô đun của số phức $\dfrac{z+4i}{\bar{z}-2i}$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Biết đáy là hình vuông cạnh a, $SM\perp(ABCD)$, tam giác SAB đều (minh hoạ như hình vẽ).



Kí hiệu φ là góc giữa SD và $(ABCD)$, khi đó $\tan\varphi$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{15}}{3}$ **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{5}$ **C.** $\dfrac{\sqrt{5}}{3}$ **D.** $\dfrac{\sqrt{15}}{5}$

Câu 37. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-2022$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2022}$. **C.** $y=-x^3+x^2-x+2022$. **D.** $y=x^3+2x+2022$

Câu 38. Gọi a,b lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2+3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$. Tính $S=a+b$?

A. $S=\dfrac{4}{3}$. **B.** $S=-\dfrac{4}{3}$. **C.** $S=-10$. **D.** $S=-\dfrac{28}{3}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=2a, AC=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(e^{x^2-2022}-1\right).\ln x^2<0$?

A. 44. **B.** 86. **C.** 85. **D.** 43.

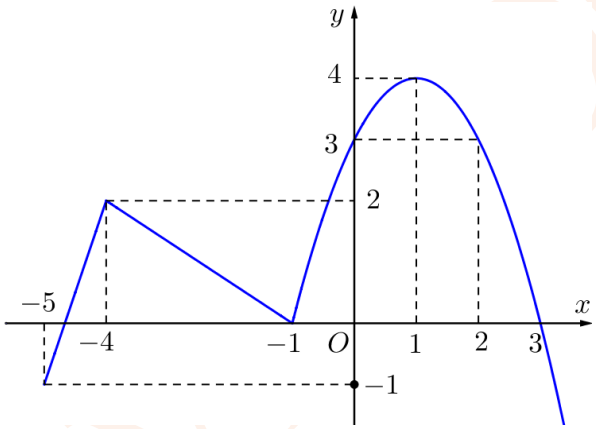
Câu 41. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2+bz+c=0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1-4+3i|=1$ và $|z_2-8-6i|=4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $5b+6c=12$. **B.** $5b+c=-4$. **C.** $5b+c=-12$. **D.** $5b+c=4$.

Câu 42. Cho hình trụ có O, O' là tâm của hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc đường tròn đáy (O) sao cho $AB=a\sqrt{3}, BC=2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60^0. Thể tích của khối trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $2\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

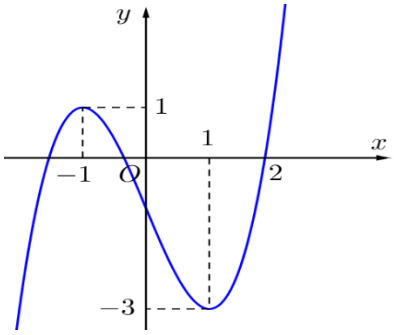
Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên $[-5;3]$ như hình vẽ.



Biết $f(2)=\frac{22}{3}$, giá trị của $2f(-5)+f(1)$ bằng

A. $\frac{25}{3}$. **B.** -3. **C.** $-\frac{20}{3}$. **D.** $-\frac{22}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đặt $g(x)=f\left(f(x)+2\right)$. Phương trình $g'(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+2z-15=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=3+2t\end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao

cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z-5}{3}$. **B.** $\frac{x-1}{-4}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-3}$.

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-4}{1}=\frac{z+1}{3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+4}{-1}=\frac{z-1}{3}$.

Câu 46. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi $k_1,k_2\,(k_1>k_2)$ là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0;9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau.Tính k_1-k_2.

A. 7. **B.** $\frac{27}{4}$. **C.** $\frac{25}{4}$. **D.** $\frac{13}{2}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x+1)(x-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)$ có nhiều cực trị nhất.

A. 132. **B.** 286. **C.** 143. **D.** 253.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $1\le x\le 2022$ và $2.3^y+y=2x-1+\log_3(2x+3^y)$?

A. 2022. **B.** 5. **C.** 2021. **D.** 6.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w=(z-6)(8+\overline{zi})$ là số thực. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=8$, giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1+3z_2|$ bằng

A. $20-\sqrt{13}$. **B.** $5-\sqrt{13}$. **C.** $20-4\sqrt{13}$. **D.** $20-8\sqrt{13}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13;-7;-13)$, $B(1;-1;5)$ và $C(1;1;-3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P). Khi $d(A,(P))+2d(B,(P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.A	3.A	4.B	5.A	6.B	7.C	8.D	9.A	10.A
11.B	12.D	13.A	14.B	15.D	16.C	17.C	18.D	19.A	20.C
21.B	22.C	23.C	24.C	25.D	26.A	27.D	28.A	29.C	30.B
31.D	32.A	33.B	34.B	35.C	36.D	37.C	38.D	39.C	40.B
41.B	42.C	43.C	44.B	45.A	46.B	47.C	48.D	49.C	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 5x-y-4z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một Vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_3}=(-1;-4;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(5;-1;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(-4;-1;5)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(5;-1;3)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của (α) là: $\overrightarrow{n_2}=(5;-1;-4)$.

Câu 2. Cho khối chóp có diện tích đáy bằng S và thể tích bằng V. Khi đó chiều cao h của khối chóp đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $h=\dfrac{3V}{S}$. **B.** $h=\dfrac{V}{S}$. **C.** $h=\dfrac{3S}{V}$. **D.** $h=\dfrac{V}{3S}$.

Lời giải

Ta có $V=\dfrac{1}{3}\text{S.h}\Rightarrow h=\dfrac{3V}{S}$.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-4x$ là

A. $-\cos x-2x^2+C$. **B.** $\cos x-4x^2+C$. **C.** $-\cos x-x^2+C$. **D.** $\cos x-2x^2+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx=\int(\sin x-4x)dx=-\cos x-2x^2+C$.

Câu 4. Môđun của số phức $z=1-3i$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 8. **D.** 10.

Lời giải

Môđun của số phức $z=1-3i$ là $|z|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$.

Câu 5. Biết diện tích của mặt cầu bằng 36π. Khi đó thể tích V của khối cầu có cùng bán kính bằng

A. 36π. **B.** 12π. **C.** 4π. **D.** 324π.

Lời giải

Ta có $S_{mc}=4\pi R^2=36\pi\Rightarrow R=3$.

$V_{kc}=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi.3^3=36\pi$.

Câu 6. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_3(3x)$ là

A. $y'=\dfrac{3}{x\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **C.** $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$. **D.** $\dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có $y=\log_3(3x)=1+\log_3 x$ nên $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Câu 7. Biết diện tích một mặt của khối lập phương bằng 16. Khi đó thể tích của khối lập phương đó bằng

A. 512. **B.** 256. **C.** 64. **D.** 16.

Lời giải

Diện tích một mặt của khối lập phương là 16 nên cạnh khối lập phương là 4. Suy ra thể tích khối lập phương là $4^3=64$.

Câu 8. Với n là số nguyên dương tùy ý lớn hơn 1, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $A_n^2=2n$. **B.** $A_n^2=\dfrac{n(n-2)}{2}$. **C.** $A_n^2=\dfrac{n(n-1)}{2}$. **D.** $A_n^2=n(n-1)$.

Lời giải

Với n là số nguyên dương tùy ý lớn hơn 1 ta có $A_n^2=n(n-1)$.

Câu 9. Nếu $\int_1^5 f(x)dx=4$ và $\int_1^3 f(x)dx=3$ thì $\int_3^5 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int_3^5 f(x)dx=\int_1^5 f(x)dx-\int_1^3 f(x)dx=4-3=1.$

Câu 10. Biết $\int_1^3 f(x)dx=-5$ và $\int_1^3 g(x)dx=3$. Khi đó $\int_1^3\left[g(x)-2f(x)\right]dx$ bằng

A. 13. **B.** -11. **C.** -7. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int_1^3\left[g(x)-2f(x)\right]dx=\int_1^3 g(x)dx-2\int_1^3 f(x)dx=3-2.(-5)=13.$

Câu 11. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-2$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x+2}=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x+2}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực đại tại $x=0$, giá trị cực đại của hàm số đã cho là 3.

Câu 13. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=12$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

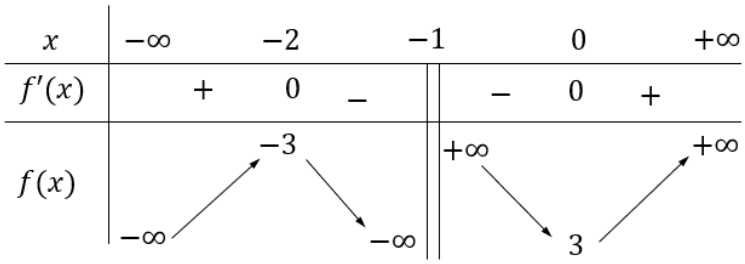
A. 100π. **B.** 180π. **C.** 300π. **D.** 60π.

Lời giải

Thể tích của khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=12$ là:

$V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.5^2.12=100\pi$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-2;-1)$ và $(-1;0)$.

Câu 15. Giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x+4$ với trục hoành có toạ độ là

A. $(1;0)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành là nghiệm của phương trình sau:

$x^3+3x+4=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=0$.

Vậy, toạ độ giao điểm là $(-1;0)$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-3)^2+(z+1)^2=1$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

A. $(-2;-3;-1)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(-2;3;-1)$. **D.** $(2;-3;1)$.

Lời giải

Tọa độ tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(-2;3;-1)$

Câu 17. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ có hai cực trị là $x=-2$ và $x=5$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=(1-x)^{\frac{1}{2}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

ĐKXĐ: $1-x>0 \Leftrightarrow x<1$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=(-\infty;1)$.

Câu 19. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=-2$ và $u_3=4$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $u_3=u_1+2d \Rightarrow d=\dfrac{u_3-u_1}{2}=\dfrac{4-(-2)}{2}=3$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây không thuộc đường thẳng $d:\frac{x+1}{3}=\frac{y-1}{2}=\frac{z-3}{-2}$?

A. $N(5;5;-1)$. **B.** $M(2;3;1)$. **C.** $P(-4;-1;1)$. **D.** $Q(-7;-3;7)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm P với $x=-4, y=-1, z=1$ vào phương trình đường thẳng d ta được

$\frac{-4+1}{3}=\frac{-1-1}{2}=\frac{1-3}{-2}(sai) \Rightarrow$ điểm $P(-4;-1;1)$ không thuộc đường thẳng d .

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;-1;3)$, $C(0;-1;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=-2t\end{cases}$.

Lời giải

Vì M là trung điểm của BC nên tọa độ điểm M là $M(1;-1;2)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}=(0;1;2)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC đi qua điểm $A(1;-2;0)$ và nhận $\overrightarrow{AM}=(0;1;2)$ làm véc tơ chỉ phương nên phương trình tham số có dạng $\begin{cases}x=1\\y=-2+t\\z=2t\end{cases}$.

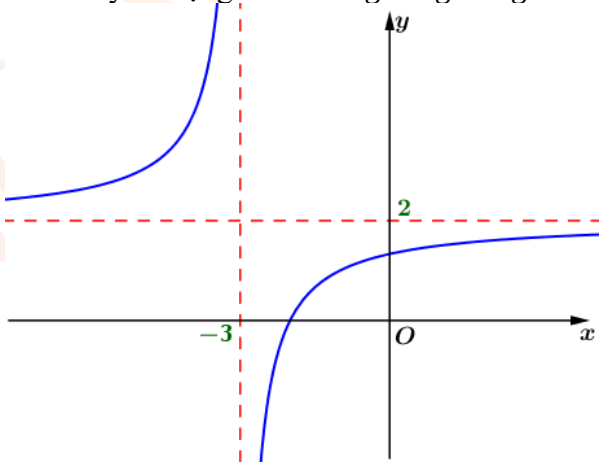
Câu 22. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(8a)$ bằng

A. $(\log_2 a)^3$. **B.** $3\log_2 a$. **C.** $3+\log_2 a$. **D.** $2+\log_2 a$.

Lời giải

Ta có $\log_2(8a)=\log_2 8+\log_2 a=3+\log_2 a$.

Câu 23. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=\frac{2x+4}{x-3}$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\frac{2x+4}{x+3}$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-3$ và tiệm cận ngang $y=2$ nên chỉ có hàm số $y=\frac{2x+4}{x+3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(-1;0;3)$ và $\vec{b}=(2;2;5)$. Tích vô hướng $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})$ bằng

A. 21. **B.** 27. **C.** 23. **D.** 25.

Lời giải

Ta có $\vec{a}+\vec{b}=(1;2;8)$. Khi đó $\vec{a}.(\vec{a}+\vec{b})=(-1).1+0.2+3.8=23$.

Câu 25. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_6^{12} f\left(\frac{x}{3}\right)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Tính $\int_6^{12} f\left(\frac{x}{3}\right)\mathrm{d}x$. Đặt $t=\frac{x}{3}\Rightarrow \mathrm{d}t=\frac{\mathrm{d}x}{3}\Rightarrow \mathrm{d}x=3\mathrm{d}t$.

Đổi cận : $x=6\Rightarrow t=2,\ x=12\Rightarrow t=4$.

Khi đó: $\int_6^{12} f\left(\frac{x}{3}\right)\mathrm{d}x=\int_2^4 f(t).3\mathrm{d}t=2\Rightarrow \int_2^4 f(t)\mathrm{d}t=\frac{2}{3}$ hay $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$.

Vậy: $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=3+\frac{2}{3}=\frac{11}{3}$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+8)=2$ là

A. $x=1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-6$. **D.** $x=-5$.

Lời giải

ĐK: $x+8>0\Leftrightarrow x>-8$.

Ta có $\log_3(x+8)=2\Leftrightarrow x+8=9\Leftrightarrow x=1$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;-2)$, $B(1;0;1)$ và $C(2;-1;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $x+y+2z+3=0$. **C.** $x-y+2z-5=0$. **D.** $x-y+2z+3=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BC}=(1;-1;2)$.

Vì mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC nên mặt phẳng có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\overrightarrow{BC}=(1;-1;2)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng cần tìm là $(x-3)-(y-2)+2(z+2)=0\Leftrightarrow x-y+2z+3=0$.

Câu 28. Một hộp chứa 15 cái thẻ được đánh số từ 1 đến 15. Rút ngẫu nhiên ba cái thẻ. Xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng

A. $\frac{32}{65}$. **B.** $\frac{24}{65}$. **C.** $\frac{16}{65}$. **D.** $\frac{8}{65}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=C_{15}^3$.

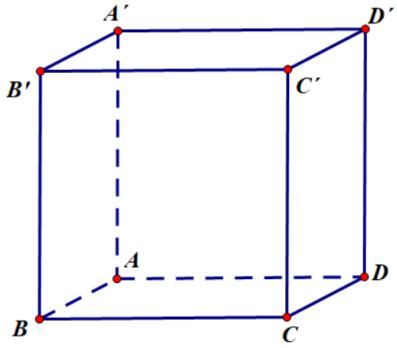
Từ 1 đến 15 có tám số lẻ và bảy số chẵn. Tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ khi cả ba thẻ đều được đánh số lẻ hoặc có hai thẻ ghi số chẵn và một thẻ ghi số lẻ.

Suy ra $n(\Omega)=C_8^3+C_7^2.C_8^1$.

Vậy xác suất để rút được ba cái thẻ có tổng các số ghi trên ba thẻ là số lẻ bằng:

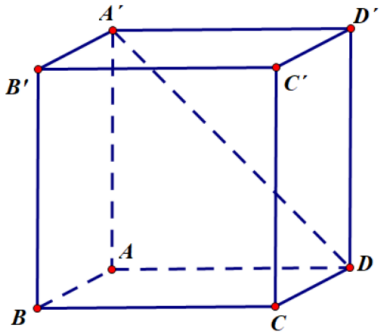
$$P(A)=\frac{C_8^3+C_7^2.C_8^1}{C_{15}^3}=\frac{32}{65}.$$

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (hình vẽ bên dưới). Khoảng cách giữa hai đường thẳng BB' và $A'D$ là



A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Ta thấy $d\left(BB';A'D\right)=d\left(BB';\left(AA'D'D\right)\right)=d\left(B';\left(AA'D'D\right)\right)=B'A'=a$.

Câu 30. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x.\cos x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos^2 x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{\sin^2 x}{2}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{\cos^2 x}{2}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\sin^2 x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int \sin x.\cos x\mathrm{d}x=\int \sin x\mathrm{d}\left(\sin x\right)=\frac{\sin^2 x}{2}+C$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>4^{2x-x^2}$ là

A. $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có $2^x>4^{2x-x^2}\Leftrightarrow 2^x>2^{4x-2x^2}\Leftrightarrow x>4x-2x^2\Leftrightarrow 2x^2-3x>0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;0\right)\cup\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 32. Cho hai số phức $z_1=1+2i$ và $z_2=2-i$. Tìm phần thực của số phức $z=z_1-2z_2$

A. -3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $z_1-2z_2=-3+4i$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $2\overline{z}+iz=5+4i$. Điểm biểu diễn của số phức z là điểm nào trong các điểm sau?

A. $N(2;1)$. **B.** $M(2;-1)$. **C.** $P(-2;1)$. **D.** $Q(1;-2)$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$. Ta có $\overline{z}=a-bi$. Theo giả thiết, ta có

$2(a-bi)+i(a+bi)=5+4i$

$\Leftrightarrow 2a-b+(a-2b)i=5+4i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2a-b=5\\a-2b=4\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=2\\b=-1\end{cases}$

Câu 34. Xét tất cả các số thực dương a và b thỏa mãn $\log_3\left(\frac{a}{b}\right)=\log_{27}a+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a^3=27b^3$. **B.** $a^2=27b^3$. **C.** $b^2=27a^3$. **D.** $b^3=27a^3$.

Lời giải

$\log_3\left(\frac{a}{b}\right)=\log_{27}a+1$

$\Leftrightarrow \log_3 a-\log_3 b=\frac{1}{3}\log_3 a+\log_3 3$

$\Leftrightarrow \frac{2}{3}\log_3 a=\log_3 b+\log_3 3$

$\Leftrightarrow \log_3 a^{\frac{2}{3}}=\log_3 3b$

$\Leftrightarrow a^{\frac{2}{3}}=3b\Leftrightarrow a^2=27b^3$

Câu 35. Cho số phức z thoã mãn $z-1=\frac{z-18}{z-2}$ và có phần ảo âm. Mô đun của số phức $\frac{z+4i}{\overline{z}-2i}$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

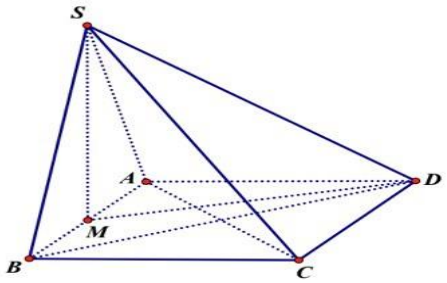
Lời giải

Ta có $z-1=\frac{z-18}{z-2}\Leftrightarrow(z-1)(z-2)=z-18\Leftrightarrow z^2-3z+2-z+18=0\Leftrightarrow z^2-4z+20=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}z=2+4i(L)\\z=2-4i\end{array}\right.$.

$w=\frac{z+4i}{\overline{z}-2i}=\frac{2-4i+4i}{2+4i-2i}=\frac{2}{2+2i}=\frac{1-i}{2}\Rightarrow|w|=\frac{\sqrt{2}}{2}$

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Biết đáy là hình vuông cạnh a, $SM\perp(ABCD)$, tam giác SAB đều (minh hoạ như hình vẽ). Kí hiệu φ là góc giữa SD và $(ABCD)$, khi đó $\tan\varphi$ bằng



A. $\frac{\sqrt{15}}{3}$ **B.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$ **C.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$ **D.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$

Lời giải

$SM=\sqrt{SA^2-AM^2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}; MD=\sqrt{AD^2+AM^2}=\frac{a\sqrt{5}}{2}.$

Ta có góc giữa SD và $(ABCD)$ là $\varphi=SDM \Rightarrow \tan\varphi=\frac{SM}{MD}=\frac{a\sqrt{3}}{2}:\frac{a\sqrt{5}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{15}}{5}$

Câu 37. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-2022$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x+2022}$. **C.** $y=-x^3+x^2-x+2022$. **D.** $y=x^3+2x+2022$

Lời giải

Ta có $y=-x^3+x^2-x+2022 \Rightarrow y'=-3x^2+2x-1<0 \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 38. Gọi a,b lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2+3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$. Tính $S=a+b$?

A. $S=\frac{4}{3}$. **B.** $S=-\frac{4}{3}$. **C.** $S=-10$. **D.** $S=-\frac{28}{3}$.

Lời giải

Ta có $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2+3x-4 \Rightarrow y'=x^2+4x+3$

$y'=0 \Leftrightarrow x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\x=-3\end{cases}.$

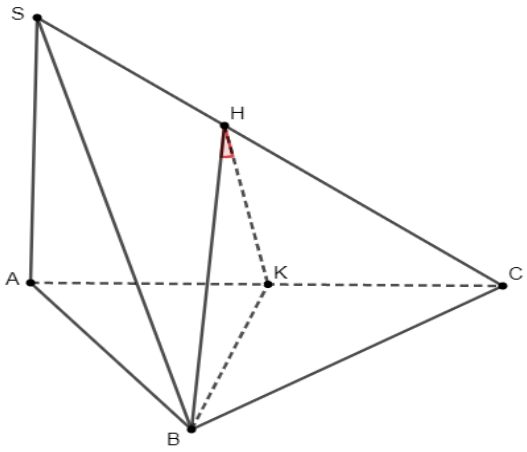
$y(0)=y(-3)=-4=a; y(-1)=y(-4)=-\frac{16}{3}=b$

$\Rightarrow a+b=-\frac{28}{3}.$

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=2a, AC=4a$ và SA vuông góc với mặt phẳng (ABC). Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng $60°$. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.

A. $\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a^3\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải



Kẻ $BK \perp AC \Rightarrow BK \perp (SAC) \Rightarrow BK \perp SC$.

Kẻ $BH \perp SC \Rightarrow SC \perp (BHK) \Rightarrow SC \perp HK$.

Ta có: $\begin{cases} (SAC) \cap (SBC) = SC \\ BH \subset (SBC), BH \perp SC \\ KH \subset (SAC), KH \perp SC \end{cases} \Rightarrow ((SAC),(SBC)) = (BH, KH) = BHK = 60^\circ$.

Xét tam giác ABC vuông tại B có: $BC = \sqrt{AC^2 - AB^2} = \sqrt{16a^2 - 4a^2} = 2a\sqrt{3}$.

$BK = \dfrac{AB.BC}{AC} = \dfrac{2a.2a\sqrt{3}}{4a} = a\sqrt{3}; CK = \dfrac{BC^2}{AC} = \dfrac{12a^2}{4a} = 3a$.

Xét tam giác BHK vuông tại K có: $HK = BK.\cot BHK = a\sqrt{3}.\cot 60^\circ = a$.

$\Delta SAC \sim \Delta KHC\,(g.g) \Rightarrow \dfrac{SA}{KH} = \dfrac{SC}{KC} \Rightarrow \dfrac{SA}{a} = \dfrac{\sqrt{SA^2 + AC^2}}{3a} \Rightarrow 3SA = \sqrt{SA^2 + 16a^2} \Rightarrow SA = a\sqrt{2}$.

Thể tích hình chóp $S.ABC$ là $V = \dfrac{1}{3}.SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.a\sqrt{2}.\dfrac{1}{2}.2a.2a\sqrt{3} = \dfrac{2a^3\sqrt{6}}{3}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(e^{x^2-2022} - 1\right).\ln x^2 < 0$?

A. 44. **B.** 86. **C.** 85. **D.** 43.

Lời giải

ĐK: $x \neq 0$.

TH1: $\begin{cases} e^{x^2-2022} - 1 > 0 \\ \ln x^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x^2-2022} > 1 \\ x^2 < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2022 > 0 \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x > \sqrt{2022} \\ x < -\sqrt{2022} \end{array}\right. \\ -1 < x < 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing$.

TH2:

$\begin{cases} e^{x^2-2022} - 1 < 0 \\ \ln x^2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x^2-2022} < 1 \\ x^2 > 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 - 2022 < 0 \\ \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\sqrt{2022} < x < \sqrt{2022} \\ \left[\begin{array}{l} x > 1 \\ x < -1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\sqrt{2022} < x < -1 \\ 1 < x < \sqrt{2022} \end{array}\right.$.

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{-44; -43; ...; -2; 2; 3; ...; 44\}$.

Vậy có 86 số nguyên x thỏa mãn bất phương trình đã cho.

Câu 41. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ và $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $5b+6c=12$. **B.** $5b+c=-4$. **C.** $5b+c=-12$. **D.** $5b+c=4$.

Lời giải

Phương trình $z^2+bz+c=0$ có 2 nghiệm phức $\Rightarrow \Delta<0 \Rightarrow b^2-4c<0$

Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt: $z_1=\frac{-b}{2}-\frac{\sqrt{4c-b^2}}{2}i,\ z_2=\frac{-b}{2}+\frac{\sqrt{4c-b^2}}{2}i$

$*|z_1-4+3i|=1 \Rightarrow \left|\frac{-b-8}{2}-\left(\frac{\sqrt{4c-b^2}-6}{2}\right)i\right|=1$

$\Leftrightarrow \frac{b^2+16b+64}{4}+\frac{4c-b^2-12\sqrt{4c-b^2}+36}{4}=1 \Leftrightarrow \frac{16b+100+4c-12\sqrt{4c-b^2}}{4}=1$

$\Leftrightarrow 16b+96+4c=12\sqrt{4c-b^2} \Leftrightarrow 32b+192+8c=24\sqrt{4c-b^2}$ (1)

$*|z_2-8-6i|=4 \Rightarrow \left|\frac{-b-16}{2}+\left(\frac{\sqrt{4c-b^2}-12}{2}\right)i\right|=16$

$\Leftrightarrow \frac{b^2+32b+256}{4}+\frac{c-b^2-24\sqrt{c-b^2}+144}{4}=16 \Leftrightarrow \frac{32b+400+4c-24\sqrt{4c-b^2}}{4}=16$

$\Leftrightarrow 32b+336+4c=24\sqrt{4c-b^2}$ (2)

Lấy (1) trừ (2), ta có: $4c-144=0 \Leftrightarrow c=36$

$(2) \Leftrightarrow 32b+336+144=24\sqrt{144-b^2} \Leftrightarrow 3\sqrt{144-b^2}=4b+60$

$\Leftrightarrow \begin{cases}4b+60\ge 0\\ 9(144-b^2)=16b^2+480b+3600\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}b\ge -15\\ 25b^2+480b+2304=0\end{cases}$

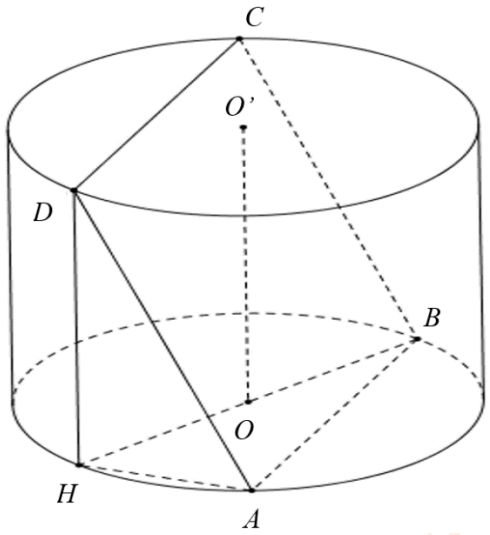
$\Leftrightarrow \begin{cases}b\ge -15\\ \left[\begin{array}{l}b=\frac{-40}{5}\ (b^2-4c=-80<0)\\ b=25\ \ (b^2-4c=481>0)\end{array}\right.\end{cases}$

Vậy, $b=\frac{-40}{5}, c=36$ thoả yêu cầu bài toán. Suy ra: $5b+c=-4$

Câu 42. Cho hình trụ có O, O' là tâm của hai đáy. Xét hình chữ nhật $ABCD$ có A, B cùng thuộc đường tròn đáy (O) sao cho $AB=a\sqrt{3}, BC=2a$ đồng thời $(ABCD)$ tạo với mặt phẳng đáy hình trụ góc 60^0. Thể tích của khối trụ bằng

A. $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{9}$. **B.** $2\pi a^3\sqrt{3}$. **C.** $\pi a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi H là giao điểm của OB với đường tròn đáy nên $AH \perp AB$

Ta có: $ABCD$ là hình chữ nhật nên $DA \perp AB$

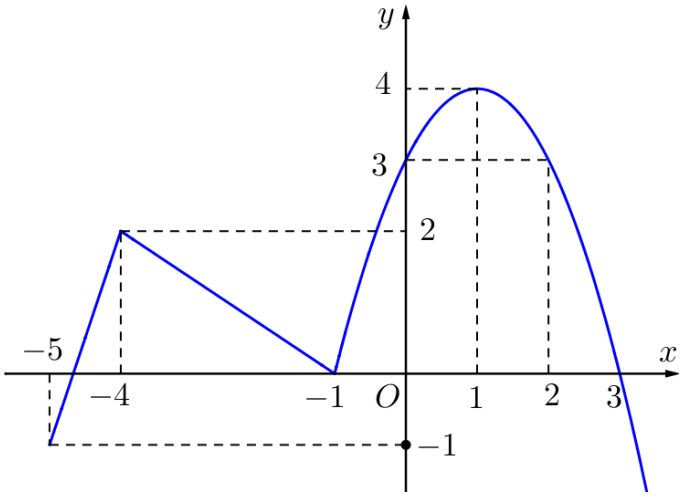
Khi đó: góc giữa $(ABCD)$ với mặt phẳng đáy bằng $DAH = 60^0$

Tam giác DAH vuông tại H có $h = DH = DA.\sin 60^0 = a\sqrt{3}$ và $AH = DA.\cos 60^0 = a$

Tam giác BAH vuông tại A có $BH = \sqrt{AB^2 + AH^2} = \sqrt{3a^2 + a^2} = 2a \Rightarrow r = \dfrac{BH}{2} = a$

Thể tích hình trụ là: $V = h\pi r^2 = a\sqrt{3}.\pi.a^2 = \pi a^3\sqrt{3}$

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên $[-5;3]$ như hình vẽ.



Biết $f(2) = \dfrac{22}{3}$, giá trị của $2f(-5) + f(1)$ bằng

A. $\dfrac{25}{3}$. **B.** -3. **C.** $-\dfrac{20}{3}$. **D.** $-\dfrac{22}{3}$.

Lời giải

Trên $[-5;-4]$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường thẳng đi qua các điểm có tọa độ $(-5;-1)$ và $(-4;2)$ nên $f'(x) = 3x + 14$.

Trên $[-4;-1]$, đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ là đường thẳng đi qua các điểm có tọa độ $(-4;2)$ và $(-1;0)$ nên $f'(x) = -\dfrac{2}{3}x - \dfrac{2}{3}$.

Trên $[-1;+\infty)$, đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là parabol đi qua các điểm có tọa độ $(-1;0)$, $(1;4)$ và $(3;0)$ nên $f'(x)=-x^2+2x+3$.

Ta có $\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x=\int_1^2\left(-x^2+2x+3\right)\mathrm{d}x=\left(-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\right)\Big|_1^2=\frac{11}{3}$.

Suy ra $f(2)-f(1)=\frac{11}{3}\Leftrightarrow f(1)=\frac{11}{3}$.

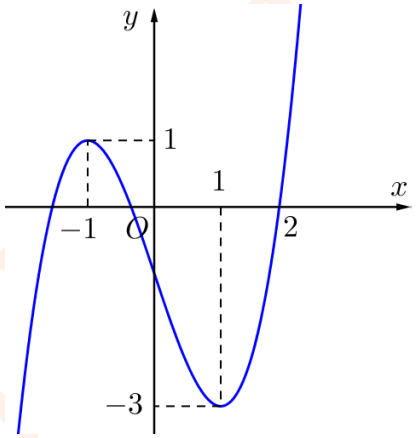
$\int_{-5}^{1} f'(x)\mathrm{d}x=\int_{-5}^{-4}(3x+14)\,dx+\int_{-4}^{-1}\left(-\frac{2}{3}x-\frac{2}{3}\right)dx+\int_{-1}^{1}\left(-x^2+2x+3\right)dx=$

$=\left(\frac{3x^2}{2}+4x\right)\Big|_{-5}^{-4}+\left(-\frac{x^2}{3}-\frac{2}{3}x\right)\Big|_{-4}^{-1}+\left(-\frac{x^3}{3}+x^2+3x\right)\Big|_{-1}^{1}=\frac{53}{6}$.

Suy ra $f(1)-f(-5)=\frac{53}{6}\Leftrightarrow f(-5)=-\frac{31}{6}$.

Vậy $2f(-5)+f(1)=-\frac{20}{3}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Đặt $g(x)=f\left(f(x)+2\right)$. Phương trình $g'(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

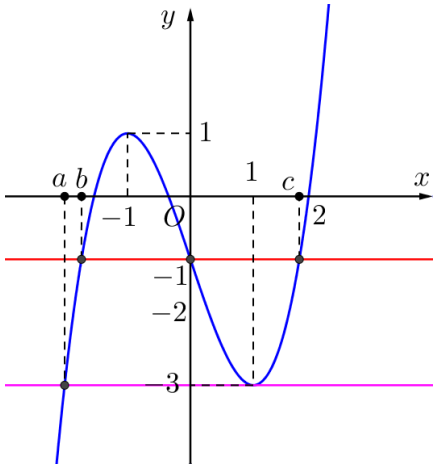


A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $g(x)=f\left(f(x)+2\right)$ suy ra $g'(x)=f'(x)\,f'\left(f(x)+2\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\ f'\left(f(x)+2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=1\\ f(x)+2=-1\\ f(x)+2=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=1\\ f(x)=-3\\ f(x)=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\ x=1\\ x=a\,(a<-1)\\ x=b\,(a<b<-1)\\ x=0\\ x=c\,(1<c<2)\end{array}\right.$$



Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 6 nghiệm thực phân biệt.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+2z-15=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3+2t \end{cases}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M và N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{3}$.

B. $\dfrac{x-1}{-4}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-3}$.

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z+1}{3}$.

D. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+4}{-1}=\dfrac{z-1}{3}$.

Lời giải

Vì $N\in d \Rightarrow N(1+t;2-t;3+2t)$.

Do A là trung điểm của đoạn MN nên ta có $M(1-t;4+t;1-2t)$.

Vì $M\in(P) \Rightarrow 1-t+4+t+2(1-2t)-15=0 \Leftrightarrow t=-2$.

Khi đó ta có $M(3;2;5) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-1;3)$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ mặt khác đường thẳng Δ là đi qua $M(3;2;5)$ nên phương trình chính tắc của đường thẳng Δ là

$\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-2}{-1}=\dfrac{z-5}{3}$

Câu 46. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=(x-3)^2$, trục tung và trục hoành. Gọi $k_1,k_2\,(k_1>k_2)$ là hệ số góc của hai đường thẳng cùng đi qua điểm $A(0;9)$ và chia (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau.Tính k_1-k_2.

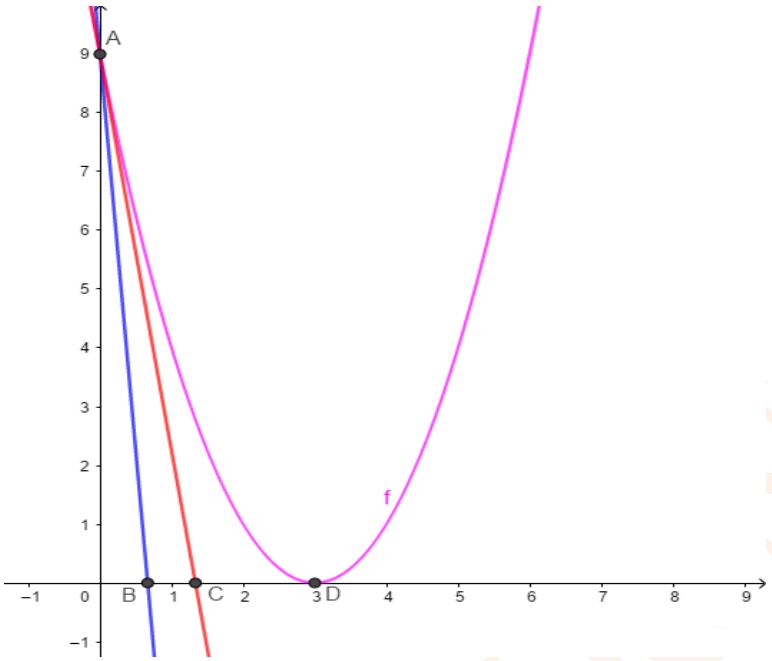
A. 7.

B. $\dfrac{27}{4}$.

C. $\dfrac{25}{4}$.

D. $\dfrac{13}{2}$.

Lời giải



Parabol $y=(x-3)^2$ có đồ thị như hình vẽ.

$S_{(H)}=\int_0^3(x-3)^2dx=9.$

Giả sử các đường thẳng AB, AC chia hình phẳng (H) làm ba phần có diện tích bằng nhau.

Theo đề bài ta có $S_{OAB}=S_{ABC}=S_{ACD}=\dfrac{9}{3}=3.$

$S_{OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=3\Leftrightarrow OA.OB=6\Leftrightarrow OB=\dfrac{6}{9}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow B\left(\dfrac{2}{3};0\right).$

$S_{OAC}=2S_{OAB}=6=\dfrac{1}{2}OA.OC\Leftrightarrow OA.OC=12\Leftrightarrow OC=\dfrac{12}{9}=\dfrac{4}{3}\Rightarrow C\left(\dfrac{4}{3};0\right).$

Hệ số góc đường thẳng $AC: k_1=\dfrac{y_C-y_A}{x_C-x_A}=-9:\dfrac{4}{3}=\dfrac{-27}{4}.$

Hệ số góc đường thẳng $AB: k_2=\dfrac{y_B-y_A}{x_B-x_A}=-9:\dfrac{2}{3}=\dfrac{-27}{2}.$

Vậy $k_1-k_2=\dfrac{27}{4}.$

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=(x+1)(x-2)$. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số $y=f\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)$ có nhiều cực trị nhất.

A. 132. **B.** 286. **C.** 143. **D.** 253.

Lời giải

Ta có $y=f\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)=f\left(\sqrt{\left(2x^3-3x^2-12x+m\right)^2}\right)$

$y'=\dfrac{\left(2x^3-3x^2-12x+m\right)\left(6x^2-6x-12\right)}{\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|}f'\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)$

$$\text{Cho } y'=0 \Leftrightarrow \frac{\left(2x^3-3x^2-12x+m\right)\left(6x^2-6x-12\right)}{\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|} f'\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6x^2-6x-12=0 \\ f'\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6x^2-6x-12=0 \\ \left|2x^3-3x^2-12x+m\right|=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6x^2-6x-12=0 \\ 2x^3-3x^2-12x+m=2 \quad (1) \\ 2x^3-3x^2-12x+m=-2 \quad (2) \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 6x^2-6x-12=0 \\ 2x^3-3x^2-12x=2-m \quad (1) \\ 2x^3-3x^2-12x=-2-m \quad (2) \end{array}\right.$$

Xét hàm số $h(x)=2x^3-3x^2-12x$, $x\in\mathbb{R}$. Đạo hàm: $h'(x)=6x^2-6x-12=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	7	↘	-20	↗	$+\infty$

Để hàm số $y=f\left(\left|2x^3-3x^2-12x+m\right|\right)$ có nhiều cực trị nhất khi và chỉ khi các phương trình (1), (2), đều có 3 nghiệm khác -1, 2

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -20<2-m<7 \\ -20<-2-m<7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -7<m-2<20 \\ -7<m+2<20 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} -5<m<22 \\ -9<m<18 \end{array}\right. \Leftrightarrow -5<m<18$$

Ta có $-5<m<18$ và $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-4;-3;-2;....;16;17\}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán bằng 143.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả mãn $1\le x\le 2022$ và $2.3^y+y=2x-1+\log_3\left(2x+3^y\right)$?

A. 2022. **B.** 5. **C.** 2021. **D.** 6.

Lời giải

Đặt $t=\log_3\left(2x+3^y\right) \Leftrightarrow 3^t=2x+3^y \Leftrightarrow 2x=3^t-3^y$ (1).

Phương trình đã cho trở thành $2.3^y+y=3^t-3^y-1+t \Leftrightarrow 3^{y+1}+y+1=3^t+t$ (2).

Xét hàm số $f(u)=3^u+u$ trên $\mathbb{R}$.

Ta có $f'(u)=3^u\ln 3+1>0$, $\forall u\in\mathbb{R}$.

Do đó $f(u)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mà do (2) ta có $f(y+1)=f(t)$, suy ra $y+1=t$.

Thay vào (1) ta được $2x=3^{y+1}-3^y \Leftrightarrow x=3^y \Leftrightarrow y=\log_3 x$ (3).

Vì $1\le x\le 2022$ nên $0\le y\le \log_3 2022$. Mà y nguyên dương nên $y\in\{1;2;3;4;5;6\}$.

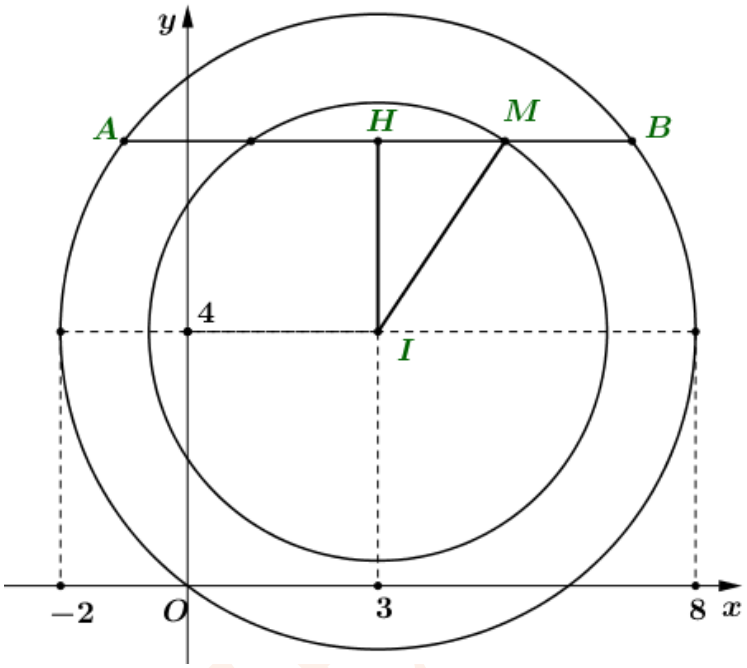
Ứng với mỗi giá trị y, ta tìm được 1 giá trị x thoả (3).

Vậy, có 6 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thoả yêu cầu bài toán.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w=(z-6)(8+\overline{zi})$ là số thực. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=8$, giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1+3z_2|$ bằng

A. $20-\sqrt{13}$. **B.** $5-\sqrt{13}$. **C.** $20-4\sqrt{13}$. **D.** $20-8\sqrt{13}$.

Lời giải



Giả sử $z=x+yi; x,y\in\mathbb{R}$. Trong mặt phẳng phức gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn của z_1, z_2, theo bài $|z_1-z_2|=8 \Rightarrow AB=8$.

Ta có $w=(z-6)(8+\overline{zi})=(x-6+yi)(8-y-xi)=-\left[(x-6)x+(y-8)y\right]i+xy+(x-6)(8-y)$ là số thực nên $(x-6)x+(y-8)y=0 \Leftrightarrow x^2+y^2-6x-8y=0$. Suy ra A, B thuộc đường tròn (C) có tâm $I(3;4)$, bán kính $R=5$.

Xét điểm $M\in AB$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0} \Rightarrow \overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}=4\overrightarrow{OM}$.

Gọi H là trung điểm AB ta có $HI^2=R^2-HB^2=9$, $IM=\sqrt{HI^2+HM^2}=\sqrt{13}$.

Suy ra M thuộc đường tròn (C') tâm $I(3;4)$, bán kính $R'=\sqrt{13}$.

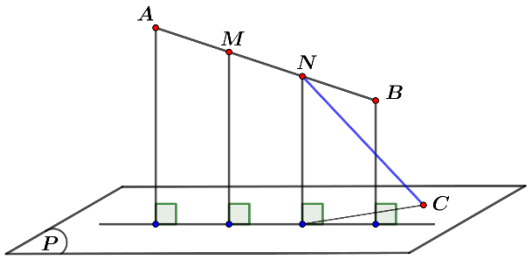
Mặt khác $P=|z_1+3z_2|=\left|\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}\right|=\left|4\overrightarrow{OM}\right|=4OM. \Rightarrow |z_1+3z_2|_{\min} \Leftrightarrow OM_{\min}=|OI-R'|=5-\sqrt{13}$.

Vậy $P=|z_1+3z_2|_{\min}=4\left(5-\sqrt{13}\right)=20-4\sqrt{13}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13;-7;-13)$, $B(1;-1;5)$ và $C(1;1;-3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A và B nằm cùng phía so với (P). Khi $d\left(A,(P)\right)+2d\left(B,(P)\right)$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax+by+cz+3=0$. Giá trị của $a+b+c$ bằng

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải



• Gọi M, N là các điểm thuộc đoạn AB sao cho $AM = MN = NB$.

Ta có: $d\left(A,(P)\right)+d\left(N,(P)\right)=2d\left(M,(P)\right)$ (1)

$d\left(M,(P)\right)+d\left(B,(P)\right)=2d\left(N,(P)\right) \Rightarrow 2d\left(M,(P)\right)+2d\left(B,(P)\right)=4d\left(N,(P)\right)$ (2)

Cộng theo vế của (1) và (2) ta được: $T=d\left(A,(P)\right)+2d\left(B,(P)\right)=3d\left(N,(P)\right)\le 3NC$.

• Ta có: $\overrightarrow{AN}=\frac{2}{3}\overrightarrow{AB}$ nên $N(5;-3;-1)$.

Khi đó: $T_{\max}=3NC=18$ đạt được khi $(P)\perp NC$.

Mặt phẳng (P) đi qua $C(1;1;-3)$ nhận $\overrightarrow{CN}=(4;-4;2)$ làm vectơ pháp tuyến nên (P) có phương trình: $4(x-1)-4(y-1)+2(z+3)=0 \Leftrightarrow 2x-2y+z+3=0$.

Vậy $a=2, b=-2, c=1 \Rightarrow a+b+c=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT NGHỆ AN

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Hàm số $y=x^3-3x^2+5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

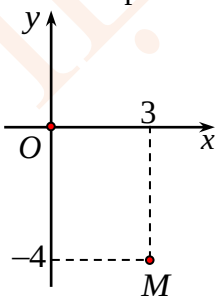
Câu 2. Phần thực của số phức $z=3+4i$ là
A. 4. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $4i$.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x^2$ là
A. $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. **B.** $4x^3+2x+C$. **C.** x^5+x^3+C. **D.** x^4+x^2+C.

Câu 4. Cho tích phân $I=\int_1^{\mathrm{e}}\frac{3\ln x+1}{x}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì
A. $I=\int_0^1\frac{3t+1}{\mathrm{e}^t}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int_0^1(3t+1)\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int_1^{\mathrm{e}}\frac{3t+1}{t}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int_1^{\mathrm{e}}(3t+1)\mathrm{d}t$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=\cos 3x$ là
A. $-\sin 3x+C$. **B.** $\frac{-\sin 3x}{3}+C$. **C.** $\frac{\sin 3x}{3}+C$. **D.** $\sin 3x+C$.

Câu 6. Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z.



Phần ảo của số phức z là
A. $-4i$. **B.** -4. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y=7^x$ là
A. $y'=\frac{7^x}{\ln 7}$. **B.** $y'=x.7^{x-1}$. **C.** $y'=7^x\ln 7$. **D.** $y'=7^x$.

Câu 8. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là
A. 120π cm^2. **B.** 40π cm^2. **C.** 160π cm^2. **D.** 80π cm^2.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có phương trình là
A. $x+2y+3z=0$. **B.** $x-2y+z-8=0$.
C. $x-2y+z+3=0$. **D.** $x-2y+z=0$.

Câu 10. Bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ có nghiệm là

A. $x>3$. **B.** $x>\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}<x<3$. **D.** $x<3$.

Câu 11. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -3. **C.** 10 **D.** 6.

Câu 12. Cho a là số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 a^3=3\log a$. **B.** $\log_2 a^3=\frac{3}{2}\log a$.

C. $\log_2 a^3=3\log_2 a$. **D.** $\log_2 a^3=\frac{1}{3}\log_2 a$.

Câu 13. Cho số phức $z_1=1+3i$ và $z_2=3-4i$. Môđun của số phức $w=z_1-z_2$ là

A. $|w|=\sqrt{53}$. **B.** $|w|=\sqrt{17}$. **C.** $|w|=53$. **D.** $|w|=17$.

Câu 14. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{4}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

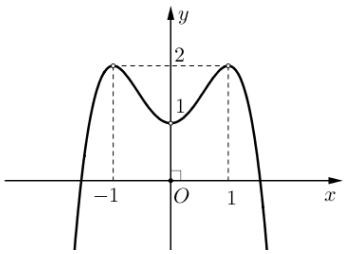
Câu 15. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $4;8;16;32$. **B.** $4;6;8;10$. **C.** $-1;1;-1;1$. **D.** $3;5;7;10$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;5]$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(4)$. **D.** $f(5)$.

Câu 17. Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



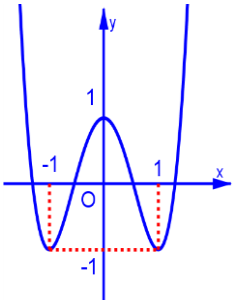
A. $y=-x^4+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$. **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1), B(2;3;2)$. Vecto $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(3;5;1)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 21. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_{20}^5 = \dfrac{20!}{15!}$. **B.** $C_{20}^5 = \dfrac{20!}{5!}$. **C.** $C_{20}^5 = \dfrac{20!}{5!.15!}$. **D.** $C_{20}^5 = \dfrac{20!}{5.15}$.

Câu 22. Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

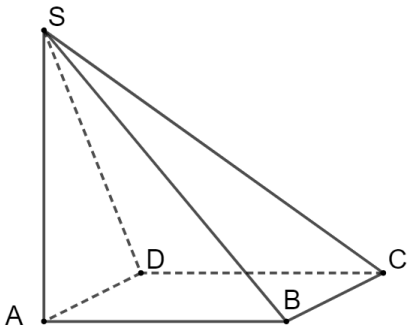
A. $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $\dfrac{3}{4}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi R^3$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy.



Biết $SA=3$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=3$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}$. **C.** $V=27$. **D.** $V=9$.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=-3-5i$. **B.** $\bar{z}=3+5i$. **C.** $\bar{z}=-3+5i$. **D.** $\bar{z}=3-5i$.

Câu 26. Với a là một số thực dương tùy ý, $a^{\frac{2}{3}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $\sqrt{a^3}$. **C.** $\sqrt[3]{a}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Câu 27. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-5x^2+4$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 28. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** -3. **D.** 6.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $x-2y+z=0$. **B.** $x-2y+z+3=0$. **C.** $x+2y+3z=0$. **D.** $x-2y+z-8=0$.

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;2)$ song song với mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. Hỏi đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?

A. $F(2;3;4)$. **B.** $L(1;-3;7)$. **C.** $K(4;5;2)$. **D.** $E(2;3;-2)$.

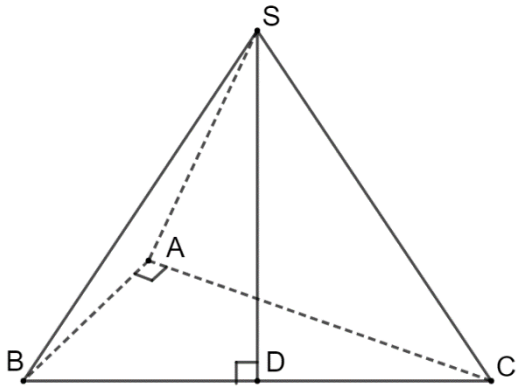
Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2+1, & khi\ x<0\\ \mathrm{e}^x, & khi\ x\geq 0\end{cases}$. Biết $\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=a.\mathrm{e}^2+b.\mathrm{e}+c$ ($a,b,c\in\mathbb{Q}$). Tính tổng $a+b+c$.

A. 3. **B.** $\dfrac{14}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** $-\dfrac{17}{3}$.

Câu 34. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $z_1+z_2-2=z_1z_2-2=0$. Tính $|z_1|^2+|z_2|^2$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cạnh huyền $BC=a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm BC. Biết $SB=a$, tính số đo góc giữa SA và (ABC).



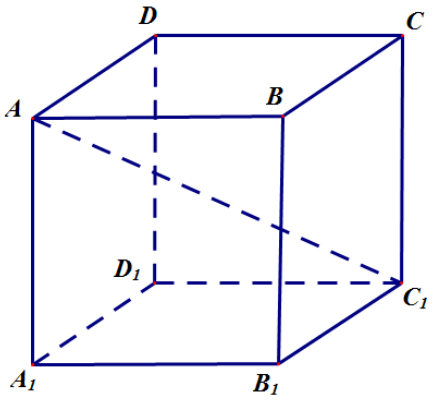
A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.

A. $(P):-3x+y-z+10=0$. **B.** $(P):2x-y+4z-10=0$.

C. $(P):-2x+y-4z-10=0$. **D.** $(P):2x+y-4z+10=0$.

Câu 37. Cho hình hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Góc giữa AC_1 và BB_1 bằng $30°$.



Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $8\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{6}}{3}$. **C.** $4\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{12}$.

Câu 38. Trong không gian Oxy, cho điểm $I(2;3;4)$. Mặt cầu (S) có tâm I cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A,B sao cho diện tích của tam giác IAB bằng 60. Phương trình của mặt cầu (S) là:

A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=144$.

B. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=225$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=196$.

D. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=169$.

Câu 39. Bất phương trình $3^{x^2} \le 15^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 40. Để kiểm tra sản phẩm của một công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa nho và 3 hộp sữa dâu. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn đủ cả 3 loại là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{3}{11}$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-6i| = |\bar{z}-3+5i|$ và số phức z_1 có phần thực bằng phần ảo. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z-z_1+z_1^2|$ là

A. $\frac{\sqrt{26}}{26}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{3\sqrt{26}}{26}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx$ $(a, b \in \mathbb{R})$. Biết hàm số $g(x) = f(x) - \frac{2}{3}f'(x) + \frac{1}{6}f''(x)$ có hai điểm cực trị là $x=1$, $x=\frac{1}{3}$. Với mỗi t là hằng số tùy ý thuộc đoạn $[0;1]$ gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $x=0$, $y=f(t)$, $y=f(x)$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=f(x)$, $y=f(t)$, $x=1$. Biểu thức $P=8S_1+4S_2$ có thể nhận được bao nhiêu giá trị là số nguyên ?

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 43. Ống thép mạ kẽm (độ dày của ống thép là hiệu số bán kính mặt ngoài và bán kính mặt bên trong của ống thép). Nhà máy quy định giá bán cho các loại ống thép dựa trên cân nặng của các ống thép đó. Biết rằng thép ống có giá là 24700 đồng/kg và khối lượng riêng của thép là 7850 kg/m^3. Một đại lí thép mua về 1000 ống thép loại có đường kính ngoài là 60 mm, độ dày là 3 mm và có chiều dài là 6 m.

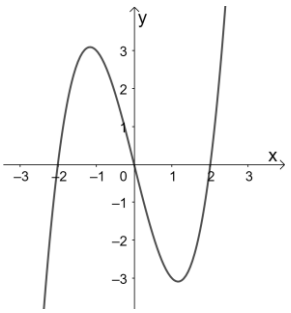


Hãy tính số tiền mà đại lí bỏ ra để mua 1000 ống thép nói trên (làm tròn đến ngàn đồng).

A. 624980000 đồng. **B.** 624977000 đồng.

C. 623789000 đồng. **D.** 623867000 đồng.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(-x)$ được cho bởi hình vẽ sau:



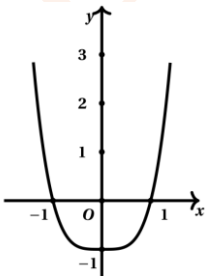
Điều kiện của tham số m để bất phương trình $f\left(\sqrt{2-x^2}\right)\le m$ nghiệm đúng với mọi $x\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ là

A. $m\ge f\left(\sqrt{2}\right)$. **B.** $m<f\left(\sqrt{2}\right)$. **C.** $m\ge f(0)$. **D.** $m>f\left(\sqrt{2}\right)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(4;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;12)$, $D(-1;7;-9)$ và M là một điểm nằm ngoài mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Các đường thẳng MA, MB, MC, MO lần lượt cắt mặt cầu (S) tại các điểm A', B', C', O' (khác A, B, C, O) sao cho $\frac{MA}{MA'}+\frac{MB}{MB'}+\frac{MC}{MC'}+\frac{MO}{MO'}=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $MD+MO$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $11\sqrt{3}$. **D.** $9\sqrt{3}$.

Câu 46. Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)=ax^4-b^2x^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ là đường cong ở hình vẽ:



Số các giá trị nguyên của m để phương trình $xf\left(\sqrt{x}\right)=(2m+2)x^2-\left(m^2-5\right)x-1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<1<x_2$?

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 47. Cho $a,b,c>1$ thỏa mãn $6\log_{2ab}c\ge1+\log_{2b}c.\log_a c$ và biết phương trình $c^{x^2+1}=a^x$ có nghiệm. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_a\left(2bc^2\right)$ bằng $\frac{m+\sqrt{n}}{p}$ trong đó m,n,p là các số nguyên dương và $\frac{m}{p}$ là phân số tối giản. Giá trị của $m+n+p$ bằng

A. 48. **B.** 56. **C.** 60. **D.** 64.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$. Biết hàm số $g(x)=ax^4+bx^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R},a\ne0)$ nhận $x=1$ là điểm cực trị. Số điểm cực trị của hàm số $y=g\left(f(x)\right)$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, BB' tạo với đáy một góc $60°$, hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (ABB').

A. $\frac{4\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{3\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=a$, $AD=2a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng $\frac{a}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABM$.

A. $\frac{2a^3\sqrt{11}}{33}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{33}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{11}}{33}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{11}}{66}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2B	3A	4B	5C	6B	7C	8D	9D	10A	11A	12C	13A	14D	15B
16D	17C	18A	19B	20C	21C	22A	23B	24D	25B	26A	27C	28A	29A	30A
31B	32C	33B	34B	35C	36B	37A	38D	39B	40D	41A	42A	43B	44A	45D
46B	47B	48B	49B	50A										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Hàm số $y=x^3-3x^2+5$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x$.

Hàm số $y=x^3-3x^2+5$ đồng biến khi và chỉ khi $y'>0\Leftrightarrow 3x^2-6x>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<0 \\ x>2 \end{array}\right.$.

Câu 2. Phần thực của số phức $z=3+4i$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $4i$.

Lời giải

Phần thực của số phức $z=3+4i$ là 3.

Câu 3. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^4+x^2$ là

A. $\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$. **B.** $4x^3+2x+C$. **C.** x^5+x^3+C. **D.** x^4+x^2+C.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^4+x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{5}x^5+\frac{1}{3}x^3+C$.

Câu 4. Cho tích phân $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\frac{3\ln x+1}{x}\mathrm{d}x$. Nếu đặt $t=\ln x$ thì

A. $I=\int\limits_0^1\frac{3t+1}{\mathrm{e}^t}\mathrm{d}t$. **B.** $I=\int\limits_0^1(3t+1)\mathrm{d}t$. **C.** $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}\frac{3t+1}{t}\mathrm{d}t$. **D.** $I=\int\limits_1^{\mathrm{e}}(3t+1)\mathrm{d}t$.

Lời giải

Đặt $t=\ln x,\mathrm{d}t=\frac{1}{x}\mathrm{d}x$.

Đổi cận $\left\{\begin{array}{l} x=1\Rightarrow t=0 \\ x=e\Rightarrow t=1 \end{array}\right.$

Khi đó $I=\int\limits_0^1(3t+1)\mathrm{d}t$.

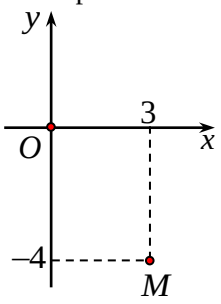
Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y=\cos 3x$ là

A. $-\sin 3x+C$. **B.** $\frac{-\sin 3x}{3}+C$. **C.** $\frac{\sin 3x}{3}+C$. **D.** $\sin 3x+C$.

Lời giải

Ta có $\int \cos 3x\mathrm{dx}=\frac{\sin 3x}{3}+C$.

Câu 6. Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn của số phức z.



Phần ảo của số phức z là

A. $-4i$. **B.** -4. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Điểm $M(3;-4)$ là điểm biểu diễn của số phức $z=3-4i$.

Vậy phần ảo của số phức z là -4.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y=7^x$ là

A. $y'=\frac{7^x}{\ln 7}$. **B.** $y'=x.7^{x-1}$. **C.** $y'=7^x\ln 7$. **D.** $y'=7^x$.

Lời giải

Ta có $y'=\left(7^x\right)'=7^x\ln 7$.

Câu 8. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=5$ cm và khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 cm. Diện tích xung quanh của hình trụ là

A. 120π cm^2. **B.** 40π cm^2. **C.** 160π cm^2. **D.** 80π cm^2.

Lời giải

Vì khoảng cách giữa hai đáy bằng 8 cm nên độ dài đường sinh của hình trụ là, $l=8$ cm. Do đó diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.5.8=80\pi$ (cm^2).

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P): x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $x+2y+3z=0$. **B.** $x-2y+z-8=0$.

C. $x-2y+z+3=0$. **D.** $x-2y+z=0$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng song song với $(P): x-2y+z-3=0$ có vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;1)$. Mà mặt phẳng đã cho đi qua $M(1;2;3)$ nên phương trình mặt phẳng cần tìm là: $1(x-1)-2(y-2)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow x-2y+z=0$.

Câu 10. Bất phương trình $\log_2(3x-1)>3$ có nghiệm là

A. $x>3$. **B.** $x>\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}<x<3$. **D.** $x<3$.

Lời giải

Ta có: $\log_2(3x-1)>3 \Leftrightarrow \begin{cases}3x-1>0\\3x-1>2^3\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x>\frac{1}{3}\\x>3\end{cases} \Leftrightarrow x>3.$

Câu 11. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -3. **C.** 10 **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=2+5=7.$

Câu 12. Cho a là số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_2 a^3=3\log a$. **B.** $\log_2 a^3=\frac{3}{2}\log a$.

C. $\log_2 a^3=3\log_2 a$. **D.** $\log_2 a^3=\frac{1}{3}\log_2 a$.

Lời giải

Với mọi số thực dương a ta có: $\log_2 a^3=3\log_2 a.$

Câu 13. Cho số phức $z_1=1+3i$ và $z_2=3-4i$. Môđun của số phức $w=z_1-z_2$ là

A. $|w|=\sqrt{53}$. **B.** $|w|=\sqrt{17}$. **C.** $|w|=53$. **D.** $|w|=17$.

Lời giải

$|w|=|z_1-z_2|=|1+3i-(3-4i)|=|-2+7i|=\sqrt{(-2)^2+7^2}=\sqrt{53}.$

Câu 14. Số nghiệm thực của phương trình $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{4}$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $2^{x^2-x-4}=\frac{1}{4} \Leftrightarrow 2^{x^2-x-4}=2^{-2} \Leftrightarrow x^2-x-4=-2 \Leftrightarrow x^2-x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$.

Câu 15. Dãy số nào sau đây là cấp số cộng?

A. $4;8;16;32$. **B.** $4;6;8;10$. **C.** $-1;1;-1;1$. **D.** $3;5;7;10$.

Lời giải

Ta có

$6=4+2$

$8=6+2$

$10=8+2$

Nên dãy số $4;6;8;10$ là một cấp số cộng.

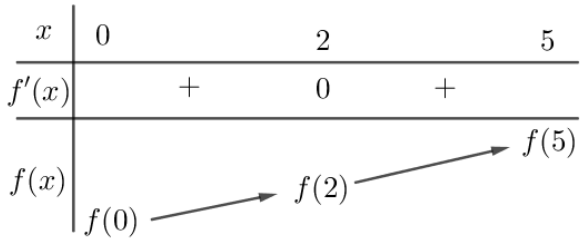
Câu 16. Cho hàm số $y=f\ x$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)^2$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;5]$ bằng

A. $f(0)$. **B.** $f(2)$. **C.** $f(4)$. **D.** $f(5)$.

Lời giải

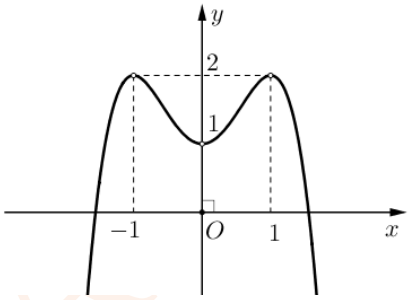
Ta có: $f'(x)=(x-2)^2\geq 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra, hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Ta có bảng biến thiên trên đoạn $0;5$ như sau:



Vậy, từ bảng biến thiên ta có: $\max_{0;5} f\ x = f\ 5$.

Câu 17. Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^4+1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\ a\neq 0$.

Nhánh ngoài cùng đi xuống, suy ra hệ số $a<0$.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị, suy ra $ab<0\Rightarrow b>0$.

Vậy, đường cong trên là đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$. **D.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$.

Lời giải

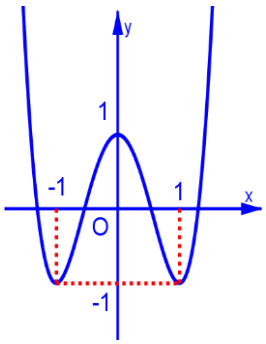
Mặt cầu S tâm I $a;b;c$, bán kính R có phương trình là $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$.

Với tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=2$, thế số vào phương trình trên ta được:

$(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$.

Vậy, phương trình của mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ:



Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số suy ra hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-1), B(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(3;5;1)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;3)$.

Câu 21. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $C_{20}^5=\dfrac{20!}{15!}$. **B.** $C_{20}^5=\dfrac{20!}{5!}$. **C.** $C_{20}^5=\dfrac{20!}{5!.15!}$. **D.** $C_{20}^5=\dfrac{20!}{5.15}$.

Lời giải

Ta có $C_n^k=\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}\Rightarrow C_{20}^5=\dfrac{20!}{5!.15!}$.

Câu 22. Thể tích của khối cầu bán kính R bằng

A. $\dfrac{4}{3}\pi R^3$. **B.** $\dfrac{3}{4}\pi R^3$. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Ta có: $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 23. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình dưới?

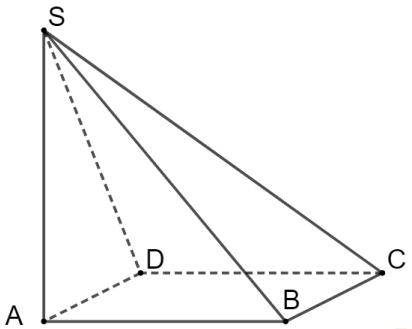
x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y=-x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=-x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2-1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} a>0 \\ y'=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right. \end{cases}$ suy ra $y=x^3-3x$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$ cạnh bằng 3, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy.



Biết $SA=3$, tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=3$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}$. **C.** $V=27$. **D.** $V=9$.

Lời giải

Ta có:

$h=SA=3,\quad S_d=S_{ABCD}=3^2=9\Rightarrow V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}\text{SA}.\text{S}_{S.ABCD}=9$.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn $z(2-i)+13i=1$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=-3-5i$. **B.** $\bar{z}=3+5i$. **C.** $\bar{z}=-3+5i$. **D.** $\bar{z}=3-5i$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$

Ta có :

$z(2-i)+13i=1$

$\Leftrightarrow (a+bi)(2-i)+13i=1$

$\Leftrightarrow 2a-ai+2bi-bi^2+13i=1$

$\Leftrightarrow (2a+b)+(-a+2b+13)i=1$

$\Rightarrow \begin{cases} 2a+b=1 \\ -a+2b+13=0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-5 \end{cases}$

$\Rightarrow z=3-5i \Rightarrow \bar{z}=3+5i$.

Câu 26. Với a là một số thực dương tùy ý, $a^{\frac{2}{3}}$ bằng

A. $\sqrt[3]{a^2}$. **B.** $\sqrt{a^3}$. **C.** $\sqrt[3]{a}$. **D.** $\sqrt[6]{a}$.

Lời giải

Với a là một số thực dương tùy ý, $a^{\frac{2}{3}}=\sqrt[3]{a^2}$.

Câu 27. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-5x^2+4$ với trục hoành là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-5x^2+4$ với trục hoành là số nghiệm của phương trình:

$x^4-5x^2+4=0$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=4 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=-2 \\ x=2 \end{array}\right.$

Vậy có 4 giao điểm.

Câu 28. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 10. **C.** -3. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^6 f(x)\mathrm{d}x=2+5=7$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=2$. Phương trình của mặt cầu (S) là

A. $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$. **B.** $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=2$.

C. $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=2$. **D.** $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=4$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(-1;2;1)$, bán kính $R=2$ là:

$(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=4$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và song song với mặt phẳng $(P):x-2y+z-3=0$ có phương trình là

A. $x-2y+z=0$. **B.** $x-2y+z+3=0$. **C.** $x+2y+3z=0$. **D.** $x-2y+z-8=0$.

Lời giải

Gọi (Q) là mặt phẳng cần tìm.

Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P), suy ra: $\overrightarrow{n_{(Q)}}=\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-2;1)$.

Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua điểm $M(1;2;3)$, có vtpt $\overrightarrow{n_{(Q)}}=(1;-2;1)$ là:

$(P):1(x-1)-2(y-2)+1.(z-3)=0\Leftrightarrow x-2y+z=0$

Vậy phương trình mặt phẳng cần tìm là: $x-2y+z=0$.

Câu 31. Số nghiệm của phương trình $\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x>\frac{1}{2}$ (*).

Với điều kiện (*), phương trình đã cho tương đương:

$\log_2 x.\log_3(2x-1)=2\log_2 x\Leftrightarrow \log_2 x.\left[\log_3(2x-1)-2\right]=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 x=0\\ \log_3(2x-1)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ 2x-1=9\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=5\end{array}\right.$ (t/m (*))

Vậy số nghiệm của phương trình đã cho là 2.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;2;2)$ song song với mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$. Hỏi đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?

A. $F(2;3;4)$. **B.** $L(1;-3;7)$. **C.** $K(4;5;2)$. **D.** $E(2;3;-2)$.

Lời giải

Phương trình tham số đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2+t\\z=3+t\end{cases}$

Gọi N là giao điểm của đường thẳng Δ và đường thẳng d

Suy ra $N(1+t;2+t;3+t)$ và $\overrightarrow{MN}=(t;t;1+t)$, mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(1;-1;1)$

Đường thẳng Δ song song mặt phẳng (P) nên ta có $\overrightarrow{MN}.\vec{n}=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-1;-1;0)$

Phương trình tham số đường thẳng Δ đi qua $M(1;2;2)$ và có VTCP $\overrightarrow{MN}=(-1;-1;0)$ $\begin{cases}x=1-t'\\y=2-t'\\z=2\end{cases}$

. Ta thấy Δ đi qua điểm $K(4;5;2)$.

Câu 33. Cho hàm số $y=f(x)=\begin{cases}x^2+1, & khi\ x<0\\ e^x, & khi\ x\ge 0\end{cases}$. Biết $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=a.e^2+b.e+c$ ($a,b,c\in\mathbb{Q}$). Tính tổng $a+b+c$.

A. 3. **B.** $\frac{14}{3}$. **C.** $\frac{8}{3}$. **D.** $-\frac{17}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_{-2}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{0}(x^2+1)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{2}e^x\mathrm{d}x=\left(\frac{x^3}{3}+x\right)\Big|_{-2}^{0}+e^x\Big|_{0}^{2}=e^2+\frac{11}{3}$

$\Rightarrow a=1;b=0;c=\frac{11}{3}$.

Vậy $a+b+c=1+0+\frac{11}{3}=\frac{14}{3}$.

Câu 34. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $z_1+z_2-2=z_1z_2-2=0$. Tính $|z_1|^2+|z_2|^2$.

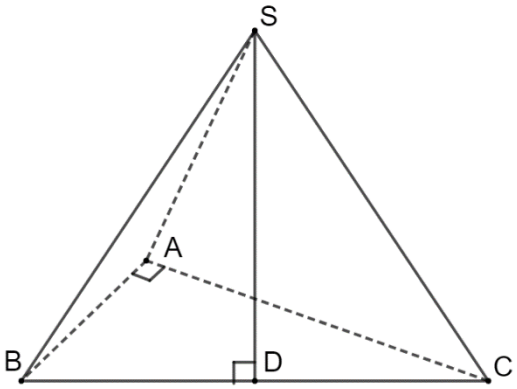
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $z_1+z_2=2;z_1z_2=2\Rightarrow z_1,z_2$ là nghiệm của phương trình $z^2-2z+2=0\Leftrightarrow\begin{cases}z=1+i\\z=1-i\end{cases}$

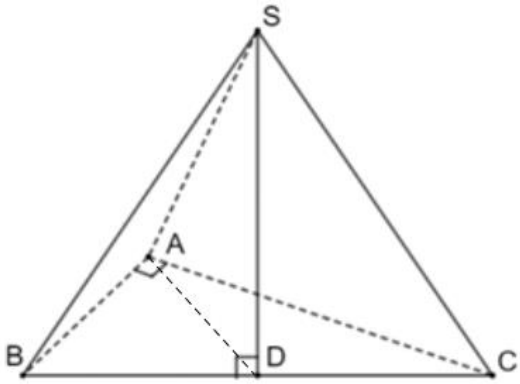
Mà $|z_1|=|z_2|\Rightarrow P=|z_1|^2+|z_2|^2=2|z_1|^2=4$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cạnh huyền $BC=a$. Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm BC. Biết $SB=a$, tính số đo góc giữa SA và (ABC).



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Hình chiếu vuông góc của S lên (ABC) trùng với trung điểm của đoạn BC.

Ta có $SD \perp (ABC)$ nên AD là hình chiếu của SA lên (ABC)

Do đó góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (ABC) là SAD.

Tam giác ABC vuông tại A nên $AD = BD = \dfrac{BC}{2} = \dfrac{a}{2}$

$$SD = \sqrt{SB^2 - AD^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

Suy ra $\tan SAD = \dfrac{SD}{AD} = \sqrt{3}$ nên $SAD = 60°$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = -3+2t \\ y = 1-t \\ z = -1+4t \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng d.

A. $(P): -3x + y - z + 10 = 0$. **B.** $(P): 2x - y + 4z - 10 = 0$.

C. $(P): -2x + y - 4z - 10 = 0$. **D.** $(P): 2x + y - 4z + 10 = 0$.

Lời giải

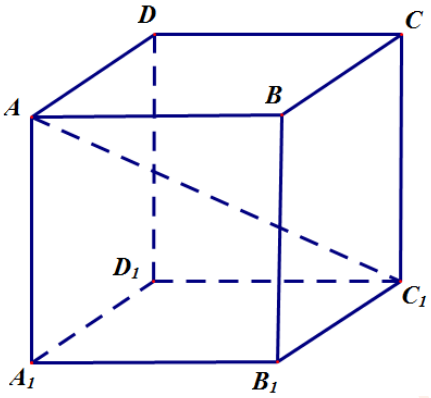
Một vec tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;4)$.

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên mặt phẳng (P) có một vec tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\overrightarrow{u_d}=(2;-1;4)$.

Mặt khác mặt phẳng (P) đi qua A nên phương trình (P):

$$2(x+4)-1(y+2)+4(z-4)=0$$
$$\Leftrightarrow 2x-y+4z-10=0.$$

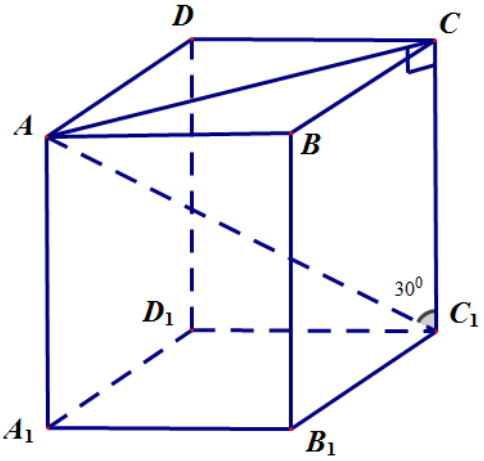
Câu 37. Cho hình hình hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 2. Góc giữa AC_1 và BB_1 bằng $30°$.



Tính thể tích khối hộp chữ nhật $ABCD.A_1B_1C_1D_1$.

A. $8\sqrt{6}$. **B.** $\frac{8\sqrt{6}}{3}$. **C.** $4\sqrt{6}$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{12}$.

Lời giải



Ta có $CC_1 // BB_1$ và $AC=AB\sqrt{2}=2\sqrt{2}$.

Suy ra $(AC_1,BB_1)=(AC_1,CC_1)=AC_1C=30^0$.

Xét tam giác AC_1C vuông tại $C \Rightarrow \cot AC_1C = \dfrac{CC_1}{AC} \Rightarrow CC_1 = AC.\cot 30^0 = 2\sqrt{2}.\sqrt{3} = 2\sqrt{6}.$

Vậy $V_{ABCD.A_1B_1C_1D_1} = CB.CD.CC_1 = 2.2.2\sqrt{6} = 8\sqrt{6}.$

Câu 38. Trong không gian Oxy, cho điểm $I(2;3;4)$. Mặt cầu (S) có tâm I cắt trục Ox tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích của tam giác IAB bằng 60. Phương trình của mặt cầu (S) là:

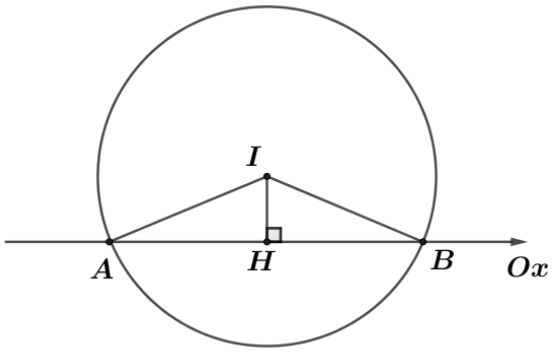
A. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=144$.

B. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=225$.

C. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=196$.

D. $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=169$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của $I(2;3;4)$ lên trục Ox.

Suy ra $H(2;0;0)$ và $IH = \sqrt{3^2+4^2} = 5$.

Ta có: $IH \perp AB \Rightarrow S_{\Delta IAB} = \dfrac{1}{2}.IH.AB = 60 \Rightarrow AB = 24 \Rightarrow HB = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{24}{2} = 12.$

Ta có: $IB = \sqrt{IH^2+HB^2} = \sqrt{5^2+12^2} = 13$.

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(2;3;4)$ và bán kính $IB=13$ có phương trình: $(x-2)^2+(y-3)^2+(z-4)^2=169$.

Câu 39. Bất phương trình $3^{x^2} \le 15^x$ có bao nhiêu nghiệm nguyên dương

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $3^{x^2} \le 15^x$

$\Leftrightarrow 3^{x^2-x} \le 5^x \Leftrightarrow x^2-x \le \log_3 5^x \Leftrightarrow x^2-x \le x\log_3 5 \Leftrightarrow x^2-(1+\log_3 5)x \le 0$

$\Leftrightarrow x^2-(\log_3 15)x \le 0 \Leftrightarrow x.(x-\log_3 15) \le 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \ge 0 \\ x \le \log_3 15 \end{array}\right. \Leftrightarrow 0 \le x \le \log_3 15 \approx 2,465$

$\Leftrightarrow x = \{1;2\}$

Vậy có 2 nghiệm nguyên dương.

Câu 40. Để kiểm tra sản phẩm của một công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa nho và 3 hộp sữa dâu. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn đủ cả 3 loại là

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{3}{7}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{3}{11}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_{12}^3 = 220$.

Gọi A là biến cố:"3 hộp sữa được chọn đủ cả 3 loại".

$n(A) = C_5^1.C_4^1.C_3^1 = 60 \Rightarrow P(A) = \frac{60}{220} = \frac{3}{11}$.

Câu 41. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z+2-6i| = |\overline{z}-3+5i|$ và số phức z_1 có phần thực bằng phần ảo. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z - z_1 + z_1^2|$ là

A. $\frac{\sqrt{26}}{26}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{9}{8}$. **D.** $\frac{3\sqrt{26}}{26}$.

Lời giải

Gọi số phức $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$

$|z+2-6i| = |\overline{z}-3+5i| \Leftrightarrow (x+2)^2 + (y-6)^2 = (x-3)^2 + (-y+5)^2$

$\Leftrightarrow 10x - 2y + 6 = 0$

$\Leftrightarrow 5x - y + 3 = 0$

$\Rightarrow z = x + (5x+3)i \ (x, y \in \mathbb{R})$

Tập hợp điểm biểu diễn z là đường thẳng $d: 5x - y + 3 = 0$.

Xét số phức $z_1 = a + ai \ (a \in \mathbb{R})$

Ta có: $z_1 - {z_1}^2 = (a+ai) - (a+ai)^2 = a + (a - 2a^2)i$ nên tập hợp điểm biểu diễn số phức $z_1 - {z_1}^2$ là parabol (P): $y = x - 2x^2$

Gọi d' là tiếp tuyến tiếp tuyến của (P) và song song với đường thẳng $5x - y + 8 = 0$.

Khi đó d' có phương trình $5x - y + c = 0$ có $k = 5$

Gọi $A(x_o;y_0)$ là tiếp điểm, khi đó $\frac{d}{dx}\left(x-2x^2\right)_{x=x_o}=5\Leftrightarrow x_0=-1$ nên $c=2$.

Vậy phương trình d' là $5x-y+2=0$.

Khi đó ta có:

$$\left|z-z_1+z_1^2\right|=\left|z-(z_1-z_1^2)\right|=MA\geq MA_0=d\left(d;d'\right)=\frac{|2-3|}{\sqrt{5^2+(-1)^2}}=\frac{1}{\sqrt{26}}=\frac{\sqrt{26}}{26}.$$

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx\ (a,b\in\mathbb{R})$. Biết hàm số $g(x)=f(x)-\frac{2}{3}f'(x)+\frac{1}{6}f''(x)$ có hai điểm cực trị là $x=1$, $x=\frac{1}{3}$. Với mỗi t là hằng số tùy ý thuộc đoạn $[0;1]$ gọi S_1 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $x=0$, $y=f(t)$, $y=f(x)$ và S_2 là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y=f(x)$, $y=f(t)$, $x=1$. Biểu thức $P=8S_1+4S_2$ có thể nhận được bao nhiêu giá trị là số nguyên ?

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $f(x)=x^3+ax^2+bx\ (a,b\in\mathbb{R})$

$\Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b\Rightarrow f''(x)=6x+2a$

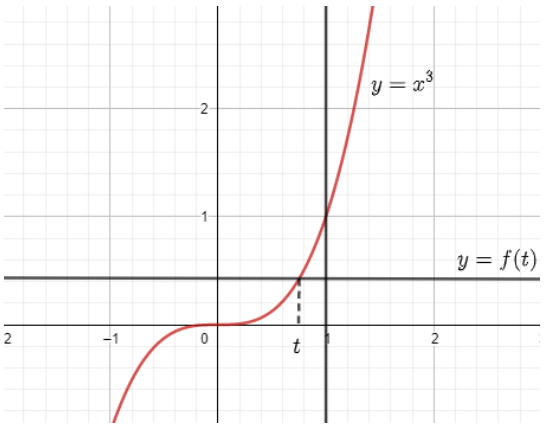
$\Rightarrow g(x)=f(x)-\frac{2}{3}f'(x)+\frac{1}{6}f''(x)=x^3+ax^2+bx-\frac{2}{3}\left(3x^2+2ax+b\right)+\frac{1}{6}(6x+2a)$

$=x^3+(a-2)x^2+\left(b-\frac{4}{3}a+1\right)x-\frac{2}{3}b+\frac{1}{3}a$

$\Rightarrow g'(x)=3x^2+2(a-2)x+\left(b-\frac{4}{3}a+1\right)=k(x-1)\left(x-\frac{1}{3}\right)$

Đồng nhất hệ số ta được: $\begin{cases}k=3\\2(a-2)=-\frac{4}{3}k=-4\\b-\frac{4}{3}a+1=\frac{1}{3}k=1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k=3\\a=0\\b=0\end{cases}$

Do đó: $f(x)=x^3$



Khi đó: $S_1 = \int_0^t \left| f(t) - f(x) \right| dx = \int_0^t \left(t^3 - x^3 \right) dx = \left(t^3 x - \frac{x^4}{4} \right)\Big|_0^t = t^4 - \frac{t^4}{4} = \frac{3}{4}t^4$

$S_2 = \int_t^1 \left| f(x) - f(t) \right| dx = \int_t^1 \left(x^3 - t^3 \right) dx = \left(\frac{x^4}{4} - t^3 x \right)\Big|_t^1 = \left(\frac{1}{4} - t^3 \right) - \left(\frac{t^4}{4} - t^4 \right) - = \frac{3}{4}t^4 - t^3 + \frac{1}{4}$

Suy ra: $P = 8S_1 + 4S_2 = 8\left(\frac{3}{4}t^4 \right) + 4\left(\frac{3}{4}t^4 - t^3 + \frac{1}{4} \right) = 9t^4 - 4t^3 + 1$

Xét hàm số $h(t) = 9t^4 - 4t^3 + 1$ với $t \in [0;1]$

$\Rightarrow h'(t) = 36t^3 - 12t^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \frac{1}{3} \end{array} \right.$

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{3}$		1
$h'(t)$	0	$-$	0	$+$	
$h(t)$	1	↘	$\frac{26}{27}$	↗	6

Từ bảng biến thiên suy ra: $\frac{26}{27} \le h(t) \le 6 \Leftrightarrow \frac{26}{27} \le P \le 6$

Vậy P có thể nhận được 6 giá trị nguyên là $\{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 43. Ống thép mạ kẽm (độ dày của ống thép là hiệu số bán kính mặt ngoài và bán kính mặt bên trong của ống thép). Nhà máy quy định giá bán cho các loại ống thép dựa trên cân nặng của các ống thép đó. Biết rằng thép ống có giá là 24700 đồng/kg và khối lượng riêng của thép là 7850 kg/m^3. Một đại lí thép mua về 1000 ống thép loại có đường kính ngoài là 60 mm, độ dày là 3 mm và có chiều dài là 6 m.



Hãy tính số tiền mà đại lí bỏ ra để mua 1000 ống thép nói trên (làm tròn đến ngàn đồng).

A. 624980000 đồng. **B.** 624977000 đồng.

C. 623789000 đồng. **D.** 623867000 đồng.

Lời giải

Bán kính mặt ngoài và bán kính mặt bên trong của ống thép lần lượt là
$R = 30 \text{ mm} = 30.10^{-3} m;\ r = 27 \text{ mm} = 27.10^{-3} m$.

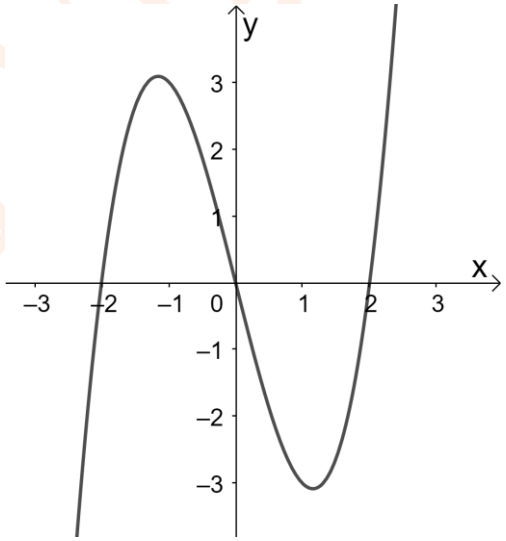
Thể tích mỗi ống thép là $V = \pi\left(R^2 - r^2\right).h$.

Khối lượng mỗi ống thép $m = 7850.V = 7850.\pi\left(R^2 - r^2\right)h$.

Số tiền mà đại lí bỏ ra để mua 1000 ống thép nói trên

$$T = 1000.24700.7850.\pi\left(R^2 - r^2\right)h = 1000.24700.7850.\pi\left[\left(30.10^{-3}\right)^2 - \left(27.10^{-3}\right)^2\right].6$$
$$= 624976724 \approx 624977000$$

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y = f'(-x)$ được cho bởi hình vẽ sau:

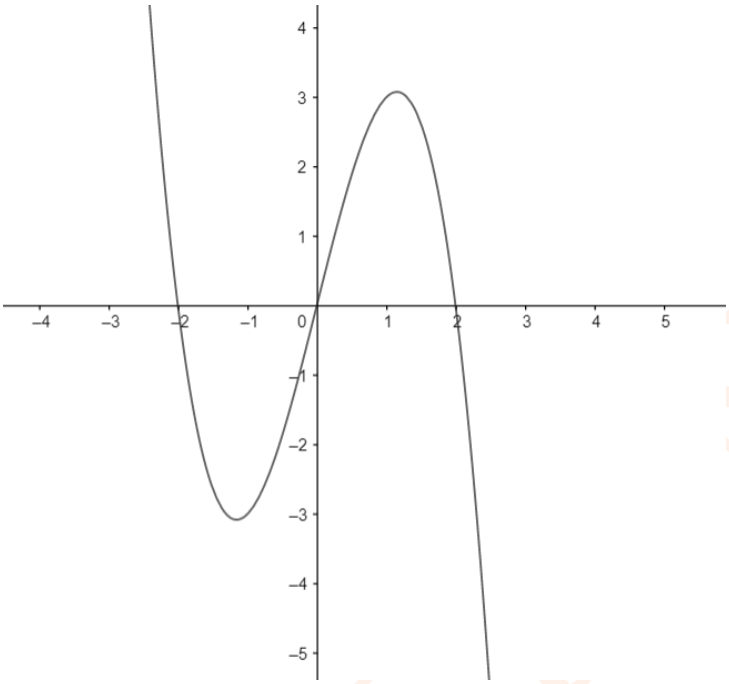


Điều kiện của tham số m để bất phương trình $f\left(\sqrt{2-x^2}\right) \le m$ nghiệm đúng với mọi $x \in \left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ là

A. $m \ge f\left(\sqrt{2}\right)$. **B.** $m < f\left(\sqrt{2}\right)$. **C.** $m \ge f(0)$. **D.** $m > f\left(\sqrt{2}\right)$.

Lời giải:

Từ đồ thị hàm số $y = f'(-x)$, ta có đồ thị hàm số của $y = f'(x)$



$$y = f\left(\sqrt{2-x^2}\right) \Rightarrow y' = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}}.f'\left(\sqrt{2-x^2}\right)$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f'\left(\sqrt{2-x^2}\right) = 0 \ (*) \end{array}\right.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y = f\left(\sqrt{2-x^2}\right)$ trên đoạn $[-\sqrt{2};\sqrt{2}]$

x	$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	$f(\sqrt{2})$	↘	

Từ yêu cầu bài toán ta có $m \geq f\left(\sqrt{2}\right)$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(4;0;0)$, $B(0;8;0)$, $C(0;0;12)$, $D(-1;7;-9)$ và M là một điểm nằm ngoài mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$. Các đường thẳng MA, MB, MC,

MO lần lượt cắt mặt cầu (S) tại các điểm A', B', C', O' (khác A, B, C, O) sao cho $\frac{MA}{MA'}+\frac{MB}{MB'}+\frac{MC}{MC'}+\frac{MO}{MO'}=4$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $MD+MO$.

A. $8\sqrt{3}$. **B.** $10\sqrt{3}$. **C.** $11\sqrt{3}$. **D.** $9\sqrt{3}$.

Lời giải

Mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ có dạng: $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ $\left(a^2+b^2+c^2-d>0\right)$

Vì mặt cầu (S) ngoại tiếp tứ diện $OABC$ nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}16-8a+d=0\\64-16b+d=0\\144-24c+d=0\\d=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\b=4\\c=6\\d=0\end{cases}$$ (thỏa mãn)

Tọa độ tâm mặt cầu (S): $I(2;4;6)$, bán kính $R=2\sqrt{14}$.

Từ giả thiết $\frac{MA}{MA'}+\frac{MB}{MB'}+\frac{MC}{MC'}+\frac{MO}{MO'}=4$ $(*)$

Vì các đường thẳng MA, MB, MC, MO lần lượt cắt mặt cầu (S) tại các điểm A', B', C', O' khi đó ta có: $MA.MA'=MB.MB'=MC.MC'=MO.MO'=MI^2-R^2$

Suy ra: $\frac{MA}{MA'}=\frac{MA^2}{MI^2-R^2}$; $\frac{MB}{MB'}=\frac{MB^2}{MI^2-R^2}$; $\frac{MC}{MC'}=\frac{MC^2}{MI^2-R^2}$; $\frac{MO}{MO'}=\frac{MO^2}{MI^2-R^2}$.

Thay vào $(*)$ ta được: $\frac{MA^2}{MI^2-R^2}+\frac{MB^2}{MI^2-R^2}+\frac{MC^2}{MI^2-R^2}+\frac{MO^2}{MI^2-R^2}=4$

$\Leftrightarrow MA^2+MB^2+MC^2+MO^2=4\left(MI^2-R^2\right)$ $(**)$

Gọi $M(x;y;z)$ theo $(**)$ ta có:

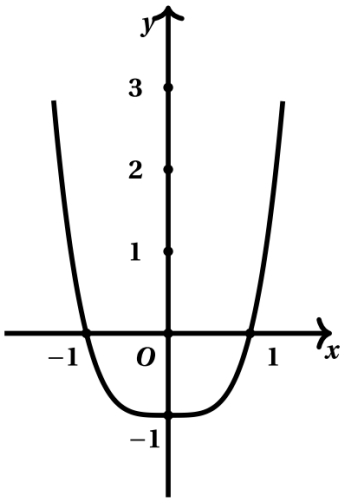
$$(x-4)^2+y^2+z^2+x^2+(y-8)^2+z^2+x^2+y^2+(z-12)^2+x^2+y^2+z^2$$
$$=4\left[(x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2-56\right]$$

$\Leftrightarrow x+2y+3z+28=0$ (α).

Vậy tập hợp những điểm M là mặp phẳng (α) có phương trình $\Leftrightarrow x+2y+3z+28=0$.

Ta có: D và O nằm cùng một phía so với mặt phẳng (α).

Câu 46. Cho đồ thị của hàm số $y=f(x)=ax^4-b^2x^2+c$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ là đường cong ở hình vẽ:



Số các giá trị nguyên của m để phương trình $xf\left(\sqrt{x}\right)=\left(2m+2\right)x^2-\left(m^2-5\right)x-1$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<1<x_2$?

A. 1. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=4ax^3-2b^2x=2x\left(2ax^2-b^2\right)$. Vì đồ thị hàm số hướng lên và chỉ có một cực trị $x=0$ nên $a>0$ và $f'\left(x\right)=0$ chỉ có một nghiệm $x=0$. Tuy nhiên $2ax^2-b^2=0\Leftrightarrow x^2=\dfrac{b^2}{2a}$, suy ra $b=0$. Vì thế $f\left(x\right)=ax^4+c$.

Do đồ thị hàm số đi qua $\left(-1;0\right)$, $\left(1;0\right)$ và $\left(0;-1\right)$ nên thay vào ta được $f\left(x\right)=x^4-1$.

Phương trình đã cho được viết lại

$x\left(x^2-1\right)=\left(2m+2\right)x^2-\left(m^2-5\right)x-1\Leftrightarrow x^3-2\left(m+1\right)x^2+\left(m^2-6\right)x+1=0$ (*).

Yêu cầu bài toán trở thành tìm giá trị nguyên của m để (*) có hai nghiệm $0<x_1<1<x_2$ ($x=0$ không là nghiệm).

Xét hàm số $g\left(x\right)=x^3-2\left(m+1\right)x^2+\left(m^2-6\right)x+1$ có $\lim\limits_{x\to-\infty}g\left(x\right)=-\infty$, $g\left(0\right)=1$ nên phương trình $g\left(x\right)=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc $\left(-\infty;0\right)$.

Bên cạnh đó $g'\left(x\right)=3x^2-4\left(m+1\right)x+m^2-6$ có $\Delta=m^2+8m+22>0,\forall m\in\mathbb{R}$ nên hàm số luôn có hai cực trị.

Nếu $g\left(1\right)>0$ thì $g\left(x\right)=0$ hoặc có hai nghiệm thuộc $\left(0;1\right)$ hoặc không có nghiệm (không thỏa yêu cầu bài toán.

Nếu $g\left(1\right)<0$ thì do $\lim\limits_{x\to+\infty}g\left(x\right)=+\infty$ nên phương trình $g\left(x\right)=0$ có đúng một nghiệm thuộc $\left(0;1\right)$ và một nghiệm thuộc $\left(1;+\infty\right)$.

Khi đó $g\left(1\right)=1-2\left(m+1\right)+m^2-6+1<0\Leftrightarrow m^2-2m-6<0\Leftrightarrow1-\sqrt{7}<m<1+\sqrt{7}$.

Vậy các giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu là $\{-1;0;1;2;3\}$.

Câu 47. Cho $a,b,c>1$ thỏa mãn $6\log_{2ab} c \geq 1+\log_{2b} c.\log_a c$ và biết phương trình $c^{x^2+1}=a^x$ có nghiệm. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\log_a\left(2bc^2\right)$ bằng $\dfrac{m+\sqrt{n}}{p}$ trong đó m,n,p là các số nguyên dương và $\dfrac{m}{p}$ là phân số tối giản. Giá trị của $m+n+p$ bằng

A. 48. **B.** 56. **C.** 60. **D.** 64.

Lời giải

Ta có: $c^{x^2+1}=a^x \Leftrightarrow \log_a c^{x^2+1}=\log_a a^x \Leftrightarrow \left(x^2+1\right)\log_a c-x=0 \Leftrightarrow x^2\log_a c-x+\log_a c=0$

Phương trình có nghiệm nên $\Rightarrow \Delta\geq 0 \Rightarrow 0<\log_a c\leq \dfrac{1}{2} \Rightarrow \log_c a\geq 2$

Với $6\log_{2ab} c \geq 1+\log_{2b} c.\log_a c$

$\Leftrightarrow \dfrac{6}{\log_c 2b+\log_c a}\geq 1+\dfrac{1}{\log_c 2b}.\dfrac{1}{\log_c a}\ (*)$

Đặt $x=\log_c a;\ y=\log_c(2b)$, với $x\geq 2;\ y>0\ (b,c>1)$

$(*)\Rightarrow \dfrac{6}{x+y}=1+\dfrac{1}{xy}\Rightarrow 6xy\geq x+y+x^2y+xy^2$

Vì $x\geq 2$ nên $6xy\geq x+y+x^2y+xy^2$

$\Rightarrow x\geq \dfrac{2y^2+5y+2}{6y}=f(y)$

$\Rightarrow f(y)\leq x,\forall x\geq 2$

$\Rightarrow f(y)\leq 2$

$\Rightarrow \dfrac{2y^2+5y+2}{6y}\leq 2$

$\Rightarrow 2y^2-7y+2\leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{7-\sqrt{33}}{4}\leq y\leq \dfrac{7+\sqrt{33}}{4}$

$P=\log_a\left(2bc^2\right)=\log_a c.\log_c\left(2bc^2\right)\leq \dfrac{15+\sqrt{33}}{8}$

Vậy $m+n+p=15+33+8=56.$

Câu 48. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-1$. Biết hàm số $g(x)=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R},a\neq 0)$ nhận $x=1$ là điểm cực trị. Số điểm cực trị của hàm số $y=g(f(x))$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải:

$y=g(x)$ là hàm bậc 4 trùng phương, nhận $x=1$ là điểm cực trị thì nó có các cực trị khác nữa là $x=0;x=-1$.

$y=g(f(x))\Rightarrow y'=f'(x).g'(f(x))$;

$$y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}f'(x)=0 & (1)\\ f(x)=1 & (2)\\ f(x)=0 & (3)\\ f(x)=-1 & (4)\end{cases}$$

PT(1): $3(x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$ (nghiệm bội chẵn) $\rightarrow$ Không là điểm cực trị.

PT(2): $x^3-3x^2+3x-1=1\Leftrightarrow(x-1)^3=1\Leftrightarrow x=2$ (nghiệm bội lẻ) $\rightarrow$ là điểm cực trị

PT(3): $x^3-3x^2+3x-1=0\Leftrightarrow(x-1)^3=0\Leftrightarrow x=1$ (nghiệm bội lẻ) $\rightarrow$ là điểm cực trị

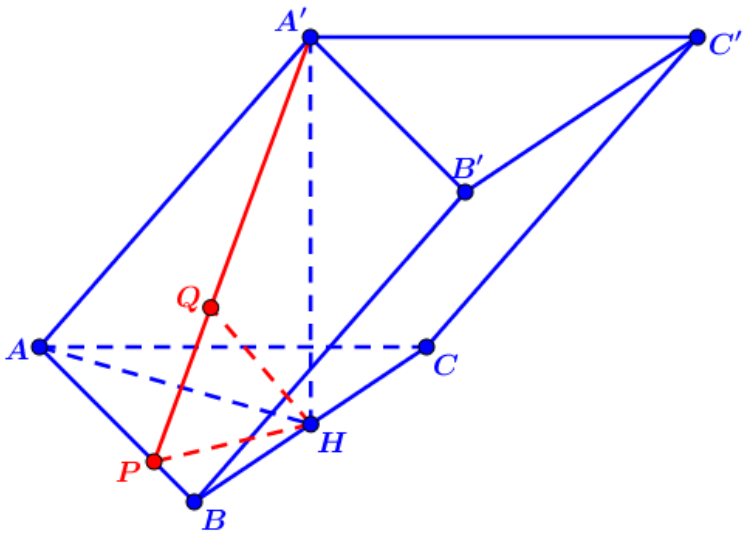
PT(4): $x^3-3x^2+3x-1=-1\Leftrightarrow(x-1)^3=-1\Leftrightarrow x=0$ (nghiệm bội lẻ) $\rightarrow$ là điểm cực trị

Kết luận: Vậy hàm số $y=f(g(x))$ có 3 điểm cực trị.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng 1, BB' tạo với đáy một góc $60°$, hình chiếu của A' lên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của cạnh BC. Tính khoảng cách từ C đến mặt phẳng (ABB').

A. $\frac{4\sqrt{13}}{13}$. **B.** $\frac{3\sqrt{13}}{13}$. **C.** $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}}{13}$.

Lời giải



Ta có $A'H\perp ABC\Rightarrow BB';\ ABC=AA';\ ABC=A'AH=60^0$

Từ đó suy ra $A'H=AH.\tan 60^0=\frac{3}{2}$

Kẻ $HP \perp AB,\ HQ \perp A'P \Rightarrow HQ = d\ H;\ ABB'$

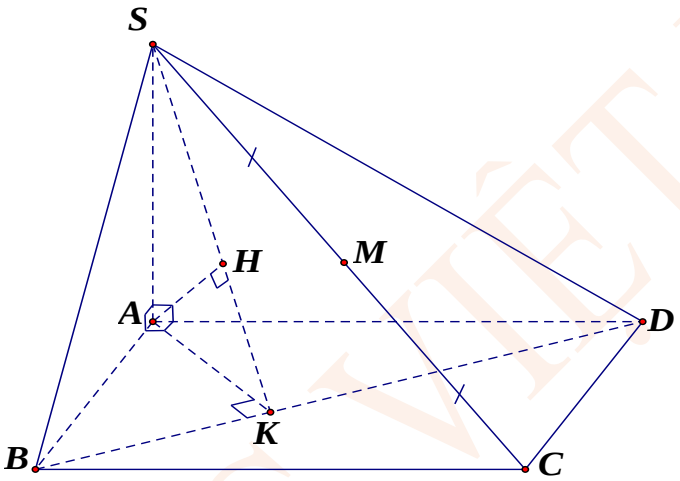
Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông $A'HP$ ta tính được $HQ = \dfrac{3\sqrt{13}}{26}$

Ta lại có $d\ C;\ ABB' = 2.d\ H;\ ABB' = \dfrac{3\sqrt{13}}{13}$.

Câu 50. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = a,\ AD = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Gọi M là trung điểm của cạnh SC, biết khoảng cách từ M đến mặt phẳng (SBD) bằng $\dfrac{a}{4}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABM$.

A. $\dfrac{2a^3\sqrt{11}}{33}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{33}$. **C.** $\dfrac{4a^3\sqrt{11}}{33}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{11}}{66}$.

Lời giải



Vì $MS = \dfrac{1}{2}CS \Rightarrow d\left(M,(SBD)\right) = \dfrac{1}{2}d\left(C,(SBD)\right) = \dfrac{1}{2}d\left(A,(SBD)\right)$

$\Rightarrow d\left(A,(SBD)\right) = 2d\left(M,(SBD)\right) = \dfrac{a}{2}$.

Dựng $\begin{cases} AK \perp BD \\ AH \perp AK \end{cases}$, ta có $AH \perp (SBD)$. Suy ra $AH = d\left(A,(SBD)\right) = \dfrac{a}{2}$.

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔABD vuông tại A và đường cao AK có:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{4a^2} = \frac{5}{4a^2} \Rightarrow AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$$

Áp dụng hệ thức lượng trong ΔSAK vuông tại A và đường cao AH có:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AK^2} \Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AK^2} = \frac{4}{a^2} - \frac{5}{4a^2} = \frac{11}{4a^2} \Rightarrow SA = \frac{2a\sqrt{11}}{11}$$

Suy ra $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}SA.AB.AD=\frac{1}{3}.\frac{2a\sqrt{11}}{11}.a.2a=\frac{4a^3.\sqrt{11}}{33}$

Ta có: $\frac{V_{S.ABM}}{V_{S.ABC}}=\frac{SA}{SA}.\frac{SB}{SB}.\frac{SM}{SC}=\frac{1}{2}\Rightarrow V_{S.ABM}=\frac{1}{2}V_{S.ABC}=\frac{2a^3\sqrt{11}}{33}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT NAM ĐỊNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $M(2;-3)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của số phức z là

A. 2. **B.** $-3i$. **C.** -3. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+3z-4=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;3;4)$.

Câu 3. Môđun của số phức $z=4+2i$ bằng

A. 8. **B.** 20. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 4. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **B.** $y'=-\dfrac{\ln 3}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 3}$.

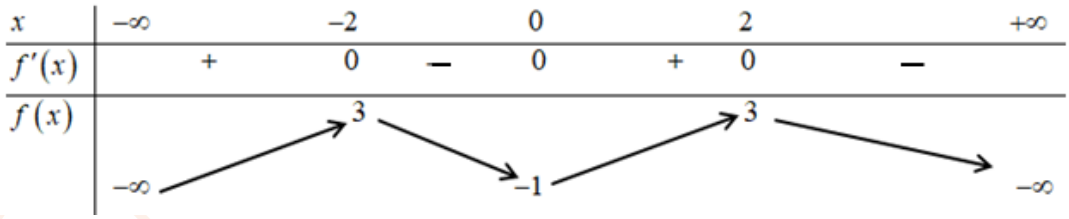
Câu 5. Với mọi số thực dương x, $\log_3 \dfrac{x^3}{3}$ bằng

A. $\log_3 x$. **B.** $\log_3 x-1$. **C.** $3\log_3 x+1$. **D.** $3\log_3 x-1$.

Câu 6. Cho khối hộp có diện tích đáy là B và chiều cao là h. Thể tích V của khối hộp là

A. $V=Bh$. **B.** $V=2Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$.

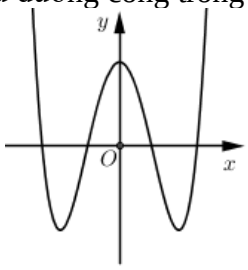
Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=-x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4-4x^2+2$.

C. $y=x^3-3x-2$. **D.** $y=x^2-2x-2$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\\z=-1-t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $T(-2;1;-1)$. **B.** $E(5;1;1)$. **C.** $H(1;3;1)$. **D.** $Q(-5;0;1)$.

Câu 10. Với n là số nguyên dương và k là số tự nhiên, $k\le n$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{(n-k)!\text{k!}}{n!}$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+2}$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3+3x-1$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 13. Cho số phức $z_1=2+3i$ và số phức $z_2=3-2i$. Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 14. Trong không gian $0xyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(1;3;2)$ và $\vec{b}=(3;1;2)$. Tọa độ véc tơ $\vec{a}+2\vec{b}$ là

A. $(4;4;4)$. **B.** $(7;4;4)$. **C.** $(7;5;6)$. **D.** $(5;5;4)$.

Câu 15. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là

A. $\dfrac{5^{x+1}}{x+1}+C$ **B.** $5^x\ln 5+C$ **C.** 5^x+C **D.** $\dfrac{5^x}{\ln 5}+C$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 5

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>1$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=7$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 14. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 56.

Câu 19. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_0^1\left[2f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 1.

Câu 20. Với mọi a, b thỏa mãn $2\log_9 a-3\log_3 b=1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=\dfrac{3}{b^3}$. **B.** $a=3b^3$. **C.** $2a-3b=1$. **D.** $a^2=3b^3$.

Câu 21. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=2x^4-x^2-1$?

A. $F(-1;2)$. **B.** $K(-1;4)$. **C.** $D(-1;1)$. **D.** $E(-1;0)$.

Câu 22. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=\pi r^2$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $2\pi r^2$.

Câu 23. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. **B.** $\pi r^2 l$. **C.** $2\pi r^2 l$. **D.** $\frac{1}{2}\pi r^2 l$.

Câu 24. Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** –4. **D.** 2.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$ và $u_3=6$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q=3$. **B.** $q=4$. **C.** $q=8$. **D.** $q=12$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=4$.

Câu 27. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=3$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=-2$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$ có bán kính bằng

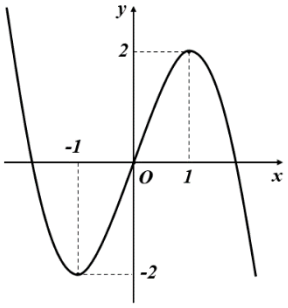
A. 16. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 9.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\cos x-1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-x+C$.

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ và $a\neq 0$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** –1. **D.** –2.

Câu 31. Trên đoạn $[1;6]$, hàm số $y=x+\frac{9}{x+1}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=8$. **C.** $x=1$. **D.** $x=6$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(z-2)=4i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. –4. **B.** 2. **C.** 4. **D.** –2.

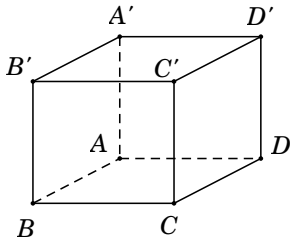
Câu 33. Nếu $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_2^4\left[f(x)-x^3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 63. **B.** –33. **C.** –57. **D.** –237.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;2)$, $B(3;2;0)$, $C(1;1;3)$, $D(-2;2;4)$. Mặt phẳng đi qua D và song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $3x-y+z+4=0$. **B.** $x+y+z-4=0$. **C.** $3x+y+z=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng BA' và CC' bằng



A. 45^0 . **B.** 60^0 . **C.** 90^0 . **D.** 30^0 .

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+3}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z-1}{3}$. **D.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z+1}{3}$.

Câu 37. Trong hộp có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự lần lượt từ số 1 đến số 30. Người ta lấy ngẫu nhiên cùng một lúc từ hộp ra hai tấm thẻ rồi nhân số thứ tự của hai tấm thẻ lấy được với nhau. Tính xác suất để tích thu được là một số chẵn.

A. $\dfrac{22}{29}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{29}$ **D.** $\dfrac{51}{58}$.

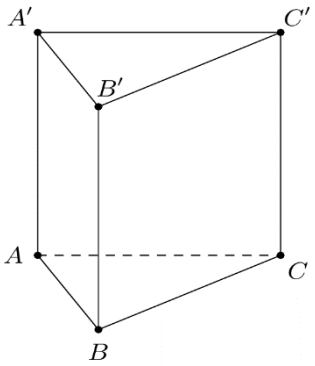
Câu 38. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2z+m-3=0$ (với m là tham số thực). Gọi A và B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình đã cho. Biết rằng ba điểm O, A, B là ba đỉnh của một tam giác vuông (với O là gốc tọa độ), khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m\in[8;10]$. **B.** $m\in(-2;3)$. **C.** $m\in(-6;-2]$ **D.** $m\in[3;8)$.

Câu 39. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-3-5i|=2$ và $|z_2+3+3i|=3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$, khi đó $M+m$ bằng

A. 25. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 10.

Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ với $AB=2$ và $AA'=3$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.



A. $d=\dfrac{3}{\sqrt{13}}$. **B.** $d=\dfrac{3}{2}$. **C.** $d=\dfrac{2}{3}$. **D.** $d=\dfrac{6}{\sqrt{13}}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ thoả mãn $(1+x^2)f'(x)-1=3x^4+4x^2, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=0$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $21.f(x^2)$ và $F(0)=10$, hãy tính $F(2)$.

A. $F(2)=566$. **B.** $F(2)=52$. **C.** $F(2)=\frac{566}{21}$. **D.** $F(2)=366$.

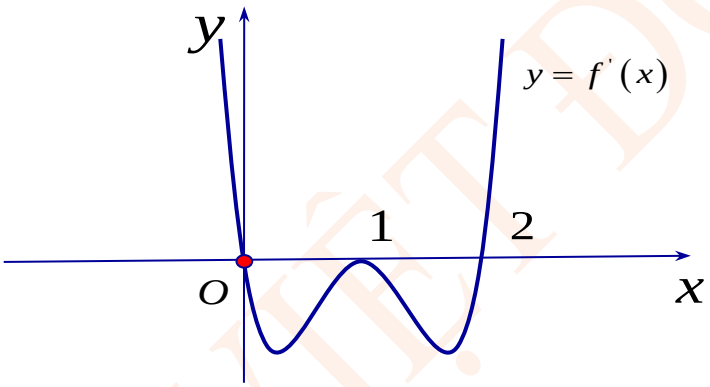
Câu 42. Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'\left(f(x)+m\right)=0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 0.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số đa thức bậc năm. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=2021^{f\left(x^3-3x^2+m\right)}+2022$ có 8 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y+z+9=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Xét đường thẳng d' đi qua điểm $A(1;1;1)$ và song song với (α). Khi đường thẳng d' tạo với d một góc nhỏ nhất thì d' đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $N(-1;1;3)$. **C.** $P(3;8;-9)$. **D.** $Q(2;7;-6)$.

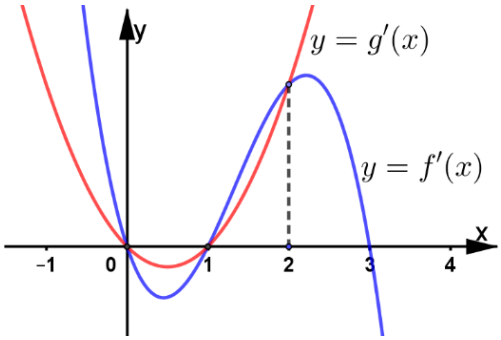
Câu 45. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a\sqrt{3}$, $AD=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBD) bằng $45°$, hãy tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $V=3\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Câu 46. Cho khối nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho tam giác SAB vuông và có diện tích bằng 16. Góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng $30°$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}\pi$. **B.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}\pi$. **C.** $\frac{40\sqrt{2}}{3}\pi$. **D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}\pi$.

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và hàm số bậc ba $g(x)=mx^3+nx^2+px+q$. Các hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Biết $f(1)=g(1)-2$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f'(x)$, $y=g'(x)$ bằng 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\frac{16}{25}$. **B.** $\frac{32}{15}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{16}{15}$.

Câu 48. Cho bất phương trình $1+3x^2+(m+5)x+m+\log_2\left(x^2+2x+m\right)>3x^3+2\log_2(4x-2)$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nguyên x?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **C.** 10.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=27$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến (S) (trong đó A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $AMB=60°$, $BMC=90°$, $AMC=120°$. Độ dài OM lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $4\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\frac{x^3-3x^2+x-3}{2^x-y}<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 5?

A. 498. **B.** 511. **C.** 512. **D.** 499.

----------Hết----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.D	4.D	5.D	6.A	7.C	8.B	9.B	10.A
11.D	12.B	13.A	14.C	15.D	16.A	17.D	18.A	19.D	20.B
21.D	22.A	23.B	24.A	25.A	26.D	27.A	28.C	29.D	30.A
31.A	32.D	33.C	34.B	35.A	36.A	37.A	38.D	39.B	40.B
41.D	42.B	43.A	44.A	45.A	46.D	47.B	48.C	49.C	50.D

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho $M(2;-3)$ là điểm biểu diễn số phức z. Phần ảo của số phức z là

A. 2. **B.** $-3i$. **C.** -3. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Ta có $M(2;-3)$ là điểm biểu diễn số phức $z \Rightarrow z=2-3i$.

Vậy z có phần ảo bằng -3.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+3z-4=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(1;-2;3)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;-4)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_3}=(1;3;4)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha): x-2y+3z-4=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-2;3)$.

Câu 3. Môđun của số phức $z=4+2i$ bằng

A. 8. **B.** 20. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $z=4+2i \Rightarrow |z|=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

Câu 4. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{\frac{1}{3}} x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **B.** $y'=-\dfrac{\ln 3}{x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x}$. **D.** $y'=-\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Lời giải

Ta có $y=\log_{\frac{1}{3}} x \Rightarrow y'=\left(\log_{\frac{1}{3}} x\right)'=\dfrac{1}{x\ln\frac{1}{3}}=-\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Câu 5. Với mọi số thực dương x, $\log_3 \dfrac{x^3}{3}$ bằng

A. $\log_3 x$. **B.** $\log_3 x-1$. **C.** $3\log_3 x+1$. **D.** $3\log_3 x-1$.

Lời giải

Ta có $\log_3 \dfrac{x^3}{3}=\log_3 x^3-\log_3 3=3\log_3 x-1$.

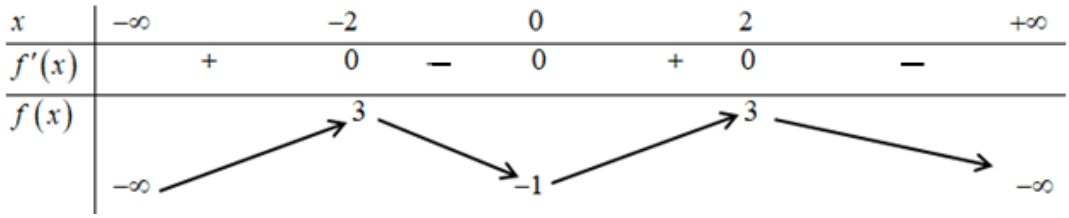
Câu 6. Cho khối hộp có diện tích đáy là B và chiều cao là h. Thể tích V của khối hộp là

A. $V=Bh$. **B.** $V=2Bh$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{6}Bh$.

Lời giải

Ta có khối hộp là một khối lăng trụ nên $V=Bh$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



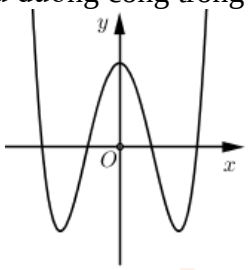
Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 8. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây?



A. $y=-x^4+4x^2+2$. **B.** $y=x^4-4x^2+2$.

C. $y=x^3-3x-2$. **D.** $y=x^2-2x-2$.

Lời giải

Dựa vào dáng đồ thị ta loại các phương án $y=x^3-3x-2$ và $y=x^2-2x-2$. Mặt khác vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên hệ số $a>0$ nên ta chọn phương án $y=x^4-4x^2+2$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=3+t\\z=-1-t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào dưới đây?

A. $T(-2;1;-1)$. **B.** $E(5;1;1)$. **C.** $H(1;3;1)$. **D.** $Q(-5;0;1)$.

Lời giải

Dễ thấy điểm có tọa độ $(1;3;-1)$ thuộc đường thẳng d. Vì không thấy ở đáp án nên ta thay tọa độ từng điểm vào phương trình đường thẳng d. Ta được điểm $E(5;1;1)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 10. Với n là số nguyên dương và k là số tự nhiên, $k\le n$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{(n-k)!k!}{n!}$.

Lời giải

Công thức đúng là $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x}{x+2}$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3+3x-1$.

Lời giải

Có $y=x^3+3x-1\Rightarrow y'=3x^2+3>0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Nên hàm số $y=x^3+3x-1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Do số mũ $\sqrt{3}$ là số vô tỷ nên hàm số xác định khi $x>0$. Vậy tập xác đinh của hàm số là $(0;+\infty)$.

Câu 13. Cho số phức $z_1=2+3i$ và số phức $z_2=3-2i$. Phần thực của số phức z_1+z_2 bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 0. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Ta có $z_1+z_2=(2+3i)+(3-2i)=5+i$ nên phần thực của số phức z_1+z_2 bằng 5.

Câu 14. Trong không gian $0xyz$, cho hai véc tơ $\vec{a}=(1;3;2)$ và $\vec{b}=(3;1;2)$. Tọa độ véc tơ $\vec{a}+2\vec{b}$ là

A. $(4;4;4)$. **B.** $(7;4;4)$. **C.** $(7;5;6)$. **D.** $(5;5;4)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}+2\vec{b}=(x;y;z)$ thì $\begin{cases}x=1+2.3\\y=3+2.1\\z=2+2.2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=7\\y=5\\z=6\end{cases}\Rightarrow\vec{a}+2\vec{b}=(7;5;6)$.

Câu 15. Trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là

A. $\frac{5^{x+1}}{x+1}+C$ **B.** $5^x\ln 5+C$ **C.** 5^x+C **D.** $\frac{5^x}{\ln 5}+C$

Lời giải

$$\int 5^x dx=\frac{5^x}{\ln 5}+C.$$

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		1		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	-	0	+	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

$f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x đi qua ba điểm $1;3;4$ nên hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 17. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>1$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x>1\Leftrightarrow x<\log_{\frac{1}{2}}(1)\Leftrightarrow x<0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S=(-\infty;0)$.

Câu 18. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=7$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 14. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 56.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.6.7=14$.

Câu 19. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_0^1\left[2f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^1\left[2f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=2\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 g(x)\mathrm{d}x=2.2+(-3)=1$.

Câu 20. Với mọi a, b thỏa mãn $2\log_9 a-3\log_3 b=1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a=\frac{3}{b^3}$. **B.** $a=3b^3$. **C.** $2a-3b=1$. **D.** $a^2=3b^3$.

Lời giải

$2\log_9 a-3\log_3 b=1$ $(a>0,\ b>0)$

$\Rightarrow \log_3 a-\log_3 b^3=1\Rightarrow \log_3\frac{a}{b^3}=1\Rightarrow \frac{a}{b^3}=3\Rightarrow a=3b^3$.

Câu 21. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=2x^4-x^2-1$?

A. $F(-1;2)$. **B.** $K(-1;4)$. **C.** $D(-1;1)$. **D.** $E(-1;0)$.

Lời giải

Với $x=-1$, ta có $y=2(-1)^4-(-1)^2-1=0$.

Vậy điểm $E(-1;0)$ thuộc đồ thị của hàm số đã cho.

Câu 22. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=\pi r^2$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $2\pi r^2$.

Lời giải

Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức $S=4\pi r^2$.

Câu 23. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2 l$. **B.** $\pi r^2 l$. **C.** $2\pi r^2 l$. **D.** $\frac{1}{2}\pi r^2 l$.

Lời giải

Thể tích của khối trụ là $V=\pi r^2 l$.

Câu 24. Nếu $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_3^5 f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 0. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_3^5 f(x)\mathrm{d}x=2+(-2)=0$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$ và $u_3=6$. Tìm công bội q của cấp số nhân đã cho.

A. $q=3$. **B.** $q=4$. **C.** $q=8$. **D.** $q=12$.

Lời giải

FB: Nguyễn Kim Thoa

* (u_n) là một cấp số nhân có công bội q nên ta có: $u_3=u_2.q\Rightarrow 6=2.q\Leftrightarrow q=3$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=4$.

Lời giải

Điều kiện: $x+5>0\Leftrightarrow x>-5$.

Ta có $\log_3(x+5)=2\Leftrightarrow x+5=3^2\Leftrightarrow x+5=9\Leftrightarrow x=4$ (nhận).

Câu 27. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=3$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=-3$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

Ta có:

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x-2}{x+2}=3$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x-2}{x+2}=3$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+2}$ là đường thẳng có phương trình $y=3$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=16$ có bán kính bằng

A. 16. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 9.

Lời giải

Bán kính của mặt cầu $(S):R=\sqrt{16}=4$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)=\cos x-1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

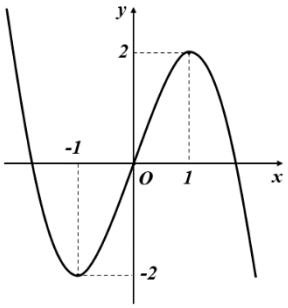
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\cos x-1)dx=\sin x-x+C$.

Câu 30. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$ và $a\neq0$) có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -2.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 31. Trên đoạn $[1;6]$, hàm số $y=x+\dfrac{9}{x+1}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=8$. **C.** $x=1$. **D.** $x=6$.

Lời giải

Ta có: $y'=1-\dfrac{9}{(x+1)^2}$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{9}{(x+1)^2}=0\Rightarrow (x+1)^2=9\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\x=-4\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số đã cho trên $[1;6]$:

x	1		2		6
$f'(x)$	$\frac{-5}{4}$	-	0	+	$\frac{40}{49}$
$f(x)$	$\frac{11}{2}$	↘	5	↗	$\frac{51}{7}$

Từ bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $[1;6]$, hàm số $y=x+\dfrac{9}{x+1}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x=2$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)(z-2)=4i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** 4. **D.** -2.

Lời giải

Ta có: $(1+i)(z-2)=4i\Leftrightarrow z-2=\dfrac{4i}{1+i}\Leftrightarrow z=\dfrac{4i(1-i)}{2}+2\Leftrightarrow z=4+2i$.

Suy ra $\bar{z}=4-2i$.

Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng -2.

Câu 33. Nếu $\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_2^4\left[f(x)-x^3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 63. **B.** -33. **C.** -57. **D.** -237.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_2^4\left[f(x)-x^3\right]\mathrm{d}x=\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_2^4 x^3\mathrm{d}x=3-\dfrac{x^4}{4}\Big|_2^4=3-60=-57$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(2;1;2)$, $B(3;2;0)$, $C(1;1;3)$, $D(-2;2;4)$. Mặt phẳng đi qua D và song song với mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $3x-y+z+4=0$. **B.** $x+y+z-4=0$. **C.** $3x+y+z=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Lời giải

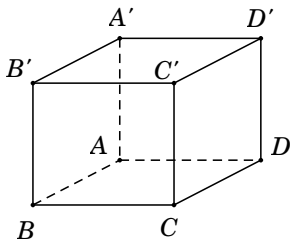
Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;1;-2)$, $\overrightarrow{AC}=(-1;0;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(1;1;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua D và song song với mặt phẳng (ABC) có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;1)$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là: $1(x+2)+1(y-2)+1(z-4)=0\Leftrightarrow x+y+z-4=0$.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình bên). Góc giữa hai đường thẳng BA' và CC' bằng



A. 45^0 . **B.** 60^0 . **C.** 90^0 . **D.** 30^0 .

Lời giải

Ta có $ABB'A'$ là hình vuông. Xét góc $(BA',CC')=(BA',AA')=BA'A=45^0$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+y+z-1=0$. Đường thẳng đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-1}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

Lời giải

Giả sử (d) đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và vuông góc với mặt phẳng (P), suy ra (d) nhận VTPT $\vec{n}=(2;1;1)$ của mặt phẳng (P) làm VTCP.

Khi đó (d) có phương trình là $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{1}$.

Câu 37. Trong hộp có 30 tấm thẻ được đánh số thứ tự lần lượt từ số 1 đến số 30. Người ta lấy ngẫu nhiên cùng một lúc từ hộp ra hai tấm thẻ rồi nhân số thứ tự của hai tấm thẻ lấy được với nhau. Tính xác suất để tích thu được là một số chẵn.

A. $\frac{22}{29}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7}{29}$ **D.** $\frac{51}{58}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Lấy ngẫu nhiên cùng một lúc ra hai tấm thẻ mà tích hai số trên hai tấm thẻ là số chẵn".

TH1: Hai tấm thẻ lấy ra được đánh số chẵn.

Số trường hợp thuận lợi là $C_{15}^2=105$.

TH2: Hai tấm thẻ lấy ra được đánh số, một tấm thẻ số chẵn và một tấm thẻ số lẻ.

Số trường hợp thuận lợi là $C_{15}^1.C_{15}^1=225$.

$\Rightarrow n(A)=105+225=320$.

Số trường hợp của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{30}^2=435$.

$\Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{320}{435}=\frac{22}{29}$.

Câu 38. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2z+m-3=0$ (với m là tham số thực). Gọi A và B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình đã cho. Biết rằng ba điểm O, A, B là ba đỉnh của một tam giác vuông (với O là gốc tọa độ), khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m\in[8;10]$. **B.** $m\in(-2;3)$. **C.** $m\in(-6;-2]$ **D.** $m\in[3;8)$.

Lời giải

$z^2-2z+m-3=0$ (1)

$\Rightarrow \Delta' = 4 - m$

TH1: $\Delta' > 0$ thì ba điểm O, A, B thẳng hàng $\Rightarrow$ loại.

TH2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m > 4$

Khi đó phương trình (1) có hai nghiệm:

$$\left[\begin{array}{l} z = 1 - \sqrt{m-4}.i \\ z = 1 + \sqrt{m-4}.i \end{array}\right.$$

$\Rightarrow A(1; -\sqrt{m-4}),\ B(1; \sqrt{m-4})$.

Ta có A và B đối xứng với nhau qua trục hoành nên ΔOAB vuông tại O.

$\Rightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow 1 - (m-4) = 0 \Leftrightarrow m = 5$ (thỏa mãn đk).

Câu 39. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 3 - 5i| = 2$ và $|z_2 + 3 + 3i| = 3$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$, khi đó $M + m$ bằng

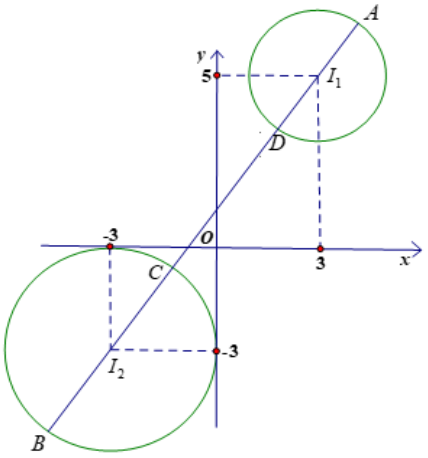
A. 25. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 10.

Lời giải

+ Đặt $z_1 = a + bi$, với $a, b \in R$.

$|z_1 - 3 - 5i| = 2 \Leftrightarrow |a + bi - 3 - 5i| = 2 \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-5)^2 = 4$.

Suy ra, tập hợp điểm biểu diễn số phức z_1 là một đường tròn tâm $I_1(3;5)$ và bán kính $R_1 = 2$.



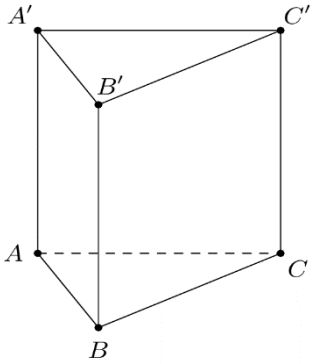
+ Đặt $z_2 = c + di$, với $c, d \in R$.

$|z_2 + 3 + 3i| = 3 \Leftrightarrow |c + di + 3 + 3i| = 3 \Leftrightarrow (c+3)^2 + (d+3)^2 = 9$.

Suy ra, tập hợp điểm biểu diễn số phức z_2 là một đường tròn tâm $I_2(-3;-3)$ và bán kính $R_2 = 3$.

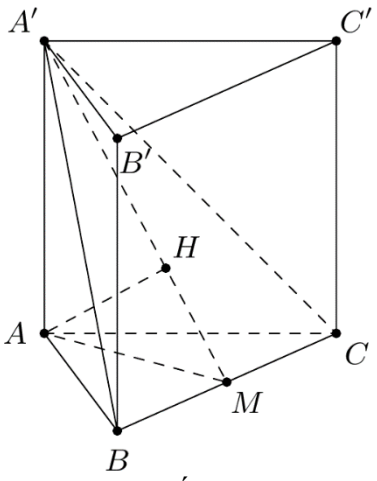
Khi đó : $I_1I_2 = \sqrt{(-3-3)^2 + (-3-5)^2} = 10 \Rightarrow \begin{cases} M = AB = R_1 + I_1I_2 + R_2 = 2 + 10 + 3 = 15 \\ m = CD = I_1I_2 - R_1 - R_2 = 10 - 2 - 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow M + m = 20$.

Câu 40. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ với $AB = 2$ và $AA' = 3$ (tham khảo hình vẽ). Tính khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.



A. $d = \frac{3}{\sqrt{13}}$. **B.** $d = \frac{3}{2}$. **C.** $d = \frac{2}{3}$. **D.** $d = \frac{6}{\sqrt{13}}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC và H là hình chiếu của A trên $A'M$.
Do tam giác ABC đều nên $AM \perp BC$ mà $AA' \perp BC$ do đó $BC \perp (A'AM)$ suy ra $BC \perp AH$. Lại có $AH \perp A'M$ nên $AH \perp (A'BC)$. Do đó $d = AH$.

Ta có $AM = \dfrac{AB\sqrt{3}}{2} = \sqrt{3}$, khi đó $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AA'^2} + \dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{4}{9} \Rightarrow AH = \dfrac{3}{2}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ thoả mãn $(1+x^2)f'(x) - 1 = 3x^4 + 4x^2, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 0$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $21.f(x^2)$ và $F(0) = 10$, hãy tính $F(2)$.

A. $F(2) = 566$. **B.** $F(2) = 52$. **C.** $F(2) = \dfrac{566}{21}$. **D.** $F(2) = 366$.

Lời giải

Ta có
$(1+x^2)f'(x) - 1 = 3x^4 + 4x^2 \Leftrightarrow (1+x^2)f'(x) = 3x^4 + 4x^2 + 1 \Leftrightarrow (1+x^2)f'(x) = (1+x^2)(3x^2+1)$
$\Leftrightarrow f'(x) = 3x^2 + 1$.
Khi đó $f(x) = \int f'(x)dx = \int (3x^2+1)dx = x^3 + x + c$.
Mà $f(1) = 0 \Rightarrow c = -2$ nên $f(x) = x^3 + x - 2$
Mặt khác $F(x) = \int 21.f(x^2)dx = \int 21(x^6 + x^2 - 2)dx = 3x^7 + 7x^3 - 42x + C_1$.
Mà $F(0) = 10 \Rightarrow C_1 = 10$ do đó $F(x) = 3x^7 + 7x^3 - 42x + 10$.
Vậy $F(2) = 366$.

Câu 42. Cho hàm số đa thức bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-5	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'(f(x)+m) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$.

Từ đó $f'\left(f(x)+m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)+m=-1\\f(x)+m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=-1-m\ (*)\\f(x)=2-m\quad (**)\end{array}\right.$.

Để phương trình $f'\left(f(x)+m\right)=0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt ta xét các trường hợp sau:

TH1: Phương trình $(*)$ có 3 nghiệm thực phân biệt và phương trình $(**)$ có 1 nghiệm thực.

$\Leftrightarrow\begin{cases}-5<-1-m<1\\2-m>1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<4\\m<1\end{cases}\Leftrightarrow -2<m<1$. Vì m nguyên suy ra có 2 giá trị là $m=-1$ và $m=0$.

TH2: Phương trình $(*)$ có 1 nghiệm thực và phương trình $(**)$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

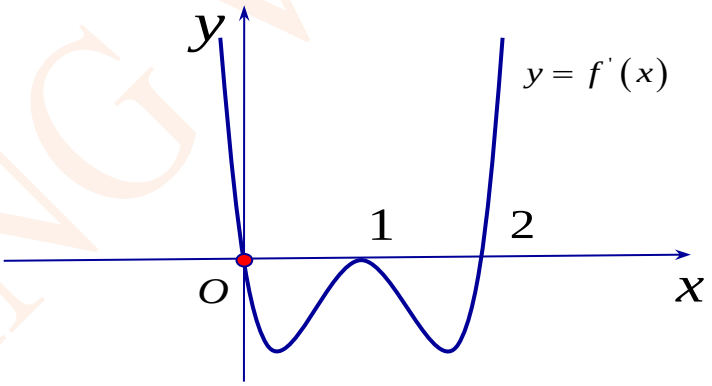
$\Leftrightarrow\begin{cases}-5<2-m<1\\-1-m<-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1<m<7\\m>4\end{cases}\Leftrightarrow 4<m<7$. Vì m nguyên suy ra có 2 giá trị là $m=5$ và $m=6$.

TH3: Phương trình $(*)$ có 2 nghiệm thực phân biệt và phương trình $(**)$ có 2 nghiệm thực phân biệt.

$\Leftrightarrow\begin{cases}2-m=1\\-1-m=-5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\m=4\end{cases}$ (không thỏa mãn).

Vậy $m\in\{-1;0;5;6\}$, suy ra có 4 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f'\left(f(x)+m\right)=0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số đa thức bậc năm. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=2021^{f\left(x^3-3x^2+m\right)}+2022$ có 8 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Qua hình vẽ ta có $f'(x)=ax(x-1)^2(x-2),(a>0)$

Lại có: $g'(x)=\left(3x^2-6x\right).f'\left(x^3-3x^2+m\right).2021^{f\left(x^3-3x^2+m\right)}.\ln 2021$

$$=3ax(x-2).\left(x^3-3x^2+m\right).\left(x^3-3x^2+m-1\right)^2.\left(x^3-3x^2+m-2\right).2021^{f\left(x^3-3x^2+m\right)}.\ln 2021$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\x=2\\x^3-3x^2+m=0\\(x^3-3x^2+m-1)^2=0\ (\text{loại})\\x^3-3x^2+m-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\x=2\\x^3-3x^2=-m\quad(1)\\x^3-3x^2=-m+2\quad(2)\end{cases}$$

Hàm số $g(x)=2021^{f\left(x^3-3x^2+m\right)}+2022$ có 8 điểm cực trị khi và chỉ khi mỗi phương trình (1) và (2) có 3 nghiệm phân biệt khác 0 và 2.

Khi đó, đường thẳng $y=-m$ và $y=-m+2$ đều cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ khác 0 và 2.

Ta có bảng biến thiên của $y=x^3-3x^2$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Qua bảng biến thiên để thỏa mãn yêu cầu bài toán thì

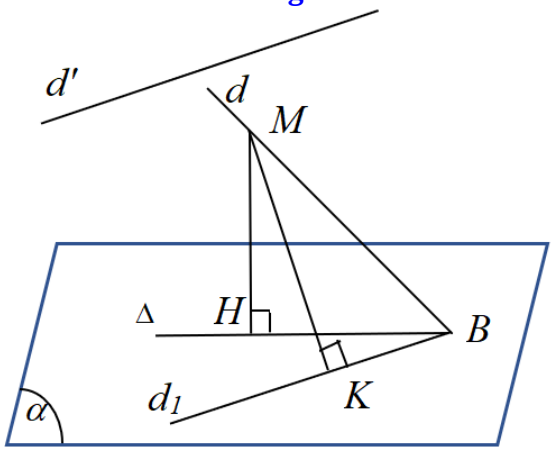
$\begin{cases}-4<-m<0\\-4<-m+2<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<4\\2<m<6\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<4$. Vì m là số nguyên nên $m=3$.

Vậy có 1 giá trị m thỏa mãn .

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):x+y+z+9=0$ và đường thẳng $d:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$. Xét đường thẳng d' đi qua điểm $A(1;1;1)$ và song song với (α). Khi đường thẳng d' tạo với d một góc nhỏ nhất thì d' đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;5;-4)$. **B.** $N(-1;1;3)$. **C.** $P(3;8;-9)$. **D.** $Q(2;7;-6)$.

Lời giải



Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α): $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}=(1;1;1)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d: $\overrightarrow{u_d}=(1;2;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{n_{(\alpha)}}.\overrightarrow{u_d}\neq 0$ nên đường thẳng d cắt mặt phẳng (α) tại điểm B.

+ Kẻ đường thẳng d_1 đi qua B và song song với d'.

+ Lấy điểm M thuộc đường thẳng d, gọi H,K lần lượt là hình chiếu của điểm M trên (α) và d_1.

Ta có $(d;d')=(d;d_1)=MBK$.

+ Gọi Δ là hình chiếu của d trên (α), Δ đi qua H và B.

$\Rightarrow (d;(\alpha))=(d;\Delta)=MBH$.

+ Ta có $MK\geq MH\Rightarrow MBK\geq MBH\Rightarrow (d;d')\geq (d;(\alpha))$.

Do đó $(d;d')$ nhỏ nhất bằng $(d;(\alpha))$ khi $d_1\equiv\Delta$.

Khi đó vectơ chỉ phương của Δ cũng là vectơ chỉ phương của d'.

+ Gọi (β) là mặt phẳng đi qua d và vuông góc với (α), ta có $\Delta=(\alpha)\cap(\beta)$.

Vectơ pháp tuyến của (β): $\overrightarrow{n_{(\beta)}}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{u_d}\right]=(-3;2;1)$.

Vectơ chỉ phương của Δ: $\overrightarrow{u_\Delta}=\left[\overrightarrow{n_{(\alpha)}},\overrightarrow{n_{(\beta)}}\right]=(-1;-4;5)$.

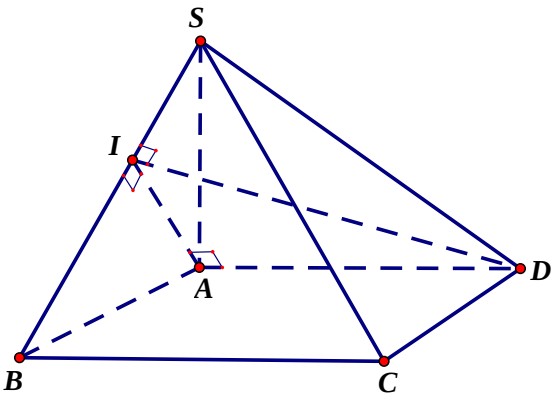
Phương trình đường thẳng d' đi qua điểm $A(1;1;1)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_{d'}}=(1;4;-5)$ là $d':\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{-5}$.

Thay tọa độ các điểm M,N,P,Q vào phương trình đường thẳng d' ta thấy điểm $M(2;5;-4)$ thuộc đường thẳng d'.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$. Đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a\sqrt{3}$, $AD=a$. Biết góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBD) bằng $45°$, hãy tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{6}}{6}a^3$. **C.** $V=3\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}a^3$.

Lời giải



Ta có: $(SAB)\cap(SBD)=SB$

$AD\perp(SAB)\Rightarrow AD\perp SB$. Dựng $AI\perp SB$ thì $DI\perp SB$

$\Rightarrow$ Góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBD) là $AID = 45°$.

$\Rightarrow \Delta AID$ vuông cân tại $A \Rightarrow AI = AD = a$.

Ta có: $\frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AI^2} - \frac{1}{AB^2} = \frac{1}{a^2} - \frac{1}{3a^2} = \frac{2}{3a^2} \Rightarrow SA = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

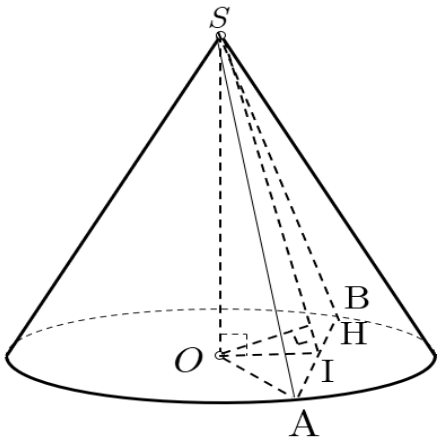
$S_{ABCD} = AB.AD = a\sqrt{3}.a = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{6}}{2}.a^2\sqrt{3} = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 46. Cho khối nón đỉnh S có đáy là hình tròn tâm O. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho tam giác SAB vuông và có diện tích bằng 16. Góc tạo bởi giữa trục SO và mặt phẳng (SAB) bằng $30°$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{10\sqrt{6}}{3}\pi$. **B.** $\frac{20\sqrt{3}}{3}\pi$. **C.** $\frac{40\sqrt{2}}{3}\pi$. **D.** $\frac{40\sqrt{3}}{3}\pi$.

Lời giải



Vì $SA = SB$ nên tam giác SAB vuông cân tại S.

Gọi I là trung điểm của AB.

Ta có $\left.\begin{matrix} OI \perp AB \\ SI \perp AB \end{matrix}\right\} \Rightarrow AB \perp (SOI)$.

Dựng $OH \perp SI$. Khi đó $OH \perp AB$.

Suy ra $OH \perp (SAB)$ tại H.

Ta có $S_{SAB} = \frac{1}{2}SI.AB = \frac{1}{4}AB^2 \Leftrightarrow 16 = \frac{1}{4}AB^2 \Leftrightarrow AB = 8$.

Suy ra $SI = \frac{1}{2}AB = 4$ và $AI = \frac{1}{2}AB = 4$.

Ta có $SO \cap (SAB) = \{S\}$.

Hình chiếu vuông góc của O lên (SAB) là H.

Do đó, góc tạo bởi trục SO và mặt phẳng (SAB) là góc $OSH = 30°$.

Tam giác SOI vuông tại O có $\cos OSI = \frac{SO}{SI}$

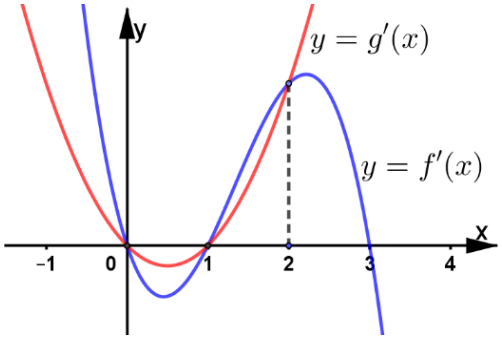
$\Rightarrow$ Chiều cao khối nón $h = SO = SI.\cos OSI = 4.\cos 30° = 2\sqrt{3}$.

$\sin OSI = \frac{OI}{SI} \Rightarrow OI = SI.\sin OSI = 4.\sin 30° = 2$.

$\Rightarrow$ Bán kính đáy $r = OA = \sqrt{IA^2 + IO^2} = \sqrt{4^2 + 2^2} = 2\sqrt{5}$.

Thể tích của khối nón đã cho $V=\frac{1}{3}\pi.OA^2.SO=\frac{1}{3}\pi.\left(2\sqrt{5}\right)^2.2\sqrt{3}=\frac{40\sqrt{3}}{3}\pi$.

Câu 47. Cho hàm số bậc bốn $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ và hàm số bậc ba $g(x)=mx^3+nx^2+px+q$. Các hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Biết $f(1)=g(1)-2$ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f'(x)$, $y=g'(x)$ bằng 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

A. $\frac{16}{25}$. **B.** $\frac{32}{15}$. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{16}{15}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)-g'(x)=4ax^3+b'x^2+c'x+d'$; $f'(x)-g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Vì đồ thị $y=f'(x)$ có dạng như hình vẽ nên $a<0$.

Do đó $f'(x)-g'(x)=4ax(x-1)(x-2)=a\left(4x^3-12x^2+8x\right)$.

Theo giả thiết $\int_0^2\left|f'(x)-g'(x)\right|\mathrm{d}x=4\Leftrightarrow|a|\int_0^2\left|4x^3-12x^2+8x\right|\mathrm{d}x=4\Leftrightarrow 2|a|=4\Leftrightarrow|a|=2\Rightarrow a=-2$ (do $a<0$)

Suy ra $f'(x)-g'(x)=-2\left(4x^3-12x^2+8x\right)\Rightarrow f(x)-g(x)=-2\left(x^4-4x^3+4x^2\right)+C$

Lại có $f(1)=g(1)-2\Leftrightarrow f(1)-g(1)=-2\Rightarrow -2(1-4+4)+C=-2\Leftrightarrow C=0$

Suy ra $f(x)-g(x)=-2\left(x^4-4x^3+4x^2\right)$; $f(x)-g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $S=\int_0^2\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_0^2\left|-2\left(x^4-4x^3+4x^2\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{32}{15}$.

Câu 48. Cho bất phương trình $1+3x^2+(m+5)x+m+\log_2\left(x^2+2x+m\right)>3x^3+2\log_2(4x-2)$, với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình đã cho có đúng hai nghiệm nguyên x?

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **C.** 10.

Lời giải

+ Điều kiện xác định: $\begin{cases}x>\frac{1}{2}\\x^2+2x+m>0\end{cases}$ (*).

+ Bất phương trình đã cho tương đương với

$\left[x^2+2x+m-(2x-1)^2\right](x+1)+\log_2\left(x^2+2x+m\right)-\log_2(2x-1)^2>0$ (1)

+ Nếu $x^2+2x+m\le(2x-1)^2$, kết hợp với điều kiện $x>\frac{1}{2}$ thì vế trái của (1) là không dương, bất phương trình vô nghiệm.

+ Nếu $x^2+2x+m>(2x-1)^2>0$ thì (1) đúng . Do vậy bài toán trở thành tìm m để bất phương trình $x^2+2x+m>(2x-1)^2$ có đúng 2 nghiệm nguyên x thỏa mãn $x>\frac{1}{2}$.

Ta có $x^2+2x+m>(2x-1)^2\Leftrightarrow 3x^2-6x+1<m\Leftrightarrow(x-1)^2<\frac{m+2}{3}$ (**)

Để (**) có nghiệm thì $m>-2$. Khi đó $(**)\Leftrightarrow 1-\sqrt{\frac{m+2}{3}}<x<1+\sqrt{\frac{m+2}{3}}$.

Để bất phương trình có đúng hai nghiệm nguyên $x>\frac{1}{2}$ thì hai nghiệm đó là $x=1,\ x=2$.

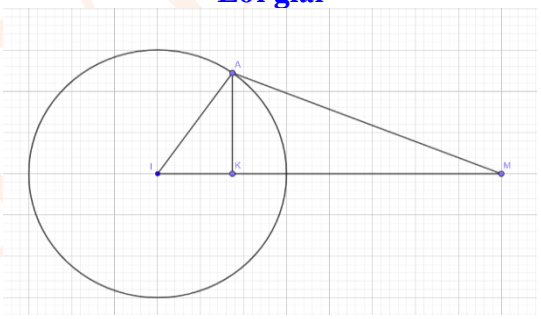
Suy ra $2<1+\sqrt{\frac{m+2}{3}}\le 3\Leftrightarrow 1<m\le 10.$

Vậy có 9 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=27$. Xét điểm M thuộc mặt phẳng tọa độ (Oxy) sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến (S) (trong đó A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $AMB=60°$, $BMC=90°$, $AMC=120°$. Độ dài OM lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $4\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{3}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-4)$, bán kính $R=3\sqrt{3}$.

Đặt $MA=MB=MC=l$. Vì $AMB=60°, BMC=90°, AMC=120°$ nên $AB=l$, $BC=l\sqrt{2}$, $AC=l\sqrt{3}$. Suy ra tam giác ABC vuông tại B.

Gọi K là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC, suy ra K là trung điểm của AC. Ta có bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC là $AK=\frac{l\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông AIM:

$$\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{AI^2}+\frac{1}{AM^2}\Leftrightarrow\frac{4}{3l^2}=\frac{1}{27}+\frac{1}{l^2}\Leftrightarrow l=3\Rightarrow MI=\sqrt{AI^2+AM^2}=6$$

Gọi $H(1;2;0)$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (Oxy). Khi đó $MH=\sqrt{MI^2-IH^2}=\sqrt{36-16}=2\sqrt{5}$.

Vậy M nằm trên đường tròn có tâm H và bán kính $r=2\sqrt{5}$. Do đó $OM\le OH+r=3\sqrt{5}$.

Dấu bằng xảy ra khi H nằm giữa O và M. Vậy độ dài lớn nhất của OM là $3\sqrt{5}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi số y đó bất phương trình $\frac{x^3-3x^2+x-3}{2^x-y}<0$ có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 5?

A. 498. **B.** 511. **C.** 512. **D.** 499.

Lời giải

Để $\frac{x^3-3x^2+x-3}{2^x-y}<0$ ta xét 2 trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases} x^3-3x^2+x-3<0 \\ 2^x-y>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<3 \\ x>\log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 y<x<3$.

Để bất phương trình có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 5 thì $-3\le \log_2 y<2 \Leftrightarrow \frac{1}{8}\le y<4$. Suy ra $y\in\{1;2;3\}$ nên có 3 giá trị y thỏa mãn.

TH2: $\begin{cases} x^3-3x^2+x-3>0 \\ 2^x-y<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>3 \\ x<\log_2 y \end{cases} \Leftrightarrow 3<x<\log_2 y$.

Để bất phương trình có nghiệm nguyên x và số nghiệm nguyên x không vượt quá 5 thì $4<\log_2 y\le 9 \Leftrightarrow 16<y\le 512$. Suy ra $y\in\{17;.....;512\}$ nên có 496 giá trị y thỏa mãn.

Vậy có $3+496=499$ giá trị y thỏa mãn.

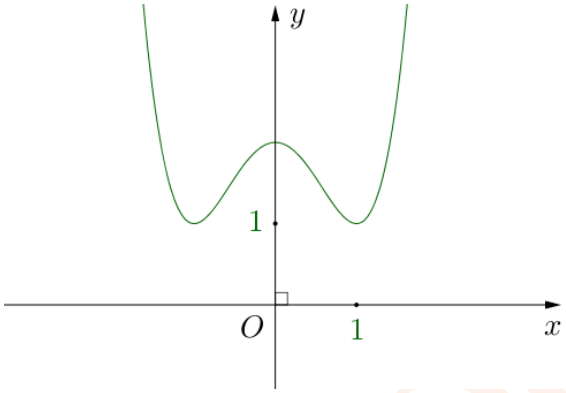
----------Hết----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT BẮC KẠN

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-3}$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 2. Cho một cấp số nhân (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}, u_2=3$. Công bội q bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** 9.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. 1. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;6)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;-4;2)$. **B.** $I(-2;-1;-4)$. **C.** $I(2;1;4)$. **D.** $I(4;2;8)$.

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=1$ là

A. $x=4$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3a$, độ dài đường cao bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. $26\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $22\pi a^2$. **D.** $20\pi a^2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+2t\\y=-1+7t\\z=6+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(-3;1;6)$. **B.** $(-3;-1;6)$. **C.** $(2;7;3)$. **D.** $(3;-1;-6)$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=x^{-\frac{1}{5}}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 10. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $9a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $3a^2$. **D.** $3a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$16/3$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-4)$. **D.** $(-4;0)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-3;-2;1)$. **B.** $(-3;2;1)$. **C.** $(3;-2;-1)$. **D.** $(3;-2;1)$.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^5$ bằng

A. $5\log_3 a$. **B.** $\frac{1}{5}\log_3 a$. **C.** $\frac{5}{3}\log_3 a$. **D.** $5+\log_3 a$.

Câu 15. Cho số phức $z=3+7i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 3. **B.** -7. **C.** $7i$. **D.** 7.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):5x+y-2z+12=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2=(5;1;-2)$. **B.** $\vec{n}_3=(5;-2;4)$. **C.** $\vec{n}_4=(5;-1;2)$. **D.** $\vec{n}_1=(-5;1;2)$.

Câu 17. Biết $\int_0^1 f(x)\,dx=8$ và $\int_1^5 f(x)\,dx=-3$, khi đó $\int_0^5 f(x)\,dx$ bằng

A. -11. **B.** 11. **C.** 5. **D.** $-\dfrac{8}{3}$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{-x+1}{x+3}$. **B.** $y=3x^3-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-5$. **D.** $y=-x^3+2$.

Câu 19. Trên mặt phẳng toạ độ , điểm nào dưới đây là biểu diễn số phức $z=-1+2i$?

A. $P(2;-1)$. **B.** $Q(-2;1)$. **C.** $N(-1;2)$. **D.** $M(1;-2)$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

A. $\dfrac{1}{2^x\ln 2}$. **B.** $2^x\ln 2$. **C.** $\dfrac{2^x}{\ln 2}$. **D.** 2^x.

Câu 21. Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n+k)!}$. **C.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=4-7i$ và $z_2=-6+2i$. Số phức z_2-z_1 bằng

A. $-2-5i$. **B.** $10+9i$. **C.** $10-9i$. **D.** $-10+9i$.

Câu 23. Kết quả của phép tính $\int\left(x^2+x+1\right)\mathrm{d}x$

A. $\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}$. **B.** $\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x$. **C.** x^3+x^2+x+C. **D.** $\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 24. Biết $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}$ thì $\int\limits_5^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\ge 9$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Câu 26. Công thức tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2021\sin x-2022\cos x$ là

A. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=2021\cos x-2021\sin x+C$.

B. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=-2021\cos x-2022\sin x+C$.

C. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=2022\cos x+2021\sin x+C$.

D. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=-2022\cos x+2021\sin x+C$.

Câu 28. Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq}=4\pi rl$. **B.** $S_{xq}=3\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 29. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=0$. **B.** $y=1$. **C.** $y=0$. **D.** $x=3$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z+2-3i=z(2-i)-2$ Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=2-i$. **B.** $\bar{z}=2+i$. **C.** $\bar{z}=1-2i$. **D.** $\bar{z}=1+2i$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là

A. $2x-y+3z+4=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$.

C. $2x-y+3z+9=0$. **D.** $x-2y-4=0$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+6z+25=0$ có phương trình là:

A. $\frac{x+2}{-2}=\frac{y-3}{4}=\frac{z+6}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y+4}{-3}=\frac{z+3}{6}$.

C. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-6}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{6}$.

Câu 33. Một hộp chứa 6 viên bi đỏ và 8 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là viên bi xanh bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $\frac{7}{24}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $3a$ và $SA\perp(ABCD)$. Biết $SA=a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $75°$.

Câu 36. Biểu thức $\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}$, $(x>0)$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $x^{\frac{5}{3}}$. **B.** $x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $x^{\frac{5}{2}}$.

Câu 37. Biết rằng $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=6$. Tính $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. -4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để bất phương trình $3.25^x-6.15^x+(m-8).9^x\le 0$ có nghiệm?

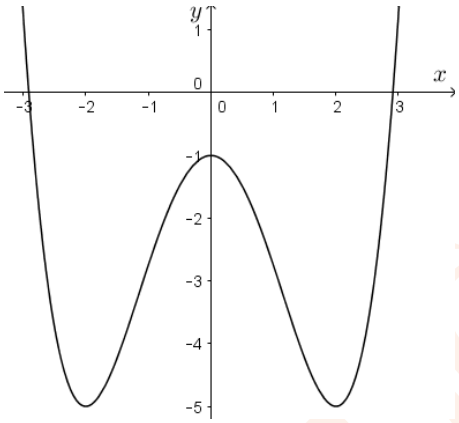
A. 0. **B.** vô số. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $(A'BC)$ hợp

với mặt đáy (ABC) một góc $30°$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{8}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



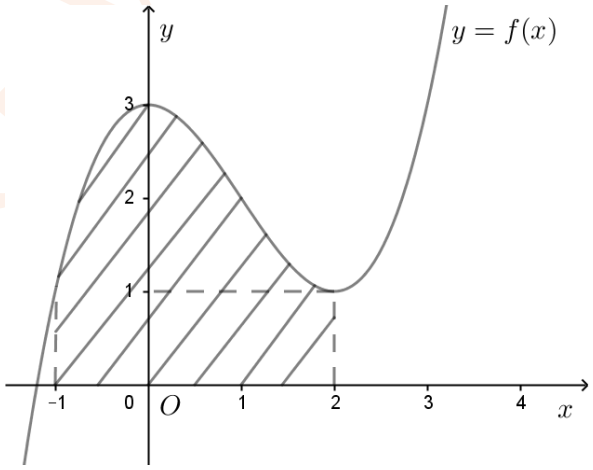
Số nghiệm của phương trình $\left(\left[f\left(x^2\right)\right]^2\right)'=0$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}^*$ thỏa mãn $f''(x)=3x^2$, $f(1)=\dfrac{1}{4}$ và $f(2)=1$. Khi đó $f(-2)$ bằng

A. 13. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 1.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây



Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x);x=-1$, trục Ox và trục Oy, S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x);x=2$, trục Ox và trục Oy. Khi đó tỷ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\dfrac{19}{32}$. **B.** $\dfrac{17}{32}$. **C.** $\dfrac{17}{31}$. **D.** $\dfrac{19}{31}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+i|+|z-i|=4$ và $(z+i)\overline{z}$ là số thực?

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $6x+3y+2z+18=0$. **B.** $6x+3y+2z+6=0$.

C. $6x+3y+2z-18=0$. **D.** $6x+3y+2z-6=0$.

Câu 46. Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O, bán kính $R=2a$ thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P),(Q)$ để diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất là

A. $h=\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $h=4a\sqrt{3}$. **C.** $h=2a\sqrt{2}$. **D.** $h=2a$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(x+2)^4(x+4)^3\left[x^2+2(m+3)x+6m+18\right]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_3(3^x+2m)=\log_5(3^x-m^2)$ có nghiệm ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 49. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2=1$, $(S_2):x^2+(y-4)^2+z^2=4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\dfrac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1), N là điểm thay đổi trên (S_2). Giá trị nhỏ nhất của $MA+2ND+4MN+4BC$ là

A. $\sqrt{265}$. **B.** $2\sqrt{265}$. **C.** $4\sqrt{265}$. **D.** $3\sqrt{265}$.

Câu 50. Cho số phức z thoả mãn $|z|=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-4|+2|z-3+2i|$ là

A. $P=2\sqrt{5}$. **B.** $P=4\sqrt{2}$. **C.** $P=\sqrt{3}$. **D.** $P=\sqrt{2}$.

HẾT

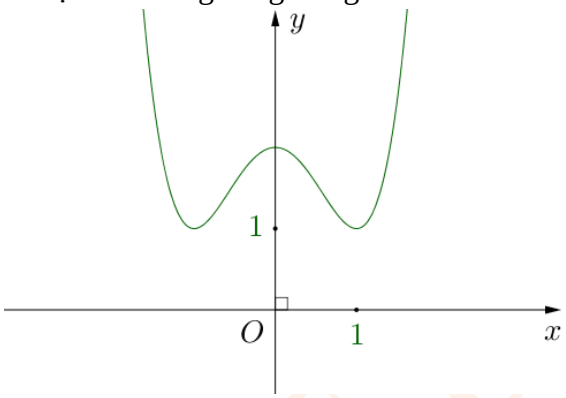
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.C	5.D	6.D	7.B	8.B	9.A	10.D
11.C	12.D	13.B	14.A	15.D	16.A	17.C	18.D	19.C	20.B
21.D	22.D	23.D	24.A	25.C	26.B	27.B	28.C	29.A	30.A
31.C	32.D	33.B	34.B	35.C	36.A	37.C	38.D	39.C	40.A
41.C	42.A	43.A	44.A	45.C	46.A	47.B	48.B	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=\dfrac{x+1}{x-3}$. **B.** $y=x^4-2x^2+2$. **C.** $y=-x^4+2x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số nhận thấy đây là đồ thị của hàm bậc 4 trùng phương. Loại đáp án **A, D**.
Từ đồ thị hàm số nhận thấy hệ số $a>0$ nên chọn đáp án **B**.

Câu 2. Cho một cấp số nhân (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}, u_2=3$. Công bội q bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** 9.

Lời giải

Theo tính chất của cấp số nhân ta có công bội $q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{3}{\frac{1}{3}}=9$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. 1. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Do đồ thị hàm số cắt trục tung nên $x=0\Rightarrow y=-2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;3;2)$, $B(3;-1;6)$. Toạ độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;-4;2)$. **B.** $I(-2;-1;-4)$. **C.** $I(2;1;4)$. **D.** $I(4;2;8)$.

Lời giải

I là trung điểm của đoạn AB: $\begin{cases} x_I = \dfrac{1+3}{2} = 2 \\ y_I = \dfrac{3+(-1)}{2} = 1 \Rightarrow I(2;1;4). \\ z_I = \dfrac{2+6}{2} = 4 \end{cases}$

Câu 5. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x-1)=1$ là

A. $x=4$. **B.** $x=1$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Điều kiện: $2x-1>0 \Leftrightarrow x>\dfrac{1}{2}$.

$\log_3(2x-1)=1 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow 2x=4 \Leftrightarrow x=2$.

So với điều kiện vậy nghiệm của phương trình đã cho là $x=2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của $f'\ x$. Ta có $f'\ x$ đổi dấu 3 lần khi qua $x=0, x=1, x=2$ do đó hàm số $y=f\ x$ có ba điểm cực trị.

Câu 7. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3a$, độ dài đường cao bằng $4a$. Diện tích xung quanh của hình trụ này bằng

A. $26\pi a^2$. **B.** $24\pi a^2$. **C.** $22\pi a^2$. **D.** $20\pi a^2$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ: $S_{xq}=2\pi Rh=2\pi.3a.4a=24\pi a^2$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-1+7t \\ z=6+3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $(-3;1;6)$. **B.** $(-3;-1;6)$. **C.** $(2;7;3)$. **D.** $(3;-1;-6)$.

Lời giải

Với $t=0 \Rightarrow \begin{cases} x=-3 \\ y=-1 \\ z=6 \end{cases} \Rightarrow$ đường thẳng d đi qua điểm có tọa độ là $(-3;-1;6)$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=x^{-\frac{1}{5}}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Do $-\frac{1}{5}$ là số không nguyên nên hàm số $y=x^{-\frac{1}{5}}$ xác định $\Leftrightarrow x>0$.

Câu 10. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy là a^2 và chiều cao bằng $3a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $9a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $3a^2$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Ta có chiều cao khối lăng trụ $h=3a$, diện tích đáy $B=a^2$

Vậy thể tích khối lăng trụ là: $V=Bh=a^2.3a=3a^3$

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số bằng

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{ct}=1$

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$16/3$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-4)$. **D.** $(-4;0)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy $y'<0$ trong khoảng $(-4;0)$.

Do đó

hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng $(-4;0)$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-3;-2;1)$. **B.** $(-3;2;1)$. **C.** $(3;-2;-1)$. **D.** $(3;-2;1)$.

Lời giải

Mặt cầu $(S):(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$ có tọa độ tâm $I(a;b;c)$.

$\Rightarrow$ Mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=36$ có tọa độ tâm là $(-3;2;1)$.

Câu 14. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 a^5$ bằng

A. $5\log_3 a$. **B.** $\frac{1}{5}\log_3 a$. **C.** $\frac{5}{3}\log_3 a$. **D.** $5+\log_3 a$.

Lời giải

Với $a>0, a\neq 1, b>0$ ta có $\log_a b^\alpha = \alpha \log_a b \Rightarrow \log_3 a^5 = 5\log_3 a$.

Câu 15. Cho số phức $z=3+7i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 3. **B.** -7. **C.** $7i$. **D.** 7.

Lời giải

Phần ảo của số phức $z=3+7i$ là 7.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 5x+y-2z+12=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_2=(5;1;-2)$. **B.** $\vec{n}_3=(5;-2;4)$. **C.** $\vec{n}_4=(5;-1;2)$. **D.** $\vec{n}_1=(-5;1;2)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): 5x+y-2z+12=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_2=(5;1;-2)$.

Câu 17. Biết $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=8$ và $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-3$, khi đó $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -11. **B.** 11. **C.** 5. **D.** $-\frac{8}{3}$.

Lời giải

$\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=8+(-3)=5$.

Câu 18. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{-x+1}{x+3}$. **B.** $y=3x^3-2x^2-1$. **C.** $y=-x^4+2x^2-5$. **D.** $y=-x^3+2$.

Lời giải

Loại hàm số $y=\frac{-x+1}{x+3}$ vì có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Tính đạo hàm các hàm số đa thức còn lại. Ta thấy đáp án D có $y'=-3x^2$ nên $y'\leq 0, \forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0\Leftrightarrow x=0$ (hữu hạn nghiệm trên $\mathbb{R}$). Nên hàm số $y=-x^3+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19. Trên mặt phẳng toạ độ , điểm nào dưới đây là biểu diễn số phức $z=-1+2i$?

A. $P(2;-1)$. **B.** $Q(-2;1)$. **C.** $N(-1;2)$. **D.** $M(1;-2)$.

Lời giải

Ta có: $z=-1+2i$ nên điểm biểu diễn số phức z là $N(-1;2)$.

Câu 20. Đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là

A. $\frac{1}{2^x\ln 2}$. **B.** $2^x\ln 2$. **C.** $\frac{2^x}{\ln 2}$. **D.** 2^x.

Lời giải

Hàm số $y=a^x$ (với $a>0, a\neq 1$) có đạo hàm tại mọi x và $y'=a^x\ln a$.

Vậy đạo hàm của hàm số $y=2^x$ là $y'=2^x\ln 2$.

Câu 21. Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n+k)!}$. **C.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$.

Lời giải

Công thức tính số tổ hợp chập k của n phần tử là: $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$.

Câu 22. Cho hai số phức $z_1=4-7i$ và $z_2=-6+2i$. Số phức z_2-z_1 bằng

A. $-2-5i$. **B.** $10+9i$. **C.** $10-9i$. **D.** $-10+9i$.

Lời giải

Ta có: $z_2-z_1=(-6+2i)-(4-7i)=-10+9i.$

Câu 23. Kết quả của phép tính $\int(x^2+x+1)\mathrm{d}x$

A. $\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}$. **B.** $\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x$. **C.** x^3+x^2+x+C. **D.** $\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int(x^2+x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{x^2}{2}+x+C$.

Câu 24. Biết $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}$ thì $\int\limits_5^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $-\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_5^1 f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{3}$.

Câu 25. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\ge 9$ là

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $[3;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $3^x\ge 9\Leftrightarrow 3^x\ge 3^2\Leftrightarrow x\ge 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $[2;+\infty)$.

Câu 26. Công thức tính thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là

A. $V=\dfrac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Lời giải

Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h là $V=\dfrac{1}{3}Bh$.

Câu 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2021\sin x-2022\cos x$ là

A. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=2021\cos x-2021\sin x+C$.

B. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=-2021\cos x-2022\sin x+C$.

C. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=2022\cos x+2021\sin x+C$.

D. $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=-2022\cos x+2021\sin x+C$.

Lời giải

Ta có $\int(2021\sin x-2022\cos x)\mathrm{d}x=-2021\cos x-2022\sin x+C$.

Câu 28. Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là

A. $S_{xq}=4\pi rl$. **B.** $S_{xq}=3\pi rl$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l là $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 29. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=0$. **B.** $y=1$. **C.** $y=0$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\dfrac{x-3}{x}$ có tập xác định $D=(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to0^+}\dfrac{x-3}{x}=-\infty$, $\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x-3}{x}=+\infty\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x}$.

Câu 30. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)z+2-3i=z(2-i)-2$ Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=2-i$. **B.** $\bar{z}=2+i$. **C.** $\bar{z}=1-2i$. **D.** $\bar{z}=1+2i$.

Lời giải

Gọi $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức cần tìm.

Mà $(1+i)z+2-3i=z(2-i)-2\Leftrightarrow(1+i)z-z(2-i)=-2-(2-3i)$

$\Leftrightarrow(-1+2i)z=-4+3i\Leftrightarrow z=\dfrac{-4+3i}{-1+2i}\Leftrightarrow z=2+i\Rightarrow\bar{z}=2-i$.

Vậy số phức liên hợp của z là: $\bar{z}=2-i$.

Câu 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n}=(2;-1;3)$ là

A. $2x-y+3z+4=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$.

C. $2x-y+3z+9=0$. **D.** $x-2y-4=0$.

Lời giải

Ta có phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;2;-3)$ và có vecto pháp tuyến $\vec{n}(2;-1;3)$ là:

$2(x-1)-1(y-2)+3(z+3)=0.$

$\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0.$

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng Δ đi qua $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+6z+25=0$ có phương trình là:

A. $\dfrac{x+2}{-2}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z+6}{3}$. **B.** $\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y+4}{-3}=\dfrac{z+3}{6}$.

C. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y+3}{4}=\frac{z-6}{3}$. **D.** $\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{6}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+6z+25=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;-3;6)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(-2;4;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+6z+25=0$ nhận $\vec{n}_{(\alpha)}=(2;-3;6)$ là một vecto chỉ phương, nên Δ có phương trình là:

$\frac{x+2}{2}=\frac{y-4}{-3}=\frac{z-3}{6}$.

Câu 33. Một hộp chứa 6 viên bi đỏ và 8 viên bi xanh. Lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp đó. Xác suất để viên bi được lấy lần thứ 2 là viên bi xanh bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $\frac{7}{24}$. **D.** $\frac{7}{9}$.

Lời giải

Lấy lần lượt 2 viên bi từ hộp chứa 6 viên bi đỏ và 8 viên bi xanh số cách lấy là: $C_{14}^1.C_{13}^1$.

Do viên bi lần thứ 2 được lấy là viên bi xanh nên ta có các trường hợp sau:

Trường hợp 1: Lần 1 lấy được viên bi đỏ, lần thứ 2 lấy được viên bi xanh: Ta có $C_6^1.C_8^1$ cách lấy.

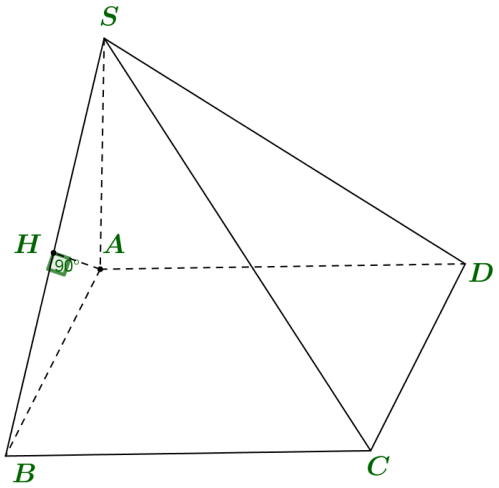
Trường hợp 2: Lần 1 lấy được viên bi xanh, lần thứ 2 lấy được viên bi xanh: Ta có $C_8^1.C_7^1$ cách lấy.

Vậy xác suất để trong hai lần lấy, lần thứ 2 là viên bi xanh bằng $\frac{C_6^1.C_8^1+C_8^1.C_7^1}{C_{14}^1.C_{13}^1}=\frac{4}{7}$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA=a\sqrt{3}$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a}{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên $SB \Rightarrow AH \perp SB\ (1)$.

Do $SA \perp (ABCD)$ nên $SA \perp BC\ (2)$. Mặt khác $ABCD$ là hình vuông nên $AB \perp BC\ (3)$.

Từ (2) và (3) suy ra $BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp SB\,(4)$.

Từ (1) và (4) suy ra $AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A,(SBC)) = AH$.

Xét tam giác SAB vuông tại A, đường cao AH ta có:

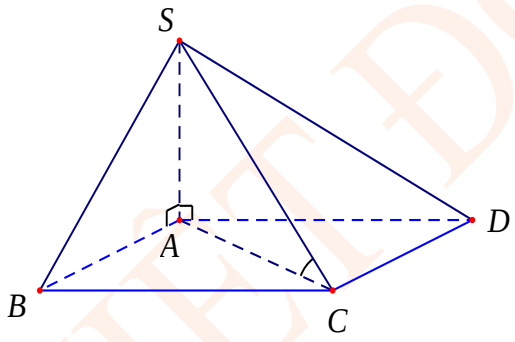
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{AH^2} = \frac{1}{3a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{4}{3a^2} \Leftrightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

Vậy $d(A,(SBC)) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $3a$ và $SA \perp (ABCD)$. Biết $SA = a\sqrt{6}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $30°$. **D.** $75°$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABCD)$ nên hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$ là AC

Khi đó: $(SC,(ABCD)) = (SC,AC) = SCA$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $3a$ nên $AC = 3a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông SAC có $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{6}}{3a\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SCA = 30°$.

Vậy $(SC,(ABCD)) = 30°$.

Câu 36. Biểu thức $\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5}$, $(x > 0)$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $x^{\frac{5}{3}}$. **B.** $x^{\frac{2}{3}}$. **C.** $x^{\frac{7}{3}}$. **D.** $x^{\frac{5}{2}}$.

Lời giải

Ta có $\sqrt{x}.\sqrt[3]{x}.\sqrt[6]{x^5} = x^{\frac{1}{2}}.x^{\frac{1}{3}}.x^{\frac{5}{6}} = x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\frac{5}{6}} = x^{\frac{10}{6}} = x^{\frac{5}{3}}$.

Câu 37. Biết rằng $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^2 f(x)dx = 6$. Tính $\int_0^1 f(2x)dx$ bằng

A. -12. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 12.

Lời giải

Đặt $t = 2x$.

$$\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}2x=\frac{1}{2}\int_0^2 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3.$$

Câu 38. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. -4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ liên tục trên đoạn $[1;3]$.

Ta có $y'=-3x^2+6x=-3x(x-2)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin[1;3]\\x=2\in[1;3]\end{array}\right.$$

$y(1)=-2; y(2)=0; y(3)=-4$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x^2-4$ trên đoạn $[1;3]$ là 0.

Câu 39. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương m để bất phương trình $3.25^x-6.15^x+(m-8).9^x\le 0$ có nghiệm?

A. 0. **B.** vô số. **C.** 11. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $3.25^x-6.15^x+(m-8).9^x\le 0\Leftrightarrow 3.\left(\frac{5}{3}\right)^{2x}-6.\left(\frac{5}{3}\right)^{x}+(m-8)\le 0$

$\Leftrightarrow m\le -3.\left(\frac{5}{3}\right)^{2x}+6.\left(\frac{5}{3}\right)^{x}+8=f(x)$.

Khi đó $f'(x)=6\left(-\left(\frac{5}{3}\right)^{2x}+\left(\frac{5}{3}\right)^{x}\right)\ln\left(\frac{5}{3}\right)=0\Leftrightarrow\left(\frac{5}{3}\right)^{2x}=\left(\frac{5}{3}\right)^{x}\Leftrightarrow 2x=x\Leftrightarrow x=0$

Lập bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	11	↘	$-\infty$

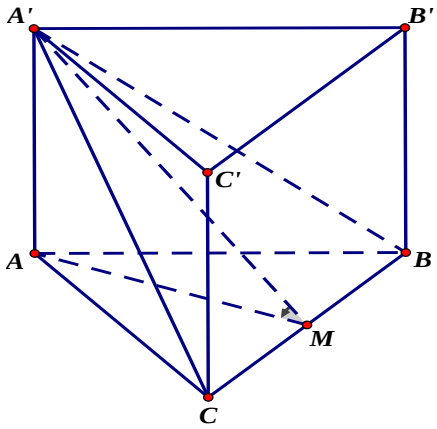
Từ bảng biến thiên để bất phương trình có nghiệm thì $m\le 11$.

Vậy có 11 giá trị nguyên dương m.

Câu 40. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a và $(A'BC)$ hợp với mặt đáy (ABC) một góc $30°$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{8}$. **B.** $V=\frac{3a^3}{8}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{24}$.

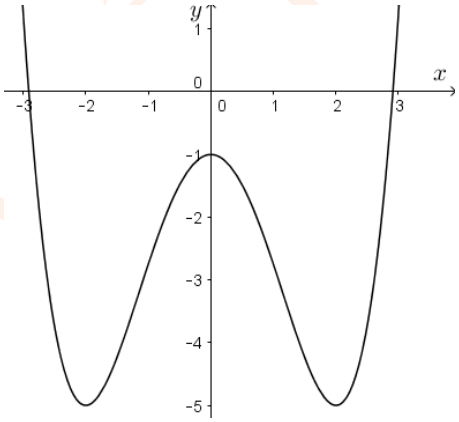
Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC ta có $AM \perp BC$ (do ABC là tam giác đều), $AA' \perp BC$ (do lăng trụ đứng) do đó $A'M \perp BC$ hay góc giữa $(A'BC)$ và (ABC) là $AMA' = 30^\circ$. Xét tam giác vuông $A'AM$ tại A có $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AA' = AM \tan A'MA = \dfrac{a}{2}$.

Vậy $V = S_{ABC}.AA' = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $\left(\left[f\left(x^2\right)\right]^2\right)' = 0$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\left(\left[f\left(x^2\right)\right]^2\right)' = 0 \Leftrightarrow 2f\left(x^2\right)\left[f\left(x^2\right)\right]' = 0 \Leftrightarrow 4x.f\left(x^2\right).f'\left(x^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ f\left(x^2\right) = 0 \quad (1) \\ f'\left(x^2\right) = 0 \quad (2) \end{array}\right.$

Từ đồ thị ta có:

$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = -3 (VN) \\ x^2 = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{3} \\ x = -\sqrt{3} \end{array}\right.$, suy ra phương trình (1) có 2 nghiệm.

$(2) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ x^2=-2(VN) \\ x^2=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{2} \\ x=-\sqrt{2} \end{array}\right.$, suy ra phương trình (2) có 3 nghiệm có $x=0$ bị trùng.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}^*$ thỏa mãn $f''(x)=3x^2$, $f(1)=\frac{1}{4}$ và $f(2)=1$. Khi đó $f(-2)$ bằng

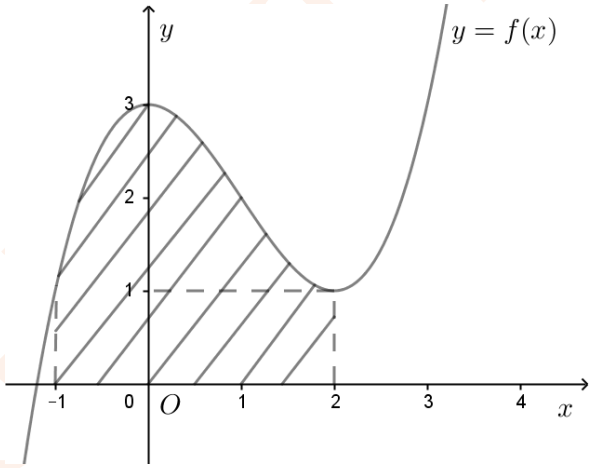
A. 13. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 1.

Lời giải

Từ $f''(x)=3x^2$ ta có thể suy ra $f(x)=\frac{x^4}{4}+Cx+D$. Sử dụng giả thiết $f(1)=\frac{1}{4}$ và $f(2)=1$ dẫn đến C và D là nghiệm của hệ $\begin{cases} \frac{1}{4}+C+D=\frac{1}{4} \\ 4+2C+D=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C=-3 \\ D=3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=\frac{x^4}{4}-3x+3$

$\Rightarrow f(-2)=13$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+c$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây



Gọi S_1 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x); x=-1$, trục Ox và trục Oy, S_2 là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x); x=2$, trục Ox và trục Oy. Khi đó tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

A. $\frac{19}{32}$. **B.** $\frac{17}{32}$. **C.** $\frac{17}{31}$. **D.** $\frac{19}{31}$.

Lời giải

Theo bài ra ta có

$$\begin{cases} f(0)=3 \\ f(2)=1 \\ f'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ 8a+4b+3=1 \\ 12a+4b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c=3 \\ a=\dfrac{1}{2} \\ b=-\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+3.$$

Do đó ta có

$$S_1=\int_{-1}^{0}\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+3\right)=\frac{19}{8}\ ;\ S_2=\int_{0}^{2}\left(\frac{1}{2}x^3-\frac{3}{2}x^2+3\right)=4.$$

Vậy $\dfrac{S_1}{S_2}=\dfrac{19}{32}$.

Câu 44. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+i|+|z-i|=4$ và $(z+i)\bar{z}$ là số thực?

A. 2. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Giả sử $z=x+yi$, ta có

$(z+i)\bar{z}=(x+(y+1)i)(x-yi)=x^2+y(y+1)+xi$ là số thực nên $x=0$ (1).

$|z+i|+|z-i|=4\Leftrightarrow\sqrt{x^2+(y+1)^2}+\sqrt{x^2+(y-1)^2}=4$ (2).

Từ $(1);(2)$ ta có $|y+1|+|y-1|=4\Leftrightarrow y=\pm 2$.

Vậy có 2 số phức z thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) đi qua M cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm của tam giác ABC. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $6x+3y+2z+18=0$. **B.** $6x+3y+2z+6=0$.

C. $6x+3y+2z-18=0$. **D.** $6x+3y+2z-6=0$.

Lời giải

Gọi $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$.

Mặt phẳng (P) cắt các trục toạ độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C

Phương trình mặt phẳng (P): $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$.

Ta có M là trọng tâm tam giác ABC

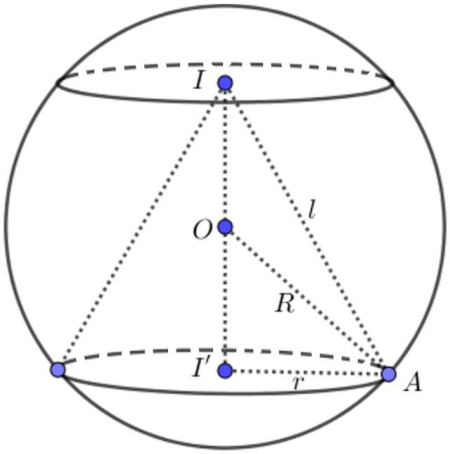
$$\Rightarrow \begin{cases} x_M=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_M=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \\ x_M=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1=\dfrac{a}{3} \\ 2=\dfrac{b}{3} \\ 3=\dfrac{c}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$$

Phương trình mặt phẳng (P): $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1\Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0$.

Câu 46. Cho hai mặt phẳng $(P),(Q)$ song song với nhau và cùng cắt khối cầu tâm O, bán kính $R=2a$ thành hai hình tròn cùng bán kính. Xét hình nón có đỉnh trùng với tâm của một trong hai hình tròn này và có đáy là hình tròn còn lại. Khoảng cách h giữa hai mặt phẳng $(P),(Q)$ để diện tích xung quanh của hình nón là lớn nhất là

A. $h=\dfrac{4a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $h=4a\sqrt{3}$. **C.** $h=2a\sqrt{2}$. **D.** $h=2a$.

Lời giải



Ta có

$$S_{xq}=\pi rl=\pi.\sqrt{R^2-\left(\frac{h}{2}\right)^2}.\sqrt{h^2+r^2}$$

$$=\pi.\sqrt{\left(4a^2-\frac{h^2}{4}\right).\left(h^2+4a^2-\frac{h^2}{4}\right)}$$

$$=\pi.\sqrt{\left(4a^2-\frac{h^2}{4}\right).\left(4a^2+\frac{3h^2}{4}\right)}$$

Đặt $t=\dfrac{h^2}{4}$.

Xét hàm số $y=\left(4a^2-t\right)\left(4a^2+3t\right)=-3t^2+8a^2t+16a^4=-3\left(t-\dfrac{4}{3}a\right)^2+\dfrac{64}{3}a^2\le\dfrac{64}{3}a^2$.

Dấu "=" xảy ra khi $t=\dfrac{4}{3}a^2\Rightarrow\dfrac{h^2}{4}=\dfrac{4}{3}a^2\Rightarrow h=\dfrac{4\sqrt{3}}{3}a.$

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x^2(x+2)^4(x+4)^3\left[x^2+2(m+3)x+6m+18\right]$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị?

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

◦ Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g(x)=x^2+2(m+3)x+6m+18=0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt và có một nghiệm $x=-4$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\Delta'\le 0\\ \begin{cases}\Delta'>0\\ g(-4)=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2-9\le 0\\ \begin{cases}m^2-9>0\\ 16-8(m+3)+6m+18=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3\le m\le 3\\ \begin{cases}m^2-9>0\\ -2m+10=0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-3\le m\le 3\\ m=5\end{array}\right.$$

$$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-3;-2;-1;0;1;2;3;5\}.$$

Câu 48. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $\log_3(3^x+2m)=\log_5(3^x-m^2)$ có nghiệm ?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Đặt $t=\log_3(3^x+2m)=\log_5(3^x-m^2)\Rightarrow\begin{cases}3^x+2m=3^t>0\\ 3^x-m^2=5^t>0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}3^x=3^t-2m\\ 3^x=5^t+m^2\end{cases}$

$\Rightarrow 3^t-2m=5^t+m^2\Rightarrow 3^t-5^t=2m+m^2\ (1)$

Đặt $f(t)=3^t-5^t\Rightarrow f'(t)=3^t\ln 3-5^t\ln 5$

$$f'(t)=0\Leftrightarrow 3^t\ln 3=5^t\ln 5\Leftrightarrow\left(\frac{3}{5}\right)^t=\frac{\ln 5}{\ln 3}=\log_3 5\Leftrightarrow t=\log_{\frac{3}{5}}(\log_3 5)=t_0$$

Ta có BBT như sau:

t	$-\infty$		t_0		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$		↗	$f(t_0)$	↘	$-\infty$

Điều kiện để phương trình (1) có nghiệm là $2m+m^2\le f(t_0)\approx 0.14...\Rightarrow -2,06...\le m\le 0.06...$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0\}$

Vậy có 3 số nguyên m thoả mãn bài toán.

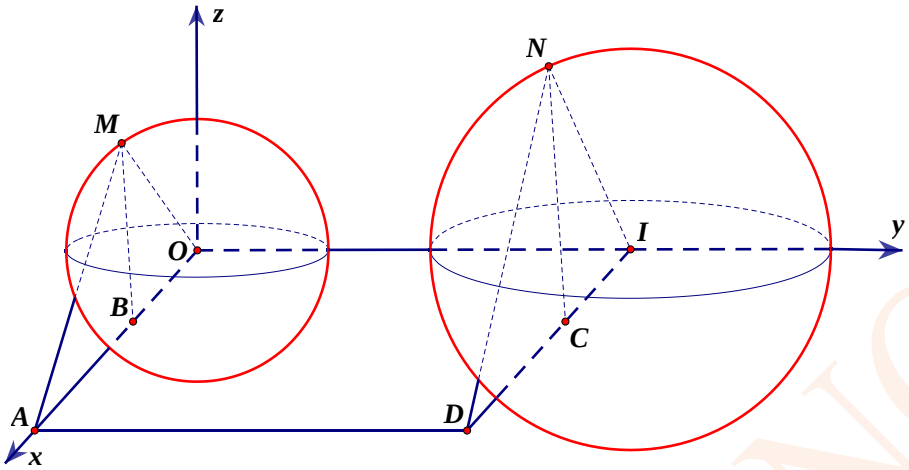
Câu 49. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1):x^2+y^2+z^2=1$, $(S_2):x^2+(y-4)^2+z^2=4$ và các điểm $A(4;0;0)$, $B\left(\frac{1}{4};0;0\right)$, $C(1;4;0)$, $D(4;4;0)$. Gọi M là điểm thay đổi trên (S_1), N là điểm thay đổi trên (S_2). Giá trị nhỏ nhất của $MA+2ND+4MN+4BC$ là

A. $\sqrt{265}$. **B.** $2\sqrt{265}$. **C.** $4\sqrt{265}$. **D.** $3\sqrt{265}$.

Lời giải

Mặt cầu (S_1) có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R_1=1$.

Mặt cầu (S_2) có tâm $I(0;4;0)$ và bán kính $R_2=2$.



Ta có bốn điểm O, A, D, I là bốn đỉnh của hình vuông cạnh bằng 4; $OB=\frac{1}{4}$, $IC=1$.

Xét ΔOMB và ΔOAM có: góc O chung và $\frac{OM}{OA}=\frac{OB}{OM}=\frac{1}{4}$

$\Rightarrow \Delta OMB \text{ ” } \Delta OAM\ (c-g-c) \Rightarrow \frac{MB}{AM}=\frac{OB}{OM}=\frac{1}{4} \Rightarrow MA=4MB.$

Xét ΔINC và ΔIDN có: góc I chung và $\frac{IN}{ID}=\frac{IC}{IN}=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow \Delta INC \text{ ” } \Delta IDN\ (c-g-c) \Rightarrow \frac{NC}{DN}=\frac{IC}{IN}=\frac{1}{2} \Rightarrow ND=2NC.$

Ta có $P=MA+2ND+4MN+4BC=4BM+4NC+4MN+4BC=4(BM+MN+NC)+4BC$

$\geq 4BC+4BC=8BC=2\sqrt{265}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $2\sqrt{265}$, dấu “=” xảy ra khi M, N là giao điểm của BC với các mặt cầu.

Câu 50. Cho số phức z thoả mãn $|z|=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z-4|+2|z-3+2i|$ là

A. $P=2\sqrt{5}$. **B.** $P=4\sqrt{2}$. **C.** $P=\sqrt{3}$. **D.** $P=\sqrt{2}$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$

Có: $|z|=2\Rightarrow|a+bi|=2\Rightarrow a^2+b^2=4\Rightarrow 3a^2+3b^2=12$

Ta có: $P=|z-4|+2|z-3+2i|$

$=\sqrt{(a-4)^2+b^2}+2\sqrt{(a-3)^2+(b+2)^2}$

$=\sqrt{a^2-8a+16+b^2}+\sqrt{4(a-3)^2+4(b+2)^2}$

$=\sqrt{a^2-8a+12+4+b^2}+\sqrt{4(a-3)^2+4(b+2)^2}$

$=\sqrt{4a^2-8a+4+4b^2}+\sqrt{4(a-3)^2+4(b+2)^2}$

$=\sqrt{(2a-2)^2+(2b)^2}+\sqrt{(2a-6)^2+(2b+4)^2}\geq\sqrt{(2a-2-2a+6)^2+(2b-2b-4)^2}=4\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}\dfrac{2a-2}{6-2a}=\dfrac{2b}{-4-2b}>0\\ a^2+b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(2a-2)(-4-2b)=2b(6-2a)\\ a\in(1;3)\\ b\in(-2;0)\\ a^2+b^2=4\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-8a+8+4b=12b\\ a\in(1;3)\\ b\in(-2;0)\\ a^2+b^2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1-a\\ a\in(1;3)\\ b\in(-2;0)\\ 2a^2-2a-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=1-a\\ \left[\begin{array}{l}a=\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}\\ a=\dfrac{1-\sqrt{7}}{2}\ (l)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1+\sqrt{7}}{2}\\ b=\dfrac{1-\sqrt{7}}{2}\end{cases}.$

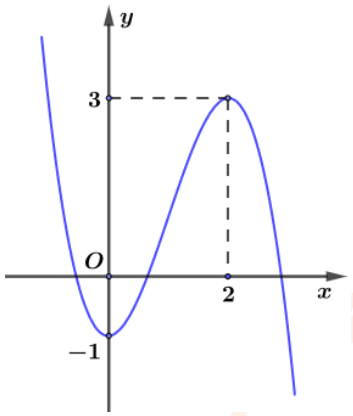
HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT KIÊN GIANG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 2. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$?

A. Điểm $P(1;-3)$. **B.** Điểm $M(1;1)$. **C.** Điểm $Q(1;-2)$. **D.** Điểm $N(1;-1)$.

Câu 3. Cho hai số phức $z=4-2i$ và $w=2+4i$. Phần ảo của số phức $z-w$ là

A. $2i$. **B.** $-6i$. **C.** -6. **D.** 2.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(2;3;2)$. Vecto $\overrightarrow{MN}$ có tọa độ

A. $(3;4;1)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(2;3;-2)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin 2x-3e^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos 2x-\dfrac{3e^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos 2x-3e^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos 2x-\dfrac{3e^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos 2x-3e^x+C$.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x>2$ là

A. $(0;25)$. **B.** $(32;+\infty)$. **C.** $(25;+\infty)$. **D.** $(0;32)$.

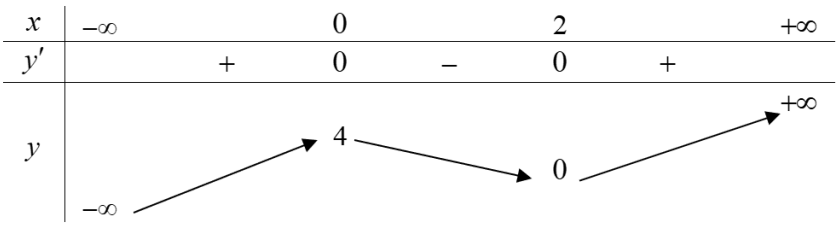
Câu 8. Cho n là các số tự nhiên và $n\geq 4$. Công thức nào dưới đây **đúng**?

A. $A_n^4=\dfrac{n!}{4!(n-4)!}$. **B.** $A_n^4=\dfrac{n!}{(n+4)!}$. **C.** $A_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}$. **D.** $A_n^4=\dfrac{n!}{4!(n+4)!}$.

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức $z=6-3i$ là

A. $\overline{z}=-6-3i$. **B.** $\overline{z}=3+6i$. **C.** $\overline{z}=-6+3i$. **D.** $\overline{z}=6+3i$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-t\\z=5+2t\end{cases}$ có một véctơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-1;-5)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;-2)$.

Câu 13. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=3$. **D.** $y=-1$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x+7$ là

A. $F(x)=2x^2+7x+C$. **B.** $F(x)=4x^2+7x+C$.

C. $F(x)=2x^2+7+C$. **D.** $F(x)=4x^2+7+C$.

Câu 15. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 5. **C.** 9. **D.** -5.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=\frac{5^x}{\ln 5}$. **B.** $y'=5^x.\ln 5$. **C.** $y'=x.5^{x-1}$. **D.** $y'=5^x$.

Câu 17. Cho số phức $z=7-i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\overline{z}$.

A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 7.

B. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -7.

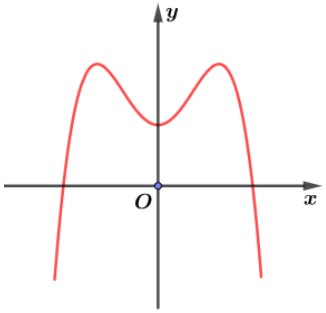
C. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng 1.

D. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng -1.

Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=2$. Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là

A. $u_n = 3.2^{n-1}$. **B.** $u_n = 3.2^{n+1}$. **C.** $u_n = 3.2^n$. **D.** $u_n = 2.3^{n-1}$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^2 - 2x + 1$. **C.** $y = -x^3 + x + 1$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 20. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 2$ và chiều cao $h = 6$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V = 12$. **B.** $V = 24$. **C.** $V = 4$. **D.** $V = 8$.

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy $r = 2$ và độ dài đường sinh $l = 5$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho.

A. $S_{xq} = 20\pi$. **B.** $S_{xq} = 10\pi$. **C.** $S_{xq} = 20$. **D.** $S_{xq} = 10$.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y = x^{\frac{2}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $3^{x+1} = 9$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 25. Cho khối chóp có diện tích đáy $B = 6$ và chiều cao $h = 5$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V = 180$. **B.** $V = 10$. **C.** $V = 30$. **D.** $V = 60$.

Câu 26. Cho khối cầu có bán kính $R = 2$. Thể tích V của khối cầu đã cho bằng

A. $V = 16\pi$. **B.** $V = 16$. **C.** $V = \dfrac{32}{3}$. **D.** $V = \dfrac{32\pi}{3}$.

Câu 27. Cho $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $I = \int_1^4 \left[2 - f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I = 1$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = 7$. **D.** $I = 11$.

Câu 28. Trong không gian cho hai điểm $A(4;\,0;\,1)$, $B(2;\,-2;\,3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $x + y - z = 0$. **B.** $x + y - z + 3 = 0$. **C.** $x + y - z - 3 = 0$. **D.** $3x + y - z - 6 = 0$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):5x+2y-2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x^2-2$. **B.** $y=x^3-x^2-2$. **C.** $y=x^3+x-2$. **D.** $y=x^3-x-2$.

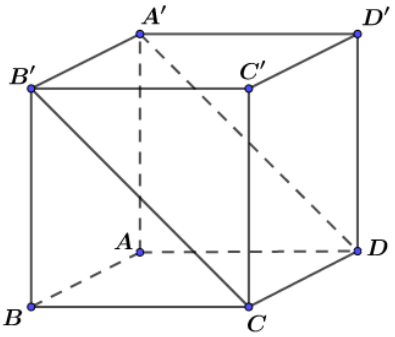
Câu 31. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=7$ thì $\int_3^5\left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. 11. **B.** 21. **C.** -5. **D.** -1.

Câu 32. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\frac{a^3}{b^2}=\frac{1}{8}$. Giá trị của $3\log_2 a-2\log_2 b$ bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABCD)$ bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0 . **D.** 60^0.

Câu 34. Từ một nhóm gồm 6 học sinh nữ và 4 học sinh nam, chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam bằng

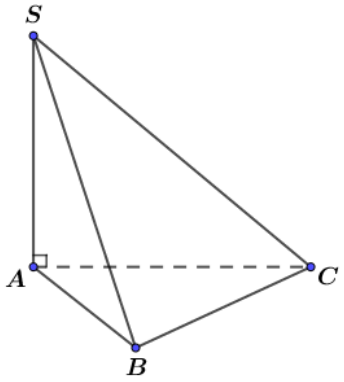
A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 35. Trên đoạn $[1;3]$, hàm số $y=x-2+\frac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\frac{4}{3}$. **D.** $x=1$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, biết $SA=AC=4;AB=2$ và SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ).

.



Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

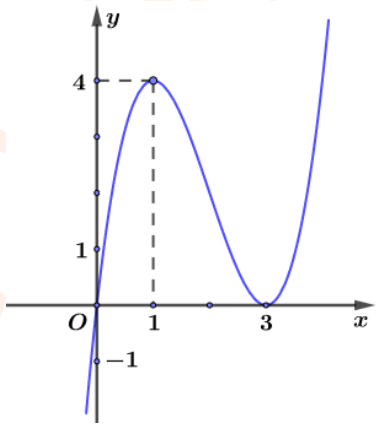
Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z=2+4i$. Mô đun của số phức $w=z-1-2i$ là

A. $|w|=5$. **B.** $|w|=\sqrt{10}$. **C.** $|w|=\sqrt{5}$. **D.** $|w|=10$.

Câu 38. Với mọi số thực a dương, $\log 100a^5$ bằng

A. $10-5\log a$. **B.** $2+5\log a$. **C.** $2-5\log a$. **D.** $10+5\log a$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f(x)+2\right)=0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 40. Cho phương trình $\log\left[(m+1)x\right]-2\log(x+2)=0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in[-6;9]$ để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất?

A. 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 2.

Câu 41. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{2}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho góc giữa mặt phẳng (SAB) với mặt phẳng chứa đường tròn đáy bằng 60^0. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $\sqrt{3}a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V=\frac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **B.** $V=16\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V=16\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $V=\frac{16\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)=2f(3x), \forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng F là một nguyên hàm của f và thỏa $F(3)=6$. Giá trị của $3F(1)+2F(9)$ bằng

A. 5. **B.** 30. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 43. Cho số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R},x>0)$ thỏa mãn $(2-3i)z$ là số thực và $|(3-i)z+1-7i|=10$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x\in(8;11)$. **B.** $x\in(6;8)$. **C.** $x\in(0;3)$. **D.** $x\in(3;5)$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và $ASB=60^0$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}a^3$. **C.** $V=2\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1;3;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN. Tính độ dài đoạn thẳng OM.

A. $OM=\sqrt{34}$. **B.** $OM=\sqrt{114}$. **C.** $OM=2\sqrt{66}$. **D.** $OM=\sqrt{46}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z-4=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, nằm trên mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm A,B sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;a;b)$. Giá trị của $5a+3b$ bằng

A. -3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** -5.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có đúng bốn số nguyên dương x thỏa mãn $\ln\frac{2^x+x}{xy}+2^x+x(1-y)\le 0$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 48. Cho 2 số phức z,w. Biết rằng số phức z có phần thực và phần ảo đều khác 0 và thỏa mãn $\frac{2z^2+3z+4}{z^2+z+1}$ là số thực. Số phức w thỏa mãn $|w+5+4i|=\sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z+w+1+2i|$ bằng

A. $2\sqrt{5}-2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{10}-2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{5}-2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{10}-2\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x).f'(x)=1+(2x+1)e^{-f^2(x)+x^2+2x+2}$. Biết $f(0)=\sqrt{2}$. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0$, $x=1$ quay quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{251}{30}\pi$. **B.** $V=\dfrac{10}{3}\pi$. **C.** $V=\dfrac{17}{6}\pi$. **D.** $V=\dfrac{178}{15}\pi$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	15	↘	-1	↗	15	↘	$-\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(f^2(x)-2f(x)-m\right)$ có đúng 25 điểm cực trị.

A. 188. **B.** 187. **C.** 189. **D.** 190.

---------- HẾT ----------

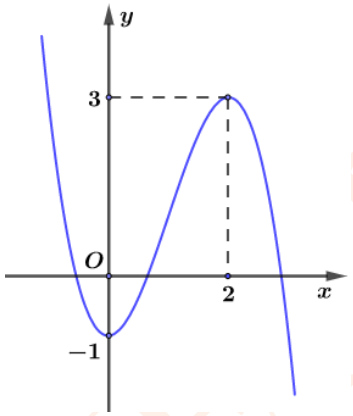
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHẦN II: ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.C	4.D	5.A	6.D	7.C	8.C	9.D	10.D
11.B	12.C	13.A	14.A	15.B	16.B	17.C	18.A	19.A	20.B
21.A	22.A	23.B	24.D	25.B	26.D	27.A	28.A	29.B	30.C
31.A	32.C	33.A	34.D	35.A	36.D	37.C	38.B	39.A	40.B
41.A	42.B	43.C	44.A	45.B	46.D	47.D	48.D	49.B	50.A

PHẦN III: GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** −1.

Lời giải

Từ đồ thị ta có: giá trị cực tiểu của hàm số là -1.

Câu 2. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$?

A. Điểm $P(1;-3)$. **B.** Điểm $M(1;1)$. **C.** Điểm $Q(1;-2)$. **D.** Điểm $N(1;-1)$.

Lời giải

Xét tại $x=1\Rightarrow y=f(1)=-1$. Vậy điểm $N(1;-1)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 3. Cho hai số phức $z=4-2i$ và $w=2+4i$. Phần ảo của số phức $z-w$ là

A. $2i$. **B.** $-6i$. **C.** -6. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $z-w=4-2i-2-4i=2-6i$.

Vậy phần ảo của số phức $z-w$ là -6.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;1;-1)$ và $N(2;3;2)$. Vectơ $\overrightarrow{MN}$ có tọa độ

A. $(3;4;1)$. **B.** $(-1;-2;-3)$. **C.** $(2;3;-2)$. **D.** $(1;2;3)$.

Lời giải

$\overrightarrow{MN}=(2-1;3-1;2-(-1))=(1;2;3)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z+3)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=2$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=2$ có phương trình là $(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$.

Câu 6. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\sin 2x-3e^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos 2x-\dfrac{3e^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos 2x-3e^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos 2x-\dfrac{3e^{x+1}}{x+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos 2x-3e^x+C$.

Lời giải

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(2\sin 2x-3e^x\right)\mathrm{d}x=2\int\sin 2x\mathrm{d}x-3\int e^x\mathrm{d}x=-\cos 2x-3e^x+C.$$

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5 x>2$ là

A. $(0;25)$. **B.** $(32;+\infty)$. **C.** $(25;+\infty)$. **D.** $(0;32)$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $\log_5 x>2\Leftrightarrow x>5^2\Leftrightarrow x>25$ (thỏa mãn điều kiện), suy ra tập nghiệm của bất phương trình là $(25;+\infty)$.

Câu 8. Cho n là các số tự nhiên và $n\geq 4$. Công thức nào dưới đây **đúng**?

A. $A_n^4=\dfrac{n!}{4!(n-4)!}$. **B.** $A_n^4=\dfrac{n!}{(n+4)!}$. **C.** $A_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}$. **D.** $A_n^4=\dfrac{n!}{4!(n+4)!}$.

Lời giải

Ta có $A_n^4=\dfrac{n!}{(n-4)!}$.

Câu 9. Số phức liên hợp của số phức $z=6-3i$ là

A. $\overline{z}=-6-3i$. **B.** $\overline{z}=3+6i$. **C.** $\overline{z}=-6+3i$. **D.** $\overline{z}=6+3i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z=6-3i$ là $\overline{z}=6+3i$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên $(0;2)$ nên chọn D.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0), C(0;0;3)$ có phương trình là

A. $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$. **C.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=0$. **D.** $\frac{x}{1}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua 3 điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0), C(0;0;3)$ có phương trình là $\frac{x}{1}+\frac{y}{2}+\frac{z}{3}=1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-t\\z=5+2t\end{cases}$ có một véctơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2}=(-3;1;5)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-1;-5)$. **C.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;-2)$.

Lời giải

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-t\\z=5+2t\end{cases}$ có một véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;2)$.

Câu 13. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình nào dưới đây?

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=3$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{x\left(1+\frac{3}{x}\right)}{x\left(1-\frac{2}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{1+\frac{3}{x}}{1-\frac{2}{x}}=1$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình $y=1$.

Câu 14. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=4x+7$ là

A. $F(x)=2x^2+7x+C$. **B.** $F(x)=4x^2+7x+C$.

C. $F(x)=2x^2+7+C$. **D.** $F(x)=4x^2+7+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(4x+7)\mathrm{d}x=4.\frac{x^2}{2}+7x+C=2x^2+7x+C$.

Câu 15. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -9. **B.** 5. **C.** 9. **D.** -5.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 7 + (-2) = 5$.

Câu 16. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $y' = \dfrac{5^x}{\ln 5}$. **B.** $y' = 5^x.\ln 5$. **C.** $y' = x.5^{x-1}$. **D.** $y' = 5^x$.

Lời giải

Ta có $\left(5^x\right)' = 5^x.\ln 5$.

Câu 17. Cho số phức $z = 7 - i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

A. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 7.

B. Phần thực bằng 1 và phần ảo bằng -7.

C. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng 1.

D. Phần thực bằng 7 và phần ảo bằng -1.

Lời giải

Ta có $z = 7 - i \Rightarrow \bar{z} = 7 + i$.

Vậy số phức $\bar{z}$ có phần thực bằng 7 và phần ảo bằng 1.

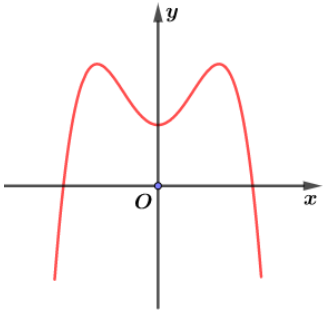
Câu 18. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 2$. Công thức số hạng tổng quát của (u_n) là

A. $u_n = 3.2^{n-1}$. **B.** $u_n = 3.2^{n+1}$. **C.** $u_n = 3.2^n$. **D.** $u_n = 2.3^{n-1}$.

Lời giải

Ta có $u_n = u_1.q^{n-1} = 3.2^{n-1}$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^2 - 2x + 1$. **C.** $y = -x^3 + x + 1$. **D.** $y = \dfrac{x+2}{x+1}$.

Lời giải

-Hàm số $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ có ba điểm cực trị.

-Hàm số $y = -x^2 - 2x + 1$ có một điểm cực trị.

- Hàm số $y=-x^3+x+1$ có hai điểm cực trị.

- Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ không có điểm cực trị nào.

Vì đồ thị trên có ba điểm cực trị nên nó là đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm suy ra bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$y=f(x)$		↗	f_{CD}	↘	f_{CT}	↗	f_{CD}	↘	f_{CT}	↗	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 21. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=2$ và chiều cao $h=6$. Tính thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=12$. **B.** $V=24$. **C.** $V=4$. **D.** $V=8$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là:

$V=B.h=2.6=12$.

Câu 22. Cho hình trụ có bán kính đáy $r=2$ và độ dài đường sinh $l=5$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ đã cho.

A. $S_{xq}=20\pi$. **B.** $S_{xq}=10\pi$. **C.** $S_{xq}=20$. **D.** $S_{xq}=10$.

Lời giải

Ta có: $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.2.5=20\pi$.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{2}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $[0;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện để hàm số đã cho xác định là: $x>0$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(0;+\infty)$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $3^{x+1}=9$ là

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có: $3^{x+1}=9\Leftrightarrow 3^{x+1}=3^2\Leftrightarrow x+1=2\Leftrightarrow x=1$.

Vậy nghiệm của phương trình là: $x=1$.

Câu 25. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=5$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=180$. **B.** $V=10$. **C.** $V=30$. **D.** $V=60$.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{30}{3}=10$.

Câu 26. Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích V của khối cầu đã cho bằng

A. $V=16\pi$. **B.** $V=16$. **C.** $V=\frac{32}{3}$. **D.** $V=\frac{32\pi}{3}$.

Lời giải

Ta có $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4\pi.2^3}{3}=\frac{32\pi}{3}$.

Câu 27. Cho $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $I=\int_1^4\left[2-f(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=7$. **D.** $I=11$.

Lời giải

$I=\int_1^4\left[2-f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^4 2dx-\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=6-5=1$.

Câu 28. Trong không gian cho hai điểm $A(4;\,0;\,1)$, $B(2;\,-2;\,3)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB?

A. $x+y-z=0$. **B.** $x+y-z+3=0$. **C.** $x+y-z-3=0$. **D.** $3x+y-z-6=0$.

Lời giải

$\overrightarrow{AB}=(-2;\,-2;\,2)=-2(1;\,1;\,-1)$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua trung điểm $I(3;\,-1;\,2)$ của AB và có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;\,1;\,-1)$ có dạng $x-3+y+1-(z-2)=0\Leftrightarrow x+y-z=0$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;-1)$ và mặt phẳng $(P):5x+2y-2z+1=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z+1}{2}$. **B.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+1}{-2}$.

C. $\frac{x-5}{3}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+2}{-1}$. **D.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-1}{-2}$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P):5x+2y-2z+1=0$ nên mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(5;2;-2)$.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên đường thẳng d nhận vectơ $\vec{n}=(5;2;-2)$ là một vectơ chỉ phương.

Vậy đường thẳng d đi qua $M(3;1;-1)$ và nhận $\vec{n}=(5;2;-2)$ là một vectơ chỉ phương.

Suy ra phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{5}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-2}$.

Câu 30. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x^2-2$. **B.** $y=x^3-x^2-2$. **C.** $y=x^3+x-2$. **D.** $y=x^3-x-2$.

Lời giải

Xét phương án C. Ta có: $y=x^3+x-2\Rightarrow y'=3x^2+1$. Suy ra $y'>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3+x-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 31. Nếu $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=7$ thì $\int_3^5\left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x$ có giá trị bằng

A. 11. **B.** 21. **C.** -5. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x\Rightarrow\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=2-7=-5$.

Do đó $\int_3^5\left[2x+f(x)\right]\mathrm{d}x=\int_3^5 2x\mathrm{d}x+\int_3^5 f(x)\mathrm{d}x=16-5=11$.

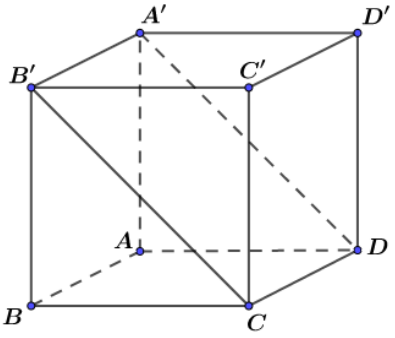
Câu 32. Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $\dfrac{a^3}{b^2}=\dfrac{1}{8}$. Giá trị của $3\log_2 a-2\log_2 b$ bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $3\log_2 a-2\log_2 b=\log_2 a^3-\log_2 b^2=\log_2\dfrac{a^3}{b^2}=\log_2\dfrac{1}{8}=-3$.

Câu 33. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa hai mặt phẳng $(A'B'CD)$ và $(ABCD)$ bằng

A. 45^0. **B.** 30^0. **C.** 90^0 . **D.** 60^0.

Lời giải

Ta có $\begin{cases}(A'B'CD)\cap(ABCD)=CD\\ CD\perp(B'CB)\\ (B'CB)\cap(ABCD)=CB\\ (B'CB)\cap(A'B'CD)=B'C\end{cases}\Rightarrow((A'B'CD),(ABCD))=B'CB=45^0$.

Câu 34. Từ một nhóm gồm 6 học sinh nữ và 4 học sinh nam, chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam bằng

A. $\frac{3}{10}$. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Gọi A là biến cố: "Chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam" thì $n(A)=C_6^2.C_4^1$.

Xác suất chọn được 2 học sinh nữ và 1 học sinh nam là $P(A)=\frac{C_6^2.C_4^1}{C_{10}^3}=\frac{1}{2}$.

Câu 35. Trên đoạn $[1;3]$, hàm số $y=x-2+\frac{1}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=3$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\frac{4}{3}$. **D.** $x=1$.

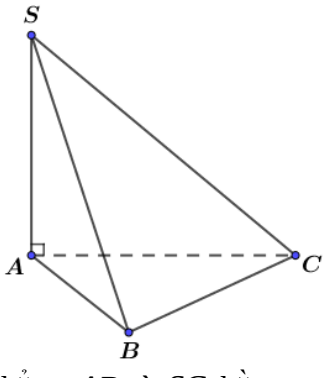
Lời giải

Ta có $y'=1-\frac{1}{x^2}$. Cho $y'=0\Leftrightarrow 1-\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Hàm số $y=x-2+\frac{1}{x}$ liên tục trên đoạn $[1;3]$.Ta có $y(1)=0; y(3)=\frac{4}{3}$ nên hàm số đạt giá trị lớn nhất là trên đoạn $[1;3]$ là $\frac{4}{3}$ tại $x=3$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, biết $SA=AC=4; AB=2$ và SA vuông góc với mặt đáy (tham khảo hình vẽ).

.

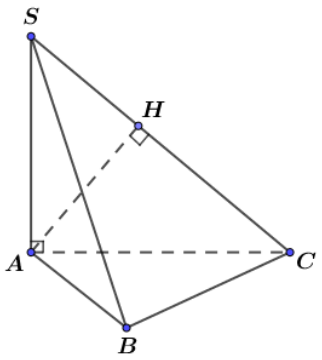


Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

FB tác giả: Lê Đức



Kẻ AH vuông góc với SC.

Theo giả thiết ta có $SA \perp AB; AC \perp AB$ nên suy ra $AB \perp (SAC)$. Do đó $AB \perp AH \Rightarrow AH$ là đoạn vuông góc chung của AB và SC .Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng AH

Xét trong tam giác vuông cân SAC có: $SC = 4\sqrt{2} \Rightarrow AH = \frac{1}{2}SC = 2\sqrt{2}$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)z = 2+4i$. Mô đun của số phức $w = z-1-2i$ là

A. $|w| = 5$. **B.** $|w| = \sqrt{10}$. **C.** $|w| = \sqrt{5}$. **D.** $|w| = 10$.

Lời giải

Theo đề bài: $(1-i)z = 2+4i \Leftrightarrow z = \frac{2+4i}{1-i} = -1+3i.$

Ta có $w = z-1-2i \Leftrightarrow w = -1+3i-1-2i = -2+i.$

Vậy $|w| = |-2+i| = \sqrt{5}$.

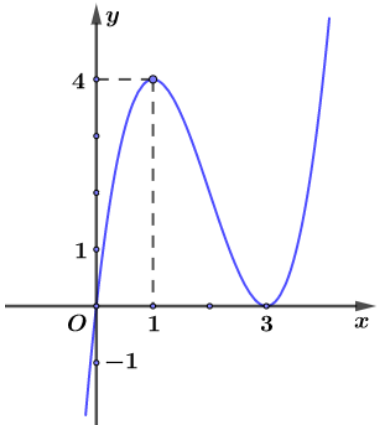
Câu 38. Với mọi số thực a dương, $\log 100a^5$ bằng

A. $10-5\log a$. **B.** $2+5\log a$. **C.** $2-5\log a$. **D.** $10+5\log a$.

Lời giải

Ta có $\log 100a^5 = \log 100 + \log a^5 = 2+5\log a.$

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f\left(x\right)+2\right)=0$ là

A. 4. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Người làm:Trần Văn Thiết.

Ta có:

$$f'\left(f\left(x\right)+2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)+2=1\\f\left(x\right)+2=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-1\\f\left(x\right)=1\end{array}\right.$$

+ Phương trình $f\left(x\right)=-1$ có 1 nghiệm duy nhất.

+ Phương trình $f\left(x\right)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f'\left(f\left(x\right)+2\right)=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 40. Cho phương trình $\log\left[\left(m+1\right)x\right]-2\log\left(x+2\right)=0$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in\left[-6;9\right]$ để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất?

A. 5. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 2.

Lời giải

Người làm: Trần Văn Thiết.

Phương trình $\log\left[\left(m+1\right)x\right]-2\log\left(x+2\right)\Leftrightarrow\begin{cases}-2<x\neq0\\m+1=\dfrac{\left(x+2\right)^2}{x}=x+4+\dfrac{4}{x}\end{cases}$

Xét hàm số $f\left(x\right)=x+4+\dfrac{4}{x};\qquad\left(-2<x\neq0\right)$

$$\Rightarrow f'\left(x\right)=1-\frac{4}{x^2}\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\left(Loai\right)\\x=2\left(t/m\right)\end{array}\right.$$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=+\infty;\quad\lim\limits_{x\to0^-}f\left(x\right)=-\infty;\quad\lim\limits_{x\to0^+}f\left(x\right)=+\infty$

Ta có bảng biến thiên.

x	-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	0	$\searrow$	$-\infty \,\|\|\, +\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

Qua bảng biến thiên, để phương trình đã cho có nghiệm duy nhất thì:

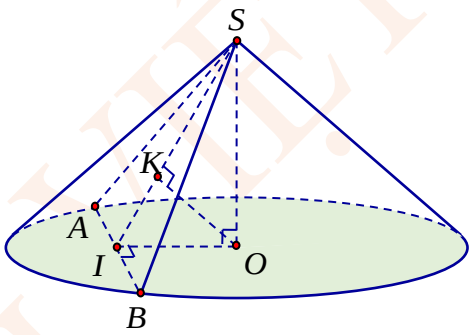
$$\begin{bmatrix} m+1=8 \\ m+1<0 \end{bmatrix} \xrightarrow{m\in\mathbb{Z},m\in[-6;9]} \begin{bmatrix} m=7 \\ -6\le m<-1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;7\}$$

Vậy có 6 giá trị của m.

Câu 41. Cho hình nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $2\sqrt{2}a$. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho góc giữa mặt phẳng (SAB) với mặt phẳng chứa đường tròn đáy bằng 60^0. Biết khoảng cách từ tâm của đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng $\sqrt{3}a$, thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}\pi a^3$. **B.** $V=16\sqrt{3}\pi a^3$. **C.** $V=16\sqrt{2}\pi a^3$. **D.** $V=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}\pi a^3$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow OI \perp AB$.

Kẻ $OK \perp SI \Rightarrow d_{(O,(SAB))}=OK=a\sqrt{3}$.

Khi đó góc giữa mặt phẳng (SAB) với mặt phẳng chứa đường tròn đáy là $SIO=60^o$.

Xét ΔIKO vuông tại K: $\sin 60^o=\dfrac{OK}{OI}\Rightarrow OI=\dfrac{OK}{\sin 60^o}=\dfrac{a\sqrt{3}}{\frac{\sqrt{3}}{2}}=2a$.

Xét ΔSIO vuông tại O: $\tan 60^o=\dfrac{SO}{OI}\Rightarrow SO=OI.\tan 60^o=2a\sqrt{3}$.

Vậy thể tích của khối nón đã cho bằng: $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h=\dfrac{1}{3}\pi(2\sqrt{2}a)^2.2a\sqrt{3}=\dfrac{16\pi a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42.[SD12.C3.1.D08.c] Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)=2f(3x),\forall x\in\mathbb{R}$. Biết rằng F là một nguyên hàm của f và thỏa $F(3)=6$. Giá trị của $3F(1)+2F(9)$ bằng

A. 5. **B.** 30. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $f(x)=2f(3x),\forall x\in\mathbb{R}$.

$$\Rightarrow\int f(x)dx=\int 2f(3x)dx\Leftrightarrow F(x)=\frac{2}{3}F(3x)+C.$$

Suy ra : $\begin{cases}F(1)=\frac{2}{3}F(3)+C\\F(3)=\frac{2}{3}F(9)+C\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3F(1)=12+3C\\18=2F(9)+3C\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3F(1)=12+3C & (*)\\3C=18-2F(9) & (**)\end{cases}$

Thế (**) vào (*) ta được: $3F(1)+2F(9)=30$.

Câu 43. Cho số phức $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R},x>0)$ thỏa mãn $(2-3i)z$ là số thực và $|(3-i)z+1-7i|=10$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $x\in(8;11)$. **B.** $x\in(6;8)$. **C.** $x\in(0;3)$. **D.** $x\in(3;5)$.

Lời giải

Ta có $(2-3i)z=(2-3i)(x+yi)=2x+3y+(2y-3x)i$.

Do $(2-3i)z$ là số thực nên $2y-3x=0\Leftrightarrow x=\frac{2}{3}y$ (1).

Mặt khác, ta có $|(3-i)z+1-7i|=10$

$\Leftrightarrow|3x+y+1+(3y-x-7)i|=10\Leftrightarrow(3x+y+1)^2+(3y-x-7)^2=100$

$\Leftrightarrow 9(3y+1)^2+(21-7y)^2=900$ (do (1))

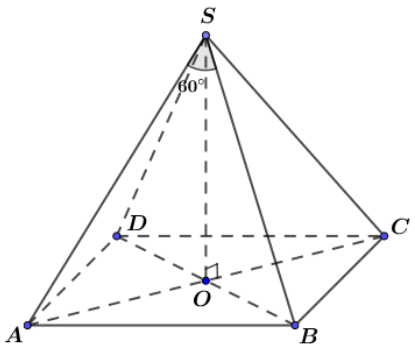
$$\Leftrightarrow 13y^2-24y-45=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}y=3\\y=-\frac{15}{13}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-\frac{10}{13}\end{array}\right.\cdot$$

Do $x>0\Rightarrow x=2$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$ và $ASB=60^0$. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $V=\frac{4}{3}a^3$. **C.** $V=2\sqrt{2}a^3$. **D.** $V=\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$.

. **Lời giải**



Ta có: $S_{ABCD}=4a^2$

$ASB=60^0\Rightarrow \Delta ASB$ là tam giác đều nên $SA=2a$

$AO=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}\sqrt{(2a)^2+(2a)^2}=\frac{1}{2}\sqrt{8a^2}=a\sqrt{2}$

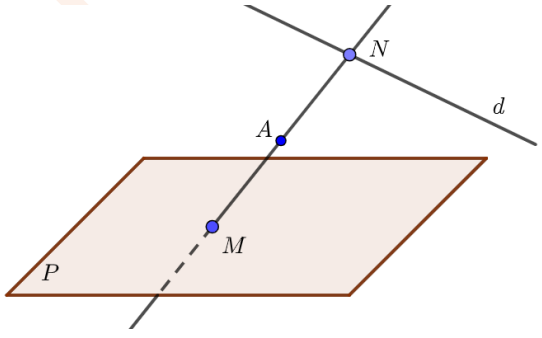
Chiều cao SO: $SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(\sqrt{2}a\right)^2}=\sqrt{4a^2-2a^2}=a\sqrt{2}$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.4a^2.a\sqrt{2}=\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(1;3;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN. Tính độ dài đoạn thẳng OM.

A. $OM=\sqrt{34}$. **B.** $OM=\sqrt{114}$. **C.** $OM=2\sqrt{66}$. **D.** $OM=\sqrt{46}$.

Lời giải



Phương trình tham số của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2+2t\\y=1+t\\z=1-t\end{cases}$

Ta có: $N=\Delta\cap d$ suy ra $N(-2+2t;1+t;1-t)$.

Điểm $A(1;3;2)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN nên suy ra $M(4-2t;5-t;3+t)$

Theo đề bài $M=\Delta\cap(P)$ nên $2(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0\Leftrightarrow t=-2$.

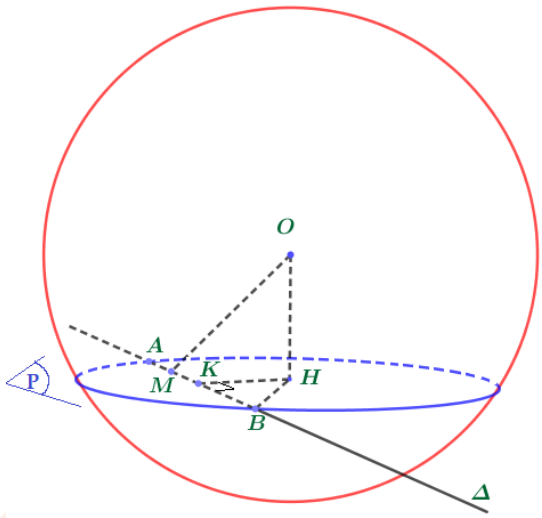
Ta được $M(8;7;1) \Rightarrow \overrightarrow{OM} = (8;7;1) \Rightarrow OM = \sqrt{8^2+7^2+1^2} = \sqrt{114}$.

Vậy độ dài đoạn thẳng $OM = \sqrt{114}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$, điểm $M(1;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-4=0$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M, nằm trên mặt phẳng (P) và cắt (S) tại hai điểm A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (1;a;b)$. Giá trị của $5a+3b$ bằng

A. -3. **B.** 5. **C.** -1. **D.** -5.

Lời giải



Mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=9$ có tâm $O(0;0;0)$ và bán kính $R=3$.

Do $OM = \sqrt{1^2+1^2+2^2} = \sqrt{6} < 3 = R$ nên điểm M nằm trong mặt cầu (S).

Gọi $(C) = (S) \cap (P)$ là đường tròn giao tuyến, H là tâm và r bán kính của đường tròn (C), K là trung điểm của dây cung AB.

Ta có: $AB = 2BK = 2\sqrt{HB^2 - HK^2} = 2\sqrt{r^2 - HK^2}$.

Dây cung AB nhỏ nhất khi và chỉ khi $r^2 - HK^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow HK$ lớn nhất.

Mặt khác, $HK \le HM \Rightarrow HK_{max} = HM$. Dấu "=" xảy ra khi $K \equiv M \Leftrightarrow \Delta \perp HM$.

Vì $\Delta \subset (P) \Rightarrow \Delta \perp OH$. Do đó, $\Delta \perp (OHM) \Rightarrow \Delta \perp OM$.

Từ giả thiết suy ra $\overrightarrow{n_P} = (1;1;1), \overrightarrow{OM} = (1;1;2)$.

Một vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta} = \left[\overrightarrow{n_P}, \overrightarrow{OM}\right] = (1;-1;0)$. Suy ra $a=-1; b=0$.

Vậy $5a+3b=-5$.

Câu 47.[SD12.C2.8.D06.d] Có bao nhiêu số nguyên dương y sao cho ứng với mỗi y có đúng bốn số nguyên dương x thỏa mãn $\ln\dfrac{2^x+x}{xy} + 2^x + x(1-y) \le 0$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Với x, y là các số nguyên dương thì

$\ln\dfrac{2^x+x}{xy}+2^x+x(1-y)\le 0$

$\Leftrightarrow \ln\left(2^x+x\right)+2^x+x\le \ln xy+xy$

Xét $f(t)=\ln t+t$ với $t>0$

Do $f'(t)=\dfrac{1}{t}+1>0\,\forall t>0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0,+\infty)$

Từ đó ta có $f\left(2^x+x\right)\le f(xy)\Leftrightarrow 2^x+x\le xy$

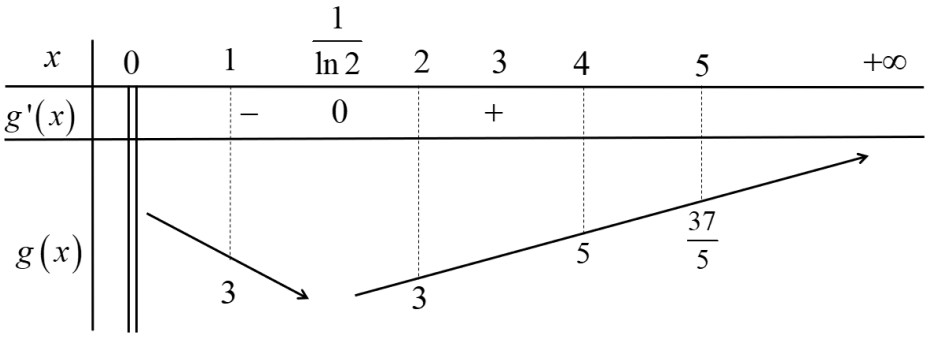
Vì x nguyên dương nên $2^x+x\le xy\Leftrightarrow \dfrac{2^x}{x}+1\le y$

Đặt $g(x)=\dfrac{2^x}{x}+1$

$g'(x)=\dfrac{2^x(x\ln 2-1)}{x^2}$

$g'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\ln 2}$

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên thì yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 5\le y<\dfrac{37}{5}$ nên có 3 số nguyên dương y thỏa mãn.

Câu 48. Cho 2 số phức z, w. Biết rằng số phức z có phần thực và phần ảo đều khác 0 và thỏa mãn $\dfrac{2z^2+3z+4}{z^2+z+1}$ là số thực. Số phức w thỏa mãn $|w+5+4i|=\sqrt{3}$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z+w+1+2i|$ bằng

A. $2\sqrt{5}-2\sqrt{3}$. **B.** $3\sqrt{10}-2\sqrt{3}$. **C.** $3\sqrt{5}-2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{10}-2\sqrt{3}$.

Lời giải

$\dfrac{2z^2+3z+4}{z^2+z+1}\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 2+\dfrac{z+2}{z^2+z+1}\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \dfrac{z+2}{z^2+z+1}\in\mathbb{R}\Leftrightarrow \dfrac{z+2}{z^2+z+1}=\dfrac{\bar{z}+2}{\bar{z}^2+\bar{z}+1}$

$\Leftrightarrow \left(z-\bar{z}\right)\left[|z|^2+2\left(z+\bar{z}\right)+1\right]=0\,(1)$

Vì z có phần thực và phần ảo đều khác 0 nên suy ra $z\neq\bar{z}$

Khi đó $(1)\Leftrightarrow |z|^2+2\left(z+\bar{z}\right)+1=0$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+4x+1=0$, với $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$

$\Leftrightarrow (x+2)^2+y^2=3\Leftrightarrow |z+2|=\sqrt{3}$

Ta có $P=|z+w+1+2i|=\left|(z+2)-(-w-5-4i)-6-2i\right|$

Gọi $M_1(z+2);M_2(-w-5-4i);A(-6-2i)\Rightarrow OM_1=\sqrt{3};OM_2=\sqrt{3};OA=2\sqrt{10}$

Ta có $P=\left|\overrightarrow{OM_1}-\overrightarrow{OM_2}+\overrightarrow{OA}\right|=\left|\overrightarrow{M_2M_1}+\overrightarrow{OA}\right|\geq\left|M_1M_2-OA\right|\Rightarrow P\geq\left|M_1M_2-2\sqrt{10}\right|$.

Mặt khác $\left|OM_1-OM_2\right|\leq M_1M_2\leq OM_1+OM_2\Rightarrow 0\leq M_1M_2\leq 2\sqrt{3}\Rightarrow M_1M_2<2\sqrt{10}$

$\Rightarrow P\geq 2\sqrt{10}-M_1M_2$.

Suy ra $P_{\min}\Leftrightarrow M_1M_2\max\Rightarrow P\min=2\sqrt{10}-2\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $2f(x).f'(x)=1+(2x+1)e^{-f^2(x)+x^2+2x+2}$. Biết $f(0)=\sqrt{2}$. Tính thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0,\ x=1$ quay quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{251}{30}\pi$. **B.** $V=\dfrac{10}{3}\pi$. **C.** $V=\dfrac{17}{6}\pi$. **D.** $V=\dfrac{178}{15}\pi$.

Lời giải

Ta có $2f(x).f'(x)=1+(2x+1)e^{-f^2(x)+x^2+2x+2}\Leftrightarrow 2f(x).f'(x).e^{f^2(x)}=e^{f^2(x)}+(2x+1)e^{x^2+2x+2}$

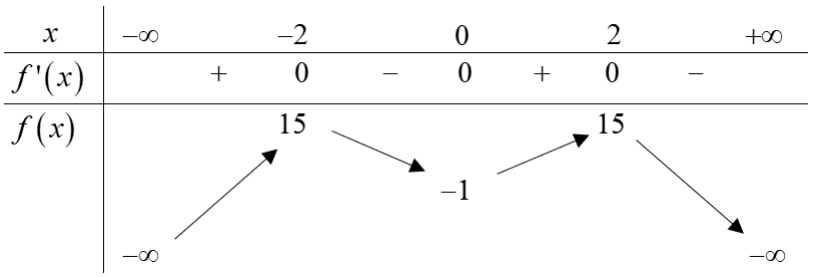
$\Leftrightarrow\left[2f(x).f'(x)-1\right]e^{f^2(x)}=(2x+1)e^{x^2+2x+2}\Leftrightarrow\left[2f(x).f'(x)-1\right]e^{f^2(x)-x}=(2x+1)e^{x^2+x+2}$

Lấy nguyên hàm hai vế ta có $\int\left[2f(x).f'(x)-1\right]e^{f^2(x)-x}\mathrm{dx}=\int(2x+1)e^{x^2+x+2}\mathrm{dx}$

$\Leftrightarrow e^{f^2(x)-x}=e^{x^2+x+2}+\mathrm{C},\ \mathrm{C}\in\mathbb{R}$. Ta có $f(0)=\sqrt{2}\Rightarrow\mathrm{C}=0\Rightarrow f^2(x)=x^2+2x+2$.

Khi đó, thể tích khối tròn xoay là $V=\pi\int_0^1 f^2(x)\mathrm{dx}=\dfrac{10}{3}\pi$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(f^2(x)-2f(x)-m\right)$ có đúng 25 điểm cực trị.

A. 188. **B.** 187. **C.** 189. **D.** 190.

Lời giải

Ta có $g'(x)=\left[2.f(x).f'(x)-2f'(x)\right].f'\left(f^2(x)-2f(x)-m\right).$

$g'(x)=\left[2.f'(x)\left(f(x)-1\right)\right].f'\left(f^2(x)-2f(x)-m\right).$

$g'(x)=0\Leftrightarrow 2.f'(x)\left(f(x)-1\right)=0$ hoặc $f'\left(f^2(x)-2f(x)-m\right)=0$

+) Với $f'(x)\left(f(x)-1\right)=0\Leftrightarrow$
$$\left[\begin{array}{l} f'(x)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\\ x=\pm 2\end{array}\right.\\ f(x)=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a\ \ (a<-2)\\ x=b\ \ (-2<b<0)\\ x=c\ \ (0<c<2)\\ x=d\ \ (d>2)\end{array}\right.\end{array}\right.$$ (có 7 nghiệm bội lẻ).

Xét tập $A=\{a;-2;0;b;c;d;2\}$

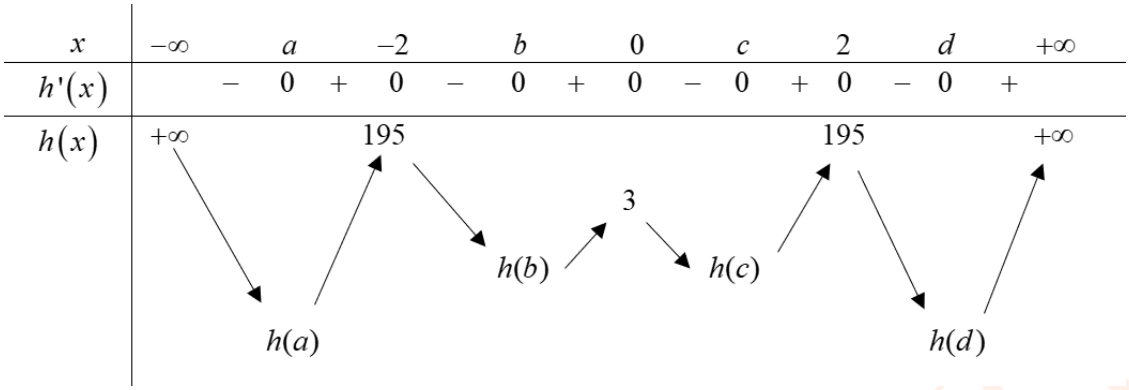
+)Với $f'\left(f^2(x)-2f(x)-m\right)=0\Leftrightarrow$
$$\left[\begin{array}{l} f^2(x)-2f(x)-m=-2\\ f^2(x)-2f(x)-m=0\\ f^2(x)-2f(x)-m=2\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f^2(x)-2f(x)=m-2\ (1)\\ f^2(x)-2f(x)=m\ \ \ (2)\ \ (*)\\ f^2(x)-2f(x)=m+2\ (3)\end{array}\right.$$

Để hàm số $g(x)$ có đúng 25 điểm cực trị thì phương trình (*) phải có 18 nghiệm bội lẻ.

Đặt $h(x)=f^2(x)-2f(x)$.

Ta có bảng biến thiên hàm $h(x)=f^2(x)-2f(x)$



$h(a)=h(b)=h(c)=h(d)=-1$

Để (*) có 18 nghiệm bội lẻ

- TH1: phương trình (1) có 2 nghiệm bội lẻ $\notin A$ và phương trình (2), (3) có 8 nghiệm bội lẻ $\notin A$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 195 \le m+2 \\ -1 < m < 3 \\ -1 < m-2 < 3 \end{cases}$$ (không xảy ra).

-TH2: các phương trình (1), (2), (3) đều có 6 nghiệm bội lẻ $\notin A$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3 \le m-2 < 195 \\ 3 \le m < 195 \\ 3 \le m+2 < 195 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5 \le m < 197 \\ 3 \le m < 195 \\ -1 \le m < 193 \end{cases} \Leftrightarrow 5 \le m < 193 \Rightarrow m \in \{5,6,7,....192\}$$

Vậy có 188 giá trị nguyên của tham số m.

SỞ GDĐT BẮC NINH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2022}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=0$. **B.** $y=2022$. **C.** $x=1$. **D.** $y=0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Xét các mệnh đề sau:

(1) Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

(2) Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

(3) Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

(4) Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0\in(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0;b)$. Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 3. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0;x=2$ là

A. $S=10$. **B.** $S=12$. **C.** $S=8$. **D.** $S=9$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz là điểm

A. $B(0;-1;0)$. **B.** $D(3;0;0)$. **C.** $C(0;0;1)$. **D.** $A(3;-1;0)$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-4;+\infty)$

Câu 7. Trong không gian, gọi A là điểm thuộc mặt cầu tâm I bán kính R. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $IA>R$ **B.** $IA=R^2$ **C.** $IA<R$ **D.** $IA=R$

Câu 8. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;1]$. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 1$ và $F(0) = 2$, giá trị $F(1)$ bằng

A. 3 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int 2xdx = x^2 + C$. **B.** $\int e^x dx = e^x + C$.

C. $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x| + C$. **D.** $\int \sin x dx = \cos x + C$.

Câu 10. Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{-4x^3}{3} - 2x^2 - x - 3$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 0$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = 7$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = 5$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = 3$.

Câu 13. Phần ảo của số phức $z = 2 - 3i$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $-3i$.

Câu 14. Phương trình $\log_{25}(2x - 3) = 1$ có nghiệm là

A. $x = 25$. **B.** $x = 13$. **C.** $x = 14$. **D.** $x = 15$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 2i, z_2 = -3 + 3i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

A. $-5i$. **B.** $5 - 5i$. **C.** $-1 + i$. **D.** $-5 + 5i$.

Câu 16. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. $\pi r^2 h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$. **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $2\pi r^2 h$.

Câu 17. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là các véc tơ đơn vị của các trục Ox, Oy, Oz. Tọa độ của véc tơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ là

A. $(3;0;2)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(2;0;3)$. **D.** $(0;2;3)$.

Câu 18. Cho $\int_0^2 f(x)dx = 3$ và $\int_0^2 g(x)dx = 7$, khi đó $\int_0^2 [f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

A. 24. **B.** 10. **C.** 16. **D.** -18.

Câu 19. Nếu $\int f(x)dx = \sin x - e^x + C$ thì:

A. $\cos x - e^x$. **B.** $f\left(x\right) = -\cos x - e^x + C$.

C. $f\left(x\right) = \cos x + e^x + C$. **D.** $f\left(x\right) = -\cos x - e^x$.

Câu 20. Một khối trụ có đường cao bằng 2, chu vi của thiết diện qua trục gấp 3 lần đường kính đáy. Thể tích của khối trụ đó bằng:

A. $\frac{8\pi}{3}$ **B.** 32π **C.** 8π. **D.** 2π

Câu 21. Hình lập phương có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 12.

Câu 22. Cho số phức z thoả mãn $\left|iz-1\right| = \left|1+\sqrt{2}i\right|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn $\left(C\right)$. Toạ độ tâm I và bán kính R của $\left(C\right)$ lần lượt là

A. $I\left(0;1\right); R = 3$. **B.** $I\left(0;1\right); R = \sqrt{3}$. **C.** $I\left(0;-1\right); R = \sqrt{3}$. **D.** $I\left(0;-1\right); R = 3$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-1\right) + \log_2\left(x-1\right) + \log_2\left(x+3\right) \ge 1$ là.

A. $1;+\infty$. **B.** $-1;+\infty$. **C.** $1;+\infty$. **D.** $-3;+\infty$.

Câu 24. Tập xác định D của hàm số $y = \left(x-3\right)^{-5} + \log_3\left(4-x\right)$ là.

A. $D = \left(3;4\right)$. **B.** $D = \left(-\infty;4\right) \setminus \left\{3\right\}$.

C. $D = \left(4;+\infty\right)$. **D.** $D = \left(-\infty;4\right)$.

Câu 25. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi số thực dương x, y?

A. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x + \log_b y$. **B.** $\log_a \frac{x}{y} = \log_a\left(x-y\right)$.

C. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_b y$. **D.** $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Câu 26. Cho số phức $z = 3+4i$. Mô-đun của số phức $\left(1+i\right)z$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 50. **D.** 10.

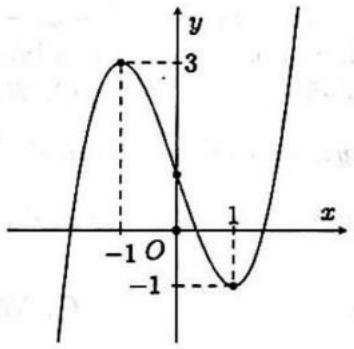
Câu 27. Cho a là số thực dương khác 4. Giá trị của biểu thức $I = \log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 28. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1, AD = 2\sqrt{2}, AA' = \sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. $\frac{9}{4}\pi$. **B.** 3π. **C.** 19π. **D.** 12π.

Câu 29. Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-5=0$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy

A. $2x+3z=0$. **B.** $3x+2y=0$. **C.** $x-2z+1=0$. **D.** $y+2z=0$.

Câu 31. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-4}{x-2}$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right),SA=a\sqrt{3},AB=a$. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 33. Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Số hạng thứ 10 của dãy số trên là

A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=25$. **C.** $u_{10}=-2.3^9$. **D.** $u_{10}=-29$.

Câu 34. Khối chóp có chiều cao bằng 3, diện tích đáy bằng 9 có thể tích bằng

A. 9. **B.** 27. **C.** $\dfrac{27}{2}$. **D.** 3.

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $\mathrm{e}^{x^2-x-1}<\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ là

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 36. Hàm số $f\left(x\right)=\left|x^4-4x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 37. Cho phương trình $\log_2\left(x+1\right)-\log_2\left(x^2-3x-2m+5\right)=0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 8. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{-2x^2+9x-4}}{\sqrt{\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+3x+1}}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 39. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(3;1;1), B(3;-2;-2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho các đường thẳng MA, MB tạo với (Oxz) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Tính bán kính R của đường tròn (C).

A. $R=1$. **B.** $R=2\sqrt{2}$. **C.** $R=8$. **D.** $R=2$.

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $ASB=60^o$, $BSC=90^o$, $CSA=120^o$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh AB và SC sao cho $\frac{CN}{SC}=\frac{AM}{AB}$. Khi khoảng cách giữa M và N nhỏ nhất, thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{432}$. **B.** $\frac{5\sqrt{2}a^3}{72}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{72}$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}a^3}{432}$.

Câu 41. Cho phương trình $\left(x^2-2x+m\right)^2-2x^2+3x-m=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2022. **B.** 4045. **C.** 2024. **D.** 2023.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ Cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z+2}{4}$ và đường thẳng $d':\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-m}{m^2}$. Số giá trị của tham số m để hai đường thẳng song song với nhau là

A. 1. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x)=x^2+12\int_0^1 x^2 f\left(\sqrt{x}\right)dx$. Giá trị của $I=\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 44. Biết tích phân $\int_0^{\ln 6}\frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}}dx=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là

A. $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Câu 45. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $AB=a$, chiều cao $AA'=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của CC'. Thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 46. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0$, $x=\frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là:

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=\pi+1$. **C.** $V=\pi(\pi+1)$. **D.** $V=\pi(\pi-1)$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-7=0$. Gọi I là giao điểm của d và (P). Biết $IM=9$, khoảng cách từ điểm M thuộc d đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{15}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** 8 **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 48. Cho hình chóp $SABC$ có $SA=SB=a, SC=a\sqrt{2}, SA\perp(SBC), BC=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{10}}{5}$

Câu 49. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}}\dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2}=x(x-3)+y(y-3)+xy$ sao cho biểu thức $P=\dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2021x+2022y$ bằng

A. 8085. **B.** 6065. **C.** 6064. **D.** 4030.

Câu 50. Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A. Xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9 bằng

A. $\dfrac{1}{18}$. **B.** $\dfrac{1250}{1710}$. **C.** $\dfrac{625}{1710}$. **D.** $\dfrac{1}{9}$.

-------- HẾT--------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.A	4.C	5.C	6.A	7.D	8.A	9.D	10.B
11.C	12.B	13.A	14.C	15.B	16.C	17.C	18.A	19.A	20.C
21.D	22.C	23.C	24.B	25.C	26.A	27.D	28.D	29.A	30.A
31.D	32.A	33.B	34.A	35.C	36.A	37.C	38.D	39.D	40.D
41.C	42.A	43.B	44.D	45.B	46.C	47.C	48.D	49.C	50.A

Câu 1. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2022}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=0$. **B.** $y=2022$. **C.** $x=1$. **D.** $y=0$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{2022}{x-1}\right)=0$.

Vậy hàm số $y=\dfrac{2022}{x-1}$ có TCN: $y=0$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Xét các mệnh đề sau:

(1) Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

(2) Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

(3) Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

(4) Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0\in(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0;b)$. Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Xét các mệnh đề:

(1) Nếu $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$

Đúng. Vì đạo hàm không đổi dấu trên $(a;b)$ nên không có cực trị.

(2) Nếu $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì hàm số không có cực trị trên $(a;b)$.

Đúng. Vì đạo hàm không đổi dấu trên $(a;b)$ nên không có cực trị.

(3) Nếu $f(x)$ đạt cực trị tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M(x_0;f(x_0))$ song song hoặc trùng với trục hoành.

Đúng. Vì khi hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$, lúc này phương trình tiếp tuyến có dạng: $y=f(x_0)$ sẽ song song hoặc trùng trục hoành.

(4) Nếu $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0\in(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;x_0)$ và nghịch biến trên $(x_0;b)$. Trong các mệnh đề trên, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

Sai. Vì hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0 \in (a;b)$ thì đạo hàm đổi dấu từ dương sang âm (tính từ trái qua phải) nhưng chưa chắc đồng biến trên cả khoảng $(a;x_0)$ và nghịch biến trên cả khoảng $(x_0;b)$.

Vậy có 3 mệnh đề trên đều đúng.

Câu 3. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0; x=2$ là

A. $S=10$. **B.** $S=12$. **C.** $S=8$. **D.** $S=9$.

Lời giải

Ta có diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y=3x^2+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=0; x=2$ là

$$S=\int_0^2 \left|3x^2+1\right|dx=\int_0^2 \left(3x^2+1\right)dx=10$$

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$ hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz là điểm

A. $B(0;-1;0)$. **B.** $D(3;0;0)$. **C.** $C(0;0;1)$. **D.** $A(3;-1;0)$.

Lời giải

Ta có hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz là điểm $C(0;0;1)$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình $x^2+y^2+z^2+2(m-2)y-2(m+3)z+3m^2+7=0$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu?

A. Vô số. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình đã cho là phương trình của một mặt cầu $\Leftrightarrow (m-2)^2+(-m-3)^2-3m^2-7>0$

$$\Leftrightarrow -m^2+2m+6>0$$
$$\Leftrightarrow m\in\left(1-\sqrt{7};1+\sqrt{7}\right)$$

Mà m nguyên dương, suy ra $m\in\{1;2;3\}$. Vậy có 3 số m nguyên dương.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-4;+\infty)$

Lời giải

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 7. Trong không gian, gọi A là điểm thuộc mặt cầu tâm I bán kính R. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $IA > R$ **B.** $IA = R^2$ **C.** $IA < R$ **D.** $IA = R$

Lời giải

Chọn D

Câu 8. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;1]$. Biết $\int_0^1 f(x)dx = 1$ và $F(0) = 2$, giá trị $F(1)$ bằng

A. 3 **B.** -1 **C.** 0 **D.** 1

Lời giải

Ta có $\int_0^1 f(x)dx = 1 \Rightarrow F(x)\Big|_0^1 = 1 \Rightarrow F(1) - F(0) = 1 \Rightarrow F(1) - 2 = 1 \Rightarrow F(1) = 3$.

Câu 9. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. $\int 2x\mathrm{d}x = x^2 + C$. **B.** $\int e^x \mathrm{d}x = e^x + C$.

C. $\int \frac{1}{x}\mathrm{d}x = \ln|x| + C$. **D.** $\int \sin x\mathrm{d}x = \cos x + C$.

Lời giải

Ta có $\int \sin x\mathrm{d}x = -\cos x + C$, nên đáp án D sai.

Câu 10. Số điểm cực trị của hàm số $y = \frac{-4x^3}{3} - 2x^2 - x - 3$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $y' = -4x^2 - 4x - 1 = -(2x+1)^2 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên đạo hàm không đổi dấu. Vậy hàm số đã cho không có điểm cực trị.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$. Phương trình tham số của đường thẳng là

A. $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 3 - t \\ z = 3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 3t \\ z = 3 \end{cases}$.

Lời giải

Từ phương trình đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z}{3}$ ta thấy d đi qua điểm $M(1;-3;0)$ và nhận một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;3)$ nên d có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=3$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-3$.

$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm 1(l)$

Với $x=2\Rightarrow y=7$

$x=4\Rightarrow y=57$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\min\limits_{[2;4]} y=7$

Câu 13. Phần ảo của số phức $z=2-3i$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $-3i$.

Lời giải

Phần ảo của số phức $z=2-3i$ bằng -3.

Câu 14. Phương trình $\log_{25}(2x-3)=1$ có nghiệm là

A. $x=25$. **B.** $x=13$. **C.** $x=14$. **D.** $x=15$.

Lời giải

Ta có: $\log_{25}(2x-3)=1\Leftrightarrow\begin{cases}2x-3>0\\2x-3=25\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>\dfrac{3}{2}\\x=14\end{cases}\Leftrightarrow x=14$.

Vậy phương trình đã cho có nghiệm duy nhất là $x=14$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=2-2i, z_2=-3+3i$. Khi đó số phức z_1-z_2 là

A. $-5i$. **B.** $5-5i$. **C.** $-1+i$. **D.** $-5+5i$.

Lời giải

Ta có: $z_1-z_2=2-2i-(-3+3i)=5-5i$

Câu 16. Thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r bằng

A. πr^2h. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $2\pi r^2h$.

Lời giải

Ta có: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$

Câu 17. Gọi $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ lần lượt là các véc tơ đơn vị của các trục Ox,Oy,Oz. Tọa độ của véc tơ $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{k}$ là

A. $(3;0;2)$. **B.** $(2;3;0)$. **C.** $(2;0;3)$. **D.** $(0;2;3)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{i}=(1;0;0),\vec{j}=(0;1;0),\vec{k}=(0;0;1)$.

Do đó $2\vec{i}=(2;0;0),3\vec{k}=(0;0;3)$

Vậy $\vec{a}=2\vec{i}+3\vec{k}=(2;0;3)$.

Câu 18. Cho $\int_0^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^2 g(x)dx=7$, khi đó $\int_0^2\left[f(x)+3g(x)\right]dx$ bằng

A. 24. **B.** 10. **C.** 16. **D.** –18.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2\left[f(x)+3g(x)\right]dx=3+3.7=24$

Câu 19. Nếu $\int f\left(x\right)dx=\sin x-e^x+C$ thì:

A. $\cos x-e^x$. **B.** $f\left(x\right)=-\cos x-e^x+C$.

C. $f\left(x\right)=\cos x+e^x+C$. **D.** $f\left(x\right)=-\cos x-e^x$.

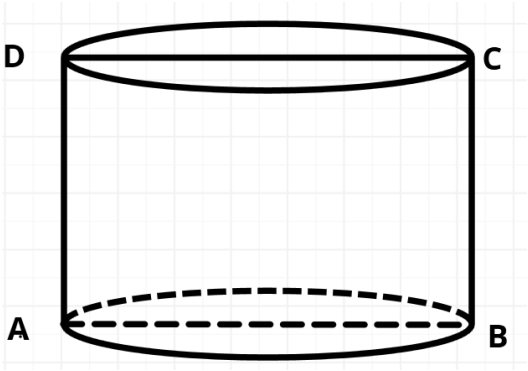
Lời giải

Vì $\int f\left(x\right)dx=\int\left(\cos x-e^x\right)dx=\sin x-e^x+C$

Câu 20. Một khối trụ có đường cao bằng 2, chu vi của thiết diện qua trục gấp 3 lần đường kính đáy. Thể tích của khối trụ đó bằng:

A. $\frac{8\pi}{3}$ **B.** 32π **C.** 8π. **D.** 2π

Lời giải



Thiết diện qua trục là hình chữ nhật ABCD.

Ta có 2(AB+BC) = 3AB suy ra AB=2BC = 4. Bán kính đáy R = 2.

$V_{KT}=2.\pi.2^2=8\pi$.

Câu 21. Hình lập phương có bao nhiêu cạnh?

A. 8. **B.** 6. **C.** 9. **D.** 12.

Lời giải

Chọn D

Hình lập phương có 12 cạnh.

Câu 22. Cho số phức z thoả mãn $|iz-1|=|1+\sqrt{2}i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C). Toạ độ tâm I và bán kính R của (C) lần lượt là

A. $I(0;1); R=3$. **B.** $I(0;1); R=\sqrt{3}$. **C.** $I(0;-1); R=\sqrt{3}$. **D.** $I(0;-1); R=3$.

Lời giải

Chọn C

$|iz-1|=|1+\sqrt{2}i| \Leftrightarrow |i(z+i)|=\sqrt{3} \Leftrightarrow |z+i|=\sqrt{3}$

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R}) \Rightarrow |x+yi+i|=\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{x^2+(y+1)^2}=\sqrt{3} \Leftrightarrow x^2+(y+1)^2=3$

Suy ra tâm I và bán kính R của (C) lần lượt là $I(0;-1); R=\sqrt{3}$.

Câu 23. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)+\log_2(x-1)+\log_2(x+3)\ge 1$ là.

A. $1;+\infty$. **B.** $-1;+\infty$. **C.** $1;+\infty$. **D.** $-3;+\infty$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} x-1>0 \\ x+3>0 \end{cases} \Leftrightarrow x>1$.

Bất phương trình thành $-\log_2(x-1)+\log_2(x-1)+\log_2(x+3)\ge 1$

$$\Leftrightarrow \log_2(x+3)\ge 1 \Leftrightarrow x\ge -1.$$

So điều kiện $x>1$, ta nhận $x>1$

Vậy tập nghiệm $S=1;+\infty$.

Câu 24. Tập xác định D của hàm số $y=(x-3)^{-5}+\log_3(4-x)$ là.

A. $D=3;4$. **B.** $D=-\infty;4\setminus 3$.

C. $D=4;+\infty$. **D.** $D=-\infty;4$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định khi $\begin{cases} x-3\ne 0 \\ 4-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ne 3 \\ x<4 \end{cases}$.

Vậy tập xác định $D=-\infty;4\setminus 3$.

Câu 25. Cho a là số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng với mọi số thực dương x, y?

A. $\log_a\frac{x}{y}=\log_a x+\log_b y$. **B.** $\log_a\frac{x}{y}=\log_a(x-y)$.

C. $\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_b y$. **D.** $\log_a\frac{x}{y}=\frac{\log_a x}{\log_a y}$.

Lời giải

Chọn C

Với a là số thực dương khác 1 và x, y là các số thực dương ta có

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_b y.$$

Câu 26. Cho số phức $z = 3+4i$. Mô-đun của số phức $(1+i)z$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** 50. **D.** 10.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1+i)z = (1+i)(3+4i) = -1+7i$.

Do đó $|(1+i)z| = |-1+7i| = \sqrt{(-1)^2+7^2} = 5\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho a là số thực dương khác 4. Giá trị của biểu thức $I = \log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right)$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

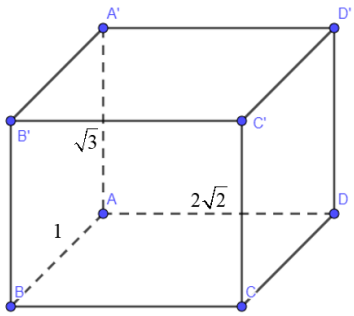
Ta có $I = \log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a^3}{64}\right) = \log_{\frac{a}{4}}\left[\left(\frac{a}{4}\right)^3\right] = 3\log_{\frac{a}{4}}\left(\frac{a}{4}\right) = 3$.

Câu 28. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB = 1, AD = 2\sqrt{2}, AA' = \sqrt{3}$. Diện tích mặt cầu ngoại tiếp hình hộp đã cho bằng

A. $\frac{9}{4}\pi$. **B.** 3π. **C.** 19π. **D.** 12π.

Lời giải

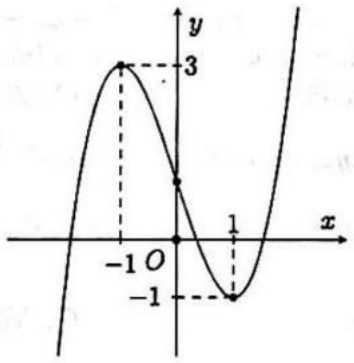
Chọn D



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật là $R = \frac{\sqrt{AB^2+AD^2+AA'^2}}{2} = \frac{\sqrt{1+8+3}}{2} = \sqrt{3}$.

Diện tích mặt cầu ngoại tiếp: $S = 4\pi R^2 = 4\pi.3 = 12\pi$.

Câu 29. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên



Số nghiệm thực của phương trình $2f\left(x\right)-5=0$

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

$2f\left(x\right)-5=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{5}{2}$ (1)

Phương trình trên là phương trình hoành độ giao điểm của $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=\frac{5}{2}$

Dựa vào đồ thị ta thấy 2 đồ thị trên cắt nhau tại 3 điểm nên số nghiệm của phương trình trên là 3.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây chứa trục Oy

A. $2x+3z=0$. **B.** $3x+2y=0$. **C.** $x-2z+1=0$. **D.** $y+2z=0$.

Lời giải

Chọn A

Mặt phẳng chứa trục Oy là mặt phẳng có vectơ pháp tuyến vuông góc với $\vec{j}=\left(0;1;0\right)$ và đi qua gốc tọa độ.

Vậy nếu mp có phương trình : $Ax+By+Cz+D=0$ thì $B=D=0$.

Nên ta thấy đáp án A đúng

Câu 31. Giới hạn $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}$ bằng

A. –4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

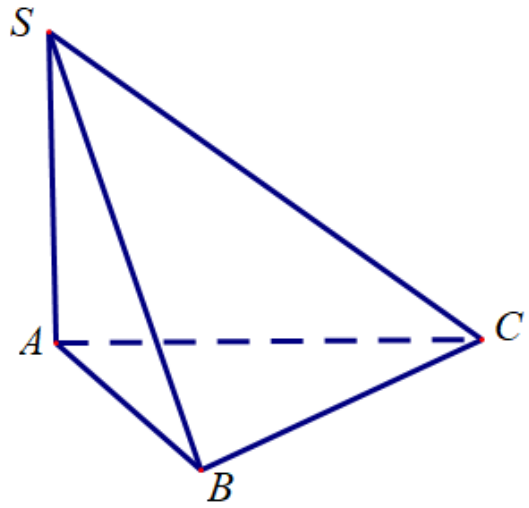
Lời giải

Ta có : $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{\left(x-2\right)\left(x+2\right)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\left(x+2\right)=4.$

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right),SA=a\sqrt{3},AB=a$. Cạnh bên SB hợp với đáy một góc bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải



Ta có : $\left(SB,(ABC)\right)=\left(SB,AB\right)=SBA$ (do ΔSAB vuông tại A).

Xét tam giác SAB vuông tại A, ta có: $\tan SBA=\dfrac{SA}{AB}=\sqrt{3}\Rightarrow SBA=60°$

hay $\left(SB,(ABC)\right)=60°$.

Câu 33. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Số hạng thứ 10 của dãy số trên là

A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=25$. **C.** $u_{10}=-2.3^9$. **D.** $u_{10}=-29$.

Lời giải

Số hạng thứ 10 của cấp số cộng (u_n) là $u_{10}=u_1+(10-1)d=-2+9.3=25$.

Câu 34. Khối chóp có chiều cao bằng 3, diện tích đáy bằng 9 có thể tích bằng

A. 9. **B.** 27. **C.** $\dfrac{27}{2}$. **D.** 3.

Lời giải

Khối chóp có chiều cao bằng 3, diện tích đáy bằng 9 có thể tích bằng

$V=\dfrac{1}{3}h.S=\dfrac{1}{3}.3.9=9$.

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $e^{x^2-x-1}<\dfrac{1}{e}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Ta có: $e^{x^2-x-1}<\dfrac{1}{e}\Leftrightarrow e^{x^2-x-1}<e^{-1}\Leftrightarrow x^2-x-1<-1\Leftrightarrow x^2-x<0\Leftrightarrow 0<x<1$.

Câu 36. Hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^4-4x^2$. Ta có $y'=4x^3-8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta suy ra $y=x^4-4x^2$ có 3 điểm cực trị và đổi dấu 2 lần nên hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^2\right|$ có $3+2=5$ điểm cực trị.

Câu 37. Cho phương trình $\log_2(x+1)-\log_2\left(x^2-3x-2m+5\right)=0$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm thực phân biệt?

A. 8. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có PT $\Leftrightarrow\log_2(x+1)=\log_2\left(x^2-3x-2m+5\right)\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x^2-3x-2m+5=x+1\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x>-1\\x^2-4x+4=2m\end{cases}$ (*)

PT đã cho có hai nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn - 1.

Xét hàm số $y=f(x)=x^2-4x+4$ với $x>-1$.

Có $y'=2x-4$; $y'=0\Leftrightarrow x=2$

Ta có BBT

x	-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	9	↘	0	↗	$+\infty$

Từ BBT ta thấy (*) có hai nghiệm phân biệt lớn hơn - 1 khi và chỉ khi

$0<2m<9\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{9}{2}\Rightarrow m\in\{1;2;3;4\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thoả mãn.

Câu 38. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{-2x^2+9x-4}}{\sqrt{\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+3x+1}}$ có đúng một đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D.

● Điều kiện $\begin{cases}-2x^2+9x-4\ge 0\\ \left(1-m^3\right)x^3+3x^2+3x+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\in\left[\dfrac{1}{2};4\right] & (1)\\ \left(1-m^3\right)x^3+3x^2+3x+1>0 & (2)\end{cases}$

● Ta nhận thấy theo (1) thì đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

● Để đồ thị có đúng một đường tiệm cận thì $g(x)=\left(1-m^3\right)x^3+3x^2+3x+1=0$ có đúng 1 nghiệm $\in\left[\dfrac{1}{2};4\right]$ hoặc 1 nghiệm kép $x_0\in\left[\dfrac{1}{2};4\right]$ và thỏa mãn $g(x)>0, x\ne x_0$.

● Ta có $g(x)=0\Leftrightarrow(x+1)^3=(mx)^3\Leftrightarrow mx=x+1\Leftrightarrow m=\dfrac{x+1}{x}, \forall x\in\left[\dfrac{1}{2};4\right]$.

Xét hàm số $h(x)=\dfrac{x+1}{x}\Rightarrow h'(x)=\dfrac{-1}{x^2}<0$.

Bảng biến thiên của $h(x)$.

x	0		$\frac{1}{2}$		4
$h'(x)$			-		
$h(x)$			3		$\frac{5}{4}$

Để có đúng một nghiệm thì $\dfrac{5}{4}\le m\le 3, m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m=\{3,2\}$.

+) Với $m=3$ thì $g(x)=-26x^3+3x^2+3x+1>0\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. Tập xác định $D=\varnothing$.

+) Với $m=2$ thì $g(x)=-8x^3+3x^2+3x+1>0\Leftrightarrow x\in(-\infty;x_0), \dfrac{1}{2}<x_0<1$.

TXĐ $D=\left(\dfrac{1}{2};x_0\right)$. Có tiệm cận đứng bên $x=\dfrac{1}{2}$. Vậy $m=2$ thỏa mãn.

Câu 39. Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $A(3;1;1), B(3;-2;-2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho các đường thẳng MA, MB tạo với (Oxz) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Tính bán kính R của đường tròn (C).

A. $R=1$. **B.** $R=2\sqrt{2}$. **C.** $R=8$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Gọi M(x;y;z)

Gọi H, K lần lượt là hình chiếu của A, B trên (Oxz) thì AH=1; BK=2.

Do MA, MB tạo với (Oxz) các góc bằng nhau nên hai tam giác vuông MAH và MBK đồng dạng.

Từ đó MB=2MA $\Leftrightarrow (x-3)^2+(y+2)^2+(z+2)^2=4\left[(x-3)^2+(y-1)^2+(z-1)^2\right]$

$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-6x-4y-4z+9=0$

$\Leftrightarrow (x-3)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=8$

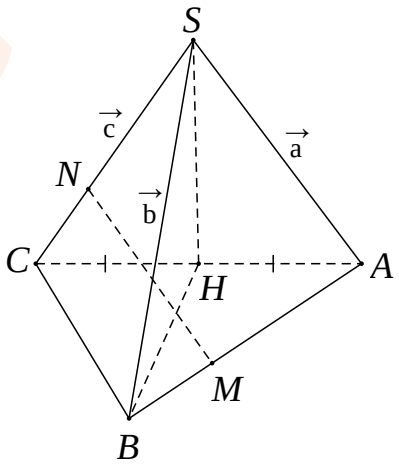
Suy ra M thuộc mặt cầu (S) tâm I(3;2;2), bán kính $R_c=2\sqrt{2}$

Mặt khác theo giả thiết M thuộc mặt phẳng (Oxz) nên M thuộc đường tròn (C) cố định là giao của (S) và (Oxz). Ta có $d\left(I,(\text{Oxz})\right)=2; R=\sqrt{R_c^2-\left[d\left(I,(\text{Oxz})\right)\right]^2}=2$

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $ASB=60^o$, $BSC=90^o$, $CSA=120^o$. Gọi M, N lần lượt là các điểm trên cạnh AB và SC sao cho $\frac{CN}{SC}=\frac{AM}{AB}$. Khi khoảng cách giữa M và N nhỏ nhất, thể tích khối chóp $S.AMN$ bằng

A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{432}$. **B.** $\frac{5\sqrt{2}a^3}{72}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^3}{72}$. **D.** $\frac{5\sqrt{2}a^3}{432}$.

Lời giải



• Ta có ΔSAB đều nên $AB=a$, ΔSBC vuông tại S nên $BC=a\sqrt{2}$.

Áp dụng định lí cosin trong ΔSAC nên $AC=\sqrt{SA^2+SC^2-2.SA.SC.cos120^o}=a\sqrt{3}$.

Suy ra ΔABC vuông tại B.

Gọi SH là đường cao của hình chóp. Vì $SA=SB=SC$ nên $HA=HB=HC$. Do đó, H là trung điểm của AC. Suy ra $AH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Áp dụng định lí pitago trong tam giác SHA ta có $SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\dfrac{a}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.S_{\Delta ABC}.SH=\dfrac{1}{3}.\left(\dfrac{1}{2}.a.a\sqrt{2}\right).\dfrac{a}{2}=\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}$.

• Đặt $\dfrac{CN}{SC}=\dfrac{AM}{AB}=x\ (0\le x\le 1)$. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a}$, $\overrightarrow{SB}=\vec{b}$, $\overrightarrow{SC}=\vec{c}$, $|\vec{a}|=|\vec{b}|=|\vec{c}|=a$.

Ta có $\vec{a}.\vec{b}=\dfrac{a^2}{2}$, $\vec{b}.\vec{c}=0$, $\vec{c}.\vec{a}=-\dfrac{a^2}{2}$.

Có $\overrightarrow{SN}=(1-x).\vec{c}$; $\overrightarrow{SM}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{AM}=\vec{a}+x.\overrightarrow{AB}=\vec{a}+x.(\vec{b}-\vec{a})=(1-x).\vec{a}+x.\vec{b}$.

Suy ra $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{SN}-\overrightarrow{SM}=(1-x).\vec{c}-\left[(1-x).\vec{a}+x.\vec{b}\right]=(x-1).\vec{a}-x.\vec{b}+(1-x).\vec{c}$.

Suy ra $MN^2=\left[(x-1).\vec{a}-x.\vec{b}+(1-x).\vec{c}\right]^2$

$=(x-1)^2.a^2+x^2.a^2+(1-x)^2.a^2-2x(x-1).\vec{a}.\vec{b}-2x(1-x).\vec{b}.\vec{c}-2(x-1)^2.\vec{a}.\vec{c}$

$=\left[3(x-1)^2+x^2-x(x-1)\right].a^2=(3x^2-5x+3).a^2=\left[3\left(x-\dfrac{5}{6}\right)^2+\dfrac{11}{12}\right].a^2\ge\dfrac{11a^2}{12}$.

Suy ra MN nhỏ nhất bằng $\dfrac{a\sqrt{33}}{6}$ khi $x=\dfrac{5}{6}$.

Khi đó, thể tích khối chóp $S.AMN$ là $V_{S.AMN}=\dfrac{SN}{SC}.V_{S.AMC}=\dfrac{SN}{SC}.\dfrac{AM}{AB}.V_{S.ABC}$

$=(1-x).x.\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}=\dfrac{1}{6}.\dfrac{5}{6}.\dfrac{\sqrt{2}a^3}{12}=\dfrac{5\sqrt{2}a^3}{432}$.

Câu 41. Cho phương trình $\left(x^2-2x+m\right)^2-2x^2+3x-m=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2022;2022]$ để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt?

A. 2022. **B.** 4045. **C.** 2024. **D.** 2023.

Lời giải

$\left(x^2-2x+m\right)^2-2x^2+3x-m=0\Leftrightarrow\left(x^2-2x+m\right)^2=2x^2-3x+m$

$\Leftrightarrow\left(x^2-2x+m\right)^2-\left(x^2-2x+m\right)=\left(2x^2-3x+m\right)-\left(x^2-2x+m\right)$

$\Leftrightarrow\left(x^2-2x+m\right)^2-\left(x^2-2x+m\right)=x^2-x\Leftrightarrow\left(x^2-2x+m\right)^2-x^2-\left(x^2-2x+m\right)+x=0$

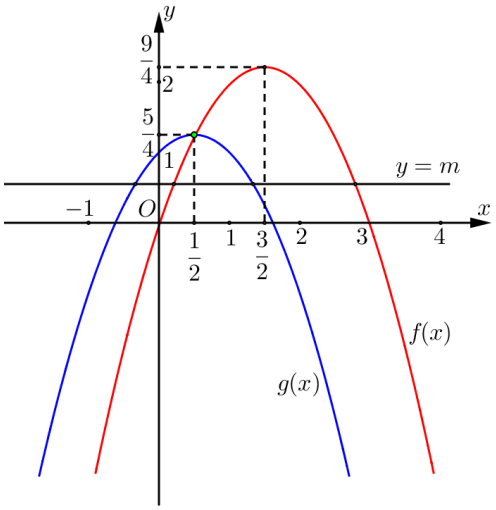
$\Leftrightarrow\left(x^2-3x+m\right)\left(x^2-x+m\right)-\left(x^2-3x+m\right)=0\Leftrightarrow\left(x^2-3x+m\right)\left(x^2-x+m-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-3x+m=0\\x^2-x+m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-x^2+3x=m\ (1)\\-x^2+x+1=m\ (2)\end{array}\right.$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $f(x)=-x^2+3x$ và $g(x)=-x^2+x+1$ ta được

$-x^2+3x=-x^2+x+1\Leftrightarrow 2x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow y=\dfrac{5}{4}\Rightarrow$ hai đồ thị hàm số $f(x), g(x)$ cắt nhau tại điểm $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{4}\right)$.

Vẽ hai đồ thị hàm số $f(x)=-x^2+3x$ và $g(x)=-x^2+x+1$ trên cùng hệ trục tọa độ Oxy.



Để phương trình đã cho có bốn nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ cắt hai đồ thị hàm số $f(x)$ và $g(x)$ tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow m<\dfrac{5}{4}$.

Mà m nguyên và $m\in[-2022;2022]$ nên m nguyên và $m\in\left[-2022;\dfrac{5}{4}\right]\Rightarrow$

$m\in\{-2022;-2021;...;1\}$

$\Rightarrow$ có 2024 số nguyên m thỏa mãn.

Chọn đáp án C.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ Cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+2}{4}$ và đường thẳng $d':\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-m}{m^2}$. Số giá trị của tham số m để hai đường thẳng song song với nhau là

A. 1. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $d//d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{u}_d=k.\vec{u}_{d'}\\ M\in d\Rightarrow M\notin d'\end{cases}$

Ta có $\vec{u}_d=(1;2;4),\vec{u}_{d'}=\left(1;2;m^2\right)$

Vì $\vec{u}_d=k.\vec{u}_{d'}\Rightarrow m^2=4\Rightarrow m=\pm 2$.

Với $m=2\Rightarrow d':\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{4}$. Thay điểm $M(1;1;-2)\in d$ vào d' ta được:

$\frac{1-2}{1}=\frac{1-3}{2}=\frac{-2-2}{4}$ luôn đúng $\Rightarrow d\equiv d'\Rightarrow m=2$ không thỏa mãn bài toán.

Với $m=-2\Rightarrow d':\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z+2}{4}$. Thay điểm $M(1;1;-2)\in d$ vào d' ta được:

$\frac{1-2}{1}=\frac{1-3}{2}=\frac{-2+2}{4}$ luôn sai $\Rightarrow d//d'\Rightarrow m=-2$ thỏa mãn bài toán.

Vậy có một giá trị của tham số m để hai đường thẳng song song với nhau

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn $f(x)=x^2+12\int_0^1 x^2 f\left(\sqrt{x}\right)dx$. Giá trị của $I=\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Đặt $\int_0^1 x^2 f\left(\sqrt{x}\right)dx=A \quad (1)$

$\Rightarrow f(x)=x^2+12A\Rightarrow f\left(\sqrt{x}\right)=x+12A$

$(1)\Leftrightarrow\int_0^1 x^2(x+12A)dx=A\Leftrightarrow\int_0^1\left(x^3+12Ax^2\right)dx=A\Leftrightarrow\left(\frac{x^4}{4}+12A.\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^1=A\Leftrightarrow\frac{1}{4}+4A=A$

$\Leftrightarrow A=-\frac{1}{12}$

$\Rightarrow f(x)=x^2+12A=x^2+12.\left(-\frac{1}{12}\right)=x^2-1$

$I=\int_0^1 f(x)dx=\int_0^1\left(x^2-1\right)dx=-\frac{2}{3}$.

Câu 44. Biết tích phân $\int_0^{\ln 6}\frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}}dx=a+b\ln 2+c\ln 3$ với a,b,c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T=a+b+c$ là

A. $T=-1$. **B.** $T=1$. **C.** $T=2$. **D.** $T=0$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{e^x+3}$, suy ra $t^2=e^x+3$, khi đó $2tdt=e^x dx$.

Đổi cận: $x=0\Rightarrow t=2$; $x=\ln 6\Rightarrow t=3$.

Khi đó

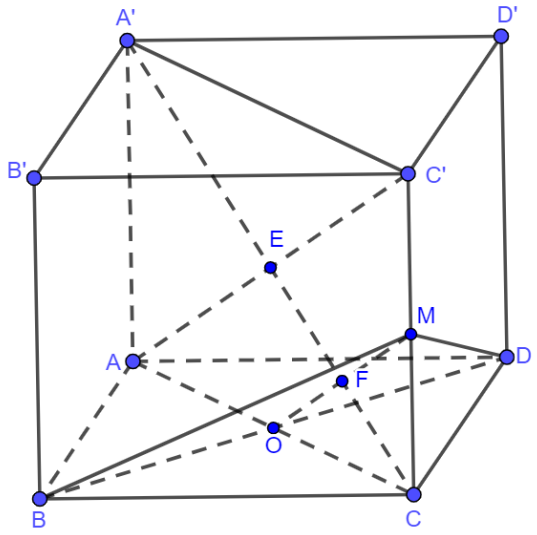
$$\int_0^{\ln 6}\frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}}dx=2\int_2^3\frac{t}{1+t}dt=2\int_2^3\left(1-\frac{1}{t+1}\right)dt=2\left[t-\ln(t+1)\right]\Big|_2^3=2-4\ln 2+2\ln 3$$

Suy ra: $a=2,b=-4,c=2$. Vậy: $T=a+b+c=0$.

Câu 45. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh $AB=a$, chiều cao $AA'=a\sqrt{3}$. Gọi M là trung điểm của CC'. Thể tích của khối tứ diện $BDA'M$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{15}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$

Lời giải



Gọi $O=AC\cap BD$. Khi đó , $OM//AC'$ hay $(BDM)//AC'$

Gọi $F=OM\cap A'C$. Khi đó, F là trung điểm của CE

Vậy $\frac{d\left[A',(BDM)\right]}{d\left[C,(BDM)\right]}=\frac{A'F}{CF}=3$

Hay $d\left[A',(BDM)\right]=3d\left[C,(BDM)\right]$

Hay $V_{A'BDM}=3V_{CBDM}=3V_{MCBD}=S_{BCD}.CM=\frac{a\sqrt{3}}{2}.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 46. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y=\sqrt{2+\cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x=0,\ x=\frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là:

A. $V=\pi-1$. **B.** $V=\pi+1$. **C.** $V=\pi(\pi+1)$. **D.** $V=\pi(\pi-1)$.

Lời giải

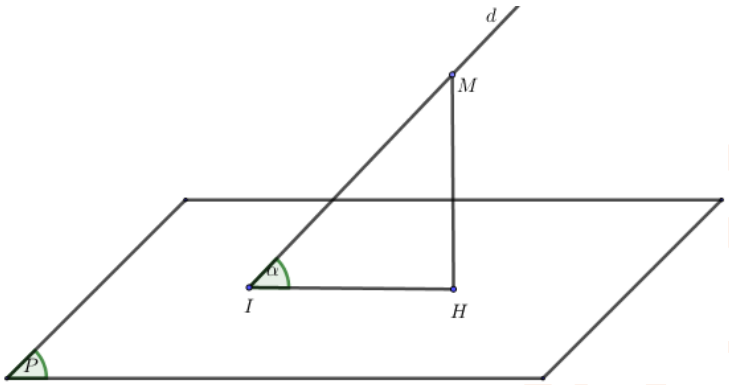
Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là:

$$V=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}y^2dx=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}(2+\cos x)dx=\pi(2x+\sin x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi(\pi+1).$$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{2}=\frac{z+2}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-7=0$. Gọi I là giao điểm của d và (P). Biết $IM=9$, khoảng cách từ điểm M thuộc d đến mặt phẳng (P) bằng

A. $\sqrt{15}$ **B.** $3\sqrt{2}$ **C.** 8 **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của M lên mặt phẳng $(P)\Rightarrow MH=d(M;(P))$

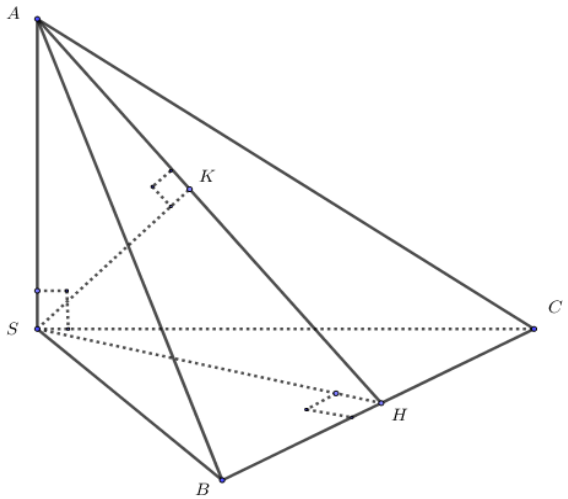
Gọi α là góc giữa đường thẳng d và mặt phẳng $(P)\Rightarrow \sin\alpha=\frac{|1.2+2.2+2.1|}{\sqrt{4+4+1}.\sqrt{4+4+1}}=\frac{8}{9}$

Xét tam giác $\Delta MHI:\sin\alpha=\sin(MIH)=\frac{MH}{IM}\Rightarrow MH=\sin\alpha.IM=\frac{8}{9}.9=8$

Câu 48. Cho hình chóp $SABC$ có $SA=SB=a$, $SC=a\sqrt{2}$, $SA\perp(SBC)$, $BC=a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ S đến mặt phẳng (ABC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$

Lời giải



Kẻ $SH \perp BC$, $SA \perp BC \Rightarrow BC \perp (SHA) \Rightarrow (ABC) \perp (SAH)$ (1)

Mà $(ABC) \cap (SAH) = AH$ (2)

Kẻ $SK \perp AH$ (3)

Từ $(1),(2),(3) \Rightarrow SK \perp (ABC) \Rightarrow SK = d(S;(ABC))$

Ta có : $SB^2 + SC^2 = 3a^2 = BC^2 \Rightarrow \Delta SBC$ vuông tại $S \Rightarrow SH = \dfrac{a.a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

$\Rightarrow SK = d(S;(ABC)) = \dfrac{SH.SA}{\sqrt{SH^2 + SA^2}} = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 49. Gọi x, y là các số thực dương thỏa mãn $\log_{\sqrt{3}} \dfrac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$ sao cho biểu thức $P = \dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1}$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $2021x + 2022y$ bằng

A. 8085. **B.** 6065. **C.** 6064. **D.** 4030.

Lời giải

Ta có:

$$\log_{\sqrt{3}} \frac{x+y}{x^2+y^2+xy+2} = x(x-3) + y(y-3) + xy$$
$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}(x+y) - \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) = x^2+y^2+xy-3(x+y)$$
$$\Leftrightarrow \log_{\sqrt{3}}[3(x+y)] + 3(x+y) = \log_{\sqrt{3}}(x^2+y^2+xy+2) + (x^2+y^2+xy+2)$$
$$\Leftrightarrow f(3(x+y)) = f(x^2+y^2+xy+2) \qquad (*)$$

Với $f(t) = \log_{\sqrt{3}} t + t,\ t > 0$

Ta có $f'(t) = \dfrac{1}{t \ln(\sqrt{3})} + 1 > 0, \forall t > 0$ nên $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Từ (*) suy ra

$$x^2+y^2+xy+2 = 3(x+y) \Leftrightarrow 4x^2+4y^2+4xy+8-12(x+y) = 0$$
$$\Leftrightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 + 3(y^2-2y+1) = 0$$
$$\Leftrightarrow (2x+y)^2 - 6(2x+y) + 5 = -3(y-1)^2 \le 0 \Rightarrow 1 \le 2x+y \le 5$$

Từ đó $P = \dfrac{4x+5y-3}{x+2y+1} = 2 + \dfrac{2x+y-5}{x+2y+1} \le 2$ (do $2x+y-5 \le 0; x+2y+1 > 0$)

Suy ra $\max P = 2$ khi $\begin{cases} 2x+y=5 \\ y-1=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=1 \end{cases}$. Vậy $2021x + 2022y = 6064$.

Câu 50. Cho A là tập các số tự nhiên có 9 chữ số. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập A. Xác suất lấy được một số lẻ và chia hết cho 9 bằng

A. $\frac{1}{18}$. **B.** $\frac{1250}{1710}$. **C.** $\frac{625}{1710}$. **D.** $\frac{1}{9}$.

Lời giải

Ta có $A=\{100000000;100000001;100000002;...;999999999\}$ nên có 900000000 cách chọn ngẫu nhiên một số thuộc tập A.

Các số tự nhiên có 9 chữ số chia hết cho 9, số nhỏ nhất là 100000008, số lớn nhất là 999999999, hai số cạnh nhau hơn kém nhau 9 đơn vị nên có $\frac{999999999-100000008}{9}+1=100000000$ số. Trong số này số lượng số chẵn và số lẻ bằng nhau nên số số lẻ bằng 50000000.

Do vậy, xác suất cần tính là $\frac{50000000}{900000000}=\frac{1}{18}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT PHÚ THỌ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Nếu $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int_2^3 \left[2 - f(x)\right]\mathrm{d}x = 4$ bằng

A. -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -6.

Câu 2: Diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2$ bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 2π. **D.** 4π.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1;-4;3)$ và $\vec{b} = (3;-2;-3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

A. $(2;-3;0)$. **B.** $(4;-6;0)$. **C.** $(2;-3;-6)$. **D.** $(-4;6;0)$.

Câu 4: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 5^x$ là

A. $5^x \ln 5 + C$. **B.** $5^x + C$. **C.** $x5^{x-1} + C$. **D.** $\frac{5^x}{\ln 5} + C$.

Câu 5: Cho $z_1 = -2 - 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Khi đó $z_1 + z_2$ bằng:

A. $-2 - 2i$. **B.** $2 + 2i$. **C.** $-2 + 2i$. **D.** $2 - 2i$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ có một véc tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}(-3;-2;1)$. **B.** $\vec{u}(1;-1;0)$. **C.** $\vec{u}(3;-2;-1)$. **D.** $\vec{u}(3;-2;1)$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x > 2$ là:

A. $(-\infty;9)$. **B.** $(0;9)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(9;+\infty)$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x = 3$. **B.** $x = -3$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 1$.

Câu 9: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ với trục hoành là

A. $(0;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $4^{x+1}=16$ là

A. $x=2$. **B.** $x=5$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ có bán kính bằng

A. 25. **B.** 5. **C.** 14. **D.** 225.

Câu 12: Cho số phức $z=3-7i$. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

A. $(-3;7)$. **B.** $(3;7)$. **C.** $(-3;-7)$. **D.** $(3;-7)$.

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=8$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 36. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 72.

Câu 14: Số phức liên hợp của số phức $z=5-3i$ là

A. $5+3i$. **B.** $-5-3i$. **C.** $-5+3i$. **D.** $5-3i$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=x^{-5}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $0;+\infty$. **C.** $5;+\infty$. **D.** $\mathbb{R}\setminus 0$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x-\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$.

Câu 17: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+3}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

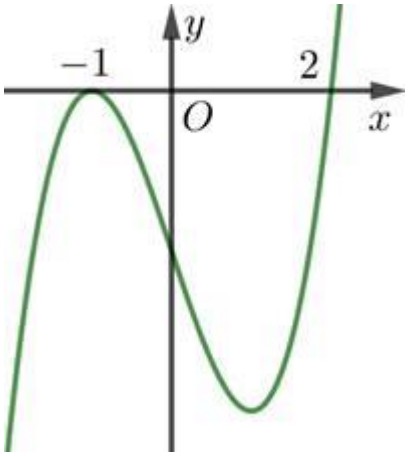
Câu 18: Cho khối lập phương có thể tích bằng 64. Cạnh của khối lập phương đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 32. **D.** 8.

Câu 19: Với n,k là các số nguyên dương, $n\geq k$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=(n-k)!$. **B.** $C_n^k=\dfrac{k!}{n!.(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!.(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

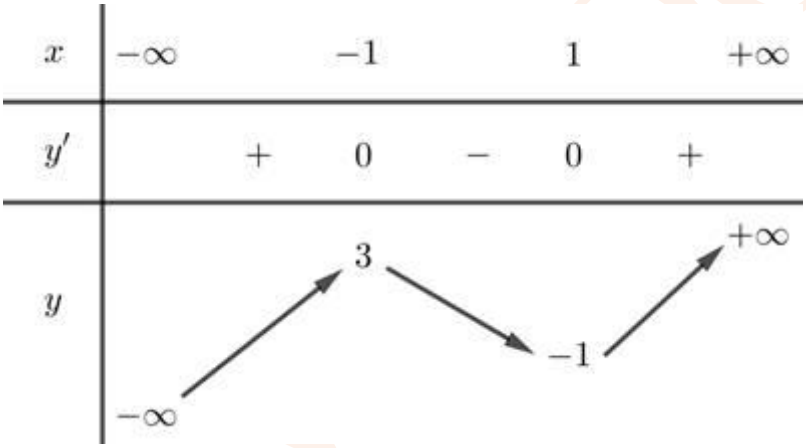
Câu 20: Cho $y=f(x)$ là hàm số bậc bốn, hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^4-4x^2+2$. **D.** $y=-x^4-3x-1$.

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=2$ và $u_3=3$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 23: Với mọi số thực x dương, $\ln\left(\frac{x+1}{3}\right)$ bằng

A. $\ln(x+1)-\ln 3$. **B.** $\ln(x+1).\ln 3$. **C.** $\ln x+1-\ln 3$. **D.** $\frac{\ln(x+1)}{\ln 3}$.

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y=8^x$ là

A. $y'=\frac{8^x}{\ln 8}$. **B.** $y'=8^x\ln 8$. **C.** $y'=x8^x\ln 8$. **D.** $y'=x8^{x-1}$.

Câu 25: Cho khối nón có bán kính đáy r và độ dài đường cao h. Thể tích V của khối nón đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\frac{1}{6}\pi r^2h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=2\pi r^2h$.

Câu 26: Nếu $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int\limits_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_{-1}^{4}\left[2f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** -15. **C.** -3. **D.** 3.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^3+\left(m^2+3\right)x+m^2-4$. Biết hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;0]$ bằng $\frac{1}{4}$ tại $m=m_0$ $(m_0>0)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1<m_0<2$. **B.** $3<m_0<4$. **C.** $2<m_0<3$. **D.** $0<m_0<1$.

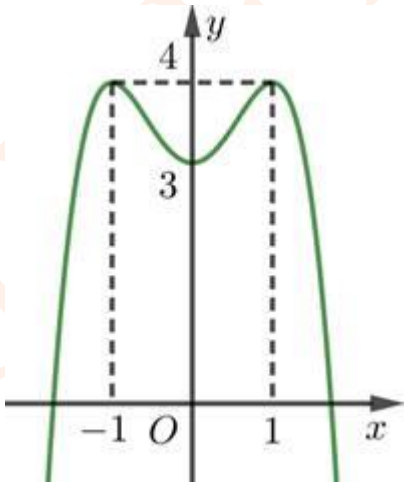
Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x+4)^2$. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-5;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\begin{cases}x=3+2t\\y=-1-t\\z=4-3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-3;1;-4)$. **B.** $N(-2;1;3)$. **C.** $M(2;-1;-3)$. **D.** $P(3;-1;4)$.

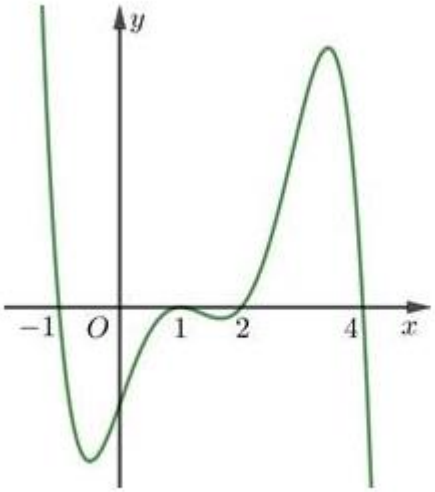
Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên R. Hàm số $y=f'(x)$ liên tục và có đạo hàm như hình vẽ



Số nghiệm nhiều nhất của phương trình $f(x^2)=2022m-2021$ (với m là tham số) là

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_8\left(x^2+4mx+12m\right)<\log_8\left(x^2+4x+12\right).\log_8\left(x^2+8x+24\right)$ nghệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

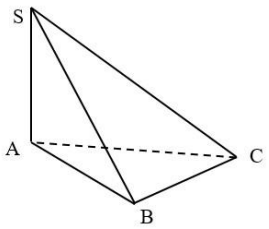
Câu 33: Cho a,b là hai số dương thỏa mãn $\log_3 a+2\log_3 b=2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $ab^2=6$. **B.** $a+b^2=9$. **C.** $a+b^2=6$. **D.** $ab^2=9$.

Câu 34: . Nếu $\int_0^{\ln 3}\left[f(x)+e^x\right]dx=6$ thì $\int_0^{\ln 3}f(x)dx$ bằng

A. $6+\ln 3$. **B.** $6-\ln 3$. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ).



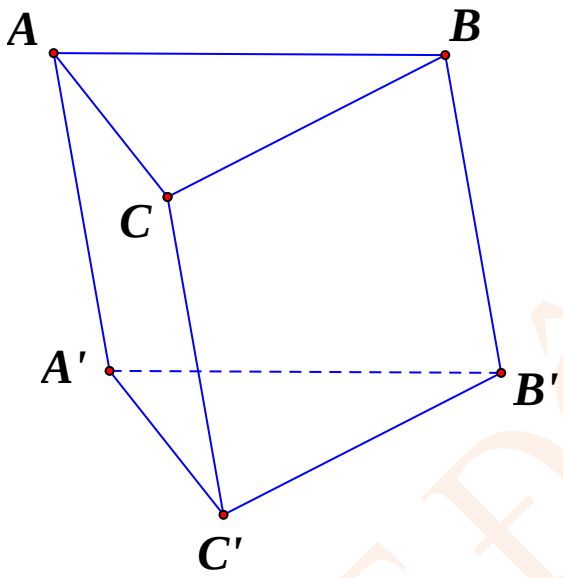
Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Câu 36: Một tổ học sinh có 7 nữ và 5 nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nam bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{5}{12}$. **C.** $\frac{21}{44}$. **D.** $\frac{7}{22}$.

Câu 37: Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa hai đường thẳng AB và $C'A'$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+2i)=3-4i$. Tích phần thực và phần ảo của z bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;-2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+5=0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y-2z-9=0$. **B.** $3x+y-2z-14=0$. **C.** $2x-y-2z-11=0$. **D.** $2x-y-2z+9=0$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;0;3)$ trên đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-4}{1}$ có tọa độ là

A. $(-3;5;3)$. **B.** $(-1;3;4)$. **C.** $(1;1;5)$. **D.** $(3;-1;6)$

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=\frac{\sqrt{x}+2}{2x}, \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm $f(x)$ thỏa mãn $F(1)=-\frac{1}{3}$, khi đó $F(9)$ bằng

A. $\frac{8}{3}+8\ln 3$. **B.** $9+18\ln 3$. **C.** $9+27\ln 3$. **D.** $-\frac{8}{3}+8\ln 3$

Câu 42: Cho phương trình $\log_a 4+\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+ax+2}+4\right).\log_a\left(x^2+ax+5\right)=0$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số a để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử của S bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, thiết diện qua trục là tam giác đều. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A,B sao cho $AOB=120^o$. Biết khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{39}a}{13}$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $18\pi a^2$. **B.** $27\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Câu 44: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AC=4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) tạo với nhau một góc 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ **B.** $2\sqrt{2}a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2-2az+b^2-20=0(1)$ với a,b là các tham số nguyên dương. Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn: $z_1+3iz_2=7+5i$ thì giá trị của biểu thức $7a+5b$ bằng

A. 19. **B.** 17. **C.** 32. **D.** 40.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$, đường thẳng $d:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x+y-2z+6=0$. Gọi B là điểm thuộc (P) sao cho đường thẳng AB cắt và vuông góc với d. Hoành độ của điểm B bằng

A. -5. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 1.

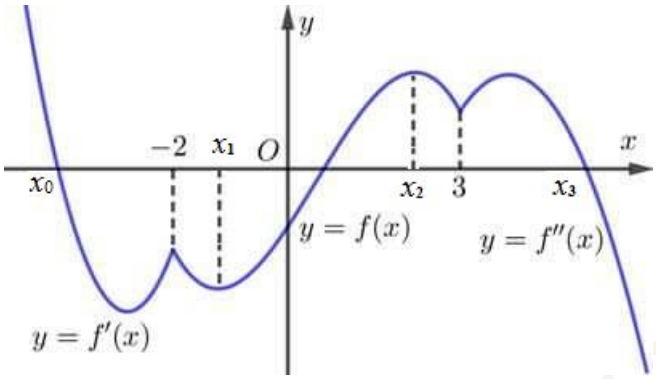
Câu 47: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-2-2i|=\frac{1}{8}$ và $|z_2-1|+|z_2+1|=2\sqrt{5}$. Số phức z thỏa mãn $|2z+2-5i|=|2z+3-6i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z-2z_1|+|z-z_2|$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** $\frac{11}{2}$. **D.** 5.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;6)$, $B(3;3;-9)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-12=0$. Điểm M di động trên (P) sao cho MA, MB luôn tạo với (P) các góc bằng nhau. Biết M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tung độ của tâm đường tròn đó bằng

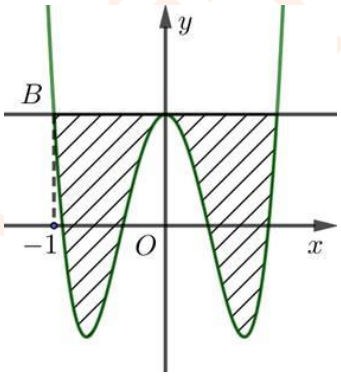
A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** -12.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên $(-\infty;-2]$, đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$ và đồ thị hàm số $y=f''(x)$ trên $[3;+\infty)$. Số điểm cực trị tối đa của hàm số $y=f(x)$ là



A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Biết miền tô đậm có diện tích bằng $\frac{4}{15}$ và điểm B có hoành độ bằng -1. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $y=f\left(m-3^x\right)$ có đúng một điểm cực trị là



A. 1. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 0.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.B	3.B	4.D	5.B	6.D	7.D	8.A	9.D	10.D
11.B	12.B	13.C	14.A	15.D	16.B	17.C	18.B	19.C	20.A
21.A	22.C	23.A	24.B	25.C	26.D	27.C	28.C	29.D	30.D
31.D	32.D	33.D	34.C	35.B	36.C	37.B	38.B	39.A	40.C
41.B	42.A	43.B	44.D	45.C	46.C	47.A	48.A	49.A	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Nếu $\int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 4$ thì $\int\limits_2^3 \left[2 - f(x)\right]\mathrm{d}x = 4$ bằng

A. -2. **B.** 6. **C.** 2. **D.** -6.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_2^3 2\mathrm{d}x = 2x\Big|_2^3 = 2$.

$\int\limits_2^3 \left[2 - f(x)\right]\mathrm{d}x = \int\limits_2^3 2\mathrm{d}x - \int\limits_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 2 - 4 = -2$

Câu 2: Diện tích của mặt cầu có bán kính $r = 2$ bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 2π. **D.** 4π.

Lời giải

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi r^2 = 4\pi.2^2 = 16\pi$.

Câu 3: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (1;-4;3)$ và $\vec{b} = (3;-2;-3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{a} + \vec{b}$ bằng

A. $(2;-3;0)$. **B.** $(4;-6;0)$. **C.** $(2;-3;-6)$. **D.** $(-4;6;0)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a} = (1;-4;3)$ và $\vec{b} = (3;-2;-3) \Rightarrow \vec{a} + \vec{b} = (4;-6;0)$.

Câu 4: Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 5^x$ là

A. $5^x \ln 5 + C$. **B.** $5^x + C$.

C. $x5^{x-1} + C$. **D.** $\dfrac{5^x}{\ln 5} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x = \int 5^x \mathrm{d}x = \dfrac{5^x}{\ln 5} + C$.

Câu 5: Cho $z_1 = -2 - 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Khi đó $z_1 + z_2$ bằng:

A. $-2 - 2i$. **B.** $2 + 2i$. **C.** $-2 + 2i$. **D.** $2 - 2i$.

Lời giải

Ta có $z_1+z_2=(-2+4)+(-3+5)i=2+2i$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z}{1}$ có một véc tơ chỉ phương là

A. $\vec{u}(-3;-2;1)$. **B.** $\vec{u}(1;-1;0)$. **C.** $\vec{u}(3;-2;-1)$. **D.** $\vec{u}(3;-2;1)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x>2$ là:

A. $(-\infty;9)$. **B.** $(0;9)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(9;+\infty)$.

Lời giải

$\log_3 x>2(ĐK: x>0)$

$\Leftrightarrow x>9$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(9;+\infty)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=3$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

Câu 9: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ với trục hoành là

A. $(0;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ với trục hoành là nghiệm của phương trình

$\dfrac{x-2}{x+1}=0\Leftrightarrow x=2$.

Vậy tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ với trục hoành là $(2;0)$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $4^{x+1}=16$ là

A. $x=2$. **B.** $x=5$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có $4^{x+1}=16\Rightarrow x+1=2\Rightarrow x=1$

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=25$ có bán kính bằng

A. 25. **B.** 5. **C.** 14. **D.** 225.

Lời giải

Ta có $R^2=25\Rightarrow R=5$.

Câu 12: Cho số phức $z=3-7i$. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

A. $(-3;7)$. **B.** $(3;7)$. **C.** $(-3;-7)$. **D.** $(3;-7)$.

Lời giải

Ta có $z=3-7i\Rightarrow \bar{z}=3+7i\Rightarrow M(3;7)$ là điểm biểu diễn của $\bar{z}$.

Câu 13: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=9$ và chiều cao $h=8$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. 36. **B.** 18. **C.** 24. **D.** 72.

Lời giải

Thể tích khối chóp đã cho bằng $V=\dfrac{1}{3}B.h=\dfrac{1}{3}.9.8=24$

Câu 14: Số phức liên hợp của số phức $z=5-3i$ là

A. $5+3i$. **B.** $-5-3i$. **C.** $-5+3i$. **D.** $5-3i$.

Lời giải

$z=5-3i\Rightarrow \bar{z}=5+3i$

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=x^{-5}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $0;+\infty$. **C.** $5;+\infty$. **D.** $\mathbb{R}\setminus 0$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x\neq 0$

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus 0$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x-\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int (2x+\sin x)\,\mathrm{d}x = x^2 - \cos x + C.$

Câu 17: Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-1}{2x+3}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x-1}{2x+3} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow y = \dfrac{1}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -\frac{3}{2}^+} y = -\infty;\ \lim\limits_{x\to -\frac{3}{2}^-} y = +\infty \Rightarrow x = -\dfrac{3}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là 2.

Câu 18: Cho khối lập phương có thể tích bằng 64. Cạnh của khối lập phương đã cho bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 32. **D.** 8.

Lời giải

Gọi cạnh của khối lập phương là a. Ta có $V = a^3 = 64 \Rightarrow a = 4$.
Vậy cạnh của khối lập phương đã cho bằng 4.

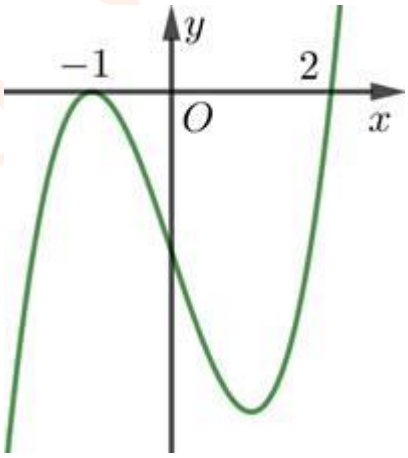
Câu 19: Với n, k là các số nguyên dương, $n \geq k$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = (n-k)!$. **B.** $C_n^k = \dfrac{k!}{n!.(n-k)!}$. **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!.(n-k)!}$. **D.** $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Lời giải

Ta có: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!.(n-k)!}$

Câu 20: Cho $y = f(x)$ là hàm số bậc bốn, hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



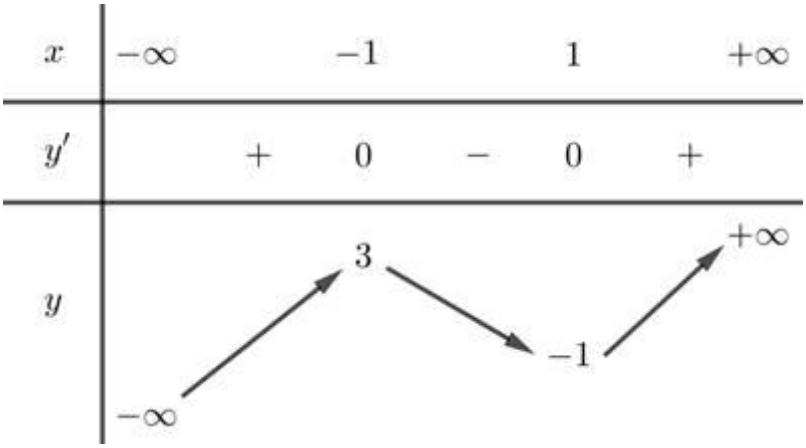
Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Từ đồ thị, phương trình $f'(x) = 0$ có một nghiệm thực đơn, do đó hàm số $y = f(x)$ có một điểm cực trị.

Câu 21: Hàm số nào dưới đây có bảng biến thiên như hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x^2+1$. **C.** $y=x^4-4x^2+2$. **D.** $y=-x^4-3x-1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, hàm số có dạng đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a>0$

Câu 22: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=2$ và $u_3=3$. Công bội của cấp số nhân đó bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có công bội $q=\frac{u_3}{u_2}=\frac{3}{2}$.

Câu 23: Với mọi số thực x dương, $\ln\left(\frac{x+1}{3}\right)$ bằng

A. $\ln(x+1)-\ln 3$. **B.** $\ln(x+1).\ln 3$. **C.** $\ln x+1-\ln 3$. **D.** $\frac{\ln(x+1)}{\ln 3}$.

Lời giải

Ta có $\ln\left(\frac{x+1}{3}\right)=\ln(x+1)-\ln 3$.

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y=8^x$ là

A. $y'=\frac{8^x}{\ln 8}$. **B.** $y'=8^x\ln 8$. **C.** $y'=x8^x\ln 8$. **D.** $y'=x8^{x-1}$.

Lời giải

Ta có $y'=\left(8^x\right)'=8^x\ln 8$.

Câu 25: Cho khối nón có bán kính đáy r và độ dài đường cao h. Thể tích V của khối nón đã cho được tính bằng công thức nào dưới đây?

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\frac{1}{6}\pi r^2h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=2\pi r^2h$.

Lời giải

Thể tích của khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 26: Nếu $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_{-1}^{4}\left[2f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** -15. **C.** -3. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\int_{-1}^{4}\left[2f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x=2\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x+3\int_{-1}^{4} g(x)\mathrm{d}x=2.(-3)+3.3=3$.

Câu 27: Cho hàm số $y=x^3+\left(m^2+3\right)x+m^2-4$. Biết hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;0]$ bằng $\frac{1}{4}$ tại $m=m_0\ (m_0>0)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $1<m_0<2$. **B.** $3<m_0<4$. **C.** $2<m_0<3$. **D.** $0<m_0<1$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2+m^2+3\Rightarrow y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $[-2;0]$.

Suy ra $\underset{[-2;0]}{\text{Max}}\, y=y(0)=m^2-4$.

Theo đề bài hàm số đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;0]$ bằng $\frac{1}{4}$ nên $m^2-4=\frac{1}{4}$

$\Leftrightarrow m^2=\frac{17}{4}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll} m=\frac{\sqrt{17}}{2} & \text{(t/m)} \\ m=-\frac{\sqrt{17}}{2} & \text{(loại)}\end{array}\right.$

Vậy $m=m_0=\frac{\sqrt{17}}{2}$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x-2)(x+4)^2$. Hàm số $y=f(x+1)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-5;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x-2)(x+4)^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=-4\end{array}\right.$ (trong 3 nghiệm trên thì nghiệm $x=-4$ là nghiệm kép)

$$y' = f'(x+1) = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x+1=1 \\ x+1=2 \\ x+1=-4 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=1 \\ x=-5 \end{bmatrix}$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-5		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↗	20	↘	13	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

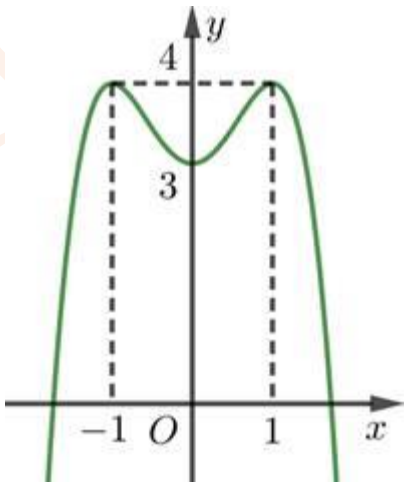
Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x=3+2t \\ y=-1-t \\ z=4-3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-3;1;-4)$. **B.** $N(-2;1;3)$. **C.** $M(2;-1;-3)$. **D.** $P(3;-1;4)$.

Lời giải

Thay $x=3; y=-1; z=4$ vào đường thẳng d ta có $\begin{cases} 3=3+2t \\ -1=-1-t \\ 4=4-3t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=0 \\ t=0 \\ t=0 \end{cases}$ nên đường thẳng d đi qua điểm P

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



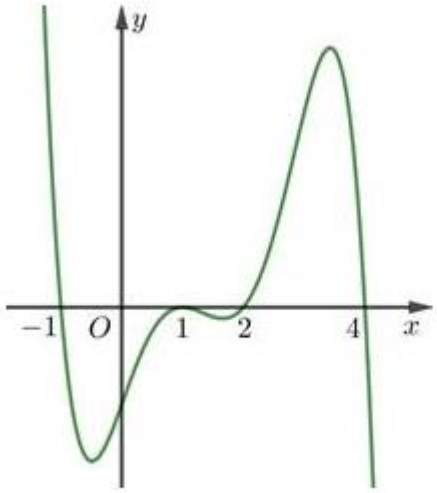
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm liên tục trên R. Hàm số $y=f'(x)$ liên tục và có đạo hàm như hình vẽ



Số nghiệm nhiều nhất của phương trình $f(x^2)=2022m-2021$ (với m là tham số) là

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Đặt $x^2=t, t>0$, ta có $f(x^2)=2022m-2021$ có số nghiệm nhiều nhất khi pt $f(t)=2022m-2021$ có số nghiệm dương t nhiều nhất.

Từ đồ thị ta thấy $f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=-1 \\ t=1 \\ t=2 \\ t=4 \end{array}\right.$

Ta có BBT

x	$-\infty$		-1		0		1		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0			$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$f(-1)$	↘					$f(2)$	↗	$f(4)$	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy pt có nhiều nghiệm $t>0$ nhất là 3 nghiệm $\left[\begin{array}{l} t=a, 4<a \\ t=b, 2<b<4 \\ t=c, 0<c<2 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=a \\ t=b \\ t=c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=a \\ x^2=b \\ x^2=c \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm\sqrt{a} \\ x=\pm\sqrt{b} \\ x=\pm\sqrt{c} \end{array}\right.$$. vậy pt đã cho có nhiều nhất là 6 nghiệm

Câu 32: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $\log_8\left(x^2+4mx+12m\right)<\log_8\left(x^2+4x+12\right).\log_8\left(x^2+8x+24\right)$ nghệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Cách 1

ĐK: $x^2+4mx+12m>0\,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'<0\Leftrightarrow 4m^2-12m<0\Leftrightarrow 0<m<3.$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{1;2\}$.

+) Với $m=1$, ta có bất phương trình

$\log_8\left(x^2+4x+12\right)<\log_8\left(x^2+4x+12\right).\log_8\left(x^2+8x+24\right)$

$\Leftrightarrow \log_8\left(x^2+4x+12\right).\left[\log_8\left(x^2+8x+24\right)-1\right]>0$

$\Leftrightarrow \log_8\left(x^2+8x+24\right)>1$, do $\log_8\left(x^2+4x+12\right)=\log_8\left[(x+2)^2+8\right]>0$

$\Leftrightarrow (x+4)^2>0\Leftrightarrow x\neq -4$.

Suy ra $m=1$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

+) Với $m=2$, ta có bất phương trình

$\log_8\left(x^2+8x+24\right)<\log_8\left(x^2+4x+12\right).\log_8\left(x^2+8x+24\right)$

$\Leftrightarrow \log_8\left(x^2+8x+24\right).\left[\log_8\left(x^2+4x+12\right)-1\right]>0$

$\Leftrightarrow \log_8\left(x^2+4x+12\right)>1$, do $\log_8\left(x^2+8x+24\right)=\log_8\left[(x+4)^2+8\right]>0$

$\Leftrightarrow (x+2)^2>0\Leftrightarrow x\neq -2$.

Suy ra $m=2$ không thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Vậy không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Cách 2: ĐK: $x^2+4mx+12m>0\,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'<0\Leftrightarrow 4m^2-12m<0\Leftrightarrow 0<m<3.\ (1)$

+) Cho $x=-2$, bất phương trình đã cho có dạng:

$\log_8\left(4-8m+12m\right)<\log_8 12\Leftrightarrow 4m<8\Leftrightarrow m<2\ (2)$

+) Cho $x=-4$, bất phương trình đã cho có dạng:

$\log_8\left(16-16m+12m\right)<\log_8 12\Leftrightarrow -4m+16<12\Leftrightarrow m>1.\ (3)$

Từ (1), (2), (3) ta có: $\begin{cases} 0<m<3 \\ m<2 \\ m>1 \end{cases} \Rightarrow$ Không có giá trị nguyên nào của m thỏa mãn.

Câu 33: Cho a,b là hai số dương thỏa mãn $\log_3 a+2\log_3 b=2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $ab^2=6$. **B.** $a+b^2=9$. **C.** $a+b^2=6$. **D.** $ab^2=9$.

Lời giải

Ta có $\log_3 a+2\log_3 b=2 \Leftrightarrow \log_3 a+\log_3 b^2=2$

$\Leftrightarrow \log_3 ab^2=2 \Leftrightarrow ab^2=9$.

Câu 34: . Nếu $\int\limits_0^{\ln 3}\left[f(x)+e^x\right]dx=6$ thì $\int\limits_0^{\ln 3} f(x)dx$ bằng

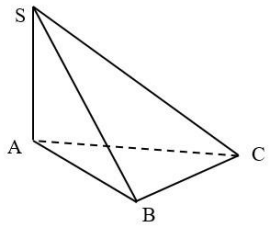
A. $6+\ln 3$. **B.** $6-\ln 3$. **C.** 4. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^{\ln 3}\left[f(x)+e^x\right]dx=\int\limits_0^{\ln 3} f(x)dx+\int\limits_0^{\ln 3} e^x dx=\int\limits_0^{\ln 3} f(x)dx+2$

Suy ra $\int\limits_0^{\ln 3} f(x)dx=6-2=4$.

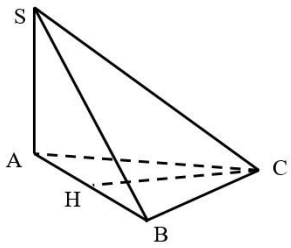
Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, SA vuông góc với đáy (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ C đến mặt phẳng (SAB) bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a}{2}$. **C.** $\sqrt{3}a$. **D.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$.

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB ta có

$\left.\begin{array}{l} CH \perp AB \\ CH \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow CH \perp (SAB) \Rightarrow d(C,(SAB)) = CH = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.$

Câu 36: Một tổ học sinh có 7 nữ và 5 nam. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh. Xác suất để trong 3 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nam bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{12}$. **C.** $\dfrac{21}{44}$. **D.** $\dfrac{7}{22}$.

Lời giải

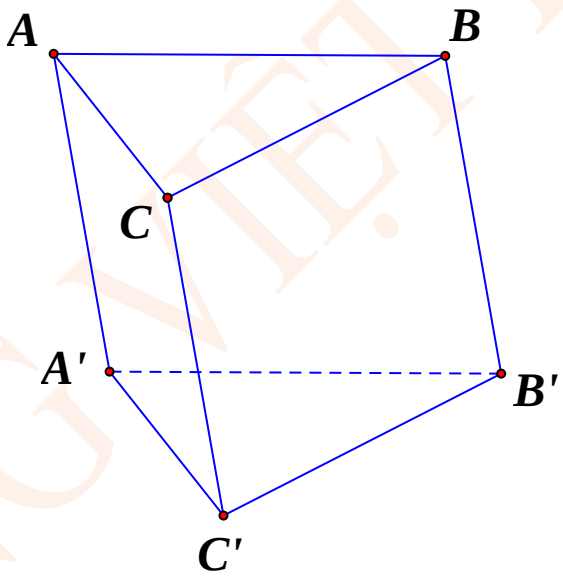
Tổng số học sinh của tổ là $7+5=12$.

Số cách chọn 3 học sinh trong số 12 học sinh là: C_{12}^3.

Số cách chọn 3 học sinh trong đó có đúng 1 học sinh nam là: $C_5^1.C_7^2$.

Xác suất để trong 3 học sinh được chọn có đúng 1 học sinh nam bằng $\dfrac{C_5^1.C_7^2}{C_{12}^3} = \dfrac{21}{44}$.

Câu 37: Cho lăng trụ $ABCA'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa hai đường thẳng AB và $C'A'$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải

Ta có tam giác ABC là tam giác đều suy ra $BAC = 60°$.

Lại có $CA // C'A' \Rightarrow (AB, C'A') = (AB, CA) = BAC = 60°$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng AB và $C'A'$ bằng $60°$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}(1+2i) = 3-4i$. Tích phần thực và phần ảo của z bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -3. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\bar{z}(1+2i)=3-4i \Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{3-4i}{1+2i} \Leftrightarrow \bar{z}=-1-2i \Rightarrow z=-1+2i$.

