TRƯỜNG THPT CHUYÊN QUỐC HỌC – HUẾ
TỔ TOÁN
ĐỀ CHÍNH THỨC
(Đề thi có 04 trang)

ĐỀ KIỂM TRA GIỮA KỲ I
NĂM HỌC 2026 – 2027
Môn: Toán – Lớp 12
Thời gian: 90 phút (Không kể thời gian phát đề)

Họ và tên học sinh:.....Số báo danh:..... **Mã đề thi: 1205**

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x+1}$ là

A. $y=3$. B. $y=-6$. C. $y=-1$. D. $y=2$.

Câu 2. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Tính $M-m$.

A. $\dfrac{7}{2}$. B. $\dfrac{1}{2}$. C. 2. D. $\dfrac{3}{8}$.

Câu 3. Hàm số $y=x^3-3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(2;+\infty)$. B. $(-1;1)$. C. $(-\infty;0)$. D. $(0;2)$.

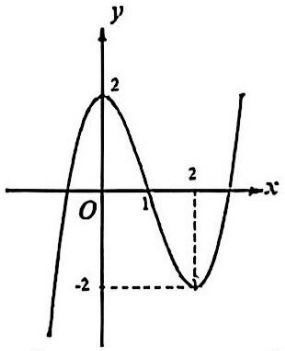
Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên $[-2;2]$ như dưới đây

x	-2		-1		1		2
y'		+	0	−	0	+	
y		↗	3	↘	-1	↗	3

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;2]$ bằng

A. -1. B. 3. C. -2. D. 2.

Câu 5. Đường cong như hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. B. $y=-x^3+3x^2-2$. C. $y=x^3+3x^2+2$. D. $y=x^3-3x^2+2$.

Câu 6. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như dưới đây

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

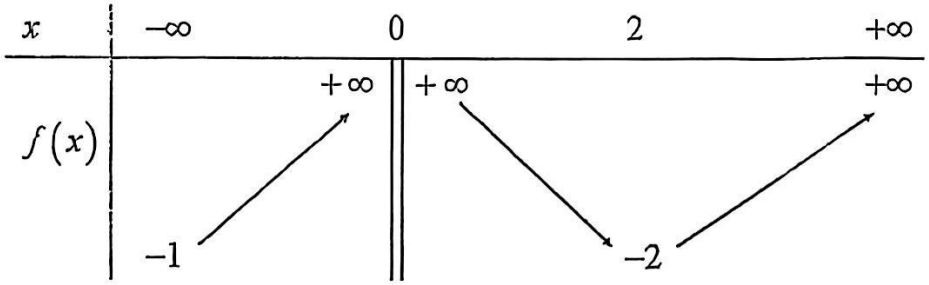
Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 7. Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Phương trình $f(x)=-1{,}5$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

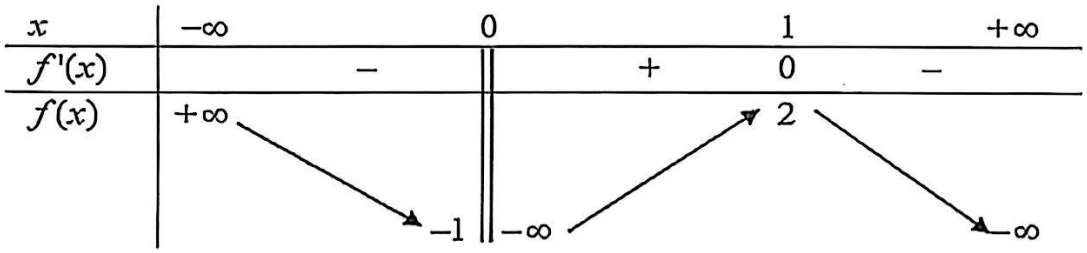
A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 9. Xét chuyển động thẳng của một chất điểm có phương trình vị trí theo thời gian t (với $t\geq 0$) được cho bởi $s(t)=-t^3+2t^2-t$ (trong đó s tính bằng mét, t tính bằng giây). Vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) của chất điểm tại thời điểm t là