Phần thực của z là -1, phần ảo của z là 2. Tích phần thực và phần ảo của z bằng -2.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3;1;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+5=0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y-2z-9=0$. **B.** $3x+y-2z-14=0$. **C.** $2x-y-2z-11=0$. **D.** $2x-y-2z+9=0$

Lời giải

Gọi (Q) là mặt phẳng song song (P)

Phương trình mặt phẳng (Q): $2x-y-2z+d=0;\ d\neq 5$

Mặt (Q) phẳng đi qua $M(3;1;-2)$ nên ta có: $2.3-1-2.(-2)+d=0 \Leftrightarrow d=-9$ (thỏa mãn).

Vậy phương trình mặt phẳng (Q): $2x-y-2z-9=0$

Câu 40: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;0;3)$ trên đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-4}{1}$ có tọa đồ là

A. $(-3;5;3)$. **B.** $(-1;3;4)$. **C.** $(1;1;5)$. **D.** $(3;-1;6)$

Lời giải

Gọi H là hình chiếu của điểm $M(1;0;3)$ trên đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-4}{1}$

$H\in d \Rightarrow H(2t-1;-2t+3;t+4)$

$\overrightarrow{MH}(2t-2;-2t+3;t+1)$; đường thẳng d có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;-2;1)$

Ta có $\overrightarrow{MH}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 4t-4+4t-6+t+1=0 \Leftrightarrow t=1$.

Vậy $H(1;1;5)$

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ biết $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{2x}, \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm $f(x)$ thỏa mãn $F(1)=-\dfrac{1}{3}$, khi đó $F(9)$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}+8\ln 3$. **B.** $9+18\ln 3$. **C.** $9+27\ln 3$. **D.** $-\dfrac{8}{3}+8\ln 3$

Lời giải

Admin T4.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x}+2}{2x}=\dfrac{1}{2\sqrt{x}}+\dfrac{1}{x},\forall x>0\Rightarrow f(x)=\sqrt{x}+\ln x+C$

$f(1)=1\Rightarrow C=0$ hay $f(x)=\sqrt{x}+\ln x$

Ta có $\int\limits_1^9 f(x)dx=F(9)-F(1)\Leftrightarrow F(9)=-\dfrac{1}{3}+\int\limits_1^9\sqrt{x}dx+\int\limits_1^9\ln xdx$

$=-\dfrac{1}{3}+\left(\dfrac{2}{3}\sqrt{x^3}\right)\Big|_1^9+(x\ln x-x)\Big|_1^9=9+18\ln 3$

Câu 42: Cho phương trình $\log_a 4+\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+ax+2}+4\right).\log_a\left(x^2+ax+5\right)=0$. Gọi S là tập các giá trị nguyên của tham số a để phương trình có nghiệm duy nhất. Tổng các phần tử của S bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\begin{cases}a>0\\a\neq 1\\a\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow a\geq 2$

Đặt $t=\sqrt{x^2+ax+2}\,(t\geq 0)$

Phương trình $\log_a 4+\log_{\frac{1}{5}}\left(\sqrt{x^2+ax+2}+4\right).\log_a\left(x^2+ax+5\right)=0\,(1)$ trở thành:

$\log_a 4=\log_5(t+4).\log_a\left(t^2+3\right)$

$\Leftrightarrow \log_5(t+4).\log_4\left(t^2+3\right)=1\,(2)$

Đặt $f(t)=\log_5(t+4).\log_4\left(t^2+3\right)\quad t\geq 0$. Ta có

$f'(t)=\dfrac{1}{(t+4)\ln 5}.\log_4\left(t^2+3\right)+\dfrac{2t}{\left(t^2+3\right)\ln 4}\log_5(t+4)>0\ \forall t\geq 0$. Suy ra $f(t)$ đồng biến trong $(0;+\infty)$ nên $(2)\Leftrightarrow f(t)=1\Leftrightarrow f(t)=f(1)\Leftrightarrow t=1$.

$(1)\Leftrightarrow\sqrt{x^2+ax+2}=1\Leftrightarrow x^2+ax+2=1$

$\Leftrightarrow x^2+ax+1=0\,(3)$

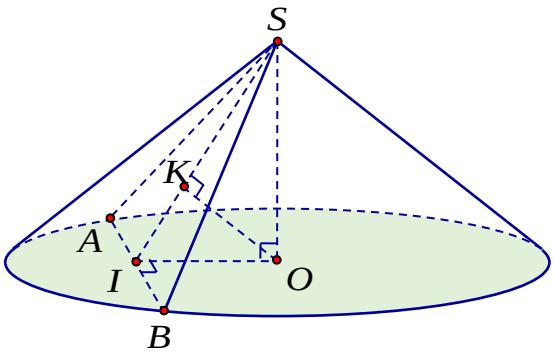
Do đó (1) có đúng một nghiệm khi và chỉ khi (3) có nghiệm duy nhất khi và chỉ khi $a^2-4=0\Leftrightarrow a=2$ (do $a\geq 2$). Vậy tổng các phần tử của S bằng 2.

.

Câu 43: Cho hình nón đỉnh S có đáy là đường tròn tâm O, thiết diện qua trục là tam giác đều. Mặt phẳng (P) đi qua S và cắt đường tròn đáy tại A,B sao cho $AOB=120^o$. Biết khoảng cách từ O đến (P) bằng $\frac{3\sqrt{39}a}{13}$. Diện tích toàn phần của hình nón đã cho bằng

A. $18\pi a^2$. **B.** $27\pi a^2$. **C.** $12\pi a^2$. **D.** $16\pi a^2$.

Lời giải



Gọi hình nón có độ dài đường sinh $l=x$. Do thiết diện qua trục là tam giác đều nên hình nón có bán kính $r=\frac{x}{2}$, đường cao $h=\frac{x\sqrt{3}}{2}$.

Gọi I là trung điểm AB, K là hình chiếu của O lên SI. Khi đó $d\left(O,(P)\right)=OK=\frac{3\sqrt{39}a}{13}$.

Xét tam giác AOI vuông tại I

$OI=AO.\sin OAI=\frac{x}{2}.\sin 30^o=\frac{x}{4}$.

Xét tam giác SOI vuông tại O và có đường cao OK suy ra

$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{SO^2}+\frac{1}{OI^2}=\frac{4}{3x^2}+\frac{16}{x^2}=\frac{52}{3x^2}$

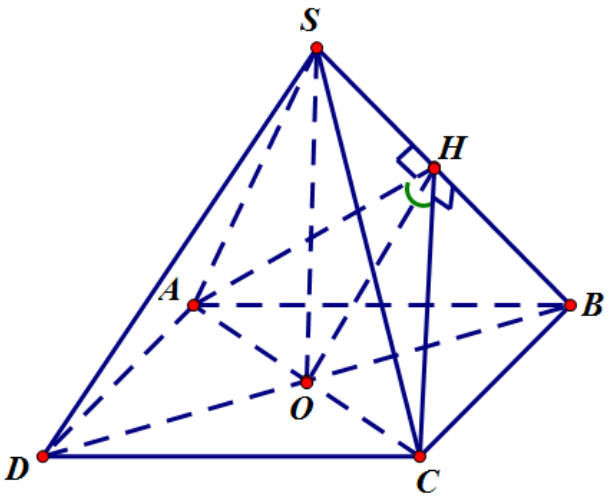
$\Rightarrow OK=\frac{\sqrt{39}x}{26}=\frac{3\sqrt{39}a}{13}\Leftrightarrow x=6\text{a}$

Diện tích toàn phần của hình nón $S=\pi \text{r}\left(l+r\right)=\pi.3a.\left(6a+3a\right)=27\pi a^2$.

Câu 44: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AC=4a$, hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) tạo với nhau một góc 60^0. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}}{3}a^3$ **B.** $2\sqrt{2}a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

Lời giải



Gọi $O = AC \cap BD$ vì $S.ABCD$ chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$

Kẻ đường cao AH của tam giác ΔSAB, suy ra $\begin{cases} SB \perp AH \\ SB \perp CH \end{cases}$

Nên góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SBC) là góc giữa AH và CH $= 60^0$

Trường hợp 1: $AHC = 60^0$ khi đó, tam giác AHC đều cạnh $AC = 4a$ nên $HO = 2a\sqrt{3}$

Ta có ΔSOB vuông tại O và $OH \perp SB$ nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{12a^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{4a^2}$ (vô lý)

Trường hợp 2: $AHC = 120^0$ khi đó, $HO = \frac{OC}{\tan(OHC)} = \frac{2a}{\sqrt{3}}$

Ta có ΔSOB vuông tại O và $OH \perp SB$ nên $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OB^2} \Leftrightarrow \frac{3}{4a^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{4a^2}$

Nên $SO = \sqrt{2}a$. Mà diện tích đáy $S_{ABCD} = \frac{AC^2}{2} = 8a^3$.

Do đó, $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\sqrt{2}a.8a^3 = \frac{8\sqrt{2}}{3}a^3$.

Câu 45: Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2az + b^2 - 20 = 0 (1)$ với a, b là các tham số nguyên dương. Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn: $z_1 + 3iz_2 = 7 + 5i$ thì giá trị của biểu thức $7a + 5b$ bằng

A. 19. **B.** 17. **C.** 32. **D.** 40.

Lời giải

Nhận xét: Nếu $\Delta' = a^2 - b^2 + 20 \geq 0$

Giả thiết $z_1 + 3iz_2 = 7 + 5i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1 = 7 \\ z_2 = \frac{5}{3} \end{cases}$. Suy ra $7 + \frac{5}{3} = z_1 + z_2 = 2a \in \mathbb{Z}$ (vô lý)

Suy ra: $\Delta' = a^2 - b^2 + 20 < 0$

Giải phương trình (1) ta có hai nghiệm $\left[\begin{array}{l} z=a+\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}i \\ z=a-\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}i \end{array}\right.$

TH1:

$$\begin{cases} z_1=a-\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}i \\ z_2=a+\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}i \end{cases} \Rightarrow z_1+3iz_2=7+5i \Leftrightarrow a-3\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}+\left(3a-\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}\right)i=7+5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a-3\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}=7 \\ 3a-\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ \sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}=-2 \end{cases} \Rightarrow VN$$

TH2:

$$\begin{cases} z_1=a+\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}i \\ z_2=a-\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}i \end{cases} \Rightarrow z_1+3iz_2=7+5i \Leftrightarrow a+3\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}+\left(3a+\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}\right)i=7+5i$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a+3\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}=7 \\ 3a+\sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ \sqrt{\left|a^2-b^2+20\right|}=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ \left[\begin{array}{l} b^2=25 \\ b^2=17(l) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ \left[\begin{array}{l} b=5 \\ b=-5(l) \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases}$$

Suy ra $7a+5b=32$

Cách 2 [Nvhcqt] Nhận xét: Nếu $\Delta'=a^2-b^2+20\geq 0$

Giả thiết $z_1+3iz_2=7+5i \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=7 \\ z_2=\dfrac{5}{3} \end{cases}$. Suy ra $7+\dfrac{5}{3}=z_1+z_2=2a\in\mathbb{Z}$ (vô lý)

Suy ra: $\Delta'=a^2-b^2+20<0$

Giả thiết ta có: $\begin{cases} z_1+3iz_2=7+5i \\ z_2-3iz_1=7-5i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1+3i\left(7-5i+3iz_1\right)=7+5i \\ z_2-3iz_1=7-5i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z_1=1+2i \\ z_2=1-2i \end{cases}$

Áp dụng viet suy ra $\begin{cases} a=1 \\ b=5 \end{cases} \Rightarrow 7a+5b=32$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P):3x+y-2z+6=0$. Gọi B là điểm thuộc (P) sao cho đường thẳng AB cắt và vuông góc với d. Hoành độ của điểm B bằng

A. -5. **B.** 8. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $M = AB \cap d$. Vì $M \in d$ nên $M(2+m;-1+2m;-m)$.

Ta có $\overrightarrow{AM}(m;2m;-m-3)$; $\vec{u}_d(1;2;-1)$.

Vì $AB \perp d$ nên $\overrightarrow{AM}.\vec{u}_d = 0 \Leftrightarrow m.1+2m.2+(-m-3)(-1)=0 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{2}$.

Suy ra $\overrightarrow{AM}\left(-\frac{1}{2};-1;-\frac{5}{2}\right)=-\frac{1}{2}(1;2;5)$.

Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1+2t \\ z=3+5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Ta có $B = AB \cap (P)$. Từ đó ta được phương trình $3(2+t)+(-1+2t)-2(3+5t)+6=0 \Leftrightarrow t=1$.

Vậy $B(3;1;8)$.

Câu 47: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1-2-2i|=\frac{1}{8}$ và $|z_2-1|+|z_2+1|=2\sqrt{5}$. Số phức z thỏa mãn $|2z+2-5i|=|2z+3-6i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z-2z_1|+|z-z_2|$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** $\frac{13}{2}$. **C.** $\frac{11}{2}$. **D.** 5.

Lời giải

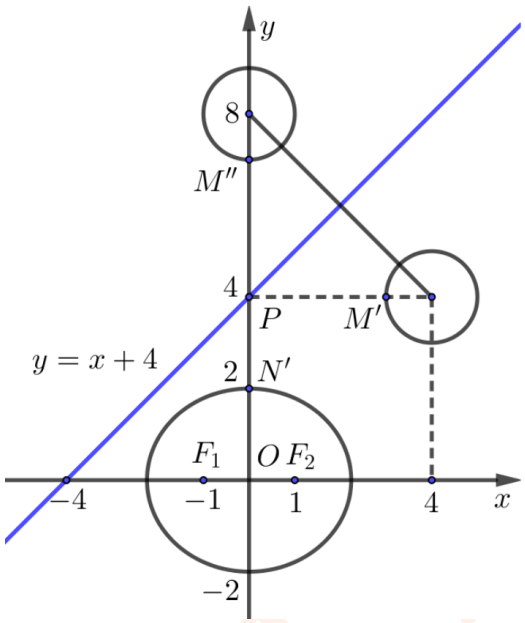
Gọi điểm $M(x_1;y_1)$ biểu diễn cho số phức $2z_1$; điểm $I(4;4)$ biểu diễn cho số phức $4+4i$ khi đó ta có $|z_1-2-2i|=\frac{1}{8} \Leftrightarrow |2z_1-4-4i|=\frac{1}{4} \Leftrightarrow MI=\frac{1}{4}$.Do đó tập hợp điểm M biểu diễn cho số phức $2z_1$ là đường tròn (C)tâm $I(4;4)$, bán kính $R=\frac{1}{4}$.

Gọi điểm $N(x_2;y_2)$ biểu diễn cho số phức z_2, điểm $F_1(1;0)$ biểu diễn cho số phức 1, điểm $F_2(-1;0)$ biểu diễn cho số phức -1, khi đó ta có $|z_2-1|+|z_2+1|=2\sqrt{5} \Leftrightarrow NF_1+NF_2=2\sqrt{5}$. Do đó tập hợp điểm N biểu diễn cho số phức z_2 là elip có hai tiêu điểm $F_1;F_2$.

Gọi điểm $P(x;y)$ biểu diễn cho số phức z, điểm $B\left(-1;\frac{5}{2}\right)$ biểu diễn cho số phức $z=-1+\frac{5}{2}i$, điểm $C\left(-\frac{3}{2};3\right)$ biểu diễn cho số phức $-\frac{3}{2}+3i$, khi đó $|2z+2-5i|=|2z+3-6i| \Leftrightarrow \left|z+1-\frac{5}{2}i\right|=\left|z+\frac{3}{2}-3i\right| \Leftrightarrow PB=PC$. Do đó tập hợp điểm P biểu diễn cho số phức z là đường trung trực Δ của đoạn thẳng BC có phương trình $x-y+4=0$.

Khi đó ta có $|z-2z_1|+|z-z_2|=PM+PN$

Điểm đối xứng của $I(4;4)$ qua đường thẳng Δ là $I'(0;8)$ nên đường tròn (C') đối xứng với đường tròn (C) qua đường thẳng Δ có tâm $I'(0;8)$ bán kính $R' = R = \frac{1}{4}$.



Do đó theo hình vẽ ta có:

$$PM + PN \geq PM' + PN' = PM'' + PN' = M'N' = I'O - R - ON' = 8 - 2 - \frac{1}{4} = \frac{23}{4}.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z - 2z_1| + |z - z_2|$ bằng $\frac{23}{4}$.

Câu 48: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;6)$, $B(3;3;-9)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 12 = 0$. Điểm M di động trên (P) sao cho MA, MB luôn tạo với (P) các góc bằng nhau. Biết M luôn thuộc một đường tròn cố định. Tung độ của tâm đường tròn đó bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $-\frac{2}{3}$. **C.** 0. **D.** -12.

Lời giải

Gọi A', B' lần lượt là hình chiếu của A, B trên (P)

$\Rightarrow AMA' = BMB'$ mà $AA'M = BB'M = 90^0$

$\Rightarrow$ hai tam giác $\Delta AA'M$, $\Delta BB'M$ đồng dạng

$$\Rightarrow \frac{AM}{BM} = \frac{AA'}{BB'} = \frac{d(A,(P))}{d(B,(P))} = \frac{6}{3} = 2 \Rightarrow AM = 2BM$$

Gọi $M(x;y;z)$

$$AM = 2BM \Leftrightarrow (x-2)^2+(y+2)^2+(z-6)^2 = 4\left[(x-3)^2+(y-3)^2+(z+9)^2\right]$$
$$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-20x-28y+84z+352=0$$
$$\Leftrightarrow x^2+y^2+z^2-\frac{20}{3}x-\frac{28}{3}y+28z+\frac{352}{3}=0$$

Suy ra tập hợp điểm M là mặt cầu (S) tâm $I\left(\frac{10}{3};\frac{14}{3};-14\right)$, bán kính $R=\frac{2\sqrt{251}}{3}$.

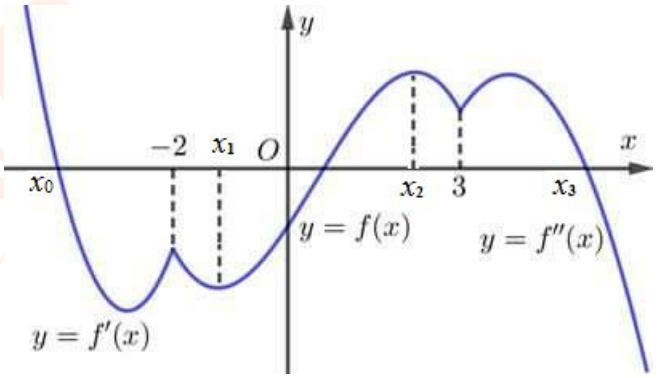
Mà $M\in(P)$ và $d\left(I,(P)\right)=6<R\Rightarrow$ tập hợp điểm M là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) với mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu của I trên $(P)\Rightarrow H$ là tâm đường tròn giao tuyến.

$IH\perp(P)\Rightarrow$ phương trình $IH:\begin{cases}x=\frac{10}{3}+2t\\ y=\frac{14}{3}+2t\\ z=-14-t\end{cases}$

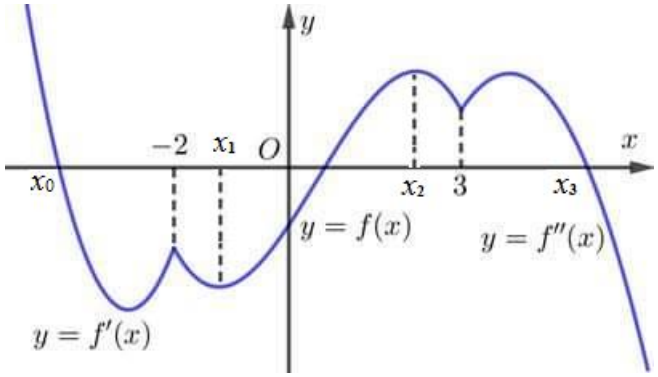
$\Rightarrow H\in(P)\Rightarrow H\left(\frac{10}{3}+2t;\frac{14}{3}+2t;-14-t\right)\Rightarrow t=-2\Rightarrow H$ có tung độ bằng $\frac{2}{3}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên dưới là đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên $(-\infty;-2]$, đồ thị hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$ và đồ thị hàm số $y=f''(x)$ trên $[3;+\infty)$. Số điểm cực trị tối đa của hàm số $y=f(x)$ là



A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải



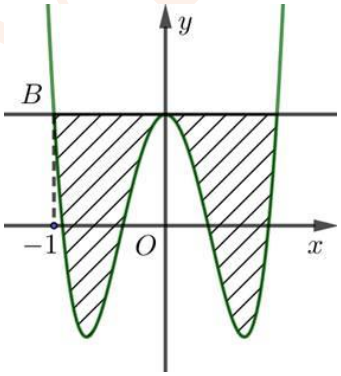
Trên $(-\infty;-2)$ ta thấy $f'(x)$ triệt tiêu và đổi dấu qua điểm $x=x_0$. Do đó trên miền này hàm số $y=f(x)$ có 1 cực trị.

Trên $(-2;3)$ ta thấy $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=x_1$ và đạt cực đại tại $x=x_2$. Do đó trên miền này hàm số $y=f(x)$ có 2 cực trị.

Trên $(3;+\infty)$ ta thấy $f''(x)$ triệt tiêu và đổi dấu từ dương (lõm) sang âm (lồi) khi đi qua $x=x_3$. Do đó trên miền này hàm số $y=f(x)$ có tối đa 2 cực trị.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có tối đa 5 điểm cực trị

Câu 50: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Biết miền tô đậm có diện tích bằng $\frac{4}{15}$ và điểm B có hoành độ bằng -1. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3;3]$ để hàm số $y=f\left(m-3^x\right)$ có đúng một điểm cực trị là



A. 1. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Tịnh tiến đồ thị xuống dưới c đơn vị, khi đó ta được đồ thị của hàm số $g(x)=ax^4+bx^2$.

Lúc này ta có: Điểm $B(-1;0)$ thuộc đồ thị hàm số $g(x)$ nên $a+b=0\Leftrightarrow b=-a$.

$\Rightarrow g(x)=a\left(x^4-x^2\right)$.

Mặt khác $S=\frac{4}{15}\Rightarrow 2\int_{-1}^{0}-a\left(x^4-x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{4}{15}\Rightarrow a=1$.

Vậy hàm số $g(x)=x^4-x^2$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{\frac{1}{2}}\end{array}\right.$.

Xét hàm số $y=f\left(m-3^x\right)$; $y'=-3^x\ln 3.f'\left(m-3^x\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-3^x=0\\m-3^x=\sqrt{\frac{1}{2}}\\m-3^x=-\sqrt{\frac{1}{2}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3^x=m\\3^x=m-\sqrt{\frac{1}{2}}\\3^x=m+\sqrt{\frac{1}{2}}\end{array}\right.$$

Để hàm số có đúng 1 điểm cực trị thì $m\le 0<m+\sqrt{\frac{1}{2}}\Leftrightarrow-\sqrt{\frac{1}{2}}<m\le 0$.

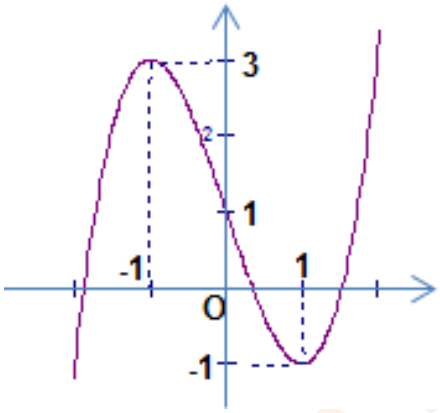
Vậy có 1 giá trị nguyên của m.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT HÀ NAM

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 2. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=-3$ và $\int_1^2 g(x)dx=1$ thì $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-5y+z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-5;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;5;1)$.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=7$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C$ và BD là:

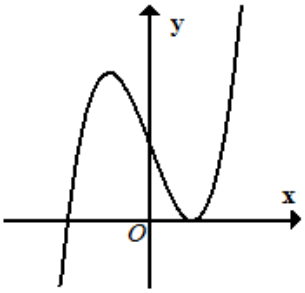
A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Câu 6. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[4]{x^3}$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^{\frac{1}{3}}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{7}{4}x^{\frac{4}{7}}+C$.

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x-2$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Câu 8. Giao điểm của đồ thị hàm số $y=3x^3-5x+2$ với trục tung có tọa độ là

A. $(1;0)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};0\right)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 9. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không có cực trị?

A. $y=-2x^3-x$. **B.** $y=3x^3-2x$.

C. $y=-3x^3+2x$. **D.** $y=2x^3-3x$.

Câu 10. Môđun của số phức $z=3+2i$ bằng

A. 13. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Câu 11. Trên đoạn $\left[\frac{1}{3};\frac{3}{2}\right]$, hàm số $y=-\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $x=\frac{3}{2}$. **C.** $x=\frac{1}{3}$. **D.** $x=1$.

Câu 12. Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_5 a-2\log_5 b=1$, khẳng định nào dưới đây đúng

A. $a=5b^2$. **B.** $ab^2=5$. **C.** $10ab=1$. **D.** $5a=2b$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$,cho hai vectơ $\vec{a}(1;-3;-2),\vec{b}(5;1;-3)$. Tọa độ của $\vec{b}-\vec{a}$

A. $(4;4;-1)$ **B.** $(-4;-4;1)$ **C.** $(5;-3;6)$ **D.** $(6;-2;-5)$

Câu 14. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-x^3-3$

A. $(1;-3)$ **B.** $(2;5)$ **C.** $(-2;5)$ **D.** $(-1;-1)$

Câu 15. Trong không gian $O.xyz$, toạ độ tâm mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ là :

A. $(1;1;1)$ **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(1;-2;2)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu 16. Trên khoảng $0;+\infty$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{\sqrt{5}}x$ là :

A. $y'=\frac{1}{x.\ln\sqrt{5}}$ **B.** $y'=\frac{\sqrt{5}}{x.\ln 5}$. **C.** $y'=\frac{\sqrt{5}}{x}$. **D.** $y'=\frac{1}{2x.\ln\sqrt{5}}$.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $1+3i\ z=5+5i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 3 **B.** -3 **C.** 1 **D.** -1

Câu 18. Với $a>0$, biểu thức $\log_2 8a$ bằng

A. $3-\log_2 a$. **B.** $4+\log_2 a$. **C.** $8\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-6	↗	1	↘	-6	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-6;1)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 21. Thể tích V của khối nón có bán kính đáy r, chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{2}{3}\pi r^2 h$. **B.** $V=\pi r^2 h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y=x^{-\sqrt{3}}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của z bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Câu 24. Nếu $\int_{-3}^{2} f(x)dx=3$ thì $\int_{-3}^{2} 2f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** -6. **C.** -1. **D.** 6.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-5;-3)$ và $B(1;3;-1)$. Mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $-x+8y+2z+27=0$. **B.** $-x+8y-2z+48=0$.

C. $-x+8y+2z-21=0$. **D.** $-2x+5y+3z-36=0$.

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 24. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 27 . Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{4}{3}Bh$.

Câu 28 . Tập nghiệm của bất phương trình $5^x \geq 3$ là

A. $\left[\log_3 5;+\infty\right)$. **B.** $\left[\log_5 3;+\infty\right)$.

C. $\left(\log_3 5;+\infty\right)$. **D.** $\left(\log_5 3;+\infty\right)$.

Câu 29. Cho hàm số $f\ x\ =2-3\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\ x\ dx=2x-\sin 3x+C$. **B.** $\int f\ x\ dx=2x-3\sin x+C$.

C. $\int f\ x\ dx=2x+\sin 3x+C$. **D.** $\int f\ x\ dx=2x+3\sin x+C$.

Câu 30. Nếu $\int_{-2}^{1} f\ x\ dx=3$ thì $\int_{-2}^{1}\left[f\ x\ -2x\right]dx$ bằng

A. -4. **B.** 6. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+1}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $B\left(3;-3;-2\right)$. **B.** $C\left(2;-3;3\right)$. **C.** $D\left(-1;0;1\right)$. **D.** $A\left(1;0;-1\right)$.

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-3x+2}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=3$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 33. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\frac{4}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=4\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 34. Cho số phức $z=2-3i$, khi đó $-2z$ bằng

A. $4-6i$. **B.** $6-4i$. **C.** $-2+6i$. **D.** $-4+6i$.

Câu 35. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(5;-2;3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{4}$ có phương trình

A. $\begin{cases}x=5+2t\\y=-2-t\\z=3+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=-1-2t\\z=4+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=5+t\\z=-2+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=2-t\\z=-5+4t\end{cases}$.

Câu 37. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|.z_1=4|z_2|.z_2$. Biết rằng M,N là lần lượt là điểm biểu diễn của $z_1,\overline{z_2}$ trên mặt phẳng tọa độ sao cho tam giác OMN có diện tích bằng 18, khi đó giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng:

A. $15\sqrt{2}$ **B.** $20\sqrt{2}$. **C.** 16. **D.** 12.

Câu 38. Với các số thực không âm a,b thỏa mãn $16b+3a.2^{3a+4b}\geq 8$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3a^2+3b^2+12a+18b+6$ bằng:

A. 17. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 18.

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=3x+2^x$ và $g(x)=x^3-2mx^2+(3m^2+1)x-5$ với m là tham số thực. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x+f(x))$ trên đoạn $[0;1]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của m bằng

A. 3. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 2.

Câu 40. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+4x^2-11x-30$ với trục hoành là.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 41. Trong không gian $(Oxyz)$, cho điểm $A(2;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$ $d_2:\begin{cases}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{cases}$ và. Đường thẳng đi qua A và cắt hai đường thẳng d_1 , d_2 có phương trình là:

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{3}=\dfrac{z-2}{2}$. **B.** $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{4}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-5}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-2}{1}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x)>0,\forall x\in(1;5)$. Biết rằng $e^x f^3(x)+e^{-x}=-3f'(x)\sqrt{f(x)},\forall x\in(1;5)$ và $f(3)=e^{-2}$, khi đó giá trị $f(4)$ của thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\dfrac{2}{3};1\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và hai điểm $M(4,-4,2)$, $N(6,0,6)$. Với điểm E thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất. khi đó tiếp diện (S) tại E có phương trình là

A. $2x+y-2z-9=0$. **B.** $2x-2y+z+9=0$. **C.** $2x-y-2z+8=0$. **D.** $2x+2y+z-8=0$.

Câu 44. Cho hình nón đỉnh S, đường tròn đáy có tâm O và góc ở đỉnh bằng 120^0. Một mặt phẳng đi qua S và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng $2\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $8\pi\sqrt{3}$. **B.** $12\pi\sqrt{3}$ **C.** $16\pi\sqrt{3}$ **D.** $21\pi\sqrt{3}$

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+5$ và $g(x)=dx^2+ex-1$, $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-2;1;3$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho có diện tích bằng

A. $\frac{253}{12}$. **B.** $\frac{65}{3}$. **C.** $\frac{43}{2}$. **D.** $\frac{127}{6}$.

Câu 46. Trên tập hợp các số phức, cho phương trình $z^2+az+b=0$, $(a,b\in\mathbb{R})$. Biết phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1=2-i$ và z_2, khi đó giá trị của $|az_1+bz_2|$ bằng

A. $4\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{85}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Câu 47. Gọi z_1,z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+17=0$. Giá trị của biểu thức $3(z_1+z_2)-z_1z_2$ bằng

A. 15. **B.** -9. **C.** 23. **D.** -11.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 2 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy M,N lần lượt thuộc các cạnh SB,SD thỏa mãn $\frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=k(0<k<1)$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại điểm P. Biết khối chóp $S.AMPN$ có thể tích bằng $\frac{2}{3}$, khi đó giá trị của k bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ và $f'(x)=\cos x(6\sin^2 x-1)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=\frac{-1}{3}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. $\frac{-2}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\sqrt{2\log_2(x+3)}-\sqrt{\log_2(x+1)+\log_2(2x+3)}\geq(x+2)(x-3)$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

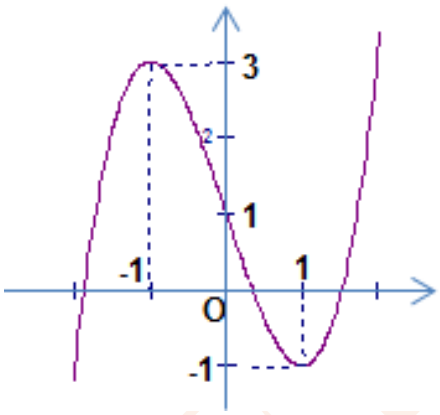
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.A	5.C	6.B	7.C	8.D	9.A	10.C
11.D	12.A	13.A	14.C	15.B	16.A	17.C	18.D	19.D	20.B
21.C	22.A	23.A	24.D	25.C	26.A	27.A	28.B	29.B	30.B
31.D	32.B	33.B	34.D	35.C	36.A	37.A	38.C	39.D	40.D
41.B	42.C	43.B	44.C	45.A	46.C	47.D	48.C	49.C	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Theo định nghĩa cực trị của hàm số ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 3.

Câu 2. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=-3$ và $\int_1^2 g(x)dx=1$ thì $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -4.

Lời giải

Theo tính chất của tích phân ta có $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx=-3-1=-4$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x-5y+z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;-5;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-5;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;5;1)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P):2x-5y+z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{u}=(2;-5;1)$

Câu 4. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=7$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

ĐK: $x>-5$

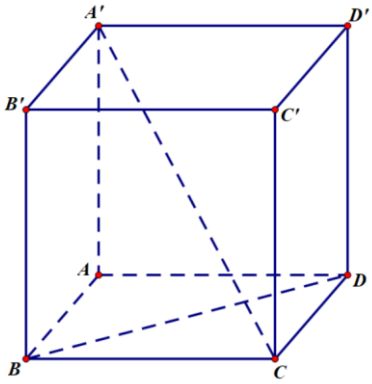
Ta có: $\log_3(x+5)=2 \Leftrightarrow 3^2=x+5 \Leftrightarrow x=4(TM)$. Vậy $x=4$.

Câu 5. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'C$ và BD là:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $45°$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có: $AC \perp BD$ (do $ABCD$ là hình vuông) và $AA' \perp BD$ nên $BD \perp (A'AC)$

Do đó $BD \perp A'C$ hay góc giữa hai đường thẳng $A'C$ và BD là $90°$.

Câu 6. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sqrt[4]{x^3}$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^{\frac{1}{3}}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}}+C$.

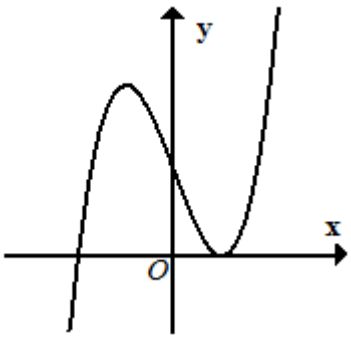
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{7}{4}x^{\frac{4}{7}}+C$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int \sqrt[4]{x^3}\mathrm{d}x=\int x^{\frac{3}{4}}\mathrm{d}x=\frac{4}{7}x^{\frac{7}{4}}+C$

Câu 7. Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x-2$.

C. $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=-x^3+3x+2$.

Lời giải

+) Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên loại đáp án A, D

+) Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên loại B. Chọn C

Câu 8. Giao điểm của đồ thị hàm số $y=3x^3-5x+2$ với trục tung có tọa độ là

A. $(1;0)$. **B.** $\left(0;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{2}{3};0\right)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Tọa độ giao điểm là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases}y=3x^3-5x+2\\x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\y=2\end{cases}$. Chọn D

Câu 9. Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào không có cực trị?

A. $y=-2x^3-x$. **B.** $y=3x^3-2x$.

C. $y=-3x^3+2x$. **D.** $y=2x^3-3x$.

Lời giải

+) Xét hàm số $y=-2x^3-x$ có $y'=-6x^2-1<0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và không có cực trị.

Câu 10. Môđun của số phức $z=3+2i$ bằng

A. 13. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{13}$. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $|z|=\sqrt{3^2+2^2}=\sqrt{13}$

Câu 11. Trên đoạn $\left[\frac{1}{3};\frac{3}{2}\right]$, hàm số $y=-\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $x=\frac{3}{2}$. **C.** $x=\frac{1}{3}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Xét hàm số $y=f(x)=-\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{3};\frac{3}{2}\right]$,

$\Rightarrow f'(x)=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3x^2}=0\Rightarrow-\frac{1}{3}\left(x-\frac{1}{x^2}\right)=0\Rightarrow x=1\in\left[\frac{1}{3};\frac{3}{2}\right]$

$\Rightarrow f(1)=-\frac{1}{2}, f\left(\frac{3}{2}\right)=-\frac{43}{72}, f\left(\frac{1}{3}\right)=-\frac{55}{54}$, Vậy hàm số $y=-\frac{1}{6}x^2-\frac{1}{3x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=1$

Câu 12. Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $\log_5 a-2\log_5 b=1$, khẳng định nào dưới đây đúng

A. $a=5b^2$. **B.** $ab^2=5$. **C.** $10ab=1$. **D.** $5a=2b$.

Lời giải

Ta có với các số thực dương a,b:

$$\log_5 a-2\log_5 b=1\Leftrightarrow \log_5 a-\log_5 b^2=1\Leftrightarrow \log_5\frac{a}{b^2}=1\Leftrightarrow \frac{a}{b^2}=5\Leftrightarrow a=5b^2$$

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$,cho hai vectơ $\vec{a}(1;-3;-2),\vec{b}(5;1;-3)$. Tọa độ của $\vec{b}-\vec{a}$

A. $(4;4;-1)$ **B.** $(-4;-4;1)$ **C.** $(5;-3;6)$ **D.** $(6;-2;-5)$

Lời giải

Chọn A

$$\vec{b}-\vec{a}=(5-1;1-(-3);-3-(-2))=(4;4;-1)$$

Câu 14. Điểm nào dưới đây **không** thuộc đồ thị hàm số $y=x^4-x^3-3$

A. $(1;-3)$ **B.** $(2;5)$ **C.** $(-2;5)$ **D.** $(-1;-1)$

Lời giải

Chọn C

$$y_{(-2)}=(-2)^4-(-2)^3-3=21$$

Câu 15. Trong không gian $O.xyz$, toạ độ tâm mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$ là :

A. $(1;1;1)$ **B.** $(1;-2;0)$. **C.** $(1;-2;2)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 16. Trên khoảng $0;+\infty$, đạo hàm của hàm số $y=\log_{\sqrt{5}} x$ là :

A. $y'=\frac{1}{x.\ln\sqrt{5}}$ **B.** $y'=\frac{\sqrt{5}}{x.\ln 5}$. **C.** $y'=\frac{\sqrt{5}}{x}$. **D.** $y'=\frac{1}{2x.\ln\sqrt{5}}$.

Lời giải

Chọn A.

Câu 17. Cho số phức z thỏa mãn $1+3i\ z=5+5i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 3 **B.** -3 **C.** 1 **D.** -1

Lời giải

Ta có $z=\frac{5+5i}{1+3i}=2-i\Rightarrow \bar{z}=2+i$. Suy ra phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng 1

Câu 18. Với $a>0$, biểu thức $\log_2 8a$ bằng

A. $3-\log_2 a$. **B.** $4+\log_2 a$. **C.** $8\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

Lời giải

Ta có $\log_2 8a = \log_2 8+\log_2 a = 3+\log_2 a$

Câu 19. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Tập xác định của hàm số là $D=\mathbb{R}$ và y' đổi dấu khi qua các giá trị $x=-2; x=0; x=3$. Nên số điểm cực trị của hàm số là 3.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-4		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-6	$\nearrow$	1	$\searrow$	-6	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-6;1)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Lời giải

Trong các đáp án, $y'\geq 0, \forall x\in(-3;0)$. Nên chọn đáp án B.

Câu 21. Thể tích V của khối nón có bán kính đáy r, chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{2}{3}\pi r^2 h$. **B.** $V=\pi r^2 h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

Lời giải

Ta có $V=S.h=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 22. Tập xác định của hàm số $y=x^{-\sqrt{3}}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-3;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Do $y=x^{-\sqrt{3}}$ là hàm số lũy thừa với mũ không nguyên nên tập xác định là $(0;+\infty)$.

Câu 23. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của z bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $M(-1,2)\Rightarrow z=-1+2i$.

Do đó phần ảo của z bằng 2.

Câu 24. Nếu $\int_{-3}^{2} f(x)dx=3$ thì $\int_{-3}^{2} 2f(x)dx$ bằng

A. -2. **B.** -6. **C.** -1. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\int_{-3}^{2} 2.f(x)dx=2.\int_{-3}^{2} f(x)dx=2.3=6$

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-5;-3)$ và $B(1;3;-1)$. Mặt phẳng đi qua B và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $-x+8y+2z+27=0$. **B.** $-x+8y-2z+48=0$.

C. $-x+8y+2z-21=0$. **D.** $-2x+5y+3z-36=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(1;3;-1)$ nhận $\overrightarrow{AB}=(-1;8;2)$ là véc tơ pháp tuyến

$\Rightarrow (P):-(x-1)+8(y-3)+2(z+1)=0$

$\Rightarrow (P):-x+8y+2z-21=0.$

Câu 26. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng 4 và chiều cao bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 24. **B.** 20. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ: $V=S.h=4.6=24.$

Câu 27 . **[Mức độ 1]** Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=\frac{4}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn A

Câu 28 . **[Mức độ 1]** Tập nghiệm của bất phương trình $5^x \geq 3$ là

A. $[\log_3 5;+\infty)$. **B.** $[\log_5 3;+\infty)$.

C. $(\log_3 5;+\infty)$. **D.** $(\log_5 3;+\infty)$.

Lời giải

Ta có $5^x \geq 3 \Leftrightarrow x \geq \log_5 3$. Vậy tập nghiệm $S=[\log_5 3;+\infty)$.

Câu 29. Cho hàm số $f\ x\ =2-3\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f\ x\ dx=2x-\sin 3x+C$. **B.** $\int f\ x\ dx=2x-3\sin x+C$.

C. $\int f\ x\ dx=2x+\sin 3x+C$. **D.** $\int f\ x\ dx=2x+3\sin x+C$.

Lời giải

Chọn câu B

Ta có: Ta có: $\int f\ x\ dx=\int 2-3\cos x\ dx=\int 2dx-3\int \cos xdx=2x-3\sin x+C$

Câu 30. Nếu $\int_{-2}^{1} f\ x\ dx=3$ thì $\int_{-2}^{1}[f\ x\ -2x]dx$ bằng

A. -4. **B.** 6. **C.** -5. **D.** 2.

Lời giải

Chọn câu B

Ta có: $\int_{-2}^{1}[f\ x\ -2x]dx=\int_{-2}^{1} f\ x\ dx-\int_{-2}^{1} 2xdx=3-\ -3\ =6$

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{-3}=\frac{z+1}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $B(3;-3;-2)$. **B.** $C(2;-3;3)$. **C.** $D(-1;0;1)$. **D.** $A(1;0;-1)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 32. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-3x+2}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=3$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn B.

TCN: $y=\frac{-3}{1}=-3$.

Câu 33. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\frac{4}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi rl$. **C.** $S_{xq}=4\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Ta có: $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 34. Cho số phức $z=2-3i$, khi đó $-2z$ bằng

A. $4-6i$. **B.** $6-4i$. **C.** $-2+6i$. **D.** $-4+6i$.

Lời giải

$-2z=-2(2-3i)=-4+6i$

Câu 35. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là $x\neq -1$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^-}\frac{x-2}{x+1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=\lim\limits_{x\to -1^+}\frac{x-2}{x+1}=-\infty$

Vậy đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(5;-2;3)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng $\Delta:\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{4}$ có phương trình

A. $\begin{cases}x=5+2t\\y=-2-t\\z=3+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+5t\\y=-1-2t\\z=4+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=5+t\\z=-2+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-3+2t\\y=2-t\\z=-5+4t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua $A(5;-2;3)$ và song song với đường thẳng Δ có VTCP $(2,-1,4)$ là

$$\begin{cases}x=5+2t\\y=-2-t\end{cases}(t\in\mathbb{R})\\z=3+4t$$

Câu 37. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1|.z_1=4|z_2|.z_2$. Biết rằng M,N là lần lượt là điểm biểu diễn của $z_1,\overline{z_2}$ trên mặt phẳng tọa độ sao cho tam giác OMN có diện tích bằng 18, khi đó giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng:

A. $15\sqrt{2}$ **B.** $20\sqrt{2}$. **C.** 16. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $|z_1|.z_1 = 4|z_2|.z_2 \Leftrightarrow \frac{z_1}{z_2} = 4\left|\frac{z_2}{z_1}\right|$ (*) $\Rightarrow \frac{z_1}{z_2}$ là số thực không âm

Đặt $\frac{z_1}{z_2} = k$ với $k \ge 0$

$(*) \Leftrightarrow k = 4.\left|\frac{1}{k}\right| \Leftrightarrow k = 4.\frac{1}{k} \Leftrightarrow k^2 = 4 \Rightarrow k = 2$

Vậy $\frac{z_1}{z_2} = 2 \Leftrightarrow z_1 = 2z_2$

Đặt $z_2 = a + bi \Rightarrow \begin{cases} \overline{z_2} = a - bi \\ z_1 = 2a + 2bi \end{cases} \quad (a, b \in \mathbb{R})$

Khi đó: $\begin{cases} M(2a; 2b) \\ N(a; -b) \end{cases}$

$S_{\Delta OMN} = \frac{1}{2}|-2ab - 2ab| = 2|ab| = 18 \Leftrightarrow |ab| = 9$

Ta có:

$|z_1 + 3z_2| = |2z_2 + 3z_2| = |5z_2| = 5\sqrt{a^2 + b^2} = 5\sqrt{|a|^2 + |b|^2} \ge 5\sqrt{2|ab|} = 5\sqrt{2.9} = 15\sqrt{2}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$\begin{cases} |a| = |b| \\ |ab| = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = |b| \\ |a|.|b| = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |a| = 3 \\ |b| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \pm 3 \\ b = \pm 3 \end{cases}$

Vậy $|z_1 + 3z_2|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $15\sqrt{2}$

Câu 38. Với các số thực không âm a, b thỏa mãn $16b + 3a.2^{3a+4b} \ge 8$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 3a^2 + 3b^2 + 12a + 18b + 6$ bằng:

A. 17. **B.** 16. **C.** 15. **D.** 18.

Lời giải

Ta có:

$P = 3(a^2 + b^2 + 4a + 6b + 2) = 3(a^2 + 4a + 4 + b^2 + 6b + 9 - 11) = 3(a+2)^2 + 3(b+3)^2 - 33$

Lại có:

$16b+3a.2^{3a+4b}\ge 8\Leftrightarrow 16b+3a.2^{3a}.2^{4b}\ge 8\Leftrightarrow 3a.2^{3a}.2^{4b}\ge 8-16b$

$\Leftrightarrow 3a.2^{3a}.2^{4b}\ge 2^3-2b.2^3\Leftrightarrow 3a.2^{3a}\ge \frac{2^3}{2^{4b}}-\frac{2b.2^3}{2^{4b}}\Leftrightarrow 3a.2^{3a}\ge 2^{3-4b}-2.b.2^{3-4b}$

$\Leftrightarrow 3a.2^{3a}\ge 2(1-2b).2^{2-4b}\Leftrightarrow 3a.2^{3a}\ge (2-4b).2^{2-4b}$ (*)

Trường hợp 1: $\begin{cases}2-4b\le 0\\ b\ge 0\\ a\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b\ge \frac{1}{2}\\ a\ge 0\end{cases}$

Khi đó: $P=3(a+2)^2+3(b+3)^2-33\ge 3(0+2)^2+3\left(\frac{1}{2}+3\right)^2-33=\frac{63}{4}$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}b=\frac{1}{2}\\ a=0\end{cases}$

Vậy $P_{\min}=\frac{63}{4}$ (1)

Trường hợp 2: $\begin{cases}2-4b\ge 0\\ b\ge 0\\ a\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0\le b\le \frac{1}{2}\\ a\ge 0\end{cases}$

Xét hàm số đặc trưng $f(t)=t.2^t$ trên $[0;+\infty)$, ta có $f'(t)=2^t+t.2^t.ln2>0,\forall t\ge 0$

Do đó $f(t)$ đồng biến trên $[0;+\infty)$

Nên (*) $\Leftrightarrow f(3a)\ge f(2-4b)\Leftrightarrow 3a\ge 2-4b\Leftrightarrow a\ge\frac{2-4b}{3}$

$P=3(a+2)^2+3(b+3)^2-33\ge 3\left(\frac{2-4b}{3}+2\right)^2+3(b+3)^2-33$

$=\frac{1}{3}(8-4b)^2+3(b+3)^2-33=\frac{25}{3}b^2-\frac{10}{3}b+\frac{46}{3}=\frac{25}{3}\left(b-\frac{1}{5}\right)^2+15\ge 15$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}a=\frac{2-4b}{3}\\ b-\frac{1}{5}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{2}{5}\\ b=\frac{1}{5}\end{cases}$

Vậy $P_{\min}=15$ (2)

Từ (1),(2) suy ra $P_{\min}=15$

Câu 39. Cho hàm số $f(x)=3x+2^x$ và $g(x)=x^3-2mx^2+(3m^2+1)x-5$ với m là tham số thực. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=g(x+f(x))$ trên đoạn $[0;1]$. Khi M đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của m bằng

A. 3. **B.** $\frac{7}{2}$. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 2.

Lời giải

Ta có:

$f'(x)=3+2^x.\ln 2>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$g'(x)=3x^2-4mx+3m^2+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$y'(x)=(1+f'(x)).g'(x+f(x))>0\ \forall x\in[0;1]$

$\Rightarrow M=\max\limits_{[0;1]} y=y(1)=g(6)=18m^2-72m+217=18(m-2)^2+145\geq 145$

$\Rightarrow \min M=145$ khi $m=2$.

Câu 40. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+4x^2-11x-30$ với trục hoành là.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+4x^2-11x-30=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-2\\x=-5\end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3+4x^2-11x-30$ với trục hoành có 3 giao điểm.

Câu 41. Trong không gian $(Oxyz)$, cho điểm $A(2;1;2)$ và hai đường thẳng $d_1:\frac{x+2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$

$d_2:\left\{\begin{array}{l}x=t\\y=3\\z=-2+t\end{array}\right.$ và. Đường thẳng đi qua A và cắt hai đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{3}=\frac{z-2}{2}$. **B.** $\frac{x-2}{5}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-2}{4}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-2}{-5}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần tìm.

Gọi $B=\Delta\cap d_2\Rightarrow B(t;3;-2+t),\Rightarrow\overrightarrow{AB}(t-2;2;-4+t)$

$C=\Delta\cap d_1\Rightarrow C(-2+t';-1-t';2-t')\Rightarrow\overrightarrow{AC}(-4+t';-2-t';-t')$

Đường thẳng Δ đi qua A,B,C nên $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\overrightarrow{AC}$. Do đó, ta có:

$$\Rightarrow \begin{cases} t-2=k\left(-4+t'\right) \\ 2=k\left(-2-t'\right) \\ -4+t=k\left(-t'\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t=\dfrac{36}{8}=\dfrac{9}{2} \\ t'=\dfrac{2}{3} \\ k=\dfrac{-6}{8} \end{cases}$$

Suy ra $B\left(\frac{9}{2};3;\frac{5}{2}\right)$, $C\left(-\frac{4}{3};-\frac{5}{3};\frac{4}{3}\right)$.

Đường thẳng Δ đi qua $A(2;1;2)$, có vtcp $\overrightarrow{AB}=\left(\frac{5}{2};2;\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2}(5;4;1)$ nên có phương trình là:

$\frac{x-2}{5}=\frac{y-1}{4}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(x)>0,\forall x\in(1;5)$. Biết rằng $e^x f^3(x)+e^{-x}=-3f'(x)\sqrt{f(x)},\forall x\in(1;5)$ và $f(3)=e^{-2}$, khi đó giá trị $f(4)$ của thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{2}{3};1\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$.

Lời giải

Đặt $g(x)=\sqrt{f^3(x)}\Rightarrow g^2(x)=f^3(x)$.

$\Rightarrow g'(x)=\frac{3}{2}\sqrt{f(x)}f'(x)\Rightarrow 3f'(x)\sqrt{f(x)}=2g'(x)$

Khi đó: $e^x f^3(x)+e^{-x}=-3f'(x)\sqrt{f(x)}\Leftrightarrow e^x f^3(x)+e^{-x}=-2g'(x)$

$\Leftrightarrow e^x g^2(x)+e^{-x}=-2g'(x)\Leftrightarrow\left[e^x g(x)\right]^2+1=-2e^x g'(x)$.

Lại có: $\left(e^x g(x)\right)'=e^x g'(x)+e^x g(x)\Rightarrow e^x g'(x)=\left(e^x g(x)\right)'-e^x g(x)$.

Do đó: $\Leftrightarrow\left[e^x g(x)\right]^2+1=-2\left[\left(e^x g(x)\right)'-e^x g(x)\right]\Leftrightarrow\dfrac{\left[e^x g(x)\right]'}{\left(e^x g(x)-1\right)^2}=-\dfrac{1}{2}$.

Suy ra: $\int_3^4\left(\dfrac{\left[e^x g(x)\right]'}{\left(e^x g(x)-1\right)^2}\right)dx=\int_3^4\left(-\dfrac{1}{2}\right)dx=-\dfrac{1}{2}$

$\Leftrightarrow\left.\dfrac{-1}{e^x g(x)-1}\right|_3^4=-\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow\dfrac{-1}{e^4 g(4)-1}+\dfrac{1}{e^3 g(3)-1}=-\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow f(4)\approx 0,03524\in\left(0;\frac{1}{3}\right)$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-2)^2=9$ và hai điểm $M(4,-4,2)$, $N(6,0,6)$. Với điểm E thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất. khi đó tiếp diện (S) tại E có phương trình là

A. $2x+y-2z-9=0$. **B.** $2x-2y+z+9=0$. **C.** $2x-y-2z+8=0$. **D.** $2x+2y+z-8=0$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1,2,2)$ và bán kính $R=3$.

Gọi K là trung điểm của $MN\Rightarrow K(5,-2,4)$ và K nằm ngoài mặt cầu (S).

Do đó: $\overrightarrow{IK}=(4,-4,2)$, $\overrightarrow{MN}=(2,4,4)$, $MN=6, IK\perp MN$.

{Ta có: $EM+EN\le\sqrt{2\left(EM^2+EN^2\right)}=\sqrt{2\left(2EK^2+\frac{MN^2}{4}\right)}=\sqrt{4EK^2+18}$ }

$EM+EN$ đạt giá trị lớn nhất khi và chỉ khi $EM=EN$ và EK lớn nhất.

Vì $IK\perp MN$ nên $EM=EN$ thì E thuộc đường thẳng $IK:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-2t\\z=2+t\end{cases}$

Tọa độ giao điểm E của đường thẳng IK với mặt cầu (S) ứng với tọa độ điểm E là nghiệm của phương trình

$(1+2t-1)^2+(2-2t-2)^2+(2+t-2)^2=9\Leftrightarrow t=\pm 1$

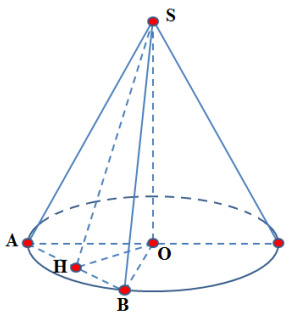
Suy ra : $E_1=(3,0,3)$ hoặc $E_2=(-1,4,1)$

Ta có $E_1K=3, E_2K=9$. Suy ra $E(-1,4,1)\Rightarrow\overrightarrow{IE}=(-2,2,-1)$ nên phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E có phương trình $-2(x+1)+2(y-4)-1(z-1)=0$ hay $2x-2y+z+9=0$

Câu 44. Cho hình nón đỉnh S, đường tròn đáy có tâm O và góc ở đỉnh bằng 120^0. Một mặt phẳng đi qua S và cắt hình nón theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng $2\sqrt{2}$. Diện tích xung quanh của hình nón đã cho bằng

A. $8\pi\sqrt{3}$. **B.** $12\pi\sqrt{3}$ **C.** $16\pi\sqrt{3}$ **D.** $21\pi\sqrt{3}$

Lời giải



Giả sử bán kính đáy của hình nón bằng $R=OA=OB$. Do góc ở đỉnh của hình nón bằng 120^0 nên ta có $ASO=60^0$ suy ra đường sinh $l=SA=SB=\dfrac{OA}{\sin 60^0}=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$.

Gọi H là trung điểm của AB ta có $OH\perp AB;OH\perp SO$ nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO là $OH=2\sqrt{2}$. Suy ra $AB=2AH=2\sqrt{OA^2-OH^2}=2\sqrt{R^2-8}$.

Do tam giác SAB vuông nên $SA^2+SB^2=AB^2\Leftrightarrow 2.\left(\dfrac{2R}{\sqrt{3}}\right)^2=\left(2\sqrt{R^2-8}\right)^2$

$\Rightarrow R=2\sqrt{6}\Rightarrow l=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}=\dfrac{2.2\sqrt{6}}{\sqrt{3}}=4\sqrt{2}$.

Suy ra diện tích xung quanh của hình nón là: $S_{xq}=\pi Rl=\pi.2\sqrt{6}.4\sqrt{2}=16\pi\sqrt{3}$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+5$ và $g(x)=dx^2+ex-1,\ (a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-2;1;3$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho có diện tích bằng

A. $\dfrac{253}{12}$. **B.** $\dfrac{65}{3}$. **C.** $\dfrac{43}{2}$. **D.** $\dfrac{127}{6}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-2;1;3$ khi

$f(x)-g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt là $-2;1;3$

$\Leftrightarrow f(x)-g(x)=a(x+2)(x-1)(x-3)\ (*)$

Thay $x=0$ vào hai vế của $(*)$ ta được:

$f(0)-g(0)=6a\Leftrightarrow 5-(-1)=6a\Leftrightarrow a=1.$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hai hàm số đã cho là

$S=\int\limits_{-2}^{3}\left|1.(x+2)(x-1)(x-3)\right|\mathrm{d}x=\dfrac{253}{12}$.

Câu 46. Trên tập hợp các số phức, cho phương trình $z^2+az+b=0,\ (a,b\in\mathbb{R})$. Biết phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1=2-i$ và z_2, khi đó giá trị của $|az_1+bz_2|$ bằng

A. $4\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{85}$. **D.** $3\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có: phương trình $z^2+az+b=0$ có nghiệm là $z_1=2-i$ nên

$(2-i)^2+a(2-i)+b=0\Leftrightarrow 4-4i+i^2+2a-ai+b=0\Leftrightarrow 3+2a+b+(-4-a)i=0$

$\Rightarrow \begin{cases} 3+2a+b=0 \\ -4-a=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-4 \\ b=5 \end{cases}$.

Do $z_1=2-i$ và z_2 là số phức liên hợp của z_1 nên $z_2=2+i$

$|az_1+bz_2|=|-4(2-i)+5(2+i)|=|2+9i|=\sqrt{85}$

Câu 47. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm của phương trình $z^2-2z+17=0$. Giá trị của biểu thức $3(z_1+z_2)-z_1z_2$ bằng

A. 15. **B.** –9. **C.** 23. **D.** –11.

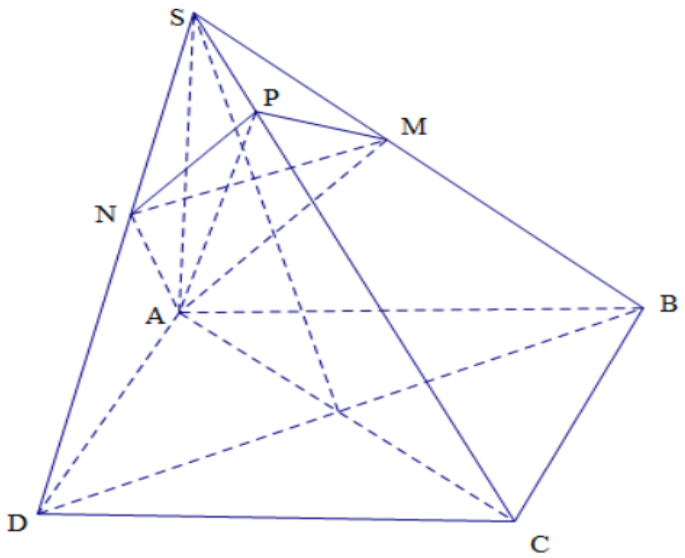
Lời giải

Theo Viet, ta có $\begin{cases} z_1+z_2=2 \\ z_1.z_2=17 \end{cases}$, suy ra $3(z_1+z_2)-z_1z_2=3.2-17=-11$.

Câu 48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng 2 và đáy $ABCD$ là hình bình hành. Lấy M, N lần lượt thuộc các cạnh SB, SD thỏa mãn $\frac{SM}{SB}=\frac{SN}{SD}=k\,(0<k<1)$. Mặt phẳng (AMN) cắt SC tại điểm P. Biết khối chóp $S.AMPN$ có thể tích bằng $\frac{2}{3}$, khi đó giá trị của k bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải



Đặt $\frac{SC}{SP}=a$. Khi đó ta có: $a+1=\frac{1}{k}+\frac{1}{k}\Rightarrow a=\frac{2}{k}-1$.

Xét $\frac{V_{S.AMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{a+\frac{1}{k}+\frac{1}{k}+1}{4.\frac{1}{k}.\frac{1}{k}.a.1}$, Mặt khác: $\frac{V_{S.AMPN}}{V_{S.ABCD}}=\frac{1}{3}$.

Do đó $\frac{1}{3}=\frac{a+\frac{1}{k}+\frac{1}{k}+1}{4.\frac{1}{k}.\frac{1}{k}.a.1}\Leftrightarrow\frac{\frac{2}{k}-1+1+\frac{2}{k}}{\frac{4}{k^2}\left(\frac{2}{k}-1\right)}=\frac{1}{3}\Leftrightarrow\frac{12}{k}=\frac{8}{k^3}-\frac{4}{k^2}\Leftrightarrow 12k^2+4k-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} k=\frac{2}{3} \\ k=-1(l) \end{array}\right.$

Vậy giá trị của $k=\frac{2}{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$ và $f'(x)=\cos x\left(6\sin^2 x-1\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=\frac{-1}{3}$, khi đó $F(\pi)$ bằng

A. $\frac{-2}{3}$. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=\cos x\left(6\sin^2 x-1\right)$

$\Rightarrow f(x)=\int f'(x)dx=\int\cos x\left(6\sin^2 x-1\right)dx=\int\left(6\sin^2 x-1\right)d(\sin x)$

$=6.\frac{\sin^3 x}{3}-\sin x+C=2.\sin^3 x-\sin x+C$

Vì $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1\Rightarrow 2.\sin^3\frac{\pi}{2}-\sin\frac{\pi}{2}+C=1\Leftrightarrow 2-1+C=1\Leftrightarrow C=0$

Vậy $f(x)=2.\sin^3 x-\sin x$

$F(\pi)-F(0)=\int_0^{\pi} f(x)dx=\int_0^{\pi}\left(2.\sin^3 x-\sin x\right)dx=\frac{2}{3}$

$\Rightarrow F(\pi)-F(0)=\frac{2}{3}\Rightarrow\Rightarrow F(\pi)=F(0)+\frac{2}{3}=\frac{-1}{3}+\frac{2}{3}=\frac{1}{3}.$

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\sqrt{2\log_2(x+3)}-\sqrt{\log_2(x+1)+\log_2(2x+3)}\ge(x+2)(x-3)$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases}\log_2(x+3)\ge 0\\ x+1>0\\ 2x+3>0\\ \log_2(x+1)+\log_2(2x+3)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge -2\\ x>-1\\ x>-\frac{3}{2}\\ (x+1)(2x+3)\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow x\ge-\frac{1}{2}$

- Ta có

$\sqrt{2\log_2(x+3)}-\sqrt{\log_2(x+1)+\log_2(2x+3)}\ge(x+2)(x-3)$

$\Leftrightarrow\sqrt{\log_2\left(x^2+6x+9\right)}-\sqrt{\log_2\left(2x^2+5x+3\right)}\ge x^2-x-6$

$\Leftrightarrow\sqrt{\log_2\left(x^2+6x+9\right)}+\left(x^2+6x+9\right)\ge\sqrt{\log_2\left(2x^2+5x+3\right)}+\left(2x^2+5x+3\right)$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t+t$, trên tập: $D=(0;+\infty)$

Ta có: $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+1>0,\ \forall t\in D$.

Nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên tập $D=(0;+\infty)$

Khi đó bất phương trình

$\sqrt{\log_2\left(x^2+6x+9\right)}+\left(x^2+6x+9\right)\geq\sqrt{\log_2\left(2x^2+5x+3\right)}+\left(2x^2+5x+3\right)$

$\Leftrightarrow\left(x^2+6x+9\right)\geq\left(2x^2+5x+3\right)\Leftrightarrow -x^2+x+6\geq 0\Leftrightarrow -2\leq x\leq 3$

Kết hợp với điều kiện xác định, $-1<x\leq 3$, bất phương trình có nghiệm $-\frac{1}{2}\leq x\leq 3$ }

Do x nguyên nên x nhận các giá trị thuộc tập $T=\{0,\,1,\,2,\,3\}$ vậy có 4 giá trị cần tìm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT THÁI NGUYÊN

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 2. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. $5!$. **B.** 5^5. **C.** 5. **D.** $4!$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 4. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^2 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(3-x),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

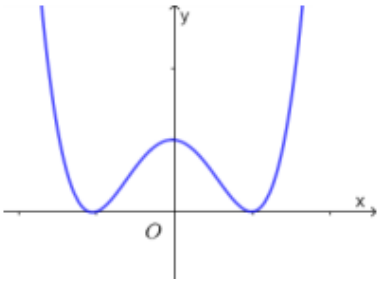
Câu 6. Điểm biểu diễn số phức $z=4-3i$ là:

A. $\mathrm{N}(4;-3)$. **B.** $Q(-3;4)$. **C.** $\mathrm{P}(3;4)$. **D.** $\mathrm{M}(4;3)$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=\dfrac{5}{3}$. **B.** $x=\dfrac{3}{5}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 8. **[Mức độ 1]** Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là các véctơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz. Toạ độ của véctơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ là

A. $(-2;1;-1)$. **B.** $(-1;0;2)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(1;2;-1)$.

Câu 10. Thể tích của khối lập phương cạnh 4a bằng

A. $16a^3$. **B.** $64a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-3=0$. Toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;6;4), R=\sqrt{59}$. **B.** $I(2;-6;4), R=\sqrt{59}$.

C. $I(1;-3;2), R=\sqrt{17}$. **D.** $I(-1;3;-2), R=\sqrt{17}$.

Câu 12. Phương trình $3^{x-1}=9$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

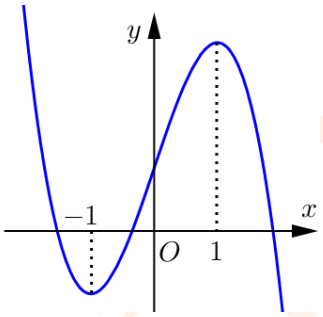
Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \begin{cases} x=4-2t \\ y=2+t \\ z=-1-3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $N(0;4;5)$. **B.** $Q(8;0;2)$. **C.** $M(2;3;-4)$. **D.** $P(-6;1;-4)$.

Câu 15. Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 16. Hình lăng trụ tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 4

Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

A. $-\cos x+C$. **B.** $2\cos x+C$. **C.** $2x+C$. **D.** $\cos x+C$.

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=x.3^{x-1}$. **B.** $y'=x.3^{x-1}\ln 3$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$.

Câu 19. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V=\dfrac{256\pi}{3}$ là

A. $R=\dfrac{1}{3}$. **B.** $R=3$. **C.** $R=2$. **D.** $R=4$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	
$f(x)$	$-\infty$	3	1	$+\infty$

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=4$ là

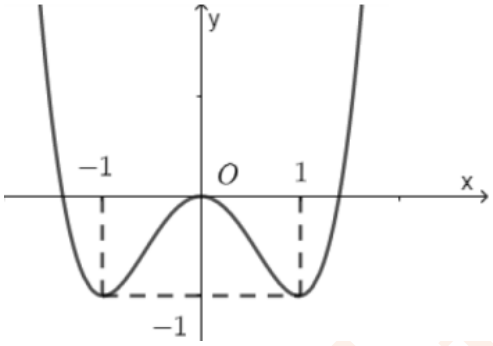
A. Đường tròn tâm $I\ 1;-2$, bán kính $r=16$.

B. Đường tròn tâm $I\ -1;2$, bán kính $r=9$.

C. Đường tròn tâm $I\ 1;2$, bán kính $r=9$.

D. Đường tròn tâm $I\ -1;2$, bán kính $r=4$.

Câu 22. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f\ x$ có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $2022f\ x\ +1=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 23. Cho mặt cầu S tâm I, bán kính $R=6$. Mặt phẳng α cách tâm I của mặt cầu một khoảng bằng 4 và cắt mặt cầu theo một đường tròn C . Chu vi đường tròn C bằng

A. $P=2\sqrt{5}\pi$. **B.** $P=4\sqrt{5}\pi$. **C.** $P=6\pi$. **D.** $P=8\pi$.

Câu 24. Cho hai số thực x và y thỏa mãn $3x+yi\ +\ 4-2i\ =5x+2i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $T=2x+y$ bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** -6. **D.** 4.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $1+i\ \bar{z}-1-3i=0$ với i là đơn vị ảo. Môđun số phức $w=1-z+i\bar{z}$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;-2)$ và trọng tâm $G(2;1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ là

A. $(3;6;3)$. **B.** $(3;6;-3)$. **C.** $(3;-3;6)$. **D.** $(3;2;1)$.

Câu 27. Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số thứ tự từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi rồi cộng các số trên 3 viên bi đó với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số chẵn bằng

A. $\frac{17}{33}$. **B.** $\frac{16}{33}$. **C.** $\frac{19}{33}$. **D.** $\frac{23}{33}$.

Câu 28. Cho a,b là các số thực dương và $a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a\left(a^2b^2\right)=1$. Giá trị của $\log_{a^3} b$ bằng

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** 1.

Câu 29. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2=-8; u_5=64$. Giá trị của u_6 bằng

A. 512. **B.** 256. **C.** -128. **D.** -1024.

Câu 31. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $16a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $5\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $4pa^3$. **D.** $6\pi a^3$.

Câu 32. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^3+3x-1$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị của $2M+m$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2t\\y=1+t\\z=1-3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-1=0$.

Đường thẳng (d') đi qua $M(2;1;1)$ vuông góc với (d) và song song với (P) có phương trình là

A. $(d'):\frac{x+3}{5}=\frac{y+10}{11}=\frac{z+6}{7}$. **B.** $(d'):\frac{x-2}{5}=\frac{y-1}{-11}=\frac{z-1}{-7}$.

C. $(d'):\frac{x+2}{5}=\frac{y-1}{-11}=\frac{z+1}{-7}$. **D.** $(d'):\frac{x+2}{5}=\frac{y+1}{11}=\frac{z+1}{7}$.

Câu 34. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(2)$ bằng

A. e^2+5. **B.** e^2+1. **C.** e^2. **D.** e^2+4.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P). Điểm nào sau đây không nằm trên mặt phẳng (Q)?

A. $I(1;-2;-5)$. **B.** $M(-2;2;-3)$. **C.** $N(1;1;-1)$. **D.** $K(0;1;-1)$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ thoã mãn $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x dx=2$ và $f(0)=1$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x dx$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 37. Gọi a,b là các số thực lớn hơn 1 sao cho biểu thức $T=\left(\log_{a^2} b\right)^3+6\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $P=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{ab}$ bằng

A. 7 **B.** 1 **C.** $\frac{10}{3}$ **D.** 2

Câu 38. Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng 120^o, một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 5. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

A. $S_{xq}=50\sqrt{3}\pi$ **B.** $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$ **C.** $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$ **D.** $S_{xq}=45\sqrt{3}\pi$

Câu 39. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để hàm số $f(x)=|x|^3-3mx^2+24(m-2)|x|+2021m$ có đúng năm điểm cực trị là

A. 2025. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2020.

Câu 40. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2-z+1=0$. Khi đó $z_1^{2021}-z_2^{2022}+\frac{1}{z_1^{2021}}-\frac{1}{z_2^{2022}}$ bằng

A. -1. **B.** $2^{2021}i$. **C.** 2022. **D.** 2021.

Câu 41. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1-i|=|z_1-1+i|$ và $|z_2-1|=|z_2+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_1-5|+|z_2-5|$ thuộc khoảng nào dưới đây

A. $(5;6)$. **B.** $(7;8)$. **C.** $(8;9)$. **D.** $(4;5)$.

Câu 42. Số nghiêm nguyên của phương trình $5^{x^2-2x-3}-(2x-x^2).25^x\le 1+3.25^x$ là

A. 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=4\sqrt{3}$ và $AA'=4$. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B', A'C'$ và BC. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng?

A. $\frac{\sqrt{11}}{35}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{60}$. **C.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{\sqrt{17}}{45}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn: $f'(x)-(2x+3)f^2(x)=0$ và $f(x)<0$ với mọi $x>0$ và $f(1)=-\frac{1}{6}$. Giá trị của biểu thức: $T=f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2022)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AC=3$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc $45°$ và tạo với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh $BB', A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC' bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 46. Cho các số thực a và b không âm thỏa mãn $2^{a+\frac{1}{a}}\le\log_2\left[(8-b)\sqrt{b+4}\right]$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $a\sin 2x+b\cos 2x=2m-1$ có nghiệm là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

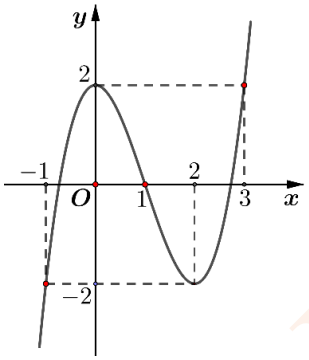
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, $SA=2$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Khi thể tích khối chóp $S.AMNC$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của biểu thức $T=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}$ bằng

A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{41}{16}$. **C.** $\frac{23}{16}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-m}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+m^2}{3}$ và hai điểm $M(-1;-2;3)$, $N(2;-1;2)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N trên (Δ). Khi m thay đổi, thể tích khối tứ diện $MNN'M'$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{335}{1176}$. **B.** $7\sqrt{13}$. **C.** $\frac{125\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{79}{471}$.

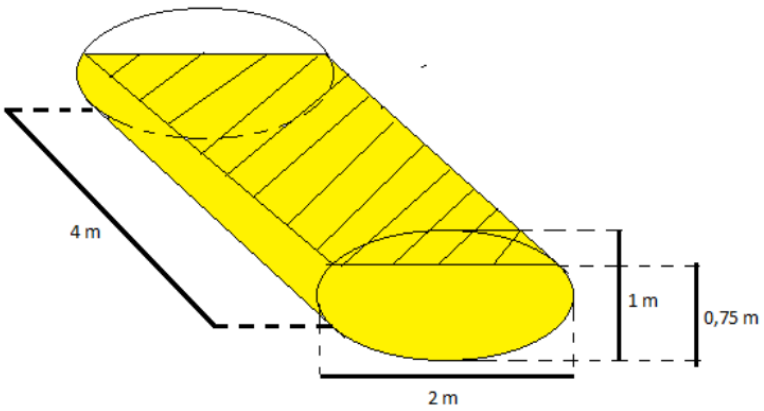
Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ thỏa mãn $f(0)=\frac{1}{2}$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|18f\left(1-\frac{x}{3}\right)-x^2\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 50. Một thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt cắt trong của thùng) là một hình elip có độ dài trục lớn bằng $2m$, độ dài trục bé bằng $1m$, chiều dài mặt trong của thùng bằng $4m$. Thùng được đặt sao cho trục bé của elip nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của mức dầu hiện có trong thùng (tính từ điểm thấp nhất của đáy thùng đến mặt dầu) là $0,75m$. Thể tích dầu hiện có trong thùng gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $4,94m^3$. **B.** $5,05m^3$. **C.** $4,94m^2$. **D.** $5,17m^3$.

------HẾT------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.C	4.C	5.D	6.A	7.C	8.C	9.D	10.B
11.D	12.D	13.D	14.C	15.D	16.B	17.A	18.C	19.D	20.C
21.D	22.C	23.B	24.B	25.B	26.B	27.A	28.A	29.B	30.C
31.D	32.A	33.A	34.A	35.C	36.A	37.D	38.A	39.C	40.A
41.A	42.A	43.C	44.D	45.C	46.B	47.B	48.A	49.D	50.B

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$, $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=-5$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3+(-5)=-2$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc?

A. $5!$. **B.** 5^5. **C.** 5. **D.** $4!$.

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp 5 học sinh thành một hàng dọc là một hoán vị của 5 phần tử.
Vậy có $P_5=5!$ cách sắp xếp.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Vì -3 là số nguyên âm nên tập xác định của hàm số $y=x^{-3}$ là $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 4. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=5$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^2[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=5+(-2)=3$.

Câu 5. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)(3-x),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;3)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow(x+1)(3-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+1=0\\3-x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy hàm số đồng biến trên $(-1;3)$, nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 6. Điểm biểu diễn số phức $z=4-3i$ là:

A. $\mathrm{N}(4;-3)$. **B.** $Q(-3;4)$. **C.** $\mathrm{P}(3;4)$. **D.** $\mathrm{M}(4;3)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn số phức $z=4-3i$ là $\mathrm{N}(4;-3)$.

Câu 7. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

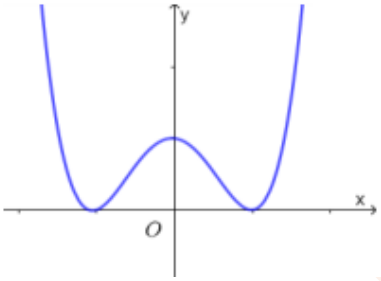
A. $x=\dfrac{5}{3}$. **B.** $x=\dfrac{3}{5}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{3x-5}{x-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{3x-5}{x-2}=-\infty$

Vậy tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình $x=2$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-2x^2+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Lời giải

Dựa vào dạng đồ thị ta thấy đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương: $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$.

Ngoài ra đồ thị có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại nên $a>0;b<0$

Vậy đồ thị có dạng như đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, gọi $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$ lần lượt là các véctơ đơn vị trên các trục Ox, Oy, Oz. Toạ độ của véctơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ là

A. $\left(-2;1;-1\right)$. **B.** $\left(-1;0;2\right)$. **C.** $\left(1;-1;2\right)$. **D.** $\left(1;2;-1\right)$.

Lời giải

Toạ độ của véctơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-\vec{k}$ là $\left(1;2;-1\right)$

Câu 10. Thể tích của khối lập phương cạnh 4a bằng

A. $16a^3$. **B.** $64a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương cạnh 4a là $V=\left(4a\right)^3=64a^3$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình: $x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-3=0$. Toạ độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $\left(S\right)$ là

A. $I\left(-2;6;4\right),R=\sqrt{59}$. **B.** $I\left(2;-6;4\right),R=\sqrt{59}$.

C. $I\left(1;-3;2\right),R=\sqrt{17}$. **D.** $I\left(-1;3;-2\right),R=\sqrt{17}$.

Lời giải

Ta có: $\left(S\right):x^2+y^2+z^2+2x-6y+4z-3=0\Leftrightarrow\left(x+1\right)^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+2\right)^2=17$.

Vậy mặt cầu $\left(S\right)$ có toạ độ tâm $I\left(-1;3;-2\right)$ và bán kính $R=\sqrt{17}$.

Câu 12. Phương trình $3^{x-1}=9$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có $3^{x-1}=9 \Leftrightarrow 3^{x-1}=3^2 \Leftrightarrow x-1=2 \Leftrightarrow x=3$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;0)$. **C.** $\vec{n}=(-2;1;1)$. **D.** $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Lời giải

Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng có dạng $ax+by+cz+d=0$, trong đó $\vec{n}=(a;b;c)$ là toạ độ của vectơ pháp tuyến.

Suy ra toạ độ của một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$ là $\vec{n}=(1;-2;1)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \begin{cases} x=4-2t \\ y=2+t \\ z=-1-3t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

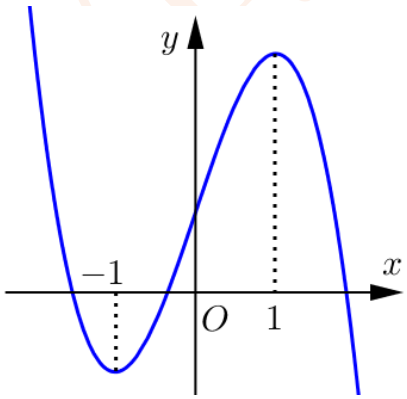
A. $N(0;4;5)$. **B.** $Q(8;0;2)$. **C.** $M(2;3;-4)$. **D.** $P(-6;1;-4)$.

Lời giải

Đường thẳng (d) có phương trình tham số là $\begin{cases} x=4-2t \\ y=2+t \\ z=-1-3t \end{cases}$

Với $t=1$ ta có $\begin{cases} x=4-2.1 \\ y=2+1 \\ z=-1-3.1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2 \\ y=3 \\ z=-4 \end{cases}$. Suy ra điểm $M(2;3;-4) \in (d)$.

Câu 15. Cho hàm số đa thức bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

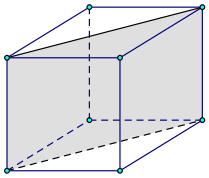
Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

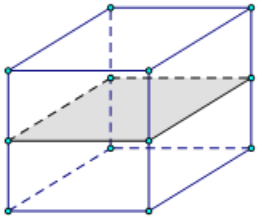
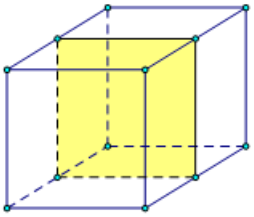
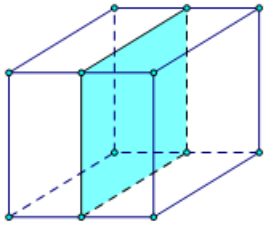
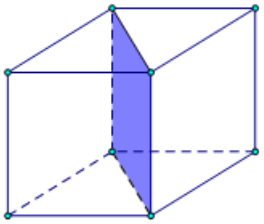
Câu 16. Hình lăng trụ tứ giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

A. 3 **B.** 5 **C.** 6 **D.** 4

Lời giải

Hình lăng trụ tứ giác đều có 5 mặt phẳng đối xứng.



Câu 17. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

A. $-\cos x+C$. **B.** $2\cos x+C$. **C.** $2x+C$. **D.** $\cos x+C$.

Lời giải

Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

$\int f(x)dx=\int \sin x dx=-\cos x+C$

Câu 18. Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=x.3^{x-1}$. **B.** $y'=x.3^{x-1}\ln 3$. **C.** $y'=3^x\ln 3$. **D.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\left(3^x\right)'=3^x\ln 3$.

Câu 19. Bán kính R của khối cầu có thể tích $V=\dfrac{256\pi}{3}$ là

A. $R=\dfrac{1}{3}$. **B.** $R=3$. **C.** $R=2$. **D.** $R=4$.

Lời giải

Thể tích của khối cầu $V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{256\pi}{3}\Rightarrow R=4$.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Điểm cực đại của hàm số đã cho là

x	$-\infty$	2	4	$+\infty$
$f'(x)$		0	0	
$f(x)$	$-\infty$	3	1	$+\infty$

A. $x=3$. **B.** $x=4$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy, điểm cực đại của hàm số đã cho là $x=2$.

Câu 21. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z+1-2i|=4$ là

A. Đường tròn tâm $I\ 1;-2$, bán kính $r=16$.

B. Đường tròn tâm $I\ -1;2$, bán kính $r=9$.

C. Đường tròn tâm $I\ 1;2$, bán kính $r=9$.

D. Đường tròn tâm $I\ -1;2$, bán kính $r=4$.

Lời giải

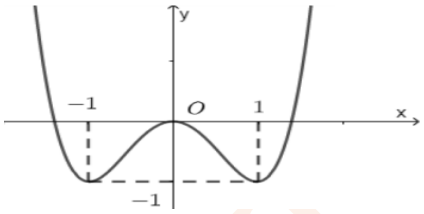
Gọi $z=x+yi,\ \ x,y\in\mathbb{R}$.

Ta có $|z+1-2i|=4\Rightarrow|x+1+\ y-2\ i|=4$

$\Leftrightarrow\ x+1\ ^2+\ y-2\ ^2=16$.

Vậy tập hợp điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn tâm $I\ -1;2$, bán kính $r=4$.

Câu 22. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=\ f\ \ x$ có đồ thị như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $2022f\ \ x\ +1=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

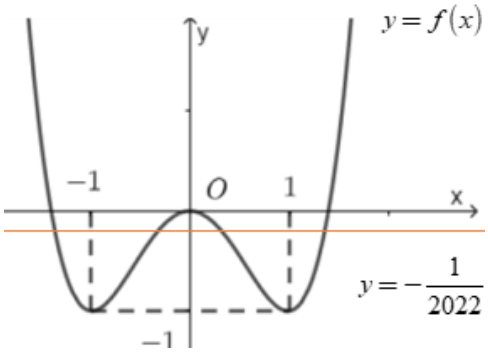
Lời giải

Ta có $2022f\ \ x\ +1=0\Leftrightarrow f\ \ x\ =-\dfrac{1}{2022}$.

Số nghiệm của phương trình trên là số giao điểm của hai đồ thị hàm số:

$$\begin{cases} y=\ f\ \ x \\ y=-\dfrac{1}{2022} \end{cases}.$$

Dựa vào đồ thị hàm số ta có:

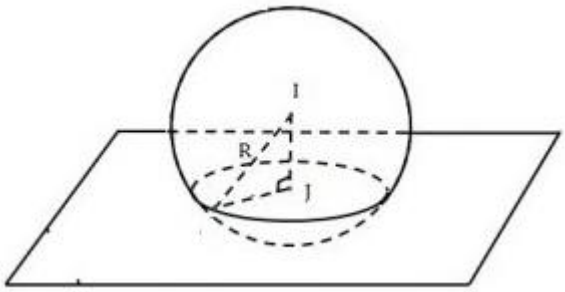


Phương trình $2022f\ \ x\ +1=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 23. Cho mặt cầu S tâm I, bán kính $R=6$. Mặt phẳng α cách tâm I của mặt cầu một khoảng bằng 4 và cắt mặt cầu theo một đường tròn C . Chu vi đường tròn C bằng

A. $P=2\sqrt{5}\pi$. **B.** $P=4\sqrt{5}\pi$. **C.** $P=6\pi$. **D.** $P=8\pi$.

Lời giải



Gọi r là bán kính đường tròn C .

Gọi $IJ=d$ $I,\ \alpha$

Khi đó $r=\sqrt{R^2-IJ^2}=\sqrt{6^2-4^2}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$.

Chu vi đường tròn C là: $2\pi r=4\sqrt{5}\pi$.

Câu 24. Cho hai số thực x và y thỏa mãn $3x+yi\ +\ 4-2i\ =5x+2i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $T=2x+y$ bằng

A. 2. **B.** 8. **C.** -6. **D.** 4.

Lời giải

Ta có:

$3x+yi\ +\ 4-2i\ =5x+2i\Leftrightarrow\ 3x+4\ +\ y-2\ i=5x+2i$.

$\begin{cases}3x+4=5x\\ y-2=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=2\\ y=4\end{cases}$.

Khi đó: $T=2x+y=2.2+4=8$.

Câu 25. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $1+i\ \bar{z}-1-3i=0$ với i là đơn vị ảo. Môđun số phức $w=1-z+i\bar{z}$ bằng

A. $\sqrt{5}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** 3. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có:

$1+i\ \bar{z}-1-3i=0\Leftrightarrow\bar{z}=\dfrac{1+3i}{1+i}=2+i$.

Suy ra $z=2-i$.

Khi đó: $w=1-z+i\bar{z}=1-(2-i)+i\ \ 2+i\ =-2+3i$.

Môđun số phức w là: $|w|=\sqrt{-2\ ^2+3^2}=\sqrt{13}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;-1;-2)$ và trọng tâm $G(2;1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ là

A. $(3;6;3)$. **B.** $(3;6;-3)$. **C.** $(3;-3;6)$. **D.** $(3;2;1)$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm cạnh BC.

Ta có: $\vec{u}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=2.\overrightarrow{AM}=2.\dfrac{3}{2}.\overrightarrow{AG}=3\overrightarrow{AG}=(3;6;-3)$

Câu 27. Một hộp chứa 11 viên bi được đánh số thứ tự từ 1 đến 11. Chọn ngẫu nhiên 3 viên bi rồi cộng các số trên 3 viên bi đó với nhau. Xác suất để kết quả thu được là số chẵn bằng

A. $\frac{17}{33}$. **B.** $\frac{16}{33}$. **C.** $\frac{19}{33}$. **D.** $\frac{23}{33}$.

Lời giải

Xét phép thử ngẫu nhiên: "Chọn 3 viên bi trong 11 viên bi"

Không gian mẫu có số phần tử là: $n(\Omega)=C_{11}^3$.

Gọi A là biến cố: "Tổng các số trên 3 viên bi là số chẵn"

TH1: 3 viên bi được chọn đều được đánh số chẵn, có C_5^3 cách chọn

TH2: 3 viên bi được chọn có 2 viên được đánh số lẻ và 1 viên được đánh số chẵn, có $C_6^2.C_5^1$

Ta có: $n(A)=C_5^3+C_6^2.C_5^1$

Vậy xác suất cần tìm: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_5^3+C_6^2.C_5^1}{C_{11}^3}=\frac{17}{33}$.

Câu 28. Cho a,b là các số thực dương và $a\neq 1$ thỏa mãn $\log_a\left(a^2b^2\right)=1$. Giá trị của $\log_{a^3}b$ bằng

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $\log_a\left(a^2b^2\right)=1\Leftrightarrow\log_a a^2+\log_a b^2=1\Leftrightarrow 2+2\log_a b=1\Leftrightarrow\log_a b=-\frac{1}{2}$

Vậy: $\log_{a^3}b=\frac{1}{3}\log_a b=-\frac{1}{6}$.

Câu 29. Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng $\frac{\sqrt{3}}{2}$ và chiều cao bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ là

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** 1. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp là: $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.\frac{4\sqrt{3}}{3}=\frac{2}{3}$

Câu 30. Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_2=-8;u_5=64$. Giá trị của u_6 bằng

A. 512. **B.** 256. **C.** -128. **D.** -1024.

Lời giải

Gọi u_1 và q lần lượt là số hạng đầu và công bội của cấp số nhân (u_n)

Ta có $\begin{cases}u_2=-8\\u_5=64\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1.q=-8\\u_1.q^4=64\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1.q=-8\\q^3=-8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}u_1=4\\q=-2\end{cases}$

Vậy: $u_6=u_1.q^5=4.(-2)^5=-128$

Câu 31. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng a, chu vi của thiết diện qua trục bằng $16a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $5\pi a^3$. **B.** $2\pi a^3$. **C.** $4pa^3$. **D.** $6\pi a^3$.

Lời giải

Thiết diện qua trục của hình trụ là hình chữ nhật có hai cạnh là đường kính đáy và chiều cao hình trụ nên $2.(2R+h)=16a\Leftrightarrow 2.(2a+h)=16a\Leftrightarrow h=6a.$

Vậy thể tích khối trụ là $V=\pi R^2h=6\pi a^3.$

Câu 32. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^3+3x-1$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị của $2M+m$ bằng

A. -1. **B.** -5. **C.** 0. **D.** -2.

Lời giải

Xét hàm số $y=-x^3+3x-1$ ta có $y'=-3x^2+3; y'=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Xét trên đoạn $[-2;0]$ ta có $y(-2)=1; y(0)=-1; y(-1)=-3$ nên $M=1; m=-3\Rightarrow 2M+m=-1$.

Câu 33. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d):\begin{cases}x=2t\\y=1+t\\z=1-3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):3x-2y+z-1=0$.

Đường thẳng (d') đi qua $M(2;1;1)$ vuông góc với (d) và song song với (P) có phương trình là

A. $(d'):\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y+10}{11}=\dfrac{z+6}{7}$. **B.** $(d'):\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y-1}{-11}=\dfrac{z-1}{-7}$.

C. $(d'):\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y-1}{-11}=\dfrac{z+1}{-7}$. **D.** $(d'):\dfrac{x+2}{5}=\dfrac{y+1}{11}=\dfrac{z+1}{7}$.

Lời giải

Đường thẳng (d) có một VTCP là $\vec{u}(2;1;-3)$; mặt phẳng (P) có một VTPT là $\vec{n}(3;-2;1)$. Đường thẳng (d') vuông góc với (d) và song song với (P) nên có một VTCP là $\vec{u}\wedge\vec{n}=(-5;-11;-7)$, tức là có một VTCP là $\vec{u'}=(5;11;7)$, loại đáp án B, C. Thử tọa độ điểm M ta loại đáp án D nên $(d'):\dfrac{x+3}{5}=\dfrac{y+10}{11}=\dfrac{z+6}{7}$.

Câu 34. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+2x$ thỏa mãn $F(0)=2$. Giá trị của $F(2)$ bằng

A. e^2+5. **B.** e^2+1. **C.** e^2. **D.** e^2+4.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int(e^x+2x)dx=e^x+x^2+C$. Mà $F(0)=2$ nên $C=1$, suy ra $F(x)=e^x+2x+1$. Vậy $F(2)=e^2+5$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z-1=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng qua A và song song với (P). Điểm nào sau đây không nằm trên mặt phẳng (Q)?

A. $I(1;-2;-5)$. **B.** $M(-2;2;-3)$. **C.** $N(1;1;-1)$. **D.** $K(0;1;-1)$.

Lời giải

Mặt phẳng (Q) song song với (P) nên có phương trình dạng $2x+2y-z+d=0\ (d\neq -1)$. Mặt phẳng (Q) đi qua A nên $d=-3$, suy ra $(Q):2x+2y-z-3=0$. Vậy điểm $N(1;1;-1)$ không thuộc (Q).

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thoã mãn $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 x dx=2$ và $f(0)=1$. Khi đó $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2x dx$ bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2xdx$ đặt $\begin{matrix} u=f(x)\Rightarrow du=f'(x)dx \\ \sin 2xdx=dv\Rightarrow v=\int \sin 2xdx=-\frac{1}{2}cos2x \end{matrix}$,

$$I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\sin 2xdx=-\frac{1}{2}\cos 2x.\,f(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos 2xdx$$

$$=-\frac{1}{2}\left(-f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f(0)\right)+\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\left(2\cos^2 x-1\right)dx$$

$$=-\frac{1}{2}\left(-f\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\right)+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 xdx-\frac{1}{2}\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)dx=-\frac{1}{2}\left(-f\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\right)+\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x)\cos^2 xdx-\frac{1}{2}f(x)\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=-\frac{1}{2}\left(-f\left(\frac{\pi}{2}\right)-1\right)+2-\frac{1}{2}\left(f\left(\frac{\pi}{2}\right)-f(0)\right)=\frac{1}{2}+2+\frac{1}{2}=3$$

Câu 37. Gọi a,b là các số thực lớn hơn 1 sao cho biểu thức $T=\left(\log_{a^2} b\right)^3+6\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất. Gía trị của $P=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{ab}$ bằng

A. 7 **B.** 1 **C.** $\frac{10}{3}$ **D.** 2

Lời giải

Ta có $T=\left(\log_{a^2} b\right)^3+6\log_b a=\frac{1}{8}\left(\log_a b\right)^3+\frac{6}{\log_a b}$;Đặt $x=\log_a b\ \ (do\, a;\, b>1\Rightarrow x>0)$

$$T=\frac{1}{8}x^3+\frac{6}{x}(x>0)\Rightarrow T'=\frac{3}{8}x^2-\frac{6}{x^2};T'=0\Rightarrow \frac{\frac{3}{8}x^4-6}{x^2}=0\Rightarrow\left[\begin{matrix} x=-2(L) \\ x=2 \end{matrix}\right.$$

Ta có BBT

x	0		2		$+\infty$
T'		$-$	0	$+$	
T	$+\infty$	$\searrow$	Min	$\nearrow$	$+\infty$

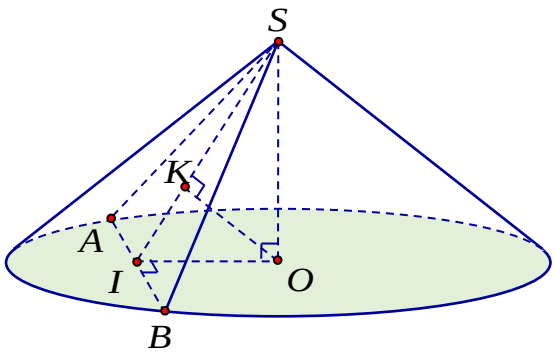
Vậy $T=\left(\log_{a^2} b\right)^3+6\log_b a$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=2\Leftrightarrow \log_a b=2\Leftrightarrow b=a^2$.

$$P=\log_{\sqrt{a}}\sqrt[3]{ab}=\frac{2}{3}\log_a a.a^2=\frac{2}{3}\log_a a^3=2$$

Câu 38. Hình nón (N) có đỉnh S, tâm đường tròn đáy là O, góc ở đỉnh bằng 120^o, một mặt phẳng qua S cắt hình nón (N) theo thiết diện là tam giác vuông SAB. Biết rằng khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng 5. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón (N) là

A. $S_{xq}=50\sqrt{3}\pi$ **B.** $S_{xq}=27\sqrt{3}\pi$ **C.** $S_{xq}=36\sqrt{3}\pi$ **D.** $S_{xq}=45\sqrt{3}\pi$

Lời giải



Ta có I là trung điểm của $AB \Rightarrow \begin{cases} OI \perp AB \\ OI \perp SO \end{cases} \Rightarrow OI = h(AB;SO) = 5$.

Gọi R là bán kính đáy, ta có $\Delta SOB : SB = \dfrac{OB}{\sin \text{OSB}} = R : \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{2R}{\sqrt{3}}$;

$\Delta SAB : AB = \sqrt{2}SB = \dfrac{\sqrt{2}.2R}{\sqrt{3}} \Rightarrow IB = \dfrac{\sqrt{2}R}{\sqrt{3}}$;

Do $\Delta SOB : OB^2 = OI^2 + IB^2 \Leftrightarrow R^2 = 25 + \dfrac{2R^2}{3} \Leftrightarrow R = 5\sqrt{3}; \Rightarrow SB = \dfrac{2.5\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 10$

$S_{xq} = \pi R.l = \pi R.SB = \pi 5\sqrt{3}.10 = 50\sqrt{3}\pi$

.

Câu 39. Số giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2022;2022]$ để hàm số $f(x) = |x|^3 - 3mx^2 + 24(m-2)|x| + 2021m$ có đúng năm điểm cực trị là

A. 2025. **B.** 2021. **C.** 2019. **D.** 2020.

Lời giải

Đặt $g(x) = x^3 - 3mx^2 + 24(m-2)x + 2021m \Rightarrow g'(x) = 3x^2 - 6mx + 24(m-2)$.

Hàm số $y = f(x)$ có năm cực trị

$\Leftrightarrow y = g(x)$ có đúng hai cực trị dương

$\Leftrightarrow g'(x) = 0$ có đúng hai nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 24(m-2) = 0$ có đúng hai nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow x^2 - 2mx + 8(m-2) = 0$ có đúng hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8(m-2) > 0 \\ 2m > 0 \\ 8(m-2) > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m + 16 > 0 \\ m > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (m-4)^2 > 0 \\ m > 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 4 \\ m > 2 \end{cases}.$$

Vì $m \in [-2022;2022] \Rightarrow \begin{cases} m \in [3,2022] \\ m \neq 4 \end{cases} \Rightarrow$ có 2019 giá trị của m.

Câu 40. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 1 = 0$. Khi đó $z_1^{2021} - z_2^{2022} + \dfrac{1}{z_1^{2021}} - \dfrac{1}{z_2^{2022}}$ bằng

A. -1. **B.** $2^{2021}i$. **C.** 2022. **D.** 2021.

Lời giải

Ta có: $z^2-z+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}\\ z_2=\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}\end{array}\right.$.

Mà: $\left(\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)^3=\left(\dfrac{1+\sqrt{3}i}{2}\right)^3=-1\Rightarrow z_1^{2021}=(z_1^3)^{673}.z_1^2=(-1)^{673}.z_1^2=-z_1^2,\ z_2^{2022}=(z_2^3)^{674}=(-1)^{674}=1$

$\Rightarrow z_1^{2021}-z_2^{2022}+\dfrac{1}{z_1^{2021}}-\dfrac{1}{z_2^{2022}}=-z_1^2-1+\dfrac{1}{z_1^2}+\dfrac{1}{-1}=-\left(\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)^2+\dfrac{1}{-\left(\dfrac{1-\sqrt{3}i}{2}\right)^2}-2=1-2=-1$

Câu 41. Cho các số phức z_1 và z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1-i|=|z_1-1+i|$ và $|z_2-1|=|z_2+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-z_2|+|z_1-5|+|z_2-5|$ thuộc khoảng nào dưới đây

A. $(5;6)$ **B.** $(7;8)$ **C.** $(8;9)$ **D.** $(4;5)$

Lời giải

Gọi M,N là điểm biểu diễn các số phức $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$.

Ta có $|z_1-i|=|z_1-1+i|\Leftrightarrow|a+(b-1)i|=|a-1+(b+1)i|\Leftrightarrow a^2+(b-1)^2=(a-1)^2+(b+1)^2$

$\Leftrightarrow 2a-4b=1.$

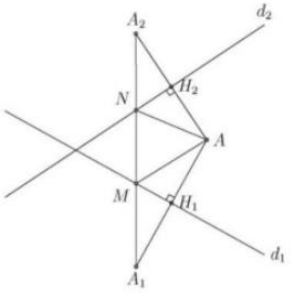
Vậy M di động trên đường thẳng $(d_1):2x-4y=1.$

Tương tự, N di động trên đường thẳng $(d_2):2x+4y=-3.$

Ta có $|z_1-z_2|+|z_1-5|+|z_2-5|=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}+\sqrt{(a-5)^2+b^2}+\sqrt{(c-5)^2+d^2}$

$=MN+MA+NA$ với $A(5;0).$

Gọi A_1 là điểm đối xứng của A qua (d_1), A_2 là điểm đối xứng của A qua d_2. Khi đó, dễ thấy $A_1\left(\dfrac{16}{5},\dfrac{3}{5}\right)$ và $A_2\left(\dfrac{12}{5};-\dfrac{26}{5}\right)$.



Ta có

$$MN+MA+NA=MN+MA_1+NA_2\geq A_1A_2$$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi M,N,A_1,A_2 thẳng hàng.

Vậy, giá trị nhỏ nhất của P là $P_{min}=A_1A_2=\sqrt{\left(\dfrac{12}{5}-\dfrac{16}{5}\right)^2+\left(-\dfrac{26}{5}-\dfrac{3}{5}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{857}}{5}$.

Câu 42 Số nghiệm nguyên của phương trình $5^{x^2-2x-3}-\left(2x-x^2\right).25^x\leq 1+3.25^x$ là

A. 5 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 3

Lời giải

Đặt $t=x^2-2x-3$. Ta có $t=x^2-2x-3=(x-1)^2-4\geq -4$. Vậy $t\in[-4;+\infty)$.

Khi đó, phương trình trở thành $5^t+t.5^{2x}-1\leq 0$.

Đặt $f(t)=5^t+t.5^{2x}-1\Rightarrow f'(t)=5^t\ln 5+5^{2x}\geq 0\forall t\geq -4$.

Vậy hàm số $f(t)$ là hàm đồng biến trên $[-4;+\infty)$.

Với $t=0$ ta có $f(0)=0$. Dẫn đến

$f(t)\leq 0\Leftrightarrow t\leq 0\Leftrightarrow (x-1)^2-4\leq 0\Leftrightarrow (x-1)^2\leq 4\Leftrightarrow -2\leq x-1\leq 2\Leftrightarrow -1\leq x\leq 3$

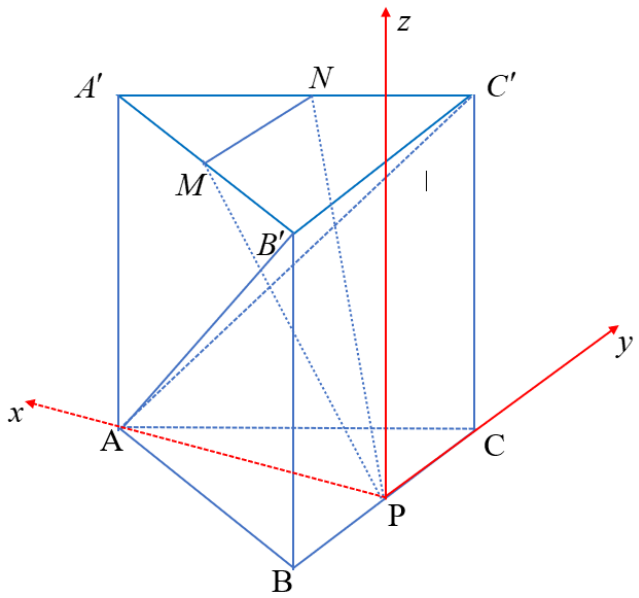
Vậy có 5 giá trị nguyên của x thỏa mãn $5^{x^2-2x-3}-(2x-x^2).25^x\leq 1+3.25^x$

Câu 43. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=4\sqrt{3}$ và $AA'=4$. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm các cạnh $A'B',A'C'$ và BC. Côsin của góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP) bằng?

A. $\frac{\sqrt{11}}{35}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{60}$. **C.** $\frac{\sqrt{13}}{65}$. **D.** $\frac{\sqrt{17}}{45}$.

Lời giải

Cách 1: Tọa độ hóa.



Gọi α là góc giữa hai mặt phẳng $(AB'C')$ và (MNP).Chọn hệ trục tọa độ như hình.

Khi đó ta có: $A(6;0;0),B'(0;-2\sqrt{3};4),C'(0;2\sqrt{3};4),M(3;-\sqrt{3};4),N(3;\sqrt{3};4),P(0;0;0)$.

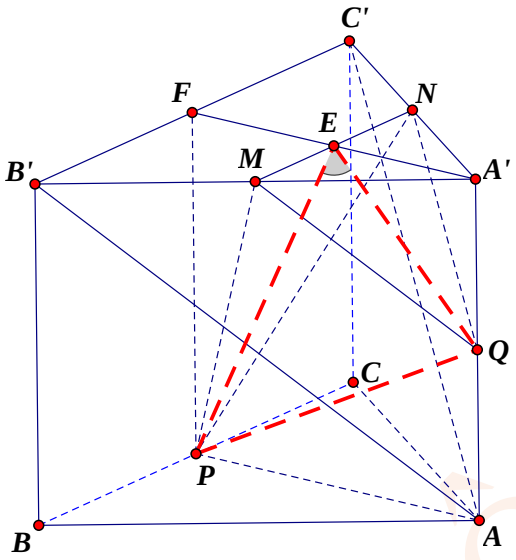
Ta có:

$[\overrightarrow{AB'},\overrightarrow{AC'}]=(-16\sqrt{3};0;-24\sqrt{3})$ nên VTPT của mặt phẳng $(AB'C')$ là $\overrightarrow{n_1}=(2;0;3)$.

$[\overrightarrow{PM},\overrightarrow{PN}]=(-8\sqrt{3};0;6\sqrt{3})$ nên VTPT của mặt phẳng (PMN) là $\overrightarrow{n_2}=(4;0;-3)$.

Khi đó: $\cos(\alpha)=\left|\cos(\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2})\right|=\left|\frac{2.4+0.0+3.(-3)}{\sqrt{2^2+0^2+3^2}.\sqrt{4^2+0^2+(-3)^2}}\right|=\frac{\sqrt{13}}{65}$.

Cách 2: Hình học thuần túy.



Gọi F là trung điểm của cạnh $B'C'$; $A'F \cap MN = E$ suy ra E là trung điểm của MN.

Do $PM = \sqrt{FP^2 + FM^2} = \sqrt{FP^2 + FN^2} = PN$ và $QM = \frac{1}{2}AB' = \frac{1}{2}AC' = QN$

nên 2 tam giác PMN và QMN lần lượt cân tại P và Q, khi đó: $EP \perp MN; EQ \perp MN$.

Từ đó suy ra: $((MNP);(AB'C')) = (EP;EQ)$.

ΔABC đều cạnh $4\sqrt{3} \Rightarrow AP = 6$.

Ta có $PQ = \sqrt{AP^2 + AQ^2} = \sqrt{6^2 + 2^2} = 2\sqrt{10}$; $QE = \sqrt{A'Q^2 + A'E^2} = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13}$;

$EP = \sqrt{EF^2 + FP^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$.

Áp dụng định lí côsin cho tam giác PQE có $\cos PEQ = \frac{EP^2 + EQ^2 - PQ^2}{2EP.EQ} = -\frac{\sqrt{13}}{65}$.

Vậy $\cos((MNP);(AB'C')) = \frac{\sqrt{13}}{65}$.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn: $f'(x) - (2x+3)f^2(x) = 0$ và $f(x) < 0$ với mọi $x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{6}$. Giá trị của biểu thức: $T = f(1) + f(2) + f(3) + ... + f(2022)$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-3;-2)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Ta có: $f'(x) - (2x+3)f^2(x) = 0$ mà $f(x) < 0, \forall x > 0$ nên $\frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x + 3$.

Lấy nguyên hàm 2 vế, ta được: $\int \frac{f'(x)}{f^2(x)}dx = \int (2x+3)dx$, suy ra: $\frac{-1}{f(x)} = x^2 + 3x + c$.

Mà $f(1) = -\frac{1}{6}$ suy ra $c = 2$. Vậy $f(x) = \frac{-1}{x^2 + 3x + 2} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1}$.

Ta có:

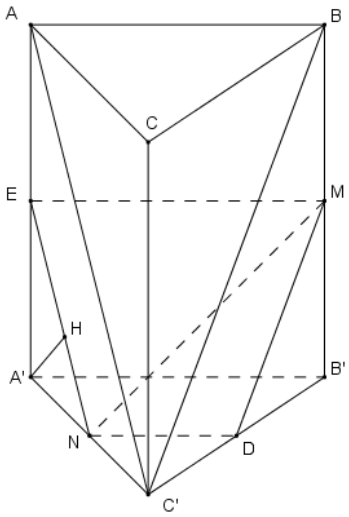
$$\begin{cases} f(1)=\frac{1}{3}-\frac{1}{2} \\ f(2)=\frac{1}{4}-\frac{1}{3} \\ f(3)=\frac{1}{5}-\frac{1}{4} \\ ... \\ f(2022)=\frac{1}{2024}-\frac{1}{2023} \end{cases}$$

Suy ra: $T=f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2022)=\frac{1}{2024}-\frac{1}{2}=\frac{-1011}{2024}\in(-1;0)$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại $A, AC=3$. Đường thẳng BC' tạo với mặt phẳng $(AA'C'C)$ một góc 45° và tạo với mặt phẳng đáy góc α sao cho $\sin\alpha=\frac{\sqrt{2}}{4}$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của các cạnh $BB', A'C'$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và AC' bằng

A. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải



Đặt $CC'=x\ (x>0)$.

Ta có $\begin{cases} BA\perp AC \\ BA\perp AA' \end{cases}\Rightarrow BA\perp(ACC'A')$

Suy ra $(BC',(ACC'A'))=(BC',C'A)=BC'A=45°$.

Vì $BA\perp(ACC'A')\Rightarrow BA\perp AC'$

Do đó tam giác BAC' vuông cân tại $A\Rightarrow AB=AC'$

Xét tam giác ACC' vuông tại C có $AC'=\sqrt{AC+CC'^2}=\sqrt{x^2+9}$

Nên $AB=AC'=\sqrt{x^2+9}$.

Xét tam giác ABC vuông tại A có $BC=\sqrt{AB^2+AC^2}=\sqrt{x^2+18}$

Xét tam giác BCC' vuông tại C có $BC'=\sqrt{BC^2+CC'^2}=\sqrt{2x^2+18}$

Ta có $\left(BC',\left(A'B'C'\right)\right)=\left(BC',B'C'\right)=BC'B'=\alpha$

Xét tam giác vuông $BC'B'$ có $\sin\alpha=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\Leftrightarrow\dfrac{BB'}{BC'}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\Leftrightarrow\dfrac{CC'}{BC'}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}$

$\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{2x^2+18}}=\dfrac{\sqrt{2}}{4}\Leftrightarrow\sqrt{4x^2+36}=4x\Leftrightarrow x=\sqrt{3}$

Do đó $CC'=\sqrt{3}=AA',\ A'C'=AC=3.$

Gọi D,E lần lượt là trung điểm của $B'C'$ và AA'.

Khi đó $\begin{cases}DN//A'B'\\EM//A'B'\end{cases}\Rightarrow DN//EM$ nên D,N,M,E đồng phẳng.

Vì $EN//AC'$ (do EN là đường trung bình trong tam giác $AA'C'$) nên $AC'//\left(DNEM\right)$

Suy ra $d\left(AC',MN\right)=d\left(AC',\left(DNEM\right)\right)=d\left(A,\left(DNEM\right)\right)=d\left(A',\left(DNEM\right)\right)$

Kẻ $A'H\perp EN$ tại H.

Trong $\left(A'B'C'\right)$ có $\begin{cases}DN//A'B'\\A'B'\perp A'C'\end{cases}\Rightarrow DN\perp A'C'$

Ta có $\begin{cases}DN\perp A'C'\\DN\perp AA'\end{cases}\Rightarrow DN\perp\left(AA'C'C\right)$ mà $A'H\subset\left(AA'C'C\right)\Rightarrow DN\perp A'H$

Do đó $\begin{cases}A'H\perp EN\\A'H\perp DN\end{cases}\Rightarrow A'H\perp\left(DNEM\right)$ tại H.

Suy ra $d\left(A',\left(DNEM\right)\right)=A'H$

Xét tam giác $A'EN$ vuông tại A' có $A'E=\dfrac{AA'}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2},A'N=\dfrac{A'C'}{2}=\dfrac{3}{2}$

Theo hệ thức lượng trong tam giác vuông ta có $\dfrac{1}{A'H^2}=\dfrac{1}{A'E^2}+\dfrac{1}{A'N^2}=\dfrac{1}{\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\dfrac{16}{9}$

$\Rightarrow A'H=\dfrac{3}{4}$. Do đó $d\left(A',\left(DNEM\right)\right)=\dfrac{3}{4}$ hay $d\left(MN,AC'\right)=\dfrac{3}{4}.$

Câu 46. Cho các số thực a và b không âm thỏa mãn $2^{a+\frac{1}{a}}\le\log_2\left[\left(8-b\right)\sqrt{b+4}\right]$. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $a\sin2x+b\cos2x=2m-1$ có nghiệm là

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $a+\dfrac{1}{a}\ge2,\forall a>0$ nên $2^{a+\frac{1}{a}}\ge2^2=4.$

Xét $f\left(b\right)=\left(8-b\right)\sqrt{b+4},\left(b\ge0\right)$ có

$f'\left(b\right)=\dfrac{-3b}{2\sqrt{b+4}}\Rightarrow f'\left(b\right)\le0,\forall b\ge0\Rightarrow f\left(b\right)\le f\left(0\right)=16\Rightarrow\log_2\left[\left(8-b\right)\sqrt{b+4}\right]\le4.$

Do đó: $2^{a+\frac{1}{a}} \le \log_2\left[(8-b)\sqrt{b+4}\right] \Leftrightarrow \begin{cases} 2^{a+\frac{1}{a}}=4 \\ \log_2\left[(8-b)\sqrt{b+4}\right]=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \end{cases}$.

Khi đó $a\sin 2x+b\cos 2x=2m-1$ trở thành $\sin 2x=2m-1$, phương trình này có nghiệm khi $-1\le 2m-1\le 1\Leftrightarrow 0\le m\le 1$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1\}$.

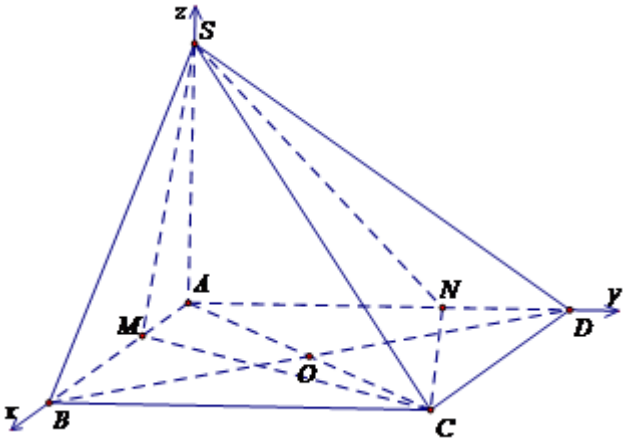
Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 1, $SA=2$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thay đổi trên hai cạnh AB, AD sao cho mặt phẳng (SMC) vuông góc với mặt phẳng (SNC). Khi thể tích khối chóp $S.AMNC$ đạt giá trị lớn nhất, giá trị của biểu thức $T=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}$ bằng

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** $\dfrac{41}{16}$. **C.** $\dfrac{23}{16}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Lời giải

Gọi $a=AM, b=AN\ (0<a,b\le 1)$

Chọn hệ trục toạ độ $Axyz$ như hình vẽ



Khi đó, ta có: $A(0;0;0)$, $S(0;0;2)$, $C(1;1;0)$, $M(a;0;0)$, $N(0;b;0)$

$*\ \overrightarrow{SC}=(1;1;-2)$, $\overrightarrow{SM}=(a;0;-2)$, $\overrightarrow{SN}=(0;b;-2)$, $\overrightarrow{AM}=(a;0;0)$, $\overrightarrow{AN}=(0;b;0)$

$*\ \left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AC}\right]=(-2;2;0)$, $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SM}\right]=(-2;2-2a;-a)$, $\overrightarrow{n_2}=\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SN}\right]=(2b-2;2;b)$

$(SMC)\perp(SNC)\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}\perp\overrightarrow{n_2}\Leftrightarrow \overrightarrow{n_1}.\overrightarrow{n_2}=0\Leftrightarrow 8-4a-4b-ab=0\Leftrightarrow b=\dfrac{-4a+8}{a+4}$

Điều kiện: $\dfrac{-4a+8}{a+4}\le 1\Leftrightarrow -4a+8\le a+4\Leftrightarrow a\ge\dfrac{4}{5}$. Do đó: $a\in\left[\dfrac{4}{5};1\right]$.

Ta có: $V_{S.AMNC}=V_{S.AMC}+V_{S.ANC}$

$=\dfrac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AM}\right|+\dfrac{1}{6}.\left|\left[\overrightarrow{AS},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AN}\right|=\dfrac{a}{3}+\dfrac{b}{3}=\dfrac{1}{3}\left(a+\dfrac{-4a+8}{a+4}\right)=f(a)$

$f'(a)=\dfrac{1}{3}\left(1-\dfrac{24}{(a+4)^2}\right)$, $f'(a)=0\Rightarrow 1-\dfrac{24}{(a+4)^2}=0\Leftrightarrow (a+4)^2=24\Leftrightarrow a=-4+2\sqrt{6}$

$f(1)=\dfrac{3}{5}$, $f(-4+2\sqrt{6})=\dfrac{-8+4\sqrt{6}}{3}$, $f\left(\dfrac{4}{5}\right)=\dfrac{20}{45}$

$\max\limits_{\left[\frac{4}{5};1\right]} f(a)=\dfrac{20}{45}\Leftrightarrow a=\dfrac{4}{5}\Rightarrow b=1$

Vậy $T=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{AN^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}=\frac{25}{16}+1=\frac{41}{16}$.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta):\frac{x-m}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z+m^2}{3}$ và hai điểm $M(-1;-2;3)$, $N(2;-1;2)$. Gọi M',N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M,N trên (Δ). Khi m thay đổi,thể tích khối tứ diện $MNN'M'$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{335}{1176}$. **B.** $7\sqrt{13}$. **C.** $\frac{125\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{79}{471}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) qua điểm M và vuông góc Δ có phương trình là $x-2y+3z-12=0$.

Mặt phẳng (Q) qua điểm N và vuông góc Δ có phương trình là $x-2y+3z-10=0$.

Lấy điểm $A(0;0;4)\in(P)$.

Ta có $M'N'=d((P),(Q))=d(A,(Q))=\frac{|3.4-10|}{\sqrt{1^2+2^2+3^2}}=\sqrt{\frac{2}{7}}$.

Đường thẳng (Δ) đi qua điểm $B(m;-1;-m^2)$ và có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(1;-2;3)$.

Đường thẳng MN đi qua $M(-1;-2;3)$ và có VTCN $\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{MN}=(3;1;-1)$.

Góc giữa hai đường thẳng (Δ) và MN là

$$\cos\alpha=\cos(\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2})=\frac{|\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}|}{|\overrightarrow{u_1}|.|\overrightarrow{u_2}|}=\frac{|3-2-3|}{\sqrt{14}.\sqrt{11}}=\frac{\sqrt{154}}{77}\Rightarrow\sin\alpha=\sqrt{1-\cos^2\alpha}=\frac{5\sqrt{231}}{77}.$$

Ta có $\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;10;7)$, $\overrightarrow{BM}=(-1-m;-1;3+m^2)$.

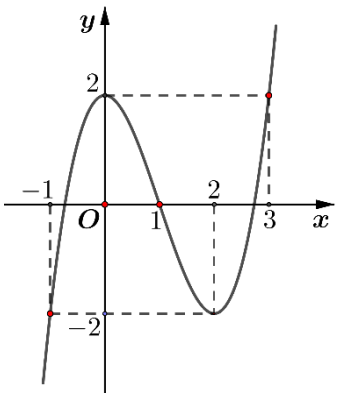
Khoảng cách giữa hai đường thẳng (Δ) và MN là

$$d=\frac{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{BM}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}=\frac{|1+m-10+21+7m^2|}{\sqrt{1^2+10^2+7^2}}=\frac{|7m^2+m+12|}{5\sqrt{6}}.$$

$$=\frac{\left|7\left(m^2+\frac{1}{7}m+\frac{1}{196}\right)+\frac{335}{28}\right|}{5\sqrt{6}}\geq\frac{\frac{335}{28}}{5\sqrt{6}}=\frac{67}{28\sqrt{6}}.$$

Vậy $V_{MNN'M'}=\frac{1}{6}M'N'.MN.d.\sin\alpha\geq\frac{1}{6}.\sqrt{\frac{2}{7}}.\sqrt{11}.\frac{67}{28\sqrt{6}}.\frac{5\sqrt{231}}{77}=\frac{335}{1176}$.

Câu 49. Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ thỏa mãn $f(0)=\frac{1}{2}$, hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



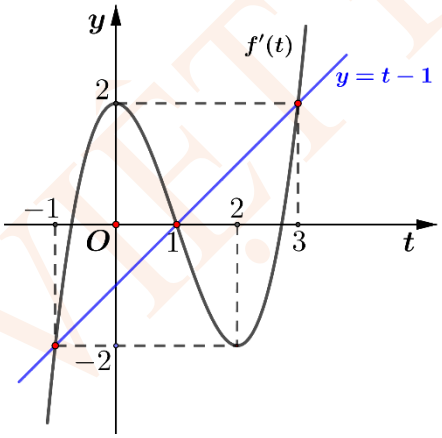
Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=\left|18f\left(1-\frac{x}{3}\right)-x^2\right|$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

• Xét hàm số $h(x)=18f\left(1-\frac{x}{3}\right)-x^2$. Ta có: $h'(x)=-6.f'\left(1-\frac{x}{3}\right)-2x$.

$h'(x)=0\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{3}\right)=-\frac{x}{3}\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{3}\right)=\left(1-\frac{x}{3}\right)-1$ (phương trình có dạng: $f'(t)=t-1$)



Dựa vào đồ thị ta thấy: $f'\left(1-\frac{x}{3}\right)=\left(1-\frac{x}{3}\right)-1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1-\frac{x}{3}=-1\\1-\frac{x}{3}=1\\1-\frac{x}{3}=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\x=0\\x=-6\end{array}\right.$

• Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đồ thị hàm đa thức bậc ba, có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-2)$. Suy ra: $f'(x)=x^3-3x^2+2\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3+2x+d$.

Do $f(0)=\frac{1}{2}$ nên $d=\frac{1}{2}$. Ta được: $f(x)=\frac{1}{4}x^4-x^3+2x+\frac{1}{2}$.

Ta có:

$h(-6)=18f(3)-36=18\left[f(3)-2\right]=18\left(\frac{-1}{4}-2\right)=-\frac{81}{2}$

$h(0)=18f(1)-0=\frac{63}{2}$

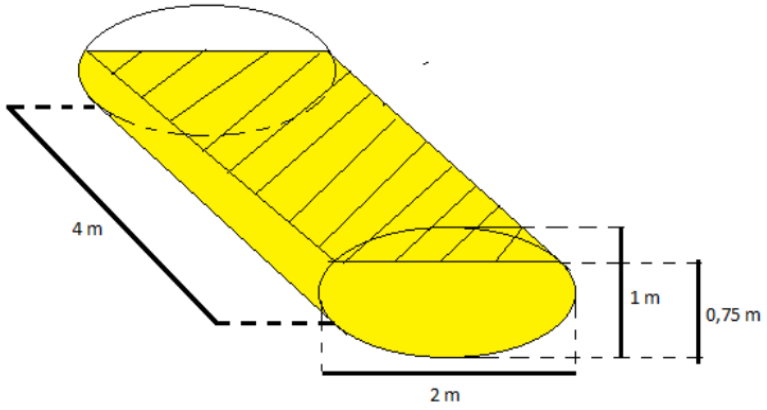
$$h(6)=18f(-1)-36=18\left[f(-1)-2\right]=18\left(\frac{-1}{4}-2\right)=-\frac{81}{2}$$

• Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-6		0		6		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$-\frac{81}{2}$	↗	$\frac{63}{2}$	↘	$-\frac{81}{2}$	↗	$+\infty$
$g(x)=\lvert h(x)\rvert$	$+\infty$	↘	0	↗ $\frac{81}{2}$ ↘	0	↗ $\frac{63}{2}$ ↘	0	↗ $\frac{81}{2}$ ↘	0 ↗ $+\infty$

Vậy hàm số $g(x)=\left|18f\left(1-\frac{x}{3}\right)-x^2\right|$ có 7 điểm cực trị.

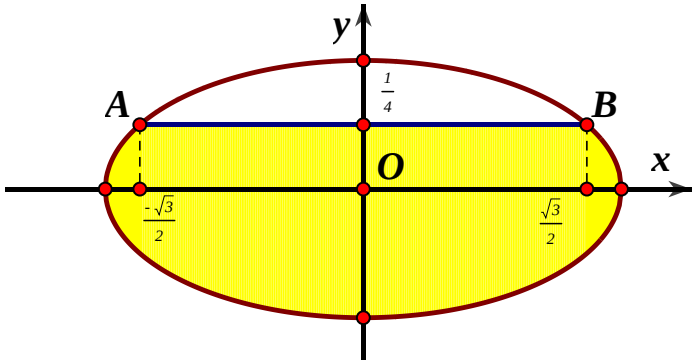
Câu 50. Một thùng đựng dầu có thiết diện ngang (mặt cắt trong của thùng) là một hình elip có độ dài trục lớn bằng $2m$, độ dài trục bé bằng $1m$, chiều dài mặt trong của thùng bằng $4m$. Thùng được đặt sao cho trục bé của elip nằm theo phương thẳng đứng (như hình bên). Biết chiều cao của mức dầu hiện có trong thùng (tính từ điểm thấp nhất của đáy thùng đến mặt dầu) là $0,75m$. Thể tích dầu hiện có trong thùng gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $4,94m^3$. **B.** $5,05m^3$. **C.** $4,94m^2$. **D.** $5,17m^3$.

Lời giải

Dựng hệ trục tọa độ Oxy vào thiết diện ngang (hình vẽ)



Vì elip có độ dài trục lớn bằng $2m$, độ dài trục bé bằng $1m$ nên $a=1, b=\frac{1}{2}$.

Phương trình elip là: $\frac{x^2}{1}+\frac{y^2}{\frac{1}{4}}=1\Leftrightarrow x^2+4y^2=1\Leftrightarrow y=\pm\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}$.

Vì chiều cao của mức dầu hiện có trong thùng là $0,75m$ nên phương trình $AB: y=\frac{1}{4}$.

Với $y=\frac{1}{4}$, thay vào phương trình elip, ta được $x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Diện tích elip $S_1=\pi ab=\frac{\pi}{2}$

Diện tích mặt cắt phần không chứa dầu là

$$S_2=\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\left(\frac{1}{2}\sqrt{1-x^2}-\frac{1}{4}\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x-\frac{1}{4}\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x-\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Xét $\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x$, đặt $x=\sin t\Rightarrow \mathrm{d}x=\cos t\mathrm{d}t$, với $t\in\left[-\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right]$, khi đó

$$\int_{-\frac{\sqrt{3}}{2}}^{\frac{\sqrt{3}}{2}}\sqrt{1-x^2}\mathrm{d}x=\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\cos^2 t\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}(1+\cos 2t)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\left(t+\frac{1}{2}\sin 2t\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{4}$$

Suy ra $S_2=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}$

Diện tích mặt cắt phần chứa dầu là:

$$S=S_1-S_2=\frac{\pi}{2}-\left(\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{8}\right)=\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{8}$$

Thể tích dầu hiện có là $V=4.\left(\frac{\pi}{3}+\frac{\sqrt{3}}{8}\right)=\frac{8\pi+3\sqrt{3}}{6}\simeq 5,05\left(m^3\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT HƯNG YÊN

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=2\pi r^2$. **B.** $S=4\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $S=\pi r^2$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+(y+5)^2+(z-3)^2=4$ có tâm và bán kính là:

A. $I(0;-5;-3); R=2$. **B.** $I(0;5;3); R=2$. **C.** $I(0;-5;3); R=4$. **D.** $I(0;-5;3); R=2$.

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào sau đây đi qua điểm $M(2;-3)$?

A. $y=x^4-2x^2-5$. **B.** $y=x^3+2x^2-4x-11$.

C. $y=x^2+2x-5$. **D.** $y=\frac{x-2}{x+3}$.

Câu 4. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. -20. **B.** 7. **C.** 3. **D.** -25.

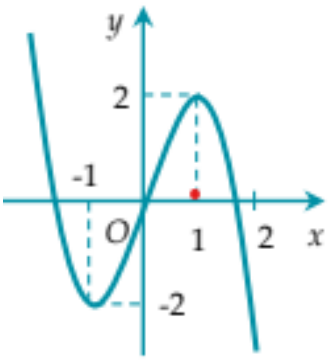
Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=5$ và $u_2=2$. Công bội q của cấp số nhân đó bằng:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 28. **D.** 1.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x-y+z-2=0$?

A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $M(1;1;-1)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $N(1;-1;-1)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8. Nếu $\int_1^4 5f(x)dx=10$ thì $\int_1^4 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** 50. **D.** 5.

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-1;-2)$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+3}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x)=\ln|x|$?

A. $f(x)=\frac{1}{x}$. **B.** $f(x)=|x|$. **C.** $f(x)=\frac{x^3}{2}$. **D.** $f(x)=x$.

Câu 11. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{4}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{1}{3}Bh$. **D.** $V=6Bh$.

Câu 12. Với n,k là các số nguyên dương và $n\geq k$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\frac{n!}{k(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\frac{n!}{k!}$. **D.** $C_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=9$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 54 **B.** 36. **C.** 108. **D.** 18.

Câu 14. Cho các số thực dương a,b,c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây

A. $\log_a b=\frac{\log_c a}{\log_c b}$. **B.** $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$.

C. $\log_a\frac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$ **D.** $\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y=5^x$ là

A. $y'=-\frac{5^x}{\ln 5}$. **B.** $y'=\frac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y'=5^x.\ln 5$. **D.** $y'=-5^x.\ln 5$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-3$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-3$.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=2+3i, z_2=-4-5i.$ Số phức $z=z_1+z_2$ là

A. $z=2-2i.$ **B.** $z=2+2i$. **C.** $z=-2-2i.$ **D.** $z=-2+2i.$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
y'		0	0	
y	$-\infty$	$\nearrow 2$	$\searrow -2$	$\nearrow +\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1.$ **B.** $x=2.$ **C.** $x=-1.$ **D.** $x=2..$

Câu 19. Cho $\int_0^2 f(x)dx=3$. Khi đó $\int_0^2\left[4f(x)-3\right]dx$ bằng

A. $6.$ **B.** $2.$ **C.** $8.$ **D.** 4

Câu 20. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường cao là h. Thể tích khối trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=4\pi r^2h.$ **B.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h.$ **C.** $V=2\pi r^2h.$ **D.** $V=\pi r^2h$

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}=4-5i$. Phần ảo của z bằng

A. $-4.$ **B.** $5.$ **C.** $-5.$ **D.** $4.$

Câu 22. Nghiệm của phương trình $4^{2x+1}=64$ là

A. $x=2.$ **B.** $x=\frac{15}{2}.$ **C.** $15.$ **D.** $x=1.$

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=2^{\sin(x+2022)}$ là

A. $y'=\frac{\cos(x+2022).2^{\sin(x+2022)}}{\ln 2}.$ **B.** $y'=\frac{2^{\sin(x+2022)}}{\ln 2}.$

C. $y'=\cos(x+2022).2^{\sin(x+2022)}.\ln 2.$ **D.** $y'=2^{\sin(x+2022)}.\ln 2.$

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=\ln(x-2)+\sqrt{9-x}$ là

A. $[9;+\infty).$ **B.** $[2;9].$ **C.** $(2;9).$ **D.** $(2;9].$

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(4-x^2)(x^2-1)$ trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-2.$ **B.** $x=-1.$ **C.** $x=1.$ **D.** $x=2.$

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt $(ABCD)$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}.$ **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}.$ **C.** $\frac{a}{2}.$ **D.** $\frac{a}{4}.$

Câu 27. Cho số phức $z=-2+3i$. Khi đó $i.z$ bằng

A. $-3-2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3+2i$. **D.** $3-2i$.

Câu 28. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$. Phần ảo của z bằng

A. -3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;0), N(-1;0;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua M, N và song song với d có phương trình là

A. $4x-y-3z-2=0$. **B.** $4x-y-3z-6=0$. **C.** $4x+y-3z-2=0$. **D.** $4x+y-3z+2=0$.

Câu 30. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số $1,2,3,4,...,9$. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn

A. $\dfrac{5}{18}$. **B.** $\dfrac{8}{9}$. **C.** $\dfrac{1}{6}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

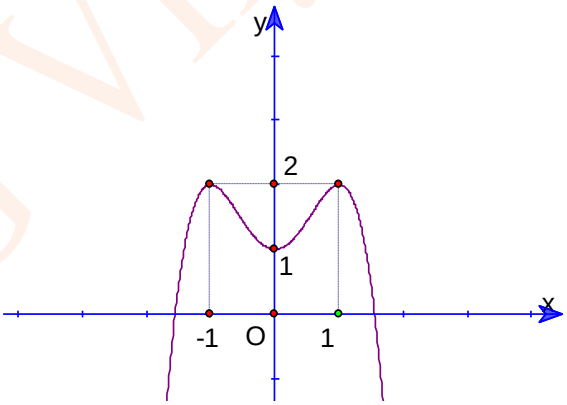
Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \le 2$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(0;9]$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overrightarrow{OA}=(2;-1;3)$, $\overrightarrow{OB}=(5;2;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB}=(3;3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(7;1;2)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;4)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(2;-1;3)$.

Câu 33. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x+1$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 34. Nếu $\int_1^4 f(x)dx=-5$ và $\int_4^7 f(x)dx=-3$ thì $\int_1^7 f(x)dx$ bằng

A. 2 **B.** -8. **C.** 15. **D.** -2.

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=e^x+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = e^x + \cos x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = dx = e^x - \sin x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x == e^x - \cos x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x + \sin x + C$.

Câu 37. Cho hai số phức $z_1 = 1+i$ và $z_2 = 2-3i$. Môđun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 38. Trong các hàm số sau, hàm số nảo nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = (\sqrt{2})^2$. **B.** $y = \dfrac{x-1}{x+2}$. **C.** $y = -3x^4 + x^2 - 1$. **D.** $y = \dfrac{1}{2^x}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB = 1$, $AD = \sqrt{10}$, $SA = SB$, $SC = SD$. Biết mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác SAB và SCD bằng 2. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên âm x thỏa mãn $\left[\log_8(4-2x) - 2\right]\sqrt{-4^{x-1} + 2^{x-2} + 3} < 0$?

A. 28. **B.** 31. **C.** 29. **D.** 30.

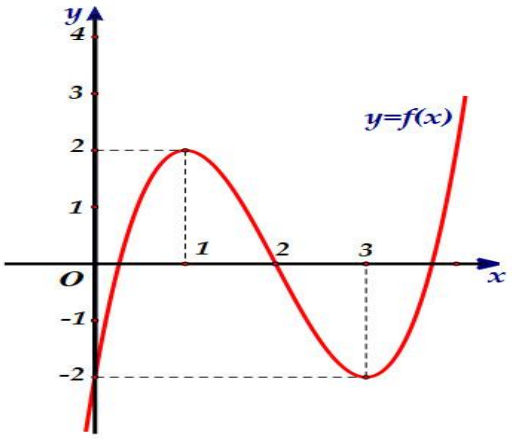
Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ và $f'(x) = \dfrac{2}{\sin^2 x} + 1$, $\forall x \in (0;\pi)$. Khi đó $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2}{9} - 2\ln 2$. **B.** $\dfrac{\pi^2}{9} - 2\ln\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{5\pi^2}{36} - 2\ln 2$. **D.** $-\dfrac{\pi^2}{9} + \ln\dfrac{1}{2}$.

Câu 42. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$, ($a$ là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ đồ thị là đường cong trong hình sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2.f\left(f(x)+2\right)+1=0$ là

A. 10. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng d: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=3 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$.

Câu 45. Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục của hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60^0. Tính theo a diện tích S của tam giác IBC.

A. $\frac{\sqrt{2}a^2}{6}$. **B.** $\frac{2a^2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **D.** $\frac{a^2}{3}$.

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-2, -1, 3$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$

A. $\frac{131}{6}$. **B.** $\frac{125}{6}$. **C.** $\frac{125}{12}$. **D.** $\frac{131}{4}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+3)^2(x^2-x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=f(x^2-6x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;-2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16$ với $(S_2): x^2+y^2+z^2+2x-4y-10=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{34}-1$. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thoả mãn $|z+1-2i|=9$ và $|z-2+mi|=|z-m+i|, (m\in\mathbb{R})$ Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc (S) sao cho $|z_1-z_2|$ lớn nhất, khi đó giá trị của $|z_1+z_2|$ bằng

A. 18. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 50. Giải sử $x;y$ là cặp nghiệm nguyên thỏa mãn đồng thời $8\le x\le 2022$ và $2^y-\log_2(x+2^{y-1})=2x-y$. Tổng các giá trị của y là

A. 2022. **B.** 49. **C.** 63. **D.** 60.

----HẾT---

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2D	3B	4D	5A	6D	7B	8B	9A	10C	11D	12C	13A	14C	15C
16C	17A	18A	19D	20B	21D	22C	23D	24B	25A	26A	27A	28C	29D	30D
31C	32A	33B	34A	35D	36D	37D	38B	39A	40A	41C	42D	43C	44A	45C
46D	47D	48D												

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=2\pi r^2$. **B.** $S=4\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $S=\pi r^2$.

Lời giải

Diện tích S của mặt cầu bán kính r là $S=4\pi r^2$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S): $x^2+(y+5)^2+(z-3)^2=4$ có tâm và bán kính là:

A. $I(0;-5;-3); R=2$. **B.** $I(0;5;3); R=2$. **C.** $I(0;-5;3); R=4$. **D.** $I(0;-5;3); R=2$.

Lời giải

Mặt cầu (S): $(x-0)^2+(y-(-5))^2+(z-3)^2=2^2$ có tâm và bán kính là $I(0;-5;3); R=2$

Chọn đáp án **D.**

Câu 3. Đồ thị của hàm số nào sau đây đi qua điểm $M(2;-3)$?

A. $y=x^4-2x^2-5$. **B.** $y=x^3+2x^2-4x-11$.

C. $y=x^2+2x-5$. **D.** $y=\frac{x-2}{x+3}$.

Lời giải

Thay $x=2;\ y=-3$ vào hàm số $y=x^3+2x^2-4x-11$ thỏa mãn.

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-4x-11$ đi qua điểm $M(2;-3)$.

Câu 4. Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+2$ là

A. -20. **B.** 7. **C.** 3. **D.** -25.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	7	↘	-25	↗	$+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu là -25

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và $u_2 = 2$. Công bội q của cấp số nhân đó bằng:

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** 28. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Theo định nghĩa cấp số nhân ta có $u_2 = q.u_1$ nên $2 = q.5 \Rightarrow q = \frac{2}{5}$. **Chọn A**

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$?

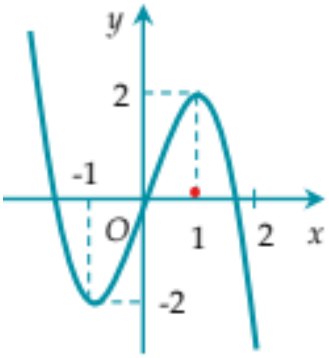
A. $Q(1;-2;2)$. **B.** $M(1;1;-1)$. **C.** $P(2;-1;-1)$. **D.** $N(1;-1;-1)$.

Lời giải

Ta thay tọa độ các điểm vào phương trình mp (P) thì nhận thấy tọa độ điểm $N(1;-1;-1)$ thỏa mãn phương trình của mp (P).

Ta chọn đáp án **D.**

Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số bậc ba và có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng



A. -1. **B.** -2. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào đồ thi hàm số trên, ta có: $x = -1$ là điểm cực tiểu.

Khi đó cực tiểu là $y_{(-1)} = -2$.

Câu 8. Nếu $\int_1^4 5f(x)dx = 10$ thì $\int_1^4 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 10. **C.** 50. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\int_1^4 5f(x)dx = 10 \Leftrightarrow 5\int_1^4 f(x)dx = 10 \Leftrightarrow \int_1^4 f(x)dx = 2$

Câu 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$ có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}$. **D.** $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Đường đường thẳng đi qua điểm $A(1;-2;3)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u} = (2;-1;-2)$ có phương trình là

$\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}$

Câu 10. Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x|$?

A. $f(x) = \frac{1}{x}$. **B.** $f(x) = |x|$. **C.** $f(x) = \frac{x^3}{2}$. **D.** $f(x) = x$.

Lời giải.

Ta có: $\int\left(\frac{1}{x}\right)dx = \ln|x| + C \Rightarrow$ **Chọn A**

Câu 11. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \frac{4}{3}Bh$. **B.** $V = Bh$. **C.** $V = \frac{1}{3}Bh$. **D.** $V = 6Bh$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức: $V = \frac{1}{3}Bh$.

Câu 12. Với n,k là các số nguyên dương và $n \geq k$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k = \frac{n!}{k(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k = \frac{n!}{k!}$. **D.** $C_n^k = \frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn D

Với n,k là các số nguyên dương và $n \geq k$, công thức đúng là: $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$

Câu 13. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=12$ và chiều cao $h=9$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 54 **B.** 36. **C.** 108. **D.** 18.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối lăng trụ là: $V = B.h = 12.9 = 108$

Câu 14. Cho các số thực dương a,b,c khác 1. Chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây

A. $\log_a b = \dfrac{\log_c a}{\log_c b}$. **B.** $\log_a(bc) = \log_a b + \log_a c$.

C. $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$ **D.** $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

Lời giải

Chọn A

Theo quy tắc đổi cơ số thì $\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$ nên mệnh đề sai là A

Câu 15. Đạo hàm của hàm số $y = 5^x$ là

A. $y' = -\dfrac{5^x}{\ln 5}$. **B.** $y' = \dfrac{5^x}{\ln 5}$. **C.** $y' = 5^x.\ln 5$. **D.** $y' = -5^x.\ln 5$.

Lời giải

Ta có: $y' = (5^x)' = 5^x.\ln 5$.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x+3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = -3$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = -3$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x-1}{x+3} = 2$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y = 2$.

Câu 17. Cho hai số phức $z_1 = 2+3i, z_2 = -4-5i.$ Số phức $z = z_1 + z_2$ là

A. $z = 2-2i.$ **B.** $z = 2+2i$.

C. $z=-2-2i.$ **D.** $z=-2+2i..$

Lời giải

Chọn C

Ta có $z=z_1+z_2=2+3i+(-4-5i)=-2-2i.$

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'			0		0		
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1.$ **B.** $x=2.$ **C.** $x=-1.$ **D.** $x=2..$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1.$

Câu 19. Cho $\int_0^2 f(x)dx=3$. Khi đó $\int_0^2\left[4f(x)-3\right]dx$ bằng

A. $6.$ **B.** $2.$ **C.** $8.$ **D.** 4

Lời giải

Chọn A

$$\int_0^2\left[4f\ x\ -3\right]dx=4\int_0^2 f\ x\ dx-3\int_0^2 dx=4.3-6=6.$$

Câu 20. Cho hình trụ có bán kính đáy r và độ dài đường cao là h. Thể tích khối trụ đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=4\pi r^2h.$ **B.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h.$ **C.** $V=2\pi r^2h.$ **D.** $V=\pi r^2h$

Lời giải

Chọn D

Câu 21. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}=4-5i$. Phần ảo của z bằng

A. $-4.$ **B.** $5.$ **C.** $-5.$ **D.** $4.$

Lời giải

Ta có: $\bar{z}=4-5i\Rightarrow z=4+5i$ phần ảo của số phức z bằng 5.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $4^{2x+1}=64$ là

A. $x=2$. **B.** $x=\dfrac{15}{2}$. **C.** 15. **D.** $x=1$.

Câu 23. Đạo hàm của hàm số $y=2^{\sin(x+2022)}$ là

A. $y'=\dfrac{\cos(x+2022).2^{\sin(x+2022)}}{\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2^{\sin(x+2022)}}{\ln 2}$.

C. $y'=\cos(x+2022).2^{\sin(x+2022)}.\ln 2$. **D.** $y'=2^{\sin(x+2022)}.\ln 2$.

Lời giải

$y'=(\sin(x+2022))'.2^{\sin(x+2022)}.\ln 2=\cos(x+2022).2^{\sin(x+2022)}.\ln 2$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=\ln(x-2)+\sqrt{9-x}$ là

A. $[9;+\infty)$. **B.** $[2;9]$. **C.** $(2;9)$. **D.** $(2;9]$.

Lời giải

Hàm số xác định $\Leftrightarrow\begin{cases}x-2>0\\9-x\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\leq 9\\x>2\end{cases}\Leftrightarrow 2<x\leq 9$.

Câu 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(4-x^2)(x^2-1)$ trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-2)(4-x^2)(x^2-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm 2\\x=\pm 1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

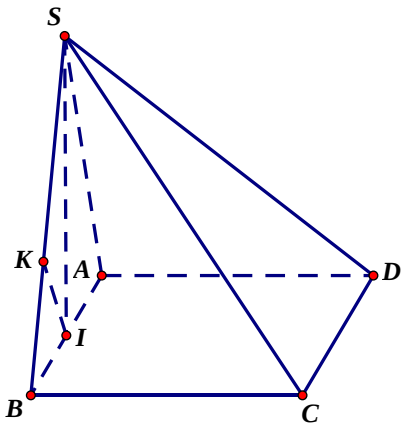
x	$-\infty$		-2		-1		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta có hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.

Câu 26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, mặt bên SAB là tam giác đều và mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt $(ABCD)$. Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a}{4}$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của AB. Khi đó, $SI \perp (ABCD)$.

Kẻ $IK \perp SB$ tại I. Khi đó: $d\left(D,(SBC)\right)=2d\left(I,(SBD)\right)=2IK$.

Xét tam giác SHK, có: $SI=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$, $IB=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{a}{2}$.

Khi đó: $\dfrac{1}{KI^2}=\dfrac{1}{IB^2}+\dfrac{1}{SI^2}=\dfrac{16}{3a^2}\Rightarrow KI=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Suy ra: $d\left(D,(SBC)\right)=2IK=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$..

Câu 27. Cho số phức $z=-2+3i$. Khi đó $i.z$ bằng

A. $-3-2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $-3+2i$. **D.** $3-2i$.

Lời giải

Ta có $i.z=i(-2+3i)=-3-2i=-3-6i$.

Câu 28. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(4;3)$ là điểm biểu diễn của số phức $\overline{z}$. Phần ảo của z bằng

A. -3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\overline{z}=4+3i\Leftrightarrow z=4-3i$. Phần ảo của số phức z là -3.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;0), N(-1;0;-2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua M,N và song song với d có phương trình là

A. $4x-y-3z-2=0$. **B.** $4x-y-3z-6=0$.

C. $4x+y-3z-2=0$. **D.** $4x+y-3z+2=0$.

Lời giải

Gọi (P) là mặt phẳng cần tìm, ta có: $\overrightarrow{u_d}(1;2;2)$, $\overrightarrow{MN}(-2;2;-2)$, $\left[\overrightarrow{u_d},\overrightarrow{n_{(P)}}\right]=(-8;-2;6)=-2(4;1;-3)$.

Vì $\overrightarrow{u_d} \perp \overrightarrow{n_{(P)}}$, $\overrightarrow{MN} \perp \overrightarrow{n_{(P)}}$ chọn $\overrightarrow{n_{(P)}} = (4;1;-3)$ làm vectơ pháp tuyến

Mặt phẳng (P) đi qua $M(1;-2;0)$ có $\overrightarrow{n_{(P)}} = (4;1;-3)$ làm vectơ pháp tuyến là:

$4(x-1)+1.(y+2)-3.(z-0)=0 \Leftrightarrow 4x+y-3z-2=0$.

Câu 30. Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số $1,2,3,4,...,9$. Rút ngẫu nhiên đồng thời 2 thẻ và nhân hai số ghi trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất để tích nhận được là số chẵn

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{8}{9}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi A: "Tích của hai số trên hai thẻ là số chẵn".

Trường hợp 1: Hai thẻ cùng mang số chẵn $C_4^2 = 6$.

Trường hợp 2: Một thẻ mang số chẵn, một thẻ mang số lẻ $C_4^1.C_5^1 = 20$.

Khi đó $n(A) = 26$.

Vậy: $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{13}{18}$.

Câu 31. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x \le 2$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(0;9]$. **D.** $(-\infty;6)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > 0$

Bất phương trình tương đương: $x \le 3^2 = 9$

Suy ra: $0 < x \le 9$

Vậy $S = (0;9]$.

Câu 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\overrightarrow{OA} = (2;-1;3)$, $\overrightarrow{OB} = (5;2;-1)$.

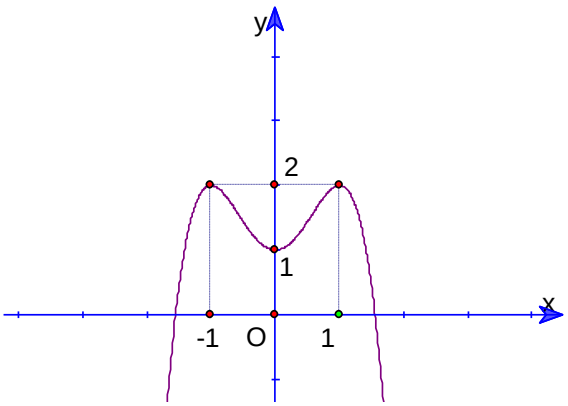
Tìm tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$.

A. $\overrightarrow{AB} = (3;3;-4)$. **B.** $\overrightarrow{AB} = (7;1;2)$. **C.** $\overrightarrow{AB} = (-3;-3;4)$. **D.** $\overrightarrow{AB} = (2;-1;3)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{OB} - \overrightarrow{OA} \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (3;3;-4)$.

Câu 33. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình bên?



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B**. $y=x^3-3x+1$,. **C**. $y=-x^3+3x+1$. **D**. $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

Ta thấy đồ thị không thể là đồ thị của hàm bậc ba nên loại đáp án **B** và **C.**

Với đáp án A và D là các hàm bậc 4 trùng phương: $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$

Theo đồ thị hệ số $a<0$ nên loại đáp án#**A.**

Cách 2: Ta thấy đồ thị không thể là đồ thị của hàm bậc ba nên loại đáp án **B** và **C.**

Với đáp án A và D là các hàm bậc 4 trùng phương: $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$

Ta có: $y'=4ax^3+2bx$

$$\begin{cases} y(0)=c=1 \\ y(\pm 1)=a+b+c=2 \\ y'(-1)=-4a-2b=0 \Leftrightarrow 2a+b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases}$$

Vậy hàm số cần tìm là: $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 34. Nếu $\int_1^4 f(x)dx=-5$ và $\int_4^7 f(x)dx=-3$ thì $\int_1^7 f(x)dx$ bằng

A. 2 **B.** -8. **C.** 15. **D.** -2.

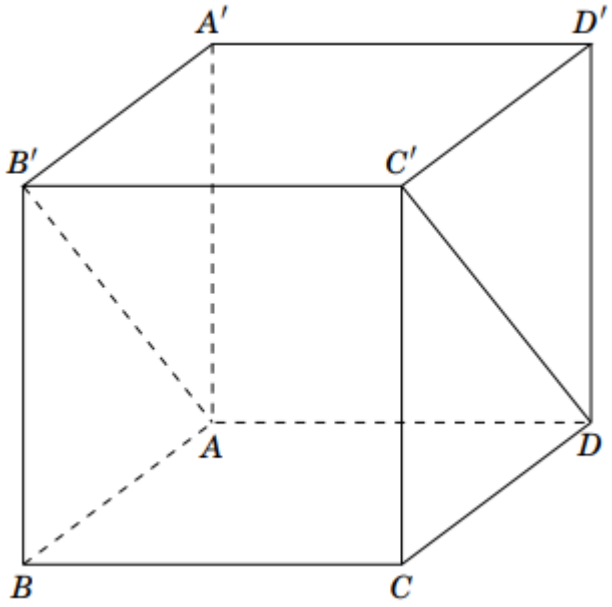
Lời giải

Ta có: $\int_1^7 f(x)dx=\int_1^4 f(x)dx+\int_4^7 f(x)dx=-5+(-3)=-8$

Câu 35. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Lời giải



Nhận xét $ADC'B'$ là hình bình hành nên $AB'//C'D$.

Do đó $(BA',CD)=(C'D,CD)=CDC'=45°$.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)=e^x+\cos x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^x+\cos x+C$.

B. $\int f(x)dx=dx=e^x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)dx==e^x-\cos x+C$.

D. $\int f(x)dx=e^x+\sin x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx=\int(e^x+\cos x)dx=e^x+\sin x+C$

Câu 37. Cho hai số phức $z_1=1+i$ và $z_2=2-3i$. Môđun của số phức z_1+z_2 bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 1. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Ta có $z_1+z_2=1+i+2-3i=3-2i\Rightarrow|z_1+z_2|=|3-2i|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 38. Trong các hàm số sau, hàm số nảo nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=(\sqrt{2})^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **C.** $y=-3x^4+x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{1}{2^x}$.

Lời giải

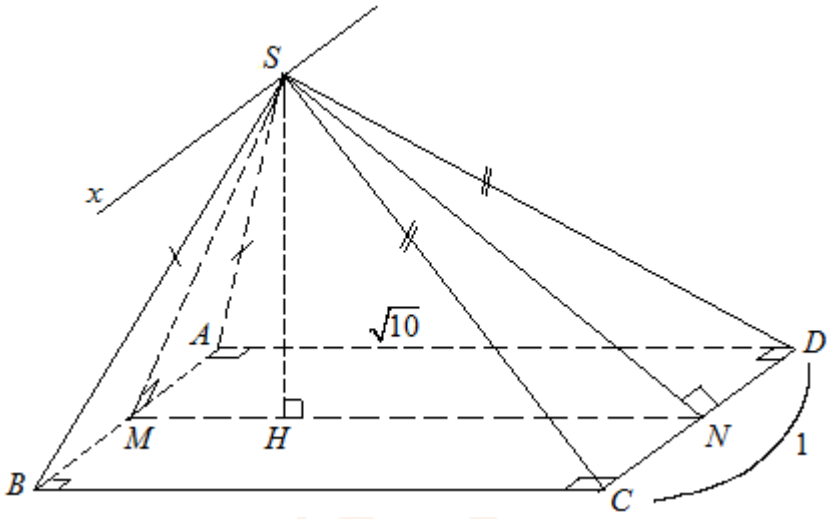
Hàm số $y=a^x$ với $0<a<1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$ có $a=\dfrac{1}{2}\in(0;1)$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, $AB=1$, $AD=\sqrt{10}$, $SA=SB$, $SC=SD$. Biết mặt phẳng (SAB) và (SCD) vuông góc với nhau đồng thời tổng diện tích của hai tam giác SAB và SCD bằng 2. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Lời giải



Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB và CD. Dễ thấy $MN=CD=\sqrt{10}$.

Ta có $\begin{cases} SC=SD \\ MC=MD \\ NC=ND \end{cases} \Rightarrow mp(SMN)$ là mặt phẳng trung trực của $CD \Rightarrow CD \perp (SMN)$.

Do $AB//CD$ nên AB cũng vuông góc với (SMN).

Suy ra $\begin{cases} AB \perp SM \\ CD \perp SN \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} S_{\Delta SAB}=\frac{1}{2}AB.SM \\ S_{\Delta SCD}=\frac{1}{2}CD.SN \end{cases}$.

Theo đề ta có $S_{SAB}+S_{SCD}=2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}(SM+SN)=2 \Leftrightarrow SM+SN=4$. (1)

Giao tuyến của mặt phẳng (SAB) và mặt phẳng (SCD) là đường thẳng Sx với $Sx//AB$.

Suy ra $Sx \perp (SMN)$.

Suy ra $\begin{cases} Sx \perp SM \\ Sx \perp SN \end{cases} \Rightarrow$ góc giữa hai mặt phẳng (SAB) và (SCD) là MSN, theo đề ta có $MSN=90^0$. Suy ra ΔMSN vuông tại S.

Kẻ $SH \perp MN$ $(H \in MN)$, ta có $\begin{cases} SH \perp MN \\ SH \perp CD \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét tam giác vuông SMN ta có $SH.MN = SM.SM \Rightarrow SH = \dfrac{SM.SN}{MN}.\ (2)$

Bình phương hai vế của (1) ta được $SM^2 + SN^2 + 2SM.SN = 16$

$\Leftrightarrow MN^2 + 2SM.SM = 16 \Leftrightarrow 10 + 2SM.SN = 16 \Leftrightarrow SM.SN = 3.$

Thay vào (2) ta có $SH = \dfrac{3}{\sqrt{10}}.$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3}{\sqrt{10}}.\left(1.\sqrt{10}\right) = 1.$

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên âm x thỏa mãn $\left[\log_8(4-2x)-2\right]\sqrt{-4^{x-1}+2^{x-2}+3} < 0$?

A. 28. **B.** 31. **C.** 29. **D.** 30.

Lời giải

Điều kiện xác định: $\begin{cases} 4-2x>0 \\ -4^{x-1}+2^{x-2}+3 \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow x<2.$

Với điều kiện trên ta có $-4^{x-1}+2^{x-2}+3>0$ nên bất phương trình tương đương với

$\log_8(4-2x)-2<0 \Leftrightarrow \begin{cases} 4-2x>0 \\ 4-2x<8^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<2 \\ x>-30 \end{cases} \Leftrightarrow -30<x<2.$

Vậy có 31 số nguyên âm thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ và $f'(x) = \dfrac{2}{\sin^2 x} + 1,\ \forall x \in (0;\pi)$. Khi đó $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{\pi^2}{9} - 2\ln 2.$ **B.** $\dfrac{\pi^2}{9} - 2\ln\dfrac{1}{2}.$ **C.** $\dfrac{5\pi^2}{36} - 2\ln 2.$ **D.** $-\dfrac{\pi^2}{9} + \ln\dfrac{1}{2}.$

Lời giải

Ta có: $f'(x) = \dfrac{2}{\sin^2 x} + 1,\ \forall x \in (0;\pi) \Rightarrow f(x) = -2\cot x + x + C, \forall x \in (0;\pi).$

Mà $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow 0 + \dfrac{\pi}{2} + C = \dfrac{\pi}{2} \Leftrightarrow C = 0.$

Do đó: $f(x) = -2\cot x + x, \forall x \in (0;\pi).$

Xét $\displaystyle\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} (-2\cot x + x)\mathrm{d}x = -2\ln|\sin x| + \frac{1}{2}x^2 \Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}}$

$= \left[-2\ln\left|\sin\dfrac{\pi}{2}\right| + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\pi}{2}\right)^2\right] - \left[-2\ln\left|\sin\dfrac{\pi}{6}\right| + \dfrac{1}{2}\left(\dfrac{\pi}{6}\right)^2\right]$

$= \frac{\pi^2}{8} + 2\ln\frac{1}{2} - \frac{\pi^2}{72} = \frac{\pi^2}{9} - 2\ln 2$.

Câu 42. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$, ($a$ là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Theo định lí Viet, ta có: $z_1 + z_2 = a - 3$ và $z_1 z_2 = a^2 + a$.

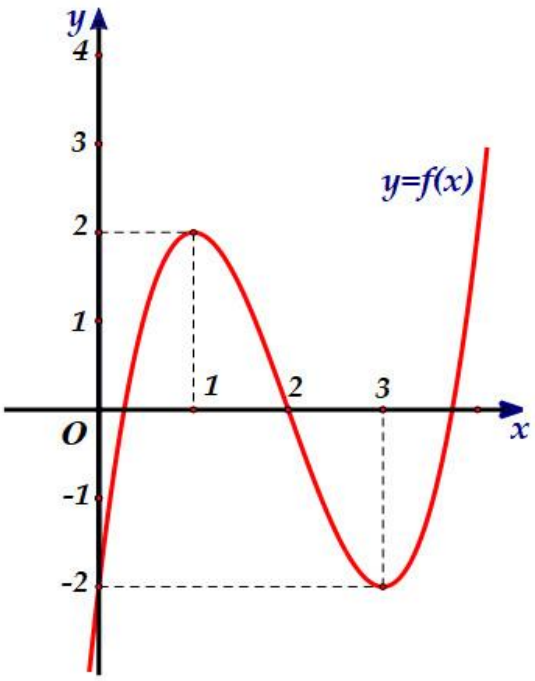
Khi đó: $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2| \Leftrightarrow |z_1 + z_2|^2 = |z_1 - z_2|^2 \Leftrightarrow \left|(z_1 + z_2)^2\right| = \left|(z_1 - z_2)^2\right|$

$\Leftrightarrow \left|(z_1 + z_2)^2\right| = \left|(z_1 + z_2)^2 - 4z_1 z_2\right| \Leftrightarrow \left|(a-3)^2\right| = \left|(a-3)^2 - 4(a^2 + a)\right|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(a-3)^2 = -3a^2 - 10a + 9\\ (a-3)^2 = 3a^2 + 10a - 9\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}4a^2 + 4a = 0\\ 2a^2 + 16a - 18 = 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a = 0\\ a = -1\\ a = 1\\ a = -9\end{array}\right.$.

Vậy có 4 giá trị nguyên a.

Câu 43. Cho hàm số $y = f(x)$ đồ thị là đường cong trong hình sau:

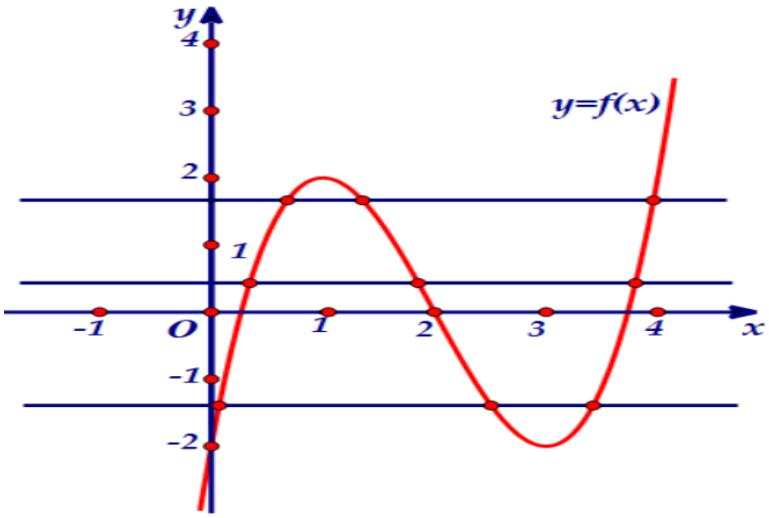


Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2.f\left(f(x)+2\right)+1=0$ là

A. 10. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $2.f\left(f\left(x\right)+2\right)+1=0\Leftrightarrow f\left(f\left(x\right)+2\right)=-\frac{1}{2}$.



$f\left(x\right)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in\left(0;1\right)\\x=x_2\in\left(1;3\right)\\x=x_3\in\left(3;4\right)\end{array}\right.$

Khi đó: $f\left(f\left(x\right)+2\right)=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)+2=x_1\in\left(0;1\right)\\f\left(x\right)+2=x_2\in\left(1;3\right)\\f\left(x\right)+2=x_3\in\left(3;4\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=x_1-2\in\left(-2;-1\right)\\f\left(x\right)=x_2-2\in\left(-1;1\right)\\f\left(x\right)=x_3-2\in\left(1;2\right)\end{array}\right.$.

Ta thấy

Phương trình $f\left(x\right)=x_1-2\in\left(-2;-1\right)$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=x_2-2\in\left(-1;1\right)$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=x_3-2\in\left(1;2\right)$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $2f\left(f\left(x\right)+2\right)+1=0$ có 9 nghiệm.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M\left(1;2;2\right)$, song song với mặt phẳng $\left(P\right):x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng d: $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\left\{\begin{array}{l}x=1+t\\y=2-t\\z=3\end{array}\right.$. **B.** $\left\{\begin{array}{l}x=1-t\\y=2+t\\z=3\end{array}\right.$. **C.** $\left\{\begin{array}{l}x=1-t\\y=2-t\\z=3-t\end{array}\right.$. **D.** $\left\{\begin{array}{l}x=1-t\\y=2-t\\z=2\end{array}\right.$.

Lời giải

Chọn D

Gọi giao điểm của đường thẳng cần tìm với đường thẳng d là N.

Suy ra $N\left(1+t;2+t;3+t\right)$; $\overrightarrow{MN}=\left(t;t;1+t\right)$; $\vec{n}_{(P)}=\left(1;-1;1\right)$.

Ta có: $MN//\left(P\right)\Rightarrow\overrightarrow{MN}.\vec{n}_{(P)}=0\Leftrightarrow t.1+t.(-1)+(1+t).1=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow\overrightarrow{MN}=(-1;-1;0)$

Khi đó đường thẳng cần tìm đi qua $M(1;2;2)$ và nhận vec tơ chỉ phương là $-\overrightarrow{MN}=(1;1;0)$.

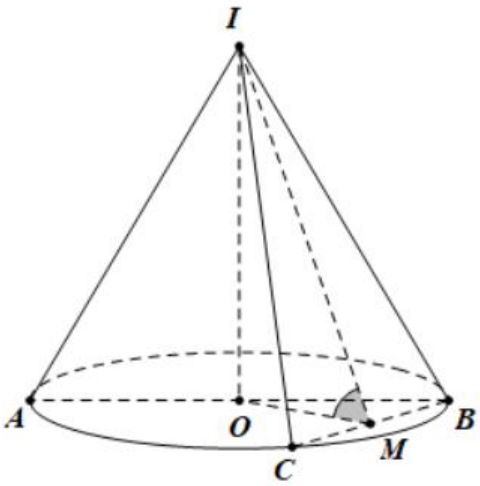
Suy ra phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=1-t\\y=2-t\\z=2\end{cases}$.

Câu 45. Cắt hình nón đỉnh I bởi một mặt phẳng đi qua trục của hình nón ta được một tam giác vuông cân có cạnh huyền bằng $a\sqrt{2}$. BC là dây cung của đường tròn đáy hình nón sao cho mặt phẳng (IBC) tạo với mặt phẳng chứa đáy hình nón một góc 60^0. Tính theo a diện tích S của tam giác IBC.

A. $\frac{\sqrt{2}a^2}{6}$. **B.** $\frac{2a^2}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}a^2}{3}$. **D.** $\frac{a^2}{3}$.

Lời giải

Gọi O, M lần lượt là tâm đường tròn đáy và trung điểm của BC. ΔIAB là thiết diện của mặt phẳng qua trục của hình nón với hình nón. Ta có ΔIAB vuông cân tại I. Suy ra $IB=a$



Ta có: $\begin{cases}IM\perp BC\\OM\perp BC\end{cases}\Rightarrow IMO=60^0$ là góc giữa (IBC) với mặt phẳng chứa đáy hình nón.

$$IO=\sqrt{IB^2-OB^2}=\sqrt{a^2-\frac{a^2}{2}}=\frac{a\sqrt{2}}{2}$$

$$\Rightarrow IM=\frac{IO}{\sin 60^0}=\frac{a\sqrt{6}}{3}$$

$$\Rightarrow OM=\frac{IO}{\tan 60^0}=\frac{a\sqrt{6}}{6}$$

$$\Rightarrow CB=2MB=2\sqrt{OB^2-OM^2}=\frac{2a\sqrt{3}}{3}$$

Vậy $S_{IBC}=\frac{1}{2}IM.BC=\frac{1}{2}.\frac{2a}{\sqrt{6}}.\frac{2a}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{2}a^2}{3}$.

Câu 46. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+2x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-2x$, với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-2,-1,3$. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$

A. $\frac{131}{6}$. **B.** $\frac{125}{6}$. **C.** $\frac{125}{12}$. **D.** $\frac{131}{4}$.

Lời giải

Đặt $k(x)=f(x)-g(x)=ax^4+(b-m)x^3+(c-n)x^2+4x$

$k'(x)=4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4$

Vì $k'(-2)=k'(-1)=k'(3)=0\Leftrightarrow\begin{cases}-32a+12(b-m)-4(c-n)+4=0\\-4a+3(b-m)-2(c-n)+4=0\\108a+27(b-m)+6(c-n)+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{1}{6}\\b-m=0\\c-n=\frac{7}{3}\end{cases}$

$f'(x)-g('x)=4ax^3+3(b-m)x^2+2(c-n)x+4=-\frac{2}{3}x^3+\frac{14}{3}x+4$

$S=\int_{-2}^{2}\left|f'(x)-g('(x)\right|dx=\int_{-2}^{3}\left|-\frac{2}{3}x^3+\frac{14}{3}x+4\right|dx=\frac{131}{6}$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'\ x\ =(x+3)^2(x^2-x)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=f(x^2-6x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 9. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $f'\ x\ =(x+3)^2(x^2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=0\\x=1\end{array}\right.$

Ta có: $y=f(x^2-6x+m)\Rightarrow y'=(2x-6)f'(x^2-6x+m)$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x^2-6x+m=0\Rightarrow x^2-6x=-m\\x^2-6x+m=1\Rightarrow x^2-6x=-m+1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm $h(x)=x^2-6x$

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-9	$\nearrow$	$+\infty$

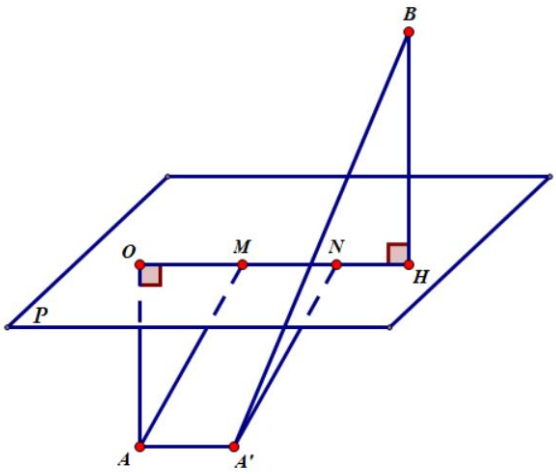
Để hàm số có 5 cực trị thì $-m>-9\Rightarrow m<9$.

Do m nguyên dương nên $m\in\ 1;2;3;4;5;6;7;8\ $. Vậy có 8 giá trị nguyên dương của m.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;-2)$ và $B(3;4;1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16$ với $(S_2):x^2+y^2+z^2+2x-4y-10=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A. $\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{34}-1$. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải



Ta có: $\begin{cases}(x+1)^2+(y-2)^2+(z-1)^2=16\\ x^2+y^2+z^2+2x-4y-10=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2+2x-4y-2z-10=0\\ x^2+y^2+z^2+2x-4y-10=0\end{cases}\Leftrightarrow z=0$.

Vậy mặt phẳng (P) là mặt phẳng Oxy.

Dễ thấy A,B nằm khác phía so với (P). Hình chiếu của A lên (P) là điểm O; hình chiếu của B lên (P) là điểm $H(3;4;0)$.

Lấy A' sao cho $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$.

Khi đó $AM+BN=A'N+BN\geq A'B$ và cực trị xảy ra khi $\overrightarrow{MN}$ cùng hướng với $\overrightarrow{OH}$.

Lấy $\overrightarrow{MN}=\dfrac{\overrightarrow{OH}}{|\overrightarrow{OH}|}=\left(\dfrac{3}{5};\dfrac{4}{5};0\right)$.

Vì $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$ nên $A'\left(\frac{3}{5};\frac{4}{5};0\right)$.

Do đó $AM+BN=A'N+BN\geq A'B=5$.

Câu 49. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thoả mãn $|z+1-2i|=9$ và $|z-2+mi|=|z-m+i|,(m\in\mathbb{R})$ Gọi z_1, z_2 là hai số phức thuộc (S) sao cho $|z_1-z_2|$ lớn nhất, khi đó giá trị của $|z_1+z_2|$ bằng

A. 18. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 6. **D.** $2\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $z=x+yi,(x,y\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết có: $\begin{cases}|z+1-2i|=9\\|z-2+mi|=|z-m+i|,(m\in\mathbb{R})\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}|x+yi+1-2i|=9\\|x+yi-2+mi|=|x+yi-m+i|,(m\in\mathbb{R})\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y-2)^2=81\\(x-2)^2+(y+m)^2=(x-m)^2+(y+1)^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+1)^2+(y-2)^2=81 & (1)\\(4-2m)x+(2-2m)y-3=0 & (2)\end{cases}$

Ta có (1) là đường tròn (C) có tâm $I(-1;2),R=9;$

(2) là đường thẳng Δ.

Vì vậy có tối đa 2 số phức z_1, z_2 thoả mãn hệ phương trình đã cho.

Gọi $A(z_1),B(z_2)$ ta có $|z_1-z_2|=\left|\overrightarrow{OA}-\overrightarrow{OB}\right|=AB$

Để $|z_1-z_2|$ đạt giá trị lớn nhất thì AB là đường kính của đường tròn (C).

Khi đó I là trung điểm của AB.

Ta có $|z_1+z_2|=\left|\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}\right|=\left|2\overrightarrow{OI}\right|=2OI=2\sqrt{(-1)^2+2^2}=2\sqrt{5}.$

Câu 50. Giải sử $x;y$ là cặp nghiệm nguyên thỏa mãn đồng thời $8\leq x\leq 2022$ và $2^y-\log_2(x+2^{y-1})=2x-y.$ Tổng các giá trị của y là

A. 2022. **B.** 49. **C.** 63. **D.** 60.

Lời giải

Chọn D

Đặt

$t=\log_2(x+2^{y-1})$

$\Rightarrow 2^t=x+2^{y-1}\Leftrightarrow x=2^t-2^{y-1}$

Khi đó: $2^y-\log_2(x+2^{y-1})=2x-y.\Rightarrow 2.2^y-t=2.2^t+t$

Xét hàm số:

$f(k)=2.2^k+k \Rightarrow f'(k)=2.2^k.\ln 2+1>0$. Khi đó $f(k)$ là hàm đồng biến.

$\Rightarrow f(y)=f(t) \Leftrightarrow y=t \Rightarrow y=\log_2(x+2^{y-1}) \Leftrightarrow 2^y=x+2^{y-1}$

$\Leftrightarrow x=\frac{-1}{2}.2^y+2^y \Leftrightarrow x=\frac{2^y}{2}$

Theo bài cho: $8\le x\le 2022$ nên

$\Rightarrow 8\le \frac{2^y}{2}\le 2022 \Leftrightarrow 4\le y\le \log_2 4044.$

$\Rightarrow y\in\{4;5;...11\}$

$\Rightarrow S=60$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT SƠN LA

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho tứ diện đều $S.ABC$. Số đo góc giữa SA và BC bằng

A. 60^0. **B.** 90^0. **C.** 30^0. **D.** 45^0.

Câu 1. Cho khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Câu 2. Cho số phức $z=6+7i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z}=7-6i$. **B.** $\bar{z}=-7+6i$. **C.** $\bar{z}=6-7i$. **D.** $\bar{z}=-6-7i$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y=(x-3)^{-6}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $y=3^{x+1}$ là:

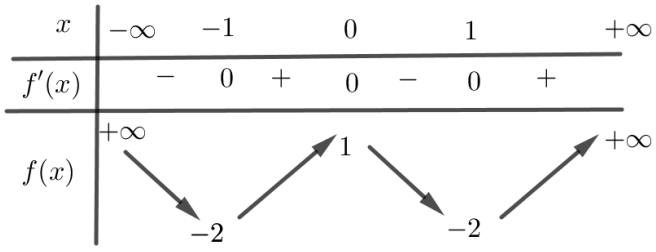
A. $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x=3^x\ln 3+C$. **B.** $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

C. $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x=3^{x+1}\ln 3+C$. **D.** $\int 3^{x+1}\mathrm{d}x=\frac{3^{x+1}}{\ln 3}+C$.

Câu 5: Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 8 chiếc ghế bằng

A. A_8^5. **B.** C_8^5. **C.** $5!$. **D.** $8!$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_2^5 f(x)dx=-4$ thì $\int_1^5 f(x)dx$.

A. -1. **B.** 1. **C.** -12. **D.** 7.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(4;2;-1)$. Tọa độ của vec tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(5;-1;1)$. **B.** $(-3;-5;3)$. **C.** $(3;5;-3)$. **D.** $(-5;1;-1)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \geq 2$ là

A. $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+5x-4$ đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $Q(0;-4)$. **B.** $N(-4;0)$. **C.** $M(0;4)$. **D.** $P(-1;1)$.

Câu 11. Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y=\log_3 x$ có đạo hàm là:

A. $y'=\frac{x}{\ln 3}$. **B.** $y'=x\ln 3$. **C.** $y'=\frac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\frac{\ln 3}{x}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+5z-3=0$. Một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(2;0;5)$. **B.** $(2;5;-3)$. **C.** $(5;0;2)$. **D.** $(2;-3;5)$.

Câu 13. Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng 18 và chiều cao bằng 7 là

A. 378. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 25.

Câu 14. Cho số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=-5+4i$,khi đó z_1+z_2 bằng

A. $-8+6i$. **B.** $2-2i$. **C.** $8-6i$. **D.** $-2+2i$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{3x+5}$ là đường thẳng

A. $y=\frac{2}{3}$. **B.** $y=-\frac{5}{3}$. **C.** $y=\frac{1}{2}$. **D.** $y=-\frac{1}{5}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+(z+5)^2=16$ có tọa độ là

A. $(-3;0;-5)$. **B.** $(3;0;-5)$. **C.** $(3;0;5)$. **D.** $(-3;0;5)$.

Câu 17. Thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=2\pi r^2h$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=14$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

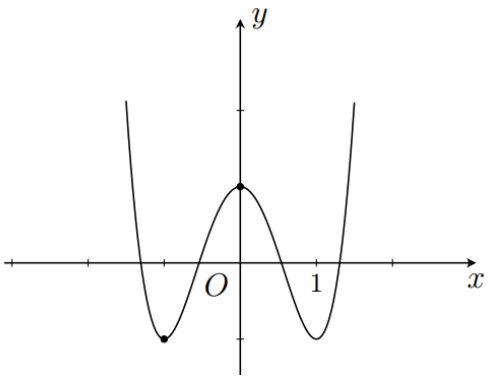
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 20. Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_3^4 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 10.

Câu 21. Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y = 2x^4 - 4x^2 - 1$. **B.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$. **C.** $y = -x^4 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^4 + 4x^2 + 1$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là

A. $(2;1;1)$. **B.** $(2;-1;1)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(2;0;0)$.

Câu 23. Diện tích mặt cầu có bán kính r bằng

A. $4\pi r^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2$. **C.** $4\pi r^2$. **D.** $2\pi r^2$.

Câu 24. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, số phức $z = 2i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

A. $Q(0;-2)$. **B.** $M(2;0)$. **C.** $N(-2;0)$. **D.** $P(0;2)$.

Câu 25. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a^2)$ bằng

A. $1 + 2\log_3 a$. **B.** $3\log_3 a$. **C.** $2 + 3\log_3 a$. **D.** $1 + \log_3 a$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 5$ và công bội $q = 6$. Giá trị của u_2 bằng

A. 1. **B.** 11. **C.** 3. **D.** 30.

Câu 27. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 0.

Câu 28. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_{2^2} x + \log_2 x - 2 = 0$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** -2. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** -1.

Câu 29. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-4$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=-x^3-3x^2-3x-4$. **D.** $y=x^3+x+1$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Câu 31. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9, người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{5}{18}$. **D.** $\dfrac{13}{18}$.

Câu 32. Trên đoạn $[2;4]$ hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

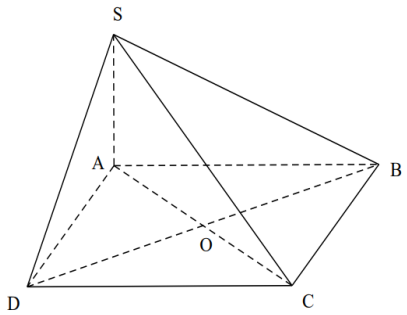
A. $x=\dfrac{33}{2}$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=2$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$ có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$.

C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $x-2y-4=0$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=2a$ *(tham khảo hình vẽ dưới)*



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a}{9}$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $\int f(x)dx=x^3+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)dx=x^3-\cos x+C$.

C. $\int f(x)dx=6x-\cos x+C$. **D.** $\int f(x)dx=6x+\cos x+C$.

Câu 36. Nếu $\int\limits_0^3\left[4f(x)-3x^2\right]dx=5$ thì $\int\limits_0^3 f(x)dx$ bằng :

A. 18. **B.** 12. **C.** 8 . **D.** 20 .

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\overline{z}=1-3i$. Phần ảo của z bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. Phương trình mặt phẳng nào dưới đây chứa trục hoành và tiếp xúc với mặt cầu trên?

A. $3y-4z+1=0$. **B.** $3y-4z=0$. **C.** $4y+3z=0$. **D.** $4x+3y=0$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=2$, $AD=4$, SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với đáy một góc 60^o, điểm E thuộc cạnh SA và $AE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại F. Thể tích khối đa diện $ABCDEF$ bằng

A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{80\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^x-e^{-x}\right)$. Có bao nhiêu số nguyên dương m thỏa mãn bất phương trình $f(m-7)+f\left(\frac{12}{m+1}\right)<0$?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f\left(x^3+3x+1\right)=x+3$ .Tính $\int_1^5 f(x)dx$.

A. 192. **B.** $\frac{4}{57}$. **C.** $\frac{57}{4}$. **D.** 196.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2-(a-3)z+a^2+a=0$ có 2 nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

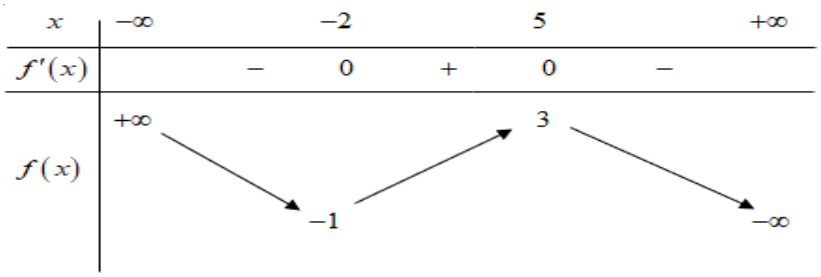
Câu 43. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m-4\right|$ có đúng 5 điểm cực trị là

A. $[4;8]$. **B.** $[-4;0]$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(4;8)$.

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$; với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là -1; 3 và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{125}{12}$. **D.** $\frac{131}{12}$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $f'\left(f\left(x\right)\right)=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 46: Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1+3+2i\right|=1$ và $\left|z_2+2-i\right|=1$. Xét các số phức $z=a+bi$, $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $2a-b=0$. Khi biểu thức $T=\left|z-z_1\right|+\left|z-2z_2\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 10.

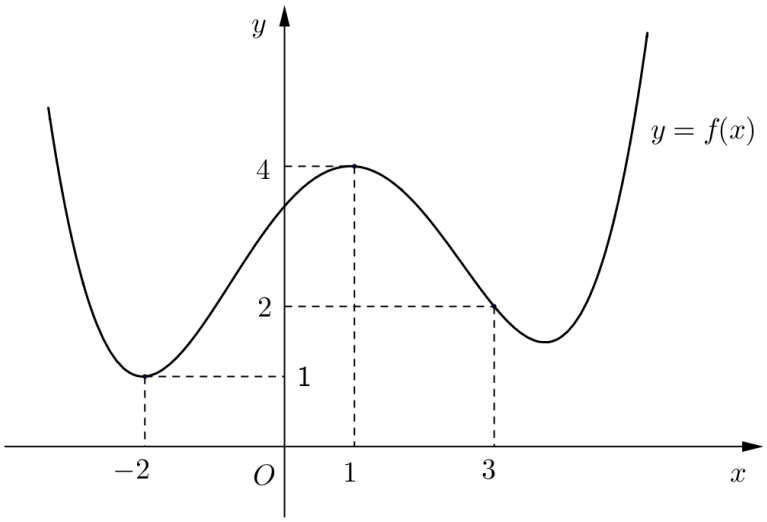
Câu 47. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị $\left(C\right)$. Biết rằng $\left(C\right)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt là $A\left(x_1;0\right),B\left(x_2;0\right),C\left(x_3;0\right),D\left(x_4;0\right)$; với x_1,x_2,x_3,x_4 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và hai tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại A,B vuông góc với nhau. Khi đó, giá trị của biểu thức $P=\left[f'\left(x_3\right)+f'\left(x_4\right)\right]^{2022}$ bằng

A. $\left(\frac{4}{3}\right)^{1011}$. **B.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{2022}$. **+** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{1011}$. **D.** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{2022}$.

Câu 48. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi độc lập. Mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai được 0 điểm. Học sinh A làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 50 câu hỏi. Biết xác suất làm đúng k câu hỏi của học sinh A đạt giá trị lớn nhất, khi đó giá trị k bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 12.

Câu 49. Cho Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 2022 để bất phương trình

$\frac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}-1\ge\frac{3}{4}f^2(x)$ đúng với mọi $x\in[-2;3]$?

A. 1875. **B.** 1872. **C.** 1874. **D.** 1873.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):mx-3y-(2m-3)z-9=0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=16$. Biết rằng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, khi đó khoảng cách từ điểm $A(-1;2;3)$ đến (P) bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\frac{13\sqrt{11}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **D.** $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.A	4.D	5.A	6.A	7.A.	8.C	9.C	10.A
11.C	12.A	13.B	14.D	15.A	16.B	17.D	18.A	19.A	20.D
21.B	22.B	23.C	24.D	25.A	26.D	27.A	28.C	29.C	30.C
31.D	32.B	33.A	34.B	35.B	36.C	37.B	38.B	39.B	40.C
41.C	42.A	43.D	44.D	45.B	46.C	47.A	48.D	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng a, chiều cao bằng $2a$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $4a^3$. **B.** $\frac{4}{3}a^3$. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Ta có: $V = B.h = a^2.2a = 2a^3$.

Câu 2. Cho số phức $z = 6+7i$. Số phức liên hợp của z là

A. $\bar{z} = 7-6i$. **B.** $\bar{z} = -7+6i$. **C.** $\bar{z} = 6-7i$. **D.** $\bar{z} = -6-7i$.

Lời giải

$\bar{z} = 6-7i$.

Câu 3. Tập xác định của hàm số $y = (x-3)^{-6}$ là:

A. $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $y = 3^{x+1}$ là:

A. $\int 3^{x+1}dx = 3^x \ln 3 + C$. **B.** $\int 3^{x+1}dx = \frac{3^x}{\ln 3} + C$.

C. $\int 3^{x+1}dx = 3^{x+1}\ln 3 + C$. **D.** $\int 3^{x+1}dx = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C$.

Lời giải

Áp dụng công thức, ta có: $\int 3^{x+1}dx = \frac{3^{x+1}}{\ln 3} + C$.

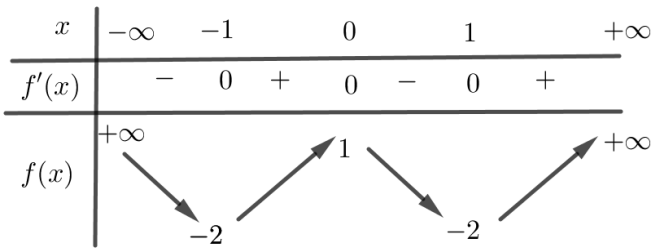
Câu 5: Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 8 chiếc ghế bằng

A. A_8^5. **B.** C_8^5. **C.** $5!$. **D.** $8!$.

Lời giải

Số cách xếp 5 học sinh ngồi vào một dãy gồm 8 chiếc ghế bằng A_8^5.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 7. Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$ và $\int_2^5 f(x)dx=-4$ thì $\int_1^5 f(x)dx$.

A. -1. **B.** 1. **C.** -12. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $\int_1^5 f(x)dx=\int_1^2 f(x)dx+\int_2^5 f(x)dx=3-4=-1$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;-3;2)$ và $B(4;2;-1)$. Tọa độ của vec tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(5;-1;1)$. **B.** $(-3;-5;3)$. **C.** $(3;5;-3)$. **D.** $(-5;1;-1)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}(3;5;-3)$.

Câu 9. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x\geq 2$ là

A. $\left(\frac{1}{4};+\infty\right)$. **B.** $\left[\frac{1}{4};+\infty\right)$. **C.** $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Ta có:

$4^x\geq 2\Leftrightarrow 2^{2x}\geq 2^1\Leftrightarrow 2x\geq 1\Leftrightarrow x\geq\frac{1}{2}$

Vậy $S=\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 10. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+5x-4$ đi qua điểm nào dưới đây ?

A. $Q(0;-4)$. **B.** $N(-4;0)$. **C.** $M(0;4)$. **D.** $P(-1;1)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào đồ thị hàm số ta nhận $Q(0;-4)$.

Câu 11. Trên khoảng $(0;+\infty)$, hàm số $y=\log_3 x$ có đạo hàm là:

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 3}$. **B.** $y'=x\ln 3$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 3}{x}$.

Lời giải

Ta có: $y'=(\log_3 x)'=\dfrac{1}{x\ln 3}$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+5z-3=0$. Một vectơ pháp tuyến có tọa độ là

A. $(2;0;5)$. **B.** $(2;5;-3)$. **C.** $(5;0;2)$. **D.** $(2;-3;5)$.

Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là: $\vec{n}=(2;0;5)$.

Câu 13. Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng 18 và chiều cao bằng 7 là

A. 378. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 25.

Lời giải

Thể tích khối chóp $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}18.7=42$.

Câu 14. Cho số phức $z_1=3-2i$ và $z_2=-5+4i$,khi đó z_1+z_2 bằng

A. $-8+6i$. **B.** $2-2i$. **C.** $8-6i$. **D.** $-2+2i$.

Lời giải

Ta có: $z_1+z_2=3-2i-5+4i=-2+2i$.

Câu 15. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+5}$ là đường thẳng

A. $y=\dfrac{2}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{5}{3}$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{5}{3}\right\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{3x+5}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow$ Đường thẳng $y=\dfrac{2}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+5}$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+(z+5)^2=16$ có tọa độ là

A. $(-3;0;-5)$. **B.** $(3;0;-5)$. **C.** $(3;0;5)$. **D.** $(-3;0;5)$.

Lời giải

Mặt cầu $(S):(x-3)^2+y^2+(z+5)^2=16$ có tọa độ tâm là $(3;0;-5)$.

Câu 17. Thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=2\pi r^2h$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Thể tích khối nón có bán kính đáy r và chiều cao h tính theo công thức: $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 18. Nghiệm của phương trình $\log_3(x+5)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=-4$. **C.** $x=1$. **D.** $x=14$.

Lời giải

Ta có: $\log_3(x+5)=2\Leftrightarrow x+5=3^2\Leftrightarrow x=4$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$ đạo hàm mang dấu âm nên hàm số nghịch biến. Chọn đáp án A là khoảng $(2;+\infty)$.

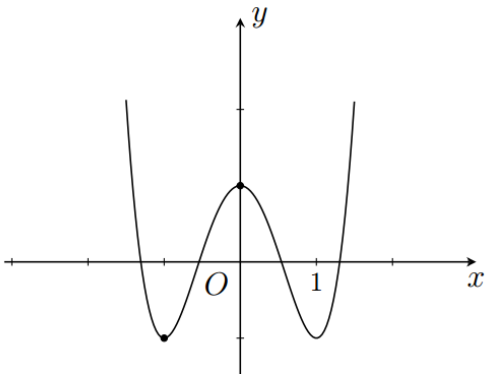
Câu 20. Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_3^4 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 15. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Vì $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=5$ nên theo tính chất của tích phân ta có $\int_3^4 2f(x)\mathrm{d}x=2\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=2.5=10$.

Câu 21. Hàm số nào có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây?



A. $y=2x^4-4x^2-1$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$. **C.** $y=-x^4+4x^2+1$. **D.** $y=2x^4+4x^2+1$.

Lời giải

Gọi hàm số cần tìm có dạng $y=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$.

Đồ thị cắt trục Oy tại điểm $(0;1)$, suy ra $c=1$.

Phương trình $2x^4-4x^2+1=0$ có 4 nghiệm $x_1\approx 1.31, x_2\approx 0.54, x_3\approx -0.54, x_4\approx -1.31$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=2-t\\z=3+t\end{cases}$. Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là

A. $(2;1;1)$. **B.** $(2;-1;1)$. **C.** $(1;2;3)$. **D.** $(2;0;0)$.

Lời giải

Một véc-tơ chỉ phương của d có tọa độ là $(2;-1;1)$.

Câu 23. Diện tích mặt cầu có bán kính r bằng

A. $4\pi r^3$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2$. **C.** $4\pi r^2$. **D.** $2\pi r^2$.

Lời giải

Theo công thức SGK.

Câu 24. Trong mặt phẳng toạ độ Oxy, số phức $z=2i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

A. $Q(0;-2)$. **B.** $M(2;0)$. **C.** $N(-2;0)$. **D.** $P(0;2)$.

Lời giải

$z=2i=0+2i$ được biểu diễn bằng điểm $P(0;2)$.

Câu 25. Với mọi số thực a dương, $\log_3(3a^2)$ bằng

A. $1+2\log_3 a$. **B.** $3\log_3 a$. **C.** $2+3\log_3 a$. **D.** $1+\log_3 a$.

Lời giải

$\log_3(3a^2)=\log_3 3+\log_3 a^2=1+2\log_3 a$.

Câu 26. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=5$ và công bội $q=6$. Giá trị của u_2 bằng

A. 1. **B.** 11. **C.** 3. **D.** 30.

Lời giải

Ta có: $u_2=u_1.q=5.6=30$.

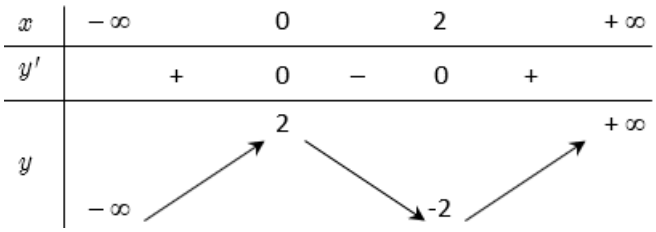
Câu 27. Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** -4. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2-6x; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Vậy giá trị cực đại bằng 2.

Câu 28. Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2^2 x+\log_2 x-2=0$ bằng

A. $\frac{1}{4}$. **B.** -2. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\log_2^2 x+\log_2 x-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_2 x=1\\ \log_2 x=-2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=\frac{1}{4}\end{array}\right.$.

Vậy tổng các nghiệm là $2+\frac{1}{4}=\frac{9}{4}$.

Câu 29. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-4$. **B.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

C. $y=-x^3-3x^2-3x-4$. **D.** $y=x^3+x+1$.

Lời giải

Hàm số $y=x^4-x^2-4$ là hàm trùng phương nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là hàm nhất biến nên không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

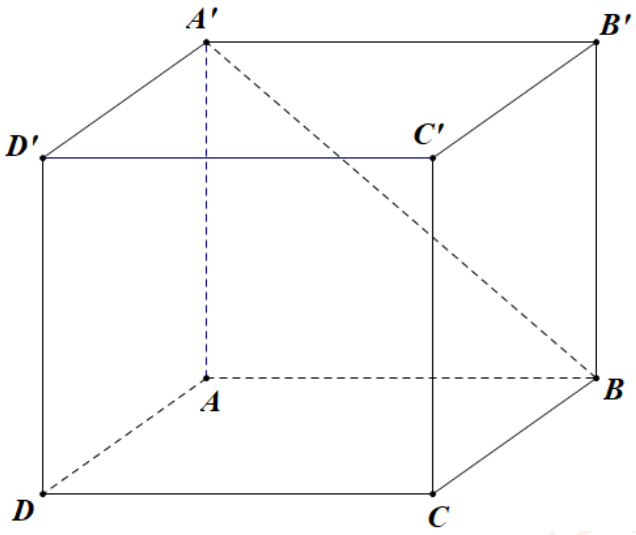
Hàm số $y=x^3+x+1$ là hàm bậc ba có hệ số của x^3 là $a=1>0$ nên không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=-x^3-3x^2-3x-4$ có $y'=-3x^2-6x-3=-3(x+1)^2\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BA' và CD bằng

A. 60°. **B.** 90°. **C.** 45°. **D.** 30°.

Lời giải



Ta có $AB \parallel CD$ nên $\left(BA', CD\right) = \left(BA', AB\right)$.

Vì $ABB'A'$ là hình vuông nên $\left(BA', AB\right) = ABA' = 45°$.

Câu 31. Có 9 chiếc thẻ được đánh số từ 1 đến 9 , người ta rút ngẫu nhiên hai thẻ khác nhau. Xác suất để rút được hai thẻ mà tích hai số được đánh trên thẻ là số chẵn bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{2}{3}$. **C.** $\frac{5}{18}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Có 2 trường hợp sau:

Trường hợp 1: 1 thẻ ghi số chẵn, 1 thẻ ghi số lẻ, suy ra có $C_4^1 \cdot C_5^1 = 20$ cách rút.

Trường hợp 2: 2 thẻ ghi số chẵn, suy ra có $C_4^2 = 6$ cách rút.

Suy ra xác suất bằng $\frac{20+6}{C_9^2} = \frac{13}{18}$.

Câu 32. Trên đoạn $[2;4]$ hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm

A. $x = \frac{33}{2}$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Xét $y' = 2x - \frac{2}{x^2}$

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 2x - \frac{2}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = 1 \notin [2;4]$

$f(2) = 5;\ f(4) = \frac{33}{2}$

Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x = 4$.

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{3}$ có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x-y+3z-4=0$.

C. $2x-y+3z+4=0$. **D.** $x-2y-4=0$.

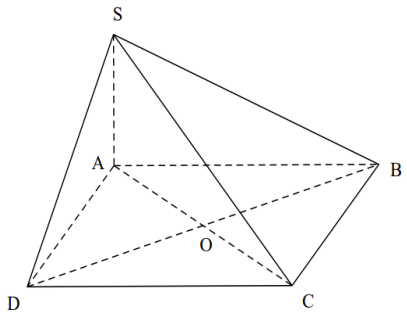
Lời giải.

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_d}=(2;-1;3)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm A và vuông góc với đường thẳng d nên có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_d}=(2;-1;3)$ có phương trình tổng quát là:

$(P):2(x-1)-1(y-2)+3(z+3)=0\Leftrightarrow 2x-y+3z+9=0$.

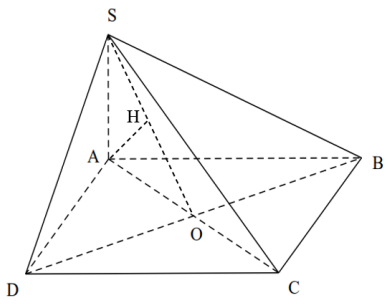
Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$ và $SA=2a$ *(tham khảo hình vẽ dưới)*



Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) bằng

A. $\dfrac{a}{3}$. **B.** $\dfrac{2a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{4a}{9}$.

Lời giải.



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, dựng $AH\perp SO$. Khi đó, $d(A,(SBD))=AH$.

Trong tam giác SAO vuông tại O có AH là chiều cao nên:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AS^2}+\frac{1}{AO^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\frac{9}{4a^2}\Rightarrow AH=\frac{2a}{3}.$$

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=3x^2+\sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $\int f(x)dx=x^3+\cos x+C$.

B. $\int f(x)dx=x^3-\cos x+C$.

C. $\int f(x)dx=6x-\cos x+C$.

D. $\int f(x)dx=6x+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx=\int\left(3x^2+\sin x\right)dx=x^3-\cos x+C$.

Câu 36. Nếu $\int_0^3\left[4f(x)-3x^2\right]dx=5$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng :

A. 18.

B. 12.

C. 8 .

D. 20.

Lời giải

Ta có $\int_0^3\left[4f(x)-3x^2\right]dx=\int_0^3 4f(x)dx-\int_0^3 3x^2dx=4\int_0^3 f(x)dx-x^3\Big|_0^3=4\int_0^3 f(x)dx-27$

Do đó $5=4\int_0^3 f(x)dx-27\Leftrightarrow\int_0^3 f(x)dx=8$.

Câu 37. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\overline{z}=1-3i$. Phần ảo của z bằng

A. -2.

B. 2.

C. $\frac{3}{2}$.

D. $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Ta có:

$(1+i)\overline{z}=1-3i\Leftrightarrow\overline{z}=\frac{1-3i}{1+i}$

$\Leftrightarrow\overline{z}=\frac{(1-3i)(1-i)}{1-i^2}$

$\Leftrightarrow\overline{z}=\frac{-2-4i}{2}$

$\Leftrightarrow\overline{z}=-1-2i$

$\Rightarrow z=-1+2i$

Vậy phần ảo của z bằng 2.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=4$. Phương trình mặt phẳng nào dưới đây chứa trục hoành và tiếp xúc với mặt cầu trên?

A. $3y-4z+1=0$. **B.** $3y-4z=0$. **C.** $4y+3z=0$. **D.** $4x+3y=0$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(2;2;-1)$, bán kính $R=2$.

Mặt phẳng (α) chứa trục hoành nên có dạng: $By+Cz=0$ với điều kiện $B^2+C^2\neq 0$

(α) tiếp xúc với mặt cầu nên ra có:

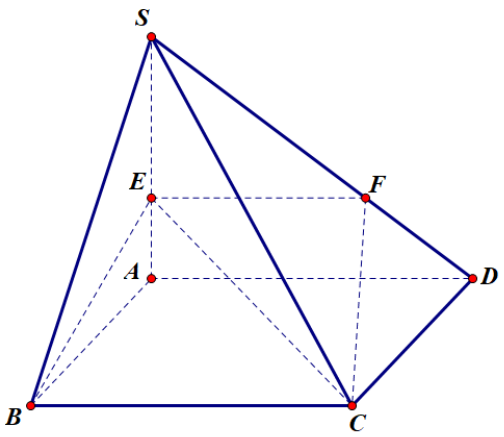
$$d\left(I,(\alpha)\right)=R$$
$$\Leftrightarrow \frac{|2B-C|}{\sqrt{B^2+C^2}}=2$$
$$\Leftrightarrow 4B^2+4C^2=4B^2-4BC+C^2$$
$$\Leftrightarrow 3C^2=-4BC$$
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} C=0 \\ 3C=-4B \end{array}\right.$$

Vậy có hai mặt phẳng (α) thỏa yêu cầu bài toán là: $\left[\begin{array}{l} y=0 \\ 3y-4z=0 \end{array}\right.$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=2$, $AD=4$, SA vuông góc với mặt đáy, SB tạo với đáy một góc 60^o, điểm E thuộc cạnh SA và $AE=\frac{2\sqrt{3}}{3}$. Mặt phẳng (BCE) cắt SD tại F. Thể tích khối đa diện $ABCDEF$ bằng

A. $\frac{64\sqrt{3}}{9}$. **B.** $\frac{64\sqrt{3}}{27}$. **C.** $\frac{80\sqrt{3}}{27}$. **D.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Vì $(BCE)\cap SD=F$ nên kẻ $EF//AD$ cắt SD tại F.

Vì góc tạo bởi SB và mặt đáy bằng 60^o nên góc $SBA=60^o$.

Suy ra: $SA=AB.\tan 60^o=2\sqrt{3}$ và $\frac{SE}{SA}=\frac{2}{3}$.

Ta có: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\frac{1}{3}.2.4.2\sqrt{3}=\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Ta có: $\frac{V_{SEBC}}{V_{SABC}}=\frac{SE}{SA}.\frac{SB}{SB}.\frac{SC}{SC}=\frac{2}{3}$ nên $V_{SEBC}=\frac{2}{3}V_{SABC}=\frac{1}{3}V_{S.ABCD}$.

Tương tự: $\frac{V_{SEFC}}{V_{SADC}}=\frac{SE}{SA}.\frac{SF}{SD}.\frac{SC}{SC}=\frac{4}{9}$ nên $V_{SEFC}=\frac{4}{9}V_{SADC}=\frac{2}{9}V_{S.ABCD}$.

Suy ra: $V_{S.EBCF}=\left(\frac{1}{3}+\frac{2}{9}\right)V_{S.ABCD}=\frac{5}{9}V_{S.ABCD}$.

Vậy $V_{ABCDEF}=\frac{4}{9}V_{S.ABCD}=\frac{4}{9}.\frac{16\sqrt{3}}{3}=\frac{64\sqrt{3}}{27}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^x-e^{-x}\right)$. Có bao nhiêu số nguyên dương m thỏa mãn bất phương trình $f(m-7)+f\left(\frac{12}{m+1}\right)<0$?

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^x-e^{-x}\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $f(-x)=e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^{-x}-e^x\right)=-e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^x-e^{-x}\right)=-f(x)$.

Và có:

$$f'(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^x-e^{-x}\right)+e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^x+e^{-x}\right)=\left(1+\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)e^{\sqrt{x^2+1}}.e^x+\left(1-\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\right)e^{\sqrt{x^2+1}}.e^{-x}>0$$

Nên hàm số $f(x)=e^{\sqrt{x^2+1}}\left(e^x-e^{-x}\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét bất phương trình: $f(m-7)+f\left(\frac{12}{m+1}\right)<0\Leftrightarrow f(m-7)<-f\left(\frac{12}{m+1}\right)=f\left(-\frac{12}{m+1}\right)$

$$\Leftrightarrow m-7<-\frac{12}{m+1}\Leftrightarrow\frac{m^2-6m+5}{m+1}<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<m<5\\m<-1\end{array}\right.$$

Vì m nguyên dương nên $m\in\{2;3;4\}$.

Câu 41. Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f\left(x^3+3x+1\right)=x+3$. Tính $\int\limits_1^5 f\left(x\right)dx$.

A. 192. **B.** $\frac{4}{57}$. **C.** $\frac{57}{4}$. **D.** 196.

Lời giải

Đặt: $x=t^3+3t+1 \Rightarrow dx=\left(3t^2+3\right)dt$.

Đổi cận: $x=1\to t=0; x=5\to t=1$.

$$\int\limits_1^5 f\left(x\right)dx=\int\limits_0^1\left(3t^2+3\right)f\left(t^3+3t+1\right)dt=\int\limits_0^1\left(3t^2+3\right)\left(t+3\right)dt=\frac{57}{4}.$$

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2-\left(a-3\right)z+a^2+a=0$ có 2 nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $\left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có:

$$\Delta=\left(a-3\right)^2-4\left(a^2+a\right)=-3a^2-10a+9$$

TH1. $\begin{cases}\Delta\ge 0\\ \left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta\ge 0\\ \left|z_1+z_2\right|^2=\left|z_1-z_2\right|^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3a^2-10a+9\ge 0\\ z_1.z_2=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-3a^2-10a+9\ge 0\\ a^2+a=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=-1\end{array}\right.$.

TH2. $\begin{cases}\Delta<0\\ \left|z_1+z_2\right|=\left|z_1-z_2\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta<0\\ \left|a-3\right|=\left|i.\sqrt{3a^2+10a-9}\right|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3a^2-10a+9<0\\ 2a^2+16a-18=0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\ a=-9\end{array}\right.$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của a thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 43. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m-4\right|$ có đúng 5 điểm cực trị là

A. $\left[4;8\right]$. **B.** $\left[-4;0\right]$. **C.** $\left(-4;0\right)$. **D.** $\left(4;8\right)$.

Lời giải

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m-4$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow f(0)=m-4\\x=2\Rightarrow f(2)=m-8\end{array}\right.$$

Suy ra hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+m-4$ có 2 điểm cực trị.

Để hàm số $y=\left|x^3-3x^2+m-4\right|$ có đúng 5 điểm cực trị thì phương trình $f(x)=0$ có đúng 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow f(0).f(2)<0\Leftrightarrow(m-4)(m-8)<0\Leftrightarrow 4<m<8$.

Câu 44. Cho hai hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+3x$ và $g(x)=mx^3+nx^2-x$; với $a,b,c,m,n\in\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;\ 3$ và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

A. $\frac{32}{3}$. **B.** $\frac{64}{9}$. **C.** $\frac{125}{12}$. **D.** $\frac{131}{12}$.

Lời giải

Ta có $f(x)-g(x)$ là hàm bậc 4 nên $f(x)-g(x)=Ax^4+Bx^3+Cx^2+4x$.

$f'(x)-g'(x)=4Ax^3+3Bx^2+2Cx+4$.

Hàm số $y=f(x)-g(x)$ có ba điểm cực trị là $-1;\ 3$ và 4 nên ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}-4A+3B-2C+4=0\\108A+27B+6C+4=0\\256A+48B+8C+4=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}A=\frac{1}{12}\\B=\frac{-2}{3}\\C=\frac{5}{6}\end{cases}\Rightarrow f'(x)-g'(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+\frac{5}{3}x+4$$

Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ bằng

$$S=\int_{-1}^{4}\left|\frac{1}{3}x^3-2x^2+\frac{5}{3}x+4\right|\mathrm{d}x=\frac{131}{12}.$$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗	3	↘	
			-1				$-\infty$

Số nghiệm thực của phương trình $f'\left(f(x)\right)=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $f'\left(f\left(x\right)\right)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-2\\f\left(x\right)=5\end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

Phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 1 nghiệm.

Phương trình $f\left(x\right)=5$ có 1 nghiệm.

Do đó phương trình $f'\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 46: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $\left|z_1+3+2i\right|=1$ và $\left|z_2+2-i\right|=1$. Xét các số phức $z=a+bi$, $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $2a-b=0$. Khi biểu thức $T=\left|z-z_1\right|+\left|z-2z_2\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị biểu thức $P=a^2+b^2$ bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 10.

Lời giải

Gọi M_1,M_2,M lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1,2z_2,z$.

Khi đó $T=\left|z-z_1\right|+\left|z-2z_2\right|=MM_1+MM_2$.

Ta có $\left|z_1+3+2i\right|=1\Rightarrow M_1$ thuộc đường tròn (C_1) tâm $I_1(-3;-2)$ bán kính $R_1=1$.

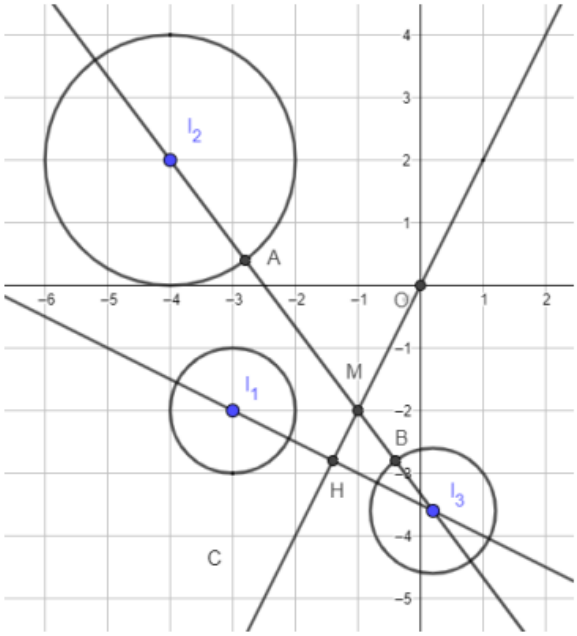
$\left|z_2+2-i\right|=1\Leftrightarrow\left|2z_2+4-2i\right|=2\Rightarrow M_1$ thuộc đường tròn (C_2) tâm $I_2(-4;2)$ bán kính $R_2=2$.

Lại có $z=a+bi$, $\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $2a-b=0\Rightarrow M$ thuộc đường thẳng $d:2x-y=0$.

Gọi (C_3) là đường tròn đối xứng với (C_1) qua d

$\Rightarrow(C_3)$ tâm $I_3(\frac{1}{5};-\frac{18}{5})$ bán kính $R_3=1$.

Gọi A,B lần lượt là giao điểm của I_2I_3 với (C_2) và (C_3) như hình vẽ.



Ta có $T = MM_1 + MM_2 = MM_3 + MM_2 \geq AB$

$\Rightarrow$ T đạt giá trị nhỏ nhất khi M là giao điểm của I_2I_3 với d .

Phương trình đường thẳng I_2I_3 là $4x+3y+10=0$

$\Rightarrow$ Tọa độ điểm M là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x-y=0 \\ 4x+3y=-10 \end{cases} \Rightarrow M(-1;-2)$

Do đó $P = a^2 + b^2 = 5$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e (a \neq 0)$ có đồ thị (C). Biết rằng (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt là $A(x_1;0), B(x_2;0), C(x_3;0), D(x_4;0)$; với x_1, x_2, x_3, x_4 theo thứ tự lập thành cấp số cộng và hai tiếp tuyến của (C) tại A, B vuông góc với nhau. Khi đó, giá trị của biểu thức $P = \left[f'(x_3) + f'(x_4) \right]^{2022}$ bằng

A. $\left(\frac{4}{3}\right)^{1011}$. **B.** $\left(\frac{4}{3}\right)^{2022}$. + $\left(\frac{4a}{3}\right)^{1011}$. **D.** $\left(\frac{4a}{3}\right)^{2022}$.

Lời giải

Ta có: x_1, x_2, x_3, x_4 là bốn nghiệm phân biệt của phương trình $f(x) = 0$

$\Rightarrow f(x) = a(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)$. Gọi m là công sai của cấp số cộng

$f'(x) = a(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4) + (x-x_1)\left[a(x-x_2)(x-x_3)(x-x_4)\right]'$

$\Rightarrow f'(x_1) = a(x_1-x_2)(x_1-x_3)(x_1-x_4) = a(x_1-x_1-m)(x_1-x_1-2m)(x_1-x_1-3m) = -6am^3$

Tương tự: $f'(x_2) = 2am^3; f'(x_3) = -2am^3; f'(x_4) = 6am^3$

Tiếp tuyến của (C) tại A, B vuông góc với nhau $\Rightarrow f'(x_1).f'(x_2) = -1 \Rightarrow a^2m^6 = \frac{1}{12}$

Do đó: $P=\left[f'(x_3)+f'(x_4)\right]^{2022}=\left(-2am^3+6am^3\right)^{2022}=\left(4am^3\right)^{2022}=\left(16a^2m^6\right)^{1011}=\left(\frac{4}{3}\right)^{1011}$.

Câu 48. Một đề thi trắc nghiệm gồm 50 câu hỏi độc lập. Mỗi câu hỏi có 4 đáp án trả lời, trong đó chỉ có một đáp án đúng. Mỗi câu trả lời đúng được 0,2 điểm, câu trả lời sai được 0 điểm. Học sinh A làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên câu trả lời cho tất cả 50 câu hỏi. Biết xác suất làm đúng k câu hỏi của học sinh A đạt giá trị lớn nhất, khi đó giá trị k bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 13. **D.** 12.

Lời giải

Gọi A là biến cố " làm đúng k câu hỏi của học sinh A".

Ta có xác suất làm đúng một câu hỏi là $\frac{1}{4}$ và xác suất làm sai một câu hỏi là $\frac{3}{4}$

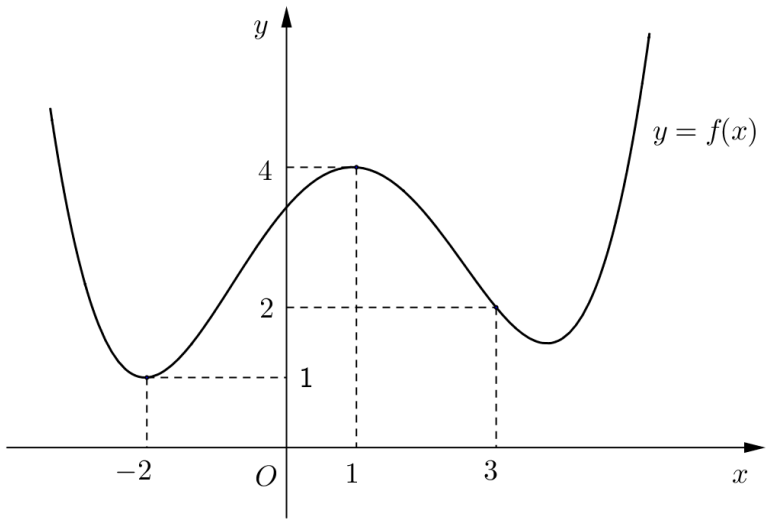
Theo qui tắc nhân xác suất $\Rightarrow$ xác suất của biến cố A là: $P(A)=C_{50}^k\left(\frac{1}{4}\right)^k\left(\frac{3}{4}\right)^{50-k}=\frac{C_{50}^k}{3^k}\left(\frac{3}{4}\right)^{50}$

Xét hệ bất phương trình:

$$\begin{cases}\frac{C_{50}^k}{3^k}\left(\frac{3}{4}\right)^{50}\ge\frac{C_{50}^{k+1}}{3^{k+1}}\left(\frac{3}{4}\right)^{50}\\ \frac{C_{50}^k}{3^k}\left(\frac{3}{4}\right)^{50}\ge\frac{C_{50}^{k-1}}{3^{k-1}}\left(\frac{3}{4}\right)^{50}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3C_{50}^k\ge C_{50}^{k+1}\\ C_{50}^k\ge 3C_{50}^{k-1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\frac{50!}{k!(50-k)!}\ge\frac{50!}{(k+1)!(49-k)!}\\ \frac{50!}{k!(50-k)!}\ge 3\frac{50!}{(k-1)!(51-k)!}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{3}{50-k}\ge\frac{1}{k+1}\\ \frac{1}{k}\ge\frac{3}{51-k}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k\ge\frac{47}{4}\\ k\le\frac{51}{4}\end{cases},k\in\mathbb{N}\Rightarrow k=12.$$

Câu 49. Cho Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m không vượt quá 2022 để bất phương trình $\frac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}-1\ge\frac{3}{4}f^2(x)$ đúng với mọi $x\in[-2;3]$?

A. 1875. **B.** 1872. **C.** 1874. **D.** 1873.

Lời giải

Điều kiện: $mf(x)\ge 0$ vì $f(x)>0\ \forall x\in[-2;3]\Rightarrow m\ge 0$.

Ta có $\frac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}-1\ge\frac{3}{4}f^2(x)\Leftrightarrow\frac{m}{f(x)}-\sqrt{mf(x)}+\frac{f^2(x)}{4}\ge f^2(x)+1$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{\frac{m}{f(x)}}-\frac{f(x)}{2}\right)^2\ge f^2(x)+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{\frac{m}{f(x)}}-\frac{f(x)}{2}\ge\sqrt{f^2(x)+1}\\ \sqrt{\frac{m}{f(x)}}-\frac{f(x)}{2}\le-\sqrt{f^2(x)+1}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{m}\ge\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\frac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}\\ \sqrt{m}\le-\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\frac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}\end{array}\right.$$

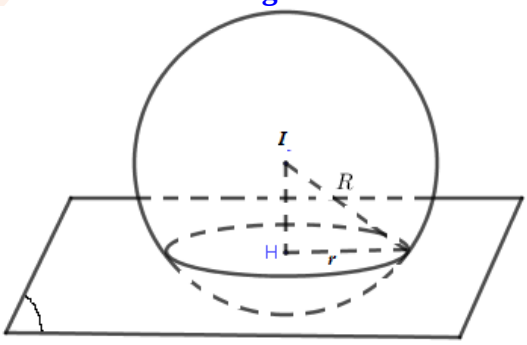
$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{m}\ge\max\left\{\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\frac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}\right\}\\ \sqrt{m}\le\min\left\{-\sqrt{\left[f^2(x)+1\right]f(x)}+\frac{1}{2}f(x)\sqrt{f(x)}\right\}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{m}\ge 4+2\sqrt{17}\\ \sqrt{m}\le 4-2\sqrt{17}\ (vo\ ly)\end{array}\right.\quad\forall x\in[-2;3]$$

$\Leftrightarrow m\ge\left(4+2\sqrt{17}\right)^2\simeq 149{,}96$. Vì $m\le 2022$. Nên có $2022-150+1=1873$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):mx-3y-(2m-3)z-9=0$ (m là tham số thực) và mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=16$. Biết rằng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, khi đó khoảng cách từ điểm $A(-1;2;3)$ đến (P) bằng

A. $\sqrt{11}$. **B.** $\frac{13\sqrt{11}}{11}$. **C.** $\frac{\sqrt{11}}{11}$. **D.** $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;1;0)$ và có bán kính $R=4$.

Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo gieo tuyến là đường tròn (C)

Khi đó tọa độ tâm H của đường tròn (C) là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng (P) và bán kính của đường (C) là $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.

$\Rightarrow r$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow IH$ lớn nhất .

$$IH = d\left(I,(P)\right) = \frac{|m-12|}{\sqrt{m^2+(2m-3)^2+9}} \Rightarrow IH^2 = \frac{(m-12)^2}{5m^2-12m+18}.$$

Xét hàm số $f(m) = \frac{(m-12)^2}{5m^2-12m+18}$.

$$\Rightarrow f'(m) = \frac{108m^2-1404m+1296}{\left(5m^2-12m+18\right)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=12 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên:

m	$-\infty$ 1 12 $+\infty$
$f'(m)$	+ 0 − 0 +
$f(m)$	11 $\frac{1}{5}$ 0 $\frac{1}{5}$

$Maxf(m) = 11$ khi $m=1 \Rightarrow MaxIH = \sqrt{11}$ khi $m=1 \Rightarrow (P): x-3y+z-9=0$.

$$\Rightarrow d\left(A,(P)\right) = \frac{|-1-6+3-9|}{\sqrt{11}} = \frac{13\sqrt{11}}{11}.$$

.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT KONTUM

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong một thùng hàng điện tử có 50 sản phẩm, trong đó có 5 sản phẩm bị lỗi. Lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm, tính xác suất để sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 sản phẩm không bị lỗi.

A. $\frac{198}{245}$. **B.** $\frac{243}{245}$. **C.** $\frac{2}{245}$ **D.** $\frac{1}{99}$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x+3}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=5$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

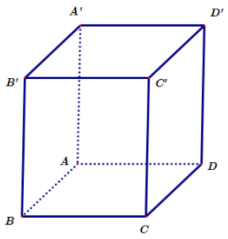
A. $I(3;0;-2);R=5$. **B.** $I(3;0;-2);R=\sqrt{5}$.

C. $I(-3;0;2);R=5$. **D.** $I(-3;0;2);R=\sqrt{5}$.

Câu 4. Phần ảo của số phức $z=5-4i$ bằng

A. $-4i$. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $4i$.

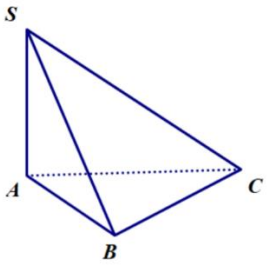
Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $AA'=3a$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

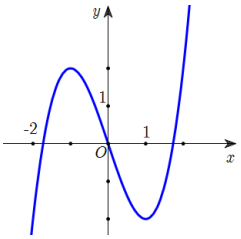
A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 7. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3+3x$. **C.** $y=\frac{1}{3}x^3-1$. **D.** $y=3x^3-3x$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(x-1)^2(x^2-5x+6)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 9. Cho các số thực $a,b\ (a<b)$ và hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(a)-f'(b)$. **B.** $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(a)-f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(b)-f'(a)$. **D.** $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$.

Câu 10. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3a$ và đường cao $h=6a$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V=54\pi a^3$. **B.** $V=4\pi a^3$. **C.** $V=9\pi a^3$. **D.** $V=27\pi a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=1$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}=(2;-3;4)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;-4)$. **D.** $\vec{n}=(2;3;-4)$.

Câu 13. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ

A. 15. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 56.

Câu 14. Diện tích mặt cầu có bán kính $R=a$ là

A. πa^2. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^2$. **D.** $2\pi a$.

Câu 15. Cho $\int_1^3 f(x)dx = 2$. Giá trị của $\int_1^3 3f(x)dx$ bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 16. Rút gọn biểu thức $P = a\sqrt{a\sqrt[3]{a}}, (a>0)$ ta được kết quả là

A. $P = a^{\frac{5}{3}}$. **B.** $P = a^6$. **C.** $P = a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $P = a^{\frac{10}{3}}$.

Câu 17. Cho không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\overrightarrow{u_2} = (-1;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3} = (2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1;1;-2)$.

Câu 18. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $G(x) = \int [f(x)-1]dx$.

A. $G(x) = xF(x) - x + C$. **B.** $G(x) = F(x) - x + C$.

C. $G(x) = xF(x) - 1 + C$. **D.** $G(x) = F(x) - 1 + C$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai.**

A. Thể tích khối chóp có đường cao h và diện tích đáy B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích khối lăng trụ có đường cao h và diện tích đáy B là $V = Bh$.

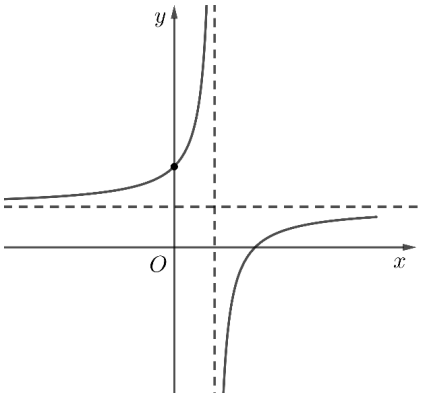
C. Thể tích khối tứ diện có đường cao h và diện tích đáy B là $V = \frac{1}{6}Bh$.

D. Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Câu 20. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a > 1$. **B.** $a \le -3$. **C.** $a < -1$. **D.** $a \ge 1$.

Câu 22. Với a là số thực thỏa mãn $\log_3 a = 5$, khi đó $\log_3 3a$ bằng

A. 5. **B.** 15. **C.** 1 **D.** 6.

Câu 23. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AB=3\text{cm}$, $BC'=3\sqrt{2}\,\text{cm}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{9}{2}\left(cm^3\right)$. **B.** $9\sqrt{2}\left(cm^3\right)$. **C.** $9\left(cm^3\right)$. **D.** $\frac{27}{2}\left(cm^3\right)$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ $\left(Oxz\right)$. Viết phương trình đường thẳng d'.

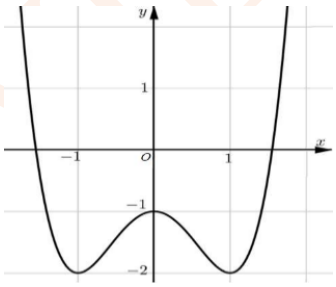
A. $\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

C. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=0\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **D.** $\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 5. Biết $A\left(2;-1;0\right)$, $B\left(3;0;0\right)$, $C\left(1;-9;0\right)$ và $D\in Oz$. Tính tổng cao độ của các vị trí điểm D tìm được

A. 4. **B.** 2. **C.** -4. **D.** 0.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 27. Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm $I=\int 2f(x)+f'(x)+1\,dx$

A. $I=2F(x)+f(x)+x+C$ **B.** $I=2F(x)+xf(x)+C$

C. $I=2xF(x)+x+1$ **D.** $I=2xF(x)+f(x)+x+C$

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy, cho $M\ 1;-2$ là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$, khi đó số phức z là

A. $2+i$. **B.** $2-i$. **C.** $1+2i$. **D.** $1-2i$.

Câu 29. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M\left(-1;3\right)$ là điểm biểu diễn số phức z. Môđun của số phức z bằng

A. 10. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 8.

Câu 30. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 5$, khi đó $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 31. Điều kiện xác định của hàm số $y=(x-2)^{\sqrt{2}}$ là

A. $x \geq 2$. **B.** $x > 2$. **C.** $x \neq 2$. **D.** $x < 2$.

Câu 32. Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1} = 6$ là

A. $\{-1;6\}$. **B.** $\{-1;2;3\}$. **C.** $\{\log_2 3\}$. **D.** $\{-1;\log_2 3\}$.

Câu 33. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AB = AD = a$, $CD = 2a$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo ra khi cho hình thang $ABCD$ quay quanh trục AD.

A. $2\pi a^3$. **B.** $\frac{7\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$.

Câu 34. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$; $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là:

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Câu 36. Cho số phức $z = a+bi$, $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $\frac{z+2}{z+2i}$ là một số thuần ảo. Khi số phức z có môđun nhỏ nhất, hãy tính $a+b$.

A. $a+b=0$. **B.** $a+b=2\sqrt{2}-1$. **C.** $a+b=4$. **D.** $a+b=2\sqrt{2}$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên dương thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(31-x^2) \geq 3$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức $z = x+yi$ $(x, y \in \mathbb{Z})$ thỏa mãn $z.\bar{z} \leq 4$.

A. Vô số. **B.** 5 **C.** 9 **D.** 13

Câu 39. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = a+(a^2-2a+2)i$ (với $a \in \mathbb{R}$) và N là điểm biểu diễn số phức z_2 biết $|z_2-2-i| = |\overline{z_2}-6-i|$. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm M, N bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. **D.** 1.

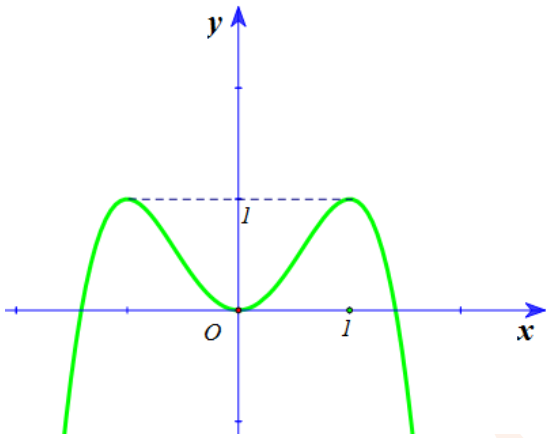
Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)+f'(x) = e^{-x}, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ là

A. xe^x+x+C. **B.** $(x+1)e^x+C$. **C.** $xe^{-x}+x+C$. **D.** $(x-1)e^x+C$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=1$; $AC=2$; $AD=3$ và $BAC = CAD = DAB = 60^0$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.

A. $V=\frac{\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\frac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

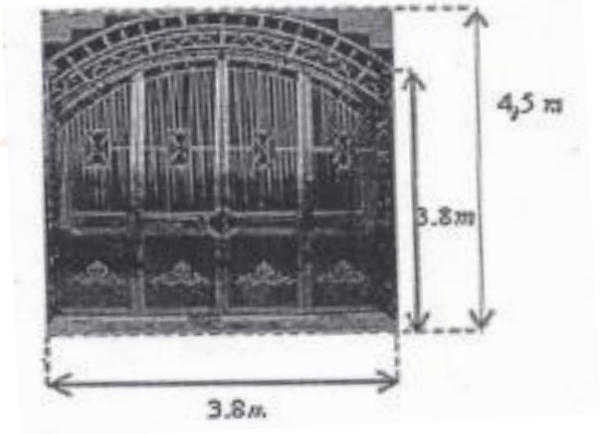
Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-3), B(0;-2;3)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=1$. Xét điểm M thay đổi trên mặt cầu (S), giá trị lớn nhất của MA^2+2MB^2 bằng

A. 84. **B.** 52. **C.** 102. **D.** 78.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$. **C.** $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 45. Ông X muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol, chất liệu làm là inox. Giá $1m^2$ vật tư là 1.300.000 đồng. Hỏi ông X phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa như vậy (làm tròn đến hàng nghìn).



A. 13.050.000 đồng. **B.** 36.630.000 đồng
C. 19.520.000 đồng. **D.** 21.077.330 đồng.

Câu 46. Xét các số thực x và y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1} \le \left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x$. Gọi M, m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{4y}{2x+y+1}$. Tính $M+m$.

A. 2. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** -2. **D.** $-2\sqrt{5}$.

Câu 47. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3\right)-\log_2 x+x^2-4x+1\le 0$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $1+\log_5\left(x^2+1\right)\ge \log_5\left(mx^2+4x+m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô Số.

Câu 49. Cho hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức $(1+i)\left|z^2-2zi-1\right|=\dfrac{\left|2022\overline{z}+2022i\right|}{w}+2-2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. $\dfrac{2021\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{1011\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{2023\sqrt{2}}{4}$. **D.** 2019.

Câu 50. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2-mx-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.B	3.D	4.B	5.D	6.B	7.A	8.C	9.D	10.A
11.A	12.C	13.D	14.B	15.C	16.A	17.C	18.B	19.C	20.D
21.C	22.D	23.D	24.A	25.D	26.C	27.A	28.C	29.C	30.C
31.B	32.C	33.B	34.A	35.A	36.A	37.D	38.D	39.C	40.B
41.D	42.B	43.A	44.A	45.D	46.C	47.B	48.A	49.B	50.D

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong một thùng hàng điện tử có 50 sản phẩm, trong đó có 5 sản phẩm bị lỗi. Lấy ngẫu nhiên 2 sản phẩm, tính xác suất để sản phẩm lấy ra có ít nhất 1 sản phẩm không bị lỗi.

A. $\frac{198}{245}$. **B.** $\frac{243}{245}$. **C.** $\frac{2}{245}$ **D.** $\frac{1}{99}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{50}^{2}=1225$.

Gọi biến cố A: "hai sản phẩm lấy ra có ít nhất một sản phẩm không bị lỗi".

$\Rightarrow \overline{A}$: "cả hai sản phẩm lấy ra đều bị lỗi".

Ta có: $n(\overline{A})=C_{5}^{2}=10 \Rightarrow n(A)=n(\Omega)-n(\overline{A})=1225-10=1215$.

Vậy: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{1215}{1225}=\frac{243}{245}$.

Câu 2. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x+3}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to -3^-} y=\lim\limits_{x\to -3^-}\left(\frac{x+1}{x+3}\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to -3^+} y=\lim\limits_{x\to -3^+}\left(\frac{x+1}{x+3}\right)=-\infty$.

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là $x=-3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=5$ có tâm I và bán kính R lần lượt là

A. $I(3;0;-2); R=5$. **B.** $I(3;0;-2); R=\sqrt{5}$.

C. $I(-3;0;2); R=5$. **D.** $I(-3;0;2); R=\sqrt{5}$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu tâm $I(a;b;c)$, bán kính R có dạng: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

Vậy mặt cầu (S) có tâm $I(-3;0;2)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

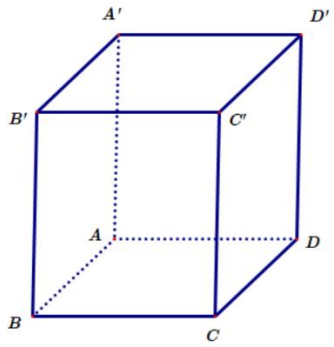
Câu 4. Phần ảo của số phức $z=5-4i$ bằng

A. $-4i$. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $4i$.

Lời giải

Phần ảo của số phức $z=5-4i$ bằng -4.

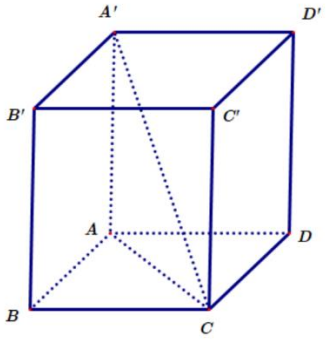
Câu 5. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$, $AA'=3a$ (tham khảo hình vẽ)



Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Lời giải

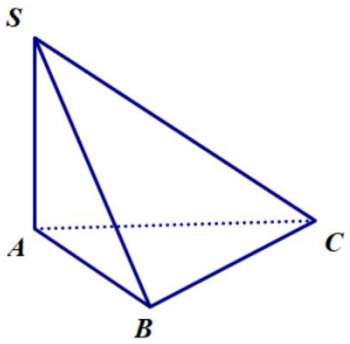


Ta có: $\left(A'C,(ABCD)\right)=\left(A'C,AC\right)=A'CA$.

Mà: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{a^2+2a^2}=a\sqrt{3}$.

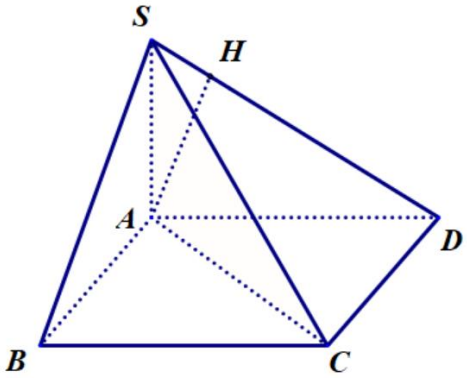
$\tan A'CA=\dfrac{AA'}{AC}=\dfrac{3a}{a\sqrt{3}}=\sqrt{3}\Rightarrow A'CA=60°$. Vậy $\left(A'C,(ABCD)\right)=A'CA=60°$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a$, $BC=a\sqrt{2}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$ (tham khảo hình vẽ). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC bằng



A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Dựng điểm D sao cho $ABCD$ là hình chữ nhật. Ta có $AB//CD$ nên $AB//(SCD)$.

Khi đó $d(AB,SC)=d(AB,(SCD))=d(A,(SCD))$.

Trong (SAD), kẻ $AH\perp SD$ $(H\in SD)$.

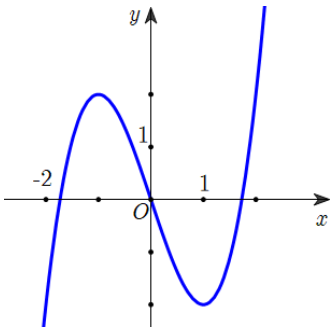
Ta có $\begin{cases}CD\perp AD\\CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp AH$.

Có $\begin{cases}AH\perp SD\\AH\perp CD\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCD)$. Do đó $d(A,(SCD))=AH$.

Ta có $AD=BC=a\sqrt{2}$.

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AD^2}=\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{2a^2}=\frac{1}{a^2}\Rightarrow AH=a$. Vậy $d(AB,SC)=AH=a$.

Câu 7 . Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3+3x$. **C.** $y=\frac{1}{3}x^3-1$. **D.** $y=3x^3-3x$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị $x=1$ và $x=-1$ nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm $x=\pm 1$. Do đó chọn đáp án $y=x^3-3x$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)=(x-1)^2(x^2-5x+6)$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 5. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $f'(x)=(x-1)^2(x^2-5x+6)=(x-1)^2(x-2)(x-3)$.

Do $f'(x)=0$ có 1 nghiệm kép $x=1$ và hai nghiệm đơn $x=2, x=3$ nên $f'(x)$ đổi dấu hai lần khi qua $x=2$ và $x=3$. Do đó hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 9. Cho các số thực $a, b\ (a<b)$ và hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề sau

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(a)-f'(b)$. **B.** $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(a)-f(b)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f'(b)-f'(a)$. **D.** $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$.

Lời giải

Theo định nghĩa tích phân, ta có $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_a^b=f(b)-f(a)$.

Câu 10. Cho khối trụ có bán kính đáy $r=3a$ và đường cao $h=6a$. Tính thể tích V của khối trụ đã cho.

A. $V=54\pi a^3$. **B.** $V=4\pi a^3$. **C.** $V=9\pi a^3$. **D.** $V=27\pi a^3$.

Lời giải

Ta có $V=\pi r^2h=\pi(3a)^2.6a=54\pi a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=-2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta suy ra điểm cực đại của hàm số là $x=-2$.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Khi đó, một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}=(2;-3;4)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;-3;-4)$. **D.** $\vec{n}=(2;3;-4)$.

Lời giải

Ta có $(\alpha):2x-3y-4z+1=0$. Suy ra $\vec{n}=(2;-3;-4)$.

Câu 13. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ

A. 15. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 56.

Lời giải

Số cách chọn một học sinh nam từ nhóm 7 học sinh nam C_7^1 cách.

Số cách chọn một học sinh nữ từ nhóm 8 học sinh nữ C_8^1 cách.

$\Rightarrow$ có $C_7^1.C_8^1=56$ cách chọn một học sinh nam và một học sinh nữ từ một nhóm gồm 7 học sinh nam và 8 học sinh nữ.

Câu 14. Diện tích mặt cầu có bán kính $R=a$ là

A. πa^2. **B.** $4\pi a^2$. **C.** $\frac{4}{3}\pi a^2$. **D.** $2\pi a$.

Lời giải

Ta có $S=4\pi R^2=4\pi a^2$.

Câu 15. Cho $\int_1^3 f(x)dx=2$. Giá trị của $\int_1^3 3f(x)dx$ bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\int_1^3 3f(x)dx=3\int_1^3 f(x)dx=3.2=6$.

Câu 16. Rút gọn biểu thức $P=a\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$, $(a>0)$ ta được kết quả là

A. $P=a^{\frac{5}{3}}$. **B.** $P=a^6$. **C.** $P=a^{\frac{5}{6}}$. **D.** $P=a^{\frac{10}{3}}$.

Lời giải

Ta có $P = a\sqrt{a\sqrt[3]{a}} = a\sqrt{a.a^{\frac{1}{3}}} = a\sqrt{a^{\frac{4}{3}}} = a.a^{\frac{2}{3}} = a^{\frac{5}{3}}$.

Câu 17. Cho không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-2}$. Một vecto chỉ phương của đường thẳng d là

A. $\overrightarrow{u_2} = (-1;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_3} = (2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_2} = (1;1;-2)$.

Lời giải

Ta có một vecto chỉ phương của đường thẳng d là $\overrightarrow{u_1} = (2;1;-2)$.

Câu 18. Cho biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Tìm $G(x) = \int [f(x) - 1]dx$.

A. $G(x) = xF(x) - x + C$. **B.** $G(x) = F(x) - x + C$.

C. $G(x) = xF(x) - 1 + C$. **D.** $G(x) = F(x) - 1 + C$.

Lời giải

Vì $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ nên ta có:

$G(x) = \int [f(x) - 1]dx = \int f(x)dx - \int dx = F(x) - x + C$.

Câu 19. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai.**

A. Thể tích khối chóp có đường cao h và diện tích đáy B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

B. Thể tích khối lăng trụ có đường cao h và diện tích đáy B là $V = Bh$.

C. Thể tích khối tứ diện có đường cao h và diện tích đáy B là $V = \frac{1}{6}Bh$.

D. Thể tích khối lập phương cạnh a là $V = a^3$.

Lời giải

Ta có: thể tích khối tứ diện có đường cao h và diện tích đáy B là $V = \frac{1}{3}Bh$.

$\Rightarrow$ Đáp án câu **C** sai.

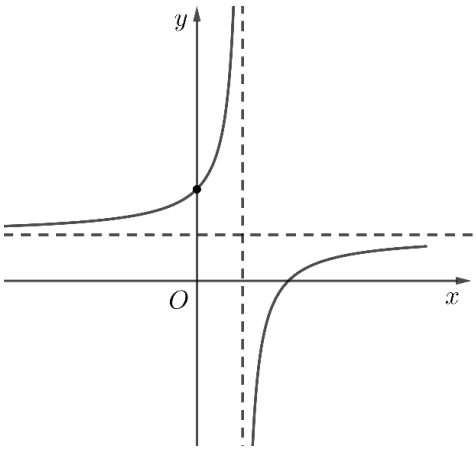
Câu 20. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3, u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** 18. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $u_2 = u_1.q \Leftrightarrow 6 = 3.q \Leftrightarrow q = \frac{6}{3} = 2$.

Câu 21. Cho hàm số $y = \frac{x+a}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>1$. **B.** $a\le -3$. **C.** $a<-1$. **D.** $a\ge 1$.

Lời giải

Giao điểm của đồ thị hàm số và trục Oy là $A(0,-a)$.

Đồ thị hàm số có TCN là $y=1$.

Từ đồ thị hàm số đề cho, $-a>1\Rightarrow a<-1$.

Câu 22. Với a là số thực thỏa mãn $\log_3 a=5$, khi đó $\log_3 3a$ bằng

A. 5. **B.** 15. **C.** 1 **D.** 6.

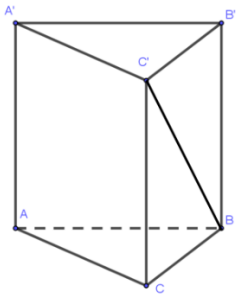
Lời giải

Ta có: $\log_3 3a=\log_3 3+\log_3 a=1+\log_3 a=6$

Câu 23. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B. Biết $AB=3\text{cm}$, $BC'=3\sqrt{2}\,\text{cm}$. Thể tích khối lăng trụ đã cho là

A. $\frac{9}{2}(cm^3)$. **B.** $9\sqrt{2}(cm^3)$. **C.** $9(cm^3)$. **D.** $\frac{27}{2}(cm^3)$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông cân tại B và $AB=3cm$ nên $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{9}{2}(cm^2)$

Lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $h=CC'=\sqrt{BC'^2-BC^2}=3(cm)$

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=S_{ABC}.h=\frac{9}{2}.3=\frac{27}{2}(cm^3)$

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ $\left(Oxz\right)$. Viết phương trình đường thẳng d'.

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

B. $\begin{cases}x=2+t\\y=3-2t\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

C. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=0\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

D. $\begin{cases}x=0\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(x;y;z\right)$ lên mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ là $M'\left(x;0;z\right)$. Do đó hình chiếu vuông góc của $d:\begin{cases}x=2+t\\y=-3+2t\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$ trên mặt phẳng tọa độ $\left(Oxz\right)$ là

$\left(d'\right):\begin{cases}x=2+t\\y=0\\z=1+3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 5. Biết $A\left(2;-1;0\right)$, $B\left(3;0;0\right)$, $C\left(1;-9;0\right)$ và $D\in Oz$. Tính tổng cao độ của các vị trí điểm D tìm được

A. 4.

B. 2.

C. -4.

D. 0.

Lời giải

Vì $D\in Oz$ nên $D\left(0;0;z\right)$.

Ta có:

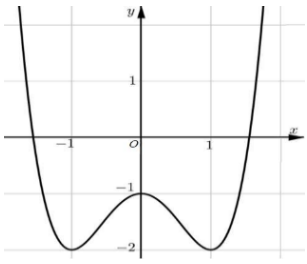
$\overrightarrow{AB}=\left(1;1;0\right),\overrightarrow{AC}=\left(-1;-8;0\right),\overrightarrow{AD}=\left(-2;1;z\right),\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(0;0;-7\right)$

$\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}=-7z$

Khi đó $V_{ABCD}=5\Leftrightarrow\frac{1}{6}\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\overrightarrow{AD}\right|=5\Leftrightarrow\frac{1}{6}\left|-7z\right|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\frac{30}{7}\\z=-\frac{30}{7}\end{array}\right.$

Vậy tổng cao độ của các vị trí điểm D bằng không.

Câu 26. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi xuống từ trái sang phải trong khoảng $(0;1)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng đó.

Câu 27. Cho biết hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và có một nguyên hàm là $F(x)$. Tìm $I=\int 2f(x)+f'(x)+1\,dx$

A. $I=2F(x)+f(x)+x+C$ **B.** $I=2F(x)+xf(x)+C$

C. $I=2xF(x)+x+1$ **D.** $I=2xF(x)+f(x)+x+C$

Lời giải

Ta có: $I=\int 2f(x)+f'(x)+1\,dx=\int 2f(x)dx+\int f'(x)dx+\int 1dx$

$\Rightarrow I=2F(x)+f(x)+x+C$

Câu 28. Trong mặt phẳng Oxy, cho $M\ 1;-2$ là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$, khi đó số phức z là

A. $2+i$. **B.** $2-i$. **C.** $1+2i$. **D.** $1-2i$.

Lời giải

Chọn C

Vì $M\ 1;-2$ là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ nên $\bar{z}=1-2i$.

Do đó $z=1+2i$.

Câu 29. Trong mặt phẳng Oxy, cho điểm $M(-1;3)$ là điểm biểu diễn số phức z. Môđun của số phức z bằng

B. 10. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 8.

Lời giải

$|z|=OM=\sqrt{(-1)^2+3^2}=\sqrt{10}$.

Câu 30. Cho $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_1^4 f(x)dx=5$, khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

A. 10. **B.** -3. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x+\int_c^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x \quad (a<c<b)$, ta có

$$\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=2+5=7.$$

Câu 31. **[Mức độ 2]** Điều kiện xác định của hàm số $y=(x-2)^{\sqrt{2}}$ là

A. $x\geq 2$. **B.** $x>2$. **C.** $x\neq 2$. **D.** $x<2$.

Lời giải

Do $\sqrt{2}\notin\mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định của hàm số là: $x-2>0\Leftrightarrow x>2$.

Vậy điều kiện xác định của hàm số là: $x>2$.

Câu 32. Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1}=6$ là

A. $\{-1;6\}$. **B.** $\{-1;2;3\}$. **C.** $\{\log_2 3\}$. **D.** $\{-1;\log_2 3\}$.

Lời giải

Ta có $2^{x+1}=6\Leftrightarrow x+1=\log_2 6\Leftrightarrow x=\log_2 6-1=\log_2 3$.

Tập nghiệm của phương trình $2^{x+1}=6$ là $S=\{\log_2 3\}$.

Câu 33. Cho hình thang $ABCD$ vuông tại A và D, $AB=AD=a$, $CD=2a$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo ra khi cho hình thang $ABCD$ quay quanh trục AD.

A. $2\pi a^3$. **B.** $\frac{7\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{\pi a^3}{2}$.

Lời giải

Khi xoay hình thang $ABCD$ quay quanh trục AD ta được khối nón cụt có chiều cao $h=a$, bán kính hai đáy lần lượt là a và $2a$. Suy ra diện tích hai đáy lần lượt là $S_1=\pi a^2$, $S_2=4\pi a^2$

Thể tích khối nón cụt là $V=\frac{1}{3}h\left(S_1+S_2+\sqrt{S_1S_2}\right)=\frac{1}{3}a\left(\pi a^2+4\pi a^2+\sqrt{4\pi^2a^4}\right)=\frac{7\pi a^3}{3}$.

Câu 34. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x-1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $f'(x)=\frac{3}{(x+2)^2}>0,\forall x\in[1;3]$. Hàm số đồng biến trên đoạn $[1;3]$.

Do đó $\underset{[1;3]}{Max}\, f(x)=f(3)=\frac{2}{5}$.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$; $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là:

A. $y-2z+2=0$. **B.** $x+2z-3=0$. **C.** $2y-z+1=0$. **D.** $x+y-z=0$.

Lời giải

Trục Ox nhận $\vec{i}=(1;0;0)$ làm véc tơ chỉ phương

Mặt phẳng (α) chứa hai điểm $A;B$ và song song với trục Ox nhận véc tơ $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB};\vec{i}\right]=\left(0;1;-2\right)$ làm véc tơ pháp tuyến

Ta có phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là $0(x-1)+1(y-0)-2(z-1)=0$

$\Leftrightarrow y-2z+2=0$

Phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ là $y-2z+2=0$

Câu 36. Cho số phức $z=a+bi$, $\left(a,\,b\in\mathbb{R}\right)$ thỏa mãn $\dfrac{z+2}{z+2i}$ là một số thuần ảo. Khi số phức z có môđun nhỏ nhất, hãy tính $a+b$.

A. $a+b=0$. **B.** $a+b=2\sqrt{2}-1$. **C.** $a+b=4$. **D.** $a+b=2\sqrt{2}$.

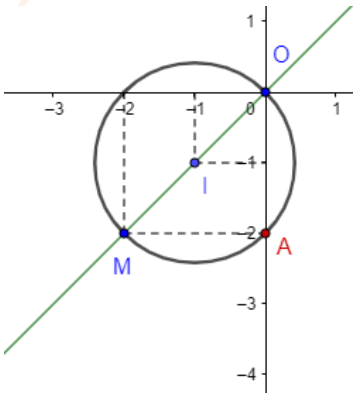
Lời giải

+ Điều kiện: $z\neq -2i$.

+ $\dfrac{z+2}{z+2i}=\dfrac{a+2+bi}{a+(b+2)i}$

$=\dfrac{(a+2+bi)\left[a-(b+2)i\right]}{a^2+(b+2)^2}$

$=\dfrac{a^2+b^2+2a+2b-(2a+2b+4)i}{a^2+(b+2)^2}$.



+ $\dfrac{z+2}{z+2i}$ là một số thuần ảo $\Leftrightarrow \dfrac{a^2+b^2+2a+2b}{a^2+(b+2)^2}=0\Leftrightarrow a^2+b^2+2a+2b=0;\ a^2+(b+2)^2\neq 0$.

Gọi $M\left(a;b\right)$ là điểm biểu diễn của số phức z.

Tập hợp điểm biểu diễn M là đường tròn tâm $I\left(-1;-1\right)$, $R=\sqrt{2}$ bỏ đi điểm $A(0;-2)$.

Khi đó dễ thấy: $|z|_{\min}\Leftrightarrow OM_{\min}\Leftrightarrow M\equiv O\Rightarrow a+b=0$.

Câu 37. Có bao nhiêu số nguyên dương thuộc tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(31-x^2\right)\geq 3$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Bất phương trình đã cho tương đương:

$31-x^2\geq 27\Leftrightarrow x^2\leq 4\Leftrightarrow -2\leq x\leq 2$.

Bất phương trình có 2 nghiệm nguyên dương là $x\in\{1,2\}$.

Câu 38. Có bao nhiêu số phức $z=x+yi$ $\left(x,y\in\mathbb{Z}\right)$ thỏa mãn $z.\bar{z}\leq 4$.

A. Vô số. **B.** 5 **C.** 9 **D.** 13

Lời giải

Ta có $\bar{z}=x-yi \Rightarrow z.\bar{z}\le 4 \Leftrightarrow (x+yi)(x-yi)\le 4 \Leftrightarrow x^2+y^2\le 4$.

Suy ra $\begin{cases} -2\le x\le 2 \\ -2\le y\le 2 \end{cases}$.

Mà $x,y\in\mathbb{Z}$ nên ta có:

+/ $x=\pm 2$ và $y=0$ suy ra có 2 số phức tương ứng.

+/ $x=\pm 1$ và $y=\pm 1$ suy ra có 4 số phức tương ứng.

+/ $x=\pm 1$ và $y=0$ suy ra có 2 số phức tương ứng.

+/ $x=0$ và $y=0$ suy ra có 1 số phức tương ứng.

+/ $x=0$ và $y=\pm 1$ suy ra có 2 số phức tương ứng.

+/ $x=0$ và $y=\pm 2$ suy ra có 2 số phức tương ứng.

Vậy tất cả có $2+4+2+1+2+2=13$ số phức.

Câu 39. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z_1=a+(a^2-2a+2)i$ (với $a\in\mathbb{R}$) và N là điểm biểu diễn số phức z_2 biết $|z_2-2-i|=|\overline{z_2}-6-i|$. Khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm M, N bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. **D.** 1.

Lời giải

Điểm $M\left(a;a^2-2a+2\right)$ biểu diễn số phức $z_1=a+(a^2-2a+2)i$.

Đặt $z_2=b+ci\ (b;c\in\mathbb{R})$.

Ta có: $|z_2-2-i|=|\overline{z_2}-6-i| \Leftrightarrow (b-2)^2+(c-1)^2=(b-6)^2+(-c-1)^2 \Leftrightarrow 2b-c-8=0$.

Vậy tập hợp các điểm N biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng d có phương trình: $2x-y-8=0$.

Ta có MN nhỏ nhất bằng giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ M đến đường thẳng d.

Mà $d(M,d)=\frac{|2a-a^2+2a-2-8|}{\sqrt{5}}=\frac{|a^2-4a+10|}{\sqrt{5}}=\frac{|(a-2)^2+6|}{\sqrt{5}}\ge\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Vậy khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm M, N bằng $\frac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x)+f'(x)=e^{-x},\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ là

A. xe^x+x+C. **B.** $(x+1)e^x+C$. **C.** $xe^{-x}+x+C$. **D.** $(x-1)e^x+C$.

Lời giải

Ta có: $f(x)+f'(x)=e^{-x} \Leftrightarrow e^x f(x)+e^x f'(x)=1$

$\Leftrightarrow \left(f(x).e^x\right)'=1 \Leftrightarrow f(x)e^x=\int 1dx=x+C_1$.

Với $x=0$ ta có $C_1=2$ do đó $f(x)e^x=x+2$.

Suy ra $f(x)e^{2x}==f(x)e^x.e^x=(x+2)e^x$.

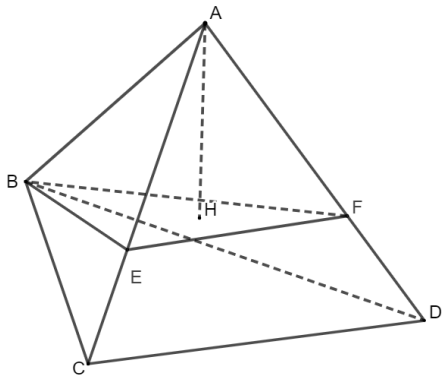
Đặt $\begin{cases}u=x+2\\dv=e^x dx\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}du=dx\\v=e^x\end{cases}$

Vậy $\int f(x)e^{2x}dx=\int(x+2)e^x dx=(x+2)e^x-\int e^x dx=(x+2)e^x-e^x+C=(x+1)e^x+C$.

Câu 41. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=1;\ AC=2;\ AD=3$ và $BAC=CAD=DAB=60^0$. Tính thể tích V của khối tứ diện $ABCD$.

A. $V=\dfrac{\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Trên cạnh AC lấy E, trên cạnh AD lấy F sao cho $AE=AF=AB=1$.

Khi đó các tam giác ABE, AEF, ABF đều là các tam giác đều cạnh bằng 1. Suy ra tứ diện $ABEF$ là tứ diện đều cạnh bằng 1.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (BFE), khi đó H trùng với trọng tâm tam giác BFE.

Ta có $BH=\dfrac{2}{3}.1.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. Suy ra $AH=\sqrt{AB^2-BH^2}=\sqrt{1-\dfrac{1}{3}}=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.

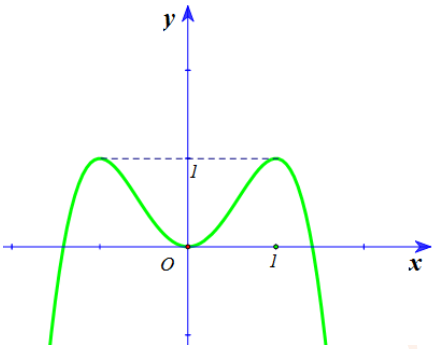
Lại có $V_{ABEF}=\dfrac{1}{3}.S_{BFE}.AH=\dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{4}.\dfrac{\sqrt{6}}{3}=\dfrac{\sqrt{2}}{12}$.

Mà $\dfrac{V_{ABEF}}{V_{ABCD}}=\dfrac{AB}{AB}.\dfrac{AE}{AC}.\dfrac{FA}{AD}=1.\dfrac{1}{2}.\dfrac{1}{3}=\dfrac{1}{6}$. Suy ra $V_{ABCD}=6.\dfrac{\sqrt{2}}{12}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Chú ý: Có thể sử dụng công thức tính nhanh

$V=\frac{1}{6}.1.2.3.\sqrt{1+2.\cos 60^0.\cos 60^0.\cos 60^0-\cos^2 60^0-\cos^2 60^0-\cos^2 60^0}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới

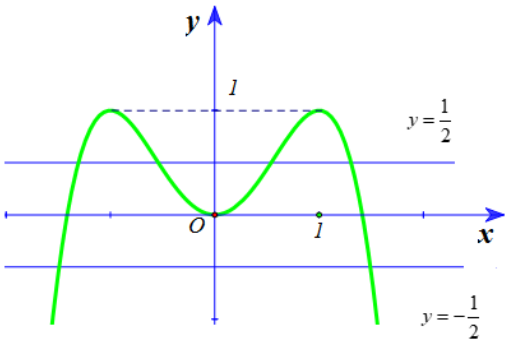


Số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $2|f(x)|-1=0\Leftrightarrow |f(x)|=\frac{1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\frac{1}{2} \\ f(x)=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$



Dựa vào đồ thị ta thấy đồ thị $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ tại 4 điểm phân biệt, cắt đường thẳng $y=\frac{-1}{2}$ tại 2 điểm phân biệt.

Khi đó phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ có 4 nghiệm và phương trình $f(x)=-\frac{1}{2}$ có 2 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;-3), B(0;-2;3)$ và mặt cầu $(S):(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=1$. Xét điểm M thay đổi trên mặt cầu (S), giá trị lớn nhất của MA^2+2MB^2 bằng

A. 84. **B.** 52. **C.** 102. **D.** 78.

Lời giải

Ta có: $P=MA^2+2MB^2=\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2=3MI^2+IA^2+2IB^2+2\overrightarrow{MI}.\left(\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}\right)$.

Trong đó toạ độ điểm $I(a;b;c)$ thoả mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$ do $A(3;1;-3), B(0;-2;3)$ nên ta có hệ phương trình: $\begin{cases}3-a+2(0-a)=0\\1-b+2(-2-b)=0\\-3-c+2(3-c)=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=1\\b=-1\\c=1\end{cases}\Rightarrow I(1;-1;1)\Rightarrow\begin{cases}IA=\sqrt{24}\\IB=\sqrt{6}\end{cases}$.

Khi đó $P=MA^2+2MB^2=3MI^2+36$, nên P đạt giá trị lớn nhất khi MI đạt giá trị lớn nhất.

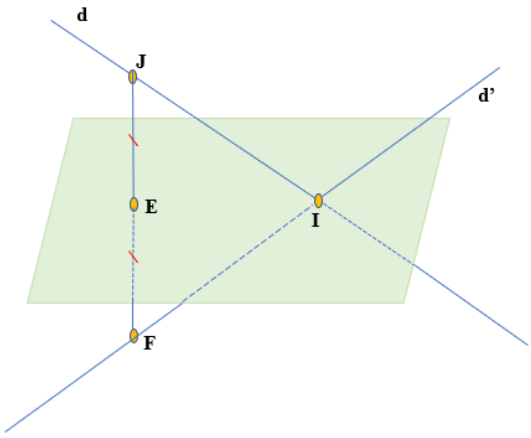
Xét mặt cầu $(S):(x+1)^2+y^2+(z-3)^2=1$ có tâm $H(-1;0;3); R=1$ mà $IH=3>R$ nên I nằm ngoài mặt cầu. Vậy điểm M thay đổi trên mặt cầu (S) để MI đạt giá trị lớn nhất khi $M;H;I$ thẳng hàng, H nằm giữa $M;I$, lúc đó $MI=IH+HM=IH+R=3+1=4$.

Vậy P đạt giá trị lớn nhất bằng $3.4^2+36=84$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $\frac{x}{-1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z}{-1}$. **C.** $\frac{x}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-2}{1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải



Giao điểm của đường thẳng d với mặt phẳng (Oyz) là $I(0;-1;2)$.

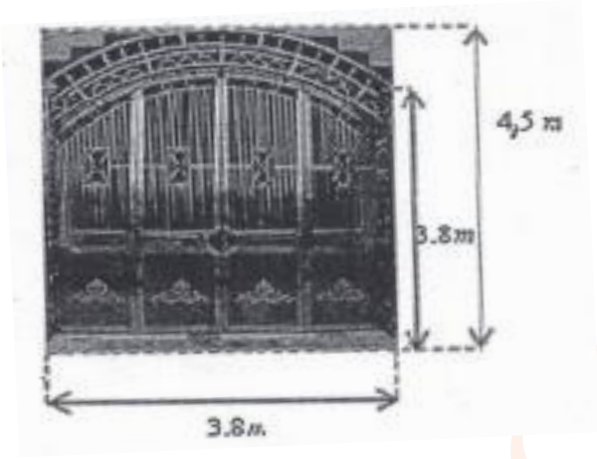
Lấy điểm $J(1;1;1)\in d$, ta suy ra hình chiếu của J trên mặt phẳng (Oyz) là $E(0;1;1)$.

Gọi F là điểm đối xứng với J qua mặt phẳng (Oyz), suy ra E là trung điểm của JF và $F(-1;1;1)$.

Vì đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oyz) nên d' đi qua $F(-1;1;1)$ và $I(0;-1;2)$. Do đó d' đi qua $I(0;-1;2)$ và nhận $\overrightarrow{IF}(-1;2;-1)$ làm vectơ chỉ phương.

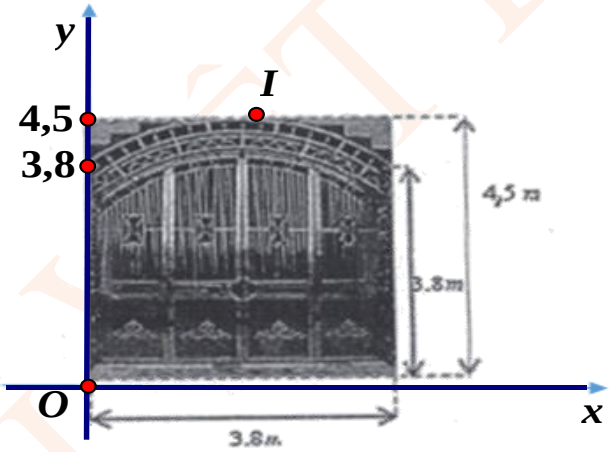
Chọn đáp án A.

Câu 45. Ông X muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol, chất liệu làm là inox. Giá $1m^2$ vật tư là 1.300.000 đồng. Hỏi ông X phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa như vậy (làm tròn đến hàng nghìn)



A. 13.050.000 đồng.
B. 36.630.000 đồng
C. 19.520.000 đồng.
D. 21.077.330 đồng.

Lời giải



Chọn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ

Gọi đường cong phía trên cổng là Parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, $a < 0$

Khi đó diện tích cánh cửa là diện tích hình thang cong giới hạn bởi các đường:

$(P): y = ax^2 + bx + c$; $y = 0$; $x = 0$; $x = 3,8$, tức là: $S = \int_0^{3,8} \left| ax^2 + bx + c \right| dx$

Với cách chọn hệ trục toạ độ Oxy như trên, $(P): y = ax^2 + bx + c$ cắt Oy tại $(0;3,8)$, có đỉnh $I(1,9;4,5)$, từ đó ta có:

$$\begin{cases} a<0 \\ c=3,8 \\ -\dfrac{b}{2a}=1,9 \\ -\dfrac{\Delta}{4a}=4,5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ c=3,8 \\ b=-3,8a \\ -b^2+4ac=18a \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ c=3,8 \\ b=-3,8a \\ \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\dfrac{-70}{361} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow I \begin{cases} c=3,8 \\ b=\dfrac{14}{19} \\ a=\dfrac{-70}{361} \end{cases}$$

Khi đó $S=\int_0^{3,8}\left|\frac{-70}{361}x^2+\frac{14}{19}x+3,8\right|dx=\frac{1216}{75}$

Số tiền cần tìm: $T=\frac{1216}{75}.1300000=21077333.33\approx 21.077.330$

Chọn đáp án D.

Câu 46. Xét các số thực x và y thỏa mãn $2^{x^2+y^2+1}\le\left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x$. Gọi M,m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\dfrac{4y}{2x+y+1}$. Tính $M+m$.

A. 2. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** -2. **D.** $-2\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $2^{x^2+y^2+1}\le\left(x^2+y^2-2x+2\right)4^x \Leftrightarrow 2^{x^2+y^2-2x+1}\le x^2+y^2-2x+2$

$$\Leftrightarrow 2^{(x-1)^2+y^2}\le(x-1)^2+y^2+1.$$

Đặt $t=(x-1)^2+y^2\ (t\ge 0)$, khi đó ta có $2^t\le t+1\Leftrightarrow 2^t-t-1\le 0$.

Xét hàm số $g(t)=2^t-t-1\Rightarrow g'(t)=2^t.\ln 2-1$.

$g'(t)=0\Leftrightarrow t=\log_2(1/\ln 2)=t_1\approx 0,528$.

Ta có bảng biến thiên:

t	0		t_1		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	
g	0	↘		↗	$+\infty$

Ta thấy $g(0)=g(1)=0$

$\Rightarrow g(t)\le 0\Leftrightarrow 0\le t\le 1\Leftrightarrow 0\le(x-1)^2+y^2\le 1$.

Mặt khác $P=\dfrac{4y}{2x+y+1}\Rightarrow 2Px+(P-4)y+P=0\Leftrightarrow 2P.(x-1)+(P-4).y=-3P$.

Theo bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có

$$\left[2P.(x-1)+(P-4).y\right]^2=(-3P)^2\le\left[(2P)^2+(P-4)^2\right].\left[(x-1)^2+y^2\right]$$

$\Leftrightarrow 9P^2 \le 5P^2 - 8P + 16 \Leftrightarrow 4P^2 + 8P - 16 \le 0 \Leftrightarrow -1-\sqrt{5} \le P \le -1+\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} \dfrac{2P}{x-1} = \dfrac{P-4}{y} \\ (x-1)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x^2 + 2y^2 - x - 1 = 0 \\ (x-1)^2 + y^2 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{1}{3} \\ y = \pm\dfrac{\sqrt{5}}{3} \end{cases}$.

Suy ra $M = -1+\sqrt{5}; m = -1-\sqrt{5} \Rightarrow M + m = -2$.

Câu 47. Tính tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_2\left(x^2+3\right) - \log_2 x + x^2 - 4x + 1 \le 0$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện: $x > 0$.

$\log_2\left(x^2+3\right) - \log_2 x + x^2 - 4x + 1 \le 0 \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+3\right) + x^2 + 3 \le \log_2 4x + 4x \quad (*)$.

Xét hàm số $f(t) = \log_2 t + t, (t > 0)$.

Ta có $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 2} + 1 > 0, \forall t > 0 \Rightarrow f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó $(*) \Leftrightarrow f\left(x^2+3\right) \le f(4x) \Leftrightarrow x^2 + 3 \le 4x \Leftrightarrow x^2 - 4x + 3 \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 3$ (TM).

Mà $x \in \mathbb{Z} \Rightarrow x \in \{1;2;3\}$.

Vậy tổng tất cả các nghiệm nguyên của bất phương trình đã cho là 6.

Câu 48. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình $1 + \log_5\left(x^2+1\right) \ge \log_5\left(mx^2 + 4x + m\right)$ nghiệm đúng với mọi $x \in \mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô Số.

Lời giải

Điều kiện: $mx^2 + 4x + m > 0$.

$1 + \log_5\left(x^2+1\right) \ge \log_5\left(mx^2 + 4x + m\right) \Leftrightarrow \log_5 5\left(x^2+1\right) \ge \log_5\left(mx^2 + 4x + m\right)$

$\Leftrightarrow 5\left(x^2+1\right) \ge mx^2 + 4x + m$

$\Leftrightarrow (m-5)x^2 + 4x + m - 5 \le 0$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} mx^2 + 4x + m > 0, \forall x \in \mathbb{R} \ (1) \\ (m-5)x^2 + 4x + m - 5 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \ (2) \end{cases}$.

* Giải (1):

Với $m = 0$ thì $(1) \Leftrightarrow 4x > 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$ (vô lý).

Với $m \neq 0$ thì $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \Delta' = 4-m^2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0 \\ \left[\begin{array}{l} m<-2 \\ m>2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m>2.$

* Giải (2):

Với $m=5$ thì $(2) \Leftrightarrow 4x \le 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ (vô lý).

Với $m \neq 5$ thì $(2) \Leftrightarrow \begin{cases} m-5<0 \\ \Delta' = 4-(m-5)^2 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<5 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 3 \\ m \ge 7 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \le 3.$

Kết hợp (1) và (2) ta có $2<m\le 3$. Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m=3$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49. Cho hai số phức z, w thay đổi nhưng luôn thỏa mãn đẳng thức $(1+i)\left|z^2-2zi-1\right| = \dfrac{\left|2022\bar{z}+2022i\right|}{w} + 2 - 2i$. Giá trị lớn nhất của $|w|$ là

A. $\dfrac{2021\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{1011\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{2023\sqrt{2}}{4}$. **D.** 2019.

Lời giải

Đặt $u = z-i$, khi đó $z^2-2zi-1 = (z-i)^2 = u^2$.

Ta có : $(1+i)\left|z^2-2zi-1\right| = \dfrac{\left|2022\bar{z}+2022i\right|}{w} + 2 - 2i$

$\Leftrightarrow (1+i)|u|^2 - 2 + 2i = \dfrac{2022.|\bar{z}+i|}{w} \Leftrightarrow w = \dfrac{2022|u|}{(1+i)|u|^2 - 2 + 2i} \Leftrightarrow w = \dfrac{2022|u|}{(1+i)\left(|u|^2+2i\right)}$

$\Rightarrow |w| = \dfrac{2022|u|}{\sqrt{2}\sqrt{|u|^4+4}} \le \dfrac{2022|u|}{\sqrt{2}\sqrt{2.|u|^2.2}} = \dfrac{1011\sqrt{2}}{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $|u| = \sqrt{2} \Leftrightarrow |z-i| = \sqrt{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|w|$ là $\dfrac{1011\sqrt{2}}{2}$.

Câu 50. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[-3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Lời giải

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x - m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9 + 3m \le 0 \Leftrightarrow m \le -3.$$

HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT NINH BÌNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=6^x$ là

A. $y'=\dfrac{6^x}{\ln 6}$. **B.** $y'=x.6^x$. **C.** $y'=6^x\ln 6$. **D.** $y'=6^x$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(-3;-2)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\cos x+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+x+C$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3x-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 5: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 6: Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu, diện tích mặt cầu đó là

A. $S=\pi$. **B.** $S=4\pi$. **C.** $S=2\pi$. **D.** $S=\dfrac{4}{3}\pi$.

Câu 7. Lớp 12A có 40 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh tham gia cổ vũ cho SEA Games 31?

A. C_{40}^5. **B.** P_5. **C.** A_{40}^5. **D.** 8.

Câu 8. Số thực nào sau đây là một nghiệm của bất phương trình $3^x<9$?

A. 2. **B.** e. **C.** π. **D.** 1.

Câu 9. Cho một khối trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 6π. **B.** 9π. **C.** 15π. **D.** 18π.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

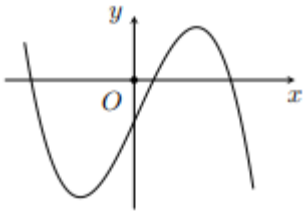
Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, với $\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$ là các véc-tơ đơn vị trên các trục. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(1;-3;2)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(2;-3;1)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=ax^3+3x+d,\ (a;d\in\mathbb{R})$, có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,d>0$. **B.** $a<0,d<0$.

C. $a>0,d<0$. **D.** $a<0,d>0$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $16a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\frac{16}{3}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 14. Cho a là một số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_{a^2} a=\frac{1}{2}$. **B.** $\log_a \sqrt{a}=\frac{1}{2}$. **C.** $\log_a a^2=\frac{1}{2}$. **D.** $\log_{a^2} a^2=1$.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=2-i;z_2=1-2i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $4-5i$. **B.** 5. **C.** $-5i$. **D.** $-4-5i$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=[0;+\infty)$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm nào sau đây biểu diễn số phức $z=3-5i$

A. $M(-5;3)$. **B.** $N(-3;-5)$. **C,** $P(3;-5)$. **D.** $Q(3;5)$.

Câu 18. Cho các hàm số $y=x^4+3x^2+1, y=x^3+x^2+5x+1, y=\frac{x-1}{x+2}$, $y=x^2+x+1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=x^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^4+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+C$.

Câu 20. Mô-đun của số phức $z=1-3i$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 21. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$, $B(3;-1;1)$, $C(1;1;1)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $S=\sqrt{2}$. **B.** $S=\sqrt{3}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\frac{1}{2}$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. $x=8$. **B.** $x=5$. **C.** $x=9$. **D.** $x=6$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

A. $I(-1;-4;3), R=3\sqrt{2}$. **B.** $I(1;-4;-3), R=3\sqrt{2}$.

C. $I(1;-4;3), R=3\sqrt{2}$. **D.** $I(1;4;3), R=3\sqrt{2}$.

Câu 24. Cho tứ diện $SABC$ có SA, SB, SC đôi một vuông góc với nhau, biết $SA=3a, SB=4a, SC=5a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $SABC$.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=\frac{5a^3}{2}$. **C.** $V=10a^3$. **D.** $V=5a^3$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=2, u_5=\frac{1}{2}$ và công bội $q>0$. Tính q.

A. $q=2$ **B.** $q=4$. **C.** $q=\frac{1}{4}$. **D.** $q=\frac{1}{2}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=1-t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=-1-t\end{cases}$.

Câu 27. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 2. **C.** 8. **D.** -2.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)(x-2)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 29. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, góc ABC bằng $60°$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;7)$ và điểm $B(2;1;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB là

A. $x+2y+2z-15=0$. **B.** $x-2y+2z+15=0$.

C. $x+2y+2z+15=0$. **D.** $x-2y+2z-15=0$.

Câu 31. Môn bóng đá nam tại SEA Games 31 có 10 đội tuyển tham dự, chia thành 2 bảng, mỗi bảng 5 đội. Ở vòng bảng, hai đội bất kỳ trong cùng một bảng sẽ gặp nhau một lần. Tính tổng số trận đấu ở vòng bảng môn bóng đá nam tại SEA Games 31?

A. 45. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 10.

Câu 32.[Mức độ 2] Cho hai số phức $z=\frac{3+4i}{i}$ và $w=z+i$. Phần ảo của số phức $\overline{w}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** –2. **D.** –3.

Câu 33.[Mức độ 2] Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^2)$ bằng

A. $1-2\log_3 a$. **B.** $1+2\log_3 a$. **C.** $1+\frac{1}{2}\log_3 a$. **D.** $3+2\log_3 a$.

Câu 34. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là điểm

A. $K(2;1)$. **B.** $L(-1;2)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $M(2;-1)$.

Câu 35. Nếu $\int_2^3 f(x)\,dx=-3$, $\int_2^5 f(x)\,dx=-7$ thì $\int_3^5 [2+f(x)]\,dx$ bằng

A. –4. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 8.

Câu 36. Cho hàm số $y=x^3+2x+m$, với m là tham số thực. Tìm m để 5 là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;2]$.

A. $m=-7$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=7$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-4+3t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+4t\\y=-1+3t\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2-4t\\y=-2-3t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=3-t\\z=1+3t\end{cases}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=0\\y=2+t\\z=-t\end{cases}$ và $d:\begin{cases}x=\sqrt{2}\\y=1+t'\\z=-1+t'\end{cases}$. Biết rằng có một hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thỏa mãn A,C cùng thuộc Ox, B,C' cùng thuộc Δ và D,B' cùng thuộc d, thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. 9. **B.** $18\sqrt{2}$. **C.** 18. **D.** $9\sqrt{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\mathrm{e}^{2x}+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=\dfrac{3}{2}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=\dfrac{5}{4}$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $\dfrac{\mathrm{e}+5}{2}$. **B.** $\dfrac{\mathrm{e}^2+2}{4}$. **C.** $\dfrac{\mathrm{e}^2+10}{4}$. **D.** $\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$.

Câu 41. Cho bất phương trình $\left[\log_5^2(5x)-6\log_5 x+2\right]\sqrt{32-2^{x-121}}\le 0\ (1)$. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn bất phương trình (1)?

A. 0. **B.** 122. **C.** 1. **D.** 121.

Câu 42. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 12.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao là 3, $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết năm mặt của khối chóp có diện tích bằng nhau, thể tích của khối chóp là

A. $\dfrac{8}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{36}{5}$. **D.** $\dfrac{16}{5}$.

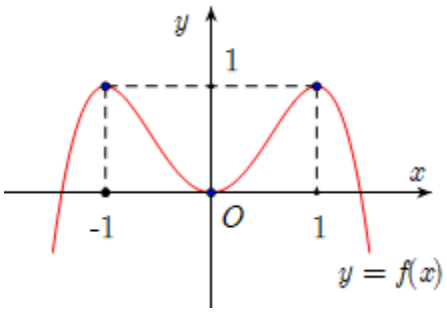
Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-7x+12\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(x^3-3x+m\right)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;5;2)$ và $B(5;13;10)$. Có bao nhiêu mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ với a,b,c là các số nguyên sao cho mặt cầu đi qua điểm A,B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy)?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là nghiệm thực của phương trình $f'\left(f\left(\mathrm{e}^x\right)\right)=0$. Số phần tử của S là



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 47. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC'=\sqrt{3}$. Biết rằng các khoảng cách từ các điểm A', B, D đến đường thẳng AC' là độ dài ba cạnh của một tam giác có diện tích $S=\dfrac{\sqrt{6}}{12}$, thể tích của khối hộp đã cho là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **D.** 1.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{6}x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Biết hàm số $g(x)=\left[f'(x)\right]^2-2f''(x)f(x)+\left[f'''(x)\right]^2$ có ba điểm cực trị $x_1<x_2<x_3$ và $g(x_1)=2$, $g(x_2)=5$, $g(x_3)=1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)+1}$ và trục Ox bằng

A. $\dfrac{1}{2}\ln\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{\ln 6}{2}$. **C.** $\ln 6$. **D.** $2\ln 6$.

Câu 49. Biết nửa khoảng $S=\left[p^m;p^n\right)\left(p;m;n\in\mathbb{N}^*\right)$ là tập tất cả các số thực y sao cho ứng với mỗi y tồn tại đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2-2x}-27\right)\left(5^{x^2}-y\right)\le 0$. Tổng $m+n+p$ bằng

A. $m+n+p=46$. **B.** $m+n+p=66$.

C. $m+n+p=14$. **D.** $m+n+p=30$.

Câu 50. Xét số phức z có phần thực âm và thỏa mãn $|z-1|=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+3-i|+|z-\sqrt{3}i|+|z+\sqrt{3}i|$ bằng

A. 6. **B.** $4+\sqrt{17}$. **C.** $3+\sqrt{17}$. **D.** $\sqrt{37}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.B	4.D	5.D	6.B	7.A	8.D	9.D	10.D
11.C	12.B	13.B	14.C	15.C	16.D	17.C	18.B	19.B	20.A
21.B	22.A	23.C	24.C	25.D	26.A	27.B	28.B	29.C	30.D
31.C	32.B	33.B	34.C	35.C	36.C	37.D	38.A	39.B	40.C
41.B	42.A	43.B	44.C	45.A	46.A	47.A	48.B	49.A	50.D

Hướng dẫn giải

Câu 1. Đạo hàm của hàm số $y=6^x$ là

A. $y'=\dfrac{6^x}{\ln 6}$. **B.** $y'=x.6^x$. **C.** $y'=6^x\ln 6$. **D.** $y'=6^x$.

Lời giải

Ta có: $y=6^x \Rightarrow y'=6^x\ln 6$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(-3;-2)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)<0,\ \forall x\in(-3;-2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)=\cos x+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\cos x+x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(\cos x+1)\mathrm{d}x=\sin x+x+C$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3x-1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+3x-1$ cắt trục tung tại điểm có hoành độ bằng 0 và có tung độ bằng -1.

Câu 5: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** -5. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\int_1^2 \left[f(x)-g(x) \right] \mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_1^2 g(x)\mathrm{d}x = 3-(-2)=5$.

Câu 6: Biết rằng khi quay một đường tròn có bán kính bằng 1 quanh một đường kính của nó ta được một mặt cầu, diện tích mặt cầu đó là

A. $S=\pi$. **B.** $S=4\pi$. **C.** $S=2\pi$. **D.** $S=\dfrac{4}{3}\pi$.

Lời giải

Mặt cầu có diện tích là $S=4\pi R^2=4\pi.1^2=4\pi$.

Câu 7. Lớp $12\mathrm{A}$ có 40 học sinh. Có bao nhiêu cách chọn ra 5 học sinh tham gia cổ vũ cho SEA Games 31?

A. C_{40}^5. **B.** P_5. **C.** A_{40}^5. **D.** 8.

Lời giải

Số cách chọn ra 5 học sinh từ 40 học sinh là số tổ hợp chập 5 của 40 . Vậy có C_{40}^5 cách chọn.

Câu 8. Số thực nào sau đây là một nghiệm của bất phương trình $3^x<9$?

A. 2. **B.** e. **C.** π. **D.** 1.

Lời giải

Vì $3^x<9 \Leftrightarrow x<2$ nên $x=1$ là một nghiệm của bất phương trình.

Câu 9. Cho một khối trụ có chiều cao bằng 2 và bán kính đáy bằng 3. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 6π. **B.** 9π. **C.** 15π. **D.** 18π.

Lời giải

Thể tích khối trụ đã cho bằng $V=\pi\cdot 3^2\cdot 2=18\pi$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

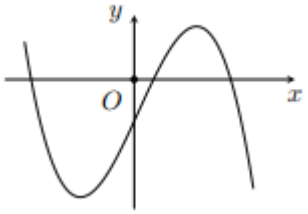
Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho véc-tơ $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$, với $\vec{i},\ \vec{j},\ \vec{k}$ là các véc-tơ đơn vị trên các trục. Tọa độ của véc-tơ $\vec{a}$ là

A. $(1;-3;2)$. **B.** $(2;3;1)$. **C.** $(2;-3;1)$. **D.** $(1;2;-3)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}$ suy ra $\vec{a}=(2;-3;1)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=ax^3+3x+d,\ (a;d\in\mathbb{R})$, có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,d>0$. **B.** $a<0,d<0$.

C. $a>0,d<0$. **D.** $a<0,d>0$.

Lời giải

Từ hình dáng đồ thị suy ra $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax^3+3x+d\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}a\left(1+\dfrac{3}{x^2}+\dfrac{d}{x^3}\right)=-\infty\Rightarrow a<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm do đó $d<0$.

Câu 13. Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh a và chiều cao bằng $4a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $16a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $\dfrac{16}{3}a^3$. **D.** $\dfrac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ đã cho là : $V=B.h=a^2.4a=4a^3$.

Câu 14. Cho a là một số thực dương khác 1. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\log_{a^2}a=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\log_a\sqrt{a}=\dfrac{1}{2}$. **C.** $\log_a a^2=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\log_{a^2}a^2=1$.

Lời giải

Ta có $\log_{a^2}a=\dfrac{1}{2}$, $\log_a\sqrt{a}=\dfrac{1}{2}$, $\log_a a^2=2$, $\log_{a^2}a^2=1$ đúng.

+ Vì $\log_a a^2=2$ nên $\log_a a^2=\dfrac{1}{2}$ là khẳng định sai.

Câu 15. Cho hai số phức $z_1=2-i;z_2=1-2i$. Số phức $z_1.z_2$ bằng

A. $4-5i$. **B.** 5. **C.** $-5i$. **D.** $-4-5i$.

Lời giải

Ta có $z_1.z_2=(2-i)(1-2i)=-5i$.

Câu 16. Tập xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{3}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=[0;+\infty)$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Lời giải

Do $\sqrt{3}\notin\mathbb{Z}$, nên điều kiện xác định của hàm số $y=x^{\sqrt{3}}$ là $x>0$.

Vậy tập xác định của hàm số đã cho là $D=(0;+\infty)$.

Câu 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm nào sau đây biểu diễn số phức $z=3-5i$

A. $M(-5;3)$. **B.** $N(-3;-5)$. **C.** $P(3;-5)$. **D.** $Q(3;5)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn số phức $z=3-5i$ là điểm $P(3;-5)$.

Câu 18. Cho các hàm số $y=x^4+3x^2+1, y=x^3+x^2+5x+1, y=\dfrac{x-1}{x+2}$, $y=x^2+x+1$. Trong các hàm số đã cho, có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Các hàm số bậc bốn trùng phương $y=x^4+3x^2+1$, hàm số bậc hai $y=x^2+x+1$, hàm phân thức $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=x^3+x^2+5x+1$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $y'=3x^2+2x+5>0,\forall x\in\mathbb{R}$, nên hàm số $y=x^3+x^2+5x+1$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy chỉ có 1 hàm số trong các hàm số trên đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19. Cho hàm số $f(x)=x^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=4x^4+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+C$.

Lời giải.

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+C$.

Câu 20. Mô-đun của số phức $z=1-3i$ bằng

A. $\sqrt{10}$. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 4.

Lời giải.

Ta có $|z|=\sqrt{1^2+(-3)^2}=\sqrt{10}$.

Câu 21. Trong không gian toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;2;0)$, $B(3;-1;1)$, $C(1;1;1)$. Tính diện tích tam giác ABC.

A. $S=\sqrt{2}$. **B.** $S=\sqrt{3}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(2;-3;1)\\ \overrightarrow{AC}=(0;-1;1)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-2;-2;-2)$.

Vậy $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}.\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}.\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{3}$.

Câu 22. Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. $x=8$. **B.** $x=5$. **C.** $x=9$. **D.** $x=6$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

Ta có $\log_2 x=3\Leftrightarrow x=2^3\Leftrightarrow x=8$ (thỏa mãn điều kiện).

Vậy $x=8$ là nghiệm của phương trình .

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=18$.

A. $I(-1;-4;3),R=3\sqrt{2}$. **B.** $I(1;-4;-3),R=3\sqrt{2}$.

C. $I(1;-4;3),R=3\sqrt{2}$. **D.** $I(1;4;3),R=3\sqrt{2}$.

Lời giải

Mặt cầu có tâm $I(1;-4;3)$ và bán kính $R=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$.

Câu 24. Cho tứ diện $SABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau, biết $SA=3a,SB=4a,SC=5a$. Tính theo a thể tích khối tứ diện $SABC$.

A. $V=20a^3$. **B.** $V=\frac{5a^3}{2}$. **C.** $V=10a^3$. **D.** $V=5a^3$.

Lời giải

Vì tứ diện $SABC$ có SA,SB,SC đôi một vuông góc với nhau nên thể tích của khối tứ diện $SABC$ bằng : $V_{SABC}=\frac{1}{6}SA.SB.SC=10a^3$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=2,u_5=\frac{1}{2}$ và công bội $q>0$. Tính q.

A. $q=2$ **B.** $q=4$. **C.** $q=\frac{1}{4}$. **D.** $q=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có : $\begin{cases}u_5=u_1.q^4\\ u_3=u_1.q^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{1}{2}=u_1.q^4\\ 2=u_1.q^2\end{cases}\Rightarrow q^2=\frac{1}{4}\Rightarrow q=\frac{1}{2}(do\ q>0)$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=-1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2-2t \\ y=1-t \\ z=-1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Lời giải

Đặt $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-1}{-1}=t \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{x-2}{2}=t \\ \dfrac{y+1}{-1}=t \\ \dfrac{z-1}{-1}=t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-2=2t \\ y+1=-t \\ z-1=-t \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=1-t \end{cases}$.

Vậy phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=2+2t \\ y=-1-t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 27. Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$ và $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -8. **B.** 2. **C.** 8. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-3+5=2$.

Vậy $\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=2$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)(x-2)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^3(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu thì hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

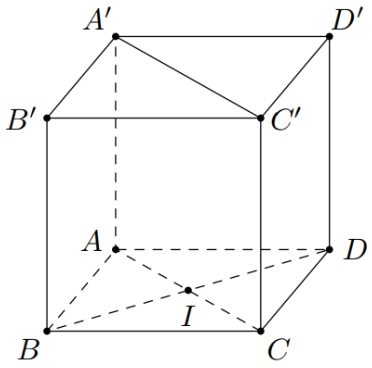
Cách 2: Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^3(x-1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

$f'(x)=0$ có ba nghiệm bội lẻ nên hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 29. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh $2a$, góc ABC bằng $60°$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $2a\sqrt{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** a.

Lời giải



Gọi $\{I\}=AC\cap BD$ thì I là trung điểm của AC.

Vì $ABCD$ là hình thoi nên $AC\perp BD$.

Ta có: $\begin{cases} BI\perp AC \\ BI\perp AA' \end{cases} \Rightarrow BI\perp(ACC'A') \Rightarrow BI=d(B,(ACC'A'))$.

ΔABC cân tại B, lại có $ABC=60°$ nên ΔABC đều cạnh $2a \Rightarrow BI=\frac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;7)$ và điểm $B(2;1;3)$. Phương trình mặt phẳng trung trực đoạn AB là

A. $x+2y+2z-15=0$. **B.** $x-2y+2z+15=0$.

C. $x+2y+2z+15=0$. **D.** $x-2y+2z-15=0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm của đoạn AB, suy ra $I(3;-1;5)$.

Mặt phẳng trung trực đoạn AB qua điểm I và nhận $\overrightarrow{AB}=(-2;4;-4)$ làm vecto pháp tuyến, phương trình mặt phẳng là:

$$-2(x-3)+4(y+1)-4(z-5)=0 \Leftrightarrow -2x+4y-4z+30=0 \Leftrightarrow x-2y+2z-15=0.$$

Câu 31. Môn bóng đá nam tại SEA Games 31 có 10 đội tuyển tham dự, chia thành 2 bảng, mỗi bảng 5 đội. Ở vòng bảng, hai đội bất kỳ trong cùng một bảng sẽ gặp nhau một lần. Tính tổng số trận đấu ở vòng bảng môn bóng đá nam tại SEA Games 31?

A. 45. **B.** 40. **C.** 20. **D.** 10.

Lời giải

Tổng số trận đấu ở vòng bảng của môn bóng đá nam tại SEA Games 31 là: $2.C_5^2 = 20$ (trận).

Câu 32.[Mức độ 2] Cho hai số phức $z = \dfrac{3+4i}{i}$ và $w = z + i$. Phần ảo của số phức $\overline{w}$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** –2. **D.** –3.

Lời giải

Ta có $w = z + i = \dfrac{3+4i}{i} + i = (3+4i)(-i) + i = 4 - 2i \Rightarrow \overline{w} = 4+2i$.

Phần ảo của số phức $\overline{w}$ là 2.

Câu 33. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3(3a^2)$ bằng

A. $1-2\log_3 a$. **B.** $1+2\log_3 a$. **C.** $1+\dfrac{1}{2}\log_3 a$. **D.** $3+2\log_3 a$.

Lời giải

Ta có $\log_3(3a^2) = \log_3 3 + \log_3 a^2 = 1 + 2\log_3 a$.

Câu 34. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là điểm

A. $K(2;1)$. **B.** $L(-1;2)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $M(2;-1)$.

Lời giải

Nhận xét: Tâm đối xứng của đồ thị hàm số đã cho là giao điểm của hai đường tiệm cận.

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$

+) Ta có : $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = 2 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 2$.

+) Ta có : $\begin{cases} \lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{2x+1}{x-1} = +\infty \\ \lim\limits_{x\to 1^-} y = \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{2x+1}{x-1} = -\infty \end{cases} \Rightarrow$ đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

$\Rightarrow$ Giao điểm hai đường tiệm cận là điểm $I(1;2)$.

Vậy tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là điểm $I(1;2)$.

Câu 35. Nếu $\int\limits_2^3 f(x)\,dx = -3$, $\int\limits_2^5 f(x)\,dx = -7$ thì $\int\limits_3^5 [2 + f(x)]dx$ bằng

A. –4. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int_3^5 [2+f(x)]\mathrm{d}x = \int_3^5 2\mathrm{d}x + \int_3^5 f(x)\,\mathrm{d}x$

$= \int_3^5 2\mathrm{d}x + \int_2^5 f(x)\,\mathrm{d}x - \int_2^3 f(x)\,\mathrm{d}x = 2x\big|_3^5 + (-7) - (-3) = 4-7+3 = 0$.

Vậy $\int_3^5 [2+f(x)]\mathrm{d}x = 0$.

Câu 36. Cho hàm số $y = x^3 + 2x + m$, với m là tham số thực. Tìm m để 5 là giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;2]$.

A. $m=-7$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=2$. **D.** $m=7$.

Lời giải

Ta có $y' = 3x^2 + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

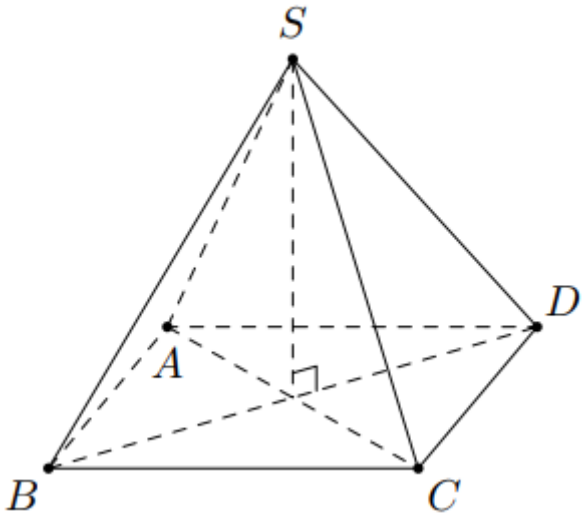
Do đó $\min\limits_{[1;2]} y = y(1) = 3+m$.

Ta cần có $3+m=5 \Leftrightarrow m=2$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Số đo góc giữa hai đường thẳng SA và CD bằng

A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải



Vì $ABCD$ là hình thoi nên $CD \,//\, AB$. Do đó góc giữa SA và CD là góc giữa SA và AB. Mà tam giác SAB đều nên $(SA,CD) = (SA,AB) = 60°$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;2;0)$, $B(2;0;2)$, $C(2;-1;3)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+4t \\ y=-1+3t \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-2-4t \\ y=-2-3t \\ z=2-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+2t \\ y=3-t \\ z=1+3t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(1;-2;2)$; $\overrightarrow{AD}=(0;-1;3)$.

Mặt phẳng (ABD) có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}_{(ABD)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]=(-4;-3;-1)$.

Đường thẳng đi qua C và vuông góc với mặt phẳng (ABD) có một vectơ chỉ phương $\vec{u}=(4;3;1)$

Vậy phương trình đường thẳng là $\begin{cases} x=2+4(t-1) \\ y=-1+3(t-1) \\ z=3+(t-1) \end{cases}$ hay $\begin{cases} x=-2+4t \\ y=-4+3t \\ z=2+t \end{cases}$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=0 \\ y=2+t \\ z=-t \end{cases}$ và $d:\begin{cases} x=\sqrt{2} \\ y=1+t' \\ z=-1+t' \end{cases}$. Biết rằng có một hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ thỏa mãn A,C cùng thuộc Ox, B,C' cùng thuộc Δ và D,B' cùng thuộc d, thể tích của khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là

A. 9. **B.** $18\sqrt{2}$. **C.** 18. **D.** $9\sqrt{2}$.

Lời giải

Vì A,C cùng thuộc Ox, gọi $A(a;0;0)$, $C(c;0;0)$.

B,C' cùng thuộc Δ nên gọi $B(0;2+t_1;-t_1)$, $C'(0;2+t_2;-t_2)$.

D,B' cùng thuộc d nên gọi $D(\sqrt{2};1+t_3;-1+t_3)$, $B'(\sqrt{2};1+t_4;-1+t_4)$.

Theo giả thiết $ABCD.A'B'C'D'$ là hình hộp nên :

Ta có $\overrightarrow{C'C}=\overrightarrow{B'B}\Leftrightarrow\begin{cases} c=-\sqrt{2} \\ -2-t_2=1+t_1-t_4 \\ t_2=1-t_1-t_4 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} c=-\sqrt{2} \\ t_4=2 \\ t_2=-1-t_1 \end{cases}(I)$.

Và $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}\Leftrightarrow\begin{cases} -a=c-\sqrt{2} \\ 2+t_1=-1-t_3 \\ -t_1=1-t_3 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=\sqrt{2}-c \\ t_1=-2 \\ t_3=-1 \end{cases}(II)$.

Từ (I) và (II), suy ra $c=-\sqrt{2};a=2\sqrt{2};t_1=-2;t_2=1;t_3=-1;t_4=2$.

Khi đó $A(2\sqrt{2};0;0)$, $C(-\sqrt{2};0;0)$, $B(0;0;2)$, $B'(\sqrt{2};3;1)$,

suy ra $\overrightarrow{BA}=(2\sqrt{2};0;-2)$, $\overrightarrow{BC}=(-\sqrt{2};0;-2)$, $\overrightarrow{BB'}=(\sqrt{2};3;-1)$.

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V=\left|\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right].\overrightarrow{BB'}\right|=18\sqrt{2}$.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\mathrm{e}^{2x}+1$, $\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=\dfrac{3}{2}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=\dfrac{5}{4}$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $\dfrac{\mathrm{e}+5}{2}$. **B.** $\dfrac{\mathrm{e}^2+2}{4}$. **C.** $\dfrac{\mathrm{e}^2+10}{4}$. **D.** $\dfrac{\mathrm{e}+1}{2}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=\mathrm{e}^{2x}+1\Rightarrow f(x)=\int\left(\mathrm{e}^{2x}+1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2}+x+C_1$.

Vì $f(0)=\dfrac{3}{2}$ nên $\dfrac{1}{2}+C_1=\dfrac{3}{2}\Rightarrow C_1=1$.

Do đó $f(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2}+x+1$.

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)\Rightarrow F(x)=\int\left(\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2}+x+1\right)\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{4}+\dfrac{x^2}{2}+x+C_2$.

Vì $F(0)=\dfrac{5}{4}$ nên $\dfrac{1}{4}+C_2=\dfrac{5}{4}\Rightarrow C_2=1\Rightarrow F(x)=\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{4}+\dfrac{x^2}{2}+x+1$.

Vậy $F(1)=\dfrac{\mathrm{e}^2}{4}+\dfrac{1}{2}+1+1=\dfrac{\mathrm{e}^2+10}{4}$.

Câu 41. Cho bất phương trình $\left[\log_5^2(5x)-6\log_5 x+2\right]\sqrt{32-2^{x-121}}\le 0\ (1)$. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn bất phương trình (1)?

A. 0. **B.** 122. **C.** 1. **D.** 121.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\32-2^{x-121}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 0<x\le 126$ (*).

Dễ thấy $x=126$ thoả mãn bất phương trình.

Với $0<x<126$ thì bất phương trình tương đương với

$\log_5^2(5x)-6\log_5 x+2\le 0\Leftrightarrow \log_5^2 x-4\log_5 x+3\le 0\Leftrightarrow 1\le\log_5 x\le 3\Leftrightarrow x\in[5;125]$.

Do đó có 122 số nguyên thoả mãn bất phương trình đã cho.

Câu 42. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)|z_2|$?

A. 5. **B.** 6. **C.** 11. **D.** 12.

Lời giải

Xét phương trình $z^2-mz+m+8=0$ $(*)$ có $\Delta=m^2-4m-32$.

•***Trường hợp 1.*** $\Delta>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-4\\m>8\end{array}\right.$. Khi đó phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $z_1,z_2\in\mathbb{R}$.

Áp dụng định lí Vi-ét, ta có $\begin{cases}z_1+z_2=m\\z_1.z_2=m+8\end{cases}$.

Ta có $\left|z_1^2+mz_2\right|=\left|z_1^2+\left(z_1+z_2\right)z_2\right|=\left|z_1^2+z_2^2+z_1.z_2\right|=\left|\left(z_1+z_2\right)^2-z_1.z_2\right|=\left|m^2-m-8\right|$.

Từ giả thiết $\left|z_1\left(z_1^2+mz_2\right)\right|=\left(m^2-m-8\right)\left|z_2\right|\Leftrightarrow\left|z_1\right|.\left|z_1^2+mz_2\right|=\left(m^2-m-8\right).\left|z_2\right|$

$$\Leftrightarrow\left|z_1\right|.\left|m^2-m-8\right|=\left(m^2-m-8\right).\left|z_2\right|\ (1)$$

Khi đó với mọi $m\in(-\infty;-4)\cup(8;+\infty)$ thì $(1)\Leftrightarrow\left|z_1\right|.\left(m^2-m-8\right)=\left(m^2-m-8\right).\left|z_2\right|$

$$\Leftrightarrow\left|z_1\right|=\left|z_2\right|\Leftrightarrow z_1=-z_2$$

$$\Leftrightarrow z_1+z_2=0\Leftrightarrow m=0\ \text{(Loại)}.$$

Trường hợp 2. $\Delta<0\Leftrightarrow-4<m<8$. Khi đó phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $z_1,z_2\notin\mathbb{R}$ là hai số phức liên hợp $\Rightarrow\left|z_1\right|=\left|z_2\right|$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow\left|m^2-m-8\right|=m^2-m-8$

$$\Leftrightarrow m^2-m-8\geq0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq\dfrac{1-\sqrt{33}}{2}\\m\geq\dfrac{1+\sqrt{33}}{2}\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện $-4<m<8$, suy ra $m\in\left(-4;\dfrac{1-\sqrt{33}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1+\sqrt{33}}{2};8\right)$.

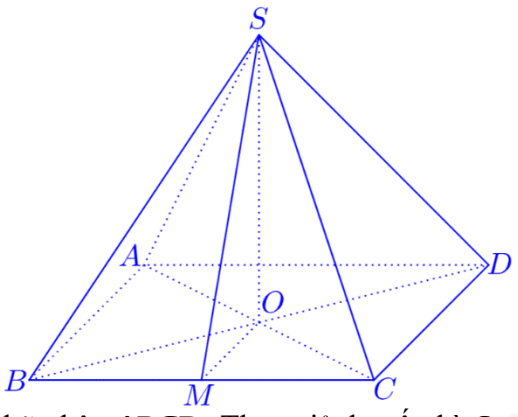
Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-3;4;5;6;7\}$.

Vậy có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có chiều cao là 3, $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết năm mặt của khối chóp có diện tích bằng nhau, thể tích của khối chóp là

A. $\dfrac{8}{5}$. **B.** $\dfrac{12}{5}$. **C.** $\dfrac{36}{5}$. **D.** $\dfrac{16}{5}$.

Lời giải



Gọi O là tâm của hình chữ nhật $ABCD$. Theo giả thuyết thì S cách đều AB và CD, đồng thời S cách đều AD, BC. Do đó hình chiếu của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ cũng thỏa mãn tính chất này, từ đó $SO \perp (ABCD)$ và $SO = 3$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có $SM = \dfrac{2S_{SBC}}{BC} = \dfrac{2AB.BC}{BC} = 2AB$.

Suy ra $SO^2 = SM^2 - OM^2 = 4AB^2 - \dfrac{AB^2}{4} = \dfrac{15AB^2}{4} \Rightarrow AB^2 = \dfrac{4SO^2}{15}$.

Tương tự ta có: $BC^2 = \dfrac{4SO^2}{15}$.

Vậy thể tích khối chóp đã cho là $V = \dfrac{1}{3}.SO.S_{ABCD} = \dfrac{1}{3}.SO.AB.BC = \dfrac{1}{3}.SO.AB^2 = \dfrac{4SO^3}{45} = \dfrac{12}{5}$.

Câu 44. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2 - 7x + 12)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $g(x) = f(x^3 - 3x + m)$ có đúng 6 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x^2 - 7x + 12) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \\ x = 4 \end{array}\right.$.

trong đó $x = 1$ là nghiệm bội 2.

Ta có $g'(x) = (3x^2 - 3) f'(x^3 - 3x + m)$.

Suy ra $g'(x) = 0 \Leftrightarrow (3x^2 - 3) f'(x^3 - 3x + m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x^3 - 3x + m = 1 (*) \\ x^3 - 3x + m = 3 \\ x^3 - 3x + m = 4 \end{array}\right.$

trong đó các nghiệm của $(*)$ là nghiệm bội chẵn.

Yêu cầu bài toán trở thành $g'(x)=0$ có 6 nghiệm bội lẻ.

Xét bảng biến thiên của hàm số $y=x^3-3x$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $g'(x)=0$ có 6 nghiệm bội lẻ khi và chỉ khi

$$\left[\begin{array}{l}\begin{cases}3-m\le -2\\ -2<4-m<2\end{cases}\\ \begin{cases}-2<3-m<2\\ 2\le 4-m\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5\le m<6\\ 1<m\le 2\end{array}\right.$$

Vậy có 2 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;5;2)$ và $B(5;13;10)$. Có bao nhiêu mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ với a,b,c là các số nguyên sao cho mặt cầu đi qua điểm A,B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) ?

A. 4. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 10 .

Lời giải

Phương trình đường thẳng AB là $\begin{cases}x=1+t\\ y=5+2t\\ z=2+2t\end{cases}$.

Gọi C là giao điểm của AB với mặt phẳng $(Oxy): z=0$ thì $t=-1$ nên $C(0;3;0)$.

Ta có $CA=3$ và $CB=15$.

Gọi M là tiếp điểm của mặt cầu tâm I với mặt phẳng (Oxy) thì $M(a;b;0)$ và

$$a^2+(b-3)^2=CM^2=CA.CB=45=3^2+6^2 \quad (1).$$

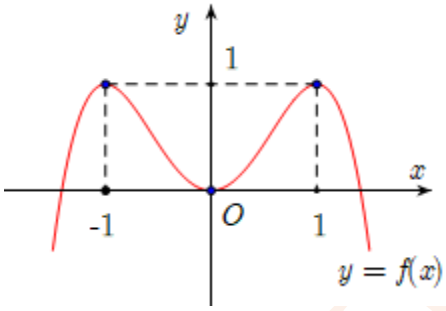
Ta có $\frac{1}{4}\overrightarrow{AB}=(1;2;2)$ và $T(3;9;6)$ là trung điểm AB nên phương trình trung trực của đường thẳng AB là: $(x-3)+2(y-9)+2(y-6)=0\Leftrightarrow x+2y+2y-33=0$.

Do I nằm trên mặt phẳng trung trực của đoạn AB nên: $a+2b+2c=33\Rightarrow 2(b+c)=33-a$ (2)

Từ (2) suy ra a lẻ. Từ đó, ta tìm được 4 điểm thỏa mãn bài toán là

$$(3;-3;18),(3;9;6),(-3;-3;21),(-3;9;9).$$

Câu 46. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi S là nghiệm thực của phương trình $f'\left(f\left(\mathrm{e}^{x}\right)\right)=0$. Số phần tử của S là



A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Đặt $t=\mathrm{e}^{x},(t>0)$. Phương trình đã cho trở thành

$$f'\left(f(t)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(t)=-1\\ f(t)=0\\ f(t)=1\end{array}\right..$$

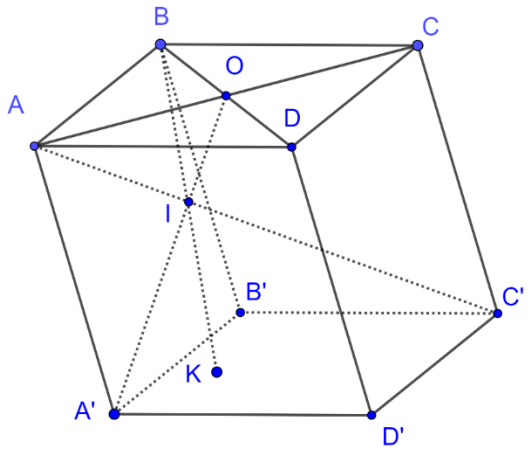
Mỗi phương trình $f(t)=-1$, $f(t)=0$, $f(t)=1$ đều có một nghiệm t dương và các nghiệm này đôi một khác nhau. Ứng với mỗi nghiệm t dương ta được một nghiệm x.

Suy ra phương trình $f'\left(f\left(\mathrm{e}^{x}\right)\right)=0$ có ba nghiệm.

Câu 47. Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $AC'=\sqrt{3}$. Biết rằng các khoảng cách từ các điểm A', B, D đến đường thẳng AC' là độ dài ba cạnh của một tam giác có diện tích $S=\dfrac{\sqrt{6}}{12}$, thể tích của khối hộp đã cho là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{12}$. **D.** 1.

Lời giải

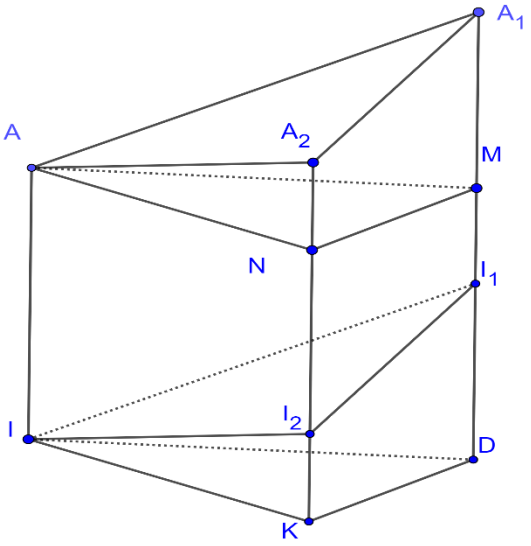


Gọi $O = AC \cap BD;\ I = AC' \cap A'O$.

Ta có: $AO = \frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}A'C' \Rightarrow \frac{IO}{A'I} = \frac{AO}{A'C'} = \frac{1}{2}$, suy ra I là trọng tâm của $\Delta A'BD$ và $AI = \frac{1}{3}AC' = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Gọi K là điểm đối xứng của B qua I.

Dựng hình lăng trụ $IDK.AMN$.



Ta có:

$d\left(B;AC'\right) = d\left(B;AI\right) = d\left(K;AI\right) = d\left(KN;AI\right)$;

$d\left(D;AC'\right) = d\left(D;AI\right) = d\left(DM;AI\right)$;

Vì $d(KN;DM)=d(KN,AI)$ mà $d(KN;AI)=d(D;AI)=d(A';AI)$ nên ta có $d(A';AI)=d(KN;DM)$;

Gọi (P) là mặt phẳng qua A vuông góc với AI cắt $DM;KN$ tại $A_1;A_2$; (Q) là mặt phẳng qua I vuông góc với AI cắt $DM;KN$ tại $I_1;I_2$.

Khi đó: $V_{IDK.AMN}=V_{II_1I_2.AA_1A_2}=AI.S_{\Delta II_1I_2}=\frac{\sqrt{3}}{3}.\frac{\sqrt{6}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{12}$.

Mà $V_{IDK.AMN}=V_{A.A'BD}=\frac{1}{6}V_{ABCD.A'B'C'D'}\Rightarrow V_{ABCD.A'B'C'D'}=6.V_{IDK.AMN}=6.\frac{\sqrt{2}}{12}=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)=\frac{1}{6}x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt. Biết hàm số $g(x)=\left[f'(x)\right]^2-2f''(x)f(x)+\left[f'''(x)\right]^2$ có ba điểm cực trị $x_1<x_2<x_3$ và $g(x_1)=2$, $g(x_2)=5$, $g(x_3)=1$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)+1}$ và trục Ox bằng

A. $\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{\ln 6}{2}$. **C.** $\ln 6$. **D.** $2\ln 6$.

Lời giải

Ta có : $f'(x)=\frac{1}{2}x^2+2ax+b\Rightarrow f''(x)=x+2a\Rightarrow f'''(x)=1$.

Ta lại có : $g'(x)=2f''(x)f'(x)-2f'''(x)f(x)-2f''(x)f'(x)$

$=-2f'''(x)f(x)$

$=-2f(x)$.

Xét $h(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=0\\g(x)+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}g'(x)=0\\g(x)\neq -1\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\\x=x_3\end{array}\right.$. (thỏa mãn $g(x)\neq -1$).

(do $g(x_1)=2\neq -1$, $g(x_2)=5\neq -1$, $g(x_3)=1\neq -1$).

Do phương trình $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)+1}=0$ có ba nghiệm phân biệt $x_1<x_2<x_3$, suy ra diện tích hình phẳng cần tìm

$S=\int\limits_{x_1}^{x_3}\left|\frac{f(x)}{g(x)+1}\right|\mathrm{d}x=\left|\int\limits_{x_1}^{x_2}\frac{f(x)\mathrm{d}x}{g(x)+1}\right|+\left|\int\limits_{x_2}^{x_3}\frac{f(x)\mathrm{d}x}{g(x)+1}\right|=\frac{1}{2}\left(\left|\int\limits_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)\mathrm{d}x}{g(x)+1}\right|+\left|\int\limits_{x_2}^{x_3}\frac{g'(x)\mathrm{d}x}{g(x)+1}\right|\right)$

Đặt $t=g(x)\Rightarrow \mathrm{d}t=g'(x)\mathrm{d}x$.

Đổi : Khi $x=x_1$ thì $t=2$, $x=x_2$ thì $t=5$, $x=x_3$ thì $t=1$

$\Rightarrow S=\frac{1}{2}\left(\left|\int_2^5 \frac{\mathrm{dt}}{t+1}\right|+\left|\int_5^1 \frac{\mathrm{dt}}{t+1}\right|\right)=\frac{1}{2}\left(\left|\ln 6-\ln 3\right|+\left|\ln 2-\ln 6\right|\right)=\frac{1}{2}\left(\ln 6-\ln 3+\ln 6-\ln 2\right)=\frac{\ln 6}{2}$.

Vậy diện tích hình phẳng cần tìm là $\frac{\ln 6}{2}$.

Câu 49. Biết nửa khoảng $S=\left[p^m;p^n\right)\left(p;m;n\in\mathbb{N}^*\right)$ là tập tất cả các số thực y sao cho ứng với mỗi y tồn tại đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $\left(3^{x^2-2x}-27\right)\left(5^{x^2}-y\right)\le 0$. Tổng $m+n+p$ bằng

A. $m+n+p=46$. **B.** $m+n+p=66$.

C. $m+n+p=14$. **D.** $m+n+p=30$.

Lời giải

Trường hợp 1: $y<1$. Suy ra $5^{x^2}-y>0$.

Khi đó, bất phương trình tương đương với:

$3^{x^2-2x}-27\le 0\Leftrightarrow x^2-2x-3\le 0\Leftrightarrow -1\le x\le 3\Leftrightarrow x\in[-1;3]$

Suy ra không có đủ 6 giá trị nguyên x thỏa mãn yêu cầu.

Trường hợp 2: $y=1$. Suy ra $5^{x^2}-y=5^{x^2}-1\ge 0$.

Khi đó, bất phương trình tương đương với:

$$\begin{bmatrix}5^{x^2}-1=0\\3^{x^2-2x}-27\le 0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x^2-2x-3\le 0\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\-1\le x\le 3\end{bmatrix}\Leftrightarrow -1\le x\le 3\Leftrightarrow x\in[-1;3]$$

Suy ra không có đủ 6 giá trị nguyên x thỏa mãn yêu cầu.

Trường hợp 3: $y>1$. Ta có:

$$3^{x^2-2x}-27=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\x=3\end{bmatrix}\text{ và }5^{x^2}-y=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\log_5 y}.$$

+ Nếu $\sqrt{\log_5 y}\le 3$ hay $-3\le-\sqrt{\log_5 y}$ thì tập nghiệm của bất phương trình là:

$S=\left[-\sqrt{\log_5 y};-1\right]\cup\left[\sqrt{\log_5 y};3\right]$ hoặc $S=\left[-1;-\sqrt{\log_5 y}\right]\cup\left[\sqrt{\log_5 y};3\right]$

Suy ra các tập này không thể chứa nhiều hơn 5 số nguyên x.

+ Nếu $\sqrt{\log_5 y}>3$ hay $-\sqrt{\log_5 y}<-3$ thì tập nghiệm của bất phương trình là:

$S=\left[-\sqrt{\log_5 y};-1\right]\cup\left[3;\sqrt{\log_5 y}\right]$

Suy ra tập này chứa đúng 6 số nguyên x khi và chỉ khi:

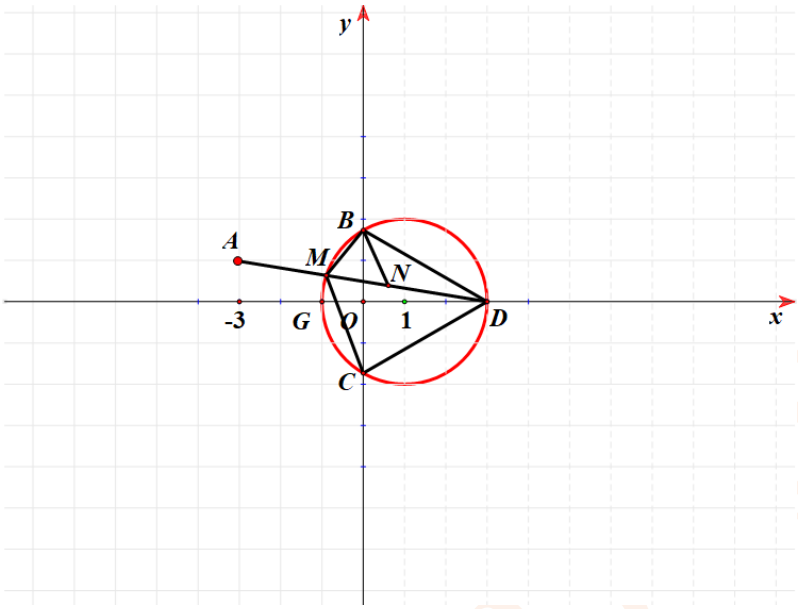
$4\le\sqrt{\log_5 y}<5\Leftrightarrow 5^{16}\le y<5^{25}$. Suy ra $p=5;m=16;n=25$.

Vậy: $m+n+p=46$.

Câu 50. Xét số phức z có phần thực âm và thỏa mãn $|z-1|=2$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+3-i|+|z-\sqrt{3}i|+|z+\sqrt{3}i|$ bằng

A. 6. **B.** $4+\sqrt{17}$. **C.** $3+\sqrt{17}$. **D.** $\sqrt{37}$.

Lời giải



Gọi $M\left(x;y\right)$ là điểm biểu diễn số phức z khi đó $M\left(x;y\right)$ thuộc đường tròn $\left(C\right)$ có tâm $I\left(1;0\right)$ và bán kính $R=2$.

Ta có: $P=\left|z+3-i\right|+\left|z-\sqrt{3}i\right|+\left|z+\sqrt{3}i\right|=MA+MB+MC$ với $A\left(-3;1\right)$, $B\left(0;\sqrt{3}\right)$, $C\left(0;-\sqrt{3}\right)$ và hai điểm B,C nằm trên đường tròn $\left(C\right)$.

Ta lấy điểm $D\left(3;0\right)$. Khi đó tam giác BCD đều và $D\left(3;0\right)$ là điểm thuộc đường tròn $\left(C\right)$. Trên đường thẳng MD lấy điểm N sao cho $MN=MB$.

Vì tam giác BNM cân tại M và $BMD=\frac{1}{2}$ sđ $BD=60°$ nên tam giác BNM đều.

Ta có $NBD+CBN=CBM+CBN=60°\Rightarrow NBD=CBM$

Xét hai tam giác ΔDBN và tam giác ΔCBM, ta có $\begin{cases}DB=DC\\NBD=CBM\\BDM=BCM\end{cases}\Rightarrow DN=MC$.

Khi đó $P=\left|z+3-i\right|+\left|z-\sqrt{3}i\right|+\left|z+\sqrt{3}i\right|=MA+MN+DN=MA+MD\ge AD=\sqrt{37}$.

Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z+3-i\right|+\left|z-\sqrt{3}i\right|+\left|z+\sqrt{3}i\right|$ bằng $\sqrt{37}$.

SỞ GDĐT HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vecto $\vec{j}$ và vecto $\vec{u}=\left(0;-\sqrt{3};1\right)$ là

A. $150°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	↘	3	↗	4	↘

Khẳng định nào sau đây đúng

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $SA=AB=a$. Khi đó tan của góc giữa SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 4. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(2x+1\right)\cos x\,\mathrm{d}x=a\pi+b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 5. Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=3$ và số hạng thức hai $u_2=-6$. Giá trị của u_4 bằng

A. 24. **B.** -12. **C.** -24. **D.** 12.

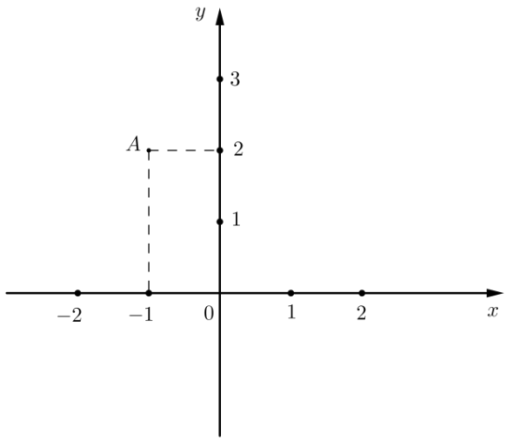
Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{x+6}=27$ là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-3$.

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $\left(1+2i\right)z+\bar{z}=i$. Tìm số phức z.

A. $z=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}i$. **B.** $z=1+2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=\frac{1}{2}-\frac{1}{2}i$.

Câu 8. Điểm A trên mặt phẳng phức như hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức nào?



A. $z=-1-2i.$ **B.** $z=2-i.$ **C.** $z=-1+2i.$ **D.** $z=-2+i.$

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn $f(-1)=3$, $f(2)=-1$. Giá trị của tích phân $\int_{-1}^{2} f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** –2. **C.** –4. **D.** 2.

Câu 10. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a, đường cao là $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\sqrt{5}\pi a^2.$ **B.** $5a^2.$ **C.** $2a^2.$ **D.** $2\sqrt{5}\pi a^2.$

Câu 11. Cho a,b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b=3$. Tính gái trị biểu thức $P=\log_{a^2b} a^3-3\log_{a^2} 2.\log_4\left(\frac{a}{b}\right).$

A. $P=\frac{15}{8}.$ **B.** $P=\frac{18}{25}.$ **C.** $P=\frac{21}{10}.$ **D.** $P=\frac{7}{5}.$

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{4x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\frac{1}{4}.$ **B.** $y=1$ **C.** $y=4.$ **D.** $y=-1.$

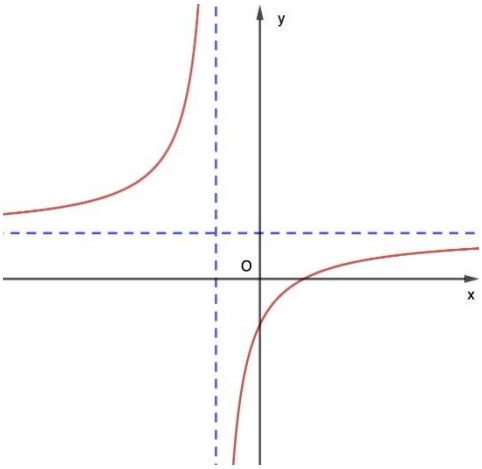
Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có trọng tâm G. Biết $A(1;-2;-3)$, $B(3;4;-1), G(2;1;-1)$. Tọa độ điểm C là

A. $C(1;2;-1).$ **B.** $C(-2;1;3).$ **C.** $C(1;1;-1).$ **D.** $C(2;1;1).$

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=3^{1-2x}$ là

A. $y'=-2.3^{1-2x}.\ln 3.$ **B.** $y'=3^{1-2x}.\ln 3$ **C.** $y'=2.3^{1-2x}.\ln 2.$ **D.** $y'=-2.3^{1-2x}.$

Câu 15. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx-2}$ $(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 0 **C.** 1. **D.** 3.

Câu 16. Xét các hàm số $f(x), g(x)$ và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int[f(x)-g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$. **B.** $\int \alpha.f(x)\mathrm{d}x=\alpha\int f(x)\mathrm{d}x$.

C. $\int f(x)g(x)\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x.\int g(x)\mathrm{d}x$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]\mathrm{d}x=\int f(x)\mathrm{d}x+\int g(x)\mathrm{d}x$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y-3z+2=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $M(1;1;2)$. **B.** Điểm $N(-1;0;1)$. **C.** Điểm $Q(3;1;1)$. **D.** Điểm $P(-2;1;-1)$.

Câu 18. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-2\cos x$ là

A. $F(x)=3x^3+2\sin x+C$. **B.** $F(x)=x^3-2\sin x+C$.

C. $F(x)=3x^3-2\sin x+C$. **D.** $F(x)=x^3+\sin x+C$.

Câu 19. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $B=4$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 18. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 24.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(-1;1;-2), C(1;2;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là:

A. $-2x+y+4z-16=0$. **B.** $2x+y+4z-16=0$.

C. $2x-y+4z-16=0$. **D.** $2x+y+4z+16=0$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Tam giác ABC vuông ở C có $AB=2a$, góc $CAB=30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-i)\bar{z}=2+i$. Mô-đun của số phức z bằng

A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'C=3$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD' bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;2;4)$, $B(2;-2;1)$ và tâm thuộc trục Oy có đường kính bằng

A. $\frac{\sqrt{43}}{2}$. **B.** $\sqrt{69}$. **C.** $\frac{\sqrt{69}}{2}$. **D.** $\sqrt{43}$.

Câu 25. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

A. $4-\log_4 a$. **B.** $1-\log_4 a$. **C.** $1+\log_4 a$. **D.** $4+\log_4 a$.

Câu 26. Tập xác định D của hàm số $y=(x-2)^2(x-1)^{\frac{1}{5}}$

A. $D=(-\infty;1)$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 27. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{x-2}$ trên đoạn $[3;4]$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\frac{3}{2}$.

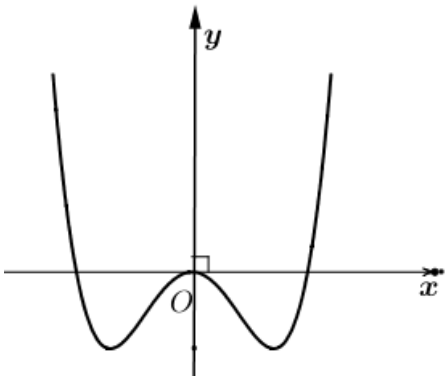
Câu 29. Cho số phức $z=12-5i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 12. **B.** 5. **C.** -5. **D.** $-5i$.

Câu 30. Cho hình cầu (S) có bán kính $r=6$. Diện tích mặt cầu bằng

A. 128π. **B.** 36π. **C.** 144π. **D.** 288π.

Câu 31. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x}$. **C.** $y=-x^4+x^2$. **D.** $y=x^3-2x^2+1$.

Câu 32. Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x=-5$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{2}\left[3f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-10$. **B.** $I=-4$. **C.** $I=4$. **D.** $I=14$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y=x^3+2x-3$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ là

A. $(0;-3)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 34. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-x^2-x+5$. **B.** $y=x^4+4$.

C. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-x^2+3x+2$.

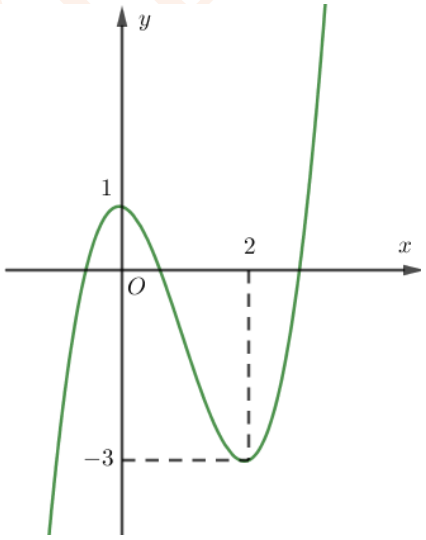
Câu 35. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh gồm một nam và một nữ từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 3 nữ?

A. 3. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 11.

Câu 36. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+1)<\log_{\frac{1}{5}}(2x-1)$ là

A. $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=(-1;2)$.

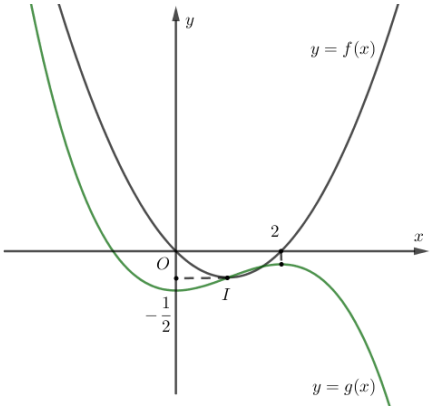
Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(-4-2f(x)\right)=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 38. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ như hình vẽ bên dưới



Biết đồ thị của hàm số $y=f(x)$ là một Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{1}{2}$ và $y=g(x)$ là một hàm số bậc ba. Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1.x_2.x_3=-6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. M,N,P là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AA',BB',CC' sao cho $\frac{AM}{AA'}=\frac{1}{3},\frac{BN}{BB'}=x,\frac{CP}{CC'}=y$. Biết thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng $\frac{2V}{3}$. Giá trị lớn nhất của xy bằng:

A. $\frac{17}{21}$. **B.** $\frac{25}{36}$. **C.** $\frac{5}{24}$. **D.** $\frac{9}{16}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\frac{2x-3}{x-2},\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $f(3)=2$. Giá trị của biểu thức $f(0)+2f(4)$.

A. 3. **B.** 5. **C.** $-5+7\ln 2$. **D.** $7+3\ln 2$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên $x\in[-2022;2022]$ thoả mãn $\left[\log_2^2(2x)-3\log_2 x-7\right].\sqrt{27-3^{x-6}}\le 0$.

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 8. **D.** 9.

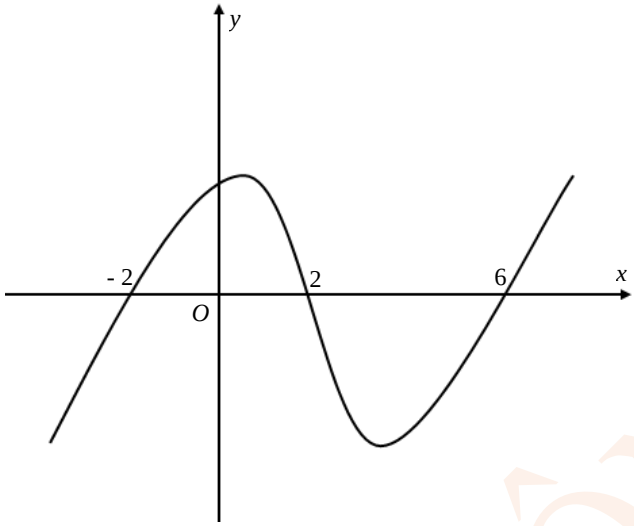
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M,N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN=2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 43. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z+2+2i|=1$ và $|w+2-i|=|w-3i|$. Khi $|z-w|+|w-3+3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z+2w|$

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{61}$.

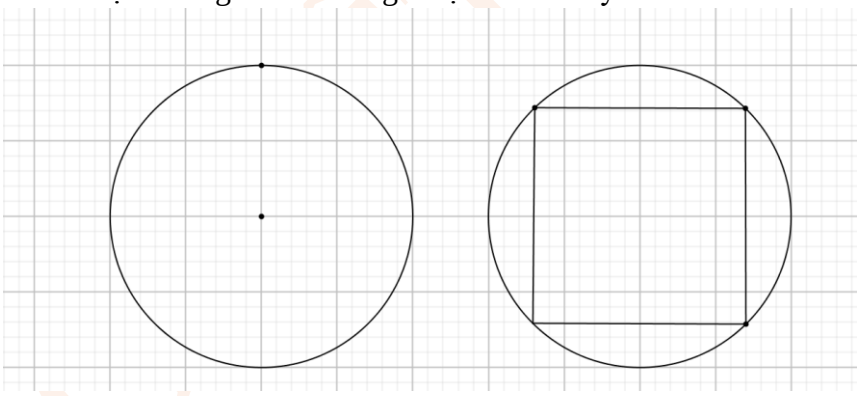
Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|2x^3+3x\right|-m+1\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 45. Từ một miếng tôn hình tròn bán kinhh 2 m, người ta cắt ra một hình chữ nhật rồi uốn thành mặt xung quanh của một chiếc thùng phi hình trụ như hình vẽ bên dưới. Để thể tích thùng lớn nhất thì diện tich phần tôn bị cắt bỏ gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $5m^2$. **B.** 6m^2. **C.** 9m^2. **D.** 8m^2.

Câu 46. Từ một hộp chứa 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời năm bi. Xác suất để 5 bi lấy được có đủ ba màu bằng

A. $\frac{185}{273}$. **B.** $\frac{310}{429}$. **C.** $\frac{106}{273}$. **D.** $\frac{136}{231}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB=2SA, BC=2a$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ tính theo a bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $16\sqrt{3}a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $\frac{32a^3}{3}$.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2(m+1)z+m+3=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0+2|=6$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;0;4)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$.
B. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{1}$.
C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-3}=\frac{z-2}{1}$.
D. $\frac{x+1}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-1}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên y thuộc đoạn $[-2022;2022]$ sao cho tồn tại $x\in\mathbb{R}$ thoả mãn $12.\sqrt[3]{3y+12.2^x}=2^{3x}-3y$

A. 2027. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2028.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.D	3.A	4.B	5.C	6.D	7.A	8.C	9.C	10.A
11.C	12.A	13.D	14.A	15.C	16.D	17.C	18.B	19.D	20.B
21.A	22.A	23.C	24.B	25.C	26.B	27.C	28.C	29.C	30.C
31.A	32.D	33.C	34.D	35.B	36.A	37.B	38.A	39.B	40.D
41.D	42.A	43.D	44.C	45.A	46.B	47.D	48.D	49.D	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vecto $\vec{j}$ và vecto $\vec{u}=\left(0;-\sqrt{3};1\right)$ là

A. $150°$. **B.** $30°$. **C.** $60°$. **D.** $120°$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\cos\left(\vec{j},\vec{u}\right)=\dfrac{\vec{j}.\vec{u}}{\left|\vec{j}\right|.\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left(\vec{j},\vec{u}\right)=150°$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới

x	$-\infty$		-1		0	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$
y	$+\infty$	↘	3	↗	4	↘

Khẳng định nào sau đây đúng

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số chỉ có 1 điểm cực tiểu.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 3.

Lời giải

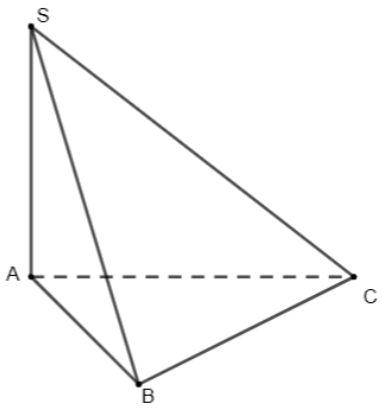
Chọn D

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, đáy ABC là tam giác vuông cân ở B, $SA=AB=a$. Khi đó tan của góc giữa SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(SC,(ABC))=(SC,CA)=SCA$.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}$, do đó $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 4. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,\mathrm{d}x=a\pi+b$ với $a,b\in\mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức a^2+b^2 bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

$I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}(2x+1)\cos x\,\mathrm{d}x$,

Đặt $\begin{cases}u=2x+1\\dv=\cos x\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2\mathrm{d}x\\v=\sin x\end{cases}$ nên:

$I=(2x+1)\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}-2\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\,\mathrm{d}x=(2x+1)\sin x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}+2\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi-1\Rightarrow a=1;b=-1\Rightarrow a^2+b^2=2$.

Câu 5. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và số hạng thức hai $u_2=-6$. Giá trị của u_4 bằng

A. 24. **B.** −12. **C.** −24. **D.** 12.

Lời giải

Chọn C

Ta có $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=-2\Rightarrow u_4=u_1q^3=-24$.

Câu 6. Nghiệm của phương trình $3^{x+6}=27$ là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3^{x+6}=27\Leftrightarrow 3^{x+6}=3^3\Leftrightarrow x+6=3\Leftrightarrow x=-3$.

Câu 7. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z+\bar{z}=i$. Tìm số phức z.

A. $z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$. **B.** $z=1+2i$. **C.** $z=2-i$. **D.** $z=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2}i$.

Lời giải

Chọn A

Gọi số phức $z=a+bi,(a,b\notin\mathbb{R})$.

Ta có: $(1+2i)z+\bar{z}=i\Leftrightarrow(1+2i)(a+bi)+(a-bi)=i$

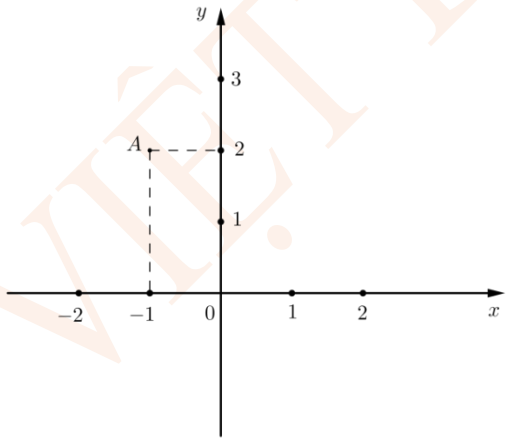
$\Leftrightarrow a-2b+(2a+b)i+a-bi=i$

$\Leftrightarrow 2a-2b+(2a-1)i=0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}2a-2b=0\\2a-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=\dfrac{1}{2}\end{cases}$

Vậy $z=\dfrac{1}{2}+\dfrac{1}{2}i$.

Câu 8. Điểm A trên mặt phẳng phức như hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức nào?



A. $z=-1-2i$. **B.** $z=2-i$. **C.** $z=-1+2i$. **D.** $z=-2+i$.

Lời giải

Chọn C

Theo hình vẽ điểm $A(-1;2)$ là điểm biểu diễn cho số phức $z=-1+2i$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1;2]$ thỏa mãn $f(-1)=3$, $f(2)=-1$. Giá trị của tích phân $\int\limits_{-1}^{2}f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** –2. **C.** –4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int\limits_{-1}^{2} f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_{-1}^{2} = f(2) - f(-1) = -1 - 3 = -4$.

Câu 10. Cho hình nón có bán kính đáy bằng a, đường cao là $2a$. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. $\sqrt{5}\pi a^2$. **B.** $5a^2$. **C.** $2a^2$. **D.** $2\sqrt{5}\pi a^2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S_{xq} = \pi rl = \pi r.\sqrt{r^2 + h^2} = \pi a\sqrt{a^2 + (2a)^2} = \sqrt{5}\pi a^2$.

Câu 11. Cho a, b là các số thực dương lớn hơn 1 thỏa mãn $\log_a b = 3$. Tính gái trị biểu thức $P = \log_{a^2 b} a^3 - 3\log_{a^2} 2.\log_4\left(\frac{a}{b}\right)$.

A. $P = \frac{15}{8}$. **B.** $P = \frac{18}{25}$. **C.** $P = \frac{21}{10}$. **D.** $P = \frac{7}{5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_a b = 3 \Leftrightarrow b = a^3$

$$P = \log_{a^2 b} a^3 - 3\log_{a^2} 2.\log_4\left(\frac{a}{b}\right) = \log_{a^5} a^3 - 3\log_{a^2} 2.\log_4\left(\frac{a}{a^3}\right) = \frac{3}{5} - 3.\frac{1}{2}.\log_a 2.\log_{2^2}\left(\frac{1}{a^2}\right).$$

$$= \frac{3}{5} - 3.\frac{1}{2}.\log_a 2.\frac{1}{2}.\log_2 a^{-2} = \frac{3}{5} + \frac{3}{2}.\log_a 2.\log_2 a = \frac{3}{5} + \frac{3}{2} = \frac{21}{10}.$$

Câu 12. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{4x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = \frac{1}{4}$. **B.** $y = 1$ **C.** $y = 4$. **D.** $y = -1$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x-1}{4x+1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{4+\frac{1}{x}} = \frac{1}{4}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{x-1}{4x+1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1-\frac{1}{x}}{4+\frac{1}{x}} = \frac{1}{4}$.

Vậy đường thẳng $y = \frac{1}{4}$ tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có trọng tâm G. Biết $A(1;-2;-3)$, $B(3;4;-1)$, $G(2;1;-1)$. Tọa độ điểm C là

A. $C(1;2;-1)$. **B.** $C(-2;1;3)$. **C.** $C(1;1;-1)$. **D.** $C(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $C(2;1;1)$.

Câu 14. Đạo hàm của hàm số $y=3^{1-2x}$ là

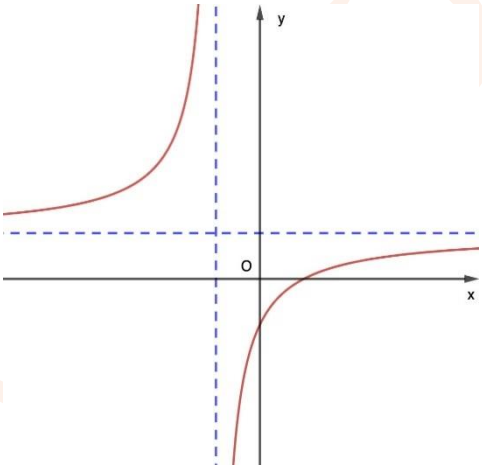
A. $y'=-2.3^{1-2x}.\ln 3$. **B.** $y'=3^{1-2x}.\ln 3$ **C.** $y'=2.3^{1-2x}.\ln 2$. **D.** $y'=-2.3^{1-2x}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=3^{1-2x}.\ln 3.(1-2x)'=-2.3^{1-2x}.\ln 3$.

Câu 15. Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx-2}\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Trong các số a,b và c có bao nhiêu số dương?

A. 2. **B.** 0 **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

+) Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số: $x=\dfrac{2}{c}<0\Rightarrow c<0$

+) Ta có tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow a<0$.

+) $x=0\Rightarrow y=-\dfrac{b}{2}<0\Rightarrow b>0$.

Vậy $b>0$.

Câu 16. Xét các hàm số $f(x),g(x)$ và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int[f(x)-g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$. **B.** $\int \alpha.f(x)dx=\alpha\int f(x)dx$.

C. $\int f(x)g(x)dx=\int f(x)dx.\int g(x)dx$. **D.** $\int[f(x)+g(x)]dx=\int f(x)dx+\int g(x)dx$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết: tính chất của nguyên hàm.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-2y-3z+2=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $M(1;1;2)$. **B.** Điểm $N(-1;0;1)$. **C.** Điểm $Q(3;1;1)$. **D.** Điểm $P(-2;1;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3-2.1-3.1+2=0$ nên mặt phẳng $(P): x-2y-3z+2=0$ đi qua điểm $Q(3;1;1)$.

Câu 18. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-2\cos x$ là

A. $F(x)=3x^3+2\sin x+C$. **B.** $F(x)=x^3-2\sin x+C$.

C. $F(x)=3x^3-2\sin x+C$. **D.** $F(x)=x^3+\sin x+C$.

Lời giải

Chọn B

$F(x)=\int f(x)dx=\int(3x^2-2\cos x)dx=x^3-2\sin x+C$.

Câu 19. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $B=4$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 18. **B.** 12. **C.** 8. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V_{KLT}=B.h=4.6=24$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3), B(-1;1;-2), C(1;2;2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là:

A. $-2x+y+4z-16=0$. **B.** $2x+y+4z-16=0$.

C. $2x-y+4z-16=0$. **D.** $2x+y+4z+16=0$.

Lời giải

Chọn B

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

(α) vuông góc với BC nên (α) nhận vectơ $\overrightarrow{BC}=(2;1;4)$ làm vectơ pháp tuyến.

Mặt khác, (α) đi qua $A(1;2;3)$ nên (α) có phương trình:

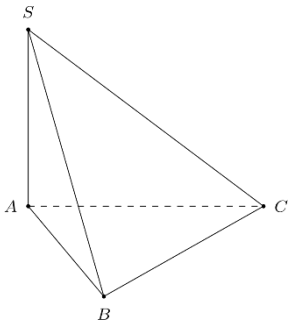
$2(x-1)+1(y-2)+4(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+y+4z-16=0$.

Câu 21. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, $SA=2a$. Tam giác ABC vuông ở C có $AB=2a$, góc $CAB=30°$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $3a^3$. **C.** $2a^3$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Xét ΔABC vuông tại C ta có $\cos CAB = \dfrac{CA}{AB} \Rightarrow \cos 30° = \dfrac{AC}{2a} \Rightarrow AC = a\sqrt{3}$.

Ta có $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} AB.AC.\sin CAB = \dfrac{1}{2}.2a.a\sqrt{3}.\sin 30° = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{3}.2a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1-i)\bar{z} = 2+i$. Mô-đun của số phức z bằng

A. $\dfrac{\sqrt{10}}{2}$. **B.** 3. **C.** 2. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $(1-i)\bar{z} = 2+i \Leftrightarrow \bar{z} = \dfrac{2+i}{1-i} \Leftrightarrow \bar{z} = \dfrac{1}{2} + \dfrac{3}{2}i \Rightarrow z = \dfrac{1}{2} - \dfrac{3}{2}i$.

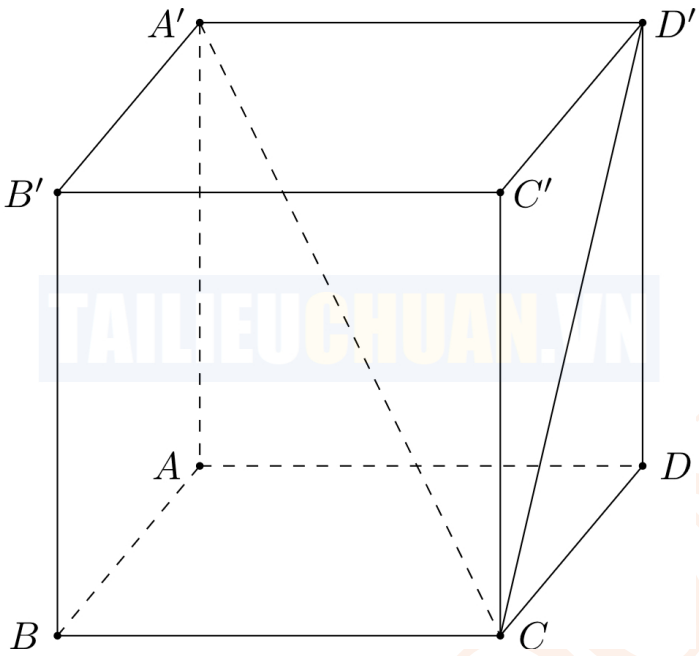
Vậy $|z| = \sqrt{\left(\dfrac{1}{2}\right)^2 + \left(-\dfrac{3}{2}\right)^2} = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có $A'C = 3$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD' bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Ta có $AB \parallel CD$ (vì $ABCD$ là hình vuông).

Mà $CD \subset (CC'D'D)$ suy ra $AB \parallel (CC'D'D)$

Suy ra $\mathrm{d}(AB;CD') = \mathrm{d}(AB;(CC'D'D)) = \mathrm{d}(A;(CC'D'D)) = AD$ (vì $AD \perp (CC'D'D)$).

Theo đề $A'C = AD\sqrt{3} = 3 \Rightarrow AD = \sqrt{3}$.

Vậy $\mathrm{d}(AB;CD') = \sqrt{3}$.

Câu 24. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;2;4)$, $B(2;-2;1)$ và tâm thuộc trục Oy có đường kính bằng

A. $\frac{\sqrt{43}}{2}$. **B.** $\sqrt{69}$. **C.** $\frac{\sqrt{69}}{2}$. **D.** $\sqrt{43}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi I là tâm mặt cầu. Vì $I \in Oy$ nên $I(0;y;0)$.

Mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;2;4)$ và $B(2;-2;1)$ suy ra

$IA^2 = IB^2 \Leftrightarrow 1^2 + (y-2)^2 + 4^2 = 2^2 + (y+2)^2 + 1^2 \Leftrightarrow y = \frac{3}{2}$.

Do đó mặt cầu có tâm $I\left(0;\frac{3}{2};0\right)$.

Vậy đường kính mặt cầu bằng $d = 2IA = 2.\frac{\sqrt{69}}{2} = \sqrt{69}$.

Câu 25. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_4(4a)$ bằng

A. $4-\log_4 a$. **B.** $1-\log_4 a$. **C.** $1+\log_4 a$. **D.** $4+\log_4 a$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\log_4(4a)=\log_4 4+\log_4 a=1+\log_4 a$.

Câu 26. Tập xác định D của hàm số $y=(x-2)^2(x-1)^{\frac{1}{5}}$

A. $D=(-\infty;1)$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện

$x-1>0\Leftrightarrow x>1$

Câu 27. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)(x^2-1)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=0\\x=1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Dựa vào BXD ta được hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ trên đoạn $[3;4]$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}<0\quad\forall x\neq 2$

Suy ra hàm số nghịch biến trên $[3;4]$

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-2}$ trên đoạn $[3;4]$ bằng $y(3)=\dfrac{3-1}{3-2}=2$

Câu 29. Cho số phức $z=12-5i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. 12. **B.** 5. **C.** -5. **D.** $-5i$.

Lời giải

Chọn C

Câu 30. Cho hình cầu (S) có bán kính $r=6$. Diện tích mặt cầu bằng

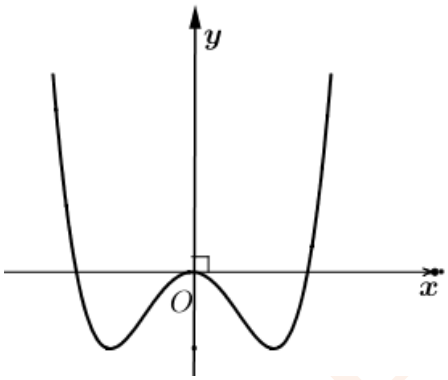
A. 128π. **B.** 36π. **C.** 144π. **D.** 288π.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $S=4\pi R^2=4\pi.6^2=144\pi$

Câu 31. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x}$. **C.** $y=-x^4+x^2$. **D.** $y=x^3-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Từ dáng điệu đồ thị suy ra đây là đồ thị hàm bậc 4, do đó loại các phương án B và **D.**

Ta thấy $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên loại phương án **C.**

Câu 32. Cho $\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x=-5$. Tính $I=\int\limits_{-1}^{2}\left[3f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=-10$. **B.** $I=-4$. **C.** $I=4$. **D.** $I=14$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $I=\int\limits_{-1}^{2}\left[3f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=3\int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{2} g(x)\mathrm{d}x=3.3-(-5)=14$.

Câu 33. Đồ thị hàm số $y=x^3+2x-3$ cắt trục hoành tại điểm có tọa độ là

A. $(0;-3)$. **B.** $(0;-1)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn C

Xét $y=0\Leftrightarrow x^3+2x-3=0\Leftrightarrow x=1$

Vậy đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm $(1;0)$.

Câu 34. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-x^2-x+5$. **B.** $y=x^4+4$.

C. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^3-x^2+3x+2$.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=x^3-x^2+3x+2$

Ta có: $y'=3x^2-2x+3>0,\forall x$

Câu 35. Có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh gồm một nam và một nữ từ một nhóm học sinh gồm 8 nam và 3 nữ?

A. 3. **B.** 24. **C.** 8. **D.** 11.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn ra 2 học sinh gồm một nam và một nữ là: $C_8^1.C_3^1=24$

Câu 36. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{5}}(x+1)<\log_{\frac{1}{5}}(2x-1)$ là

A. $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=(-\infty;2)$. **C.** $S=(2;+\infty)$. **D.** $S=(-1;2)$.

Lời giải

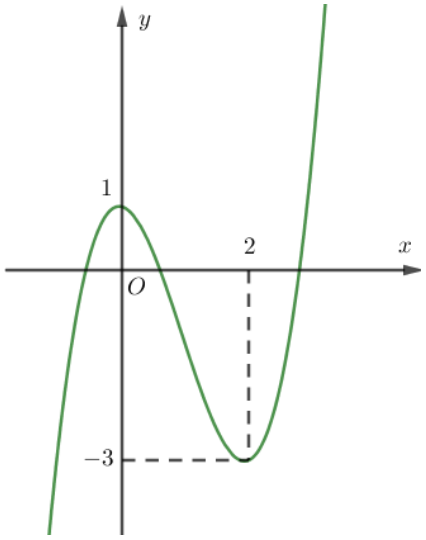
Chọn A

ĐKXĐ: $x>\dfrac{1}{2}$

$\log_{\frac{1}{5}}(x+1)<\log_{\frac{1}{5}}(2x-1)\Leftrightarrow x+1>2x-1\Leftrightarrow x<2$

Kết hợp ĐKXĐ ta có $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(-4-2f(x))=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Từ đó

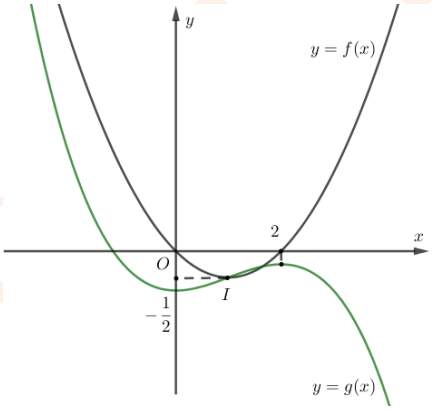
$$f'\left(-4-2f(x)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-4-2f(x)=0\\-4-2f(x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=-2\\f(x)=-3\end{array}\right.$$

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra phương trình $f(x)=-2$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Phương trình $f(x)=-3$ có 1 nghiệm thực phân biệt và 1 nghiệm kép khác 3 nghiệm của phương trình $f(x)=-2$.

Vậy số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(-4-2f(x)\right)=0$ là 5.

Câu 38. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ như hình vẽ bên dưới



Biết đồ thị của hàm số $y=f(x)$ là một Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\dfrac{1}{2}$ và $y=g(x)$ là một hàm số bậc ba. Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là x_1,x_2,x_3 thỏa mãn $x_1.x_2.x_3=-6$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 6. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

Gọi phương trình của Parabol là $y=ax^2+bx+c$, từ dữ kiện đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases}c=0\\4a+2b+c=0\\\dfrac{4ac-b^2}{4a}=-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{2}\\b=-1\\c=0\end{cases}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}x^2-x.$$

Giả sử $g(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ thì đồ thị của nó đi qua $I\left(1;-\frac{1}{2}\right)$ và có 2 cực trị có hoành độ bằng 0 và 2, tức là phương trình $g'(x)=3ax^2+2bx+c=0$ có 2 nghiệm là 0 và 2.

Kết hợp với giả thiết ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} a+b+c+d=-\frac{1}{2} \\ c=0 \\ 12a+4b+c=0 \\ x_1.x_2.x_3=-\frac{d}{a}=-6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\frac{1}{8} \\ b=\frac{3}{8} \\ c=0 \\ d=-\frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow g(x)=-\frac{1}{8}x^3+\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{4}.$$

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị là nghiệm của phương trình

$$\frac{1}{2}x^2-x=-\frac{1}{8}x^3+\frac{3}{8}x^2-\frac{3}{4}$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-1-\sqrt{7} \\ x_2=1 \\ x_3=-1+\sqrt{7} \end{array}\right.$$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng

$$S=\int_{-1-\sqrt{7}}^{1}\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x+\int_{1}^{-1+\sqrt{7}}\left[g(x)-f(x)\right]\mathrm{d}x$$

$$=\int_{-1-\sqrt{7}}^{1}\left[\frac{x^3}{8}+\frac{x^2}{8}-x+\frac{3}{4}\right]\mathrm{d}x+\int_{1}^{-1+\sqrt{7}}\left[-\frac{x^3}{8}-\frac{x^2}{8}+x-\frac{3}{4}\right]\mathrm{d}x$$

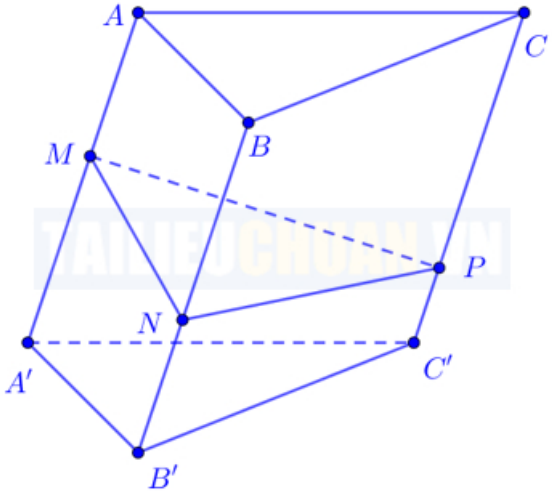
$$\approx 6,22.$$

Câu 39. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có thể tích là V. M,N,P là các điểm lần lượt nằm trên các cạnh AA',BB',CC' sao cho $\frac{AM}{AA'}=\frac{1}{3},\frac{BN}{BB'}=x,\frac{CP}{CC'}=y$. Biết thể tích khối đa diện $ABC.MNP$ bằng $\frac{2V}{3}$. Giá trị lớn nhất của xy bằng:

A. $\frac{17}{21}$. **B.** $\frac{25}{36}$. **C.** $\frac{5}{24}$. **D.** $\frac{9}{16}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{ABC.MNP}=V_{M.ABC}+V_{M.NBCP}=\frac{1}{3}d\left(M,(ABC)\right)S_{ABC}+\frac{1}{3}d\left(M,(NBCP)\right)S_{BNPC}$

$=\frac{1}{3}\frac{AM}{AA'}d\left(A',(ABC)\right)S_{ABC}+\frac{1}{3}\left(\frac{BN}{BB'}+\frac{CP}{CC'}\right)d\left(A,(NBCP)\right)S_{BB'C'C}$

$=\frac{1}{3}\frac{AM}{AA'}V_{ABC.A'B'C'}+\frac{1}{3}\left(\frac{BN}{BB'}+\frac{CP}{CC'}\right)V_{ABC.A'B'C'}=\frac{\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+\frac{CP}{CC'}}{3}V_{ABC.A'B'C'}$

Ta có $\frac{V_{ABC.MNP}}{V_{ABC.A'B'C'}}=\frac{\frac{AM}{AA'}+\frac{BN}{BB'}+\frac{CP}{CC'}}{3}=\frac{\frac{1}{3}+x+y}{3}=\frac{2}{3}\Leftrightarrow x+y=\frac{5}{3}\Rightarrow xy\le\frac{(x+y)^2}{4}=\frac{25}{36}$.

Đẳng thức xảy ra khi $x=y=\frac{5}{6}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=\frac{2x-3}{x-2},\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f(1)=1$ và $f(3)=2$.

Giá trị của biểu thức $f(0)+2f(4)$.

A. 3. **B.** 5. **C.** $-5+7\ln 2$. **D.** $7+3\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(0)+2f(4)=f(1)-\int_0^1 f'(x)\mathrm{d}x+2\left(\int_3^4 f'(x)\mathrm{d}x+f(3)\right)=7+3\ln 2$.

Câu 41. Có bao nhiêu số nguyên $x\in[-2022;2022]$ thoả mãn $\left[\log_2^2(2x)-3\log_2 x-7\right].\sqrt{27-3^{x-6}}\le 0$.

A. 2022. **B.** 2021. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\27-3^{x-6}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\3^{x-6}\le 3^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\x-6\le 3\end{cases}\Leftrightarrow 0<x\le 9$.

Với $x=9$ thoả mãn bất phương trình.

Với $0<x<9$ suy ra $27-3^{x-6}>0$.

Khi đó bất phương trình tương đương $\log_2^2(2x)-3\log_2 x-7\le 0$

$\Leftrightarrow(\log_2 x+1)^2-3\log_2 x-7\le 0\Leftrightarrow(\log_2 x)^2-\log_2 x-6\le 0\Leftrightarrow -2\le\log_2 x\le 3\Leftrightarrow\frac{1}{4}\le x\le 8$ (thoả mãn)

Vì x nguyên nên $x\in\{1;2;3;4;5;6;7;8\}$.

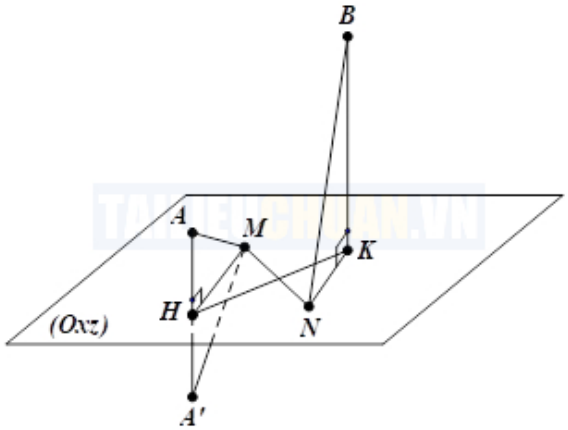
Vậy bất phương trình có 9 nghiệm nguyên.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M,N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN=2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng.

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A



Ta có $H(1;0;-3)$, $K(-2;0;1)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của $A(1;1;-3)$ và $B(-2;3;1)$ xuống mặt phẳng (Oxz).

Nhận xét: A, B nằm về cùng một phía với mặt phẳng (Oxz).

Gọi A' đối xứng với A qua (Oxz), suy ra H là trung điểm đoạn AA' nên $AM=A'M$.

Mà $A'H=AH=1;BK=3;HK=5$.

Do đó $AM+BN=A'M+BN=\sqrt{HA'^2+HM^2}+\sqrt{BK^2+KN^2}$

$\ge\sqrt{(HA'+BK)^2+(HM+KN)^2}=\sqrt{16+(HM+KN)^2}$

Lại có $HM+MN+NK\ge HK\Rightarrow HM+NK\ge HK-MN=5-2=3$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi H,M,N,K thẳng hàng và theo thứ tự đó.

Suy ra $AM+BN\ge\sqrt{16+(HM+KN)^2}\ge\sqrt{16+(3)^2}=5$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng 5.

Câu 43. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z+2+2i|=1$ và $|w+2-i|=|w-3i|$. Khi $|z-w|+|w-3+3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z+2w|$

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 7. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{61}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $|z+2+2i|=1$ nên tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(-2;-2)$, bán kính $R=1$.

Gọi $w=x+yi;(x;y\in\mathbb{R})$

$|w+2-i|=|w-3i|$.

$\Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=x^2+(y-3)^2$

$\Leftrightarrow x+y-1=0.\qquad (\Delta)$

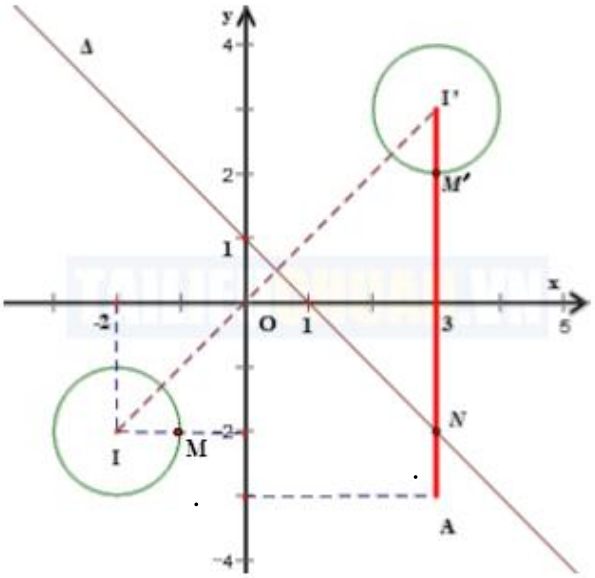
Tập hợp điểm N biểu diễn số phức w là đường thẳng (Δ).

$|z-w|=MN$

$|w-3+3i|=NA$, với $A(3;-3)$.

$T=|z-w|+|w-3+3i|=MN+NA$.

Tham khảo hình vẽ bên dưới



Dễ thấy đường tròn (C) và điểm A thuộc cùng một nửa mặt phẳng bờ Δ.

Dựng đường tròn (C') có tâm $I'(3;3)$, bán kính $R=1$ đối xứng với (C) qua Δ.

Gọi M' là ảnh của M qua phép đối xứng trục Δ.

Khi đó, với mọi điểm $N\in\Delta$, ta có: $NM=NM'$.

Nên $T=MN+NA=M'N+NA$.

$T_{\min}\Leftrightarrow I',M',N,A$ thẳng hàng.

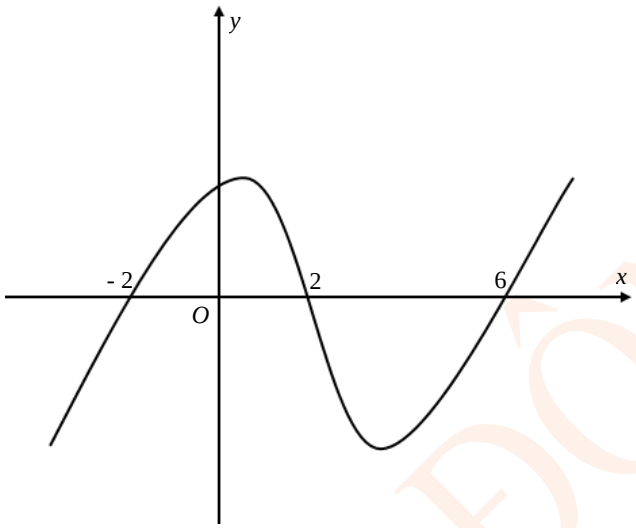
Dựa vào hình vẽ trên, suy ra

$M'(3;2)\Rightarrow M(-1;-2)\Leftrightarrow z=-1-2i$;

$N(3;-2)\Rightarrow w=3-2i$.

Vậy $|z+2w|=|-1-2i+2(3-2i)|=\sqrt{61}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y=f'(x)$ là hàm bậc ba có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(|2x^3+3x|-m+1\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 5. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $g(x)=f\left(|2x^3+3x|-m+1\right)$ là hàm số chẵn nên đồ thị đối xứng qua trục Oy.

Suy ra $x=0$ là một điểm cực trị của hàm số.

Đặt $t=2x^3+3x$

$t'=6x^2+3>0\Rightarrow t, x$ đồng biến.

Suy ra ứng với mỗi t chỉ có duy nhất một nghiệm x.

Ta có: $g(t)=f\left(|t|-m+1\right)$.

$g'(t)=\dfrac{t}{|t|}f'\left(|t|-m+1\right);(t\neq 0)$.

Dựa vào đồ thị, ta có:

$$g'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|t|-m+1=-2\\|t|-m+1=2\\|t|-m+1=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|t|=-3+m\\|t|=1+m\\|t|=5+m\end{array}\right.. \quad (*)$$

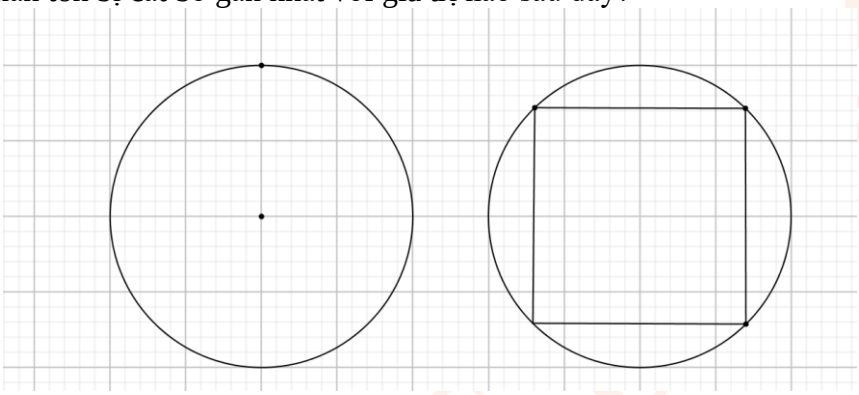
Hàm số $g(x)=f\left(|2x^3+3x|-m+1\right)$ có đúng 5 điểm cực trị.

$\Leftrightarrow$ Hệ phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3+m \le 0 \\ 1+m > 0 \\ 5+m > 0 \\ 1+m \ne 5+m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 3 \\ m > -1 \\ m > -5 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \le 3.$$

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 45. Từ một miếng tôn hình tròn bán kinhh 2 m, người ta cắt ra một hình chữ nhật rồi uốn thành mặt xung quanh của một chiếc thùng phi hình trụ như hình vẽ bên dưới. Để thể tích thùng lớn nhất thì diện tich phần tôn bị cắt bỏ gần nhất với giá trị nào sau đây?

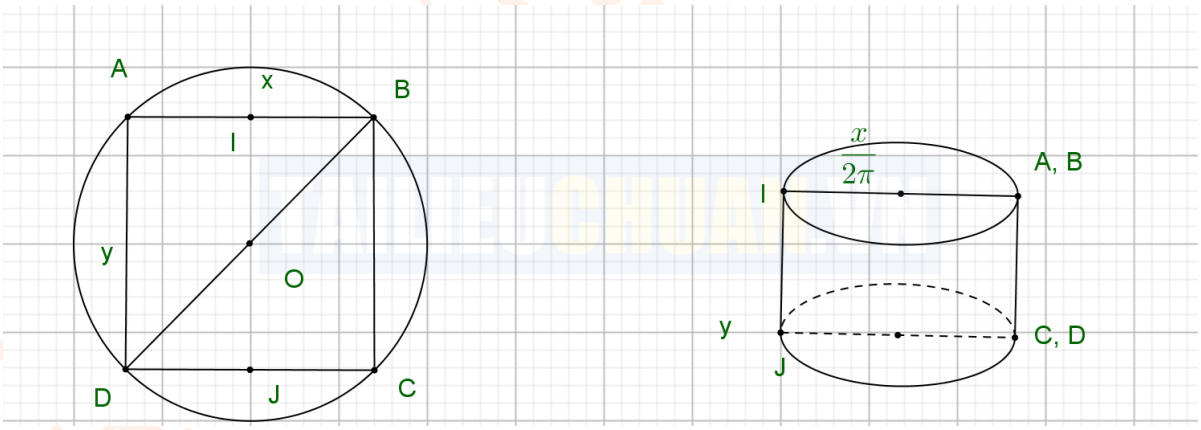


A. $5m^2$. **B.** 6m^2. **C.** 9m^2. **D.** 8m^2.

Lời giải

Chọn A

Gọi cạnh của hình chữ nhật lần lượt là $x, y\ (0 < x, y < 4)$.



Chiều cao của khối trụ là y, bán kính đáy $r = \dfrac{x}{2\pi}$.

Thể tích khối trụ $V = \pi\left(\dfrac{x}{2\pi}\right)^2 y = \dfrac{x^2 y}{4\pi}$ (1). Theo bài ra $x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow x^2 = 16 - y^2$ (2).

Thay (2) vào (1) ta được $V = \dfrac{16y - y^3}{4\pi}$; $V' = \dfrac{16 - 3y^2}{4\pi} \Rightarrow V' = 0 \Rightarrow y = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$.

Bảng biến thiên

y	0	$\frac{4\sqrt{3}}{3}$	2
V'	+	0	-
V		$V\left(\frac{4\sqrt{3}}{3}\right)$	

Thể tích lớn nhất khi $y=\frac{4\sqrt{3}}{3}\Rightarrow x=\frac{4\sqrt{6}}{3}\Rightarrow S_{ABCD}=xy=\frac{16\sqrt{2}}{3}\left(m^2\right)$.

Diện tích cắt bỏ $S_1=4\pi-S_{ABCD}=4\pi-\frac{16\sqrt{2}}{3}\approx 5.02\left(m^2\right)$.

Câu 46. Từ một hộp chứa 4 bi xanh, 5 bi đỏ và 6 bi vàng, lấy ngẫu nhiên đồng thời năm bi. Xác suất để 5 bi lấy được có đủ ba màu bằng

A. $\frac{185}{273}$. **B.** $\frac{310}{429}$. **C.** $\frac{106}{273}$. **D.** $\frac{136}{231}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn 5 viên bi trong 15 viên bi là $n(\Omega)=C_{15}^5=3003$.

Gọi A:'' 5 viên bi lấy được có đủ 3 màu ''

Gọi $\overline{A}$:'' 5 viên bi lấy được có không đủ 3 màu ''

Chọn 5 viên bi không đủ 3 màu xảy ra các trường hợp

+ 5 viên màu đỏ có 1 cách

+ 5 viên màu vàng và 1 viên màu xanh hoặc đỏ có $C_6^5=6$ cách.

+ Chỉ có xanh và đỏ có $C_4^4.C_5^1+C_4^3.C_5^2+C_4^2.C_5^3+C_4^1C_5^4=125$.

+ Chỉ có xanh và vàng có $C_4^4.C_6^1+C_4^3.C_6^2+C_4^2.C_6^3+C_4^1C_6^4=246$.

+ Chỉ có đỏ và vàng có $C_5^4.C_6^1+C_5^3.C_6^2+C_5^2.C_6^3+C_5^1C_6^4=455$.

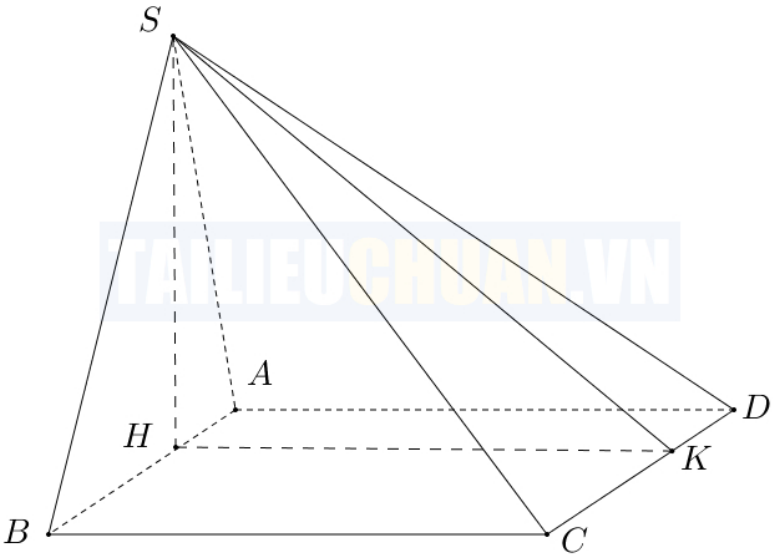
Vậy $n\left(\overline{A}\right)=833\Rightarrow n(\Omega)-n\left(\overline{A}\right)=2170\Rightarrow p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{310}{429}$.

Câu 47. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, tam giác SAB vuông tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB=2SA, BC=2a$ và mặt phẳng (SCD) tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ tính theo a bằng

A. $\frac{32\sqrt{3}a^3}{3}$. **B.** $16\sqrt{3}a^3$. **C.** $16a^3$. **D.** $\frac{32a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Kẻ $SH \perp AB$

Ta có $\begin{cases} (SAB) \perp (ABCD) \\ (SAB) \cap (ABCD) = AB \Rightarrow SH \perp (ABCD). \\ SH \perp AB \end{cases}$

Ta có $\begin{cases} (SCD) \cap (ABCD) = CD \\ HK \perp CD \\ SK \perp CD \end{cases} \Rightarrow ((SCD);(ABCD)) = SKH = 60^0$

Xét tam giác SKH vuông tại H: $SH = HK.\tan 60^0 = 2\sqrt{3}a$

Đặt $SA = x$

Xét tam giác SAB vuông tại S: $SB = \sqrt{AB^2 - SA^2} = \sqrt{3}x$

$SH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}} \Leftrightarrow 2\sqrt{3}x = \dfrac{\sqrt{3}x^2}{2x} \Leftrightarrow x = 4a$. Suy ra $S_{ABCD} = 16a^2$

Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}.16a^2.2\sqrt{3}a = \dfrac{32\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 48. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m + 3 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0 + 2| = 6$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m + 3 = 0$ (1)

Ta có $\Delta' = (m+1)^2 - m - 3 = m^2 + m - 2$..

Nếu $\Delta' \ge 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 \ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \le -2 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$ thì phương trình (1) có nghiệm thực:

$|z_0 + 2| = 6 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0 = 4 \\ z_0 = -8 \end{array}\right.$

Với $z_0 = 4$: thay vào (1), được: $m = \dfrac{11}{7}$ (TM)

Với $z_0 = -8$: thay vào (1), được: $m = -\dfrac{83}{17}$ (TM)

Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m^2 + m - 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < 1$ thì phương trình (1) có nghiệm phức $\left[\begin{array}{l} z_0 = m + 1 - i\sqrt{m^2 + m - 2} \\ z_0 = m + 1 + i\sqrt{m^2 + m - 2} \end{array}\right.$

Khi đó $|z_0 + 2| = 6 \Leftrightarrow (m+3)^2 + (m^2 + m - 2) = 36 \Leftrightarrow 2m^2 + 7m - 29 = 0$: Phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Vậy có 4 giá trị của tham số m để bài toán thỏa mãn.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;0;4)$ và đường thẳng d có phương trình $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc và cắt d là

A. $\dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{2} = \dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{y}{-3} = \dfrac{z-2}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-4}{-1}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có d có phương trình tham số $\left\{\begin{array}{l} x = -1 + t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \end{array}\right.$.

Gọi $B = \Delta \cap d$. Vì $B \in d$ nên gọi $B(-1+t;t;1+2t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (t;t;2t-3)$; $\overrightarrow{u_d} = (1;1;2)$.

Vì $\Delta \perp d \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Leftrightarrow t + t + 2(2t-3) = 0 \Leftrightarrow 6t = 6 \Leftrightarrow t = 1$.

Khi đó $\overrightarrow{AB} = (1;1;-1)$. Phương trình đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-4}{-1}$.

Câu 50. Có bao nhiêu số nguyên y thuộc đoạn $[-2022;2022]$ sao cho tồn tại $x \in \mathbb{R}$ thoả mãn $12.\sqrt[3]{3y + 12.2^x} = 2^{3x} - 3y$

A. 2027. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2028.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2^x;\ t>0$. Khi đó từ giả thiết ta có phương trình

$12.\sqrt[3]{3y+12t}=t^3-3y \Leftrightarrow (3y+12t)+12.\sqrt[3]{3y+12t}=t^3+12t$ (1)

Xét hàm số $f(t)=t^3+12t;\ t>0$ có $f'(t)=3t^2+12>0;\ \forall t>0$

$\Rightarrow f(t)$ luôn đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow f\left(\sqrt[3]{3y+12t}\right)=f(t)\Leftrightarrow \sqrt[3]{3y+12t}=t\Leftrightarrow 3y=t^3-12t$.

Đặt $g(t)=t^3-12t;\ t>0$ có $g'(t)=3t^2-12;\ g'(t)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=2 \\ t=-2\ (L)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

t	0		2		$+\infty$
$g'(t)$		$-$	0	$+$	
$g(t)$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	$+\infty$

Để tồn tại $x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow (1)$ có nghiệm $t>0\Leftrightarrow 3y\geq -16\Leftrightarrow y\geq -\dfrac{16}{3}$.

Vì $y\in\mathbb{Z}$ và $y\in[-2022;2022]$ nên $y\in\{-5;-4;-3;....;2022\}$. Vậy có 2028 số nguyên y.

---------- **HẾT** ----------

SỞ GDĐT HẢI DƯƠNG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 3
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho $I=\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{2x+a}}$, với $a>0$. Tìm a nguyên để $I\ge 1$.

A. Không có giá trị nào của a. **B.** $a=0$.

C. Vô số giá trị của a. **D.** $a=1$.

Câu 2. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(1-3i)x-2y+(1+2y)i=-3-6i$.

A. $x=5; y=4$. **B.** $x=-5; y=-4$. **C.** $x=-5; y=4$. **D.** $x=5; y=-4$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x-2y-2z-1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=-3-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3-2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-5;2), B(3;3;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+4}{1}$; hai điểm C, D thay đổi trên $d: CD=6\sqrt{3}$. Biết rằng khi $C(a,b,c)(b<2)$ thì tổng diện tích tất cả các mặt của tứ diện đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

A. $a+b+c=-4$. **B.** $a+b+c=-7$. **C.** $a+b+c=2$. **D.** $a+b+c=-1$.

Câu 5. Cho x, a, b là các số thực dương thỏa mãn $\log_7 \frac{1}{x}=2\log_7 a-6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là

A. $x=2a-3b$. **B.** $x=\frac{b^3}{a^2}$. **C.** $x=a^2b^3$. **D.** $x=\frac{a^2}{b^3}$.

Câu 6. Tìm phần thực a của số phức $z=i^2+.....+i^{2019}$.

A. $a=1$. **B.** $a=-2^{1009}$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=2^{1009}$.

Câu 7. **[Mức độ 2]** Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)$. Khoảng nghịch biến của hàm số là

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2);(0;1)$. **C.** $(-\infty;-2);(0;+\infty)$. **D.** $(-2;0);(1;+\infty)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(2;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x\ln x}$ và $f(e^2)=0$. Tính $f(e^4)$.

A. $f\left(e^4\right)=\ln 2$. **B.** $f\left(e^4\right)=3\ln 2$. **C.** $f\left(e^4\right)=2$. **D.** $f\left(e^4\right)=-\ln 2$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=3^{x^3+2}$ là

A. $y=3x^2.3^{x^3+2}$. **B.** $y=x^2.3^{x^3+3}.\ln 3$.

C. $y=3x^2.\left(x^3+2\right).3^{x^3+1}$. **D.** $y=3^{x^3+2}.\ln 3$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ lên trục Oy là

A. $H\left(2;0;0\right)$. **B.** $H\left(2;0;-1\right)$. **C.** $H\left(0;1;-1\right)$. **D.** $H\left(0;1;0\right)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) theo a

A. a. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{21}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 12. Cho số phức $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z-\dfrac{3+4i}{2-i}=(1-i)^2$. Tính $P=10a+10b$.

A. $P=2$. **B.** $P=20$. **C.** $P=4$. **D.** $P=-42$.

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;5)$ và $B(2;-5;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+9}{13}$.

A. $3x+2y+13z+56=0$. **B.** $3x-2y-13z+56=0$.

C. $3x+2y+13z-56=0$. **D.** $3x-2y+13z-56=0$.

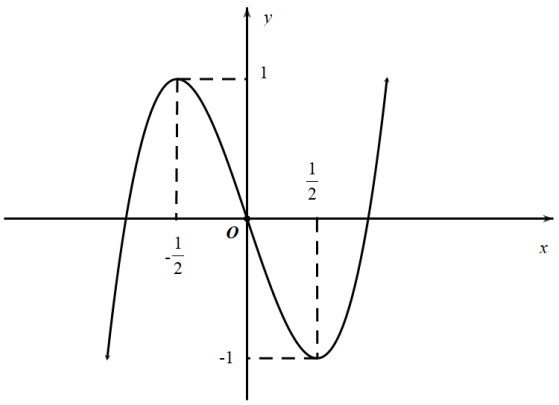
Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 15. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}}\cos^2 2x dx=\dfrac{\pi}{a}+\dfrac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương, $\dfrac{b}{c}$ tối giản. Tính $P=a+b+c$.

A. $P=23$. **B.** $P=24$. **C.** $P=25$. **D.** $P=15$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=\left|f(x)\right|-\sqrt{1-2|x|}+f\left(\frac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ là 0.

A. Không tồn tại. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

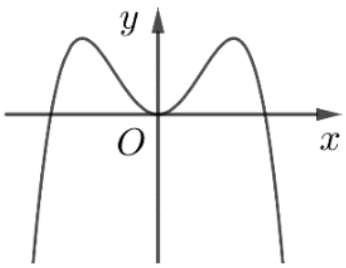
Câu 17. Trong tất cả các số phức $z=a+bi$, $a,b\in\mathbb{R}$ thỏa mãn hệ thức $|z-2+5i|=|z-i|$. Biết rằng $|z+1-i|$ nhỏ nhất. Tính $P=a.b$.

A. $\frac{13}{100}$. **B.** $-\frac{23}{100}$. **C.** $-\frac{5}{16}$. **D.** $\frac{9}{25}$.

Câu 18. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=a, AA'=a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 19. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Câu 20. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2;4;5)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất là $ax+by+cz-60=0$. Tính $a+b+c$.

A. 30. **B.** 51. **C.** 19. **D.** 32.

Câu 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x^2-7\right|$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. 7. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 0.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x.\ln 3+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$.

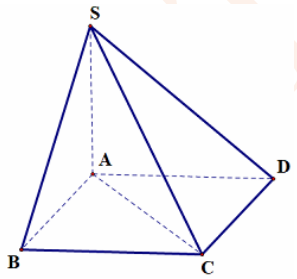
Câu 23. Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. $\dfrac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 4π. **D.** 32π.

Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3,u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 18. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$, $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a, AD=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;2]$ và thỏa mãn $f(x)=\sqrt{x+2}+xf\left(3-x^2\right)$.

Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{2}f(x)\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{14}{3}$. **B.** $I=\dfrac{4}{3}$. **C.** $I=\dfrac{28}{3}$. **D.** 2.

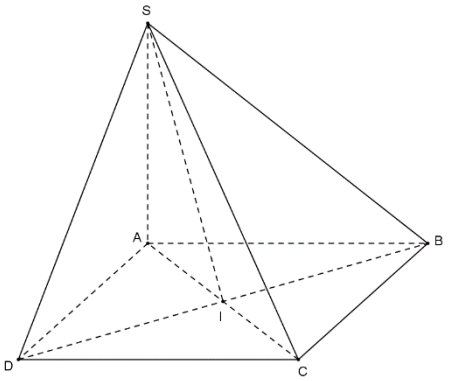
Câu 27. Cho hai hàm số $F(x)=\left(x^2+ax+b\right)e^x$, $f(x)=\left(x^2+3x+4\right)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S=a+b$.

A. $S=12$. **B.** $S=6$. **C.** $S=-6$. **D.** $S=4$.

Câu 28. Một tổ học sinh có 12 bạn, gồm 7 nam và 5 nữ. Cần chọn một nhóm 3 học sinh của tổ đó để làm vệ sinh lớp học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong nhóm có cả nam và nữ?

A. 175. **B.** 350. **C.** 22. **D.** 45.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó tang của góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. $\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 30. Cho số phức $z=3+4i$. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. $|z|=5$. **B.** Phần ảo của số phức z bằng 4.

C. $\bar{z}=3-4i$. **D.** z là số thực.

Câu 31. [Mức độ 3] Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1+2z_2|=2$ và $|2z_1-3z_2-7i|=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1-2i|+|z_2+i|$ là

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai, liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$, thỏa mãn $f'(x)-2f(x)f'(x)+2xf'(x)+(x+1)^2\cdot f''(x)=0,\ \forall x\in[0;1]$, $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)=f\left(\dfrac{1}{2}\right)=1$. Biết $\displaystyle\int_0^1\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}$ (trong đó a,b là các số nguyên dương và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng

A. 26. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 181.

Câu 34. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;-2)$; $B(3;2;0)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-3)^2+y^2+(z+1)^2=20$. **B.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=20$. **D.** $(x-3)^2+y^2+(z+1)^2=5$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+bz+c=0$, $(c\neq 0)$. Tính $P=\frac{1}{z_1^2}+\frac{1}{z_2^2}$ theo b, c.

A. $P=\frac{b^2-2c}{c^2}$. **B.** $P=\frac{b^2-2c}{c}$. **C.** $P=\frac{b^2+2c}{c^2}$. **D.** $P=\frac{b^2+2c}{c}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=3\\z=-1+2t\end{cases}$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_3=(1;0;2)$. **B.** $\vec{u}_4=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{u}_1=(1;0;-2)$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=-1$.

Câu 39. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3$, $AC=5$, $AA'=8$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

A. 120. **B.** 60. **C.** 32. **D.** 96.

Câu 40. Xét các số thực dương a,b,c lớn hơn 1 (với $a>b$) thỏa mãn $4\left(\log_a c+\log_b c\right)=25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_b a+\log_a c+\log_c b$ bằng

A. 8. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 41. Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao của khối chóp bằng $3a$ là

A. $V=4a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=0$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đường kính AB, với điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB. Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x+by+cz+d_1=0$ và $2x+by+cz+d_2=0$, $(d_1<d_2)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1;d_2)$?

A. 13. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 11.

Câu 44. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $V=\pi rh$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\pi r^2h$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi rh^2$.

Câu 45. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x-1)>\log_2 x$ là

A. $S=\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $S=(0;1)$. **C.** $S=(0;+\infty)$. **D.** $S=(1;+\infty)$.

Câu 46. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh?

A. 32760. **B.** 50625. **C.** 60. **D.** 1365.

Câu 47. Xét hai số thực a, b thỏa mãn $2^{a+b-1}+2^{2a+2b-1}\le 7\log_2(a+b)+3$ và hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-10)=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(2a-x)^2+(b-y)^2$ bằng

A. $\frac{41-12\sqrt{5}}{5}$. **B.** $9-4\sqrt{2}$. **C.** $\frac{11-6\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{21-8\sqrt{5}}{5}$.

Câu 48. Tính $I=\int_{-1}^{1}\frac{x^3}{x^2+2}\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=3$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-3$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):5x+y-z-3=0$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}(5;-1;-3)$. **B.** $\vec{n}(5;1;-3)$. **C.** $\vec{n}(1;-1;3)$. **D.** $\vec{n}(5;1;-1)$.

Câu 50. Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thoả mãn $\int f(x)\mathrm{d}x = \ln|x+3|+C$?

A. $f(x)=(x+3)\ln(x+3)-x$.

B. $f(x)=\ln(\ln(x+3))$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{x+3}$.

D. $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$.

--------- HẾT---------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.A	4.B	5.B	6.C	7.A	8.A	9.B	10.D
11.D	12.A	13.D	14.A	15.C	16.D	17.B	18.D	19.B	20.C
21.B	22.C	23.A	24.C	25.D	26.C	27.D	28.A	29.A	30.D
31.A	32.B	33.B	34.B	35.D	36.A	37.D	38.A	39.D	40.D
41.A	42.B	43.D	44.B	45.D	46.D	47.D	48.A	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cho $I=\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{2x+a}}$, với $a>0$. Tìm a nguyên để $I\ge 1$.

A. Không có giá trị nào của a. **B.** $a=0$.

C. Vô số giá trị của a. **D.** $a=1$.

Lời giải

$$I=\int\limits_0^1 \frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{2x+a}}=\sqrt{2x+a}\Big|_0^1=\sqrt{2+a}-\sqrt{a}.$$

Ta có: $I\ge 1\Leftrightarrow \sqrt{2+a}\ge 1+\sqrt{a}\Leftrightarrow 2+a\ge a+1+2\sqrt{a}\Leftrightarrow \sqrt{a}\le \frac{1}{2}\Leftrightarrow 0\le a\le \frac{1}{4}$.

Với $a>0$, a nguyên thì không có giá trị nào của a thoả mãn.

Câu 2. Tìm các số thực x,y thỏa mãn $(1-3i)x-2y+(1+2y)i=-3-6i$.

A. $x=5;y=4$. **B.** $x=-5;y=-4$. **C.** $x=-5;y=4$. **D.** $x=5;y=-4$.

Lời giải

Ta có: $(1-3i)x-2y+(1+2y)i=-3-6i\Leftrightarrow x-2y+(1-3x+2y)i=-3-6i$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2y=-3 \\ -3x+2y=-7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=4 \end{cases}.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):2x-2y-2z-1=0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x=-3-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-3+2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-3-2t \\ y=-2t \\ z=1-t \end{cases}$.

Lời giải

Ta có $\vec{n}=(2;-2;-2)$ là véctơ pháp tuyến của (P). Suy ra $\vec{n}=(-1;1;1)$ là véctơ chỉ phương của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P).

Phương trình tham số là $\begin{cases} x=-3-t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-5;2), B(3;3;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z+4}{1}$; hai điểm C, D thay đổi trên $d: CD=6\sqrt{3}$. Biết rằng khi $C(a,b,c)(b<2)$ thì tổng diện tích tất cả các mặt của tứ diện đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a+b+c$.

A. $a+b+c=-4$. **B.** $a+b+c=-7$. **C.** $a+b+c=2$. **D.** $a+b+c=-1$.

Lời giải

Ta có $(d): \begin{cases} x=3+t \\ y=-3+t \\ z=-4+t \end{cases}$, $\overrightarrow{AB}=(4;8;-4) \Rightarrow \vec{u}_{AB}=(1,2,-1)$.

Ta có:

$$S_{ABC}+S_{ABD}+S_{ACD}+S_{BCD}=\frac{1}{2}d(C,AB).AB+\frac{1}{2}d(D,AB).AB+\frac{1}{2}d(A,d).CD+\frac{1}{2}d(B,d).CD$$

Ta có $C\in(d) \Rightarrow C(3+t;-3+t;-4+t) \Rightarrow \overrightarrow{CA}=(-t-4;-t-2;-t+6)$,

$D\in(d) \Rightarrow D(3+t';-3+t';-4+t') \Rightarrow \overrightarrow{DA}=(-t'-4;-t'-2;-t'+6)$

$\left[\overrightarrow{CA},\vec{u}_{AB}\right]=(3t-10;-2t+2;-t-6), \left[\overrightarrow{DA},\vec{u}_{AB}\right]=(3t'-10;-2t'+2;-t'-6)$

Ta có:

$$d(C,AB)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{CA},\vec{u}_{AB}\right]\right|}{|\vec{u}_{AB}|}=\frac{\sqrt{(3t-10)^2+(-2t+2)^2+(-t-6)^2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{14t^2-56t+140}}{\sqrt{6}}$$

$$=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}\sqrt{(t-2)^2+6}$$

$$d(D,AB)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{DA},\vec{u}_{AB}\right]\right|}{|\vec{u}_{AB}|}=\frac{\sqrt{(3t'-10)^2+(-2t'+2)^2+(-t'-6)^2}}{\sqrt{6}}=\frac{\sqrt{14(t')^2-56t'+140}}{\sqrt{6}}$$

$$=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}\sqrt{(t'-2)^2+6}$$

Mặt khác $CD=6\sqrt{3} \Leftrightarrow \sqrt{3(t'-t)^2}=6\sqrt{3} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} t'-t=6 \\ t'-t=-6 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t'=t+6 \\ t'=t-6 \end{array}\right.$

Vì A, B cố định, độ dài $CD=6\sqrt{3}$ không đổi nên S_{ACD}, S_{BCD} không đổi.

Vì C di động trên đường thẳng d và độ dài CD không đổi. Nên tổng diện tích các mặt tứ diện $ABCD$ đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi tổng khoảng cách từ C và D đến đường thẳng AB đạt giá trị nhỏ nhất, hay:

$\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}\left(\sqrt{(t-2)^2+6}+\sqrt{(t'-2)^2+6}\right)\geq\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}\sqrt{(t-2+2-t')^2+\left(\sqrt{6}+\sqrt{6}\right)^2}=\frac{\sqrt{14}}{\sqrt{6}}\sqrt{6+\left(2\sqrt{6}\right)^2}=\sqrt{70}$

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\frac{t-2}{2-t'}=\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=1\Leftrightarrow t-2=2-t'\Leftrightarrow t+t'=4$.

Trường hợp 1: $t'=t+6$

Ta có $t+t'=4\Leftrightarrow 2t=-2\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow C(2;-4;-5)$

Trường hợp 2: $t'=t-6$

Ta có $t+t'=4\Leftrightarrow 2t=10\Leftrightarrow t=5\Rightarrow C(8;2;1)$

Vì $C(a,b,c)(b<2)\Rightarrow C(2;-4;-5)\Rightarrow a=2,b=-4,c=-5\Rightarrow a+b+c=-7$.

Câu 5. Cho x,a,b là các số thực dương thỏa mãn $\log_7\frac{1}{x}=2\log_7 a-6\log_{49} b$. Khi đó giá trị của x là

A. $x=2a-3b$. **B.** $x=\frac{b^3}{a^2}$. **C.** $x=a^2b^3$. **D.** $x=\frac{a^2}{b^3}$.

Lời giải

Ta có: $\log_7\frac{1}{x}=2\log_7 a-6\log_{49} b\Leftrightarrow\log_7\frac{1}{x}=2\log_7 a-6\log_{7^2} b$

$\Leftrightarrow\log_7\frac{1}{x}=2\log_7 a-3\log_7 b\Leftrightarrow\log_7\frac{1}{x}=\log_7 a^2-\log_7 b^3$

$\Leftrightarrow\log_7\frac{1}{x}=\log_7\frac{a^2}{b^3}\Rightarrow\frac{1}{x}=\frac{a^2}{b^3}\Leftrightarrow x=\frac{b^3}{a^2}$.

Câu 6. Tìm phần thực a của số phức $z=i^2+.....+i^{2019}$.

A. $a=1$. **B.** $a=-2^{1009}$. **C.** $a=-1$. **D.** $a=2^{1009}$.

Lời giải

Ta có: $z=i^2+.....+i^{2019}=i\left(i+.....+i^{2018}\right)=i\frac{1-i^{2018}}{1-i}=i(1+i)=-1+i$.

Vậy phần thực của số phức z là $a=-1$.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^3(x-1)^2(x+2)$. Khoảng nghịch biến của hàm số là

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2);(0;1)$. **C.** $(-\infty;-2);(0;+\infty)$. **D.** $(-2;0);(1;+\infty)$.

Lời giải

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $(2;+\infty)$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x\ln x}$ và $f(e^2)=0$. Tính $f(e^4)$.

A. $f(e^4)=\ln 2$. **B.** $f(e^4)=3\ln 2$. **C.** $f(e^4)=2$. **D.** $f(e^4)=-\ln 2$.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_{e^2}^{e^4} f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{e^2}^{e^4}\dfrac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x=f(e^4)-f(e^2)$.

Mà $f(e^2)=0$ nên suy ra:

$f(e^4)=\int\limits_{e^2}^{e^4}\dfrac{1}{x\ln x}\mathrm{d}x=\int\limits_{2}^{4}\dfrac{\mathrm{d}t}{t}$ (với $t=\ln x$)

$=\ln|t|\Big|_2^4=\ln 4-\ln 2=\ln 2.$

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=3^{x^3+2}$ là

A. $y=3x^2.3^{x^3+2}$. **B.** $y=x^2.3^{x^3+3}.\ln 3$.

C. $y=3x^2.(x^3+2).3^{x^3+1}$. **D.** $y=3^{x^3+2}.\ln 3$.

Lời giải

Ta có: $y'=\left(3^{x^3+2}\right)'=\left(x^3+2\right)'.3^{x^3+2}.\ln 3=3x^2.3^{x^3+2}.\ln 3=x^2.3^{x^3+3}.\ln 3$

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ lên trục Oy là

A. $H(2;0;0)$. **B.** $H(2;0;-1)$. **C.** $H(0;1;-1)$. **D.** $H(0;1;0)$.

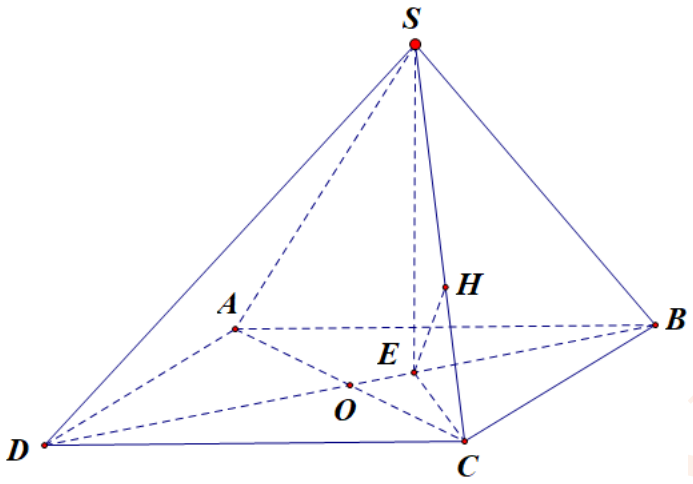
Lời giải

Hình chiếu vuông góc của điểm $A(2;1;-1)$ lên trục Oy có tọa độ là $H(0;1;0)$.

Câu 11. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD) theo a

A. a. **B.** $\dfrac{2a\sqrt{21}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải



Gọi O là tâm hình thoi $ABCD$ và E là trọng tâm của tam giác ABC.

$$\begin{cases} SD \cap (ABCD) = D \\ SE \perp (ABCD) \text{ tại E} \end{cases} \Rightarrow (SD,(ABCD)) = (SD,ED) = SDE = 30^\circ$$

Do tam giác ABC đều nên $\begin{cases} BD = 2BO = a\sqrt{3} \Rightarrow DE = \frac{2}{3}BD = a\frac{2\sqrt{3}}{3} \\ CE = \frac{2}{3}BO = a\frac{\sqrt{3}}{3} \end{cases}$

Khi đó $\tan SDO = \frac{SE}{DE} \Rightarrow SE = \frac{2a}{3}$

Vì tam giác ABC đều nên $CE \perp AB \Rightarrow CE \perp CD$ mà $CD \perp SE$ nên $CD \perp (SEC)$

Kẻ $EH \perp SC (H \in SC)$ khi đó $EH \perp (SCD)$ tại H nên $d(E,(SCD)) = EH$

$$\frac{1}{EH^2} = \frac{1}{SE^2} + \frac{1}{EC^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(a\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2} \Rightarrow EH = a\frac{2\sqrt{21}}{21}$$

Do $BE \cap (SCD) = D$ nên $\frac{d(B,(SCD))}{d(E,(SCD))} = \frac{BD}{ED} = \frac{3}{2} \Rightarrow d(B,(SCD)) = \frac{3}{2}d(E,(SCD)) = a\frac{\sqrt{21}}{7}$.

Câu 12. Cho số phức $z = a + bi, (a,b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(1+i)z - \frac{3+4i}{2-i} = (1-i)^2$. Tính $P = 10a + 10b$.

A. $P = 2$. **B.** $P = 20$. **C.** $P = 4$. **D.** $P = -42$.

Lời giải

+) Ta có: $(1+i)z - \frac{3+4i}{2-i} = (1-i)^2 \Leftrightarrow (1+i)z - \frac{1}{5}(2+11i) = -2i$.

$\Leftrightarrow (1+i)z = \frac{1}{5}(2+i) \Leftrightarrow z = \frac{1}{5}\frac{2+i}{1+i} = \frac{3}{10} - \frac{1}{10}i$.

+) $P=10a+10b=3-1=2$.

Câu 13. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;5)$ và $B(2;-5;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng $(d):\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+9}{13}$.

A. $3x+2y+13z+56=0$. **B.** $3x-2y-13z+56=0$.

C. $3x+2y+13z-56=0$. **D.** $3x-2y+13z-56=0$.

Lời giải

+) Trung điểm I của đoạn thẳng AB có tọa độ là $I(3;-4;3)$.

+) $(d):\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z+9}{13}$ có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;-2;13)$.

+) Mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc (d) nên có phương trình là: $3(x-3)-2(y+4)+13(z-3)=0\Leftrightarrow 3x-2y+13z-56=0$.

Câu 14. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

+) Tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

+) Ta có $\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x-2}{x+1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-2}{x+1}=-\infty$ nên tiệm cận đứng của đồ thị là $x=-1$.

Câu 15. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}}\cos^2 2x dx=\dfrac{\pi}{a}+\dfrac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương, $\dfrac{b}{c}$ tối giản. Tính $P=a+b+c$.

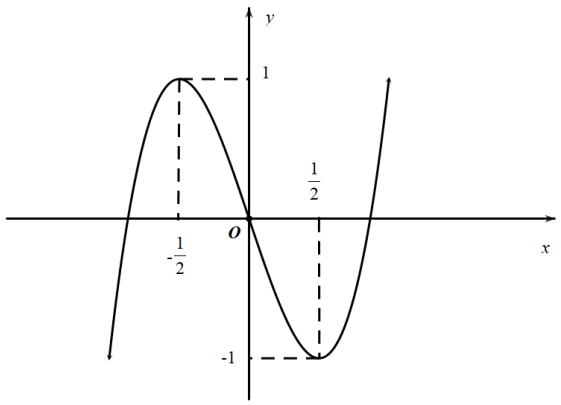
A. $P=23$. **B.** $P=24$. **C.** $P=25$. **D.** $P=15$.

Lời giải

Ta có $\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}}\cos^2 2x dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{8}}\left(\dfrac{1+\cos 4x}{2}\right)dx=\left(\dfrac{1}{2}\left(x+\dfrac{1}{4}\sin 4x\right)\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{8}}=\dfrac{\pi}{16}+\dfrac{1}{8}$.

Vậy $a=16, b=1, c=8\Rightarrow P=a+b+c=25$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ đồ thị như hình vẽ



Đặt $g(x)=\left|f(x)\right|-\sqrt{1-2|x|}+f\left(\frac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)$. Với giá trị nào của m thì giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ là 0.

A. Không tồn tại. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $g(x)$ là $1-2|x|\ge 0\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le x\le \frac{1}{2}$.

Ta có: $\left|f(x)\right|\ge 0$ và $-\sqrt{1-2|x|}\ge -1$

Do đó: $\left|f(x)\right|-\sqrt{1-2|x|}\ge -1$.Dấu bằng xảy ra khi: $\begin{cases} f(x)=0 \\ 1-2|x|=1 \end{cases}\Rightarrow x=0$

$\Rightarrow g(x)\ge f\left(\frac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)-1$

Để giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ là 0 thì :

$$f\left(\frac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)-1=0\Leftrightarrow f\left(\frac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}\right)=1$$

Từ đồ thị hàm số $\Rightarrow \frac{\sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}}{2\sqrt{2}}=-\frac{1}{2}$

$$\Leftrightarrow \sqrt{1+2m}-\sqrt{1-2m}=-\sqrt{2}\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{1+2m}+\sqrt{2}=\sqrt{1-2m} \\ -\frac{1}{2}\le m\le \frac{1}{2} \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 1+2m+2+2\sqrt{2+4m}=1-2m \\ -\frac{1}{2}\le m\le \frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2+4m} = -2m-1 \\ -2m-1 \ge 0 \\ -\frac{1}{2} \le m \le \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{2+4m} = -2m-1 \\ m \le -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \le m \le \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow m = -\frac{1}{2}.$$

Câu 17. Trong tất cả các số phức $z = a+bi$, $a,b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn hệ thức $|z-2+5i| = |z-i|$. Biết rằng $|z+1-i|$ nhỏ nhất. Tính $P = a.b$.

A. $\frac{13}{100}$. **B.** $-\frac{23}{100}$. **C.** $-\frac{5}{16}$. **D.** $\frac{9}{25}$.

Lời giải

Ta có: $|z-2+5i| = |z-i| \Leftrightarrow |a-2+(b+5)i| = |a+(b-1)i|$

$\Leftrightarrow \sqrt{(a-2)^2+(b+5)^2} = \sqrt{a^2+(b-1)^2} \Leftrightarrow 4a = 12b+28 \Leftrightarrow a = 3b+7$.

Khi đó: $|z+1-i| = \sqrt{(a+1)^2+(b-1)^2} = \sqrt{(3b+8)^2+(b-1)^2} = \sqrt{10b^2+46b+65}$

$= \sqrt{10\left(b+\frac{23}{10}\right)^2+\frac{121}{10}} \ge \frac{11\sqrt{10}}{10}$.

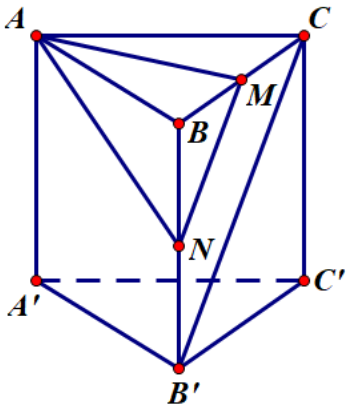
Suy ra $|z+1-i|$ nhỏ nhất bằng $\frac{11\sqrt{10}}{10} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{1}{10} \\ b = -\frac{23}{10} \end{cases}$.

Vậy $P = a.b = -\frac{23}{100}$.

Câu 18. Cho lăng trụ đứng tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy là một tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = a, AA' = a\sqrt{2}$, M là trung điểm BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$.

A. $\frac{2a}{\sqrt{5}}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Lời giải



Gọi N là trung điểm BB'.

Ta có $MN // B'C$ (do MN là đường trung bình của tam giác $BB'C$).

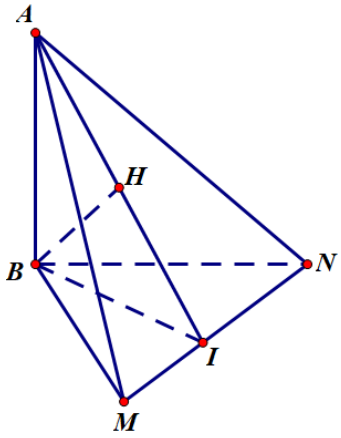
Mà $MN \subset (AMN) \Rightarrow B'C // (AMN)$.

$\Rightarrow d(B'C, AM) = d(B'C, (AMN)) = d(C, (AMN))$.

Lại do M là trung điểm của BC nên $d(C, (AMN)) = d(B, (AMN))$.

Trong mặt phẳng (BMN), dựng $BI \perp MN, I \in MN$.

Trong mặt phẳng (ABI), dựng $BH \perp AI, H \in AI$.



Ta có $AB \perp BM$ (do tam giác ABC vuông tại B), $AB \perp BN$ (tính chất lăng trụ đứng)

$\Rightarrow AB \perp (BMN)$.

$\Rightarrow AB \perp MN$, mà $MN \perp BI \Rightarrow MN \perp (ABI)$.

$\Rightarrow MN \perp BH$, mà $BH \perp AI \Rightarrow BH \perp (AMN)$.

$\Rightarrow d(B, (AMN)) = BH$.

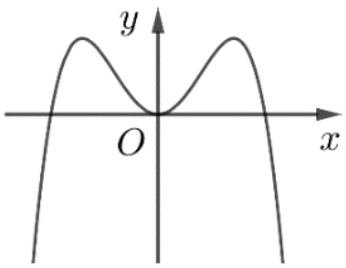
Ta có $AB = a, BM = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}, BN = \frac{1}{2}BB' = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Tam giác BMN vuông tại B, đường cao BI nên $BI = \sqrt{\frac{BM^2.BN^2}{BM^2 + BN^2}} = \frac{a\sqrt{6}}{6}$.

Tam giác ABI vuông tại B, đường cao BH nên $BH = \sqrt{\frac{AB^2.BI^2}{AB^2 + BI^2}} = \frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Vậy $d\left(AM,B'C\right)=d\left(B,\left(AMN\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 19. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^3+3x$.

Lời giải

Ta thấy đường trong trong hình bên là đồ thị của hàm số trùng phương với hệ số $a<0$. Do đó chọn đáp án B.

Câu 20. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $M\left(2;4;5\right)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất là $ax+by+cz-60=0$. Tính $a+b+c$.

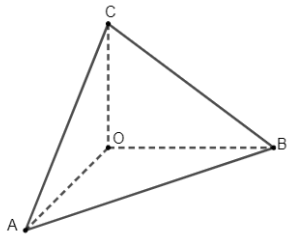
A. 30. **B.** 51. **C.** 19. **D.** 32.

Lời giải

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M\left(2;4;5\right)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz tại ba điểm $A(m;0;0)$, $B(0;n;0)$, $C(0;0;p)$ với $m,n,p>0$.

Phương trình mặt phẳng $(\alpha):\dfrac{x}{m}+\dfrac{y}{n}+\dfrac{x}{p}=1$.

Vì (α) qua $M\left(2;4;5\right)$ nên ta có: $\dfrac{2}{m}+\dfrac{4}{n}+\dfrac{5}{p}=1$.



Tứ diện $OABC$ có thể tích là: $V=\dfrac{1}{6}mnp$.

Do $m,n,p>0$ ta có $1=\dfrac{2}{m}+\dfrac{4}{n}+\dfrac{5}{p}\geq 3\sqrt[3]{\dfrac{40}{mnp}}\Leftrightarrow mnp\geq 1080$.

$\Rightarrow V=\dfrac{1}{6}mnp\geq\dfrac{1}{6}.1080=180$.

Tứ diện $OABC$ có thể tích nhỏ nhất là 180 $\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{m}+\frac{4}{n}+\frac{5}{p}=1 \\ \frac{2}{m}=\frac{4}{n}=\frac{5}{p} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{2}{m}=\frac{4}{n}=\frac{5}{p}=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} m=6 \\ n=12 \\ p=15 \end{cases}$.

$\Rightarrow (\alpha): \frac{x}{6}+\frac{y}{12}+\frac{z}{15}=1 \Leftrightarrow 10x+5y+4z-60=0$

$\Rightarrow a=10, b=5, c=4 \Rightarrow a+b+c=10+5+4=19$.

Câu 21. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^3-3x^2-7\right|$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. 7. **B.** 11. **C.** 9. **D.** 0.

Lời giải

Đặt $f(x)=x^3-3x^2-7$ trên đoạn $[0;4]$.

$f'(x)=3x^2-6x$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

$f(0)=-7; f(2)=-11; f(4)=9 \Rightarrow \max\limits_{[0;4]} y=\max\limits_{[0;4]}\left|f(x)\right|=max\left\{\left|f(0)\right|,\left|f(2)\right|,\left|f(4)\right|\right\}=11$.

Câu 22. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x.\ln 3+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3^x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3^{x+1}}{x+1}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int 3^x\mathrm{d}x=\frac{3^x}{\ln 3}+C$.

Câu 23. Cho khối cầu có bán kính $R=2$. Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. $\frac{32\pi}{3}$. **B.** 16π. **C.** 4π. **D.** 32π.

Lời giải

Thể tích khối cầu đã cho là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi.2^3=\frac{32\pi}{3}$.

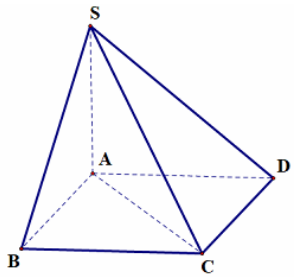
Câu 24. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3, u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 18. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Ta có $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{6}{3}=2$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$, $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a, AD=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. 90^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Ta có $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Suy ra $(SC,(ABCD)) = (SC,AC) = SCA = \alpha$.

Mặt khác $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + 2a^2} = a\sqrt{3}$.

Xét tam giác vuông SAC có $\tan\alpha = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow \alpha = 30^0$.

Câu 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1;2]$ và thỏa mãn $f(x) = \sqrt{x+2} + xf\left(3-x^2\right)$.

Tính tích phân $I = \int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x$

A. $I = \dfrac{14}{3}$. **B.** $I = \dfrac{4}{3}$. **C.** $I = \dfrac{28}{3}$. **D.** 2.

Lời giải

$$I = \int\limits_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{2} \left(\sqrt{x+2} + xf\left(3-x^2\right)\right)\mathrm{d}x = \int\limits_{-1}^{2} \sqrt{x+2}\,\mathrm{d}x + \int\limits_{-1}^{2} xf\left(3-x^2\right)\mathrm{d}x$$

$$= \int\limits_{-1}^{2} (x+2)^{\frac{1}{2}}\,\mathrm{d}(x+2) + \int\limits_{-1}^{2} xf\left(3-x^2\right)\mathrm{d}x = \frac{2}{3}(x+2)^{\frac{3}{2}}\Big|_{-1}^{2} + \int\limits_{-1}^{2} xf\left(3-x^2\right)\mathrm{d}x = \frac{14}{3} + \int\limits_{-1}^{2} xf\left(3-x^2\right)\mathrm{d}x$$

Tính $\int\limits_{-1}^{2} xf\left(3-x^2\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t = 3-x^2 \Rightarrow \mathrm{d}t = -2x\mathrm{d}x$; Đổi cận: $x=-1 \Rightarrow t=2$; $x=2 \Rightarrow t=-1$

$$\int\limits_{-1}^{2} xf\left(3-x^2\right)\mathrm{d}x = -\frac{1}{2}\int\limits_{2}^{-1} f(t)\,\mathrm{d}t = \frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{2} f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{1}{2}I$$

Vậy $I = \dfrac{14}{3} + \dfrac{1}{2}I \Leftrightarrow I = \dfrac{28}{3}$.

Câu 27. Cho hai hàm số $F(x) = \left(x^2 + ax + b\right)e^x$, $f(x) = \left(x^2 + 3x + 4\right)e^x$. Biết a, b là các số thực để $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Tính $S = a + b$.

A. $S = 12$. **B.** $S = 6$. **C.** $S = -6$. **D.** $S = 4$.

Lời giải

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) \Leftrightarrow F'(x)=f(x) \Leftrightarrow \left[\left(x^2+ax+b\right)e^x\right]'=\left(x^2+3x+4\right)e^x$

$\Leftrightarrow \left[x^2+(a+2)x+(a+b)\right]e^x=\left(x^2+3x+4\right)e^x \Leftrightarrow \begin{cases}a+2=3\\a+b=4\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}$

Vậy $S=a+b=4$.

Câu 28. Một tổ học sinh có 12 bạn, gồm 7 nam và 5 nữ. Cần chọn một nhóm 3 học sinh của tổ đó để làm vệ sinh lớp học. Hỏi có bao nhiêu cách chọn sao cho trong nhóm có cả nam và nữ?

A. 175. **B.** 350. **C.** 22. **D.** 45.

Lời giải

TH1: Nhóm 3 học sinh cần chọn có 1 nam và 2 nữ

+ Chọn 1 nam từ 7 nam có $C_7^1=7$ cách

+ Chọn 2 nữ từ 5 nữ có $C_5^2=10$ cách

Vậy có $7.10=70$ cách.

TH2: Nhóm 3 học sinh cần chọn có 2 nam và 1 nữ

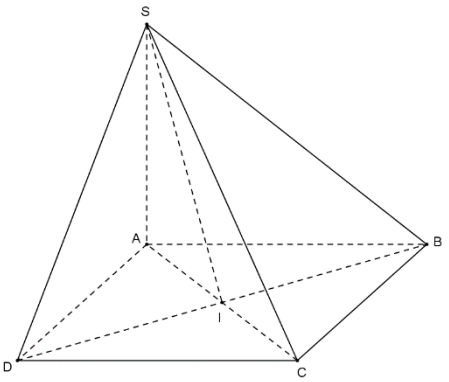
+ Chọn 2 nam từ 7 nam có $C_7^2=21$ cách

+ Chọn 1 nữ từ 5 nữ có $C_5^1=5$ cách

Vậy có $21.5=105$ cách.

Do đó có tất cả các cách chọn thỏa mãn yêu cầu bài toán là $70+105=175$ cách.

Câu 29. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm I, cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$ và $SA=a\sqrt{3}$ (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó tang của góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ là



A. $\sqrt{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{6}}{6}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Vì $SA\perp(ABCD)$ nên AI là hình chiếu vuông góc của SI lên mặt phẳng $(ABCD)$.

Do đó, góc giữa đường thẳng SI và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng góc (SI,AI).

Xét tam giác SAI vuông tại A nên $SIA<90^\circ \Rightarrow (SI,AI)=SIA$.

$\tan SIA = \dfrac{SA}{AI} = \dfrac{a\sqrt{3}}{\dfrac{a\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{6}.$

Câu 30. Cho số phức $z = 3+4i$. Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. $|z| = 5$. **B.** Phần ảo của số phức z bằng 4.

C. $\bar{z} = 3-4i$. **D.** z là số thực.

Lời giải

$z = 3+4i$ là số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 4.

$\bar{z} = 3-4i$ là số phức có phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -4.

$|z| = \sqrt{3^2+4^2} = 5.$

Câu 31. Xét hai số phức z_1, z_2 thoả mãn $|z_1+2z_2| = 2$ và $|2z_1-3z_2-7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1-2i| + |z_2+i|$ là

A. $\dfrac{4\sqrt{3}}{3}$. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** $4\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Đặt $w_1 = z_1 - 2i;\ w_2 = z_2 + i.$

Suy ra $z_1 = w_1 + 2i;\ z_2 = w_2 - i.$

Khi đó

$|z_1+2z_2| = 2$

$\Leftrightarrow |w_1 + 2i + 2(w_2 - i)| = 2$

$\Leftrightarrow |w_1 + 2w_2| = 2$

$\Leftrightarrow |w_1 + 2w_2|^2 = 4$

$\Leftrightarrow (w_1+2w_2).\overline{(w_1+2w_2)} = 4$

$\Leftrightarrow (w_1+2w_2).(\overline{w_1}+2\overline{w_2}) = 4$

$\Leftrightarrow |w_1|^2 + 4|w_2|^2 + 2w_1\overline{w_2} + 2\overline{w_1}w_2 = 4$

$\Leftrightarrow 3|w_1|^2 + 12|w_2|^2 + 6w_1\overline{w_2} + 6\overline{w_1}w_2 = 12 \quad (1).$

Tương tự

$|2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$

$\Leftrightarrow |2(w_1+2i) - 3(w_2 - i) - 7i| = 4$

$\Leftrightarrow |2w_1 - 3w_2| = 4$

$\Leftrightarrow \left|2w_1-3w_2\right|^2=16$

$\Leftrightarrow 4\left|w_1\right|^2+9\left|w_2\right|^2-6w_1\overline{w_2}-6\overline{w_1}w_2=16 \quad (2).$

Từ (1) và (2) suy ra $\left|w_1\right|^2+3\left|w_2\right|^2=4$.

Do đó

$$P=\left|w_1\right|+\left|w_2\right|=1.\left|w_1\right|+\sqrt{3}.\left|w_2\right|.\frac{1}{\sqrt{3}}\le\sqrt{\left(\left|w_1\right|^2+3\left|w_2\right|^2\right)\left(1^2+\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2\right)}=\sqrt{4.\frac{4}{3}}=\frac{4\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của P bằng $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ khi $\left|w_1\right|=\sqrt{3};\left|w_2\right|=\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 32. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ vì $f'(x)>0,\ \forall x\in(0;1)$ nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai, liên tục và nhận giá trị dương trên đoạn $[0;1]$, thỏa mãn $f'(x)-2f(x)f'(x)+2xf'(x)+(x+1)^2\cdot f''(x)=0,\ \forall x\in[0;1]$, $f'\left(\frac{1}{2}\right)=f\left(\frac{1}{2}\right)=1$. Biết $\int_0^1\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x=\frac{a}{b}$ (trong đó a,b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Giá trị của $a+b$ bằng

A. 26. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 181.

Lời giải

Ta có với mọi x thuộc đoạn $[0;1]$ thì $f'(x)-2f(x)f'(x)+2xf'(x)+(x+1)^2\cdot f''(x)=0$

Suy ra $(2x+2)f'(x)+(x+1)^2\cdot f''(x)=f'(x)+2f(x)f'(x)$

$\Leftrightarrow\left[(x+1)^2\cdot f'(x)\right]'=\left[f^2(x)+f(x)\right]'$.

Suy ra $(x+1)^2\cdot f'(x)=f^2(x)+f(x)+C$.

Thay $x=\frac{1}{2}$ vào đẳng thức trên ta được: $\frac{9}{4}\cdot f'\left(\frac{1}{2}\right)=f^2\left(\frac{1}{2}\right)+f\left(\frac{1}{2}\right)+C\Rightarrow C=\frac{1}{4}$.

Suy ra $(x+1)^2\cdot f'(x)=f^2(x)+f(x)+\frac{1}{4}\Leftrightarrow(x+1)^2\cdot f'(x)=\left[f(x)+\frac{1}{2}\right]^2$.

Hay $\frac{f'(x)}{\left[f(x)+\frac{1}{2}\right]^2}=\frac{1}{(x+1)^2}$.

Lấy nguyên hàm 2 vế ta được: $\int\frac{f'(x)}{\left[f(x)+\frac{1}{2}\right]^2}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{(x+1)^2}\mathrm{d}x\Leftrightarrow-\frac{1}{f(x)+\frac{1}{2}}=-\frac{1}{x+1}+D$.

Thay $x=\frac{1}{2}$ vào đẳng thức trên ta được:

$-\frac{1}{f\left(\frac{1}{2}\right)+\frac{1}{2}}=-\frac{1}{\frac{1}{2}+1}+D\Leftrightarrow-\frac{1}{1+\frac{1}{2}}=-\frac{1}{\frac{1}{2}+1}+D\Leftrightarrow D=0$.

Suy ra $-\frac{1}{f(x)+\frac{1}{2}}=-\frac{1}{x+1}\Rightarrow f(x)+\frac{1}{2}=x+1\Leftrightarrow f(x)=x+\frac{1}{2}$.

Khi đó $\int\limits_0^1\left[f(x)\right]^2\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(x+\frac{1}{2}\right)^2\mathrm{d}x=\left.\frac{\left(x+\frac{1}{2}\right)^3}{3}\right|_0^1=\frac{13}{12}$.

Suy ra $a=13,b=12$.

Vậy $a+b=25$.

Câu 34. Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $y'=2x^2-2mx-2\left(3m^2-1\right)=2\left[x^2-mx-\left(3m^2-1\right)\right]$.

Đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow x^2-mx-\left(3m^2-1\right)=0$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta=m^2+4\left(3m^2-1\right)>0\Leftrightarrow13m^2-4>0\Leftrightarrow m^2>\frac{4}{13}\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\frac{2}{\sqrt{13}}\right)\cup\left(\frac{2}{\sqrt{13}};+\infty\right)$.

Theo Viét ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1x_2=-\left(3m^2-1\right)\end{cases}$.

Theo bài $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1\Leftrightarrow-3m^2+1+2m=1\Leftrightarrow3m^2-2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\ \ (ko\ \mathrm{tm})\\m=\frac{2}{3}(tm)\end{array}\right.$.

Kết luận: Có 1 giá trị tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;-2)$; $B(3;2;0)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-3)^2+y^2+(z+1)^2=20$. **B.** $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=5$.

C. $(x+3)^2+y^2+(z-1)^2=20$. **D.** $(x-3)^2+y^2+(z+1)^2=5$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm AB. Suy ra tọa độ $I(3;0;-1)$.

Ta có $\overrightarrow{AB}=(0;4;2)\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$.

Mặt cầu có bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=\sqrt{5}$.

Vậy phương trình mặt cầu đường kính AB là $(x-3)^2+y^2+(z+1)^2=5$.

Câu 36. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+bz+c=0$, $(c\neq 0)$. Tính $P=\dfrac{1}{z_1^2}+\dfrac{1}{z_2^2}$ theo b, c.

A. $P=\dfrac{b^2-2c}{c^2}$. **B.** $P=\dfrac{b^2-2c}{c}$. **C.** $P=\dfrac{b^2+2c}{c^2}$. **D.** $P=\dfrac{b^2+2c}{c}$.

Lời giải

Theo Viét ta có $\begin{cases} z_1+z_2=-b \\ z_1z_2=c \end{cases}$.

Ta có $P=\dfrac{1}{z_1^2}+\dfrac{1}{z_2^2}=\dfrac{z_1^2+z_2^2}{z_1^2z_2^2}=\dfrac{(z_1+z_2)^2-2z_1z_2}{(z_1z_2)^2}=\dfrac{b^2-2c}{c^2}$.

Câu 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-t \\ y=3 \\ z=-1+2t \end{cases}$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}_3=(1;0;2)$. **B.** $\vec{u}_4=(-1;3;2)$. **C.** $\vec{u}_2=(1;3;-1)$. **D.** $\vec{u}_1=(1;0;-2)$.

Lời giải

Từ phương trình của đường thẳng d, ta chọn đáp án D.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ:

x	$-\infty$		-3		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $y=-1$.

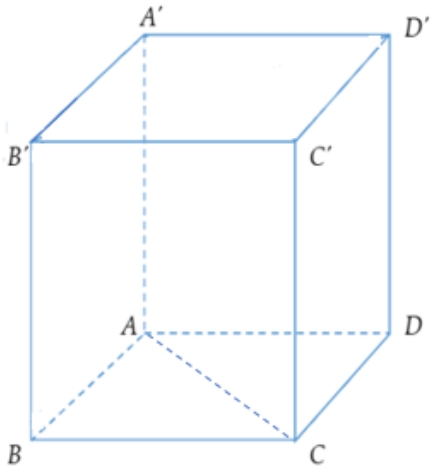
Lời giải

Do $f'(x)$ đổi dấu từ $+$ sang $-$ khi qua $x=-1$ nên ta chọn đáp án A.

Câu 39. Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=3$, $AC=5$, $AA'=8$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

A. 120. **B.** 60. **C.** 32. **D.** 96.

Lời giải



Ta có: $AD=BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=4$.

Thể tích khối hộp chữ nhật đã cho là: $V=AB.AD.AA'=3.4.8=96$.

Câu 40. Xét các số thực dương a,b,c lớn hơn 1 (với $a>b$) thỏa mãn $4\left(\log_a c+\log_b c\right)=25\log_{ab} c$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_b a+\log_a c+\log_c b$ bằng

A. 8. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Ta có

$$4\left(\log_a c+\log_b c\right)=25\log_{ab} c \Leftrightarrow 4\left(\frac{1}{\log_c a}+\frac{1}{\log_c b}\right)=\frac{25}{\log_c a+\log_c b}$$

$$\Leftrightarrow 4\left(\frac{\log_c a+\log_c b}{\log_c a.\log_c b}\right)=\frac{25}{\log_c a+\log_c b} \Leftrightarrow 4\left(\log_c a+\log_c b\right)^2=25\log_c a.\log_c b$$

$$\Leftrightarrow 4\left(\frac{\log_c a}{\log_c b}+\frac{\log_c b}{\log_c a}\right)=17 \Leftrightarrow 4\left(\log_b a+\log_a b\right)=17$$

$$\Leftrightarrow 4\log_a^2 b-17\log_a b+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\log_a b=4\\ \log_a b=\frac{1}{4}\end{array}\right. \Rightarrow \log_a b=\frac{1}{4}\ (\text{do } a>b).$$ Hay $\log_b a=4$.

Mặt khác, theo giả thiết ta có

$$\log_b a+\log_a c+\log_c b\ge 4+2\sqrt{\log_a c.\log_c b}$$

$$\Leftrightarrow \log_b a+\log_a c+\log_c b\ge 4+2\sqrt{\log_a b}$$

$$\Leftrightarrow \log_b a+\log_a c+\log_c b\ge 4+2\sqrt{\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow \log_b a+\log_a c+\log_c b\ge 5.$$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\log_b a+\log_a c+\log_c b$ bằng 5 khi $\begin{cases}\log_b a=4\\ \log_a c=\log_c b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=b^4\\ c=b^2\end{cases}$ (vì a,b,c lớn hơn 1).

Câu 41. Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao của khối chóp bằng $3a$ là

A. $V=4a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}B.h$.

Vậy thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao của khối chóp bằng $3a$ là $V=\frac{1}{3}.(2a)^2.3a=4a^3$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho là

A. $y=0$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=0$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, giá trị cực đại của hàm số đã cho là $y=1$.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) đường kính AB, với điểm $A(2;1;3)$ và $B(6;5;5)$. Xét khối trụ (T) có hai đường tròn đáy nằm trên mặt cầu (S) và có trục nằm trên đường thẳng AB. Khi (T) có thể tích lớn nhất thì hai mặt phẳng lần lượt chứa hai đáy của (T) có phương trình dạng $2x+by+cz+d_1=0$ và $2x+by+cz+d_2=0$, $(d_1<d_2)$. Có bao nhiêu số nguyên thuộc khoảng $(d_1;d_2)$?

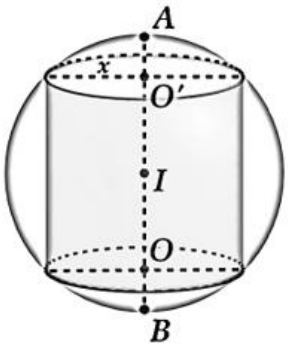
A. 13. **B.** 15. **C.** 17. **D.** 11.

Lời giải

Mặt cầu đường kính AB có tọa độ tâm $I(4;3;4)$ và bán kính

$$R=IA=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2+(-1)^2}=3.$$

Gọi x là bán kính đáy và O, O' là tâm hai đáy của khối trụ (T).



Khi đó, đường cao khối trụ (T) bằng $OO' = 2IO = 2\sqrt{9-x^2}$.

Vì (T) nội tiếp mặt cầu đường kính AB nên $0 < x < 3$.

Thể tích khối trụ (T) là: $V = \pi.x^2.2\sqrt{9-x^2}$.

Ta có: $V = 4\pi.\sqrt{\frac{x^2}{2}.\frac{x^2}{2}.\left(9-x^2\right)} \le 4\pi.\sqrt{\left(\frac{\frac{x^2}{2}+\frac{x^2}{2}+9-x^2}{3}\right)^3} = 12\pi\sqrt{3}$.

Đẳng thức xảy ra và V lớn nhất khi $\frac{x^2}{2} = 9-x^2 \Rightarrow x^2 = 6$ và khi đó $IO = \sqrt{3}$.

Ta có $\overrightarrow{AB} = (4;4;2)$ và vì vậy $\vec{n} = (2;2;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chứa hai đáy của (T) nên hai đáy có phương trình dạng

$$(P_1):\ 2x+2y+z+d_1 = 0 \text{ và } (P_2):\ 2x+2y+z+d_2 = 0.$$

Lại có $d\left(I,(P_1)\right) = d\left(I,(P_2)\right) = IO = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{|8+6+4+d_1|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \frac{|8+6+4+d_2|}{\sqrt{2^2+2^2+1^2}} = \sqrt{3}$

và $d_1 < d_2$ nên $d_1 = -18-3\sqrt{3} \approx -23{,}196$, $d_2 = -18+3\sqrt{3} \approx -12{,}80$.

Vậy các số nguyên thuộc khoảng $(d_1;d_2)$ gồm có $-23;-22;...;-13$.

Có 11 số thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là

A. $V = \pi rh$. **B.** $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. **C.** $V = \pi r^2 h$. **D.** $V = \frac{1}{3}\pi rh^2$.

Lời giải

Công thức tính thể tích khối nón có chiều cao h và bán kính đáy r là $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 45. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x-1) > \log_2 x$ là

A. $S = \left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $S = (0;1)$. **C.** $S = (0;+\infty)$. **D.** $S = (1;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x > \frac{1}{2}$.

Ta có $\log_2(2x-1) > \log_2 x \Leftrightarrow 2x-1 > x \Leftrightarrow x > 1$.

Kết hợp với điều kiện xác định, ta được tập nghiệm của bất phương trình là $S=(1;+\infty)$.

Câu 46. Có bao nhiêu cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh?

A. 32760. **B.** 50625. **C.** 60. **D.** 1365.

Lời giải

Số cách chọn ra 4 học sinh từ một tổ gồm 15 học sinh là $C_{15}^{4}=1365$.

Câu 47. Xét hai số thực a, b thỏa mãn $2^{a+b-1}+2^{2a+2b-1}\le 7\log_2(a+b)+3$ và hai số thực x, y thỏa mãn $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-10)=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=(2a-x)^2+(b-y)^2$ bằng

A. $\dfrac{41-12\sqrt{5}}{5}$. **B.** $9-4\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{11-6\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{21-8\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Đặt $t=a+b>0$, ta có $2^{a+b-1}+2^{2a+2b-1}\le 7\log_2(a+b)+3$ trở thành

$\dfrac{1}{2}.2^{t}+\dfrac{1}{2}.2^{2t}\le 7\log_2 t+3\Leftrightarrow 7\log_2 t+3-\dfrac{1}{2}.2^{t}-\dfrac{1}{2}.2^{2t}\ge 0$.

Xét hàm số $f(t)=7\log_2 t+3-\dfrac{1}{2}.2^{t}-\dfrac{1}{2}.2^{2t}\ge 0$ với $t>0$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{7}{t\ln 2}-\dfrac{1}{2}.2^{t}\ln 2-2^{2t}\ln 2$ và $f''(t)=-\dfrac{7}{t^2\ln 2}-\dfrac{1}{2}.2^{t}(\ln 2)^2-2.2^{2t}(\ln 2)^2<0$ với mọi $t>0$. Suy ra $f'(t)$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$ mà $f'(1)>0$ và $f'(2)<0$ nên $f'(t)=0$ có nghiệm duy nhất $t=t_0$. Ta có bảng biến thiên sau

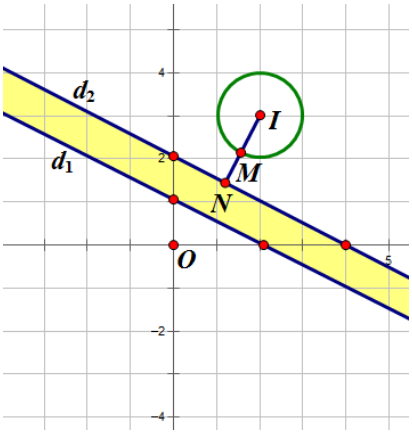
t	0		1		t_0		2		$+\infty$
$f'(t)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(t)$	$-\infty$	↗	0	↗	$f(t_0)$	↘	0	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra $f(t)\ge 0\Leftrightarrow 1\le t\le 2$ hay $2^{a+b-1}+2^{2a+2b-1}\le 7\log_2(a+b)+3$ khi và chỉ khi $1\le a+b\le 2\Leftrightarrow 1\le \dfrac{1}{2}(2a)+b\le 2$.

Ta có $\log_{x^2+y^2+2}(4x+6y-10)=1\Leftrightarrow x^2+y^2+2=4x+6y-10\Leftrightarrow (x-2)^2+(y-3)^2=1$.

Xét điểm $M(2a;b)$ thỏa mãn $1\le \dfrac{1}{2}(2a)+b\le 2$ và điểm $N(x;y)$ thỏa mãn $(x-2)^2+(y-3)^2=1$. Khi đó điểm M thuộc miền giới hạn bởi hai đường thẳng $(d_1):\dfrac{1}{2}x+y=1\Leftrightarrow x+2y-2=0$ và $(d_2):\dfrac{1}{2}x+y=2\Leftrightarrow x+2y-4=0$, còn điểm N thuộc đường tròn $(C):(x-2)^2+(y-3)^2=1$.

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất MN^2. Ta có (C) có tâm $I(2;3)$, bán kính $R=1$.



Do $d\left(I,\left(d_1\right)\right)=\dfrac{\left|2+6-2\right|}{\sqrt{1+4}}=\dfrac{6}{\sqrt{5}}>1$ và $d\left(I,\left(d_2\right)\right)=\dfrac{\left|2+6-4\right|}{\sqrt{1+4}}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}>1$ nên MN^2 nhỏ nhất bằng $\left[d\left(I,\left(d_2\right)\right)-1\right]^2=\left(\dfrac{4}{\sqrt{5}}-1\right)^2=\dfrac{21-8\sqrt{5}}{5}$.

Câu 48. Tính $I=\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{x^3}{x^2+2}\mathrm{d}x$.

A. $I=0$. **B.** $I=3$. **C.** $I=1$. **D.** $I=-3$.

Lời giải

$$I=\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{x^3}{x^2+2}\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}\left(x-\dfrac{2x}{x^2+2}\right)\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{1}x\,\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{1}\dfrac{1}{x^2+2}\mathrm{d}\left(x^2+2\right)$$

$$=\dfrac{1}{2}x^2\Big|_{-1}^{1}-\ln\left|x^2+2\right|\Big|_{-1}^{1}=\dfrac{1}{2}(1-1)-(\ln 3-\ln 3)=0$$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):5x+y-z-3=0$. Véc tơ nào trong các véc tơ dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}(5;-1;-3)$. **B.** $\vec{n}(5;1;-3)$. **C.** $\vec{n}(1;-1;3)$. **D.** $\vec{n}(5;1;-1)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P):5x+y-z-3=0$ có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}(5;1;-1)$.

Câu 50. Hàm số $f(x)$ nào dưới đây thoả mãn $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln\left|x+3\right|+C$?

A. $f(x)=(x+3)\ln(x+3)-x$. **B.** $f(x)=\ln\left(\ln(x+3)\right)$.

C. $f(x)=\dfrac{1}{x+3}$. **D.** $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln\left|x+3\right|+C\Rightarrow f(x)=\left(\ln\left|x+3\right|+C\right)'=\dfrac{1}{x+3}$.

SỞ GDĐT LAI CHÂU

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 2$ là

A. $(-\infty;9)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(9;+\infty)$. **D.** $(0;9)$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x - 2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?

A. $M(0;-1)$. **B.** $N(-1;0)$. **C.** $P(-2;0)$. **D.** $Q(0;-2)$.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. -4. **B.** $-4i$. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n} = (1;-1;-3)$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?

A. $x + y - 3z - 3 = 0$. **B.** $x - 3z - 3 = 0$. **C.** $x - y - 3z - 3 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.

Câu 5. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \dfrac{a^2}{4}$ bằng

A. $2(\log_2 a - 1)$. **B.** $\log_2 a - 1$. **C.** $\log_2 a - 2$. **D.** $2\log_2 a - 1$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u} = (1;1;0)$ và $\vec{v} = (2;0;-1)$. Tính độ dài $|\vec{u} + 2\vec{v}|$.

A. $\sqrt{30}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{22}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y = (x+2)^{\frac{3}{4}}$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[-2;+\infty)$.

Câu 8. Đường thẳng $x = 2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y = \dfrac{-2x+3}{-x+1}$. **B.** $y = \dfrac{x-2}{x+2}$. **C.** $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{x}{x-2}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y+3}{1} = \dfrac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $N(1;-3;2)$. **B.** Điểm $Q(1;-3;-2)$. **C.** Điểm $P(1;3;2)$. **D.** Điểm $M(-1;3;2)$.

Câu 10. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x - 6x^2$ là

A. $\cos x - 12x + C$. **B.** $-\sin x - 2x^3 + C$. **C.** $-\cos x - 2x^3 + C$. **D.** $\sin x - 12x + C$.

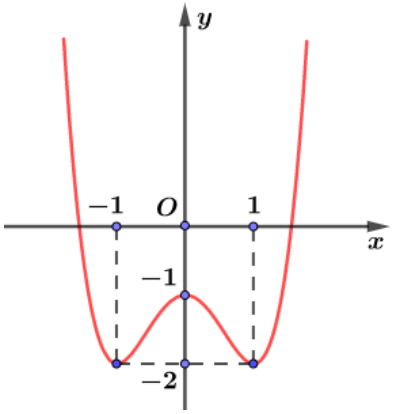
Câu 11. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 5$ và chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 180. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log(4x+1) = \log(2x+5)$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -1$.

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên ?



A. $y=x^3-2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=-x^2+2x-1$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	-3	↗	-2	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho là

A. $y_{CT}=-1$. **B.** $y_{CT}=0$. **C.** $y_{CT}=-3$. **D.** $y_{CT}=-2$.

Câu 15. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào sau đây ?

A. $S=2\pi r^2$. **B.** $S=\pi r^2$. **C.** $S=\dfrac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $S=4\pi r^2$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-6)^2+z^2=4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là:

A. $(2;-6;0)$. **B.** $(-2;6;0)$. **C.** $(1;-3;0)$. **D.** $I(-1;3;0)$.

Câu 17. Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=2-3i$; $z_2=4+i$, số phức $z=z_1-z_2$ bằng

A. $-2-4i$. **B.** $2-2i$. **C.** $6+2i$. **D.** $2-4i$.

Câu 19. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 3$, công thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^3=\dfrac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $A_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **C.** $A_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3=\dfrac{3!(n-3)!}{n!}$.

Câu 20. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3+2i$ có toạ độ là

A. $(-3;2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 22. Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AM thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=6\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=4\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=8\pi a^2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-4=0$ và đi qua điểm $M(1;1;0)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

A. $2x+3y+z-5=0$. **B.** $2x+3y+z+5=0$. **C.** $3y+z-3=0$. **D.** $3y+z-2=0$.

Câu 24. Nếu $\int_0^1\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=2$ thì $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 25. Trên đoạn $[0;2]$, hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=9$.

Câu 26. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\frac{13}{25}$. **B.** $\frac{12}{25}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{313}{625}$.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12. **B.** 17. **C.** 22. **D.** 250.

Câu 28. Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao $4a$ bằng

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 30. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+3}$ là

A. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x+3}+C$. **B.** $\int f(x)dx=2e^{2x+3}+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{1}{3}e^{2x+3}+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^{2x+3}+C$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên các trục tọa độ Ox,Oy,Oz theo thứ tự là M,N,P. Phương trình mặt phẳng (MNP) là

A. $3x-4y+6z-12=0$. **B.** $\frac{x}{4}-\frac{y}{3}+\frac{z}{2}+1=0$.

C. $2x-3y+4z-1=0$. **D.** $4x-3y+2z-5=0$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z+1+7i=0$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. -6. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 33. Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+1\right)$ bằng

A. $y'=2x-2$. **B.** $y'=\frac{1}{x^2-2x+1}$. **C.** $y'=\frac{1}{x-1}$. **D.** $y'=\frac{2}{x-1}$.

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+x+1$. **B.** $y=x^3+x+1$. **C.** $y=\frac{x-3}{x+2}$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Câu 35. Cho $\log_2 3=a$. Tính $P=\log_8 6$ theo a.

A. $P=2+a$. **B.** $P=1+a$. **C.** $P=\frac{1}{3}(1+a)$. **D.** $P=3(1+a)$.

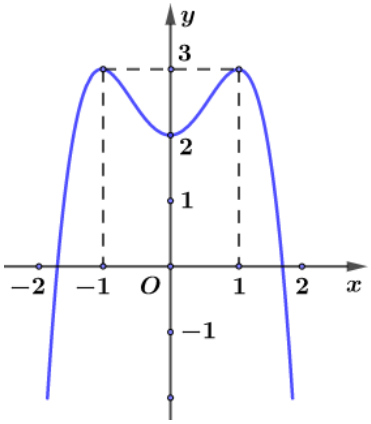
Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng ?

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Câu 37. Tính tích phân $I=\int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u=x^2-1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I=\frac{1}{2}\int_1^2\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **B.** $I=2\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **C.** $I=\int_0^3\sqrt{u}\mathrm{d}u$. **D.** $I=\int_1^2\sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Câu 38. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]\le 0$?

A. 24. **B.** 26. **C.** 25. **D.** Vô số.

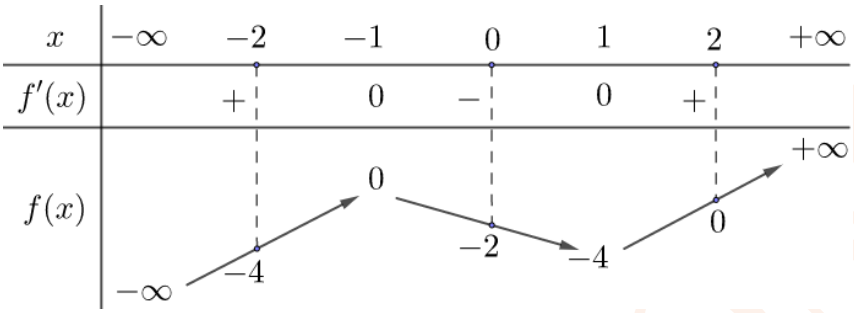
Câu 40. Tìm số giá trị nguyên của tham số thực m để tồn tại các số thực x,y thỏa mãn $e^{x^2+y^2-m}+e^{x+y+xy-m}=x^2+y^2+x+y+xy-2m+2$.

A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 41. Cho hai số phức hàm số z_1, z_2 thoã mãn $|z-3-2i|=|\bar{z}-1|, |z_1-z_2|=2\sqrt{2}$ và số phức w thoã mãn $|w-2-4i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-2-3i|+|z_1-w|$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{17}-1$. **C.** 4 . **D.** $\sqrt{26}$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f\left(|x+1|\right)+2\right)=m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3;1]$

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$, $(Q): x+2y-2z-5=0$ và mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Gọi M là điểm di động trên mặt cầu (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $3+5\sqrt{3}$. **B.** 28. **C.** $9+5\sqrt{3}$. **D.** 14.

Câu 44. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-6z+m=0$ (m là tham số thực). Gọi m_o là một giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$. Trong khoảng $(0;20)$ có bao nhiêu giá trị m_o

A. 11. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 10.

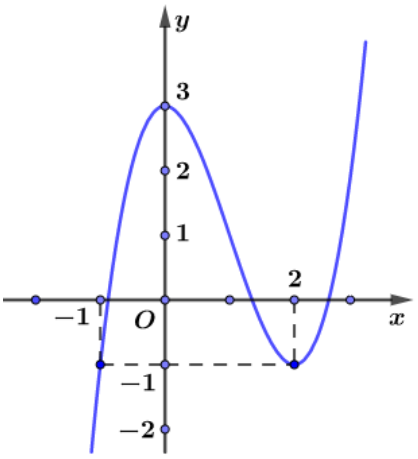
Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $ABC=60^0$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $B'BC$ là góc nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC), góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45^0. Thể tích khối lăng trụ

A. $\dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^5 x^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -25. **B.** $\dfrac{123}{5}$. **C.** 23. **D.** 15.

Câu 47. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2$ là

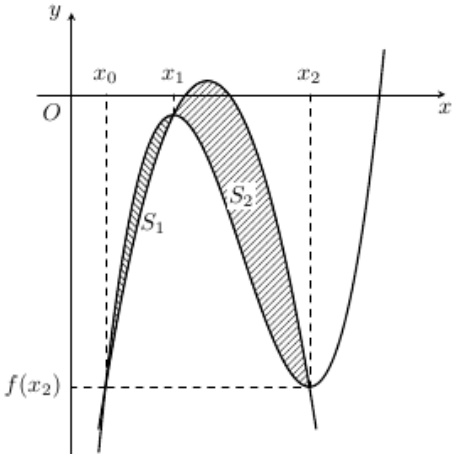


A. 7. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T=|2a-b+2c|$

A. $\dfrac{3+\sqrt{41}}{15}$. **B.** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}$. **C.** $\dfrac{3+\sqrt{41}}{5}$. **D.** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{15}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình vẽ bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thoả mãn $x_2=x_1+2$ và đồ thị luôn đi qua $M\left(x_0;f(x_0)\right)$ trong đó $x_0=x_1-1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm $y=f(x)$ và điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x)$, $g(x)$ như hình vẽ bên)



A. $\dfrac{5}{32}$. **B.** $\dfrac{4}{29}$. **C.** $\dfrac{7}{33}$. **D.** $\dfrac{6}{35}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N).

Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính $T=b+c+d$.

A. $T=24$. **B.** $T=12$. **C.** $T=36$. **D.** $T=18$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHẦN II: ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.A	4.C	5.A	6.A	7.B	8.D	9.A	10.C
11.B	12.C	13.B	14.C	15.D	16.B	17.B	18.A	19.C	20.A
21.B	22.A	23.C	24.A	25.A	26.B	27.B	28.D	29.B	30.A
31.A	32.D	33.D	34.B	35.C	36.C	37.C	38.A	39.B	40.A
41.B	42.D	43.C	44.D	45.C	46.A	47.B	48.B	49.A	50.B

PHẦN III: GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x < 2$ là

A. $(-\infty;9)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(9;+\infty)$. **D.** $(0;9)$.

Lời giải

Ta có $\log_3 x < 2 \Leftrightarrow 0 < x < 9$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0;9)$.

Câu 2. Đồ thị hàm số $y = x^3 + x^2 - 2x - 2$ cắt trục tung tại điểm nào sau đây?

A. $M(0;-1)$. **B.** $N(-1;0)$. **C.** $P(-2;0)$. **D.** $Q(0;-2)$.

Lời giải

Ta có $x = 0 \Rightarrow y = -2$. Vậy đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $Q(0;-2)$.

Câu 3. Phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$ bằng

A. -4. **B.** $-4i$. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Do $z = 3 - 4i$ nên phần ảo của số phức z bằng -4.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n} = (1;-1;-3)$ là một vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng nào sau đây?

A. $x + y - 3z - 3 = 0$. **B.** $x - 3z - 3 = 0$. **C.** $x - y - 3z - 3 = 0$. **D.** $x - y + 3z - 3 = 0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $x - y - 3z - 3 = 0$ có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (1;-1;-3)$.

Câu 5. Với mọi số thực a dương, $\log_2 \dfrac{a^2}{4}$ bằng

A. $2(\log_2 a - 1)$. **B.** $\log_2 a - 1$. **C.** $\log_2 a - 2$. **D.** $2\log_2 a - 1$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 \dfrac{a^2}{4} = \log_2 \left(\dfrac{a}{2}\right)^2 = 2(\log_2 a - \log_2 2) = 2(\log_2 a - 1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vec tơ $\vec{u} = (1;1;0)$ và $\vec{v} = (2;0;-1)$. Tính độ dài $|\vec{u} + 2\vec{v}|$.

A. $\sqrt{30}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{22}$.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}+2\vec{v}=(5;1;-2)\Rightarrow|\vec{u}+2\vec{v}|=\sqrt{5^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{30}$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{\frac{3}{4}}$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $[-2;+\infty)$.

Lời giải

Hàm số đã cho xác định khi $x+2>0\Leftrightarrow x>-2$.

Câu 8. Đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số nào sau đây?

A. $y=\dfrac{-2x+3}{-x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{x-2}$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x}{x-2}=+\infty\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $N(1;-3;2)$. **B.** Điểm $Q(1;-3;-2)$. **C.** Điểm $P(1;3;2)$. **D.** Điểm $M(-1;3;2)$.

Lời giải

Tọa độ điểm N thỏa mãn phương trình đường thẳng Δ.

Câu 10. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-6x^2$ là

A. $\cos x-12x+C$. **B.** $-\sin x-2x^3+C$. **C.** $-\cos x-2x^3+C$. **D.** $\sin x-12x+C$.

Lời giải

$\int f(x)dx=\int(\sin x-6x^2)dx=-\cos x-2x^3+C$.

Câu 11. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=5$ và chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 180. **B.** 30. **C.** 10. **D.** 15.

Lời giải

Ta có $V=B.h=5.6=30$.

Câu 12. Nghiệm của phương trình $\log(4x+1)=\log(2x+5)$ là

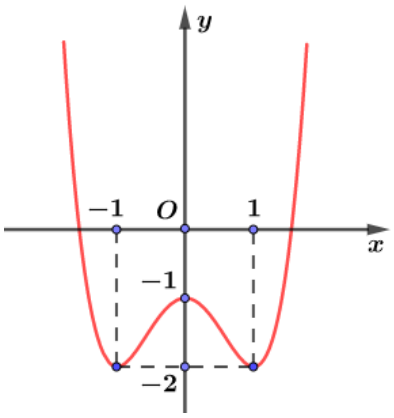
A. $x=1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Điều kiện: $x>-\dfrac{1}{4}$

Pt $\Leftrightarrow 4x+1=2x+5\Leftrightarrow x=2$ (tmđk).

Câu 13. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên ?



A. $y=x^3-2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **D.** $y=-x^2+2x-1$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm trùng phương nên chọn **B.**

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	-3	↗	-2	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu y_{CT} của hàm số đã cho là

A. $y_{CT}=-1$. **B.** $y_{CT}=0$. **C.** $y_{CT}=-3$. **D.** $y_{CT}=-2$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là $y_{CT}=-3$.

Câu 15. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào sau đây ?

A. $S=2\pi r^2$. **B.** $S=\pi r^2$. **C.** $S=\dfrac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $S=4\pi r^2$.

Lời giải

Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức là $S=4\pi r^2$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y-6)^2+z^2=4$. Tâm mặt cầu (S) có tọa độ là:

A. $(2;-6;0)$. **B.** $(-2;6;0)$. **C.** $(1;-3;0)$. **D.** $I(-1;3;0)$.

Lời giải

Dựa vào phương trình mặt cầu (S) ta tìm được tâm có tọa độ là $(-2;6;0)$.

Câu 17. Nếu $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -6. **B.** -5. **C.** 5. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-3-2=-5$.

Câu 18. Cho hai số phức $z_1=2-3i$; $z_2=4+i$, số phức $z=z_1-z_2$ bằng

A. $-2-4i$. **B.** $2-2i$. **C.** $6+2i$. **D.** $2-4i$.

Lời giải

Ta có $z=z_1-z_2=2-3i-(4+i)=2-3i-4-i=-2-4i$.

Câu 19. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 3$, công thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^3=\dfrac{(n-3)!}{n!}$. **B.** $A_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$. **C.** $A_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$. **D.** $A_n^3=\dfrac{3!(n-3)!}{n!}$.

Lời giải

Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 3$ thì $A_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$.

Câu 20. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3+2i$ có toạ độ là

A. $(-3;2)$. **B.** $(3;2)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(2;-3)$.

Lời giải

Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $z=-3+2i$ có toạ độ là $(-3;2)$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 22. Trong không gian, cho tam giác ABC đều cạnh $2a$. Gọi M là trung điểm của BC. Khi quay tam giác ABC quanh cạnh AM thì đường gấp khúc ABC tạo thành một hình nón. Tính diện tích xung quanh của hình nón đó.

A. $S_{xq}=2\pi a^2$. **B.** $S_{xq}=6\pi a^2$. **C.** $S_{xq}=4\pi a^2$. **D.** $S_{xq}=8\pi a^2$.

Lời giải

Hình nón tạo thành có độ dài đường sinh $l=AB=2a$ và bán kính đáy $r=\dfrac{1}{2}BC=a$.

Suy ra $S_{xq}=\pi.r.l=\pi.a.2a=2\pi a^2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-4=0$ và đi qua điểm $M(1;1;0)$. Mặt phẳng nào dưới đây tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

A. $2x+3y+z-5=0$. **B.** $2x+3y+z+5=0$. **C.** $3y+z-3=0$. **D.** $3y+z-2=0$.

Lời giải

Ta có: $x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-4=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=10.$

Suy ra mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;-1)$ và bán kính $R=\sqrt{10}$.

Xét phương án **C**: Mặt phẳng $(P):3y+z-3=0$ đi qua điểm $M(1;1;0)$ và $d\left(I;(P)\right)=\dfrac{\left|3.(-2)+(-1)-3\right|}{\sqrt{0^2+3^2+1^2}}=\sqrt{10}=R.$

Vậy mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M.

Câu 24. Nếu $\int\limits_0^1\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.**4.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^1\left[f(x)+2x\right]\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_0^1 2x\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+x^2\Big|_0^1=2$

$\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x+(1-0)=2\Leftrightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1.$

Câu 25. Trên đoạn $[0;2]$, hàm số $f(x)=x^4-2x^2+1$ đạt giá trị lớn nhất tại điểm nào sau đây?

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=9$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=4x^3-4x$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1.\end{array}\right.$$

Ta chỉ xét hàm số $f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ nên $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1.\end{array}\right.$

$f(0)=1;\ f(1)=0;\ f(2)=9.$

Hàm số liên tục và có đạo hàm trên đoạn $[0;2]$ suy ra $\max\limits_{[0;2]}f(x)=9$ khi $x=2$.

Câu 26. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số chẵn là

A. $\dfrac{13}{25}$. **B.** $\dfrac{12}{25}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{313}{625}$.

Lời giải

Số cách chọn hai số khác nhau từ 25 số nguyên dương đầu tiên là $C_{25}^2 = 300 \Rightarrow n(\Omega) = 300$.

Gọi A là biến cố "Tổng hai số được chọn là một số chẵn''.

Ta có hai trường hợp

Trường hợp 1: Chọn 2 số chẵn khác nhau từ tập 12 số chẵn có $C_{12}^2 = 66$ cách.

Trường hợp 2: Chọn 2 số lẻ khác nhau từ tập 13 số lẻ có $C_{13}^2 = 78$ cách.

Do đó $n(A) = 66 + 78 = 144$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A) = \dfrac{144}{300} = \dfrac{12}{25}$.

Câu 27. Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công sai $d = 5$. Giá trị của u_4 bằng

A. 12. **B.** 17. **C.** 22. **D.** 250.

Lời giải

Công thức tổng quát của cấp số cộng là: $u_n = u_1 + (n-1)d$, với $n \geq 2$.

Theo bài, ta có: $u_1 = 2$, $d = 5$ và $n = 4$ nên thay vào công thức ta được: $u_4 = 2 + (4-1).5 = 17$.

Câu 28. Thể tích của khối chóp có đáy là tam giác đều cạnh a và chiều cao $4a$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải

Công thức tính thể tích khối chóp: $V = \dfrac{1}{3}B.h$, trong đó B là diện tích đáy, h là chiều cao của khối chóp.

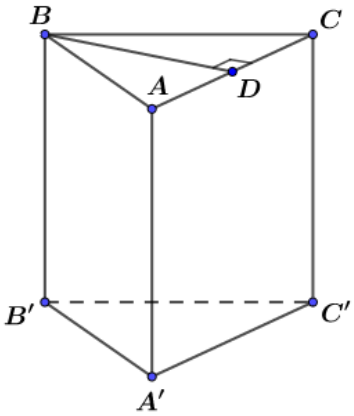
Diện tích tam giác đều cạnh a là $B = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Chiều cao của khối chóp là $h = 4a$.

Khi đó, thể tích khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.4a = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(ACC'A')$ bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\sqrt{3}a$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Lời giải



Gọi D là trung điểm của AC. Do tam giác ABC đều $\Rightarrow BD \perp AC$, mà $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều $\Rightarrow BD \perp CC' \Rightarrow BD \perp (ACC'A')$

$\Rightarrow d\left(B;\left(ACC'A'\right)\right) = BD$

Mà $BD = \sqrt{AB^2 - AD^2} = \sqrt{(2a)^2 - a^2} = a\sqrt{3}$

Do đó, $d\left(B;\left(ACC'A'\right)\right) = a\sqrt{3}.$

Câu 30. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x+3}$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C$.

B. $\int f(x)dx = 2e^{2x+3} + C$.

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{2x+3} + C$.

D. $\int f(x)dx = e^{2x+3} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)dx = \int e^{2x+3}dx = \frac{1}{2}e^{2x+3} + C$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên các trục tọa độ Ox, Oy, Oz theo thứ tự là M, N, P. Phương trình mặt phẳng (MNP) là:

A. $3x - 4y + 6z - 12 = 0$.

B. $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.

C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$.

D. $4x - 3y + 2z - 5 = 0$.

Lời giải

Điểm M là hình chiếu vuông góc của điểm $A(4;-3;2)$ trên trục Ox nên điểm $M(4;0;0)$.

Điểm N là hình chiếu vuông góc của điểm $A(4;-3;2)$ trên trục Oy nên điểm $N(0;-3;0)$.

Điểm P là hình chiếu vuông góc của điểm $A(4;-3;2)$ trên trục Oz nên điểm $P(0;0;2)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng (MNP) là: $\frac{x}{4} + \frac{y}{-3} + \frac{z}{2} = 1 \Leftrightarrow 3x - 4y + 6z - 12 = 0$.

Câu 32. Cho số phức z thỏa mãn $(1-3i)z + 1 + 7i = 0$. Tổng phần thực và phần ảo của z bằng

A. -6.

B. 3.

C. -3.

D. 1.

Lời giải

Ta có: $(1-3i)z+1+7i=0 \Leftrightarrow (1-3i)z=-1-7i \Leftrightarrow z=\dfrac{-1-7i}{1-3i}=2-i$.

Khi đó tổng phần thực và phần ảo của z bằng $2+(-1)=1$.

Câu 33. Đạo hàm của hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+1\right)$ bằng

A. $y'=2x-2$. **B.** $y'=\dfrac{1}{x^2-2x+1}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x-1}$. **D.** $y'=\dfrac{2}{x-1}$.

Lời giải

Xét hàm số $y=\ln\left(x^2-2x+1\right)$, tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$, có đạo hàm là $y'=\dfrac{2}{x-1}$.

Câu 34. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+x+1$. **B.** $y=x^3+x+1$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x+2}$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3+x+1$, tập xác định $D=\mathbb{R}$, có đạo hàm là $y'=3x^2+1>0\ \forall x\in\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. Chọn phương án **B.**

Câu 35. Cho $\log_2 3=a$. Tính $P=\log_8 6$ theo a.

A. $P=2+a$. **B.** $P=1+a$. **C.** $P=\dfrac{1}{3}(1+a)$. **D.** $P=3(1+a)$.

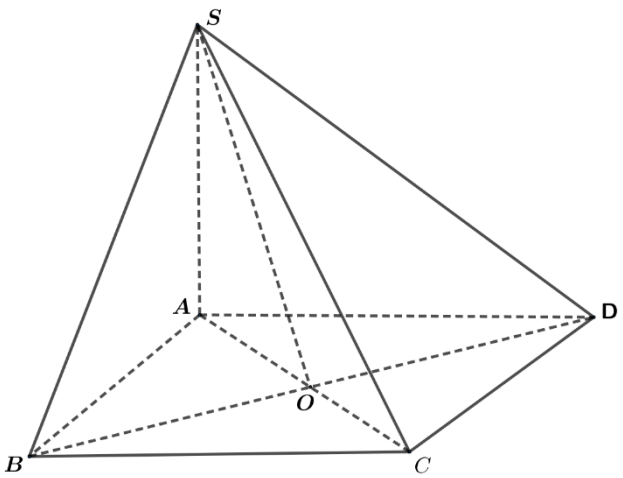
Lời giải

Ta có: $P=\log_{2^3}(2.3)=\log_{2^3}2+\log_{2^3}3=\dfrac{1}{3}+\dfrac{1}{3}\log_2 3=\dfrac{1}{3}(1+a)$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2a$, SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{6}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng ?

A. 90°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải



Gọi O là tâm của $ABCD$.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Mà $\begin{cases} (SBD) \cap (ABCD) = BD \\ (SAC) \cap (SBD) = SO \\ (SAC) \cap (ABCD) = AC \end{cases}$

Suy ra $\big((SBD),(ABCD)\big) = \big(SO, AC\big) = SOA$

Tam giác SAO vuông tại A: $\tan SOA = \dfrac{SA}{AO} = \dfrac{a\sqrt{6}}{a\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow SOA = 60^\circ$.

Vậy góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng 60°.

Câu 37. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1}\mathrm{d}x$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \dfrac{1}{2}\int_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **B.** $I = 2\int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **C.** $I = \int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$. **D.** $I = \int_1^2 \sqrt{u}\mathrm{d}u$.

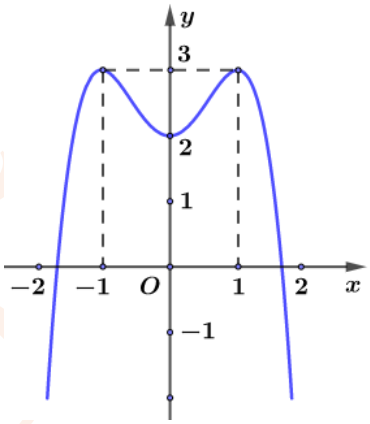
Lời giải

Đặt $u = x^2 - 1 \Rightarrow \mathrm{d}u = 2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: Với $x = 1$ thì $u = 0$; với $x = 2$ thì $u = 3$.

Khi đó $I = \int_0^3 \sqrt{u}\mathrm{d}u$.

Câu 38. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c\ (a,b,c \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là



A. 2. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có giá trị cực tiểu $y_{CT} = 2$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left(2^{x^2} - 4^x\right)\left[\log_3(x+25) - 3\right] \le 0$?

A. 24. **B.** 26. **C.** 25. **D.** Vô số.

Lời giải

Điều kiện: $x>-25$.

Đặt $f(x)=\left(2^{x^2}-4^x\right)\left[\log_3(x+25)-3\right]$.

◦ $2^{x^2}-4^x=0\Leftrightarrow 2^{x^2}=2^{2x}\Leftrightarrow x^2=2x\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

◦ $\log_3(x+25)-3=0\Leftrightarrow\log_3(x+25)=3\Leftrightarrow x+25=3^3\Leftrightarrow x=2$.

Bảng xét dấu

x	-25		0		2		$+\infty$
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, $f(x)\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-25<x\le 0\\x=2\end{array}\right.$.

Vậy có 26 số nguyên x thỏa yêu cầu.

Câu 40. Tìm số giá trị nguyên của tham số thực m để tồn tại các số thực x,y thỏa mãn $e^{x^2+y^2-m}+e^{x+y+xy-m}=x^2+y^2+x+y+xy-2m+2$.

A. 9. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $e^{x^2+y^2-m}+e^{x+y+xy-m}=x^2+y^2+x+y+xy-2m+2$

$\Leftrightarrow e^{x^2+y^2-m}-\left(x^2+y^2-m\right)-1+e^{x+y+xy-m}-\left(x+y+xy-m\right)-1=0$ (*).

Đặt: $f(t)=e^t-t-1$ với $t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow f'(t)=e^t-1$

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=0$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		0		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$+\infty$	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(t)\ge 0\ \forall t\in\mathbb{R}$ và $f(t)=0\Leftrightarrow t=0$.

Do đó: $(*)\Leftrightarrow f\left(x^2+y^2-m\right)+f\left(x+y+xy-m\right)=0$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2-m=0 & (1)\\ x+y+xy-m=0 & (2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2-2xy-m=0\\ xy=m-(x+y)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(x+y)^2+2(x+y)-3m=0 & (**)\\ xy=m-(x+y)\end{cases}$

Từ (1) và (2) ta có: $x^2+y^2=x+y+xy \Leftrightarrow (x+y)^2-(x+y)=3xy$

$\Rightarrow (x+y)^2-(x+y)\le \frac{3}{4}(x+y)^2 \Leftrightarrow \frac{1}{4}(x+y)^2-(x+y)\le 0 \Leftrightarrow 0\le x+y\le 4$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (**) có nghiệm thuộc $[0;4]$

$\Leftrightarrow 0\le m\le 8$

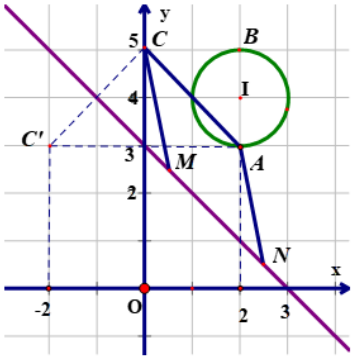
Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;...;8\}$.

Vậy có tất cả 9 giá trị nguyên của m thỏa đề.

Câu 41. Cho hai số phức hàm số z_1, z_2 thoã mãn $|z-3-2i|=|\bar{z}-1|, |z_1-z_2|=2\sqrt{2}$ và số phức w thoã mãn $|w-2-4i|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-2-3i|+|z_1-w|$ bằng:

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{17}-1$. **C.** 4 . **D.** $\sqrt{26}$.

Lời giải

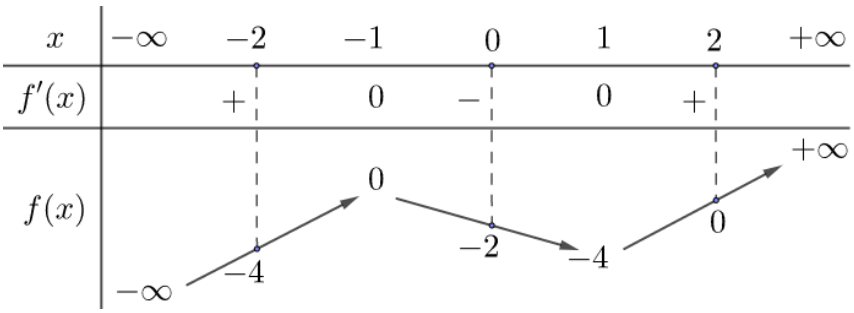


Gọi $z=x+yi$ ta có $|z-3-2i|=|\bar{z}-1| \Leftrightarrow x+y-3=0$. Gọi điểm biểu diễn z_1, z_2 lần lượt là M, N thì M, N thuộc đường thẳng $d: x+y-3=0$ và $MN=2\sqrt{2}$

Gọi điểm biểu diễn số phức w là B. Do $|w-2-4i|=1$ nên B thuộc đường tròn (C) tâm $I(2;4)$ bán kính $R=1$. Khi đó $P=|z_2-2-3i|+|z_1-w|=NA+MB$. Với $A(2;3)$.

Dựng hình bình hành $ANMC$ thì $C(0;5)$. Khi đó $NA=MC$ nên $NA+MB$ nhỏ nhất khi $MC+MB$ nhỏ nhất. Ta có đường tròn (C) và điểm $C(0;5)$ nằm về một phía so với đường thẳng d nên gọi C' là điểm đối xứng với $C(0;5)$ qua đường thẳng d thì $C'(-2;3)$. Khi đó $MC+MB$ nhỏ nhất khi C', M, B thẳng hàng khi M là giao điểm của đường thẳng $C'I$ và d ; B là giao điểm của đường thẳng $C'I$ và đường tròn (C).Khi đó $MC+MB$ nhỏ nhất bằng $C'I-R=\sqrt{17}-1$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f\left(f\left(|x+1|\right)+2\right)=m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3;1]$

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

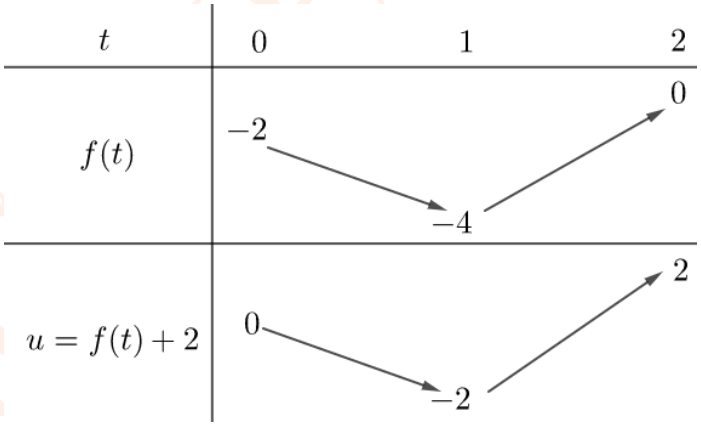
Lời giải.

Đặt $t=|x+1| \Rightarrow x\in[-3;1] \Rightarrow t\in[0;2]$

+ Mỗi $t\in(0;2]$ cho 2 giá trị $x\in[-3;1]$.

+ Mỗi $t=0$ cho 1 giá trị $x\in[-3;1]$.

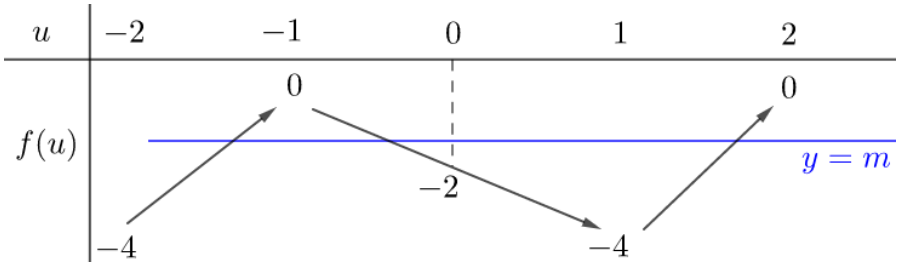
Đặt $u=f(t)+2$



+ Mỗi $u\in(-2;0)$ cho 2 giá trị $t\in(0;2]$ tức là cho 4 giá trị $x\in[-3;1]$.

+ Mỗi $u\in(0;2)$ cho 1 giá trị $t\in(0;2]$ tức là cho 2 giá trị $x\in[-3;1]$.

+ Với $u=0$ cho 2 giá trị $t=0$ và $t=a\in(1;2)$ tức là cho 3 giá trị $x\in[-3;1]$.



Để phương trình $f\left(f\left(|x+1|\right)+2\right)=m$ có 10 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-3;1]$ thì phương trình $f(u)=m$ có 3 nghiệm phân biệt $t_1;t_2;t_3$ trong đó $t_1;t_2\in(-2;0);t_3\in(0;2]\Rightarrow -2<m<0$.

$\xrightarrow{m\in\mathbb{Z}} m\in\{-1\}$.

Vậy có 1 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-y+z+3=0$, $(Q):x+2y-2z-5=0$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z-11=0$. Gọi M là điểm di động trên mặt cầu (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q). Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $3+5\sqrt{3}$. **B.** 28. **C.** $9+5\sqrt{3}$. **D.** 14.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=5$; $d\left(I,(P)\right)=3\sqrt{3}>R$.

Vì $MN\perp(Q)$ nên đường thẳng MN có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;-2)$, mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;-1;1)$.

Gọi α là góc giữa MN và mặt phẳng (P). Suy ra: $\sin\alpha=\dfrac{|\vec{u}.\vec{n}|}{|\vec{u}|.|\vec{n}|}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Ta có: $MN=\dfrac{d\left(M,(P)\right)}{\sin\alpha}=\sqrt{3}.d\left(M,(P)\right)\le\sqrt{3}\left[d\left(I,(P)\right)+R\right]=9+5\sqrt{3}$.

Vậy giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng $9+5\sqrt{3}$.

Câu 44. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-6z+m=0$ (m là tham số thực). Gọi m_o là một giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}$. Trong khoảng $(0;20)$ có bao nhiêu giá trị m_o

A. 11. **B.** 13. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Xét phương trình $z^2-6z+m=0$.

Ta có $\Delta'=9-m$.

Theo đề bài: $z_1.\overline{z_1}=z_2.\overline{z_2}\Leftrightarrow|z_1|=|z_2|$.

Khi $\Delta'>0$ phương trình có hai nghiệm thực phân biệt, khi đó:

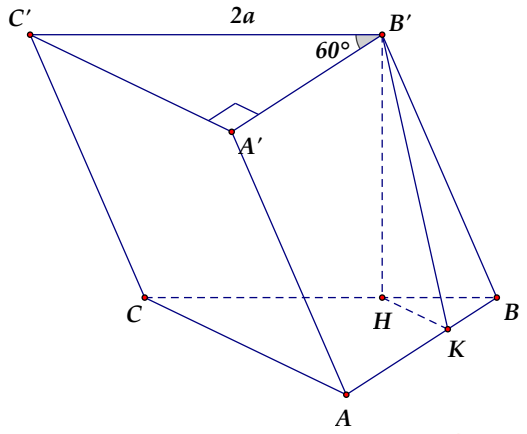
$|z_1|=|z_2|\Leftrightarrow z_1=-z_2\Leftrightarrow z_1+z_2=0$ (mâu thuẫn vì $z_1+z_2=6$).

Khi $\Delta'<0$ phương trình có hai nghiệm phức phân biệt là hai số phức liên hợp, hay: $9-m<0\Leftrightarrow m>9$. Suy ra Trong khoảng $(0;20)$ có 10 giá trị m_o.

Câu 45. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh $BC=2a$ và $ABC=60^0$. Biết tứ giác $BCC'B'$ là hình thoi có $B'BC$ là góc nhọn, mặt phẳng $(BCC'B')$ vuông góc với (ABC), góc giữa hai mặt phẳng $(ABB'A')$ và (ABC) bằng 45^0. Thể tích khối lăng trụ

A. $\dfrac{6a^3}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{a^3}{\sqrt{7}}$. **C.** $\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$. **D.** $\dfrac{a^3}{3\sqrt{7}}$.

Lời giải



Tam giác ABC vuông tại A có $BC=2a$ $ABC=60^0$.
$AB=2a.\cos 60^0=a, AC=2a.\sin 60^0=a\sqrt{3}$.

$S_{\Delta ABC}=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

Dựng $B'H$ vuông góc với BC tại H.
Vì $(BCC'B')\perp(ABC)$ nên $B'H\perp(ABC)\Rightarrow B'H\perp AB$.
Trong (ABC) dựng $HK\perp AB$ tại K.

$\begin{cases} AB\perp HK \\ AB\perp B'H \end{cases}\Rightarrow AB\perp(B'HK)\Rightarrow AB\perp B'K$.

$\begin{cases} HK\perp AB, HK\subset(ABC) \\ B'K\perp AB, B'K\subset(ABB'A') \end{cases}\Rightarrow((ABB'A'),(ABC))=B'KH=45^0$.

Vậy $\Delta B'HK$ vuông cân tại $H\Rightarrow B'H=HK$. Đặt $B'H=HK=x$.
Xét $\Delta B'HB$ vuông tại $H\Rightarrow BH=\sqrt{4a^2-x^2}$.
Ta lại có HK song song AC (cùng vuông góc với AB).

$\Rightarrow\dfrac{BH}{BC}=\dfrac{HK}{AC}\Rightarrow\dfrac{\sqrt{4a^2-x^2}}{2a}=\dfrac{x}{a\sqrt{3}}\Leftrightarrow a\sqrt{3}.\sqrt{4a^2-x^2}=2a.x\Leftrightarrow 4x^2=3\left(4a^2-x^2\right)$

$\Leftrightarrow 7x^2=12a^2\Rightarrow x=\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}$.

Vậy thể tích hình lăng trụ là $V=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}.\dfrac{2a\sqrt{3}}{\sqrt{7}}=\dfrac{3a^3}{\sqrt{7}}$ (đvtt).

Câu 46. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5)=1$ và $\int\limits_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1$, khi đó $\int\limits_0^5 x^2f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -25. **B.** $\dfrac{123}{5}$. **C.** 23. **D.** 15.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_0^1 xf(5x)\mathrm{d}x=1\ (*)$.

Đặt:

$t=5x\Rightarrow \mathrm{d}t=5\mathrm{d}x\Rightarrow \frac{1}{5}\mathrm{d}t=\mathrm{d}x.$

$(*)$ trở thành: $\int_0^5 \frac{t}{5} f\left(t\right)\frac{1}{5}\mathrm{d}t=1\Leftrightarrow \int_0^5 xf\left(x\right)\mathrm{d}x=25.$

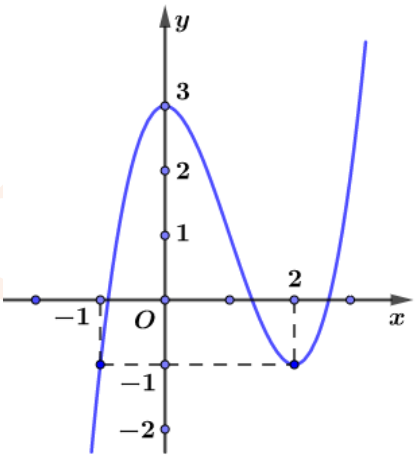
Gọi $I=\int_0^5 x^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x$

Đặt:

$\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f'\left(x\right)\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=f\left(x\right)\end{cases}.$

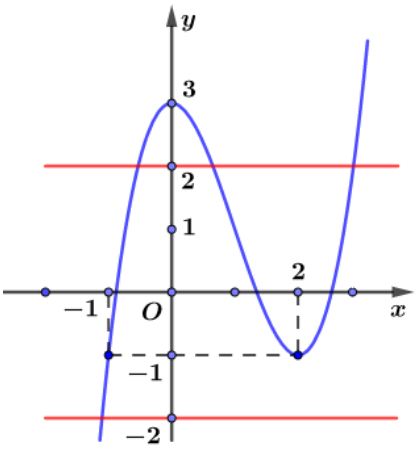
$I=x^2.f\left(x\right)\Big|_0^5-\int_0^5 2xf\left(x\right)\mathrm{d}x=25.f\left(5\right)-2.25=25.1-50=-25.$

Câu 47. Cho đồ thị hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm thực của phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2$ là



A. 7. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải



- Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$, suy ra: $+)\, f(x)=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=a(-1<a<0) \\ x=b(0<b<1) \\ x=c(2<c<3) \end{array}\right.$.

$+)\, f(x)=-2 \Leftrightarrow x=d(-2<d<-1)$

- Có $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x^4-2x^2\right)=2 \\ f\left(x^4-2x^2\right)=-2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^4-2x^2=a(-1<a<0) \\ x^4-2x^2=b(0<b<1) \\ x^4-2x^2=c(2<c<3) \\ x^4-2x^2=d(-2<d<-1) \end{array}\right.$.

- Xét hàm số $g(x)=x^4-2x^2 \Rightarrow g'(x)=4x^3-4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có:

$x^4-2x^2=a(-1<a<0)$ có 4 nghiệm;

$x^4-2x^2=b(0<b<1)$ có 2 nghiệm;

$x^4-2x^2=c(2<c<3)$ có 2 nghiệm;

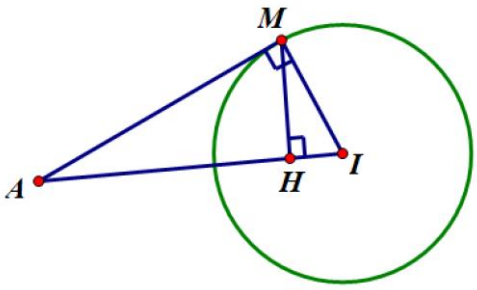
$x^4-2x^2=d(-2<d<-1)$ vô nghiệm.;

Vậy phương trình $\left|f\left(x^4-2x^2\right)\right|=2$ có 8 nghiệm.

Câu 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) có tâm $I(-1;1;1)$, bán kính $R=1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T=|2a-b+2c|$

A. $\dfrac{3+\sqrt{41}}{15}$. **B.** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}$. **C.** $\dfrac{3+\sqrt{41}}{5}$. **D.** $\dfrac{3+2\sqrt{41}}{15}$.

Lời giải



Gọi M là tiếp điểm của tiếp tuyến và H là hình chiếu vuông góc của M lên AI.

Ta có $AI=\sqrt{5}$ suy ra $AM=2$.

Áp dụng hệ thức lượng tam giác vuông MAI ta có $AH=\dfrac{AM^2}{AI}=\dfrac{4\sqrt{5}}{5}$.

Suy ra $\overrightarrow{AH}=\dfrac{4}{5}\overrightarrow{AI}\Rightarrow H\left(-\dfrac{3}{5};1;\dfrac{4}{5}\right)$.

Phương trình mặt phẳng (α) qua H và vuông góc AI là:

$2\left(x+\dfrac{3}{5}\right)-\left(z-\dfrac{4}{5}\right)=0\Leftrightarrow 2x-z+2=0$.

$M(a;b;c)\in(\alpha)$ suy ra $c=2a+2$.

$M(a;b;c)\in(S)$ suy ra $(a+1)^2+(b-1)^2+(c-1)^2=1\Leftrightarrow(a+1)^2+(b-1)^2+(2a+1)^2=1$

$\Leftrightarrow\left(\sqrt{5}a+\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)^2+(b-1)^2=\dfrac{4}{5}$.

Ta có: $2a-b+2c=2a-b+2(2a+2)=6a-b+4=\dfrac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a+\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)-(b-1)-\dfrac{3}{5}$.

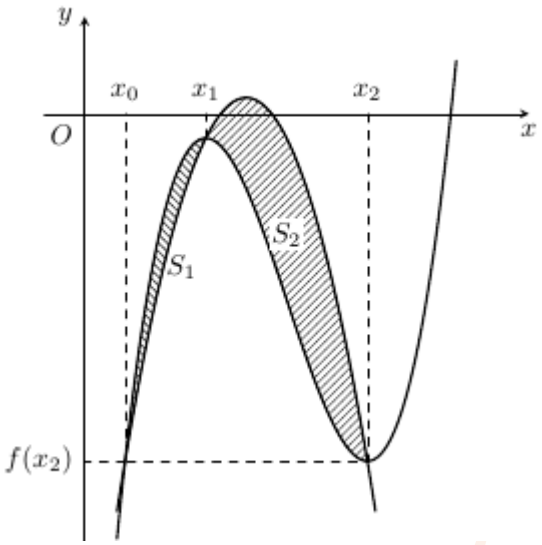
Áp dụng Bu – nhi – a – cop – ski ta có:

$\left(\dfrac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a+\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)-(b-1)\right)^2\le\left(\dfrac{36}{5}+1\right)\dfrac{4}{5}=\dfrac{164}{25}\Rightarrow-\dfrac{2\sqrt{41}}{5}\le\dfrac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a+\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)-(b-1)\le\dfrac{2\sqrt{41}}{5}$.

$\Rightarrow-\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}\le\dfrac{6}{\sqrt{5}}\left(\sqrt{5}a+\dfrac{3}{\sqrt{5}}\right)-(b-1)-\dfrac{3}{5}\le\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}\Rightarrow T\le\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}$.

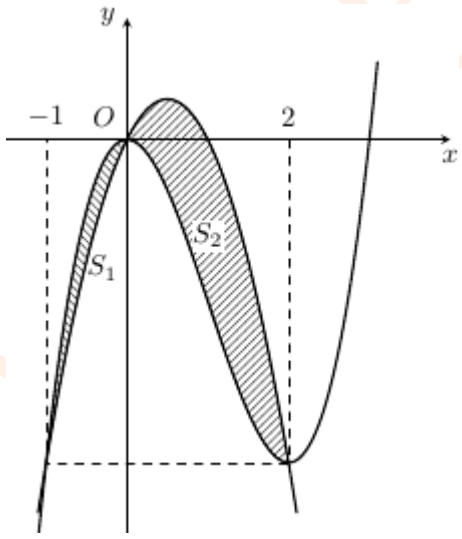
Vậy $T_{max}=\dfrac{3+2\sqrt{41}}{5}$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình vẽ bên dưới. Gọi x_1, x_2 lần lượt là hai điểm cực trị thoả mãn $x_2=x_1+2$ và đồ thị luôn đi qua $M(x_0;f(x_0))$ trong đó $x_0=x_1-1$; $g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm $y=f(x)$ và điểm M. Tính tỉ số $\dfrac{S_1}{S_2}$ (S_1 và S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được tạo bởi đồ thị hai hàm $f(x)$, $g(x)$ như hình vẽ bên)



A. $\frac{5}{32}$. **B.** $\frac{4}{29}$. **C.** $\frac{7}{33}$. **D.** $\frac{6}{35}$.

Lời giải



Đặt $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ (với $a>0$), suy ra $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Không mất tính tổng quát của bài toán ta có thể tịnh tiến gốc toạ độ trùng với điểm cực đại của hàm số bậc ba như hình vẽ trên. Khi đó $x_1=0;\ x_2=x_1+2=2;\ x_0=x_1-1=-1$.

Hàm số $y=f'(x)$ có toạ độ hai điểm cực trị là $x_1=0$ và $x_2=2$ nên

$f'(x)=3ax(x-2)=3ax^2-6ax\Rightarrow f(x)=ax^3-3ax^2+d$.

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ đi qua gốc toạ độ nên $d=0\Rightarrow f(x)=ax^3-3ax^2$.

Ta có $f(-1)=f(2)=-4a$.

Đồ thị parabol (P) đi qua gốc toạ độ nên có dạng $(P):y=mx^2+nx$.

(P) đi qua điểm $A(2;-4a)$ và $B(-1;-4a)$ nên ta có hệ

$$\begin{cases}4m+2n=-4a\\ m-n=-4a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}4m+2n=-4a\\ 2m-2n=-8a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}6m=-12a\\ n=m+4a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2a\\ n=2a.\end{cases}$$

Do đó parabol (P) có phương trình $(P): y=-2ax^2+2ax$.

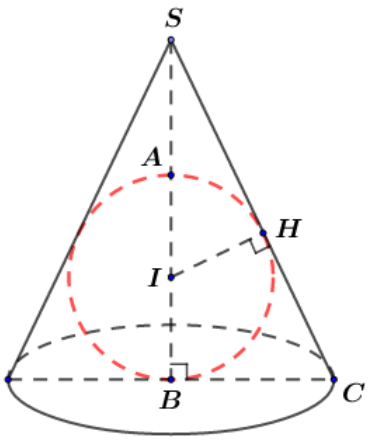
Khi đó $S_1=\int_{-1}^{0}\left|ax^3-3ax^2-\left(-2ax^2+2ax\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{5a}{12}$; $S_2=\int_{0}^{2}\left|ax^3-3ax^2-\left(-2ax^2+2ax\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{8a}{3}$.

Suy ra $\frac{S_1}{S_2}=\frac{\frac{5a}{12}}{\frac{8a}{3}}=\frac{5}{32}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;3)$, $B(6;5;5)$. Xét khối nón (N) ngoại tiếp mặt cầu đường kính AB có B là tâm đường tròn đáy khối nón. Gọi S là đỉnh của khối nón (N). Khi thể tích của khối nón (N) nhỏ nhất thì mặt phẳng qua đỉnh S và song song với mặt phẳng chứa đường tròn đáy của (N) có phương trình $2x+by+cz+d=0$. Tính $T=b+c+d$.

A. $T=24$. **B.** $T=12$. **C.** $T=36$. **D.** $T=18$.

Lời giải



Gọi chiều cao khối chóp $SB=h\ (h>0)$ và bán kính đường tròn đáy $BC=R$.

Ta có: $V=\frac{1}{3}\pi R^2.h\ (1)$

$\overrightarrow{AB}=(4;4;2)\Rightarrow AB=6$.

Xét mặt cầu có đường kính AB: ta có bán kính là $r=\frac{AB}{2}=3$ và tâm $I(4;3;4)$.

Vì ΔSHI đồng dạng với $\Delta SBC \Leftrightarrow \frac{SI}{SC}=\frac{IH}{BC}\Leftrightarrow\frac{h-3}{\sqrt{h^2+R^2}}=\frac{3}{R}$

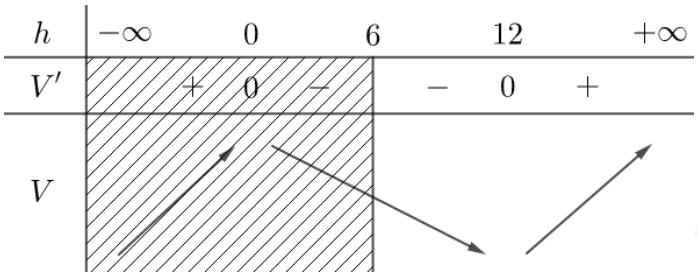
$\Leftrightarrow\frac{(h-3)^2}{h^2+R^2}=\frac{9}{R^2}\Leftrightarrow R^2\left[(h-3)^2-9\right]=9h^2\Leftrightarrow R^2=\frac{9h^2}{h^2-6h}\ (2)$.

Thay (2) vào (1) ta có:

$V=\frac{1}{3}\pi.\frac{9h^2}{h^2-6h}.h=3\pi.\frac{h^2}{h-6}$ với $h>6$.

Xét $V' = 3\pi.\dfrac{2h(h-6)-h^2}{(h-6)^2} = 3\pi.\dfrac{h^2-12h}{(h-6)^2}$.

Ta được BBT như sau:



Vậy $V_{\min}$ khi $SB = h = 12 \Rightarrow A$ là trung điểm của $SB \Rightarrow S(-2;-3;1)$.

Vậy mặt phẳng (P) đi qua S, vuông góc với AB nên có 1 VTPT $\vec{n} = \overrightarrow{AB} = (4;4;2)$ hay $\vec{n} = (2;2;1)$. Nên ta có $(P): 2(x+2)+2(y+3)+z-1=0 \Leftrightarrow (P): 2x+2y+z+9=0$

Suy ra: $T = b+c+d = 2+1+9 = 12$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT VĨNH PHÚC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=x^3+1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?
A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y=9^{2x+1}$.
A. $y'=9^{2x+1}.\ln 9$. **B.** $y'=2.9^{2x+1}.\ln 9$.
C. $y'=(2x+1).9^{2x+1}.\ln 9$. **D.** $y'=(2x+1).9^{2x+1}$.

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P=(2+3i)+(1-2i)$.
A. $P=3+i$. **B.** $P=3+5i$. **C.** $P=1+3i$. **D.** $P=1+i$.

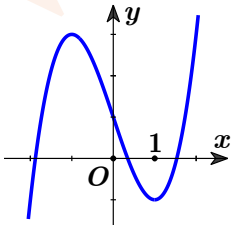
Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công bội $q=-2$. Tính số hạng u_2 của cấp số đó.
A. 1. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 5. Cho khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy bằng r. Tính thể tích V của khối trụ đó.
A. $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=2\pi rh$. **C.** $V=2\pi r^2h$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA=BC=a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.
A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là
A. $\vec{n}=(1;3;2)$. **B.** $\vec{n}=(3;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;3)$.

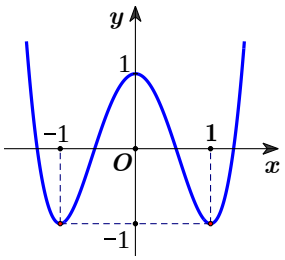
Câu 8. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 9. Xét hàm số $y=\frac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?
A. $\min\limits_{[0;1]} y=-\frac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **C.** $\max\limits_{[0;1]} y=1$. **D.** $\min\limits_{[0;1]} y=\frac{1}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $y=3x^2$ là:

A. $F(x)=3x^3+C$. **B.** $F(x)=3x^2+C$. **C.** $F(x)=x^3+x+C$. **D.** $F(x)=x^3+C$

Câu 12. Cho biểu thức là: $P=\log_a b^3+\log_{a^3} b^6$ trong đó a,b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P=21.\log_a b$. **B.** $P=9.\log_a b$. **C.** $P=5.\log_a b$. **D.** $P=15.\log_a b$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x-1^{\,2}+\ y+3^{\,2}+z^2=9$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu đã cho.

A. $I\ -1;3;0$. **B.** $I\ 1;-3;0$. **C.** $I\ 1;3;0$. **D.** $I\ -1;-3;0$.

Câu 14. Cho phương trình $3^{2x-1}=3$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=1$.

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(x-5)^{\sqrt{5}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **B.** $D=(-\infty;5)$. **C.** $D=[5;+\infty)$. **D.** $D=(5;+\infty)$.

Câu 16. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{2x+1}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{x^2+x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}e^{2x+1}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x+1}+C$.

Câu 17. Cho hình chóp có chiều cao $h=3$ và diện tích đáy $B=4$. Thể tích của khối chop đó bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 12.

Câu 18. Số cách chọn 2 học sinh bất kỳ từ 6 học sinh là

A. 6^2. **B.** 2^6. **C.** C_6^2. **D.** A_6^2.

Câu 19. Cho số phức $(3+2i)z=1+5i$. Tìm điểm biểu diễn M của số phức $\bar{z}$.

A. $M(1;-1)$. **B.** $M(1;1)$. **C.** $M(-1;-1)$. **D.** $M(-1;1)$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y-z-1=0$?

A. $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **B.** $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z-1}{-1}$.

C. $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 21. Cho a là số thực tùy ý khác 0 và 1. Biểu thức $P=(a^3)^2$ bằng

A. a^9. **B.** a. **C.** a^6. **D.** a^5.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình vủa mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-3}$.

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.

C. $2x-1y-z=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

Câu 23. Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $\log_2(x+5)-1\le 0$.

A. $T=(-5;-3)$. **B.** $T=[-3;+\infty)$. **C.** $T=[-5;-3]$. **D.** $T=(-5;-3]$.

Câu 24. Cho số phức $z=2-3i$. Tính Mô đun của số phức z.

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 25. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x+1}$ là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

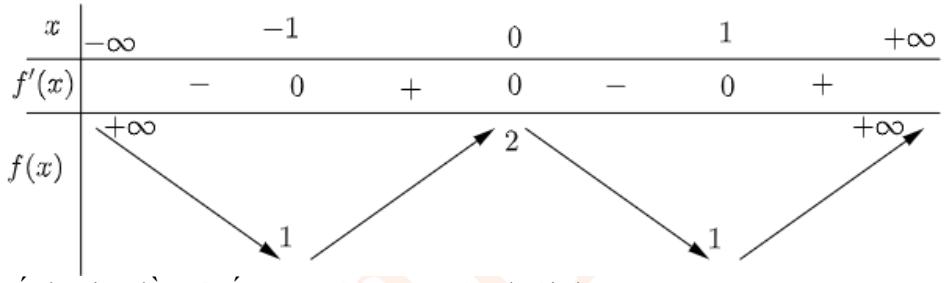
Câu 26. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+3\sin x\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=5+\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $I=0$. **C.** $I=3$. **D.** $I=6$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm tọa độ điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

A. $I\left(\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3};0\right)$. **B.** $I\left(0;\dfrac{5}{3};\dfrac{5}{3}\right)$. **C.** $I\left(\dfrac{5}{3};0;\dfrac{5}{3}\right)$. **D.** $I\left(-\dfrac{5}{3};0;\dfrac{5}{3}\right)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 29. Tích phân $\int\limits_0^2 \dfrac{\mathrm{d}x}{x+3}$ bằng:

A. $\log\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{15}$. **C.** $\dfrac{16}{225}$. **D.** $\ln\dfrac{5}{3}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng CD' và AC'.

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 32. Cho hình trụ bán kính đáy $r=5$ (cm) và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7(cm). Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $120\pi(\mathrm{cm}^2)$. **B.** $35\pi(\mathrm{cm}^2)$. **C.** $70\pi(\mathrm{cm}^2)$. **D.** $60\pi(\mathrm{cm}^2)$.

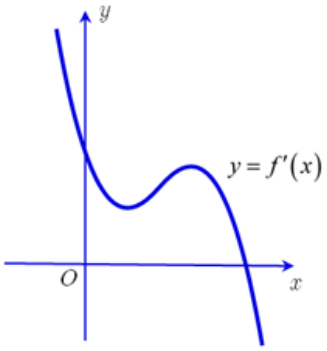
Câu 33. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$ biết $z(1-i)=(1+i)3i$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 34. Cho biết $\int\limits_1^7 f(x)\mathrm{d}x=15$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(3x+1)\mathrm{d}x$.

A. $I=15$. **B.** $I=45$. **C.** $I=5$. **D.** $I=6$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

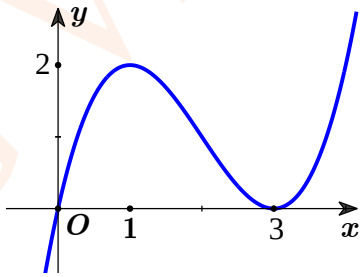
Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác đáy ABC vuông đỉnh A; $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. $A'A=A'B=A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với mặt đáy (ABC) một góc $60°$. Tính thể tích V của lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 37. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;1;2)$ song song với mặt phẳng $(P):x+4y+z-6=0$ và cắt đường thẳng $(d):\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z-2}{1}$ có phương trình là

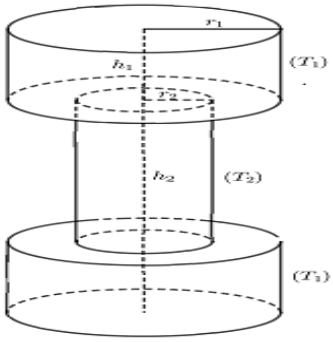
A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+3t\\y=1-t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=1-t\\z=2+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+11t\\y=1-3t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ $(a\neq 0)$. Hàm số $f'(1-x)$ có đồ thị như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)-x^2$ là



A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 10.

Câu 39. Một chi tiết máy bằng kim loại được tạo nên từ các khối trụ như hình bên. Gọi (T_1) là khối trụ ở hai đầu và (T_2) là khối trụ ở giữa, lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1,h_1,r_2,h_2 thỏa mãn $r_1=4r_2, h_1=\dfrac{h_2}{2}$. Biết thể tích của khối (T_2) bằng 30cm^3 và khối lượng riêng của kim loại làm chi tiết máy bằng $7,7\text{g/cm}^3$. Tính khối lượng của chi tiết máy.



A. $3,927\text{kg}$. **B.** $2,927\text{kg}$. **C.** $3,279\text{kg}$. **D.** $2,279\text{kg}$.

Câu 40. Một bài kiểm tra về an toàn giao thông có 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu trắc nghiệm có bốn phương án lựa chọn và chỉ có duy nhất một lựa chọn đúng. Với mỗi câu hỏi, lựa chọn đúng được một điểm, lựa chọn sai được 0 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên một lựa chọn cho tất cả 10 câu hỏi của bài kiểm tra. Tính xác suất để thí sinh dược 5 điểm.

A. $\dfrac{C_{10}^5.3^5}{4^{10}}$. **B.** $\dfrac{C_{10}^5}{4^{10}}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{C_{10}^5}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $AMB=90°$. Khi khoảng cách MB lớn nhất, phương trình đường thẳng MB là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t.\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2-t\\y=-2+2t.\\z=1+2t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-2-t\\z=1+2t.\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2-t.\\z=1.\end{cases}$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B, $SA\perp(ABCD)$, $SA=\sqrt{2}a$; $AB=BC=a$, $AD=2a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $d(B;(SCD))=\dfrac{a}{2}$. **B.** $d(B;(SCD))=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $d(B;(SCD))=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. **D.** $d(B;(SCD))=a$.

Câu 43. Gọi M,N,P lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1,z_2,z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1+9-3i|=|5z_1|$, $|z_2-2|=|z_2-3-i|$, $|z_3+1|+|z_3-3|=4$. Khi M,N,P là ba đỉnh của tam giác thì giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác MNP bằng

A. $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\dfrac{9\sqrt{10}}{10}$. **D.** $13\sqrt{5}$.

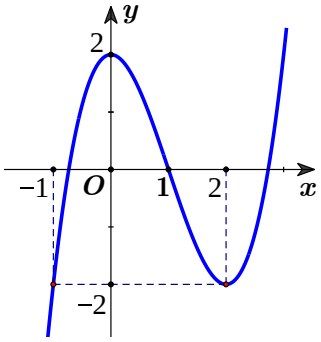
Câu 44. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i$. Giá trị của biểu thức $P=a-3b$ bằng

A. $P=-6$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=6$. **D.** $P=2$.

Câu 45. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f(2-x)=xe^{x^2}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

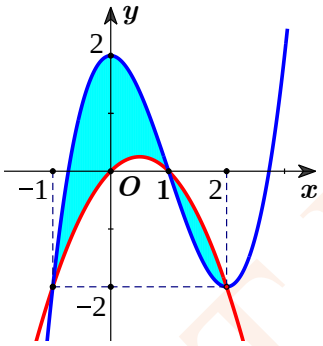
A. $I=e^4-1$. **B.** $I=e^4-2$. **C.** $I=\dfrac{e^4-1}{4}$. **D.** $I=\dfrac{2e-1}{2}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $f(f(x)+3)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?



A. 8. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 47. Gọi (H) là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba với đồ thị hàm số (P) của hàm số bậc hai (phần tô đậm) như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Câu 48. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left[1-\log_3(x+7)\right]\sqrt{2.4^{x+1}-17.2^x+2}\ge 0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với số nguyên x có đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2-|x-2y|}\le \log_{y^2+3}\left(|x-2y|+3\right)$.

A. 13. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1), B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm M và N (M, N không trùng với gốc tọa độ O) thỏa mãn $OM=2ON$

A. $2x+3y-z-4=0$. **B.** $3x+y+2z-6=0$.

C. $x+2y-z-2=0$. **D.** $2x+y+z-4=0$.

HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2B	3A	4B	5D	6B	7D	8D	9B	10A	11D	12C	13B	14D	15D
16C	17C	18C	19A	20B	21C	22D	23D	24D	25A	26D	27C	28D	29D	30A
31B	32C	33C	34C	35B	36B	37A	38A	39A	40A	41A	42A	43B	44C	45C
46C	47A	48A	49B	50C										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=x^3+1$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng bao nhiêu?

A. 0. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 2.

Lời giải

Để đồ thị hàm số $y=x^3+1$ cắt trục tung, thay $x=0$ ta có: $y=0^3+1=1$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

Câu 2. Tính đạo hàm của hàm số $y=9^{2x+1}$.

A. $y'=9^{2x+1}.\ln 9$. **B.** $y'=2.9^{2x+1}.\ln 9$.

C. $y'=(2x+1).9^{2x+1}.\ln 9$. **D.** $y'=(2x+1).9^{2x+1}$.

Lời giải

Ta có: $y'=(2x+1)'.9^{2x+1}.\ln 9=2.9^{2x+1}.\ln 9$.

Câu 3. Rút gọn biểu thức $P=(2+3i)+(1-2i)$.

A. $P=3+i$. **B.** $P=3+5i$. **C.** $P=1+3i$. **D.** $P=1+i$.

Lời giải

$P=(2+3i)+(1-2i)=2+3i+1-2i=3+i$.

Câu 4. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công bội $q=-2$. Tính số hạng u_2 của cấp số đó.

A. 1. **B.** -6. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

$u_2=u_1.q=3.(-2)=-6$.

Câu 5. Cho khối trụ có chiều cao h và bán kính đáy bằng r. Tính thể tích V của khối trụ đó.

A. $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=2\pi rh$. **C.** $V=2\pi r^2h$. **D.** $V=\pi r^2h$.

Lời giải

Ta có thể tích khối trụ: $V=\pi r^2h$

Câu 6. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $BB'=a$, đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $BA=BC=a$. Tính theo a thể tích V của khối lăng trụ đã cho.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3}{2}$. **C.** $V=\frac{a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{a^3}{6}$.

Lời giải

Ta có diện tích tam giác ΔABC là: $S_{\Delta ABC}=\frac{a^2}{2}$

Suy ra thể tích khối lăng trụ: $V=BB'.S_{\Delta ABC}=a.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3}{2}$.

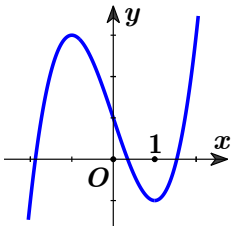
Câu 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y+3z+3=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;3;2)$. **B.** $\vec{n}=(3;2;1)$. **C.** $\vec{n}=(2;1;3)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;3)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P):x+2y+3z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;3)$.

Câu 8. Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a>0$. Loại đáp án A, B, C. Chọn đáp án **D**.

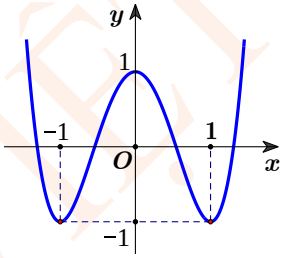
Câu 9. Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ trên $[0;1]$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\min\limits_{[0;1]} y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{[0;1]} y=0$. **C.** $\max\limits_{[0;1]} y=1$. **D.** $\min\limits_{[0;1]} y=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $y'=\dfrac{3}{(2x+1)^2}>0, \forall x\in[0;1]$ nên $\max\limits_{[0;1]} y=y(1)=0$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta có hàm số đã cho có 3 cực trị.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $y=3x^2$ là:

A. $F(x)=3x^3+C$. **B.** $F(x)=3x^2+C$. **C.** $F(x)=x^3+x+C$. **D.** $F(x)=x^3+C$

Lời giải

Ta có: $\int 3x^2\mathrm{d}x=x^3+C$.

Câu 12. Cho biểu thức là: $P=\log_a b^3+\log_{a^3} b^6$ trong đó a,b là các số thực dương tùy ý và a khác 1. Khi đó mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. $P=21.\log_a b$. **B.** $P=9.\log_a b$. **C.** $P=5.\log_a b$. **D.** $P=15.\log_a b$.

Lời giải

Ta có: $P=\log_a b^3+\log_{a^3} b^6=3.\log_a b+\dfrac{6}{3}.\log_a b=3.\log_a b+2.\log_a b=5\log_a b$.

Câu 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu đã cho.

A. $I(-1;3;0)$. **B.** $I(1;-3;0)$. **C.** $I(1;3;0)$. **D.** $I(-1;-3;0)$.

Lời giải

Ta có phương trình mặt cầu: $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=9$.

Suy ra: $a=1;\ b=-3;\ c=0.$

Vậy tâm $I\ 1;-3;0$.

Câu 14. Cho phương trình $3^{2x-1}=3$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có: $3^{2x-1}=3\Leftrightarrow 2x-1=1\Leftrightarrow x=1$.

Vậy nghiệm của phương trình đa cho là $x=1$.

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(x-5)^{\sqrt{5}}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **B.** $D=(-\infty;5)$. **C.** $D=[5;+\infty)$. **D.** $D=(5;+\infty)$.

Điều kiện: $x-5>0\Leftrightarrow x>5\Rightarrow$ TXĐ: $D=(5;+\infty)$.

Câu 16. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x+1}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{2x+1}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2e^{x^2+x}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}e^{2x+1}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x+1}+C.$

Chọn C

Câu 17. Cho hình chóp có chiều cao $h=3$ và diện tích đáy $B=4$. Thể tích của khối chop đó bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 12.

Lời giải

Thể tích của khối chóp: $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.3.4=4$

Câu 18. Số cách chọn 2 học sinh bất kỳ từ 6 học sinh là

A. 6^2. **B.** 2^6. **C.** C_6^2. **D.** A_6^2.

Lời giải

Số cách chọn 2 học sinh bất kỳ từ 6 học sinh là C_6^2.

Câu 19. Cho số phức $(3+2i)z=1+5i$. Tìm điểm biểu diễn M của số phức $\bar{z}$.

A. $M(1;-1)$. **B.** $M(1;1)$. **C.** $M(-1;-1)$. **D.** $M(-1;1)$.

Lời giải

Ta có: $(3+2i)z=1+5i\Leftrightarrow z=\frac{1+5i}{3+2i}=1+i$

$\Rightarrow \bar{z}=1-i$. Vậy điểm $M(1;-1)$ biểu diễn cho số phức $\bar{z}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y-z-1=0$?

A. $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **B.** $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

C. $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Lời giải

Ta có: đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y-z-1=0$

Suy ra: đường thẳng d đi qua điểm $A(1;2;1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{n_P}=(1;-2;-1)$

$\Rightarrow d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z-1}{-1}$.

Câu 21. Cho a là số thực tùy ý khác 0 và 1. Biểu thức $P=\left(a^3\right)^2$ bằng

A. a^9. **B.** a. **C.** a^6. **D.** a^5.

Lời giải

Ta có: $P=\left(a^3\right)^2=a^6$.

Câu 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình vủa mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y}{5}=\dfrac{z+1}{-3}$.

A. $4x+5y-3z+22=0$. **B.** $4x-5y-3z-12=0$.

C. $2x-1y-z=0$. **D.** $4x+5y-3z-22=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng d nên có VTPT $\vec{n}=\overrightarrow{u_d}=(4;5;-3)$ và đi qua điểm $B(2;1;-3)$ nên có phương trình là: $4(x-2)+5(y-1)-3(z+3)=0 \Leftrightarrow 4x+5y-3z-22=0$

Câu 23. Tìm tập nghiệm T của bất phương trình $\log_2(x+5)-1\le 0$.

A. $T=(-5;-3)$. **B.** $T=[-3;+\infty)$. **C.** $T=[-5;-3]$. **D.** $T=(-5;-3]$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x+5)-1\le 0 \Leftrightarrow \log_2(x+5)\le 1 \Leftrightarrow 0<x+5\le 2 \Leftrightarrow -5<x\le -3$.

Câu 24. Cho số phức $z=2-3i$. Tính Mô đun của số phức z.

A. $\sqrt{10}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

Với $z=2-3i$ thì $|z|=\sqrt{2^2+(-3)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 25. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x+1}$ là đường thẳng nào trong các đường thẳng sau?

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}^-}\dfrac{3x-1}{2x+1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}^+}\dfrac{3x-1}{2x+1}=-\infty$.

Suy ra đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $x=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 26. Cho $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+3\sin x\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=5+\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $I=0$. **C.** $I=3$. **D.** $I=6$.

Lời giải

Ta có:

$$I=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left[f(x)+3\sin x\right]\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x+3\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=3-3\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=3-3\left(\cos\frac{\pi}{2}-\cos 0\right)=3+3=6$$

Vậy $I=6$.

Câu 27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$. Tìm tọa độ điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

A. $I\left(\frac{5}{3};\frac{5}{3};0\right)$. **B.** $I\left(0;\frac{5}{3};\frac{5}{3}\right)$. **C.** $I\left(\frac{5}{3};0;\frac{5}{3}\right)$. **D.** $I\left(-\frac{5}{3};0;\frac{5}{3}\right)$.

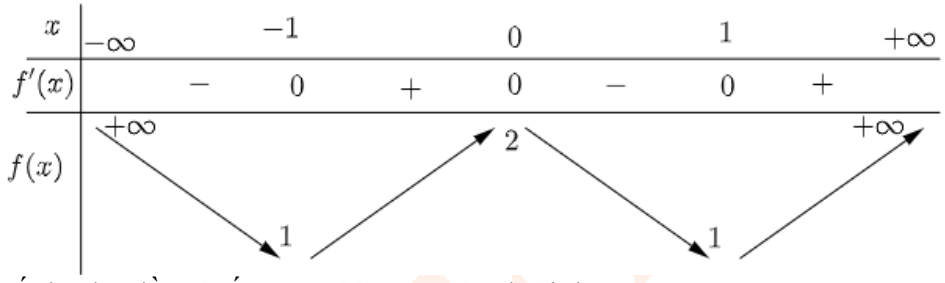
Lời giải

$\overrightarrow{IA}=(1-x_I;2-y_I;-1-z_I)$.

$\overrightarrow{IB}=(2-x_I;-1-y_I;3-z_I)\Rightarrow 2\overrightarrow{IB}=(4-2x_I;-2-2y_I;6-2z_I)$.

$$\overrightarrow{IA}+2\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Rightarrow\begin{cases}1-x_I+4-2x_I=0\\2-y_I-2-2y_I=0\\-1-z_I+6-2z_I=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x_I=\frac{5}{3}\\y_I=0\\z_I=\frac{5}{3}\end{cases}.$$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Hàm số có đạo hàm dương và có mũi tên đi lên trong khoảng $(-1;0)$ nên hàm số đồng biến trong khoảng $(-1;0)$.

Câu 29. Tích phân $\int_0^2\frac{dx}{x+3}$ bằng:

A. $\log\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{2}{15}$. **C.** $\frac{16}{225}$. **D.** $\ln\frac{5}{3}$.

Lời giải

Ta có : $\int_0^2\frac{dx}{x+3}=\ln|x+3|\Big|_0^2=\ln 5-\ln 3=\ln\frac{5}{3}$.

Câu 30. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có : $y'=3x^2-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

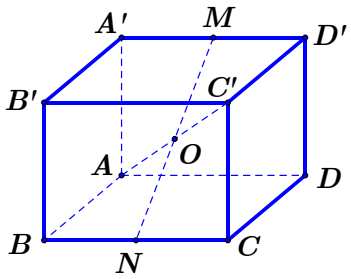
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 31. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Tính góc giữa hai đường thẳng CD' và AC' .

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của $A'D'$ và BC; O là tâm của hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$.

Khi đó $CD'//NM$ nên góc giữa hai đường thẳng CD' và AC' là góc giữa hai đường thẳng NM và AC' .

Tứ giác $AMC'N$ là hình bình hành có $AN=\sqrt{AB^2+BN^2}=\sqrt{A'A^2+A'M^2}=AM$ nên $AMC'N$ là hình thoi. Suy ra $NM\perp AC'$.

Vậy góc giữa hai đường thẳng CD' và AC' bằng $90°$.

Câu 32. Cho hình trụ bán kính đáy $r=5$ (cm) và khoảng cách giữa hai đáy bằng 7(cm) . Tính diện tích xung quanh của hình trụ.

A. $120\pi(\text{cm}^2)$. **B.** $35\pi(\text{cm}^2)$. **C.** $70\pi(\text{cm}^2)$. **D.** $60\pi(\text{cm}^2)$.

Lời giải

Độ dài đường sinh của hình trụ: $l=h=7(\text{cm})$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S=2\pi rl=2\pi.5.7=70\pi(\text{cm}^2)$.

Câu 33. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$ biết $z(1-i)=(1+i)3i$.

A. 3. **B.** -3. **C.** 0. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $z(1-i)=(1+i)3i\Leftrightarrow z=\dfrac{(1+i)3i}{(1-i)}\Leftrightarrow z=-3$

Suy ra $\bar{z}=-3+0i$.

Vậy phần ảo của số phức $\bar{z}$ là 0 .

Câu 34. Cho biết $\int\limits_1^7 f(x)\mathrm{d}x=15$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(3x+1)\mathrm{d}x$.

A. $I=15$. **B.** $I=45$. **C.** $I=5$. **D.** $I=6$.

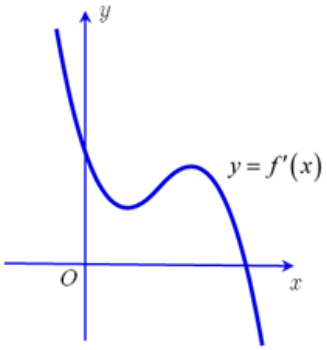
Lời giải

Đặt $t=3x+1\Rightarrow \mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\mathrm{d}t$,

Đổi cận : Khi $x=0$ thì $t=1$; khi $x=2$ thì $t=7$.

Ta có $I=\int\limits_0^2 f(3x+1)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}\int\limits_1^7 f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{3}.15=5$.

Câu 35. Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại một điểm.

Suy ra phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm duy nhất $x=x_0$.

Dấu của đạo hàm $y=f'(x)$ như sau

x	$-\infty$		x_0		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn nên liên tục trên $\mathbb{R}$.

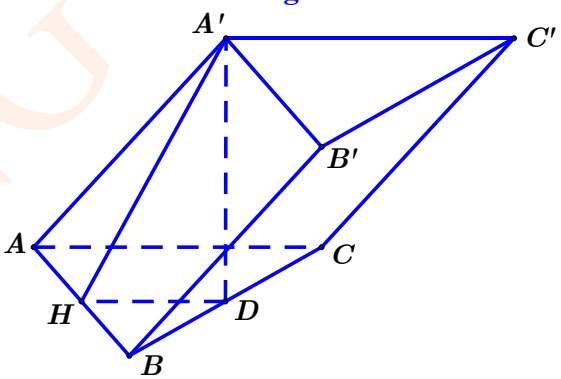
Đạo hàm $y=f'(x)$ đổi dấu một lần khi qua điểm $x=x_0$.

Từ đó suy ra đồ thị hàm số có một điểm cực trị.

Câu 36. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có tam giác đáy ABC vuông đỉnh A; $AB=a$, $AC=a\sqrt{3}$. $A'A=A'B=A'C$ và mặt phẳng $(ABB'A')$ tạo với mặt đáy (ABC) một góc $60°$. Tính thể tích V của lăng trụ đã cho.

A. $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{4}$. **C.** $V=\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{2}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$.

Lời giải



Gọi D là trung điểm cạnh BC, suy ra D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

Mặt khác $A'A=A'B=A'C$ nên $A'D$ là trục đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

$\Rightarrow A'D\perp(ABC)$.

Gọi H là trung điểm AB, ta có: $HD\perp AB\Rightarrow A'H\perp AB$ (Định lý ba đường vuông góc)

Từ đó suy ra $((ABB'A'),(ABC))=A'HD=60°$.

$\tan A'HD=\dfrac{A'D}{HD}\Rightarrow A'D=HD.\tan 60°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\sqrt{3}=\dfrac{3a}{2}$.

Vậy $V = A'D.S_{\Delta ABC} = \frac{3}{2}a.\frac{1}{2}a.a\sqrt{3} = \frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 37. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;1;2)$ song song với mặt phẳng $(P): x+4y+z-6=0$ và cắt đường thẳng $(d): \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 1-t \\ z = 2+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1-t \\ z = 2+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1+11t \\ y = 1-3t \\ z = 2+t \end{cases}$.

Lời giải

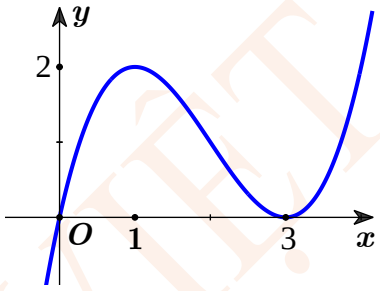
Gọi $B = (\Delta) \cap (d) \Rightarrow B(3-t;4-2t;2+t) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (4-t;3-2t;t)$; $\overrightarrow{n_P} = (1;4;1)$

Theo đề : Δ song song $(P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P} = 0 \Leftrightarrow 4-t+4.(3-2t)+t = 0$

$\Leftrightarrow t = 2 \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;-1;2)$. Chọn A .

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ $(a \neq 0)$. Hàm số $f'(1-x)$ có đồ thị như hình bên.

Số điểm cực trị của hàm số $g(x) = f\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) - x^2$ là



A. 6. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 10.

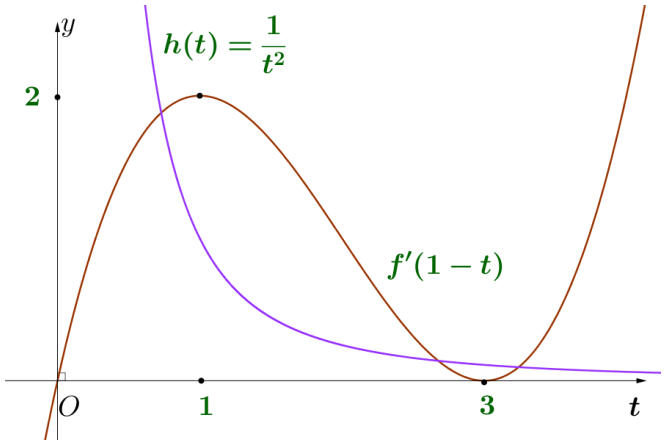
Lời giải

$+ g(x) = f\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right) - x^2 = f\left(1-\frac{1}{x^2}\right) - x^2$

Ta có $g'(x) = \frac{2}{x^3}f'\left(1-\frac{1}{x^2}\right) - 2x = 0 \Leftrightarrow f'\left(1-\frac{1}{x^2}\right) = x^4$ (1).

Đặt $t = \frac{1}{x^2}(t>0)$, phương trình (1) trở thành $f'(1-t) = \frac{1}{t^2}(2)$

Xét hàm số $h(t) = \frac{1}{t^2}(t>0)$, khi đó $h'(t) = -\frac{2}{t^3} < 0, \forall t > 0$.



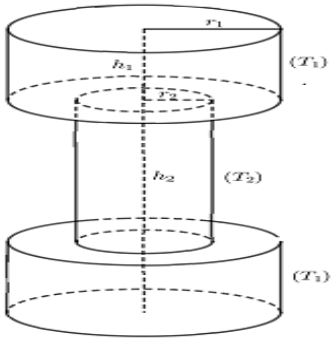
Do $\lim\limits_{t\to 0^+} h(t) = +\infty$, $h(1) = 1$ và $\lim\limits_{t\to +\infty} h(t) = 0$ nên phương trình (2) có ba nghiệm bội lẻ là

$$\left[\begin{array}{l} t = a < 1 \\ t = b \in (1;3) \\ t = c > 3 \end{array}\right. \text{ hay } \left[\begin{array}{l} \dfrac{1}{x^2} = a < 1 \\ \dfrac{1}{x^2} = b \in (1;3) \\ \dfrac{1}{x^2} = c > 3 \end{array}\right.$$

Do đó (1) có 6 nghiệm bội lẻ.

Vậy $g(x) = f\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right) - x^2$ có 6 điểm cực trị

Câu 39. Một chi tiết máy bằng kim loại được tạo nên từ các khối trụ như hình bên. Gọi (T_1) là khối trụ ở hai đầu và (T_2) là khối trụ ở giữa, lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1 = 4r_2, h_1 = \dfrac{h_2}{2}$. Biết thể tích của khối (T_2) bằng 30cm^3 và khối lượng riêng của kim loại làm chi tiết máy bằng $7,7\text{g/cm}^3$. Tính khối lượng của chi tiết máy.



A. $3,927\text{kg}$. **B.** $2,927\text{kg}$. **C.** $3,279\text{kg}$. **D.** $2,279\text{kg}$.

Lời giải

Gọi V_1 là thể tích khối trụ ở một đầu chi tiết máy, V là thể tích của chi tiết máy.

Ta có $30 = \pi r_2^2 h_2 = \pi\left(\dfrac{r_1}{4}\right)^2 .2h_1 = \dfrac{1}{8}\pi r_1^2 h_1 = \dfrac{1}{8}V_1 \Rightarrow V_1 = 240\text{cm}^3 \Rightarrow V = 2V_1 + 30 = 510\text{cm}^3$.

Theo công thức $m = D.V$ ta tính được khối lượng của chi tiết máy là $3,927\text{kg}$. Chọn đáp án **A**.

Câu 40. Một bài kiểm tra về an toàn giao thông có 10 câu hỏi trắc nghiệm, mỗi câu trắc nghiệm có bốn phương án lựa chọn và chỉ có duy nhất một lựa chọn đúng. Với mỗi câu hỏi, lựa chọn đúng được

một điểm, lựa chọn sai được 0 điểm. Một thí sinh làm bài bằng cách chọn ngẫu nhiên một lựa chọn cho tất cả 10 câu hỏi của bài kiểm tra. Tính xác suất để thí sinh dược 5 điểm.

A. $\frac{C_{10}^5.3^5}{4^{10}}$. **B.** $\frac{C_{10}^5}{4^{10}}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{C_{10}^5}$.

Lời giải

Xét 1 câu hỏi bất kì, xác suất để thí sinh chọn ngẫu nhiên mà được đáp án đúng là $\frac{1}{4}$ và xác suất để chọn được đáp án sai là $\frac{3}{4}$.

Để được đúng 5 điểm cho bài kiểm tra, thí sinh đó phải làm đúng 5 câu và sai 5 câu.

Trong 10 câu hỏi, có C_{10}^5 trường hợp về bộ 5 câu hỏi mà thí sinh đó làm đúng và 5 câu còn lại thí sinh đó làm sai.

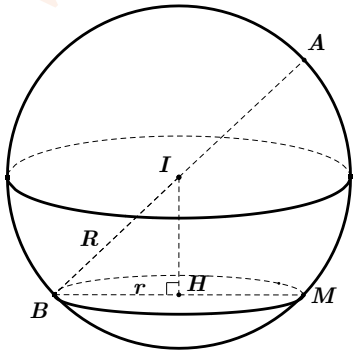
Trong mỗi trường hợp trên, áp dụng quy tắc nhân xác suất, ta có xác suất để thí sinh đó làm đúng 5 câu và sai 5 câu là $\left(\frac{1}{4}\right)^5.\left(\frac{3}{4}\right)^5=\frac{3^5}{4^{10}}$.

Vậy xác suất để làm bài kiểm tra này, thí sinh đó được được 5 điểm là $\frac{C_{10}^5.3^5}{4^{10}}$.

Câu 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, Cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Gọi M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $AMB=90°$. Khi khoảng cách MB lớn nhất, phương trình đường thẳng MB là

A. $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t.\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-2-t\\y=-2+2t.\\z=1+2t.\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-2-t\\z=1+2t.\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=-2-t.\\z=1.\end{cases}$

Lời giải



Vì $AMB=90°$ nên M thuộc mặt cầu (S) tâm $\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$, bán kính $R=\frac{\sqrt{41}}{2}$.

Vì $B\in(P)$ và B mặt cầu (S).

Và $M\in(P)$ và M mặt cầu (S).

Nên M,B cùng thuộc đường tròn (C) tạo bởi (S) và (P).

Suy ra MB là dây cung của đường tròn (C), do đó MB lớn nhất khi MB là đường kính.

Gọi H là hình chiếu của I lên (P).

Phương trình đường thẳng IH $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}+2t \\ y=0+2t \\ z=-1-t. \end{cases}$.

Tọa độ điểm H là nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} x=-\dfrac{1}{2}+2t \\ y=0+2t \\ z=-1-t \\ 2x+2y-z+9=0. \end{cases}$

Suy ra $H\left(-\dfrac{5}{2};-2;0\right)$.

Mà M thuộc đường thẳng BH và $\overrightarrow{BH}=\left(-\dfrac{1}{2};0;-1\right)=-\dfrac{1}{2}(1;0;2)$.

Vậy đường thẳng BM cần tìm là $\begin{cases} x=-2+t \\ y=-2 \\ z=1+2t. \end{cases}$

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B, $SA\perp(ABCD)$, $SA=\sqrt{2}a$; $AB=BC=a$, $AD=2a$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

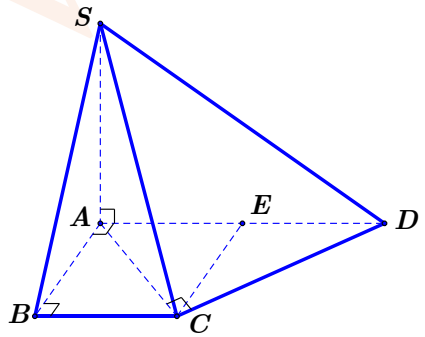
A. $d(B;(SCD))=\dfrac{a}{2}$.

B. $d(B;(SCD))=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

C. $d(B;(SCD))=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$.

D. $d(B;(SCD))=a$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của AD. Khi đó $AE//BC$ và $AE=BC$ suy ra $ABCE$ là hình bình hành.

Mà $A=B=90°$ và $AB=BC$ nên $ABCE$ là hình vuông.

Xét tam giác ACD có $CE=\dfrac{1}{2}AD$ nên tam giác ACD là tam giác vuông tại C

Ta có $\begin{cases} CD\perp SA \\ CD\perp AC \end{cases}\Rightarrow CD\perp SC$

Ta có $S_{\Delta SCD}=\dfrac{1}{2}.2a.a\sqrt{2}=\dfrac{2a^2\sqrt{2}}{2}=a^2\sqrt{2}.$

Ta có $S_{ABCD}=\dfrac{(2a+a)a}{2}=\dfrac{3a^2}{2}.$

Mà $S_{\Delta BCD}=S_{ABCD}-S_{\Delta ABD}=\frac{3a^2}{2}-\frac{1}{2}a.2a=\frac{a^2}{2}$

Ta có $V=\frac{1}{3}.SA.S_{\Delta BCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{2}.\frac{a^2}{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$

Suy ra $d\left(B;(SCD)\right)=\frac{3V}{S_{\Delta BCD}}=\frac{3\frac{a^3\sqrt{2}}{6}}{a^2\sqrt{2}}=\frac{a}{2}$

Câu 43. Gọi M,N,P lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1,z_2,z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1+9-3i|=|5z_1|$, $|z_2-2|=|z_2-3-i|$, $|z_3+1|+|z_3-3|=4$. Khi M,N,P là ba đỉnh của tam giác thì giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác MNP bằng

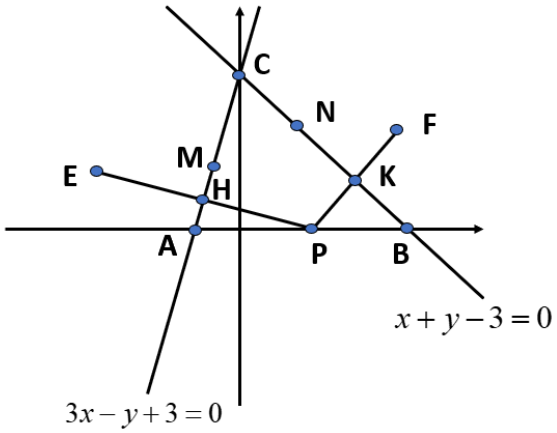
A. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{12\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. **D.** $13\sqrt{5}$.

Lời giải

$|5z_1+9-3i|=|5z_1|\Leftrightarrow(5x+9)^2+(5y-3)^2=(5x)^2+(5y)^2\Leftrightarrow 3x-y+3=0$

$|z_2-2|=|z_2-3-i|\Leftrightarrow(x-2)^2+y^2=(x+3)^2+(y-1)^2\Leftrightarrow x+y-3=0$

$|z_3+1|+|z_3-3|=4\Rightarrow PA+PB=AB$ với $A(-1;0),B(3;0)\Rightarrow P$ thuộc đoạn AB



Gọi EF là điểm đối xứng với P qua hai đường thẳng $3x-y+3=0$ và $x+y-3=0$

Ta có $MN+NP+PM=EM+MN+NF\geq EF=2HK$

$HK^2=PH^2+PK^2-2PH.PK.\cos HPK=PH^2+PK^2+2PH.PK.\cos C$

$\cos C=\frac{AC^2+BC^2-AB^2}{2AC.BC}=\frac{\sqrt{5}}{5}$

$S_{PAC}+S_{PBC}=S_{ABC}\Rightarrow PH.\sqrt{10}+PK.3\sqrt{2}=12\Rightarrow PK=\frac{12-PH\sqrt{10}}{3\sqrt{2}}$

$\Rightarrow HK^2=PH^2+\left(\frac{12-\sqrt{10}PH}{3\sqrt{2}}\right)+2PH.\frac{12-\sqrt{10}PH}{3\sqrt{2}}.\frac{\sqrt{5}}{5}$

Đặt $PH=x$

$\Rightarrow HK^2=\frac{8}{9}x^2-\frac{8\sqrt{10}}{15}+8=\frac{8}{9}\left(x^2-\frac{3\sqrt{10}}{5}x\right)+8=\frac{8}{9}\left(x-\frac{3\sqrt{10}}{10}\right)+\frac{36}{5}\geq\frac{36}{5}$

Vậy $HK\geq\frac{6\sqrt{5}}{5}\Rightarrow MN+NP+PM\geq\frac{12\sqrt{5}}{5}$

Câu 44. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i$. Giá trị của biểu thức $P=a-3b$ bằng

A. $P=-6$. **B.** $P=-2$. **C.** $P=6$. **D.** $P=2$.

Lời giải

Ta có $z-4=(1+i)|z|-(4+3z)i\Leftrightarrow z-4++(4+3z)i=(1+i)|z|$

$z-4+4i+3iz=(1+i)|z|\Leftrightarrow z(1+3i)-4+4i=(1+i)|z|$ (1)

Mà $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})\Rightarrow|z|=\sqrt{a^2+b^2}$

$(1)\Leftrightarrow(a+bi)(1+3i)-4+4i=(1+i)\sqrt{a^2+b^2}$

$\Leftrightarrow(a-3b+4)+(3a+b+4)i=\sqrt{a^2+b^2}+\left(\sqrt{a^2+b^2}\right)i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}a-3b-4=\sqrt{a^2+b^2} & (2)\\ 3a+b+4=\sqrt{a^2+b^2}\end{cases}$

$\Rightarrow a-3b-4=3a+b+4\Rightarrow a=-2b-4$ với $\begin{cases}a-3b-4\ge0\\ 3a+b+4\ge0\end{cases}$

Thay vào (1) ta có

$$-5b-8=\sqrt{(-2b-4)^2+b^2}\Leftrightarrow\begin{cases}b\le-\dfrac{8}{5}\\ (-5b+8)^2=(-2b-4)^2+b^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b\le-\dfrac{8}{5}\\ \left[\begin{array}{l}b=-\dfrac{6}{5}\\ b=-2\end{array}\right.\end{cases}\quad(t/m)$$

Với $b=-2\Rightarrow a=0\Rightarrow a-3b=6$

Câu 45. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x)+f(2-x)=xe^{x^2}$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x$.

A. $I=e^4-1$. **B.** $I=e^4-2$. **C.** $I=\dfrac{e^4-1}{4}$. **D.** $I=\dfrac{2e-1}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f(x)+f(2-x)=xe^{x^2}$, $\forall x\in\mathbb{R}$

$$\Rightarrow\underbrace{\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f(2-x)\,\mathrm{d}x}_{J}=\int\limits_0^2 xe^{x^2}\,\mathrm{d}x$$

+) $\int\limits_0^2 f(2-x)\,\mathrm{d}x$

Đặt $t=2-x\Rightarrow\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$

Đổi cận: $\left|\begin{array}{l}x=2\Rightarrow t=0\\ x=0\Rightarrow t=2\end{array}\right.$.

$$\Rightarrow\int\limits_0^2 f(2-x)\,\mathrm{d}x=-\int\limits_2^0 f(t)\,\mathrm{d}t=\int\limits_0^2 f(t)\,\mathrm{d}t=\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x.$$

$$\Rightarrow J=\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x+\int\limits_0^2 f(2-x)\,\mathrm{d}x=2\int\limits_0^2 f(x)\,\mathrm{d}x=2I.$$

Mà $J=\int\limits_0^2 xe^{x^2}\mathrm{d}x \Leftrightarrow 2I=\int\limits_0^2 xe^{x^2}\mathrm{d}x \Rightarrow I=\frac{1}{2}\int\limits_0^2 xe^{x^2}\mathrm{d}x$.

+) $\int\limits_0^2 xe^{x^2}\mathrm{d}x$.

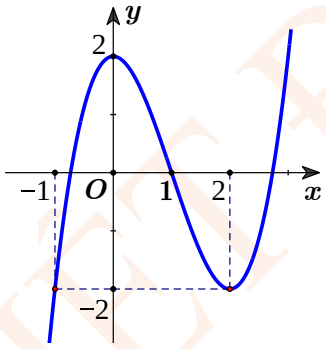
Đặt $u=x^2 \Rightarrow \mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận: $\begin{vmatrix} x=2\Rightarrow u=4 \\ x=0\Rightarrow u=0 \end{vmatrix}$.

$\Rightarrow \int\limits_0^2 xe^{x^2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_0^4 e^u\mathrm{d}u=\frac{1}{2}e^u\Big|_0^4=\frac{1}{2}e^4-\frac{1}{2}=\frac{e^4-1}{2}$.

Vậy: $I=\frac{1}{2}\int\limits_0^2 xe^{x^2}\mathrm{d}x=\frac{e^4-1}{4}$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Hỏi phương trình $f\left(f\left(x\right)+3\right)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

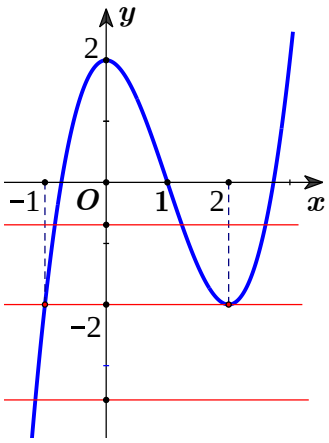


A. 8. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Dựa theo đồ thị

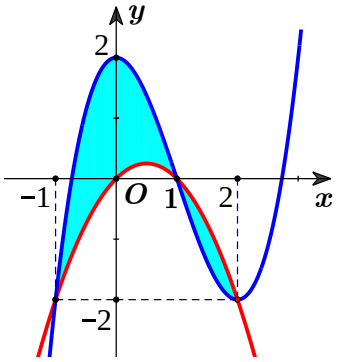
$$f\left(f\left(x\right)+3\right)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix} f\left(x\right)+3=a\left(-1<a<0\right) \\ f\left(x\right)+3=1 \\ f\left(x\right)+3=c\left(2<c<3\right) \end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix} f\left(x\right)=a-3\left(-4<a-3<-3\right) & (1) \\ f\left(x\right)=-2 & (2) \\ f\left(x\right)=c-3\left(-1<c-3<0\right) & (3) \end{bmatrix}.$$



Từ đồ thị, ta có số nghiệm của các phương trình $(1),(2),(3)$ lần lượt là $1,2,3$ nghiệm.

Vậy phương trình $f\left(f\left(x\right)+3\right)=0$ có tất cả 6 nghiệm.

Câu 47. Gọi (H) là phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba với đồ thị hàm số (P) của hàm số bậc hai (phần tô đậm) như hình vẽ bên. Diện tích của hình phẳng (H) bằng



A. $\frac{37}{12}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{11}{12}$. **D.** $\frac{5}{12}$.

Lời giải

Gọi hàm số bậc hai đã cho có dạng: $y=ax^2+bx+c$.

(P) đi qua 4 điểm có toạ độ là $(-1;-2)$, $(0;0)$, $(1;0)$, $(2;-2)$ nên ta có :

$\begin{cases} c=0 \\ a+b=0 \\ a-b=-2 \\ 4a+2b=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=1 \\ c=0 \end{cases}$. Do đó hàm số cần tìm là $y=-x^2+x$.

Gọi hàm số bậc ba đã cho có dạng: $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

(C) đi qua 4 điểm có toạ độ là $(-1;-2)$, $(2;0)$, $(1;0)$, $(2;-2)$ nên ta có :

$\begin{cases} d=2 \\ -a+b-c+d=-2 \\ a+b+c+d=0 \\ 8a+4b+2c+d=-2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=2 \end{cases}$. Do đó hàm số cần tìm là $y=x^3-3x^2+2$.

Dựa vào đồ thị trên ta suy ra diện tích hình (H) là:

$$S=\int_{-1}^{1}\left(x^3-3x^2+2+x^2-x\right)\mathrm{d}x+\int_{1}^{2}\left(-x^2+x-x^3+3x^2-2\right)\mathrm{d}x=\frac{37}{12}.$$

Câu 48. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left[1-\log_3(x+7)\right]\sqrt{2.4^{x+1}-17.2^x+2}\ge 0$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Điều kiện xác định $\begin{cases} x+7>0 \\ 2.4^{x+1}-17.2^x+2\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-7 \\ \left[\begin{array}{l} x\ge 1 \\ x\le -3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-7;-3]\cup[1;+\infty)$.

Với điều kiện trên, bất phương trình đã cho tương đương với

$\left[\begin{array}{l} 2.4^{x+1}-17.2^x+2=0 \\ 1-\log_3(x+7)\ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x\in\{-3;1\} \\ x\le -4 \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện, tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-7;-4]\cup\{-3;1\}$.

Vậy bất phương trình đã cho có các nghiệm nguyên là $-6;-5;-4;-3;1$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với số nguyên x có đúng 5 số nguyên y thỏa mãn $3^{y^2-|x-2y|}\le \log_{y^2+3}\left(|x-2y|+3\right)$.

A. 13. **B.** 11. **C.** 12. **D.** 10.

Lời giải

Ta có: $3^{y^2-|x-2y|} \le \log_{y^2+3}\left(|x-2y|+3\right) \Leftrightarrow \dfrac{3^{y^2+3}}{3^{|x-2y|+3}} \le \dfrac{\ln\left(|x-2y|+3\right)}{\ln\left(y^2+3\right)}$

$3^{y^2+3}\ln\left(y^2+3\right) \le 3^{|x-2y|+3}\ln\left(|x-2y|+3\right) \quad (1)$

Đặt $f(t)=3^t \ln t$; nhận xét: $f(t)=3^t\ln t$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Ta có: $(1) \Leftrightarrow f\left(y^2+3\right) \le f\left(|x-2y|+3\right) \Leftrightarrow y^2+3 \le |x-2y|+3 \Leftrightarrow y^2 \le |x-2y|$

Trường hợp 1: $x=0$

$(1) \Leftrightarrow y^2 \le |2y| \Leftrightarrow |y|^2-|2y| \le 0 \Leftrightarrow 0 \le |y| \le 2 \Leftrightarrow -2 \le y \le 2$

Nhận xét: $x=0$ thỏa đề.

Trường hợp 2: $x-2y \ge 0$

$(1) \Leftrightarrow y^2 \le x-2y \Leftrightarrow y^2+2y-x \le 0$

Bất phương trình có nghiệm thỏa đề thì $\Delta' = 1+x > 0 \Leftrightarrow x > -1$.

Khi đó: $(1) \Leftrightarrow -1-\sqrt{x+1} \le y \le -1+\sqrt{x+1}$

Thử trực tiếp ta được tập các số nguyên x thỏa đề là $\{3,4,5,6,7\}$

Trường hợp 3: $x-2y<0$

$(1) \Leftrightarrow y^2 \le -x+2y \Leftrightarrow y^2-2y+x \le 0$

Bất phương trình có nghiệm thỏa đề thì $\Delta' = 1-x > 0 \Leftrightarrow x < 1$.

Khi đó: $(1) \Leftrightarrow 1-\sqrt{1-x} \le y \le 1+\sqrt{1-x}$

Thử trực tiếp ta được tập các số nguyên x thỏa đề là $\{-3,-4,-5,-6,-7\}$

Vậy có 11 nguyên x thỏa đề.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1), B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại các điểm M và N (M, N không trùng với gốc tọa độ O) thỏa mãn $OM = 2ON$

A. $2x+3y-z-4=0$. **B.** $3x+y+2z-6=0$.

C. $x+2y-z-2=0$. **D.** $2x+y+z-4=0$.

Lời giải

Với $OM = 2ON$, ta lấy

$$\left.\begin{array}{l} Ox \cap (P) = M(2m;0;0), m>0 \\ Oy \cap (P) = N(0;m;0), m>0 \\ Oz \cap (P) = P(0;0;n), n \ne 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \text{Phương trình mặt phẳng } (P) \text{ có dạng: } \frac{x}{2m}+\frac{y}{m}+\frac{z}{n}=1.$$

Vì (P) đi qua hai điểm $A(1;1;1), B(0;2;2) \Rightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2m}+\dfrac{1}{m}+\dfrac{1}{n}=1 \\ \dfrac{0}{2m}+\dfrac{2}{m}+\dfrac{2}{n}=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{m}=1 \\ \dfrac{1}{n}=-\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-2 \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (P): $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{1}+\dfrac{z}{-2}=1 \Leftrightarrow x+2y-z-2=0$.

HẾT

SỞ GDĐT THANH HOÁ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 3
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(-\infty;9)$. **B.** $(-\infty;10)$. **C.** $(1;10)$. **D.** $(1;9)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3;2;4)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox,Oy,Oz. Mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có phương trình là

A. $4x-6y-3z+12=0$. **B.** $4x-6y-3z-12=0$.
C. $3x-6y-4z+12=0$. **D.** $6x-4y-3z-12=0$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=2$ là

A. $x=\frac{6}{5}$. **B.** $x=\frac{9}{5}$. **C.** $x=\frac{5}{9}$. **D.** $x=\frac{8}{5}$.

Câu 4: Với a là những số thực dương tuỳ ý, $\log_3(3a^5)$ bằng

A. $5+3\log_3 a$. **B.** $1+5\log_3 a$. **C.** $1-5\log_3 a$. **D.** $3+5\log_3 a$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y=10^x$ là

A. $10^x\ln 10$. **B.** $\frac{10^x}{\ln 10}$. **C.** $x.10^{x-1}$. **D.** 10^x.

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x^2+2x-4$. **B.** $y=\log_3 x$. **C.** $y=-x^4-5x^2+4$. **D.** $y=\frac{5x-1}{x+2}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(0;1;-1)$. Khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. $2\sqrt{7}$. **B.** -2. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 8: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Giá trị của $3z_1+z_2$ bằng

A. $4+12i$. **B.** $-12-4i$. **C.** $4-12i$. **D.** $-12+4i$.

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a\sqrt{3}$, $AD=a$, $AA'=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A. $2a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=(x-5)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $[5;+\infty)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3;-4;5)$ có phương trình là

A. $-3x+4y-5z-26=0$. **B.** $3x-4y+5z-26=0$.
C. $-x+2y-3z+26=0$. **D.** $x-2y+3z+26=0$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 13: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+4}$ là

A. $y=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-4$. **D.** $y=3$.

Câu 14: Biết $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int_2^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** -1. **D.** 5.

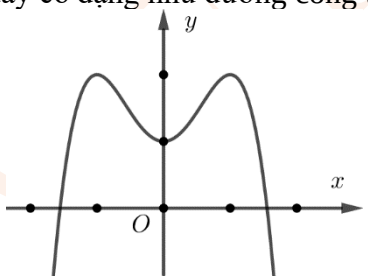
Câu 15: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh vào một cái ghế dài có 7 chỗ ngồi

A. C_7^5. **B.** $5.A_7^5$. **C.** $7P_5$. **D.** A_7^5.

Câu 16: Cho số phức $z=6-8i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 100. **B.** 14. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 10.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ dưới?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1=-5+i$ và $z_2=1+3i$. Phần ảo của số phức $z_1+\overline{z_2}$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 19: Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Giá trị của $\int_2^3 \left[1+f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 7.

Câu 20: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** 4.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-2=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(2;-4;-6)$, $R=4$. **B.** $I(1;-2;-3)$, $R=4$.

C. $I(1;-2;-3)$, $R=2\sqrt{3}$. **D.** $I(-1;2;3)$, $R=4$.

Câu 22: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 23: Số phức có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 5 là

A. $-3+5i$. **B.** $5+3i$. **C.** $3+5i$. **D.** $3-5i$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vecto $\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 26: Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy bằng a và đường cao bằng $2a$.

A. πa^2. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 28: Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tích hai số được chọn là một số chẵn bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{4}{15}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{11}{15}$.

Câu 29: Cho a,b là các số dương thỏa mãn $5\log_3 a+7\log_3 b=2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^5b^7=9$. **B.** $5a+7b=2$. **C.** $5a+7b=9$. **D.** $a^5b^7=2$.

Câu 30: Thể tích V của khối nón có đường kính đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng a là

A. $V=\pi a^3$. **B.** $V=\frac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\frac{\pi a^3}{3}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$. Vecto nào dưới đây là một vecto chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-2;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;2;-1)$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 33: Nghiệm của phương trình $4^{5x-7}=64$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+1$ và $y=x^2+1$ là

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{189}{4}$. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;2)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có phương trình

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2+2t\\z=-3-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2-2t\\z=3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-2t\\y=4-2t\\z=2-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+2t\\y=4-2t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(2x-3), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

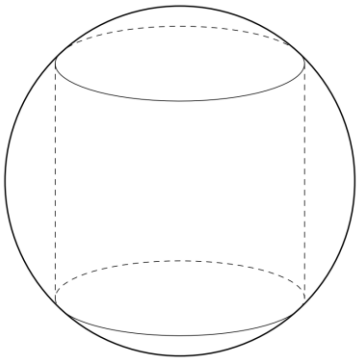
Câu 37: Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 10 và chiều cao bằng 6 là

A. $V=30$. **B.** $V=180$. **C.** $V=20$. **D.** $V=60$.

Câu 38: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+\cos x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4-\sin x+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4+\sin x+C$. **C.** $x^4-\sin x+C$. **D.** $3x^2+\sin x+C$.

Câu 39: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}$. Trong tất cả các khối trụ nội tiếp mặt cầu (S) *(tham khảo hình vẽ)*, khối trụ có thể tích lớn nhất bằng



A. $12\sqrt{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 40: Cho các số thực a, b thỏa mãn $e^{a^2+2b^2}+e^{ab}\left(a^2-ab+b^2-1\right)-e^{1+ab+b^2}=0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{1+2ab}$. Khi đó $m+M$ bằng

A. $\frac{19}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều có cạnh bằng 4, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=8\sqrt{3}$. **B.** $V=\frac{16\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\frac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\frac{16\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, gọi $(P): ax+by+cz-3=0$ (với a,b,c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) là mặt phẳng đi qua hai điểm $M(0;-1;2)$, $N(-1;1;3)$ và không đi qua điểm $H(0;0;2)$. Biết rằng khoảng cách từ H đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $T=a-2b+3c+12$ bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** –16. **D.** 16.

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, cho biết phương trình $z^2-2z+\frac{c}{d}=0$ (với $c,d\in\mathbb{Z}$ và phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm z_1,z_2. Gọi A,B lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của z_1,z_2 trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều, tính giá trị của $P=c+4d$.

A. $P=19$. **B.** $P=16$. **C.** $P=22$. **D.** $P=14$.

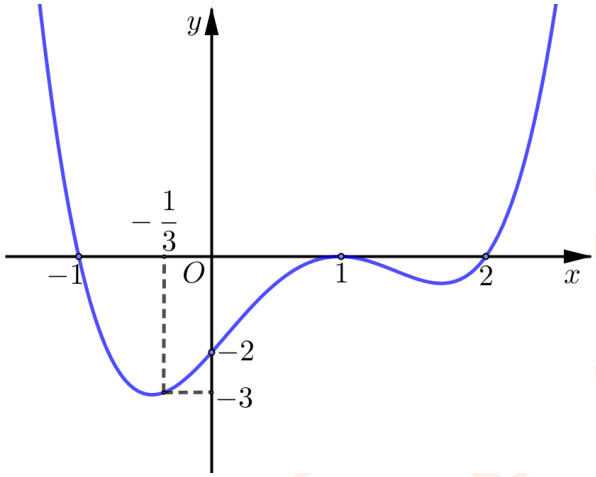
Câu 44: Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình $\log_2^2 x+\log_{\sqrt{2}}(32x)\ge m$ có nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 12.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\left(f'(x)\right)^2 + f(x).f''(x) = x^3 - 2x,\ \forall x \in R$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Tính $f^2(1)$.

A. $f^2(1) = \frac{43}{15}$. **B.** $f^2(1) = \frac{26}{15}$. **C.** $f^2(1) = \frac{47}{30}$. **D.** $f^2(1) = \frac{73}{30}$.

Câu 46: Cho hàm số đa thức $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ sau:



Đặt $g(x) = f\left(f'(x) - 1\right)$. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $g'(x) = 0$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

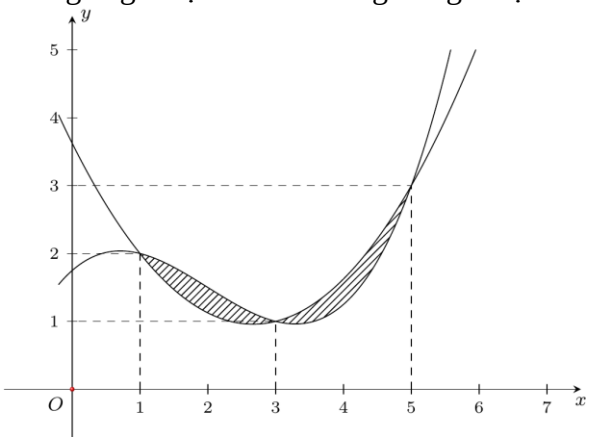
Câu 47: Cho z_1 và z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z - 5 - 3i| = 5$, đồng thời $|z_1 - z_2| = 8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình dạng $(x-a)^2 + (y-b)^2 = r^2\ (r > 0)$. Tính giá trị của biểu thức $T = (a+b)r$.

A. $T = 96$. **B.** $T = 64$. **C.** $T = 6$. **D.** $T = 12$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho với mỗi x luôn tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x^2+y^2} < 2022^{x+y}$.

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị (C) và hàm số bậc hai $y = g(x) = mx^2 + nx + p$ có đồ thị (P). Biết rằng (C) và (P) cùng đi qua các điểm $(1;2), (3;1), (5;3)$, đồng thời phần hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (*phần tô đậm như hình vẽ*) có diện tích bằng 1. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng đó quanh trục hoành. Hỏi V gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. 14. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-6x-4y+6z-26=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Biết rằng trên đường thẳng d luôn tồn tại điểm $M(x,y,z)$ với $x>0$ sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (với A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $AMB=60°$, $BMC=90°$, $CMA=120°$. Khi đó $x+y+z$ bằng bao nhiêu?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** –2.

----------Hết----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.B	4.B	5.A	6.A	7.D	8.B	9.D	10.B
11.C	12.B	13.C	14.C	15.D	16.D	17.A	18.B	19.D	20.A
21.B	22.C	23.A	24.B	25.C	26.D	27.C	28.D	29.A	30.D
31.B	32.B	33.C	34.A	35.B	36.C	37.C	38.B	39.A	40.D
41.C	42.D	43.B	44.A	45	46.B	47.A	48.C	49.D	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(-\infty;9)$. **B.** $(-\infty;10)$. **C.** $(1;10)$. **D.** $(1;9)$.

Lời giải

Điều kiện: $x>1$.

Khi đó $\log_2(x-1)<3 \Leftrightarrow x<9$.

Kết hợp với điều kiện ta có $1<x<9$.

Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là $(1;9)$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3;2;4)$. Gọi A,B,C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox,Oy,Oz. Mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có phương trình là

A. $4x-6y-3z+12=0$. **B.** $4x-6y-3z-12=0$.

C. $3x-6y-4z+12=0$. **D.** $6x-4y-3z-12=0$.

Lời giải

Theo đề bài ta có $A(-3;0;0), B(0;2;0), C(0;0;4)$.

Mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có phương trình là $\frac{x}{-3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1 \Leftrightarrow 4x-6y-3z+12=0$.

Câu 3: Nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=2$ là

A. $x=\frac{6}{5}$. **B.** $x=\frac{9}{5}$. **C.** $x=\frac{5}{9}$. **D.** $x=\frac{8}{5}$.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$.

Khi đó $\log_3(5x)=2 \Leftrightarrow 5x=9 \Leftrightarrow x=\frac{9}{5}$ (nhận).

Vậy nghiệm của phương trình $\log_3(5x)=2$ là $x=\frac{9}{5}$.

Câu 4: Với a là những số thực dương tuỳ ý, $\log_3(3a^5)$ bằng

A. $5+3\log_3 a$. **B.** $1+5\log_3 a$. **C.** $1-5\log_3 a$. **D.** $3+5\log_3 a$.

Lời giải

Ta có $\log_3(3a^5)=\log_3 3+\log_3(a^5)=1+5\log_3 a$.

Câu 5: Đạo hàm của hàm số $y=10^x$ là

A. $10^x \ln 10$. **B.** $\frac{10^x}{\ln 10}$. **C.** $x.10^{x-1}$. **D.** 10^x.

Lời giải

Áp dụng công thức $(a^x)'=a^x \ln a$. Ta có: $(10^x)'=10^x \ln 10$.

Câu 6: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x^2+2x-4$. **B.** $y=\log_3 x$. **C.** $y=-x^4-5x^2+4$. **D.** $y=\frac{5x-1}{x+2}$.

Lời giải

Hàm số $y=x^3+x^2+2x-4$ có $y'=3x^2+2x+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3+x^2+2x-4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(0;1;-1)$. Khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. $2\sqrt{7}$. **B.** -2. **C.** 5. **D.** -5.

Lời giải

Ta có $\vec{u}.\vec{v}=1.0+(-2).1+3.(-1)=-5$.

Câu 8: Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+6z+13=0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Giá trị của $3z_1+z_2$ bằng

A. $4+12i$. **B.** $-12-4i$. **C.** $4-12i$. **D.** $-12+4i$.

Lời giải

Ta có $\Delta'=3^2-13=-4<0$.

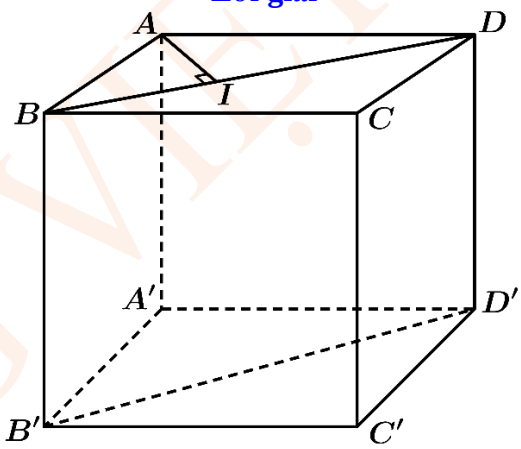
Vậy phương trình đã cho có hai nghiệm phức $z_1=-3-2i$, $z_2=-3+2i$ (z_1 có phần ảo âm).

Khi đó $3z_1+z_2=3(-3-2i)+(-3+2i)=-12-4i$.

Câu 9: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a\sqrt{3}$, $AD=a$, $AA'=2a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A. $2a$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải



Kẻ $AI\perp BD$ tại I (1).

Do $BB'\perp(ABCD)$ nên $BB'\perp AI$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $AI\perp(BDD'B')$ hay $d(A,(BDD'B'))=AI$.

Xét tam giác vuông ABD, ta có $AI=\dfrac{AB.AD}{\sqrt{AB^2+AD^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(A,(BDD'B'))=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=(x-5)^{\sqrt{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{5\}$. **B.** $(5;+\infty)$. **C.** $(-\infty;5)$. **D.** $[5;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện: $x-5>0\Leftrightarrow x>5$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(5;+\infty)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3;-4;5)$ có phương trình là

A. $-3x+4y-5z-26=0$. **B.** $3x-4y+5z-26=0$.

C. $-x+2y-3z+26=0$. **D.** $x-2y+3z+26=0$.

Lời giải

Đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{3}$ có VTCP $\vec{u}=(1;-2;3)$.

Mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z}{3}$ nên có VTPT $\vec{n}=(1;-2;3)$ và đi qua điểm $A(3;-4;5)$ có phương trình là

$(x-3)-2(y+4)+3(z-5)=0 \Leftrightarrow x-2y+3z-26=0 \Leftrightarrow -x+2y-3z+26=0$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 13: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+4}$ là

A. $y=-4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-4$. **D.** $y=3$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to -4^-}\frac{3x-2}{x+4}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -4^+}\frac{3x-2}{x+4}=-\infty$.

Vậy đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{3x-2}{x+4}$ là $x=-4$.

Câu 14: Biết $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=2$. Khi đó $\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 6. **C.** -1. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\int\limits_1^4 f(x)\mathrm{d}x=2 \Leftrightarrow \int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x=2 \Leftrightarrow 3+\int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x=2 \Leftrightarrow \int\limits_2^4 f(x)\mathrm{d}x=-1$.

Câu 15: Có bao nhiêu cách sắp xếp 5 học sinh vào một cái ghế dài có 7 chỗ ngồi

A. C_7^5. **B.** $5.A_7^5$. **C.** $7P_5$. **D.** A_7^5.

Lời giải

Mỗi cách chọn ra 5 chỗ ngồi từ 7 chỗ ngồi và xếp 5 học sinh vào 5 chỗ ngồi đó là một chỉnh hợp chập 5 của 7 phần tử.

Vậy số cách sắp xếp là A_7^5.

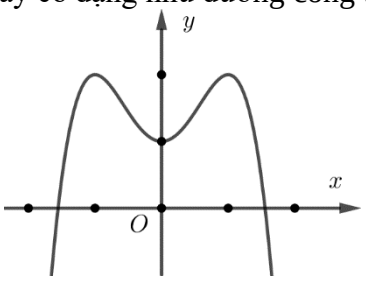
Câu 16: Cho số phức $z=6-8i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 100. **B.** 14. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $\bar{z}=6+8i \Rightarrow |\bar{z}|=\sqrt{6^2+8^2}=\sqrt{100}=10$.

Câu 17: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ dưới?



A. $y=-x^4+2x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Ta thấy đường cong trên có dạng đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương, nhánh ngoài cùng đi xuống nên $a<0$, do đó ta chọn đáp án **A**.

Câu 18: Cho hai số phức $z_1=-5+i$ và $z_2=1+3i$. Phần ảo của số phức $z_1+\bar{z_2}$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Ta có $\bar{z_2}=1-3i \Rightarrow z_1+\bar{z_2}=(-5+i)+(1-3i)=-4-2i$.

Do đó phần ảo của số phức $z_1+\bar{z_2}$ bằng -2.

Câu 19: Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=6$. Giá trị của $\int_2^3 [1+f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 9. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $\int_2^3 [1+f(x)]\mathrm{d}x=\int_2^3 1\mathrm{d}x+\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=x\Big|_2^3+6=(3-2)+6=7$.

Câu 20: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 4.

Lời giải

Gọi q là công bội của cấp số nhân (u_n).

Ta có: $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{6}{2}=3$.

Vậy $q=3$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-2=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của (S) là

A. $I(2;-4;-6)$, $R=4$. **B.** $I(1;-2;-3)$, $R=4$.

C. $I(1;-2;-3)$, $R=2\sqrt{3}$. **D.** $I(-1;2;3)$, $R=4$.

Lời giải

Ta có phương trình $(S): x^2+y^2+z^2+2.(-1).x+2.2.y+2.3.z-2=0$.

Do đó, (S) có tâm $I(1;-2;-3)$ và bán kính $R=\sqrt{1^2+(-2)^2+(-3)^2-(-2)}=4$.

Câu 22: Cho khối lăng trụ có đáy là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$ và chiều cao bằng $2a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{4\sqrt{2}}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ đã cho: $V=Bh=\left(a\sqrt{2}\right)^2.2a=4a^3$.

Câu 23: Số phức có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 5 là

A. $-3+5i$. **B.** $5+3i$. **C.** $3+5i$. **D.** $3-5i$.

Lời giải

Số phức có phần thực $a=-3$ và phần ảo $b=5$ là $z=a+bi=-3+5i$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;3;2)$ và $\vec{b}=(1;1;-1)$. Vectơ $\vec{a}-\vec{b}$ có tọa độ là

A. $(-1;-2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(3;5;1)$. **D.** $(3;4;1)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}-\vec{b}=(a_1-b_1;a_2-b_2;a_3-b_3)\Rightarrow\vec{a}-\vec{b}=(1;2;3)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-1		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và $x=4$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực đại.

Câu 26: Tính diện tích xung quanh của hình trụ biết hình trụ có bán kính đáy bằng a và đường cao bằng $2a$.

A. πa^2. **B.** $8\pi a^2$. **C.** $2\pi a^2$. **D.** $4\pi a^2$.

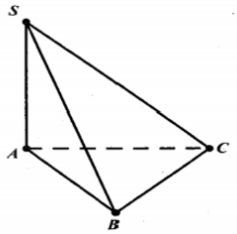
Lời giải

Diện tích xung quanh hình trụ: $S_{xq}=2\pi rh=2\pi.a.2a=4\pi a^2$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=a\sqrt{3}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy bằng

A. $60°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Lời giải



Vì $SA\perp(ABC)$ nên AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng (ABC)

$\Rightarrow(SC,(ABC))=(SC,AC)=SCA$.

Xét tam giác ABC vuông tại B ta có $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{(3a)^2+\left(\sqrt{3}a\right)^2}=2\sqrt{3}a$.

Xét tam giác SAC vuông tại A ta có $\tan SCA=\dfrac{SA}{AC}=\dfrac{2a}{2\sqrt{3}a}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow SCA=30°$.

Câu 28: Chọn ngẫu nhiên hai số phân biệt từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để tích hai số được chọn là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{15}$. **C.** $\dfrac{4}{5}$. **D.** $\dfrac{11}{15}$.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu: $n(\Omega)=C_{15}^2=105$.

Gọi A là biến cố: "Tích hai số được chọn là một số chẵn".

Trường hợp 1: Chọn hai số đều là số chẵn. Số cách chọn : $C_7^2=21$.

Trường hợp 2: Chọn một số chẵn và một số lẻ. Số cách chọn : $C_7^1.C_8^1=56$.

Do đó: $n(A)=C_7^2+C_7^1.C_8^1=77$. Suy ra : $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{77}{105}=\dfrac{11}{15}$.

Câu 29: Cho a,b là các số dương thỏa mãn $5\log_3 a+7\log_3 b=2$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a^5b^7=9$. **B.** $5a+7b=2$. **C.** $5a+7b=9$. **D.** $a^5b^7=2$.

Lời giải

Ta có: $5\log_3 a+7\log_3 b=2\Leftrightarrow\log_3 a^5+\log_3 b^7=2\Leftrightarrow\log_3\left(a^5b^7\right)=2\Leftrightarrow a^5b^7=9$.

Câu 30: Thể tích V của khối nón có đường kính đáy bằng $2a$ và chiều cao bằng a là

A. $V=\pi a^3$. **B.** $V=\dfrac{2\pi a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{4\pi a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Ta có: Bán kính đáy khối nón $r=\dfrac{2a}{2}=a$.

Thể tích V của khối nón: $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi a^2a=\dfrac{\pi a^3}{3}$.

Câu 31: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(-2;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;2;1)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;2;-1)$.

Lời giải

Đường thẳng d có phương trình: $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ nên có véctơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_2}=(-2;2;1)$.

Câu 32: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có hoành độ $x=0$ nên tung độ $y=2$.

Câu 33: Nghiệm của phương trình $4^{5x-7}=64$ là

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Ta có $4^{5x-7}=64\Leftrightarrow 4^{5x-7}=4^3\Leftrightarrow 5x-7=3\Leftrightarrow x=2$.

Câu 34: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+1$ và $y=x^2+1$ là

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{189}{4}$. **C.** 6. **D.** $\frac{3}{4}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là:

$$x^3-2x^2+1=x^2+1 \Leftrightarrow x^3-3x^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng cần tìm là: $S=\int_0^3 \left|x^3-3x^2\right| \mathrm{d}x=\frac{27}{4}$.

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;2)$. Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có phương trình

A. $\left\{\begin{array}{l} x=-1+2t \\ y=-2+2t \\ z=-3-t \end{array}\right.$. **B.** $\left\{\begin{array}{l} x=1-2t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{array}\right.$. **C.** $\left\{\begin{array}{l} x=3-2t \\ y=4-2t \\ z=2-t \end{array}\right.$. **D.** $\left\{\begin{array}{l} x=3+2t \\ y=4-2t \\ z=2+t \end{array}\right.$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{BA}=(-2;-2;1)$.

Phương trình đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\vec{a}=\overrightarrow{BA}=(-2;-2;1)$ và đi qua điểm A có phương trình tham số là: $\left\{\begin{array}{l} x=1-2t \\ y=2-2t \\ z=3+t \end{array}\right.$.

Câu 36: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(2x-3), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0 \Leftrightarrow x^2(x+1)(2x-3)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1 \\ x=\frac{3}{2} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-1		0		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$ suy ra hàm số $f(x)$ có hai cực trị.

Câu 37: Thể tích V của khối chóp có diện tích đáy bằng 10 và chiều cao bằng 6 là

A. $V=30$. **B.** $V=180$. **C.** $V=20$. **D.** $V=60$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp cần tìm là $V=\frac{1}{3}.B.h=\frac{1}{3}.10.6=20$.

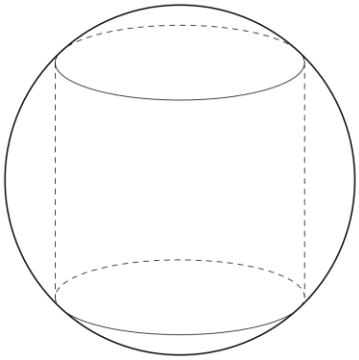
Câu 38: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^3+\cos x$ là

A. $\frac{1}{4}x^4-\sin x+C$. **B.** $\frac{1}{4}x^4+\sin x+C$. **C.** $x^4-\sin x+C$. **D.** $3x^2+\sin x+C$.

Lời giải

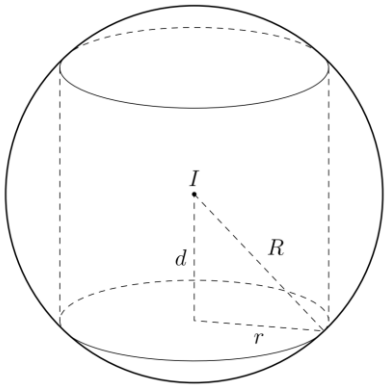
Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x^3+\cos x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}x^4+\sin x+C$.

Câu 39: Cho mặt cầu (S) có bán kính $R=\frac{3}{\sqrt[3]{\pi}}$. Trong tất cả các khối trụ nội tiếp mặt cầu (S) *(tham khảo hình vẽ)*, khối trụ có thể tích lớn nhất bằng



A. $12\sqrt{3}$. **B.** $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. **C.** $9\sqrt{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải



Gọi d là khoảng cách từ tâm mặt cầu tới mặt đáy của khối trụ và r là bán kính đáy của khối trụ. Khi đó khối trụ có chiều cao là $2d$ và $r^2=R^2-d^2$. Gọi V là thể tích khối trụ đã cho, ta có

$$V=2\pi r^2 d=2\pi d\left(R^2-d^2\right)=\frac{2\pi}{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}\left(1+\sqrt{3}\right)d.\left(2+\sqrt{3}\right)(R-d).(R+d).$$

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$V\le\frac{2\pi}{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}\cdot\left(\frac{\left(1+\sqrt{3}\right)d+\left(2+\sqrt{3}\right)(R-d)+(R+d)}{3}\right)^3$$

$$=\frac{2\pi}{\left(1+\sqrt{3}\right)\left(2+\sqrt{3}\right)}\cdot\frac{3\sqrt{3}\left(1+\sqrt{3}\right)^3R^3}{27}=12\sqrt{3}.$$

Dấu bằng xảy ra khi $d=\frac{R}{\sqrt{3}}$. Vậy khối trụ có thể tích lớn nhất là $12\sqrt{3}$.

Câu 40: Cho các số thực a, b thỏa mãn $\mathrm{e}^{a^2+2b^2}+\mathrm{e}^{ab}\left(a^2-ab+b^2-1\right)-\mathrm{e}^{1+ab+b^2}=0$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{1}{1+2ab}$. Khi đó $m+M$ bằng

A. $\frac{19}{5}$. **B.** $\frac{2}{5}$. **C.** $\frac{7}{3}$. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Ta có: $e^{a^2+2b^2}+e^{ab}\left(a^2-ab+b^2-1\right)-e^{1+ab+b^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{a^2-ab+2b^2}+a^2-ab+b^2-1-e^{1+b^2}=0$

$\Leftrightarrow e^{a^2-ab+2b^2}+a^2-ab+2b^2=e^{1+b^2}+1+b^2$

$\Leftrightarrow f\left(a^2-ab+2b^2\right)=f\left(1+b^2\right)$, với $f(t)=e^t+t$.

Mà $f'(t)=e^t+1>0,\forall t\in\mathbb{R}$ nên $f(t)$ là hàm đồng biến trên $\mathbb{R}$. Do đó

$a^2-ab+2b^2=1+b^2$

$\Leftrightarrow a^2-ab+b^2=1.$

Khi đó, ta có:

$(a+b)^2-3ab=1\Rightarrow ab=\dfrac{(a+b)^2}{3}-\dfrac{1}{3}\ge-\dfrac{1}{3}.$

$a^2+b^2\ge 2ab\Rightarrow ab\le a^2-ab+b^2=1$

Đặt $ab=x$, suy ra $P=g(x)=\dfrac{1}{1+2x}$ với $x\in\left[-\dfrac{1}{3};1\right]$.

Lại có $g'(x)=-\dfrac{2}{(1+2x)^2}<0,\ \forall x\in\left[-\dfrac{1}{3};1\right]$, nên $g(x)$ nghịch biến trên $\left[-\dfrac{1}{3};1\right]$.

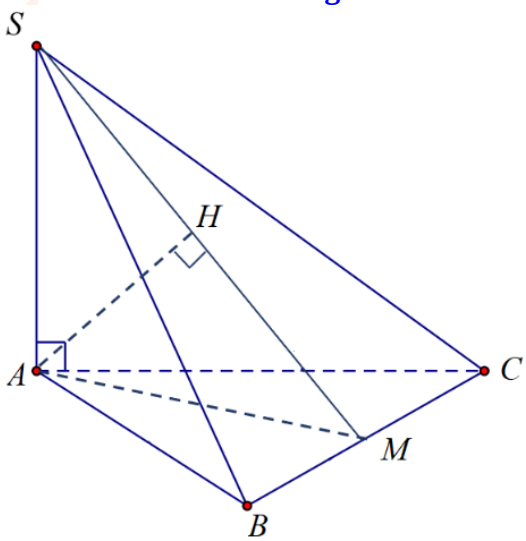
Do đó $M=g\left(-\dfrac{1}{3}\right)=3,\ m=g(1)=\dfrac{1}{3}$.

Vậy $m+M=\dfrac{10}{3}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều có cạnh bằng 4, SA vuông góc với đáy, khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $\sqrt{3}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABC$ là

A. $V=8\sqrt{3}$. **B.** $V=\dfrac{16\sqrt{2}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{16\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của BC, suy ra $AM\perp BC\ (1)$.

Ta có $SA\perp(ABC)\Rightarrow SA\perp BC\ (2)$.

Từ $(1),(2)$ suy ra $BC\perp(SAM)$.

Kẻ $AH \perp SM$, vì $AH \subset (SAM)$ nên $AH \perp BC$.

Do đó $AH \perp (SBC)$, suy ra $d(A,(SBC)) = AH = \sqrt{3}$.

ABC là tam giác đều cạnh bằng 4 nên $AM = \frac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$, $S_{ABC} = \frac{4^2.\sqrt{3}}{4} = 4\sqrt{3}$.

Tam giác SAM vuông tại A, ta có: $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{SA^2} = \frac{1}{AH^2} - \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{(\sqrt{3})^2} - \frac{1}{(2\sqrt{3})^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow SA = 2$.

Thể tích khối chóp: $V = \frac{1}{3} S_{ABC}.SA = \frac{1}{3}.4\sqrt{3}.2 = \frac{8\sqrt{3}}{3}$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, gọi $(P): ax + by + cz - 3 = 0$ (với a, b, c là các số nguyên không đồng thời bằng 0) là mặt phẳng đi qua hai điểm $M(0;-1;2)$, $N(-1;1;3)$ và không đi qua điểm $H(0;0;2)$. Biết rằng khoảng cách từ H đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $T = a - 2b + 3c + 12$ bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** −16. **D.** 16.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $M(0;-1;2)$, $N(-1;1;3)$ nên ta có

$$\begin{cases} -b + 2c - 3 = 0 \\ -a + b + 3c - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b = 2c - 3 \\ a = 5c - 6 \end{cases} \quad (1)$$

Lại có, khoảng cách từ H đến mặt phẳng (P) là $d(H,(P)) = \frac{|2c-3|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ (2).

Thay (1) vào (2) ta được $d(H,(P)) = \frac{|2c-3|}{\sqrt{(5c-6)^2 + (2c-3)^2 + c^2}} = \frac{|2c-3|}{\sqrt{30c^2 - 72c + 45}}$.

Xét hàm số $y = \frac{2c-3}{\sqrt{30c^2 - 72c + 45}}$ có tập xác định $D = R$.

$y' = \frac{18c - 18}{(30c^2 - 72c + 45)\sqrt{30c^2 - 72c + 45}}$; $y' = 0 \Leftrightarrow c = 1$

Và $\lim\limits_{c \to +\infty} y = \frac{2}{\sqrt{30}}$; $\lim\limits_{c \to -\infty} y = -\frac{2}{\sqrt{30}} \Rightarrow \min\limits_{D} y = y(1) = \frac{-1}{\sqrt{3}}$.

Xét hàm số $g(c) = \frac{|2c-3|}{\sqrt{30c^2 - 72c + 45}}$

Từ đó suy ra $\max\limits_{R} g(c) = |y(1)| = g(1) = \frac{1}{\sqrt{3}}$ đạt tại $c = 1$.

Với $c = 1$ thay vào (1) ta có $\begin{cases} a = -1 \\ b = -1 \end{cases}$.

Khi đó $T = a - 2b + 3c + 12 = -1 + 2 + 3 + 12 = 16$.

Câu 43: Trên tập hợp các số phức, cho biết phương trình $z^2 - 2z + \frac{c}{d} = 0$ (với $c, d \in \mathbb{Z}$ và phân số $\frac{c}{d}$ tối giản) có hai nghiệm z_1, z_2. Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 trên mặt phẳng Oxy. Biết tam giác OAB đều, tính giá trị của $P = c + 4d$.

A. $P=19$. **B.** $P=16$. **C.** $P=22$. **D.** $P=14$.

Lời giải

Từ giả thiết $z^2-2z+\frac{c}{d}=0\Leftrightarrow(z-1)^2=1-\frac{c}{d}\ (*)$

Nếu $1-\frac{c}{d}\ge 0$ thì (*) có hai nghiệm thực nên không tồn tại tam giác OAB, không thỏa mãn bài toán.

Nếu $1-\frac{c}{d}<0\Leftrightarrow\frac{c}{d}>1$. Khi đó $(*)\Leftrightarrow\begin{cases}z_1=1+i\sqrt{\frac{c}{d}-1}\\ z_2=1-i\sqrt{\frac{c}{d}-1}\end{cases}$.

Suy ra $A\left(1;\sqrt{\frac{c}{d}-1}\right)$ và $B\left(1;-\sqrt{\frac{c}{d}-1}\right)$ nên tam giác OAB luôn cân tại O.

Gọi I là trung điểm đoạn AB, tam giác OAB đều thì $OI=\frac{AB.\sqrt{3}}{2}\Leftrightarrow 1=\sqrt{3}.\sqrt{\frac{c}{d}-1}\Leftrightarrow\frac{c}{d}=\frac{4}{3}$.

Theo giả thiết $c,d\in\mathbb{Z}$ và phân số $\frac{c}{d}$ tối giản nên $c=4$ và $d=3$. Vậy $P=c+4d=4+4.3=16$.

Câu 44: Có tất cả bao nhiêu số nguyên dương m để bất phương trình $\log_2^2 x+\log_{\sqrt{2}}(32x)\ge m$ có nghiệm đúng với mọi $x\in(0;2)$?

A. 9. **B.** 8. **C.** 13. **D.** 12.

Lời giải

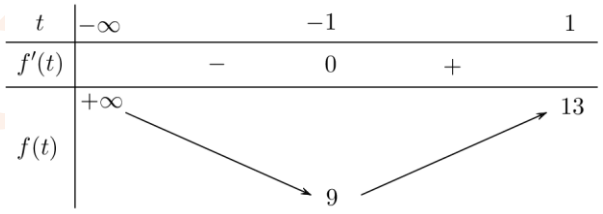
Điều kiện: $x>0$.

Ta có $\log_2^2 x+\log_{\sqrt{2}}(32x)\ge m\Leftrightarrow\log_2^2 x+2\log_2(32x)\ge m\Leftrightarrow\log_2^2 x+2\log_2 x+10\ge m\quad(*)$

Đặt $t=\log_2 x$, với $x\in(0;2)\Rightarrow t\in(-\infty;1)$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow t^2+2t+10\ge m$. Đặt $f(t)=t^2+2t+10$. Ta có $f'(t)=2t+2=0\Leftrightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên



Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m\le 9$.

Mà $m\in\mathbb{N}^*\Rightarrow m\in\{1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$ nên có tất cả 9 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 45: Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2+f(x).f''(x)=x^3-2x,\ \forall x\in R$ và $f(0)=f'(0)=1$. Tính $f^2(1)$.

A. $f^2(1)=\frac{43}{15}$. **B.** $f^2(1)=\frac{26}{15}$. **C.** $f^2(1)=\frac{47}{30}$. **D.** $f^2(1)=\frac{73}{30}$.

Lời giải:

Ta có: $(f'(x))^2+f(x).f''(x)=x^3-2x\Leftrightarrow\left[f'(x).f(x)\right]'=x^3-2x$

$$\Leftrightarrow f'(x).f(x)=\int(x^3-2x)dx=\frac{x^4}{4}-x^2+C_1.$$

Theo giả thiết $f(0)=f'(0)=1$ nên $C_1=1$.

Suy ra: $f'(x).f(x)=\frac{x^4}{4}-x^2+1\Leftrightarrow 2f'(x).f(x)=\frac{x^4}{2}-2x^2+2$

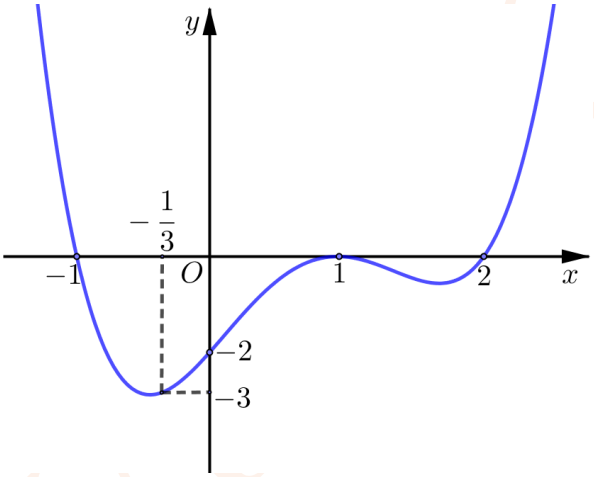
$$\Leftrightarrow\left[f^2(x)\right]'=\frac{x^4}{2}-2x^2+2$$

$$\Leftrightarrow f^2(x)=\int\left(\frac{x^4}{2}-2x^2+2\right)dx=\frac{x^5}{10}-\frac{2x^3}{3}+2x+C_2$$

Do $f(0)=1$ nên $C_2=1$. Suy ra $f^2(x)=\frac{x^5}{10}-\frac{2x^3}{3}+2x+1$.

Vậy $f^2(1)=\frac{1}{10}-\frac{2}{3}+2+1=\frac{73}{30}$.

Câu 46: Cho hàm số đa thức $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ là đường cong trong hình vẽ sau:



Đặt $g(x)=f\left(f'(x)-1\right)$. Số nghiệm dương phân biệt của phương trình $g'(x)=0$ là

A. 9. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 10.

Lời giải

Ta có $g'(x)=f''(x).f'\left(f'(x)-1\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f''(x)=0\\f'\left(f'(x)-1\right)=0\end{array}\right.$$

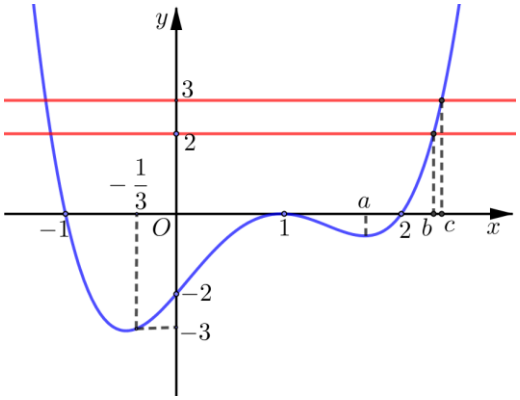
+) $f''(x)=0$ có 2 nghiệm dương $x=1$ và $x=a\in(1;2)$.

$$+)\ f'\left(f'(x)-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)-1=-1\\f'(x)-1=1\\f'(x)-1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f'(x)=2\\f'(x)=3\end{array}\right.$$

Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm dương $x=1$ và $x=2$.

Phương trình $f'(x)=2$ có 1 nghiệm dương $x=b>2$.

Phương trình $f'(x)=3$ có 1 nghiệm dương $x=c>b$.

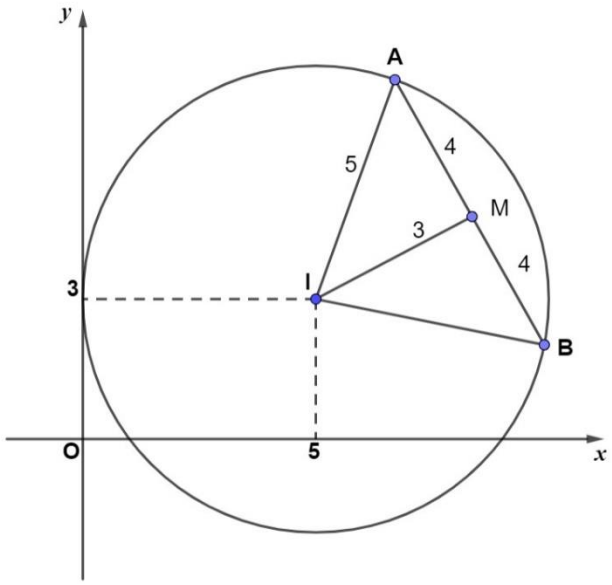


Vậy phương trình $g'(x)=0$ có 5 nghiệm dương phân biệt.

Câu 47: Cho z_1 và z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z-5-3i|=5$, đồng thời $|z_1-z_2|=8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w=z_1+z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình dạng $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2\,(r>0)$. Tính giá trị của biểu thức $T=(a+b)r$.

A. $T=96$. **B.** $T=64$. **C.** $T=6$. **D.** $T=12$.

Lời giải



Gọi $A;B$ lần lượt là điểm biểu diễn của $z_1;z_2$. Từ giả thiết $|z-5-3i|=5$ suy ra $A;B$ thuộc đường tròn tâm $I(5;3)$, bán kính 5 và $|z_1-z_2|=8$ suy ra $AB=8$.

Gọi M là trung điểm của đoạn AB. Khi đó ta tính được $IM=3$.

Mặt khác, M là điểm biểu diễn của số phức $\frac{z_1+z_2}{2}$, I là điểm biểu diễn của số phức $5+3i$, thay vào ta có biểu thức $\left|\frac{z_1+z_2}{2}-5-3i\right|=3\Leftrightarrow|(z_1+z_2)-10-6i|=6$

Vậy điểm biểu diễn của z_1+z_2 nằm trên đường tròn tâm $J(10;6)$; $r=6$.

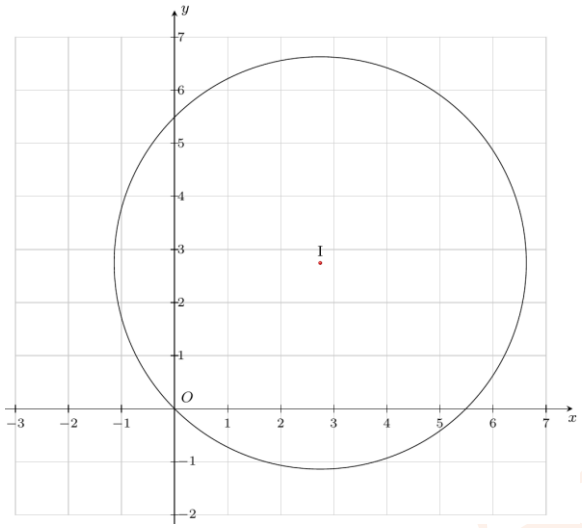
Khi đó $a=10$; $b=6$; $r=6$.

Vậy $(a+b).r=96$.

Câu 48: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho với mỗi x luôn tồn tại số thực y thỏa mãn $4^{x^2+y^2}<2022^{x+y}$.

A. 9. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

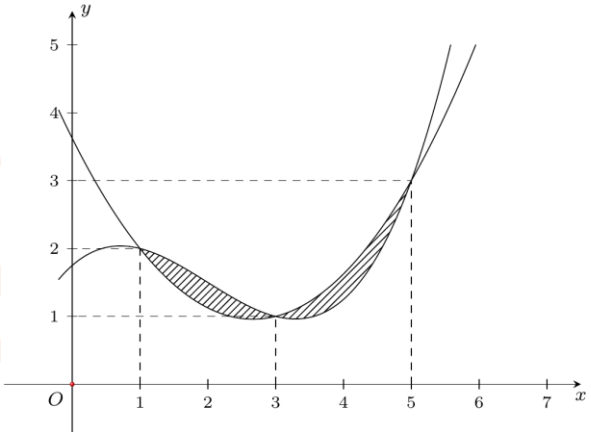
Lời giải



Giả thiết $4^{x^2+y^2} < 2022^{x+y} \Leftrightarrow x^2+y^2-(x+y)\log_4 2022 < 0$ nên $M(x;y)$ nằm trong đường tròn tâm $I\left(\dfrac{\log_4 2022}{2};\dfrac{\log_4 2022}{2}\right) \approx (2,7;2,7)$, $R = \dfrac{\log_4 2022}{2}\sqrt{2} \approx 3,9$.

Dùng đồ thị ta thấy có 8 giá trị là $x \in \{-1;0;1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 49: Cho hàm số bậc ba $y = f(x) = ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị (C) và hàm số bậc hai $y = g(x) = mx^2+nx+p$ có đồ thị (P). Biết rằng (C) và (P) cùng đi qua các điểm $(1;2),(3;1),(5;3)$, đồng thời phần hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) (*phần tô đậm như hình vẽ*) có diện tích bằng 1. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay phần hình phẳng đó quanh trục hoành. Hỏi V gần giá trị nào nhất trong các giá trị sau?



A. 14. **B.** 16. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Do $(P): y = g(x) = mx^2+nx+p$ đi qua các điểm $(1;2),(3;1),(5;3)$ nên ta có hệ:

$$\begin{cases} m+n+p=2 \\ 9m+3n+p=1 \\ 25m+5n+p=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m=\dfrac{3}{8} \\ n=-2 \\ p=\dfrac{29}{8} \end{cases}$$

Vậy $(P): y = g(x) = \dfrac{3}{8}x^2-2x+\dfrac{29}{8} = \dfrac{1}{8}(3x^2-16x+29)$

Vì (C) và (P) cắt nhau tại ba điểm $(1;2),(3;1),(5;3)$ nên

$f(x)-g(x)=a(x-1)(x-3)(x-5)=a(x^3-9x^2+23x-15)$

Mà $\int_1^3|f(x)-g(x)|dx+\int_3^5|f(x)-g(x)|dx=\int_1^3(f(x)-g(x))dx-\int_3^5(f(x)-g(x))dx$

$=\int_1^3 a(x^3-9x^2+23x-15)dx-\int_3^5 a(x^3-9x^2+23x-15)dx=8a=1$

Nên $a=\frac{1}{8}\Rightarrow f(x)=\frac{1}{8}(x^3-9x^2+23x-15)+\frac{1}{8}(3x^2-16x+29)=\frac{1}{8}(x^3-6x^2+7x+14)$

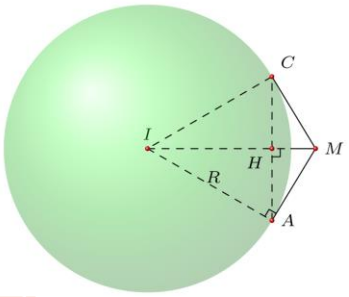
Vậy thể tích khối tròn xoay là

$$V=\pi\int_1^3(f^2(x)-g^2(x))dx+\pi\int_3^5(g^2(x)-f^2(x))dx=3\pi\approx 9,424.$$

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x-4y+6z-26=0$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{1}=\frac{z-1}{1}$. Biết rằng trên đường thẳng d luôn tồn tại điểm $M(x,y,z)$ với $x>0$ sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (với A, B, C là các tiếp điểm) thỏa mãn $AMB=60°$, $BMC=90°$, $CMA=120°$. Khi đó $x+y+z$ bằng bao nhiêu?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** –2.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(3;2;-3);R=4\sqrt{3}$.

Vì MA,MB,MC là các tiếp tuyến của mặt cầu nên ta đặt $MA=MB=MC=a$.

Ta có $MA=MB$ và $AMB=60°\Rightarrow\Delta MAB$ là tam giác đều $\Rightarrow AB=a.$

$MB=MC$ và $BMC=90°\Rightarrow\Delta MBC$ vuông cân tại $M\Rightarrow BC=a\sqrt{2}.$

Gọi H là trung điểm của . Khi đó

Trong tam giác cân ΔMCA có $CMA=120°$ nên ta suy ra

$CH=CM\cdot\sin 60°=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và $AC=2CH=a\sqrt{3}$.

Xét tam giác ABC có theo Pytago đảo: $AB^2+BC^2=AC^2\Rightarrow\Delta ABC$ vuông tại B.

$\Rightarrow\Delta ABC$ nội tiếp đường tròn đường kính AC. Gọi H là trung điểm AC

$\Rightarrow HA=\frac{1}{2}AC=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Xét tam giác vuông IAM có $\frac{1}{HA^2}=\frac{1}{AM^2}+\frac{1}{IA^2}\Rightarrow\frac{4}{3a^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{48}\Rightarrow a=4=MA$.

$\Rightarrow IM^2=MA^2+IA^2=4^2+48=64.$

Có $M\in d\Rightarrow M(-1+t;t-2;t+1)$ mà $x>0\Rightarrow -1+t>0\Rightarrow t>1$.

$IM^2=(t-4)^2+(t-4)^2+(t+4)^2=64$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=4 \\ t=\dfrac{-4}{3} \end{array}\right. \Rightarrow t=4 \quad (t>1) \Rightarrow M(3;2;5).$

Vậy $x+y+z=10$.

----------Hết----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT HÀ TĨNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 7
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S):x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$ có toạ độ là:
A. $I(0;-2;1)$. **B.** $I(0;-2;-1)$. **C.** $I(0;2;-1)$. **D.** $I(0;2;1)$.

Câu 2. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=-3$ và $\int_0^3 g(x)dx=-5$ thì $\int_0^3[f(x)-g(x)]dx$ bằng
A. -8. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d):\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{-1}=\dfrac{z+1}{1}$ có vectơ chỉ phương là
A. $\vec{v}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{v}=(2;-1;1)$. **C.** $\vec{v}=(2;-1;-1)$. **D.** $\vec{v}=(2;1;1)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x>6$ là
A. $(-\infty;\log_3 6)$. **B.** $(\log_3 6;+\infty)$. **C.** $(\log_6 3;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và có chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng
A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Câu 6. Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng
A. $32a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $64a^3$. **D.** $8a^3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-1;3)$, $B(2;1;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là
A. $(2;-2;2)$. **B.** $(-1;1;-1)$. **C.** $(-2;2;-2)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Câu 8. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng
A. 5. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 9. Trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là
A. $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=(x-1)3^x$. **D.** $y'=3^x\ln 3$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\cos x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$.
C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x+C$.

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng
A. 4. **B.** 9. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 2.

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đó bằng
A. 36π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** 48π.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x^3 + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x^3 + C$.

Câu 14. Cho số phức $z = -2 + 3i$, điểm biểu diễn hình học của số phức z có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-2;-3)$. **D.** $(2;-3)$.

Câu 15. Cho $a > 0$, khi đó $\sqrt[4]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{4}}$. **B.** a^4. **C.** $\frac{1}{a^4}$. **D.** a^{-4}.

Câu 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 17. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $S = \pi R^2$. **C.** $S = 16\pi R^2$. **D.** $S = 4\pi R^2$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 19. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

A. $1 - i$. **B.** $3 + 7i$. **C.** $1 + i$. **D.** $3 - 7i$.

Câu 20. Phương trình $\log_2(x+3) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 3$. **B.** $x = 6$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 11$.

Câu 21. Với n là số nguyên dương bất kì $n \geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^3 = \frac{3!}{(n-3)!}$. **B.** $C_n^3 = \frac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $C_n^3 = \frac{n!}{3!}$. **D.** $C_n^3 = \frac{n!}{3!(n-3)!}$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số $y = -x^4 - 3x^2 + 5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 24. Trong các số phức sau, số phức nào là số thuần ảo?

A. $-1-i$. **B.** $-3i$. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(5;2;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $5x+2y-3z-17=0$. **B.** $2x+2y+z-11=0$.

C. $5x+2y-3z-11=0$. **D.** $2x+2y+z-17=0$.

Câu 26. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x=2\log_3 a+3\log_3 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x=2a+3b$. **B.** $x=3a+2b$. **C.** $x=a^2b^3$. **D.** $x=a^2+b^3$.

Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và $B'C'$ bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

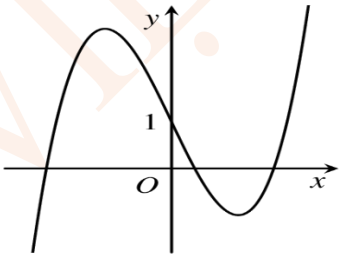
Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $3\sqrt{2}a$. **B.** a. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $3a$.

Câu 29. Cho khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông diện tích bằng 36. Thể tích khối trụ đó bằng

A. 18π. **B.** 48π. **C.** 27π. **D.** 54π.

Câu 30. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3+3x-1$.

C. $y=-2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=2x^4-4x^2+1$.

Câu 31. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x$ trên đoạn $[-1;1]$.

A. $m=0$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=4$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;2)$ và $B(2;1;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $x-y-3x+2=0$. **B.** $2x+y+z-1=0$.

C. $x-y-3z-2=0$. **D.** $x-y-3z+9=0$

Câu 33. Một tổ có 5 bạn nam và 7 bạn nữ, chọn một nhóm 3 bạn để tham gia biểu diễn văn nghệ. Xác suất để chọn được 3 bạn nữ bằng

A. $\frac{5}{44}$. **B.** $\frac{21}{220}$. **C.** $\frac{7}{44}$. **D.** $\frac{1}{22}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $2f(x)+5=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 35. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 36. Cho bất phương trình $\log\left(2x^2+3\right)\geq\log\left(x^2+mx+1\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 37. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S và tạo với trục của (N) một góc bằng 30°, ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(4)=2$, $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân

$I=\int\limits_0^2 x\cdot f'(2x)\mathrm{d}x.$

A. $I=1$. **B.** $I=12$. **C.** $I=4$. **D.** $I=17$.

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;-1)$; $B(-1;0;1)$; $C(2;2;3)$. Đường thẳng đi qua trọng tâm tam giác ABC và vuông góc với (ABC) có phương trình là:

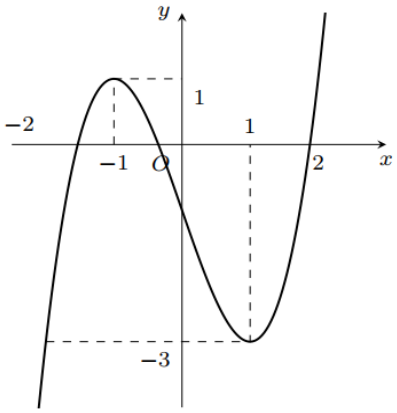
A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{1}$.

C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{1}$.

Câu 40. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$. Giá trị của biểu thức $S=F(-\pi)+2F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $S=\dfrac{3}{4}-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $S=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3\pi}{8}$. **C.** $S=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3\pi}{8}$. **D.** $S=\dfrac{3}{4}-\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $f(1-2\sin x)=m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $[0;\pi]$?



A. -6. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 0.

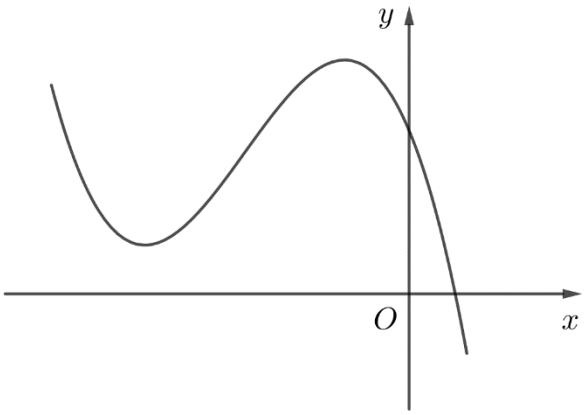
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-3}{3}$, $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với d đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(3;-12;10)$. **B.** $(4;1;-7)$. **C.** $(4;10;17)$. **D.** $(1;-6;6)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng α với $\cos\alpha=\dfrac{9}{16}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{57}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{57}}{9}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{7}}{9}$.

Câu 44. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

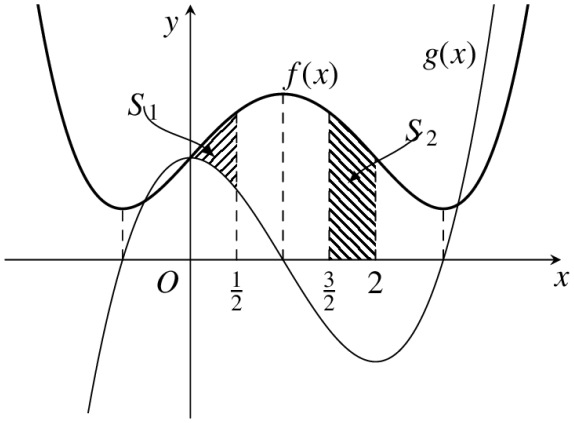


A. $a<0;b<0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a<0;b<0;c>0$.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+2|=|z+2-10i|$. Môđun của $z-1-3i$ bằng

A. $\sqrt{53}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x)=ax^4-x^3+2x+2$ và hàm số $g(x)=bx^3-cx^2+2$, có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S_1;S_2$ là diện tích các hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ, biết $S_1=\dfrac{221}{640}$. Khi đó S_2 bằng:



A. $\frac{1361}{640}$. **B.** $\frac{271}{320}$. **C.** $\frac{571}{640}$. **D.** $\frac{791}{640}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ (trong đó x,y nguyên dương thuộc đoạn $[0;2022]$) thỏa mãn điều kiện

$2^x-\log_2\left(y^2+615\right)=y^2-x+615$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=2^{-\frac{1}{x^4}\left[f\left(2x+1\right)\right]^3}$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 49. Cho số phức $z=x+yi,\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$ thoả mãn $\left|z+\overline{z}-2\right|+3\left|z-\overline{z}+4i\right|\le 6$ và $\left|z-1-i\right|\le\left|z+3+i\right|$. Gọi M,m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=2x+3y+5$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $\frac{33}{5}$. **B.** $\frac{17}{5}$. **C.** $-\frac{13}{5}$, **D.** $\frac{22}{5}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-5),I(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+5=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM=5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b+2c$ bằng

A. 11. **B. 6.** **C.** -1. **D.** $-\frac{1}{3}$.

---------- **HẾT** ----------

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S): x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=4$ có toạ độ là:

A. $I(0;-2;1)$. **B.** $I(0;-2;-1)$. **C.** $I(0;2;-1)$. **D.** $I(0;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Câu 2. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=-3$ và $\int_0^3 g(x)dx=-5$ thì $\int_0^3 [f(x)-g(x)]dx$ bằng

A. -8. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int_0^3 [f(x)-g(x)]dx=-3-(-5)=2$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $(d): \frac{x-1}{2}=\frac{y}{-1}=\frac{z+1}{1}$ có vectơ chỉ phương là

A. $\vec{v}=(2;1;-1)$. **B.** $\vec{v}=(2;-1;1)$. **C.** $\vec{v}=(2;-1;-1)$. **D.** $\vec{v}=(2;1;1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x>6$ là

A. $(-\infty;\log_3 6)$. **B.** $(\log_3 6;+\infty)$. **C.** $(\log_6 3;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 5. Cho khối chóp có diện tích đáy $B=6a^2$ và có chiều cao $h=a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $2a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** a^3. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối chóp đã cho bằng: $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{1}{3}.6a^2.a=2a^3$

Câu 6. Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng

A. $32a^3$. **B.** $16a^3$. **C.** $64a^3$. **D.** $8a^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối lập phương cạnh $2a$ bằng $(2a)^3=8a^3$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-1;3)$, $B(2;1;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;-2;2)$. **B.** $(-1;1;-1)$. **C.** $(-2;2;-2)$. **D.** $(1;-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Câu 8. Nếu $\int_0^3 f(x)dx=3$ thì $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Câu 9. Trên $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=(x-1)3^x$. **D.** $y'=3^x\ln 3$.

Lời giải

Chọn D

Câu 10. Cho hàm số $f(x)=\cos x+1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\sin x+x+C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 11. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=12$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 9. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $u_2=u_1.q\Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{12}{3}=4$.

Câu 12. Cho khối nón có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đó bằng

A. 36π. **B.** 12π. **C.** 16π. **D.** 48π.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đó là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.4^2.3=16\pi$.

Câu 13. Cho hàm số $f(x)=x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^3+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^3+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x^2\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+C$.

Câu 14. Cho số phức $z=-2+3i$, điểm biểu diễn hình học của số phức z có tọa độ là

A. $(2;3)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-2;-3)$. **D.** $(2;-3)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm biểu diễn hình học của số phức $z=-2+3i$ có tọa độ là $(-2;3)$.

Câu 15. Cho $a>0$, khi đó $\sqrt[4]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{1}{4}}$. **B.** a^4. **C.** $\frac{1}{a^4}$. **D.** a^{-4}.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\sqrt[4]{a}=a^{\frac{1}{4}}$.

Câu 16. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

x	$-\infty$		-3		-2		3		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đạo hàm đổi dấu khi đi qua các điểm nên có 4 điểm cực trị.

Câu 17. Diện tích S của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $S=\pi R^2$. **C.** $S=16\pi R^2$. **D.** $S=4\pi R^2$.

Lời giải

Chọn D

$S=4\pi R^2$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Lời giải

Chọn B

Trên khoảng $(-2;1)$, $f'(x)<0$ nên nghịch biến.

Câu 19. Cho hai số phức $z=2-3i$ và $w=1-4i$. Số phức $z+w$ bằng

A. $1-i$. **B.** $3+7i$. **C.** $1+i$. **D.** $3-7i$.

Lời giải

Chọn D

$z+w=(2+1)+(-3-4)i$.

Câu 20. Phương trình $\log_2(x+3)=3$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=6$. **C.** $x=5$. **D.** $x=11$.

Lời giải

Chọn C

ĐKXĐ: $x+3>0\Leftrightarrow x>-3$

$x+3=2^3\Leftrightarrow x=5$.

Câu 21. Với n là số nguyên dương bất kì $n\geq 3$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^3=\dfrac{3!}{(n-3)!}$. **B.** $C_n^3=\dfrac{n!}{(n-3)!}$. **C.** $C_n^3=\dfrac{n!}{3!}$. **D.** $C_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $C_n^3=\dfrac{n!}{3!(n-3)!}$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số $y=-x^4-3x^2+5$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục tung có hoành độ $x=0\Rightarrow y=5$.

Câu 23. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x-1>0\Leftrightarrow x>1$

Tập xác định của hàm số đã cho là $D=(1;+\infty)$.

Câu 24. Trong các số phức sau, số phức nào là số thuần ảo?

A. $-1-i$. **B.** $-3i$. **C.** 2. **D.** -5.

Lời giải

Chọn B

Số phức $-3i$ là số phức thuần ảo.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(5;2;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $5x+2y-3z-17=0$. **B.** $2x+2y+z-11=0$.

C. $5x+2y-3z-11=0$. **D.** $2x+2y+z-17=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng (P) có dạng

$5(x-2)+2(y-2)-3(z-1)=0 \Leftrightarrow 5x+2y-3z-11=0$

Vậy $(P):5x+2y-3z-11=0$.

Câu 26. Với mọi a, b, x là các số thực dương thỏa mãn $\log_3 x=2\log_3 a+3\log_3 b$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $x=2a+3b$. **B.** $x=3a+2b$. **C.** $x=a^2b^3$. **D.** $x=a^2+b^3$.

Lời giải

Chọn C

Từ giả thiết ta có

$$\log_3 x=2\log_3 a+3\log_3 b \Leftrightarrow \log_3 x=\log_3 a^2+\log_3 b^3 \Leftrightarrow \log_3 x=\log_3\left(a^2b^3\right) \Leftrightarrow x=a^2b^3$$

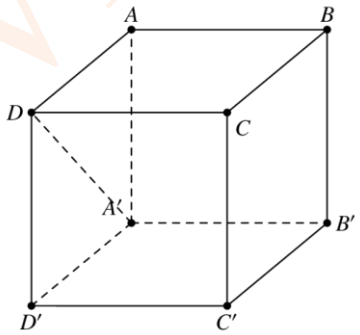
Câu 27. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và $B'C'$ bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn D

Vì $B'C' \parallel A'D'$ nên $(A'D,B'C')=(A'D,A'D')=DA'D'=45^\circ$.



Câu 28. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $3\sqrt{2}a$. **B.** a. **C.** $\frac{3}{2}a$. **D.** $3a$.

Lời giải

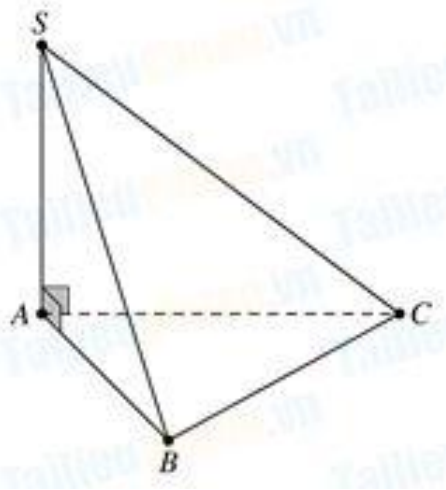
Chọn B

Vì $SA\perp(ABC)$ nên $(ABC)\perp(SAC)$.

Hạ $BH\perp AC$, khi đó $BH\perp(SAC)$, suy ra $\mathrm{d}(B,(SAC))=BH$.

Vì tam giác ABC vuông cân tại B, $AB=a\sqrt{2}$ nên $AC=2a$, suy ra $BH=\dfrac{AC}{2}=a$.

Vậy $\mathrm{d}(B,(SAC))=a$.



Câu 29. Cho khối trụ có thiết diện qua trục là một hình vuông diện tích bằng 36. Thể tích khối trụ đó bằng

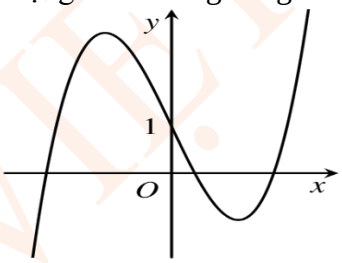
A. 18π. **B.** 48π. **C.** 27π. **D.** 54π.

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết suy ra chiều cao khối trụ bằng 6, bán kính đáy bằng 3, do đó thể tích khối trụ bằng $\pi \cdot 3^2 \cdot 6 = 54\pi$.

Câu 30. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^3 - 3x + 1$. **B.** $y = x^3 + 3x - 1$.

C. $y = -2x^4 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^4 - 4x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc ba có hệ số $a > 0$, đi qua điểm $(0;1)$. Trong các phương án, chỉ có phương án $y = x^3 - 3x + 1$ thoả mãn.

Câu 31. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 + 3x$ trên đoạn $[-1;1]$.

A. $m = 0$. **B.** $m = -4$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R}, \Rightarrow m = \min\limits_{[-1;1]} y = y(-1) = -4$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;3;2)$ và $B(2;1;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn AB có phương trình là

A. $x - y - 3x + 2 = 0$. **B.** $2x + y + z - 1 = 0$.

C. $x - y - 3z - 2 = 0$. **D.** $x - y - 3z + 9 = 0$

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{n}=\overrightarrow{AB}=(2;-2;-6)$. Gọi I là trung điểm của AB, khi đó $I=(1;2;-1)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng trung trực AB có dạng $(x-1)-(y-2)-3(z+1)=0$

$\Leftrightarrow x-y-3z-2=0$.

Câu 33. Một tổ có 5 bạn nam và 7 bạn nữ, chọn một nhóm 3 bạn để tham gia biểu diễn văn nghệ. Xác suất để chọn được 3 bạn nữ bằng

A. $\frac{5}{44}$. **B.** $\frac{21}{220}$. **C.** $\frac{7}{44}$. **D.** $\frac{1}{22}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $n(\Omega)=C_{12}^3=220$. Gọi A là biến cố chọn một nhóm 3 bạn nữ để tham gia biểu diễn văn nghệ. $\Rightarrow n(A)=C_7^3=35 \Rightarrow P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{7}{44}$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $2f(x)+5=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có $2f(x)+5=0 \Leftrightarrow f(x)=-\frac{5}{2}$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	1	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 35. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=\frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x+1}{x+1}=2 \Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$.

Câu 36. Cho bất phương trình $\log\left(2x^2+3\right)\geq\log\left(x^2+mx+1\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình nghiệm đúng với mọi $x\in\mathbb{R}$?

A. 5. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log\left(2x^2+3\right)\geq\log\left(x^2+mx+1\right),\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2+3\geq x^2+mx+1\\ x^2+mx+1>0\end{cases},\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-mx+2\geq 0 \quad (1)\\ x^2+mx+1>0 \quad (2)\end{cases},\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_{(1)}\leq 0\\ \Delta_{(2)}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-8\leq 0\\ m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\sqrt{2}\leq m\leq 2\sqrt{2}\\ -2<m<2\end{cases}$

$\Leftrightarrow -2<m<2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn.

Câu 37. Cắt hình nón (N) bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S và tạo với trục của (N) một góc bằng 30°, ta được thiết diện là tam giác SAB vuông và có diện tích bằng $4a^2$. Chiều cao của hình nón bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a\sqrt{2}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

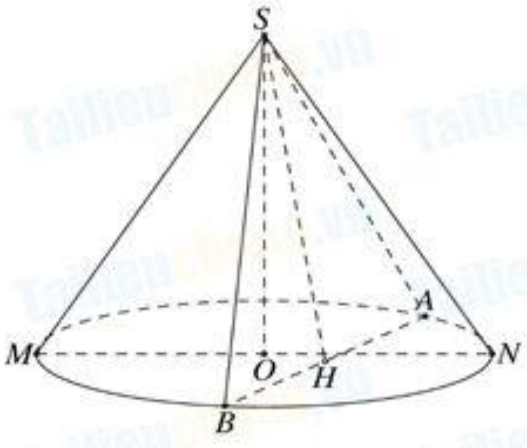
Gọi H là trung điểm AB, h là chiều cao của hình nón.

Khi đó, góc giữa trục SO và (SAB) bằng góc $OSH=30^\circ$. Khi đó ta có

$SH=\dfrac{SO}{\cos OSH}=\dfrac{2h}{\sqrt{3}}$.

Theo giả thiết ta có tam giác SAB vuông cân tại S, do đó $AB=2SH=\dfrac{4h}{\sqrt{3}}$.

Diện tích tam giác SAB bằng $4a^2$, suy ra $\dfrac{1}{2}\cdot SH\cdot AB=4a^2\Rightarrow\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{2h}{\sqrt{3}}\cdot\dfrac{4h}{\sqrt{3}}=4a^2\Rightarrow h=a\sqrt{3}$.



Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(4)=2$, $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $I=\int\limits_0^2 x\cdot f'(2x)\mathrm{d}x$.

A. $I=1$. **B.** $I=12$. **C.** $I=4$. **D.** $I=17$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=2x$, suy ra $\mathrm{d}x=\dfrac{\mathrm{d}t}{2}$, với $x=0$ thì $t=0$; với $x=2$ thì $t=4$. Do đó ta có

$$I=\int_0^4 \frac{t}{2}\cdot f'(t)\frac{\mathrm{d}t}{2}=\frac{1}{4}\int_0^4 xf'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\left[xf(x)\Big|_0^4-\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x\right]=f(4)-\frac{1}{4}\cdot 4=1.$$

Câu 39. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;-1)$; $B(-1;0;1)$; $C(2;2;3)$. Đường thẳng đi qua trọng tâm tam giác ABC và vuông góc với (ABC) có phương trình là:

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-1}{1}$.
B. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{4}=\dfrac{z-1}{1}$.
C. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.
D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+1}{-4}=\dfrac{z+1}{1}$.

Lời giải

Chọn A

Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là $G(1;1;1)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}=(-3;-1;2)\\ \overrightarrow{AC}=(0;1;4)\end{cases}\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(-6;12;-3)$, do đó mặt phẳng (ABC) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{a}=(2;-4;1)$.

Đường thẳng đi qua G và vuông góc với (ABC) có phương trình là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-1}{-4}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 40. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0$. Giá trị của biểu thức $S=F(-\pi)+2F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)$ bằng

A. $S=\dfrac{3}{4}-\dfrac{\pi}{4}$.
B. $S=\dfrac{3}{2}-\dfrac{3\pi}{8}$.
C. $S=\dfrac{1}{4}+\dfrac{3\pi}{8}$.
D. $S=\dfrac{3}{4}-\dfrac{3\pi}{8}$.

Lời giải

Chọn D

Vì Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ nên ta có

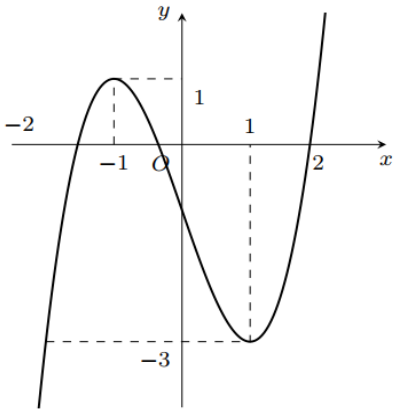
$$\int\sin^2 x\mathrm{d}x=\int\frac{1-\cos 2x}{2}\mathrm{d}x=\frac{1}{2}x-\frac{1}{4}\sin 2x+C=F(x).$$

Ta có $F\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=0\Rightarrow\dfrac{\pi}{8}-\dfrac{1}{4}+C=0\Rightarrow C=\dfrac{1}{4}-\dfrac{\pi}{8}$.

Suy ra $F(x)=\dfrac{1}{2}x-\dfrac{1}{4}\sin 2x+\dfrac{1}{4}-\dfrac{\pi}{8}$.

Khi đó $S=F(-\pi)+2F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\left(\dfrac{1}{4}-\dfrac{5\pi}{8}\right)+2\left(\dfrac{1}{4}+\dfrac{\pi}{8}\right)=\dfrac{3}{4}-\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $f(1-2\sin x)=m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $[0;\pi]$?



A. -6. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t=1-2\sin x$; $t'=-2\cos x=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{2}$.

Lập bảng biến thiên

x	0	$\frac{\pi}{2}$	π
t	1	-1	1
$f(t)$	-3	1	-3

Dựa vào bảng biến thiên, yêu cầu bài toán tương đương

$-3\le m<1\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1;0\}\Rightarrow\sum m=-6$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{1}=\dfrac{y+7}{2}=\dfrac{z-3}{3}$, $d_1:\dfrac{x}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+3}{-2}$ và $d_2:\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y-3}{-3}=\dfrac{z}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với d đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2. Đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(3;-12;10)$. **B.** $(4;1;-7)$. **C.** $(4;10;17)$. **D.** $(1;-6;6)$.

Lời giải

Chọn C

Lấy $A(2t_1;-1+t_1;-3-2t_1)\in d_1$ và $B(-2+t_2;3-3t_2;2t_2)\in d_2$.

Ta chọn $\overrightarrow{u_\Delta}=\overrightarrow{AB}=(t_2-2t_1-2;-3t_2-t_1+4;2t_2+2t_1+3)$.

Vì Δ song song với d nên

$$\frac{t_2-2t_1-2}{1}=\frac{-3t_2-t_1+4}{2}=\frac{2t_2+2t_1+3}{3}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t_1=-1\\t_2=1.\end{cases}$$

Suy ra $A(-2;-2;-1)$ và $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;2;3)$.

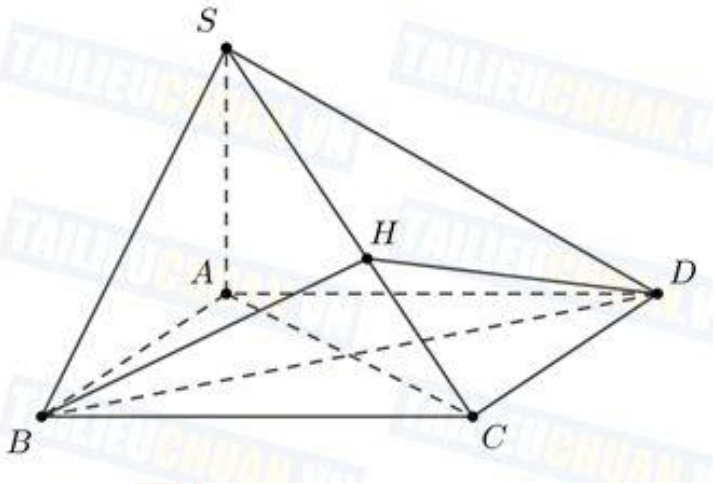
Phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-2+t\\y=-2+2t\\z=-1+3t\end{cases}$. Chọn $t=6\Rightarrow M(4;10;17)$.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng α với $\cos\alpha=\frac{9}{16}$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:

A. $\frac{a^3\sqrt{7}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{57}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{57}}{9}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{7}}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Dựng $BH\perp SC\Rightarrow SC\perp(BHD)\Rightarrow SC\perp DH\Rightarrow((SBC),(SCD))=(BH,DH)$

TH1: $\cos BHD=-\frac{9}{16}$

Ta có:

- $BD=AC\sqrt{2}=a\sqrt{2}$
- $BD^2=BH^2+DH^2-2BH\cdot DH\cdot\cos BHD$

Mà $BH=DH\ (\Delta SBC=\Delta SDC)$

Nên $BD^2=BH^2+BH^2-2BH\cdot BH\cdot\frac{-9}{16}=\frac{25}{8}BH^2\Rightarrow BH^2=\frac{8}{25}2a^2\Leftrightarrow BH=\frac{4}{5}a$

- $\frac{1}{BH^2}=\frac{1}{SB^2}+\frac{1}{BC^2}\Leftrightarrow\frac{1}{SB^2}=\frac{1}{BH^2}-\frac{1}{BC^2}\Leftrightarrow SB=\frac{BH\cdot BC}{\sqrt{BC^2-BH^2}}=\frac{4}{3}a$
- $SA=\sqrt{SB^2-AB^2}=\frac{\sqrt{7}}{3}a$

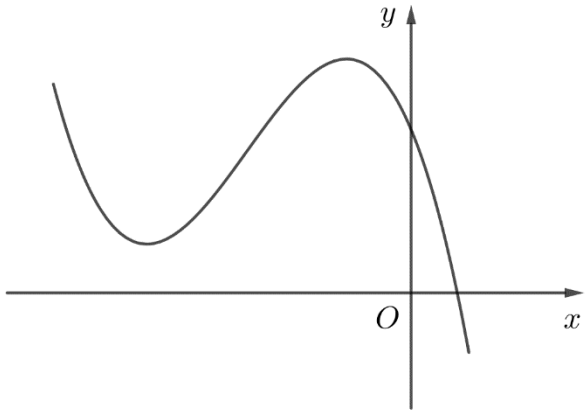
$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA\cdot AB\cdot AD=\frac{1}{3}\cdot\frac{\sqrt{7}}{3}a\cdot a\cdot a=\frac{\sqrt{7}}{9}a^3$

TH2: $\cos BHD = \dfrac{9}{16}$

Ta có: $BD^2 = BH^2 + DH^2 - 2BH \cdot DH \cdot \cos BHD = BH^2 + BH^2 - 2BH \cdot BH \cdot \dfrac{9}{16} = \dfrac{7}{8} BH^2$

$\Rightarrow BH^2 = \dfrac{8}{7} 2a^2 \Leftrightarrow BH = \dfrac{4\sqrt{7}}{7} a > BC$ (vô lý)

Câu 44. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \ (a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0;b<0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$. **C.** $a>0;b<0;c>0$. **D.** $a<0;b<0;c>0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có:

- Nhánh ngoài cùng bên phải của đồ thị đi xuống $\Rightarrow a<0$
- Tại $x=0$ đồ thị đang đi xuống $\Rightarrow y'(0)<0 \Rightarrow c<0$
- Điểm uốn của đồ thị có hoành độ âm $\Rightarrow \dfrac{-b}{3a} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{b}{3a} > 0$ mà $a<0$ nên $b<0$

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=5$ và $|z+2| = |z+2-10i|$. Môđun của $z-1-3i$ bằng

A. $\sqrt{53}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

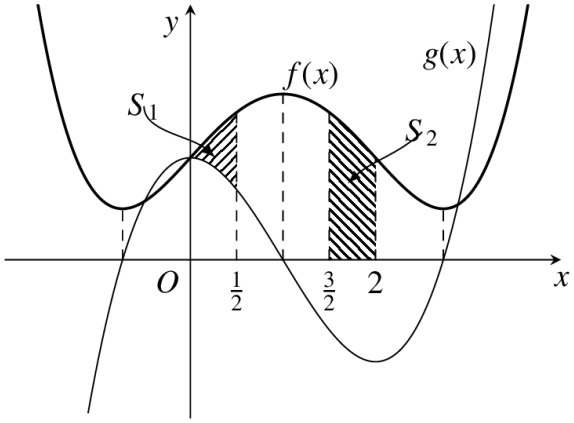
Chọn B

Đặt $z = x + yi$, $x, y \in \mathbb{R}$, từ giả thiết ta có hệ

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ (x+2)^2 + y^2 = (x+2)^2 + (y-10)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases}$$

Vậy $z = 5i$, suy ra $z-1-3i = -1+2i$, do đó $|z-1-3i| = \sqrt{5}$.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = ax^4 - x^3 + 2x + 2$ và hàm số $g(x) = bx^3 - cx^2 + 2$, có đồ thị như hình vẽ bên. Gọi $S_1; S_2$ là diện tích các hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ, biết $S_1 = \dfrac{221}{640}$. Khi đó S_2 bằng:



A. $\frac{1361}{640}$. **B.** $\frac{271}{320}$. **C.** $\frac{571}{640}$. **D.** $\frac{791}{640}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị ta thấy hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $g(x)$ với trục hoành chính là điểm cực trị của hàm số $f(x)$. Do đó: $f'(x)=k.g(x)$. Hay: $4ax^3-3x^2+2=k\left(bx^3-cx^2+2\right)$

Suy ra: $\begin{cases}k=1\\b=3a\\c=3\end{cases}$. Hay: $g(x)=4ax^3-3x^2+2$, suy ra:

$f(x)-g(x)=ax^4-x^3+2x+2-4ax^3+3x^2-2=ax^4-\left(1+4a\right)x^3+3x^2+2x$

Khi đó: $S_1=\int\limits_0^{\frac{1}{2}}\left(f(x)-g(x)\right)dx=\int\limits_0^{\frac{1}{2}}\left(ax^4-\left(1+4a\right)x^3+3x^2+2x\right)dx=\frac{221}{640}\Leftrightarrow a=\frac{1}{4}$

Vậy $S_2=\int\limits_{\frac{3}{2}}^{2}\left(\frac{1}{4}x^4-x^3+2x+2\right)dx=\frac{791}{640}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ (trong đó x,y nguyên dương thuộc đoạn $[0;2022]$) thỏa mãn điều kiện

$2^x-\log_2\left(y^2+615\right)=y^2-x+615$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $2^x-\log_2\left(y^2+615\right)=y^2-x+615$

$\Leftrightarrow x+2^x=\log_2\left(y^2+615\right)+\left(y^2+615\right)$

$\Leftrightarrow x=\log_2\left(y^2+615\right)$

$\Leftrightarrow 2^x=y^2+615$

Vì $y\in[0;2022]$ nên $y^2+615\in[615;2022^2+615]\Rightarrow x\in[10;21]$.

Bảng giá trị tương ứng:

x	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
y	20,2	37,8	59	87,5	125,6	179,3	254,8	361,2	511,4	723,7	1023,7	1447,9

Vậy ta có một cặp duy nhất thoả mãn bài toán là $x=12$ và $y=59$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=2^{-\frac{1}{x^4}}\left[f\left(2x+1\right)\right]^3$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $g(x)=2^{-\frac{1}{x^4}}\left[f\left(2x+1\right)\right]^3$.

$$\Rightarrow g'(x)=2^{-\frac{1}{x^4}}\frac{4\ln 2}{x^5}\left[f\left(2x+1\right)\right]^3+2^{-\frac{1}{x^4}}.3.2f'\left(2x+1\right)\left[f\left(2x+1\right)\right]^2$$

$$\Leftrightarrow g'(x)=2.2^{\frac{-1}{x^4}}\left[f\left(2x+1\right)\right]^2\left(\frac{2\ln 2}{x^5}f\left(2x+1\right)+3f'\left(2x+1\right)\right)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f^2\left(2x+1\right)=0 \\ \frac{2\ln 2}{x^5}f\left(2x+1\right)+3f'\left(2x+1\right)=0 \quad (*)\end{array}\right.$$

Do các nghiệm của phương trình $f^2\left(2x+1\right)=0$ là các nghiệm bội chẵn nên số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)$ là số nghiệm bội lẻ của phương trình $(*)$.

Xét phương trình $\frac{2\ln 2}{x^5}f\left(2x+1\right)+3f'\left(2x+1\right)=0$.

Đặt $t=2x+1$ ta được $\frac{2^6.\ln 2}{(t-1)^5}f(t)+3f'(t)=0$.

Từ bảng biến thiên ta thấy được phương trình $f\left(t\right)=0$ có 4 nghiệm t_1,t_2,t_3,t_4.

$$\Rightarrow f\left(t\right)=a\left(t-t_1\right)\left(t-t_2\right)\left(t-t_3\right)\left(t-t_4\right)$$

$$\Rightarrow f'\left(t\right)=a\left[\left(t-t_2\right)\left(t-t_3\right)\left(t-t_4\right)+\left(t-t_1\right)\left(t-t_3\right)\left(t-t_4\right)+\left(t-t_1\right)\left(t-t_2\right)\left(t-t_4\right)+\left(t-t_1\right)\left(t-t_2\right)\left(t-t_3\right)\right]$$

Do 4 nghiệm t_1,t_2,t_3,t_4 không là nghiệm của phương trình $(*)$ nên:

$$\frac{2^6.\ln 2}{(t-1)^5}f(t)+3f'(t)=0\Rightarrow\frac{2^6.\ln 2}{(t-1)^5}+3\frac{f'(t)}{f(t)}=0 \quad (**)$$

Thay $f(t)$ và $f'(t)$ vào $(**)$ ta có:

$$\frac{2^6\ln 2}{(t-1)^5}+\frac{3}{t-t_1}+\frac{3}{t-t_2}+\frac{3}{t-t_3}+\frac{3}{t-t_4}=0$$

Xét hàm số $h(t)=\frac{2^6\ln 2}{(t-1)^5}+\frac{3}{t-t_1}+\frac{3}{t-t_2}+\frac{3}{t-t_3}+\frac{3}{t-t_4}$ với $t\neq 1, t\neq t_i\left(i=\overline{1,4}\right)$.

$$\Rightarrow h'(t)=\frac{-2^6.5.\ln 2}{(t-1)^6}+\frac{-3}{(t-t_1)^2}+\frac{-3}{(t-t_2)^2}+\frac{-3}{(t-t_3)^2}+\frac{-3}{(t-t_4)^2}<0, \forall\ t\neq 1, t\neq t_i\left(i=\overline{1,4}\right).$$

Ta có bảng biến thiên của $h(t)$:

t	$-\infty$		t_1		t_2		t_3		1		t_4		$+\infty$
$h'(t)$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$		$-$	
$h(t)$	0	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	0
		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$		$-\infty$			

Từ bảng biến thiên ta thấy phương trình $h(t)=0$ luôn có 4 nghiệm đơn phân biệt do đó hàm số $g(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 49. Cho số phức $z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$ thoả mãn $|z+\bar{z}-2|+3|z-\bar{z}+4i|\leq 6$ và $|z-1-i|\leq|z+3+i|$. Gọi M,m là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $P=2x+3y+5$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $\frac{33}{5}$. **B.** $\frac{17}{5}$. **C.** $-\frac{13}{5}$, **D.** $\frac{22}{5}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z=x+yi;\quad x;y\in\mathbb{R}$.

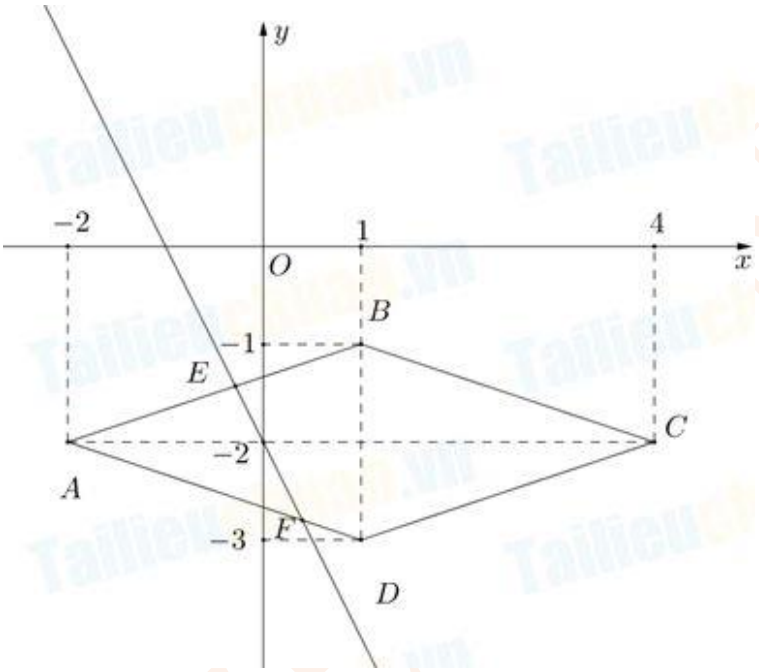
Xét $|z+\bar{z}-2|+3|z-\bar{z}+4i|\leq 6\Leftrightarrow|x-1|+|3y+6|\leq 3.$ (1)

Tập hợp những điểm biểu diễn $z=x+yi;\quad x;y\in\mathbb{R}$. thỏa mãn (1) là miền trong (tính cả biên) của hình thoi $ABCD$ với $A(-2;-2);\ B(1;-1);\ C(4;-2);\ D(1;-3)$ tạo bởi 4 đường thẳng $|x-1|+|3y+6|\leq 3$.

Ta có: $|z-1-i|\leq|z+3+i|\Leftrightarrow 2x+y+2\geq 0$

Tập hợp những điểm biểu diễn z thỏa mãn (2) là nữa mặt phẳng chứa điểm O (kể cả bờ đường thẳng $2x+y+2=0$).

Suy ra tập hợp những điểm biểu diễn $z=x+yi;\quad x;y\in\mathbb{R}.$ thỏa mãn (1) và (2) là miền trong (tính cả biên) của ngũ giác $EBCDF$ với $E\left(\frac{-2}{7};\frac{-10}{7}\right)$; $B(1;-1)$; $C(4;-2)$; $D(1;-3)$; $F\left(\frac{2}{5};\frac{-14}{5}\right)$



Biểu thức $P=2x+3y+5$ sẽ đạt giá trị lớn nhất và nhỏ nhất trên miền trong (tính cả biên) của ngũ giác $EBCDF$ khi $(x;y)$ là toạ độ của một trong các đỉnh $E\left(\frac{-2}{7};\frac{-10}{7}\right)$; $B(1;-1)$; $C(4;-2)$; $D(1;-3)$; $F\left(\frac{2}{5};\frac{-14}{5}\right)$.

Ta có:

$(x;y)$	$E\left(\frac{-2}{7};\frac{-10}{7}\right)$	$B(1;-1)$	$C(4;-2)$	$D(1;-3)$	$F\left(\frac{2}{5};\frac{-14}{5}\right)$
P	$\frac{1}{7}$	4	7	-2	$\frac{-13}{5}$

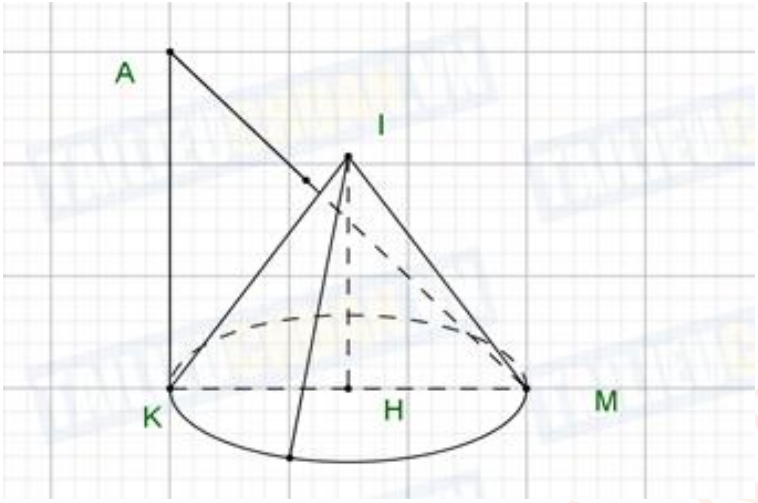
Suy ra $M=7;m=-\frac{13}{5}\Rightarrow M+m=\frac{22}{5}$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;-5), I(2;0;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y-2z+5=0$. Điểm $M(a;b;c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM=5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a+b+2c$ bằng

A. 11. **B. 6.** **C. -1.** **D. $-\frac{1}{3}$.**

Lời giải

Chọn A



$IH = d\left(I,(P)\right) = \dfrac{|2.2+2+5|}{3} = \dfrac{11}{3}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I xuống mặt phẳng $(P) \Rightarrow H\left(\dfrac{-4}{9};\dfrac{11}{9};\dfrac{13}{9}\right)$.