A. $v(t)=-\frac{1}{4}t^4+\frac{2}{3}t^3-\frac{1}{2}t^2$. **B.** $v(t)=-t^3+2t^2-t$.

C. $v(t)=-3t^2+4t-1$. **D.** $v(t)=-3t^2+4t$.

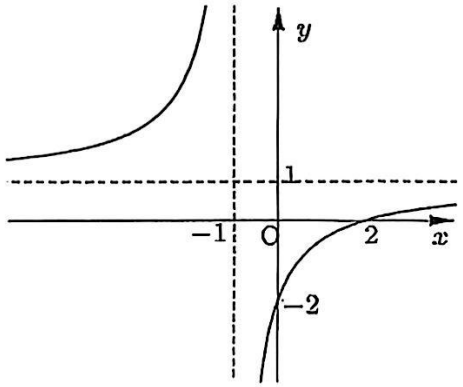
Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 11. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\frac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x-2}{x+1}$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^2-4)(x-5)(x+2), \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 2. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-2}$.

a) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$.

b) Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là $x=2$.

c) $f'(x)=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$.

d) Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $2\sqrt{5}$.

Câu 2. Tại một khu du lịch, một đoàn khách tham quan gồm 25 người muốn thuê xe ô tô điện để trở về khách sạn. Biết rằng một xe ô tô điện có thể chở tối đa 16 hành khách và nếu một chuyến xe chở x hành khách $(x\in\mathbb{N}^*, x\le 16)$ thì mỗi hành khách phải trả $\dfrac{(40-x)^2}{18}$ nghìn đồng cho tài xế.

a) Nếu một chuyến xe chở 10 hành khách thì tổng số tiền tài xế thu được là 450 nghìn đồng.

b) Nếu một chuyến xe chở x hành khách thì tài xế thu được là $\dfrac{x.(40-x)^2}{18}$ nghìn đồng.

c) Trong một chuyến xe, số tiền mà tài xế có thể nhận được lớn nhất là 527 nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Để chở hết 25 người về lại khách sạn, đoàn khách tham quan thuê một xe ô tô điện và chia thành hai chuyến. Khi đó, tổng chi phí thấp nhất mà đoàn khách phải trả là 992 nghìn đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4.

Câu 1. Gọi I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=2x^3-x^2+x+2$. Tính khoảng cách từ điểm I đến trục hoành (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 2. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x^2+x-2}{x-2}$ có đường tiệm cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$. Tính a^2+b^2.

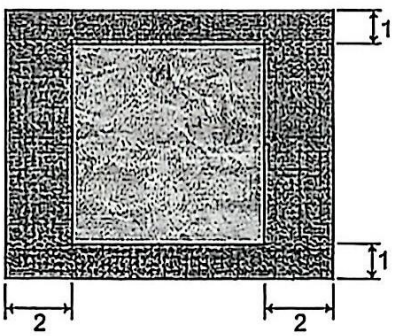
Câu 3. Một tờ giấy hình quạt có chu vi bằng 112 cm (chu vi hình quạt bằng tổng độ dài cung tròn và độ dài hai bán kính của hình tròn tạo nên hình quạt). Từ tờ giấy này, ta cắt bỏ đi một hình quạt nhỏ hơn, có chu vi bằng 56 cm, tạo thành một phần của hình vành khuyên (gọi hình này là H) để làm một chiếc quạt giấy (xem hình vẽ).



Hình H

Tính diện tích lớn nhất của hình H (đơn vị: cm^2).

Câu 4. Người ta muốn thiết kế một bể bơi hình chữ nhật bao gồm hai phần: phần bể chứa nước có mặt thoáng là hình chữ nhật có diện tích bằng 160 m^2, phần gồm các đường đi xung quanh bể chứa nước với các kích thước (đơn vị mét) như hình vẽ.



Tổng diện tích của các đường đi xung quanh bể chứa nước của bể bơi nhỏ nhất là bao nhiêu mét vuông (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

PHẦN IV. Câu hỏi tự luận (3,0 điểm).