Gọi K là hình chiếu vuông góc của A xuống mặt phẳng $(P) \Rightarrow K\left(\dfrac{-26}{9};\dfrac{-5}{9};\dfrac{-1}{9}\right)$.

Do Điểm M thay đổi thuộc mặt phẳng (P) và $IM = 5$ nên M nằm trên đường tròn tâm H, bán kính $HM = \sqrt{IM^2 - IH^2} = \sqrt{5^2 - \left(\dfrac{11}{3}\right)^2} = \dfrac{2\sqrt{26}}{3}$.

$\overrightarrow{HK} = \left(\dfrac{-22}{9};\dfrac{-16}{9};-\dfrac{14}{9}\right) \Rightarrow HK = \dfrac{2\sqrt{26}}{3} \Rightarrow K \in \left(H, HK\right)$. **Do đó** Để AM lớn nhất thì KM lớn nhất khí và chỉ khi M là điểm đối xứng với K qua H.

Khi đó tọa độ điểm $M(2;3;3) \Rightarrow a = 2, b = 3, c = 3 \Rightarrow a + b + 2c = 11$.

----------**HẾT**----------

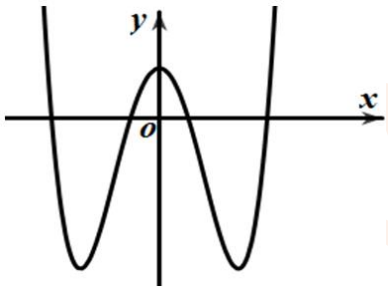
SỞ GDĐT HÀ TĨNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 8
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Phần thực của số phức $z=6i-i^2$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -6.

Câu 2. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-4x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 3. Nếu $\int_1^{2022} f(x)dx=3$ và $\int_1^{2022} g(x)dx=4$ thì $\int_1^{2022}\left(2f(x)-g(x)+1\right)dx$ bằng

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-5}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=5$. **D.** $y=3$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;1;-3); R=3$. **B.** $I(-2;1;-3); R=9$.

C. $I(2;-1;-3); R=3$. **D.** $I(2;-1;-3); R=9$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x<2$ là

A. $(0;9)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-\infty;8)$. **D.** $(0;8)$.

Câu 7. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2a;2a;3a$ là

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 8. Trên tập $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, đạo hàm của hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $y'=\dfrac{-3}{x^4}$. **B.** $y'=\dfrac{-1}{2}x^{-2}$. **C.** $y'=-3x^4$. **D.** $y'=\dfrac{-1}{3x^4}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và điểm $B(3;-1;4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(2;-3;2)$. **B.** $\left(2;\frac{1}{2};3\right)$. **C.** $(-2;3;-2)$. **D.** $\left(1;\frac{-3}{2};1\right)$.

Câu 10. Nếu $\int_0^1 3f(x)dx=3$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 18. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2$ và $u_3=6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n\geq 7$ công thức nào dưới đây đúng?

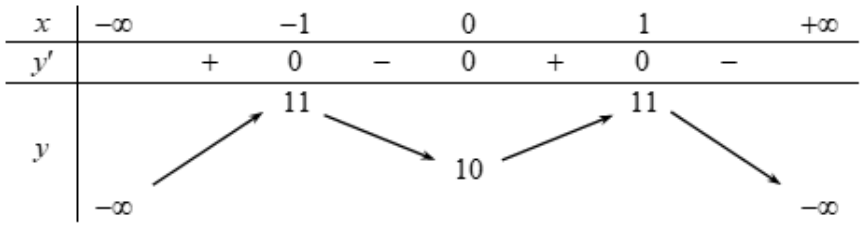
A. $C_n^7=\frac{n!}{7!(n-7)!}$. **B.** $C_n^7=\frac{n!}{(n-7)!}$. **C.** $C_n^7=\frac{(n-7)!}{n!}$. **D.** $C_n^7=\frac{7!}{(n-7)!}$.

Câu 13. Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin 22x$ là

A. $\int f(x)\,dx=\frac{1}{22}\cos 22x+C$. **B.** $\int f(x)dx=21\cos 21x+C$.

C. $\int f(x)dx=-\frac{1}{22}\cos 22x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-22\cos 22x+C$.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=10$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α) : $3x+2y-2022=0$ véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

A. $\vec{n}=(3;2;-4)$. **B.** $\vec{n}=(3;2;0)$. **C.** $\vec{n}=(-3;2;0)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;0)$.

Câu 16. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z=-5+7i$ bằng

A. 12. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log_7(5x)=3$ là:

A. $x=\frac{343}{5}$. **B.** $x=\frac{21}{5}$. **C.** $x=21$. **D.** $x=105$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{\sqrt{2022}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 19. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\left(a^3\right)^{\log_a 4}$ bằng

A. 64. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** 12. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):-x+2y-5z+3=0$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=-2+5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=-2+5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=5-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2t\\z=-2+5t\end{cases}$.

Câu 21. Cho số phức $z=2i(1+i)$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z.

A. $P(2;2)$. **B.** $Q(-2;2)$. **C.** $M(2;2i)$. **D.** $N(-2;2i)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(3-x)^2(4-2x)$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$ với $x\neq k\pi(k\in\mathbb{Z})$. Khẳng định nào dưới dây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cot x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cot x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{\sin x}+C$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(1;3)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 25. Cho khối cầu có bán kính $r=6$ .Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 864π. **B.** 216π. **C.** 36π. **D.** 288π.

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2-2x-1$ và đường thẳng $y=x-1$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V=2a^3$ đáy là hình vuông có cạnh bằng a . Tính chiều cao khối chóp.

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** a.

Câu 28. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

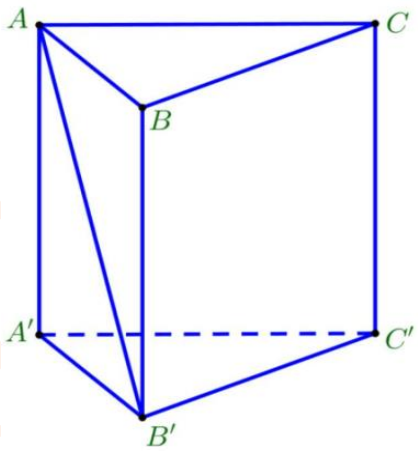
A. 15π. **B.** 75π. **C.** 25π. **D.** 45π.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(0;1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau



Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;2)$ và $B(1;1;4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

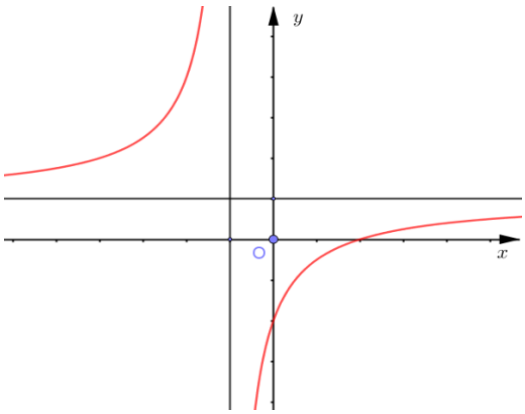
A. $y-z-2=0$. **B.** $y-z+1=0$.

C. $y-2z+1=0$. **D.** $x+2y-3z-2=0$.

Câu 32. Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_1^3(2x+1-f(x))\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu ?

A. 5. **B.** 15. **C.** 0. **D.** 8.

Câu 33. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$, có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $m \le 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $m > 1$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)\overline{z} = 5+i$. Số phức $w = 2z+i$ là

A. $w = 4-5i$. **B.** $w = 4+5i$. **C.** $w = 4+7i$. **D.** $w = 4-7i$.

Câu 35. Một hộp có 5 bi vàng, 4 bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 36. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $5\log_3 a + 7\log_3 b = 2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. $5a+7b=2$. **B.** $a^5b^7 = 2$. **C.** $a^5b^7 = 9$. **D.** $5a+7b=9$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(0;1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

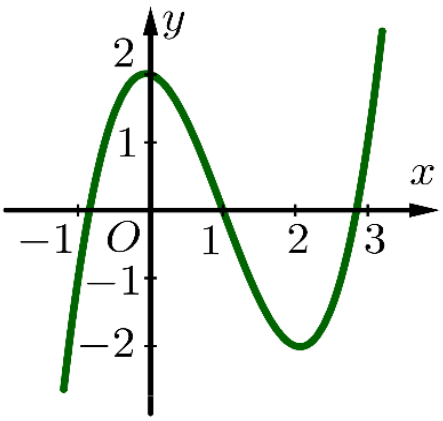
A. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-12} - 1\right]\left(3^{2-\log_3 x} - 81x\right) \le 0$?

A. Vô số. . **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$ là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 9.

Câu 41. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$; $f\left(0\right)=1$ và $f\left(1\right)=2$

Tính $P=f\left(-1\right)+f\left(3\right)$

. **A.** $P=3+\ln 3$. **B.** $P=3+\ln 5$. **C.** $P=3+\ln 15$. **D.** $P=3-\ln 15$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC), góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60^0, $SB=a\sqrt{2}$; $BSC=45^0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}a^3$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2\left(2m-1\right)z+4m^2-5m=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm z_0 thoả mãn $\left|z_0{}^2+\left(1-4m\right)z_0+4m^2-5m-3\right|=10$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $\left|z-2+i\right|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T=3\left|z-2\right|+4\left|z-2+2i\right|$.

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 10. **D.** 5.

Câu 45. Cho hàm số $f\left(x\right)=2x^3+mx^2+nx+2022$ với m, n là các số thực. Biết hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+f'\left(x\right)+f''\left(x\right)$ có hai giá trị cực trị là $e^{2022}-12$ và $e-12$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)+12}$ và $y=1$ bằng

A. 2023. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ viết phương trình chính tắc của đường thẳng d nằm trong mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ cắt và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \dfrac{x}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-1}{3}$

A. $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z-4}{1}$. **B.** $\dfrac{x-7}{1}=\dfrac{y+5}{2}=\dfrac{z-1}{4}$.

C. $\dfrac{x+1}{7}=\dfrac{y+2}{-5}=\dfrac{z+4}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-4}{1}$.

Câu 47. Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O;3)$ và $(O';3)$. Biết rằng tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh O', đáy là hình tròn $(O;3)$.

A. $S_{xq}=\dfrac{54\pi\sqrt{7}}{7}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{81\pi\sqrt{7}}{7}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{27\pi\sqrt{7}}{7}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{36\pi\sqrt{7}}{7}$.

Câu 48. Cho a,b là các số nguyên dương nhỏ hơn 2022. Biết rằng với mỗi giá trị của b luôn có ít nhất 1000 giá trị của a thỏa mãn $\left(2^{a+b+2}-2^{b-a}\right).\log_{a+1}\sqrt{b}>4^b-1$. Số giá trị b là

A. 1021. **B.** 1022. **C.** 1020. **D.** 1023.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0;0;3)$ và $B(2;-3;-5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2): x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{78-2\sqrt{13}}$. **C.** 34. **D.** $\sqrt{78-\sqrt{13}}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=(x-5)(x^2-4), x\in R$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-100;100]$ để hàm số $y=g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+m\right)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 104. **B.** 106. **C.** 105. **D.** 103.

BẢNG ĐÁP ÁN

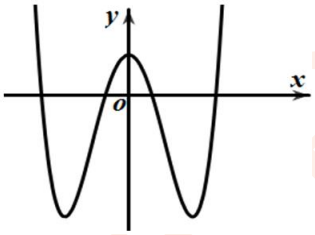
1.B	2.C	3.A	4.B	5.A	6.A	7.A	8.A	9.B	10.A
11.C	12.A	13.C	14.C	15.B	16.D	17.A	18.D	19.A	20.D
21.B	22.A	23.C	24.C	25.D	26.B	27.B	28.C	29.D	30.D
31.B	32.A	33.B	34.A	35.A	36.C	37.A	38.D	39.B	40.B
41.C	42.D	43.D	44.C	45.C	46.A	47.D	48.A	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Phần thực của số phức $z=6i-i^2$ bằng

A. 6. **B.** 1. **C.** -1. **D.** -6.

Câu 2. Đường cong trong hình là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$. **C.** $y=x^4-4x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 3. Nếu $\int_1^{2022} f(x)dx=3$ và $\int_1^{2022} g(x)dx=4$ thì $\int_1^{2022}\left(2f(x)-g(x)+1\right)dx$ bằng

A. 2023. **B.** 2022. **C.** 2021. **D.** 2022.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-5}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $y=-3$. **C.** $x=5$. **D.** $y=3$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+2)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;1;-3); R=3$. **B.** $I(-2;1;-3); R=9$.

C. $I(2;-1;-3); R=3$. **D.** $I(2;-1;-3); R=9$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3 x<2$ là

A. $(0;9)$. **B.** $(-\infty;9)$. **C.** $(-\infty;8)$. **D.** $(0;8)$.

Câu 7. Thể tích khối hộp chữ nhật có ba kích thước $2a;2a;3a$ là

A. $12a^3$. **B.** $4a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 8. Trên tập $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, đạo hàm của hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $y'=\dfrac{-3}{x^4}$. **B.** $y'=\dfrac{-1}{2}x^{-2}$. **C.** $y'=-3x^4$. **D.** $y'=\dfrac{-1}{3x^4}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;2)$ và điểm $B(3;-1;4)$. Tọa độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(2;-3;2)$. **B.** $\left(2;\frac{1}{2};3\right)$. **C.** $(-2;3;-2)$. **D.** $\left(1;\frac{-3}{2};1\right)$.

Câu 10. Nếu $\int_0^1 3f(x)dx = 3$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 18. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_3 = 6$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12. Với n là số nguyên dương bất kỳ, $n \geq 7$ công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^7 = \frac{n!}{7!(n-7)!}$. **B.** $C_n^7 = \frac{n!}{(n-7)!}$. **C.** $C_n^7 = \frac{(n-7)!}{n!}$. **D.** $C_n^7 = \frac{7!}{(n-7)!}$.

Câu 13. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 22x$ là

A. $\int f(x)\,dx = \frac{1}{22}\cos 22x + C$. **B.** $\int f(x)dx = 21\cos 21x + C$.

C. $\int f(x)dx = -\frac{1}{22}\cos 22x + C$. **D.** $\int f(x)dx = -22\cos 22x + C$.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	11	↘	10	↗	11	↘	$-\infty$

Hàm số đạt cực tiểu tại

A. $x = -1$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = 0$. **D.** $x = 10$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 2022 = 0$ véc tơ nào dưới đây là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (α)

A. $\vec{n} = (3;2;-4)$. **B.** $\vec{n} = (3;2;0)$. **C.** $\vec{n} = (-3;2;0)$. **D.** $\vec{n} = (3;-2;0)$.

Câu 16. Tổng phần thực và phần ảo của số phức $z = -5 + 7i$ bằng

A. 12. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 17. Nghiệm của phương trình $\log_7(5x) = 3$ là:

A. $x=\dfrac{343}{5}$. **B.** $x=\dfrac{21}{5}$. **C.** $x=21$. **D.** $x=105$.

Câu 18. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{\sqrt{2022}}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 19. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\left(a^3\right)^{\log_a 4}$ bằng

A. 64. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** 12. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua điểm $A(1;0;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):-x+2y-5z+3=0$. Phương trình của d là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=-2+5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=-2+5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=5-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2t\\z=-2+5t\end{cases}$.

Câu 21. Cho số phức $z=2i(1+i)$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z.

A. $P(2;2)$. **B.** $Q(-2;2)$. **C.** $M(2;2i)$. **D.** $N(-2;2i)$.

Câu 22. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-1)(3-x)^2(4-2x)$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}$ với $x\neq k\pi\,(k\in\mathbb{Z})$. Khẳng định nào dưới dây là đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\tan x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\cot x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cot x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\dfrac{1}{\sin x}+C$.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

A. $(1;3)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 25. Cho khối cầu có bán kính $r=6$ .Thể tích khối cầu đã cho bằng

A. 864π. **B.** 216π. **C.** 36π. **D.** 288π.

Câu 26. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2-2x-1$ và đường thẳng $y=x-1$ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 27. Cho khối chóp tứ giác có thể tích $V=2a^3$ đáy là hình vuông có cạnh bằng a. Tính chiều cao khối chóp.

A. $2a$. **B.** $6a$. **C.** $3a$. **D.** a.

Câu 28. Cho khối nón có bán kính đáy $r=5$ và chiều cao $h=3$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

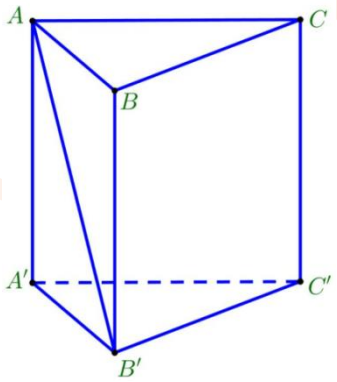
A. 15π. **B.** 75π. **C.** 25π. **D.** 45π.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(0;1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\dfrac{x+3}{-1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{-3}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 30. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng nhau



Góc giữa đường thẳng AB' và mặt phẳng $(A'B'C')$ bằng

A. $30°$. **B.** $90°$. **C.** $60°$. **D.** $45°$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;2)$ và $B(1;1;4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là:

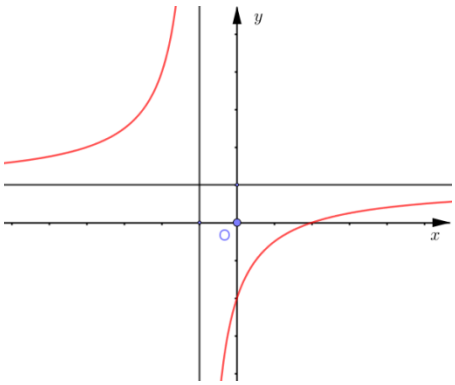
A. $y-z-2=0$. **B.** $y-z+1=0$.

C. $y-2z+1=0$. **D.** $x+2y-3z-2=0$.

Câu 32. Nếu $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_1^3(2x+1-f(x))\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu ?

A. 5. **B.** 15. **C.** 0. **D.** 8.

Câu 33. Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$, có đồ thị như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $m \le 1$. **B.** $m < 1$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $m > 1$.

Câu 34. Cho số phức z thỏa mãn $(1-i)\bar{z} = 5+i$. Số phức $w = 2z+i$ là

A. $w = 4-5i$. **B.** $w = 4+5i$. **C.** $w = 4+7i$. **D.** $w = 4-7i$.

Câu 35. Một hộp có 5 bi vàng, 4 bi xanh. Chọn ngẫu nhiên 2 bi. Xác suất 2 bi được chọn cùng màu là

A. $\frac{4}{9}$. **B.** $\frac{5}{9}$. **C.** $\frac{1}{9}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 36. Cho a, b là các số dương thỏa mãn $5\log_3 a + 7\log_3 b = 2$. Khẳng định nào sau đây là **đúng** ?

A. $5a+7b=2$. **B.** $a^5b^7 = 2$. **C.** $a^5b^7 = 9$. **D.** $5a+7b=9$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{10}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{10}}{5}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(0;1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-12} - 1\right]\left(3^{2-\log_3 x} - 81x\right) \le 0$?

A. Vô số. . **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Điều kiện : $x > 0$.

Xét $f(x)=\left[\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-12}-1\right]\left(3^{2-\log_3 x}-81x\right), x>0$

Ta có: $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-12}=1\\ 3^{2-\log_3 x}=81x\end{array}\right.$

- $\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-12}=1\Leftrightarrow\left(\frac{1}{3}\right)^{x^2-4x-12}=\left(\frac{1}{3}\right)^0\Leftrightarrow x^2-4x-12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2(L)\\ x=6\end{array}\right.$.

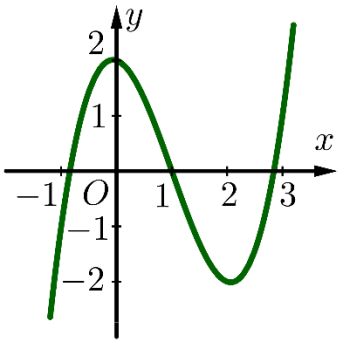
- $3^{2-\log_3 x}=81x\Leftrightarrow\log_3 3^{2-\log_3 x}=\log_3 81x\Leftrightarrow 2-\log_3 x=4+\log_3 x\Leftrightarrow\log_3 x=-1\Leftrightarrow x=\frac{1}{3}$

Bảng xét dấu:

x	0		$\frac{1}{3}$		6		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy $f(x)\le 0\Leftrightarrow\frac{1}{3}\le x\le 6$, do đó có 6 số nguyên x thỏa mãn là: $1;2;3;4;5;6$.

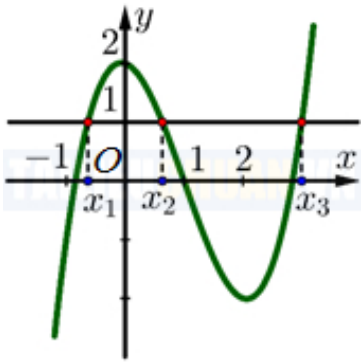
Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $f\left(f(x)\right)=1$ là:

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải



Ta có: $f(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\in(-1;0)\\x=x_2\in(0;1)\\x=x_3>2\end{array}\right.$. Suy ra: $f(f(x))=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=x_1\,(1)\\f(x)=x_2\,(2)\\f(x)=x_3\,(3)\end{array}\right.$.

+) Xét : $f(x)=x_1\in(-1;0)$, ta có đường thẳng $y=x_1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

+) Xét (2): $f(x)=x_2\in(0;1)$, ta có đường thẳng $y=x_2$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình (2) có 3 nghiệm phân biệt.

+) Xét (3): $f(x)=x_3>2$, ta có đường thẳng $y=x_3$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 1 điểm nên phương trình (3) có 1 nghiệm.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{2}{2x-1}$; $f(0)=1$ và $f(1)=2$

Tính $P=f(-1)+f(3)$

. **A.** $P=3+\ln 3$. **B.** $P=3+\ln 5$. **C.** $P=3+\ln 15$. **D.** $P=3-\ln 15$.

Lời giải

Có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\frac{2}{2x-1}\mathrm{d}x=\ln|2x-1|+C=\left\{\begin{array}{l}\ln(2x-1)+C_1 \text{ khi } x>\frac{1}{2}\\\ln(1-2x)+C_2 \text{ khi } x<\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

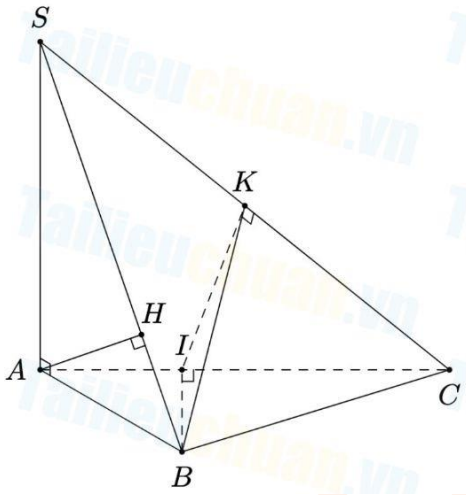
Để $\left\{\begin{array}{l}f(0)=1\\f(1)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}C_2=1\\C_1=2\end{array}\right.$. Suy ra: $f(x)=\left\{\begin{array}{l}\ln(2x-1)+2 \text{ khi } x>\frac{1}{2}\\\ln(1-2x)+1 \text{ khi } x<\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Do đó $P=f(-1)+f(3)=3+\ln 3+\ln 5=3+\ln 15$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, mặt phẳng (SAB) vuông góc với mặt phẳng (SBC), góc giữa hai mặt phẳng (SAC) và (SBC) bằng 60^0, $SB=a\sqrt{2}$; $BSC=45^0$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{\sqrt{2}}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **D.** $\frac{5\sqrt{3}}{2}a^3$.

Lời giải



+ Dựng $AH \perp SB$ $(H \in SB) \Rightarrow AH \perp (SBC)$

+ Ta có: $\begin{cases} BC \perp SA \\ BC \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

+ Dựng $BI \perp AC$ $(I \in AC) \Rightarrow BI \perp SC$

Dựng $BK \perp SC$ $(K \in SC) \Rightarrow SC \perp (BIK)$. Suy ra: $((SAC);(SBC)) = BKI = 60^0$.

+ Ta lại có: ΔSBC vuông cân tại B $(BSC = 45^0; BC \perp SB) \Rightarrow SB = BC = a\sqrt{2}$.

Suy ra: $BK = a$ (K là trung điểm của SC)

+ Do $\begin{cases} BI \perp SC \\ BI \perp AC \end{cases} \Rightarrow BI \perp (SAC) \Rightarrow BI \perp IK$ nên ΔBIK vuông tại I $\Rightarrow BI = BK.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+ ΔABC tại $B \Rightarrow \frac{1}{BI^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{BC^2} \Rightarrow AB = \frac{a\sqrt{30}}{5}$.

+ $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2\sqrt{15}}{5}$; $SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

$\Rightarrow V = V_{S.ABC} = \frac{2a^3\sqrt{3}}{15} \Rightarrow \frac{a^3}{V} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$.

Câu 43. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(2m-1)z + 4m^2 - 5m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm z_0 thoả mãn $\left|z_0^2 + (1-4m)z_0 + 4m^2 - 5m - 3\right| = 10$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Cách 1: Ta có $\Delta' = m+1$.

Trường hợp 1: $m+1 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge -1$.

Khi đó theo bài ra, phương trình đã cho có nghiệm thực z_0 thoả mãn $|z_0+3|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0 = 7 \\ z_0 = -13 \end{array}\right.$.

Từ đó suy ra $\left[\begin{array}{l} 7^2 - 2(2m-1)7 + 4m^2 - 5m = 0 \\ (-13)^2 - 2(2m-1)(-13) + 4m^2 - 5m = 0 \end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4m^2 - 33m + 63 = 0 \\ 4m^2 - 47m + 143 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \quad (tm) \\ m = \dfrac{21}{4} \quad (tm) \end{array}\right.$$

Trường hợp 2: $m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

Khi đó phương trình đã cho có hai nghiệm phức là z_0 và $\overline{z}_0$ và thoả mãn $|z_0+3|=10$

$$\Leftrightarrow (z_0+3)(\overline{z}_0+3)=100 \Leftrightarrow |z_0|^2 + 3(z_0+\overline{z}_0)+9=100 \Leftrightarrow 4m^2 - 5m + 3.2(2m-1) - 91 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4m^2 + 7m - 97 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\dfrac{7+\sqrt{1601}}{8} \quad (tm) \\ m = -\dfrac{7-\sqrt{1601}}{8} \quad (ktm) \end{array}\right.$$

Vậy có 3 giá trị của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Cách 2: Ta có $z^2 - 2(2m-1)z + 4m^2 - 5m = 0 \Leftrightarrow (z-2m+1)^2 = m+1 \ (1)$.

Trường hợp 1: $m+1 \ge 0 \Leftrightarrow m \ge -1$.

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2m-1+\sqrt{m+1} \\ z = 2m-1-\sqrt{m+1} \end{array}\right.$.

Theo bài ra, phương trình đã cho có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0+3|=10$.

Do đó $\left[\begin{array}{l} |2m+2+\sqrt{m+1}|=10 \\ |2m+2-\sqrt{m+1}|=10 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 3 \quad (tm) \\ m = \dfrac{21}{4} \quad (tm) \end{array}\right.$.

Trường hợp 2: $m+1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$

Khi đó $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z = 2m-1+i\sqrt{|m+1|} \\ z = 2m-1-i\sqrt{|m+1|} \end{array}\right.$.

Theo bài ra, phương trình đã cho có nghiệm z_0 thoả mãn $|z_0+3|=10$.

Do đó $|2m+2+i\sqrt{|m+1|}|=10 \Leftrightarrow 4m^2+8m+4-m-1=100 \Leftrightarrow 4m^2+7m-97=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -\dfrac{7+\sqrt{1601}}{8} \quad (tm) \\ m = -\dfrac{7-\sqrt{1601}}{8} \quad (ktm) \end{array}\right.$$

Vậy có 3 giá trị của tham số m thoả mãn yêu cầu bài toán.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z-2+i|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 3|z-2| + 4|z-2+2i|$.

A. $4\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{7}$. **C.** 10. **D.** 5.

Lời giải

Gọi $z=x+yi\left(x,y\in\mathbb{R}\right)$. Trong hệ trục Oxy, z được biểu diễn bởi điểm $M\left(x;y\right)$.

Theo đề ta có $\left|z-2+i\right|=1\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2+\left(y+1\right)^2=1(1)$. Khi đó phương trình (1) là phương trình đường tròn (C) có tâm $I\left(2;-1\right)$ và $R=1$. Vậy $M\in(C)$.

Theo đề ta có $T=3\left|z-2\right|+4\left|z-2+2i\right|=3\sqrt{\left(x-2\right)^2+y^2}+4\sqrt{\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2}$.

Gọi $A(2;0),B(2;-2)$. Khi đó

$T=3\sqrt{\left(x-2\right)^2+y^2}+4\sqrt{\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2}=3\left|\overrightarrow{MA}\right|+4\left|\overrightarrow{MB}\right|=3MA+4MB$.

Mặc khác $A(2;0),B(2;-2)\in(C)$ và $AB=2=2R$ vậy AB là đường kính. Suy ra tam giác MAB vuông tại M.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki ta có:

$T=3MA+4MB\le\sqrt{\left(3^2+4^2\right)\left(MA^2+MB^2\right)}=\sqrt{25.AB^2}=10$.

Vậy Giá trị lớn nhất của T là 10

Câu 45. Cho hàm số $f\left(x\right)=2x^3+mx^2+nx+2022$ với m, n là các số thực. Biết hàm số $g\left(x\right)=f\left(x\right)+f'\left(x\right)+f''\left(x\right)$ có hai giá trị cực trị là $e^{2022}-12$ và $e-12$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f\left(x\right)}{g\left(x\right)+12}$ và $y=1$ bằng

A. 2023. **B.** 2020. **C.** 2021. **D.** 2022.

Lời giải

Ta có $f'\left(x\right)=6x^2+2mx+n$, $f''\left(x\right)=12x+2m$, $f^{(3)}\left(x\right)=12$.

Suy ra $g\left(x\right)=2x^3+\left(m+6\right)x^2+\left(n+2m+12\right)x+2022+n+2m$.

$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow6x^2+2\left(m+6\right)x+n+2m+12=0$. (*)

Vì hàm số $g\left(x\right)$ có hai giá trị cực trị nên phương trình (*) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 (giả sử $x_1<x_2$).

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	↗	$g(x_1)$	↘	$g(x_2)$	↗	$+\infty$

Từ đây suy ra $g(x_1)=e^{2022}-12$ và $g(x_2)=e-12$.

Mặt khác $\begin{cases} g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x) \\ g'(x)=f'(x)+f''(x)+f^{(3)}(x)=f'(x)+f''(x)+12 \end{cases}$.

$\Rightarrow g(x)-g'(x)=f(x)-12 \Leftrightarrow g'(x)=g(x)-f(x)+12$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$$1=\frac{f(x)}{g(x)+12} \Leftrightarrow \begin{cases} g(x)-f(x)+12=0 \\ g(x)\neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} g'(x)=0 \\ g(x)\neq -12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_1 \\ x=x_2 \end{array}\right.$$

Khi đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\frac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y=1$ bằng

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|1-\frac{f(x)}{g(x)+12}\right|\mathrm{d}x=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g(x)-f(x)+12}{g(x)+12}\right|\mathrm{d}x=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+12}\mathrm{d}x\right|=\left|\ln\left|g(x)+12\right|\right|_{x_1}^{x_2}\Bigg|$$

$$=\left|\ln\left|g(x_2)+12\right|-\ln\left|g(x_1)+12\right|\right|=|1-2022|=2021.$$

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ viết phương trình chính tắc của đường thẳng d nằm trong mặt phẳng $(P): x+y-2z+5=0$ cắt và vuông góc với đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{3}$

A. $\frac{x-1}{7}=\frac{y-2}{-5}=\frac{z-4}{1}$.

B. $\frac{x-7}{1}=\frac{y+5}{2}=\frac{z-1}{4}$.

C. $\frac{x+1}{7}=\frac{y+2}{-5}=\frac{z+4}{1}$.

D. $\frac{x-1}{7}=\frac{y-2}{5}=\frac{z-4}{1}$.

Lời giải

+)Mặt phẳng (P) có VTPT $\vec{n}=(1;1;-2)$, đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=(1;2;3)$.

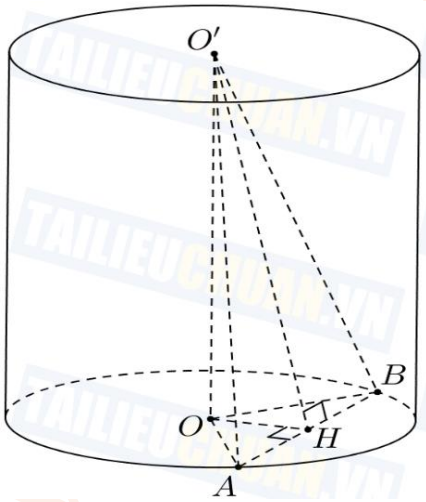
+)Xét hệ phương trình $\begin{cases} x+y-2z+5=0 \\ \frac{x}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \\ z=4 \end{cases}$. Gọi $A=\Delta\cap(P)$ thì $A(1;2;4)$.

+)Đường thẳng d nằm trong $mp(P)$ cắt và vuông góc với đường thẳng Δ nên d đi qua điểm A đồng thời nhận véc tơ $\vec{v}=\left[\vec{n},\vec{u}\right]=(7\,;\,-5\,;\,1)$ làm VTCP.

Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\dfrac{x-1}{7}=\dfrac{y-2}{-5}=\dfrac{z-4}{1}$.

Câu 47. Cho hình trụ tròn xoay có hai đáy là hai hình tròn $(O;3)$ và $(O';3)$. Biết rằng tồn tại dây cung AB thuộc đường tròn (O) sao cho $\Delta O'AB$ là tam giác đều và mặt phẳng $(O'AB)$ hợp với mặt phẳng chứa đường tròn (O) một góc $60°$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón có đỉnh O', đáy là hình tròn $(O;3)$.

A. $S_{xq}=\dfrac{54\pi\sqrt{7}}{7}$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{81\pi\sqrt{7}}{7}$. **C.** $S_{xq}=\dfrac{27\pi\sqrt{7}}{7}$. **D.** $S_{xq}=\dfrac{36\pi\sqrt{7}}{7}$.



Gọi H là trung điểm của $AB\Rightarrow OH\perp AB\ (1)$.

Lại có: $OO'\perp(OAB)\Rightarrow OO'\perp AB\ (2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $AB\perp(O'OH)\Rightarrow AB\perp O'H\Rightarrow O'HO=60°$

Đặt $OH=x$. Khi đó: $0<x<3$ và $OO'=x\tan 60^0=x\sqrt{3}$.
Xét ΔOAH, ta có: $AH^2=9-x^2$.
Vì $\Delta O'AB$ đều nên: $O'A=AB=2AH=2\sqrt{9-x^2}\ (3)$.
Mặt khác $\Delta AOO'$ vuông tại O nên $AO'^2=OO'^2+3^2=3x^2+9\ (4)$.

Từ $(3),(4)$ ta có: $4\left(9-x^2\right)=3x^2+9\Leftrightarrow x^2=\dfrac{27}{7}\Leftrightarrow x=\dfrac{3\sqrt{21}}{7}\Rightarrow h=OO'=x\sqrt{3}=\dfrac{9\sqrt{7}}{7}$.

Độ dài đường sinh hình nón là $l=O'A=\dfrac{12\sqrt{7}}{7}$.

Vậy: $S_{xq}=\pi Rl=\dfrac{36\pi\sqrt{7}}{7}$.

Câu 48. Cho a,b là các số nguyên dương nhỏ hơn 2022. Biết rằng với mỗi giá trị của b luôn có ít nhất 1000 giá trị của a thỏa mãn $\left(2^{a+b+2}-2^{b-a}\right).\log_{a+1}\sqrt{b}>4^b-1$. Số giá trị b là

A. 1021. **B.** 1022. **C.** 1020. **D.** 1023.

Lời giải

Đặt $c=a+1, c\geq 2$, khi đó $\left(2^{a+b+2}-2^{b-a}\right).\log_{a+1}\sqrt{b}>4^b-1\Leftrightarrow\left(2^c-2^{-c}\right).\log_c b>2^b-2^{-b},(1)$.

+) $b=1$, không thỏa mãn (1).

+) $b=2\Rightarrow\dfrac{2^c-2^{-c}}{\log_2 c}>\dfrac{15}{4},(2)$.

•) $c=2$, không thỏa mãn (2).

•) $\forall c\geq 3$, hàm $f(c)=\dfrac{2^c-2^{-c}}{\log_2 c}$, $f'(c)=\dfrac{2^c\left(c.\ln 2.\ln c-1\right)+c.2^{-c}.\ln 2.\ln c+2^{-c}}{c.\ln 2\left(\log_c c\right)^2}>0$.

Suy ra $f(c)\geq f(3)>\dfrac{15}{4},\forall c\geq 3\Rightarrow 2\leq a\leq 2021$. Do đó $b=2$ thỏa mãn.

+) $b\geq 3$, $(1)\Leftrightarrow\dfrac{2^c-2^{-c}}{\ln c}>\dfrac{2^b-2^{-b}}{\ln b},(3)$.

Hàm số $f(t)=\dfrac{2^t-2^{-t}}{\log_2 t}$ đồng biến với mọi $t\geq 3$ và $c=2$ không thỏa mãn (3) nên $c\geq 3$.

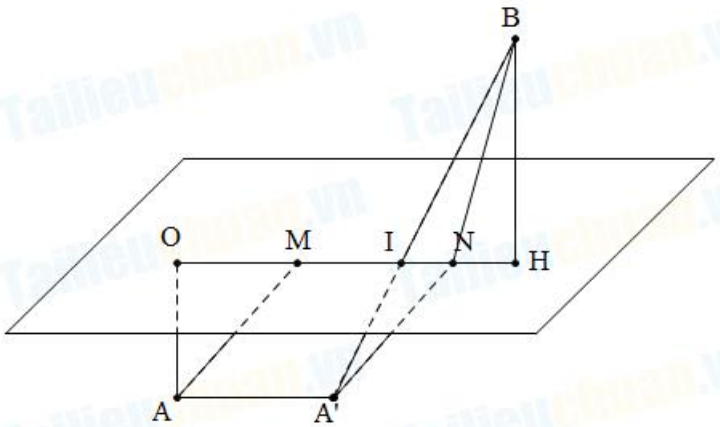
Do đó $(3)\Leftrightarrow c>b,(b\geq 3)\Rightarrow 3\leq b\leq a\leq 2021\Rightarrow\begin{cases}b\geq 3\\2021-b+1\geq 1000\end{cases}\Rightarrow 3\leq b\leq 1022$

Vậy $2\leq b\leq 1022$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $\mathrm{A}(0;0;3)$ và $\mathrm{B}(2;-3;-5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25$ với $(S_2):\mathrm{x}^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN=1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{78-2\sqrt{13}}$. **C.** 34. **D.** $\sqrt{78-\sqrt{13}}$.

Lời giải



Các điểm trên đường tròn giao tuyến có tọa độ là nghiệm của hệ

$\begin{cases}(S_1):(x-1)^2+(y-1)^2+(z+3)^2=25 \quad (1)\\ (S_2):x^2+y^2+z^2-2x-2y-14=0 \quad (2)\end{cases}$

Lấy (1) trừ (2), ta được $6z=0$ hay đường tròn giao tuyến nằm trên mặt phẳng $(P):z=0$ tức là $(P)\equiv(Oxy)$.

Dễ thấy A, B nằm khác phía đối với (P), hình chiếu của A trên (P) là O, hình chiếu của B trên (P) là $H(2;-3;0)$.

Lấy A' sao cho $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$. Ta có: $\begin{cases}AA'=MN=1\\ AM=A'N\\ AA'\parallel(Oxy)\end{cases}$.

Gọi $(\alpha):z-3=0$ là mp qua A song song với mp (Oxy). Suy ra A' thuộc đường tròn (C) nằm trong mp (α) có tâm $A(0;0;3)$ bán kính $R=1$.

Khi đó $AM+BN=A'N+BN\ge A'B$.

Cách 1

Gọi H' là hình chiếu vuông góc của điểm B trên mp (α). Ta có

$BH'=BH+d((\text{oxy}),(\alpha))=5+3=8$.

Có $A'B=\sqrt{BH'^2+A'H'^2}\ge\sqrt{8^2+(AH'-R)^2}$

$AH'=\sqrt{AB^2-BH'^2}=\sqrt{77-64}=\sqrt{13}$. Vậy $A'B\ge\sqrt{78-2\sqrt{13}}$.

Hay $AM+BN\ge\sqrt{78-2\sqrt{13}}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ là $\sqrt{78-2\sqrt{13}}$.

Cách 2: (phương pháp trắc nghiệm)

Dấu bằng xảy ra khi $\overrightarrow{MN}$ cùng phương $\overrightarrow{OH}$.

Do $MN=1$ nên chọn $\overrightarrow{MN}=\dfrac{\overrightarrow{OH}}{|\overrightarrow{OH}|}=\left(\dfrac{2}{\sqrt{13}};-\dfrac{3}{\sqrt{13}};0\right)$.

Khi đó vì $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{MN}$ nên $A'\left(\dfrac{2}{\sqrt{13}};-\dfrac{3}{\sqrt{13}};3\right)$.

Suy ra $AM+BN=A'N+BN\ge A'B=\sqrt{78-2\sqrt{13}}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=(x-5)(x^2-4),x\in R$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-100;100]$ để hàm số $y=g(x)=f(|x^3+3x|+m)$ có ít nhất 3 điểm cực trị?

A. 104. **B.** 106. **C.** 105. **D.** 103.

Lời giải

Ta có :

$f'(x)=(x-5)(x^2-4)=0\Leftrightarrow x=5;x=2;x=-2$

$g'(x)=\dfrac{(x^3+3x)(3x^2+3)}{|x^3+3x|}.f'(|x^3+3x|+m)$

$=\dfrac{x(x^2+3)(3x^2+3)}{|x^3+3x|}.f'(|x^3+3x|+m)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(|x^3+3x|+m)=0$

Do đạo hàm không xác định tại $x=0$ nên để hàm số $y=g(x)=f(|x^3+3x|+m)$ có ít nhất 3 cực trị thì $f'(|x^3+3x|+m)=0$ có ít nhất hai nghiệm đơn hoặc nghiệm bội lẻ khác 0.

$$f'(|x^3+3x|+m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}|x^3+3x|+m=5\Rightarrow|x^3+3x|=5-m\\|x^3+3x|+m=2\Rightarrow|x^3+3x|=2-m\\|x^3+3x|+m=-2\Rightarrow|x^3+3x|=-2-m\end{array}\right.$$

Yêu cầu bài toán suy ra

$5-m>0\Rightarrow m<5, m\in Z, m\in[-100;100]$

$\Rightarrow m\in\{-100;-99;....4\}$

Vậy có tất cả 105 giá trị m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT HÀ TĨNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 9
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $4-3i$ là
A. -1. **B.** 2022. **C.** 1. **D.** $4+3i$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=81$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là
A. $(1;4;3)$. **B.** $(-1;4;3)$. **C.** $(1;4;-3)$. **D.** $(-1;-4;-3)$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là
A. -1. **B.** 10. **C.** -3. **D.** 1.

Câu 4. Mặt cầu (S) tâm I bán kính R có diện tích bằng
A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\pi R^2$. **D.** πR^2.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+3y-2z+1=0$. Điểm nào sau đây **không thuộc** mặt phẳng (P)
A. $Q\left(-1;3;\frac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(1;1;\frac{5}{2}\right)$. **C.** $N\ (-4;1;0)$. **D.** $P\ (-2;1;2)$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $5^x>\frac{1}{25}$ là
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 8. Một khối chóp có diện tích đáy là $10\,cm^2$ và chiều cao là $6\,cm$. Thể tích của khối chóp đó là
A. $10\,cm^3$. **B.** $60\,cm^3$. **C.** $20\,cm^3$. **D.** $30\,cm^3$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là
A. $(0;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2(3x-2)=2$ là
A. $x=\frac{2}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{4}{3}$.

Câu11 . Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ sao cho $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x = 6$. Giá trị của $\int_1^5 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ là

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** -4.

Câu12 . Cho hai số phức $z_1 = 1+3i$, $z_2 = 2-i$. Tìm số phức $w = 2z_1 - 3z_2$.

A. $w = -4-9i$. **B.** $w = -3-2i$. **C.** $w = -4+9i$. **D.** $w = -3+2i$.

Câu13 . Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

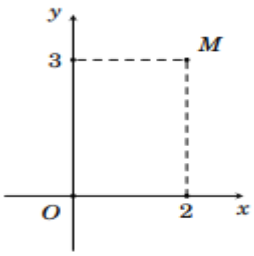
A. $(1;2;-1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Câu14 . Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;2;3), \vec{b}=(-2;4;1), \vec{c}=(-1;3;4)$. Vectơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là

A. $\vec{v}=(7;3;23)$. **B.** $\vec{v}=(23;7;3)$. **C.** $\vec{v}=(7;23;3)$. **D.** $\vec{v}=(3;7;23)$.

Câu15 . Số phức z có điểm biểu diễn M như hình vẽ bên. Phần ảo của số phức $z+i$ bằng

A. 4. **B.** $3i$. **C.** 2. **D.** 6.



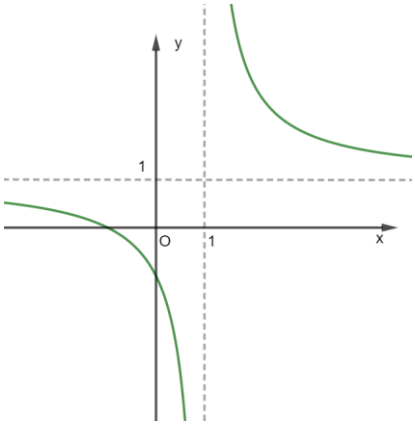
Câu 16 . Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=-3$.

Câu 17 . Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^5} a^4$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $y=-3$.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^4+x^2+1$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-4t\\z=3-5t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

A. Điểm $P(3;-4;-5)$. **B.** Điểm $N(1;-2;3)$.

C. Điểm $Q(3;2;1)$. **D.** Điểm $M(1;-2;-3)$.

Câu 20. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 3 phần tử của X là

A. C_{10}^3. **B.** 10^3. **C.** A_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Câu 21. Khối lăng trụ có chiều cao bằng 4, diện tích đáy bằng 6. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y=\log_3 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. $y'=\dfrac{x}{\ln 3}$. **B.** $y'=\dfrac{\ln x}{3}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{x}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 24. S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy là r và đường sinh l. Khi đó S_{xq} được cho bởi công thức nào sau đây

A. $2\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $\pi^2 rl$. **D.** $\pi r^2 l$.

Câu 25. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính tích phân $\int_0^1 \left[6f(x)\right]\mathrm{d}x$

A. $\frac{5}{3}$. **B.** 60. **C.** 6. **D.** 16.

Câu 26. Cho cấp số nhân u_n biết $u_1 = 2$, $u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân đó là

A. 2. **B.** -2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

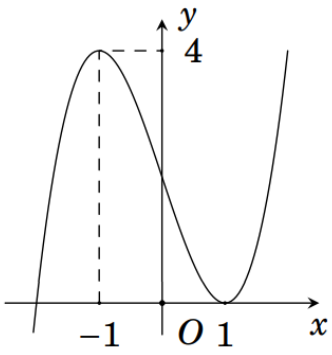
Câu 27. Biết $F\ x$ là một nguyên hàm của hàm số $f\ x = 2x - \sin x$ và thỏa mãn $F\ 0 = 21$. Tìm $F\ x$.

A. $F\ x = x^2 - \cos x + 20$. **B.** $F\ x = x^2 + \cos x + 20$.

C. $F\ x = \frac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$. **D.** $F\ x = \frac{1}{2}x^2 + \cos x + 20$.

Câu 28. Cho hàm số $y = f\ x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị cực đại của hàm số.

A. $y_{CĐ} = 0$. **B.** $y_{CĐ} = 1$. **C.** $y_{CĐ} = 4$. **D.** $y_{CĐ} = -1$.



Câu 29. Cho hàm số $y = x + \frac{1}{x+2}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $-1;2$ là

A. 0. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{11}{2}$. **D.** 2.

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y = \frac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y = x^3 + 2x$.

C. $y = 2x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^4 + x^2$.

Câu 31. Cho $0 < x \neq 1, y > 0$ thỏa mãn $\log_2 x = y$ và $\log_x y = \frac{3}{y}$. Tổng $x + y$ bằng

A. 256. **B.** 264. **C.** 18. **D.** 70.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và CD' bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 33. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $J = \int_0^2 \left[4f(x) - 3\right]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu ?

A. $J = 9$. **B.** $J = 18$. **C.** $J = 6$. **D.** $J = 4$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{1}$ là

A. $2x+3y+z-11=0$. **B.** $2x+3y+z+11=0$. **C.** $2x-3y+z-11=0$. **D.** $2x-3y+z+11=0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)=3-5i$. Tính mô-đun của z.

A. $|z|=4$. **B.** $|z|=\sqrt{17}$. **C.** $|z|=16$. **D.** $|z|=17$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $BAD=60°$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng $60°$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng SBD là

A. $\frac{3a}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{13}}$. **C.** $\frac{9a}{\sqrt{13}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Câu 37. Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ, tính xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song OB có phương trình

A. $\begin{cases}x=1-4t\\y=2-6t\\z=-3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t\\z=-3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=3+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t\\z=-3-t\end{cases}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_7^2(7x)-6\log_7 x+2\right]\sqrt{27-3^{x-341}}\le 0$?

A. 0. **B.** 338. **C.** 337. **D.** 1.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x))=0$ là

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 8.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x\ln x+1,\ \forall x\in(0;+\infty)$ và $f(1)=\frac{3}{4}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1)=\frac{1}{4}$, khi đó $F(e)$ bằng

A. $\frac{e^3}{3}-\frac{e^2}{12}$. **B.** $\frac{e^3}{12}+\frac{e^2}{3}$. **C.** $\frac{e^3}{12}-\frac{e^2}{3}$. **D.** $\frac{e^3}{3}+\frac{e^2}{12}$.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $BAD=120^o$, cạnh bên $SB=2a$. Mặt bên (SCD) nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Hình chiếu

vuông góc của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh CD. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 43. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $z^2-6z+m=0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(0;20)$ để phương trình trên có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$?

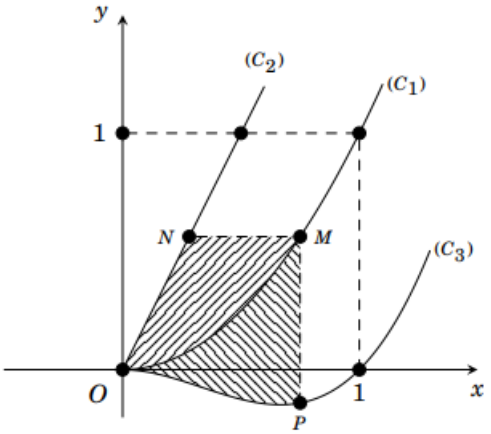
A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{13\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Câu 45. Cho $(C_1),(C_2)$ và (C_3) lần lượt là đồ thị của các hàm số $y=x^2, y=2x$ và $y=f(x)$ trên đoạn $[0;1]$, $f(0)=0$. Từ một điểm M nằm trên đồ thị (C_1) và vẽ các đường thẳng song song với các trục tọa độ lần lượt cắt (C_2) tại N, cắt (C_3) tại P sao cho diện tích hình phẳng OMN, bằng diện tích hình phẳng OMP (tham khảo hình bên). Khi đó, hàm số $y=f(x)$ là

A. $f(x)=x^3-x^2$ **B.** $f(x)=x^2-x^3$ **C.** $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}x^2$ **D.** $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}x$



Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): x+y+z-3=0$.

Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α), cắt và vuông góc với đường thẳng d

A. $\begin{cases}x=1\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 47 . Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn $(O);(O')$, chiều cao bằng $2a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm OO' tạo với OO' 1 góc 30^o. Biết (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. Tính theo a thể tích khối trụ đã cho

A. πa^3. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$ **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\pi\sqrt{2}a^3$.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ với $x;y$ là các số nguyên thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau: $4.2^{y^4-2y^2}-2\log_2(2x)+x=0$ và $2\log_2(x+y)-x-y\geq 0$.

A. 2 **B.** 4 **C.** 9 **D.** 6

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z+4=0$, đường thẳng $d:\frac{x-2018}{1}=\frac{y-2019}{2}=\frac{z-2020}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+11=0$. A,B là hai điểm bất kì trên (S) sao cho hai mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại hai điểm A,B vuông góc với nhau. Gọi A',B' là hai điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA' và BB' cùng song song với d. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$ là

A. $\frac{54+18\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{27+9\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{27+9\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\frac{54+18\sqrt{6}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(x^3-3x^2+m)$ có đúng 8 điểm cực trị là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

-------- HẾT--------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.B	5.D	6.A	7.B	8.C	9.C	10.B
11.B	12.C	13.B	14.D	15.A	16.B	17.B	18.C	19.B	20.A
21.B	22.C	23.C	24.B	25.B	26.C	27.B	28.C	29.A	30.B
31.B	32.C	33.C	34.A	35.B	36.A	37.A	38.B	39.B	40.A
41	42.B	43.C	44.A	45.A	46.D	47.C	48.A	49.A	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Số phức liên hợp của số phức $4-3i$ là

A. -1. **B.** 2022. **C.** 1. **D.** $4+3i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $4-3i$ là $4+3i$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=81$. Tọa độ tâm của mặt cầu (S) là

A. $(1;4;3)$. **B.** $(-1;4;3)$. **C.** $(1;4;-3)$. **D.** $(-1;-4;-3)$.

Lời giải

Tọa độ tâm của mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-4)^2+(z-3)^2=81$ là $(-1;4;3)$.

Câu 3. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là

A. -1. **B.** 10. **C.** -3. **D.** 1.

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=x^3-3x-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ là -3.

Câu 4. Mặt cầu (S) tâm I bán kính R có diện tích bằng

A. $\frac{4}{3}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $2\pi R^2$. **D.** πR^2.

Lời giải

Mặt cầu (S) tâm I bán kính R có diện tích bằng $4\pi R^2$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+3y-2z+1=0$. Điểm nào sau đây **không thuộc** mặt phẳng (P)

A. $Q\left(-1;3;\frac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(1;1;\frac{5}{2}\right)$. **C.** $N\ (-4;1;0)$. **D.** $P\ (-2;1;2)$.

Lời giải

Thay tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) ta thấy tọa độ điểm $P\ (-2;1;2)$ không thỏa mãn. Nên điểm $P\ (-2;1;2)$ không thuộc mặt phẳng (P).

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Quan sát bảng biến thiên ta thấy $f'\ x$ đổi dấu khi đi qua $x=2$ và $x=4$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 7. Tập nghiệm của bất phương trình $5^x > \frac{1}{25}$ là

A. $-1;+\infty$. **B.** $-2;+\infty$. **C.** $5;+\infty$. **D.** $2;+\infty$.

Lời giải

Ta có:

$5^x > \frac{1}{25} \Leftrightarrow x > \log_5 \frac{1}{25} \Leftrightarrow x > -2$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = -2;+\infty$.

Câu 8. Một khối chóp có diện tích đáy là $10cm^2$ và chiều cao là $6cm$. Thể tích của khối chóp đó là

A. $10cm^3$. **B.** $60cm^3$. **C.** $20cm^3$. **D.** $30cm^3$.

Lời giải

Thể tích của khối chóp đó là $V = \frac{1}{3}.10.6 = 20\ cm^3$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = x-1^{\frac{1}{5}}$ là

A. $0;+\infty$. **B.** $1;+\infty$. **C.** $1;+\infty$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Hàm số xác định khi và chỉ khi $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Do đó tập xác định của hàm số là $D = 1;+\infty$.

Câu 10. Nghiệm của phương trình $\log_2\ 3x-2\ = 2$ là

A. $x=\frac{2}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\frac{4}{3}$.

Lời giải

Điều kiện xác định $3x-2>0 \Leftrightarrow x>\frac{2}{3}$.

Ta có $\log_2\ 3x-2\ = 2 \Leftrightarrow 3x-2=2^2 \Leftrightarrow 3x=6 \Leftrightarrow x=2$.

So với điều kiện ta nhận $x=2$.

Câu 11. Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[1;5]$ sao cho $\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x = 2$ và $\int_1^5 g(x)\mathrm{d}x = 6$. Giá trị của $\int_1^5 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x$ là

A. 4. **B.** 8. **C.** 6. **D.** -4.

Lời giải

Ta có $\int_1^5 [f(x)+g(x)]\mathrm{d}x = \int_1^5 f(x)\mathrm{d}x + \int_1^5 g(x)\mathrm{d}x = 2+6=8$.

Câu 12. Cho hai số phức $z_1 = 1+3i$, $z_2 = 2-i$. Tìm số phức $w = 2z_1 - 3z_2$.

A. $w = -4-9i$. **B.** $w = -3-2i$. **C.** $w = -4+9i$. **D.** $w = -3+2i$.

Lời giải

Ta có $w = 2z_1 - 3z_2 = 2(1+3i) - 3(2-i) = -4+9i$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+2y-1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của (α)?

A. $(1;2;-1)$. **B.** $(1;2;0)$. **C.** $(1;-2;0)$. **D.** $(-1;2;0)$.

Lời giải

Ta có $\vec{n} = (1;2;0)$.

Câu 14. Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a} = (1;2;3), \vec{b} = (-2;4;1), \vec{c} = (-1;3;4)$. Vectơ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 5\vec{c}$ có tọa độ là

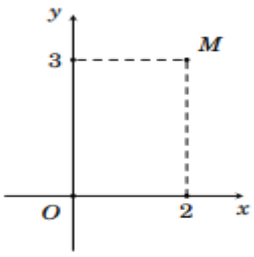
A. $\vec{v} = (7;3;23)$. **B.** $\vec{v} = (23;7;3)$. **C.** $\vec{v} = (7;23;3)$. **D.** $\vec{v} = (3;7;23)$.

Lời giải

Ta có $\vec{v} = (2+6-5; 4-12+15; 6-3+20) = (3;7;23)$.

Câu 15. Số phức z có điểm biểu diễn M như hình vẽ bên. Phần ảo của số phức $z+i$ bằng

A. 4. **B.** $3i$. **C.** 2. **D.** 6.



Lời giải

Ta có $M(2;3) \Rightarrow z = 2+3i$.

$z+i = 2+3i+i = 2+4i$.

Vậy phần ảo của số phức $z+i$ bằng 4.

Câu 16. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $y=3$. **C.** $y=-2$. **D.** $y=-3$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=3$ nên đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y=3$.

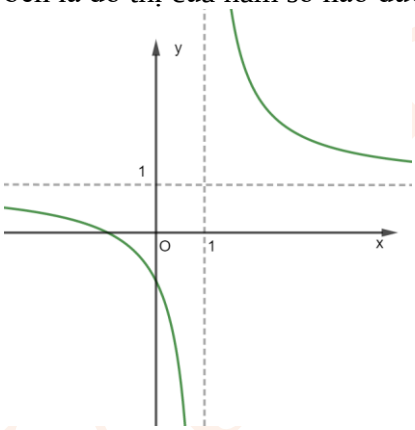
Câu 17. Với a là số thực dương khác 1 tùy ý, $\log_{a^5}a^4$ bằng

A. $\dfrac{1}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $y=-3$.

Lời giải

Ta có $\log_{a^5}a^4=\dfrac{4}{5}\log_a a=\dfrac{4}{5}$

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x-1$. **B.** $y=x^4+x^2+1$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=1$; tiệm cận đứng là $x=1$ nên loại $A;B;D$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-4t\\z=3-5t\end{cases}$. Đường thẳng d đi qua điểm nào sau đây?

A. Điểm $P(3;-4;-5)$. **B.** Điểm $N(1;-2;3)$.

C. Điểm $Q(3;2;1)$. **D.** Điểm $M(1;-2;-3)$.

Lời giải

Thay tọa độ điểm $N(1;-2;3)$ vào phương trình d ta có $t=0$. Vậy điểm $N(1;-2;3)$ thuộc đường thẳng d.

Câu 20. Cho tập hợp X có 10 phần tử. Số tập hợp con gồm 3 phần tử của X là

A. C_{10}^3. **B.** 10^3. **C.** A_{10}^3. **D.** A_{10}^7.

Lời giải

Mỗi tập con gồm 3 phần tử của X là một tổ hợp chập 3 của 10.

Vậy số tập con gồm 3 phần tử của X là số tổ hợp chập 3 của 10, bằng C_{10}^3.

Câu 21. Khối lăng trụ có chiều cao bằng 4, diện tích đáy bằng 6. Thể tích khối lăng trụ này bằng

A. 8. **B.** 24. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ $V = B.h = 6.4 = 24$.

Câu 22. Đạo hàm của hàm số $y = \log_3 x$ trên khoảng $(0;+\infty)$ là

A. $y' = \dfrac{x}{\ln 3}$. **B.** $y' = \dfrac{\ln x}{3}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{x\ln 3}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{x}$.

Lời giải

Ta có $y' = (\log_3 x)' = \dfrac{1}{x\ln 3}$.

Câu 23. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(0;2)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Đáp án C

Câu 24. S_{xq} là diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay có bán kính đường tròn đáy là r và đường sinh l. Khi đó S_{xq} được cho bởi công thức nào sau đây

A. $2\pi rl$. **B.** πrl. **C.** $\pi^2 rl$. **D.** $\pi r^2 l$.

Lời giải

Đáp án B

Câu 25. Cho $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 10$. Tính tích phân $\int\limits_0^1 [6f(x)]\mathrm{d}x$

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** 60. **C.** 6. **D.** 16.

Lời giải

$\int\limits_0^1 [6f(x)]\mathrm{d}x = 6\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 6.10 = 60$.

Câu 26. Cho cấp số nhân u_n biết $u_1 = 2$, $u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân đó là

A. 2. **B.** -2. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Công thức số hạng tổng quát của cấp số nhân $u_n = u_1.q^{n-1}$

Giả thiết $\Rightarrow u_2 = u_1.q \Rightarrow q = \dfrac{u_2}{u_1} = \dfrac{1}{2}$

Câu 27. Biết $F\ x$ là một nguyên hàm của hàm số $f\ x = 2x - \sin x$ và thỏa mãn $F\ 0 = 21$. Tìm $F\ x$.

A. $F\ x = x^2 - \cos x + 20$.

B. $F\ x = x^2 + \cos x + 20$.

C. $F\ x = \dfrac{1}{2}x^2 - \cos x + 20$.

D. $F\ x = \dfrac{1}{2}x^2 + \cos x + 20$.

Lời giải

$\int 2x - \sin x\ \mathrm{d}x = x^2 + \cos x + C$

Giả thiết $F\ 0 = 21 \Rightarrow 0^2 + \cos 0 + C = 21 \Rightarrow C = 20$

Suy ra $F\ x = x^2 - \cos x + 20$

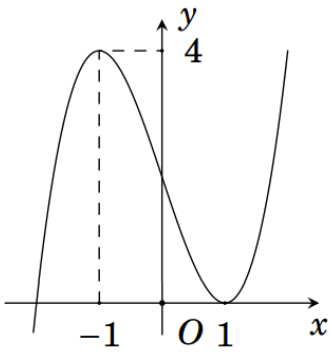
Câu 28. Cho hàm số $y = f\ x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm giá trị cực đại của hàm số.

A. $y_{CĐ} = 0$.

B. $y_{CĐ} = 1$.

C. $y_{CĐ} = 4$.

D. $y_{CĐ} = -1$.



Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta có hàm số đạt cực đại tại $x = -1 \Rightarrow y_{CĐ} = 4$

Câu 29. Cho hàm số $y = x + \dfrac{1}{x+2}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $-1;2$ là

A. 0.

B. $\dfrac{1}{2}$.

C. $\dfrac{11}{2}$.

D. 2.

Lời giải

Xét hàm số $y = f\ x = x + \dfrac{1}{x+2}$ trên $-1;2$

$y' = 1 - \dfrac{1}{x+2^{\ 2}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{1}{x+2^{\ 2}} = \Leftrightarrow\ x+2^{\ 2} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -3\ l \end{array}\right.$

Có $f\ 0 = \dfrac{3}{2}$, $f\ -1 = 0$, $f\ 2 = \dfrac{5}{4}$

Suy ra $\min\limits_{-1;2} f\ x = f\ -1 = 0$

Câu 30. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. **B.** $y=x^3+2x$.

C. $y=2x^2+1$. **D.** $y=2x^4+x^2$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3+2x$

$y'=3x^2+2>0,\forall x\in\mathbb{R}$

Suy ra hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 31. Cho $0<x\neq 1, y>0$ thỏa mãn $\log_2 x=y$ và $\log_x y=\dfrac{3}{y}$. Tổng $x+y$ bằng

A. 256. **B.** 264. **C.** 18. **D.** 70.

Lời giải

Ta có: $\log_2 x=y\Leftrightarrow x=2^y$.

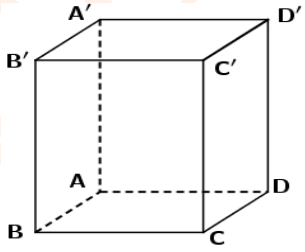
Do đó: $\log_x y=\dfrac{3}{y}\Leftrightarrow \log_{2^y} y=\dfrac{3}{y}\Leftrightarrow \dfrac{1}{y}\log_2 y=\dfrac{3}{y}\Leftrightarrow \log_2 y=3\Leftrightarrow y=8$.

Với $y=8\Rightarrow x=256$. Vậy $x+y=256+8=264$.

Câu 32. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng $A'D$ và CD' bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải



Vì CD' // $A'B$ nên $\left(A'D;CD'\right)=\left(A'D;A'B\right)=DA'B=60°$ (do tam giác $A'BD$ đều).

Câu 33. Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $J=\int_0^2\left[4f(x)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu ?

A. $J=9$. **B.** $J=18$. **C.** $J=6$. **D.** $J=4$.

Lời giải

$J=\int_0^2\left[4f(x)-3\right]\mathrm{d}x=4\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^2 3\mathrm{d}x=12-3x\big|_0^2=12-6=6$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{1}$ là

A. $2x+3y+z-11=0$. **B.** $2x+3y+z+11=0$. **C.** $2x-3y+z-11=0$. **D.** $2x-3y+z+11=0$.

Lời giải

Đường thẳng $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{1}$ có vecto chỉ phương là: $\vec{u}=(2;3;1)$

Ta có mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;3)$ và vuông góc đường thẳng $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{1}$ nên nhận vecto chỉ phương của đường thẳng làm vecto pháp tuyến.
Phương trình mặt phẳng cần tìm là
$2(x-1)+3(y-2)+1(z-3)=0 \Leftrightarrow 2x+3y+z-11=0$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z(1+i)=3-5i$ .Tính mô-đun của z.

A. $|z|=4$. **B.** $|z|=\sqrt{17}$. **C.** $|z|=16$. **D.** $|z|=17$.

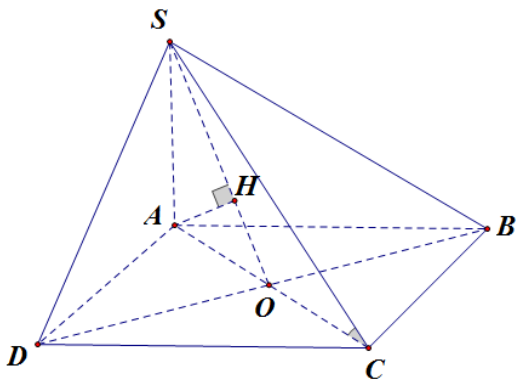
Lời giải

Ta có: $z(1+i)=3-5i \Leftrightarrow z=\frac{3-5i}{1+i}=-1-4i \Rightarrow |z|=|-1-4i|=\sqrt{17}$.

Câu 36. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $BAD=60°$. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC và mặt đáy bằng $60°$. Khoảng cách từ C đến mặt phẳng SBD là

A. $\frac{3a}{\sqrt{13}}$. **B.** $\frac{a}{\sqrt{13}}$. **C.** $\frac{9a}{\sqrt{13}}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{7}$.

Lời giải



Ta có: $BD \perp (SAO) \Rightarrow (SBD) \perp (SAO)$

$AH \perp SO \Rightarrow AH \perp (SBD)$

$d(C,(SBD)) = d(A,(SBD)) = AH$

$AO=\frac{a\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AC=a\sqrt{3}$.

$SA \perp (ABCD) \Rightarrow (SC,(ABCD)) = SCA = 60°$.

$\tan SCA = 60° \Rightarrow \tan 60° = \frac{SA}{AC} \Rightarrow SA = AC.\sqrt{3} = 3a$

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AO^2}+\frac{1}{SA^2} \Rightarrow AH=\sqrt{\frac{AO^2.SA^2}{AO^2+SA^2}}=\sqrt{\frac{9a.\frac{3}{4}a}{9a+\frac{3}{4}a}}=\frac{3a}{\sqrt{13}}$.

Câu 37. Có 30 chiếc thẻ được đánh số thứ tự từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên 1 chiếc thẻ, tính xác suất để chọn được thẻ ghi số chia hết cho 3

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=C_{30}^{1}$

Gọi A là biến cố : "thẻ ghi số chia hết cho 3''

$A=\{3,6,9,12,15,18,21,24,27,30\} \Rightarrow n(A)=10$.

Xác suất của biến cố A là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{10}{30}=\frac{1}{3}$.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$, $B(-2;3;1)$. Đường thẳng đi qua A và song song OB có phương trình

A. $\begin{cases}x=1-4t\\y=2-6t\\z=-3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t\\z=-3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-2+t\\y=3+2t\\z=1-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t\\z=-3-t\end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua A và song song OB nhận $\overrightarrow{OB}=(-2;3;1)$ làm véc tơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases}x=1-2t\\y=2+3t\\z=-3+t\end{cases}$.

Câu 39. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[\log_7^2(7x)-6\log_7 x+2\right]\sqrt{27-3^{x-341}}\le 0$?

A. 0. **B.** 338. **C.** 337. **D.** 1.

Lời giải

$$\left[\log_7^2(7x)-6\log_7 x+2\right]\sqrt{27-3^{x-341}}\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left[\log_7^2(7x)-6\log_7 x+2\right]\sqrt{27-3^{x-341}}<0\\ \left[\log_7^2(7x)-6\log_7 x+2\right]\sqrt{27-3^{x-341}}=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\27-3^{x-341}>0\\\log_7^2(7x)-6\log_7 x+2<0\end{cases}\\ 27-3^{x-341}=0 \ \vee \ \log_7^2(7x)-6\log_7 x+2=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}0<x<344\\\log_7^2 x-4\log_7 x+3<0\end{cases}\\ x=344 \ \vee \ \log_7^2 x-4\log_7 x+3=0\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}0<x<344\\1<\log_7 x<3\end{cases}\\ x=344 \ \vee \ \log_7 x=1 \ \vee \ \log_7 x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}7<x<343\\ x=344 \ \vee \ x=7 \ \vee \ x=343\end{array}\right.$$.

Mà x là số nguyên nên $x \in \{7,8,9,...,342,343,344\}$

Vậy ta có 338 giá trị nguyên của x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 40. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	1	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$
			-2				-1		

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)) = 0$ là

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 8.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $f'(f(x)) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x) = -1 \\ f(x) = 0 \\ f(x) = 2 \end{array}\right.$.

Phương trình $f(x) = -1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f(x) = 2$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f'(f(x)) = 0$ có 9 nghiệm thực phân biệt.

Câu 41. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x\ln x + 1,\ \forall x \in (0;+\infty)$ và $f(1) = \frac{3}{4}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{4}$, khi đó $F(e)$ bằng

A. $\frac{e^3}{3} - \frac{e^2}{12}$. **B.** $\frac{e^3}{12} + \frac{e^2}{3}$. **C.** $\frac{e^3}{12} - \frac{e^2}{3}$. **D.** $\frac{e^3}{3} + \frac{e^2}{12}$.

Lời giải

Ta có $f(x) = \int f'(x)\,dx = \int (x\ln x + 1)dx = \frac{x^2 \ln x}{2} - \frac{x^2}{4} + x + C,\ \forall x \in (0;+\infty)$.

Với $f(1) = \frac{3}{4} \Rightarrow C = 0$.

Lại có $F(e) = \int_1^e \left(\frac{x^2\ln x}{2} - \frac{x^2}{4} + x\right) + F(1) = \left(\frac{x^3\ln x}{6} - \frac{5}{36}x^3 + \frac{x^2}{2}\right)\Big|_1^e + \frac{1}{4} = \frac{e^3}{36} + \frac{e^2}{2} - \frac{1}{9}$.

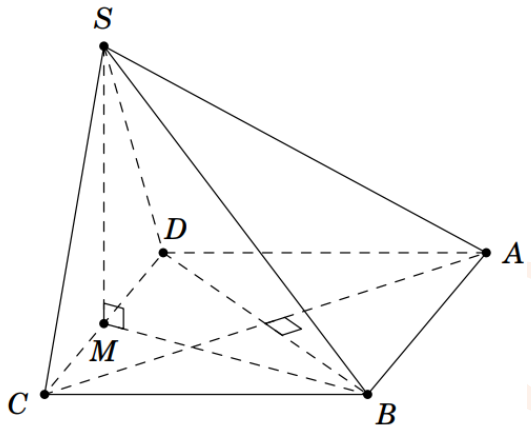
Không có đáp án trên đề.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $BAD = 120^\circ$, cạnh bên $SB = 2a$. Mặt bên (SCD) nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Hình chiếu

vuông góc của điểm S lên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm của cạnh CD. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Lời giải



Ta có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, góc $BAD = 120^o$, suy ra tam giác ABC đều.

$\Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2$.

Xét tam giác BCM, với M là trung điểm của CD, ta có

$MB^2 = BC^2 + CM^2 - 2BC.CM\cos 120^o = \frac{7}{4}a^2$.

Xét tam giác vuông SBM, có $SM = \sqrt{SB^2 - MB^2} = \frac{3}{2}a$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SM.S_{ABCD} = \frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 43. Trong tập số phức $\mathbb{C}$, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $(0;20)$ để phương trình trên có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2}$?

A. 13. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Ta có:

$$z_1\overline{z_1} = z_2\overline{z_2} \Leftrightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2.$$

Phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ có $\Delta' = 9 - m$.

Trường hợp 1: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 9$.

Khi đó phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$z_1 = 3 - \sqrt{9-m}, z_2 = 3 + \sqrt{9-m} \Rightarrow |z_1|^2 = |z_2|^2 \Rightarrow \sqrt{9-m} = 0 \Rightarrow m = 9.$$

So sánh điều kiện ta thấy $m = 9$ không thỏa điều kiện.

Trường hợp 2: $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m \ge 9$.

Khi đó phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ luôn có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 = |z_2|^2$.

Số các giá trị nguyên của tham số m trong khoảng $[9;20)$ là 11 giá trị.

Câu 44. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z^2-z+1|$. Giá trị của $M.m$ bằng

A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{13\sqrt{3}}{8}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

Hướng dẫn giải

Đặt $z=a+bi(a,b\in\mathbb{R})$. Vì $|z|=1$ nên $a^2+b^2=1\Rightarrow a\in[-1;1]$;

$|z+1|=|a+1+bi|=\sqrt{(a+1)^2+b^2}=\sqrt{2(1+a)}$.

$z^2+1=(a+bi)^2+a^2+b^2=2a(a+bi)=2az$.

Do đó ta có:

$$\begin{aligned}P&=|z+1|+|z^2-z+1|\\&=\sqrt{2(a+1)}+|2az-z|\\&=\sqrt{2(a+1)}+|z||2a-1|\\&=\sqrt{2a+2}+|2a-1|\end{aligned}$$

Trường hợp 1: $\frac{1}{2}\le a\le 1$.

Khi đó $P=\sqrt{2a+2}+2a-1$. Xét hàm số $f(a)=2a+\sqrt{2a+2}-1$ với $a\in\left[\frac{1}{2};1\right]$. Dễ dàng tìm được $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]}f(a)=\sqrt{3}$ và $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};1\right]}f(a)=3$.

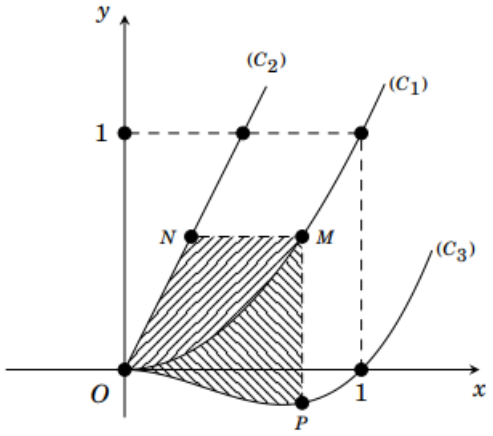
Trường hợp 2: $-1\le a\le\frac{1}{2}$.

Khi đó $P=-2a+\sqrt{2a+2}-1$. Xét hàm số $g(a)=-2a+\sqrt{2a+2}+1$ với $a\in\left[-1;\frac{1}{2}\right]$. Tìm được $\min\limits_{\left[-1;\frac{1}{2}\right]}g(a)=\sqrt{3}$ và $\max\limits_{\left[-1;\frac{1}{2}\right]}g(a)=\frac{13}{4}$.

So sánh hai trường hợp, ta có $m=\sqrt{3}$ và $M=\frac{13}{4}$.

Câu 45. Cho $(C_1),(C_2)$ và (C_3) lần lượt là đồ thị của các hàm số $y=x^2, y=2x$ và $y=f(x)$ trên đoạn $[0;1]$, $f(0)=0$. Từ một điểm M nằm trên đồ thị (C_1) và vẽ các đường thẳng song song với các trục tọa độ lần lượt cắt (C_2) tại N, cắt (C_3) tại P sao cho diện tích hình phẳng OMN, bằng diện tích hình phẳng OMP (tham khảo hình bên). Khi đó, hàm số $y=f(x)$ là

A. $f(x)=x^3-x^2$ **B.** $f(x)=x^2-x^3$ **C.** $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}x^2$ **D.** $f(x)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{3}x$



Hướng dẫn giải

Gọi $F(x)$ là nguyên hàm của hàm $f(x)$ trên $[0;1]$.

Gọi $M \in (C_1)$ có tọa độ là $M(m;m^2)$ với $m \in (0;1)$, suy ra $N\left(\frac{m^2}{2};m^2\right)$ và $P(m;f(m))$.

Ta có:

$$\int_0^{m^2}\left(\sqrt{y}-\frac{y}{2}\right)dy=\int_0^{m}\left(x^2-f(x)\right)dx$$

Ta có: $\frac{2}{3}m^3-\frac{m^4}{4}=\frac{1}{3}m^3-F(m)+F(0)\Rightarrow F(m)=\frac{1}{4}m^4-\frac{1}{3}m^3+F(0)\Rightarrow f(m)=m^3-m^2$.

Cho m thay đổi ta có $f(x)=x^3-x^2$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1+t\\y=1-t\\z=1-t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha):x+y+z-3=0$.

Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α), cắt và vuông góc với đường thẳng d

A. $\begin{cases}x=1\\y=1-2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Gọi $d\cap(\alpha)\equiv M\Rightarrow M(1+t;1-t;1-t)$

Lại có $M\in(\alpha)$ suy ra: $1+t+1-t+1-t-3=0\Rightarrow t=0$. Vậy $M(1;1;1)$.

Do $\Delta\in(\alpha),\Delta\cap d,\Delta\perp d\Rightarrow\left[\overrightarrow{n_\alpha};\overrightarrow{u_d}\right]=(0;2;-2)$ là 1 vecto chỉ phương của Δ

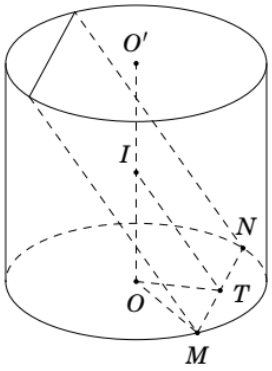
Chọn $\vec{u}=(0;1;-1)$ là vecto chỉ phương của Δ.

Vậy phương trình đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=1+t\end{cases}$. Chọn D

Câu 47 . Cho hình trụ có hai đáy là hình tròn $(O);(O')$, chiều cao bằng $2a$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua trung điểm OO' tạo với OO' 1 góc 30^o. Biết (α) cắt đường tròn đáy theo một dây cung có độ dài $\frac{2a\sqrt{6}}{3}$. Tính theo a thể tích khối trụ đã cho

A. πa^3. **B.** $\frac{2\pi a^3}{3}$ **C.** $2\pi a^3$. **D.** $\pi\sqrt{2}a^3$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của OO', M,N là giao điểm của (α) với đường tròn (O).

Gọi T là trung điểm $MN \Rightarrow OT \perp MN$. Dễ thấy IT là hình chiếu vuông góc của OO' lên mp(α)

Suy ra góc giữa $(OO';(\alpha)) = OIT = 30^o$.

Xét tam giác vuông $OIT: OT = OI.\tan 30^o = \frac{OO'}{2}.\tan 30^0 = \frac{a\sqrt{3}}{3}$

Bán kính $R = OM = \sqrt{OT^2 + MT^2} = \sqrt{\left(\frac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{a\sqrt{6}}{3}\right)^2} = a$.

Vậy thể tích khối trụ : $V = \pi R^2 h = \pi.a^2.2a = 2\pi a^3$.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số $(x;y)$ với $x;y$ là các số nguyên thỏa mãn đồng thời hai điều kiện sau:

$4.2^{y^4-2y^2} - 2\log_2(2x) + x = 0$ và $2\log_2(x+y) - x - y \geq 0$.

A. 2 **B.** 4 **C.** 9 **D.** 6

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = x + y\ (t > 0)$.

Ta có $2\log_2(x+y) - x - y \geq 0 \Leftrightarrow 2\log_2 t - t \geq 0$.

Xét hàm số $f(t) = 2\log_2 t - t$. Ta có $f'(t) = \frac{2}{t\ln 2} - 1$.

Phương trình $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{2}{t\ln 2} - 1 \Leftrightarrow t = \frac{2}{\ln 2}$.

Bảng biến thiên:

t	0		2		$\dfrac{2}{\ln 2}$		4		$+\infty$
$f'(t)$		$+$		$+$	0	$-$		$-$	
$f(t)$	$-\infty$	↗	0	↗	$f\left(\dfrac{2}{\ln 2}\right)$	↘	0	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có $f(t)\ge 0 \Leftrightarrow 2\le t\le 4 \Leftrightarrow 2\le x+y\le 4$.

Ta có: $4.2^{y^4-2y^2}-2\log_2(2x)+x=0 \Leftrightarrow 2^{y^4-2y^2+2}=2(1+\log_2 x)-x$

$\Leftrightarrow 2.\left(2^{\left(y^2-1\right)^2}-1\right)=2\log_2 x-x$

Do $\left(y^2-1\right)^2\ge 0 \Leftrightarrow 2.\left[2^{\left(y^2-1\right)^2}-1\right]\ge 0 \Rightarrow 2\log_2 x-x\ge 0 \Leftrightarrow 2\le x\le 4$.

* Với $x=2\Rightarrow y=\pm 1\Rightarrow (x;y)=(2;1)$ thỏa mãn $2\le x+y\le 4$.

* Với $x=3$ ta có $\begin{cases}2\log_2 3\notin\mathbb{N}\\ 2\left(2^{\left(y^2-1\right)^2}-1\right)\in\mathbb{N}\end{cases}$ nên không có giá trị y thỏa mãn.

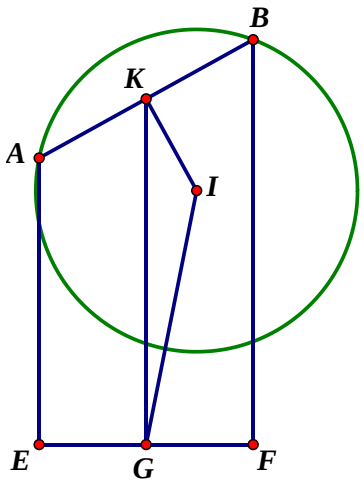
* Với $x=4\Rightarrow y=\pm 1\Rightarrow (x;y)=(4;-1)$ thỏa mãn $2\le x+y\le 4$.

Vậy có 2 cặp số thỏa mãn đề bài.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+y+z+4=0$, đường thẳng $d:\dfrac{x-2018}{1}=\dfrac{y-2019}{2}=\dfrac{z-2020}{2}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x-6y+4z+11=0$. A,B là hai điểm bất kì trên (S) sao cho hai mặt phẳng tiếp xúc với (S) tại hai điểm A,B vuông góc với nhau. Gọi A',B' là hai điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho AA' và BB' cùng song song với d. Giá trị lớn nhất của biểu thức $AA'+BB'$ là

A. $\dfrac{54+18\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\dfrac{27+9\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{27+9\sqrt{6}}{5}$. **D.** $\dfrac{54+18\sqrt{6}}{5}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(4;3;-2)$ và bán kính $R=3\sqrt{2}$.

Gọi α là góc giữa d và (P), ta có $\sin\alpha=\dfrac{\left|\overrightarrow{u_d}.\overrightarrow{n_{(P)}}\right|}{\left|\overrightarrow{u_d}\right|.\left|\overrightarrow{n_{(P)}}\right|}=\dfrac{5}{3\sqrt{3}}$.

Từ giả thiết ta có $AIB=90^\circ\Rightarrow AB=6$. Gọi K là trung điểm AB, ta có $IK=\dfrac{1}{2}AB=3$.

Gọi E,F,G lần lượt là hình chiếu của A,B,K trên (P), ta có $AA'=\dfrac{AE}{\sin\alpha}$, $BB'=\dfrac{BF}{\sin\alpha}$.

Từ đó suy ra $AA'+BB'=\dfrac{1}{\sin\alpha}(AE+BF)=\dfrac{2}{\sin\alpha}KG\le\dfrac{2}{\sin\alpha}(KI+IG)$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi K,I,G thẳng hàng. Khi đó $IG=d(I,(P))=3\sqrt{3}$.

Vậy $AA'+BB'$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{6\sqrt{3}}{5}(3+3\sqrt{3})=\dfrac{54+18\sqrt{3}}{5}$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f(x^3-3x^2+m)$ có đúng 8 điểm cực trị là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $f'(x)=(x-1)^2(x^2-2x)=(x-1)^2x(x-2)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Do đó:

$$g'(x)=(3x^2-6x)f'(x^3-3x^2+m)=(3x^2-6x)(x^3-3x^2+m-1)^2(x^3-3x^2+m)(x^3-3x^2+m-2)$$

Hàm số có đúng 8 điểm cực trị khi và chỉ khi $3x^2-6x=0$ (1) có 2 nghiệm phân biệt, $x^3-3x^2+m=0$ (2) có 3 nghiệm phân biệt, $x^3-3x^2+m-2=0$ (3) có 3 nghiệm phân biệt và ba phương trình này đôi một không có nghiệm chung.

Ta có:

$(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

$(2)\Leftrightarrow x^3-3x^2=-m$

$(3)\Leftrightarrow x^3-3x^2=2-m$

Bảng biến thiên của hàm số $y=x^3-3x^2$:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$y'=3x^2-6x$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$y=x^3-3x^2$	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa trên bảng biến thiên của hàm số $y=x^3-3x^2$, ta có:

(2) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4<-m<0\Leftrightarrow 0<m<4$.

(3) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4<2-m<0\Leftrightarrow 2<m<6$.

Rõ ràng (2) và (3) không thể có nghiệm chung nào.

(1) và (2) không có nghiệm chung $\Leftrightarrow \begin{cases} -m \neq 0 \\ -m \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq 4 \end{cases}$.

(1) và (3) không có nghiệm chung $\Leftrightarrow \begin{cases} 2-m \neq 0 \\ 2-m \neq -4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 2 \\ m \neq 6 \end{cases}$.

Kết luận: $2 < m < 4$.

Đáp án chọn: **D.**

--------- HẾT--------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

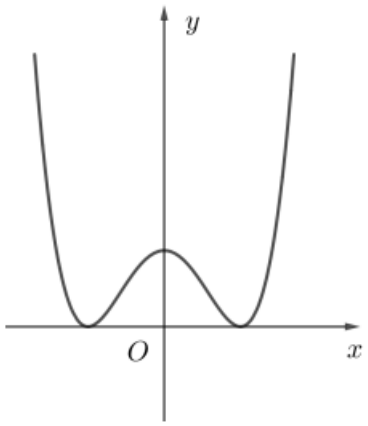
SỞ GDĐT HÀ NỘI

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3\left(ab^3\right)$ bằng

A. $\log_3 a+\frac{1}{3}\log_3 b$. **B.** $3\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **C.** $\log_3 a+3\log_3 b$. **D.** $3\log_3 a+\log_3 b$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3: Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi\,\text{cm}^2$. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 2cm. **B.** $2\sqrt{3}\,\text{cm}$. **C.** 4cm. **D.** $\sqrt[3]{12}\,\text{cm}$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{4}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=5$ bằng

A. 40π. **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 20π.

Câu 6: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=7$ bằng

A. 42. **B.** 32. **C.** 24. **D.** 14.

Câu 7: Tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\frac{x+2}{-2x+1}$ có phương trình:

A. $x=-\frac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=-2$.

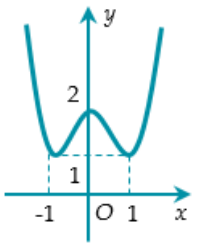
Câu 8: Cho số phức $z=-3+5i$. Phần ảo của số phức z bằng

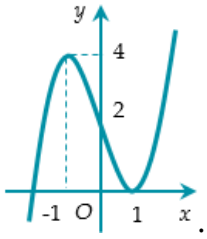
A. $5i$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -3.

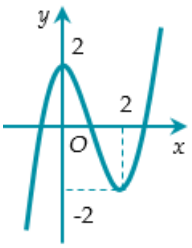
Câu 9: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là

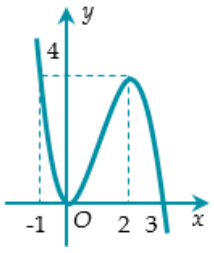
A. $(0;-2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;2)$.

Câu 10: Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là đường cong trong hình nào dưới đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

Câu 11: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$ với trục hoành là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 12: Số phức liên hợp của số phức $z=5-2i$ là

A. $\bar{z}=5+2i$. **B.** $\bar{z}=-5-2i$. **C.** $\bar{z}=2+5i$. **D.** $\bar{z}=-5+2i$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2)=-1, f(3)=5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Câu 14: Cho $k,n\in\mathbb{N}^*$ và $n\geq k$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=n!$.

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ là

A. $-\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $\ln x$. **C.** $-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $\ln x+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f\ x$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $-\infty;4$. **B.** $-2;3$. **C.** $-\infty;-2$. **D.** $0;+\infty$.

Câu 17: Phương trình $\log_3\ x-5\ =2$ có nghiệm là

A. $x=7$. **B.** $x=14$. **C.** $x=11$. **D.** $x=13$.

Câu 18: Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x-1$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

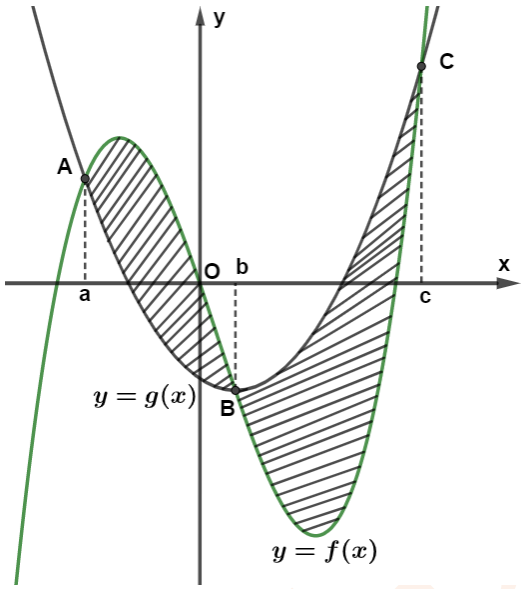
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 19: Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $\left[\int f\ x\ \mathrm{d}x\right]'=f\ x$. **B.** $\int\left[f\ x\ \right]'\mathrm{d}x=f\ x\ +C$.

C. $\int kf\ x\ \mathrm{d}x = k\int f\ x\ \mathrm{d}x$. **D.** $\int [f\ x + k]\mathrm{d}x = \int f\ x\ \mathrm{d}x + \int k\,\mathrm{d}x$.

Câu 20: Cho hàm số $y = f\ x$ và hàm số $y = g\ x$ có đồ thị như hình vẽ



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^c [g\ x - f\ x]\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_a^c |f\ x - g\ x|\mathrm{d}x$.

C. $S = \left|\int_a^c [f\ x - g\ x]\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S = \int_a^c [f\ x - g\ x]\mathrm{d}x$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=-1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0$. **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2+2t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = 3-3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = -2-2t \\ z = 3+3t \end{cases}$.

Câu 23: Số cạnh của hình lập phương bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Câu 24: Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim 2^n$. **B.** $\lim\left(\frac{8}{3}\right)^n$. **C.** $\lim 4^n$. **D.** $\lim\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Câu 25: Vec tơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$?

A. $\vec{u_4}(2;1;3)$. **B.** $\vec{u_3}(3;-2;1)$. **C.** $\vec{u_1}(-2;-1;3)$. **D.** $\vec{u_2}(3;-2;-1)$.

Câu 26: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{k}$. Toạ độ điểm M là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-27=0$. Toạ độ tâm của mặt cầu (S) là

A. $(1;-2;2)$. **B.** $(-2;4;-4)$. **C.** $(-1;2;-2)$. **D.** $(2;-4;4)$.

Câu 29: Cắt một khối trụ có chiều cao $5dm$ bởi một mặt phẳng vuông góc với trục thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu là $18\pi\ dm^2$. Tổng diện tích toàn phần của hai khối trụ mới bằng

A. $51\pi\ dm^2$. **B.** $66\pi\ dm^2$. **C.** $144\pi\ dm^2$. **D.** $48\pi\ dm^2$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y=3$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=5$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=7$.

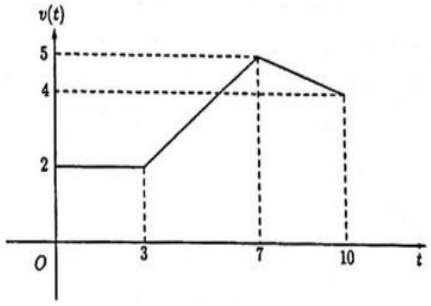
Câu 31: Cho a,b,c là các số thực dương, $a\neq 1$ và $\log_a b=5, \log_a c=7$. Tính giá trị của biểu thức $P=\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{c}\right)$.

A. $P=-4$. **B.** $P=4$. **C.** $P=-1$. **D.** $P=1$.

Câu 32: Một phòng thi có 24 thí sinh trong đó có 18 thí sinh nam, 6 thí sinh nữ. Cán bộ coi thi chọn ngẫu nhiên 2 thí sinh chứng kiến niêm phong bì đề thi. Xác suất để chọn được một thí sinh nam và một thí sinh nữ bằng

A. $\dfrac{9}{46}$. **B.** $\dfrac{3}{46}$. **C.** $\dfrac{2}{23}$. **D.** $\dfrac{9}{23}$.

Câu 33: Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc $v(m/s)$ phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

A. $\dfrac{63}{2}$m. **B.** $\dfrac{67}{2}$m.

C. $\dfrac{61}{2}$m. **D.** $\dfrac{65}{2}$m.

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2}\le 4$ là

A. $[-2;2]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

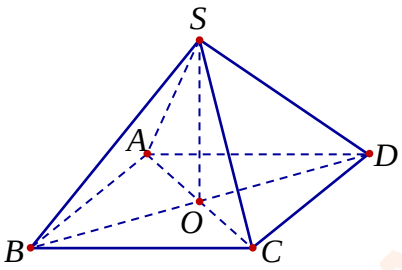
Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-2y-2z+1=0$ và $(Q):x-2y-2z+7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 2.

Câu 36: Tính môđun của số phức z biết $\bar{z}=(4-3i)(1+i)$.

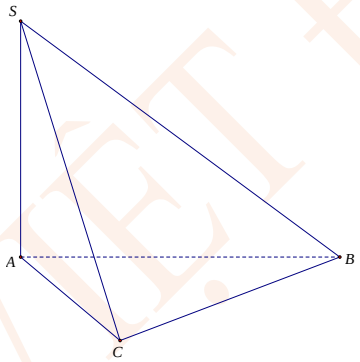
A. $|z|=50$. **B.** $|z|=5\sqrt{2}$. **C.** $|z|=7\sqrt{2}$. **D.** $|z|=25\sqrt{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD (tham khảo hình bên). Biết $SO=a$, khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a Cạnh bên $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Câu 39: Tìm số phức z thỏa mãn $z+2\bar{z}=6-3i$.

A. $z=2-3i$. **B.** $z=-2+3i$. **C.** $z=-2-3i$. **D.** $z=2+3i$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^1 f(x)dx=1$, $\int_0^1 g(x)dx=3$. Tích phân $\int_0^1[2f(x)+3g(x)]dx$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 41: Cho số thực dương $x\left(x\neq 1, x\neq \frac{1}{2}\right)$ thỏa mãn $\log_x(16x)=\log_{2x}(8x)$. Giá trị $\log_x(16x)$ bằng $\log\frac{m}{n}$ với m và n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tổng $m+n$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 9.

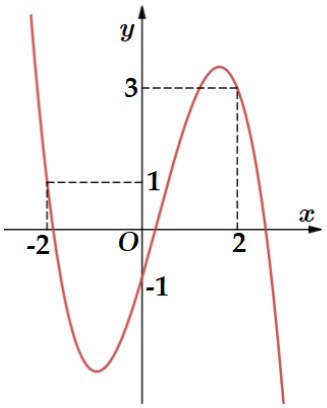
Câu 42: Cho lăng trụ ABC.A′B′C′ có diện tích tam giác A′BC bằng 4, khoảng cách từ A đến BC bằng 3, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng 30^o. Thể tích khối lăng trụ ABC.A′B′C′ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 43: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\frac{z}{z^2+2\bar{z}}$ là số thực và $(z+2)(\bar{z}+2i)$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên.



Đặt hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{4}-\frac{x^2}{4}+x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là

A. $(-\infty;-5]$. **B.** $(-5;-1)$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $h(x)=|f(x)-m|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 21. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 20.

Câu 46: Cho bất phương trình $8^x+3x.4^x+(3x^2+2)2^x\le(m^3-1)x^3+2(m-1)x$. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có đúng 5 nghiệm nguyên dương phân biệt là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm M, d cắt tia Ox tại A và cắt mặt phẳng (Oyz) tại B sao cho $MA=2MB$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\frac{5\sqrt{17}}{2}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

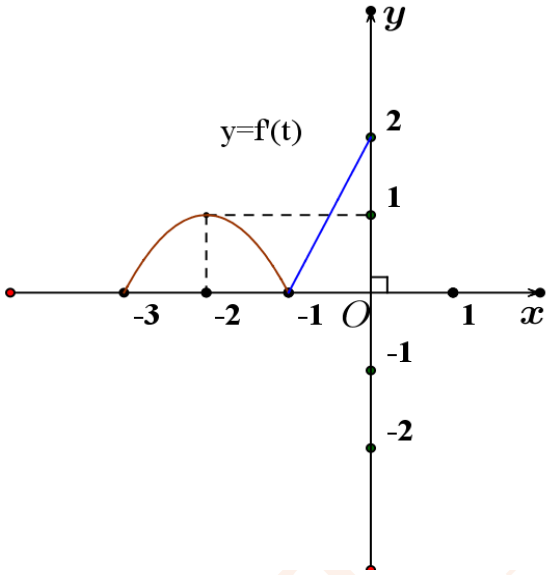
Câu 48: Cho hai số phức z,w phân biệt thỏa mãn $|z|=|w|=4$ và $(z-i)(\bar{w}+i)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{15}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(1;2;2), I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A,B và tiếp xúc mặt phẳng (Oxy) tại điểm C. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IC bằng

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị $y=f'(x)$ trên $[-3;0]$ như hình vẽ sau (phần đường cong của đồ thị là một phần của parabol $y=ax^2+bx+c$).



Cho $\int_{e^{-3}}^{1}\frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$, giá trị $f(0)$ bằng

A. 1. **B.** $-\frac{7}{9}$. **C.** 2. **D.** $\frac{14}{9}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.B	5.D	6.A	7.C	8.B	9.C	10.C
11.A	12.A	13.D	14.C	15.D	16.C	17.B	18.A	19.C	20.B
21.D	22.B	23.B	24.D	25.D	26.B	27.A	28.A	29.B	30.D
31.A	32.D	33.B	34.A	35.D	36.B	37.D	38.A	39.D	40.D
41.A	42.B	43.B	44.C	45.B	46.B	47.A	48.B	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Với a,b là hai số thực dương tùy ý, $\log_3\left(ab^3\right)$ bằng

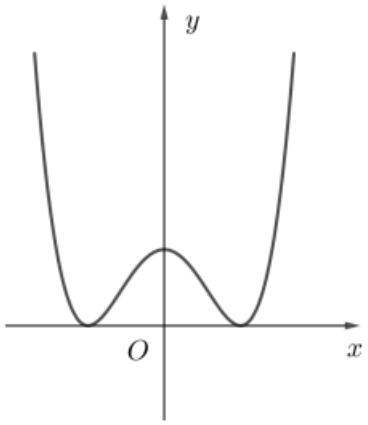
A. $\log_3 a+\frac{1}{3}\log_3 b$. **B.** $3\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **C.** $\log_3 a+3\log_3 b$. **D.** $3\log_3 a+\log_3 b$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_3\left(ab^3\right)=\log_3 a+\log_3 b^3=\log_3 a+3\log_3 b$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Câu 3: Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi\,\text{cm}^2$. Bán kính của mặt cầu đó bằng

A. 2cm. **B.** $2\sqrt{3}\,\text{cm}$. **C.** 4cm. **D.** $\sqrt[3]{12}\,\text{cm}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $S=16\pi\Leftrightarrow 4\pi R^2=16\pi\Leftrightarrow R=2$.

Câu 4: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{4}}$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $D=(3;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $D=\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y=\left(x^3-27\right)^{\frac{\pi}{4}}$ xác định khi $x^3-27>0\Leftrightarrow x>3$

Câu 5: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy $r=4$ và độ dài đường sinh $l=5$ bằng

A. 40π. **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 20π.

Lời giải

Chọn D

$S_{xq}=\pi rl=\pi.4.5=20\pi$.

Câu 6: Thể tích khối lăng trụ có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=7$ bằng

A. 42. **B.** 32. **C.** 24. **D.** 14.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lăng trụ là: $V=B.h=6.7=42$

Câu 7: Tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+2}{-2x+1}$ có phương trình:

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-}y=\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{x+2}{-2x+1}=+\infty$

Vậy $x=\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 8: Cho số phức $z=-3+5i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $5i$. **B.** 5. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Câu 9: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là

A. $(0;-2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;2)$.

Lời giải

Chọn B

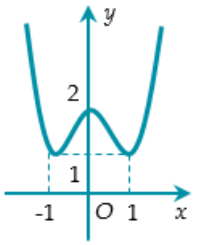
Ta có: $y'=3x^2-6x$

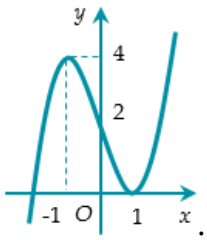
$$y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$$

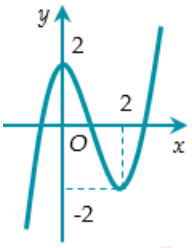
Ta có BBT:

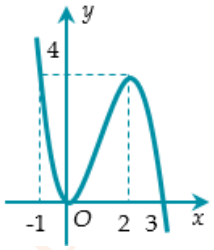
x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	2	↘	-2	↗	

Câu 10: Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ là đường cong trong hình nào dưới đây?

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Chọn C

Đây là đồ thị hàm bậc ba nên loại A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3 - 3x^2 + 2\right) = +\infty$ nên loại D

Thay tọa độ điểm $(0;2)$ và $(2;-2)$ ta thấy thỏa mãn phương trình hàm số.

Câu 11: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$ với trục hoành là

A. 4. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4 - 4x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 2+\sqrt{3} \\ x^2 = 2-\sqrt{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\sqrt{2+\sqrt{3}} \\ x = \pm\sqrt{2-\sqrt{3}} \end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm cần tìm là 4.

Câu 12: Số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$ là

A. $\bar{z} = 5 + 2i$. **B.** $\bar{z} = -5 - 2i$. **C.** $\bar{z} = 2 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -5 + 2i$.

Lời giải

Chọn A

Số phức liên hợp của số phức $z = 5 - 2i$ là $\bar{z} = 5 + 2i$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = -1, f(3) = 5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2;3]$. Khi đó $\int\limits_2^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

$\int\limits_2^3 f'(x)\mathrm{d}x = f(x)\Big|_2^3 = f(3) - f(2) = 5 - (-1) = 6$.

Câu 14: Cho $k,n\in\mathbb{N}^*$ và $n\geq k$. Công thức nào dưới đây đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!k!}$. **D.** $C_n^k=n!$.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết: công thức tính số các tổ hợp chập k của n phần tử.

Câu 15: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ là

A. $-\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $\ln x$. **C.** $-\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $\ln x+C$.

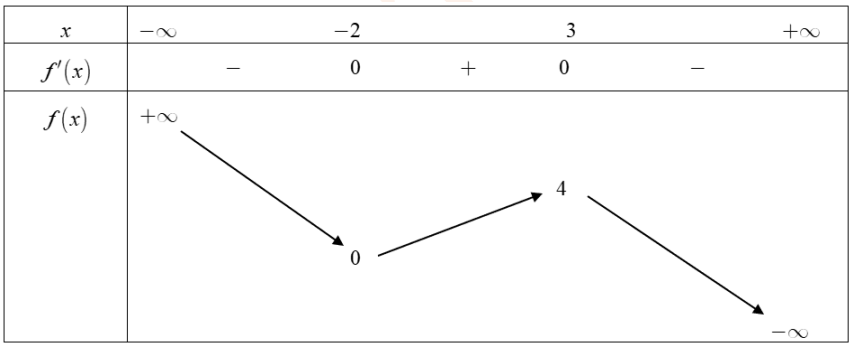
Lời giải

Chọn D

$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C$

Vì xét trên khoảng $(0;+\infty)$ nên $\int f(x)\mathrm{d}x=\ln x+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f\ x$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $-\infty;4$. **B.** $-2;3$. **C.** $-\infty;-2$. **D.** $0;+\infty$.

Lời giải

Chọn C

Câu 17: Phương trình $\log_3\ x-5\ =2$ có nghiệm là

A. $x=7$. **B.** $x=14$. **C.** $x=11$. **D.** $x=13$.

Lời giải

Chọn B

$\log_3\ x-5\ =2\Leftrightarrow x-5=3^2\Leftrightarrow x=14.$

Câu 18: Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm $f'\ x\ =x\ x-1$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'\left(x\right)$:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ ta suy ra hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 19: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và k là một số thực. Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. $\left[\int f\left(x\right)\mathrm{d}x\right]'=f\left(x\right)$. **B.** $\int\left[f\left(x\right)\right]'\mathrm{d}x=f\left(x\right)+C$.

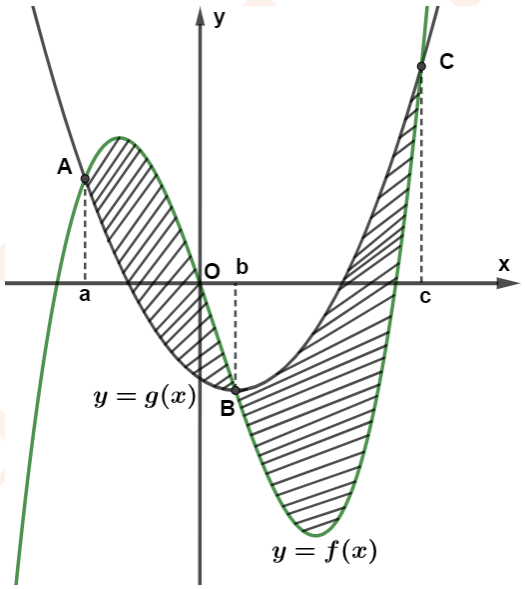
C. $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x=k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\left[f\left(x\right)+k\right]\mathrm{d}x=\int f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int k\,\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn C

Đáp án C sai vì $\int kf\left(x\right)\mathrm{d}x=k\int f\left(x\right)\mathrm{d}x$ chỉ đúng khi hằng số $k\neq 0$.

Câu 20: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ và hàm số $y=g\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức

A. $S=\int\limits_{a}^{c}\left[g\left(x\right)-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{a}^{c}\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\left|\int\limits_{a}^{c}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x\right|$. **D.** $S=\int\limits_{a}^{c}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị hai hàm số cắt nhau tại 3 điểm phân biệt có hoành độ là a,b,c với $a<b<c$.

$\Rightarrow$ phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)$ có 3 nghiệm phân biệt $x=a;x=b;x=c$.

Do đó diện tích phần gạch chép trong hình vẽ là: $S=\int_a^c \left|f\ x\ -g\ x\right|\mathrm{d}x$

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0), B(0;3;0)$ và $C(0;0;4)$. Mặt phẳng (ABC) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=-1$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0$. **C.** $\frac{x}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Lời giải

Chọn D

Áp dụng phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn ta có mặt phẳng $(ABC):\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+3z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=3+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3-3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua A vuông góc với mặt phẳng (P) nhận vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) làm vectơ chỉ phương tức là $\vec{u}=(1;-2;3)$

Vậy phương trình đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=3+3t\end{cases}$.

Câu 23: Số cạnh của hình lập phương bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 10. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Câu 24: Trong các giới hạn sau, giới hạn nào bằng 0?

A. $\lim 2^n$. **B.** $\lim\left(\frac{8}{3}\right)^n$. **C.** $\lim 4^n$. **D.** $\lim\left(\frac{1}{4}\right)^n$.

Lời giải

Chọn D

Câu 25: Vec tơ nào sau đây là một vec tơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$?

A. $\overrightarrow{u_4}(2;1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}(3;-2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}(-2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_2}(3;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Vec tơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-3}{-1}$ là $\overrightarrow{u_2}(3;-2;-1)$.

Câu 26: Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

C. Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số $y=\log x$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\log x$ có

- Tập xác định: $(0;+\infty)$.

- Ta có $y=\log x \Rightarrow y'=\dfrac{1}{x\ln 10}>0,\ \forall x\in(0;+\infty)$.

Vậy hàm số $y=\log x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thoả mãn hệ thức $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{k}$. Toạ độ điểm M là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(0;2;1)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(2;1;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}+\vec{k}\Rightarrow M(2;0;1)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-27=0$. Toạ độ tâm của mặt cầu (S) là

A. $(1;-2;2)$. **B.** $(-2;4;-4)$. **C.** $(-1;2;-2)$. **D.** $(2;-4;4)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $x^2+y^2+z^2-2x+4y-4z-27=0\Leftrightarrow(x-1)^2+(y+2)^2+(z-2)^2=36$.

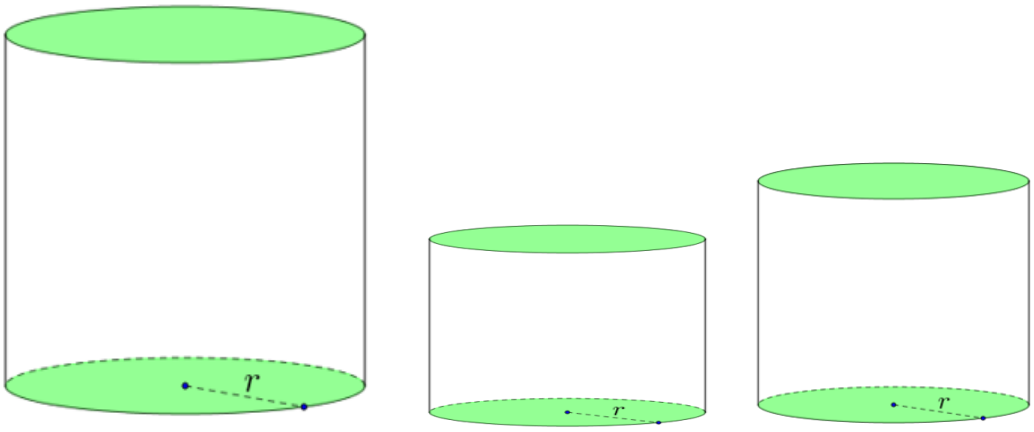
Mặt cầu (S) có toạ độ tâm là $(1;-2;2)$.

Câu 29: Cắt một khối trụ có chiều cao $5dm$ bởi một mặt phẳng vuông góc với trục thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu là $18\pi\ dm^2$. Tổng diện tích toàn phần của hai khối trụ mới bằng

A. $51\pi\ dm^2$. **B.** $66\pi\ dm^2$. **C.** $144\pi\ dm^2$. **D.** $48\pi\ dm^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi bán kính đáy của khối trụ là r.
Từ giả thiết ta có $2\pi r^2 = 18\pi \Leftrightarrow r = 3.$
Tổng diện tích toàn của hai khối trụ mới là
$S_{tp} = S_{tp1} + S_{tp2} = 4\pi r^2 + 2\pi r\left(h_1 + h_2\right) = 4\pi.9 + 2\pi.3.5 = 66\pi\, dm^2$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2;4]$ là

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 3$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = 0$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = 5$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = 7$.

Lời giải

Chọn D
Xét hàm số $y = x^3 - 3x + 5$ trên đoạn $[2;4]$.
Ta có $y' = 3x^2 - 3$.
Giải $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \notin [2;4] \\ x = -1 \notin [2;4] \end{array}\right.$.
Ta có $f(2) = 7; f(4) = 57$.
Suy ra $\min\limits_{[2;4]} y = f(2) = 7$.

Câu 31: Cho a, b, c là các số thực dương, $a \neq 1$ và $\log_a b = 5, \log_a c = 7$. Tính giá trị của biểu thức

$P = \log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{c}\right)$.

A. $P = -4$. **B.** $P = 4$. **C.** $P = -1$. **D.** $P = 1$.

Lời giải

Chọn A
$P = \log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{c}\right) = 2.\log_a\left(\dfrac{b}{c}\right) = 2.\left(\log_a b - \log_a c\right) = 2.(5-7) = -4$

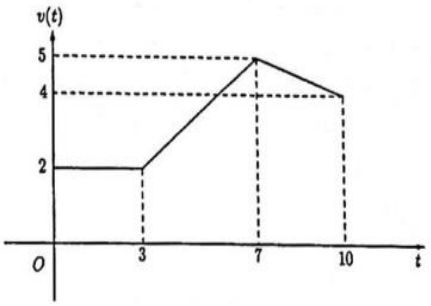
Câu 32: Một phòng thi có 24 thí sinh trong đó có 18 thí sinh nam, 6 thí sinh nữ. Cán bộ coi thi chọn ngẫu nhiên 2 thí sinh chứng kiến niêm phong bì đề thi. Xác suất để chọn được một thí sinh nam và một thí sinh nữ bằng

A. $\dfrac{9}{46}$. **B.** $\dfrac{3}{46}$. **C.** $\dfrac{2}{23}$. **D.** $\dfrac{9}{23}$.

Lời giải

Chọn D
Phép thử: Chọn ngẫu nhiên hai thí sinh trong 24 thí sinh
Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{24}^2 = 276$.
Gọi A là biến cố:chọn được 1 thí sinh nam và 1 thí sinh nữ
Suy ra $n(A) = C_{18}^1.C_6^1 = 18.6 = 108$.
Xác suất của biến cố A: $P(A) = \dfrac{108}{276} = \dfrac{9}{23}$.

Câu 33: Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc $v(m/s)$ phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ có đồ thị như hình vẽ sau:

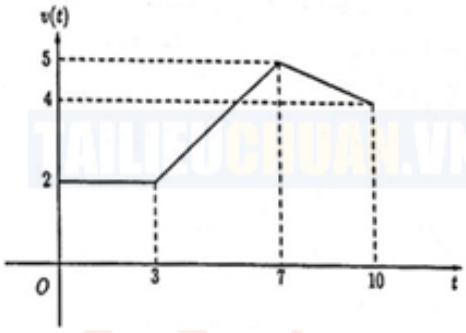


Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

A. $\frac{63}{2}$m. **B.** $\frac{67}{2}$m. **C.** $\frac{61}{2}$m. **D.** $\frac{65}{2}$m.

Lời giải

Chọn B



Ta có: $S_{10}=\int_0^{10}v(t)dt=\int_0^{3}v(t)dt+\int_3^{7}v(t)dt+\int_7^{10}v(t)dt=S_1+S_2+S_3$

Mà $S_1=2.3=6;S_2=\frac{(2+5)}{2}.4=14;S_3=\frac{5+4}{2}.3=\frac{27}{2}$

Suy ra: .

Câu 34: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2-2}\le 4$ là

A. $[-2;2]$. **B.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn A

$2^{x^2-2}\le 4\Leftrightarrow 2^{x^2-2}\le 2^2\Leftrightarrow x^2-4\le 0\Leftrightarrow -2\le x\le 2$

Câu 35: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P):x-2y-2z+1=0$ và $(Q):x-2y-2z+7=0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

A. 8. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 6. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Vì $\frac{1}{1}=\frac{-2}{-2}=\frac{-2}{-2}\ne\frac{1}{7}$ nên (P) song song với (Q).

Lấy $A(-1;0;0)\in(P)$.

Ta có $d\left((P),(Q)\right)=d\left(A,(Q)\right)=\dfrac{\left|-1-2.0-2.0+7\right|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+(-2)^2}}=\dfrac{6}{3}=2$.

Câu 36: Tính môđun của số phức z biết $\bar{z}=(4-3i)(1+i)$.

A. $|z|=50$. **B.** $|z|=5\sqrt{2}$. **C.** $|z|=7\sqrt{2}$. **D.** $|z|=25\sqrt{2}$.

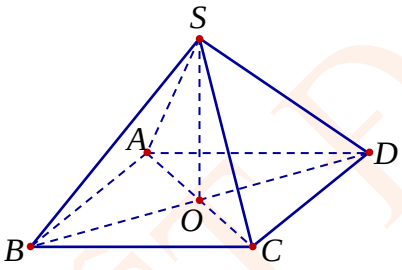
Lời giải

Chọn B

Ta có $\bar{z}=(4-3i)(1+i)\Leftrightarrow\bar{z}=7+i\Rightarrow z=7-i$.

Vậy $|z|=\sqrt{7^2+(-1)^2}=5\sqrt{2}$.

Câu 37: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng $2a$. Gọi O là giao điểm của AC và BD (tham khảo hình bên). Biết $SO=a$, khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (SBC) bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** .

Lời giải

Chọn D

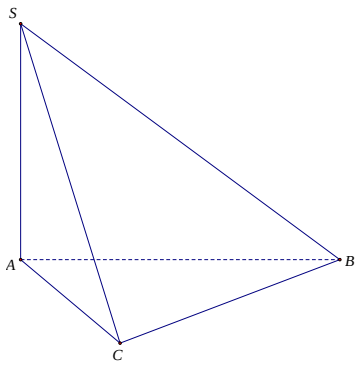
Ta có: $OB=OC=\dfrac{2a\sqrt{2}}{2}=a\sqrt{2}$.

Dễ thấy $SOBC$ là tứ diện vuông tại O nên $\dfrac{1}{d^2\left(O,(SBC)\right)}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$.

Do đó $\dfrac{1}{d^2\left(O,(SBC)\right)}=\dfrac{1}{a^2}+\dfrac{1}{2a^2}+\dfrac{1}{2a^2}=\dfrac{2}{a^2}$.

Suy ra $d\left(O,(SBC)\right)=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 38: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a Cạnh bên $SA=a$ và SA vuông góc với mặt phẳng đáy (tham khảo hình bên). Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 30^0.

Lời giải

Chọn A

Ta có $SA \perp (ABC)$ Suy ra góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng góc giữa hai đường thẳng SB và AB.

ΔSAB vuông cân tại A, suy ra $SBA = 45^0$.

Câu 39: Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 - 3i$.

A. $z = 2 - 3i$. **B.** $z = -2 + 3i$. **C.** $z = -2 - 3i$. **D.** $z = 2 + 3i$.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = x + yi (x; y \in \mathbb{R}) \Rightarrow \bar{z} = x - yi$

$$z + 2\bar{z} = 6 - 3i \Leftrightarrow 3x - yi = 6 - 3i \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases}$$

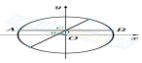
Câu 40: Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^1 f(x)dx = 1, \int_0^1 g(x)dx = 3$. Tích phân $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)]dx$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)]dx = 2\int_0^1 f(x)dx + 3\int_0^1 g(x)dx = 2.1 + 3.3 = 11$.

Câu 41: Cho số thực dương $x\left(x \neq 1, x \neq \frac{1}{2}\right)$ thỏa mãn $\log_x(16x) = \log_{2x}(8x)$. Giá trị  bằng $\log \frac{m}{n}$ với m và n là các số nguyên dương và phân số $\frac{m}{n}$ tối giản. Tổng $m + n$ bằng

A. 11. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 9.

Lời giải

Chọn A

$$\log_x(16x) = \log_{2x}(8x) \Leftrightarrow 4\log_x 2 + 1 = \frac{3\log_x 2 + 1}{\log_x 2 + 1} \Leftrightarrow 4\log_x^2 2 + 2\log_x 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \log_x 2 = 0 \ (vn) \\ \log_x 2 = -\frac{1}{2} \end{array}\right.$$

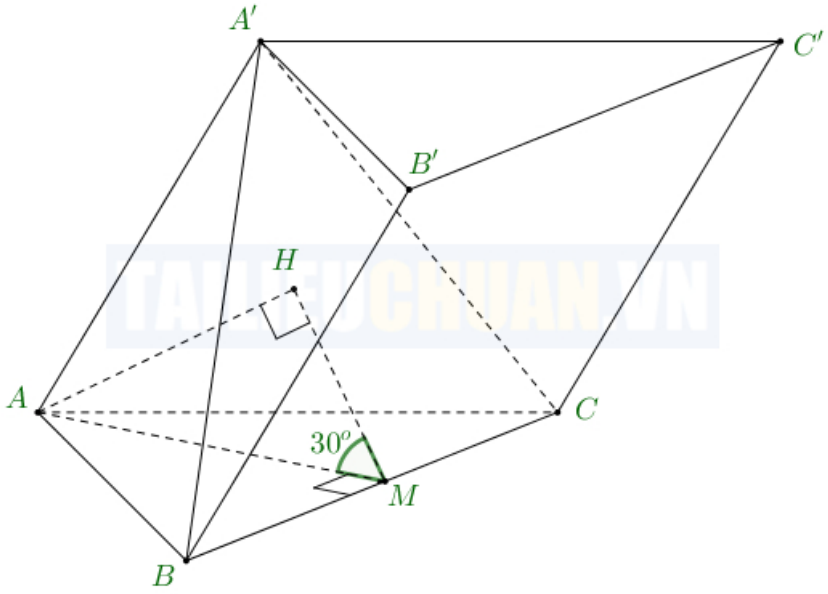
Suy ra $\log_x(16x) = 4\log_x 2 + 1 = -1 = \log\frac{1}{10}$. Do đó $m = 1, n = 10 \Rightarrow m + n = 11$.

Câu 42: Cho lăng trụ ABC.A′B′C′ có diện tích tam giác A′BC bằng 4, khoảng cách từ A đến BC bằng 3, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và $(A'B'C')$ bằng 30^o. Thể tích khối lăng trụ ABC.A′B′C′ bằng

A. 12. **B.** 6. **C.** 2. **D.** $3\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M, H lần lượt là hình chiếu của A trên BC và trên $(A'BC) \Rightarrow BC \perp (AMH)$

$\Rightarrow \left((A'BC),(A'B'C')\right) = \left((A'BC),(ABC)\right) = AMH = 30^o$.

Xét ΔAMH vuông tại H có: $AM = d(A, BC) = 3$; $AH = AM.\sin 30^o = \frac{3}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = 3V_{A.A'BC} = AH.S_{\Delta A'BC} = 6$.

Câu 43: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\frac{z}{z^2+2\bar{z}}=$ là số thực và $(z+2)(\bar{z}+2i)$ là số thuần ảo?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Đặt $z = a + bi\ (a, b \in \mathbb{R})$.

$$w = \frac{z}{z^2+2\bar{z}} = \frac{a+bi}{a^2+2a-b^2+2b(a-1)i} = \frac{(a+bi)\left(\left(a^2+2a-b^2\right)-2b(a-1)i\right)}{\left(a^2+2a-b^2\right)^2+4b^2(a-1)^2}$$

Xét:

$$= \frac{a\left(a^2+2a-b^2\right)+2b^2(a-1)}{\left(a^2+2a-b^2\right)^2+4b^2(a-1)^2} + \frac{b\left(a^2+2a-b^2\right)-2ab(a-1)}{\left(a^2+2a-b^2\right)^2+4b^2(a-1)^2}i.$$

w là số thực

x	0		x_0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$g(x_0)$	↗	$+\infty$

$$(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b = 0 \\ a^2 - 4a + b^2 = 0 \end{array}\right. \quad (3)$$

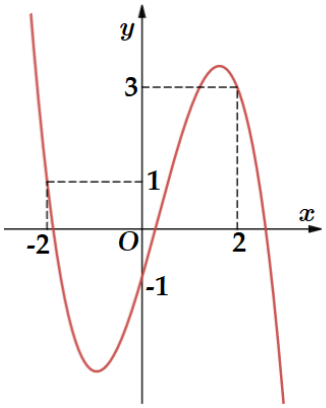
Xét: $w_1 = (z+2)(\bar{z}+2i) = (a+2+bi)\left(a+(2-b)i\right) = a^2+2a+b(b-2)+\left((a+2)(2-b)+ab\right)i$

w_1 là số thuần ảo $\Leftrightarrow a^2+2a+b^2-2b=0\ (4)$

Từ $(3),(4)$ ta có: $\left[\begin{cases} b=0 \\ a^2+2a=0 \end{cases} \right. \left. \begin{cases} a^2-4a+b^2=0 \\ a^2+2a+b^2-2b=0 \end{cases} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (a;b)=(0;0) \\ (a;b)=(-2;0) \\ \begin{cases} 10a^2-4a=0 \\ b=3a \end{cases} \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} (a;b)=(0;0) \quad (ktm\ (2)) \\ (a;b)=(-2;0) \ (ktm\ (2)) \\ (a;b)=\left(\frac{2}{5};\frac{6}{5}\right) \ (tm\ (2)) \end{array} \right.$

Vậy $z=\frac{2}{5}+\frac{6}{5}i$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho trong hình vẽ bên.



Đặt hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{4}-\frac{x^2}{4}+x$. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ là

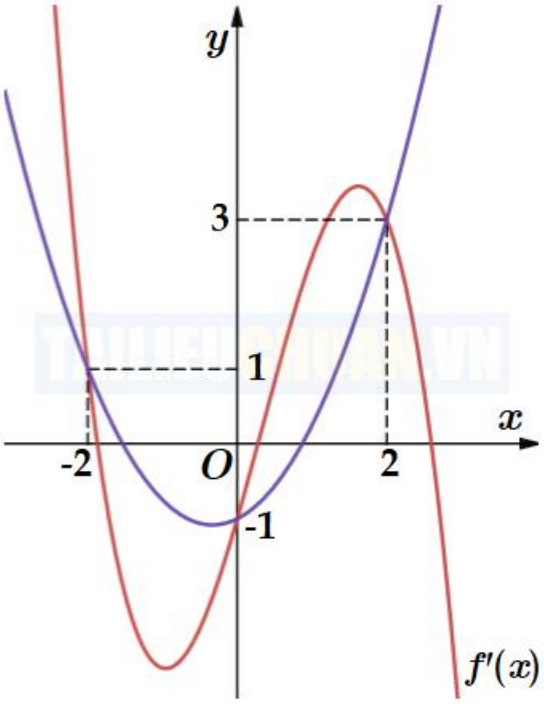
A. $(-\infty;-5]$. **B.** $(-5;-1)$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=f'(x)-\frac{3x^2}{4}-\frac{x}{2}+1\le 0 \Leftrightarrow f'(x)\le \frac{3x^2}{4}+\frac{x}{2}-1$

Phát họa đồ thị hàm số $f'(x), \frac{3x^2}{4}+\frac{x}{2}-1$ trên cùng một hệ trục tọa độ:



Từ hình vẽ ta thấy được $g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(x)<\frac{3x^2}{4}+\frac{x}{2}-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}-2<x<0\\ x>2\end{array}\right.$.

Nên hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

$\Rightarrow$ Hàm số $g(x+m)$ nghịch biến trên $(-2-m;-m)$ và $(2-m;+\infty)$.

Để $g(x+m)$ nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$ khi và chỉ khi $2-m\le 3 \Leftrightarrow m\ge -1$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $h(x)=|f(x)-m|$ có đúng 3 điểm cực trị?

A. 21. **B.** 19. **C.** 18. **D.** 20.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy được $f(x)-m$ có hai điểm cực trị, nên để hàm số $h(x)=|f(x)-m|$ có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $f(x)-m=0$ có một nghiệm bội lẻ $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.$.

Câu 46: Cho bất phương trình $8^x+3x.4^x+(3x^2+2)2^x\le(m^3-1)x^3+2(m-1)x$. Số các giá trị nguyên của tham số m để bất phương trình trên có đúng 5 nghiệm nguyên dương phân biệt là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn B

Ta có $8^x+3x.4^x+\left(3x^2+2\right)2^x\le\left(m^3-1\right)x^3+2(m-1)x$

$\Leftrightarrow 8^x+3x.4^x+3x^2.2^x+2^{x+1}\le m^3x^3-x^3+2mx-2x$

$\Leftrightarrow\left(2^x+x\right)^3+2\left(2^x+x\right)\le(mx)^3+2mx(1)$

Xét hàm số $f(t)=t^3+2t$, có $f'(t)=3t^2+2>0$

Nên $f(t)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$, khi đó:

$(1)\Leftrightarrow 2^x+x\le mx\Leftrightarrow\dfrac{2^x}{x}\le m-1$, do $x>0$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{2^x}{x}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{2^x\ln 2.x-2^x}{x^2}$, ta có $g'(x)=0\Leftrightarrow x=\log_2 e=x_0<1$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)$:

x	0		x_0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$g(x_0)$	$\nearrow$	$+\infty$

Do $f(1)=f(2)<f(5)$ nên để bất phương trình có 5 nghiệm nguyên dương:

$\Leftrightarrow\begin{cases}g(5)\le m-1\\ g(6)>m-1\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{37}{5}\le m<\dfrac{35}{3}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm M, d cắt tia Ox tại A và cắt mặt phẳng (Oyz) tại B sao cho $MA=2MB$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$. **B.** $\dfrac{5\sqrt{17}}{2}$. **C.** $\sqrt{17}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{17}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi $A(a;0;0)$ là giao điểm của d và Ox; $B(0;b;c)$ là giao điểm của d và (Oyz)

Ta có $MA=2MB\Rightarrow\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}a-1+2(0-1)=0\\ 0-2+2(b-2)=0\\ 0-3+2(c-3)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=3\\ b=3\\ c=\dfrac{9}{2}\end{cases}$

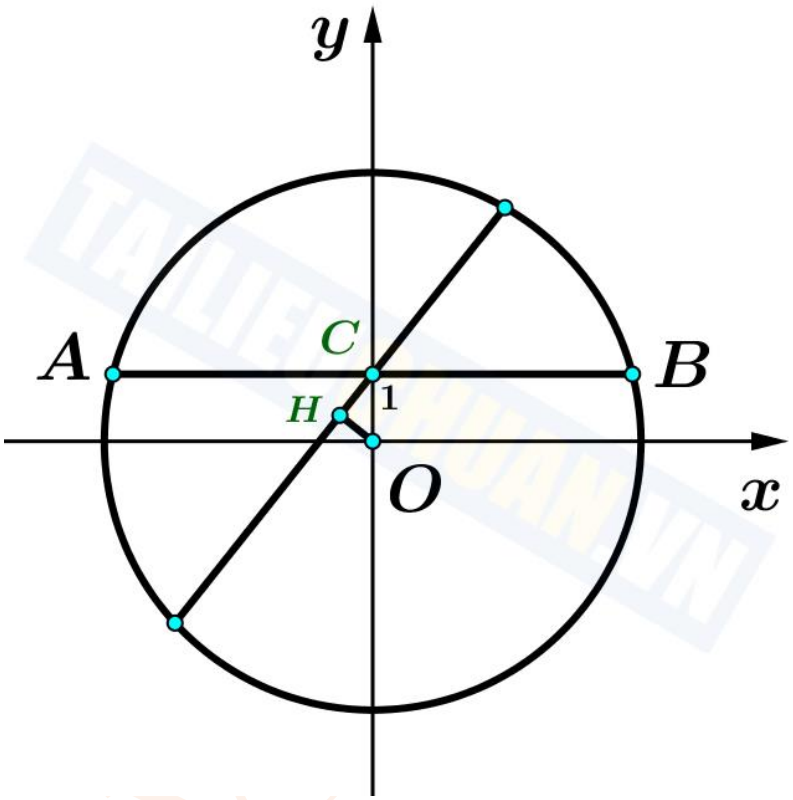
Khi đó $A(3;0;0), B\left(0;3;\dfrac{9}{2}\right)$ và $AB=\dfrac{3\sqrt{17}}{2}$

Câu 48: Cho hai số phức z, w phân biệt thỏa mãn $|z|=|w|=4$ và $(z-i)(\overline{w}+i)$ là số thực. Giá trị nhỏ nhất của $|z-w|$ bằng

A. $2\sqrt{14}$. **B.** $2\sqrt{15}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z, w

Ta có:

☞ $|z|=|w|=4$ suy ra A, B thuộc đường tròn tâm O, bán kính $R=4$

☞ $(z-i)(\overline{w}+i)$ là số thực nên đặt $(z-i)(\overline{w}+i)=a\in\mathbb{R}$ (1)

❖ Với $a=0\Rightarrow z=w=i$ (trái giả thiết $|z|=|w|=4$)

❖ Với $a\neq 0$: (1) $\Leftrightarrow z-i=\dfrac{a}{\overline{w}+i}=\dfrac{a}{|\overline{w}+i|^2}(w-i)=k(w-i)$, với $k=\dfrac{a}{|\overline{w}+i|^2}$

$\Rightarrow A, B, C(0;1)$ thẳng hàng

Khi đó $|z-w|=AB=2AH$, với H là trung điểm đoạn AB

Do đó để đoạn AB nhỏ nhất thì đoạn AH nhỏ nhất $\Leftrightarrow OH$ lớn nhất $\Leftrightarrow H\equiv C$

Khi đó: $|z-w|_{\min}=2AH=2\sqrt{R^2-OC^2}=2\sqrt{15}$

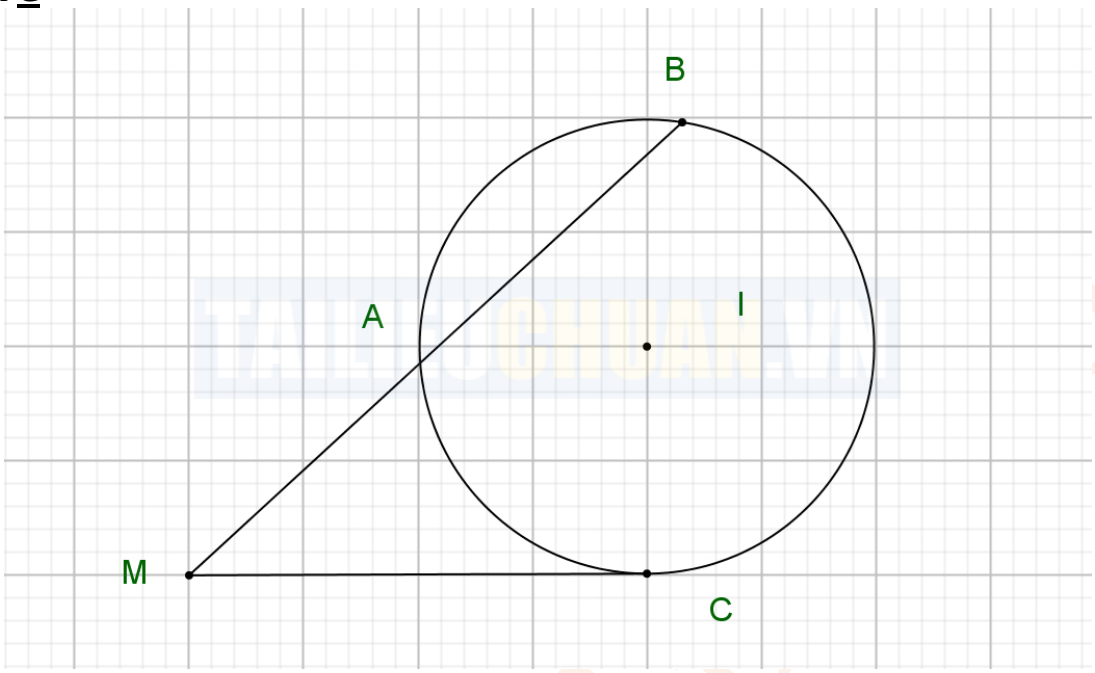
Vậy $|z-w|_{\min}=2\sqrt{15}$ khi C là trung điểm của AB

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(1;2;2), I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc mặt phẳng (Oxy) tại điểm C. Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IC bằng

A. $3\sqrt{2}$ **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C



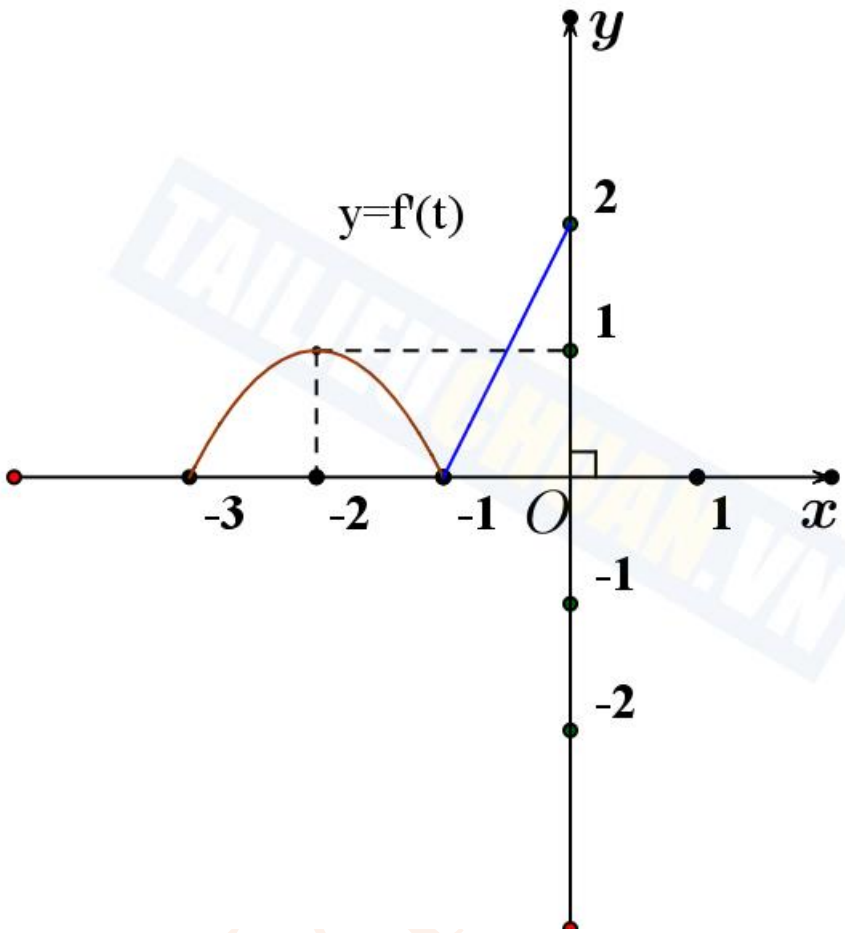
Ta có phương trình đường thẳng AB có dạng: $AB:\begin{cases}x=1\\y=1+t\\z=1+t\end{cases}$

$M=AB\cap(Oxy)\Rightarrow M(1;0;0)$

Tìr đó ta có được $MC^2=MA.MB=4\Leftrightarrow(x-1)^2+y^2-4$ với $x\in[-1;3]$

Suy ra: $IC^2=x^2+y^2+16=2x+19\le 2.3+19=25\Rightarrow IC_{\max}=5$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị $y=f'(x)$ trên $[-3;0]$ như hình vẽ sau (phần đường cong của đồ thị là một phần của parabol $y=ax^2+bx+c$).



Cho $\int_{e^{-3}}^{1}\frac{f(\ln x)}{x}\mathrm{d}x=\frac{2}{3}$, giá trị $f(0)$ bằng

A. 1. **B.** $-\frac{7}{9}$. **C.** 2. **D.** $\frac{14}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị trên ta được: $y=f'(x)=\begin{cases}-x^2-4x-3, & -3\le x\le -1\\ 2x+2, & -1\le x\le 0\end{cases}$.

Khi đó ta có: $\frac{2}{3}=\int_{e^{-}}^{1}\frac{f(\ln x)}{x}dx$

Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\frac{dx}{x}$. Đổi cận $\begin{cases}x=e^{-3}\\ x=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}t=-3\\ t=0\end{cases}\Rightarrow\frac{2}{3}=\int_{-3}^{0}f(t)dt=\int_{-3}^{0}f(x)dx$

Đặt $\begin{cases}u=f(x)\\ dv=dx\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}du=f'(x)dx\\ v=x+3\end{cases}$.

Suy ra $\frac{2}{3}=\int_{-3}^{0}f(x)dx=3f(0)-\int_{-3}^{0}(x+3)f'(x)dx=3f(0)-\int_{-3}^{-1}(x+3)f'(x)dx-\int_{-1}^{0}(x+3)f'(x)dx$

$=3f(0)-\int_{-3}^{-1}(x+3)\left(-x^2-4x-3\right)dx-\int_{-1}^{0}(x+3)(2x+2)dx=3f(0)-4\Rightarrow f(0)=\frac{14}{9}.$

HẾT

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT YÊN BÁI

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5, độ dài đường sinh bằng 7. Diện tích xung quanh của hình nón bằng
A. 12π. **B.** 175π. **C.** 70π. **D.** 35π.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và công bội $q=4$. Khi đó u_2 bằng
A. -12. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 12. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^x=3$ là
A. $x=\log_5 3$. **B.** $x=\log_3 5$. **C.** $x=\sqrt[3]{5}$. **D.** $x=\frac{3}{5}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $Q(4;-3;5)$?
A. $\vec{u}=(4;3;5)$. **B.** $\vec{u}=(4;-3;5)$. **C.** $\vec{u}=(4;-3;-5)$. **D.** $\vec{u}=(-4;-3;5)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?
A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 6. Cho khối trụ có chiều cao $h=5$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng
A. 30π. **B.** 45π. **C.** 15π. **D.** 75π.

Câu 7. Tập xác định D của hàm số $y=x^{\sqrt{3}}$ là
A. $D=(-\infty;0)$. **B.** $D=\mathbb{R}$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $D=(0;+\infty)$.

Câu 8. Cho lăng trụ có đáy $B=3a^2$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối lăng trụ bằng
A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		−	0	+	0	−	‖	+	0	+	

Số điểm cực tiểu của hàm số là
A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?
A. $B(0;2;0)$. **B.** $A(0;0;2)$. **C.** $D(1;2;3)$. **D.** $C(2;0;0)$

Câu 11. Cần chọn 2 cái bút bi từ 15 cái bút bi khác nhau. Khi đó số cách chọn là
A. C_{15}^2. **B.** 30. **C.** A_{15}^2. **D.** 2^{15}.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn [2;19] bằng
A. -34. **B.** $14\sqrt{7}$. **C.** $-14\sqrt{7}$. **D.** -36.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=1-\cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)dx=x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)dx=\sin x+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\sin x+C$.

Câu 15. Số phức $z=3-4i$ có phần ảo là

A. $-4i$. **B.** $4i$. **C.** 4. **D.** -4.

Câu 16. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $2+i$ có tọa độ là

A. $(-2;1)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;-1)$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z+17=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;1;-4), R=4$. **B.** $I(2;-1;4), R=2$.

C. $I(2;-1;4), R=4$. **D.** $I(-2;1;-4), R=2$.

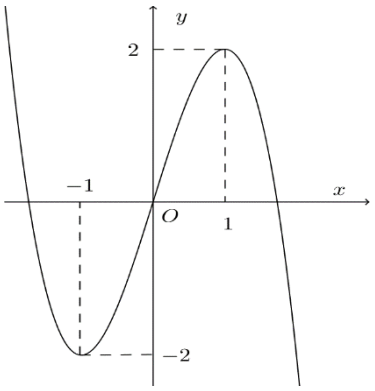
Câu 18. Cho mặt cầu có đường kính bằng 6. Diện tích S của mặt cầu đã cho bằng

A. $S=72\pi$. **B.** $S=18\pi$. **C.** $S=36\pi$. **D.** $S=144\pi$.

Câu 19. Nếu $\int_0^2 f(x)dx=-4$ và $\int_0^2 g(x)dx=5$ thì $\int_0^2 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

A. 9. **B.** -9. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 20. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Số nghiệm thực của phương trình $4f(x)-3=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 21. Nếu $\int_0^2 f(x)dx=-3$ thì $\int_0^2 [3f(x)-2]dx$ bằng

A. -7. **B.** -11. **C.** -13. **D.** -9.

Câu 22. Trong tập số phức, phương trình $z^4+3z^2-4=0$ có tập nghiệm là

A. $\{1;2i\}$. **B.** $\{1;-1\}$. **C.** $\{-1;1;-2i;2i\}$. **D.** $\{2;-2;i;-i\}$.

Câu 23. Cho hai số phức $z=-1-i$ và $w=4+2i$. Môđun của số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 24. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Câu 25. Tính $\int\limits_1^3 \dfrac{dx}{5x-4}=a\ln b$ với a là số hữu tỷ và b là số nguyên tố. Khi đó $a+b$ bằng

A. 11. **B.** $\dfrac{56}{5}$. **C.** 12. **D.** $\dfrac{54}{5}$.

Câu 26. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Tìm m

A. $m=4$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y=\ln(7x-5)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{(7x-5)\ln 7}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{(7x-5)\ln 7}$. **C.** $y'=\dfrac{7}{7x-5}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{7x-5}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $N(1;-2;-3)$ và đường thẳng $(d):\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$. Mặt phẳng đi qua N và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $3x-2y+4z-3=0$. **B.** $3x-2y+4z+3=0$.

C. $3x-2y+4z+5=0$. **D.** $3x-2y+4z-5=0$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a\sqrt{6}$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30^o. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;4;-3)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z+3=0$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=36$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=16$.

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=25$. **D.** $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=36$.

Câu 31. Với mọi số a, b dương thoả mãn $\log_2 a^2-\log_2 b=2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a=2b^2$. **B.** $a=4b^2$. **C.** $a^2=2b$. **D.** $a^2=4b$.

Câu 32. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{5}{6}$. **C.** $\dfrac{5}{3}$. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+2)>2$ là

A. $(-2;7)$. **B.** $(7;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;7)$.

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 90°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-9}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-4z+1=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (d) song song với (P). **B.** (d) nằm trong (P).

C. (d) cắt và không vuông góc với (P). **D.** (d) vuông góc với (P).

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-7)(x^2-16), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = f(|x^9 + 8x| + m)$ có ít nhất ba điểm cực trị.

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh $4a$. Mặt bên SCD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SA tạo với đáy một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{4a^3\sqrt{15}}{9}$. **B.** $\frac{32a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{15}}{9}$. **D.** $\frac{32a^3\sqrt{15}}{9}$.

Câu 38. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - mx^2 - (m-6)x + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $[3;6]$. **D.** $(-\infty;3]$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi K là trung điểm của CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BK và SC bằng

A. $\frac{8\sqrt{93}}{31}$. **B.** $\frac{6\sqrt{93}}{31}$. **C.** $\frac{4\sqrt{93}}{31}$. **D.** $\frac{2\sqrt{93}}{31}$.

Câu 40. Trong một trò chơi, xác suất để Tuấn thắng trong một trận là $0,3$ (không có hòa). Số trận Tuấn phải chơi tối thiểu để xác suất Tuấn thắng ít nhất một trận trong loạt trận đó lớn hơn 0,9 là bao nhiêu?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 41. Cho hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|) - (m-6) f(|x|) - m + 5 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 42. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 8x-2 & , x > 1 \\ -3x^3 + 4x + 5 & , x \le 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-1) - F(4)$ bằng:

A. –64. **B.** 62. **C.** 64. **D.** –62

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với (Δ) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-2t \\ z=2+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+2t \\ y=1-t \\ z=2 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-3 \\ y=-t \\ z=2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=2+2t \end{cases}$.

Câu 44. Tập giá trị của x thỏa mãn $\dfrac{3.9^x-8.6^x}{6^x-2.4^x}\ge 3$ là $[a;b)\cup[c;+\infty)$. Khi đó $2a+b-c$ bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1|+z=7+4i$. Tích phần thực và phần ảo của z bằng

A. -6. **B.** -8. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $I(3;-2;11)$. **B.** $J(1;-2;5)$. **C.** $H(-2;-1;3)$. **D.** $K(4;-2;5)$.

Câu 47. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD\perp(ABC)$, ABC là tam giác vuông tại B. Biết $BC=3a$, $AB=4a\sqrt{3}$, $AD=6a$. Quay tam giác ABC và ABD (bao gồm tất cả các điểm bên trong của hai tam giác đó) xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của hai khối tròn xoay đó bằng

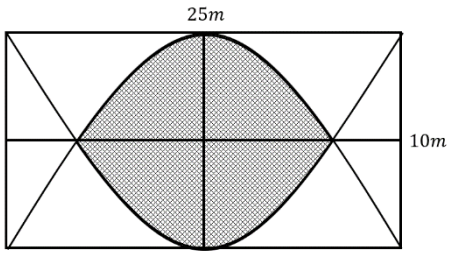
A. $\dfrac{16\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{25\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{14\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn:

$$(6xy+12y)(2x+1)\left(e^{2xy}-e^{6x-y+12}\right)=\left[2x(3-y)-y+12\right]e^{-y}$$

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 49. Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là $25m$ và chiều rộng là $10m$. Các nhà Toán học dùng hai đường parabol, mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua 2 điểm đầu của cạnh đối diện, phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa) được trồng hoa Hồng. Biết chi phí để trồng hoa Hồng là 35.000đồng/m^2. Số tiền các nhà Toán học phải chi để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



A. 4.124.000 đồng. **B.** 3.300.000 đồng. **C.** 5.185.000 đồng. **D.** 4.243.000 đồng.

Câu 50. Cho hai số phức z,w thỏa mãn $|z|=7$, $|w|=7$ và $|3z-4w|=35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z+3w+2022i|$ bằng

A. 2022. **B.** 4044. **C.** 2057. **D.** 2071.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.A	3.A	4.B	5.D	6.B	7.D	8.D	9.A	10.B
11.A	12.C	13.D	14.B	15.D	16.B	17.D	18.C	19.D	20.A
21.C	22.C	23.D	24.D	25.B	26.A	27.C	28.C	29.C	30.A
31.D	32.D	33.B	34.C	35.B	36.D	37.D	38.D	39.C	40.A
41.C	42.A	43.D	44.B	45.C	46.A	47.A	48.C	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hình nón có bán kính đáy bằng 5, độ dài đường sinh bằng 7. Diện tích xung quanh của hình nón bằng

A. 12π. **B.** 175π. **C.** 70π. **D.** 35π.

Lời giải

Chọn D

$S_{xq} = \pi rl = \pi.5.7 = 35\pi$.

Câu 2. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và công bội $q = 4$. Khi đó u_2 bằng

A. -12. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** 12. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $u_2 = u_1.q = -3.4 = -12$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $5^x = 3$ là

A. $x = \log_5 3$. **B.** $x = \log_3 5$. **C.** $x = \sqrt[3]{5}$. **D.** $x = \frac{3}{5}$.

Lời giải

Chọn A

$5^x = 3 \Leftrightarrow x = \log_5 3$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $Q(4;-3;5)$?

A. $\vec{u} = (4;3;5)$. **B.** $\vec{u} = (4;-3;5)$. **C.** $\vec{u} = (4;-3;-5)$. **D.** $\vec{u} = (-4;-3;5)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và điểm $Q(4;-3;5)$ có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \overrightarrow{OQ} = (4;-3;5)$

Câu 5. Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Lời giải

Chọn D

$y = x^3 - 3x^2$.

$\Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 6. Cho khối trụ có chiều cao $h = 5$ và bán kính đáy $r = 3$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. 30π. **B.** 45π. **C.** 15π. **D.** 75π.

Lời giải

Chọn B

Ta có $V = \pi r^2.h = \pi 3^2.5 = 45\pi$.

Câu 7. Tập xác định D của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là

A. $D = (-\infty;0)$. **B.** $D = \mathbb{R}$. **C.** $D = \mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $D = (0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Do $\sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$ nên điều kiện xác định của $y = x^{\sqrt{3}}$ là $x > 0$.

Nên tập xác định của hàm số $y = x^{\sqrt{3}}$ là $D = (0;+\infty)$.

Câu 8. Cho lăng trụ có đáy $B = 3a^2$ và chiều cao bằng $4a$. Thể tích khối lăng trụ bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $4a^3$. **D.** $12a^3$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $V = B.h = 3a^2.4a = 12a^3$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Dựa và bảng xét dấu của $f'(x)$ hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào sau đây thuộc trục Oz?

A. $B(0;2;0)$. **B.** $A(0;0;2)$. **C.** $D(1;2;3)$. **D.** $C(2;0;0)$

Lời giải

Chọn B

Ta có $A(0;0;2)$ thuộc trục Oz.

Câu 11. Cần chọn 2 cái bút bi từ 15 cái bút bi khác nhau. Khi đó số cách chọn là

A. C_{15}^2. **B.** 30. **C.** A_{15}^2. **D.** 2^{15}.

Lời giải

Chọn A

Lý thuyết.

Câu 12. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^3-21x$ trên đoạn $[2;19]$ bằng

A. -34. **B.** $14\sqrt{7}$. **C.** $-14\sqrt{7}$. **D.** -36.

Lời giải

Chọn C

Ta có

$f'(x)=3x^2-21$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{7} \\ x=-\sqrt{7} \end{array}\right.$

$f(2)=-34; f(\sqrt{7})=-14\sqrt{7}; f(19)=6460$.

Suy ra $\min\limits_{[2;19]} f(x)=-14\sqrt{7}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như hình sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Lý thuyết.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=1-\cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)dx = x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)dx = \sin x+C$. **D.** $\int f(x)dx = -\sin x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int f(x)dx = x-\sin x+C$.

Câu 15. Số phức $z=3-4i$ có phần ảo là

A. $-4i$. **B.** $4i$. **C.** 4. **D.** -4.

Lời giải

Chọn D

Số phức $z=3-4i$ có phần ảo là -4.

Câu 16. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $2+i$ có tọa độ là

A. $(-2;1)$. **B.** $(2;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(2;-1)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z+17=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-2;1;-4), R=4$. **B.** $I(2;-1;4), R=2$.

C. $I(2;-1;4), R=4$. **D.** $I(-2;1;-4), R=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} -2a=4 \\ -2b=-2 \\ -2c=8 \\ d=17 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-2 \\ b=1 \\ c=-4 \\ d=17 \end{cases} \Rightarrow I(-2;1;-4); R=\sqrt{(-2)^2+1^2+(-4)^2-17}=2$

Câu 18. Cho mặt cầu có đường kính bằng 6. Diện tích S của mặt cầu đã cho bằng

A. $S=72\pi$. **B.** $S=18\pi$. **C.** $S=36\pi$. **D.** $S=144\pi$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích S của mặt cầu là: $S=4\pi R^2=4\pi.\left(\frac{6}{2}\right)^2=36\pi$

Câu 19. Nếu $\int_0^2 f(x)dx=-4$ và $\int_0^2 g(x)dx=5$ thì $\int_0^2 [f(x)+g(x)]dx$ bằng

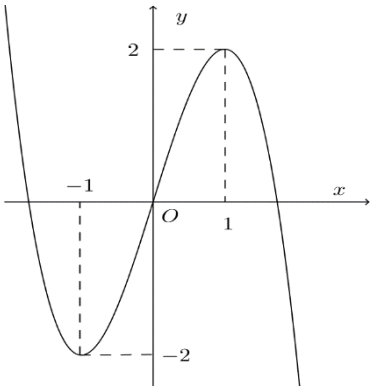
A. 9. **B.** -9. **C.** -1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^2 [f(x)+g(x)]dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_0^2 g(x)dx=-4+5=1$

Câu 20. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



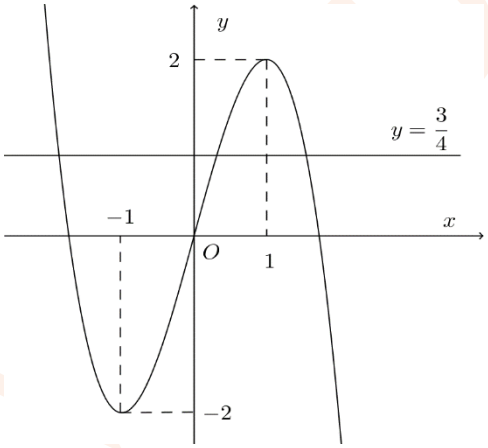
Số nghiệm thực của phương trình $4f\left(x\right)-3=0$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $4f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{3}{4}$



Từ đồ thị ta thấy, phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 21. Nếu $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_0^2\left[3f\left(x\right)-2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. −7. **B.** −11. **C.** −13. **D.** −9.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int\limits_0^2\left[3f\left(x\right)-2\right]\mathrm{d}x=3\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x-2\int\limits_0^2\mathrm{d}x=3.\left(-3\right)-2x\Big|_0^2=-9-4=-13$.

Câu 22. Trong tập số phức, phương trình $z^4+3z^2-4=0$ có tập nghiệm là

A. $\left\{1;2i\right\}$. **B.** $\left\{1;-1\right\}$. **C.** $\left\{-1;1;-2i;\,2i\right\}$. **D.** $\left\{2;-2;\,i;-i\right\}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $z^4+3z^2-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z^2=1\\z^2=-4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=\pm1\\z^2=\pm2i\end{array}\right.$.

Phương trình $z^4+3z^2-4=0$ có tập nghiệm là $\left\{-1;1;-2i;\,2i\right\}$.

Câu 23. Cho hai số phức $z=-1-i$ và $\mathrm{w}=4+2i$. Môđun của số phức $z.\overline{\mathrm{w}}$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $10\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $z.\overline{w} = (-1-i)(4-2i) = -6-2i \Rightarrow |z.\overline{w}| = \sqrt{(-6)^2+(-2)^2} = 2\sqrt{10}$.

Câu 24. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}} = 2$ ..

$\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x+1}{x-1} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}} = 2$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Câu 25. Tính $\int\limits_1^3 \dfrac{dx}{5x-4} = a\ln b$ với a là số hữu tỷ và b là số nguyên tố. Khi đó $a+b$ bằng

A. 11. **B.** $\dfrac{56}{5}$. **C.** 12. **D.** $\dfrac{54}{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\limits_1^3 \dfrac{dx}{5x-4} = \dfrac{1}{5}\ln|5x-4|\Big|_1^3 = \dfrac{1}{5}(\ln 11 - \ln 1) = \dfrac{1}{5}.\ln 11$.

Suy ra $a=\dfrac{1}{5}; b=11 \Leftrightarrow a+b=\dfrac{1}{5}+11=\dfrac{56}{5}$.

Câu 26. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$. Tìm m

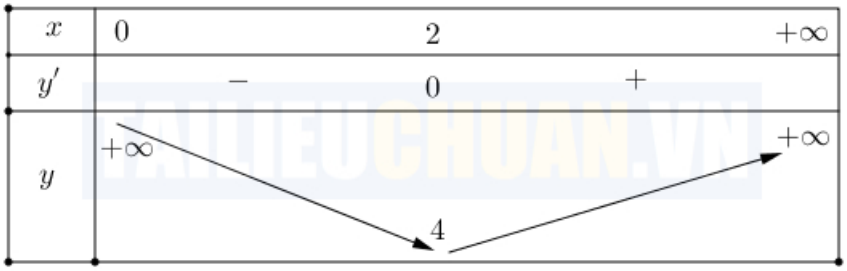
A. $m=4$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=1-\dfrac{4}{x^2}, y'=0 \Leftrightarrow 1-\dfrac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\in(0;+\infty) \\ x=-2\notin(0;+\infty) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{x\in(0;+\infty)} f(x)=f(2)=4$

Câu 27. Đạo hàm của hàm số $y=\ln(7x-5)$ là

A. $y'=\dfrac{1}{(7x-5)\ln 7}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{(7x-5)\ln 7}$. **C.** $y'=\dfrac{7}{7x-5}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{7x-5}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=\left[\ln(7x-5)\right]'=\dfrac{(7x-5)'}{7x-5}=\dfrac{7}{7x-5}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $N(1;-2;-3)$ và đường thẳng $(d):\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-1}{4}$. Mặt phẳng đi qua N và vuông góc với đường thẳng (d) có phương trình là

A. $3x-2y+4z-3=0$. **B.** $3x-2y+4z+3=0$.

C. $3x-2y+4z+5=0$. **D.** $3x-2y+4z-5=0$.

Lời giải

Chọn C

Do mặt phẳng vuông góc với đường thẳng (d) ta chọn vectơ pháp tuyến của mặt phẳng cần tìm là $\vec{n}=\overrightarrow{u_d}=(3;-2;4)$.

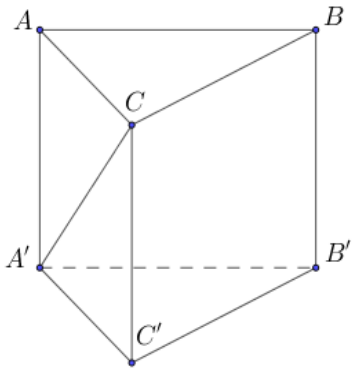
Phương trình mặt phẳng đi qua điểm $N(1;-2;-3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(3;-2;4)$ là:

$3(x-1)-2(y+2)+4(z+3)=0\Leftrightarrow 3x-2y+4z+5=0$.

Câu 29. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a\sqrt{6}$, góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng (ABC) bằng 30^o. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. $\dfrac{9a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Lời giải



Chọn C

Ta có lăng trụ $ABC.A'B'C'$ đều nên $AA' \perp (ABC) \Rightarrow (A'C,(ABC)) = A'CA = 30°$.

Tam giác $A'AC$ vuông tại A có $AA' = AC.\tan 30^o = a\sqrt{6}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = a\sqrt{2}$.

Tam giác ABC đều cạnh a nên $S_{\Delta ABC} = \dfrac{\left(a\sqrt{6}\right)^2\sqrt{3}}{4} = \dfrac{3a^2\sqrt{3}}{2}$.

Vậy thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V_{ABC.A'B'C'} = AA'.S_{\Delta ABC} = \dfrac{3a^3\sqrt{6}}{2}$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;4;-3)$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z+3=0$. Mặt cầu (S) tâm I và tiếp xúc với (P) có phương trình là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=36.$ **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=16.$

C. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=25.$ **D.** $(x+1)^2+(y+4)^2+(z-3)^2=36.$

Lời giải

Chọn A

Bán kính mặt cầu là: $R = d(I;(P)) = \dfrac{|1+2.4-2.(-3)+3|}{\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}} = 6$.

Phương trình mặt cầu là: $(x-1)^2+(y-4)^2+(z+3)^2=36.$

Câu 31. Với mọi số a, b dương thoả mãn $\log_2 a^2 - \log_2 b = 2$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a=2b^2.$ **B.** $a=4b^2.$ **C.** $a^2=2b.$ **D.** $a^2=4b.$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_2 a^2 - \log_2 b = 2 \Leftrightarrow \log_2 \dfrac{a^2}{b} = 2 \Leftrightarrow \dfrac{a^2}{b} = 4 \Leftrightarrow a^2 = 4b.$

Câu 32. Cho $a>0$ và $a\neq 1$, khi đó $\log_a \sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $\frac{5}{6}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\log_a \sqrt{a\sqrt[3]{a}} = \log_a \sqrt{a.a^{\frac{1}{3}}} = \log_a \sqrt{a^{\frac{4}{3}}} = \log_a a^{\frac{2}{3}} = \frac{2}{3}$.

Câu 33. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x+2) > 2$ là

A. $(-2;7)$. **B.** $(7;+\infty)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;7)$.

Lời giải

Chọn B

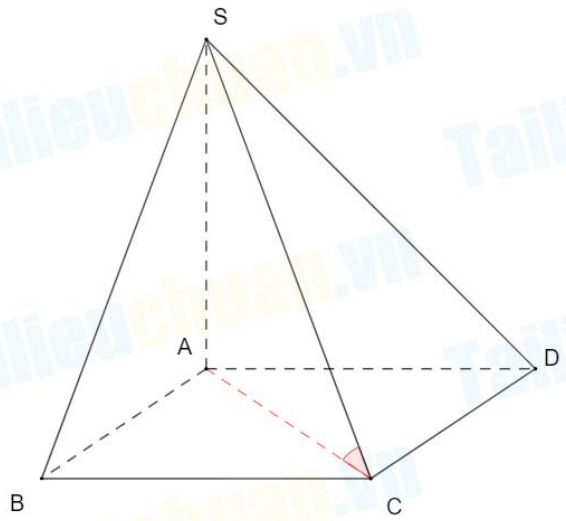
$$\log_3(x+2) > 2 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2>0 \\ x+2>3^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-2 \\ x>7 \end{cases} \Leftrightarrow x>7.$$

Câu 34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1, $SA \perp (ABCD)$ và $SA = \sqrt{6}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. 90°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 45°.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $(SC,(ABCD)) = (SC,AC) = SCA$.

Xét ΔSAC vuông tại A:

$$\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{\sqrt{6}}{AB.\sqrt{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow SCA = 60°.$$

Câu 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-9}{8} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-3}{3}$ và mặt phẳng $(P): x+2y-4z+1=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (d) song song với (P). **B.** (d) nằm trong (P).

C. (d) cắt và không vuông góc với (P). **D.** (d) vuông góc với (P).

Lời giải

Chọn B

Gọi $A = d \cap (P)$ suy ra $A(9+8t;1+2t;3+3t)$.

$A \in (P): 9+8t+2(1+2t)-4(3+3t)+1=0 \Leftrightarrow 0t=0$. Phương trình thỏa mãn $\forall t \in \mathbb{R}$ nên (d) nằm trong (P).

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-7)(x^2-16), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\left(\left|x^9+8x\right|+m\right)$ có ít nhất ba điểm cực trị.

A. 5. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Xét hàm số $y=f\left(x^9+8x+m\right)$, $y'=\left(9x^8+8\right)f'\left(x^9+9x^8+m\right)$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^9+9x^8+m=7 \\ x^9+9x^8+m=4 \\ x^9+9x^8+m=-4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^9+9x^8=7-m \\ x^9+9x^8=4-m \\ x^9+9x^8=-4-m \end{array}\right. .$$

Xét hàm số $g(x)=x^9+8x \Rightarrow g'(x)=9x^8+8>0, \forall x \in \mathbb{R}$.

BBT:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$+$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	0	↗	$+\infty$

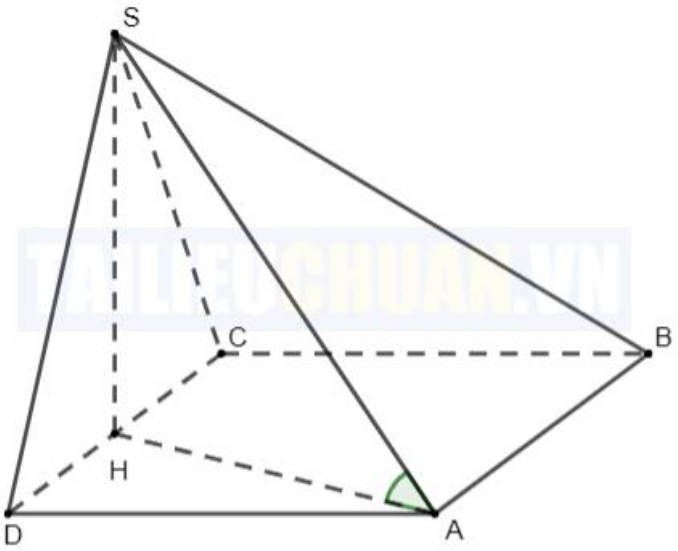
Hàm số $y=f\left(\left|x^9+8x\right|+m\right)$ là hàm chẵn, để nó có ít nhất 3 điểm cực trị thì hàm số $y=f\left(x^9+8x+m\right)$ có ít nhất một điểm cực trị dương. Dựa vào bảng biến thiên, ta có $7-m>0 \Leftrightarrow m<7 \xrightarrow{m \in \mathbb{Z}^+} m \in \{1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 37. Cho hình chóp $S.ABCD$ với $ABCD$ là hình vuông cạnh $4a$. Mặt bên SCD là tam giác cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Cạnh bên SA tạo với đáy một góc $30°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{9}$. **B.** $\dfrac{32a^3\sqrt{15}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{15}}{9}$. **D.** $\dfrac{32a^3\sqrt{15}}{9}$.

Lời giải

Chọn D



Ta có $(SCD)\perp(ABCD),(SCD)\cap(ABCD)=CD$. Gọi H là trung điểm của CD thì $SH\perp CD\Rightarrow SH\perp(ABCD)$.

$(SA,(ABCD))=(SA,AH)=SAH=30°$, $HA=\sqrt{DH^2+AD^2}=\sqrt{(2a)^2+(4a)^2}=2\sqrt{5}a$.

Suy ra $\tan 30°=\dfrac{SH}{HA}\Rightarrow SH=HA.\tan 30°=\dfrac{2\sqrt{15}}{3}a$. Vậy $V_{ABCD}=\dfrac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\dfrac{32a^3\sqrt{15}}{9}$.

Câu 38. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2-(m-6)x+1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $[3;6]$. **D.** $(-\infty;3]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-2mx-m+6$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì $y'\ge 0,\ \forall x\in(0;4)$ và dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm

$\Leftrightarrow 3x^2-2mx-m+6\ge 0\ \forall x\in(0;4)$

$\Leftrightarrow m(2x+1)\le 3x^2+6\ \forall x\in(0;4)$

$\Leftrightarrow m\le\dfrac{3x^2+6}{2x+1}\ \forall x\in(0;4)$; Đặt: $g(x)=\dfrac{3x^2+6}{2x+1}$.

$\Leftrightarrow m\le\min\limits_{x\in(0;4)}g(x)$; với $g(x)=\dfrac{3x^2+6}{2x+1}$.

$g'(x)=\dfrac{6x(2x+1)-2(3x^2+6)}{(2x+1)^2}=\dfrac{6x^2+6x-12}{(2x+1)^2}$; $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(0;4)\\x=-2\notin(0;4)\end{array}\right.$.

x	0		1		4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	6	↘	3	↗	6

Có: $g(0)=6; g(1)=3; g(4)=6$ suy ra $\min\limits_{x\in(0;4)} g(x)=3$.

Vậy $m\le 3$.

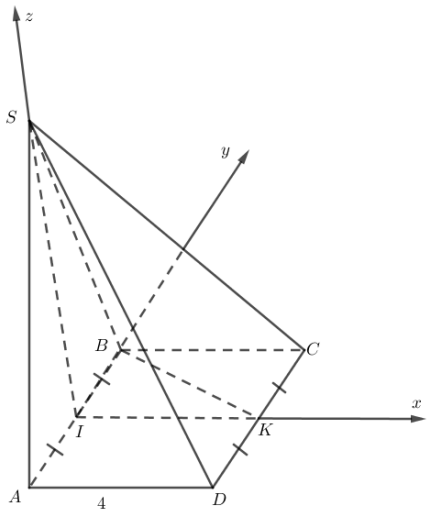
Câu 39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 4, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi K là trung điểm của CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BK và SC bằng

A. $\dfrac{8\sqrt{93}}{31}$. **B.** $\dfrac{6\sqrt{93}}{31}$. **C.** $\dfrac{4\sqrt{93}}{31}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{93}}{31}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi I là trung điểm của AB, khi đó $SI\perp(ABCD)$.



Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với $O\equiv I$ như hình vẽ.

Ta có $I(0;0;0), S(0;0;2\sqrt{3}); K(4;0;0); C(4;2;0); B(0;2;0)$.

$\overrightarrow{BS}=(0;-2;2\sqrt{3}); \overrightarrow{BK}=(4;-2;0); \overrightarrow{SC}=(4;2;-2\sqrt{3})$

Suy ra $\left[\overrightarrow{BK};\overrightarrow{SC}\right]=(4\sqrt{3};8\sqrt{3};16)$.

Khoảng cách giữa hai đường thẳng BK và SC bằng

$$d(BK;SC)=\frac{\left|\overrightarrow{BS}.\left[\overrightarrow{BK};\overrightarrow{SC}\right]\right|}{\left\|\left[\overrightarrow{BK};\overrightarrow{SC}\right]\right\|}=\frac{16\sqrt{3}}{4\sqrt{31}}=\frac{4\sqrt{93}}{31}.$$

Câu 40. Trong một trò chơi, xác suất để Tuấn thắng trong một trận là $0{,}3$ (không có hòa). Số trận Tuấn phải chơi tối thiểu để xác suất Tuấn thắng ít nhất một trận trong loạt trận đó lớn hơn 0,9 là bao nhiêu?

A. 7. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Gọi n là số trận tối thiểu để Tuấn thắng có xác suất lớn hơn 0,9.

A là biến cố "Tuấn không thắng trận nào trong n trận": $P(A)=0,7^n$.

$\overline{A}$ là biến cố "Tuấn thắng ít nhất một trận trong n trận": $P(\overline{A})=1-P(A)=1-0,7^n$.

Do $P(\overline{A})>0,9\Rightarrow 1-0,7^n>0,9\Leftrightarrow 0,7^n<0,1\Leftrightarrow n>\log_{0,7}0,1\Rightarrow n>6,45$.

Vậy, số trận Tuấn phải chơi tối thiểu là 7 trận.

Câu 41. Cho hàm số $f(x)=x^2-4x+3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f^2(|x|)-(m-6)f(|x|)-m+5=0$ có 6 nghiệm phân biệt?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có bảng biến thiên của $f(x)$ là:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$			0		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Từ đó ta có được bảng biến thiên của $f(|x|)$ là:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f(\|x\|)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Ta có: $f^2(|x|)-(m-6)f(|x|)-m+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(|x|)=-1 \\ f(|x|)=m-5 \end{array}\right.$.

Do phương trình $f(|x|)=-1$ có hai nghiệm là $x=\pm 2$.

Nên phương trình $f(|x|)=m-5$ phải có 4 nghiệm phân biệt khác $x=\pm 2$.

$\Leftrightarrow -1<m-5<3\Leftrightarrow 4<m<8$.

Câu 42. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}8x-2 & ,x>1\\ -3x^3+4x+5, & x\le 1\end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa $F(0)=2$. Giá trị của $F(-1)-F(4)$ bằng:

A. -64. **B.** 62. **C.** 64. **D.** -62

Lời giải

Chọn A

Ta có: $F(-1)-F(4)=F(0)-\int\limits_{-1}^{0}f(x)\mathrm{d}x-\left(\int\limits_{0}^{4}f(x)\mathrm{d}x+F(0)\right)=-\int\limits_{-1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

$=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{-1}^{1}\left(-3x^3+4x+5\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}(8x-2)\mathrm{d}x=-64.$

Cách 2:

$F(-1)-F(4)=\left[F(-1)-F(1)\right]-\left[F(4)-F(1)\right]=-\int\limits_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$

$=-\int\limits_{-1}^{1}\left(-3x^3+4x+5\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}(8x-2)\mathrm{d}x=-64$

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+1}{2}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x-2y-z+3=0$. Đường thẳng nằm trong (P) đồng thời cắt và vuông góc với (Δ) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=2\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-3\\y=-t\\z=2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (d) là đường thẳng cần tìm

Gọi $A(t;-1+2t;1+t)=(d)\cap(\Delta)$

Theo đề $A\in(P)\Leftrightarrow t-2(-1+2t)-(1+t)+3=0\Leftrightarrow t+2-4t-1-t+3=0\Leftrightarrow t=1$

Suy ra $A(1;1;2)$

Đường thẳng Δ có véc-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;2;1)$

Mặt phẳng (P) có véc-tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;-1)$

Ta có $\left[\overrightarrow{u_\Delta};\vec{n}\right]=(0;2;-4)$

Suy ra véc-tơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}=\dfrac{-1}{2}\left[\overrightarrow{u_\Delta};\vec{n}\right]=(0;-1;2)$

Đường thẳng d đi qua $A(1;1;2)$ và nhận $\vec{u}=(0;-1;2)$ làm véc-tơ chỉ phương có phương trình $\begin{cases}x=1\\y=1-t\\z=2+2t\end{cases}$.

Câu 44. Tập giá trị của x thỏa mãn $\dfrac{3.9^x-8.6^x}{6^x-2.4^x}\ge 3$ là $[a;b)\cup[c;+\infty)$. Khi đó $2a+b-c$ bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn B

Bất phương trình đã cho tương đương $\dfrac{3.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{2x}-8.\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x}}{\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x}-2}-3\ge 0$.

Đặt $t=\left(\dfrac{3}{2}\right)^{x}$, điều kiện $0<t\ne 2$.

Xét hàm $f(t)=\dfrac{3t^2-8t}{t-2}-3=3t-5-\dfrac{4}{t-2}$ có $f'(t)=3+\dfrac{4}{(t-2)^2}>0$.

Hơn nữa $f\left(\dfrac{2}{3}\right)=f(3)=0$.

Lập bảng biến thiên

x	0		2		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	-3	$\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$	

Bất phương trình $f(t)\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{2}{3}\le t<2\\ t\ge 3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1\le x<\log_{\frac{3}{2}}2\\ x\ge\log_{\frac{3}{2}}3.\end{array}\right.$

Do đó $a=-1$; $b=\log_{\frac{3}{2}}2$; $c=\log_{\frac{3}{2}}3$.

Vậy $2a+b-c=-3$.

Câu 45. Cho số phức z thỏa mãn $|z+1|+z=7+4i$. Tích phần thực và phần ảo của z bằng

A. -6. **B.** -8. **C.** 8. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Đặt $z=a+bi$.

Theo bài ta ta có $\sqrt{(a+1)^2+b^2}+a+bi=7+4i$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{(a+1)^2+b^2}+a=7\\ b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{(a+1)^2+16}=7-a\\ b=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\ b=4\end{cases}$.

Vậy tích phần thực và phần ảo là 8.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x+2y-z+9=0$. Đường thẳng d đi qua A và có véctơ chỉ phương là $\vec{u}=(3;4;-4)$ cắt (P) tại B. Điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới một góc $90°$. Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

A. $I(3;-2;11)$. **B.** $J(1;-2;5)$. **C.** $H(-2;-1;3)$. **D.** $K(4;-2;5)$.

Lời giải

Chọn A

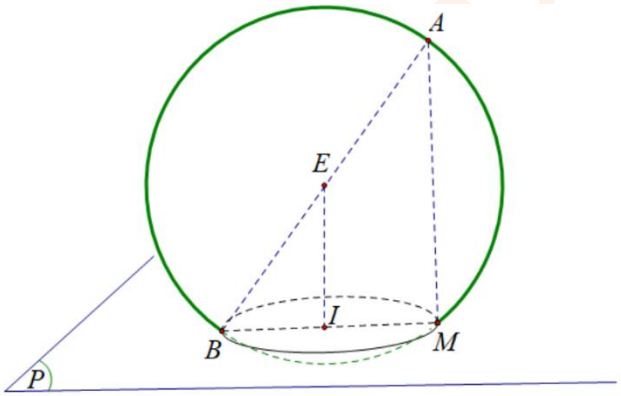
Phương trình đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\end{cases}$.

Tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases}x=1+3t\\y=2+4t\\z=-3-4t\\2x+2y-z+9=0\end{cases}$ $\Rightarrow 2(1+3t)+2(2+4t)-(-3-4t)+9=0$

$\Leftrightarrow 18t+18=0\Leftrightarrow t=-1.$

Suy ra $B(-2;-2;1)$.

Điểm M thuộc (P) và luôn nhìn AB dưới một góc vuông nên M thuộc đường tròn là giao của mặt cầu đường kính AB với mặt phẳng (P)



Gọi E là trung điểm của AB, $E\left(-\frac{1}{2};0;-1\right)$.

Gọi I là hình chiếu của E lên (P) khi đó I là tâm đường tròn là giao tuyến của (P) với mặt cầu đường kính AB.

Độ dài MB lớn nhất khi M là điểm đối xứng của B qua I, khi đó đường thẳng MB đi qua B và I.

Đường thẳng Δ qua E và vuông góc với (P) có phương trình $\Delta:\begin{cases}x=-\frac{1}{2}+2t\\y=2t\\z=-1-t\end{cases}$.

Tọa độ I là nghiệm của hệ $\Delta:\begin{cases}x=-\frac{1}{2}+2t\\y=2t\\z=-1-t\\2x+2y-z+9=0\end{cases}$

$\Rightarrow 2\left(-\frac{1}{2}+2t\right)+2.2t-\left(-1-t\right)+9=0\Leftrightarrow t=-1\Rightarrow I\left(-\frac{5}{2};-2;0\right).$

Ta có $2\overrightarrow{IB}=\left(1;0;2\right).$

Phương trình đường thẳng $BM:\begin{cases}x=-2+t\\y=-2\\z=1+2t\end{cases}.$

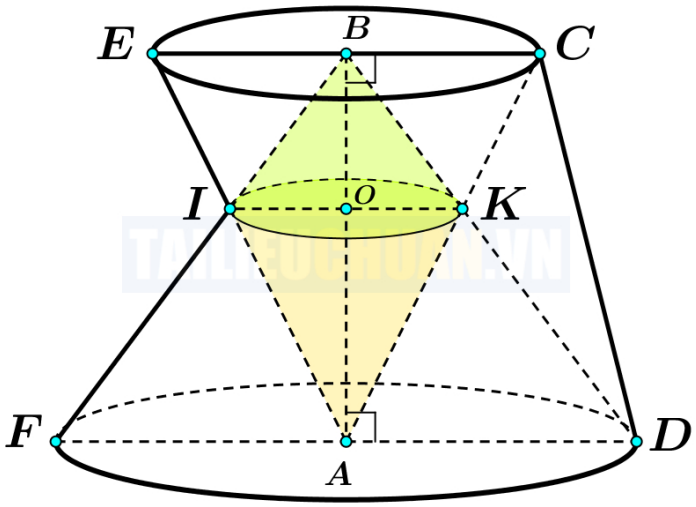
Trong các đáp án thì đường thẳng BM đi qua $I\left(3;-2;11\right)$ (ứng với $t=5$).

Câu 47. Cho hình tứ diện $ABCD$ có $AD\perp\left(ABC\right)$, ABC là tam giác vuông tại B. Biết $BC=3a$, $AB=4a\sqrt{3}$, $AD=6a$. Quay tam giác ABC và ABD (bao gồm tất cả các điểm bên trong của hai tam giác đó) xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối tròn xoay. Thể tích phần chung của hai khối tròn xoay đó bằng

A. $\frac{16\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **B.** $\frac{8\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **C.** $\frac{25\sqrt{3}\pi a^3}{3}$. **D.** $\frac{14\sqrt{3}\pi a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn A



Khi quay tam giác ABC và ABD (bao gồm tất cả các điểm bên trong của hai tam giác đó) xung quanh đường thẳng AB ta được hai khối nón tròn xoay có cùng chiều cao AB nên hai đáy của hai hình nón nằm trên hai mặt phẳng song song

Khi đó phần chung của hai hình nón trên là hai hình nón:

❖ Hình nón $\left(N_1\right)$ có đỉnh A, đường cao OA và bán kính đáy $r=OI$.

❖ Hình nón $\left(N_2\right)$ có đỉnh B, đường cao OB và bán kính đáy $r=OI$.

Do đó Thể tích phần chung của hai khối tròn xoay đó là $V = V_{(N_1)} + V_{(N_2)} = \frac{1}{3}\pi OI^2 AB.$

Mặt khác do $IK//DF//EC$ nên $\frac{IK}{DF} = \frac{BO}{BA}$ và $\frac{IK}{EC} = \frac{AO}{AB}$

$\Rightarrow \frac{IK}{DF} + \frac{IK}{EC} = \frac{BO}{BA} + \frac{AO}{AB} = 1 \Leftrightarrow IK\left(\frac{1}{2AD} + \frac{1}{2BC}\right) = 1 \Leftrightarrow IK = 4a \Rightarrow OI = 2a.$

Vậy $V = \frac{1}{3}\pi.OI^2.AB = \frac{1}{3}\pi.(2a)^2.4a\sqrt{3} = \frac{16\pi a^3\sqrt{3}}{3}.$

Câu 48. Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn:

$$(6xy+12y)(2x+1)\left(e^{2xy} - e^{6x-y+12}\right) = \left[2x(3-y) - y + 12\right]e^{-y}$$

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có $(6xy+12y)(2x+1)\left(e^{2xy} - e^{6x-y+12}\right) = \left[2x(3-y) - y + 12\right]e^{-y}$

$\Leftrightarrow (6x+12)(2xy+y)\left(e^{2xy+y} - e^{6x+12}\right) = (6x+12) - (2xy+y)(*)$

$\Leftrightarrow e^{2xy+y} - \frac{1}{2xy+y} = e^{6x+12} - \frac{1}{6x+12} \Leftrightarrow f(2xy+y) = f(6x+12)$ (1)

Xét hàm số $f(t) = e^t - \frac{1}{t}$

Tập xác định $D = (0;+\infty)$

có $f'(t) = e^t + \frac{1}{t^2} > 0, \forall t \in D \Rightarrow f'(t)$ luôn đồng biến trên tập xác định (2)

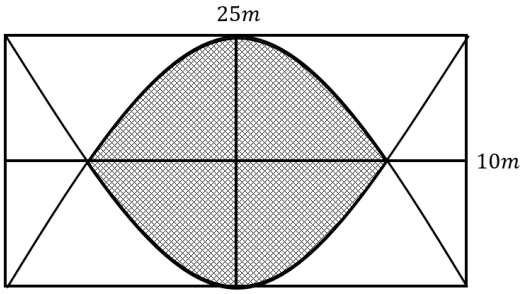
Từ (1) và (2) suy ra $2xy + y = 6x + 12 \Leftrightarrow y = \frac{6x+12}{2x+1} = 3 + \frac{9}{2x+1}$

mà $x, y \in \mathbb{Z}^+$ nên $(2x+1) \in U(9) \Leftrightarrow 2x+1 \in \{3;9\}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1; y = 6 \\ x = 4; y = 4 \end{array}\right.$

Vậy có 2 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 49. Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là $25m$ và chiều rộng là $10m$. Các nhà Toán học dùng hai đường parabol, mỗi parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua 2 điểm đầu của cạnh đối diện, phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai parabol (phần gạch sọc như hình vẽ minh họa) được trồng hoa Hồng. Biết chi phí để trồng hoa Hồng là 35.000đồng$/m^2$. Số tiền các nhà Toán học phải chi để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

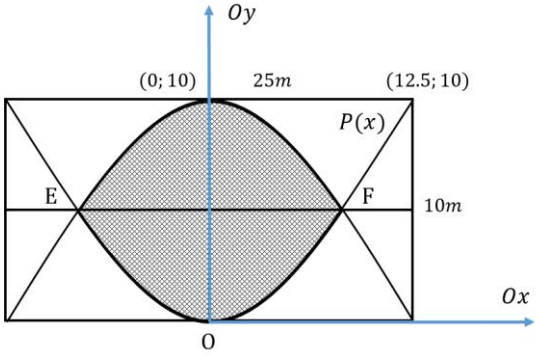


A. 4.124.000 đồng. **B.** 3.300.000 đồng. **C.** 5.185.000 đồng. **D.** 4.243.000 đồng.

Lời giải

Chọn A

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ bên dưới.



Parabol $P(x)$ đi qua các điểm $O(0;0)$, $A(12.5;10)$ và đạt cực trị tại $x=0$ có dạng $y=P(x)=ax^2\ (a>0)$. Dễ dàng tìm được hàm số $y=P(x)=\frac{8}{125}x^2$.

Gọi E,F lần lượt là hai giao điểm của hai parabol (hình vẽ). Hoành độ điểm F là nghiệm phương trình hoành độ giao điểm của $y=P(x)$ và đường thẳng $y=5$

$$\begin{cases}\frac{8}{125}x^2=5\\ x>0\end{cases}\Leftrightarrow x_F=\frac{25\sqrt{2}}{4}.$$

Nhận xét, diện tích cần tìm được chia thành 4 phần bằng nhau, trong đó diện tích một phần được tính như sau: $S_1=\int\limits_0^{x_F}\left(5-P(x)\right)\mathrm{d}x=\int\limits_0^{\frac{25\sqrt{2}}{4}}\left(5-\frac{8}{125}x^2\right)\mathrm{d}x\approx 29.46278\left(m^2\right)$.

Vậy số tiền các nhà Toán học phải chi để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó bằng:
$4\times S_1\times 35.000=4\times 29.46278\times 35.000=4.124.789$ đồng.

Câu 50. Cho hai số phức z,w thỏa mãn $|z|=7$, $|w|=7$ và $|3z-4w|=35$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $|4z+3w+2022i|$ bằng

A. 2022. **B.** 4044. **C.** 2057. **D.** 2071.

Lời giải

Chọn C

$$|3z-4w|^2=(3z-4w)\left(3\bar{z}-4\bar{w}\right)=9|z|^2+16|w|^2-12\left(z\bar{w}+w\bar{z}\right)=35^2\quad(1)$$

Thay $|z|=7$, $|w|=7$ vào (1) ta được: $z\bar{w}+w\bar{z}=0$.

$$|4z+3w|^2=(4z+3w)\left(4\bar{z}+3\bar{w}\right)=16|z|^2+9|w|^2+12\left(z\bar{w}+w\bar{z}\right)=1225.$$

Suy ra $|4z+3w|=35$.

Ta có: $|4z+3w+2022i|\le|4z+3w|+|2022i|=35+2022=2057$.

Dấu bằng xảy ra khi $4z+3w=k.2022i$ với $k\in\mathbb{R},k>0$.

Vậy $|4z+3w+2022|_{\max}=2057$.

----------HẾT----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT BẮC GIANG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Số cách chọn ngẫu nhiên 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** -3.

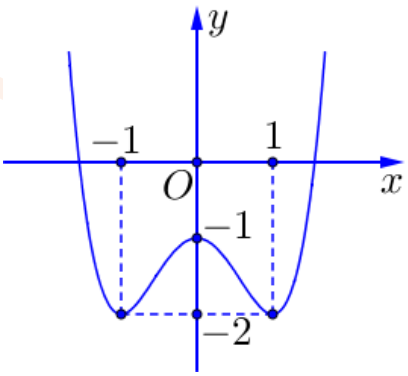
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-2$.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

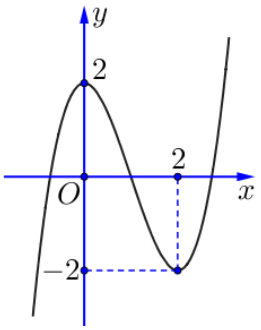
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình nào sau đây?

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=x^3-3x^2-2$.

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Câu 9: Với $a;b$ là hai số dương tùy ý thì $\log\left(a^3b^2\right)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3\left(\log a+\frac{1}{2}\log b\right)$. **B.** $2\log a+3\log b$. **C.** $3\log a+\frac{1}{2}\log b$. **D.** $3\log a+2\log b$.

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x.\ln 3$. **B.** $y'=3^{x-1}$. **C.** $y'=\frac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y'=3^x$.

Câu 11: Cho a là một số thực dương tùy ý. Viết $a^{\frac{2}{3}}.\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa của a với số mũ hữu tỉ.

A. $a^{\frac{7}{6}}$. **B.** $a^{\frac{7}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{1}{3}}$.

Câu 12: Phương trình $5^{2x+1}=125$ có nghiệm là

A. $x=\frac{3}{2}$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Câu 13: Phương trình $\log_2(3x+1)=4$ có nghiệm là

A. $x=\frac{7}{3}$. **B.** $x=6$. **C.** $x=5$. **D.** $x=\frac{13}{6}$.

Câu 14: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=F(x)+C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b).F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(a)-F(b)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$.

Câu 15: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x+\sin x$ là

A. $x^2+\cos x+C$. **B.** $x^2-\cos x+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}-\cos x+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+\cos x+C$.

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=10$, $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 17: Cho tích phân $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2$. Tính tích phân $I=\int_0^2\left[3f(x)-2\right]\mathrm{d}x$.

A. $I=6$. **B.** $I=2$. **C.** $I=8$. **D.** $I=4$.

Câu 18: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn của số phức $z=-1+2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;2)$. **B.** $P(-1;2)$. **C.** $N(1;-2)$. **D.** $M(-1;-2)$.

Câu 19: Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1+3i$. Phần ảo của số phức z_1+z_2 bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $4i$.

Câu 20: Tìm số phức liên hợp của số phức $z=i(3i+1)$.

A. $\overline{z}=3+i$. **B.** $\overline{z}=-3+i$. **C.** $\overline{z}=3-i$. **D.** $\overline{z}=-3-i$.

Câu 21: Thể tích V của một cái cốc hình trụ có bán kính đáy bằng $5cm$ và chiều cao bằng $10cm$ là

A. $V=500\pi$ cm^3. **B.** $V=\frac{250}{3}\pi$ cm^3. **C.** $V=\frac{500}{3}\pi$ cm^3. **D.** $V=250\pi$ cm^3.

Câu 22: Thể tích của một khối lập phương là $27\,\mathrm{cm}^3$. Diện tích toàn phần của hình lập phương tương ứng bằng

A. $54\,\mathrm{cm}^2$. **B.** $36\,\mathrm{cm}^2$. **C.** $9\,\mathrm{cm}^2$. **D.** $16\,\mathrm{cm}^2$.

Câu 23: Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $S_{xq}=2\pi rh$. **B.** $S_{xq}=\pi rh$. **C.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 24: Một hình nón có bán kính đáy $r=4\,\mathrm{cm}$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi\,\mathrm{cm}^2$. Độ dài đường sinh của hình nón đó bằng

A. $5\,\mathrm{cm}$. **B.** $\frac{5}{2}\,\mathrm{cm}$. **C.** $\frac{15}{4}\,\mathrm{cm}$. **D.** $2\,\mathrm{cm}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;-4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$ có tọa độ là

A. $G(2;-2;-1)$. **B.** $G(0;-1;-1)$. **C.** $G(6;-3;-3)$. **D.** $G(2;-1;-1)$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+2)^2+(y+3)^2+(z-5)^2=36$ có tọa độ tâm I là

A. $I(-2;-3;5)$. **B.** $I(2;3;-5)$. **C.** $I\left(-1;-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $I\left(1;\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

Câu 27: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x-2y+z-10=0$. Điểm nào sau đây ***không*** thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(4;-1;1)$. **B.** $M(2;-3;2)$. **C.** $P(0;5;20)$. **D.** $Q(-2;3;18)$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;2;2)$, $B(3;-2;0)$ là

A. $\vec{u}=(2;-4;2)$. **B.** $\vec{u}=(2;4;-2)$. **C.** $\vec{u}=(1;-2;-1)$. **D.** $\vec{u}=(1;2;-1)$.

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên ba số phân biệt bất kì trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được ba số có tích là số lẻ bằng

A. $\frac{2}{19}$. **B.** $\frac{17}{19}$. **C.** $\frac{5}{19}$. **D.** $\frac{7}{19}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+12x+3m-7$ với m là tham số. Số các giá trị nguyên của m để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 31: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\frac{x^3}{3}-x^2+x-2$. **B.** $y=\frac{3x+1}{x+1}$.

C. $y=-\frac{x^3}{3}-x^2+3x-2$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Câu 32: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[-3;0]$. Tính giá trị biểu thức $P=m-M$.

A. -64. **B.** 64. **C.** 68. **D.** -68.

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+7x\right)+3}$ là

A. $[-8;-7)\cup(0;1]$. **B.** $[-8;-7)\cup(0;1)$. **C.** $[-8;-7]\cup(0;1]$. **D.** $(-8;-7)\cup(0;1)$.

Câu 34: Cho số phức $z=2+i$. Mô đun của số phức $w=\bar{z}+3z$ bằng

A. $2\sqrt{17}$. **B.** $\sqrt{17}$. **C.** 17. **D.** 68.

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC). Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 50°.

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60°. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Câu 37: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(-3;0;1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0$.

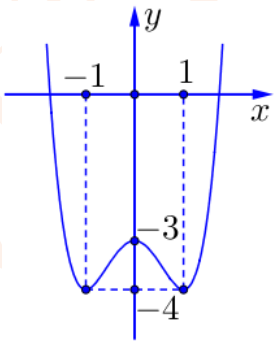
C. $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-12=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-6=0$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+5z-1=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-4}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-5}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-1}{5}$. **D.** $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{5}$.

Câu 39: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $g(x)=f\left(\sqrt{x^2-4x+6}\right)-2\left(x^2-4x\right)\sqrt{x^2-4x+6}-12\sqrt{x^2-4x+6}+1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

A. $12-2\sqrt{12}$. **B.** $-12-12\sqrt{6}$. **C.** $-12-2\sqrt{6}$. **D.** $12-12\sqrt{6}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2\log_3(x+y+1)=\log_2\left(x^2+2x+2y^2+1\right)$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} e^x+m & \text{khi } x\ge 0 \\ x^2\left(x^3+1\right)^3 & \text{khi } x<0 \end{cases}$ (với m là tham số). Biết hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^{1} f(x)\,dx=a.e-\frac{b}{c}$ với a, b, $c\in\mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản ($e=2,718281828...$). Biểu thức $a+b+c+m$ có giá trị bằng

A. 13. **B.** 35. **C.** -11. **D.** 36.

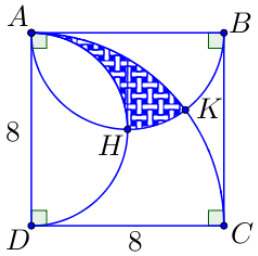
Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $\left(z^2-2z+7\right)\left[z-2\left(\bar{z}\right)^2\right]=0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$ và M là trung điểm của đoạn BC. Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AM bằng $\frac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{3}$. **D.** $\frac{2a^3\sqrt{5}}{9}$.

Câu 44: Một bức tường lớn hình vuông có kích thước 8m x 8m trước đại sảnh của một toà biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD, AB cắt nhau tại H; đường tròn tâm D, bán kính AD cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Biết tam giác "cong" AHK được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và $1,5$ triệu đồng. Tính số tiền phải trả để sơn bức tường trên (làm tròn đến hàng ngàn).

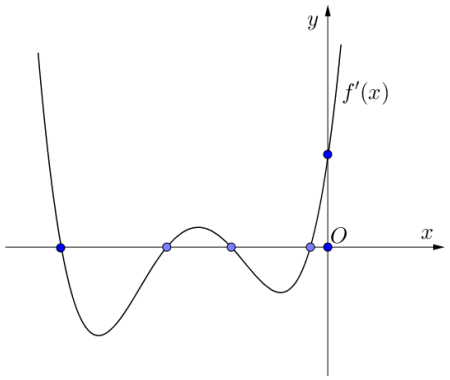


A. 60567000 (đồng). **B.** 70405000 (đồng). **C.** 67128000 (đồng). **D.** 86124000 (đồng).

Câu 45: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB=2AC$ và điểm $M(2;0;4)$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng $(P):2x+y-z-2=0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kẻ từ A ($M\in BC$). Phương trình đường thẳng BC là

A. $\begin{cases}x=2\\y=2-t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2\\y=t\\z=4-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=t\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-2+t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm đa thức $y=f(x)$, biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới



Biết rằng $f(0)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại đúng 4 điểm phân biệt.

Hỏi hàm số $g(x)=\left|f(x^6)-x^3\right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 9 số nguyên y thỏa mãn $\left(2^{y+1}-x^2\right)\left(3^y-x\right)<0$?

A. 64. **B.** 67. **C.** 128. **D.** 53.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm xác định trên $[0;+\infty)$ và thỏa mãn $x\left(f'(x)+x\right)=(x+1)f(x)$; $f(1)=\mathrm{e}+1$. Biết rằng $\int\limits_0^1 f(x)dx=\dfrac{a}{b}$; trong đó a,b là những số nguyên dương và phân số $\dfrac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị của $(2a+b)$ tương ứng bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 49: Giả sử $z_1;z_2$ là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)\left(8-i.\bar{z}\right)$ là số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $-5+\sqrt{73}$. **B.** $5-\sqrt{21}$. **C.** $20-2\sqrt{73}$. **D.** $20-4\sqrt{21}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 4 đường thẳng: $d_1:\dfrac{x-3}{-1}=\dfrac{y+3}{1}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z}{-1}$; $d_3:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z+1}{-1}$; $d_4:\begin{cases}x=6+t\\y=a+3t\\z=b+t\end{cases}$ (với tham số t và $a,b\in\mathbb{R}$). Biết rằng không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng đã cho. Giá trị của biểu thức $2b-a$ bằng

A. –2. **B.** 3 **C.** 2. **D.** –3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.D	3.A	4.C	5.B	6.A	7.C	8.D	9.D	10.A
11.A	12.D	13.C	14.A	15.C	16.D	17.B	18.B	19.C	20.D
21.A	22.A	23.A	24.A	25.A	26.A	27.A	28.A	29.A	30.A
31.A	32.A	33.A	34.A	35.A	36.A	37.A	38.A	39.D	40.B
41.B	42.C	43.A	44.C	45.D	46.D	47.B	48.C	49.C	50.D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Số cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là

A. 2^7. **B.** A_7^2. **C.** C_7^2. **D.** 7^2.

Lời giải

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ 7 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử. Số cách chọn 2 học sinh của 7 học sinh là: C_7^2.

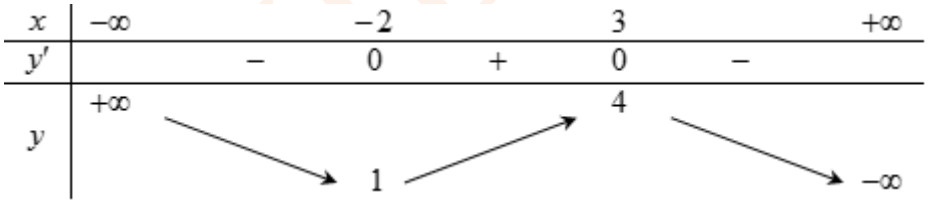
Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-3$ và $u_2=9$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -6. **B.** 12. **C.** 3. **D.** -3.

Lời giải

Ta có: $q=\dfrac{u_2}{u_1}=-3$

Câu 3: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



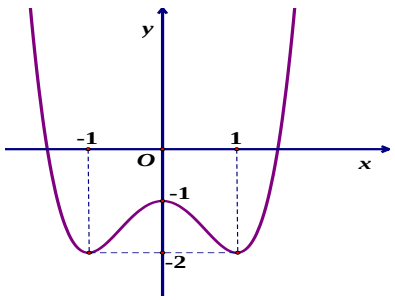
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;3)$ **B.** $(3;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-2)$ **D.** $(-2;+\infty)$

Lời giải

Từ bảng biến thiên của hàm số ta có hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu $f'\ x$ ta thấy $f'\ x$ đổi dấu khi đi qua các giá trị $-1,1$ nên hàm số $f\ x$ có 2 cực trị.

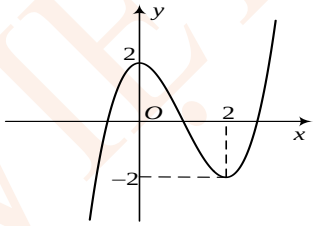
Câu 6: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $x=-1$ **B.** $y=-1$ **C.** $y=2$ **D.** $x=1$

Lời giải

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là nghiệm phương trình $cx+d=0$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có tiệm cận đứng là $x=-1$

Câu 7: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+2$ **B.** $y=-x^4+2x^2-1$ **C.** $y=x^3-3x^2+2$ **D.** $y=x^3-3x^2-2$

Lời giải

+ Từ đồ thị ta thấy, đây là đồ thị hàm bậc ba với hệ số $a>0\Rightarrow$ loại **A**, **B**

+ Đồ thị đi qua điểm $A(0;2)$ nên chọn đáp án **C.**

Câu 8: Đồ thị hàm số $y=-x^4+4x^2-3$ cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** -3.

Lời giải

Đồ thị hàm số cắt trục tung: Cho $x=0$ suy ra $y=-3$.

Chọn đáp án **D.**

Câu 9: Với $a;b$ là hai số dương tùy ý thì $\log\left(a^3b^2\right)$ có giá trị bằng biểu thức nào sau đây?

A. $3\left(\log a+\dfrac{1}{2}\log b\right)$. **B.** $2\log a+3\log b$.

C. $3\log a+\dfrac{1}{2}\log b$. **D.** $3\log a+2\log b$.

Lời giải

Áp dụng công thức lôgarit của tích và tính chất lôgarit ta phân tích được:
$\log\left(a^3b^2\right)=\log a^3+\log b^2=3\log a+2\log b$

Câu 10: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x.\ln 3$. **B.** $y'=3.3^{x-1}$. **C.** $y'=\dfrac{3^x}{\ln 3}$. **D.** $y'=x.3^{x-1}$.

Lời giải

Ta có $y=a^x\Rightarrow y'=a^x.\ln a$ nên $y=3^x$ có $y'=3^x.\ln 3$

Câu 11: Cho a là một số thực dương tùy ý. Viết $a^{\frac{2}{3}}.\sqrt{a}$ dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ.

A. $a^{\frac{7}{6}}$. **B.** $a^{\frac{7}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{1}{3}}$.

Lời giải

Ta có $a^{\frac{2}{3}}.\sqrt{a}=a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}}=a^{\frac{2}{3}+\frac{1}{2}}=a^{\frac{7}{6}}$.

Câu 12: Phương trình $5^{2x+1}=125$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{5}{2}$. **C.** $x=3$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Ta có $5^{2x+1}=125\Leftrightarrow 5^{2x+1}=5^3\Leftrightarrow 2x+1=3\Leftrightarrow x=1$

Câu 13: Phương trình $\log_2(3x+1)=4$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{7}{3}$. **B.** $x=6$. **C.** $x=5$. **D.** $x=\dfrac{13}{6}$.

Lời giải

Ta có: Điều kiện: $x>\dfrac{-1}{3}$.

Với điều kiện trên, phương trình: $\log_2(3x+1)=4\Leftrightarrow 3x+1=2^4\Leftrightarrow 3x=15\Leftrightarrow x=5$ (Thỏa mãn)

Chọn đáp án **C.**

Câu 14: Biết $\int f(x)dx=F(x)+C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. $\int\limits_a^b f(x)dx=F(b)-F(a)$. **B.** $\int\limits_a^b f(x)dx=F(b).F(a)$.

C. $\int\limits_a^b f(x)dx=F(a)-F(b)$. **D.** $\int\limits_a^b f(x)dx=F(b)+F(a)$.

Lời giải

Dựa vào định nghĩa tích phân ta có đáp án là **A**

Câu 15: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=x+\sin x$ là

A. $x^2+\cos x+C$. **B.** $x^2-\cos x+C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2}-\cos x+C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}+\cos x+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức nguyên hàm cơ bản:

$$\int f(x)dx = \int (x+\sin x)dx = \int xdx + \int \sin xdx = \frac{x^2}{2} - \cos x + C$$

Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = 10$, $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x = 4$. Tính tích phân $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$

A. 4. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 6.

Lời giải

Áp dụng tính chất tích phân, ta có

$$\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x + \int_3^4 f(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow 10 = \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x + 4$$

$$\Rightarrow \int_0^3 f(x)\mathrm{d}x = 10 - 4 = 6$$

Câu 17: Cho tích phân $I = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 2$. Tính tích phân $J = \int_0^2 \left[3f(x) - 2\right]\mathrm{d}x$.

A. $J = 6$. **B.** $J = 2$. **C.** $J = 8$. **D.** $J = 4$.

Lời giải

Áp dụng tính chất tích phân, ta có $J = \int_0^2 \left[3f(x) - 2\right]\mathrm{d}x = 3\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 2\mathrm{d}x = 3.2 - 4 = 2$

Câu 18: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

A. $Q(1;2)$ **B.** $P(-1;2)$ **C.** $N(1;-2)$ **D.** $M(-1;-2)$

Lời giải

Điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ là điểm $P(-1;2)$

Câu 19: Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. -3 **B.** 3 **C.** 4 **D.** $4i$

Lời giải

Ta có $z_1 + z_2 = 3 + 4i$ nên phần ảo là 4

Câu 20: Tìm số phức liên hợp của số phức $z = i(3i + 1)$

A. $\overline{z} = 3 + i$ **B.** $\overline{z} = -3 + i$ **C.** $\overline{z} = 3 - i$ **D.** $\overline{z} = -3 - i$

Lời giải

Ta có $z = i(3i + 1) = -3 + i$ nên số phức liên hợp của z là $\overline{z} = -3 - i$

Câu 21: Một hình nón có diện tích xung quanh và diện tích toàn phần lần lượt là 6π, 10π (đvdt). Thể tích hình nón đó bằng

A. $\frac{4\sqrt{5}}{3}\pi$ (đvtt). **B.** 16π (đvtt). **C.** $\frac{4}{3}\pi$ (đvtt). **D.** π (đvtt).

Ta có $\begin{cases} S_{xq} = \pi rl \\ S_{TP} = \pi rl + \pi r^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \pi rl = 6\pi \\ \pi rl + \pi r^2 = 10\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} r = 2 \\ l = 3 \end{cases}$ suy ra chiều cao của khối nón là $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{5}$ suy ra $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{4\sqrt{5}}{3}\pi$ (đvtt)

Câu 22: Thể tích của khối lập phương là 27 cm^3. Diện tích toàn phần của hình lập phương tương ứng là

A. 54cm^2. **B.** 36cm^2. **C.** 9cm^2. **D.** 16cm^2.

Gọi cạnh của hình lập phương là $a(\text{cm})$.

Ta có $V = a^3 \Leftrightarrow a^3 = 27 \Leftrightarrow a = 3 \Rightarrow S_{TP} = 6a^2 = 54\text{cm}^2$

Câu 23: Công thức tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là

A. $S_{xq} = 2\pi rh$. **B.** $S_{xq} = \pi rh$. **C.** $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi rh$. **D.** $S_{xq} = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Ta có diện tích xung quanh của trụ là $S_{xq} = 2\pi rh$

Câu 24: Một hình nón có bán kính đáy $r = 4\text{cm}$ và diện tích xung quanh bằng $20\pi\,\text{cm}^2$. Độ dài đường sinh của hình nón đó bằng

A. 5cm. **B.** $\frac{5}{2}\text{cm}$. **C.** $\frac{15}{4}\text{cm}$. **D.** 2cm.

Ta có $S_{xq} = \pi rl = 20\pi$ và $r = 4$ suy ra $l = 5\text{cm}$.

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$, biết $A(1;-4;2)$, $B(2;1;-3)$, $C(3;0;-2)$ và $D(2;-5;-1)$. Trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ có tọa độ là

A. $G(2;-2;-1)$. **B.** $G(0;-1;-1)$. **C.** $G(6;-3;-3)$. **D.** $G(2;-1;-1)$.

Ta có tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$ là $\begin{cases} x_G = \frac{x_A + x_B + x_C + x_D}{4} \\ y_G = \frac{y_A + y_B + y_C + y_D}{4} \\ z_G = \frac{z_A + z_B + z_C + z_D}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_G = 2 \\ y_G = -2 \\ z_G = -1 \end{cases} \Rightarrow G(2;-2;-1)$

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+2)^2 + (y+3)^2 + (z-5)^2 = 36$ có tọa độ tâm I là

A. $I(-2;-3;5)$. **B.** $I(2;3;-5)$. **C.** $I\left(-1;-\frac{3}{2};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $I\left(1;\frac{3}{2};-\frac{5}{2}\right)$.

Ta có tọa độ tâm của mặt cầu (S) là $I(-2;-3;5)$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 10 = 0$. Điểm nào sau đây ***không*** thuộc mặt phẳng (α)?

A. $N(4;-1;1)$. **B.** $M(2;-3;2)$. **C.** $P(0;5;20)$. **D.** $Q(-2;3;18)$.

Điểm không thuộc mặt phẳng (α) là $N(4;-1;1)$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;1)$ và $B(3;2;-3)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;0;-1)$. **B.** $I(4;0;-2)$. **C.** $I(1;2;-2)$. **D.** $I(2;4;-4)$.

Trung điểm của đoạn AB là $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 2 \\ y_I = 0 \\ z_I = -1 \end{cases} \Rightarrow I(2;0;-1)$

Câu 29: Chọn ngẫu nhiên ba số bất kì trong 20 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được ba số có tích là số lẻ bằng

A. $\dfrac{2}{19}$. **B.** $\dfrac{17}{19}$. **C.** $\dfrac{5}{19}$. **D.** $\dfrac{7}{19}$.

Số phần tử của không gian mẫu là C_{20}^3

Số kết quả có lợi cho biến cố cần tính xác suất là C_{10}^3 suy ra $P = \dfrac{C_{10}^3}{C_{20}^3} = \dfrac{2}{19}$

Câu 30: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 12x + 3m - 7$. Số các giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Yêu cầu bài $\Leftrightarrow y' = 3x^2 - 6mx + 12 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 4 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 4 \le 0$

$\Leftrightarrow -2 \le m \le 2,\ m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 31: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + x - 2$. **B.** $y = \dfrac{3x+1}{x+1}$.

C. $y = -\dfrac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 2$. **D.** $y = x^4 + x^2 + 1$.

Giải

Đáp án A

$y = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + x - 2 \Rightarrow y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Vậy hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - x^2 + x - 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 32: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 + 3$ trên đoạn $[-3;0]$. Tính giá trị biểu thức $P = m - M$.

A. -64. **B.** 64. **C.** 68. **D.** -68.

Giải

Đáp án A

$f'(x)=4x^3-4x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=0 \end{array}\right.,\ x=-1\in(-3;0)$

Ta có: $f(-3)=66, f(-1)=2, f(0)=3$

Khi đó $m=2, M=66 \Rightarrow P=m-M=-64$

Câu 33: Tập xác định của hàm số $y=\sqrt{\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+7x\right)+3}$ là

A. $[-8;-7)\cup(0;1]$. **B.** $[-8;-7)\cup(0;1)$.

C. $[-8;-7]\cup(0;1]$. **D.** $(-8;-7)\cup(0;1)$.

Giải

Đáp án A

Điều kiện xác định:

$$\begin{cases} x^2+7x>0 \\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x^2+7x\right)+3\geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-7 \\ x>0 \end{array}\right. \\ x^2+7x-8\leq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x<-7 \\ x>0 \end{array}\right. \\ -8\leq x\leq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -8\leq x<-7 \\ 0<x\leq 1 \end{array}\right.$$

Câu 34: Cho số phức $z=2+i$. Phần ảo của số phức $w=\bar{z}+3z$ là

A. 2. **B.** $2i$. **C.** 8. **D.** -2.

Giải

Đáp án A

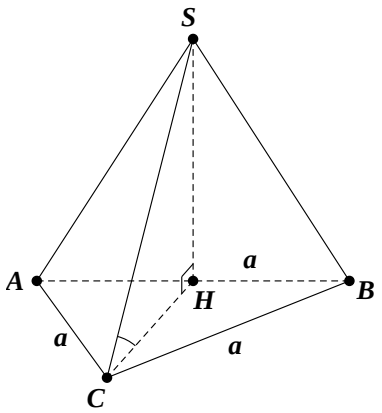
$w=\bar{z}+3z=2-i+6+3i=8+2i$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 50^0.

Giải

Đáp án A



Gọi H là trung điểm của AB. Khi đó $SH\perp(ABC)\Rightarrow$ Góc giữa SC và (ABC) là góc SCH

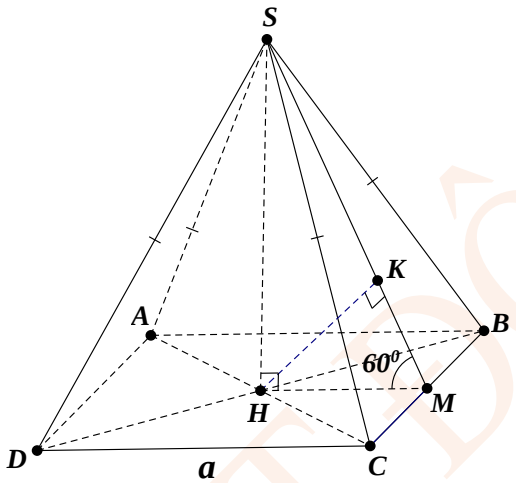
Ta có: $SH=\frac{1}{2}AB=\frac{a}{2}, CH=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $\tan SCH=\frac{SH}{CH}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow SCH=30^0$

Câu 36: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và đáy bằng 60^0. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng SBC bằng

A. $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $a\sqrt{3}$. **D.** $2a\sqrt{3}$.

Giải

Đáp án A



Gọi M là trung điểm của BC, H là tâm hình vuông $ABCD$, hạ $HK \perp SM$. Khi đó:

$SH \perp ABCD$ và góc giữa SBC và $ABCD$ là góc $SMH = 60^0$

Ta có: $d\ H,(SBC) = HK = HM.\sin 60^0 = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Mặt khác, ta có: $d\ A,(SBC) = 2d\ H,(SBC) = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3), B(-3;0;1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là

A. $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z=0$. **B.** $x^2+y^2+z^2-2x-2y-4z=0$.

C. $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-12=0$. **D.** $x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z-6=0$.

Giải

Chọn A

Gọi I là tâm mặt cầu đã cho. Khi đó I là trung điểm của đoạn thẳng AB. Suy ra $I(-1;1;2)$.

Bán kính mặt cầu đã cho là $R = IA = \sqrt{(1+1)^2+(2-1)^2+(3-2)^2} = \sqrt{6}$.

Phương trình mặt cầu đã cho là: $(x+1)^2+(y-1)^2+(z-2)^2=6$ hay

$x^2+y^2+z^2+2x-2y-4z=0$

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(2;3;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+5z-1=0$ có phương trình là

A. $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-4}{5}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-5}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z-1}{5}$. **D.** $\frac{x-2}{-1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+1}{5}$.

Giải

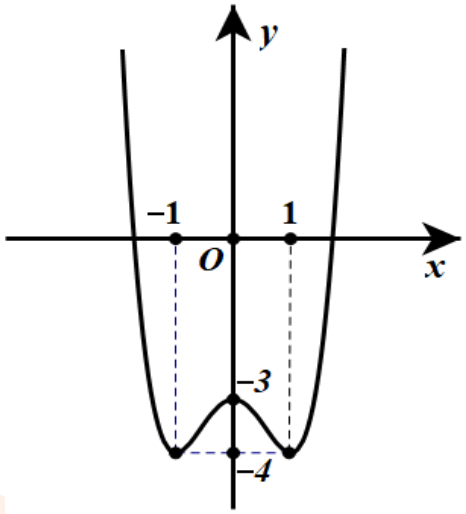
Chọn A

Chọn VTCP của đường thẳng đã cho là VTPT của mặt phẳng (P)

$\vec{u}=\vec{n}_P=(1;-2;5)$

Đường thẳng đã cho đi qua điểm $A(2;3;-1)$ nên có phương trình $\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{-2}=\frac{z-4}{5}$

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Đặt $g(x)=f\left(\sqrt{x^2-4x+6}\right)-2\left(x^2-4x\right)\sqrt{x^2-4x+6}-12\sqrt{x^2-4x+6}+1$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

A. $12-2\sqrt{4}$. **B.** $-12-12\sqrt{6}$. **C.** $-12-2\sqrt{4}$. **D.** $12-12\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị suy ra $f(x)=x^4-2x^2-3\Rightarrow f'(x)=4x^3-4x$

Đặt $t=\sqrt{x^2-4x+6}$, $x\in[1;4]\Rightarrow t\in\left[\sqrt{2};\sqrt{6}\right]$.

Ta có: $g(x)=f\left(\sqrt{x^2-4x+6}\right)-2\left(x^2-4x+6\right)\sqrt{x^2-4x+6}+1$

Suy ra hàm số đã cho trở thành

$h(t)=f(t)-2t^3+1\Rightarrow h'(t)=f'(t)-6t^2$

$$h(t)=0\Leftrightarrow f'(t)-6t^2=0\Leftrightarrow 4t^3-6t^2-4t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\notin\left(\sqrt{2};\sqrt{6}\right)\\ t=-\frac{1}{2}\notin\left(\sqrt{2};\sqrt{6}\right)\\ t=2\in\left(\sqrt{2};\sqrt{6}\right)\end{array}\right.$$

Ta có:

$h\left(\sqrt{2}\right)=f\left(\sqrt{2}\right)-2.\left(\sqrt{2}\right)^3+1=-2-4\sqrt{2}$;

$h(2)=f(2)-2.(2)^3+1=-10$

$h\left(\sqrt{6}\right)=f\left(\sqrt{6}\right)-2.\left(\sqrt{6}\right)^3+1=22-12\sqrt{6}$

Suy ra giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(t)$ trên đoạn $\left[\sqrt{2};\sqrt{6}\right]$ lần lượt là $22-12\sqrt{6}$ và -10.

Vậy tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $g(x)$ trên $[1;4]$ là tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của $h(t)$ trên $\left[\sqrt{2};\sqrt{6}\right]$ và bằng $12-12\sqrt{6}$.

Câu 40: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho tồn tại số thực y thỏa mãn $2\log_3(x+y+1)=\log_2\left(x^2+2x+2y^2+1\right)$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt $X=x+1$. Khi đó, ta có $2\log_3(X+y)=\log_2\left(X^2+2y^2\right)\Leftrightarrow\log_3(X+y)=\log_4\left(X^2+2y^2\right)$

Đặt $\log_3(X+y)=\log_4\left(X^2+2y^2\right)=t\Rightarrow\begin{cases}X+y=3^t\\X^2+2y^2=4^t\end{cases}$

$\Rightarrow 4^t=X^2+\dfrac{y^2}{\frac{1}{2}}\geq\dfrac{(X+y)^2}{1+\frac{1}{2}}=\dfrac{3^{2t}}{\frac{3}{2}}=\dfrac{2}{3}.9^t\Rightarrow 3.4^t\geq 2.9^t\Rightarrow\left(\dfrac{4}{9}\right)^t\geq\dfrac{2}{3}\Rightarrow t\leq\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $\begin{cases}0<X+y\leq\sqrt{3}\\0<X^2+2y^2\leq 2\end{cases}$

Ta có: $X^2+2y^2\leq 2\Rightarrow 0\leq X^2\leq 2\Rightarrow-\sqrt{2}\leq X\leq\sqrt{2}\Rightarrow X\in\{-1;0;1\}$ do X nguyên.

+ Với $X=0$, ta có

$\begin{cases}y=3^t\\2y^2=4^t\end{cases}\Rightarrow 2.9^t=4^t\Rightarrow\left(\dfrac{4}{9}\right)^t=2\Leftrightarrow t=\log_{\frac{4}{9}}2\Rightarrow y=3^{\log_{\frac{4}{9}}2}$.

+ Với $X=1$, ta có $\begin{cases}y=3^t-1\\2y^2=4^t-1\end{cases}\Rightarrow 2.\left(3^t-1\right)^2=4^t-1$. $(*)$

Ta thấy $t=0$ là nghiệm của $(*)\Rightarrow$ Phương trình đã cho có nghiệm $y=0$.

+ Với $X=-1$, ta có $\begin{cases}y=3^t+1\\2y^2=4^t-1\end{cases}$.

Vì $y=3^t+1\Rightarrow y>1$

Mặt khác, ta có:

$X^2+2y^2\le 2\Rightarrow 0\le 2y^2\le 2\Rightarrow 2y^2\le 2\Rightarrow y^2\le 1\Rightarrow |y|\le 1$

Do vậy $y>1$ là không thỏa mãn nên $X=-1$ không thỏa mãn

Vậy $X\in\{0;1\}$ hay $x\in\{-1;0\}$ thì tồn tại số thực y thỏa mãn

$2\log_3(x+y+1)=\log_2(x^2+2x+2y^2+1)$.

Câu 41: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases} e^x+m & \text{khi } x\ge 0 \\ x^2(x^3+1)^3 & \text{khi } x<0 \end{cases}$ (với m là tham số). Biết hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_{-1}^{1} f(x)dx=a.e-\frac{b}{c}$ với a, b, $c\in\mathbb{N}^*$; $\frac{b}{c}$ tối giản ($e=2,718281828$). Biểu thức $a+b+c+m$ bằng

A. 13. **B.** 35. **C.** -11. **D.** 36.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$.

Ta có với $\forall x>0$ khi đó $f(x)=e^x+m$ hoặc $\forall x<0$ khi đó $f(x)=x^2(x^3+1)^3$ nên hàm số $y=f(x)$ đã liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ với mọi giá trị của tham số m.

Xét tại $x=0$, ta được:

$\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^+}(e^x+m)=1+m$; $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-}\left[x^2(x^3+1)^3\right]=0$ và $f(0)=1+m$.

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi liên tục tại $x=0\Leftrightarrow \lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)=f(0)$

$\Leftrightarrow 1+m=0\Leftrightarrow m=-1$.

Khi đó $\int_{-1}^{1} f(x)dx=\int_{-1}^{0} f(x)dx+\int_{0}^{1} f(x)dx=I+J$ trong đó:

$$I=\int_{-1}^{0} x^2(x^3+1)^3dx=\frac{1}{3}\int_{-1}^{0}(x^3+1)^3d(x^3+1)=\left.\frac{(x^3+1)^4}{12}\right|_{-1}^{0}=\frac{1}{12}.$$

$$J=\int_{0}^{1}(e^x-1)dx=\left.(e^x-x)\right|_{0}^{1}=e-2.$$

Từ đó ta được $\int_{-1}^{1} f(x)dx=e-2+\frac{1}{12}=1.e-\frac{23}{12}$.

Từ đó ta tìm được $a=1;\ b=23;\ c=12;\ m=-1$ nên $a+b+c+m=1+23+12+(-1)=35$.

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $(z^2-2z+7)(z-2\bar{z}^{-2})=0$?

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Lời giải

Ta có $\left(z^2-2z+7\right)\left(z-2\overline{z}^2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} z^2-2z+7=0 & (1) \\ z-2\overline{z}^2=0 & (2) \end{array}\right.$.

Ta thấy (1) có hai nghiệm $z=1\pm\sqrt{6}i$.

Xét phương trình (2). Giả sử số phức $z=a+bi\ \ (a,b\in\mathbb{R}) \Rightarrow \overline{z}=a-bi$

Theo đề bài, $a+bi-2\left(a-bi\right)^2=0 \Leftrightarrow a-2a^2+2b^2+\left(b+4ab\right)i=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a-2a^2+2b^2=0 & (3) \\ b+4ab=0 & (4) \end{cases}$.

Xét phương trình $(4) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} b=0 \\ a=-\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Khi $b=0$ thế vào (3) ta được $a-2a^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

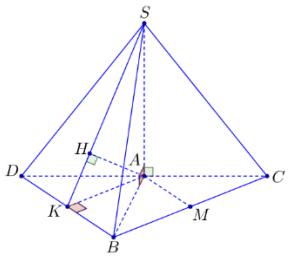
Khi $a=-\dfrac{1}{4}$ thế vào (3) ta được $2b^2-\dfrac{3}{8}=0 \Leftrightarrow b=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Vậy có 6 số phức thỏa mãn.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $BC=2a$ và M là trung điểm của đoạn BC. Biết SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) và khoảng cách giữa hai đường thẳng SB, AM bằng $\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2a^3\sqrt{5}}{9}$.

Lời giải



Gọi D là điểm đối xứng của điểm C qua điểm A suy ra $AM//BD$ và $AM//(SBC)$. Do đó $d\left(AM,SB\right)=d\left(AM,\left(SBD\right)\right)=d\left(A,\left(SBD\right)\right)$.

Gọi K, H lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm A, H lên BD và SK, từ đó chứng minh được $AH=d\left(A,\left(SBD\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Từ giả thiết và cách dựng ta được $AB=\dfrac{1}{2}CD \Rightarrow \Delta DBC$ vuông tại $B \Rightarrow AK//BC$ và ta được $AK=a$.

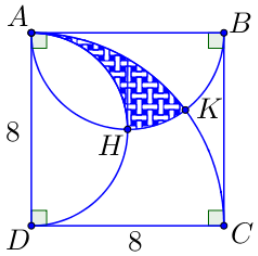
Từ hệ thức lượng cho tam giác vuông SAK có đường cao AH ta được

$\frac{1}{SA^2}=\frac{1}{SH^2}-\frac{1}{AK^2}=\frac{3}{2a^2}-\frac{1}{a^2}\Rightarrow SA=a\sqrt{2}$.

Diện tích tam giác ABC là $S_{ABC}=\frac{1}{2}AB^2=\frac{1}{2}\left(\frac{BC}{\sqrt{2}}\right)^2=\frac{1}{2}\left(\frac{2a}{\sqrt{2}}\right)^2=a^2$.

Vậy $V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SA=\frac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 44: Một bức tường lớn kích thước $8m\times 8m$ trước đại sảnh của một toà biệt thự được sơn loại sơn đặc biệt. Người ta vẽ hai nửa đường tròn đường kính AD, AB cắt nhau tại H; đường tròn tâm D, bán kính AD, cắt nửa đường tròn đường kính AB tại K. Biết tam giác "cong" AHK được sơn màu xanh và các phần còn lại được sơn màu trắng (như hình vẽ) và một mét vuông sơn trắng, sơn xanh lần lượt có giá là 1 triệu đồng và $1,5$ triệu đồng. Tính số tiền phải trả (làm tròn đến hàng ngàn).

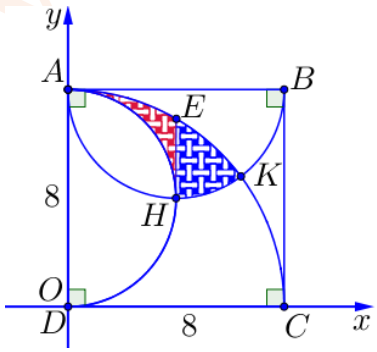


A. $60,567,000$ (đồng). **B.** $70,405,000$ (đồng).

C. $67,128,000$ (đồng). **D.** $86,124,000$ (đồng).

Lời giải

Chọn hệ toạ độ Oxy như hình vẽ sau



Dễ thấy cung AB có phương trình $y=f(x)=8-\sqrt{16-(x-4)^2}$; cung AH có phương trình $y=g(x)=4+\sqrt{16-x^2}$ và cung AC có phương trình $y=h(x)=\sqrt{64-x^2}$. Dễ tìm được toạ độ các điểm $H(4;4)$ và $K\left(6,4;\frac{24}{5}\right)$.

Diện tích tam giác AHK là

$S=S_{AHE}+S_{HEK}=\int_0^4\left(\sqrt{64-x^2}-4-\sqrt{16-x^2}\right)dx+\int_4^{6,4}\left(\sqrt{64-x^2}-8+\sqrt{16-(x-4)^2}\right)dx$

$\approx 6,255085231$.

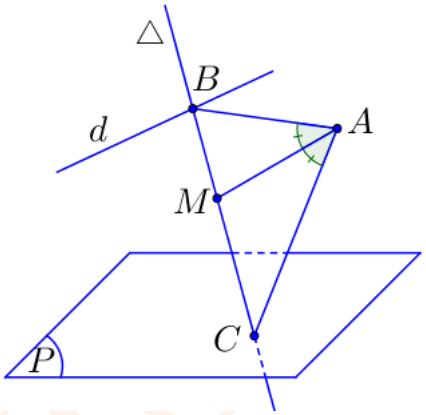
Số tiền cần trả là $S.1,5+\left(8^2-S\right).1=67,12754262$.

Vậy số tiền cần trả là $67,128,000$ (đồng).

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB=2AC$ với điểm $M\left(2;0;4\right)$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $d:\frac{x}{1}=\frac{y}{1}=\frac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-z-2=0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kẻ từ A ($M\in BC$). Phương trình trình đường thẳng BC là

A. $\begin{cases}x=2\\y=2-t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2\\y=t\\z=4-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=t\\z=4+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-2+t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Lời giải



Từ giả thiết ta có: $B\in d\Rightarrow B\left(t;t;t\right)$. Vì AM là phân giác trong của góc BAC và $AB=2AC$

$\Rightarrow\frac{MB}{MC}=\frac{AB}{AC}=2\Rightarrow\overrightarrow{MB}=-2\overrightarrow{MC}\ (1)$.

Ta được $\overrightarrow{MB}=\left(t-2;t;t-4\right)$ và $\overrightarrow{MC}=\left(x_C-2;y_C;z_C-4\right)$ thế vào (1) và rút gọn ta được :

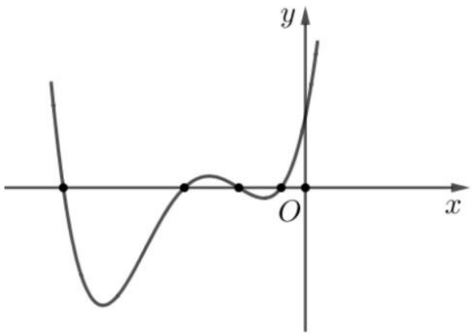
$\begin{cases}x_C=3-0,5t\\y_C=-0,5t\\z_C=6-0,5t\end{cases}$ hay $C\left(3-0,5t;-0,5t;6-0,5t\right)$.

Do C là điểm thuộc (P) nên $2\left(3-0,5t\right)+\left(-0,5t\right)-\left(6-0,5t\right)-2=0\Leftrightarrow-t-2=0\Leftrightarrow t=-2$.

Suy ra $B\left(-2;-2;-2\right)$.

Đường thẳng BC đi qua điểm $B\left(-2;-2;-2\right)$ và nhận vectơ $\overrightarrow{BM}=\left(4;2;6\right)$ hay vectơ $\vec{u}=\left(2;1;3\right)$ là một vectơ chỉ phương nên có phương trình là $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-2+t\\z=-2+3t\end{cases}$.

Câu 46: Cho hàm đa thức $y=f\left(x\right)$, biết hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Biết rằng $f(0)=0$. Hỏi hàm số $g(x)=\left|f(x^6)-x^3\right|$ có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

$h(x)=f(x^6)-x^3 \Rightarrow h'(x)=6x^5 f'(x^6)-3x^2=3x^2\left(2x^3 f'(x^6)-1\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=0 \\ 2x^3 f'(x^6)-1=0 \end{array}\right.$

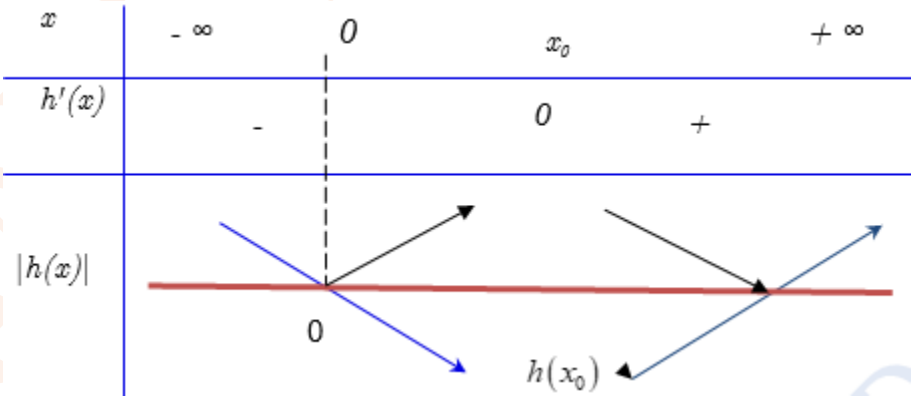
Đặt: $u(x)=2x^3 f'(x^6)-1 \Rightarrow u'(x)=6x^2 f'(x^6)+12x^8 f''(x^6)\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

(Từ đồ thị ta có $x^6\geq 0 \Rightarrow \begin{cases} f'(x^6)>0 \\ f''(x^6)>0 \end{cases}$ do đó $\begin{cases} 6x^2 f'(x^6)\geq 0 \\ 12x^8 f''(x^6)\geq 0 \end{cases}, \forall x\in\mathbb{R}$)

Nên $u(x)=2x^3 f'(x^6)-1$ đồng biến và liên tục trên $\mathbb{R}$ (do $f(x)$ là hàm đa thức $\Rightarrow u(x)$ là hàm đa thức) và $\begin{cases} \lim\limits_{x\to-\infty} u(x)=-\infty \\ \lim\limits_{x\to+\infty} u(x)=+\infty \end{cases}$ suy ra phương trình $u(x)=2x^3 f'(x^6)-1=0$ có nghiệm duy nhất.

Giả sử $2x^3 f'(x^6)-1=0 \Leftrightarrow x^3 f'(x^6)=\dfrac{1}{2}$ có nghiệm là x_0 (do $f'(x_0^6)>0$) $\Rightarrow x_0^3>0 \Rightarrow x_0>0$.

Ta có bảng biến thiên sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)=|h(x)|$ có 1 điểm cực đại.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương x sao cho ứng với mỗi x có đúng 9 số nguyên y thỏa mãn $\left(2^{y+1}-x^2\right)\left(3^y-x\right)<0$?

A. 64. **B.** 67. **C.** 128. **D.** 53.

Lời giải

TH1: $\begin{cases} 2^{y+1}-x^2>0 \\ 3^y-x<0 \end{cases} \Leftrightarrow \log_2 x^2-1<y<\log_3 x$ (1).

Điều kiện cần $\log_2 x^2-1<\log_3 x \Leftrightarrow 2\log_2 x-1<\log_3 x \Leftrightarrow x<1,65$

Vì $x\in\mathbb{Z}^+ \Rightarrow x=1$.

Thử lại $x=1$ loại.

TH2: $\begin{cases} 2^{y+1}-x^2<0 \\ 3^y-x>0 \end{cases} \Leftrightarrow \log_3 x<y<\log_2 x^2-1(2)$

Để có đúng 9 số nguyên y ta phải có $y-1\le\log_3 x<y<y+1<...<y+8<\log_2 x^2-1\le y+9$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3^{y-1}\le x<3^y \\ 2^{\frac{y+9}{2}}<x\le 2^{\frac{y+10}{2}} \end{cases}$.

Hệ trên vô nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{\frac{y+10}{2}}<3^{y-1} \\ 3^y\le 2^{\frac{y+9}{2}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y>6,06... \\ y\le 4,14.... \end{cases}$.

Từ đó, y nguyên ta được hệ có nghiệm khi $\begin{cases} y=5 \\ y=6 \end{cases}$.

Do đó ta chỉ có hai trường hợp sau thỏa mãn bài toán

+ $y\in\{5;6;...;13\}$ nghĩa là $4\le\log_3 x<5;6;...;13<\log_2 x^2-1\le 14$, ta được $x\in\{129;...181\}$ có 53 số nguyên.

+ $y\in\{6;7;...;14\}$ nghĩa là $5\le\log_3 x<6;7;...;14<\log_2 x^2-1\le 15$, ta được $x\in\{243;...256\}$ có 14 số nguyên.

Vậy có $53+14=67$ số nguyên.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm xác định trên $(0;+\infty)$ và thỏa mãn $x\left(f'(x)+x\right)=(x+1)f(x); f(1)=e+1$. Biết rằng $\int_0^1 f(x)dx=\frac{a}{b}$; trong đó a,b là những số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Khi đó giá trị của $(2a+b)$ tương ứng bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $x\left(f'(x)+x\right)=(x+1)f(x) \Leftrightarrow xf'(x)-xf(x)-f(x)=-x^2$

Với $x=0$ ta có: $f(0)=0$ (1)

Với $x\neq 0$

Chia cả hai vế cho x^2: $\frac{xf'(x)-f(x)}{x^2}-\frac{f(x)}{x}=-1\Leftrightarrow\left[\frac{f(x)}{x}\right]'-\frac{f(x)}{x}=-1$

Nhân hai vế với e^{-x}: $e^{-x}\left[\frac{f(x)}{x}\right]'-e^{-x}\frac{f(x)}{x}=-e^{-x}\Leftrightarrow\left[\frac{f(x)}{x}.e^{-x}\right]'=-e^{-x}$

Lấy nguyên hàm hai vế: $\frac{f(x)}{x}.e^{-x}=e^{-x}+C$

Do $f(1)=e+1$ nên: $\frac{f(1)}{1}.e^{-1}=e^{-1}+C\Leftrightarrow C=1$

Vậy $\frac{f(x)}{x}.e^{-x}=e^{-x}+1\Leftrightarrow f(x)=x\left(1+e^{x}\right)$ (2)

Từ (1) và (2) ta có $f(x)=x\left(1+e^{x}\right)$ thỏa mãn yêu cầu đề bài

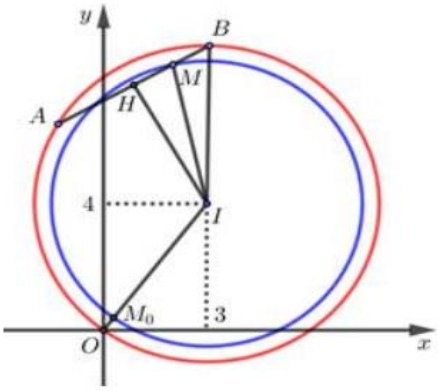
Khi đó: $\int_0^1 x\left(1+e^{x}\right)dx=\frac{x^2}{2}\Big|_0^1+\int_0^1 xe^{x}dx=\frac{x^2}{2}\Big|_0^1+\left(xe^{x}-e^{x}\right)\Big|_0^1=\frac{3}{2}$.

Kết luận $(2a+b)=2.3+2=8$.

Câu 49: Giả sử $z_1;z_2$ là hai trong các số phức z thỏa mãn $(z-6)\left(8-i.\bar{z}\right)$ là số thực. Biết rằng $|z_1-z_2|=6$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1+3z_2|$ bằng

A. $-5+\sqrt{73}$. **B.** $5-\sqrt{21}$. **C.** $20-2\sqrt{73}$. **D.** $20-4\sqrt{21}$.

Lời giải



Đặt $z=x+yi$ với $x;y\in\mathbb{R}$. Gọi $A;B$ lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1;z_2$.

Ta có: $|z_1-z_2|=6\Rightarrow AB=6$.

Và $(z-6)\left(8-i.\bar{z}\right)=(x+yi-6)(8-xi-y)=\left[(x-6)+yi\right]\left[(8-y)-xi\right]$

$=\left[(x-6)(8-y)+xy\right]+\left[(8-y)y-(x-6)x\right]i=8x+6y-48-\left(x^2+y^2-6x-8y\right)i$.

Theo giả thiết $(z-6)\left(8-i.\bar{z}\right)$ là số thực nên $x^2+y^2-6x-8y=0$

Do đó $A;B\in(C):x^2+y^2-6x-8y=0$ là đường tròn tâm $I(3;4)$, bán kính $R=5$.

Xét điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{MO}+3\overrightarrow{OB}=\vec{0}\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}=4\overrightarrow{OM}$.

Gọi H là trung điểm AB, khi đó: $HI^2=R^2-HB^2=16$,

$IM=\sqrt{HI^2+HM^2}=\sqrt{4^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=\frac{\sqrt{73}}{2}$.

Suy ra: Điểm M thuộc đường tròn (C_1) tâm $I(3;4)$, bán kính $R_1=\frac{\sqrt{73}}{2}$.

Ta có: $|z_1+3z_2|=|\overrightarrow{OA}+3\overrightarrow{OB}|=|4\overrightarrow{OM}|=4OM$

$\Rightarrow |z_1+3z_2|_{\min} \Leftrightarrow 4OM_{\min}=4|OI-R_1|=4\left(5-\frac{\sqrt{73}}{2}\right)=20-2\sqrt{73}$.

Vậy $|z_1+3z_2|_{\min}=20-2\sqrt{73}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$,biết rằng không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng $d_1:\frac{x-3}{-1}=\frac{y+3}{1}=\frac{z}{1}$; $d_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$; $d_3:\frac{x}{1}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z+1}{-1}$; $d_4:\begin{cases}x=6+t\\y=a+3t\\z=b+t\end{cases}$. Giá trị của $2b-a$ bằng

A. -2 **B.** 3 **C.** 2. **D.** -3.

Lời giải

Đường thẳng d_1 có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;1)$ và đi qua điểm $A(3;-3;0)$.

Đường thẳng d_3 có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_3}=(1;-1;-1)$ và đi qua điểm $B(0;-2;-1)$.

$\overrightarrow{BA}=(3;-1;1)$.

Vì $\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_3}$ cùng phương và $\overrightarrow{u_1}$ không cùng phương $\overrightarrow{BA}$ nên $d_1//d_3$.

Gọi (α) là mặt phẳng chứa d_1,d_3.

Khi đó (α) nhận $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\overrightarrow{BA},\overrightarrow{u_1}\right]=-2(1;2;-1)$ làm vec-tơ pháp tuyến và (α) đi qua $B(0;-2;-1)$ nên nó có phương trình là:

$1(x-0)+2(y+2)-(z+1)=0\Leftrightarrow x+2y-z+3=0$.

Dễ thấy $(\alpha):x+2y-z+3=0$ cắt $d_2:\frac{x-1}{1}=\frac{y-1}{2}=\frac{z}{-1}$ tại điểm $M(0;-1;1)$.

d_4 có vec-tơ chỉ phương $\overrightarrow{u_4}=(1;3;1)$. Do $\overrightarrow{n_\alpha}.\overrightarrow{u_4}\neq 0$ nên α,d_4 cắt nhau. Gọi toạ độ giao điểm tương ứng của chúng là $N(6+t;a+3t;b+t)$.

$\overrightarrow{MN}=(6+t;a+1+3t;b-1+t)$.

Vì không có đường thẳng nào cắt đồng thời cả 4 đường thẳng đã cho nên suy ra $\overrightarrow{MN}$ cùng phương với $\overrightarrow{u_1}=(-1;1;1)$.

$\Leftrightarrow \frac{6+t}{-1}=\frac{a+1+3t}{1}=\frac{b-1+t}{1}\Leftrightarrow\begin{cases}a+1+3t=-6-t\\b-1+t=-6-t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-4t=7+a\\4t=-10-2b\end{cases}\Rightarrow 2b-a=-3$.

CHUYÊN HÀ TĨNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

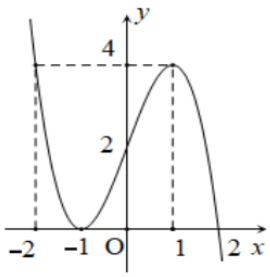
Câu 1: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?
A. 4 cách. **B.** 8 cách. **C.** 12 cách. **D.** 24 cách.

Câu 2: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng:
A. $\frac{16}{3}\pi$. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{32}{3}\pi$.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ khi đó $M-m$ bằng:
A. 3. **B.** –2. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+mx-3$ đồng biến trên khoảng $(2;6)$?
A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?
A. $(0;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 6: Modun của số phức $z=5-2i$ bằng:
A. $\sqrt{21}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 29. **D.** 3.

Câu 7: Số điểm cực trị của hàm số $y=x(x^2-4)(-x^2+3x-2)$ là
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8: Nếu $\int_1^2 f(x)\,dx=-1$ và $\int_2^5 f(x)\,dx=3$ thì $\int_1^5 -2f(x)\,dx$ bằng
A. –2. **B.** –4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 9: Cho hai số phức $z_1=3-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.
A. $z=3-10i$. **B.** $z=1-10i$. **C.** $z=3+3i$. **D.** $z=5-4i$.

Câu 10: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính bằng $a\sqrt{3}$ và đường cao $2a$ là?
A. $3\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$.

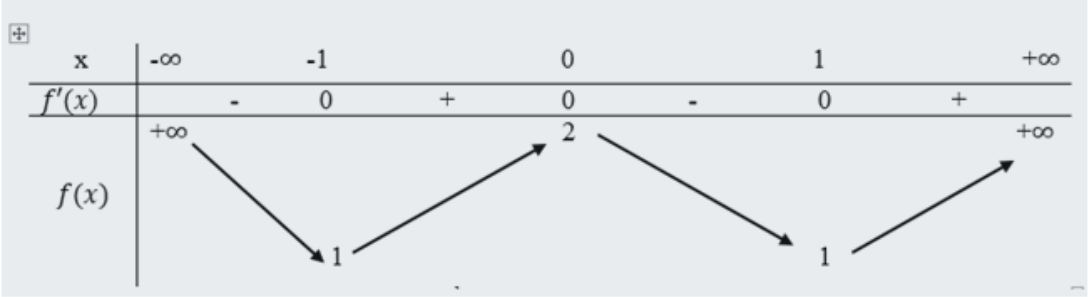
Câu 11: Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 12: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

A. $V=\frac{3a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-11=0$ là:

A. 2. **B.** 3**.** **C.** 4 . **D.** 0**.** .

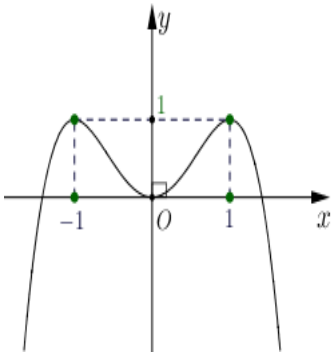
Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x+1}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $M(3;-1;2)$. **C.** $M(-1;3;0)$**.** **D.** $M(1;-3;0)$**.**

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(-1;1;3)$ và vt $\vec{u}=(-2;1;-3)$. Tính độ dài $|2\vec{u}-3\vec{v}|$

A. $\sqrt{242}$. **B.** $\sqrt{216}$. **C.** $\sqrt{152}$. **D.** $\sqrt{322}$**.**

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** −1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 17: Phần ảo của số phức $z=-7+6i$ bằng:

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 6. **D.** $6i$.

Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $y=2\sqrt[3]{x}$ là

A. $\int f(x)dx=\frac{2}{3}x\sqrt[3]{x}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{3}{2}x\sqrt[3]{x}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2}+C$.

Câu 19: Biết $\log_2 5 = a$. Khi đó $\log 5$ bằng:

A. $\frac{a+1}{a}$. **B.** $\frac{1}{a}$. **C.** $a+1$. **D.** $\frac{a}{a+1}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8y-2z+8=0$ là:

A. $(0;-4;1)$. **B.** $(0;4;-1)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(-4;0;1)$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=1-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\cos x+C$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \le 3$ là

A. $(0;8]$. **B.** $(-\infty;8]$. **C.** $(0;9]$. **D.** $(0;8)$.

Câu 23: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^2 [-3f(x)+2x]dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, vécto $\vec{u}=(1;-1;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-1+t \\ z=2+2t \end{cases}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{1-y}{-1}=\frac{z-2}{-2}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $\ln(x-1)^2$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $D=[1;+\infty)$

Câu 26: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-5; u_8=30$. Công sai của cấp số cộng bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3

Câu 28: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^{x^2-x}$ là:

A. $y'=(2x-1).3^{x^2-x}$. **B.** $y'=(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$.

C. $y'=(x^2-x).3^{x^2+x+1}$. **D.** $y'=3^{x^2-x-1}$

Câu 29: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2x^2+5$. **B.** $y=-x^3+3x^2-9x+2$.

C. $y=-x^3-x^2$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+2}$

Câu 30: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{2x^2-5}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-\frac{1}{5}$. **B.** $y=\frac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=2$

Câu 31: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{1}{110}$. **C.** $\frac{3}{55}$. **D.** $\frac{1}{22}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD=2a, SA=a$. Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là:

A. $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=1+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=2\\z=1+4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=0\\z=1-4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2t\\z=1+4t\end{cases}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a\sqrt{3}$, tam giác ABC đều cạnh có độ dài bằng a. Gọi $\alpha=(AB,(SBC))$, khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 35: Biết số phức $z=-3+4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$, trong đó a,b là các số thực. Giá trị của $a-b$ bằng:

A. 1. **B.** -19. **C.** -31. **D.** -11.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng (Oxy), đồng thời (α) song song và cách đường thẳng $\Delta:\frac{x+2}{-1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{-3}$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y-3=0$. **B.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-3=0$.

C. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y+5=0$. **D.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-5=0$.

Câu 37: Cho $\int_5^{12}\frac{dx}{x\sqrt{x+4}}=\frac{1}{a}\ln\frac{b}{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $c=a-b$. **B.** $b=2c.$. **C.** $a=b-c$. **D.** $b=c-a.$.

Câu 38: Với mọi a,b thoả mãn $\frac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a=1-b\log_2 5$. **B.** $ab=10$. **C.** $a\log_2 5+b=1$. **D.** $a+b=1$.

Câu 39: Cho $z_1;z_2$ là các số phức thỏa mãn $|z_1|=2;|z_2|=3$ và $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P=|4z_1-3z_2+1-2i|$ bằng

A. $15+\sqrt{5}$. **B.** $5+\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{65}+\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SB \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $SB = 2a, AB = 3a, BC = 4a$ và góc α là góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình: $4z^2 + 4(m-1)z + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left[f(x)\right]^2 - (2m+4)f(x) + m(m+4) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt. Tổng các phần tử thuộc S bằng:

A. -17. **B.** -18. **C.** -21. **D.** -5.

.

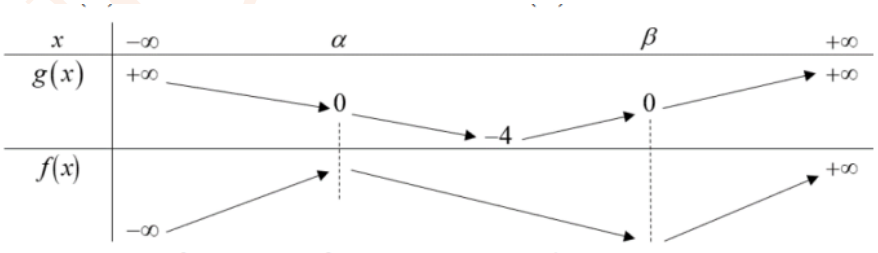
Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2 x - (m^2 - 2m)\log_2 x + m + 3 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2 = 8$. Tổng các phần tử của S là

A. -1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 44: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2x.f'(x) + f(x) = 4x\sqrt{x}$. Biết $f(1) = 2$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. $\frac{15}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{15}{2}$. **D.** $\frac{17}{2}$.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 - 3x^2 + bx + 1 - 2d$ và $g(x) = cx^2 - 2x + d$ có bảng biến thiên như sau:



Biết rằng đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 30$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = g(x), x = -3, x = 6$ bằng

A. $\frac{1321}{12}$. **B.** $\frac{1123}{12}$. **C.** $\frac{1231}{12}$. **D.** $\frac{2113}{12}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 7 = 0$ và điểm $A(1;1;3)$. Đường thẳng Δ đi qua M cắt đường thẳng d và mặt

phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho M là trung điểm của AN, biết đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;6)$. Khi đó giá trị biểu thức $T=14a-5b$ bằng

A. $T=81$. **B.** $T=72$. **C.** $T=-81$. **D.** $T=-63$.

Câu 47: Cho khối nón đỉnh S có đường cao bằng $3a$. SA, SB là hai đường sinh của khối nón. Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a và diện tích tam giác SAB bằng $3a^2$. Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{145\pi a^3}{72}$. **B.** $\frac{145\pi a^3}{54}$. **C.** $\frac{145\pi a^3}{36}$. **D.** $\frac{145\pi a^3}{48}$.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn: $\log_7 \frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y}=14x+3y-7(x^2+1)$ đồng thời $1<x<2022$?

A. 1348. **B.** 674 **C.** 673. **D.** 1347.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18$ và hai điểm $A(8;0;0), B(4;4;0)$. Điểm M bất kỳ thuộc mặt cầu (S). Biết $MA+3MB$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của biểu thức $T=4x_0-9y_0$ bằng

A. 46. **B.** 124. **C.** –46. **D.** –124.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f(x-1)+2$ như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** –9. **D.** –2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.D	5.D	6.B	7.A	8.B	9.D	10.D
11.C	12.A	13.A	14.C	15.A	16.A	17.C	18.C	19.D	20.A
21.C	22.A	23.B	24.A	25.A	26.C	27.B	28.B	29.B	30.C
31.A	32.D	33.B	34.B	35.B	36.B	37.C	38.B	39.D	40.C
41.B	42.C	43.A	44.D	45.A	46.A	47.A	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

A. 4 cách. **B.** 8 cách. **C.** 12 cách. **D.** 24 cách.

Lời giải

Xếp chỗ ngồi cho 4 học sinh vào dãy có 4 ghế có: $4!=24$ cách xếp.

Câu 2: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng:

A. $\frac{16}{3}\pi$. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{32}{3}\pi$.

Lời giải

Diện tích mặt cầu đã cho bằng: $S=4\pi R^2=4\pi 4=16\pi$.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ khi đó $M-m$ bằng:

A. 3. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0 \Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

$m=\min\limits_{[2;4]} y=y(4)=3$ và $M=\max\limits_{[2;4]} y=y(2)=5$. Vậy $M-m=5-3=2$.

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+mx-3$ đồng biến trên khoảng $(2;6)$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $y'=x^2-4x+m$.

Hàm số đồng biến trên $(2;6) \Leftrightarrow y'\ge 0 \quad \forall x\in(2;6) \Leftrightarrow m\ge -x^2+4x \quad \forall x\in(2;6)$.

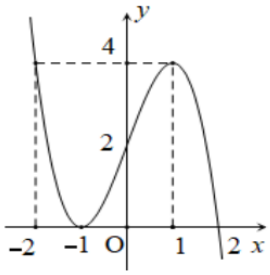
Xét $g(x)=-x^2+4x \quad \forall x\in(2;6)$.

Ta thấy hàm số $g(x)=-x^2+4x$ nghịch biến trên khoảng $(2;6)$.

Do đó $m\ge g(x) \quad \forall x\in(2;6) \Leftrightarrow m\ge \underset{x\in[2;6]}{Max}\, g(x) \Leftrightarrow m\ge g(2) \Leftrightarrow m\ge 4$.

Vậy $m \in \{4; 5; 6; 7; 8; 9; 10\}$. Vậy có 7 giá trị của m.

Câu 5: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$. **B.** $(0; +\infty)$. **C.** $(0; 4)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 6: Modun của số phức $z = 5 - 2i$ bằng:

A. $\sqrt{21}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 29. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $|z| = \sqrt{5^2 + (-2)^2} = \sqrt{29}$.

Câu 7: Số điểm cực trị của hàm số $y = x(x^2 - 4)(-x^2 + 3x - 2)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Cách 1:

Ta có $y = f(x) = x(x^2 - 4)(-x^2 + 3x - 2) = -x(x-1)(x+2)(x-2)^2$.

Ta có $y' = -(x-1)(x+2)(x-2)^2 - x(x+2)(x-2)^2 - x(x-1)(x-2)^2 - 2x(x-1)(x+2)(x-2)$

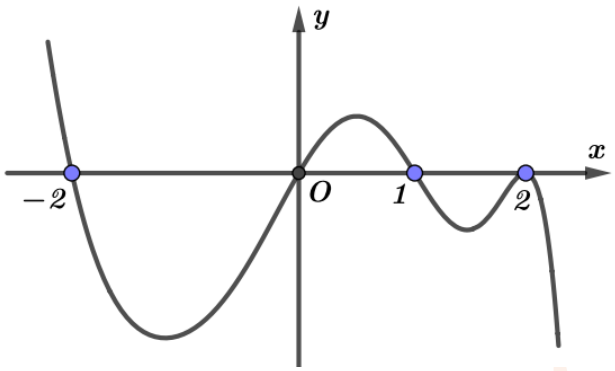
$y' = -(x-2)(x^3 - x^2 - 4x + 4 + x^3 - 4x + x^3 - 3x^2 + 2x + 2x^3 + 2x^2 - 4x)$

$$\Rightarrow y' = -(x-2)(5x^3 - 2x^2 - 10x + 4) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x - 2 = 0 \\ 5x^3 - 2x^2 - 10x + 4 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = \pm\sqrt{2} \\ x = \dfrac{2}{5} \end{array}\right.$$

Vì y' đổi dấu khi qua 4 điểm $x = 2$; $x = \pm\sqrt{2}$ và $x = \dfrac{2}{5}$. Vậy số điểm cực trị của hàm số là 4.

Cách 2:

Nhận xét: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại 4 điểm có hoành độ $0,1,-2,2$ trong đó tại điểm có hoành độ $x=2$ là đồ thị $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành. Do đó, đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hình dạng như sau



Từ đồ thị, ta thấy số điểm cực trị của hàm số là 4.

Câu 8: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_1^5 -2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^5 -2f(x)\mathrm{d}x=-2\int\limits_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-2\left(\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_2^5 f(x)\mathrm{d}x\right)=-2(-1+3)=-4$.

Câu 9: Cho hai số phức $z_1=3-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.

A. $z=3-10i$. **B.** $z=1-10i$. **C.** $z=3+3i$. **D.** $z=5-4i$.

Lời giải

Ta có: $z=z_1+z_2=3-7i+2+3i=5-4i$.

Câu 10: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính bằng $a\sqrt{3}$ và đường cao $2a$ là?

A. $3\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh hình trụ ta có $S_{xq}=2\pi R.h=2\pi.a\sqrt{3}.2a=4\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 11: Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\dfrac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Áp dụng công thức $V=\dfrac{1}{3}Bh=\dfrac{1}{3}.2a^2.3a=2a^3$.

Câu 12: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

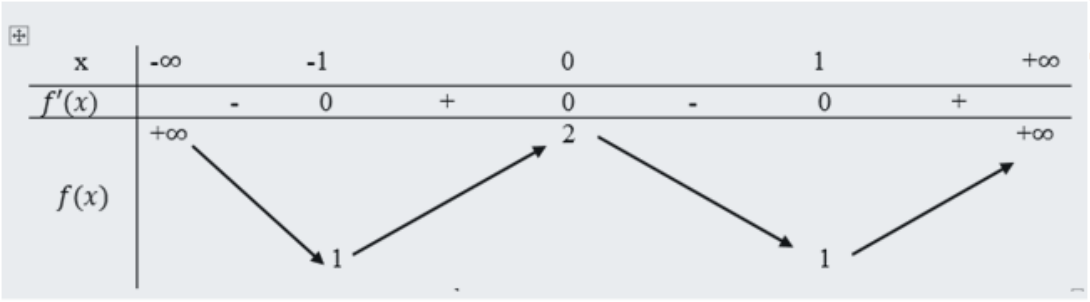
A. $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Theo tính chất lăng trụ tam giác đều, đáy là tam giác đều ABC và cạnh bên vuông góc với đáy.

Do đó áp dụng công thức $V=S_{\Delta ABC}.h=(2a)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\dfrac{3a^3}{4}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-11=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4 . **D.** 0 . .

Lời giải

Ta có: $2f(x)-11=0\Leftrightarrow f(x)=\dfrac{11}{2}$

nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{11}{2}$. vào đồ thị ta có phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $M(3;-1;2)$. **C.** $M(-1;3;0)$. **D.** $M(1;-3;0)$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{-1+1}{3}=\dfrac{3-3}{-1}=\dfrac{0}{2}$ Suy ra điểm $M(-1;3;0)$ thuộc đường thẳng Δ

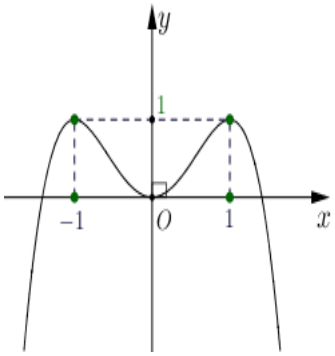
Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(-1;1;3)$ và vt $\vec{u}=(-2;1;-3)$. Tính độ dài $|2\vec{u}-3\vec{v}|$

A. $\sqrt{242}$. **B.** $\sqrt{216}$. **C.** $\sqrt{152}$. **D.** $\sqrt{322}$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{u}-3\vec{v}=(4;-1;15)$. Suy ra $|2\vec{u}-3\vec{v}|$ $\sqrt{242}$

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** −1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Qua đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

Câu 17: Phần ảo của số phức $z=-7+6i$ bằng:

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 6. **D.** $6i$.

Lời giải

Phần ảo của số phức $z=-7+6i$ là $b=6$.

Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $y=2\sqrt[3]{x}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt[3]{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}x\sqrt[3]{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int 2\sqrt[3]{x}\mathrm{d}x=2\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=2.\frac{x^{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}}+C=2.\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}+C=\frac{3}{2}x\sqrt[3]{x}+C$.

Câu 19: Biết $\log_2 5=a$. Khi đó $\log 5$ bằng:

A. $\frac{a+1}{a}$. **B.** $\frac{1}{a}$. **C.** $a+1$. **D.** $\frac{a}{a+1}$.

Lời giải

Ta có: $\log 5=\frac{\log_2 5}{\log_2 10}=\frac{\log_2 5}{\log_2 5+\log_2 2}=\frac{a}{a+1}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+8y-2z+8=0$ là:

A. $(0;-4;1)$. **B.** $(0;4;-1)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(-4;0;1)$.

Lời giải

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có tâm $I(a;b;c)$ với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$. Từ đó $(S):x^2+y^2+z^2+8y-2z+8=0$ có tâm $I(0;-4;1)$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=1-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int(1-\sin x)\mathrm{d}x = x+\cos x+C$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \le 3$ là

A. $(0;8]$. **B.** $(-\infty;8]$. **C.** $(0;9]$. **D.** $(0;8)$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 x \le 3 \Leftrightarrow 0 < x \le 2^3 \Leftrightarrow 0 < x \le 8$ nên tập nghiệm của bpt là $(0;8]$.

Câu 23: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^2 \left[-3f(x)+2x\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 \left[-3f(x)+2x\right]dx = -3\int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 2xdx = -6+4 = -2$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, vécto $\vec{u} = (1;-1;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

A. $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$. **B.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = -t \\ z = -1-2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = -1+t \\ z = 2+2t \end{cases}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1} = \dfrac{1-y}{-1} = \dfrac{z-2}{-2}$.

Lời giải

Nhận thấy $\vec{u} = (1;-1;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y+1}{-1} = \dfrac{z-2}{2}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $\ln(x-1)^2$ là:

A. $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D = (1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $D = [1;+\infty)$

Lời giải

Điều kiện hàm số có nghĩa là $(x-1)^2 > 0 \Leftrightarrow x \ne 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

Câu 26: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3) = 1+\log_2(x+1)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x+3>0 \\ x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x>-1 \end{cases} \Leftrightarrow x>-1$.

$\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_2(x+3)=\log_2 2(x+1)$

$\Leftrightarrow x+3=2(x+1) \Leftrightarrow x+3=2x+2 \Leftrightarrow x=1$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-5; u_8=30$. Công sai của cấp số cộng bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3

Lời giải

Gọi công sai của cấp số cộng là d khi đó ta có $u_8=u_1+7d \Leftrightarrow 30=-5+7d \Leftrightarrow d=5$.

Câu 28: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^{x^2-x}$ là:

A. $y'=(2x-1).3^{x^2-x}$. **B.** $y'=(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$.

C. $y'=(x^2-x).3^{x^2+x+1}$. **D.** $y'=3^{x^2-x-1}$

Lời giải

Ta có $y=3^{x^2-x} \Rightarrow y'=(x^2-x)'.3^{x^2-x}.\ln 3=(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$.

Câu 29: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2x^2+5$. **B.** $y=-x^3+3x^2-9x+2$.

C. $y=-x^3-x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$

Lời giải

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2-9x+2 \Rightarrow y'=-3x^2+6x-9$

Ta thấy $y'=-3(x^2-2x+3)<0 \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số $y=-x^3+3x^2-9x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{2x^2-5}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-\dfrac{1}{5}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=2$

Lời giải

Tập xác định: $D=R\setminus\left\{-\dfrac{\sqrt{10}}{2};\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right\}$. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{2x^2-5}=0; \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{2x^2-5}=0$

Nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang có phương trình là $y=0$.

Câu 31: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là

A. $\dfrac{3}{11}$. **B.** $\dfrac{1}{110}$. **C.** $\dfrac{3}{55}$. **D.** $\dfrac{1}{22}$.

Lời giải

Tổng số hộp sữa được gửi đến để kiểm nghiệm là 12 hộp sữa.

Chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa từ 12 hộp sữa thì mỗi một cách chọn là một tổ hợp chập 3 của 12 phần tử. Các trường hợp đồng khả năng xảy ra.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n(\Omega)=C_{12}^{3}=220$.

Biến cố A: "3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại".

Như vậy sẽ chọn 1 hộp sữa cam, 1 hộp sữa dâu và 1 hộp sữa nho.

Số phần tử của biến cố A là: $n(A)=3.4.5=60$.

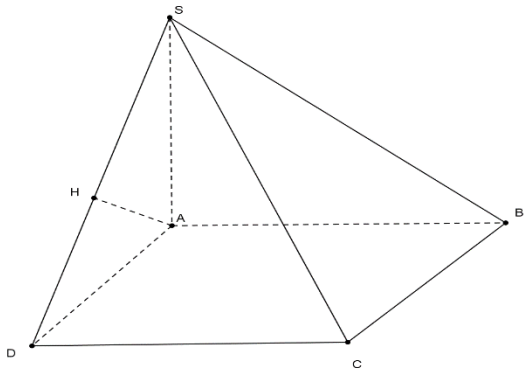
Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{60}{220}=\dfrac{3}{11}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD=2a, SA=a$.

Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\dfrac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SD. Ta có: $\begin{cases}CD\perp AD\\ CD\perp SA\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SAD)\Rightarrow CD\perp AH$

Suy ra: $\begin{cases}AH\perp SD\\ AH\perp CD\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SCD)$. Khoảng cách từ A đến đến (SCD) bằng AH.

Ta có: $AH=\dfrac{AS.AD}{\sqrt{AS^2+AD^2}}=\dfrac{a.2a}{\sqrt{a^2+(2a)^2}}=\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$.

Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là:

A. $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=0 \\ z=1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2t \\ z=1+4t \end{cases}$.

Lời giải

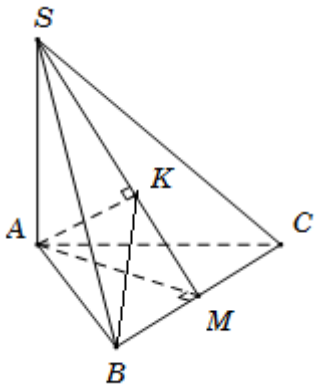
$\overrightarrow{CB}=(4;-2;1)$, $\vec{j}=(0;1;0)$, $\left[\overrightarrow{CB},\vec{j}\right]=(-1;0;4)$.

Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}=(-1;0;4)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x=-1-t \\ y=2 \\ z=1+4t \end{cases}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA=a\sqrt{3}$, tam giác ABC đều cạnh có độ dài bằng a. Gọi $\alpha=(AB,(SBC))$, khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC. Kẻ đường cao AK của tam giác SAM.

Tam giác ABC đều $\Rightarrow AM\perp BC\Rightarrow BC\perp(SAM)\Rightarrow AK\perp(SBC)$.

Suy ra $\alpha=(AB,(SBC))=(AB,KB)=ABK$.

Xét tam giác ABM vuông tại A có

$$\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AM^2}=\frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2}+\frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}=\frac{5}{3a^2}\Leftrightarrow AK=\frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vì $AK\perp(SBC)\Rightarrow AK\perp BK$. Xét tam giác ABK vuông tại K có $\sin\alpha=\sin ABK=\frac{AK}{AB}=\frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 35: Biết số phức $z=-3+4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$, trong đó a,b là các số thực. Giá trị của $a-b$ bằng:

A. 1. **B.** -19. **C.** -31. **D.** -11.

Lời giải

Do số phức $z=-3+4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2+az+b=0$, nên ta có $z'=-3-4i$ cũng là nghiệm của phương trình.

Ta có: $\begin{cases} z+z'=-a \\ z.z'=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6=-a \\ 25=b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=6 \\ b=25 \end{cases}$. Vậy $a-b=-19$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng (Oxy), đồng thời (α) song song và cách đường thẳng $\Delta: \dfrac{x+2}{-1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{-3}$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y-3=0$. **B.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-3=0$.

C. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y+5=0$. **D.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-5=0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{n_\alpha} \perp \overrightarrow{n_{Oxy}} \\ \overrightarrow{n_\alpha} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha}=[\overrightarrow{n_{Oxy}};\overrightarrow{u_\Delta}]=(-2;-1;0)=-(2;1;0)$

Vì $\overrightarrow{n_\alpha}=(2;1;0)$ nên mặt phẳng (α) có dạng: $2x+y+d=0$.

Lấy điểm $A(-2;2;3)\in\Delta$. Có $d_{(\Delta;(\alpha))}=d_{(A;(\alpha))}=\dfrac{|-4+2+d|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow|d-2|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} d=7 \\ d=-3 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-3=0$.

Câu 37: Cho $\displaystyle\int_5^{12}\frac{dx}{x\sqrt{x+4}}=\frac{1}{a}\ln\frac{b}{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $c=a-b$. **B.** $b=2c.$. **C.** $a=b-c$. **D.** $b=c-a.$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x+4}\Rightarrow t^2=x+4\Rightarrow 2tdt=dx$. Đổi cận: $x=5\Rightarrow t=3$; $x=12\Rightarrow t=4$.

$$\int_5^{12}\frac{dx}{x\sqrt{x+4}}=\int_3^4\frac{2tdt}{t\left(t^2-4\right)}=2\int_3^4\frac{dt}{t^2-4}=\frac{1}{2}\int_3^4\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t+2}\right)dt=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-2}{t+2}\right|\Big|_3^4=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}.$$

$\Rightarrow a=2;\ b=5;\ c=3$. Vậy $a=b-c$.

Câu 38: Với mọi a,b thoả mãn $\dfrac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a=1-b\log_2 5$. **B.** $ab=10$. **C.** $a\log_2 5+b=1$. **D.** $a+b=1$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1\Leftrightarrow\dfrac{\log_2 a}{\log_2 10}+\log b=1\Leftrightarrow\log a+\log b=1$

$\Leftrightarrow\log(ab)=1\Leftrightarrow ab=10$.

Câu 39: Cho $z_1; z_2$ là các số phức thỏa mãn $|z_1|=2; |z_2|=3$ và $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P=|4z_1-3z_2+1-2i|$ bằng

A. $15+\sqrt{5}$. **B.** $5+\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{65}+\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Lời giải

Gọi: $z_1=a+bi$ và $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1 \Rightarrow \overrightarrow{OM}(a;b)$; $OM=2$.

Gọi $z_2=c+di \Rightarrow \overline{z_2}=c-di$ và $N(c;d)$ là điểm biểu diễn số phức $z_2 \Rightarrow \overrightarrow{ON}(c;d)$; $ON=3$.

Ta có $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo nên $ac+bd=0$, suy ra $\overrightarrow{OM} \perp \overrightarrow{ON}$ hay $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0$.

Mà $|4z_1-3z_2|^2=|4\overrightarrow{OM}-3\overrightarrow{ON}|^2=16\overrightarrow{OM}^2-24\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}+9\overrightarrow{ON}^2=16OM^2+9ON^2=145$.

Từ đó $|4z_1-3z_2|=\sqrt{145}$.

Xét $P=|4z_1-3z_2+1-2i| \le |4z_1-3z_2|+|1-2i|=\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} 4z_1-3z_2=k(1-2i), k\ge 0 & (1) \\ |z_1|=2, |z_2|=3 & (2) \\ ac+bd=0 & (3) \\ |4z_1-3z_2|=\sqrt{145} & (4) \end{cases}$.

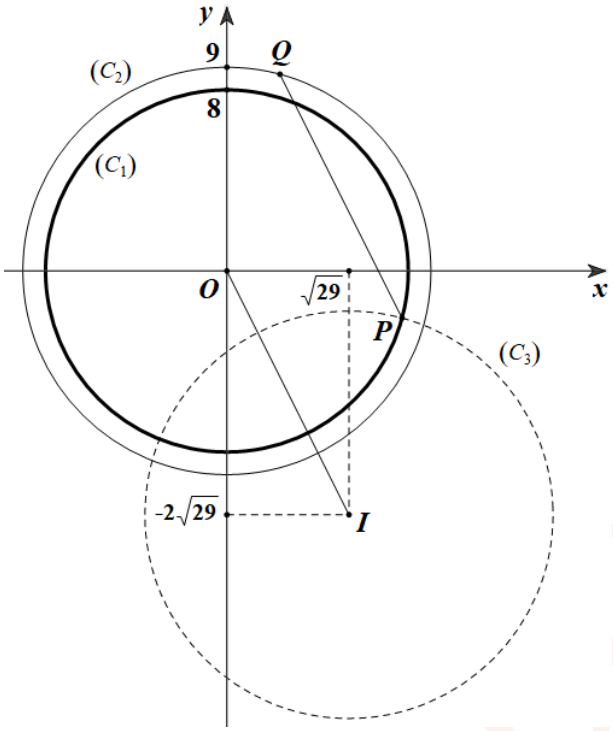
Nhận xét:

+) Việc giải cụ thể hệ trên rất khó khăn, nên ta sẽ chỉ ra hệ trên có nghiệm (z_1, z_2).

+) Có thể bỏ qua phương trình vì nó có thể được suy ra từ và .

+) Lấy môđun 2 vế ở phương trình và sử dụng ta được $|k|=\sqrt{29} \Rightarrow k=\sqrt{29}$, do đó hệ tương đương với $\begin{cases} 4z_1-3z_2=\sqrt{29}(1-2i), k\ge 0 \\ |z_1|=2, |z_2|=3 \end{cases}$.

Gọi P, Q tương ứng là điểm biểu diễn $4z_1, 3z_2$ thì $\begin{cases} \overrightarrow{QP}=(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}) \\ OP=8, OQ=9 \end{cases}$.



Gọi (C_1) là đường tròn tâm O bán kính $R_1 = 8$.

(C_2) là đường tròn tâm O bán kính $R_2 = 9$.

(C_3) là ảnh của (C_2) qua phép tịnh tiến $\vec{v} = \left(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}\right)$.

Khi đó (C_3) có tâm $I\left(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}\right)$, bán kính $R_3 = 9$.

Có $OI = \sqrt{145}$ nên $|R_1 - R_3| < OI < R_1 + R_3$, do đó đường tròn (C_3) sẽ cắt đường tròn (C_1) tại 2 điểm phân biệt. Chọn P là điểm tùy ý trong 2 điểm đó.

Khi đó $P \in (C_3)$ nên theo tính chất phép tịnh tiến, tồn tại điểm $Q \in (C_1)$ sao cho $\overrightarrow{QP} = \vec{v} = \left(\sqrt{29}; -2\sqrt{29}\right)$.

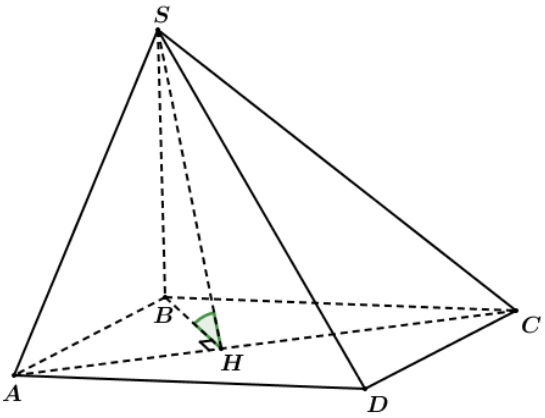
Lại có $P \in (C_1)$ và $Q \in (C_2)$ nên $OP = 8, OQ = 9$.

Tóm lại tồn tại các điểm P, Q sao cho hệ xảy ra, dẫn tới tồn tại z_1, z_2 sao cho đẳng thức $P = \sqrt{145} + \sqrt{5}$ xảy ra. Vậy $\max P = \sqrt{145} + \sqrt{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SB \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $SB = 2a, AB = 3a, BC = 4a$ và góc α là góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow \alpha = SHB$.

Ta có $HB = \dfrac{BA.BC}{\sqrt{BA^2+BC^2}} = \dfrac{3a.4a}{5a} = \dfrac{12a}{5} \Rightarrow \tan\alpha = \dfrac{SB}{BH} = \dfrac{2a}{\frac{12a}{5}} = \dfrac{5}{6}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình: $4z^2+4(m-1)z+m^2-3m=0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|+|z_2|=2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình $4z^2+4(m-1)z+m^2-3m=0 \ (1)$

Có: $\Delta' = 4.(m-1)^2 - 4(m^2-3m) = 4m+4$

Trường hợp 1: $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m=-1$. (1) có 2 nghiệm $z_1 = z_2 = 1 \Rightarrow |z_1|+|z_2|=2$

Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -1 \Rightarrow (1)$ có 2 nghiệm phức liên hợp $z_{1,2} = a \pm b.i \ (a,b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $\begin{cases} |z_1|+|z_2|=2 \\ z_1.z_2 = \dfrac{m^2-3m}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2=1 \\ a^2+b^2 = \dfrac{m^2-3m}{4} \end{cases} \Rightarrow \dfrac{m^2-3m}{4} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=4 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Trường hợp 3: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -1 \Rightarrow (1)$ có 2 nghiệm thực phân biệt thỏa mãn định lý Viet:

$\begin{cases} z_1+z_2 = 1-m \\ z_1.z_2 = \dfrac{m^2-3m}{4} \end{cases}$

Mà $|z_1|+|z_2|=2 \Leftrightarrow z_1^2+z_2^2+2.|z_1.z_2| = 4 \Leftrightarrow (z_1+z_2)^2 - 2z_1z_2 + 2.|z_1.z_2| = 4$

$\Leftrightarrow (1-m)^2 - \dfrac{m^2-3m}{2} + \dfrac{|m^2-3m|}{2} = 4 \Leftrightarrow m=3$.

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Cho hàm số $f(x) = x^3-3x^2+1$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left[f(x)\right]^2 - (2m+4)f(x) + m(m+4) = 0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt. Tổng các phần tử thuộc S bằng:

A. -17. **B.** -18. **C.** -21. **D.** -5.

Lời giải

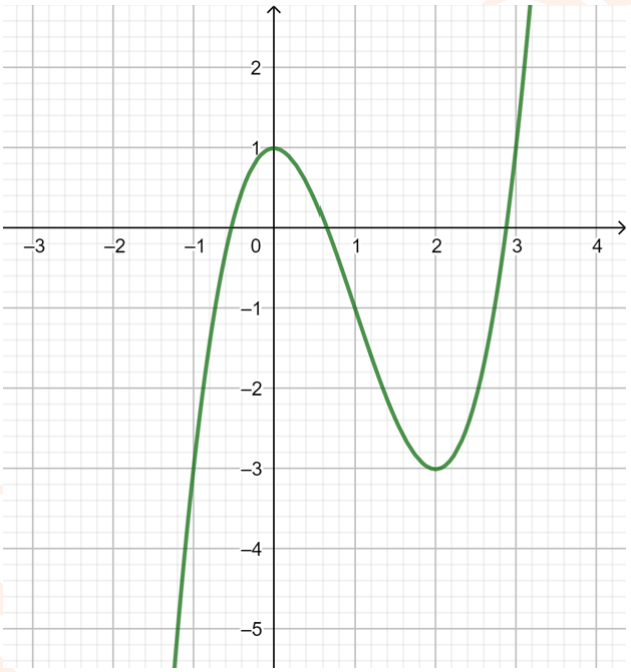
+) Ta có: $\left[f(x)\right]^2-(2m+4)f(x)+m(m+4)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=m\\f(x)=m+4\end{array}\right.$

Cách 1.

+) Nhận xét: số nghiệm của phương trình $f(x)=a$ chính bằng số giao điểm của đường thẳng $y=a$ với đồ thị (C) hàm số $y=f(x)$.

+) Ta có đồ thị (C)



Phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -7<m<1$

Vậy $S=\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

Cách 2: $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x^2+1=m\\x^3-3x^2-3=m\end{array}\right.$

Phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m$ cắt cả hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)=x^3-3x^2-3$ tại 4 điểm phân biệt .

Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2 x-(m^2-2m)\log_2 x+m+3=0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=8$. Tổng các phần tử của S là

A. -1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$. Đặt $t=\log_2 x \Leftrightarrow x=2^t$

Khi đó ta có phương trình: $t^2-\left(m^2-2m\right).t+m+3=0\ (1)$.

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, tương đương với $\Delta=\left[-\left(m^2-2m\right)\right]^2-4.(m+3)>0$.

Giả sử phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1=2^{t_1}$, $x_2=2^{t_2}$.

Yêu cầu bài toán $x_1.x_2=8\Leftrightarrow 2^{t_1}.2^{t_2}=8\Leftrightarrow t_1+t_2=3\Leftrightarrow m^2-2m=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$

Với $m=-1$ thì $\Delta=1>0$

Với $m=3$ thì $\Delta=-15<0$. Vậy $S=\{-1\}$. Khi đó tổng các phần tử của S là -1.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2x.f'(x)+f(x)=4x\sqrt{x}$. Biết $f(1)=2$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. $\frac{15}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{15}{2}$. **D.** $\frac{17}{2}$.

Lời giải

Với mọi $x\in(0;+\infty)$ ta có:

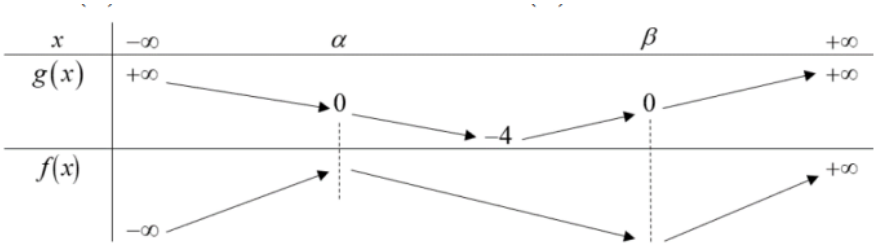
$$2x.f'(x)+f(x)=4x\sqrt{x}\Leftrightarrow \sqrt{x}.f'(x)+\frac{1}{2\sqrt{x}}.f(x)=2x\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}.f(x)\right)'=2x$$

Lấy nguyên hàm hai vế của ta có:

$$\int(\sqrt{x}.f(x))'dx=\int 2xdx=x^2+C\Rightarrow\sqrt{x}.f(x)=x^2+C$$

Mà $f(1)=2$ suy ra: $C=1$. Vậy: $\sqrt{x}.f(x)=x^2+1\Rightarrow 2.f(4)=4^2+1\Rightarrow f(4)=\frac{17}{2}$.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3-3x^2+bx+1-2d$ và $g(x)=cx^2-2x+d$ có bảng biến thiên như sau:



Biết rằng đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1,\ x_2,\ x_3$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2=30$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x),\ y=g(x),\ x=-3,\ x=6$ bằng

A. $\frac{1321}{12}$. **B.** $\frac{1123}{12}$. **C.** $\frac{1231}{12}$. **D.** $\frac{2113}{12}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3ax^2-6x+b$. Từ BBT ta thấy $\alpha,\ \beta$ là nghiệm của phương trình $f'(x)=3ax^2-6x+b=0$ nên $\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{2}{a}\\ \alpha.\beta=\frac{b}{3a}\end{cases}$. Ta cũng có $\alpha,\ \beta$ là nghiệm của phương trình $g(x)=cx^2-2x+d=0$, nên $\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{2}{c}\\ \alpha.\beta=\frac{d}{c}\end{cases}$. Từ , suy ra $\begin{cases}\frac{2}{a}=\frac{2}{c}\\ \frac{b}{3a}=\frac{d}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\ b=3d\end{cases}$.

Từ BBT ta thấy $g(x)$ có đỉnh $I(\frac{1}{c};-4)$ và $c>0$, suy ra $g(\frac{1}{c})=-4\Rightarrow d=\frac{1}{c}-4\Leftrightarrow d=\frac{1}{a}-4$.

Ta có phương trình $f(x)-g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2,\ x_3$

$\Leftrightarrow ax^3-(3+a)x^2+(3d+2)x+1-3d=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2,\ x_3$, nên ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=\frac{3+a}{a}\\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{3d+2}{a}\end{cases}.$$

Nên ta có $x_1^{\ 2}+x_2^{\ 2}+x_3^{\ 2}=30\Leftrightarrow(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=30$

$$\Leftrightarrow(\frac{3+a}{a})^2-2(\frac{3d+2}{a})=30\Leftrightarrow(\frac{3+a}{a})^2-2.\frac{3.(\frac{1}{a}-4)+2}{a}=30\Leftrightarrow 29a^2-26a-3=0$$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\ a=-\frac{3}{29}\end{array}\right.$. Vì $a=c>0$, nên $a=1$, suy ra $c=1,\ d=-3,\ b=-9$.

Từ đây, ta được $f(x)-g(x)=x^3-4x^2-7x+10$.

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x),\ y=g(x),\ x=-3,\ x=6$ bằng

$$S=\int_{-3}^{6}\left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_{-3}^{6}\left|x^3-4x^2-7x+10\right|dx=\frac{1321}{12}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x-2y-2z-7=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Đường thẳng Δ đi qua M cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho M là trung điểm của AN, biết đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;6)$. Khi đó giá trị biểu thức $T=14a-5b$ bằng

A. $T=81$. **B.** $T=72$. **C.** $T=-81$. **D.** $T=-63$.

Lời giải

Ta có, M thuộc đường thẳng d nên $M(-1+t;2t;2+t)$

Do M là trung điểm của AN nên $N(-3+2t;4t-1;1+2t)$

Lại có $N(-3+2t;4t-1;1+2t)$ thuộc mặt phẳng (P) nên:

$1(-3+2t)-2(4t-1)-2(1+2t)-7=0\Leftrightarrow t=-1$

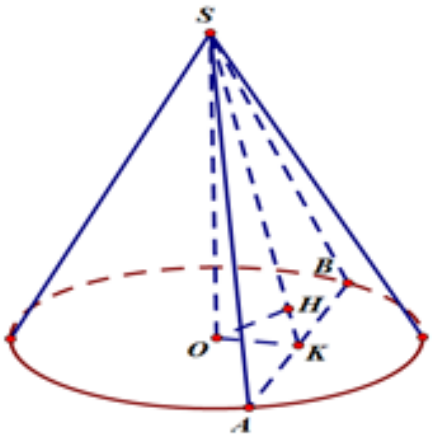
Khi đó $M(-2;-2;1)\Rightarrow\overrightarrow{AM}(-3;-3;-2)=-\dfrac{1}{3}(9;9;6)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ, theo đề bài đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;6)$ suy ra

$a=9;b=9\Rightarrow T=14.9-5.9=81$.

Câu 47: Cho khối nón đỉnh S có đường cao bằng $3a$. SA, SB là hai đường sinh của khối nón. Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a và diện tích tam giác SAB bằng $3a^2$. Tính thể tích khối nón.

A. $\dfrac{145\pi a^3}{72}$. **B.** $\dfrac{145\pi a^3}{54}$. **C.** $\dfrac{145\pi a^3}{36}$. **D.** $\dfrac{145\pi a^3}{48}$.

Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn đáy, K là hình chiếu vuông góc của O lên AB và H là hình chiếu vuông góc của O lên SK. Theo giả thiết ta có $SO=3a$, $OH=a$; tam giác SOK vuông tại

O nên ta có

$$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OH^2}-\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{9a^2}=\frac{8}{9a^2}\Leftrightarrow OK=\frac{3a}{2\sqrt{2}};\ SK=\sqrt{SO^2+OK^2}=\frac{9a}{2\sqrt{2}}.$$

Mặt khác $S_{\Delta SAB}=3a^2\Leftrightarrow\frac{1}{2}SK.AB=3a^2\Leftrightarrow KA=\frac{AB}{2}=\frac{3a^2}{SK}=\frac{2\sqrt{2}a}{3}.$

Do đó, $OA=\sqrt{OK^2+KA^2}=\sqrt{\frac{145}{72}}a$

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi.OA^2.SO=\frac{145\pi a^3}{72}.$

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn: $\log_7\frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y}=14x+3y-7(x^2+1)$ đồng thời $1<x<2022$?

A. 1348. **B.** 674 **C.** 673. **D.** 1347 .

Lời giải

Với $1<x<2022$, ta có:

$$\log_7\frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y}=14x+3y-7(x^2+1)$$

$$\Leftrightarrow\log_7\frac{(2x+1)(x-1)^2}{(2x+1)(3y+1)}=3y-7(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow\log_7(x-1)^2-\log_7(3y+1)=3y-7(x-1)^2$$

$$\Leftrightarrow\log_7 7(x-1)^2+7(x-1)^2=\log_7(3y+1)+3y+1$$

Xét hàm số $y=\log_7(t)+t$ ta có $y'=\frac{1}{t.\ln 7}+1>0(\forall t>0)$

Do đó:

$$\log_7 7(x-1)^2+7(x-1)^2=\log_7(3y+1)+3y+1$$
$$\Rightarrow 7(x-1)^2=3y+1\Rightarrow 7(x-1)^2-1=3y$$

Do y là số nguyên nên $7(x-1)^2-1$ chia hết cho 3, suy ra $(x-1)^2$ không chia hết cho 3. Do đó, $x-1$ có hai dạng là: $x-1=3k+1$ hoặc $x-1=3k+2$. $(k\in\mathbb{N})$

TH1: $x-1=3k+1$ ta có:

$$7(x-1)^2-1=7(3k+1)^2-1=7.9k^2+7.6k+7.1-1=3(21k^2+14k+2)\vdots 3(TM)$$

Theo giả thiết: $1<x<2022\Rightarrow 1<3k+2<2022\Rightarrow\frac{-1}{3}<k<\frac{2020}{3}$. Do $k\in\mathbb{N}$ suy ra, có 674 số thỏa mãn.

TH2: $x-1=3k+2$ ta có:

$$7(x-1)^2-1=7(3k+2)^2-1=7.9k^2+7.12k+7.4-1=3(21k^2+28k+9)\vdots 3(TM)$$

Theo giả thiết: $1<x<2022\Rightarrow 1<3k+3<2022\Rightarrow \frac{-2}{3}<k<\frac{2019}{3}$. Do $k\in \mathrm{N}$ suy ra, có 673 số thỏa mãn.

Vậy, có tất cả 1347 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18$ và hai điểm $A(8;0;0)$, $B(4;4;0)$. Điểm M bất kỳ thuộc mặt cầu (S). Biết $MA+3MB$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của biểu thức $T=4x_0-9y_0$ bằng

A. 46. **B.** 124. **C.** –46. **D.** –124.

Lời giải

+) Gọi $M(x;y;z)\in(S)$ thì ta có $(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18\Leftrightarrow 8\left[(x+1)^2+(y-9)^2+z^2\right]-144=0$

. Do đó $MA+3MB=\sqrt{(8-x)^2+y^2+z^2}+3\sqrt{(4-x)^2+(4-y)^2+z^2}$

$=\sqrt{(8-x)^2+y^2+z^2+8\left[(x+1)^2+(y-9)^2+z^2\right]-144}+3\sqrt{(4-x)^2+(4-y)^2+z^2}$

$=\sqrt{9x^2+9(y-8)^2+9z^2}+3\sqrt{(4-x)^2+y^2+z^2}=3\left[\sqrt{x^2+(y-8)^2+z^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-4)^2+z^2}\right]$

Gọi $C(0;8;0)$ ta có $MA+3MB=3(MC+MB)\geq 3BC=12\sqrt{2}.$ Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của đường thẳng BC với mặt cầu (S) và M nằm giữa B và C

+) Đường thẳng (BC) đi qua điểm $C(0;8;0)$ và nhận vecto $\vec{u}=(-1;1;0)$ làm vecto chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\end{cases}$. Tọa độ giao điểm M của đường thẳng BC với mặt cầu (S) thỏa mãn hệ

$$\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\(-t+1)^2+(t-1)^2=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\2t^2-4t-16=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=4\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\y=6\\z=0\end{cases}\\\begin{cases}x=-4\\y=12\\z=0\end{cases}\end{array}\right.$$

Với $M(2;6;0)$ ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MB}=(2;-2;0)\\ \overrightarrow{MC}=(-2;2;0)\end{cases}\Rightarrow \overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MC}$ nên $M(2;6;0)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Vậy $\begin{cases}x_0=2\\ y_0=6\end{cases}\Rightarrow T=4x_0-9y_0=-46.$
$z_0=0$

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f(x-1)+2$ như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** –9. **D.** –2.

Lời giải

Bằng cách đổi biến ta rút được $f(x)=g(x+1)-2$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Đặt $t=\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|=2\left|\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right|$, ta có $0\le\left|\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right|\le 1\Rightarrow t\in[0;2]\Rightarrow -t+2\in[0;2]$

Suy ra $f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)=f(-t+2)\le 2$, dấu "=" xảy ra được khi $x=\frac{\pi}{6}$.

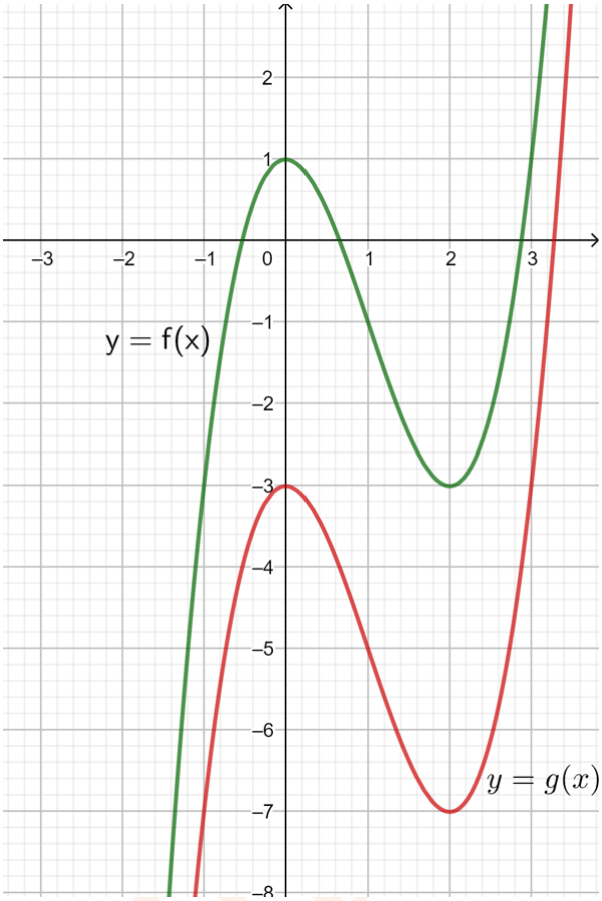
Ta có

$2\cos 2x+4\sin x-1=2\left(1-2\sin^2 x\right)+4\sin x-1=-4\sin^2 x+4\sin x+1=-\left(2\sin x-1\right)^2+2\le 2$

Dấu "=" xảy ra được khi $x=\frac{\pi}{6}$.

Suy ra $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1\le 4$, dấu "=" xảy ra được khi $x=\frac{\pi}{6}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1$ là 4.



Từ đồ thị ta có: $-7<m<1$

Vậy $S=\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

CHUYÊN PHAN BỘI CHÂU
NGHỆ AN

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=\sqrt{3}a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 2: Cho cấp số nhân có $u_1=2, u_2=-6$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -3. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Câu 3: Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh là

A. 7. **B.** C_7^3. **C.** $\frac{7!}{3!}$. **D.** A_7^3.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	
$f(x)$	-5	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	1 / -5

Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 5: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 6: Hàm số $y=3^{x+1}$ có đạo hàm là

A. $y'=3^{x+1}\ln 3$. **B.** $y'=3^x\ln 3$. **C.** $y'=3^{x+1}$. **D.** $y'=3^x$.

Câu 7: Biết rằng $\log_3 a=4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 12.

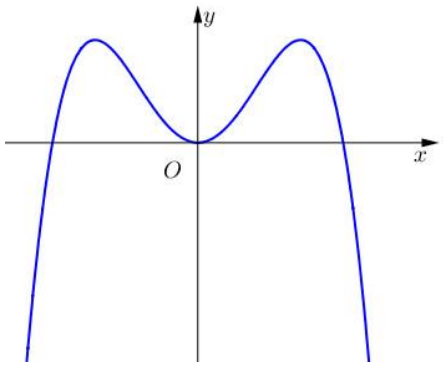
Câu 8: Tích phân $\int_1^e \frac{dx}{x}$ bằng

A. e. **B.** 1. **C.** e^{-1}. **D.** -1.

Câu 9: Thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=x^3-2x^2$. **C.** $y=-x^3+2x^2$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 11: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2+1$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

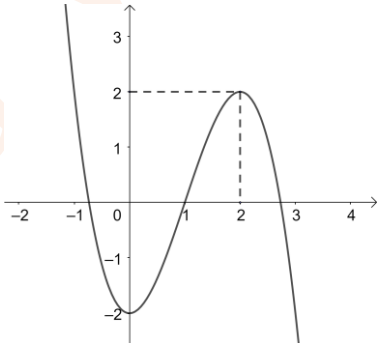
Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là



A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<4$ là

A. $(17;+\infty)$. **B.** $(-\infty;17)$. **C.** $(1;9)$. **D.** $(1;17)$.

Câu 15: Cho các hàm số $f(x)$ có $f(2)=2$; $f(3)=5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên $[2;3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x)\,dx$ bằng

A. 3. **B.** 10. **C.** -3. **D.** 7.

Câu 16: Cho khối trụ có chiều cao $h=3a$, bán kính đáy $r=a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $3\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1 = 2+i$ và $z_2 = 1+3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $4i$.

Câu 18: Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $A(a;b;1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x+y-z+3=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2a+b=-4$. **B.** $2a+b=2$. **C.** $2a+b=-2$. **D.** $2a+b=4$.

Câu 19: Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ biểu diễn số phức

A. $2-3i$. **B.** $-2+3i$. **C.** $3-2i$. **D.** $-2-3i$.

Câu 20: Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$ bằng

A. $\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

Câu 22: Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}+\sqrt{3}+i=0$. Mô đun của số phức z bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ véc tơ $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(2;-3;-1)$.

Câu 24: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 25: Nguyên hàm $\int(e^x-4x^3)dx$ là

A. e^x-12x^3+C. **B.** e^x-x^4+C. **C.** e^x-4x^4+C. **D.** e^x-4x^3+C.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$?

A. $M(1;2;5)$. **B.** $N(1;-2;5)$. **C.** $Q(-1;2;-5)$. **D.** $P(2;3;4)$.

Câu 27: Nguyên hàm $\int(\sin 2x-2x)dx$ là

A. $\dfrac{1}{2}\cos 2x-x^2+C$. **B.** $-\dfrac{1}{2}\cos 2x-x^2+C$.

C. $2\cos 2x-2+C$. **D.** $-2\cos 2x-2+C$

Câu 28: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+3$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 14. **B.** -2. **C.** 40. **D.** 30.

Câu 29: Cho bất phương trình $\log_2^2(2x)-4\log_2 x-4\le 0$. Khi đặt $t=\log_2 x$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2-4t-3\le 0$. **B.** $t^2-2t-3\le 0$.

C. $t^2\le 0$. **D.** $t^2-4t-4\le 0$.

Câu 30: Cho $\int_{-1}^{5} f(x)dx=6$. Tính tích phân $I=\int_{-1}^{2} f(2x+1)dx$

A. $I=6$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=12$. **D.** $I=3$.

Câu 31: Một chiếc máy có hai chiếc động cơ I và II chạy độc lập nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là $0,8$ và $0,7$. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt là

A. $0,24$. **B.** $0,94$. **C.** $0,14$. **D.** $0,56$.

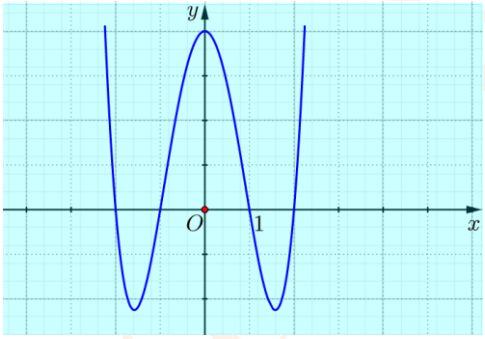
Câu 32: Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB=AC=AD=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

A. $a\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 33: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA'=4$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c, a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $f'\left(\frac{1}{2}\right)>0$. **B.** $f'\left(-\frac{1}{2}\right)>0$. **C.** $f'\left(-\frac{1}{2}\right)=0$. **D.** $f'\left(\frac{1}{2}\right)<0$.

Câu 35: Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\overline{z}+1-i|=2$ là đường tròn có phương trình

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$. **B.** $(x+1)^2+(y-1)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=4$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1,-1,-2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-3z+4=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;-3;5)$. **B.** $P(-2;3;5)$. **C.** $N(2;-3;-5)$. **D.** $Q(2;3;-5)$.

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x^2-4)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{1}=\frac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $P: x-2y+3z=0$, $Q: x-2y+3z+4=0$. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc cả hai mặt phẳng P và Q có bán kính bằng.

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\sqrt{\frac{2}{7}}$. **D.** $\frac{2}{7}$.

Câu 39: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{x^2-1}-27^{x+1}\log_3(x+8)-2\le 0$ là

A. 11. **B.** 12. **C.** **D.** Vô số.

Câu 40: Biết $\int_2^{e+1}\frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2}dx=a+be^{-1}$ $(a,b\in\mathbb{R})$, chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $2a^2-3b=4$. **B.** $2a^2-3b=8$. **C.** $2a^2-3b=-4$. **D.** $2a^2-3b=-8$.

Câu 41: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20;20]$ sao cho hàm số $y=-2x+2+a\sqrt{x^2-4x+5}$ có cực đại?

A. 35. **B.** 17. **C.** 36. **D.** 18.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC=SD=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\frac{a^3}{6}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q):x-y+2z=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $x+y-1=0$. **B.** $-5x+3y+3=0$. **C.** $x+y+1=0$. **D.** $-5x+3y-2=0$.

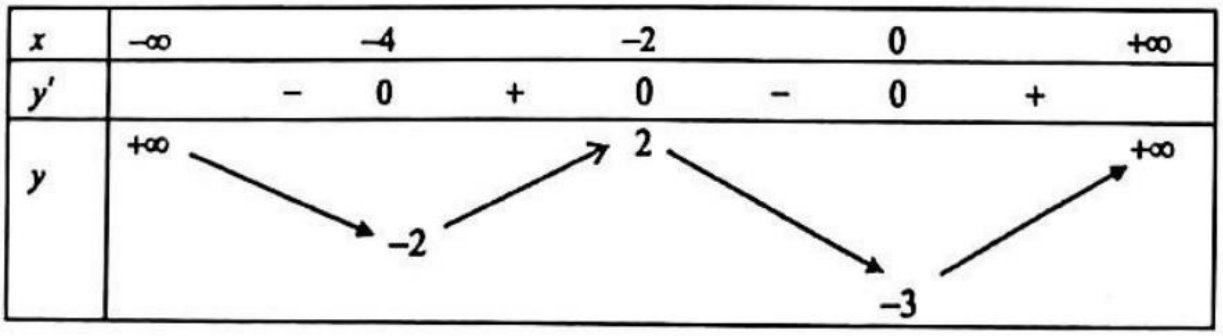
Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right)\le 1$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3};-1;1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1=1$ (C không trùng O). Biết $\vec{u}=(a;b;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng A_1C. Giá trị của a^2+b^2 bằng

A. 16. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



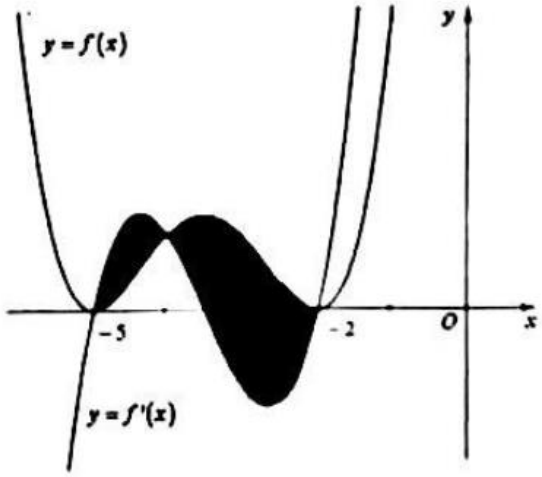
Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f(x^2-4x)=m+5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ là

A. 12. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 11.

Câu 48: Xét các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=2\sqrt{5}$ và số phức w thỏa $(5+10i)\overline{w}=(3-4i)z-25i$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|w|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** 6.

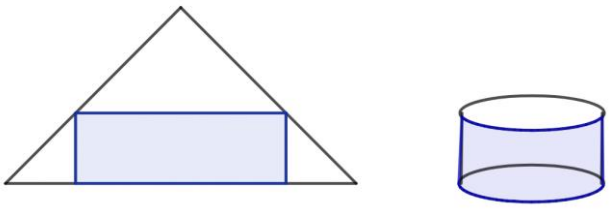
Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị nhận đường thẳng $x=-\dfrac{7}{2}$ làm trục đối xứng. Biết diện tích hình phẳng của phần giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$ và hai đường thẳng $x=-5$, $x=-2$ có giá trị là $\dfrac{127}{50}$ (hình vẽ bên)



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x)$ và trục hoành bằng

A. $\dfrac{81}{50}$. **B.** $\dfrac{91}{50}$. **C.** $\dfrac{71}{50}$. **D.** $\dfrac{61}{50}$.

Câu 50: Từ một tấm tôn hình tam giác đều cạnh bằng $6\,\text{m}$, ông A cắt thành một tấm tôn hình chữ nhật và cuộn lại được một cái thùng hình trụ(như hình vẽ).



Ông A làm được cái thùng có thể tích tối đa là V (Vật liệu làm nắp thùng coi như không liên quan). Giá trị của V thỏa mãn:

A. $V\le 1m^3$. **B.** $V>3m^3$. **C.** $2m^3<V\le 3m^3$. **D.** $1m^3<V\le 2m^3$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2C	3B	4C	5D	6A	7C	8B	9C	10A	11D	12D	13C	14D	15A
16A	17C	18C	19B	20D	21B	22D	23A	24C	25B	26B	27B	28D	29B	30D
31B	32A	33A	34A	35C	36C	37C	38C	39A	40B	41D	42D	43B	44C	45D
46D	47D	48B	49A	50C										

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

Câu 1. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=\sqrt{3}a^2$ và chiều cao $h=a$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $3a^3\sqrt{3}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Lời giải

Ta có $V=B.h=\sqrt{3}a^2.a=\sqrt{3}a^3$.

Câu 2. Cho cấp số nhân có $u_1=2, u_2=-6$. Công bội của cấp số nhân bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** -3. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Công bội của cấp số nhân là $q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{-6}{2}=-3$.

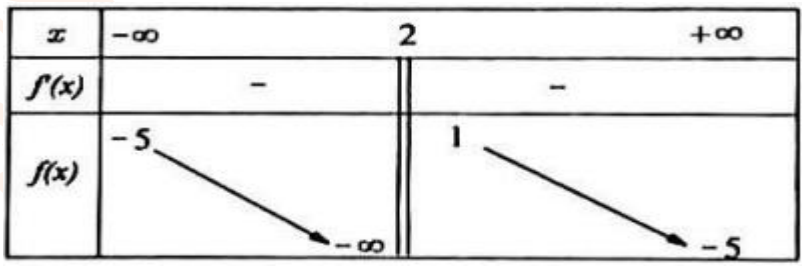
Câu 3. Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh là

A. 7. **B.** C_7^3. **C.** $\frac{7!}{3!}$. **D.** A_7^3.

Lời giải

Số cách chọn 3 học sinh từ một nhóm gồm 7 học sinh là C_7^3.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-5$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y=-5$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 tiệm cận ngang.

Câu 5: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số có tọa độ là

A. $(2;2)$. **B.** $(2;-2)$. **C.** $(0;-2)$. **D.** $(0;2)$.

Lời giải

Ta có: $y'=3x^2-6x$; $y''=6x-6$

Xét: $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Ta thấy: $y''(0)=-6<0\Rightarrow$ Hàm số có điểm cực tiểu $x=0$.

Vậy tọa độ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;2)$.

Câu 6: Hàm số $y=3^{x+1}$ có đạo hàm là

A. $y'=3^{x+1}\ln 3$. **B.** $y'=3^x\ln 3$. **C.** $y'=3^{x+1}$. **D.** $y'=3^x$.

Lời giải

Ta có: $y'=(x+1)'.3^{x+1}.\ln 3=3^{x+1}\ln 3$.

Câu 7: Biết rằng $\log_3 a=4$, khi đó $\log_3(9a)$ bằng

A. 8. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $\log_3(9a)=\log_3 9+\log_3 a=2+\log_3 a=2+4=6$.

Câu 8: Tích phân $\int\limits_1^e\frac{dx}{x}$ bằng

A. e. **B.** 1. **C.** e^{-1}. **D.** -1.

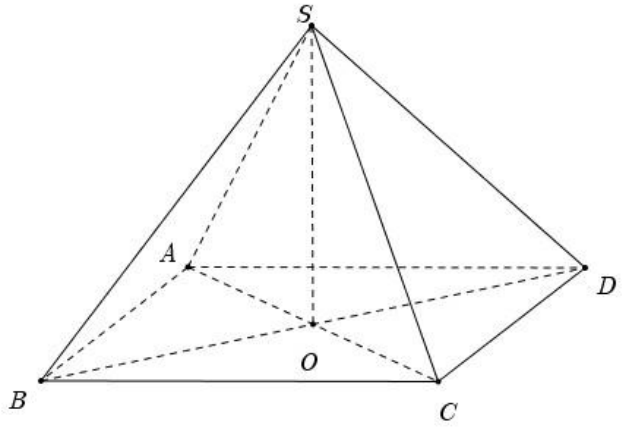
Lời giải

Ta có: $\int\limits_1^e\frac{1}{x}dx=\ln|x|\Big|_1^e=\ln e-\ln 1=1$.

Câu 9: Thể tích của khối chóp đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a là

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{6}a^3$. **D.** $\sqrt{2}a^3$.

Lời giải

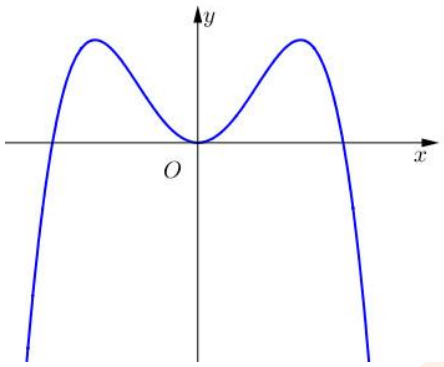


Ta có $S_{ABCD}=a^2$ và $OD=\frac{BD}{2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a$.

Vì tam giác SOD vuông tại O nên $SO=\sqrt{SD^2-OD^2}=\sqrt{a^2-\left(\frac{\sqrt{2}}{2}a\right)^2}=\frac{\sqrt{2}}{2}a.$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO=\frac{\sqrt{2}}{6}a^3.$

Câu 10: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình sau?



A. $y=-x^4+2x^2.$ **B.** $y=x^3-2x^2.$ **C.** $y=-x^3+2x^2.$ **D.** $y=x^4-2x^2.$

Lời giải

Đồ thị đã cho là của hàm số $y=ax^4+bx^2+c,\ (a\neq 0)$ với hệ số $a<0.$

Vậy $y=-x^4+2x^2$.

Câu 11: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4-4x^2+1$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Vì $ab>0$ nên đồ thị hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

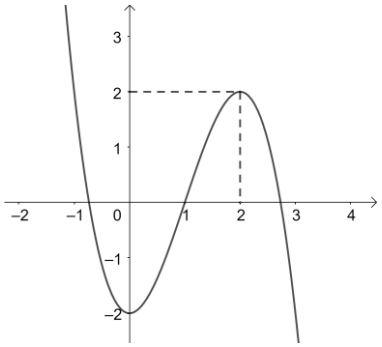
Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;1).$ **B.** $(1;2).$ **C.** $(2;+\infty).$ **D.** $(0;1).$

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1).$

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)+3=0$ là

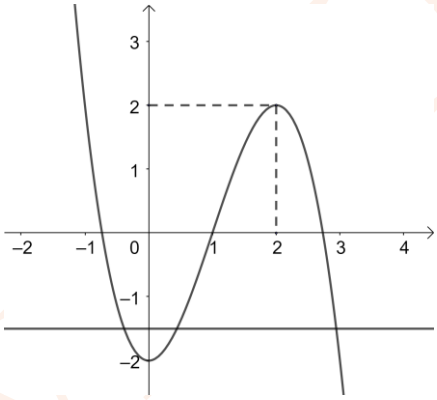


A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $2f(x)+3=0\ (1) \Leftrightarrow f(x)=-\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} y=f(x) \\ y=-\dfrac{3}{2} \end{cases}$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{3}{2}$



Dựa vào đồ thị hàm số ta có số giao điểm là 3 $\Rightarrow$ Phương trình (1) có 3 nghiệm.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<4$ là

A. $(17;+\infty)$. **B.** $(-\infty;17)$. **C.** $(1;9)$. **D.** $(1;17)$.

Lời giải

Ta có $\log_2(x-1)<4\ (1)$ ĐK: $x>1$

$(1) \Leftrightarrow x-1<2^4 \Leftrightarrow x<17$, kết hợp điều kiện ta được $1<x<17$.

$\Rightarrow$ tập nghiệm của phương trình là: $S=(1;17)$

Câu 15. Cho các hàm số $f(x)$ có $f(2)=2;\ f(3)=5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên $[2;3]$. Khi đó $\int\limits_2^3 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 10. **C.** -3. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $\int\limits_2^3 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_2^3=f(3)-f(2)=5-2=3$

Câu 16. Cho khối trụ có chiều cao $h=3a$, bán kính đáy $r=a$. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $3\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $3a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Thể tích khối trụ đã cho bằng $V=\pi r^2h=\pi a^2.3a=3\pi a^3$ (đvtt)

Câu 17. Cho hai số phức $z_1=2+i$ và $z_2=1+3i$. Phần ảo của số phức z_1+z_2 bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $4i$.

Lời giải

Ta có : $z_1+z_2=3+4i$.

Vậy phần ảo của số phức z_1+z_2 là 4.

Câu 18. Trong không gian *Oxyz*, cho điểm $A(a;b;1)$ thuộc mặt phẳng $(P):2x+y-z+3=0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $2a+b=-4$. **B.** $2a+b=2$. **C.** $2a+b=-2$. **D.** $2a+b=4$.

Lời giải

Vì $A\in(P)$ nên $2a+b-1+3=0\Leftrightarrow 2a+b=-2$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-2;3)$ biểu diễn số phức

A. $2-3i$. **B.** $-2+3i$. **C.** $3-2i$. **D.** $-2-3i$.

Lời giải

Điểm $M(-2;3)$ biểu diễn số phức $-2+3i$.

Câu 20. Diện tích xung quanh của hình nón có bán kính đáy a và đường cao $a\sqrt{3}$ bằng

A. $\pi a^2\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $4\pi a^2$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Ta có : $l=\sqrt{r^2+h^2}=\sqrt{a^2+3a^2}=2a$

Vậy $S_{xq}=\pi rl=\pi.a.2a=2\pi a^2$.

Câu 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính $R=2$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$.. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$.

C. $(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=2$. **D.** $(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=2$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(1;-2;-3)$, bán kính $R=2$

Suy ra $(C):(x-1)^2+(y+2)^2+(z+3)^2=4$.

Câu 22. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z}+\sqrt{3}+i=0$. Mô đun của số phức z bằng

A. $\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $\bar{z}+\sqrt{3}+i=0\Leftrightarrow\bar{z}=-\sqrt{3}-i\Leftrightarrow z=-\sqrt{3}+i$.

Suy ra $|z|=\sqrt{\left(-\sqrt{3}\right)^2+1^2}=2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$,tọa độ véc tơ $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ là

A. $(1;-2;3)$. **B.** $(3;-2;1)$. **C.** $(2;-1;-3)$. **D.** $(2;-3;-1)$.

Lời giải

Ta có $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{j}+3\vec{k}$ suy ra $\vec{a}=(1;-2;3)$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\pi}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Điều kiện xác định $x-1>0\Leftrightarrow x>1$

Câu 25. Nguyên hàm $\int\left(e^x-4x^3\right)dx$ là

A. e^x-12x^3+C. **B.** e^x-x^4+C. **C.** e^x-4x^4+C. **D.** e^x-4x^3+C.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int\left(e^x-4x^3\right)dx=e^x-x^4+C$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$?

A. $M(1;2;5)$. **B.** $N(1;-2;5)$. **C.** $Q(-1;2;-5)$. **D.** $P(2;3;4)$.

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d qua $N(1;-2;5)$ và có $vtcp\ \vec{u}=(2;3;4)$

Câu 27. Nguyên hàm $\int(\sin 2x-2x)dx$ là

A. $\dfrac{1}{2}\cos 2x-x^2+C$. **B.** $-\dfrac{1}{2}\cos 2x-x^2+C$.

C. $2\cos 2x-2+C$. **D.** $-2\cos 2x-2+C$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int(\sin 2x-2x)dx=-\dfrac{1}{2}\cos 2x-x^2+C$

Câu 28. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3+3x^2-9x+3$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 14. **B.** -2. **C.** 40. **D.** 30.

Lời giải

Chọn D

Đặt: $y=f(x)=x^3+3x^2-9x+3$

Ta có: $y'=3x^2+6x-9$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;3](n)\\x=-3\notin[-1;3](l)\end{array}\right.$

Tính: $f(-1)=14;\ f(1)=-2;\ f(3)=30$. Vậy $\max\limits_{x\in[-1;3]}f(x)=30$

Câu 29. Cho bất phương trình $\log_2^2(2x)-4\log_2 x-4\le 0$. Khi đặt $t=\log_2 x$ thì bất phương trình đã cho trở thành bất phương trình nào sau đây?

A. $t^2-4t-3\le 0$. **B.** $t^2-2t-3\le 0$.

C. $t^2\le 0$. **D.** $t^2-4t-4\le 0$.

Lời giải

Điều kiện $x>0$.

$\log_2^2(2x)-4\log_2 x-4\le 0\Leftrightarrow(1+\log_2 x)^2-4\log_2 x-4\le 0\Leftrightarrow\log_2^2 x-2\log_2 x-3\le 0$

Khi đặt $t=\log_2 x$ thì bất phương trình đã cho trở thành $t^2-2t-3\le 0$.

Câu 30. Cho $\int\limits_{-1}^{5}f(x)dx=6$. Tính tích phân $I=\int\limits_{-1}^{2}f(2x+1)dx$

A. $I=6$. **B.** $I=\frac{1}{2}$. **C.** $I=12$. **D.** $I=3$.

Lời giải

Đặt $t=2x+1\Rightarrow dt=2dx$.

Đổi cận $x=-1\Rightarrow t=-1;x=2\Rightarrow t=5$.

$I=\int\limits_{-1}^{2}f(2x+1)dx=\int\limits_{-1}^{5}\frac{1}{2}f(t)dt=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{5}f(x)dx=\frac{1}{2}.6=3$.

Câu 31. Một chiếc máy có hai chiếc động cơ I và II chạy độc lập nhau. Xác suất để động cơ I và II chạy tốt lần lượt là $0,8$ và $0,7$. Xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt là

A. $0,24$. **B.** $0,94$. **C.** $0,14$. **D.** $0,56$.

Lời giải

Xác suất để động cơ I và II chạy không tốt lần lượt là $0,2$ và $0,3$.

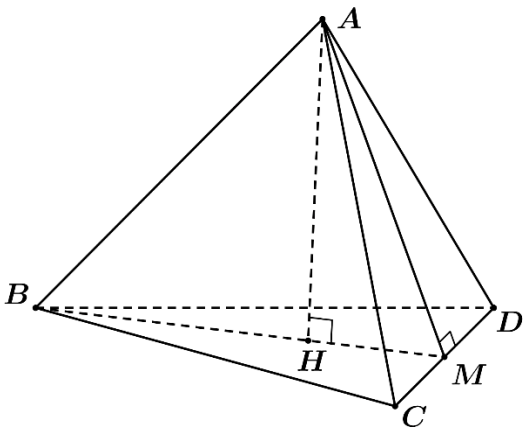
Xác suất để cả hai động cơ đều không chạy tốt là $0,2.0,3=0,06$.

Vậy xác suất để ít nhất một động cơ chạy tốt là $1-0,06=0,94$.

Câu 32. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc với nhau và $AB=AC=AD=a$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (BCD) bằng

A. $a\frac{\sqrt{3}}{3}$. **B.** $a\frac{\sqrt{2}}{3}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi M là trung điểm của DC

Ta có :

$\begin{cases} AM \perp DC \\ AB \perp DC \end{cases} \Rightarrow (AMB) \perp DC \Rightarrow (AMB) \perp (BCD)$ mà $(AMB) \cap (BCD) = BM$

Từ A dựng $AH \perp BM \Rightarrow d\left(A,(BCD)\right) = AH$.

Trong ΔADC có $\dfrac{1}{AM^2} = \dfrac{1}{AD^2} + \dfrac{1}{AC^2}$

Trong ΔABM có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AM^2} + \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{1}{AD^2} + \dfrac{1}{AC^2} + \dfrac{1}{AB^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{a^2}$

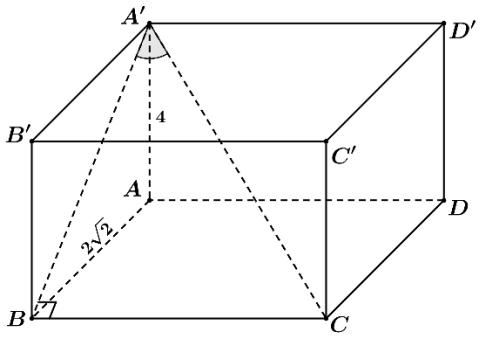
$\Rightarrow AH = a\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy $d\left(A,(BCD)\right) = a\dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Câu 33. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$, $AA' = 4$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ với mặt phẳng $(AA'B'B)$ bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Ta có $A'C \cap (AA'B'B) = A'$

$\begin{cases} CB \perp AB \\ CB \perp BB' \end{cases} \Rightarrow CB \perp (AA'B'B)$

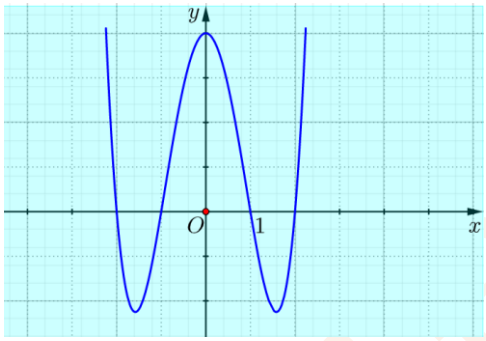
$\Rightarrow BA'$ là hình chiếu vuông góc của $A'C$ lên mặt phẳng $(AA'B'B)$.

Suy ra $(A'C,(AA'B'B))=(A'C,BA')=BA'C$.

Trong $\Delta A'AB$ có $A'B=\sqrt{AA'^2+AB^2}=\sqrt{4^2+(2\sqrt{2})^2}=2\sqrt{6}$.

Trong $\Delta A'BC$ vuông tại B có $\tan BA'C=\dfrac{BC}{A'B}=\dfrac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{6}}=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow BA'C=30°$.

Câu 34. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c, a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng ?



A. $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)>0$.

B. $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)>0$.

C. $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$.

D. $f'\left(\dfrac{1}{2}\right)<0$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=4ax^3+2bx$. Vì đồ thị hàm trùng phương nhận trục Oy làm trục đối xứng nên khi đồ thị cắt trục Ox tại điểm có tọa độ $(1;0)$ thì đồ thị cũng cắt trục Ox tại điểm có tọa độ $(-1;0)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$. Do đó $f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)\geq 0$.

Từ đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị là $x=-m; x=0; x=m\ (m>1)$

Vì hàm số đồng biến trên $(-m;0)$ và $(m;+\infty)$

$\Rightarrow f'(x)>0\ \ \forall x\in(-m;0)\cup(0;+\infty)$.

$\Rightarrow f'\left(-\dfrac{1}{2}\right)>0$.

Câu 35. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\overline{z}+1-i|=2$ là đường tròn có phương trình

A. $(x-1)^2+(y+1)^2=4$.

B. $(x+1)^2+(y-1)^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y+1)^2=4$.

D. $(x-1)^2+(y-1)^2=4$.

Lời giải

Gọi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$, khi đó $|\overline{z}+1-i|=2\Leftrightarrow|x-yi+1-i|=2\Leftrightarrow(x+1)^2+(y+1)^2=4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn có phương trình $(x+1)^2+(y+1)^2=4$

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1,-1,-2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y-3z+4=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(2;-3;5)$. **B.** $P(-2;3;5)$. **C.** $N(2;-3;-5)$. **D.** $Q(2;3;-5)$.

Lời giải

Gọi Δ là đường thẳng cần lập.

Vì Δ vuông góc với (P) nên Δ nhận $\vec{u}=(1;-2;-3)$ là vectơ chỉ phương.

Khi đó phương trình đường thẳng Δ là $\begin{cases} x=1+t \\ y=-1-2t \\ z=-2-3t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

Nhận thấy Δ đi qua điểm $N(2;-3;-5)$.

Câu 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x^2-4)^3$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$f'(x)=x(x-1)^2(x^2-4)^3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=\pm 2 \end{array}\right. .$$

x	$-\infty$		-2		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘		↘	$f(2)$	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 3.

Câu 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $P: x-2y+3z=0$, $Q: x-2y+3z+4=0$. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc cả hai mặt phẳng P và Q có bán kính bằng.

A. $\dfrac{1}{7}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{7}}{7}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{2}{7}}$. **D.** $\dfrac{2}{7}$.

Lời giải

Gọi mặt cầu cần tìm là $S=I;R$.

Do $I\in\Delta \Rightarrow I\ 1+t;-1+t;2t$.

Ta có S tiếp xúc cả hai mặt phẳng P và Q

$$\Leftrightarrow d\ I,P\ =d\ I,Q\ \Leftrightarrow \frac{|1+t-2\ -1+t\ +3.2t|}{\sqrt{14}}=\frac{|1+t-2\ -1+t\ +3.2t+4|}{\sqrt{14}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{|5t+3|}{\sqrt{14}}=\frac{|5t+7|}{\sqrt{14}} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 5t+3=5t+7(VN) \\ 5t+3=-5t-7 \end{array}\right. \Leftrightarrow t=-1\Rightarrow I\ 0;-2;-2\ .$$

Vậy mặt cầu S có bán kính $R=d\ I,\ P\ =\frac{2}{\sqrt{14}}=\sqrt{\frac{2}{7}}$.

Câu 39. Số nghiệm nguyên của bất phương trình $3^{x^2-1}-27^{x+1}\ \log_3\ x+8\ -2\ \le 0$ là

A. 11. **B.** 12. **C.** **D.** Vô số.

Lời giải

Trường hợp 1:

$$\begin{cases}\log_3\ x+8\ -2\le 0\\ 3^{x^2-1}-27^{x+1}\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3\ x+8\ \le 2\\ 3^{x^2-1}\ge 27^{x+1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<x+8\le 9\\ 3^{x^2-1}\ge 3^{3x+3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-8<x\le 1\\ x^2-1\ge 3x+3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-8<x\le 1\\ x^2-3x-4\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-8<x\le 1\\ \left[\begin{array}{l}x\le -1\\ x\ge 4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow -8<x\le -1.$$

Trường hợp 2:

$$\begin{cases}\log_3\ x+8\ -2\ge 0\\ 3^{x^2-1}-27^{x+1}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\log_3\ x+8\ \ge 2\\ 3^{x^2-1}\le 27^{x+1}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+8\ge 9\\ 3^{x^2-1}\le 3^{3x+3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ x^2-1\le 3x+3\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ x^2-3x-4\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 1\\ -1\le x\le 4\end{cases}\Leftrightarrow 1\le x\le 4.$$

Kết hợp hai trường hợp và $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\ -7;-6;...;-1;1;2;3;4$ nên có 11 giá trị x.

Câu 40. Biết $\int\limits_2^{e+1}\frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2}\mathrm{d}x=a+be^{-1}\ (a,b\in\mathbb{R})$, chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $2a^2-3b=4$. **B.** $2a^2-3b=8$. **C.** $2a^2-3b=-4$. **D.** $2a^2-3b=-8$.

Lời giải

Đặt $\begin{cases}u=\ln(x-1)\\ \mathrm{d}v=\frac{1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\mathrm{d}u=\frac{1}{x-1}\mathrm{d}x\\ v=-\frac{1}{x-1}\end{cases}$

Áp dụng công thức tính tích phân từng phần, ta có

$$\int\limits_2^{e+1}\frac{\ln(x-1)}{(x-1)^2}\mathrm{d}x=-\frac{\ln(x-1)}{x-1}\Big|_2^{e+1}+\int\limits_2^{e+1}\frac{1}{(x-1)^2}\mathrm{d}x=-\frac{\ln(x-1)}{x-1}\Big|_2^{e+1}-\frac{1}{x-1}\Big|_2^{e+1}=-\frac{\ln e}{e}-\left(\frac{1}{e}-1\right)$$

$$=-\frac{2}{e}+1=1-2.e^{-1}.$$

Suy ra $a=1;b=-2\Rightarrow 2a^2-3b=2.1^2-3.(-2)=8$.

Câu 41. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z+2-i|=2\sqrt{2}$ và $(z-1)^2$ là số thuần ảo?

A. 0. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Đặt $z=x+yi\ \ (x,y\in\mathbb{R})$.

Từ $|z+2-i|=2\sqrt{2}\Rightarrow|(x+2)+(y-1)i|=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\sqrt{(x+2)^2+(y-1)^2}=2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow (x+2)^2+(y-1)^2=8$.

Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là đường tròn (C) có tâm $I(-2;1)$, bán kính $R=2\sqrt{2}$.

Ta có $(z-1)^2=\left[(x-1)+yi\right]^2=(x-1)^2-y^2+2(x-1)yi$.

Để $(z-1)^2$ là số thuần ảo $\Leftrightarrow (x-1)^2-y^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-1=y \\ x-1=-y \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-y-1=0 \\ x+y-1=0 \end{array}\right.$.

Suy ra tập hợp điểm M biểu diễn số phức z là hai đường thẳng $d_1: x-y-1=0$ và $d_2: x+y-1=0$.

Ta có $d(I,d_1)=\dfrac{|-2-1-1|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{2}}=2\sqrt{2}=R$ và $d(I,d_2)=\dfrac{|-2+1-1|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}<R$ nên đường thẳng d_1 tiếp xúc với (C) tại A, và đường thẳng d_2 cắt (C) tại hai điểm phân biệt B, C.

Dễ thấy d_1 cắt d_2 tại điểm $M(1;0)\notin(C)$ nên ba điểm A, B, C không trùng nhau.

Vậy có 3 số phức thỏa mãn bài toán.

Câu 42: Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-20;20]$ sao cho hàm số $y=-2x+2+a\sqrt{x^2-4x+5}$ có cực đại?

A. 35. **B.** 17. **C.** 36. **D.** 18.

Lời giải

Xét hàm số $y=-2x+2+a\sqrt{x^2-4x+5}$, tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-2+\dfrac{a(x-2)}{\sqrt{x^2-4x+5}}$.

$y'=0 \Leftrightarrow -2+\dfrac{a(x-2)}{\sqrt{x^2-4x+5}}=0 \Leftrightarrow a(x-2)=2\sqrt{x^2-4x+5}$ (1).

Với $x=2$, phương trình (1) vô nghiệm.

Với $x\neq 2$, phương trình $(1) \Leftrightarrow a=\dfrac{2\sqrt{x^2-4x+5}}{x-2}$.

Xét $f(x)=\dfrac{2\sqrt{x^2-4x+5}}{x-2}$, với $\forall x\neq 2$ ta có: $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-2)^2\sqrt{x^2-4x+5}}<0, \forall x\neq 2$.

Bảng biến thiên $f(x)$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	2

Khi đó, điều kiện cần để hàm số có cực đại là phương trình (1) có nghiệm $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a>2 \\ a<-2 \end{array}\right.$.

Thử lại:

+ Với $a<-2$, ta có: $y''=\dfrac{a}{\sqrt{\left(x^2-4x+5\right)^3}}<0,\forall x \Rightarrow$ hàm số có cực đại $\Rightarrow a<-2$ thỏa mãn.

+ Với $a>2$, ta có: $y''=\dfrac{a}{\sqrt{\left(x^2-4x+5\right)^3}}>0,\forall x \Rightarrow$ hàm số có cực tiểu $\Rightarrow a>2$ không thỏa mãn.

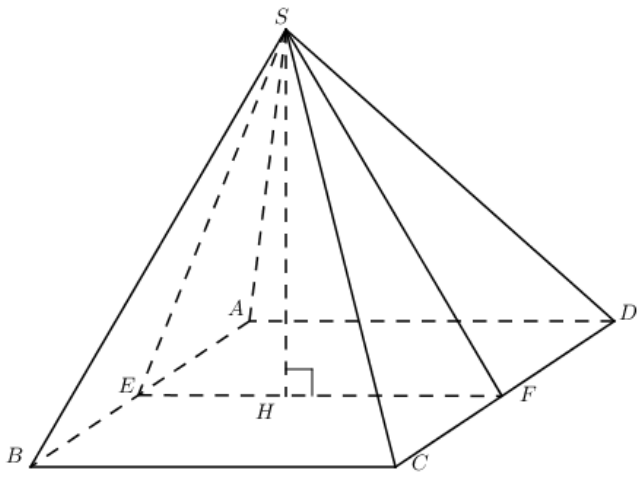
Vậy $a<-2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Mà $\begin{cases} a\in\mathbb{Z} \\ [-20;20] \end{cases} \Rightarrow a\in\{-20;-19;...;-3\}$. Vậy có 18 giá trị nguyên a.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a, mặt bên SAB là tam giác đều, $SC=SD=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **C.** $\dfrac{a^3}{6}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AB và CD.

Từ giả thiết ta có: $SE\perp AB, SF\perp CD \Rightarrow (SEF)\perp(ABCD)$.

Kẻ $SH\perp EF$ tại H. Khi đó $SH\perp(ABCD)$.

Vì ΔSAB đều cạnh a nên $SE=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vì ΔSCD cân, có $SC=SD=a\sqrt{3}$ nên $SF=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}$.

Vì $ABCD$ là hình vuông cạnh a nên $EF=a$.

Xét ΔSEF, theo công thức hê-rông ta có: $S_{\Delta SEF}=\dfrac{a^2\sqrt{2}}{4}$.

Mà $S_{\Delta SEF}=\dfrac{1}{2}SH.EF \Rightarrow SH=\dfrac{2S_{\Delta SEF}}{EF}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}.SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{2}}{2}.a^2=\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{2}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q):x-y+2z=0$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;2)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $x+y-1=0$. **B.** $-5x+3y+3=0$. **C.** $x+y+1=0$. **D.** $-5x+3y-2=0$.

Lời giải

VTCP của đường thẳng Δ là $\vec{a}=(2;-2;1)$.

VTPT của mặt thẳng (Q) là $\overrightarrow{n_Q}=(1;-1;2)$.

Mặt phẳng (P) song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) nên mặt phẳng (P) nhận 2 vectơ không cùng phương $\vec{a}=(2;-2;1)$ và $\overrightarrow{n_Q}=(1;-1;2)$ làm cặp VTCP.

Do đó, một VTPT của mặt phẳng (P) là: $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{n_Q};\vec{a}\right]=(3;3;0)$.

Mà mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(0;-1;2)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là:

$$3(x-0)+3(y+1)+0(z-2)=0$$
$$\Leftrightarrow x+y+1=0$$

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên dương a thỏa mãn $\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right)\le 1$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

$$\left(\sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\right)\left(\sqrt{1+(a-3)^2}+a-3\right)\le 1$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\le \sqrt{1+(a-3)^2}-(a-3)$$
$$\Leftrightarrow \sqrt{1+\ln^2 a}+\ln a\le \sqrt{1+(3-a)^2}+(3-a) \quad (1)$$

Xét hàm số $f(t)=\sqrt{1+t^2}+t,\ \forall t\in\mathbb{R}$. Ta c

$$f'(t)=\frac{t}{\sqrt{t^2+1}}+1=\frac{t+\sqrt{t^2+1}}{\sqrt{t^2+1}}>0,\ \forall t\in\mathbb{R}$$

Suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$

Khi đó $(1)\Leftrightarrow f(\ln a)\le f(3-a)\Leftrightarrow \ln a\le 3-a\Leftrightarrow \ln a-3+a\le 0$ (2)

Xét hàm số $g(a)=\ln a-3+a,\ a>0$. Ta có $g'(a)=\frac{1}{a}+1>0,\ \forall a>0$

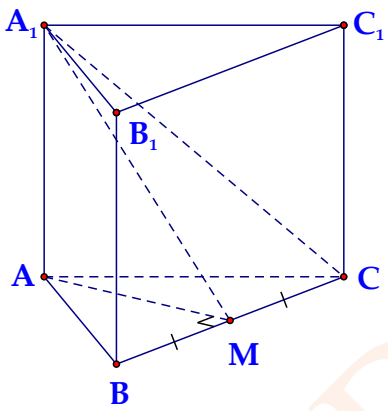
Suy ra hàm số g(a) đồng biến trên $(0;+\infty)$

Khi đó $(2)\Leftrightarrow g(a)\le 0\Leftrightarrow g(a)\le g(2,21)\Leftrightarrow a\le 2,21$. Vậy có 2 giá trị: $a=1$ và $a=2$.

Câu 46. **[Mức độ 3]** Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có $A_1\left(\sqrt{3};-1;1\right)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1=1$ (C không trùng O). Biết $\vec{u}=(a;b;1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng A_1C. Giá trị của a^2+b^2 bằng

A. 16. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 4.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC.

Dễ thấy $A_1M\perp BC$ nên M là hình chiếu của A_1 lên Oz do đó $M(0;0;1)$.

$\Rightarrow MA_1=\sqrt{\left(0-\sqrt{3}\right)^2+(0+1)^2+(1-1)^2}=2$.

Ta có $AM=\sqrt{A_1M^2-AA_1^2}=\sqrt{2^2-1^2}=\sqrt{3}$.

Tam giác ABC đều có trung tuyến $AM=\sqrt{3}$ nên $AB=BC=CA=\dfrac{AM.2}{\sqrt{3}}=2$.

Gọi $B(0;0;b)\Rightarrow\overrightarrow{BM}=(0;0;1-b)$.

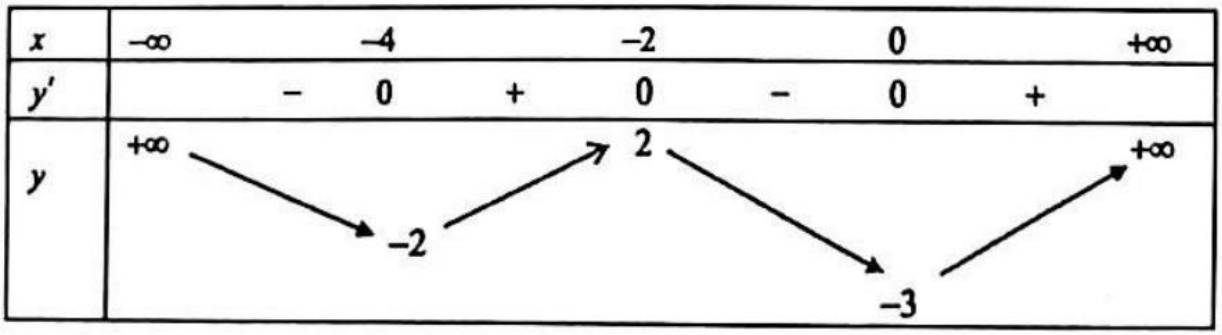
Khi đó $BM=1\Leftrightarrow(1-b)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\Rightarrow B(0;0;0),C(0;0;2)\\ b=2\Rightarrow B(0;0;2),C(0;0;0)\end{array}\right.$.

Vì C khác O nên ta nhận $B(0;0;0)$ và $C(0;0;2)$.

Do vậy một vectơ chỉ phương của đường thẳng A_1C là $\overrightarrow{A_1C}=\left(-\sqrt{3};1;1\right)$.

Suy ra $a=-\sqrt{3}$, $b=1$ nên $a^2+b^2=4$.

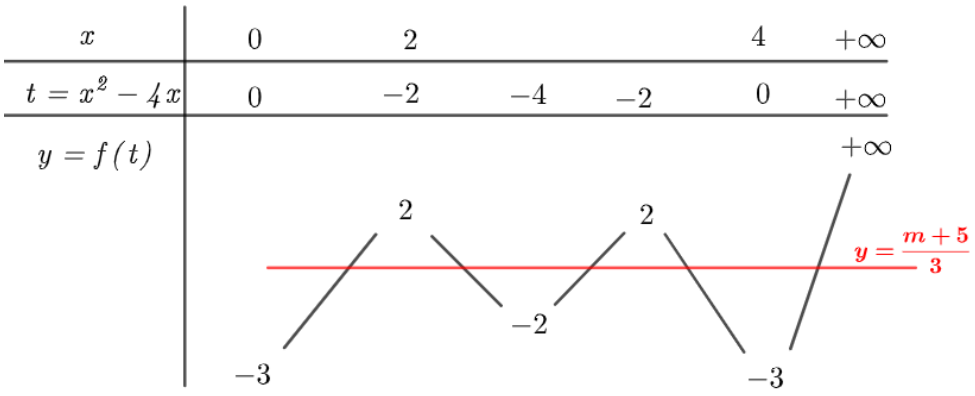
Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số giá trị nguyên của tham số m để phương trình $3f\left(x^2-4x\right)=m+5$ có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ là

A. 12. **B.** 14. **C.** 13. **D.** 11.

Lời giải



Để phương trình có ít nhất 5 nghiệm thực phân biệt thuộc khoảng $(0;+\infty)$ thì:

$-2<\dfrac{m+5}{3}<2\Leftrightarrow -6<m+5<6$

$\Leftrightarrow -11<m<1$

Mà $m\in\mathbb{Z}$

Nên $m\in\{-10,-9,-8,...,0\}$

Vậy có 11 m thỏa đề.

Câu 48. Xét các số phức z thỏa mãn $|z-1+2i|=2\sqrt{5}$ và số phức w thỏa $(5+10i)\overline{w}=(3-4i)z-25i$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|w|$ bằng

A. 4. **B.** $2\sqrt{10}$. **C.** $4\sqrt{5}$. **D.** 6.

Lời giải

Gọi $w=x+yi$ với x, $y\in\mathbb{R}$.

Ta có $(5+10i)\overline{w}=(3-4i)z-25i\Leftrightarrow z=(-1+2i)\overline{w}-4+3i$.

Lại có $|z-1+2i|=2\sqrt{5}\Leftrightarrow|(-1+2i)\overline{w}-4+3i-1+2i|=2\sqrt{5}$

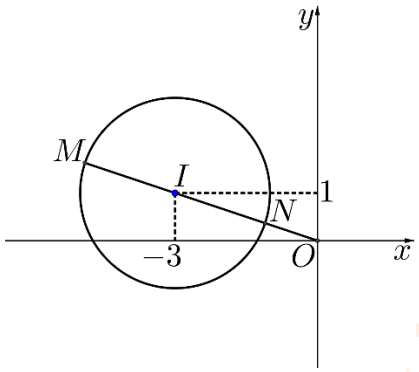
$\Leftrightarrow|(-1+2i)\overline{w}-5+5i|=2\sqrt{5}$

$\Leftrightarrow|\overline{w}+3+i|=2$

$\Leftrightarrow |x-yi+3+i|=2$

$\Leftrightarrow (x+3)^2+(y-1)^2=4$.

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn tâm $I(-3;1)$, bán kính $R=2$.

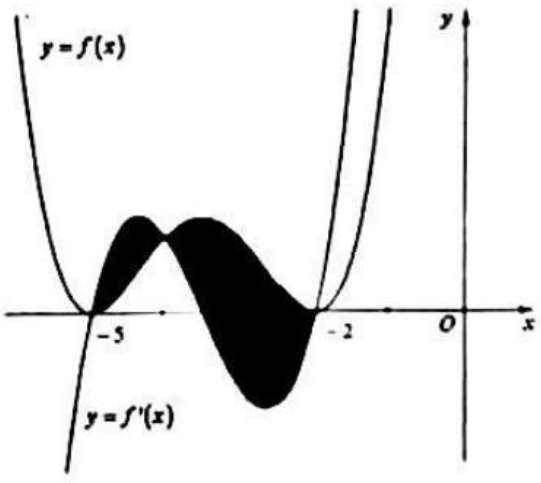


$\max P=OM=R+OI=2+\sqrt{10}$.

$\min P=ON=OI-R=\sqrt{10}-2$.

Vậy $\max P+\min P=2\sqrt{10}$.

Câu 49. Cho hàm số $f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn, có đồ thị nhận đường thẳng $x=-\dfrac{7}{2}$ làm trục đối xứng. Biết diện tích hình phẳng của phần giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$ và hai đường thẳng $x=-5$, $x=-2$ có giá trị là $\dfrac{127}{50}$ (hình vẽ bên)



Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $y=f(x)$ và trục hoành bằng

A. $\dfrac{81}{50}$. **B.** $\dfrac{91}{50}$. **C.** $\dfrac{71}{50}$. **D.** $\dfrac{61}{50}$.

Lời giải

Đặt $f(x)=k(x+5)^2(x+2)^2, k>0$.

Khi đó $f'(x)=2k(x+5)(x+2)^2+2k(x+5)^2(x+2)=k(x+5)(x+2)(4x+14)$

Xét hàm $g(x)=f(x)-f'(x)=k(x+5)(x+2)(x^2+3x-4)$

Suy ra $g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5 \\ x=-2 \\ x=-4 \\ x=1 \end{array}\right.$

Từ đó ta suy ra

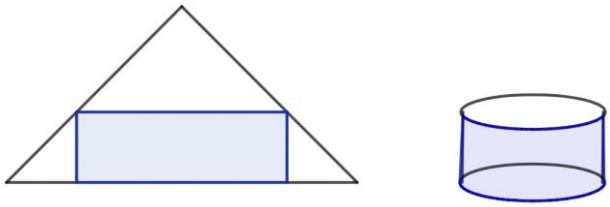
$$\int_{-5}^{-2}\left|g(x)\right|dx=-\int_{-5}^{-4}g(x)dx+\int_{-4}^{-2}g(x)dx$$

$$=-k\int_{-5}^{-4}(x+5)(x+2)\left(x^2+3x-4\right)dx+k\int_{-4}^{-2}(x+5)(x+2)\left(x^2+3x-4\right)dx$$

$$=\frac{23}{10}k+\frac{52}{5}k=\frac{127}{10}k=\frac{127}{50}\Rightarrow k=\frac{1}{5}$$

Vậy $S=\int_{-5}^{-2}f(x)dx=\int_{-5}^{-2}\frac{1}{5}(x+2)^2(x+5)^2dx=\frac{81}{50}$

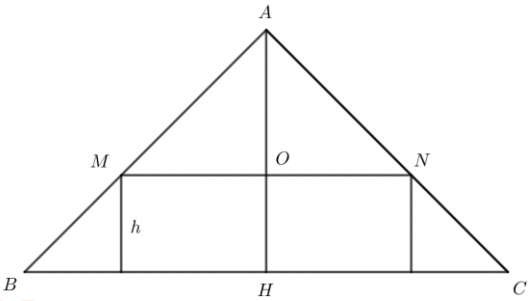
Câu 50 . **[Mức độ 4]** Từ một tấm tôn hình tam giác đều cạnh bằng 6m, ông A cắt thành một tấm tôn hình chữ nhật và cuộn lại được một cái thùng hình trụ(như hình vẽ).



Ông A làm được cái thùng có thể tích tối đa là V (Vật liệu làm nắp thùng coi như không liên quan). Giá trị của V thỏa mãn:

A. $V\le 1m^3$. **B.** $V>3m^3$. **C.** $2m^3<V\le 3m^3$. **D.** $1m^3<V\le 2m^3$.

Lời giải



Gọi h là chiều cao $0<h<3\sqrt{3}$ và r là bán kính đáy của cái thùng.

Theo định lý ta-let ta có: $\frac{AO}{AH}=\frac{MN}{BC}\Leftrightarrow\frac{3\sqrt{3}-h}{3\sqrt{3}}=\frac{2\pi r}{6}\Leftrightarrow r=\frac{3\sqrt{3}-h}{\pi\sqrt{3}}$.

Vậy $V=\pi r^2h=\frac{1}{6\pi}(3\sqrt{3}-h)^2 2h\le\frac{1}{6\pi}\left(\frac{3\sqrt{3}-h+3\sqrt{3}-h+2h}{3}\right)^3=\frac{1}{6\pi}(2\sqrt{3})^3=\frac{4\sqrt{3}}{\pi}m^3$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow 3\sqrt{3}-h=2h \Leftrightarrow, h=\sqrt{3}$ (thõa mãn)

Khi đó : $V=\max V_t=\dfrac{4\sqrt{3}}{\pi}m^3$

$\Rightarrow 2m^3<V\le 3m^3.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỞ GDĐT BÌNH PHƯỚC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(2;4;-3)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-3}{-3}$.
B. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z+3}{3}$.
C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+4}{-2}=\frac{z-3}{3}$.
D. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+3}{-3}$.

Câu 2. Có bao nhiêu cách chọn k đồ vật từ n đồ vật phân biệt cho trước $(k,n\in\mathbb{N};0\le k\le n)$

A. C_n^k.
B. $k(k+1)...n$.
C. A_n^k.
D. $(n-k)!$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n}=(3;1;-7)$ là một vectơ pháp tuyến?

A. $3x+z+7=0$.
B. $3x-y-7z+1=0$.
C. $3x+y-7=0$.
D. $3x+y-7z-3=0$.

Câu 4. Thể tích V của khối nón có bán kính r, đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}\pi rh$.
B. $V=\frac{2}{3}\pi r^2h$.
C. $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.
D. $V=\frac{1}{3}\pi r^2$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

A. $2^x.\ln 2+C$.
B. $\frac{2^{x+1}}{x+1}+C,(x\ne -1)$.
C. 2^x+C.
D. $\frac{2^x}{\ln 2}+C$.

Câu 6 Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=7$, chiều cao $h=6$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. 56.
B. 42.
C. 126.
D. 14.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$.
B. $y=-1$.
C. $y=3$.
D. $y=-2$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

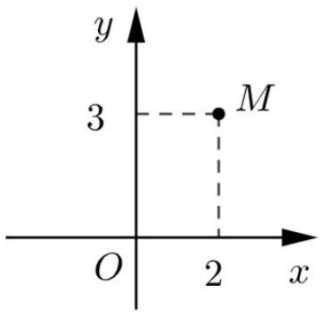
A. 1.
B. 0.
C. 3.
D. 2.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;4)$ trên trục $x'Ox$ là điểm M' có tọa độ

A. $M'(0;1;0)$.
B. $M'(3;1;0)$.
C. $M'(0;1;4)$.
D. $M'(3;0;0)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa, cho điểm M là điểm biểu diễn số phức z như hình vẽ sau:

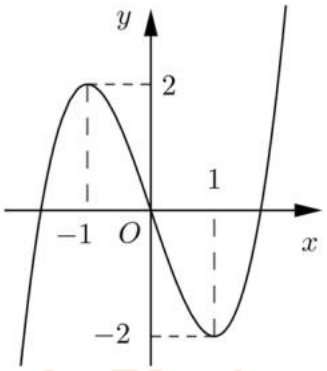
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Phần thực của số phức z bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



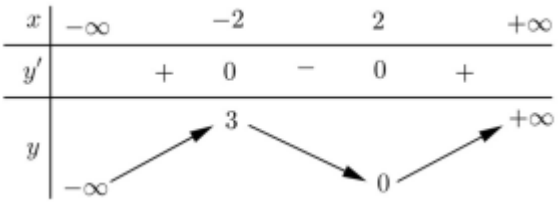
Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{3}{2}}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 14. Với mọi số thực a dương, $\log\dfrac{a}{100}$ bằng

A. $\log a-1$. **B.** $\log a-2$. **C.** $\dfrac{1}{2}\log a$. **D.** $\log a+2$.

Câu 15. Môđun của số phức $z=2\sqrt{2}-i$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 7.

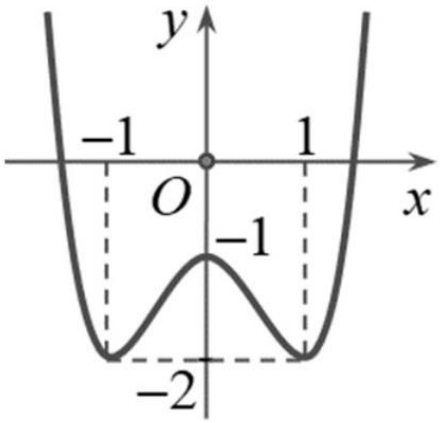
Câu 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $2B$ và chiều cao h. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}Bh$. **B.** $6Bh$. **C.** Bh. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Câu 17. Cho số phức $z=2-3i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

A. $3-2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $2+3i$. **D.** $-2+3i$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 8$ là

A. $[-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ có toạ độ là

A. $(1;1;-2)$. **B.** $(0;1;2)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(0;1;-2)$.

Câu 21. Cho $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-2; \int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=4$. Tính tích phân $G=\int_1^3[2f(x)-3g(x)]\mathrm{d}x$

A. $G=-12$. **B.** $G=-16$. **C.** $G=-9$. **D.** $G=-8$.

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=3\pi rl$. **D.** $S_{xq}=4\pi rl$.

Câu 23. Nếu $\int_5^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_2^5 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -6. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $2^{x+4}=64$ là

A. $x=4$. **B.** $x=12$. **C.** $x=2$. **D.** $x=5$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Số hạng u_5 có giá trị bằng

A. 3072. **B.** 768. **C.** 972. **D.** 324.

Câu 26. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$?

A. $N(-1;2)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $Q(-1;1)$. **D.** $P(-1;-1)$.

Câu 27. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = \log x$ là

A. $y' = \frac{1}{x}$. **B.** $y' = \frac{1}{10x}$. **C.** $y' = \frac{1}{x\ln 10}$. **D.** $y' = \frac{\ln 10}{x}$.

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

A. $3 - 2\ln 2$. **B.** $3 - \ln 2$. **C.** $3 + 2\ln 2$. **D.** $3 + \ln 2$.

Câu 29. Gọi D là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1; y = 0; y = x^3$. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{7}$. **B.** $\frac{2\pi}{7}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{\pi}{8}$.

Câu 30. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức $-z$ có điểm biểu diễn hình học là

A. $(-5;4)$. **B.** $(5;-4)$. **C.** $(-5;-4)$. **D.** $(5;4)$.

Câu 31. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 25$. **B.** $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 5$.

C. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 25$. **D.** $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 5$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a$. Tính góc giữa SD và BC.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 33. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y = \frac{2x-5}{x-1}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$. **D.** $y = 2 - x^2$.

Câu 34. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2022. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BB'C'C)$ bằng

B. $1011\sqrt{2}$. **B.** $2022\sqrt{3}$. **C.** $2022\sqrt{2}$. **D.** $1011\sqrt{3}$.

Câu 35. Cho hai số thực a, b tuỳ ý khác 0 thoả mãn $3^a = 4^b$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

A. $\ln 0,75$. **B.** $\log_3 4$. **C.** $\log_4 3$. **D.** $\ln 12$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(-1;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 6x + 3y - 2z + 18 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-6-t \\ y=-3+t \\ z=2+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+6t \\ y=1+3t \\ z=3-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+6t \\ y=-1+3t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=6-t \\ y=3+t \\ z=-2+3t \end{cases}$.

Câu 37. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{4}{x}+x+1$ trên đoạn $[1;3]$. Tính $M-m$.

A. 9. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 38. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{5}{22}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

Câu 39. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Điểm M nằm trên cạnh AA'. Biết cạnh $AB=a\sqrt{3}$, thể tích khối đa diện $MBCC'B'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vừa cắt và vừa vuông góc với d. Tọa độ của điểm B là

A. $(0;3;-2)$ **B.** $(3;-2;-1)$ **C.** $(-3;8;-3)$ **D.** $(6;-7;0)$

Câu 41. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-3.2^x+2\right)\sqrt{\log_3\left(36-x^2\right)-3}<0$ là khoảng $(a;b)$. Khi đó $a+b+2022$ có giá trị bằng

A. 2024. **B.** 2025. **C.** 2027. **D.** 2023.

Câu 42. Cho số phức w và hai số thực a,b. Biết $z_1=w+2i$ và $z_2=2w-3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$. Tính giá trị của $T=|z_1|+|z_2|$.

A. $T=2\sqrt{13}$. **B.** $T=4\sqrt{13}$. **C.** $T=\frac{2\sqrt{97}}{3}$. **D.** $T=\frac{2\sqrt{85}}{3}$.

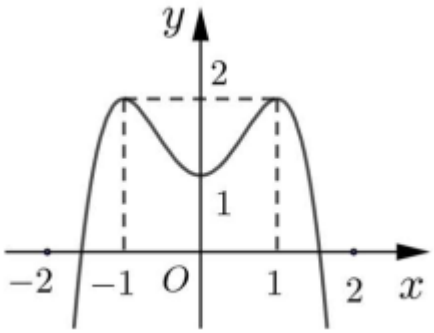
Câu 43. Cắt một khối trụ cho trước thành hai phần thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu là $32\pi\ dm^2$. Biết chiều cao của khối trụ ban đầu là $7\ dm$. Tính tổng diện tích toàn phần S của hai khối trụ mới.

A. $S=120\pi\ dm^2$. **B.** $S=256\pi\ dm^2$. **C.** $S=176\pi\ dm^2$. **D.** $S=144\pi\ dm^2$.

Câu 44. Cho $\int_1^2 f\left(x^2+1\right)x\mathrm{d}x=2$. Khi đó $I=\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đặt $g(x)=f\left[f(x)\right]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'(x)=0$.

A. 8. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Câu 46. Trong không gian *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và điểm $A(2;-1;2)$. Từ điểm A vẽ ba tiếp tuyến AM, AN, AP đến mặt cầu (S). Gọi T là điểm thay đổi trên mặt phẳng (MNP) sao cho từ T kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến mặt cầu (S). Khoảng cách từ T đến giao điểm của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-1+t\\y=2-t\\z=1+3t\end{cases}$ với mặt phẳng (MNP) có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{16}+\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{16}-\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{8}-\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{16}$.

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$. Tính môđun của số phức $w=M+mi$.

A. $|w|=2\sqrt{314}$. **B.** $|w|=2\sqrt{309}$. **C.** $|w|=\sqrt{1258}$. **D.** $|w|=3\sqrt{137}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=(x-2)^2(x^2-x),\ x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A.154. **B.** 17. **C.** 213. **D.** 153.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương b sao cho ứng với mỗi b, có đúng 3 giá trị nguyên dương của a thoả mãn $\log_2\frac{2^a+a}{ab}+2^a\le a(b-1)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 50. Trên parabol $(P):y=x^2$ lấy hai điểm $A(-1;1)$, $B(2;4)$. Gọi M là điểm trên cung AB của (P) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất. Biết chu vi tam giác MAB là $a\sqrt{2}+b\sqrt{5}+c\sqrt{29}$, khi đó giá trị $a+b+c$ bằng

A. $\frac{29}{6}$. **B.** $\frac{41}{9}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

------HẾT------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.A	3.D	4.C	5.D	6.B	7.C	8.A	9.D	10.C
11.B	12.A	13.D	14.B	15.B	16.A	17.C	18.A	19.D	20.D
21.B	22.A	23.B	24.C	25.B	26.B	27.C	28.A	29.A	30.A
31.A	32.B	33.C	34.D	35.B	36.B	37.C	38.D	39.C	40.A
41.D	42.C	43.A	44.B	45.D	46.E	47.C	48.D	49.A	50.C

GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(2;4;-3)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{-3}$.
B. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-4}{-2}=\dfrac{z+3}{3}$.
C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y+4}{-2}=\dfrac{z-3}{3}$.
D. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+3}{-3}$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;3)$ và nhận véctơ $\vec{u}=(2;4;-3)$ làm véctơ chỉ phương có phương trình chính tắc là $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{z-3}{-3}$.

Câu 2. Có báo nhiêu cách chọn k đồ vật từ n đồ vật phân biệt cho trước $(k,n\in\mathbb{N};0\le k\le n)$

A. C_n^k.
B. $k(k+1)...n$.
C. A_n^k.
D. $(n-k)!$.

Lời giải

Số cách chọn k đồ vật từ n đồ vật phân biệt cho trước $(k,n\in\mathbb{N};0\le k\le n)$ là C_n^k.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n}=(3;1;-7)$ là một vectơ pháp tuyến?

A. $3x+z+7=0$.
B. $3x-y-7z+1=0$.
C. $3x+y-7=0$.
D. $3x+y-7z-3=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $3x+y-7z-3=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1;-7)$.

Câu 4. Thể tích V của khối nón có bán kính r, đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi rh$.
B. $V=\dfrac{2}{3}\pi r^2h$.
C. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.
D. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2$.

Lời giải

Công thức tính thể tích khối nón là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x$ là

A. $2^x.\ln 2+C$.
B. $\dfrac{2^{x+1}}{x+1}+C,(x\ne -1)$.
C. 2^x+C.
D. $\dfrac{2^x}{\ln 2}+C$.

Lời giải

Từ công thức $\int a^x dx = \frac{a^x}{\ln a} + C$, suy ra $\int 2^x dx = \frac{2^x}{\ln 2} + C$.

Câu 6. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B = 7$, chiều cao $h = 6$. Thể tích của khối lăng trụ bằng

A. 56. **B.** 42. **C.** 126. **D.** 14.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là $V = B.h = 7.6 = 42$.

Câu 7. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y = 2$. **B.** $y = -1$. **C.** $y = 3$. **D.** $y = -2$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \frac{3x+2}{x-2} = 3$

$\Rightarrow$ Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y = 3$.

Câu 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là 2

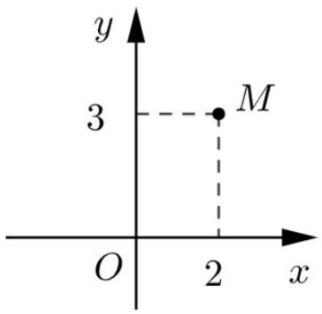
Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;4)$ trên trục $x'Ox$ là điểm M' có tọa độ

A. $M'(0;1;0)$. **B.** $M'(3;1;0)$. **C.** $M'(0;1;4)$. **D.** $M'(3;0;0)$.

Lời giải

Hình chiếu vuông góc điểm $M(3;1;4)$ trên trục $x'Ox$ là điểm $M'(3;0;0)$.

Câu 10. Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M là điểm biểu diễn số phức z như hình vẽ sau:



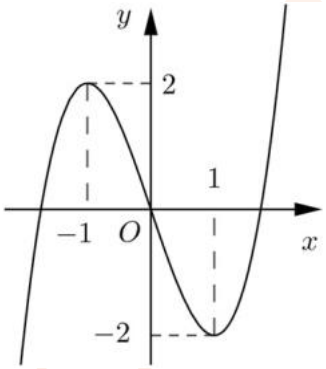
Phần thực của số phức z bằng

A. -3. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Phần thực của số phức z bằng 2.

Câu 11. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Từ đồ thị có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

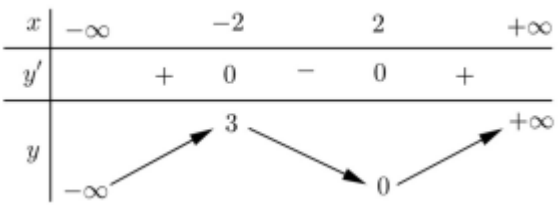
Câu 12. Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{3}{2}}$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

Lời giải

Tập xác định của hàm số $y=x^{\frac{3}{2}}$ là $(0;+\infty)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-2;2)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;2)$.

Câu 14. Với mọi số thực a dương, $\log\frac{a}{100}$ bằng

A. $\log a-1$. **B.** $\log a-2$. **C.** $\frac{1}{2}\log a$. **D.** $\log a+2$.

Lời giải

Ta có $\log\frac{a}{100}=\log a-\log 100=\log a-2$.

Câu 15. Môđun của số phức $z=2\sqrt{2}-i$ là

A. $\sqrt{3}$. **B.** 3. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** 7.

Lời giải

Ta có $z=2\sqrt{2}-i\Rightarrow|z|=\sqrt{\left(2\sqrt{2}\right)^2+(-1)^2}=\sqrt{9}=3$.

Câu 16. Cho khối chóp có diện tích đáy $2B$ và chiều cao h. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}Bh$. **B.** $6Bh$. **C.** Bh. **D.** $\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Ta có $V=\frac{1}{3}.2B.h=\frac{2}{3}Bh$.

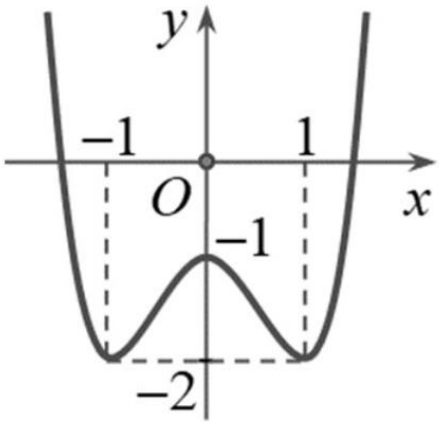
Câu 17. Cho số phức $z=2-3i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

A. $3-2i$. **B.** $3+2i$. **C.** $2+3i$. **D.** $-2+3i$.

Lời giải

Ta có: $z=2-3i\Rightarrow\bar{z}=2+3i$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

Câu 19. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 8$ là

A. $[-3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3]$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Lời giải

$\left(\frac{1}{2}\right)^x \geq 8 \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^x \geq \left(\frac{1}{2}\right)^{-3} \Leftrightarrow x \leq -3.$

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ có toạ độ là

A. $(1;1;-2)$. **B.** $(0;1;2)$. **C.** $(0;-1;2)$. **D.** $(0;1;-2)$.

Lời giải

Tâm của mặt cầu (S): $x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=4$ có toạ độ là $(0;1;-2)$.

Câu 21. Cho $\int_1^3 f(x)dx=-2; \int_1^3 g(x)dx=4$. Tính tích phân $G=\int_1^3 [2f(x)-3g(x)]dx$

A. $G=-12$. **B.** $G=-16$. **C.** $G=-9$. **D.** $G=-8$.

Lời giải

Ta có

$G=\int_1^3 [2f(x)-3g(x)]dx=2\int_1^3 f(x)dx-3\int_1^3 g(x)dx=2.(-2)-3.4=-16$

Câu 22. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=2\pi rl$. **C.** $S_{xq}=3\pi rl$. **D.** $S_{xq}=4\pi rl$.

Lời giải

Công thức diện tích xung quanh hình nón

$S_{xq}=\pi rl$.

Câu 23. Nếu $\int_5^2 f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_2^5 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** -6. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $\int_2^5 3f(x)\mathrm{d}x=3\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=-3\int_5^2 f(x)\mathrm{d}x=-3.2=-6$.

Câu 24. Nghiệm của phương trình $2^{x+4}=64$ là

A. $x=4$. **B.** $x=12$. **C.** $x=2$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Ta có: $2^{x+4}=64\Leftrightarrow 2^{x+4}=2^6\Leftrightarrow x+4=6\Leftrightarrow x=2$.

Câu 25. Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$ và công bội $q=4$. Số hạng u_5 có giá trị bằng

A. 3072. **B.** 768. **C.** 972. **D.** 324.

Lời giải

Ta có $u_5=u_1.q^4=3.4^4=768$.

Câu 26. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$?

A. $N(-1;2)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $Q(-1;1)$. **D.** $P(-1;-1)$.

Lời giải

Ta có $1^3-3.1^2+2=0\Rightarrow N(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho.

Câu 27. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=\log x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y'=\dfrac{1}{10x}$. **C.** $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}$. **D.** $y'=\dfrac{\ln 10}{x}$.

Lời giải

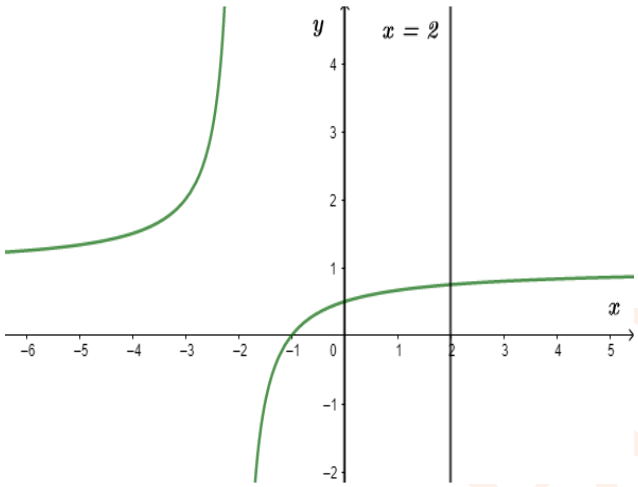
Vì: $(\log_a x)'=\dfrac{1}{x\ln a}$, $x\in(0;+\infty)$.

Nên: $(\log_{10} x)'=\dfrac{1}{x\ln 10}$, $x\in(0;+\infty)$.

Câu 28. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x=2$ là

A. $3-2\ln 2$. **B.** $3-\ln 2$. **C.** $3+2\ln 2$. **D.** $3+\ln 2$.

Lời giải



Diện tích hình phẳng cần tìm là:

$S=\int\limits_{-1}^{2}\dfrac{x+1}{x+2}\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}\dfrac{(x+2)-1}{x+2}\mathrm{d}x=\int\limits_{-1}^{2}\left(1-\dfrac{1}{x+2}\right)\mathrm{d}x=3-2\ln 2$.

Câu 29. Gọi D là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=-1; y=0; y=x^3$. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{\pi}{7}$. **B.** $\dfrac{2\pi}{7}$. **C.** $\dfrac{\pi}{6}$. **D.** $\dfrac{\pi}{8}$.

Lời giải

Hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=x^3$ và $y=0$ là nghiệm của phương trình

$x^3=0\Leftrightarrow x=0$

Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox bằng

$V=\pi\int\limits_{-1}^{0}\left(x^3\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{\pi}{7}$.

Câu 30. Cho số phức $z=5-4i$. Số phức $-z$ có điểm biểu diễn hình học là

A. $(-5;4)$. **B.** $(5;-4)$. **C.** $(-5;-4)$. **D.** $(5;4)$.

Lời giải

Số phức $-z=-5+4i$. Vậy điểm biểu diễn số phức $-z$ có tọa độ $(-5;4)$.

Câu 31. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$. Phương trình của (S) là

A. $x^2+y^2+(z+3)^2=25$. **B.** $x^2+y^2+(z+3)^2=5$.

C. $x^2+y^2+(z-3)^2=25$. **D.** $x^2+y^2+(z-3)^2=5$.

Lời giải

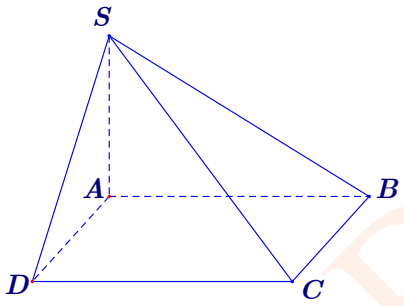
Mặt cầu (S) có tâm $I(0;0;-3)$ và đi qua điểm $M(4;0;0)$ có bán kính $R = IM = \sqrt{4^2+3^2} = 5$.

Phương trình của (S) là $x^2+y^2+(z+3)^2 = 25$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$, biết đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AB = a$, $AC = 2a$, $SA = a$. Tính góc giữa SD và BC.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Lời giải



Ta có: $(SD, BC) = (SD, AD) = SDA$.

Xét tam giác ADC vuông tại D có $AD = \sqrt{AC^2 - DC^2} = a\sqrt{3}$ (Định lí Pytago).

Xét tam giác SAD vuông tại A có $\tan SDA = \dfrac{SA}{AD} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SDA = 30^\circ$.

Vậy góc giữa SD và BC là 30°.

Câu 33. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $y = \dfrac{2x-5}{x-1}$. **B.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **C.** $y = \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x$. **D.** $y = 2 - x^2$.

Lời giải

Ta có: $y = \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x \Rightarrow y' = x^2 + 4x + 3$. Khi đó: $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

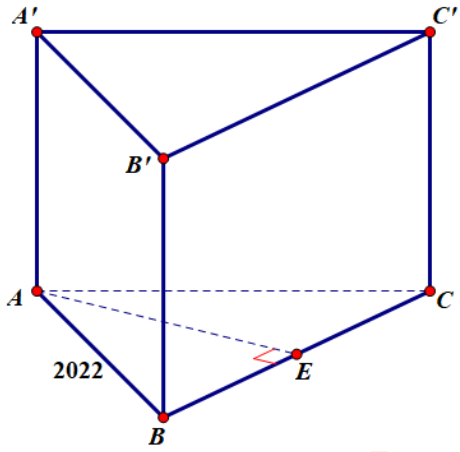
x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 34. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 2022. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BB'C'C)$ bằng

B. $1011\sqrt{2}$. **B.** $2022\sqrt{3}$. **C.** $2022\sqrt{2}$. **D.** $1011\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm BC. Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BB' \perp (ABC) \Rightarrow BB' \perp AE \\ \Delta ABC \text{ đều} \quad \Rightarrow BC \perp AE \end{array}\right\} \Rightarrow AE \perp (BB'C'C) \text{ tại } E$$

$$\Rightarrow d\left(A,(BB'C'C)\right) = AE = \frac{AB\sqrt{3}}{2} = 1011\sqrt{3}$$

Câu 35. Cho hai số thực a, b tuỳ ý khác 0 thoả mãn $3^a = 4^b$. Giá trị của $\frac{a}{b}$ bằng

A. $\ln 0,75$. **B.** $\log_3 4$. **C.** $\log_4 3$. **D.** $\ln 12$.

Lời giải

Ta có $3^a = 4^b \Leftrightarrow \log 3^a = \log 4^b \Leftrightarrow a\log 3 = b\log 4 \Leftrightarrow \frac{a}{b} = \frac{\log 4}{\log 3} = \log_3 4$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(-1;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 6x+3y-2z+18=0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x=-6-t \\ y=-3+t \\ z=2+3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+6t \\ y=1+3t \\ z=3-2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1+6t \\ y=-1+3t \\ z=-3-2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=6-t \\ y=3+t \\ z=-2+3t \end{cases}$.

Lời giải

Đường thẳng d đi qua $A(-1;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 6x+3y-2z+18=0$ nên nhận vectơ $(6;3;-2)$ làm vectơ chỉ phương. Khi đó d có phương trình tham số là $\begin{cases} x=-1+6t \\ y=1+3t \\ z=3-2t \end{cases}$.

Câu 37. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{4}{x}+x+1$ trên đoạn $[1;3]$. Tính $M-m$.

A. 9. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $y'=-\frac{4}{x^2}+1=\frac{x^2-4}{x^2}$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \in [1;3] \\ x=-2 \notin [1;3] \end{array}\right.$

Có: $y(1)=6,\ y(2)=5,\ y(3)=\frac{16}{3} \Rightarrow M=6,\ m=5 \Rightarrow M-m=1.$

Câu 38. Một hộp chứa 11 quả cầu gồm 5 quả màu xanh và 6 quả màu đỏ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó. Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng

A. $\frac{8}{11}$. **B.** $\frac{5}{22}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

Lời giải

Số cách chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu từ hộp đó là $C_{11}^2=55$.

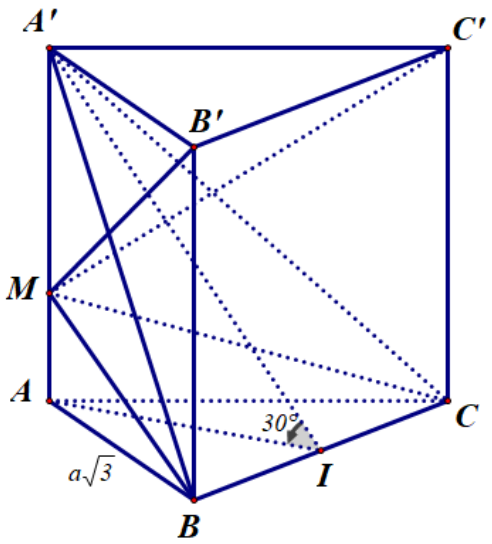
Số cách chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 quả cầu cùng màu từ hộp đó là $C_5^2+C_6^2=25$.

Xác suất để 2 quả cầu chọn ra cùng màu bằng $\frac{25}{55}=\frac{5}{11}$.

Câu 39. Lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$. Điểm M nằm trên cạnh AA'. Biết cạnh $AB=a\sqrt{3}$, thể tích khối đa diện $MBCC'B'$ bằng

A. $\frac{3a^3\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{2a^3}{3}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{3a^3\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải



Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ tam giác đều nên có đáy là tam giác đều, cạnh bên vuông góc đáy và mỗi mặt bên là một hình chữ nhật.

Gọi I là trung điểm BC. Khi đó $\left((A'BC),(ABC)\right)=\left(A'I,AI\right)=A'IA=30°$.

Hơn nữa $AI\perp\left(B'C'CB\right)$.

Vì tam giác ABC đều, nên suy ra đường cao $AI=\dfrac{AB\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a}{2}$.

Trong tam giác vuông $A'AI$, ta có: $A'A=AI.\tan A'IA=\dfrac{3a}{2}.\tan 30°=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra diện tích của hình chữ nhật $BCC'B'$ là $S_{hcnBCC'B'}=BC.BB'=AB.A'A=a\sqrt{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3a^2}{2}$

Mặt khác $\begin{cases}A'A\,//\,(BCC'B')\\M\in(BCC'B')\end{cases}$ nên suy ra $d\left(M,(BCC'B')\right)=d\left(A,(BCC'B')\right)=AI=\dfrac{3a}{2}$

Do vậy, thể tích của khối đa diện $MBCC'B'$ *(cũng là khối chóp tứ giác $M.BCC'B'$)* là

$$V_{MBCC'B'}=\frac{1}{3}d\left(M,(BCC'B')\right).S_{hcnBCC'B'}=\frac{1}{3}.\frac{3a}{2}.\frac{3a^2}{2}=\frac{3a^3}{4}.$$

Câu 40. Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P):x+y+2z+1=0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vừa cắt và vừa vuông góc với d. Tọa độ của điểm B là

A. $(0;3;-2)$ **B.** $(3;-2;-1)$ **C.** $(-3;8;-3)$ **D.** $(6;-7;0)$

Lời giải

Đường thẳng d có một VTCP là $\vec{u}=(2;1;-1)$

Gọi $M=AB\cap d\Rightarrow M(1+2t;-1+t;2-t)\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2t;t-3;3-t)$

Mà $AB\perp d\Leftrightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 4t+t-3-3+t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-2;2)=2(1;-1;1).$

Đường thẳng AB đi qua điểm $A(1;2;-1)$, có một VTCP $\vec{u_1}=(1;-1;1)$ có phương trình tham số là $AB:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\end{cases}$. Ta có $AB\cap(P)\Rightarrow \mathrm{B}(1+\mathrm{t};2-\mathrm{t};-1+\mathrm{t})$

Mà $B\in(P)\Rightarrow 1+t+2-t-2+2t+1=0\Leftrightarrow t=-1.$ Vậy $B(0;3;-2).$

Câu 41. Biết rằng tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-3.2^x+2\right)\sqrt{\log_3\left(36-x^2\right)-3}<0$ là khoảng $(a;b)$. Khi đó $a+b+2022$ có giá trị bằng

A. 2024. **B.** 2025. **C.** 2027. **D.** 2023.

Lời giải

Ta có:

$$\left(4^x-3.2^x+2\right)\sqrt{\log_3\left(36-x^2\right)-3}<0\Leftrightarrow\begin{cases}36-x^2>0\\\log_3\left(36-x^2\right)-3>0\\4^x-3.2^x+2<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2<36\\x^2<9\\\left(2^x-1\right)\left(2^x-2\right)<0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x^2<9\\1<2^x<2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}-3<x<3\\0<x<1\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow 0<x<1$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(0;1)$.

Kết hợp với điều kiện đề bài ta tính được: $a+b+2022=2023$.

Câu 42. Cho số phức w và hai số thực a,b. Biết $z_1=w+2i$ và $z_2=2w-3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2+az+b=0$. Tính giá trị của $T=|z_1|+|z_2|$.

A. $T=2\sqrt{13}$. **B.** $T=4\sqrt{13}$. **C.** $T=\frac{2\sqrt{97}}{3}$. **D.** $T=\frac{2\sqrt{85}}{3}$.

Lời giải

Vì z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình đã cho nên $\begin{cases} \overline{z_1} = z_2 \\ \overline{z_2} = z_1 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \overline{w} - 2i = 2w - 3 \\ 2\overline{w} - 3 = w + 2i \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2\overline{w} - 4i = 4w - 6 \\ 2\overline{w} - 3 = w + 2i \end{cases} \Rightarrow w = 3 - \frac{2}{3}i$$

$$\Rightarrow z_1 = 3 + \frac{4}{3}i \Rightarrow |z_1| = \sqrt{3^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{97}}{3}.$$

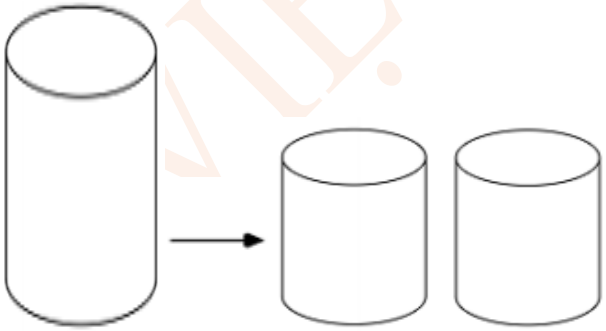
Mà z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình trên nên $|z_1| = |z_2| = \frac{\sqrt{97}}{3}$.

Vậy $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$.

Câu 43. Cắt một khối trụ cho trước thành hai phần thì được hai khối trụ mới có tổng diện tích toàn phần nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu là $32\pi\ dm^2$. Biết chiều cao của khối trụ ban đầu là $7\ dm$. Tính tổng diện tích toàn phần S của hai khối trụ mới.

A. $S = 120\pi\ dm^2$. **B.** $S = 256\pi\ dm^2$. **C.** $S = 176\pi\ dm^2$. **D.** $S = 144\pi\ dm^2$.

Lời giải



Gọi $r\ (dm)$ là bán kính đáy của khối trụ, tổng diện tích toàn phần của hai khối trụ mới nhiều hơn diện tích toàn phần của khối trụ ban đầu là $32\pi\ dm^2$. Phần diện tích này chính bằng diện tích hai đáy của hai khối trụ mới sinh ra nên ta có $2\pi r^2 = 32\pi \Rightarrow r = 4\,(dm)$.

Vậy tổng diện tích toàn phần S của hai khối trụ mới là

$$S = S_{xq} + 4S_{day} = 2\pi rh + 4\pi r^2 = 120\pi\ \left(dm^2\right).$$

Câu 44. Cho $\int_1^2 f\left(x^2+1\right)x\,dx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x)\,dx$ bằng

A. -1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Đặt $u = x^2 + 1 \Rightarrow \mathrm{d}u = 2x\mathrm{d}x$.

Đổi cận

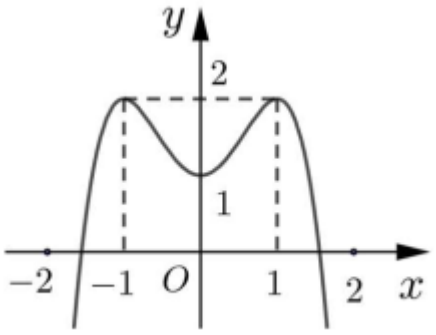
x	1	2
u	2	5

Khi đó:

$$\int_1^2 f\left(x^2+1\right)x\mathrm{d}x = 2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_2^5 f\left(u\right)\mathrm{d}u = 2 \Leftrightarrow \int_2^5 f\left(u\right)\mathrm{d}u = 4.$$

Hay $I = \int_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 4$.

Câu 45. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đặt $g\left(x\right) = f\left[f\left(x\right)\right]$. Tìm số nghiệm của phương trình $g'\left(x\right) = 0$.

A. 8. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $g\left(x\right) = f\left[f\left(x\right)\right] \Rightarrow g'\left(x\right) = f'\left(x\right).f'\left[f\left(x\right)\right]$

$$g'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow f'\left(x\right).f'\left[f\left(x\right)\right] = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'\left(x\right) = 0 \\ f'\left[f\left(x\right)\right] = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} f\left(x\right) = -1 \\ f\left(x\right) = 0 \\ f\left(x\right) = 1 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

Phương trình $f\left(x\right) = 1$ có 3 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = a \in \left(-2,-1\right) \\ x = 0 \\ x = b \in \left(1,2\right) \end{array}\right.$

Phương trình $f(x)=0$ có 2 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=c\in(-2,-1) \\ x=d\in(1,2) \end{array}\right.$

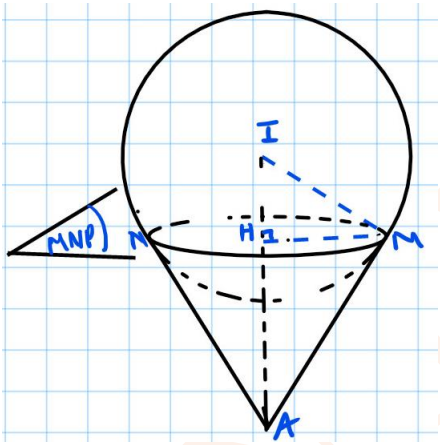
Phương trình $f(x)=-1$ có 2 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x=e\in(-2,-1) \\ x=f\in(1,2) \end{array}\right.$

Vậy $g'(x)=0$ có 9 nghiệm.

Câu 46. Trong không gian *Oxyz*, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=9$ và điểm $A(2;-1;2)$. Từ điểm A vẽ ba tiếp tuyến AM, AN, AP đến mặt cầu (S). Gọi T là điểm thay đổi trên mặt phẳng (MNP) sao cho từ T kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến mặt cầu (S). Khoảng cách từ T đến giao điểm của đường thẳng $\Delta:\begin{cases} x=-1+t \\ y=2-t \\ z=1+3t \end{cases}$ với mặt phẳng (MNP) có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $\frac{27\sqrt{3}}{16}+\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **B.** $\frac{27\sqrt{3}}{16}-\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\frac{27\sqrt{3}}{8}-\frac{3\sqrt{5}}{2}$. **D.** $\frac{27\sqrt{3}}{16}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(0;1;-2)$ và bán kính $R=3$. Gọi H là giao điểm của IA và mặt phẳng (MNP). Dễ thấy mặt phẳng (MNP) đi qua H và vuông góc IA, $\overrightarrow{IA}(2;-2;4)$ cùng phương $\vec{n}(1;-1;2)$.

Ta có $IA=2\sqrt{6}$ và $IH.IA=IM^2 \Leftrightarrow IH=\frac{IM^2}{IA}=\frac{3\sqrt{6}}{4}$ và $HA=\frac{5\sqrt{6}}{4}$.

Từ $\frac{IH}{IA}=\frac{3}{5}\Rightarrow 5\overrightarrow{IH}=-3\overrightarrow{IA}\Leftrightarrow H\left(\frac{3}{4};\frac{1}{4};\frac{-1}{2}\right)$.

Ta viết được phương trình mặt phẳng $(MNP):x-y+2z+\frac{1}{2}=0$.

Gọi $Q=\Delta\cap(MNP)\Rightarrow Q\left(\frac{-15}{16};\frac{31}{16};\frac{19}{16}\right)$.

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của (MNP) và mặt cầu (S). (C) có tâm $H\left(\frac{3}{4};\frac{1}{4};\frac{-1}{2}\right)$ và bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}=\frac{3\sqrt{10}}{4}$.

TH1: T thuộc (C).

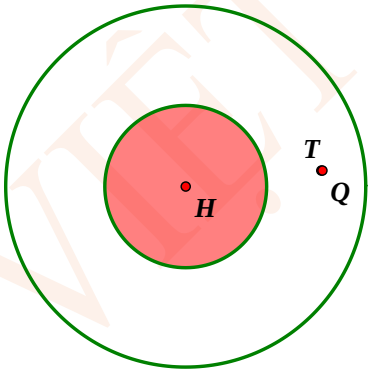
TH2: Đặt $T\left(x_0;y_0;z_0\right)$ và TC,TD là các tiếp tuyến vuông góc với nhau kẻ từ T đến (S). Khi đó để TD và TC vuông góc nhau điều kiện đủ là

$$90^\circ \le CTD<180 \Leftrightarrow 45^0 \le ITC<90 \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\le \sin ITC<1 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{2}\le \frac{3}{IT}<1$$

$$\Leftrightarrow 3<IT\le 3\sqrt{2} \Rightarrow 9<IT^2\le 18 \Leftrightarrow 3<a^2+b^2+2\le 6 \Leftrightarrow 1<a^2+b^2\le 4$$

$$\Leftrightarrow 3<IT\le 3\sqrt{2} \Rightarrow 9<x^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+2\right)^2\le 18.$$

Từ hai trường hợp ta có $9\le {x_0}^2+\left(y_0-1\right)^2+\left(z_0+2\right)^2\le 18$.



Do T nằm trong mặt phẳng (MNP) nên T thuộc hình vành khăng tâm H với bán kính đường nhỏ là $r=\frac{3\sqrt{10}}{4}$ và $r'=\sqrt{18-IH^2}=\frac{3\sqrt{26}}{4}$.

Ta có $\frac{3\sqrt{10}}{4}<HQ=\frac{27\sqrt{3}}{16}<\frac{3\sqrt{26}}{4}$. Vậy $\min TQ=0$. **Không có đáp án.**

Câu 47. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z+2|^2-|z-i|^2$. Tính môđun của số phức $w=M+mi$.

A. $|w|=2\sqrt{314}$. **B.** $|w|=2\sqrt{309}$. **C.** $|w|=\sqrt{1258}$. **D.** $|w|=3\sqrt{137}$.

Lời giải

Gọi $z=x+yi\ \ (x;y\in\mathbb{R})$.

Do $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ nên điểm A biểu diễn số phức z thuộc đường tròn tâm $I(3;4)$, bán kính $R=\sqrt{5}$.

Lại có $P=|x+yi+2|^2-|x+yi-i|^2=|x+2+yi|^2-|x+(y-1)i|^2=$

$=(x+2)^2+y^2-x^2-(y-1)^2=4x+2y+3$.

Do đó điểm A thuộc đường thẳng $\Delta: 4x+2y+3-P=0$.

Để tồn tại x; y thì $d(I;\Delta)\le R \Leftrightarrow \frac{|4.3+2.4+3-P|}{\sqrt{4^2+2^2}}\le\sqrt{5} \Leftrightarrow |P-23|\le 10 \Leftrightarrow 13\le P\le 33$.

$\Rightarrow M=\max P=33$ và $m=\min P=13 \Rightarrow |w|=\sqrt{M^2+m^2}=\sqrt{1258}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=(x-2)^2(x^2-x)$, $x\in\mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$ có 5 điểm cực trị. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 154. **B.** 17. **C.** 213. **D.** 153.

Lời giải

+) Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=0\\x=1\end{array}\right.$, trong đó $x=2$ là nghiệm bội chẵn nên không phải là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

+) Xét hàm số $y=g(x)=f\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$.

$g'(x)=(x-6)\,f'\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\f'\left(\frac{1}{2}x^2-6x+m\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=2\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=0\\\frac{1}{2}x^2-6x+m=1\end{array}\right.$$

Nghiệm của phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=2$ không phải là điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$.

Để hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị thì phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=0$ và $\frac{1}{2}x^2-6x+m=1$ phải có 4 nghiệm phân biệt khác 6.

+) Xét hàm số $h(x)=\frac{1}{2}x^2-6x$.

$h'(x)=x-6$.

$h'(x)=0 \Leftrightarrow x=6$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		6		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-18	$\nearrow$	$+\infty$

+) Số nghiệm phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=0$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $h(x)$ và đường thẳng $y=-m$.

+) Số nghiệm phương trình $\frac{1}{2}x^2-6x+m=1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $h(x)$ và đường thẳng $y=-m+1$.

Mà $-m<-m+1$ nên để hai phương trình trên có 4 nghiệm phân biệt khác 6 thì $-m>-18 \Leftrightarrow m<18$.

Tập các giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $S=\{1;...;17\}$.

Tổng tất các giá trị m của tập S là $1+...+17=153$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên dương b sao cho ứng với mỗi b, có đúng 3 giá trị nguyên dương của a thoả mãn $\log_2\frac{2^a+a}{ab}+2^a\le a(b-1)$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $\log_2\frac{2^a+a}{ab}+2^a\le a(b-1)\Leftrightarrow \log_2(2^a+a)+2^a+a\le \log_2 ab+ab \quad (1)$

Đặt $f(t)=\log_2 t+t,\ t>0$.

Ta có $f'(t)=\frac{1}{t\ln 2}+1>0\ \forall t>0$

Nên từ (1) suy ra $2^a+a\le ab\Leftrightarrow \frac{2^a}{a}+1\le b\Leftrightarrow \frac{2^a}{a}\le b-1$

Xét $g(a)=\frac{2^a}{a}$, với a nguyên dương. Ta có $g'(a)=\frac{2^a\ln 2.a-2^a}{a^2}>0\ \forall a\in\mathbb{Z}^+$.

Theo yêu cầu bài toán ta có $g(3)\le b-1<g(4)\Leftrightarrow \frac{11}{3}\le b<5$

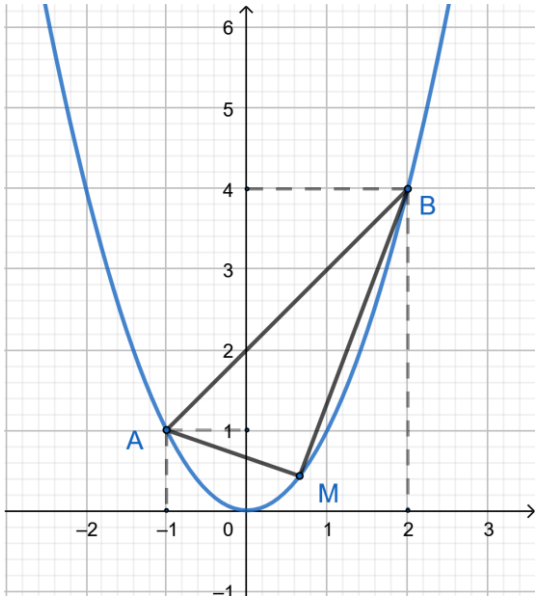
Mà $b\in\mathbb{Z}$ nên $b=4$.

Vậy có 1 giá trị nguyên dương của b thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Trên parabol $(P):y=x^2$ lấy hai điểm $A(-1;1)$, $B(2;4)$. Gọi M là điểm trên cung AB của (P) sao cho diện tích tam giác MAB lớn nhất. Biết chu vi tam giác MAB là $a\sqrt{2}+b\sqrt{5}+c\sqrt{29}$, khi đó giá trị $a+b+c$ bằng

A. $\frac{29}{6}$. **B.** $\frac{41}{9}$. **C.** $\frac{9}{2}$. **D.** $\frac{13}{3}$.

Lời giải



Gọi $M(a;a^2)\in(P)$, $(-1<a<2)$.

Phương trình đường thẳng $AM: y=(a-1)x+a$

Phương trình đường thẳng $BM: y=(a+2)x-2a$

Phương trình đường thẳng $AB: y=x+2$.

Diện tích tam giác MAB là: $S=\int\limits_{-1}^{a}\left(x+2-(a-1)x-a\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{a}^{2}\left(x+2-(a+2)x+2a\right)\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{-1}^{a}\left(2x-ax+2-a\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{a}^{2}\left(-x-ax+2a+2\right)\mathrm{d}x$

$=\dfrac{3(2-a)(a+1)}{2}\le\dfrac{3}{2}\left(\dfrac{2-a+a+1}{2}\right)^2=\dfrac{27}{8}$.

$S_{\max}=\dfrac{27}{8}$ khi và chỉ khi $2-a=a+1\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{2}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right)$.

Khi đó, chu vi tam giác MAB là: $AB+AM+BM=3\sqrt{2}+\dfrac{3}{4}\sqrt{5}+\dfrac{3}{4}\sqrt{29}$.

Vậy, $a+b+c=3+\dfrac{3}{4}+\dfrac{3}{4}=\dfrac{9}{2}$.

SỞ GDĐT HÀ TĨNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho số phức $z=9-5i$. Phần ảo của số phức z là

A. 5. **B.** -5. **C.** $-5i$. **D.** $5i$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;1;-2)$ có phương trình là

A. $\frac{x+3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}$. **C.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}$. **D.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$g'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(t)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$.

D. Hàm số $y=f(x)$ không có cực trị.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(-2;3;-1)$. Vecto $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là:

A. $(1;5;2)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(-1;5;2)$. **D.** $(1;-5;-2)$.

Câu 5: Cho khối hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB=2; AD=3; AA'=4$. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật đã cho bằng:

A. 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Câu 6: Cho $\int_a^b f(x)\,dx=-2; \int_a^b g(x)\,dx=3$. Tính $I=\int_a^b [f(x)-g(x)]\,dx$.

A. $I=-1$. **B.** $I=1$. **C.** $I=5$. **D.** $I=-5$.

Câu 7: Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là:

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=\frac{1}{2}Bh$. **C.** $V=\frac{1}{6}Bh$. **D.** $V=Bh$

Câu 8: Thế tích của khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đáy bằng 4 là

A. 32π. **B.** 72π. **C.** 24π. **D.** 48π.

Câu 9: Trong không gian $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S):(x-4)^2+(y-1)^2+z^2=16$ có tọa độ là:

A. $I(4;-1;0)$. **B.** $I(-4;1;0)$. **C.** $I(-4;-1;0)$. **D.** $I(4;1;0)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x>3$ là

A. $(\log_2 3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;\log_3 2)$. **C.** $(-\infty;\log_2 3)$. **D.** $(\log_3 2;+\infty)$.

Câu 11: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+\sin x$ là

A. $-\sin x-\cos x+C$. **B.** $\sin x+\cos x+C$. **C.** $-\sin x+\cos x+C$. **D.** $\sin x-\cos x+C$.

Câu 12: Tập xác định của hàm số $y=\log_3 x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[3;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 13: Cấp số nhân (u_n) có $u_1=3; q=2$. Tìm u_2.

A. –6. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 14: Tìm đạo hàm của hàm số $y=x^{-3}$

A. $y'=-3.x^{-2}$. **B.** $y'=-3.x^{-4}$. **C.** $y'=x^{-4}$. **D.** $y'=-3x$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 16: Tìm tọa độ điểm biểu diễn hình học của số phức $z=8-9i$.

A. $(-9;8)$. **B.** $(8;-9)$. **C.** $(8;-9i)$. **D.** $(8;9)$.

Câu 17: Tìm nghiệm của phương trình $\log(x-1)=2$.

A. e^2-1. **B.** 101. **C.** e^2+1. **D.** 3.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 19: Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{2}$

A. $\int f(x)dx=\dfrac{x^2}{3}+C$. **B.** $\int f(x)dx=\dfrac{x^2}{4}+C$. **C.** $\int f(x)dx=\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{1}{2}+C$.

Câu 20: Tính giá trị của C_6^3

A. $C_6^3=20$. **B.** $C_6^3=120$. **C.** $C_6^3=72$. **D.** $C_6^3=216$.

Câu 21: Cho $a,b,c>0$ và $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây **SAI** ?

A. $\log_a 1=0$. **B.** $\log_a\dfrac{b}{c}=\log_a b-\log_a c$.

C. $\log_a(bc)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_a(b+c)=\log_a b+\log_a c$.

Câu 22: Trongkhônggian $Oxyz$, mặt phẳng (α): $2x-y+3z+5=0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(2;-1;3)$. **B.** $\vec{n}=(-2;1;3)$. **C.** $\vec{n}=(2;1;-3)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;3)$.

Câu 23: Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì có diện tích bằng

A. 4π. **B.** $\frac{4}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 16π.

Câu 24: Cho $\int_0^3 f(x)dx=5$. Khi đó $\int_0^3 2f(x)dx$ bằng

A. 25. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 32.

Câu 25: Cho hai số phức $z_1=2+3i$, $z_2=-4-5i$. Tính $z=z_1+z_2$.

A. $z=-2-2i$. **B.** $z=2+2i$. **C.** $z=-2+2i$. **D.** $z=2-2i$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;2;3)$ và $B(4;0;1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x-y-z+1=0$. **B.** $6x-2y-2z-1=0$. **C.** $3x+y+z-6=0$. **D.** $3x-y-z=0$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d=\frac{a}{2}$. **C.** $d=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d=a\sqrt{2}$.

Câu 28: Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{1-x}$ và trục tung là

A. $(-3;0)$. **B.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $(0;-3)$. **D.** $\left(\frac{3}{2};0\right)$.

Câu 29: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BD}$ bằng

A. $135°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 30: Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $3\log a-2\log b=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^3=10b^2$. **B.** $3a-2b=10$. **C.** $a^3-b^2=1$. **D.** $a^3-b^2=10$.

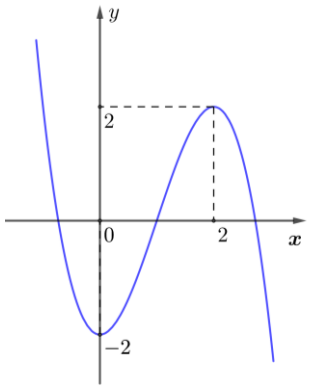
Câu 31: Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=\frac{3x+1}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $m=4$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=\frac{2}{3}$. **D.** $m=-\frac{2}{3}$.

Câu 32: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$?

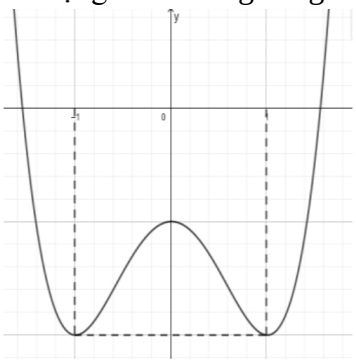
A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 33: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thì như hình vẽ bên dưới. Phương trình $3f(x)+2=0$ có bao nhiêu nghiệm?



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 34: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

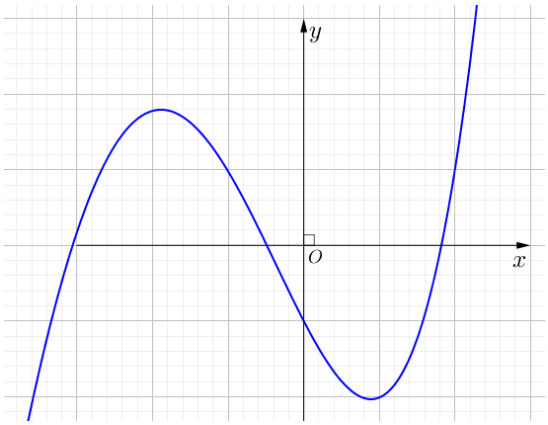
Câu 35: Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Xác suất của biến cố A sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 8 là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+4=0$ và cắt hai đường thẳng $d: \frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{2}$, $d': \begin{cases} x=3+t \\ y=3t \\ z=2t \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

A. $P(5;6;5)$. **B.** $Q(4;4;5)$. **C.** $N(4;5;6)$. **D.** $M(6;5;-4)$.

Câu 37: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



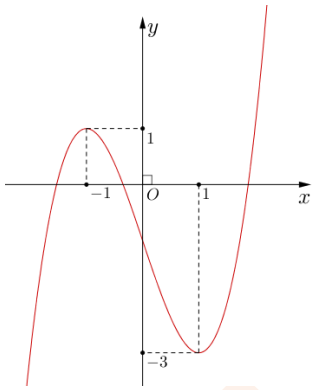
A. $a>0;b>0;c<0;d>0$. **B.** $a>0;b>0;c>0;d<0$.

C. $a>0;b>0;c<0;d<0$. **D.** $a>0;b<0;c<0;d<0$.

Câu 38: Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|=|z-1|$ và $(z+2)(\overline{z}-i)$ là số thực. Môđun của z bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 39: Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $f(2\cos x-1)=m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.



A. -6. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 40: Bất phương trình $\left(3^{x^2-1}-9^{x+1}\right)\left[\log_{\frac{1}{2}}(x+10)+2\right]\geq 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. Vô số. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua $M(1;-1;2)$, đồng thời song song với hai mặt phẳng $(P):x-y+2z-1=0$ và $(Q):x+2y-3z+3=0$ có phương trình

A. $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z+2}{-3}$. **B.** $d:\frac{x}{-1}=\frac{y-4}{5}=\frac{z-5}{3}$.

C. $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-3}{2}$. **D.** $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{3}$.

Câu 42: Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 32. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 128. **B.** $\frac{128}{3}$. **C.** $\frac{64\sqrt{3}}{3}$. **D.** $64\sqrt{3}$.

Câu 43: Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=\cos^2 x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. Tính giá trị của biểu thức $S=F(-\pi)+2F\left(\frac{\pi}{2}\right)$

A. $S=\frac{-3}{4}-\frac{3\pi}{8}$. **B.** $S=\frac{-3}{2}-\frac{3\pi}{8}$. **C.** $S=\frac{-3}{4}-\frac{\pi}{4}$. **D.** $S=\frac{1}{2}+\frac{3\pi}{8}$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2)=16$, $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 30. **B.** 28. **C.** 16. **D.** 36.

Câu 45: Cho hình nón đỉnh S có góc ở đỉnh bằng 120^0. Một mặt phẳng đi qua đỉnh S cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $4a$. Tính thể tích V của hình nón.

A. $\pi a^3\sqrt{2}$. **B.** $2\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $6\pi a^3\sqrt{2}$. **D.** $2\pi a^3$.

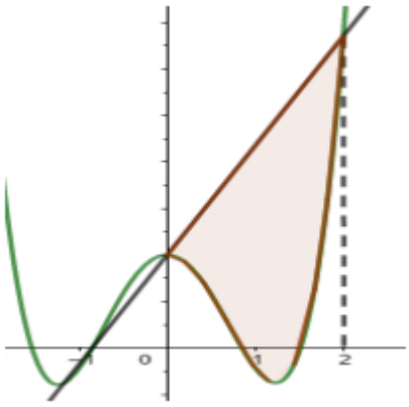
Câu 46: Cho hai số thực dương x,y thoả mãn

$$(y+1)^2\ln\left(x^2-\frac{x^2}{y+2}\right)+\left[x^2+\left(x^2-1\right)y-2\right]\left[3x^2+\left(3x^2+5\right)y+10\right]=0$$

Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^2+\frac{y}{2}$ có dạng $a+b\sqrt{2}$ với a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $S=a^2+b^2$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 47: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm khác A có hoành độ bằng 0 và 2. Hình phẳng giới hạn bởi $d,(C)$ và hai đường thẳng $x=0;x=2$ có diện tích bằng $S=\frac{28}{5}$ (hình vẽ). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=-1,x=0$.

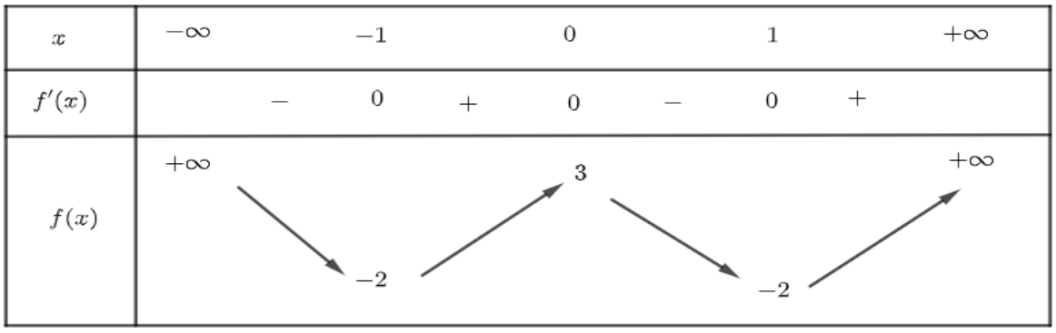


A. $\frac{6}{5}$. **B.** $\frac{9}{5}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Câu 48: Cho số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z+2i|$. Khi đó $P=M^2+m^2$ bằng

A. 85. **B.** 110. **C.** $\frac{171}{2}$ **D.** $\frac{167}{2}$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=2^{-\frac{1}{x^4}}\left[f(2x+1)\right]^3$.



A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;10), B(4;6;5)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho đường thẳng MA, MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM.

A. 10. **B.** $2\sqrt{41}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{3}$.

----------Hết---------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2B	3C	4C	5A	6D	7D	8A	9D	10A	11D	12A	13C	14B	15D
16B	17B	18C	19B	20A	21D	22A	23A	24C	25A	26D	27A	28C	29C	30A
31B	32B	33A	34B	35D	36B	37C	38A	39B	40D	41B	42D	43A	44B	45B
46D	47A	48B	49A	50D										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức $z=9-5i$. Phần ảo của số phức z là

A. 5. **B.** -5. **C.** $-5i$. **D.** $5i$.

Lời giải

Phần ảo của số phức z là: -5.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;1;-2)$ có phương trình là

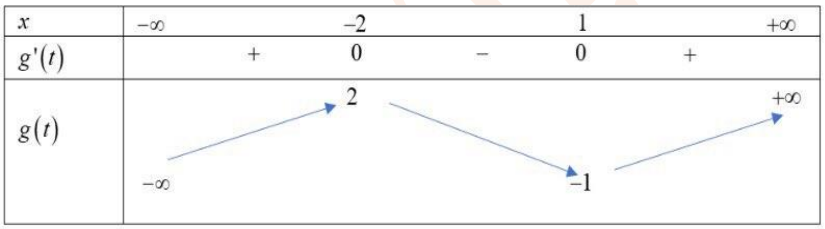
A. $\frac{x+3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-2}$. **B.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}$. **C.** $\frac{x+3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}$. **D.** $\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z-4}{-2}$.

Lời giải

Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A(3;0;-4)$ có vecto chỉ phương $\vec{u}=(5;1;-2)$ là:

$$\frac{x-3}{5}=\frac{y}{1}=\frac{z+4}{-2}.$$

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$.

D. Hàm số $y=f(x)$ không có cực trị.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(1;2;3)$, $\vec{b}=(-2;3;-1)$. Vecto $\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là:

A. $(1;5;2)$. **B.** $(3;-1;4)$. **C.** $(-1;5;2)$. **D.** $(1;-5;-2)$.

Lời giải

Ta có: $\vec{a}+\vec{b}=(1+(-2);2+3;3+(-1))=(-1;5;2)$.

Câu 5. Cho khối hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh $AB=2;AD=3;AA'=4$. Thể tích của khối hình hộp chữ nhật đã cho bằng:

A. 24. **B.** 12. **C.** 6. **D.** 8.

Lời giải

Ta có: $V_{ABCD.A'B'C'D'} = AB.AD.AA' = 2.3.4 = 24$.

Câu 6. Cho $\int_a^b f\ x\ dx = -2; \int_a^b g\ x\ dx = 3$. Tính $I = \int_a^b [f\ x - g\ x]dx$.

A. $I = -1$. **B.** $I = 1$. **C.** $I = 5$. **D.** $I = -5$.

Lời giải

Ta có $I = \int_a^b [f\ x - g\ x]dx = \int_a^b f\ x\ dx - \int_a^b g\ x\ dx = -2 - 3 = -5$.

Câu 7. Thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là :

A. $V = \frac{1}{3}Bh$. **B.** $V = \frac{1}{2}Bh$. **C.** $V = \frac{1}{6}Bh$. **D.** $V = Bh$

Lời giải

Ta có công thức tính thể tích của khối lăng trụ có chiều cao h và diện tích đáy bằng B là: $V = Bh$

Câu 8. Thế tích của khối nón có chiều cao bằng 6 và bán kính đáy bằng 4 là

A. 32π. **B.** 72π. **C.** 24π. **D.** 48π.

Lời giải

Thể tích của khối nón là : $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi.4^2.6 = 32\pi$

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S): (x-4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$ có tọa độ là :

A. $I(4;-1;0)$. **B.** $I(-4;1;0)$. **C.** $I(-4;-1;0)$. **D.** $I(4;1;0)$.

Lời giải

Tọa độ tâm I của mặt cầu là $I(4;1;0)$

Câu 10. Tập nghiệm của bất phương trình $2^x > 3$ là

A. $(\log_2 3; +\infty)$. **B.** $(-\infty; \log_3 2)$. **C.** $(-\infty; \log_2 3)$. **D.** $(\log_3 2; +\infty)$.

Lời giải

$2^x > 3 \Leftrightarrow x > \log_2 3$.

Câu 11. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + \sin x$ là

A. $-\sin x - \cos x + C$. **B.** $\sin x + \cos x + C$.
C. $-\sin x + \cos x + C$. **D.** $\sin x - \cos x + C$.

Lời giải

$\int (\cos x + \sin x)dx = \sin x - \cos x + C$.

Câu 12. Tập xác định của hàm số $y = \log_3 x$ là

A. $(0; +\infty)$. **B.** $[3; +\infty)$. **C.** $(3; +\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Ta có $D = (0; +\infty)$

Câu 13. Cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 3; q = 2$. Tìm u_2.

A. –6. **B.** 1. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $u_2 = u_1.q = 3.2 = 6$. Vậy $u_2 = 6$.

Câu 14. Tìm đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$

A. $y' = -3.x^{-2}$. **B.** $y' = -3.x^{-4}$. **C.** $y' = x^{-4}$. **D.** $y' = -3x$.

Lời giải

Ta có $y = x^{\alpha} \Rightarrow y' = \alpha.x^{\alpha-1}$. Vậy đạo hàm của hàm số $y = x^{-3}$ là $y' = -3.x^{-4}$.

Câu 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây ?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;3)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Từ bảng biến thiên, ta có hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 16. Tìm tọa độ điểm biểu diễn hình học của số phức $z = 8 - 9i$.

A. $(-9;8)$. **B.** $(8;-9)$. **C.** $(8;-9i)$. **D.** $(8;9)$.

Lời giải

Tọa độ điểm biểu diễn hình học của số phức $z = 8 - 9i$ là $(8;-9)$.

Câu 17. Tìm nghiệm của phương trình $\log(x-1) = 2$.

A. $e^2 - 1$. **B.** 101. **C.** $e^2 + 1$. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\log(x-1) = 2 \Leftrightarrow x - 1 = 10^2 \Leftrightarrow x = 101$.

Câu 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình bên. Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là:

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Từ bảng xét dấu của đạo hàm ta thấy y' đổi dấu ba lần nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 19. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{x}{2}$

A. $\int f(x)dx = \dfrac{x^2}{3} + C$. **B.** $\int f(x)dx = \dfrac{x^2}{4} + C$. **C.** $\int f(x)dx = \dfrac{x^2}{2} + C$. **D.** $\int f(x)dx = \dfrac{1}{2} + C$.

Lời giải

Chọn B

Câu 20. Tính giá trị của C_6^3

A. $C_6^3 = 20$. **B.** $C_6^3 = 120$. **C.** $C_6^3 = 72$. **D.** $C_6^3 = 216$.

Lời giải

Chọn A

$C_6^3 = \dfrac{6!}{3!(6-3)!} = 20$

Câu 21. Cho $a, b, c > 0$ và $a \neq 1$. Khẳng định nào sau đây **SAI** ?

A. $\log_a 1 = 0$. **B.** $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$.

C. $\log_a (bc) = \log_a b + \log_a c$. **D.** $\log_a (b + c) = \log_a b + \log_a c$.

Lời giải

Chọn D

Câu 22. Trongkhônggian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z + 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2; -1; 3)$. **B.** $\vec{n} = (-2; 1; 3)$. **C.** $\vec{n} = (2; 1; -3)$. **D.** $\vec{n} = (2; 1; 3)$.

Lờigiải

Mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + 3z + 5 = 0$ có một véc-tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (2; -1; 3)$.

Câu 23. Mặt cầu có bán kính bằng 1 thì có diện tích bằng

A. 4π. **B.** $\dfrac{4}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 16π.

Lờigiải

Diện tích mặt cầu là $S = 4\pi R^2 \Rightarrow S = 4\pi.$

Câu 24. Cho $\int_0^3 f(x)\,dx = 5$. Khi đó $\int_0^3 2f(x)\,dx$ bằng

A. 25. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 32.

Lờigiải

Ta có $\int_0^3 2f(x)\,dx = 2\int_0^3 f(x)\,dx = 2.5 = 10.$

Câu 25. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - 5i$. Tính $z = z_1 + z_2$.

A. $z = -2 - 2i$. **B.** $z = 2 + 2i$. **C.** $z = -2 + 2i$. **D.** $z = 2 - 2i$.

Lời giải

Ta có $z = z_1 + z_2 = 2 + 3i - 4 - 5i = -2 - 2i$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 2; 3)$ và $B(4; 0; 1)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $3x - y - z + 1 = 0$. **B.** $6x - 2y - 2z - 1 = 0$.

C. $3x + y + z - 6 = 0$. **D.** $3x - y - z = 0$.

Lời giải

Gọi I là trung điểm AB, suy ra $I(1; 1; 2)$.

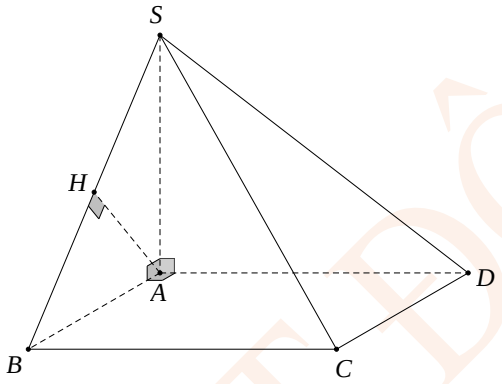
Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB đi qua điểm $I(1;1;2)$ và nhận $\overrightarrow{AB}=(6;-2;-2)$ làm vectơ pháp tuyến nên có phương trình là:

$6(x-1)-2(y-1)-2(z-2)=0 \Leftrightarrow 6x-2y-2z=0 \Leftrightarrow 3x-y-z=0$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng a, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=a$. Khoảng cách d từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $d=\dfrac{a}{2}$. **C.** $d=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $d=a\sqrt{2}$.

Lời giải



Kẻ $AH \perp SB$ tại H.

Ta có

+ $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow BC \perp AH$.

+ $\begin{cases} AH \perp BC \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SBC) \Rightarrow d=d(A;(SBC))=AH$.

Lại có tam giác SAB vuông cân tại A nên $SB=SA\sqrt{2}=a\sqrt{2}$ và $AH=\dfrac{SB}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $d=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 28. Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{1-x}$ và trục tung là

A. $(-3;0)$. **B.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $(0;-3)$. **D.** $\left(\dfrac{3}{2};0\right)$.

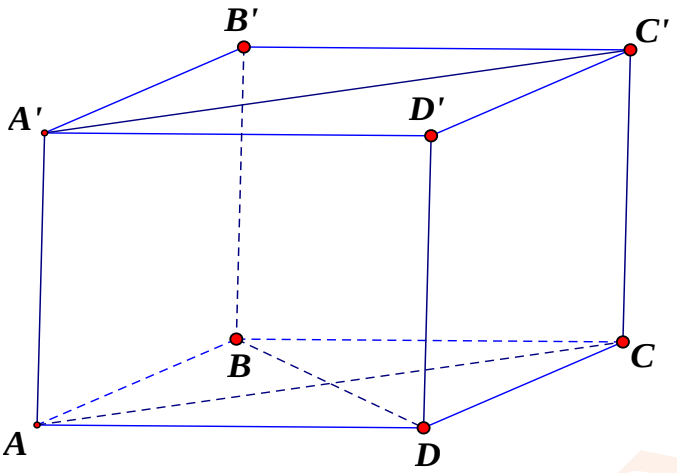
Lời giải

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{1-x}$ và trục tung là $(0;-3)$.

Câu 29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{AA'}$ và $\overrightarrow{BD}$ bằng

A. $135°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải



Vì $AA' // BB' \Rightarrow \left(\overrightarrow{AA'};\overrightarrow{BD}\right)=\left(\overrightarrow{BB'};\overrightarrow{BD}\right)=90°$.

Câu 30. Cho các số thực dương a,b thỏa mãn $3\log a-2\log b=1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a^3=10b^2$. **B.** $3a-2b=10$. **C.** $a^3-b^2=1$. **D.** $a^3-b^2=10$.

Lời giải

Ta có: $3\log a-2\log b=1\Leftrightarrow \log a^3-\log b^2=1 \Leftrightarrow \log\frac{a^3}{b^2}=1\Leftrightarrow a^3=10b^2$.

Câu 31. Giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=\frac{3x+1}{x-2}$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng

A. $m=4$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=\frac{2}{3}$. **D.** $m=-\frac{2}{3}$.

Lời giải

$y=\frac{3x+1}{x-2}\Rightarrow y'=\frac{-7}{(x-2)^2}<0,\ \forall x\in[-1;1]$

Do đó hàm số nghịch biến trên $[-1;1]$

Suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y(1)=-4$.

Câu 32. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$?

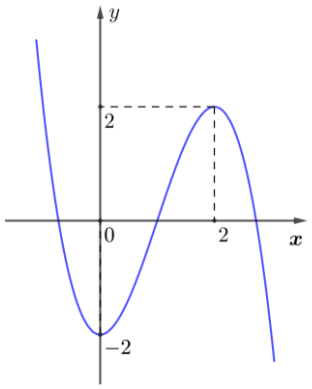
A. $x=\frac{1}{2}$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=1$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\frac{2-\frac{1}{x}}{1-\frac{1}{x}}=2$

Do đó tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng $y=2$

Câu 33. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thì như hình vẽ bên dưới. Phương trình $3f(x)+2=0$ có bao nhiêu nghiệm?

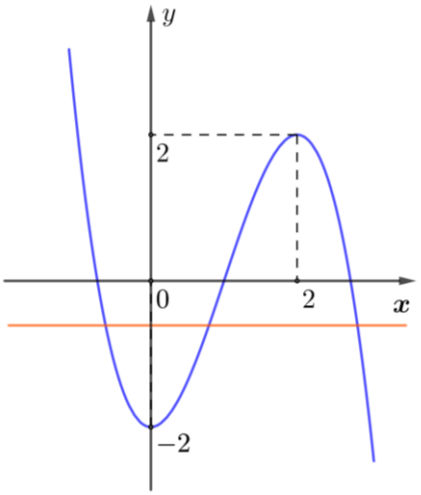


A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

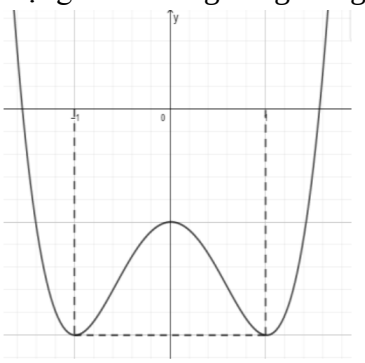
$3f\left(x\right)+2=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=-\dfrac{2}{3}$

Do đó số nghiệm phương trình trên là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và đường thẳng $y=-\dfrac{2}{3}$.



Dựa vào hình vẽ số nghiệm phương trình là 3.

Câu 34. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=-x^4+2x^2-1$. **B.** $y=x^4-2x^2-1$. **C.** $y=x^3-2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Đồ thị hàm số có hình dáng hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại đáp án **C**.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$ nên loại đáp án **A**.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-1) \Rightarrow c=-1$ nên loại đáp án **D**.

Câu 35. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất 2 lần. Xác suất của biến cố A sao cho tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 8 là

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $\frac{1}{6}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{5}{36}$.

Lời giải

Ta có: $\Omega=\{(i,j)\,|\,1\le i,j\le 6; i,j\in\mathbb{N}\} \Rightarrow n(\Omega)=36$.

Biến cố A: "tổng số chấm trong hai lần gieo bằng 8".

$\Rightarrow A=\{(2,6);(3;5);(4,4);(5,3);(6,2)\} \Rightarrow n(A)=5$.

Xác suất biến cố là $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{5}{36}$.

Câu 36. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): x+2y-z+4=0$ và cắt hai đường thẳng $d:\frac{x+3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z}{2}$, $d':\begin{cases}x=3+t\\y=3t\\z=2t\end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc đường thẳng Δ?

A. $P(5;6;5)$. **B.** $Q(4;4;5)$. **C.** $N(4;5;6)$. **D.** $M(6;5;-4)$.

Lời giải

Mặt phẳng (α) có một vecto pháp tuyến là $\vec{n}=(1;2;-1)$.

Vì Δ vuông góc với mặt phẳng (α) nên $\vec{n}=(1;2;-1)$ là một vecto chỉ phương của Δ.

Gọi $A=\Delta\cap d \Rightarrow A\in d \Rightarrow A(-3+a;2-a;2a)$ (với a là tham số của d).

Gọi $B=\Delta\cap d' \Rightarrow B\in d' \Rightarrow B(3+b;3b;2b)$ (với b là tham số của d').

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-a+b+6;a+3b-2;-2a+2b)$ cũng là một vecto chỉ phương của Δ

$\Rightarrow \overrightarrow{AB},\vec{n}$ là hai vecto cùng phương $\Rightarrow \frac{-a+b+6}{1}=\frac{a+3b-2}{2}=\frac{-2a+2b}{-1}$

$$\Rightarrow \begin{cases}\frac{-a+b+6}{1}=\frac{a+3b-2}{2}\\ \frac{a+3b-2}{2}=\frac{-2a+2b}{-1}\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}2(-a+b+6)=a+3b-2\\ -(a+3b-2)=2(-2a+2b)\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}-3a-b=-14\\3a-7b=-2\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}a=4\\b=2\end{cases}.$$

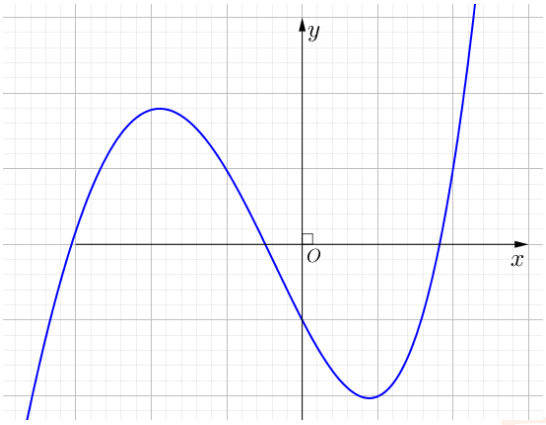
Suy ra $A(1;-2;8)$, $B(5;6;4)$.

Đường thẳng Δ có vecto chỉ phương $\vec{n}=(1;2;-1)$, đi qua $A(1;-2;8)$ có phương trình tham số là

$\Delta:\frac{x-1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-8}{-1}$.

Vì $\frac{4-1}{1}=\frac{4+2}{2}=\frac{5-8}{-1}=3$ nên $Q(4;4;5)\in\Delta$.

Câu 37. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



A. $a>0;b>0;c<0;d>0$. **B.** $a>0;b>0;c>0;d<0$.

C. $a>0;b>0;c<0;d<0$. **D.** $a>0;b<0;c<0;d<0$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy:

+ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty\Rightarrow a>0$; đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $d<0$.

+ Hàm số có 2 cực trị trái dấu $x_1<0;x_2>0$ và $|x_1|>|x_2|$ nên $\begin{cases}x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}<0\\ x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0\end{cases}\overset{a>0}{\Rightarrow}\begin{cases}b>0\\ c<0\end{cases}$.

Câu 38. Cho số phức z thỏa mãn $|z-3|=|z-1|$ và $(z+2)(\overline{z}-i)$ là số thực. Môđun của z bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Lời giải

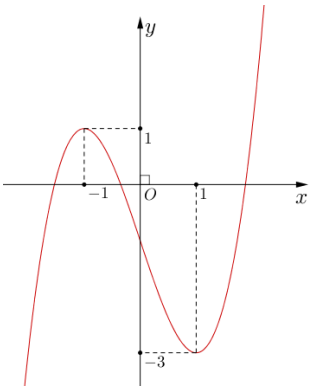
Gọi $z=a+bi;a,b\in\mathbb{R};i^2=-1$.

Ta có $|z-3|=|z-1|\Leftrightarrow(a-3)^3+b^2=(a-1)^2+b^2\Leftrightarrow -6a+9=-2a+1\Leftrightarrow a=2$.

Mặt khác $(z+2)(\overline{z}-i)=z.\overline{z}-iz+2\overline{z}-2i=a^2+b^2+2a+b-(a+2b+2)i$ là số thực nên $a+2b+2=0$; mà $a=2$ nên $b=-2$.

Vậy $z=2-2i\Rightarrow|z|=2\sqrt{2}$.

Câu 39. Cho hàm bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tính tổng tất cả các giá trị nguyên của m để phương trình $f(2\cos x-1)=m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$.



A. -6. **B.** -5. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Đặt $t=2\cos x-1; x\in\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow t\in[-1;1]$

Khi đó, phương trình $f\left(2\cos x-1\right)=m$ có đúng hai nghiệm trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ khi phương trình $f\left(t\right)=m$ có 1 nghiệm trên $[-1;1)$.

Từ đồ thị, ta có $m\in(-3;1]\overset{m\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow} m\in\{-2;-1;0;1\}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị nguyên của m thỏa đề là -2.

Câu 40. Bất phương trình $\left(3^{x^2-1}-9^{x+1}\right)\left[\log_{\frac{1}{2}}\left(x+10\right)+2\right]\ge 0$ có bao nhiêu nghiệm nguyên?

A. Vô số. **B.** 6. **C.** 10. **D.** 9.

Lời giải

Điều kiện $x>-10$

TH 1: $\begin{cases}3^{x^2-1}-9^{x+1}\ge 0\\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x+10\right)+2\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3^{x^2-1}\ge 3^{2x+2}\\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x+10\right)\ge -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-1\ge 2x+2\\ x+10\le 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\ge 3\\ x\le -1\end{array}\right.\\ x\le -6\end{cases}$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow -10<x\le -6$.

TH 2: $\begin{cases}3^{x^2-1}-9^{x+1}\le 0\\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x+10\right)+2\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3^{x^2-1}\le 3^{2x+2}\\ \log_{\frac{1}{2}}\left(x+10\right)\le -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-1\le 2x+2\\ x+10\ge 4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 3\\ x\ge -6\end{cases}$

Kết hợp điều kiện $\Rightarrow -1\le x\le 3$.

Vậy có 9 nghiệm nguyên thỏa mãn.

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua $M\left(1;-1;2\right)$, đồng thời song song với hai mặt phẳng $\left(P\right):x-y+2z-1=0$ và $\left(Q\right):x+2y-3z+3=0$ có phương trình

A. $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-1}{-5}=\frac{z+2}{-3}$. **B.** $d:\frac{x}{-1}=\frac{y-4}{5}=\frac{z-5}{3}$.

C. $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-5}{-1}=\frac{z-3}{2}$. **D.** $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{-5}=\frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Đường thẳng d song song với $\left(P\right)$ và $\left(Q\right)$ suy ra

$\begin{cases}\overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_P}\\ \overrightarrow{u_d}\perp\overrightarrow{n_Q}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_P},\overrightarrow{n_Q}\right]=(-1;5;3)$.

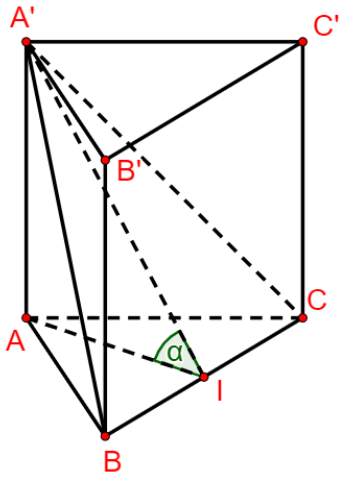
Suy ra phương trình d là $\frac{x-1}{-1}=\frac{y+1}{5}=\frac{z-2}{3}$. Mà $N(0;4;5)$ thuộc đường thẳng trên.

Suy ra phương trình d cũng là $d:\frac{x}{-1}=\frac{y-4}{5}=\frac{z-5}{3}$.

Câu 42. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 32. Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng

A. 128. **B.** $\frac{128}{3}$. **C.** $\frac{64\sqrt{3}}{3}$. **D.** $64\sqrt{3}$.

Lời giải



Ta có $S_{ABC}=S_{A'BC}\cos 30°=16\sqrt{3}$.

Gọi I là trung điểm của $BC\Rightarrow A'IA=30°$

Lại có ΔABC đều, suy ra $AB=8\Rightarrow AI=4\sqrt{3}\Rightarrow AA'=AI.\tan 30°=4$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=64\sqrt{3}$.

Câu 43. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=\cos^2 x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$. Tính giá trị của biểu thức $S=F(-\pi)+2F\left(\frac{\pi}{2}\right)$

A. $S=\frac{-3}{4}-\frac{3\pi}{8}$. **B.** $S=\frac{-3}{2}-\frac{3\pi}{8}$. **C.** $S=\frac{-3}{4}-\frac{\pi}{4}$. **D.** $S=\frac{1}{2}+\frac{3\pi}{8}$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\cos^2 x\,\mathrm{d}x=\int\frac{\cos 2x+1}{2}\mathrm{d}x=\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{x}{2}+C$

$F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)=\cos^2 x$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right)=0$ nên

$\frac{1}{4}\sin\left(2.\frac{\pi}{4}\right)+\frac{\pi}{8}+C=0\Leftrightarrow C=\frac{-1}{4}-\frac{\pi}{8}$

Suy ra $F(x)=\frac{1}{4}\sin 2x+\frac{x}{2}-\frac{1}{4}-\frac{\pi}{8}$.

Khi đó

$$S=F(-\pi)+2F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{1}{4}\sin(-2\pi)+\frac{-\pi}{2}-\frac{1}{4}-\frac{\pi}{8}+2\left[\frac{1}{4}\sin\left(2.\frac{\pi}{2}\right)+\frac{\pi}{4}-\frac{1}{4}-\frac{\pi}{8}\right]=\frac{-3}{4}-\frac{3\pi}{8}.$$

Câu 44. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2)=16$, $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 30. **B.** 28. **C.** 16. **D.** 36.

Lời giải

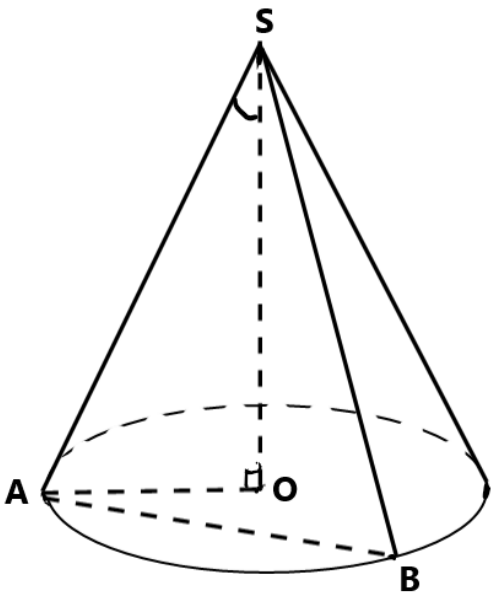
Đặt $u=2x\Rightarrow \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x$ thì $\int_0^1 f(2x)\mathrm{d}x=2\Leftrightarrow \frac{1}{2}.\int_0^2 f(u)\mathrm{d}u=2\Leftrightarrow \int_0^2 f(u)\mathrm{d}u=4$

Ta có: $\int_0^2 xf'(x)\mathrm{d}x=xf(x)\Big|_0^2-\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=2f(2)-\int_0^2 f(u)\mathrm{d}u=2.16-4=28$.

Câu 45. Cho hình nón đỉnh S có góc ở đỉnh bằng 120^0. Một mặt phẳng đi qua đỉnh S cắt hình nón theo thiết diện là một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $4a$. Tính thể tích V của hình nón.

A. $\pi a^3\sqrt{2}$. **B.** $2\pi a^3\sqrt{2}$. **C.** $6\pi a^3\sqrt{2}$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải



Cắt hình nón bởi mặt phẳng đi qua đỉnh S được thiết diện là tam giác SAB vuông.

Có $SA=SB$ suy ra tam giác SAB vuông cân tại S. Cạnh huyền $AB=4a\Rightarrow SA=2a\sqrt{2}$.

Gọi O là tâm của hình tròn đáy. Góc ở đỉnh của hình nón bằng $120^0\Rightarrow OSA=60^0$

Xét tam giác vuông OSA có: $SO=SA.\cos 60^0=a\sqrt{2}$; $OA=SA.\sin 60^0=a\sqrt{6}$.

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi.r^2.h=\frac{1}{3}.\pi.\left(a\sqrt{6}\right)^2.a\sqrt{2}=2\pi a^3\sqrt{2}$.

Câu 46. Cho hai số thực dương x, y thoả mãn

$$(y+1)^2 \ln\left(x^2 - \frac{x^2}{y+2}\right) + \left[x^2 + (x^2-1)y - 2\right]\left[3x^2 + (3x^2+5)y + 10\right] = 0$$

Biết rằng giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = x^2 + \frac{y}{2}$ có dạng $a + b\sqrt{2}$ với a và b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $S = a^2 + b^2$ thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;5)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

$$(y+1)^2 \ln\left(x^2 - \frac{x^2}{y+2}\right) + \left[x^2 + (x^2-1)y - 2\right]\left[3x^2 + (3x^2+5)y + 10\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow (y+1)^2 \ln\left(x^2 . \frac{y+1}{y+2}\right) + \left[x^2(y+1) - y - 2\right]\left[3x^2(y+1) + 5(y+2)\right] = 0$$

$$\Leftrightarrow \ln x^2 - \ln\frac{y+2}{y+1} + \left[x^2 - \frac{y+2}{y+1}\right]\left[3x^2 + 5\frac{y+2}{y+1}\right] = 0 \qquad (*)$$

+ Vì x, y dương $\Rightarrow 3x^2 + 5\frac{y+2}{y+1} > 0$

+ Xét $x^2 > \frac{y+2}{y+1} \Rightarrow \ln x^2 > \ln\frac{y+2}{y+1} \Rightarrow VT(*) > 0.$

+ Xét $x^2 < \frac{y+2}{y+1} \Rightarrow \ln x^2 < \ln\frac{y+2}{y+1} \Rightarrow VT(*) < 0.$

+ Xét $x^2 = \frac{y+2}{y+1} \Rightarrow \ln x^2 = \ln\frac{y+2}{y+1} \Rightarrow VT(*) = 0.$

Vậy $(*) \Leftrightarrow x^2 = \frac{y+2}{y+1}$.

Khi đó: $P = x^2 + \frac{y}{2} = \frac{y+2}{y+1} + \frac{y}{2} = \frac{y^2+3y+4}{2(y+1)}$

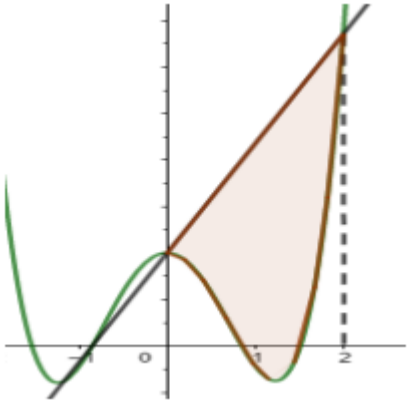
Xét hàm số $P(y) = \frac{y^2+3y+4}{2(y+1)}$ trên $(0;+\infty)$.

Bảng biến thiên:

y	0		$-1+\sqrt{2}$		$+\infty$
$P'(y)$		$-$	0	$+$	
$P(y)$	2	↘	$1+\frac{1}{4}\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra: $\min\limits_{(0;+\infty)} P = 1+\frac{1}{4}\sqrt{2} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=\frac{1}{4} \end{cases}$. Vậy $S = a^2+b^2 = 1+\frac{1}{16} \in (1;2)$.

Câu 47. Cho hàm số $y = ax^4+bx^2+c$ có đồ thị (C) đi qua điểm $A(-1;0)$, tiếp tuyến d của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm khác A có hoành độ bằng 0 và 2. Hình phẳng giới hạn bởi $d,(C)$ và hai đường thẳng $x=0;x=2$ có diện tích bằng $S=\frac{28}{5}$ (hình vẽ). Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=-1,x=0$.



A. $\frac{6}{5}$. **B.** $\frac{9}{5}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** $\frac{8}{5}$.

Lời giải

(C) đi qua $A(-1;0)$ nên ta có : $a+b+c=0(1)$

Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại $A(-1;0)$ là: $y=-(4a+2b)(x+1)$

Phương trình hoành độ giao điểm của d của (C) là: $ax^4+bx^2+c=-(4a+2b)(x+1)$

Do tiếp tuyến d của (C) tại A cắt (C) tại hai điểm khác A có hoành độ bằng 0 và 2

Nên ta có : $\begin{cases} 4a+2b+c=0(2) \\ 28a+10b+c=0 \end{cases}$

Hình phẳng giới hạn bởi $d,(C)$ và hai đường thẳng $x=0;x=2$ có diện tích bằng $S=\frac{28}{5}$

Nên ta có : $\int\limits_0^2 -\left[ax^4+bx^2+c+(4a+2b)(x+1)\right]dx=\frac{28}{5} \Leftrightarrow \frac{112}{5}a+\frac{32}{3}b+2c=\frac{-28}{5}(3)$

Từ $(1);(2);(3)$ ta có : $\begin{cases} a=1 \\ b=-3 \\ c=2 \end{cases}$

$\Rightarrow (C): y=x^4-3x^2+2$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C), trục hoành và hai đường thẳng $x=-1,x=0$

$\int\limits_{-1}^{0} x^4-3x^2+2dx=\frac{6}{5}$

Câu 48. Cho số phức z thỏa mãn $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của $|z+2i|$. Khi đó $P=M^2+m^2$ bằng

A. 85. **B.** 110. **C.** $\frac{171}{2}$ **D.** $\frac{167}{2}$.

Lời giải

Ta có $|z+2-i|+|z-4-7i|=6\sqrt{2}\Leftrightarrow|(z+2i)+2-3i|+|(z+2i)-4-9i|=6\sqrt{2}\ (1)$

Đặt $w=z+2i$

$(1)\Leftrightarrow|w+2-3i|+|w-4-9i|=6\sqrt{2}$

Gọi $M(a,b)$ $A(-2;3);B(4;9)$ biểu diễn số phức $w;-2+3i;4+9i$. Khi đó

$(1)\Leftrightarrow MA+MB=6\sqrt{2}\geq AB=6\sqrt{2}$

$\Rightarrow M$ thuộc đoạn AB

Phương trình AB qua $A(-2;3)$ và vecto pháp tuyến $(1;-1)$ là: $x-y+5=0$

$M(a;b)$ thuộc AB nên ta có: $a-b+5=0\Leftrightarrow b=a+5(-2\leq a\leq 4)$

Khi đó $|z+2i|=|w|=\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{a^2+(a+5)^2}=\sqrt{2a^2+10a+25}$

Xét $f(a)=2a^2+10a+25$ có đỉnh $I\left(-\frac{5}{2};\frac{25}{2}\right)$

$f(-2)=13;f(4)=97$ và $-2\leq a\leq 4$ nên $\Rightarrow M=|w|_{max}=\sqrt{97}$, $m=|w|_{min}=\sqrt{13}$

Vậy $P=M^2+m^2=97+13=110$

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $g(x)=2^{-\frac{1}{x^4}\left[f(2x+1)\right]^3}$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Lời giải

Hàm số $y=f(x)$ là hàm số đa thức bậc bốn và có ba điểm cực trị là $x=0,x=\pm 1$ nên

$$f'(x)=ax(x^2-1)=a(x^3-x)\Rightarrow f(x)=a\left(\frac{x^4}{4}-\frac{x^2}{2}\right)+b.$$

Theo giả thiết $f(0)=3;f(1)=-2\Rightarrow a=20,b=3$. Do đó $f(x)=5x^4-10x^2+3$.

Ta có $g'(x)=\frac{4}{x^5}\cdot 2^{-\frac{1}{x^4}}\ln 2\left[f(2x+1)\right]^3+6.2^{-\frac{1}{x^4}}\left[f(2x+1)\right]^2.f'(2x+1)$

$g'(x)=2^{1-\frac{1}{x^4}}\left[f(2x+1)\right]^2\left[\frac{2}{x^5}\ln 2\,f(2x+1)+3f'(2x+1)\right]$

Ta có $2^{1-\frac{1}{x^4}}\left[f(2x+1)\right]^2\geq 0;\forall x\neq 0$, nên số điểm cực trị của hàm số $g(x)$ là số nghiệm của phương trình $\frac{2}{x^5}\ln 2\,f(2x+1)+3f'(2x+1)=0(1)$.

Đặt $2x+1=t\Leftrightarrow x=\frac{t-1}{2}$ ta được phương trình $\frac{64}{(t-1)^5}\ln 2\,f(t)+3f'(t)=0$

$\Leftrightarrow 64\ln 2\,f(t)+3(t-1)^5\,f'(t)=0\Leftrightarrow 64\ln 2\left(5t^4-10t^2+3\right)+3(t-1)^5\left(20t^3-20t\right)=0$

$\Leftrightarrow 16\ln 2\left(5t^4-10t^2+3\right)+15(t-1)^6\left(t^2+t\right)=0(2)$

Ta thấy với $\left[\begin{array}{l}t\leq -2\\ t\geq 2\end{array}\right.$ thì $16\ln 2\left(5t^4-10t^2+3\right)+15(t-1)^6\left(t^2+t\right)>0$

Lập bảng TABLE cho hàm số $h(t)=16\ln 2\left(5t^4-10t^2+3\right)+15(t-1)^6\left(t^2+t\right)$ trên $[-2;2]$ ta thu được phương trình (2) có bốn nghiệm.

Vậy hàm số $g(x)$ có bốn điểm cực trị.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;10),B(4;6;5)$ và điểm M thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho đường thẳng MA,MB cùng tạo với mặt phẳng (Oxy) các góc bằng nhau. Tìm giá trị nhỏ nhất của AM.

A. 10. **B.** $2\sqrt{41}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $6\sqrt{3}$.

Lời giải

Gọi $H(1;3;0),K(4;6;0)$ lần lượt là hình chiếu vuông góc của A,B lên mp(Oxy) thì $AH=10,BK=5$.

Giả sử $M(x;y;0)$. Ta có $\angle AMH=\angle BMK\Leftrightarrow \Delta AMH\sim\Delta BMK\Leftrightarrow MH=2MK$

$\Leftrightarrow MH^2=4MK^2\Leftrightarrow (x-1)^2+(y-3)^2=4\left[(x-4)^2+(y-6)^2\right]\Leftrightarrow (x-5)^2+(y-7)^2=8$. Suy ra tập hợp các điểm M là đường tròn (C) có tâm $I(5;7;0),R=2\sqrt{2}$, ((C) nằm trong mp (Oxy)).

Ta có $MA^2=MH^2+HA^2=MH^2+100$, do đó MA nhỏ nhất khi và chỉ khi MH nhỏ nhất.

Ta có $MH\geq IH-R=4\sqrt{2}-2\sqrt{2}=2\sqrt{2}\Rightarrow MA^2\geq 108\Rightarrow MA\geq 6\sqrt{3}$.

Vậy $MinMA=6\sqrt{3}$.

----------Hết---------

CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

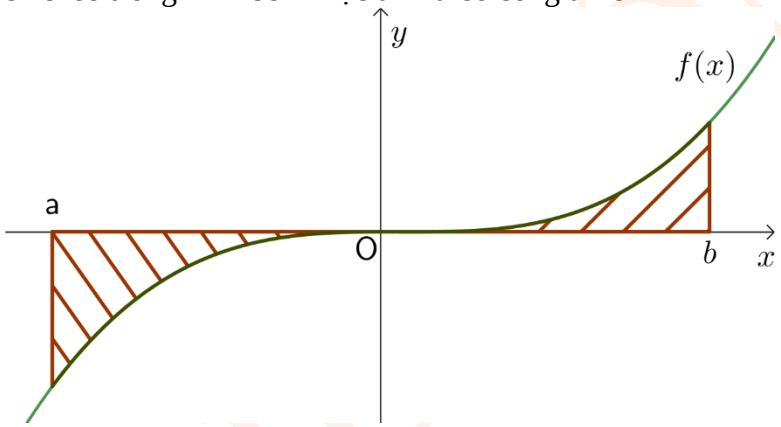
Câu 1. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4)$, $B(2;-1;0)$, $C(3;1;2)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. **B.** $G(2;-1;2)$. **C.** $G(2;1;2)$. **D.** $G(6;3;6)$.

Câu 2. Cho $\int_0^6 f(x)\,dx = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)\,dx$.

A. $I=6$. **B.** $I=36$. **C.** $I=4$. **D.** $I=5$.

Câu 3. Diện tích phần gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức



A. $\int_a^0 f(x)\,dx - \int_0^b f(x)\,dx$. **B.** $-\int_a^0 f(x)\,dx + \int_0^b f(x)\,dx$.

C. $-\int_a^0 f(x)\,dx - \int_0^b f(x)\,dx$. **D.** $\int_a^0 f(x)\,dx + \int_0^b f(x)\,dx$.

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-4z+1=0$. Vec tơ nào dưới đây là một vec tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(3;-4;1)$.

Câu 5. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính mặt cầu đã cho bằng

A. 3. **B.** 9. **C.** $\sqrt{15}$. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 6. Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu véc-tơ khác vecto không mà điểm đầu và điểm cuối là 6 điểm đã cho?

A. 30. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 36.

Câu 7. Tập xác định D của hàm số $y=(2-x)^{\frac{5}{9}}+\ln(x+2)$

A. $D=[-2;2]$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $D=(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Câu 8. Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $|z|-z=1+3i$. Tính tích phần thực và phần ảo của z

A. 7. **B.** -12. **C.** -7. **D.** 12.

Câu 10. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $4\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $2\pi rl$.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có số đường tiệm cận đứng là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 2.

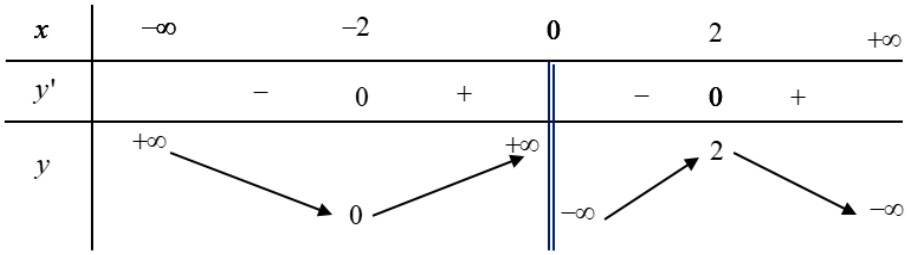
Câu 12. Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 48π. **C.** 192π. **D.** 64π.

Câu 13. Cho số phức $z=2021i-2022$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $z=-2021-2022i$. **B.** $z=2021i+2022$. **C.** $z=-2021i-2022$. **D.** $z=-2021i+2022$.

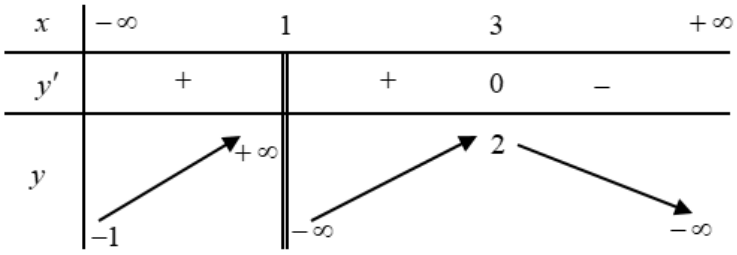
Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 16. Cho hai đường thẳng a,b và mặt phẳng (P).Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. Nếu $a//(P)$ và $b\perp(P)$ thì $a\perp b$.

B. Nếu $a\subset(P)$ và $b\perp(P)$ thì $a\perp b$.

C. Nếu $a\perp(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$ hoặc $b\subset(P)$.

D. Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b\perp(P)$.

Câu 17. Gọi m là giá trị nhỏ nhất và M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị $M-m$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 18. Bất phương trình $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

A. $\left(\frac{1}{2};3\right)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(1;\frac{6}{5}\right)$.

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ biết $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn số phức z, phần thực của z bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Câu 20. Phần ảo của số phức $z=5-4i$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** $4i$. **D.** $-4i$.

Câu 21. Lớp 10A có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh của lớp 10A để làm lớp trưởng?

A. 300. **B.** 15. **C.** 35. **D.** 20.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, tìm điểm dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$

A. $P(1;2;5)$. **B.** $N(1;5;2)$. **C.** $Q(-1;1;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

Câu 23. Mệnh đề nào sau đây sai?

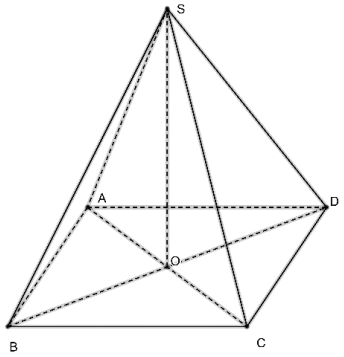
A. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx$, (với k là hằng số và $k\neq 0$).

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

C. Nếu $\int f(x)dx=F(x)+C$ thì $\int f(u)du=F(u)+c$.

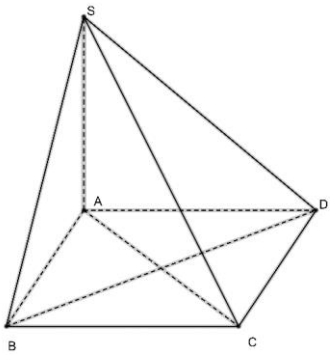
D. $\int[f_1(x)+f_2(x)]dx=\int f_1(x)dx+\int f_2(x)dx$.

Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:



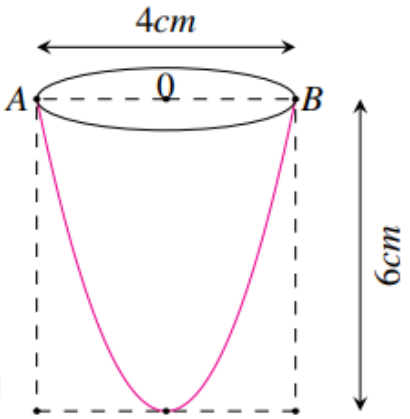
A. $2a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{2}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SA=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh SC và đáy bằng:



A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 26. Có một vật thể hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể đã cho.



A. $V=12\pi$. **B.** $V=12$. **C.** $V=\frac{72}{5}\pi$. **D.** $\frac{72}{5}$.

Câu 27. Cho $a,b>0;a,b\neq 1$ và $a,b>0;a,b\neq 1$ là hai số thực dương. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$. **B.** $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.

C. $\log_a\frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$. **D.** $\log_a\frac{1}{x}=\frac{1}{\log_a x}$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-3),\vec{b}=(-4;-2;6)$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $\left|\vec{b}\right|=2\left|\vec{a}\right|$. **B.** $\vec{a}.\vec{b}=0$. **C.** $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$. **D.** $\vec{b}=-2\vec{a}$.

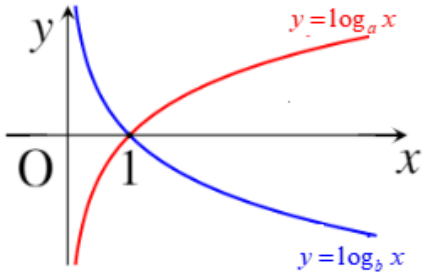
Câu 29. Cho phương trình $2\log_3\left(x^3+1\right)=\log_3(2x-1)^2+\log_{\sqrt{3}}(x+1)$. Tổng các nghiệm của phương trình là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P):x+2y+2z-10=0$.

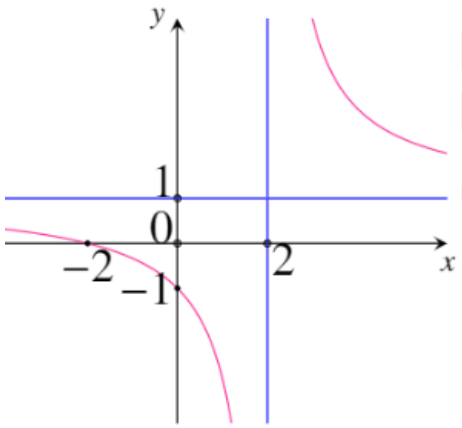
A. 3. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Câu 31. Cho hai hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ với a, b là hai số thực dương, khác 1, có đồ thị lần lượt như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây sai?



A. $0<b<1<a$. **B.** $0<b<1$. **C.** $a>1$. **D.** $0<b<a<1$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\dfrac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.



A. $P=5$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

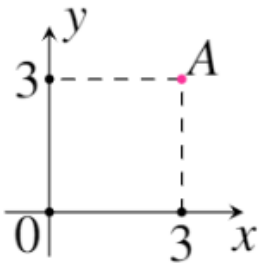
Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 34. Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\left(\dfrac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)$

A. $-\sqrt{3}$. **B.** $-2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $-\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 35. Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Phần thực là 3, phần ảo là $3i$.
B. Phần thực là 3, phần ảo là 3.
C. Phần thực là -3, phần ảo là 3.
D. Phần thực là -3, phần ảo là $3i$.

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$; $B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $3x-2y-z+3=0$. **B.** $x+y+z-2=0$. **C.** $-x+y=0$. **D.** $3x-2y-z-3=0$.

Câu 37. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=t \\ z=1+t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1-t \end{cases}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x=5 \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB=90°$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{73}$. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P): x+y+z+1=0, (Q): x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2 \\ z=3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2 \\ z=3-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=2 \\ z=-3-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1 \\ y=-2 \\ z=3-2t \end{cases}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2022x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

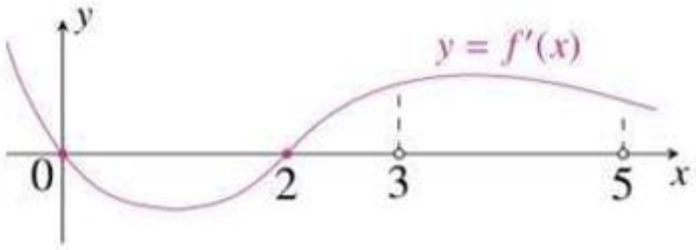
Câu 41. Ba bạn Chuyên, Quang, Trung mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc $[1;17]$. Xác suất để ba số được biết ra có tổng chia hết cho 3 bằng:

A. $\dfrac{1079}{4913}$. **B.** $\dfrac{23}{68}$. **C.** $\dfrac{1637}{4913}$. **D.** $\dfrac{1728}{4913}$.

Câu 42. Tìm các giá trị nguyên của tham số $m\in[0;2022]$ để hàm số $y=(2m-1)x-(m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm $y=f'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ. Biết rằng $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là



A. $f(0), f(5)$. **B.** $f(2), f(5)$. **C.** $f(2), f(0)$. **D.** $f(1), f(5)$.

Câu 44. Phương trình $\log_3(\cot x) = \log_4(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0; 2022\pi)$?

A. 2020 nghiệm. **B.** 2021 nghiệm. **C.** 1011 nghiệm. **D.** 2022 nghiệm.

Câu 45. Cho $F(x) = -xe^x$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$

A. $(x-2)e^x + C$. **B.** $2(1-x)e^x + C$. **C.** $(x-1)e^x + C$. **D.** $\frac{1-x}{2}e^x + C$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30^0.

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\frac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 1$ với m, n là các tham số thực thỏa mãn: $\begin{cases} m+n>0 \\ 7+2(2m+n)<0 \end{cases}$. Tìm số cực trị của hàm số $y = |f(|x|)|$.

A. 2. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 48. Cho các hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$		$-$	
$g(x)$	0	↘	$-\infty$	$+\infty$	↘ 0

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phương trình $f(x) = g(x) - 1$ không có nghiệm.

B. Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có nghiệm với mọi $m > 0$.

C. Phương trình $f(x) = g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty; 0)$.

D. Phương trình $f(x) + g(x) = m$ có nghiệm với mọi m.

Câu 49. Cho $z_1, z_2 \in \mathbb{C}, |z_1| = 3, |z_2| = 4, |z_1 - z_2| = 5$. Giá trị $A = \left|(z_1\overline{z_2})^2 + (\overline{z_1}z_2)^2\right|$ bằng

A. 288. **B.** 144. **C.** 0. **D.** 24.

Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V_1. Gọi O_1, O_2, O_3, O_4 lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A', BCC'B', CDD'C', DAA'D'$. Gọi V_2 là thể tích khối đa diện $ABCD.O_1O_2O_3O_4$. Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{13}{5}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{11}{6}$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.C	5.A	6.A	7.C	8.D	9.B	10.C
11.A	12.B	13.C	14.B	15.B	16.D	17.B	18.D	19.A	20.B
21.C	22.B	23.B	24.D	25.B	26.A	27.D	28.B	29.C	30.D
31.D	32.B	33.B	34.D	35.B	36.D	37.A	38.D	39.B	40.C
41.C	42.A	43.B	44.C	45.C	46.C	47.D	48.A	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4)$, $B(2;-1;0)$, $C(3;1;2)$. Toạ độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. **B.** $G(2;-1;2)$. **C.** $G(2;1;2)$. **D.** $G(6;3;6)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} x_G = \dfrac{x_A + x_B + x_C}{3} = 2 \\ y_G = \dfrac{y_A + y_B + y_C}{3} = 1 \\ z_G = \dfrac{z_A + z_B + z_C}{3} = 2 \end{cases}$.

Câu 2. Cho $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 12$. Tính $I = \int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$.

A. $I = 6$. **B.** $I = 36$. **C.** $I = 4$. **D.** $I = 5$.

Lời giải

Chọn C

Đặt $3x = t \Rightarrow 3\mathrm{d}x = \mathrm{d}t$.

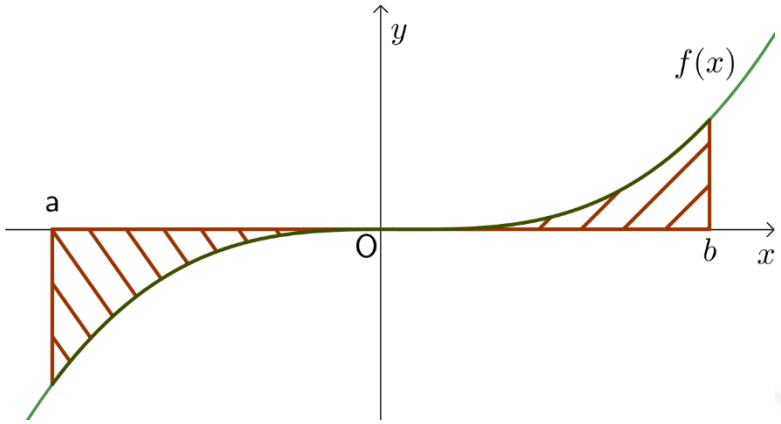
Đổi cận

x	0	2
t	0	6

Khi đó

$I = \frac{1}{3}\int_0^6 f(t)\mathrm{d}t = \frac{1}{3}.12 = 4$.

Câu 3. Diện tích phần gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức



A. $\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

B. $-\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $-\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

D. $\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x + \int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn B

Lý thuyết.

Câu 4. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-4z+1=0$. Vec tơ nào dưới đây là một vec tơ pháp tuyến của (α)?

A. $\overrightarrow{n_2}=(3;2;4)$.

B. $\overrightarrow{n_3}=(2;-4;1)$.

C. $\overrightarrow{n_4}=(3;2;-4)$.

D. $\overrightarrow{n_2}=(3;-4;1)$.

Lời giải

Chọn C

Lý thuyết.

Câu 5. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+2x-2z-7=0$. Bán kính mặt cầu đã cho bằng

A. 3.

B. 9.

C. $\sqrt{15}$.

D. $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $a=-1; b=0; c=1; d=-7$

$R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}=\sqrt{(-1)^2+1^2+7}=3$.

Câu 6. Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu véc-tơ khác vecto không mà điểm đầu và điểm cuối là 6 điểm đã cho?

A. 30.

B. 15.

C. 21.

D. 36.

Lời giải

Chọn A

Số vectơ có điểm đầu và điểm cuối tạo từ 6 điểm đã cho là $\mathrm{A}_6^2=30$.

Câu 7. Tập xác định D của hàm số $y=(2-x)^{\frac{5}{9}}+\ln(x+2)$

A. $D=[-2;2]$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $D=(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định D của hàm số $y=(2-x)^{\frac{5}{9}}+\ln(x+2)$ là $D=(-2;2)$.

Câu 8. Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn D

Có $4\pi R^2=16\pi a^2\Leftrightarrow R=2a$.

Câu 9. Cho số phức z thỏa mãn $|z|-z=1+3i$. Tính tích phần thực và phần ảo của z

A. 7. **B.** -12. **C.** -7. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$.

$$|z|-z=1+3i=\sqrt{x^2+y^2}-x-yi=1+3i\Leftrightarrow\begin{cases}\sqrt{x^2+y^2}-x=1\\ y=-3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=4\\ y=-3\end{cases}\Rightarrow x.y=-3.4=-12.$$

Câu 10. Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $4\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng πrl.

Câu 11. Đồ thị hàm số $y=f(x)=\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có số đường tiệm cận đứng là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $1-x\ge 0\Leftrightarrow x\le 1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1-(1-x)}{x\left(1+\sqrt{1-x}\right)}=\lim\limits_{x\to 0^+}\frac{1}{1+\sqrt{1-x}}=\frac{1}{2}$.

Tương tự: $\lim\limits_{x\to 0^-}\frac{1-\sqrt{1-x}}{x}=\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số có 1 đường tiệm cận đứng là $x=\frac{1}{2}$.

Câu 12. Cho hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và độ dài đường sinh $l=3$. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 24π. **B.** 48π. **C.** 192π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $S_{xq}=2\pi Rl=2\pi.8.3=48\pi$.

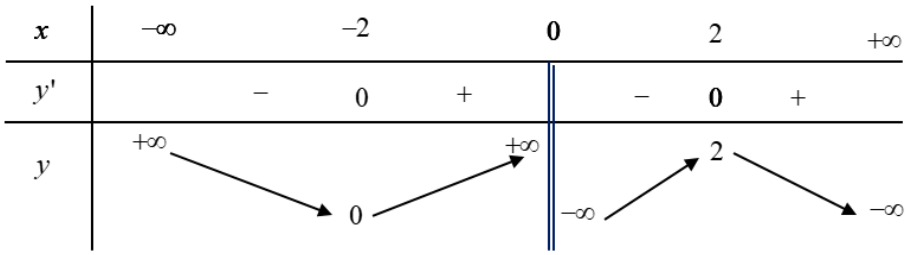
Câu 13. Cho số phức $z=2021i-2022$. Số phức liên hợp của số phức z là

A. $z=-2021-2022i$. **B.** $z=2021i+2022$. **C.** $z=-2021i-2022$. **D.** $z=-2021i+2022$.

Lời giải

Chọn C

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-2;2)$.

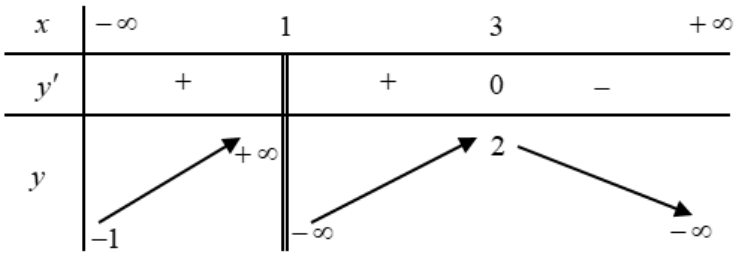
Lời giải

Chọn B

Theo bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(0;2)$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tổng bao nhiêu tiệm cận (chỉ xét các tiệm cận đứng và ngang)?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Theo bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Theo bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1 \Rightarrow y=-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận (xét các đường tiệm cận đứng và ngang).

Câu 16. Cho hai đường thẳng a,b và mặt phẳng (P).Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào sai?

A. Nếu $a//(P)$ và $b\perp(P)$ thì $a\perp b$.

B. Nếu $a\subset(P)$ và $b\perp(P)$ thì $a\perp b$.

C. Nếu $a\perp(P)$ và $b\perp a$ thì $b//(P)$ hoặc $b\subset(P)$.

D. Nếu $a//(P)$ và $b\perp a$ thì $b\perp(P)$.

Lời giải

Chọn D

Phương án sai là D.

Câu 17. Gọi m là giá trị nhỏ nhất và M là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=2x^3+3x^2-1$ trên đoạn $\left[-2;-\frac{1}{2}\right]$. Khi đó giá trị $M-m$ bằng

A. -5. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=6x^2+6x\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (l)\\x=-1\end{array}\right.$.

+) $f(-1)=0,\ f(-2)=-5, f\left(-\frac{1}{2}\right)=-\frac{1}{2}$.

Vậy $m=-5,\ M=0\Rightarrow M-m=5$.

Câu 18. Bất phương trình $\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)$ có tập nghiệm là

A. $\left(\frac{1}{2};3\right)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\left(1;\frac{6}{5}\right)$.

Lời giải

Chọn D

$$\log_2(3x-2)>\log_2(6-5x)\Leftrightarrow\begin{cases}3x-2>0\\6-5x>0\\3x-2>6-5x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\frac{2}{3}<x<\frac{6}{5}\\x>1\end{cases}\Leftrightarrow 1<x<\frac{6}{5}.$$

Câu 19. Trong mặt phẳng tọa độ biết $M(-1;2)$ là điểm biểu diễn số phức z, phần thực của z bằng

A. -1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Phần thực của số phức z bằng: -1.

Câu 20. Phần ảo của số phức $z=5-4i$ bằng

A. 4. **B.** -4. **C.** $4i$. **D.** $-4i$.

Lời giải

Chọn B

Phần ảo của số phức z bằng: -4.

Câu 21. Lớp 10A có 20 học sinh nam và 15 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn ra một học sinh của lớp 10A để làm lớp trưởng?

A. 300. **B.** 15. **C.** 35. **D.** 20.

Lời giải

Chọn C

Số cách chọn ra một học sinh của lớp 10A để làm lớp trưởng là: $20+15=35$.

Câu 22. Trong không gian $Oxyz$, tìm điểm dưới đây thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-t\\y=5+t\\z=2+3t\end{cases}$

A. $P(1;2;5)$. **B.** $N(1;5;2)$. **C.** $Q(-1;1;3)$. **D.** $M(1;1;3)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 23. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\int kf(x)dx=k\int f(x)dx,$ (với k là hằng số và $k\neq 0$).

B. Nếu $F(x)$ và $G(x)$ đều là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $F(x)=G(x)$.

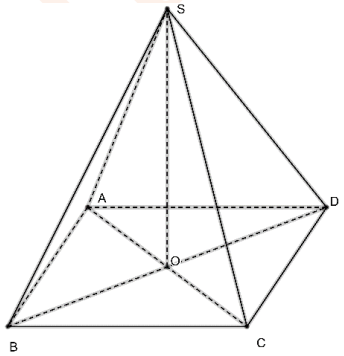
C. Nếu $\int f(x)dx=F(x)+C$ thì $\int f(u)du=F(u)+c$.

D. $\int\left[f_1(x)+f_2(x)\right]dx=\int f_1(x)dx+\int f_2(x)dx$.

Lời giải

Chọn B

Câu 24. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, cạnh bên $SA=2a$. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng:



A. $2a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{14}}{2}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{7}}{2}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{14}}{6}a^3$.

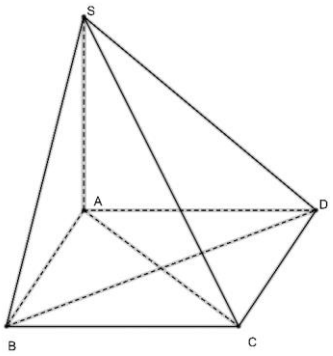
Lời giải

Chọn D

Ta có: $AC^2=2a^2\Rightarrow SO=\sqrt{SA^2-AO^2}=\sqrt{4a^2-\frac{2a^2}{4}}=\frac{a\sqrt{14}}{2}$

$\Rightarrow V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{14}}{2}.a^2=\frac{\sqrt{14}a^3}{6}$.

Câu 25. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SA=a\sqrt{2}$ và SA vuông góc với đáy. Góc giữa cạnh SC và đáy bằng:



A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

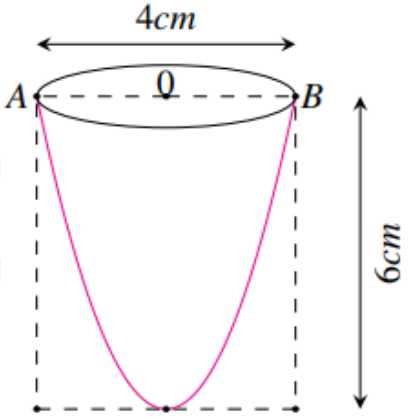
Lời giải

Chọn B

Ta có $SA \perp (ABCD)$, suy ra góc giữa SC và mp $(ABCD)$ bằng góc $(SC, AC) = SCA$.

Lại có $AC = a\sqrt{2} = SA$, suy ra tam giác SAC vuông cân tại A $\Rightarrow SCA = 45^0$..

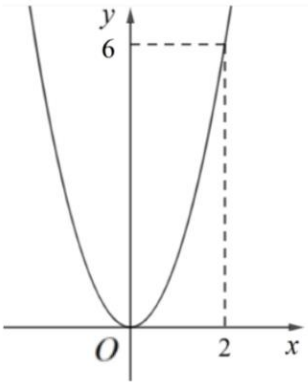
Câu 26. Có một vật thể hình tròn xoay có dạng giống như một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính của miệng ly là $4cm$ và chiều cao $6cm$. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Thể tích $V\left(cm^3\right)$ của vật thể đã cho.



A. $V = 12\pi$. **B.** $V = 12$. **C.** $V = \frac{72}{5}\pi$. **D.** $\frac{72}{5}$.

Lời giải

Chọn A



Xét phương trình parabol $y=ax^2\,(P)$.

Ta thấy $(2;6)\in(P)\Rightarrow 6=a.4\Rightarrow a=\dfrac{3}{2}$.

Khi đó $y=\dfrac{3}{2}x^2\Rightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{2}{3}y}$.

Ta có thể tích của vật thể đã cho là: $V=\pi\int\limits_0^6\left(\sqrt{\dfrac{2}{3}y}\right)^2 dy=\pi\int\limits_0^6\dfrac{2y}{3}dy=\pi\dfrac{y^2}{3}\Big|_0^6=12\pi..$

Câu 27. Cho $a,b>0;a,b\neq 1$ và $a,b>0;a,b\neq 1$ là hai số thực dương. Trong các mệnh đề dưới đây, mệnh đề nào sai?

A. $\log_a(xy)=\log_a x+\log_a y$.

B. $\log_b a.\log_a x=\log_b x$.

C. $\log_a\dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

D. $\log_a\dfrac{1}{x}=\dfrac{1}{\log_a x}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a\dfrac{1}{x}=-\log_a x$.

Câu 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=(2;1;-3),\vec{b}=(-4;-2;6)$. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$.

B. $\vec{a}.\vec{b}=0$.

C. $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$.

D. $\vec{b}=-2\vec{a}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\vec{a}=(2;1;-3),\vec{b}=(-4;-2;6)\Rightarrow\vec{b}=-2\vec{a}\Rightarrow\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$ và $|\vec{b}|=2|\vec{a}|$.

Câu 29. Cho phương trình $2\log_3(x^3+1)=\log_3(2x-1)^2+\log_{\sqrt{3}}(x+1)$. Tổng các nghiệm của phương trình là

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải

Chọn C

Đkxđ: $\begin{cases}x>-1\\ x\neq\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

$2\log_3(x^3+1)=\log_3(2x-1)^2+\log_{\sqrt{3}}(x+1)$

$\Leftrightarrow 2\log_3(x^3+1)=2\log_3|2x-1|+2\log_3(x+1)$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x^3+1\right)=\log_3\left|2x-1\right|.\left(x+1\right)$

$\Leftrightarrow \left|2x-1\right|.\left(x+1\right)=\left(x+1\right).\left(x^2-x+1\right)$

$$\Leftrightarrow \left|2x-1\right|=x^2-x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x-1=x^2-x+1 \\ 2x-1=-\left(x^2-x+1\right) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-3x+2=0 \\ x^2+x=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=0 \\ x=-1 \end{array}\right. .$$

So sánh điều kiện suy ra phương trình có các nghiệm $0, 1, 2$.

Tổng các nghiệm của phương trình là 3.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M\left(1;2;-3\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right): x+2y+2z-10=0$.

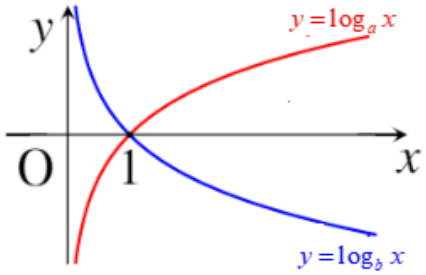
A. 3. **B.** $\frac{7}{3}$. **C.** $\frac{4}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$d\left(M,\left(P\right)\right)=\frac{\left|1+4-6-10\right|}{\sqrt{1^2+2^2+2^2}}=\frac{11}{3}.$$

Câu 31. Cho hai hàm số $y=\log_a x$, $y=\log_b x$ với a, b là hai số thực dương, khác 1, có đồ thị lần lượt như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây sai?



A. $0<b<1<a$. **B.** $0<b<1$. **C.** $a>1$. **D.** $0<b<a<1$.

Lời giải

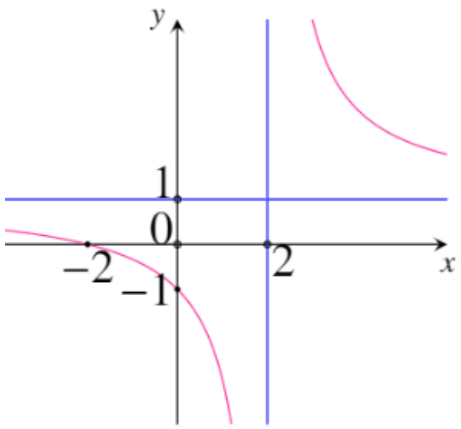
Chọn D

Dễ thấy đồ thị hàm số $y=\log_a x$ đồng biến nên $a>1$,

Đồ thị hàm số $y=\log_b x$ nghịch biến nên $0<b<1$.

Do vậy $0<b<1<a$.

Câu 32. Cho hàm số $y=\frac{x-a}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.



A. $P=5$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=2$. **D.** $P=1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1\Rightarrow\frac{1}{b}=1\Leftrightarrow b=1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=2\Rightarrow-\frac{c}{b}=2\Leftrightarrow c=-2$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2;0)$ nên $a=-2$.

Vậy $P=a+b+c=-3$.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)=(x-1)^2(x+1)(x^2-3)(x^2+1)$.

Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$ với $x=1$ là nghiệm kép.

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu, ta thấy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 34. Cho a, b là các số thực dương khác 1 thỏa mãn $\log_a b=\sqrt{3}$. Giá trị của $\log_{\frac{\sqrt{b}}{a}}\left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)$

A. $-\sqrt{3}$. **B.** $-2\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

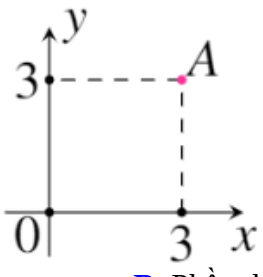
Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_a b=\sqrt{3}\Leftrightarrow b=a^{\sqrt{3}}$.

Khi đó $\log_{\frac{\sqrt[3]{b}}{a}}\left(\frac{\sqrt[3]{b}}{\sqrt{a}}\right)=\log_{\frac{\sqrt{a^{\sqrt{3}}}}{a}}\frac{\sqrt[3]{a^{\sqrt{3}}}}{\sqrt{a}}=\log_{a^{\frac{\sqrt{3}}{2}-1}}a^{\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}}=\left(\frac{\sqrt{3}}{3}-\frac{1}{2}\right):\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-1\right)=-\frac{1}{\sqrt{3}}$.

Câu 35. Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Phần thực là 3, phần ảo là $3i$.
B. Phần thực là 3, phần ảo là 3.
C. Phần thực là -3, phần ảo là 3.
D. Phần thực là -3, phần ảo là $3i$.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, ta có số phức $z=3+3i$ nên chọn. **B.**

Câu 36. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho $A(1;-1;2)$; $B(2;1;1)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0$. Mặt phẳng (Q) chứa A,B và vuông góc với mặt phẳng (P). Mặt phẳng (Q) có phương trình là

A. $3x-2y-z+3=0$. **B.** $x+y+z-2=0$. **C.** $-x+y=0$. **D.** $3x-2y-z-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(1;2;-1)$ và mặt phẳng (P) có 1 vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(1;1;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}\right]=(3;-2;-1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) (vì mặt phẳng (Q) chứa A,B và vuông góc với mặt phẳng (P)).

Phương trình mặt phẳng (Q) là $3x-2y-z-3=0$.

Câu 37. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=0\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1-3t\\y=0\\z=1-t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi đường thẳng đi qua M, vuông góc với d và cắt Oz là Δ.

Giả sử $\Delta\cap Oz=N\Rightarrow N(0;0;z)$.

Ta có $\overrightarrow{MN}=(-1;0;z-1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ.

Đường thẳng d có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(1;2;3)$.

Vì $\Delta \perp d \Rightarrow \overrightarrow{MN} \perp \vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow -1+0+3z-3=0 \Leftrightarrow z=\dfrac{4}{3}$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(-1;0;\dfrac{1}{3}\right)//\vec{v}=(-3;0;1)$.

Do $\overrightarrow{MN}=(-1;0;z-1)$ là một vectơ chỉ phương của Δ nên $\vec{v}=(-3;0;1)$ cũng là một vectơ chỉ phương của Δ.

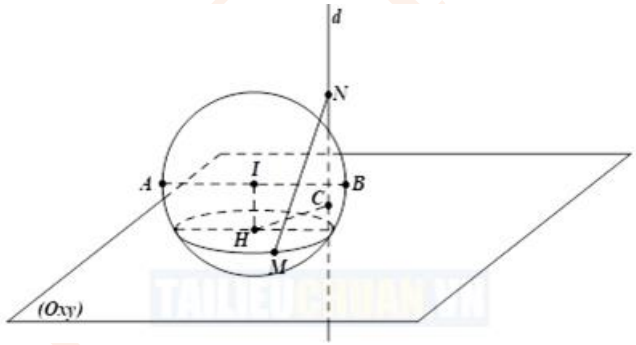
Mà đường thẳng Δ đi qua M nên có phương trình $\begin{cases} x=1-3t \\ y=0 \\ z=1+t \end{cases}$.

Câu 38. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases} x=5 \\ y=-1 \\ z=t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB=90°$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN

A. $5\sqrt{3}$. **B.** $\sqrt{73}$. **C.** 8. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D



Ta có điểm M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB=90°$ nên M thuộc giao của mặt cầu (S) đường kính AB và mặt phẳng (Oxy).

Ta có mặt cầu (S) đường kính AB có tâm $I(1;2;4)$ bán kính $R=\dfrac{AB}{2}=5$ nên có phương trình $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=25$.

Mặt phẳng (Oxy) có phương trình $z=0$ có 1 vectơ pháp tuyến $\vec{k}=(0;0;1)$ và cũng là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng d nên $d \perp (Oxy) \Rightarrow d \cap (Oxy)=C \Rightarrow C(5;-1;0)$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của tâm $I(1;2;4)$ mặt cầu (S) lên mặt phẳng (Oxy) $\Rightarrow H(1;2;0)$.

Mà điểm M thuộc giao của mặt cầu (S) và mặt phẳng (Oxy) nên thuộc đường tròn (C) tâm $H(1;2;0)$ bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}=3$.

Lại có điểm N là điểm di động thuộc $d:\begin{cases}x=5\\y=-1\\z=t\end{cases}$ nên $MN\geq CH-r=5-3=2$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của MN bằng 2.

Câu 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và hai mặt phẳng $(P):x+y+z+1=0,(Q):x-y+z-2=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A, song song với (P) và (Q)

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2\\z=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=2\\z=-3-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1\\y=-2\\z=3-2t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có véc tơ pháp tuyến của (P) và (Q) lần lượt là $\vec{n}_{(P)}=(1;1;1)$ và $\vec{n}_{(Q)}=(1;-1;1)$.

Gọi $\vec{u}$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng d song song với (P) và (Q).

Suy ra $\vec{u}=\left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right]=(2;0;-2)$.

Chọn $\vec{v}=(1;0;-1)$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng d.

Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases}x=1+t\\y=-2\\z=3-t\end{cases}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^3-2x^2\right)\left(x^3-2x\right)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $\left|f\left(1-2022x\right)\right|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị.

A. 12. **B.** 10. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\left(x^3-2x^2\right)\left(x^3-2x\right)=x^3(x-2)(x^2-2)$

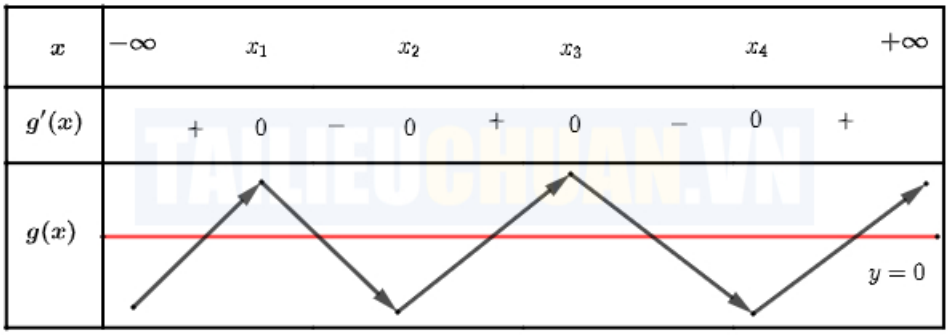
$f'(x)=0\Leftrightarrow x^3(x-2)(x^2-2)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\x=2\\x=\pm\sqrt{2}\end{cases}$. Suy ra hàm số $f(x)$ có 4 cực trị.

Đặt $g(x)=f\left(1-2022x\right)$.

Ta có $g'(x)=-2022.f'\left(1-2022x\right)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-2022x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=-\dfrac{1}{2022} \\ x_2=\dfrac{1-\sqrt{2}}{2022} \\ x_3=\dfrac{1}{2022} \\ x_4=\dfrac{1+\sqrt{2}}{2022} \end{array}\right.$. Suy ra hàm số $g(x)$ có 4 cực trị.

Quan sát bảng biến thiên sau



Ta thấy phương trình $g(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm.

Vậy hàm số $y=|g(x)|=|f(1-2022x)|$ có tối đa 9 cực trị.

Câu 41. Ba bạn Chuyên, Quang, Trung mỗi bạn viết ngẫu nhiên lên bảng một số tự nhiên thuộc $[1;17]$. Xác suất để ba số được biết ra có tổng chia hết cho 3 bằng:

A. $\dfrac{1079}{4913}$. **B.** $\dfrac{23}{68}$. **C.** $\dfrac{1637}{4913}$. **D.** $\dfrac{1728}{4913}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi Ω là không gian mẫu $\Rightarrow n(\Omega)=17^3$.

Gọi A là biến cố: "ba số được biết ra có tổng chia hết cho 3"

Từ 1 đến 17 có 6 số chia cho 3 dư 1, 6 số chia cho 3 dư 2 và 5 số chia hết cho 3.

TH1: Ba bạn chọn được 3 số chia hết cho 3 có 5^3 cách.

TH2: Ba bạn chọn được 3 số chia cho 3 dư 1 có 6^3 cách.

TH3: Ba bạn chọn được 3 số chia cho 3 dư 2 có 6^3 cách.

TH4: Một bạn được 1 số chia hết cho 3, một bạn chọn được 1 số số chia cho 3 dư 1 và một bạn chọn được 1 số số chia cho 3 dư 2 có 5.6.6.3! cách.

$\Rightarrow n(A)=5^3+6^3+6^3+1080=1637 \Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{1637}{17^3}=\dfrac{1637}{4913}$.

Câu 42. Tìm các giá trị nguyên của tham số $m\in[0;2022]$ để hàm số $y=(2m-1)x-(m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

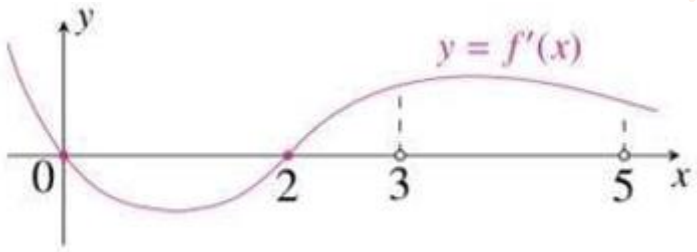
Chọn A

Ta có $y'=(2m-1)+(m+1)\sin x$

Để hàm số nghịch biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow (2m-1)+(m+1)\sin x \le 0 \ \forall x \in (-\infty;+\infty)$

$$\Rightarrow (2m-1)+|m+1| \le 0 \Leftrightarrow |m+1| \le 1-2m \Leftrightarrow \begin{cases} 1-2m \ge 0 \\ m+1 \le 1-2m \\ 2m-1 \le m+1 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 0.$$

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là hàm $y=f'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ. Biết rằng $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là



A. $f(0), f(5)$. **B.** $f(2), f(5)$. **C.** $f(2), f(0)$. **D.** $f(1), f(5)$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có BBT của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ như sau:

x	0		2		3		5
$f'(x)$	0	$-$	0	$+$	|	$+$	
$f(x)$	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗	$f(3)$	↗	$f(5)$

Suy ra: $\min\limits_{[0;5]} f(x)=f(2)$ và $f(2)<f(3)$, mà $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$ nên $f(0)<f(5)$.

Vậy: $\min\limits_{[0;5]} f(x)=f(2)$; $\max\limits_{[0;5]} f(x)=f(5)$.

Câu 44. Phương trình $\log_3(\cot x)=\log_4(\cos x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2022\pi)$?

A. 2020 nghiệm. **B.** 2021 nghiệm. **C.** 1011 nghiệm. **D.** 2022 nghiệm.

Lời giải

Chọn C

$\log_3(\cot x)=\log_4(\cos x)$ (1)

ĐKXĐ: $\begin{cases} \sin x>0 \\ \cos x>0 \end{cases}$

Đặt $\log_3(\cot x)=t$, ta được: $\begin{cases}\cot x=3^t\\ \cos x=4^t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\tan x=\dfrac{1}{3^t}\\ \cos x=4^t\end{cases}(I)\Rightarrow 1+\dfrac{1}{9^t}=\dfrac{1}{16^t}\Leftrightarrow 16^t+\left(\dfrac{16}{9}\right)^t=1$

$\Leftrightarrow f(t)=f\left(-\dfrac{1}{2}\right)(1)$, với $f(t)=16^t+\left(\dfrac{16}{9}\right)^t$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra: $(1)\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{2}$. Thay vào (I) ta được: $\begin{cases}\tan x=\sqrt{3}\\ \cos x=\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Mà $x\in(0;2022\pi)$ nên: $0<\dfrac{\pi}{3}+k2\pi<2022\pi\Leftrightarrow-\dfrac{1}{6}<k<1011-\dfrac{1}{6}$

Suy ra: $k\in\{0;1;...;1010\}$.

Vậy phương trình đã cho có 1011 nghiệm trong khoảng $(0;2022\pi)$.

Câu 45. Cho $F(x)=-xe^x$ là một nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f'(x)e^{2x}$

A. $(x-2)e^x+C$. **B.** $2(1-x)e^x+C$. **C.** $(x-1)e^x+C$. **D.** $\dfrac{1-x}{2}e^x+C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f(x)e^{2x}=\left(-xe^x\right)'=-e^x(x+1)\Rightarrow f(x)=-\dfrac{x+1}{e^x}$, khi đó $f'(x)=\dfrac{x}{e^x}$.

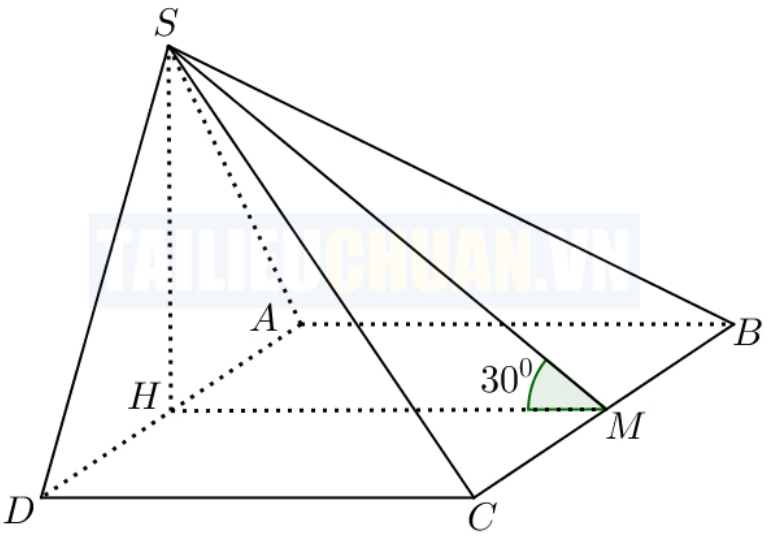
Vậy $\int f'(x)e^{2x}dx=\int xe^xdx=\int xde^x=x.e^x-\int e^xdx=x.e^x-e^x+C=(x-1)e^x+C$.

Câu 46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, mặt bên SAD là tam giác đều cạnh $2a$ và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ biết rằng mặt phẳng (SBC) tạo với mặt phẳng đáy một góc 30^0.

A. $\dfrac{\sqrt{3}a^3}{2}$. **B.** $\dfrac{2\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $2\sqrt{3}a^3$. **D.** $\dfrac{4\sqrt{3}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm AD, ta có $SH \perp AD$, $(SAD) \perp (ABCD), (SAD) \cap (ABCD) = AD$ nên $SH \perp (ABCD)$ và $SH = a\sqrt{3}$.

Gọi M là trung điểm của BC, ta có $BC \perp HM, BC \perp SH \Rightarrow BC \perp SM$.

Vậy $((SBC),(ABCD)) = SMH = 30^0$, suy ra $HM = SH.\cot SMH = 3a$.

Khi đó $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SH.AD.HM = \frac{1}{3} a\sqrt{3}.2a.3a = 2\sqrt{3}a^3$.

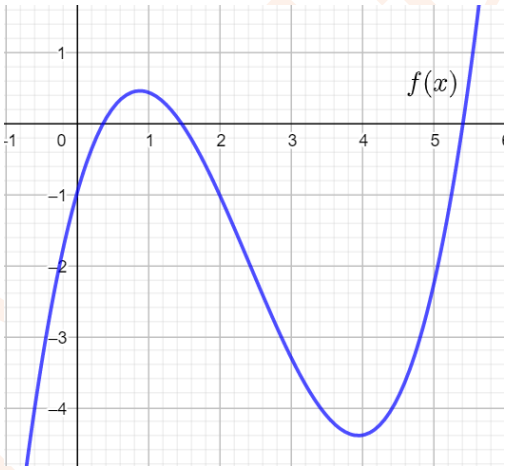
Câu 47. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + mx^2 + nx - 1$ với m, n là các tham số thực thỏa mãn: $\begin{cases} m+n>0 \\ 7+2(2m+n)<0 \end{cases}$. Tìm số cực trị của hàm số $y = |f(|x|)|$.

A. 2. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 11.

Lời giải

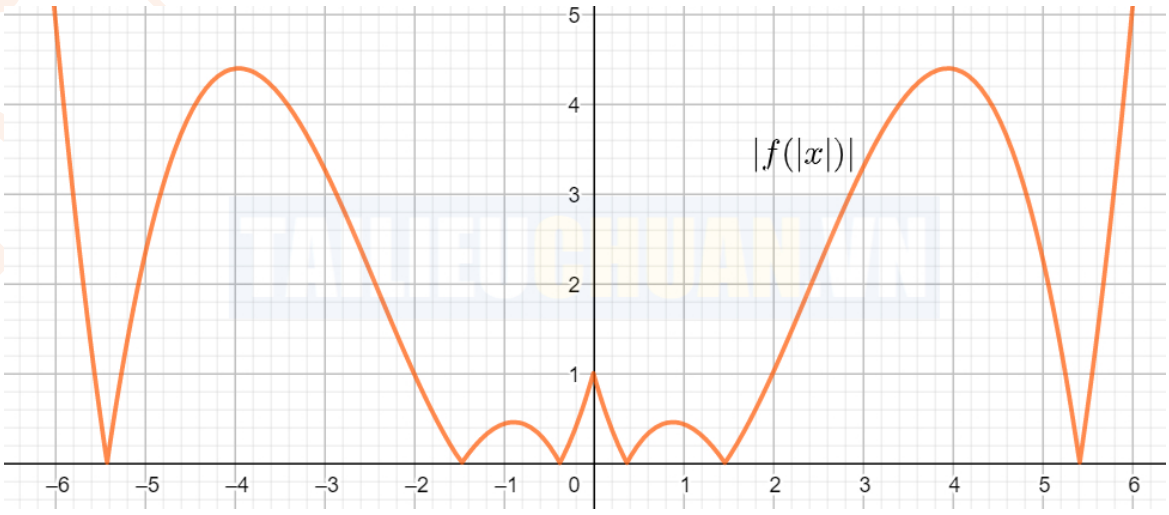
Chọn D

Ta có: $\begin{cases} m+n>0 \\ 7+2(2m+n)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(1)>0 \\ f(2)<0 \end{cases}$ và $f(0) = -1, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -\infty, \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$



Dựa vào giả thiết bài toán ta phác họa ra hình ảnh đồ thị hàm số $y = f(x)$.

Từ đó ta có đồ thị hàm số $y = |f(|x|)|$ như sau:



Vậy hàm số $y=\left|f\left(|x|\right)\right|$ có 11 điểm cực trị.

Câu 48. Cho các hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	
$f(x)$	$+\infty$ ↘	0

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$-$	
$g(x)$	0 ↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘ 0

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)-1$ không có nghiệm.

B. Phương trình $f\left(x\right)+g\left(x\right)=m$ có nghiệm với mọi $m>0$.

C. Phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)$ không có nghiệm thuộc khoảng $\left(-\infty;0\right)$.

D. Phương trình $f\left(x\right)+g\left(x\right)=m$ có nghiệm với mọi m.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\begin{cases} f\left(x\right)+g\left(x\right)\in\left(-\infty;+\infty\right) & x<0 \\ f\left(x\right)+g\left(x\right)\in\left(0;+\infty\right) & x>0 \end{cases}$

Từ đó nhận thấy phương trình $f\left(x\right)+g\left(x\right)=m$ có nghiệm với mọi m.

Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình $f\left(x\right)=g\left(x\right)-1$ hoàn toàn có thể có nghiệm $x>0$ nên mệnh đề A sai.

Câu 49. Cho $z_1,z_2\in\mathbb{C},\left|z_1\right|=3,\left|z_2\right|=4,\left|z_1-z_2\right|=5$. Giá trị $A=\left|\left(z_1\overline{z_2}\right)^2+\left(\overline{z_1}z_2\right)^2\right|$ bằng

A. 288. **B.** 144. **C.** 0. **D.** 24.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\left|z_1-z_2\right|=5\Rightarrow\left|z_1-z_2\right|^2=25\Leftrightarrow\left(z_1-z_2\right)\left(\overline{z_1}-\overline{z_2}\right)=25\Leftrightarrow\left|z_1\right|^2+\left|z_2\right|^2-\left(\overline{z_1}z_2+z_1\overline{z_2}\right)=25$

$\Rightarrow\overline{z_1}z_2+z_1\overline{z_2}=0$.

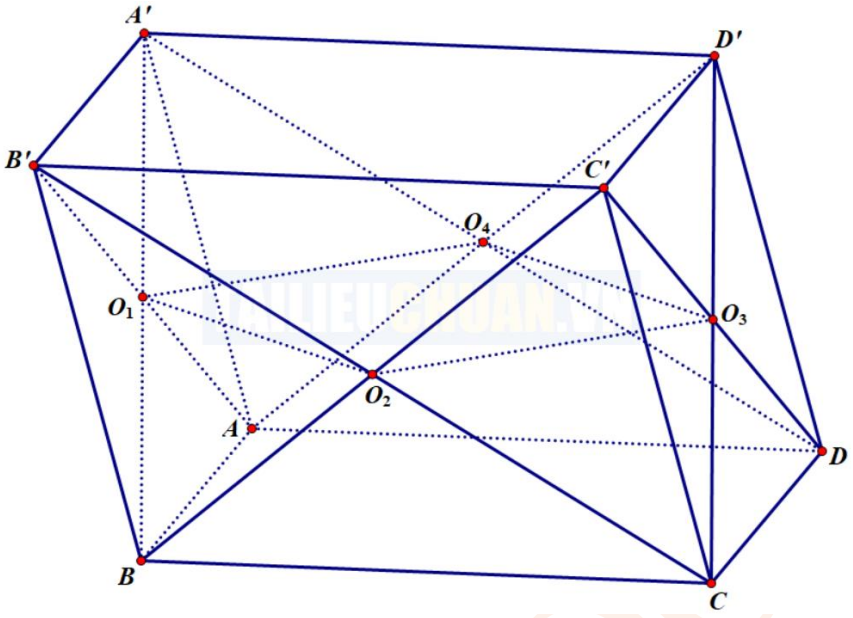
$A=\left|\left(z_1\overline{z_1}\right)^2+\left(\overline{z_1}z_2\right)^2\right|=\left|\left(\overline{z_1}z_2+z_1\overline{z_2}\right)^2-2\left|z_1\right|^2.\left|z_2\right|^2\right|=2\left|z_1\right|^2.\left|z_2\right|^2=288$.

Câu 50. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có thể tích V_1. Gọi O_1,O_2,O_3,O_4 lần lượt là tâm các mặt bên $ABB'A',BCC'B',CDD'C',DAA'D'$. Gọi V_2 là thể tích khối đa diện $ABCD.O_1O_2O_3O_4$. Tỷ số $\frac{V_1}{V_2}$ bằng

A. $\frac{13}{5}$. **B.** $\frac{12}{5}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{11}{6}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $V_{BB'O_1O_2}=V_{AA'O_1O_4}=V_{CC'O_2O_3}=V_{DD'O_3O_4}=V_3$; $V_2=V_{A'B'C'D'O_1O_2O_3O_4}\Rightarrow V_2=\dfrac{V_1-4V_3}{2}$

Mặt khác, $\dfrac{V_3}{V_{B'BAC}}=\dfrac{V_{B'BO_1O_2}}{V_{B'BAC}}=\dfrac{1}{4}\Rightarrow V_3=\dfrac{1}{4}V_{B'BAC}=\dfrac{1}{4}.\dfrac{1}{6}V_1=\dfrac{V_1}{24}$.

Do vậy, ta được: $V_2=\dfrac{V_1-4\dfrac{V_1}{24}}{2}=\dfrac{5}{12}V_1\Rightarrow\dfrac{V_1}{V_2}=\dfrac{12}{5}$.

---------- **HẾT** ----------

CHUYÊN QUANG TRUNG BÌNH PHƯỚC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho hình trụ có $R=3, h=2$ .Diện tích xung quanh của hình trụ là:
A. 6π. **B.** 2π. **C.** 18π. **D.** 12π.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{k}$ .Tọa độ $\vec{a}$ là
A. $(1;0;2)$. **B.** $(1;0;-2)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;-2;0)$.

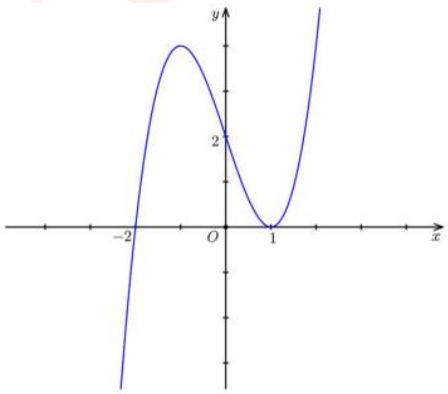
Câu 3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2$ và $y=x$ bằng
A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{125\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{125}{6}$.

Câu 4: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^2=9$. Giá trị của biểu thức $\log_3 a+2\log_3 b$ bằng
A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=x^{-3}$ là
A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $D=R\setminus\{0\}$. **D.** $D=R$.

Câu 6: Một hộp đựng 12 cây viết được đánh số từ 1 đến 12. Chọn ngẫu nhiên 2 cây. Xác suất để chọn được 2 cây có tích hai số là số chẵn
A. $\frac{6}{11}$. **B.** $\frac{17}{22}$. **C.** $\frac{5}{22}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ biết hàm số $y=f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Số giá trị $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-2022;12]$ để hàm số $y=f\left(-x^4+2x^2+m\right)$ có đúng 5 cực trị là:
A. 9. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 12.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình
A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)=2x-1$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^3}{3}-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2x-1+C$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

A. $x=9$. **B.** $x=7$. **C.** $x=10$. **D.** $x=8$.

Câu 11: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết $AB=AA'=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

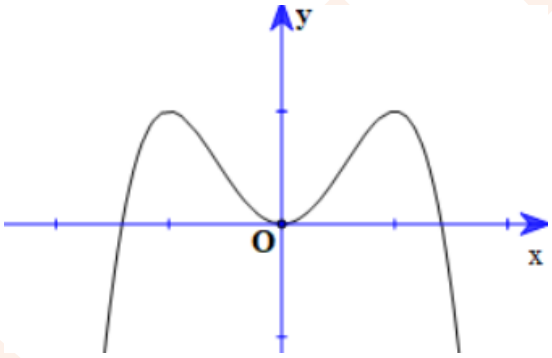
Câu 12: Khối nón có chiều cao h, đường tròn đáy bán kính R. Thể tích khối nón là

A. $\frac{h\pi R^2}{3}$. **B.** $h\pi R^2$. **C.** $\frac{h\pi R^2}{6}$. **D.** $\frac{hR^2}{3}$.

Câu 13: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=10^{-x}$ là

A. $10^{-x}\ln 10+C$. **B.** $\frac{10^{-x}}{\ln 10}+C$. **C.** $-10^{-x}+C$. **D.** $-\frac{10^{-x}}{\ln 10}+C$.

Câu 14: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 15: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2$, $y=-1$, $x=0$, $x=1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S=\int_0^1\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int_0^1\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_0^1\left(x^2+1\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_0^1\left|x^2-1\right|\mathrm{d}x$.

Câu 16: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA=1$, $OB=2$, $OC=3$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 6. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 17: Cho số phức z khác 0. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $z.\bar{z}$ là số thực. **B.** $z+\bar{z}$ là số thực. **C.** $\frac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo. **D.** $z-\bar{z}$ là số ảo.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=3$, công sai $d=-2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 6. **B.** -6. **C.** 5. **D.** 1.

Câu 19: Cho số phức $z=2-i$. Tính $|z|$

A. $|z|=3$. **B.** $|z|=2$. **C.** $|z|=\sqrt{5}$. **D.** $|z|=5$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Câu 21: Nếu $\int_0^2 f(x)dx=-2$ và $\int_3^2 f(x)dx=-1$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 22: Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. a^3. **B.** $9a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $27a^3$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(1-i)^2$ là điểm nào dưới đây

A. $(0;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $z=0$. **D.** $x+z=0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(x_0,y_0,z_0)$, $\vec{b}=(x_1,y_1,z_1)$. Toạ độ $[\vec{a},\vec{b}]$ là

A. $(y_0z_1-y_1z_0;x_0z_1-x_1z_0;x_0y_1-x_1y_0)$. **B.** $(y_0z_1-y_1z_0;-x_0z_1+x_1z_0;x_0y_1-x_1y_0)$.

C. $(y_0z_1+y_1z_0;x_0z_1+x_1z_0;x_0y_1+x_1y_0)$. **D.** $(y_0z_1-y_1z_0;-x_0z_1-x_1z_0;x_0y_1-x_1y_0)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y-z-4=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\overrightarrow{n_2}=(2;-3;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(2;3;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;3;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;3;1)$.

Câu 27: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{16}$.

Câu 28: Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

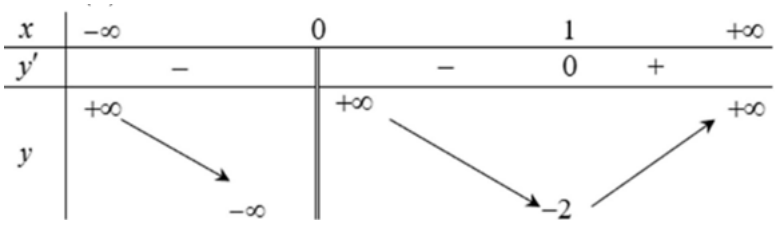
A. 4. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 29: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ nếu

A. $F'(x)=-f(x),\forall x\in(a;b)$. **B.** $f'(x)=-F(x),\forall x\in(a;b)$.

C. $f'(x)=F(x),\forall x\in(a;b)$. **D.** $F'(x)=f(x),\forall x\in(a;b)$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây **sai?**

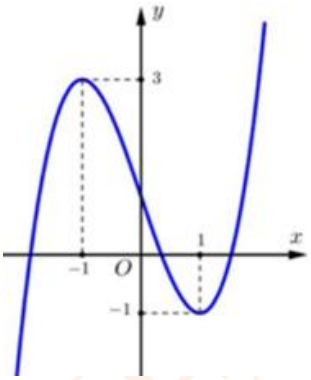
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 32: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)-\ln(2a)$ bằng

A. $\dfrac{\ln 5}{\ln 2}$.. **B.** $\ln(3a)$.. **C.** $\dfrac{\ln 5a}{\ln 2a}$.. **D.** $\ln\dfrac{5}{2}$..

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+y-2z+3=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;0;1)$ vuông góc với mặt phẳng (P) là

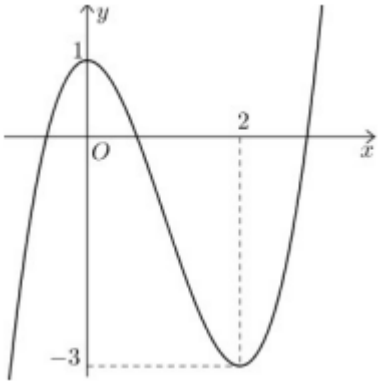
A. $\begin{cases} x=2+t \\ y=1+t \\ z=-2t \end{cases}$.. **B.** $\begin{cases} x=2-t \\ y=-t \\ z=1-2t \end{cases}$.. **C.** $\begin{cases} x=t \\ y=2-t \\ z=1-2t \end{cases}$.. **D.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=1-2t \end{cases}$..

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

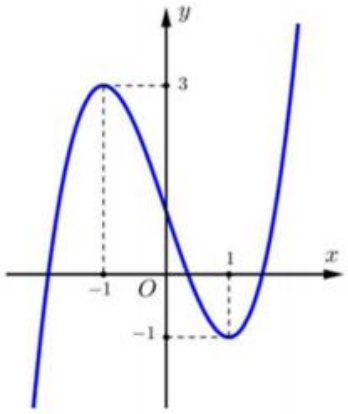
Câu 36: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2$?

A. Điểm $C(0;2)$. **B.** Điểm $A(1;0)$. **C.** Điểm $D(-2;0)$. **D.** Điểm $B(-1;1)$.

Câu 37: Cho số phức $z=3+i$. Số phức $\bar{z}$ là

A. $3-i$. **B.** $-3-i$. **C.** $-3+i$. **D.** $1-3i$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



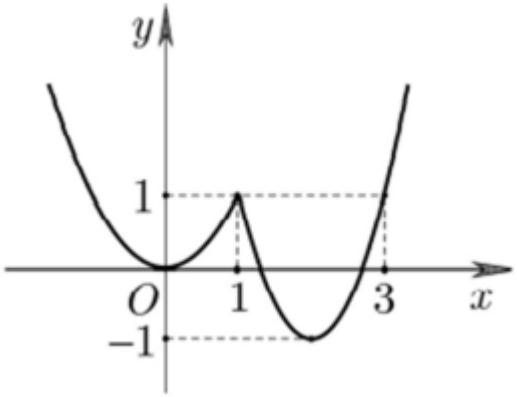
Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 39: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Góc giữa đường thẳng SA và BD là

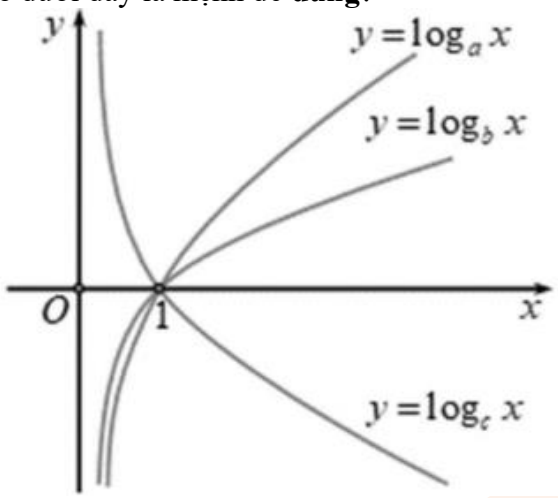
A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;2]$ là



A. 2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 41: Cho a,b,c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y=\log_a x, y=\log_b x, y=\log_c x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?



A. $a<b<c$. **B.** $b<c<a$. **C.** $c<a<b$. **D.** $c<b<a$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, $(S):x^2+y^2+(z-3)^2=1$. Đường thẳng Δ thay đổi cắt (S) tại M,N sao cho $MN=1$, $P=OM^2-ON^2$. Khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $d(O,\Delta)=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N}, a\le 10$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 11. **D.** 8.

Câu 43: Cho $z,w\in\mathbb{C}$, thoả $\dfrac{z}{|z|-z}-i\in\mathbb{R}$ và $|5w-7+i|=10$. Giá trị lớn nhất $P=\dfrac{|zw-|z||}{|z|}$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x-2m}{x+1}$. Gọi S là tập hợp các giá trị m nguyên sao cho $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]}\left|f(7\sin x)\right|=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 10. **B.** 3. **C.** 15. **D.** 6.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn bất phương trình $\left(\log_2^2 x-\log_2 x^3+2\right)\sqrt{32-2^x}\ge 0$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang vuông tại A,B có $AB=BC=\dfrac{AD}{2}=1$, $SA\perp(ABCD), AH\perp(SBD), (AH,(BCD))=45^o$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+(y-1)^2+(z+2)^2=2022$. Mặt phẳng (P) qua O cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính bé nhất. Khi đó điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng *(P)*.

A. $K(-2;0;3)$. **B.** $M(0;2;1)$. **C.** $Q(2;0;-1)$. **D.** $N(1;2;3)$.

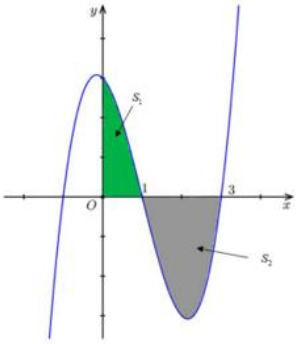
Câu 48: Gọi S là tập hợp các số nguyên dương x sao cho phương trình $z+\frac{m}{z}-2=0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z_0|=1$. Tổng các phần tử S bằng.

A. -2. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các số nguyên dương x sao cho tồn tại và có nhiều nhất 4 giá trị nguyên dương y thỏa bất phương trình $e^x+(1-2y)e^y \geq 2\sqrt{x^2+1}-\sqrt{4\left[y+\ln(2y-1)\right]^2+4}$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. S_1, S_2 tương ứng là diện tích phần hình tô đậm với $7S_1=2S_2=14$.



Giá trị $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} f(2x-1)dx+\int\limits_{1}^{3} f(x)dx$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 9

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2B	3A	4C	5C	6B	7B	8C	9A	10C	11C	12A	13D	14D	15A
16A	17C	18D	19C	20B	21D	22D	23B	24A	25B	26B	27A	28A	29D	30D
31A	32D	33D	34A	35C	36B	37A	38A	39D	40D	41C	42A	43B	44D	45B
46A	47B	48A	49C	50B										

Câu 1: Cho hình trụ có $R=3, h=2$ .Diện tích xung quanh của hình trụ là:

A. 6π. **B.** 2π. **C.** 18π. **D.** 12π.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S=2\pi Rh=2.\pi.2.3=12\pi$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=\vec{i}-2\vec{k}$ .Tọa độ $\vec{a}$ là

A. $(1;0;2)$. **B.** $(1;0;-2)$. **C.** $(1;2;0)$. **D.** $(1;-2;0)$.

Lời giải

Tọa độ của $\vec{a}$ $(1;0;-2)$.

Câu 3: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=x^2$ và $y=x$ bằng

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{125\pi}{6}$. **C.** $\frac{\pi}{6}$. **D.** $\frac{125}{6}$.

Lời giải

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x^2$ và $y=x$ là:

$$x=x^2 \Leftrightarrow x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$$

Diện tích hình phẳng $S=\int_0^1 \left|x^2-x\right|dx=\frac{1}{6}$.

Câu 4: Cho a và b là hai số thực dương thỏa mãn $ab^2=9$. Giá trị của biểu thức $\log_3 a+2\log_3 b$ bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $ab^2=9 \Rightarrow \log_3\left(ab^2\right)=\log_3 9 \Rightarrow \log_3 a+2\log_2 b=2$.

Câu 5: Tập xác định của hàm số $y=x^{-3}$ là

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $D=R\setminus\{0\}$. **D.** $D=R$.

Lời giải

Ta có -3 là số nguyên âm nên $x\neq 0$. Vậy $D=R\setminus\{0\}$.

Câu 6: Một hộp đựng 12 cây viết được đánh số từ 1 đến 12. Chọn ngẫu nhiên 2 cây. Xác suất để chọn được 2 cây có tích hai số là số chẵn

A. $\frac{6}{11}$. **B.** $\frac{17}{22}$. **C.** $\frac{5}{22}$. **D.** $\frac{5}{11}$.

Lời giải

Ta có không gian mẫu $n(\Omega)=C_{12}^2$.

Gọi A là biến cố "Chọn được hai cây có tích hai số là số chẵn"

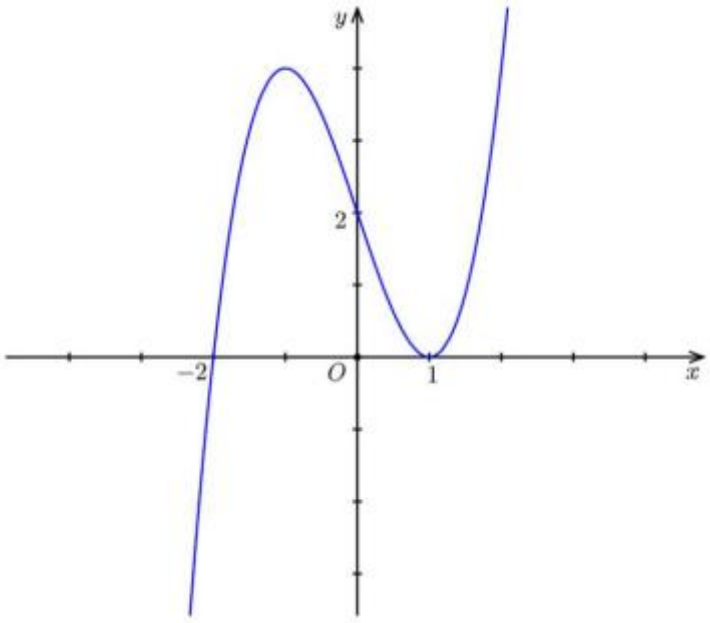
Trong 12 cây viết có 6 cây được đánh số chẵn, 6 cây được đánh số lẻ. Tích hai số là số chẵn nếu ít nhất có 1 cây mang số chẵn

$\Rightarrow n(A)=C_6^2+C_6^1C_6^1=51$

$\Rightarrow P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{17}{22}$.

Vậy xác suất để chọn được hai cây có tích hai số là số chẵn là $\dfrac{17}{22}$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ biết hàm số $y=f'(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Số giá trị $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-2022;12]$ để hàm số $y=f\left(-x^4+2x^2+m\right)$ có đúng 5 cực trị là:

A. 9. **B.** 15. **C.** 16. **D.** 12.

Lời giải

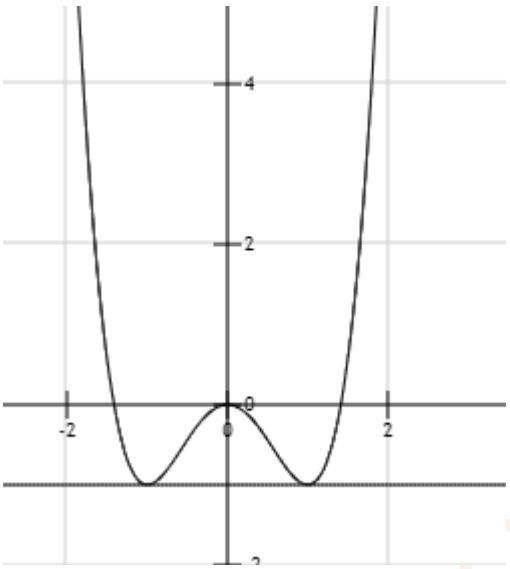
$y=f\left(-x^4+2x^2+m\right)\Rightarrow y'=\left(-4x^3+4x\right).f'\left(-x^4+2x^2+m\right).$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\-x^4+2x^2+m=-2\\-x^4+2x^2+m=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\m+2=x^4-2x^2\,(1)\\m-1=x^4-2x^2\,(2)\end{array}\right.$$

Các nghiệm (nếu có) của phương trình (2) là các nghiệm bội chẵn.

Hàm số $y=x^4-2x^2$ có $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$, $y'=0\Leftrightarrow x=0,x=\pm1$

Ta có $y(0)=0, y(\pm1)=-1$



Hàm số $y=f\left(-x^4+2x^2+m\right)$ có đúng 5 cực trị khi $m+2\geq 0\Leftrightarrow m\geq -2$.

Vì $m\in\mathbb{Z}$, $m\in[-2022;12]$ nên $m\in\{-2;-1;0;1;2;...12\}$.

Vậy số giá trị của m là 15.

Câu 8: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-2$.

Lời giải

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)=2x-1$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2-x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2x-1+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2-x+C$.

Câu 10: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1)=2$ là

A. $x=9$. **B.** $x=7$. **C.** $x=10$. **D.** $x=8$.

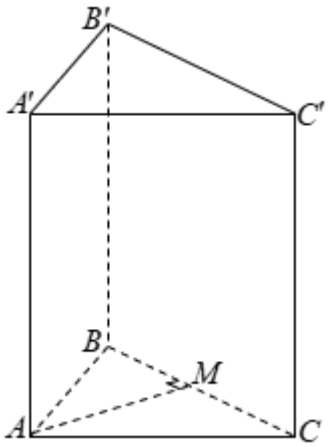
Lời giải

Ta có: $\log_3(x-1)=2\Leftrightarrow x-1=9\Leftrightarrow x=10$.

Câu 11: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$, biết $AB=AA'=a$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** a.

Lời giải



Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ (đường cao trong tam giác đều cạnh a)

Ta có: $AM \perp BC$ (do ΔABC đều)

Mặt khác: $AM \perp BB'$ (do lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đều)

Suy ra $AM \perp (BCC'B') \Rightarrow d(A,(BCC'B')) = AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 12: Khối nón có chiều cao h, đường tròn đáy bán kính R. Thể tích khối nón là

A. $\dfrac{h\pi R^2}{3}$. **B.** $h\pi R^2$. **C.** $\dfrac{h\pi R^2}{6}$. **D.** $\dfrac{hR^2}{3}$.

Lời giải

Khối nón có chiều cao h, đường tròn đáy bán kính R thì có thể tích là $V = \dfrac{1}{3}h\pi R^2 = \dfrac{h\pi R^2}{3}$.

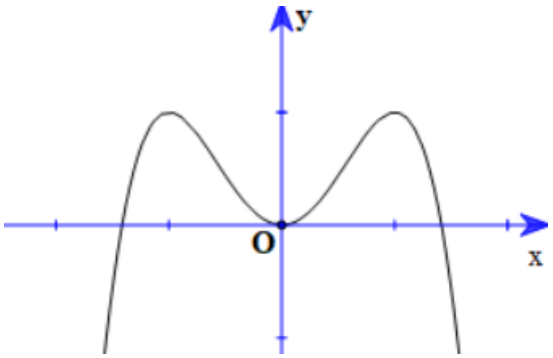
Câu 13: Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 10^{-x}$ là

A. $10^{-x}\ln 10 + C$. **B.** $\dfrac{10^{-x}}{\ln 10} + C$. **C.** $-10^{-x} + C$. **D.** $-\dfrac{10^{-x}}{\ln 10} + C$.

Lời giải

Ta có $\int 10^{-x}dx = -\dfrac{10^{-x}}{\ln 10} + C$.

Câu 14: Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y = x^4 - 2x^2$. **B.** $y = -x^3 + 3x$. **C.** $y = x^3 - 3x$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2$.

Lời giải

Từ hình vẽ ta thấy đồ thị của dạng hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $a<0$ nên chọn D.

Câu 15: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2$, $y=-1$, $x=0$, $x=1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S=\int_0^1\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

B. $S=\pi\int_0^1\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_0^1\left(x^2+1\right)^2\mathrm{d}x$.

D. $S=\pi\int_0^1\left|x^2-1\right|\mathrm{d}x$.

Lời giải

Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y=x^2$, $y=-1$, $x=0$, $x=1$ được tính bởi công thức $S=\int_0^1\left|x^2-(-1)\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left(x^2+1\right)\mathrm{d}x$.

Câu 16: Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA=1$, $OB=2$, $OC=3$. Thể tích khối tứ diện $OABC$ là

A. 1.

B. 2.

C. 6.

D. $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Thể tích khối tứ diện $OABC$ là $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}.1.2.3=1$ (đvtt).

Câu 17: Cho số phức z khác 0. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $z.\bar{z}$ là số thực.

B. $z+\bar{z}$ là số thực.

C. $\frac{z}{\bar{z}}$ là số thuần ảo.

D. $z-\bar{z}$ là số ảo.

Lời giải

Gọi $z=a+bi\ \ \left(a,\ b\in\mathbb{R};\ a^2+b^2\neq 0\right)\Rightarrow\bar{z}=a-bi$. Khi đó

+) $z.\bar{z}=(a+bi)(a-bi)=a^2+b^2$ là số thực. (Đúng)

+) $z+\bar{z}=a+bi+a-bi=2a$ là số thực. (Đúng)

+) $\frac{z}{\bar{z}}=\frac{a+bi}{a-bi}=\frac{(a+bi)^2}{(a-bi)(a+bi)}=\frac{a^2-b^2+2abi}{a^2+b^2}=\frac{a^2-b^2}{a^2+b^2}+\frac{2ab}{a^2+b^2}i$ là số thuần ảo. (Sai)

+) $z-\bar{z}=a+bi-(a-bi)=2bi$ là số ảo. (Đúng).

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=3$, công sai $d=-2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 6.

B. -6.

C. 5.

D. 1.

Lời giải

$u_2=u_1+d=3+(-2)=1$.

Câu 19: Cho số phức $z=2-i$. Tính $|z|$

A. $|z|=3$. **B.** $|z|=2$. **C.** $|z|=\sqrt{5}$. **D.** $|z|=5$.

Lời giải

Môđun số phức z là: $|z|=\sqrt{2^2+(-1)^2}=\sqrt{5}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1;-3;0)$ và bán kính bằng 2. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=2$. **B.** $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+(y-3)^2+z^2=2$.

Lời giải

Mặt cầu (S) có dạng: $(x-1)^2+(y+3)^2+z^2=4$.

Câu 21: Nếu $\int_0^2 f(x)dx=-2$ và $\int_3^2 f(x)dx=-1$ thì $\int_0^3 f(x)dx$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** -3. **D.** -1.

Lời giải

$$\int_3^2 f(x)dx=-1\Rightarrow\int_2^3 f(x)dx=1$$

$$\int_0^3 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx+\int_2^3 f(x)dx=-2+1=-1.$$

Câu 22: Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng

A. a^3. **B.** $9a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $27a^3$.

Lời giải

Thể tích của khối lập phương cạnh $3a$ bằng $V=(3a)^3=27a^3$.

Câu 23: Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z=(1-i)^2$ là điểm nào dưới đây

A. $(0;2)$. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;0)$.

Lời giải

Ta có: $z=(1-i)^2=-2i$.

Do đó điểm biểu diễn số phức z là $(0;-2)$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $z=0$. **D.** $x+z=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (Oxz) là $y=0$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=(x_0,y_0,z_0)$, $\vec{b}=(x_1,y_1,z_1)$. Toạ độ $[\vec{a},\vec{b}]$ là

A. $(y_0z_1-y_1z_0;x_0z_1-x_1z_0;x_0y_1-x_1y_0)$. **B.** $(y_0z_1-y_1z_0;-x_0z_1+x_1z_0;x_0y_1-x_1y_0)$.

C. $(y_0z_1+y_1z_0;x_0z_1+x_1z_0;x_0y_1+x_1y_0)$. **D.** $(y_0z_1-y_1z_0;-x_0z_1-x_1z_0;x_0y_1-x_1y_0)$.

Lời giải

Toạ độ $[\vec{a},\vec{b}]$ là $(y_0z_1-y_1z_0;-x_0z_1+x_1z_0;x_0y_1-x_1y_0)$.

Câu 26: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+3y-z-4=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\vec{n_2}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{n_3}=(2;3;-1)$. **C.** $\vec{n_1}=(2;3;1)$. **D.** $\vec{n_4}=(-2;3;1)$.

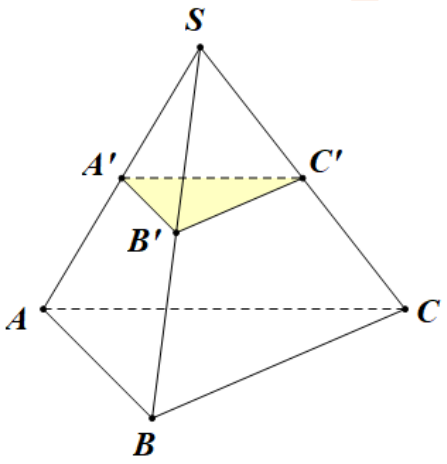
Lời giải

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n_3}=(2;3;-1)$.

Câu 27: Cho khối chóp $S.ABC$ có thể tích V. Các điểm A', B', C' tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SB, SC. Thể tích khối chóp $S.A'B'C'$ bằng

A. $\frac{V}{8}$. **B.** $\frac{V}{2}$. **C.** $\frac{V}{4}$. **D.** $\frac{V}{16}$.

Lời giải



Áp dụng định lý Sim-son ta có: $\frac{V_{SA'B'C'}}{V_{SABC}}=\frac{SA'}{SA}.\frac{SB'}{SB}.\frac{SC'}{SC}=\frac{1}{8}\Rightarrow V_{SA'B'C'}=\frac{V}{8}$.

Câu 28: Phần thực của số phức $z=4-2i$ bằng

A. 4. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 2.

Lời giải

Phần thực của số phức $z=4-2i$ là 4.

Câu 29: Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ nếu

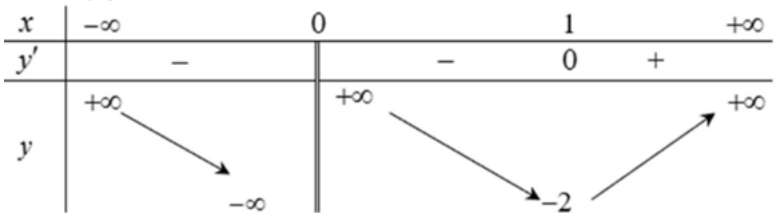
A. $F'(x)=-f(x),\forall x\in(a;b)$. **B.** $f'(x)=-F(x),\forall x\in(a;b)$.

C. $f'(x)=F(x),\forall x\in(a;b)$. **D.** $F'(x)=f(x),\forall x\in(a;b)$.

Lời giải

Hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên khoảng $(a;b)$ nếu $F'(x)=f(x)$, $\forall x\in(a;b)$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

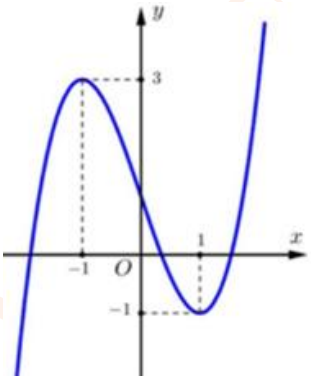
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có: Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;1)$ nên đáp án A,B,C đúng, đáp án D sai.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



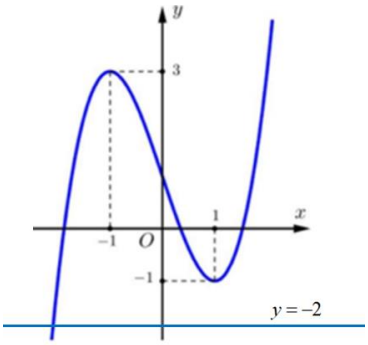
Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2\ (*)$.

Số nghiệm phương trình $(*)$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=-2$.



Dựa vào đồ thị ta có phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm.

Câu 32: Với a là số thực dương tùy ý, $\ln(5a)-\ln(2a)$ bằng

A. $\frac{\ln 5}{\ln 2}$.. **B.** $\ln(3a)$.. **C.** $\frac{\ln 5a}{\ln 2a}$.. **D.** $\ln\frac{5}{2}$.

Lời giải

Ta có $\ln(5a)-\ln(2a)=\ln\frac{5a}{2a}=\ln\frac{5}{2}$..

Câu 33: Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x+y-2z+3=0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;0;1)$ vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=-2t\end{cases}$.. **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=-t\\z=1-2t\end{cases}$.. **C.** $\begin{cases}x=t\\y=2-t\\z=1-2t\end{cases}$.. **D.** $\begin{cases}x=2+t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;1;-2)$.

Vì đường thẳng Δ vuông góc với (P) nên đường thẳng Δ có 1 vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_\Delta}=(1;1;-2)$.

Vậy phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;0;1)$ vuông góc với mặt phẳng (P) là

$\begin{cases}x=2+t\\y=t\\z=1-2t\end{cases}$..

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

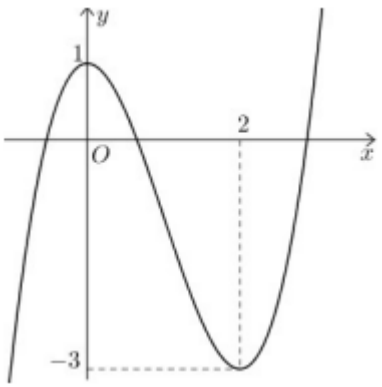
x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 2.

Lời giải

Vì hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và tại các giá trị $x=-1; x=0; x=2; x=4$ đạo hàm luôn đổi dấu nên hàm số đã cho có điểm 4 cực trị.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-3;1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số: Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ nên phương án đúng là đáp án C.

Câu 36: Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2$?

A. Điểm $C(0;2)$. **B.** Điểm $A(1;0)$. **C.** Điểm $D(-2;0)$. **D.** Điểm $B(-1;1)$.

Lời giải

Điểm $A(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số $y=x^3+x^2-2$.

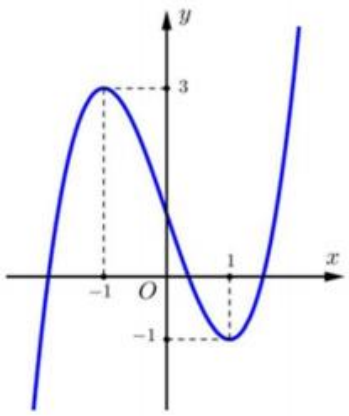
Câu 37: Cho số phức $z=3+i$. Số phức $\bar{z}$ là

A. $3-i$. **B.** $-3-i$. **C.** $-3+i$. **D.** $1-3i$.

Lời giải

Số phức $z=3+i$ có số phức $\bar{z}=3-i$.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ



Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

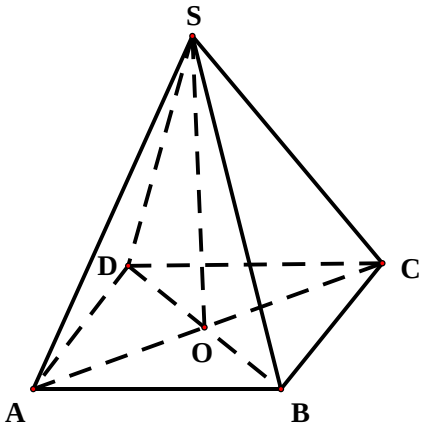
Số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(x)}$ là số nghiệm của PT: $f(x)=0$

Dựa vào ĐTHS ta thấy $y=f(x)$ cắt trục hoàn tại 3 điểm phân biệt, do đó PT: $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt

Câu 39: Cho hình chóp đều $S.ABCD$. Góc giữa đường thẳng SA và BD là

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 45^0. **D.** 90^0.

Lời giải

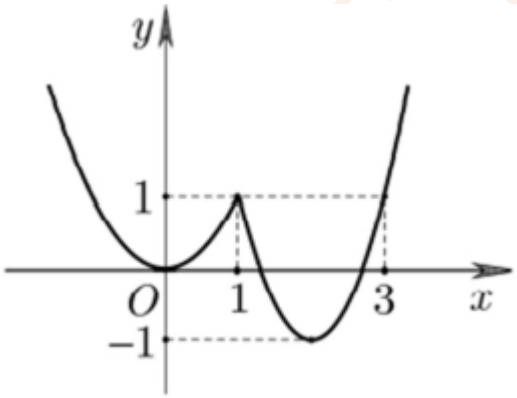


Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$

Ta có $BD \perp AC; BD \perp SO \Rightarrow BD \perp (SAC)$

Mà $SA \subset (SAC) \Rightarrow BD \perp SA$.

Câu 40: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;2]$ là

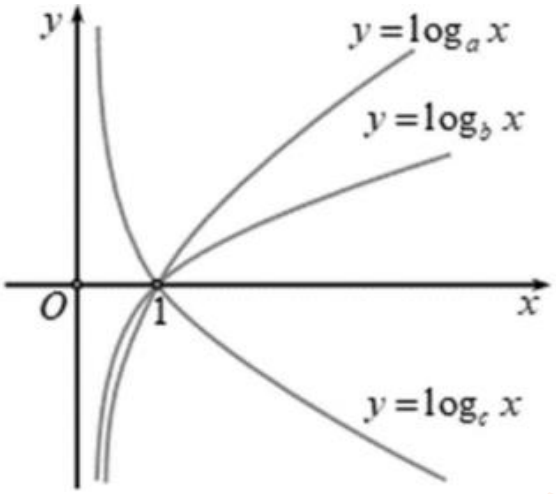


A. 2. **B.** −1. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có giá trị lớn nhất của hàm số trên $[0;2]$ là 1.

Câu 41: Cho a, b, c là ba số dương khác 1. Đồ thị các hàm số $y = \log_a x, y = \log_b x, y = \log_c x$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng**?



A. $a<b<c$. **B.** $b<c<a$. **C.** $c<a<b$. **D.** $c<b<a$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị, ta có $0<c<1;a>1;b>1$

và $\forall x>1;\log_a x>\log_b x$ nên $1<a<b$

Vậy $c<a<b$.

Câu 42: Trong không gian $Oxyz$, $(S):x^2+y^2+(z-3)^2=1$. Đường thẳng Δ thay đổi cắt (S) tại M,N sao cho $MN=1$, $P=OM^2-ON^2$. Khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $d(O,\Delta)=\dfrac{\sqrt{a}}{b}$ với $a,b\in\mathbb{N},a\le 10$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 11. **D.** 8.

Lời giải

(S) có tâm $I(0;0;3)$ và bán kính $R=1$

$OI=3$ và I nằm ngoài mặt cầu (S)

$P=OM^2-ON^2=\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IM}\right)^2-\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IN}\right)^2$

$=2.\overrightarrow{OI}.\left(\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right)=2.\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{NM}=2OI.MN.\cos\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{NM}\right)$

$P_{\min}=-2OI.MN=-6\Leftrightarrow\overrightarrow{NM}$ và $\overrightarrow{OI}$ ngược hướng

Khi đó: $d(O,\Delta)=d(I,\Delta)=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{MN}{2}\right)^2}=\sqrt{1^2-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$

Vậy: $a=3;b=2$ và $a+b=5$.

Câu 43: Cho $z,w\in\mathbb{C}$, thoả $\dfrac{z}{|z|-z}-i\in\mathbb{R}$ và $|5w-7+i|=10$. Giá trị lớn nhất $P=\dfrac{||zw|-|z||}{|z|}$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Lời giải

Ta có :

- $\frac{z}{|z|-z}-i\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 2i=\frac{z}{|z|-z}-\frac{\bar{z}}{|z|-\bar{z}}\Leftrightarrow 2i=\frac{z}{|z|-z}-\frac{|z|^2}{z.|z|-|z|^2}\Leftrightarrow 2i=\frac{|z|+z}{|z|-z}\Leftrightarrow \frac{|z|}{z}=\frac{3}{5}-\frac{4}{5}i$
- $P=\left|w-\frac{|z|}{z}\right|=MA$
- $M(w)$ thuộc đường tròn tâm $I\left(\frac{7}{5};-\frac{1}{5}\right)$, bán kính $R=2.$
- $A\left(\frac{|z|}{\bar{z}}\right)\Rightarrow A\left(\frac{3}{5};-\frac{4}{5}\right)$

Suy ra: $P_{\max}=IA+R=3$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=\frac{x-2m}{x+1}$. Gọi S là tập hợp các giá trị m nguyên sao cho $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]}\left|f(7\sin x)\right|=0$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 10. **B.** 3. **C.** 15. **D.** 6.

Lời giải

Đặt $t=7\sin x$

$x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]\Rightarrow t\in[0;7]$

$YCBT\Leftrightarrow \min\limits_{[0;7]}\left|f(t)\right|=0$

Ta có: $f(t)=\frac{t-2m}{t+1}$ luôn xác định trên $[0;7]$

+ Với $m=-\frac{1}{2}$ thì $f(t)=1\Rightarrow$ Loại $m=-\frac{1}{2}$

+ Với $m\neq-\frac{1}{2}$ thì ta có: $f(0)=-2m;\ f(7)=\frac{7-2m}{8}$. Ta xét các trường hợp sau:

TH1: $f(0).f(7)\le 0\Leftrightarrow -2m.\frac{7-2m}{8}\le 0\Leftrightarrow 0\le m\le\frac{7}{2}$

Khi đó: $\min\limits_{[0;7]}\left|f(t)\right|=0$

$\Rightarrow 0\le m\le\frac{7}{2}$ thỏa yêu cầu bài toán

Mà m nguyên nên $m\in\{0;1;2;3\}$

TH2: $f(0).f(7)>0 \Leftrightarrow -2m.\dfrac{7-2m}{8}>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>\dfrac{7}{2} \\ m<0 \end{array}\right.$

Khi đó: $\min\limits_{[0;7]}\left|f(t)\right|>0 \Rightarrow$ Không có giá trị m thỏa đề bài.

Do đó: $S=\{0;1;2;3\}$

Vậy tổng các phần tử của S bằng 6.

Câu 45: Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn bất phương trình $\left(\log_2^2 x-\log_2 x^3+2\right)\sqrt{32-2^x}\ge 0$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

$$\left(\log_2^2 x-\log_2 x^3+2\right)\sqrt{32-2^x}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x>0 \\ 32-2^x=0 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x>0 \\ 32-2^x>0 \\ \log_2^2 x-\log_2 x^3+2\ge 0 \end{array}\right. \end{array}\right.$$

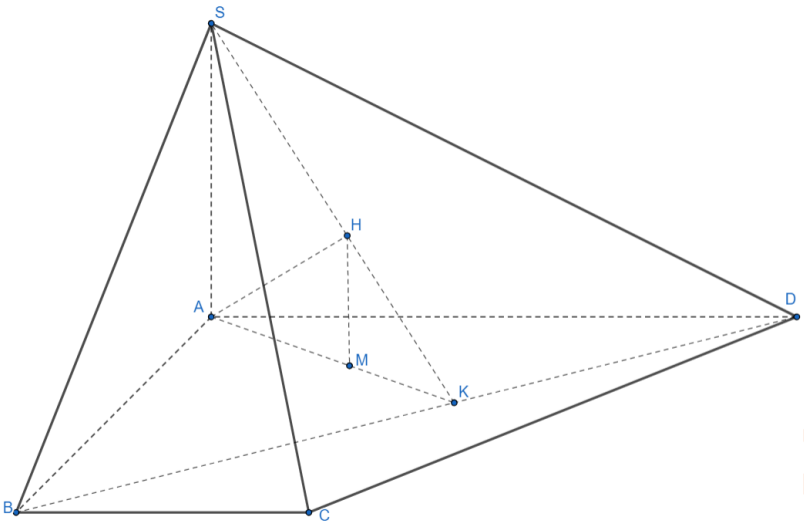
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ \left\{\begin{array}{l} x>0 \\ x<5 \\ \log_2^2 x-3\log_2 x+2\ge 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ \left\{\begin{array}{l} x>0 \\ x<5 \\ \left[\begin{array}{l} \log_2 x\le 1 \\ \log_2 x\ge 2 \end{array}\right. \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ 0<x\le 2 \\ 4\le x<5 \end{array}\right.$$

Vậy có bốn giá trị nguyên của x thoả mãn.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABCD$, đáy là hình thang vuông tại A,B có $AB=BC=\dfrac{AD}{2}=1$, $SA\perp(ABCD), AH\perp(SBD),(AH,(BCD))=45^o$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{10}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải



Kẻ $AK \perp BD\left(K \in BD\right)$. Từ A kẻ $AH \perp SK\left(H \in SK\right)$.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp SA \\ BD \perp AK \end{cases} \Rightarrow BD \perp \left(SAK\right) \Rightarrow BD \perp AH$. Lại có: $SK \perp AH \Rightarrow AH \perp \left(SBD\right)$.

Kẻ $HM \perp AK \Rightarrow HM // SA \Rightarrow HM \perp \left(ABCD\right)$.

Ta có: $\left(AH,\left(BCD\right)\right) = \left(AH,\left(ABCD\right)\right) = MAH = 45^o \Rightarrow SAH = 45^o \Rightarrow ASK = 45^o$.

Xét tam giác BAK vuông tại A đường cao AK ta có:

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow \frac{1}{AK^2} = \frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} \Rightarrow AK = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

Xét tam giác SAK vuông cân tại A ta có: $SA = AK = \frac{2}{\sqrt{5}}$.

Thể tích hình chóp $S.ABCD$ là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{2}{\sqrt{5}}.\frac{1}{2}.\left(1+2\right).1 = \frac{\sqrt{5}}{5}..$

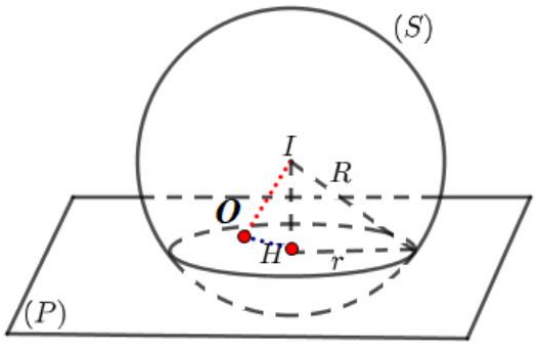
Câu 47: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right): x^2 + \left(y-1\right)^2 + \left(z+2\right)^2 = 2022$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ qua O cắt mặt cầu $\left(S\right)$ theo thiết diện là đường tròn có bán kính bé nhất. Khi đó điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng *(P)*.

A. $K\left(-2;0;3\right)$. **B.** $M\left(0;2;1\right)$. **C.** $Q\left(2;0;-1\right)$. **D.** $N\left(1;2;3\right)$.

Lời giải

Mặt cầu *(S)* có tâm $I\left(0;1;-2\right)$, bán kính $R = \sqrt{2022}$.

Ta có $OI = \sqrt{5} < R$ nên O ở phía trong mặt cầu *(S)*,nên mọi mp(*P*) qua O đều cắt mặt cầu (*S*) theo giao tuyến là đường tròn.



Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên mp(P), ta có bán kính đường tròn (C) giao tuyến của (S) với mp(P) là: $r=\sqrt{R^2-IH^2}\ge\sqrt{R^2-IO^2}$ (do $IH\le IO$)

Nên $\min r=\sqrt{R^2-IO^2}$ khi $H\equiv O$, khi đó $mp(P)\perp IO$ nên mp(P) qua O và có VTPT $\overrightarrow{OI}=(0;1;-2)$, suy ra phương trình mp(P) là: $y-2z=0$.

Ta có $M(0;2;1)\in mp(P)$, **chọn B.**

Câu 48: Gọi S là tập hợp các số nguyên dương x sao cho phương trình $z+\frac{m}{z}-2=0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z_0|=1$. Tổng các phần tử S bằng.

A. -2. **B.** -4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Điều kiện xác định của phương trình $z+\frac{m}{z}-2=0$ là: $z\ne 0$.

Khi đó: $z+\frac{m}{z}-2=0\Leftrightarrow z^2-2z+m=0$ (*), có: $\Delta'=1-m$.

Xét hai trường hợp:

1. Phương trình có nghiệm thực thỏa mãn $|z_0|=1$.

$\Leftrightarrow$ phương trình (*) nhận -1 hoặc 1 là nghiệm

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}(-1)^2-2.(-1)+m=0\\1^2-2.1+m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=1\end{array}\right.$$

2. Phương trình có nghiệm phức không thực thỏa mãn $|z_0|=1$.

$\Leftrightarrow$ phương trình (*) có hai nghiệm phức không thực z_1,z_2 là hai số phức liên hợp thỏa mãn $|z_1|^2=|z_2|^2=z_1z_2=1$.

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\Delta'=1-m<0\\z_1z_2=m=1\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\varnothing.$$

Suy ra $S=\{-3;1\}$.

Vậy tổng các phần tử S bằng -2.

Câu 49: Gọi S là tập hợp các số nguyên dương x sao cho tồn tại và có nhiều nhất 4 giá trị nguyên dương y thỏa bất phương trình $e^x+(1-2y)e^y \ge 2\sqrt{x^2+1}-\sqrt{4\left[y+\ln(2y-1)\right]^2+4}$. Số phần tử của S là

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 8.

Lời giải

Xét $\begin{cases} x\in\mathbb{Z}_+ \\ 2y-1>0 \\ y\in\mathbb{Z}_+ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in\mathbb{Z}_+ \\ y\in\mathbb{Z}_+ \end{cases}$

Ta có $e^x+(1-2y)e^y \ge 2\sqrt{x^2+1}-\sqrt{4\left[y+\ln(2y-1)\right]^2+4}$

$\Leftrightarrow e^x-2\sqrt{x^2+1} \ge e^{y+\ln(2y-1)}-2\sqrt{\left[y+\ln(2y-1)\right]^2+1}$

Xét hàm số $f(t)=e^t-2\sqrt{t^2+1}$, với $t\ge 1$

Có $f'(t)=e^t-\dfrac{2t}{\sqrt{t^2+1}}$,

$f''(t)=e^t-\dfrac{2}{\sqrt{t^2+1}(t^2+1)}>0,\ \forall t\ge 1 \Rightarrow f'(t)$ đồng biến trên $[1;+\infty)$

$\Rightarrow f'(t)\ge f'(1)>0,\ \forall t\ge 1$

Suy ra $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$

Bất phương trình $\Leftrightarrow x\ge y+\ln(2y-1)$

Xét hàm số $g(y)=y+\ln(2y-1),\ y\ge 1$.

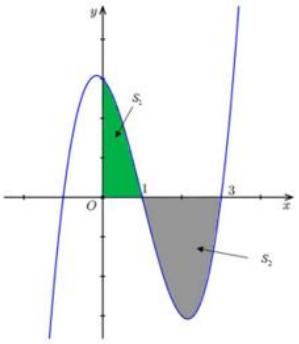
$g'(y)=1+\dfrac{2}{2y-1}=\dfrac{2y+1}{2y-1}>0,\ \forall y\ge 1$

y	1		5		$+\infty$
$g'(y)$		$+$		$+$	
$g(y)$	1	$\nearrow$	$5+\ln 9$	$\nearrow$	$+\infty$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 1\le x<5+\ln 9$. Mà $x\in\mathbb{Z}_+ \Rightarrow x\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Vậy có 7 giá trị nguyên dương x thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. S_1, S_2 tương ứng là diện tích phần hình tô đậm với $7S_1=2S_2=14$.



Giá trị $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 9

Lời giải

Ta có: $7S_1=2S_2=14\Rightarrow S_1=2;S_2=7$

Xét $I_1=\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x$

Đặt $t=2x-1\Rightarrow \dfrac{\mathrm{d}t}{2}=\mathrm{d}x$

Đổi cận: $x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow t=0$

$x=1\Rightarrow t=1$

Khi đó $I_1=\int\limits_{0}^{1} f\left(t\right)\dfrac{\mathrm{d}t}{2}=\dfrac{1}{2}\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}S_1=1$

$\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=-S_2=-7$

Do đó: $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3} f\left(x\right)\mathrm{d}x=1-7=-6$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN BIÊN HOÀ
HÀ NAM

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log(4x-6)=1$ là

A. $x=\frac{9}{2}$. **B.** $x=\frac{7}{4}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=5$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Câu 3: Mô đun của số phức $z=3-2i$ bằng

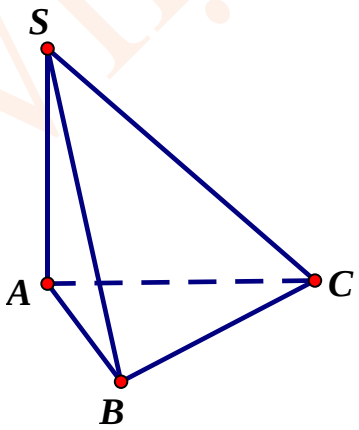
A. 5. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 13.

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 3x$

A. $\int \cos 3x dx=\sin 3x+C$. **B.** $\int \cos 3x dx=\frac{\sin 3x}{3}+C$.

C. $\int \cos 3x dx=-\frac{\sin 3x}{3}+C$. **D.** $\int \cos 3x dx=3\sin x+C$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC), SA=a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC=\sqrt{2}a$, $BC=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 6: Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu véc-tơ mà điểm đầu và điểm cuối là 6 điểm đã cho?

A. 30. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 36.

Câu 7: Tập xác định D của hàm số $y=(2-x)^{\frac{5}{9}}+\ln(x+2)$

A. $D=[-2;2]$. **B.** $D=(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $D=(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Câu 8: Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Câu 9: Cho số phức z thỏa mãn $|z|-z=1+3i$. Tính tích phần thực và phần ảo của z

A. 7. **B.** -12. **C.** -7. **D.** 12.

Câu 10: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $4\pi rl$. **C.** πrl. **D.** $2\pi rl$.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1=3+2i$ và $z_2=3-i$. Số phức z_1+z_2 bằng

A. $6-i$. **B.** $6+i$. **C.** i. **D.** $6+3i$.

Câu 12: Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $a^{\frac{6}{7}}$. **B.** $a^{\frac{7}{6}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{5}{6}}$.

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=9$. Giá trị của tích phân $\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 27. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 1.

Câu 14: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{3\sin x+2}{\sin x+1}$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là

A. 2. **B.** $\frac{41}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 15: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $2a$, O là tâm của mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và CD bằng

A. a. **B.** $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\frac{a}{2}$.

Câu 16: Chi đoàn lớp 12 Toán có 30 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 18 đoàn viên nữ. Tính xác suất để khi chọn 3 đoàn viên thì có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{44}{203}$. **B.** $\frac{192}{203}$. **C.** $\frac{204}{1015}$. **D.** $\frac{11}{203}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;-x;1)$, $C(9;2;y)$. Khi A, B, C thẳng hàng, giá trị $x+y$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** -1.

Câu 18: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=5^x$, $y=0$, $x=-2$, $x=2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=2\pi\int_0^2 5^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int_{-2}^2 5^{2x}\mathrm{d}x$. **C.** $V=\int_{-2}^2 |5^x|\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_{-2}^2 25^x\mathrm{d}x$.

Câu 19: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(2+i)z-13i=1$

A. $|z|=\frac{5\sqrt{34}}{3}$. **B.** $|z|=\sqrt{34}$. **C.** $|z|=34$. **D.** $|z|=\frac{\sqrt{34}}{3}$.

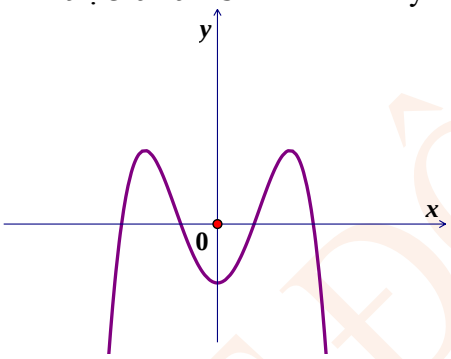
Câu 20: Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+x^2-3x+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Câu 21: Tìm phần ảo của số phức $z=4-3i$

A. -3. **B.** $-3i$. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 22: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



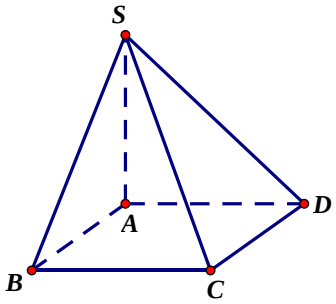
A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=-x^4+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$ và $\Delta_2:\frac{x-4}{3}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Δ_1 cắt Δ_2. **B.** Δ_1 trùng với Δ_2

C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. **D.** Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$



A. $3a^3$. **B.** $12a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+2y-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3(1;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_4(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}_2(2;2;-1)$. **D.** $\vec{n}_1(2;1;3)$.

Câu 26: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 8, diện tích xung quanh bằng 8π. Tính bán kính đáy R của hình nón đó.

A. $R=4$. **B.** $R=8$. **C.** $R=1$. **D.** $R=2$.

Câu 27: Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_7\dfrac{1+x}{4-x}$

A. $(-4;1)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-1;4)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$?

A. $N(-1;2;5)$. **B.** $Q(-1;2;-5)$. **C.** $P(-2;3;4)$. **D.** $M(1;2;5)$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=4, u_2=2$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 30: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x=6$ thì $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 3. **C.** 9. **D.** -3.

Câu 31: Một khối lăng trụ có diện tích đáy 4 và có thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng :

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 24. **C.** $\dfrac{3}{2}$. **D.** $\dfrac{9}{2}$.

Câu 32: Cho khối trụ có bán kính đáy $r=4$ và chiều cao $h=3$. Tính thể tích khối trụ đó.

A. 48π. **B.** 16π. **C.** $\dfrac{32\pi}{3}$. **D.** 8π.

Câu 33: Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $1;2;4;5;8$.

A. 120. **B.** 10. **C.** 24. **D.** 5.

Câu 34: Hàm số $y=x^3-3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 35: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$ là.

A. $y=3$. **B.** $y=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Câu 36: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3)>1$ là

A. $S=\left(3;\dfrac{10}{3}\right)$. **B.** $S=\left(\dfrac{10}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=[3;+\infty)$. **D.** $S=\left[\dfrac{10}{3};+\infty\right)$.

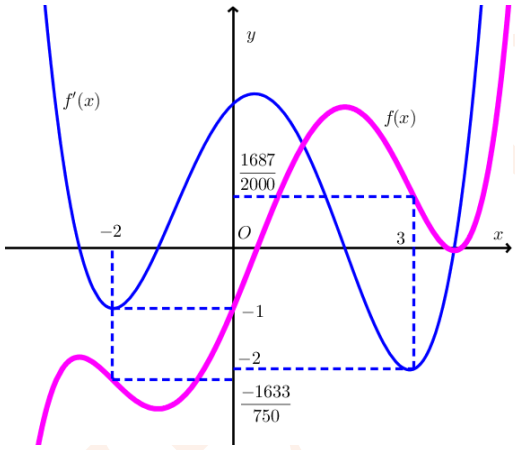
Câu 37: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\frac{1}{3}+\log_2 a$. **C.** $\frac{1}{3}\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

Câu 38: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

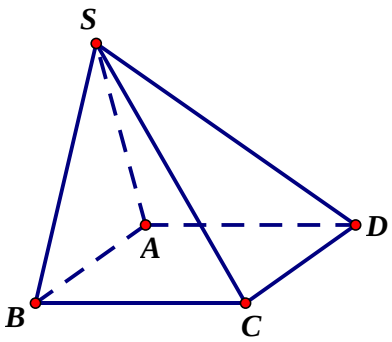
A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức và có đồ thị $f(x)$, $f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{2}x^4+(3+m^2)\frac{x^3}{3}-(m+1)x^2+4x+2022$ trên đoạn $[-2;3]$ không vượt quá 4044.



A. 32. **B.** 30. **C.** 31. **D.** 29.

Câu 40: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là



A. $V=\frac{1}{36}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{2}{3}a^3$. **D.** $V=\frac{a^3}{18}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z}{1}$; $d_2:\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$. Tìm phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB=\sqrt{29}$ và điểm A có hoành độ dương

A. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z-2}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y-4}{4}=\dfrac{z-3}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{4}=\dfrac{z+2}{-3}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-4}=\dfrac{z-2}{3}$.

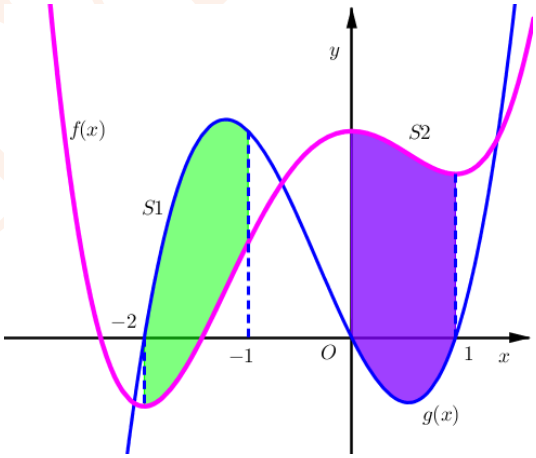
Câu 42: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-5;10]$ của bất phương trình: $2^{x^2+x}\left(3x^2-6x+6\right)\ge 7x^2-29x+34$.

A. 54. **B.** 40. **C.** 55. **D.** 41.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=xe^x,\forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2022$. Tính $\int_0^2\left[f(x)-2021\right]dx$.

A. 2. **B.** –6. **C.** –2. **D.** 6.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=ax^4+\dfrac{1}{3}x^3-x^2+bx+2$ và hàm số $g(x)=cx^3+dx^2-2x$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$) là các hàm số có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi $S_1;S_2$ là diện tích các hình phẳng tô màu trong hình vẽ, biết $S_1=\dfrac{97}{60}$. Tính S_2.



A. $\dfrac{143}{60}$. **B.** $\dfrac{133}{60}$. **C.** $\dfrac{153}{60}$. **D.** $\dfrac{163}{60}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=48$ và đường thẳng $(d):\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{\sqrt{2}}$. Điểm $M(a;b;c)$ $(a>0)$ nằm trên đường thẳng (d) sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA,MB,MC đến mặt cầu (S) thỏa mãn $AMB=60°$, $BMC=90°$ và $CMA=120°$. Tính $Q=a+b-c$.

A. $Q=6-4\sqrt{2}$. **B.** $Q=10+4\sqrt{2}$. **C.** $Q=9+4\sqrt{2}$. **D.** $Q=9-4\sqrt{2}$.

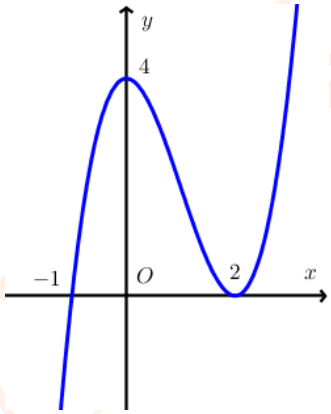
Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB=BC=3a$, góc $SAB=SCB=90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $108\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $6\pi a^3$. **D.** $36\pi a^2$.

Câu 47: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|(z_1-2-i)(2+2\sqrt{3}i)\right|=\left|(z_1-\overline{z_1})(\sqrt{3}-i)\right|$ và $|z_2+i|=|z_2+1+2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1-z_2|$ bằng:

A. $\sqrt{7}$ **B.** $2\sqrt{6}$ **C.** $\frac{34}{5}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=(x+1)(x-2)^2$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y=|x-2|.(x^2-x-2)$.



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_5(x^2+y)\geq\log_4(x+y)$?

A. 37. **B.** 38. **C.** 40. **D.** 36.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương a để phương trình $z^2-(a+3)z+a^2-a=0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

----------**Hết**----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.C	3.B	4.B	5.D	6.A	7.C	8.D	9.B	10.C
11.B	12.B	13.C	14.A	15.A	16.B	17.D	18.D	19.B	20.C
21.A	22.C	23.D	24.C	25.C	26.C	27.D	28.A	29.D	30.B
31.C	32.A	33.A	34.A	35	36.A	37.A	38.D	39.B	40.D
41.B	42.B	43.A	44.B	45.A	46.B	47.D	48.C	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Nghiệm của phương trình $\log(4x-6)=1$ là

A. $x=\frac{9}{2}$. **B.** $x=\frac{7}{4}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=5$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log(4x-6)=1 \Leftrightarrow 4x-6=10 \Leftrightarrow x=4$.

Câu 2: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-1;-2;-3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(-1;2;3)$. **D.** $(1;-2;-3)$.

Lời giải

Chọn C

Tâm của (S) có tọa độ là $I(-1;2;3)$.

Câu 3: Mô đun của số phức $z=3-2i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** 13.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z|=\sqrt{3^2+(-2)^2}=\sqrt{13}$.

Câu 4: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos 3x$

A. $\int \cos 3x\mathrm{d}x=\sin 3x+C$. **B.** $\int \cos 3x\mathrm{d}x=\frac{\sin 3x}{3}+C$.

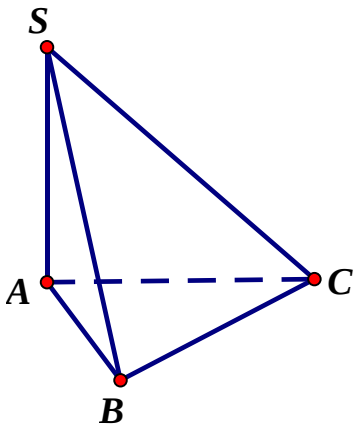
C. $\int \cos 3x\mathrm{d}x=-\frac{\sin 3x}{3}+C$. **D.** $\int \cos 3x\mathrm{d}x=3\sin x+C$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int \cos 3x\mathrm{d}x=\frac{\sin 3x}{3}+C$.

Câu 5: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC), SA=a\sqrt{3}$, tam giác ABC vuông tại B có $AC=\sqrt{2}a$, $BC=a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn D

Vì $\begin{cases} SB \cap (ABC) = B \\ SA \perp (ABC) \end{cases} \Rightarrow (SB,(ABC)) = SBA$

Xét tam giác ABC vuông tại B có: $AB = \sqrt{AC^2 - BC^2} = \sqrt{2a^2 - a^2} = a$

Xét tam giác SBA vuông tại A có $\tan SBA = \dfrac{SA}{AB} = \dfrac{a\sqrt{3}}{a} = \sqrt{3} \Rightarrow SBA = 60°$.

Vậy $(SB,(ABC)) = SBA = 60°$.

Câu 6: Cho 6 điểm phân biệt trên mặt phẳng. Hỏi có bao nhiêu véc-tơ mà điểm đầu và điểm cuối là 6 điểm đã cho?

A. 30. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 36.

Lời giải

Chọn A.

Số vectơ có điểm đầu và điểm cuối tạo từ 6 điểm đã cho là $A_6^2 = 30$.

Câu 7: Tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{5}{9}} + \ln(x+2)$

A. $D = [-2;2]$. **B.** $D = (-\infty;-2) \cup (2;+\infty)$.

C. $D = (-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2] \cup [2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định D của hàm số $y = (2-x)^{\frac{5}{9}} + \ln(x+2)$ là $D = (-2;2)$.

Câu 8: Cho mặt cầu có diện tích bằng $16\pi a^2$. Khi đó, bán kính mặt cầu bằng

A. $\sqrt{2}a$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}a$. **D.** $2a$.

Lời giải

Chọn D

Có $4\pi R^2 = 16\pi a^2 \Leftrightarrow R = 2a$.

Câu 9: Cho số phức z thỏa mãn $|z| - z = 1 + 3i$. Tính tích phần thực và phần ảo của z

A. 7. **B.** -12.

C. -7. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B

Gọi $z = x + yi \ (x, y \in \mathbb{R})$.

$$|z| - z = 1 + 3i = \sqrt{x^2 + y^2} - x - yi = 1 + 3i \Leftrightarrow \begin{cases} \sqrt{x^2 + y^2} - x = 1 \\ y = -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -3 \end{cases} \Rightarrow x.y = -3.4 = -12.$$

Câu 10: Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng

A. $\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $4\pi rl$.

C. πrl. **D.** $2\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón có độ dài đường sinh l và bán kính đáy r bằng πrl.

Câu 11: Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$ và $z_2 = 3 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. $6 - i$. **B.** $6 + i$. **C.** i. **D.** $6 + 3i$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $z_1 + z_2 = (3 + 2i) + (3 - i) = 6 + i$

Câu 12: Cho a là một số thực dương, biểu thức $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a}$ viết dưới dạng lũy thừa với số mũ hữu tỷ là

A. $a^{\frac{6}{7}}$. **B.** $a^{\frac{7}{6}}$. **C.** $a^{\frac{4}{3}}$. **D.** $a^{\frac{5}{6}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $a^{\frac{2}{3}}\sqrt{a} = a^{\frac{2}{3}}.a^{\frac{1}{2}} = a^{\frac{7}{6}}$

Câu 13: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x = 9$. Giá trị của tích phân $\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 27. **B.** 3. **C.** 18. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 3x \Rightarrow dt = 3dx$.

$$\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_0^6 f(t)\,dt = \frac{1}{3}\int_0^6 f(x)\,dx = 3$$

Câu 14: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3\sin x+2}{\sin x+1}$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là

A. 2. **B.** $\dfrac{41}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

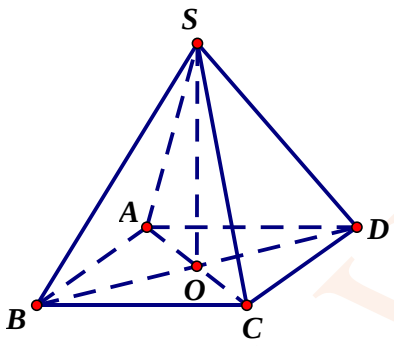
Đặt $t=\sin x, t\in[0;1]$.

Khi đó $y=\dfrac{3t+2}{t+1}\Rightarrow y'=\dfrac{1}{(t+1)^2}>0$. Suy ra hàm số đồng biến trên $[0;1]$.

$\underset{[0;1]}{Min}\, y=y(0)=2$.

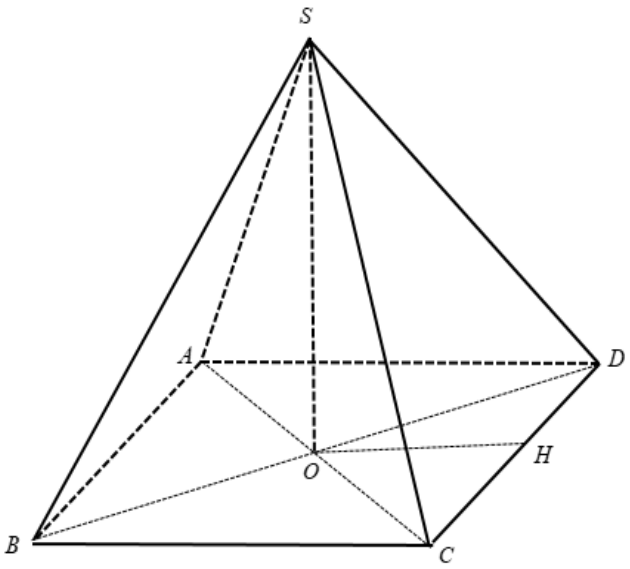
Câu 15: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh đáy bằng $2a$, O là tâm của mặt đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và CD bằng

A. a. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}a}{2}$. **C.** $\sqrt{2}a$. **D.** $\dfrac{a}{2}$.



Lời giải

Chọn A



Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD)$. Kẻ $OH \perp CD \Rightarrow H$ là trung điểm CD.

$SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OH \Rightarrow OH$ là đoạn vuông góc chung của SO và CD.

$d(SO;CD) = OH = \frac{1}{2}BC = a$.

Câu 16: Chi đoàn lớp 12 Toán có 30 đoàn viên trong đó có 12 đoàn viên nam và 18 đoàn viên nữ. Tính xác suất để khi chọn 3 đoàn viên thì có ít nhất 1 đoàn viên nữ.

A. $\frac{44}{203}$. **B.** $\frac{192}{203}$. **C.** $\frac{204}{1015}$. **D.** $\frac{11}{203}$.

Lời giải

Chọn B

Chọn 3 đoàn viên từ 30 đoàn viên có số cách là $C_{30}^3 \Rightarrow n(\omega) = C_{30}^3$.

Gọi biến cố A " Trong 3 đoàn viên được Chọn Có ít nhất 1 đoàn viên nữ".

$\Rightarrow n(A) = C_{18}^1.C_{12}^2 + C_{18}^2.C_{12}^1 + C_{18}^3$

$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(\omega)} = \frac{C_{18}^1.C_{12}^2 + C_{18}^2.C_{12}^1 + C_{18}^3}{C_{30}^3} = \frac{192}{203}$.

Câu 17: Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $A(3;5;-1)$, $B(7;-x;1)$, $C(9;2;y)$. Khi A, B, C thẳng hàng, giá trị $x+y$ bằng

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** −1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AC} = (6;-3;y+1)$; $\overrightarrow{BC} = (2;2+x;y-1)$.

Để A, B, C thẳng hàng thì $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{BC}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{BC}$

$\Rightarrow \begin{cases} 6 = k.2 \\ -3 = k.(2+x) \\ y+1 = k.(y-1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k = 3 \\ x = -3 \\ y = 2 \end{cases}$.

$\Rightarrow x + y = -1$.

Câu 18: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = 5^x$, $y = 0$, $x = -2$, $x = 2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = 2\pi\int_0^2 5^{2x}\,dx$. **B.** $V = \int_{-2}^2 5^{2x}\,dx$. **C.** $V = \int_{-2}^2 |5^x|\,dx$. **D.** $V = \pi\int_{-2}^2 25^x\,dx$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức $V=\pi\int\limits_{-2}^{2}\left(5^{x}\right)^{2}\mathrm{d}x=\pi\int\limits_{-2}^{2}25^{x}\mathrm{d}x$.

Câu 19: Tính môđun của số phức z thỏa mãn $(2+i)z-13i=1$

A. $|z|=\dfrac{5\sqrt{34}}{3}$. **B.** $|z|=\sqrt{34}$. **C.** $|z|=34$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{34}}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $(2+i)z-13i=1\Leftrightarrow z=3+5i$.

$\Rightarrow|z|=\sqrt{3^2+5^2}=\sqrt{34}$.

Câu 20: Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+x^2-3x+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $y'=x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

$y''=2x+2$.

$\Rightarrow y''(1)=4>0$

$y''(-3)=-4<0$

Vậy hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 21: Tìm phần ảo của số phức $z=4-3i$

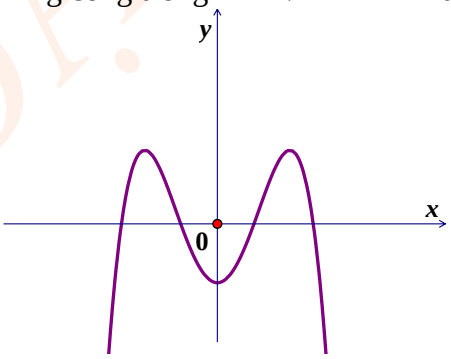
A. -3. **B.** $-3i$. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Phần ảo của số phức $z=4-3i$ bằng -3.

Câu 22: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$.

C. $y=-x^4+3x^2-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn C

+) Hình vẽ là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương nên loại đáp án A, **D.**

+) Từ đồ thị hệ suy số của x^4 nhỏ hơn 0 loại **B.**

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1:\begin{cases}x=-3+2t\\y=1-t\\z=-1+4t\end{cases}$ và $\Delta_2:\dfrac{x-4}{3}=\dfrac{y+2}{2}=\dfrac{z-4}{-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Δ_1 cắt Δ_2. **B.** Δ_1 trùng với Δ_2

C. Δ_1 và Δ_2 song song với nhau. **D.** Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Lời giải

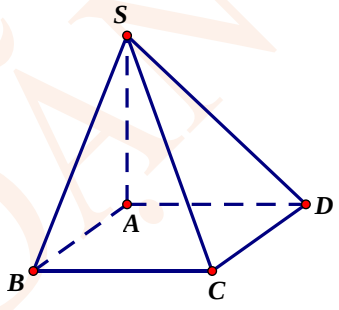
Chọn D

PT tham số của $\Delta_2:\begin{cases}x=4+3a\\y=-2+2a\\z=4-a\end{cases}\left(a\in\mathbb{R}\right)$.

Xét hệ phương trình: $\begin{cases}4+3a=-3+2t\\-2+2a=1-t\\4-a=-1+4t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3a-2t=-7\\2a+t=3\\a+4t=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\dfrac{1}{7}\\t=\dfrac{23}{7}\\a+4t=5\end{cases}$ (hệ vô nghiệm).

và $\overrightarrow{u_{\Delta_1}}\left(2;-1;4\right)$, $\overrightarrow{u_{\Delta_2}}\left(3;2;-1\right)$ không cùng phương nên Δ_1 và Δ_2 chéo nhau.

Câu 24: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=3a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$



A. $3a^3$. **B.** $12a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối chóp là: $V=\dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA=\dfrac{1}{3}\left(2a\right)^2.3a=4a^3$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+3=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P)?

A. $\vec{n}_3(1;-1;3)$. **B.** $\vec{n}_4(2;-1;3)$. **C.** $\vec{n}_2(2;2;-1)$. **D.** $\vec{n}_1(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn C

Một vectơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_2(2;2;-1)$

Câu 26: Cho hình nón có độ dài đường sinh bằng 8, diện tích xung quanh bằng 8π. Tính bán kính đáy R của hình nón đó.

A. $R=4$. **B.** $R=8$. **C.** $R=1$. **D.** $R=2$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón là $S_{xq}=8\pi \Leftrightarrow \pi.R.l=8\pi \Leftrightarrow R=1$.

Câu 27: Tìm tập xác định của hàm số $y=\log_7 \dfrac{1+x}{4-x}$

A. $(-4;1)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-4)\cup(1;+\infty)$. **D.** $(-1;4)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện xác định $\begin{cases}\dfrac{1+x}{4-x}>0\\ 4-x\neq 0\end{cases} \Leftrightarrow -1<x<4$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-1;4)$.

Câu 28: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$?

A. $N(-1;2;5)$. **B.** $Q(-1;2;-5)$. **C.** $P(-2;3;4)$. **D.** $M(1;2;5)$.

Lời giải

Chọn A

Nhận thấy đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z-5}{4}$ đi qua điểm $N(-1;2;5)$.

Câu 29: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=4, u_2=2$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\dfrac{u_2}{u_1}=\dfrac{2}{4}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 30: Nếu $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x = 6$ thì $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 3. **C.** 9. **D.** -3.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_0^5 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^5 f(x)\mathrm{d}x \Rightarrow \int_2^5 f(x)\mathrm{d}x = \int_0^5 f(x)\mathrm{d}x - \int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = 6-3 = 3$

Câu 31: Một khối lăng trụ có diện tích đáy 4 và có thể tích bằng 6 thì chiều cao bằng :

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 24. **C.** $\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Chiều cao khối lăng trụ là: $h = \frac{V}{S} = \frac{3}{2}$

Câu 32: Cho khối trụ có bán kính đáy $r = 4$ và chiều cao $h = 3$. Tính thể tích khối trụ đó.

A. 48π. **B.** 16π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** 8π.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ là: $V = \pi.r^2.h = 48\pi$

Câu 33: Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ các chữ số $1;2;4;5;8$.

A. 120. **B.** 10. **C.** 24. **D.** 5.

Lời giải

Chọn A

Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số $1;2;4;5;8$ là:

$5.4.3.2 = 120$ (số)

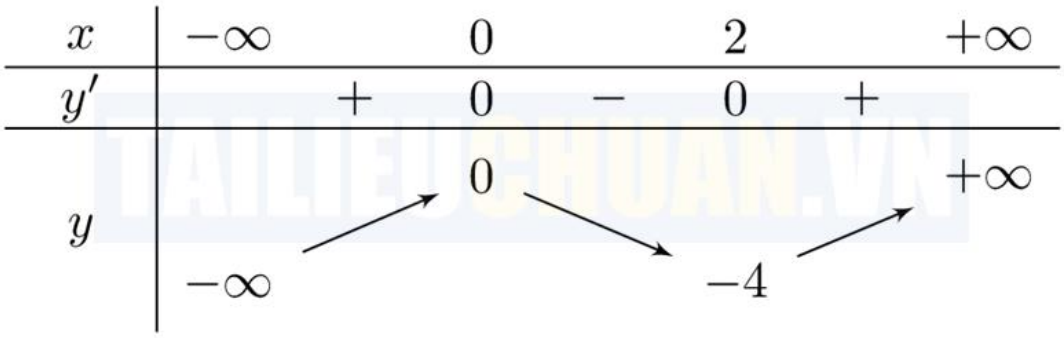
Câu 34: Hàm số $y = x^3 - 3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;2)$. **B.** $(-4;0)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y = x^3 - 3x^2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x$. Nên $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$. Bảng biến thiên:



Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 35: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$ là.

A. $y=3$. **B.** $y=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn A

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-5}{x-2}$ là $x=2$.

Câu 36: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{3}}(x-3)>1$ là

A. $S=\left(3;\dfrac{10}{3}\right)$. **B.** $S=\left(\dfrac{10}{3};+\infty\right)$. **C.** $S=[3;+\infty)$. **D.** $S=\left[\dfrac{10}{3};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$$\log_{\frac{1}{3}}(x-3)>1\Leftrightarrow\begin{cases}x-3>0\\x-3<\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow x\begin{cases}x>3\\x<\dfrac{10}{3}\end{cases}\Leftrightarrow 3<x<\frac{10}{3}.$$

Câu 37: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2 a^3$ bằng

A. $3\log_2 a$. **B.** $\dfrac{1}{3}+\log_2 a$. **C.** $\dfrac{1}{3}\log_2 a$. **D.** $3+\log_2 a$.

Lời giải

Chọn A

$\log_2 a^3=3\log_2 a$

Câu 38: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

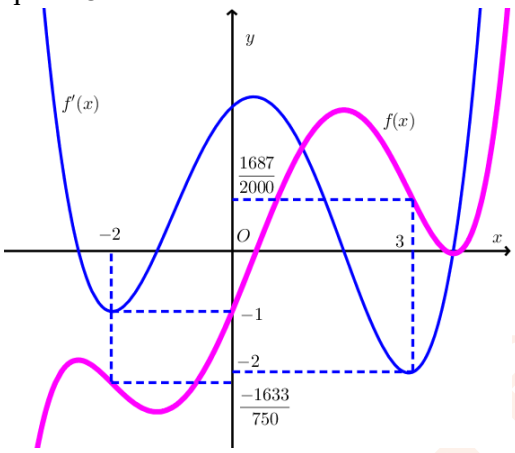
Lời giải

Chọn D

$y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ điều kiện: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy $D=(1;+\infty)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức và có đồ thị $f(x), f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $g(x)=f(x)+\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{2}x^4+(3+m^2)\frac{x^3}{3}-(m+1)x^2+4x+2022$ trên đoạn $[-2;3]$ không vượt quá 4044.



A. 32. **B.** 30. **C.** 31. **D.** 29.

Lời giải

Chọn B

Ta có

$$g'(x)=f'(x)+x^4-2x^3+(3+m)x^2-2(m+1)x+4$$
$$=f'(x)+(x^4-2x^3+3x^2-2x+3)+(mx-1)^2$$

Xét hàm $h(x)=x^4-2x^3+3x^2-2x+3$ trên $[-2;3]$.

$$h'(x)=4x^3-6x^2+6x-2=(2x-1)(2x^2-2x+2)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}.$$

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}h(x)=+\infty$ và $h'(x)$ đổi dấu qua $x=\frac{1}{2}$ nên $\min\limits_{[-2;3]}h(x)=h\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{41}{16}$.

Do vậy,

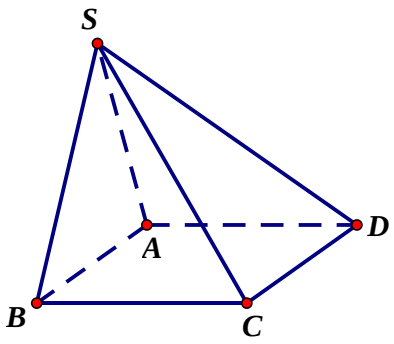
$$g'(x)=f'(x)+(x^4-2x^3+3x^2-2x+3)+(mx-1)^2\geq\frac{-1633}{750}+\frac{41}{16}=\frac{2311}{6000}>0,\forall x\in[-2;3].$$

Suy ra, hàm $g(x)$ đồng biến trên $[-2;3]$

$$\Rightarrow\max_{[-2;3]}g(x)=g(3)=\frac{1687}{2000}+\frac{381}{10}+2022+9m^2-9m\leq 4044\Leftrightarrow -14,35...\leq m\leq 15,35...$$

Vậy $m\in\{-14;-13;...;14;15\}$. Có 30 số nguyên.

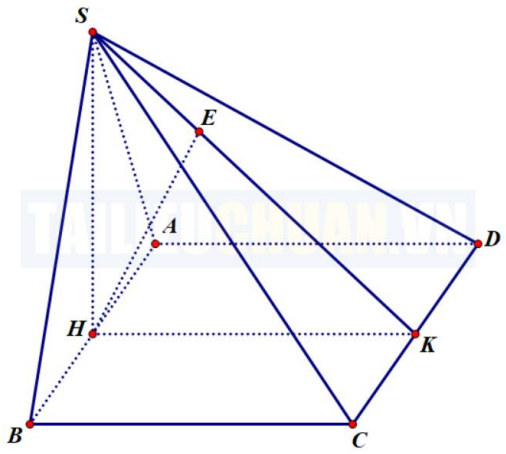
Câu 40: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Biết khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD) bằng $\frac{\sqrt{7}a}{7}$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ là



A. $V=\frac{1}{36}a^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}a^3$. **C.** $V=\frac{2}{3}a^3$. **D.** $V=\frac{a^3}{18}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi H,K lần lượt là trung điểm của AB,CD; E là hình chiếu của H lên SK.

Ta có $AB//CD\Rightarrow AB//(SCD)\Rightarrow d\left(A,(SCD)\right)=d\left(H,(SCD)\right)=HE=\frac{\sqrt{7}a}{7}$.

Ta có $SH\perp AB\Rightarrow SH\perp(ABCD)\Rightarrow \Delta SHK$ vuông tại H.

Đặt $AB=x\Rightarrow SH=\frac{x\sqrt{3}}{2}$.

HE là đường cao trong tam giác vuông SHK nên

$$\frac{1}{HE^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HK^2}\Rightarrow\frac{7}{a^2}=\frac{1}{x^2}+\frac{4}{3x^2}\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{3}a.$$

Vậy $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SH.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\frac{a}{2}.\frac{a^2}{3}=\frac{a^3}{18}$.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$; $d_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$. Tìm phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B sao cho $AB=\sqrt{29}$ và điểm A có hoành độ dương

A. $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z-2}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-3}{3}$.

C. $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{4}=\frac{z+2}{-3}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-4}=\frac{z-2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$A\in d_1\Rightarrow A(a-1;2a-2;a)$ $(x_A>0\Rightarrow a>1)$; $B\in d_2\Rightarrow B(2b+2;b+1;b+1)$.

$d//(P)\Rightarrow \overrightarrow{BA}(a-2b-3;2a-b-3;a-b-1)\perp \overrightarrow{n_{(P)}}(1;1;-2)\Leftrightarrow a-b-4=0\Leftrightarrow b=a-4$

$\Rightarrow \overrightarrow{BA}(5-a;1+a;3)$.

Do đó: $AB=\sqrt{29}\Leftrightarrow (a-5)^2+(a+1)^2+9=29\Leftrightarrow 2a^2-8a+6=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}a=1\ (ktm)\\a=3\ (tm)\end{array}\right.$.

Suy ra: $A(2;4;3)$; $\overrightarrow{BA}(2;4;3)$

Vậy: $d:\frac{x-2}{2}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-3}{3}$ (thỏa mãn)

Câu 42: Tính tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-5;10]$ của bất phương trình: $2^{x^2+x}\left(3x^2-6x+6\right)\geq 7x^2-29x+34$.

A. 54. **B.** 40. **C.** 55. **D.** 41.

Lời giải

Chọn B

$2^{x^2+x}\left(3x^2-6x+6\right)\geq 7x^2-29x+34\Leftrightarrow 2^{x^2+x-2}\left(12x^2-24x+24\right)\geq 7x^2-29x+34$ (1).

Đặt $a=12x^2-24x+24$; $b=7x^2-29x+34$ $(a,b>0)$. Suy ra: $x^2+x-2=\frac{a-b}{5}$. Thay vào (1) ta được: $2^{\frac{a-b}{5}}a\geq b\Leftrightarrow a.2^{\frac{a}{5}}\geq b.2^{\frac{b}{5}}\Leftrightarrow f(a)\geq f(b)$ (2), với $f(t)=t.2^{\frac{t}{5}}$ là hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Vậy $(2)\Leftrightarrow a\geq b\Rightarrow 12x^2-24x+24\geq 7x^2-29x+34\Leftrightarrow x^2+x-2\geq 0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\leq -2\\x\geq 1\end{array}\right.$.

Mà x nguyên thuộc đoạn $[-5;10]$ nên $x\in\{-5;-4;-3;-2;1;2;...;10\}$.

Vậy tổng các nghiệm nguyên thuộc đoạn $[-5;10]$ của bất phương trình đã cho là: 41.

Câu 43: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=xe^x, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(0)=2022$. Tính $\int_0^2 [f(x)-2021]dx$.

A. 2. **B.** -6. **C.** -2. **D.** 6.

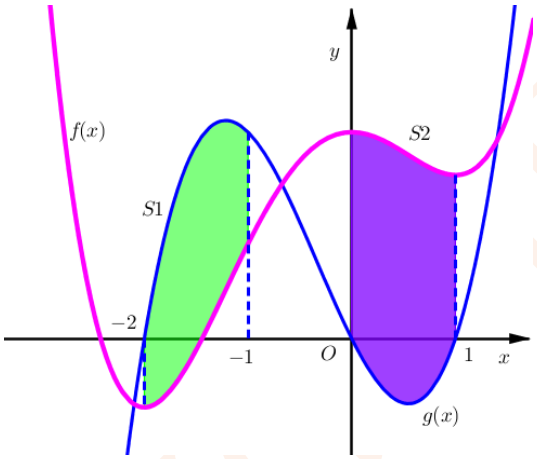
Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int xe^x\mathrm{d}x=xe^x-e^x+C$ và $f(0)=2022 \Rightarrow f(x)=xe^x-e^x+2021$

Khi đó $\int_0^2 [f(x)-2021]\mathrm{d}x=\int_0^2 (xe^x-e^x)\mathrm{d}x=2$.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)=ax^4+\frac{1}{3}x^3-x^2+bx+2$ và hàm số $g(x)=cx^3+dx^2-2x$ (với $a,b,c,d\in\mathbb{R}$) là các hàm số có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Gọi $S_1;S_2$ là diện tích các hình phẳng tô màu trong hình vẽ, biết $S_1=\frac{97}{60}$. Tính S_2.



A. $\frac{143}{60}$. **B.** $\frac{133}{60}$. **C.** $\frac{153}{60}$. **D.** $\frac{163}{60}$.

Lời giải

Chọn B

Ta thấy các nghiệm của phương trình $g(x)=0$ là các điểm cực trị của hàm số $f(x)$.

$$\Rightarrow f'(x)=kg(x)(k>0)\Rightarrow \begin{cases} 4a=kc \\ 1=kd \\ -2=-2k \\ b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a=c \\ d=1 \\ k=1 \\ b=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(x)=ax^4+\frac{1}{3}x^3-x^2+2 \\ g(x)=4ax^3+x^2-2x \end{cases}$$

Ta có $g(1)=0\Rightarrow a=\frac{1}{4}\Rightarrow f(x)-g(x)=\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-2x^2+2x+2$

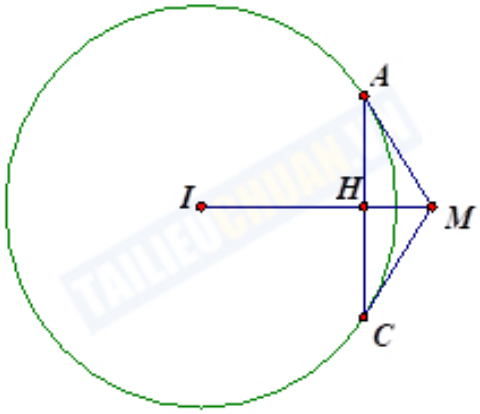
Khi đó $S_1=\int\limits_0^1\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{-1}\left(\frac{x^4}{4}-\frac{2x^3}{3}-2x^2+2x+2\right)\mathrm{d}x=\frac{133}{60}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=48$ và đường thẳng $(d):\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-3}{\sqrt{2}}$. Điểm $M(a;b;c)$ $(a>0)$ nằm trên đường thẳng (d) sao cho từ M kẻ được 3 tiếp tuyến MA,MB,MC đến mặt cầu (S) thỏa mãn $AMB=60°$, $BMC=90°$ và $CMA=120°$. Tính $Q=a+b-c$.

A. $Q=6-4\sqrt{2}$. **B.** $Q=10+4\sqrt{2}$. **C.** $Q=9+4\sqrt{2}$. **D.** $Q=9-4\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu (S) có tâm $I(-1;2;3)$ và bán kính $R=4\sqrt{3}$.

Gọi đường tròn (C) là giao tuyến của mặt phẳng (ABC) với mặt câu (S).

Đặt $MA=MB=MC=x\ (x>0)$.

Áp dụng định lý cosin trong ΔAMB và ΔCMA, ta có:

$AB^2=MA^2+MB^2-2MA.MB.\cos AMB=2x^2-2x^2\cos 60°=x^2\Rightarrow AB=x$.

$AC^2=MA^2+MC^2-2MA.MC.\cos AMC=2x^2-2x^2\cos 120°=3x^2\Rightarrow AC=x\sqrt{3}$.

Vì ΔBMC vuông tại M nên: $BC=\sqrt{MB^2+MC^2}=x\sqrt{2}$.

Mặt khác $AB^2+BC^2=x^2+\left(x\sqrt{2}\right)^2=3x^2=\left(x\sqrt{3}\right)^2=AC^2$ nên ΔABC vuông tại B.

Gọi H là trung điểm của AC thì H là tâm của đường tròn (C) và ba điểm H,I,M thẳng hàng.

Do $AMC=120°$ nên $AIC=60°$, suy ra ΔAIC đều và $AC=IA=IC=R=4\sqrt{3}$.

Suy ra $x\sqrt{3}=4\sqrt{3}\Rightarrow x=4$ và $IA=IM\cos 30°\Leftrightarrow IM=\frac{2IA}{\sqrt{3}}=\frac{2.4\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=8$.

Điểm $M\in d$ nên $M\left(-1+t;2+t;3+\sqrt{2}t\right)\Rightarrow IM^2=t^2+t^2+\left(\sqrt{2}t\right)^2=4t^2$.

Mà $IM^2 = 64 \Leftrightarrow 4t^2 = 64 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 4 \Rightarrow M\left(3;6;3+4\sqrt{2}\right) \\ t = -4 \Rightarrow M\left(-5;-2;3-4\sqrt{2}\right)(l) \end{array}\right.$

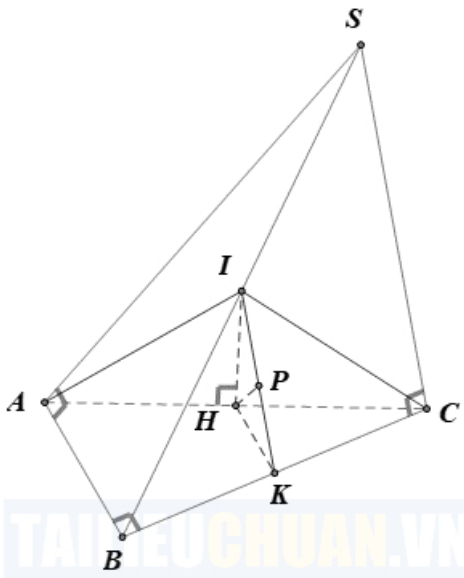
Vì $x_M > 0$ nên điểm cần tìm là $M\left(3;6;3+4\sqrt{2}\right)$, suy ra $Q = 6-4\sqrt{2}$.

Câu 46: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B, $AB = BC = 3a$, góc $SAB = SCB = 90°$ và khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích khối cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$ theo a.

A. $108\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $6\pi a^3$. **D.** $36\pi a^2$.

Lời giải

Chọn B



Gọi I, H lần lượt là trung điểm của cạnh SB và AC

Mặt khác, theo giả thiết ta có $\Delta SAB, \Delta SCB$ lần lượt là các tam giác vuông tại A và C

$\Rightarrow IA = IB = IC = IS$

$\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$

Mặt khác: ΔABC vuông tại $B \Rightarrow H$ là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

$\Rightarrow IH \perp (ABC)$

Ta có: $\dfrac{d\left(A;(SBC)\right)}{d\left(H;(SBC)\right)} = \dfrac{AC}{HC} = 2 \Rightarrow d\left(H;(SBC)\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Gọi K là trung điểm của cạnh $BC \Rightarrow HK \perp BC\,(HK // AB, AB \perp BC)$

Lại có: $BC \perp IH\,(IH \perp (ABC)) \Rightarrow BC \perp (IHK)$

Mặt khác: $BC \subset (SBC) \Rightarrow (SBC) \perp (IHK)$ theo giao tuyến IK

Trong (IHK), gọi $HP \perp IK \Rightarrow HP \perp (SBC)$ tại $P \Rightarrow HP = d\left(H;(SBC)\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{2}$

Xét $\Delta IHK: \dfrac{1}{HP^2} = \dfrac{1}{HI^2} + \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{HI^2} + \dfrac{1}{\frac{AB^2}{4}} \Rightarrow HI = \dfrac{3\sqrt{2}a}{2}$

Xét $\Delta IHB: IB = \sqrt{IH^2 + HB^2} = 3a = R$. Vậy $V = \dfrac{4}{3}\pi R^3 = 36\pi a^3$

Câu 47: Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|(z_1 - 2 - i)\left(2 + 2\sqrt{3}i\right)\right| = \left|\left(z_1 - \overline{z_1}\right)\left(\sqrt{3} - i\right)\right|$ và $|z_2 + i| = |z_2 + 1 + 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ bằng:

A. $\sqrt{7}$ **B.** $2\sqrt{6}$ **C.** $\dfrac{34}{5}$ **D.** $2\sqrt{2}$

Lời giải

Chọn D

Gọi $M(x;y)$ là điểm biểu diễn cho số phức z_1.

Từ giả thuyết, suy ra,

$\left|(z_1 - 2 - i)\right|.\left|\left(2 + 2\sqrt{3}i\right)\right| = \left|\left(z_1 - \overline{z_1}\right)\right|.\left|\left(\sqrt{3} - i\right)\right| \Leftrightarrow 2\left|(z_1 - 2 - i)\right| = \left|\left(z_1 - \overline{z_1}\right)\right|$

$\Leftrightarrow 2\left|(x-2) + (y-1)i\right| = |2yi| \Leftrightarrow (x-2)^2 + (y-1)^2 = y^2 \Leftrightarrow x^2 - 4x - 2y + 5 = 0$

Tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z_2 là parabol (P) có phương trình $y = \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + \dfrac{5}{2}$.

Gọi $N(a;b)$ là điểm biểu diễn cho số phức z_2.

Từ giả thuyết, suy ra $|z_2 + i| = |z_2 + 1 + 2i| \Leftrightarrow |a + (b+1)i| = |(a+1) + (b+2)i| \Leftrightarrow a^2 + (b+1)^2 = (a+1)^2 + (b+2)^2$

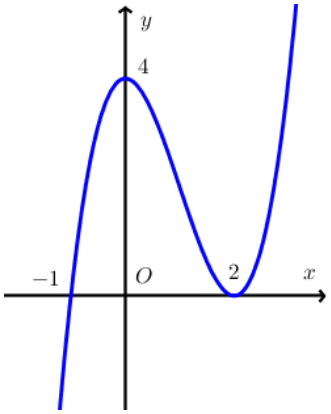
$2a + 2b + 4 = 0 \Leftrightarrow a + b + 2 = 0$. Suy ra tập hợp điểm biểu diễn cho số phức z_2 là đường thẳng có phương trình $a + b + 2 = 0$.

Khi đó $|z_1 - z_2| = MN$. Điểm $M \in (P) \Rightarrow M\left(x; \dfrac{1}{2}x^2 - 2x + \dfrac{5}{2}\right)$

Khoảng cách $MN_{\min} = d(M, \Delta)_{\min} = \dfrac{\left|x + \frac{1}{2}x^2 - 2x + \frac{5}{2} + 2\right|}{\sqrt{2}} = \dfrac{\frac{1}{2}x^2 - x + \frac{9}{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{1}{2}x^2 - x + \dfrac{9}{2}\right)$.

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $\dfrac{1}{\sqrt{2}}\left(\dfrac{1}{2}x^2 - x + \dfrac{9}{2}\right)$ bằng $2\sqrt{2}$, dấu "=" xảy ra khi $x = 1$.

Câu 48: Cho hàm số $f(x) = (x+1)(x-2)^2$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây đúng với hàm số $y = |x-2|.(x^2 - x - 2)$.



A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

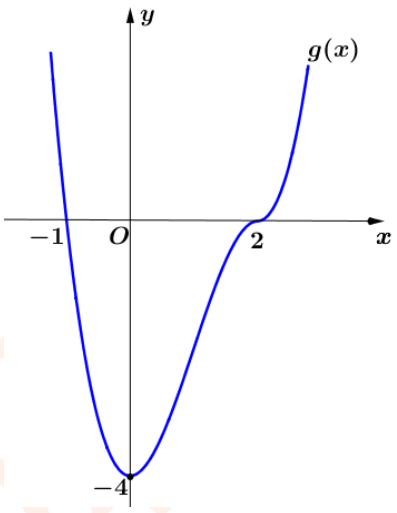
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=g(x)=|x-2|.\left(x^2-x-2\right)=\begin{cases}(x-2).\left(x^2-x-2\right) & khi\ x\geq 2\\ -(x-2).\left(x^2-x-2\right) & khi\ x<2\end{cases}$

Từ đó ta có đồ thị hàm số $g(x)$ như sau:



Từ đồ thị suy ra hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)\supset\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$

Do đó hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$.

Câu 49: Có bao nhiêu số nguyên x sao cho ứng với mỗi x có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn $\log_5\left(x^2+y\right)\geq\log_4(x+y)$?

A. 37. **B.** 38. **C.** 40. **D.** 36.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện $x+y>0$ và $x^2+y>0$. Khi đó

$\log_5\left(x^2+y\right)\geq\log_4\left(x+y\right)\Leftrightarrow x^2+y\geq 5^{\log_4(x+y)}\Leftrightarrow x^2+y\geq\left(x+y\right)^{\log_4 5}$

$\Leftrightarrow x^2-x\geq\left(x+y\right)^{\log_4 5}-\left(x+y\right)$ (1)

Đặt $t=x+y$ thì (1) được viết lại là $x^2-x\geq t^{\log_4 5}-t$ (2)

Với mỗi x nguyên cho trước có không quá 255 số nguyên y thỏa mãn bất phương trình (1)

Tương đương với bất phương trình (2) có không quá 255 nghiệm t.

Ta có hàm số $f(t)=t^{\log_4 5}-t$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ nên nếu $x^2-x>256^{\log_4 5}-256=369$ thì sẽ có ít nhất 256 nghiệm nguyên $t\geq 1$.

Do đó yêu cầu bài toán tương đương với $x^2-x\leq 369\Leftrightarrow -18\leq x\leq 19$ (do x nguyên).

Vậy có tất cả 38 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương a để phương trình $z^2-(a+3)z+a^2-a=0$ có 2 nghiệm phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1+z_2|=|z_1-z_2|$?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$z^2-(a+3)z+a^2-a=0$. $\Delta=-3a^2+10a+9$.

$\Delta\geq 0\Leftrightarrow -3a^2+10a+9\geq 0\Leftrightarrow\dfrac{5-2\sqrt{13}}{2}\leq a\leq\dfrac{5+2\sqrt{13}}{2}$.

Khi đó phương trình có 2 nghiệm $z_1=\dfrac{a+3-\sqrt{-3a^2+10a+9}}{2}$, $z_2=\dfrac{a+3+\sqrt{-3a^2+10a+9}}{2}$

$|z_1+z_2|=|z_1-z_2|\Leftrightarrow|3+a|=\left|\sqrt{-3a^2+10a+9}\right|\Leftrightarrow|3+a|=\left|\sqrt{-3a^2+10a+9}\right|$

$(3+a)^2=-3a^2+10a+9\Leftrightarrow 4a^2-4a=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=1\end{array}\right.$.

$a=1$ thỏa mãn.

$\Delta<0\Leftrightarrow -3a^2+10a+9<0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a>\dfrac{5+2\sqrt{13}}{2}\\a<\dfrac{5-2\sqrt{13}}{2}\end{array}\right.$.(1)

$$|z_1+z_2|=|z_1-z_2| \Leftrightarrow |3+a|=\left|i\sqrt{3a^2-10a-9}\right| \Leftrightarrow |3+a|=\left|i\sqrt{3a^2-10a-9}\right|$$

$$(3+a)^2=3a^2-10a-9 \Leftrightarrow a^2-8a-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=9 \end{array}\right.$$

$a=-1$ loại vì không phải là số nguyên dương, $a=9$ thỏa mãn (1).

Vậy có 2 giá trị

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN BIÊN HOÀ
HÀ NAM

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức $z=-2+3i$ được biểu diễn bởi điểm
A. $P(2;3)$. **B.** $N(-3;2)$. **C.** $Q(-2;3)$. **D.** $M(3;-2)$.

Câu 2. Tìm công thức sai:
A. $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$. **B.** $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$.
C. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C\ (0<a\neq 1)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;0;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;3;-4)$.
A. $x-3y-4z+13=0$. **B.** $x+3y-4z+13=0$.
C. $x+3y-4z+3=0$. **D.** $x+3y-4z-13=0$.

Câu 4. Có bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5$?
A. A_5^3. **B.** P_5. **C.** C_5^3. **D.** P_3.

Câu 5. Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{2}$ và $u_6=16$.
A. $q=\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=2$. **D.** $q=-\dfrac{1}{2}$.

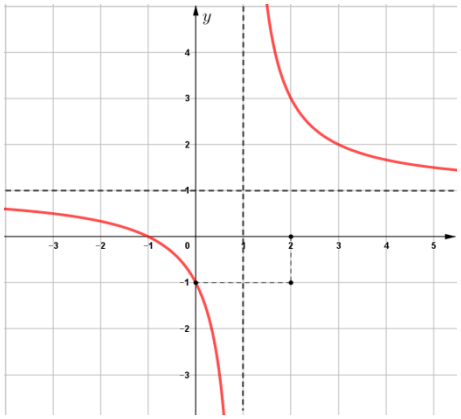
Câu 6. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?
A. $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$.
C. $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-3}{3x-1}$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z+5=0$. Hãy xác định tọa độ tâm I, bán kính R của mặt cầu?
A. $I(-1;2;3), R=3$. **B.** $I(1;-2;-3), R=3$. **C.** $I(1;-2;-3), R=9$. **D.** $I(-1;2;3), R=\sqrt{14}$.

Câu 8. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-2}$?
A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 9. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-1;\ \int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.
A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$.

Câu 11. Tính diện tích toàn phần của khối trụ có chiều cao $h=3\sqrt{6}$ và bán kính đáy $R=\sqrt{6}$?

A. $S_{tp}=24\pi$. **B.** $S_{tp}=48\pi$.

C. $S_{tp}=36\pi$. **D.** $S_{tp}=24\sqrt{6}\pi$.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $2\sqrt{3}$, chiều cao bằng 4. Tính thể tích khối lăng trụ?

A. 48. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2, SA=12, SA\perp(ABC)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. 8. **B.** 16. **C.** 24. **D.** 6.

Câu 14. Tính thể tích V của khối cầu có bán kính $R=2b$?

A. $V=\dfrac{16}{3}\pi b^3$. **B.** $V=\dfrac{8}{3}\pi b^3$. **C.** $V=\dfrac{32}{3}\pi b^3$. **D.** $S_{tp}=16\pi b^3$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-3\\z=2+3t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $(2;0;-3)$. **B.** $(1;-3;2)$. **C.** $(-2;0;-3)$. **D.** $(-2;-3;3)$.

Câu 16. Biết $\int_1^2 f(x)dx=2$ và $\int_1^2 g(x)dx=-6$, khi đó $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

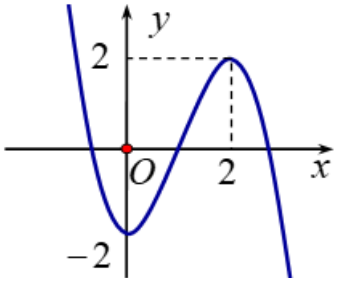
A. 8. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -8.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $M(-1;0;3)$, $N(1;-1;-2)$ và đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(Q):2x+y+z-2022=0$.

A. $-x-3y+z-4=0$. **B.** $-x-3y+z-2=0$.

C. $x-3y+z+2=0$. **D.** $x-3y+z-2=0$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=4\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. Tính độ dài của $\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}$

A. $\sqrt{74}$. **B.** $3\sqrt{6}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{42}$.

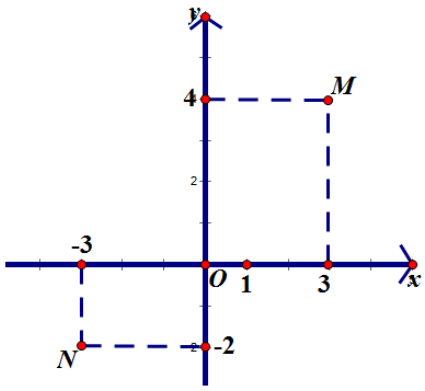
Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): x-4y-z-2=0$?

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-4+t \\ z=-1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=1-4t \\ z=-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+t \\ y=1-4t \\ z=-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1-t \\ y=1-4t \\ z=t \end{cases}$.

Câu 21. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số lẻ là:

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{1}{14}$.

Câu 22. Gọi z_1, z_1 lần lượt có điểm biểu diễn là M và N trên mặt phẳng phức ở hình bên. Tìm số phức $w=z_1-3\overline{z_2}$?



A. $w=12+10i$. **B.** $w=12-2i$. **C.** $w=10-6i$. **D.** $w=9-2i$.

Câu 23. Cho số phức z thoả mãn $(2-i)z=8+i$. Môđun của $z-(5-2i)$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Câu 24. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{1-\cos^2 x}$ là:

A. $F(x)=-\dfrac{\cos x}{\sin x}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{1}{\sin x}+C$. **C.** $F(x)=-\dfrac{1}{\sin x}+C$. **D.** $F(x)=\dfrac{1}{\sin^2 x}+C$.

Câu 25. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. $y=-x^3+x-1$. **B.** $y=\dfrac{3-x}{x+1}$. **C.** $y=x^4-x^2+3$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{2x-3}$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[1;+\infty)$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$?

A. $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$.

Câu 29. Cho hai số phức $z=(x-y+3)+(2y+1)i$, $z'=2x+(2x-y+5)i$. Ta có $z=z'$ khi

A. $x=-\dfrac{5}{3};y=\dfrac{4}{3}$. **B.** $x=1;y=3$. **C.** $x=1;y=2$. **D.** $x=\dfrac{5}{3};y=0$.

Câu 30. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-x}>2^{x-4}$ bằng

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$

Câu 31. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(x^2+x+1)=3$ khi đó x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 2

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $AB=a, AD=2a$, các cạnh bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng BC, SA?

A. 90^0. **B.** 120^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0

Câu 33. Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. 0. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x = 5$. Tính $P = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left[3f(x) - 2\sin x\right]\mathrm{d}x$.

A. $P = 13$. **B.** $P = 17$. **C.** $P = 7$. **D.** $P = 3$.

Câu 35. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 36. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên $[2;4]$ là:

A. $\underset{[2;4]}{Max}\, y = \dfrac{19}{3}$. **B.** $\underset{[2;4]}{Max}\, y = 6$. **C.** $\underset{[2;4]}{Max}\, y = \dfrac{11}{3}$. **D.** $\underset{[2;4]}{Max}\, y = 7$.

Câu 37. Cho $\log_a x = 2$, $\log_b x = 3$ với a, b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P = \log_{\frac{a}{b^2}} x$?

A. $P = 6$. **B.** $P = -6$. **C.** $P = \dfrac{1}{6}$. **D.** $P = -\dfrac{1}{6}$.

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA \perp (ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mp (SAC).

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

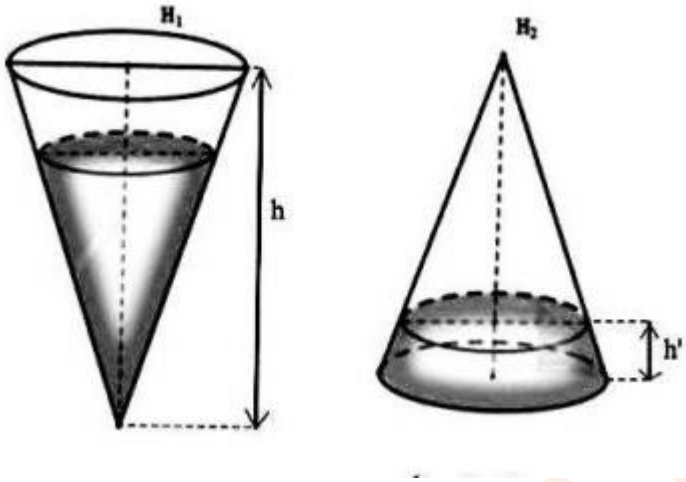
Câu 39. Gọi T là tổng các giá trị thực của tham số m để phương trình $4z^2 + 6z + 1 + 2m = 0$ có các nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính T

A. $\dfrac{15}{2}$. **B.** $\dfrac{-17}{2}$. **C.** $\dfrac{-19}{2}$. **D.** $\dfrac{-29}{2}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(3^{x+2} - \sqrt{3}\right)\left(3^x - 2m\right) < 0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 3281. **B.** 3283. **C.** 3280. **D.** 3279.

Câu 41. Một khối đồ chơi có dạng hình nón có chiều cao $h=40cm$ trong đó có chứa một lượng nước. Nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_1 thì chiều cao của nước bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao khối nón. Hỏi nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_2 thì chiều cao h' của nước gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $8,98$. **B.** $7,23$. **C.** $6,68$. **D.** $6,86$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=1\\z=2+t\end{cases}$ và mp $(Q):x+2y-z+2=0$. Gọi Δ' là đường thẳng đối xứng với Δ qua (Q). Hỏi Δ' đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2;0;-3)$. **B.** $(-2;-1;-3)$. **C.** $(2;-5;3)$. **D.** $(-1;-1;3)$.

Câu 43. Biết rằng $x\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $2f'(x)\cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{3\pi}{4}$, giá trị của $F(\pi)$ bằng:

A. $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $-\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $-\frac{5\pi}{2}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA\perp(ABCD)$, đáy là hình thoi cạnh a, $BAD=60^o$, góc giữa SA và mp(SBD) bằng 60^o. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Tính thể tích của khối tứ diện $SAGB$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{72}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

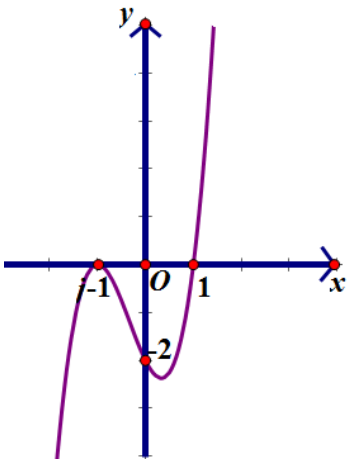
Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x)=3f(-x^4+4x^2-6)+2x^6-3x^4-12x^2$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z+1|+|z^2-z+4|$. Tính giá trị của biểu thức M^2-m^2

A. 45. **B.** 384. **C.** 85. **D.** 115.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\frac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-2x+2$?



A. $\frac{17\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{32\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{14\sqrt{3}}{5}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-12)^{2022}(x^2-2x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=f(x^2-2022x+2021m)$ có 3 điểm cực trị dương?

A. 4038. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2019.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z+5=0$ và 2 mặt cầu $(S_1):(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=1$, $(S_2):(x+4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Gọi $M,A(a,b,c),B$ lần lượt thuộc $(P),(S_1),(S_2)$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a-b+c$?

A. 3. **B.** –3. **C.** 1. **D.** –1.

Câu 50. Cho hàm số $f(x)=2022^x-2022^{-x}$.

Tìm số nguyên m lớn nhất để $f(m)+f(3m+2021)<0$.

A. –505. **B.** 505. **C.** –506. **D.** 506.

--- Hết ---

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3B	4A	5C	6B	7B	8C	9B	10B	11B	12B	13A	14C	15A
16A	17D	18B	19A	20C	21B	22B	23A	24C	25C	26B	27A	28B	29C	30D
31A	32D	33D	34A	35C	36D	37B	38B	39C	40C	41C	42C	43D	44D	45D
46D	47C	48B	49C	50C										

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, số phức $z=-2+3i$ được biểu diễn bởi điểm

A. $P(2;3)$. **B.** $N(-3;2)$. **C.** $Q(-2;3)$. **D.** $M(3;-2)$.

Lời giải

Số phức $z=-2+3i$ có điểm biểu diễn là Q có tọa độ $(-2;3)$.

Câu 2. Tìm công thức sai:

A. $\int \cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$. **B.** $\int \sin x\mathrm{d}x=\cos x+C$.

C. $\int \mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+C$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C\ (0<a\neq 1)$.

Lời giải

Ta có $\int \sin x\mathrm{d}x=-\cos x+C$ nên B sai.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1;0;3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;3;-4)$.

A. $x-3y-4z+13=0$. **B.** $x+3y-4z+13=0$.

C. $x+3y-4z+3=0$. **D.** $x+3y-4z-13=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua $M(-1;0;3)$ nhận $\vec{n}=(1;3;-4)$ là VTPT có dạng:

$(x+1)+3y-4(z-3)=0$

$\Leftrightarrow x+3y-4z+13=0$.

Câu 4. Có bao nhiêu số có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ các chữ số $1,2,3,4,5$?

A. A_5^3. **B.** P_5. **C.** C_5^3. **D.** P_3.

Lời giải

Mỗi số có ba chữ số khác nhau được tạo thành từ năm chữ số khác 0 đã cho là một chỉnh hợp chập 3 của 5 phần tử. Số các số được lập thành từ ba chữ số khác nhau từ các chữ số $1,2,3,4,5$ là A_5^3 số.

Câu 5. Tìm công bội q của một cấp số nhân (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{2}$ và $u_6=16$.

A. $q=\frac{1}{2}$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=2$. **D.** $q=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Ta có $u_6=u_1.q^5\Rightarrow 16=\frac{1}{2}.q^5\Leftrightarrow q=2$.

Câu 6. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y=\frac{-2x+3}{x+1}$. **B.** $y=\frac{3x+4}{x-1}$.

C. $y=\frac{4x+1}{x+2}$. **D.** $y=\frac{2x-3}{3x-1}$.

Lời giải

Phương án A: đồ thị cắt trục tung tại điểm $A(0;3)$ nên loại phương án A;

Phương án B: đồ thị cắt trục tung tại điểm $B(0;-4)$ nên phương án B thỏa mãn.

Phương án C: đồ thị cắt trục tung tại điểm $C\left(0;\frac{1}{2}\right)$ nên loại phương án C;

Phương án D: đồ thị cắt trục tung tại điểm $D(0;3)$ nên loại phương án D;

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z+5=0$. Hãy xác định tọa độ tâm I, bán kính R của mặt cầu?

A. $I(-1;2;3), R=3$. **B.** $I(1;-2;-3), R=3$. **C.** $I(1;-2;-3), R=9$. **D.** $I(-1;2;3), R=\sqrt{14}$.

Lời giải

Gọi $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu.

Ta có: $a=\frac{-2}{-2}=1$; $b=\frac{4}{-2}=-2$; $c=\frac{6}{-2}=-3$. Suy ra $I(1;-2;-3)$.

Bán kính mặt cầu: $R=\sqrt{(1)^2+(-2)^2+(-3)^2-5}=3$.

Vậy $I(1;-2;-3), R=3$.

Câu 8. Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x-2}$?

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\frac{x+2}{x-2}\right)=1\Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

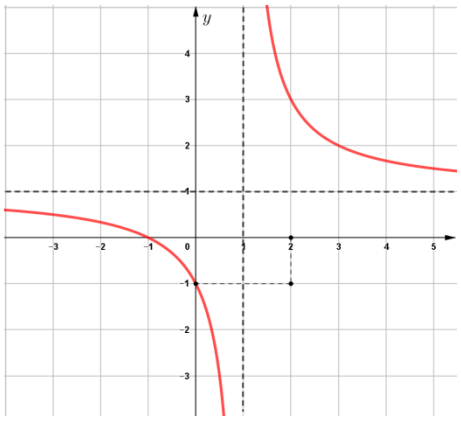
Câu 9. Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-1;\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Lời giải

Ta có: $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=-1+5=4$.

Câu 10. Đồ thị hàm số nào dưới đây có dạng như hình vẽ?



A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Từ hình vẽ, suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$, do đó ta loại hai đáp án **A** và **C.**

Mặt khác đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$, nên ta loại đáp án **D.**

Vậy đáp án đúng là đáp án **B.**

Câu 11. Tính diện tích toàn phần của khối trụ có chiều cao $h=3\sqrt{6}$ và bán kính đáy $R=\sqrt{6}$?

A. $S_{tp}=24\pi$. **B.** $S_{tp}=48\pi$.

C. $S_{tp}=36\pi$. **D.** $S_{tp}=24\sqrt{6}\pi$.

Lời giải

Có $S_{tp}=2S_{đ}+S_{xq}=2.\pi R^2+2\pi R.h=2\pi\left(\sqrt{6}\right)^2+2\pi\sqrt{6}.3\sqrt{6}=48\pi$.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $2\sqrt{3}$, chiều cao bằng 4. Tính thể tích khối lăng trụ ?

A. 48. **B.** $8\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$. **D.** $12\sqrt{3}$.

Lời giải

Thể tích khối lăng trụ là $V=S.h=2\sqrt{3}.4=8\sqrt{3}$.

Câu 13. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A, $AB=2, SA=12, SA\perp(ABC)$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$?

A. 8. **B.** 16. **C.** 24. **D.** 6.

Lời giải

Thể tích khối chóp là $V=\frac{1}{3}.S.h=\frac{1}{3}.\frac{1}{2}.2.2.12=8$.

Câu 14. Tính thể tích V của khối cầu có bán kính $R=2b$?

A. $V=\frac{16}{3}\pi b^3$. **B.** $V=\frac{8}{3}\pi b^3$. **C.** $V=\frac{32}{3}\pi b^3$. **D.** $S_{tp}=16\pi b^3$.

Lời giải

Thể tích khối cầu cần tính là: $V=\frac{4}{3}\pi R^3=\frac{4}{3}\pi(2b)^3=\frac{32}{3}\pi b^3$.

Câu 15. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-3\\z=2+3t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $(2;0;-3)$. **B.** $(1;-3;2)$. **C.** $(-2;0;-3)$. **D.** $(-2;-3;3)$.

Lời giải

Đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=-3\\z=2+3t\end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(2;0;-3)$.

Câu 16. Biết $\int_1^2 f(x)dx=2$ và $\int_1^2 g(x)dx=-6$, khi đó $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 4. **D.** -8.

Lời giải

Ta có $\int_1^2\left[f(x)-g(x)\right]dx=\int_1^2 f(x)dx-\int_1^2 g(x)dx=8$.

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $M(-1;0;3)$, $N(1;-1;-2)$ và đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(Q):2x+y+z-2022=0$.

A. $-x-3y+z-4=0$. **B.** $-x-3y+z-2=0$.

C. $x-3y+z+2=0$. **D.** $x-3y+z-2=0$.

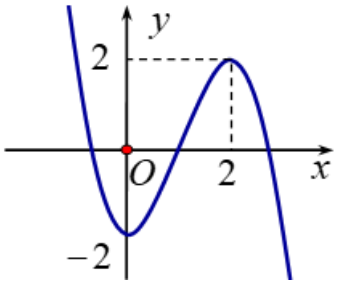
Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN}=(2;-1;-5)$. Mặt phẳng (Q) có VTPT $\overrightarrow{n_Q}=(2;1;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm M,N và đồng thời vuông góc với mặt phẳng (Q) nên (P) có VTPT là $\overrightarrow{n_P}=\left[\overrightarrow{MN},\overrightarrow{n_Q}\right]=(4;-12;4)$.

Phương trình mặt phẳng $(P):4(x+1)-12(y-0)+4(z-3)=0\Leftrightarrow x-3y+z-2=0$.

Câu 18. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?

A. $(-2;2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Từ đồ thị, ta thấy $x\in(0;2)$ thì đồ thị hướng lên từ trái qua phải nên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=2\vec{j}-3\vec{k}$, $\vec{b}=4\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. Tính độ dài của $\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}$

A. $\sqrt{74}$. **B.** $3\sqrt{6}$. **C.** $5\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{42}$.

Lời giải

$\vec{v}=2\vec{a}-\vec{b}=2\left(2\vec{j}-3\vec{k}\right)-\left(4\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}\right)=4\vec{j}-6\vec{k}-4\vec{i}-\vec{j}-\vec{k}=-4\vec{i}+3\vec{j}-7\vec{k}$

$\Rightarrow\vec{v}=(-4;3;-7)\Rightarrow|\vec{v}|=\sqrt{(-4)^2+3^2+(-7)^2}=\sqrt{74}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-1;1;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q):x-4y-z-2=0$?

A. $\begin{cases}x=1-t\\y=-4+t\\z=-1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=1-4t\\z=-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+t\\y=1-4t\\z=-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1-t\\y=1-4t\\z=t\end{cases}$.

Lời giải

Do đường thẳng Δ vuông góc với mặt phẳng $(Q):x-4y-z-2=0$ nên đường thẳng Δ nhận $\vec{u}=(1;-4;-1)$ làm một vectơ chỉ phương.

Khi đó phương trình tham số của đường thẳng Δ là: $\begin{cases}x=-1+t\\y=1-4t\\z=-t\end{cases}$.

Câu 21. Chọn ngẫu nhiên hai số khác nhau từ 15 số nguyên dương đầu tiên. Xác suất để chọn được hai số có tổng là một số lẻ là:

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{8}{15}$. **C.** $\frac{4}{15}$. **D.** $\frac{1}{14}$.

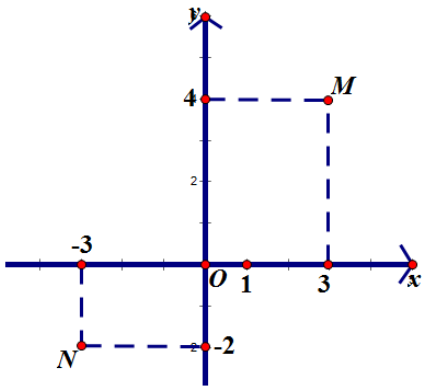
Lời giải

Không gian mẫu $C_{15}^2=105$.

Để tổng hai số là một số lẻ ta chọn 1 số lẻ và 1 số chẵn nên ta có $8.7=56$.

Xác suất cần tìm là $\frac{56}{105}=\frac{8}{15}$.

Câu 22. Gọi z_1, z_1 lần lượt có điểm biểu diễn là M và N trên mặt phẳng phức ở hình bên. Tìm số phức $w=z_1-3\overline{z_2}$?



A. $w=12+10i$. **B.** $w=12-2i$. **C.** $w=10-6i$. **D.** $w=9-2i$.

Lời giải

Ta có: $M=(3;4)\Rightarrow z_1=3+4i$, $N=(-3;-2)\Rightarrow z_2=-3-2i$.

$\Rightarrow w=z_1-3\overline{z_2}=(3+4i)-3(-3+2i)=12-2i$.

Câu 23. Cho số phức z thoả mãn $(2-i)z=8+i$. Môđun của $z-(5-2i)$ bằng

A. $2\sqrt{5}$. **B.** $4\sqrt{5}$. **C.** $3\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{10}$.

Lời giải

Ta có $(2-i)z=8+i\Leftrightarrow z=\frac{8+i}{2-i}\Leftrightarrow z=3+2i$.

Vậy $z-(5-2i)=3+2i-(5-2i)=-2+4i\Rightarrow|z-(5-2i)|=2\sqrt{5}$.

Câu 24. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x)=\frac{\cos x}{1-\cos^2 x}$ là:

A. $F(x)=-\frac{\cos x}{\sin x}+C$. **B.** $F(x)=\frac{1}{\sin x}+C$. **C.** $F(x)=-\frac{1}{\sin x}+C$. **D.** $F(x)=\frac{1}{\sin^2 x}+C$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\int\frac{\cos x}{1-\cos^2 x}dx=\int\frac{\cos x}{\sin^2 x}dx=\int\frac{1}{\sin^2 x}d(\sin x)=-\frac{1}{\sin x}+C$.

Câu 25. Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. $y=-x^3+x-1$. **B.** $y=\frac{3-x}{x+1}$. **C.** $y=x^4-x^2+3$. **D.** $y=\frac{x-2}{2x-3}$.

Lời giải

Thử các đáp án

Đáp án A. $y=-x^3+x-1 \Rightarrow y'=-3x^2+1=0 \Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{3}}{3}$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{3}}{3}$		$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	

Quan sát ta thấy loại đáp án A.

Đáp án B

$y=\dfrac{3-x}{x+1}$ có $y'=\dfrac{-4}{(x+1)^2}<0\ \forall x\neq -1$

Do đó hàm số $y=\dfrac{3-x}{x+1}$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$. Loại **B.**

Đáp án **C.** $y=x^4-x^2+3 \Rightarrow y'=4x^3-2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Quan sát bảng, ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 26. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{3}}$ là:

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $[1;+\infty)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số là: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f'(x)$ đổi dấu hai lần nên hàm số $f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 28. Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_2(2x+1)$?

A. $y'=\dfrac{1}{(2x+1)\ln 2}$. **B.** $y'=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$. **C.** $y'=\dfrac{2}{2x+1}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{2x+1}$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính đạo hàm: $y'=\left(\log_2(2x+1)\right)'=\dfrac{(2x+1)'}{(2x+1)\ln 2}=\dfrac{2}{(2x+1)\ln 2}$.

Câu 29. Cho hai số phức $z=(x-y+3)+(2y+1)i$, $z'=2x+(2x-y+5)i$. Ta có $z=z'$ khi

A. $x=-\dfrac{5}{3};y=\dfrac{4}{3}$. **B.** $x=1;y=3$. **C.** $x=1;y=2$. **D.** $x=\dfrac{5}{3};y=0$.

Lời giải

Ta có $z=z'\Leftrightarrow\begin{cases}x-y+3=2x\\2y+1=2x-y+5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x+y=3\\2x-3y=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\end{cases}$

Câu 30. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-x}>2^{x-4}$ bằng

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$

Lời giải

$\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x^2-x}>2^{x-4}\Leftrightarrow 2^{-x^2+x}>2^{x-4}\Leftrightarrow -x^2+x>x-4\Leftrightarrow -x^2+4>0\Leftrightarrow -2<x<2$

Chọn đáp án **D.**

Câu 31. Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_2(x^2+x+1)=3$ khi đó x_1+x_2 bằng

A. -1. **B.** -3. **C.** -2. **D.** 2

Lời giải

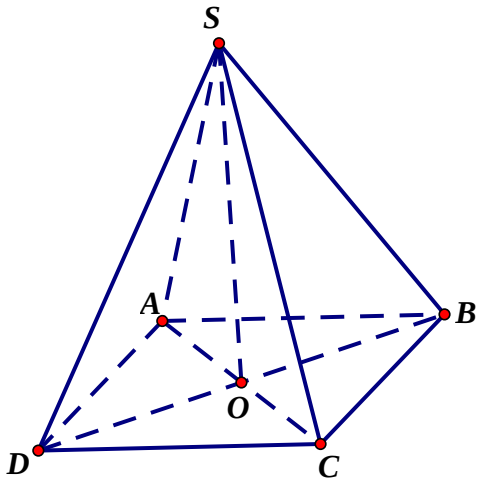
$\log_2(x^2+x+1)=3\Leftrightarrow x^2+x+1=8\Leftrightarrow x^2+x-7=0$

Do $ac<0$ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt nên $x_1+x_2=-1$.

Câu 32. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật. Biết $AB=a, AD=2a$, các cạnh bên bằng nhau và bằng $a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai đường thẳng BC, SA?

A. 90^0. **B.** 120^0. **C.** 60^0. **D.** 45^0

Lời giải



Ta có $(BC,SA)=(SA,AD)$.

$\cos SAD=\dfrac{SA^2+AD^2-SD^2}{2SA.AD}=\dfrac{2a^2+4a^2-2a^2}{2.a\sqrt{2}.2a}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ nên $SAD=45^0$

Vậy $(BC,SA)=(SA,AD)=45^0$

Câu 33. Cho hàm số $y=f\ x$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng:

A. 0. **B.** -5. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta có giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng 2

Câu 34. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x=5$. Tính $P=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[3f(x)-2\sin x\right]\mathrm{d}x$.

A. $P=13$. **B.** $P=17$. **C.** $P=7$. **D.** $P=3$.

Lời giải

Ta có $P=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\left[3f(x)-2\sin x\right]\mathrm{d}x=3\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)\mathrm{d}x-2\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x=3.5+2.\cos x\Big|_0^{\frac{\pi}{2}}=15-2=13$

Câu 35. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ bằng:

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{-2}{3}}$. **C.** $a^{\frac{2}{3}}$. **D.** $a^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Với $a>0$, ta có $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}=\sqrt{a.a^{\frac{1}{3}}}=\sqrt{a^{\frac{4}{3}}}=a^{\frac{4}{6}}=a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 36. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên $[2;4]$ là:

A. $\underset{[2;4]}{Max}\, y=\dfrac{19}{3}$. **B.** $\underset{[2;4]}{Max}\, y=6$. **C.** $\underset{[2;4]}{Max}\, y=\dfrac{11}{3}$. **D.** $\underset{[2;4]}{Max}\, y=7$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$ không xác định tại $x=1$.

$y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}x^2-2x-3=0\\x-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin(2;4)\\x=3\in(2;4)\end{array}\right.$. Ta có $y(2)=7;\ y(3)=6;\ y(4)=\dfrac{19}{3}$.

Vậy $\underset{[2;4]}{Max}\, y=y(2)=7$.

Câu 37. Cho $\log_a x=2,\ \log_b x=3$ với a,b là các số thực lớn hơn 1. Tính $P=\log_{\frac{a}{b^2}} x$?

A. $P=6$. **B.** $P=-6$. **C.** $P=\dfrac{1}{6}$. **D.** $P=-\dfrac{1}{6}$.

Lời giải

Với a,b là các số thực lớn hơn 1 và $x>0, x\neq 1$, ta có:

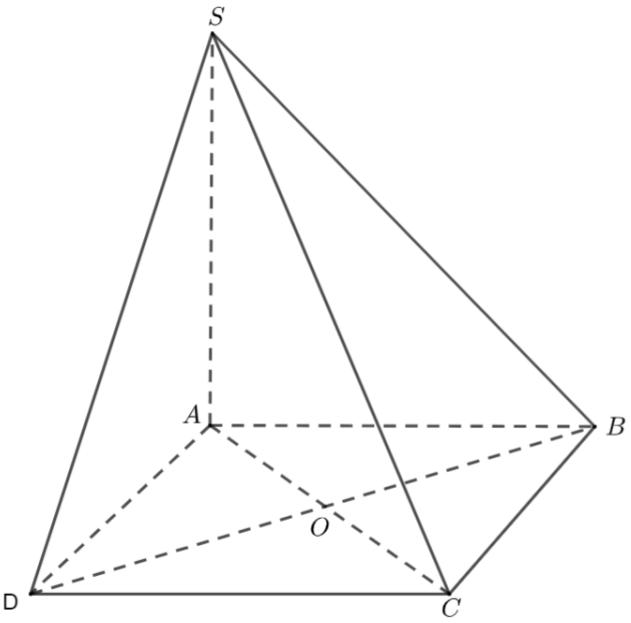
$$P=\log_{\frac{a}{b^2}} x=\frac{1}{\log_x\frac{a}{b^2}}=\frac{1}{\log_x a-2\log_x b}$$

$$\Leftrightarrow P=\frac{1}{\frac{1}{\log_a x}-\frac{2}{\log_b x}}=\frac{1}{\frac{1}{2}-\frac{2}{3}}=-6.$$

Câu 38. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mp (SAC).

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Gọi $AC \cap BD = \{O\}$

Vì $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp BO$

Ta có:

$$\left.\begin{array}{l} BO \perp SA, BO \perp AC \\ SA \subset (SAC), AC \subset (SAC) \\ SA \cap AC = \{A\} \end{array}\right\} \Rightarrow BO \perp (SAC)$$

$$\Rightarrow d\left(B,(SAC)\right) = BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}\sqrt{AB^2 + AD^2} = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + a^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}.$$

Câu 39. Gọi T là tổng các giá trị thực của tham số m để phương trình $4z^2 + 6z + 1 + 2m = 0$ có các nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính T

A. $\frac{15}{2}$. **B.** $\frac{-17}{2}$. **C.** $\frac{-19}{2}$. **D.** $\frac{-29}{2}$.

Lời giải

Ta có $\Delta' = 9 - 4(1 + 2m) = 5 - 8m$.

Trường hợp 1: $5 - 8m \geq 0 \Leftrightarrow m \leq \frac{5}{8}$.

Phương trình đã cho có nghiệm thực z_0 thoả mãn $|z| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_0 = 2 \\ z_0 = -2 \end{array}\right.$.