Câu 1. (1,0 điểm) Xét tính đơn điệu và tìm các điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^2 - 3$.

Câu 2. (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2 - 2x + 1}{x + 2}$ trên đoạn $[0;3]$.

Câu 3. (1,0 điểm) Một công ty nông sản có công suất chế biến tối đa là 150 tấn và tối thiểu là 1 tấn nguyên liệu một tháng. Nếu công ty chế biến x tấn nguyên liệu trong một tháng $(1 \le x \le 150)$ thì chi phí sản xuất, doanh thu và lợi nhuận mà công ty đạt được lần lượt là $C(x) = 0,001x^3 + 30x + 10$ (triệu đồng), $R(x) = 60x$ (triệu đồng) và $L(x)$.

a) Lập công thức tính lợi nhuận $L(x)$ theo x.

b) Lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là bao nhiêu triệu đồng?

---------- **HẾT** ----------

- Thí sinh không được sử dụng tài liệu.
- Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI THAM KHẢO

Được thực hiện bởi AI & TOANMATH.com

PHẦN I. TRẮC NGHIỆM NHIỀU PHƯƠNG ÁN LỰA CHỌN.

Câu 1. Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-6}{x+1}=2$ nên tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=2$. Chọn D.

Câu 2. Ta có $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}<0,\forall x\in[3;5]$ nên hàm số nghịch biến trên $[3;5]$. Suy ra $M=f(3)=2,\ m=f(5)=\dfrac{3}{2}$. Vậy $M-m=\dfrac{1}{2}$. Chọn B.

Câu 3. Ta có $y'=3x^2-6x$; $y'<0\Leftrightarrow 0<x<2$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$. Chọn D.

Câu 4. Từ bảng biến thiên, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$ bằng -1. Chọn A.

Câu 5. Đồ thị đi qua điểm $(2;-2)$. Thay $x=2$ vào bốn phương án, ta lần lượt được $y=6$, $y=2$, $y=22$, $y=-2$. Chỉ hàm số $y=x^3-3x^2+2$ thỏa mãn. Chọn D.

Câu 6. Từ bảng biến thiên, hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$. Hàm số không đồng biến trên $(-\infty;3)$. Chọn C.

Câu 7. Ta có $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm1$. Đạo hàm y' đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua -1 và 1 nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm1$, giá trị cực tiểu là $y(\pm1)=1-2+3=2$. Chọn A.

Câu 8. Trên $(-\infty;0)$, $f(x)>-1$ nên phương trình $f(x)=-1{,}5$ vô nghiệm. Trên $(0;2)$, $f(x)$ giảm từ $+\infty$ xuống -2 nên phương trình có đúng 1 nghiệm. Trên $(2;+\infty)$, $f(x)$ tăng từ -2 lên $+\infty$ nên phương trình có đúng 1 nghiệm. Vậy phương trình có 2 nghiệm thực phân biệt. Chọn B.

Câu 9. Ta có $v(t)=s'(t)=-3t^2+4t-1$. Chọn C.

Câu 10. Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang. Ta có $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=-\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=0$. Vậy đồ thị có 0 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng, tổng số là 1. Chọn C.

Câu 11. Đồ thị có tiệm cận đứng $x=-1$. Trong bốn phương án, chỉ hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có tiệm cận đứng $x=-1$. Chọn D.

Câu 12. Ta có $f'(x)=(x-2)(x+2)(x-5)(x+2)=(x-2)(x-5)(x+2)^2$. $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi x đi qua 2 và 5; không đổi dấu khi x đi qua -2 (nghiệm kép). Vậy hàm số có 2 điểm cực trị. Chọn D.

PHẦN II. TRẮC NGHIỆM ĐÚNG SAI.