Với $z_0 = 2$ thay vào phương trình ta được:

$4.2^2 + 6.2 + 1 + 2m = 0 \Leftrightarrow 29 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-29}{2}$ (thỏa mãn)

Với $z_0 = -2$ thay vào phương trình ta được:

$4.(-2)^2 + 6.(-2) + 1 + 2m = 0 \Leftrightarrow 5 + 2m = 0 \Leftrightarrow m = \frac{-5}{2}$ (thỏa mãn)

Trường hợp 2: $5-8m<0 \Leftrightarrow m>\frac{5}{8}$.

Phương trình đã cho có hai nghiệm phức là z_0 và $\overline{z}_0$ và thoả mãn $|z|=2$

$\Leftrightarrow z_0.\overline{z}_0=4 \Leftrightarrow \frac{1+2m}{4}=4 \Leftrightarrow m=\frac{15}{2}$ (thỏa mãn)

Vậy $T=\frac{-29}{2}+\frac{-5}{2}+\frac{15}{2}=\frac{-19}{2}$.

Câu 40. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để tập nghiệm của bất phương trình $\left(3^{x+2}-\sqrt{3}\right)\left(3^x-2m\right)<0$ chứa không quá 9 số nguyên?

A. 3281. **B.** 3283. **C.** 3280. **D.** 3279.

Lời giải

$$\left(3^{x+2}-\sqrt{3}\right)\left(3^x-2m\right)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}3^{x+2}-\sqrt{3}>0\\3^x-2m<0\end{cases}\\\begin{cases}3^{x+2}-\sqrt{3}<0\\3^x-2m>0\end{cases}\end{array}\right.$$

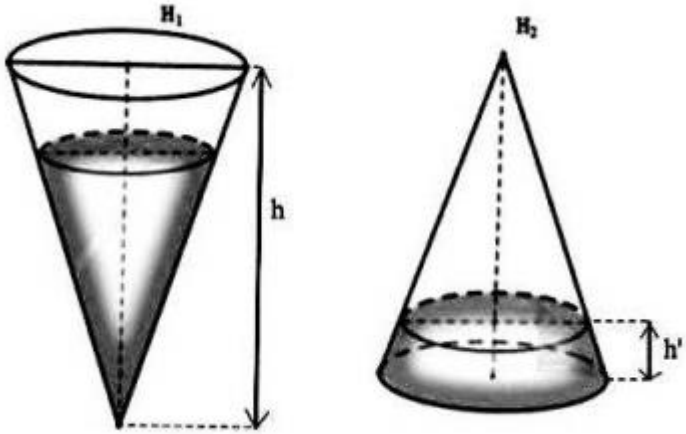
$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>\frac{-3}{2}\\x<\log_3 2m\end{cases}\\\begin{cases}x<\frac{-3}{2}\\x>\log_3 2m\end{cases}\end{array}\right. \quad (vô\ lý) \quad \Leftrightarrow \frac{-3}{2}<x<\log_3 2m$$

Để tập nghiệm của bất phương trình chứa không quá 9 số nguyên thì $\log_3 2m \le 8 \Leftrightarrow 0<m\le 3280,5$

Vậy có 3280 số nguyên dương m thỏa mãn.

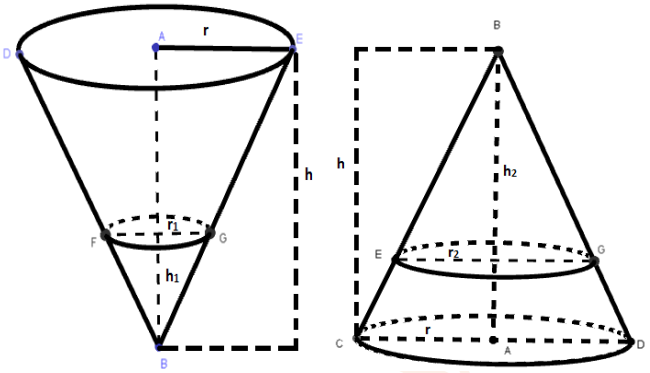
Câu 41. Một khối đồ chơi có dạng hình nón có chiều cao $h=40cm$ trong đó có chứa một lượng nước. Nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_1 thì chiều cao của nước bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao khối nón. Hỏi nếu

đặt khối đồ chơi theo hình H_2 thì chiều cao h' của nước gần nhất với giá trị nào sau đây?



A. $8,98$. **B.** $7,23$. **C.** $6,68$. **D.** $6,86$.

Lời giải



Gọi h_1 là chiều cao của nước ta có $h_1=\frac{3}{4}h$. Từ hình vẽ ta có: $\frac{h_1}{h}=\frac{r_1}{r}\Rightarrow r_1=\frac{3}{4}r$; $\frac{h_2}{h}=\frac{r_2}{r}$

$\Leftrightarrow \frac{h_2}{r_2}=\frac{h}{r}\Leftrightarrow \frac{r}{h}h_2=r_2$.

Ta có thể tích của nước theo hình H_1 và theo hình H_2 là như nhau:

$$h_1.\pi r_1^2=h.\pi r^2-h_2.\pi r_2^2\Leftrightarrow h_2=\frac{h\pi r^2-h_1\pi r_1^2}{\pi r_2^2}\Leftrightarrow h_2=\frac{hr^2-h_1.r_1^2}{r_2^2}\Leftrightarrow h_2=\frac{hr^2}{r_2^2}-\frac{h_1.r_1^2}{r_2^2}$$

$$\Leftrightarrow h_2=\frac{h^3}{h_2^2}-\frac{h_1.\frac{9}{16}r^2}{\frac{r^2}{h^2}h_2^2}\Leftrightarrow h_2=\frac{h^3}{h_2^2}-\frac{9}{16}.\frac{h_1.h^2}{h_2^2}\Leftrightarrow h_2=\frac{16h^3-9h_1.h^2}{16h_2^2}\Leftrightarrow h_2=\frac{37000}{h_2^2}$$

$\Leftrightarrow h_2^3=37000\Leftrightarrow h_2=\sqrt[3]{37000}$.

Vậy nếu đặt khối đồ chơi theo hình H_2 thì chiều cao của nước gần với giá trị: $h'=h-h_2\simeq 6,68(cm)$.

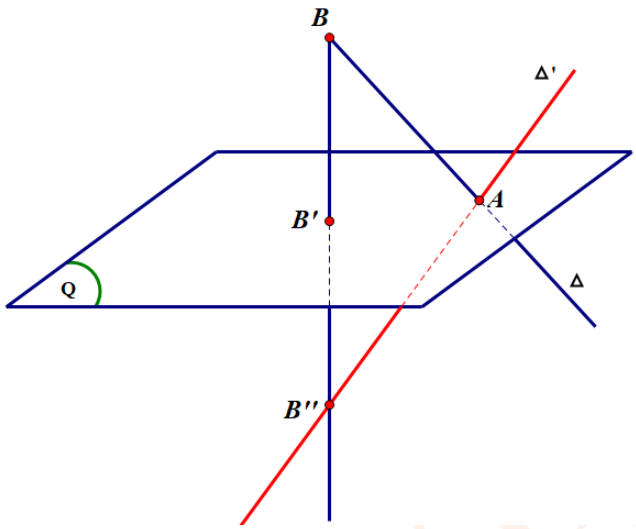
Câu 42. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=1-2t\\y=1\\z=2+t\end{cases}$ và mp $(Q):x+2y-z+2=0$. Gọi Δ' là đường thẳng đối xứng với Δ qua (Q). Hỏi Δ' đi qua điểm nào sau đây?

A. $(2;0;-3)$. **B.** $(-2;-1;-3)$. **C.** $(2;-5;3)$. **D.** $(-1;-1;3)$.

Lời giải

Gọi $A(1-2t;1;2+t)$ là giao điểm của Δ và (Q). Khi đó:

$(1-2t)+2.1-(2+t)+2=0 \Leftrightarrow t=1$. Suy ra: $A(-1;1;3)$



Lấy $B(1;1;2)\in\Delta$. Gọi B' là hình chiếu của B lên (Q). Khi đó đường thẳng BB' qua B và nhận $\overrightarrow{n_Q}=(1;2;-1)$ làm VTCP. Suy ra: $BB':\begin{cases}x=1+t\\y=1+2t\\z=2-t\end{cases}$. B' là giao điểm của BB' và (Q). Ta được $B'\left(\frac{1}{2};0;\frac{5}{2}\right)$.

Gọi B'' là điểm đối xứng với B qua B'. Suy ra: $B''(0;-1;3)$.

Khi đó $B''\in\Delta'$. Vậy Δ' qua A và nhận $\overrightarrow{AB''}=(1;-2;0)$ làm VTCP.

Suy ra: $\Delta':\begin{cases}x=-1+t\\y=1-2t\\z=3\end{cases}$. Thử từng đáp án, ta chọn **C.**

Câu 43. Biết rằng $x\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(-x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $2f'(x)\cos x$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{3\pi}{4}$, giá trị của $F(\pi)$ bằng:

A. $\frac{5\pi}{2}$. **B.** $-\frac{3\pi}{2}$. **C.** $\frac{3\pi}{2}$. **D.** $-\frac{5\pi}{2}$.

Lời giải

Ta có: $f(-x)=(x\sin x)'=\sin x+x\cos x$.

Do đó: $f(x)=\sin(-x)+(-x)\cos(-x)=-\sin x-x\cos x$.

$f'(x)=(-\sin x-x\cos x)'=-\cos x-(\cos x-x\sin x)=-2\cos x+x\sin x$.

$2f'(x)\cos x=2(-2\cos x+x\sin x)\cos x=-4\cos^2 x+x\sin 2x$.

$\int 2f'(x)\cos x\,dx=\int(-4\cos^2 x+x\sin 2x)dx=\int[-2(1+\cos 2x)+x\sin 2x]dx$

$=-2x-\frac{1}{2}x\cos 2x-\frac{3}{4}\sin 2x+C$.

Suy ra: $F(x)=-2x-\frac{1}{2}x\cos 2x-\frac{3}{4}\sin 2x+C$.

$F\left(\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{3\pi}{4}\Leftrightarrow -2.\frac{\pi}{2}-\frac{1}{2}.\frac{\pi}{2}\cos\frac{2\pi}{2}-\frac{3}{4}\sin\frac{2\pi}{2}+C=-\frac{3\pi}{4}$

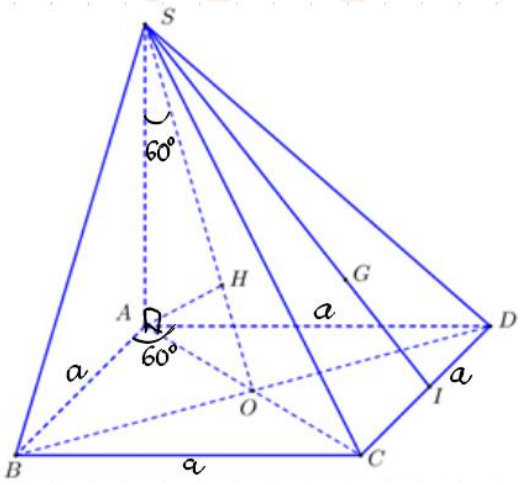
$\Leftrightarrow -\frac{3\pi}{4}+C=-\frac{3\pi}{4}\Leftrightarrow C=0$.

$F(\pi)=-2\pi-\frac{1}{2}\pi\cos 2\pi-\frac{3}{4}\sin 2\pi+0=-\frac{5\pi}{2}$.

Câu 44. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA\perp(ABCD)$, đáy là hình thoi cạnh a, $BAD=60^o$, góc giữa SA và mp(SBD) bằng 60^o. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD. Tính thể tích của khối tứ diện $SAGB$.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **B.** $\frac{a^3}{6}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{72}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{36}$.

Lời giải



Gọi $O=AC\cap BD$, kẻ $AH\perp SO$ (1)

Ta có $\begin{cases}BD\perp SA\\ BD\perp AO\end{cases}\Rightarrow BD\perp(SAO)\Rightarrow BD\perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBD)$, khi đó hình chiếu của SA lên mp(SBD) là SH

Suy ra $(SA,(SBD)) = (SA,SH) = ASH = ASO = 60^o$.

Xét tam giác SAO vuông tại A: $SA = \dfrac{AO}{\tan 60^o} = \dfrac{a\frac{\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}} = \dfrac{a}{2}$.

Gọi I là trung điểm CD, ta có

$$V_{SAGB} = V_{G.SAB} = \frac{1}{3}d(G,(SAB)).S_{\triangle SAB} = \frac{1}{3}\frac{2}{3}d(I,(SAB)).S_{\triangle SAB} = \frac{2}{3}\frac{1}{3}d(C,(SAB)).S_{\triangle SAB}$$

$$= \frac{2}{3}V_{C.SAB} = \frac{2}{3}V_{S.ABC} = \frac{2}{3}.\frac{1}{3}SA.S_{\triangle ABC} = \frac{2}{9}.\frac{a}{2}.a^2\frac{\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{36}.$$

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực tiểu của hàm số $g(x) = 3f(-x^4+4x^2-6) + 2x^6 - 3x^4 - 12x^2$ là:

A. 4. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải.

$$g'(x) = 3(-4x^3+8x)f'(-x^4+4x^2-6) + 12x(x^4-x^2-2)$$
$$= -12x(x^2-2)f'(-x^4+4x^2-6) + 12x(x^2+1)(x^2-2)$$
$$= 12x(x^2-2)(-f'(-x^4+4x^2-6) + x^2+1)$$

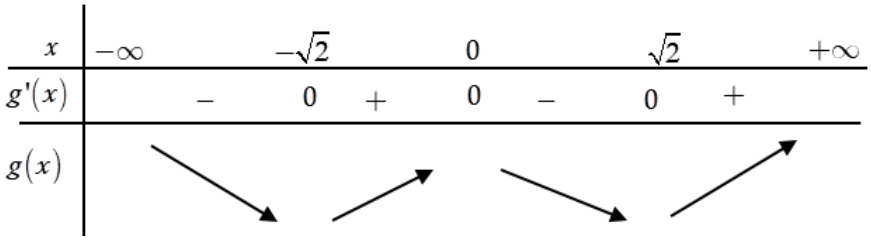
Vậy $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} 12x(x^2-2) = 0 & (1) \\ f'(-x^4+4x^2-6) = x^2+1 & (2) \end{array}\right.$

Ta có $(1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$

Xét phương trình (2): Đặt $t = -x^4+4x^2-6 = -(x^2-2)^2 - 2 < -2 \Rightarrow t < -2$.

Dựa vào bảng xét dấu suy ra $f'(t) < 0$ với mọi $t < -2$ hay $f'(-x^4+4x^2-6) < 0, \forall x \in \mathbb{R}$, mà $x^2+1 > 0$ do đó phương trình (2) vô nghiệm.

Ta có bảng biến thiên của hàm $g(x)$ như sau:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $g(x)$ có 2 điểm cực tiểu.

Câu 46. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z+1|+|z^2-z+4|$. Tính giá trị của biểu thức M^2-m^2

A. 45. **B.** 384. **C.** 85. **D.** 115.

Lời giải

Gọi $z=x+yi(x,y\in\mathbb{R})$

Ta có: $|z|=2\Leftrightarrow|z|^2=4\Leftrightarrow z.\bar{z}=4$

Đặt $t=|z+1|$.

Vì $|z|-1\le|z+1|\le|z|+1\Rightarrow t\in[1;3]$

Ta có: $t^2=|1+z|^2=(1+z).(\overline{1+z})=(1+z)(1+\bar{z})=1+\bar{z}+z+z.\bar{z}=5+2x\Rightarrow x=\dfrac{t^2-5}{2}$

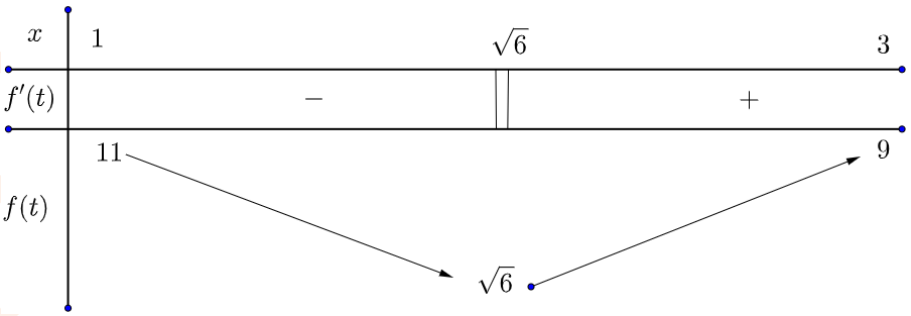
$\Rightarrow|z^2-z+4|=|z^2-z+z.\bar{z}|=|z||z-1+\bar{z}|=2\sqrt{(2x-1)^2}=2|t^2-6|$

Xét hàm số $f(t)=t+2|t^2-6|$ với $t\in[1;3]$

Ta có: $f(t)=\begin{cases}2t^2+t-12 & \text{khi } \sqrt{6}\le t\le 3\\ -2t^2+t+12 & \text{khi } 1\le t<\sqrt{6}\end{cases}$

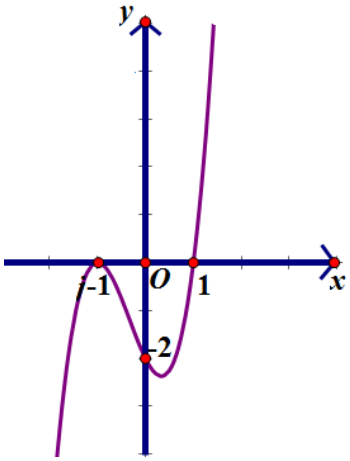
$\Rightarrow f'(t)=\begin{cases}4t+1 & \text{khi } \sqrt{6}<t\le 3\\ -4t+1 & \text{khi } 1\le t<\sqrt{6}\end{cases}$; $f'(t)=0$ (vô nghiệm)

BBT:



Vậy: $M-m=11^2-\left(\sqrt{6}\right)^2=115$

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $\dfrac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3-2x+2$?



A. $\frac{17\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\frac{32\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\frac{16\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{14\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=a(x+1)^2(x-1)$.

Do $f'(0)=-2\Rightarrow a=2\Rightarrow f'(x)=2(x+1)^2(x-1)=2x^3+2x^2-2x-2$.

Có $f(x)=\int f'(x)dx=\int(2x^3+2x^2-2x-2)dx=\frac{x^4}{2}+\frac{2x^3}{3}-x^2-2x+C$.

Mà $f(0)=\frac{1}{2}\Rightarrow C=\frac{1}{2}\Rightarrow f(x)=\frac{x^4}{2}+\frac{2x^3}{3}-x^2-2x+\frac{1}{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-2x+2$ là:

$\frac{x^4}{2}+\frac{2x^3}{3}-x^2-2x+\frac{1}{2}=\frac{2}{3}x^3-2x+2\Leftrightarrow\frac{x^4}{2}-x^2-\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow x^4-2x^2-3=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-2x+2$ là:

$S=\int_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}}\left|\frac{x^4}{2}-x^2-\frac{3}{2}\right|dx=\frac{16\sqrt{3}}{5}$.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x-12)^{2022}(x^2-2x)$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\in(-2021;2021)$ để hàm số $y=f(x^2-2022x+2021m)$ có 3 điểm cực trị dương?

A. 4038. **B.** 2021. **C.** 2020. **D.** 2019.

Lời giải

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=12\\x=0\\x=2\end{array}\right.$

BXD:

x	$-\infty$		0		2		12		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Do đó hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại $x=0$ và $x=2$.

Xét $y=f\left(x^2-2022x+2021m\right)$.

$y'=(2x-2022).f'\left(x^2-2022x+2021m\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1011\\ f'\left(x^2-2022x+2021m\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2022x+2021m=0\\ x^2-2022x+2021m=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-2022x=-2021m\\ x^2-2022x-2=-2021m\end{array}\right.$$

Xét các hàm số $g(x)=x^2-2022x$ và $h(x)=x^2-2022x-2$, với $x>0$.

$g'(x)=2x-2022$; $g'(x)=0\Leftrightarrow x=1011$

BBT:

x	0		1011		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	0	$\searrow$	-1011^2	$\nearrow$	$+\infty$
$h(x)$	-2	$\searrow$	-1011^2-2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy, hàm số có 3 điểm cực trị dương $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1011^2-2<-2021m\le-1011^2\\ -2021m\ge 0\end{array}\right.$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{1022121}{2021}\le m<\dfrac{1022123}{2021}\\ m\le 0\end{array}\right.$$

Kết hợp với giả thiết $\Rightarrow m\in\{-2020;-2019;...;0\}$

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+2y-2z+5=0$ và 2 mặt cầu $(S_1):(x-2)^2+y^2+(z+1)^2=1$, $(S_2):(x+4)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=4$. Gọi $M, A(a,b,c), B$ lần lượt thuộc $(P),(S_1),(S_2)$ sao cho $MA+MB$ nhỏ nhất. Tính $a-b+c$?

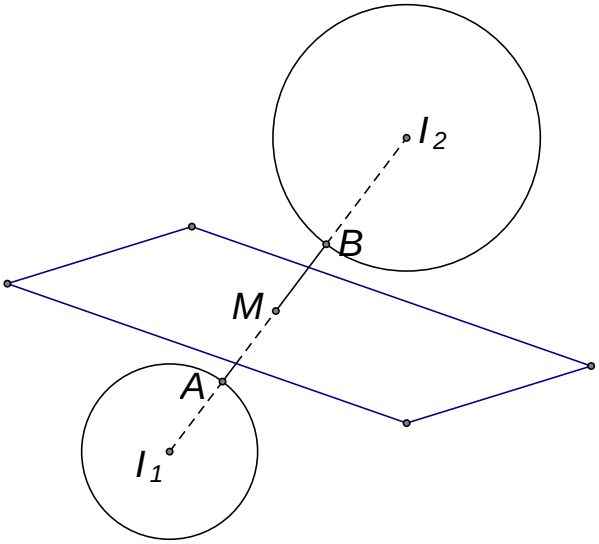
A. 3. **B.** –3. **C.** 1. **D.** –1.

Lời giải

Mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(2;0;-1)$; bán kính $R_1=1$; mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(-4;-2;3)$; bán kính $R_2=2$;

Ta có $I_1I_2 = 2\sqrt{14} > R_1 + R_2$ nên hai mặt cầu không có điểm chung và nằm ngoài nhau.

Ta lại có $2+2.0-2.(-1)+5=9>0$ và $-4+2.(-2)-2.3+5=-9<0$ nên hai mặt cầu nằm về hai phía của mặt phẳng (P). Khi đó để $MA+MB$ nhỏ nhất thì I_1, A, M, B, I_2 thẳng hàng.



Ta có $\overrightarrow{I_1I_2} = (-6;-2;4)$. Ta chọn VTCP $\vec{a} = (3;1;-2)$.

Phương trình đường thẳng $I_1I_2 : \begin{cases} x = 2+3t \\ y = t \\ z = -1-2t \end{cases}$

Điểm $A \in I_1I_2$ nên tọa độ điểm $A(2+3t;t;-1-2t)$. Ta được $a-b+c=1$

Câu 50. Cho hàm số $f\ x = 2022^x - 2022^{-x}$.

Tìm số nguyên m lớn nhất để $f\ m + f\ 3m+2021 < 0$.

A. -505. **B.** 505. **C.** -506. **D.** 506.

Lời giải

Hàm số $f\ x = 2022^x - 2022^{-x}$ xác định trên R.

Ta có: $\forall x \in R \Rightarrow -x \in R$, $f\ -x = 2022^{-x} - 2022^x = -f\ x$. Suy ra $f\ x$ là hàm số lẻ.

Mà $f'\ x = \left(2022^x - 2022^{-x}\right)' = 2022^x.\ln 2022 + 2022^{-x}.\ln 2022 > 0, \forall x \in R$, nên hàm số $f\ x$ đồng biến trên R.

Do vậy:

$f\ m + f\ 3m+2021 < 0 \Leftrightarrow f\ 3m+2021 < -f\ m$

$\Leftrightarrow f(3m+2021) < f(-m)$

$\Leftrightarrow 3m+2021<-m \Leftrightarrow m<-505,25$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN LÊ KHIẾT
QUẢNG NGÃI

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có tâm là:

A. $I(-2;4;0)$. **B.** $I(-1;2;0)$. **C.** $I(-1;2;1)$. **D.** $I(1;-2;0)$.

Câu 2: Cho số phức $z=2-3i$. Điểm biểu diễn số phức $w=2z+(1+i).\bar{z}$ trên mặt phẳng phức là

A. $M(3;1)$. **B.** $N(1;3)$. **C.** $P(3;-1)$. **D.** $Q(-3;-1)$.

Câu 3: Nếu $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=7$ thì $\int_0^1 [2f(x)-3g(x)]dx$ bằng

A. 17. **B.** 25. **C.** −25. **D.** −12.

Câu 4: Môđun của số phức $z=2+\sqrt{3}i$ bằng

A. 7. **B.** 5. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $log_2(x+1)<3$ là

A. $S=(-\infty;8)$. **B.** $S=(-\infty;7)$. **C.** $S=(-1;8)$. **D.** $S=(-1;7)$.

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x-\sin x$ là:

A. $\int f(x)dx=\frac{3x^2}{2}-\cos x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{3x^2}{2}+\cos x+C$.

C. $\int f(x)dx=3x^2+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)dx=3+\cos x+C$.

Câu 7: Cho khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng r. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **C.** πr^2h. **D.** $2\pi r^2h$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

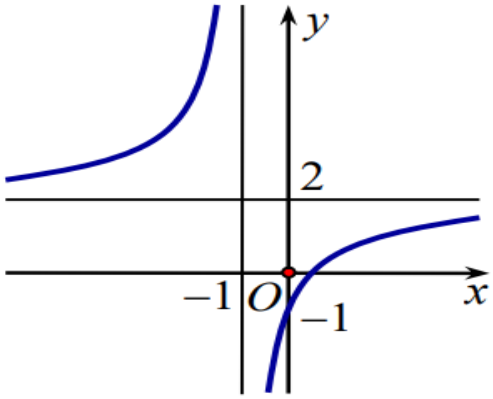
Câu 9: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3-7=0$ là

A. −7 **B.** 9 **C.** 2 **D.** 1

Câu 10: Cho số phức z thỏa man $(1+2i)z=3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. −2 **B.** 4 **C.** 2 **D.** −4

Câu 11: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng $(ABC), SC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$; $M(x;y;1)$. Khi A,B,M thẳng hàng thì giá trị của $x;y$ là

A. $x=4;y=-7$. **B.** $x=-4;y=7$. **C.** $x=4;y=7$. **D.** $x=-4;y=-7$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=(9x^2-1)^{\frac{1}{5}}$ là

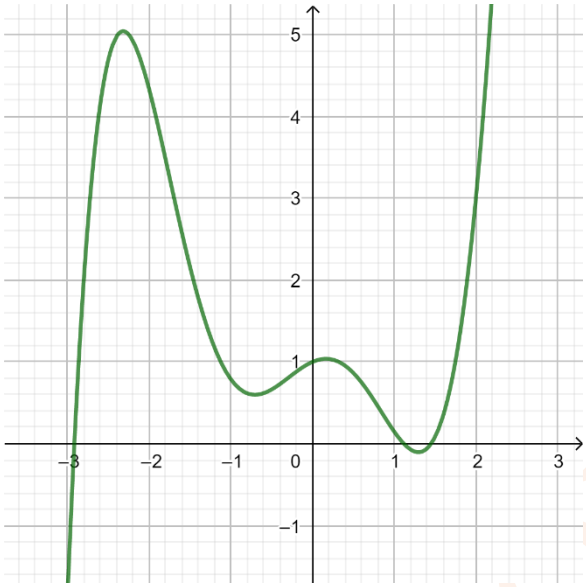
A. $D=\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right]\cup\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

C. $D=\left(-\dfrac{1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{1}{3}\right\}$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-1;1;1)$. **B.** $P(1;1;1)$. **C.** $M(1;1;-1)$. **D.** $N(-1;-1;1)$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới.



Đặt $g(x)=f(x)-\frac{x^2}{2}-x+2020$. Mệnh đề nào dưới đây đúng:

A. $g(0)>g(2)>g(-3)$. **B.** $g(2)>g(0)>g(-3)$.

C. $g(-3)>g(0)>g(2)$. **D.** $g(2)>g(-3)>g(0)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a, AD=2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. 30^0. **B.** 150^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

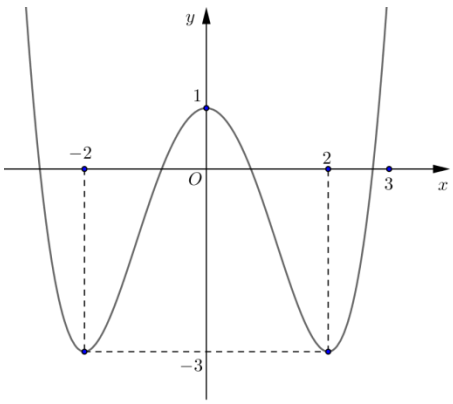
Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=10$, $u_2=13$. Giá trị của u_4 là

A. $u_4=20$. **B.** $u_4=19$. **C.** $u_4=16$. **D.** $u_4=18$.

Câu 19: Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+1}-2x^2$ là

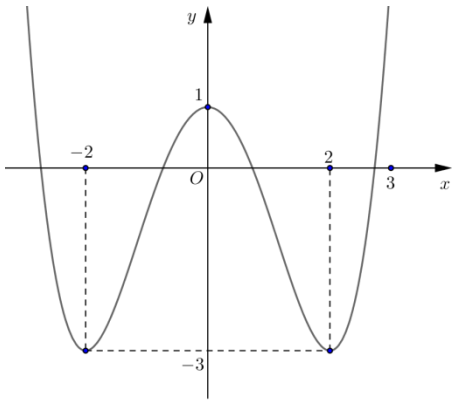
A. $\frac{e^{3x+1}-2x^3}{3}$. **B.** $\frac{e^{3x+1}}{3}-x^3$. **C.** $\frac{e^{3x+1}}{3}-2x^3$. **D.** $\frac{e^{3x+1}-x^3}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ trên đoạn $[-2;3]$ là

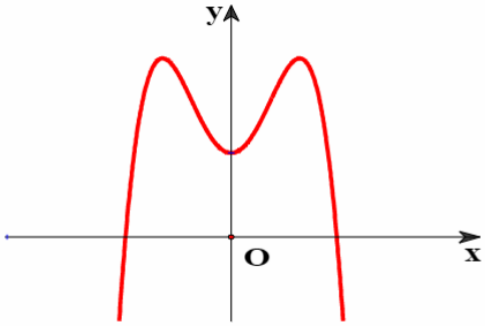
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.



Câu 23:

Nhìn vào đồ thị suy ra phương trình có 3 nghiệm

Câu 21: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, mệnh đề nào sau đây đúng



A. $a<0;b=0;c>0;d>0$.
B. $a>0;b=0;c>0;d>0$.
C. $a<0;b<0;c=0;d>0$.
D. $a<0;b>0;c=0;d>0$.

Câu 22: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3}\dfrac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos 2x-4\sin x$ là

A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** -5. **C.** -7. **D.** 1.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính bằng $3a$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng $a\sqrt{5}$ ta được một thiết diện là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}a^3$. **B.** $2\sqrt{2}\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $12\pi a^3$.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+n$ có điểm cực tiểu là $I(1;3)$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 26: Cho $\log_2 5=m$, $\log_3 5=n$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo m và n là

A. m^2+n^2. **B.** $\dfrac{mn}{m+n}$. **C.** $m+n$. **D.** $\dfrac{1}{m+n}$.

Câu 27: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Câu 28: . Cho số phức z có $|z-1|=2$ và $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2$ là một đường tròn, tâm và bán kính đường tròn đó là

A. $I\left(-3;\sqrt{3}\right)$, R = 4. **B.** $I\left(3;-\sqrt{3}\right)$, R = 2. **C.** $I\left(\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$, R = 4. **D.** $I\left(3;\sqrt{3}\right)$, R = 4.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với $(P): x-2y+z-1=0$. là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **C.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-4}=\frac{z-2}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$

Câu 30: Cho tập hợp $M=\{1;2;3;4;5\}$. Số tập con gồm hai phần tử của tập hợp M là:

A. 11. **B.** A_5^2. **C.** C_5^2. **D.** P_2.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[3;7]$ thỏa mãn $f(x)=f(10-x)$ với mọi $x\in[3;7]$ và $\int_3^7 f(x)dx=4$. Tích phân $I=\int_3^7 xf(x)dx$ bằng

A. 80. **B.** 60. **C.** 20. **D.** 40.

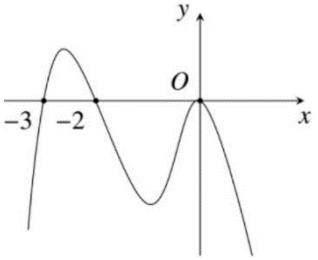
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x-y+z-1=0$ và đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$. Gọi d_1' là hình chiếu của d_1 lên (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) và tạo với d_1, d_1' các góc bằng nhau. Biết d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(a;b;c)$, tính giá trị biểu thức $\frac{3a-b}{c}$.

A. $\frac{11}{3}$. **B.** $-\frac{11}{3}$. **C.** 4. **D.** $-\frac{13}{3}$.

Câu 33: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30^0. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

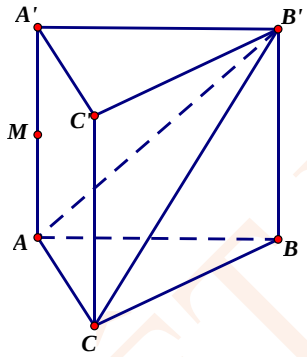
Câu 35: Cho hình nón N_1 đỉnh S đáy là đường tròn $C(O;R)$, đường cao $SO=40cm$. Người ta cắt hình nón bằng mặt phẳng vuông góc với trục để được hình nón nhỏ N_2 có đỉnh S và đáy là đường tròn $C'(O';R')$. Biết rằng tỷ số thể tích $\frac{V_{N_2}}{V_{N_1}}=\frac{1}{8}$. Độ dài đường cao của hình nón N_2 là

A. 10 cm. **B.** 20 cm. **C.** $5cm$. **D.** 49 cm.

Câu 36: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $ABC=60^0$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SCD) tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn phương trình $2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020$.

A. 9. **B.** 5. **C.** 12. **D.** 8.

Câu 39: . Gọi z_1,z_2 là hai trong các số phực thỏa mãn $|z-3+5i|=5$ và $|z_1-z_2|=6$. Môđun của số phức $\omega=z_1+z_2-6+10i$ là

A. $|\omega|=10$. **B.** $|\omega|=32$. **C.** $|\omega|=16$. **D.** $|\omega|=8$.

Câu 40: Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1, khi\ x\ge 0\\ 2x-3, khi\ x<0\end{cases}$. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x-1)\cos x dx+\int\limits_e^{e^2}\frac{f(\ln x)}{x}dx=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của tổng $a+b$ bằng

A. 350. **B.** 305. **C.** –350. **D.** 19.

Câu 41: Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ tập $E=\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác xuất để số được chọn là một số chẵn bằng

A. $\frac{2}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** $S=\frac{3}{4}$.

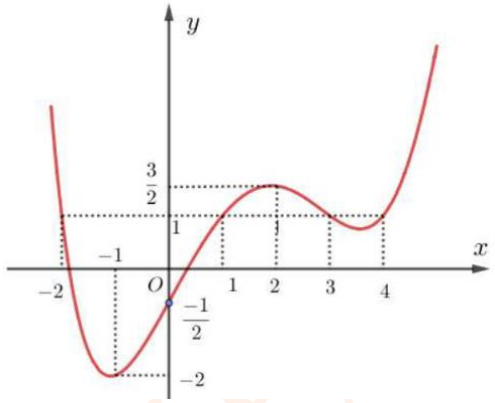
Câu 42: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-3i|=1$ và $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|$ bằng

A. $\sqrt{10}-1$. **B.** $\sqrt{10}+1$. **C.** 3. **D.** $\frac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)>0$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $(x+1)f'(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0)=\left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A. $2(4\ln 2-\ln 5)^2$. **B.** $\frac{1}{2}(4\ln 2-\ln 5)^2$. **C.** $4(4\ln 2-\ln 5)^2$. **D.** $\frac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2$.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f\left(\sqrt{9-x^2}\right)-m+2022=0$ có nghiệm?



A. 7. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $x-4y+z-3=0$. **B.** $x+4y-z+1=0$. **C.** $x-4y-z+1=0$. **D.** $x+4y+z-3=0$.

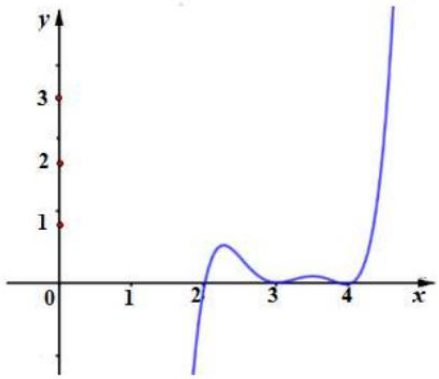
Câu 46: Cho các số dương x,y thỏa mãn $\log_5\left(\frac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y\le 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=6x+2y+\frac{4}{x}+\frac{9}{y}$ bằng

A. 19. **B.** $11\sqrt{3}$. **C.** $\frac{27\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{31\sqrt{6}}{4}$.

Câu 47 : Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2\\y=t\\z=2+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$, $\Delta:\frac{x-3}{1}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d',Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Giá trị của tổng $a+bc$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 48 : Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 sao cho đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ và $f(2)<0, f(1)>0$



Số điểm cực đại của hàm số $y=\left|f\left(x^2+4x+5\right)\right|$ là

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 49: Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có tất cả các cạnh bằng a. Gọi *O* là tâm của tứ giác *ABCD* Một mẳng phẳng thay đổi và vuông góc với *SO* cắt các cạnh *SO, SA, SB, SC, SD* lần lượt tại *I, M, N, P, Q*. Một hình trụ có một đáy nội tiếp tứ giác *MNPQ* và một đáy nằm trên hình vuông *ABCD*. Khi thể tích của khối trụ lớn nhất thì đội dài đoạn *SI* bằng

A. $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $SI=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $SI=\dfrac{a}{3}$. **D.** $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$. Lấy điểm $M\left(a;b;c\right)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A,B,C là tiếp điểm) thỏa mãn góc $AMB=60°$, $BMC=90°$, $CMA=120°$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** −2. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

ĐÁP ÁN CHI TIẾT

1.D	**2.C**	**3.C**	**4.C**	**5.D**	**6.B**	**7.A**	**8.A**	**9.B**	**10.A**
11.B	**12.D**	**13.B**	**14.B**	**15.D**	**16.A**	**17.A**	**18.B**	**19.A**	**20.A**
21.D	**22.D**	**23.C**	**24.C**	**25.A**	**26.D**	**27.C**	**28.D**	**29.C**	**30.C**
31.C	**32.B**	**33.C**	**34.C**	**35.B**	**36.A**	**37.A**	**38.A**	**39.D**	**40.D**
41.A	**42.D**	**43.D**	**44.B**	**45.A**	**46.A**	**47.B**	**48.B**	**49.D**	**50.C**

Câu 1: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có tâm là:

A. $I\left(-2;4;0\right)$. **B.** $I(-1;2;0)$. **C.** $I(-1;2;1)$. **D.** $I\left(1;-2;0\right)$.

Lời giải

Ta có: $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0\Leftrightarrow\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+z^2=4$

Suy ra toạ độ tâm là: $I\left(1;-2;0\right)$.

Câu 2: Cho số phức $z=2-3i$. Điểm biểu diễn số phức $w=2z+\left(1+i\right).\bar{z}$ trên mặt phẳng phức là

A. $M(3;1)$. **B.** $N(1;3)$. **C.** $P(3;-1)$. **D.** $Q(-3;-1)$.

Lời giải

Ta có $w=4-6i+(1+i)(2+3i)=3-i$.

Điểm biểu diễn số phức w trên mặt phẳng phức là $P(3;-1)$.

Câu 3: Nếu $\int_0^1 f(x)dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)dx=7$ thì $\int_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]dx$ bằng

A. 17. **B.** 25. **C.** -25. **D.** -12.

Lời giải

• Ta có: $\int_0^1\left[2f(x)-3g(x)\right]dx=2\int_0^1 f(x)dx-3\int_0^1 g(x)dx=2.(-2)-3.7=-25$

Câu 4: Môđun của số phức $z=2+\sqrt{3}i$ bằng

A. **7**. **B.** **5**. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có: $|z|=\left|2+\sqrt{3}i\right|=\sqrt{2^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{7}$

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $log_2(x+1)<3$ là

A. $S=(-\infty;8)$. **B.** $S=(-\infty;7)$. **C.** $S=(-1;8)$. **D.** $S=(-1;7)$.

Lời giải

Ta có: $log_2(x+1)<3\Leftrightarrow 0<x+1<2^3\Leftrightarrow -1<x<7$

Vậy tập nghiệm của bất phương trình $log_2(x+1)<3$ là $S=(-1;7)$

Câu 6: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x-\sin x$ là:

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3x^2}{2}-\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3x^2}{2}+\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+\cos x+\mathrm{C}$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3+\cos x+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(3x-\sin x)\mathrm{d}x=\frac{3x^2}{2}+\cos x+C$

Chọn **B.**

Câu 7: Cho khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng r. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **C.** πr^2h. **D.** $2\pi r^2h$.

Lời giải

Thể tích khối nón có chiều cao bằng h và bán kính đáy bằng r được tính theo công thức $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 8: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Từ bảng xét dấu của đạo hàm thì hàm số đã cho có 2 cực trị

Câu 9: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x - 2\log_3 - 7 = 0$ là

A. -7 **B.** 9 **C.** 2 **D.** 1

Lời giải

Gọi $x_1; x_2$ là nghiệm của phương trình đã cho.

Áp dụng định lý Vi_ét ta có $\log_3 x_1 + \log_3 x_2 = \dfrac{-b}{a} = 2$

Mặt khác $\log_3(x_1.x_2) = \log_3 x_1 + \log_3 x_2 = 2 \Rightarrow x_1.x_2 = 9$

Câu 10: Cho số phức z thỏa man $(1+2i)z = 3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

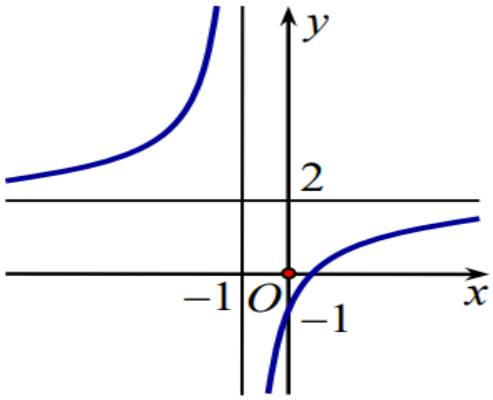
A. -2 **B.** 4 **C.** 2 **D.** -4

Lời giải

Ta có $z = \Leftrightarrow z = \dfrac{3-4i}{1+2i} = -1-2i$

Vậy phần ảo bằng -2

Câu 11: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{1-2x}{x+1}$. **C.** $y = \dfrac{2x-1}{x+1}$. **D.** $y = \dfrac{2x+1}{x+1}$.

Lời giải

Ta có đồ thị hàm số có TCĐ và TCN là $x = -1; y = 2$ nên ta loại **A** và **B**

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -1 nên ta chọn **C.**

Câu 12: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng $(ABC), SC = a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Do đáy là tam giác đều nên niện tích đáy $B = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$ và chiều cao $h = SC = a$

Vậy thể tích khối chóp đã cho $V=\frac{1}{3}B.h=\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 13: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5)$, $B(5;-5;7)$; $M(x;y;1)$. Khi A,B,M thẳng hàng thì giá trị của $x;y$ là

A. $x=4;y=-7$. **B.** $x=-4;y=7$. **C.** $x=4;y=7$. **D.** $x=-4;y=-7$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{AB}=(3;-4;2)$; $\overrightarrow{AM}=(x-2;y+1;-4)$

Để ba điểm A,B,M thẳng hàng thì $\frac{x-2}{3}=\frac{y+1}{-4}=\frac{-4}{2}\Rightarrow\begin{cases}x=-4\\y=7\end{cases}$.

Câu 14: Tập xác định của hàm số $y=(9x^2-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

C. $D=\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\frac{1}{3}\right\}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y=(9x^2-1)^{\frac{1}{5}}$ xác định khi và chỉ khi : $9x^2-1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<-\frac{1}{3}\\x>\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P): $x+y-z+3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-1;1;1)$. **B.** $P(1;1;1)$. **C.** $M(1;1;-1)$. **D.** $N(-1;-1;1)$.

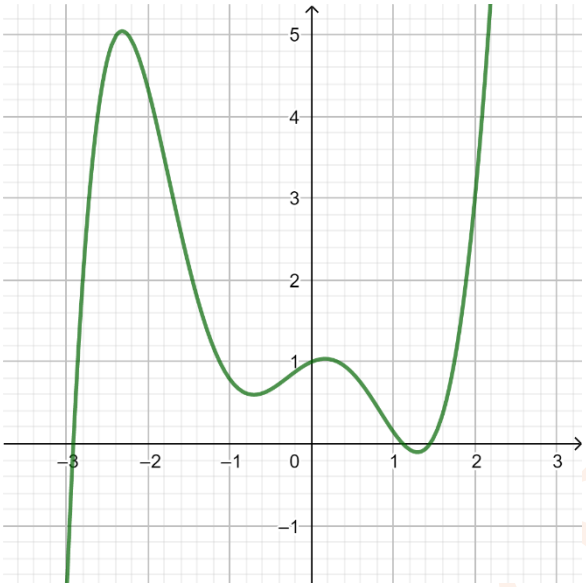
Lời giải

Lần lượt thay tọa độ các điểm ở các phương án vào phương trình mặt phẳng (P)

Ta chọn phương án **D.**

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới.

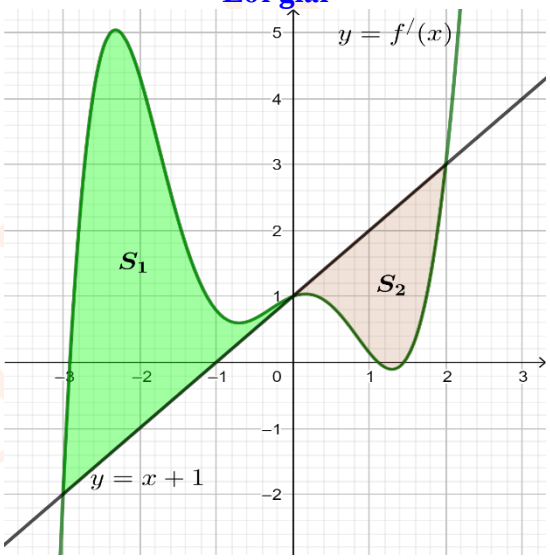
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Đặt $g(x)=f(x)-\frac{x^2}{2}-x+2020$. Mệnh đề nào dưới đây đúng:

A. $g(0)>g(2)>g(-3)$.
B. $g(2)>g(0)>g(-3)$.
C. $g(-3)>g(0)>g(2)$.
D. $g(2)>g(-3)>g(0)$.

Lời giải



Ta có $g'(x)=f'(x)-x-1$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=x+1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=0\\x=2\end{array}\right.$$

Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích các hình phẳng như hình vẽ:

Ta có $S_1=\int\limits_{-3}^{0}\left[f'(x)-(x+1)\right]dx=\left(f(x)-\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_{-3}^{0}=g(x)\Big|_{-3}^{0}=g(0)-g(-3)$.

$S_2=\int\limits_{0}^{2}\left[-f'(x)+(x+1)\right]dx=\left(-f(x)+\frac{x^2}{2}+x\right)\Big|_{0}^{2}=-g(x)\Big|_{0}^{2}=-g(2)+g(0)>0\Leftrightarrow g(0)>g(2)$

Nhìn đồ thị ta có: $S_1>S_2\Leftrightarrow g(0)-g(-3)>g(0)-g(2)\Leftrightarrow g(2)>g(-3)$.

Vậy $g(0)>g(2)>g(-3)$.

Câu 17: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a, AD=2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. 30^0. **B.** 150^0. **C.** 90^0. **D.** 60^0.

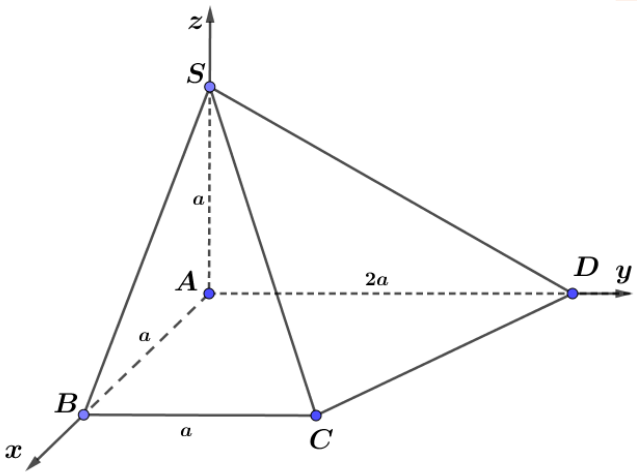
Lời giải

Chọn A

Cách 1: Tọa độ hóa

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ.

Chuẩn hóa ta chọn $a=1$.



Chọn $A\equiv O(0;0;0)$, $B(1;0;0)\in Ox$, $D(0;2;0)\in Oy$, $S(0;0;1)\in Oz$ và điểm $C(1;1;0)$.

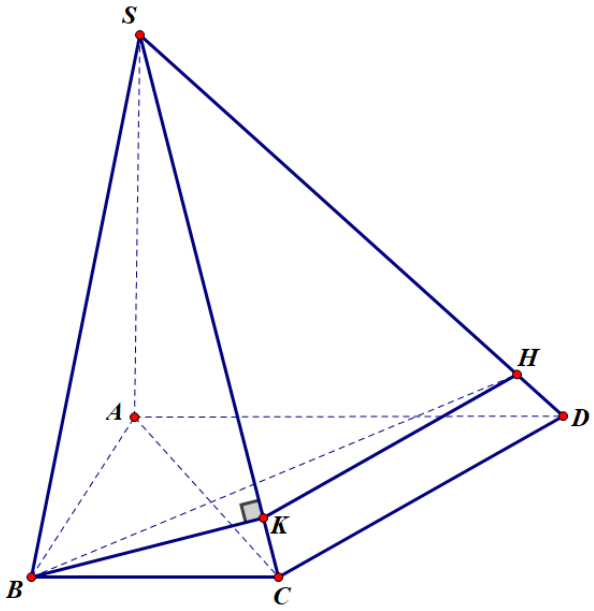
Ta có: $\overrightarrow{SB}=(1;0;-1)$; $\overrightarrow{SC}=(1;1;-1)$; $\overrightarrow{SD}=(0;2;-1)$.

Gọi $\vec{n_1}$, $\vec{n_2}$ lần lượt là vec-tơ pháp tuyến của hai mặt phẳng (SBC), (SCD).

Khi đó $\vec{n_1}=\left[\overrightarrow{SB},\overrightarrow{SC}\right]=(1;0;1)$; $\vec{n_2}=\left[\overrightarrow{SC},\overrightarrow{SD}\right]=(1;1;2)$

Suy ra: $\cos\left((SBC),(SCD)\right)=\dfrac{\left|\vec{n_1}.\vec{n_2}\right|}{\left|\vec{n_1}\right|\left|\vec{n_2}\right|}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow\left((SBC),(SCD)\right)=30°$.

Cách 2:



Ta có:

$SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=a\sqrt{5};SC=\sqrt{SA^2+AC^2}=a\sqrt{3};CD=\sqrt{CM^2+MD^2}=a\sqrt{2}$

$\Rightarrow \Delta SCD$ vuông tại C do

$SC^2+CD^2=SD^2\Rightarrow SC\perp CD$

ΔSAB **có** $SB=\sqrt{SA^2+AB^2}=a\sqrt{2}$

Ta có $\Delta SBC: SC^2=SB^2+BC^2\Rightarrow \Delta SBC$ vuông

Trong ΔSBC kẻ $BK\perp SC=K$

Ta có $CD\perp (SAC)$ suy ra $CD\perp SC$

Trong ΔSCD có $CD\perp SC$, từ K kẻ $KH//CD$

Góc giữa (SBC) và (SCD) là góc giữa BK và KH

Xét ΔSBC có $BK.SC=SB.BC\Rightarrow BK=\dfrac{a\sqrt{2}.a}{a\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

Xét ΔSBK có $SK=\sqrt{SB^2-BK^2}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$

Trong ΔSCD có KH song song với CD nên theo định lý Talet

$\dfrac{SH}{SD}=\dfrac{SK}{SC}=\dfrac{KH}{CD}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow KH=\dfrac{2a\sqrt{2}}{3};SH=\dfrac{2a\sqrt{5}}{3}$

Xét ΔSBD theo định lý cosin trong tam giác: (ΔSBD có $SB=a\sqrt{2};SD=BD=a\sqrt{5}$)

$\cos BSD=\dfrac{SB^2+SD^2-BD^2}{2.SB.SD}=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}$ mà

$\cos BSH=\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{5}}=\dfrac{SB^2+SH^2-BH^2}{2.SB.SH}\Rightarrow BH=\dfrac{a\sqrt{26}}{3}$

$\cos BKH=\dfrac{KB^2+KH^2-BH^2}{2.KB.KH}=\dfrac{-\sqrt{3}}{2}$

Suy ra góc BKH bằng 150^o do đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng 30^0.

Câu 18: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=10$, $u_2=13$. Giá trị của u_4 là

A. $u_4 = 20$. **B.** $u_4 = 19$. **C.** $u_4 = 16$. **D.** $u_4 = 18$.

Lời giải

Ta có:

$u_1 = 10, u_2 = 13 \Rightarrow d = 3$

$u_4 = u_1 + 3d = 10 + 3.3 = 19 \Rightarrow B$.

Câu 19: Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x+1} - 2x^2$ là

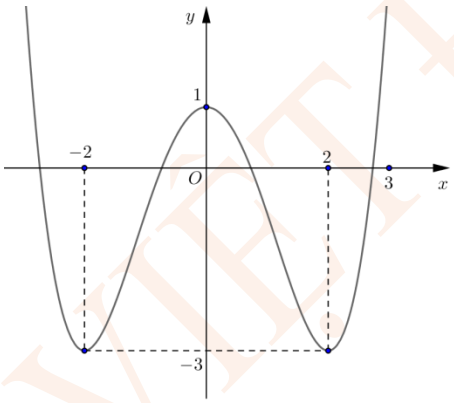
A. $\frac{e^{3x+1} - 2x^3}{3}$. **B.** $\frac{e^{3x+1}}{3} - x^3$. **C.** $\frac{e^{3x+1}}{3} - 2x^3$. **D.** $\frac{e^{3x+1} - x^3}{3}$.

Lời giải

$\int f(x)dx = \int (e^{3x+1} - 2x^2)dx = \frac{1}{3}\int e^{3x+1}d(3x+1) - \frac{2}{3}x^3$

$= \frac{e^{3x+1} - 2x^3}{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới.

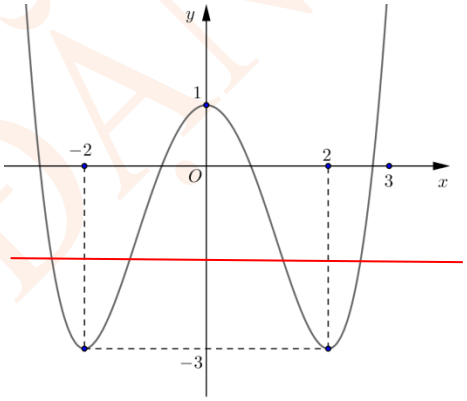


Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ trên đoạn $[-2;3]$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

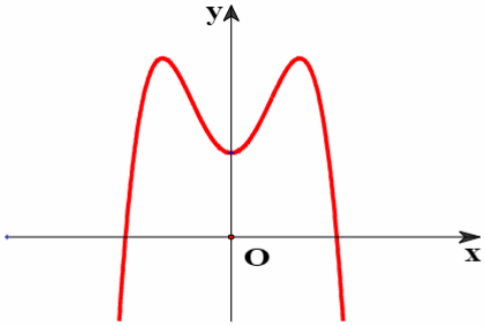
Lời giải

Nghiệm của phương trình $f(x) = -2$ trên đoạn $[-2;3]$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -2$ trên đoạn $[-2;3]$



Nhìn vào đồ thị suy ra phương trình có 3 nghiệm

Câu 21: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây, mệnh đề nào sau đây đúng



A. $a<0;b=0;c>0;d>0$. **B.** $a>0;b=0;c>0;d>0$.

C. $a<0;b<0;c=0;d>0$. **D.** $a<0;b>0;c=0;d>0$.

Lời giải

+ Từ ĐTHS $\Rightarrow \begin{cases} a<0 \\ d>0 \end{cases}$

+ Do ĐTHS nhận trục oy làm trục đối xứng $\Rightarrow y=f(x)$ là hàm số chẵn nên $c=0$

+ Ta có:

$y'=4ax^3+2bx.$

$y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{-b}{2a} \end{array}\right.$.

+ Hàm số có ba điểm cực trị $\Rightarrow y=-\dfrac{b}{2a}>0\Leftrightarrow \dfrac{b}{a}<0\Rightarrow b>0.$

Vậy đáp án đúng là **D.**

Câu 22: Cho a,b là các số thực dương và a khác 1, thỏa mãn $\log_{a^3}\dfrac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. 4. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** $-\dfrac{1}{4}$. **D.** -4.

Lời giải

Ta có: $2=\log_{a^3}\dfrac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=\dfrac{1}{3}\log_a\dfrac{a^5}{b^{\frac{1}{4}}}=\dfrac{1}{3}\left(\log_a a^5-\log_a b^{\frac{1}{4}}\right)=\dfrac{1}{3}\left(5-\dfrac{1}{4}\log_a b\right)$

$\Rightarrow 5-\dfrac{1}{4}\log_a b=6\Rightarrow \log_a b=-4$.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos 2x-4\sin x$ là

A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** -5. **C.** -7. **D.** 1.

Lời giải

Ta có: $y=3\cos 2x-4\sin x=3\left(1-2\sin^2 x\right)-4\sin x=-6\sin^2 x-4\sin x+3$.

Đặt: $t=\sin x\ \ (-1\le t\le 1)$

Khi đó: $y=-6t^2-4t+3$ với $t\in[-1;1]$.

$y'=-12t-4$

$y'=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{1}{3}\in[-1;1]$

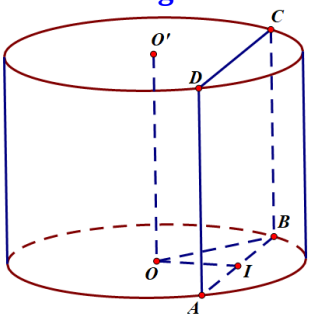
Ta có: $y(-1)=1; y(1)=-7; y\left(-\frac{1}{3}\right)=\frac{11}{3}$.

Vậy hàm số đạt giá trị nhỏ nhất bằng -7.

Câu 24: Cho hình trụ có bán kính bằng $3a$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng $a\sqrt{5}$ ta được một thiết diện là một hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}a^3$. **B.** $2\sqrt{2}\pi a^3$. **C.** $36\pi a^3$. **D.** $12\pi a^3$.

Lời giải



Gọi O, O' là tâm của hai đường tròn đáy và $ABCD$ là thiết diện của hình trụ cắt bởi (P).

Ta có $(P)\equiv(ABCD), OO'//(ABCD)$, $OB=r=3a$

Gọi I là trung điểm của AB

Khi đó $\begin{cases}OI\perp AB\\OI\perp AD\end{cases}\Rightarrow OI\perp(ABCD)$

$\Rightarrow d(OO';(ABCD))=d(O;(ABCD))=OI=a\sqrt{5}$

Tam giác OIB vuông tại I nên suy ra $IB=\sqrt{OB^2-OI^2}=\sqrt{9a^2-5a^2}=2a$

$AB=2IB=4a$

ABCD là hình vuông $\Rightarrow BC=AB=4a$ hay $h=4a$

Thể tích của khối trụ đã cho là $V=\pi r^2h=\pi.9a^2.4a=36\pi a^3$.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+n$ có điểm cực tiểu là $I(1;3)$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $y=x^3-2mx^2+m^2x+n\Rightarrow y'=3x^2-4mx+m^2\Rightarrow y''=6x-4m$

Do $I(1;3)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+n$

$$\Rightarrow\begin{cases}I(1;3)\in y\\y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-2m+m^2+n=3\\m^2-4m+3=0\\6-4m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-2m+m^2+n=3\\\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.\\m<\frac{3}{2}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\n=3\end{cases}$$

Vậy $m+n=4$.

Câu 26: Cho $\log_2 5=m$, $\log_3 5=n$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo m và n là

A. m^2+n^2. **B.** $\frac{mn}{m+n}$. **C.** $m+n$. **D.** $\frac{1}{m+n}$.

Lời giải

Ta có $\log_6 5=\dfrac{1}{\log_5 6}=\dfrac{1}{\log_5(2.3)}=\dfrac{1}{\log_5 2+\log_5 3}=\dfrac{1}{m+n}$

Câu 27: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+2}{x-2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{1-\dfrac{2}{x}}=3.$

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng $y=3.$

Câu 28: . Cho số phức z có $|z-1|=2$ và $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2.$ Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2$ là một đường tròn, tâm và bán kính đường tròn đó là

A. $I\left(-3;\sqrt{3}\right)$, R $=4$. **B.** $I\left(3;-\sqrt{3}\right)$, R $=2$. **C.** $I\left(\sqrt{3};\sqrt{3}\right)$, R $=4$. **D.** $I\left(3;\sqrt{3}\right)$, R $=4$.

Lời giải

Ta có $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2\Leftrightarrow w=\left(1+\sqrt{3}i\right)(z-1)+3+\sqrt{3}i\Leftrightarrow w-\left(3+\sqrt{3}i\right)=\left(1+\sqrt{3}i\right)(z-1).$

Lấy môđun hai vế, ta được $\left|w-\left(3+\sqrt{3}i\right)\right|=\underbrace{\left|1+\sqrt{3}i\right|}_{2}.|z-1|=2.2=4.$

Biểu thức $\left|w-\left(3+\sqrt{3}i\right)\right|=4$ chứng tỏ tập hợp các số phức w là một đường tròn có tâm $I\left(3;\sqrt{3}\right)$ và bán kính $R=4.$

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với $(P):x-2y+z-1=0$. là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **C.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;-2;1).$

Đường thẳng d vuông góc với $(P)\Rightarrow$ đường thẳng d có một véctơ chỉ phương là $\vec{n}=(1;-2;1).$

$\Rightarrow d$ có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=1+t\\y=2-2t\\z=1+t\end{cases}.$

Với $t=1\Rightarrow B(2;0;2)\in d$

Mà $\vec{n}=(1;-2;1)$ là một véctơ chỉ phương của d nên $\vec{u}=2\vec{n}=(2;-4;2)$ cũng là véctơ chỉ phương của d.

Vậy đường thẳng d đi qua $B(2;0;2)$ và có véctơ chỉ phương $\vec{u}=(2;-4;2)$

có phương trình: $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-4}=\frac{z-2}{2}$

Câu 30: Cho tập hợp $M=\{1;2;3;4;5\}$. Số tập con gồm hai phần tử của tập hợp M là:

A. 11. **B.** A_5^2. **C.** C_5^2. **D.** P_2.

Lời giải

Mỗi tập con hai phần tử của tập hợp M là một tổ hợp chập 2 của 5 phần tử. Vậy số tập con hai phần tử của tập hợp M là: C_5^2.

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[3;7]$ thỏa mãn $f(x)=f(10-x)$ với mọi $x\in[3;7]$ và $\int_3^7 f(x)dx=4$. Tích phân $I=\int_3^7 xf(x)dx$ bằng

A. 80. **B.** 60. **C.** 20. **D.** 40.

Lời giải

Đặt $t=10-x\Rightarrow dt=-dx$

Đổi cận $\begin{cases}x=3\Rightarrow t=7\\x=7\Rightarrow t=3\end{cases}$

Khi đó

$$I=\int_3^7 xf(x)dx=\int_3^7 xf(10-x)dx=-\int_7^3(10-t)f(t)dt=10\int_3^7 f(t)dt-\int_3^7 tf(t)dt$$

$$=10\int_3^7 f(x)dx-\int_3^7 xf(x)dx=10.4-I$$

$$\Rightarrow 2I=40\Rightarrow I=20$$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x-y+z-1=0$ và đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$. Gọi d_1' là hình chiếu của d_1 lên (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) và tạo với d_1,d_1' các góc bằng nhau. Biết d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2=(a;b;c)$, tính giá trị biểu thức $\frac{3a-b}{c}$.

A. $\frac{11}{3}$. **B.** $-\frac{11}{3}$. **C.** 4. **D.** $-\frac{13}{3}$.

Lời giải

Gọi $\vec{n}=(1;-1;1),\vec{u}_1=(2;1;3);\vec{u}'$ lần lượt là một véc-tơ pháp tuyến của (P) và véc-tơ chỉ phương của hai đường thẳng d_1,d_1'.

Khi đó $\vec{u}'=\left[\vec{n},\left[\vec{n},\vec{u}_1\right]\right]=(-2;-7;-5)$.

Theo giả thiết

$(d_2,d_1)=(d_2,d_1')\Rightarrow \cos(d_2,d_1)=\cos(d_2,d_1')$

$\Leftrightarrow \dfrac{|2a+b+3c|}{\sqrt{14}\sqrt{a^2+b^2+c^2}}=\dfrac{|-2a-7b-5c|}{\sqrt{78}\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$

$\Leftrightarrow 39(2a+b+3c)^2=7(2a+7b+5c)^2.\ (*)$

Lại do $d_2\subset(P)$ nên $a-b+c=0\Leftrightarrow c=b-a$.

Do đó (*) trở thành

$39(2a+b+3b-3a)^2=7(2a+7b+5b-5a)^2$

$\Leftrightarrow 39(a-4b)^2=7(3a-12b)^2$

$\Leftrightarrow a=4b.$

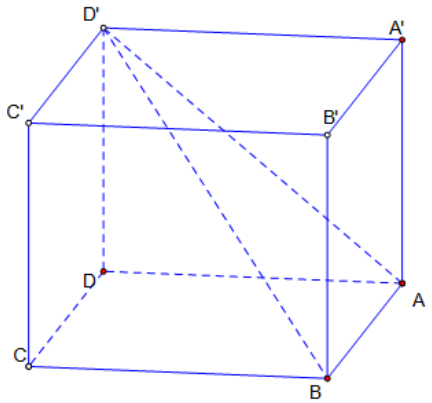
Suy ra $\overrightarrow{u_2}=(4b;b;-3b)$ với $b\neq 0$.

Vậy $\dfrac{3a-b}{c}=\dfrac{12b-b}{-3b}=-\dfrac{11}{3}$.

Câu 33: Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là 30^0. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải



Ta có $AB\perp(ADD'A')\Rightarrow AB\perp D'A$

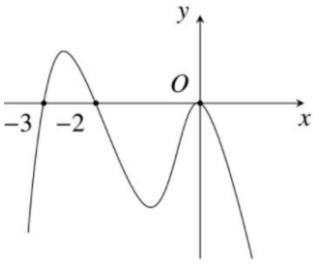
Lại có $AB\perp AD$

Suy ra $((D'AB);(ABCD))=(D'A,AD)=D'AD=30^0$.

Xét $\Delta D'DA$ vuông tại D; $AD=a$; $D'AD=30^0\Rightarrow DD'=\tan 30^0.AD=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

Vậy $V_{ABCD.A'B'C'D'}=DD'.S_{ABCD}=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}.a^2=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

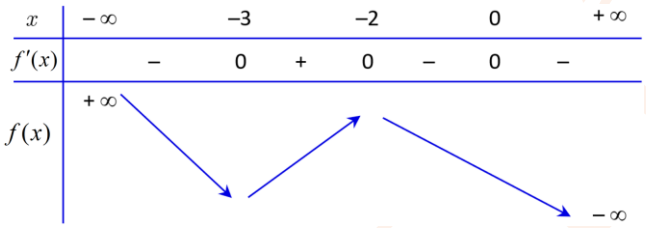
B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

Lời giải

Từ đồ thị ta có BBT:

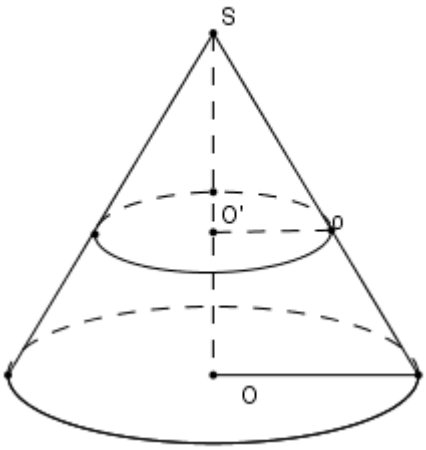


Vậy $f(x)$ đồng biến trên $(-3;-2)$, $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-3)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 35: Cho hình nón N_1 đỉnh S đáy là đường tròn $C(O;R)$, đường cao $SO=40cm$. Người ta cắt hình nón bằng mặt phẳng vuông góc với trục để được hình nón nhỏ N_2 có đỉnh S và đáy là đường tròn $C'(O';R')$. Biết rằng tỷ số thể tích $\frac{V_{N_2}}{V_{N_1}}=\frac{1}{8}$. Độ dài đường cao của hình nón N_2 là

A. 10 cm. **B.** 20 cm. **C.** 5cm. **D.** 49 cm.

Lời giải



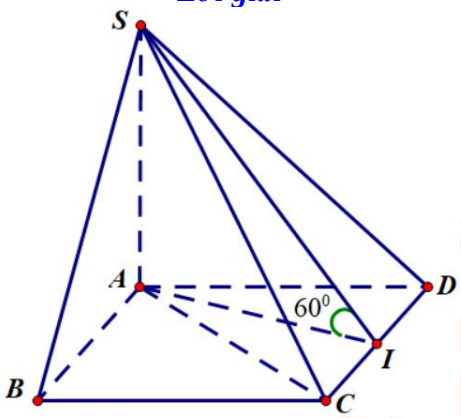
Từ giả thiết ta có $\frac{SO'}{SO}=\frac{R'}{R}=k\Rightarrow\frac{V_{N_2}}{V_{N_1}}=\frac{\frac{1}{3}\pi R'^2.SO'}{\frac{1}{3}\pi R^2.SO}=\frac{R'^2.SO'}{R^2.SO}=k^3\Rightarrow k^3=\frac{1}{8}\Leftrightarrow k=\frac{1}{2}$

$\Rightarrow SO' = \frac{1}{2}SO = 20\ cm$.

Câu 36: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $ABC = 60^0$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SCD) tạo với đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $a^3\sqrt{3}$. **B.** $3a^3\sqrt{3}$. **C.** $2a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của CD.

Vì $ABCD$ là hình thoi có $ABC = 60^0 \Rightarrow ADC = 60^0, AD = DC \Rightarrow \Delta ACD$ đều $\Rightarrow AI \perp CD$.

Vậy $(SCD);(ABCD) = SIA = 60^0$

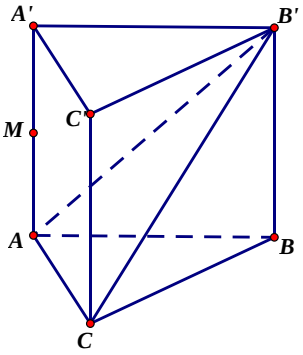
Vì ΔACD đều $\Rightarrow AI = \frac{\sqrt{3}}{2}AD = a\sqrt{3}$.

ΔSAI vuông tại A: $SA = AI.\tan SIA = a\sqrt{3}.\sqrt{3} = 3a$.

Dễ thấy ΔABC đều: $S_{\Delta ABC} = \frac{\sqrt{3}}{4}AB^2 = a^2\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3}.3a.a^2\sqrt{3} = a^3\sqrt{3}$.

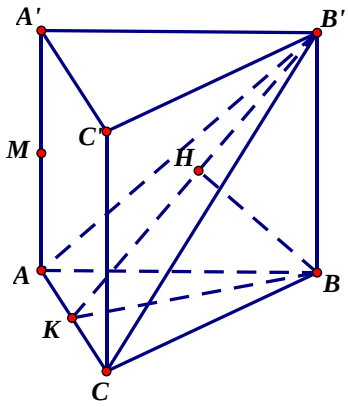
Câu 37: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ)



Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng.

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Lời giải



Gọi K là trung điểm của AC, dựng $BH \perp B'K$ tại H

Ta có: $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(B,\left(AB'C\right)\right)$.

$\begin{cases} BH \perp B'K \\ BH \perp AC \ \left(AC \perp \left(BB'K\right) \supset BH\right) \end{cases}$

$\Rightarrow BH \perp \left(AB'C\right)$.

$\Rightarrow d\left(B,\left(AB'C\right)\right)=BH$

Xét tam giác vuông $BB'K$ ta có:

$\frac{1}{BH^2}=\frac{1}{BB'^2}+\frac{1}{BK^2}$

$\Leftrightarrow BH=\frac{BB'.BK}{\sqrt{BB'^2+BK^2}}=\frac{a.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{a^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{21}}{7}$

Vậy $d\left(M,\left(AB'C\right)\right)=\frac{1}{2}BH=\frac{1}{2}\frac{a\sqrt{21}}{7}=\frac{a\sqrt{21}}{14}$.

Câu 38: Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực x thỏa mãn phương trình $2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020.$

A. 9. **B.** 5. **C.** 12. **D.** 8.

Lời giải

Tác giả: Nguyễn Thế Khương; Fb: Nguyen thế khương

Lời giải

Ta có ĐK: $x>-1$

$2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020$

$\Leftrightarrow 2021^{x^3}\left(x^3+2020\right)=2021^{a^{3\log(x+1)}}\left(a^{3\log(x+1)}+2020\right)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=2021^t\left(t+2020\right)$

$f'\left(t\right)=2021^t\left(t+2020\right)\ln 2021+2021^t>0, \forall t\in(-1;+\infty)$

Suy ra hàm số $f\left(t\right)=2021^t\left(t+2020\right)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;+\infty\right)$

Từ đó $\Leftrightarrow 2021^{x^3}\left(x^3+2020\right)=2021^{a^{3\log(x+1)}}\left(a^{3\log(x+1)}+2020\right)\Leftrightarrow x^3=a^{3\log(x+1)}$

ĐK: $x^3>0\Leftrightarrow x>0$

Khi đó $x^3 = a^{3\log(x+1)} \Leftrightarrow 3\log x = 3\log(x+1).\log a \Leftrightarrow \log a = \dfrac{\log x}{\log(x+1)}$

Hàm số $y = \dfrac{\log x}{\log(x+1)}$ có tập giá trị $T = (-\infty;1)$

Để phương trình có nghiệm khi $\log a < 1 \Leftrightarrow 0 < a < 10$

Vậy chọn đáp án **A.**

Câu 39: . Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phực thỏa mãn $|z-3+5i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Môđun của số phức $\omega = z_1 + z_2 - 6 + 10i$ là

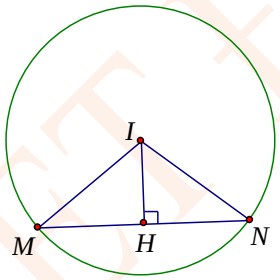
A. $|\omega| = 10$. **B.** $|\omega| = 32$. **C.** $|\omega| = 16$. **D.** $|\omega| = 8$.

Lời giải

Gọi $z = x + yi\,(x, y \in \mathbb{R})$. Khi đó từ giả thiết $|z-3+5i| = 5$ ta có:

$$|z-3+5i| = 5 \Leftrightarrow |(x-3)+(y+5)i| = 5 \Leftrightarrow (x-3)^2 + (y+5)^2 = 25$$

Suy ra tập hợp các điểm biểu diễn số phức z là đường tròn (C) tâm $I(3;-5)$ và bán kính $R = 5$.



.

Gọi M, N lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2, suy ra M, N nằm trên đường tròn (C) và từ giả thiết $|z_1 - z_2| = 6$ ta có $MN = 6$

Gọi H là trung điểm của MN suy ra $IH = \sqrt{IM^2 - MH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4$.

Ta có $\omega = z_1 + z_2 - 6 + 10i = \left[z_1 - (3-5i)\right] + \left[z_2 - (3-5i)\right] \Rightarrow |\omega| = \left|\overrightarrow{IM} + \overrightarrow{IN}\right| = 2\left|\overrightarrow{IH}\right| = 2.4 = 8.$

Vậy chọn đáp án **D.**

Câu 40: Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + x + 1, khi\ x \ge 0 \\ 2x - 3, khi\ x < 0 \end{cases}$. Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x - 1)\cos x dx + \int\limits_e^{e^2} \dfrac{f(\ln x)}{x} dx = \dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của tổng $a+b$ bằng

A. 350. **B.** 305. **C.** –350. **D.** 19.

Lời giải

Đặt $I = I_1 + I_2 = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x - 1)\cos x dx + \int\limits_e^{e^2} \dfrac{f(\ln x)}{x} dx = \dfrac{a}{b}.$

Với $I_1 = \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x - 1)\cos x dx$

Đặt $t = 2\sin x - 1 \Rightarrow dt = 2\cos x dx \Rightarrow \dfrac{1}{2} dt = \cos x dx$

Ta có: $x=0\Rightarrow t=-1;\ x=\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow t=1$.

Suy ra $I_1=\dfrac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}f(t)dt=\dfrac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}f(x)dx=\dfrac{1}{2}\left[\int\limits_{-1}^{0}f(x)dx+\int\limits_{0}^{1}f(x)dx\right]$

$=\dfrac{1}{2}\left[\int\limits_{-1}^{0}(2x-3)dx+\int\limits_{0}^{1}(x^2+x+1)dx\right]=\dfrac{1}{2}\left(-4+\dfrac{11}{6}\right)=-\dfrac{13}{12}$.

Với $I_2=\int\limits_{e}^{e^2}\dfrac{f(\ln x)}{x}dx$.

Đặt $t=\ln x\Rightarrow dt=\dfrac{dx}{x}$

Ta có $x=e\Rightarrow t=1;\ x=e^2\Rightarrow t=2$

Suy ra $I_2=\int\limits_{1}^{2}f(t)dt=\int\limits_{1}^{2}f(x)dx=\int\limits_{1}^{2}(x^2+x+1)dx=\dfrac{29}{6}$

Suy ra $I=I_1+I_2=-\dfrac{13}{12}+\dfrac{29}{6}=\dfrac{15}{4}=\dfrac{a}{b}$.

Vậy $a+b=15+4=19$.

Câu 41: Gọi S là tập các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau được lập từ tập $E=\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác xuất để số được chọn là một số chẵn bằng

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{3}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$ **D.** $S=\dfrac{3}{4}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố "số được chọn là một số chẵn"

Số các số tự nhiên có bốn chữ số khác nhau là $A_5^4=120$

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{120}^1=120$

Số các số tự nhiên chẵn có bốn chữ số khác nhau $2A_4^3=48$

Số kết quả thuận lợi của biến cố A là $n(A)=C_{48}^1=48$

Vậy xác xuất để số được chọn là một số chẵn là $P(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{48}{120}=\dfrac{2}{5}$

Câu 42: Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-3i|=1$ và $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|$ bằng

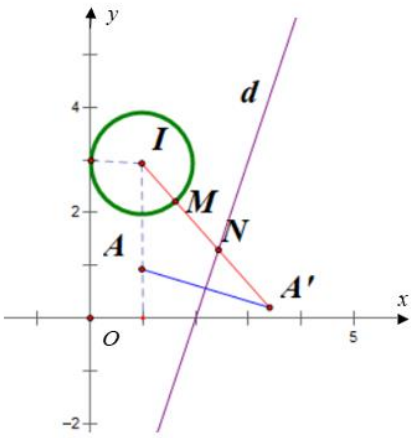
A. $\sqrt{10}-1$. **B.** $\sqrt{10}+1$. **C.** 3. **D.** $\dfrac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

Lời giải

Gọi M,N lần lượt là các điểm biểu diễn các số phức z_1,z_2 trên mặt phẳng Oxy

+ Ta có: $|z_1-1-3i|=1\Rightarrow M$ thuộc đường tròn (C) có tâm $I(1;3)$, bán kính $R=1$

+ $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|\Rightarrow N$ thuộc đường thẳng $d:3x-y-6=0$.



+ $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|=AN+MN$ với $A(1;1)$.

+ Gọi A' đối xứng với $A(1;1)$ qua đường thẳng $\Delta:3x-y-6=0\Rightarrow A'\left(\frac{17}{5};\frac{1}{5}\right)$ khi đó

$\forall N\in d\Rightarrow NA=NA'$

+ $P=AN+NM=A'N+NM\geq A'M\geq A'I-R$

Dấu bằng xảy ra khi 4 điểm A',N,M,I thẳng hàng. Khi đó P đạt giá trị nhỏ nhất

$$P_{\min}=A'I-R=\sqrt{\left(1-\frac{17}{5}\right)^2+\left(3-\frac{1}{5}\right)^2}-1=\frac{2\sqrt{85}}{5}-1.$$

Câu 43: Cho hàm số $f(x)>0$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $(x+1)f'(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0)=\left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A. $2(4\ln 2-\ln 5)^2$. **B.** $\frac{1}{2}(4\ln 2-\ln 5)^2$. **C.** $4(4\ln 2-\ln 5)^2$. **D.** $\frac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2$.

Lời giải

Xét $x\in[0;3]$. Ta có

$$(x+1)f'(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}\Leftrightarrow\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}=\frac{1}{(x+1)(x+2)}\Rightarrow\int\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx=\int\left(\frac{1}{x+1}-\frac{1}{x+2}\right)dx$$

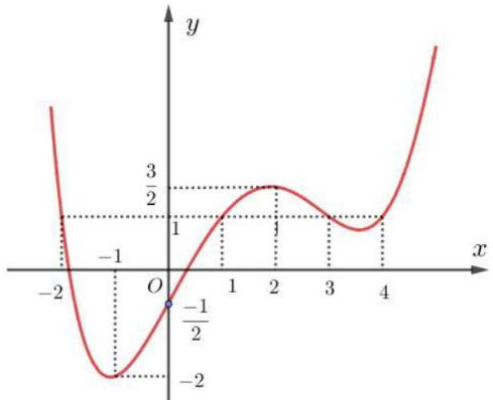
$$\Rightarrow 2\sqrt{f(x)}=\ln(x+1)-\ln(x+2)+C\Rightarrow 2\sqrt{f(x)}=\ln\frac{x+1}{x+2}+C.$$

Thay

$$x=0:2\sqrt{f(0)}=\ln\frac{1}{2}+C\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2}=-\ln 2+C\Leftrightarrow C=2\ln 2\Rightarrow 2\sqrt{f(x)}=\ln\frac{x+1}{x+2}+2\ln 2$$

$$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{4}\left(\ln\frac{x+1}{x+2}+2\ln 2\right)^2\Rightarrow f(3)=\frac{1}{4}\left(\ln\frac{4}{5}+2\ln 2\right)^2=\frac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2.$$

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f\left(\sqrt{9-x^2}\right)-m+2022=0$ có nghiệm?



A. 7. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

$2f\left(\sqrt{9-x^2}\right)-m+2022=0\Leftrightarrow f\left(\sqrt{9-x^2}\right)=\dfrac{m-2022}{2}$

Đặt $t=\sqrt{9-x^2}$, điều kiện: $-3\le x\le 3$

$t'=\dfrac{-x}{\sqrt{9-x^2}}\Rightarrow t'=0\Leftrightarrow x=0$. Bảng biết thiên của t là

x	-3		0		3
t'	‖		0		‖
t	0	↗	3	↘	0

$\Rightarrow t\in[0;3]$. Khi đó: $f\left(\sqrt{9-x^2}\right)=\dfrac{m-2022}{2}\Rightarrow f(t)=\dfrac{m-2022}{2}$, $t\in[0;3]$

Dựa vào đồ thị hàm số suy ra

$f(t)=\dfrac{m-2022}{2}$ có nghiệm khi: $-\dfrac{1}{2}\le\dfrac{m-2022}{2}\le\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow 2021\le m\le 2025$

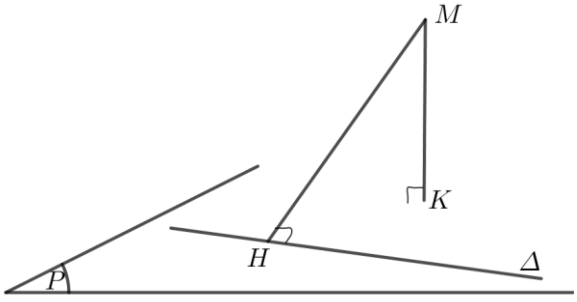
Vậy, có 5 giá trị nguyên của m.

Câu 45: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $x-4y+z-3=0$. **B.** $x+4y-z+1=0$. **C.** $x-4y-z+1=0$. **D.** $x+4y+z-3=0$.

Lời giải

Cách 1:



Gọi H là hình chiếu của M trên Δ.

Gọi K là hình chiếu của M trên (P).

Vì mặt phẳng (P) chứa Δ nên $MK \le MH$ do đó khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất khi $K \equiv H$ hay mặt phẳng (P) chứa Δ và vuông góc với MH.

Đường thẳng $\Delta: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ có phương trình tham số $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = t \\ z = 2+2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

H là hình chiếu của M trên Δ nên $\begin{cases} H \in \Delta \\ \overrightarrow{MH} \perp \vec{u} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} H(1+2t;t;2+2t) \\ \overrightarrow{MH}.\vec{u} = 0 \end{cases}$.

Ta có phương trình $2(2t-1)+(t-5)+2(2t-1)=0 \Leftrightarrow t=1$. Vậy $H(3;1;4)$.

Khi đó mặt phẳng (P) qua $H(3;1;4)$ và nhận $\overrightarrow{MH} = (1;-4;1)$ làm vecto pháp tuyến nên có phương trình:

$1(x-3)-4(y-1)+1(z-4)=0 \Leftrightarrow x-4y+z-3=0$.

Cách 2: Mặt phẳng (P) chứa Δ nên $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta} = 0$.

Có $\overrightarrow{u_\Delta} = (2;1;2)$.

Xét phương án A: $\overrightarrow{n_P} = (1;-4;1)$ có $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta} = 2-4+2=0$ (thỏa mãn).

Xét phương án B: $\overrightarrow{n_P} = (1;4;-1)$ có $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta} = 2+4-2 \ne 0$ (loại).

Xét phương án C: $\overrightarrow{n_P} = (1;-4;-1)$ có $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta} = 2-4-2 \ne 0$ (loại).

Xét phương án D: $\overrightarrow{n_P} = (1;4;1)$ có $\overrightarrow{n_P}.\overrightarrow{u_\Delta} = 2+4+2 \ne 0$ (loại).

Câu 46: Cho các số dương x, y thỏa mãn $\log_5\left(\dfrac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y \le 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = 6x+2y+\dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}$ bằng

A. 19. **B.** $11\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{31\sqrt{6}}{4}$.

Lời giải

Đk: $x+y>1$.

+ Ta có: $\log_5\left(\dfrac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y \le 4 \Leftrightarrow \log_5(x+y-1)+1+5x+5y-5 \le \log_5(2x+3y)+2x+3y$

$\Leftrightarrow \log_5(5x+5y-5)+5x+5y-5 \le \log_5(2x+3y)+2x+3y \ (1)$.

+ Xét hàm số $f(t) = \log_5 t + t, t > 0$.

+ Ta có: $f'(t) = \dfrac{1}{t\ln 5}+1 > 0 \ \forall t > 0$

+ Do đó $f(t)$ là hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên $(1) \Leftrightarrow 5x+5y-5 \le 2x+3y \Leftrightarrow 3x+2y-5 \le 0$.

+ Ta có: $A = 6x+\dfrac{8}{3x}+2y+\dfrac{9}{2y}+\dfrac{4}{3x}+\dfrac{9}{2y} \ge 8+6+\dfrac{(2+3)^2}{3x+2y} = 19$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases} x=\dfrac{2}{3}, \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$. Áp dụng BĐT $\dfrac{a^2}{x}+\dfrac{b^2}{y}\ge\dfrac{(a+b)^2}{x+y}\quad (x,y>0)$

Câu 47 : Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}(t\in\mathbb{R})$, $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d',Δ' lần lượt là hình chiếu của d và Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Giá trị của tổng $a+bc$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

* Đường thẳng d đi qua $E(-2;0;2)$, vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1}=(0;1;2)$. Đường thẳng Δ đi qua $F(3;1;4)$, vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2}=(1;-1;1)$. Mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$ có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-1)$.

* Mặt phẳng (Q) chứa d vuông góc mặt phẳng (P) đi qua E, nhận $\overrightarrow{n_1}=\left[\overrightarrow{u_1},\vec{n}\right]=(-3;2;-1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $(Q):-3x+2y-z-4=0$. Đường thẳng d cắt (P) tại $K(-2;-2;-2)$.

* Đường thẳng d' đi qua $K(-2;-2;-2)$ nhận $\overrightarrow{u_3}=\left[\vec{n},\overrightarrow{n_Q}\right]=(1;4;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=-2+t_1 \\ y=-2+4t_1 \\ z=-2+5t_1 \end{cases}$.

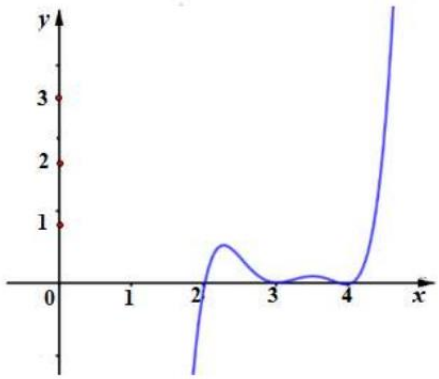
* Mặt phẳng (R) chứa Δ vuông góc mặt phẳng (P) đi qua $F(3;1;4)$, $\left[\overrightarrow{u_2},\vec{n}\right]=(0;2;2)$ chọn $\overrightarrow{n_2}=(0;1;1)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $(R):y+z-5=0$. Đường thẳng Δ cắt (P) tại $S(5;-1;6)$.

* Đường thẳng Δ' đi qua $S(5;-1;6)$, $\left[\vec{n},\overrightarrow{n_R}\right]=(-4;2;-2)$ chọn $\overrightarrow{u_4}=(-2;1;-1)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là $\begin{cases} x=5-2t_2 \\ y=-1+t_2 \\ z=6-t_2 \end{cases}$.

* Tọa độ giao điểm của d' và Δ' là nghiệm của hệ phương trình sau $\begin{cases} -2+t_1=5-2t_2 \\ -2+4t_1=-1+t_2 \\ -2+5t_1=6-t_2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} t_1=1 \\ t_2=3 \end{cases}$.

Suy ra: $M(-1;2;3)$ nên $a=-1;b=2;c=3$. Kết quả: $a+bc=5$.

Câu 48 : Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 sao cho đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ và $f(2)<0, f(1)>0$

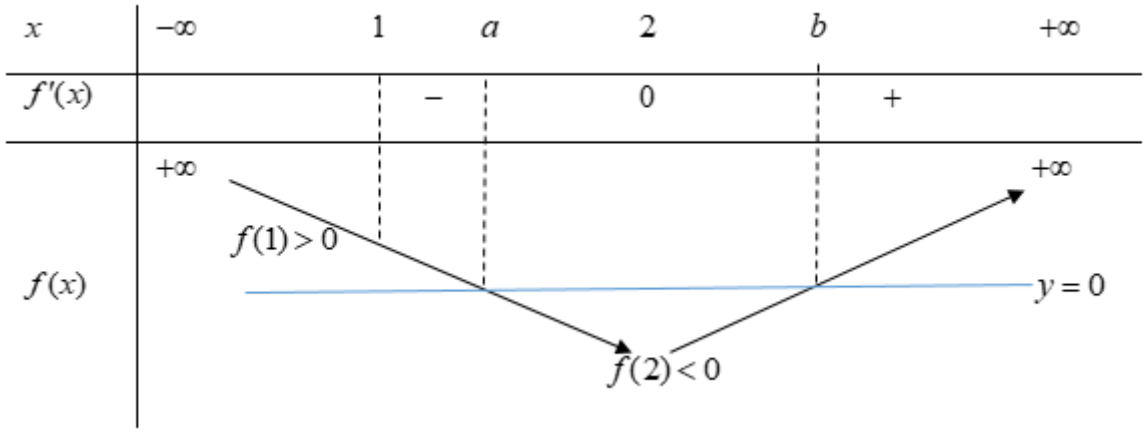


Số điểm cực đại của hàm số $y=\left|f\left(x^2+4x+5\right)\right|$ là

A. 2. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Dựa vào giả thiết bài toán ta có BBT



Từ BBT ta có $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\in\left(1;2\right)\\x=b>2\end{array}\right.$ (*)

Xét hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x^2+4x+5\right)$.

Ta có: $y'=g'\left(x\right)=\left(2x+4\right)f'\left(x^2+4x+5\right)$

$$g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x+4=0\\f'\left(x^2+4x+5\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x^2+4x+5=2\\x^2+4x+5=3\\x^2+4x+5=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-1\\x=-3\end{array}\right.$$

Hay hàm số $y=g\left(x\right)$ có 3 cực trị. ($x^2+4x+5=3;x^2+4x+5=4$ ta không xét vì nghiệm kép)

Xét phương trình: $g\left(x\right)=0\Leftrightarrow f\left(x^2+4x+5\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2+4x+5=a\\x^2+4x+5=b\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left(x+2\right)^2=a-1\in\left(0;1\right)\\\left(x+2\right)^2=b-1>1\end{array}\right.$

Hay $g\left(x\right)=0$ có 4 nghiệm.

Suy ra hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|=\left|f\left(x^2+4x+5\right)\right|$ có 7 cực trị.

Ta có bảng xét dấu:

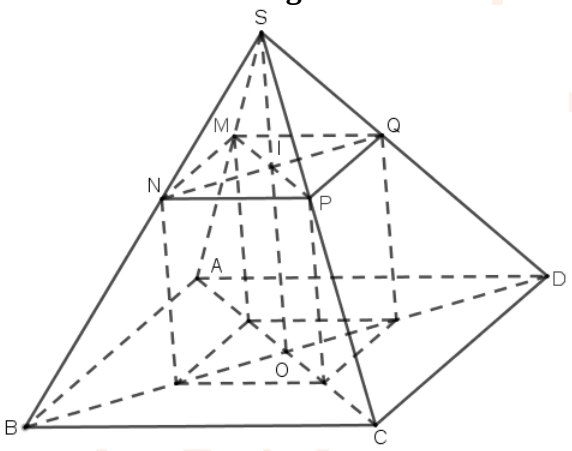
x	$-\infty$		x_1		-3		x_2		-2		x_3		-1		x_4		$+\infty$
$\lvert g'(x)\rvert$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có 3 cực đại

Câu 49: Cho hình chóp tứ giác đều *S.ABCD* có tất cả các cạnh bằng a. Gọi *O* là tâm của tứ giác *ABCD* Một mẳng phẳng thay đổi và vuông góc với *SO* cắt các cạnh *SO, SA, SB, SC, SD* lần lượt tại *I, M, N, P, Q*. Một hình trụ có một đáy nội tiếp tứ giác *MNPQ* và một đáy nằm trên hình vuông *ABCD*. Khi thể tích của khối trụ lớn nhất thì đội dài đoạn *SI* bằng

A. $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $SI=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $SI=\dfrac{a}{3}$. **D.** $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải.



Ta có $SO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Đặt $SI=x$, $0<x<\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Suy ra $IO=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}-x$.

Ta có $\dfrac{MP}{AC}=\dfrac{SI}{SO}=\dfrac{x\sqrt{2}}{a}\Rightarrow MP=\dfrac{x\sqrt{2}}{a}.AC=2x$.

Đường tròn nội tiếp hình vuông *MNPQ* có bán kính $R=\dfrac{x\sqrt{2}}{2}$.

Thể tích khối trụ có chiều cao *SO* và đáy là đường tròn nội tiếp tứ giác *MNPQ* là

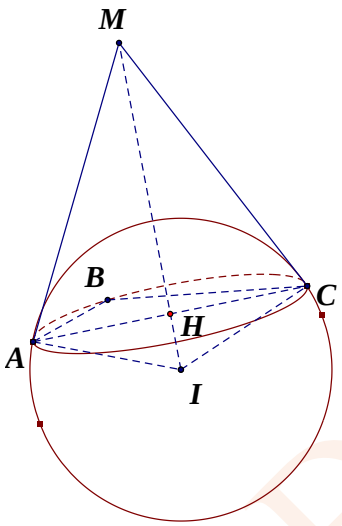
$$V=\pi R^2.IO=\pi.\frac{x^2}{2}.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}-x\right)=2\pi.\frac{x}{2}.\frac{x}{2}.\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}-x\right)\le 2\pi.\left(\frac{\frac{x}{2}+\frac{x}{2}+\frac{a\sqrt{2}}{2}-x}{3}\right)^3=\frac{\sqrt{2}\pi}{54}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $\dfrac{x}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}-x\Leftrightarrow x=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. Do đó $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A,B,C là tiếp điểm) thỏa mãn góc $AMB=60°$, $BMC=90°$, $CMA=120°$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** $\frac{10}{3}$.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=3\sqrt{3}$.

Gọi $MA=MB=MC=m$.

Tam giác MAB đều $\Rightarrow AB=m$.

Tam giác MBC vuông cân tại $M \Rightarrow BC=m\sqrt{2}$.

Tam giác MAC cân tại M, $CMA=120^\circ \Rightarrow AC=m\sqrt{3}$.

Ta có: $AB^2+BC^2=AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi H là trung điểm của AC, suy ra, H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Vì $MA=MB=MC, IA=IB=IC$ nên M, H, I thẳng hàng.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác MAI vuông tại A, ta nhận được $MI=\frac{AI}{\sin 60^\circ}=6.$

$M\in d \Rightarrow M(t-1;t-2;t+1) \Rightarrow \overrightarrow{IM}=(t-2;t-4;t+4).$

$$IM^2=36 \Rightarrow 3t^2-4t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \Rightarrow M(-1;-2;1)\ (t/m) \\ t=\frac{4}{3} \Rightarrow M\left(\frac{1}{3};\frac{-2}{3};\frac{7}{3}\right)\ (l) \end{array}\right. \Rightarrow a+b+c=-2.$$

CHUYÊN ĐH VINH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=x^3-2x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+x^2+C$.
B. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4-x^2+C$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x^2-2x+C$.
D. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}-x^2+C$

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(2-x)$ là

A. $[0;+\infty)$.
B. $(0;+\infty)$.
C. $\mathbb{R}$.
D. $(-\infty;2)$

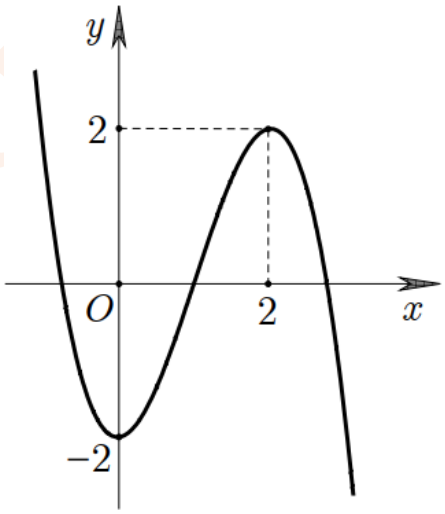
Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$		-1
			$-\infty$	↗	

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4.
B. 2.
C. 3.
D. 1

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-2;2)$.
B. $(2;+\infty)$.
C. $(0;2)$.
D. $(-\infty;0)$.

Câu 5: Thể tích khối hình hộp chữ nhật có các kích thước $2,3,4$ là

A. 6.
B. 8.
C. 72.
D. 24.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(4;-3;2)$ lên trục Oz là

A. $(0;0;2)$. **B.** $(4;-3;0)$. **C.** $(4;0;0)$. **D.** $(0;-3;0)$.

Câu 7: Xét số nguyên $n \geq 1$ và số nguyên k với $0 \leq k \leq n$. Công thức nào sau đây là đúng?

A. $C_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!}$. **C.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k = \dfrac{k!}{n!(n-k)!}$

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 3 = 0$ là

A. $x = -3$. **B.** $x = \dfrac{1}{8}$. **C.** $x = \dfrac{1}{3}$. **D.** $x = 3$

Câu 9: Với mọi số thực a dương $a.\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{4}{3}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6, u_3 = 3$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

A. $-2.$. **B.** $-\dfrac{1}{2}$.. **C.** $2.$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 12: Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

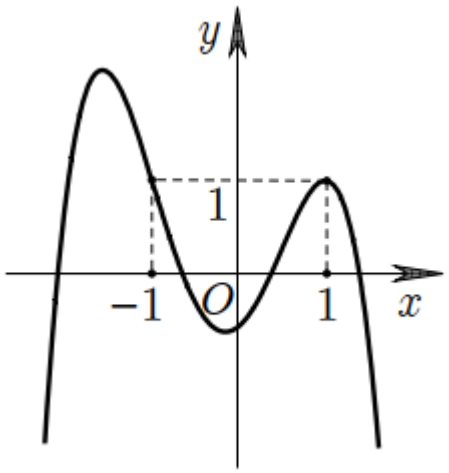
Câu 14: Thể tích khối trụ có chiều cao bằng 3 và đường kính bằng 4 là

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y}{-5} = \dfrac{z+1}{4}$ có một vectơ chỉ phương là

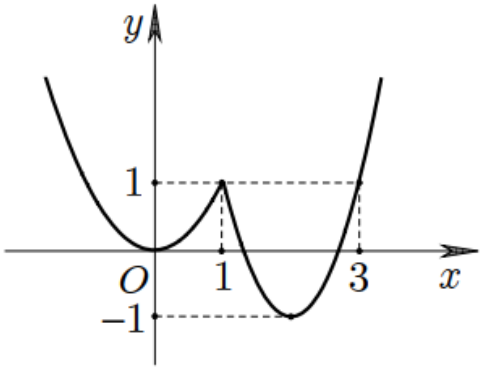
A. $\vec{p} = (3;0;-1)$. **B.** $\vec{m} = (-2;5;4)$. **C.** $\vec{n} = (2;-5;4)$. **D.** $\vec{q} = (2;-5;-4)$.

Câu 16: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)-1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;3]$ bằng



A. 0. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 19: Diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 6 là

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Câu 20: Cho số phức $z=1-2i$ và $w=-3+i$. Điểm biểu diễn số phức $z-w$ là

A. $N(-2;-1)$.. **B.** $Q(-3;4)$.. **C.** $P(4;-3)$.. **D.** $M(4;-1)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $M(-1;0;3)$ đến mặt phẳng $(P):2x-y-2z-1=0$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\frac{8}{3}$.. **D.** $\frac{1}{3}$

Câu 22: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x = 3$ và $\int_3^2 f(x)\mathrm{d}x = 1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4.. **B.** –2.. **C.** 2.. **D.** –4.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2(x-1)^2(x-3)(x^2-4)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y = \log_4(2x^2-3)$ là

A. $y' = \frac{4x}{(2x^2-3)\ln 2}$. **B.** $y' = \frac{4x}{2x^2-3}$. **C.** $y' = \frac{1}{(2x^2-3)\ln 4}$. **D.** $y' = \frac{2x}{(2x^2-3)\ln 2}$

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, cạnh bên $SD = \sqrt{6}a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** a.

Câu 26: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có đường tiệm cận ngang?

A. $y = \log_2 \frac{1}{x}$. **B.** $y = \frac{1}{2^x}$. **C.** $y = \frac{1}{x}$. **D.** $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x}$.

Câu 27: Nếu $\int f(x)dx = F(x) + C$ thì

A. $\int f(2x+3)dx = 2F(2x+3) + C$. **B.** $\int f(2x+3)dx = \frac{1}{2}F(x) + C$.

C. $\int f(2x+3)dx = F(2x+3) + C$. **D.** $\int f(2x+3)dx = \frac{1}{2}F(2x+3) + C$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{m}$. Giá trị của m để d vuông góc với (P) là

A. 2. **B.** –4. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 30: Với mọi số thực dương a, b thỏa mãn $\log_2 a + \log_4 b = 1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2b = 1$. **B.** $ab^2 = 4$. **C.** $ab^2 = 1$. **D.** $a^2b = 4$.

Câu 31: Cho khối nón có góc ở đỉnh bằng 120° và có thể tích bằng πa^3. Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và hai điểm $A(5;3;-1)$, $B(3;1;-2)$. Tọa độ điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC vuông tại B là

A. $(4;1;0)$. **B.** $(3;2;-2)$. **C.** $(2;3;-4)$. **D.** $(5;0;2)$

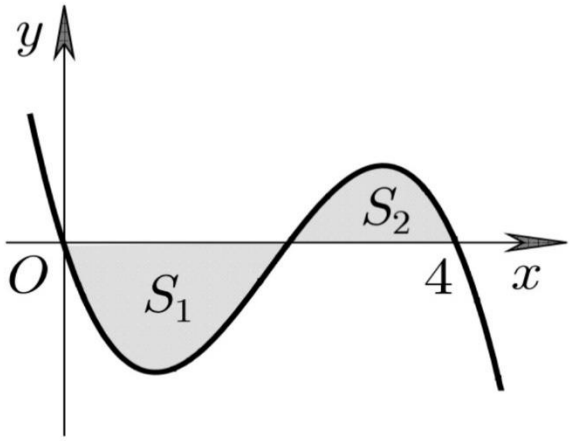
Câu 33: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và (SBC) vuông góc với (ABC). Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 34: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-8z+25=0$. Số phức liên hợp của $z_1=2-z_0$ là

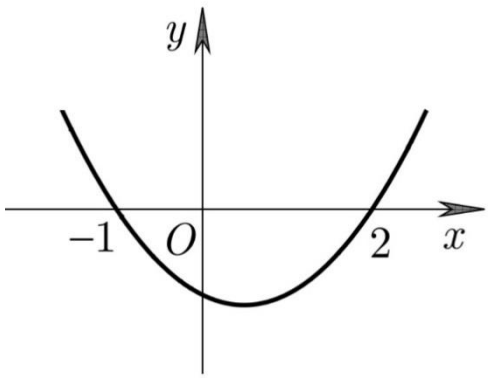
A. $-2-3i$. **B.** $2+3i$. **C.** $4-3i$. **D.** $-2+3i$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_1=2S_2=3$. Tích phân $\int_0^4 f(x)dx$ bằng



A. $3\cdot$. **B.** $\frac{3}{2}\cdot$. **C.** $-\frac{3}{2}\cdot$. **D.** $\frac{9}{2}\cdot$.

Câu 36: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số S nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(2;+\infty)\cdot$. **B.** $(-1;2)\cdot$. **C.** $(0;2)\cdot$. **D.** $(-\infty;-1)\cdot$

Câu 37: An và Bình cùng chơi một trò chơi, mỗi lượt chơi một bạn đặt úp năm tấm thẻ, trong đó có hai thẻ ghi số 2, hai thẻ ghi số 3 và một thẻ ghi số 4, bạn còn lại chọn ngẫu nhiên ba thẻ trong năm tấm thẻ đó. Người chọn thẻ thắng lượt chơi nếu tổng các số trên ba tấm thẻ được **Chọn B**ằng 8, ngược lại người kia sẽ thắng. Xác suất để An thắng lượt chơi khi An là người chọn thẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{3}{20}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Câu 38: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=4^x+(a-2)2^x+2$ trên đoạn $[-1;1]$. Tất cả giá trị của a để $m\geq 1$ là

A. $a\geq 1$. **B.** $-\frac{1}{2}\leq a\leq 0$. **C.** $a\leq -\frac{1}{2}$. **D.** $a\geq 0$.

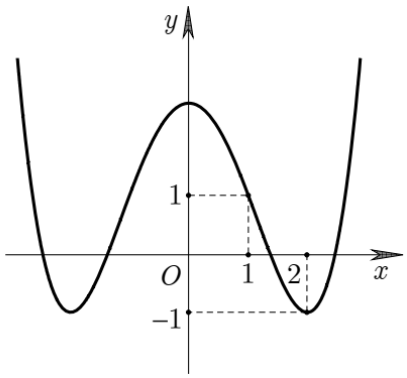
Câu 39: Biết phương trình $z^2+mz+m^2-2=0$ (m là tham số thực) có hai nghiệm phức z_1,z_2. Gọi A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1,z_2 và $z_0=i$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để diện tích tam giác ABC bằng 1?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 40: Cho hàm số $y=x^4+bx^3+cx^2+dx+e\ (b,c,d,e\in\mathbb{R})$ có các giá trị cực trị là $1,4$ và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x)=\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ với trục hoành bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$. Biết rằng hàm số $y=f'(1-x^2)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)+\frac{2}{x}$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 42: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $ABC=120°$. Hình chiếu vuông góc của D' lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD, góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(A'B'C'D')$ bằng $45°$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

A. $\frac{3}{8}a^3$. **B.** $\frac{1}{8}a^3$. **C.** $\frac{3}{16}a^3$. **D.** $\frac{3}{4}a^3$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (ABC) đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (SAC) và (SBC), $AC=2\sqrt{3}a$, $ABC=60°$, đường thẳng SA tạo với (ABC) một góc $30°$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

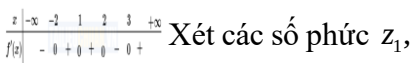
A. $32\pi a^2$.. **B.** $5\pi a^2$.. **C.** $\frac{5}{3}\pi a^2$.. **D.** $20\pi a^2$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1:\frac{x-2}{2}=\frac{y-3}{3}=\frac{z+4}{-5}$ và $d_2:\frac{x+1}{3}=\frac{y-4}{-2}=\frac{z-4}{-1}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M(1;1;2)$.. **B.** $N(2;2;2)$.. **C.** $P(-1;1;0)$.. **D.** $Q(2;1;3)$.

Câu 45: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2\log_2(x+2)}-\sqrt{\log_2(2x^2-1)}\ge(x+1)(x-5)$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 46: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện  Xét các số phức z_1, $z_2\in S$ sao cho $|z_1-z_2|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_1-\sqrt{3}i|+|\overline{z_2}+\sqrt{3}i|$ bằng

A. 2.. **B.** $1+\sqrt{3}$.. **C.** $2\sqrt{3}$.. **D.** $\sqrt{20-8\sqrt{3}}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(1)=2, f(2)=1$ và $\int_1^2\left[xf'(x)\right]^2\mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_1^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4.. **B.** 2.. **C.** 1.. **D.** 3.

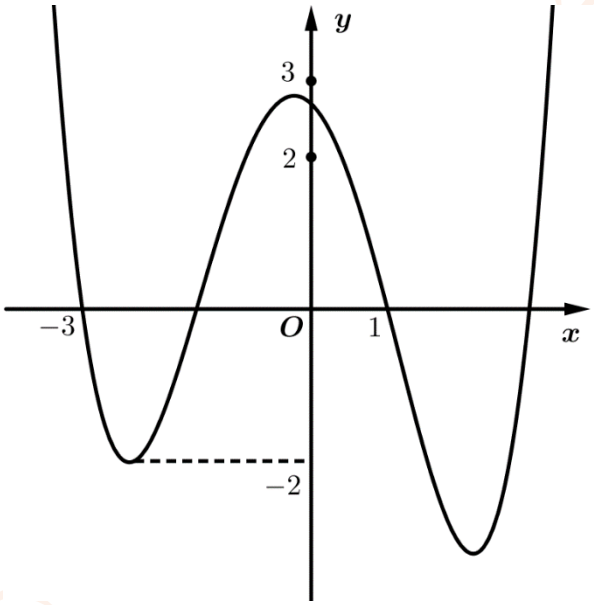
Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn 2 của y sao cho với mỗi y tồn tại đúng 3 số nguyên dương x thỏa mãn $3^x - y \le 2\log_2\left(3^x - 2\right)$?.

A. 16. **B.** 51. **C.** 68. **D.** 66.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 12y + 6z + 24 = 0$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN = 8$ và $OM^2 - ON^2 = -112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 50: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $f\left(\left|x^2 - 4x\right| - 3\right) = a$ có không ít hơn 10 nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.C	5.D	6.A	7.C	8.C	9.B	10.B
11.D	12.D	13.C	14.C	15.C	16.A	17.B	18.C	19.B	20.C
21.A	22.C	23.A	24.D	25.B	26.A	27.D	28.A	29.B	30.D
31.A	32.C	33.B	34.A	35.C	36.C	37.D	38.D	39.C	40.B
41.A	42.A	43.D	44.A	45.B	46.A	47.D	48.B	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $f(x)=x^3-2x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}+x^2+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x^4-x^2+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=3x^2-2x+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}-x^2+C$

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\left(x^3-2x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^4}{4}-x^2+C$.

Câu 2: Tập xác định của hàm số $y=\log_3(2-x)$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;2)$

Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=\log_3(2-x)$ có điều kiện xác định là: $2-x>0\Leftrightarrow x<2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y=\log_3(2-x)$ là: $D=(-\infty;2)$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	-1	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	-1

Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1

Lời giải

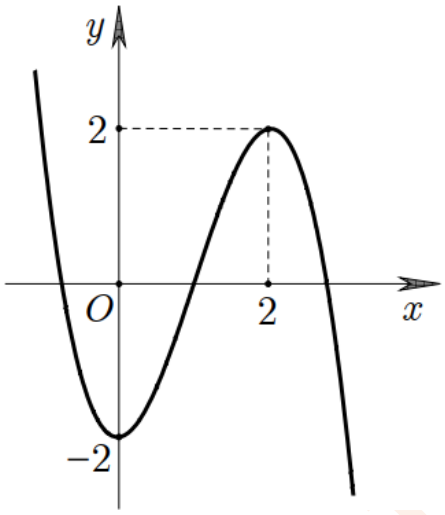
Chọn B

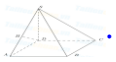
Ta có: $\lim\limits_{x\to1^-}f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^+}f(x)=-\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng là $x=1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

Vậy hàm số đã cho có 2 đường tiệm cận.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-2;2)$. **B.** . **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Chọn C

Quan sát đồ thị hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

Câu 5: Thể tích khối hình hộp chữ nhật có các kích thước $2,3,4$ là

A. 6. **B.** 8. **C.** 72. **D.** 24.

Lời giải

Chọn D

Ta có thể tích khối hình hộp chữ nhật $V=2.3.4=24$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(4;-3;2)$ lên trục Oz là

A. $(0;0;2)$. **B.** $(4;-3;0)$. **C.** $(4;0;0)$. **D.** $(0;-3;0)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có hình chiếu vuông góc của $A(4;-3;2)$ lên trục Oz là $(0;0\,2)$.

Câu 7: Xét số nguyên $n\geq 1$ và số nguyên k với $0\leq k\leq n$. Công thức nào sau đây là đúng?

A. $C_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **B.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!}$. **C.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $C_n^k=\dfrac{k!}{n!(n-k)!}$

Lời giải

Chọn C

Công thức tính số các tổ hợp chập k của n là $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 8: Nghiệm của phương trình $\log_2 x + \log_2 3 = 0$ là

A. $x = -3$. **B.** $x = \dfrac{1}{8}$. **C.** $x = \dfrac{1}{3}$. **D.** $x = 3$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\log_2 x + \log_2 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x = -\log_2 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \log_2 x = \log_2 \dfrac{1}{3} \end{cases} \Leftrightarrow x = \dfrac{1}{3}$.

Câu 9: Với mọi số thực a dương $a.\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{4}{3}}$. **B.** $a^{\frac{1}{3}}$. **C.** $a^{\frac{5}{3}}$. **D.** $a^{\frac{2}{3}}$.

Lời giải

Chọn A

Với mọi số thực a dương, ta có $a.\sqrt[3]{a} = a.a^{\frac{1}{3}} = a^{\frac{4}{3}}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = -6, u_3 = 3$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2.. **B.** $-\dfrac{1}{2}$.. **C.** 2.. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Công bội của cấp số nhân đã cho $q = \dfrac{u_3}{u_2} = -\dfrac{1}{2}$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta có giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng -2.

Câu 12: Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -3.

Lời giải

Chọn D

$z=2+3i\Rightarrow \bar{z}=2-3i$ có phần ảo bằng -3.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Quan sát bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Vậy hàm số có 1 điểm cực đại.

Câu 14: Thể tích khối trụ có chiều cao bằng 3 và đường kính bằng 4 là

A. 16π. **B.** 48π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn C

Khối trụ đã cho có chiều cao $h=3$ và bán kính đáy $R=2$.

Suy ra thể tích khối trụ đã cho $V=\pi.R^2.h=12\pi$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{4}$ có một vectơ chỉ phương là

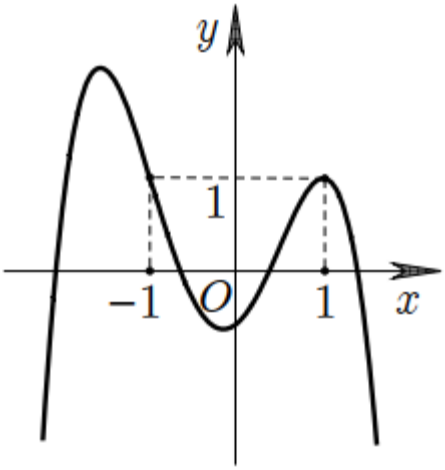
A. $\vec{p}=(3;0;-1)$. **B.** $\vec{m}=(-2;5;4)$. **C.** $\vec{n}=(2;-5;4)$. **D.** $\vec{q}=(2;-5;-4)$.

Lời giải

Chọn C

Đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y}{-5}=\dfrac{z+1}{4}$ có một vectơ chỉ phương là $\vec{n}=(2;-5;4)$.

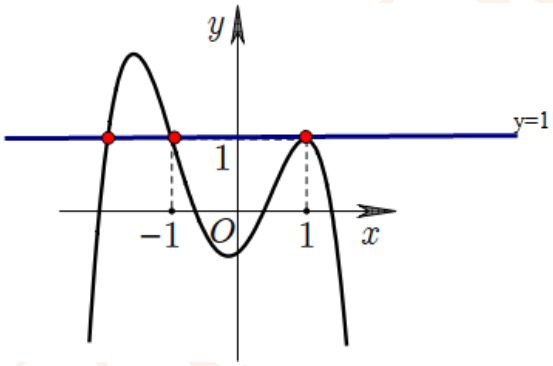
Câu 16: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)-1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

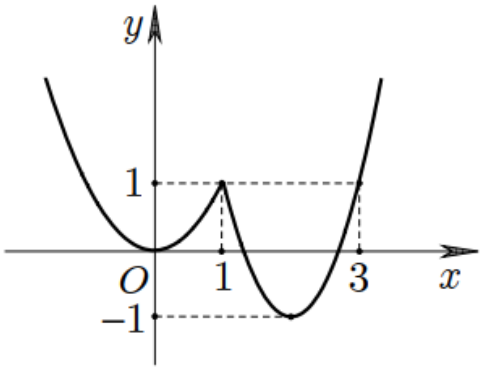


Ta có $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$

Vẽ đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm

Suy ra phương trình $f(x)-1=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[0;3]$ bằng



A. 0. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=-x+1$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=-x+1>0\Leftrightarrow x<1.$

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 19: Diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy bằng 2 và độ dài đường sinh bằng 6 là

A. 8π. **B.** 16π. **C.** 12π. **D.** 24π.

Lời giải

Chọn B

$S_{tp}=\pi rl+\pi r^2=\pi.2.6+\pi.2^2=16\pi$.

Câu 20: Cho số phức $z=1-2i$ và $w=-3+i$. Điểm biểu diễn số phức $z-w$ là

A. $N(-2;-1)$.. **B.** $Q(-3;4)$.. **C.** $P(4;-3)$.. **D.** $M(4;-1)$.

Lời giải

Chọn C

$z-w=(1-2i)-(-3+i)=4-3i$

Vậy điểm biểu diễn số phức $z-w$ là $P(4;-3)$.

Câu 21: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ $M(-1;0;3)$ đến mặt phẳng $(P):2x-y-2z-1=0$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** $\frac{8}{3}$.. **D.** $\frac{1}{3}$

Lời giải

Chọn A

$$d(M,(P))=\frac{|2.(-1)-0-2.3-1|}{\sqrt{2^2+(-1)^2+(-2)^2}}=3..$$

Câu 22: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_3^2 f(x)\mathrm{d}x=1$ thì $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4.. **B.** –2.. **C.** 2.. **D.** –4.

Lời giải

Chọn C

Ta có : $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = \int_1^2 f(x)\mathrm{d}x + \int_2^3 f(x)\mathrm{d}x = 3 + (-1) = 2$.

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2(x-1)^2(x-3)(x^2-4)$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A

Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa váo bảng xét dấu, suy ra hàm số có 2 điểm cực tiểu.

Câu 24: Đạo hàm của hàm số $y = \log_4(2x^2-3)$ là

A. $y' = \dfrac{4x}{(2x^2-3)\ln 2}$. **B.** $y' = \dfrac{4x}{2x^2-3}$. **C.** $y' = \dfrac{1}{(2x^2-3)\ln 4}$. **D.** $y' = \dfrac{2x}{(2x^2-3)\ln 2}$

Lời giải

Chọn D

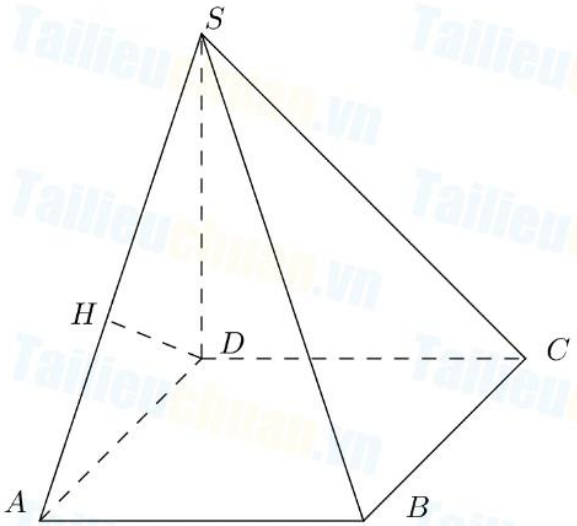
Ta có $y' = \dfrac{4x}{(2x^2-3).\ln 4} = \dfrac{2x}{(2x^2-3)\ln 2}$..

Câu 25: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, cạnh bên $SD = \sqrt{6}a$ và SD vuông góc với mặt phẳng đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng

A. $\sqrt{3}a$. **B.** $\sqrt{2}a$. **C.** $2a$. **D.** a.

Lời giải

Chọn B



Kẻ $DH \perp SA$.

Ta có: $\left.\begin{array}{l} AB \perp AD \\ AB \perp SD \end{array}\right\} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp DH$

Lại có: $\left.\begin{array}{l} DH \perp SA \\ DH \perp AB \end{array}\right\} \Rightarrow DH \perp (SAB) \Rightarrow DH \perp SB$ (1)

Mặt khác, $CD // AB \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp DH$ (2)

Từ (1) và $(2) \Rightarrow d(SB, CD) = DH$

Xét ΔSAD vuông tại D có:

$$\frac{1}{DH^2} = \frac{1}{SD^2} + \frac{1}{AD^2} = \frac{1}{6a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{1}{2a^2} \Rightarrow DH = a\sqrt{2}.$$

Câu 26: Đồ thị hàm số nào sau đây **không** có đường tiệm cận ngang?

A. $y = \log_2 \frac{1}{x}$. **B.** $y = \frac{1}{2^x}$. **C.** $y = \frac{1}{x}$. **D.** $y = \frac{\sqrt{1-x}}{x}$.

Lời giải

Chọn A

Xét hàm số $y = \log_2 \frac{1}{x}$

ĐKXĐ: $x > 0$

Ta có: $\lim\limits_{x \to +\infty} y = \lim\limits_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = -\infty$

Vậy đồ thị hàm số $y = \log_2 \frac{1}{x}$ không có đường tiệm cận ngang.

Câu 27: Nếu $\int f(x)dx = F(x)+C$ thì

A. $\int f(2x+3)dx = 2F(2x+3)+C$.

B. $\int f(2x+3)dx = \frac{1}{2}F(x)+C$.

C. $\int f(2x+3)dx = F(2x+3)+C$.

D. $\int f(2x+3)dx = \frac{1}{2}F(2x+3)+C$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = 2x+3 \Rightarrow dt = 2dx$

Ta có: $\int f(2x+3)dx = \int f(t).\frac{dt}{2} = \frac{1}{2}\int f(t)dt = \frac{1}{2}F(t)+C = \frac{1}{2}F(2x+3)+C$.

Câu 28: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB = a, AA' = \sqrt{3}a$. Góc giữa hai đường thẳng AB' và CC' bằng

A. $30°$.

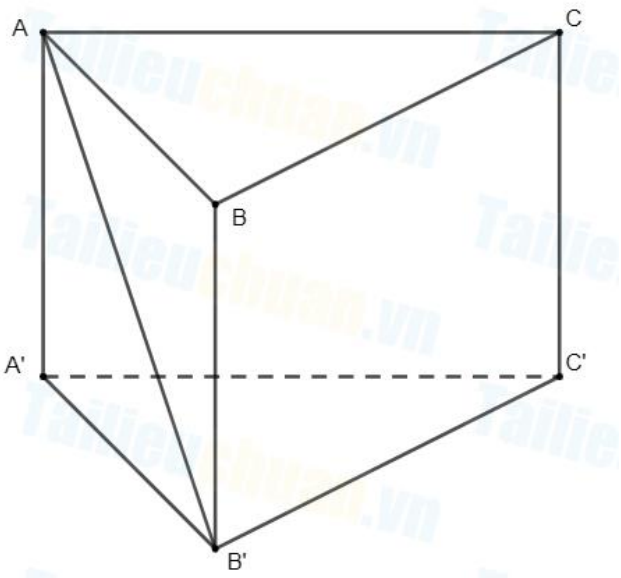
B. $60°$.

C. $45°$.

D. $90°$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $(AB', CC') = (AB', AA') = A'AB'$.

$\tan A'AB' = \frac{A'B'}{AA'} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow A'AB' = 30°$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-y+2z-3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{m}$. Giá trị của m để d vuông góc với (P) là

A. 2.

B. -4.

C. 0.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có vecto pháp tuyến mặt phẳng $(P):\overrightarrow{n_{(P)}}=(1;-1;2)$, vecto chỉ phương đường thẳng $d:\overrightarrow{u_d}=(-2;2;m)$. Để để d vuông góc với (P) thì $\overrightarrow{n_{(P)}},\overrightarrow{u_d}$ cùng phương hay $\frac{1}{-2}=\frac{-1}{2}=\frac{2}{m}\Rightarrow m=-4$.

Câu 30: Với mọi số thực dương a,b thỏa mãn $\log_2 a+\log_4 b=1$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2b=1$. **B.** $ab^2=4$. **C.** $ab^2=1$. **D.** $a^2b=4$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_2 a+\log_4 b=1\Leftrightarrow \log_2 a+\frac{1}{2}\log_2 b=1\Leftrightarrow \log_2 a^2b=2\Leftrightarrow a^2b=4$.

Câu 31: Cho khối nón có góc ở đỉnh bằng $120°$ và có thể tích bằng πa^3. Diện tích xung quanh của khối nón đã cho bằng

A. $2\sqrt{3}\pi a^2$. **B.** $\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** πa^2. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$

Lời giải

Chọn A

Gọi h là chiều cao khối nón, R là bán kính đáy, ta có:

$$\begin{cases}\frac{1}{3}\pi R^2h=\pi a^3\\ \tan 60°=\frac{R}{h}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}R=h\sqrt{3}\\ \pi h^3=\pi a^3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}R=a\sqrt{3}\\ h=a\end{cases}.$$

Độ dài đường sinh của khối nón là: $l=\sqrt{R^2+h^2}=2a$.

Diện tích xung quanh của khối nón đã cho là: $S_{xq}=\pi Rl=\pi.a\sqrt{3}.2a=2\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-3}{1}=\frac{y-2}{-1}=\frac{z+2}{2}$ và hai điểm $A(5;3;-1)$, $B(3;1;-2)$. Tọa độ điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC vuông tại B là

A. $(4;1;0)$. **B.** $(3;2;-2)$. **C.** $(2;3;-4)$. **D.** $(5;0;2)$

Lời giải

Chọn C

Tọa độ điểm C có dạng: $C(3+t;2-t;-2+2t)$, $\overrightarrow{BA}(2;2;1)$, $\overrightarrow{BC}(t;1-t;2t)$.

Tam giác ABC vuông tại $B\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}=0\Leftrightarrow 2t+2-2t+2t=0\Leftrightarrow t=-1$.

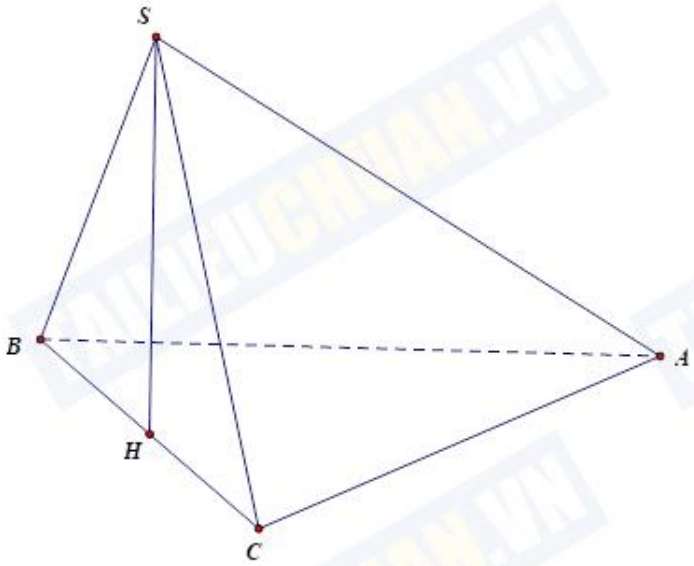
Vậy tọa độ điểm C là $(2;3;-4)$.

Câu 33: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh $2a$, mặt bên SBC là tam giác vuông cân tại S và (SBC) vuông góc với (ABC). Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $3\sqrt{3}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{12}a^3$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi H là trung điểm của BC.

Ta có $\begin{cases}(SBC)\perp(ABC)\\(SBC)\cap(ABC)=BC\Rightarrow SH\perp(ABC)\\SH\perp BC\end{cases}$

Lại có $SH=\frac{BC}{2}=a$, tam giác ABC đều cạnh $2a$ có $S=\frac{(2a)^2\sqrt{3}}{4}=a^2\sqrt{3}$.

Do đó thể tích cần tìm là $V=\frac{1}{3}a.a^2\sqrt{3}=\frac{\sqrt{3}}{3}a^3$.

Câu 34: Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2-8z+25=0$. Số phức liên hợp của $z_1=2-z_0$ là

A. $-2-3i$. **B.** $2+3i$. **C.** $4-3i$. **D.** $-2+3i$.

Lời giải

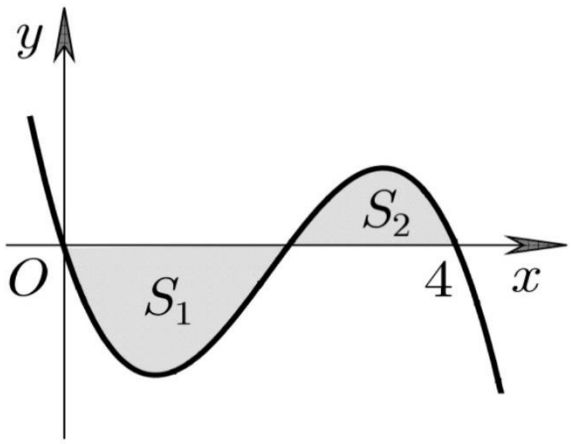
Chọn A

Ta có $z^2-8z+25=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z=4+3i\\z=4-3i\end{array}\right.$, suy ra $z_0=4-3i$.

Do đó $z_1=2-z_0=2-(4-3i)=-2+3i\Rightarrow\overline{z_1}=-2-3i$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng các diện tích S_1, S_2

thỏa mãn $S_1 = 2S_2 = 3$. Tích phân $\int_0^4 f(x)dx$ bằng



A. $3\cdot$. **B.** $\frac{3}{2}\cdot$. **C.** $-\frac{3}{2}\cdot$. **D.** $\frac{9}{2}\cdot$.

Lời giải

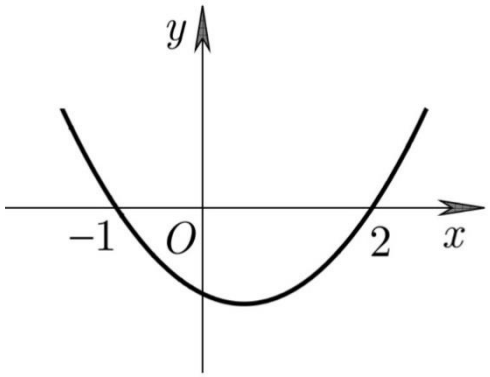
Chọn C

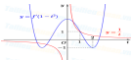
Ta có: $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=a\,(0<a<4) \\ x=4 \end{array}\right.$

Tích phân $\int_0^4 f(x)dx = \int_0^a f(x)dx + \int_a^4 f(x)dx = -S_1 + S_2 = -3 + \frac{3}{2} = -\frac{3}{2}$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 36: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hàm số S nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(2;+\infty)\cdot$. **B.** $(-1;2)\cdot$. **C.** $(0;2)\cdot$. **D.** 

Lời giải

Chọn C

Ta có: $g'(x)=f'(x)-\frac{1}{x^2}$.

Hàm số $g(x)$ nghịch biến $\Leftrightarrow g'(x)<0 \Leftrightarrow f'(x)-\frac{1}{x^2}<0 \Leftrightarrow f'(x)<0 \ \ \forall x\neq 0$

(Do $-\frac{1}{x^2}<0 \ \forall x\neq 0$)

Như vậy $g'(x)<0 \ \forall x\in(-1;2)\setminus\{0\}$

Mà $(0;2)\subset(-1;2)\setminus\{0\} \Rightarrow$ Chọn.**C.**

Câu 37: An và Bình cùng chơi một trò chơi, mỗi lượt chơi một bạn đặt úp năm tấm thẻ, trong đó có hai thẻ ghi số 2, hai thẻ ghi số 3 và một thẻ ghi số 4, bạn còn lại chọn ngẫu nhiên ba thẻ trong năm tấm thẻ đó. Người chọn thẻ thắng lượt chơi nếu tổng các số trên ba tấm thẻ được **Chọn B**ằng 8, ngược lại người kia sẽ thắng. Xác suất để An thắng lượt chơi khi An là người chọn thẻ bằng

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $\frac{1}{10}$. **C.** $\frac{3}{20}$. **D.** $\frac{3}{10}$.

Lời giải

Chọn D

Số trường hợp xảy ra khi chọn 3 thẻ trong 5 tấm thẻ là $n(\Omega)=C_5^3=10$

Gọi A là biến cố để An thắng lượt chơi.

Số các trường hợp xảy ra cho A là:

- 2 thẻ số 2 và một thẻ số 4 có 1 cách.

- 2 thẻ số 3 và 1 thẻ số 2 có 2 cách.

Suy ra số các trường hợp xảy ra cho A là $n(A)=3$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{3}{10}$.

Câu 38: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=4^x+(a-2)2^x+2$ trên đoạn $[-1;1]$. Tất cả giá trị của a để $m\geq 1$ là

A. $a\geq 1$. **B.** $-\frac{1}{2}\leq a\leq 0$. **C.** $a\leq -\frac{1}{2}$. **D.** $a\geq 0$.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t=2^x, t\in\left[\frac{1}{2};2\right]$, $f(x)$ trở thành $g(t)=t^2+(a-2)t+2$

Hàm số $g(t)$ liên tục trên $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

$g'(t)=2t+a-2$. $g'(t)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{2-a}{2}$

Trường hợp 1: $\dfrac{1}{2}\le\dfrac{2-a}{2}\le 2\Leftrightarrow -2\le a\le 1$

Suy ra $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} g(t)=g\left(\dfrac{2-a}{2}\right)=\dfrac{8-(a-2)^2}{4}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{8-(a-2)^2}{4}\ge 1\Leftrightarrow 0\le a\le 4$

Vậy $0\le a\le 1$ (1)

Trường hợp 2: $\dfrac{2-a}{2}<\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow a>1$

Suy ra: $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} g(t)=g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{2}a+\dfrac{5}{4}$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}a+\dfrac{5}{4}\ge 1\Leftrightarrow a\ge -\dfrac{1}{2}$

Vậy $a>1$.

Trường hợp 3: $\dfrac{2-a}{2}>2\Leftrightarrow a<-2$

Suy ra: $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} g(t)=g(2)=2a+2$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow 2a+2\ge 1\Leftrightarrow a\ge -\dfrac{1}{2}$

Vậy không tồn tại a.

Kết hợp 3 trường hợp, ta có $a\ge 0$.

Câu 39: Biết phương trình $z^2+mz+m^2-2=0$ (m là tham số thực) có hai nghiệm phức z_1,z_2. Gọi A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1,z_2 và $z_0=i$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để diện tích tam giác ABC bằng 1?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\Delta=m^2-4(m^2-2)=-3m^2+8$

TH1: $\Delta > 0 \Leftrightarrow -3m^2+8>0 \Leftrightarrow \frac{-2\sqrt{6}}{3} < m < \frac{2\sqrt{6}}{3}$. Khi đó, phương trình có hai nghiệm thực phân biệt là z_1, z_2.

Vì $A, B \in Ox$ nên $AB = |z_1 - z_2| = \sqrt{(z_1 - z_2)^2} = \sqrt{(z_1+z_2)^2 - 4z_1z_2} = \sqrt{-3m^2+8}$.

Mặt khác, ta có $C(0;1) \Rightarrow d(C;AB) = 1$.

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.d(C;AB) = \frac{\sqrt{-3m^2+8}}{2} = 1 \Leftrightarrow \boxed{m = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3}} (n)$.

TH2: $\Delta < 0 \Leftrightarrow -3m^2+8<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \frac{2\sqrt{6}}{3} \\ m < \frac{-2\sqrt{6}}{3} \end{array}\right.$. Khi đó, phương trình có hai nghiệm phức liên hợp là $z_{1,2} = \frac{-m + i\sqrt{|\Delta|}}{2}$.

Ta có: $AB = |z_1 - z_2| = \left|i\sqrt{|\Delta|}\right| = \sqrt{|-3m^2+8|} = \sqrt{3m^2-8}$ và $C(0;1)$.

Phương trình đường thẳng AB là $x + \frac{m}{2} = 0$ nên $d(C;AB) = \frac{|m|}{2}$.

Do đó, $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AB.d(C;AB) = \frac{|m|\sqrt{3m^2-8}}{4} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \boxed{m = \pm 2}\ (n) \\ m = \pm\frac{2\sqrt{3}}{3} i\ (l) \end{array}\right.$.

Vậy có 4 giá trị thực của tham số m thỏa mãn đề bài.

Câu 40: Cho hàm số $y = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e\ (b,c,d,e \in \mathbb{R})$ có các giá trị cực trị là $1, 4$ và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ với trục hoành bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn B

Gọi $m, n, p\ (m<n<p)$ lần lượt là các điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

Ta có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		m		n		p		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Khi đó hàm số đạt cực tiểu $m,\ p$ và đạt cực đại tại $x=n\Rightarrow f\left(n\right)=9$.

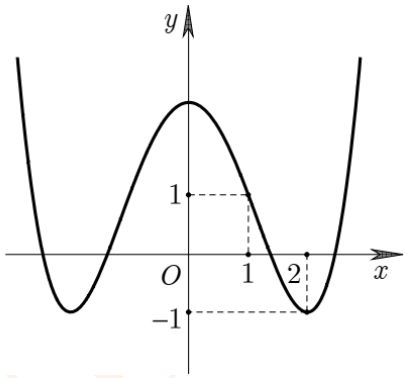
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{f'\left(x\right)}{\sqrt{f\left(x\right)}}$ với trục hoành là

$$S=\int_m^p\left|g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\left|\int_m^n g\left(x\right)\mathrm{d}x\right|+\left|\int_n^p g\left(x\right)\mathrm{d}x\right|=\int_m^n g\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_n^p g\left(x\right)\mathrm{d}x$$

$$=2\left[\sqrt{f\left(x\right)}\right]\Big|_m^n-2\left[\sqrt{f\left(x\right)}\right]\Big|_n^p=2\left[\sqrt{f\left(n\right)}-\sqrt{f\left(m\right)}\right]-2\left[\sqrt{f\left(p\right)}-\sqrt{f\left(n\right)}\right]$$

$$=4\sqrt{f\left(n\right)}-2\left(\sqrt{f\left(m\right)}+\sqrt{f\left(p\right)}\right)=4.3-2.\left(1+2\right)=6.$$

Câu 41: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$. Biết rằng hàm số $y=f'\left(1-x^2\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Số điểm cực trị của hàm số $g\left(x\right)=f\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)+\dfrac{2}{x}$ là

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

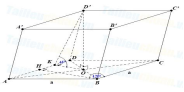
A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 7.

Lời giải

Chọn A

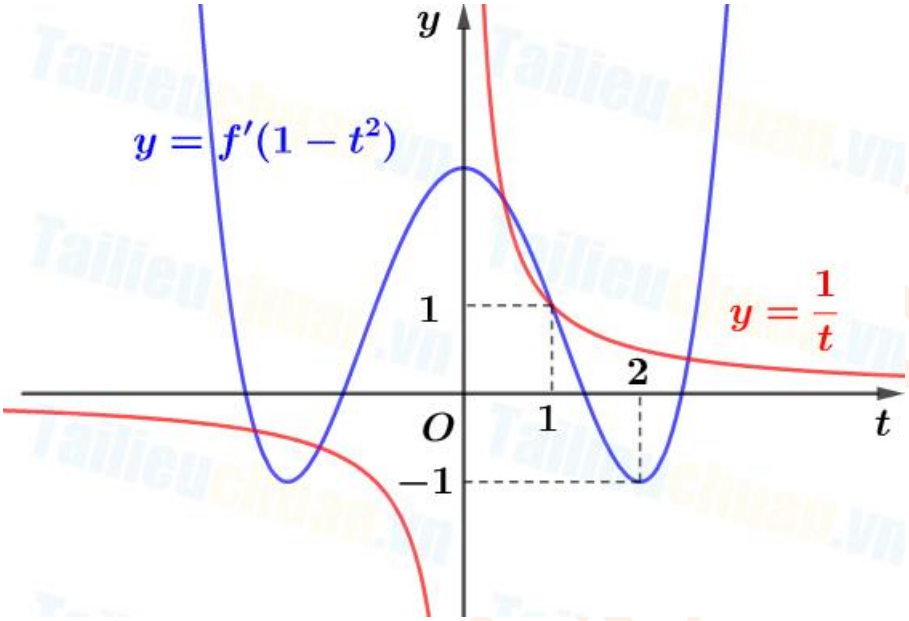
Ta có $g'\left(x\right)=\dfrac{2}{x^3}.f'\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2}{x^2}\left[\dfrac{1}{x}.f'\left(\dfrac{x^2-1}{x^2}\right)-1\right]$

$$\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\frac{1}{x}.f'\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)-1=0\Rightarrow f'\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)=x\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{1}{x^2}\right)=x$$

Đặt  ta được $f'\left(1-t^2\right)=\dfrac{1}{t}$.

Xét hàm số $h\left(t\right)=\dfrac{1}{t}\left(t\neq0\right)\Rightarrow h'\left(t\right)=-\dfrac{1}{t^2}<0,\forall t\neq0$

Vẽ đồ thị hàm $h(t)=\frac{1}{t}$ trên cùng hệ trục toạ độ với hàm số $y=f'(1-t^2)$



Từ đồ thị suy ra $g'(x)=0$ có 5 nghiệm đơn.

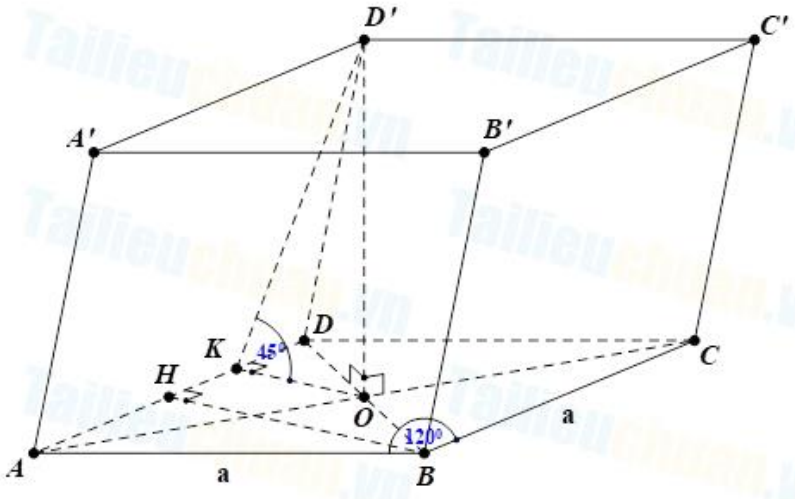
Vậy hàm số $g(x)=f\left(\frac{x^2-1}{x^2}\right)+\frac{2}{x}$ có 5 điểm cực trị.

Câu 42: Cho khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $ABC=120°$. Hình chiếu vuông góc của D' lên $(ABCD)$ trùng với giao điểm của AC và BD, góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(A'B'C'D')$ bằng $45°$. Thể tích khối hộp đã cho bằng

A. $\frac{3}{8}a^3$. **B.** $\frac{1}{8}a^3$. **C.** $\frac{3}{16}a^3$. **D.** $\frac{3}{4}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là giao của AC và BD. Ta có $D'O \perp (ABCD)$.

Mà $ABCD$ là hình thoi cạnh a, $ABC = 120°$ nên tam giác ABD đều cạnh a.

Gọi H là trung điểm của AD và K là trung điểm của HD suy ra $BH \perp AD$ và $BH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $OK // BH$ và $OK = \frac{1}{2}BH = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Từ đó $\Rightarrow OK \perp AD$ mà $D'O \perp (ABCD) \Rightarrow D'O \perp AD$ nên $AD \perp (D'OK) \Rightarrow AD \perp D'K$.

Do đó góc giữa hai mặt phẳng $(ADD'A')$ và $(A'B'C'D')$ bằng $D'KO = 45°$ hay tam giác $D'KO$ vuông cân tại $O \Rightarrow D'O = OK = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Lại có diện tích hình thoi $ABCD$ bằng $S_{ABCD} = 2S_{ABD} = 2.\frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}$.

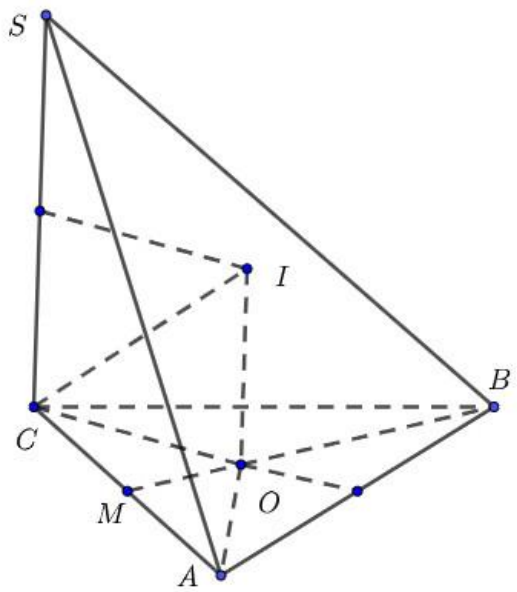
Vậy thể tích của khối hộp là $V = D'O.S_{ABCD} = \frac{a\sqrt{3}}{4}.\frac{a^2\sqrt{3}}{2} = \frac{3}{8}a^3$.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt phẳng (ABC) đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (SAC) và (SBC), $AC = 2\sqrt{3}a$, $ABC = 60°$, đường thẳng SA tạo với (ABC) một góc $30°$. Diện tích của mặt cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho bằng

A. $32\pi a^2$.. **B.** $5\pi a^2$.. **C.** $\frac{5}{3}\pi a^2$.. **D.** $20\pi a^2$.

Lời giải

Chọn D



Mặt phẳng (ABC) đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (SAC) và $(SBC) \Rightarrow SC \perp (ABC)$.

Đường thẳng SA tạo với (ABC) một góc $30° \Rightarrow SAC = 30°$; $SC = 2a$

Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

Theo định lý sin trong tam giác ΔABC ta có: $2OC = \dfrac{AC}{\sin ABC} = \dfrac{2\sqrt{3}a}{\sin 60°} = 4a \Rightarrow OC = 2a$.

Từ O dựng trục ΔABC là đường thẳng Δ, $\Delta \parallel SC$. Trong mặt phẳng $(SC;\Delta)$, đường trung trực cạnh SC cắt trục ΔABC tại I, ta có I là tâm mặt cầu ngoại tiếp hình chóp $S.ABC$.

$R = IC = \sqrt{OC^2 + OI^2} = \sqrt{4a^2 + a^2} = a\sqrt{5}$.

Diện tích mặt cầu bằng $4\pi.\left(a\sqrt{5}\right)^2 = 20\pi a^2$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng vuông góc chung của hai đường thẳng $d_1 : \dfrac{x-2}{2} = \dfrac{y-3}{3} = \dfrac{z+4}{-5}$ và $d_2 : \dfrac{x+1}{3} = \dfrac{y-4}{-2} = \dfrac{z-4}{-1}$ đi qua điểm nào trong các điểm sau đây?

A. $M(1;1;2)$.. **B.** $N(2;2;2)$.. **C.** $P(-1;1;0)$.. **D.** $Q(2;1;3)$.

Lời giải

Chọn A

Đường vuông góc chung cắt $d_1; d_2$ lần lượt tại $A; B$

$A \in d_1 \Rightarrow A(2+2t; 3+3t; -4-5t), t \in \mathbb{R}$;

$B \in d_2 \Rightarrow B(-1+3m; 4-2m; 4-m), m \in \mathbb{R}$.

$\overrightarrow{AB} = (3m-2t-3; 1-2m-3t; 8+5t-m)$

d_1 có véc tơ chỉ phương $\vec{u}(2;3;-5)$; d_2 có véc tơ chỉ phương $\vec{v} = (3;-2;-1)$.

Ta có $\begin{cases} \overrightarrow{AB}.\vec{u} = 0 \\ \overrightarrow{AB}.\vec{v} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5m - 38t = 43 \\ 14m - 5t = 19 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = -1 \\ m = 1 \end{cases}$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;2;2) = 2(1;1;1)$, $A(0;0;1)$.

Phương trình đường vuông góc chung $\dfrac{x}{1} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1} \Rightarrow M$ thuộc đường vuông góc chung.

Câu 45: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\sqrt{2\log_2(x+2)} - \sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)} \geq (x+1)(x-5)$ là

A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x+2 \geq 1 \\ 2x^2 - 1 \geq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -1 \\ \left[\begin{array}{l} x \leq -1 \\ x \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x \geq 1 \end{array}\right.$.

Nhận xét $x = -1$ là nghiệm của bất phương trình.

Với $x \geq 1$ ta có:

$\sqrt{2\log_2(x+2)}-\sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)}\ge(x+1)(x-5)$

$\Leftrightarrow\sqrt{\log_2(x^2+4x+4)}-\sqrt{\log_2\left(2x^2-1\right)}\ge x^2-4x-5(2)$

Đặt $\begin{cases}a=2x^2-1\\ b=x^2+4x+4\end{cases}(a\ge1;b\ge1).$

$(2)\Leftrightarrow b+\sqrt{\log_2 b}\ge a+\sqrt{\log_2 a}(3).$

Xét hàm số $f(t)=t+\sqrt{\log_2 t}$ với $t\ge1.$

$f'(t)=1+\dfrac{1}{2t\sqrt{\log_2 t}\ln 2}>0,\forall t>1$

Hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ nên từ (3) ta có:

$b\ge a\Leftrightarrow x^2+4x+4\ge2x^2-1\Leftrightarrow-x^2+4x+5\ge0\Leftrightarrow-1\le x\le5$

Mà $x\ge1\Rightarrow1\le x\le5.$

Vậy có 6 giá trị nguyên của x thỏa mãn.

Câu 46: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z thỏa mãn điều kiện $z.\bar{z}=\left|z+\bar{z}\right|$. Xét các số phức $z_1,\ z_2\in S$ sao cho $\left|z_1-z_2\right|=1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z_1-\sqrt{3}i\right|+\left|\overline{z_2}+\sqrt{3}i\right|$ bằng

A. $2.$ **B.** $1+\sqrt{3}.$ **C.** $2\sqrt{3}.$ **D.** $\sqrt{20-8\sqrt{3}}.$

Lời giải

Chọn A

Đặt $z=a+bi;\ a,b\in\mathbb{R}.$

Ta có : $z.\bar{z}=\left|z+\bar{z}\right|\Leftrightarrow a^2+b^2=2|a|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a^2+b^2=2a\\ a^2+b^2=-2a\end{array}\right.$.

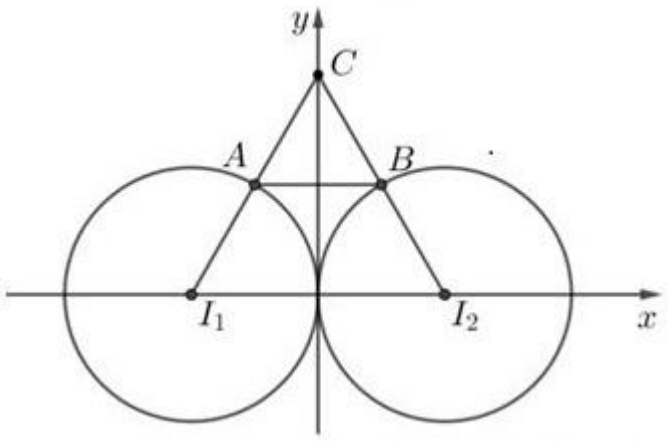
Gọi $A,\ B$ lần lượt là hai điểm biểu diễn của số phức z_1,z_2.

$\left|z_1-z_2\right|=1\Rightarrow AB=1.$

Khi đó: $P=\left|z_1-\sqrt{3}i\right|+\left|\overline{z_2}+\sqrt{3}i\right|=CA+CB$, với $C(0;\sqrt{3})$.

$\Rightarrow P_{\min}\ge I_1C-R+I_2C-R=2$; với $I_1(-1;0),\ I_2(1;0),\ R=1.$

Dấu "=" xảy ra vì $A,\ B$ lần lượt là trung điểm $CI_1,\ CI_2$ và $AB=\dfrac{I_1I_2}{2}=1$ (thỏa mãn)



Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $f(1)=2, f(2)=1$ và $\int_1^2 [xf'(x)]^2 \mathrm{d}x=2$. Tích phân $\int_1^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 4.. **B.** 2.. **C.** 1.. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_1^2 \frac{4}{x^2}\mathrm{d}x=-\frac{4}{x}\Big|_1^2=2;\ \int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_1^2=-1$

Vì $\int_1^2\left[(xf'(x))^2+4f'(x)+\frac{4}{x^2}\right]\mathrm{d}x=0$ nên $\int_1^2\left[xf'(x)+\frac{2}{x}\right]^2\mathrm{d}x=0$

$\Leftrightarrow f'(x)=-\frac{2}{x^2}\Rightarrow f(x)=\frac{2}{x}+C$

Mà $f(1)=2\Leftrightarrow C=0\Rightarrow f(x)=\frac{2}{x}$

Khi đó $\int_1^2 x^2 f(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 x^2.\frac{2}{x^2}\mathrm{d}x=2x\Big|_1^2=3..$

Câu 48: Có bao nhiêu giá trị nguyên lớn hơn 2 của y sao cho với mỗi y tồn tại đúng 3 số nguyên dương x thỏa mãn $3^x-y\le 2\log_2(3^x-2)$?.

A. 16. **B.** 51. **C.** 68. **D.** 66.

Lời giải

Chọn B

$3^x-y\le 2\log_2(3^x-2)$ điều kiện: $3^x-2>0\Leftrightarrow x>\log_3 2$.

$\Leftrightarrow y\ge 3^x-2\log_2(3^x-2)$.

Xét hàm số $f(x)=3^x-2\log_2(3^x-2)$

$\Rightarrow f'(x)=3^x\ln 3-\dfrac{2.3^x\ln 3}{(3^x-2)\ln 2}=3^x\ln 3\left(1-\dfrac{2}{(3^x-2)\ln 2}\right)=3^x\ln 3\left(\dfrac{(3^x-2)\ln 2-2}{(3^x-2)\ln 2}\right)$

$\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow 3^x-2=\dfrac{2}{\ln 2}\Leftrightarrow x=\log_3\left(\dfrac{2}{\ln 2}+2\right)=a$

Bảng biến thiên:

x	$\log_3 2$	1	a	2	3	4	$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0			$+$	
$f(x)$		3	$f(a)$		$f(3)$	$f(4)$	$+\infty$

y

Ycbt $\Leftrightarrow\begin{cases}f(3)\le y\\ f(4)>y\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}27-2\log_2 25\le y\\ 81-2\log_2 79>y\end{cases}\Leftrightarrow 17,71\le y<68,3$

Vì $y>2$ là số nguyên nên $18\le y\le 68\Rightarrow$ có 51 số.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+12y+6z+24=0$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN=8$ và $OM^2-ON^2=-112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B

Phương trình mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-4x+12y+6z+24=0$; ta có $I(2;-6;-3)$, $R=5$ và $OI=7$.

$OM^2-ON^2=\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IM}\right)^2-\left(\overrightarrow{OI}+\overrightarrow{IN}\right)^2=2\overrightarrow{OI}\left(\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right)$

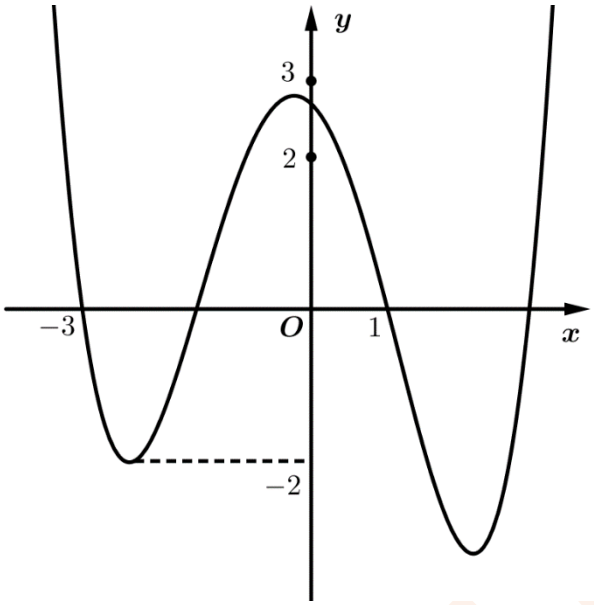
$=2\overrightarrow{OI}.\overrightarrow{MN}=2.OI.MN.\cos\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{MN}\right)=112.\cos\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{MN}\right).$

Khi đó $OM^2-ON^2=-112\Leftrightarrow\cos\left(\overrightarrow{OI},\overrightarrow{MN}\right)=-1$.

Suy ra $\overrightarrow{OI}$ và $\overrightarrow{MN}$ ngược hướng hay $OI//MN$ (vì $O\notin MN$).

Vậy $\mathrm{d}(O,MN)=\mathrm{d}(I,MN)=\sqrt{R^2-\left(\dfrac{MN}{2}\right)^2}=3$.

Câu 50: Cho hàm số đa thức bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $f\left(\left|x^2-4x\right|-3\right)=a$ có không ít hơn 10 nghiệm thực phân biệt?

A. 4. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn A

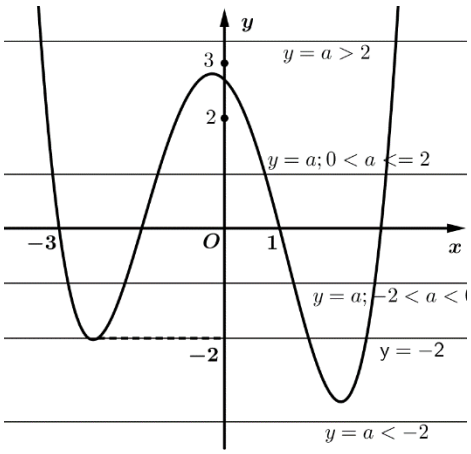
Đặt $t=\left|x^2-4x\right|-3$; ta có $t'(x)=\dfrac{x^2-4x}{\left|x^2-4x\right|}.(2x-4)$; $t'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-4x=0\\2x-4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;\ 4\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
$t'(x)$		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$+$	
$t(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Nhận thấy: - Với $t<-3$ thì vô nghiệm x.

- Với $t=-3$ thì có 2 nghiệm x.
- Với $t\in(-3;1)$ thì có 4 nghiệm x.
- Với $t=1$ thì có 3 nghiệm x.
- Với $t>1$ thì có 2 nghiệm x.



Khi đó ta có phương trình $f\left(t\right)=a$ (1). Từ đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ ta có

+ Nếu $a<-2$ thì (1) có 2 nghiệm phân biệt $t>1$ hoặc vô nghiệm $\Rightarrow$ Phương trình đã cho có số nghiệm không lớn hơn 4.

+ Nếu $a=-2$ thì (1) có 3 nghiệm phân biệt trong đó 1 nghiệm $t\in\left(-3;0\right)$ và có 2 nghiệm $t>1$. $\Rightarrow$ Phương trình đã cho có 8 nghiệm.

+ Nếu $a\in\left(-2;0\right)$ thì (1) có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 2 nghiệm $t\in\left(-3;1\right)$ và 2 nghiệm $t>1\Rightarrow$ Phương trình đã cho có 12 nghiệm phân biệt.

+ Nếu $a=0$ thì (1) có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm $t\in\left(-3;1\right)$ và 1 nghiệm $t>1$ và nghiệm $t=1;\ t=-3\Rightarrow$ Phương trình đã cho có 11 nghiệm phân biệt.

+ Nếu $a\in\left(0;2\right]$ thì (1) có 4 nghiệm phân biệt trong đó có 2 nghiệm $t\in\left(-3;1\right)$ và 1 nghiệm $t<-3$ và 1 nghiệm $t>1\Rightarrow$ Phương trình đã cho có 10 nghiệm phân biệt.

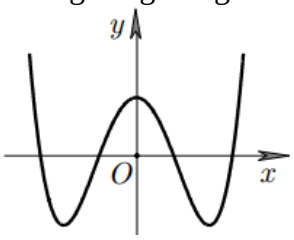
+ Nếu $\begin{cases}a>2\\a\in\mathbb{Z}\end{cases}$ thì (1) có 2 nghiệm phân biệt trong đó 1 nghiệm $t<-3$ và 1 nghiệm $t>1\ \Rightarrow$ Phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy với $-2<a\le2$ thì phương trình đã cho có không ít hơn 10 nghiệm thực phân biệt, do đó có 4 số nguyên a cần tìm.

CHUYÊN ĐẠI HỌC VINH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình?



A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=-x^4+x^2+1$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=3$ và $u_7=15$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5. **B.** 12. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z+5=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=-1+3t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-t\\z=-2+t\end{cases}$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=1$.

Câu 5. Diện tích S của mặt cầu có bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=\pi r^2$. **C.** $S=\dfrac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $S=\dfrac{1}{3}\pi r^2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(2;-2;1)$. Tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 7. Với mọi số thực a dương, $\log_3^2(a^2)$ bằng

A. $2\log_3^2 a$. **B.** $\dfrac{1}{4}\log_3^2 a$. **C.** $4\log_3^2 a$. **D.** $\dfrac{1}{2}\log_3^2 a$.

Câu 8. Xét số nguyên $n\geq 1$ và số nguyên k với $0\leq k\leq n$. Công thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^k=\dfrac{k!}{n!(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{k!}{n!(k-n)!}$. **C.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 10. Hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị.

A. $y=\dfrac{x-1}{x-1}$. **B.** $y=x^3+2$.

C. $y=2x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^3+x^2-2$.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=(2x-3)^{2022}$ là

A. $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập xác định $(-\infty;2]$ và có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-1		0		1		2
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	2	↘	1

Hàm số nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 13. Cho khối nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 54π. **D.** 6π.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)\geq 0$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $(-1;0]$.

Câu 15. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{-\frac{4}{5}}$ là

A. $-\dfrac{5}{9}x^{-\frac{9}{5}}+C$. **B.** $\dfrac{1}{5}x^{\frac{1}{5}}+C$. **C.** $5x^{\frac{1}{5}}+C$. **D.** $-\dfrac{9}{5}x^{-\frac{9}{5}}+C$.

Câu 16. Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng

A. 5. **B.** 25. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2-3x}$ là

A. $y'=2^{x^2-3x-1}$. **B.** $y'=2^{x^2-3x}\ln 2$.

C. $y'=(2x-3)2^{x^2-3x-1}$. **D.** $y'=(2x-3)2^{x^2-3x}\ln 2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

Câu 19. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^1 g(x)dx=1$ thì $\int_1^2\left[f(x)+2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. −1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(4)$. **D.** $f(3)$.

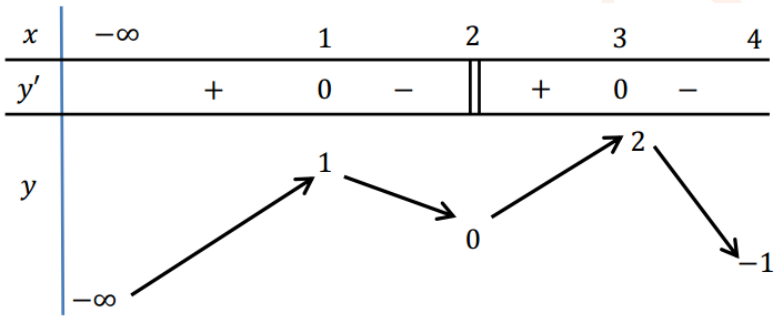
Câu 21. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là hình vuông có chu vi là 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\frac{2}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 4π.

Câu 22. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 đường tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{x^2-3x}{x-1}$. **B.** $y=\frac{\sqrt{x^2+3}}{2x-3}$. **C.** $y=\frac{2x-3}{x^2-2x}$. **D.** $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x+3}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4)$ và có bảng biến thiên như sau



Phương trình $f(x)+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A $2\sqrt{x^2+1}+C$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **C.** $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+1}+C$. **D.** $\sqrt{x^2+1}+C$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, BC=2a$ và $AA'=\sqrt{3}a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;5), B(0;1;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

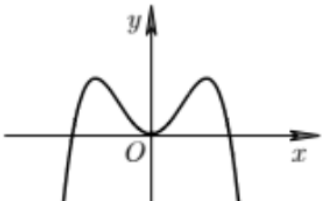
A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=14$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=14$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=56$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=56$.

Câu 28. Với mọi số thực dương a,b thỏa mãn $9^{\log_3 ab}=a$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2b=1$. **B.** $ab^2=1$. **C.** $a^2b=3$. **D.** $ab^2=2$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x)=ax^4+bx^2+c$ và có đồ thị như trong hình dưới. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;2)$, $N(2;0;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng MN. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y-3z-3=0$. **B.** $x+2y-3z+9=0$.

C. $x-2y-3z-11=0$. **D.** $x-2y-3z+1=0$.

Câu 31. Cho 2 số phức $z_1=m+i$ và $z_2=m+(m+2)i$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để z_1z_2 là một số thuần ảo?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ và mặt phẳng $(P):x+2y-2z-3=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{21}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

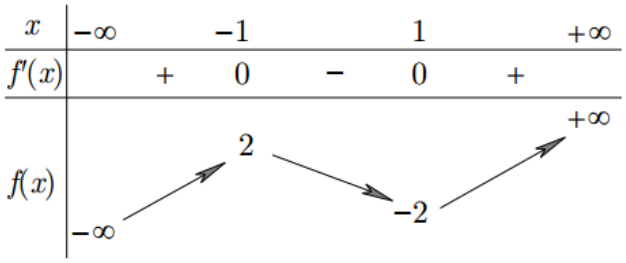
Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn phương trình: $i\bar{z}+(1+i)z=2+3i$. Điểm biểu diễn số phức z là

A. $P(3;-4)$. **B.** $Q(2;-1)$. **C.** $N(2;1)$. **D.** $M(3;4)$.

Câu 34. Lớp 12A có 22 học sinh gồm 15 nam và 7 nữ. Cần chọn và phân công 4 học sinh lao động trong đó có 1 bạn lau bảng, 1 bạn lau bàn và 2 bạn quét nhà. Có bao nhiêu cách chọn và phân công sao cho trong 4 học sinh có ít nhất 1 bạn nữ.

A. 71400. **B.** 142800. **C.** 87780. **D.** 32760.

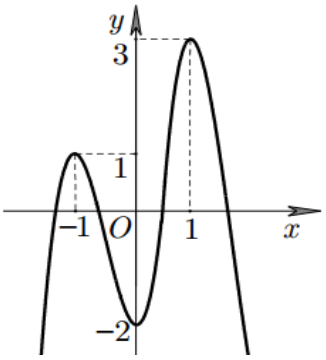
Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'(f(x)+3)=0$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Tích phân $\int_0^1 \left| f'(2x-1) \right| dx$ bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 37. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $30°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{3}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Câu 38. Có bao nhiêu số tự nhiên m sao cho phương trình $\left|4^x-2^{x+2}+m-1\right|=2^{x+1}+2$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 8.

Câu 39. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+6m-8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A, $BAC=120^0$ và $AB=a$. Các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau và góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích khối chóp đã cho bằng.

A. $\frac{3}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Câu 41. Biết đồ thị (C) của hàm số $f(x)=x^4+bx^2+c$ $(b,c\in\mathbb{R})$ có điểm cực trị là $A(1;0)$. Gọi (P) là parabol có đỉnh $I(0;-1)$ và đi qua điểm $B(2;3)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P): x-2y+z-1=0$.

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình đường thẳng Δ là

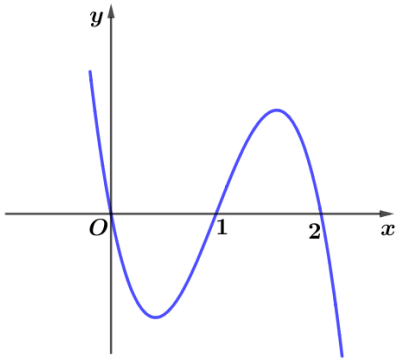
A. $\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x}{3}=\frac{y-3}{-1}=\frac{z+3}{-1}$.

C. $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{-1}$. **D.** $\frac{x-2}{3}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+1}{-1}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=-x^3+3x$ và $g(x)=\left|f(2+\sin x)+m\right|$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để $\max\limits_{\mathbb{R}} g(x)+\min\limits_{\mathbb{R}} g(x)=50$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(1+x)$ có đồ thị như trong hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương của m sao cho hàm số $g(x)=f\left(-x^2+2x-2022+m\right)$ đồng biến trên $(0;1)$.



A. 2023. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2024.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB=\sqrt{2}a$, $AD=2a$, $ABC=45^\circ$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC), (SCD) bằng 30°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{3}{4}a^3$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)-f(x)=(x+1)e^{3x}$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=\frac{5}{4}$ giá trị $f(1)$

A. $\frac{5}{4}e^3+e$. **B.** $\frac{3}{4}e^3+e$. **C.** $\frac{3}{4}e^3-e$. **D.** $\frac{5}{4}e^3-e$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại số thực $b\ge a$ thỏa mãn $4^a=2^b+b$ và đoạn $[a;b]$ chứa không quá 5 số nguyên?

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2+9x\right)\left(x^2-9\right)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+2m-m^2\right)$ có không quá 6 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+16=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S). Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt

phẳng chứa bốn đỉnh của (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q): 2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -15. **B.** -13. **C.** -14. **D.** -7.

Câu 50. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1$, $|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|zw+2i(z+w)-4|$ bằng

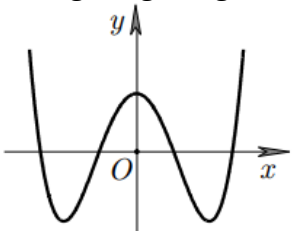
A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1+5\sqrt{2}}{4}$. **C.** $5-2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.B	4.C	5.A	6.A	7.C	8.C	9.D	10.C
11.B	12.D	13.A	14.D	15.C	16.A	17.D	18.A	19.D	20.A
21.D	22.C	23.B	24.A	25.D	26.A	27.A	28.B	29.B	30.B
31.D	32.D	33.C	34.A	35.B	36.B	37.D	38.A	39.D	40.C
41.B	42.C	43.C	44.A	45.C	46.B	47.D	48.B	49.B	50.A

Câu 1. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên ?



A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=-x^4+x^2+1$.

Lời giải

Từ đồ thị ta thấy hàm số có 3 cực trị do vậy loại phương án C.
Từ đồ thị ta thấy hàm số có hệ số a dương do vậy loại phương án D.
Ta thấy đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có tung độ dương do vậy loại phương án B.
Vậy chọn đáp án $y=x^4-3x^2+1$.

Câu 2. Cho cấp số cộng (u_n) có $u_3=3$ và $u_7=15$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. 5. **B.** 12. **C.** 3. **D.** –3.

Lời giải

Ta có $u_7=u_3+4d \Leftrightarrow 15=3+4d \Leftrightarrow d=3$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+z+5=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình

A. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3+t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=2+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2-t\\y=-1+3t\\z=1+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-3-t\\z=-2+t\end{cases}$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(2;-1;1)$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) nhận $\vec{n}(2;-1;1)$ là vectơ chỉ phương. Khi đó đường thẳng đi qua $M(-1;3;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là : $\begin{cases}x=-1+2t\\y=3-t\\z=2+t\end{cases}$.

Câu 4. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-1}$ là

A. $y=1$. **B.** $y=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-2$ nên $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 5. Diện tích S của mặt cầu có bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S=4\pi r^2$. **B.** $S=\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^2$. **D.** $S=\frac{1}{3}\pi r^2$.

Lời giải

Ta có diện tích S của mặt cầu có bán kính r là $S=4\pi r^2$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;-2;3)$ và $\vec{v}=(2;-2;1)$. Tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 9. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Ta có $\vec{u}.\vec{v}=1.2+(-2).(-2)+3.1=9$.

Câu 7. Với mọi số thực a dương, $\log_3^2\left(a^2\right)$ bằng

A. $2\log_3^2 a$. **B.** $\frac{1}{4}\log_3^2 a$. **C.** $4\log_3^2 a$. **D.** $\frac{1}{2}\log_3^2 a$.

Lời giải

Ta có $\log_3^2\left(a^2\right)=\left[\log_3 a^2\right]^2=\left[2\log_3 a\right]^2=4\log_3^2 a$.

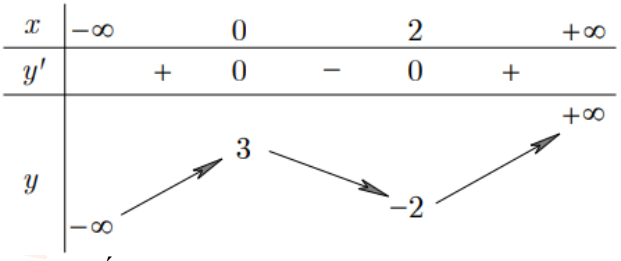
Câu 8. Xét số nguyên $n\geq 1$ và số nguyên k với $0\leq k\leq n$. Công thức nào sau đây đúng?

A. $A_n^k=\frac{k!}{n!(n-k)!}$. **B.** $A_n^k=\frac{k!}{n!(k-n)!}$. **C.** $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\frac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải

Theo công thức tính số chỉnh hợp chập k của n phần tử ta có $A_n^k=\frac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 10. Hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị?

A. $y=\frac{x-1}{x-1}$. **B.** $y=x^3+2$.

C. $y=2x^4+x^2-3$. **D.** $y=x^3+x^2-2$.

Lời giải

+Xét hàm số $y=2x^4+x^2-3$.

Ta có: $y'=8x^3+2x$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$

Hàm $y=2x^4+x^2-3$ là hàm trùng phương và $y'=0$ có 1 nghiệm nên hàm số có đúng 1 điểm cực trị.

+Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-1}$ không có cực trị.

+Hàm số $y=x^3+2$ không có cực trị.

+Hàm số $y=x^3+x^2-2$ có hai điểm cực trị.

Câu 11. Tập xác định của hàm số $y=(2x-3)^{2022}$ là

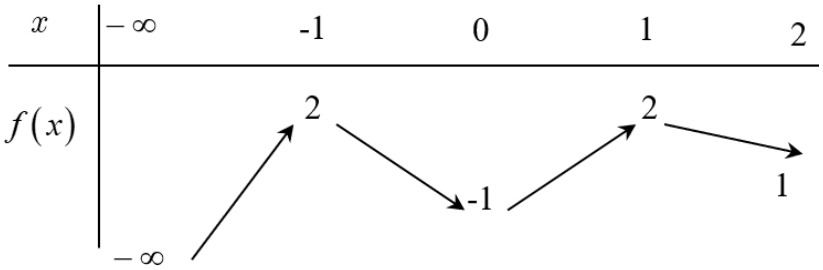
A. $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giả

Vì hàm số $y=(2x-3)^{2022}$ là hàm lũy thừa có $\alpha=2022\in\mathbb{N}^*;2x-3$ là một đa thức

$\Rightarrow$ hàm $y=(2x-3)^{2022}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập xác định $(-\infty;2]$ và có bảng biến thiên sau



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng $(-1;0)$.

Câu 13. Cho khối nón có chiều cao $h=6$ và bán kính đáy $r=3$. Thể tích khối nón đã cho bằng

A. 18π. **B.** 36π. **C.** 54π. **D.** 6π.

Lời giải

Thể tích khối nón đã cho là $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h=\dfrac{1}{3}\pi.3^2.6=18\pi$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)\ge 0$ là

A. $[0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0]$. **C.** $\left(-1;-\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $(-1;0]$.

Lời giải

Do $0<\dfrac{1}{2}<1$ nên ta có: $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)\ge 0\Leftrightarrow 0<x+1\le\left(\dfrac{1}{2}\right)^0\Leftrightarrow 0<x+1\le 1\Leftrightarrow -1<x\le 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(-1;0]$.

Câu 15. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{-\frac{4}{5}}$ là

A. $-\frac{5}{9}x^{-\frac{9}{5}}+C$. **B.** $\frac{1}{5}x^{\frac{1}{5}}+C$. **C.** $5x^{\frac{1}{5}}+C$. **D.** $-\frac{9}{5}x^{-\frac{9}{5}}+C$.

Lời giải

Ta có: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x^{-\frac{4}{5}}\mathrm{d}x=\frac{x^{-\frac{4}{5}+1}}{-\frac{4}{5}+1}+C=5x^{\frac{1}{5}}+C$.

Câu 16. Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng

A. 5. **B.** 25. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Ta có: $|z|=|4-3i|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5$.

Câu 17. Đạo hàm của hàm số $y=2^{x^2-3x}$ là

A. $y'=2^{x^2-3x-1}$. **B.** $y'=2^{x^2-3x}\ln 2$.

C. $y'=(2x-3)2^{x^2-3x-1}$. **D.** $y'=(2x-3)2^{x^2-3x}\ln 2$.

Lời giải

Ta có $y'=\left(2^{x^2-3x}\right)'=\left(x^2-3x\right)'2^{x^2-3x}\ln 2=(2x-3)2^{x^2-3x}\ln 2$.

Câu 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $z=0$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

Lời giải

Mặt phẳng (Oxy) đi qua $O(0;0;0)$ và nhận $\vec{k}=(0;0;1)$ làm vectơ pháp tuyến.

Suy ra mặt phẳng (Oxy) có phương trình là $z=0$.

Câu 19. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^1 g(x)dx=1$ thì $\int_1^2\left[f(x)+2g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. –1. **B.** 5. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Ta có

$$\int_1^2\left[f(x)+2g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+2\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-2\int_2^1 g(x)\mathrm{d}x=3-2.1=1.$$

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ bằng

A. $f(2)$. **B.** $f(1)$. **C.** $f(4)$. **D.** $f(3)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin[1;4]\\x=2\end{array}\right.$.

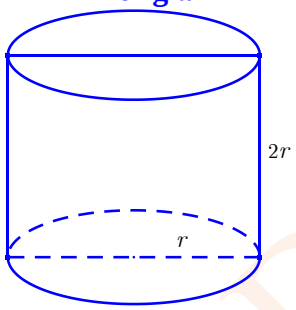
$f''(x)=2x-2$.

Trên đoạn $[1;4]$, $y=f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị là $x=2$, mà $f''(2)=2>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. Suy ra $\min\limits_{[1;4]} y=f(2)$.

Câu 21. Cắt hình trụ bởi một mặt phẳng qua trục, ta được thiết diện là hình vuông có chu vi là 8. Diện tích xung quanh của hình trụ đã cho bằng

A. 8π. **B.** $\frac{2}{3}\pi$. **C.** 2π. **D.** 4π.

Lời giải



Gọi r là bán kính đáy của hình trụ. Lúc đó ta có độ dài các cạnh của thiết diện là $2r$.

Theo đề ta có chu vi của thiết diện là $4(2r)=8\Leftrightarrow r=1$. Suy ra độ dài đường sinh của hình trụ là $l=2r=2$.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq}=2\pi rl=2\pi.1.2=4\pi$.

Câu 22. Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 đường tiệm cận ngang?

A. $y=\frac{x^2-3x}{x-1}$. **B.** $y=\frac{\sqrt{x^2+3}}{2x-3}$. **C.** $y=\frac{2x-3}{x^2-2x}$. **D.** $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x+3}$.

Lời giải

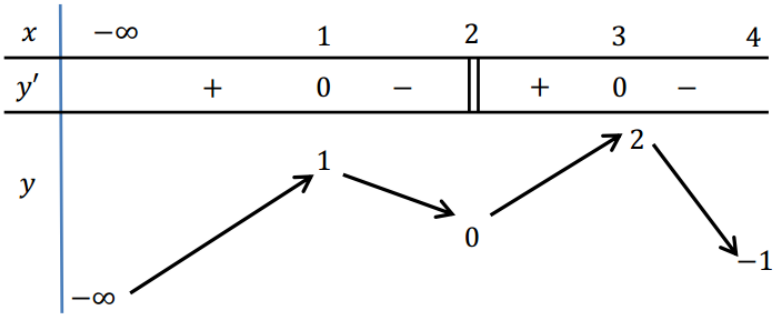
+ Xét hàm số $y=\frac{x^2-3x}{x-1}$ ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. (không thoả mãn)

+ Xét hàm số $y=\frac{\sqrt{x^2+3}}{2x-3}$ ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\frac{1}{2}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\frac{1}{2}$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=-\frac{1}{2}$ và $y=\frac{1}{2}$. (không thoả mãn)

+ Xét hàm số $y=\frac{2x-3}{x^2-2x}$ ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$. (thoả mãn)

+ Xét hàm số $y=\frac{\sqrt{1-x^2}}{x+3}$ có tập xác định là $D=[-1;1]$ nên không tồn tại giới hạn khi $x\to-\infty$ và $x\to+\infty$. Do đó đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. (không thoả mãn)

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4)$ và có bảng biến thiên như sau

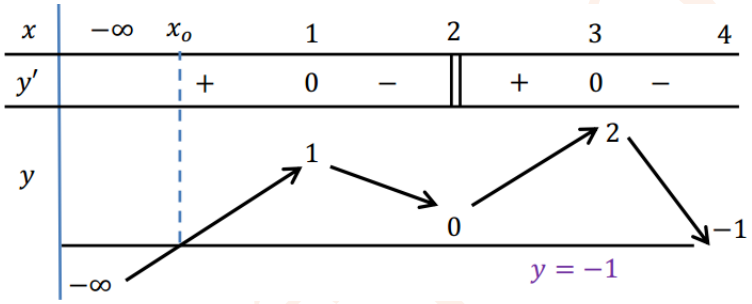


Phương trình $f(x)+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$.

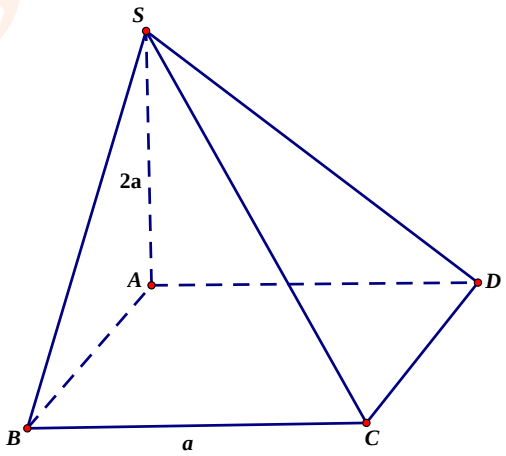


Nhận thấy trên $(-\infty;4)$ đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số tại duy nhất một điểm có hoành độ $x_0 \in (-\infty;1)$. Vậy phương trình đã cho có 1 nghiệm.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $4a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải



Thể tích khối chóp đã cho là

$$V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.2a.a^2=\frac{2}{3}a^3.$$

Câu 25. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ là

A $2\sqrt{x^2+1}+C$. **B.** $\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}}+C$. **C.** $\dfrac{1}{2}\sqrt{x^2+1}+C$. **D.** $\sqrt{x^2+1}+C$.

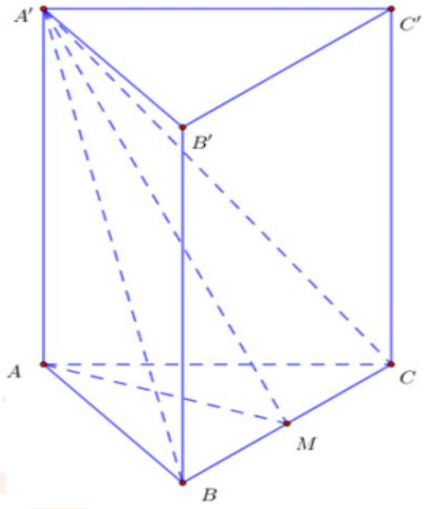
Lời giải

Ta có $\int\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\mathrm{d}x=\int\dfrac{\mathrm{d}\left(x^2+1\right)}{2\sqrt{x^2+1}}=\sqrt{x^2+1}+C$.

Câu 26. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại $A, BC=2a$ và $AA'=\sqrt{3}a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Lời giải



Gọi M là trung điểm BC, suy ra $AM\perp BC$

Ta có $\begin{cases}BC\perp AM\\BC\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BC\perp(A'AM)\Rightarrow BC\perp A'M$

Do đó $\left((A'BC),(ABC)\right)=A'MA$. Ta có $\tan A'MA=\dfrac{AA'}{AM}=\dfrac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow A'MA=60°$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;5), B(0;1;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=14$. **B.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=14$.

C. $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=56$. **D.** $(x+1)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=56$.

Lời giải

Gọi tâm $I(1;-1;2)$ là trung điểm của đường kính AB và bán kính

$R=\dfrac{AB}{2}=\dfrac{\sqrt{4+16+36}}{2}=\sqrt{14}$. Vậy phương trình mặt cầu là $(x-1)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=14$.

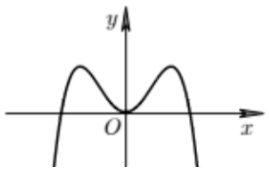
Câu 28. Với mọi số thực dương a, b thỏa mãn $9^{\log_3 ab}=a$, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^2b=1$. **B.** $ab^2=1$. **C.** $a^2b=3$. **D.** $ab^2=2$.

Lời giải

Ta có $9^{\log_3 ab}=a \Leftrightarrow (ab)^{\log_3 9}=a \Leftrightarrow (ab)^2=a \Rightarrow \begin{cases} a>0 \\ ab^2=1 \end{cases}$.

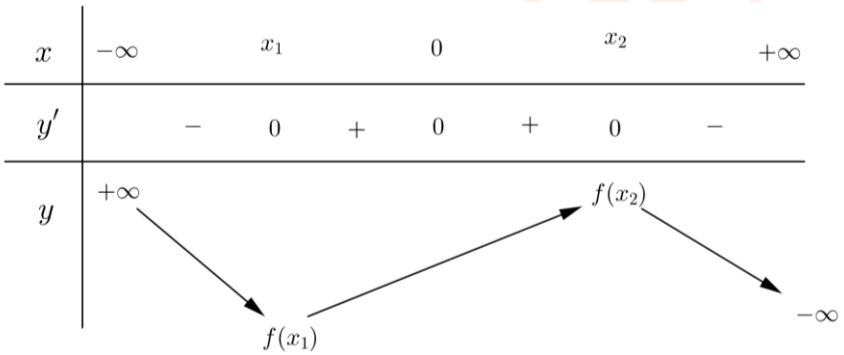
Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(x)=ax^4+bx^2+c$ và có đồ thị như trong hình dưới. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực đại?



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Từ đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta suy ra bảng biến thiên:



Dựa vào BBT ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;2)$, $N(2;0;-1)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và vuông góc với đường thẳng MN. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $x+2y-3z-3=0$. **B.** $x+2y-3z+9=0$.

C. $x-2y-3z-11=0$. **D.** $x-2y-3z+1=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{MN}=(1;2;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) thỏa mãn đi qua M và nhận $\overrightarrow{MN}$ là vectơ pháp phương có dạng: $(x-1)+2(y+2)-3(z-2)=0$.

Vậy phương trình mặt phẳng (P) là $x+2y-3z+9=0$.

Câu 31. Cho 2 số phức $z_1=m+i$ và $z_2=m+(m+2)i$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để z_1z_2 là một số thuần ảo?

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $z_1.z_2=m^2-m-2+(m^2+3m)i$.

$z_1 z_2$ là một số thuần ảo khi $m^2 - m - 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 2 \end{array}\right.$.

Vậy có 1 giá trị dương của m thoả mãn.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 3 = 0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng

A. $\sqrt{21}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R = 5$.

$$d = d(I;(P)) = \frac{|1 - 4 - 6 - 3|}{\sqrt{1^2 + 2^2 + (-2)^2}} = 4.$$

Bán kính đường tròn giao tuyến là $r = \sqrt{R^2 - d^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn phương trình: $i\bar{z} + (1+i)z = 2 + 3i$. Điểm biểu diễn số phức z là

A. $P(3;-4)$. **B.** $Q(2;-1)$. **C.** $N(2;1)$. **D.** $M(3;4)$.

Lời giải

Gọi số phức $\bar{z} = x + yi \Rightarrow z = x - yi$ với $x; y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $i\bar{z} + (1+i)z = 2 + 3i \Leftrightarrow i(x + yi) + (1+i)(x - yi) = 2 + 3i$

$$\Leftrightarrow x + (2x - y)i = 2 + 3i$$

Suy ra $\left\{\begin{array}{l} x = 2 \\ 2x - y = 3 \end{array}\right. \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x = 2 \\ y = 1 \end{array}\right. \Rightarrow \bar{z} = 2 + i$ có điểm biểu diễn là $N(2;1)$.

Câu 34. Lớp 12A có 22 học sinh gồm 15 nam và 7 nữ. Cần chọn và phân công 4 học sinh lao động trong đó có 1 bạn lau bảng, 1 bạn lau bàn và 2 bạn quét nhà. Có bao nhiêu cách chọn và phân công sao cho trong 4 học sinh có ít nhất 1 bạn nữ.

A. 71400. **B.** 142800. **C.** 87780. **D.** 32760.

Lời giải

Gọi biến cố A: "Phân công 4 học sinh lao động có ít nhất 1 bạn nữ".

$\Rightarrow \overline{A}$: "Phân công 4 học sinh nam lao động".

Ta tính số cách phân công 4 học sinh bất kỳ lao động

+ Chọn 1 bạn lau bảng: C_{22}^1 cách

+ Chọn 1 bạn lau bàn: C_{21}^1 cách

+ Chọn 2 bạn quét nhà: C_{20}^2 cách

$\Rightarrow$ Có $C_{22}^1 . C_{21}^1 . C_{20}^2 = 87780$ cách chọn 4 bạn bất kỳ lao động.

Tính số phần tử của $\overline{A}$:

+ Chọn 1 bạn nam lau bảng: C_{15}^1 cách

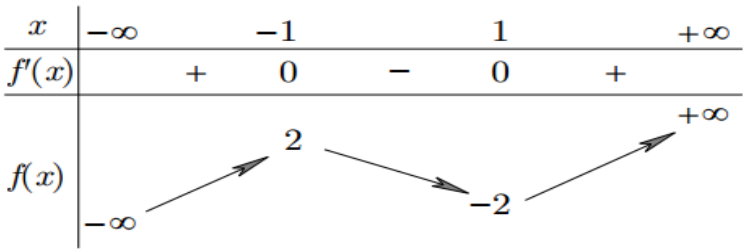
+ Chọn 1 bạn nam lau bàn: C_{14}^{1} cách

+ Chọn 2 bạn nam quét nhà: C_{13}^{2} cách

$\Rightarrow n\left(\overline{A}\right)=C_{15}^{1}.C_{14}^{1}.C_{13}^{2}=16380$.

$\Rightarrow n\left(A\right)=87780-16380=71400$.

Câu 35. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f\left(x\right)+3\right)=0$ là

A. 6. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 4.

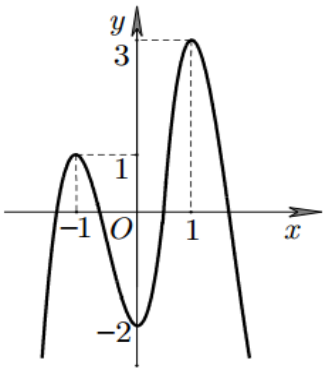
Lời giải

Từ bảng biến thiên suy ra $f'\left(f\left(x\right)+3\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)+3=-1\\f\left(x\right)+3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-4\\f\left(x\right)=-2\end{array}\right.$.

Theo bảng biến thiên phương trình $f\left(x\right)=-4$ có 1 nghiệm $x_1<-1$ và phương trình $f\left(x\right)=-2$ có 2 nghiệm $x_2=1,\ x_3\left(x_1<x_3<-1\right)$.

Vậy phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 36. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau



Tích phân $\int\limits_{0}^{1}\left|f'\left(2x-1\right)\right|\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Đặt $2x-1=t\Rightarrow 2\mathrm{d}x=\mathrm{d}t$. Khi đó $I=\int\limits_{0}^{1}\left|f'\left(2x-1\right)\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}\left|f'\left(t\right)\right|\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1}\left|f'\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$.

Theo đồ thị trên hàm số ta có bảng xét dấu của hàm số $y=f'\left(x\right)$

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

$$I=\frac{1}{2}\int_{-1}^{1}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\left[-\int_{-1}^{0}f'(x)\mathrm{d}x+\int_{0}^{1}f'(x)\mathrm{d}x\right]$$

$$=\frac{1}{2}\left\{-\left[f(0)-f(-1)\right]+\left[f(1)-f(0)\right]\right\}$$

$$=\frac{1}{2}\left[f(1)-2f(0)+f(-1)\right]$$

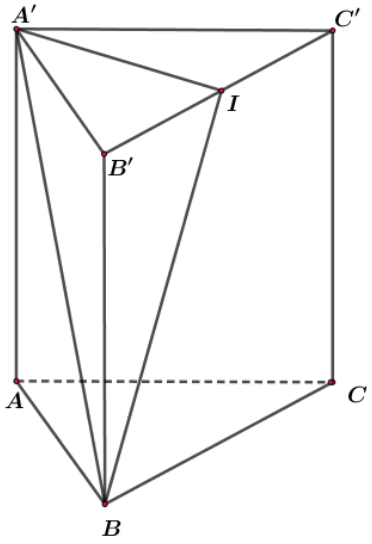
$$=\frac{1}{2}(3+4+1)=4.$$

Vậy $I=\int_{0}^{1}\left|f'(2x-1)\right|\mathrm{d}x=4$.

Câu 37. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $AB=a$, góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $(BCC'B')$ bằng $30°$. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{2}a^3$. **B.** $\frac{3}{4}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{6}}{12}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{6}}{4}a^3$.

Lời giải



Gọi I là trung điểm của $B'C'\Rightarrow A'I\perp B'C'$ mặt khác $BB'\perp(A'B'C')\Rightarrow BB'\perp A'I$

Do đó $A'I\perp(B'C'CB)$. Vậy góc giữa $A'B$ và mặt phẳng $(B'C'CB)$ là góc $A'BI=30°$

$$\Rightarrow A'I=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow IB=\frac{A'I}{\tan 30°}=\frac{3a}{2}\Rightarrow BB'=\sqrt{BI^2-B'I^2}=\sqrt{\frac{9a^2}{4}-\frac{1}{4}a^2}=\sqrt{2}a$$

Vậy thể tích khối lăng trụ đã cho là $V=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{2}=\frac{a^3\sqrt{6}}{4}$.

Câu 38. Có bao nhiêu số tự nhiên m sao cho phương trình $\left|4^x-2^{x+2}+m-1\right|=2^{x+1}+2$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt?

A. 9. **B.** 10. **C.** 11. **D.** 8.

Lời giải

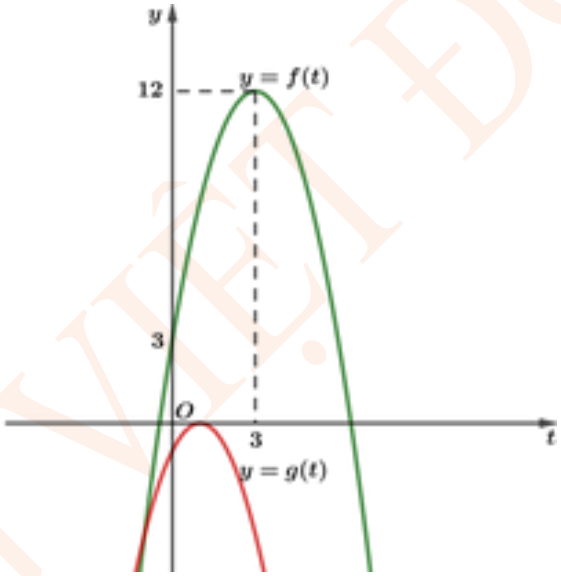
Có $\left|4^x-2^{x+2}+m-1\right|=2^{x+1}+2\Leftrightarrow\left|\left(2^x\right)^2-4.2^x+m-1\right|=2.2^x+2\ (1)$

Đặt $t=2^x\left(t>0\right)$, phương trình (1) trở thành

$$\left|t^2-4.t+m-1\right|=2.t+2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t^2-4.t+m-1=2t+2\\t^2-4.t+m-1=-2t-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-t^2+6t+3\\m=-t^2+2t-1\end{array}\right.\ (I)$$

Để phương trình đã cho có đúng hai nghiệm thực x thì (I) có đúng hai nghiệm $t\in\left(0;+\infty\right)$

Đặt $f\left(t\right)=-t^2+6t+3,\ g\left(t\right)=-t^2+2t-1$



Từ đồ thị, bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\3<m<12\end{array}\right.$

Mà $m\in\mathbb{N}\Rightarrow m\in\left\{0;4;5;6;...;11\right\}$. Vậy có 9 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 39. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2-2mz+6m-8=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phức phân biệt z_1,z_2 thỏa mãn $z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$.

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Từ $z_1\overline{z_1}=z_2\overline{z_2}$ suy ra $\left|z_1\right|^2=\left|z_2\right|^2$ hay $\left|z_1\right|=\left|z_2\right|$

Ta có $\Delta'=m^2-6m+8$. Phương trình có hai nghiệm phức phân biệt khi và chỉ khi $\Delta'\neq0$.

* $\Delta'>0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;2\right)\cup\left(4;+\infty\right)$. Khi đó phương trình có hai nghiệm thực phân biệt z_1,z_2.

$\left|z_1\right|=\left|z_2\right|\Rightarrow z_1=-z_2$ (do $z_1\neq z_2$) $\Rightarrow z_1+z_2=0\Leftrightarrow2m=0\Leftrightarrow m=0$ (thỏa mãn).

* $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m \in (2;4)$. Khi đó phương trình có hai nghiệm phức z_1, z_2 là hai số phức liên hợp của nhau nên $|z_1| = |z_2|$. Suy ra $m = 3$.

* Vậy có 2 giá trị nguyên của m.

Câu 40. Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác cân đỉnh A, $BAC = 120^0$ và $AB = a$. Các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau và góc giữa SA và mặt phẳng đáy bằng 60^0. Thể tích khối chóp đã cho bằng.

A. $\frac{3}{4}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{4}a^3$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

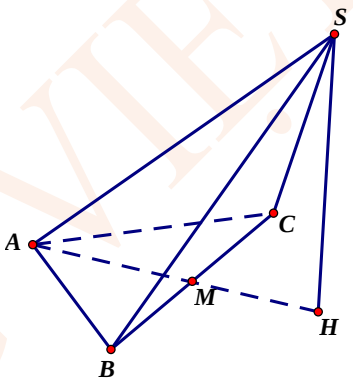
Gọi M là trung điểm BC,

Ta có tam giác ABC, SBC lần lượt là hai tam giác cân tại A, S ; do đó

$$\begin{cases} AM \perp BC \\ SM \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAM)$$

Trong mặt phẳng $(SAM): SH \perp AM$

Suy ra $SH \perp (ABC)$ hay $\left(SA,(ABC)\right) = SAH = 60^0$.



Mà các cạnh bên SA, SB, SC bằng nhau nên H trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC hay $AH = R = \frac{AB.AC.BC}{4.S_{ABC}} = \frac{a.a.\sqrt{a^2+a^2-2a.a.\cos 120^0}}{4.\frac{1}{2}.a.a.\sin 120^0} = a$.

Suy ra: $SH = AH.\tan 60^0 = a\sqrt{3}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}S_{ABC}.SH = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}a^2.\sin 120^0.a\sqrt{3} = \frac{1}{4}a^3$ (đvtt).

Câu 41. Biết đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c\ (b, c \in \mathbb{R})$ có điểm cực trị là $A(1;0)$. Gọi (P) là parabol có đỉnh $I(0;-1)$ và đi qua điểm $B(2;3)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(3;4)$. **D.** $(1;2)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=4x^3+2bx$.

Đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1;0)\Rightarrow\begin{cases}f(1)=0\\f'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=-1\\2b=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b=-2\\c=1\end{cases}$

Vậy đồ thị (C): $f(x)=x^4-2x^2+1$

(P) là parabol dạng $y=ax^2+bx+c$ có đỉnh $I(0;-1)$ và đi qua điểm $B(2;3)$

$\Rightarrow\begin{cases}y(0)=-1\\y'(0)=0\\y(2)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=0\\c=-1\end{cases}\Rightarrow(P):y=x^2-1.$

Phương trình hoành độ giao điểm giữa (C) và (P) là:

$x^4-2x^2+1=x^2-1\Leftrightarrow x^4-3x^2+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$

Vậy diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) là $S=\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left|x^4-3x^2+2\right|dx\approx2,53\in(2;3)$

Câu 42. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+2t\end{cases}$ và mặt phẳng $(P):x-2y+z-1=0.$

Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P), đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d. Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+3}{-1}$.

C. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Lời giải

Gọi $I=d\cap(P)$ khi đó tọa độ điểm I là nghiệm của hệ phương trình: $\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+2t\\x-2y+z-1=0\end{cases}$.

Giải hệ ta có $I(2;1;1)$. Đường thẳng Δ đi qua I và có một véc tơ chỉ phương là:

$\vec{u}=\left[\overrightarrow{u_d};\overrightarrow{n_P}\right]=(3;1;-1)$. Vậy phương trình đường thẳng Δ là $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=-x^3+3x$ và $g(x)=\left|f(2+\sin x)+m\right|$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để $\max\limits_{\mathbb{R}}g(x)+\min\limits_{\mathbb{R}}g(x)=50$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Xét $h(x)=f(2+\sin x)+m$

Ta có $1\le 2+\sin x\le 3$

Nên đặt $t=2+\sin x$ thì $t\in[1;3]$

Do đó ta chỉ xét $h(t)=f(t)+m$ trên $[1;3]$

$h'(t)=-3t^2+3\le 0,\forall t\in[1;3]$ nên $\max\limits_{[1;3]}h(t)=h(1)=m+2;\ \min\limits_{[1;3]}h(t)=h(3)=m-18$

Ta nhận thấy $\max\limits_{[1;3]}h(t)-\min\limits_{[1;3]}h(t)=20$ và max, min $g(x)$ trên $\mathbb{R}$ chính là max, min của $|h(t)|$ trên $[1;3]$.

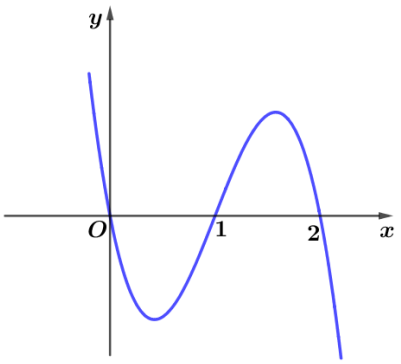
TH1: $m-18\le 0\le m+2$ thì $\max\limits_{\mathbb{R}}g(x)+\min\limits_{\mathbb{R}}g(x)\le m+2-(m-18)=20<50$ nên trường hợp này không có giá trị của m thỏa mãn bài toán.

TH2: $m-18>0$ thì $\max\limits_{\mathbb{R}}g(x)+\min\limits_{\mathbb{R}}g(x)=50\Leftrightarrow m-18=\dfrac{50-20}{2}\Leftrightarrow m=33$(nhận)

TH3: $m+2<0$ thì $\max\limits_{\mathbb{R}}g(x)+\min\limits_{\mathbb{R}}g(x)=50\Leftrightarrow -(m+2)=\dfrac{50-20}{2}\Leftrightarrow m=-17$ (nhận)

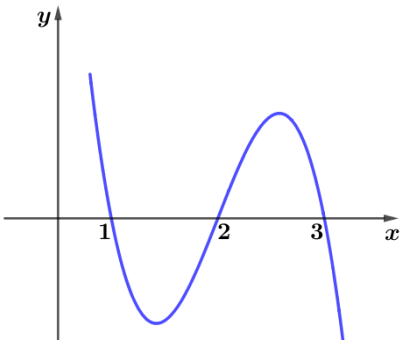
Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(1+x)$ có đồ thị như trong hình bên. Có bao nhiêu số nguyên dương của m sao cho hàm số $g(x)=f\left(-x^2+2x-2022+m\right)$ đồng biến trên $(0;1)$.



A. 2023. **B.** 2021. **C.** 2022. **D.** 2024.

Lời giải



Ta tịnh tiến đồ thị hàm số $f'(x+1)$ sang phải 1 đơn vị ta sẽ thu được đồ thị hàm số $f'(x)$ như hình vẽ trên.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow g'(x)=(-2x+2).f'\left(-x^2+2x-2022+m\right)\ge 0,\forall x\in(0;1)$

$$\Leftrightarrow f'\left(-x^2+2x-2022+m\right)\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -x^2+2x-2022+m\le 1 \\ \begin{cases} -x^2+2x-2022+m\ge 2, \quad \forall x\in(0;1) \\ -x^2+2x-2022+m\le 3 \end{cases} \end{array}\right. (*).$$

Xét hàm số $h(x)=-x^2+2x \Rightarrow h'(x)=-2x+2=0 \Leftrightarrow x=1$.

x	0		1
$h'(x)$		$+$	
$h(x)$	0	↗	1

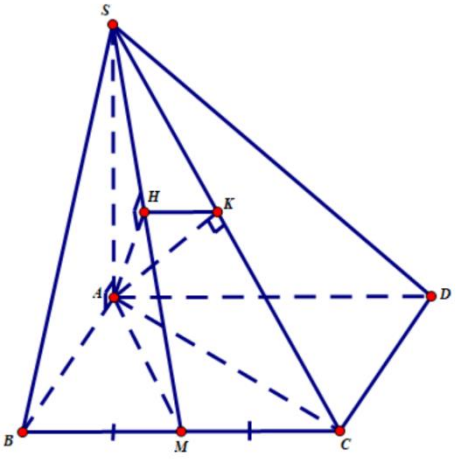
Bất phương trình $(*) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m+2023\ge 1 \\ \begin{cases} -m+2024\le 0 \\ -m+2025\ge 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2024 \\ m\le 2022 \end{array}\right.$.

như vậy có 2023 giá trị nguyên dương của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 45. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết $AB=\sqrt{2}a,\ AD=2a,\ ABC=45^\circ$ và góc giữa hai mặt phẳng (SBC), (SCD) bằng 30°. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $3a^3$. **B.** a^3. **C.** $\frac{2}{3}a^3$. **D.** $\frac{3}{4}a^3$.

Lời giải



Xét hình bình hành $ABCD$ có $AB=\sqrt{2}a,\ AD=2a,\ ABC=45^\circ$.

$\Rightarrow AC=\sqrt{AB^2+BC^2-2AB.BC.\cos ABC}=a\sqrt{2} \Rightarrow BC^2=AB^2+AC^2, AB=AC$

$\Rightarrow \Delta ABC$ vuông cân tại $A \Rightarrow \Delta ACD$ vuông cân tại C.

Gọi M là trung điểm $BC \Rightarrow AM\perp BC,\ AM=\frac{BC}{2}=a$.

Trong (SAM) kẻ $AH\perp SM$ tại H.

Có $\left.\begin{matrix} BC\perp AM \\ BC\perp SA \end{matrix}\right\}\Rightarrow BC\perp (SAM)\Rightarrow BC\perp AH$.

Mặt khác theo cách dựng, ta có $AH\perp SM\Rightarrow AH\perp (SBC)$.

Trong (SAC), kẻ $AK\perp SC$ tại K.

Có $\left.\begin{matrix} CD\perp AC \\ CD\perp SA \end{matrix}\right\}\Rightarrow CD\perp (SAC)\Rightarrow CD\perp AK$.

Mặt khác theo cách dựng, ta có $AK\perp SC\Rightarrow AK\perp (SCD)$.

Từ $\left.\begin{matrix} AH\perp (SBC) \\ AK\perp (SCD) \end{matrix}\right\}\Rightarrow 30^\circ=((SBC),(SCD))=(AH,AK)$.

Xét tam giác AHK, có $AH\perp (SBC), HK\subset (SBC)\Rightarrow AH\perp HK\Rightarrow \Delta AHK$ vuông tại H.

$$AH=\frac{AM.SA}{\sqrt{AM^2+SA^2}}=\frac{a.SA}{\sqrt{a^2+SA^2}};AK=\frac{a\sqrt{2}.SA}{\sqrt{2a+SA^2}}.$$

$$\Rightarrow \cos HAK=\frac{AH}{AK}\Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a.SA}{\sqrt{a^2+SA^2}}.\frac{\sqrt{2a+SA^2}}{a\sqrt{2}.SA}\Rightarrow SA=a.$$

Diện tích hình bình hành $ABCD$ là $S_{ABCD}=AM.BC=2a^2$.

Thể tích khối chóp $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{2}{3}a^3$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)-f(x)=(x+1)e^{3x}$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Biết $f(0)=\frac{5}{4}$ giá trị $f(1)$

A. $\frac{5}{4}e^3+e$. **B.** $\frac{3}{4}e^3+e$. **C.** $\frac{3}{4}e^3-e$. **D.** $\frac{5}{4}e^3-e$.

Lời giải

Ta có $f'(x)-f(x)=(x+1)e^{3x}$

$$\Leftrightarrow \frac{f'(x).e^x-e^x.f(x)}{e^{2x}}=(x+1)e^{2x}$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f(x)}{e^x}\right)'=(x+1)e^{2x}$$

$$\Rightarrow \int\left(\frac{f(x)}{e^x}\right)'\mathrm{dx}=\int(x+1)e^{2x}\mathrm{dx}$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x)}{e^x}=\frac{1}{2}\int(x+1)\,\mathrm{d}\left(\mathrm{e}^{2x}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{f(x)}{e^x}=\frac{1}{2}\int(x+1)\,\mathrm{d}\left(\mathrm{e}^{2x}\right)$$

$\Leftrightarrow \frac{f(x)}{e^x}=\frac{1}{2}(x+1)e^{2x}-\frac{1}{2}\int e^{2x}dx=\frac{1}{2}(x+1)e^{2x}-\frac{1}{4}e^{2x}+C$

$f(0)=\frac{5}{4}$ nên $\frac{5}{4}=\frac{1}{2}-\frac{1}{4}+C\Leftrightarrow C=1$

$\Rightarrow f(x)=\frac{1}{2}(x+1)e^{3x}-\frac{1}{4}e^{3x}+e^x$

Do đó $f(1)=\frac{1}{2}(1+1)e^3-\frac{1}{4}e^3+e=\frac{3}{4}e^3+e$.

Câu 47. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại số thực $b\ge a$ thỏa mãn $4^a=2^b+b$ và đoạn $[a;b]$ chứa không quá 5 số nguyên bằng

A. 5. **B.** 10. **C.** 6. **D.** 11.

Lời giải

Ta có $4^a=2^b+b\Leftrightarrow 2^b+b-4^a=0$

Xét hàm số $f(b)=2^b+b-4^a\Rightarrow f'(b)=2^b\ln b+1>0$ nên hàm số $f(b)$ luôn đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$

Ta có $4^a=2^b+b\ge 2^a+a\Leftrightarrow 2^a+a-4^a\le 0\Leftrightarrow f(a)\le 0$

Nên để tồn tại số thực b và đoạn $[a;b]$ không chứ quá 5 số nguyên:

$\Leftrightarrow \begin{cases} f(a)\le 0\\ f(a+5)>0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} 2^a+a-4^a\le 0\\ 2^{a+5}+a+5-4^a>0\end{cases}\Rightarrow a\in\{-5;-4;..;4;5\}$ tức có 11 giá trị nguyên a sao cho thỏa mãn yêu cầu đề bài.

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2+9x)(x^2-9)$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $g(x)=f\left(\left|x^3+3x\right|+2m-m^2\right)$ có không quá 6 điểm cực trị?

A. 2. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 7.

Lời giải

Từ $f'(x)=(x^2+9x)(x^2-9)$, suy ra hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị là $-9;-3;0;3$.

Đặt $t=\left|x^3+3x\right|+2m-m^2$.

Ta có $t'=\frac{(3x^2+3)(x^3+3x)}{\left|x^3+3x\right|}$. Suy ra $x=0$ là điểm cực trị của hàm số $t=\left|x^3+3x\right|+2m-m^2$.

Ghép bảng biến thiên:

x	$-\infty$			0			$+\infty$
$t=\left\|x^3+3x\right\|+2m-m^2$	$+\infty$	3	0	$2m-m^2$	0	3	$+\infty$
$f(t)$		x	x	x	x	x	

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ trên $(2m-m^2;+\infty)$ hàm số $f(x)$ không có quá 2 điểm cực trị

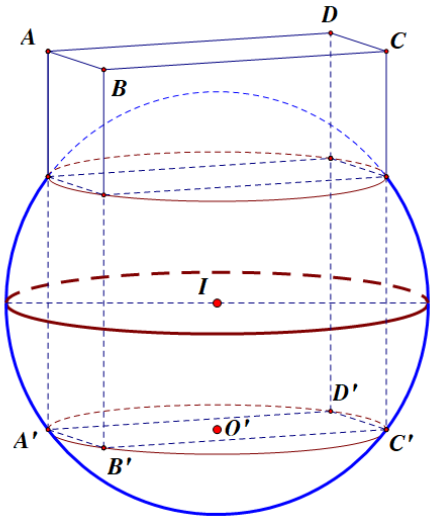
$\Leftrightarrow 2m-m^2\ge -3\Leftrightarrow -1\le m\le 3$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1;2;3\}$.

Câu 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+2z+16=0$ và mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z-3)^2=21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S). Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của (H) nằm trên mặt cầu (S) là $(Q):2x+by+cz+d=0$. Giá trị $b+c+d$ bằng

A. -15. **B.** -13. **C.** -14. **D.** -7.

Lời giải



Mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;3)$ và bán kính $R=\sqrt{21}$. Khoảng cách $h=d(I,(P))=9>\sqrt{21}$ suy ra mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) không có điểm chung.

Có hai trường hợp xảy ra đối với hai mặt phẳng (P) và (Q), nếu mỗi mặt phẳng chứa mỗi bốn đỉnh của (H) cùng nằm trên mặt phẳng chéo của (H) thì lúc đó phải tồn tại ít nhất hai đỉnh của (H) nằm khác phía so với mặt phẳng (P) suy ra (P) và (S) sẽ phải có điểm chung (vô lý), do vậy (P) và (Q) là hai mặt phẳng song song, nghĩa là $(Q):2x-y+2z+d=0$.

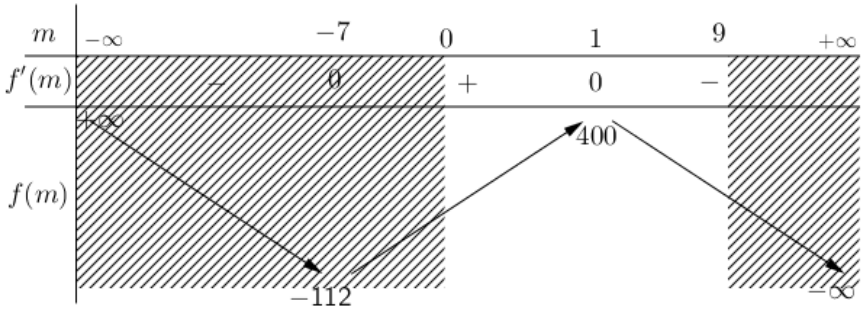
Lúc này giả thiết $(ABCD)$ nằm trên mặt (P) và $(A'B'C'D')$ nằm trên mặt phẳng (Q).

Thể tích của (H) được tính theo công thức $AA'.S_{ABCD}$.

Gọi $m=d(I,(Q))=\dfrac{|d+11|}{3}, m\in(0;9)$ khi đó bán kính của đường tròn chứa đa giác $A'B'C'D'$ bằng $r=\sqrt{R^2-m^2}$. Thể tích của (H) lớn nhất khi I nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (Q), khi đó

$V_{(H)}\le 2(h+m)(R^2-m^2)=-2m^3-18m^2+42m+376=f(m)$.

$f'(m)=-6m^2-36m+42=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-7\end{array}\right.$, bảng biến thiên của $f(m)$ như sau



Vậy $V_{(H)\max}=400\Leftrightarrow m=1$, với $m=1$ ta có $d\left(I,(Q)\right)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=-14\\d=-8\end{array}\right.$.

Xét I nằm giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) ta chọn $d=-14$.

Vậy $(Q):2x-y+2z-14=0$ và $b+c+d=-13$.

Câu 50. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1$, $|z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|zw+2i(z+w)-4|$ bằng

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1+5\sqrt{2}}{4}$. **C.** $5-2\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có $P=|zw+2i(z+w)-4|=|zw+2i(z+w)+4i^2|$

$=|z(w+2i)+2i(w+2i)|=|(z+2i)(w+2i)|=|z+2i|.|w+2i|$.

Trong hệ tọa độ Oxy, gọi $A(0;-2)$, M, N lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z, w.

Khi đó, $|z+2i|=MA$ và $|w+2i|=NA$. Suy ra $P=MA.NA$.

Ta có $|z+w|^2+|z-w|^2=2\left(|z|^2+|w|^2\right)\Leftrightarrow\left(\sqrt{2}\right)^2+|z-w|^2=2\left(1^2+1^2\right)\Leftrightarrow|z-w|=\sqrt{2}$.

Suy ra $MN=\sqrt{2}$.

Lại có $|z|=|w|=1$, suy ra $OM=ON=1$. Do đó tam giác OMN vuông cân tại O.

Vì $OM=ON=1$ nên gọi $M(\sin a;\cos a)$ và $N(\sin b;\cos b)$.

Ta có $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0\Leftrightarrow\sin a.\sin b+\cos a.\cos b=0\Leftrightarrow\cos(a-b)=0\Leftrightarrow a-b=\frac{\pi}{2}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Không mất tính tổng quát, giả sử $a-b=\frac{\pi}{2}$.

Khi đó, $x_N=\sin b=\sin\left(a-\frac{\pi}{2}\right)=-\cos a$ và $y_N=\cos b=\cos\left(a-\frac{\pi}{2}\right)=\sin a$.

Suy ra $N(-\cos a;\sin a)$.

Ta có $P^2=MA^2.NA^2=\left[\sin^2 a+(\cos a+2)^2\right]\left[\cos^2 a+(\sin a+2)^2\right]$

$=(5+4\cos a)(5+4\sin a)=25+20(\sin a+\cos a)+16\sin a.\cos a$.

Đặt $t=\sin a+\cos a=\sqrt{2}\sin\left(a+\frac{\pi}{4}\right)$ thì $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Ta có $t^2=1+2\sin a.\cos a\Rightarrow 16\sin a.\cos a=8\left(t^2-1\right)$.

Khi đó, $P^2=25+20t+8\left(t^2-1\right)=8t^2+20t+17=8\left(t+\frac{5}{4}\right)^2+\frac{9}{2}\geq\frac{9}{2}$.

Suy ra $P\geq\frac{3\sqrt{2}}{2}$. Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $t=-\frac{5}{4}\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN NGOẠI NGỮ HÀ NỘI

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cấp số nhân (u_n) với $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Giá trị của u_2 bằng

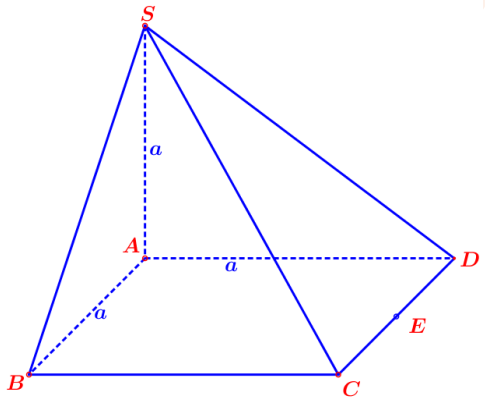
A. 7. **B.** -10. **C.** 3. **D.** $\frac{-5}{2}$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=-4+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $P(4;2;1)$. **B.** Điểm $Q(-2;-7;10)$.

C. Điểm $N(0;-4;7)$. **D.** Điểm $M(0;-4;-7)$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$. Gọi E là trung điểm của CD (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SAB) bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là

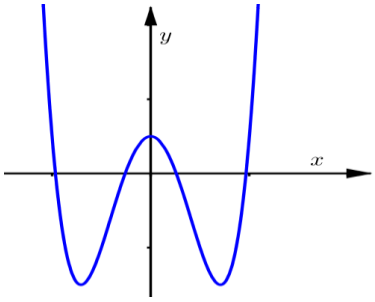
A. $\int f(x)dx=\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **B.** $\int f(x)dx=5^x\ln 5+C$.

C. $\int f(x)dx=5^{x+1}+C$. **D.** $\int f(x)dx=\frac{5^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 5. Với mọi a,b thỏa mãn $3\log a+2\log b=1$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3+b^2=1$. **B.** $a^3b^2=10$. **C.** $3a+2b=10$. **D.** $a^3+b^2=10$.

Câu 6. Hàm số nào có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y=x^4-4x^2+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **C.** $y=x^3+4x^2+1$. **D.** $y=2x^2+1$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 8. Diện tích của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\dfrac{3}{4}\pi R^2$. **B.** πR^2. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\dfrac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(4;-3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của z bằng

A. 4. **B.** $-3i$. **C.** -4. **D.** -3.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5)$ và $C(0;-2;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y-3}{-4}=\dfrac{z-2}{1}$. **B.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{-4}=\dfrac{z+2}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{-2}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z-2}{-4}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y+3}{-2}=\dfrac{z+2}{-4}$.

Câu 11. Nếu $\int\limits_0^4 f(x)\mathrm{d}x=37$ thì $\int\limits_0^4\left[2f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** -27. **D.** 10.

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn : $(3+2i)\bar{z}+(2-i)^2=4+i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 13. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x\geq 12$ là

A. $[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $[\log_3 12;+\infty)$. **D.** $(-\infty;\log_3 12]$.

Câu 15. Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=7$. **C.** $|z|=\sqrt{7}$. **D.** $|z|=25$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Góc giữa hai đường thẳng IJ và SC bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 17. Cho số phức $z=-3+4i$, khi đó $3z$ bằng

A. $z=-9+12i$. **B.** $z=-3+12i$. **C.** $z=9-12i$. **D.** $z=-9+4i$.

Câu 18. Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x=9$ thì $\int_2^7 f(x)\mathrm{d}x=?$

A. 6. **B.** 3. **C.** -6. **D.** 12.

Câu 19. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x+\dfrac{1}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x-2}$.

C. $y=x^3-3x^2+3x+5$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(-1;3;2)$ và $\vec{v}=(-3;-1;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 21. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 64. **B.** 20. **C.** 100. **D.** 80.

Câu 22. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=x+\dfrac{9}{x-1}$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. -5. **B.** $-\dfrac{29}{5}$. **C.** $-\dfrac{11}{2}$. **D.** -9.

Câu 23. Một tổ có 7 nam 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 người. Xác suất để 2 người được chọn có ít nhất 1 nữ bằng

A. $\dfrac{8}{15}$. **B.** $\dfrac{7}{15}$. **C.** $\dfrac{1}{15}$. **D.** $\dfrac{2}{15}$.

Câu 24. Với mọi số thực a dương khác 1, $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 0.

Câu 25. Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_3^4 -4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 3.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;-1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{-3}=\dfrac{y}{2}=\dfrac{z+1}{1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x-2y-z+7=0$. **B.** $-2x+y-z+7=0$.

C. $3x-2y-z-7=0$. **D.** $-2x+y-z-7=0$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=x+\cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

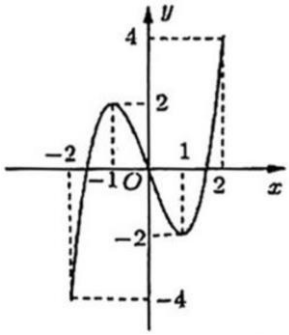
A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=x\sin x+\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=1-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\sin x+C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}-\sin x+C$.

Câu 28. Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r. Thể tích V của khối nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **D.** $V=2\pi r\sqrt{h^2+r^2}$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $M(1;-2)$. **D.** $M(-2;-4)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=16$ có tâm và bán kính là

A. $I(1;-3;-2)$ và $R=4$. **B.** $I(-1;3;2)$ và $R=4$.

C. $I(1;-3;-2)$ và $R=16$. **D.** $I(-11;3;2)$ và $R=16$.

Câu 31. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=4$ là

A. $x=79$. **B.** $x=81$. **C.** $x=66$. **D.** $x=83$.

Câu 32. Với $k;n$ là các số nguyên thỏa mãn $0\le k\le n$, công thức nào dưới đây đúng ?

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n+k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n+k)!}$.

Câu 33. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{2}Bh$. **B.** $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $V=Bh$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):2x+y-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3=(1;2;0)$. **B.** $\vec{n}_2=(2;1;-1)$. **C.** $\vec{n}_1=(-2;-1;1)$. **D.** $\vec{n}_4=(2;1;0)$.

Câu 35. Đạo hàm của hàm số $y=e^{3x}$ là

A. $y'=e^{3x}$. **B.** $y'=e^{3x}\ln 3$. **C.** $y'=3e^{3x}$. **D.** $y'=\dfrac{e^{3x}}{3}$.

Câu 36. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 37. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=12x^2-2, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=1$ và $F(1)=-1$, khi đó $f(2)$ bằng

A. 30. **B.** 36. **C.** –3. **D.** 26.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f\left(f(x)\right)\right)=0$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 41. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2-7z+27=0$. Giá trị của $z_1|z_2|+z_2|z_1|$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất năm số nguyên $b\in(-10;10)$ thỏa mãn $8^{a^2+b}\le 4^{b-a}+3^{b+a}+15$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ và đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{3}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z+3}{-4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung, với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với Δ?

A. 9. **B.** 26. **C.** 14. **D.** 7.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\dfrac{\sqrt{3-\log_4(2x)}}{-9^x+10.3^{x+2}-729}\le 0$?

A. 31. **B.** 29. **C.** 27. **D.** 28.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=3x^4+ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -2; 1 và 2. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có giá trị thuộc khoảng

A. $(34;35)$. **B.** $(36;37)$. **C.** $(37;38)$. **D.** $(35;36)$.

Câu 46. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết diện tích tam giác SAC là $\sqrt{2}a^2$, thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** a^3. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Câu 47. Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm là $f'\ x\ =x^2-82x,\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\ x^4-18x^2+m$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 83. **B.** Vô số. **C.** 80. **D.** 81.

Câu 48. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M và N là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $MN=2a$. Biết thể tích của khối nón là $a^3\sqrt{2}\pi$, khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SMN) là

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho số phức $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Hỏi nếu biểu thức $P=|z+i-3|+|z-i+1|$ đạt giá trị lớn nhất thì biểu thức $Q=a^2+b^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 45. **B.** 12. **C.** 52. **D.** 4.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$ và mặt phẳng $(P):-x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Ox và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-4}{-3}$. **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-4}{-4}$.

C. $\frac{x}{-2}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z}{4}$. **D.** $\frac{x+2}{1}=\frac{y+11}{2}=\frac{z-16}{-3}$.

HẾT

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.B	4.A	5.B	6.A	7.B	8.C	9.D	10.A
11.D	12.B	13.D	14.C	15.A	16.A	17.A	18.D	19.C	20.D
21.D	22.A	23.A	24.A	25.A	26.A	27.C	28.A	29.C	30.B
31.D	32.B	33.B	34.D	35.C	36.B	37.D	38.D	39.D	40.D
41.C	42.A	43.D	44.B	45.C	46.A	47.C	48.C	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1. Cấp số nhân (u_n) với $u_1=5$ và công bội $q=-2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 7. **B.** -10. **C.** 3. **D.** $\frac{-5}{2}$.

Lời giải

$u_2=u_1q=5.(-2)=-10$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=2+2t\\y=-1+3t\\z=-4+3t\end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. Điểm $P(4;2;1)$. **B.** Điểm $Q(-2;-7;10)$.

C. Điểm $N(0;-4;7)$. **D.** Điểm $M(0;-4;-7)$.

Lời giải

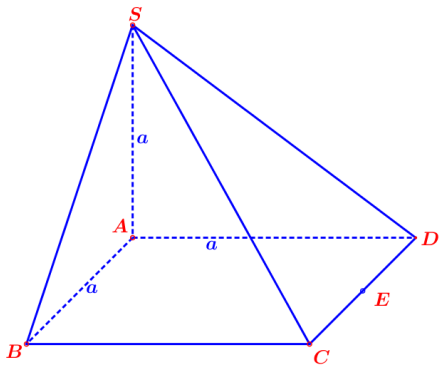
Xét $P(4;2;1)$, ta có hệ: $\begin{cases}4=2+2t\\2=-1+3t\\1=-4+3t\end{cases}$. Hệ vô nghiệm. Do đó $P\notin d$.

Xét $Q(-2;-7;10)$, ta có hệ: $\begin{cases}-2=2+2t\\-7=-1+3t\\10=-4+3t\end{cases}$ Hệ vô nghiệm. Do đó $Q\notin d$.

Xét $N(0;-4;7)$, ta có hệ: $\begin{cases}0=2+2t\\-4=-1+3t\\7=-4+3t\end{cases}$. Hệ vô nghiệm. Do đó $N\notin d$.

Xét $M(0;-4;-7)$, ta có hệ: $\begin{cases}0=2+2t\\-4=-1+3t\\-7=-4+3t\end{cases}\Leftrightarrow t=-1$. Do đó $M\in d$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$. Gọi E là trung điểm của CD (tham khảo hình bên). Khoảng cách từ điểm E đến mặt phẳng (SAB) bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** a. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $2a$.

Lời giải

Do $\begin{cases} CE \parallel AB \\ AB \subset (SAB) \end{cases} \Rightarrow CE \parallel (SAB) \Rightarrow d\left(E,(SAB)\right) = d\left(C,(SAB)\right)$ (1)

Do $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow d\left(C,(SAB)\right) = BC = a$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $d\left(E,(SAB)\right) = a$

Câu 4. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5^x$ là

A. $\int f(x)dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$. **B.** $\int f(x)dx = 5^x \ln 5 + C$.

C. $\int f(x)dx = 5^{x+1} + C$. **D.** $\int f(x)dx = \frac{5^{x+1}}{x+1} + C$.

Lời giải

Ta có: $\int 5^x dx = \frac{5^x}{\ln 5} + C$.

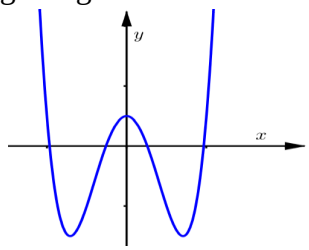
Câu 5. Với mọi a, b thỏa mãn $3\log a + 2\log b = 1$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $a^3 + b^2 = 1$. **B.** $a^3b^2 = 10$. **C.** $3a + 2b = 10$. **D.** $a^3 + b^2 = 10$.

Lời giải

$3\log a + 2\log b = 1 \Leftrightarrow \log a^3 + \log b^2 = 1 \Leftrightarrow \log a^3b^2 = 1 \Leftrightarrow a^3b^2 = 10$.

Câu 6. Hàm số nào có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới?



A. $y = x^4 - 4x^2 + 1$. **B.** $y = \frac{x+1}{x-2}$. **C.** $y = x^3 + 4x^2 + 1$. **D.** $y = 2x^2 + 1$

Lời giải

Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số bậc bốn: $y = ax^4 + bx^2 + c$.

Do đó đường cong trên là đồ thị của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 1$.

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x+2)^{\sqrt{2}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Lời giải

Điều kiện $x+2>0\Leftrightarrow x>-2$.

Vậy tập xác định của hàm số là $(-2;+\infty)$.

Câu 8. Diện tích của mặt cầu bán kính R được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\frac{3}{4}\pi R^2$. **B.** πR^2. **C.** $4\pi R^2$. **D.** $\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Diện tích của mặt cầu bán kính R là $4\pi R^2$.

Câu 9. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(4;-3)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Phần ảo của z bằng

A. 4. **B.** $-3i$. **C.** -4. **D.** -3.

Lời giải

$M(4;-3)$ là điểm biểu diễn của số phức z suy ra $z=4-3i$ nên phần ảo của z bằng -3.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(-1;3;2), B(2;0;5)$ và $C(0;-2;1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$. **B.** $\frac{x+1}{2}=\frac{y+3}{-4}=\frac{z+2}{1}$.

C. $\frac{x+1}{-2}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z-2}{-4}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y+3}{-2}=\frac{z+2}{-4}$.

Lời giải

Gọi M là trung điểm BC, tọa độ M là $M(1;-1;3)$.

Trung tuyến AM là đường thẳng đi qua $A(-1;3;2)$ nhận $\overrightarrow{AM}(2;-4;1)$ làm vec tơ chỉ phương có phương trình là $\frac{x+1}{2}=\frac{y-3}{-4}=\frac{z-2}{1}$.

Câu 11. Nếu $\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x=37$ thì $\int_0^4\left[2f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 18. **C.** -27. **D.** 10.

Lời giải

$$\int_0^4\left[2f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x=2\int_0^4 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^4 3x^2\mathrm{d}x=2.37-x^3\Big|_0^4=74-\left[(4)^3-(0)^3\right]=10.$$

Câu 12. Cho số phức z thỏa mãn: $(3+2i)\bar{z}+(2-i)^2=4+i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Gọi $z=a+bi,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức cần tìm.

$\bar{z}=a-bi,(a,b\in\mathbb{R})$ là số phức liên hợp của z.

Mà $(3+2i)\bar{z}+(2-i)^2=4+i\Leftrightarrow(3+2i)\bar{z}=4+i-(4-4i+i^2)\Leftrightarrow(3+2i)\bar{z}=5i-i^2$

$\Leftrightarrow (3+2i)\bar{z}=5i+1 \Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{5i+1}{3+2i} \Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{(5i+1)(3-2i)}{(3+2i)(3-2i)} \Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{15i-10i^2+3-2i}{3^2-(2i)^2}$

$\Leftrightarrow \bar{z}=\dfrac{13+13i}{13} \Leftrightarrow \bar{z}=1+i$.

Khi đó $z=1-i \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-1 \end{cases}$.

Vậy tổng phần thực và phần ảo của z bằng: $1+(-1)=0$.

Câu 13. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 14. Tập nghiệm của bất phương trình $3^x \ge 12$ là

A. $[4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;4]$. **C.** $[\log_3 12;+\infty)$. **D.** $(-\infty;\log_3 12]$.

Lời giải

Ta có $3^x \ge 12 \Leftrightarrow x \ge \log_3 12$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $[\log_3 12;+\infty)$.

Câu 15. Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng

A. $|z|=5$. **B.** $|z|=7$. **C.** $|z|=\sqrt{7}$. **D.** $|z|=25$.

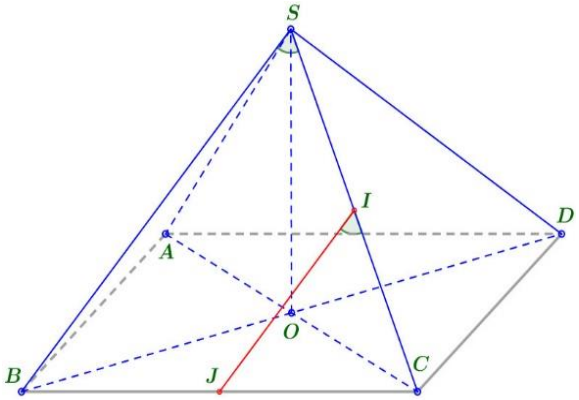
Lời giải

▪ Ta có: $|z|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=\sqrt{16+9}=5$.

Câu 16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi I và J lần lượt là trung điểm của SC và BC. Góc giữa hai đường thẳng IJ và SC bằng

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải



▪ Ta có: $SI=IC, BJ=JC \Rightarrow IJ$ là đường trung bình của $\Delta SBC \Rightarrow IJ \parallel SB$.

▪ Suy ra: $IJ,SC = SB,SC = BSC = 60°$ (vì ΔSBC đều).

Câu 17. Cho số phức $z=-3+4i$, khi đó $3z$ bằng

A. $z=-9+12i$. **B.** $z=-3+12i$. **C.** $z=9-12i$. **D.** $z=-9+4i$.

Lời giải

Ta có: $z=-3+4i \Rightarrow 3z=3(-3+4i)=-9+12i$.

Câu 18. Nếu $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x=9$ thì $\int_2^7 f(x)\mathrm{d}x=?$

A. 6. **B.** 3. **C.** –6. **D.** 12.

Lời giải

Ta có: $\int_2^7 f(x)\mathrm{d}x=\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x+\int_5^7 f(x)\mathrm{d}x=3+9=12$.

Câu 19. Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x+\dfrac{1}{x+3}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x-2}$.

C. $y=x^3-3x^2+3x+5$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+3x+5$.

Ta có $y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=x^3-3x^2+3x+5$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 20. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(-1;3;2)$ và $\vec{v}=(-3;-1;2)$ khi đó $\vec{u}.\vec{v}$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 4.

Lời giải

Ta có: $\vec{u}.\vec{v}=(-1).(-3)+3.(-1)+2.2=4$.

Câu 21. Cho khối lăng trụ đứng có cạnh bên bằng 5, đáy là hình vuông có cạnh bằng 4. Thể tích khối lăng trụ đã cho bằng

A. 64. **B.** 20. **C.** 100. **D.** 80.

Lời giải

+ Diện tích đáy của lăng trụ là $B=4^2=16$.
+ Chiều cao của lăng trụ đứng là $h=5$.
+ Thể tích của khối lăng trụ đã cho là $V=B.h=16.5=80$.

Câu 22. Trên đoạn $[-4;-1]$, hàm số $y=x+\dfrac{9}{x-1}$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. –5. **B.** $-\dfrac{29}{5}$. **C.** $-\dfrac{11}{2}$. **D.** –9.

Lời giải

+ Ta có $y'=1-\dfrac{9}{(x-1)^2}$.

+ Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{9}{(x-1)^2}=0\Rightarrow (x-1)^2=9\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=4\notin(-4;-1) \\ x=-2\in(-4;-1)\end{array}\right.$.

+ Ta có $y(-4)=-\dfrac{29}{5}$, $y(-2)=-5$, $y(-1)=-\dfrac{11}{2}$.

+ Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-4;-1]$ là $\max\limits_{[-4;-1]} y=y(-2)=5$.

Câu 23. Một tổ có 7 nam 3 nữ. Chọn ngẫu nhiên đồng thời 2 người. Xác suất để 2 người được chọn có ít nhất 1 nữ bằng

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{7}{15}$. **C.** $\frac{1}{15}$. **D.** $\frac{2}{15}$.

Lời giải

Số phần tử không gian mẫu $n_\Omega = C_{10}^2$.

Gọi A là biến cố : "chọn 2 người có ít nhất 1 nữ"

$\Rightarrow \overline{A}$ là biến cố : "chọn 2 người không có nữ" $\Rightarrow n_{\overline{A}} = C_7^2$.

Vậy: $P_A = 1 - P_{\overline{A}} = 1 - \frac{C_7^2}{C_{10}^2} = \frac{8}{15}$.

Câu 24. Với mọi số thực a dương khác 1, $\log_a \sqrt[3]{a}$ bằng

A. $\frac{1}{3}$. **B.** 3. **C.** -3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có: $\log_a \sqrt[3]{a} = \log_a a^{\frac{1}{3}} = \frac{1}{3}\log_a a = \frac{1}{3}$.

Câu 25. Nếu $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x = 3$ thì $\int_3^4 -4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -12. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 3.

Lời giải

Ta có $\int_3^4 -4f(x)\mathrm{d}x = -4\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x = -4.3 = -12.$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x-2y-z+7=0$. **B.** $-2x+y-z+7=0$.

C. $3x-2y-z-7=0$. **D.** $-2x+y-z-7=0$.

Lời giải

Gọi (α) là mặt phẳng cần tìm.

Do mặt phẳng (α) vuông góc với d nên ta có vectơ pháp tuyến của (α) là $\vec{n}_{(\alpha)} = \vec{u}_d = (-3;2;1)$

Phương trình mặt phẳng (α) là:

$-3(x+2)+2(y-1)+(z+1)=0 \Leftrightarrow -3x+2y+z-7=0 \Leftrightarrow 3x-2y-z+7=0.$

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = x + \cos x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = x\sin x + \cos x + C$. **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = 1 - \sin x + C$.

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$. **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+\sin x+C$.

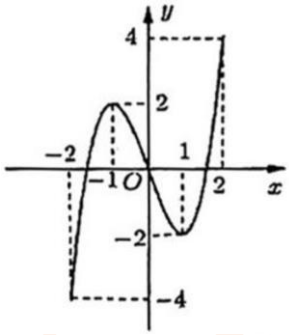
Câu 28. Cho khối nón có đường cao h và bán kính đáy r. Thể tích V của khối nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$. **B.** $V=\pi r^2h$. **C.** $V=\pi r\sqrt{h^2+r^2}$. **D.** $V=2\pi r\sqrt{h^2+r^2}$.

Lời giải

Theo công thức thể tích khối nón, ta có $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 29. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $M(1;-2)$. **D.** $M(-2;-4)$.

Lời giải

Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(1;-2)$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=16$ có tâm và bán kính là

A. $I(1;-3;-2)$ và $R=4$. **B.** $I(-1;3;2)$ và $R=4$.

C. $I(1;-3;-2)$ và $R=16$. **D.** $I(-11;3;2)$ và $R=16$.

Lời giải

Mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-3)^2+(z-2)^2=16$ có tâm $I(-1;3;2)$ và bán kính bằng $R=4$.

Câu 31. Nghiệm của phương trình $\log_3(x-2)=4$ là

A. $x=79$. **B.** $x=81$. **C.** $x=66$. **D.** $x=83$.

Lời giải

ĐKXĐ: $x>2$ (1).

Ta có $\log_3(x-2)=4\Leftrightarrow x-2=81\Leftrightarrow x=83$ (TM (1)).

Vậy phương trình có nghiệm $x=83$.

Câu 32. Với $k;n$ là các số nguyên thỏa mãn $0\le k\le n$, công thức nào dưới đây đúng?

A. $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n+k)!}$. **B.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $A_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$. **D.** $A_n^k=\dfrac{n!}{(n+k)!}$.

Lời giải

Theo công thức tính số chỉnh hợp ta có: $A_n^k = \dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 33. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \dfrac{1}{2}Bh$. **B.** $V = \dfrac{1}{3}Bh$. **C.** $V = \dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $V = Bh$.

Lời giải

Thể tích V của khối chóp là $V = \dfrac{1}{3}Bh$.

Câu 34. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một véctơ pháp tuyến là

A. $\overrightarrow{n_3} = (1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{n_2} = (2;1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_1} = (-2;-1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4} = (2;1;0)$.

Lời giải

Mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ nhận $\overrightarrow{n_4} = (2;1;0)$ là một vecto pháp tuyến.

Câu 35. Đạo hàm của hàm số $y = \mathrm{e}^{3x}$ là

A. $y' = \mathrm{e}^{3x}$. **B.** $y' = \mathrm{e}^{3x}\ln 3$. **C.** $y' = 3\mathrm{e}^{3x}$. **D.** $y' = \dfrac{\mathrm{e}^{3x}}{3}$.

Lời giải

Dựa vào bảng đạo hàm cơ bản ta có $y' = 3\mathrm{e}^{3x}$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Lời giải

Từ bảng xét dấu của $f'(x)$ ta có số điểm cực trị của hàm số của hàm số đã cho là 4.

Câu 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu đạo hàm $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ là

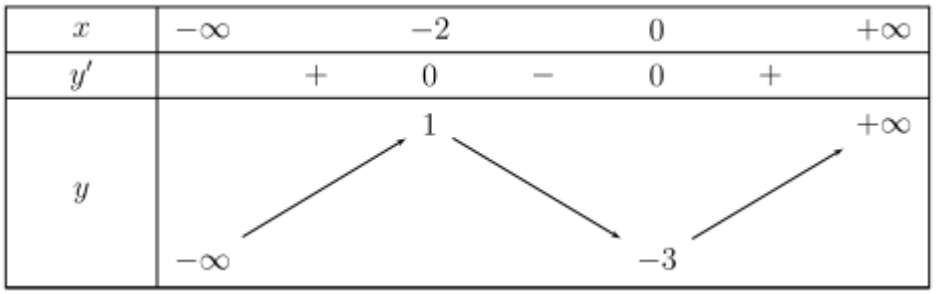
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Dựa vào bảng xét dấu ta thấy đạo hàm $f'(x)$ đổi dấu qua 4 điểm $x = -1;\ x = 0;\ x = 2;\ x = 4$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 4 điểm cực trị.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Lời giải

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 39. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=12x^2-2, \forall x\in\mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=1$ và $F(1)=-1$, khi đó $f(2)$ bằng

A. 30. **B.** 36. **C.** -3. **D.** 26.

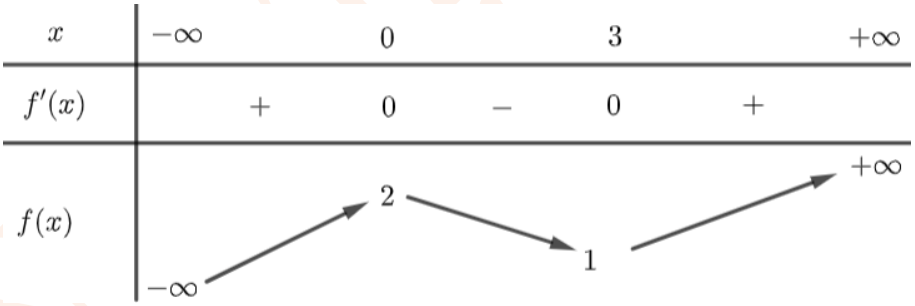
Lời giải

$$f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\left(12x^2-2\right)\mathrm{d}x=4x^3-2x+C.$$

$$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=F(1)-F(0)\Leftrightarrow\int_0^1\left(4x^3-2x+C\right)\mathrm{d}x=-2\Leftrightarrow\left(x^4-x^2+Cx\right)\Big|_0^1=-2\Leftrightarrow C=-2$$

$$\Rightarrow f(x)=4x^3-2x-2\Rightarrow f(2)=26.$$

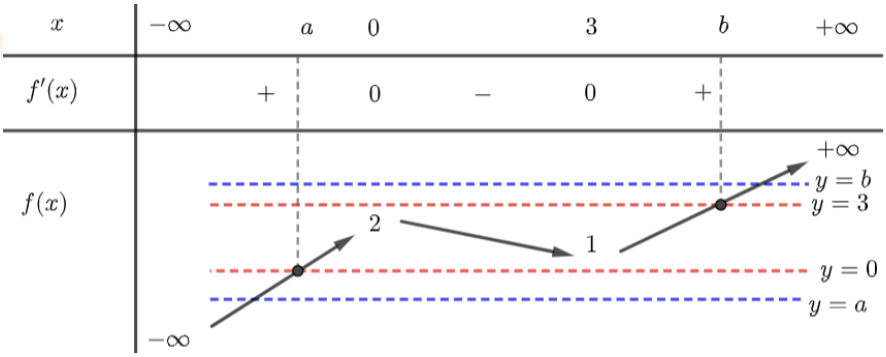
Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f\left(f(x)\right)\right)=0$ là

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải



Ta có: $f'\left(f\left(f\left(x\right)\right)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(f\left(x\right)\right)=0 \\ f\left(f\left(x\right)\right)=3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f\left(x\right)=a \quad (a<0) \\ f\left(x\right)=b \quad (b>3) \end{array}\right.$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $f\left(x\right)=a$ có 1 nghiệm và phương trình $f\left(x\right)=b$ có 1 nghiệm.

Vậy phương trình $f'\left(f\left(f\left(x\right)\right)\right)=0$ có 2 nghiệm.

Câu 41. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2-7z+27=0$. Giá trị của $z_1\left|z_2\right|+z_2\left|z_1\right|$ bằng

A. 3. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Ta có $3z^2-7z+27=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1=\dfrac{7}{6}-\dfrac{5\sqrt{11}}{6}i \\ z_2=\dfrac{7}{6}+\dfrac{5\sqrt{11}}{6}i \end{array}\right.$

Do đó ta có $z_1\left|z_2\right|+z_2\left|z_1\right|=\left|z_1\right|\left(z_1+z_2\right)=3.\dfrac{7}{3}=7$.

Câu 42. Có bao nhiêu số nguyên a sao cho ứng với mỗi a, tồn tại ít nhất năm số nguyên $b\in\left(-10;10\right)$ thỏa mãn $8^{a^2+b}\le 4^{b-a}+3^{b+a}+15$?

A. 5. **B.** 4. **C.** 7. **D.** 6.

Lời giải

Ta có:

$8^{a^2+b}\le 4^{b-a}+3^{b+a}+15$

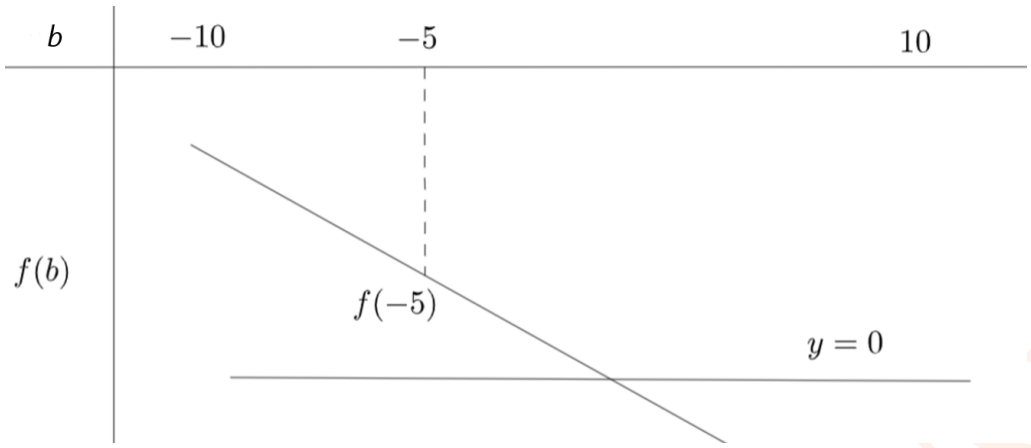
$\Leftrightarrow 8^{a^2}\le 4^{-a}.\left(\dfrac{4}{8}\right)^b+3^a.\left(\dfrac{3}{8}\right)^b+\dfrac{15}{8^b}$

$\Leftrightarrow 4^{-a}.2^{-b}+3^a.\left(\dfrac{3}{8}\right)^b+15.8^{-b}-8^{a^2}\ge 0$

Xét hàm số $f\left(b\right)=4^{-a}.2^{-b}+3^a.\left(\dfrac{3}{8}\right)^b+15.8^{-b}-8^{a^2}$

$\Rightarrow f'\left(b\right)=-4^{-a}.2^{-b}.\ln 2+3^a.\left(\dfrac{3}{8}\right)^b.\ln\dfrac{3}{8}-15.8^{-b}.\ln 8<0,\ \forall b\in\left(-10;10\right)$.

Vậy hàm số nghịch biến, ta được bảng biến thiên của hàm số trên $\left(-10;10\right)$:



Vậy bất phương trình $f(b)\ge 0$ có ít nhất năm nghiệm nguyên khi

$$f(-5)\ge 0 \Rightarrow 4^{-a}.2^5+3^a.\left(\frac{3}{8}\right)^{-5}+15.8^5-8^{a^2}\ge 0$$

Khảo sát hàm số $g(a)=4^{-a}.2^5+3^a.\left(\frac{3}{8}\right)^{-5}+15.8^5-8^{a^2}$ bằng máy tính cầm tay (TABLE), ta tìm được các giá trị nguyên của a thỏa mãn thuộc đoạn $[-2;2]$. Tức có 5 giá trị a thỏa mãn.

Câu 43. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ và đường thẳng $\Delta:\frac{x}{3}=\frac{y-2}{5}=\frac{z+3}{-4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung, với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với Δ?

A. 9. **B.** 26. **C.** 14. **D.** 7.

Lời giải

Mặt cầu (S) có toạ độ tâm $I(1;-2;3)$ và bán kính $R=5$. Ta có: $M\in Oy\Rightarrow M(0;m;0)$.

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm M và chứa hai đường tiếp tuyến của (S) kẻ từ M $\Rightarrow \Delta\perp(P)$. Khi đó, mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0;m;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=\overrightarrow{u_\Delta}=(3;5;-4)$, phương trình mặt phẳng (P) là $3x+5y-4z-5m=0$.

Xét: $d(I,(P))=\frac{|3.1+5.(-2)-4.3-5m|}{\sqrt{3^2+5^2+(-4)^2}}=\frac{|5m+19|}{5\sqrt{2}}$; $\overrightarrow{IM}=(-1;m+2;-3)$.

Trường hợp 1: mặt phẳng (P) không có điểm chung với mặt cầu (S), nghĩa là $d(I,(P))>R$.

Khi đó, không tồn tại tiếp tuyến của (S) kẻ từ M và chứa trong (P). Loại trường hợp 1.

Trường hợp 2: mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại M, nghĩa là $d(I,(P))=R$.

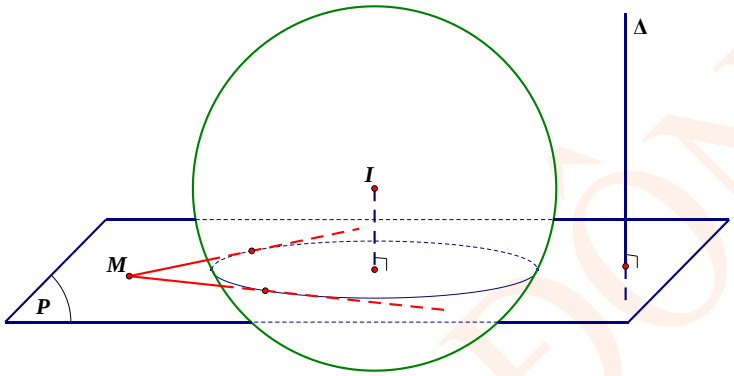
Khi đó, tồn tại vô số của (S) tại M và chứa trong (P).

Ta có: $\begin{cases}M\in(S)\\ d(I,(P))=R\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(-1)^2+(m+2)^2+(-3)^2=25\\ \frac{|5m+19|}{5\sqrt{2}}=5\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+2)^2=15\\ |5m+19|=25\sqrt{5}\end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} m=-2\pm\sqrt{15} \\ m=\dfrac{-19\pm 25\sqrt{5}}{5} \end{cases} \Leftrightarrow m\in\varnothing$. Không có điểm M thoả mãn trường hợp 2.

Trường hợp 3: mặt phẳng (P) cắt với mặt cầu (S), nghĩa là $d\left(I,(P)\right)<R$.

Khi đó, muốn tồn tại hai đường tiếp tuyến của (S) kẻ từ M và chứa trong (P), thì điểm M phải nằm ngoài mặt cầu (S).



Ta có: $\begin{cases} IM>R \\ d\left(I,(P)\right)<R \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} IM^2>25 \\ \dfrac{|5m+19|}{5\sqrt{2}}<5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (-1)^2+(m+2)^2+(-3)^2>25 \\ |5m+19|<25\sqrt{2} \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+2)^2>15 \\ (5m+19)^2<1250 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+4m-11>0 \\ 25m^2+190m-889<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m<-2-\sqrt{15} \\ m>-2+\sqrt{15} \end{array}\right. \\ \dfrac{-19-25\sqrt{2}}{5}<m<\dfrac{-19+25\sqrt{2}}{5} \end{cases}$

$\left[\begin{array}{l} \dfrac{-19-25\sqrt{2}}{5}<m<-2-\sqrt{15} \\ -2+\sqrt{15}<m<\dfrac{-19+25\sqrt{2}}{5} \end{array}\right.$. Vì $m\in\mathbb{Z}$, nên $m\in\{-10;-9;-8;-7;-6;2;3\}$.

Vậy có 7 điểm M thoả mãn yêu cầu bài toán.

Câu 44. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\dfrac{\sqrt{3-\log_4(2x)}}{-9^x+10.3^{x+2}-729}\le 0$?

A. 31. **B.** 29. **C.** 27. **D.** 28.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases} 3-\log_4(2x)\ge 0 \\ -9^x+10.3^{x+2}-729\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x\le 32 \\ (3^x-9)(3^x-81)\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0<x\le 32 \\ x\ne 4 \\ x\ne 2 \end{cases}$.

+) $3-\log_4(2x)=0 \Leftrightarrow x=32$.

+) $-9^x+10.3^{x+2}-729=0 \Leftrightarrow x=4$ hoặc $x=2$.

Đặt $f(x)=\dfrac{\sqrt{3-\log_4(2x)}}{-9^x+10.3^{x+2}-729}$. Do tính liên tục nên ta có bảng xét dấu của $f(x)$ trên miền xác định.

x	0		2		4		32
$f(x)$	‖	$-$	‖	$+$	‖	$-$	0

$(f(1)<0; f(3)>0; f(5)<0)$ (bấm máy).

Suy ra tập nghiệm của bất phương trình đã cho là $S=(0;2)\cup(4;32]$.

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{1\}\cup\{5,6,7,...,32\}$. Vậy có tất cả 29 số nguyên x thỏa mãn.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=3x^4+ax^3+bx^2+cx+d\ \ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có ba điểm cực trị là -2; 1 và 2. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc hai có đồ thị đi qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ có giá trị thuộc khoảng

A. $(34;35)$. **B.** $(36;37)$. **C.** $(37;38)$. **D.** $(35;36)$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=12x^3+3ax^2+2bx+c$.

$f(x)$ có ba điểm cực trị là $-2,1$ và 2 nên suy ra:

$$\begin{cases} f'(-2)=0 \\ f'(1)=0 \\ f'(2)=0 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} 12a-4b+c=96 \\ 3a+2b+c=-12 \\ 12a+4b+c=-96 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} a=-4 \\ b=-24 \\ c=48 \end{cases}.$$

Khi đó $f(x)=3x^4-4x^3-24x^2+48x+d$ và $f'(x)=12x^3-12x^2-48x+48$.

Ta có $f(x)=f'(x)\left(\dfrac{1}{4}x-\dfrac{1}{12}\right)+\left(-13x^2+32x+d+4\right)$.

Suy ra $g(x)=-13x^2+32x+d+4$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hai hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là

$$3x^4-4x^3-24x^2+48x+d=-13x^2+32x+d+4\Leftrightarrow 3x^4-4x^3-11x^2+16x-4=0\Leftrightarrow\begin{cases} x=-2 \\ x=\dfrac{1}{3} \\ x=1 \\ x=2 \end{cases}.$$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là

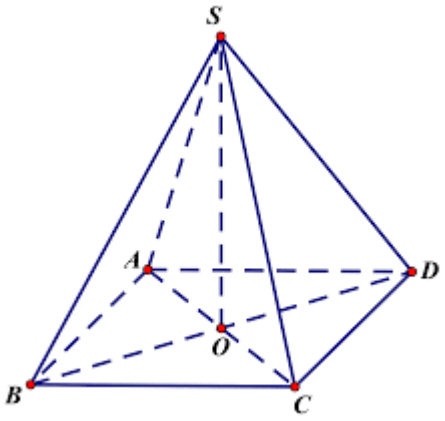
$$S=\int_{-2}^{2}\left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_{-2}^{2}\left|\left(3x^4-4x^3-24x^2+48x+d\right)-\left(-13x^2+32x+d+4\right)\right|dx$$

$$=\int_{-2}^{2}\left|3x^4-4x^3-11x^2+16x-4\right|dx\approx 37,31.$$

Câu 46. Cho khối chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết diện tích tam giác SAC là $\sqrt{2}a^2$, thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $\frac{2}{3}a^3$. **B.** a^3. **C.** $2\sqrt{2}a^3$. **D.** $\frac{4}{3}a^3$.

Lời giải



Ta có: $AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=a\sqrt{2}.$

Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Vì khối chóp $S.ABCD$ là khối chóp đều nên $SO\perp(ABCD)\Rightarrow SO\perp AC.$

$\Rightarrow S_{\Delta SAC}=\frac{1}{2}SO.AC=\sqrt{2}a^2\Leftrightarrow SO=2a.$

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là: $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}a^2.2a=\frac{2}{3}a^3.$

Câu 47. Cho hàm số $f\ x$ có đạo hàm là $f'\ x\ =x^2-82x,\forall x\in\mathbb{R}.$ Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=f\ x^4-18x^2+m$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 83. **B.** Vô số. **C.** 80. **D.** 81.

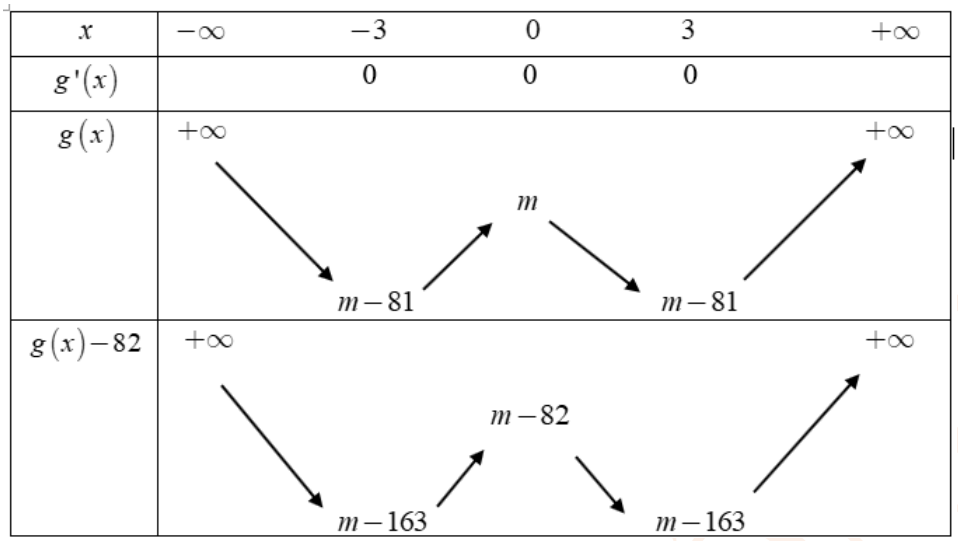
Lời giải

Có $f'\ x\ =x^2-82x,\forall x\in\mathbb{R}.\ f'\ x\ =0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=82\end{array}\right.$.

Từ $y=f\ x^4-18x^2+m$ suy ra $y'=\ 4x^3-36x\ f'\ x^4-18x^2+m$,

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=0,x=\pm3&\\x^4-18x^2+m=0&1\\x^4-18x^2+m-82=0&2\end{array}\right.$.

Đặt $g\ x\ =x^4-18x^2+m$, có bảng biến thiên của $g\ x$ và $g\ x\ -82$ như sau:



Xét các trường hợp thỏa yêu cầu bài toán:

- TH 1: $m\in 0;81$: 1 có 4 nghiệm đơn; 2 có 2 nghiệm đơn các nghiệm này đôi một khác nhau và khác $0,\ \pm 3$. TH này hàm số đã cho có 9 cực trị.
- TH 2: $m=81$: 1 có 2 nghiệm bội chẵn là $x=\pm 3$; 2 có 2 nghiệm đơn các nghiệm này đôi một khác nhau và khác $0,\ \pm 3$. TH này hàm số đã cho có 5 cực trị.
- TH 3: $m\in 81;82$: 1 vô nghiệm; 2 có 2 nghiệm đơn các nghiệm này đôi một khác nhau và khác $0,\ \pm 3$. TH này hàm số đã cho có 5 cực trị.
- TH 4: $m=82$: 1 vô nghiệm; 2 có 1 nghiệm bội chẵn $x=0$ và 2 nghiệm đơn, các nghiệm này đôi một khác nhau và khác $0,\ \pm 3$. TH này hàm số đã cho có 5 cực trị.
- TH 5: $m\in 82;163$: 1 vô nghiệm; 2 có 4 nghiệm đơn, các nghiệm này đôi một khác nhau và khác $0,\ \pm 3$. TH này hàm số đã cho có 7 cực trị.
- TH 6: $m=163$: 1 vô nghiệm; 2 có 2 nghiệm bội chẵn $x=\pm 3$. TH này hàm số đã cho có 3 cực trị.
- TH 7: $m\in 163;+\infty$: 1 và 2 đều vô nghiệm. TH này hàm số đã cho có 3 cực trị.

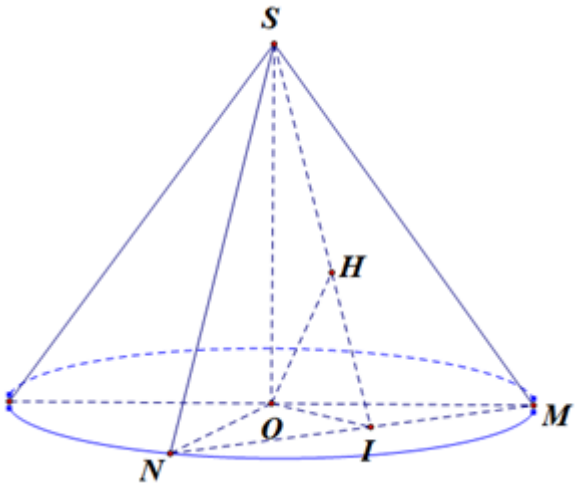
Vậy $m\in 82;163$ thì hàm số $y=f\ x^4-18x^2+m$ có đúng 7 điểm cực trị.

Suy ra có $162-83+1=80$ giá trị m cần tìm.

Câu 48. Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng $a\sqrt{3}$. Gọi M và N là hai điểm thuộc đường tròn đáy sao cho $MN=2a$. Biết thể tích của khối nón là $a^3\sqrt{2}\pi$, khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SMN) là

A. $\frac{a}{\sqrt{2}}$. **B.** $2a$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải



Gọi O là tâm đáy, I là trung điểm của MN, suy ra $OI \perp MN$, lại có $MN \perp SO$ nên $MN \perp (SOI)$. Từ đó suy ra $(SMN) \perp (SOI)$ theo giao tuyến SI.

Trong mặt phẳng (SOI), kẻ $OH \perp SI$, suy ra $OH \perp (SMN)$. Do đó $d(O;(SMN)) = OH$.

Khối nón có thể tích $V = \frac{1}{3}\pi.R^2.h \Rightarrow h = \frac{3V}{\pi.R^2} = \frac{3a^3\sqrt{2}\pi}{\pi\left(a\sqrt{3}\right)^2} = a\sqrt{2}$, hay $SO = a\sqrt{2}$.

Xét ΔOIM vuông tại I, ta có: $OI = \sqrt{OM^2 - IM^2} = \sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2 - a^2} = \sqrt{2a^2} = a\sqrt{2}$.

Xét ΔSOI vuông tại O, đường cao OH, ta có: $\frac{1}{OH^2} = \frac{1}{SO^2} + \frac{1}{OI^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{1}{a^2}$.

Suy ra $OH = a$. Vậy $d(O;(SMN)) = OH = a$.

Câu 49. Cho số phức $z = a + bi$ $(a, b \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Hỏi nếu biểu thức $P = |z + i - 3| + |z - i + 1|$ đạt giá trị lớn nhất thì biểu thức $Q = a^2 + b^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 45. **B.** 12. **C.** 52. **D.** 4.

Lời giải

Gọi điểm $M(a;b)$ biểu diễn cho số phức z trên mặt phẳng phức;

Do $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5} \Leftrightarrow (a-3)^2 + (b-4)^2 = 5$, ta suy ra tập hợp các điểm $M(a;b)$ là đường tròn có phương trình $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$, có tâm $H(3;4)$, bán kính $R = \sqrt{5}$.

Gọi điểm $A(3;-1)$ biểu diễn cho số phức $3 - i$; điểm $B(-1;1)$ biểu diễn cho số phức $-1 + i$;

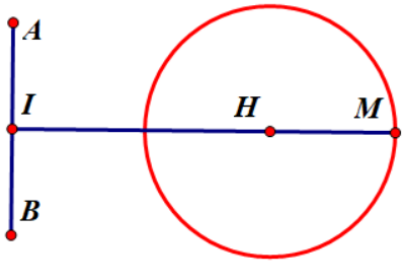
ta dễ dàng nhận thấy $P = |z + i - 3| + |z - i + 1| = |z - (3 - i)| + |z - (-1 + i)| = MA + MB$

Ta có $P^2 \le 2\left(MA^2 + MB^2\right)$ (Bất đẳng thức B.C.S) (1)

Gọi I là trung điểm của AB, ta có

$MA^2 + MB^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 = \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2.\overrightarrow{IM}^2 - 2\overrightarrow{IM}.\left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB}\right) = \overrightarrow{IA}^2 + \overrightarrow{IB}^2 + 2.\overrightarrow{IM}^2$ (2)

Từ (1) và (2) ta nhận thấy biểu thức P đạt giá trị lớn nhất khi đồng thời xảy ra các điều kiện: $MA = MB$ và $IM = IH + R$;



Ta có $I(1;0)$, đường thẳng trung trực đoạn AB có phương trình $2x-y-2=0$ (Δ);

ta thấy $H\in(\Delta)$ nên điểm M thỏa mãn cả 2 điều kiện trên là điểm M thỏa mãn:

$$\overrightarrow{IM}=\frac{IM}{IH}.\overrightarrow{IH}\Leftrightarrow\overrightarrow{IM}=\frac{IH+R}{IH}.\overrightarrow{IH}\Leftrightarrow\overrightarrow{IM}=\frac{\sqrt{20}+\sqrt{5}}{\sqrt{20}}.\overrightarrow{IH}\Leftrightarrow\overrightarrow{IM}=\frac{3}{2}.\overrightarrow{IH}$$

Suy ra điểm $M(4;6)\Rightarrow z=4+6i\Rightarrow Q=16+36=52$.

Câu 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-3;4)$ và mặt phẳng $(P):-x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A, cắt trục Ox và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-4}{-3}$.

B. $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-4}{-4}$.

C. $\frac{x}{-2}=\frac{y+3}{-3}=\frac{z}{4}$.

D. $\frac{x+2}{1}=\frac{y+11}{2}=\frac{z-16}{-3}$.

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua $A(2;-3;4)$, cắt trục Ox tại $B(b;0;0)$.

Suy ra d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{AB}=(b-2;3;-4)$.

(P) có một vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_P}=(-1;2;1)$.

d song song với $(P)\Rightarrow\overrightarrow{AB}\perp\overrightarrow{n_P}\Rightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{n_P}=0\Rightarrow b=4$.

Vậy đường thẳng d có phương trình là: $\frac{x-2}{2}=\frac{y+3}{3}=\frac{z-4}{-4}$.

HẾT

CHUYÊN QUỐC HỌC HUẾ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hai hàm số $u=u(x)$ và $v=v(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$

B. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u'(x)v(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$

C. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)-\int u(x)v(x)\mathrm{d}x$

D. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u(x)v'(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$

Câu 2. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-2021$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=2022$ thì $\int_1^2\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1 **B.** 2022 **C.** 1 **D.** 4043

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-2;-1)$ **C.** $(-1;0)$ **D.** $(0;2)$

Câu 4. Cho số phức $z=2021+2022i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

A. $\bar{z}=2022-2021i$ **B.** $\bar{z}=-2021-2022i$

C. $\bar{z}=2021-2022i$ **D.** $\bar{z}=2021+2022i$

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+3y-2z+1=0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P).

A. $Q\left(-1;3;\dfrac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(1;1;\dfrac{5}{2}\right)$. **C.** $N(-4;1;0)$. **D.** $P(-2;1;2)$.

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x\le 8$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$ **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y=2022^x$ là

A. $y'=\dfrac{1}{x\ln 2022}$. **B.** $y'=x.2022^{x-1}$. **C.** $y'=2022^x.\ln 2022$. **D.** $y'=2022^x$.

Câu 8. Với mọi số thực $a>0,a\ne 1,b>0$, biết $\log_a b=2$. Tính giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{a}\right)$.

A. 6. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 9. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}+C$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 11. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2+1$?

A. Điểm $M(-1;0)$. **B.** Điểm $Q(-1;1)$.

C. Điểm $P(0;1)$. **D.** Điểm $N(1;2)$.

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 12.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=4$. Tâm của (S) là điểm nào sau đây?

A. $(-1,1,1)$ **B.** $(1,1,1)$ **C.** $(-1,0,0)$ **D.** $(1,0,0)$

Câu 14. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{-2x+3}{x-5}$ là đường nào sau đây?

A. $y=-2$ **B.** $x=5$ **C.** $y=5$ **D.** $x=-2$

Câu 15. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1,1]$ bằng

A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 3

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{3}=\frac{z}{-2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-1,-4,-2)$ **B.** $N(-1,4,2)$ **C.** $P(1,4,2)$ **D.** $M(-1,-4,2)$

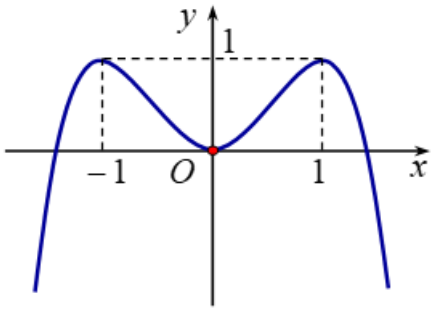
Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(3;-1;5)$ và $\vec{v}=(2;4;-1)$. Tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$ là kết quả nào sau đây?

A. -4 **B.** -7 **C.** -3 **D.** 7

Câu 18. Nếu $\int_3^6 f(x)dx=2022$ thì $\int_3^6 \frac{f(x)}{2}dx$ bằng

A. 8088. **B.** 1011. **C.** 2022. **D.** 4044.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3+2x$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=-x^3+x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2+2022$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{-x+2022}$.

C. $y=x^4+4x+2022$. **D.** $y=x^3-3x^2+2022x$.

Câu 21. Số hoán vị của tập hợp X có 5 phần tử là

A. 5. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Câu 22. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2022$ và công sai $d=7$. Giá trị của u_6 bằng

A. 2043. **B.** 2064. **C.** 2050. **D.** 2057.

Câu 23. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\dfrac{1}{3}\pi r^2$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)^2$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 25. Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h được tính theo công thức nào sau đây?

A. πr^2h. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\dfrac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** $\dfrac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 26. Cho số phức $z=3+2i$, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $Q(-3;-2)$. **B.** $M(3;2)$. **C.** $N(-3;2)$. **D.** $P(3;-2)$.

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đó là

A. $V=\dfrac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\dfrac{4}{3}Bh$. **D.** $V=\dfrac{1}{3}Bh^2$.

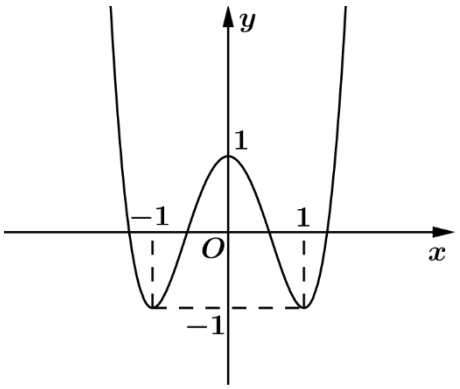
Câu 28. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 29. Tìm phần ảo của số phức $z=3-4i$.

A. $4i$. **B.** -4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 30. Cho hàm số phức $y=f(x)=ax^4+bx+c$, $(a, b, c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)-2022$ bằng



A. 2021. **B.** 2022. **C.** –2021. **D.** –2022.

Câu 31. Cho $\log_{15}30=\dfrac{1+a\log 3}{b\log 3+c\log 5}$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $ab+c$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 32. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\dfrac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ là số ảo và $|z_1-1|=1$. Giá trị lớn nhất của $|z_1-z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 33. Tìm môđun của sô phức z thỏa mãn $2z+3i=4-iz$.

A. $|z|=\dfrac{5}{2}$. **B.** $|z|=\dfrac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $|z|=\sqrt{5}$. **D.** $|z|=\dfrac{\sqrt{85}}{5}$.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) theo a.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 35. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+2mz+m+1=0(1)$ (m là tham số thực thỏa $m^2-m-1<0$); z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình (1); A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức đó trên mặt phẳng Oxy. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để ΔOAB vuông tại O ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=\sin x\cos x$ và $f(0)=1$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$

A. $I=\dfrac{\pi-4}{2}$. **B.** $I=\dfrac{3\pi-4}{8}$. **C.** $I=\dfrac{3\pi+2}{16}$. **D.** $I=\dfrac{5\pi-2}{16}$.

Câu 37. Từ một hộp chứa 13 viên bi gồm 6 bi xanh và 7 bi đỏ, các viên bi cùng màu có kích thước khác nhau đôi một. Lấy ra từ hộp 5 viên bi. Tính sác xuất để trong 5 viên bi được chọn, số bi xanh nhiều hơn bi đỏ.

A. $\dfrac{254}{429}$. **B.** $\dfrac{173}{429}$. **C.** $\dfrac{24}{143}$. **D.** $\dfrac{59}{143}$.

Câu 38. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;0)$ và song song với hai đường thẳng $d_1:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{2}$, $d_2:\dfrac{x+2}{3}=\dfrac{y+1}{-1}=\dfrac{z-2}{-1}$

A. $x+7y-4z+8=0$. **B.** $3x-5y+4z-2=0$.

C. $x+7y-4z-8=0$. **D.** $3x-5y+4z+2=0$.

Câu 39. Cho tích phân $I=\int_1^e x^2\ln x\mathrm{d}x=\frac{a}{b}e^3+\frac{c}{d}$ với a,b,c,d là các số nguyên dương, $\frac{a}{b},\frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $P=a+2b+3c+4d$ bằng

A. 5. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Câu 40. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-y-z+1=0$.

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2-t\\z=-1-t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2-t\\z=1-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-2-2t\\z=-1-t\end{cases}$.

Câu 41. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $V=\frac{2\sqrt{15}}{5}a^3$ **B.** $V=\frac{2\sqrt{15}}{15}a^3$ **C.** $V=\frac{2\sqrt{15}}{45}a^3$ **D.** $V=\frac{6\sqrt{15}}{45}a^3$

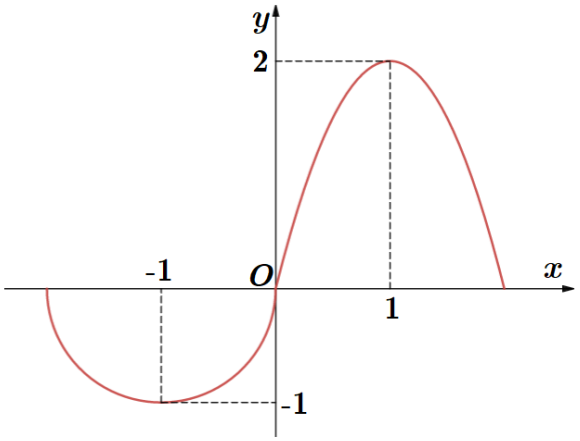
Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(f(x)\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (C) là đường tròn tâm $I(-1;0)$ bán kính $R=1$ và (P) là parabol có đỉnh $I(1;2)$, đi qua gốc tọa độ O. Biết đồ thị $y=f(x)$ trùng với nửa đường tròn (C) dưới trục Ox (kể cả giao điểm của (C) là trục Ox) với mọi $x\in[-2;0]$ và trùng với (P) (kể cả giao điểm của (P) là trục Ox) với mọi $x\in[0;2]$ (tham khảo hình vẽ).



Nếu $I=\int\limits_{-2}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{a}+\frac{b}{c}$ với a,b,c là các số nguyên và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản, hãy tính $a+b+c$

A. 13. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=BC=BD=CD=a$. M,N lần lượt là trung điểm của BD,CD. Góc giữa hai đường thẳng MN và AD bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** 45.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(\log_2^2 x-7\log_2 x+10\right)\sqrt{3^x-9}\le 0$?

A. 30 **B.** 29 **C.** 31 **D.** 32

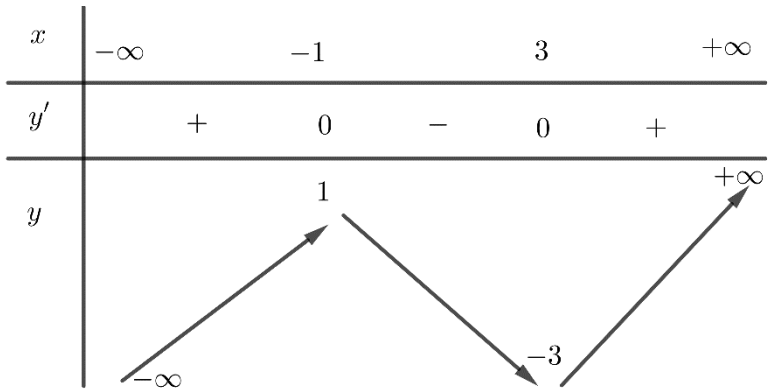
Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=1-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=1+t'\\y=-2+4t'\\z=2+3t'\end{cases}$ và $d_3:\frac{x+4}{5}=\frac{y+7}{9}=\frac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d song song với d_1 và cắt cả hai đường thẳng d_2,d_3

A. $d:\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$ **B.** $d:\begin{cases}x=1\\y=2+4t\\z=1-t\end{cases}$ **C.** $d:\begin{cases}x=2\\y=2+4t\\z=5-t\end{cases}$ **D.** $d:\begin{cases}x=1\\y=2+4t\\z=2-t\end{cases}$

Câu 47. Cho hình nón đỉnh S có góc ở đỉnh bằng $60°$ và có độ dài đường sinh $l=12\,cm$. Gọi AB là một đường kính cố định của đáy hình nón, MN là một dây cung thay đổi của đường tròn đáy là luôn vuông góc với AB. Biết rằng tâm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác SMN luôn thuộc một đường tròn (C) cố định. Tính bán kính của đường tròn (C).

A. $6\sqrt{2}\,cm$ **B.** $2\sqrt{3}\,cm$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}cm$ **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}cm$

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(x^2-2x+m+1\right)$ có 3 điểm cực trị?

A. 5 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

Câu 49. Số các giá trị nguyên của $m\in(-2021;2022)$ để $5.a^{\sqrt{\log_a b}}-3.b^{\sqrt{\log_b a}}>m.\sqrt{\log_a b}+2$ với mọi $a,b\in(1;+\infty)$ là:

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 4044. **D.** 2020.

Câu 50. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABC$ có toạ độ đỉnh $S(6;-2;3)$, thể tích $V=18$ và $AB=a(a<7)$. Đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc vs mặt phẳng (ABC) tại A và tiếp xúc cạnh SB. Khi đó bán kính của mặt cầu (S) thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(5;6)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1A	2C	3B	4B	5D	6A	7C	8B	9D	10A	11C	12A	13D	14A	15B
16D	17C	18B	19D	20D	21C	22D	23C	24B	25A	26D	27A	28A	29B	30C
31D	32B	33C	34D	35A	36D	37D	38C	39B	40A	41A	42B	43A	44C	45A
46B	47B	48C	49A	50C										

Câu 1. Cho hai hàm số $u=u(x)$ và $v=v(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$

B. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u'(x)v(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$

C. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)-\int u(x)v(x)\mathrm{d}x$

D. $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u(x)v'(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$

Lời giải

Chọn A

Khẳng định đúng là $\int u(x)v'(x)\mathrm{d}x=u(x)v(x)-\int u'(x)v(x)\mathrm{d}x$.

Câu 2. Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-2021$ và $\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=2022$ thì $\int_1^2\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -1 **B.** 2022 **C.** 1 **D.** 4043

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int_1^2\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_1^2 g(x)\mathrm{d}x=-2021+2022=1$.

Câu 3. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;+\infty)$ **B.** $(-2;-1)$ **C.** $(-1;0)$ **D.** $(0;2)$

Lời giải

Chọn B

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

Câu 4. Cho số phức $z=2021+2022i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

A. $\bar{z}=2022-2021i$ **B.** $\bar{z}=-2021-2022i$

C. $\bar{z}=2021-2022i$ **D.** $\bar{z}=2021+2022i$

Lời giải

Chọn C

Ta có $z = 2021 + 2022i \Rightarrow \bar{z} = 2021 - 2022i$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P).

A. $Q\left(-1;3;\frac{9}{2}\right)$. **B.** $M\left(1;1;\frac{5}{2}\right)$. **C.** $N(-4;1;0)$. **D.** $P(-2;1;2)$.

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ điểm $P(-2;1;2)$ vào phương trình mặt phẳng (P): $-2 = 0$, (không thỏa).

Vậy $P \notin (P)$

Câu 6. Tập nghiệm của bất phương trình $4^x \le 8$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$ **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $[2;+\infty)$. **D.** $\left[\frac{3}{2};+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn A

$4^x \le 8 \Leftrightarrow 2^{2x} \le 2^3 \Leftrightarrow 2x \le 3 \Leftrightarrow x \le \frac{3}{2}$. Vậy tập nghiệm của BPT đã cho là $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right]$.

Câu 7. Đạo hàm của hàm số $y = 2022^x$ là

A. $y' = \frac{1}{x \ln 2022}$. **B.** $y' = x.2022^{x-1}$. **C.** $y' = 2022^x.\ln 2022$. **D.** $y' = 2022^x$.

Lời giải

Chọn C

Áp dụng công thức $\left(a^x\right)' = a^x.\ln a$.

Câu 8. Với mọi số thực $a > 0, a \ne 1, b > 0$, biết $\log_a b = 2$. Tính giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{a}\right)$.

A. 6. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B

$$\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{a}\right) = \log_{a^{\frac{1}{2}}}\left(\frac{b}{a}\right) = \frac{1}{\frac{1}{2}}\left(\log_a b - \log_a a\right) = 2(2-1) = 2.$$

Câu 9. Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^{\frac{4}{3}}$ là

A. $\int f(x)\,dx = \frac{3}{4}x^{\frac{1}{3}} + C$. **B.** $\int f(x)\,dx = \frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{7}{3}x^{\frac{7}{3}}+C\cdot$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}+C\cdot$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int x^{\frac{4}{3}}\mathrm{d}x=\frac{x^{\frac{4}{3}+1}}{\frac{4}{3}+1}+C=\frac{x^{\frac{7}{3}}}{\frac{7}{3}}+C=\frac{3}{7}x^{\frac{7}{3}}+C\cdot$

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. $2\cdot$ **B.** $3\cdot$ **C.** $1\cdot$ **D.** $0\cdot$

Lời giải

Chọn A

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			$y(0)$	$\nearrow$	$y(1)$	$\searrow$	$y(2)$	$\nearrow$	$+\infty$

Nhìn vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số có hai điểm cực tiểu.

Câu 11. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2+1$?

A. Điểm $M(-1;0)\cdot$ **B.** Điểm $Q(-1;1)\cdot$

C. Điểm $P(0;1)\cdot$ **D.** Điểm $N(1;2)\cdot$

Lời giải

Chọn C

Thay $x=-1$ vào đồ thị hàm số ta có $y=(-1)^3-(-1)^2+1=-1$. Vậy điểm M, Q không thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2+1$. Loại đáp án A, **B.**

Thay $x=0$ vào đồ thị hàm số ta có $y=0^3-0^2+1=1$. Vậy điểm P thuộc đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2+1$. Chọn đáp án **C.**

Câu 12. Cho khối lăng trụ có diện tích đáy $B=3$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối lăng trụ đó bằng

A. $6\cdot$ **B.** $2\cdot$ **C.** $3\cdot$ **D.** $12\cdot$

Lời giải

Chọn A

Thể tích của khối lăng trụ đó bằng $V = B.h = 3.2 = 6$.

Câu 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-1)^2+y^2+z^2=4$. Tâm của (S) là điểm nào sau đây?

A. $(-1,1,1)$ **B.** $(1,1,1)$ **C.** $(-1,0,0)$ **D.** $(1,0,0)$

Lời giải

Chọn D

Từ công thức tổng quát của phương trình mặt cầu: $(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

Suy ra tâm mặt cầu có tọa độ $(1,0,0)$.

Câu 14. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x+3}{x-5}$ là đường nào sau đây?

A. $y=-2$ **B.** $x=5$ **C.** $y=5$ **D.** $x=-2$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{-2x+3}{x-5} = -2$.

Suy ra tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là: $y=-2$.

Câu 15. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1,1]$ bằng

A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 3

Lời giải

Chọn B

HSXD $\Leftrightarrow 5-4x\ge 0 \Leftrightarrow x\le \dfrac{5}{4}$, suy ra TXD: $D=\left(-\infty,\dfrac{5}{4}\right]$

với $[-1,1]\subset\left(-\infty,\dfrac{5}{4}\right]$

$y'=\dfrac{-2}{\sqrt{5-4x}}<0, \forall x\in[-1,1]$

$y(-1)=3,\ y(0)=\sqrt{5},\ y(1)=1$

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y+\min\limits_{[-1;1]} y=1+3=4$.

Câu 16. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{3}=\dfrac{z}{-2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $Q(-1,-4,-2)$ **B.** $N(-1,4,2)$ **C.** $P(1,4,2)$ **D.** $M(-1,-4,2)$

Lời giải

Chọn D

Thay tọa độ $M(-1,-4,2)$ vào phương trình đường thẳng d ta được:

$\frac{-1-1}{2}=\frac{-4+1}{3}=\frac{2}{-2}$ (thỏa mãn).

Câu 17. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u}=(3;-1;5)$ và $\vec{v}=(2;4;-1)$. Tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$ là kết quả nào sau đây?

A. -4 **B.** -7 **C.** -3 **D.** 7

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\vec{u}.\vec{v}=3.2+(-1).4+5.(-1)=-3$.

Câu 18. Nếu $\int_3^6 f(x)dx=2022$ thì $\int_3^6 \frac{f(x)}{2}dx$ bằng

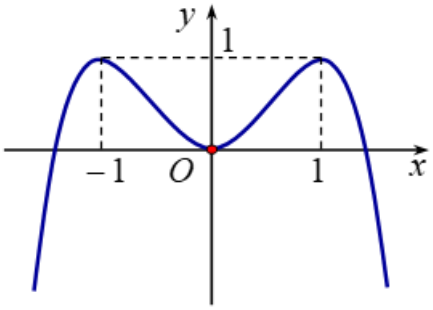
A. 8088. **B.** 1011. **C.** 2022. **D.** 4044.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\int_3^6 \frac{f(x)}{2}dx=\frac{1}{2}\int_3^6 f(x)dx=\frac{1}{2}.2022=1011$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^3+2x$. **B.** $y=x^4-2x^2$. **C.** $y=-x^3+x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Nhận thấy, đây là đồ thị hàm trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c$ nên loại A và C

Do nhánh cuối đi xuống nên hệ số $a<0$. Loại B.

Câu 20. Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2+2022$. **B.** $y=\frac{-x+1}{-x+2022}$.

C. $y=x^4+4x+2022$. **D.** $y=x^3-3x^2+2022x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-6x+2022=3(x-1)^2+2019>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3-3x^2+2022x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 21. Số hoán vị của tập hợp X có 5 phần tử là

A. 5. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Chọn C

Số hoán vị của tập hợp X có 5 phần tử là $5!=120$.

Câu 22. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=2022$ và công sai $d=7$. Giá trị của u_6 bằng

A. 2043. **B.** 2064. **C.** 2050. **D.** 2057.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_6=u_1+5d=2022+5.7=2057$.

Câu 23. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\frac{1}{3}\pi r^2$. **C.** $S_{xq}=\pi rl$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 24. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)^2$ là

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có điều kiện xác định là $(x-1)^2>0\Leftrightarrow x\neq 1$.

Câu 25. Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h được tính theo công thức nào sau đây?

A. πr^2h. **B.** $2\pi r^2h$. **C.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$. **D.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết.

Câu 26. Cho số phức $z=3+2i$, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là điểm nào sau đây?

A. $Q(-3;-2)$. **B.** $M(3;2)$. **C.** $N(-3;2)$. **D.** $P(3;-2)$.

Lời giải

Chọn D

$z=3+2i\Rightarrow\bar{z}=3-2i$.

Câu 27. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tích V của khối chóp đó là

A. $V=\frac{1}{3}Bh$. **B.** $V=Bh$. **C.** $V=\frac{4}{3}Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh^2$.

Lời giải

Chọn A

Theo lý thuyết.

Câu 28. Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A

$3^{x-1}=27\Leftrightarrow 3^{x-1}=3^3\Leftrightarrow x=4.$

Câu 29. Tìm phần ảo của số phức $z=3-4i$.

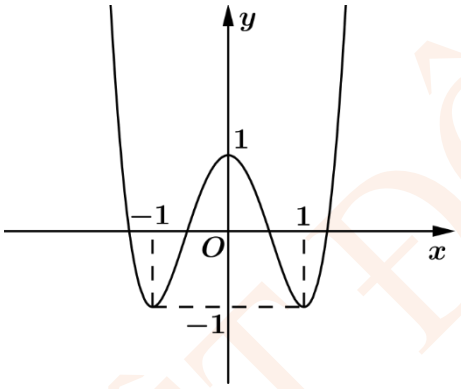
A. $4i$. **B.** -4. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết.

Câu 30. Cho hàm số phức $y=f(x)=ax^4+bx+c$, (a, b, $c\in\mathbb{R}$) có đồ thị là đường cong trong hình dưới. Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)-2022$ bằng



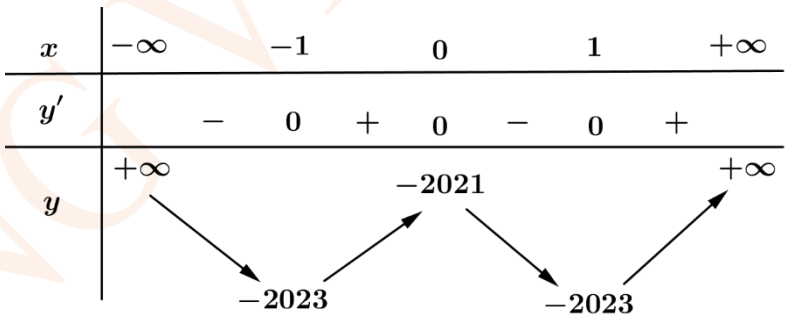
A. 2021. **B.** 2022. **C.** -2021. **D.** -2022.

Lời giải

Chọn C

$y=f(x)-2022\Rightarrow y'=f'(x)$.

Ta có bảng biến thiên:



Vậy giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)-2022$ bằng

Bản word trên website Tailieuchuan.vn

Câu 31. Cho $\log_{15}30=\dfrac{1+a\log 3}{b\log 3+c\log 5}$, với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của $ab+c$ bằng

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

$$\log_{15}30=\frac{\log 30}{\log 15}=\frac{\log 2+\log 3+\log 5}{\log 3+\log 5}=\frac{1-\log 5+\log 3+\log 5}{\log 3+\log 5}=\frac{1+\log 3}{\log 3+\log 5}$$

$\Rightarrow a=1;b=1;c=1\Rightarrow ab+c=2$.

Câu 32. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ là số ảo và $|z_1-1|=1$. Giá trị lớn nhất của $|z_1-z_2|$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Đặt:

$z_1=x_1+y_1i$, $(x_1,y_1\in\mathbb{R})\Rightarrow A(x_1;y_1)$ là điểm biểu diễn của số phức z_1 trên mặt phẳng phức.

$z_2=x_2+y_2i$, $(x_2,y_2\in\mathbb{R})\Rightarrow B(x_2;y_2)$ là điểm biểu diễn của số phức z_2 trên mặt phẳng phức.

Ta có:

$$\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}=\frac{(x_1+x_2)+(y_1+y_2)i}{(x_1-x_2)+(y_1-y_2)i}=\frac{\left[(x_1+x_2)+(y_1+y_2)i\right]\left[(x_1-x_2)-(y_1-y_2)i\right]}{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

$$=\frac{\left(x_1^2-x_2^2\right)+\left(y_1^2-y_2^2\right)+\left[(x_1-x_2)(y_1+y_2)-(x_1+x_2)(y_1-y_2)\right]i}{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}$$

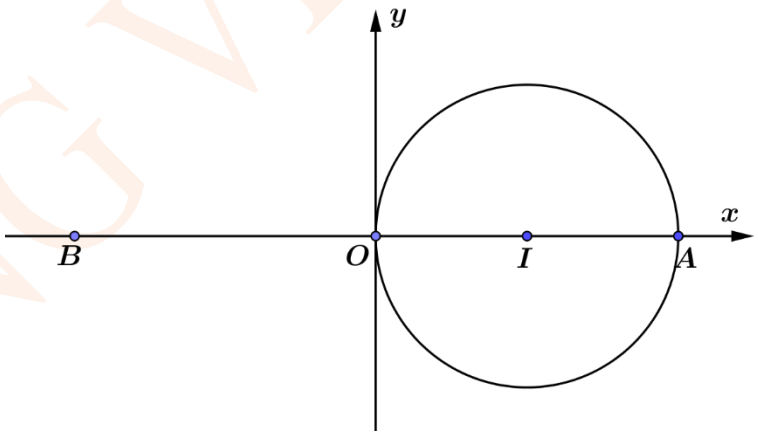
$\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ là số ảo $\Leftrightarrow\left(x_1^2-x_2^2\right)+\left(y_1^2-y_2^2\right)=0\Leftrightarrow x_1^2+y_1^2=x_2^2+y_2^2\Rightarrow OA=OB$

$|z_1-1|=1\Leftrightarrow(x_1-1)^2+y_1^2=1$

$\Rightarrow$ Tập hợp điểm A trên mặt phẳng phức là đường tròn (C) tâm $I(1;0)$, bán kính $R=1$.

$\Rightarrow OA\le 2R=2$

$P=|z_1-z_2|=\sqrt{(x_1-x_2)^2+(y_1-y_2)^2}=AB\le OA+OB=2OA\le 4$



Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}OA=OB=2\\O,A,B\ thanghang\end{cases}\Leftrightarrow A(2;0),B(-2;0)$.

Vậy giá trị lớn nhất của $|z_1-z_2|$ là 4.

Câu 33. Tìm môđun của sô phức z thỏa mãn $2z+3i=4-iz$.

A. $|z|=\frac{5}{2}$. **B.** $|z|=\frac{2\sqrt{5}}{3}$. **C.** $|z|=\sqrt{5}$. **D.** $|z|=\frac{\sqrt{85}}{5}$.

Lời giải

Chọn C

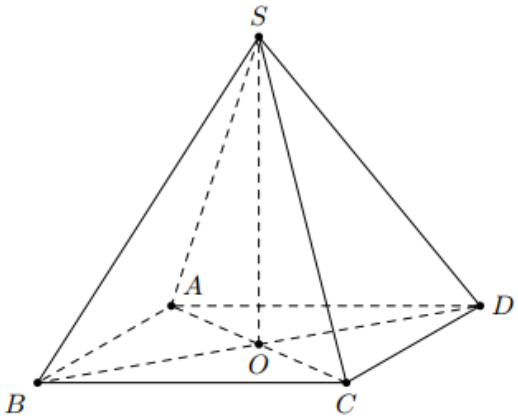
Có $2z+3i=4-iz\Leftrightarrow(2+i)z=4-3i\Leftrightarrow z=\dfrac{4-3i}{2+i}=1-2i\Rightarrow|z|=|1-2i|=\sqrt{5}$.

Câu 34. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBD) theo a.

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $2a$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Lời giải

Chọn D



Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow SO\perp(ABCD)$

Có $\begin{cases}AO\perp BD\\AO\perp SO\end{cases}\Rightarrow AO\perp(SBC)\Rightarrow d(A;(SBD))=AO=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 35. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2+2mz+m+1=0(1)$ (m là tham số thực thỏa $m^2-m-1<0$); z_1,z_2 là hai nghiệm phức của phương trình (1); A,B lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức đó trên mặt phẳng Oxy. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để ΔOAB vuông tại O ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

$z^2+2mz+m+1=0\ (1)$

Có $\Delta'=m^2-m-1<0\Leftrightarrow\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}<m<\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\Rightarrow(1)$ có hai nghiệm

$z_1=-m+i\sqrt{-m^2+m+1};\ z_2=-m-i\sqrt{-m^2+m+1}$

Gọi $A\left(-m;\sqrt{-m^2+m+1}\right);\ B\left(-m;-\sqrt{-m^2+m+1}\right)$ lần lượt là điểm biểu diễn của $z_1,\ z_2$

ΔOAB vuông tại $O\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow 2m^2-m-1=0\Leftrightarrow m=1$ (nhận); $m=-\dfrac{1}{2}$ (nhận).

Câu 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=\sin x\cos x$ và $f(0)=1$. Tính tích phân $I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$

A. $I=\frac{\pi-4}{2}$. **B.** $I=\frac{3\pi-4}{8}$. **C.** $I=\frac{3\pi+2}{16}$. **D.** $I=\frac{5\pi-2}{16}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f(x)=\int(f'(x))dx=\int\sin x\cos x dx=\int\sin x d(\sin x)=\frac{\sin^2 x}{2}+C$.

Mà $f(0)=1\Rightarrow\frac{\sin^2 0}{2}+C=1\Rightarrow C=1$.

$I=\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{\sin^2 x}{2}+1\right)dx=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\left(\frac{5}{4}-\frac{\cos 2x}{4}\right)dx=\frac{5}{4}x|_0^{\frac{\pi}{4}}-\frac{1}{8}\sin 2x|_0^{\frac{\pi}{4}}-=\frac{5\pi-2}{16}$.

Câu 37. Từ một hộp chứa 13 viên bi gồm 6 bi xanh và 7 bi đỏ, các viên bi cùng màu có kích thước khác nhau đôi một. Lấy ra từ hộp 5 viên bi. Tính sác xuất để trong 5 viên bi được chọn, số bi xanh nhiều hơn bi đỏ.

A. $\frac{254}{429}$. **B.** $\frac{173}{429}$. **C.** $\frac{24}{143}$. **D.** $\frac{59}{143}$.

Lời giải

Chọn D

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{13}^5=1287$.

Gọi A là biến cố "5 viên bi được chọn, số bi xanh nhiều hơn bi đỏ ".
Các trường hợp thuận lợi cho biến cố A là :

TH1 : 5 viên bi lấy ra đều màu xanh $\Rightarrow C_6^5$.

TH2 : 4 xanh, 1 đỏ $\Rightarrow C_6^4.C_7^1$.

TH3 : 3 xanh, 2 đỏ $\Rightarrow C_6^3.C_7^2$.

Số phần tử của A là $n(A)=C_6^5+C_6^4.C_7^1+C_6^3.C_7^2=531$.

Vậy xác xuất của biến cố A là: $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{531}{1287}=\frac{59}{143}$.

Câu 38. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1;1;0)$ và song song với hai đường thẳng $d_1:\frac{x}{1}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{2}$, $d_2:\frac{x+2}{3}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{-1}$

A. $x+7y-4z+8=0$. **B.** $3x-5y+4z-2=0$.

C. $x+7y-4z-8=0$. **D.** $3x-5y+4z+2=0$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\overrightarrow{u_{d_1}}(1;1;2)$, $\overrightarrow{u_{d_2}}(3;-1;-1)$, $\left[\overrightarrow{u_{d_1}};\overrightarrow{u_{d_2}}\right]=(1;7;-4)$. Gọi (P) là phương trình mặt phẳng cần tìm

Vì $d_1//(P), d_2//(P) \Rightarrow \overrightarrow{u_{d_1}} \perp \overrightarrow{n_{(P)}}, \overrightarrow{u_{d_2}} \perp \overrightarrow{n_{(P)}}$ chọn $\overrightarrow{n_{(P)}} = \left[\overrightarrow{u_{d_1}}; \overrightarrow{u_{d_2}}\right] = (1;7;-4)$

Vậy mặt phẳng (P) đi qua $M(1;1;0)$ có vectơ $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;7;-4)$ có phương trình là:

$1.(x-1)+7.(y-1)-4.(z-0)=0 \Leftrightarrow x+7y-4z-8=0$.

Câu 39. Cho tích phân $I = \int_1^e x^2 \ln x \mathrm{d}x = \frac{a}{b}e^3 + \frac{c}{d}$ với a,b,c,d là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $P = a+2b+3c+4d$ bằng

A. 5. **B.** 24. **C.** 120. **D.** 60.

Lời giải

Chọn B

Đặt

$$\begin{cases} u = \ln x \\ \mathrm{d}v = x^2\mathrm{d}x \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{d}u = \dfrac{\mathrm{d}x}{x} \\ v = \dfrac{x^3}{3} \end{cases} \Rightarrow I = \frac{x^3}{3}.\ln x\Big|_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{3}\mathrm{d}x = \frac{e^3}{3} - \frac{x^3}{9}\Big|_1^e = \frac{2}{9}e^3 + \frac{1}{9}$$

$\Rightarrow a=2; b=9; c=1; d=9$

$\Rightarrow a+2b+3c+4d = 59.$

Câu 40. Viết phương trình đường thẳng đi qua điểm $M(1;-2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-y-z+1=0.$

A. $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=-1-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=2-t \\ z=1-t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-1-2t \\ z=-1-t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2-2t \\ z=-1-t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là đường thẳng cần tìm. Vì $d \perp (\alpha) \Rightarrow \overrightarrow{u_d} = \overrightarrow{n_{(\alpha)}} = (2;-1;-1)$

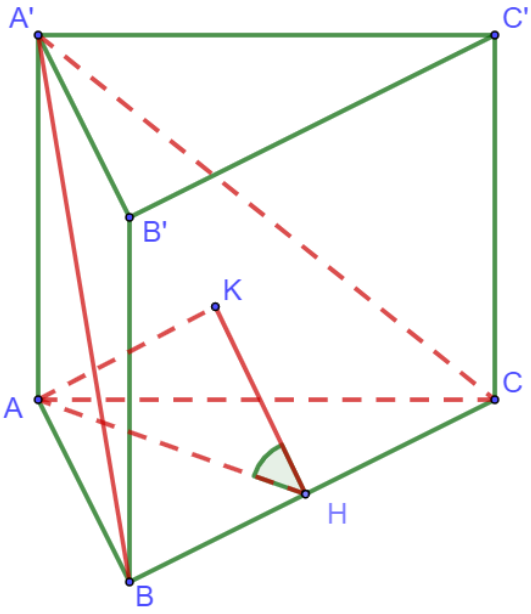
Vậy phương trình đường thẳng d là $\begin{cases} x=1+2t \\ y=-2-t \\ z=-1-t \end{cases}$

Câu 41. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác ABC vuông tại A, $AB=a$, $AC=2a$. Góc giữa hai mặt phẳng $(A'BC)$ và (ABC) bằng $60°$. Thể tích V của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ theo a.

A. $V = \frac{2\sqrt{15}}{5}a^3$ **B.** $V = \frac{2\sqrt{15}}{15}a^3$ **C.** $V = \frac{2\sqrt{15}}{45}a^3$ **D.** $V = \frac{6\sqrt{15}}{45}a^3$

Lời giải

Chọn A



Gọi H và K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A trên BC và $mp(A'BC)$.

Khi đó: $(ABC),(A'BC)=AHK=60°$. Theo giả thiết ta tính được $AH=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}a$.

Ta có: $AK=AH.\sin 60°=\dfrac{\sqrt{15}}{5}a$ và $S_{A'BC}=\dfrac{S_{ABC}}{\cos 60°}=\dfrac{AB.AC}{2\cos 60°}=2a^2$

$\Rightarrow V_{A'.ABC}=\dfrac{1}{3}.AK.S_{A'BC}=\dfrac{2\sqrt{15}}{15}a^3\Rightarrow V_{ABC.A'B'C'}=\dfrac{2\sqrt{15}}{5}a^3$

Bản word trên website Tailieuchuan.vn

Câu 42. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f\left(f(x)\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 7 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 4

Lời giải

Chọn B

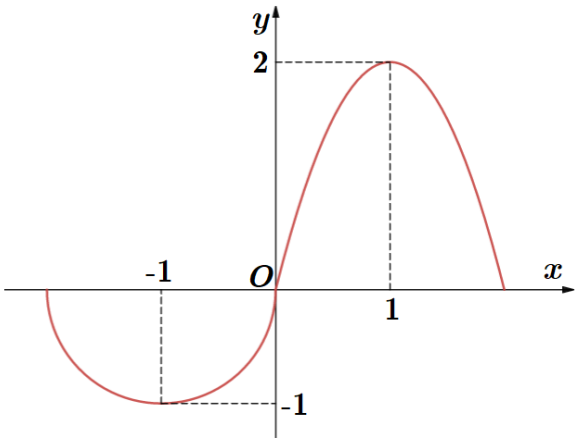
Ta có: $y=f\left(f(x)\right)\Rightarrow y'=f'\left(f(x)\right).f'(x)$. Nên $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(f(x)\right)=0\\f'(x)=0\end{array}\right.$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=0\vee x=2$

$f'\left(f(x)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\ (1)\\f(x)=2\ (2)\end{array}\right.$.

Phương trình (1) cho chúng ta 3 nghiệm phân biệt, (2) cho chúng ta 1 nghiệm và không trùng với nghiệm $x=0,\ x=2$ nên $y=f\left(f\left(x\right)\right)$ có 6 điểm cực trị.

Câu 43. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, gọi (C) là đường tròn tâm $I(-1;0)$ bán kính $R=1$ và (P) là parabol có đỉnh $I(1;2)$, đi qua gốc tọa độ O. Biết đồ thị $y=f\left(x\right)$ trùng với nửa đường tròn (C) dưới trục Ox (kể cả giao điểm của (C) là trục Ox) với mọi $x\in[-2;0]$ và trùng với (P) (kể cả giao điểm của (P) là trục Ox) với mọi $x\in[0;2]$ (tham khảo hình vẽ).



Nếu $I=\int\limits_{-2}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{a}+\frac{b}{c}$ với a,b,c là các số nguyên và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản, hãy tính $a+b+c$

A. 13. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

$I=\int\limits_{-2}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\pi.1^{2}+\frac{2}{3}.2.2=\frac{\pi}{2}+\frac{8}{3}\Rightarrow a+b+c=11.$

Câu 44. Cho tứ diện $ABCD$ có $AB=AC=BC=BD=CD=a$. M,N lần lượt là trung điểm của BD,CD. Góc giữa hai đường thẳng MN và AD bằng:

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** 45.

Lời giải

Chọn C

Do M,N lần lượt là trung điểm của BD,CD nên $MN//BC$.

Do $AB=AC=BD=CD=a$ nên B,C thuộc mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AD

$\Rightarrow AD\perp BC$ mà $MN//BD\Rightarrow AD\perp BC\Rightarrow\left(AD,BC\right)=90°$.

Câu 45. Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn bất phương trình $\left(\log_{2}^{2}x-7\log_{2}x+10\right)\sqrt{3^{x}-9}\le 0$?

A. 30 **B.** 29 **C.** 31 **D.** 32

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $\begin{cases}x>0\\3^{x}-9\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge 2$

Ta có: $\left(\log_2^2 x-7\log_2 x+10\right)\sqrt{3^x-9}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\\begin{cases}3^x-9>0\\\log_2^2 x-7\log_2 x+10\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\\begin{cases}x>2\\2\le\log_2 x\le 5\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\\begin{cases}x>2\\4\le x\le 32\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\4\le x\le 32\end{array}\right.$

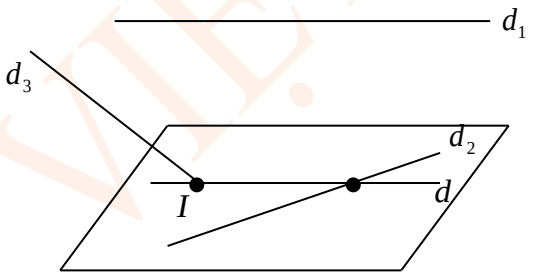
Vậy có 30 số nguyên x thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$ cho ba đường thẳng $d_1:\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=1-t\end{cases}$, $d_2:\begin{cases}x=1+t'\\y=-2+4t'\\z=2+3t'\end{cases}$ và $d_3:\dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y+7}{9}=\dfrac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d song song với d_1 và cắt cả hai đường thẳng d_2,d_3

A. $d:\begin{cases}x=1\\y=-2+4t\\z=2+t\end{cases}$ **B.** $d:\begin{cases}x=1\\y=2+4t\\z=1-t\end{cases}$ **C.** $d:\begin{cases}x=2\\y=2+4t\\z=5-t\end{cases}$ **D.** $d:\begin{cases}x=1\\y=2+4t\\z=2-t\end{cases}$

Lời giải

Chọn B



Gọi mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d_2 và song song với d_1

Nên $(P)\begin{cases}qua\ M(1;-2;2)\in d_2\\có\ \vec{n}=\left[\vec{a},\vec{b}\right]=(16;-1;-4)\end{cases}$

(Trong đó $\vec{a}=(0;4;-1),\vec{b}=(1;4;3)$ lần lượt là vecto chỉ phương của d_1,d_2)

$\Rightarrow(P):16(x-1)-(y+2)-4(z-2)=0\Leftrightarrow 16x-y-4z-10=0$

Gọi I là giao điểm của d_3 và mặt phẳng (P)

$\Rightarrow$ tọa độ điểm I là nghiệm hệ phương trình:

$\begin{cases}\dfrac{x+4}{5}=\dfrac{y+7}{9}=\dfrac{z}{1}\\8x-y-2z-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9x-5y=-1\\y-9z=-7\\16x-y-4z=10\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\y=2\Rightarrow I(1;2;1)\\z=1\end{cases}$

Khi đó đường thẳng d đi qua điểm $I(1;2;1)$ và có vecto chỉ phương $\vec{a}=(0;4;-1)$

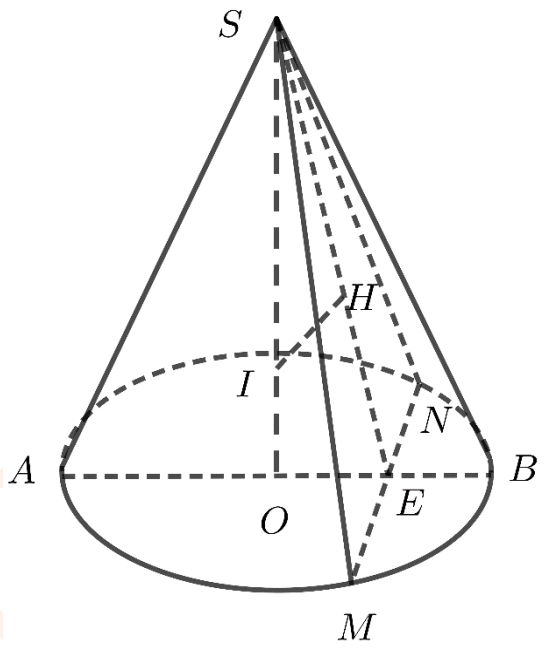
Vậy $d:\begin{cases}x=1\\y=2+4t\\z=1-t\end{cases}$

Câu 47. Cho hình nón đỉnh S có góc ở đỉnh bằng $60°$ và có độ dài đường sinh $l=12\,cm$. Gọi AB là một đường kính cố định của đáy hình nón, MN là một dây cung thay đổi của đường tròn đáy là luôn vuông góc với AB. Biết rằng tâm của đường tròn ngoại tiếp của tam giác SMN luôn thuộc một đường tròn (C) cố định. Tính bán kính của đường tròn (C).

A. $6\sqrt{2}\,cm$ **B.** $2\sqrt{3}\,cm$ **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}cm$ **D.** $\frac{3\sqrt{2}}{2}cm$

Lời giải

Chọn B



Gọi O là tâm đường tròn đáy của hình nón và I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB. Suy ra điểm I cố định.

Gọi $E=MN\cap AB\Rightarrow OE\perp MN$

Xét tam giác SAB có $SA=SA,\angle ASB=60°$ nên SAB là tam giác đều cạnh $12\,cm$ $SO=6\sqrt{3}\,cm\Rightarrow SI=4\sqrt{3}\,cm$.

Ta có $IA=IB=IS=IM=IN$.

Dễ thấy I thuộc mặt phẳng trung trực của MN và I cũng thuộc mặt phẳng trung trực của MA.

Dựng $IH\perp(SMN)$ tại H.

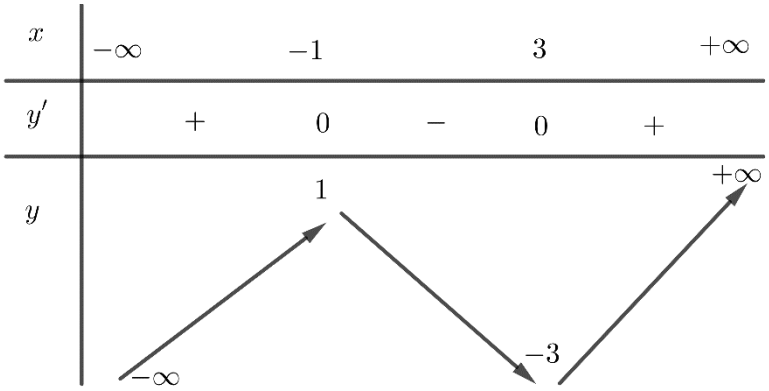
Vì $IS=IM=IN$ nên H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác SMN.

Tam giác SIH vuông ở H.

Vậy quỹ tích điểm H là đường tròn (C) có đường kính SI.

Do đó bán kính của đường tròn (C) bằng $\frac{SI}{2}=\frac{4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\,cm$.

Câu 48. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(x^2-2x+m+1\right)$ có 3 điểm cực trị?

A. 5 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 3

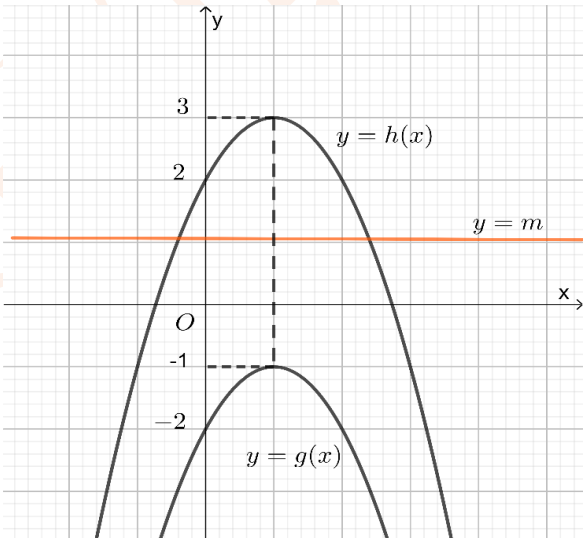
Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y=f\left(x^2-2x+m+1\right)$ có $y'=(2x-2)f'\left(x^2-2x+m+1\right)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ f'\left(x^2-2x+m+1\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x^2-2x+m+1=-1\\ x^2-2x+m+1=3\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ -x^2+2x-2=m\\ -x^2+2x+2=m\end{array}\right.$$

Vẽ đồ thị hai hàm số $y=g(x)=-x^2+2x-2$ và $y=h(x)=-x^2+2x+2$.



Để hàm số $y=f\left(x^2-2x+m+1\right)$ có 3 điểm cực trị thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hai hàm số trên tại hai điểm phân biệt khác 1 hoặc 3 điểm phân biệt trong đó có một điểm có hoành độ bằng $x=1\Leftrightarrow -1\le m<3$.

Vì m nguyên nên $m\in\{-1,0,1,2\}$.

Câu 49. Số các giá trị nguyên của $m\in(-2021;2022)$ để $5.a^{\sqrt{\log_a b}}-3.b^{\sqrt{\log_b a}}>m.\sqrt{\log_a b}+2$ với mọi $a,b\in(1;+\infty)$ là:

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 4044. **D.** 2020.

Lời giải

Chọn A

Đặt $x=\sqrt{\log_a b}\Rightarrow b=a^{x^2}(x>0)$

Khi đó $5.a^{\sqrt{\log_a b}}-3.b^{\sqrt{\log_b a}}>m.\sqrt{\log_a b}+2$

$\Leftrightarrow 5.a^x-3.\left(a^{x^2}\right)^{\frac{1}{x}}>m.x+2$

$\Leftrightarrow 5.a^x-3.a^x>m.x+2$

$\Leftrightarrow 5.a^x-3.a^x>m.x+2$

$\Leftrightarrow \frac{2.a^x-2}{x}>m$

Xét $f(x)=\frac{2.a^x-2}{x}(x>0)$

$\Rightarrow f(x)=\frac{2.a^x(x.\ln a+2)}{x^2}>0,\forall x>0$

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến và liên tục trên $(0,+\infty)$

$\Rightarrow m<\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)\Leftrightarrow m<2\ln a$

Vì $\ln a>0,\forall a>1$

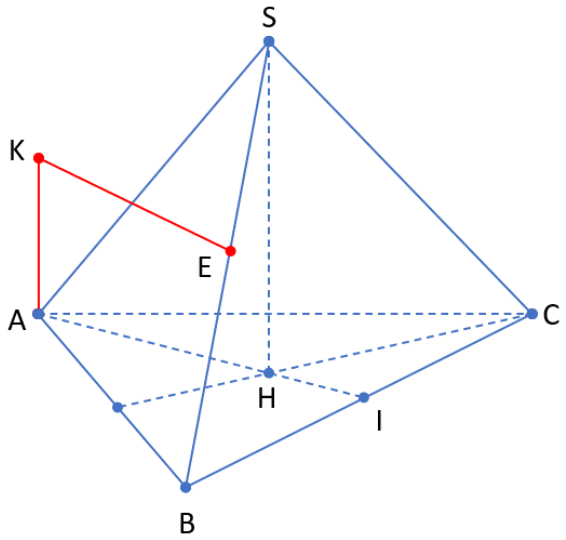
$\Rightarrow m\le 0\Rightarrow m=\{-2020;0\}$.

Câu 50. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABC$ có toạ độ đỉnh $S(6;-2;3)$, thể tích $V=18$ và $AB=a(a<7)$. Đường thẳng BC có phương trình $\frac{x-1}{1}=\frac{y+1}{2}=\frac{z}{1}$. Gọi (S) là mặt cầu tiếp xúc vs mặt phẳng (ABC) tại A và tiếp xúc cạnh SB. Khi đó bán kính của mặt cầu (S) thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(3;4)$. **B.** $(5;6)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(3;4)$.

Lời giải

Chọn C



- Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow SI = d_{(S,BC)} = \sqrt{29}$

$$SH = \sqrt{SI^2 - IH^2} = \sqrt{SA^2 - \left(\frac{\sqrt{3}AI}{3.2}\right)^2} = \sqrt{29 - \frac{a^2}{12}}$$

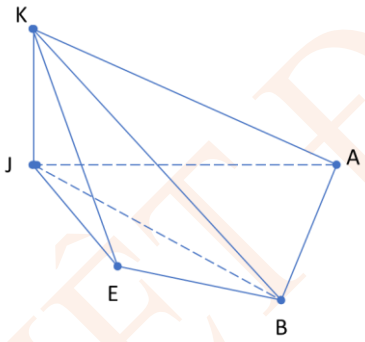
$$V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC}$$

$$\Leftrightarrow 18 = \frac{1}{3}\sqrt{29 - \frac{a^2}{12}}.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow a^2 = 24$$

$$\Rightarrow a = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow \tan\left(SBI\right) = \sqrt{\frac{29}{6}} \Rightarrow \cos\left(SBI\right) = \sqrt{\frac{6}{35}}$$



- Gọi K là tâm mặt cầu cần tìm, kẻ $KE \perp SB$

$\Rightarrow BE = BA = 2\sqrt{6}$ (2 tiếp tuyến xuất phát từ 1 điểm)

$$\Rightarrow AE^2 = AB^2 + BE^2 - 2AB.BE.\cos\left(SBI\right)$$

$$\Leftrightarrow AE^2 = 2.\left(2\sqrt{6}\right)^2\left(1 - \sqrt{\frac{6}{35}}\right)$$

- Hạ $KJ \perp (ABE) \Rightarrow$ tứ giác $ABEJ$ nội tiếp đường tròn đường kính $BJ \Rightarrow \Delta ABJ$ vuông tại A

Có $BJ = \dfrac{AE}{\sin(SBI)}$

$$\Rightarrow JA^2 = JB^2 - AB^2$$

- Mà $(ABC),(SAB) = JKA \Rightarrow \tan JKA = \dfrac{3\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin JKA = \dfrac{3\sqrt{87}}{29}$ (góc giữa 2 mp bằng góc giữa hai đường thẳng lần lượt vuông góc với hai đường thẳng đó)

$$\Rightarrow R = KA = \frac{JA}{\sin JKA} = \frac{\sqrt{\left(\dfrac{AE}{\sin SBI}\right)^2 - AB^2}}{\sin JKA} \approx 2{,}1.$$ Chọn **C**

CHUYÊN HÀ TĨNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

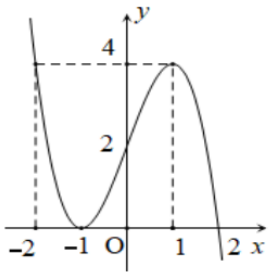
Câu 1: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?
A. 4 cách. **B.** 8 cách. **C.** 12 cách. **D.** 24 cách.

Câu 2: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng:
A. $\frac{16}{3}\pi$. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{32}{3}\pi$.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ khi đó $M-m$ bằng:
A. 3. **B.** –2. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+mx-3$ đồng biến trên khoảng $(2;6)$?
A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?
A. $(0;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 6: Modun của số phức $z=5-2i$ bằng:
A. $\sqrt{21}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 29. **D.** 3.

Câu 7: Số điểm cực trị của hàm số $y=x(x^2-4)(-x^2+3x-2)$ là
A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 8: Nếu $\int_1^2 f(x)\,dx=-1$ và $\int_2^5 f(x)\,dx=3$ thì $\int_1^5 -2f(x)\,dx$ bằng
A. –2. **B.** –4. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 9: Cho hai số phức $z_1=3-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.
A. $z=3-10i$. **B.** $z=1-10i$. **C.** $z=3+3i$. **D.** $z=5-4i$.

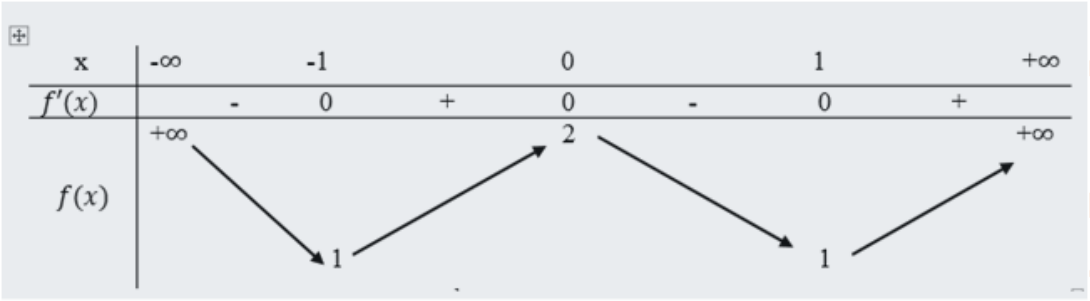
Câu 10: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính bằng $a\sqrt{3}$ và đường cao $2a$ là?
A. $3\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 11: Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$
A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Câu 12: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

A. $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-11=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4 . **D.** 0 .

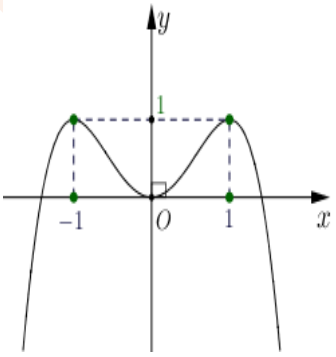
Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $M(3;-1;2)$. **C.** $M(-1;3;0)$. **D.** $M(1;-3;0)$.

Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vecto $\vec{u}=(-1;1;3)$ và vt $\vec{u}=(-2;1;-3)$. Tính độ dài $|2\vec{u}-3\vec{v}|$

A. $\sqrt{242}$. **B.** $\sqrt{216}$. **C.** $\sqrt{152}$. **D.** $\sqrt{322}$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 17: Phần ảo của số phức $z=-7+6i$ bằng:

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 6. **D.** $6i$.

Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $y=2\sqrt[3]{x}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}x\sqrt[3]{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3}{2}x\sqrt[3]{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{2}{3}\sqrt[3]{x^2}+C$.

Câu 19: Biết $\log_2 5=a$. Khi đó $\log 5$ bằng:

A. $\frac{a+1}{a}$. **B.** $\frac{1}{a}$. **C.** $a+1$. **D.** $\frac{a}{a+1}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2+8y-2z+8=0$ là:

A. $(0;-4;1)$. **B.** $(0;4;-1)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(-4;0;1)$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=1-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = x+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = x-\cos x+C$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x \le 3$ là

A. $(0;8]$. **B.** $(-\infty;8]$. **C.** $(0;9]$. **D.** $(0;8)$.

Câu 23: Nếu $\int_0^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_0^2 \left[-3f(x)+2x\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, véctơ $\vec{u}=(1;-1;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-1+t \\ z=2+2t \end{cases}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{1-y}{-1}=\frac{z-2}{-2}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $\ln(x-1)^2$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $D=[1;+\infty)$

Câu 26: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-5; u_8=30$. Công sai của cấp số cộng bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3

Câu 28: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^{x^2-x}$ là:

A. $y'=(2x-1).3^{x^2-x}$. **B.** $y'=(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$.

C. $y'=(x^2-x).3^{x^2+x+1}$. **D.** $y'=3^{x^2-x-1}$

Câu 29: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2x^2+5$. **B.** $y=-x^3+3x^2-9x+2$.

C. $y=-x^3-x^2$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+2}$

Câu 30: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{2x^2-5}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-\frac{1}{5}$. **B.** $y=\frac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=2$

Câu 31: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là

A. $\frac{3}{11}$. **B.** $\frac{1}{110}$. **C.** $\frac{3}{55}$. **D.** $\frac{1}{22}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD = 2a, SA = a.$ Khoảng cách từ A đến (SCD) bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 0 \\ z = 1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 1+4t \end{cases}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC đều cạnh có độ dài bằng a. Gọi $\alpha = (AB,(SBC))$, khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Câu 35: Biết số phức $z = -3+4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$, trong đó a, b là các số thực. Giá trị của $a-b$ bằng:

A. 1. **B.** -19. **C.** -31. **D.** -11.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng (Oxy), đồng thời (α) song song và cách đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y-3=0$. **B.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-3=0$.

C. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y+5=0$. **D.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-5=0$.

Câu 37: Cho $\int_5^{12} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = \frac{1}{a}\ln\frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $c = a-b.$ **B.** $b = 2c.$. **C.** $a = b-c$. **D.** $b = c-a.$.

Câu 38: Với mọi a, b thoả mãn $\frac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5} + \log b = 1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a = 1-b\log_2 5$. **B.** $ab = 10$. **C.** $a\log_2 5 + b = 1$. **D.** $a+b=1$.

Câu 39: Cho $z_1; z_2$ là các số phức thỏa mãn $|z_1| = 2; |z_2| = 3$ và $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P = |4z_1 - 3z_2 + 1 - 2i|$ bằng

A. $15+\sqrt{5}$. **B.** $5+\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{65}+\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SB \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $SB = 2a, AB = 3a, BC = 4a$ và góc α là góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình: $4z^2 + 4(m-1)z + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left[f(x)\right]^2-(2m+4)f(x)+m(m+4)=0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt. Tổng các phần tử thuộc S bằng:

A. -17. **B.** -18. **C.** -21. **D.** -5.

.

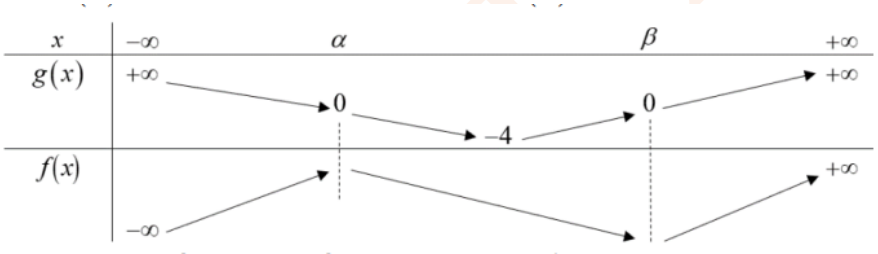
Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2 x-(m^2-2m)\log_2 x+m+3=0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=8$. Tổng các phần tử của S là

A. -1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2x.f'(x)+f(x)=4x\sqrt{x}$. Biết $f(1)=2$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. $\frac{15}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{15}{2}$. **D.** $\frac{17}{2}$.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3-3x^2+bx+1-2d$ và $g(x)=cx^2-2x+d$ có bảng biến thiên như sau:



Biết rằng đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2=30$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$, $x=-3$, $x=6$ bằng

A. $\frac{1321}{12}$. **B.** $\frac{1123}{12}$. **C.** $\frac{1231}{12}$. **D.** $\frac{2113}{12}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x-2y-2z-7=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Đường thẳng Δ đi qua M cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho M là trung điểm của AN, biết đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;6)$. Khi đó giá trị biểu thức $T=14a-5b$ bằng

A. $T=81$. **B.** $T=72$. **C.** $T=-81$. **D.** $T=-63$.

Câu 47: Cho khối nón đỉnh S có đường cao bằng $3a$. SA, SB là hai đường sinh của khối nón. Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a và diện tích tam giác SAB bằng $3a^2$. Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{145\pi a^3}{72}$. **B.** $\frac{145\pi a^3}{54}$. **C.** $\frac{145\pi a^3}{36}$. **D.** $\frac{145\pi a^3}{48}$.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn: $\log_7 \frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y}=14x+3y-7(x^2+1)$ đồng thời $1<x<2022$?

A. 1348. **B.** 674 **C.** 673. **D.** 1347.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18$ và hai điểm $A(8;0;0), B(4;4;0)$. Điểm M bất kỳ thuộc mặt cầu (S). Biết $MA+3MB$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của biểu thức $T=4x_0-9y_0$ bằng

A. 46. **B.** 124. **C.** –46. **D.** –124.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f(x-1)+2$ như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** –9. **D.** –2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.D	5.D	6.B	7.A	8.B	9.D	10.D
11.C	12.A	13.A	14.C	15.A	16.A	17.C	18.C	19.D	20.A
21.C	22.A	23.B	24.A	25.A	26.C	27.B	28.B	29.B	30.C
31.A	32.D	33.B	34.B	35.B	36.B	37.C	38.B	39.D	40.C
41.B	42.C	43.A	44.D	45.A	46.A	47.A	48.D	49.C	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI

Câu 1: Có bao nhiêu cách xếp chỗ ngồi cho 4 bạn học sinh vào dãy có 4 ghế?

A. 4 cách. **B.** 8 cách. **C.** 12 cách. **D.** 24 cách.

Lời giải

Xếp chỗ ngồi cho 4 học sinh vào dãy có 4 ghế có: $4!=24$ cách xếp.

Câu 2: Cho mặt cầu có bán kính $R=2$. Diện tích mặt cầu đã cho bằng:

A. $\frac{16}{3}\pi$. **B.** 8π. **C.** 16π. **D.** $\frac{32}{3}\pi$.

Lời giải

Diện tích mặt cầu đã cho bằng: $S=4\pi R^2=4\pi 4=16\pi$.

Câu 3: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ khi đó $M-m$ bằng:

A. 3. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

$y'=\frac{-3}{(x-1)^2}<0 \Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

$m=\min\limits_{[2;4]} y=y(4)=3$ và $M=\max\limits_{[2;4]} y=y(2)=5$. Vậy $M-m=5-3=2$.

Câu 4: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-10;10]$ để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+mx-3$ đồng biến trên khoảng $(2;6)$?

A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 7.

Lời giải

Ta có: $y'=x^2-4x+m$.

Hàm số đồng biến trên $(2;6) \Leftrightarrow y'\ge 0 \quad \forall x\in(2;6) \Leftrightarrow m\ge -x^2+4x \quad \forall x\in(2;6)$.

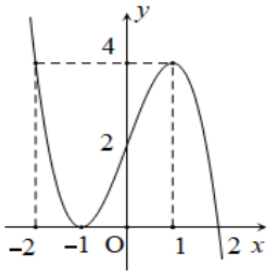
Xét $g(x)=-x^2+4x \quad \forall x\in(2;6)$.

Ta thấy hàm số $g(x)=-x^2+4x$ nghịch biến trên khoảng $(2;6)$.

Do đó $m\ge g(x) \quad \forall x\in(2;6) \Leftrightarrow m\ge \max\limits_{x\in[2;6]} g(x) \Leftrightarrow m\ge g(2) \Leftrightarrow m\ge 4$.

Vậy $m\in\{4;5;6;7;8;9;10\}$. Vậy có 7 giá trị của m.

Câu 5: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 6: Modun của số phức $z=5-2i$ bằng:

A. $\sqrt{21}$. **B.** $\sqrt{29}$. **C.** 29. **D.** 3.

Lời giải

Ta có: $|z|=\sqrt{5^2+(-2)^2}=\sqrt{29}$.

Câu 7: Số điểm cực trị của hàm số $y=x\left(x^2-4\right)\left(-x^2+3x-2\right)$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Cách 1:

Ta có $y=f(x)=x\left(x^2-4\right)\left(-x^2+3x-2\right)=-x(x-1)(x+2)(x-2)^2$.

Ta có $y'=-(x-1)(x+2)(x-2)^2-x(x+2)(x-2)^2-x(x-1)(x-2)^2-2x(x-1)(x+2)(x-2)$

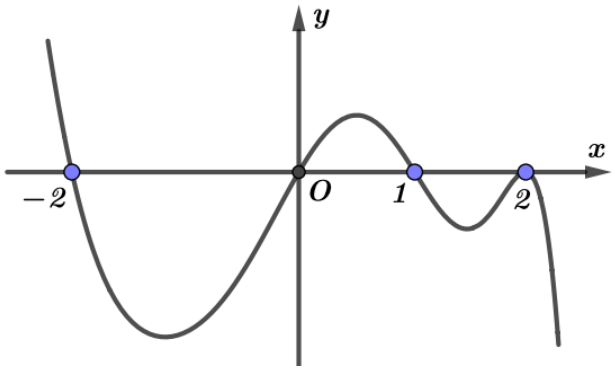
$y'=-(x-2)\left(x^3-x^2-4x+4+x^3-4x+x^3-3x^2+2x+2x^3+2x^2-4x\right)$

$$\Rightarrow y'=-(x-2)\left(5x^3-2x^2-10x+4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x-2=0\\5x^3-2x^2-10x+4=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=\pm\sqrt{2}\\x=\dfrac{2}{5}\end{array}\right.$$

Vì y' đổi dấu khi qua 4 điểm $x=2$; $x=\pm\sqrt{2}$ và $x=\dfrac{2}{5}$. Vậy số điểm cực trị của hàm số là 4.

Cách 2:

Nhận xét: Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục Ox tại 4 điểm có hoành độ $0,1,-2,2$ trong đó tại điểm có hoành độ $x=2$ là đồ thị $y=f(x)$ tiếp xúc với trục hoành. Do đó, đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hình dạng như sau



Từ đồ thị, ta thấy số điểm cực trị của hàm số là 4.

Câu 8: Nếu $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_1^5 -2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Ta có: $\int_1^5 -2f(x)\mathrm{d}x=-2\int_1^5 f(x)\mathrm{d}x=-2\left(\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^5 f(x)\mathrm{d}x\right)=-2(-1+3)=-4$.

Câu 9: Cho hai số phức $z_1=3-7i$ và $z_2=2+3i$. Tìm số phức $z=z_1+z_2$.

A. $z=3-10i$. **B.** $z=1-10i$. **C.** $z=3+3i$. **D.** $z=5-4i$.

Lời giải

Ta có: $z=z_1+z_2=3-7i+2+3i=5-4i$.

Câu 10: Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính bằng $a\sqrt{3}$ và đường cao $2a$ là?

A. $3\pi a^2$. **B.** $2\sqrt{3}\pi a^2$. **C.** $6\pi a^2$. **D.** $4\sqrt{3}\pi a^2$.

Lời giải

Áp dụng công thức tính diện tích xung quanh hình trụ ta có $S_{xq}=2\pi R.h=2\pi.a\sqrt{3}.2a=4\sqrt{3}\pi a^2$.

Câu 11: Cho khối chóp $S.ABC$ có diện tích đáy bằng $2a^2$, đường cao $SH=3a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{3a^3}{2}$. **B.** a^3. **C.** $2a^3$. **D.** $3a^3$.

Lời giải

Áp dụng công thức $V=\frac{1}{3}Bh=\frac{1}{3}.2a^2.3a=2a^3$.

Câu 12: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng $2a$, độ dài cạnh bên bằng $a\sqrt{3}$. Thể tích V của khối lăng trụ bằng

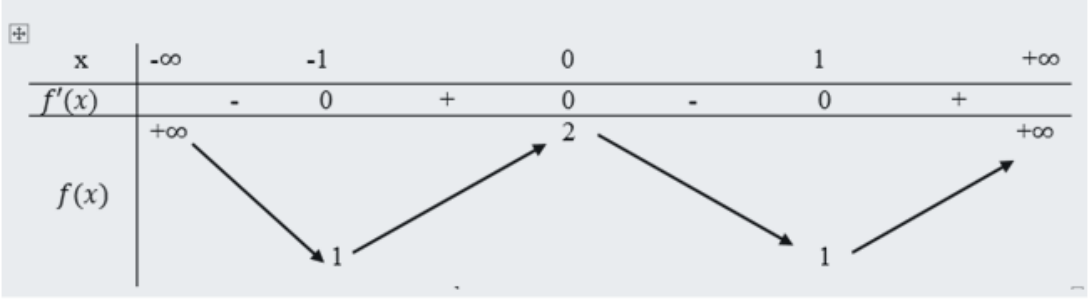
A. $V=\frac{3a^3}{4}$. **B.** $V=\frac{a^3}{4}$. **C.** $V=a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Theo tính chất lăng trụ tam giác đều, đáy là tam giác đều ABC và cạnh bên vuông góc với đáy.

Do đó áp dụng công thức $V=S_{\Delta ABC}.h=(2a)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}.a\sqrt{3}=\frac{3a^3}{4}$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số nghiệm thực của phương trình $2f(x)-11=0$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4 . **D.** 0 .

Lời giải

Ta có: $2f(x)-11=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{11}{2}$

nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=\dfrac{11}{2}$. vào đồ thị ta có phương trình có hai nghiệm phân biệt.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x+1}{3}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;-1;0)$. **B.** $M(3;-1;2)$. **C.** $M(-1;3;0)$. **D.** $M(1;-3;0)$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{-1+1}{3}=\dfrac{3-3}{-1}=\dfrac{0}{2}$ Suy ra điểm $M(-1;3;0)$ thuộc đường thẳng Δ

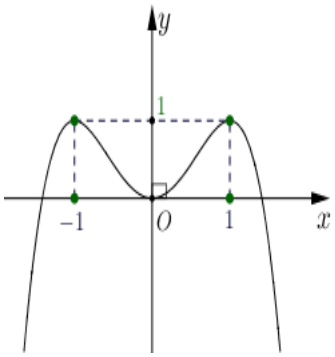
Câu 15: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(-1;1;3)$ và vt $\vec{u}=(-2;1;-3)$. Tính độ dài $|2\vec{u}-3\vec{v}|$

A. $\sqrt{242}$. **B.** $\sqrt{216}$. **C.** $\sqrt{152}$. **D.** $\sqrt{322}$.

Lời giải

Ta có: $2\vec{u}-3\vec{v}=(4;-1;15)$. Suy ra $|2\vec{u}-3\vec{v}|$ $\sqrt{242}$

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Giá trị cực đại của hàm số đã cho là:

A. 1. **B.** −1. **C.** 0 . **D.** 2 .

Lời giải

Qua đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

Câu 17: Phần ảo của số phức $z=-7+6i$ bằng:

A. $-6i$. **B.** -6. **C.** 6. **D.** $6i$.

Lời giải

Phần ảo của số phức $z=-7+6i$ là $b=6$.

Câu 18: Trên khoảng $(0;+\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $y=2\sqrt[3]{x}$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x\sqrt[3]{x}+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}\sqrt[3]{x^2}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}x\sqrt[3]{x}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\sqrt[3]{x^2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int 2\sqrt[3]{x}\mathrm{d}x=2\int x^{\frac{1}{3}}\mathrm{d}x=2.\frac{x^{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}}+C=2.\frac{x^{\frac{4}{3}}}{\frac{4}{3}}+C=\frac{3}{2}x\sqrt[3]{x}+C$.

Câu 19: Biết $\log_2 5=a$. Khi đó $\log 5$ bằng:

A. $\frac{a+1}{a}$. **B.** $\frac{1}{a}$. **C.** $a+1$. **D.** $\frac{a}{a+1}$.

Lời giải

Ta có: $\log 5=\frac{\log_2 5}{\log_2 10}=\frac{\log_2 5}{\log_2 5+\log_2 2}=\frac{a}{a+1}$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+8y-2z+8=0$ là:

A. $(0;-4;1)$. **B.** $(0;4;-1)$. **C.** $(1;0;-4)$. **D.** $(-4;0;1)$.

Lời giải

Mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0$ có tâm $I(a;b;c)$ với điều kiện $a^2+b^2+c^2-d>0$. Từ đó $(S):x^2+y^2+z^2+8y-2z+8=0$ có tâm $I(0;-4;1)$.

Câu 21: Cho hàm số $f(x)=1-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\sin x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=x+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=x-\cos x+C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x=\int(1-\sin x)\mathrm{d}x=x+\cos x+C$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x\le 3$ là

A. $(0;8]$. **B.** $(-\infty;8]$. **C.** $(0;9]$. **D.** $(0;8)$.

Lời giải

Ta có: $\log_2 x\le 3\Leftrightarrow 0<x\le 2^3\Leftrightarrow 0<x\le 8$ nên tập nghiệm của bpt là $(0;8]$.

Câu 23: Nếu $\int_0^2 f(x)dx=2$ thì $\int_0^2\left[-3f(x)+2x\right]dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $\int_0^2 \left[-3f(x)+2x\right]dx = -3\int_0^2 f(x)dx + \int_0^2 2xdx = -6+4 = -2$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, vécto $\vec{u}=(1;-1;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

A. $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{2}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=-t \\ z=-1-2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x=1-t \\ y=-1+t \\ z=2+2t \end{cases}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{1-y}{-1}=\frac{z-2}{-2}$.

Lời giải

Nhận thấy $\vec{u}=(1;-1;2)$ là một véctơ chỉ phương của đường thẳng $\frac{x}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{2}$.

Câu 25: Tập xác định của hàm số $\ln(x-1)^2$ là:

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. **B.** $D=(1;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $D=[1;+\infty)$

Lời giải

Điều kiện hàm số có nghĩa là $(x-1)^2>0 \Leftrightarrow x\neq 1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Câu 26: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases} x+3>0 \\ x+1>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x>-3 \\ x>-1 \end{cases} \Leftrightarrow x>-1$.

$\log_2(x+3)=1+\log_2(x+1) \Leftrightarrow \log_2(x+3)=\log_2 2(x+1)$

$\Leftrightarrow x+3=2(x+1) \Leftrightarrow x+3=2x+2 \Leftrightarrow x=1$ thỏa mãn điều kiện.

Vậy phương trình có duy nhất một nghiệm.

Câu 27: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-5; u_8=30$. Công sai của cấp số cộng bằng:

A. 4. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 3

Lời giải

Gọi công sai của cấp số cộng là d khi đó ta có $u_8=u_1+7d \Leftrightarrow 30=-5+7d \Leftrightarrow d=5$.

Câu 28: Trên tập số thực $\mathbb{R}$, đạo hàm của hàm số $y=3^{x^2-x}$ là:

A. $y'=(2x-1).3^{x^2-x}$. **B.** $y'=(2x-1).3^{x^2-x}.\ln 3$.

C. $y'=(x^2-x).3^{x^2+x+1}$. **D.** $y'=3^{x^2-x-1}$

Lời giải

Tác giả: Thông Đình Đình

Ta có $y=3^{x^2-x}\Rightarrow y'=\left(x^2-x\right)'.3^{x^2-x}.\ln 3=\left(2x-1\right).3^{x^2-x}.\ln 3$.

Câu 29: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=2x^2+5$. **B.** $y=-x^3+3x^2-9x+2$.

C. $y=-x^3-x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+2}$

Lời giải

Tác giả: Thông Đình Đình

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2-9x+2\Rightarrow y'=-3x^2+6x-9$

Ta thấy $y'=-3\left(x^2-2x+3\right)<0\,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=-x^3+3x^2-9x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 30: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{2x^2-5}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-\dfrac{1}{5}$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=0$. **D.** $y=2$

Lời giải

Tác giả: Thông Đình Đình

Tập xác định: $D=R\setminus\left\{-\dfrac{\sqrt{10}}{2};\dfrac{\sqrt{10}}{2}\right\}$. Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{2x^2-5}=0;\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x}{2x^2-5}=0$

Nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang có phương trình là $y=0$.

Câu 31: Để kiểm tra chất lượng sản phẩm từ công ty sữa, người ta gửi đến bộ phận kiểm nghiệm 5 hộp sữa cam, 4 hộp sữa dâu và 3 hộp sữa nho. Bộ phận kiểm nghiệm chọn ngẫu nhiên 3 hộp để phân tích mẫu. Xác suất để 3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại là

A. $\dfrac{3}{11}$. **B.** $\dfrac{1}{110}$. **C.** $\dfrac{3}{55}$. **D.** $\dfrac{1}{22}$.

Lời giải

Tác giả: Trần Thảo; Facebook: Trần Thảo

Tổng số hộp sữa được gửi đến để kiểm nghiệm là 12 hộp sữa.

Chọn ngẫu nhiên 3 hộp sữa từ 12 hộp sữa thì mỗi một cách chọn là một tổ hợp chập 3 của 12 phần tử. Các trường hợp đồng khả năng xảy ra.

Số phần tử của không gian mẫu là: $n\left(\Omega\right)=C_{12}^3=220$.

Biến cố A: "3 hộp sữa được chọn có cả 3 loại".

Như vậy sẽ chọn 1 hộp sữa cam, 1 hộp sữa dâu và 1 hộp sữa nho.

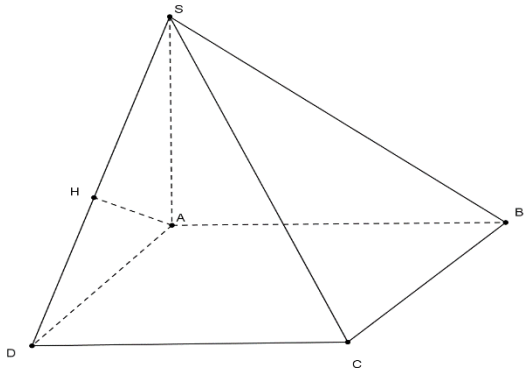
Số phần tử của biến cố A là: $n\left(A\right)=3.4.5=60$.

Xác suất của biến cố A là: $P\left(A\right)=\dfrac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{60}{220}=\dfrac{3}{11}$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp\left(ABCD\right)$, đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, biết $AD=2a,SA=a.$ Khoảng cách từ A đến $\left(SCD\right)$ bằng:

A. $\frac{3a}{\sqrt{7}}$. **B.** $\frac{3a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\frac{2a\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Lời giải



Gọi H là hình chiếu của A lên cạnh SD. Ta có: $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Suy ra: $\begin{cases} AH \perp SD \\ AH \perp CD \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SCD)$. Khoảng cách từ A đến đến (SCD) bằng AH.

Ta có: $AH = \frac{AS.AD}{\sqrt{AS^2 + AD^2}} = \frac{a.2a}{\sqrt{a^2 + (2a)^2}} = \frac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 33: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1), B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 0 \\ z = 1-4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 1+4t \end{cases}$.

Lời giải

$\overrightarrow{CB} = (4;-2;1)$, $\vec{j} = (0;1;0)$, $\left[\overrightarrow{CB}, \vec{j}\right] = (-1;0;4)$.

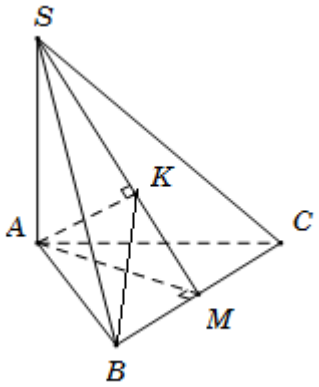
Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u} = (-1;0;4)$ nên có phương trình: $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SA = a\sqrt{3}$, tam giác ABC đều cạnh có độ dài bằng a. Gọi $\alpha = (AB,(SBC))$, khi đó $\sin\alpha$ bằng

A. $\frac{\sqrt{5}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{15}}{5}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\frac{\sqrt{15}}{3}$.

Lời giải

Tác giả: Minh Trang; Fb: Minh Trang



Gọi M là trung điểm BC. Kẻ đường cao AK của tam giác SAM.

Tam giác ABC đều $\Rightarrow AM \perp BC \Rightarrow BC \perp (SAM) \Rightarrow AK \perp (SBC)$.

Suy ra $\alpha = (AB,(SBC)) = (AB,KB) = ABK$.

Xét tam giác ABM vuông tại A có

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{\left(a\sqrt{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{5}{3a^2} \Leftrightarrow AK = \frac{a\sqrt{15}}{5}.$$

Vì $AK \perp (SBC) \Rightarrow AK \perp BK$. Xét tam giác ABK vuông tại K có $\sin\alpha = \sin ABK = \frac{AK}{AB} = \frac{\sqrt{15}}{5}$.

Câu 35: Biết số phức $z = -3+4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$, trong đó a,b là các số thực. Giá trị của $a-b$ bằng:

A. 1. **B.** -19. **C.** -31. **D.** -11.

Lời giải

Do số phức $z = -3+4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$, nên ta có $z' = -3-4i$ cũng là nghiệm của phương trình.

Ta có: $\begin{cases} z + z' = -a \\ z.z' = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 = -a \\ 25 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 25 \end{cases}$. Vậy $a-b = -19$.

Câu 36: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng (Oxy), đồng thời (α) song song và cách đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y-3=0$. **B.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-3=0$.

C. $2x-y+7=0$ hoặc $2x-y+5=0$. **D.** $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-5=0$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} \overrightarrow{n_\alpha} \perp \overrightarrow{n_{Oxy}} \\ \overrightarrow{n_\alpha} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \end{cases} \Rightarrow \overrightarrow{n_\alpha} = [\overrightarrow{n_{Oxy}}; \overrightarrow{u_\Delta}] = (-2;-1;0) = -(2;1;0)$

Vì $\overrightarrow{n_\alpha} = (2;1;0)$ nên mặt phẳng (α) có dạng: $2x+y+d=0$.

Lấy điểm $A(-2;2;3)\in\Delta$. Có $d_{(\Delta;(\alpha))}=d_{(A;(\alpha))}=\dfrac{|-4+2+d|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow|d-2|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}d=7\\d=-3\end{array}\right.$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $2x+y+7=0$ hoặc $2x+y-3=0$.

Câu 37: Cho $\int\limits_5^{12}\dfrac{dx}{x\sqrt{x+4}}=\dfrac{1}{a}\ln\dfrac{b}{c}$ với a,b,c là các số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $c=a-b.$ **B.** $b=2c.$. **C.** $a=b-c$. **D.** $b=c-a.$.

Lời giải

Đặt $t=\sqrt{x+4}\Rightarrow t^2=x+4\Rightarrow 2tdt=dx$. Đổi cận: $x=5\Rightarrow t=3;\ x=12\Rightarrow t=4$.

$$\int\limits_5^{12}\frac{dx}{x\sqrt{x+4}}=\int\limits_3^4\frac{2tdt}{t\left(t^2-4\right)}=2\int\limits_3^4\frac{dt}{t^2-4}=\frac{1}{2}\int\limits_3^4\left(\frac{1}{t-2}-\frac{1}{t+2}\right)dt=\frac{1}{2}\ln\left|\frac{t-2}{t+2}\right|\Big|_3^4=\frac{1}{2}\ln\frac{5}{3}.$$

$\Rightarrow a=2;\ b=5;\ c=3$. Vậy $a=b-c$.

Câu 38: Với mọi a,b thoả mãn $\dfrac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a=1-b\log_2 5$. **B.** $ab=10$. **C.** $a\log_2 5+b=1$. **D.** $a+b=1$.

Lời giải

Ta có: $\dfrac{\log_3 a.\log_2 3}{1+\log_2 5}+\log b=1\Leftrightarrow\dfrac{\log_2 a}{\log_2 10}+\log b=1\Leftrightarrow\log a+\log b=1$

$\Leftrightarrow\log(ab)=1\Leftrightarrow ab=10$.

Câu 39: Cho $z_1;z_2$ là các số phức thỏa mãn $|z_1|=2;|z_2|=3$ và $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo. Giá trị lớn nhất của $P=|4z_1-3z_2+1-2i|$ bằng

A. $15+\sqrt{5}$. **B.** $5+\sqrt{5}$. **C.** $\sqrt{65}+\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Lời giải

Gọi: $z_1=a+bi$ và $M(a;b)$ là điểm biểu diễn số phức $z_1\Rightarrow\overrightarrow{OM}(a;b);\ OM=2$.

Gọi $z_2=c+di\Rightarrow\overline{z_2}=c-di$ và $N(c;d)$ là điểm biểu diễn số phức $z_2\Rightarrow\overrightarrow{ON}(c;d);\ ON=3$.

Ta có $z_1.\overline{z_2}$ là số thuần ảo nên $ac+bd=0$, suy ra $\overrightarrow{OM}\perp\overrightarrow{ON}$ hay $\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}=0$.

Mà $|4z_1-3z_2|^2=|4\overrightarrow{OM}-3\overrightarrow{ON}|^2=16\overrightarrow{OM}^2-24\overrightarrow{OM}.\overrightarrow{ON}+9\overrightarrow{ON}^2=16OM^2+9ON^2=145$.

Từ đó $|4z_1-3z_2|=\sqrt{145}$.

Xét $P=|4z_1-3z_2+1-2i|\le|4z_1-3z_2|+|1-2i|=\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}4z_1-3z_2=k(1-2i),k\ge0 & (1)\\ |z_1|=2,\ |z_2|=3 & (2)\\ ac+bd=0 & (3)\\ |4z_1-3z_2|=\sqrt{145} & (4)\end{cases}$.

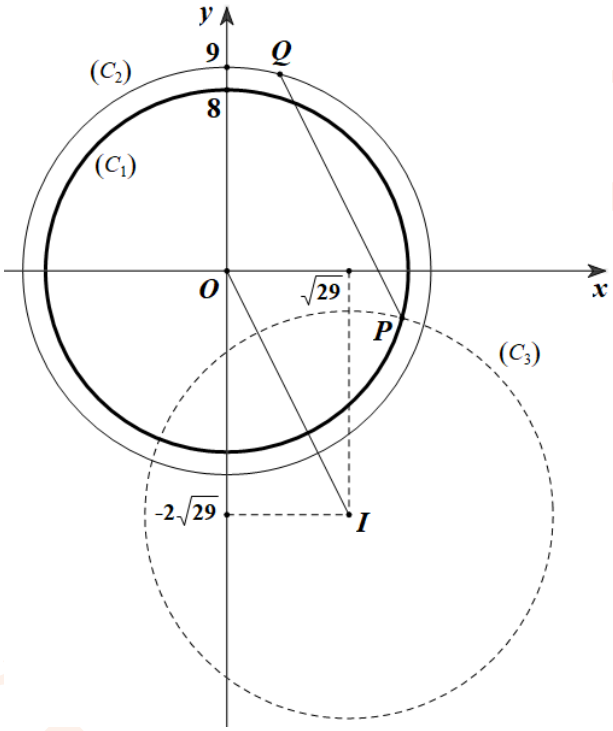
Nhận xét:

+) Việc giải cụ thể hệ trên rất khó khăn, nên ta sẽ chỉ ra hệ trên có nghiệm $(z_1,\ z_2)$.

+) Có thể bỏ qua phương trình vì nó có thể được suy ra từ và .

+) Lấy môđun 2 vế ở phương trình và sử dụng ta được $|k|=\sqrt{29}\Rightarrow k=\sqrt{29}$, do đó hệ tương đương với $\begin{cases}4z_1-3z_2=\sqrt{29}(1-2i),k\geq 0\\ |z_1|=2,\ |z_2|=3\end{cases}$.

Gọi $P,\ Q$ tương ứng là điểm biểu diễn $4z_1,\ 3z_2$ thì $\begin{cases}\overrightarrow{QP}=\left(\sqrt{29};-2\sqrt{29}\right)\\ OP=8,\ OQ=9\end{cases}$.



Gọi (C_1) là đường tròn tâm O bán kính $R_1=8$.

(C_2) là đường tròn tâm O bán kính $R_2=9$.

(C_3) là ảnh của (C_2) qua phép tịnh tiến $\vec{v}=\left(\sqrt{29};-2\sqrt{29}\right)$.

Khi đó (C_3) có tâm $I\left(\sqrt{29};-2\sqrt{29}\right)$, bán kính $R_3=9$.

Có $OI=\sqrt{145}$ nên $|R_1-R_3|<OI<R_1+R_3$, do đó đường tròn (C_3) sẽ cắt đường tròn (C_1) tại 2 điểm phân biệt. Chọn P là điểm tùy ý trong 2 điểm đó.

Khi đó $P\in(C_3)$ nên theo tính chất phép tịnh tiến, tồn tại điểm $Q\in(C_1)$ sao cho $\overrightarrow{QP}=\vec{v}=\left(\sqrt{29};-2\sqrt{29}\right)$.

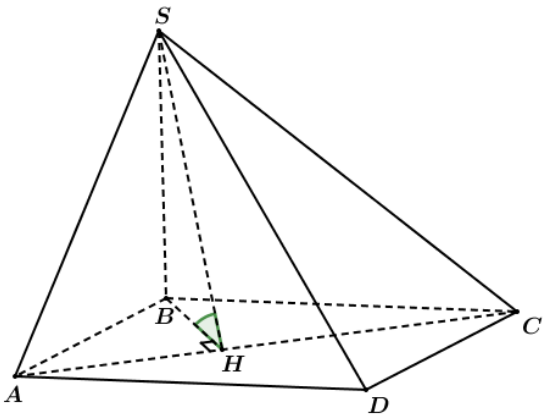
Lại có $P\in(C_1)$ và $Q\in(C_2)$ nên $OP=8,\ OQ=9$.

Tóm lại tồn tại các điểm $P,\ Q$ sao cho hệ xảy ra, dẫn tới tồn tại $z_1,\ z_2$ sao cho đẳng thức $P=\sqrt{145}+\sqrt{5}$ xảy ra. Vậy $\max P=\sqrt{145}+\sqrt{5}$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có cạnh bên $SB \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết $SB = 2a, AB = 3a, BC = 4a$ và góc α là góc giữa mặt phẳng (SAC) và mặt phẳng đáy. Giá trị của $\tan\alpha$ bằng

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{6}{5}$.

Lời giải



Kẻ $BH \perp AC \Rightarrow \alpha = SHB$.

Ta có $HB = \frac{BA.BC}{\sqrt{BA^2 + BC^2}} = \frac{3a.4a}{5a} = \frac{12a}{5} \Rightarrow \tan\alpha = \frac{SB}{BH} = \frac{2a}{\frac{12a}{5}} = \frac{5}{6}$.

Câu 41: Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình: $4z^2 + 4(m-1)z + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Phương trình $4z^2 + 4(m-1)z + m^2 - 3m = 0 \quad (1)$

Có: $\Delta' = 4.(m-1)^2 - 4(m^2 - 3m) = 4m + 4$

Trường hợp 1: $\Delta' = 0 \Leftrightarrow m = -1$. (1) có 2 nghiệm $z_1 = z_2 = 1 \Rightarrow |z_1| + |z_2| = 2$

Trường hợp 2: $\Delta' < 0 \Leftrightarrow m < -1 \Rightarrow (1)$ có 2 nghiệm phức liên hợp $z_{1,2} = a \pm b.i\,(a, b \in \mathbb{R})$.

Ta có: $\begin{cases} |z_1| + |z_2| = 2 \\ z_1.z_2 = \frac{m^2 - 3m}{4} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2 + b^2 = 1 \\ a^2 + b^2 = \frac{m^2 - 3m}{4} \end{cases} \Rightarrow \frac{m^2 - 3m}{4} = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 4 \\ m = -1 \end{array}\right.$.

Trường hợp 3: $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -1 \Rightarrow (1)$ có 2 nghiệm thực phân biệt thỏa mãn định lý Viet:

$$\begin{cases} z_1 + z_2 = 1 - m \\ z_1.z_2 = \frac{m^2 - 3m}{4} \end{cases}$$

Mà $|z_1| + |z_2| = 2 \Leftrightarrow z_1^2 + z_2^2 + 2.|z_1.z_2| = 4 \Leftrightarrow (z_1 + z_2)^2 - 2z_1z_2 + 2.|z_1.z_2| = 4$

$\Leftrightarrow (1-m)^2-\dfrac{m^2-3m}{2}+\dfrac{\left|m^2-3m\right|}{2}=4\Leftrightarrow m=3.$

Vậy có 2 giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+1$, gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left[f(x)\right]^2-(2m+4)f(x)+m(m+4)=0$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt. Tổng các phần tử thuộc S bằng:

A. -17. **B.** -18. **C.** -21. **D.** -5.

Lời giải

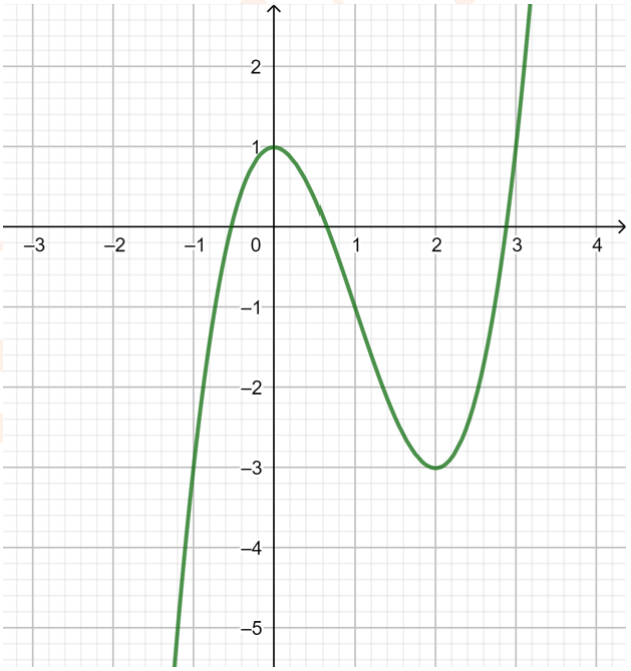
+) Ta có: $\left[f(x)\right]^2-(2m+4)f(x)+m(m+4)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=m\\f(x)=m+4\end{array}\right.$

Cách 1.

+) Nhận xét: số nghiệm của phương trình $f(x)=a$ chính bằng số giao điểm của đường thẳng $y=a$ với đồ thị (C) hàm số $y=f(x)$.

+) Ta có đồ thị (C)



Phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow -7<m<1$

Vậy $S=\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$

Cách 2: $(1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^3-3x^2+1=m\\x^3-3x^2-3=m\end{array}\right.$

Phương trình đã cho có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ có 4 nghiệm thực phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m$ cắt cả hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)=x^3-3x^2-3$ tại 4 điểm phân biệt .

Câu 43: Cho phương trình $\log_2^2 x-\left(m^2-2m\right)\log_2 x+m+3=0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập các giá trị của m để phương trình có 2 nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1.x_2=8$. Tổng các phần tử của S là

A. -1. **B.** 2. **C.** 5. **D.** -2.

Lời giải

Điều kiện: $x>0$. Đặt $t=\log_2 x\Leftrightarrow x=2^t$

Khi đó ta có phương trình: $t^2-\left(m^2-2m\right).t+m+3=0\ (1)$.

Để phương trình đã cho có 2 nghiệm phân biệt thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt, tương đương với $\Delta=\left[-\left(m^2-2m\right)\right]^2-4.(m+3)>0$.

Giả sử phương trình (1) có 2 nghiệm $x_1=2^{t_1}$, $x_2=2^{t_2}$.

Yêu cầu bài toán $x_1.x_2=8\Leftrightarrow 2^{t_1}.2^{t_2}=8\Leftrightarrow t_1+t_2=3\Leftrightarrow m^2-2m=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=3\end{array}\right.$

Với $m=-1$ thì $\Delta=1>0$

Với $m=3$ thì $\Delta=-15<0$. Vậy $S=\{-1\}$. Khi đó tổng các phần tử của S là -1.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $2x.f'(x)+f(x)=4x\sqrt{x}$. Biết $f(1)=2$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. $\frac{15}{4}$. **B.** $\frac{17}{4}$. **C.** $\frac{15}{2}$. **D.** $\frac{17}{2}$.

Lời giải

Với mọi $x\in(0;+\infty)$ ta có:

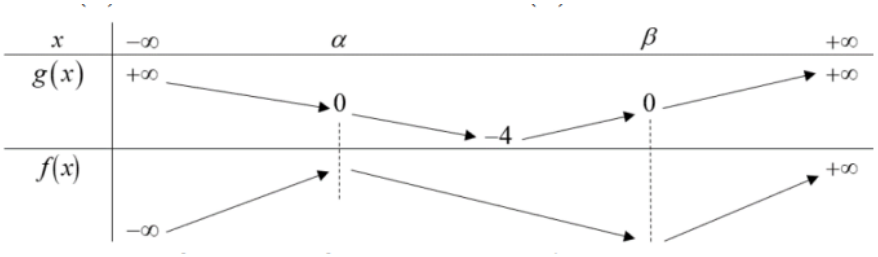
$$2x.f'(x)+f(x)=4x\sqrt{x}\Leftrightarrow\sqrt{x}.f'(x)+\frac{1}{2\sqrt{x}}.f(x)=2x\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}.f(x)\right)'=2x$$

Lấy nguyên hàm hai vế của ta có:

$$\int(\sqrt{x}.f(x))'dx=\int 2xdx=x^2+C\Rightarrow\sqrt{x}.f(x)=x^2+C$$

Mà $f(1)=2$ suy ra: $C=1$. Vậy: $\sqrt{x}.f(x)=x^2+1\Rightarrow 2.f(4)=4^2+1\Rightarrow f(4)=\frac{17}{2}$.

Câu 45: Cho hai hàm số $f(x)=ax^3-3x^2+bx+1-2d$ và $g(x)=cx^2-2x+d$ có bảng biến thiên như sau:



Biết rằng đồ thị của hai hàm số đã cho cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ $x_1,\ x_2,\ x_3$ thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2=30$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x),\ y=g(x),\ x=-3,\ x=6$ bằng

A. $\frac{1321}{12}$. **B.** $\frac{1123}{12}$. **C.** $\frac{1231}{12}$. **D.** $\frac{2113}{12}$.

Lời giải

Ta có $f'(x)=3ax^2-6x+b$. Từ BBT ta thấy $\alpha,\ \beta$ là nghiệm của phương trình $f'(x)=3ax^2-6x+b=0$ nên $\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{2}{a}\\ \alpha.\beta=\frac{b}{3a}\end{cases}$. Ta cũng có $\alpha,\ \beta$ là nghiệm của phương trình $g(x)=cx^2-2x+d=0$, nên $\begin{cases}\alpha+\beta=\frac{2}{c}\\ \alpha.\beta=\frac{d}{c}\end{cases}$. Từ , suy ra $\begin{cases}\frac{2}{a}=\frac{2}{c}\\ \frac{b}{3a}=\frac{d}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=c\\ b=3d\end{cases}$.

Từ BBT ta thấy $g(x)$ có đỉnh $I(\frac{1}{c};-4)$ và $c>0$, suy ra $g(\frac{1}{c})=-4\Rightarrow d=\frac{1}{c}-4\Leftrightarrow d=\frac{1}{a}-4$.

Ta có phương trình $f(x)-g(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2,\ x_3$

$\Leftrightarrow ax^3-(3+a)x^2+(3d+2)x+1-3d=0$ có 3 nghiệm phân biệt $x_1,\ x_2,\ x_3$, nên ta có

$$\begin{cases}x_1+x_2+x_3=\frac{3+a}{a}\\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{3d+2}{a}\end{cases}.$$

Nên ta có $x_1^2+x_2^2+x_3^2=30\Leftrightarrow(x_1+x_2+x_3)^2-2(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)=30$

$$\Leftrightarrow(\frac{3+a}{a})^2-2(\frac{3d+2}{a})=30\Leftrightarrow(\frac{3+a}{a})^2-2.\frac{3.(\frac{1}{a}-4)+2}{a}=30\Leftrightarrow 29a^2-26a-3=0$$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\ a=-\frac{3}{29}\end{array}\right.$. Vì $a=c>0$, nên $a=1$, suy ra $c=1,\ d=-3,\ b=-9$.

Từ đây, ta được $f(x)-g(x)=x^3-4x^2-7x+10$.

Ta có diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x),\ y=g(x),\ x=-3,\ x=6$ bằng

$$S=\int_{-3}^{6}\left|f(x)-g(x)\right|dx=\int_{-3}^{6}\left|x^3-4x^2-7x+10\right|dx=\frac{1321}{12}.$$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y}{2}=\frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P):x-2y-2z-7=0$ và điểm $A(1;1;3)$. Đường thẳng Δ đi qua M cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M,N sao cho M là trung điểm của AN, biết đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;6)$. Khi đó giá trị biểu thức $T=14a-5b$ bằng

A. $T=81$. **B.** $T=72$. **C.** $T=-81$. **D.** $T=-63$.

Lời giải

Ta có, M thuộc đường thẳng d nên $M(-1+t;2t;2+t)$

Do M là trung điểm của AN nên $N(-3+2t;4t-1;1+2t)$

Lại có $N(-3+2t;4t-1;1+2t)$ thuộc mặt phẳng (P) nên:

$1(-3+2t)-2(4t-1)-2(1+2t)-7=0\Leftrightarrow t=-1$

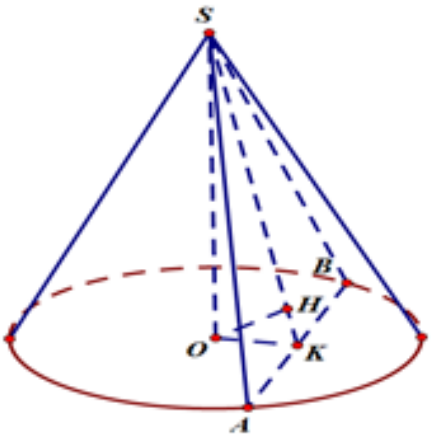
Khi đó $M(-2;-2;1)\Rightarrow\overrightarrow{AM}(-3;-3;-2)=-\frac{1}{3}(9;9;6)$ là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ, theo đề bài đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;6)$ suy ra

$a=9;b=9\Rightarrow T=14.9-5.9=81$.

Câu 47: Cho khối nón đỉnh S có đường cao bằng $3a$. SA, SB là hai đường sinh của khối nón. Khoảng cách từ tâm đường tròn đáy đến mặt phẳng (SAB) bằng a và diện tích tam giác SAB bằng $3a^2$. Tính thể tích khối nón.

A. $\frac{145\pi a^3}{72}$. **B.** $\frac{145\pi a^3}{54}$. **C.** $\frac{145\pi a^3}{36}$. **D.** $\frac{145\pi a^3}{48}$.

Lời giải



Gọi O là tâm đường tròn đáy, K là hình chiếu vuông góc của O lên AB và H là hình chiếu vuông góc của O lên SK. Theo giả thiết ta có $SO=3a$, $OH=a$; tam giác SOK vuông tại O nên ta có

$$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OH^2}-\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{a^2}-\frac{1}{9a^2}=\frac{8}{9a^2}\Leftrightarrow OK=\frac{3a}{2\sqrt{2}};\ SK=\sqrt{SO^2+OK^2}=\frac{9a}{2\sqrt{2}}.$$

Mặt khác $S_{\Delta SAB}=3a^2 \Leftrightarrow \frac{1}{2}SK.AB=3a^2 \Leftrightarrow KA=\frac{AB}{2}=\frac{3a^2}{SK}=\frac{2\sqrt{2}a}{3}$.

Do đó, $OA=\sqrt{OK^2+KA^2}=\sqrt{\frac{145}{72}}a$

Vậy $V=\frac{1}{3}\pi.OA^2.SO=\frac{145\pi a^3}{72}$.

Câu 48: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn: $\log_7\frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y}=14x+3y-7(x^2+1)$ đồng thời $1<x<2022$?

A. 1348. **B.** 674 **C.** 673. **D.** 1347.

Lời giải

Với $1<x<2022$, ta có:

$\log_7\frac{2x^3-3x^2+1}{6xy+1+2x+3y}=14x+3y-7(x^2+1)$

$\Leftrightarrow \log_7\frac{(2x+1)(x-1)^2}{(2x+1)(3y+1)}=3y-7(x-1)^2$

$\Leftrightarrow \log_7(x-1)^2-\log_7(3y+1)=3y-7(x-1)^2$

$\Leftrightarrow \log_7 7(x-1)^2+7(x-1)^2=\log_7(3y+1)+3y+1$

Xét hàm số $y=\log_7(t)+t$ ta có $y'=\frac{1}{t.\ln 7}+1>0(\forall t>0)$

Do đó:

$\log_7 7(x-1)^2+7(x-1)^2=\log_7(3y+1)+3y+1$

$\Rightarrow 7(x-1)^2=3y+1 \Rightarrow 7(x-1)^2-1=3y$.

Do y là số nguyên nên $7(x-1)^2-1$ chia hết cho 3, suy ra $(x-1)^2$ không chia hết cho 3. Do đó, $x-1$ có hai dạng là: $x-1=3k+1$ hoặc $x-1=3k+2$. $(k\in\mathbb{N})$

TH1: $x-1=3k+1$ ta có:

$7(x-1)^2-1=7(3k+1)^2-1=7.9k^2+7.6k+7.1-1=3(21k^2+14k+2)\vdots 3(TM)$

Theo giả thiết: $1<x<2022 \Rightarrow 1<3k+2<2022 \Rightarrow \frac{-1}{3}<k<\frac{2020}{3}$. Do $k\in\mathbb{N}$ suy ra, có 674 số thỏa mãn.

TH2: $x-1=3k+2$ ta có:

$7(x-1)^2-1=7(3k+2)^2-1=7.9k^2+7.12k+7.4-1=3(21k^2+28k+9)\vdots 3(TM)$

Theo giả thiết: $1<x<2022 \Rightarrow 1<3k+3<2022 \Rightarrow \frac{-2}{3}<k<\frac{2019}{3}$. Do $k\in\mathbb{N}$ suy ra, có 673 số thỏa mãn.

Vậy, có tất cả 1347 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 49: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18$ và hai điểm $A(8;0;0), B(4;4;0)$. Điểm M bất kỳ thuộc mặt cầu (S). Biết $MA+3MB$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $M_0(x_0;y_0;z_0)$. Giá trị của biểu thức $T=4x_0-9y_0$ bằng

A. 46. **B.** 124. **C.** –46. **D.** –124.

Lời giải

+) Gọi $M(x;y;z)\in(S)$ thì ta có $(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18\Leftrightarrow 8\left[(x+1)^2+(y-9)^2+z^2\right]-144=0$

. Do đó $MA+3MB=\sqrt{(8-x)^2+y^2+z^2}+3\sqrt{(4-x)^2+(4-y)^2+z^2}$

$=\sqrt{(8-x)^2+y^2+z^2+8\left[(x+1)^2+(y-9)^2+z^2\right]-144}+3\sqrt{(4-x)^2+(4-y)^2+z^2}$

$=\sqrt{9x^2+9(y-8)^2+9z^2}+3\sqrt{(4-x)^2+y^2+z^2}=3\left[\sqrt{x^2+(y-8)^2+z^2}+\sqrt{(x-4)^2+(y-4)^2+z^2}\right]$

Gọi $C(0;8;0)$ ta có $MA+3MB=3(MC+MB)\geq 3BC=12\sqrt{2}.$ Dấu bằng xảy ra khi M là giao điểm của đường thẳng BC với mặt cầu (S)và M nằm giữa B và C

+) Đường thẳng (BC) đi qua điểm $C(0;8;0)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(-1;1;0)$ làm vectơ chỉ phương nên có phương trình tham số là $\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\end{cases}$. Tọa độ giao điểm M của đường thẳng BC với mặt cầu (S) thỏa mãn hệ

$$\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\(x+1)^2+(y-9)^2+z^2=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\(-t+1)^2+(t-1)^2=18\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\2t^2-4t-16=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-t\\y=8+t\\z=0\\\left[\begin{array}{l}t=-2\\t=4\end{array}\right.\end{cases}$$

$$\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\y=6\\z=0\end{cases}\\\begin{cases}x=-4\\y=12\\z=0\end{cases}\end{array}\right.$$

Với $M(2;6;0)$ ta có $\begin{cases}\overrightarrow{MB}=(2;-2;0)\\\overrightarrow{MC}=(-2;2;0)\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{MB}=-\overrightarrow{MC}$ nên $M(2;6;0)$thỏa mãn yêu cầu bài toán. Vậy $\begin{cases}x_0=2\\y_0=6\\z_0=0\end{cases}\Rightarrow T=4x_0-9y_0=-46.$

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f(x-1)+2$ như sau

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	4	↘	$-\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** –9. **D.** –2.

Lời giải

Bằng cách đổi biến ta rút được $f(x)=g(x+1)-2$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ là :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$+$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Đặt $t=\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|=2\left|\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right|$, ta có $0\le\left|\sin\left(x-\frac{\pi}{6}\right)\right|\le 1\Rightarrow t\in[0;2]\Rightarrow -t+2\in[0;2]$

Suy ra $f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)=f(-t+2)\le 2$, dấu "=" xảy ra được khi $x=\frac{\pi}{6}$.

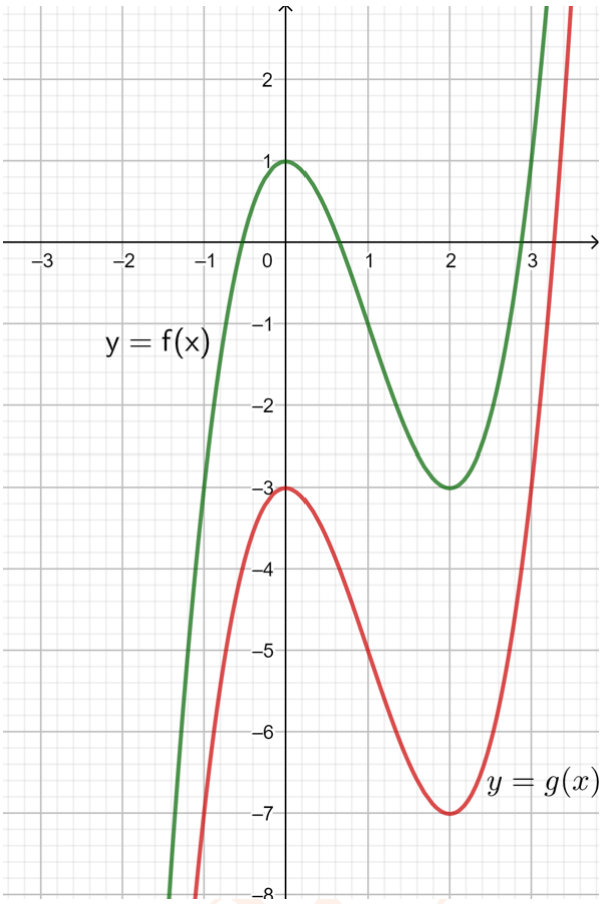
Ta có

$2\cos 2x+4\sin x-1=2\left(1-2\sin^2 x\right)+4\sin x-1=-4\sin^2 x+4\sin x+1=-\left(2\sin x-1\right)^2+2\le 2$

Dấu "=" xảy ra được khi $x=\frac{\pi}{6}$.

Suy ra $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1\le 4$, dấu "=" xảy ra được khi $x=\frac{\pi}{6}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(-\left|\sqrt{3}\sin x-\cos x\right|+2\right)+2\cos 2x+4\sin x-1$ là 4.



Từ đồ thị ta có: $-7 < m < 1$

Vậy $S = \{-6; -5; -4; -3; -2; -1; 0\}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

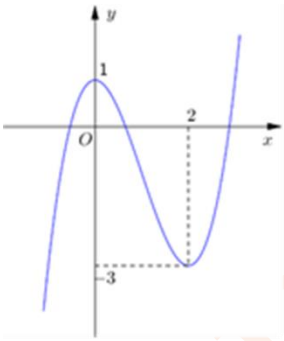
CHUYÊN LÊ HỒNG PHONG
NAM ĐỊNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(2;0;8)$. **C.** $I(1;0;4)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x-1)=2$ là

A. $x=\dfrac{10}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=3$.

Câu 4. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M-m$.

A. $M-m=\dfrac{9}{4}$. **B.** $M-m=-\dfrac{9}{4}$. **C.** $M-m=\dfrac{1}{4}$. **D.** $M-m=3$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;3;1)$; $B(1;-1;2)$ và $C(3;1;0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là.

A. $G(2;1;1)$. **B.** $G(-2;1;1)$. **C.** $G(2;-1;1)$. **D.** $G(-2;-1;-1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$?

A. $(P_1): 3x+2y+z=0$. **B.** $(P_2): x+2y+3z+1=0$.

C. $(P_3): x+2y+3z=0$. **D.** $(P_4): x+2y+3z-1=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc trục Oz?

A. $M(-1;1;0)$. **B.** $N(0;0;-2)$. **C.** $P(2;0;0)$. **D.** $Q(0;1;0)$.

Câu 8. Số phức liên hợp của số phức $z=5-7i$ là

A. $\bar{z}=-5+7i$. **B.** $\bar{z}=5+7i$. **C.** $\bar{z}=-5-7i$. **D.** $\bar{z}=5i+7$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

A. $y'=\dfrac{4^x}{\ln 4}$. **B.** $y'=4^x\ln 4$. **C.** $y'=4^x$. **D.** $y'=x4^{x-1}$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ là đường thẳng:

A. $y=3$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-3$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính R là

A. $R=2$. **B.** $R=5$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=25$.

Câu 12. Tích phân $I=\int_0^2(2x+1)dx$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Câu 13. Phương trình $8^x=4$ có nghiệm là

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

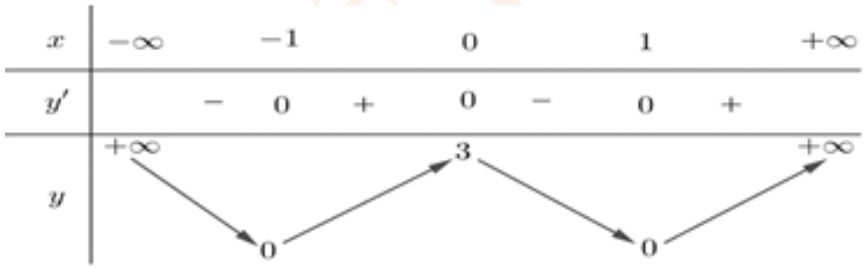
Câu 14. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_0^2 f(x)dx=5$ thì $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. -7. **B.** -3. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

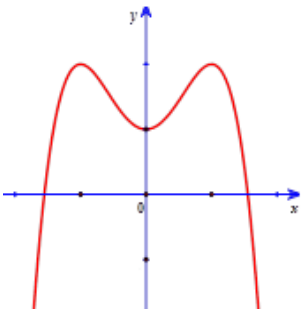
Câu 16. Cho hàm số $f(x)$, có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 18. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[4]{a^3}$ bằng

A. a^{12}. **B.** $a^{\frac{4}{3}}$. **C.** $a^{\frac{3}{4}}$. **D.** a^3.

Câu 19. Đồ thị của hàm số $y=4x^4-2x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2+x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\cos 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\sin 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\sin 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3\sin 3x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-3\sin 3x+C$.

Câu 21. Công thức diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là:

A. $S_{tp}=2\pi r+\pi rl$. **B.** $S_{tp}=\pi r^2+\pi rl$. **C.** $S_{tp}=2\pi rl$. **D.** $S_{tp}=\pi r^2+2\pi r$.

Câu 22. Một hình trụ có bán kính đáy $r=8\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l=5\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $40\pi\text{cm}^2$. **B.** $160\pi\text{cm}^2$. **C.** $20\pi\text{cm}^2$. **D.** $80\pi\text{cm}^2$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc toạ độ O và điểm $M(-1;3;2)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(0;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;-3;-2)$.

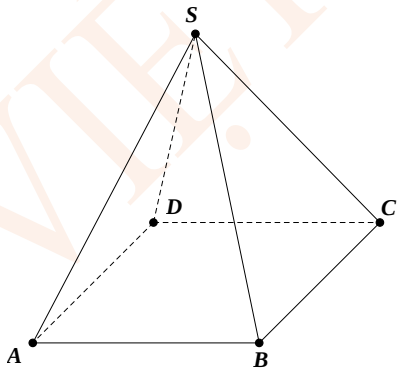
Câu 24. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $4+\sqrt{3}i$ có toạ độ là

A. $(-4;\sqrt{3})$. **B.** $(4;-\sqrt{3})$. **C.** $(4;\sqrt{3})$. **D.** $(-4;-\sqrt{3})$.

Câu 25. Một khối lập phương có thể tích bằng 8. Độ dài của cạnh khối lập phương đó bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 26. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$ và độ dài cạnh bên bằng $3a$ (tham khảo hình bên).



Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $a\sqrt{7}$. **B.** a. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $a\sqrt{11}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)=3-\sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x+\sin x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3x+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x-\cos x+C$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y+1)^2+(z+2)^2=4$ và mặt phẳng $(P):4x-3y-m=0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=-21$.

C. $m=1$ hoặc $m=21$. **D.** $m=-9$ hoặc $m=31$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một quân bài trong bộ bài tây 52 quân. Xác suất để chọn được một quân 2 bằng

A. $\frac{1}{52}$. **B.** $\frac{1}{13}$. **C.** $\frac{1}{26}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x+1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-3}{-2}$. Phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox là

A. $\frac{x-2}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-3}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{-1}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z-1}{1}$.

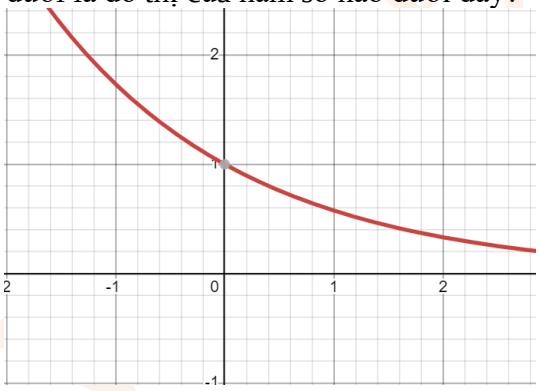
Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=3$, $AD=2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho

A. $V=\frac{20\pi}{3}$. **B.** $V=\frac{32\pi}{3}$. **C.** $V=\frac{10\pi}{3}$. **D.** $V=\frac{16\pi}{3}$.

Câu 32. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$ và $u_3=8$. Giá trị công bội q bằng

A. 6. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 33. Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=x^{-\frac{3}{\pi}}$.

Câu 34. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

A. 13. **B.** C_{13}^2. **C.** $C_5^2+C_8^2$. **D.** A_{13}^2.

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2}<3^{2x+1}$ là

A. $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $(1;+\infty)$.

C. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$.

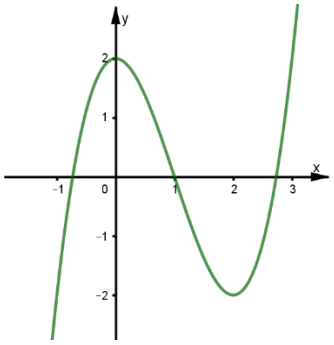
Câu 36. Cho khối cầu có bán kính R. Thể tích V của khối cầu đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=4\pi R^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **C.** $V=\frac{3}{4}\pi R^3$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 37. Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng các giáo viên đo thân nhiệt cho các học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh, trong đó số học sinh nam bằng với số học sinh nữ là

A. $\frac{5}{66}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{2}{33}$.

Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$.



A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 39. Tìm tập xác định D của hàm số $y=\left(x^2-3x+2\right)^{-4}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

C. $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD,CD. Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'C'$ là

A. 45^o. **B.** 90^o. **C.** 60^o. **D.** 30^o.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết tam giác ABC là tam giác vuông cân tại C, $AC=a; SCD=SBC=90^0$. Gọi M là trung điểm của SC; $AM=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\frac{a^3}{6}$. **B.** $\frac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\frac{a^3}{2}$.

Câu 42. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x=0; x=\pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng $x\left(0\le x\le\pi\right)$ là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$

A. $V=3\pi$. **B.** $V=2\pi\sqrt{3}$. **C.** $V=3$. **D.** $V=2\sqrt{3}$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 44. Gọi số phức $z=a+bi, (a,b\in\mathbb{R})$ thoả mãn $|z-1|=1$ và $(1+i)(\bar{z}-1)$ có phần thực bằng 1 đồng thời z không là số thực. Khi đó $a.b$ bằng:

A. –2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** –1.

Câu 45. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-65.2^x+64\right)\sqrt{2-\log_3(x+3)}\ge 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 46. Cho các số phức z và w thỏa mãn $(3-i)|z|=\frac{z}{w-1}+1-i$. Tìm giá trị lớn nhất $T=|w+i|$.

A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $0<y\le 2022$ và $3^x+3x-6=9y+\log_3 y^3$

A. 2022. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=5\\y=-1\\z=t\end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB=90°$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN.

A. 2. **B.** 8. **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\left[f(x)\right]^3+2f(x)=1-x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int\limits_{-2}^{1} f(x)\,\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}$, biết $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2.

A. 11. **B.** 305. **C.** 65. **D.** 41.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f\left(x^3+1\right)+3m\right|=1$ có đúng 6 nghiệm là $(a;b)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $b-a=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $b-a=2$. **C.** $b-a=\dfrac{4}{3}$. **D.** $b-a=\dfrac{2}{3}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2D	3A	4A	5A	6C	7B	8B	9B	10A	11B	12B	13C	14D	15D
16D	17C	18C	19B	20A	21B	22D	23D	24C	25A	26A	27C	28C	29B	30D
31B	32D	33A	34B	35A	36D	37B	38C	39B	40A	41B	42D	43C	44B	45C
46A	47D	48A	49C	50D										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

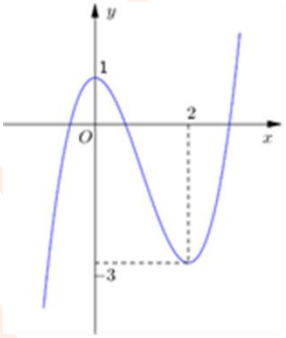
A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(2;0;8)$. **C.** $I(1;0;4)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Theo công thức tính tọa độ trung điểm ta có: $\begin{cases} x_I = \dfrac{x_A + x_B}{2} \\ y_I = \dfrac{y_A + y_B}{2} \\ z_I = \dfrac{z_A + z_B}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = 1 \\ y_I = 0 \\ z_I = 4 \end{cases} \Rightarrow I(1;0;4)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau:



Điểm cực tiểu của hàm số đã cho là:

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có điểm cực tiểu của hàm số đã cho là $x=2$.

Câu 3. Nghiệm của phương trình $\log_3(3x-1)=2$ là

A. $x=\dfrac{10}{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{1}{3}$. **D.** $x=3$.

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $\log_3(3x-1)=2 \Leftrightarrow 3x-1=9 \Leftrightarrow x=\dfrac{10}{3}$.

Câu 4. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M-m$.

A. $M-m=\dfrac{9}{4}$. **B.** $M-m=-\dfrac{9}{4}$. **C.** $M-m=\dfrac{1}{4}$. **D.** $M-m=3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}\Rightarrow f'(x)=\dfrac{3}{(x+1)^2}>0;\forall x\neq -1$

Vậy hàm số luông đồng biến trên đoạn $[0;3]$

Khi đó $m=f(0)=-1;\mathrm{M}=f(3)=\dfrac{5}{4}\Rightarrow M-m=\dfrac{9}{4}$.

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2;3;1)$; $B(1;-1;2)$ và $C(3;1;0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là.

A. $G(2;1;1)$. **B.** $G(-2;1;1)$. **C.** $G(2;-1;1)$. **D.** $G(-2;-1;-1)$.

Lời giải

Chọn A

Theo công thức tính tọa độ trọng tâm ta có: $\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3} \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3} \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x_G=2 \\ y_G=1 \\ z_G=1 \end{cases}\Rightarrow G(2;1;1)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$?

A. $(P_1):3x+2y+z=0$. **B.** $(P_2):x+2y+3z+1=0$.

C. $(P_3):x+2y+3z=0$. **D.** $(P_4):x+2y+3z-1=0$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng cần tìm đi qua điểm $M(1;-2;1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;2;3)$ là $(x-1)+2(y+2)+3(z-1)=0$ hay $x+2y+3z=0$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc trục Oz?

A. $M(-1;1;0)$. **B.** $N(0;0;-2)$. **C.** $P(2;0;0)$. **D.** $Q(0;1;0)$.

Lời giải

Chọn B

Điểm thuộc trục Oz là $N(0;0;-2)$.

Câu 8. Số phức liên hợp của số phức $z=5-7i$ là

A. $\bar{z}=-5+7i$. **B.** $\bar{z}=5+7i$. **C.** $\bar{z}=-5-7i$. **D.** $\bar{z}=5i+7$.

Lời giải

Chọn B

Số phức liên hợp của số phức $z=5-7i$ là $\bar{z}=5+7i$.

Câu 9. Đạo hàm của hàm số $y=4^x$ là

A. $y'=\dfrac{4^x}{\ln 4}$. **B.** $y'=4^x\ln 4$. **C.** $y'=4^x$. **D.** $y'=x4^{x-1}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=4^x\ln 4$.

Câu 10. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x+2}$ là đường thẳng:

A. $y=3$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=3$.

Vậy tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là $y=3$.

Câu 11. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-8x+4y+2z-4=0$ có bán kính R là

A. $R=2$. **B.** $R=5$. **C.** $R=\sqrt{5}$. **D.** $R=25$.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(4;-2;-1)$, bán kính $R=\sqrt{4^2+(-2)^2+(-1)^2+4}=5$.

Câu 12. Tích phân $I=\int_0^2(2x+1)dx$ bằng

A. $I=5$. **B.** $I=6$. **C.** $I=2$. **D.** $I=4$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $I=\int_0^2(2x+1)dx=\left(2.\dfrac{x^2}{2}+x\right)\Big|_0^2=4+2=6$.

Câu 13. Phương trình $8^x=4$ có nghiệm là

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $8^x=4\Leftrightarrow 2^{3x}=2^2\Rightarrow 3x=2\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 14. Nếu $\int_0^1 f(x)dx=2$ và $\int_0^2 f(x)dx=5$ thì $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. -7. **B.** -3. **C.** 7. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int_0^2 f(x)dx=\int_0^1 f(x)dx+\int_1^2 f(x)dx$ nên $\int_1^2 f(x)dx=\int_0^2 f(x)dx-\int_0^1 f(x)dx=5-2=3$.

Câu 15. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

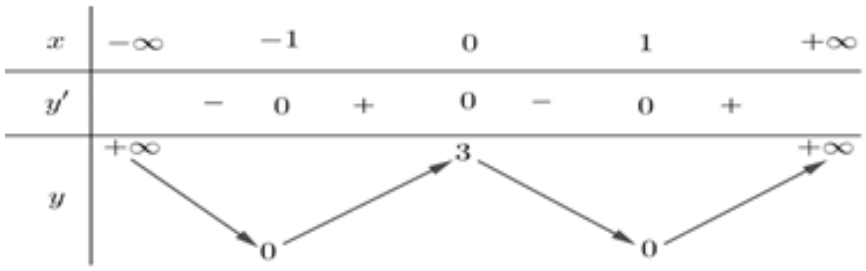
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{4}$. **C.** $V=a^3\sqrt{2}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ là $V=\dfrac{1}{3}.S.h=\dfrac{1}{3}.a^2.a\sqrt{2}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 16. Cho hàm số $f(x)$, có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

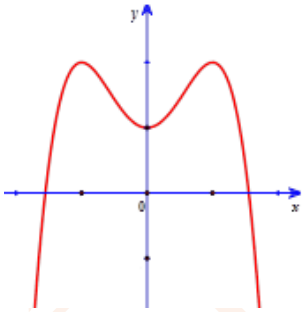
A. $(-1;1)$. **B.** $(0;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 17. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào dạng đồ thị, ta thấy đây là đồ thị của hàm trùng phương với hệ số $a<0$.

Câu 18. Với a là số thực dương tùy ý, $\sqrt[4]{a^3}$ bằng

A. a^{12}. **B.** [illegible]. **C.** $a^{\frac{3}{4}}$. **D.** a^3.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\sqrt[4]{a^3}=a^{\frac{3}{4}}$.

Câu 19. Đồ thị của hàm số $y=4x^4-2x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2+x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. [illegible]. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $4x^4-2x^2+1=x^2+x+1\Leftrightarrow 4x^4-3x^2-x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=0 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Vậy hai đồ thị hàm số có tất cả 3 điểm chung.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)=\cos 3x$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\sin 3x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=-\frac{1}{3}\sin 3x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 3\sin 3x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = -3\sin 3x + C$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int \cos 3x\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\sin 3x + C$.

Câu 21. Công thức diện tích toàn phần của hình nón có bán kính đáy r và đường sinh l là:

A. $S_{tp} = 2\pi r + \pi rl$. **B.** $S_{tp} = \pi r^2 + \pi rl$. **C.** $S_{tp} = 2\pi rl$. **D.** $S_{tp} = \pi r^2 + 2\pi r$.

Lời giải

Chọn B

Theo lý thuyết, diện tích toàn phần của hình nón là $S_{tp} = \pi r^2 + \pi rl$.

Câu 22. Một hình trụ có bán kính đáy $r = 8\text{cm}$ và độ dài đường sinh $l = 5\text{cm}$. Diện tích xung quanh của hình trụ đó bằng

A. $40\pi\text{cm}^2$. **B.** $160\pi\text{cm}^2$. **C.** $20\pi\text{cm}^2$. **D.** $80\pi\text{cm}^2$.

Lời giải

Chọn D

Độ dài đường sinh (l) trong hình trụ cũng là chiều cao (h) của hình trụ.

Diện tích xung quanh của hình trụ là $S_{xq} = 2\pi rh = 2\pi \cdot 8 \cdot 5 = 80\pi\ (\text{cm}^2)$.

Câu 23. Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc toạ độ O và điểm $M(-1;3;2)$?

A. $\vec{u_1} = (1;1;1)$. **B.** $\vec{u_2} = (1;2;1)$. **C.** $\vec{u_3} = (0;1;0)$. **D.** $\vec{u_4} = (1;-3;-2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{MO} = (1;-3;-2)$.

Suy ra $\vec{u} = \overrightarrow{MO} = (1;-3;-2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua gốc toạ độ O và điểm $M(-1;3;2)$.

Câu 24. Trên mặt phẳng toạ độ, điểm biểu diễn số phức $4+\sqrt{3}i$ có toạ độ là

A. $(-4;\sqrt{3})$. **B.** $(4;-\sqrt{3})$. **C.** $(4;\sqrt{3})$. **D.** $(-4;-\sqrt{3})$.

Lời giải

Chọn C

Điểm biểu diễn của số phức $z = 4+\sqrt{3}i$ trên mặt phẳng toạ độ là $(4;\sqrt{3})$.

Câu 25. Một khối lập phương có thể tích bằng 8. Độ dài của cạnh khối lập phương đó bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 6. **D.** $\sqrt{2}$.

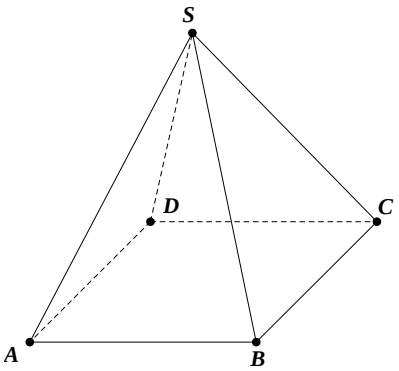
Lời giải

Chọn A

Thể tích khối lập phương là $V = a^3 = 8$.

Suy ra độ dài cạnh của khối lập phương là $a^3 = 8 \Leftrightarrow a = 2$.

Câu 26. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có độ dài cạnh đáy bằng $2a$ và độ dài cạnh bên bằng $3a$ (tham khảo hình bên).

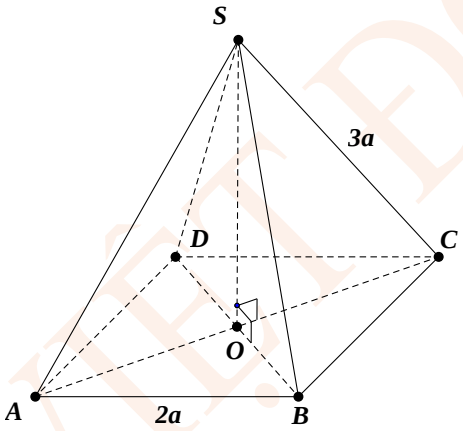


Khoảng cách từ S đến mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $a\sqrt{7}$. **B.** a. **C.** $\sqrt{7}$. **D.** $a\sqrt{11}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$.

Vì $S.ABCD$ là hình chóp tứ giác đều nên $SO \perp (ABCD) \Rightarrow SO \perp OC$ và $SO = d\left(S,(ABCD)\right)$.

$ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ nên $OC = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{1}{2}\sqrt{AB^2 + BC^2} = a\sqrt{2}$.

Suy ra $SO = \sqrt{SC^2 - OC^2} = a\sqrt{7}$.

Vậy $d\left(S,(ABCD)\right) = a\sqrt{7}$.

Câu 27. Cho hàm số $f(x) = 3 - \sin x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)\mathrm{d}x = -\cos x + C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + \sin x + C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x + \cos x + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = 3x - \cos x + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\int f(x)\mathrm{d}x = \int (3 - \sin x)\mathrm{d}x = 3x + \cos x + C$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y - m = 0$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung.

A. $m = 1$. **B.** $m = -1$ hoặc $m = -21$.

C. $m=1$ hoặc $m=21$. **D.** $m=-9$ hoặc $m=31$.

Lời giải

Chọn C

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(2;-1;-2)$ bán kính $R=2$.

Mặt phẳng (P) và mặt cầu (S) có đúng 1 điểm chung khi và chỉ khi $d(I,(P))=R$

$\Leftrightarrow \dfrac{|4.2-3.(-1)+0.(-2)-m|}{\sqrt{4^2+(-3)^2}}=2 \Leftrightarrow \dfrac{|11-m|}{5}=2 \Leftrightarrow |11-m|=10 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=21 \end{array}\right.$.

Vậy $m=1$ hoặc $m=21$.

Câu 29. Chọn ngẫu nhiên một quần bài trong bộ bài tây 52 quân. Xác suất để chọn được một quân 2 bằng

A. $\dfrac{1}{52}$. **B.** $\dfrac{1}{13}$. **C.** $\dfrac{1}{26}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn B

Số cách chọn một quần bài trong bộ bài tây 52 quân là C_{52}^1.

Không gian mẫu là $n(\Omega)=C_{52}^1$.

Gọi A là biến số quân bài chọn được là quân 2. Ta có $n(A)=4$.

Xác suất của biến cố A là $p(A)=\dfrac{n(A)}{n(\Omega)}=\dfrac{4}{C_{52}^1}=\dfrac{1}{13}$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. Phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox là

A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-3}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử Δ là đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox.

Gọi $B=\Delta\cap Ox \Rightarrow B(b;0;0)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=(b-1;2;-1)$ là 1 vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ.

Ta có đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(2;1;-2)$.

Đường thẳng Δ vuông góc với d $\Rightarrow \overrightarrow{AB}\perp\vec{u} \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{u}=0 \Leftrightarrow 2.(b-1)+1.2+(-2).(-1)=0$

$\Leftrightarrow b=-1$.

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(-2;2;-1)//\vec{v}=(2;-2;1)$

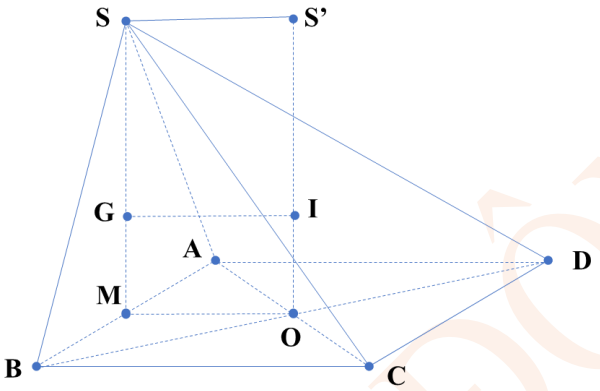
Do đó Δ là đường thẳng đi qua $A(1;-2;1)$ nhận vectơ $\vec{v}=(2;-2;1)$ là 1 vectơ chỉ phương nên có phương trình $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật $AB=3$, $AD=2$. Mặt bên (SAB) là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối cầu ngoại tiếp hình chóp đã cho

A. $V=\dfrac{20\pi}{3}$. **B.** $V=\dfrac{32\pi}{3}$. **C.** $V=\dfrac{10\pi}{3}$. **D.** $V=\dfrac{16\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn B



- Dựng đường thẳng OS' đi qua tâm O vuông góc với $(ABCD)\Rightarrow$ Các điểm nằm trên OS' cách đều các điểm A,B,C,D.

- Gọi G là trọng tâm ΔSAB. Dựng (d) đi qua G và vuông góc với $(SAB)\Rightarrow$ Các điểm nằm trên (d) cách đều các điểm S,A,B.

- (d) cắt OS' tại $I\Rightarrow I$ cách đều các điểm $A,B,C,D,S\Rightarrow I$ là tâm mặt cầu ngoại tiếp $S.ABCD$ với bán kính $R=IC$

$$OC=\frac{AC}{2}=\frac{\sqrt{BC^2+BA^2}}{2}=\frac{\sqrt{2^2+3^2}}{2}=\frac{\sqrt{13}}{2},\ IO=GM=\frac{1}{3}SM=\frac{1}{3}.\frac{3.\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$R=IC=\sqrt{OC^2+OI^2}=\sqrt{\left(\frac{\sqrt{13}}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}=2$$

$\Rightarrow V=\dfrac{4}{3}\pi R^3=\dfrac{4}{3}\pi 2^3=\dfrac{32\pi}{3}$. Chọn **B.**

Câu 32. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2=2$ và $u_3=8$. Giá trị công bội q bằng

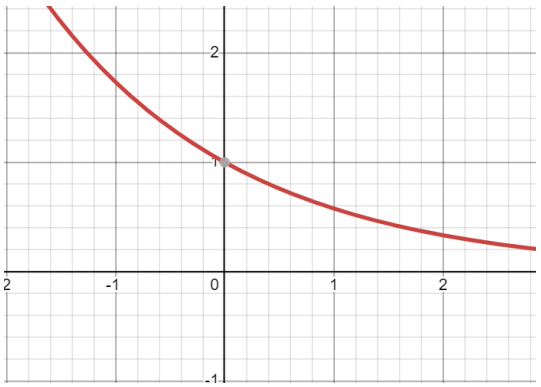
A. 6. **B.** 2. **C.** 8. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D

$q=\dfrac{u_{n+1}}{u_n}=\dfrac{u_3}{u_2}=\dfrac{8}{2}=4$.

Câu 33. Đường cong ở hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^x$. **B.** $y=\left(\frac{\pi}{3}\right)^x$. **C.** $y=3^x$. **D.** $y=x^{-\frac{3}{\pi}}$.

Lời giải

Chọn A

- Hàm số $D=\mathbb{R}\Rightarrow$ Loại. **D.**
- Hàm số nghịch biến $\Rightarrow$ chọn.#A.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 34. Từ một nhóm học sinh gồm 5 nam và 8 nữ, có bao nhiêu cách chọn ra hai học sinh?

A. 13. **B.** C_{13}^2. **C.** $C_5^2+C_8^2$. **D.** A_{13}^2.

Lời giải

Chọn B

Câu 35. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2}<3^{2x+1}$ là

A. $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $(1;+\infty)$.

C. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A

$\left(\frac{1}{3}\right)^{-3x^2}<3^{2x+1}\Leftrightarrow 3^{3x^2}<3^{2x+1}\Leftrightarrow 3x^2<2x+1\Leftrightarrow 3x^2-2x-1<0\Leftrightarrow -\frac{1}{3}<x<1$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $\left(-\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 36. Cho khối cầu có bán kính R. Thể tích V của khối cầu đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=4\pi R^3$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi R^3$. **C.** $V=\frac{3}{4}\pi R^3$. **D.** $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Lời giải

Chọn D

Thể tích của khối cầu đã cho là $V=\frac{4}{3}\pi R^3$.

Câu 37. Một đội thanh niên tình nguyện của trường gồm có 6 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 4 học sinh để cùng các giáo viên đo thân nhiệt cho các học sinh khi đến trường. Xác suất để chọn được 4 học sinh, trong đó số học sinh nam bằng với số học sinh nữ là

A. $\frac{5}{66}$. **B.** $\frac{5}{11}$. **C.** $\frac{6}{11}$. **D.** $\frac{2}{33}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi A là biến cố "Chọn được 4 học sinh, trong đó số học sinh nam bằng với số học sinh nữ".

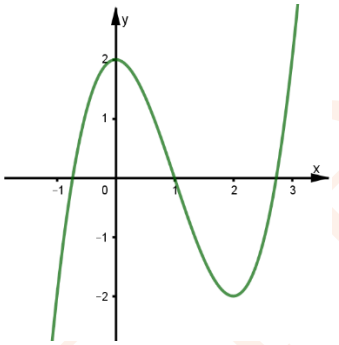
Chọn 2 nam và 2 nữ ta có $C_6^2.C_5^2$ cách chọn

Suy ra $n(A)=C_6^2.C_5^2$.

Số phần tử không gian mẫu $n(\Omega)=C_{11}^4$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{C_6^2.C_5^2}{C_{11}^4}=\frac{5}{11}$.

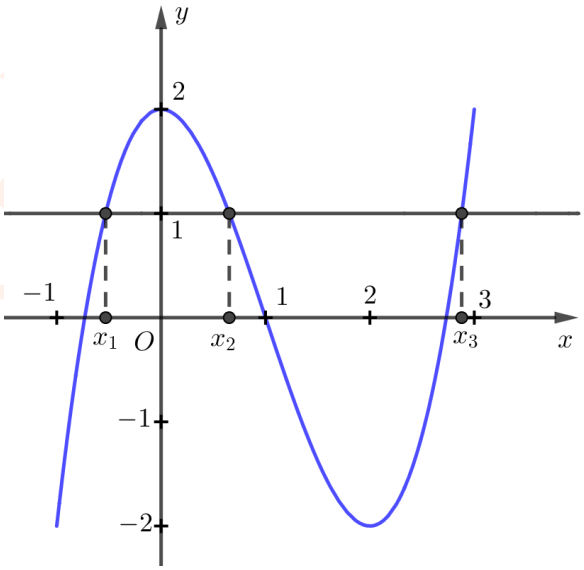
Câu 38. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$.



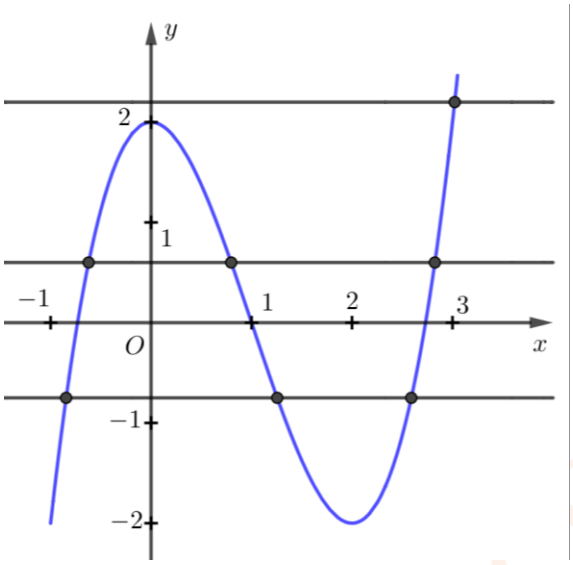
A. 5. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C



Ta có: $f(f(x))=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=x_1\,(-1<x_1<0) \\ f(x)=x_2\,(0<x_2<1) \\ f(x)=x_3\,(2<x_3<3) \end{array}\right.$



Dựa trên đồ thị trên ta có:

Phương trình $f(x)=x_1$ có 3 nghiệm phân biệt

Phương trình $f(x)=x_2$ có 3 nghiệm phân biệt

Phương trình $f(x)=x_3$ có 1 nghiệm

Tất cả các nghiệm đều phân biệt với nhau

Vậy phương trình $f(f(x))=1$ có tổng cộng 7 nghiệm.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 39. Tìm tập xác định D của hàm số $y=(x^2-3x+2)^{-4}$.

A. $D=\mathbb{R}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

C. $D=(2;+\infty)$. **D.** $D=(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số xác định $\Leftrightarrow x^2-3x+2\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq 2\end{cases}$

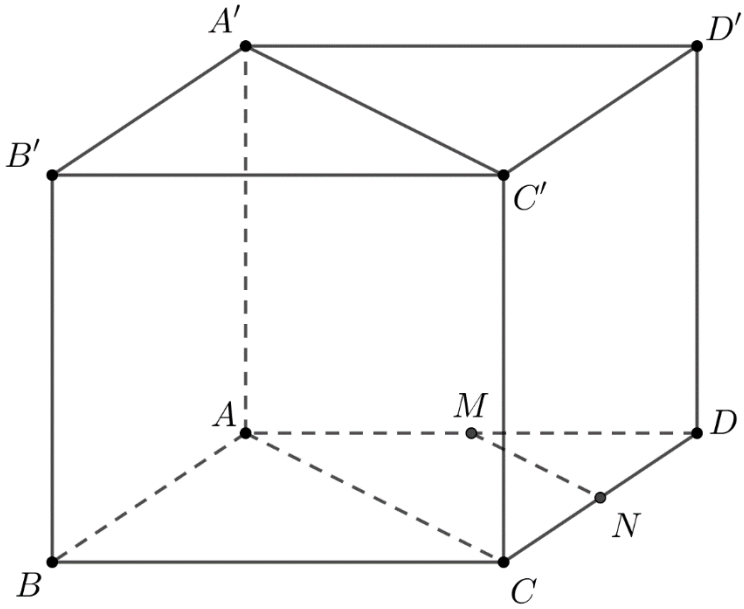
$\Rightarrow$ Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Câu 40. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AD,CD. Góc giữa hai đường thẳng MN và $B'C'$ là

A. 45°. **B.** 90°. **C.** 60°. **D.** 30°.

Lời giải

Chọn A



Ta có : $\begin{cases} MN \,//\, AC \\ AC \,//\, A'C' \end{cases} \Rightarrow MN \,//\, A'C'$

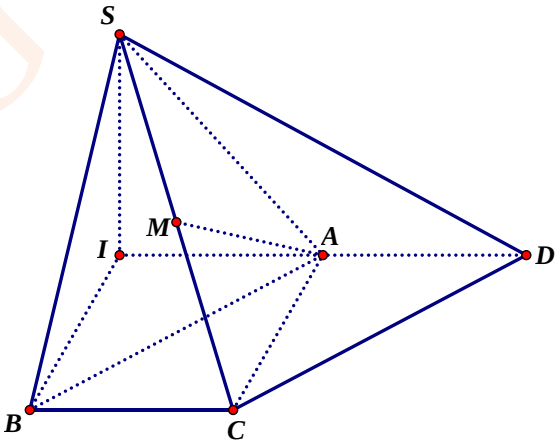
$\Rightarrow (B'C', MN) = (B'C', A'C') = B'C'A' = 45°$.

Câu 41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Biết tam giác ABC là tam giác vuông cân tại C, $AC = a; SCD = SBC = 90^0$. Gọi M là trung điểm của SC; $AM = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

A. $\dfrac{a^3}{6}$. **B.** $\dfrac{a^3}{3}$. **C.** a^3. **D.** $\dfrac{a^3}{2}$.

Lời giải

Chọn B



Dựng $SI \perp (ABC)$ tại I. Ta có: $\begin{cases} BC \perp SI \\ BC \perp SB \end{cases} \Rightarrow BC \perp BI$.

Tương tự ta cũng có $\begin{cases} CD \perp SC \\ CD \perp SI \end{cases} \Rightarrow CD \perp IC$

ABC là tam giác vuông cân tại $C \Rightarrow ABCI$ là hình vuông

$\Rightarrow BI = BC = CA = a$, $DC = AB = a\sqrt{2}$.

Ta có $AC = BC = a$ nên $S_{ABC} = \frac{1}{2}CA.CB = \frac{1}{2}a^2 \Rightarrow S_{ABCD} = 2S_{ABC} = a^2$

Ta có: $\begin{cases} CA \perp AI \\ CA \perp SI \end{cases} \Rightarrow CA \perp SA$

$SC = 2\,AM = a\sqrt{3}$ và $IC = a\sqrt{2}$

$SI = \sqrt{SC^2 - IC^2} = a$

$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}a.a^2 = \frac{a^3}{3}$.

Câu 42. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 0; x = \pi$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ bằng $x\,(0 \le x \le \pi)$ là một tam giác đều cạnh là $2\sqrt{\sin x}$

A. $V = 3\pi$. **B.** $V = 2\pi\sqrt{3}$. **C.** $V = 3$. **D.** $V = 2\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn D

$S(x) = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(2\sqrt{\sin x}\right)^2 = \sqrt{3}\sin x$.

$V = \int_a^b S(x)\,dx = \int_0^\pi \left(\sqrt{3}\sin x\right)dx = 2\sqrt{3}$.

Câu 43. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y' = \frac{m^2-9}{(x+m)^2}, \forall x \ne -m$.

• Xét $m = \pm 3$:

Khi đó $y' = 0, \forall x \ne -m$ nên hàm số đã cho là hàm hằng trên các khoảng xác định. Suy ra $m = \pm 3$ không thỏa mãn.

• Xét $m \ne \pm 3$:

Khi đó hàm số $y = \frac{mx+9}{x+m}$ nghịch biến trên $(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} y' < 0, \forall x \in (2;+\infty) \\ -m \notin (2;+\infty), \forall x \in (2;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 9 < 0 \\ -m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in (-3;3) \\ m \ge -2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in [-2;3)$.

Vậy có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn.

Câu 44. Gọi số phức $z = a + bi, (a,b \in \mathbb{R})$ thoả mãn $|z-1| = 1$ và $(1+i)(\bar{z}-1)$ có phần thực bằng 1 đồng thời z không là số thực. Khi đó $a.b$ bằng:

A. -2. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z-1| = 1 \Leftrightarrow |a+bi-1| = 1 \Leftrightarrow (a-1)^2 + b^2 = 1$ (1).

Ta có $(1+i)(\bar{z}-1)=(1+i)(a-1-bi)=a-1+b+(a-1-b)i$.

Suy ra $a-1+b=1\Rightarrow a-1=1-b$ (2)

Thế (2) và (1) ta được $(1-b)^2+b^2=1\Leftrightarrow 2b^2-2b=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}b=0\Rightarrow a=2\Rightarrow z=2\\b=1\Rightarrow a=1\Rightarrow z=1+i\end{array}\right.$.

Vì z không là số thực nên $z=1+i\Rightarrow a.b=1$.

Câu 45. Tập nghiệm của bất phương trình $\left(4^x-65.2^x+64\right)\sqrt{2-\log_3(x+3)}\ge 0$ có tất cả bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** Vô số. **C.** 4. **D.** 2.

Lời giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x+3>0\\2-\log_3(x+3)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -3<x\le 6$.

Ta có:

$$\left(4^x-65.2^x+64\right)\sqrt{2-\log_3(x+3)}\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-\log_3(x+3)=0\\\begin{cases}4^x-65.2^x+64\ge 0\\2-\log_3(x+3)>0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\\begin{cases}\left[\begin{array}{l}2^x\le 1\\2^x\ge 64\end{array}\right.\\-3<x<6\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=6\\-3<x\le 0\end{array}\right.$$

Tập nghiệm của bất phương trình là $(-3;0]\cup\{6\}$.

Có 4 số nguyên thỏa mãn là $\{-2;-1;0;6\}$.

Câu 46. Cho các số phức z và w thỏa mãn $(3-i)|z|=\dfrac{z}{w-1}+1-i$. Tìm giá trị lớn nhất $T=|w+i|$.

A. $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Điều kiện: $w\ne 1$.

Ta có:

$$(3-i)|z|=\frac{z}{w-1}+1-i\Leftrightarrow 3|z|-1+(1-|z|)i=\frac{z}{w-1}\Rightarrow\sqrt{(3|z|-1)^2+\left((1-|z|)\right)^2}=\frac{|z|}{|w-1|}$$

$$\Rightarrow|w-1|=\frac{|z|}{\sqrt{(3|z|-1)^2+\left((1-|z|)\right)^2}}=\frac{|z|}{\sqrt{10|z|^2-8|z|+2}}$$

Đặt $t=|z|,\ t>0$ vì $|w-1|\ne 0$.

Xét $f(t)=\dfrac{t}{\sqrt{10t^2-8t+2}}=\dfrac{1}{\sqrt{10-8\frac{1}{t}+2\frac{1}{t^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{2\left(\frac{1}{t}-2\right)^2+2}}\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}$

Dấu "=" xảy ra khi $t=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow|z|=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra $|w-1|\le\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$T=|w+i|=|w-1+1+i|\le|w-1|+|1+i|\le\frac{\sqrt{2}}{2}+\sqrt{2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Dấu "=" xảy ra khi $\begin{cases}w=\frac{3}{2}+\frac{1}{2}i\\ z=\frac{1}{2}i\end{cases}$. Vậy giá trị lớn nhất của $|w+i|$ bằng $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Câu 47. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $0<y\le 2022$ và $3^x+3x-6=9y+\log_3 y^3$

A. 2022. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

$3^x+3x-6=9y+\log_3 y^3\Leftrightarrow 3^{x-1}+x-2=3y+\log_3 3y-1\Leftrightarrow 3^{x-1}+x-1=3^{\log_3 3y}+\log_3 3y\,(1)$

Xét hàm số $f(t)=3^t+t\Rightarrow f'(t)=3^t\ln 3+1>0\ \forall t\in\mathbb{R}$

$\Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Khi đó $(1)\Leftrightarrow x-1=\log_3 3y\Leftrightarrow x=\log_3 9y$

Ta có $\begin{cases}0<y\le 2022\\ y\in\mathbb{Z}\end{cases}\Rightarrow 2\le\log_3 9y<\log_3 2022+2\Leftrightarrow 2\le x<\log_3 2022+2$

Mà $x\in\mathbb{Z}\Rightarrow x\in\{2;3;...;8\}$ nên có 7 cặp (x,y).

Câu 48. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4)$, $B(-2;6;4)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=5\\ y=-1\\ z=t\end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $AMB=90°$ và N là điểm di động thuộc d. Tìm giá trị nhỏ nhất của MN.

A. 2. **B.** 8. **C.** $\sqrt{73}$. **D.** $5\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-6;8;0)\Rightarrow AB=10$ và $I(1;2;4)$ là trung điểm của AB.

Gọi (S) là mặt cầu đường kính AB. Khi đó $(S):(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=25$.

Do tam giác AMB vuông tại M nên M thuộc mặt cầu đường kính AB.

Gọi (C) là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (Oxy).

Do M thuộc mặt cầu (S) và mặt phẳng (Oxy) nên $M\in(C)$.

Ta có $(C):\begin{cases}I'(1;2;0)\\ r=\sqrt{R^2-d^2(I,(Oxy))}=3\end{cases}$

Do $(C)\subset(Oxy)$ và $d\perp(Oxy)$ nên MN đạt giá trị nhỏ nhất khi $N=d\cap(Oxy)\Rightarrow N(5;-1;0)$

$\Rightarrow NI'=5$.

Ta có $MN\ge|MI'-I'N|=2$.

Đẳng thức xảy ra khi M,I',N thẳng hàng và M nằm giữa I' và N.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\left[f(x)\right]^3+2f(x)=1-x$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Tích phân $\int\limits_{-2}^{1}f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{a}{b}$, biết $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính a^2+b^2.

A. 11. **B.** 305. **C.** 65. **D.** 41.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t=f(x)$ ta có $t^3+2t=1-x\Rightarrow(3t^2+2)\mathrm{d}t=-\mathrm{d}x\Leftrightarrow\mathrm{d}x=-(3t^2+2)\mathrm{d}t$.

Đổi cận $\begin{cases}x=-2\Rightarrow t=1\\ x=1\ \Rightarrow t=0\end{cases}$.

$$I=\int\limits_{-2}^{1}f(x)\mathrm{d}x=-\int\limits_{1}^{0}t(3t^2+2)\mathrm{d}t=\int\limits_{0}^{1}(3t^3+2t)\mathrm{d}t=\left(\frac{3}{4}t^4+t^2\right)\Big|_0^1=\frac{7}{4}.$$

Vậy $a^2+b^2=7^2+4^2=65$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f(x^3+1)+3m\right|=1$ có đúng 6 nghiệm là $(a;b)$. Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. $b-a=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $b-a=2$. **C.** $b-a=\dfrac{4}{3}$. **D.** $b-a=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

$$\left|f(x^3+1)+3m\right|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x^3+1)+3m=1\\ f(x^3+1)+3m=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x^3+1)=1-3m\\ f(x^3+1)=-1-3m\end{array}\right.\quad(*).$$

Đặt $t=x^3+1$; ứng với mỗi t có một giá trị x. $(*)$ trở thành: $\left[\begin{array}{l}f(t)=1-3m\\ f(t)=-1-3m\end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow\begin{cases}-3<1-3m<1\\ -3<-1-3m<1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0<m<\dfrac{4}{3}\\ -\dfrac{2}{3}<m<\dfrac{2}{3}\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<\dfrac{2}{3}$.

Vậy $a=0;b=\dfrac{2}{3}$.

---------- **HẾT** ----------

CHUYÊN LAM SƠN
THANH HOÁ

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 2
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập $A=\{2,3,4,5,6\}$

A. C_5^4. **B.** C_6^4. **C.** A_5^4. **D.** A_6^4.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=8$ và $u_2=4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 3: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3+3x$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^4-3x^2+1$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

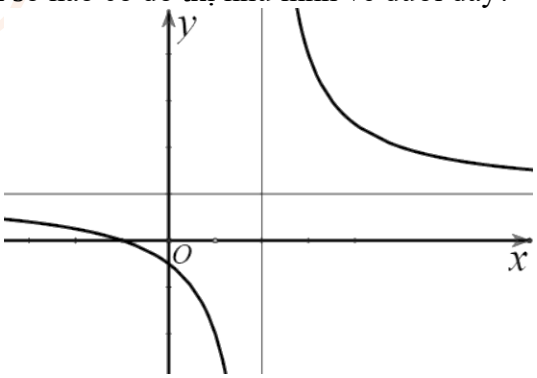
Câu 5: Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 6: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{5x-1}{x+2}$?

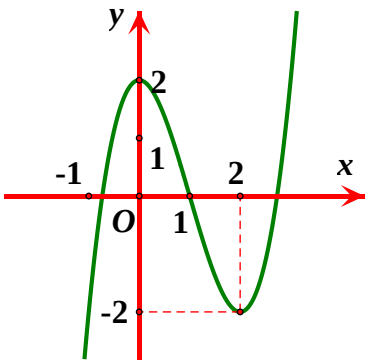
A. $y=5$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?



A. $y=x^3+x^2-x+1$. **B.** $y=\sqrt{x}$. **C.** $y=\frac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\log_3 x$.

Câu 8: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Câu 10: Hàm số $f(x)=2^{x+4}$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=2^{x+4}.\ln 2$. **B.** $f'(x)=4.2^{x+4}.\ln 2$. **C.** $f'(x)=\dfrac{2^{x+4}}{\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{4.2^{x+4}}{\ln 2}$.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\log(x-1)-\log(2x+3)=0$ là

A. $\left\{-4;\dfrac{2}{3}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-4\}$. **D.** $\varnothing$.

Câu 12: Trên khoảng $(-\infty;-2)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x+2}$ là

A. $\dfrac{1}{x+2}+C$. **B.** $\ln|x+2|+C$. **C.** $\dfrac{-1}{(x+2)^2}+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln|x+2|+C$.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x=f(x)+C$. **B.** $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

C. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\forall\alpha\neq-1$. **D.** $\int a^{x}\mathrm{d}x=a^{x}\ln a+C\ (0<a\neq 1)$.

Câu 14: Tích phân $\int\limits_0^1 \mathrm{e}^{3x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\mathrm{e}^3+\dfrac{1}{2}$. **B.** $\mathrm{e}-1$. **C.** $\dfrac{\mathrm{e}^3-1}{3}$. **D.** e^3-1.

Câu 15: Xét $I=\int\limits_0^1 2x\left(x^2+2\right)^{2022}dx$, nếu đặt $u=x^2+2$ thì I bằng

A. $\int\limits_2^3 u^{2022}du$. **B.** $\int\limits_0^1 u^{2022}du$. **C.** $2\int\limits_2^3 u^{2022}du$. **D.** $\dfrac{1}{2}\int\limits_2^3 u^{2022}du$.

Câu 16: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z.

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=2+6i$. Tích $z_1.z_2$ bằng

A. $-10+2i$. **B.** $2-12i$. **C.** $14-10i$. **D.** $14+2i$.

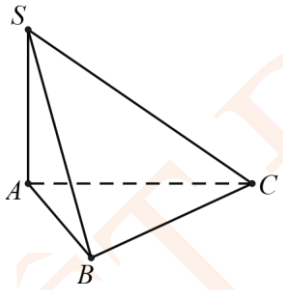
Câu 18: Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\overline{z_1z_2}=\overline{z_1}.\overline{z_2}$. **B.** $|z_1z_2|=|z_1|.|z_2|$. **C.** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$. **D.** $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$.

Câu 19: Một khối lăng trụ có thể tích bằng V, diện tích mặt đáy bằng S. Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

A. $\frac{S}{V}$. **B.** $\frac{3V}{S}$. **C.** $\frac{V}{S}$. **D.** $\frac{S}{3V}$.

Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Câu 21: Cho hình nón có bán kính đáy $R=\sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l=4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq}=12\pi$. **B.** $S_{xq}=4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq}=\sqrt{39}\pi$. **D.** $S_{xq}=8\sqrt{3}\pi$.

Câu 22: Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của khối trụ đó bằng a và chiều cao bằng $2a$

A. $2\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $2\pi a^2$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(0;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P):3x-4y+7z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases}x=3+t\\y=-4+2t\\z=7+3t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3+7t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

C. $\begin{cases}x=1-3t\\y=2-4t\\z=3+7t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases}x=1-4t\\y=2+3t\\z=3+7t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;0)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=2$. **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=4$.

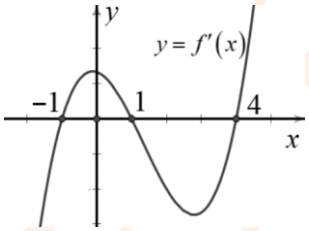
Câu 26: Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{2\times 6!}$. **C.** $\frac{2}{7!}$. **D.** $\frac{1}{7!}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=\sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ như sau



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 29: Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108-x^2$ (gam). Hỏi nên thả bao nhiêu con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên đó để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 30: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_3 a+\log_3 b=\log_9(ab)$. Tính giá trị của ab.

A. $ab=1$. **B.** $ab=2$. **C.** $ab=\frac{1}{2}$. **D.** $ab=0$.

Câu 31: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 32: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2}<5^{5x+2}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (2x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $f(0)=3f(1)$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-5$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=5$.

Câu 34: Tìm số phức z thỏa mãn $\overline{z}+2z=9-2i$.

A. $z=3+2i$. **B.** $z=3+i$. **C.** $z=3-2i$. **D.** $z=2-3i$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-2}{-3}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P):x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;0;-1)$. **B.** $M(5;-1;-3)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox,Oy,Oz lần lượt tại A,B,C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(7;-1;2)$ và mặt phẳng $(P):x-2y+2z-6=0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\dfrac{49}{9}$. **B.** $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\dfrac{7}{3}$.

C. $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\dfrac{49}{9}$. **D.** $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\dfrac{7}{3}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh $BA'=a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{a}{3}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{2a}{3}$.

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm tích các phần tử của S.

A. 2. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** $\dfrac{-1}{5}$. **D.** -2.

Câu 40: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a\left(x^2-x-2\right)>\log_a\left(-x^2+2x+3\right)$. Biết $S=(m;n)$ và $\dfrac{7}{3}$ thuộc S, tính $m+n$.

A. $m+n=\dfrac{13}{3}$. **B.** $m+n=\dfrac{7}{2}$. **C.** $m+n=\dfrac{11}{3}$. **D.** $m+n=\dfrac{9}{2}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn:

$$2\cos x.f\left(1+4\sin x\right)-\sin 2x.f\left(3-2\cos 2x\right)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x,\ \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó $I=\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=2$ và $|\overline{z}+4|+|z-4|=10$?

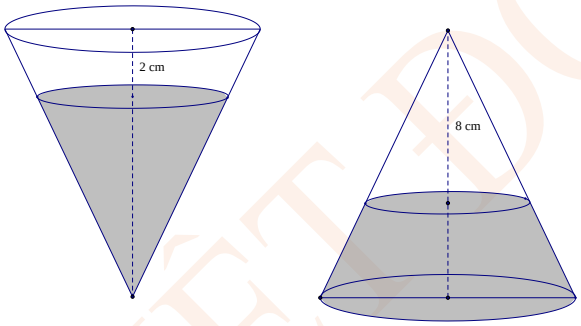
A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60^0. Gọi H là trung điểm của đoạn AB. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. **B.** Thể tích khối chóp $B.SHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

C. Thể tích khối chóp $S.AHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{64}$. **D.** Không tồn tại hình chóp đã cho.

Câu 44: Một cái bình thủy tinh có phần không gian bên trong là một hình nón có đỉnh hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng. Rót nước vào bình cho đến khi phần không gian trống trong bình có chiều cao 2 cm. Sau đó đậy kín miệng bình bởi một cái nắp phẳng và lật ngược bình để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng, khi đó mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm (hình vẽ minh họa bên dưới).



Biết chiều cao của nón là $h=a+\sqrt{b}$ cm. Tính $T=a+b$.

A. 22. **B.** 58. **C.** 86. **D.** 72.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;0;0)$, điểm $M\left(\frac{7}{9};\frac{4}{9};\frac{4}{9}\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. $N(a,b,c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng:

A. 2. **B.** -2. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{-5}{2}$.

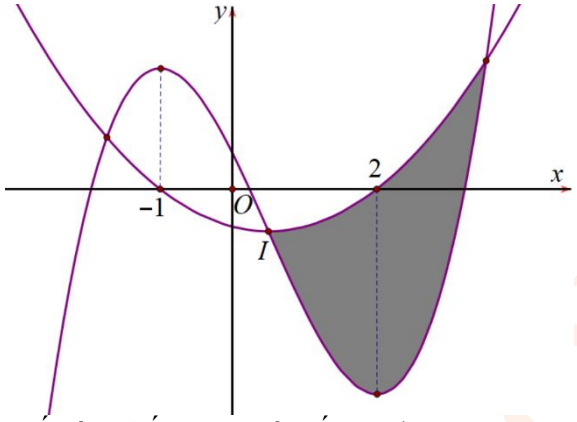
Câu 46: Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+(m-1)x^2+2x-m+2022$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021;2022]$ để hàm số $y=\left|f(x-2021)-2022\right|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 4040. **D.** 2023

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m\left(e^x-1\right).\ln(mx+1)+2e^x=e^{2x}+1$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

A. 26. **B.** 27. **C.** 29. **D.** 28.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thoả mãn $18x_1x_2x_3 = -55$ (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

A. 5,7. **B.** 5,9. **C.** 6,1. **D.** 6,3.

Câu 49: Cho M, N, P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = 5|\overline{z_1}|$, $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|$, $|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P không thẳng hàng, giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi p của tam giác MNP là

A. $\frac{10\sqrt{5}}{9}$. **B.** $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{5\sqrt{11}}{13}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) có phương trình $(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}$, $(d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}$, $(d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}$. $S(I;R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1. **B.** 2,2. **C.** 2,3. **D.** 2,4.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.B	4.D	5.C	6.D	7.C	8.A	9.A	10.A
11.D	12.B	13.D	14.C	15.A	16.C	17.D	18.D	19.C	20.D
21.B	22.A	23.A	24.B	25.C	26.C	27.C	28.A	29.A	30.A
31.A	32.C	33.A	34.C	35.D	36.C	37.C	38.C	39.C	40.D
41.B	42.C	43.C	44.C	45.B	46.A	47.D	48.A	49.B	50.A

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ tập $A=\{2,3,4,5,6\}$

A. C_5^4. **B.** C_6^4. **C.** A_5^4. **D.** A_6^4.

Lời giải

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ A là A_5^4.

Câu 2: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=8$ và $u_2=4$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Ta có $u_2=u_1.q \Rightarrow q=\frac{u_2}{u_1}=\frac{1}{2}$.

Câu 3: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3+3x$. **C.** $y=\frac{x-1}{x+1}$. **D.** $y=x^4-3x^2+1$.

Lời giải

Nhận xét $y=x^3+3x$ có $y'=3x^2+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số $y=x^3+3x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=-3$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Qua bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-2$.

Câu 5: Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có mấy điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Hàm số $y=x^4-x^2+3$ có $ab=1.(-1)=-1<0$, suy ra hàm số $y=x^4-x^2+3$ có 3 điểm cực trị.

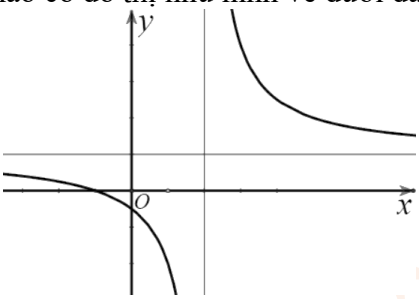
Câu 6: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{5x-1}{x+2}$?

A. $y=5$. **B.** $x=5$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{5x-2}{x+2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{5x-2}{x+2}=-\infty$ nên đồ thi có TCĐ: $x=-2$.

Câu 7: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị như hình vẽ dưới đây?

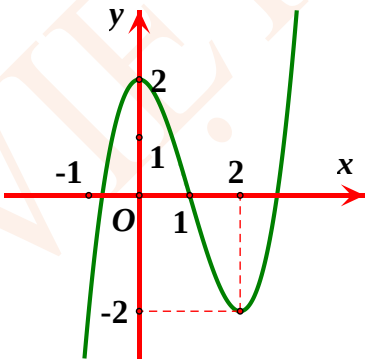


A. $y=x^3+x^2-x+1$. **B.** $y=\sqrt{x}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\log_3 x$.

Lời giải

Dễ nhận thấy dạng đồ thị cho trong bài là của hàm số dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.

Câu 8: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ là:



A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Kẻ đường thẳng $y=1$ ta thấy đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt. Như vậy số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ là 3.

Câu 9: Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{3}{5}}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[1;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Lời giải

Điều kiện xác định: $x-1>0\Leftrightarrow x>1$.

Vậy tập xác định của hàm số là: $D=(1;+\infty)$.

Câu 10: Hàm số $f(x)=2^{x+4}$ có đạo hàm là

A. $f'(x)=2^{x+4}.\ln 2$. **B.** $f'(x)=4.2^{x+4}.\ln 2$. **C.** $f'(x)=\dfrac{2^{x+4}}{\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{4.2^{x+4}}{\ln 2}$.

Lời giải

Áp dụng công thức $\left(a^u\right)' = a^u.\ln a.u'$.

Ta có $f'(x) = \left(2^{x+4}\right)' = 2^{x+4}.\ln 2.(x+4)' = 2^{x+4}.\ln 2$.

Câu 11: Tập nghiệm của phương trình $\log(x-1) - \log(2x+3) = 0$ là

A. $\left\{-4; \frac{2}{3}\right\}$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\{-4\}$. **D.** $\varnothing$.

Lời giải

Ta có phương trình đã cho $\Leftrightarrow \begin{cases} x-1 = 2x+3 \\ x>1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ x>1 \end{cases}$

Phương trình trên vô nghiệm.

Câu 12: Trên khoảng $(-\infty;-2)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x+2}$ là

A. $\frac{1}{x+2}+C$. **B.** $\ln|x+2|+C$. **C.** $\frac{-1}{(x+2)^2}+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln|x+2|+C$.

Lời giải

Áp dụng công thức: $\int \frac{1}{ax+b}\mathrm{d}x = \frac{1}{a}\ln|ax+b|+C$, ta có $\int \frac{1}{x+2}\mathrm{d}x = \ln|x+2|+C$.

Câu 13: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai?**

A. $\int f'(x)\mathrm{d}x = f(x)+C$. **B.** $\int \cos x\mathrm{d}x = \sin x + C$.

C. $\int x^\alpha \mathrm{d}x = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C, \forall \alpha \neq -1$. **D.** $\int a^x \mathrm{d}x = a^x \ln a + C \ (0<a\neq 1)$.

Lời giải

Ta có $\int a^x \mathrm{d}x = \frac{a^x}{\ln a}+C \ (0<a\neq 1)$ nên phương án $\int a^x \mathrm{d}x = a^x \ln a + C \ (0<a\neq 1)$ sai.

Câu 14: Tích phân $\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\mathrm{d}x$ bằng

A. $\mathrm{e}^3+\frac{1}{2}$. **B.** $\mathrm{e}-1$. **C.** $\frac{\mathrm{e}^3-1}{3}$. **D.** e^3-1.

Lời giải

Ta có $\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\mathrm{d}x = \frac{1}{3}\int_0^1 \mathrm{e}^{3x}\mathrm{d}(3x) = \frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x}\Big|_0^1 = \frac{\mathrm{e}^3-1}{3}$.

Câu 15: Xét $I = \int_0^1 2x\left(x^2+2\right)^{2022} dx$, nếu đặt $u = x^2+2$ thì I bằng

A. $\int_2^3 u^{2022}du$. **B.** $\int_0^1 u^{2022}du$. **C.** $2\int_2^3 u^{2022}du$. **D.** $\frac{1}{2}\int_2^3 u^{2022}du$.

Lời giải

Xét $I = \int_0^1 2x\left(x^2+2\right)^{20202} dx = \int_0^1 \left(x^2+2\right)^{2022} d\left(x^2+2\right)$

Đặt $u=x^2+2$. Đổi cận: $x=0\Rightarrow u=2$; $x=1\Rightarrow u=3$. Khi đó $I=\int_2^3 u^{2022}du$

Câu 16: Cho số phức $z=3-2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z.

A. -2. **B.** $2i$. **C.** 2. **D.** $-2i$.

Lời giải

Số phức liên hợp của z là $\bar{z}=3+2i$.

Vậy phần ảo của số phức liên hợp của z là 2.

Câu 17: Cho hai số phức $z_1=1-2i$, $z_2=2+6i$. Tích $z_1.z_2$ bằng

A. $-10+2i$. **B.** $2-12i$. **C.** $14-10i$. **D.** $14+2i$.

Lời giải

Ta có $z_1.z_2=(1-2i)(2+6i)=14+2i$.

Câu 18: Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $\overline{z_1z_2}=\overline{z_1}.\overline{z_2}$. **B.** $|z_1z_2|=|z_1|.|z_2|$. **C.** $\overline{z_1+z_2}=\overline{z_1}+\overline{z_2}$. **D.** $|z_1+z_2|=|z_1|+|z_2|$.

Lời giải

Giả sử $z_1=a+bi$, $z_2=c+di$ $(a,b,c,d\in\mathbb{R})$, ta có

$|z_1+z_2|=\sqrt{(a+c)^2+(b+d)^2}$ mà $|z_1|+|z_2|=\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{c^2+d^2}$

Vậy về tổng quát $|z_1+z_2|\neq|z_1|+|z_2|$.

Câu 19: Một khối lăng trụ có thể tích bằng V, diện tích mặt đáy bằng S. Chiều cao của khối lăng trụ đó bằng

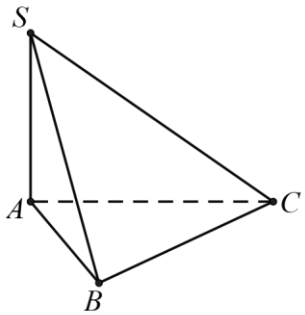
A. $\frac{S}{V}$. **B.** $\frac{3V}{S}$. **C.** $\frac{V}{S}$. **D.** $\frac{S}{3V}$.

Lời giải

Gọi h là chiều cao của khối lăng trụ.

Ta có thể tích khối lăng trụ là $V=S.h\Leftrightarrow h=\frac{V}{S}$.

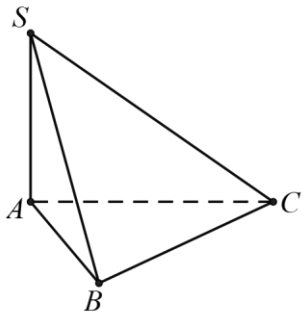
Câu 20: Cho khối chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a, $SA\perp(ABC)$, $SA=a$ (tham khảo hình vẽ bên dưới).



Thể tích của khối chóp đã cho bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{6}$. **C.** $\sqrt{3}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$.

Lời giải



Vì $SA \perp (ABC)$ nên ta có SA là đường cao của hình chóp hay $h = SA = a$.

Do đáy của hình chóp là tam giác đều cạnh a nên ta có: $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Khi đó thể tích của khối chóp đã cho là: $V = \dfrac{1}{3}S.h = \dfrac{1}{3}.\dfrac{\sqrt{3}a^2}{4}.a = \dfrac{\sqrt{3}a^3}{12}$ (đvtt).

Câu 21: Cho hình nón có bán kính đáy $R = \sqrt{3}$ và độ dài đường sinh $l = 4$. Tính diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho.

A. $S_{xq} = 12\pi$. **B.** $S_{xq} = 4\sqrt{3}\pi$. **C.** $S_{xq} = \sqrt{39}\pi$. **D.** $S_{xq} = 8\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

Ta có $S_{xq} = \pi Rl$. Nên $S_{xq} = \pi\sqrt{3}.4 = 4\sqrt{3}\pi$.

Câu 22: Tính thể tích của khối trụ biết bán kính đáy của khối trụ đó bằng a và chiều cao bằng $2a$

A. $2\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $4\pi a^3$. **D.** $2\pi a^2$.

Lời giải

Thể tích khối trụ là $V = \pi r^2 h = \pi a^2.2a = 2\pi a^3$.

Câu 23: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz) là

A. $M(0;2;3)$. **B.** $N(1;0;3)$. **C.** $P(1;0;0)$. **D.** $Q(0;2;0)$.

Lời giải

Hình chiếu của điểm $M(x;y;z)$ lên mặt phẳng (Oyz) là $M'(0;y;z)$

Nên $M(0;2;3)$ là hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng (Oyz).

Câu 24: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y + 7z + 2 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + t \\ y = -4 + 2t \\ z = 7 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 2 - 4t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. **D.** $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 7t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

Lời giải

Gọi $\vec{u}_\Delta$ là véc tơ chỉ phương của đường thẳng (Δ) thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ta có véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P): $\vec{n}_p=(3;-4;7)$.

Vì $\begin{cases}(\Delta)\perp(P)\\A\in(\Delta)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\vec{u}_\Delta=\vec{n}_p=(3;-4;7)\\A(1;2;3)\in(\Delta)\end{cases}\Rightarrow(\Delta):\begin{cases}x=1+3t\\y=2-4t\\z=3+7t\end{cases}(t\in\mathbb{R}).$

Câu 25: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;0;0)$ và bán kính bằng 2 có phương trình là

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=2$. **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=4$.

Lời giải

Phương trình mặt cầu có tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R có dạng:

$(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2$

Mà tâm $I(1;0;0)$ và bán kính $R=2$ nên $(x-1)^2+y^2+z^2=4$.

Câu 26: Một em bé có bộ 7 thẻ chữ, trên mỗi thẻ có ghi một chữ cái, trong đó có 2 thẻ chữ T giống nhau, một thẻ chữ H, một thẻ chữ P, một thẻ chữ C, một thẻ chữ L và một thẻ chữ S. Em bé xếp theo hàng ngang ngẫu nhiên 7 thẻ đó. Xác suất em bé xếp được dãy theo thứ tự THPTCLS là

A. $\frac{1}{7}$. **B.** $\frac{1}{2\times 6!}$. **C.** $\frac{2}{7!}$. **D.** $\frac{1}{7!}$.

Lời giải

Hoán vị 7 chữ cái này ta được 1 dãy 7 chữ cái, tuy nhiên trong đó có 2 chữ T giống nhau nên khi hoán vị 2 chữ T này cho nhau không tạo dãy mới.

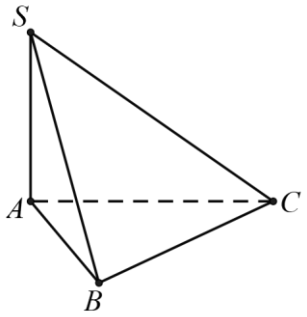
Vì vậy sẽ có: $|\Omega|=\frac{7!}{2!}$ dãy khác nhau.

Xác suất để tạo thành dãy THPTCLS là $P=\frac{1}{\frac{7!}{2!}}=\frac{2}{7!}$.

Câu 27: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông tại B, $AB=3a$, $BC=\sqrt{3}a$; SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=2a$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng đáy (ABC) bằng

A. 60°. **B.** 45°. **C.** 30°. **D.** 90°.

Lời giải

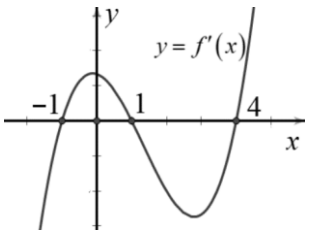


Ta có $SA\perp(ABC)$ nên góc giữa SC và (ABC) bằng ACS.

$AC=\sqrt{AB^2+BC^2}=\sqrt{9a^2+3a^2}=2a\sqrt{3}$.

Suy ra $\tan ACS = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{2a}{2a\sqrt{3}} = \dfrac{1}{\sqrt{3}} \Rightarrow ACS = 30^\circ$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau



Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có

$f'(x) > 0 \Leftrightarrow x \in (-1;1) \cup (4;+\infty)$ và $f'(x) < 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;-1) \cup (1;4)$.

Do đó hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-1;1)$ và $(4;+\infty)$, nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;4)$.

Vậy hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;4)$ là đúng.

Câu 29: Khi nuôi tôm trong một hồ tự nhiên, một nhà khoa học đã thống kê được rằng: nếu trên mỗi mét vuông mặt hồ thả x con tôm giống thì cuối vụ mỗi con tôm có cân nặng trung bình là $108 - x^2$ (gam). Hỏi nên thả bao nhiêu con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ tự nhiên đó để cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất.

A. 6. **B.** 7. **C.** 8. **D.** 9.

Lời giải

Sau một vụ lượng tôm trung bình trên mỗi m^2 mặt hồ nặng $x(108 - x^2) = 108x - x^3$ (gam)

Xét hàm số $f(x) = 108x - x^3$ trên khoảng $(0;+\infty)$ ta có

$f'(x) = 108 - 3x^2$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 108 - 3x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 6 \\ x = -6 < 0 \end{array}\right.$

x	0		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$f(6)$	↘	

Trên khoảng $(0;+\infty)$ hàm số $f(x) = 108x - x^3$ đạt GTLN tại $x = 6$.

Vậy nên thả 6 con tôm giống trên mỗi mét vuông mặt hồ thì cuối vụ thu hoạch được nhiều tôm nhất. Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 30: Xét tất cả các số dương a và b thỏa mãn $\log_3 a + \log_3 b = \log_9(ab)$. Tính giá trị của ab.

A. $ab = 1$. **B.** $ab = 2$. **C.** $ab = \dfrac{1}{2}$. **D.** $ab = 0$.

Lời giải

Ta có: $\log_3 a+\log_3 b=\log_9(ab)\Leftrightarrow \log_3(ab)=\log_{3^2}(ab)\Leftrightarrow \log_3(ab)=\frac{1}{2}\log_3(ab)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\log_3(ab)=0\Leftrightarrow ab=1.$

Câu 31: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ bằng

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Lời giải

Ta có: $2^{2x^2+5x+4}=4\Leftrightarrow 2^{2x^2+5x+4}=2^2\Leftrightarrow 2x^2+5x+4=2\Leftrightarrow 2x^2+5x+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-\frac{1}{2}\\x=-2\end{array}\right.$.

Vậy tích các nghiệm của phương trình là 1.

Câu 32: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2}<5^{5x+2}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Bất phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{-3x^2}<5^{5x+2}\Leftrightarrow 5^{3x^2}<5^{5x+2}\Leftrightarrow 3x^2<5x+2$

$\Leftrightarrow 3x^2-5x-2<0\Leftrightarrow -\frac{1}{3}<x<2.$

Vì $x\in\mathbb{Z}$ nên $x\in\{0;1\}$. Vậy bất phương trình có 2 nghiệm nguyên.

Câu 33: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $\int_0^1(2x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10$ và $f(0)=3f(1)$. Tính $I=\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $I=-5$. **B.** $I=-2$. **C.** $I=2$. **D.** $I=5$.

Lời giải

Đặt: $u=2x+1\Leftrightarrow \mathrm{d}u=2\mathrm{d}x$, $\mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x$ chọn $v=f(x)$.

Ta có: $\int_0^1(2x+1)f'(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow (2x+1)f(x)\Big|_0^1-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10$

$\Leftrightarrow 3f(1)-f(0)-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow 0-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=10\Leftrightarrow \int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=-5.$

Câu 34: Tìm số phức z thỏa mãn $\overline{z}+2z=9-2i$.

A. $z=3+2i$. **B.** $z=3+i$. **C.** $z=3-2i$. **D.** $z=2-3i$.

Lời giải

Đặt $z=a+bi\ (a,b\in\mathbb{R})$.

Theo giả thiết ta có $(a-bi)+2(a+bi)=9-2i$.

Điều này tương đương với $(3a-9)+(b+2)i=0$.

Từ đây ta được $3a-9=b+2=0$.

Như vậy $a=3$ và $b=-2$.

Tức là $z=3-2i$.

Câu 35: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3}=\frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x+2y-3z+2=0$. Tọa độ điểm M là

A. $M(2;0;-1)$. **B.** $M(5;-1;-3)$. **C.** $M(1;0;1)$. **D.** $M(-1;1;1)$.

Lời giải

Tọa độ của điểm M là nghiệm của hệ: $\begin{cases}\frac{x-2}{-3}=\frac{y}{1}\\ \frac{y}{1}=\frac{z+1}{2}\\ x+2y-3z+2=0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x+3y=2\\ 2y-z=1\\ x+2y-3z=-2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=-1\\ y=1\\ z=1\end{cases}$

Vậy $M(-1;1;1)$.

Câu 36: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C (khác gốc tọa độ O) sao cho M là trực tâm tam giác ABC. Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax+by+cz-14=0$. Tính tổng $T=a+b+c$.

A. 8. **B.** 14. **C.** 6. **D.** 11.

Lời giải

Ta có tứ diện $OABC$ là tứ diện vuông tại O, mà M là trực tâm tam giác ABC nên $OM \perp (ABC) \Rightarrow OM \perp (P)$.

Vậy $\overrightarrow{OM}(1;2;3)$ là một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) và (P) đi qua M nên (P) có phương trình: $x+2y+3z-14=0 \Rightarrow T=a+b+c=6$.

Câu 37: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(7;-1;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-6=0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

A. $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\frac{49}{9}$. **B.** $(x+7)^2+(y-1)^2+(z+2)^2=\frac{7}{3}$.

C. $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{49}{9}$. **D.** $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{7}{3}$.

Lời giải

Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có bán kính là

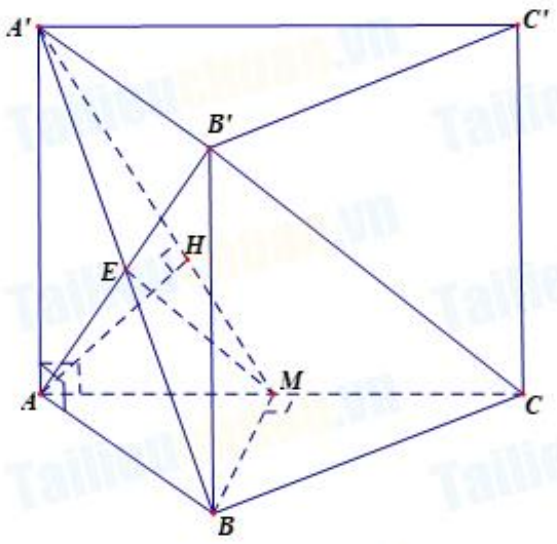
$$R=d(A,(P))=\frac{|7-2.(-1)+2.2-6|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{7}{3}.$$

Vậy mặt cầu (S) có phương trình là $(x-7)^2+(y+1)^2+(z-2)^2=\frac{49}{9}$.

Câu 38: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Cạnh $BA'=a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là:

A. $a\sqrt{2}$. **B.** $\frac{a}{3}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{2a}{3}$.

Lời giải.



$AA' = a\sqrt{2}$

Gọi M là trung điểm AC, $E = AB' \cap A'B \Rightarrow E$ là trung điểm của AB'

Khi đó $B'C // ME \Rightarrow B'C // (A'BM)$

$\Rightarrow d(B'C, A'B) = d(B'C, (A'BM)) = d(C, (A'BM)) = d(A, (A'BM))$ (*)

Trong mặt phẳng $(A'AM)$: kẻ $AH \perp A'M$ (1)

Do ΔABC đều $\Rightarrow BM \perp AC$

$ABC.A'B'C'$ là hình lăng trụ đứng $\Rightarrow AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp BM$

Nên $BM \perp (A'AM) \Rightarrow BM \perp AH$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow AH \perp (A'BM) \Rightarrow d(A, (A'BM)) = AH$ (**)

Trong tam giác $A'AM$ vuông tại A, AH là đường cao:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{A'A^2} + \frac{1}{AM^2} = \frac{1}{2a^2} + \frac{4}{a^2} = \frac{9}{2a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{2}}{3} \text{ (***)}$$

Từ (*), (**), (***) $\Rightarrow d(A'B, B'C) = \frac{a\sqrt{2}}{3}$.

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 39: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm tích các phần tử của S.

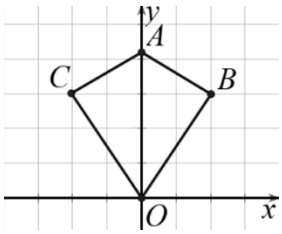
A. 2. **B.** $\frac{1}{5}$. **C.** $\frac{-1}{5}$. **D.** -2.

Lời giải

Để hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + m^4 + 5$ có ba điểm cực trị thì $y' = 0$ phải có ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y' = 4x^3 - 4m^2x = 4x(x^2 - m^2)$. $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = m \\ x = -m \end{array}\right.$, $(m \neq 0)$.

Ba điểm cực trị là $A(0; m^4 + 5), B(m; 5), C(-m; 5)$.



Ba điểm A,B,C và gốc tọa độ $O(0;0)$ tạo thành tứ giác nội tiếp khi và chỉ khi $B+C=\pi$ $\Leftrightarrow B=C=\dfrac{\pi}{2}$, (do $B=C$) $\Leftrightarrow \overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BO}=0 \Leftrightarrow m^2-5m^4=0 \Leftrightarrow m^2=\dfrac{1}{5}$. Vậy S có 2 phần tử và có tích bằng $\dfrac{-1}{5}$.

Câu 40: Gọi S là tập nghiệm của bất phương trình $\log_a\left(x^2-x-2\right)>\log_a\left(-x^2+2x+3\right)$. Biết $S=(m;n)$ và $\dfrac{7}{3}$ thuộc S, tính $m+n$.

A. $m+n=\dfrac{13}{3}$. **B.** $m+n=\dfrac{7}{2}$. **C.** $m+n=\dfrac{11}{3}$. **D.** $m+n=\dfrac{9}{2}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x^2-x-2>0\\-x^2+2x+3>0\\0<a\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2<x<3\\0<a\neq 1\end{cases}$.

Do $x=\dfrac{7}{3}$ là nghiệm của bất phương trình đã cho nên $\log_a\dfrac{10}{9}>\log_a\dfrac{20}{9}\Rightarrow 0<a<1$.

Vì $0<a<1$ nên bất phương trình $\Leftrightarrow x^2-x-2<-x^2+2x+3$

$\Leftrightarrow 2x^2-3x-5<0\Leftrightarrow -1<x<\dfrac{5}{2}\xrightarrow{2<x<3}2<x<\dfrac{5}{2}$. Vì vậy $m+n=2+\dfrac{5}{2}=\dfrac{9}{2}$

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn:

$$2\cos x.f\left(1+4\sin x\right)-\sin 2x.f\left(3-2\cos 2x\right)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x,\ \forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right].$$

Khi đó $I=\int\limits_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** 0. **C.** 8. **D.** 16.

Lời giải

Ta có: $2\cos x.f\left(1+4\sin x\right)-\sin 2x.f\left(3-2\cos 2x\right)=\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x$ (*)

Lấy tích phân từ 0 đến $\dfrac{\pi}{2}$ hai vế của (*) ta được:

$$\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}2\cos x.f\left(1+4\sin x\right)dx-\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin 2x.f\left(3-2\cos 2x\right)dx=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\left(\sin 4x+4\sin 2x-4\cos x\right)dx$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(1+4\sin x\right)d(1+4\sin x)-\frac{1}{4}\int_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(3-2\cos 2x\right)d(3-2\cos 2x)=0$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}\int_1^5 f\left(t\right)dt-\frac{1}{4}\int_1^5 f\left(t\right)dt=0\Leftrightarrow \int_1^5 f\left(t\right)dt=0\Leftrightarrow \int_1^5 f\left(x\right)dx=0$$

Vậy $I=\int_1^5 f\left(x\right)dx=0.$

Câu 42: Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z-1-2i|=2$ và $|\bar{z}+4|+|z-4|=10$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Áp dụng các tính chất $|z|=|\bar{z}|;\overline{z_1+z_2}=z_1+z_2$ ta có $|\bar{z}+4|=|\overline{z+4}|=|\bar{z}+\bar{4}|=|z+4|$.

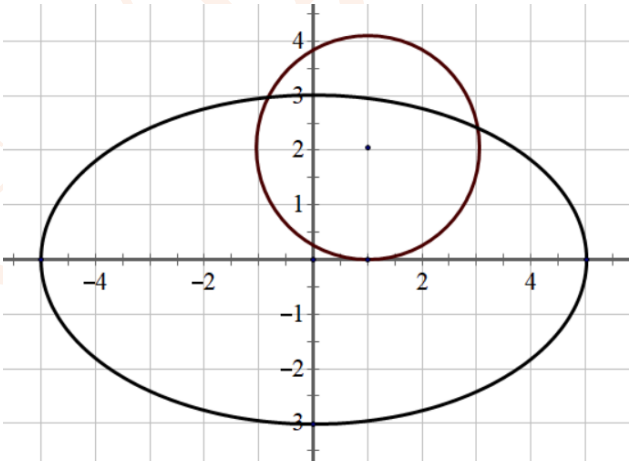
Do đó $|\bar{z}+4|+|z-4|=10\Leftrightarrow|z+4|+|z-4|=10$.

Gọi M là điểm biểu diễn của z.

Do $|z-1-2i|=2$ nên M thuộc đường tròn (C) tâm $I(1;2)$, bán kính $R=2$. (C) có phương trình là $(x-1)^2+(y-2)^2=4$.

Do $|z-4|+|z+4|=10$ nên M thuộc đường elip (E) có hai tiêu điểm là $F_1(-4;0);F_2(4;0)$ và có độ dài trục lớn là 10. (E) có phương trình là $\frac{x^2}{25}+\frac{y^2}{9}=1$.

Từ đây có M là giao điểm của (C) và (E).



Từ hình vẽ của (C) và (E) ta thấy chúng có 2 giao điểm nên có 2 số phức thỏa mãn yêu cầu.

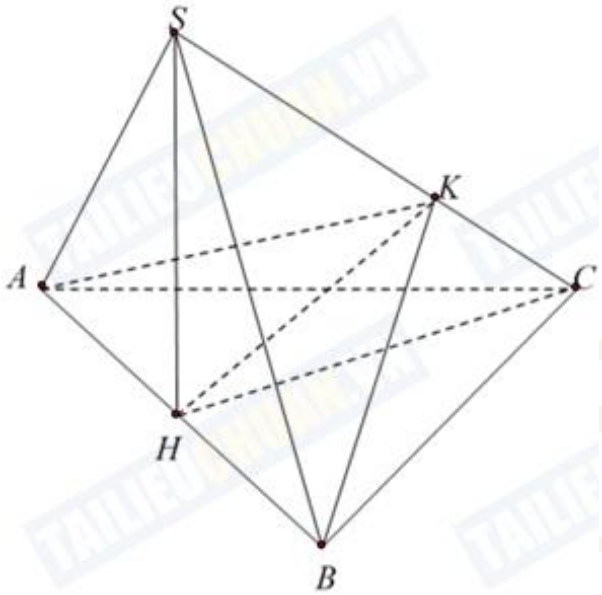
Câu 43: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác SAB cân tại S và thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc giữa hai mặt phẳng (SCA) và (SCB) bằng 60^0. Gọi H là trung điểm của đoạn AB. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$. **B.** Thể tích khối chóp $B.SHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{16}$.

C. Thể tích khối chóp $S.AHC$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{64}$. **D.** Không tồn tại hình chóp đã cho.

Lời giải

Tam giác SAB thuộc mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$, từ đó suy ra đường cao của hình chóp $S.AHC$ là SH



Kẻ $AK \perp SC \Rightarrow SC \perp (AKB) \Rightarrow SC \perp KB$

$\Rightarrow ((SAC);(SBC)) = (KA;KB) = 60^0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} AKB = 60^0 \\ AKB = 120^0 \end{array}\right.$

Nếu $AKB = 60^0$ thì dễ thấy ΔKAB đều $\Rightarrow KA = KB = AB = AC$ (vô lí). Vậy $AKB = 120^0$

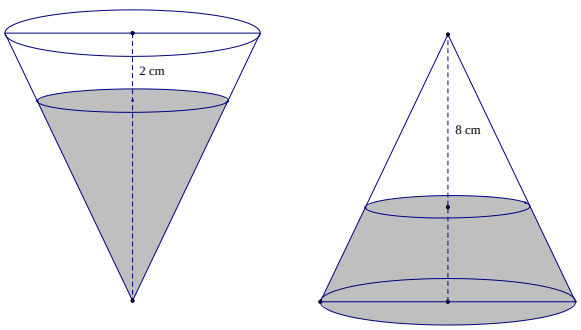
khi đó ΔKAB cân tại K và $AKH = 60^0 \Rightarrow KH = \dfrac{AH}{\tan 60^0} = \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$

Trong ΔSHC vuông tại H ta có $\dfrac{1}{KH^2} = \dfrac{1}{HC^2} + \dfrac{1}{HS^2}$

thay $KH = \dfrac{a}{2\sqrt{3}}$ và $HC = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$ vào ta được $SH = \dfrac{a\sqrt{6}}{8}$. Vậy $h = \dfrac{a\sqrt{6}}{8}$.

$V_{S.AHC} = \dfrac{1}{3}.SH.dt_{\Delta AHC} = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{6}}{8}.\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{a}{2} = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{64}$.

Câu 44: Một cái bình thủy tinh có phần không gian bên trong là một hình nón có đỉnh hướng xuống dưới theo chiều thẳng đứng. Rót nước vào bình cho đến khi phần không gian trống trong bình có chiều cao 2 cm. Sau đó đậy kín miệng bình bởi một cái nắp phẳng và lật ngược bình để đỉnh hướng lên trên theo chiều thẳng đứng, khi đó mực nước cao cách đỉnh của nón 8 cm (hình vẽ minh họa bên dưới).



Biết chiều cao của nón là $h = a + \sqrt{b}$ cm. Tính $T = a + b$.

A. 22. **B.** 58. **C.** 86. **D.** 72.

Lời giải

Để ý rằng có 3 hình nón đồng dạng: Phần không gian bên trong bình thủy tinh (có thể tích V), phần không chứa nước khi đặt bình có đỉnh hướng lên (có thể tích V_1), phần chứa nước khi đặt bình có đỉnh hướng xuống (có thể tích V_2). Do tỷ số đồng dạng bằng với tỷ số của chiều cao và tỷ số thể tích là lập phương tỷ số đồng dạng nên ta có

$\frac{V}{V_1}=\frac{h^3}{8^3};\frac{V}{V_2}=\frac{h^3}{(h-2)^3}\Rightarrow V_1=\frac{512V}{h^3};V_2=\frac{(h-2)^3V}{h^3}$. Mà $V_1+V_2=V$ nên ta có:

$\frac{512V}{h^3}+\frac{(h-2)^3V}{h^3}=V\Rightarrow 512+h^3-6h^2+12h-8=h^3\Leftrightarrow h^2-2h-84=0\Rightarrow h=1+\sqrt{85}$

Vậy $T=86$

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho điểm $I(1;0;0)$, điểm $M\left(\frac{7}{9};\frac{4}{9};\frac{4}{9}\right)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=2\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. $N(a,b,c)$ là điểm thuộc đường thẳng d sao cho diện tích tam giác IMN nhỏ nhất. Khi đó $a+b+c$ có giá trị bằng:

A. 2. **B.** -2. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{-5}{2}$.

Lời giải

Ta có $IM=\frac{2}{3}$.

Gọi H là hình chiếu của N trên đường thẳng d' đi qua I,M, ta có: $S_{\Delta IMN}=\frac{1}{2}IM.NH=\frac{1}{3}NH$

Diện tích tam giác IMN nhỏ nhất khi và chỉ khi độ dài NH nhỏ nhất.

$N\in d\Rightarrow N(2;n;1+n)\Rightarrow\overrightarrow{IN}=(1;n;1+n)$.

Đường thẳng d' có vecto chỉ phương $\overrightarrow{u'}=(1;-2;-2)$. $\left[\overrightarrow{IN},\overrightarrow{u'}\right]=(2;n+3;-n-2)$.

$$NH=d(N;d')=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IN},\overrightarrow{u'}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u'}\right|}=\frac{\sqrt{2^2+(n+3)^2+(-n-2)^2}}{3}=\frac{\sqrt{2\left(n+\frac{5}{2}\right)^2+\frac{9}{4}}}{3}\geq\frac{1}{2}.$$

Dấu $=$ xảy ra khi $n=-\frac{5}{2}$, suy ra: $N\left(2;-\frac{5}{2};-\frac{3}{2}\right)$. Vậy $a+b+c=-2$.

Câu 46: Cho hàm số $f(x)=x^4-2x^3+(m-1)x^2+2x-m+2022$, với m là tham số. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2021;2022]$ để hàm số $y=\left|f(x-2021)-2022\right|$ có số điểm cực trị nhiều nhất?

A. 2021. **B.** 2022. **C.** 4040. **D.** 2023

Lời giải

Hàm số $y=\left|f\left(x-2021\right)-2022\right|$ có số điểm cực trị nhiều nhất là 7 khi và chỉ khi phương trình $f\left(x-2021\right)=2022$ có 4 nghiệm phân biệt hay phương trình $f\left(x\right)=2022$ có 4 nghiệm phân biệt

Ta có $f\left(x\right)=2022\Leftrightarrow x^4-2x^3+\left(m-1\right)x^2+2x-m=0$

$$\Leftrightarrow\left(x+1\right)\left(x-1\right)\left[x^2-2x+m\right]=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x^2-2x+m=0\left(*\right)\end{array}\right.$$

Suy ra $f\left(x\right)=2022$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left(*\right)$ có 2 nghiệm phân biệt khác -1 và 1 tức là

$\begin{cases}1-m>0\\1^2-2+m\neq0\\1^2+2+m\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<1\\m\neq-3\end{cases}$ do m nguyên thuộc $\left[-2021;2022\right]$ nên có 2021 giá trị thỏa mãn.

Câu 47: Có bao nhiêu số nguyên dương m để phương trình $m\left(e^x-1\right).\ln(mx+1)+2e^x=e^{2x}+1$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5.

A. 26. **B.** 27. **C.** 29. **D.** 28.

Lời giải

Xét phương trình $m\left(e^x-1\right).\ln(mx+1)+2e^x=e^{2x}+1$ (*) điều kiện $mx+1>0$

$$\left(*\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}e^x-1=0\\e^x-1=m.\ln(mx+1)\end{array}\right.$$

$e^x-1=0\Leftrightarrow x=0$

$e^x-1=m.\ln(mx+1)$, Đặt $y=\ln(mx+1)\Rightarrow e^x-1=my.$

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x=\ln(my+1)\left(1\right)\\y=\ln(mx+1)\left(2\right)\end{cases}$

Trừ (1) và (2) theo vế ta được: $x-y=\ln(my+1)-\ln(mx+1)$ hay $x+\ln(mx+1)=y+\ln(my+1)$ với $m>0$ thì hàm số $f(x)=x+\ln(mx+1)$ đồng biến trên tập xác định nên $x+\ln(mx+1)=y+\ln(my+1)\Leftrightarrow x=y$

Thay $x=y$ vào (1) ta được $x=\ln(mx+1)$ hay $e^x=mx+1(4)$

Rõ ràng $x=0$ là 1 nghiệm của phương trình (4).

Với $x\neq0$ ta có $(4)\Leftrightarrow m=\dfrac{e^x-1}{x}$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{e^x-1}{x}$, ta có: Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và $g'(x)=\dfrac{xe^x-e^x+1}{x^2}$

$g'(x)=0\Leftrightarrow xe^x-e^x+1=0$

Hàm số $h(x)=xe^x-e^x+1$ có $h'(x)=xe^x$ nên $h'(x)=0\Leftrightarrow x=0$

Ta có bảng biến thiên của $h(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
h'		$-$	0	$+$	
h	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra $h(x)\ge 0\,,\forall x$ do đó $g'(x)>0\,,\forall x\ne 0$

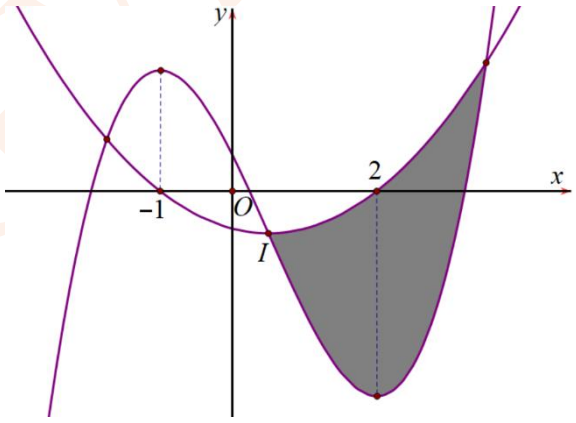
Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$		$+$	
y	0	$\nearrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Để phương trình $e^x-1=\ln(mx+1)^m$ có 2 nghiệm phân biệt không lớn hơn 5 thì phương trình $m=g(x)$ có duy nhất 1 nghiệm bé hơn hoặc bằng 5. Ta có $g(5)=\dfrac{e^5-1}{5}\approx 29,5$

Dựa vào bảng biến thiên của $g(x)$ ta có $\begin{cases}0<m\le g(5)\\ m\ne 1\end{cases}$ do $m\in\mathbb{N}^*$ nên có 28 giá trị thỏa mãn.

Câu 48: Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\dfrac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1,x_2,x_3 thoả mãn $18x_1x_2x_3=-55$ (hình vẽ).



Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

A. 5,7. **B.** 5,9. **C.** 6,1. **D.** 6,3.

Lời giải

Dễ thấy $I\left(\dfrac{1}{2},-\dfrac{7}{12}\right)$ và $f(x)=\dfrac{7}{27}(x+1)(x-2)$.

Hàm số $g(x)$ đạt cực trị tại $x=-1,x=2$ nên

$$g'(x)=a(x+1)(x-2)\Rightarrow g(x)=a\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x\right)+b$$

Đồ thị hàm số $g(x)$ đi qua I nên $g\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{12}\Leftrightarrow -\frac{7}{12}=-\frac{13}{12}a+b,\ (1)$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $f(x)=g(x)\Leftrightarrow a\left(\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x\right)+b=\frac{7}{27}(x+1)(x-2)$

Theo định lý viet ta có: $18x_1x_2x_3=-55\Leftrightarrow 18.\frac{b+\frac{14}{27}}{\frac{a}{3}}=-55\Rightarrow 18b+\frac{28}{3}=-\frac{55a}{3},\ (2)$

Từ (1), (2) ta được $a=1, b=\frac{1}{2}\Rightarrow g(x)=\frac{x^3}{3}-\frac{x^2}{2}-2x+\frac{1}{2}$. Từ đó suy ra diện tích miền tô đậm sấp sỉ 5,7.

Câu 49: Cho M,N,P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1+9-3i|=5|\overline{z_1}|$, $|z_2-2|=|z_2-3-i|$, $|z_3+1|+|z_3-3|=4$. Khi M,N,P không thẳng hàng, giá trị nhỏ nhất của nửa chu vi p của tam giác MNP là

A. $\frac{10\sqrt{5}}{9}$. **B.** $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. **C.** $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. **D.** $\frac{5\sqrt{11}}{13}$.

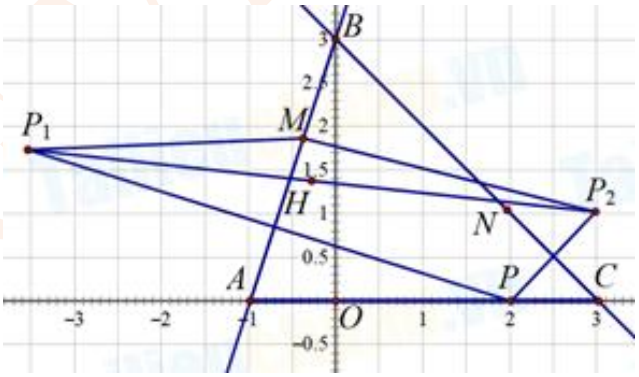
Lời giải

Trong mặt phẳng Oxy, gọi $A(-1;0)$, $B(0;3)$, $C(3;0)$ và M,N,P lần lượt là các điểm biểu diễn số phức z_1, z_2, z_3. Ta có

Tập hợp điểm M biểu diễn số phức z_1 là đường thẳng AB.

Tập hợp điểm N biểu diễn số phức z_2 là đường thẳng BC.

$|z_3+1|+|z_3-3|=4\ \Leftrightarrow\ PA+PC=AC\ \Rightarrow$ Tập hợp điểm P biểu diễn số phức z_3 là đoạn AC.



Khi đó $p=\frac{MN+NP+PM}{2}$.

Gọi P_1, P_2 lần lượt đối xứng với P qua AB, BC. Ta có $MP=MP_1$, $NP=NP_2$.

Khi đó $MN+NP+PM=P_1M+MN+NP_2\geq P_1P_2$.

Ta thấy $P_1BP_2=P_1BA+ABC+CBP_2=PBA+ABC+PBC=2ABC$.

Theo định lí Sin: $\frac{AB}{\sin BCA}=\frac{AC}{\sin ABC}\Rightarrow \sin ABC=\frac{AC\sin BCA}{AB}=\frac{2\sqrt{5}}{5}$

Gọi H là trung điểm của P_1P_2, khi đó

$P_1P_2 = 2P_2H = 2BP_2.\sin P_2BH = 2BP.\sin ABC = 2BP.\dfrac{2\sqrt{5}}{5} = \dfrac{4\sqrt{5}}{5}BP \ge \dfrac{4\sqrt{5}}{5}BO = \dfrac{12\sqrt{5}}{5}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của p là $\dfrac{6\sqrt{5}}{5}$.

Câu 50: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) có phương trình $(d_1):\begin{cases}x=1+2t_1\\y=1+t_1\\z=1-2t_1\end{cases}$, $(d_2):\begin{cases}x=3+t_2\\y=-1+2t_2\\z=2+2t_2\end{cases}$, $(d_3):\begin{cases}x=4+2t_3\\y=4-2t_3\\z=1+t_3\end{cases}$. $S(I;R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

A. 2,1. **B.** 2,2. **C.** 2,3. **D.** 2,4.

Lời giải

Ta có: (d_1) đi qua điểm $A(1;1;1)$ có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(2;1;-2)$.

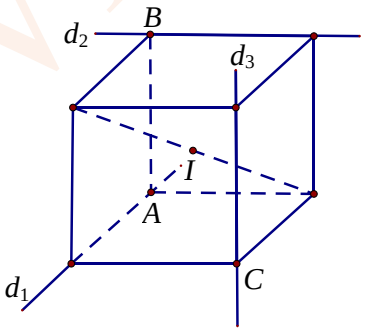
(d_2) đi qua điểm $B(3;-1;2)$ có VTCP $\overrightarrow{u_2}=(1;2;2)$.

(d_3) đi qua điểm $C(4;4;1)$ có VTCP $\overrightarrow{u_3}=(2;-2;1)$.

Ta có $\overrightarrow{u_1}.\overrightarrow{u_2}=0$, $\overrightarrow{u_2}.\overrightarrow{u_3}=0$, $\overrightarrow{u_3}.\overrightarrow{u_1}=0 \Rightarrow (d_1)$, (d_2), (d_3) đôi một vuông góc với nhau.

$\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{AB}\ne 0$, $\left[\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_3}\right].\overrightarrow{BC}\ne 0$, $\left[\overrightarrow{u_3},\overrightarrow{u_1}\right].\overrightarrow{CA}\ne 0 \Rightarrow (d_1)$, (d_2), (d_3) đôi một chéo nhau.

Lại có: $\overrightarrow{AB}=(2;-2;1)$; $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_1}=0$ và $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{u_2}=0$ nên (d_1), (d_2), (d_3) chứa 3 cạnh của hình hộp chữ nhật như hình vẽ.



Vì mặt cầu tâm $I(a;b;c)$ tiếp xúc với 3 đường thẳng (d_1), (d_2), (d_3) nên bán kính

$R = d(I,d_1) = d(I,d_2) = d(I,d_3) \Leftrightarrow R^2 = d^2(I,d_1) = d^2(I,d_2) = d^2(I,d_3)$

$\Leftrightarrow R^2 = \left(\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_1}\right|}\right)^2 = \left(\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_2}\right|}\right)^2 = \left(\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]\right|}{\left|\overrightarrow{u_3}\right|}\right)^2$, ta thấy $\left|\overrightarrow{u_1}\right|^2 = \left|\overrightarrow{u_2}\right|^2 = \left|\overrightarrow{u_3}\right|^2 = 9$ và

$\overrightarrow{AI}=(a-1;b-1;c-1)$, $\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]=(-2b-c+3;2a+2c-4;a-2b+1)$.

$\overrightarrow{BI}=(a-3;b+1;c-2)$, $\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]=(2b-2c+6;-2a+c+4;2a-b-7)$.

$\overrightarrow{CI}=(a-4;b-4;c-1)$, $\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]=(b+2c-6;-a+2c+2;-2a-2b+16)$.

$9R^2=\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]\right|^2=\left|\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]\right|^2=\left|\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]\right|^2 \Rightarrow 27R^2=\left|\left[\overrightarrow{AI},\overrightarrow{u_1}\right]\right|^2+\left|\left[\overrightarrow{BI},\overrightarrow{u_2}\right]\right|^2+\left|\left[\overrightarrow{CI},\overrightarrow{u_3}\right]\right|^2=$

$=18\left(a^2+b^2+c^2\right)-126a-54b-54c+423$

$=18\left(a-\frac{7}{2}\right)^2+18\left(b-\frac{3}{2}\right)^2+18\left(c-\frac{3}{2}\right)^2+\frac{243}{2}\geq\frac{243}{2}\Rightarrow R_{\min}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ khi đó $R\approx 2,12$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN VÕ NGUYÊN GIÁP QUẢNG BÌNH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=e^{2x}+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{2x}+x+C$.
B. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}-x+C$.
C. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}+x+C$.
D. $\int f(x)dx=e^{2x}+\frac{1}{2}x^2+C$.

Câu 2. Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $B=5$ và chiều cao bằng $h=6$ là
A. 10. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 30.

Câu 3. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2 là
A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** $\frac{256\pi}{3}$.

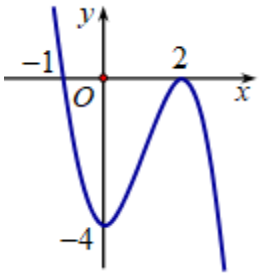
Câu 4. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)dx=6$ thì $I=\int_{-1}^{2} 2f(x)dx$ bằng
A. $I=-3$. **B.** $I=3$. **C.** $I=12$. **D.** $I=-12$.

Câu 5. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng V, diện tích đáy bằng B thì khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng
A. $\frac{V}{3B}$. **B.** $\frac{V}{2B}$. **C.** $\frac{V}{B}$. **D.** $\frac{3V}{B}$.

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình
A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 bằng
A. 8. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(-1;2)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 9. Cho các số nguyên k,n thỏa $1\le k\le n$. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử bằng
A. $(n+k)!$. **B.** $\frac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $\frac{n!}{k!}$. **D.** $(n-k)!$.

Câu 10. Tìm hàm số $y=f(x)$ biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=3e^{3x}+2$ và $f(0)=2$.

A. $f(x)=\mathrm{e}^{3x}+2x+1$. **B.** $f(x)=\mathrm{e}^{3x}+2$. **C.** $f(x)=3\mathrm{e}^{3x}+2x-1$. **D.** $f(x)=3\mathrm{e}^{3x}-3$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;2)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $x+y-2z-1=0$. **C.** $x-y+2z-1=0$. **D.** $x+y+2z+1=0$.

Câu 12. Cho a là số thực dương khác 1 và x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

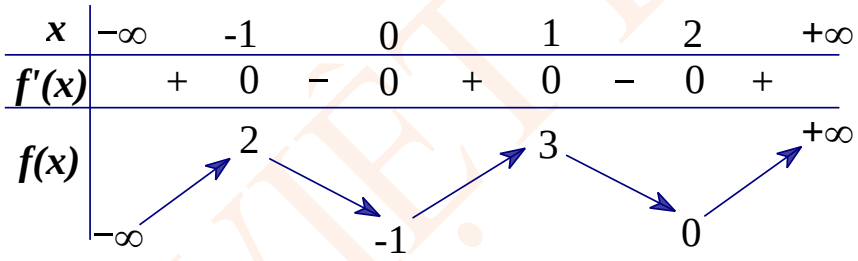
A. $\log_a \dfrac{x}{y}=\dfrac{\log_a x}{\log_a y}$. **B.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

C. $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a (x-y)$. **D.** $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a y-\log_a x$.

Câu 13. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n_1}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n_2}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n_3}=(-2;3;-4)$. **D.** $\vec{n_4}=(1;-2;3)$.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 15. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và độ dài đường sinh $l=3$ bằng

A. 24π. **B.** 192π. **C.** 48π. **D.** 64π.

Câu 16. Cho hàm số đa thức $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y=\log_2(3-x)$ là

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $(-\infty;3)$.

Câu 18. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y=x^{\frac{7}{3}}$ là:

A. $y'=\dfrac{7}{3}x^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $y'=\dfrac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $y'=\dfrac{3}{7}x^{-\frac{4}{3}}$. **D.** $y'=\dfrac{3}{7}x^{\frac{4}{3}}$.

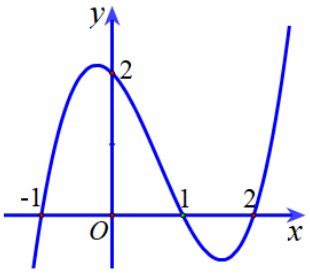
Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$ và $B(3;1;4)$. Tọa độ của vecto $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;-1;6)$. **B.** $(-2;1;-6)$. **C.** $(4;3;2)$. **D.** $(3;2;-8)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=(2-x)^4(x+2)^3(1-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 21. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+3x^2+2$.

C. $y=x^3-2x^2-x+2$. **D.** $y=-x^3+2x^2-x+2$.

Câu 22. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 23. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (với a, b, c là các tham số và $a\neq 0$) có ba cực trị là

A. $ab\leq 0$. **B.** $ab<0$. **C.** $ab>0$. **D.** $ab\geq 0$.

Câu 24. Cho hàm số $f(x)=3x^2+2x+5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=x^3+x^2+5$. **B.** $\int f(x)dx=x^3+x+C$.

C. $\int f(x)dx=x^3+x^2+5x+C$. **D.** $\int f(x)dx=x^3+x^2+C$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+2y-1=0$ có bán kính bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 2.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1)=2$ là

A. $x=4$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{7}{2}$. **D.** $x=\dfrac{5}{2}$.

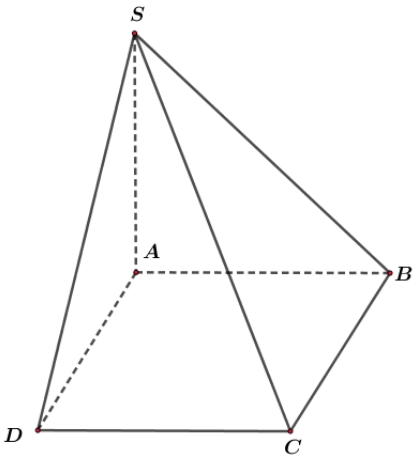
Câu 27. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{1}{x-1}$. **B.** $y=x^3-3x+4$. **C.** $y=-2022x+1$. **D.** $y=-x^2+2$.

Câu 28. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $S=\left(\dfrac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông với $AC=5\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=5$. Góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Câu 30. Từ một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng; lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{7}{18}$. **C.** $\frac{5}{36}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3), B(-3;0;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y-2z-1=0$. **B.** $2x-y-2z+1=0$. **C.** $2x+y-2z-8=0$. **D.** $2x-y+2z+5=0$.

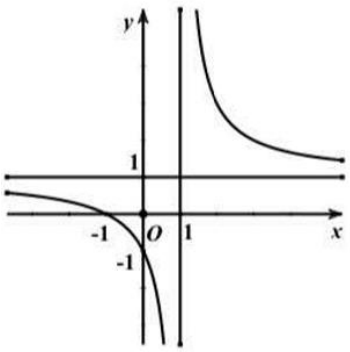
Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3-5x^2+4x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\frac{74}{27}$. **D.** -1.

Câu 33. Cho $\int_{-2}^{5} f(x)dx=8$ và $\int_{-2}^{5} g(x)dx=-3$. Tính $\int_{-2}^{5}[f(x)-4g(x)-1]dx$

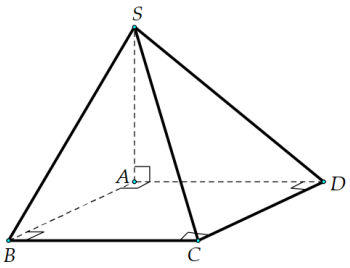
A. $I=-11$. **B.** $I=13$. **C.** $I=27$. **D.** $I=3$.

Câu 34. Cho hàm số $y=\frac{x+b}{cx+d}(b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $T=2b+3c+4d$ bằng



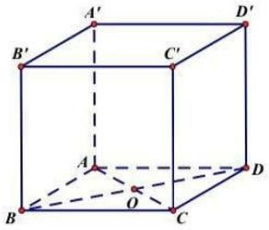
A. 1. **B.** -8. **C.** 6. **D.** 0.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\frac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\frac{8a^3}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD bằng



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{2}$.

Câu 37. Với a, b là các số thực dương tùy ý, $\log_3\left(a.b^2\right)$ bằng

A. $\log_3 a + 2\log_3 b$. **B.** $2\left(\log_3 a + \log_3 b\right)$. **C.** $\log_3 a + \frac{1}{2}\log_3 b$. **D.** $2\cdot\log_3 a\cdot\log_3 b$.

Câu 38. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $[2;4]$. **D.** $(2;4]$.

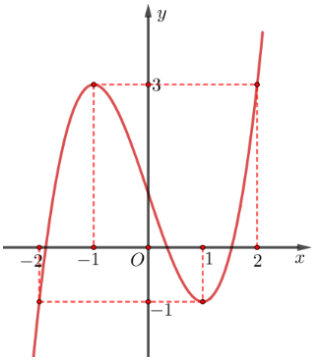
Câu 39. Cho hai hàm số $y=\frac{x-1}{x}+\frac{x}{x+1}+\frac{x+1}{x+2}$ và $y=e^{-x}-2019+2022m$, (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 40. Nếu $\int\frac{e^x-1}{e^x+1}dx=2f(x)-x+C$ thì $f(x)$ bằng

A. e^x+1. **B.** e^x. **C.** e^x-1. **D.** $\ln\left(e^x+1\right)$.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(2-f(x)\right)=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 42. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $\log_2\left(x^2+2x+3\right)^{y^2+8} \le 7-y^2+3y$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 7.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên $[1;2]$ và thỏa mãn $f(x)=f(1-x), \forall x\in[-1;2]$. Đặt $S_1=\int_{-1}^{2} xf(x)\,dx$, S_2 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-1, x=2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $S_1=2S_2$. **B.** $S_1=3S_2$. **C.** $2S_1=S_2$. **D.** $3S_1=S_2$.

Câu 44. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi S là tâm hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng, nếu MN tạo với mặt phẳng $(ABCD)$ một góc bằng 60^0 và $AB=a$ thì thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{30}}{12}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{30}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{30}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Câu 45. Cho tứ diện ABCD có $AB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$ và các cạnh còn lại đều bằng a. Biết rằng bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD bằng $\frac{a\sqrt{m}}{n}$ với $m,n\in\mathbb{N}^*; m\le 15$. Tổng $T=m+n$ bằng

A. 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 21.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=-x^3+6x^2-32$. Khi đó hàm số $g(x)=f\left(x^2-3x\right)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

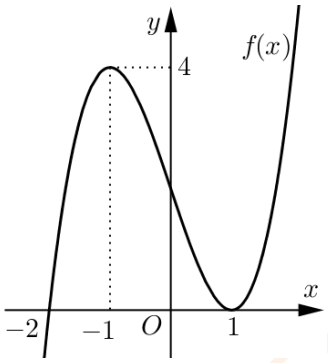
Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z+2=0$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn hệ thức $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a-b+9c$ bằng

A. $\frac{13}{9}$. **B.** $-\frac{13}{9}$. **C.** 13. **D.** -13.

Câu 48. Cho ba số thực x, y, z không âm thỏa mãn $2^x + 4^y + 8^z = 4$. Gọi M, N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = \frac{x}{6} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2}$. Đặt $T = 2M + 6N$, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $T \in (1;2)$. **B.** $T \in (2;3)$. **C.** $T \in (3;4)$. **D.** $T \in (4;5)$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [0;20]$ để hàm số $g(x) = \left| f^2(x) - 2f(x) - m \right|$ có 9 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Gọi α là góc tạo bởi $A'B$ với mặt phẳng $(ACC'A')$ và β là góc giữa mặt phẳng $(A'BC')$ với mặt phẳng $(ACC'A')$. Biết $\cot^2\alpha - \cot^2\beta = \frac{m}{n}$ (với $m, n \in \mathbb{N}^*$ và phân số $\frac{m}{n}$). Khi đó giá trị của biểu thức $T = m + 2n$ bằng

A. $T = 3$. **B.** $T = 5$. **C.** $T = 7$. **D.** $T = 9$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.C	2.A	3.A	4.C	5.C	6.A	7.D	8.C	9.B	10.A
11.A	12.B	13.D	14.B	15.C	16.C	17.D	18.B	19.A	20.A
21.C	22.D	23.B	24.C	25.B	26.A	27.C	28.A	29.A	30.D
31.A	32.A	33.B	34.A	35.C	36.A	37.A	38.D	39.B	40.D
41.D	42.B	43.C	44.A	45.C	46.C	47.D	48.A	49.A	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $f(x)=e^{2x}+1$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int f(x)dx=e^{2x}+x+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}-x+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{1}{2}e^{2x}+x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^{2x}+\frac{1}{2}x^2+C$.

Lời giải

Chọn C

Câu 2. Thể tích khối chóp có diện tích đáy bằng $B=5$ và chiều cao bằng $h=6$ là

A. 10. **B.** 5. **C.** 15. **D.** 30.

Lời giải

Chọn A

Câu 3. Diện tích mặt cầu có bán kính bằng 2 là

A. 16π. **B.** 64π. **C.** $\frac{32\pi}{3}$. **D.** $\frac{256\pi}{3}$.

Lời giải

Chọn A

Câu 4. Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)dx=6$ thì $I=\int_{-1}^{2} 2f(x)dx$ bằng

A. $I=-3$. **B.** $I=3$. **C.** $I=12$. **D.** $I=-12$.

Lời giải

Chọn C

Câu 5. Cho khối lăng trụ có thể tích bằng V, diện tích đáy bằng B thì khoảng cách giữa hai mặt đáy bằng

A. $\frac{V}{3B}$. **B.** $\frac{V}{2B}$. **C.** $\frac{V}{B}$. **D.** $\frac{3V}{B}$.

Lời giải

Chọn C

Câu 6. Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 7. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 bằng

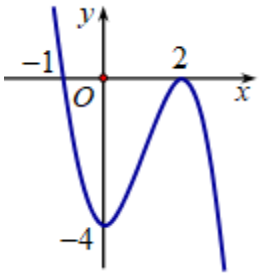
A. 8. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn D

Ta có $u_2=u_1.q=2.3=6$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;2)$. **B.** $(-4;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ nên hàm số đồng biến trên $(1;2)$.

Câu 9. Cho các số nguyên k,n thỏa $1\le k\le n$. Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử bằng

A. $(n+k)!$. **B.** $\dfrac{n!}{(n-k)!}$. **C.** $\dfrac{n!}{k!}$. **D.** $(n-k)!$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: Số các chỉnh hợp chập k của n phần tử là $A_n^k=\dfrac{n!}{(n-k)!}$.

Câu 10. Tìm hàm số $y=f(x)$ biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x)=3e^{3x}+2$ và $f(0)=2$.

A. $f(x)=e^{3x}+2x+1$. **B.** $f(x)=e^{3x}+2$. **C.** $f(x)=3e^{3x}+2x-1$. **D.** $f(x)=3e^{3x}-3$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=\int f'(x)dx=\int(3e^{3x}+2)dx=e^{3x}+2x+C$.

Do $f(0)=2\Rightarrow e^{3.0}+2.0+C=2\Rightarrow C=1$.

Vậy: $f(x)=e^{3x}+2x+1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có véctơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;2)$. Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x+y+2z-1=0$. **B.** $x+y-2z-1=0$. **C.** $x-y+2z-1=0$. **D.** $x+y+2z+1=0$.

Lời giải

Chọn A

Phương trình mặt phẳng (P) cần tìm là: $1(x-1)+1(y-2)+2(z+1)=0 \Leftrightarrow x+y+2z-1=0$.

Câu 12. Cho a là số thực dương khác 1 và x, y là các số thực dương. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log_a \frac{x}{y}=\frac{\log_a x}{\log_a y}$. **B.** $\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

C. $\log_a \frac{x}{y}=\log_a (x-y)$. **D.** $\log_a \frac{x}{y}=\log_a y-\log_a x$.

Lời giải

Chọn B

Với $0<a\neq 1; x, y>0$ ta có: $\log_a \frac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$.

Câu 13. Trong mặt phẳng $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n_1}=(1;2;3)$. **B.** $\vec{n_2}=(1;2;-3)$. **C.** $\vec{n_3}=(-2;3;-4)$. **D.** $\vec{n_4}=(1;-2;3)$.

Lời giải

Chọn D

Mặt phẳng $(P): x-2y+3z-4=0$ nhận $\vec{n}=(1;-2;3)$ là một véctơ pháp tuyến.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		+	0	−	0	+	0	−	0	+	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 2 điểm cực tiểu.

Câu 15. Diện tích xung quanh của hình trụ có bán kính đáy $R=8$ và độ dài đường sinh $l=3$ bằng

A. 24π. **B.** 192π. **C.** 48π. **D.** 64π.

Lời giải

Chọn C

Diện tích xung quanh của hình trụ là: $S_{xq} = 2\pi Rl = 2\pi.8.3 = 48\pi$.

Câu 16. Cho hàm số đa thức $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-3		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào bảng xét dấu nhận thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần.

Suy ra hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 17. Tập xác định của hàm số $y = \log_2(3-x)$ là

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $(-\infty;3)$.

Lời giải

Chọn D

Câu 18. Trên khoảng $(0;+\infty)$, đạo hàm của hàm số $y = x^{\frac{7}{3}}$ là:

A. $y' = \frac{7}{3}x^{-\frac{4}{3}}$. **B.** $y' = \frac{7}{3}x^{\frac{4}{3}}$. **C.** $y' = \frac{3}{7}x^{-\frac{4}{3}}$. **D.** $y' = \frac{3}{7}x^{\frac{4}{3}}$.

Lời giải

Chọn B

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-2)$ và $B(3;1;4)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;-1;6)$. **B.** $(-2;1;-6)$. **C.** $(4;3;2)$. **D.** $(3;2;-8)$.

Lời giải

Chọn A

$\overrightarrow{AB} = (2;-1;6)$.

Câu 20. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = (2-x)^4(x+2)^3(1-x)$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Lời giải

Chọn A

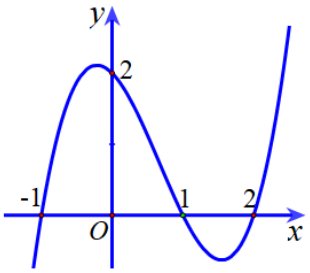
$$f'(x) = (2-x)^4(x+2)^3(1-x) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \text{ (boäi chaün)} \\ x = -2 \text{ (boäi leû)} \\ x = 1 \text{ (boäi leû)} \end{array}\right. .$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Dựa vào bảng xét dấu, suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 21. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+3x^2+2$.

C. $y=x^3-2x^2-x+2$. **D.** $y=-x^3+2x^2-x+2$.

Lời giải

Chọn C

Đây đồ thị của hàm bậc 3: $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (loại A, B)

Lại có nhánh cuối cùng của đồ thị đi lên nên $a>0\Rightarrow$Chọn C.

Câu 22. Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ cắt trục hoành nên tung độ giao điểm: y = 0.

$\Rightarrow \dfrac{x-2}{x+1}=0\Leftrightarrow x=2$. Vậy, hoành độ giao điểm là $x=2$. Chọn D

Câu 23. Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ (với a, b, c là các tham số và $a\neq 0$) có ba cực trị là

A. $ab\leq 0$. **B.** $ab<0$. **C.** $ab>0$. **D.** $ab\geq 0$.

Lời giải

Chọn B

$y=ax^4+bx^2+c$

$\Rightarrow y' = 4ax^3 + 2bx.$

$y' = 0 \Leftrightarrow 4ax^3 + 2bx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2ax^2 + 2b = 0 (1) \end{array}\right.$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt, hay phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác $0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta = -16ab > 0 \\ b \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow ab < 0.$ Chọn B.

Câu 24. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + 2x + 5$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = x^3 + x^2 + 5$.

B. $\int f(x)dx = x^3 + x + C$.

C. $\int f(x)dx = x^3 + x^2 + 5x + C$.

D. $\int f(x)dx = x^3 + x^2 + C$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $\int f(x)dx = x^3 + x^2 + 5x + C$.

Câu 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ có bán kính bằng

A. 1.

B. $\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{2}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm $I(1;-1;0)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + (-1)^2 + 0^2 + 1} = \sqrt{3}$.

Câu 26. Nghiệm của phương trình $\log_3(2x+1) = 2$ là

A. $x = 4$.

B. $x = 2$.

C. $x = \frac{7}{2}$.

D. $x = \frac{5}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_3(2x+1) = 2 \Leftrightarrow 2x + 1 = 3^2 \Leftrightarrow x = 4$.

Câu 27. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \frac{1}{x-1}$.

B. $y = x^3 - 3x + 4$.

C. $y = -2022x + 1$.

D. $y = -x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -2022x + 1$.

- Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

- Ta có $y' = -2022 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Suy ra hàm số $y = -2022x + 1$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 28. Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

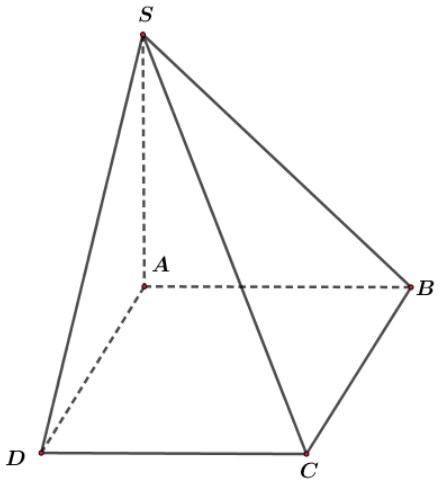
Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)<\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)\Leftrightarrow\begin{cases}x+1>2x-1\\2x-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<2\\x>\frac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Tập nghiệm của bất phương trình $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông với $AC=5\sqrt{2}$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA=5$. Góc giữa SD và mặt phẳng (SAB) bằng



A. $45°$. **B.** $90°$. **C.** $30°$. **D.** $60°$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\begin{cases}AD\perp AB\\AD\perp SA\end{cases}\Rightarrow AD\perp(SAB)$

$\Rightarrow(SD,(SAB))=(SD,SA)=DSA$

Vì $ABCD$ là hình vuông nên $AC=AB\sqrt{2}\Rightarrow AB=5$

$\Rightarrow\tan DSA=\frac{AD}{SA}=\frac{5}{5}=1\Rightarrow DSA=45°$.

Câu 30. Từ một hộp chứa 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng; lấy ngẫu nhiên đồng thời 2 viên bi. Xác suất để lấy được 2 viên bi khác màu bằng

A. $\frac{5}{18}$. **B.** $\frac{7}{18}$. **C.** $\frac{5}{36}$. **D.** $\frac{13}{18}$.

Lời giải

Chọn D

Lấy 2 viên bi từ 9 viên bi có C_9^2 cách. Vậy $n(\Omega)=C_9^2$.

Gọi A là biến cố " Lấy được hai viên bi khác màu ". Suy ra $\overline{A}$ là biến cố " Lấy được hai viên bi cùng màu ".

Các kết quả thuận lợi của biến cố $\overline{A}$ là: $n(\overline{A})=C_4^2+C_3^2+C_2^2=10$.

Vậy xác suất lấy được 2 viên bi khác màu là: $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=\dfrac{13}{18}$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3), B(-3;0;1)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x+y-2z-1=0$. **B.** $2x-y-2z+1=0$. **C.** $2x+y-2z-8=0$. **D.** $2x-y+2z+5=0$.

Lời giải

Chọn A

Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(-1;1;-1)$.

$\overrightarrow{AB}=(-4;-2;4) \Rightarrow \vec{n}=(2;1;-2)$ là vecto pháp tuyến.

$\Rightarrow$ Phương trình mặt phẳng trung trực đi qua I và nhận $\vec{n}=(2;1;-2)$ làm vecto pháp tuyến là:

$2(x+1)+1(y-1)-2(z+1)=0 \Leftrightarrow 2x+y-2z-1=0$..

Câu 32. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3-5x^2+4x-2$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $-\dfrac{74}{27}$. **D.** -1.

Lời giải

Chọn A

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$f'(x)=6x^2-10x+4$.

$$f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x^2-10x+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=\dfrac{2}{3}\in[0;2] \end{array}\right.$$

$y(0)=-2;\ y(1)=-1;\ y\left(\dfrac{2}{3}\right)=-\dfrac{26}{27};\ y(2)=2$.

Vậy $\min\limits_{[0;2]} f(x)=y(0)=-2$.

Câu 33. Cho $\int\limits_{-2}^{5} f(x)dx=8$ và $\int\limits_{-2}^{5} g(x)dx=-3$. Tính $\int\limits_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]dx$

A. $I=-11$. **B.** $I=13$. **C.** $I=27$. **D.** $I=3$.

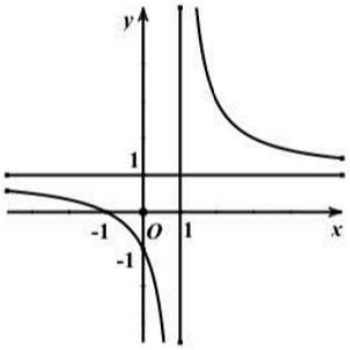
Lời giải

Chọn B

Ta có

$$\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)-1\right]dx=\int_{-2}^{5}f(x)dx-4\int_{-2}^{5}g(x)dx-\int_{-2}^{5}dx=8+12-7=13.$$

Câu 34. Cho hàm số $y=\dfrac{x+b}{cx+d}(b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị của biểu thức $T=2b+3c+4d$ bằng



A. 1. **B.** -8. **C.** 6. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số cắt trục $Ox \Rightarrow 0=\dfrac{x+b}{cx+d}\Leftrightarrow x=-b$.

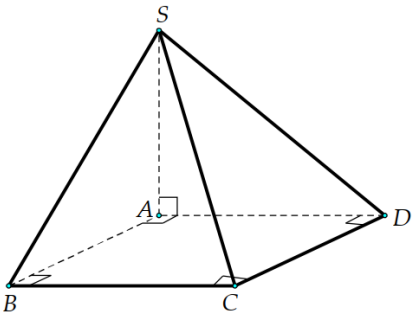
Quan sát đồ thị ta thấy đồ thị hám số cắ trục hoành tại $x=-1\Rightarrow -b=-1\Leftrightarrow b=1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{c}=1\Leftrightarrow c=1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là: $x=-\dfrac{d}{c}=1\Leftrightarrow -d=c\Leftrightarrow -d=1\Leftrightarrow d=-1$.

Vậy: $T=2b+3c+4d=2.1+3.1+4.(-1)=1$.

Câu 35. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa SC với mặt phẳng (SAB) bằng 30°. Thể tích của khối chóp $S.ABCD$ bằng



A. $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{8a^3}{3}$. **C.** $\dfrac{8\sqrt{2}a^3}{3}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{2}a^3}{3}$.

Lời giải

Chọn C

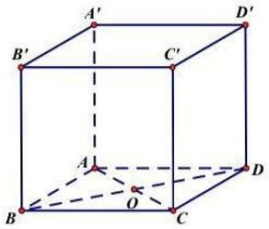
Ta có: $\left.\begin{array}{l} SC\cap(SAB)=S \\ CB\perp(SAB) \end{array}\right\}\Rightarrow (SC\cap(SAB))=(SC;SB)=CSB=30^0$.

Xét tam giác SBC vuông tại B có: $\tan 30^0=\dfrac{BC}{SB}\Rightarrow SB=\dfrac{BC}{\tan 30^0}=\dfrac{2a}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=2\sqrt{3}a$.

Xét tam giác SAB vuông tại A có: $SA=\sqrt{\left(2a\sqrt{3}\right)^2-4a^2}=2a\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SA.S_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.2a\sqrt{2}.4a^2=\dfrac{8a^3\sqrt{2}}{3}$.

Câu 36. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng CC' và BD bằng



A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** a. **D.** $a\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\left.\begin{array}{l} CO\perp BD \\ CO\perp C'C \end{array}\right\}\Rightarrow d\left(BD;CC'\right)=CO=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 37. Với a,b là các số thực dương tùy ý, $\log_3\left(a.b^2\right)$ bằng

A. $\log_3 a+2\log_3 b$. **B.** $2\left(\log_3 a+\log_3 b\right)$. **C.** $\log_3 a+\dfrac{1}{2}\log_3 b$. **D.** $2\cdot\log_3 a\cdot\log_3 b$.

Lời giải

Chọn A

$\log_3\left(a.b^2\right)=\log_3 a+2\log_3 b$.

Câu 38. Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[2;+\infty)$. **C.** $[2;4]$. **D.** $(2;4]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{m-2}{(x+m)^2}$

Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-4)$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m-2>0\\-m\notin(-\infty;-4)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>2\\-m\geq -4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>2\\m\leq 4\end{cases}\Leftrightarrow 2<m\leq 4.$

Câu 39. Cho hai hàm số $y=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}$ và $y=e^{-x}-2019+2022m$, (m là tham số thực) có đồ thị lần lượt là (C_1) và (C_2). Tập hợp tất cả các giá trị của m để (C_1) và (C_2) cắt nhau tại đúng ba điểm phân biệt là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $[3;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;-1;0\}$

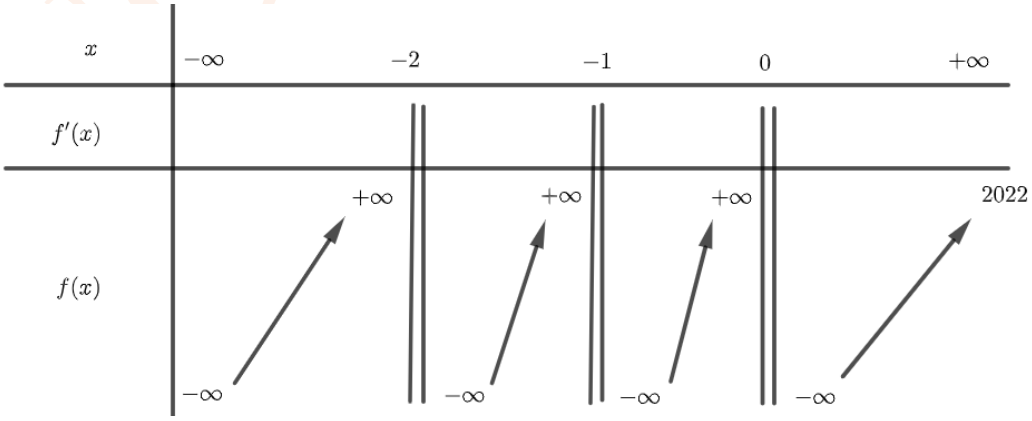
Xét phương trình hoàng độ giao điểm: $\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}=e^{-x}-2019+2022m$

$\Leftrightarrow\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}-e^{-x}+2019=2022m$

Xét: $f(x)=\dfrac{x-1}{x}+\dfrac{x}{x+1}+\dfrac{x+1}{x+2}-e^{-x}+2019$

Có: $f'(x)=\dfrac{1}{x^2}+\dfrac{1}{(x+1)^2}+\dfrac{1}{(x+2)^2}+e^{-x}>0\ \forall x\in D$

Bảng biến thiên:



Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì: $2022m\geq 2022\Leftrightarrow m\geq 1$.

Câu 40. Nếu $\int\dfrac{e^x-1}{e^x+1}dx=2f(x)-x+C$ thì $f(x)$ bằng

A. e^x+1. **B.** e^x. **C.** e^x-1. **D.** $\ln(e^x+1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int \frac{e^x-1}{e^x+1}dx=\int\left(1-\frac{2}{e^x+1}\right)dx=\int 1dx-2\int\frac{1}{e^x+1}dx$

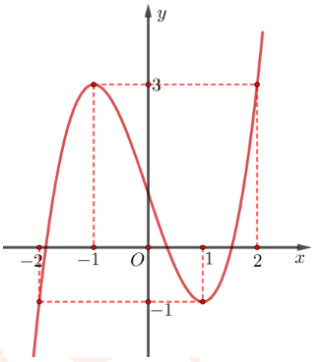
Đặt: $e^x+1=u\Rightarrow e^x dx=du\Leftrightarrow dx=\frac{1}{u-1}du$

Nên:

$$\int\frac{1}{e^x+1}dx=\int\frac{1}{u(u-1)}du=\int\left(\frac{1}{u-1}-\frac{1}{u}\right)du=\ln\left|\frac{u-1}{u}\right|+C_1=\ln\frac{e^x}{e^x+1}+C_1=x-\ln\left(e^x+1\right)+C_1$$

Vậy: $\int\frac{e^x-1}{e^x+1}dx=x-2\left(x-\ln\left(e^x+1\right)+C_1\right)=2\ln\left(e^x+1\right)-x+C$.

Câu 41. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f\left(2-f(x)\right)=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 7.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta có:

$$f\left(2-f(x)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-f(x)=a\ \left(a\in(-2;-1)\right)\\2-f(x)=b\ \left(b\in(0;1)\right)\\2-f(x)=c\ \left(c\in(1;2)\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=2-a\ (1)\ \left(2-a\in(3;4)\right)\\f(x)=2-b\ (2)\ \left(2-b\in(1;2)\right)\\f(x)=2-c\ (3)\ \left(2-c\in(0;1)\right)\end{array}\right.$$

Từ đồ thị của hàm số $y=f(x)$ ta thấy phương trình $(1),(2),(3)$ lần lượt có đúng 1, 3, 3 nghiệm và các nghiệm này là phân biệt.

Vậy phương trình $f\left(2-f(x)\right)=0$ có 7 nghiệm.

Câu 42. Có bao nhiêu cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn $\log_2\left(x^2+2x+3\right)^{y^2+8}\le 7-y^2+3y$?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 7.

Lời giải

Chọn B

$\log_2\left(x^2+2x+3\right)^{y^2+8} \le 7-y^2+3y \Leftrightarrow \log_2\left(x^2+2x+3\right) \le \dfrac{-y^2+3y+7}{y^2+8}$ (1)

Với mọi x ta có: $\log_2\left(x^2+2x+3\right)=\log_2\left(\left(x+1\right)^2+2\right)\ge 1$. Suy ra để (1) có nghiệm thì ta phải có $\dfrac{-y^2+3y+7}{y^2+8}\ge 1 \Leftrightarrow 2y^2-3y+1\le 0 \Leftrightarrow y\in\left[\dfrac{1}{2};1\right]$.

Mà $y\in\mathbb{Z}$ nên $y=1$. Thay vào (1) ta được: $\log_2\left(x^2+2x+3\right)\le 1\Leftrightarrow x=-1$

Vậy có duy nhất cặp số nguyên (x,y) thỏa mãn.

Câu 43. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên $\left[1;2\right]$ và thỏa mãn $f\left(x\right)=f\left(1-x\right),\forall x\in\left[-1;2\right]$. Đặt $S_1=\int\limits_{-1}^{2} xf\left(x\right)\mathrm{d}x$, S_2 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục Ox và hai đường thẳng $x=-1, x=2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $S_1=2S_2$. **B.** $S_1=3S_2$. **C.** $2S_1=S_2$. **D.** $3S_1=S_2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $S_1=\int\limits_{-1}^{2} xf\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Đặt $t=1-x\Rightarrow \mathrm{d}t=-\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=-1\Rightarrow t=2; x=2\Rightarrow t=-1$.

Suy ra $S_1=\int\limits_{2}^{-1}\left(1-t\right)f\left(1-t\right)\left(-\mathrm{d}t\right)=\int\limits_{-1}^{2}\left(1-t\right)f\left(t\right)\mathrm{d}t$

$=\int\limits_{-1}^{2} f\left(t\right)\mathrm{d}t-\int\limits_{-1}^{2} tf\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_{-1}^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{-1}^{2} xf\left(x\right)\mathrm{d}x=S_2-S_1$.

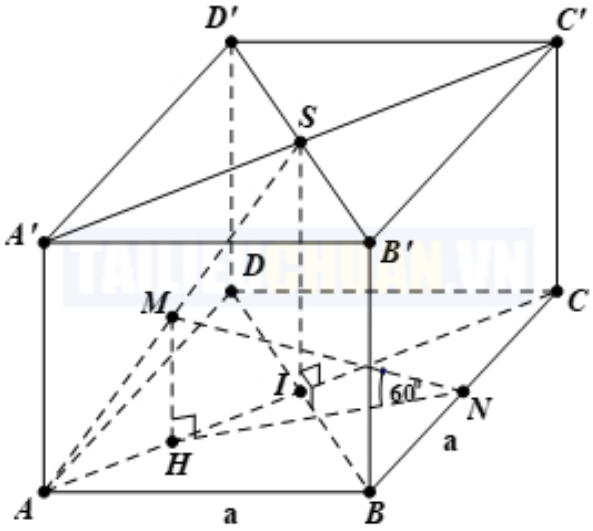
Vậy $2S_1=S_2$.

Câu 44. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Gọi S là tâm hình vuông $A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của SA và BC. Biết rằng, nếu MN tạo với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ một góc bằng 60^0 và $AB=a$ thì thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{12}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{30}}{3}$. **C.** $a^3\sqrt{30}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là tâm của đáy $ABCD$ suy ra $SI \perp (ABCD)$.

Kẻ $MH \perp (ABCD) \Rightarrow NH // SI$, $NH = \frac{1}{2}SI$ và H là trung điểm của đoạn AI đồng thời suy ra $(MN,(ABCD)) = MNH = 60°$.

Xét tam giác HCN có $HC = \frac{3}{4}AC = \frac{3}{4}\sqrt{AB^2 + BC^2} = \frac{3a\sqrt{2}}{4}$; $CN = \frac{1}{2}BC = \frac{a}{2}$; $HCN = 45°$, theo định lý côsin ta có $HN^2 = HC^2 + CN^2 - 2HC.CN.\cos HCN = \frac{5}{8}a^2 \Rightarrow HN = \frac{a\sqrt{10}}{4}$.

Do đó $MH = HN.\tan MNH = \frac{a\sqrt{10}}{4}.\tan 60° = \frac{a\sqrt{30}}{4} \Rightarrow SI = 2HM = \frac{a\sqrt{30}}{2}$.

Lại có diện tích của tam giác ABC là $S_{ABC} = \frac{1}{2}AB.BC = \frac{a^2}{2}$.

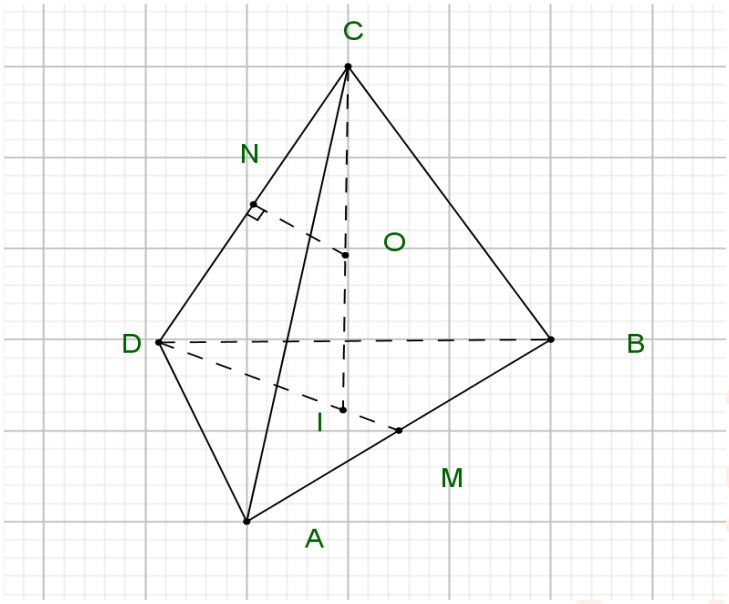
Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}.SI.S_{ABC} = \frac{a^3\sqrt{30}}{12}$.

Câu 45. Cho tứ diện ABCD có $AB = \frac{a\sqrt{3}}{2}$ và các cạnh còn lại đều bằng a. Biết rằng bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện ABCD bằng $\frac{a\sqrt{m}}{n}$ với $m,n \in \mathbb{N}^*; m \le 15$. Tổng $T = m + n$ bằng

A. 15. **B.** 17. **C.** 19. **D.** 21.

Lời giải

Chọn C



Gọi M là trung điểm của AB ta có $DM^2=\dfrac{DA^2+DB^2}{2}-\dfrac{AB^2}{4}=\dfrac{13a^2}{16}\Rightarrow DM=\dfrac{a\sqrt{13}}{4}$.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABD thì $I\in DM$.

Gọi S là diện tích tam giác ABD cân tại D.

Ta có $DM\perp AB\Rightarrow S=\dfrac{1}{2}DM.AB=\dfrac{1}{2}.\dfrac{a\sqrt{13}}{4}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=\dfrac{a^2\sqrt{39}}{16}$.

Ta có $S=\dfrac{AB.AC.BC}{4R}\Rightarrow R=\dfrac{AB.AC.BC}{4S}=\dfrac{a.a.a\sqrt{3}}{8.\dfrac{a^2\sqrt{39}}{16}}=\dfrac{2\sqrt{13}}{13}a$.

Tam giác CDI vuông tại $I\Rightarrow CI^2=CD^2-R^2=a^2-\left(\dfrac{2\sqrt{13}}{13}a\right)^2=\dfrac{9}{13}a^2\Rightarrow CI=\dfrac{3\sqrt{13}}{3}a$.

Ta có $\begin{cases}CA=CB=CD=a\\IA=ID=IB\end{cases}\Rightarrow IC\perp(ABD)$. (Do IC là trục đường tròn của tam giác ABD).

Gọi N là trung điểm của DC. Trong mặt phẳng (CDI) kẻ $NO\perp CD, NO\cap CI=O$ thì O là tâm mặt cầu ngoại tiếp tứ diện. Ta có

$$\Delta CNO\#\Delta CID\Rightarrow\frac{CO}{CD}=\frac{CN}{CI}\Rightarrow CO=\frac{CD.CN}{CI}=\frac{CD^2}{2CI}=\frac{a^2}{2.\dfrac{3\sqrt{13}}{13}a}=\frac{\sqrt{13}}{6}a\Rightarrow\begin{cases}m=13\\n=6\end{cases}$$

$\Rightarrow m+n=19$.

Câu 46. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)=-x^3+6x^2-32$. Khi đó hàm số $g(x)=f\left(x^2-3x\right)$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Lời giải

Chọn C

$g(x)=f\left(x^2-3x\right)\Rightarrow g'(x)=(2x-3).f'\left(x^2-3x\right)$.

$f'(x)=-x^3+6x^2-32\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow -x^3+6x^2-32=0\Leftrightarrow (x-4)^2(x+2)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\end{array}\right.$

$g(x)=f\left(x^2-3x\right)\Rightarrow g'(x)=(2x-3).f'\left(x^2-3x\right)\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\f'\left(x^2-3x\right)=0\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\\left[\begin{array}{l}x^2-3x=-2\\x^2-3x=4\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\\left[\begin{array}{l}x^2-3x+2=0\\x^2-3x-4=0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\\x=1,\ x=2\\x=-1,\ x=4\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu của $g'(x)$:

x	$-\infty$		-1		1		$3/2$		2		4		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Vậy chọn phương án C.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;3)$, $B(0;1;0)$, $C(1;0;-2)$ và mặt phẳng $(P):x+y+z+2=0$. Điểm $M(a;b;c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn hệ thức $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T=a-b+9c$ bằng

A. $\dfrac{13}{9}$. **B.** $-\dfrac{13}{9}$. **C.** 13. **D.** -13.

Lời giải

Chọn D

Chọn điểm K thỏa mãn $\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{KC}=\vec{0}$. Khi đó $K\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{2}{3};-\dfrac{1}{2}\right)$ cố định.

$P=MA^2+2MB^2+3MC^2=\overrightarrow{MA}^2+2\overrightarrow{MB}^2+3\overrightarrow{MC}^2$

$=\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MK}+\overrightarrow{KC}\right)^2$

$=6MK^2+KA^2+2KB^2+3KC^2-2\overrightarrow{MK}\left(\overrightarrow{KA}+2\overrightarrow{KB}+3\overrightarrow{KC}\right)$

$=6MK^2+KA^2+2KB^2+3KC^2$.

P đạt GTNN $\Leftrightarrow MK$ đạt GTNN $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của K lên (P).

Do đó $M\left(-\frac{5}{18};-\frac{5}{18};-\frac{13}{9}\right)$. Khi đó $T=\left(-\frac{5}{18}\right)-\left(-\frac{5}{18}\right)+9\left(-\frac{13}{9}\right)=-13$.

Câu 48. Cho ba số thực x,y,z không âm thỏa mãn $2^x+4^y+8^z=4$. Gọi M,N lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S=\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}$. Đặt $T=2M+6N$, khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $T\in(1;2)$. **B.** $T\in(2;3)$. **C.** $T\in(3;4)$. **D.** $T\in(4;5)$.

Lời giải

Chọn A

$2^x+4^y+8^z=4\Leftrightarrow 2^x+2^{2y}+2^{3z}=4$.

Ta có $4=2^x+2^{2y}+2^{3z}\ge 3.\sqrt[3]{2^{x+2y+3z}}\Leftrightarrow 2^{x+2y+3z}\le\frac{64}{27}\Leftrightarrow x+2y+3z\le 6-3\log_2 3$.

Khi đó $S\le 1-\frac{1}{2}\log_2 3$. Suy ra $M=1-\frac{1}{2}\log_2 3$.

Đặt $\begin{cases}a=2^x\Rightarrow x=\log_2 a\\ b=4^y=2^{2y}\Rightarrow y=\frac{1}{2}\log_2 b\\ c=8^y=2^{3z}\Rightarrow z=\frac{1}{3}\log_2 b\end{cases}$, khi đó $a+b+c=4\Rightarrow b+c=4-a$.

Do $x,y,z\ge 0$ nên $a,b,c\ge 1$, ta có

$(b-1)(c-1)\ge 0\Leftrightarrow bc\ge(b+c)-1\Leftrightarrow bc\ge 4-a-1\Leftrightarrow bc\ge 3-a\Leftrightarrow abc\ge a(3-a)$.

Xét $f(x)=3a-a^2$ đạt GTNN trên $a\in[1;+\infty)$ là $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{9}{4}$.

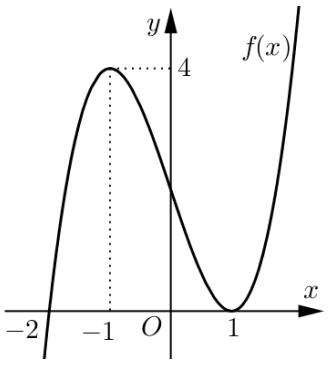
Suy ra $abc\ge 3a-a^2\ge\frac{9}{4}$.

Mặt khác $S=\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{2}=\frac{1}{6}\log_2(abc)\ge\frac{1}{6}\log_2\left(\frac{9}{4}\right)$.

Khi đó $N=\frac{1}{6}(2\log_2 3-2)=\frac{1}{3}\log_2 3-\frac{1}{3}$.

Vậy $T=2M+6N=2\left(1-\frac{1}{2}\log_2 3\right)+6\left(\frac{1}{3}\log_2 3-\frac{1}{3}\right)=\log_2 3\longrightarrow T\in(1;2)$.

Câu 49. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[0;20]$ để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)-2f(x)-m\right|$ có 9 điểm cực trị?

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Lời giải

Chọn A

Đặt $h(x)=f^2(x)-2f(x)-m\Rightarrow h'(x)=2f'(x)\left[f(x)-1\right]$

Khi đó $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f(x)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\\x=a\in(-2;-1)\\x=b\in(0;1)\\x=c>1\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		a		-1		b		1		c		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$-m-1$	↗	$8-m$	↘	$-m-1$	↗	$-m$	↘	$-m-1$	↗	$+\infty$

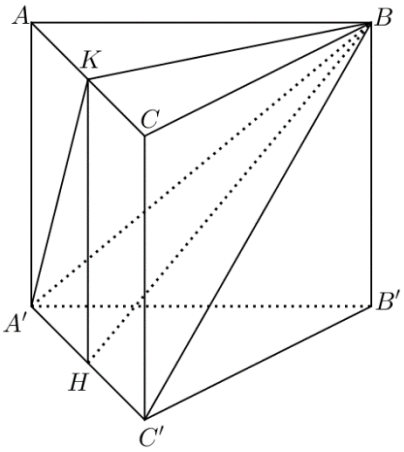
Ta có $h(x)$ có 5 điểm cực trị. Vậy để thoả mãn thì $h(x)=0$ có bốn nghiệm đơn hoặc bội lẻ hay $-m\le 0<8-m\Leftrightarrow 0\le m<8$. Do $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 50. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều. Gọi α là góc tạo bởi $A'B$ với mặt phẳng $(ACC'A')$ và β là góc giữa mặt phẳng $(A'BC')$ với mặt phẳng $(ACC'A')$. Biết $\cot^2\alpha-\cot^2\beta=\dfrac{m}{n}$ (với $m,n\in\mathbb{N}^*$ và phân số $\dfrac{m}{n}$). Khi đó giá trị của biểu thức $T=m+2n$ bằng

A. $T=3$. **B.** $T=5$. **C.** $T=7$. **D.** $T=9$.

Lời giải

Chọn C



Gọi H, K lần lượt là trung điểm của $A'C', AC$.

Khi đó $BK \perp (ACC'A') \Rightarrow \alpha = (A'B, (ACC'A')) = BA'K \Rightarrow \cot^2 \alpha = \dfrac{A'K^2}{BK^2}$.

Do $HK \perp A'C', BH \perp A'C' \Rightarrow \beta = ((A'BC'), (ACC'A')) = BHK \Rightarrow \cot^2 \beta = \dfrac{HK^2}{BK^2}$.

Khi đó $\cot^2 \alpha - \cot^2 \beta = = \dfrac{A'K^2 - HK^2}{BK^2} = \dfrac{A'H'^2}{BK^2} = \dfrac{AK^2}{BK^2} = \dfrac{AK^2}{AB^2 - AK^2} = \dfrac{AK^2}{4AK^2 - AK^2} = \dfrac{1}{3}$.

Vậy $m = 1; n = 3 \Rightarrow m + 2n = 7$.

---------- HẾT ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN KHTN-HÀ NỘI

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Tìm $\int \sin^2 2x dx$

A. $\frac{\sin 4x}{8}+C$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 4x}{8}+C$. **C.** $-\frac{\cos^3 3x}{3}+C$. **D.** $\frac{x}{2}-\frac{\sin 4x}{8}+C$.

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{2x+4}{m-x}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=(1+i)^3$ là

A. $-2;2$. **B.** $2;-2$. **C.** $2;2$. **D.** $-2;4$.

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và không có chữ số nào lớn hơn 5.

A. 75. **B.** 90. **C.** 52. **D.** 60.

Câu 5: Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có mặt bên tạo với đáy một góc bằng $60°$.

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$ **C.** $\frac{4}{3\sqrt{3}}a^3$. **D.** $4\sqrt{3}a^3$.

Câu 6: Tìm $\int x^2\left(2x^3-1\right)^3 dx$

A. $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$. **B.** $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$. **C.** $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$. **D.** $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$.

Câu 7: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x$ bằng?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 8: Biết rằng phương trình $\left(\frac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x=\sqrt[3]{2^{x+1}}$ có một nghiệm thực duy nhất. Nghiệm đó thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-6;-5)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 9: Cho $\int_0^1\left(x^2-2x-3f(x)\right)dx=1$. Tính $\int_0^1 f(x)dx$.

A. $\frac{-1}{3}$. **B.** $\frac{-5}{3}$. **C.** $\frac{-1}{9}$. **D.** $-\frac{5}{9}$.

Câu 10: Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3-4i$. Tính $|z.w|$.

A. 125. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{5}$.

Câu 11: Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=2$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;2;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$.

A. $G\left(\frac{1}{4};\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **B.** $G\left(\frac{1}{2};1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $G\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};2\right)$. **D.** $G(2;4;6)$.

Câu 13: Tính $\int_0^2 \sqrt{x^2-2x+1}\,dx$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** 1.

Câu 14: Cho hàm số $y=x^3-12x+1$. Điểm cực tiểu của hàm số là

A. 2. **B.** -15. **C.** 13. **D.** -2.

Câu 15: Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{15-x}} > \frac{1}{16}$ là

A. 15. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 9.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z=\frac{4}{1+i}$ là

A. $2-2i$. **B.** $-2-2i$. **C.** $2+2i$. **D.** $-2+2i$.

Câu 17: Một lớp học sinh có 15 học sinh nữ và 25 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm cần **Chọn B**an cán sự lớp gồm 3 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự có cả nam và nữ.

A. $\frac{251}{1976}$. **B.** $\frac{2625}{9880}$. **C.** $\frac{1425}{1976}$. **D.** $\frac{450}{988}$.

Câu 18: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung.

A. $y=1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=3x+1$. **D.** $y=-3x-1$.

Câu 19: Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{2}$, độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{2}$

A. 8π. **B.** 4π. **C.** $4\sqrt{2}\pi$. **D.** $8\sqrt{2}\pi$.

Câu 20: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;1;-3), B(3;0;1)$

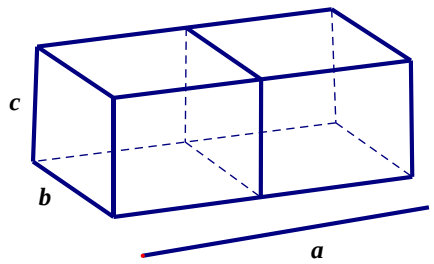
A. $\begin{cases} x=4+t \\ y=1-t \\ z=5+4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=1-t \\ z=-3-4t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=3-t \\ y=t \\ z=1+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=-1-t \\ z=5+4t \end{cases}$.

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình sau là phương trình mặt cầu:

$$x^2+y^2+z^2-2x+4z+m^2-6m+10=0.$$

A. 5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 22: Người thợ làm một bể cá hai ngăn không nắp với thể tích $1296\ dm^3$. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với ba kích thước a, b, c (mét) để đỡ tốn kính nhất như hình vẽ và giả thiết rằng độ dày của kính không đáng kể. Tính $a+b+c$



A. $3,3$. **B.** $3,6$. **C.** $4,8$. **D.** $3,9$.

Câu 23: Biết $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x = 6$, tích phân $\int_{0}^{1} f(2x-1)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 2.

Câu 24: Cho số phức $z=(1-i)^4$. Tìm phần ảo của số phức $w=iz$

A. -4. **B.** 4. **C.** $4i$. **D.** $-4i$.

Câu 25: Đồ thị hàm số nào sau đây không cắt trục hoành?

A. $y=x^3+5x+2$. **B.** $y=x^4-3x^2+3$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2-x}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Câu 26: Hàm số $y=x^2-2\ln x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;1)$

Câu 27: Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1;-2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$

A. $x-2y+2z+3=0$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{2}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $x-2y+2z-5=0$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a; BC=\sqrt{3}a; CA=\sqrt{2}a; SA=SB=SC=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\dfrac{\sqrt{26}}{24}a^3$. **B.** $\dfrac{\sqrt{26}}{12}a^3$. **C.** $\dfrac{\sqrt{26}}{4}a^3$. **D.** $\dfrac{\sqrt{26}}{8}a^3$

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2+u_9=3; u_4+u_6=1$. Tìm công sai của cấp số cộng (u_n)

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3

Câu 30: Biết rằng $\sqrt[3]{4\sqrt{2}}=2^a$. Giá trị của a bằng

A. $\dfrac{5}{6}$. **B.** $\dfrac{15}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{2}$

Câu 31: Cho a là số thực dương. Khi đó $\log_4 8a^3$ bằng

A. $\dfrac{3}{2}+\log_2 a$. **B.** $\dfrac{3}{2}+\dfrac{3}{2}\log_2 a$. **C.** . **D.** $6+6\log_2 a$.

Câu 32: Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0,2,0); B(3,0,0); C(0,0,4)$

A. $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=0$. **B.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=0$. **C.** $\dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{4}=1$.

Câu 33: Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

A. $\dfrac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{14}}{6}$. **C.** $\dfrac{3a\sqrt{14}}{7}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{21}}{6}$.

Câu 35: Tính thể tích khối lập phương nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 3.

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $12\sqrt{2}$. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** $54\sqrt{2}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=x(x+1)^2(x+2)^3(x+3)^4$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 37: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2^{x+1}}{3^x}$ bằng

A. $\dfrac{2^{x+1}}{3^x}(\ln 2-\ln 3)$. **B.** $\dfrac{(x+1).2^x}{x.3^{x-1}}$. **C.** $\dfrac{2^{x+1}\ln 2}{3^x\ln 3}$. **D.** $\dfrac{2^x}{3^x}(\ln 2-\ln 3)$.

Câu 38: Cho tam giác vuông tại A có $AB=3, AC=4$. Tính diện tích xung quanh khối nón sinh ra khi cho tam giác ABC quay quanh trục AB.

A. 20π. **B.** 15π. **C.** 12π. **D.** 60π.

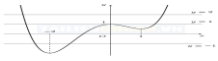
Câu 39: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\sqrt{16-x^2}$. Tính $M+m$.

A. $8-\sqrt{8}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** 0. **D.** 8.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA=2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính $\cos\alpha$ với α là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=2022^{f(f(x)-1)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

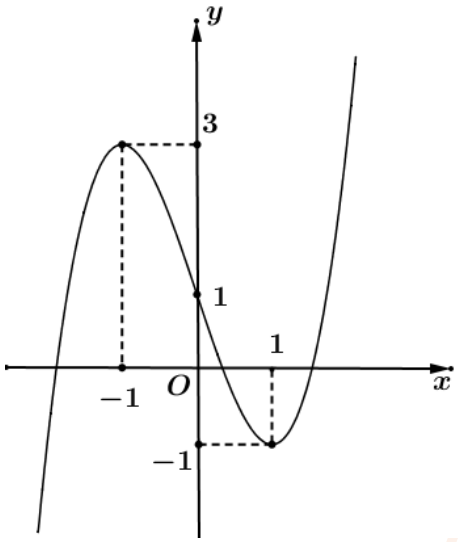


A. 9. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

A. $\sqrt{8-4\sqrt{2}}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Giả sử m là tham số thự **C.** Hỏi phương trình $f(|f(x)|)=m$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực?



A. 5. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 12.

Câu 44: Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 4x + c$, trục hoành và các đường thẳng $x = 2;\ x = 4$ có diện tích bằng 3.

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 45: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc 4. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ và diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành bằng 9. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$. Tính $M - m$

A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{27}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1 : \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$; $d_2 : \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P) : x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1 : \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}, d_2 : \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$ **C.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}$

Câu 48: Biết rằng có đúng một số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i|$ và $\frac{z-i}{z+i}$ là số thuần ảo. Tính tổng phần thực và phần ảo của z

A. 4. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3+3x)=x^2+2$ với mọi số thực x. Tính $\int_0^4 x^2.f'(x)\mathrm{d}x$

A. $\frac{27}{4}$. **B.** $\frac{219}{8}$. **C.** $\frac{357}{4}$. **D.** $\frac{27}{8}$.

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương a để phương trình sau có ít nhất một nghiệm thực

$$\left(a^{\log x}+1\right)^{\log a}+a^{\log x}=2x-2$$

A. 8. **B.** 1. **C.** . **D.** 9.

----------**Hết**----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1D	2D	3A	4C	5B	6B	7D	8D	9D	10D	11B	12B	13D	14A	15A
16C	17C	18B	19C	20D	21D	22B	23A	24A	25B	26C	27B	28B	29C	30A
31B	32C	33A	34A	35C	36_	37A	38A	39C	40A	41A	42C	43B	44A	45B
46B	47D	48C	49A	50D										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Tìm $\int \sin^2 2x dx$

A. $\frac{\sin 4x}{8}+C$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{\sin 4x}{8}+C$. **C.** $-\frac{\cos^3 3x}{3}+C$. **D.** $\frac{x}{2}-\frac{\sin 4x}{8}+C$.

Lời giải

Chọn D

$$\int \sin^2 2x dx=\int\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\cos 4x\right)dx=\frac{x}{2}-\frac{\sin 4x}{8}+C$$

Câu 2: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{2x+4}{m-x}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

$$y'=\frac{2m+4}{(m-x)^2}$$

Để hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ thì $y'>0$ với mọi $x\in(1;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}2m+4>0\\ m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le 1.$$

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0;1\}$

Câu 3: Trên mặt phẳng tọa độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $z=1+i^3$ là

A. $-2;2$. **B.** $2;-2$. **C.** $2;2$. **D.** $-2;4$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $z=1+i^3=1+i^2\ 1+i=1+2i+i^2\ 1+i=2i\ 1+i=-2+2i.$

Vậy điểm biểu diễn số phức z là $-2;2$.

Câu 4: Có bao nhiêu số tự nhiên chẵn gồm 3 chữ số đôi một khác nhau và không có chữ số nào lớn hơn 5.

A. 75. **B.** . **C.** 52. **D.** 60.

Lời giải

Chọn C

Gọi số cần tìm có dạng $\overline{abc}$

Trường hợp 1: Nếu $c=0$

Chọn A: 5 cách

Chọn B: 4 cách

Khi đó thành lập đc $5.4=20$ số.

Trường hợp 2: Nếu $c\neq 0$

Chọn c: có 2 cách.

Chọn a: 4 cách.

Chọn b: 4 cách.

Khi đó thành lập được $2.4.4=32$ số.

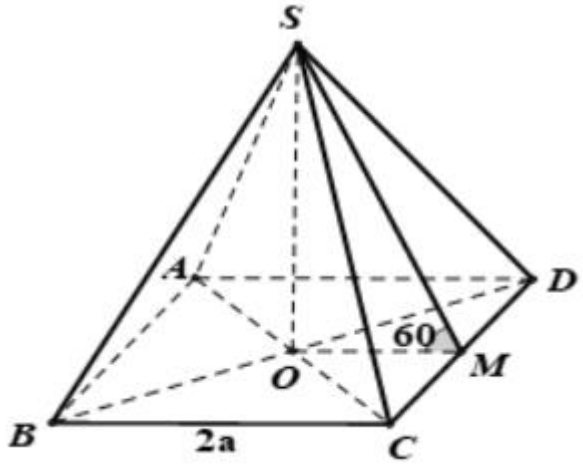
Vậy thành lập được tất cả $20+32=52$ số.

Câu 5: Tính thể tích khối chóp tứ giác đều có cạnh đáy bằng $2a$ và có mặt bên tạo với đáy một góc bằng $60°$.

A. $\frac{4}{3}a^3$. **B.** $\frac{4\sqrt{3}}{3}a^3$ **C.** $\frac{4}{3\sqrt{3}}a^3$. **D.** $4\sqrt{3}a^3$.

Lời giải

Chọn B



Gọi M là trung điểm $DC\Rightarrow OM\perp DC.$

Ta có: $DC\perp OM;DC\perp SO\Rightarrow DC\perp SOM$.

$\Rightarrow \left(SDC\right);\left(ABCD\right)=\left(SM;OM\right)=SMO=60°.$

$\Rightarrow SO=OM.\tan 60°=a\sqrt{3}.$

$S_{ABCD}=\left(2a\right)^2=4a^2$

Vậy thể tích chóp $V=\frac{1}{3}S_{ABCD}.SO=\frac{1}{3}.4a^2.a\sqrt{3}=\frac{4\sqrt{3}a^3}{3}$

Câu 6: Tìm $\int x^2\left(2x^3-1\right)^3\,\mathrm{d}x$

A. $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$. **B.** $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$. **C.** $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$. **D.** $\frac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$.

Lời giải

Chọn B

Đặt $t=2x^3-1\Rightarrow dt=6x^2dx\Rightarrow x^2dx=\dfrac{dt}{6}$

Ta có $\int x^2\left(2x^3-1\right)^3dx=\dfrac{1}{6}\int t^3dt=\dfrac{t^4}{24}+C=\dfrac{\left(2x^3-1\right)^4}{24}+C$

Câu 7: Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x$ bằng?

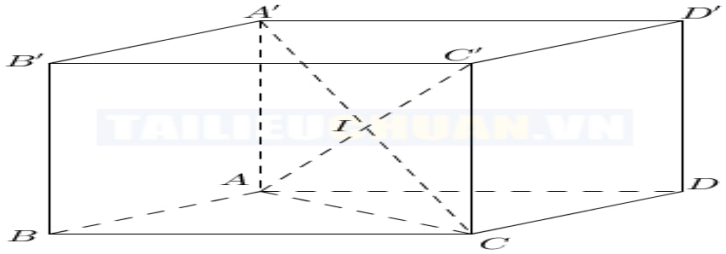
A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

ĐKXĐ: $\begin{cases}x^2+x+1>0\\x>0\end{cases}\Leftrightarrow x>0$

Ta có



Tổng tất cả các nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2+x+1\right)=2+\log_2 x$ bằng 3

Câu 8: Biết rằng phương trình $\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x=\sqrt[3]{2^{x+1}}$ có một nghiệm thực duy nhất. Nghiệm đó thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(-6;-5)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-1;0)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\left(\dfrac{1}{2\sqrt{2}}\right)^x=\sqrt[3]{2^{x+1}}\Leftrightarrow 2^{-\frac{3x}{2}}=2^{\frac{x+1}{3}}\Leftrightarrow -\dfrac{3x}{2}=\dfrac{x+1}{3}\Leftrightarrow x=-\dfrac{2}{11}\in(-1;0)$

Câu 9: Cho $\int_0^1\left(x^2-2x-3f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x=1$. Tính $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

A. $\dfrac{-1}{3}$. **B.** $\dfrac{-5}{3}$. **C.** $\dfrac{-1}{9}$. **D.** $-\dfrac{5}{9}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^1\left(x^2-2x-3f\left(x\right)\right)dx=1\Leftrightarrow\int_0^1\left(x^2-2x\right)dx-3\int_0^1 f\left(x\right)dx=1\Leftrightarrow-\dfrac{2}{3}-3\int_0^1 f\left(x\right)dx=1$

$\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\dfrac{5}{9}$

Câu 10: Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3-4i$. Tính $\left|z.w\right|$.

A. 125. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** $5\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $|z.w|=|(1+2i)(3-4i)|=|11+2i|=5\sqrt{5}$

Câu 11: Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x-2y+2z+1=0$

A. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=4$. **B.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

C. $(x+1)^2+(y-2)^2+z^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=2$.

Lời giải

Chọn B

Vì mặt cầu tiếp xúc với mặt phẳng (P) nên $R=d(I;(P))=\dfrac{|1+4+0+1|}{\sqrt{1^2+(-2)^2+2^2}}=2$.

Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là $(x-1)^2+(y+2)^2+z^2=4$.

Câu 12: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với , $B(0;2;0)$, $C(0;0;3)$, $D(1;2;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$.

A. $G\left(\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{4}\right)$. **B.** $G\left(\dfrac{1}{2};1;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $G\left(\dfrac{2}{3};\dfrac{4}{3};2\right)$. **D.** $G(2;4;6)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có:

$$\begin{cases} x_G=\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4}=\dfrac{1+0+0+1}{4}=\dfrac{1}{2} \\ y_G=\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4}=\dfrac{0+2+0+2}{4}=1 \\ z_G=\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}=\dfrac{0+0+3+3}{4}=\dfrac{3}{2} \end{cases} \Rightarrow G\left(\dfrac{1}{2};1;\dfrac{3}{2}\right).$$

Câu 13: Tính $\int_0^2 \sqrt{x^2-2x+1}\,dx$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 2. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int_0^2 \sqrt{x^2-2x+1}\,dx=\int_0^2 \sqrt{(x-1)^2}\,dx=\int_0^2 |x-1|dx=\int_0^1 -(x-1)dx+\int_1^2 (x-1)dx$

$$=-\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_0^1+\left(\frac{x^2}{2}-x\right)\Big|_1^2=\frac{1}{2}+\frac{1}{2}=1.$$

Câu 14: Cho hàm số $y=x^3-12x+1$. Điểm cực tiểu của hàm số là

A. 2. **B.** -15. **C.** 13. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y=3x^3-12; y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	17	↘	-15	↗	$+\infty$

Điểm cực tiểu của hàm số là $x=2$

Câu 15: Số nghiệm nguyên dương của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{15-x}} > \frac{1}{16}$ là

A. 15. **B.** 8. **C.** 16. **D.** 9.

Lời giải

ChọnA.

Điều kiện xác định $15-x \geq 0 \Leftrightarrow x \leq 15$.

Khi đó $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{15-x}} > \frac{1}{16} \Leftrightarrow \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{15-x}} > \left(\frac{1}{2}\right)^4 \Leftrightarrow \sqrt{15-x} < 4 \Leftrightarrow 15-x < 16 \Leftrightarrow x > -1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $-1 < x \leq 15$ mà $x \in \mathbb{Z}; x > 0 \Rightarrow x \in \{1;2;3;4;.....;14;15\}$.

Câu 16: Số phức liên hợp của số phức $z=\frac{4}{1+i}$ là

A. $2-2i$. **B.** $-2-2i$. **C.** $2+2i$. **D.** $-2+2i$.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=\frac{4}{1+i}=2-2i \Rightarrow \bar{z}=2+2i$

Câu 17: Một lớp học sinh có 15 học sinh nữ và 25 học sinh nam. Giáo viên chủ nhiệm cần **Chọn Ban cán sự lớp gồm 3 học sinh. Tính xác suất để ban cán sự có cả nam và nữ.**

A. $\frac{251}{1976}$. **B.** $\frac{2625}{9880}$. **C.** $\frac{1425}{1976}$. **D.** $\frac{450}{988}$.

Lời giải

Chọn C

Tổng số học sinh của lớp là: $15+25=40$.

Chọn 3 học sinh bất kì có số cách chọn là: $C_{40}^3=9880$.

Chọn 3 học sinh trong đó có 2 nam và 1 nữ có số cách chọn là: $C_{15}^1.C_{25}^2=4500$.

Chọn 3 học sinh trong đó có 1 nam và 2 nữ có số cách chọn là: $C_{15}^2.C_{25}^1=2625$.

Chọn 3 học sinh trong đó cả nam và nữ có số cách chọn là: $C_{15}^1.C_{25}^2+C_{15}^2.C_{25}^1=7125$.

Vậy xác suất để ban cán sự có cả nam và nữ là: $P=\frac{7125}{9880}=\frac{75}{104}=\frac{1425}{1976}$.

Câu 18: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung.

A. $y=1$. **B.** $y=-3x+1$. **C.** $y=3x+1$. **D.** $y=-3x-1$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số giao với trục tung tại $M(0;1)$.

Ta có: $y'=3x^2-3\Rightarrow y'(0)=-3$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $M(0;1)$ là: $y=-3(x-0)+1=-3x+1$.

Câu 19: Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $\sqrt{2}$, độ dài đường sinh bằng $2\sqrt{2}$

A. 8π. **B.** 4π. **C.** $4\sqrt{2}\pi$. **D.** $8\sqrt{2}\pi$.

Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối trụ là: $V=\pi r^2h=\pi.2.2\sqrt{2}=4\sqrt{2}\pi$.

Câu 20: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;1;-3), B(3;0;1)$

A. $\begin{cases}x=4+t\\y=1-t\\z=5+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=-3-4t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3-t\\y=t\\z=1+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=4+t\\y=-1-t\\z=5+4t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\overrightarrow{AB}(1;-1;4)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm $A(2;1;-3), B(3;0;1)$ nhận $\overrightarrow{AB}(1;-1;4)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình là: $\begin{cases}x=2+t\\y=1-t\\z=-3+4t\end{cases}$.

Ta thấy điểm $M(4;-1;5)\in AB$ và đường thẳng $\begin{cases}x=4+t\\y=-1-t\\z=5+4t\end{cases}$ và đường thẳng AB cùng vectơ chỉ phương nên chúng trùng nhau chọn đáp án **D.**

Câu 21: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình sau là phương trình mặt cầu: $x^2+y^2+z^2-2x+4z+m^2-6m+10=0$.

A. 5. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D

Phương trình $x^2+y^2+z^2+2ax+2by+2cz+d=0$ với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình của một mặt cầu.

Từ đó ta có: $\begin{cases} 2a=-2 \\ 2b=0 \\ 2c=4 \\ d=m^2-6m+10 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=0 \\ c=2 \\ d=m^2-6m+10 \end{cases}$

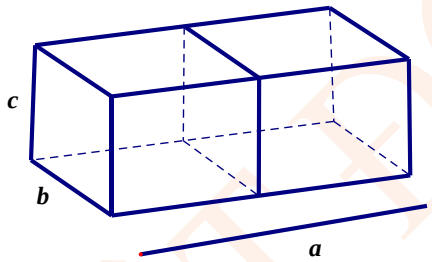
Để phương trình đã cho là phương trình mặt cầu ta phải có

$a^2+b^2+c^2-d>0 \Leftrightarrow 1+0+4-\left(m^2-6m+10\right)>0$

$\Leftrightarrow -m^2+6m-5>0 \Leftrightarrow 1<m<5$

Do $m\in\mathbb{Z}$ nên có 3 giá trị tìm được $m=\{2;3;4\}$.

Câu 22: Người thợ làm một bể cá hai ngăn không nắp với thể tích 1296 dm^3. Người thợ này cắt các tấm kính ghép lại một bể cá dạng hình hộp chữ nhật với ba kích thước a, b, c (mét) để đỡ tốn kính nhất như hình vẽ và giả thiết rằng độ dày của kính không đáng kể. Tính $a+b+c$



A. 3,3. **B.** 3,6. **C.** 4,8. **D.** 3,9.

Lời giải

Chọn B

Ta có 1296 $dm^3=1,296\ m^3$

Diện tích đáy bể cá là: ab

Diện tích các mặt bên bể cá là: $2ac+3bc$

Diện tích kính cần dùng là: $S=ab+2ac+3bc$

Theo bất đẳng thức Côsi áp dụng với 3 số dương ta có

$S=ab+2ac+3bc\ge 3\sqrt[3]{ab.2ac.3bc}=3\sqrt[3]{6\left(abc\right)^2}=3\sqrt[3]{6\left(1,296\right)^2}$

Dấu bằng xảy ra khi

$ab=2ac=3bc \Rightarrow \begin{cases} ab=2ac \\ 2ac=3bc \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=2c \\ a=\dfrac{3}{2}b \end{cases}$

Thay vào $abc=1,296$ ta được $6c^3=1,296 \Rightarrow c=0,6; b=1,2; a=1,8$

Vậy $a+b+c=0,6+1,2+1,8=3,6$

Câu 23: Biết $\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=6$, tích phân $\int\limits_{0}^{1} f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $\int\limits_{0}^{1} f\left(2x-1\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1} f\left(2x-1\right)\mathrm{d}\left(2x-1\right)=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}.6=3.$

Câu 24: Cho số phức $z=\left(1-i\right)^4$. Tìm phần ảo của số phức $w=iz$

A. -4. **B.** 4. **C.** $4i$. **D.** $-4i$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=(1-i)^4=(1-i)^2(1-i)^2=(-2i)(-2i)=-4$

Do đó $w=iz=i(-4)=-4i$.

Vậy phần ảo là: -4

Câu 25: Đồ thị hàm số nào sau đây không cắt trục hoành?

A. $y=x^3+5x+2$. **B.** $y=x^4-3x^2+3$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2-x}$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số ở bốn phương án

Phương trình $x^3+5x+2=0$ có 1 nghiệm (Sử dụng máy tính cầm tay CASIO)

Phương trình $x^4-3x^2+3=0$ vô nghiệm (Sử dụng máy tính cầm tay CASIO)

Phương trình $\dfrac{x-1}{2-x}=0$ có nghiệm $x=1$ (Sử dụng máy tính cầm tay CASIO)

Phương trình $x^3-3x+1=0$ có 3 nghiệm (Sử dụng máy tính cầm tay CASIO)

Câu 26: Hàm số $y=x^2-2\ln x$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;0)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;1)$

Lời giải

Chọn C

ĐK: $x>0$ và $y'=2x-\dfrac{2}{x}$

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 2x^2-2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên $(1;2)$

Câu 27: Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1;-2;0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P):x-2y+2z+1=0$

A. $x-2y+2z+3=0$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{2}$. **C.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{-2}=\dfrac{z}{2}$. **D.** $x-2y+2z-5=0$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng $d\perp(P)\Rightarrow d$ có một vtcp là $\vec{u}=(1;-2;2)$

Phương trình đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z}{2}$

Câu 28: Cho hình chóp $S.ABC$ có $AB=a;BC=\sqrt{3}a;CA=\sqrt{2}a;SA=SB=SC=2a$. Tính thể tích khối chóp $S.ABC$

A. $\frac{\sqrt{26}}{24}a^3$. **B.** $\frac{\sqrt{26}}{12}a^3$. **C.** $\frac{\sqrt{26}}{4}a^3$. **D.** $\frac{\sqrt{26}}{8}a^3$

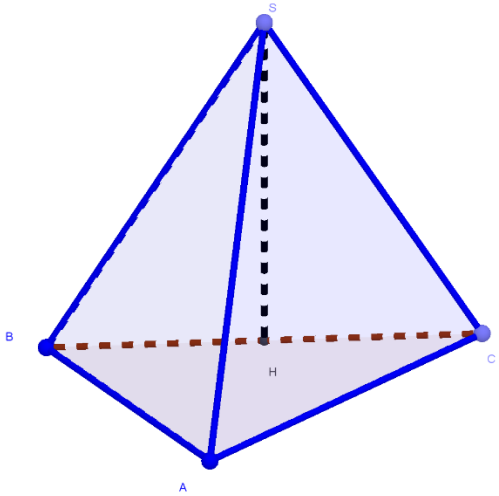
Lời giải

Chọn B

Xét ΔABC có $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại A

$SA = SB = SC \Rightarrow$ hình chiếu của S lên (ABC) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC

Gọi H là trung điểm của $BC \Rightarrow SH \perp (ABC)$



* Diện tích tam giác ABC là $S = \frac{1}{2}.AB.AC = \frac{1}{2}.a.\sqrt{2}a = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$

* $SH = \sqrt{SC^2 - \left(\frac{BC}{2}\right)^2} = \sqrt{(2a)^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{13}}{2}$

Thể tích khối chóp $S.ABC$ là $V = \frac{1}{3}.SH.S_{ABC} = \frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{13}}{2}.\frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{26}}{12}$

Câu 29: Cho cấp số cộng (u_n) thỏa mãn $u_2 + u_9 = 3; u_4 + u_6 = 1$. Tìm công sai của cấp số cộng (u_n)

A. 4. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 3

Lời giải

Chọn C

Có $\begin{cases} u_2 + u_9 = 3 \\ u_4 + u_6 = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} u_1 + d + u_1 + 8d = 3 \\ u_1 + 3d + u_1 + 5d = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2u_1 + 9d = 3 \\ 2u_1 + 8d = 1 \end{cases} \Rightarrow d = 2$

Câu 30: Biết rằng $\sqrt[3]{4\sqrt{2}} = 2^a$. Giá trị của a bằng

A. $\frac{5}{6}$. **B.** $\frac{15}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{2}$

Lời giải

Chọn A

Có $\sqrt[3]{4\sqrt{2}} = \sqrt[3]{2^2.\sqrt{2}} = 2^{\left(\frac{1}{2}+2\right)\frac{1}{3}} = 2^{\frac{5}{6}}$

Câu 31: Cho a là số thực dương. Khi đó $\log_4 8a^3$ bằng

A. $\frac{3}{2}+\log_2 a$. **B.** $\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\log_2 a$. **C.** $2+3\log_2 a$. **D.** $6+6\log_2 a$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log_4 8a^3=\log_4 8+\log_4 a^3=\frac{3}{2}\log_2 2+\frac{3}{2}\log_2 a=\frac{3}{2}+\frac{3}{2}\log_2 a$.

Câu 32: Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0,2,0);B(3,0,0);C(0,0,4)$

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=0$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=0$. **C.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$.

Lời giải

Chọn C

Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0,2,0);B(3,0,0);C(0,0,4)$ là $\frac{x}{3}+\frac{y}{2}+\frac{z}{4}=1$.

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 33: Hàm số $y=\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=(-\infty;2]\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}\right)=0\Rightarrow y=0$ là TCN

Ta có: $x^2-4x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Vì $\lim\limits_{x\to1^-} y=\lim\limits_{x\to1^-}\left(\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}\right)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\left(\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}\right)=-\infty$.

Suy ra $x=1$ là TCĐ

$\lim\limits_{x\to3} y=\lim\limits_{x\to3}\left(\frac{\sqrt{2-x}}{x^2-4x+3}\right)$ không xác định.Vì $x=3\notin D$

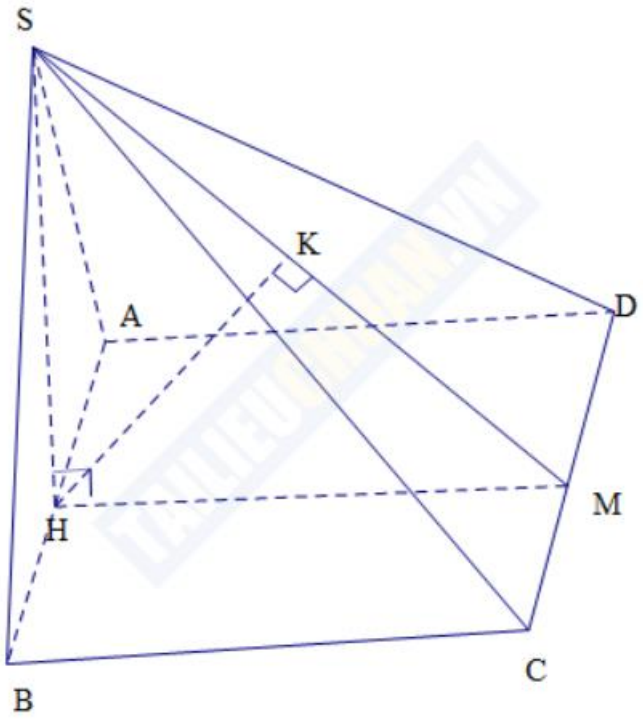
Vậy hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 34: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $2a$, mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SCD)

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{7}$. **B.** $\frac{a\sqrt{14}}{6}$. **C.** $\frac{3a\sqrt{14}}{7}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{6}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi M, H lần lượt là trung điểm của CD, AB. Do mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SH \perp (ABCD) \Rightarrow SH = a\sqrt{3}$ và $CD \perp HM \Rightarrow CD \perp (SMH)$.

Kẻ $HK \perp SM \Rightarrow HK \perp (SCD)$.

Do đó $d(A;(SCD)) = d(H;(SCD)) = HK$

Xét tam giác SMH vuông tại H có

$$\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HS^2} + \frac{1}{HM^2} \Rightarrow HK = \frac{HS.HM}{\sqrt{HS^2 + HM^2}} = \frac{2a.a\sqrt{3}}{\sqrt{(2a)^2 + (a\sqrt{3})^2}} = \frac{2a\sqrt{21}}{7}.$$

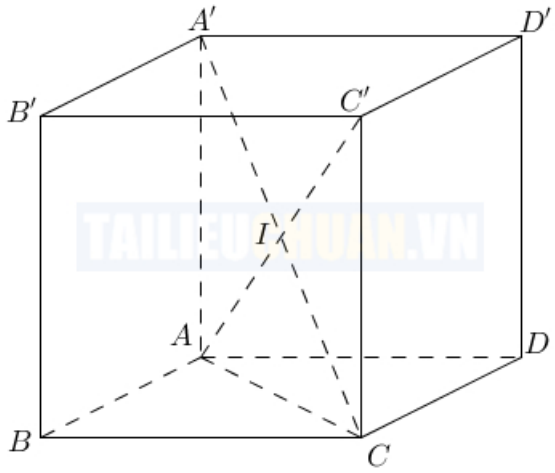
Vậy $d(A;(SCD)) = HK = \frac{2a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 35: Tính thể tích khối lập phương nội tiếp mặt cầu có bán kính bằng 3.

A. $18\sqrt{3}$. **B.** $12\sqrt{2}$. **C.** $24\sqrt{3}$. **D.** $54\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



Đặt $AB=a$. Suy ra mặt cầu ngoại tiếp hình lập phương có bán kính $R=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}=3\Rightarrow a=2\sqrt{3}$.

Vậy thể tích khối lập phương cần tìm: $V=a^3=24\sqrt{3}$.

Câu 36: Cho hàm số $y=x(x+1)^2(x+2)^3(x+3)^4$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn?

$y'=(x+1)^2(x+2)^3(x+3)^4+2x(x+1)(x+2)^3(x+3)^4+3x(x+1)^2(x+2)^2(x+3)^4+4x(x+1)^2(x+2)^3(x+3)^3$

$=(x+1)(x+2)^2(x+3)^3\left[(x+1)(x+2)(x+3)+2x(x+2)(x+3)+3x(x+1)(x+3)+4x(x+1)(x+2)\right]$

$=(x+1)(x+2)^2(x+3)^3(10x^3+40x^2+40x+6)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-2\ (ng.kép)\\x=-3\\x\approx-2,49\\x\approx-0,18\\x\approx-1,33\end{array}\right.$$

Vậy hàm số đã cho có 5 điểm cực trị.

Câu 37: Đạo hàm của hàm số $y=\dfrac{2^{x+1}}{3^x}$ bằng

A. $\dfrac{2^{x+1}}{3^x}(\ln 2-\ln 3)$. **B.** $\dfrac{(x+1).2^x}{x.3^{x-1}}$. **C.** $\dfrac{2^{x+1}\ln 2}{3^x\ln 3}$. **D.** $\dfrac{2^x}{3^x}(\ln 2-\ln 3)$.

Lời giải

Chọn A

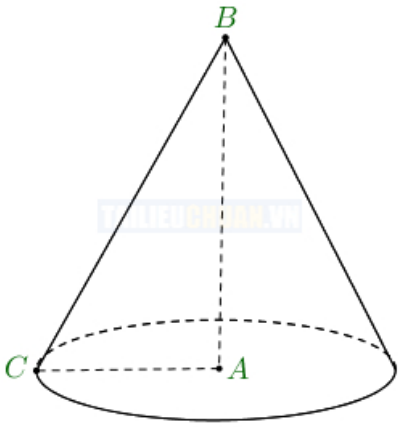
$$y'=\left(\frac{2^{x+1}}{3^x}\right)'=2\left(\left(\frac{2}{3}\right)^x\right)'=2.\left(\frac{2}{3}\right)^x.\ln\frac{2}{3}=\frac{2^{x+1}}{3^x}(\ln 2-\ln 3).$$

Câu 38: Cho tam giác ABC vuông tại A có $AB=3, AC=4$. Tính diện tích xung quanh khối nón sinh ra khi cho tam giác ABC quay quanh trục AB.

A. 20π. **B.** 15π. **C.** 12π. **D.** 60π.

Lời giải

Chọn A



Khối nón sinh ra có bán kính đáy là $R = AC = 4$, đường sinh $l = BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = 5$.

Vậy diện tích xung quanh khối nón bằng: $\pi Rl = 20\pi$.

Câu 39: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x\sqrt{16 - x^2}$. Tính $M + m$.

A. $8 - \sqrt{8}$. **B.** $\sqrt{8}$. **C.** 0. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

Xét hàm số: $y = x\sqrt{16 - x^2}$

TXĐ: $[-4;4]$.

Hàm số liên tục trên $[-4;4]$.

$y' = \sqrt{16 - x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{16 - x^2}} = \dfrac{16 - 2x^2}{\sqrt{16 - x^2}}, \forall x \in (-4;4)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 2\sqrt{2}$.

$y(\pm 4) = 0$, $y(2\sqrt{2}) = 8$, $y(-2\sqrt{2}) = -8$.

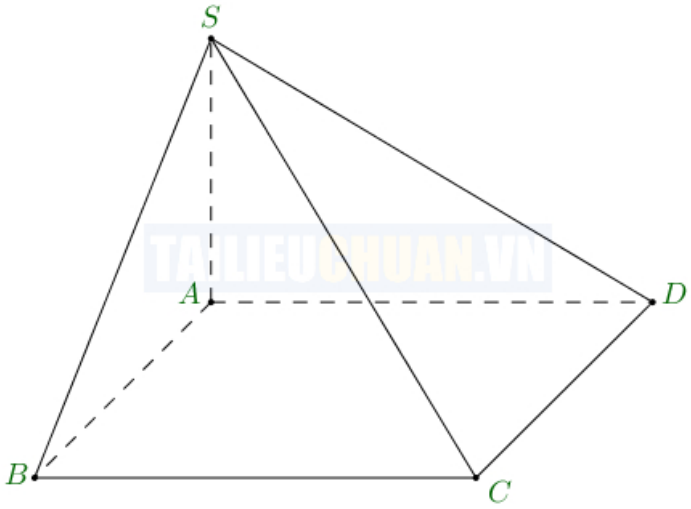
Vậy $M = 8, m = -8$.

Câu 40: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, $SA = 2a$ và SA vuông góc với đáy. Tính $\cos\alpha$ với α là góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$.

A. $\dfrac{1}{\sqrt{5}}$. **B.** $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A



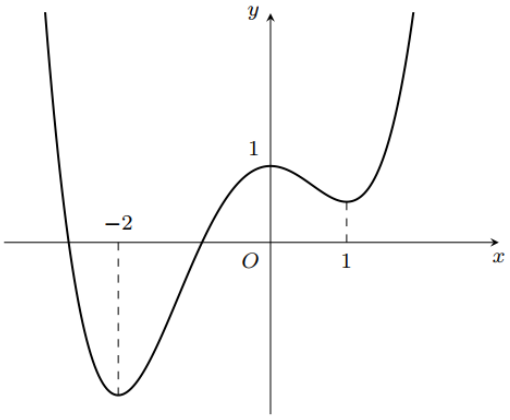
Ta có $(SCD)\cap(ABCD)=CD$ và $CD\perp AD, SA \Rightarrow CD\perp(SAD)$. Suy ra $\alpha = SDA$.

Xét tam giác SAD vuông tại A có $SA=2a$, $SD=\sqrt{SA^2+AD^2}=a\sqrt{5}$.

Vậy $\cos\alpha=\dfrac{AD}{SD}=\dfrac{1}{\sqrt{5}}$.

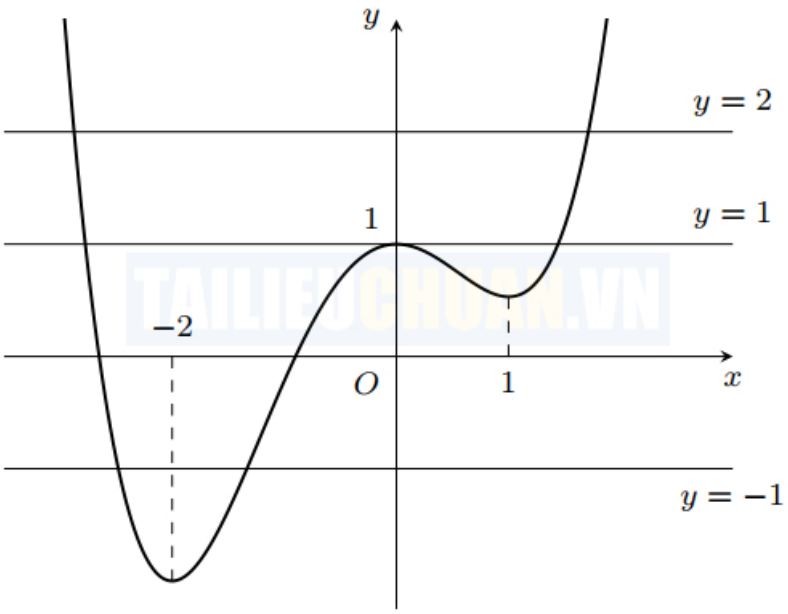
Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=2022^{f(f(x)-1)}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 9. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 7.



Lời giải

ChọnA.



Có $y=2022^{f(f(x)-1)} \Rightarrow y'=f'(x)\,f'\big(f(x)-1\big)2022^{f(f(x)-1)}\ln 2022=0$

$\Leftrightarrow f'(x)\,f'\big(f(x)-1\big)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f'\big(f(x)-1\big)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2;x=0;x=1 \\ f(x)=-1;\ f(x)=1;\ f(x)=2. \end{array}\right.$

Dựa vào đồ thị, ta có:

$f(x)=-1$ có hai nghiệm đơn;

$f(x)=1$ có hai nghiệm đơn;

$f(x)=2$ có hai nghiệm đơn;

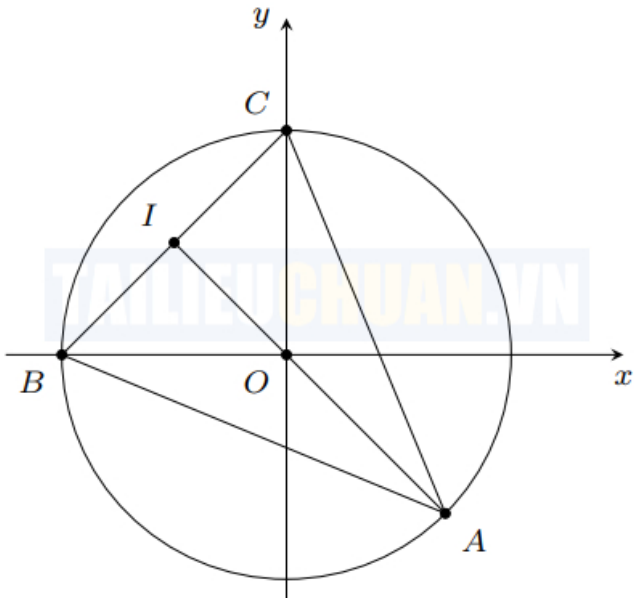
Vậy hàm số trên có 9 điểm cực trị.

Câu 42: Cho số phức z thỏa mãn $|z|=1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z+1|+|z-i|$

A. $\sqrt{8-4\sqrt{2}}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2+\sqrt{2}}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C



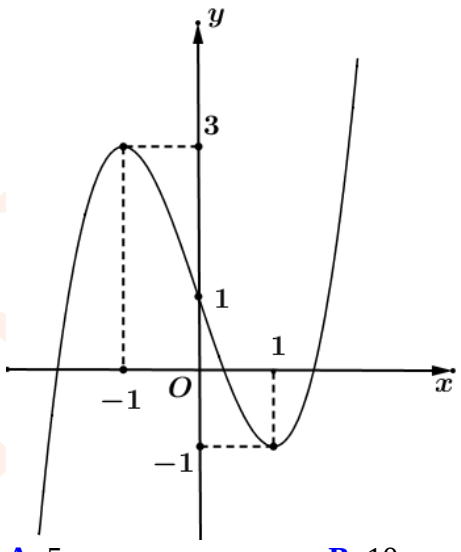
Gọi A là điểm biểu diễn số phức z, suy ra tập hợp A là đường tròn (C) tâm O, bán kính bằng 1.

Gọi B, C lần lượt là hai điểm biểu diễn số phức -1, i; ta có $OB=OC=1$.

Gọi I là trung điểm BC suy ra $OI=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Khi đó $P=AB+AC\le 2\sqrt{IB^2+(IO+R)^2}=2\sqrt{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}+1\right)^2}=2\sqrt{2+\sqrt{2}}$.

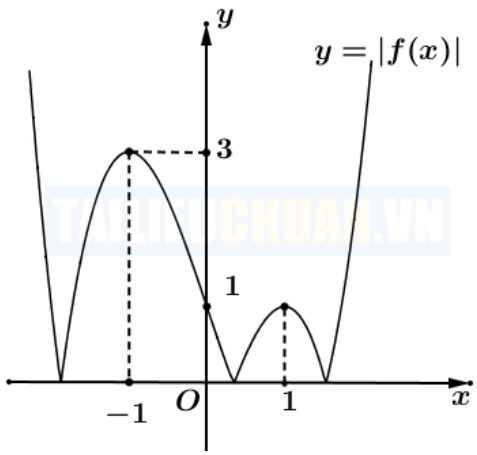
Câu 43: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Giả sử m là tham số thự **C.** Hỏi phương trình $f(|f(x)|)=m$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm thực?



A. 5. **B.** 10. **C.** 7. **D.** 12.

Lời giải

Chọn B



Xét $f\left(\left|f\left(x\right)\right|\right)=m$ (1), đặt $\left|f\left(x\right)\right|=t, t\ge 0$

Phương trình (1) trở thành $f\left(t\right)=m$ (2)

Ta thấy với mỗi $t\in\left(0;1\right)$ thì (1) có 6 nghiệm phân biệt.

Nếu $t=0$ hoặc với mỗi $t\in\left(1;3\right)$ thì (1) có có 4 nghiệm phân biệt.

Nếu $t=1$ thì (1) có 5 nghiệm.

Để (1) có nhiều nghiệm x nhất thì (2) có nhiều nghiệm dương nhất.

Từ đồ thị suy ra phương trình (2) có nhiều nhất là 2 nghiệm dương t_1, t_2 với $t_1\in\left(0;1\right), t_2\in\left(1;3\right)$

Khi đó với $f\left(x\right)=t_1$ có 6 nghiệm x; với $f\left(x\right)=t_2$ có 4 nghiệm x.

Vậy phương trình (1) có nhiều nhất 10 nghiệm.

Câu 44: Có bao nhiêu số thực c để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+c$, trục hoành và các đường thẳng $x=2;\ x=4$ có diện tích bằng 3.

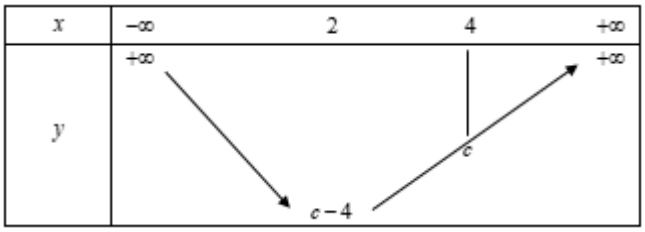
A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình $x^2-4x+c=0$ (1)

Xét hàm số $y=x^2-4x+c$ trên $\left[2;4\right]$, có BBT



TH1: Phương trình (1) không có nghiệm trên đoạn $\left[2;4\right]\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c-4>0\\c<0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c>4\\c<0\end{array}\right.$.

Khi đó diện tích hình phẳng là:

$$S=\int_2^4\left|x^2-4x+c\right|\mathrm{d}x=\left|\int_2^4\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x\right|=\left|\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+cx\right)\right|_2^4=\left|2c-\frac{16}{3}\right|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}c=\frac{25}{6}\ (TM)\\c=\frac{7}{6}\ (L)\end{array}\right.$$

TH2: Phương trình (1) có nghiệm $a\in\left[2;4\right]\Rightarrow c\in\left[0;4\right]$.

Ta có $a^2-4a+c=0\Rightarrow c=-a^2+4a$.

Khi đó diện tích hình phẳng là:

$$S=-\int_{2}^{a}\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x+\int_{a}^{4}\left(x^2-4x+c\right)\mathrm{d}x=-\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+cx\right)\Big|_{2}^{a}+\left(\frac{x^3}{3}-2x^2+cx\right)\Big|_{a}^{4}$$

$$=-\left(\frac{a^3}{3}-2a^2+ca\right)+\left(-\frac{16}{3}+2c\right)+\left(-\frac{32}{3}+4c\right)-\left(\frac{a^3}{3}-2a^2+ca\right)=-\frac{2a^3}{3}+4a^2-2ca-16+6c$$

$$=-\frac{2a^3}{3}+4a^2-2a\left(-a^2+4a\right)-16+6\left(-a^2+4a\right)=\frac{4}{3}a^3-10a^2+24a-16.$$

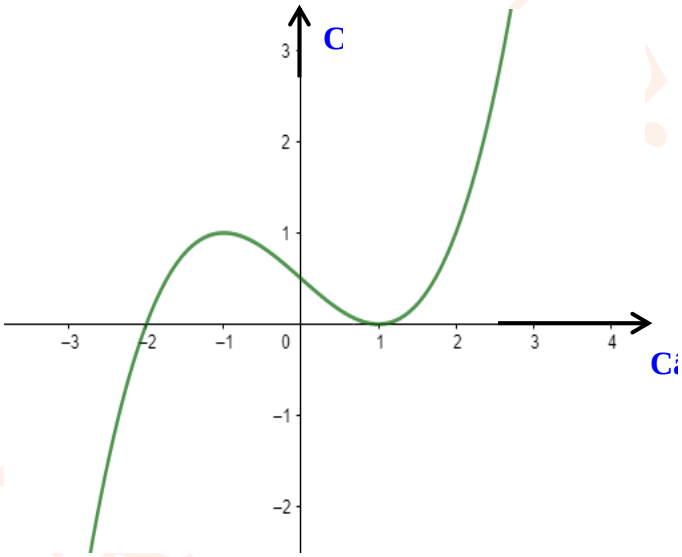
Ta có $S=3\Leftrightarrow\frac{4}{3}a^3-10a^2+24a-16=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=\frac{3}{2}\\a=3\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}c=\frac{15}{4}\ (TM)\\c=3\ (TM)\end{array}\right.$.

Vậy có 3 giá trị c thoả mãn.

.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ là hàm đa thức bậc 4. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ và diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành bằng 9. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-3;2]$. Tính $M-m$

A. $\frac{16}{3}$. **B.** $\frac{32}{3}$. **C.** $\frac{27}{3}$ **D.** $\frac{5}{3}$.



Lời giải

Chọn B

+ Từ đồ thị (C) ta có $f'(x)=a.(x+2).(x-1)^2$.

+ Do diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành bằng 9

$$\Rightarrow\int_{-2}^{1}a.(x+2).(x-1)^2\,dx=9\Rightarrow a=\frac{4}{3}\Rightarrow f'(x)=\frac{4}{3}.(x+2).(x-1)^2$$

+ Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=1\end{array}\right.$

$$\int f'(x)dx=\int\frac{4}{3}.(x+2).(x-1)^2\,dx\Rightarrow f(x)=\frac{x^4}{3}-2x^2+\frac{8}{3}x+c$$

+ $f(-3)=c+1, f(2)=c+\frac{8}{3}, f(-2)=c-8, f(1)=c+1 \Rightarrow M=c+\frac{8}{3}, m=c-8 \Rightarrow M-m=\frac{32}{3}$

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1:\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z}{1}$; $d_2:\frac{x-2}{2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-2z+5=0$. Lập phương trình đường thẳng d song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{-1}$. **D.** $\frac{x+1}{-1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$.

Lời giải

Chọn B

Do $A\in d_1 \Rightarrow A(-1+t;-2+2t;t)$; do $B\in d_2 \Rightarrow B(2+2u;1+u;1+u)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AB}=(3+2u-t;3+u-2t;1+u-t)$

+ Mặt phẳng (P) có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(1;1;-2)$. Do $d//(P) \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\vec{n}=0 \Rightarrow u=t-4$

$\Rightarrow AB=\sqrt{2t^2-8t+35}\geq 3\sqrt{3}$. Suy ra độ dài đoạn AB nhỏ nhất bằng $3\sqrt{3}$ khi $t=2$.

Khi đó $\overrightarrow{AB}=(-3;-3;-3) \Rightarrow d$ đi qua điểm $A(1;2;2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;1)$

Suy ra phương trình $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z-2}{1}$. **Chọn B**

Câu 47: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;3)$ và hai đường thẳng: $d_1:\frac{x-4}{1}=\frac{y+2}{4}=\frac{z-1}{-2}, d_2:\frac{x-2}{1}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A, vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2.

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{1}$ **C.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{1}$ **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$

Lời giải

Chọn D

Giả sử

$d\cap d_2=M \Rightarrow M(2+t;-1-t;1+t) \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(1+t;-t;t-2)$.

d_1 có véc tơ chỉ phương $\vec{u_1}=(1;4;-2)$. Do $d\perp d_1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}\perp\vec{u_1} \Rightarrow \overrightarrow{AM}.\vec{u_1} \Leftrightarrow 1+t-4t-2(t-2)=0 \Leftrightarrow t=1 \Rightarrow \overrightarrow{AM}=(2;-1;-1)$ là véc tơ chỉ phương của d. Phương trình chính tắc của $d:\frac{x-1}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-3}{-1}$.

Câu 48: Biết rằng có đúng một số phức z thỏa mãn $|z-2i|=|\bar{z}+2+4i|$ và $\frac{z-i}{z+i}$ là số thuần ảo. Tính tổng phần thực và phần ảo của z

A. 4. **B.** -4. **C.** 1. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C

Giả sử $z=x+yi, (x,y\in\mathbb{R})$.

$|z-2i|=|\bar{z}+2+4i| \Leftrightarrow |x+(y-2)i|=|x+2+(-y+4)i| \Leftrightarrow x^2+(y-2)^2=(x+2)^2+(-y+4)^2$

$\Leftrightarrow x^2+y^2-4y+4=x^2+4x+4+y^2-8y+16 \Leftrightarrow x=y-4\,(1).$

$\dfrac{z-i}{\bar{z}+i}=\dfrac{x+(y-1)i}{x+(-y+1)i}=\dfrac{[x+(y-1)i][x-(-y+1)i]}{x^2+(-y+1)^2}=\dfrac{x^2-y^2+2y-1}{x^2+(-y+1)^2}+mi.$

(Điều kiện $x^2+(-y+1)^2\neq 0$).

Do $\dfrac{z-i}{\bar{z}+i}$ là số thuần ảo $\Rightarrow \dfrac{x^2-y^2+2y-1}{x^2+(y+1)^2}=0 \Rightarrow x^2-y^2+2y-1=0\,(2).$

Thay (1) vào (2) ta được phương trình: $(y-4)^2-y^2+2y-1=0 \Leftrightarrow -6y+15=0 \Leftrightarrow y=\dfrac{5}{2}.$

Thay $y=\dfrac{5}{2}$ vào (1) ta được $x=\dfrac{-3}{2} \Rightarrow x+y=\dfrac{-3}{2}+\dfrac{5}{2}=1.$

Câu 49: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3+3x)=x^2+2$ với mọi số thực x. Tính $\int\limits_0^4 x^2.f'(x)\mathrm{d}x$

A. $\dfrac{27}{4}$. **B.** $\dfrac{219}{8}$. **C.** $\dfrac{357}{4}$. **D.** $\dfrac{27}{8}$.

Lời giải

ChọnA.

Đặt $I=\int\limits_0^4 x^2.f'(x)\mathrm{d}x$

Đặt $\begin{cases}u=x^2\\ \mathrm{d}v=f'(x)\mathrm{d}x\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}\mathrm{d}u=2x\mathrm{d}x\\ v=f(x)\end{cases}.$

Khi đó $I=x^2f(x)\Big|_0^4-\int\limits_0^4 2f(x)\mathrm{d}x=16f(4)-2\int\limits_0^4 x.f(x)\mathrm{d}x.$

Xét $K=\int\limits_0^4 x.f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^4 t.f(t)\mathrm{d}t.$

Đặt $t=x^3+3x \Rightarrow \begin{cases}f(t)=x^2+2\\ \mathrm{d}t=(3x^2+3)\mathrm{d}x\end{cases}.$

$t=0 \Rightarrow x=0;\quad t=4 \Rightarrow x=1.$

Do đó $K=\int\limits_0^1 (x^3+3x)(x^2+2).(3x^2+3)\mathrm{d}x=\dfrac{165}{8}.$

$x=1 \Rightarrow f(4)=3.$

Vậy $I=\int\limits_0^4 x^2.f'(x)\mathrm{d}x=16.3-2.\dfrac{165}{8}=\dfrac{27}{4}.$

Câu 50: Có bao nhiêu số nguyên dương a để phương trình sau có ít nhất một nghiệm thực

$\left(a^{\log x}+1\right)^{\log a}+a^{\log x}=2x-2$

A. 8. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện $a \in \mathbb{Z}^+$, $x > 0$

Phương trình ban đầu tương đương

$\left(x^{\log a}+1\right)^{\log a}+x^{\log a}=2x-2$ (*)

Đặt $t = x^{\log a}+1$ (1)

Suy ra $x^{\log a}=t-1$

Phương trình (*) trở thành

$t^{\log a}+t-1=2x-1 \Leftrightarrow t^{\log a}+t=2x$ (2)

Lấy (1) + (2) ta được

$t^{\log a}+2t=x^{\log a}+2x$

Xét hàm số $f(u)=u^{\log a}+2u$ với $u>0$ và $a \in \mathbb{Z}^+$ ta có

$f'(u)=u^{\log a-1}.\log a+2>0$ với mọi $a \in \mathbb{Z}^+$

Từ đó suy ra hàm số $f(u)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$

Mà $f(t)=f(x)$ suy ra $t=x$

$\Rightarrow x^{\log a}+1=x \Leftrightarrow a^{\log x}=x-1$

+ Nếu $x=1$ thay lại ta có $a^{\log 2}=1 \Leftrightarrow 2^{\log a}=1 \Leftrightarrow \log a=0 \Leftrightarrow a=1$ (thỏa)

Suy ra nhận $a=1$

+ Nếu $x>1$, khi đó

$a^{\log x}=x-1 \Leftrightarrow x^{\log a}=x-1 \Leftrightarrow \ln x^{\log a}=\ln(x-1) \Leftrightarrow \log a=\dfrac{\ln(x-1)}{\ln x}<1$

Từ đó suy ra $\log a<1 \Leftrightarrow 0<a<10$

Mà $a \in \mathbb{Z}^+$ suy ra $a \in \{1;2;3;...;9\}$

Kết hợp 2 TH suy ra $a \in \{1;2;3;...;9\}$

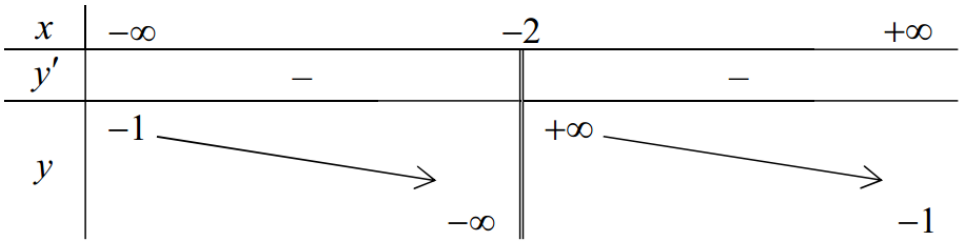
CHUYÊN HÙNG VƯƠNG GIA LAI

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Diện tích mặt cầu có bán kính $\sqrt{2}R$ bằng

A. $8\sqrt{2}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $16\pi R^2$. **D.** $8\pi R^2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên tập $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x-1>0$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+)$.

Câu 4: Cho số nguyên n và k thỏa mãn $n\geq k\geq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $C_n^0=1$. **B.** $P_n=n!$. **C.** $A_n^n=1$. **D.** $C_n^k=\dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Câu 5: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+\dfrac{1}{x^2}$.

A. $\int f(x)dx=2^x.\ln 2+\dfrac{1}{x}+C.$ **B.** $\int f(x)dx=2^x.\ln 2-\dfrac{1}{x}+C.$

C. $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}+\dfrac{1}{x}+C.$ **D.** $\int f(x)dx=\dfrac{2^x}{\ln 2}-\dfrac{1}{x}+C.$

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-1)=11$ và $\int\limits_{-1}^{2}f'(x)dx=13$. Giá trị của $f(2)$ bằng

A. 2. **B.** 24 **C.** 22 **D.** 5

Câu 7: Cho tích phân $\int\limits_0^{\pi}x^2.\cos x dx$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-\int\limits_0^{\pi}x\sin x dx$. **B.** $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+2\int\limits_0^{\pi}x\sin x dx$.

C. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-2\int\limits_0^{\pi}x\sin x dx$. **D.** $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+\int\limits_0^{\pi}x\sin x dx$.

Câu 8: Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 9: Một mặt cầu có bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao là $2R$. Tỉ số thể tích của khối cầu và khối trụ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z}=3+2i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-5)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3-4t\\y=-2+2t\\z=5t\end{cases}$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-4+3t\\y=2+2t\\z=-5-5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-4t\\y=2+2t\\z=-5-5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2-2t\\z=-5\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2-2t\\z=-5t\end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(2;4;-1)$ và đi qua điểm $B(1;4;1)$ là

A. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=5$. **B.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=5$.

C. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=25$.

Câu 13: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x+3)(x^2+3x+2)$ với trục Ox là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-8y+1=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là:

A. $I(1;4;0), R=4$. **B.** $I(2;8;0), R=\sqrt{67}$.

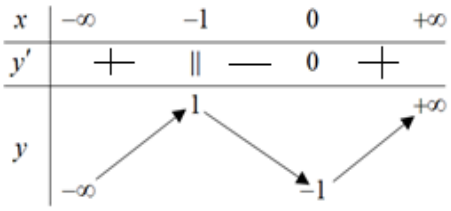
C. $I(-1;-4;0), R=4$. **D.** $I(-2;-8;0), R=\sqrt{67}$.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=\frac{1-3x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x=-2$ và $y=-3$. **B.** $x=-2$ và $y=1$.

C. $x=2$ và $y=1$. **D.** $x=-2$ và $y=3$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

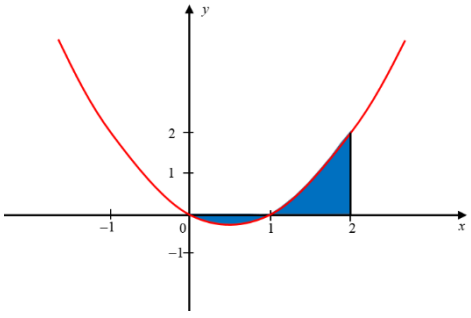
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 17: Cho 3 số thực dương a,b,c và $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\log_a b.\log_a c=\log_a(bc)$. **B.** $\log_a b=-\log_b a$.

C. $\log_a(b+c)=\log_a b+\log_a c$. **D.** $\log_{\sqrt{a}} b+\log_a c^2=2\log_a(bc)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới. Diện tích S hình phẳng được tô đậm trong hình được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^2 -f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 19: Một đội công nhân có 18 công nhân nam và 16 công nhân nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 công nhân tham gia một buổi tập huấn?

A. 34. **B.** 1122. **C.** 288. **D.** 561.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-3;2), B(-3;5;0)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A. $(-2;2;2)$. **B.** $(-2;4;-1)$. **C.** $(-1;1;1)$. **D.** $(-4;8;-2)$.

Câu 21: Đạo hàm của hàm số .

A. $y'=2022.2022^{x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{2022^{x+1}}{x+1}$. **C.** $y'=2022^x\ln 2022$. **D.** $y'=\dfrac{2022^x}{\ln 2022}$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-4\right)^{-2}$?

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$. **B.** $(-\infty;-2)\cup(2;+\infty)$.

C. $[-2;2]$. **D.** $(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

Câu 23: Cho số phức $z=1-2i$, khi đó $3z$ bằng

A. $6-3i$. **B.** $-6+4i$. **C.** $3-6i$. **D.** $3-4i$.

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 3 lần và giảm độ dài đường cao xuống 3 lần thì thể tích khối chóp $S.ABCD$ tăng

A. 4 lần. **B.** 3 lần. **C.** 2 lần. **D.** 6 lần.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+4y-2=0$. Véctơ nào trong các vectơ dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $\vec{n_1}=(0;4;1)$. **B.** $\vec{n_2}=(1;4;-2)$. **C.** $\vec{n_3}=(4;1;0)$. **D.** $\vec{n_4}=(-1;-4;0)$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 27: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=-x^4+x^2$. **D.** $y=-x^2+x+1$.

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=3, u_3=-1$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -4.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\mathrm{e}^x\left(x^2-3\right)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. e^{-2}. **B.** e^2. **C.** $-2e$. **D.** $-4e$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;9]$ thỏa mãn $\int\limits_0^9 f(x)\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_1^3 f(x)\mathrm{d}x=7$. Giá trị $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_1^9 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 17. **D.** 7.

Câu 31: Nếu $\int\limits_1^2 f(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_1^4 f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -6. **C.** -1. **D.** $-\frac{3}{2}$.

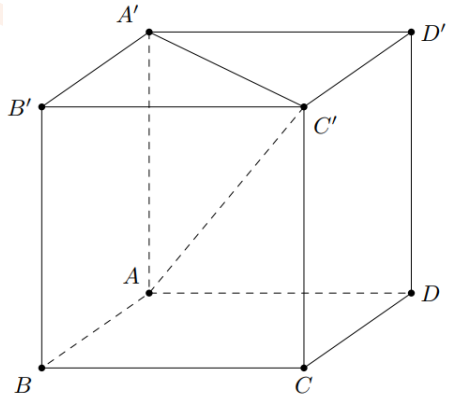
Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng: $(\alpha):2x-y+z+5=0$, $(\beta):2x-z+3=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β)?

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-8}{4}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc $AC'A'$ khi quay quanh AA' bằng

A. $\pi a^2\sqrt{5}$. **B.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{6}$.



Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 x-\log_4(x-3)=2$ bằng

A. 12. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 8.

Câu 35: Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra không có quá 1 phế phẩm

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AB=3a$, $AD=4a$; góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $20a^3\sqrt{2}$. **B.** $20a^3\sqrt{3}$. **C.** $10a^3\sqrt{3}$. **D.** $10a^3\sqrt{2}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;1;2)$, $B(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) là

A. $3y+z-5=0$. **B.** $2x+z-4=0$. **C.** $y-2z+3=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^5(x+1)^4(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ là

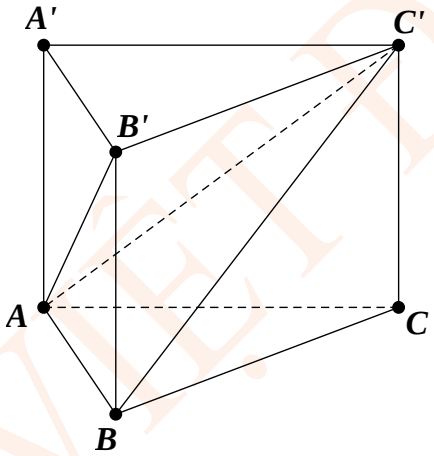
A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+8=0$. Phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. $5x-\left(2+3\sqrt{6}\right)y=0$, $5x-\left(2-3\sqrt{6}\right)y=0$. **B.** $\left(3-2\sqrt{6}\right)x+5z=0$, $\left(3+2\sqrt{6}\right)x+5z=0$.

C. $5x-\left(2-3\sqrt{6}\right)y=0$, $5x+\left(2+3\sqrt{6}\right)y=0$. **D.** $\left(2+3\sqrt{6}\right)x-5z=0$, $\left(2-3\sqrt{6}\right)x-5z=0$.

Câu 40: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình bên).



Tỉ số $\dfrac{V_{ABC.A'B'C'}}{V_{ABB'C'}}$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, một mặt phẳng qua A và qua trung điểm của cạnh SC, cắt cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Đặt $\dfrac{SM}{SB}=x$, $\dfrac{SN}{SD}=y$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $x+y=3xy$. **B.** $x+y=2xy$. **C.** $x+y=4xy$. **D.** $x+y=xy$.

Câu 42: Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng a. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy tâm O sao cho tam giác OAB đều. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{2}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{1}{4}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. **D.** πa^3.

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[2-\log_3\left(3^x-2\right)\right]\sqrt{5^{x+1}-5^{1-x}-24}\ge 0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{1}{x-2}$, $f(1)=2021$, $f(3)=2022$. Giá trị $P=\dfrac{f(2023)}{f(-2019)}$ là

A. $P=\dfrac{\ln 2021}{\ln 2022}$. **B.** $P=\dfrac{2022+\ln 2021}{2021+\ln 2021}$. **C.** $P=\ln 4042$. **D.** $P=\ln\dfrac{2021}{2022}$.

Câu 45: Biết rằng đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $M\left(\dfrac{1}{\sqrt{5}};\sqrt{5}\right)$. Khi đó, điều kiện nào dưới đây là đúng?

A. $a>1$ và $0<b<1$. **B.** $0<a<1$ và $b>1$.
C. $0<a<1$ và $0<b<1$. **D.** $a>1$ và $b>1$.

Câu 46: Biết hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+3x+1$, $(a,b\in\mathbb{R},a\neq 0)$ đạt cực trị tại hai điểm $x_1+x_2=4$ và thỏa mãn $f(x_1)+f(x_2)=\dfrac{10}{3}$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc nhất có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0)=1$ và $3f'(x)\cdot f^2(x)e^{f^3(x)-x^2-1}=2x,\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f(x^3-3x^2-m)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 48: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho z không phải là số thực và số phức $w=\dfrac{z}{2+z^2}$ là số thực. Xét các số phức $z_1,z_2\in S$ thỏa mãn $|z_1-z_2|=2$. Giá trị nhỏ nhất của $P=|z_1-3i|^2+|z_2-3i|^2$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 34.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn đồng thời các điều kiện $2\le x\le 2022$, $1\le y\le 2022$ và $\log_2\sqrt[4]{\dfrac{y+3}{2x+1}}+4^x=2^{y+2}$?

A. 1012. **B.** 1011. **C.** 1010. **D.** 1009.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-8y+9=0$ và hai điểm $A(4;2;1)$, $B(3;0;0)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc mặt cầu (S). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2MA+MB$ bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.B	3.C	4.C	5.D	6.B	7.C	8.C	9.A	10.A
11.B	12.B	13.B	14.A	15.A	16.D	17.D	18.A	19.D	20.C
21.C	22.A	23.C	24.B	25.D	26.D	27.A	28.A	29.C	30.C
31.B	32.D	33.D	34.C	35.D	36.B	37.D	38.C	39.B	40.A
41.A	42.A	43.B	44.B	45.A	46.D	47.C	48.C	49.B	50.C

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Diện tích mặt cầu có bán kính $\sqrt{2}R$ bằng

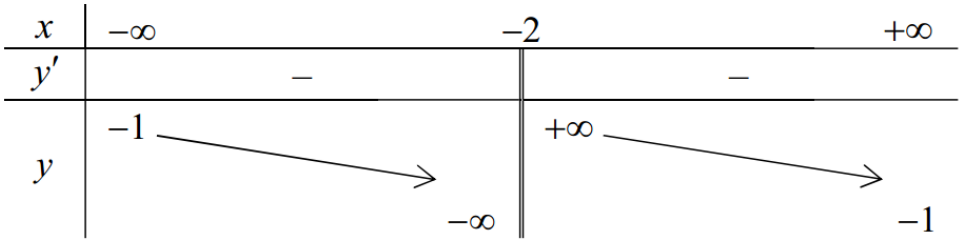
A. $8\sqrt{2}\pi R^2$. **B.** $4\pi R^2$. **C.** $16\pi R^2$. **D.** $8\pi R^2$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $S = 4\pi\left(\sqrt{2}R\right)^2 = 8\pi R^2$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên tập $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên tập $\mathbb{R}\backslash\{-2\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên tập $(-\infty;-2)\cup(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x - 1 > 0$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $3^x - 1 > 0 \Leftrightarrow 3^x > 1 \Leftrightarrow 3^x > 3^0 \Leftrightarrow x > 0$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $(0;+\infty)$.

Câu 4: Cho số nguyên n và k thỏa mãn $n \geq k \geq 0$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $C_n^0 = 1$. **B.** $P_n = n!$. **C.** $A_n^n = 1$. **D.** $C_n^k = \dfrac{n!}{k!(n-k)!}$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $A_n^n = \dfrac{n!}{(n-n)!} = n! \Rightarrow$ đáp án C sai

Câu 5: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2^x+\frac{1}{x^2}$.

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x.\ln 2+\frac{1}{x}+C.$ **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=2^x.\ln 2-\frac{1}{x}+C.$

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2^x}{\ln 2}+\frac{1}{x}+C.$ **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{2^x}{\ln 2}-\frac{1}{x}+C.$

Chọn D .

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(-1)=11$ và $\int_{-1}^{2}\mathrm{f}'(x)\mathrm{d}x=13.$ Giá trị của $f(2)$ bằng

A. 2. **B.** 24 **C.** 22 **D.** 5

Chọn C .

Lời giải

Ta có: $\int_{-1}^{2}\mathrm{f}'(x)\mathrm{d}x=13\Leftrightarrow f(2)-f(-1)=13\Rightarrow f(2)=f(-1)+13=24.$

Câu 7: Cho tích phân $\int_0^{\pi}x^2.\cos x\mathrm{d}x$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-\int_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$. **B.** $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+2\int_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$.

C. $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}-2\int_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$. **D.** $I=x^2\sin x\Big|_0^{\pi}+\int_0^{\pi}x\sin x\mathrm{d}x$.

Chọn C .

Lời giải

Ta có: $\int_0^{\pi}x^2.\cos x\mathrm{d}x=\int_0^{\pi}x^2.\mathrm{d}(\sin x)=x^2.\sin x\Big|_0^{\pi}-2\int_0^{\pi}x.\sin x.\mathrm{d}x.$

Câu 8: Môđun của số phức $z=4-3i$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 5. **D.** 7.

Chọn C .

Lời giải

Ta có: $z=4-3i\Rightarrow|z|=\sqrt{4^2+(-3)^2}=5.$

Câu 9: Một mặt cầu có bán kính R và một hình trụ có bán kính đáy R và chiều cao là $2R$. Tỉ số thể tích của khối cầu và khối trụ là

A. $\frac{2}{3}$. **B.** 2. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn A .

Thể tích của khối cầu là $V_1=\frac{4}{3}\pi R^3.$

Thể tích của khối trụ là $V_2=\pi R^2.2R=2\pi R^3$

Khi đó tỉ số thể tích của khối cầu và khối trụ $\frac{V_1}{V_2}=\frac{\frac{4}{3}\pi R^3}{2\pi R^3}=\frac{2}{3}.$

Câu 10: Cho số phức z thỏa mãn $(1+i)\bar{z}=3+2i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** -2. **D.** 2.

Lời giải

Chọn A .

Ta có $(1+i)\bar{z}=3+2i \Leftrightarrow \bar{z}=\frac{3+2i}{1+i}=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}i$

Khi đó $z=\frac{5}{2}+\frac{1}{2}i$ nên phần ảo của số phức z bằng $\frac{1}{2}$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;-5)$ và đường thẳng $d:\begin{cases}x=3-4t\\y=-2+2t\\z=5t\end{cases}$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-4+3t\\y=2+2t\\z=-5-5t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3-4t\\y=2+2t\\z=-5-5t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2-2t\\z=-5\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2-2t\\z=-5t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B .

Đường thẳng d có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_d}=(-4;2;5)$.

Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng d nhận $\overrightarrow{u_d}=(-4;2;5)$ làm vectơ chỉ phương.

Khi đó phương trình tham số của đường thẳng cần tìm là $\begin{cases}x=3-4t\\y=2+2t\\z=-5-5t\end{cases}$.

Câu 12: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $A(2;4;-1)$ và đi qua điểm $B(1;4;1)$ là

A. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=5$. **B.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=5$.

C. $(x+2)^2+(y+4)^2+(z-1)^2=25$. **D.** $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=25$.

Lời giải

Chọn B .

Bán kính của mặt cầu: $R=AB=\sqrt{(2-1)^2+(4-4)^2+(-1-1)^2}=\sqrt{5}$.

Khi đó phương trình mặt cầu là: $(x-2)^2+(y-4)^2+(z+1)^2=5$.

Câu 13: Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=(x+3)(x^2+3x+2)$ với trục Ox là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $(x+3)(x^2+3x+2)=0 \Leftrightarrow \begin{cases}x=-3\\x=-1\\x=-2\end{cases}$.

Vậy đồ thị hàm số $y=(x+3)(x^2+3x+2)$ có 3 giao điểm với Ox.

Câu 14: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x-8y+1=0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu là:

A. $I(1;4;0), R=4$.
B. $I(2;8;0), R=\sqrt{67}$.
C. $I(-1;-4;0), R=4$.
D. $I(-2;-8;0), R=\sqrt{67}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $I(1;4;0), R=\sqrt{1^2+4^2+0^2-1}=4$.

Câu 15: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-3x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x=-2$ và $y=-3$.
B. $x=-2$ và $y=1$.
C. $x=2$ và $y=1$.
D. $x=-2$ và $y=3$.

Lời giải

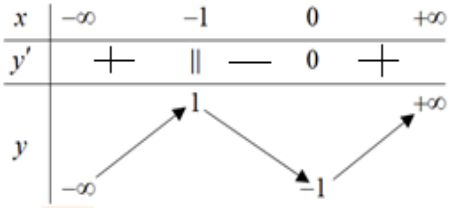
Chọn A

Điều kiện xác định: $x\neq -2$

Ta có $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1-3x}{x+2}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to +\infty}\dfrac{1-3x}{x+2}=-3$

Nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-3x}{x+2}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là $x=-2$ và $y=-3$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

Lời giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy được hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 17: Cho 3 số thực dương a,b,c và $a\neq 1$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

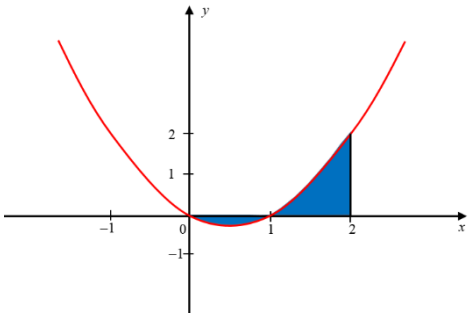
A. $\log_a b.\log_a c=\log_a(bc)$.
B. $\log_a b=-\log_b a$.
C. $\log_a(b+c)=\log_a b+\log_a c$.
D. $\log_{\sqrt{a}} b+\log_a c^2=2\log_a(bc)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $\log_{\sqrt{a}} b+\log_a c^2=2\log_a b+2\log_a c=2\log_a(bc)$.

Câu 18: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị (C) như hình vẽ bên dưới. Diện tích S hình phẳng được tô đậm trong hình được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S=\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.
B. $S=\int\limits_{0}^{2}-f\left(x\right)\mathrm{d}x$.
C. $S=\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.
D. $S=\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $S=\int\limits_{0}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=-\int\limits_{0}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 19: Một đội công nhân có 18 công nhân nam và 16 công nhân nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn 2 công nhân tham gia một buổi tập huấn?

A. 34. **B.** 1122 . **C.** 288. **D.** 561 .

Lời giải

Chọn D.

Số cách chọn 2 công nhân tham gia buổi tập huấn là: $C_{34}^{2}=561$.

Câu 20: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-3;2\right),B\left(-3;5;0\right)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn AB là

A. $\left(-2;2;2\right)$. **B.** $\left(-2;4;-1\right)$. **C.** $\left(-1;1;1\right)$. **D.** $\left(-4;8;-2\right)$.

Lời giải

Chọn C.

Tọa độ trung điểm I là: $\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A+x_B}{2}=\dfrac{1-3}{2}=-1\\ y_I=\dfrac{y_A+y_B}{2}=\dfrac{-3+5}{2}=1\\ z_I=\dfrac{z_A+z_B}{2}=\dfrac{2+0}{2}=1\end{cases}$.

Câu 21: Đạo hàm của hàm số .

A. $y'=2022.2022^{x-1}$. **B.** $y'=\dfrac{2022^{x+1}}{x+1}$. **C.** $y'=2022^{x}\ln 2022$. **D.** $y'=\dfrac{2022^{x}}{\ln 2022}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $y=2022^{x}\Rightarrow y'=2022^{x}.\ln 2022$.

Câu 22: Tập xác định của hàm số $y=\left(x^2-4\right)^{-2}$?

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{-2;2\right\}$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.
C. $\left[-2;2\right]$. **D.** $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Lời giải

Chọn B.

Điều kiện xác định của hàm số đã cho là $x^2-4\neq 0\Leftrightarrow x\neq \pm 2$.

Câu 23: Cho số phức $z=1-2i$, khi đó $3z$ bằng

A. $6-3i$. **B.** $-6+4i$. **C.** $3-6i$. **D.** $3-4i$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $3z=3(1-2i)=3-6i$.

Câu 24: Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông. Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 3 lần và giảm độ dài đường cao xuống 3 lần thì thể tích khối chóp $S.ABCD$ tăng

A. 4 lần. **B.** 3 lần. **C.** 2 lần. **D.** 6 lần.

Lời giải

Chọn B.

Gọi a,h lần lượt là độ dài cạnh của hình vuông và chiều cao của hình chóp ban đầu.

$\Rightarrow$ thể tích của khối chóp ban đầu là $V=\frac{1}{3}a^2.h$.

Nếu tăng độ dài cạnh đáy lên 3 lần và giảm độ dài đường cao xuống 3 lần thì thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V_1=\frac{1}{3}.(3a)^2.\frac{h}{3}=ah=3V$.

Vậy thể tích khối chóp tăng lên 3 lần.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x+4y-2=0$. Véctơ nào trong các vectơ dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng (P)

A. $\overrightarrow{n_1}=(0;4;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(1;4;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(4;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;-4;0)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		0		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn D.

Câu 27: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\frac{x-2}{x+1}$. **C.** $y=-x^4+x^2$. **D.** $y=-x^2+x+1$.

Lời giải

Chọn A.

Xét phương án A:

Ta có $y=x^3+x\Rightarrow y'=3x^2+1>0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 28: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=3,u_3=-1$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** -4.

Lời giải

Chọn A.

Ta có $u_3=u_1+2d\to d=-2$.

Câu 29: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=e^x\left(x^2-3\right)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. e^{-2}. **B.** e^{2}. **C.** $-2e$. **D.** $-4e$.

Lời giải

Chọn C.

Xét hàm số $y=\mathrm{e}^{x}\left(x^{2}-3\right)$ trên đoạn $[-2;2]$:

Ta có $y'=\mathrm{e}^{x}\left(x^{2}-3\right)+2x.\mathrm{e}^{x}=\mathrm{e}^{x}\left(x^{2}+2x-3\right)$.

Giải $y'=0\Leftrightarrow x^{2}+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-2;2]\\x=-3\notin[-2;2]\end{array}\right.$.

Tính $y(-2)=\mathrm{e}^{-2};\ y(2)=\mathrm{e}^{2};y(1)=-2\mathrm{e}$.

Suy ra $\min\limits_{[-2;2]}y=y(1)=-2\mathrm{e}$.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;9]$ thỏa mãn $\int\limits_{0}^{9}f(x)\mathrm{d}x=10$ và $\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x=7$. Giá trị $\int\limits_{0}^{3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{9}f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 17. **D.** 7.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $\int\limits_{0}^{3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{9}f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{9}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{1}f(x)\mathrm{d}x$

$=\int\limits_{1}^{3}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{0}^{9}f(x)\mathrm{d}x=7+10=17$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 31: Nếu $\int\limits_{1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-3$ thì $\int\limits_{1}^{4}f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -6. **C.** -1. **D.** $-\frac{3}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Đặt $t=\frac{x}{2}\Rightarrow\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\mathrm{d}x\Rightarrow\mathrm{d}x=2\mathrm{d}x$.

Đổi cận $x=1\Rightarrow t=1;\ x=4\Rightarrow t=2$.

Suy ra $\int\limits_{1}^{4}f\left(\frac{x}{2}\right)\mathrm{d}x=2\int\limits_{1}^{2}f(t)\mathrm{d}x=2(-3)=-6$.

Câu 32: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng: $(\alpha):2x-y+z+5=0,\ (\beta):2x-z+3=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β)?

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y-4}{4}=\frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{2}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{4}=\frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x}{1}=\frac{y-8}{4}=\frac{z-3}{2}$.

Lời giải

Chọn D.

$(\alpha): 2x-y+z+5=0$ có VTPT $\vec{n_1}=(2;-1;1)$.

$(\beta): 2x-z+3=0$ có VTPT $\vec{n_2}=(2;0;-1)$.

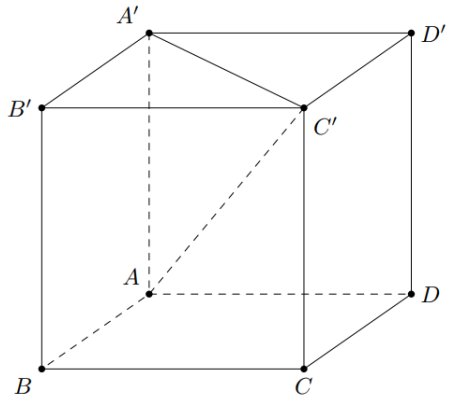
Ta có $d=(\alpha)\cap(\beta)\Rightarrow d$ có VTCP $\vec{u}=\left[\vec{n_1};\vec{n_2}\right]=(1;4;2)$.

Điểm $M(0;8;3)\in d$.

Phương trình chính tắc của đường thẳng d là $\frac{x}{1}=\frac{y-8}{4}=\frac{z-3}{2}$.

Câu 33: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a (tham khảo hình vẽ). Diện tích xung quanh của hình nón tròn xoay sinh bởi đường gấp khúc $AC'A'$ khi quay quanh AA' bằng

A. $\pi a^2\sqrt{5}$. **B.** $\pi a^2\sqrt{2}$. **C.** $\pi a^2\sqrt{3}$. **D.** $\pi a^2\sqrt{6}$.



Lời giải

Chọn D.

Khối tròn xoay tạo thành là hình nón đỉnh A.

Bán kính đường tròn đáy: $A'C'=a\sqrt{2}$.

Đường sinh: $AC'=\sqrt{AA'^2+A'C'^2}=\sqrt{a^2+\left(a\sqrt{2}\right)^2}=a\sqrt{3}$.

Diện tích xung quanh hình nón: $S_{xq}=\pi Rl=\pi.a\sqrt{2}.a\sqrt{3}=\pi a^2\sqrt{6}$.

Câu 34: Tổng các nghiệm của phương trình $\log_2 x-\log_4(x-3)=2$ bằng

A. 12. **B.** 7. **C.** 16. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C.

Điều kiện $x>3$

Có

$\log_2 x-\log_4(x-3)=2\Leftrightarrow 2\log_2 x=4+\log_2(x-3)$

$\Leftrightarrow \log_2 x^2=\log_2(16x-48)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\x=12.\end{array}\right.$

Tổng $4+12=16$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 35: Một lô hàng có 10 sản phẩm, trong đó có 2 phế phẩm. Lấy tùy ý 6 sản phẩm từ lô hàng đó. Tính xác suất để trong 6 sản phẩm lấy ra không có quá 1 phế phẩm

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D.

Số cách chọn 6 từ 10 sản phẩm là $n(\Omega)=C_{10}^{6}$.

Gọi A là biến cố lấy được 6 sản phẩm trong đó có không quá 1 phế phẩm nên $\overline{A}$ là biến cố lấy được 6 sản phẩm trong đó có 2 phế phẩm.

Suy ra $n(\overline{A})=C_8^4.C_2^2=C_8^4$.

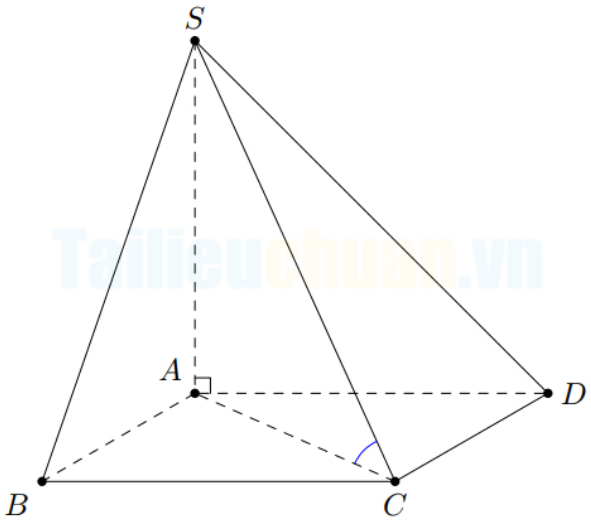
Khi đó $P(A)=1-P(\overline{A})=1-\dfrac{n(\overline{A})}{n(\Omega)}=1-\dfrac{C_8^4}{C_{10}^6}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 36: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy, $AB=3a$, $AD=4a$; góc giữa SC và đáy bằng $60°$. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $20a^3\sqrt{2}$. **B.** $20a^3\sqrt{3}$. **C.** $10a^3\sqrt{3}$. **D.** $10a^3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $AC=5a$ và $\left(SC,(ABCD)\right)=SCA=60°$ nên $SA=AC.\tan SCA=5a\sqrt{3}$.

Khi đó thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng $V=\dfrac{1}{3}.SA.B_{ABCD}=\dfrac{1}{3}.5a\sqrt{3}.3a.4a=20a^3\sqrt{3}$.

Câu 37: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;1;2)$, $B(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) là

A. $3y+z-5=0$. **B.** $2x+z-4=0$. **C.** $y-2z+3=0$. **D.** $x+y-3=0$.

Lời giải

Chọn D

Gọi (P) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(2;1;2)$, $B(1;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy)

Ta có $\overrightarrow{AB}=(-1;1;-3)$ và mặt phẳng (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$.

Suy ra $\left[\overrightarrow{AB},\vec{k}\right]=(1;1;0)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) mà $A(2;1;2)\in(P)$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $x+y-3=0$.

Câu 38: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^5(x+1)^4(x-2)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

Với mọi $x\neq -1$, ta có $g'(x)=\frac{2}{(x+1)^2}f'\left(\frac{x-1}{x+1}\right)=\frac{2}{(x+1)^2}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}+1\right)^4\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}-2\right)^3$

$=\frac{2}{(x+1)^2}\cdot\left(\frac{x-1}{x+1}\right)^5\cdot\left(\frac{2x}{x+1}\right)^4\cdot\left(\frac{-x-3}{x+1}\right)^3$.

Suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=-3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-1		0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$+$	0	$-$	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=f\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+8=0$. Phương trình mặt phẳng chứa trục Oy và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

A. $5x-\left(2+3\sqrt{6}\right)y=0$, $5x-\left(2-3\sqrt{6}\right)y=0$. **B.** $\left(3-2\sqrt{6}\right)x+5z=0$, $\left(3+2\sqrt{6}\right)x+5z=0$.

C. $5x-\left(2-3\sqrt{6}\right)y=0$, $5x+\left(2+3\sqrt{6}\right)y=0$. **D.** $\left(2+3\sqrt{6}\right)x-5z=0$, $\left(2-3\sqrt{6}\right)x-5z=0$.

Lời giải

Chọn B

Ta có mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$, bán kính $R=\sqrt{6}$.

Gọi (P) là mặt phẳng chứa trục Oy có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$ với $(a^2+b^2+c^2>0)$.

Trục Oy có 1 vectơ chỉ phương là $\vec{j}=(0;1;0)$ nằm trong mặt phẳng (P), suy ra

$\vec{n}\perp\vec{j}\Rightarrow\vec{n}.\vec{j}=0\Rightarrow b=0$.

Khi đó mặt phẳng (P) chứa trục Oy có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;0;c)$ có phương trình là $(P):ax+cz=0$.

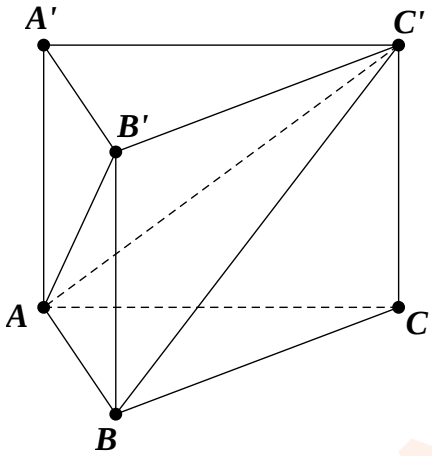
Mà (P) tiếp xúc với mặt cầu $(S)\Rightarrow d(I,(P))=R\Leftrightarrow\frac{|a+3c|}{\sqrt{a^2+c^2}}=\sqrt{6}\Leftrightarrow|a+3c|=\sqrt{6a^2+6c^2}$

$\Leftrightarrow(a+3c)^2=6a^2+6c^2\Leftrightarrow 5a^2-6ac-3c^2=0\Leftrightarrow a=\frac{3\pm2\sqrt{6}}{5}c$.

Với $a=\frac{3+2\sqrt{6}}{5}c$ chọn $c=5\Rightarrow a=3+2\sqrt{6}$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $\left(3+2\sqrt{6}\right)x+5z=0$.

Với $a=\frac{3-2\sqrt{6}}{5}c$ chọn $c=5\Rightarrow a=3-2\sqrt{6}$ nên phương trình mặt phẳng (P) là $\left(3-2\sqrt{6}\right)x+5z=0$.

Câu 40: Cho khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ (tham khảo hình bên).



Tỉ số $\frac{V_{ABC.A'B'C'}}{V_{ABB'C'}}$ bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn A

Gọi B là diện tích mặt đáy lăng trụ và h là chiều cao của lăng trụ.

Ta có $V_{ABC.A'B'C'} = Bh$ và $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{C'.ABC} + V_{ABB'C'}$.

Mà $V_{A.A'B'C'} = V_{C'.ABC} = \frac{1}{3}Bh = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'}$.

Suy ra $V_{ABC.A'B'C'} = V_{A.A'B'C'} + V_{C'.ABC} + V_{ABB'C'} \Leftrightarrow V_{ABC.A'B'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} + \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} + V_{ABB'C'}$

$\Leftrightarrow V_{ABB'C'} = \frac{1}{3}V_{ABC.A'B'C'} \Leftrightarrow \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{V_{ABB'C'}} = 3$.

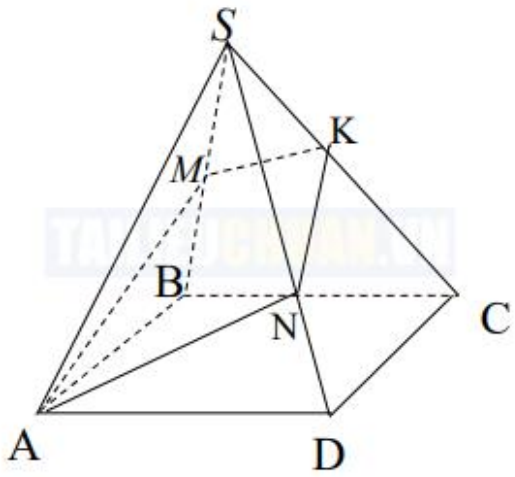
Vậy $\frac{V_{ABC.A'B'C'}}{V_{ABB'C'}} = 3$.

Câu 41: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, một mặt phẳng qua A và qua trung điểm của cạnh SC, cắt cạnh SB, SD lần lượt tại M và N. Đặt $\frac{SM}{SB} = x$, $\frac{SN}{SD} = y$, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $x + y = 3xy$. **B.** $x + y = 2xy$. **C.** $x + y = 4xy$. **D.** $x + y = xy$.

Lời giải

Chọn A



Gọi $V = V_{S.ABCD}$, $V_{S.ABC} = V_{S.ADC} = \dfrac{V}{2}$

Ta có: $V_1 = V_{S.AMK} + V_{S.ANK}$

$\dfrac{V_{S.AMK}}{V_{S.ABC}} = \dfrac{SM}{SB}.\dfrac{SK}{SC} \Rightarrow V_{S.AMK} = \dfrac{xV}{4}$

Tương tự: $V_{S.ANK} = \dfrac{yV}{4}$ suy ra $V_1 = (x+y)\dfrac{V}{4}$ (1)

Mà $V_1 = V_{S.AMN} + V_{S.MNK} = \dfrac{xyV}{2} + \dfrac{xyV}{4} = \dfrac{3xyV}{4}$ (2)

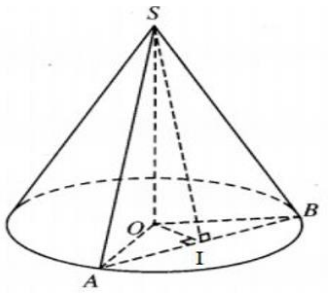
Từ (1) và (2): $x + y = 3xy$.

Câu 42: Cho khối nón đỉnh S có bán kính đáy bằng a. Gọi A và B là hai điểm thuộc đường tròn đáy tâm O sao cho tam giác OAB đều. Biết diện tích tam giác SAB bằng $\dfrac{a^2\sqrt{3}}{2}$. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $\dfrac{1}{2}\pi a^3$. **B.** $\dfrac{1}{4}\pi a^3$. **C.** $\dfrac{1}{3}\pi a^3$. **D.** πa^3.

Lời giải

Chọn A



Gọi I là trung điểm của AB suy ra $OI = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $S_{\Delta OAB} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

Ta có: $\dfrac{S_{\Delta SAB}}{S_{\Delta OAB}} = \dfrac{\frac{1}{2}AB.SI}{\frac{1}{2}AB.OI} = \dfrac{SI}{OI} = 2 \Rightarrow SI = 2OI = \sqrt{3}a$.

$SO = \sqrt{SI^2 - OI^2} = \dfrac{3a}{2}$

Vậy $V=\frac{1}{3}.\pi a^2.SO=\frac{1}{3}.\pi a^2.\frac{3a}{2}=\frac{1}{2}\pi a^3$.

Câu 43: Có bao nhiêu số nguyên x thỏa mãn $\left[2-\log_3\left(3^x-2\right)\right]\sqrt{5^{x+1}-5^{1-x}-24}\ge 0$?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn B.

+ $5^{x+1}-5^{1-x}-24=0 \Leftrightarrow 5.5^{2x}-24.5^x-5=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}5^x=5\\5^x=-\frac{1}{5}\ (l)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=1$.

+ $2-\log_3\left(3^x-2\right)=0 \Leftrightarrow \log_3\left(3^x-2\right)=2 \Leftrightarrow x=\log_3 11$.

+ $\left[2-\log_3\left(3^x-2\right)\right]\sqrt{5^{x+1}-5^{1-x}-24}\ge 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}5^{x+1}-5^{1-x}-24=0\\3^x-2>0\end{array}\right. (I)\\\left\{\begin{array}{l}5^{x+1}-5^{1-x}-24>0\\2-\log_3\left(3^x-2\right)\ge 0\end{array}\right. (II)\end{array}\right.$

+ Giải (I): $\left\{\begin{array}{l}5^{x+1}-5^{1-x}-24=0\\3^x-2>0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}5.5^{2x}-24.5^x-5=0\\3^x>2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x=1\\x>\log_3 2\end{array}\right. \Leftrightarrow x=1$.

+ Giải (II): $\left\{\begin{array}{l}5^{x+1}-5^{1-x}-24>0\\2-\log_3\left(3^x-2\right)\ge 0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}5^x>5\\\log_3\left(3^x-2\right)\le 2\end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l}x>1\\3^x>2\\3^x-2\le 9\end{array}\right. \Leftrightarrow 1<x\le\log_3 11$.

Vậy có 2 số nguyên x.

Câu 44: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ thỏa mãn $f'(x)=\frac{1}{x-2}$, $f(1)=2021$, $f(3)=2022$.

Giá trị $P=\frac{f(2023)}{f(-2019)}$ là

A. $P=\frac{\ln 2021}{\ln 2022}$. **B.** $P=\frac{2022+\ln 2021}{2021+\ln 2021}$. **C.** $P=\ln 4042$. **D.** $P=\ln\frac{2021}{2022}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có $f'(x)=\frac{1}{x-2}\Rightarrow f(x)=\ln|x-2|+C=\left\{\begin{array}{l}\ln(x-2)+C_1 \text{ khi } x>2\\\ln(2-x)+C_2 \text{ khi } x<2\end{array}\right.$.

$f(1)=2021\Rightarrow C_2=2021$; $f(3)=2022\Rightarrow C_1=2022$.

Từ đó, ta được: $P=\frac{f(2023)}{f(-2019)}=\frac{2022+\ln 2021}{2021+\ln 2021}$.

Câu 45: Biết rằng đồ thị hàm số $y=a^x$ và đồ thị hàm số $y=\log_b x$ cắt nhau tại điểm $M\left(\frac{1}{\sqrt{5}};\sqrt{5}\right)$.

Khi đó, điều kiện nào dưới đây là đúng?

A. $a>1$ và $0<b<1$. **B.** $0<a<1$ và $b>1$.

C. $0<a<1$ và $0<b<1$. **D.** $a>1$ và $b>1$.

Lời giải

Chọn A

Thay $x=\frac{1}{\sqrt{5}}, y=\sqrt{5}$ vào hai hàm số ta được:

$$\begin{cases}\sqrt{5}=a^{\frac{1}{\sqrt{5}}}\\ \sqrt{5}=\log_b\frac{1}{\sqrt{5}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\left(\sqrt{5}\right)^{\sqrt{5}}\in(1;+\infty)\\ -\sqrt{5}=\log_b\sqrt{5}=\frac{1}{\log_{\sqrt{5}}b}\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=\left(\sqrt{5}\right)^{\sqrt{5}}\in(1;+\infty)\\ \log_{\sqrt{5}}b=\frac{-1}{\sqrt{5}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\left(\sqrt{5}\right)^{\sqrt{5}}\in(1;+\infty)\\ b=\frac{1}{\sqrt{5}^{\frac{1}{\sqrt{5}}}}=\left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{5}}}\in(0;1)\end{cases}.$$

Câu 46: Biết hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+3x+1,\ (a,b\in\mathbb{R},a\neq 0)$ đạt cực trị tại hai điểm $x_1+x_2=4$ và thỏa mãn $f(x_1)+f(x_2)=\frac{10}{3}$. Gọi $y=g(x)$ là hàm số bậc nhất có đồ thị đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $f'(x)=3ax^2+2bx+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\ x=x_2\end{array}\right.$, dẫn đến $\begin{cases}x_1+x_2=-\frac{2b}{3a}\\ x_1x_2=\frac{1}{a}\end{cases}$.

Theo đề:

$x_1+x_2=4\Leftrightarrow-\frac{2b}{3a}=4\Leftrightarrow b=-6a$

$f(x_1)+f(x_2)=\frac{10}{3}\Leftrightarrow a\left(x_1^3+x_2^3\right)+b\left(x_1^2+x_2^2\right)+3\left(x_1+x_2\right)+2=\frac{10}{3}$

$\Leftrightarrow a\left[\left(x_1+x_2\right)^3-3x_1x_2\left(x_1+x_2\right)\right]+b\left[\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2\right]+3\left(x_1+x_2\right)+2=\frac{10}{3}$

$\Leftrightarrow a\left[64-12x_1x_2\right]+b\left[16-2x_1x_2\right]+\frac{32}{3}=0$

$\Leftrightarrow a\left[64-12.\frac{1}{a}\right]+b\left[16-2.\frac{1}{a}\right]+\frac{32}{3}=0$, thay $b=-6a$ ta được:

$\Leftrightarrow 64a-12-6.16.a+12+\frac{32}{3}=0$. Từ đó ta tìm được $a=\frac{1}{3}, b=-2$.

Suy ra $f(x)=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1\Rightarrow f'(x)=x^2-4x+3$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x_2=3 \end{array}\right.$.

Lấy $f(x):f'(x) \Rightarrow g(x)=-\frac{2}{3}x+3$

Phương trình hoành độ giao điểm của f(x) và g(x):

$\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1=-\frac{2}{3}x+3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Vậy S = $\int_1^3 \left|f(x)-g(x)\right| dx = \int_1^3 \left|\left(\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1\right)-\left(-\frac{2}{3}x+3\right)\right| dx = \frac{1}{6}$.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(0)=1$ và $3f'(x)\cdot f^2(x)e^{f^3(x)-x^2-1}=2x, \forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(x^3-3x^2-m\right)$ có đúng 5 điểm cực trị?

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C

Ta có $3f'(x)\cdot f^2(x)\cdot e^{f^3(x)}=2x\cdot e^{x^2+1} \Leftrightarrow \left[e^{f^3(x)}\right]'=2x\cdot e^{x^2+1}$

$\Rightarrow e^{f^3(x)}=\int 2xe^{x^2+1}dx=\int e^{x^2+1}d\left(x^2+1\right)=e^{x^2+1}+C.$

Do $f(0)=1 \Leftrightarrow e=e+C \Leftrightarrow C=0 \Rightarrow e^{f^3(x)}=e^{x^2+1} \Leftrightarrow f^3(x)=x^2+1 \Leftrightarrow f(x)=\sqrt[3]{x^2+1}$.