Câu 1.

a) Sai. Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

b) Đúng. Khi $x \to 2$, tử số dần về $4 \neq 0$ và mẫu số dần về 0 nên $\lim\limits_{x \to 2^+} f(x) = +\infty$, $\lim\limits_{x \to 2^-} f(x) = -\infty$. Vậy $x = 2$ là tiệm cận đứng.

c) Đúng. $f'(x) = \dfrac{(2x-3)(x-2) - \left(x^2 - 3x + 6\right)}{(x-2)^2} = \dfrac{x^2 - 4x}{(x-2)^2}$.

d) Sai. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 0$ hoặc $x = 4$, và $f'(x)$ đổi dấu khi x đi qua hai giá trị này. Hai điểm cực trị của đồ thị là $A(0;-3)$, $B(4;5)$. Suy ra $AB = \sqrt{4^2 + 8^2} = 4\sqrt{5}$.

Câu 2. Gọi $T(x)$ (nghìn đồng) là số tiền tài xế thu được khi một chuyến xe chở x hành khách.

a) Sai. Với $x = 10$: $T(10) = 10 \cdot \dfrac{30^2}{18} = 500$ nghìn đồng.

b) Đúng. $T(x) = x \cdot \dfrac{(40-x)^2}{18} = \dfrac{x(40-x)^2}{18}$.

c) Đúng. Ta có $T'(x) = \dfrac{(40-x)^2 - 2x(40-x)}{18} = \dfrac{(40-x)(40-3x)}{18}$; với $1 \le x \le 16$ thì $T'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{40}{3}$. $T(x)$ đồng biến trên $\left[1; \dfrac{40}{3}\right]$ và nghịch biến trên $\left[\dfrac{40}{3}; 16\right]$. Vì $x \in \mathbb{N}^*$ nên ta so sánh $T(13) = \dfrac{13 \cdot 27^2}{18} = 526{,}5$ và $T(14) = \dfrac{14 \cdot 26^2}{18} \approx 525{,}78$. Vậy số tiền lớn nhất tài xế nhận được trong một chuyến là $526{,}5 \approx 527$ nghìn đồng.

d) Sai. Gọi số khách ở chuyến thứ nhất là x, chuyến thứ hai là $25 - x$ ($x \in \mathbb{N}^*$). Do $x \le 16$ và $25 - x \le 16$ nên $9 \le x \le 16$. Tổng chi phí là $g(x) = T(x) + T(25-x)$. Vì $g(x) = g(25-x)$ nên chỉ cần xét $x \in \{9;10;11;12\}$:

$g(9) = \dfrac{9 \cdot 31^2 + 16 \cdot 24^2}{18} = 992{,}5$; $g(10) = \dfrac{10 \cdot 30^2 + 15 \cdot 25^2}{18} \approx 1020{,}83$;

$g(11) = \dfrac{11 \cdot 29^2 + 14 \cdot 26^2}{18} \approx 1039{,}72$; $g(12) = \dfrac{12 \cdot 28^2 + 13 \cdot 27^2}{18} \approx 1049{,}17$.

Vậy tổng chi phí thấp nhất là $992{,}5 \approx 993$ nghìn đồng (khi hai chuyến chở 9 người và 16 người).

<u>PHẦN III</u>. TRẮC NGHIỆM TRẢ LỜI NGẮN.

Câu 1. Đồ thị hàm số bậc ba có tâm đối xứng là điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $y''=0$. Ta có $y'=6x^2-2x+1$, $y''=12x-2$; $y''=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{6}$. Với $x=\dfrac{1}{6}$ thì $y=\dfrac{58}{27}$. Tâm đối xứng của đồ thị là $I\left(\dfrac{1}{6};\dfrac{58}{27}\right)$. Khoảng cách từ I đến trục hoành là $\dfrac{58}{27}\approx 2{,}15$.

Đáp án: $2{,}15$.

Câu 2. Ta có $y=\dfrac{-3x^2+x-2}{x-2}=-3x-5-\dfrac{12}{x-2}$. Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[y-(-3x-5)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-12}{x-2}=0$ nên tiệm cận xiên của đồ thị là $y=-3x-5$. Suy ra $a=-3$, $b=-5$, $a^2+b^2=34$.

Đáp án: 34.

Câu 3. Gọi R (cm) là bán kính, l (cm) là độ dài cung của tờ giấy hình quạt. Ta có $2R+l=112\Rightarrow l=112-2R$. Vì $0<l<2\pi R$ nên $\dfrac{56}{1+\pi}<R<56$.

Hình quạt nhỏ có cùng tâm và cùng góc ở tâm với tờ giấy nên bán kính và độ dài cung của nó tỉ lệ với R và l theo cùng tỉ số k. Khi đó chu vi hình quạt nhỏ là $k(2R+l)=112k=56\Rightarrow k=\dfrac{1}{2}$, tức hình quạt nhỏ có bán kính $\dfrac{R}{2}$ và độ dài cung $\dfrac{l}{2}$.

Diện tích hình H là $S=\dfrac{lR}{2}-\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{l}{2}\cdot\dfrac{R}{2}=\dfrac{3lR}{8}=\dfrac{3(112-2R)R}{8}=\dfrac{3}{4}\left(56R-R^2\right)$.

Ta có $S'(R)=\dfrac{3}{4}(56-2R)$; $S'(R)=0\Leftrightarrow R=28$ (thỏa mãn). $S'(R)>0$ trên $\left(\dfrac{56}{1+\pi};28\right)$, $S'(R)<0$ trên $(28;56)$ nên S lớn nhất khi $R=28$.

$S_{\max}=\dfrac{3}{4}\left(56\cdot 28-28^2\right)=588$.

Đáp án: 588.

Câu 4. Gọi x, y (m) lần lượt là chiều dài (theo phương ngang) và chiều rộng của phần bể chứa nước ($x>0$, $y>0$), ta có $xy=160\Rightarrow y=\dfrac{160}{x}$.

Kích thước của cả bể bơi là $(x+4)$ và $(y+2)$. Tổng diện tích các đường đi là $S=(x+4)(y+2)-160=2x+4y+8=2x+\dfrac{640}{x}+8$.

Ta có $S'(x)=2-\dfrac{640}{x^2}$; $S'(x)=0\Leftrightarrow x^2=320\Leftrightarrow x=8\sqrt{5}$ (do $x>0$). $S'(x)<0$ trên $\left(0;8\sqrt{5}\right)$, $S'(x)>0$ trên $\left(8\sqrt{5};+\infty\right)$ nên S nhỏ nhất khi $x=8\sqrt{5}$.

$S_{\min}=16\sqrt{5}+\dfrac{640}{8\sqrt{5}}+8=32\sqrt{5}+8\approx 80$.

Đáp án: 80.

PHẦN IV. TỰ LUẬN.

Câu 1. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm 1$.

Bảng biến thiên:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$; nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $y_{CĐ}=-3$; đạt cực tiểu tại $x=-1$ và $x=1$, $y_{CT}=-4$.

Câu 2. Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

Ta có $y'=\dfrac{(2x-2)(x+2)-\left(x^2-2x+1\right)}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+4x-5}{(x+2)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$ (thỏa mãn) hoặc $x=-5$ (loại).

Ta có $y(0)=\dfrac{1}{2}$, $y(1)=0$, $y(3)=\dfrac{4}{5}$.

Vậy $\max\limits_{[0;3]} y=\dfrac{4}{5}$ khi $x=3$; $\min\limits_{[0;3]} y=0$ khi $x=1$.

Câu 3.

a) $L(x)=R(x)-C(x)=60x-\left(0,001x^3+30x+10\right)=-0,001x^3+30x-10$ với $1\le x\le 150$.

b) Ta có $L'(x)=-0,003x^2+30$; $L'(x)=0\Leftrightarrow x^2=10000\Leftrightarrow x=100$ (do $1\le x\le 150$).

Ta có $L(1)=19,999$, $L(100)=1990$, $L(150)=1115$.

Vậy lợi nhuận lớn nhất mà công ty đạt được trong một tháng là 1990 triệu đồng, khi chế biến 100 tấn nguyên liệu.

---------- HẾT ----------