$\Rightarrow f'(x)=\frac{2x}{3\sqrt[3]{\left(x^2+1\right)^2}}$

$y'=\left(3x^2-6x\right)f'\left(x^3-3x^2-m\right)=\frac{2\left(3x^2-6x\right)\left(x^3-3x^2-m\right)}{3\sqrt[3]{\left[\left(x^3-3x^2-m\right)^2+1\right]^2}}$;

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \\ x^3-3x^2-m=0 \ (1) \end{array}\right.$

Hàm số có đúng 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khác 0 và 2 $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ khác 0 và 2 $\Leftrightarrow y_{CT}<m<y_{CD} \Leftrightarrow -4<m<0$.

Vì $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{-3;-2;-1\}$. Số giá trị tham số m cần tìm là 3.

Câu 48: Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho z không phải là số thực và số phức $w=\frac{z}{2+z^2}$ là số thực. Xét các số phức $z_1, z_2\in S$ thỏa mãn $\left|z_1-z_2\right|=2$. Giá trị nhỏ nhất của $P=\left|z_1-3i\right|^2+\left|z_2-3i\right|^2$ bằng

A. 12. **B.** 4. **C.** 10. **D.** 34.

Lời giải

Chọn C

Vì z không là số thực nên $z-\overline{z}\neq 0$.

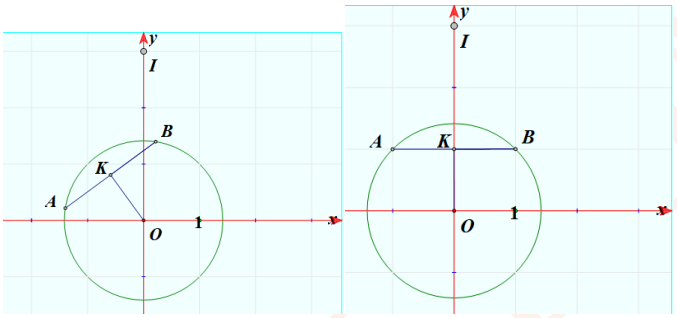
Ta có $w=\dfrac{z}{2+z^2}\Rightarrow \overline{w}=\dfrac{\overline{z}}{2+\overline{z}^2}$.

Vì w là số thực nên $w=\overline{w}\Leftrightarrow \dfrac{z}{2+z^2}=\dfrac{\overline{z}}{2+\overline{z}^2}$.

$\Leftrightarrow z\left(2+\overline{z}^2\right)=\overline{z}\left(2+z^2\right)\Leftrightarrow 2(z-\overline{z})=z\cdot\overline{z}(z-\overline{z})$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z-\overline{z}=0,(l) \\ z.\overline{z}=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow |z|^2=2\rightarrow |z|=\sqrt{2}.$

Suy ra tập các số phức z là đường tròn tâm $O(0;0)$, bán kính $R=\sqrt{2}$ (trừ giao điểm đường tròn và trục hoành)



Gọi $z_1=x_1+y_1i$ và $z_2=x_2+y_2i$ điểm biểu diễn z_1 và z_2 lần lượt là $A\left(x_1;y_1\right)$ và $B\left(x_2;y_2\right)$

$I(0;3)$ là điểm biểu diễn của $3i, |z_1-z_2|=AB=2$

$P=|z_1-3i|^2+|z_2-3i|^2=IA^2+IB^2$

Gọi K là trung điểm $AB, OK=\sqrt{R^2-KA^2}=1\Rightarrow K$ thuộc đường tròn tâm O, bán kính $r=1$

Ta có $2IK^2=IA^2+IB^2-\dfrac{AB^2}{2}\Leftrightarrow IA^2+IB^2=2IK^2+2$

$IK\geq |IO-OK|=|3-1|=2$

Dấu " = " xảy ra khi I, K, O thẳng hàng $\Leftrightarrow z_1=-1+i$ và $z_2=1+i$

Vậy: $\text{Min}\,P=10$ khi $z_1=-1+i$ và $z_2=1+i$.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên $(x;y)$ thoả mãn đồng thời các điều kiện $2\leq x\leq 2022, 1\leq y\leq 2022$ và $\log_2\sqrt[4]{\dfrac{y+3}{2x+1}}+4^x=2^{y+2}$?

A. 1012. **B.** 1011. **C.** 1010. **D.** 1009.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_2\sqrt[4]{\dfrac{y+3}{2x+1}}+4^x=2^{y+2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{4}\log_2\left(\dfrac{y+3}{2x+1}\right)+2^{2x}=2^{y+2}$

$\Leftrightarrow \log_2\left(\dfrac{y+3}{2x+1}\right)+2^{2x+2}=2^{y+4}$

$\Leftrightarrow \log_2(y+3)-2^{y+4}=\log_2(2x+1)-2^{2x+2}$

$\Leftrightarrow \log_2(y+3)-2^{(y+3)+1}=\log_2(2x+1)-2^{(2x+1)+1}$

Xét hàm số $f(t)=\log_2 t-2^{t+1}$, $t=y+3\Rightarrow 4\le t\le 2025$.

$\Rightarrow f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 2}-2^{t+1}\ln 2=\dfrac{1-t.2^{t+1}\ln^2 2}{t\ln 2}<0$ do $(t\ge 4)$

$\Rightarrow f(t)$ nghịch biến trên đoạn $[4;2025]$

Ta có: $1\le y\le 2022\Leftrightarrow 1\le 2x-2\le 2022\Leftrightarrow \dfrac{3}{2}\le x\le 1012$.

Ứng với mỗi giá trị x cho ra một giá trị y.

Vậy có 1011 cặp $(x;y)$ thoả ycbt.

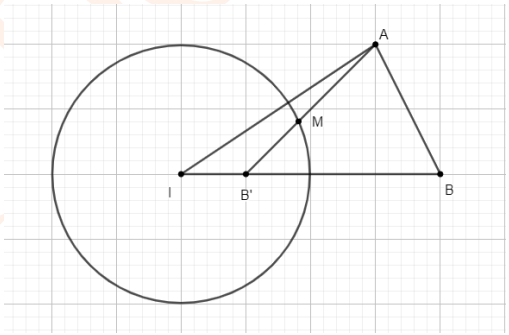
Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+2x-8y+9=0$ và hai điểm $A(4;2;1)$, $B(3;0;0)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc mặt cầu (S). Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2MA+MB$ bằng

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $6\sqrt{2}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn C

$(S):x^2+y^2+z^2+2x-8y+9=0$ có tâm $I(-1;4;0)$ và bán kính $R=2$



$A(4;2;1)\Rightarrow \overrightarrow{IA}=(5;-2;1)\Rightarrow IA=\sqrt{30}>R$

$B(3;0;0)\Rightarrow \overrightarrow{IB}=(4;-4;0)\Rightarrow IB=4\sqrt{2}=2R$

Gọi $M(x;y;z)$ thuộc mặt cầu (S) và $B'(a;b;c)$ sao cho $MB=2MB'$

$\Leftrightarrow (3-x)^2+y^2+z^2=4\left[(a-x)^2+(b-y)^2+(c-z)^2\right]$

$\Leftrightarrow 3x^2+3y^2+3z^2-2(4a-3)x-2(4b)y-2(4c)z+4(a^2+b^2+c^2)-9=0$

Lại có $M\in(S)\Rightarrow 3x^2+3y^2+3z^2+6x-24y+27=0$

$\Rightarrow \begin{cases}-2(4a-3)=6\\-2(4b)=-24\\-2(4c)=0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}a=0\\b=3\Rightarrow B'(0;3;0)\\c=0\end{cases}$ nằm trong mặt cầu.

$\overrightarrow{IB'}=(1;-1;0)\Rightarrow \overrightarrow{IB'}=\dfrac{1}{4}\overrightarrow{IB}$.

$P=2MA+MB=2MA+2MB'=2(MA+MB')\ge 2AB'$

Dấu "=" xảy ra $M=AB'\cap(S)$

$P_{\min}=2AB'=2.3\sqrt{2}=6\sqrt{2}$.

CHUYÊN LÊ KHIẾT QUẢNG NGÃI

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho số phức $z=2-3i$. Điểm biểu diễn số phức $w=2z+(1+i)\bar{z}$ trên mặt phẳng phức là

A. $N(1;3)$. **B.** $P(3;-1)$. **C.** $Q(-3;-1)$. **D.** $M(3;1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5), B(5;-5;7), M(x;y;1)$. Khi A, B, M thẳng hàng thì giá trị của x, y là

A. $x=4; y=7$. **B.** $x=4; y=-7$. **C.** $x=-4; y=-7$. **D.** $x=-4; y=7$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có tâm là

A. $I(1;-2;0)$. **B.** $I(-2;4;0)$. **C.** $I(-1;2;0)$. **D.** $I(-1;2;1)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<3$ là

A. $S=(-1;8)$. **B.** $S=(-1;7)$. **C.** $S=(-\infty;8)$. **D.** $S=(-\infty;7)$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 4.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=(9x^2-1)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $D=\left(-\infty;\frac{-1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\frac{1}{3}\right\}$.

C. $D=\left(-\infty;\frac{1}{3}\right]\cup\left[\frac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(\frac{-1}{3};\frac{1}{3}\right)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Câu 8. Nếu tích phân $\int_0^1 f(x)\,dx=-2$ và $\int_0^1 g(x)\,dx=7$ thì $\int_0^1 [2f(x)-3g(x)]\,dx$ bằng

A. -25. **B.** -12. **C.** 17. **D.** 25.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $N(-1;-1;1)$. **C.** $N(1;1;1)$. **D.** $Q(-1;1;1)$.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

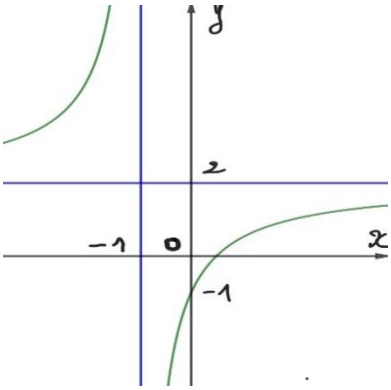
Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Câu 11. Cho khối nón có chiều cao h và bán kính đáy bằng r. Thể tích của khối nón đã cho bằng

A. $2\pi rh$. **B.** πr^2h **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2h$.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ **C.** $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$.

Câu 13. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 2. **B.** –7. **C.** 1. **D.** 9.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x-\sin x$ là

A. $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3x^2}{2}-\cos x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=3x^2+\cos x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=3+\cos x+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{3x^2}{2}+\cos x+C$.

Câu 15. Môđun của số phức $z=2+\sqrt{3}i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

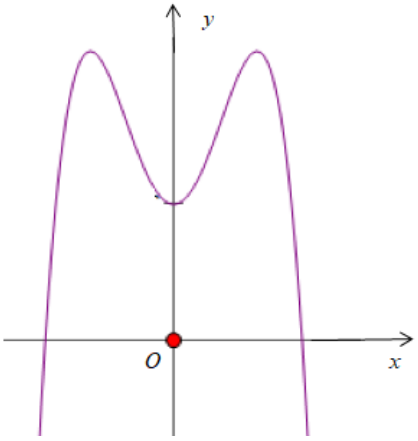
Câu 16. Cho a,b là hai số thực dương và a khác 1 thỏa mãn $\log_{a^3}\dfrac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=2$. Giá trị của biểu thức $\log_a b$ bằng

A. 4. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** –4. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 17. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $y=-\dfrac{2}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=\dfrac{3}{2}$.

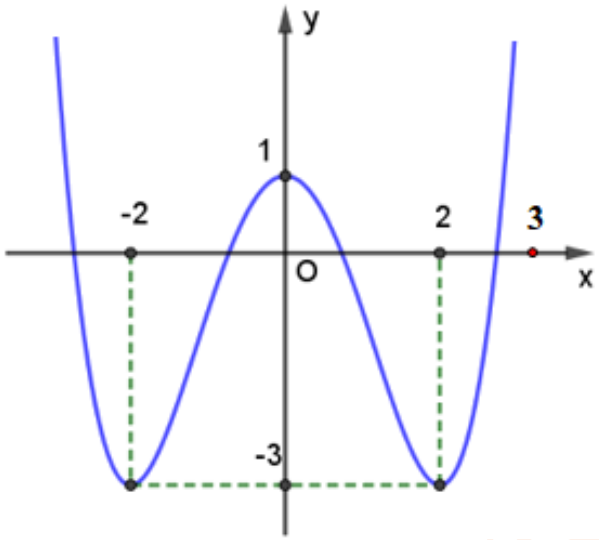
Câu 18. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới. Mệnh đề nào đúng?



A. $a<0;b<0;c=0;d>0$. **B.** $a>0;b=0;c>0;d>0$.

C. $a<0;b=0;c>0;d>0$. **D.** $a<0;b>0;c=0;d>0$.

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ trên đoạn $[-2;3]$ là

A. 3 . **B.** 2. **C.** 4 . **D.** 1 .

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos 2x-4\sin x$ là:

A. -7. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** -5 . **D.** 1 .

Câu 21. Cho hình nón N_1 đỉnh S đáy là đường tròn $C(O;R)$, đường cao $SO=40cm$. Người ta cắt hình nón bằng mặt phẳng vuông góc với trục để đường hình nón nhỏ N_2 có đỉnh S và đáy là đường tròn $C'(O';R')$ .Biết rằng tỉ số thể tích $\frac{V_{N_1}}{V_{N_2}}=\frac{1}{8}$. Độ dài đường cao của hình nón N_2 là:

A. $5cm$. **B.** $10cm$. **C.** $20cm$. **D.** $49cm$.

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[3;7]$, thoả mãn $f(x)=f(10-x)$ với mọi $x\in[3;7]$ và $\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int_3^7 xf(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 80. **B.** 60. **C.** 20. **D.** 40.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=10,u_2=13$. Giá trị của u_4 là

A. $u_4=18$. **B.** $u_4=16$. **C.** $u_4=19$. **D.** $u_4=20$.

Câu 24. Cho số phức z có $|z-1|=2$ và $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn , tâm và bán kính của đường tròn đó là

A. $I(-3;\sqrt{3}),R=4$. **B.** $I(3;\sqrt{3}),R=4$.

C. $I(3;-\sqrt{3}),R=2$. **D.** $I(3;\sqrt{3}),R=4$.

Câu 25. Cho $\log_2 5=m$, $\log_3 5=n$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo m,n là

A. m^2+n^2 **B.** $\frac{mn}{m+n}$ **C.** $\frac{1}{m+n}$ **D.** $m+n$

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z-1=0$ và đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1,d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vecto chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$. Giá trị biểu thức $\frac{3a-b}{c}$ bằng

A. $\frac{11}{3}$ **B.** $-\frac{11}{3}$ **C.** 4 **D.** $-\frac{13}{3}$

Câu 27. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$. **D.** $a^3\sqrt{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với $(P): x-2y+z-1=0$ là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{-2}=\frac{z+1}{1}$. **B.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y}{-4}=\frac{z-2}{2}$.

C. $\frac{x+2}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z+2}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

Câu 29. Cho hình trụ có bán kính bằng $3a$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng $a\sqrt{5}$ ta được một thiết diện hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $12\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $\frac{2\sqrt{2}\pi}{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}\pi a^3$.

Câu 30. Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{3x+1}-2x^2$ là

A. $\frac{e^{3x+1}-2x^3}{3}$. **B.** $\frac{e^{3x+1}-x^3}{3}$. **C.** $\frac{e^{3x+1}}{3}-2x^3$. **D.** $\frac{e^{3x+1}}{3}-x^3$.

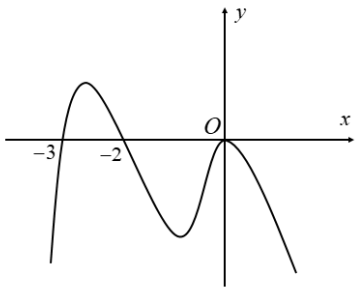
Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a$, $AD=2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. $30°$. **B.** $150°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 32. Đồ thị của hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+n$ có điểm cực tiểu là $I(1;3)$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

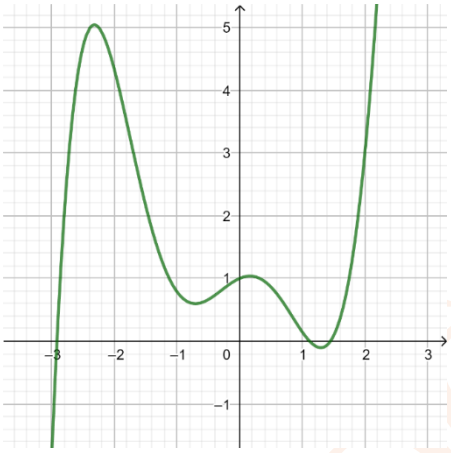
C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Câu 34. Cho tập hợp $M=\{1;2;3;4;5\}$. Số tập con gồm hai phần tử của tập hợp M là

A. 11. **B.** A_5^2. **C.** P_2. **D.** C_5^2.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới.



Đặt $g(x)=f(x)-\frac{x^2}{2}-x+2022$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(2)>g(-3)>g(0)$. **B.** $g(-3)>g(0)>g(2)$.

C. $g(2)>g(0)>g(-3)$. **D.** $g(0)>g(2)>g(-3)$.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $ABC=60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SCD) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $3a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3$.

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $x-4y+z-3=0$. **B.** $x+4y-z+1=0$. **C.** $x+4y+z-3=0$. **D.** $x-4y-z+1=0$.

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực x thoả phương trình sau

$$2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020$$

A. 9. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 12.

Câu 39. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ $E=\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số được chọn là số chẵn bằng

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** $\frac{3}{5}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 & \text{khi } x\ge 0\\ 2x+1 & \text{khi } x\le 0\end{cases}$

Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f(2\sin x-1).\cos x\,dx+\int\limits_e^{e^2}\frac{f(\ln x)}{x}=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của a. b bằng

A. 60. **B.** 92. **C.** 174. **D.** 132.

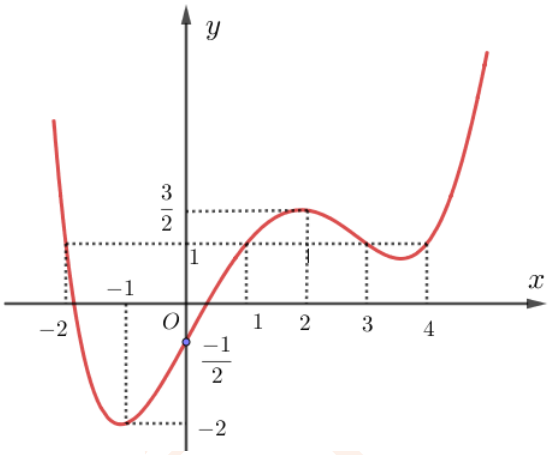
Câu 41. Cho hai số phức z_1,z_2 thỏa mãn $|z_1-1-3i|=1$ và $|z_2+1-i|=|z_2-5+i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|z_2-1-i|+|z_2-z_1|$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{10}-1$. **C.** $\sqrt{10}+1$. **D.** $\frac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

Câu 42. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z-3+5i|=5$ và $|z_1-z_2|=6$. Môđun của số phức $w=z_1+z_2-6+10i$ là

A. $|w|=16$. **B.** $|w|=32$. **C.** $|w|=8$. **D.** $|w|=10$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f\left(\sqrt{9-x^2}\right)-m+2022=0$ có nghiệm?

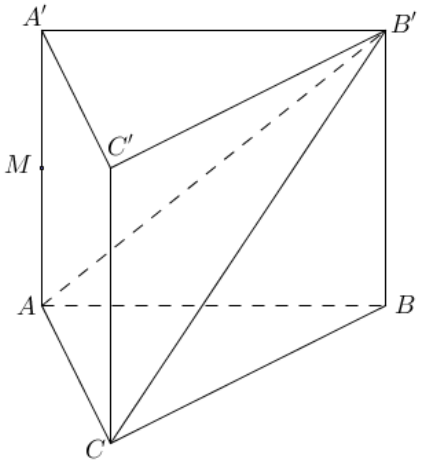


A. 7. **B.** 8. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 44. Cho hàm số $f(x)>0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $(x+1)f'(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0)=\left(\frac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A. $4(4\ln 2-\ln 5)^2$ **B.** $2(4\ln 2-\ln 5)^2$ **C.** $\frac{1}{2}(4\ln 2-\ln 5)^2$ **D.** $\frac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2$

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ).



Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng thay đổi, vuông góc với cắt SO, SA, SB, SC, SD lần lượt tại I, M,N,P,Q. Một hình trụ có một đáy nội tiếp tứ giác $MNPQ$ và một đáy nằm trên hình vuông $ABCD$. Khi thể tích khối trụ lớn nhất thì độ dài SI bằng

A. $SI=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $SI=\dfrac{a}{3}$.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A,B,C là tiếp điểm) thỏa mãn góc $AMB=60°$, $BMC=90°$, $CMA=120°$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\dfrac{10}{3}$. **D.** 1.

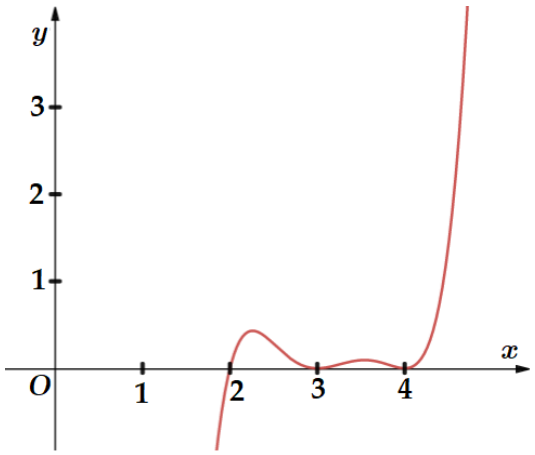
Câu 48. Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=-2\\y=t\\z=2+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$, $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d',Δ' lần lượt là hình chiếu của d,Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Giá trị của tổng $a+b.c$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 49. Cho các số dương x,y thoả mãn $\log_5\left(\dfrac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y\le 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=6x+2y+\dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}$ bằng

A. $\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{31\sqrt{6}}{4}$. **C.** $11\sqrt{3}$. **D.** 19.

Câu 50. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 sao cho đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ và $f(2)<0$, $f(1)>0$.



Số điểm cực tiểu của hàm số $y=\left|f\left(x^2+4x+5\right)\right|$ là:

A. 7. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

---------- **HẾT** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1B	2D	3A	4B	5C	6A	7B	8A	9B	10B	11C	12A	13D	14D	15D
16C	17C	18D	19B	20A	21C	22C	23C	24B	25B	26B	27A	28B	29B	30A
31D	32C	33D	34D	35D	36B	37A	38A	39D	40B	41D	42C	43D	44D	45A
46C	47A	48A	49D	50B										

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức $z=2-3i$. Điểm biểu diễn số phức $w=2z+(1+i)\bar{z}$ trên mặt phẳng phức là

A. $N(1;3)$. **B.** $P(3;-1)$. **C.** $Q(-3;-1)$. **D.** $M(3;1)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $w=2z+(1+i)\bar{z}=2(2-3i)+(1+i)(2+3i)=3-i$. Suy ra điểm biểu diễn số phức $w=2z+(1+i)\bar{z}$ trên mặt phẳng phức là $P(3;-1)$.

Câu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-1;5), B(5;-5;7), M(x;y;1)$. Khi A,B,M thẳng hàng thì giá trị của x,y là

A. $x=4;y=7$. **B.** $x=4;y=-7$. **C.** $x=-4;y=-7$. **D.** $x=-4;y=7$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\overrightarrow{AB}=(3;-4;2), \overrightarrow{AM}=(x-2;y+1;-4)$. A,B,M thẳng hàng khí $\overrightarrow{AM}=k.\overrightarrow{AB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-2=3k \\ y+1=-4k \\ -4=2k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x-3k=2 \\ y+4k=-1 \\ -2k=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-4 \\ y=7 \\ k=-2 \end{cases}.$$

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+1=0$ có tâm là

A. $I(1;-2;0)$. **B.** $I(-2;4;0)$. **C.** $I(-1;2;0)$. **D.** $I(-1;2;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta có tâm $I(1;-2;0)$.

Câu 4. Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+1)<3$ là

A. $S=(-1;8)$. **B.** $S=(-1;7)$. **C.** $S=(-\infty;8)$. **D.** $S=(-\infty;7)$.

Lời giải

Chọn B.

$$\log_2(x+1)<3 \Leftrightarrow \begin{cases} x>-1 \\ x+1<8 \end{cases} \Leftrightarrow -1<x<7.$$

Vậy bất phương trình có tập nghiệm $S=(-1;7)$.

Câu 5. Cho số phức z thỏa mãn $(1+2i)z=3-4i$. Phần ảo của số phức z bằng

A. -4. **B.** 2. **C.** -2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn C.

$1+2i\ \ z=3-4i$

$\Leftrightarrow z=\dfrac{3-4i}{1+2i}=-1-2i.$

Vậy số phức z có phần ảo bằng -2.

Câu 6. Tập xác định của hàm số $y=\left(9x^2-1\right)^{\frac{1}{5}}$ là

A. $D=\left(-\infty;\dfrac{-1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\pm\dfrac{1}{3}\right\}$.

C. $D=\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right]\cup\left[\dfrac{1}{3};+\infty\right)$. **D.** $D=\left(\dfrac{-1}{3};\dfrac{1}{3}\right)$.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $9x^2-1>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<\dfrac{-1}{3}\\ x>\dfrac{1}{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\left(-\infty;\dfrac{-1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

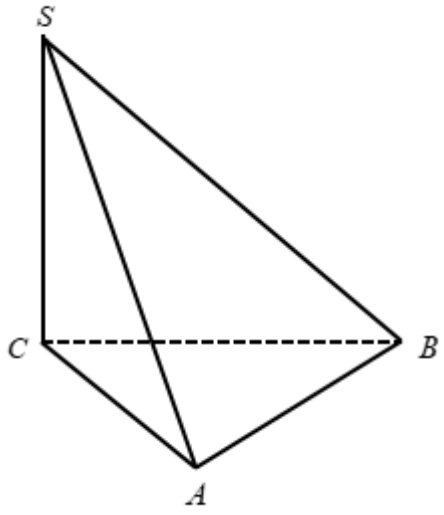
Vậy tập xác định của hàm số $D=\left(-\infty;\dfrac{-1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ đáy là tam giác đều cạnh a. Cạnh bên SC vuông góc với mặt phẳng (ABC), $SC=a$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **B.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. **D.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{9}$.

Lời giải

Chọn B.



Ta có $V_{S.ABC}=\dfrac{1}{3}.SC.dt(ABC)=\dfrac{1}{3}a.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$.

Câu 8. Nếu tích phân $\int\limits_0^1 f\ x\ \mathrm{d}x=-2$ và $\int\limits_0^1 g\ x\ \mathrm{d}x=7$ thì $\int\limits_0^1\left[2f\ x\ -3g\ x\ \right]\mathrm{d}x$ bằng

A. –25. **B.** –12. **C.** 17. **D.** 25.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\int_0^1 \left[2f(x)-3g(x)\right]dx = 2\int_0^1 f(x)dx - 3\int_0^1 g(x)dx = 2.(-2)-3.7 = -25$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x+y-z+3=0$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(1;1;-1)$. **B.** $N(-1;-1;1)$. **C.** $N(1;1;1)$. **D.** $Q(-1;1;1)$.

Lời giải

Chọn B.

Thay tọa độ điểm $N(-1;-1;1)$ vào phương trình mặt phẳng (P) ta được:

$-1-1-1+3=0 \Leftrightarrow 0=0$ (đúng)

$\Rightarrow N \in (P)$.

Các điểm còn lại thay tọa độ vào phương trình (P) không thỏa mãn.

Câu 10. Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 11. Cho khối nón có chiều cao h và bán kính đáy bằng r. Thể tích của khối nón đã cho bằng

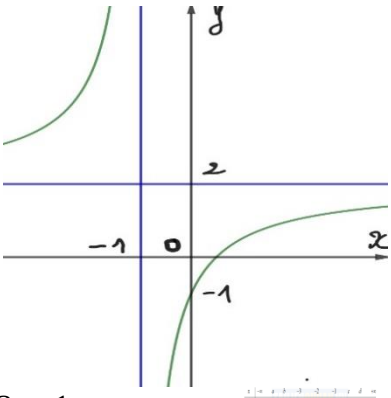
A. $2\pi rh$. **B.** $\pi r^2 h$ **C.** $\frac{1}{3}\pi r^2 h$. **D.** $\frac{4}{3}\pi r^2 h$.

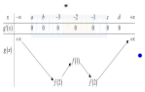
Lời giải

Chọn C

Thể tích của khối nón đã cho bằng: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 12. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như hình vẽ bên?



A. $y=\frac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\frac{2x+1}{x+1}$ **C.**  **D.** $y=\frac{2x+1}{x-1}$.

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy:

+) Tiệm cận đứng: $x=-1$ loại **D.**

+) Tiệm cận ngang: $y=2$ loại **C.**

+) $x=0\Rightarrow y=-1$ loại đáp án **B.**

Vậy chọnA.

Câu 13. Tích tất cả các nghiệm của phương trình $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0$ là

A. 2. **B.** –7. **C.** 1. **D.** 9.

Lời giải

Chọn D.

Điều kiện $x>0$.

Có $\log_3^2 x-2\log_3 x-7=0\Leftrightarrow \log_3 x_1=1+2\sqrt{2}$ hoặc $\log_3 x_2=1-2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \log_3 x_1+\log_3 x_2=1+2\sqrt{2}+1-2\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow \log_3\left(x_1.x_2\right)=2\Leftrightarrow x_1.x_2=3^2=9$.

Câu 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x-\sin x$ là

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{3x^2}{2}-\cos x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3x^2+\cos x+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=3+\cos x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{3x^2}{2}+\cos x+C$.

Lời giải

Chọn D.

Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x-\sin x$ là $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{3x^2}{2}+\cos x+C$.

Câu 15. Môđun của số phức $z=2+\sqrt{3}i$ bằng

A. 5. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 7. **D.** $\sqrt{7}$.

Lời giải

Chọn D.

Có $\left|z\right|=\left|2+\sqrt{3}i\right|=\sqrt{2^2+\left(\sqrt{3}\right)^2}=\sqrt{7}$.

Câu 16. Cho a,b là hai số thực dương và a khác 1 thỏa mãn $\log_{a^3}\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=2$. Giá trị của biểu thức  bằng

A. 4. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** –4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $\log_{a^3}\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=\frac{1}{3}\log_a\frac{a^5}{\sqrt[4]{b}}=\frac{1}{3}\left(\log_a a^5-\log_a\sqrt[4]{b}\right)=\frac{1}{3}\left(5-\frac{1}{4}.\log_a b\right)=2$.

$\Leftrightarrow 5-\frac{1}{4}\log_a b=6\Leftrightarrow \frac{1}{4}\log_a b=-1\Leftrightarrow \log_a b=-4$

Câu 17. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=2$. **B.** $y=-\frac{2}{3}$. **C.** $y=3$. **D.** $y=\frac{3}{2}$.

Lời giải

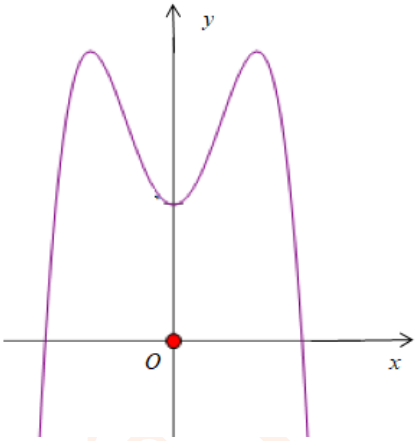
Chọn C.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+2}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{1-\dfrac{2}{x}}=3.$

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+2}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3+\dfrac{2}{x}}{1-\dfrac{2}{x}}=3.$

Nên $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 18. Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình dưới. Mệnh đề nào đúng?



A. $a<0;b<0;c=0;d>0.$ **B.** $a>0;b=0;c>0;d>0.$

C. $a<0;b=0;c>0;d>0.$ **D.** $a<0;b>0;c=0;d>0.$

Lời giải

Chọn D.

Đồ thị hàm số nhận Oy làm trục đối xứng nên hàm số $y=ax^4+bx^2+cx+d$ là hàm số chẵn. suy ra $c=0.$

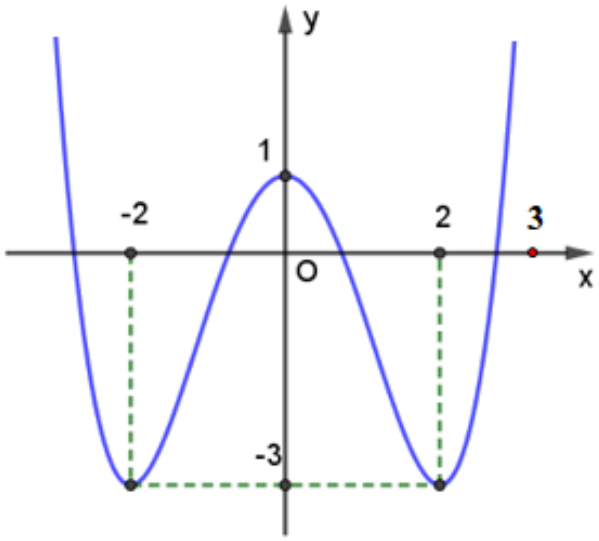
Dựa vào đồ thị ta thấy: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty\Rightarrow a<0.$

Hàm số có 3 cực trị nên $ab<0\Rightarrow b>0.$

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có hoành độ dương nên $d>0.$

Vậy $a<0;b>0;c=0;d>0.$

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Số nghiệm của phương trình $f(x)+2=0$ trên đoạn $[-2;3]$ là

A. 3 . **B.** 2. **C.** 4 . **D.** 1 .

Lời giải

Chọn B.

Ta xét phương trình $f(x)+2=0 \Leftrightarrow f(x)=-2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\in[-2;3] \\ x=-2\in[-2;3] \end{array}\right.$

Vậy phương trình $f(x)+2=0$ có hai nghiệm trên đoạn $[-2;3]$

Câu 20. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos 2x-4\sin x$ là:

A. -7. **B.** $\frac{11}{3}$. **C.** -5 . **D.** 1 .

Lời giải

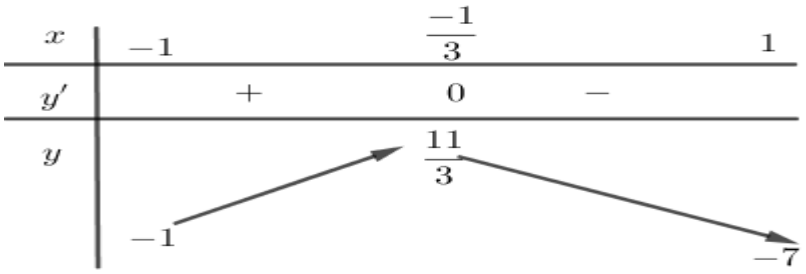
Chọn A.

Ta có hàm số [redacted]

Đặt $t=\sin x; t\in[-1;1] \Rightarrow y=-6t^2-4t+3; t\in[-1;1]$

Có $y'=-12t-4=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{3}$

Xét BBT:



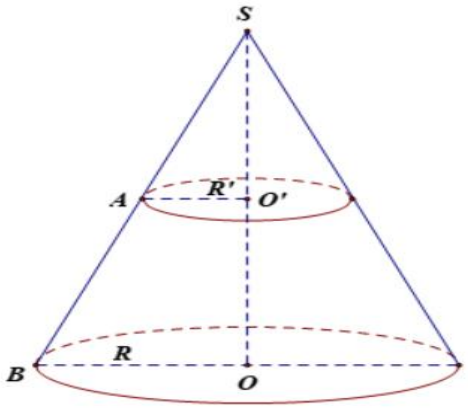
Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3\cos 2x-4\sin x$ là -7

Câu 21. Cho hình nón N_1 đỉnh S đáy là đường tròn $C(O;R)$, đường cao $SO=40cm$. Người ta cắt hình nón bằng mặt phẳng vuông góc với trục để đường hình nón nhỏ N_2 có đỉnh S và đáy là đường tròn $C'(O';R')$ .Biết rằng tỉ số thể tích $\frac{V_{N_1}}{V_{N_2}}=\frac{1}{8}$. Độ dài đường cao của hình nón N_2 là:

A. $5cm$. **B.** $10cm$. **C.** $20cm$. **D.** $49cm$.

Lời giải

Chọn C.



Ta có $\Delta SO'A$ và ΔSOB đồng dạng nên ta có $\frac{R'}{R}=\frac{SO'}{SO}$

$$\frac{V_{N_1}}{V_{N_2}}=\frac{1}{8}\Leftrightarrow\frac{R^2.SO}{R'^2.SO'}=\frac{1}{8}\Leftrightarrow\left(\frac{SO}{SO'}\right)^3=\frac{1}{8}\Leftrightarrow\frac{SO}{SO'}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow SO'=\frac{1}{2}SO=20cm$$

Câu 22. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[3;7]$, thoả mãn $f(x)=f(10-x)$ với mọi $x\in[3;7]$ và $\int_3^7 f(x)\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int_3^7 xf(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 80. **B.** 60. **C.** 20. **D.** 40.

Lời giải

Chọn C.

Xét $I=\int_3^7 xf(x)\mathrm{d}x$.

Đặt $x=10-t\Rightarrow dx=-dt$.

Đổi cận $x=3\Rightarrow t=7; x=7\Rightarrow t=3$.

Ta có $I=\int_3^7(10-t)f(10-t)\mathrm{d}t=\int_3^7(10-t)f(t)\mathrm{d}t=10\int_3^7 f(t)\mathrm{d}t-\int_3^7 tf(t)\mathrm{d}t=10.4-I$.

Suy ra $2I=40\Rightarrow I=20$.

Câu 23. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=10, u_2=13$. Giá trị của u_4 là

A. $u_4=18$. **B.** $u_4=16$. **C.** $u_4=19$. **D.** $u_4=20$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có $d=u_2-u_1=3\Rightarrow u_4=u_1+3d=10+3.3=19$.

Câu 24. Cho số phức z có $|z-1|=2$ và $w=(1+\sqrt{3}i)z+2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường tròn , tâm và bán kính của đường tròn đó là

A. $I(-3;\sqrt{3}), R=4$. **B.** $I(3;\sqrt{3}), R=4$.

C. $I(3;-\sqrt{3}), R=2$. **D.** $I(3;\sqrt{3}), R=4$.

Lời giải

Chọn B.

$w=(1+\sqrt{3}i)z+2\Rightarrow(1+\sqrt{3}i)z=w-2$.

Ta có $|z-1|=2\Leftrightarrow\left|(1+\sqrt{3}i)z-1-\sqrt{3}i\right|=2\left|1+\sqrt{3}i\right|\Leftrightarrow\left|w-2-1-\sqrt{3}i\right|=4\Leftrightarrow\left|w-3-\sqrt{3}i\right|=4$ (1)

Đặt $w=x+yi$ với $x,y\in\mathbb{R}$. Khi đó ta được:

$\left|x+yi-3-\sqrt{3}i\right|=4\Leftrightarrow\sqrt{(x-3)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2}=4\Leftrightarrow(x-3)^2+\left(y-\sqrt{3}\right)^2=16$

Vậy tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w=\left(1+\sqrt{3}i\right)z+2$ là một đường tròn có tâm $I\left(3;\sqrt{3}\right)$ và bán kính $R=4$.

Câu 25. Cho $\log_2 5=m$, $\log_3 5=n$. Khi đó $\log_6 5$ tính theo m,n là

A. m^2+n^2 **B.** $\frac{mn}{m+n}$ **C.** $\frac{1}{m+n}$ **D.** $m+n$

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\log_6 5=\frac{1}{\log_5 6}=\frac{1}{\log_5 2+\log_5 3}=\frac{1}{\frac{1}{\log_2 5}+\frac{1}{\log_2 3}}=\frac{mn}{m+n}$.

Câu 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):x-y+z-1=0$ và đường thẳng $d_1:\frac{x-1}{2}=\frac{y}{1}=\frac{z}{3}$. Gọi d_1' là hình chiếu vuông góc của d_1 lên mặt phẳng (P). Đường thẳng d_2 nằm trên (P) tạo với d_1,d_1' các góc bằng nhau, d_2 có vectơ chỉ phương $\vec{u}(a;b;c)$. Giá trị biểu thức $\frac{3a-b}{c}$ bằng

A. $\frac{11}{3}$ **B.** $-\frac{11}{3}$ **C.** 4 **D.** $-\frac{13}{3}$

Lời giải

Chọn B

Đường thẳng d_1 có vectơ chỉ phương là $\vec{u_1}(2;1;3)$, mặt phẳng (P) có vec tơ pháp tuyến là $\vec{n_1}(1;-1;1)$.

Tọa độ giao điểm C của d_1 và (P) là: $C(1;0;0)$.

Vectơ chỉ phương của đường thẳng d_1' là $\vec{u_2}=-\left[\left[\vec{u_1},\vec{n_1}\right],\vec{n_1}\right]=(2;7;5)$.

d_2 nằm trên (P) tạo với d_1,d_1' các góc bằng nhau nên ta có

$$\begin{cases}\vec{u}.\vec{n_1}=0\\ \frac{\left|\vec{u}.\vec{u_1}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{u_1}\right|}=\frac{\left|\vec{u}.\vec{u_2}\right|}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{u_2}\right|}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=b\\ \frac{|2a+b+3c|}{\sqrt{14}}=\frac{|2a+7b+5c|}{\sqrt{78}}\end{cases}.$$

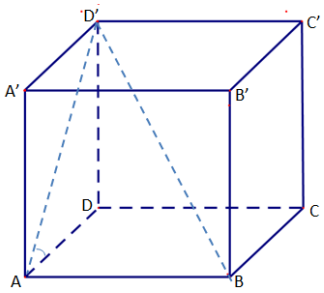
$$\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=b\\ \frac{|3a+4c|}{\sqrt{14}}=\frac{|9a+12c|}{\sqrt{78}}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a+c=b\\ 3a+4c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-\frac{4}{3}c\\ b=-\frac{1}{3}c\end{cases}$$ Vậy $\frac{3a-b}{c}=-\frac{11}{3}$.

Câu 27. Cho hình hộp đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông cạnh a, góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là $30°$. Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$ **B.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{18}$ **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{9}$ **D.** $a^3\sqrt{3}$

Lời giải

Chọn A



Góc giữa mặt phẳng $(D'AB)$ và mặt phẳng $(ABCD)$ là góc DAD' nên $DAD' = 30°$.

Độ dài đường cao là: $DD' = AD.\tan 30° = \dfrac{a}{\sqrt{3}}$.

Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là: $V = \dfrac{a}{\sqrt{3}}.a^2 = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 28. Trong không gian $Oxyz$, phương trình đường thẳng d đi qua $A(1;2;1)$ và vuông góc với $(P): x-2y+z-1=0$ là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$.

C. $\dfrac{x+2}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z+2}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{2}=\dfrac{z-1}{1}$.

Lời giải

Chọn B.

Vì đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (P) nên vectơ chỉ phương của đường thẳng d là $\vec{u}_d = \vec{n}_{(P)} = (1;-2;1)$ hay $\vec{u}_d = (2;-4;2)$.

Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-2t \\ z = 1+t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

Chọn $t=1$ ta được điểm $B(2;0;2) \in d$.

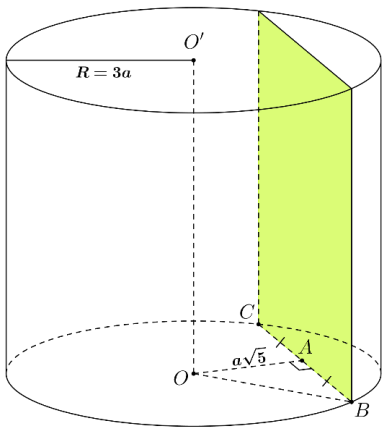
Vậy phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua $B(2;0;2)$ là $\dfrac{x-2}{2}=\dfrac{y}{-4}=\dfrac{z-2}{2}$.

Câu 29. Cho hình trụ có bán kính bằng $3a$. Cắt hình trụ bởi mặt phẳng (P) song song với trục của hình trụ và cách trục của hình trụ một khoảng $a\sqrt{5}$ ta được một thiết diện hình vuông. Thể tích của khối trụ đã cho bằng

A. $12\pi a^3$. **B.** $36\pi a^3$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{2}\pi}{3}a^3$. **D.** $2\sqrt{2}\pi a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Xét tam giác OAB vuông tại A có

$AB=\sqrt{OB^2-OA^2} \Leftrightarrow AB=\sqrt{(3a)^2-\left(a\sqrt{5}\right)^2}=2a$.

Suy ra: $BC=2AB=4a$.

Do mặt phẳng (P) cắt hình trụ ta được thiết diện hình vuông nên bốn cạnh bằng nhau.

Suy ra chiều cao của hình trụ là $h=BC=4a$.

Thể tích của khối trụ đã cho là $V=\pi R^2h=\pi(3a)^2\cdot 4a=36\pi a^3$.

Câu 30. Một nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{3x+1}-2x^2$ là

A. $\dfrac{\mathrm{e}^{3x+1}-2x^3}{3}$. **B.** $\dfrac{\mathrm{e}^{3x+1}-x^3}{3}$. **C.** $\dfrac{\mathrm{e}^{3x+1}}{3}-2x^3$. **D.** $\dfrac{\mathrm{e}^{3x+1}}{3}-x^3$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có:

$$\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(\mathrm{e}^{3x+1}-2x^2\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\mathrm{e}^{3x+1}-\frac{2}{3}x^3+C=\frac{\mathrm{e}^{3x+1}-2x^3}{3}+C.$$

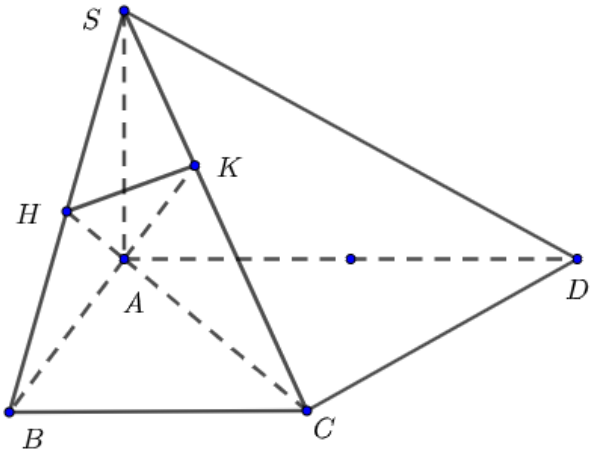
Vậy một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là $\dfrac{\mathrm{e}^{3x+1}-2x^3}{3}$.

Câu 31. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B với $AB=BC=a$, $AD=2a$. Góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng

A. 30°. **B.** 150°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Lời giải

Chọn D



Có $SA \perp (ABCD)$, đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên

$\left.\begin{array}{l} SA \perp BC \\ AB \perp BC \end{array}\right\} \Rightarrow BC \perp (SAB)$. Trong ΔSAB dựng đường cao $AH \perp SB \Rightarrow AH \perp (SBC)$.

Ta có $AC = a\sqrt{2}$; $AD = a\sqrt{5}$; $CD = a\sqrt{2}$; $SC = a\sqrt{3}$. Do đó ΔSCD vuông tại C.

Có $\left.\begin{array}{l} SC \perp CD \\ SA \perp CD \end{array}\right\} \Rightarrow CD \perp (SAC)$. Trong ΔSAC dựng đường cao $AK \perp SC \Rightarrow AK \perp (SAC)$

Từ đó góc giữa hai mặt phẳng (SBC) và (SCD) bằng góc giữa AH và AK bằng HAK

$AH \perp (SBC) \Rightarrow AH \perp HK$.

Có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{a}{\sqrt{2}}$; $\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AC^2} \Rightarrow AK = \frac{a\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$

Tam giác vuông AHK có $\cos HAK = \frac{AH}{AK} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow HAK = 60°$

Bản word phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Câu 32. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + n$ có điểm cực tiểu là $I(1; 3)$. Khi đó $m+n$ bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Lời giải

Chọn C

$y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + n \Rightarrow y' = 3x^2 - 4mx + m^2$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = \frac{m}{3} \end{array}\right. (m \neq 0)$

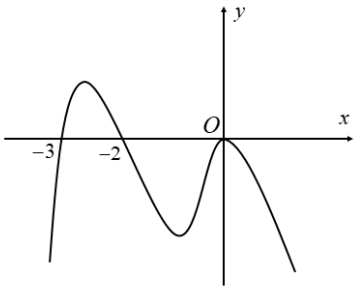
Xét $m < 0 \Rightarrow \frac{m}{3} > m$. Vì đạo hàm của hàm số có hệ số bằng $3 > 0$ nên $x = \frac{m}{3}$ là điểm cực tiểu của hàm số $\Rightarrow \frac{m}{3} = 1 \Rightarrow m = 3$ (loại)

Xét $m > 0 \Rightarrow \frac{m}{3} < m$. Vì đạo hàm của hàm số có hệ số bằng $3 > 0$ nên $x = m$ là điểm cực tiểu của hàm số $\Rightarrow m = 1$ (thỏa mãn).

Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x + n$ có điểm cực tiểu là $I(1; 3)$ nên ta được:

$\begin{cases} y'(1)=0 \\ y(1)=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ 1-2m+m^2+n=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=3 \end{cases} \Rightarrow m+n=4.$

Câu 33. Cho hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3;-2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, ta có:

$f'(x)>0$ trên khoảng $(-3;-2)$. Suy ra $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$.

$f'(x)<0$ trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-2;+\infty)$. Suy ra $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 34. Cho tập hợp $M=\{1;2;3;4;5\}$. Số tập con gồm hai phần tử của tập hợp M là

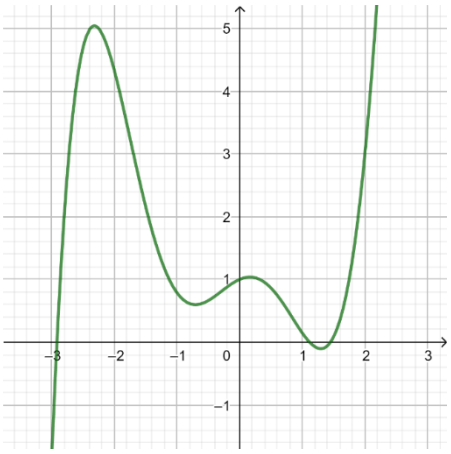
A. 11. **B.** A_5^2. **C.** P_2. **D.** C_5^2.

Lời giải

Chọn D

Số tập con gồm 2 phần tử của tập hợp gồm 5 phần tử là C_5^2.

Câu 35. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên dưới.



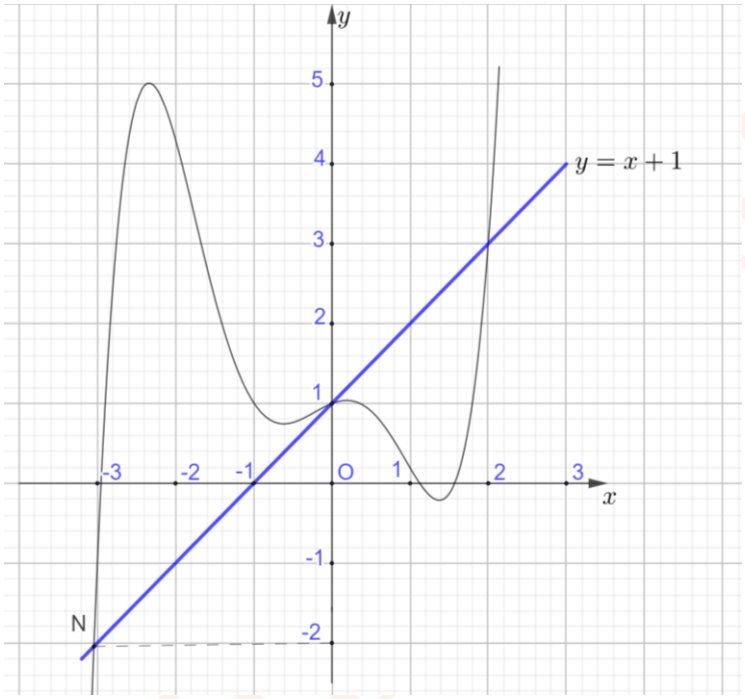
Đặt $g(x)=f(x)-\frac{x^2}{2}-x+2022$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $g(2)>g(-3)>g(0)$. **B.** $g(-3)>g(0)>g(2)$.

C. $g(2)>g(0)>g(-3)$. **D.** $g(0)>g(2)>g(-3)$.

Lời giải

Chọn D.



$g(x)=f(x)-\frac{x^2}{2}-x+2022 \Rightarrow g'(x)=f'(x)-(x+1)$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x+1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-3 \\ x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$

Xét $\int_{-3}^{0} g'(x)\mathrm{d}x=\int_{-3}^{0}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>0 \Leftrightarrow g(0)-g(-3)>0 \Leftrightarrow g(0)>g(-3)$.

Tương tự, xét $\int_{0}^{2} g'(x)\mathrm{d}x=\int_{0}^{2}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x<0 \Leftrightarrow g(2)-g(0)<0 \Leftrightarrow g(2)<g(0)$.

Xét $\int_{-3}^{2} g'(x)\mathrm{d}x=\int_{-3}^{0}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x+\int_{0}^{2}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x>0$

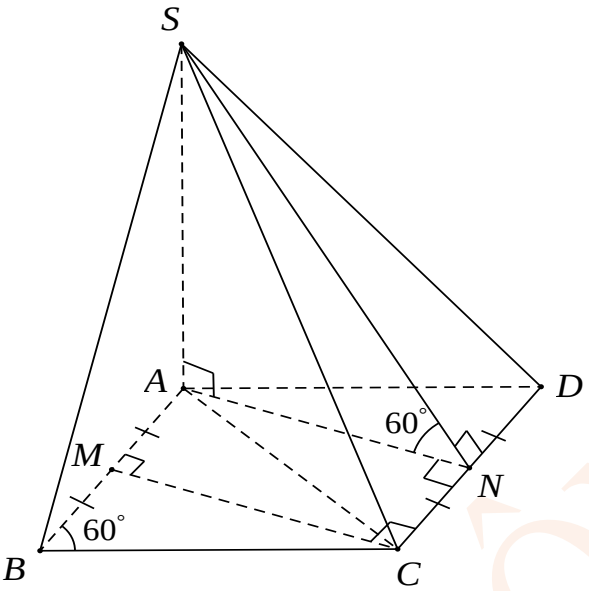
$\Leftrightarrow g(2)-g(-3)>0 \Leftrightarrow g(2)>g(-3)$. Vậy ta có $g(0)>g(2)>g(-3)$.

Câu 36. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh $2a$, $ABC=60^\circ$, cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy, mặt bên (SCD) tạo với đáy một góc 60°. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $3a^3\sqrt{3}$. **B.** $2a^3\sqrt{3}$. **C.** $a^3\sqrt{3}$. **D.** $2a^3$.

Lời giải

Chọn B.



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD. Khi đó, tứ giác $AMCN$ là hình chữ nhật.

Ta có: $\begin{cases} CD \perp AN \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp SN \Rightarrow \left((SCD),(ABCD)\right) = \left(SN, AN\right) = SNA = 60°.$

Xét tam giác có $AB = BC, ABC = 60° \Rightarrow$ tam giác ABC đều $\Rightarrow MC = 2a\dfrac{\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$.

Do đó, $AN = a\sqrt{3} \Rightarrow SA = AN.\tan 60° = 3a.$

Lại có, $S_{ABCD} = 2S_{\Delta ABC} = 2.(2a)^2.\dfrac{\sqrt{3}}{4} = 2a^2.\sqrt{3}$.

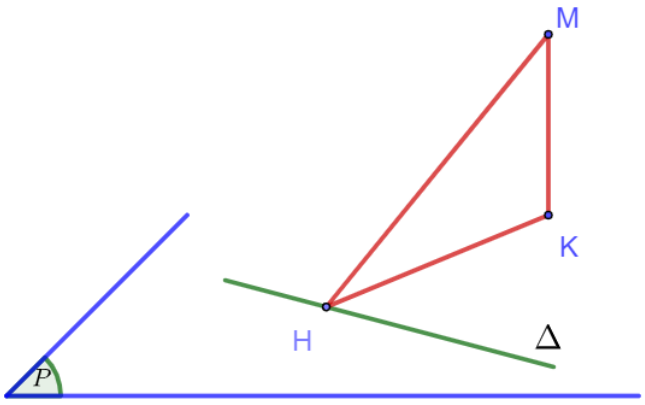
Vậy $V_{S.ABCD} = \dfrac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \dfrac{1}{3}.2a^2\sqrt{3}.3a = 2a^3\sqrt{3}.$

Câu 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là

A. $x-4y+z-3=0$. **B.** $x+4y-z+1=0$. **C.** $x+4y+z-3=0$. **D.** $x-4y-z+1=0$.

Lời giải

Chọn A.



Hạ $MK \perp (P), KH \perp \Delta \Rightarrow MH \perp \Delta$. Khi đó: $MK \le MH$ nên $d\left(M,(P)\right)_{\max} = MH$

Giả sử $H(1+2t;t;2+2t) \Rightarrow \overrightarrow{MH} = (2t-1;t-5;2t-1)$ do :

$$\overrightarrow{MH} \perp \overrightarrow{u_\Delta} \Leftrightarrow (2t-1).2+(t-5)+(2t-1).2=0 \Leftrightarrow t=1$$

$\Rightarrow \overrightarrow{MH}=(1;-4;1)\Rightarrow (P):(x-1)-4y+1(z-2)=0$

$\Rightarrow (P):x-4y+z-3=0$

Câu 38. Có bao nhiêu số nguyên dương a sao cho tồn tại số thực x thoả phương trình sau

$$2021^{x^3-a^{3\log(x+1)}}\left(x^3+2020\right)=a^{3\log(x+1)}+2020$$

A. 9. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 12.

Lời giải

Chọn A.

Điều kiện: $x+1>0\Leftrightarrow x>-1$

Đặt $a^{3\log(x+1)}=t\ (t>0)$ do a nguyên dương, khi đó phương trình trở thành:

$2021^{x^3-t}\left(x^3+2020\right)=t+2020\Leftrightarrow 2021^{x^3}\left(x^3+2020\right)=2021^t(t+2020)$

Hàm số: $f(u)=2021^u(u+2020)\Rightarrow f'(u)=2021^u.\ln 2021.(u+2020)+2021^u>0$ với $u>0$

Nên hàm $f(u)$ đơn điệu mà $f\left(x^3\right)=f(t)\Leftrightarrow x^3=t\Leftrightarrow x^3=a^{3\log(x+1)}$

Với $-1<x<0$ thì vế trái nhỏ hơn 0 và vế phải lớn hơn 0. Không tồn tại x thỏa mãn.

Với $x>0$, $x^3=a^{3\log(x+1)}\Leftrightarrow \log x=\log(x+1).\log a\Leftrightarrow \log a=\dfrac{\log x}{\log(x+1)}$

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{\log x}{\log(x+1)}\Rightarrow g'(x)=\dfrac{\left[(x+1)\log(x+1)-x\log x\right]}{\log(x+1)x(x+1)\ln 10}>0\ \ \forall x>0$

Bảng biến thiên:

x	0	$+\infty$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	1

Để tồn tại x thỏa mãn thì: $\log a<1\Leftrightarrow a<10$

Do a nguyên dương, nên tồn tại 9 giá trị a thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 39. Gọi S là tập các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ $E=\{1;2;3;4;5\}$. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S. Xác suất để số được chọn là số chẵn bằng

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** $\dfrac{3}{5}$. **D.** $\dfrac{2}{5}$.

Lời giải

Chọn D.

+ Có A_5^4 số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau được lập từ $E=\{1;2;3;4;5\}$.

-Có $C_2^1.A_4^3$ số tự nhiên chẵn có 4 chữ số khác nhau được lập từ $E=\{1;2;3;4;5\}$.

+ Xác suất để số được chọn là một số chẵn là $\dfrac{C_2^1.A_4^3}{A_5^4}=\dfrac{2}{5}$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}x^2+x+1 & \text{khi } x\ge 0\\ 2x+1 & \text{khi } x\le 0\end{cases}$

Biết $\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(2\sin x-1\right).\cos x\mathrm{d}x+\int\limits_e^{e^2}\frac{f\left(\ln x\right)}{x}=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Giá trị của a.b bằng

A. 60. **B.** 92. **C.** 174. **D.** 132.

Lời giải

Chọn B.

+ Đặt $t=2\sin x-1\Rightarrow \mathrm{d}t=2\cos x\mathrm{d}x\Rightarrow \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(2\sin x-1\right).\cos x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} f\left(t\right)\mathrm{d}t=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x$

$\Rightarrow \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(2\sin x-1\right).\cos x\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{0} f\left(x\right)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}\int\limits_{-1}^{0}\left(2x+1\right)\mathrm{d}x+\frac{1}{2}\int\limits_{0}^{1}\left(x^2+x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{11}{12}$

+ Đặt $u=\ln x\Rightarrow \mathrm{d}u=\frac{\mathrm{d}x}{x}\Rightarrow \int\limits_e^{e^2}\frac{f\left(\ln x\right)}{x}dx=\int\limits_1^{2} f\left(u\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^{2} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\limits_1^{2}\left(x^2+x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{29}{6}$

$\Rightarrow \int\limits_0^{\frac{\pi}{2}} f\left(2\sin x-1\right).\cos x\mathrm{d}x+\int\limits_e^{e^2}\frac{f\left(\ln x\right)}{x}=\frac{23}{4}$

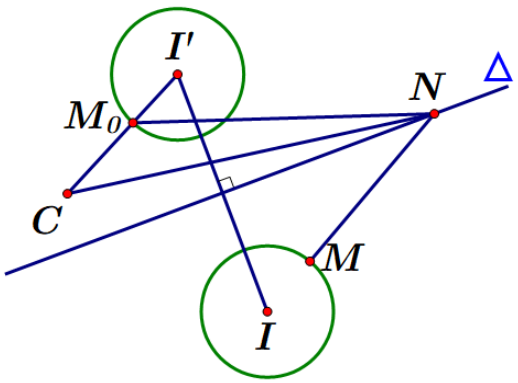
$\Rightarrow a=23, b=4\Rightarrow a.b=92$.

Câu 41. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left|z_1-1-3i\right|=1$ và $\left|z_2+1-i\right|=\left|z_2-5+i\right|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\left|z_2-1-i\right|+\left|z_2-z_1\right|$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{10}-1$. **C.** $\sqrt{10}+1$. **D.** $\frac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi M, N lần lượt là điểm biểu diễn của hai số phức z_1, z_2; $C(1;1)$.

Ta có : $M\in(C):(x-1)^2+(y-3)^2=1$.

$N\in\Delta: 3x-y-6=0$.

$P=\left|z_2-1-i\right|+\left|z_2-z_1\right|=NC+NM$.

Gọi (C') đối xứng với (C) qua đường thẳng $\Delta\Rightarrow MN=M'N$.

$\Rightarrow P=NC+NM=NC+M'N\geq MC\geq I'C-1=\frac{2\sqrt{85}}{5}-1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow M\equiv M_0$.

Câu 42. Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z-3+5i|=5$ và $|z_1-z_2|=6$. Môđun của số phức $w=z_1+z_2-6+10i$ là

A. $|w|=16$. **B.** $|w|=32$. **C.** $|w|=8$. **D.** $|w|=10$.

Lời giải

Chọn C.

Đặt $w_1=z_1-3+5i;\ w_2=z_2-3+5i$.

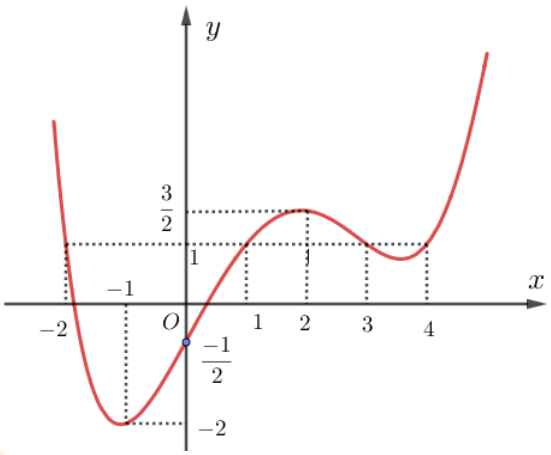
Ta có : $|w_1|=|w_2|=5$ và $|w_1-w_2|=6$.

Mặt khác : $|w|=|z_1+z_2-6+10i|=|w_1+w_2|$.

Do $|w_1-w_2|^2+|w_1+w_2|^2=2\left(|w_1|^2+|w_2|^2\right)\Rightarrow|w_1+w_2|=8$.

Vậy $|w|=8$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $2f\left(\sqrt{9-x^2}\right)-m+2022=0$ có nghiệm?



A. 7 **B.** 8 **C.** 4 **D.** 5

Lời giải

Chọn D

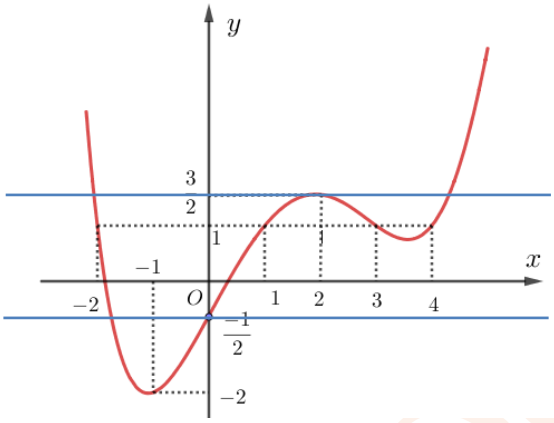
Điều kiện xác định: $9-x^2\ge 0\Leftrightarrow x\in[-3;3]$.

Phương trình đã cho tương đương $2f\left(\sqrt{9-x^2}\right)-m+2022=0\Leftrightarrow f\left(\sqrt{9-x^2}\right)=\dfrac{m-2022}{2}(*)$.

Đặt $u(x)=\sqrt{9-x^2}$, $u(x)\ge 0$. Khảo sát hàm $u(x)$, ta có bảng biến thiên như sau:

x	-3		0		3
$u(x)$	0	↗	3	↘	0

Phương trình $(*)$ thành $f(u)=\dfrac{m-2022}{2}$ $(**)$. Phương trình ban đầu đã cho có nghiệm khi và chỉ khi phương trình $(**)$ có nghiệm $u\in[0;3]$. Dựa vào đồ thị đã cho, suy ra yêu cầu bài toán tương đương với $\dfrac{-1}{2}\le\dfrac{m-2022}{2}\le\dfrac{3}{2}\Leftrightarrow 2021\le m\le 2025$. Vậy có 5 giá trị nguyên m thỏa mãn.



Câu 44. Cho hàm số $f(x)>0$ và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $(x+1)f'(x)=\dfrac{\sqrt{f(x)}}{x+2}$ và $f(0)=\left(\dfrac{\ln 2}{2}\right)^2$. Giá trị $f(3)$ bằng

A. $4(4\ln 2-\ln 5)^2$ **B.** $2(4\ln 2-\ln 5)^2$ **C.** $\dfrac{1}{2}(4\ln 2-\ln 5)^2$ **D.** $\dfrac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2$

Lời giải

Chọn D

Từ giả thiết, ta biến đổi như sau:

$$(x+1)f'(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{x+2}\Leftrightarrow 2\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}=\frac{1}{(x+1)(x+2)}\quad(*)$$

Lấy nguyên hàm hai vế của $(*)$:

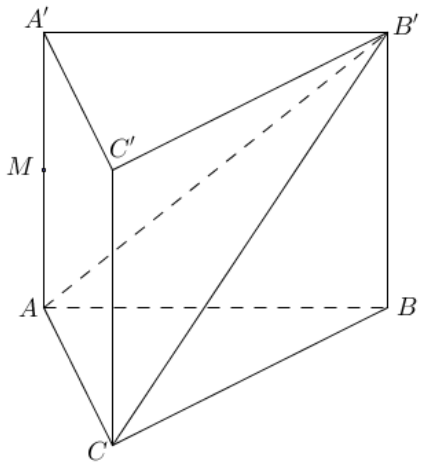
$$2\int\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}\mathrm{d}x=\int\frac{1}{(x+1)(x+2)}\mathrm{d}x\Leftrightarrow 2\sqrt{f(x)}=\ln\left|\frac{x+1}{x+2}\right|+C$$

Với $f(0)=\left(\dfrac{\ln 2}{2}\right)^2\Rightarrow 2\sqrt{f(0)}=\ln\dfrac{1}{2}+C\Leftrightarrow 2\sqrt{\left(\dfrac{\ln 2}{2}\right)^2}=\ln\dfrac{1}{2}+C\Leftrightarrow C=2\ln 2$.

Suy ra $2\sqrt{f(x)}=\ln\left|\dfrac{x+1}{x+2}\right|+2\ln 2$ $(**)$.

Thay $x=3$ vào $(**)$, $2\sqrt{f(3)}=\ln\dfrac{4}{5}+2\ln 2=4\ln 2-\ln 5\Leftrightarrow f(3)=\dfrac{1}{4}(4\ln 2-\ln 5)^2$.

Câu 45. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi M là trung điểm của AA' (tham khảo hình vẽ).

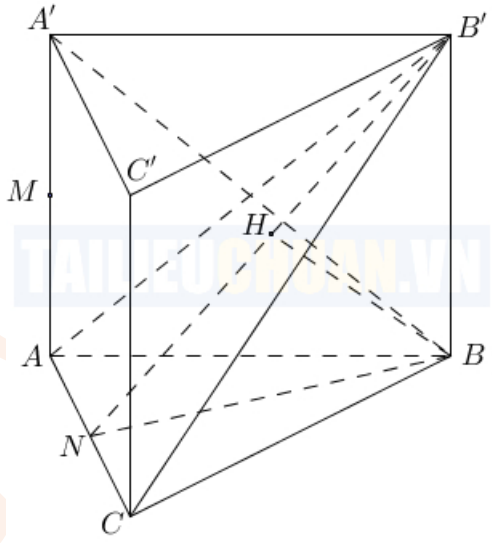


Khoảng cách từ M đến mặt phẳng $(AB'C)$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{21}}{14}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **C.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn A.



Gọi N là trung điểm $AC \Rightarrow AC \perp BN$

Mà $AC \perp BB'$ nên $AC \perp (NBB') \Rightarrow (AB'C) \perp (NBB')$.

Có $(AB'C) \cap (NBB') = B'N$.

Dựng $BH \perp B'N$ $(H \in B'N)$. Suy ra $BH \perp (AB'C)$.

Ta có: $d(M,(AB'C)) = \frac{1}{2} d(A',(AB'C)) = \frac{1}{2} d(B,(AB'C)) = \frac{1}{2} BH$.

$\Delta NBB'$ vuông tại B nên $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BN^2} + \frac{1}{BB'^2} = \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{7}{3a^2} \Rightarrow BH = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Vậy $d(M,(AB'C)) = \frac{1}{2} BH = \frac{a\sqrt{21}}{14}$.

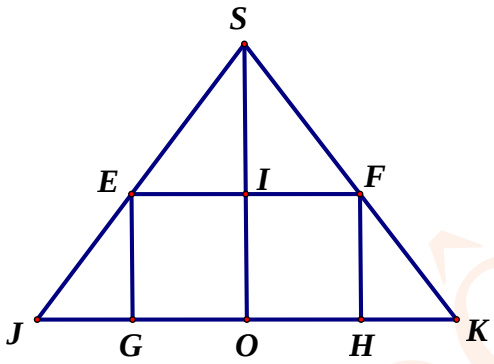
Câu 46. Cho hình chóp tứ giác đều có tất cả các cạnh đều bằng a. Một mặt phẳng thay đổi, vuông góc với cắt SO, SA, SB, SC, SD lần lượt tại I, M, N, P, Q. Một hình trụ có một đáy nội tiếp tứ

giác $MNPQ$ và một đáy nằm trên hình vuông $ABCD$. Khi thể tích khối trụ lớn nhất thì độ dài SI bằng

A. $SI=\dfrac{3a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $SI=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **D.** $SI=\dfrac{a}{3}$.

Lời giải

Chọn C



Giả sử một đáy của hình trụ tiếp xúc với các cạnh MN và PQ lần lượt tại E và F

$\Rightarrow EF$ là đường kính của đáy, OI là chiều cao của hình trụ

Gọi G, H lần lượt là hình chiếu của E và F lên $(ABCD)$

J, K là trung điểm của AB, CD.

Ta có $SO=\sqrt{SA^2.AO^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$SJ=\sqrt{SO^2+OJ^2}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Đặt $JG=x\left(0<x<\dfrac{a}{2}\right)$

$OG=\dfrac{a-2x}{2}$

Và $OI=EG=JG.\tan EJG=JG.\dfrac{SO}{JO}=x\sqrt{2}$

$\Rightarrow V_{trụ}=\dfrac{1}{3}\pi\left(\dfrac{a-2x}{2}\right)^2 x\sqrt{2}$

$=\dfrac{\sqrt{2}\pi}{48}(a-2x)^2.4x\le\dfrac{\sqrt{2}\pi}{48}\left[\dfrac{(a-2x)+(a-2x)+4x}{3}\right]^3=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{162}$

$\Rightarrow V_{trụ\ max}=\dfrac{\sqrt{2}\pi a^3}{162}\Leftrightarrow x=\dfrac{a}{6}$

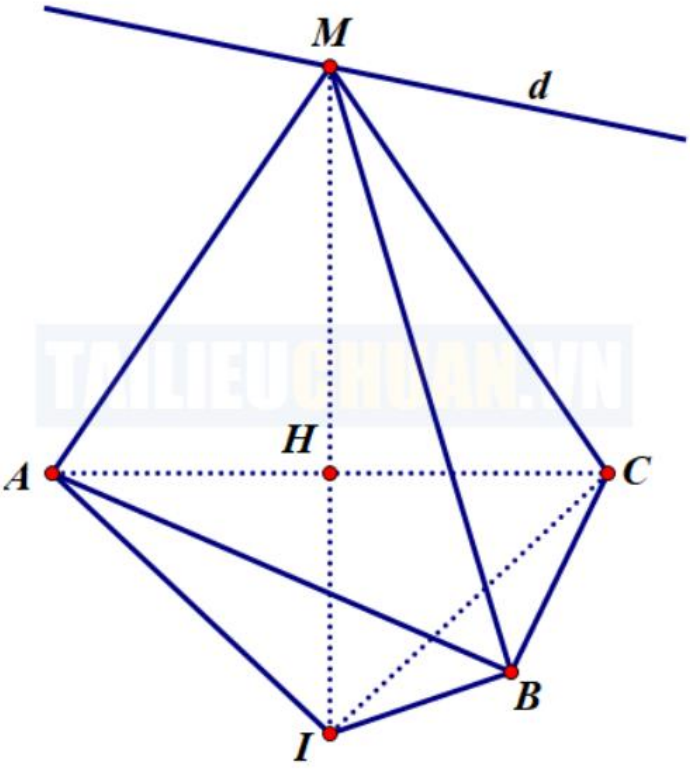
$\Rightarrow SI=SO-OI=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z-1}{1}$ và mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x-4y+6z-13=0$. Lấy điểm $M(a;b;c)$ với $a<0$ thuộc đường thẳng d sao cho từ M kẻ được ba tiếp tuyến MA, MB, MC đến mặt cầu (S) (A,B,C là tiếp điểm) thỏa mãn góc $AMB=60°$, $BMC=90°$, $CMA=120°$. Tổng $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** 2. **C.** $\frac{10}{3}$. **D.** 1.

Lời giải

Chọn A.



Mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-3)$, bán kính $R=3\sqrt{3}$.

Gọi $MA=MB=MC=m$.

Tam giác MAB đều $\Rightarrow AB=m$.

Tam giác MBC vuông cân tại $M \Rightarrow BC=m\sqrt{2}$.

Tam giác MAC cân tại M, $CMA=120^\circ \Rightarrow AC=m\sqrt{3}$.

Ta có: $AB^2+BC^2=AC^2 \Rightarrow \Delta ABC$ vuông tại B.

Gọi H là trung điểm của AC, suy ra, H là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC

Vì $MA=MB=MC, IA=IB=IC$ nên M, H, I thẳng hàng.

Áp dụng hệ thức lượng cho tam giác MAI vuông tại A, ta nhận được $MI=\dfrac{AI}{\sin 60^\circ}=6$.

$M\in d \Rightarrow M(t-1;t-2;t+1) \Rightarrow \overrightarrow{IM}=(t-2;t-4;t+4)$.

$$IM^2=36 \Rightarrow 3t^2-4t=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \Rightarrow M(-1;-2;1)\ (t/m) \\ t=\dfrac{4}{3} \Rightarrow M\left(\dfrac{1}{3};\dfrac{-2}{3};\dfrac{7}{3}\right)\ (l) \end{array}\right. \Rightarrow a+b+c=-2.$$

Câu 48. Cho hai đường thẳng $d:\begin{cases} x=-2 \\ y=t \\ z=2+2t \end{cases}\ (t\in\mathbb{R})$, $\Delta:\dfrac{x-3}{1}=\dfrac{y-1}{-1}=\dfrac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P):x+y-z+2=0$. Gọi d',Δ' lần lượt là hình chiếu của d,Δ lên mặt phẳng (P). Gọi $M(a;b;c)$ là giao điểm của hai đường thẳng d' và Δ'. Giá trị của tổng $a+b.c$ bằng

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có mặt phẳng (Q) chứa d và vuông góc với (P):

$$(Q):\begin{cases}\text{Qua } A(-2;0;2)\\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(Q)}=[\vec{u}_d,\vec{n}_{(P)}]=(-3;2;-1)\end{cases}.$$

Phương trình mặt phẳng (Q) là: $-3(x+2)+2(y-0)-1(z-2)=0\Leftrightarrow -3x+2y-z-4=0$.

Ta có mặt phẳng (R) chứa Δ và vuông góc với (P):

$$(R):\begin{cases}\text{Qua } B(3;1;4)\\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(R)}=[\vec{u}_\Delta,\vec{n}_{(P)}]=(0;2;2)\end{cases}.$$

Phương trình mặt phẳng (R) là: $2(y-1)+2(z-4)=0\Leftrightarrow y+z-5=0$.

Ta có toạ độ M là nghiệm hệ phương trình

$$\begin{cases}-3x+2y-z-4=0\\ x+y-z+2=0\\ y+z-5=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ y=2\\ z=3\end{cases}\Rightarrow M(-1;2;3)\Rightarrow a+bc=5.$$

Câu 49. Cho các số dương x,y thoả mãn $\log_5\left(\dfrac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y\le 4$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=6x+2y+\dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}$ bằng

A. $\dfrac{27\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{31\sqrt{6}}{4}$. **C.** $11\sqrt{3}$. **D.** 19.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log_5\left(\dfrac{x+y-1}{2x+3y}\right)+3x+2y\le 4$

$\Leftrightarrow \log_5(x+y-1)+1-\log_5(2x+3y)+5x+5y-5\le 2x+3y$

$\Leftrightarrow \log_5\left[5(x+y-1)\right]+5(x+y-1)\le \log_5(2x+3y)+(2x+3y)\ (1)$.

Xét hàm số $y=f(t)=\log_5 t+t$ với $t>0$.

Có $f'(t)=\dfrac{1}{t\ln 5}+1>0,\forall t>0$ nên hàm số $y=f(t)=\log_5 t+t$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Từ $(1)\Leftrightarrow f(5(x+y-1))\le f(2x+3y)\Leftrightarrow 5(x+y-1)\le 2x+3y\Leftrightarrow -3x-2y\ge -5\ (2)$.

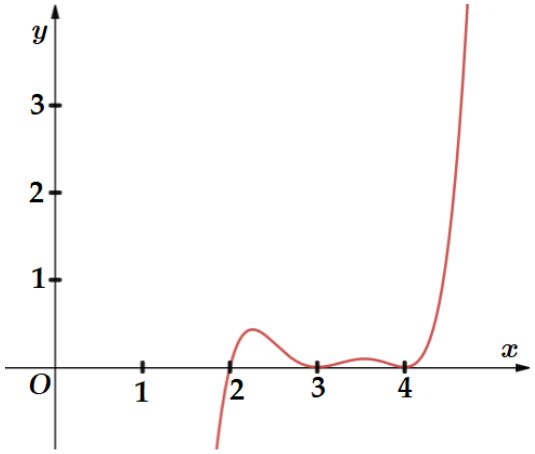
Lại có $A=6x+2y+\dfrac{4}{x}+\dfrac{9}{y}=(-3x-2y)+\left(9x+\dfrac{4}{x}\right)+\left(4y+\dfrac{9}{y}\right)$

Từ (2) và áp dụng bất đẳng thức Côsi cho 2 số không âm ta có

$$A\ge(-5)+2\sqrt{9x.\frac{4}{x}}+2\sqrt{4y.\frac{9}{y}}=-5+12+12=19.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} -3x-2y=-5 \\ 9x=\dfrac{4}{x} \\ 4y=\dfrac{9}{y} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{2}{3} \\ y=\dfrac{3}{2} \end{cases}$.

Câu 50. Cho $f(x)$ là hàm đa thức bậc 6 sao cho đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ và $f(2)<0$, $f(1)>0$.



Số điểm cực tiểu của hàm số $y=\left|f\left(x^2+4x+5\right)\right|$ là:

A. 7. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2+4x+5\right) \Rightarrow g'(x)=(2x+4)f'\left(x^2+4x+5\right)$

Ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x^2+4x+5=2 \\ x^2+4x+5=3 \\ x^2+4x+5=4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2-\sqrt{3}=a \\ x=-2-\sqrt{2}=b \\ x=-3 \\ x=-2 \\ x=-1 \\ x=-2+\sqrt{2}=c \\ x=-2+\sqrt{3}=d \end{array}\right.$

x	$-\infty$	a	b	-3	-2	-1	c	d	$+\infty$
$g'(x)$		0	0	0	0	0	0	0	
$g(x)$	$+\infty$	↘	↘	↗	↗	↘	↗	↘	$+\infty$
			$f(2)$		$f(1)$		$f(2)$		

Do $f(2)<0$, $f(1)>0$ nên phương trình $g(x)=0$ có 4 nghiệm đơn phân biệt nên hàm số $y=\left|f\left(x^2+4x+5\right)\right|$ có 4 điểm cực tiểu.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN PHAN NGỌC HIỂN
CÀ MÀU

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-2;1)$

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=3$ **D.** $x=-2$

Câu 3: Với mọi số thực a dương $\log_2(4a)$ bằng

A. $2+\log_2 a$ **B.** $2\log_2 a$ **C.** $2-\log_2 a$ **D.** $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$

Câu 4: Đạo hàm của hàm số $y=10^{x^2}$ là

A. $10^{x^2}.\ln 10$ **B.** $2x.10^{x^2}$ **C.** $2x.10^{x^2}.\ln 10$ **D.** $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$

Câu 5: Cho hai số phức $z_1=1-i$ và $z_2=1+2i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1+z_2$

A. $(1;4)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(4;-1)$.

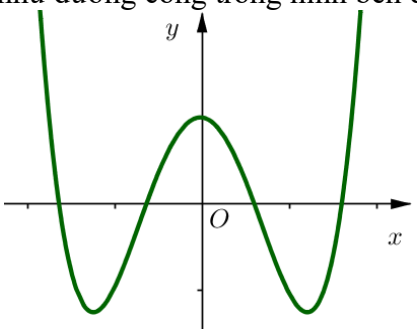
Câu 6: Với mọi số thực x dương $\sqrt[5]{x^3\sqrt{x}}$ bằng

A. $x^{\frac{7}{2}}$. **B.** $x^{\frac{7}{10}}$. **C.** $x^{\frac{37}{10}}$. **D.** $x^{\frac{3}{10}}$.

Câu 7: Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

A. $1-3i$. **B.** $-1+3i$. **C.** $1+3i$. **D.** $-1-3i$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y=x^4-3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+3x^2-1$.

C. $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=-x^3+3x^2+1$.

Câu 9: Trên đoạn $[1;5]$ hàm số $y=x+\dfrac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x=5$. **B.** $x=9$. **C.** $x=1$. **D.** $x=3$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\ln(x-1)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

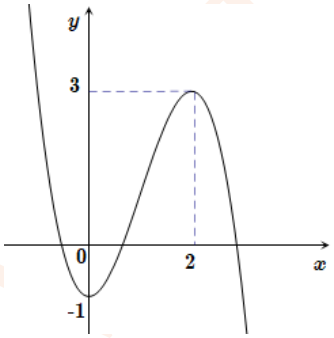
Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $N(-1;-2;0)$. **B.** $M(-1;1;2)$. **C.** $P(2;1;-2)$. **D.** $Q(3;3;2)$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$.
C. $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x)-3=0$



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\log(x-2)=2022$ là

A. $x=2020$. **B.** $x=2024$. **C.** $x=10^{2022}-2$. **D.** $x=10^{2022}+2$

Câu 15: Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3+i$. Mo đun số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 26. **D.** 50

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	0	−	0	+	

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-12x^2+2021x-2022$. Số giá trị nguyên của $m\in[-2022;2022]$ thỏa

mãn bất phương trình $f\left(\log_{0,2}\left(\log_2(m-1)\right)-2022\right)<f\left(f(0)\right)$ là

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2023. **D.** 2024.

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x+4}$ là:

A. $\dfrac{1}{5}\ln(5x+4)+C$. **B.** $\ln|5x+4|+C$.

C. $\dfrac{1}{\ln 5}\ln|5x+4|+C$. **D.** $\dfrac{1}{5}\ln|5x+4|+C$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f(x)\right)=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 20: Số mặt phẳng đối xứng của bát diện đều là:

A. 6. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 21: Biết $\int_2^3 f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_2^3 g(x)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int_2^3\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 22: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

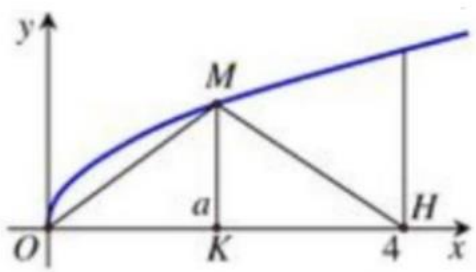
A. $y=-x^3+x$. **B.** $y=-x^4-2x^2$.

C. $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=-x^3-3x$.

Câu 23: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Câu 24: Gọi  là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox. Đường thẳng $x=a\left(0<a<4\right)$ cắt đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox. Tìm a sao cho $V=2V_1$



A. $a=\frac{3}{2}$. **B.** $a=2\sqrt{2}$. **C.** $a=\frac{5}{2}$. **D.** $a=3$.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2021}$ là

A. $(-\infty;2021)$. **B.** $(-\infty;-2021)$. **C.** $(-2021;+\infty)$. **D.** $(2021;+\infty)$.

Câu 26: Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i$. là

A. $\bar{z}=1+2i$. **B.** $\bar{z}=2-i$. **C.** $\bar{z}=-1+2i$. **D.** $\bar{z}=-1-2i$.

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;1)$, $B(4;5;-3)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z-7=0$. Đường thẳng Δ đi qua trung điểm AB và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{3}$. **B.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{3}$.

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-8}{-1}=\frac{z+2}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-2}$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=24x^2+5x, \forall x\in\mathbb{R}$ và $f(1)=3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. -2. **B.** $\frac{-8}{3}$. **C.** $\frac{-13}{2}$. **D.** 

Câu 29: Cho tập A có 20 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con có 6 phần tử?

A. C_{20}^6 **B.** 20 **C.** P_6 **D.** A_{20}^6

Câu 30: Cho khối chóp có diện tích đáy là $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 12

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2-\cos 2x,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó: $\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$ **B.** $\frac{\pi^2-4}{16}$

C. $\frac{\pi^2+15\pi}{16}$ **D.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$ và $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD)

và $(ABCD)$ bằng $60°$

A. $V=\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{45}$ **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{6}$ **C.** $V=\dfrac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Câu 33: Cho hình nón đỉnh S có đường cao $h=a\sqrt{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua đỉnh S, cắt đường tròn tại hai điểm A, B sao cho $AB=6a$ và tạo với đáy một góc $30°$. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $3\sqrt{13}\pi a^2$ **B.** $4\sqrt{21}\pi a^2$ **C.** $3\sqrt{42}\pi a^2$ **D.** $2\sqrt{21}\pi a^2$

Câu 34: Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là.

A. $V=\pi rh$ **B.** $V=\pi r^2h$ **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi rh$ **D.** $V=\dfrac{1}{3}\pi r^2h$

Câu 35: Mặt cầu có bán kính $R\sqrt{6}$. Thể tích của khối cầu đó bằng

A. $\dfrac{4\sqrt{6}}{3}\pi R^3$ **B.** $8\sqrt{6}\pi R^3$ **C.** $4\sqrt{6}\pi R^3$ **D.** $8\pi R^3$

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(3;5;-2)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(2;2;-1)$ **B.** $(2;6;-2)$ **C.** $(4;4;-2)$ **D.** $(1;3;-1)$.

Câu 37: Cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(3;0;-2);R=5$. **B.** $I(3;0;-2);R=\sqrt{5}$.

C. $I(-3;0;2);R=5$. **D.** $I(-3;0;2);R=\sqrt{5}$.

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-4y+6z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là:

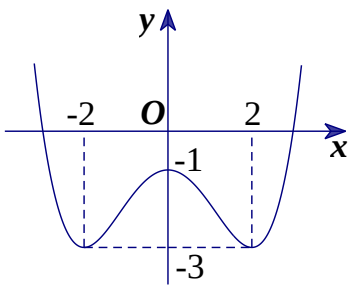
A. . **B.** $\vec{n}(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}(2;4;6)$. **D.** $\vec{n}(-1;2;3)$.

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó $a>0,b>0,c>0$. Mặt phẳng (ABC) đi qua $I(2;1;9)$ sao cho thể tích khối chóp $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $18x+9y+2z-63=0$. **B.** $2x+9y+18z-175=0$.

C. $18x+2y+9z-119=0$. **D.** $9x+18y+2z-54=0$.

Câu 40: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-5}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-3+3t\\y=2+2t\\z=1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=-1+2t\end{cases}$.

C. $\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1+t\end{cases}$.

Câu 42: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1;u_2=3$. Giá trị của u_5 bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 27. **D.** 81.

Câu 43: Cho 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 là:

A. $P=\dfrac{2}{19}$. **B.** $P=\dfrac{15}{38}$. **C.** $P=\dfrac{1}{2}$. **D.** $P=\dfrac{3}{4}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết SA vuông góc với đáy và $AB=SA=a, AC=2a$. Tính góc giữa hai đường thẳng SD và BC.

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2+y^2+z^2=1$ và điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ thuộc đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+t\\y=2-t\\z=-1+t\end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;0;1)$. Tổng $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2$ bằng

A. $T=\dfrac{19}{4}$. **B.** $T=\dfrac{27}{4}$. **C.** $T=\dfrac{9}{2}$. **D.** $T=\dfrac{8}{2}$.

Câu 47: Xét các số phức z ,w thỏa mãn $|z|=|w|=1$. Khi $|z-2w-3-4i|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z-w|$ bằng

A. $5\sqrt{5}$. **B.** **8.** **C.** **3** **D.** **2.**

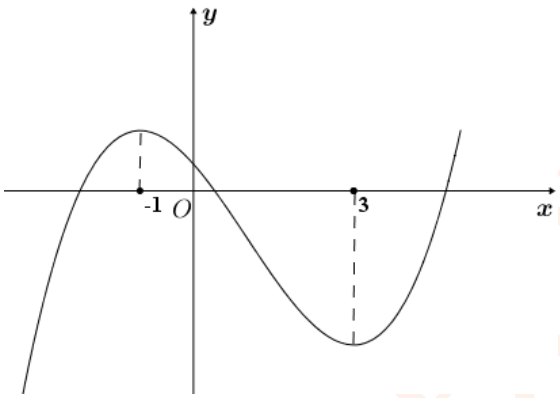
Câu 48: Cho hàm số $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $\ln 2$.

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x \le 2022$ và $3\left(9^y + 2y\right) \le x + \log_3 (x+1)^3 - 2$?

A. 3778 **B.** 3776. **C.** 2 **D.** 4044.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f\left((x-1)^2 + m\right)$ có 3 điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.A	2.C	3.A	4.C	5.D	6.B	7.C	8.A	9.D	10.D
11.B	12.A	13.D	14.D	15.A	16.A	17.B	18.D	19.C	20.C
21.C	22.D	23.D	24.D	25.B	26.A	27.B	28.B	29.A	30.C
31.A	32.C	33.C	34.B	35.B	36.D	37.D	38.B	39.D	40.B
41.B	42.D	43.C	44.A	45.B	46.A	47.D	48.D	49.A	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(-\infty;-2)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-2;1)$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 2: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ là đường thẳng có phương trình

A. $x=2$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=3$ **D.** $x=-2$

Lời giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x+1}{x-3}=+\infty$

Vậy phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là đường thẳng $x=3$.

Câu 3: Với mọi số thực a dương $\log_2(4a)$ bằng

A. $2+\log_2 a$ **B.** $2\log_2 a$ **C.** $2-\log_2 a$ **D.** $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$

Lời giải

Chọn A

Ta có $\log_2(4a)=\log_2 4+\log_2 a=2+\log_2 a$.

Câu 4: Đạo hàm của hàm số $y=10^{x^2}$ là

A. $10^{x^2}.\ln 10$ **B.** $2x.10^{x^2}$ **C.** $2x.10^{x^2}.\ln 10$ **D.** $\dfrac{1}{2}+\log_2 a$

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=10^{x^2}.\ln 10.\left(x^2\right)'=2x.10^{x^2}.\ln 10$.

Câu 5: Cho hai số phức $z_1 = 1 - i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Trên mặt phẳng toạ độ Oxy, điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$

A. $(1;4)$. **B.** $(-1;4)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(4;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $3z_1 + z_2 = 3.(1-i) + 1 + 2i = 4 - i$

$\Rightarrow$ Điểm biểu diễn số $3z_1 + z_2$ có tọa độ là: $(4;-1)$

Câu 6: Với mọi số thực x dương $\sqrt[5]{x^3\sqrt{x}}$ bằng

A. $x^{\frac{7}{2}}$. **B.** $x^{\frac{7}{10}}$. **C.** $x^{\frac{37}{10}}$. **D.** $x^{\frac{3}{10}}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\sqrt[5]{x^3\sqrt{x}} = \sqrt[5]{x^3.x^{\frac{1}{2}}} = \sqrt[5]{x^{\frac{7}{2}}} = x^{\frac{7}{10}}$.

Câu 7: Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

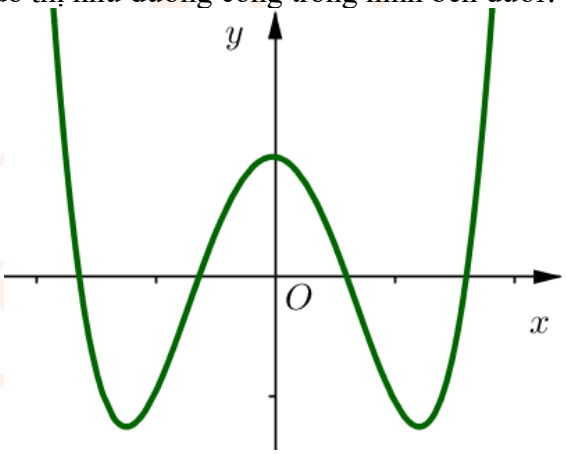
A. $1-3i$. **B.** $-1+3i$. **C.** $1+3i$. **D.** $-1-3i$.

Lời giải

Chọn C

Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là: $1+3i$.

Câu 8: Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên dưới?



A. $y = x^4 - 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 3x^2 - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x - 1$. **D.** $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số đã cho là hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ với hệ số $a > 0$.

Câu 9: Trên đoạn $[1;5]$ hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm

A. $x = 5$. **B.** $x = 9$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 3$.

Lời giải

Chọn D

$y' = 1 - \frac{9}{x^2}, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 3$.

Xét trên đoạn $[1;5]$: $y(1)=10; y(3)=6; y(5)=\frac{34}{5}$.

Suy ra trên đoạn $[1;5]$ hàm số $y=x+\frac{9}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 6 tại điểm $x=3$.

Câu 10: Tập xác định của hàm số $y=\ln(x-1)$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn D

Điều kiện xác định: $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$.

Vậy, tập xác định là $(1;+\infty)$.

Câu 11: Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2}=\frac{y-2}{1}=\frac{z}{-2}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng d?

A. $N(-1;-2;0)$. **B.** $M(-1;1;2)$. **C.** $P(2;1;-2)$. **D.** $Q(3;3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Xét đáp án A: $\frac{-1-1}{2}\neq\frac{-2-2}{1}\Rightarrow N\notin d$.

Xét đáp án B: $\frac{-1-1}{2}=\frac{1-2}{1}=\frac{2}{-2}=-1\Rightarrow M\in d$.

Xét đáp án C: $\frac{2-1}{2}\neq\frac{1-2}{1}\Rightarrow P\notin d$.

Xét đáp án A: $\frac{3-1}{2}=\frac{3-2}{1}\neq\frac{2}{-2}\Rightarrow Q\notin d$.

Câu 12: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+6x$ là

A. $\sin x+3x^2+C$. **B.** $-\sin x+3x^2+C$.

C. $\sin x+6x^2+C$. **D.** $-\sin x+C$.

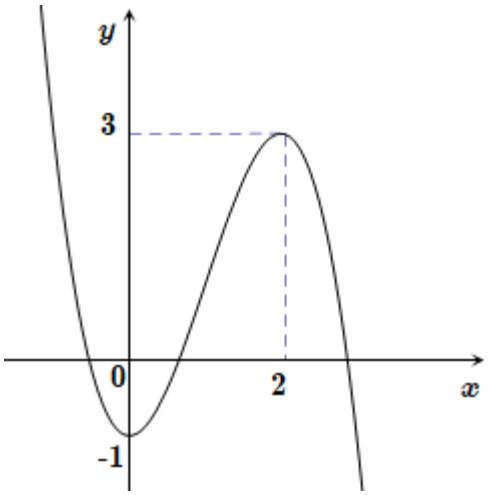
Lời giải

Chọn A

$\int f(x)dx=\int(\cos x+6x)dx=\int\cos xdx+6\int xdx=\sin x+3x^2+C$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $2f(x)-3=0$

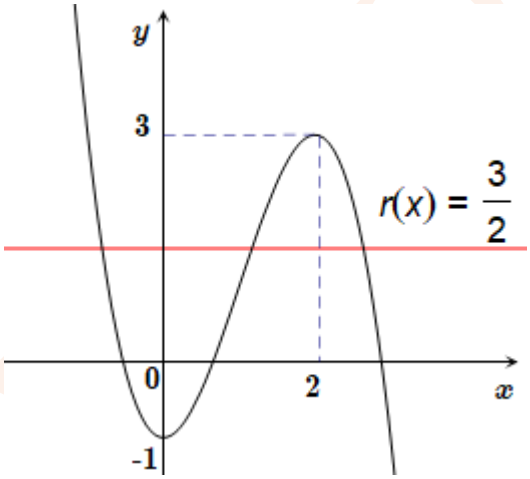
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Lời giải

Chọn D



Ta có $2f\left(x\right)-3=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\dfrac{3}{2}$. Dựa vào đồ thị phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\log\left(x-2\right)=2022$ là

A. $x=2020$. **B.** $x=2024$. **C.** $x=10^{2022}-2$. **D.** $x=10^{2022}+2$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\log\left(x-2\right)=2022\Leftrightarrow x-2=10^{2022}\Leftrightarrow x=10^{2022}+2$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 15: Cho hai số phức $z=1+2i$ và $w=3+i$. Mo đun số phức $z.\overline{w}$ bằng

A. $5\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 26. **D.** 50

Lời giải

Chọn A

Ta có $z.\overline{w}=\left|(1+2i).(3-i)\right|=5\sqrt{2}$

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
f'(x)		−	0	+	0	−	0	+	

Số điểm cực đại của đồ thị hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu hàm số $y=f(x)$ có 1 điểm cực đại.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-12x^2+2021x-2022$. Số giá trị nguyên của $m\in[-2022;2022]$ thỏa mãn bất phương trình $f\left(\log_{0,2}\left(\log_2(m-1)\right)-2022\right)<f\left(f(0)\right)$ là

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2023. **D.** 2024.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $y=f(x)=x^3-12x^2+2021x-2022$

$f'(x)=3x^2-24x+2021>0,\forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$f\left(\log_{0,2}\left(\log_2(m-1)\right)-2022\right)<f\left(f(0)\right)$

$\Leftrightarrow f\left(\log_{0,2}\left(\log_2(m-1)\right)-2022\right)<f(-2022)$

$\Leftrightarrow \log_{0,2}\left(\log_2(m-1)\right)-2022<-2022$

$\Leftrightarrow \log_{0,2}\left(\log_2(m-1)\right)<0$

$\Leftrightarrow \log_2(m-1)>1$

$\Leftrightarrow m-1>2$

$\Leftrightarrow m>3$

mà $m\in\mathbb{Z}\cap[-2022;2022]\Rightarrow m\in\{4;5;...;2022\}$.

Vậy có tất cả 2019 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 18: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{5x+4}$ là:

A. $\dfrac{1}{5}\ln(5x+4)+C$. **B.** $\ln|5x+4|+C$.

C. $\dfrac{1}{\ln 5}\ln|5x+4|+C$. **D.** $\dfrac{1}{5}\ln|5x+4|+C$.

Lời giải

Chọn D

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $f'\left(f\left(x\right)\right)=0$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Lời giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên:

$$f'\left(f\left(x\right)\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=-1\\f\left(x\right)=1\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

$y=1$

$y=-1$

Phương trình $f\left(x\right)=-1$ có 2 nghiệm phân biệt.

Phương trình $f\left(x\right)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Vậy phương trình $f'\left(f\left(x\right)\right)=0$ có 5 nghiệm phân biệt.

Câu 20: Số mặt phẳng đối xứng của bát diện đều là:

A. 6. **B.** 5. **C.** 9. **D.** 3.

Lời giải

Chọn C

Bát diện đều có 9 mặt phẳng đối xứng.

Câu 21: Biết $\int_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_2^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x=1$. Khi đó $\int_2^3\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn C

$$\int_2^3\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x=\int_2^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int_2^3 g\left(x\right)\mathrm{d}x=2.$$

Câu 22: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=-x^3+x.$ **B.** $y=-x^4-2x^2.$ **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}.$ **D.** $y=-x^3-3x.$

Lời giải

Chọn D

Tính đạo hàm của hàm số ở câu D, ta có $y'(x)=-3x^2-3<0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra $y=-x^3-3x$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 23: Nếu $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=4$ thì $\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x$ bằng

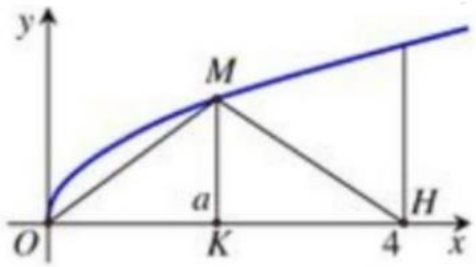
A. 16. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8.

Lời giải

Chọn D

$\int_0^1 2f(x)\mathrm{d}x=2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=8.$

Câu 24: Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0$ và $x=4$ quanh trục Ox. Đường thẳng $x=a(0<a<4)$ cắt đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$ tại M (hình vẽ). Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox. Tìm a sao cho $V=2V_1$



A. $a=\dfrac{3}{2}.$ **B.** $a=2\sqrt{2}.$ **C.** $a=\dfrac{5}{2}.$ **D.** $a=3.$

Lời giải

Chọn D

Ta có $\sqrt{x}=0\Leftrightarrow x=0$.

Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}, y=0$ và $x=4$ quanh trục $Ox: V=\pi\int_0^4 x\mathrm{d}x=8\pi$.

Ta có $M\left(a;\sqrt{a}\right)$

Khi quay tam giác OMH quanh trục Ox tạo thành hình nón có chung đáy:

Hình nón (N_1) có đỉnh O, chiều cao $h_1=OK=a$, bán kính đáy $R=MK=\sqrt{a}$.

Hình nón (N_2) có đỉnh H, chiều cao $h_2=HK=4-a$, bán kính đáy $R=MK=\sqrt{a}$.

$V_1=\dfrac{1}{3}\pi R^2.h_1+\dfrac{1}{3}\pi R^2.h_2=\dfrac{1}{3}\pi\left(\sqrt{a}\right)^2.a+\dfrac{1}{3}\pi\left(\sqrt{a}\right)^2.(4-a)=\dfrac{4}{3}\pi a.$

Theo đề bài $V=2V_1 \Rightarrow 8\pi = 2.\frac{4}{3}\pi.a \Rightarrow a=3$

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2021}$ là

A. $(-\infty;2021)$. **B.** $(-\infty;-2021)$. **C.** $(-2021;+\infty)$. **D.** $(2021;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\left(\frac{1}{2}\right)^x > 2^{2021} \Leftrightarrow 2^{-x} > 2^{2021} \Leftrightarrow x < -2021$ hay $x \in (-\infty;-2021)$.

Câu 26: Số phức liên hợp của số phức $z=1-2i.$ là

A. $\bar{z}=1+2i.$ **B.** $\bar{z}=2-i.$ **C.** $\bar{z}=-1+2i.$ **D.** $\bar{z}=-1-2i.$

Lời giải

Chọn A

Ta có $z=1-2i \Rightarrow \bar{z}=1+2i.$

Câu 27: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;1)$, $B(4;5;-3)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+3z-7=0.$ Đường thẳng Δ đi qua trung điểm AB và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{2}=\frac{y+1}{-1}=\frac{z-2}{3}.$ **B.** $\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{3}.$

C. $\frac{x-2}{2}=\frac{y-8}{-1}=\frac{z+2}{3}.$ **D.** $\frac{x-2}{2}=\frac{y+1}{1}=\frac{z-3}{-2}.$

Lời giải

Chọn B

Gọi I là trung điểm AB khi đó $I(3;1;-2)$.

Đường thẳng Δ đi qua $I(3;1;-2)$ và vuông góc với mặt phẳng (P) nên có phương trình:

$\frac{x-3}{2}=\frac{y-1}{-1}=\frac{z+2}{3}.$

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=24x^2+5x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1)=3.$ Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0)=2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. -2. **B.** $\frac{-8}{3}$. **C.** $\frac{-13}{2}$. **D.** $\frac{-15}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x = 8x^3+\frac{5}{2}x^2+C$ mà $f(1)=3 \Leftrightarrow 8+\frac{5}{2}+C=3 \Rightarrow C=\frac{-15}{2}.$

Khi đó: $f(x)=8x^3+\frac{5}{2}x^2-\frac{15}{2}.$

Lại có: $F(x)=\int f(x)\mathrm{d}x = 2x^4+\frac{5}{6}x^3-\frac{15}{2}x+C_1$ mà $F(0)=2 \Leftrightarrow 0+C_1=2 \Rightarrow C=2.$

Suy ra: $F(x)=2x^4+\frac{5}{6}x^3-\frac{15}{2}x+2 \Rightarrow F(1)=\frac{-8}{3}.$

Câu 29: Cho tập A có 20 phần tử. Hỏi A có bao nhiêu tập con có 6 phần tử?

A. C_{20}^6 **B.** 20 **C.** P_6 **D.** A_{20}^6

Lời giải

Chọn A

Câu 30: Cho khối chóp có diện tích đáy là $B=6$ và chiều cao $h=2$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 12

Lời giải

Chọn C

Thể tích: $V=\frac{1}{3}Bh=4$

Câu 31: Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0)=4$ và $f'(x)=2-\cos 2x,\ \forall x\in\mathbb{R}$, khi đó: $\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$ **B.** $\frac{\pi^2-4}{16}$ **C.** $\frac{\pi^2+15\pi}{16}$ **D.** $\frac{\pi^2+16\pi-16}{16}$

Lời giải

Chọn A

Ta có: $\int f'(x)dx=\int(2-\cos 2x)dx=2x-\frac{1}{2}\sin 2x+C_1$. Do $f(0)=4$ nên: $C_1=4$

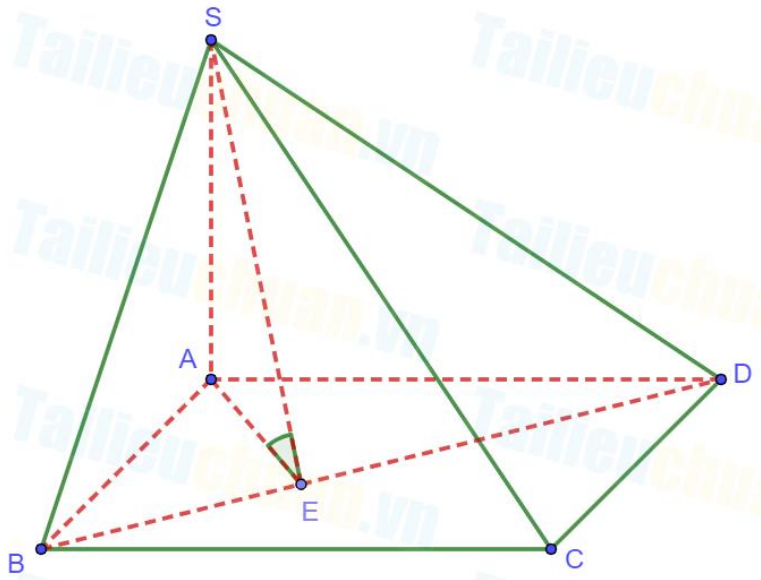
$$\Rightarrow f(x)=2x-\frac{1}{2}\sin 2x+4\Rightarrow\int\limits_0^{\frac{\pi}{4}}\left(2x-\frac{1}{2}\sin 2x+4\right)dx=\left(x^2+\frac{1}{4}\cos 2x+4x\right)\Big|_0^{\frac{\pi}{4}}=\frac{\pi^2+16\pi-4}{16}$$

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a$ và $AD=2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ biết góc giữa hai mặt phẳng (SBD) và $(ABCD)$ bằng $60°$

A. $V=\frac{4a^3\sqrt{15}}{45}$ **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{6}$ **C.** $V=\frac{4a^3\sqrt{15}}{15}$ **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{15}}{3}$

Lời giải

Chọn C



Hạ $AE\perp BD$, theo giả thiết $BD\perp SA\Rightarrow BD\perp(SAE)\Rightarrow BD\perp SE\Rightarrow SEA=60°$

Ta có: $\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AD^2}\Rightarrow AE=\frac{2\sqrt{5}}{5}a\Rightarrow SA=AE.\tan 60^\circ=\frac{2\sqrt{15}}{5}a$

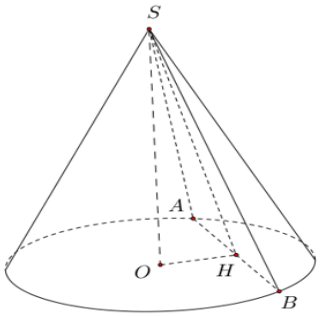
Vậy: $V_{S.ABCD}=\frac{1}{3}.SA.AB.AD=\frac{4\sqrt{15}}{15}a^3$.

Câu 33: Cho hình nón đỉnh S có đường cao $h=a\sqrt{3}$. Một mặt phẳng (α) đi qua đỉnh S, cắt đường tròn tại hai điểm A, B sao cho $AB=6a$ và tạo với đáy một góc 30°. Tính diện tích xung quanh của hình nón.

A. $3\sqrt{13}\pi a^2$ **B.** $4\sqrt{21}\pi a^2$ **C.** $3\sqrt{42}\pi a^2$ **D.** $2\sqrt{21}\pi a^2$

Lời giải

Chọn C



Gọi H là trung điểm của AB.

Ta có : $\begin{cases}(\alpha)\cap(OAB)=AB\\SH\subset(\alpha),SH\perp AB\\OH\subset(OAB),OH\perp AB\end{cases}\Rightarrow\left((\alpha),(OAB)\right)=SHO=30^\circ$.

Trong ΔSOH vuông tại O ta có : $\tan SHO=\frac{SO}{OH}\Rightarrow OH=\tan SHO.OH=\tan 30^\circ.a\sqrt{3}=3a$.

Trong ΔOHA vuông tại H ta có :

$OA=\sqrt{OH^2+AH^2}=\sqrt{OH^2+\left(\frac{AB}{2}\right)^2}=\sqrt{(3a)^2+(3a)^2}=3\sqrt{2}a$.

Trong ΔSOA vuông tại O ta có : $SA=\sqrt{OA^2+SO^2}=\sqrt{18a^2+3a^2}=\sqrt{21}a$.

Suy ra : $S_{xq}=\pi OA.SA=\pi.3\sqrt{2}a.\sqrt{21}a=3\sqrt{42}\pi a^2$.

Bản word từ website Tailieuchuan.vn

Câu 34: Công thức tính thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là.

A. $V=\pi rh$ **B.** $V=\pi r^2h$ **C.** $V=\frac{1}{3}\pi rh$ **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$

Lời giải

Chọn B

Thể tích V của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V=\pi r^2h$.

Câu 35: Mặt cầu có bán kính $R\sqrt{6}$. Thể tích của khối cầu đó bằng

A. $\frac{4\sqrt{6}}{3}\pi R^3$ **B.** $8\sqrt{6}\pi R^3$ **C.** $4\sqrt{6}\pi R^3$ **D.** $8\pi R^3$

Lời giải

Chọn B

Ta có $V=\frac{4}{3}\pi\left(R\sqrt{6}\right)^3=8\sqrt{6}\pi R^3$.

Câu 36: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;1;0)$ và $B(3;5;-2)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

A. $(2;2;-1)$ **B.** $(2;6;-2)$ **C.** $(4;4;-2)$ **D.** $(1;3;-1)$.

Lời giải

Chọn D

Gọi I trung điểm của đoạn thẳng $AB \Rightarrow I(1;3;-1)$.

của khối trụ có bán kính đáy r và chiều cao h là $V=\pi r^2 h$.

Câu 37: Cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=5$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(3;0;-2);R=5$. **B.** $I(3;0;-2);R=\sqrt{5}$.

C. $I(-3;0;2);R=5$. **D.** $I(-3;0;2);R=\sqrt{5}$.

Lời giải

Chọn D

Mặt cầu $(S):(x+3)^2+y^2+(z-2)^2=5$ có tâm $I(-3;0;2)$ và $R=\sqrt{5}$

Câu 38: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $2x-4y+6z-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n}(1;2;3)$. **B.** $\vec{n}(1;-2;3)$. **C.** $\vec{n}(2;4;6)$. **D.** $\vec{n}(-1;2;3)$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng (P) có phương trình $2x-4y+6z-1=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}(1;-2;3)$

Câu 39: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$, trong đó $a>0,b>0,c>0$. Mặt phẳng (ABC) đi qua $I(2;1;9)$ sao cho thể tích khối chóp $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

A. $18x+9y+2z-63=0$. **B.** $2x+9y+18z-175=0$.

C. $18x+2y+9z-119=0$. **D.** $9x+18y+2z-54=0$.

Lời giải

Chọn D

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1\,(a,b,c>0)$

Vì mặt phẳng (ABC) đi qua $I(2;1;9)$ nên $\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{9}{c}=1$

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si cho ba số dương ta có:

$$\frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{9}{c}\geq 3.\sqrt[3]{\frac{2}{a}.\frac{1}{b}.\frac{9}{c}} \Leftrightarrow 1\geq 3.\sqrt[3]{\frac{18}{abc}} \Leftrightarrow \sqrt[3]{\frac{18}{abc}}\leq\frac{1}{3} \Leftrightarrow \frac{18}{abc}\leq\frac{1}{27} \Leftrightarrow abc\geq 486$$

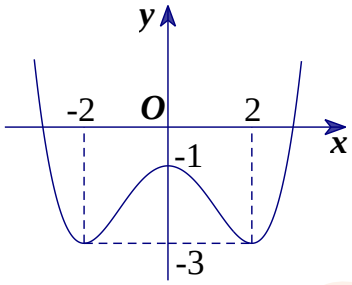
Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow \begin{cases}\frac{2}{a}=\frac{1}{b}=\frac{9}{c}\\ \frac{2}{a}+\frac{1}{b}+\frac{9}{c}=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=6\\ b=3\\ c=27\end{cases}$

Thể tích khối chóp $OABC$ là: $V_{OABC}=\frac{1}{6}OA.OB.OC=\frac{1}{6}abc\geq 81$

Suy ra, thể tích khối chóp $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 81.

Khi đó, phương trình mặt phẳng (ABC) là: $\frac{x}{6}+\frac{y}{3}+\frac{z}{27}=1\Leftrightarrow 9x+18y+2z-54=0$

Câu 40: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c(a,b,c\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới. Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng



A. 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

Dựa vào hình vẽ, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và có giá trị cực đại bằng -1

Câu 41: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$ và đường thẳng $d:\frac{x-5}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z+3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Oz có phương trình là

A. $\begin{cases}x=-3+3t\\y=2+2t\\z=1-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=3t\\y=2t\\z=-1+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=1+3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=3+3t\\y=2+2t\\z=1+t\end{cases}$.

Lời giải

Chọn B

Gọi $M=\Delta\cap Oz\Rightarrow M\in Oz\Rightarrow M(0;0;c)$.

Đường thẳng Δ đi qua A, M nên Δ có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MA}=(3;2;1-c)$.

d có 1 vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-2;1;2)$.

$\Delta\perp d\Rightarrow \vec{u}.\overrightarrow{MA}=0\Leftrightarrow -6+2+2(1-c)=0\Leftrightarrow c=-1$.

Suy ra Δ có 1 vectơ chỉ phương $\overrightarrow{MA}=(3;2;2)$. (loại các phương án A, C, D).

Câu 42: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=1;u_2=3$. Giá trị của u_5 bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 27. **D.** 81.

Lời giải

Chọn D

Cấp số nhân (u_n) có công bội $q=\frac{u_2}{u_1}=3$.

Suy ra $u_5=u_1.q^4=81$.

Câu 43: Cho 20 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 20, chọn ngẫu nhiên 3 tấm thẻ. Xác suất để chọn được 3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 là:

A. $P=\frac{2}{19}$. **B.** $P=\frac{15}{38}$. **C.** $P=\frac{1}{2}$. **D.** $P=\frac{3}{4}$.

Lời giải

Chọn C

Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega)=C_{20}^{3}=1140$.

Gọi A là biến cố "3 tấm thẻ có tổng các số ghi trên thẻ là số chia hết cho 2 ".

Do trong 20 tấm thẻ có 10 tấm thẻ đánh số chẵn và 10 tấm thẻ đánh số lẻ nên ta có $n(A)=C_{10}^{3}+C_{10}^{2}C_{10}^{1}=570$.

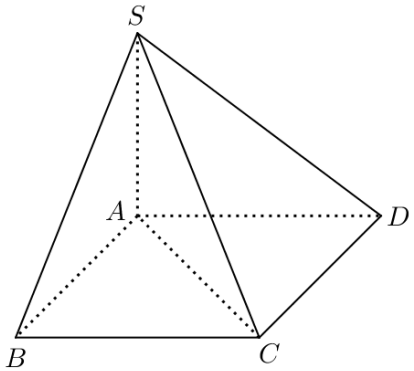
Vậy $P=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{570}{1140}=\frac{1}{2}$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Biết SA vuông góc với đáy và $AB=SA=a, AC=2a$. Tính góc giữa hai đường thẳng SD và BC.

A. 30^0. **B.** 60^0. **C.** 90^0. **D.** 45^0.

Lời giải

Chọn A



Do $BC//AD\Rightarrow(SD,BC)=(SD,AD)=SDA$

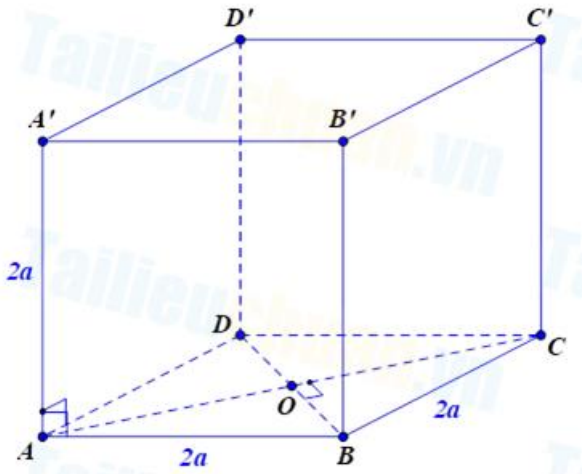
Ta có $AD=\sqrt{AC^2-AB^2}=a\sqrt{3}$, suy ra $\tan SDA=\frac{SA}{AD}=\frac{1}{\sqrt{3}}\Rightarrow SDA=30^0$.

Câu 45: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(BDD'B')$ bằng

A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. **D.** $a\sqrt{3}$.

Lời giải

Chọn B



Gọi $O = AC \cap BD$.

Vì $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương cạnh $2a$ nên $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$ và $BB' \perp (ABCD)$.

Ta có $BB' \perp (ABCD) \Rightarrow BB' \perp AC$ và $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a \Rightarrow BD \perp AC$.

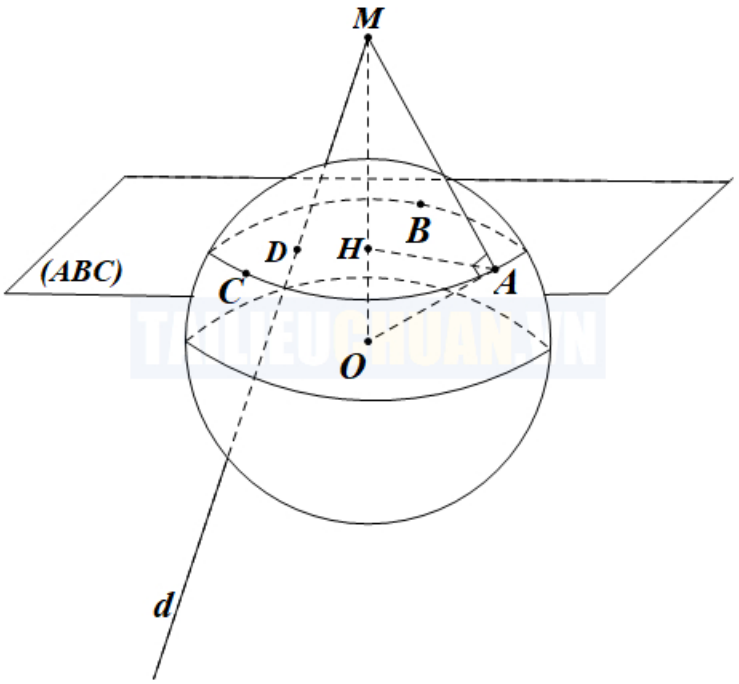
Suy ra $AC \perp (BDD'B')$ tại O nên $d(C,(BDD'B')) = CO = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{\sqrt{AB^2 + BC^2}}{2} = a\sqrt{2}$.

Câu 46: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và điểm $M(x_0; y_0; z_0)$ thuộc đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + t \end{cases}$. Ba điểm A, B, C phân biệt cùng thuộc mặt cầu sao cho MA, MB, MC là tiếp tuyến của mặt cầu. Biết rằng mặt phẳng (ABC) đi qua điểm $D(1;0;1)$. Tổng $T = x_0^2 + y_0^2 + z_0^2$ bằng

A. $T = \dfrac{19}{4}$. **B.** $T = \dfrac{27}{4}$. **C.** $T = \dfrac{9}{2}$. **D.** $T = \dfrac{8}{2}$.

Lời giải

Chọn A



Mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2=1 \Rightarrow$ tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=1$.

Xét tọa độ tiếp điểm $A(x;y;z)$

MA là tiếp tuyến của mặt cầu tại $A \Rightarrow MA=\sqrt{MO^2-R^2} \Rightarrow MA^2=MO^2-R^2$

$\Rightarrow (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=x_0^2+y_0^2+z_0^2-1$

Tọa độ điểm A thỏa mãn hệ:

$$\begin{cases} x^2+y^2+z^2=1 \\ (x-x_0)^2+(y-y_0)^2+(z-z_0)^2=x_0^2+y_0^2+z_0^2-1 \end{cases} \Rightarrow x_0.x+y_0.y+z_0.z-1=0$$

Suy ra phương trình mặt phẳng (ABC) qua các tiếp điểm A, B, C là:

$x_0.x+y_0.y+z_0.z-1=0$

Mà mặt phẳng (ABC) qua điểm $D(1;0;1) \Rightarrow x_0+z_0-1=0$ (*)

Do $M(x_0;y_0;z_0) \in d: \begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=-1+t \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0=1+t \\ y_0=2-t \\ z_0=-1+t \end{cases}$

nên thế $\begin{cases} x_0=1+t \\ y_0=2-t \\ z_0=-1+t \end{cases}$ vào (*) ta được $1+t-1+t-1=0 \Rightarrow t=\frac{1}{2} \Rightarrow M\left(\frac{3}{2};\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$

Vậy $T=x_0^2+y_0^2+z_0^2=\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{19}{4}$.

Câu 47: Xét các số phức z ,w thỏa mãn$|z|=|w|=1$. Khi $|z-2w-3-4i|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z-w|$ bằng

A. $5\sqrt{5}$. **B.** **8.** **C.** **3** **D.** **2.**

Lời giải

Chọn D

Giả sử $z=a+bi, w=c+di, a,b,c,d\in\mathbb{R}$.

$$|z|=|w|=1\Rightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1\\c^2+d^2=1\end{cases}$$

$$|z-2w-3-4i|=|a-2c-3+(b-2d-4)i|=\sqrt{(a-2c-3)^2+(b-2d-4)^2}$$

$$|z-2w-3-4i|=\sqrt{(a-2c-3)^2+(b-2d-4)^2}\le\sqrt{a^2+b^2}+\sqrt{4(c^2+d^2)}+\sqrt{3^2+4^2}=8.$$

Dấu " =" xảy ra khi $\begin{cases}a^2+b^2=1,c^2+d^2=1\\\frac{a}{b}=\frac{-2c}{-2d}=\frac{-3}{-4}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=1,c^2+d^2=1\\\frac{a}{b}=\frac{-2c}{-2d}=\frac{-3}{-4}\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{3}{5},b=\frac{4}{5}\\c=\frac{-3}{5},d=\frac{-5}{5}\end{cases}$.

Do đó $|z-w|=\sqrt{(a-c)^2+(b-d)^2}=\sqrt{\left(\frac{6}{5}\right)^2+\left(\frac{8}{5}\right)^2}=2$

Câu 48: Cho hàm số $f(x)=2x^3+ax^2+bx+c$ với a,b,c là các số thực. Biết hàm số $g(x)=f(x)+f'(x)+f''(x)$ có hai giá trị cực trị là -4 và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\dfrac{f(x)}{g(x)+12}$ và $y=1$ bằng

A. $2\ln 3$. **B.** $\ln 3$. **C.** $\ln 18$. **D.** $\ln 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có

$$f(x)=2x^3+ax^2+bx+c\Rightarrow f'(x)=6x^2+2ax+b$$
$$\Rightarrow f''(x)=12x+2a\Rightarrow f'''(x)=12$$

Ta lại có $\dfrac{f(x)}{g(x)+12}-1=\dfrac{f(x)-g(x)-12}{g(x)+12}=\dfrac{-f'(x)-f''(x)-12}{f(x)+f'(x)+f''(x)+12}$

$$\frac{f(x)}{g(x)+12}-1=0\Leftrightarrow\frac{-f'(x)-f''(x)-12}{f(x)+f'(x)+f''(x)+12}=0\Rightarrow f'(x)+f''(x)+12=0$$

Ta có $g'(x)=f'(x)+f''(x)+f'''(x)=f'(x)+f''(x)+12$.

Suy ra: $\dfrac{f(x)}{g(x)+12}-1=\dfrac{-f'(x)-f''(x)-12}{f(x)+f'(x)+f''(x)+12}=\dfrac{-g'(x)}{g(x)+12}$

Gọi x_1,x_2 là 2 nghiệm của $g'(x)=0$

Khi và chỉ khi x_1,x_2 là 2 nghiệm của $f'(x)+f''(x)+12=0$

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} g(x_1)=4 \\ g(x_2)=-4 \end{cases}$.

$$S=\int_{x_1}^{x_2}\left|\frac{g'(x)}{g(x)+12}\right|dx=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{g'(x)}{g(x)+12}dx\right|=\left|\int_{x_1}^{x_2}\frac{d\left(g(x)+12\right)}{g(x)+12}\right|=\left|\left(\ln\left|g(x)+12\right|\right)\Big|_{x_1}^{x_2}\right|$$

$$=\left|\left(\ln\frac{\left|g(x_2)+12\right|}{\left|g(x_1)+12\right|}\right)\right|=\left|\ln\frac{8}{16}\right|=\left|\ln\frac{1}{2}\right|=\ln 2.$$

Câu 49: Có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn điều kiện $x\le 2022$ và $3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$?

A. 3778 **B.** 3776. **C.** 2 **D.** 4044.

Lời giải

Chọn A

$3\left(9^y+2y\right)\le x+\log_3(x+1)^3-2$

$\Leftrightarrow 3^{2y+1}+3(2y+1)\le(x+1)+3\log_3(x+1)$

$\Leftrightarrow f(2y+1)\le f\left(\log_3(x+1)\right)$ (1), với $f(t)\le 3^t+3t$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra $(1)\Leftrightarrow 2y+1\le\log_3(x+1)\Leftrightarrow 3^{2y+1}-1\le x$ (2).

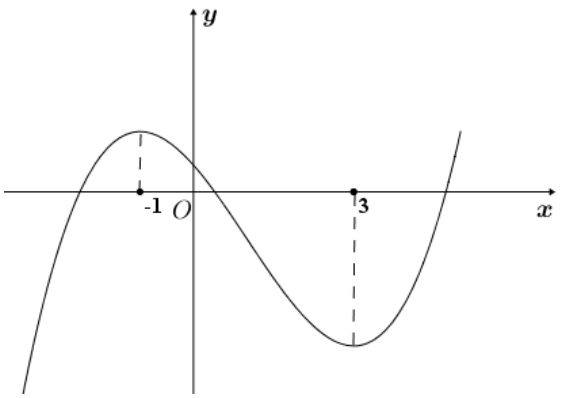
Do x,y nguyên dương và $x\le 2022$ nên từ (2) ta có:

$$3^{2y+1}-1\le 2022\Rightarrow 1\le y\le\frac{\log_3 2023-1}{2}\approx 2{,}97\Rightarrow\left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=2 \end{array}\right.$$

- Với $y=1$: Ta có $26\le x\le 2022$. Suy ra có 1997 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.
- Với $y=2$: Ta có $242\le x\le 2022$. Suy ra có 1781 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.

Vậy có 3778 cặp số nguyên dương $(x;y)$ thỏa mãn.

Câu 50: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left((x-1)^2+m\right)$ có 3 điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

Đặt $g(x)=f\left((x-1)^2+m\right)\Rightarrow g'(x)=2(x-1)f'\left((x-1)^2+m\right)$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\(x-1)^2=-1-m\\(x-1)^2=3-m\end{array}\right.$$

Vậy để hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị khi $g'(x)$ có đúng 3 nghiệm đơn hoặc bội lẻ

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}3-m>0\\-1-m\le 0\end{array}\right.\Leftrightarrow -1\le m<3\Rightarrow m\in\{-1;0;1;2\}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN THOẠI NGỌC HẦU
AN GIANG

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

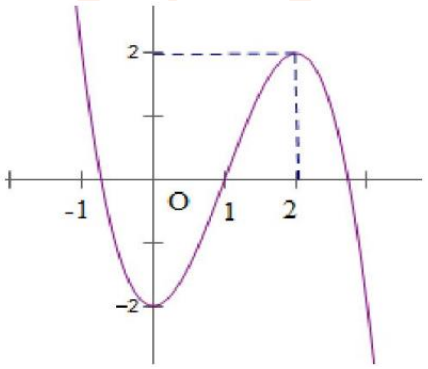
Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 2: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1-x)^{12}$

A. -495. **B.** 792. **C.** -792. **D.** 495.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trong khoảng nào sau đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 4: Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), tìm giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$

A. 135. **B.** 108. **C.** 105. **D.** 145.

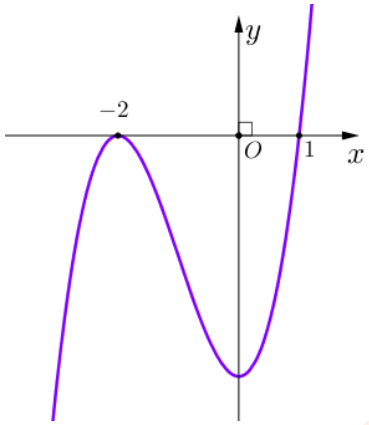
Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x-3}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z+7}{-2}$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox.

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2+2t\\z=3+3t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2t\\z=3t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2t\\z=t\end{cases}$.

Câu 7: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\lg\left(3x^2+1\right)>\lg\left(4x\right)$.

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup\left(1;+\infty\right)$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1,3$.

Câu 9: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7$. Lấy ngẫu nhiên một số trong X. Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là một số lẻ

A. $\frac{19}{35}$. **B.** $\frac{16}{35}$. **C.** $\frac{18}{35}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Câu 10: Tính thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao của khối chóp bằng $3a$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng $30°$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$.

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

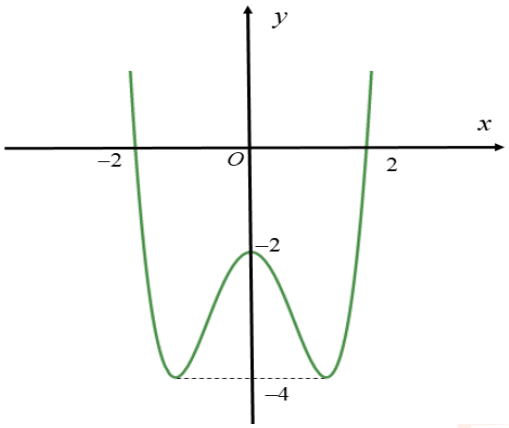
Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB=6a$, $AC=7a$ và $AD=4a$. Gọi M,N,P tương ứng là trung điểm các cạnh BC,CD,DB. Tính thể tích của tứ diện $AMNP$.

A. $V=7a^3$. **B.** $V=14a^3$. **C.** $V=\frac{7}{2}a^3$. **D.** $V=\frac{28}{3}a^3$.

Câu 13: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2-x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left[0;1\right]$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình vẽ sau.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$. Tính tổng $M+m$.

A. -4. **B.** 4. **C.** -6. **D.** -2.

Câu 15: Bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^2-6x+8}{4x-1}\right)\geq 0$ có tập nghiệm là $T=\left(\frac{1}{4};a\right]\cup[b;+\infty), a,b\in\mathbb{R}$. Tìm $M=2a+b$

A. $M=9$. **B.** $M=10$. **C.** $M=8$. **D.** $M=11$.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=2+3\cos x$.

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -1.

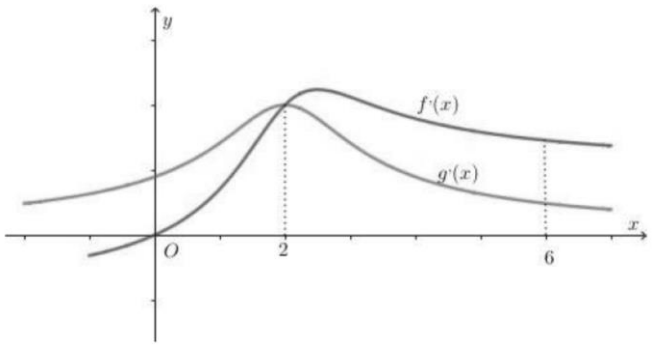
Câu 17: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'A=2a, BC=a$. Gọi M là trung điểm $B'B$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$.

A. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{6}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}a}{2}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1), M(5;3;1), N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y+z=27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM, điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa đô điểm C là

A. $(21;21;6)$. **B.** $(21;19;8)$. **C.** $(-15;21;6)$. **D.** $(-15;7;20)$.

Câu 19: Cho hai hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Giá trị lớn nhát, giá tri nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-g(x)$ trên đoạn [0 ; 6] lần lươt là

A. $h(2),h(0)$ **B.** $h(0),h(2)$. **C.** $h(2),h(6)$. **D.** $h(6),h(2)$.

Câu 20: Cho hình lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có $AB=BC=AA'=a, ABC=120^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 21: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AA' và $BB'CE$, đường thẳng AA' cắt đường thẳng $C'A'$ tại E',đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B$ tại F'. Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 22: Biết $I=\int_1^2\left[1+\ln(x+1)\right]\mathrm{d}x=a\ln 3+b\ln 2+c$ với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính $S=a+b+c$

A. $S=0$. **B.** $S=1$. **C.** $S=3$. **D.** $S=2$.

Câu 23: Biết số phức $z=x+yi\ (x,y\in\mathbb{R})$ thỏa mãn $(z+1)(\bar{z}-i)$ là số thực và $|z-2|=|z|$. Tìm $S=x+y$

A. $S=-3$. **B.** $S=4$. **C.** $S=2$. **D.** $S=-1$.

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2=25$ và mặt phẳng $(P):x+2y+2z-12=0$. Tính bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và (P).

A. 9. **B.** 3. **C.** 16. **D.** 4.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x+1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z}{-2}$. Hỏi vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}(1;-3;-2)$. **B.** $\vec{u}(-1;-3;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;2;0)$. **D.** $\vec{u}(1;3;2)$.

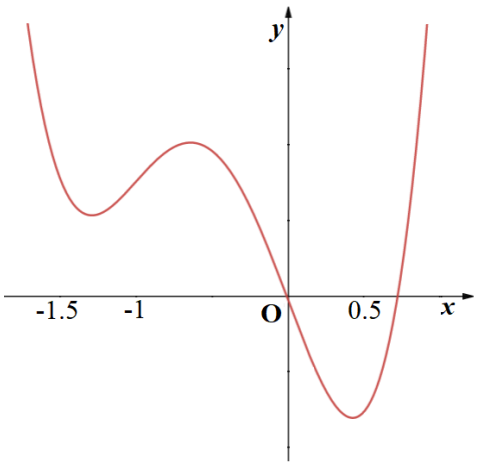
Câu 26: Biết rằng với $m=m_0$, phương trình $4^x-(m+1)2^{x+1}+8=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)=6$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1<m_0<3$. **B.** $m_0\geq 3$. **C.** $0<m_0<2$. **D.** $m_0<0$.

Câu 27: Biết rằng f,g là hai hàm liên tục trên $[0;3]$, $\int_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^3 g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $\int_0^3\left(2f(x)-g(x)\right)\mathrm{d}x$.

A. 5. **B.** 7. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2-4\right)$ là:

A. 9. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 29: Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=-4+5i$. Tìm số phức $z=z_1z_2$

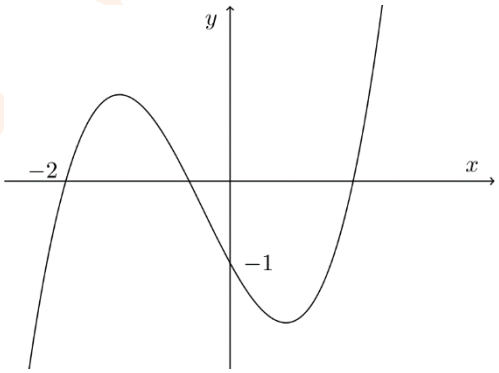
A. $z=-8-15i$. **B.** $z=10+12i$. **C.** $z=7+22i$. **D.** $z=7-22i$

Câu 30: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_2(3x-1)$ với $x>\dfrac{1}{3}$.

A. $f'(x)=\dfrac{3}{(3x-1)\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{3}{(3x-1)}$.

C. $f'(x)=\dfrac{1}{(3x-1)\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{3\ln 2}{3x-1}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Bất phương trình $f(x)<m-x^3-x$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(-2;0)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(-2)-10$. **B.** $m\geq f(0)$. **C.** $m\geq f(-2)-10$. **D.** $m>f(0)$.

Câu 32: Tìm tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$.

A. $D=(-\infty;2]$. **B.** $D=(2;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $D=(-\infty;2)$.

Câu 33: Tổng các nghiệm thuộc $(0;\pi)$ của phương trình $\sin\left(2x-\dfrac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\dfrac{3\pi}{4}\right)$.

A. $\frac{3\pi}{2}$. **B.** π. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{7\pi}{2}$.

Câu 34: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x$, trong đó C là hằng số

A. $F(x)=\sin x+C$. **B.** $F(x)=-\sin x+C$.

C. $F(x)=-2\sin x+C$. **D.** $F(x)=2\sin x+C$.

Câu 35: Biết rằng f,g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$, $\int_1^3\left[f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x=10$ và $\int_1^3\left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=6$. Tính $\int_1^3\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 5. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

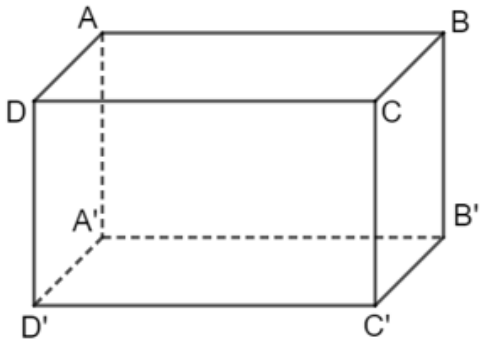
Câu 36: Tìm công thức tính thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi rh^2$. **C.** $V=\pi rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Câu 37: Tính diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy $r=4$

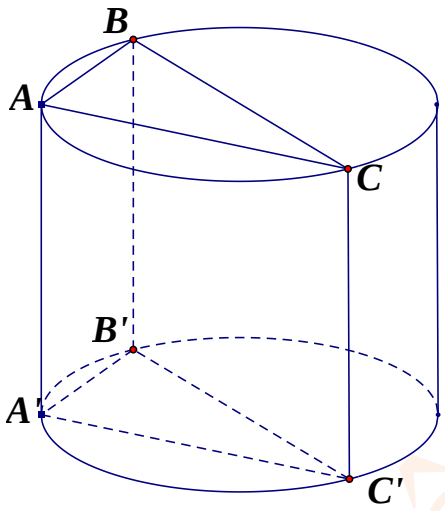
A. 16π. **B.** 24π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1), B'(1;0;0), C'(1;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D



A. $D(0;-1;1)$. **B.** $D(0;1;1)$. **C.** $D(1;1;1)$. **D.** $D(0;1;0)$.

Câu 39: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có $AA'=2a$. Tam giác ABC vuông tại A và $BC=2a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.



A. $4\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $6\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Câu 40: Tính tích phân $I=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{x^{2020}}{e^x+1}\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{2^{2021}}{2020}$. **B.** $I=\dfrac{2^{2021}}{2021}$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\dfrac{2^{2022}}{2022}$.

Câu 41: Tìm nghiệm của phương trình $2.\left(\sqrt{2}\right)^{x-2}=1$

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

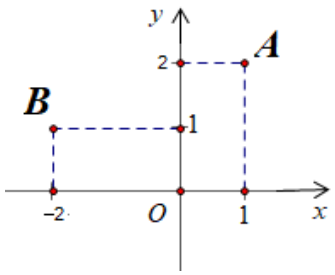
Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ liên trục trên và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)$. Hàm số đó có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Câu 43: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{x-4}$.

A. 2 . **B.** 0 . **C.** 3 . **D.** 1 .

Câu 44: Các điểm A và B trong hình vẽ bên lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1;z_2$.



Tìm phần thực của số phức z_1+z_2.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** −1.

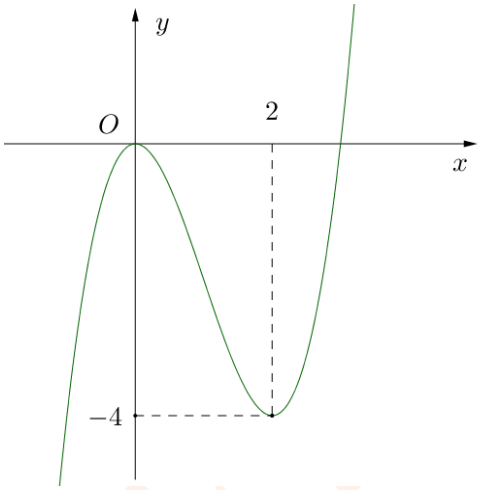
Câu 45: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x, y=0, x=-10, x=10$

A. $S=\dfrac{2000}{3}$. **B.** $S=2000$. **C.** $S=\dfrac{2008}{3}$. **D.** $S=2008$.

Câu 46: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa đường kính của một mặt đáy và tạo với mặt đáy đó góc 60^0. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P).

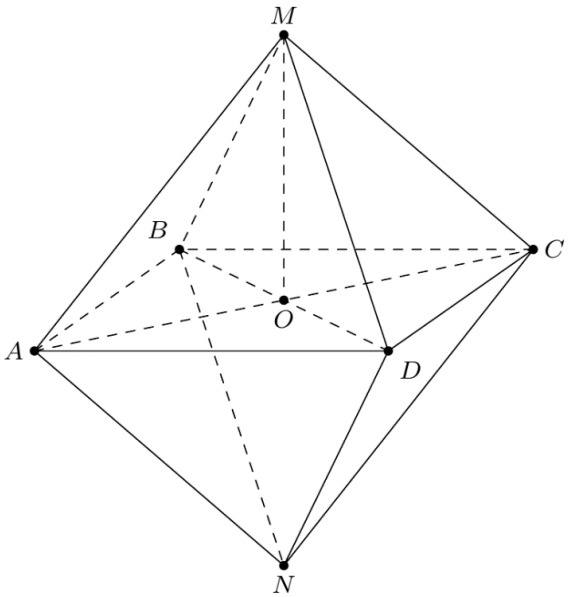
A. $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$. **B.** 4π. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}\pi$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $4f^2(x)-4f(x)-3=0$



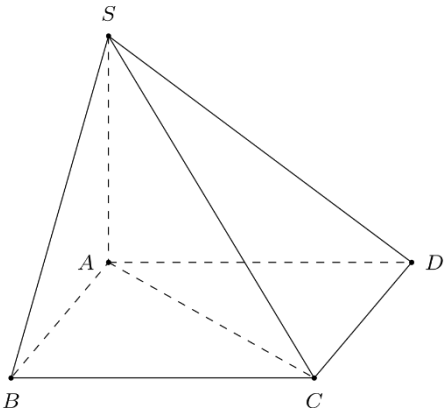
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 48: Tính thể tích khối bát diện đều cạnh bằng 2



A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$, $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$



A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 50: Cho tập hợp M có 12 phần tử. Tìm số tập con có hai phần tử của M

A. A_{12}^{2}. **B.** C_{12}^{10}. **C.** A_{12}^{10}. **D.** 12^{2}.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.C	3.C	4.A	5.A	6.C	7.C	8.A	9.B	10.A
11.D	12.A	13.C	14.A	15.D	16.C	17.B	18.A	19.D	20.D
21	22	23	24.B	25.B	26.A	27.D	28.A	29.C	30.A
31.B	32.D	33.B	34.D	35.C	36.D	37.B	38.B	39.C	40.B
41.A	42.A	43.C	44.D	45.D	46.B	47.D	48.C	49.D	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	1	↗	3	↘	$-\infty$

Hỏi hàm số nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 2: Tìm hệ số của x^5 trong khai triển $(1-x)^{12}$

A. -495. **B.** 792. **C.** -792. **D.** 495.

Lời giải

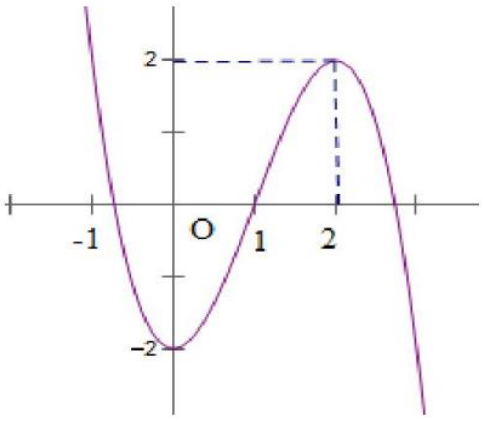
Chọn C.

Ta có $(1-x)^{12}=\sum_{k=0}^{12}C_{12}^{k}.(-x)^k$

Suy ra hệ số của x^5 trong khai triển tương ứng với $k=5$.

Vậy hệ số của x^5 là $C_{12}^{5}(-1)^5=-792$

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số đồng biến trong khoảng nào sau đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C .

Câu 4: Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Lời giải

Chọn A.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3+4x=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 1 cực trị.

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+2z-8=0$. Xét M là điểm thay đổi thuộc (P), tìm giá trị nhỏ nhất của $2MA^2+3MB^2$

A. 135. **B.** 108. **C.** 105. **D.** 145.

Lời giải

Chọn A.

Xác định điểm I thỏa mãn: $2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}$.

Gọi $I(x;y;z)$.

Ta có: $\overrightarrow{IA}=(2-x;-2-y;4-z)\Rightarrow 2\overrightarrow{IA}=(4-2x;-4-2y;8-2z)$.

$\overrightarrow{IB}=(-3-x;3-y;-1-z)\Rightarrow 3\overrightarrow{IB}=(-9-3x;9-3y;-3-3z)$.

$\Rightarrow 2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=(-5-5x;5-5y;5-5z)$.

$$2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}=\vec{0}\Leftrightarrow\begin{cases}-5-5x=0\\5-5y=0\\5-5z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\y=1\\z=1\end{cases}\Rightarrow I(-1;1;1).$$

Lại có: $P=2MA^2+3MB^2=2\overrightarrow{MA}^2+3\overrightarrow{MB}^2=2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2$

$=5MI^2+2\overrightarrow{MI}\left(2\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{IB}\right)+2IA^2+3IB^2=5MI^2+2IA^2+3IB^2$.

Do $2IA^2+3IB^2=2\left(\sqrt{9+9+9}\right)^2+3\left(\sqrt{4+4+4}\right)^2=90$ không đổi nên $P_{\min}\Leftrightarrow IM_{\min}\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của I lên mặt phẳng (P).

$IM_{mn} = d\left(I;(P)\right) = \left|\dfrac{-2-1+2-8}{\sqrt{4+1+4}}\right| = 3$.

$\Rightarrow P_{\min} = 5.3^2 + 90 = 135$.

Câu 6: Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z+7}{-2}$. Tìm phương trình đường thẳng đi qua A, vuông góc với d và cắt trục Ox.

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2+2t \\ z = 3+3t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = -2t \\ z = t \end{cases}$.

Lời giải

Chọn C

Gọi $B = d \cap Ox \Rightarrow B(a;0;0)$.

Theo đề, ta có $AB \perp d \Rightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{a_d} = 0 \Leftrightarrow 2(a-1)+1(-2)-2(-3) = 0 \Leftrightarrow a = -1$.

Khi đó $B(-1;0;0)$ nên đường thẳng cần viết có vecto chỉ phương là $\vec{a} = (2;2;3)$ và có phương trình tham số là $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 2t \\ z = 3t \end{cases}$.

Câu 7: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\lg(3x^2+1) > \lg(4x)$.

A. $(0;1)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{1}{3}\right) \cup (1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right) \cup (1;+\infty)$.

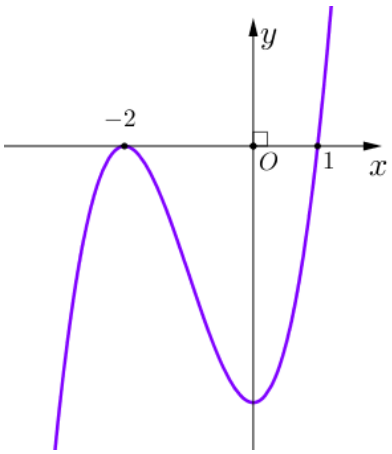
Lời giải

Chọn C

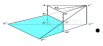
Ta có $\lg(3x^2+1) > \lg(4x) \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ 3x^2 - 4x + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} x < \dfrac{1}{3} \\ x > 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0 < x < \dfrac{1}{3} \\ x > 1 \end{array}\right.$.

Vậy $S = \left(0;\dfrac{1}{3}\right) \cup (1;+\infty)$

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. . **B.** $x=1$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1,3$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$, ta thấy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=-2$.

Câu 9: Gọi X là tập hợp các số tự nhiên có 4 chữ số đôi một khác nhau được lập từ các chữ số $1,2,3,4,5,6,7$. Lấy ngẫu nhiên một số trong X. Tính xác suất để số được chọn có tổng các chữ số là một số lẻ

A. $\frac{19}{35}$. **B.** $\frac{16}{35}$. **C.** $\frac{18}{35}$. **D.** $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Chọn B.

Số cách lập một số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ $1,2,3,4,5,6,7$ là A_7^4.

Tổng các chữ số là số lẻ khi trong các số được chọn có 3 lẻ, 1 chẵn hoặc 3 chẵn, 1 lẻ; có số cách chọn là $\left(C_4^3.C_3^1+C_3^3.C_4^1\right).4!$.

Xác suất cần tìm bằng $P=\frac{\left(C_4^3.C_3^1+C_3^3.C_4^1\right).4!}{A_7^4}=\frac{16}{35}$.

Câu 10: Tính thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao của khối chóp bằng $3a$.

A. $V=4a^3$. **B.** $V=a^3$. **C.** $V=12a^3$. **D.** $V=3a^3$.

Lời giải

Chọn A.

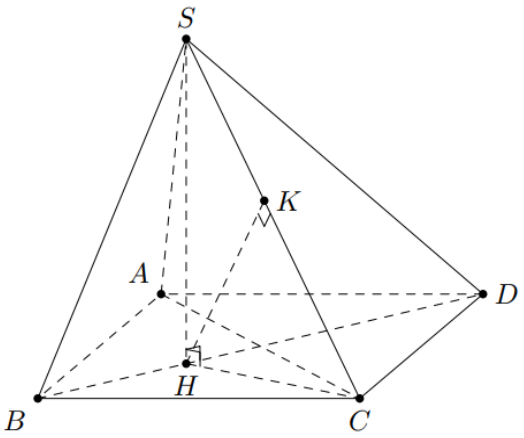
Thể tích của khối chóp có đáy là hình vuông cạnh $2a$ và chiều cao bằng $3a$ là $V=4a^3$.

Câu 11: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a. Tam giác ABC là tam giác đều, hình chiếu vuông góc của đỉnh S lên mặt phẳng $(ABCD)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $30°$. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{2a\sqrt{21}}{3}$. **B.** $a\sqrt{3}$. **C.** a. **D.** $\frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Lời giải

Chọn D.



Gọi H là trọng tâm tam giác ABC suy ra $SH \perp (ABCD)$.

Khi đó góc giữa đường thẳng SD và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng $SDH = 30°$.

Ta có tam giác ABC đều nên $HB = HC = \frac{a\sqrt{3}}{3}$ và $BD = a\sqrt{3}$.

Do đó $HD = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$ suy ra $SH = HD.\tan 30° = \frac{2a}{3}$.

Gọi K là hình chiếu của H lên SC suy ra $HK \perp (SCD)$ hay $\mathrm{d}(H,(SCD)) = HK$.

Ta có $\frac{1}{HK^2} = \frac{1}{HC^2} + \frac{1}{HS^2} \Leftrightarrow HK = \frac{2a\sqrt{21}}{21}$.

Mặt khác $HD = \frac{2}{3}BH$ suy ra $\mathrm{d}(B,(SCD)) = \frac{3}{2}\mathrm{d}(H,(SCD)) = \frac{3}{2}HK = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

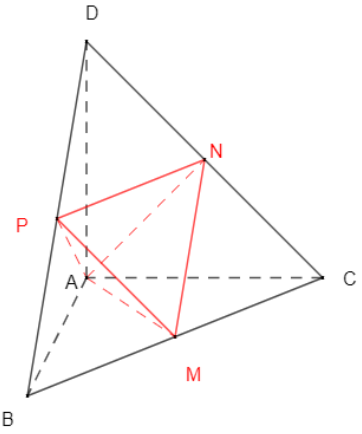
Vậy $\mathrm{d}(B,(SCD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 12: Cho tứ diện $ABCD$ có cạnh AB, AC và AD đôi một vuông góc với nhau; $AB = 6a$, $AC = 7a$ và $AD = 4a$. Gọi M, N, P tương ứng là trung điểm các cạnh BC, CD, DB. Tính thể tích của tứ diện $AMNP$.

A. $V = 7a^3$. **B.** $V = 14a^3$. **C.** $V = \frac{7}{2}a^3$. **D.** $V = \frac{28}{3}a^3$.

Lời giải

Chọn A



Ta có: $V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.AC.AD=28a^3$.

$V_{AMNP}=\frac{1}{4}V_{ABCD}=7a^3$.

Câu 13: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2-x}$. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;1]$.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{2}$. **D.** 0.

Lời giải

Chọn C

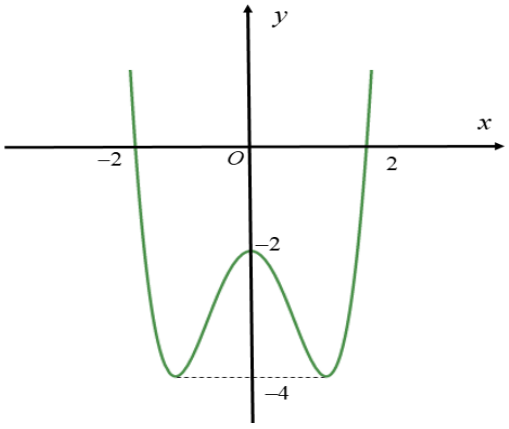
TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có: $y=\frac{x-1}{-x+2}\Rightarrow y'=\frac{3}{(-x+2)^2}>0,\forall x\in D$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$. Suy ra hàm số đồng biến trên $[0;1]$.

$\min\limits_{[0;1]} y=y(0)=\frac{-1}{2}$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong ở hình vẽ sau.



Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$. Tính tổng $M+m$.

A. -4. **B.** 4. **C.** -6. **D.** -2.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có: $\begin{cases} M = \max\limits_{[-2;2]} f(x) = 0 \\ m = \min\limits_{[-2;2]} f(x) = -4 \end{cases} \Rightarrow M + m = -4$.

Câu 15: Bất phương trình $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^2-6x+8}{4x-1}\right) \geq 0$ có tập nghiệm là $T = \left(\frac{1}{4}; a\right] \cup [b; +\infty), a, b \in \mathbb{R}$. Tìm $M = 2a + b$

A. $M = 9$. **B.** $M = 10$. **C.** $M = 8$. **D.** $M = 11$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $\log_{\sqrt{2}}\left(\frac{x^2-6x+8}{4x-1}\right) \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-6x+8}{4x-1} \geq 1$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-6x+8}{4x-1} - 1 \geq 0 \Leftrightarrow \frac{x^2-6x+8-4x+1}{4x-1} \geq 0$

$\Leftrightarrow \frac{x^2-10x+9}{4x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \frac{1}{4} < x \leq 1 \\ x \geq 9 \end{array}\right.$.

Tập nghiệm của bất phương trình là $T = \left(\frac{1}{4}; 1\right] \cup [9; +\infty)$.

Khi đó $a = 1; b = 9$. Vậy $M = 2a + b = 11$.

Câu 16: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = 2 + 3\cos x$.

A. 2. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -1.

Lời giải

Chọn C .

Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq 2 + 3\cos x \leq 5 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 5$.

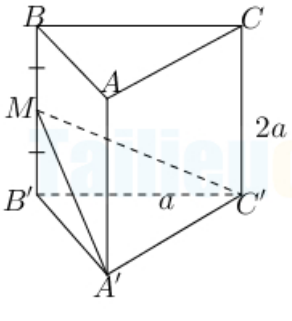
$Max y = 5$ khi $\cos x = 1 \Leftrightarrow x = k2\pi \ (k \in \mathbb{Z})$.

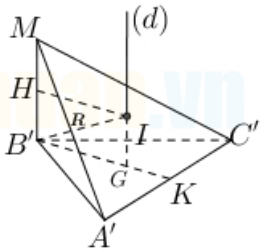
Câu 17: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có $A'A = 2a, BC = a$. Gọi M là trung điểm $B'B$. Tính bán kính mặt cầu ngoại tiếp khối chóp $M.A'B'C'$.

A. $\frac{2\sqrt{3}a}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{21}a}{6}$. **C.** $\frac{3\sqrt{3}a}{8}$. **D.** $\frac{\sqrt{13}a}{2}$.

Lời giải

Chọn B .





Từ trọng tâm G của $\Delta A'B'C'$ dựng trục thẳng đứng d vuông góc với $\Delta A'B'C'$.

Trong mặt phẳng (d, BM) kẻ IH là đường trung trực của MB', cắt d tại I.

Khi đó ta có $IM = IA' = IB' = IC' = R$.

Ta có $B'G = \frac{2}{3}B'K = \frac{2}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$, $IG = HB' = \frac{MB'}{2} = a$.

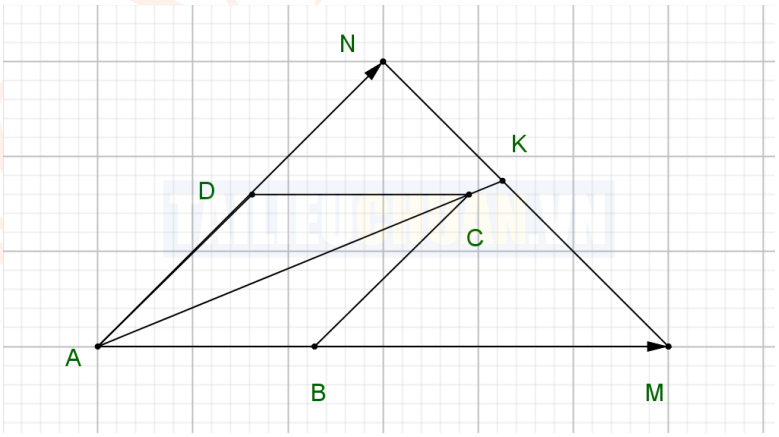
Suy ra $IB' = R = \sqrt{IG^2 + B'G^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{a^2}{3}} = \frac{\sqrt{21}a}{6}$.

Câu 18: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;-1;1), M(5;3;1), N(4;1;2)$ và mặt phẳng $(P): y + z = 27$. Biết rằng tồn tại điểm B trên tia AM, điểm C trên (P) và điểm D trên tia AN sao cho tứ giác $ABCD$ là hình thoi. Tọa đô điểm C là

A. $(21;21;6)$. **B.** $(21;19;8)$. **C.** $(-15;21;6)$. **D.** $(-15;7;20)$.

Lời giải

Chọn A



AK là phân giác trong của góc MAN trong tam giác AMN.

$\Rightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{AN}{AN + AM}\overrightarrow{AM} + \frac{AM}{AN + AM}\overrightarrow{AN}$

$\overrightarrow{AM} = (3;4;0) \Rightarrow AM = 5, \overrightarrow{AN} = (2;2;1) \Rightarrow AN = 3$

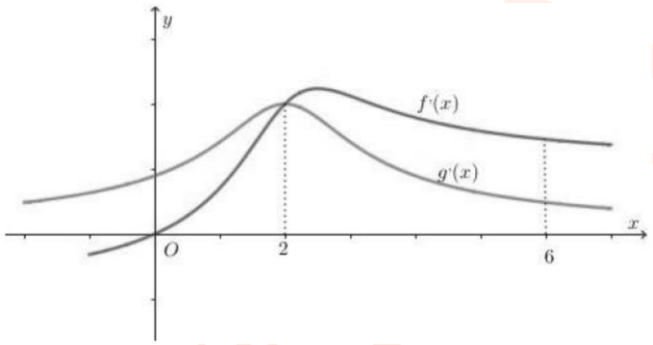
$\Rightarrow \overrightarrow{AK} = \frac{3}{8}\overrightarrow{AM} + \frac{5}{8}\overrightarrow{AN} \Rightarrow \vec{u} = \left(\frac{19}{8};\frac{22}{8};\frac{5}{8}\right)$.

Ta có $C \in AK \Rightarrow AC$ có véc tơ chỉ phương $\vec{u} = (19;22;5)$.

Phương trình tham số của $AC: \begin{cases} x = 2+19t \\ y = -1+22t \\ z = 1+5t \end{cases} \Rightarrow C(2+19t;-1+22t;1+5t)$.

Mà $C \in (P) \Rightarrow 22t-1+1+5t = 27 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow C(21;21;6)$.

Câu 19: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Giá trị lớn nhất, giá tri nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn [0 ; 6] lần lươt là

A. $h(2), h(0)$ **B.** $h(0), h(2)$. **C.** $h(2), h(6)$. **D.** $h(6), h(2)$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $h'(x) = f'(x) - g'(x)$. $h'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên:

x	0		2		6
$h'(x)$		−	0	+	
$h(x)$	$h(0)$	↘	$h(2)$	↗	$h(6)$

Bản word bạn đang sử dụng phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Dựa vào đồ thị ta thấy

+ Phần hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x); y = g'(x); x = 0; x = 2$ có diện tích nhỏ hơn phần hình phẳng giới hạn bởi $y = f'(x); y = g'(x); x = 2; x = 6$ nên

$\int_2^6 |h'(x)|dx > \int_0^2 |h'(x)|dx \Rightarrow h(6) - h(2) > h(0) - h(2) \Rightarrow h(6) > h(0)$.

Vậy $y = h(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;6]$ tại $x = -3$.

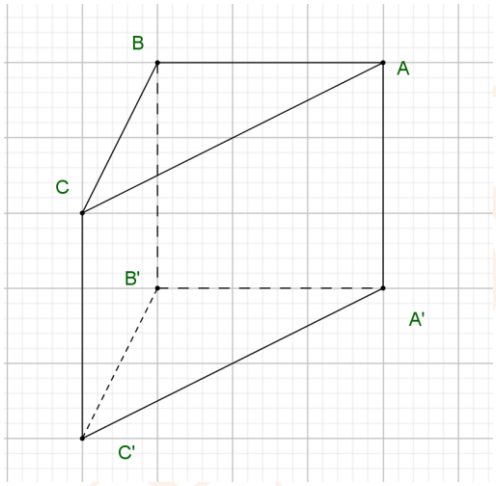
Vậy $\max\limits_{[0;6]} h(x)=h(6)$; $\min\limits_{[0;6]} h(x)=h(2)$.

Câu 20: Cho hình lăng trụ đứng $ABC\cdot A'B'C'$ có $AB=BC=AA'=a, ABC=120^\circ$. Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{12}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{2}$ **D.** $\frac{\sqrt{3}a^3}{4}$.

Lời giải

Chọn D



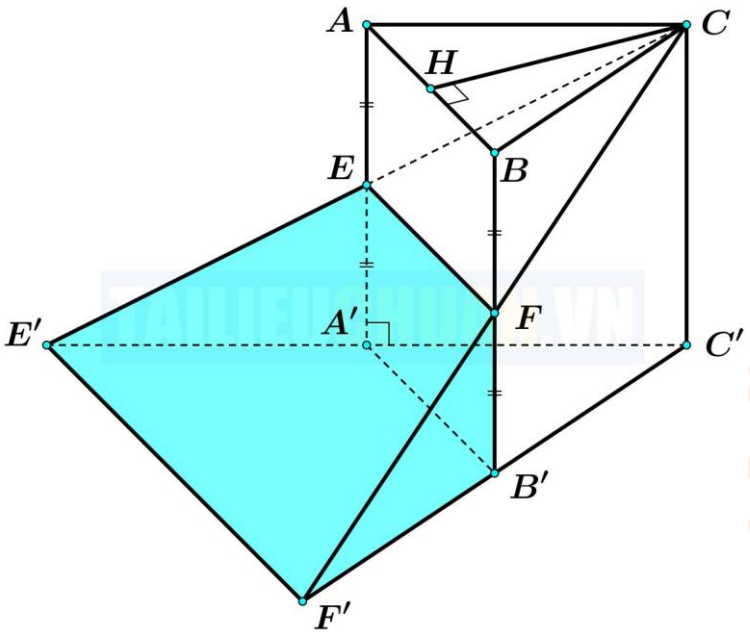
Thể tích khối lăng trụ là $V=AA'.S_{ABC}=AA'.\frac{1}{2}BA.BC.\sin ABC=\frac{1}{2}a.a.a.\sin 120^0=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 21: Cho lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng 1. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của AA' và $BB'CE$, đường thẳng AA' cắt đường thẳng $C'A'$ tại E',đường thẳng CF cắt đường thẳng $C'B$ tại F'. Thể tích khối đa diện $EFA'B'E'F'$ bằng

A. $\frac{\sqrt{3}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Ta có $V_{EFA'B'E'F'} = V_{C.C'E'F'} - V_{CEFA'B'C'}$

$V_{CEFA'B'C'} = V_{ABC.A'B'C'} - V_{C.ABFE} = S_{ABC}.AA' - \frac{1}{3}S_{ABFE}.AH \Leftrightarrow V_{CEFA'B'C'} = \frac{1^2.\sqrt{3}}{4}.1 - \frac{1}{3}.\frac{1}{2}.1.\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{6}$

$V_{CEFA'B'C'} = \frac{1}{3}CC'.S_{C'E'F'} = \frac{1}{3}.1.\frac{2^2\sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Vậy $V_{EFA'B'E'F'} = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{\sqrt{3}}{6}$.

Câu 22: Biết $I = \int_1^2 \left[1 + \ln(x+1)\right]dx = a\ln 3 + b\ln 2 + c$ với $a,b,c \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a+b+c$

A. $S = 0$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 3$. **D.** $S = 2$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $I = \int_1^2 \left[1 + \ln(x+1)\right]dx = \int_1^2 dx + \int_1^2 \ln(x+1)dx = x\Big|_1^2 + \left[(x+1)\ln(x+1) - x\right]\Big|_1^2 = 3\ln 3 - 2\ln 2$

Khi đó $a = 3, b = -2, c = 0$

Vậy $S = a+b+c = 1$.

Câu 23: Biết số phức $z = x + yi$ $(x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $(z+1)(\overline{z} - i)$ là số thực và $|z-2| = |z|$. Tìm $S = x + y$

A. $S = -3$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 2$. **D.** $S = -1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $(z+1)(\overline{z} - i) = (x^2 + y^2 + x + y) - (x + y + 1)i$ là số thực $\Leftrightarrow x + y = -1$

Câu 24: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 25$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 12 = 0$. Tính bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và (P).

A. 9. **B.** 3. **C.** 16. **D.** 4.

Lời giải

Chọn B

Mặt cầu (S) có tâm O, bán kính $R=5$.

$d(O,(P))=4$. Suy ra, bán kính đường tròn giao tuyến của (S) và (P) bằng: $\sqrt{R^2-d^2(O,(P))}=3$.

Câu 25: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z}{-2}$. Hỏi vectơ nào trong các vectơ dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}(1;-3;-2)$. **B.** $\vec{u}(-1;-3;2)$. **C.** $\vec{u}(-1;2;0)$. **D.** $\vec{u}(1;3;2)$.

Lời giải

Chọn B

Câu 26: Biết rằng với $m=m_0$, phương trình $4^x-(m+1)2^{x+1}+8=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)=6$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1<m_0<3$. **B.** $m_0\geq 3$. **C.** $0<m_0<2$. **D.** $m_0<0$.

Lời giải

Chọn A

$4^x-(m+1)2^{x+1}+8=0\ (1)$

Đặt $t=2^x\ (t>0)$, thay vào (1) ta được: $t^2-2(m+1)t+8=0\ (2)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm dương phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn:

$(\log_2 t_1+1)(\log_2 t_2+1)=6\Leftrightarrow \log_2 t_1\log_2 t_2+\log_2(t_1t_2)=5\ (3)$

Áp dụng định lí Vi-et cho (2) ta được: $t_1t_2=8$, thay vào (3) ta được:

$$\log_2 t_1\log_2\frac{8}{t_1}=2\Leftrightarrow \log_2 t_1(3-\log_2 t_1)=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\log_2 t_1=1\\ \log_2 t_1=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t_1=2\\ t_1=4\end{array}\right.\overset{(2)}{\Rightarrow} m=2.$$

Câu 27: Biết rằng f,g là hai hàm liên tục trên $[0;3]$, $\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^3 g(x)\mathrm{d}x=3$. Tính $\int\limits_0^3(2f(x)-g(x))\mathrm{d}x$.

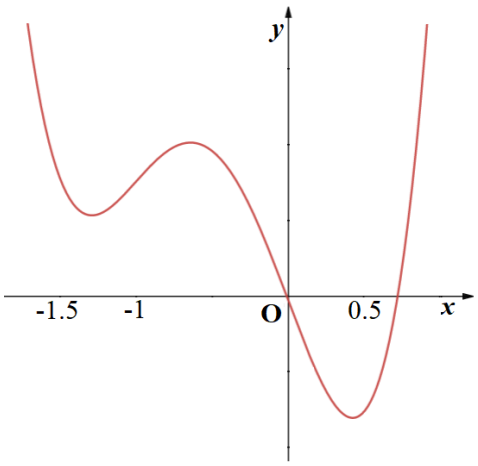
A. 5. **B.** 7. **C.** −1. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\int\limits_0^3(2f(x)-g(x))\mathrm{d}x=2\int\limits_0^3 f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_0^3 g(x)\mathrm{d}x=4-3=1$.

Câu 28: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Số điểm cực trị của hàm số $g(x)=f\left(x^3+3x^2-4\right)$ là:

A. 9. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $g'(x)=\left(3x^2+6x\right)f'\left(x^3+3x^2-4\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2+6x=0\\x^3+3x^2-4=a\\x^3+3x^2-4=b\\x^3+3x^2-4=c\end{array}\right.\begin{array}{l}a\in(-1,5;-1)\\b\in(-1;0)\\c\in(0,5;+\infty)\end{array}\quad(1)$

Xét hàm số $h(x)=x^3+3x^2-4,\Rightarrow h(x)=x^3+3x^2-4$

Ta có: $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$

BBT:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$h'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $h(x)$, ta thấy được (1) có 9 nghiệm phân biệt nên hàm số $g(x)$ có 9 điểm cực trị.

Câu 29: Cho hai số phức $z_1=2-3i, z_2=-4+5i$. Tìm số phức $z=z_1z_2$

A. $z=-8-15i$. **B.** $z=10+12i$. **C.** $z=7+22i$. **D.** $z=7-22i$

Lời giải

Chọn C

Ta có: $z=z_1z_2=(2-3i)(-4+5i)=7+22i$.

Câu 30: Tìm đạo hàm $f'(x)$ của hàm số $f(x)=\log_2(3x-1)$ với $x>\dfrac{1}{3}$.

A. $f'(x)=\dfrac{3}{(3x-1)\ln 2}$. **B.** $f'(x)=\dfrac{3}{(3x-1)}$.

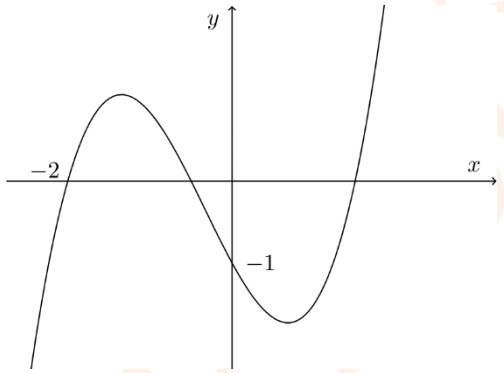
C. $f'(x)=\dfrac{1}{(3x-1)\ln 2}$. **D.** $f'(x)=\dfrac{3\ln 2}{3x-1}$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $\left(\log_2(3x-1)\right)'=\dfrac{(3x-1)'}{(3x-1).\ln 2}=\dfrac{3}{(3x-1).\ln 2}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$, hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ



Bất phương trình $f(x)<m-x^3-x$ (m là tham số thực) nghiệm đúng với mọi $x\in(-2;0)$ khi và chỉ khi

A. $m>f(-2)-10$. **B.** $m\geq f(0)$. **C.** $m\geq f(-2)-10$. **D.** $m>f(0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$f(x)<m-x^3-x,\forall x\in(-2;0)\Leftrightarrow f(x)+x^3+x<m,\forall x\in(-2;0)$.

Đặt $g(x)=f(x)+x^3+x\Rightarrow g(x)<m,\forall x\in(-2;0)$

$g'(x)=f'(x)+3x^2+1$.

Ta có: $f'(x)>-1,\forall x\in(-2;0)\Rightarrow g'(x)>0,\forall x\in(-2;0)$.

Suy ra, $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

$g(x)<m,\forall x\in(-2;0)\Leftrightarrow m\geq g(0)=f(0)$.

Câu 32: Tìm tập xác định của hàm số $y=(2-x)^{\sqrt{3}}$.

A. $D=(-\infty;2]$. **B.** $D=(2;+\infty)$. **C.** $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **D.** $D=(-\infty;2)$.

Lời giải

Chọn D.

ĐKXĐ: $2-x>0\Leftrightarrow x<2$.

Câu 33: Tổng các nghiệm thuộc $(0;\pi)$ của phương trình $\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)$.

A. $\frac{3\pi}{2}$. **B.** π. **C.** $\frac{\pi}{4}$. **D.** $\frac{7\pi}{2}$.

Lời giải

Chọn B.

Ta có:

$$\sin\left(2x-\frac{\pi}{4}\right)=\sin\left(x+\frac{3\pi}{4}\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-\frac{\pi}{4}=x+\frac{3\pi}{4}+k2\pi\\2x-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{4}-x+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pi+k2\pi\\x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})\end{array}\right.$$

Do: $x\in(0;\pi)$ nên các nghiệm là: $x=\frac{\pi}{6};\ x=\frac{5\pi}{6}$.

Vậy tổng các nghiệm là: π.

Câu 34: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=2\cos x$, trong đó C là hằng số

A. $F(x)=\sin x+C$. **B.** $F(x)=-\sin x+C$.

C. $F(x)=-2\sin x+C$. **D.** $F(x)=2\sin x+C$.

Lời giải

Chọn D .

Ta có: $\int 2\cos x\mathrm{d}x=2\sin x+C$.

Câu 35: Biết rằng f,g là hai hàm liên tục trên $[1;3]$, $\int_1^3\left[f(x)+3g(x)\right]\mathrm{d}x=10$ và $\int_1^3\left[2f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x=6$. Tính $\int_1^3\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x$.

A. 7. **B.** 8. **C.** 6. **D.** 9.

Lời giải

Chọn C .

Ta có: $\left\{\begin{array}{l}\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x+3\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=10\\2\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x-\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=6\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x=4\\\int_1^3 g(x)\mathrm{d}x=2\end{array}\right.\Rightarrow\int_1^3\left[f(x)+g(x)\right]\mathrm{d}x=6$.

Câu 36: Tìm công thức tính thể tích của khối nón có chiều cao h và bán kính r

A. $V=\pi r^2h$. **B.** $V=\frac{1}{3}\pi rh^2$. **C.** $V=\pi rh$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$.

Lời giải

Chọn D .

Câu 37: Tính diện tích xung quanh của hình trụ có độ dài đường sinh $l=3$ và bán kính đáy $r=4$

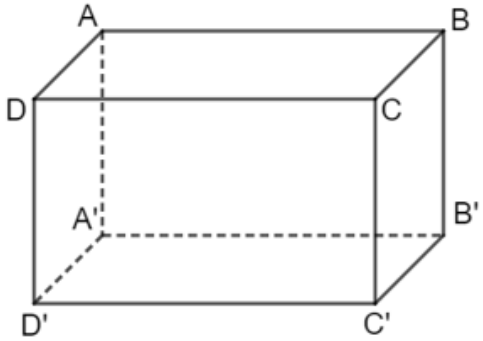
A. 16π. **B.** 24π. **C.** 4π. **D.** 12π.

Lời giải

Chọn B .

$S_{xq} = 2\pi rl = 24\pi$.

Câu 38: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $A(0;0;1), B'(1;0;0), C'(1;1;0)$. Tìm tọa độ điểm D



A. $D(0;-1;1)$. **B.** $D(0;1;1)$. **C.** $D(1;1;1)$. **D.** $D(0;1;0)$.

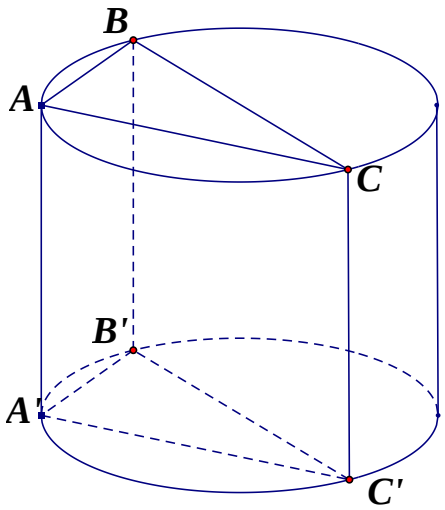
Lời giải

Chọn B .

Ta có : $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{B'C'} \Leftrightarrow \begin{cases} x_D - 0 = 1 - 1 \\ y_D - 0 = 1 - 0 \\ z_D - 1 = 0 - 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x_D = 0 \\ y_D = 1 \\ z_D = 1 \end{cases}$.

Vậy tọa độ điểm $D(0;1;1)$.

Câu 39: Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$, có $AA' = 2a$. Tam giác ABC vuông tại A và $BC = 2a\sqrt{3}$. Tính thể tích hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ đã cho.



A. $4\pi a^3$. **B.** πa^3. **C.** $6\pi a^3$. **D.** $2\pi a^3$.

Lời giải

Chọn C .

Bán kính đáy của hình trụ là: $R=\dfrac{BC}{2}=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Thể tích hình trụ ngoại tiếp hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là:

$V=\pi R^2h=\pi.\left(a\sqrt{3}\right)^2.2a=\pi.3a^2.2a=6\pi a^3$.

Câu 40: Tính tích phân $I=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{x^{2020}}{e^x+1}\mathrm{d}x$

A. $I=\dfrac{2^{2021}}{2020}$. **B.** $I=\dfrac{2^{2021}}{2021}$. **C.** $I=0$. **D.** $I=\dfrac{2^{2022}}{2022}$.

Lời giải

Chọn B .

Bản word bạn đang sử dụng phát hành từ website Tailieuchuan.vn

Đặt $t=-x\Rightarrow \mathrm{d}x=-\mathrm{d}t$

Đổi cận

x	-2	2
t	2	-2

Khi đó ta có: $I=-\int\limits_{2}^{-2}\dfrac{(-t)^{2020}}{e^{-t}+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{e^t.t^{2020}}{e^t+1}\mathrm{d}t=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{e^x.x^{2020}}{e^x+1}\mathrm{d}x$

Suy ra, $I+I=\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{x^{2020}}{e^x+1}\mathrm{d}x+\int\limits_{-2}^{2}\dfrac{e^x.x^{2020}}{e^x+1}\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow 2I=\int\limits_{-2}^{2}\left[\dfrac{x^{2020}}{e^x+1}+\dfrac{e^x.x^{2020}}{e^x+1}\right]\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{2}x^{2020}\mathrm{d}x=\dfrac{x^{2021}}{2021}\Big|_{-2}^{2}=\dfrac{2^{2021}}{2021}-\dfrac{(-2)^{2021}}{2021}=\dfrac{2.2^{2021}}{2021}\Leftrightarrow I=\dfrac{2^{2021}}{2021}$.

Câu 41: Tìm nghiệm của phương trình $2.\left(\sqrt{2}\right)^{x-2}=1$

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Lời giải

Chọn A .

Ta có: $2.\left(\sqrt{2}\right)^{x-2}=1\Leftrightarrow 2.2^{\frac{1}{2}x-1}=1\Leftrightarrow 2^{\frac{1}{2}x}=1\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}x=0\Leftrightarrow x=0$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ liên trục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x(x-1)^2(x+2)$. Hàm số đó có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 3 . **D.** 0 .

Chọn A .

Lời giải

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x-1)^2(x+2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\ (k).\\x=-2\end{array}\right.$

Vậy hàm số đó có 2 điểm cực trị.

Câu 43: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2}}{x-4}$.

A. 2 . **B.** 0 . **C.** 3 . **D.** 1 .

Chọn C .

Lời giải

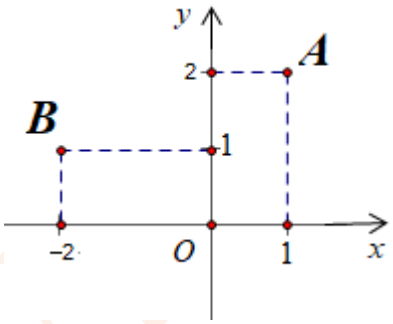
Ta có : $D=\mathbb{R}\setminus\{4\}$.

Xét:

$\bullet \lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{1+\dfrac{2}{x^2}}}{x\left(1-\dfrac{4}{x}\right)}=1;\ \lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1+\dfrac{2}{x^2}}}{x\left(1-\dfrac{4}{x}\right)}=-1;\ \lim\limits_{x\to4^+} y=+\infty.$

Vậy đồ thị hàm số đó có 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

Câu 44: Các điểm A và B trong hình vẽ bên lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức $z_1;z_2$.



Tìm phần thực của số phức z_1+z_2.

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** -1.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $z_1=1+2i;z_2=-2+i\Rightarrow z_1+z_2=-1+3i$.

Nên phần thực của số phức z_1+z_2 là -1.

Câu 45: Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^2-2x, y=0, x=-10, x=10$

A. $S=\dfrac{2000}{3}$. **B.** $S=2000$. **C.** $S=\dfrac{2008}{3}$. **D.** $S=2008$.

Lời giải

Chọn D.

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đường $y=x^2-2x$ và $y=0$ là: $x^2-2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$

.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
VT		$+$	0	$-$	0	$+$	

Diện tích cần tìm: $S=\int\limits_{-10}^{10}\left|x^2-2x\right|\mathrm{d}x=\int\limits_{-10}^{0}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{0}^{2}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{2}^{10}\left(x^2-2x\right)\mathrm{d}x$

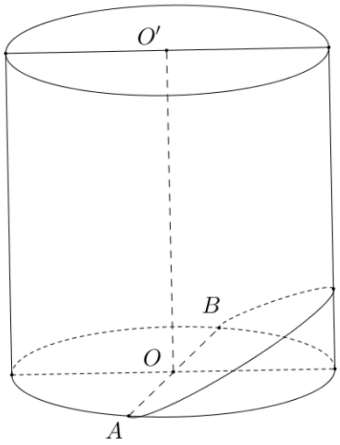
$=\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{-10}^{0}-\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{0}^{2}+\left(\frac{x^3}{3}-x^2\right)\Big|_{2}^{10}=\frac{1300}{3}+\frac{4}{3}+\frac{704}{3}=\frac{2008}{3}.$

Câu 46: Cho hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4. Mặt phẳng (P) chứa đường kính của một mặt đáy và tạo với mặt đáy đó góc 60^0. Tính diện tích thiết diện của hình trụ cắt bởi mặt phẳng (P).

A. $\frac{4\pi}{\sqrt{3}}$. **B.** 4π. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

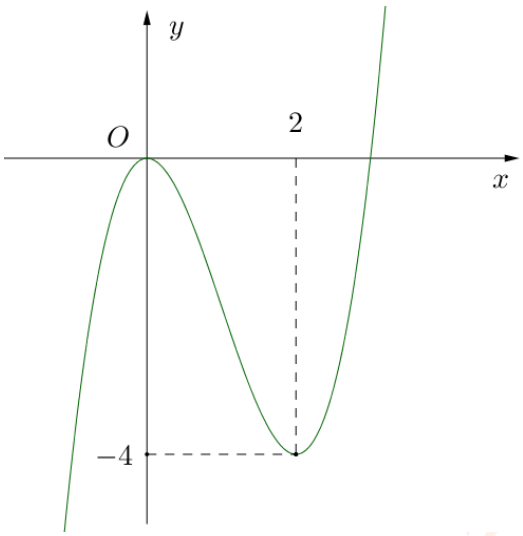
Chọn B



Hình trụ có thiết diện qua trục là hình vuông cạnh bằng 4 nên có bán kính đáy $r=2$
Gọi S là diện tích thiết diện, S' là diện tích hình chiếu của thiết diện lên mặt phẳng đáy. Khi đó $S'=S.\cos 60°$.

$\Rightarrow S=\frac{S'}{\cos 60°}=\frac{\frac{1}{2}\pi r^2}{\frac{1}{2}}=4\pi$.

Câu 47: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $4f^2(x)-4f(x)-3=0$



A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $4f^2(x)-4f(x)-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\dfrac{3}{2} \\ f(x)=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$

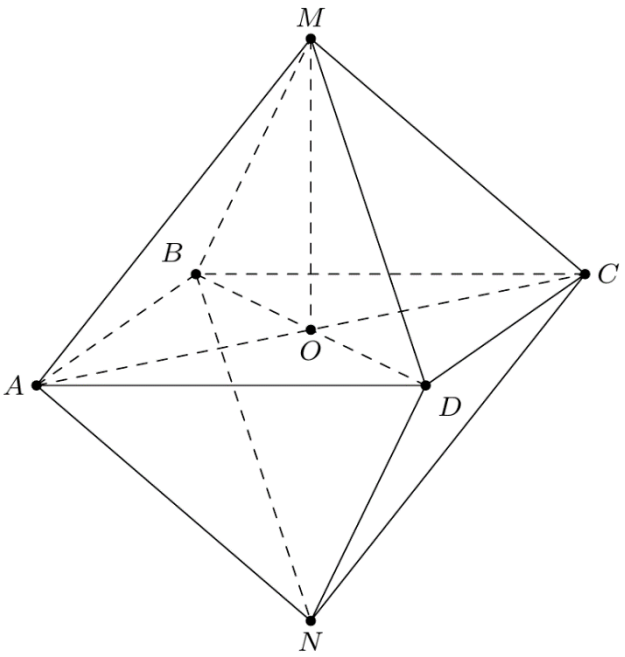
Dựa vào đồ thị ta có:

+) đường thẳng $y=\dfrac{3}{2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm có hoành độ x_0 nên phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ có 1 nghiệm x_1

+) đường thẳng $y=-\dfrac{1}{2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt có hoành độ khác x_1 nên phương trình $f(x)=\dfrac{3}{2}$ có 3 nghiệm phân biệt khác x_0.

Vậy số nghiệm của phương trình $4f^2(x)-4f(x)-3=0$ là 4.

Câu 48: Tính thể tích khối bát diện đều cạnh bằng 2



A. $\frac{8}{3}$. **B.** $\frac{4\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{8\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{16}{3}$.

Lời giải

Chọn C.

Xét khối bát diện như hình vẽ

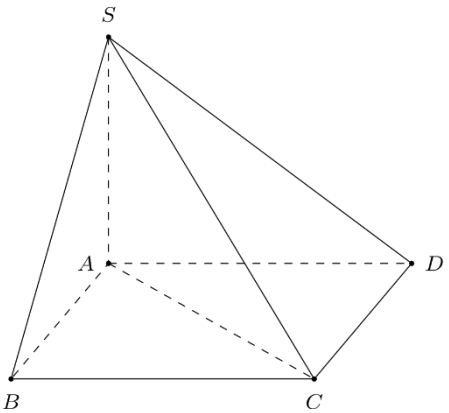
Xét ΔMOD vuông tại O ta có $MO=\sqrt{MD^2-OD^2}=\sqrt{2^2-\left(\frac{2\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{2}$

Diện tích mặt đáy là $S_{ABCD}=2^2=4$

Suy ra thể tích khối chóp $M.ABCD$ là $V_1=\frac{1}{3}MO.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.\sqrt{2}.4=\frac{4\sqrt{2}}{3}$

Vậy thể tích khối bát diện đều là $V=2V_1=2.\frac{4\sqrt{2}}{3}=\frac{8\sqrt{2}}{3}$.

Câu 49: Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=a$, $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=a$, $AD=a\sqrt{2}$. Tính góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$



A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Lời giải

Chọn D .

Ta có $SA \perp (ABCD)$ suy ra AC là hình chiếu của SC lên mặt phẳng $(ABCD)$

Suy ra $(SC;(ABCD)) = (SC;AC) = SCA$

Xét ΔABC vuông tại A ta có $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = \sqrt{a^2 + \left(a\sqrt{2}\right)^2} = a\sqrt{3}$

Xét ΔSAC vuông tại A ta có $\tan SCA = \dfrac{SA}{AC} = \dfrac{a}{a\sqrt{3}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow SCA = 30°$

Vậy góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $30°$.

Câu 50: Cho tập hợp M có 12 phần tử. Tìm số tập con có hai phần tử của M

A. A_{12}^2. **B.** C_{12}^{10}. **C.** A_{12}^{10}. **D.** 12^2.

Lời giải

Chọn B .

Số tập con có hai phần tử của M là $C_{12}^2 = C_{12}^{12-2} = C_{12}^{10}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN VĨNH PHÚC

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT LẦN 1
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

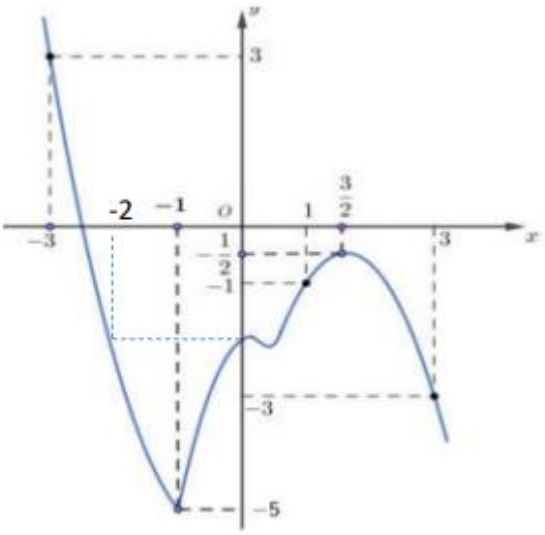
Câu 1. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-1-i|=\frac{2\sqrt{5}}{5}$; $|z-2-mi|=|z+m|$ với m là số thực tùy ý. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2. Gọi S là tập các giá trị của m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất với $I(1;1)$. Tổng bình phương các phần tử S bằng

A. $\frac{17}{4}$. **B.** 65. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 80.

Câu 2. Cho $4^x+4^{-x}=7$. Khi đó biểu thức $P=\frac{5-2^x-2^{-x}}{3+2^{x+1}+2^{1-x}}=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản và $a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a+b$ có giá trị bằng

A. 8. **B.** 11. **C.** 17. **D.** 4.

Câu 3. Cho hàm $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;3]$

A. $M=0$. **B.** $M=-3$. **C.** $M=3$. **D.** $M=-\frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hai số thực dương a, b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

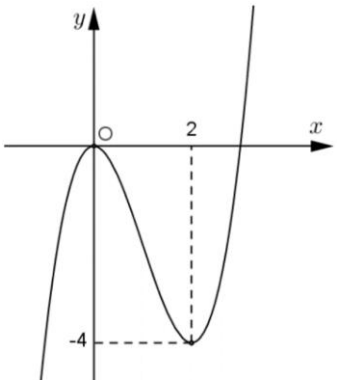
A. $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{5\log_a b+1}{3}$. **B.** $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{\log_a b+5}{3}$.

C. $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{5}{3}\log_a b$. **D.** $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{1}{5}\log_a b$.

Câu 5. Phương trình $2\log_3(\tan x)=\log_2(\sin x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2021\pi)$?

A. 1011 nghiệm. **B.** 1010 nghiệm.
C. 2021 nghiệm. **D.** 2022 nghiệm.

Câu 6. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y=\left|f\left(x^2\right)-x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

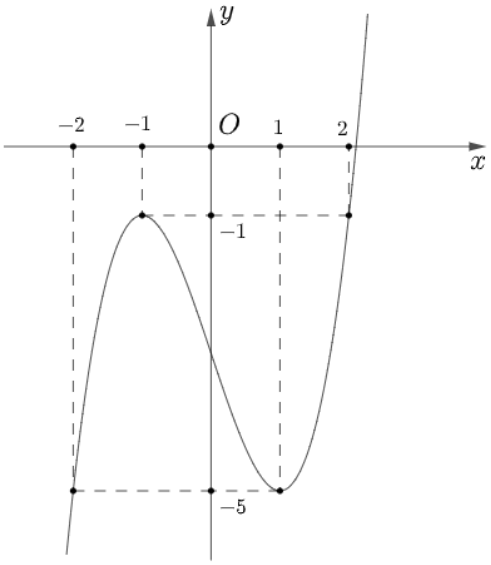
Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{2}$. Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4)+1>0$

A. $\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$. **B.** $\left[4;\dfrac{13}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{13}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{13}{2};+\infty\right)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $M=0$. **B.** $M=-1$. **C.** $M=1$. **D.** $M=2$.

Câu 10. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-5}{x-1}$.

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P):x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu

vuông góc của A, B trên Δ. Biết rằng khi $AH = BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 5 - 2t \\ z = t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 4 - t \\ y = 5 + 2t \\ z = 1 \end{cases}$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z = 3 + 5i$ là

A. $\bar{z} = 3 - 5i$. **B.** $\bar{z} = -3 + 5i$. **C.** $\bar{z} = 3 + 5i$. **D.** $\bar{z} = -3 - 5i$.

Câu 13. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 120°. Mặt phẳng qua trục của (N), cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 4. Tính thể tích khối nón (N).

A. $V = 8\pi$. **B.** $V = 4\sqrt{3}\pi$. **C.** $V = 3\pi$. **D.** $V = 6\pi$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(3;2;1)$ là trung điểm của đoạn thẳng MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN = 4\sqrt{6}$. **B.** $MN = 2\sqrt{6}$. **C.** $MN = 6\sqrt{2}$. **D.** $MN = 2\sqrt{14}$.

Câu 15. Nguyên hàm của hàm số $y = x^2 - 3x - \dfrac{1}{x}$ là

A. $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \dfrac{1}{x^2} + C$. **B.** $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln|x| + C$.

C. $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} - \ln|x| + C$. **D.** $\dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3x^2}{2} + \ln x + C$.

Câu 16. Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là:

A. $\dfrac{68}{75}$. **B.** $\dfrac{65}{71}$. **C.** $\dfrac{443}{506}$. **D.** $\dfrac{69}{77}$.

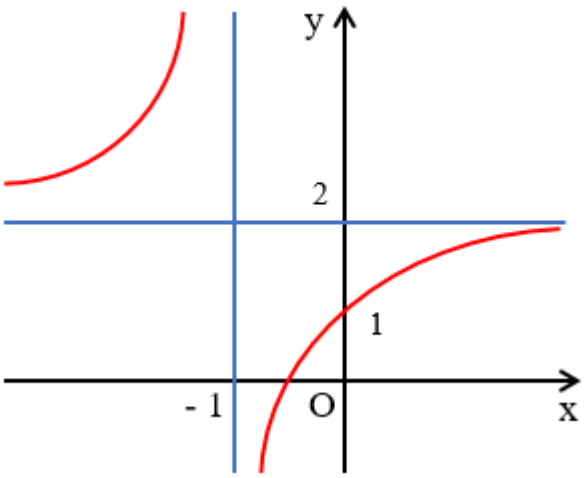
Câu 17. Cho $I = \int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{dx} = 3$. Khi đó $J = \int_{-1}^{2} [3f(x) - 4]\mathrm{dx}$ bằng:

A. 2. **B.** -1. **C.** 5. **D.** -3.

Câu 18. Tính thể tích V của khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V = a^3$. **B.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V = \dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V = 3a^3$.

Câu 19. Cho hàm số $y = \dfrac{ax + b}{x + 1}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng



A. $a<b$. **B.** $ab<0$. **C.** $ab>0$. **D.** $b<a<0$.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x+\cos 2x$ là

A. $\dfrac{4^x}{\ln 4}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **B.** $4^x\ln 4+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

C. $4^x\ln 4-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{4^x}{\ln 4}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_3^7 f(x)dx=10$. Tính $I=\int\limits_0^2 xf\left(x^2+3\right)dx$.

A. $I=20$. **B.** $I=\dfrac{5}{2}$. **C.** $I=10$. **D.** $I=5$.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** Vô số.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz là :

A. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=a\sqrt{3}$, $ABC=60^0$. Gọi M là trung điểm của BC. Biết $SA=SB=SM=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách d từ đỉnh S đến mặt phẳng (ABC)

A. $d=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=a$. **C.** $d=2a$. **D.** $d=a\sqrt{3}$.

Câu 25. Tìm số thực dương m thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-m}{mx+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng $-\dfrac{1}{3}$

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=4$. **D.** $m=3$.

Câu 26. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2+6z+5=0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Điểm nào dưới đây có điểm biểu diễn của số phức z_1+3z_2?

A. $Q(6;1)$. **B.** $M(-6;1)$. **C.** $N(-1;-6)$. **D.** $P(-6;-1)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (P) đi qua C,M và song song với AB cắt SB tại N. Biết khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ theo V.

A. $V_{S.MNC}=2V$. **B.** $V_{S.MNC}=4V$. **C.** $V_{S.MNC}=\frac{1}{4}V$. **D.** $V_{S.MNC}=\frac{1}{2}V$.

Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính tan của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

A. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-6y+2m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\y=3+t\\z=3+2t\end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A. $m=6$. **B.** $m=12$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=-6$.

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(5;7;2),\vec{b}=(3;0;1),\vec{c}=(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$.

A. $\vec{m}(3;-22;3)$. **B.** $\vec{m}(3;22;-3)$. **C.** $\vec{m}(-3;22;-3)$. **D.** $\vec{m}(3;22;3)$.

Câu 31. Cho số phức $z=x+yi$ thỏa mãn $(z-1)|z|=2i(z+1)$. Tính xy.

A. $-\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{25}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $\frac{12}{25}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+9=0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu.

A. $I(2;4;-6)$. **B.** $I(-2;-4;6)$. **C.** $I(-1;-2;3)$. **D.** $I(1;2;-3)$.

Câu 33. Tìm công bội q của cấp số nhân $(u_n),n\in\mathbb{N}^*$ có $u_1=1;u_3=4$

A. $q=1$. **B.** $q=2$. **C.** $q=6$. **D.** $q=3$.

Câu 34. Giá trị của $\log_a\frac{1}{\sqrt{a^3}}$ với $a>0$ và $a\neq1$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}+2(z-\bar{z})=2022-2021i$. Tính môđun của số phức z.

A. $|z|=2022$. **B.** $|z|=\sqrt{2022}$. **C.** $|z|=\sqrt{2021}$. **D.** $|z|=2021$.

Câu 36. Cho số phức $z=1+2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ ?

A. $P(-3;3)$. **B.** $Q(3;2)$. **C.** $N(2;3)$. **D.** $M(3;3)$.

Câu 37. Gọi z_1,z_2,z_3 là các nghiệm phức của phương trình $z^3-5z^2+17z-13=0$. Gọi A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1,z_2,z_3. Tính diện tích tam giác ABC

A. $S_{\Delta ABC}=3$. **B.** $S_{\Delta ABC}=\frac{5}{2}$. **C.** $S_{\Delta ABC}=4$. **D.** $S_{\Delta ABC}=6$.

Câu 38. Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi\left(\text{cm}^2\right)$. Bán kính R của khối cầu bằng

A. $R=3\sqrt{2}\left(\text{cm}\right)$. **B.** $R=\sqrt{6}\left(\text{cm}\right)$. **C.** $R=3\left(\text{cm}\right)$. **D.** $R=6\left(\text{cm}\right)$.

Câu 39: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\log_2 x$. **B.** $y=x^3-1$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=x^2+1$.

Câu 40: Tìm số nguyên dương m sao cho tập nghiệm của bất phương trình $x.2^x-m.2^x-4x+4m<0$ chứa đúng 5 số nguyên dương

A. $m=6$. **B.** $m=9$. **C.** $m=7$. **D.** $m=8$.

Câu 41. Biết $\int_1^2 f(x)\,dx=3$ và $\int_2^5 f(x)\,dx=21$. Tính $\int_1^5 f(x)\,dx$ bằng?

A. 3. **B.** 24. **C.** 18. **D.** −18.

Câu 42. Cho số phức $z=1-3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 3. **B.** −3. **C.** −1. **D.** 1.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng $ABCD$, $SB=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\frac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

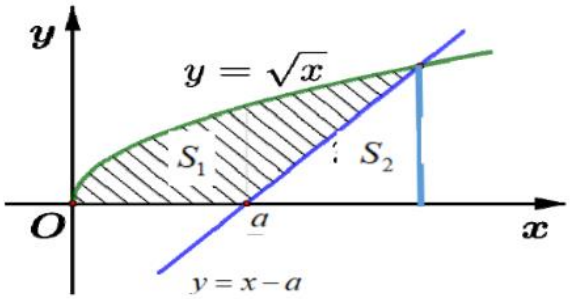
Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10} f(x)\,dx=7$ và $\int_2^{10} f(x)\,dx=3$. Tính $P=\int_0^2 f(x)\,dx$.

A. $P=4$. **B.** $P=10$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$.

Câu 46. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3cm$, độ dài đường cao bằng $4cm$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?

A. $24\pi\ cm^2$. **B.** $22\pi\ cm^2$. **C.** $20\pi\ cm^2$. **D.** $26\pi\ cm^2$.

Câu 47. Cho đường thẳng $y=x-a$ (a là tham số thực dương) và đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=\frac{5}{3}S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{5}{2};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{9}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{9}{5};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)=1$, $\int_0^1 xf'(x)dx=\frac{2}{3}$. Tính tích phân $\int_0^1 xf\left(x^2\right)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 49. Tập xác định của hàm số $y=(x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f\ x$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'\ x\ =\ x+1^{\ 3}\ x^2-2x^{\ 4}\ 1-x^{2\ \ 2021}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

---------- **Hết** ----------

BẢNG ĐÁP ÁN

1C	2B	3D	4B	5A	6B	7C	8A	9B	10C	11C	12A	13A	14B	15C
16D	17D	18B	19C	20D	21D	22A	23D	24B	25B	26D	27C	28C	29D	30D
31B	32C	33B	34A	35B	36D	37A	38A	39B	40B	41B	42A	43D	44C	45A
46B	47C	48C	49D	50A										

Câu 1. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-1-i|=\frac{2\sqrt{5}}{5}$; $|z-2-mi|=|z+m|$ với m là số thực tùy ý. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2. Gọi S là tập các giá trị của m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất với $I(1;1)$. Tổng bình phương các phần tử S bằng

A. $\frac{17}{4}$. **B.** 65. **C.** $\frac{5}{4}$. **D.** 80.

Lời giải

Gọi $z=x+yi$, khi đó $|z-1-i|=\frac{2\sqrt{5}}{5}\Leftrightarrow(x-1)^2+(y-1)^2=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2$.

Đường tròn $(C):(x-1)^2+(y-1)^2=\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2$ có tâm $I(1;1)$, bán kính $R=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Và $|z-2-mi|=|z+m|\Leftrightarrow(x-2)^2+(y-m)^2=(x+m)^2+y^2\Leftrightarrow(2m+4)x+2my-4=0(d)$.

Để đường thẳng (d) cắt (C) thì $d_{(I,d)}<R\Leftrightarrow\frac{|4m|}{\sqrt{8m^2+16m+16}}<\frac{2\sqrt{5}}{5}\Leftrightarrow-\frac{2}{3}<m<2$.

Suy ra 2 điểm A, B là giao điểm của (d) và (C) và $IA=IB=\frac{2\sqrt{5}}{5}$.

Lại có $S_{IAB}=\frac{1}{2}.IA.IB.\sin BIA\le\frac{1}{2}.IA.IB=\frac{1}{2}.\left(\frac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2=\frac{2}{5}\Rightarrow\text{Max}\,S_{IAB}=\frac{2}{5}$, khi $BIA=90°$.

Xét tam giác IAB có $BIA=90°$, có $AB=IA\sqrt{2}=\frac{2\sqrt{10}}{5}\Rightarrow d_{(I,d)}=d_{(I,AB)}=\frac{AB}{2}=\frac{\sqrt{10}}{5}$.

Do đó $\frac{\sqrt{10}}{5}=\frac{|4m|}{\sqrt{8m^2+16m+16}}\Leftrightarrow 320m^2-160m-160=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\quad(tm)\\ m=-\frac{1}{2}\,(tm)\end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương các phần tử S bằng $1^2+\left(-\frac{1}{2}\right)^2=\frac{5}{4}$.

Câu 2. Cho $4^x+4^{-x}=7$. Khi đó biểu thức $P=\frac{5-2^x-2^{-x}}{3+2^{x+1}+2^{1-x}}=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ tối giản và $a\in\mathbb{Z}, b\in\mathbb{Z}^+$. Tính tổng $a+b$ có giá trị bằng

A. 8. **B.** 11. **C.** 17. **D.** 4.

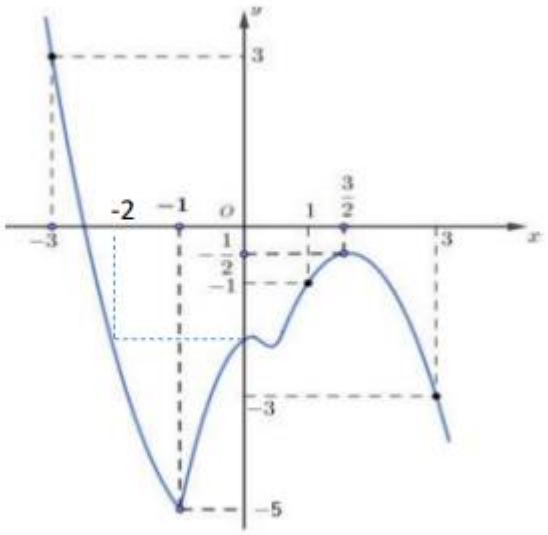
Lời giải

Ta có: $\left(2^x+2^{-x}\right)^2=4^x+4^{-x}+2.2^x.2^{-x}=7+2=9$. Suy ra: $2^x+2^{-x}=3$.

$$P=\frac{5-2^{x}-2^{-x}}{3+2^{x+1}+2^{1-x}}=\frac{5-\left(2^{x}+2^{-x}\right)}{3+2\left(2^{x}+2^{-x}\right)}=\frac{5-3}{3+2.3}=\frac{2}{9}$$

Suy ra: $a=2,\ b=9\Rightarrow a+b=11$.

Câu 3. Cho hàm $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;3]$

A. $M=0$. **B.** $M=-3$. **C.** $M=3$. **D.** $M=-\frac{1}{2}$.

Lời giải

Từ đồ thị ta được GTLN của hàm số đã cho trên $[-2;3]$ bằng khi đó $-\frac{1}{2}$.

Câu 4. Cho hai số thực dương a,b với $a\neq 1$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{5\log_a b+1}{3}$. **B.** $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{\log_a b+5}{3}$.

C. $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{5}{3}\log_a b$. **D.** $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{1}{5}\log_a b$.

Lời giải

Ta có : $\log_a \sqrt[3]{ba^5}=\frac{1}{3}\log_a(ba^5)=\frac{1}{3}\left(\log_a b+\log_a a^5\right)=\frac{\log_a b+5}{3}$.

Câu 5. Phương trình $2\log_3(\tan x)=\log_2(\sin x)$ có bao nhiêu nghiệm trong khoảng $(0;2021\pi)$?

A. 1011 nghiệm. **B.** 1010 nghiệm.
C. 2021 nghiệm. **D.** 2022 nghiệm.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}\tan x>0\\ \sin x>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\cos x>0\\ \sin x>0\end{cases}$

Đặt:

$$2\log_3(\tan x)=\log_2(\sin x)=t\Rightarrow\begin{cases}\sin x=2^{t}\\ \tan x=3^{\frac{t}{2}}\end{cases}$$

Từ: $\tan^2 x\left(1-\sin^2 x\right)=\sin^2 x\Rightarrow 3^{t}\left(1-4^{t}\right)=4^{t}\Leftrightarrow 1=\left(\frac{4}{3}\right)^{t}+4^{t}\ (1)$

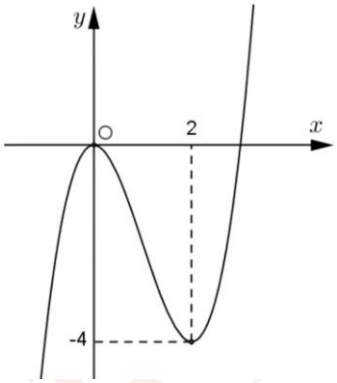
Nhận xét pt (1) có vế phải là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, nên pt (1) có tối đa 1 nghiệm là $t=-1$.
Ta được:

$$\begin{cases}\sin x=\dfrac{1}{2}\,(t/m)\\ \tan x=\dfrac{1}{\sqrt{3}}\,(t/m)\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\,(k\in\mathbb{Z})\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\\ x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi\end{array}\right.$$

Do $x\in(0;2021\pi)\Rightarrow 0<\dfrac{\pi}{6}+k2\pi<2021\pi\Leftrightarrow -\dfrac{1}{12}<k<\dfrac{12125}{12}$.

Nên có 1011 nghiệm.

Câu 6. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y=\left|f\left(x^2\right)-x^2\right|$ có tối đa bao nhiêu điểm cực trị?

A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 4.

Lời giải

Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2\right)-x^2$.

Ta có $g'(x)=2xf'\left(x^2\right)-2x$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ f'\left(x^2\right)=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=a\,(a>2)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{a}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{a}$		0		$\sqrt{a}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(a)-a$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(a)-a$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $y=g(x)$ có 3 điểm cực trị và đồ thị hàm số cắt Ox tại tối đa 4 điểm.

Vậy hàm số $y=\left|f\left(x^2\right)-x^2\right|$ có tối đa 7 điểm cực trị.

Câu 7. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{-1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{2}$ đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;1;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-1;2;0)$.

Lời giải

Đường thẳng d có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{u_1}=(-1;2;2)$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{5}}(x-4)+1>0$

A. $\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$. **B.** $\left[4;\dfrac{13}{2}\right)$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{13}{2}\right)$. **D.** $\left(\dfrac{13}{2};+\infty\right)$.

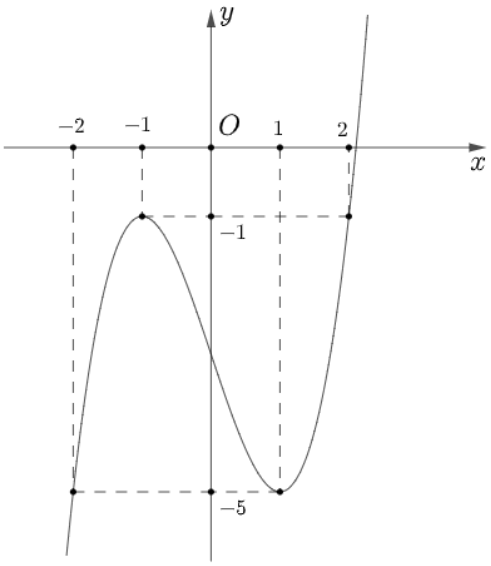
Lời giải

Điều kiện: $x-4>0\Leftrightarrow x>4$.

$\log_{\frac{2}{5}}(x-4)>-1\Leftrightarrow x-4<\dfrac{5}{2}\Leftrightarrow x<\dfrac{13}{2}$.

Vậy $S=\left(4;\dfrac{13}{2}\right)$.

Câu 9. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$.



A. $M=0$. **B.** $M=-1$. **C.** $M=1$. **D.** $M=2$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta thấy $\max\limits_{x\in[-2;2]}f(x)=-1$ tại $x=-1$ hoặc $x=2$.

Câu 10. Tìm tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-5}{x-1}$.

A. $y=5$. **B.** $y=1$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

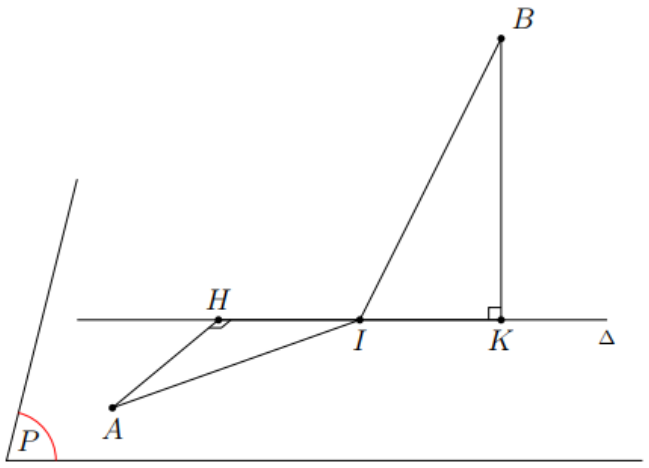
Lời giải

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-5}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;4;5)$ và mặt phẳng $(P): x+2y+3z-14=0$. Gọi Δ là một đường thẳng thay đổi nằm trong mặt phẳng (P). Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A, B trên Δ. Biết rằng khi $AH=BK$ thì trung điểm của HK luôn thuộc một đường thẳng d cố định, phương trình của đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=4+t \\ y=5-2t \\ z=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=4-t \\ y=5+2t \\ z=t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=4+t \\ y=5-2t \\ z=t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=4-t \\ y=5+2t \\ z=1 \end{cases}$.

Lời giải



Ta thấy $A\in(P), B\notin(P)$.

Gọi I là trung điểm của $HK \Rightarrow I\in(P)$.

Ta có $\Delta BKI=\Delta AHI\,(c-g-c)\Rightarrow IA=IB \Rightarrow I$ luôn nằm trong mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn AB. Do đó $I\in d=(P)\cap(Q)$.

Mặt phẳng (Q) đi qua trung điểm $J(2;3;4)$ của AB và nhận $\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}=(1;1;1)$ làm véc-tơ pháp tuyến nên $(Q): x+y+z-9=0$.

Xét hệ $\begin{cases} x+y+z-9=0 \\ x+2y+3z-14=0 \end{cases}$.

Chọn $z=0$ ta được $\begin{cases} x+y-9=0 \\ x+2y-14=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=4 \\ y=5 \end{cases}$. Suy ra $M(4;5;0)\in d$.

Mặt phẳng $(Q): x+y+z-9=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_Q}=(1;1;1)$.

Mặt phẳng $(P): x+2y+3z-14=0$ có véc-tơ pháp tuyến $\overrightarrow{n_P}=(1;2;3)$.

Đường thẳng d đi qua $M(4;5;0)$, nhận $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{n_Q},\overrightarrow{n_P}\right]=(1;-2;1)$ làm véc tơ chỉ phương nên d phương trình tham số là: $\begin{cases}x=4+t\\y=5-2t\\z=t\end{cases}$.

Vậy $d:\begin{cases}x=4+t\\y=5-2t\\z=t\end{cases}$.

Câu 12. Số phức liên hợp của số phức $z=3+5i$ là

A. $\bar{z}=3-5i$. **B.** $\bar{z}=-3+5i$. **C.** $\bar{z}=3+5i$. **D.** $\bar{z}=-3-5i$.

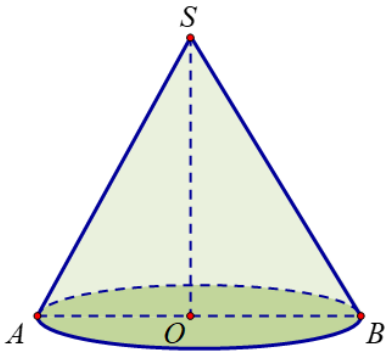
Lời giải

Số phức liên hợp của số phức $z=3+5i$ là $\bar{z}=3-5i$.

Câu 13. Cho hình nón (N) có góc ở đỉnh bằng 120°. Mặt phẳng qua trục của (N), cắt (N) theo một thiết diện là tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng 4. Tính thể tích khối nón (N).

A. 8π. **B.** $4\sqrt{3}\pi$. **C.** 3π. **D.** 6π.

Lời giải



Gọi tam giác SAB là thiết diện của hình nón khi cắt bởi mặt phẳng đi qua đỉnh

R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác SAB, r là bán kính hình nón

Áp dụng định lý sin trong tam giác SAB ta có:

$$\frac{AB}{\sin ASB}=2R\Rightarrow AB=2R.\sin ASB=4\sqrt{3}\Rightarrow r=\frac{AB}{2}=2\sqrt{3}$$

Mặt khác, $\tan OSB=\frac{OB}{SO}\Rightarrow SO=h=\frac{OB}{\tan OSB}=\frac{r}{\tan 60^0}=2$

Thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2.h\Rightarrow V=\frac{1}{3}\pi\left(2\sqrt{3}\right)^2.2=8\pi$.

Câu 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$ và đường thẳng $d: \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(3;2;1)$ là trung điểm của MN. Tính độ dài đoạn MN.

A. $MN=4\sqrt{6}$. **B.** $MN=2\sqrt{6}$. **C.** $MN=6\sqrt{2}$. **D.** $MN=2\sqrt{14}$.

Lời giải

Do $N=\Delta\cap d$ nên gọi $N(-2+2t;1+t;1-t)$.

Mà $A(3;2;1)$ là trung điểm của $MN \Rightarrow M(8-2t;3-t;1+t)$.

Mặt khác, $M\in(P)\Rightarrow 2(8-2t)-(3-t)+1+t-10=0\Leftrightarrow -2t+4=0\Leftrightarrow t=2$.

Suy ra: $M(4;1;3)$ và $N(2;3;-1)$.

Vậy độ dài $MN=\sqrt{(-2)^2+2^2+(-4)^2}=2\sqrt{6}$.

Câu 15. Nguyên hàm của hàm số $y=x^2-3x-\dfrac{1}{x}$ là

A. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\dfrac{1}{x^2}+C$. **B.** $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln|x|+C$.

C. $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$. **D.** $\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}+\ln x+C$.

Lời giải

Có $\int\left(x^2-3x-\dfrac{1}{x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3x^2}{2}-\ln|x|+C$.

Câu 16. Trong một lớp học gồm có 18 học sinh nam và 17 học sinh nữ. Giáo viên gọi ngẫu nhiên 4 học sinh lên bảng giải bài tập. Xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là:

A. $\dfrac{68}{75}$. **B.** $\dfrac{65}{71}$. **C.** $\dfrac{443}{506}$. **D.** $\dfrac{69}{77}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega)=C_{35}^4=52360$.

Số cách gọi 4 học sinh lên bảng giải bài tập mà cả 4 bạn đều là nữ là: C_{17}^4

Số cách gọi 4 học sinh lên bảng giải bài tập mà cả 4 bạn đều là nam là: C_{18}^4

Gọi A là biến cố: "4 học sinh được gọi có cả nam và nữ".

Suy ra: $n(A)=C_{35}^4-\left(C_{17}^4+C_{18}^4\right)=46920$.

Vậy xác suất để 4 học sinh được gọi có cả nam và nữ là:

$$p(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{46920}{52360}=\frac{69}{77}.$$

Câu 17. Cho $I=\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{dx}=3$. Khi đó $J=\int_{-1}^{2}\left[3f(x)-4\right]\mathrm{dx}$ bằng:

A. 2. **B.** -1. **C.** 5. **D.** -3.

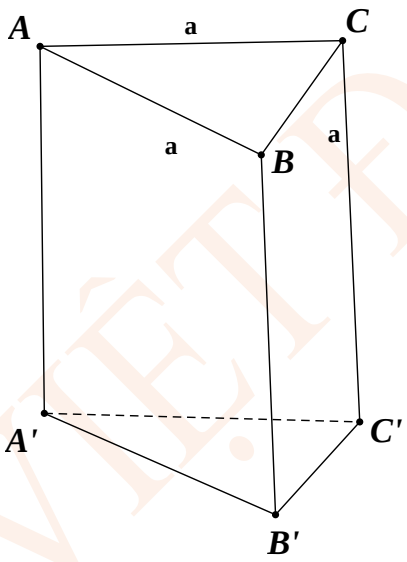
Lời giải

Ta có: $J=\int_{-1}^{2}\left[3f(x)-4\right]\mathrm{dx}=\int_{-1}^{2}3f(x)\mathrm{dx}-4\int_{-1}^{2}\mathrm{dx}=3\times3-12=-3$.

Câu 18. Tính thể tích V của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a.

A. $V=a^3$. **B.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **C.** $V=\frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **D.** $V=3a^3$.

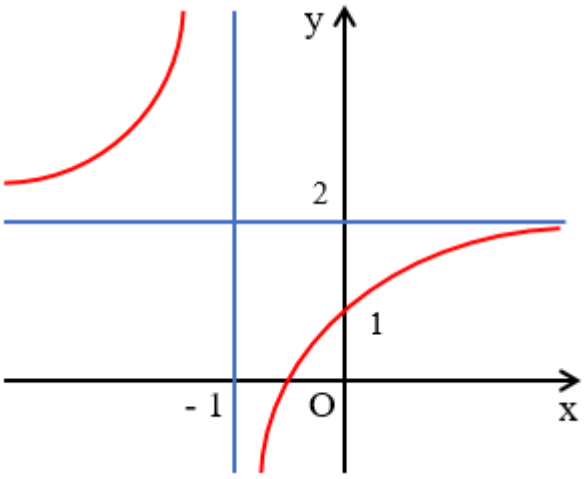
Lời giải



Do tam giác ABC là tam giác đều cạnh bằng a nên $S_{ABC}=\frac{1}{2}a.a.\sin 60^\circ=\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Thể tích V của khối lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$ là: $V_{ABC.A'B'C'}=AA'.S_{ABC}=a.\frac{a^2\sqrt{3}}{4}=\frac{a^3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 19. Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+1}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây là đúng



A. $a<b$. **B.** $ab<0$. **C.** $ab>0$. **D.** $b<a<0$.

Lời giải

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{ax+b}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{a+\dfrac{b}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=a$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{ax+b}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{a+\dfrac{b}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=a$ nên $y=a$ là phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị có phương trình đường tiệm cận ngang $y=2$ nên $a=2$.

Đồ thị đi qua điểm $(0;1)$ nên thay $x=0;\ y=1$ vào hàm số ta được: $1=\dfrac{a.0+b}{0+1}\Rightarrow b=1$

Vậy $ab=2>0$.

Câu 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x+\cos 2x$ là

A. $\dfrac{4^x}{\ln 4}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **B.** $4^x\ln 4+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

C. $4^x\ln 4-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{4^x}{\ln 4}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

Lời giải

Ta có $\int\left(4^x+\cos 2x\right)dx=\dfrac{4^x}{\ln 4}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

Câu 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int\limits_3^7 f(x)dx=10$. Tính $I=\int\limits_0^2 xf\left(x^2+3\right)dx$.

A. $I=20$. **B.** $I=\dfrac{5}{2}$. **C.** $I=10$. **D.** $I=5$.

Lời giải

Đặt $t=x^2+3\Rightarrow dt=2xdx\Rightarrow xdx=\dfrac{dt}{2}$.

Đổi cận:

x	0	2
t	3	7

$\Rightarrow I=\int\limits_0^2 xf\left(x^2+3\right)dx=\dfrac{1}{2}\int\limits_3^7 f(t)dt=\dfrac{1}{2}\int\limits_3^7 f(x)dx=5$.

Câu 22. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định?

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** Vô số.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'<0,\forall x\neq -m\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Mà m là số nguyên nên $m \in \{-1;0;1\}$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thoả yêu cầu bài toán.

Câu 23. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $I(3;4;2)$. Phương trình mặt cầu tâm I và tiếp xúc với trục Oz là :

A. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=16$. **B.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=4$.

C. $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=5$. **D.** $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

Lời giải

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên trục Oz, suy ra $H(0;0;2)$.

Ta có: $\overrightarrow{HI}=(3;4;0)$.

Mặt cầu tâm I và tiếp xúc trục Oz có bán kính:

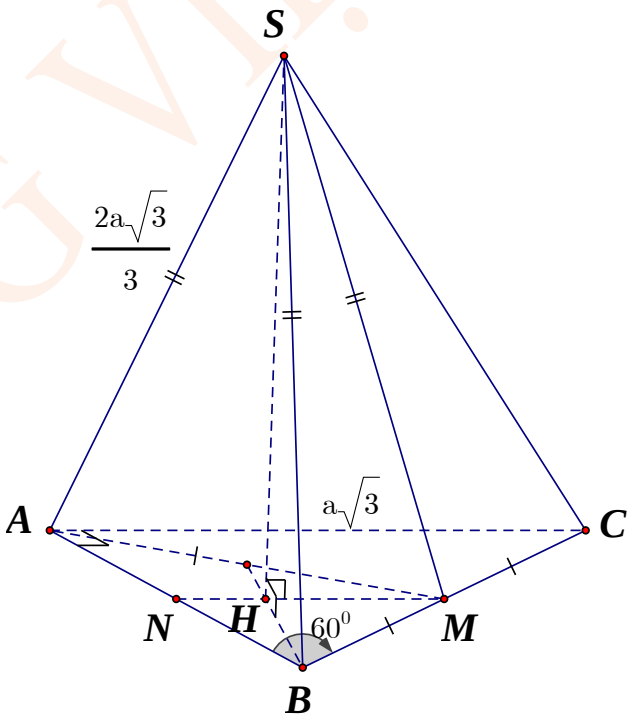
$R=d(I,Oz)=HI=\sqrt{3^2+4^2+0^2}=5$.

Suy ra phương trình mặt cầu: $(x-3)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=25$.

Câu 24. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AC=a\sqrt{3}$, $ABC=60^0$. Gọi M là trung điểm của BC. Biết $SA=SB=SM=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Tính khoảng cách d từ đỉnh S đến (ABC)

A. $d=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. **B.** $d=a$. **C.** $d=2a$. **D.** $d=a\sqrt{3}$.

Lời giải



Vì ΔABC vuông tại A, M là trung điểm của BC và $ABC=60^0$ suy ra ΔABM đều.

$SA=SB=SM=\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}$. Suy ra, hình chóp $S.ABM$ đều.

Xét ΔABC: $\sin 60^0 = \dfrac{AC}{BC} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow BC = 2a \Rightarrow AM = AB = BM = a$.

Gọi H là trọng tâm ΔABC nên H là chân đường cao kẻ từ S xuống (ABC).

ΔABC đều cạnh a nên $MH = \dfrac{2}{3}MN = \dfrac{2}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$ (với N là trung điểm AB).

Xét ΔSHM vuông tại H: $d\left(S,(ABC)\right) = SH = \sqrt{SM^2 - MH^2} = \sqrt{\left(\dfrac{2a\sqrt{3}}{3}\right)^2 - \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2} = a$.

Câu 25. Tìm số thực dương m thỏa mãn giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x-m}{mx+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng $-\dfrac{1}{3}$

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 3$.

Lời giải

Ta có $y' = \dfrac{1+m^2}{(mx+1)^2} > 0, \forall x \neq -\dfrac{1}{m} \Rightarrow$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định .

Điều kiện trước tiên để trên đoạn $[1;2]$ ta có giá trị nhỏ nhất là

$y(1) = \dfrac{1-m}{m+1} = -\dfrac{1}{3} \Rightarrow 3 - 3m = -m - 1 \Rightarrow m = 2$ (kiểm tra lại thỏa mãn).

Câu 26. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Điểm nào dưới đây có điểm biểu diễn của số phức $z_1 + 3z_2$?

A. $Q(6;1)$. **B.** $M(-6;1)$. **C.** $N(-1;-6)$. **D.** $P(-6;-1)$.

Lời giải

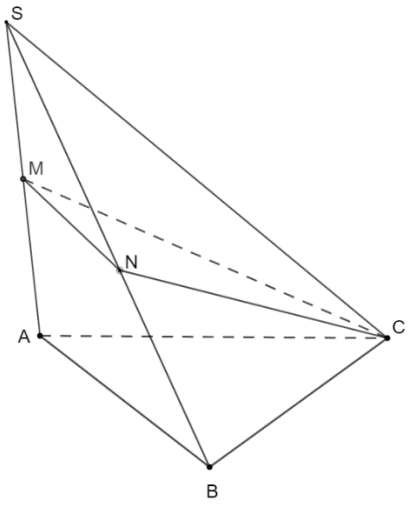
Ta có $2z^2 + 6z + 5 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} z_1 = -\dfrac{3}{2} + \dfrac{1}{2}i \\ z_2 = -\dfrac{3}{2} - \dfrac{1}{2}i \end{array}\right.$.

Nên $z_1 + 3z_2 = -6 - i$. Vậy điểm cần tìm là $P(-6;-1)$.

Câu 27. Cho hình chóp $S.ABC$ có M là trung điểm của SA. Mặt phẳng (P) đi qua C, M và song song AB cắt SB tại N. Biết khối chóp $S.ABC$ có thể tích bằng V. Tính thể tích khối chóp $S.MNC$ theo V.

A. $V_{S.MNC} = 2V$. **B.** $V_{S.MNC} = 4V$. **C.** $V_{S.MNC} = \dfrac{1}{4}V$. **D.** $V_{S.MNC} = \dfrac{1}{2}V$.

Lời giải



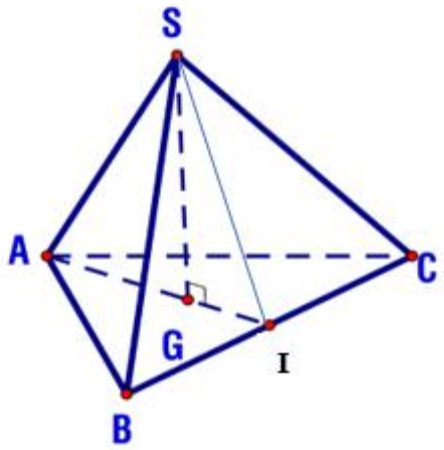
Vì mặt phẳng (P) đi qua C, M và song song AB cắt SB tại N nên N cũng là trung điểm SB.

Ta có $\frac{V_{SMNC}}{V_{SABC}} = \frac{SM}{SA}.\frac{SN}{SB}.\frac{SC}{SC} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}.1 = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{SMNC} = \frac{1}{4}V_{SABC} = \frac{1}{4}V$.

Câu 28. Cho hình chóp tam giác đều có cạnh đáy bằng a. Góc giữa cạnh bên và mặt đáy bằng 60°. Tính tan của góc giữa mặt bên và mặt đáy của hình chóp.

A. $\frac{1}{2\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Lời giải.



Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC.

Vì $S.ABC$ là hình chóp tam giác đều nên $SG \perp (ABC)$.

Suy ra $(SA,(ABC)) = (SA,AG) = SAG \Rightarrow SAG = 60^\circ$.

Tam giác SAG vuông tại G có $\tan SAG = \frac{SA}{AG} \Rightarrow SG = AG.\tan 60^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{3}.\sqrt{3} = a$.

Gọi I là trung điểm của BC, suy ra $\left((SBC),(ABC)\right)=(SI,GI)=SIG$.

Tam giác SIG vuông tại G có $\tan SIG=\dfrac{SG}{IG}=\dfrac{a}{\frac{a\sqrt{3}}{6}}=2\sqrt{3}$.

Suy ra $\tan\left((SBC),(ABC)\right)=2\sqrt{3}$.

Câu 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-6y+2m=0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=4+2t\\y=3+t\\z=3+2t\end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$. Giá trị của m là

A. $m=6$. **B.** $m=12$. **C.** $m=-12$. **D.** $m=-6$.

Lời giải.

Mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ và bán kính $R=\sqrt{13-2m}$ với $m<\dfrac{13}{2}$.

Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(4;3;3)$ và có một vtcp là $\vec{u}=(2;1;2)$.

Khoảng cách từ tâm I đến đường thẳng Δ bằng

$$d=d(I;\Delta)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{IM},\vec{u}\right]\right|}{|\vec{u}|}=3.$$

Vì đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=8$ nên ta có

$d^2+\dfrac{AB^2}{4}=R^2\Leftrightarrow 3^2+16=13-2m\Leftrightarrow m=-6$.(thỏa điều kiện)

Câu 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vecto $\vec{a}=(5;7;2),\vec{b}=(3;0;1),\vec{c}=(-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vecto $\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}$.

A. $\vec{m}(3;-22;3)$. **B.** $\vec{m}(3;22;-3)$. **C.** $\vec{m}(-3;22;-3)$. **D.** $\vec{m}(3;22;3)$.

Lời giải.

Ta có

$\vec{m}=3\vec{a}-2\vec{b}+\vec{c}=(3.5-2.3-6;3.7-2.0+1;3.2-2.1-1)=(3;22;3)$.

Câu 31. Cho số phức $z=x+yi$ thỏa mãn $(z-1)|z|=2i(z+1)$. Tính xy.

A. $-\frac{12}{5}$. **B.** $-\frac{12}{25}$. **C.** $\frac{12}{5}$. **D.** $\frac{12}{25}$.

Lời giải

Ta có: $(z-1)|z|=2i(z+1)\Leftrightarrow z=\frac{|z|+2i}{|z|-2i}$

$\Rightarrow |z|=\left|\frac{|z|+2i}{|z|-2i}\right|=1$ (do $|z|+2i,|z|-2i$ là 2 số phức liên hợp nên modul của chúng bằng nhau)

Thay trở lại ta có $(z-1)=2i(z+1)\Leftrightarrow z=\frac{1+2i}{1-2i}=-\frac{3}{5}+\frac{4}{5}i$.

Vậy $x=-\frac{3}{5}, y=\frac{4}{5}\Rightarrow xy=-\frac{12}{25}$.

Câu 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2+y^2+z^2+2x+4y-6z+9=0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu.

A. $I(2;4;-6)$. **B.** $I(-2;-4;6)$. **C.** $I(-1;-2;3)$. **D.** $I(1;2;-3)$.

Lời giải

Tâm $I(-1;-2;3)$

Câu 33. Tìm công bội q của cấp số nhân $(u_n), n\in\mathbb{N}^*$ có $u_1=1; u_3=4$

A. $q=1$. **B.** $q=2$. **C.** $q=6$. **D.** $q=3$.

Lời giải

Ta có $u_3=u_1.q^2\Leftrightarrow 4=q^2\Leftrightarrow q=\pm 2$.

Câu 34. Giá trị của $\log_a\frac{1}{\sqrt{a^3}}$ với $a>0$ và $a\neq 1$ bằng

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{2}{3}$. **D.** $\frac{2}{3}$.

Lời giải

Ta có: $\log_a\frac{1}{\sqrt{a^3}}=\log_a a^{-\frac{3}{2}}=-\frac{3}{2}$.

Câu 35. Cho số phức z thỏa mãn $z.\bar{z}+2(z-\bar{z})=2022-2021i$. Tính môđun của số phức z.

A. $|z|=2022$. **B.** $|z|=\sqrt{2022}$. **C.** $|z|=\sqrt{2021}$. **D.** $|z|=2021$.

Lời giải

Giả sử số phức z có dạng $z=a+bi$ $(a,b\in\mathbb{R})$.

Ta có: $z.\bar{z}+2(z-\bar{z})=2022-2021i$

$\Leftrightarrow a^2+b^2+4bi=2022-2021i\Leftrightarrow\begin{cases}a^2+b^2=2022\Rightarrow|z|^2=2022\Rightarrow|z|=\sqrt{2022}\\4b=-2021\end{cases}$.

Câu 36. Cho số phức $z=1+2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ ?

A. $P(-3;3)$. **B.** $Q(3;2)$. **C.** $N(2;3)$. **D.** $M(3;3)$.

Lời giải

Điểm biểu diễn của số phức $w=z+i\bar{z}=1+2i+i(1-2i)=3+3i$ trên mặt phẳng tọa độ là $M(3;3)$.

Câu 37. Gọi z_1,z_2,z_3 là các nghiệm phức của phương trình $z^3-5z^2+17z-13=0$. Gọi A,B,C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1,z_2,z_3. Tính diện tích tam giác ABC

A. $S_{\Delta ABC}=3$. **B.** $S_{\Delta ABC}=\frac{5}{2}$. **C.** $S_{\Delta ABC}=4$. **D.** $S_{\Delta ABC}=6$.

Lời giải

Ta có : $z^3-5z^2+17z-13=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}z_1=1\\z_2=2+3i\\z_3=2-3i\end{array}\right.$.

Khi đó $A(1;0);B(2;3);C(2;-3)$, suy ra $\overrightarrow{AB}=(1;3);\overrightarrow{AC}=(1;-3)$.

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\left|\left[\overrightarrow{AB};\overrightarrow{AC}\right]\right|=\frac{1}{2}|1.(-3)-1.3|=3$.

Câu 38. Cho mặt cầu có diện tích bằng $72\pi(\text{cm}^2)$. Bán kính R của khối cầu bằng

A. $R=3\sqrt{2}(\text{cm})$. **B.** $R=\sqrt{6}(\text{cm})$. **C.** $R=3(\text{cm})$. **D.** $R=6(\text{cm})$.

Lời giải

Diện tích mặt cầu $S=4\pi R^2=72\pi(\text{cm}^2)\Rightarrow R=3\sqrt{2}(\text{cm})$.

Câu 39: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $\log_2 x$. **B.** $y=x^3-1$. **C.** $y=\tan x$. **D.** $y=x^2+1$.

Lời giải

Xét hàm số $y=x^3-1$

Ta có: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2\Rightarrow y'\geq 0,\forall x\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 40: Tìm số nguyên dương m sao cho tập nghiệm của bất phương trình $x.2^x-m.2^x-4x+4m<0$ chứa đúng 5 số nguyên dương

A. $m=6$. **B.** $m=9$. **C.** $m=7$. **D.** $m=8$.

Lời giải

Ta có:

$x.2^x-m.2^x-4x+4m<0\Leftrightarrow 2^x(x-m)-4(x-m)<0\Leftrightarrow(2^x-4)(x-m)<0$.

TH1: Nếu $m>2$ thì $\left(2^x-4\right)\left(x-m\right)<0\Leftrightarrow 2<x<m$.

Suy ra, $S=\left(2;m\right)$.

Suy ra, đúng 5 số nguyên dương thuộc S là $3;4;5;6;7;8$ thì $m=9$.

TH2: Nếu $m<2$ thì $\left(2^x-4\right)\left(x-m\right)<0\Leftrightarrow m<x<2$.

Suy ra, $S=\left(m;2\right)$ không chứa đúng 5 số nguyên dương.

TH3: Nếu $m=2$ thì $\left(2^x-4\right)\left(x-2\right)<0$ vô nghiệm.

Câu 41. Biết $\int_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=21$. Tính $\int_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng?

A. 3. **B.** 24. **C.** 18. **D.** -18.

Lời giải

Ta có $\int_1^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int_2^5 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3+21=24$.

Câu 42. Cho số phức $z=1-3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** -1. **D.** 1.

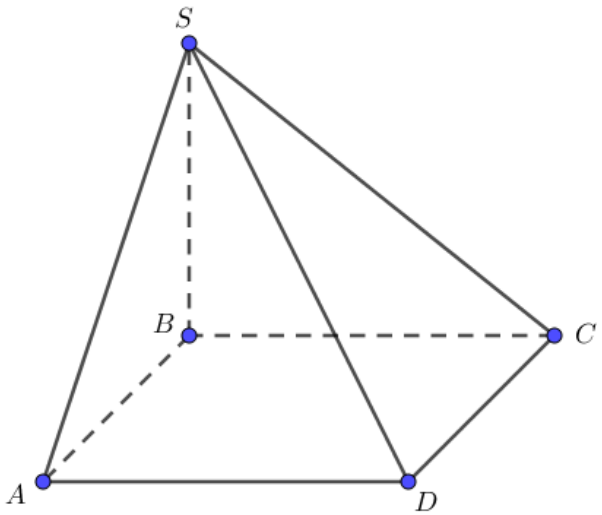
Lời giải

Ta có $\bar{z}=1+3i$ nên có phần ảo bằng 3.

Câu 43. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, cạnh bên SB vuông góc với mặt phẳng $ABCD$, $SB=a\sqrt{3}$. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

Lời giải



Ta có $SB\perp ABCD$ nên SB là chiều cao của khối chóp

$V=\frac{1}{3}SB.S_{ABCD}=\frac{1}{3}.a\sqrt{3}.a^2=\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$

Câu 44. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

A. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=0$. **B.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=-1$. **C.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$. **D.** $\frac{x}{2}+\frac{y}{-1}+\frac{z}{2}=1$.

Lời giải

Mặt phẳng đi qua 3 điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;-2)$ có phương trình là

$\frac{x}{2}+\frac{y}{1}-\frac{z}{2}=1$.

Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;10]$ và $\int_0^{10}f(x)\mathrm{d}x=7$ và $\int_2^{10}f(x)\mathrm{d}x=3$. Tính

$P=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

A. $P=4$. **B.** $P=10$. **C.** $P=7$. **D.** $P=-4$.

Lời giải

Ta có $\int_0^{10}f(x)\mathrm{d}x=7\Leftrightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x+\int_2^{10}f(x)\mathrm{d}x=7\Leftrightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=7-\int_2^{10}f(x)\mathrm{d}x$

$\Leftrightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=7-3\Leftrightarrow\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$.

Vậy $P=\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x=4$.

Câu 46. Cho hình trụ có bán kính đáy bằng $3cm$, độ dài đường cao bằng $4cm$. Tính diện tích xung quanh của hình trụ này?

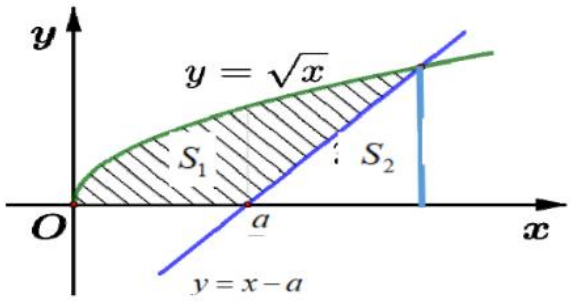
A. $24\pi\ cm^2$. **B.** $22\pi\ cm^2$. **C.** $20\pi\ cm^2$. **D.** $26\pi\ cm^2$.

Lời giải

Hình trụ có đường cao $h=4cm$ suy ra đường sinh $l=4cm$

Diện tích xung quanh của hình trụ là : $S_{xq}=2\pi.R.l=2\pi.3.4=22\pi\ cm^2$

Câu 47. Cho đường thẳng $y=x-a$ (a là tham số thực dương) và đồ thị hàm số $y=\sqrt{x}$. Gọi S_1,S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1=\frac{5}{3}S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\frac{5}{2};\frac{8}{3}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};\frac{9}{5}\right)$. **C.** $\left(\frac{9}{5};\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{2}{3};\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

Xét phương trình tương giao giữa đường thẳng $y=x-a$ và hàm số $y=\sqrt{x}$ ta có:

$x-a=\sqrt{x}\Leftrightarrow x-\sqrt{x}-a=0\,(*)\ (x\ge 0)$

$$\Leftrightarrow\left(\sqrt{x}-\frac{1}{2}\right)^2=a+\frac{1}{4}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}-\frac{1}{2}=\sqrt{a+\frac{1}{4}}\\ \sqrt{x}-\frac{1}{2}=-\sqrt{a+\frac{1}{4}}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sqrt{x}=\frac{1}{2}+\sqrt{a+\frac{1}{4}}\\ \sqrt{x}=\frac{1}{2}-\sqrt{a+\frac{1}{4}}<0\,(do\,a>0)\end{array}\right.$$

$$\Rightarrow x=\left(\frac{1}{2}+\sqrt{a+\frac{1}{4}}\right)^2=\frac{1}{4}+\sqrt{a+\frac{1}{4}}+a+\frac{1}{4}=a+\frac{1}{2}+\sqrt{a+\frac{1}{4}}=b$$

Ta có: $\int_0^b\sqrt{x}dx-S_2=S_1\Leftrightarrow\int_0^b\sqrt{x}dx=S_2+\frac{5}{3}S_2\Leftrightarrow\int_0^b\sqrt{x}dx=\frac{8}{3}S_2$

$$\Leftrightarrow\frac{2}{3}b\sqrt{b}=\frac{8}{3}.\int_a^b(x-a)dx\Leftrightarrow\frac{2}{3}b\sqrt{b}=\frac{8}{3}\left[\frac{b^2}{2}-ab-\left(\frac{a^2}{2}-a^2\right)\right]$$

$$\Leftrightarrow b\sqrt{b}=4.\frac{1}{2}.(b-a)^2\Leftrightarrow b=2.(b-a)(do\sqrt{b}=b-a>0)$$

$$\Leftrightarrow b=2a$$

$$\Rightarrow a+\frac{1}{2}+\sqrt{a+\frac{1}{4}}=2a\Leftrightarrow a-\frac{1}{2}=\sqrt{a+\frac{1}{4}}$$

$$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a-\frac{1}{2}\ge 0\\ a^2-a+\frac{1}{4}=a+\frac{1}{4}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a\ge\frac{1}{2}\\ a^2=2a\end{array}\right.\Rightarrow a=2.$$

Vậy $a=2\in\left(\frac{9}{5};\frac{5}{2}\right)$.

Câu 48. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0;1]$ và $f(1)=1,\int_0^1 xf'(x)dx=\frac{2}{3}$.

Tính tích phân $\int_0^1 xf\left(x^2\right)dx$ bằng

A. $-\frac{1}{6}$. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{1}{6}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Tác giả : chanhnghia01

Đặt $\begin{cases} u = x \\ dv = f'(x)dx \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = f(x) \end{cases}$

Khi đó $\int_0^1 xf'(x)dx = \frac{2}{3} \Leftrightarrow xf(x)\Big|_0^1 - \int_0^1 f(x)dx = \frac{2}{3} \Leftrightarrow 1 - \int_0^1 f(x)dx = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \int_0^1 f(x)dx = \frac{1}{3}$

Ta lại có đặt $t = x^2 \Rightarrow dt = 2xdx$

Đổi cận: $x = 0 \Rightarrow t = 0; x = 1 \Rightarrow t = 1$.

$\int_0^1 xf(x^2)dx = \frac{1}{2}\int_0^1 f(t)dt = \frac{1}{2}.\frac{1}{3} = \frac{1}{6}$

Câu 49. Tập xác định của hàm số $y = (x-1)^{\frac{1}{5}}$ là:

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Lời giải

Số mũ $\alpha = \frac{1}{5}$ không nguyên, điều kiện $x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

Tập xác định $D = (1;+\infty)$

Đáp án D.

Câu 50. Cho hàm số $y = f\ x$ xác định, liên tục trên R và có đạo hàm $f'\ x\ = \ x+1\ ^3\ x^2-2x\ ^4\ 1-x^2\ ^{2021}$. Số điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Lời giải

Ta có:

$$f'\ x\ = \ x+1\ ^3\ x^2-2x\ ^4\ 1-x^2\ ^{2021} = \ x+1\ ^3\ x^2-2x\ ^4\ 1-x\ ^{2021}\ x+1\ ^{2021}$$

$$\Leftrightarrow f'\ x\ = \ x+1\ ^{2024}\ x^2-2x\ ^4\ 1-x\ ^{2021}$$

$$\Leftrightarrow f'\ x\ = \ x+1\ ^{2024}\ x^2-2x\ ^4\ 1-x\ ^{2021}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=0 \\ x=2 \\ x=1 \end{array}\right. .$$

Bảng Xét Dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		+	0	+	0	+	0	–	0	–	

Vậy hàm số có 1 điểm cực đại.

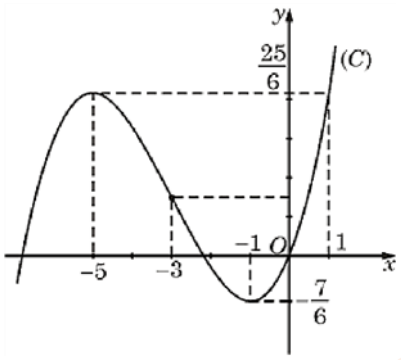
& Hết &

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CHUYÊN HẠ LONG
QUẢNG NINH

ĐỀ THI THỬ TỐT NGHIỆP THPT
NĂM HỌC: 2021 – 2022
MÔN: TOÁN
Thời gian làm bài: 90 phút; không kể thời gian phát đề

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\frac{7}{6};\frac{25}{6}\right)$. **B.** $(-5;1)$. **C.** $\left(-3;\frac{7}{6}\right)$. **D.** $(-5;-1)$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình: $2^{x+1}.3^x\leq 72$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n}=(3;1;-7)$ là một vectơ pháp tuyến?

A. $3x+z+7=0$. **B.** $3x-y-7z+1=0$. **C.** $3x+y-7=0$. **D.** $3x+y-7z-3=0$.

Câu 4. Thể tích V của khối nón có bán kính r, đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2$.

Câu 5. Cho đa giác đều có 10 cạnh. Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là

A. 720 **B.** 60 **C.** 240 **D.** 120

Câu 6. Cho số phức $z=3+4i$, khi đó số phức liên hợp của số phức $\bar{z}(1-i)$ bằng

A. $1+7i$ **B.** $-1+7i$ **C.** $1-7i$ **D.** $-1-7i$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{-\frac{15}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi r^2l$. **C.** $S_{xq}=4\pi r^2$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P):\frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=1$, có một véc-tơ pháp tuyến là?

A. $\overrightarrow{n_3}=(2;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;-2;1)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(2;1;-3)$ và $\vec{v}=(4;5;-2)$. Tìm tọa độ của điểm M, biết $\overrightarrow{OM}=-3\vec{u}+2\vec{v}$?

A. $(-2;-7;-5)$. **B.** $(2;7;5)$. **C.** $(2;-7;5)$. **D.** $(-2;-7;5)$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y=\left(2-\sqrt{3}\right)^x$ trên tập $\mathbb{R}$ là:

A. $y'=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-x}\ln\left(2-\sqrt{3}\right)$. **B.** $y'=\left(2+\sqrt{3}\right)^{-x}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$.

C. $y'=\left(2+\sqrt{3}\right)^{x}\ln\left(2-\sqrt{3}\right)$. **D.** $y'=\left(2-\sqrt{3}\right)^{x}\ln\left(2+\sqrt{3}\right)$.

Câu 12. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 13. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho $M(-3;5)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$ bằng

A. 8. **B.** -8. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 14. Trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{2}{3}\right)$ và $\left(\frac{2}{3};+\infty\right)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{5}{3x-2}$ là

A. $\int f(x)dx=5\ln|3x-2|+C$. **B.** $\int f(x)dx=\frac{5}{3}\ln\left|x-\frac{2}{3}\right|+C$.

C. $\int f(x)dx=\frac{5}{3}\ln(3x-2)+C$. **D.** $\int f(x)dx=-\frac{5}{3}\ln|3x-2|+C$.

Câu 15. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(x-1)+\log_5(x+3)=1$ là:

A. $\{2;4\}$. **B.** $\{-2;4\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{-4;2\}$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ có thể tích $V=45$ và diện tích đáy $B=9$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 5.

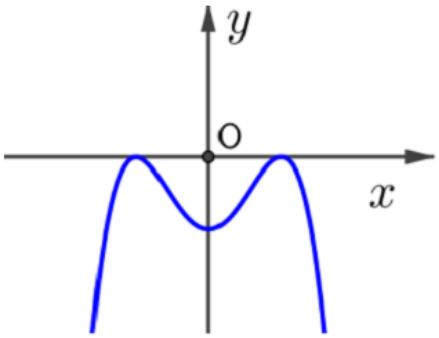
Câu 17. Môđun của số phức $z=6-8i$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 6.

Câu 18. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây.

A. $S=2\pi r^2$. **B.** $S=4\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^3$. **D.** $S=4\pi r^3$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-2x^2+1$.

Câu 20. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2+4x-5$?

A. Điểm $M(0;5)$. **B.** Điểm $Q(1;4)$.

C. Điểm $N(2;15)$. **D.** Điểm $P(-2;15)$.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tíc V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{2}{3}Bh$. **C.** $V=3Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Câu 22. Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=6$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^4\left[3f(x)+5g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng.

A. 28. **B.** -8. **C.** -28. **D.** 8.

Câu 23. Với a,b là hai số thực dương, $\log_5 a^2-6\log_3\sqrt[3]{b^2}$ bằng

A. $2\log_5 a-4\log_3 b$. **B.** $2\log_5 a-9\log_3 b$. **C.** $2\log_3 a-4\log_3 b$. **D.** $2\log_3 a-4\log_5 b$.

Câu 24. Nếu $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=18$ thì $\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 54.

Câu 25. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x-3}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=\frac{5}{2}$. **B.** $y=-5$. **C.** $x=-5$. **D.** $x=2$.

Câu 26. Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^{\pi}\left[f(x)+\sin\frac{x}{2}\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 10. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 5.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;1;2)$. Mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oy có phương trình là:

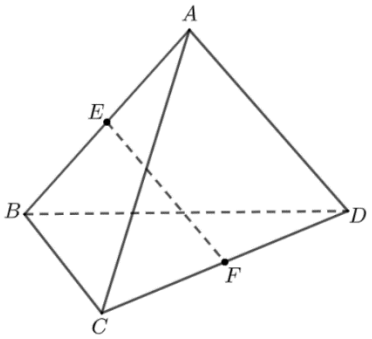
A. $x+z-7=0$. **B.** $2y+3z-8=0$. **C.** $4x-5z+8=0$. **D.** $5x+4y-z-19=0$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=2\cos\left[2(x+\pi)\right]-3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx=2\sin\left[2(x+\pi)\right]-x^3+C$. **B.** $\int f(x)dx=\sin 2x-x^3+C$.

C. $\int f(x)dx=-\sin\left[2(x+\pi)\right]-x^3+C$. **D.** $\int f(x)dx=-4\sin\left[2(x+\pi)\right]-6x+C$.

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC=BD=2a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD (tham khảo hình vẽ bên). Biết $EF=a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng



A. 60^o. **B.** 30^o. **C.** 90^o. **D.** 120^o.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC, với $A(2;-1;-2), B(1;2;-3)$ và $C(2;3;0)$. Đường cao đi qua A có phương trình là:

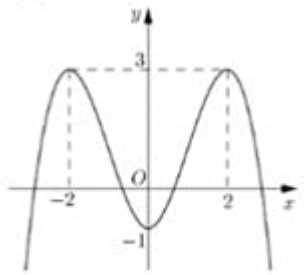
A. $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z+2}{3}$. **B.** $\dfrac{x-2}{5}=\dfrac{y+1}{-17}=\dfrac{z+2}{4}$.

C. $x+y+3z+5=0$. **D.** $x+y-3z-7=0$.

Câu 31. Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi lao động. Xác suất để trong ba học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ là:

A. $\dfrac{15}{22}$. **B.** $\dfrac{7}{44}$. **C.** $\dfrac{35}{44}$. **D.** $\dfrac{37}{44}$.

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. ± 2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).\bar{z}=7+3i$. Phần ảo của $i.z$ bằng?

A. 2. **B.** 5. **C.** –5. **D.** –2.

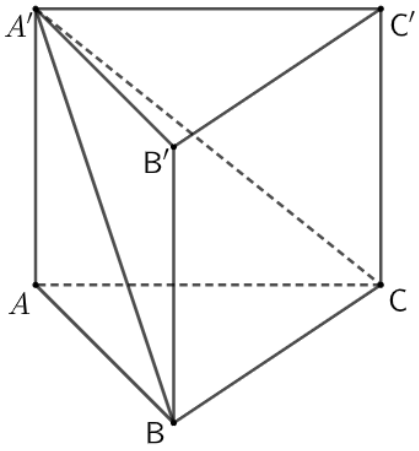
Câu 34. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=-2$. Giá trị của u_4 bằng?

A. 12. **B.** 24. **C.** –24. **D.** –12.

Câu 35: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=(x-3)^3-5$. **B.** $y=(x+2)^2$. **C.** $y=x^4+x^2+10$. **D.** $y=\dfrac{3x+2}{x+5}$.

Câu 36. Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, AA'=2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $2a\sqrt{5}$.

C. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 37. Cho $a,b>0$, nếu $\log_9 a+\log_3 b^3=5$ và $\log_{81} a^4+\log_{27} b^6=6$ thì giá trị của $a+b$ bằng

A. 86. **B.** 84. **C.** 80. **D.** 82.

Câu 38. Trên khoảng $(2;+\infty)$, hàm số $y=2x-3+\dfrac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $2+5\sqrt{5}$. **B.** $5+2\sqrt{7}$. **C.** $2+\sqrt{5}$. **D.** $1+4\sqrt{5}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=3a, AC=5a$, hình chiếu của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC. Biết mặt bên $(ACC'A')$ hợp với mặt đáy $(A'B'C')$ một góc 60^0, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{24a^3\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{12a^3\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{6a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn

$\left(4^{\log(x+3)}-5.2^{\log(x+3)}+4\right)\sqrt{\log_{x+3}\left(x^2-x\right)-1}\le 0$?

A. 96 . **B.** 95 . **C.** 98. **D.** 97 .

Câu 41. Xét các số phức $z=a+bi\,(a,b\in\mathbb{R})$ thoả mãn $|z-4-3i|=2\sqrt{5}$. Tính giá trị của a^2+b^2 khi biểu thức $P=|z+4-7i|+2|\bar{z}-2+9i|$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. 25. **B.** 85. **C.** 65. **D.** 53.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Đặt $g(x)=f\left(\left|f(x)\right|\right)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x)=0$ là:

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2+2x+m & khi\ x\geq 1\\ 5-2x & khi\ x<1\end{cases}$ (m là tham số thực). Biết rằng $f(x)$ có nguyên hàm trên R là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2)=-10$, khi đó $F(3)$ bằng

A. $36+3m$. **B.** 36. C. 38. **D.** $30+3m$.

Câu 44. Cho phương trình $z^2-2(m-2)z+m^2-5=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1,z_2 thoả mãn $|z_1|^2+|z_2|^2\leq 8$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 1.

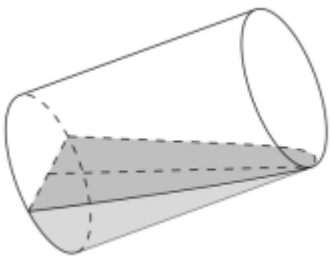
Câu 45. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x+1)^2(x^2-2x),\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=f\left(\left|x^3-3x\right|+m\right)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 46. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2),B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x+y-2z+9=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A,B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài đoạn OC. Giá trị M^2+m^2 bằng

A. 78. **B.** 76. **C.** 74. **D.** 72.

Câu 47. Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy $6cm$, chiều cao $15cm$ chứa đầy nước. Nghiêng cốc nước cho nước chảy từ từ ra ngoài cho đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó thể tích của nước còn lại trong cốc bằng



A. $90cm^3$. **B.** $70cm^3$. **C.** $80cm^3$. **D.** $100cm^3$.

Câu 48. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O) và (O'), bán kính đáy $r=5cm$, hai điểm A,B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho $AB=10cm$ và đường thẳng AB cách trục OO' một khoảng bằng $3cm$. Thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho là:

A. $165\pi cm^3$. **B.** $120\pi cm^3$. **C.** $150\pi cm^3$. **D.** $160\pi cm^3$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $7^{x^2-|y-3x+2|}.\log_{(|y-3x+2|+5)}\left(x^2+5\right)\le 1$?

A. 16. **B.** 17. **C.** 14. **D.** 15.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;-1), B(4;1;0), C(4;7;3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A, tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $x-4y-z+9=0$. **B.** $5x+2y-16=0$.

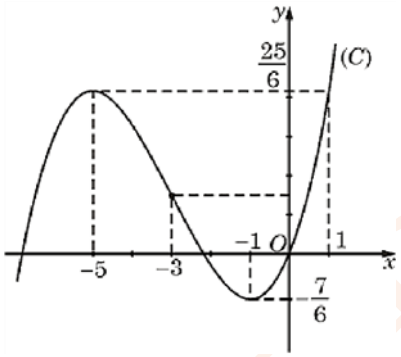
C. $2x-2y+z+3=0$. **D.** $3x+2z-4=0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.C	3.D	4.C	5.D	6.B	7.A	8.A	9.B	10.B
11.A	12.B	13.B	14.B	15.C	16.D	17.A	18.B	19.C	20.D
21.D	22.D	23.A	24.A	25.B	26.D	27.A	28.B	29.A	30.B
31.D	32.B	33.B	34.C	35.A	36.A	37.B	38.D	39.A	40.A
41.D	42.B	43.C	44.C	45.C	46.B	47.A	48.C	49.A	50.A

Câu 1. Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\,(a\neq 0)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trong khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\frac{7}{6};\frac{25}{6}\right)$. **B.** $(-5;1)$. **C.** $\left(-3;\frac{7}{6}\right)$. **D.** $(-5;-1)$.

Lời giải

Dựa vào đồ thị hàm số bậc 3 ở trên, ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-5;-1)$.

Câu 2. Tập nghiệm của phương trình: $2^{x+1}.3^x\le 72$ là:

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $[2;+\infty)$.

Lời giải

Ta có: $2^{x+1}.3^x\le 72\Leftrightarrow 2^x.3^x.2\le 72\Leftrightarrow 6^x\le 36\Leftrightarrow x\le 2$.

Vậy tập nghiệm của bất phương trình là: $(-\infty;2]$.

Câu 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n}=(3;1;-7)$ là một vectơ pháp tuyến?

A. $3x+z+7=0$. **B.** $3x-y-7z+1=0$. **C.** $3x+y-7=0$. **D.** $3x+y-7z-3=0$.

Lời giải

Phương trình mặt phẳng $3x+y-7z-3=0$ có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(3;1;-7)$.

Câu 4. Thể tích V của khối nón có bán kính r, đường cao h được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\frac{1}{3}\pi rh$. **B.** $V=\frac{2}{3}\pi r^2h$. **C.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2h$. **D.** $V=\frac{1}{3}\pi r^2$.

Lời giải

Công thức tính thể tích khối nón là $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$.

Câu 5. Cho đa giác đều có 10 cạnh . Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là

A. 720 **B.** 60 **C.** 240 **D.** 120

Lời giải

Số tam giác tạo bởi các đỉnh của đa giác đã cho là $C_{10}^3=120$

Câu 6. Cho số phức $z=3+4i$, khi đó số phức liên hợp của số phức $\bar{z}(1-i)$ bằng

A. $1+7i$ **B.** $-1+7i$ **C.** $1-7i$ **D.** $-1-7i$

Lời giải

Ta có : $\bar{z}(1+i)=(3-4i)(1+i)=-1-7i$

Vậy số phức liên hợp của $\bar{z}(1+i)$ là $-1+7i$

Câu 7. Tập xác định của hàm số $y=(x-2)^{-\frac{15}{3}}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Lời giải

Điều kiện xác định của hàm số $y=(x-2)^{-\frac{15}{3}}$ là $x\neq 2$ nên $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Câu 8. Cho hình nón có bán kính đáy r và độ dài đường sinh l. Diện tích xung quanh S_{xq} của hình nón đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S_{xq}=\pi rl$. **B.** $S_{xq}=\pi r^2 l$. **C.** $S_{xq}=4\pi r^2$. **D.** $S_{xq}=2\pi rl$.

Lời giải

Diện tích xung quanh của hình nón đã cho là $S_{xq}=\pi rl$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P):\frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=1$, có một véc-tơ pháp tuyến là?

A. $\overrightarrow{n_3}=(2;2;-1)$. **B.** $\overrightarrow{n_4}=(1;1;-2)$. **C.** $\overrightarrow{n_1}=(2;-2;-1)$. **D.** $\overrightarrow{n_2}=(-2;-2;1)$.

Lời giải

Ta có $\frac{x}{2}+\frac{y}{2}+\frac{z}{-1}=1\Leftrightarrow x+y-2z=-2\Leftrightarrow x+y-2z+2=0$

Vậy một véc-tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_4}=(1;1;-2)$.

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(2;1;-3)$ và $\vec{v}=(4;5;-2)$. Tìm tọa độ của điểm M, biết $\overrightarrow{OM}=-3\vec{u}+2\vec{v}$?

A. $(-2;-7;-5)$. **B.** $(2;7;5)$. **C.** $(2;-7;5)$. **D.** $(-2;-7;5)$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{OM} = -3\vec{u} + 2\vec{v} = (2;7;5)$

Suy ra tọa độ điểm M là $(2;7;5)$.

Câu 11. Đạo hàm của hàm số $y = \left(2-\sqrt{3}\right)^x$ trên tập $\mathbb{R}$ là:

A. $y' = \left(2+\sqrt{3}\right)^{-x} \ln\left(2-\sqrt{3}\right)$.

B. $y' = \left(2+\sqrt{3}\right)^{-x} \ln\left(2+\sqrt{3}\right)$.

C. $y' = \left(2+\sqrt{3}\right)^{x} \ln\left(2-\sqrt{3}\right)$.

D. $y' = \left(2-\sqrt{3}\right)^{x} \ln\left(2+\sqrt{3}\right)$.

Lời giải

Ta có: $y' = \left(2-\sqrt{3}\right)^x \ln\left(2-\sqrt{3}\right) = \dfrac{1}{\left(2+\sqrt{3}\right)^x} \ln\left(2-\sqrt{3}\right) = \left(2+\sqrt{3}\right)^{-x} \ln\left(2-\sqrt{3}\right)$.

Câu 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	‖	$+$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Lời giải

Từ bảng trên ta thấy $f'(x)$ đổi dấu khi $x = \pm 2$ và $x = 1$. Nhưng $f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Câu 13. Trên mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho $M(-3;5)$ là điểm biểu diễn của số phức z. Tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$ bằng

A. 8. **B.** –8. **C.** 2. **D.** –2.

Lời giải

Từ đề bài ta suy ra $z = -3+5i \Rightarrow \bar{z} = -3-5i$. Vậy tổng phần thực và phần ảo của $\bar{z}$ bằng $(-3)+(-5) = -8$.

Câu 14. Trên các khoảng $\left(-\infty;\dfrac{2}{3}\right)$ và $\left(\dfrac{2}{3};+\infty\right)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \dfrac{5}{3x-2}$ là

A. $\int f(x)dx = 5\ln|3x-2| + C$.

B. $\int f(x)dx = \dfrac{5}{3}\ln\left|x-\dfrac{2}{3}\right| + C$.

C. $\int f(x)dx = \dfrac{5}{3}\ln(3x-2) + C$.

D. $\int f(x)dx = -\dfrac{5}{3}\ln|3x-2| + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int \dfrac{5}{3x-2}dx = \dfrac{5}{3}\ln|3x-2| + C_1 = \dfrac{5}{3}\ln\left|3\left(x-\dfrac{2}{3}\right)\right| + C_1 = \dfrac{5}{3}\left(\ln 3 + \ln\left|x-\dfrac{2}{3}\right|\right) + C_1$.

Đặt $C=\frac{5}{3}\ln 3+C_1$, Suy ra $\int f(x)dx=\frac{5}{3}\ln\left|x-\frac{2}{3}\right|+C$.

Câu 15. Tập nghiệm của phương trình $\log_5(x-1)+\log_5(x+3)=1$ là:

A. $\{2;4\}$. **B.** $\{-2;4\}$. **C.** $\{2\}$. **D.** $\{-4;2\}$.

Lời giải

Điều kiện: $\begin{cases}x-1>0\\x+3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>1\\x>-3\end{cases}\Leftrightarrow x>1.$

PT $\Leftrightarrow\log_5(x-1).(x+3)=1\Leftrightarrow x^2+2x-3=5\Leftrightarrow x^2+2x-8=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=-4\end{array}\right.$.

So sánh với điều kiện, $x=2$ (TM).

Vậy tập nghiệm của phương trình là $S=\{2\}$.

Câu 16. Cho khối lăng trụ có thể tích $V=45$ và diện tích đáy $B=9$. Chiều cao của khối lăng trụ đã cho bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** 15. **D.** 5.

Lời giải

Thể tích của khối lăng trụ $V=B.h\Leftrightarrow h=\frac{V}{B}=\frac{45}{9}=5$.

Câu 17. Môđun của số phức $z=6-8i$ bằng

A. 10. **B.** 8. **C.** 14. **D.** 6.

Lời giải

Ta có: $z=6-8i\Rightarrow|z|=\sqrt{6^2+(-8)^2}=10$

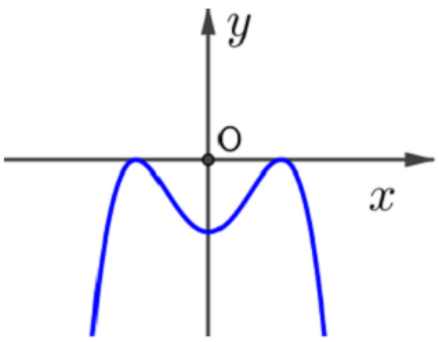
Câu 18. Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức nào dưới đây.

A. $S=2\pi r^2$. **B.** $S=4\pi r^2$. **C.** $S=\frac{4}{3}\pi r^3$. **D.** $S=4\pi r^3$.

Lời giải

Diện tích S của mặt cầu bán kính r được tính theo công thức $S=4\pi r^2$.

Câu 19. Hàm số nào dưới đây có đồ thị như đường cong trong hình bên?



A. $y=x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^4-3x^2-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^3-2x^2+1$.

Lời giải

Dựa vào hình dạng của đường cong, ta nhận thấy đó là đồ thị của hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số của x^4 âm. Vậy chọn đáp án **C**.

Câu 20. Điểm nào dưới đây thuộc đồ thị của hàm số $y=-2x^3+3x^2+4x-5$?

A. Điểm $M(0;5)$. **B.** Điểm $Q(1;4)$.

C. Điểm $N(2;15)$. **D.** Điểm $P(-2;15)$.

Lời giải

Thay lần lượt tọa độ các điểm M,N,P,Q vào hàm số $y=-2x^3+3x^2+4x-5$ ta thấy điểm P thỏa mãn. Vậy chọn đáp án **D**.

Câu 21. Cho khối chóp có diện tích đáy B và chiều cao h. Thể tíc V của khối chóp đã cho được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=Bh$. **B.** $V=\frac{2}{3}Bh$. **C.** $V=3Bh$. **D.** $V=\frac{1}{3}Bh$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 22. Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x=6$ và $\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_1^4\left[3f(x)+5g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng.

A. 28. **B.** -8. **C.** -28. **D.** 8.

Lời giải

Ta có $\int_1^4\left[3f(x)+5g(x)\right]\mathrm{d}x=3\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x+5\int_1^4 g(x)\mathrm{d}x=8$

Câu 23. Với a,b là hai số thực dương, $\log_5 a^2-6\log_3\sqrt[3]{b^2}$ bằng

A. $2\log_5 a-4\log_3 b$. **B.** $2\log_5 a-9\log_3 b$. **C.** $2\log_3 a-4\log_3 b$. **D.** $2\log_3 a-4\log_5 b$.

Lời giải

Ta có $\log_5 a^2-6\log_3\sqrt[3]{b^2}=2\log_5 a-6.\frac{2}{3}\log_3 b=2\log_5 a-4\log_3 b$.

Câu 24. Nếu $\int_0^6 f(x)\mathrm{d}x=18$ thì $\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 6. **B.** 12. **C.** 36. **D.** 54.

Lời giải

Xét tích phân $I=\int_0^2 f(3x)\mathrm{d}x$

Đặt $t=3x$. Khi đó $\mathrm{d}t=3\mathrm{d}x \Leftrightarrow \frac{\mathrm{d}t}{3}=\mathrm{d}x$.

Với $x=0\Rightarrow t=0;\ x=2\Rightarrow t=6$.

Khi đó $I=\int_0^6 f(t)\frac{\mathrm{d}t}{3}=\frac{1}{3}.\int_0^6 f(t)\mathrm{d}t=\frac{1}{3}.18=6$.

Câu 25. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{5x-3}{2-x}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=\frac{5}{2}$. **B.** $y=-5$. **C.** $x=-5$. **D.** $x=2$.

Lời giải

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=-5\Rightarrow y=-5$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 26. Nếu $\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^{\pi}\left[f(x)+\sin\frac{x}{2}\right]\mathrm{d}x$ bằng:

A. 10. **B.** 6. **C.** 12. **D.** 5.

Lời giải

Ta có $\int_0^{\pi}\left[f(x)+\sin\frac{x}{2}\right]\mathrm{d}x=\int_0^{\pi} f(x)\mathrm{d}x+\int_0^{\pi}\sin\frac{x}{2}\mathrm{d}x=3-2\cos\frac{x}{2}\Big|_0^{\pi}=3-2(0-1)=5.$

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;4)$, $B(5;1;2)$. Mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oy có phương trình là:

A. $x+z-7=0$. **B.** $2y+3z-8=0$. **C.** $4x-5z+8=0$. **D.** $5x+4y-z-19=0$.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=(2;3;-2)$

Mặt phẳng (P) đi qua hai điểm A, B và song song với trục Oy có vectơ pháp tuyến là:

$\overrightarrow{n_P}=\frac{1}{2}\left[\overrightarrow{AB},\vec{j}\right]=(1;0;1)$.

Phương trình mặt phẳng (P): $1(x-3)x+0(y+2)+1(z-4)=0\Leftrightarrow x+z-7=0$

Câu 28. Cho hàm số $f(x)=2\cos\left[2(x+\pi)\right]-3x^2$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

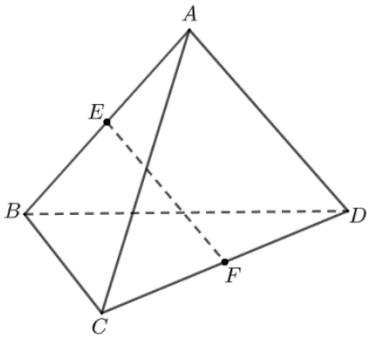
A. $\int f(x)dx=2\sin\left[2(x+\pi)\right]-x^3+C$. **B.** $\int f(x)dx=\sin 2x-x^3+C$.

C. $\int f(x)dx = -\sin\left[2(x+\pi)\right] - x^3 + C$. **D.** $\int f(x)dx = -4\sin\left[2(x+\pi)\right] - 6x + C$.

Lời giải

Ta có $\int f(x)dx = \int\left[2\cos(2x+2\pi) - 3x^2\right]dx = \int\left[2\cos 2x - 3x^2\right]dx = \sin 2x - x^3 + C$

Câu 29. Cho tứ diện $ABCD$ có $AC = BD = 2a$. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của AB và CD (tham khảo hình vẽ bên). Biết $EF = a\sqrt{3}$, góc giữa hai đường thẳng AC và BD bằng



A. 60^o. **B.** 30^o. **C.** 90^o. **D.** 120^o.

Lời giải

Gọi M là trung điểm của cạnh AD. Khi đó FM và EM lần lượt là đường trung bình của ΔADC và ΔADB suy ra $EM = FM = a$.

Vì $FM \,//\, AC$ và $EM \,//\, BD$ nên $(AC, BD) = (FM, EM)$.

$$\cos EMF = \frac{FM^2 + EM^2 - EF^2}{2.FM.EM} = \frac{a^2 + a^2 - \left(a\sqrt{3}\right)^2}{2.a.a} = -\frac{1}{2} \Rightarrow EMF = 120°.$$

Vậy góc giữa hai đường thẳng AC và BD là $60°$.

Câu 30. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC, với $A(2;-1;-2), B(1;2;-3)$ và $C(2;3;0)$. Đường cao đi qua A có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$. **B.** $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-17} = \frac{z+2}{4}$.

C. $x + y + 3z + 5 = 0$. **D.** $x + y - 3z - 7 = 0$.

Lời giải

Mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với BC nhận $\overrightarrow{BC} = (1;1;3)$ làm véc tơ pháp tuyến nên có phương trình là $x + y + 3z + 5 = 0$.

Đường thẳng BC có phương là $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{1}=\frac{z+3}{3}$.

Chân đường vuông góc kẻ từ A là giao điểm của mặt phẳng (P) và đường thẳng BC nên có tọa độ là $H\left(\frac{12}{11};\frac{23}{11};-\frac{30}{11}\right)$ suy ra $\overrightarrow{HA}=\left(\frac{10}{11};-\frac{34}{11};\frac{8}{11}\right)$ chọn một vecto chỉ phương của đường cao AH là $\vec{u}=(5;-17;4)$. Vậy đường cao đi qua A có phương trình là: $\frac{x-2}{5}=\frac{y+1}{-17}=\frac{z+2}{4}$.

Câu 31. Một nhóm gồm 12 học sinh trong đó có 7 học sinh nam và 5 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 học sinh từ nhóm 12 học sinh đó đi lao động. Xác suất để trong ba học sinh được chọn có ít nhất một học sinh nữ là:

A. $\frac{15}{22}$. **B.** $\frac{7}{44}$. **C.** $\frac{35}{44}$. **D.** $\frac{37}{44}$.

Lời giải

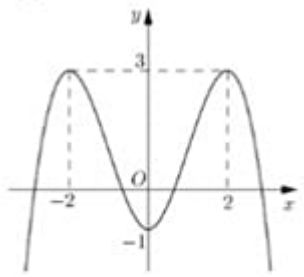
Số cách chọn ba học sinh bất kì là $n(\Omega)=C_{12}^3=220$

Số cách chọn ba học sinh nam là $C_7^3=35$

Số cách chọn ra ba học sinh mà có ít nhất một học sinh nữ là $C_{12}^3-C_7^3=185$

Xác suất để chọn được ba học sinh có ít nhất một học sinh nữ là $P=\frac{185}{220}=\frac{37}{44}$

Câu 32. Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. ± 2. **B.** 3. **C.** 2. **D.** -2.

Lời giải

Ta có $y_{CD}=3$.

Câu 33. Cho số phức z thỏa mãn $(1+i).\bar{z}=7+3i$. Phần ảo của $i.z$ bằng?

A. 2. **B.** 5. **C.** -5. **D.** -2.

Lời giải

Gọi $z=x+y.i$. Khi đó: $(1+i).\bar{z}=7+3i\Leftrightarrow(1+i).(x-yi)=7+3i$

$\Leftrightarrow x-yi+xi+y=7+3i$

$\Leftrightarrow (x+y)+(x-y).i=7+3i$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x+y=7 \\ x-y=3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x=5 \\ y=2 \end{cases}$

Số phức $z=5+2i \Rightarrow i.z=-2+5i$.

Câu 34. Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và công bội $q=-2$. Giá trị của u_4 bằng?

A. 12. **B.** 24. **C.** -24. **D.** -12.

Lời giải

Ta có $u_4=u_1.q^3=3.(-2)^3=-24$.

Câu 35: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=(x-3)^3-5$. **B.** $y=(x+2)^2$. **C.** $y=x^4+x^2+10$. **D.** $y=\dfrac{3x+2}{x+5}$.

Lời giải

Cách 1: Ta có: $y=(x-3)^3-5 \Rightarrow y'=3(x-3)^2 \geq 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

Nên hàm số $y=(x-3)^3-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

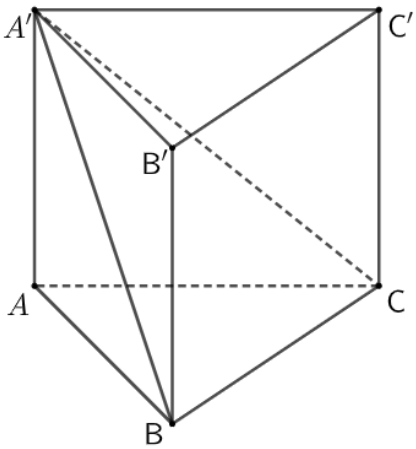
Cách 2: Phương án B. $y=(x+2)^2$ có đồ thị là parabol nên loại

Phương án C. $y=x^4+x^2+10$ là hàm bậc 4 trùng phương nên loại

Phương án D. $y=\dfrac{3x+2}{x+5}$ điều kiện $x \neq -5$ nên loại

Do đó chọn đáp án **A.**

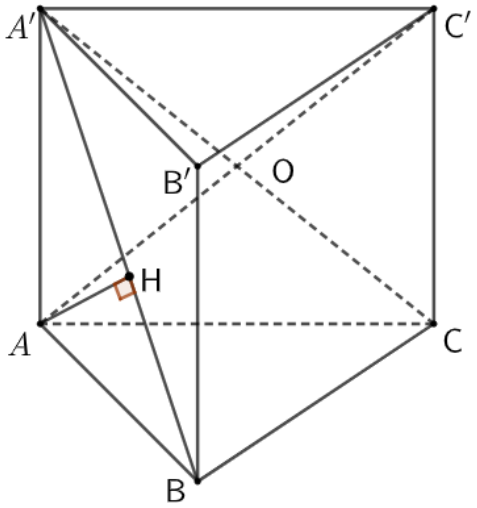
Câu 36. Một hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=a, AA'=2a$ (tham khảo hình vẽ bên). Khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng



A. $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$. **B.** $2a\sqrt{5}$.

C. $\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. **D.** $\dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải



Vì $ABC.A'B'C'$ là lăng trụ đứng nên $A'C'CA$ là hình chữ nhật.

Gọi $O = AC' \cap A'C$, khi đó $AO = C'O$.

Mà $AC' \cap (A'BC) \equiv O$ nên khoảng cách từ điểm C' đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$.

Ta có $\begin{cases} AA' \perp BC \\ AB \perp BC \end{cases} \Rightarrow BC \perp (A'AB)$.

Từ A hạ đường cao AH xuống $A'B$.

Khi đó ta có $AH \perp A'B$ mà $BC \perp AH$ vì $\begin{cases} AH \subset (A'AB) \\ BC \perp (A'AB) \end{cases}$.

$\Rightarrow AH \perp (A'BC)$ nên khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $(A'BC)$ bằng AH.

Xét $\Delta A'AB$ vuông tại A, đường cao AH có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{A'A^2} \Rightarrow \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{4a^2}$

$\Rightarrow AH = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

Câu 37. Cho $a, b > 0$, nếu $\log_9 a + \log_3 b^3 = 5$ và $\log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6$ thì giá trị của $a+b$ bằng

A. 86. **B.** 84. **C.** 80. **D.** 82.

Lời giải

Với $a, b > 0$ ta có:

$$\begin{cases} \log_9 a + \log_3 b^3 = 5 \\ \log_{81} a^4 + \log_{27} b^6 = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{1}{2}\log_3 a + 3\log_3 b = 5 \\ \log_3 a + 2\log_3 b = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 a = 4 \\ \log_3 b = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 81 \\ b = 3 \end{cases}$$

Vậy $a + b = 84$.

Câu 38. Trên khoảng $(2; +\infty)$, hàm số $y = 2x - 3 + \dfrac{10}{x-2}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. $2 + 5\sqrt{5}$. **B.** $5 + 2\sqrt{7}$. **C.** $2 + \sqrt{5}$. **D.** $1 + 4\sqrt{5}$.

Lời giải

Ta có: $y' = 2 - \dfrac{10}{(x-2)^2} = \dfrac{2(x-2)^2 - 10}{(x-2)^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow (x-2)^2 = 5 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2+\sqrt{5} \\ x = 2-\sqrt{5} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	2		$2+\sqrt{5}$		$+\infty$
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	‖ $+\infty$	$\searrow$	$1+4\sqrt{5}$	$\nearrow$	$+\infty$

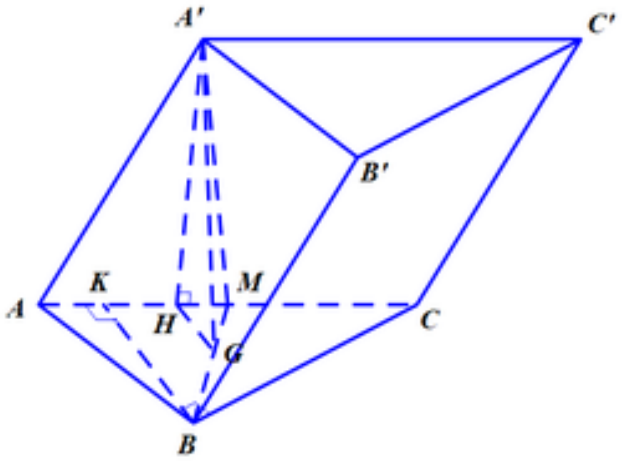
Suy ra $\underset{(2;+\infty)}{Min}\, y = 1+4\sqrt{5}$ khi $x = 2+\sqrt{5}$.

Câu 39. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB = 3a, AC = 5a$, hình chiếu của A' xuống mặt phẳng (ABC) là trọng tâm tam giác ABC.

Biết mặt bên $ACC'A'$ hợp với mặt đáy $A'B'C'$ một góc 60^0, thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là

A. $\dfrac{24a^3\sqrt{3}}{5}$. **B.** $\dfrac{8a^3\sqrt{3}}{5}$. **C.** $\dfrac{12a^3\sqrt{3}}{5}$. **D.** $\dfrac{6a^3\sqrt{3}}{5}$.

Lời giải



$((ACC'A'),(A'B'C')) = ((ACC'A'),(ABC))$

Kẻ $GH \perp AC$, $A'G \perp AC \Rightarrow AC \perp (A'GH) \Rightarrow AC \perp A'H$

Ta có: $\begin{cases} (ACC'A') \cap (ABC) = AC \\ AC \perp A'H \\ AC \perp GH \end{cases} \Rightarrow ((ACC'A'),(ABC)) = (A'H, GH) = A'HG = 60^0$.

$BC=\sqrt{AC^2-AB^2}=\sqrt{25a^2-9a^2}=4a$.

Kẻ $BK\perp AC\Rightarrow \dfrac{1}{BK^2}=\dfrac{1}{AB^2}+\dfrac{1}{BC^2}=\dfrac{1}{9a^2}+\dfrac{1}{16a^2}=\dfrac{25}{144a^2}\Leftrightarrow BK=\dfrac{12a}{5}$.

Có $BK//GH\Rightarrow \dfrac{GH}{BK}=\dfrac{MG}{MB}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow GH=\dfrac{1}{3}BK=\dfrac{1}{3}.\dfrac{12a}{5}=\dfrac{4a}{5}$.

Tam giác $A'HG$ vuông tại G có: $\tan A'HG=\dfrac{A'G}{GH}\Rightarrow A'G=\dfrac{4a}{5}\tan 60^0=\dfrac{4a\sqrt{3}}{5}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'}=A'G.S_{ABC}=\dfrac{1}{2}3a.4a.\dfrac{4a\sqrt{3}}{5}=\dfrac{24a^3\sqrt{3}}{5}$.

Câu 40. Có bao nhiêu số nguyên x thoả mãn

$\left(4^{\log(x+3)}-5.2^{\log(x+3)}+4\right)\sqrt{\log_{x+3}\left(x^2-x\right)-1}\le 0$?

A. 96 . **B.** 95 . **C.** 98 . **D.** 97 .

Lời giải

Điều kiện:

$$\begin{cases}0<x+3\ne 1\\ x^2-x>0\\ \log_{x+3}\left(x^2-x\right)-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{cases}x>-3\\ x\ne -2\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ x>1\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-2x-3\ge 0\\ x>-2\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-2x-3\le 0\\ x<-2\end{cases}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\begin{cases}x>-3\\ x\ne -2\end{cases}\\ \begin{cases}x<0\\ x>1\end{cases}\\ -2<x\le -1\\ x\ge 3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<x\le -1\\ x\ge 3\end{cases}$$

Với điều kiện trên, bất phương trình: $\left(4^{\log(x+3)}-5.2^{\log(x+3)}+4\right)\sqrt{\log_{x+3}\left(x^2-x\right)-1}\le 0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}4^{\log(x+3)}-5.2^{\log(x+3)}+4\le 0\\ \log_{x+3}\left(x^2-x\right)-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1\le 2^{\log(x+3)}\le 4\\ x^2-2x-3=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\le x\le 97\\ x=-1\\ x=3\end{cases}\Leftrightarrow -2\le x\le 97$$

So với điều kiện ta có: $\begin{cases}-2<x\le -1\\ x\ge 3\\ -2\le x\le 97\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3\le x\le 97\\ -2<x\le -1\end{cases}$

Các số nguyên thoả mãn yêu cầu bài toán gồm: $-1;3;4;5;...;97$

Vậy có 96 số nguyên thoả yêu cầu bài toán.

Câu 41. Xét các số phức $z=a+bi\left(a,b\in\mathbb{R}\right)$ thoả mãn $\left|z-4-3i\right|=2\sqrt{5}$. Tính giá trị của a^2+b^2 khi biểu thức $P=\left|z+4-7i\right|+2\left|\overline{z}-2+9i\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất

A. 25. **B.** 85. **C.** 65. **D.** 53.

Lời giải

Ta có $|z-4-3i|=2\sqrt{5} \Leftrightarrow (a-4)^2+(b-3)^2=20$.

$$P=\sqrt{(a+4)^2+(b-7)^2}+2\sqrt{(a-2)^2+(9-b)^2}$$

$$=\sqrt{(a+4)^2+(b-7)^2+3\left[(a-4)^2+(b-3)^2-20\right]}+2\sqrt{(a-2)^2+(9-b)^2}$$

$$=2\left(\sqrt{(a-2)^2+(b-4)^2}+\sqrt{(2-a)^2+(9-b)^2}\right)$$

$$P\geq 2\sqrt{(a-2+2-a)^2+(b-4+9-b)^2}=10$$

$$P_{\min}=10 \text{ khi } \begin{cases} a-2=0 \\ (a-4)^2+(b-3)^2=20 \\ \dfrac{b-4}{9-b}>0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=7 \end{cases}$$

Vậy $a^2+b^2=53$.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-5	↗	2	↘	-5	↗	$+\infty$

Đặt $g(x)=f\left(\left|f(x)\right|\right)$. Số nghiệm thực phân biệt của phương trình $g'(x)=0$ là:

A. 11. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 12.

Lời giải

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Có $g(x)=f\left(\left|f(x)\right|\right)=f\left(\sqrt{f^2(x)}\right)$.

Có $g'(x)=f'\left(\sqrt{f^2(x)}\right).\dfrac{f(x).f'(x)}{\sqrt{f^2(x)}}=f'\left(\left|f(x)\right|\right).\dfrac{f(x).f'(x)}{\left|f(x)\right|}$.

$$\Rightarrow g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(\left|f(x)\right|\right)=0\\ f'(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\left|f(x)\right|=-3(vn)\\ \left|f(x)\right|=0(ktm)\\ \left|f(x)\right|=3\\ f'(x)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=-3\\ f(x)=3\\ f'(x)=0\end{array}\right..$$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta thấy:

+) Phương trình $f(x)=-3$ có 4 nghiệm phân biệt.

+) Phương trình $f(x)=3$ có 2 nghiệm phân biệt.

+) Phương trình $f'(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt là $x=-3;x=0;x=3$.

Vậy phương trình $g'(x)=0$ có tất cả 9 nghiệm phân biệt.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)=\begin{cases}3x^2+2x+m & khi\ x\ge 1\\ 5-2x & khi\ x<1\end{cases}$ (m là tham số thực). Biết rằng $f(x)$ có nguyên hàm trên R là $F(x)$ thỏa mãn $F(-2)=-10$, khi đó $F(3)$ bằng

A. $36+3m$. **B.** 36. C. 38. **D.** $30+3m$.

Lời giải

Ta có $F(x)=\begin{cases}x^3+x^2+mx+C_1 & khi\ x\ge 1\\ 5x-x^2+C_2 & khi\ x<1\end{cases}$

Ta có $F(-2)=5(-2)-(-2)^2+C_2\Rightarrow C_2=-10+14=4$

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}(x^3+x^2+mx+C_1)=m+2+C_1$

$\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^-}(5x-x^2+C_2)=4+C_2$

$F(x)$ liên tục tại $x=1\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1^-}F(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}F(x)=F(1)$

$\Leftrightarrow m+2+C_1=4+C_2\Leftrightarrow C_1=6-m$

$f(x)$ liên tục tại $x=1\Leftrightarrow\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=f(1)$

$\Leftrightarrow m+5=3\Leftrightarrow m=-2\Rightarrow C_1=8$

Vậy $F(x)=\begin{cases}x^3+x^2-2x+8 & khi\ x\ge 1\\ 5x-x^2+4 & khi\ x<1\end{cases}$ Do đó $F(3)=38$

Câu 44. Cho phương trình $z^2-2(m-2)z+m^2-5=0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1,z_2 thoả mãn $|z_1|^2+|z_2|^2\le 8$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 2. **D.** 1.

Lời giải

Ta có $\Delta' = (m-2)^2 - m^2 + 5 = 9 - 4m$.

+ Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 9 - 4m > 0 \Leftrightarrow m < \frac{9}{4}$ thì phương trình có hai nghiệm thực phân biệt

$z_1 = m - 2 - \sqrt{9-4m}$ và $z_2 = m - 2 + \sqrt{9-4m}$.

Ta có $|z_1|^2 + |z_2|^2 \le 8 \Leftrightarrow m^2 - 8m + 9 < 0 \Leftrightarrow 4 - \sqrt{7} < m < 4 + \sqrt{7}$.

Kết hợp ĐK ta được: $4 - \sqrt{7} < m < \frac{9}{4}$. Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $m = 2$.

+ Nếu $\Delta' < 0 \Leftrightarrow 9 - 4m < 0 \Leftrightarrow m > \frac{9}{4}$ thì phương trình có hai nghiệm phức phân biệt là

$z_1 = m - 2 - i\sqrt{4m-9}$ và $z_2 = m - 2 + i\sqrt{4m-9}$.

Ta có $|z_1|^2 + |z_2|^2 \le 8 \Leftrightarrow (m-2)^2 + 4m - 9 + (m-2)^2 + 4m - 9 \le 8 \Leftrightarrow m^2 - 9 \le 0 \Leftrightarrow -3 \le m \le 3$.

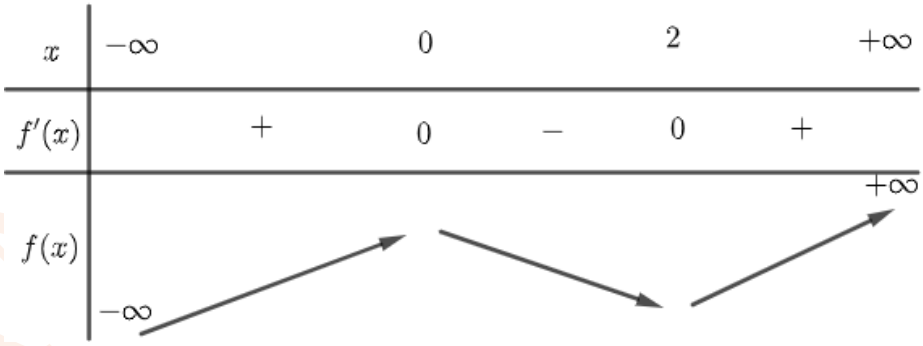
Vì $m \in \mathbb{Z}$ và $m > \frac{9}{4}$ nên $m = 3$. Tóm lại $m \in \{2;3\}$.

Câu 45. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = (x+1)^2(x^2 - 2x), \forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = f(|x^3 - 3x| + m)$ có đúng 7 điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** Vô số.

Lời giải

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:



Cách 1: Giải trực tiếp

$$y = f(|x^3 - 3x| + m) \Rightarrow y' = \frac{(x^3 - 3x)(3x^2 - 3)}{|x^3 - 3x|} f'(|x^3 - 3x| + m)$$

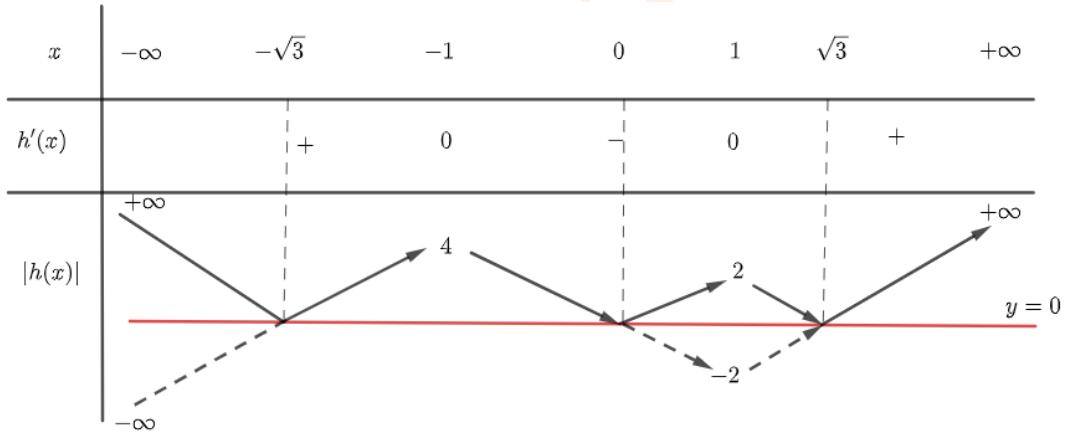
$y'=0$ hoặc y' không xác định khi: $\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \\ x=\pm 1 \\ f'\left(\left|x^3-3x\right|+m\right)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \\ x=\pm 1 \\ \left|x^3-3x\right|+m=0 \\ \left|x^3-3x\right|+m=2 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \\ x=\pm 1 \\ \left|x^3-3x\right|=-m \\ \left|x^3-3x\right|=2-m \end{array}\right.$.

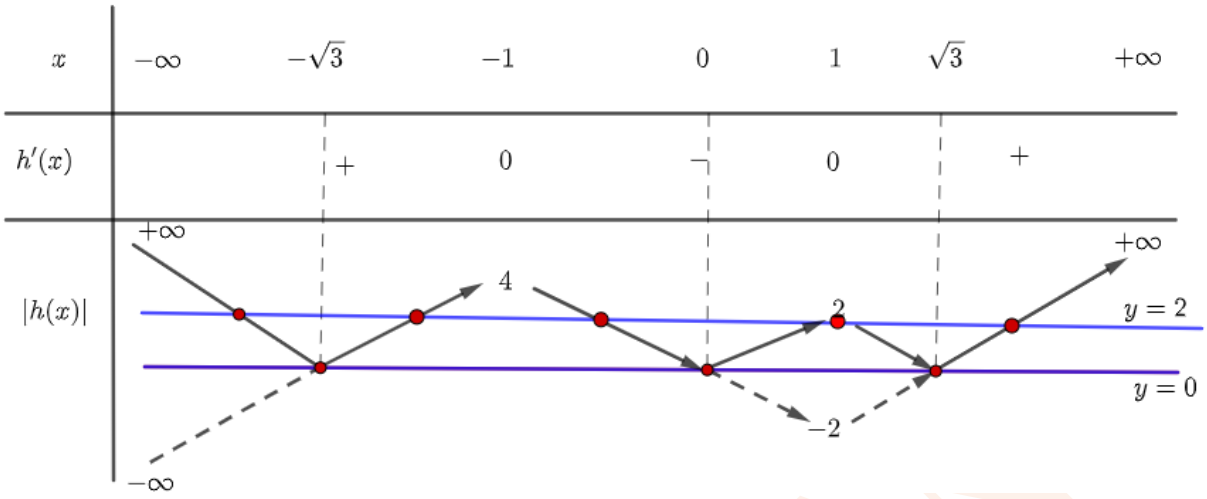
Đặt $h(x)=x^3-3x \Rightarrow h'(x)=3x^2-3$.

$h'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $\left|h(x)\right|$:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để hàm số $y=f\left(\left|x^3-3x\right|+m\right)$ có 7 cực trị thì số nghiệm bội lẻ của phương trình $y'=0$ phải là 7.



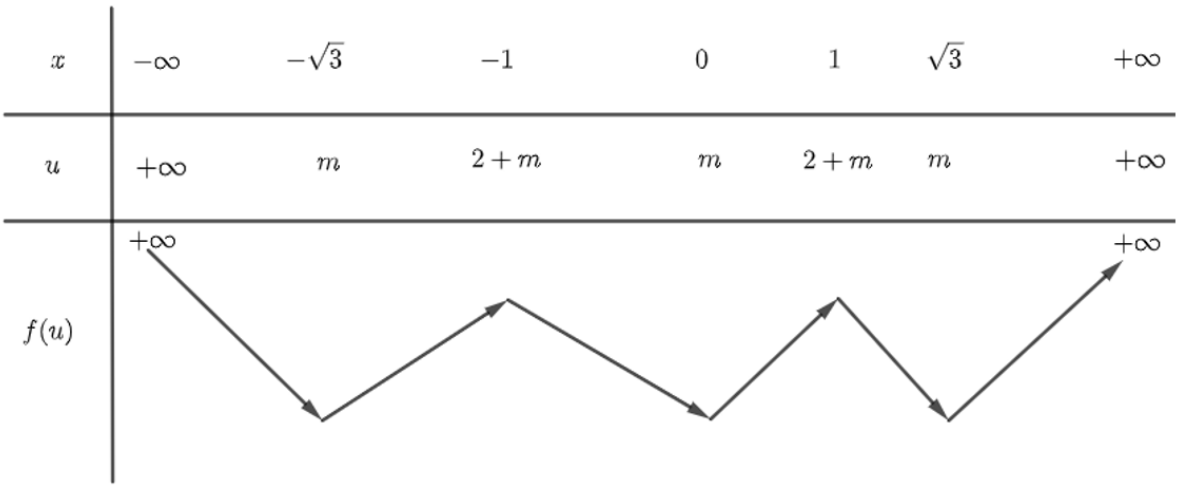
Ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} 2-m=2 \\ -m=0 \end{cases} \Leftrightarrow m=0$.

Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên là $m=0$ thoả mãn hàm số $y=f\left(\left|x^3-3x\right|+m\right)$ có đúng 7 cực trị.

Cách 2: Ghép trục+ đánh giá

Đặt $u=\left|x^3-3x\right|+m \Rightarrow u'=\dfrac{\left(x^3-3x\right)\left(3x^2-3\right)}{\left|x^3-3x\right|}$.

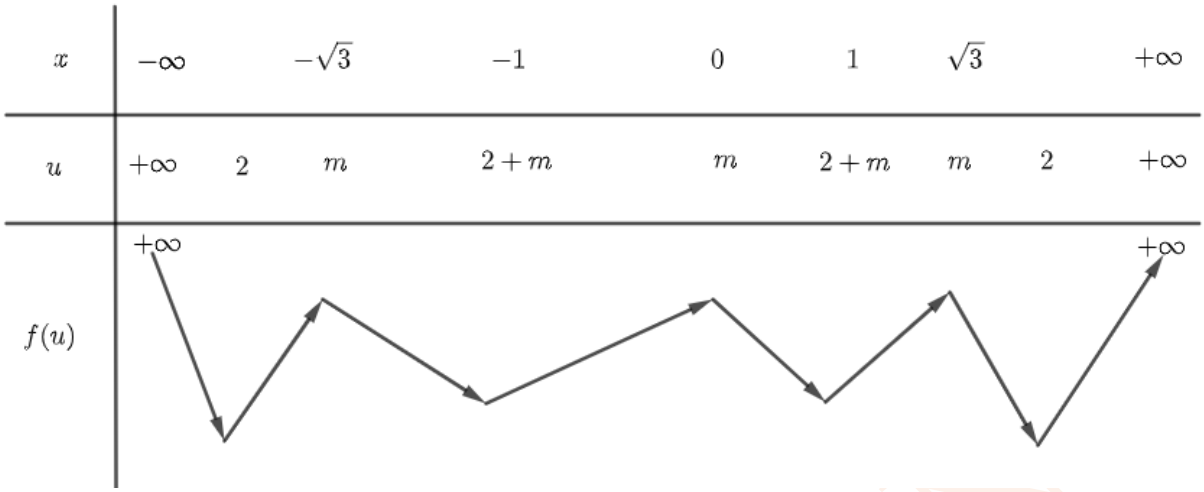
$u'=0$ hoặc u' không xác định khi: $\left[\begin{array}{l} u=0 \\ u=\pm 1 \\ u=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.



Kết hợp với bảng biến thiên của $y=f\left(x\right)$, ta thấy để hàm số $y=f\left(u\right)$ có 7 cực trị thì $m<2$ và trong $\left(m;2+m\right)$ không chứa điểm cực trị nào của $f\left(x\right)$.

Ycbt $\Leftrightarrow m=0$.

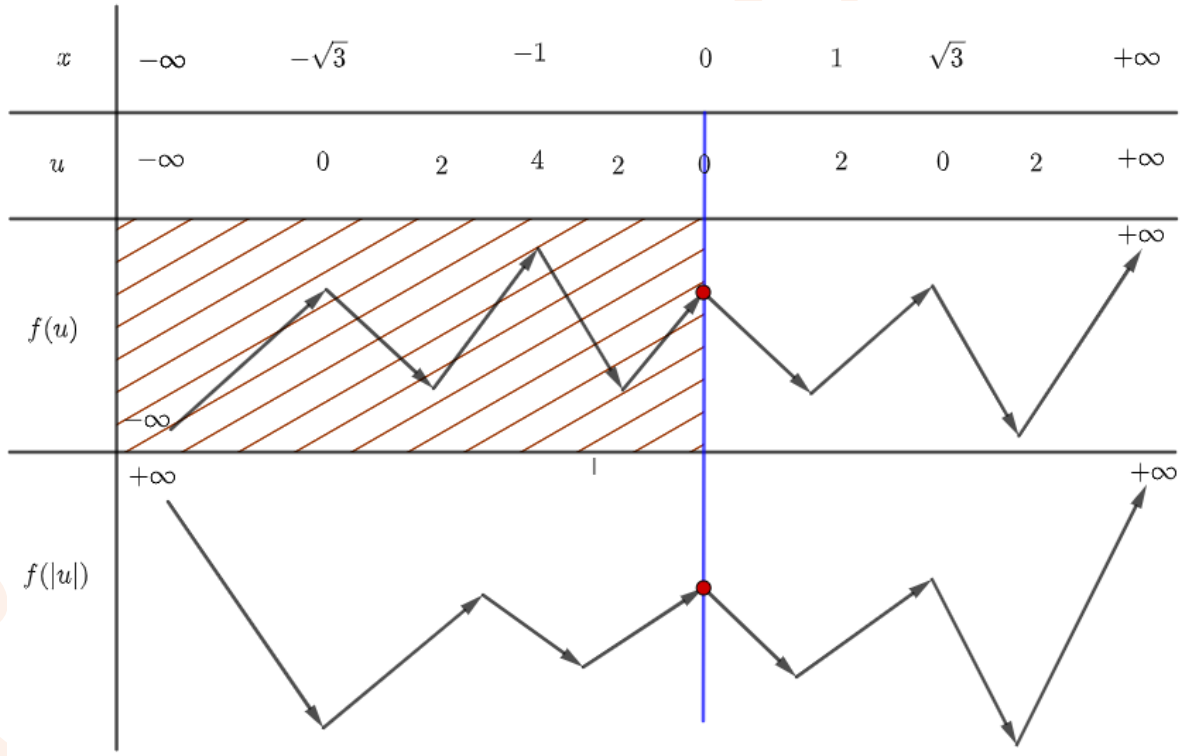
Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên là $m=0$ thoả mãn hàm số $y=f\left(\left|x^3-3x\right|+m\right)$ có đúng 7 cực trị.



Cách 3: Ghép trục+ tịnh tiến đồ thị.

Đặt $u = x^3 - 3x \Rightarrow u' = 3x^2 - 3$.

$u' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} u = -1 \\ u = 1 \end{array}\right.$.



Hàm số $y = f\left(|u| + m\right)$ được tạo thành từ việc tịnh tiến qua trái m đơn vị $(m > 0)$, rồi lấy đối xứng qua trục Oy.

Ta thấy để hàm số $y = f\left(|u| + m\right)$ có 7 cực trị thì số cực trị dương của $f\left(u + m\right)$ phải là 3

$\Rightarrow 0 \le m < 1$.

Kết hợp $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m = 0$.

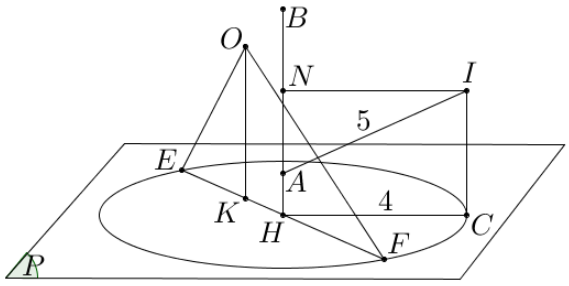
Vậy chỉ có 1 giá trị nguyên là $m = 0$ thoả mãn hàm số $y = f\left(\left|x^3 - 3x\right| + m\right)$ có đúng 7 cực trị.

Câu 46. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2), B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+9=0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài đoạn OC. Giá trị M^2+m^2 bằng

A. 78. **B.** 76. **C.** 74. **D.** 72.

Lời giải

Mặt phẳng (P) có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;1;-2)$ và vectơ $\overrightarrow{AB}=(-4;-2;4)$ cùng phương nên đường thẳng AB vuông góc với mặt phẳng (P).



Dễ thấy A, B nằm cùng phía so với (P); gọi N là trung điểm của đoạn AB và I là tâm của mặt cầu (S), khi đó I thuộc mặt phẳng trung trực (Q) của đoạn AB và $N(1;4;0)$.

Vì $AB\perp(P)$ nên $(Q)\parallel(P)$ suy ra bán kính mặt cầu $R=IC=d(N;(P))=5$.

Phương trình đường thẳng $AB:\begin{cases}x=3+2t\\y=5+t\\z=-2-2t\end{cases}$. Gọi H là hình chiếu của N trên mặt phẳng (P) thì $H=AB\cap(P)$ nên $H\left(-\frac{7}{3};\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$.

Có $AN=3\Rightarrow HC=NI=\sqrt{AI^2-AN^2}=4$ nên điểm C thuộc đường tròn $(T)\subset(P)$ có tâm là H và bán kính $r=HC=4$.

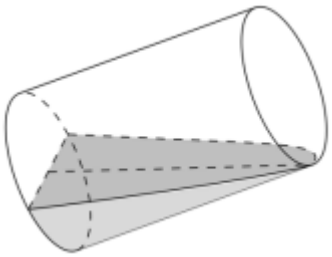
Có $OH=\sqrt{22}$, gọi K là hình chiếu của O trên (P) thì $OK=d(O;(P))=3$

$\Rightarrow HK=\sqrt{OH^2-OK^2}=\sqrt{13}<r\Rightarrow K$ nằm trong đường tròn (T).

Gọi E, F là giao điểm của đường thẳng HK với đường tròn (T), khi đó giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài đoạn OC bằng độ dài đoạn OE, OF.

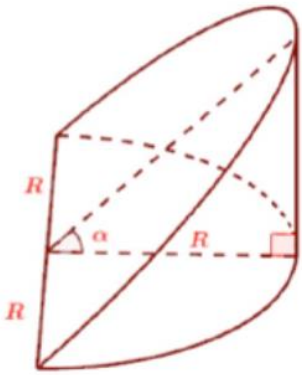
Vậy $M^2+m^2=OE^2+OF^2=2OH^2+\frac{EF^2}{2}=2.22+\frac{8^2}{2}=76$.

Câu 47. Một chiếc cốc hình trụ có đường kính đáy $6cm$, chiều cao $15cm$ chứa đầy nước. Nghiêng cốc nước cho nước chảy từ từ ra ngoài cho đến khi mép nước ngang với đường kính của đáy (tham khảo hình vẽ bên). Khi đó thể tích của nước còn lại trong cốc bằng



A. $90cm^3$. **B.** $70cm^3$. **C.** $80cm^3$. **D.** $100cm^3$.

Lời giải



Chọn trục Ox trùng với đường kính.

Thiết diện cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x\ (-R \le x \le R)$ là một tam giác vuông có độ dài 2 cạnh góc vuông là $\sqrt{R^2-x^2}$ và $\sqrt{R^2-x^2}.\tan\alpha$

Khi đó, diện tích thiết diện là : $S(x)=\frac{1}{2}\sqrt{R^2-x^2}.\sqrt{R^2-x^2}.\tan\alpha=\frac{1}{2}\left(R^2-x^2\right)\tan\alpha$

Gọi h là chiều cao của cốc nước. Khi đó: $R=3cm, h=15cm$

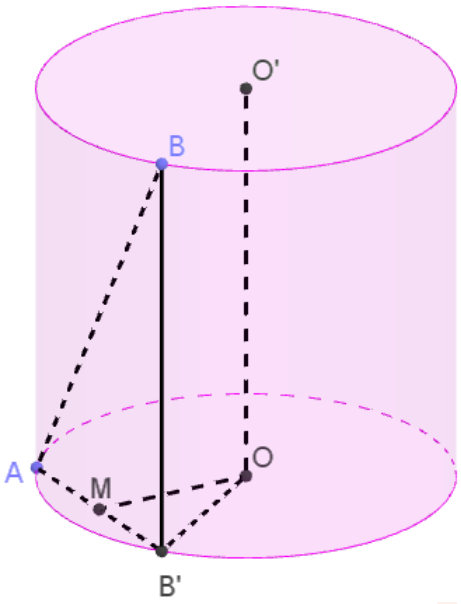
Thể tích khối nước còn lại trong cốc là:

$$V=2.\int_0^R S(x)\,dx=2.\frac{1}{2}\tan\alpha\int_0^R\left(R^2-x^2\right)dx=\frac{2}{3}.R^3.\tan\alpha=\frac{2}{3}.3^3.\frac{15}{3}=90cm^3.$$

Câu 48. Cho hình trụ có hai đường tròn đáy là (O) và (O'), bán kính đáy $r=5cm$, hai điểm A,B lần lượt nằm trên hai đường tròn (O) và (O') sao cho $AB=10cm$ và đường thẳng AB cách trục OO' một khoảng bằng $3cm$. Thể tích của khối trụ giới hạn bởi hình trụ đã cho là:

A. $165\pi\,cm^3$. **B.** $120\pi\,cm^3$. **C.** $150\pi\,cm^3$. **D.** $160\pi\,cm^3$.

Lời giải



Kẻ BB' vuông góc với mặt phẳng chứa đường tròn (O) và M là trung điểm của dây cung $AB' \Rightarrow OM = 3cm$.

Xét $\Delta OMB'$ vuông tại M có $MB' = \sqrt{OB'^2 - OM^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4cm \Rightarrow AB' = 8cm$.

Xét $\Delta ABB'$ vuông tại B' có $BB' = \sqrt{AB^2 - AB'^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6cm$.

Thể tích khối trụ cần tìm $V = \pi r^2 h = 25\pi.6 = 150\pi\, cm^3$.

Câu 49. Có bao nhiêu số nguyên y sao cho ứng với mỗi số nguyên y có đúng 6 số nguyên x thỏa mãn $7^{x^2-|y-3x+2|}.\log_{(|y-3x+2|+5)}\left(x^2+5\right) \le 1$?

A. 16. **B.** 17. **C.** 14. **D.** 15.

Lời giải

Dễ thấy $|y-3x+2|+5 \ge 5$ và $x^2+5 \ge 5$ với mọi $x; y \in \mathbb{R}$.

Ta có: $7^{x^2-|y-3x+2|}.\log_{(|y-3x+2|+5)}\left(x^2+5\right) \le 1 \Leftrightarrow \dfrac{7^{x^2+5}}{7^{|y-3x+2|+5}} . \dfrac{\ln\left(x^2+5\right)}{\ln\left(|y-3x+2|+5\right)} \le 1$

$\Leftrightarrow 7^{x^2+5}.\ln\left(x^2+5\right) \le 7^{|y-3x+2|+5}.\ln\left(|y-3x+2|+5\right)$ (1)

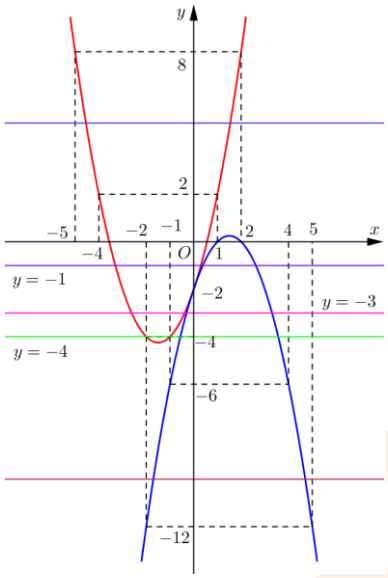
Xét hàm số $f(t) = 7^t.\ln t$ trên $[5;+\infty)$.

$f'(t) = 7^t.\ln t.\ln 7 + 7^t.\dfrac{1}{t} > 0, \forall t \ge 5 \Rightarrow$ Hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[5;+\infty)$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow f\left(x^2+5\right) \le f\left(|y-3x+2|+5\right) \Leftrightarrow x^2+5 \le |y-3x+2|+5 \Leftrightarrow x^2 \le |y-3x+2|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y-3x+2 \ge x^2 \\ y-3x+2 \le -x^2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y \ge x^2+3x-2 \\ y \le -x^2+3x-2 \end{array}\right.$.

Ta vẽ đồ thị hai hàm số $y=x^2+3x-2$ và $y=-x^2+3x-2$ trên cùng một hệ trục tọa độ:



Dựa vào đồ thị vừa vẽ ta có yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2\le y<8 \\ -12<y\le -6 \\ y=0 \\ y=-1 \\ y=-3 \\ y=-4 \end{array}\right.$.

Do y nguyên nên $y\in\{-11;-10;-9;-8;-7;-6;-4;-3;-1;0;2;3;4;5;6;7\}$.

Vậy có 16 số nguyên y thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;-1), B(4;1;0), C(4;7;3)$. Mặt phẳng đi qua điểm A, tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) có phương trình là:

A. $x-4y-z+9=0$. **B.** $5x+2y-16=0$.

C. $2x-2y+z+3=0$. **D.** $3x+2z-4=0$.

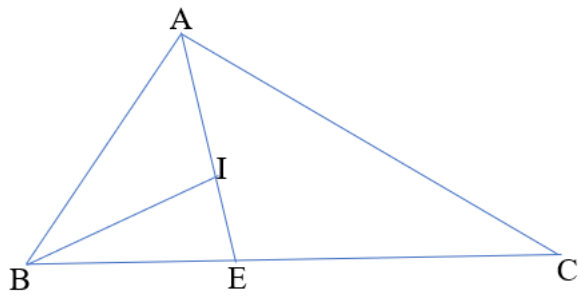
Lời giải

Ta có:

$\overrightarrow{AB}=(2;-2;1), \overrightarrow{AC}=(2;4;4) \Rightarrow AB=3, AC=6$

Mặt phẳng (ABC) có vec tơ pháp tuyến $\vec{n}_{ABC}=[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}]=(-12;-6;12)$

Gọi I là tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC, $E=AI\cap BC$



Theo tính chất đường phân giác trong AE của tam giác ABC có

$\frac{BE}{EC}=\frac{AB}{AC}=\frac{1}{2}\Rightarrow 2BE=EC\Rightarrow 2\overrightarrow{BE}+\overrightarrow{EC}=\vec{0}\Rightarrow E(4;3;1)$.

Gọi mặt phẳng (P) đi qua AI, vuông góc (ABC) nên (P) đi qua AE, $(P)\perp(ABC)$

Suy ra vec tơ pháp tuyến của (P) là $\vec{n}_p=[\overrightarrow{AE},\vec{n}_{ABC}]=(12;-48;-12)=12(1;-4;-1)$

Vậy phương trình của $(P):x-4y-z+9=0$ chọn đáp án A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG