Chuyên đề ôn thi TN. THPT 2025

ThS. Nguyễn Tiến Hà

CHUYÊN ĐỀ

NTH

TOÁN 12

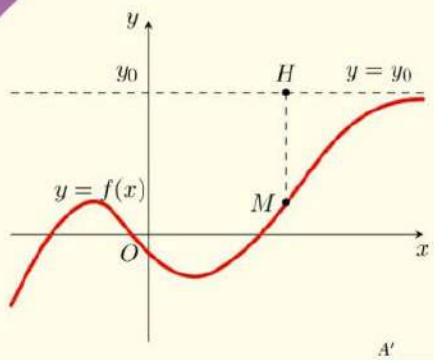
ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT 2025

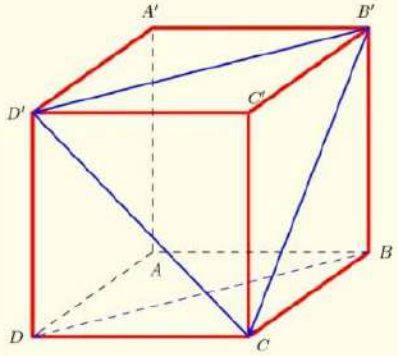
A TÓM TẮT LÍ THUYẾT

B PT ĐỀ MINH HỌA

C BÀI TẬP RÈN LUYỆN

D BỘ ĐỀ ÔN TẬP





TĂNG TỐC VỀ ĐÍCH

MỤC LỤC

Trang

ĐỀ MINH HỌA BGD KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2025 1

- Kiến thức cần nhớ về ứng dụng đạo hàm 5
- **Dạng toán 1**. Câu 13. Trả lời đúng sai liên quan đến ứng dụng đạo hàm **(60 Câu BTRL)**... 15
- **Dạng toán 2**. Câu 14. Trả lời đúng sai liên quan đến toán chuyển động **(60 Câu BTRL)**.... 29
- **Dạng toán 3**. Câu 15. Trả lời đúng sai liên quan đến xác suất, thống kê **(60 Câu BTRL)** ... 49
- **Dạng toán 4**. Câu 16. Trả lời đúng sai liên quan đến hình học Oxyz **(50 Câu BTRL)**..... 82
- **Dạng toán 5**. Câu 17. Trả lời ngắn: Bài toán khoảng cách **(90 Câu BTRL)**..... 97
- **Dạng toán 6**. Câu 18. Trả lời: Bài toán đường đi ngắn nhất **(28 Câu BTRL)** 118
- **Dạng toán 7**. Câu 19. Trả lời ngắn: Bài toán hình học Oxyz **(65 câu BTRL)** 128
- **Dạng toán 8**. Câu 20. Trả lời ngắn: Bài toán ứng dụng tích phân **(74 Câu BTRL)**..... 146
- **Dạng toán 9**. Câu 21. Trả lời ngắn: Bài toán thực tế ứng dụng đạo hàm **(60 Câu BTRL)**... 184
- **Dạng toán 10**. Câu 22. Trả lời ngắn: Bài toán xác suất **(80 Câu BTRL)**..... 196

100 ĐỀ TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN 196

- **Đề số 01-25**. 196
- **Đề số 26-50**. 242
- **Đề số 51-75**. 277
- **Đề số 76-100**. 314
- **Phụ lục**. 351

- https://www.facebook.com/ToanThayTienHa/
- https://www.facebook.com/ThayHaPowerMath/
- **ĐT: 0949.888.993** – Zalo Thầy **Nguyễn Tiến Hà**

Quý thầy cô cần file dạy xin liên hệ tác giả (phí coffee ạ), file GV và file HS.

ĐỀ MINH HỌA KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2025

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x$ là

A. $\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** e^x+C. **C.** $\dfrac{e^x}{x}+C$. **D.** $x.e^{x-1}+C$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a;b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là

A. $V=\pi\int_a^b |f(x)|\,dx$. **B.** $V=\pi^2\int_a^b f(x)\,dx$.

C. $V=\pi^2\int_a^b [f(x)]^2\,dx$. **D.** $V=\pi\int_a^b [f(x)]^2\,dx$.

Câu 3: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

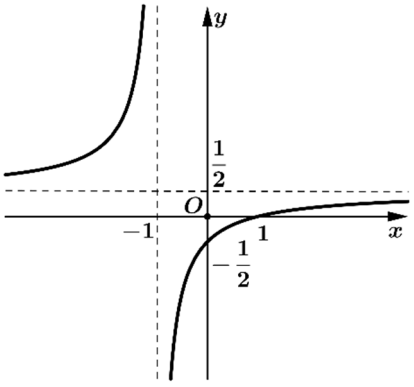
A. $s_1=s_2$. **B.** $s_1=2s_2$. **C.** $2s_1=s_2$. **D.** $4s_1=s_2$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;-3;5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;-1;1)$ là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+5}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=-1$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$.

C. $y=-1$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(1;9)$. **B.** $(-\infty;9)$.

C. $(9;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y-z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_1(1;-3;1)$. **B.** $\vec{n}_2(1;-3;-1)$. **C.** $\vec{n}_3(1;-3;8)$. **D.** $\vec{n}_4(1;3;8)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

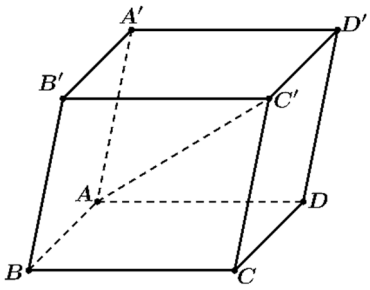
Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là

A. $x = \log_6 2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x = \log_2 6$.

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là đúng?



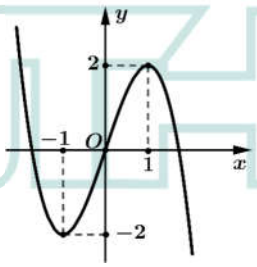
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 12: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.C	5.B	6.A	7.B	8.A	9.D	10.C	11.D	12.C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x$.

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ $(a,b\in\mathbb{R}, a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t)=\int_0^{24} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 15: Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

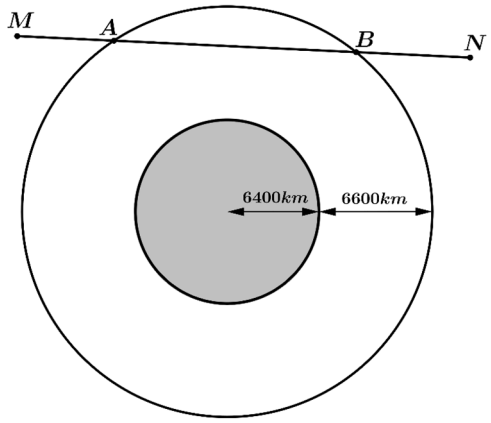
a) Xác suất $P(B)=\dfrac{21}{40}$ và $P(\overline{B})=\dfrac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B)=0,3$.

c) Xác suất $P(A)=0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 16: Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

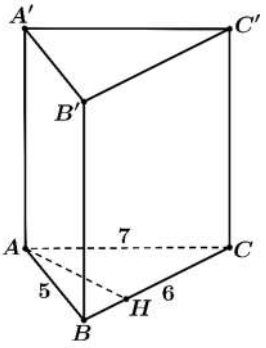
b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

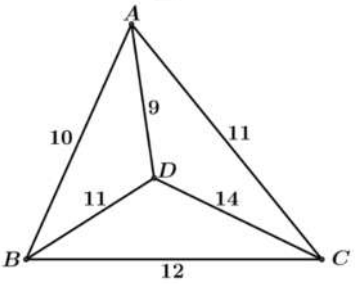
d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

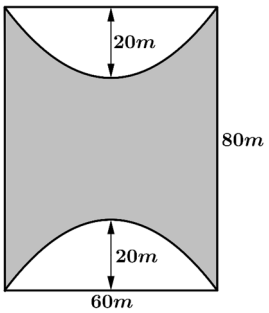


Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 18: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A,B,C,D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 19: Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A\left(3;1;0\right)$, $B\left(3;6;6\right)$, $C\left(4;6;2\right)$, $D\left(6;2;14\right)$; vị trí $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?



Câu 20: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Câu 21: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1\le x\le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G\left(x\right)=x+1000+\dfrac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 22: Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

§ CHỦ ĐỀ 1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

➢ **Dang toán 1. Câu 13. Ứng dụng đạo hàm**

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các quy tắc tính đạo hàm

① $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$.	② $(u.v)' = u'v + v'u$.	③ $(k.u)' = k.u',\ (k \in \mathbb{R})$.

2. Bảng đạo hàm của

○ $(C)' = 0 \qquad C \in \mathbb{R}$.	○ $\left(x\right)' = 1$.
○ $\left(x^n\right)' = n.x^{n-1}\ (n \in \mathbb{N})$.	○ $\left(u^n\right)' = n.u^{n-1}.u' \qquad (n \in \mathbb{N}^*)$.
○ $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\ (x > 0)$.	○ $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}} \qquad (u > 0)$.
○ $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = \dfrac{-1}{x^2} \qquad (x \neq 0)$.	○ $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2} \quad (u \neq 0)$.
○ Công thức tính nhanh 1) $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$. 2) $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \dfrac{abx^2+2acx+bc}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$ *(tích huyền trừ tích sắc)*	

3. Bảng đạo hàm của hàm số lượng giác

○ $(\sin x)' = \cos x$.	○ $(\sin u)' = u'.\cos u$.
○ $(\cos x)' = -\sin x$.	○ $(\cos u)' = -u'.\sin u$.
○ $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$.	○ $(\tan u)' = u'.(1 + \tan^2 u) = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$.
○ $(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.	○ $(\cot u)' = -u'.(1 + \cot^2 u) = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$.

4. Bảng đạo hàm của hàm số mũ - logarit

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ (a^x)' = a^x.\ln a \\ \bullet\ (a^u)' = u'.a^u.\ln a \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \circ\ (\mathrm{e}^u)' = u'.\mathrm{e}^u \\ \circ\ (\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ (\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a} \\ \bullet\ (\log_a u)' = \dfrac{u'}{u\ln a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \circ\ (\ln u)' = \dfrac{u'}{u} \\ \circ\ (\ln x)' = \dfrac{1}{x} \end{array}\right.$$

5. Các công thức lượng giác quan trọng

5.1. Đường tròn lượng giác và dấu của các giá trị lượng giác

Cung phần tư / Giá trị LG	I $0^\circ < \alpha < 90^\circ$	II $90^\circ < \alpha < 180^\circ$	III $180^\circ < \alpha < 270^\circ$	IV $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\tan\alpha$	+	−	+	−
$\cot\alpha$	+	−	+	−

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

5.2. Công thức lượng giác cơ bản

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$	$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$	$1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$	$\tan\alpha.\cot\alpha=1$

5.3. Cung góc liên kết

Cung đối nhau	Cung bù nhau	Cung phụ nhau	Cung hơn kém π
$\cos(-a)=\cos a$	$\sin(\pi-a)=\sin a$	$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\cos a$	$\sin(\pi+a)=-\sin a$
$\sin(-a)=-\sin a$	$\cos(\pi-a)=-\cos a$	$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\sin a$	$\cos(\pi+a)=-\cos a$
$\tan(-a)=-\tan a$	$\tan(\pi-a)=-\tan a$	$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\cot a$	$\tan(\pi+a)=\tan a$
$\cot(-a)=-\cot a$	$\cot(\pi-a)=-\cot a$	$\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\tan a$	$\cot(\pi+a)=\cot a$

5.4. Công thức cộng cung

$\sin(a\pm b)=\sin a\cdot\cos b\pm\cos a\cdot\sin b.$	$\cos(a\pm b)=\cos a\cdot\cos b\mp\sin a\cdot\sin b.$
$\tan(a+b)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\cdot\tan b}.$	$\tan(a-b)=\dfrac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\cdot\tan b}.$

5.5. Công thức nhân đôi và hạ bậc

Nhân đôi	Hạ bậc
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$	$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$
$\cos 2\alpha=\begin{bmatrix}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha\end{bmatrix}$	$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$

5.6. Công thức biến đổi tổng thành tích

$\cos a+\cos b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\cos a-\cos b=-2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$
$\sin a+\sin b=2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\sin a-\sin b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$
Đặc biệt	
$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$	
$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$	

5.7. Công thức biến đổi tích thành tổng

$\cos a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)+\cos(a+b)\right]$	$\sin a\cdot\sin b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)-\cos(a+b)\right]$
$\sin a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\sin(a-b)+\sin(a+b)\right]$	

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

5.8. Bảng giá trị lượng giác một số góc đặc biệt

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0	360^0
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	kxđ	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	0

5.9. Công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản

Với $k\in\mathbb{Z}$, ta có các phương trình lượng giác cơ bản sau:

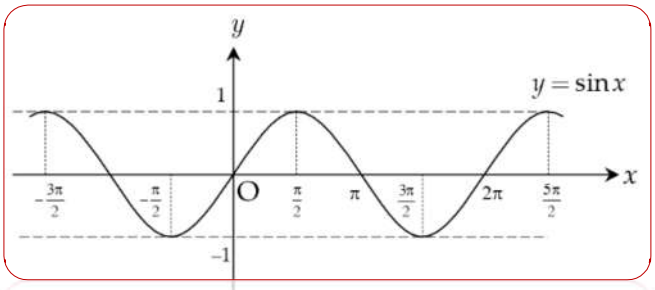
- $\sin a=\sin b\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b+k2\pi\\a=\pi-b+k2\pi\end{array}\right.$.
- $\cos a=\cos b\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b+k2\pi\\a=-b+k2\pi\end{array}\right.$.
- $\tan a=\tan b\Leftrightarrow a=b+k\pi$.
- $\cot a=\cot b\Leftrightarrow a=b+k\pi$.

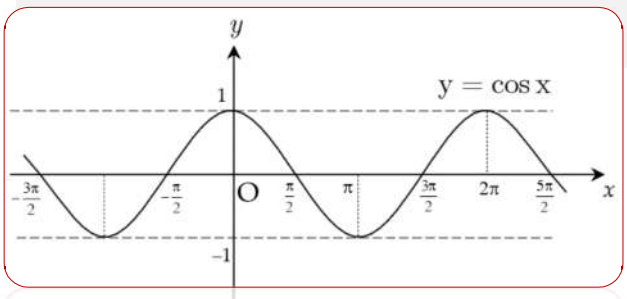
Nếu đề bài cho dạng độ (α°) thì ta sẽ chuyển $k2\pi\to k360^\circ$, $k\pi\to k180^\circ$, với $\pi=180^\circ$.

5.10. Với $k\in\mathbb{Z}$, ta cần nhớ những trường hợp nghiệm đặc biệt:

- $\left\{\begin{array}{l}+\ \sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\\+\ \sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi\\+\ \sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi\end{array}\right.$
- $\left\{\begin{array}{l}+\ \cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi\\+\ \cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\+\ \cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi\end{array}\right.$
- $\left\{\begin{array}{l}+\ \tan x=0\Leftrightarrow x=k\pi\\+\ \tan x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\+\ \tan x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$
- $\left\{\begin{array}{l}+\ \cot x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\\+\ \cot x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi\\+\ \cot x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi\end{array}\right.$

5.11. Đồ thị hàm số lượng giác



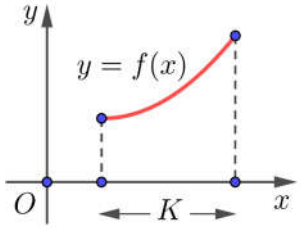


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

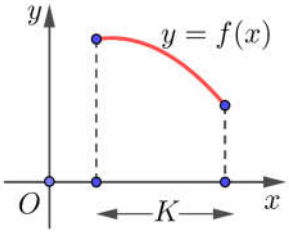
6. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát hàm số

1. Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K thì đồ thị *đi lên* từ trái sang phải (*Hình 1a*).
- Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên K thì đồ thị *đi xuống* từ trái sang phải (*Hình 1b*).



Hình 1a

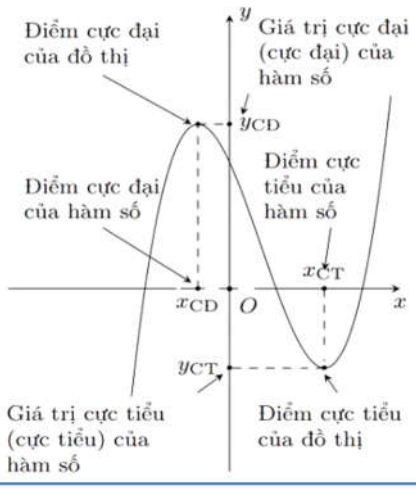


Hình 1b

2. Cực trị của hàm số

x	a		x_0		b
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$f(x_0)$ Cực đại	↘	

x	a		x_0		b
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(x_0)$ Cực tiểu	↗	



3. Bài toán liên quan tính đơn điệu có chứa tham số

(1) Tìm tham số m để hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đơn điệu trên tập xác định

- **Bước 1:** Tập xác định: $D=\mathbb{R}$ Tính đạo hàm $y'=3ax^2+2bx+c$
- **Bước 2:** Điều kiện để hàm đơn điệu:

Để y **đồng biến** trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0\, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

Để y **nghịch biến** trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0\, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

(2) Tìm tham số m để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên từng khoảng xác định

- **Bước 1:** Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ Tính $y'=\dfrac{ad-cb}{(cx+d)^2}$
- **Bước 2:** Điều kiện để hàm đơn điệu:

Để y **đồng biến** trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'>0 \Leftrightarrow ad-bc>0$

Để y **nghịch biến** trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'<0 \Leftrightarrow ad-bc<0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$:

- **Bước 1:** Tìm các điểm $x_1;x_2;...;x_n$ thuộc $(a;b)$ sao cho $f'(x)=0$.
- **Bước 2:** Tính $f(a);f(x_1);f(x_2);...;f(x_n);f(b)$
- **Bước 3:** Gọi M là số lớn nhất và m là số nhỏ nhất trong các giá trị ở Bước 2.
  Khi đó $M=\max\limits_{[a;b]} f(x)$ và $m=\min\limits_{[a;b]} f(x)$.

Sử dụng bất đẳng thức thường gặp:

❖ **Bất đẳng thức Cô-si:**

- Với hai số thực không âm: $a+b\ge 2\sqrt{ab}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b$.
- Với ba số thực không âm: $a+b+c\ge 3\sqrt[3]{abc}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c$.
- Với n thực không âm: $a_1+a_2+...+a_n\ge n\sqrt[n]{a_1a_2...a_n}$.
  Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a_1=a_2=...=a_n$.

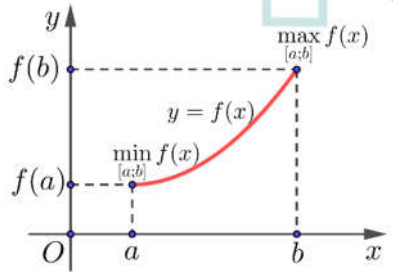
Sử dụng "Tập giá trị" của hàm số lượng giác:

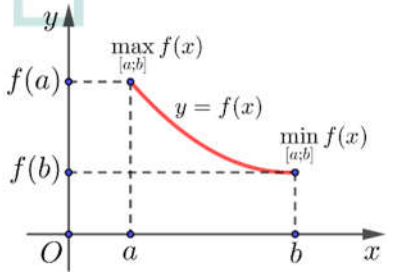
- Dựa vào tập giá trị của hàm số lượng giác: $\begin{cases}-1\le \sin x\le 1\\ -1\le \cos x\le 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0\le \sin^2 x\le 1\\ 0\le \cos^2 x\le 1\end{cases}$

Chú ý: Nếu $y=f(x)$:

✓ đồng biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases}\min\limits_{[a;b]} f(x)=f(a)\\ \max\limits_{[a;b]} f(x)=f(b)\end{cases}$.

✓ nghịch biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases}\min\limits_{[a;b]} f(x)=f(b)\\ \max\limits_{[a;b]} f(x)=f(a)\end{cases}$



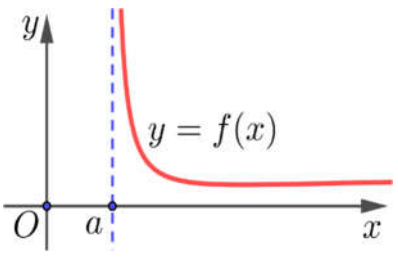


5. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

a) Đường tiệm cận đứng:

Định nghĩa: Đường thẳng $x=a$ được gọi là một đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đúng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thoả mãn:

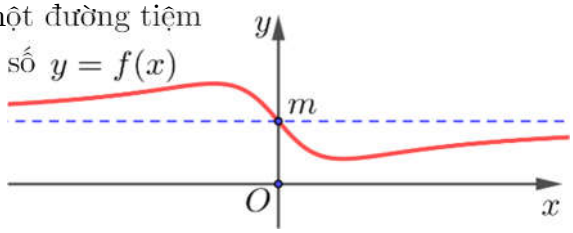
- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=-\infty$



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

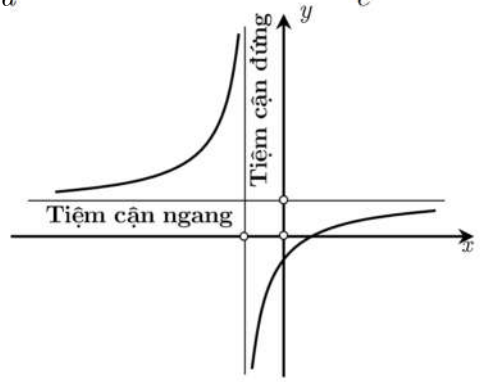
b) Đường tiệm cận ngang:

Định nghĩa: Đường thẳng $y=m$ được gọi là một đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=m$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=m$



➢ **Đặc biệt:**

Đối với hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$.



c) Đường tiệm cận xiên:

Định nghĩa: Đường thẳng $y=ax+b, a\neq 0$, được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu

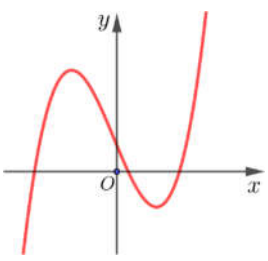
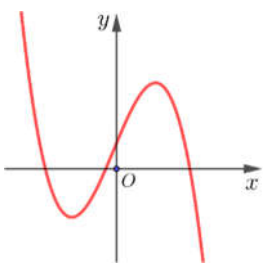
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$ hoặc
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(ax+b)\right]=0$

➢ **Chú ý:** Đối với hàm số phân thức $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ ta có thể chia đa thức để biến đổi về dạng $f(x)=a'x+b'+\dfrac{e}{mx+n}$ với $e\neq 0$.

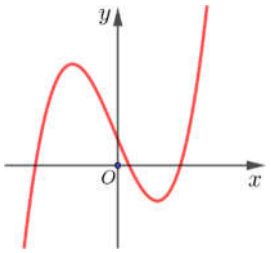
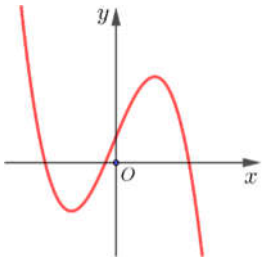
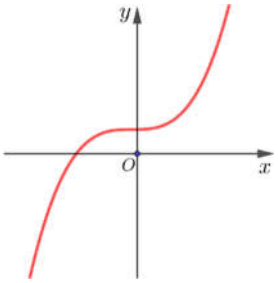
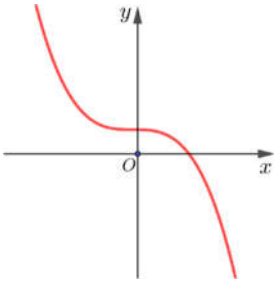
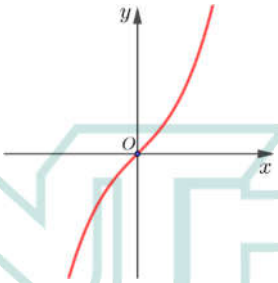
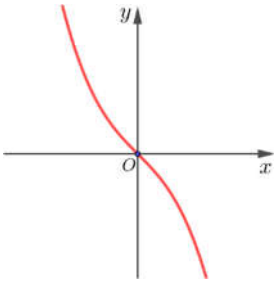
Suy ra $y=a'x+b'$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

6. Đồ thị hàm số

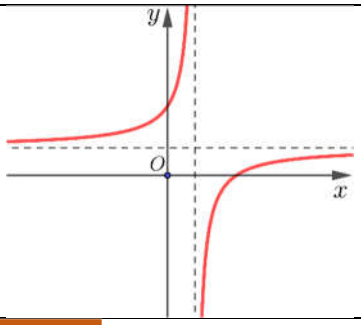
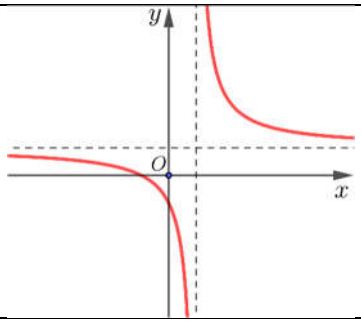
a) Hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d \quad (a\neq 0)$

Trường hợp	$a>0$	$a<0$
Phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $(b^2-3ac>0)$		

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Trường hợp	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\left(b^2 - 3ac > 0\right)$		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép $\left(b^2 - 3ac = 0\right)$		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm $\left(b^2 - 3ac < 0\right)$		

b) Hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y = \dfrac{ax + b}{cx + d} \quad \left(c \neq 0,\ ad - bc \neq 0\right)$

$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

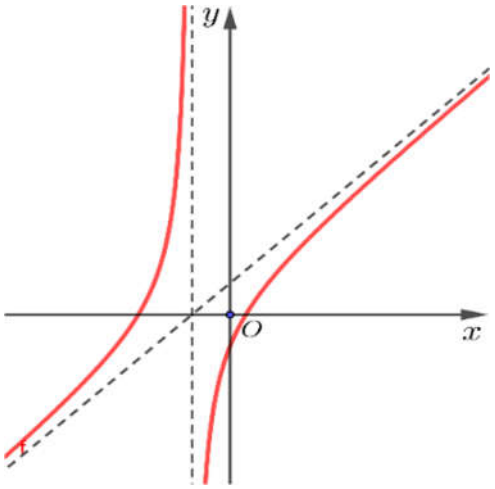
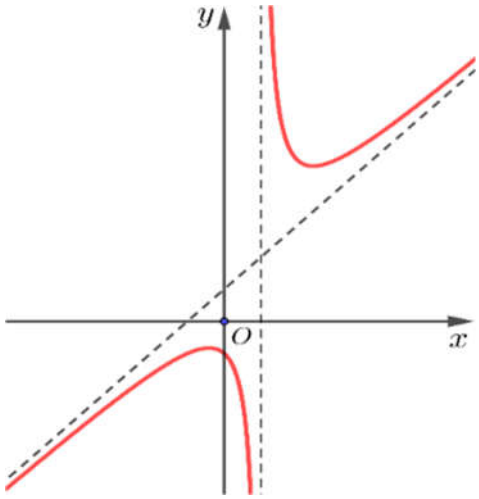
Chú ý

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$.
- *Các điểm đặc biệt:* Giao điểm với Ox : $A\left(\dfrac{-b}{a};0\right)$, Giao điểm với Oy : $B\left(0;\dfrac{b}{d}\right)$.

  Giao của hai đường tiệm cận $I\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$ là tâm đối xứng.

NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\left(a\neq 0\right)$

$y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép	$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt
	

Chú ý

- Ta luôn tách được $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}=\dfrac{a}{d}x+f+\dfrac{m}{dx+e}$.
- Khi đó đồ thị hàm số có tiện cận đứng $x=-\dfrac{e}{d}$, Tiệm cận xiên $y=\dfrac{a}{d}x+f$.
- Đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ luôn nhận điểm $I\left(x_0;y_0\right)$ làm tâm đối xứng, trong đó x_0 là nghiệm của phương trình $y''=0$ và $y_0=y\left(x_0\right)$.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0,ad-bc\neq 0\right)$:

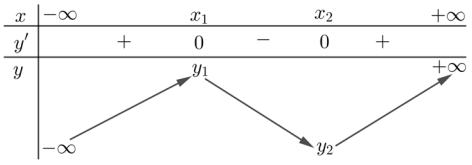
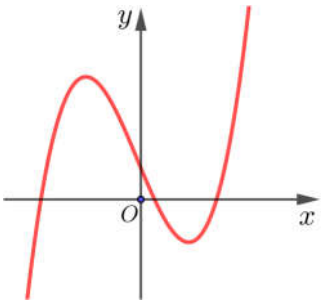
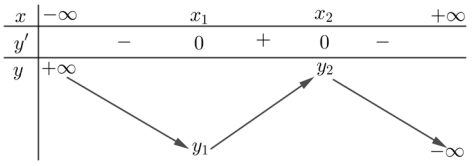
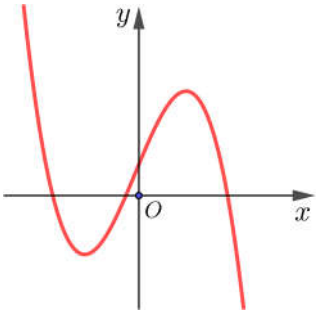
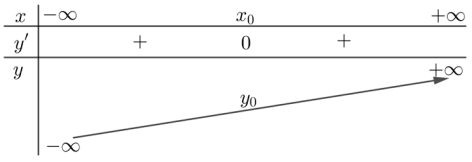
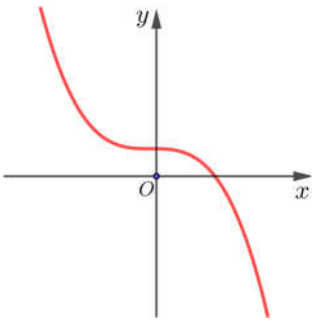
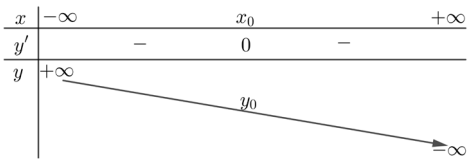
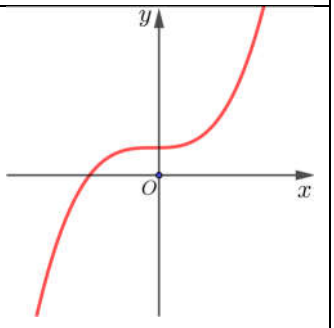
  (a) Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng;
  (b) Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm trục đối xứng.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}\left(a\neq 0,m\neq 0\right)$:

  (a) Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng;
  (b) Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng.

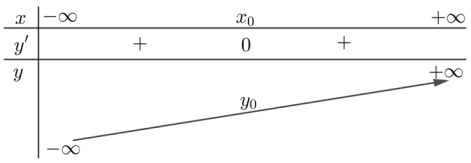
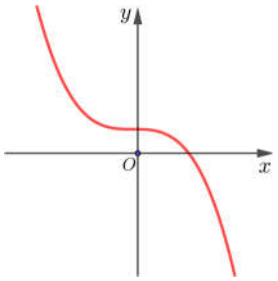
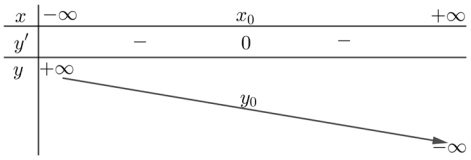
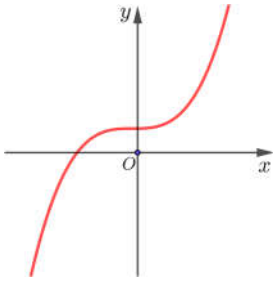
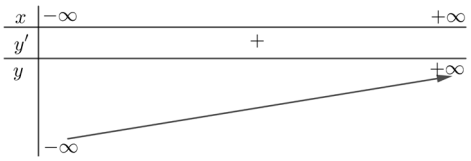
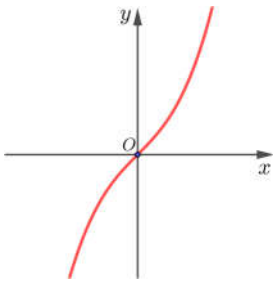
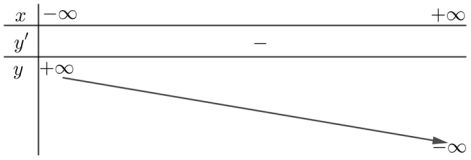
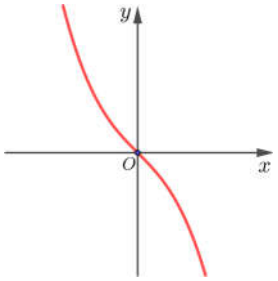
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Nhận dạng hàm số khi biết đồ thị - bảng biến thiên

(a) Hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$		Bảng biến thiên	Đồ thị
➢ **TH1**: y' có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$	$a > 0$		
	$a < 0$		
➢ **TH2**: y' có 1 nghiệm x_0	$a > 0$		
	$a < 0$		

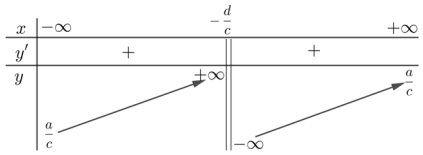
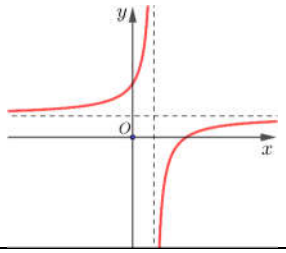
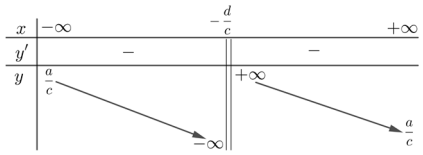
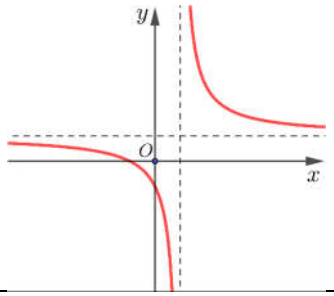
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$		Bảng biến thiên	Đồ thị
➢ **TH2**: y' có 1 nghiệm x_0	$a > 0$		
	$a < 0$		
➢ **TH3**: y' vô nghiệm	$a > 0$		
	$a < 0$		

(b) Hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}\ (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$ **có** $y' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

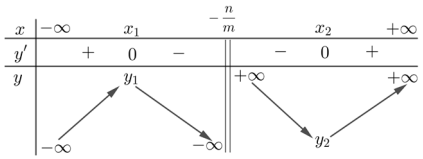
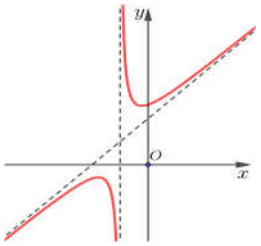
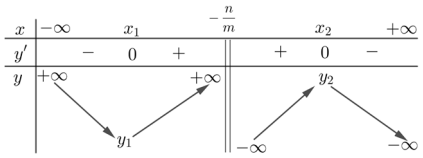
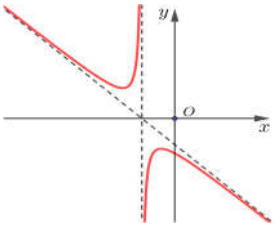
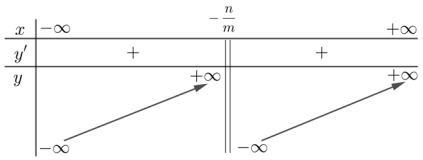
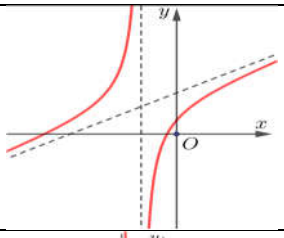
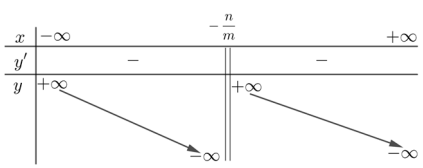
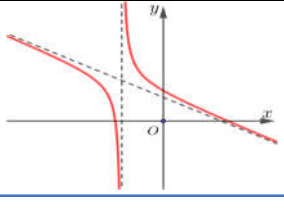
và TCĐ: $x = -\dfrac{d}{c}$ **và TCN:** $y = \dfrac{a}{c}$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

	Bảng biến thiên	Đồ thị
➢ **TH1:** $ad-bc>0$ $\Leftrightarrow y'>0 \ \ \forall x\neq -\dfrac{d}{c}$		
➢ **TH2:** $ad-bc<0$ $\Leftrightarrow y'<0 \ \ \forall x\neq -\dfrac{d}{c}$		

(c) Hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}\left(a\neq 0, m\neq 0\right)$ **có** $y=Ax+B+\dfrac{C}{mx+n}$

$\Rightarrow y'=A-\dfrac{C}{\left(mx+n\right)^2}$ **và TCĐ:** $x=-\dfrac{n}{m}$ **và TCX:** $y=Ax+B$

		Bảng biến thiên	Đồ thị
➢ **TH1:** y' có 2 nghiệm phân biệt	$A>0$		
	$A<0$		
➢ **TH2:** y' có 1 nghiệm hoặc vô nghiệm	$A>0$		
	$A<0$		

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG CÂU 13. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

(Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.)

Câu 13.1. **(ĐTK2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)=2\cos x+x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=2; f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\sin x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

Câu 13.2. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x+x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1;\ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$ là $\dfrac{\pi}{4}$.

Câu 13.3. Cho hàm số $f(x)=4\sin x+2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=0;\ f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi-4$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-4\cos x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\dfrac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $2\pi+1$.

Câu 13.4. Cho hàm số $f\left(x\right)=e^{\sin x}+2\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=1; f\left(\pi\right)=0$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\cos x.e^{\sin x}+2\cos x$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\dfrac{\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $e+2$.

Câu 13.5. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x+2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=0;\ f\left(\pi\right)=2\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos 2x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là 0 và π.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là π.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13.6. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x-2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=0; f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1-\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\cos x-2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $1-\pi$.

Câu 13.7. Cho hàm số $f(x)=x-\sin 2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f'(x)=1+2\cos 2x$.

b) Khi $f'(x)=0\Leftrightarrow \cos 2x=-\dfrac{1}{2}$.

c) Trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ phương trình $f'(x)=0$ có tổng các nghiệm bằng π.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\dfrac{\sqrt{3}}{2}+\dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 13.8. Cho hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số $f\left(x\right)$ là $\left(0;+\infty\right)$

b) Đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)$ là $f'\left(x\right)=\mathrm{e}^{x}-1$

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên tập xác định là 1.

d) Phương trình $\mathrm{e}^{x}-x-42=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $\left(-6;4\right)$.

Câu 13.9. Cho hàm số $f(x)=4\sin x+2x+1$.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1;\ f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi-3$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-4\cos x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\dfrac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $2\pi+1$.

Câu 13.10. Cho hàm số $f\left(x\right)=2\sin x+x+2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=2; f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=4+\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-2\cos x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$ là $\dfrac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$ là $2+\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 13.11. Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos 2x+\sqrt{3}x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\sin 2x + \sqrt{3}$.

b) Phương trình $f'(x) = 0$ có 2 trên đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$.

c) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\pi\right]$ là $1+\sqrt{3}\pi$.

Câu 13.12. Cho hàm số $f(x) = 2\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int f(x)dx = -cos2x + C$.

b) $f(\pi) = 0$.

c) Ngiệm của phương trình $f(x) = 1$ là $\left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in Z)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[0;\pi]$ là 2.

Câu 13.13. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3}x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1 - \frac{\pi\sqrt{3}}{4}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - \sqrt{3}$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là 2

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{6-\pi\sqrt{3}}{12}$.

Câu 13.14. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x + x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{3}$

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{3}$.

Câu 13.15. Cho hàm số $f(x) = \left(\sin\frac{x}{2} + \cos\frac{x}{2}\right)^2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 1$.

b) $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0$.

c) Trên đoạn $[0;2\pi]$ phương trình $f'(x) = 0$ có đúng một nghiệm $\frac{\pi}{2}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;\pi]$ là 2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13.16. Vẽ bảng biến thiên hàm số $f(x)=4\sin x\cos x+2x$ trên $[-\pi;\pi]$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=4\sin 2x+2$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có 4 điểm cực trị thuộc $[-\pi;\pi]$.

c) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;-1)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}$.

Câu 13.17. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x+2x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\sin 2x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ là $x=\frac{\pi}{4}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ bằng 2π.

Câu 13.18. Cho hàm số $f(x)=\log_5\left(x^3-3x^2+4\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x>2$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'(x)=\frac{3x^2-6x}{\left(x^3-3x^2+4\right)\ln 5}$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm trên đoạn $[1;2]$.

d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 13.19. Cho hàm số $f(x)=2\cos x-x+\pi$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(\pi)=-2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\sin x-1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên $\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là 2.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3}+\frac{5\pi}{6}$.

Câu 13.20. Cho hàm số $f(x)=\frac{-2x^2+x+1}{x+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1;\ f(1)=0$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\frac{-2x^2-2x}{(x+1)^2}$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt là $x=0;x=-2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};2\right]$ bằng $-\frac{5}{3}$.

Câu 13.21. Cho hàm số $f(x)=x.e^x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) $f(1)=e$; $f(-1)=-\dfrac{1}{e}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là: $f'(x)=e^x-xe^x$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $x=-1$.

d) Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng $\dfrac{e^2-1}{e}$.

Câu 13.22. Cho hàm số $f(x)=\ln x-x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(-1)=1$; $f(e)=1-e$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\dfrac{1}{x}-1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $x=1$.

d) Hàm số $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[1;e]$ khi $x=1$.

Câu 13.23. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x-x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=0$; $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là: $f'(x)=2\cos 2x-1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $x=\dfrac{\pi}{6}$; $x=\dfrac{5\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 13.24. Cho hàm số $f(x)=x-\sqrt{2}\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=0$; $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}-\sqrt{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là: $f'(x)=1+\sqrt{2}\cos x$.

c) Phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{4}-1$.

Câu 13.25. Cho hàm số $f(x)=\cos x$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Hàm số có đạo hàm $f'(x)=-\sin x$.

b) Giá trị $P=2f(0)+f'(0)=3$.

c) Trên khoảng $(-10;10)$ phương trình $f'(x)=-1$ có tất cả 3 nghiệm.

d) Tập giá trị của hàm số $y=f(x)+f'(x)$ chứa tất cả 3 giá trị nguyên.

Câu 13.26. Cho $y=\dfrac{1}{4}\sin 2x+\cos x+\dfrac{3}{2}x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $y'=\dfrac{1}{2}\cos 2x-\sin x+\dfrac{3}{2}$.

b) $y'=0 \Leftrightarrow -\sin^2 x-\sin x+2=0$.

c) $y'(0)=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Số nghiệm trên đoạn $[0;100\pi]$ của phương trình $y'=0$ là 50 nghiệm.

Câu 13.27. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x+x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=-2\sin 2x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{4}$.

Câu 13.28. Cho hàm số $f(x)=x\sqrt{9-x^2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D=(-3;3)$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'(x)=\frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}(-3<x<3)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{9}{2}$.

d) Phương trình $2f(x)-1=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 13.29. Cho hàm số $f(x)=\ln x-\frac{x}{2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=(0;+\infty)$.

b) $f(1)=-\frac{1}{2}; f(e)=-\frac{e}{2}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $[1;e]$ là $x=2$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;e]$ bằng $-\frac{1}{2}$.

Câu 13.30. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^2+5x-7}{x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int f(x)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+5x-7\ln x+C$.

b) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\frac{x^2+7}{x^2}$.

c) Biết $\int_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x=\frac{m}{n}+m\ln n$, với $m,n\in\mathbb{N}^*, \frac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tổng $m+2025n=4057$

d) Gọi $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1)=4$ và $G(3)+G(-9)=20$. Khi đó, $G(-6)=a\ln 2+b\ln 3+c$, với a,b,c là các số hữu tỷ. Tổng $a+b+c=\frac{2}{3}$.

Câu 13.31. Cho hàm số $f(x)=4\sin x+2x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1; f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\pi-3$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=-4\cos x+2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\dfrac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $2\pi+1$.

Câu 13.32. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

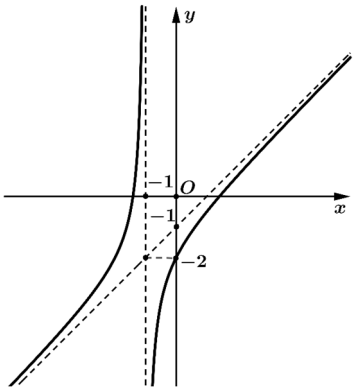
a) Tập xác định của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là điểm $I\left(2;1\right)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục hoành.

d) Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với trục tung. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

Câu 13.33. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax+b-\dfrac{1}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



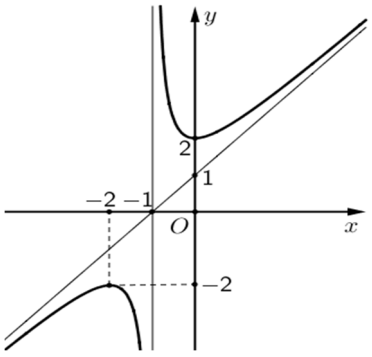
a) Đồ thị hàm số nhận đường $x=-1$ làm tiệm cận đứng và đường $y=-x-1$ làm tiệm cận xiên.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm có tọa độ $\left(-1;-2\right)$.

c) $a+b+c=1$.

d) Gọi I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số và M là 1 điểm bất kì thuộc đồ thị. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng IM bằng $2\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Câu 13.34. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ sau: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y=x+1$.

c) Gọi A, B là hai điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích của tam giác OAB bằng 8 (với O là gốc tọa độ).

d) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d:y=\left(x+1\right)\tan\dfrac{3\pi}{8}$.

Câu 13.35. Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_5\left(x^3-3x^2+4\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x>2$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x}{\left(x^3-3x^2+4\right)\ln 5}$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[1;2\right]$.

d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 13.36. Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos^3 x+\sin^3 x-\dfrac{9}{4}\cos x.\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

b) Đặt $t=\sin x+\cos x$ với $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ thì phương trình trở thành $h\left(t\right)=\frac{-4t^3-9t^2+12t+9}{8}$.

c) Phương trình $h'\left(t\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ là $\frac{49}{32}$.

Câu 13.37. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\cos^3 x-\sin^3 x-\cos x+\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

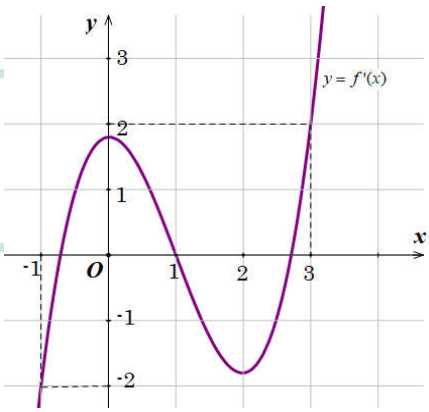
a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=f\left(\pi\right)=0$.

b) Nếu đặt $t=\cos x-\sin x$ thì phương trình trở thành $f\left(t\right)=\frac{-t+t^3}{2}$ với $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

c) Phương trình $f'\left(t\right)=0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

d) $\min y=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 13.38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{2}x^2+x+1$. Biết đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

b) $f\left(4\right)>f\left(5\right)$.

c) Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

d) Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

Câu 13.39. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin^2 x+\cos x-1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nghiệm dương bé nhất của phương trình $f\left(x\right)=0$ là $\frac{\pi}{2}$.

b) $f'\left(x\right)=2\sin x-\sin x$.

c) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]$ lần lượt là M, m. Khi đó $M+m=\frac{-1-2\sqrt{2}}{4}$.

d) $f\left(-\pi\right)=-f\left(\pi\right)$.

Câu 13.40. Cho hàm số $f\left(x\right)=2\sin x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=1$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=3$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{4}$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos x+1$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là -1.

Câu 13.41. Xét hàm số $y=f(x)=\frac{x}{2}-\sin^2 x$ trên khoảng $(0;\pi)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12};\pi\right)$.

b) Hàm số có 2 điểm cực trị.

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24}-\frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

d) Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(0;\pi)$.

Câu 13.42. Cho hàm số $f(x)=\log_2(x+4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số đã cho chứa đúng 4 số nguyên âm.

b) Phương trình $f(x)=\log_2(x^2+2x-16)$ có nghiệm duy nhất $x=4$.

c) Hàm số $g(x)=-x^2+f(x).\ln 1024$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

d) Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại duy nhất một điểm.

Câu 13.43. Cho hàm số $f(x)=\frac{x^3}{3}-3x-6\ln(2-x)+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\frac{x^3-2x^2-3x}{x-2}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng $(-\infty;-1)$.

c) Tổng các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng $\frac{14}{3}-6\ln 6$.

d) Hàm số $g(x)=\frac{f(x)}{x^2+2x+2}$ có đường tiệm cận xiên có dạng $y=ax+b$. Khi đó $a+b=\frac{1}{3}$.

Câu 13.44. Cho hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{5-2x}{(x^2-5x+4)\ln 2}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

d) Bất phương trình $f(x)>0$ có đúng 4 nghiệm nguyên.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 13.45. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=e^{x+\sqrt{16-x^2}}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

b) $f\left(-4\right)=\dfrac{1}{e^4}$.

c) $f'\left(x\right)=\left(1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right)e^{x+\sqrt{16-x^2}},\forall x\in\left[-4;4\right]$.

d) Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ là $e^{a+b\sqrt{c}}$ (với $a,b,c\in\mathbb{Z}$ và c là số nguyên tố). Khi đó $a+2b+3c=10$.

Câu 13.46. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $\left(a;b\right)$ với $a^2+b=12$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x-2$.

c) Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=2$ cắt hai đường tiệm cận tại A,B. Diện tích tam giác IAB bằng 12.

d) Có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=m$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<2<x_2<15$.

Câu 13.47. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-3}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

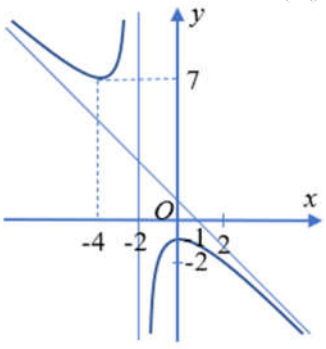
a) (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

b) Trên đoạn $[0;2]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 1.

c) (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(2;4\right)$.

Câu 13.48. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $\left(0;1\right)$ và $\left(1;0\right)$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng cách từ $M\left(1;-8\right)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-4;0\right)$.

c) Ta có $a+b+c+d=-2$.

d) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\left\{2\right\}$.

Câu 13.49. Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{2x-3}{x^2+4}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(24\right)=\dfrac{9}{116}$.

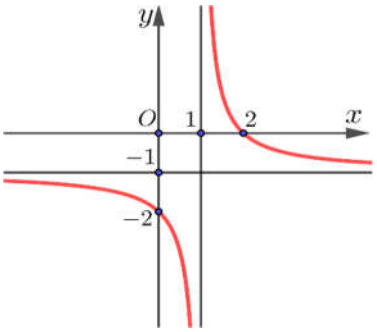
b) Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nhận trục tung làm tiệm cận ngang.

c) Hàm số $f\left(x\right)$ có điểm cực đại là $x=4$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=-2$.

Câu 13.50. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị là hình bên.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số $f'(x)<0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

và đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

và đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

d) Tổng $a+b+c=5$.

Câu 13.51. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

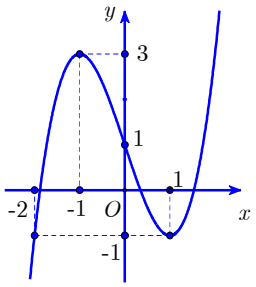
a) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

b) Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

c) Hàm số $g(x)=3x-2f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

d) Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $A(-1;-2)$.

Câu 13.52. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Trong các số a,b,c,d có ba giá trị dương.

b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $(-2;1)$ bằng 3.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có hoành độ bằng 1.

d) Phương trình $f(f(x))=\dfrac{5}{2}$ có sáu nghiệm phân biệt.

Câu 13.53. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (C). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ nghịch biến trên $R\setminus\{1\}$.

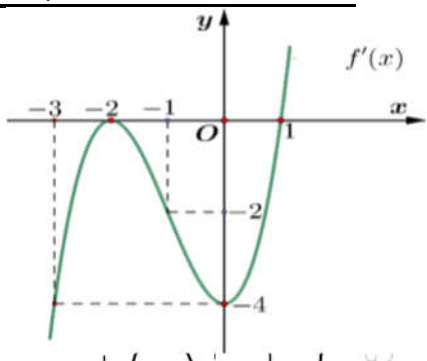
b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

c) Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{a}{b}$ (với $a,b\in N$ và $(a;b)=1$). Khi đó $a-20b=1$.

d) Lấy hai điểm $A;\ B$ thuộc một nhánh của đồ thị (C) sao cho $x_A>1;x_B>1$ và hai điểm thuộc đồ

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C; D thuộc đường thẳng $\Delta: y=-x+1$. Khi $ABCD$ là hình vuông thì diện tích hình vuông đó (làm tròn đến hàng phần chục) là $47,4$ đơn vị diện tích.



Câu 13.54. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

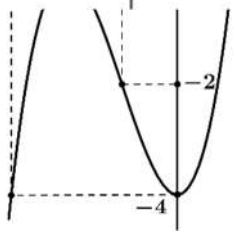
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

d) Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-\sqrt{3})$ và $(0;\sqrt{3})$.



Câu 13.55. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.

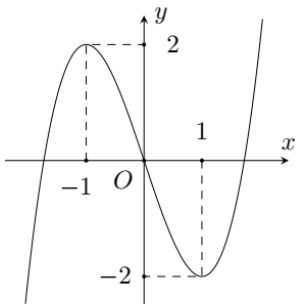
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

b) Giá trị cực đại của hàm số là 2.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2};1\right]$ là -1.

d) Giá trị của hàm số tại $x=5$ là $f(5)=100$.



Câu 13.56. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình sau đây.

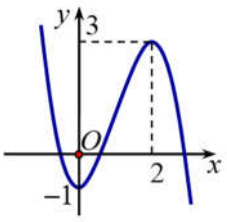
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng -1.

b) Phương trình $\log_3[f(x)+6]=2$ có hai nghiệm.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

d) Tổng $2025a+b+c+d=-2023$.



Câu 13.57. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai cực trị.

c) $\underset{[-2;1]}{Max}\, f(x)=f(-2)$.

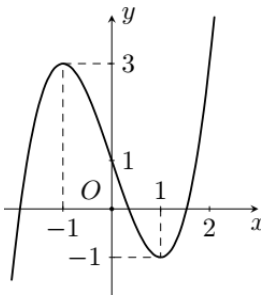
d) Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 13.58. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ

a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

b) Đồ thị hàm số đã cho là đường cong trong hình vẽ bên.

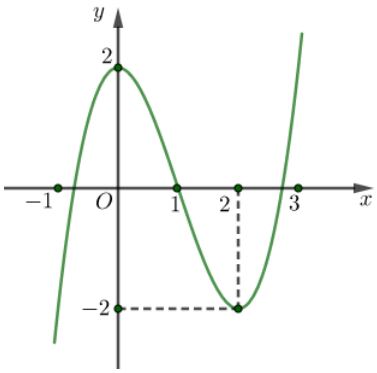


c) Đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ có tổng số ba đường tiệm cận.

d) Hàm số $h\left(x\right)=f\left(2025-x\right)$ đạt cực đại tại $x_0=2024$.

Câu 13.59. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Gọi d là đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d bằng $\dfrac{2}{5}$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai giá trị cực trị trái dấu.

c) $f\left(5\right)=52$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)=x-1$ là 8.

Câu 13.60. Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)^2\left(x^2-3x+2\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;2\right)$.

b) Hàm số $y=f\left(x^2-4x+1\right)$ có 3 điểm cực tiểu.

c) Hàm số $f\left(x\right)$có hai điểm cực trị.

d) Điểm cực đại của hàm số là $x=1$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG TOÁN CÂU 14. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

(Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.)

NGUYỄN TIẾN HÀ

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Quãng đường =(vận tốc).(thời gian): $S = v.t$.
- Vận tốc = (quãng đường)/(thời gian): $v = \dfrac{S}{t}$.
- Thời gian = (quãng đường)/(vận tốc): $t = \dfrac{S}{v}$.
- Vận tốc: $v(t) = S'(t) \Rightarrow S(t) = \int v(t)dt$.
- Gia tốc: $a(t) = v'(t)$ mà $v(t) = S'(t) \Rightarrow a(t) = v'(t) = S''(t)$.
- Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây kể từ khi tăng tốc:

$$S(t) = \int_0^t v(t)dt$$

- Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian 5 giây kể từ khi tăng tốc:

$$S(t) = \int_0^5 v(t)dt$$

Bảng đơn vị đo độ dài						
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
$1km = 1000m$			$1m = 0,001km$			

Bảng chuyển đổi mét/giây sang km/giờ	
$1m/s = 3,6km/h$	$1km/h = \dfrac{1}{3,6}m/s$

Bảng đơn vị đo diện tích						
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1km^2 = 10^6 m^2$			$1m^2 = 10^{-6} km^2$			

Bảng đơn vị đo thể tích						
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
$1km^3 = 10^9 m^3$			$1m^3 = 10^{-9} km^3$			

Chú ý: $1dm^3 = 1$ lít

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14.1. **(ĐMH 2025)** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$, tốc độ của ô tô là $36km/h$. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ $(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t)=\int_0^{24} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là $100km/h$.

Câu 14.2. Một xe ô tô đang chạy với vận tốc 65 km/h thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50m$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-10t+20(m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-5t^2+20t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va chạm vào chướng ngại vật ở trên đường.

Câu 14.3. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $180m$, tốc độ của ô tô là $36km/h$. Ba giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ $(m/s),(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $160m$.

b) Giá trị của $b+2024$ là 2024.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 18)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{t} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Tốc độ của ô tô đạt được sau 18 giây tăng tốc là $120km/h$.

Câu 14.4. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $230m$, tốc độ của ô tô là $54km/h$. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b(m/s),(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $200m$.

b) Giá trị của b^2+1799 là 2024.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian 20 giây, kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{20t} v(t)dt$.

d) Tốc độ của ô tô đạt được sau 20 giây tăng tốc là $90km/h$.

Câu 14.5. Một người điều khiển ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=8t(m/s)$. Đi được $5(s)$ người lái xe gặp chướng ngại vật nên phải phanh gấp cho xe chạy chậm dần đều với gia tốc $-50(m/s^2)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Quãng đường ô tô đi được trong $5(s)$ là $100(m)$.

b) Vận tốc của ô tô đạt được sau $5(s)$ chuyển động nhanh dần đều là $35(m/s)$.

c) Vận tốc của ô tô đạt được bắt đầu phanh cho đến khi dừng hẳn được tính bởi công thức $v_2(t)=-55t+40$.

d) Quãng đường ô tô chuyển bánh đến khi dừng hẳn là $150(m)$.

Câu 14.6. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m/s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t)=16-4t$ (đơn vị tính bằng m/s, thời gian t tính bằng giây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

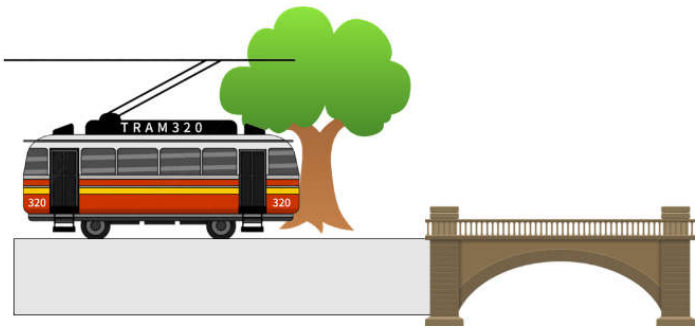
a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là $4s$.

b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 4)$ kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $S(t)=\int_0^4 v(t)dt$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường $32m$.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là 37m.

Câu 14.7. Một đoàn tàu đang đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a=0,005t$ (m/s^2) và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Vận tốc của đoàn tàu là $v=5.10^{-3}t^2$ (m/s).

b) Chiều dài của đoàn tàu là $\ell=180$ (m).

c) Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với tốc tốc 57,6 (km/h).

d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 480 (m). Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14.8. Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t)=2,01t-0,025t^2\ (0\le t\le 10)$. Trong đó v(t) tính theo m/s, thời gian t tính theo s với t = 0 là thời điểm xe xuất phát. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t)=2,01-0,05t\ (0\le t\le 10)$

b) Quãng đường xe di chuyển được trong 3 (s) kể từ khi bắt đầu xuất phát là 8,82 (m).

c) Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 3 xấp xỉ 4,867(m).

d) Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51\text{m/s}^2$.

Câu 14.9. Một chiếc thuyền đang di chuyển trên sông và chuẩn bị nhập vào khu vực có dòng chảy mạnh. Khi thuyền cách điểm nhập khu vực này $100\,m$, tốc độ của thuyền là $18\,km/h$. Sau 4 giây, thuyền bắt đầu tăng tốc với gia tốc theo công thức $a(t)=k.t$, k là hằng số, t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Thuyền nhập khu vực có dòng chảy mạnh sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc này trong suốt 25 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Quãng đường thuyền đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập vào khu vực có dòng chảy mạnh là $80\,m$.

b) Giá trị $k=5$.

c) Tính quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà thuyền đi được trong thời gian t giây ($0\le t\le 25$) kể từ khi bắt đầu tăng tốc, theo công thức $S(t)=\int_0^{25} v(t)dt$

d) Sau 25 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, tốc độ của thuyền không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là $60\,km/h$.

Câu 14.10. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t)=2t-7\ (m/s^2)$. Biết vận tốc ban đầu bằng $6\ (m/s)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

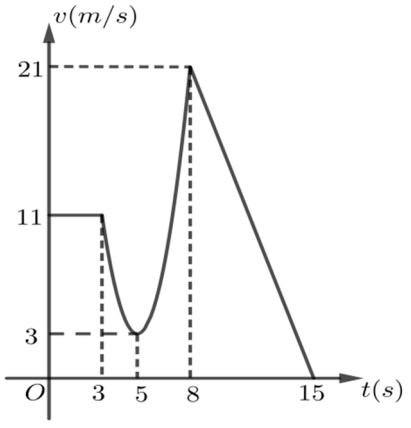
a) Phương trình vận tốc của chất điểm tại tời điểm t được xác định bởi công thức $v(t)=\int a(t)dt$.

b) Tại thời điểm $t=7\ (s)$, vận tốc của chất điểm là $6\ (m/s)$.

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1\le t\le 7$ là $18m$.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t=7\ (s)$.

Câu 14.11. Cho một chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) có đồ thị như hình vẽ bên. Trong đó đồ thị có dạng các đoạn thẳng tương ứng thời gian t giây khi $0\le t\le 3$ và $8\le t\le 15$, biết $v(t)$ có dạng đường Parabol tương ứng thời gian t giây khi $3\le t\le 8$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t=15$ là $v(15)=21(m/s)$.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 3)$ là $S=\int_0^3 11dt\ (m)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $\left(8 \le t \le 15\right)$ bằng $73,5\left(m\right)$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong thời gian t giây $\left(3 \le t \le 8\right)$ thoả mãn $v_{tb} < 7\left(m/s\right)$.

Câu 14.12. Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó $t \in \mathbb{N}^*$ tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét / tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

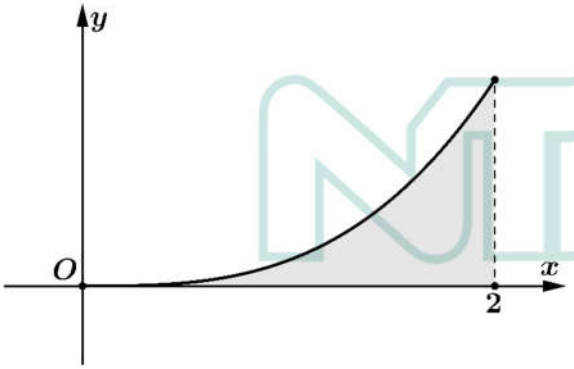
a) $h(t) = \dfrac{-t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3}$, với $t \ge 0$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài trong 9 tuần.

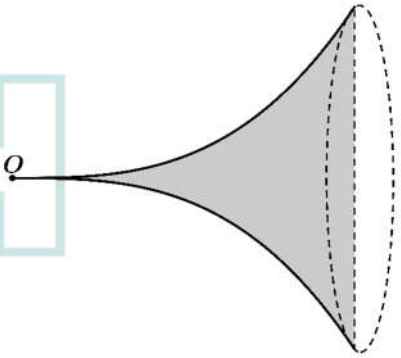
c) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $88,4\text{cm}$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao cây cà chua đạt $54,4\text{cm}$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 14.13. Một nghệ nhân muốn làm một bình gốm có dạng mô hình như hình 2 bằng cách quay hình phẳng $\left(H\right)$ ở hình 1 quanh trục hoành. Biết đường cong trong hình 1 là phần đồ thị $y = 0,125x^3$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ và mỗi đơn vị trên đồ thị ở hình 1 có độ dài bằng 10 cm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



Hình 1



Hình 2

a) Chiều cao của bình gốm bằng 20 cm.

b) Đường kính đáy của bình gốm bằng 10 cm.

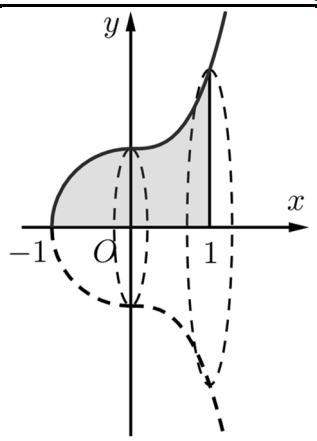
c) Khi cắt bình gốm bởi 1 mặt phẳng qua trục thì thiết diện thu được có diện tích bằng $10\ \text{cm}^2$.

d) Thể tích bình gốm bằng 0,90 (đơn vị: lít, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Câu 14.14. Giả sử chiếc nón rộng vành sau có thể mô hình hóa bằng cách cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \begin{cases} x^3 + 1 & \text{khi } 0 < x \le 1 \\ \sqrt{1 - x^2} & \text{khi } -1 \le x \le 0 \end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x = -1$ và $x = 1$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên trục là dm). (kết quả đều làm tròn đến hàng phần trăm). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ





a) Diện tích hình phẳng $\left(H\right)$ là $S=3,57$ dm^2.

b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\dfrac{\pi+5}{2}$ dm^2.

c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay trên là $V=\pi\int\limits_{0}^{-1}\left(x^2-1\right)dx+\pi\int\limits_{0}^{1}\left(x^6+2x^3+1\right)dx$.

d) Nếu thể tích của khối tròn xoay có dạng $\dfrac{a\pi}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản thì $a+b=139$.

Câu 14.15. Tốc độ trao đổi chất cơ bản của sinh vật có thể tăng hoặc giảm tùy thuộc vào hoạt động của sinh vật. Cụ thể, sau khi hấp thụ chất dinh dưỡng, sinh vật thường trải qua một sự tăng đột biến trong tốc độ trao đổi chất của nó, sau đó dần dần trở lại mức co bản. Bạn Hoa vừa kết thúc bữa tối trong buổi sinh nhật của mình và nạp vào mức năng lượng là 5120 J. Sau đó cô đã tiêu hao hết số năng lượng đó trong vòng 12 giờ tiếp theo. Giả sử t giờ sau bữa ăn, bạn Hoa tiêu hao được $M\left(t\right)$ kJ thì tốc độ tiêu hao năng lượng của cổ được mô phỏng bởi hàm số:

$$M'\left(t\right)=M_0+te^{-0,1t^2}\text{ (kJ/h) với }t\in\left[0;12\right].$$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $M\left(t\right)=M_o t-5e^{-0,1t^2}+C$ với C là hằng số.

b) $M_0=0,01$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Năng nượng còn lại sau 6 giờ đầu là 197 J (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình trong khoảng thời gian từ a (giờ) đến b (giờ) được tính bởi công thức $v_{tb}=\dfrac{M\left(b\right)-M\left(a\right)}{b-a}$. Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình từ 6 giờ đến 12 giờ của bạn Hoa là $32,76$ (J/h) (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 14.16. Một quần thể vi khuẩn A có số lượng cá thể là $P\left(t\right)$ sau t phút quan sát được phát hiện thay đổi với tốc độ là: $P'\left(t\right)=ae^{0.1t}+150e^{-0.03t}$ (vi khuẩn/phút) $\left(a\in\mathbb{R}\right)$. Biết rằng lúc bắt đầu quan sát, quần thể có 200000 vi khuẩn và đạt tốc độ tăng trưởng là 350 vi khuẩn/phút. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị của $a=200$.

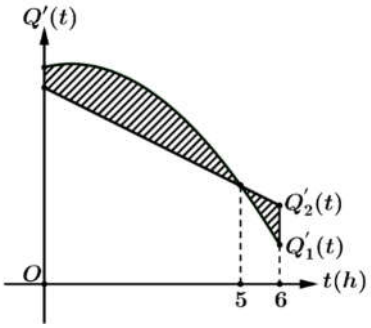
b) $P\left(t\right)=2000e^{0.1t}-5000e^{-0.03t}+200000$.

c) Sau 12 phút số lượng vi khuẩn trong quần thể là 206152 con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn B có tốc độ tăng trưởng là $G'(t) = 500e^{0.2t}$ (vi khuẩn/phút) bắt đầu cạnh tranh nguồn thức ăn trực tiếp với quần thể A. Một cá thể tại quần thể B triệt tiêu một cá thể tại quần thể A. Sau 5 phút cạnh tranh quần thể A bị triệt tiêu hoàn toàn. Số lượng vi khuẩn của quần thể B ở thời điểm bắt đầu cạnh tranh là 191967 con. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 14.17. Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân trong một nhà máy trong thời gian 6 giờ. Công nhân A đang sản xuất với hiệu suất $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q_2'(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ $(a \in \mathbb{R})$. Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$ mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A và công nhân B sau t giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



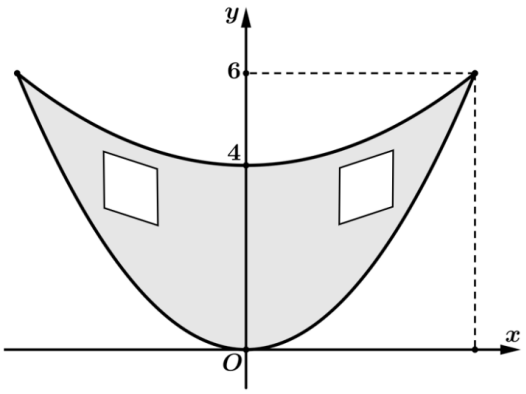
a) Hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.

b) Phần diện tích bị gạch sọc biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.

c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm.

d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 502 sản phẩm.

Câu 14.18. Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1), (P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0;4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5;6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$cm và $4\sqrt{2}$cm để khoét làm mắt (minh họa như hình vẽ dưới đây). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Tổng diện tích hai hình thoi bạn An khoét để làm mắt bằng $8\,\text{cm}^2$.

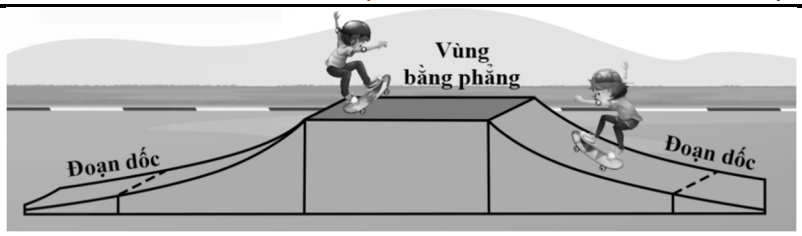
b) Parabol có đỉnh là gốc tọa độ có phương trình $y = \frac{6}{25}x^2 + 4$.

c) Diện tích giấy bìa cứng để làm mặt nạ khi chưa khoét hai mắt bằng $\frac{80}{3}\text{cm}^2$.

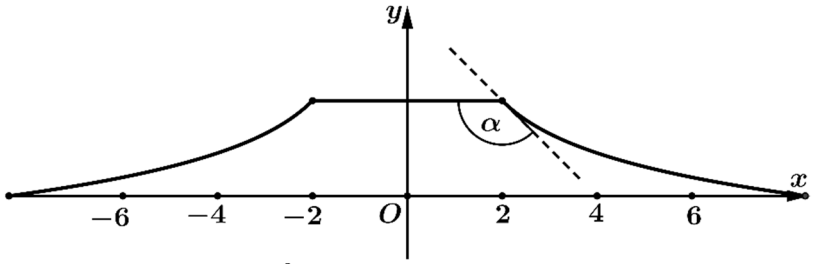
d) Bạn An muốn trang trí thêm cho chiếc mặt nạ nên đã mua sơn với chi phí là 28 000 đồng/100 cm^2. Khi đó số tiền sơn mà bạn An phải chi trả là 62 720 đồng.

Câu 14.19. Hình vẽ bên dưới minh họa một phần khu vực thiết kế dành cho các hoạt động trượt ván, patin. Đường lên của khu vực này dẫn đến một bề mặt nằm ngang (gọi là vùng bằng phẳng), tiếp theo là đoạn dốc xuống, hai đường đối xứng nhau hai bên. Mặt trước và mặt sau của chướng ngại vật vuông góc với mặt đất ngang.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Để mô tả mặt bên phía trước một cách toán học, ta xét mặt phẳng Oxy với trục Ox là phần bên dưới, trục Oy là trục đối xứng của bề mặt đang xét. Vùng bằng phẳng trải dài trong mô hình từ $-2 \le x \le 2$. Đường cong mặt cắt ngang của đoạn dốc xuống trong khoảng $2 \le x \le 8$ được mô tả bởi đồ thị của hàm số $f(x) = 2 - \ln(x-1)$. Trong hệ tọa độ này, một đơn vị chiều dài tương ứng với một mét trong thực tế. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Chiều cao của vùng bằng phẳng là 2m.

b) Trên khoảng $(2;8)$ có một điểm x_0 mà tại đó, tốc độ thay đổi tức thời của hàm $f(x)$ bằng tốc độ thay đổi trung bình của hàm $f(x)$ trên khoảng này. Khi đó $x_0 = 4{,}3$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

c) Trên mô hình thì giá trị của góc $\alpha = 120^\circ$ được xác định bởi mặt phẳng nằm ngang của vùng bằng phẳng và đoạn đường dốc xuống tại cạnh chuyển tiếp (tiếp tuyến tại điểm $x = 2$).

d) Mặt bên phía trước của chướng ngại vật được sử dụng một phần làm khu vực quảng cáo (xem Hình 1). Trong mô hình, khu vực này bao gồm hai phần diện tích, cụ thể là diện tích giữa đồ thị hàm số $f(x)$ và trục hoành trong đoạn $[2;6]$ và một phần đối xứng với nó trong góc phần tư thứ hai. Diện tích của khu vực quảng cáo là $7{,}91\ \text{m}^2$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 14.20. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t) = 45t^2 - t^3$ với $t \ge 0$. Nếu coi $y = f(t)$ là hàm số xác định trên $[0;+\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t . Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t) = 90t - 3t^2$.

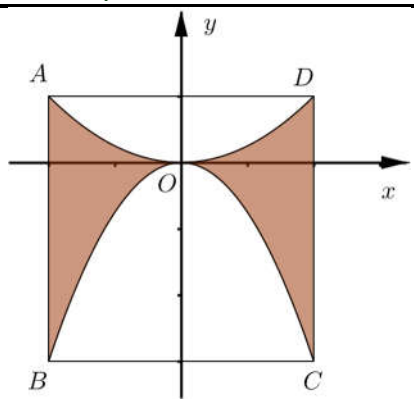
b) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752

c) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

d) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Câu 14.21. Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình bên). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O. Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/$1\,\text{cm}^2$, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/cm^2, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y=\dfrac{1}{16}x^2$.

b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y=-\dfrac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn $5,5\,\text{cm}^2$.

d) Chi phí sản xuất một chiếc huy hiệu như trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.

Câu 14.22. Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có đáy là hình vuông và thể tích $4m^3$. Gọi $x\left(m\right)$ là chiều dài cạnh đáy, $h\left(m\right)$ là chiều cao của bể chứa nước. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Diện tích mặt đáy của bể là $x^2\left(m^2\right)$.

b) Thể tích của bể chứa nước theo x,h là $V=\dfrac{1}{3}x^2h\left(m^3\right)$.

c) Tổng diện tích các mặt bên của bể chứa nước là $4xh\left(m^2\right)$.

d) Bể chứa nước có chiều cao $h=1m$ và chiều dài cạnh đáy $x=2m$ thì vật liệu sữ dụng để xây bể chứa nước là ít nhất.

Câu 14.23. Thống kê điểm trung bình môn Toán của học sinh lớp 12A và 12B được cho ở bảng sau

Điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
12A	3	8	15	11	5
12B	6	8	11	7	10

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A và lớp 12B bằng nhau.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A lớn hơn 1,8.

c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là $1,36$.

d) Dựa vào độ lệch chuẩn ta thấy điểm môn Toán lớp 12A phân tán hơn so với điểm môn Toán lớp 12B.

Câu 14.24. Một hạt chuyển động trên một đường thẳng có gắn một trục tọa độ với gốc tọa độ là vị trí hạt bắt đầu chuyển động. Tọa độ của hạt trên trục tại thời điểm t (đơn vị: giây) kể từ khi xuất phát được cho bởi công thức $x\left(t\right)=2t-3\ln\left(t+1\right)$ (đơn vị: mét), $t\geq 0$. Hàm số $v\left(t\right)=x'\left(t\right)$ (đơn vị: mét/giây) biểu thị vận tốc chuyển động của hạt. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vận tốc ban đầu của hạt là 1 m/s.

b) Hạt đứng yên tại thời điểm $t=0,5$ s.

c) $v\left(t\right)=2-\dfrac{3}{t+1}$.

d) Quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu tiên là $1,84$ m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 14.25. Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x\left(m^3\right)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200\,m^3$. Gọi $C\left(x\right)$ là chi phí sản xuất $x\left(m^3\right)$ sản

NGUYỄN TIẾN HÀ

phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Chi phí sản xuất $100\,m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

b) $\bar{c}(x) = 0,0003x + 0,15 + \dfrac{3}{x}$.

c) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100\,m^3$.

d) $C(x) = 0,0003x^2 + 0,15x + 5$.

Câu 14.26. Phòng quản lý đào tạo trường Đại học Kinh tế quốc dân thống kê số giờ làm thêm của một nhóm sinh viên năm thứ tư của trường thu được kết quả như bảng sau

Số giờ làm thêm (giờ/tuần)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)
Số sinh viên	6	12	4	2	1

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là $16,5$ giờ.

b) Giá trị đại diện của nhóm $[9;12)$ là $10,5$.

c) Tứ phân vị thứ ba là $15,65$.

d) Nhóm chứa trung vị là $[15;18)$.

Câu 14.27. Công ty X chuyên sản suất một loại sản phẩm, bộ phận sản suất ước tính rằng với q sản phẩm được sản suất trong một tháng thì tổng chi phí sẽ là $C(q) = 8q^2 + 40q + 1400$ (nghìn đồng) và mỗi sản phẩm công ty bán với giá $P(q) = 1400 - 2q$ (nghìn đồng). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

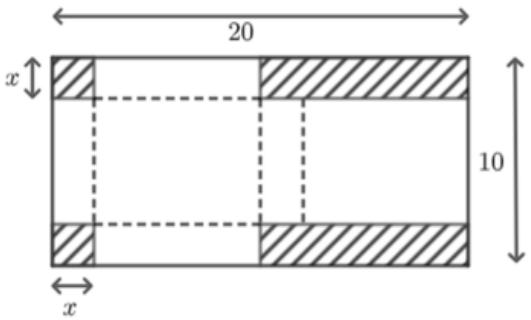
a) Chi phí mỗi tháng công ty phải bỏ ra để sản suất 50 sản phẩm là 23.400 nghìn đồng.

b) Lợi nhuận bán được q sản phẩm là $F(q) = -10q^2 + 1440q - 1400$ (nghìn đồng).

c) Lợi nhuận cao nhất trong một tháng của công ty là hơn 50.000 (nghìn đồng).

d) Nếu số lượng bán ra trong một tháng nằm trong khoảng từ 60 đến 70 thì lợi nhuận sẽ được ước tính trong khoảng 44.200 đến 44.840 (nghìn đồng).

Câu 14.28. Cho miếng bìa hình chữ nhật với kích thước $20\,cm$ x $10\,cm$. Bạn Huy cắt bỏ hai hình vuông nhỏ có cạnh $x(cm)$ và hai hình hình chữ nhật (Phần gạch sọc như hình vẽ) rồi gấp theo đường nét đứt và dán các mép để được một cá hộp. Gọi $x(cm)$ là chiều cao của cái hộp đó. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Đáy của hộp lần lượt có kích thước là $5 - x;\ 10 - x\ (cm)$.

b) Biểu thức thể tích của hộp là $V = 2x^3 - 30x^2 + 100x\ (cm^3)$.

c) Thể tích lớn nhất của hộp bằng $96,4\ (cm^3)$. (làm tròn dến hàng phần mười).

d) Để thể tích hộp là lớn nhất, bạn Huy phải cắt bỏ các miếng bìa có tổng diện tích là $51,2(cm^2)$. (làm tròn dến hàng phần mười).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 14.29. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(1)=-1, F(3)=5$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

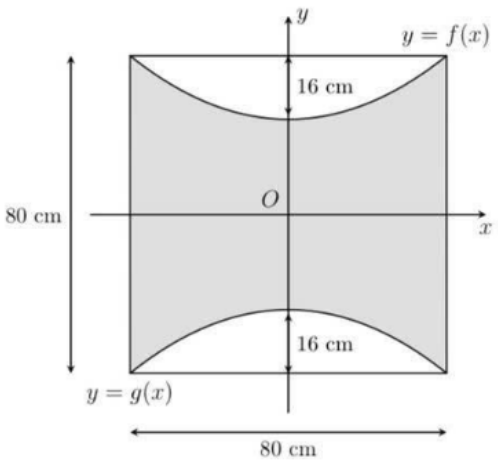
a) $\int_1^3 f(x)\mathrm{d}x = 6$.

b) $\int_1^3 [3f(x)-1]\mathrm{d}x = 17$.

c) Nếu $\int_1^4 f(x)\mathrm{d}x = 15$ thì $\int_3^4 f(x)\mathrm{d}x = 9$.

d) Nếu $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(3)-G(1)=10$ thì $G(x)=F(x)+4$.

Câu 14.30. Cắt một chiếc trống đồng có dạng khối tròn xoay bởi một mặt phẳng đi qua tâm của đáy và vuông góc với mặt đáy được mặt cắt là phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên dưới đây. Biết rằng đường cong thành bên lần lượt là một phần của đường parabol $y=f(x)$ và $y=g(x)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) $f(x)=\frac{1}{100}x^2+24$.

b) $g(x)=f(-x)$.

c) Diện tích của phần mặt cắt bằng $\frac{7040}{3}$ cm^2.

d) Thể tích của chiếc trống đồng bằng 70656π cm^3

Câu 14.31. Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	4	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị đại điện của nhóm là $[165;170)$ là $167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 20.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao đồng đều hơn.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Câu 14.32. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	$[50;100)$	$[100;150)$	$[150;200)$	$[200;250)$	$[250;300)$
Số ngày	5	10	9	4	2

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là 250 (km).

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng 79 (km) (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là 145 (km).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $56\,(\text{km})$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 14.33. Trong một cuộc thử tên lửa, Triều Tiên đã cho phóng một quả tên lửa có gắn đầu đạn hạt nhân với vận tốc $v(t)=\frac{1}{90000000}t^3+\frac{1}{500}t+1\left(m/s\right)$ trong đó t đơn vị giây tính từ lúc tên lửa Triều Tiên bắt đầu phóng và dự định sẽ rơi xuống một vùng biển. Đi được 1 giờ thì bay ngang vùng biển thuộc chủ quyền của Nhật Bản ngay lập tức Rada nhận được tín hiệu và gửi tín hiệu về căn cứ quân đội. Khi nhận được tín hiệu của Rada sau 30 phút quân đội Nhật Bản đã cho phóng một quả tên lửa tầm trung đã xác định sẵn mục tiêu đi với gia tốc $a(t_1)=\frac{1}{4500}t_1+\frac{n}{100}\left(m/s^2\right)$, $n>0$ trong đó t_1 đơn vị giây tính từ lúc tên lửa tầm trung bắt đầu phóng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới hàm $v(t_1)=\frac{1}{9000}t_1^{\,2}+\frac{n}{100}t_1\left(m/s^2\right)$, $n>0$.

b) Kể từ khi bị Rada phát hiện đến lúc Nhật Bản phóng tên lửa thì quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân đi được $1913,4km$.

c) Sau 15 phút phóng lên thì tên lửa tầm trung hạ được mục tiêu biết quãng đường nó đi được bằng $\frac{1}{2}$ quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được trong 15 phút đó, khi đó giá trị $n>100$.

d) Giả sử hàm $h(t)=\frac{-5m}{648}t^2+\frac{500m}{9}t+a\left(m>0,a\in R\right)$ (đơn vị: mét) thể hiện độ cao của quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân so với mực nước biển. Khi quả tên lửa của Triều Tiên đạt độ cao lớn nhất thì quãng đường nó đi được là $483,12km$.

Câu 14.34. Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng đẻ nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đòng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v(t)=-0,1t^3+1,1t^2$, trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ $t\left(t\ge 0\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) $h(t)=-\frac{1}{40}t^4+\frac{11}{30}t^3+20$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Câu 14.35. Thầy giáo thống kê điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) So sánh độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

b) Điểm trung bình của lớp 11A nhỏ hơn lớp 11B.

c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là $1,05$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Điểm trung bình của lớp 11A là $8,3$ (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 14.36. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V\left(t\right)=300\left(t^2-t^3\right)+4,5 \text{ với } 0\le t\le 0,5.$$

Gọi $V'\left(t\right)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0\le t\le 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình $V'\left(t\right)=0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0;\frac{1}{2}\right]$.

b) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là $1,5$ lít.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.

Câu 14.37. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V\left(t\right)=\frac{1}{100}\left(30t^3-\frac{t^4}{4}\right)$ (lít) với $\left(0\le t\le 90\right)$. Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi công thức $f\left(t\right)=V'\left(t\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Thể tích nước của bể bơi sau 20 phút bơm là 2000 lít.

b) Tốc độ bơm nước tại thời điểm t là $f\left(t\right)=90t^2-t^3$.

c) Tốc độ bơm giảm từ phút thứ 70 đến phút thứ 90.

d) Tốc độ bơm lớn nhất tại thời điểm $t=60$ phút.

Câu 14.38. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá $30\,000$ đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá $30\,000$ đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là $18\,000$ đồng. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn với giá 37000 đồng thì số tiền lãi sau 1 tháng là 44 triệu đồng.

b) Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn thêm x (nghìn đồng) thì tổng số lợi nhuận một tháng của cơ sở được tính theo công thức $f\left(x\right)=-100x^2+1800x+36000$.

c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc.

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng.

Câu 14.39. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập thì huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120 / 80

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

là bình thường. Giả sử huyết áp của một người nào đó được mô hình hoá bởi hàm số $P\left(t\right)=115+20\sin\left(180\pi t\right)$ ở đó $P\left(t\right)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo phút. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Chu kỳ của hàm $P\left(t\right)$ là 90.

b) Số lần huyết áp tâm thu xảy ra trong khoảng thời gian một giờ đồng hồ là 5000.

c) Chỉ số huyết áp là $135\,/\,95$.

d) Trong một phút, số lần mà tốc độ thay đổi huyết áp bằng 1800π (mmHg/phút) là 180.

Câu 14.40. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v=10$ (km/h) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng trên một giờ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

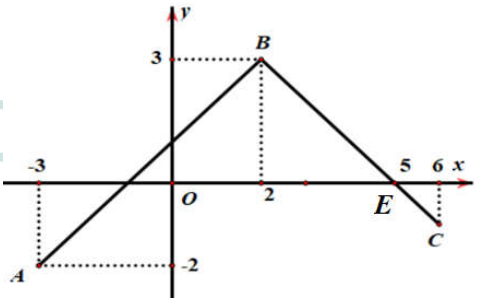
a) Khi vận tốc $v=10\,(\text{km/h})$ thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên một kilomet đường sông là $48\,000$ đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên một kilomet đường sông với vận tốc x (km/h) là $f\left(x\right)=\dfrac{480}{x}+0,03x^3$.

c) Khi vận tốc $v=30\,(\text{km/h})$ thì tổng chi phí nguyên liệu trên một km đường sông là 43000 đồng.

d) Vận tốc nhỏ nhất của tàu là $v=20\,(\text{km/h})$ thì tổng chi phí nguyên liệu trên một km đường sông là nhỏ nhất.

Câu 14.41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $\left(C\right):y=f'(x)$ trên đoạn $\left[-3;6\right]$ là đường gấp khúc như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) $\displaystyle\int_{-3}^{-1}f'(x)\mathrm{d}x=-2$.

b) $\displaystyle\int_{0}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=\frac{1}{2}$.

c) $f\left(2\right)-f\left(6\right)=4$.

d) $f\left(5\right)+f\left(-3\right)-2f\left(2\right)=2$.

Câu 14.42. Một kỹ sư thiết kế một bình chứa nhiên liệu có thể đặt dưới thân máy bay trực thăng để mở rộng tầm bay của nó. Sau một số thử nghiệm trên bản vẽ, người này quyết định tạo hình cho bình chứa bằng cách quay đồ thị hàm số $f\left(x\right)=a+bx-\dfrac{x^2}{16}$, với $-4\le x\le 4$ quanh trục Ox (đơn vị: m^3). Biết đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ đi qua hai điểm $A\left(0;1\right)$ và $B\left(4;0\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị của $a+b=2$

b) Hàm số $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$.

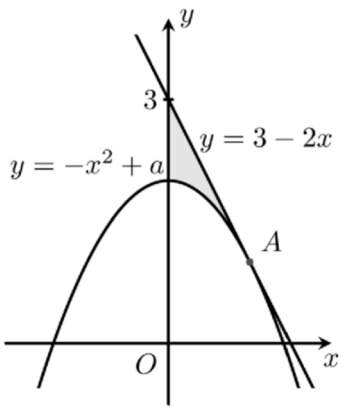
c) Bình chứa nhiên liệu có thể chứa tối đa $16\,\text{m}^3$.

d) Chiếc máy bay trực thăng này có mức tiêu thụ nhiên liệu thay đổi theo quãng đường bay. Khi bắt đầu hành trình, máy bay tiêu thụ $2,5$ lít nhiên liệu cho mỗi kilomet. Mức tiêu thụ nhiên liệu sau đó tăng lên một cách tuyến tính, cứ mỗi kilomet bay thêm thì mức tiêu thụ lại tăng thêm $0,008$ lít/km. Bình chứa nhiên liệu cần phải đảm bảo luôn có 25% dung tích được giữ lại làm nhiên liệu dự phòng, biết rằng bình chứa được đổ đầy nhiên liệu. Quãng đường tối đa mà máy bay có thể bay được (theo kilomet) trước khi cần tiếp nhiên

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

liệu và vẫn đảm bảo lượng nhiên liệu dự phòng theo yêu cầu là 1304 (km),(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 14.43. Cho parabol $y=f\left(x\right)=-x^2+a$ tiếp xúc với đường thẳng $g\left(x\right)=3-2x$ tại điểm A như hình vẽ dưới đây:



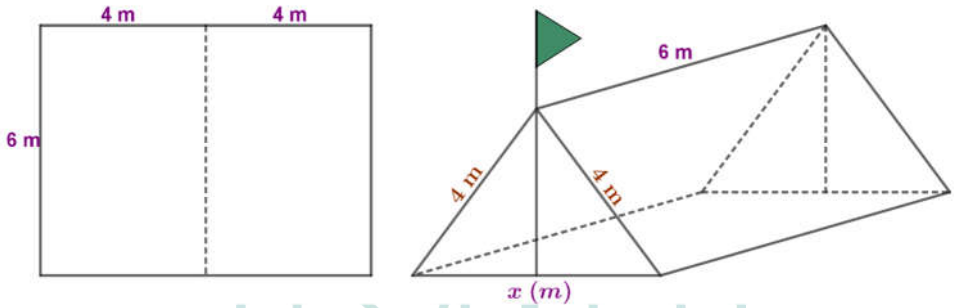
Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int g\left(x\right)\mathrm{d}x=-x^2+3x+C$. b) $a=-2$.

c) Diện tích miền tô đậm trong hình vẽ bằng $\frac{2}{3}$(đvdt).

d) Thể tích khối tròn xoay tạo bởi parabol và trục hoành bằng $\frac{81\pi}{5}$(đvtt).

Câu 14.44. Trong đợt chào mừng kỉ niệm ngày 26/3, trường X có tổ chức cho các lớp bày các gian hàng tại sân trường. Để có thể che nắng, chứa đồ đạc trong quá trình tham gia hoạt động, một lớp đã nghĩ ra ý tưởng như sau: Dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là 8m và chiều rộng là 6m, bằng cách gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều dài của tấm bạt, hai mép chiều rộng còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x\left(\mathrm{m}\right)$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

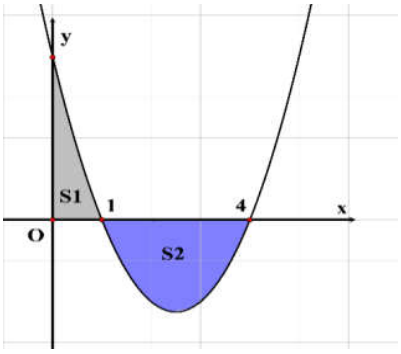
a) Điều kiện $0<x<8$.

b) Tổng diện tích mặt trước và mặt sau của lều bằng $S=\frac{x}{2}\sqrt{64-x^2}$.

c) Thể tích không gian phía trong của chiếc lều có hình dạng khối lăng trụ đứng là $V=\frac{x}{2}\sqrt{64-x^2}$.

d) Khoảng không gian phía trong của chiếc lều lớn nhất bằng $16\left(\mathrm{m}^3\right)$

Câu 14.45. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=x^2-5x+4$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x=0,x=4$ một hình phẳng $\left(H\right)$ gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1,S_2.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=2x-5$ trên $\mathbb{R}$.

b) $S_1=\frac{11}{6}$.

c) $S_1=\int_0^4 f(x)dx-S_2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Biết đường thẳng $d: y = x + m$ (m là tham số) cắt đồ thị $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$. Khi đó tổng các giá trị của tham số m bằng -4.

Câu 14.46. Một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay ở độ cao lớn. Vận tốc rơi của vận động viên (hướng xuống dưới là dương) thay đổi theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức $v(t) = g\frac{m}{k}\left(1 - e^{-\frac{k}{m}t}\right)$, trong đó $g = 9{,}8\ (\text{m/s}^2)$ là gia tốc trọng trường; $m = 70\ (\text{kg})$ là khối lượng của vận động viên và trang bị; $k = 10\ (\text{kg/s})$ là hệ số cản của không khí. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Vận tốc ban đầu của vận động viên khi nhảy dù là $0\ (\text{m/s})$

b) Gia tốc của vận động viên tại thời điểm t là $a(t) = -ge^{-\frac{k}{m}t}\ (\text{m/s}^2)$

c) Vận tốc giới hạn (vận tốc ổn định khi $t \to \infty$) của vận động viên là $68{,}6\ (\text{m/s})$

d) Trong khoảng thời gian từ $t = 0$ đến $t = T$, quãng đường vận động viên rơi được biểu diễn bởi công thức $S(T) = \frac{gm^2}{k^2}\left(e^{-\frac{k}{m}T} + \frac{kT}{m} - 1\right)$. Để quãng đường rơi được đạt ít nhất 100 mét, thời gian rơi T phải lớn hơn giá trị nghiệm dương của phương trình $e^{-\frac{k}{m}T} + \frac{kT}{m} - 1 = \frac{100k^2}{gm^2}$.

Câu 14.47. Một cánh quạt gió quay với góc $\theta(t)$ (radian) so với vị trí ban đầu tại thời điểm t (giây) được mô tả bởi hàm số $\theta(t) = 2t + 0{,}5\sin\left(\frac{\pi}{3}t\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

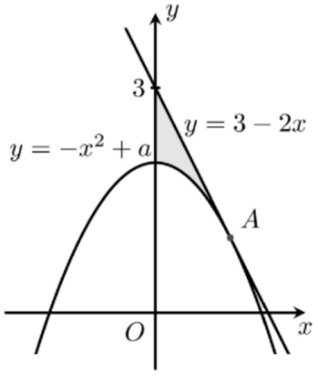
a) Tại thời điểm $t = 0$ thì góc quay của cánh quạt là $0{,}5\ (\text{rad})$.

b) Vận tốc góc của cánh quạt tại thời điểm t là $\omega(t) = 2 - \frac{\pi}{6}\cos\left(\frac{\pi}{3}t\right)\ (\text{rad/s})$.

c) Vận tốc góc của cánh quạt luôn lớn hơn hoặc bằng $2 - \frac{\pi}{6}\ (\text{rad/s})$.

d) Gia tốc góc của cánh quạt tại thời điểm $t = 3$ giây là $0\ (\text{rad/s}^2)$.

Câu 14.48. Cho parabol $y = f(x) = -x^2 + a$ tiếp xúc với đường thẳng $g(x) = 3 - 2x$ tại điểm A như hình vẽ dưới đây:



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int g(x)\,dx = -x^2 + 3x + C$.

b) $a = -2$.

c) Diện tích miền tô đậm trong hình vẽ bằng $\frac{2}{3}$(đvdt).

d) Thể tích khối tròn xoay tạo bởi parabol và trục hoành bằng $\frac{81\pi}{5}$(đvtt).

Câu 14.49. Anh X nhận hợp đồng làm việc cho một công ty Y với lương tháng đầu là 6 triệu. Trong điều khoản về lương, nếu anh X hoàn thành nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng được tăng lương 15% so với mức lương trước đó. Trong suốt quá trình làm việc, anh X đều hoàn

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

thành nhiệm vụ của mình và được tăng lương đúng kỳ hạn. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Mức lương của anh X ở tháng thứ 11 kể từ khi ký hợp đồng lao động là 6,9 triệu đồng.

b) Coi mỗi 6 tháng anh X nhận lương như nhau là một kỳ và u_n là lương mỗi tháng của kỳ thứ n, khi đó $\left(u_n\right)$ là một cấp số cộng với công sai $d=1{,}15$.

c) Tổng số tiền anh X nhận được từ tiền lương của công ty Y sau 4 năm kể từ này ký hợp đồng (làm tròn đến hàng phần trăm) là 494,17 triệu đồng.

d) Khi nhận lương hàng tháng, nếu anh X phải đóng bảo hiểm thất nghiệp 1,5% số tiền lương được nhận thì sau 10 năm kể từ ngày ký hợp đồng anh X đã đóng số tiền bảo hiểm thất nghiệp (làm tròn đến hàng phần trăm) là 55,32 triệu đồng.

Câu 14.50. Cho hàm số $f\left(x\right)=2x^2-3$ và $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$

a) $\int\limits_{-1}^{2} f\left(x\right)dx=F\left(2\right)-F\left(-1\right)$.

b) Nếu $F\left(0\right)=1$ thì $F\left(2\right)=12$.

c) Nếu $\int\limits_{0}^{2} af\left(x\right)dx=32$ thì $a=6$.

d) Biết $\int\limits_{0}^{2} e^{3x}f\left(x\right)dx=a+\dfrac{b.e^6}{27}$. Khi đó: $27a-b=-2$.

Câu 14.51. Cho hàm số $f\left(x\right)$ thõa mãn $f'\left(x\right)=x+\mathrm{e}^x,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

a) $f\left(x\right)=e^x+x^2+C$.

b) $\int\limits_{1}^{2} f'\left(x\right)dx=\left(e^x+\dfrac{1}{2}x^2\right)\Big|_1^2=e^2+e+\dfrac{5}{2}$.

c) Khi $f\left(0\right)=4$ thì $\int\limits_{0}^{1} f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{6\mathrm{e}+13}{6}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các đường $y=f'\left(x\right), y=x+1$ và $x=2$ là $\dfrac{57}{13}$.

Câu 14.52. Một chất điểm M chuyển động trên đường tròn nằm ngang chọn O làm gốc, chiều dương từ trái sang phải. Chuyển động của M được cho bởi công thức $s(t)=t^3-3t^2-1$, với t (giây), $t\geq 0$ là khoảng thời gian tính từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Gọi OM là khoảng cách từ M đến O (mét).

a) Tại thời điểm $t=0$ thì $OM=1m$.

b) Chất điểm chuyển động với vận tốc được xác định bởi biểu thức $v(t)=3t^2-6t+1(m/s)$.

c) Trong khoảng thời gian 2 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm chuyển động sang trái.

d) Đến giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng cách lớn nhất của OM là $5m$

Câu 14.53. Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường thì người lái xe phát hiện một chướng ngại vật, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước người lái xe đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài $22{,}5\left(\mathrm{m}\right)$ (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều theo

phương trình $v(t)=25-5t$ trong đó v (đơn vị m/s) là vận tốc của ô tô sau khi phanh, t (đơn vị giây) là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh $(0\le t\le 5)$.

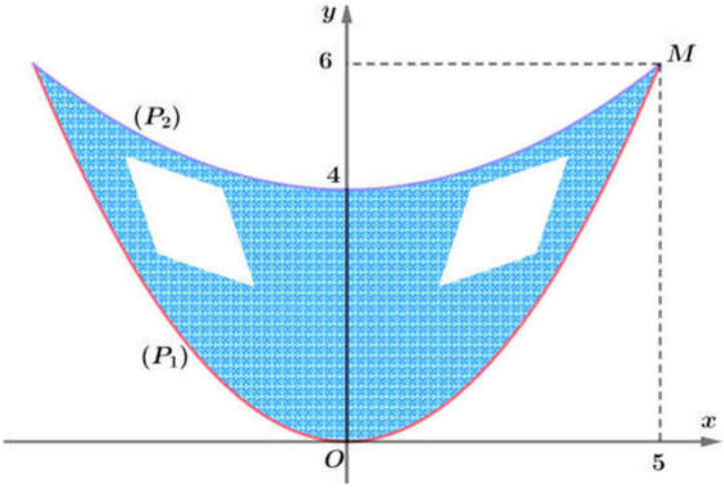
a) Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh là $25(\text{m/s})$.

b) Ngay khi đạp phanh thì ô tô trên chưa chạy quá tốc độ (tốc độ giới hạn cho phép là 70 (km/h).

c) Sau khi đạp phanh quãng đường ô tô di chuyển trong thời gian t (giây) là $s(t)=25t-\dfrac{5}{2}t^2\,(m)$.

d) Thời điểm xảy ra va chạm cách thời điểm bắt đầu đạp phanh 4 giây.

Câu 14.54. Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy, là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1),(P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0;4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5;6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt.



a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: $16\,\text{cm}^2$.

b) Phương trình của parabol $(P_1): y=\dfrac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $(P_2): y=\dfrac{2}{25}x^2+4$.

c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi (P_1) và (P_2) là: $\dfrac{40}{3}$ (đơn vị diện tích).

d) Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là $224\,\text{cm}^2$.

Câu 14.55. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ và thỏa mãn $f'(x)=\dfrac{7}{2x-1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\displaystyle\int_1^5 f'(x)\,dx=7\ln 3$.

b) $\displaystyle\int_{-3}^0 \left[1-2f''(x)\right]dx=-7$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Nếu $f(1)=0$ thì $f(x)=\frac{7}{2}\ln|1-2x|$.

d) Nếu $f(0)=-1$ và $f(5)-2f(-1)=2$ thì $f\left(\frac{3}{5}\right)=-\frac{7}{2}\ln 5$.

Câu 14.56. Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

a) Cho $G(x)=F(x)+2025$ thì $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

b) $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C$, với C là hằng số.

c) Cho $F(0)=1$ thì $F\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi^2}{4}-2$.

d) Hàm số $f(x)=2x+\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $k(x).\mathrm{e}^x$. Ta có

$$I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}k'(x).\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=-\frac{4\pi}{3}.$$

Câu 14.57. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên. Giả sử vị trí $s(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $S(t)=-t^3+9t^2-15t+2, t\geq 0$.

a) Hàm vận tốc của chất điểm là $v(t)=-3t^2+18t-15$.

b) Vận tốc của chất điểm sau 2 giây là $9(m/s)$.

c) Vận tốc của chất điểm lớn nhất tại thời điểm $t=2$ giây.

d) Trong 6 giây đầu tiên chất điểm di chuyển được quãng đường là 20 mét.

Câu 14.58. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $72\ km/h$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mét. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-10t+20\ (m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-5t^2+20t$.

c) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

Câu 14.59. Một người đang điều khiển xe máy với vận tốc là 36 km/h thì phát hiện đèn tín hiệu giao thông chuyển đỏ cách vị trí xe 80 m. Ba giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc với vận tốc được cho bởi $v_1(t)=at+b(\mathrm{m/s}),(a,b\in\mathbb{R},a<0)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc. Khi xe máy đến vị trí đèn tín hiệu, đèn vẫn còn đỏ và xe dừng hẳn. Sau khi đèn chuyển xanh, xe tiếp tục di chuyển với vận tốc được cho bởi $v_2(t)=mt^2+nt(\mathrm{m/s}),(m,n\in\mathbb{R},m<0)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đèn chuyển xanh. Cuối cùng, xe máy dừng hẳn lại tại một quán ăn trên đường. Biết

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

rằng thời gian xe máy đi từ vị trí đèn tín hiệu đến quán ăn là 20 giây và vận tốc lớn nhất trên đoạn đường này là 54 km/h .

a) Quãng đường xe máy đi được từ lúc bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất đến khi dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu là 80 m .

b) Giá trị của hệ số b là 10.

c) Xe máy dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu sau 10 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất.

d) Khoảng cách từ vị trí đèn tín hiệu đến vị trí quán ăn là 200 m .

Câu 14.60. Một người điều khiển xe máy với vận tốc 36km/h thì phát hiện ở phía trước cách vị ví xe một đoạn 50 mét có công trường đang thi công có gắn biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép là 20km/h. Hai giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc với vận tốc $v_1(t) = at + b$ $\left(\text{m/s}\right)$ $\left(a, b \in \mathbb{R},\ a < 0\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc độ. Khi xe máy vừa đến vị trí đặt biển báo thì tốc độ của xe máy bằng 18km/h và giữ nguyên vận tốc như vậy cho đến khi rời khỏi khu vực công trường. Khi vừa ra khỏi công trường, xe máy tăng tốc với vận tốc $v_2(t) = mt + n$ $\left(m, n \in \mathbb{R},\ m > 0\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe máy vừa ra khỏi công trường. Biết rằng đúng 4 giây sau khi tăng tốc, xe máy đạt vận tốc 54km/h.

a) Quãng đường xe máy đi được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi bắt đầu giảm tốc độ là 20m .

b) $b = 15$.

c) Xe máy đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc.

d) Quãng đường xe máy đi được kể từ khi tăng tốc đến khi đạt vận tốc 54km/h là 40m.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG TOÁN CÂU 15. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ, PHƯƠNG SAI, ĐỘ LỆCH CHUẨN

1. Tứ phân vị thứ k, kí hiệu là Q_k với $k=1,2,3$: $Q_k = u_m + \dfrac{\frac{kn}{4}-C}{n_m}\left(u_{m+1}-u_m\right)$

✓ $n = n_1+n_2+\ldots+n_k$ là cỡ mẫu; + $\left[u_m;u_{m+1}\right)$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

✓ $C = n_1+n_2+\ldots+n_{m-1}$; + n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

2. Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

3. Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{1}{n}\left(n_1c_1+n_2c_2+\ldots+n_kc_k\right)$.

4. Phương sai: $S^2 = \dfrac{1}{n}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2+\ldots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$

Hoặc $S^2 = \dfrac{1}{n}\left(n_1c_1^2+n_2c_2^2+\ldots+n_kc_k^2\right)-\overline{x}^2$

5. Độ lệch chuẩn: $\sqrt{S^2}$

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

1. Xác suất điều kiện: $P\left(A\middle|B\right)\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)} = \dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}$

2. Công thức nhân xác suất: $P\left(A\cap B\right) = P\left(A\right).P\left(A\middle|B\right) = P\left(B\right).P\left(A\middle|B\right)$

Chú ý: Cho hai biến cố độc lập A và B, với $0<P\left(A\right)<1;\ 0<P\left(B\right)<1$.

✓ $P\left(A\right) = P\left(A\middle|B\right) = P\left(A\middle|\overline{B}\right)$; $P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)=1$

✓ $P\left(A\middle|B\right)+P\left(\overline{A}\middle|B\right)=1$; $P\left(A\cap B\right)+P\left(A\cap\overline{B}\right)=P\left(A\right)$.

✓ $P\left(A\cap B\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(B\right)$; Cách ghi $P\left(A\cap B\right)$ với $P\left(AB\right)$ hoàn toàn như nhau.

✓ Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

3. Công thức xác suất toàn phần: $P\left(A\right) = P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)$

4. Công thức Bayes:

$$P\left(B\mid A\right) = \frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(A\right)} \text{ hoặc } P\left(B\mid A\right) = \frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)}$$

Chú ý:

✓ $P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)=1$; $P\left(A\middle|B\right)+P\left(\overline{A}\middle|B\right)=1$

✓ $P\left(A\cap B\right)+P\left(A\cap\overline{B}\right)=P\left(A\right)$; $P\left(A\cap B\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(B\right)$

✓ Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 15.1. **(ĐMH 2025)** Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P(B)=\dfrac{21}{40}$ và $P(\overline{B})=\dfrac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B)=0,3$.

c) Xác suất $P(A)=0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 15.2. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 100 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau có 70 người trả lời "sẽ mua"; có 30 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 60% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P(B)=0,6$ và $P(\overline{B})=0,4$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A\mid B)=0,7$.

c) Xác suất $P(A)=0,52$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 82% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 15.3. Một loại sản phẩm do hai nhà máy số I, số II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là $0,04$; $0,03$. Trong một lô sản phẩm để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ lô hàng đó.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 200.

b) Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là $\dfrac{483}{500}$.

c) Xác suất để lấy được sản phẩm không tốt ở máy I là $\dfrac{8}{19}$.

d) Khả năng lấy được sản phẩm không tốt của máy II là thấp hơn máy I.

Câu 15.4. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp.

a) Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng $62,5\%$.

b) Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.

c) Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

Câu 15.5. Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai (Kết quả làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy)

a) Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Xác suất để sinh viên A trả lời được câu hỏi trong phiếu là $0,78$.

b) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Xác suất để sinh viên trả lời được câu hỏi trong phiếu là $0,73$.

c) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là $0,62$.

d) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là $0,83$.

Câu 15.6. Một công ty tham gia đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là 60% và dự án 2 là 50%. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 40%. Gọi A và B lần lượt là biến cố công ty thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Khả năng công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 30%.

c) Xác suất công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty đã thắng thầu dự án 1 là $\frac{1}{2}$.

c) Xác suất công ty không thắng thầu dự án 2, biết công ty đã không thắng thầu dự án 1 là $\frac{1}{4}$.

Câu 15.7. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$.

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $0,45$.

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$.

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Câu 15.8. Xác suất để cơ quan Q thuê 1 trong các công ty A và B tư vấn lần lượt là $0,4$ và $0,6$. Theo kinh nghiệm khả năng Q phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là $0,05$ và $0,03$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

a) Xác suất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là $0,038$.

b) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,47$

c) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty B tư vấn là $0,53$

d) Biết Q không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,4$.

Câu 15.9. Một công ty bảo hiểm phát hành các chính sách bảo hiểm nhân thọ thuộc hai nhóm: tiêu chuẩn và ưu tiên. Trong số các khách hàng của công ty có 80% thuộc nhóm tiêu chuẩn và 20% thuộc nhóm ưu tiên. Hơn nữa, tỉ lệ khách hàng trên 60 tuổi trong nhóm tiêu chuẩn là 45% và trong nhóm ưu tiên là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng của công ty.

Gọi A_1 là biến cố: "Khách hàng thuộc nhóm tiêu chuẩn".

Gọi A_2 là biến cố: "Khách hàng thuộc nhóm ưu tiên".

Gọi H là biến cố: "Khách hàng trên 60 tuổi".

a) $P(A_1)=4P(A_2)$. b) $P(H\mid A_1)+P(H\mid A_2)=1$.

c) $P(H)<0,5$. d) $P(A_2\mid H)>\dfrac{1}{5}$.

Câu 15.10. Trong buổi tiệc cuối năm Year And Party, ba nhân viên may mắn được chọn tham gia bốc thăm trúng thưởng. Có 10 lá thăm được xếp trong hộp kín, trong đó chỉ có 1 lá thăm trúng giải. Ba người lần lượt bốc, mỗi người một lá thăm. Biết lá thăm bốc ra sẽ không được cho lại vào hộp.

a) Xác suất để người thứ nhất bốc trúng lá thăm trúng giải là $\dfrac{1}{11}$

b) Xác suất để người thứ hai bốc trúng lá thăm trúng giải khi biết người thứ nhất bốc trượt là $\dfrac{1}{9}$

c) Xác suất để cả hai người bốc đầu tiên không được thăm trúng giải là $\dfrac{8}{9}$

d) Xác suất để người thứ ba bốc trúng lá thăm trúng giải là nhỏ hơn $\dfrac{1}{10}$

Câu 15.11. Một công ty bảo hiểm sau khi kiểm tra nhóm khách hàng mua bảo hiểm ô tô của mình đã thu thập được các thông tin sau:

- Tất cả khách hàng đều mua bảo hiểm cho ít nhất một chiếc xe.
- Có 70% khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe.
- Có 20% khách hàng mua bảo hiểm cho xe thể thao.
- Trong số những khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe, có 15% mua bảo hiểm cho xe thể thao.

Gọi A là biến cố: "Khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe".

Gọi B là biến cố: "Khách hàng mua bảo hiểm cho xe thể thao".

a) $P(\overline{A})=0,7$.

b) $P(B\mid A)=0,15$.

c) $P(AB)<0,1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Xác suất một khách hàng chỉ mua bảo hiểm cho đúng một chiếc xe và chiếc xe đó không phải là xe thể thao lớn hơn $0,2$

Câu 15.12. Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$.

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.

Câu 15.13. Trong đại dịch Covid-19 người ta thường dùng xét nghiệm RT-PCR (tên tiếng Anh: Real Time Polymerase Chain Reaction) để xác định người bị nhiễm virus hay không. Biết rằng trong xét nghiệm RT-PCR tỉ lệ dương tính giả là 5% và tỉ lệ âm tính giả là 13% và tỉ lệ mắc bệnh của vùng dân cư là 5%. Biết rằng:

 Xét nghiệm dương tính nhưng thực tế người xét nghiệm không mắc bệnh. Ta gọi đây là dương tính giả.

 Xét nghiệm âm tính nhưng thực tế người xét nghiệm lại mắc bệnh. Ta gọi đây là âm tính giả.

a) Tỉ lệ dương tính thật bằng 95%.

b) Tỉ lệ xét nghiệm RT-PCR có kết quả dương tính là $9,1\%$.

c) Tỉ lệ người nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR dương tính lớn hơn 50%

d) Tỉ lệ người không nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR âm tính nhỏ hơn $90,9\%$.

Câu 15.14. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bệ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bệ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa.

a) Xác suất để máy bay đối phương bị bắn hạ nếu nó xuất hiện ở vị trí X là $0,64$

b) Xác suất để máy bay đối phương bị bắn hạ nếu nó xuất hiện ở vị trí Y là $0,8$

c) Xác suất bắn hạ máy bay đối phương là $0,888$

d) Biết rằng máy bay đối phương đã bị bắn hạ. Xác suất để máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X là $0,59$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 15.15. Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Chọn ngẫu nhiên 2 sản phẩm trong hộp loại 2. Xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\frac{12}{15}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\frac{87}{175}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\frac{52}{87}$.

Câu 15.16. Giả sử 5% email nhận được là email rác. Người ta sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc. Ban đầu hệ thống lọc email rác chưa kích hoạt.

a) Chọn một email nhận được bất kì. Xác suất email đó là email rác là $0,05$.

b) Xác suất bị lọc của email rác là $0,93$.

c) Kích hoạt hệ thống lọc email rác. Xác suất email bất kì bị lọc là $0,1425$.

d) Chọn một email đã bị lọc. Xác suất để email đó thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Câu 15.17. Biết rằng điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$.

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.

Câu 15.18. Có hai hộp chứa các phiếu bốc thăm, hộp I có 10 phiếu được đánh số từ 1 đến 10, hộp II có 20 phiếu được đánh số từ 11 đến 30. Bạn Hoa chọn ngẫu nhiên một phiếu từ hộp I bỏ sang hộp II, sau đó từ hộp II, bạn Hoa chọn ngẫu nhiên 3 phiếu. Xét các biến cố:

A: "Bình phương số ghi trên phiếu rút ra từ hộp I chia hết cho 5".

B: " Tổng bình phương các số ghi trên phiếu rút ra từ hộp II chia hết cho 5".

a) $P(B)=\frac{33}{665}$. b) $P(B\mid A)=\frac{32}{133}$.

c) $P(A)=\frac{1}{5}$. d) $P(A\mid \overline{B})=\frac{125}{644}$.

Câu 15.19. Phòng quản lý đào tạo trường Đại học Kinh tế quốc dân thống kê số giờ làm thêm của một nhóm sinh viên năm thứ tư của trường thu được kết quả như bảng sau

Số giờ làm thêm (giờ/tuần)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)
Số sinh viên	6	12	4	2	1

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là $16,5$ giờ.

b) Giá trị đại diện của nhóm $[9;12)$ là $10,5$.

c) Tứ phân vị thứ ba là $15,65$.

d) Nhóm chứa trung vị là $[15;18)$.

Câu 15.20. Bạn An làm bài thi phần trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu hỏi mỗi câu 1 điểm, trong đó bạn làm chắc chắn đúng hai câu còn hai câu còn lại bạn chọn ngẫu nhiên đúng hoặc sai.

a) Xác suất để bạn An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{256}$.

b) Xác suất để bạn An được $3,5$ điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.

c) Xác suất để bạn An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.

d) Xác suất để bạn An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{9}{128}$.

Câu 15.21. Cho hai hộp đựng câu hỏi thi (phiếu), mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Biết rằng sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Gọi E_1 là biến cố sinh viên A rút ra phiếu từ hộp thứ nhất, E_2 là biến cố sinh viên A rút ra phiếu từ hộp thứ hai. Những phương án nào dưới đây đúng?

a) Xác suất của biến cố E_1 bằng $\frac{1}{2}$.

b) Gọi B là biến cố sinh viên A rút được phiếu đã học thuộc thì $B=(B\cap E_1)\cap(B\cap E_2)$.

c) Xác suất có điều kiện $P(B/E_1)=\frac{8}{9}$.

d) Nếu sinh viên A rút được phiếu đã học thuộc thì xác suất phiếu đó thuộc hộp thứ nhất bằng $\frac{3}{7}$.

Câu 15.22. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).

a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.

b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.

c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn 0,65.

d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

Câu 15.23. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	2	3	8	15	12

a) Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.

b) Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.

c) Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

d) Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có hai học nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.

Câu 15.24. Trường A có 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

a) Xác suất chọn được học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc là 0,9.

b) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ âm nhạc vừa biết chơi đàn ghi ta là 0,17.

c) Xác suất chọn được học sinh biết chơi đàn ghi ta là 0,25.

d) Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là 0,7 .

Câu 15.25. Để kiểm chứng thị hiếu của khán giản đối với một chương trình truyền hình, một nhà đài đã phỏng vấn ngẫu nhiên 300 khán giản về chương trình đó. Kết quả thống kê như sau: có 175 người trả lời "thích"; có 125 người trả lời "không thích". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khán giả thực sự thích chương trình tương ứng với trả lời "thích" và "không thích" lần lượt là 60% và 40%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ thích chương trình".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời thích chương trình".

a) Xác suất $P(B)=\frac{5}{12}$ và $P(\overline{B})=\frac{7}{12}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B)=0,6$.

c) Xác suất $P(A)=\frac{31}{60}$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự thích chương trình có 67,7% người đã trả lời "thích" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 15.26. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

b) Biết lần thứ nhất đã lấy được quả bóng bàn loại II, khi đó xác suất để lần thứ hai tiếp tục lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

Câu 15.27. Trong một khu vực đô thị, cảnh sát giao thông ghi nhận các trường hợp vi phạm tốc độ trong giờ cao điểm. Thống kê cho thấy:

- Tỷ lệ nam giới tham gia giao thông trong giờ cao điểm là 60%, tỷ lệ nữ giới là 40%
- Trong số các lái xe nam, tỷ lệ vi phạm tốc độ là 10%
- Trong số các lái xe nữ, tỷ lệ vi phạm tốc độ là 3%

a) Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm là nam giới và vi phạm tốc độ là $0,06$

b) Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm vi phạm tốc độ là $0,13$.

c) Nếu một lái xe được chọn ngẫu nhiên vi phạm tốc độ, khả năng cao người đó là nam giới.

d) Giả sử cảnh sát chỉ dừng xe của những người vi phạm tốc độ để xử phạt. Biết một người đã bị dừng xe, xác suất người đó là nữ giới lớn hơn $0,2$.

Câu 15.28. Một trường học áp dụng hai phương pháp giảng dạy mới cho môn Toán: Phương pháp P và Phương pháp Q. Để đánh giá hiệu quả, trường thực hiện một thử nghiệm trên học sinh lớp 10. Biết rằng:

- 40% học sinh lớp 10 được phân ngẫu nhiên vào nhóm học phương pháp P, 30% vào nhóm học phương pháp Q và 30% học theo phương pháp truyền thống PT.
- Tỷ lệ học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán cuối năm trong nhóm phương pháp P là 40%, trong nhóm phương pháp Q là 35% và trong nhóm phương pháp PT là 25%.

Một học sinh lớp 10 được chọn ngẫu nhiên từ trường và biết rằng học sinh này đạt điểm giỏi môn Toán cuối năm (Kết quả làm trong đến hàng phần trăm)

a) Xác suất học sinh này học theo phương pháp P là $0,45$

b) Phương pháp Q có hiệu quả hơn phương pháp PT trong việc giúp học sinh đạt điểm giỏi.

c) Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi chung của toàn khối lớp 10 là $33,3\%$.

d) Nếu muốn tăng tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi lên cao nhất, trường nên áp dụng phương pháp P cho tất cả học sinh.

Câu 15.29. Trong tâm lý học, đường cong học tập mô tả sự cải thiện kỹ năng theo thời gian luyện tập. Giả sử một người học gõ máy tính, số từ gõ được mỗi phút (WPM - Words Per Minute) sau t tuần luyện tập được mô hình hóa bởi hàm số $W(t) = 90 - 60.e^{-0,2t}$.

a) Khi mới bắt đầu luyện tập $(t = 0)$ người này gõ được 25 từ mỗi phút

b) Tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính tại thời điểm t là $12.e^{-0,2t}$ WPM/tuần

c) Khi t càng lớn thì tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính càng tăng

d) Số WPM mà người này có thể đạt được tối đa khi luyện tập trong thời gian dài là 90 WPM.

Câu 15.30. Trong một chương trình sàng lọc bệnh tiểu đường cho người dân tại một cộng đồng, người ta sử dụng một xét nghiệm đường huyết nhanh. Giả sử rằng, trong cộng đồng này tỷ

lệ người mắc bệnh tiểu đường là 10%. Xét nghiệm có độ nhạy (khả năng phát hiện bệnh ở người bệnh) là 90% và độ đặc hiệu (khả năng xác định người không bệnh là không bệnh) là 95%. Một người dân được chọn ngẫu nhiên từ cộng đồng để làm xét nghiệm.

a) Xác suất để một người dân được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính là $0{,}153$.

b) Biết rằng một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh tiểu đường là khoảng $0{,}643$.

c) Xác suất để một người dân được chọn không mắc bệnh tiểu đường và có kết quả xét nghiệm âm tính là $0{,}855$.

d) Biết rằng một người có kết quả xét nghiệm âm tính thì xác suất người đó thực sự mắc bệnh tiểu đường là $\dfrac{1}{105}$.

Câu 15.31. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A, B (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[10;15)$	12,5	15
$[15;20)$	17,5	18
$[20;25)$	22,5	10
$[25;30)$	27,5	10
$[30;35)$	32,5	5
$[35;40)$	37,5	2
		$n=60$

Bảng 1

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[10;15)$	12,5	25
$[15;20)$	17,5	15
$[20;25)$	22,5	7
$[25;30)$	27,5	5
$[30;35)$	32,5	5
$[35;40)$	37,5	3
		$n=60$

Bảng 2

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là $\dfrac{62}{3}$ (triệu đồng).

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 \approx 49{,}1389$

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx 7{,}61$ (triệu đồng).

d) Công ty B có mức lương đồng đều hơn công ty A

Câu 15.32. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian (phút)	$[0{,}5;10{,}5)$	$[10{,}5;20{,}5)$	$[20{,}5;30{,}5)$	$[30{,}5;40{,}5)$	$[40{,}5;50{,}5)$
Số học sinh lớp 11A	2	10	6	4	3
Số học sinh lớp 11B	3	8	10	2	4

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) Số trung bình của mẫu số liệu lớp 11A là: $23{,}9$ (clàm tròn đến hàng phần mười).

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11A là: $11{,}77$ *(làm tròn đến hàng phần trăm).*

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11B là: $11{,}55$ *(làm tròn đến hàng phần trăm).*

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì thời gian để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi của lớp 11A ít phân tán hơn lớp 11B

Câu 15.33. Thời gian tập thể dục trong ngày (tính bằng: phút) của một nhóm bạn được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau.

Thời gian	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số bạn	3	9	6	4	2

a) Giá trị đại diện của nhóm $[40;50)$ là 45.

b) Cỡ mẫu là $n=22$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $42,09$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 129 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 15.34. Có hai đội thi đấu môn Bóng bàn. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương đồng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là $0,8$ và $0,65$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $0,8$.

b) Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương đồng là $\frac{5}{7}$.

c) Xác suất để vận động viên này thuộc đội II và đạt huy chương đồng là $0,48$.

d) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I và đạt huy chương đồng là $\frac{12}{25}$.

Câu 15.35. Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	$[180;185)$
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị đại điện của nhóm $[165;170)$ là $167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Câu 15.36. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách Toán, 4 cuốn sách Vật lí và 3 cuốn sách Hoá học. Thầy giáo lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn.

a) Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6.

b) Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hoá học là $C_7^6+C_8^6+C_9^6$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là $A_{12}^6-\left(C_7^6+C_8^6+C_9^6\right)$.

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn ít nhất một cuốn là $\dfrac{115}{132}$.

Câu 15.37. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

a) Xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là $0,85$.

b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là $0,99$.

c) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng là $0,9855$.

d) Xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng là $0,95$.

Câu 15.38. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A,B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án $0,8$.

Câu 15.39. Các nhà khoa học đã phát triển một loại test nhanh để phát hiện virus SARS-CoV-2 gây bệnh COVID-19. Theo thống kê, khi một người nhiễm virus SARS-CoV-2 thì xác suất để test nhanh có kết quả dương tính là 90%. Tuy nhiên, khi một người không nhiễm virus, xác suất để test nhanh vẫn cho kết quả dương tính là 5%. Biết rằng tỷ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 ở một quốc gia là 2% trong dân số.

Gọi X là biến cố "một người nhiễm virus SARS-CoV-2" và Y là biến cố "một người có kết quả test nhanh dương tính".

a) $P(X)=0,02$. b) $P(Y\mid X)=0,9$.

c) $P(X\mid Y)=0,567$. d) $P(Y\cap X)=0,06$.

Câu 15.40. Một công ty thiết bị Giáo Dục đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 50% và dự án 2 là 60%. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 30%. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 50%.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 50%.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 60%.

Câu 15.41. Có hai hộp chứa các phiếu bốc thăm, hộp I có 10 phiếu được đánh số từ 1 đến 10, hộp II có 20 phiếu được đánh số từ 11 đến 30. Bạn Hoa chọn ngẫu nhiên một phiếu từ hộp I bỏ sang hộp II, sau đó từ hộp II, bạn Hoa chọn ngẫu nhiên 3 phiếu. Xét các biến cố:

A : "Bình phương số ghi trên phiếu rút ra từ hộp I chia hết cho 5".

B : " Tổng bình phương các số ghi trên phiếu rút ra từ hộp II chia hết cho 5".

a) $P\left(B\right)=\dfrac{33}{665}$. b) $P\left(B\mid A\right)=\dfrac{32}{133}$.

c) $P\left(A\right)=\dfrac{1}{5}$. d) $P\left(A\mid \overline{B}\right)=\dfrac{125}{644}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 15.42. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ". Các khẳng định sau đúng hay **sai**?

a) Xác suất của biến cố B là $P(B)=0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bị đỏ thì khi đó $P(A\mid B)=\dfrac{7}{11}$.

c) Gọi $\overline{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì $P(A\mid \overline{B})=\dfrac{7}{11}$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P(A)=\dfrac{13}{22}$.

Câu 15.43. Trong một căn phòng có hai bóng đèn hoạt động độc lập. Xác suất để bóng đèn thứ nhất bị cháy là $0,2$; xác suất để bóng đèn thứ hai bị cháy là $0,3$. Gọi A là biến cố "bóng đèn thứ nhất cháy", B là biến cố "bóng đèn thứ hai cháy".

a) A,B là hai biến cố độc lập.

b) $A\cup B$ là biến cố cả hai bóng đèn đều cháy.

c) Xác suất để ít nhất một bóng đèn sáng là $0,94$.

d) Xác suất để cả hai bóng đèn sáng là $0,06$.

Câu 15.44. Ông Cường, phó giám đốc của một công ty, đang chuẩn bị đi ngủ và có một cuộc họp quan trọng vào sáng hôm sau. Ông ấy đặt chuông báo thức lúc 6h45 sáng để có thể đến buổi hẹn đúng giờ. Xác suất ông Cường nghe được chuông báo thức là 0,95. Nếu ông ta nghe được chuông báo thức, xác suất ông ấy đến đúng giờ là 0,9. Nếu ông không nghe được chuông báo thức, xác suất ông ấy đến đúng giờ là 0,7.

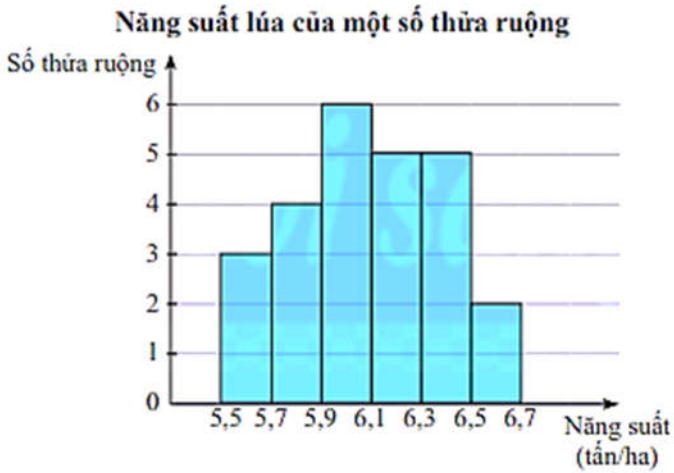
a) Xác suất ông Cường không nghe được chuông báo thức là 0,05.

b) Xác suất ông Cường đến trễ hẹn khi ông ấy nghe được chuông báo thức là 0,1.

c) Nếu ông Cường không nghe được chuông báo thức, khả năng ông ấy đến trễ hẹn là 25%.

d) Khả năng ông Cường đến đúng giờ lớn hơn 92%.

Câu 15.45. Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh hoạ ở biểu đồ sau.



a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha)

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $0,4675$

c) Phương sai của mẫu số liệu trên là $6,088$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $0,29$

Câu 15.46. Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là 58%. Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là: 10% và 16%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố "Học sinh được chọn là học sinh nữ", B là biến cố "Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học".

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A)=0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là $P(B/\overline{A})=0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B)=0,1252$.

d) Khi mộ bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: $P(A/B)=0,47$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 15.47. Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 và dự án 2 lần lượt là $0,4$ và $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$. Gọi A,B lần lượt là biến cố "Thắng thầu dự án 1" và "Thắng thầu dự án 2".

a) $P\left(AB\right)=0,6$.

b) $P\left(A\mid B\right)=0,5$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,75$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $\frac{1}{3}$.

Câu 15.48. Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 20 học sinh nam và 30 học sinh nữ.
Khi tổng kết cuối năm, lớp có 20 học sinh giỏi, trong đó có 8 học sinh nam và 12 học sinh nữ.
Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xác suất chọn một học sinh là học sinh giỏi bằng $0,4$ và xác suất chọn một học sinh là học sinh nữ bằng $0,6$.

b) Xác suất chọn một học sinh vừa là học sinh giỏi và là học sinh nữ bằng $0,6$.

c) Biết rằng học sinh được chọn là nữ, xác suất chọn học sinh đó là học sinh giỏi bằng $0,4$.

d) Nhà trường cần chọn 2 bạn tham gia thi olympia, biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi, xác suất chọn học sinh đó là học sinh khác giới bằng $\frac{48}{95}$.

Câu 15.49. Bạn Tuấn gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện và bạn Minh chọn ngẫu nhiên một lá bài từ một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá bài.

a) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm bằng $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất để Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{13}$.

c) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm và Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{26}$.

d) Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng $\frac{1}{16}$.

Câu 15.50. Một đề thi kiểm tra giữa kì của một lớp sinh viên có 20 câu hỏi. Sinh viên giỏi sẽ trả lời đúng hết cả 20 câu. Sinh viên khá trả lời đúng 15 câu, sinh viên trung bình trả lời đúng 10 câu, sinh viên yếu trả lời đúng 5 câu. Tỷ lệ sinh viên giỏi, khá, trung bình, yếu trong lớp

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

lần lượt là $10\%, 20\%, 30\%, 40\%$. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một sinh viên lên bốc thăm 3 câu từ 20 câu trên.

a) Xác suất chọn được sinh viên giỏi là $0,1$.

b) Xác suất để sinh viên được chọn không phải sinh viên yếu là $0,6$.

c) Xác suất sinh viên đã chọn được trả lời cả 3 câu đúng $0,21$.

d) Xác suất để sinh viên được chọn trả lời đúng cả 3 câu là sinh viên khá hoặc trung bình là 0,34.

Câu 15.51. Một hộp đựng 10 bi, trong đó có 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Lấy ra 1 bi và không hoàn lại, tiếp tục lấy ra 1 bi nữa. Gọi A : "Bi lấy được lần 1 màu xanh", B : "Bi lấy được lần 2 màu đỏ". Khi đó

a) A, B là hai biến cố xung khắc b) $P(AB) = \dfrac{6}{25}$

c) $P(AB) = P(A).P(B) + \dfrac{2}{25}$ d) Xác suất để 2 bi lấy được cùng màu là $\dfrac{7}{15}$.

Câu 15.52. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống $150mg$ thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước.

a) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $9mg$.

b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $159mg$.

c) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là $170mg$.

d) Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là $159,57mg$.

Câu 15.53. Hai công nhân cần phải hoàn thành một loại sản phẩm. Trong đó công nhân thứ nhất phải hoàn thành 45% số sản phẩm. Khả năng sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là 3% và của công nhân thứ hai là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Gọi A là biến cố "Sản phẩm được chọn là của công nhân thứ nhất", B là biến cố "Sản phẩm được chọn bị lỗi".

a) $P(A) = 0,5$

b) Xác suất sản phẩm được chọn là bị lỗi biết đó là sản phẩm của công nhân thứ nhất là $0,03$.

c) $P(B) = 0,02$.

d) Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất biết đó là sản phẩm bị lỗi là $\dfrac{27}{38}$.

Câu 15.54. Hai bạn Bảo và Nam của lớp 12A cùng tham gia giải bóng bàn đơn nam do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó không cùng một bảng đấu vòng loại và mỗi bảng đấu vòng loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của bạn Bảo và bạn Nam lần lượt là $0,8$ và $0,6$.

Gọi A là biến cố " Có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết".

Gọi B là biến cố " Chỉ có bạn Bảo lọt vào vòng chung kết".

a) Xác suất để bạn Nam không lọt vào vòng chung kết là $0,4$.

b) Xác suất để cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là $0,8$.

c) Xác suất của biến cố A là $0,48$.

d) Xác suất của biến cố B là $0,32$.

Câu 15.55. Có hai hộp đựng bi, các viên bi có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 2 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hộp thứ hai có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

xanh. Lấy ngẫu nhiên 5 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai ra.
Xét các biến cố:
A: " Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là màu đỏ"
B: " Trong 5 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 1 viên bi màu đỏ ". Khi đó, ta có:

a) $P(B)=\frac{1}{3}; P(\overline{B})=\frac{2}{3}$ b) $P(A|B)=\frac{7}{15}$

c) $P(A|\overline{B})=\frac{11}{15}$ d) $P(A)=\frac{23}{45}$

Câu 15.56. Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh X ở một địa phương là 68%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh X là 7%; trong số những người chưa tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh X là 28%. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Gọi A là biến cố: "Người được chọn đã tiêm vắc xin phòng bệnh" và B là biến cố: "Người được chọn mắc bệnh X".

a) $P(B \mid A)=0{,}28$ và $P(B \mid \overline{A})=0{,}07$.

b) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ bằng 0,68.
c) Xác suất của biến cố B bằng 0,1372.
d) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ với điều kiện B bằng $\frac{32}{49}$.

Câu 15.57. Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.
a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.
b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.
c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Câu 15.58. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $0,45$

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Câu 15.59. Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là $0,8$. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là $0,9$. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là $0,5$. Xét các biến cố sau:
Gọi A là biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công".
Gọi B là biến cố "Thí nghiệm thứ hai thành công".

a) $P(B \mid A)=0,9$.

b) $P(AB)=0,72$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) $P\left(\overline{A}B\right)=0,4$.

d) Xác suất để thí nghiệm thứ hai thành công là $0,82$.

Câu 15.60. Một nhà máy có hai phân xưởng A và B tương ứng làm ra 60% và 40% sản phẩm của nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng A và B lần lượt là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là $0,98$.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là $0,006$.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là $0,014$.

d) Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là $\dfrac{4}{7}$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

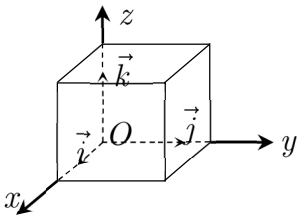
DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

KIẾN THỨC CẦN NHỚ
§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

☆☆☆

1. Định nghĩa hệ trục tọa độ

Hệ gồm 3 trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung điểm gốc O. Gọi $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$ và $\vec{k}=(0;0;1)$ là các véctơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz. Hệ ba trục như vậy gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian hay gọi là hệ trục $Oxyz$.



Lưu ý: $\vec{i}^2=\vec{j}^2=\vec{k}^2=1$ và $\vec{i}.\vec{j}=\vec{i}.\vec{k}=\vec{k}.\vec{j}=0$.

2. Tọa độ véctơ

Định nghĩa: $\vec{a}=(x;y;z)\Leftrightarrow\vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}$.

Tính chất: Cho $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

① $\vec{a}\pm\vec{b}=(a_1\pm b_1;\ a_2\pm b_2;\ a_3\pm b_3)$.

② $k.\vec{a}=(ka_1;ka_2;ka_3)$.

③ Hai véctơ bằng nhau $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=b_1\\a_2=b_2\\a_3=b_3\end{cases}$.

④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=k.\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}$.

⑤ Môđun (độ dài) véctơ: $\vec{a}^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$.

⑥ Tích vô hướng: $\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$.

Suy ra: $\begin{cases}\bullet\ \vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0.\\\bullet\ \cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}.\end{cases}$

3. Tọa độ điểm

Định nghĩa: $M(a;b;c)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=a.\vec{i}+b.\vec{j}+c.\vec{k}=(a;b;c)$.

Cần nhớ: $\begin{cases}M\in(Oxy)\Leftrightarrow z=0,\ M\in(Oyz)\Leftrightarrow x=0,\ M\in(Oxz)\Leftrightarrow y=0\\M\in Ox\Leftrightarrow y=z=0,\ M\in Oy\Leftrightarrow x=z=0,\ M\in Oz\Leftrightarrow x=y=0\end{cases}$.

Tính chất: cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$.

① $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;\ y_B-y_A;\ z_B-z_A)\Rightarrow AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$.

② Gọi M là trung điểm $AB\Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$.

③ Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC\Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$.

④ Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G là

$G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

4. Tích có hướng của hai véctơ

Định nghĩa: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 véctơ $\begin{cases}\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)\\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$. Tích có hướng của hai véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là một véctơ, ký hiệu là $[\vec{a},\vec{b}]$ (hoặc $\vec{a}\wedge\vec{b}$) và được xác định bởi công thức:

$$[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;\ a_3b_1-a_1b_3;\ a_1b_2-a_2b_1\right).$$

Lưu ý: Nếu $\vec{c}=[\vec{a},\vec{b}]$ thì ta luôn có $\vec{c}\perp\vec{a}$ và $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Tính chất:

① $[\vec{i},\vec{j}]=\vec{k},\ [\vec{j},\vec{k}]=\vec{i},\ [\vec{k},\vec{i}]=\vec{j}$.

② $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{a},\ [\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{b}$.

③ $\left|[\vec{a},\vec{b}]\right|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin(\vec{a};\vec{b})$.

④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$.

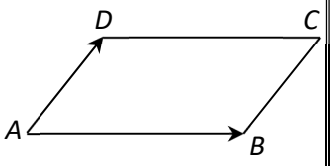
Ứng dụng của tích có hướng:

① Để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}=0$. Ngược lại, để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thì $[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}\neq 0$ (thường gọi là tích hỗn tạp).

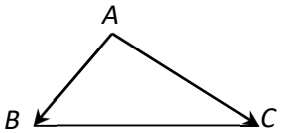
Do đó để chứng minh 4 điểm A, B, C, D là bốn điểm của một tứ diện, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng, nghĩa là $\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\neq 0$.

Ngược lại, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng thuộc một mặt phẳng $\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$.

② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.



③ Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$.



④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$.

⑤ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

5. Phương trình mặt cầu

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Rightarrow(S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2**:

Khai triển dạng 1, ta được $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cx+a^2+b^2+c^2-R^2=0$ và đặt $d=a^2+b^2+c^2-R$ thì được phương trình mặt cầu dạng 2 là

$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$.

Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a;b;c)$, bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Dạng toán 1: Bài toán liên quan đến véctơ và độ dài đoạn thẳng

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$.

- $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;\ y_B-y_A;\ z_B-z_A)$.
- $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$.
- $\vec{a}=(x;y;z)\Leftrightarrow \vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}$. Ví dụ: $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}\Leftrightarrow \vec{a}=(2;-3;1)$.
- $M(a;b;c)\Leftrightarrow \overrightarrow{OM}=a.\vec{i}+b.\vec{j}+c.\vec{k}$. Ví dụ: $\overrightarrow{OM}=2.\vec{i}-3.\vec{k}\Leftrightarrow M(2;0;-3)$.
- Điểm thuộc trục và mặt phẳng tọa độ (thiếu cài nào, cho cái đó bằng 0):
  - $M\in(Oxy)\xrightarrow{z=0}M(x_M;y_M;0)$.
  - $M\in(Oyz)\xrightarrow{x=0}M(0;y_M;z_M)$.
  - $M\in(Oxz)\xrightarrow{y=0}M(x_M;0;z_M)$.
  - $M\in Ox\xrightarrow{y=z=0}M(x_M;0;0)$.
  - $M\in Oy\xrightarrow{x=z=0}M(0;y_M;0)$.
  - $M\in Oz\xrightarrow{x=y=0}M(0;0;z_M)$.

Dạng toán 2: Bài toán liên quan đến trung điểm, tọa độ trọng tâm

☞ **Cần nhớ**:

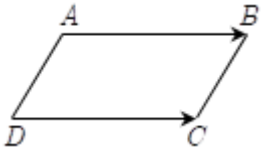
- M là trung điểm $AB\Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$. Nhớ $M=\dfrac{A+B}{2}$.
- G là trọng tâm $\Delta ABC\Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$. Nhớ $G=\dfrac{A+B+C}{3}$.
- Gọi G_1 là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G_1 là $G_1\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$. Nhớ: $G_1=\dfrac{A+B+C+D}{4}$.

Dạng toán 3: Bài toán liên quan đến hai véctơ bằng nhau

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

- $\vec{a}\pm\vec{b}=(a_1\pm b_1;\ a_2\pm b_2;\ a_3\pm b_3)$.
- $k.\vec{a}=(ka_1;ka_2;ka_3)$.
- **Hai véctơ bằng nhau** khi và chỉ khi **hoành = hoành, tung = tung, cao = cao**, nghĩa là:

$$\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=b_1\\a_2=b_2\\a_3=b_3\end{cases}.$$ Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.



Dạng toán 4: Hai véctơ cùng phương, ba điểm thẳng hàng

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

- Hai véctơ cùng phương $\Leftrightarrow \dfrac{\text{Hoành}}{\text{Hoành}}=\dfrac{\text{Tung}}{\text{Tung}}=\dfrac{\text{Cao}}{\text{Cao}}$. Nghĩa là:

  $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=k\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}=k$. Khi $k>0$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương và chiều.
- Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{AC}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

- $A,\ B,\ C$ là ba đỉnh tam giác $\Leftrightarrow A,\ B,\ C$ không thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB} \nparallel \overrightarrow{AC}$.

Dạng toán 5: Nhóm bài toán liên quan đến hình chiếu, điểm đối xứng của điểm lên trục, lên mặt phẳng tọa độ

① **Hình chiếu:** *"Thiếu bạn nào, cho bạn đó 0 điểm"*. Nghĩa là hình chiếu của $M(a;b;c)$ lên:

- Ox là $M_1(a;0;0)$.
- Oy là $M_2(0;b;0)$.
- Oz là $M_3(0;0;c)$.
- (Oxy) là $M_4(a;b;0)$.
- (Oxz) là $M_5(a;0;c)$.
- (Oyz) là $M_6(0;b;c)$.

② **Đối xứng:** *"Thiếu bạn nào, cho bạn đó dấu trừ"*. Nghĩa là điểm đối xứng của $N(a;b;c)$ qua:

- Ox là $N_1(a;-b;-c)$.
- Oy là $N_2(-a;b;-c)$.
- Oz là $N_3(-a;-b;c)$.
- (Oxy) là $N_4(a;b;-c)$.
- (Oxz) là $N_5(a;-b;c)$.
- (Oyz) là $N_6(-a;b;c)$.

③ **Khoảng cách**: Để tìm khoảng cách từ M đến trục (hoặc mp tọa độ), ta **tìm hình chiếu** H của M lên trục (hoặc mp tọa độ), từ đó **suy ra khoảng cách cần tìm là** $d = MH$.

Dạng toán 6: Nhóm bài toán liên quan đến tích vô hướng của hai véctơ

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3),\ \vec{b} = (b_1;b_2;b_3),\ k \in \mathbb{R}$.

Tích vô hướng: $\boxed{\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}$.

(hoành × hoành, cộng tung × tung, cộng cao × cao)

$\boxed{\cos(\vec{a};\vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ (góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù).

Và $\boxed{\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ (2 **véctơ vuông góc thì nhân nhau** $= 0$)

- $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$ hay $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$ và $|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a},\vec{b})$.

Dạng toán 7: Nhóm bài toán liên quan đến tích có hướng của hai véctơ

☞ **Cần nhớ**: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\begin{cases}\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)\\ \vec{b} = (b_1;b_2;b_3)\end{cases}$.

Tích có hướng $[\vec{a},\vec{b}] = \left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right) = \left(a_2b_3 - a_3b_2;\ a_3b_1 - a_1b_3;\ a_1b_2 - a_2b_1\right)$.

(Hoành che hoành, tung che tung – đổi dấu; cao che cao)

Ứng dụng:

- $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a},\vec{b}].\vec{c} = 0$.
- $\vec{a},\ \vec{b},\ \vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a},\vec{b}].\vec{c} \neq 0$.
- $A,\ B,\ C,\ D$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = 0$.
- $A,\ B,\ C,\ D$ là các đỉnh tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC},\ \overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} \neq 0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

① Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$.

② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.

③ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\cdot\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|$.

④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$.

Dạng toán 8: Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Leftrightarrow (S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2**:

$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$. Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

☞ **Lưu ý**: Để $f(x;y;z)=0$ là một phương trình mặt cầu thì phải thỏa mãn hai điều kiện:

- Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng nhau.
- $R^2=a^2+b^2+c^2-d>0$.

Dạng toán 9: Viết phương trình mặt cầu loại cơ bản

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

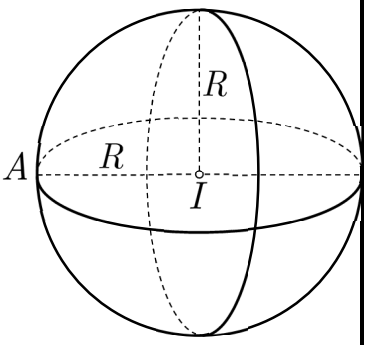
$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Leftrightarrow (S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2**:

$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$.

Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2

Tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}>0$.



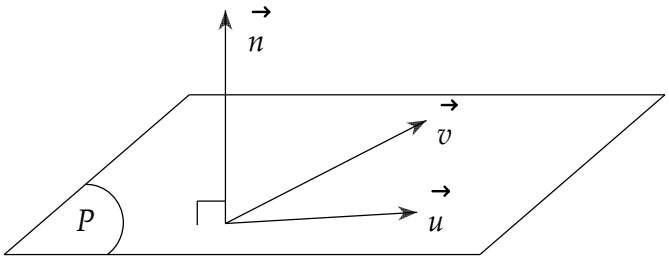
§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

☆☆☆

1. Véctơ pháp tuyến – Véctơ chỉ phương

- Véctơ pháp tuyến (VTPT) của mặt phẳng (P) là $\vec{n}\perp(P)$, $\vec{n}\neq\vec{0}$.
- Véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}$ của mặt phẳng (P) là véctơ có giá song song hoặc nằm trong (P).
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp VTCP là $\vec{u}$, $\vec{v}$ thì (P) có VTPT là $\vec{n}=[\vec{u},\vec{v}]$.
- Nếu $\vec{n}\neq\vec{0}$ là 1 véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k.\vec{n}$, $(k\neq 0)$ cũng là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



➤ **Chẳng hạn**:
$\vec{n}_{(P)} = (2;-4;8) = 2.(1;-2;4)$ thì $\vec{n} = (1;-2;4)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của (P).

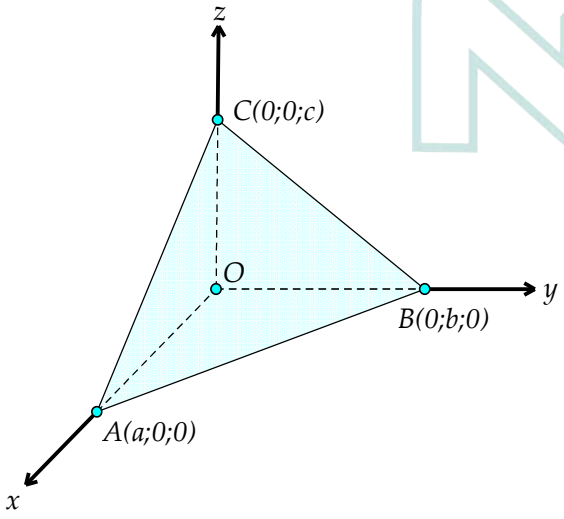
2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$. Chẳng hạn: $(P): 2x-3y+z-1=0 \Rightarrow$ một VTPT $\vec{n}_{(P)}=(2;-3;1)$.
- Để viết phương trình mặt phẳng (P), **cần xác định 1 điểm đi qua và 1 VTPT.**

$$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=(a;b;c) \end{cases} \Rightarrow \boxed{(P): a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0}.$$

3. Phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc \neq 0)$ thì $(P): \boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}$ gọi là phương trình mặt phẳng đoạn chắn.



➤ **Chứng minh**:
Ta có:
$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(-a;b;0) \\ \overrightarrow{AC}=(-a;0;c) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;\ ac;\ ab).$$

$$\Rightarrow (P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(a;0;0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;\ ac;\ ab) \end{cases}$$

Suy ra
$(P): bc.(x-a)+ac.(y-0)+ab.(z-0)=0$
$\Rightarrow (P): bc.x+ac.y+ab.z=abc$
$\xrightarrow{\text{chia } abc \neq 0} \boxed{(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}$.

4. Các mặt phẳng tọa độ (thiếu cái gì, cái đó bằng 0).

- Mặt phẳng $(Oxy): z=0$ nên (Oxy) có VTPT $\vec{n}_{(Oxy)}=\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng $(Oyz): x=0$ nên (Oyz) có VTPT $\vec{n}_{(Oyz)}=\vec{i}=(1;0;0)$.
- Mặt phẳng $(Oxz): y=0$ nên (Oxz) có VTPT $\vec{n}_{Oxz}=\vec{j}=(0;1;0)$.

5. Khoảng cách

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức: $\boxed{d(M;(P))=\frac{|ax_M+by_M+cz_M+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.
- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véctơ pháp tuyến:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Cho 2 mặt phẳng song song $(P): ax+by+cz+d=0$ và $(Q): ax+by+cz+d'=0$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{d\big((Q),(P)\big)=\dfrac{|d-d'|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

6. Góc

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

Ta luôn có: $\boxed{\cos\big((\alpha),(\beta)\big)=\dfrac{|\vec{n}_1.\vec{n}_2|}{|\vec{n}_1|.|\vec{n}_2|}}=\dfrac{|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$.

✓ **Cần nhớ:** Góc giữa 2 mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù.

7. Vị trí tương đối

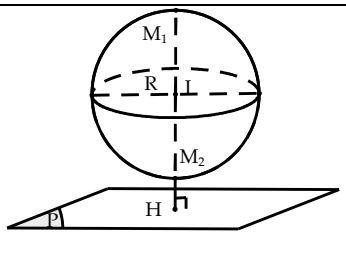
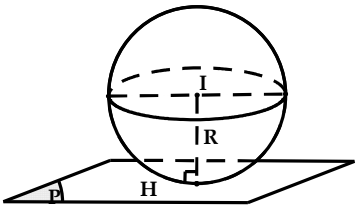
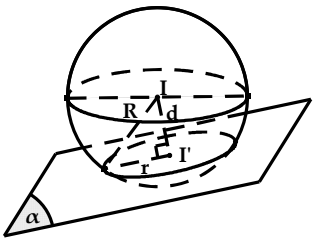
a) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\parallel(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\equiv(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$.

b) Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d=IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

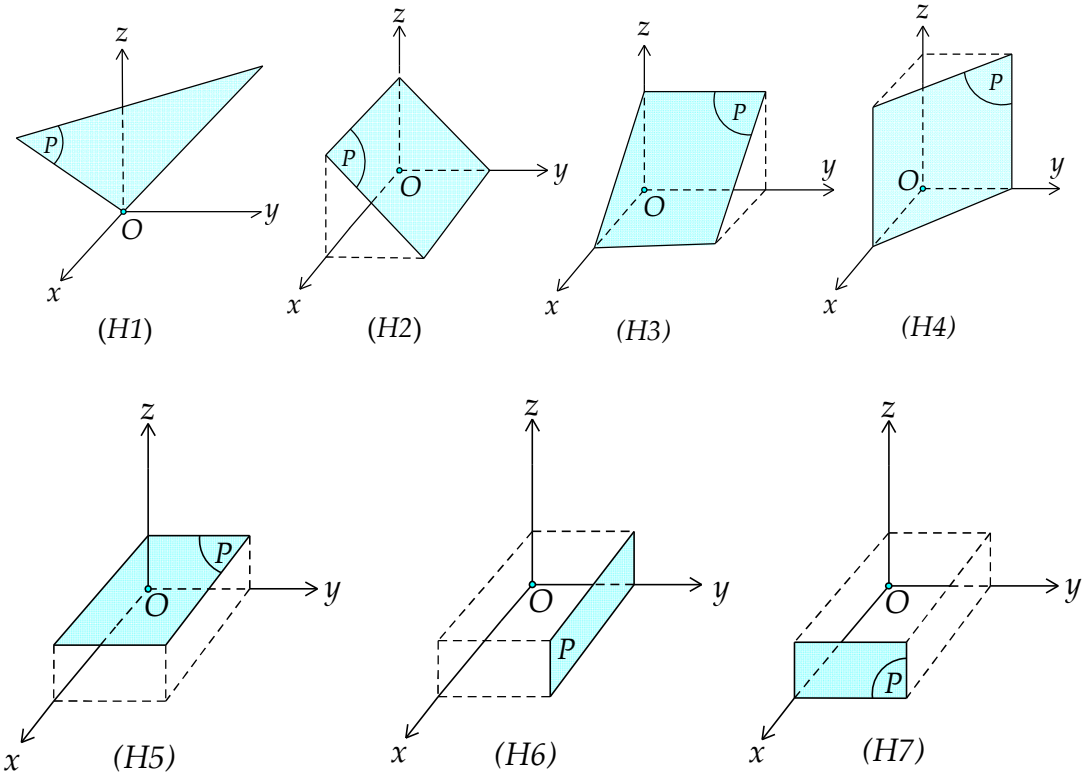
Nếu $d>R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.	Nếu $d<R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.
		

Lưu ý: Chu vi của đường tròn giao tuyến $C=2\pi r$, diện tích đường tròn $S=\pi r^2$. Nếu $d_{[I;(P)]}=0$ thì giao tuyến là một đường tròn qua tâm I và được gọi là đường tròn lớn. Lúc này (P) được gọi là mặt phẳng kính của mặt cầu (S).

8. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (P)	Tính chất mặt phẳng (P)
$D=0$	$(P): Ax+By+Cz=0$ $(H1)$	(P) đi qua gốc tọa độ O
$A=0$	$(P): By+Cz+D=0$ $(H2)$	$(P)\parallel Ox$ hoặc $(P)\supset Ox$
$B=0$	$(P): Ax+Cz+D=0$ $(H3)$	$(P)\parallel Oy$ hoặc $(P)\supset Oy$
$C=0$	$(P): Ax+By+D=0$ $(H4)$	$(P)\parallel Oz$ hoặc $(P)\supset Oz$
$A=B=0$	$(P): Cz+D=0$ $(H5)$	$(P)\parallel (Oxy)$ hoặc $(P)\equiv(Oxy)$
$A=C=0$	$(P): By+D=0$ $(H6)$	$(P)\parallel (Oxz)$ hoặc $(P)\equiv(Oxz)$
$B=C=0$	$(P): Ax+D=0$ $(H7)$	$(P)\parallel (Oyz)$ hoặc $(P)\equiv(Oyz)$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Dạng toán 1. Khoảng cách, góc và vị trí tương đối

1. Khoảng cách

— Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức: $\boxed{d(M;(P))=\dfrac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

— Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véctơ pháp tuyến:
Cho 2 mặt phẳng song song $(P):ax+by+cz+d=0$ và $(Q):ax+by+cz+d'=0$.
Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{d\big((Q),(P)\big)=\dfrac{\left|d-d'\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

Lưu ý. Bản chất là lấy 1 điểm bất kỳ $M\in(Q)$. Khi đó $d((P);(Q))=d(M;(P))$.

2. Góc

Cho hai mặt phẳng $(\alpha):A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta):A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

Ta luôn có: $\boxed{\cos\big((\alpha),(\beta)\big)=\dfrac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}}=\dfrac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$.

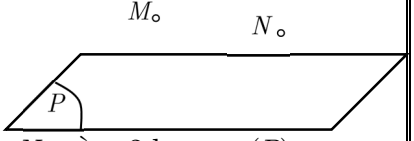
✓ ***Cần nhớ: Góc giữa 2 mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù.***

3. Vị trí tương đối

a) Vị trí tương đối giữa hai điểm M, N với mặt phẳng (P)

Xét hai điểm $M(x_M;y_M;z_M)$, $N(x_N;y_N;z_N)$

Và mặt phẳng $(P):ax+by+cz+d=0$.



- Nếu $(ax_M+by_M+cz_M+d)(ax_N+by_N+cz_N+d)<0$ thì M, N nằm 2 bên so (P).
- Nếu $(ax_M+by_M+cz_M+d)(ax_N+by_N+cz_N+d)>0$ thì M, N nằm 1 bên so (P).

b) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P):A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q):A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

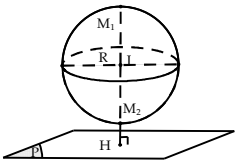
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

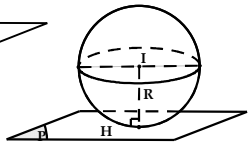
- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

c) Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

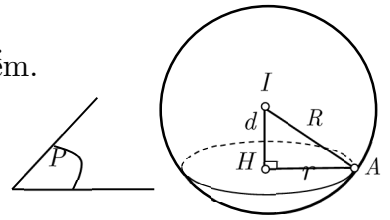
Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:





- Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.
- Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.
  Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.
- Nếu $d < R$: mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.

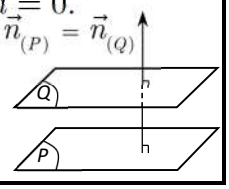


Dạng toán 2: Viết phương trình mặt phẳng (cần tìm 1 điểm đi qua + vtpt)

Loại 1. Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = (a;b;c) \end{cases} \Rightarrow (P): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0.$

Loại 2. Viết phương trình mp(P) qua $A(x_0;y_0;z_0)$ và $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$.

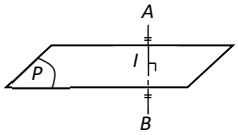
Phương pháp: Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0,y_0,z_0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (a;b;c) \end{cases}$ **(Loại 1).**



Loại 3. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB với A, B đã cho trước.

Phương pháp. Tìm I là trung điểm của AB. Khi đó:

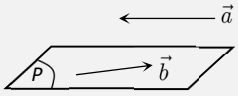
$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } I\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right) \text{: là trung điểm } AB. \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (x_B-x_A;y_B-y_A;z_B-z_A) \end{cases}$ **(Dạng 1)**



Cần nhớ: *Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB là mặt phẳng vuông góc tại trung điểm của AB.*

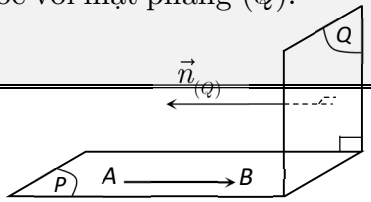
Loại 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp véctơ chỉ phương $\vec{a}$, $\vec{b}$.

Phương pháp. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = [\vec{a},\vec{b}] \end{cases}$ (Dạng 1).



Loại 5. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q).

Phương pháp. Tìm $\overrightarrow{AB}$ và VTPT của (Q) là $\vec{n}_{(Q)}$. Khi đó:

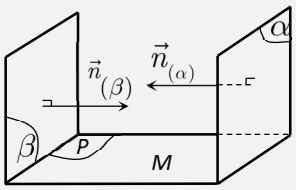


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$(P):\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } A,\ (\text{hay } B)\\ \bullet\ \text{VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\vec{n}_{(Q)}\right]\end{cases}$ (Dạng 1).

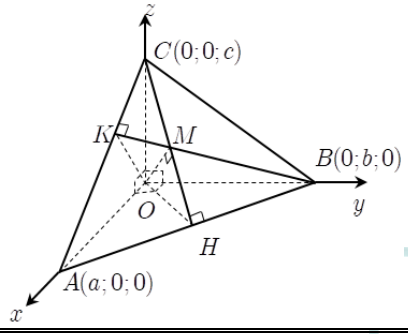
Loại 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với hai mặt phẳng (α), (β).

Phương pháp. Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$. Khi đó:



Loại 7. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn.

Phương pháp. Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc\neq 0)$ thì $(P):\boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}$ gọi là phương trình đoạn chắn.



- $V_{O.ABC}=\dfrac{abc}{6}$.
- M trực tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow OM\perp(ABC)$
- $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{OM^2}$.

Loại 8. Một số bài toán viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách cở bản

Để viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách, thường sử dụng hai ý tương sau:

Ý tưởng 1. Tìm trực tiếp được VTPT $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)$ dựa vào mối liên hệ song song, vuông góc. Khi đó, ta chỉ cần tìm d trong phương trình $(P):ax+by+cz+d=0$ dựa vào công thức tính khoảng cách.

Ý tưởng 2. Nếu không có VTPT trực tiếp thì ta cần gọi $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2\neq 0$. Dựa vào khoảng cách để thành lập một phương trình hoặc hệ phương trình để tìm mối liên hệ giữa a, b, c. Sau đó chọn a, b hoặc c.

Một số bài toán thường gặp

Bài toán 1. Viết phương trình mặt phẳng $(P)\parallel(Q):ax+by+cz+d=0$ và cách điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P)\parallel(Q):ax+by+cz+d=0\Rightarrow(P):ax+by+cz+d'=0$.
- Sử dụng công thức khoảng cách $d_{[M,(P)]}=k\Rightarrow d'$.

Bài toán 2. Viết phương trình mặt phẳng $(P)\parallel(Q):ax+by+cz+d=0$ và (P) cách (Q) một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P)\parallel(Q):ax+by+cz+d=0\Rightarrow(P):ax+by+cz+d'=0$.
- Chọn một điểm $M(x_\circ;y_\circ;z_\circ)\in(Q)$ và sử dụng công thức:

$d_{[(Q);(P)]}=d_{[M,(P)]}=k\Rightarrow d'$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Bài toán 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α), (β), đồng thời (P) cách điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ một khoảng bằng k cho trước.

Phương pháp:

- Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}$, $\vec{n}_{(\beta)}$. Từ đó suy ra $\vec{n}_{(P)} = \left[\vec{n}_{(\alpha)}, \vec{n}_{(\beta)}\right] = (a;b;c)$.
- Khi đó phương trình (P) có dạng $(P): ax + by + cz + d = 0$, (cần tìm d).
- Vì $d_{[M;(P)]} = k \Rightarrow d$.

Bài toán 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M(x_0;y_0;z_0)$. (trong trường hợp này, (P) được gọi là mặt phẳng tiếp diện).

Phương pháp:

- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Khi đó $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{IM} \end{cases}$ (dạng 1)

Bài toán 5. Viết phương trình mặt phẳng $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$ và (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0 \Rightarrow (P): ax + by + cz + d' = 0$.
- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Vì (P) tiếp xúc (S) nên có $d_{[I;(P)]} = R \Rightarrow d'$.

9. Phương trình đường thẳng

- Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}_d = (a_1;a_2;a_3)$ có phương trình tham số $\boxed{\begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}, (t \in \mathbb{R}).}$
- Điểm M thuộc đường thẳng $d \Leftrightarrow M(x_0 + a_1 t;\ y_0 + a_2 t;\ z_0 + a_3 t)$.
- Nếu $a_1 a_2 a_3 \neq 0$ thì $\boxed{\dfrac{x - x_0}{a_1} = \dfrac{y - y_0}{a_2} = \dfrac{z - z_0}{a_3}}$ được gọi là phương trình chính tắc của d.

☞ **Đặc biệt**:

✓ Trục $Ox: \begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{i} = (1;0;0)$.

✓ Trục $Oy: \begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = 0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{j} = (0;1;0)$.

✓ Trục $Oz: \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \\ z = t \end{cases}$ có VTCP $\vec{k} = (0;0;1)$.

10. Vị trí tương đối

a) Vị trí tương đối của hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ **và** $d': \begin{cases} x = x_0' + a_1' t' \\ y = y_0 + a_2' t' \\ z = z_0 + a_3' t' \end{cases}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

☞ **Phương pháp 1**. Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t', tức xét: $\begin{cases} x_{\circ}+a_1t=x'_{\circ}+a'_1t' \\ y_{\circ}+a_2t=y'_{\circ}+a'_2t' \\ z_{\circ}+a_3t=z'_{\circ}+a'_3t' \end{cases}$.

- Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d\equiv d'$.
- Nếu hệ vô nghiệm thì $d\parallel d'$ hoặc d, d' chéo nhau.
  - $\vec{u}_d\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì $d\parallel d'$.
  - Nếu $\vec{u}_d\not\uparrow\!\downarrow\vec{u}_{d'}$ thì d, d' chéo nhau.

☞ **Phương pháp 2**. Xét $M(x_{\circ},y_{\circ},z_{\circ})\in d$, $M(x'_{\circ},y'_{\circ},z'_{\circ})\in d'$ và $\vec{u}_d$, $\vec{u}_{d'}$.

- $d\parallel d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\notin d'\end{cases}$.
- $d\equiv d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\in d'\end{cases}$.
- d cắt $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d \text{ ko}\uparrow\uparrow \vec{a}_{d'}\\ [\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MN}=0\end{cases}$.
- d chéo $d'\Leftrightarrow\left[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}\right].\overrightarrow{MN}\neq 0$.

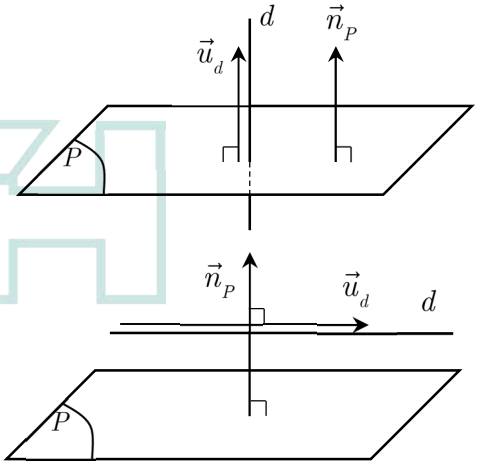
b) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t\\ y=y_{\circ}+a_2t\\ z=z_{\circ}+a_3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ: $\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t & (1)\\ y=y_{\circ}+a_2t & (2)\\ z=z_{\circ}+a_3t & (3)\\ Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ $(*)$

Lấy $(1),(2),(3)$ thế vào (4)

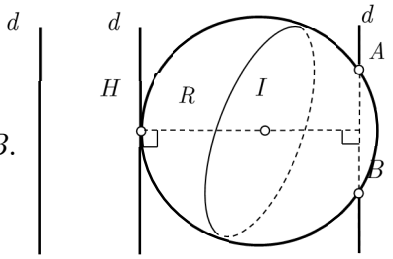
- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d\parallel(\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d\subset(\alpha)$.



c) Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.

- Nếu $d(I,\Delta)>R$: Δ không cắt (S).
- Nếu $d(I,\Delta)=R$: Δ tiếp xúc với (S) tại H.
- Nếu $d(I,\Delta)<R$: Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B.



11. Khoảng cách

a) Khoảng cách từ M đến d là $\boxed{d(M,d)=\dfrac{\left\|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]\right\|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$ với $A\in d$ và $\vec{u}_d$ là VTPT d.

b) Khoảng cách giữa hai đường chéo nhau $\boxed{d(d,d')=\dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left\|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right\|}}$ với $A\in d$, $B\in d'$.

12. Góc

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

a) **Góc giữa hai đường thẳng**

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có VTCP $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ và $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$$\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}} \text{ với } 0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

b) **Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng**

Cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d=(a;b;c)$ và mặt (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ thì

$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d|.|\vec{n}_{(P)}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \text{ với } 0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

Dạng toán 3: Góc

1. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có véctơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ và $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$$\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\frac{|\vec{u}_1.\vec{u}_2|}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\frac{|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}} \text{ với } 0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ được xác định bởi công thức:

$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}|}{|\vec{u}_d|.|\vec{n}_{(P)}|}=\frac{|aA+bB+cC|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}} \text{ với } 0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

Dạng toán 4: Khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm A có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]\right|}{|\vec{u}_d|}$.

☞ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

☞ **Khoảng cách giữa đường thẳng d song song với mặt phẳng (P)** là khoảng cách từ một điểm M thuộc đường thẳng d đến mặt phẳng (P). Cụ thể:

Vì $d\parallel(P)\Rightarrow d(d;(P))=d(M;(P))=\dfrac{|ax_M+by_M+cz_M+d|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}$ với

$$\begin{cases}M\in d\\(P):ax+by+cz+d=0\end{cases}.$$

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Đường thẳng d đi qua điểm A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ và d' đi qua điểm B và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}$ là $d(d,d')=\dfrac{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\right|}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Dạng toán 5: Vị trí tương đối

1) Vị trí tương đối của hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t\\y=y_{\circ}+a_2t\\z=z_{\circ}+a_3t\end{cases}$ **và** $d':\begin{cases}x=x'_{\circ}+a'_1t'\\y=y_{\circ}+a'_2t'\\z=z_{\circ}+a'_3t'\end{cases}$.

☞ **Phương pháp 1**. Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t', tức xét: $\begin{cases}x_{\circ}+a_1t=x'_{\circ}+a'_1t'\\y_{\circ}+a_2t=y'_{\circ}+a'_2t'\\z_{\circ}+a_3t=z'_{\circ}+a'_3t'\end{cases}$.

- Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d\equiv d'$.
- Nếu hệ vô nghiệm thì $d\parallel d'$ hoặc d, d' chéo nhau.
  - $\vec{u}_d\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì $d\parallel d'$.
  - Nếu $\vec{u}_d\not\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì d, d' chéo nhau.

☞ **Phương pháp 2**. Xét $M(x_{\circ},y_{\circ},z_{\circ})\in d$, $M(x'_{\circ},y'_{\circ},z'_{\circ})\in d'$ và $\vec{u}_d$, $\vec{u}_{d'}$.

- $d\parallel d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\M\notin d'\end{cases}$.
- $d\equiv d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\M\in d'\end{cases}$.
- d cắt $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d\ ko\uparrow\uparrow\ \vec{a}_{d'}\\[\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MN}=0\end{cases}$.
- d chéo $d'\Leftrightarrow\left[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}\right].\overrightarrow{MN}\neq 0$.

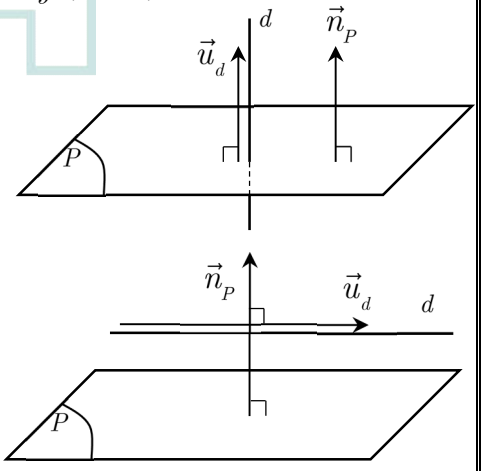
2) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t\\y=y_{\circ}+a_2t\\z=z_{\circ}+a_3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ: $\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t & (1)\\y=y_{\circ}+a_2t & (2)\\z=z_{\circ}+a_3t & (3)\\Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ $(*)$

Lấy $(1),(2),(3)$ thế vào (4)

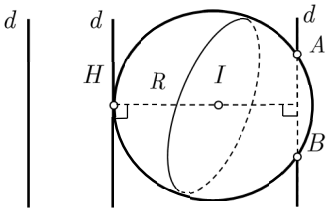
- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d\parallel(\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d\subset(\alpha)$.



3) Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.

- Nếu $d(I,\Delta)>R:\Delta$ không cắt (S).
- Nếu $d(I,\Delta)=R:\Delta$ tiếp xúc với (S) tại H.
- Nếu $d(I,\Delta)<R:\Delta$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B.



☞ **Cách khác**: chuyển d về dạng tham số và thế vào (S).
Số nghiệm là số giao điểm.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Dạng toán 6: Viết phương trình đường thẳng

① **Loại 1**. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$.

☞ **Phương pháp**. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$

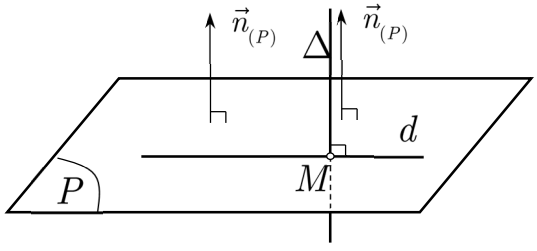
- Tham số $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$.
- Chính tắc $d:\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}\quad (a_1a_2a_3\neq 0)$.

② **Loại 2**. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

☞ **Phương pháp**. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=[\vec{a},\vec{b}]=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$.

- Tham số $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$.
- Chính tắc $d:\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}\quad (a_1a_2a_3\neq 0)$..

Bài mẫu 1: Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$, mặt phẳng $(P):x+2y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là



Lời giải: Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_\Delta=(1;1;-1)\\ \vec{n}_P=(1;2;2)\end{cases}$.

Từ hình vẽ, ta có $\vec{u}_d=\left[\vec{n}_P,\vec{u}_d\right]=(-4;3;-1)$.

Tìm điểm $M(t;1+t;2-t)\in\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in(P)$

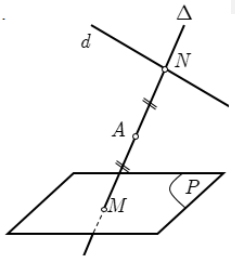
$\Leftrightarrow t+2(1+t)+2(2-t)-4=0$

$\Rightarrow t=-2\Rightarrow M(-2;-1;4)\in d$ (Xem hình vẽ)

$\Rightarrow d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(-2;-1;4)\\ \bullet\ \vec{u}_d=(-4;3;-1)\end{cases}\Rightarrow d:\begin{cases}x=-2-4t\\ y=-1+3t\\ z=4-t\end{cases}$.

Bài mẫu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

Lời giải:



Đặt $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}=t\Rightarrow N(2t-2;\ t+1;\ -t+1)\in d$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Vì A là trung điểm của MN nên: $\begin{cases} x_M = 2x_A - x_N \\ y_M = 2y_A - y_N \\ z_M = 2z_A - z_N \end{cases}$

Suy ra $\begin{cases} x_M = 2.1 - (2t-2) = 4-2t \\ y_M = 2.3 - (t+1) = 5-t \\ z_M = 2.2 - (-t+1) = 3+t \end{cases} \Rightarrow M(4-2t;\ 5-t;\ 3+t) \in (P): 2x - y + z - 10 = 0$

$\Leftrightarrow 2.(4-2t) - (5-t) + (3+t) - 10 = 0 \Leftrightarrow t = -2 \Rightarrow M(8;7;1)$ và $N(-6;-1;3)$.

Khi đó $\Delta: \begin{cases} \text{Qua } N(-6;-1;3) \\ \text{VTCP}: \vec{u} = \overrightarrow{NM} = (14;8;-2) = 2.(7;4;-1) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \dfrac{x+6}{7} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-3}{-1}.$

☞ **Nhớ**. Học sinh đọc kỹ lời giải và làm lại tương tự, có thể rút ngắn cách làm. Đề bài có thể mở rộng $\overrightarrow{NA} = k.\overrightarrow{AM}$ khi đó ta sử dụng hai véctơ bằng nhau để tìm M, N, trong trường hợp $k=1$ thì A chính là trung điểm của MN, hoặc cho trọng tâm hoặc hình bình hành.

Bài mẫu 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

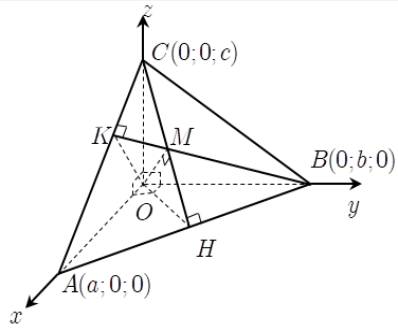
Lời giải:

Ta có: $(ABC): \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$ và $M(1;2;3) \in (ABC) \Rightarrow 1 = \dfrac{1}{a} + \dfrac{2}{b} + \dfrac{3}{c} \overset{\text{Cauchuy}}{\geq} 3\sqrt[3]{\dfrac{6}{abc}}$

$\Rightarrow abc \geq 162 \Rightarrow V_{OABC} = \dfrac{1}{6}abc \geq 27$. Dấu $"="$ $\Leftrightarrow \dfrac{1}{a} = \dfrac{2}{b} = \dfrac{3}{c}$ và $abc = 162 \Rightarrow \begin{cases} a = 3;\ b = 6 \\ c = 9 \end{cases}$.

$\Rightarrow (ABC): \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{6} + \dfrac{z}{9} = 1 \Leftrightarrow 6x + 3y + 2z - 18 = 0.$

☞ **Cần nhớ:** Phương trình mặt phẳng đoạn chắn $(P): \dfrac{x}{a} + \dfrac{y}{b} + \dfrac{z}{c} = 1$

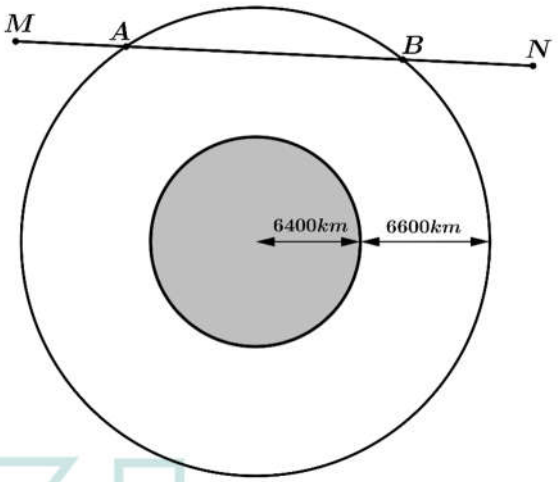


- $V_{O.ABC} = \dfrac{abc}{6}$ $(a,\ b,\ c > 0)$.
- M trực tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow OM \perp (ABC)$
- $\dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2} = \dfrac{1}{OM^2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG CÂU 16. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (50 CÂU)

Câu 16.1. **(ĐMH 2025)** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M\left(6;20;0\right)$ đến điểm $N\left(-6;-12;16\right)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x = 6+3t \\ y = 20+8t \\ z = -4t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A\left(-3;-4;12\right)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Câu 16.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A\left(10;3;0\right)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(2;-2;1\right)$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases} x = 10+2t \\ y = 3-2t \\ z = t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$

b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ lúc xuất phát $\left(t \geq 0\right)$ thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$.

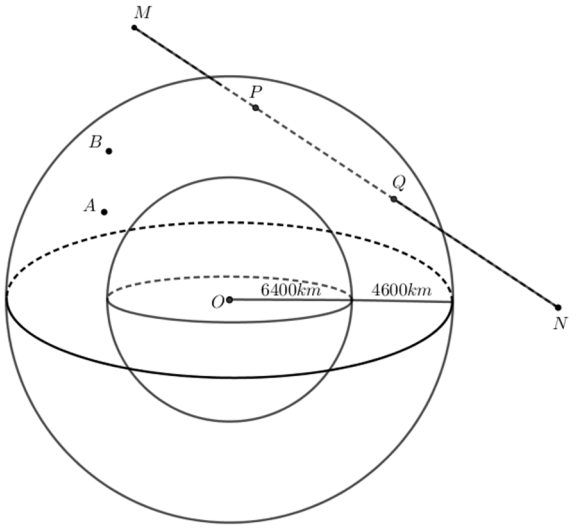
c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$, khi đó quãng đường AB dài 800 m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ một góc $30°$.

Câu 16.3. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu của trung tâm Vũ Trụ Nasa đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 4600km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ $v_1 = 2\sqrt{2}.10^3$ (km/h) không đổi theo đường thẳng xuất phát từ điểm $M(0;5;12)$ đến $N(12;5;0)$



a) Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng 3449km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

b) Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ Nasa đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bất ngờ đổi hướng và lao xuống trái đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với trái đất là 11315 km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A(-6;-5;-6)$ và $B(7;-6;7)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách trái đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là 18412km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Nếu vệ tinh A đi với vận tốc $v_2 = \dfrac{\pi\sqrt{97}}{3}.10^3$ (km/h) thì sẽ va chạm với thiên thạch.

Câu 16.4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.



a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phù sóng trong không gian là $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+7)^2=9$

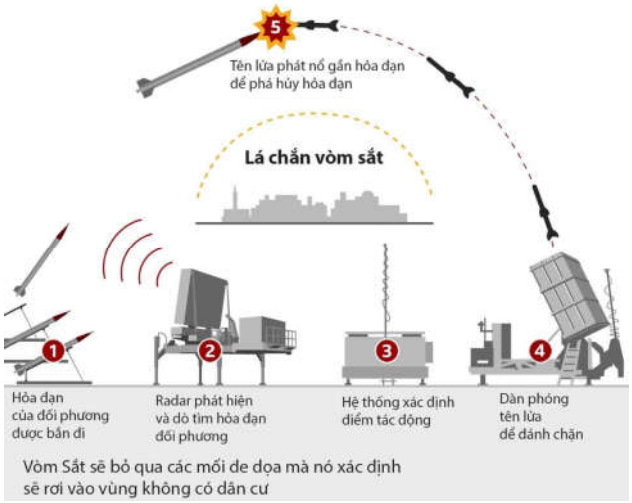
b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí điểm $A(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó

d) Tính theo đường chim bay, khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị km là 8 km.

Câu 16.5. Hệ thống phòng không "vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "vòm sắt" hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một hệ thống "vòm sắt" đang ở vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(688;185;-8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u} = (-91;-75;0)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



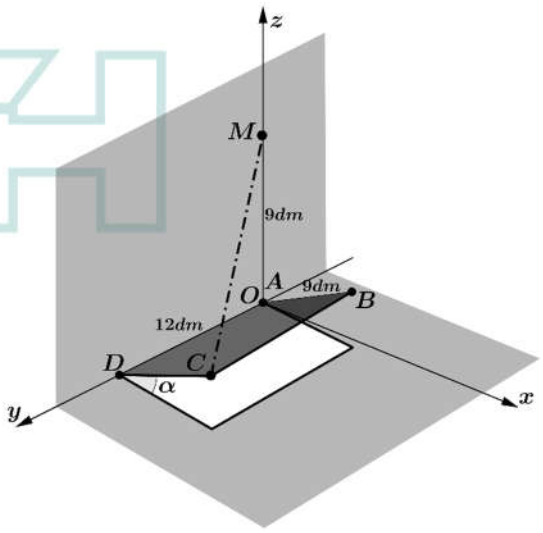
a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2+y^2+z^2=417$

b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên

c) Giả sử hệ thống "Vòm sắt" gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là $B\left(415;-40;-8\right)$

d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống "vòm sắt" đến quả tên lửa là ≈ 190 km

Câu 16.6. Một nắp bể nước hình chữ nhật $ABCD$ nằm cạnh bờ tường có kích thước $9\text{dm}\times 12\text{dm}$ được kéo ra từ mặt sàn. Do tác dụng của trọng lực nên nắp bể không thể mở ra được nếu không có người giữ. Người ta dùng một sợi dây xích dài 15 dm và kéo căng nối đỉnh C của hình chữ nhật với điểm M nằm phía trên bờ tường sao cho $AM=9\text{dm}$ và AM vuông góc với mặt sàn. Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó nắp bể mở ra và tạo với mặt sàn một góc α (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng dm). Bỏ qua độ dày của nắp bể.



a) Điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình $z=0$.

b) Tọa độ điểm C là $C\left(9\sin\alpha;12;9\cos\alpha\right)$.

c) Góc giữa nắp bề và mặt sàn sau khi kéo lên là $\alpha=60^\circ$.

d) Phương trình mặt phẳng chứa nắp bể nước sau khi kéo bởi dây xích là $x-\sqrt{3}z=0$.

Câu 16.7. Vệ tinh hoạt động dựa trên nguyên lý của vật lý Newton. Một vật thể bị kéo bởi một lực hấp dẫn từ một vật thể khác sẽ chuyển động theo một quỹ đạo elip xung quanh vật thể đó. Để đưa vệ tinh lên quỹ đạo, người ta sử dụng các loại tên lửa đẩy khác nhau để cung cấp cho vệ tinh động lượng cần thiết để thoát khỏi trọng lực của Trái Đất và duy trì quỹ đạo ổn định. Để thuận tiện ta quy ước một quỹ đạo gần tròn thành một đường tròn. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, gốc tọa độ là tâm trái đất, một vệ tinh nhân tạo có quỹ đạo được coi như một đường tròn có bán kính 13440 km có điểm xuất phát là điểm $B\left(4032;0;-5376\right)$ và đây cũng là điểm gần Trái Đất nhất của vệ tinh. Quỹ đạo của vệ tinh này nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục tung và có tâm nằm trên đường thẳng OB. Coi trái đất là hình cầu hoàn hảo có bán kính bằng 6400 km.

a) Phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh là $x+z=0$.

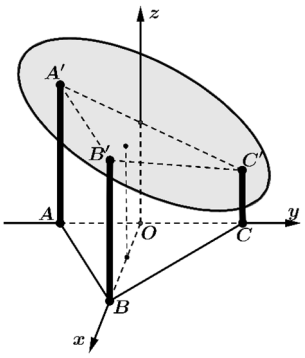
b) Khi xuất phát tại điểm B vệ tinh đang ở độ cao 320 km so với mặt đất.

c) Quỹ đạo của tên lửa là đường tròn có tâm $I\left(-4032;0;5736\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Khi Trái Đất quay, điểm cực Nam và cực Bắc của Trái Đất không thay đổi vị trí. Biết rằng điểm cực Nam của Trái Đất có tọa độ là $M\left(0;3840;5120\right)$. Khoảng cách gần nhất giữa vệ tinh và điểm cực Nam bằng 10112 km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 16.8. Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là $8\text{m},9\text{m},10\text{m}$. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 8m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B\in Ox$, $C\in Oy$, tia Oz cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ O trùng với trung điểm của AC và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m (xem hình vẽ).



a) Tọa độ các điểm $A'\left(0;-4;10\right),B'\left(4\sqrt{3};0;9\right),C'\left(0;4;8\right)$.

b) Phương trình mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ là: $y+4z-36=0$.

c) Biết độ dốc của mái nhà tiêu chuẩn khoảng 27° đến 35° thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.

d) Biết rằng bề mặt mái nhà là hình tròn có tâm I trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$ thì điểm I cách mặt sàn một khoảng là 9 mét.

Câu 16.9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một con chim bồ câu xuất phát từ $O\left(0;0;0\right)$ di chuyển với vectơ vận tốc $\vec{v_1}=\left(1;2;2\right)$. Cùng lúc đó, một con chim én cũng bắt đầu di chuyển từ $A\left(0;0;5\right)$ với vectơ vận tốc $\vec{v_2}=\left(0;3;4\right)$. Tồn tại một vùng không gian nguy hiểm, nơi mà ở đó thường xuyên xuất hiện những người săn bắt chim có dạng mặt cầu $\left(x-2\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-4\right)^2=16$. Biết rằng mỗi đơn vị trên các trục tọa độ trong không gian tương đương 1m và đơn vị đo thời gian tính bằng giây.

a) Tốc độ di chuyển của chim bồ câu là 3 m/s

b) Chim én có di chuyển vào vùng nguy hiểm trong quá trình bay

c) Thời gian mà chim bồ câu di chuyển trong vùng nguy hiểm nhỏ hơn 5 giây

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng quỹ đạo của hai con chim bằng $\frac{2}{3}$m.

Câu 16.10. Dự án Hyperloop là một giải pháp giao thông của tương lai khi nó sẽ giúp vận chuyển người và hàng hóa bằng một đường ống chân không với tốc độ tương đương một chiếc máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cabin xuất phát từ điểm $A\left(10;3;0\right)$ và chuyển động theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(2;-2;1\right)$. Hướng chuyển động cùng chiều với hướng vectơ $\vec{u}$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ và đơn vị trên mỗi trục là mét.



a) Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là $\begin{cases}x=10+2t\\y=3-2t\\z=t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

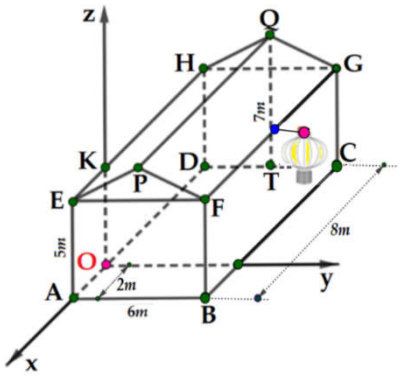
b) Giả sử sau thời gian t giây $\left(t\geq 0\right)$ kể từ khi xuất phát thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ của điểm $M\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$ với $t\in\mathbb{R}$

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$. Khi đó quãng đường AB dài 800 mét.

NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc $30°$.

Câu 16.11. Nhà bác An được mô tả như hình bên dưới, trong đó phần thân nhà là hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Ngôi nhà được lợp ngói hai mái là hai hình chữ nhật $PEHQ$ và $PFGH$, biết tam giác EFP là tam giác cân tại P. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của nhà lần lượt là $AB = 6\,m$; $AE = 5\,m$; $AD = 8\,m$; $QT = 7\,m$. Xét hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\,m$ và các trục toạ độ tương ứng là các trục Ox, Oy, Oz. Khi đó:



a) Toạ độ điểm A là $(2;0;0)$.

b) Véc tơ $\overrightarrow{AC}$ có toạ độ là $(6;6;0)$.

c) Bác An muốn lắp một chiếc đèn lồng tại vị trí trung điểm của FG và đầu nguồn điện đặt tại vị trí O. Bác ấy thiết kế đường dây điện nối từ O đến K sau đó nối đến chiếc đèn lồng. Độ dài đoạn dây điện nối tối thiểu bằng $5 + 2\sqrt{10}$ *(m)*.

d) Mái nhà Bác An được lợp bằng ngói đất nung Đất Việt, giá tiền mỗi viên ngói là 11 000 đồng và để lợp được 1 (m^2) diện tích mái nhà cần 22 viên ngói. Số tiền cần bỏ ra để mua ngói lợp mái nhà là 13 960 000 đồng (*không kể hao phí do việc cắt và ghép các viên ngói, làm tròn kết quả đến hàng nghìn*).

Câu 16.12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d tại B, cắt mặt phẳng (P) tại C thỏa mãn D là trung điểm của đoạn BC với $D\left(\dfrac{1}{2};1;0\right)$.

a) Điểm $A(3;5;1)$ thuộc đường thẳng d.

b) Khoảng cách từ điểm $M(1;1;3)$ đến mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{4}{3}$.

c) Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng (P) là $I(-1;-1;-3)$.

d) Đường thẳng Δ có một véctơ chỉ phương $\vec{u} = (1;2;-2)$.

Câu 16.13. Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là $B(150;150;5000)$ (trong đó 5000m là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc 700km/h. Sân bay có tọa độ $C(0;0;0)$ và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

a)Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là

$$\begin{cases} x = 150 - 150t \\ y = 150 - 150t \\ z = 5000 - 5000t \end{cases}$$

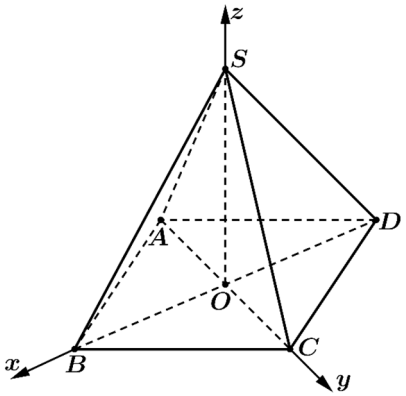
b)Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay $B(150;150;5000)$ đến sân bay $C(0;0;0)$ là $\sqrt{15250000} \approx 3905,6km$

c)Với vận tốc của máy bay là 700km/h, thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng 5,5 giờ.

d)Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay 40km thì khi máy bay ở vị trí (6;6;200) nó còn cách sân bay là 40km.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 16.14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$ và cạnh bên $SA=4$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ (Minh họa như hình vẽ dưới đây)



a) Tọa độ của điểm $A\left(0;2;0\right)$.

b) Trọng tâm của tam giác SAB là $G\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

c) Nếu điểm $E\left(a;0;b\right)$ là một điểm thuộc mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ sao cho ba điểm C,E,G thẳng hàng thì tích $a.b=\sqrt{3}$.

d) Nếu điểm $M\left(0;m;n\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ sao cho $MG+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của biểu thức $T=m^2+n^2=1$.

Câu 16.15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A\left(0;0;-1\right)$, $B\left(-1;1;0\right)$, $C\left(1;0;1\right)$.Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng AB nhận $\vec{u}=(1;2;1)$ làm véctơ chỉ phương.

b) Đường thẳng AC có phương trình: $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-1+2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

c) Mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y+z-2025=0$song song với mặt phẳng (ABC).

d) Điểm $N\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$ là điểm thỏa mãn $3NA^2+2NB^2-NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Câu 16.16. Trong không gian $Oxyz$,cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-6x+4y-2z+5=0$. Phương trình mặt phẳng$(Q)$ chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I\left(-3;2;-1\right)$ và bán kính $R=3$.

b) Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trong mặt cầu (S).

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y-z=0$.

Câu 16.17. Trong lĩnh vực xạ trị ung thư, chùm tia xạ được địnhh hướng để tập trung vào khối u mô phỏng là một hình cầu $\left(U\right):\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-3\right)^2=1$. Để giảm thiểu tổn thương cho mô lành xung quanh, người ta thiết kế một hệ thống chắn xạ. Một phần của hệ thống chắn xạ được mô hình hóa bởi mặt phẳng $\left(Q\right):x+y+z-7=0$. Người ta cần xác định vùng khối u nằm phía sau mặt phẳng chắn xạ so với nguồn xạ. Giả sử nguồn xạ đặt rất xa và các tia xạ song song theo phương vectơ $\vec{v}=\left(1;1;1\right)$.

a) Tâm I của khối u có tọa độ $I\left(2;1;3\right)$

b) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chắn xạ $\left(Q\right)$ là $n=\left(1;1;1\right)$

c) Tâm J của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$ và khối u $\left(U\right)$ có tọa độ thỏa mãn hệ thức $y_J=x_J-1$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Thể tích phần khối u nằm phía sau mặt phẳng (Q) theo hướng vectơ $\vec{v}$ là $\frac{\pi}{3}\left(2-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ cm^3

Câu 16.18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tàu ngầm đang di chuyển dưới biển sâu với hướng di chuyển theo đường thẳng $\Delta: \frac{x-50}{3}=\frac{y+20}{-4}=\frac{z-10}{1}$. Hải quân phát hiện một khu vực nguy hiểm được rải mìn, khu vực này có dạng hình cầu (S) với tâm $C(200;-300;60)$ và bán kính $R=80$ (Đơn vị đo là mét)

a) Vectơ chỉ phương của đường di chuyển Δ vuông góc với $\overrightarrow{OC}$, với O là gốc tọa độ

b) Đường di chuyển Δ nằm trong mặt phẳng $(P): 4x+3y=140$.

c) Tàu ngầm sẽ đi vào khu vực nguy hiểm (S)

d) Gọi M là điểm gần khu vực mìn nhất trên đường đi của tàu ngầm. Biết rằng tốc độ tàu ngầm không đổi là $5\,(\text{m/s})$. Thời gian ngắn nhất để tàu ngầm di chuyển từ vị trí hiện tại $A(50;-20;10)$ đến điểm M là $63,5$ giây (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 16.19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a, AD=2a$, hai mặt phẳng $(SAB),(SAD)$ vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy bằng 60^0. Khi đó

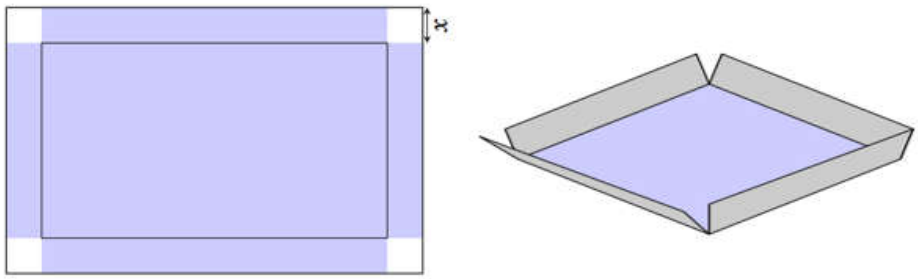
a) SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

b) Chiều cao khối chóp bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $\frac{a\sqrt{78}}{13}$.

Câu 16.20. Bạn An muốn dùng tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng $3\,dm$, chiều dài $5\,dm$ để làm một chiếc hộp không nắp, bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ có cạnh bằng $x\,dm$ ở bốn góc của tấm bìa như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Điều kiện của x là $0<x<\frac{3}{2}$.

b) Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $(3-2x)(5-2x)$

c) Thể tích của chiếc hộp là $4x^3-16x^2+15$

d) Với $x=\frac{8-\sqrt{19}}{6}$ thì chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 16.21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB=2a, AD=a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H,K lần lượt là trung điểm AB và CD.

a) $SH\perp(ABCD)$.

b) Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SHC}$.

c) Góc phẳng nhị diện $[S,AB,C]$ bằng 90°.

d) Góc phẳng nhị diện $[S,CD,A]$ bằng 45°.

Câu 16.22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$.

a) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng: $a\sqrt{2}$.

b) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD,AB bằng: $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 16.23. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và M,N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB,CD.

a) Đường cao của tứ diện $ABCD$ là AO.

b) Thể tích của tứ diện $A.BCD$ bằng $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

c) Số đo của góc phẳng nhị diện $\left[A,BC,D\right]$ bằng $70^0 31'$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là $MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 16.24. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác $AB'C'$ cân tại A, mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ và $AA'=a\sqrt{3}$.

a) Mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

b) Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

c) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

d) Khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng BC' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 16.25. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A\left(1;2;3\right),B\left(-3;4;-1\right),C\left(2;0;-2\right)$.

a) Góc $\widehat{ABC}$ là góc lớn hơn $60°$.

b) Gọi $D\left(a;b;c\right)$ là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{AD}=2\overrightarrow{AB}-3\overrightarrow{AC}$. Khi đó $a+b+2c=22$.

c) Gọi E là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A,B,E thẳng hàng. Khi đó tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm E bằng $\dfrac{3}{2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm của AB. Khi đó $\overrightarrow{IG}=\left(-1;1;1\right)$.

Câu 16.26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(3;-2;-1\right)$, $N\left(4;3;1\right)$.

a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $\left(0;-2;0\right)$.

b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N. Tọa độ của điểm E là $\left(5;8;3\right)$.

c) Cho $P\left(1;m;n\right)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $2m+5n=20$.

d) Điểm $I\left(a;b;c\right)$ nằm trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ thỏa mãn $T=\left|2\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $3a-2b+c=20$.

Câu 16.27. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OAFPE.CBGQH$ với $OAFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P .Biết $OA=4\,\text{m}$; $AB=6$ m; $HC=5\,\text{m}$; độ dốc của mái nhà, tức là số đo góc nhị diện $\left[Q,FG,H\right]$ bằng 45°. Người ta mô hình hóa nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị trên mỗi trục là $1\,\text{m}$). Khi đó:

a) Toạ độ của $\overrightarrow{PQ}$ là $\left(0;6;0\right)$.

b) Tọa độ của điểm G là $\left(6;4;5\right)$.

c) Chiều cao kho hàng tức là khoảng cách từ nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) và sàn nhà bằng 7 m.

d) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của GQ và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến E rồi từ E đến H, sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $11+\sqrt{10}\,\text{m}$.

Câu 16.28. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O $25\,\text{km}$ về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20;15;0)$.

a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.

b) Radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.

c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.

d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí Cách O $15\,\text{km}$ về phía nam.

Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}\,\text{km}$.

Câu 16.29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1, có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn OI sao cho $MO=\dfrac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục tọa độ $A'xyz$.

a) Toạ độ điểm $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right)$.

b) Toạ độ các điểm $A'\left(0;0;0\right)$, $B'\left(1;0;0\right)$, $D'\left(0;1;0\right)$ và $A\left(0;0;1\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Trong không gian giả sử điểm P,Q sao cho $\overrightarrow{A'P}=\overrightarrow{A'B'}+2\overrightarrow{A'D'}-2\overrightarrow{A'A}$; $\overrightarrow{A'Q}=\frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'}+\frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'}+\frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J\left(a;b;c\right)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$, khi đó $a-b+c=0$.

d) Trong không gian có đúng 2 điểm N sao cho N không trùng với các điểm A, B', D' và $\widehat{ANB'}=\widehat{B'ND'}=\widehat{D'NA}=90^\circ$.

Câu 16.30. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(2;-2;2\right)$, $B\left(-1;1;-1\right)$, $C\left(-3;1;3\right)$ và mặt cầu $\left(S\right):\left(x-5\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-7\right)^2=56$.

a) Đường thẳng đi qua hai điểm A và C có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2-5t\\y=-2+3t\\z=2+t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Biết $N\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc mặt cầu $\left(S\right)$ sao cho thể tích tứ diện $NABC$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $a.b.c=405$.

c) Cho điểm M di động trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{13}$.

d) Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ không đi qua gốc tọa độ.

Câu 16.31. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 6, góc giữa $A'B$ và $\left(ACC'A'\right)$ bằng 30°. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AC.

a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là $2\sqrt{2}$.

b) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $18\sqrt{6}$.

c) $AA'=6\sqrt{2}$.

d) $\left(A'BM\right)\perp\left(ACC'A'\right)$.

Câu 16.32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(0;-2;1\right)$, $B\left(1;0;2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+2z-2=0$. Gọi $\left(Q\right)$ là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$.

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(1;-2;2\right)$.

b) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{n_{(P)}}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng $\left(Q\right)$.

c) Phương trình mặt phẳng $\left(Q\right)$ là $6x-y-4z-4=0$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng $\left(Q\right)$ bằng $\frac{\sqrt{53}}{53}$.

Câu 16.33. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên $\left(SAB\right)$ vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC=a\sqrt{3}$. Gọi H là trung điểm của AB. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Mặt phẳng $\left(SHC\right)$ và $\left(ABC\right)$ vuông góc với nhau.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) $d\left(C,\left(SAB\right)\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) $SH\perp\left(ABC\right)$.

Câu 16.34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy, $SA=2a$, $AB=a$.

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\dfrac{2a^3}{3}$.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

d) Số đo góc nhị diện $\left[B,SC,D\right]$ bằng $103,5^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 16.35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $AB=1$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABC\right)$ và $SA=\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Những phương án nào dưới đây đúng?

1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SB bằng $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

5. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.

Câu 16.36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;6;-7)$, $B(3;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình
$x+y-z-6=0$

a) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

b) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $x+y-z+14=0$.

c) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $x-2y+4z+18=0$.

d) M là một điểm trên mặt phẳng (P), tổng $MA+MB$ ngắn nhất khi $M\left(\dfrac{13}{5};\dfrac{14}{5};\dfrac{3}{5}\right)$.

Câu 16.37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{-1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-z+2025=0$. Các khẳng định sau đúng hay **sai**?

a) Số đo góc giữa hai đường thẳng Δ và $\left(P\right)$ bằng 90°.

b) Biết hình chiếu của O lên $\left(P\right)$ là $H\left(3;-1;2\right)$. α là số đo góc giữa $\left(P\right)$ và đường thẳng Δ, $\cos\alpha=\dfrac{1}{14}$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

c) Đường thẳng d là giao tuyến của (P) và (Oxy), khi đó vectơ chỉ phương của d là $\vec{a}=(-2,1,0)$.

d) Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x+my-3=0$ một góc 30°. Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\dfrac{-16}{5}$.

Câu 16.38. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và các mặt phẳng $(P): x-4y+z+5=0; (Q): 5x-4y+3z+1=0$. Gọi (R) là mặt phẳng chứa Ox và vuông góc với mặt phẳng (P). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $(P)//(Q)$.

b) Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là $4x-y-8z+18=0$.

c) Góc tạo bởi mặt phẳng (R) và (Q) xấp xỉ 74°.

d) Có hai điểm thuộc tia Ox sao cho điểm đó cách đều mặt phẳng (P) và trục Oy

Câu 16.39. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(1;3;7)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+7)^2=9$.

b) Điểm $A(2;2;7)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Câu 16.40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$\Delta_1: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$ và $\Delta_2: \dfrac{x-4}{-1}=\dfrac{y-5}{-2}=\dfrac{z-6}{2}$.

a) Vectơ có tọa độ $(1;2;3)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_1.

b) Vectơ có tọa độ $(4;5;6)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_2.

c) Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}_1=(2;1;-2)$ và $\vec{u}_2=(-1;-2;2)$ bằng $-\dfrac{8}{9}$.

d) Phương trình mặt phẳng chứa (Δ_1) và song song (Δ_2) có phương trình $2y+3z-13=0$

Câu 16.41. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;-5;2)$ và mặt phẳng $2x-3y+z+1=0$.

a) Vectơ $\vec{n}=(2;3;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

b) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P). Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases} x=2+5t \\ y=-3-5t \\ z=1+2t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

c) Điểm $H\left(1;1;0\right)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng $\left(P\right)$.

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(P\right)$ bằng $2\sqrt{14}$.

Câu 16.42. Một tên lửa phóng từ mặt đất từ vị trí gốc toạ độ O theo hướng, vận tốc không đổi (đặt mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất). Tên lửa đi từ điểm $O\left(0;0;0\right)$ đến điểm $A\left(140;60;6\right)$ trong 8 phút.

a) Trong 8 phút tên lửa bay được quãng đường (làm tròn đến hàng đơn vị) xấp xỉ bằng 152 km.

b) Ở phút thứ 4 độ cao của tên lửa là 3 km.

c) Toạ độ của tên lửa sau 12 phút kể từ lúc phóng là $\left(210;90;12\right)$.

d) Sau 10 phút tiếp theo kể từ vị trí A tên lửa đạt độ cao là 13.5km.

Câu 16.43. Một nhà máy sản xuất ôtô thông minh đã thực hiện thử nghiệm cho xe chạy với vận tốc không đổi từ điểm A và theo hướng từ điểm A đến điểm B. Biết rằng, xe chạy được khi có sóng wifi và nếu không có sóng wifi thì xe bị dừng lại. Trạm phát sóng wifi đặt ở vị trí C trên đỉnh của một trụ cột và bán kính phát sóng của wifi bằng $10\sqrt{77}\left(m\right)$. Trong không gian nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ thì $A\left(10;20;0\right)$, $B\left(20;30;0\right)$, $C\left(10;30;40\right)$ và đơn vị độ dài trên trục là mét.

a) Đường thẳng AB có phương trình $\begin{cases} x=10+t \\ y=20+t \\ z=0 \end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

b) Vị trí xe dừng lại là điểm $M\left(-40;-30;0\right)$.

c) Quảng đường xe đi được là $50\sqrt{2}\left(m\right)$.

d) Nếu thời gian đi từ A đến B mất 5 giây thì thời gian đi từ A đến khi xe dừng lại mất 30 giây.

Câu 16.44. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I\left(2;1;5\right)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-5\right)^2=9$.

b) Điểm $M\left(3;2;4\right)$ nằm ngoài mặt cầu $\left(S\right)$.

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $\left(3;2;4\right)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $\left(x;2;3\right)$ để có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó thì $0\le x\le 4$.

Câu 16.45. Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;-4;7\right),B\left(5;1;6\right),C\left(5;5;5\right)$.

a) Trung điểm K của đoạn thẳng AB có toạ độ là $K\left(3;-\frac{3}{2};\frac{13}{2}\right)$.

b) Độ dài trung tuyến là $\frac{\sqrt{194}}{2}$.

c) Điểm I thỏa mãn $-2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}+6\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, ta được: $I\left(-13;35;-2\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

d) Với M là điểm trong không gian $Oxyz$, ta có giá trị nhỏ nhất của $P=-2\overrightarrow{MA}^2-3\overrightarrow{MB}^2+6\overrightarrow{MC}^2$ là -1266.

Câu 16.46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;4;1\right)$, $B\left(-2;2;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z-3=0$.

a) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $\left(S\right):x^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=36$.

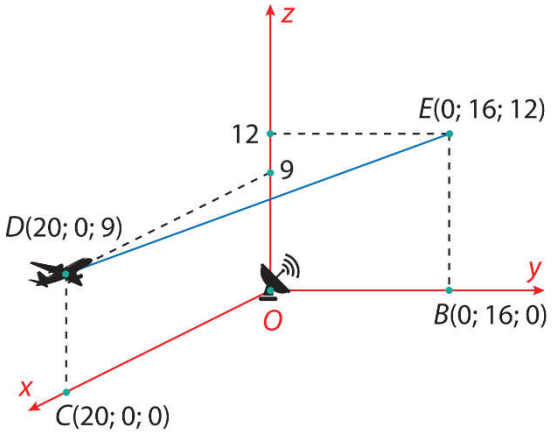
b) Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$chứa A,B và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình là $\left(\alpha\right):-x+z+1=0$.

c) Đường thẳng $\left(\Delta\right)$đi qua O, cắt và vuông góc với AB có phương trình là

$$\left(\Delta\right):\begin{cases}x=2t\\y=26t\\z=11t\end{cases}$$

d) Cho điểm M di động trên mặt phẳng $\left(P\right)$ và luôn cách đều A,B. $OM_{\min}=3\sqrt{2}$

Câu 16.47. Giả sử một máy bay thương mại M đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB. Tại D, máy bay bay cách mặt đất là 9000 m và tại E là 12000 m. Một ra đa được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C là 20000 m, cách B là 16000 m và $\widehat{BOC}=90^\circ$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: 1000 m) với O là vị trí đặt ra đa, B thuộc tia Oy, C thuộc tia Ox, khi đó ta có tọa độ các điểm như hình vẽ sau:



a) Tại D, máy bay cách ra đa 29000 m (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE. Khi máy bay bay đến điểm I, máy bay cách mặt đất 10500 m.

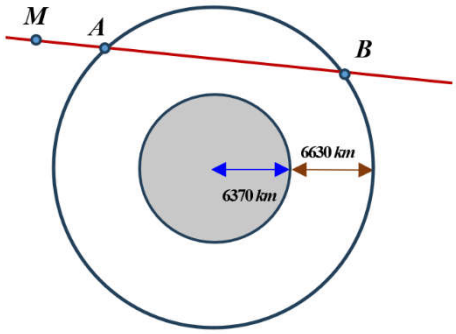
c) Trên đoạn đường bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét) là 22000 m.Biết bán kính hoạt động của ra đa là 20000m.

Câu 16.48. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng đi qua hai điểm $M\left(-12;29;10\right)$ và $N\left(0;12;5\right)$



a) Trong hệ trục tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển trên đường thẳng có phương tham số $\begin{cases} x=-12-12t \\ y=29+17t \\ z=10+5t \end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

b) Quãng đường mà thiên thạch di chuyển trong vùng theo dõi của hệ thống quan sát là 21401km (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Vị trí mà thiên thạch gần Trái Đất nhất là điểm $H\left(-30;\frac{109}{2};\frac{25}{2}\right)$

d) Thiên thạch trên không thể va vào trái đất.

Câu 16.49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-40;5;2)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B(808;-101;426)$ với tốc độ là $6\,\text{m/s}$.

a) Điểm $M(384;-48;214)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Vector $\vec{u}=(8;1;4)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB.

c) Thời gian cabin cáp treo đi từ A đến B là 2 phút 39 giây.

d) Sau khi di chuyển từ A được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

Câu 16.50. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M\left(500;200;10\right)$ đến điểm $N\left(800;300;10\right)$ trong 20 phút.

a) Máy bay đang di chuyển theo hướng tiến lại gần vị trí đặt ra đa.

b) Khoảng cách $MN=100\sqrt{10}\,\text{km}$.

c) Tốc độ của máy bay khi di chuyển từ M đến N là $150\sqrt{10}\,\text{km/h}$.

d) Nếu tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 4 phút tiếp theo là $Q\left(a;b;c\right)$ với $a+b+c=1191$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG CÂU 17. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

KIẾN THỨC CẦN NHỚ HÌNH HỌC KHỐI ĐA DIỆN

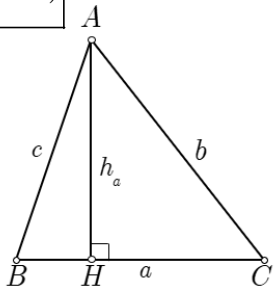
1. Thể tích khối chóp

$$\boxed{V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3}\cdot S_{\text{đáy}}.\ \text{chiều cao}} = \boxed{\frac{1}{3}\cdot S_{\text{đáy}}.\ d\left(\text{đỉnh; mặt phẳng đáy}\right)} \Rightarrow V_{\text{tứ diện đều}} = \frac{(\text{cạnh})^3.\sqrt{2}}{12}$$

2. Xác định diện tích đáy thường gặp

① Diện tích tam giác thường

$$\boxed{S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ \ (Heron)}.$$ Với:



- $a,\ b,\ c$ là độ dài ba cạch của tam giác.
- h_a là chiều cao xuất phát từ đỉnh A.
- $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi.
- $R,\ r$ lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp.

② Diện tích tam giác đặc biệt

- $\boxed{S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2}\times(\text{tích hai cạnh góc vuông})}$.
- $\boxed{S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}}$.
- $\boxed{S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2\times\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow$ Chiều cao tam giác đều $= \dfrac{\text{cạnh}\times\sqrt{3}}{2}$.

③ Diện tích hình chữ nhật: $\boxed{S_{\text{Hình chữ nhật}} = \text{dài}\times\text{rộng}}$.

- Diện tích hình vuông: $S_{\text{Hình vuông}} = (\text{cạnh})^2$.
- Đường chéo hình vuông $=$ cạnh$\times\sqrt{2}$.

④ Diện tích hình thang: $\boxed{S_{\text{Hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn}+\text{đáy bé})\times\text{chiều cao}}{2}}$.

$\Rightarrow$ Diện tích hình bình hành: S_{hbh} = đường cao $\times$ cạnh đáy tương ứng.
= tích hai cạnh liên tiếp $\times$ sin góc kẹp.

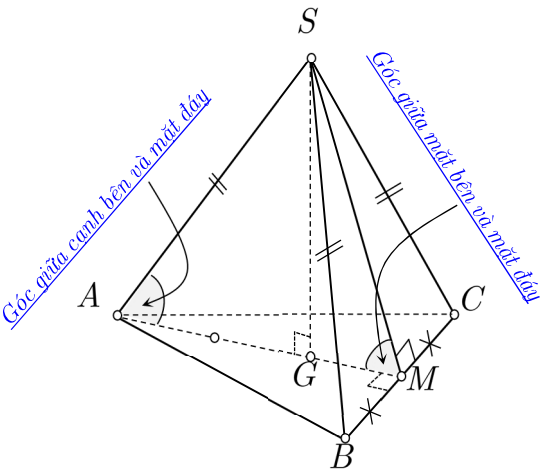
⑤ Diện tích tứ giác có 2 đường chéo vuông góc: $\boxed{S = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2}}$.

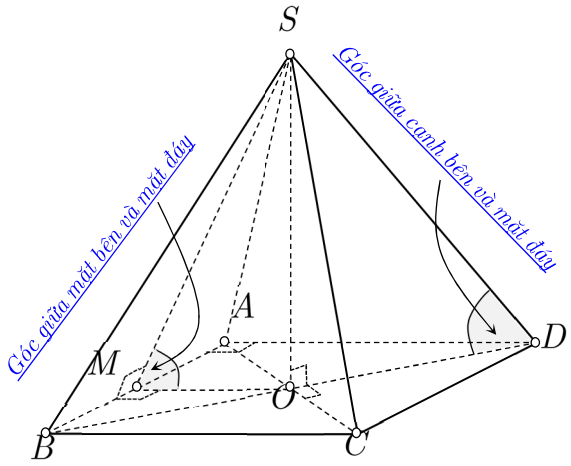
$\Rightarrow$ Diện tích hình thoi: $S_{\text{Hình thoi}} = \dfrac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}$.

3. Các tính chất cần nhớ về hình chóp đều

- ***Đáy là đa giác đều*** *(hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).*
- ***Chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy*** *(hình chóp tam giác đều có chân đường cao trùng với trọng tâm G, hình chóp tứ giác đều có chân đường cao trùng với tâm O của hình vuông).*
- *Các mặt bên là những tam giác cân và bằng nhau.*
- *Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau.*
- *Góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.*

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



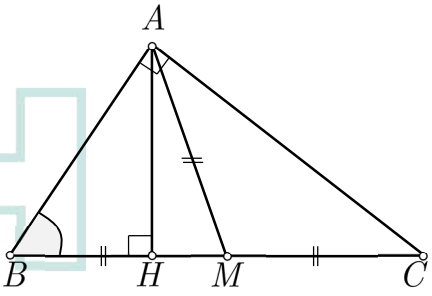


4. Các hệ thức trong tam giác

① Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

- Pitago: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \begin{cases} \bullet\ BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} \\ \bullet\ AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} \\ \bullet\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} \end{cases}$.
- $AB^2 = BH.BC$ và $AC^2 = CH.CB$.
- $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$ và $AH^2 = HB.HC$.
- Trung tuyến: $AM = \dfrac{1}{2}BC$.



- $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{\text{đối}}{\text{huyền}} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{\text{kề}}{\text{huyền}} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{\text{đối}}{\text{kề}} = \dfrac{AC}{AB}$.

② Hệ thức lượng trong tam giác thường

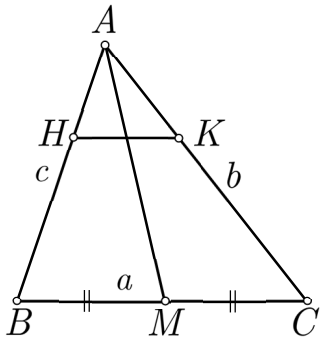
Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

- **Định lý hàm sin:** $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.
- **Định lý hàm cos:** $\begin{cases} \circ\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A} \Rightarrow \cos\widehat{A} = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \circ\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\widehat{B} \Rightarrow \cos\widehat{B} = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \circ\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C} \Rightarrow \cos\widehat{C} = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

- **Công thức trung tuyến:** $AM^2 = \dfrac{AB^2 + AC^2}{2} - \dfrac{BC^2}{4}$.

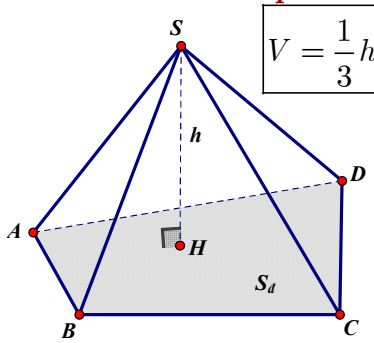
- **Định lý Thales:** $\begin{cases} \bullet\ HK \parallel BC \Rightarrow \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AK}{AC} = \dfrac{HK}{BC} = k \\ \bullet\ \dfrac{S_{\Delta AHK}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\dfrac{AH}{AB}\right)^2 = \left(\dfrac{HK}{BC}\right)^2 = k^2 \end{cases}$.



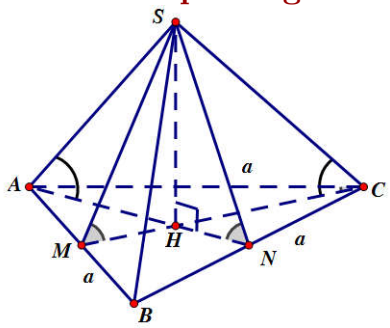
5. Một số trường hợp thường gặp về khối chóp

5.1. Hình chóp:

$V = \dfrac{1}{3}h.S$



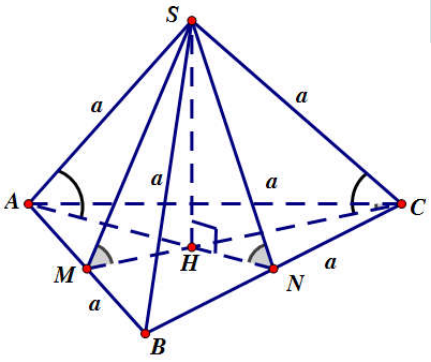
5.2. Hình chóp tam giác đều



Tất cả cạnh bên bằng nhau.

- Đáy là tam giác đều cạnh a.
- $SH \perp (ABC)$ với H là trọng tâm (cũng là trực tam) ΔABC.
- $\begin{cases} S_{đ} = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ SH = h \end{cases} \rightarrow \boxed{V = \dfrac{1}{3}h.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}$

5.3. Tứ diện đều:



- Đây cũng là hình chóp tam giác đều, đặc biệt là cạnh bên bằng cạnh đáy.

Thể tích: $\boxed{V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}}$.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:

$\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \widehat{SAH}$

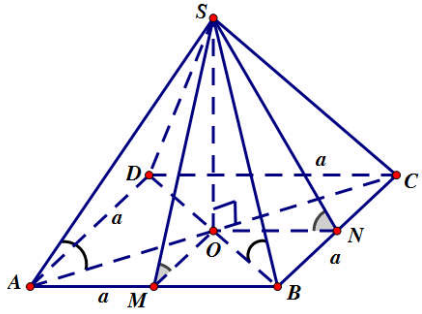
$= \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \widehat{SCH}$

Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

$\left(\widehat{(SAB),(ABC)}\right) = \widehat{SMH}$

$= \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \widehat{SNH}$.

5.4. Hình chóp tứ giác đều:



- Tất cả cạnh bên bằng nhau.
- Đáy là hình vuông cạnh a.
- $SO \perp (ABCD)$ với O là tâm hình vuông $ABCD$.
- $\begin{cases} S_{đ} = a^2 \\ SO = h \end{cases} \rightarrow \boxed{V = \dfrac{1}{3}h.a^2}$

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:

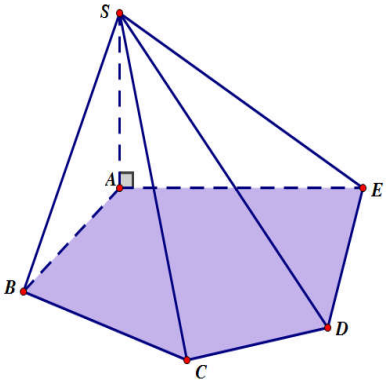
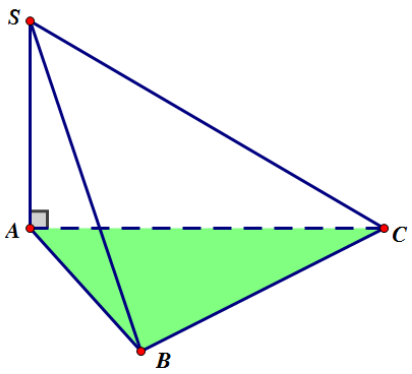
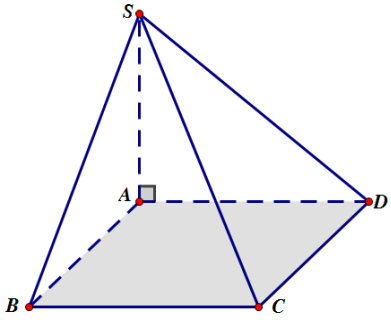
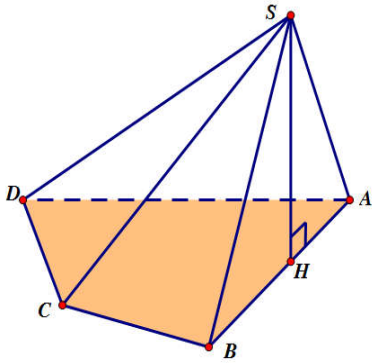
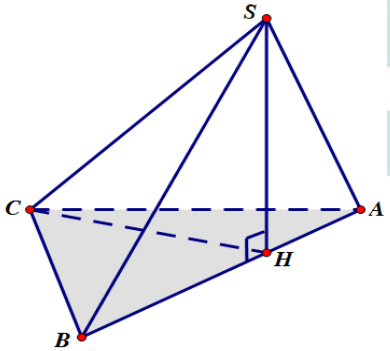
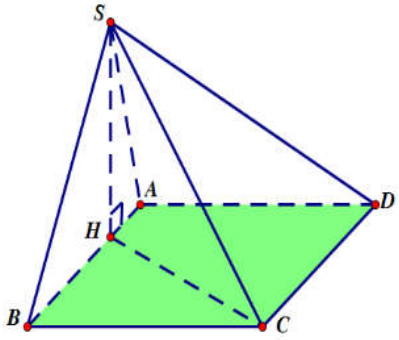
$\left(\widehat{SA,(ABCD)}\right) = \widehat{SAO}$

$= \left(\widehat{SB,(ABCD)}\right) = \widehat{SBO}$.

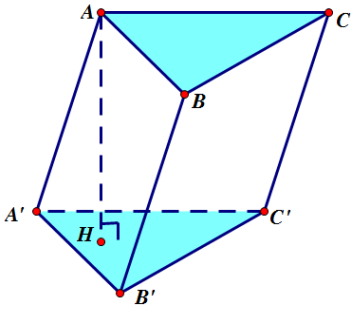
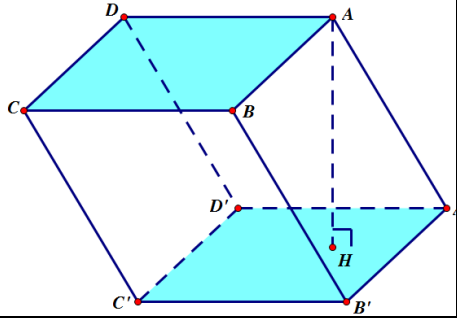
Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

$\left(\widehat{(SAB),(ABCD)}\right) = \widehat{SMO}$

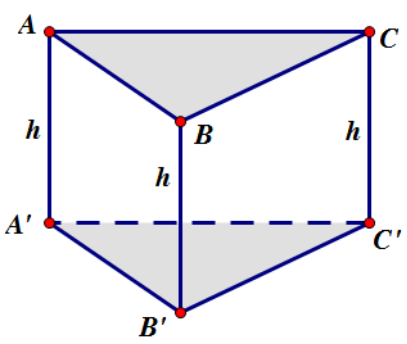
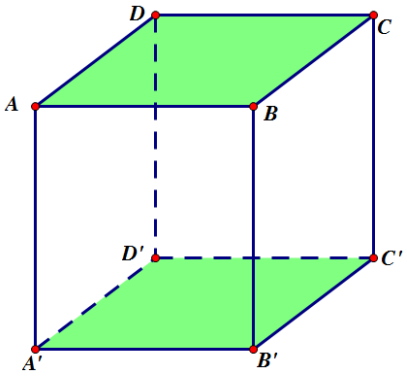
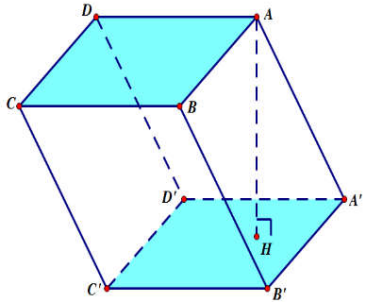
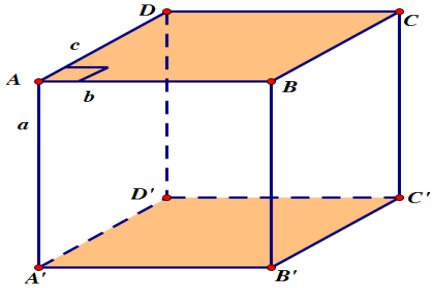
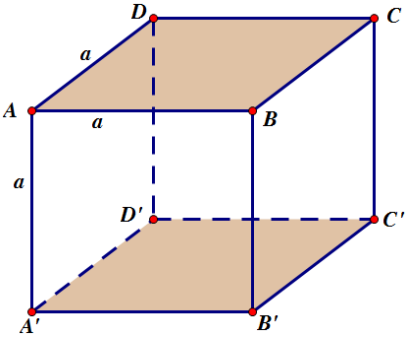
NGUYỄN TIẾN HÀ

		$=\left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right)=\widehat{SNO}$.
5.5. Hình chóp có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. 	**Đáy là tam giác**  $\begin{cases} h=SA \\ S_{đ}=S_{\Delta ABC} \end{cases} \rightarrow V=\frac{1}{3}SA.S_{\Delta ABC}$ ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \left(\widehat{SB,(ABC)}\right)=\widehat{SBA} \\ \left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCA} \end{cases}$.	**Đáy là tứ giác đặc biệt**  $\begin{cases} h=SA \\ S_{đ}=S_{ABCD} \end{cases} \rightarrow V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}$ ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \left(\widehat{SB,(ABCD)}\right)=\widehat{SBA} \\ \left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\widehat{SCA} \end{cases}$.
5.6. Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy. 	**Đáy là tam giác**  ▪ Đường cao $h=SH$ cũng là đường cao của ΔSAB. ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \left(\widehat{SA,(ABC)}\right)=\widehat{SAH} \\ \left(\widehat{SC,(ABC)}\right)=\widehat{SCH} \end{cases}$.	**Đáy là tứ giác đặc biệt**  Đường cao $h=SH$ cũng là đường cao của ΔSAB. ▪ Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \left(\widehat{SA,(ABCD)}\right)=\widehat{SAH} \\ \left(\widehat{SC,(ABCD)}\right)=\widehat{SCH} \end{cases}$.

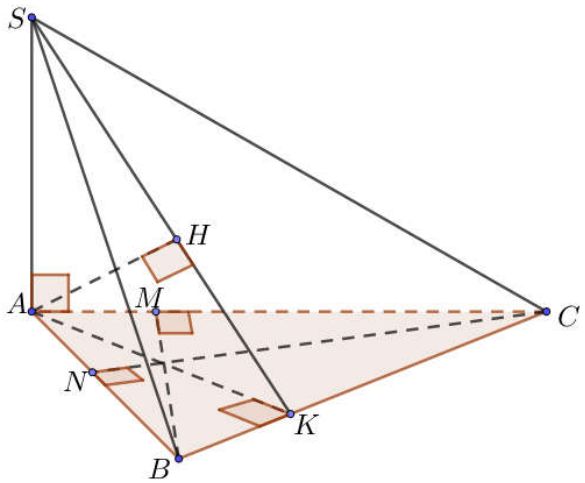
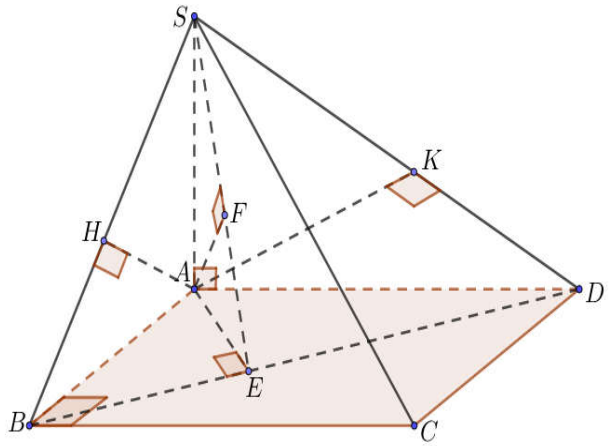
6. Một số trường hợp thường gặp về khối lăng trụ

6.1. Hình lăng trụ thường: ▪ Hai đáy là hai hình giống nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song. ▪ Các cạnh bên song song và bằng nhau. Các mặt bên là các hình bình hành. ▪ Thể tích: $\boxed{V=h.S_{đ}}$.	**Đáy là tam giác** 	**Đáy là tứ giác** 

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

	$V = AH.S_{\Delta ABC} = AH.S_{\Delta A'B'C'}$	$V = AH.S_{ABCD} = AH.S_{A'B'C'D'}$
6.2. Hình lăng trụ đứng: ▪ Các cạnh bên cùng vuông góc với hai mặt đáy nên mỗi cạnh bên cũng là đường cao của lăng trụ. ☞ **Lăng trụ tam giác đều:** Là **lăng trụ đứng** và có hai đáy là hai **tam giác đều** bằng nhau.	**Đáy là tam giác**  ▪ Thể tích: $V = h.S_{đ}$ với $h = AA' = BB' = CC'$.	**Đáy là tứ giác**  ▪ Thể tích: $V = h.S_{đ}$ với $h = AA' = BB' = CC' = DD'$.
6.3. Hình hộp:  ▪ Là lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành. ▪ Thể tích: $V = h.S_{đ}$.	**6.4. Hình hộp chữ nhật:**  ▪ Là lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật. $V = abc$ với a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật.	**6.5. Hình lập phương:**  ▪ Là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau. $V = a^3$ với a là cạnh của hình lập phương.

7. Bài toán về khoảng cách

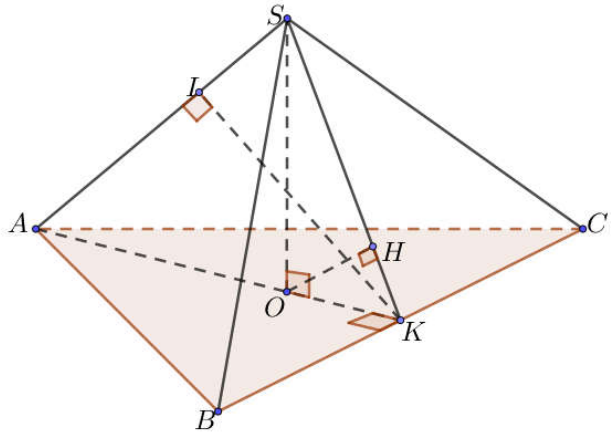
7.1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy là tam giác	**7.2. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy là hình vuông, hình chữ nhật**
	

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

- $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH=\dfrac{SA.AK}{\sqrt{SA^2+AK^2}}$.
- $d\left(B,\left(SAC\right)\right)=BM$; $d\left(C,\left(SAB\right)\right)=CN$.
- $d\left(SA,BC\right)=AK$.

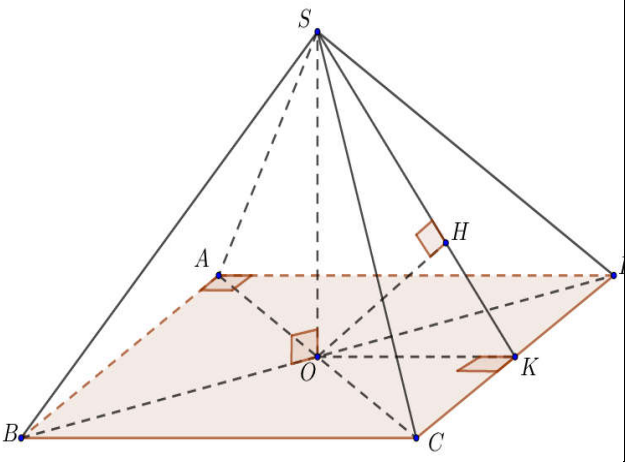
- $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH=\dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2+AB^2}}$ $=d\left(D,\left(SBC\right)\right)$
- $d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AK=\dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}$ $=d\left(B,\left(SCD\right)\right)$
- $d\left(A,\left(SBD\right)\right)=AF=\dfrac{SA.AE}{\sqrt{SA^2+AE^2}}$ $=d\left(C,\left(SBD\right)\right)$
- $d\left(AD,SB\right)=AH$; $d\left(AB,SD\right)=AK$.
- $d\left(AD,SC\right)=d\left(AD,\left(SBC\right)\right)$ $=d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH$.
- $d\left(AB,SC\right)=d\left(AB,\left(SCD\right)\right)$ $=d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AK$.

7.3.Hình chóp tam giác đều



- $d\left(O,\left(SBC\right)\right)=OH=\dfrac{SO.OK}{\sqrt{SO^2+OK^2}}$ $=d\left(O,\left(SAB\right)\right)=d\left(O,\left(SAC\right)\right)$.
- $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=3d\left(O,\left(SBC\right)\right)=3OH$ $=d\left(B,\left(SAC\right)\right)=d\left(C,\left(SAB\right)\right)$.
- $d\left(SA,BC\right)=IK=d\left(SB,AC\right)=d\left(SC,AB\right)$.

7.4.Hình chóp tứ giác đều

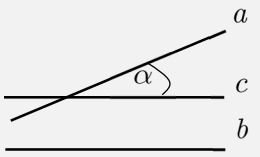


- $d\left(O,\left(SCD\right)\right)=OH=\dfrac{SO.OK}{\sqrt{SO^2+OK^2}}$ $=d\left(O,\left(SAB\right)\right)=d\left(O,\left(SBC\right)\right)=d\left(O,\left(SAD\right)\right)$.
- $d\left(A,\left(SCD\right)\right)=2d\left(O,\left(SCD\right)\right)$ $=2OH=d\left(A,\left(SBC\right)\right)$ $=d\left(B,\left(SAD\right)\right)=d\left(B,\left(SCD\right)\right)=...$
- $d\left(AB,SC\right)=d\left(AB,\left(SCD\right)\right)=d\left(A,\left(SCD\right)\right)$ $=d\left(AB,SD\right)=d\left(AD,SB\right)=d\left(AD,SC\right)=$

8. Phương pháp xác định góc

① Góc giữa đường thẳng a và đường thẳng b

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Phương pháp 1. Sử dụng song song
Chẳng hạn dựng đường thẳng $c \parallel b$ và c cắt a.
Khi đó $\widehat{(a;b)} = \widehat{(a;c)} = \alpha$ như hình vẽ.
Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hoặc định lí hàm số sin, côsin để tìm góc α.

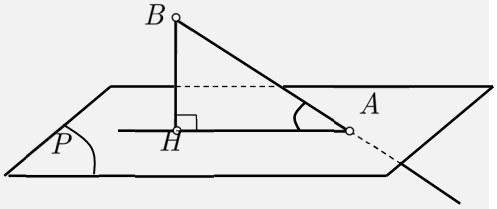
Lưu ý, ta có thể tính tiến song song đường b hoặc tịnh tiến cả hai đường a và b.

Phương pháp 2. Sử dụng tích vô hướng, nghĩa là $\cos(a;b) = \cos(\vec{a};\vec{b}) = \dfrac{\left|\vec{a}.\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|} = \cos\alpha.$

Lưu ý: Góc giữa hai đường thẳng là **góc nhọn**, còn góc giữa hai véctơ là góc nhọn hoặc góc tù. Nghĩa là nếu tính $\widehat{(a;b)} = \alpha \le 90^\circ$ thì góc giữa a, b là α, còn nếu tính $\widehat{(a;b)} = \alpha > 90^\circ$ thì góc giữa hai đường thẳng $\widehat{(a;b)} = 180^\circ - \alpha$.

② Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P)

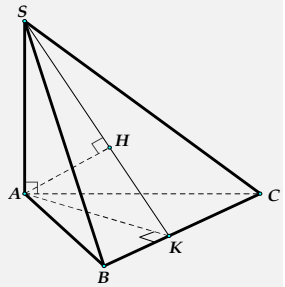
Nhớ: "*Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc tạo bởi nó và hình chiếu của nó lên mặt phẳng*".
Phương pháp:
B.1. Tìm $AB \cap (P) = \{A\}$ (1)
B.2. Tìm hình chiếu của B lên mặt phẳng (P).
Đặt câu hỏi: "Đường nào qua B và vuông góc với (P) ?
Trả lời: $BH \perp (P)$ tại H (2)
Từ (1),(2), suy ra AH là hình chiếu của AB lên mặt phẳng (P).



Do đó góc giữa đường thẳng AB và mp(P) là góc giữa AB và AH, chính là góc $\widehat{BAH}$.
B.3. Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hoặc định lí hàm số côsin hoặc định lí hàm sin trong tam giác thường để suy ra góc $\widehat{BAH}$.

Cần nhớ bài toán tìm hình chiếu từ chân đường cao đến mặt bên
(chẳng hạn từ chân A đến mặt bên (SBC) như hình vẽ bên)

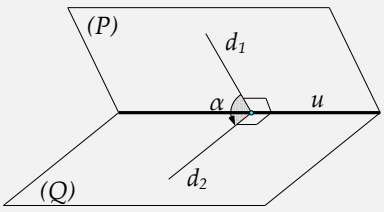
- Xác định giao tuyến của mặt bên và mặt đáy là BC.
- Từ chân A dựng $AK \perp BC$ và $AH \perp SK$.
- Dễ dàng chứng minh $AH \perp (SBC)$ suy ra H là hình chiếu cần tìm.



③ Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q)

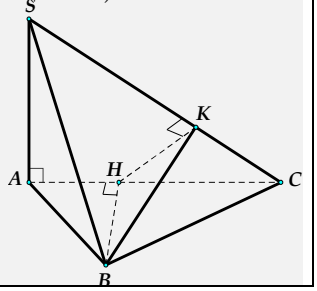
Phương pháp 1. Dựa vào định nghĩa

Ta có: $\begin{cases} (P) \cap (Q) = u \\ u \perp d_1 \subset (P) \\ u \perp d_2 \subset (Q) \end{cases} \Rightarrow \widehat{((P),(Q))} = \widehat{(d_1,d_2)} = \alpha.$



Thường được sử dụng khi đề yêu cầu tính góc giữa mặt bên và mặt đáy.
Phương pháp 2. Tìm đường thẳng cắt hai mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến hai mặt.
Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tìm góc giữa (SAC) và (SBC).

- Giao tuyến: $SC = (SAC) \cap (SBC)$.
- Từ điểm B dựng $BH \perp AC \subset (SAC)$
- Dựng $HK \perp SC$ (giao tuyến).
- Dễ dàng chứng minh: $BH \perp (SAC)$, $SC \perp (BHK)$.



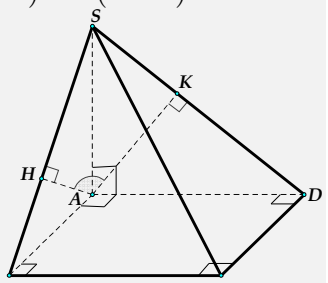
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$$\Rightarrow \begin{cases} (SAC)\cap(SBC)=SC \\ HK\perp SC \\ BK\perp SC \end{cases} \Rightarrow \widehat{((SAC);(SBC))}=\widehat{(HK,BK)}=\widehat{HKB}.$$

Thường được sử dụng khi đề yêu cầu tính góc giữa hai mặt bên liên tiếp và để tìm HK, ta thường sử dụng tam giác đồng dạng, tức $\Delta HKC\sim\Delta SAC$.

Phương pháp 3. Là góc nhọn giữa hai đường d và d' lần lượt vuông góc hai mặt phẳng.

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA\perp(ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông hoặc hình chữ nhật. Tính góc giữa hai mặt liên tiếp không chứa đường cao (SBC) và (SCD).



- Chứng minh $AH\perp(SBC)$.
- Chứng minh $AK\perp(SCD)$.

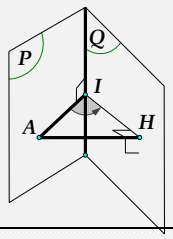
Suy ra $\widehat{((SBC);(SCD))}=\widehat{(AH,AK)}=\widehat{HAK}$

hoặc là góc $180^\circ-\widehat{HAK}$ vì góc giữa hai mặt là nhọn.

Phương pháp 4. Sử dụng công thức chiếu diện tích $S'=S.\cos\varphi$

Chẳng hạn hình ở mục ③, nếu đề yêu cầu tính góc giữa hai mặt phẳng $((SBD);(ABD))$, ta có thể sử dụng hình chiếu diện tích như sau:

Xét mặt (SBD) : hình chiếu của S xuống (ABD) là A, hình chiếu B, D xuống (ABD) là chính nó nên góc α giữa hai mặt phẳng được xác định bởi $S_{\Delta ABD}=S_{\Delta SBD}.\cos\alpha$.



Phương pháp 5. Sử dụng khoảng cách: $\sin\varphi=\dfrac{d(A,(Q))}{d(A,u)}$

Với φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q).

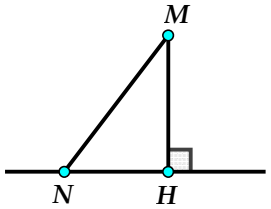
Và $A\in(P)$, $(P)\cap(Q)=u$.

9. Phương pháp xác định khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Cho điểm M và một đường thẳng Δ. Trong mặt phẳng (M,Δ), gọi H là hình chiếu của M trên Δ. Khi đó độ dài đoạn MH là khoảng cách từ M đến Δ.

Kí hiệu: $\boxed{d(M,\Delta)=MH}$ với $MH\perp\Delta$.



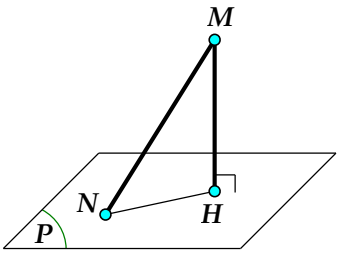
Nhận xét:

$MN\geq MH$, $\forall N\in\Delta$, nghĩa là $MN_{\min}=MH\Leftrightarrow N\equiv H$.

2. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) và một điểm M, gọi H là hình chiếu của M trên (α). Khi đó khoảng cách MH được gọi là khoảng cách từ M đến (α).

Kí hiệu: $\boxed{d(M,(\alpha))=MH}$ với $MH\perp(\alpha)$.



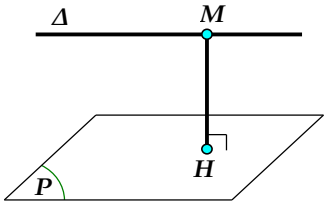
Nhận xét:

$MN\geq MH$, $\forall N\in(\alpha)$, nghĩa là $MN_{\min}=MH\Leftrightarrow N\equiv H$.

3. Khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên Δ đến mặt phẳng (α) được gọi là khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α).

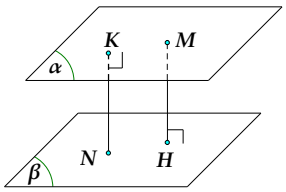


Kí hiệu: $\boxed{d(\Delta,(\alpha))=d(M,(\alpha))=MH}$

Trong đó $M\in\Delta,\ MH\perp(\alpha)$.

4. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) và (β) song song nhau, khoảng cách bất kỳ từ một điểm trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia gọi là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β).

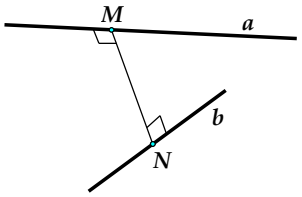


Kí hiệu: $\boxed{d((\alpha),(\beta))=d(M,(\beta))=d(N,(\alpha))}$

Trong đó $M\in(\alpha),\ N\in(\beta)$.

5. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Độ dài đoạn vuông góc chung MN của a và b được gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng $a,\ b$.



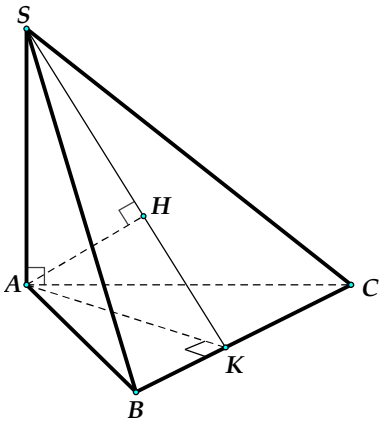
Kí hiệu: $\boxed{d(a;b)=MN}$ khi $\begin{cases}MN\perp a\\ MN\perp b\end{cases}$.

Các dạng toán thường gặp

① Tính khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến mặt bên

Bài toán 1. Tìm khoảng cách từ chân đường vuông góc đến mặt bên

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$. Xác định khoảng cách từ chân đường cao A đến mặt phẳng bên (SBC).



Dựng $\begin{cases}AK\perp BC,\ (K\in BC)\\ AH\perp SK,\ (H\in SK)\end{cases}$.

Ta có: $\begin{cases}BC\perp AK\\ BC\perp SA\ (\text{do}: SA\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAK)$

$\Rightarrow BC\perp AH$.

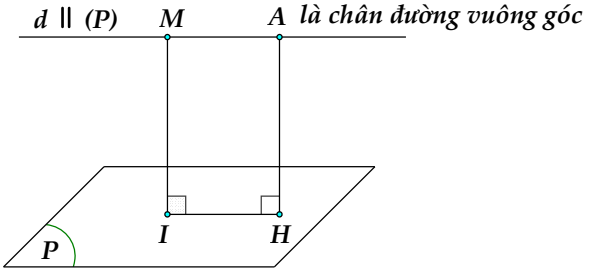
Do đó, ta có $\begin{cases}AH\perp BC\\ AH\perp SK\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow\boxed{d(A;(SBC))=AH}$.

➢ **Các phương pháp đưa về bài toán 1 (khoảng cách từ chân):**

① Sử dụng song song

Tính $d(M,(P))$?$\longrightarrow$ Tìm đường thẳng d qua M, qua chân đường vuông góc A và $d\parallel(P)$. Khi đó $d(M,(P))=d(A,(P))$.

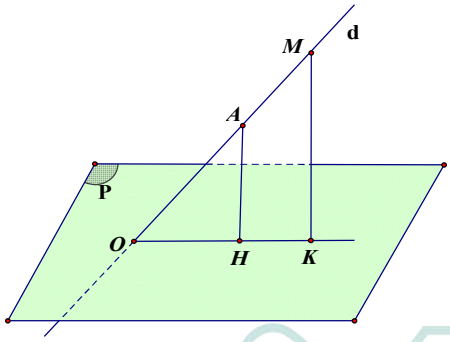
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

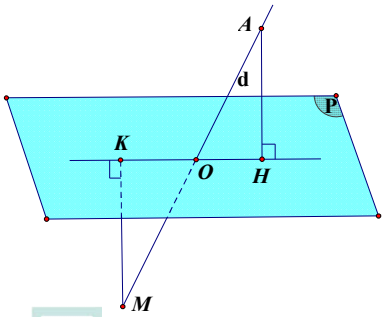


② Sử dụng tỉ số

Tính $d(M,(P))$? ⟶ Nếu không có đường song song như trên, ta nghĩ đến việc tìm đường thẳng d qua M, qua chân đường vuông góc A và cắt (P) tại O.

Khi đó: $\boxed{d\big(M,(P)\big)=\dfrac{OM}{OA}\cdot d\big(A,(P)\big)}$ (sử dụng đồng dạng để chứng minh).





③ Tạo chân đường cao giả

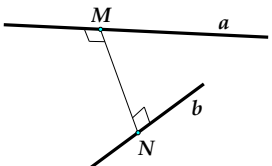
Tính $d(M,(P))$ khi mặt phẳng (P) chứa chân đường cao thật A.

Khi đó ta tạo chân đường cao giả song song với chân đường cao thật.

② Tính khoảng cách giữa khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

1. Định nghĩa

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Độ dài đoạn vuông góc chung MN của a và b được gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng a, b.



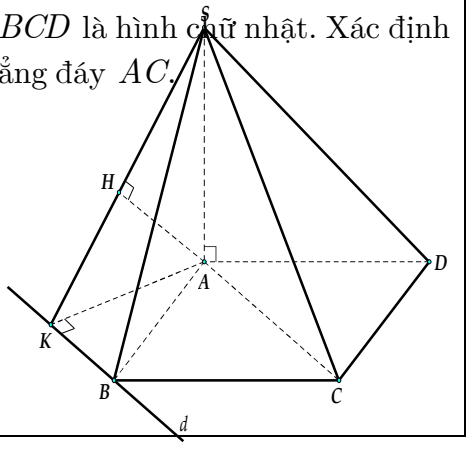
Khi đó: $d(a;b)=MN$ với $\begin{cases}MN\perp a\\ MN\perp b\end{cases}$.

2. Phương pháp xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Sử dụng song song và đưa về bài toán tìm khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên.

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA\perp(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Xác định và tính khoảng cách giữa cạnh bên SB và cạnh thuộc mặt phẳng đáy AC.

Giải.



- ***Bước 1***. *Xác định giao điểm của cạnh bên và mặt đáy.*
  Ta có: $SB\cap(ABCD)=B$.
- ***Bước 2***. *Từ giao điểm dựng d song song với cạnh đáy.*
  Qua B, dựng $d\parallel AC$ và dựng $AK\perp d$, $(K\in d)$.
  Khi đó: $d(SB,AC)=d(AC,(SKB))=d(A,(SKB))$.
- ***Bước 3***. *Tìm khoảng cách từ chân đến mặt bên.*

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Dựng $AH \perp SK,\ (K \in SK)$.

Ta có: $\begin{cases} KB \perp AK \\ KB \perp SA \end{cases} \Rightarrow KB \perp (SAK) \Rightarrow KB \perp AH.$

Khi đó, ta có $\begin{cases} AH \perp KB \\ AH \perp SB \end{cases} \Rightarrow AH \perp (SKB) \Rightarrow d(SB, AC) = d(A,(SKB)) = AH.$

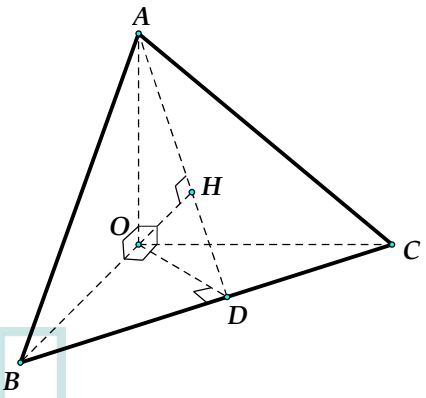
- ***Bước 4***. *Sử dụng kiến thức hình học phẳng để tính độ dài đoạn* AH.

☞ **Lưu ý**. Cần nhớ bài toán về tam diện vuông, nó thường được áp dụng

Cho tứ diện $OABC$ với $OA,\ OB,\ OC$ đôi một vuông góc với nhau. Khi đó đường cao OH của tứ diện $OABC$ được tính theo công thức $\boxed{\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}}$.

Chứng minh:

Dựng: $OD \perp BC,\ (D \in BC)$ và $OH \perp AD,\ (H \in AD)$.



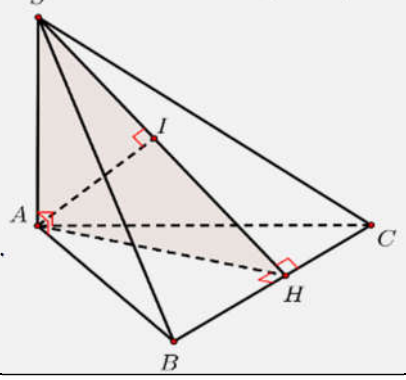
Có $\begin{cases} BC \perp OD \\ BC \perp AO \end{cases} \Rightarrow BC \perp (AOD) \Rightarrow (ABC) \perp (AOD).$

Khi đó: $\begin{cases} (ABC) \perp (AOD) \\ (ABC) \cap (AOD) = AD \\ OH \perp AD,\ OH \subset (AOD) \end{cases} \Rightarrow OH \perp (ABC).$

Suy ra $\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OD^2} = \dfrac{1}{OA^2} + \dfrac{1}{OB^2} + \dfrac{1}{OC^2}$ (đpcm).

③ Tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng bằng phương pháp $d = \dfrac{3V}{S}$

Câu hỏi: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt (SBC).



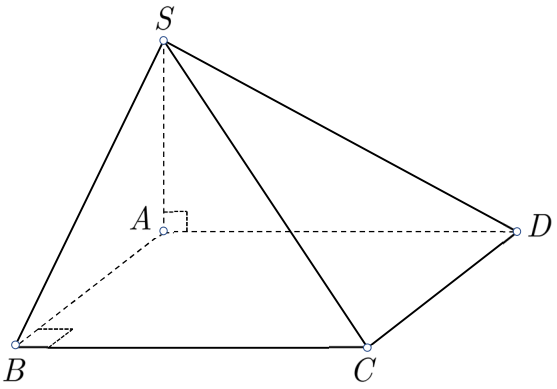
- **B1**. Ta có: $V_{S.ABC} = V_{A.SBC} = \dfrac{1}{3} \cdot S_{\Delta SBC} . d\left(A,(SBC)\right)$.

  Suy ra $d\left(A,(SBC)\right) = \dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}$.
- **B2**. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.
- **B3**. Tính diện tích ΔSBC. Từ đó suy ra khoảng cách cần tìm.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

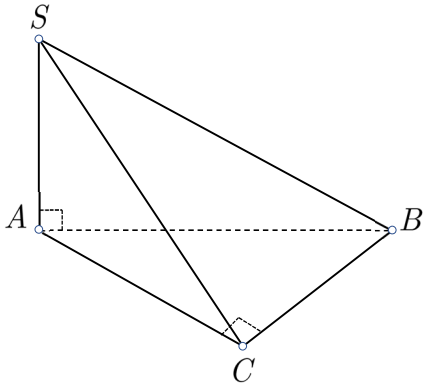
HS ĐIỀN VÀO CHỖ TRỐNG GÓC THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ THI

1. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc đáy (hoặc đề cho hai mặt (SAB), (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy).



- $\widehat{(SB,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(AC,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(SAD))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SBD),(ABCD))} =$ .....

2. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, SA vuông góc đáy (hai mặt (SAB), (SAC) cùng vuông với mặt đáy).

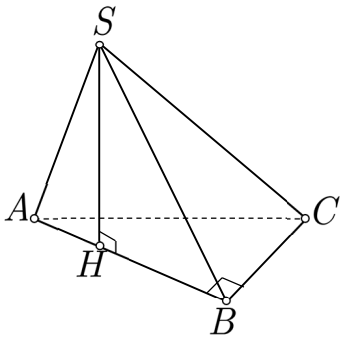


- $\widehat{(SC,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(SAC))} =$ .....
- $\widehat{((SAC),(SBC))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SAB),(SAC))} =$ .....
- $\widehat{((SAB),(SBC))} =$ .....

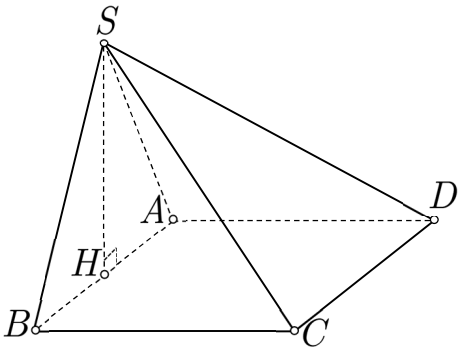
3. Hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

4. Chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, ΔSAB đều (hoặc cân) và nằm trong mp vuông đáy.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

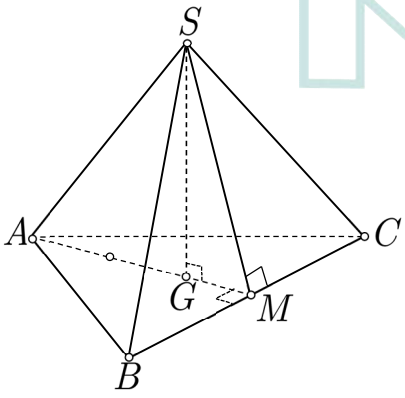


- $\widehat{(SC,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SAC),(ABC))} =$ .....



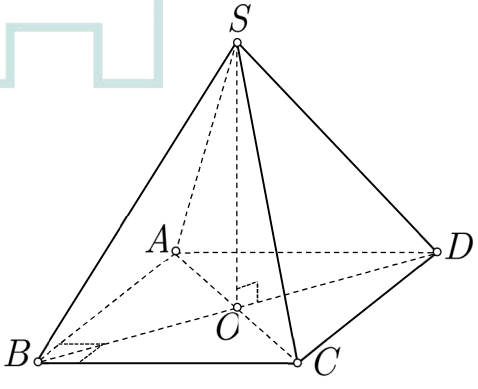
- $\widehat{(SC,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SBD),(ABCD))} =$ .....

5. Hình chóp tam giác đều (tứ diện đều).



- $\widehat{(SC,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SAC),(ABC))} =$ .....

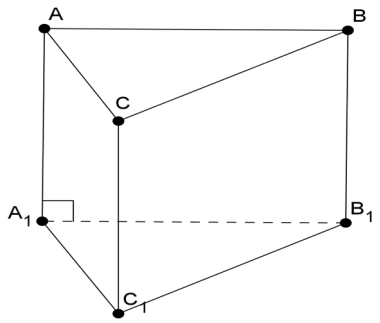
6. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



- $\widehat{(SC,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(SBD))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SCD),(ABCD))} =$ .....

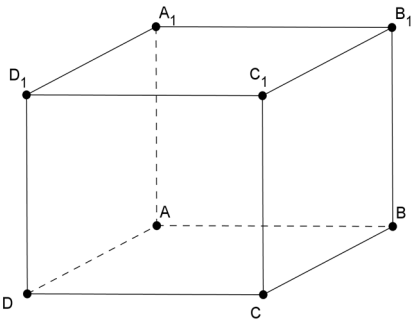
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

7. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác



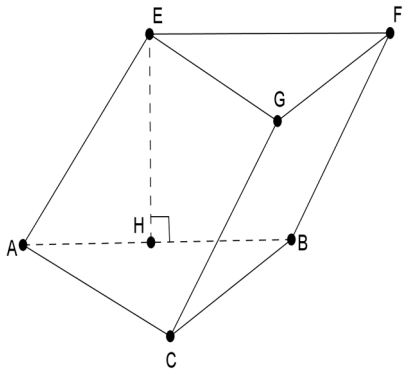
- $\widehat{(AC_1,(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{(CB_1,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{((AB_1C_1),(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{((BA_1C_1),(A_1B_1C_1))} =$ .....

8. Lăng trụ đứng đáy tứ giác (hình hộp chữ nhật, hình lập phương)



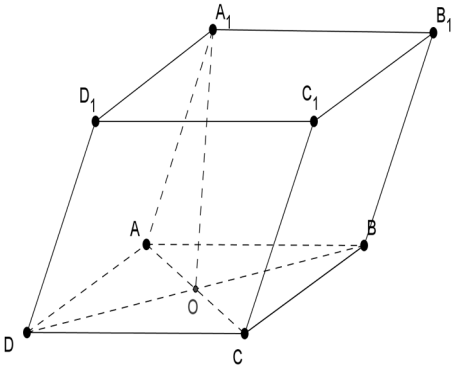
- $\widehat{(AC_1,(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{(CB_1,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{((AB_1C_1),(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{((D_1AC),(ABCD))} =$ .....

9. Lăng trụ xiên EH vuông đáy



- $\widehat{(EA,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(FB,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((EAC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((GBC),(ABC))} =$ .....

10. Lăng trụ xiên AO vuông đáy



- $\widehat{(AA_1,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(A_1D,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((A_1ADD_1),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((A_1BD),(ABCD))} =$ .....

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

BÀI TẬP RÈN LUYỆN (90 CÂU)

Câu 17.1. **(ĐMH 2025)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Câu 17.2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng chứa đáy, $SA=2a$; đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=3a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM theo a.

Câu 17.3. Cho hình chóp $S.ABCD$có đáy là hình vuông cạnh $a, SD=a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB, K là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường SD và HK bằng

Câu 17.4. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa 2 mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ và $\left(BCC'B'\right)$ bằng $60°$, hình chiếu của B' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

Câu 17.5. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ và $\left(BCC'B'\right)$ bằng $60°$, hình chiếu của B' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

Câu 17.6. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và MN bằng

Câu 17.7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Gọi E là trung điểm của AB. Cho biết $AB=2a, BC=\sqrt{13}a, CC'=4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

Câu 17.8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45°$. Gọi E là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC.

Câu 17.9. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Tất cả các cạnh có độ dài bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC'.

Câu 17.10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

Câu 17.11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=a$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'O$ và BC.

Câu 17.12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, BC=2a$. SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$, góc tạo bởi SA với mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng 30^0, M là trung điểm của AC. Khoảng cách giữa AB và SM bằng?

Câu 17.13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD=2a$, $AB=BC=a$, $SA\perp\left(ABCD\right), SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa SB và DC bằng

Câu 17.14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC}=60^0$. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng CD và SA là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17.15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

Câu 17.16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a, BC=2a, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

Câu 17.17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuônng cạnh $2a$, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=3a$. Gọi M là trung điểm của cạnh CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BM bằng

Câu 17.18. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $BC=2a$, mặt bên $ACC'A'$ là hình vuông. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của AC, CC', $A'B'$ và H là hình chiếu của A lên BC. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MP và HN.

Câu 17.19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, biết $AB=a$, $AD=a\sqrt{3}$, ΔSAB cân tại S và $(SAB)\perp(ABCD)$. SO tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM với M là trung điểm SD.

Câu 17.20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $36a^3\sqrt{2}$, $AB=6a$, ΔSAB đều, $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SB, SC lần lượt lấy các điểm I, E sao cho $\overrightarrow{SI}=\frac{2}{5}\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{SC}$. Gọi H là trọng tâm ΔACD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và HE bằng bao nhiêu?

Câu 17.21. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O, cạnh a, $\widehat{ABC}=60°$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AO, $\left(\widehat{SB,(ABC)}\right)=60°$. Tính khoảng cách giữa SB và CI với I là trung điểm cạnh SD.

Câu 17.22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

Câu 17.23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAD là tam giác đều và $(SAD)\perp(ABCD)$. Gọi M là trung điểm của cạnh đáy AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM là

Câu 17.24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB=BC=a, AA'=a\sqrt{2}, M$ là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

Câu 17.25. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $\widehat{ASB}=60°$, $\widehat{BSC}=90°$ *và* $\widehat{CSA}=120°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB.

Câu 17.26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các mặt phẳng (SAB); (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang vuông tại các đỉnh A và B, có $AD=2AB=2BC=2a$; $SA=AC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

Câu 17.27. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a\sqrt{2}$, $AA'=a$. Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17.28. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB=a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng (ABC) là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Biết $A'H=\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AA' và BC theo a.

Câu 17.29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân, $AB=AC=a$, $AA'=a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB', BC'.

Câu 17.30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm $I; AB=2a; BD=\sqrt{3}AC$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh A, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AI. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng.

Câu 17.31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. $SA\perp(ABC)$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng 30°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC

Câu 17.32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B. Biết $SA\perp(ABCD)$, $AB=BC=a$, $AD=2a$, $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

Câu 17.33. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD.

Câu 17.34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, $SA\perp(ABCD)$, $SA=a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $MD=2MS$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM bằng

Câu 17.35. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=a$, $BC=2a$, $\widehat{ACB}=120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a.

Câu 17.36. Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa SB và AC.

Câu 17.37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD=\dfrac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD theo a là

Câu 17.38. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng

Câu 17.39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $\widehat{SBD}=60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng

Câu 17.40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M,N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CD. $SA=\sqrt{5}$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng

Câu 17.41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AB=a$, $BC=a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng 60°. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

Câu 17.42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Goi E là trung điểm AB. Cho biết $AB=2a, BC=a\sqrt{13}, CC'=4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

Câu 17.43. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=AA'=2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17.44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA=SB=SC=11$, $\widehat{SAB}=30°$, $\widehat{SBC}=60°$ và $\widehat{SCA}=45°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD?

Câu 17.45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Hình chiếu của S trên mặt đáy là trung điểm của H của OA. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC.

Câu 17.46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD}=60^{\circ}$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=3a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và AD bằng

Câu 17.47. Cho hình chóp $S.ABC$ với đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC=2BC$, đường trung tuyến BM, đường phân giác trong CN và $MN=a$. Các mặt phẳng (SBM) và (SCN) cùng vuông góc với mặt phẳng (ABC). Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\dfrac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. Gọi I là trung điểm của SC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và IB bằng

Câu 17.48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=AD=a$, $BC=2a$. Cạnh bên SB vuông góc với đáy và $SB=a\sqrt{7}$, M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và SC.

Câu 17.49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều cạnh a. Biết $SO\perp(ABCD)$ và $SO=\dfrac{3a}{4}$. Gọi M là trung điểm CD, khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD là

Câu 17.50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang có đáy lớn AB, SA vuông góc mặt phẳng đáy, $AD=CD=CB=\dfrac{1}{2}AB=2a$, $SA=a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và CB bằng

Câu 17.51. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết rằng diện tích mặt bên $(ABB'A')$ bằng $15\,\text{cm}^2$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $(ABB'A')$ bằng $6\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$.

Câu 17.52. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ và độ dài cạnh $BA'=\sqrt{6}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17.53. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết số đo góc nhị diện $[A',BC,A]$ bằng $30°$ và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 32. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng bao nhiêu?

Câu 17.54. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và có độ dài các cạnh $AB=a\sqrt{3}$, $BC=2a$, $AA'=a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ khi $a=1$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.55. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh 2 và góc giữa hai mặt phẳng $(AC'D')$ và $(ABCD)$ bằng 30°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $A'B$. (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 17.56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=3$, $AD=1$. Biết $SA=2$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là điểm thuộc đoạn thẳng DC sao cho

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$DC = 3DM$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Biết rằng $AB = 1$; $AD = 2$ và $SA = 3$. Gọi M là trung điểm AB. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và DM (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.58. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1 và cạnh bên $SA = 2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.59. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 2 và đáy là tam giác ABC vuông cân tại C. Biết rằng $CA = CB = 1$ và gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC'. (kết quả làm trong đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 17.60. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Biết rằng $AB = 1$; $SA = 2$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.61. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng 1 và cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$ và $SA = 1$. Gọi M là trung điểm của đoạn SD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.63. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O; $OB = 1$ và $OC = \sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng (OBC); $OA = \sqrt{3}$ và gọi M là trung điểm của BC . Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.64. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD. Biết $SO = AB = 2$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 17.65. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh $AB = 6$. Gọi M là trung điểm cạnh AA_1. Biết góc giữa hai đường thẳng CM và A_1B là $45°$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng CM và A_1B. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17.66. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2, SA$ vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SCM), kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Câu 17.67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $[B, SC, D]$ bằng $120°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Câu 17.68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = 1cm$, $CD = 2cm$. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}cm^3$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu centimet? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 17.69. Kim tự tháp ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $262m$ và cạnh bên là $230m$. Giả sử, từ một mặt bên của kim tự tháp ta cần đào một con đường

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ngắn nhất để đi đến tâm của đáy kim tự tháp, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Câu 17.70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a$, $AD=2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến đường thẳng SD bằng $m.a$; $m\in\mathbb{R}$. Giá trị của m bằng bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Câu 17.71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB=3$, $AD=6$, $SA=5$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD, N là điểm thuộc đoạn CD sao cho $CN=3ND$. Khoảng cách từ G đến (SBN) là $\dfrac{a}{b}$ *(phân số tối giản)*, tính giá trị ab.

Câu 17.72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E,F lần lượt là trung điểm của SA,CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và EF (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Câu 17.73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm $O, AB=2$, $BC=2\sqrt{3}$. Tam giác OAS cân tại S, mặt phẳng $\left(SAD\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, góc giữa SD và $\left(ABCD\right)$ bằng 60^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC.

Câu 17.74. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 4, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 17.75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $\left[B,SC,D\right]$ bằng 120°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Câu 17.76. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh 2, $\widehat{ABC}=120^0$, $SB=2$. Mặt phẳng $\left(SAD\right)$ vuông góc với đáy và cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

Câu 17.77. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA'=2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD'.

Câu 17.78. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BC'.

Câu 17.79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $4a$, cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60^0, M là trung điểm của BC, N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DN=a$. Tính theo khoảng cách giữa SB và MN.

Câu 17.80. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{11}$. Gọi I là trung điểm cạnh CD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BI.

Câu 17.81. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$, $SA=3a$, $AB=10a$, $BC=14a$, $AC=6a$. Gọi M là trung điểm AC, N là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AN=\dfrac{3}{5}AB$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và CN.

Câu 17.82. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB=a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với $\left(ABC\right)$. Lấy M thuộc SC sao cho $CM=2MS$. Khoảng cách giữa hai đường AC và BM là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 17.83. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy tâm O và cạnh đáy bằng a, $SA=SB=SC=SD=a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh CD, AB. Tính khoảng cách giữa AM và SN.

Câu 17.84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=a$, góc $\widehat{ABD}=45^0$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm SB,BC,SD. Tính khoảng cách giữa AP và MN.

Câu 17.85. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a $\widehat{DAA'}=\widehat{A'AB}=60°$, $\widehat{BAD}=90°$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CC',DD'. Tính khoảng cách giữa MN và PQ.

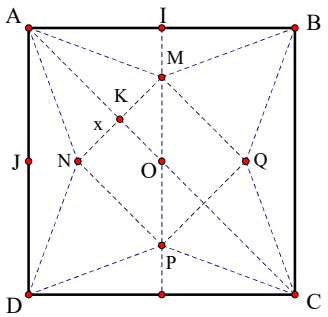
Câu 17.86. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

Câu 17.87. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C và cạnh $AC=2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AC. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ bằng $30°$; góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'H$ và $B'C$.

Câu 17.88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SC=2a$. Gọi M là trung điểm CD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SC.

Câu 17.89. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, gọi E là trung điểm AD. Cho $AD=2AB=2BC=2a$, $AA'=3a$. Hãy tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BE và $A'D$.

Câu 17.90. Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\dfrac{a\sqrt{2}}{b}(m)$ ($a,b\in\mathbb{Z}$; a, b nguyên tố cùng nhau). Tính tổng a^2+b^2?

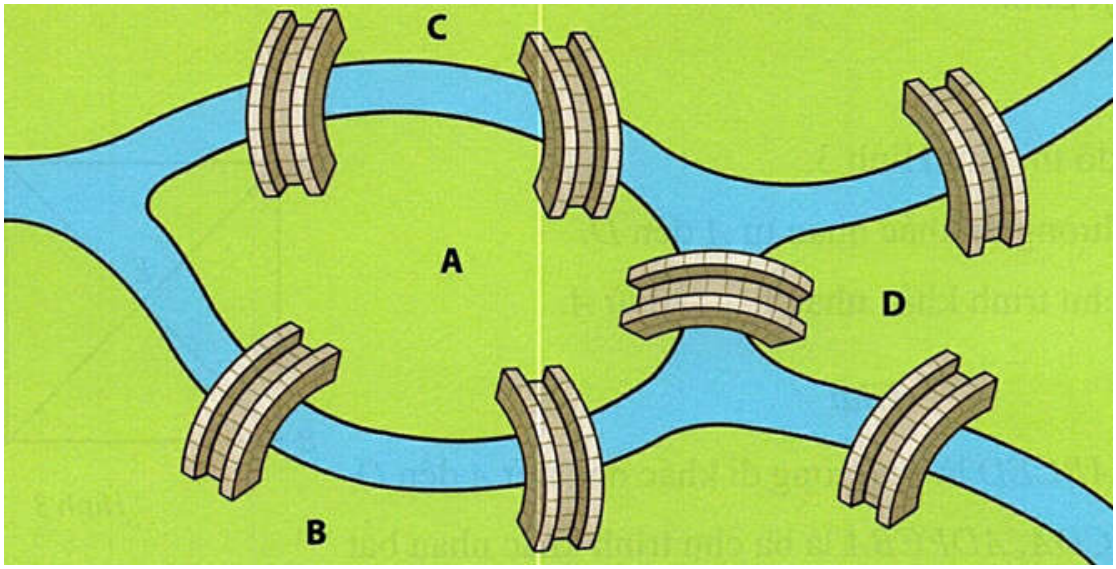


----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

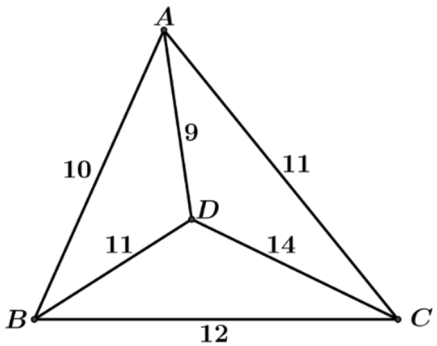
DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

ĐƯỜNG ĐI EULER VÀ ĐƯỜNG ĐI HAMILTON



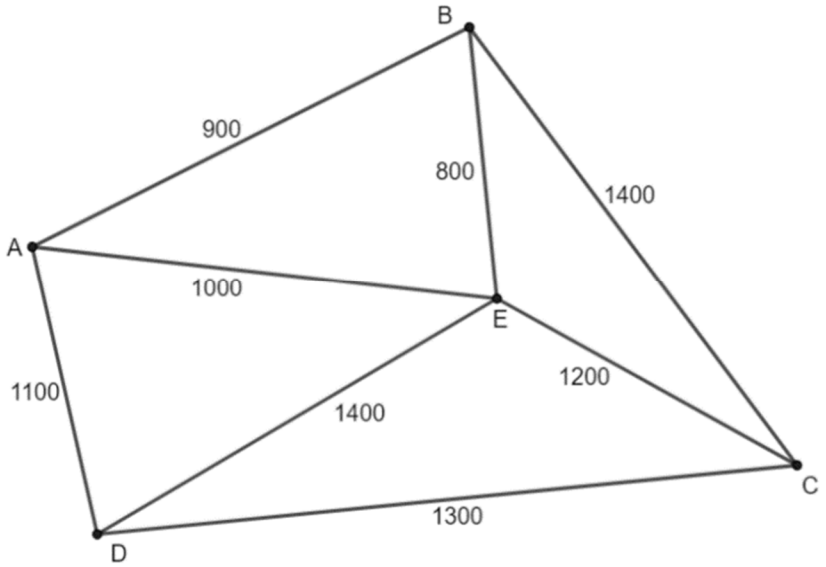
DẠNG CÂU 18. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (28 CÂU)

Câu 18.1. **(ĐMH 2025)** Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

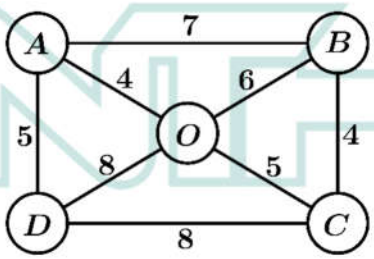


Câu 18.2. Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình *(tính theo đơn vị nghìn đồng)*. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ thành phố A đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố A. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng *(tính theo đơn vị nghìn đồng)*?

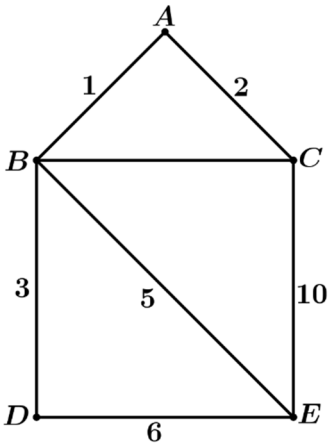
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Câu 18.3. Trong một trò chơi điện tử, người chơi sẽ khởi đầu tại một trong năm vị trí xuất phát tại các điểm A,B,C,D,O. Ban đầu, người chơi sẽ có 50 HP (HP là từ viết tắt của: "Health Points") và người chơi sẽ đi từ điểm xuất phát đến các điểm còn lại để tiêu diệt địch (các đường đi qua sẽ không thể quay trở lại). Ứng với mỗi đường đi qua, người chơi sẽ mất một lượng HP nhất định được ký hiệu trên sơ đồ dưới đây. Sau cùng, người chơi phải quay lại vị trí xuất phát và tiêu diệt địch cuối cùng ngay tại đó. Biết đường đi cuối cùng này sẽ mất gấp đôi lượng HP yêu cầu. Hỏi sau khi hoàn thành nhiệm vụ thì người chơi có thể giữ lại tối đa bao nhiêu HP?

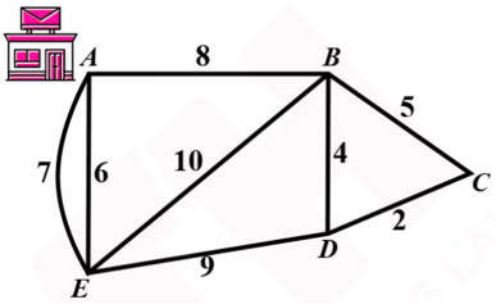


Câu 18.4. Có năm địa điểm A, B, C, D, E. Một số địa điểm có đường đi tới nhau môt tả bằng các cạnh với độ dài quãng đường tính theo kilomet cho bởi số gắn với cạnh đó như hình vẽ. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí C, cần đi qua tất cả các đường (mỗi đường đi qua ít nhất một lần) và sau đó phải trở về vị trí ban đầu C. Tổng số kilomet mà người đưa thư phải đi nhỏ nhất là bao nhiêu?

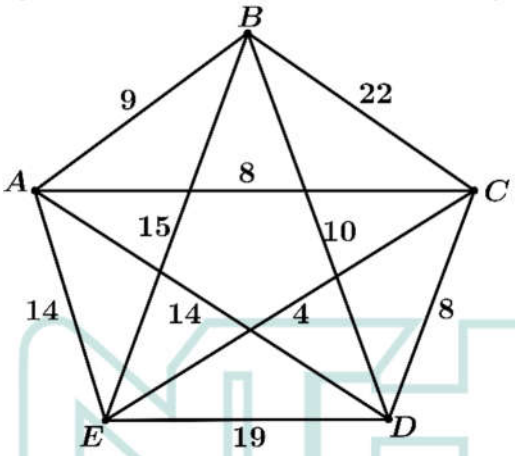


Câu 18.5. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc theo các con đường cần phải đi qua. Biết người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối

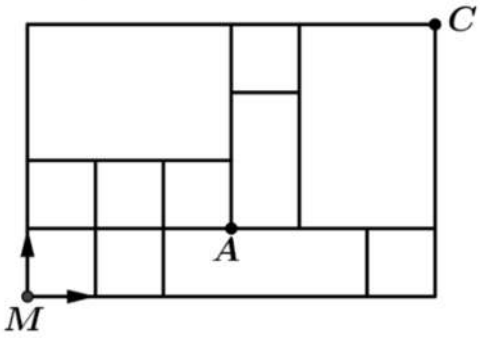
cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể bằng bao nhiêu?



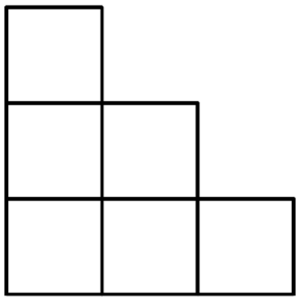
Câu 18.6. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 18.7. Trên đường đi từ nhà Mạnh (M) đến công ty (C) có điểm A người ta đang thi công sửa chữa đường nên không thể đi qua vị trí điểm A. Biết rằng toàn bộ cung đường theo bản đồ từ dưới lên trên và từ trái qua phải là đường một chiều nên vì vậy nên Mạnh chỉ được phép đi lên hoặc đi sang phải. Mạnh có bao nhiêu cách đi từ nhà đến công ty?



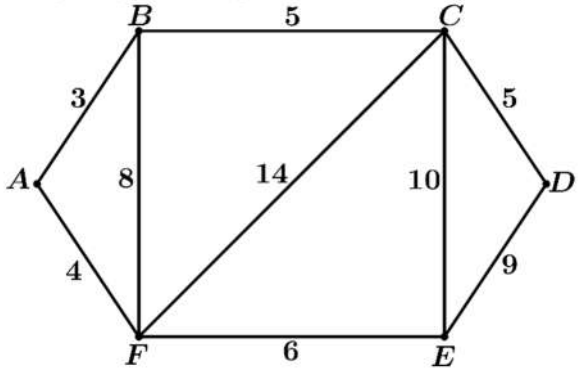
Câu 18.8. Bạn Hoa tạo ra một cầu thang ba bậc bằng 18 que tăm như hình vẽ dưới đây.



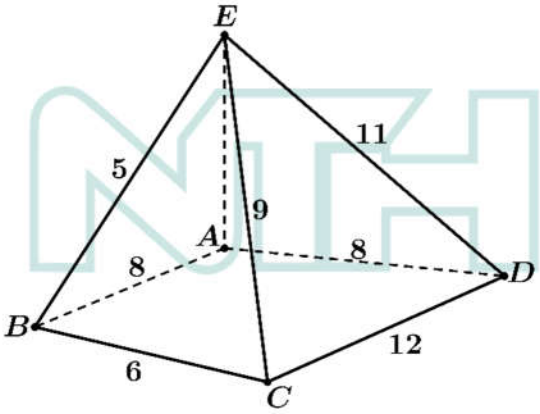
Hỏi Hoa cần thêm bao nhiêu que tăm để hoàn thành một cầu thang 5 bậc?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

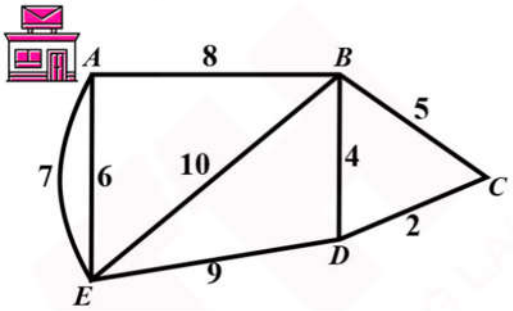
Câu 18.9. Giả sử có 6 địa điểm A, B, C, D, E, F được nối với nhau theo những con số với độ dài (Đơn vị tính: kilomet) được môt tả như hình vẽ dưới đây. Một người giao hàng cần đi giao hàng tại 6 địa điểm trên. Người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể di chuyển là bao nhiêu kilomet?



Câu 18.10. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi lần đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá huỷ và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải quay trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

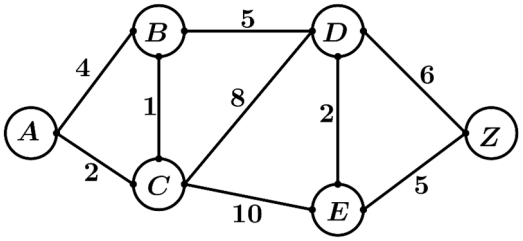


Câu 18.11. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con dường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?

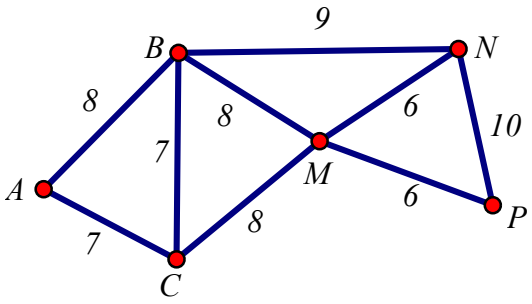


Câu 18.12. Đồ thị trong hình vẽ kí hiệu tất cả các vị trí: A,B,C,D,E,Z trên mạng lưới giao thông công cộng. Số trên cạnh nối các ví trí biểu thị trọng số về chi phí đi lại giữa các tuyến giao thông. Một người xuất phát từ B phải đi qua tất cả các tuyến đường và cuối cùng quay trở lại B. Tìm tổng chi phí (theo trọng số) tối ưu nhất mà người ấy có thể đi.

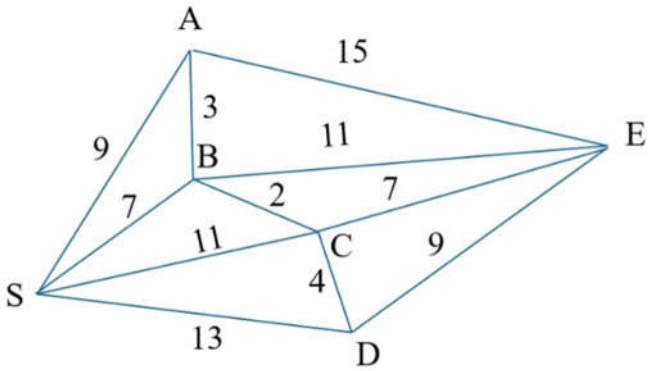
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



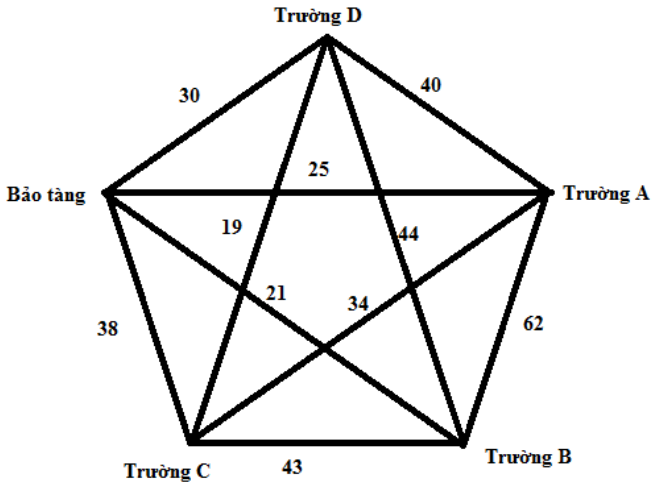
Câu 18.13. Trong một trò chơi, người chơi muốn tìm đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P, biết từ A đến P có những đường đi như hình vẽ và khoảng cách giữa các vị trí được cho trên hình. Đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 18.14. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh S đến E trong đồ thị trọng số ở dưới(Mỗi đỉnh chỉ được đi qua 1 lần và không đi lại đường cũ). Tính độ dài đường đi ngắn nhất đó. (Đơn vị km)

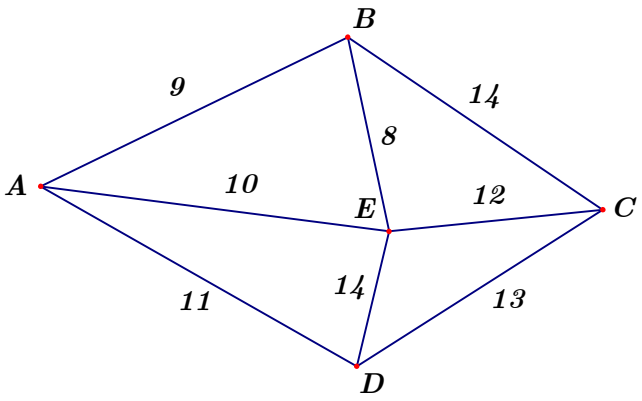


Câu 18.15. Một bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu các nội dung cuộc triển lãm nghệ thuật đến bốn trường học trong khu vực.Giám đốc bảo tàng giao cho một nhân viên đi giới thiệu với yêu cầu: người đó phải đến từng trường và quay lại bảo tàng sau khi thăm cả bốn trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường được mô tả như trong hình. Thời gian ngắn nhất để nhân viên đó hoàn thành nhiệm vụ khi xuất phát từ bảo tàng là bao nhiêu?

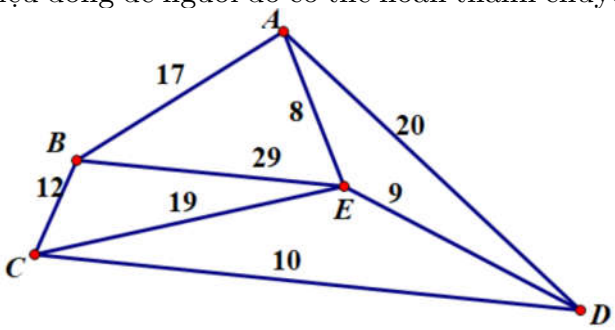


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

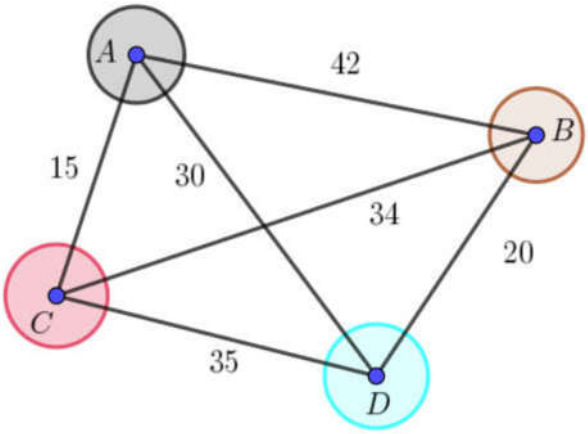
Câu 18.16. Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình (đơn vị tính: triệu đồng). Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.



Câu 18.17. Một du khách dự định thuê ô tô đi du lịch xuất phát từ tỉnh A và lần lượt đi qua các tỉnh còn lại (mỗi tỉnh đi qua một lần duy nhất) rồi quay trở về tỉnh ban đầu với thời gian (đơn vị: Giờ) đi giữa các tỉnh được cho như hình vẽ. Biết giá thuê xe ở thời điểm hiện tại là 50000 đồng/giờ và không thay đổi trong suốt hành trình. Hỏi chi phí tiền thuê xe ít nhất bằng bao nhiêu triệu đồng để người đó có thể hoàn thành chuyến đi của mình?

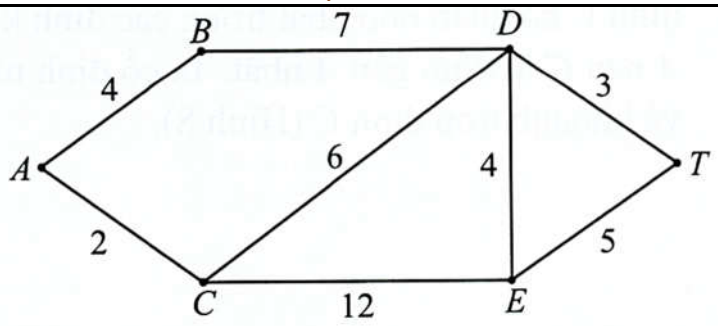


Câu 18.18. Trường THPT A tổ chức chuyến đi về nguồn cho học sinh tham quan 4 địa điểm A, B, C, D. Thời gian (đơn vị: phút) di chuyển qua lại giữa các điểm tham quan được mô tả ở hình bên. Đoàn học sinh của trường sẽ tham quan một địa điểm nào đó đầu tiên, rồi đi qua tất cả các địa điểm còn lại, mỗi khi đã tham quan địa điểm nào rồi thì sẽ không quay lại đó nữa nhưng phải về địa điểm ban đầu để trở về. Hỏi tổng thời gian tham quan các địa điểm thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



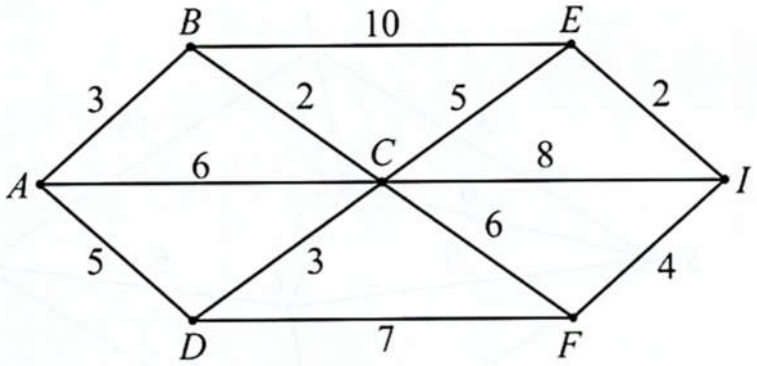
Câu 18.19. Tìm đường đi ngắn nhất với đồ thị có trọng số như hình bên dưới.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

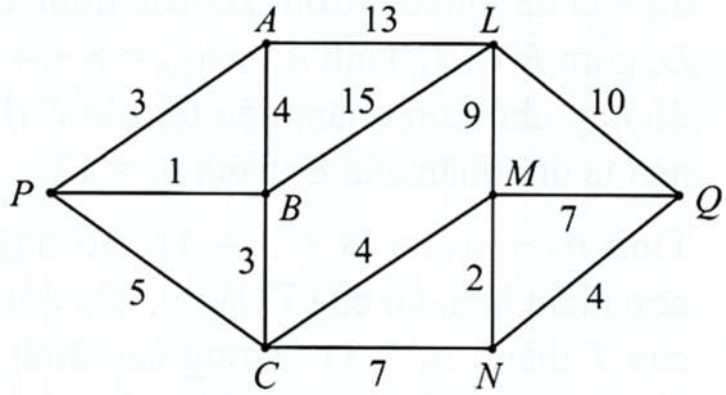


Tìm tất cả các đường đi từ A đến T (đi qua mỗi đỉnh nhiều nhất một lần) và tính độ dài của mỗi đường đi đó. Từ đó, tìm đường đi ngắn nhất từ A đến T.

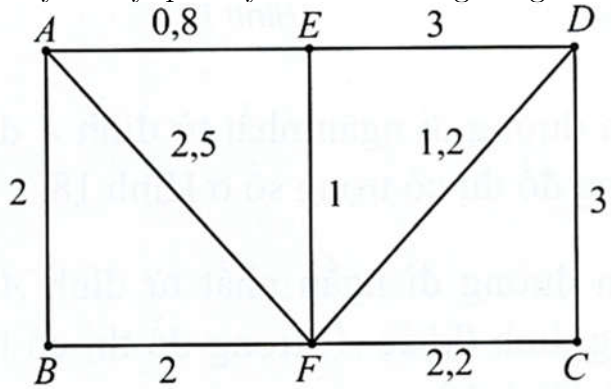
Câu 18.20. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh I trong đồ thị có trọng số ở hình bên dưới.



Câu 18.21. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh P đến đỉnh Q trong đồ thị có trọng số ở bên dưới.

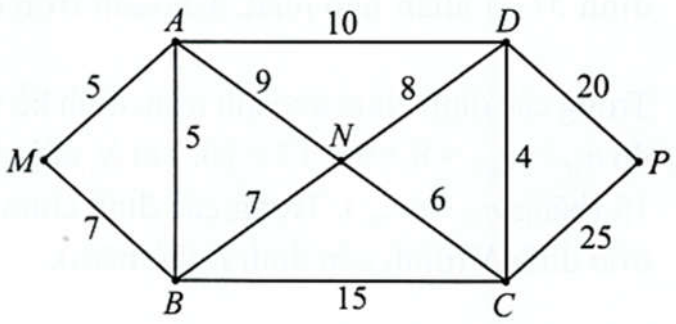


Câu 18.22. Trong đồ thị có trọng số ở dưới đây , mỗi cạnh biểu diễn một tuyến xe buýt giữa hai bến trong các bến xe A, B, C , D, E và F , trọng số của mỗi cạnh biểu diễn thời gian tính bằng giờ của tuyến xe buýt tương ứng. Một người cần ít nhất bao nhiêu thời gian để di chuyển từ bến A đến bến C bằng xe buýt của các tuyến trên? Biết rằng thời gian tại bến để chuyển tiếp từ tuyến này qua tuyến kia là không đáng kể.



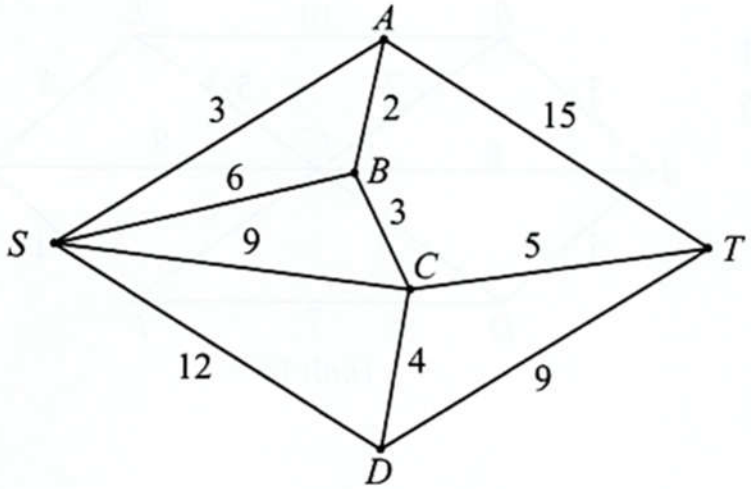
Câu 18.23. Cho đồ thị có trọng số như hình dưới đây.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

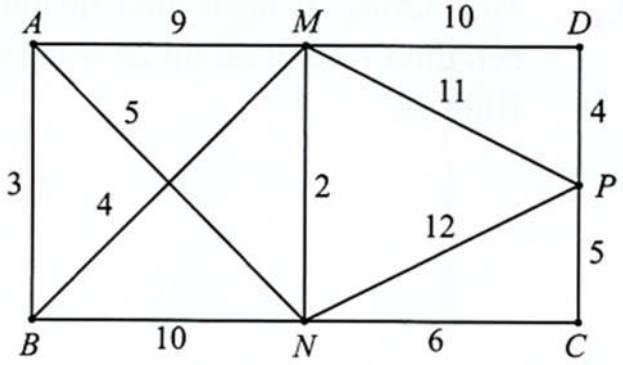


a) Tính độ dài các đường đi $ABCD$, $MBNCP$.
b) Chỉ ra ba đường đi khác nhau từ M đến N và tính độ dài của chúng.
c) MBC có phải là đường đi ngắn nhất từ M đến C không?

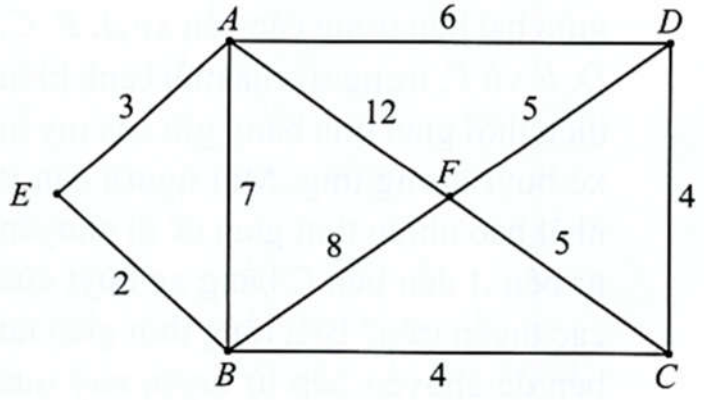
Câu 18.24. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh S đến T trong đồ thị có trọng số ở hình dưới đây.



Câu 18.25. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến P trong đồ thị có trọng số ở hình dưới đây.

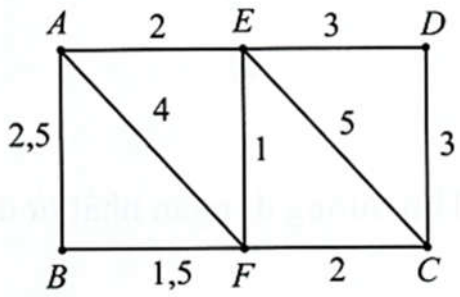


Câu 18.26. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến từng đỉnh (khác A) trong đồ thị có trọng số ở hình dưới đây.

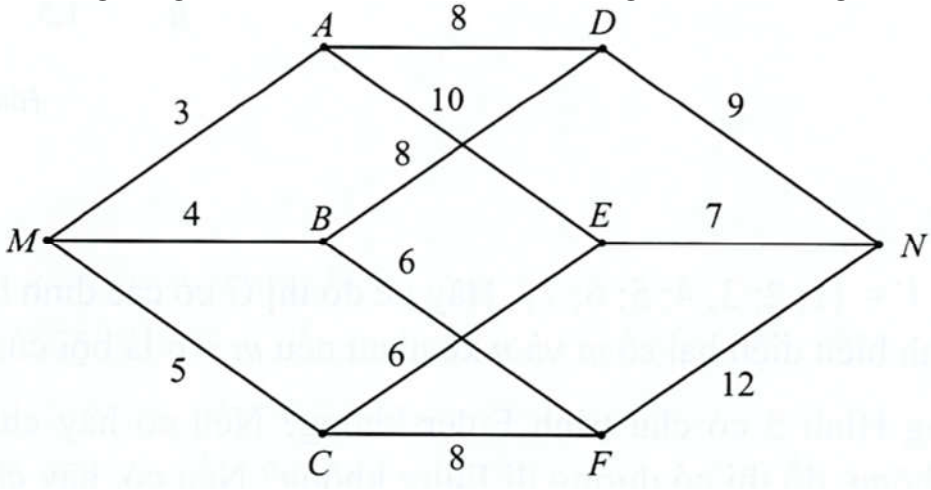


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 18.27. Cho đồ thị có trọng số như dưới đây. Đường đi ngắn nhất từ A đến C là



Câu 18.28. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh M đến N trong đồ thị có trọng số sau:



----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

NGUYỄN TIẾN HÀ

① Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

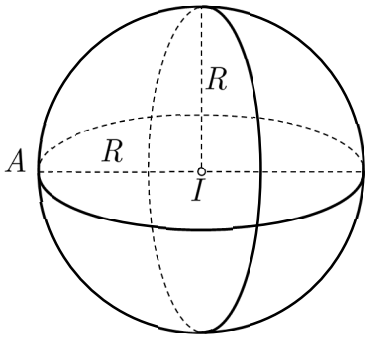
$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Leftrightarrow (S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:

$$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}.$$

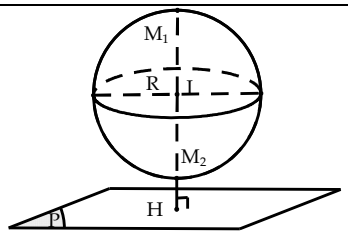
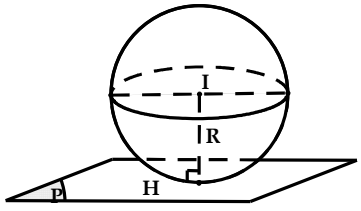
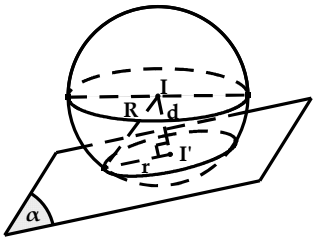
Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2

Tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}>0$.



Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d=IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

Nếu $d>R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.	Nếu $d<R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.
		

Lưu ý: Chu vi của đường tròn giao tuyến $C=2\pi r$, diện tích đường tròn $S=\pi r^2$. Nếu $d_{[I;(P)]}=0$ thì giao tuyến là một đường tròn qua tâm I và được gọi là đường tròn lớn. Lúc này (P) được gọi là mặt phẳng kính của mặt cầu (S).

DẠNG CÂU 19. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (65 CÂU)

Câu 19.1. **(ĐMH 2025)** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A\left(3;1;0\right)$, $B\left(3;6;6\right)$, $C\left(4;6;2\right)$, $D\left(6;2;14\right)$; vị trí $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Câu 19.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(-1;5;-4\right)$, $B\left(2;-3;6\right)$, $C\left(0;4;2\right)$, $D\left(1;7;-5\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{62}$, $MB=\sqrt{35}$, $MC=\sqrt{6}$, $MD=\sqrt{89}$. Tìm điểm M.

Câu 19.3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(2;4;-1\right)$, $B\left(4;-2;3\right)$, $C\left(5;0;6\right)$, $D\left(8;-1;0\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{26}$, $MB=\sqrt{30}$, $MC=\sqrt{22}$, $MD=\sqrt{68}$. Tìm điểm M.

Câu 19.4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(3;4;-1\right)$, $B\left(7;0;-2\right)$, $C\left(-3;2;4\right)$, $D\left(4;-1;5\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=6$, $MB=9$, $MC=\sqrt{41}$, $MD=\sqrt{26}$. Tìm điểm M.

Câu 19.5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(4;0;3\right)$, $B\left(-3;2;1\right)$, $C\left(5;-2;7\right)$, $D\left(4;6;-5\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{34}$, $MB=\sqrt{83}$, $MC=\sqrt{51}$, $MD=\sqrt{122}$. Tìm điểm M.

Câu 19.6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(0;2;4\right)$, $B\left(3;1;5\right)$, $C\left(-6;2;3\right)$, $D\left(4;-2;3\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{50}$, $MB=\sqrt{33}$, $MC=\sqrt{153}$, $MD=9$. Tìm điểm M.

Câu 19.7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(3;5;-6\right)$, $B\left(0;1;3\right)$, $C\left(2;-4;1\right)$, $D\left(5;-2;-3\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{209}$, $MB=\sqrt{97}$, $MC=\sqrt{186}$, $MD=\sqrt{203}$. Tìm điểm M.

Câu 19.8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(1;-3;4\right)$, $B\left(2;5;-3\right)$, $C\left(1;-4;2\right)$, $D\left(0;2;5\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{182}$, $MB=\sqrt{178}$, $MC=\sqrt{229}$, $MD=\sqrt{52}$. Tìm điểm M.

Câu 19.9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(2;1;-2\right)$, $B\left(3;4;2\right)$, $C\left(0;5;6\right)$, $D\left(4;2;5\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $AM=\sqrt{42}$, $BM=8$, $CM=\sqrt{106}$, $DM=\sqrt{46}$. Tìm điểm M.

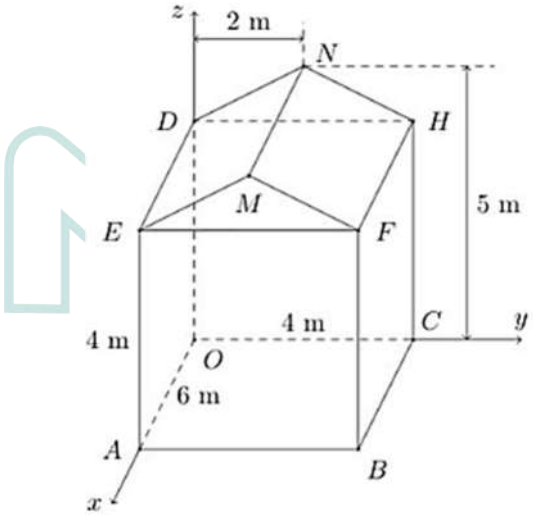
Câu 19.10. Trong không gian với một hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (mỗi đơn vị đo trên trục là một kilômét), rađar phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ vị trí điểm $M\left(500;200;8\right)$ đến điểm $N\left(a;b;c\right)$ trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 10 phút tiếp theo máy bay sẽ ở vị trí điểm $P\left(900;360;16\right)$. Tính giá trị biểu thức $S=a-b-2c$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

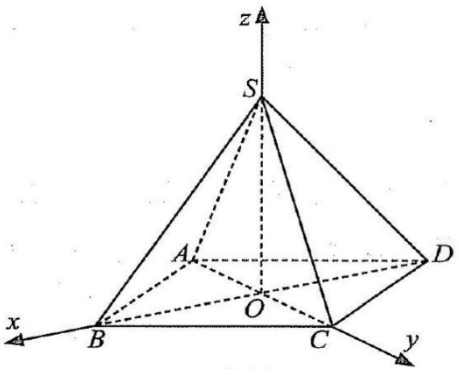
Câu 19.11. Ban tổ chức Lễ hội khinh khí cầu Ninh Bình cung cấp dịch vụ chụp ảnh bằng Flycam phục vụ du khách. Xét trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục là một kilômét), Flycam sẽ xuất phát từ vị trí của Ban tổ chức là điểm $I\left(3;0;0\right)$, bay đến vị trí được yêu cầu chụp ảnh trong bán kính không quá $3km$. Trong một tình huống, khinh khi cầu thứ nhất đang ở vị trí $M\left(5;4;4\right)$ có vận tốc bay không đổi là $20\ km/h$, khinh khí cầu thứ hai đang ở vị trí $N\left(6;0;3\right)$ có vận tốc bay không đổi là $10\ km/h$. Hai người bạn trên hai khinh khí cầu này muốn chọn một vị trí $A\left(a;b;c\right)$ để chụp ảnh bằng Flycam của Ban tổ chức sao cho tổng thời gian bay của hai khinh khí cầu đến A là nhỏ nhất (giả thiết đường bay của khinh khí cầu là đường thẳng). Tính $S=a+b+c$.

Câu 19.12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;5\right)$. Gọi $\left(P\right)$ là mặt phẳng đi qua M và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất. Biết mặt phẳng $\left(P\right)$ cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C. Tính thể tích tứ diện $OABC$.

Câu 19.13. Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ bên nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (*đơn vị trên mỗi trục là mét*). Biết rằng sàn nhà, bốn mặt bên cùng với các mặt phẳng $\left(DEMN\right)$ và $\left(MNHF\right)$ là các hình chữ nhật, tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(DEMN\right)$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).



Câu 19.14. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $SB=5, CD=3\sqrt{2}$ được gắn vào hệ trục sao cho tâm của đáy $ABCD$ trùng với gốc toạ độ O như hình vẽ.



a) Tọa độ đỉnh $S\left(0;0;4\right)$.

b) Trọng tâm của tam giác SCD là điểm $G\left(-1;1;1\right)$

c) Gọi M là trung điểm cạnh SD thì $BM=2\sqrt{6}$.

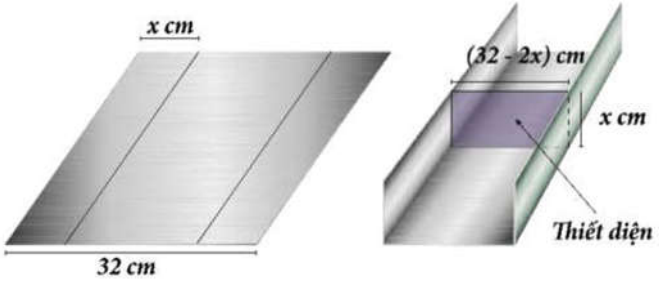
d) Nếu $E\left(a;0;b\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ sao cho $\left|EG-EA\right|$ là lớn nhất thì $4a^2-b^2=5$.

Câu 19.15. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo là kilomét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $D\left(1000;600;14\right)$ đến điểm $H\left(a;b;c\right)$ trong 30 giây. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận

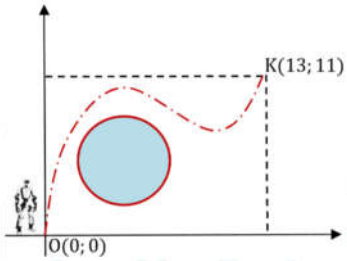
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 giây tiếp theo là điểm $K\left(1400;800;16\right)$. Tính giá trị của tổng $a+b+2c$.

Câu 19.16. Làm máng xối nước bằng một tấm nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm nhôm thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông (như hình vẽ). Để tạo ra đường rãnh có diện tích mặt ngang (thiết diện) lớn nhất để cho nước đi qua nhiều nhất. Diện tích lớn nhất của thiết diện là bao nhiêu cm^2?

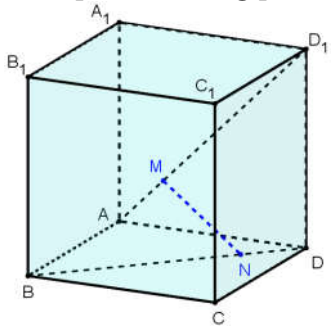


Câu 19.17. Trên hệ trục tọa độ Oxy, một Robot AI được lập trình để đi từ điểm $O\left(0;0\right)$ đến $K\left(13;11\right)$, trên đường đi phải tránh vùng chướng ngại vật là miền trong của hình tròn tâm $I\left(5;5\right)$, bán kính $R=\sqrt{10}$ (Robot vẫn đi được trên biên của đường tròn, tham khảo hình vẽ). Tính độ dài quãng đường tối ưu nhất mà Robot có thể đi từ điểm O đến K. (kết quả làm tròn hàng phần mười).



Câu 19.18. Trong không gian $Oxyz$, một khinh khí cầu ở toạ độ $A\left(-16;-10;10\right)$ bắt đầu bay với véc tơ vận tốc không đổi $\vec{v}\left(4;3;-1\right)$ (đơn vị vận tốc là km/h) và dự kiến bay trong thời gian 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu đặt ở vị trí gốc toạ độ O kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12 km. Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là bao nhiêu phút?

Câu 19.19. Một kỹ sư thiết kế mô hình trang trí cho một sân khấu nổi có dạng hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với độ dài các cạnh bằng 5 m. Để tạo ra nét độc đáo cho sân khấu, người kỹ sư muốn thiết kế một dàn đèn ánh sáng nối từ một điểm M trên đoạn thẳng AD_1 xuống điểm N trên đoạn thẳng BD thỏa mãn $AM=ND$. Dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

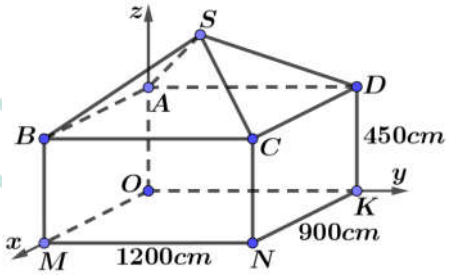


Câu 19.20. Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là $30N$ và được phân bố thành ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lên ba chân của giá đỡ. Ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60°. Hỏi độ lớn của lực $\overrightarrow{F_1}$ là bao nhiêu N (làm tròn đến hàng phần chục)?

Câu 19.21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3), B(7;10;6)$. Hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Khi $AM + BN$ nhỏ nhất, tính tổng hoành độ của M và tung độ của N.

Câu 19.22. Chào đón năm mới 2025, Thành phố trang trí đèn led cho biểu tượng hình chữ V được ghép từ các thanh $AB = 4\,\text{m}, AC = 5\,\text{m}$ sao cho tam giác ABC vuông tại B. Để tăng hiệu ứng, các kỹ sư đã thiết kế một chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút và một chuỗi led chạy từ A lên C với vận tốc 10 m/phút. Sau khi đóng nguồn điện thì cả hai chuỗi led đồng thời xuất phát. Hỏi sau bao nhiêu giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất?

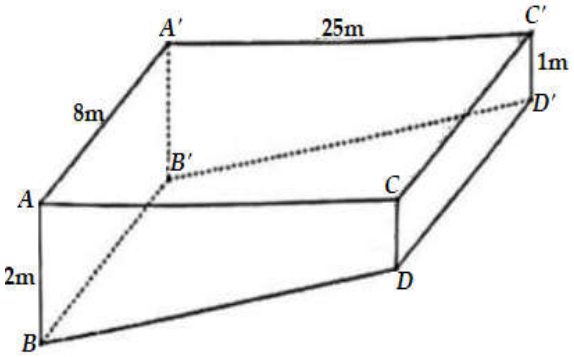
Câu 19.23. Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm, chiều rộng 900 cm, chiều cao 450 cm. Phần mái nhà dạng hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt đáy một góc α có $\tan\alpha = \dfrac{1}{5}$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox, K thuộc tia Oy, A thuộc tia Oz (như hình vẽ).



Biết $S\left(a;b;c\right)$ (đơn vị của a, b, c là centimet). Tính giá trị của biểu thức $P = a + b + c$

Câu 19.24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-2;-1), B(1;4;6), C(3;38;-16)$, $D(2;5;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn biểu thức $P = MD^4 - \dfrac{16}{3}\cdot MD^3 - 4MA^2 - 5MB^2 - MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q = a + b + c$? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

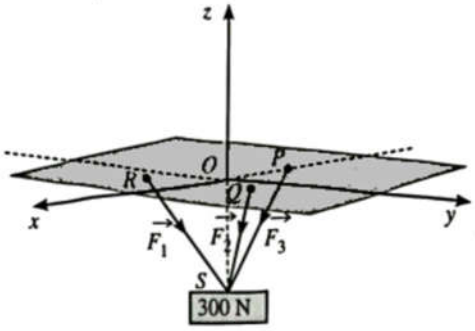
Câu 19.25. Mặt bể bơi của một dự án chung cư cao cấp có dạng một hình chữ nhật với chiều dài 25m và chiều rộng 8m. Bể bơi sâu 1m ở bên đầu nông và sâu 2m bên đầu sâu. Biết hai đầu nông, sâu thuộc hai bên theo chiều dài của bể bơi(tham khảo hình vẽ minh họa). Ban đầu bể không có nước, nước bắt đầu được bơm vào bể lúc 7 giờ sáng với tốc độ 1m^3 mỗi phút. Vào lúc 8 giờ 4 phút sáng thì mực nước dâng lên với tốc độ $\dfrac{1}{a}$ m/phút. Giá trị của a bằng bao nhiêu?



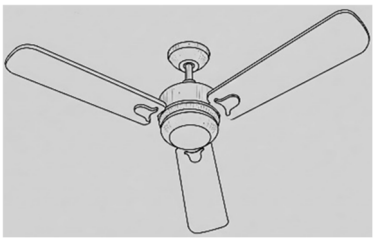
Câu 19.26. Một vật có trọng lượng $300N$ được treo bằng ba sợi dây cáp không dãn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$P\left(-2;0;0\right), Q\left(1;\sqrt{3};0\right), R\left(1;-\sqrt{3};0\right)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S\left(0;0;-2\sqrt{3}\right)$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng với $1N$). Gọi $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ tương ứng là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS. Giá trị $\left|\overrightarrow{F_1}\right| + 2\left|\overrightarrow{F_2}\right| + \left|\overrightarrow{F_3}\right|$ bằng bao nhiêu Niu – tơn? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

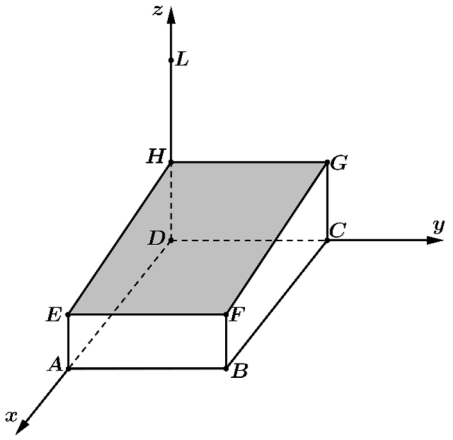


Câu 19.27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tọa độ dài 1cm) được đặt một góc trong một căn phòng. Có một cây quạt trần có ba cánh quạt và mỗi cánh cách đều nhau (minh họa như hình vẽ bên). Gọi $A\left(-10;-15;300\right)$ và $B\left(12;20;300\right)$ là hai trong ba đỉnh của cánh quạt trần. Chiều cao của ống treo với hộp điện cánh quạt gắn vào trần nhà là $50\,\text{cm}$ và đỉnh $S\left(a;b;c\right)$ với $a>0$ là giao điểm giữa trần nhà và ống treo cánh quạt. Tính $T=a-b+c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



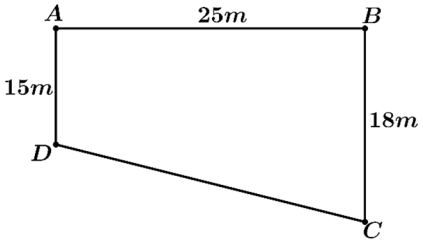
Câu 19.28. Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tỉ lệ độ dài trên các trục là $10\,\text{km}$ tính cho một đơn vị tỉ lệ trên mỗi trục có 4 vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A\left(-1;2;-1\right), B\left(1;4;0\right), C\left(3;0;9\right)$ và $D\left(7;10;-1\right)$. Ở một thời điểm cả bốn vệ tinh bắn tín hiệu về điểm M và đo được độ dài $MA=6, MB=3, MC=10, MD=6$. Ngay sau đó 10 giây, cả bốn vệ tinh lại bắn tín hiệu về vật M và đo được $MA=3, MB=4, MC=\sqrt{85}, MD=\sqrt{137}$. Nếu coi như vật M chuyển động thẳng đều thì tốc độ của vật bằng bao nhiêu (đơn vị: m/s và kết quả làm tròn đến hang đơn vị)? (Bỏ qua khoảng thời gian phát và thu tín hiệu)

Câu 19.29. Sân hiên hình chữ nhật của một ngôi nhà là khoảng đất $ABCD$ được lợp mái bằng kính màu để hạn chế ánh sáng đi qua với mái dốc. Các bề mặt bên $ADHE$ và $CGHD$ nằm ở bức tường bên ngoài ngôi nhà. Đặt vào mô hình hệ trục tọa độ như hình vẽ thì ta có $B\left(5;\frac{7}{2};0\right)$; $E\left(5;0;2\right)$ và $H\left(0;0;3\right)$. Trên tường nhà có một ngọn đèn đặt tại điểm L cách điểm D một khoảng $6\,\text{m}$ theo phương thẳng đứng. Phần có mái của sân hiên in bóng lên khu vườn bằng phẳng phía trước ngôi nhà dưới ánh đèn tạo thành khoảng đất hạn chế ánh sáng. Tính diện tích khoảng đất đó (Kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



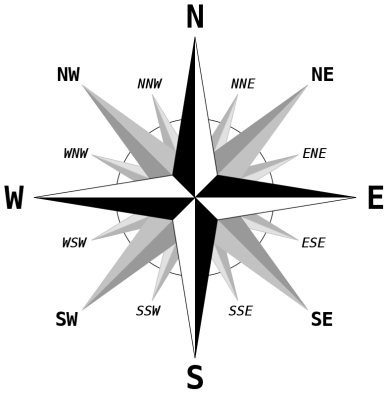
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19.30. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A,B,C,D minh họa như hình vẽ dưới đây:

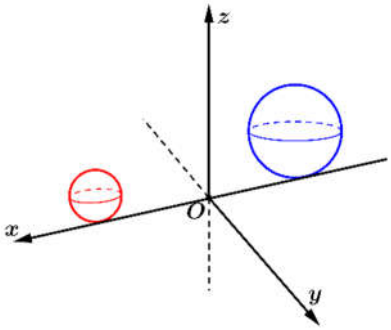


Bước đầu chúng được lấy " thăng bằng" để có cùng độ cao và tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB=25\,\text{m}$, $AD=15\,\text{m}$, $BC=18\,\text{m}$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10\,\text{cm}$, $a\,\text{cm}$, $6\,\text{cm}$ tương ứng sao cho bốn điểm A,B',C',D' đồng phẳng. Giá trị của a bằng bao nhiêu? (Đơn vị: cm)

Câu 19.31. Một Hai quả bóng bay được thả lên cùng một địa điểm. Sau một khoảng thời gian, quả bóng thứ nhất nằm cách địa điểm xuất phát 200m về hướng Đông và 200m về hướng Nam, đồng thời cách mặt đất 50m; quả bóng thứ hai nằm cách địa điểm xuất phát 100m về hướng Tây và 100m về hướng Bắc, đồng thời cách mặt đất 40m. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất quan sát thấy hai quả bóng này. Biết rằng so với các vị trí quan sát trên mặt đất, vị trí người đứng có tổng khoảng cách đến hai quả bóng bay là nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ vị trí người quan sát đến địa điểm thả hai quả bóng bay này (Đơn vị: mét) (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 19.32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai viên bi xanh và đỏ ban đầu dạng hai mặt cầu lần lượt là $\left(S_{do}\right):\left(x-10\right)^2+y^2+\left(z-3\right)^2=9$ và $\left(S_{xanh}\right):\left(x+12\right)^2+y^2+\left(z-4\right)^2=16$. Biết mặt đất trùng với mặt phẳng Oxy và hai mặt cầu này tiếp xúc với mặt phẳng Oxy với điểm tiếp xúc nằm trên trục Ox. Truyền cho hai viên bi đỏ và xanh lần lượt các tốc độ không đổi $v_{\text{đ}}=5\,(\text{m/s})$ và $v_x=3\,(\text{m/s})$ thì hai viên bi lăn thẳng về phía nhau dọc theo trục Ox (Điểm tiếp xúc luôn nằm trên Ox). Sau khoảng thời gian bằng bao nhiêu giây thì hai viên bi va chạm lần đầu tiên (Đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét và kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



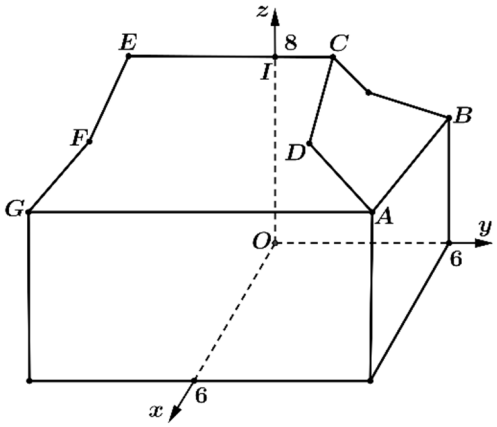
Câu 19.33. Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R=6$ (nghìn km). Với một hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

km, hai vệ tinh có tọa độ $A\left(26;0;0\right), B\left(0;26;0\right)$. Xét điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 19.34. Trên khu vực miền núi thì người dân thường xây dựng nhà ở dạng nhà sàn và được minh họa như hình vẽ dưới đây:





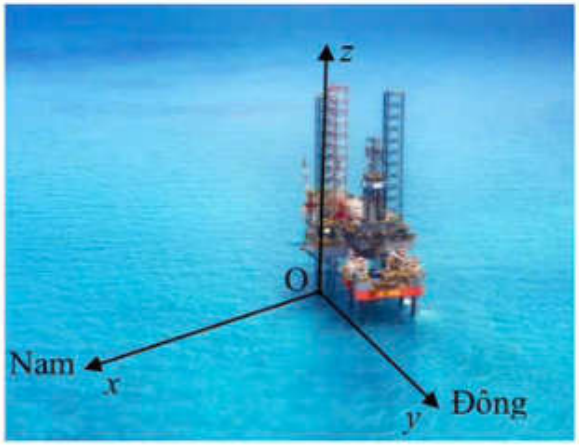
Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm có tọa độ lần lượt là $G\left(6;-6;6\right); C\left(3;4;8\right)$; $F\left(4;-4;7\right)$ và điểm I là trung điểm CE. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng a°. Giá trị của a bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 19.35. Một công ty xây dựng đang lên kế hoạch thiết kế một tòa nhà chọc trời trong khu đô thị mới. Để đảm bảo an toàn và sẵn sàng cho các tình huống khẩn cấp, công ty muốn thiết kế đường bay tối ưu cho trực thăng cứu hộ tiếp cận đỉnh tòa nhà. Giả sử tòa nhà được xây dựng với đỉnh tòa nhà $T\left(40;60;150\right)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ nằm ở mặt đất. Trực thăng cứu hộ khởi hành từ sân bay tại điểm $X\left(100;-40;0\right)$. Một người A đứng trong tầng nào đó của tòa nhà có tọa độ là $A\left(40;30;-20\right)$. Gọi phương trình đường thẳng d mô tả đường bay tối ưu của trực thăng cứu hộ từ điểm X đến đỉnh tòa nhà T và $M\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc đường bay của trực thăng cứu hộ để khoảng cách từ M đến A ngắn nhất. Tính $a+b+c$.



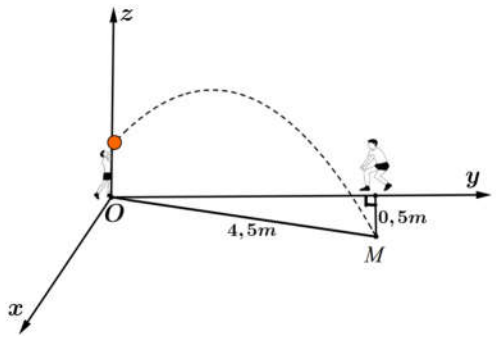
Câu 19.36. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25km về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20;15;0)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



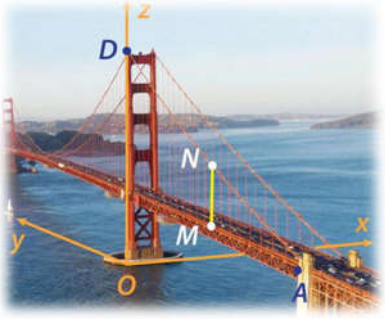
a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.
b) Radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.
c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.
d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí Cách O 15km về phía nam.
Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km.

Câu 19.37. Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Hoàng và An đang tập chuyền bóng cho nhau, Hoàng ném bóng cho An đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Hoàng và rơi xuống vị trí M cách An 0,5 m và cách Hoàng 4,5 m được mô tả bằng hình vẽ bên dưới.



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha): ax+\frac{1}{2}y+cx+d=0$ và vuông góc với mặt đất. Khi đó giá trị của $a+c+d$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 19.38. Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ Oxyz với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m$, điểm A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz $343m$

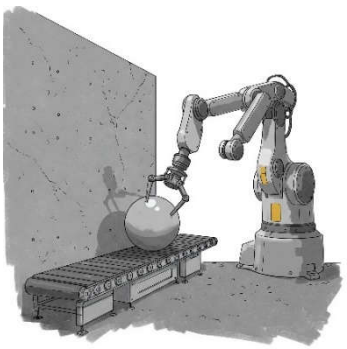


Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước $75\,m$ và MN song song với cột trụ. Khi điểm M cách trục Oz một khoảng bằng $230\,m$, tính độ dài đoạn dây nối MN. (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)

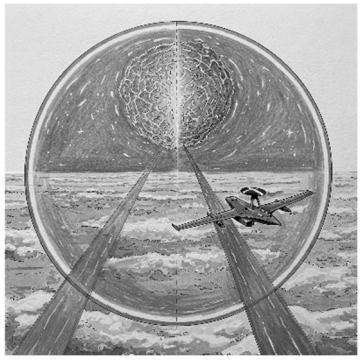
Câu 19.39. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(2;2;0\right), B\left(2;0;-2\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right): x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M\left(a;b;c\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(P\right)$ sao cho $MA=MB$ và số đo góc $\widehat{AMB}$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 19.40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là killômét), một máy bay đang ở vị trí $A\left(4;-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(3;\frac{5}{2};0\right)$ ở trên đường băng. Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua ba điểm $M\left(8;0;0\right)$, $N\left(0;-8;0\right)$ và $P\left(0;0;0,8\right)$. Tính độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

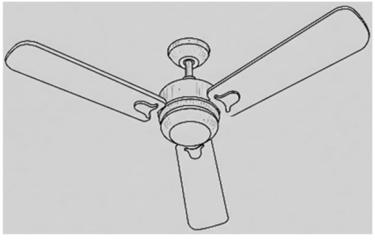
Câu 19.41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cánh tay robot được lập trình để gắp một chi tiết hình cầu có bán kính $R=1$ đặt trên băng chuyền tại vị trí $A\left(5;0;0\right)$. Trong không gian làm việc của robot có một chướng ngại vật là một mặt phẳng $\left(P\right): x+y+z=10$. Để tối ưu hóa năng lượng và thời gian, robot cần di chuyển đầu gắp từ vị trí xuất phát $O\left(0;0;0\right)$ đến điểm B trên mặt cầu chi tiết sao cho đường đi là ngắn nhất và không va chạm với chướng ngại vật $\left(P\right)$. Tính độ dài đường đi ngắn nhất mà robot cần thực hiện.



Câu 19.42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét một vùng phòng thủ hình cầu $\left(S\right): x^2+y^2+z^2=49$ và một hành lang bay an toàn được giới hạn bởi hai mặt phẳng song song $\left(P_1\right): x+y+z=5$ và mặt phẳng $\left(P_2\right): x+y+z=-5$. Một máy bay trinh sát bắt đầu xâm nhập khu vực từ điểm $M_0\left(6;0;0\right)$ và bay theo đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(-1;1;1\right)$. Tính chiều dài đoạn đường bay của máy bay nằm hoàn toàn trong phần giao của hành lang bay an toàn và vùng phòng thủ hình cầu (đơn vị: km).

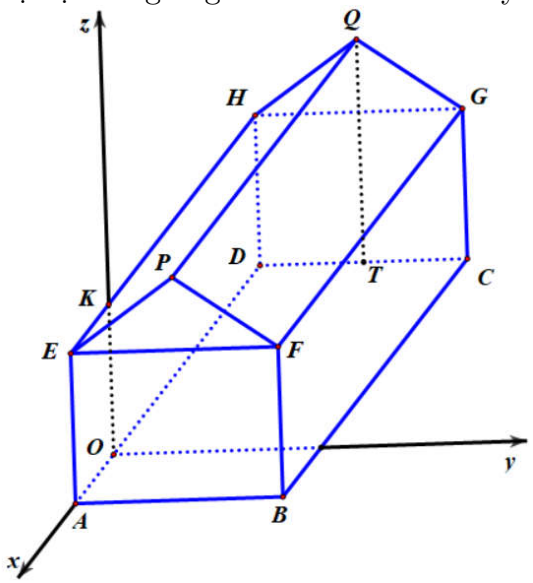


Câu 19.43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tọa độ dài 1cm) được đặt một góc trong một căn phòng. Có một cây quạt trần có ba cánh quạt và mỗi cánh cách đều nhau (minh họa như hình vẽ bên). Gọi $A\left(-10;-15;300\right)$ và $B\left(12;20;300\right)$ là hai trong ba đỉnh của cánh quạt trần. Chiều cao của ống treo với hộp điện cánh quạt gắn vào trần nhà là $50\,\text{cm}$ và đỉnh $S\left(a;b;c\right)$ với $a>0$ là giao điểm giữa trần nhà và ống treo cánh quạt. Tính $T=a-b+c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

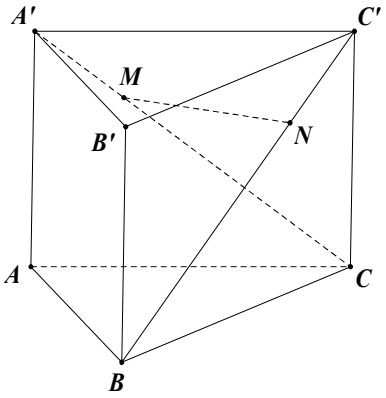
Câu 19.44. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB=6\,\text{m}; AE=5\,\text{m};\ AD=8\,\text{m};\ QT=7\,\text{m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA=2\,\text{m}$ và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ dưới đây.



Để lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O, người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera, rồi nối lại từ camera đến thẳng điểm Q. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng bao nhiêu mét (*làm tròn đến hàng phần chục và đầu dây nối không đáng kể*).

Câu 19.45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(3;-1;2)$ và M là điểm thuộc mặt phẳng $(\alpha): 2x-y+2z+7=0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P=\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|$.

Câu 19.46. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 30 mét. Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất (như hình vẽ).
Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

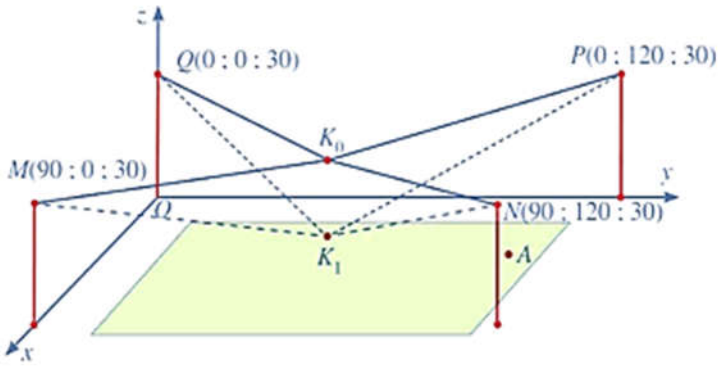


Câu 19.47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(4;1;5)$, $B(3;0;1)$, $C(-1;2;0)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}-5\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ lớn nhất. Tính $P=a-2b+4c$.

Câu 19.48. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30), N(90;120;30), P(0;120;30), Q(0;0;30)$ (Hình vẽ). Giả sử K_0 là vị trí ban

NGUYỄN TIẾN HÀ

đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M = K_0N = K_0P = K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19. (Nguồn: *https:/mww.abiturloesumg.de; Abitur Bayern 2016 Geometrie V*).

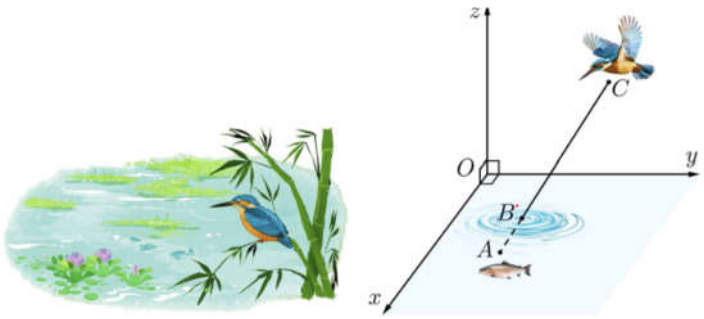


Tọa độ véctơ $\overrightarrow{K_0K_1} = (a;b;c)$ với a,b,c là các số thực. Tính $P = a + b + 3c$?

Câu 19.49. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Tàu thứ nhất từ vị trí ban đầu A chạy theo hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu thứ hai từ vị trí ban đầu B chạy theo hướng về vị trí ban đầu của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lí/giờ (được mô tả như hình vẽ bên dưới). Khoảng cách ngắn nhất giữa hai con tàu là bao nhiêu hải lí? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).

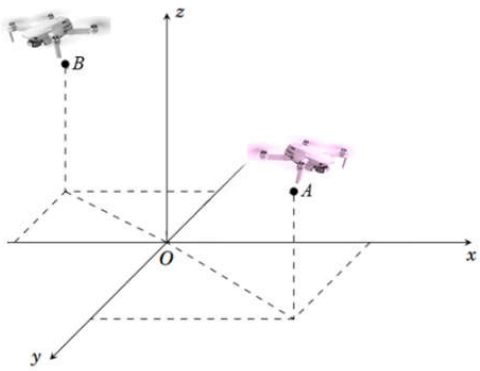


Câu 19.50. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí (có hoành độ, tung độ và cao độ là các số thực dương) cách mặt nước $2m$, cách mặt phẳng $(Oxz),(Oyz)$ lần lượt là $3m$ và $1m$ phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá (có hoành độ và tung độ là các số thực dương) cách mặt nước $50cm$, cách mặt phẳng $(Oxz),(Oyz)$ lần lượt là $1m$ và $1,5m$. Tọa độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước là $(a;b;c)$. Tính $T = 4a + 3b - 25c$.



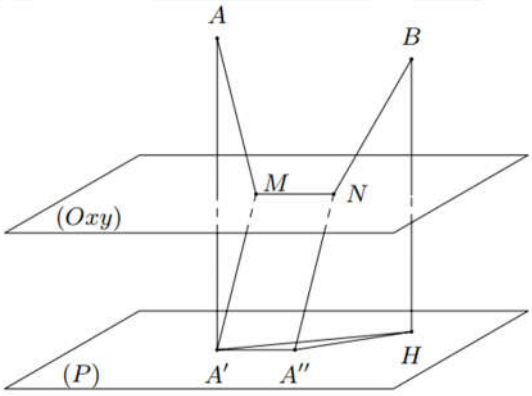
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 19.51. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất $5\,m$, cách điểm xuất phát $3\,m$ về phía nam và $2\,m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất $5\,m$, cách điểm xuất phát $6\,m$ về phía bắc và $6\,m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Trên mặt đất, người ta xác định được một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Hỏi khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó bằng bao nhiêu mét?



Câu 19.52. Hệ thống định vị Toàn Cầu GPS hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R=6$ (nghìn km). Với hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ $A\left(26;0;0\right)$, $B\left(0;26;0\right)$. Xét điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 19.53. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;1;2)$ và $B(4;5;1)$. Các điểm M,N di động trên mặt phẳng (Oxy) sao cho độ dài MN bằng 1. Tổng $AM+BN$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 19.54. Trong một khu du lịch lớn có hai tuyến cáp treo (coi mỗi tuyến cáp treo như một đường thẳng). Sau khi chọn một hệ tọa độ $Oxyz$ thích hợp, người ta thấy rằng: tuyến cáp thứ nhất xuất phát từ điểm $M(2;4;0)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-2)$ còn tuyến cáp thứ hai xuất phát từ điểm $N(3;-1;-2)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{v}=(2;-1;-1)$. Gọi $A(a;b;c)$ và $B(d;e;f)$ là hai điểm lần lượt nằm trên hai tuyến cáp sao cho hai điểm đó gần nhau nhất. Tính $a+d$?

Câu 19.55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $\left(S_1\right):x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$, $\left(S_2\right):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ và điểm $A\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-\frac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu $\left(S_1\right)$ và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu $\left(S_1\right)$ và $\left(S_2\right)$. Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

IM tiếp xúc với mặt cầu $\left(S_2\right)$. Khi đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(a;b;c)$. Tính giá trị của $T=a+b+c$.

Câu 19.56. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;1;1\right), B\left(-2;1;0\right)$, $C\left(2;-3;1\right)$. Điểm $M\left(a;b;c\right)$ sao cho $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=4a^2+b^2-6c$.

Câu 19.57. Trong không gian $Oxyz$ cho $A\left(1;-1;2\right)$, $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\end{array}\right.$, $C\left(0;1;-2\right)$. Gọi $M\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho biểu thức $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của $T=12a+12b+2025c$.

Câu 19.58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(4;1;0\right)$, $B\left(4;6;6\right)$, $C\left(5;6;2\right)$, $D\left(7;2;14\right)$ và điểm $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 19.59. Trong không gian ba chiều $Oxyz$, tọa độ các khu vực được xác định như sau:

Khu vực $A\left(30;20;0\right)$ nằm trên mặt đất, cách trung tâm thành phố $3\,km$.

Khu vực $B\left(70;50;40\right)$ nằm trên tòa nhà cao tầng và ở độ cao $40\,m$.

Khu vực $C\left(50;80;70\right)$ nằm trên một đỉnh đồi ở độ cao $70m$.

Gọi vị trí lắp đặt trạm phát sóng là $D\left(a;b;c\right)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba khu vực kể trên là bằng nhau và có khoảng cách đến chúng là nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

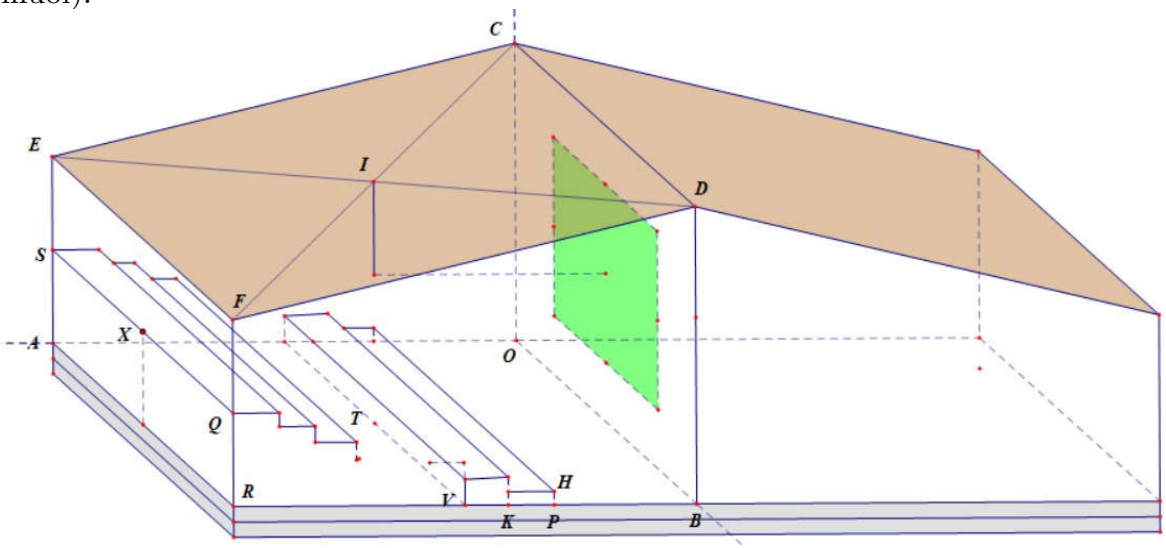
Câu 19.60. Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc toạ độ $O\left(0;0;0\right)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A\left(-500;-300;500\right)$ và $B\left(-200;-200;450\right)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, toạ độ của máy bay là $\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.

Câu 19.61. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O\left(0;0;0\right)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A\left(-500;-250;150\right), B\left(-200;-200;100\right)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $\left(a;b;c\right)$. Giá trị của biểu thức $\dfrac{-3}{10}a-b-c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Câu 19.62. Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA=30m$ và chiều rộng là $OB=20m$, chiều cao các bức tường $OC=BD=10m$ và $EA=RF=6m$. Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm. Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

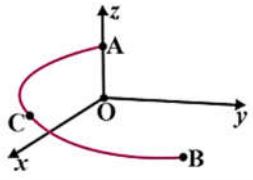
(chiều cao học sinh đó là 1,8 m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ, theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m). Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Câu 19.63. Hệ Thống Định Vị Vệ Tinh Toàn Cầu Beidou (Bắc Đẩu) hiện tại có 35 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất khoảng 35000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R = 6,4$ (nghìn km). Với hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ $A\left(30;0;0\right)$, $B\left(0;30;0\right)$. Xét điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA + MB$ theo đơn vị nghìn km (làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 19.64. Trượt nước là một trong những trò chơi vận động được nhiều người yêu thích trong các công viên nước. Một cái máng trượt nước có thiết kế dạng cung tròn với hai đầu mút là A và B. Chọn một trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại hình chiếu của điểm A trên mặt đất, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất và trục Oz hướng thẳng đứng lên trên trời, đơn vị đo lấy theo mét (tham khảo hình vẽ dưới đây). Biết các điểm A, B và một điểm C nằm trên máng trượt lần lượt có toạ độ là $\left(0;0;5\right);\left(6;7;1\right)$ và $\left(5;0;2\right)$. Độ dài máng trượt nước đó bằng bao nhiêu mét (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét*)?





Câu 19.65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(4;1;0\right)$, $B\left(4;6;6\right)$, $C\left(5;6;2\right)$, $D\left(7;2;14\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA = 3$, $MB = 6$, $MC = 5$, $MD = 13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

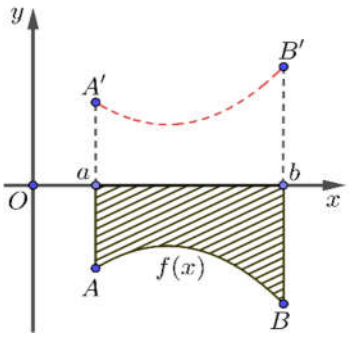
DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

1. Diện tích hình thang cong

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

- ***Trường hợp trên*** $[a;b]$, Khi đó diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị $f(x)$, Ox và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$: $\boxed{S=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x}$.



- ***Trường hợp*** $f(x)\le 0$ ***trên*** $[a;b]$, ta có $-f(x)\ge 0$

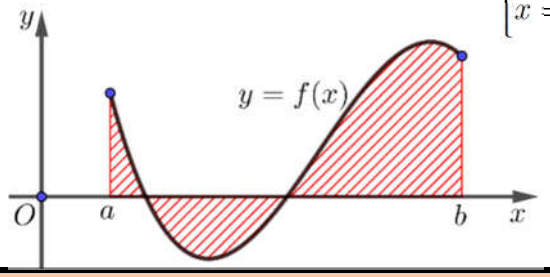
S hình thang cong $aABb = S$ hình thang cong $aA'B'b$.
($aA'B'b$ là hình đối xứng của hình thang đã cho qua trục hoành).

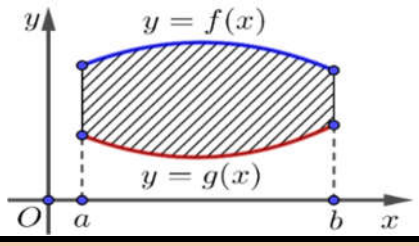
Do đó: $S=S_{aABb}=S_{aA'B'b}=\boxed{\int_a^b\left(-f(x)\right)\mathrm{d}x}$

2. Diện tích hình phẳng

- Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases}(C_1): y=f(x)\\(C_2): y=g(x)\\x=a,\ x=b\ (a<b)\end{cases}$ thì diện tích là $\boxed{S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x}$.

- Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases}(C_1): y=f(x)\\(C_2): Ox: y=0\\x=a,\ x=b\ (a<b)\end{cases}$ thì diện tích là $\boxed{S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x}$.

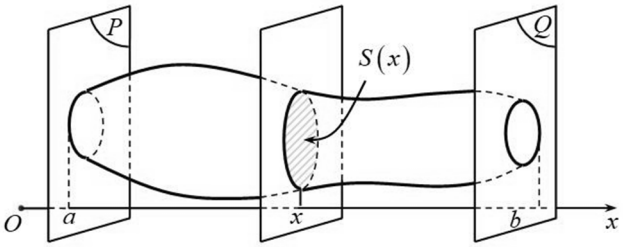




3. Thể tích vật thể & khối tròn xoay

① Thể tích vật thể (mặt cắt)

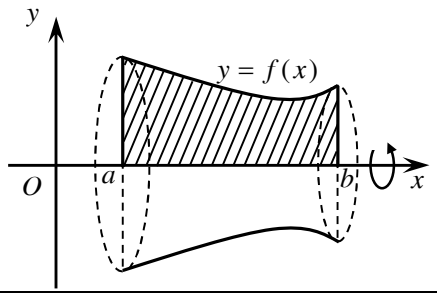
Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b, $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x, $(a\le x\le b)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó $\boxed{V=\int_a^b S(x)\,\mathrm{d}x}$.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

② Thể tích khối tròn xoay

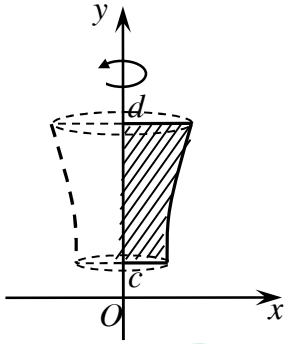
a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ quanh trục Ox :



$$\begin{cases}(C):y=f(x)\\(Ox):y=0\\x=a\\x=b\end{cases}$$

$$V_x=\pi\int_a^b\left[f(x)\right]^2dx$$

b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y=c,\ y=d$ quanh trục Oy :

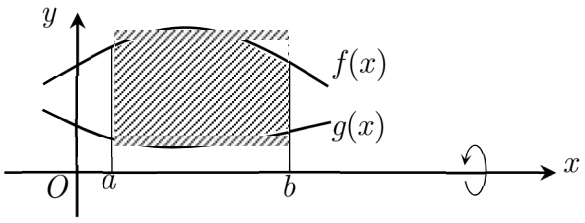


$$\begin{cases}(C):x=g(y)\\(Oy):x=0\\y=c\\y=d\end{cases}$$

$$V_y=\pi\int_c^d\left[g(y)\right]^2dy$$

c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$ (cùng nằm một phía so với Ox) và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ quanh trục Ox :

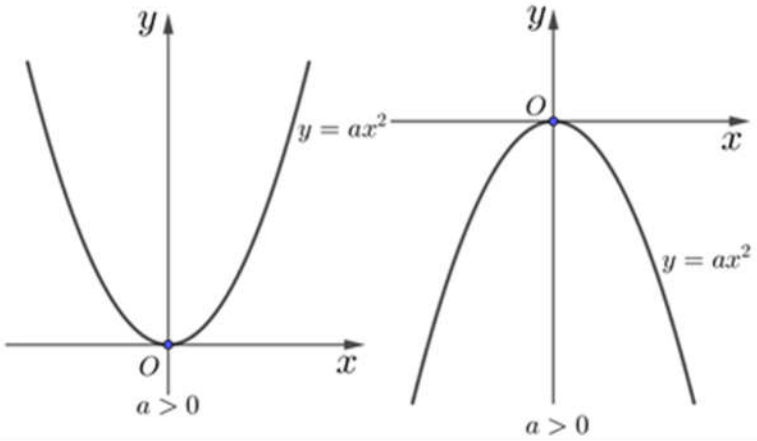
$$V=\pi\int_a^b\left|f^2(x)-g^2(x)\right|\mathrm{d}x.$$



4. Đồ thị hàm số Parabol dạng $y=ax^2$

Đồ thị hàm số $y=ax^2$ là các đặc điểm sau:

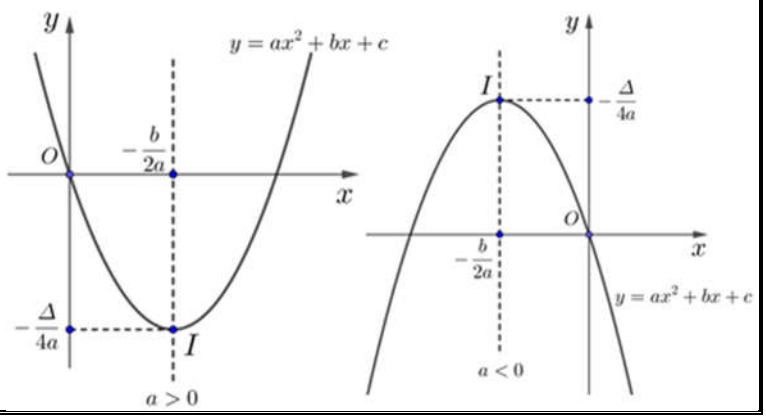
- Đỉnh là gốc $O\left(0;0\right)$.
- Có trục đối xứng là $x=0$.
- Hướng bề lõm lên trên khi $a>0$ và hướng xuống khi $a<0$.



5. Đồ thị hàm số Parabol dạng $y = ax^2 + bx + c\left(a \neq 0\right)$

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c\left(a \neq 0\right)$ là một đường Parabol có:

- Đỉnh là $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.
- Có trục đối xứng: đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$.
- $a > 0$: Bề lõm hướng lên trên.
- $a < 0$: Bề lõm hướng xuống dưới.

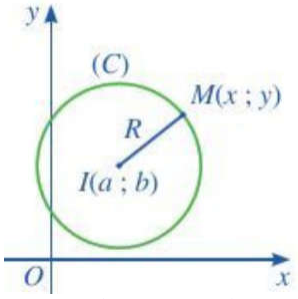


6. Đường tròn

Cho đường tròn:

$(C):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm } I(a;b)\\ \bullet\ \text{Bán kính } : R\end{cases} \Rightarrow (C):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2=R^2}.$

$(C):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm } I(0;)\\ \bullet\ \text{Bán kính } : R\end{cases} \Rightarrow (C):\boxed{x^2+y^2=R^2} \Rightarrow y=\pm\sqrt{R^2-x^2}.$



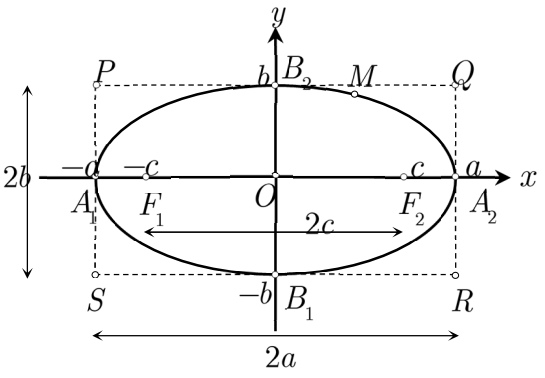
★ **Chu vi đường tròn:** $\boxed{C=2\pi R}$. ★ **Diện tích đường tròn:** $\boxed{S=\pi R^2}$.

7. Elip

Phương trình chính tắc của elip:

$(E):\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$ với $a>b>0$.

$\Rightarrow y^2=b^2\left(1-\dfrac{x^2}{a^2}\right)\Rightarrow y=\pm b\sqrt{1-\dfrac{x^2}{a^2}}=\pm\dfrac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$



Các thông số cần nhớ:

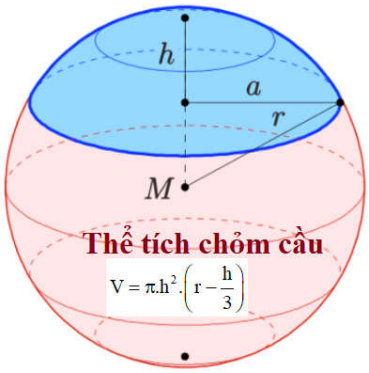
- Trục lớn $A_1A_2=2a$. Trục bé $B_1B_2=2b$.
- Tiêu cự $F_1F_2=2c$. Mối liên hệ $a^2=b^2+c^2$.
- Tâm sai: $e=\dfrac{c}{a}$. Hình chữ nhật cơ sở: $PQRS$.

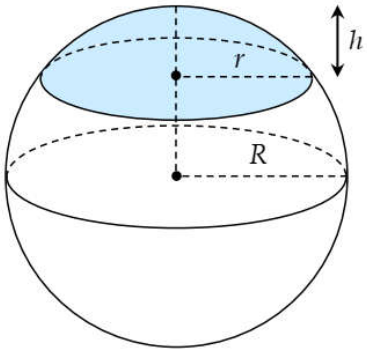
$$\boxed{S_{\text{elip}}=\pi ab.}$$

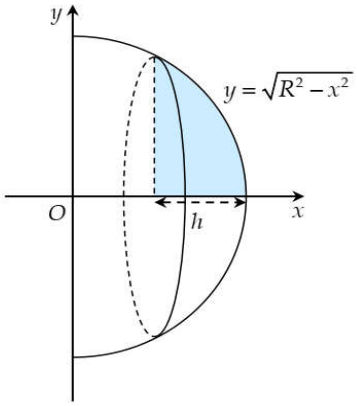
- Bán kính qua tiêu của M là $MF_1=a+\dfrac{c}{a}x,\ MF_2=a-\dfrac{c}{a}x\Rightarrow MF_1+MF_2=2a$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

8. Chỏm cầu





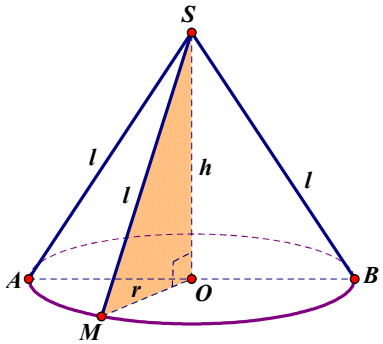


$$S_{xq}=2\pi Rh=\pi\left(r^2+h^2\right)$$

$$V=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=\frac{\pi h}{6}\left(h^2+3r^2\right)$$

MẶT NÓN – MẶT TRỤ - MẶT CẦU

MẶT NÓN



☞Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h=SO \\ r=OM \end{cases}$.

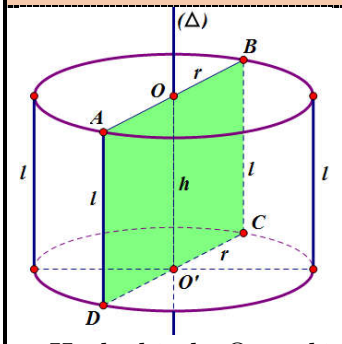
Các yếu tố mặt nón

- Đường cao: $\boxed{h=SO}$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón).
- Bán kính đáy: $\boxed{r=OA=OB=OM}$.
- Đường sinh: $\boxed{l=SA=SB=SM}$.
- Góc ở đỉnh: $\boxed{\widehat{ASB}}$.
- Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S.
- Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\boxed{\widehat{SAO}=\widehat{SBO}=\widehat{SMO}}$.

Một số công thức

- Chu vi đáy: $\boxed{p=2\pi r}$.
- Diện tích đáy: $\boxed{S_đ=\pi r^2}$.
- Thể tích: $\boxed{V=\frac{1}{3}h.S_đ=\frac{1}{3}h.\pi r^2}$. *(liên tưởng đến thể tích khối chóp).*
- Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq}=\pi rl}$.
- Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp}=S_{xq}+S_đ=\pi rl+\pi r^2}$.

MẶT TRỤ



☞Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.

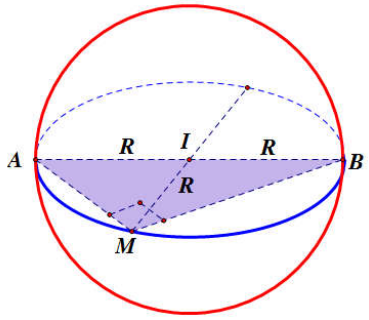
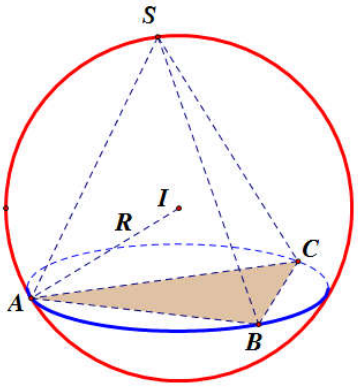
Các yếu tố mặt trụ

- Đường cao: $\boxed{h=OO'}$.
- Đường sinh: $\boxed{l=AD=BC}$.
  Ta có: $\boxed{l=h}$.
- Bán kính đáy: $\boxed{r=OA=OB=O'C=O'D}$.
- Trục (Δ) là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'.
- Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật $ABCD$.

Một số công thức

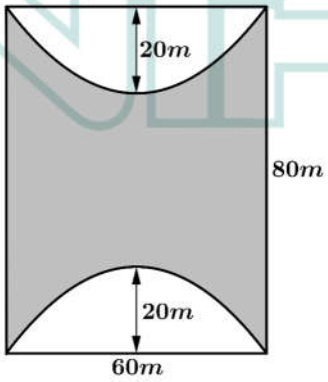
- Chu vi đáy: $\boxed{p=2\pi r}$.
- Diện tích đáy: $\boxed{S_đ=\pi r^2}$.
- Thể tích khối trụ: $\boxed{V=h.S_đ=h.\pi r^2}$.
- Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq}=2\pi r.h}$.
- Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp}=S_{xq}+2S_đ=2\pi r.h+2\pi r^2}$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

MẶT CẦU	Một số công thức	Mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp
 ☞Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	• Tâm I, bán kính $R=IA=IB=IM$. • Đường kính $AB=2R$. • Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. • Diện tích mặt cầu: $\boxed{S=4\pi R^2}$. • Thể tích khối cầu: $\boxed{V=\dfrac{4\pi R^3}{3}}$.	 Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả đỉnh của đa diện đó.

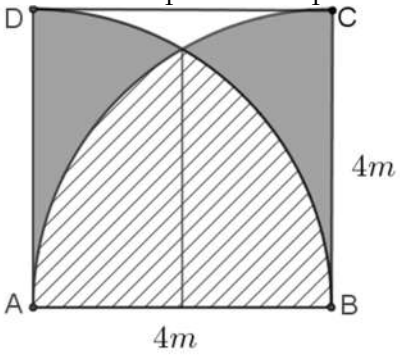
DẠNG CÂU 20. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (74 CÂU)

Câu 20.1. **(ĐMH 2025)** Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa).



Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Câu 20.2. Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB=4\text{m}$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R=4\text{m}$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là 150 000 đồng/m^2, chi phí sơn phần màu đen là 100 000 đồng/ m^2 và chi phí để sơn phần còn lại là 250 000 đồng/m^2

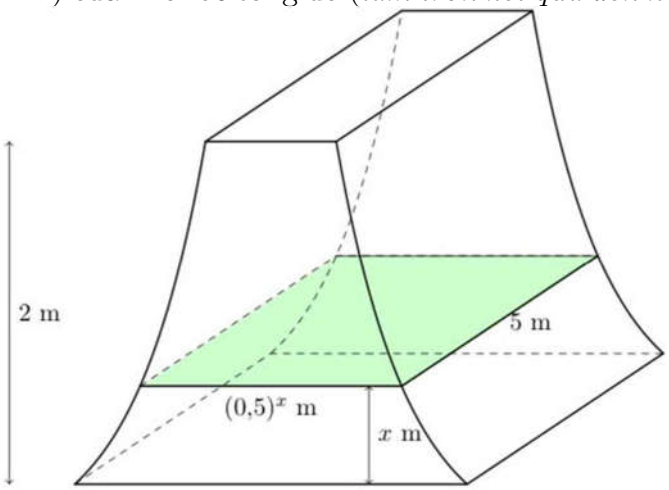


Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên (Đơn vị: triệu đồng và kết quả làm tròn

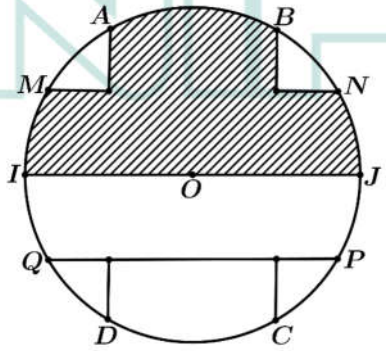
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)?

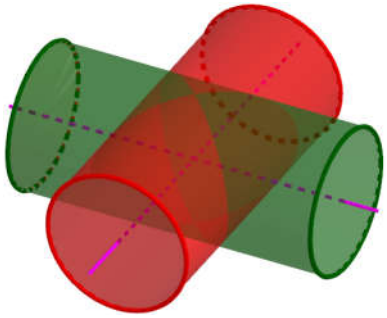
Câu 20.3. Một khối bê tông có chiều cao 2 m được đặt trên mặt đất. Nếu cắt khối bê tông bởi một mặt phẳng nằm ngang và cách mặt đất x m $(0 \le x \le 2)$ thì được mặt cắt là một hình chữ nhật có chiều dài 5 m và chiều rộng bằng $\left(0{,}5\right)^x$ m (*tham khảo hình vẽ dưới đây*). Tính thể tích (đơn vị m^3) của khối bê tông đó (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).



Câu 20.4. Cho đường tròn tâm $\left(O\right)$ có bán kính bằng 5 m và đường kính IJ. Các hình chữ nhật $ABCD$, $MNPQ$ nội tiếp hình tròn như hình vẽ với $AB = MQ = 5$ m và I là điểm chính giữa của cung nhỏ MQ. Người ta cần sản xuất một sản phẩm là vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ quay quanh IJ và chi phí để làm sản phẩm này là 1,2 triệu/m^3. Số tiền phải chi trả để làm sản phẩm này là bao nhiêu? (Đơn vị: triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



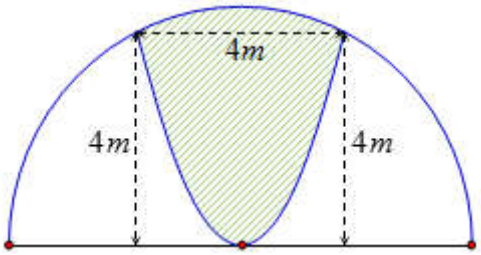
Câu 20.5. Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc với nhau (hình vẽ bên dưới). Gọi $\left(H\right)$ là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của $\left(H\right)$.



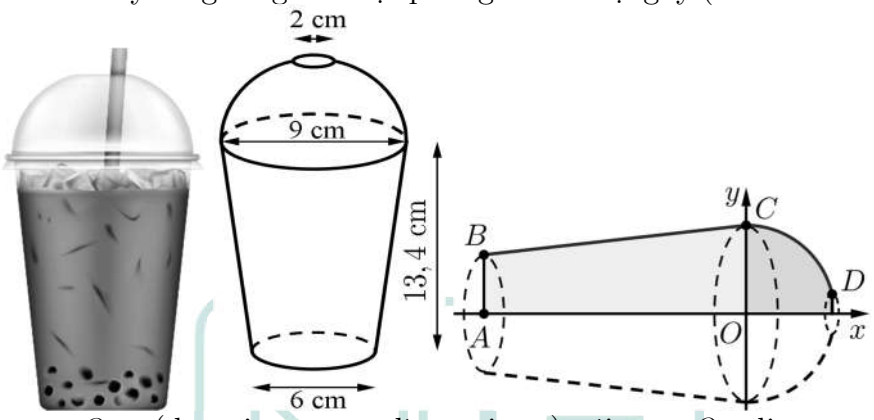
Câu 20.6. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4\left(m\right)$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m^2 và 100.000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

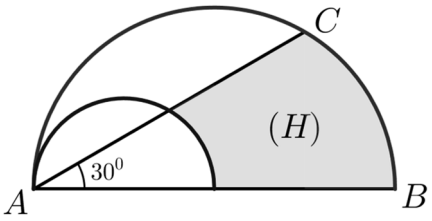


Câu 20.7. Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly 6 cm, đường kính miệng ly 9 cm, chiều cao 13,4 cm, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2 cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ sau).



Chọn hệ trục Oxy (đơn vị trên trục là centimet) với trục Ox đi qua tâm của 2 đáy hình nón cụt và gốc tọa độ O trùng với tâm của đáy lớn như hình vẽ trên. Tính thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp (Kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 20.8. Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC}=30°$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng $\left(H\right)$ (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.

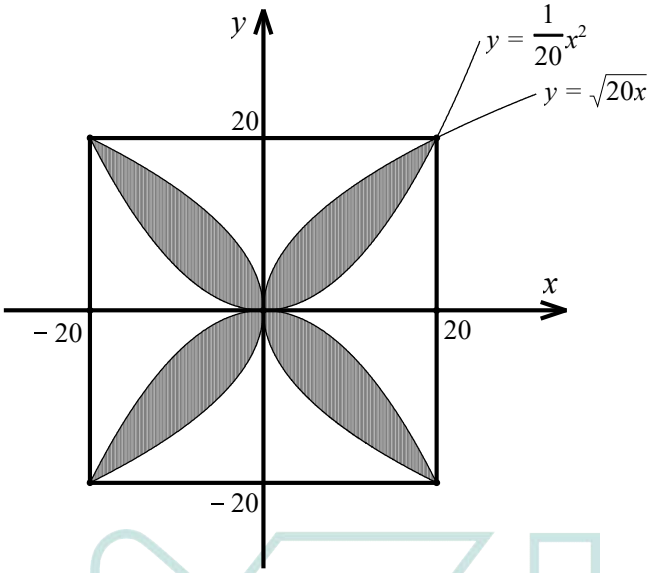


Câu 20.9. Từ một quả cầu bằng đá trắng sứ bán kính bằng 1 dm, người ta khoan rút lõi ngay "chính giữa" quả cầu (trục đối xứng của lõi và quả cầu trùng nhau) như hình sau với đường kính mũi khoan là 1 dm được một vật thể có thể tích V là bao nhiêu dm^3? (Bỏ qua độ dày mũi khoan và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

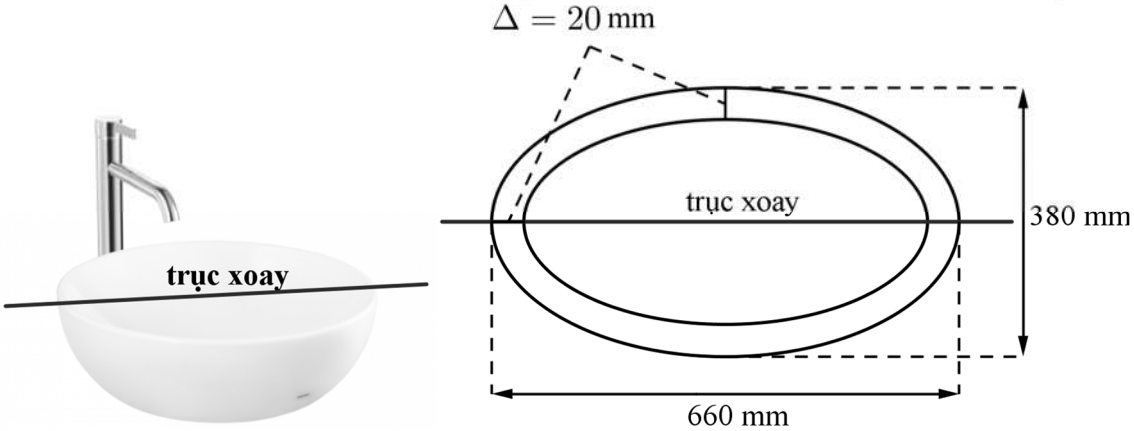
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Câu 20.10. Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Hãy tính diện tích phần viên gạch hoa được tô đậm.

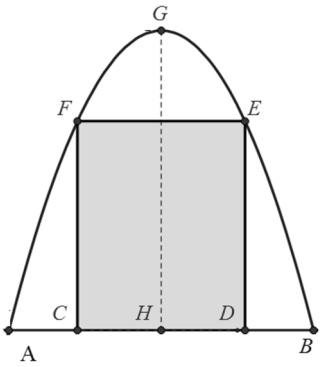


Câu 20.11. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,. Mặt trong (lọt lòng) và ngoài (phủ bì) của một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi quay quanh một trục của 2 elip có chung các trục đối xứng (hình minh họa). Thông số kĩ thuật mặt trên của bồn rửa: dài × rộng là 660×380 mm (phủ bì) và elip (lọt lòng) có trục lớn, trục nhỏ ít hơn elip phủ bì một khoảng 40 mm. Tính thể tích chứa nước của bồn rửa (Đơn vị: lít và làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

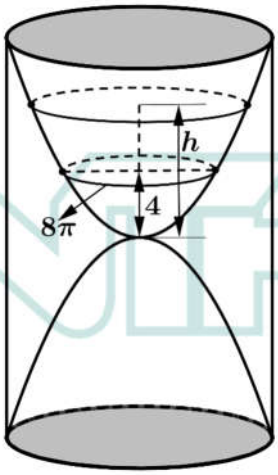


Câu 20.12. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH = 4m$, chiều rộng $AB = 4m$, $AC = BD = 0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1300000 đồng$/m^2$, còn các phần để trắng thì trang trí hoa có giá là 800000 đồng$/m^2$. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên bằng bao nhiêu?

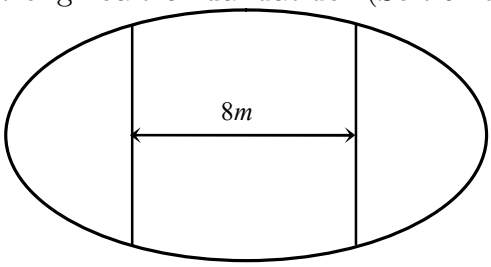
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Câu 20.13. Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao của mực cát bằng $\dfrac{2}{3}$ chiều cao của bên đó (xem hình vẽ). Cát chảy từ trên xuống dưới với tốc độ $v\left(t\right)=0,2t+13\,(\text{cm}^3/\text{phút})$. Khi chiều cao của cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn có chu vi bằng 8π cm. Biết sau 20 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài bằng bao nhiêu centimet? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

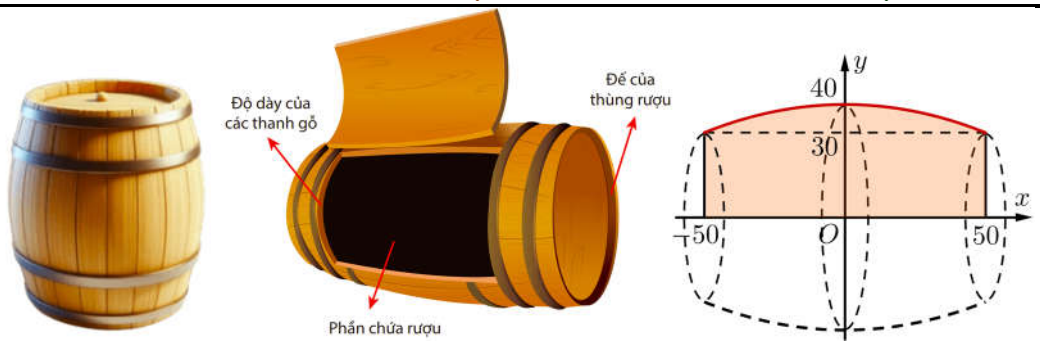


Câu 20.14. Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng$10m$. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng $8m$ và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 110 nghìn/$1\,m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị.)

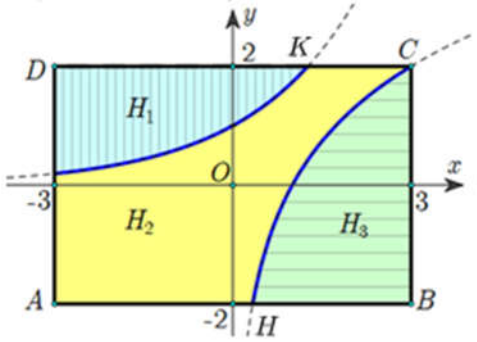


Câu 20.15. Một thùng rượu (xét phần bên trong) có 2 đáy là các hình tròn với bán kính là 30 cm, thiết diện $\left(P\right)$ vuông góc với trục nối tâm của 2 đáy và cách đều 2 đáy có bán kính là 40 cm (bên trong), chiều cao thùng rượu là 1 m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh (bên trong) thùng rượu theo các đường parabol có đỉnh nằm trên mặt phẳng $\left(P\right)$, hỏi dung tích của thùng rượu (đơn vị: lít) là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

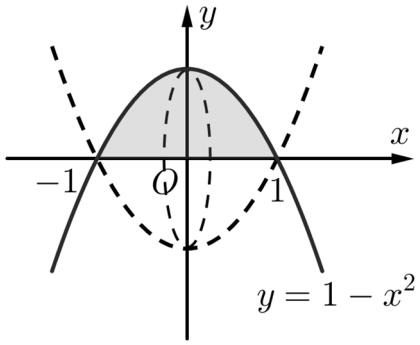
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Câu 20.16. Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $6(m)\times 4(m)$ được bạn An trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị $f(x)=a^x, g(x)=\log_b x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $d: y=x$ và chia thành ba phần *(tham khảo hình vẽ bên)*. Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 được sơn màu vàng, phần H_3 được sơn màu xanh lá cây. Biết rằng mỗi hộp sơn các màu chỉ sơn được $3(m^2)$ tường, đồng thời giá của hộp sơn màu xanh da trời là 100.000 đồng/hộp, hộp sơn vàng là 140.000 đồng/hộp, hộp sơn xanh lá cây là 130.000 đồng/hộp. Tính số tiền bạn Hà mua sơn để sơn bức tường này? *(đơn vị là triệu đồng và cửa hàng sơn chỉ bán số nguyên của hộp).*

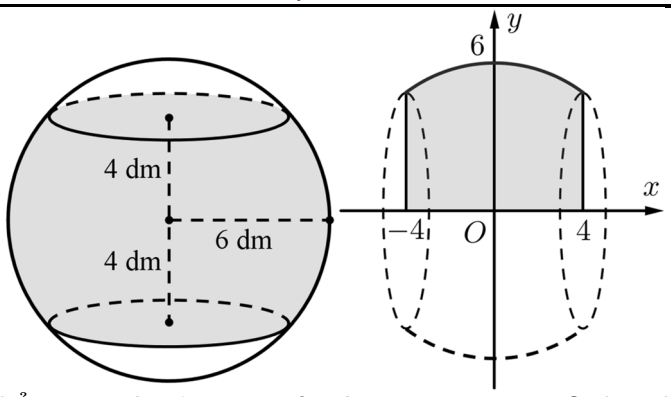


Câu 20.17. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=1-x^2$, $y=0$ quanh trục Ox có kết quả dạng $\dfrac{a\pi}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $S=a+b$ bằng bao nhiêu?

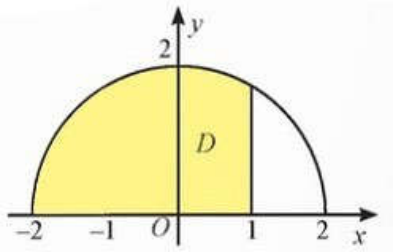


Câu 20.18. Một hình cầu có bán kính 6 dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V (lít) mà chiếc lu chứa được biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4 dm (làm tròn đến hàng đơn vị).

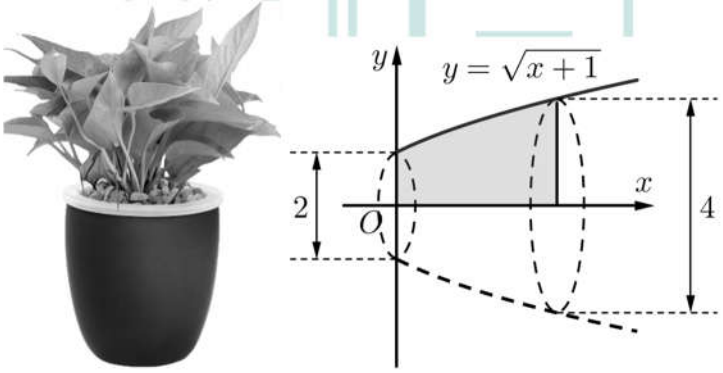
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



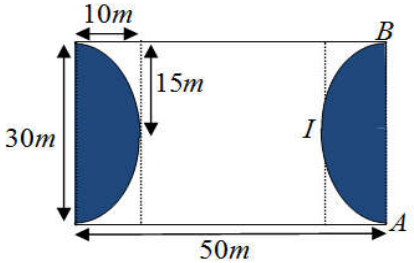
Câu 20.19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ nửa đường tròn tâm O, bán kính $r=2$ nằm phía trên trục Ox. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Câu 20.20. Một bác thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục Ox (đơn vị trên trục là decimet), biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y=\sqrt{x+1}$, đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến)?



Câu 20.21. Anh Nam xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 50 m. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, anh Nam chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.



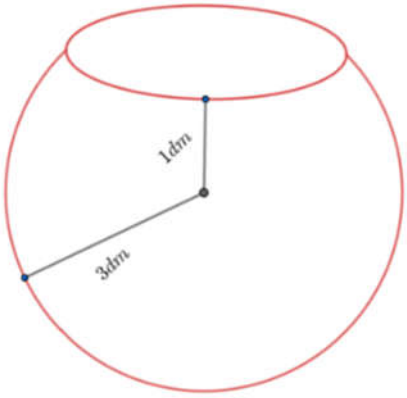
◆ Phần tô màu gồm hai miền có diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh là I.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

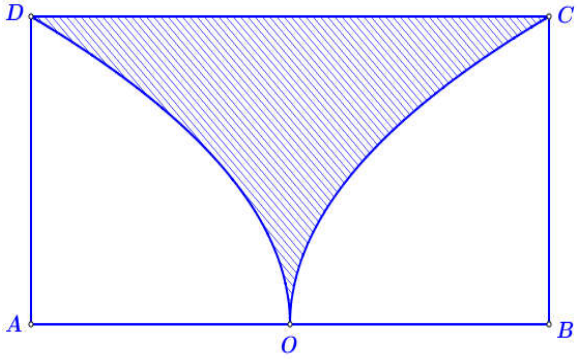
◆ Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 160 nghìn đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 120 nghìn đồng/m^2. Hỏi anh Son phải trả bao nhiêu tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng? (số tiền được tính theo đơn vị là triệu đồng)

Câu 20.22. Một bể cá có dạng là một phần hình cầu được tạo thành khi cắt hình cầu bán kính 3 dm bằng mặt phẳng cách tâm của hình cầu 1 dm (xem hình bên dưới). Tính dung tích của bể cá (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của đềximét khối).

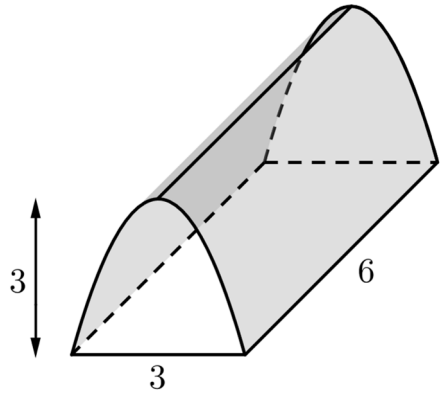




Câu 20.23. Từ hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 10$ cm và chiều rộng $BC = 5$ cm; Người ta cắt bỏ miền $\left(R\right)$ được giới hạn bởi cạnh CD của hình chữ nhật và hai nửa đường parabol có chung đỉnh là trung điểm của cạnh AB, chúng lần lượt đi qua hai đầu mút C, D của hình chữ nhật đó. Phần còn lại cho quay quanh trục AB để tạo nên một đồ vật làm trang trí, thể tích của vật trang trí đó bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



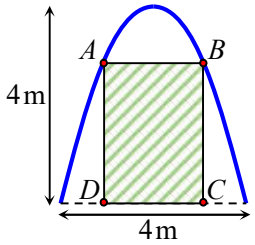
Câu 20.24. Một Chi đoàn thanh niên đi dự trại ở một đơn vị bạn, họ dự định dựng một lều trại có dạng parabol (nhìn từ mặt trước, lều trại được căng thẳng từ trước ra sau, mặt sau trại cũng là parabol có kích thước giống như mặt trước) với kích thước: nền trại là một hình chữ nhật có chiều rộng là 3 mét, chiều sâu là 6 mét, đỉnh của parabol cách mặt đất là 3 mét. Hãy tính thể tích (đơn vị: m^3) phần không gian phía trong trại để cử số lượng người tham dự trại cho phù hợp.



Câu 20.25. Trong đợt hội trại "Khi tôi 18" được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

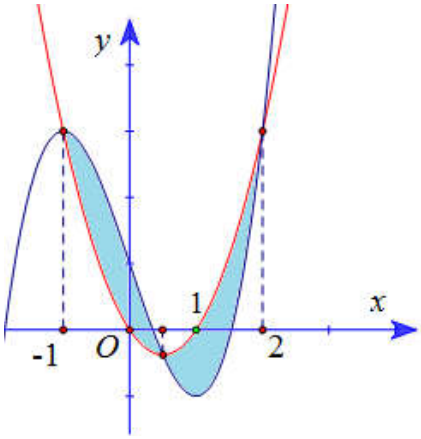
còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu nghìn (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Câu 20.26. Một nhà máy nhiệt điện sử dụng 90 máng Parabol thu nhiệt năng lượng mặt trời có cùng kích thước, bề mặt cong đều nhau (*tham khảo hình vẽ*). Mỗi máng có chiều rộng $2m$, bề dày của khối silic làm mặt máng là $2dm$, chiều dài $3m$. Đặt máng tiếp giáp mặt đất có điểm cao nhất của khối silic làm mặt máng so với mặt đất là $5dm$. Khi đó thể tích (tính theo đơn vị m^3) của khối silic làm 90 mặt máng là.

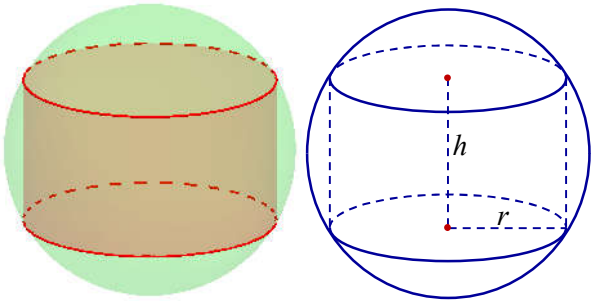


Câu 20.27. Cho hai hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+1$ và $g(x)=dx^2+ex$ $(a,b,c,d,e\in\mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là -1; $\frac{1}{2}$; 2 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng bao nhiêu?

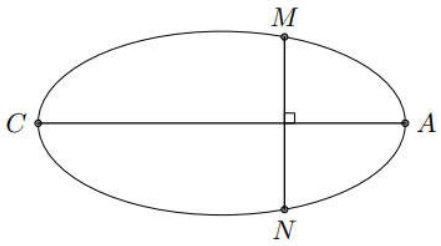


Câu 20.28. Ông An mua một cái bể để nuôi cá cảnh (như hình minh họa), bể cá có mặt ngoài là khối cầu có bán kính là 5 dm, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3 dm. Biết rằng giá của bể được tính là 30.000 đồng/dm^3. Số tiền mà Ông An bỏ ra để mua bể cá gần với con số nào dưới đây?

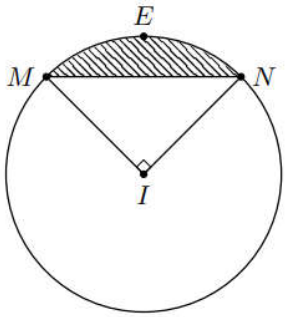
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Câu 20.29. Sân vận động Sports Hub (Singapore) là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức ở Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (Hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip (E) ở M, N (Hình a) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong Hình b) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^\circ$. Để lắp máy điều hòa không khí cho sân vận động thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu làm mái không đáng kể. Hỏi thể tích đó xấp xỉ bao nhiêu?(đơn vị m^3, làm tròn đến hàng đơn vị).

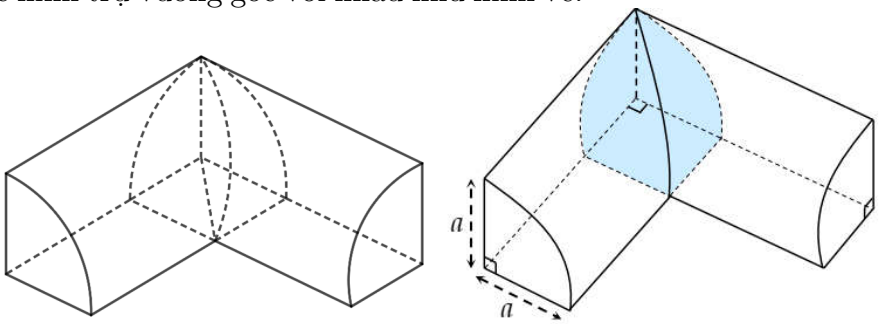


Hình a



Hình b

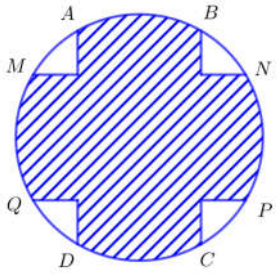
Câu 20.30. Trong quy hoạch hạ tầng Tuyến Metro số 1 (Bến Thành - Suối Tiên), để đảm bảo an toàn cho người dân cũng như khách du lịch, người ta thiết kế lan can bằng gỗ với hình dáng hai trục hình trụ vuông góc với nhau như hình vẽ.



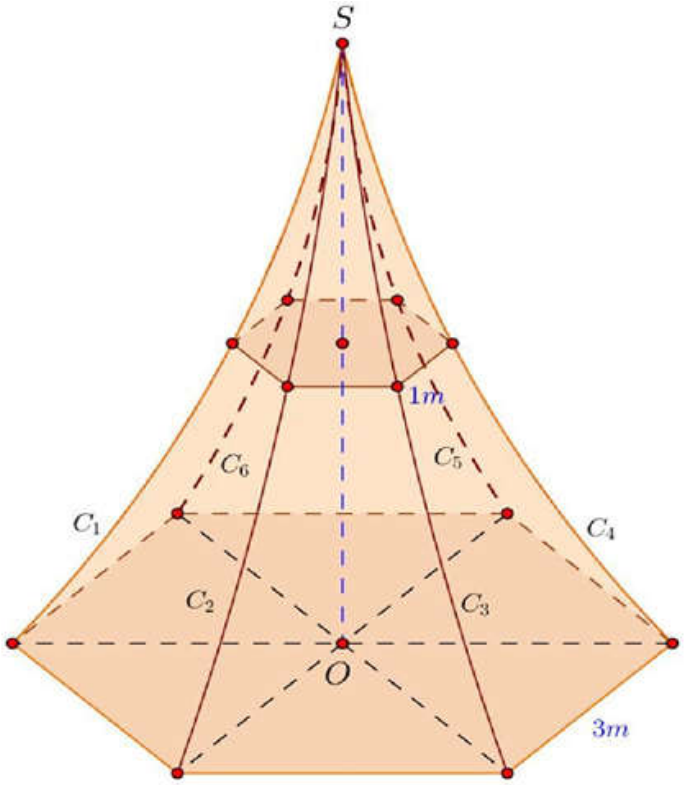
Gọi $\left(H\right)$ là phần giao của hai khối $\frac{1}{4}$ hình trụ có bán kính 10 cm , Tính thể tích của khối $\left(H\right)$.

Câu 20.31. Một mảnh vườn hoa có dạng hình tròn bán kính bằng $5m$, phần đất trồng hoa là phần tô trong hình vẽ bên. Kinh phí để trồng hoa là 50 nghàn đồng/ m^2 . Hỏi số tiền cần để trồng hoa trên diện tích phần đất đó là bao nhiêu ngàn đồng (làm tròn đến hàng đơn vị). Biết hai hình chữ nhật $ABCD$ và $MNPQ$ có $AB = MQ = 5m$?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



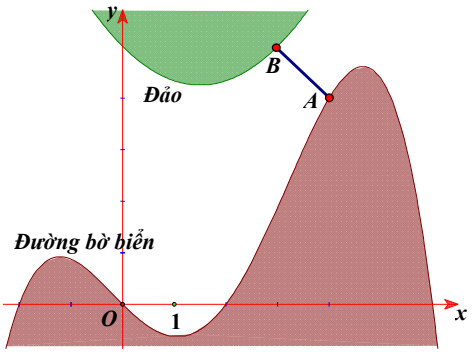
Câu 20.32. Một người dựng một cái lều vải $\left(H\right)$ có dạng hình " lục giác cong đều" như hình vẽ bên dưới.



Đáy của $\left(H\right)$ là một lục giác đều cạnh $3\,m$. Chiều cao $SO=6\,m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của $\left(H\right)$ là các sợi dây C_1,C_2,C_3,C_4,C_5,C_6 nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến của $\left(H\right)$với mặt phẳng (P) qua trung điểm của SO song song với đáy là lục giác đều có cạnh $1m$. Biết thể tích phần không gian nằm trong cái lều $\left(H\right)$có dạng $\dfrac{a\sqrt{3}}{b}\left(m^3\right)$ trong đó a,b là số tự nhiên, $\dfrac{a}{b}$ phân số tối giản. Tính $a+b$.

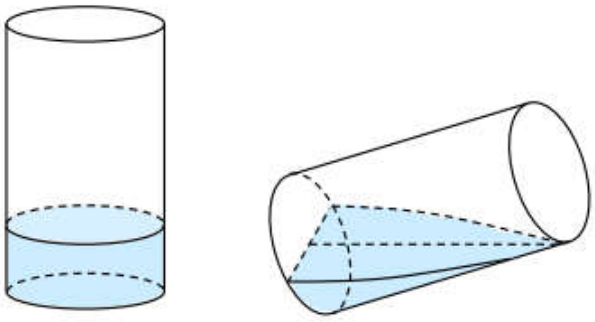
Câu 20.33. Một hòn đảo nằm gần bờ biển, có đường bao xung quanh về phía bờ biển là một phần đồ thị của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x^2-x+5$. Đường bờ biển là một phần đường cong $g\left(x\right)=-\dfrac{1}{24}\left(x^4-6x^3-4x^2+24x\right)$. Người ta xây dựng một cây cầu từ vị trí A trên bờ ra vị trí B trên đường bao hòn đảo, được mô hình hóa trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là kilomet).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

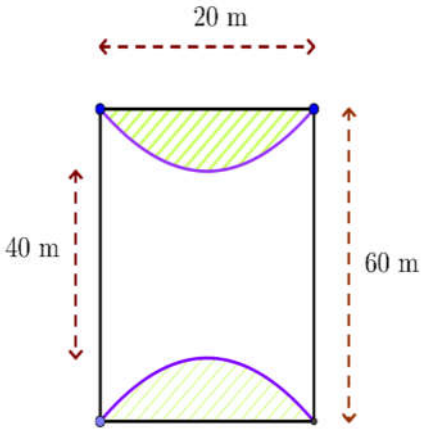


Biết rằng cây cầu vuông góc với tiếp tuyến bờ biển tại điểm $A\left(4;4\right)$. Hỏi cây cầu dài bao nhiêu kilomet? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 20.34. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $6cm$, chiều cao trong lòng cốc là $10cm$ đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết nếu nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.



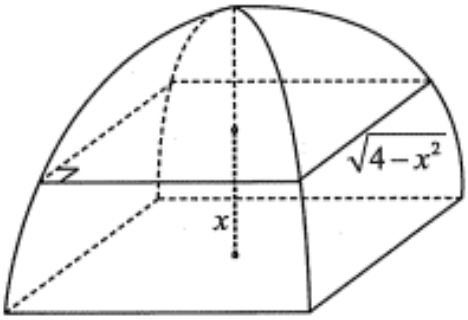
Câu 20.35. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60\,m$, chiều rộng $20\,m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường parabol có hai đỉnh cách nhau $40\,m$ (như hình vẽ bên dưới). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch.



Biết chi phí lát gạch là 200.000 đồng/m^2 và tiền nhân công trồng cỏ là 100.000 đồng/m^2. Tính tổng số tiền (triệu đồng) để lát gạch và trồng cỏ trên mảnh đất đó (làm tròn kết quả hàng đơn vị)

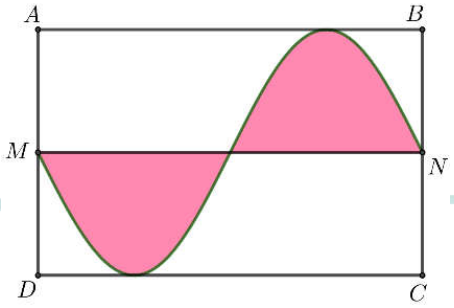
Câu 20.36. Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên dưới:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



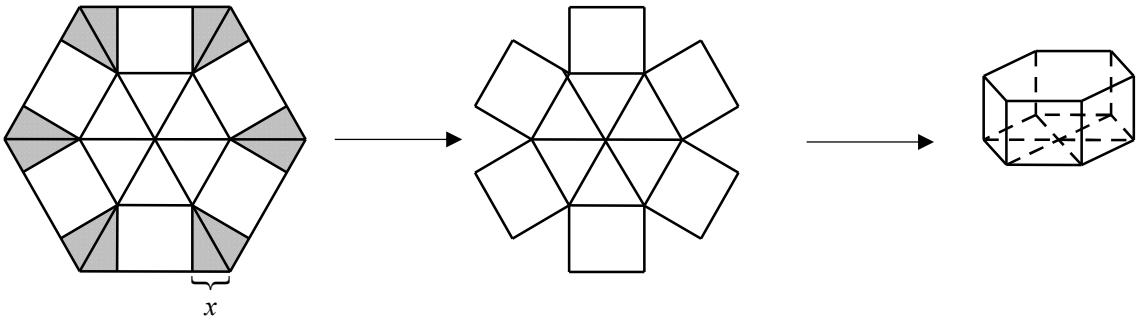
Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng $x\left(m\right)$, $0 \le x \le 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}\left(m\right)$. Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần chục*)

Câu 20.37. Bác Hoà có một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$, bác muốn trồng hoa vào phần đất được giới hạn bởi hai cạnh AD, BC, đường trung bình MN của hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (là đường cong khi xét trong một hệ trục tọa độ phù hợp là đồ thị hàm số có dạng $y = a\sin\left(bx\right)$, với a, b là các số thực khác 0; diện tích trồng hoa là diện tích phần tô màu trong hình vẽ dưới đây).



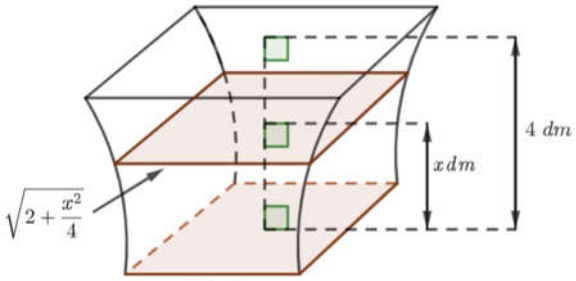
Biết $AB = 2\pi\,(\text{m}), AD = 4\,(\text{m})$. Diện tích phần đất còn lại (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

Câu 20.38. Từ một miếng tôn hình lục giác đều có cạnh bằng $6\,\text{dm}$, người ta cắt đi ở mỗi đỉnh của lục giác hai tam giác vuông bằng nhau, các hình cắt đi ở mỗi góc đều bằng nhau (phần tô đậm trong hình 1) để thu được một tấm tôn (hình 2). Sau đó, từ tấm tôn ở hình 2 người ta gò theo các cạnh của lục giác đều làm thành một chiếc thùng có hình dạng là một hình lăng trụ lục giác đều không nắp như hình 3. Thể tích lớn nhất (theo đơn vị dm^3) của chiếc thùng đó là



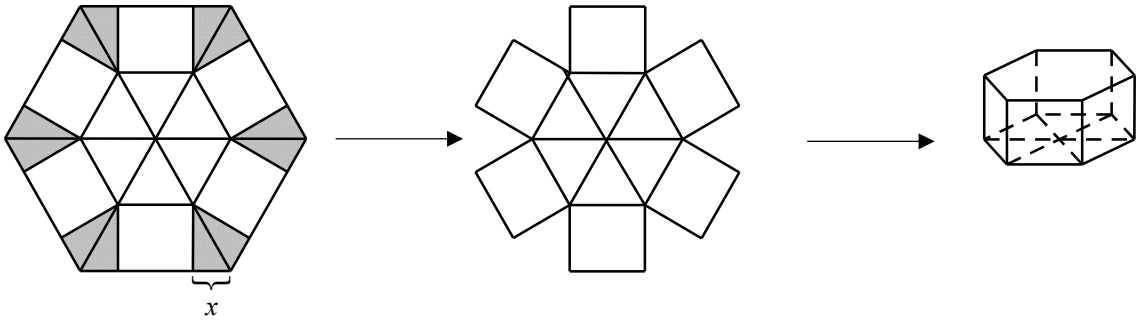
Câu 20.39. Một bình chứa nước có hình dạng như hình 1. Biết rằng khi nước trong bình có chiều cao $x\left(dm\right)$ $\left(0 \le x \le 4\right)$ thì mặt nước là hình vuông có cạnh $\sqrt{2+\dfrac{x^2}{4}}\left(dm\right)$. Dung tích của bình bằng bao nhiêu dm^3. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Hình 1

Câu 20.40. Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh 90 cm. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng x (cm) (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.

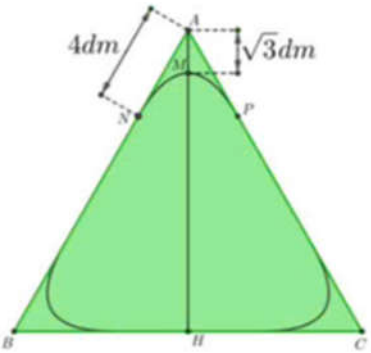


Câu 20.41. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

Câu 20.42. Một mặt bản bằng kính có hình dạng như hình 1. Để tạo ra mặt bàn đô, người ta dùng một tấm kính hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $14\left(dm\right)$ và tại mỗi góc trong tam giác cắt tấm kính theo các đường parabol như nhau. Xét tại đỉnh A, parabol có đỉnh M thuộc đường trung tuyến AH, tiếp xúc với hai cạnh AB, AC lần lượt tại N, P sao cho $AM=\sqrt{3}dm$, $AN=AP=4dm$ (Hình 2).



Hình 1

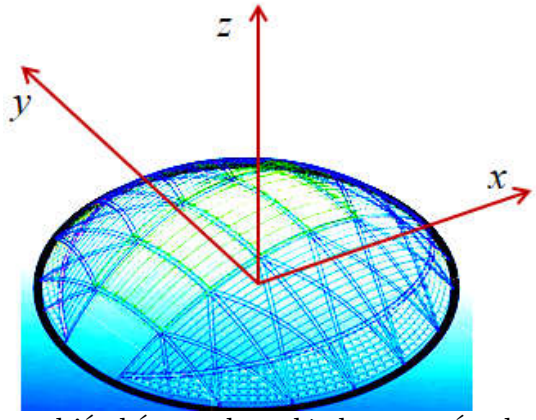


Hình 2

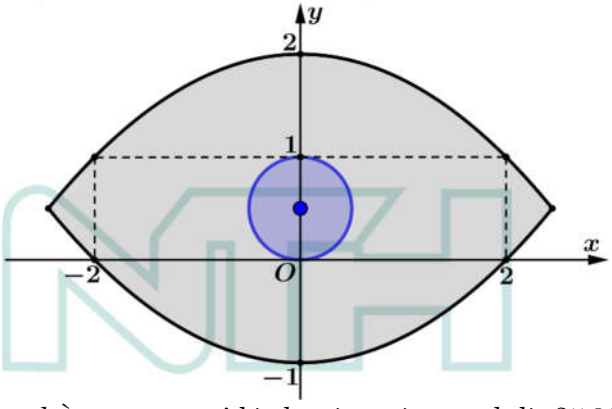
Diện tích mặt bàn thu được là một số có dạng $a\sqrt{b}\left(dm^2\right)$ (với $a,b\in\mathbb{N}$ và b không có ước chính phương khác 1). Tính tổng $a+b$.

Câu 20.43. Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip $\left(E\right)$ có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của $\left(E\right)$ và cắt elip ở M,N (hình 3) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN}=90^0$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư

cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Hỏi thể tích xấp xỉ bao nhiêu nghìn m^3 (làm tròn đến hàng ngàn)?

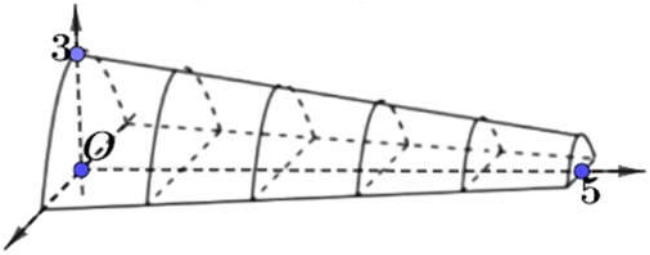


Câu 20.44. Bạn An thực hiện thiết kế một logo hình con mắt cho một phòng khám nhãn khoa. Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)$ có các kích thước như hình vẽ dưới đây (phần được tô màu đen) và một hình tròn có bán kính bằng $0,5$ dm ở giữa là phần con ngươi (phần được tô màu xanh), đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimet.



Biết rằng chi phí để sơn phần con ngươi hình tròn màu xanh là 25 000 đồng/dm^2 và chi phí để sơn phần còn lại màu đen là 20 000 đồng/dm^2. Chi phí để sơn logo trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 20.45. Cho một mô hình $3D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.

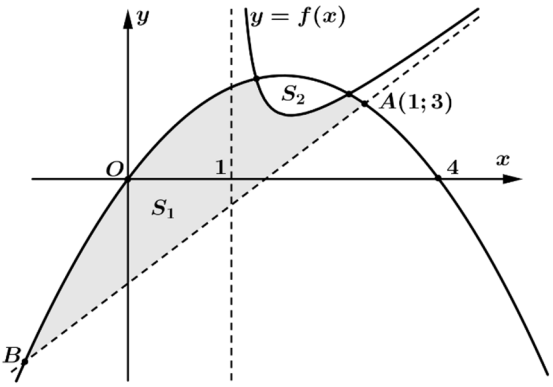


Chiều dài của đường hầm mô hình là 5cm , mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y=3-\dfrac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.

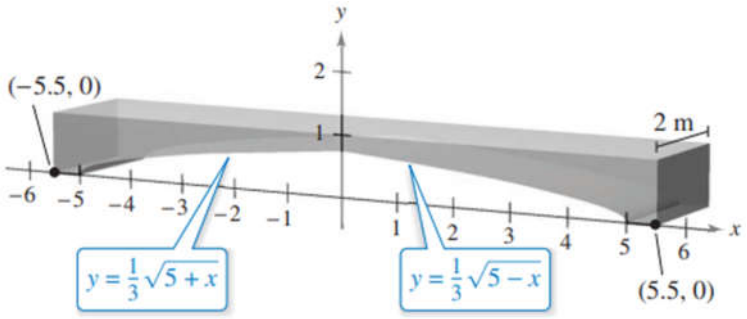
Câu 20.46. Cho hàm số bậc hai trên bậc nhất $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{4x-d}$ và parabol $\left(P\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đường tiệm cận đứng $x=1$ và đường tiệm cận xiên cắt

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

parabol tại điểm $A\left(3;1\right)$. Ký hiệu các diện tích hình phẳng S_1, S_2 lần lượt là các phần diện tích được tô đậm và không tô màu như hình vẽ. Biết rằng giá trị $S_1 + S_2 = \dfrac{32}{3}$ và $f\left(4\right) = \dfrac{7}{4}$. Tính giá trị của S_2 (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần chục).

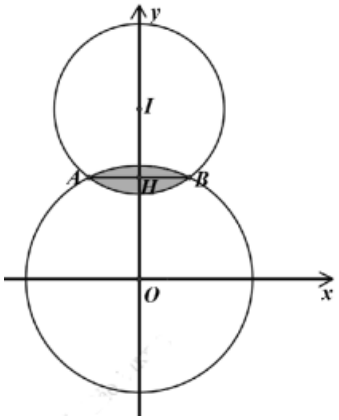


Câu 20.47. Để xây dựng một cây cầu, người ta đúc thành nhiều dầm có kích thước (đơn vị m) và hình dạng như hình sau:



Mỗi mét khối bê tông nặng trung bình 2500 kg. Khối lượng (T) của dầm trên là bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)

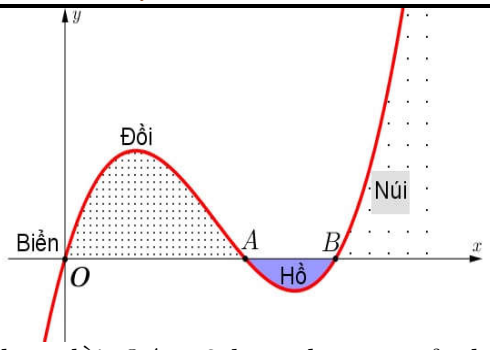
Câu 20.48. Người ta xây một sân khấu với mặt sân có dạng hợp của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn lần lượt là 20 mét và 15 mét. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 mét.



Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 ngàn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 ngàn đồng. Tính số tiền làm mặt sân của sân khấu?

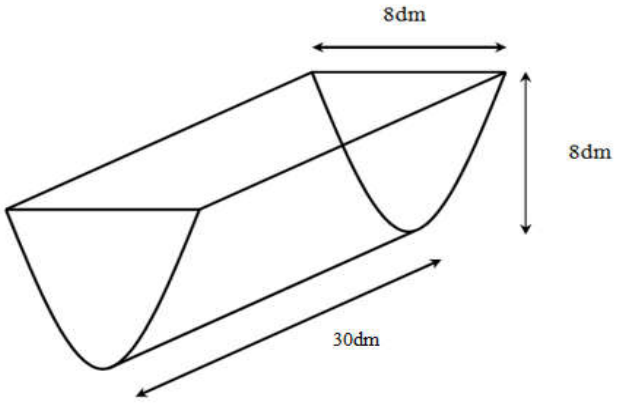
Câu 20.49. Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

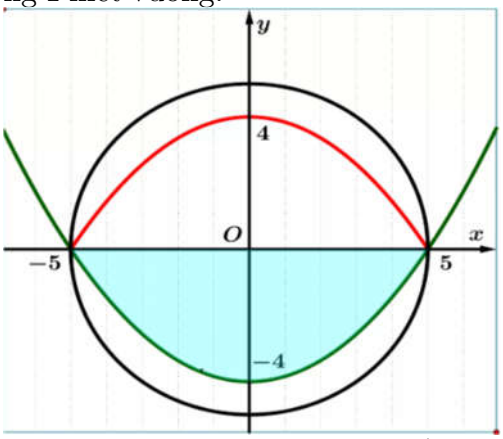


Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA = 2$ km, độ rộng của hồ $AB = 1$ km và ngọn đồi cao 428 m. Tìm độ sâu của hồ (tính bằng mét) tại điểm sâu nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 20.50. Một bồn nước được thiết kế với chiều cao 8 dm, ngang 8 dm, dài 30 dm, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước.



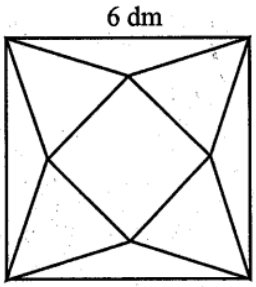
Câu 20.51. Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB, nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông.



Tính tổng chi phí để hoàn thành khu vực này (Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy).

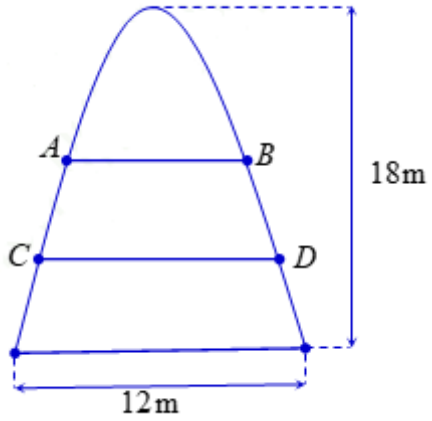
Câu 20.52. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh $6dm$, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình bên dưới).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

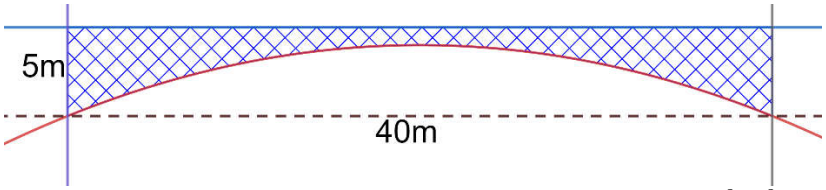


Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?

Câu 20.53. Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m , chiều rộng chân đế 12 m . Người ta căng hai sợi dây trang trí AB , CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\dfrac{AB}{CD}=\dfrac{1}{\sqrt[n]{a}}$, tính $n+a$?



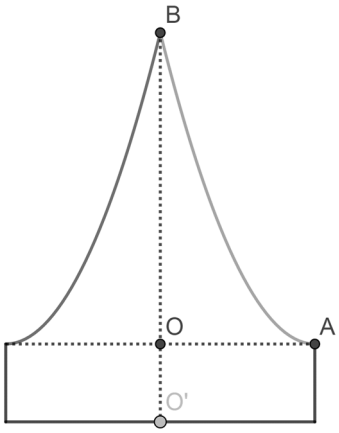
Câu 20.54. Một đội thi công cầu đường A vừa đấu thầu được dự án xây cầu ở huyện B bắc ngang qua con sông C. Để hoạch định được số tiền cần chi để đổ bê tông thô đúc cầu, người ta đưa ra bản thiết kế mặt cắt song song của cầu là hình bên dưới (phần tô đậm là phần đổ bê tông, và các đơn vị đều đo bằng mét).
Trong đó phần giới hạn phía dưới là một đồ thị hàm bậc 2. Và phần mỏng nhất của cầu là 1m.



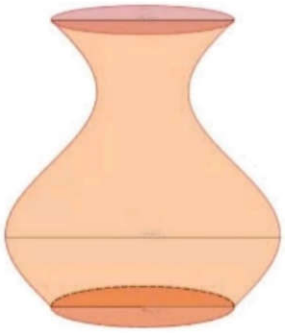
Biết chiều rộng của cầu bằng 9m . Số tiền (có VAT) ít nhất để đổ bê tông thô đúc cầu là bao nhiêu. Biết mỗi 1m^3 bê tông có giá 1.320.000 (Chưa tính VAT 8%). Đơn vị: tỉ đồng, làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Câu 20.55. Chuẩn bị cho lễ Giáng Sinh, bạn Lan đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO'=7$ cm , $OA=8$ cm , $OB=16$ cm , đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ
(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

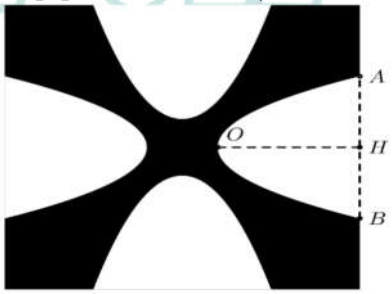
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



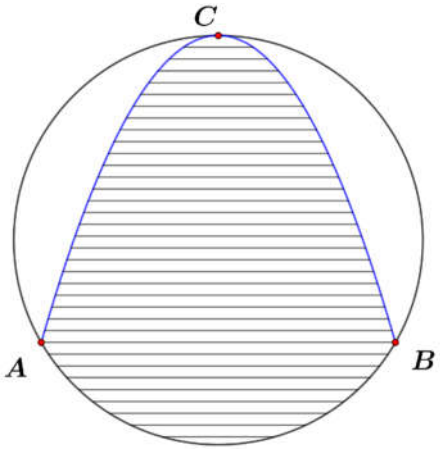
Câu 20.56. Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là $25cm$ (*tham khảo hình vẽ*). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính $R=\frac{4}{9}x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{25}{36}\left(dm\right)$ với $x\in\left[0;\frac{5}{2}\right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Câu 20.57. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 18 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình vẽ bên. Biết $AB=4$ cm, $OH=7$ cm. Gọi S là diện tích của bề mặt hoa văn đó (đơn vị: cm^2). Tính $\frac{S}{13}$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



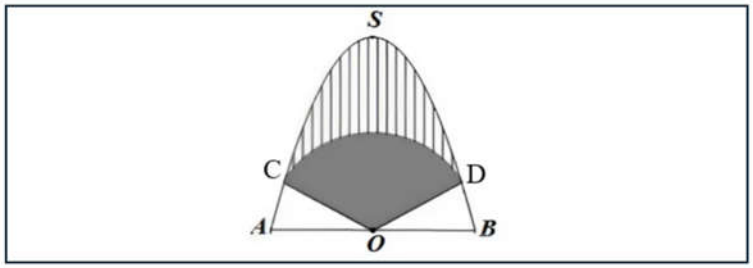
Câu 20.58. Một hoa văn hình tròn tâm O, ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB=4\sqrt{3}\,cm$. Đường cong qua ba điểm A,B,C là một phần của parabol.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Diện tích phần giới hạn bởi đường tròn và parobol (phần không gạch) bằng (*kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*).

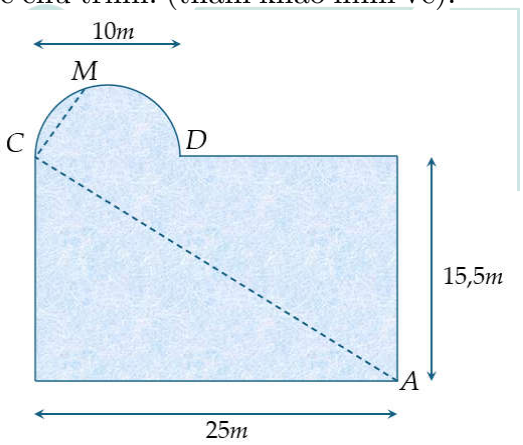
Câu 20.59. Trên bức tường, người ta cần trang trí một hình phẳng giới hạn bởi một phần parabol đỉnh S và đường gấp khúc COD như hình vẽ, biết $OS = AB = 4m$, O là trung điểm của AB.



Phần trang trí trên được chia thành hai phần để sơn hai màu khác nhau với mức chi phí:
- Phần kẻ sọc giá 140.000 đồng/m²
- Phần tô đậm là hình quạt tâm O, bán kính $2m$, giá 150.000 đồng/m²

Tính tổng chi phí sơn hình trang trí trên (*đơn vị triệu đồng, làm tròn kết quả đến phần chục*).

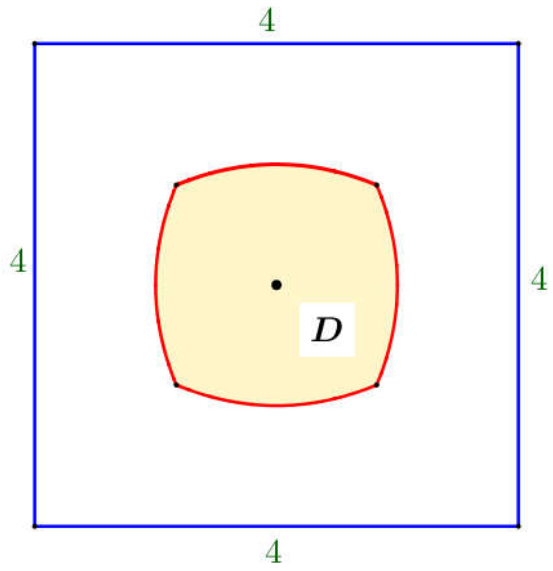
Câu 20.60. Bạn Hoa thường đi bơi ở hồ Sky Garden cạnh nhà, hồ bơi có thiết kế là một hình chữ nhật với chiều dài 25 m, chiều rộng 15,5 m và bên cạnh đó là một hình bán nguyệt đường kính 10 m. Trong một lần bể bơi vắng người nên Hoa đã thực hiện một chu trình là bơi theo đoạn thẳng AC rồi bơi tiếp đoạn thẳng CM, với M là một vị trí bất kỳ trên hình bán nguyệt. Ngay sau đó bạn đi bộ theo một hướng qua điểm D dọc bờ của hồ bơi để quay lại vị trí A và kết thúc chu trình. (tham khảo hình vẽ).



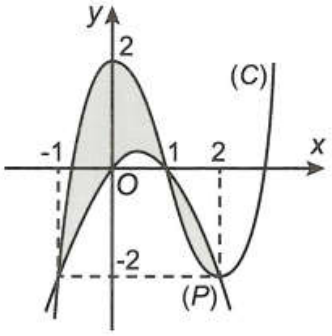
Biết rằng vận tốc bơi của Hoa là 2,4 km/h, vận tốc đi bộ là 4,8 km/h và tốc độ bơi, vận tốc đi bộ không thay đổi trong một chu trình. Hỏi thời gian chậm nhất để Hoa thực hiện xong chu trình trên là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 20.61. Hình vẽ dưới đây cho biết một miền D (được tô đậm) nằm trong hình vuông cạnh bằng 4. Miền D này gồm nhưng điểm có khoảng cách tới tâm hình vuông nhỏ hơn hoặc bằng khoảng cách tới cạnh gần nhất của hình vuông. Tính diện tích miền D (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

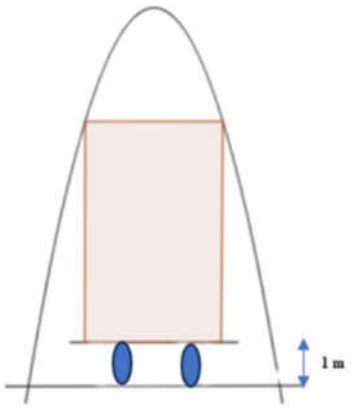


Câu 20.62. Hình phẳng (H) được giới hạn bởi đồ thị (C) của hàm đa thức bậc ba và parabol (P) có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng bao nhiêu? (kết quả tính gần đúng đến hàng phần trăm).



Câu 20.63. Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao $9m$, khoảng cách giữa hai chân cổng là $6m$. Để vận chuyển thùng hàng hình hộp chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có chiều cao $1m$. Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua được cổng? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

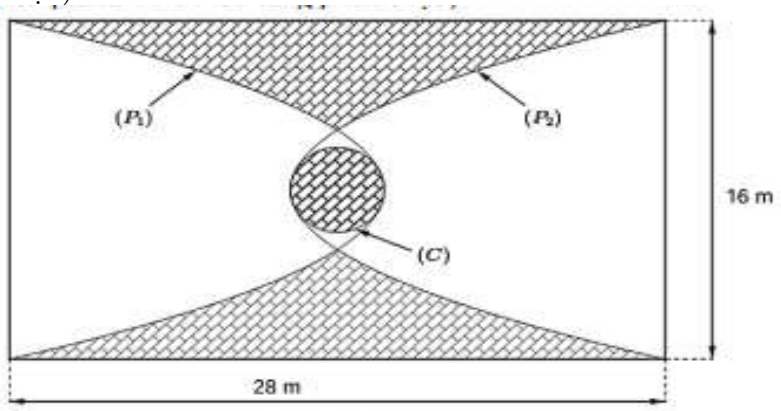




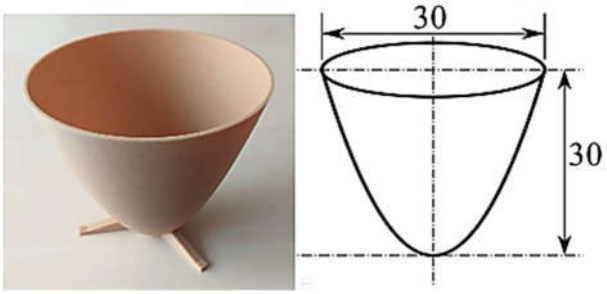
Câu 20.64. Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật có kích thước $28m$ x $16m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1),(P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol đó (tham khảo hình vẽ). Chi phí cho phần lát gạch là 240 ngàn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

(C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)

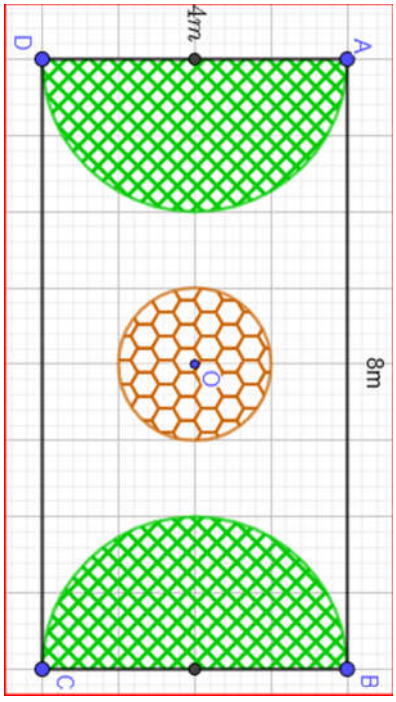


Câu 20.65. Một chậu cây có chiều cao là 30cm và đường kính miệng chậu là 30cm. Mặt cắt ngang của chậu cây là một đường parabol (tham khảo hình vẽ).



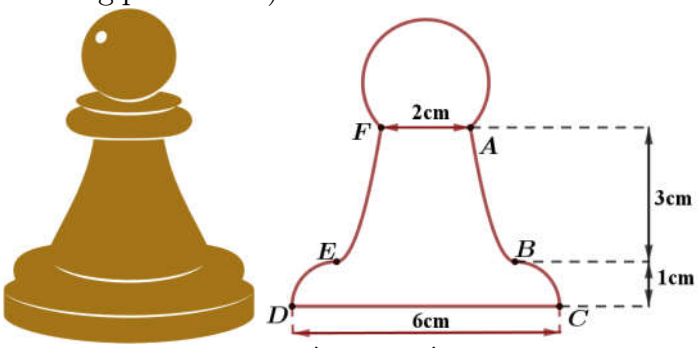
Tính thể tích của chậu cây đó (đơn vị: dm^3, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Câu 20.66. Bạn Phương nhận thiết kế sân vườn có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là $4m, 8m$. Sân vườn được thiết kế như hình vẽ trong đó phần không tô màu là sân chơi, trung tâm sân vườn là hình tròn bán kính $1m$ để xây bể cá và tiểu cảnh, mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần parabol có đỉnh nằm trên trục đối xứng của mảnh sân vườn và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật $1,6m$ như hình vẽ trên. Hãy tính diện tích phần sân chơi (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

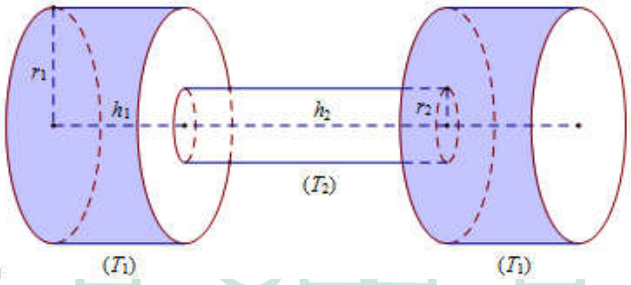


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20.67. Mô hình của quân tốt trong bàn cờ vua là một khối tròn xoay với mặt cắt qua trục như sau: Đầu của quân cờ là một phần của hình cầu có bán kính bằng $\sqrt{2}$ (cm); đường cong AB và EF là một phần của parabol đỉnh B và đỉnh E; DE và BC là một góc phần tư của đường tròn có bán kính 1 (cm). Tính thể tích của mô hình quân tốt (đơn vị cm^3 và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

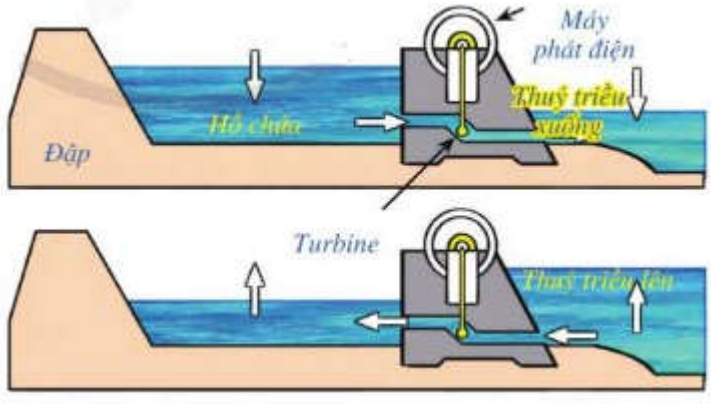


Câu 20.68. Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là $\left(T_1\right)$ và khối trụ làm tay cầm là $\left(T_2\right)$lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1 = 4r_2$, $h_1 = \dfrac{1}{2}h_2$ (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm $\left(T_2\right)$ bằng $30cm^3$ và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D = 7{,}7g\,/\,cm^3$. Hỏi khối lượng của chiếc tạ tay bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

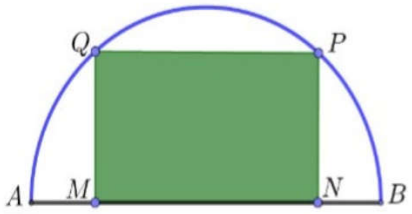
Câu 20.69. Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của mực nước được xác định bởi hàm số $h'\left(t\right) = \dfrac{1}{90}\left(t^2 - 17t + 60\right)$, trong đó t tính bằng giờ $\left(0 \le t \le 24\right)$, $h'\left(t\right)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t = 0$, mực nước trong hồ chứa cao $8m$. Mực nước trong hồ cao nhất bao nhiêu mét?



Câu 20.70. Trước sân nhà A của một trường THPT có một mảnh đất là nửa hình tròn có đường

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

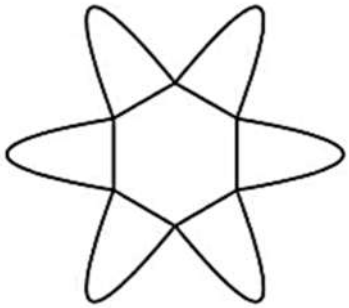
kính $AB = 10m$. Nhà trường muốn trồng hoa trong hình chữ nhật $MNPQ$ và phần đất còn lại trồng cỏ Nhật. Biết chi phí trồng hoa là 100 ngàn đồng $/1m^2$. Trồng cỏ Nhật hết 150 ngàn đồng $/1m^2$. Hỏi chi phí (làm tròn đến đơn vị ngàn đồng) hết ít nhất là bao nhiêu?



Câu 20.71. Một cái hồ lô trang trí được thiết kế phần chứa nước có thể tích bằng thể tích của một vật thể (V) trong không gian. Biết rằng, điểm M thuộc (V) khi và chỉ khi $MA \le \sqrt{2}\ dm$ hoặc $MB \le \sqrt{5}\ dm$; trong đó A và B là hai điểm cố định, $AB = 3\ dm$. Thể tích phần chứa nước của hồ lô đó là bao nhiêu lít? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)



Câu 20.72. Để trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m \times 4m$ trong phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của một hình lục giác đều có cạnh $2dm$, vẽ một cánh hoa hình parabol. Đỉnh của parabol cách cạnh $3dm$ và nằm phía ngoài hình lục giác đều. Đường parabol đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh hình lục giác (tham khảo hình vẽ).



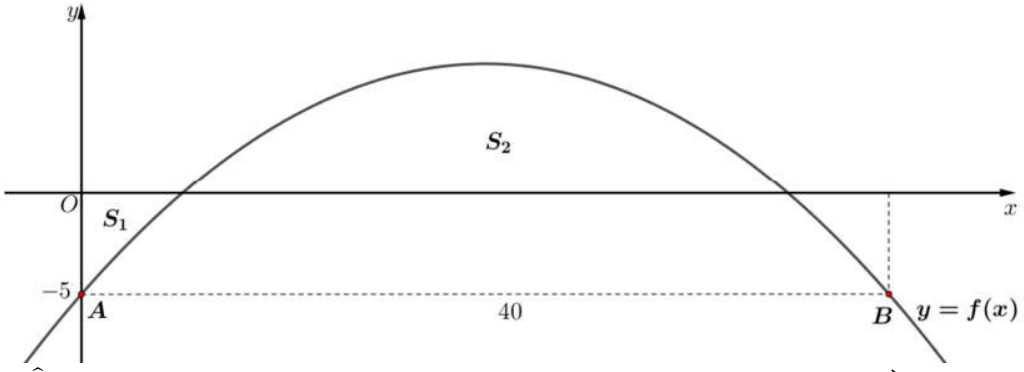
Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí?

Câu 20.73. Một nhóm các kỹ sư muốn xây dựng một cây cầu vòm dàn thép với giá đỡ dưới bằng thép cao cấp có hình dáng là một Parabol nối từ 2 cột trụ A và B nằm bên dưới cây cầu, biết hai cột trụ cách nhau $400\,m$, khoảng cách từ trụ A đến cây cầu là $50\,m$ và AB song song với mặt đường.

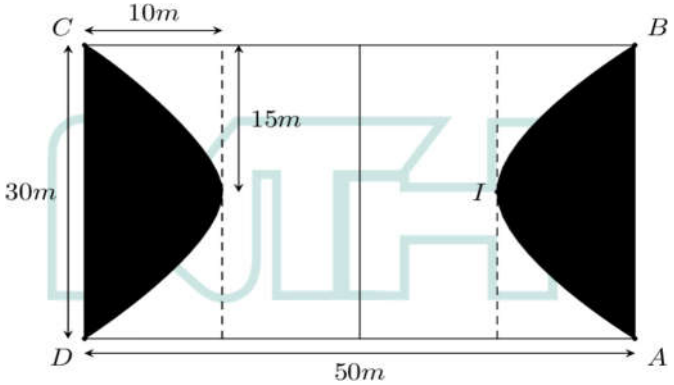


NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Gắn hệ trục toạ độ Oxy vào cây cầu với đơn vị trục toạ độ là $10\,m$. Giá đỡ dưới bằng thép là đường cong Parabol tạo với 2 trục toạ độ các hình phẳng có diện tích S_1, S_2 như hình vẽ bên, biết rằng $S_2 - 2S_1 = \dfrac{2200}{21}$. Điểm cao nhất của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu bao nhiêu mét. (*Làm tròn đến hàng phần mười*)



Câu 20.74. Ông Nam xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 50 m. Để giảm bớt chi phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông Nam chia sân bóng ra làm hai phần (tô đen và không tô đen) như hình vẽ bên. Phần tô đen gồm hai miền diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol đỉnh I với khoảng cách từ I đến AB bằng 10 m.

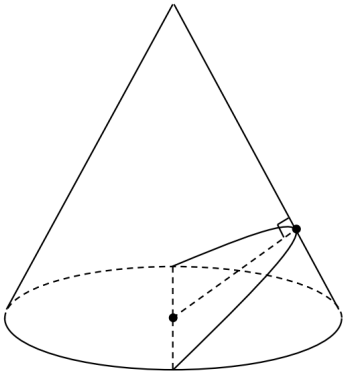


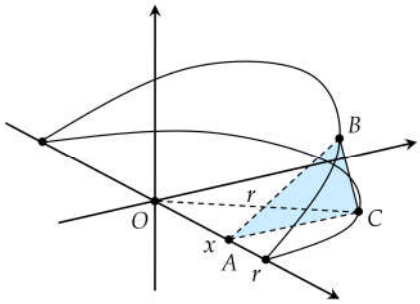
Phần tô đen được trồng cỏ nhân tạo với giá 140000 đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 100000 đồng/m^2. Hỏi ông Nam phải trả bao nhiêu triệu đồng để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

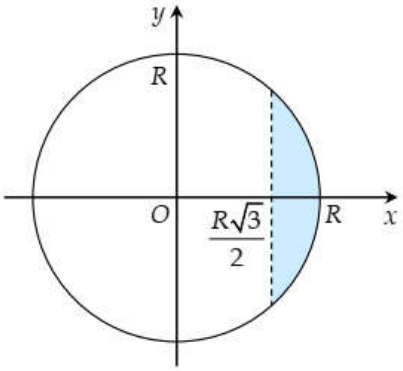
----------HẾT----------

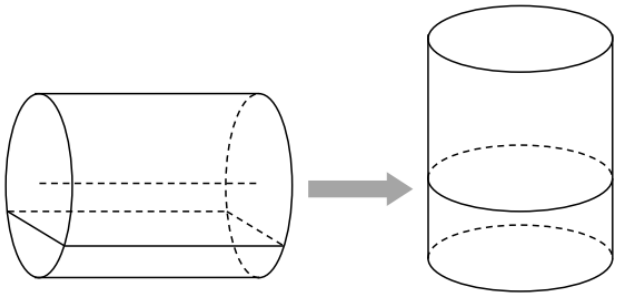
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

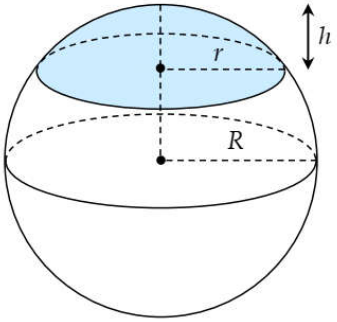
PHỤ LỤC
LÀM QUEN MỘT SỐ HÌNH VẼ CÓ THỂ GẶP TRONG CÁC BÀI TOÁN

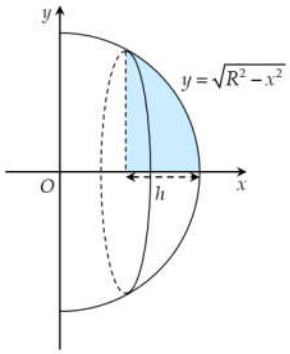


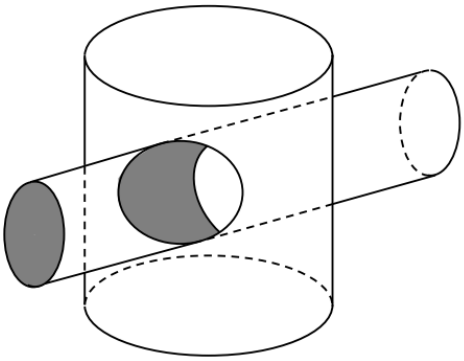


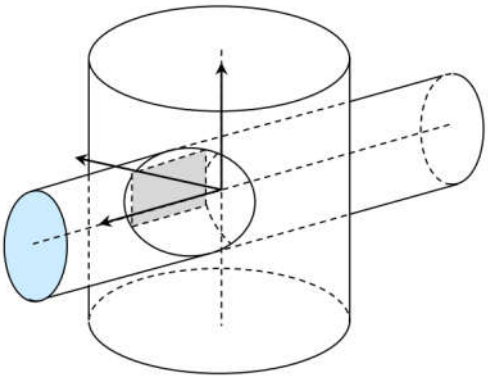


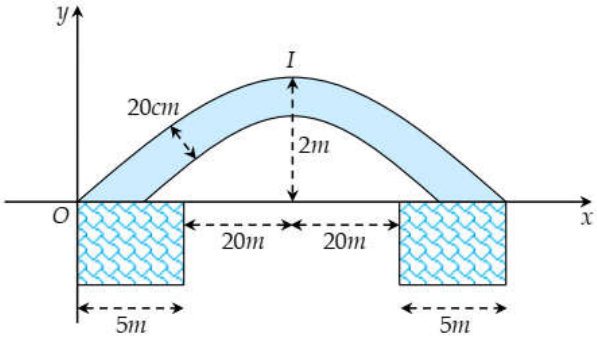


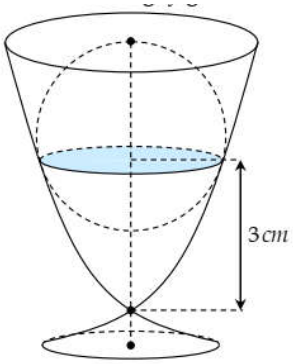


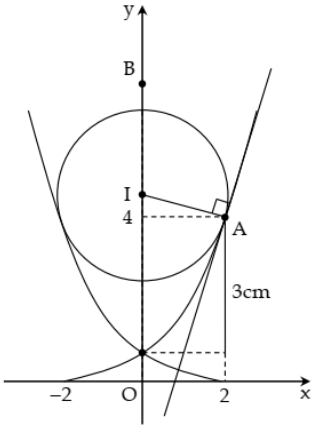




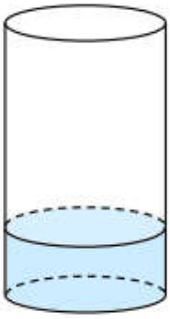


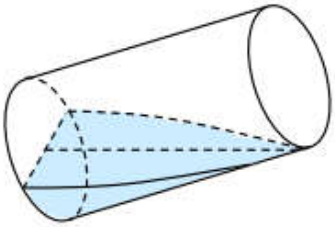


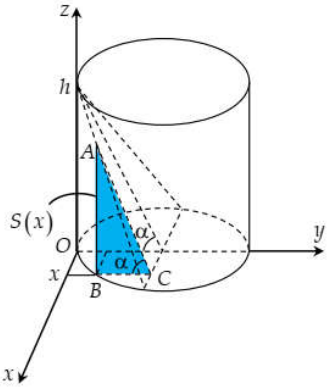




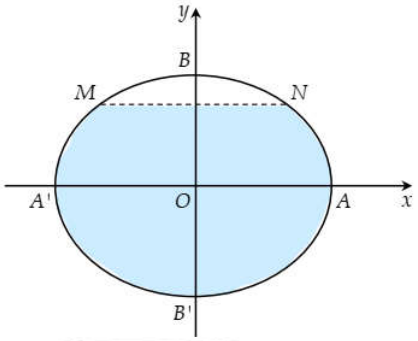
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

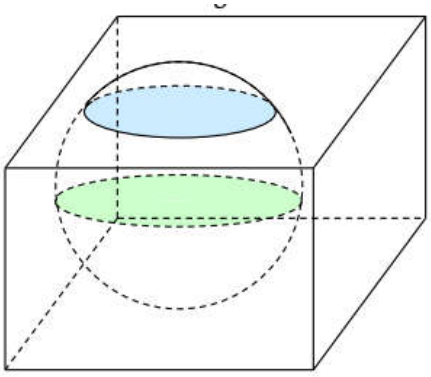


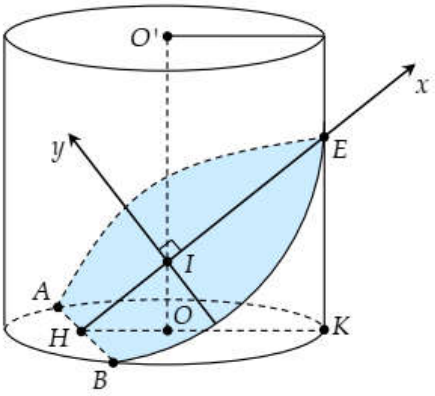


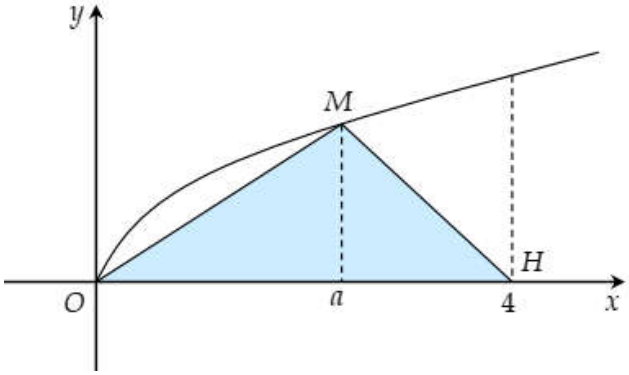


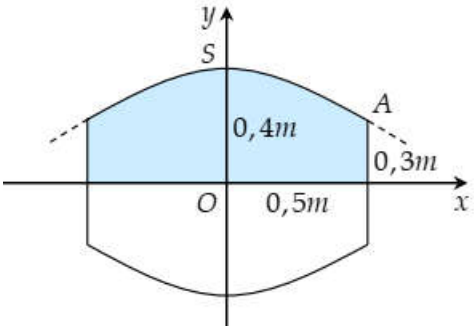






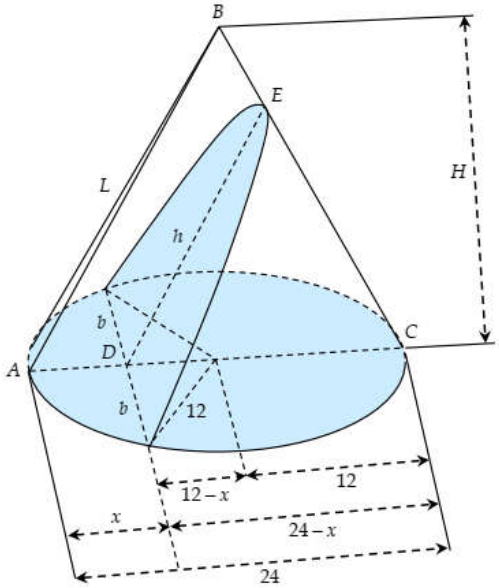


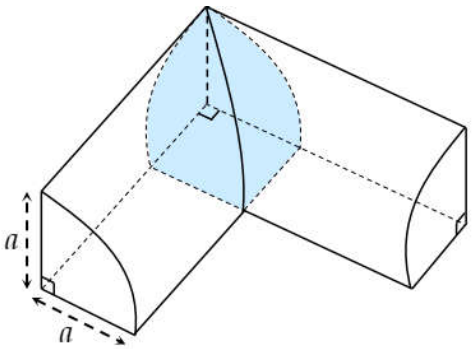


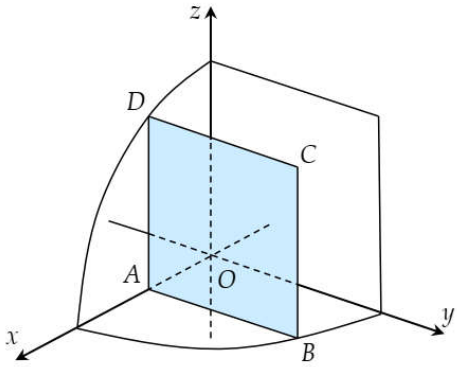


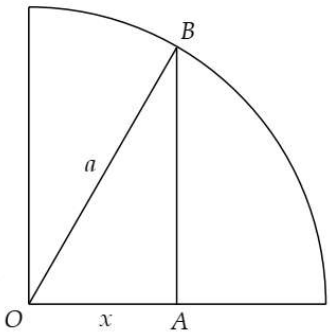
NGUYỄN TIẾN HÀ

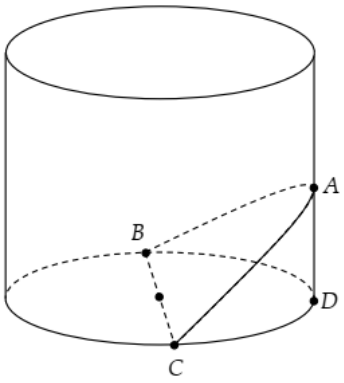
NGUYỄN TIẾN HÀ

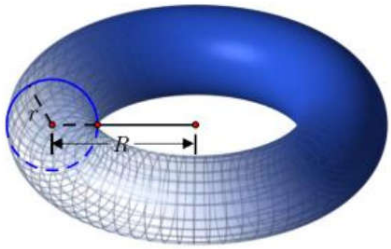


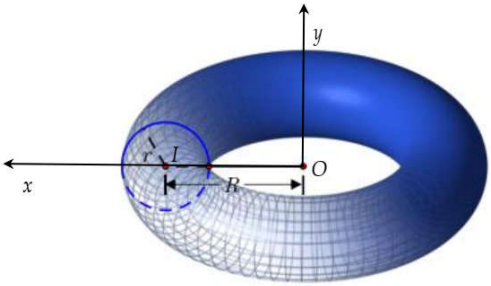


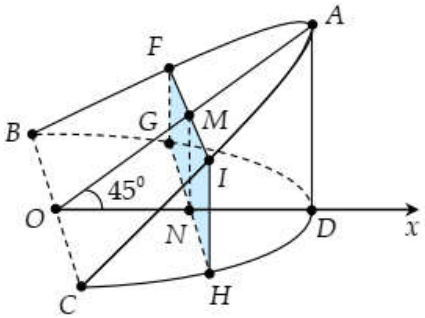


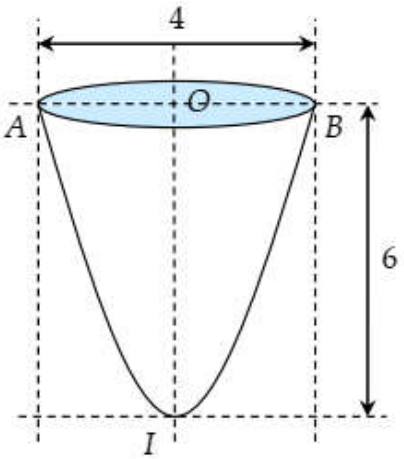


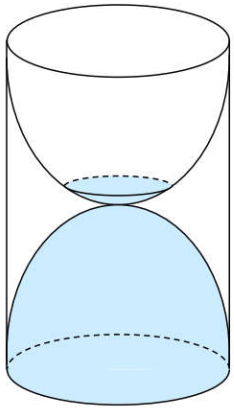




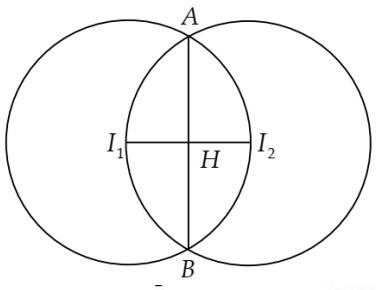


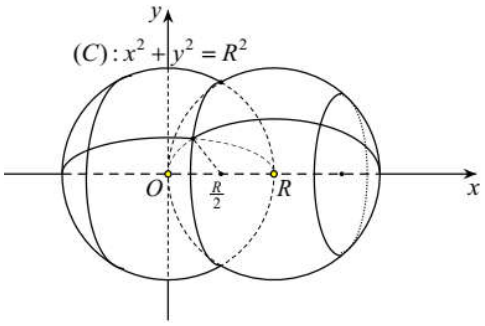


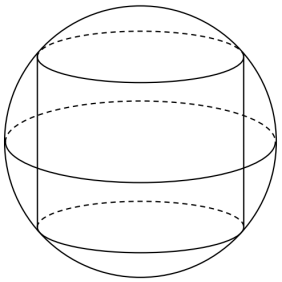


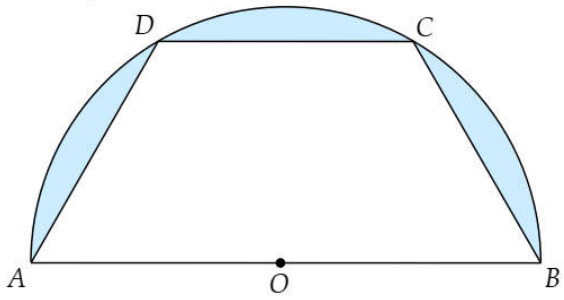


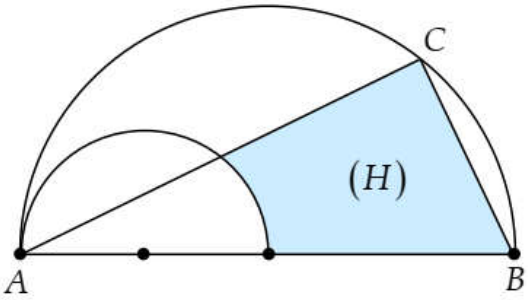
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

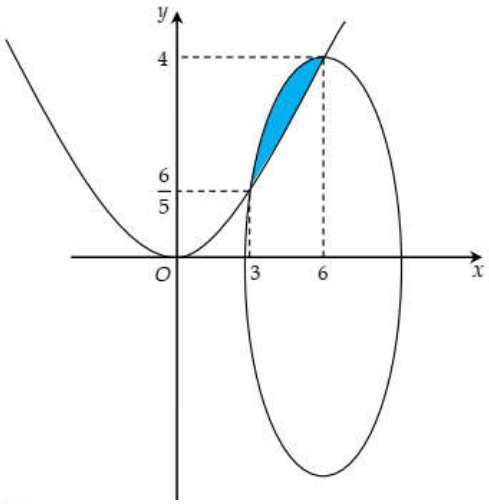


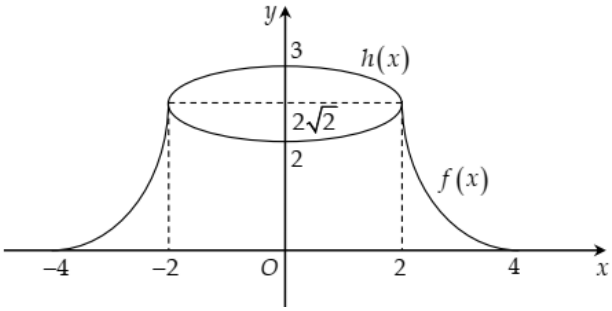


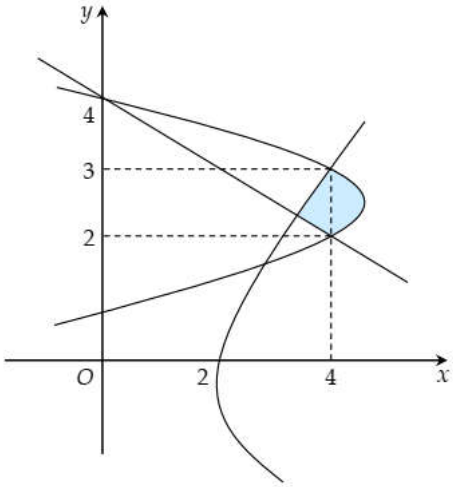


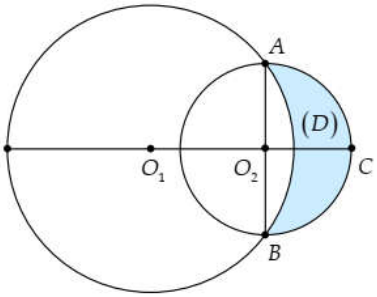


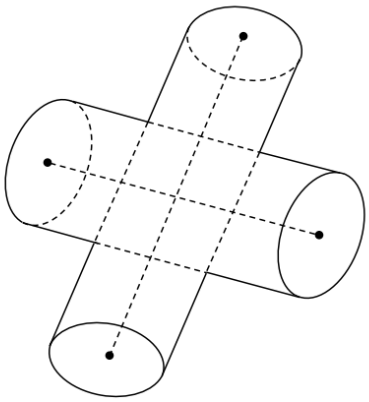




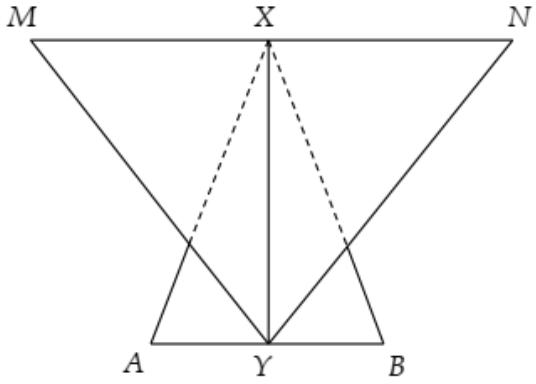


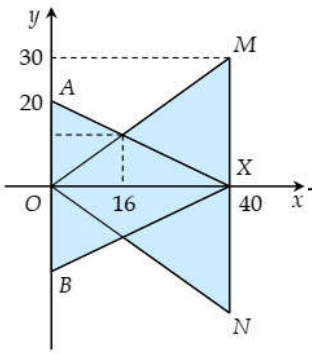


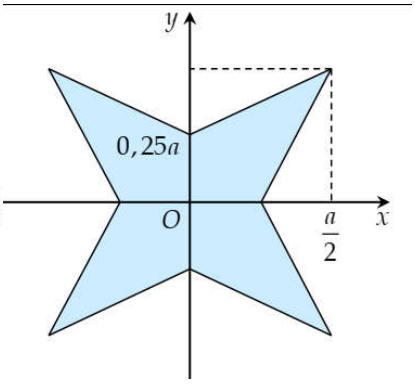


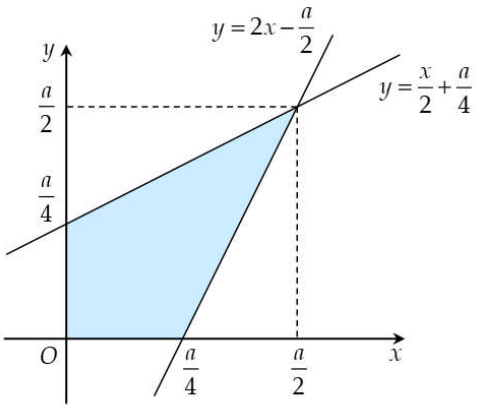


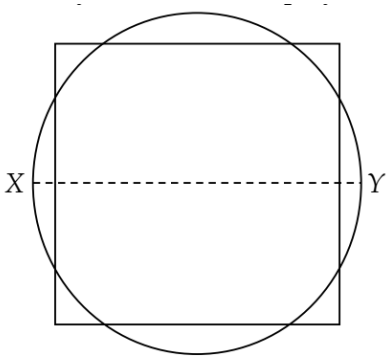
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

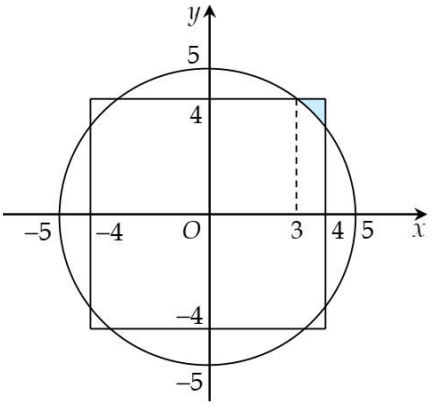


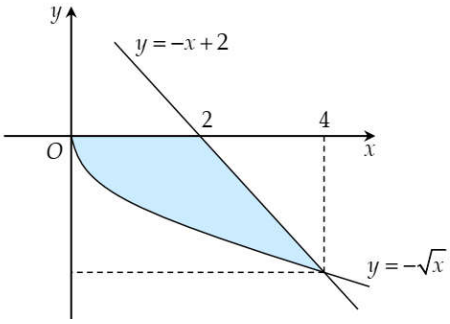


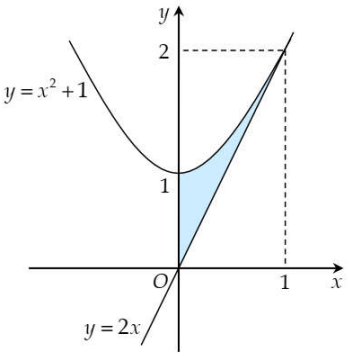


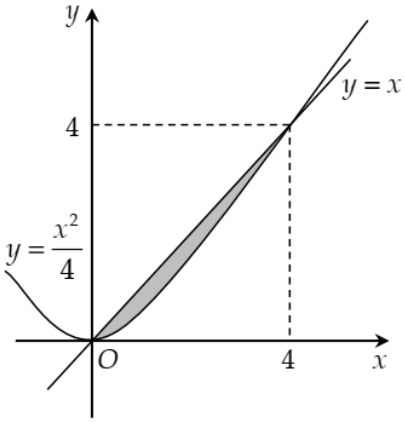


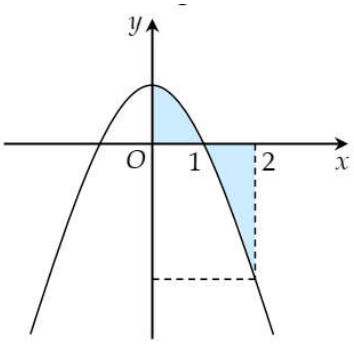


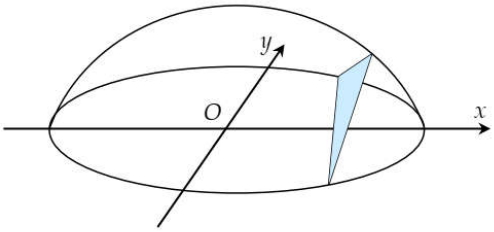


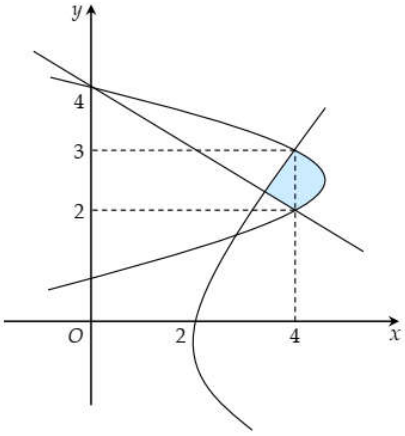




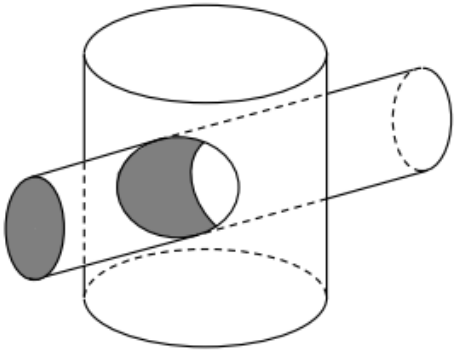


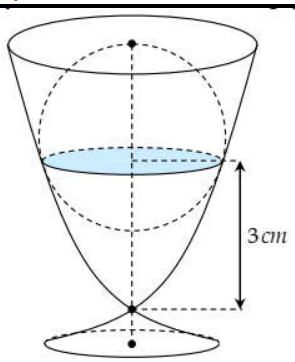


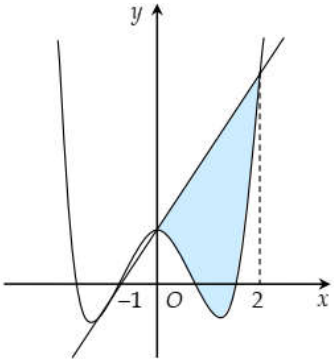


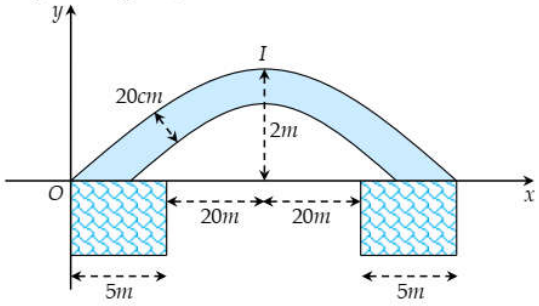


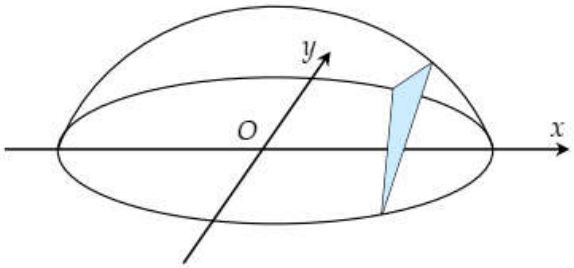
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

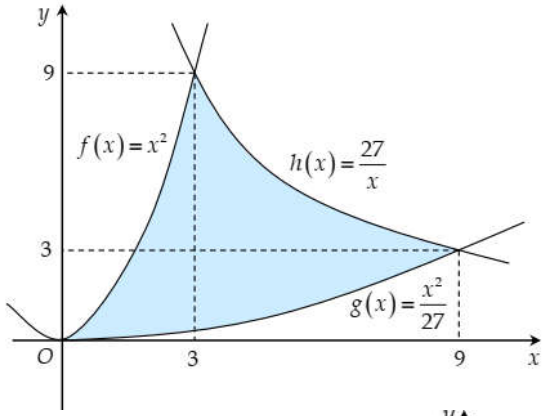


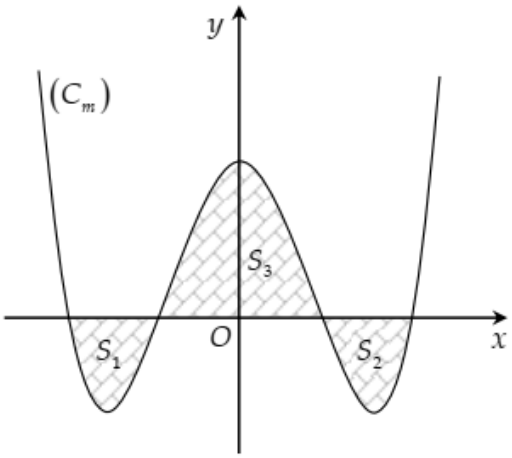


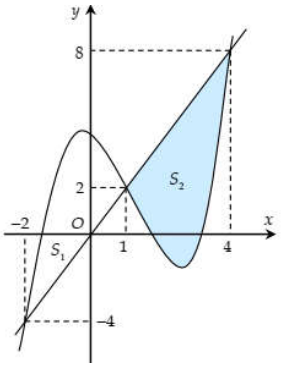


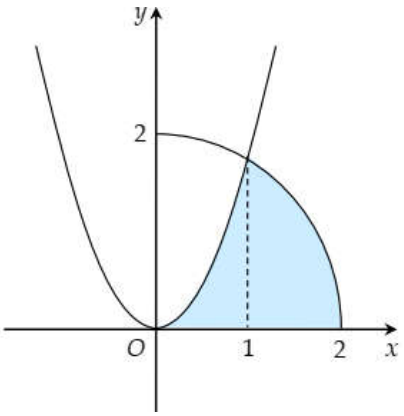


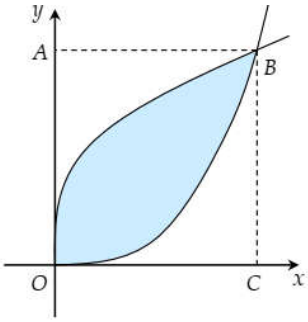






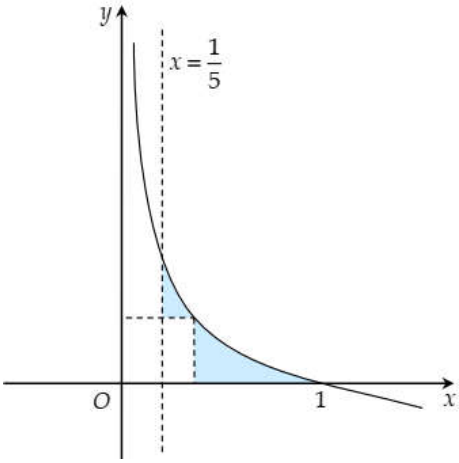


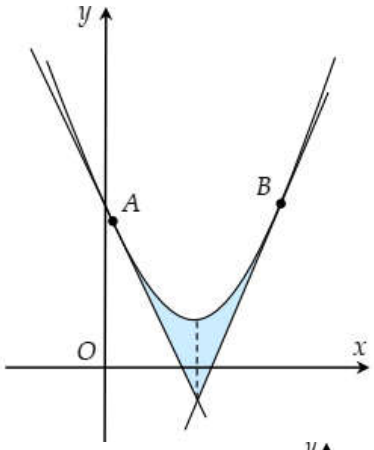


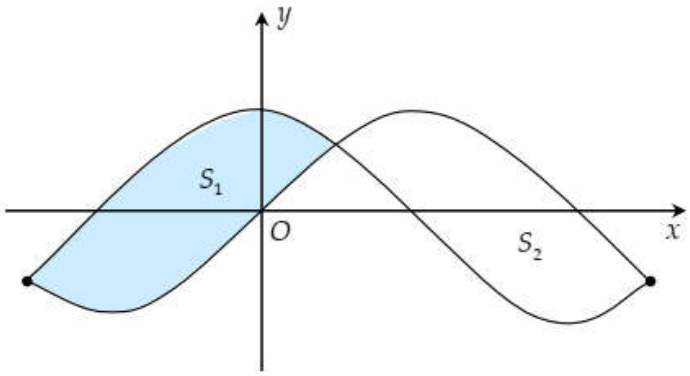


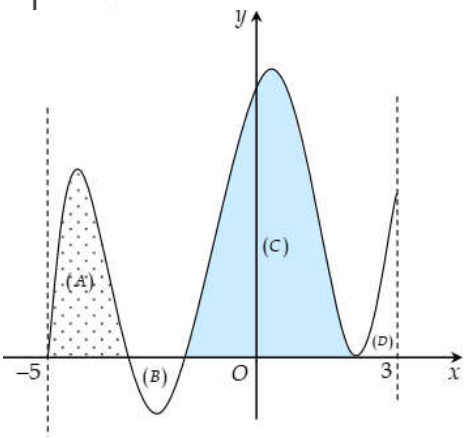
NGUYỄN TIẾN HÀ

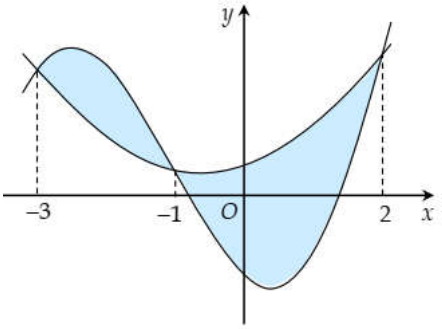
NGUYỄN TIẾN HÀ

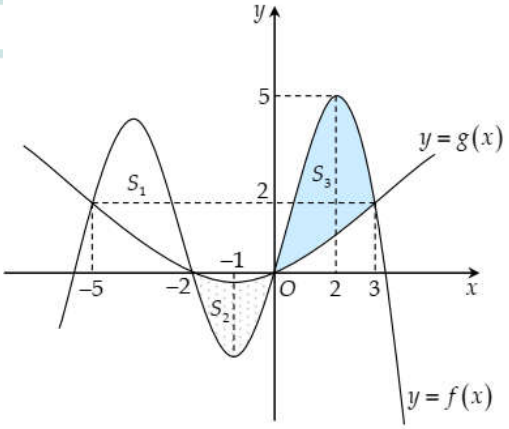


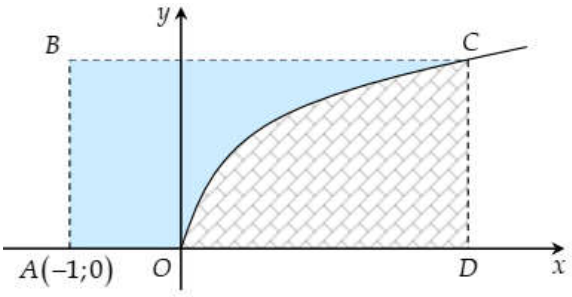


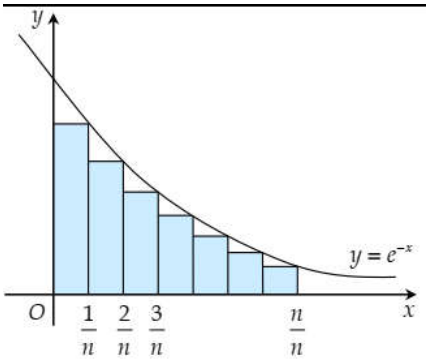




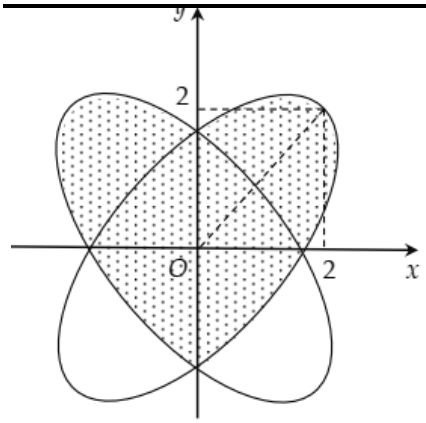


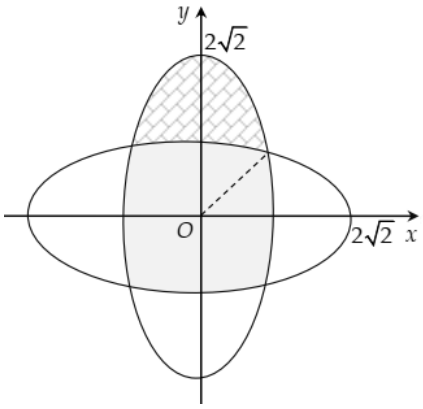


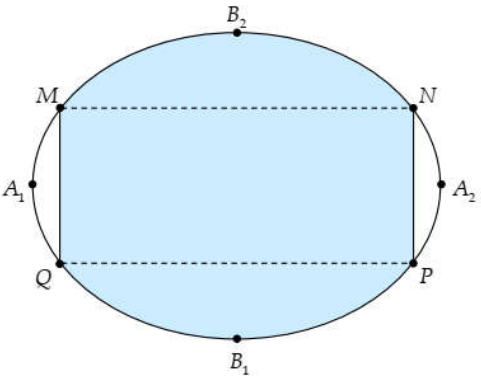


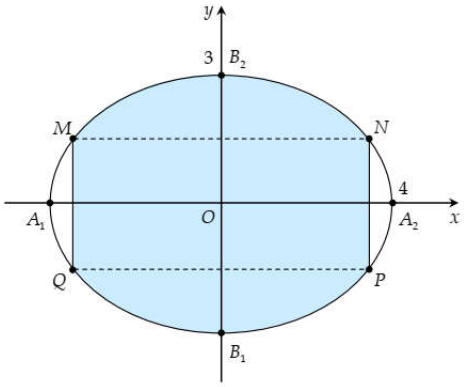


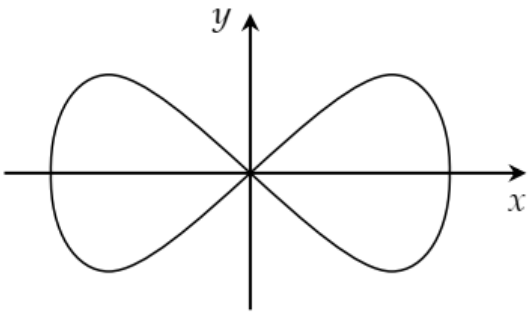
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

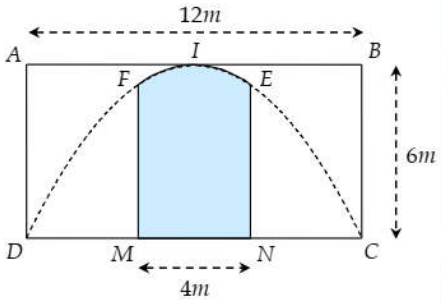




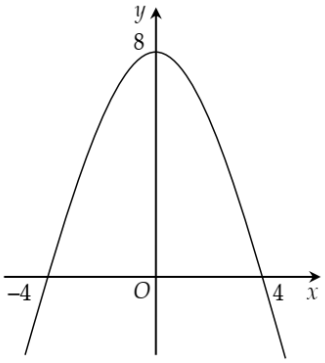


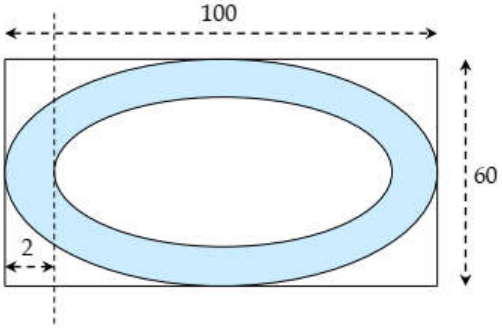


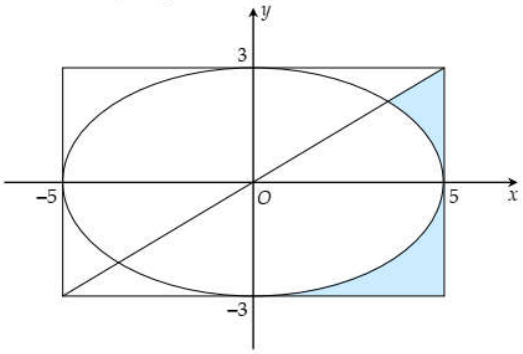


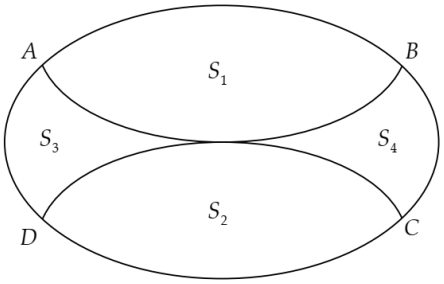


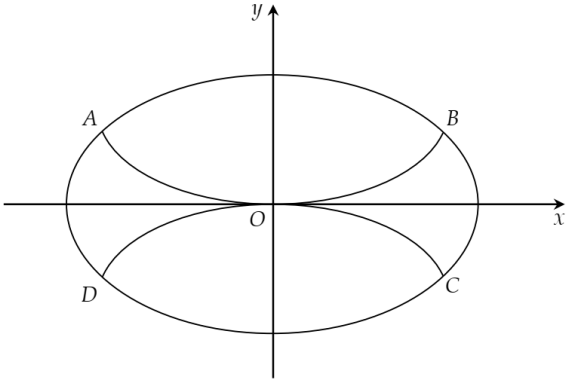




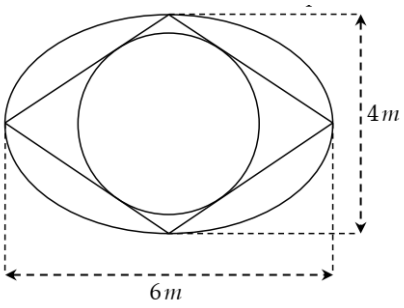


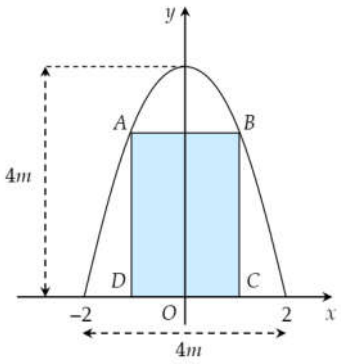


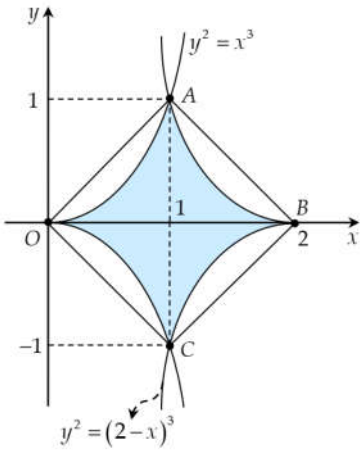


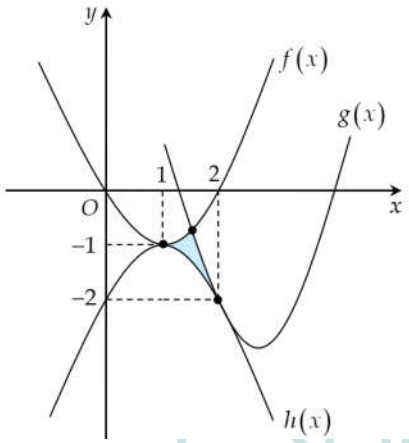


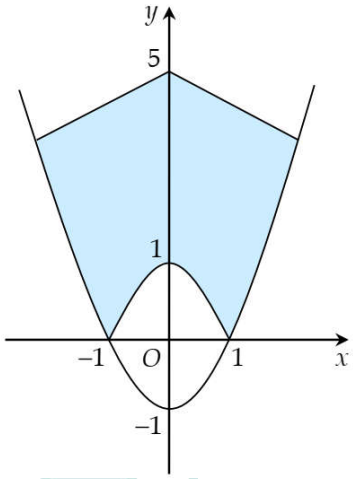
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

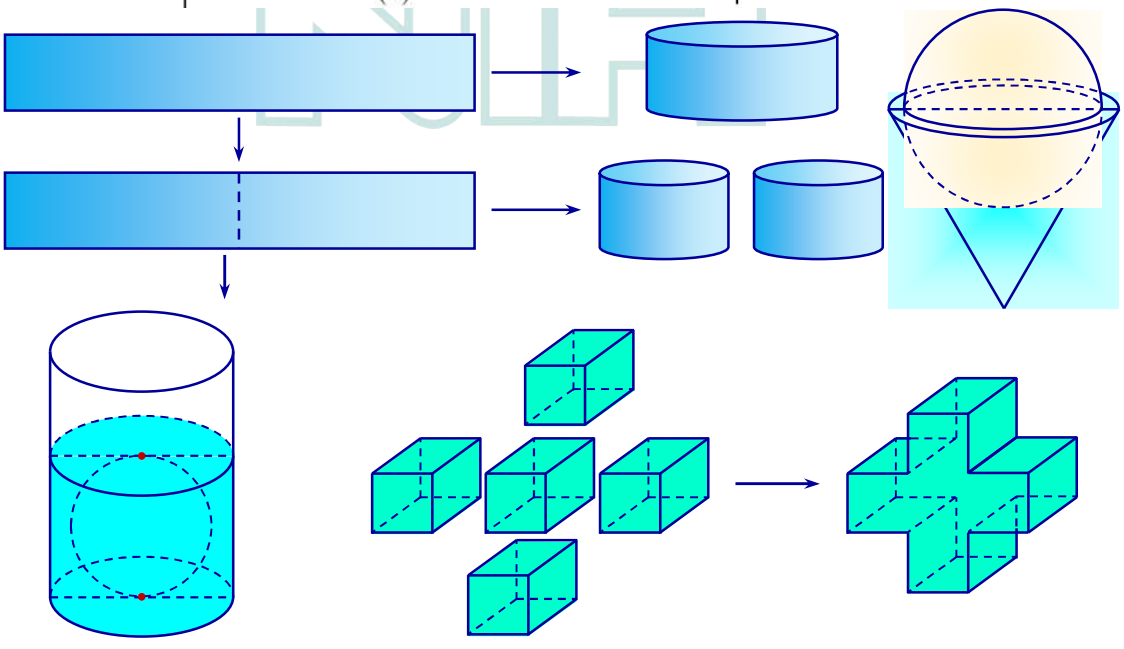




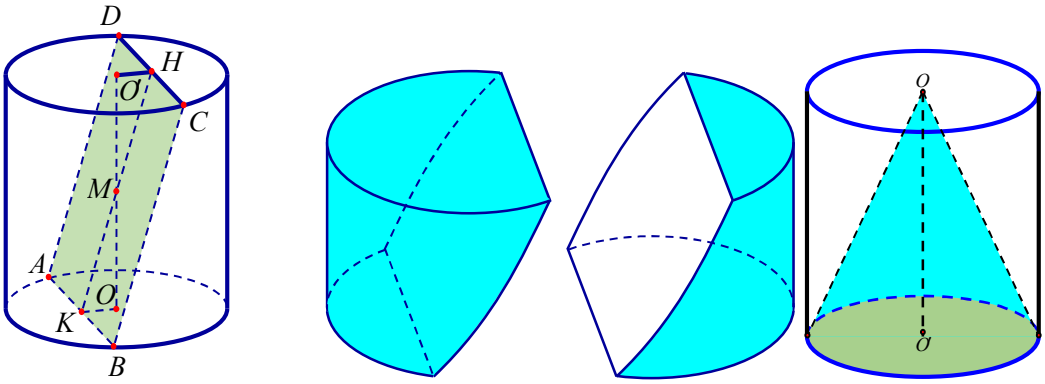


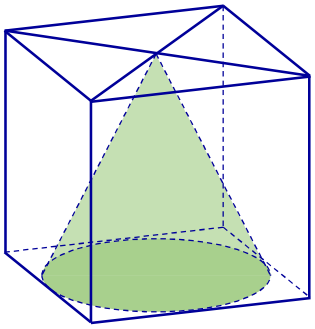


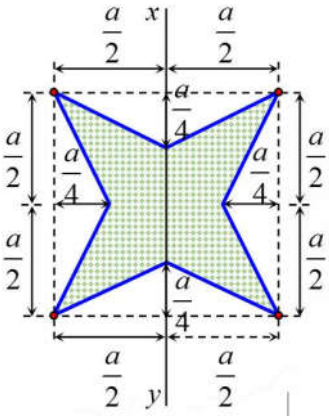


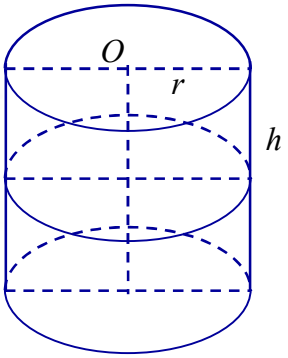


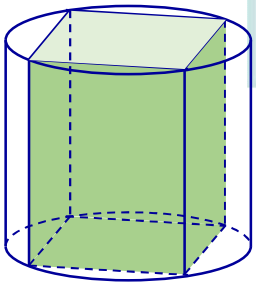
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

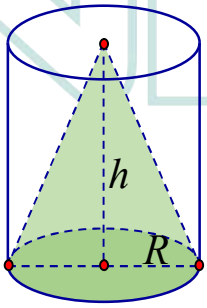


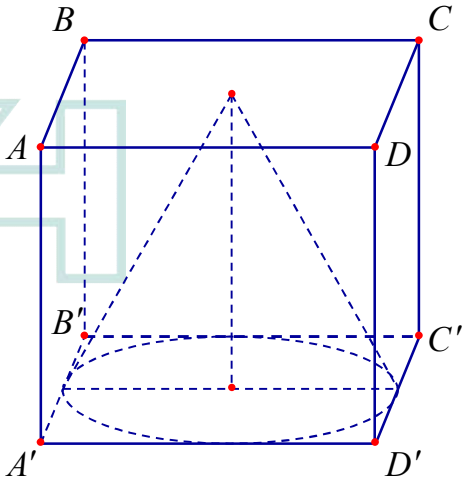


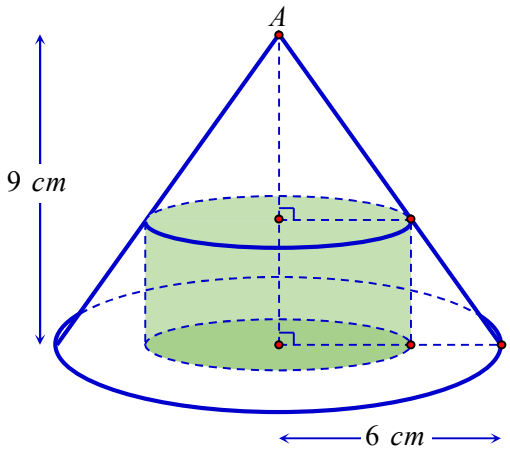


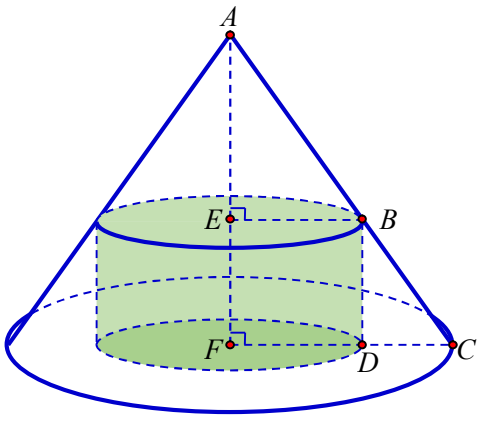




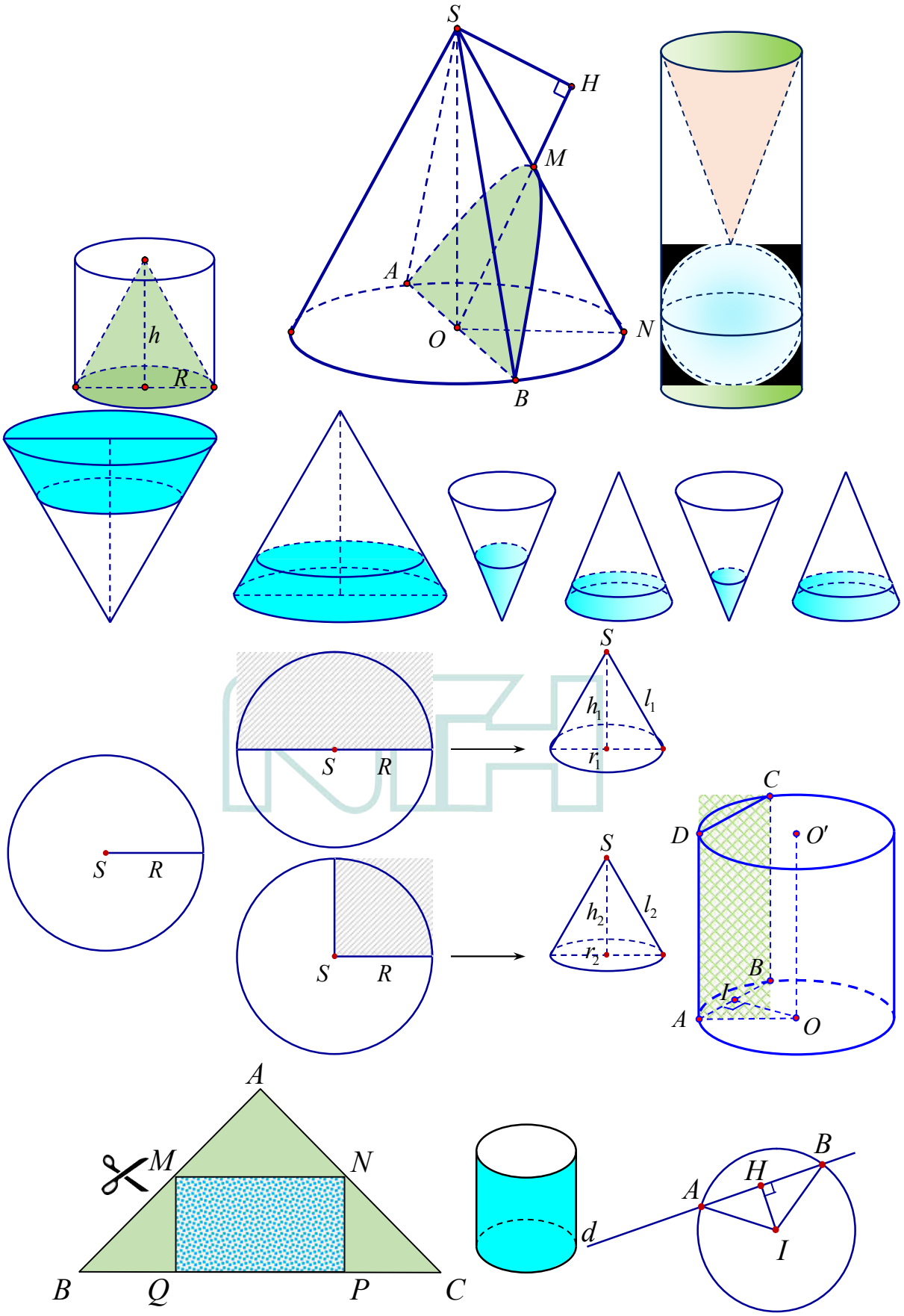




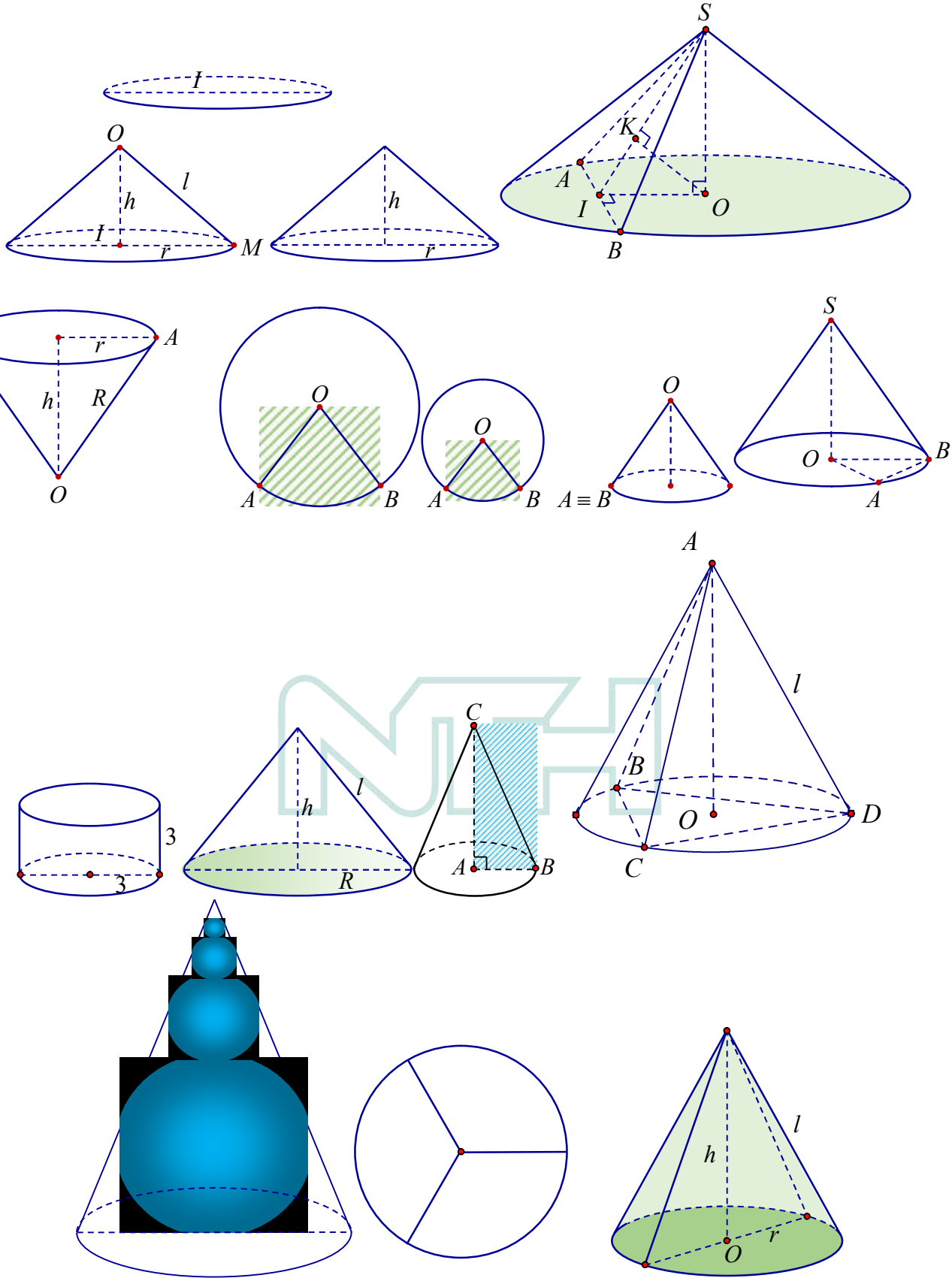




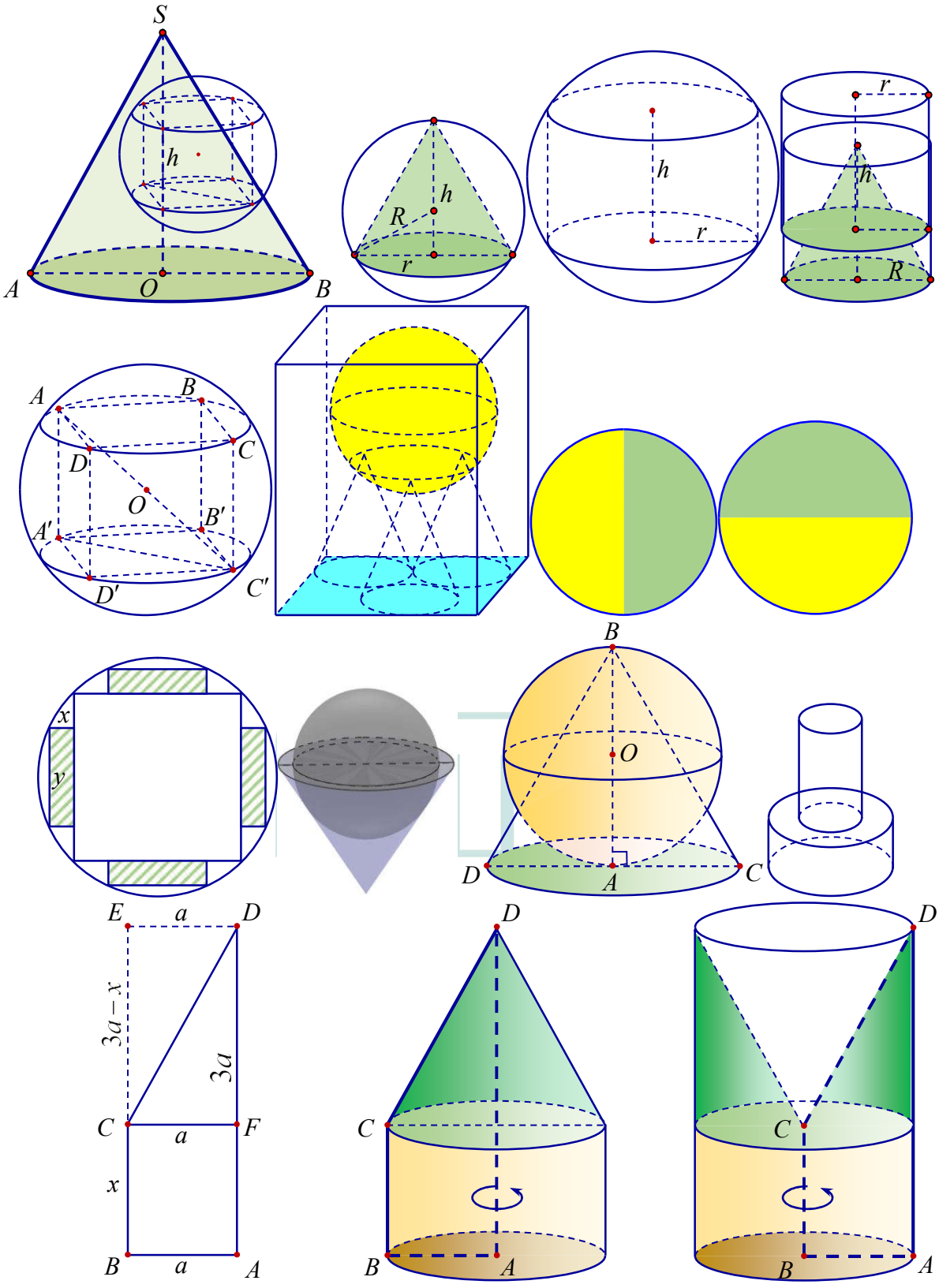
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

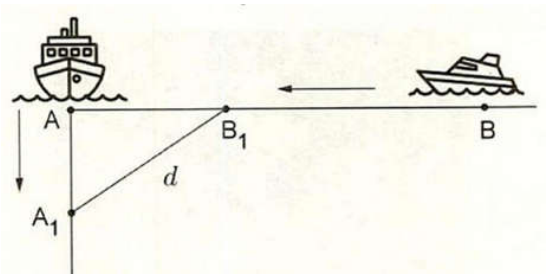
DẠNG CÂU 21. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

Câu 21.1. **(ĐMH 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \dfrac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 21.2. Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \dfrac{a}{b + e^{-0,75t}}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$), trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ sinh trưởng của nấm men (tính bằng tế bào/giờ) tại thời điểm t (giờ). Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 10 tế bào/giờ. Tìm số lượng tế bào của quần thể nấm men tại thời điểm tốc độ sinh trưởng của quần thể đạt mức tối đa.

Câu 21.3. Vi khuẩn E.coli sống chủ yếu ở đường ruột và có số lượng lớn nhất trong hệ vi sinh vật của cơ thể. Một bộ quần thể vi khuẩn *E.coli* được quan sát trong điều kiện thích hợp, có tốc độ sinh sản được cho bởi hàm số $f(t) = 480.2^t.\ln 2$. Trong đó t tính bằng giờ $(t > 0)$, $f(t)$ tính bằng cá thể/giờ *(Nguồn: R. Larson and* ***B.*** *Edwards, Calculus 10e, Cengage).* Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể. Hỏi sau 3 giờ số lượng cá thể bằng bao nhiêu?

Câu 21.4. Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 6 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 5 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất (là tròn đến hàng phần trăm)?



Câu 21.5. Dân số trung bình sơ bộ năm 2021 của tỉnh Vĩnh Phúc là 1 191 782 ngjười, tăng 1,75% so với năm 2020. Hỏi với tốc độ tăng dân số được duy trì mức 1,75% một năm thì đến năm bao nhiêu dân số tỉnh Vĩnh Phúc lần đầu vượt 1 880 000 người.

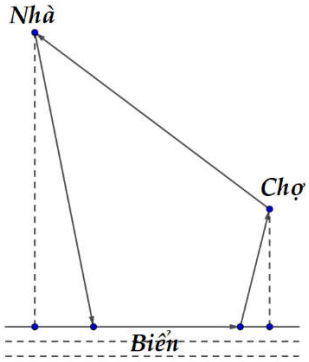
Câu 21.6. Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x) = 16\,000 + 500x - 1,6x^2 + 0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x) = 1700 - 7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

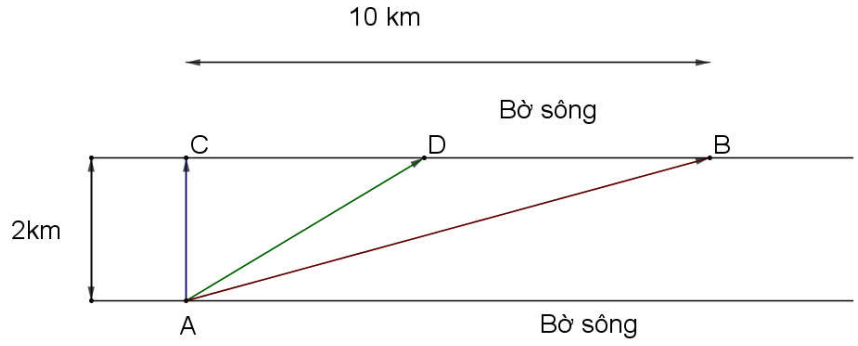
Câu 21.7. Trong trung tâm thương mại Lotte có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Câu 21.8. Nhà thầy Hùng cách bờ biển $1km$. Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển $500m$, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà.



Biết chợ hải sản cách bờ biển $400m$ và cách nhà thầy Hùng $1km$, tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).

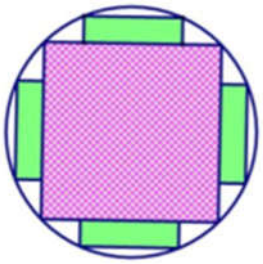
Câu 21.9. Một người chèo một chiếc thuyền xuất phát từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 2 km, và muốn đến điểm B cách bờ đối diện 10 km. Người này có thể chỉ chèo thuyền hoặc kết hợp chèo thuyền với chạy bộ, càng nhanh càng tốt. Chẳng hạn, anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến điểm B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền thẳng đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D nào đó ở giữa C và B rồi chạy bộ đến B, xem hình vẽ minh họa dưới đây. Biết rằng vận tốc chèo thuyền của anh ta là $6\text{km}/\text{h}$ (đã tính vận tốc dòng nước), vận tốc chạy bộ của anh ta là $10\text{km}/\text{h}$. Trong tất cả các phương án đến B bằng cách chèo thuyền hoặc chèo thuyền rồi chạy bộ, phương án nhanh nhất có tổng thời gian là bao nhiêu giờ? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.



Câu 21.10. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 19 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xác định diện

NGUYỄN TIẾN HÀ

tích phần gỗ bỏ đi của mặt cắt ngang khúc gỗ hình trụ khi diện tích mặt cắt ngang của mỗi tấm ván đạt tối đa (theo đơn vị cm^2 và *kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).



Câu 21.11. Anh Hùng thành lập một công ty vận tải taxi điện (Sử dụng nguồn cung sẵn có trong nước với nhiều ưu đãi khuyến khích phát triển loại phương tiện này). Anh dự định sử dụng không quá 10 xe. Nếu công ty sử dụng tối đa thời gian hoạt động của x xe điện trên ($1 \le x \le 10,\ x \in \mathbb{N}$) thì doanh thu nhận được của số xe đó là $D\left(x\right) = x^3 - 4597x^2 + 50300x + 30000$ (triệu đồng), trong khi chi phí nạp điện, bảo dưỡng, phí cầu đường, thuế và thuê nhân công lái xe bình quân cho mỗi xe là $C(x) = 3x + 300 + \dfrac{30000}{x}$ (triệu đồng). Hỏi anh Hùng cần ưu tiên tối đa cho bao nhiêu xe hoạt động thường xuyên để lợi nhuận công ty thu được là lớn nhất?

Câu 21.12. Công thức tiêu thụ điện của một xe ô tô điện khi di chuyển phụ thuộc vào vận tốc và gia tốc. Giả sử công suất tiêu thụ (kW) được mô tả bởi hàm số:

$$P\left(t\right) = \begin{cases} 0,01.v\left(t\right)^2 + 0,05.a\left(t\right).v\left(t\right) & \text{khi} \quad a\left(t\right) \ge 0 \\ 0,005.v\left(t\right)^2 & \text{khi} \quad a\left(t\right) < 0 \end{cases}$$

Trong đó $v\left(t\right)$ là vận tốc (m/s) và $a\left(t\right)$ là gia tốc (m/s^2) tại thời điểm t (giây). Xe bắt đầu tăng tốc từ trạng thái đứng yên. Trong 20 giây đầu tiên, vận tốc của xe được cho bởi $v\left(t\right) = 6t\,(\text{m/s})$. Tính tổng năng lượng tiêu thụ (đơn vị: kWh) trong 20 giây đầu tiên khi xe tăng tốc. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 21.13. Hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P\left(x\right) = 50 - 0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right) = 95 + 35x$ (triệu đồng). Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 21.14. Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, nếu các vật xung quanh ban đầu có nhiệt độ T_S thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t) = T_S + D_0 \cdot e^{-kt}(1)$ (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M). Một con gà tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu phút thì nhiệt độ gà tây nướng không vượt quá $91^\circ F$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng nhiệt độ của gà tây nướng là $150^\circ F$ sau nửa giờ.

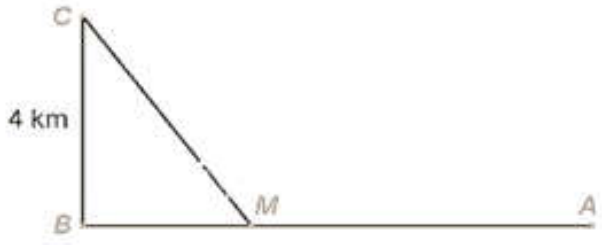
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 21.15. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong một phòng thí nghiệm được biểu diễn theo công thức $S(t)=A\cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn tại thời điểm chọn mốc thời gian, r là ti lệ tăng trưởng $(r>0), t$ là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Lúc 0 giờ sáng, số lượng vi khuẩn X là 150 con. Sau 3 giờ, số lượng vi khuẩn X là 450 con. Cùng thời điểm lúc 0 giờ, người ta đo được số lượng vi khuẩn Y là 300 con. Biết rằng số lượng vi khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ. Hỏi vào lúc mấy giờ, số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y.

Câu 21.16. Anh Nam có một cái ao với diện tích $50m^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua anh nuôi với mật độ $40con\ /\ m^2$ và thu được 3 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình anh thấy cứ thả giảm đi $8con\ /\ m^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5kg$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh Nam nên mua thêm bao nhiêu cá giống để thả? *(giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi)*

Câu 21.17. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $\left(0<x\le 2\,500\right)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f\left(x\right)=2\ 006x-x^2$ và tổng chi phí là $g\left(x\right)=x^2+1\ 438x-1\ 209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) $\left(0<t<320\right)$. Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Câu 21.18. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C. Khoảng cách từ C đến B là 4km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng (hình vẽ mô tả đường dây từ A đến M được lắp trên đất liền, từ M đến C được lắp trên biển). Tính chi phí lắp đặt nhỏ nhất có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).



Câu 21.19. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 2000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức: $N(t)=2000+\dfrac{100t}{100+t^2}(\text{con})$, trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Câu 21.20. Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sỹ 1km theo đường chim bay và chiến sỹ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sỹ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất(làm tròn đến hàng đơn vị).

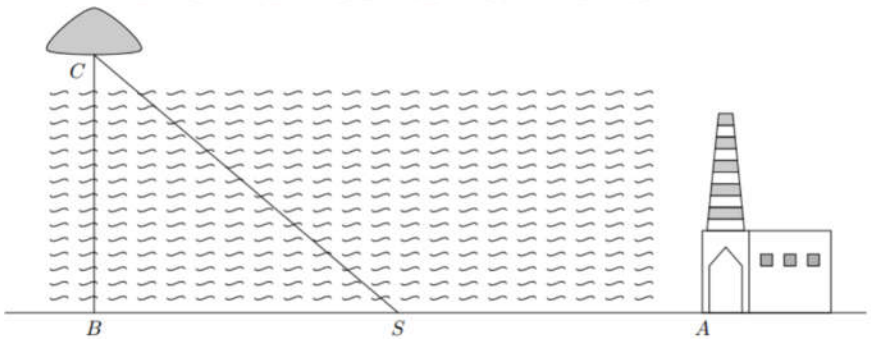
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 21.21. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\dfrac{(44-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 21.22. Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 21.23. Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0{,}004x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa 43 m^3 sản phẩm. Tìm chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét sản phẩm thấp nhất mà xí nghiệp cần bỏ ra (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 21.24. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C, khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài $1km$, khoảng cách từ B đến A là $4km$ được minh họa bằng hình vẽ bên. Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD~ Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất?



Câu 21.25. Đầu mỗi năm ông Hải đều gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép kì hạn một năm. Nếu lãi suất của ngân hàng là $6{,}8\%$/năm thì sau 5 năm, số tiền ông Hải có được là bao nhiêu triệu đồng. (Làm tròn đến hàng triệu đồng).

Câu 21.26. Một cửa hàng tạp hóa nhập một loại bánh với giá nhập là 150 ngàn đồng/1 hộp và bán với giá là 200 ngàn đồng/ 1 hộp. Với giá bán này thì cửa hàng dự kiến bán được 50 hộp. Biết rằng nếu cửa hàng giảm giá mỗi hộp 10 ngàn đồng thì số hộp bánh trên bán được tăng thêm 50 hộp. Hỏi cần bán loại bánh trên giá bao nhiêu 1 hộp để thu được lợi nhuận lớn nhất? (ghi kết quả với đơn vị là ngàn đồng)

Câu 21.27. Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được x kg $(5 \le x \le 20)$ .Tổng chi phí sản xuất x kg được cho bởi hàm chi phí $C(x) = x^3 - 3x^2 + 19x + 300$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 21.28. Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số lượng điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển nữa là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?

Câu 21.29. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc tại thời điểm t cho bởi công thức $v(t)=100-9,8t\left(m/s\right)$, ($t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên). Tìm độ cao (tính theo km) của viên đạn so với mặt đất ở thời điểm 1 giây sau khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 21.30. Hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P\left(x\right)=50-0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C\left(x\right)=95+35x$ (triệu đồng). Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 21.31. Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right)=16\,000+500x-1,6x^2+0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p\left(x\right)=1700-7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Câu 21.32. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x)=45-0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x)=100+30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B khoảng bao nhiêu tấn sản phẩm? *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*

Câu 21.33. Một xưởng sản xuất nhận được đơn đặt hàng là 8000 sản phẩm Y. Trong xưởng có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 30 sản phẩm Y trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 200 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và cần hai người giám sát. Chi phí cần trả mỗi người giám sát là 96 nghìn đồng mỗi giờ. Gọi x là số máy mà xưởng cần dùng để sản xuất, khi đó xưởng cần đúng bao nhiêu máy để chi phí hoàn tất đơn đặt hàng là thấp nhất. Nếu xưởng dùng từ 25 máy trở lên để sản xuất thì chi phí ít nhất là bao nhiêu (nghìn đồng).

Câu 21.34. Một cửa hàng tạp hóa nhập một loại bánh với giá nhập là 150.000 đồng/1 hộp và bán với giá là 200.000 đồng/1 hộp. Với giá bán này thì cửa hàng dự kiến bán được 50 hộp. Biết rằng nếu cửa hàng giảm giá mỗi hộp 10.000 đồng thì số hộp bánh trên bán được tăng thêm 50 hộp. Hỏi cần bán loại bánh trên giá bao nhiêu để thu được lợi nhuận lớn nhất? (ghi kết quả với đơn vị là nghìn đồng)

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

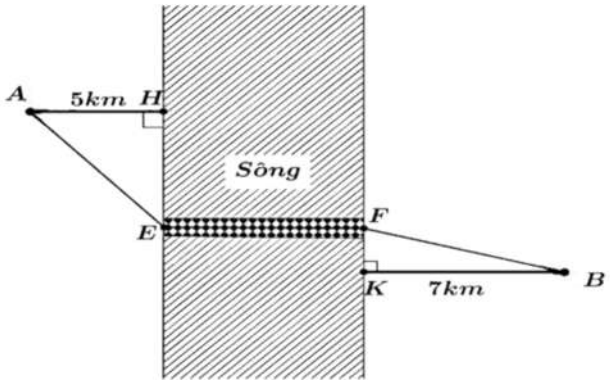
Câu 21.35. Một công ty sản xuất đồ chơi dự kiến sản xuất không quá 1000 bộ đồ chơi mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x bộ đồ chơi, doanh thu có thể đạt khi bán hết là $F(x)=2x^3-6\,000x^2+3\,000\,000x+8\,000\,000$ (đồng). Chi phí trung bình cho mỗi bộ là $\overline{C}(x)=1,5x+1\,800+\dfrac{5\,000\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu bộ đồ chơi để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 21.36. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30 000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3 000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1 000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18 000 đồng. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Câu 21.37. Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghin đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê(triệu) mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

Câu 21.38. Anh Bình thành lập một công ty sản xuất in ấn sách. Nhằm tạo điều kiện cho các nhà sách tiêu thụ giá hợp lí, đơn giá mỗi bộ sách ban đầu được biểu diễn theo hàm $p(x)=200-3x$ (nghìn đồng) với x là số lượng từng bộ sách bán ra và tổng chi phí sản xuất được biểu diễn theo hàm $C(x)=75+(120+T)x-x^2$ (nghìn đồng) với mọi x thỏa mãn $0\le x\le 40$, trong đó T (nghìn đồng) là mức thuế giá trị gia tăng VAT phải đóng trên mỗi số lượng bộ sách sản xuất ra mà công ty anh Bình phải chi trả. Xem như công ty anh Bình sản xuất đều đặn trong điều kiện lí tưởng, khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất. Khi đó mức thuế của mỗi bộ sách mà công ty phải trả là bao nhiêu (Đơn vị: nghìn đồng)?

Câu 21.39. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông là 5 km và thành phố B cách con sông là 7 km (tham khảo hình vẽ), biết $HE+KF=24\,km$ và độ dài EF không đổi.



Hỏi cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

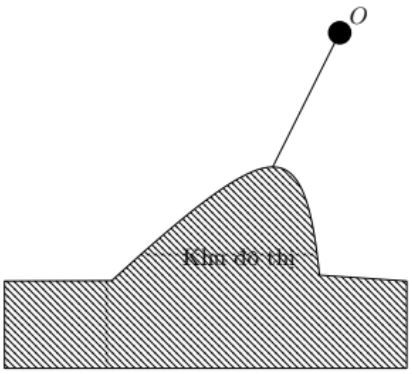
Câu 21.40. Một doanh nghiệp sản suất một loại sản phẩm. Giả sử tổng chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản suất x sản phẩm được cho bởi hàm số $f\left(x\right)=0,001x^2+100x+250\left(x\geq 1\right)$. Tỉ số $M\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$ được gọi là chi phí sản suất trung bình cho một sản phẩm. Doanh nghiệp cần sản suất bao nhiêu sản phẩm để chi phí sản suất trung bình là nhỏ nhất?

Câu 21.41. Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức

$$C=\frac{19200000}{x^2}+\frac{27x}{x+3000},\ x\geq 1$$

Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Câu 21.42. Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+1}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Câu 21.43. Đầu năm mới 2025, công ty A vừa kí hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B. Theo hợp đồng, nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện. Nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x)=40\ 000-0,01x^2$ đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x)=10\ 000\ 000+10\ 000x$. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Câu 21.44. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết xsản phẩm $(0<x<2000)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F\left(x\right)=2000x-x^2$ (*nghìn đồng*) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G\left(x\right)=x^2+1440x+50$ (*nghìn đồng*). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (*nghìn đồng*) $(0<t<300)$. Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?

Câu 21.45. Một hộ gia đình sản xuất chiếu cói mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu $\left(0\leq x\leq 20\right)$. Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu *(tính bằng nghìn đồng)* cho bởi hàm số sau

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

$C'\left(x\right)=3x^2-4x+10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng/chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?

Câu 21.46. Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vảo là 30 nghìn đồng/kg, bán ra là 35 nghìn đồng /1kg. Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là 12000 kg. Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một thảng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng /1kg thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 4000 kg. Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

Câu 21.47. Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (USD) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R\left(x\right)=x-200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q\left(x\right)=4200-x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0=3200$ (USD). Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (USD) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Câu 21.48. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1\le x\le 400\right)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F\left(x\right)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G\left(x\right)=\dfrac{100000x}{\dfrac{3}{2}x+1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H\left(x\right)=2x^3+100000x-50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 21.49. Anh An thành lập một công ty sản xuất in ấn Sách Giáo Khoa chương trình "Chân trời sáng tạo". Nhằm tạo điều kiện cho các nhà sách tiêu thụ giá hợp lí, đơn giá mỗi bộ sách ban đầu được biểu diễn theo hàm $p\left(x\right)=200-3x$ (nghìn đồng) với x là số lượng từng bộ sách bán ra và tổng chi phí sản xuất được biểu diễn theo hàm $C\left(x\right)=75+\left(80+T\right)x-x^2$ (nghìn đồng) với mọi x thỏa $0\le x\le 40$, trong đó T (nghìn đồng) là mức thuế giá trị gia tăng VAT phải đóng trên từng số lượng bộ sách sản xuất ra mà công ty anh An phải chi trả. Xem như công ty anh An sản xuất đều đặn trong điều kiện lí tưởng, khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất. Khi đó mức thuế của mỗi bộ sách mà công ty phải trả là bao nhiêu (Đơn vị: nghìn đồng)?

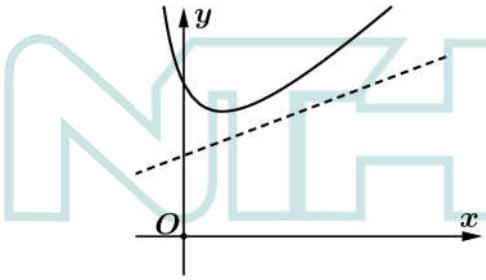
Câu 21.50. Bác Bình cần xây một căn nhà với chi phí 1 tỷ đồng. Đặt kế hoạch sau 5 năm phải có đủ số tiền trên thì mỗi năm bác Bình cần gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau. Biết lãi suất của ngân hàng là 7% /năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Tìm số

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tiền bác Bình gửi vào mỗi năm (Đơn vị tính là triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 21.51. Một Villa sinh thái nghỉ dưỡng thống kê được rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 160 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 10 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi khách cũng giảm đi 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm giá 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày. Hỏi villa đó cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất, biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và Sở văn hóa, thể thao và du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 21.52. Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm là một phần đồ thị của hàm số bậc hai trên bậc nhất $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục hoành tương ứng 100 sản phẩm và mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng 1000USD). Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là $A\left(-1;\dfrac{2}{3}\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $B\left(3;2\right)$.



Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bởi hàm số $R\left(x\right)=x^2+2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất thì số sản phẩm sản xuất được là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Câu 21.53. Người ta cần thiết kế đoạn một cây cầu cong nối giữa hai điểm A và B trên hai bờ sông sao cho cây cầu này có hình dạng thẩm mỹ và ổn định. Để mô phỏng hình dáng của cây cầu, người ta sử dụng một hàm bậc ba. Trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị: feet). Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được đường cong của cây cầu đi qua hai điểm có toạ độ lần lượt là $A\left(-1200;80\right)$; $B\left(1200;60\right)$ và điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) có độ cao là 200 feet. Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet (Hình vẽ). Tính tổng chi phí xây dựng cây cầu dựa trên diện tích bề mặt của cây cầu (Đơn vị: triệu USD), biết chi phí xây dựng là 100



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

USD cho mỗi feet vuông của mặt cầu (Diện tích bề mặt của cây cầu được xác định là diện tích của phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và các đường thẳng $x=-1200; x=1200$)

Câu 21.54. Một nhà hàng có tổng cộng 30 nhân viên và chi trả mức lương cố định cho mỗi nhân viên thường xuyên tăng ca là 400 USD/tháng. Vì nhà hàng liên tục đón những đoàn khách với số lượng lớn nhưng không thể thuê thêm nhân viên nên chủ nhà hàng này muốn khuyến khích nhân viên của mình tăng ca. Ông chủ quyết định cứ một nhân viên quyết định tăng ca thì mức lương của tất cả nhân viên tăng ca trong nhà hàng đều được tăng thêm 2%. Tương tự, nếu k nhân viên tăng ca thì lương cho mỗi người sẽ tăng $2k\%$. Bên cạnh tiền lương cho nhân viên thì tiền điện nước và duy trì cơ sở vật chất là cố định 8000 USD/tháng. Doanh thu trung bình từ khách hàng là 10 000 USD/tháng và mỗi nhân viên tăng ca trung bình sẽ được khách hàng tip 800 USD/tháng (Tiền tip phải được nộp lại cho chủ cửa hàng và tính vào doanh thu). Xác định số nhân viên tăng ca cần có để lợi nhuận của nhà hàng đạt lớn nhất.

Câu 21.55. Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao $150\left(\text{cm}\right)$ và thể tích chứa $900\left(\text{m}^3\right)$. Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu đồng/m^2 và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).

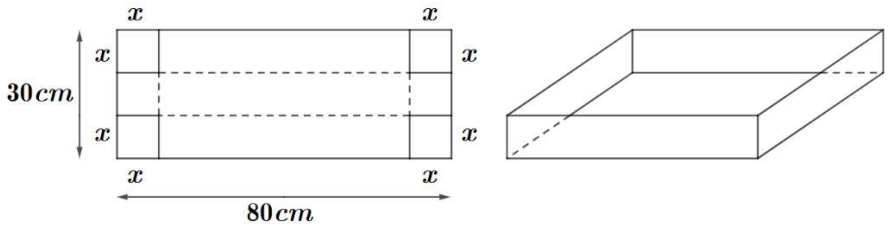
Câu 21.56. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1\le x\le 180\right)$ thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f\left(x\right)=35840-192x$ (nghìn đồng) và chi phí sản xuất bình quân trên một sản phẩm là $g\left(x\right)=25,6x^2-153,6x+3072+\dfrac{19200}{x}$ (nghìn đồng). Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm là 512 nghìn đồng. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 21.57. Nhà máy SAMSUNG Bắc Ninh trung bình bán được 1500 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng với giá 320 nghìn đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 10 nghìn đồng, số lượng sạc dự phòng bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 sạc dự phòng mỗi tháng. Hàm chi phí hàng tháng là $C\left(x\right)=20000-10x$ (nghìn đồng) trong đó x là số sạc dự phòng bán ra trong một tháng. Để lợi nhuận là lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được bao nhiêu sản phẩm mỗi tháng?

Câu 21.58. Giám đốc một nhà hát đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 200 nghìn đồng/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 10 nghìn đồng /người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 10 nghìn đồng /người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình.Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 20 nghìn đồng lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 21.59. Từ một tấm bia hình chữ nhật có chiều rộng $30cm$ và chiều dài $80cm$ (Hình 2), người ta cắt ở bốn gặc bốn hình vuông có cạnh $x\left(cm\right)$ với $5 \le x \le 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như Hình b.



a) *b)*

Tìm x để thể tích chiếc hộp là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Câu 21.60. Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách $300km$ để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc hơi của cả khi mước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cả trong t giờ cho bởi công thức $E\left(v\right)=cv^3t$ trong đó c là hàng số cho trước. E tính hằng Jun. Tình vận tốc bơi của cả khi nước đứng yên, để năng lượng của cả tiêu hao ít nhất?

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG CÂU 22. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (80 CÂU)

Câu 22.1. **(ĐMH 2025)** Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 22.2. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Câu 22.3. Hiện nay, nước ta đang trong quá trình tinh gọn bộ máy nhà nước và thực hiện nghị quyết không tổ chức công an cấp huyện. Do vậy, trong đợt điều động cán bộ công an từ huyện về công tác tại cơ sở hoặc công tác tại công an tỉnh, phòng tổ chức cán bộ nhận thấy rằng: Có 60% cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa, số còn lại nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở thì 70% có trình độ đại học và 30% có trình độ trung cấp.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công an tỉnh thì 80% có trình độ đại học và 20% có trình độ trung cấp.

Tuy nhiên, năng lực công tác cũng là một yếu tố quan trọng. Dựa trên hồ sơ đánh giá năng lực:

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về cơ sở thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực "Tốt" trở lên với trình độ đại học là 60% và trình độ trung cấp là 30%.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh thì tỷ lệ được đánh giá là có năng lực "Tốt" trở lên với trình độ đại học là 85% và với trình độ trung cấp là 25%.

Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công an. Tính xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực "Tốt" và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.4. Có 10 học sinh làm bài kiểm tra xác suất thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 22.5. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 viên bi màu trắng và 5 viên bi màu đen; hộp II có 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đen. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp I bỏ sang hộp II. Sau đó lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi, giả sử viên bi được lấy ra là viên bi màu trắng. Tính xác suất viên bi màu trắng đó thuộc hộp I (Kết quả làm tròn 2 chữ số thập phân).

Câu 22.6. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi An lấy ra có màu xanh, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi An lấy ra có màu đỏ, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.

Câu 22.7. Bạn Tuấn hằng ngày ăn sáng bằng xôi hoặc bún. Nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng xôi thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng bún là 0,7 . Xét một tuần mà thứ ba bạn ăn sáng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

bằng xôi. Biết xác suất để thứ năm tuần đó, bạn Tuấn ăn sáng bằng bún là $0,63$. Hỏi nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng bún thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng xôi là bao nhiêu?

Câu 22.8. Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\frac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Câu 22.9. Trong một đêm thi hát, mỗi người phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ biết rằng người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.10. Truecaller App là một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất $0,8$ và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Tính xác suất để đó là cuộc gọi đúng (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.11. Quan sát hai mã cổ phiếu A và B người ta nhận thấy trong mỗi phiên giao dịch, nếu cổ phiếu B không giảm giá thì cổ phiếu A giảm giá với xác suất $\frac{2}{5}$. Ngược lại, nếu cổ phiếu A không giảm giá thì cổ phiếu B giảm giá với xác suất $\frac{4}{7}$. Hơn nữa, xác suất cả hai cổ phiếu A và B giảm giá trong cùng một ngày là 0,1. Hãy tính xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiếu A và B giảm giá trong một phiên giao dịch.

Câu 22.12. Trong một trường THPT thì tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia thực hiện nhiệm vụ thanh niên xung kích lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh đó có tham gia làm nhiệm vụ thanh nhiên xung kích. Tính xác suất học sinh đó là nam (Viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.13. Đề thi tốt nghiệp THPT Quốc Gia bắt đầu từ năm 2025 sẽ có ba phần, trong đó có phần câu hỏi đúng sai. Một câu hỏi sẽ có bốn ý và mỗi ý hỏi chỉ có thể trả lời đúng hoặc sai. Thí sinh trả lời đúng 1 ý được $0,1$ điểm, trả lời đúng 2 ý được $0,25$ điểm, trả lời đúng 3 ý được $0,5$ điểm và trả lời đúng cả 4 ý được $1,0$ điểm. Bạn Nam khi trả lời câu hỏi này đã biết làm chính xác được 1 ý và chọn bừa 3 ý còn lại. Biết rằng người ra đề không để đáp án câu này là toàn đúng hoặc toàn sai. Tính xác suất để bạn Nam được ít nhất $0,5$ điểm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Câu 22.14. Hệ nhóm máu ABO gồm 4 nhóm máu là $\mathrm{A}, \mathrm{B}, \mathrm{O}$ và AB với tỷ lệ phân bố trong cộng đồng khác nhau ở từng chủng tộc. Ở Việt Nam, tỷ lệ này là: nhóm A khoảng 20%, nhóm B khoảng 30%, nhóm O khoảng 45% và nhóm AB khoảng 5%. Biết rằng một người có nhóm máu AB có thể nhận máu của bất kỳ nhóm máu nào. Nếu người đó có nhóm máu A, B hoặc O thì chỉ có thể nhận được máu của người cùng nhóm máu với mình hoặc người có nhóm máu O. Lấy ngẫu nhiên một người cho máu và một người nhận máu. Biết rằng quá trình truyền máu thực hiện thành công, xác suất người nhận máu thuộc máu máu B là bao nhiêu phần trăm? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Câu 22.15. Giải bóng đá Ngoại hạng Anh là một giải đấu lớn nhất hành tinh có 20 đội tham gia. Hiện tại Manchester United xếp vị trí thứ 5. Trong trận tới nếu gặp đội xếp trên thì Manchester United có xác suất thắng là $0,2$; xác suất thua là $0,5$. Nếu gặp đội dưới thì

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Manchester United có xác suất thắng là $0,5$ và xác suất thua là $0,3$. Bốc thăm ngẫu nhiên một đội đấu với Manchester United trong trận tới. Tính xác suất để Manchester United hoà trong trận tới (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 22.16. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.17. Trong một đêm thi hát, mỗi người phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ biết rằng người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.18. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

Câu 22.19. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất để xạ thủ đó là nữ?

Câu 22.20. Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do nhà máy thứ nhất sản xuất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 22.21. Trường Bình Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

Câu 22.22. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng trăm).

Câu 22.23. Trong một trường trung học phổ thông, người ta khảo sát về mối quan hệ giữa việc học sinh sử dụng tài liệu học tập trực tuyến và kết quả thi môn Toán. Kết quả khảo sát cho thấy: 70% học sinh của trường có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến. Trong số học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến có 80% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Trong số học sinh không sử dụng tài liệu trực tuyến, chỉ có 50% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Nếu một học sinh được chọn ngẫu nhiên từ trường đạt điểm khá giỏi môn Toán thì xác suất học sinh này có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.24. Một cơ quan hành chính nhà nước thực hiện việc tinh giản biên chế qua hai vòng xét duyệt: Vòng sơ loại hồ sơ và vòng phỏng vấn. Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc ba nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng và Trung cấp ần lượt là $45\%, 35\%$ và 20%.

- Ở vòng sơ loại hồ sơ thì tỷ lệ hồ sơ đạt yêu cầu của nhóm đại học là 80%, nhóm cao đẳng là 60% và nhóm trung cấp là 30%.
- Những nhân viên vượt qua vòng sơ loại hổ sơ sẽ tiếp tục vào vòng phỏng vấn. Ở vòng phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản trong số những người đạt vòng sơ loại của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15% và nhóm trung cấp là 20%.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Nếu biết một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản biên chế thì hãy tính xác suất để người này có trình độ đại học (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.25. Trong thùng có các gói kẹo cùng loại khác vị, trong đó có 15 gói kẹo vị cam, còn lại là kẹo vị chuối. Hà lấy ngẫu nhiên 1 gói kẹo trong thùng, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 gói kẹo khác từ thùng. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai gói kẹo vị cam là $\frac{1}{6}$. Biết rằng mỗi gói kẹo có 28 chiếc kẹo. Hỏi tổng có bao nhiêu chiếc kẹo?

Câu 22.26. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Câu 22.27. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà tổng tất cả các chữ số của nó bằng 7 ?

Câu 22.28. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.29. Một nhóm gồm 3 học sinh lớp 10; 3 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngồi vào một hàng có 9 ghế, mỗi học sinh 1 ghế. Tính xác suất để 3 học sinh lớp 10 không ngồi 3 ghế liền nhau (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.30. Trong một báo cáo, xét nghiệm Mammography người mắc bệnh ung thư vú cho kết quả dương tính với xác suất là 90%, người không mắc bệnh ung thư vú cho kết quả âm tính với xác suất 97%. Nghiên cứu dịch tể học chỉ ra tỉ lệ mắc ung thư vú của phụ nữ trong độ tuổi 55 là 1%. Một phụ nữ 55 tuổi, không có tiền sử ung thư vú thực hiện xét nghiệm Mammography hai lần độc lập nhau đều nhận được kết quả là dương tính. Xác suất người phụ nữ đó mắc bệnh ung thư vú là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Câu 22.31. Một công ty công nghệ sản xuất linh kiện điện tử gồm hai bộ phận M và N. Biết rằng bộ phận M sản xuất 60% số linh kiện. Tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của bộ phận M là 3% và tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của bộ phận N là 5%. Một linh kiện được chọn ngẫu nhiên từ kho của công ty và phát hiện là bị lỗi. Xác suất để linh kiện này được sản xuất bởi bộ phận N là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.32. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.33. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là 0,65 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Câu 22.34. Một lớp học có 40 học sinh nữ. Tỉ lệ học sinh nữ thích chơi Pickleball là 30% và tỉ lệ học sinh nam thích chơi Pickleball là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ trong lớp. Biết rằng chỉ một trong hai học sinh thích chơi Pickleball, tính xác suất học sinh đó là nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 22.35. Khoa học đã chứng minh bệnh béo phì sẽ làm tăng nguy cơ bị bệnh tim mạch. Khảo sát trên hồ sơ các bệnh nhân bị béo phì ở một bệnh viện, bệnh béo phì do yếu tố lối sống sinh hoạt là 90%, trong số người đó có 60% người bị mắc bệnh tim mạch. Béo phì do yếu tố di truyền là 10%, trong số người đó có 25% người bị mắc bệnh về tim mạch. Tính xác suất để rút ra một hồ sơ là của một người bị béo phì do di truyền biết người đó bị bệnh tim mạch ta thu được kết quả $\frac{5}{a}$. Tìm a ?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 22.36. Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

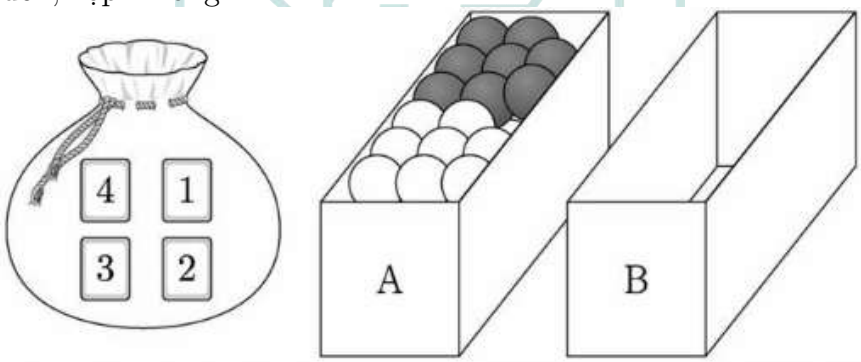
Câu 22.37. Trong một chiếc hộp kín có 3 quả cầu xanh và 5 quả cầu đỏ hoàn toàn giống nhau về kích thước. Chọn ngẫu nhiên lần lượt không hoàn lại 2 quả cầu từ trong hộp. Tính xác suất để quả cầu lấy lần thứ 2 có màu xanh. (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ 2).

Câu 22.38. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng dần và có tổng là 10 . Học sinh B chỉ nhớ được là dãy tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại nghĩa là không cho mở nữa (làm tròn số đến hàng phần trăm)?

Câu 22.39. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y . Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y . Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 22.40. Cho tập $S=\{1;2;3;...;19;20\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20 . Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S . Tính xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng (làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.41. Có một cái túi chứa bốn lá bài, mỗi lá bài được ghi một trong các số 1 , 2 , 3 , 4 (số ghi trên các lá bài là khác nhau) và hai cái hộp A , B . Hộp A chứa 8 quả bóng trắng và 8 quả bóng đen, hộp B rỗng.



Phép thử sau đây được thực hiện bằng cách lấy ra ngẫu nhiên một lá bài trong túi, kiểm tra số ghi trên lá bài rồi bỏ lại lá bài đó vào túi. Nếu số ghi trên lá bài là 1 , lấy một quả bóng trắng từ hộp A cho vào hộp B . Nếu số ghi trên lá bài là 2 hoặc 3 , lấy một quả bóng trắng và một quả bóng đen từ hộp A cho vào hộp B và nếu số ghi trên lá bài là 4 , lấy hai quả bóng trắng và một quả bóng đen từ hộp A cho vào hộp B . Sau khi thực hiện phép thử trên 4 lần, khi số bóng trong hộp B là 8 thì xác suất để có 2 quả bóng đen trong hộp B bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.42. Có 36 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 36 . Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 . (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 22.43. Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuân (người từng đoạt huy chương vàng đơn nam môn bóng bàn tại Seagames 31) với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set (séc), người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuân thắng mỗi set là 0,6 . Tính xác suất để vận động viên Tuân giành chiến thắng trong trận đấu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 22.44. Một thầy giáo có 16 cuốn sách khác nhau gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lí và 7 cuốn sách Hóa. Thầy lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách để tặng cho học sinh. Tính xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Câu 22.45. Có ba đồng xu được đặt trong một hộp kín. Đồng xu thư nhất là đồng xu cân đối với tỉ lệ mặt sấp và mặt ngữa là như nhau. Đồng xu thứ hai bị lỗi nên khả năng xuất hiện mặt ngửa là 70%. Đồng xu thứ ba là đồng xu có 2 mặt đều ngửa (khi tung luôn xuất hiện mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên trong hộp một đồng xu và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung là một mặt sấp và một mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn An đã chọn là đồng xu thứ hai? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.46. Một tổ hợp máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập nhau, xác suất động cơ I hoạt động được là $0,92$. Tổ hợp máy chạy được nếu ít nhất một động cơ hoạt động. Biết xác suất để tổ hợp máy chạy được là $0,996$, tính xác suất để động cơ II hoạt động được.

Câu 22.47. Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,... Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+2b$.

Câu 22.48. Trong một trường đại học, tỷ lệ sinh viên khoa Kỹ thuật chiếm 55%. Tỷ lệ sinh viên khoa Kỹ thuật tham gia vào câu lạc bộ nghiên cứu khoa học là 22%, trong khi tỷ lệ sinh viên thuộc các khoa khác tham gia câu lạc bộ này là 18%. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên của trường và biết rằng sinh viên đó tham gia câu lạc bộ nghiên cứu khoa học. Hỏi xác suất để sinh viên đó thuộc khoa Kỹ thuật là bao nhiêu? (Viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.49. Vào năm 2020 trên thế giới có một loại dịch bệnh mà tỉ lệ người mắc là 44%. Một loại xét nghiệm mà nếu những người bị bệnh thì khi xét nghiệm sẽ đưa ra kết quả dương tính là 95% số trường hợp, còn lại cho kết quả âm tính. Với những người không mắc bệnh, xét nghiệm này cũng cho kết quả dương tính giả 1%, còn lại cho kết quả âm tính. Khi một người xét nghiệm có kết quả là dương tính thì xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 22.50. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 22.51. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*?

Câu 22.52. Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Câu 22.53. Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là 20%; 45% *và* 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là 5%; 20% *và* 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 22.54. Trong kỳ kiểm tra ở một lớp học, do còn lơ đãng trong việc chuẩn bị bài nên có 20% học sinh của lớp chưa học bài. Tỷ lệ không làm được bài trong số các em chưa học bài là 70%, trong số các em có chuẩn bị bài là 15%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp trên. Tính xác suất em học sinh đó là học sinh chưa chuẩn bị bài biết rằng em đó không làm được bài. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Câu 22.55. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. *(viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)*

Câu 22.56. Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 Iọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất $0,9$, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất $0,5$. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.

Câu 22.57. Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời "sẽ mua", 90 người trả lời "có thể sẽ mua" và 60 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là $\frac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T=\frac{1}{2}a+b$.

Câu 22.58. Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng. Tính xác suất để học sinh được chọn là học sinh giỏi (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 22.59. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Câu 22.60. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

Câu 22.61. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 22.62. Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Câu 22.63. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65%tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là $0,3\%$ và $0,7\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 22.64. Tại trường THPT X có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ bơi lội, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết bơi ếch. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ bơi lội cũng biết bơi ếch. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết bơi ếch. Tính xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bơi lội.

Câu 22.65. Có 2 chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

chuồng I. Sau đó, từ chuồng I bắt ngẫu nhiên 1 con thỏ. Giả sử con thỏ bắt được là thỏ trắng.Tính xác suất để con thỏ này là con thỏ trắng thuộc chuồng thứ nhất.

Câu 22.66. Bạn Bình thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Xác suất thí nghiệm thứ nhất thành công là $0,7$. Nếu thí nghiệm đầu thành công thì xác xuất thành công ở thí nghiệm thứ hai là $0,9$, nếu thí nghiệm đầu không thành công thì xác suất thành công ở thí nghiệm thứ hai là $0,4$. Tính xác suất để thí nghiệm lần thứ nhất thành công, biết thí nghiệm lần thứ hai không thành công.

Câu 22.67. Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:
A : "Quả bóng lấy ra lần đầu là số chẵn"
B : "Quả bóng lấy ra lần hai là số lẻ".
Tính xác suất có điều kiện $P\left(B \mid A\right)$(*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Câu 22.68. Một bình đựng 50 viên bi có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất *(làm tròn đến hàng phần trăm)* để lấy được viên bi xanh ở lần thứ nhất và viên bi trắng ở lần thứ hai.

Câu 22.69. Trong một cuộc khảo sát về việc có chơi thể thao hay không có 40% nam và 60% nữ tham gia. Kết quả cho thấy có 30% nam và 50% nữ không chơi thể thao. Chọn ngẫu nhiên một người trong số người được khảo sát. Biết người đó chơi thể thao. Tính xác suất để người được chọn là nam. Viết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.
Gọi A là biến cố "Người được chọn là nam";
B là biến cố "Người được chọn chơi thể thao".
Khi đó $\overline{A}$ là biến cố "Người được chọn là nữ"
$\Rightarrow P(A)=0,4, P(\overline{A})=0,6$. Từ đề bài ta có $P(B \mid A)=0,7; P(B \mid \overline{A})=0,5$.
$\Rightarrow P(B)=P(A)\cdot P(B \mid A)+P(\overline{A})\cdot P(B \mid \overline{A})=0,4\cdot 0,7+0,6\cdot 0,5$
Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A \mid B)=\frac{P(A)\cdot P(B \mid A)}{P(B)}=\frac{0,4\cdot 0,7}{0,4.0,7+0,6.0,5}=\frac{14}{29}\approx 0,48$$

Câu 22.70. Có hai lô sản phẩm: lô I có 7 chính phẩm 3 phế phẩm; lô II có 6 chính phẩm 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ lô I bỏ sang lô II, sau đó từ lô II lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra sau cùng là chính phẩm.

Câu 22.71. Điều tra tình hình mắc bệch ung thư phổi của một vùng thấy tỉ lệ người hút thuốc lá và mắc bệnh là 15%. Tỉ lệ người hút thuốc lá và không mắc bệnh là 25%, tỉ lệ người không hút thuốc lá và không mắc bệnh là 50% và 10% là người không hút thuốc nhưng mắc bệnh. Tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc lá là bao nhiêu?

Câu 22.72. Trong một giải thi đấu bóng chuyền, đội bóng chuyền của Hà Nội sẽ thi đấu hai trận. Trận thứ nhất đội bóng chuyền của Hà Nội có xác suất thắng là $0,6$. Trận tiếp theo, xác suất chiến thắng của họ phụ thuộc vào kết quả trận trước đó. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận trước đó, họ sẽ hưng phấn và xác suất để họ thắng là $0,7$. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thua trận trước thì họ sẽ mất tinh thần và xác suất để họ thắng là $0,5$. Tính xác suất để đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ hai.

Câu 22.73. Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Câu 22.74. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.75. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 22.76. Trong một nhóm 50 học sinh, 36 học sinh làm việc trên máy tính bảng, 20 học sinh làm việc trên máy tính xách tay và 12 học sinh không làm việc trên cả hai thiết bị. Một học sinh được chọn ngẫu nhiên.

a) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng là $0,72$.

b) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là $0,12$.

c) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng biết rằng bạn ấy cũng làm việc trên máy tính xách tay là $0,9$.

d) Xác suất để học sinh được chọn không làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là $0,5$.

Câu 22.77. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Y nghiện thuốc lá là 20%, tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người tỉnh Y.

a) Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là 0,3.

b) Tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26 %?

c) Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $\dfrac{6}{13}$.

d) Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là 0,15.

Câu 22.78. Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Câu 22.79. Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng II có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Câu 22.80. Khối 12 của một trường trung học phổ thông có 46% số học sinh là nam. Kết quả kiểm tra thị lực trong đợt khám sức khoẻ học đường cho tất cả các học sinh khối 12 của trường cho thấy có 29% số học sinh nam và 37% số học sinh nữ mắc tật khúc xạ. Chọn ngẫu nhiên học sinh khối 12 của trường. Tính xác suất để chọn được học sinh nữ, biết rằng bạn đó mắc tật khúc xạ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

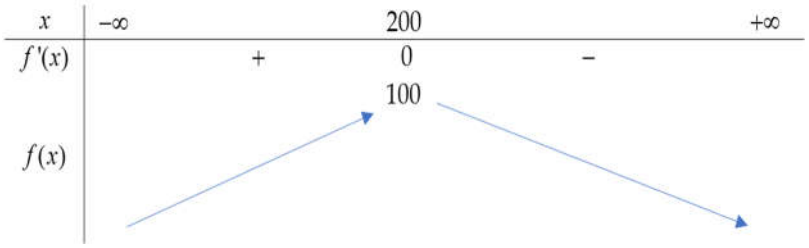
----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 1 (ĐỀ SỐ 01-25)

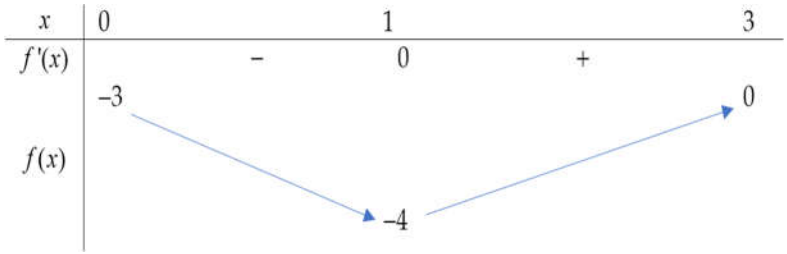
ĐỀ SỐ 01

Câu 1: Một doanh nghiệp sàn xuất với số lượng x sản phẩm, $x \in \mathbb{N}$ và thu được lợi nhuận $f(x)$ được biểu thị bởi bảng biến thiên như sau. Hỏi doanh nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm trờ đi thi lợi nhuận bắt đầu giảm?



A. 201. **B.** 200. **C.** 101. **D.** 100.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biển thiên trên đoạn $[0;3]$ như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. -4. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2024}(3-x)$.

A. $D = (-\infty;3)$. **B.** $D = (3;+\infty)$. **C.** $D = (0;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^{2024}(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5: Cho hai biến cố độc lập A và B. Biết $P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(B)$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC), SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

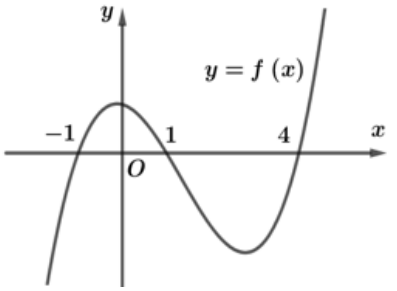
Câu 7: Biết phương trình $\sin x = m$ có một họ nghiệm $x = \frac{\pi}{5} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. Họ nghiệm còn lại của phương trình đã cho là biểu thức nào sau đây?

A. $x = \frac{4\pi}{5} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{5} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x = \frac{4\pi}{5} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. **D.** $x = -\frac{\pi}{5} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

Câu 8: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;4)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 9: Cho hình hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O. Khi đó $2.\overrightarrow{AO}$ bằng véc tơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$.

Câu 10: Trong không gian, qua một điểm O cho trước có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với mặt phẳng (α) cho trước?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 11: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x.\ln x$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=3^x.\ln 3$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 02

Câu 13: Lớp 12A8 của trường THPT X có 41 học sinh được đánh số thứ tự từ 1 đến 41. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 3 bạn để làm nhiệm vụ kiểm tra vở bài tập của các bạn trong lớp. Xác suất để 3 bạn được chọn có số thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\dfrac{a}{b}$ (với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S=2a+b$.

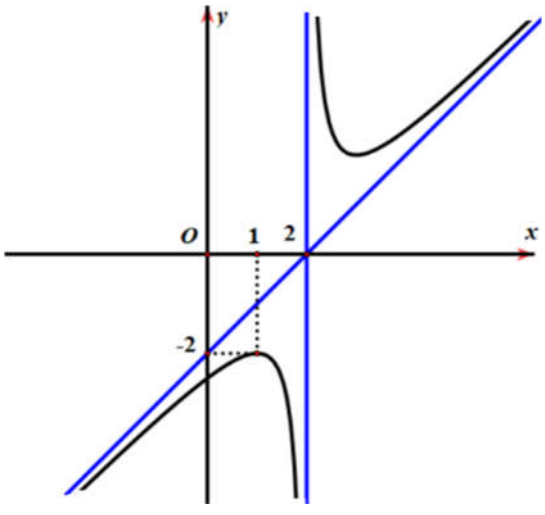
A. 573. **B.** 553. **C.** 613. **D.** 653.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CC'}=\overrightarrow{AD'}$.

C. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 15: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ (với $a\neq 0; m\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=x-2$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=2x-2$. **D.** $y=x+2$.

Câu 16: Để chuẩn bị cho tiết học "Mạng xã hội: lợi và hại" (Hoạt động thực hành trải nghiệm môn Toán, lớp 10), giáo viên đã khảo sát thời gian sử dụng mạng xã hội trong một ngày của học sinh trong lớp 10A1 mình dạy và thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian sử dụng mạng xã hội (phút)	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số học sinh	5	10	15	7	5	3

Thời gian trung bình (phút) sử dụng mạng xã hội của học sinh lớp 10A1 xấp xỉ bằng

A. 35. **B.** $36,3$. **C.** $33,6$. **D.** $30,5$.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

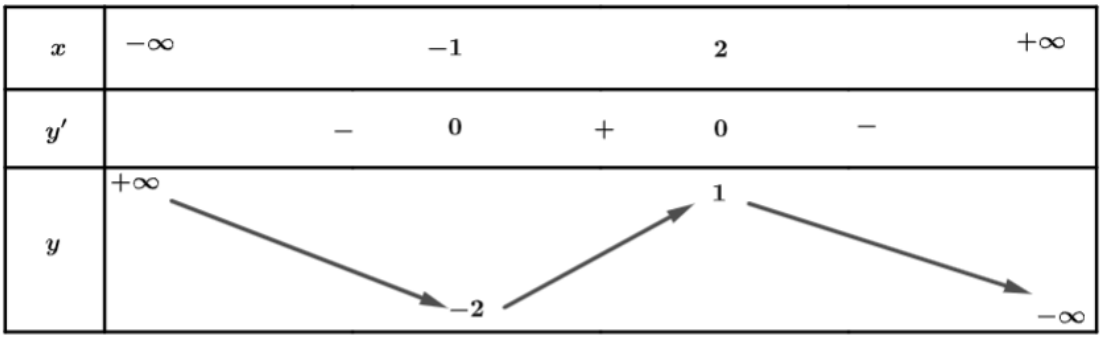
A. $(BDA')//(B'D'C)$. **B.** $(ABA')//(B'D'C)$.

C. $(ADD'A')//(BCC'B')$. **D.** $(ABCD)//(A'B'C'D')$.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

A. 5. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 8.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là



A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 21: Phương trình $\tan x=-1$ có tất cả các nghiệm là

A. $\frac{\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

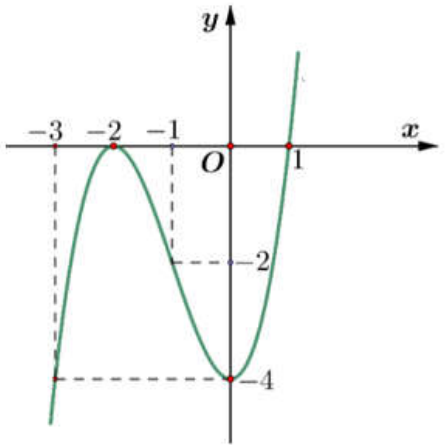
C. $\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5;2;3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** $2\sqrt{38}$. **C.** $2\sqrt{34}$. **D.** $\sqrt{38}$.

Câu 23: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.

NGUYỄN TIẾN HÀ



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(-4;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(0,21\right)^{x}<1$ là

A. $\left(-\infty;0\right]$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 03

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=\left(1;-2;1\right)$, $\vec{b}=\left(-2;1;1\right)$. Tính góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 60°. **B.** 120°. **C.** 30°. **D.** -30°.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;2;3\right)$, $B\left(3;8;5\right)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I\left(2;6;2\right)$. **B.** $I\left(1;3;1\right)$. **C.** $I\left(4;10;8\right)$. **D.** $I\left(2;5;4\right)$.

Câu 27: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x-2}$ là

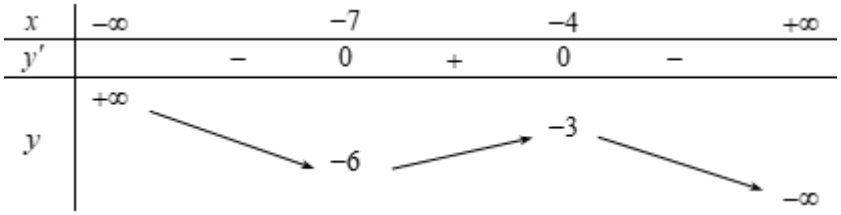
A. $y=x$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=x+4$.

Câu 28: Nghiệm của phương trình $\sin x=\dfrac{1}{2}$ là

A. $\dfrac{\pi}{3}+k2\pi;-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **B.** $\dfrac{\pi}{6}+k\pi;\dfrac{5\pi}{6}+k\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

C. $\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;\dfrac{5\pi}{6}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $\dfrac{\pi}{6}+k2\pi;-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Điểm cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. $x=-6$. **B.** $x=-7$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-3$.

Câu 30: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=2$, $u_2=5$. Tính u_4.

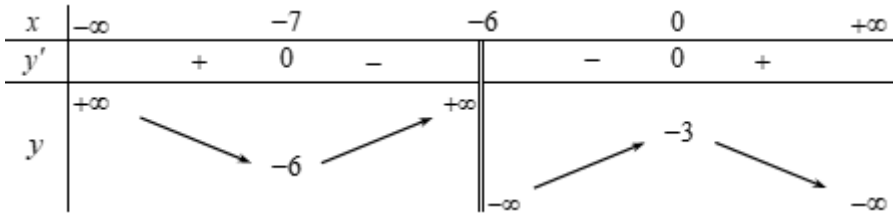
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $u_4 = 17$. **B.** $u_4 = 14$. **C.** $u_4 = 11$. **D.** $u_4 = 8$.

Câu 31: Cho $0 < a \neq 1, b > 0$. Biết $\log_a b = 3$, tính $\log_a \left(ab\right)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{-6\right\}$ và có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y = f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-10;1\right)$. **B.** $\left(-6;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-7;-6\right)$.

Câu 33: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6 cm. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ABD. Mặt phẳng $\left(GMN\right)$ cắt các cạnh AB, AD tại E, F. Độ dài đoạn EF bằng

A. 4 cm. **B.** $3cm$. **C.** $5cm$. **D.** 2 cm.

Câu 34: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = 2$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 2$.

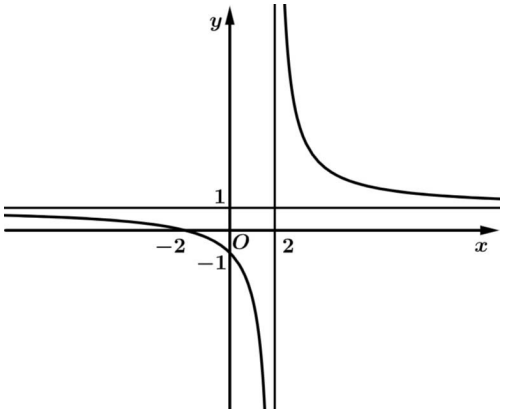
Câu 35: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số như sau

Nhóm	$\left[16;21\right)$	$\left[21;26\right)$	$\left[26;31\right)$	$\left[31;36\right)$	$\left[36;41\right)$
Tần số	4	6	8	18	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên

A. 31. **B.** 32. **C.** 30. **D.** 29.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây



Tính giá trị của biểu thức $P = 2\mathrm{a} - b + 3c$

A. 6. **B.** -6. **C.** -10. **D.** -2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 04

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	1	↘		↗	$+\infty$
	$-\infty$				-2		

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 38: Thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các học sinh trong một lớp học ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	1	4	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $35,66$. **B.** $5,87$. **C.** $34,47$. **D.** $5,97$.

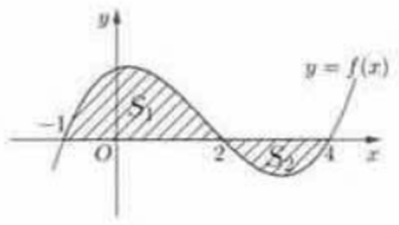
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;0;0)$ tới mặt phẳng $(P): 2x+2y-z+1=0$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 40: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = -4$. Tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết rằng phần hình phẳng S_1 và S_2 (xem hình vẽ) có diện tích lần lượt bằng 7 và 2. Tích phân $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. 9. **B.** -5. **C.** -9. **D.** 5.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tổng $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$ bằng

A. $4\overrightarrow{SO}$. **B.** $8\overrightarrow{SO}$. **C.** $3\overrightarrow{SO}$. **D.** $2\overrightarrow{SO}$.

Câu 43: Đường tiệm xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=x-1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;1;1)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và $SD = a\sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ là

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 46: Giả sử là nhiệt độ T^0C của một loại đồ uống được xác định bằng công thức $T = 22 + 50\mathrm{e}^{\frac{-t}{8}}, t \geq 0$. Trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống xong. Hỏi sau bao lâu từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống là $40°C$?(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 47: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \sin^2 x$ là

A. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$. **C.** $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + C$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + C$.

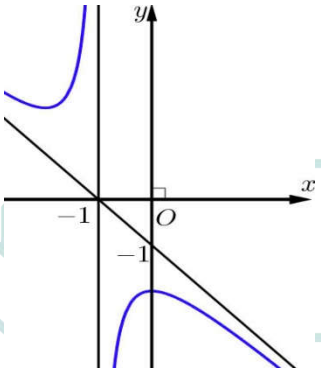
Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ mặt cầu $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 5 = 0$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 05

Câu 49: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là



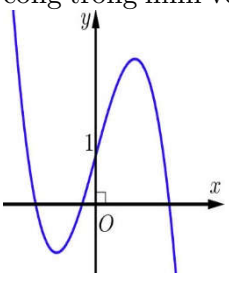
A. $y = -x + 1$. **B.** $y = x - 1$. **C.** $y = -x - 1$. **D.** $y = x + 1$.

Vậy phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là: $y = -x - 1$..

Câu 50: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp có số đo bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V = \frac{a^3}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3}{6}$. **C.** $V = \frac{a^3}{3}$. **D.** $V = \frac{a^3}{4}$.

Câu 51: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y = -x^3 + 3x + 1$. **B.** $y = -x^2 + x - 1$. **C.** $y = x^3 - 3x + 1$. **D.** $y = x^4 - x^2 + 1$.

Câu 52: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1 = 2$ và $u_6 = -64$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

A. -2. **B.** 16. **C.** -8. **D.** 8.

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;3;2\right)$, $B\left(1;0;1\right)$, $C\left(5;-3;2\right)$. Biết rằng $\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = 2m$. Giá trị của m là

A. $m = -9$. **B.** $m = 9$. **C.** $m = 18$. **D.** $m = -18$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 54: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BB' bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\frac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1. **B.** Hàm số có ba điểm cực trị.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1. **D.** Hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 56: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 11A được cho ở bảng sau

Nhóm	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu là

A. 6. **B.** 8,5. **C.** 0,7. **D.** 0,15.

Câu 57: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+1}<\frac{1}{9}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 58: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k},\vec{v}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k},\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$. Toạ độ của vectơ $\vec{w}$ là

A. $\vec{w}=(3;-1;2)$. **B.** $\vec{w}=(3;1;-2)$. **C.** $\vec{w}=(3;1;2)$. **D.** $\vec{w}=(3;-1;-2)$.

Câu 59: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$. **B.** $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=f(0)$. **C.** $\max\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$. **D.** $\min\limits_{(0;1)} f(x)=f(0)$.

Câu 60: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x-\sin x$ là

A. $\frac{x^2}{2}+\cos x+C$. **B.** $x^2-\cos x+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}-\cos x+C$. **D.** $2x^2+\cos x+C$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 06

Câu 61: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x$ là

A. $-\cos x+C$. **B.** $\sin x+C$. **C.** $\cos x+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 62: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có các số hạng $u_2=2$ và $u_3=5$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

A. 11. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 25.

Câu 63: Cho $I=\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Khi đó $J=\int\limits_0^2\left[4f\left(x\right)-3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

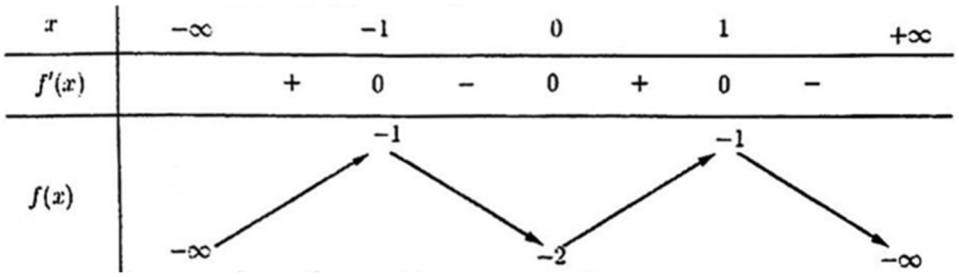
Câu 64: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp (ABC)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a}{4}$.

Câu 65: Nghiệm của phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$ là

A. $x = \frac{11}{8}$. **B.** $x = \frac{1}{8}$. **C.** $x = \frac{4}{3}$. **D.** $x = \frac{8}{11}$.

Câu 66: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-\infty;1)$.

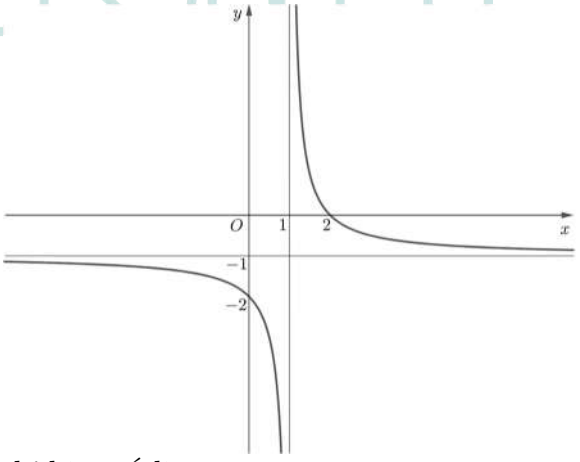
Câu 67: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. 0.24. **B.** 0.26. **C.** 0.28. **D.** 0.22.

Câu 68: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}\left(c \neq 0, ad-bc \neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. $x = -1$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = -1$. **D.** $y = 0$.

Câu 69: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

A. $\left[-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 70: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB'}$.

C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD'}$. **D.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{A'C'}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 71: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;-2;5\right)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là

A. $\left(0;-2;0\right)$. **B.** $\left(0;0;5\right)$. **C.** $\left(0;-2;5\right)$. **D.** $\left(1;0;0\right)$.

Câu 72: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(1;1;-2\right)$ và $B\left(2;-1;0\right)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $\overrightarrow{AB}=\left(1;-2;2\right)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\left(-1;2;-2\right)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=\left(3;0;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\left(1;2;2\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 07

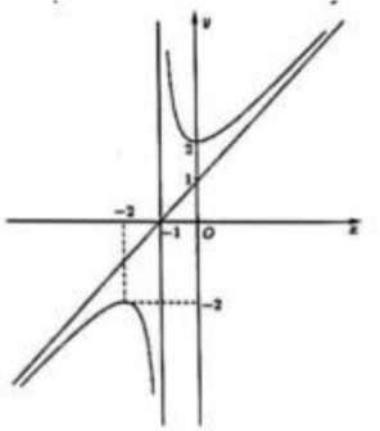
Câu 73: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	$[1;4,5)$	$[4,5;8)$	$[8;11,5)$	$[11,5;15)$	$[15;18,5)$
Số người dự thi	1	10	12	17	16

Độ lệch chuẩn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 4,29. **B.** 4,02. **C.** 3,89. **D.** 3,93.

Câu 74: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$.

Câu 75: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{-x-1}\geq 3$ là

A. $\left(-2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right]$. **D.** $\left(-\infty;-2\right]$.

Câu 76: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x-2$ là

A. $\sin x+C$. **B.** $\sin x-2x+C$. **C.** $-\sin x+C$. **D.** $-\sin x-2x+C$.

Câu 77: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 78: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\cos x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $\mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 79: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + 4x - 7}{x - 2}$ là

A. $y = x - 6$. **B.** $y = -x - 6$. **C.** $y = -x + 6$. **D.** $y = x + 6$.

Câu 80: Nếu $\int_{-3}^{1} f(x)\mathrm{d}x = -2$ thì $\int_{-3}^{1} [2 - 5f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 6. **C.** 12. **D.** -4.

Câu 81: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x + 4$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 82: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về quãng đường chạy bộ (km) và số ngày chạy bộ như bảng sau:

Quảng đường	$[1,2;2,2)$	$[2,2;3,2)$	$[3,2;4,2)$	$[4,2;5,2)$	$[5,2;6,2)$
Số ngày	2	1	7	8	8

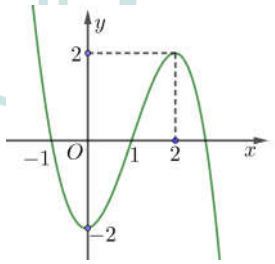
Khoảng tứ phân vị (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A. $0,88$. **B.** $5,71$. **C.** $0,81$. **D.** $1,69$.

Câu 83: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;3;-2)$ trên trục Oz. Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có tọa độ là

A. $(1;3;0)$. **B.** $(0;0;2)$. **C.** $(-1;-3;0)$. **D.** $(0;0;-2)$.

Câu 84: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 08

Câu 85: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?

A. $\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{A'C'}$. **C.** $\overrightarrow{B'D'}$. **D.** $\overrightarrow{BC}$.

Câu 86: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[40;60)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-1)^2 = 2$. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu (S)

A. $I(-3;1;-1)$. **B.** $I(3;1;-1)$. **C.** $I(-3;-1;1)$. **D.** $I(3;-1;1)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 88: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=1$ có $u_1=1$ và $u_2=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 89: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x-1\right)=\log_5 3$ là

A. $x=62$. **B.** $x=12$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 90: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ là:

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $x+y=0$. **D.** $z=0$.

Câu 91: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=\left(2;-3;3\right)$, $\vec{b}=\left(0;2;-1\right)$, $\vec{c}=\left(3;-1;5\right)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$.

A. $\left(10;-2;13\right)$. **B.** $\left(-2;2;-7\right)$. **C.** $\left(-2;-2;7\right)$. **D.** $\left(-2;2;7\right)$.

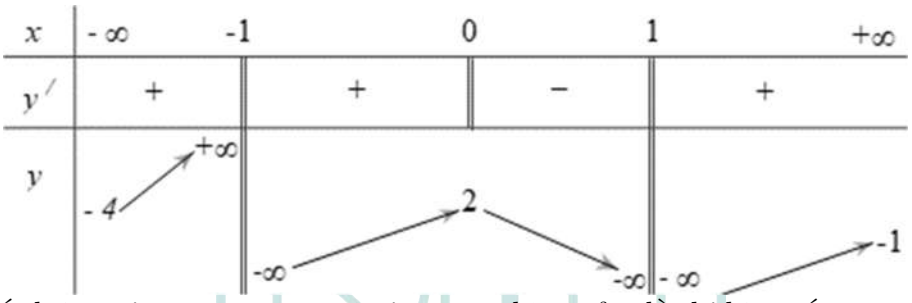
Câu 92: Gọi Q_1,Q_2,Q_3 là tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $\Delta Q=Q_1-Q_3$. **B.** $\Delta Q=Q_3-Q_1$. **C.** $\Delta Q=Q_1-Q_2$. **D.** $\Delta Q=Q_2-Q_1$.

Câu 93: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Câu 94: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 95: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $\left[S,BC,A\right]$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 96: Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=\frac{2}{x+2}$. Biết $F\left(-1\right)=0$. Tính $F\left(2\right)$ kết quả là

A. $\ln 8+1$. **B.** $4\ln 2+1$. **C.** $2\ln 3+2$. **D.** $2\ln 4$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 09

Câu 97: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x\le 2$

A. $S=\left(-\infty;4\right]$. **B.** $S=\left(0;4\right)$. **C.** $S=\left(0;4\right]$. **D.** $S=\left[0;4\right]$.

Câu 98: Một vectơ pháp tuyến của phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x-y+z-3=0$

A. $\vec{n}=\left(2;-1;1\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(2;1;1\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(2;-1;-3\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(2;1;-1\right)$.

Câu 99: Lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ các chữ số của tập hợp $A=\left\{1;2;3;4\right\}$. Số kết quả là

A. 12. **B.** 24. **C.** 28. **D.** 48.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\left(2;0;-3\right)$. **B.** $\left(2;-3;0\right)$. **C.** $\left(0;2;-3\right)$. **D.** $\left(2;0;3\right)$.

Câu 101: Đạo hàm của hàm số $y=x^4-2.\sin x$

A. $y'=3x^4-2.\cos x$. **B.** $y'=4x^3+2.\cos x$.

C. $y'=4x^3-2.\cos x$. **D.** $y'=4x^3-2.\sin x$.

Câu 102: Công thức nào tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm?

A. $s^2=\dfrac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)^2+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)^2+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)^2}{n}$.

B. $s^2=\dfrac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)}{n}$.

C. $s=\dfrac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)^2+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)^2+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)^2}{n}$.

D. $s=\dfrac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)}{n}$.

Câu 103: Cho $\vec{a}=\left(\vec{i}+\vec{j}\right)+\left(\vec{k}+2\vec{j}\right)$ tọa độ của vec tơ $3\vec{a}$

A. $\left(3;6;3\right)$. **B.** $\left(3;3;3\right)$. **C.** $\left(3;3;6\right)$. **D.** $\left(3;9;3\right)$.

Câu 104: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}$. **B.** $\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|}$.

C. $\sin\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}$. **D.** $\sin\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|}$.

Câu 105: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+x}$.

A. $x=0;x=1$. **B.** $y=0;y=-1$. **C.** $x=0;x=-1$. **D.** $y=0;y=1$.

Câu 106: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành, đường thẳng $x=a;x=b$ là

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx$. **B.** $S=\pi\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx$. **C.** $S=\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$. **D.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)dx$.

Câu 107: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC=2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC với $\left(ABCD\right)$ bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{4a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 108: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A\left(2;-1;-1\right)$ và song song với hai mặt phẳng $\left(\alpha\right):x-2y-z+2=0$ và $\left(\beta\right):2x-z=0$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = -1 + 4t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 4 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 2t \\ z = -1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = -1 \\ z = -1 - t \end{cases}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 10

Câu 109: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó

A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{DG}$. **B.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{GD}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = 2\overrightarrow{DG}$. **D.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DB} + \overrightarrow{DC} = \overrightarrow{DG}$.

Câu 110: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	$[1,5;4,5)$	$[4,5;7,5)$	$[7,5;10,5)$
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6. **B.** 4,5. **C.** 7,5. **D.** 6,25.

Câu 111: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của (S).

A. $I(-1;2;1)$ và $R = 3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R = 9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R = 9$.

Câu 112: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3,\ u_2 = 5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 2.

Câu 113: Nghiệm của phương trình $3^{x-1} = 27$ là

A. $x = 4$. **B.** $x = 3$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 114: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x + y + 2z - 3 = 0$. **B.** $x + y + 2z - 6 = 0$.

C. $x + 3y + 4z - 7 = 0$. **D.** $x + 3y + 4z - 26 = 0$.

Câu 115: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1;\ 2;\ 0)$ và $\vec{v} = (1;\ -2;\ 3)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ là

A. $(-2;\ 4;\ -3)$. **B.** $(2;\ -4;\ 3)$. **C.** $(0;\ 0;\ 3)$. **D.** $(0;\ 0;\ -3)$.

Câu 116: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9. **B.** 0,975. **C.** 0,5. **D.** 0,575.

Câu 117: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 118: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 119: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc nhị diên $\left[\left(BCC'B'\right),BB',\left(BDD'B'\right)\right]$ bằng

A. 135°. **B.** 45°. **C.** 90°. **D.** 60°.

Câu 120: Cho $\int\limits_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ và $\int\limits_0^1 g\left(x\right)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int\limits_0^1\left[f\left(x\right)-2g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 11

Câu 121: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)>3$ là

A. $\left(9;+\infty\right)$. **B.** $\left(4;+\infty\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(10;+\infty\right)$.

Câu 122: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-1=0$. Mặt phẳng $\left(P\right)$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=\left(-2;-1;1\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(2;1;-1\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(1;2;0\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(2;1;0\right)$.

Câu 123: Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$. **B.** $2A_{20}^2$. **C.** C_{20}^2. **D.** A_{20}^2.

Câu 124: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(0;-1;1\right)$, $B\left(-2;1;-1\right)$, $C\left(-1;3;2\right)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

A. $D\left(-1;1;\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $D\left(1;3;4\right)$. **C.** $D\left(1;1;4\right)$. **D.** $D\left(-1;-3;-2\right)$.

Câu 125: Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

A. $f'\left(x\right)=2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **B.** $f'\left(x\right)=-2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **C.** $f'\left(x\right)=2.\mathrm{e}^{x-3}$. **D.** $f'\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

Câu 126: Một bệnh viện thống kê lại số cân nặng của 20 bé sơ sinh trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	[2,7;3,0)	[3,0;3,3)	[3,3;3,6)	[3,6;3,9)	[3,9;4,2)
Số bé	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Câu 127: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=\left(1;2;1\right)$ và $\vec{b}=\left(-1;3;0\right)$. Vectơ $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

A. $\left(1;7;2\right)$. **B.** $\left(1;5;2\right)$. **C.** $\left(3;7;2\right)$. **D.** $\left(1;7;3\right)$.

Câu 128: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\left(P\right):x-2y-z+1=0$, $\left(Q\right):x+y+2z+7=0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng đó.

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 120^0. **D.** 30^0.

Câu 129: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$.

A. $y=2$. **B.** $y=4$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 130: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2x+1$ trục hoành và hai đường thẳng $x=-1;\ x=3$.

A. $S=\dfrac{64}{3}$. **B.** $S=\dfrac{56}{3}$. **C.** $S=\dfrac{37}{3}$. **D.** $S=\dfrac{68}{3}$.

Câu 131: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=3a^3\sqrt{2}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 132: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=-2+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(-3;1;-2)$. **B.** $N(1;-2;1)$. **C.** $Q(-3;-1;-2)$. **D.** $P(-2;-1;-2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 12

Câu 133: Cho $\overrightarrow{AB}=(1;3;2)$. Tọa độ của $\vec{a}=2\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;6;4)$. **B.** $(2;3;4)$. **C.** $(2;6;2)$. **D.** $(1;6;4)$.

Câu 134: Cho mẫu số liệu ghép nhóm của chiều cao của cây cao su trong một nông trường

Mức giá	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Tần số	55	78	120	45	11

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $\dfrac{1121}{60}$. **B.** $\dfrac{75}{4}$. **C.** $\dfrac{1127}{60}$. **D.** $\dfrac{1123}{60}$.

Câu 135: Cho mặt cầu có tâm $I(1;2;4)$ và bán kính $R=5$. Khi đó mặt cầu có phương trình là:

A. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=5$. **B.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z-4)^2=25$.

C. $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=5$. **D.** $(x-1)^2+(y-2)^2+(z+4)^2=25$.

Câu 136: Cho cấp số cộng với $u_3=8, d=2$. Khi đó u_5 là

A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 137: Phương trình $\left(\dfrac{1}{4}\right)^x=2^{x^2-5x+2}$ có nghiệm là

A. $x=2;x=3$. **B.** $x=1;x=3$. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=1;x=-2$.

Câu 138: Trong không gian Oxyz, cho điểm $A(2;3;1)$ và vectơ $\vec{n}=(1;2;-3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và nhận vectơ $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $x+2y-3z-5=0$. **B.** $x+2y-3z+7=0$.

C. $2x+4y-6z+5=0$. **D.** $x+5y-6z+5=0$.

Câu 139: Cho $\overrightarrow{AB}=(5;-3;2), \overrightarrow{AC}=(4;2;1)$. Tọa độ của $\vec{a}=2\overrightarrow{AB}+\dfrac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\left(10;-5;\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(12;-5;9\right)$. **C.** $\left(12;-5;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $\left(12;-2;\frac{9}{2}\right)$.

Câu 140: Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về cân nặng của học sinh lớp 2 A:

Chiều cao	$[30;32)$	$[32;34)$	$[34;36)$	$[36;38)$
Số học sinh	4	5	7	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\frac{183}{35}$. **B.** $\frac{186}{35}$. **C.** $\left(12;-5;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $\frac{27}{5}$.

Câu 141: Cho tam giác ABC có $A\left(2;4;5\right), B\left(-1;2;3\right), C\left(5;1;2\right)$. Tọa độ của trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $\left(2;2;\frac{10}{3}\right)$. **B.** $\left(2;\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};\frac{5}{3}\right)$. **D.** $\left(2;\frac{8}{3};5\right)$.

Câu 142: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(x\right)=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f\left(x\right)=-2$ và $\lim\limits_{x\to 2^+} f\left(x\right)=3$. Khi đó đồ thị có?

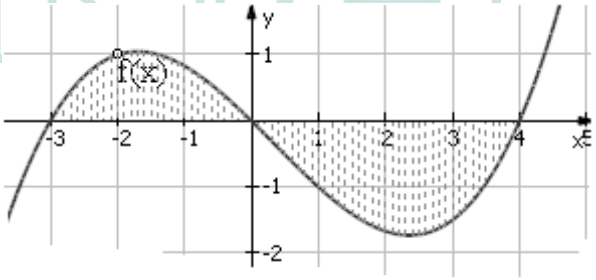
A. Tiệm cận đứng $x=3$ **B.** Một tiệm cận

C. Không tiệm cận. **D.** Hai tiệm cận $y=2; y=-2$

Câu 143: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, biết $AD=2a$, $AB=BC=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\frac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $\left[S;BE;A\right]$.

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 120^0.

Câu 144: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình) là:



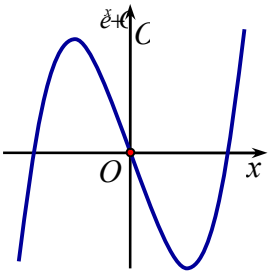
A. $S=\int\limits_{-3}^{4} f(x)dx$. **B.** $S=\int\limits_{-3}^{1} f(x)dx+\int\limits_{1}^{4} f(x)dx$.

C. $S=\int\limits_{0}^{-3} f(x)dx+\int\limits_{0}^{4} f(x)dx$. **D.** $S=\int\limits_{-3}^{0} f(x)dx+\int\limits_{4}^{0} f(x)dx$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 13

Câu 145: Đường cong bên là đồ thị hàm số nào sau đây?



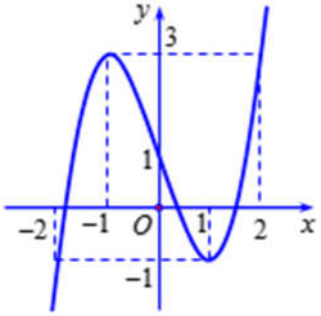
A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3+3x$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 146: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1), B(1;-1;2), C(1;2;-1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM} = 2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC}$.

A. $M(5;5;0)$. **B.** $M(-2;-6;4)$. **C.** $M(-2;6;-4)$. **D.** $M(2;-6;4)$.

Câu 147: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(-\infty;-1)$ **B.** $(-\infty;1)$ **C.** $(-1;1)$ **D.** $(-1;+\infty)$

Câu 148: Nghiệm của phương trình $\log_3(x-1) = 2$ là

A. $x=10$. **B.** $x=12$. **C.** $x=9$. **D.** $x=7$.

Câu 149: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{1-2x} > \dfrac{1}{125}$ là

A. $S = (-\infty;2)$. **B.** $S = (0;2)$. **C.** $S = (-\infty;1)$. **D.** $S = (2;+\infty)$.

Câu 150: Trong 30 ngày, một nhà đầu tư đã theo dõi giá cổ phiếu của hai công ty G và H vào phiên mở cửa mỗi ngày. Thông tin được ghi lại ở hai bảng dưới đây:

Giá cổ phiếu của công ty G

Giá (nghìn đồng)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Tần số	3	7	9	8	3

Giá cổ phiếu của công ty H

Giá (nghìn đồng)	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)
Tần số	6	7	5	7	5

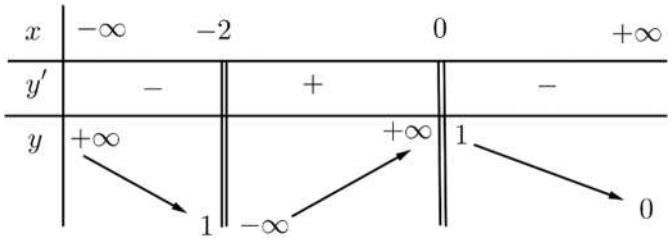
Gọi $s_1; s_2$ lần lượt là độ lệch chuẩn (làm tròn đến hàng phần chục) của hai mẫu số liệu ghép nhóm ở số liệu của công ty G và công ty H. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $s_1 = s_2$. **B.** $s_1 + 1 = s_2$. **C.** $s_1 > s_2$. **D.** $s_1 < s_2$.

Câu 151: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = -x + 3 - \dfrac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4;-2)$.

A. $\min\limits_{[-4;-2)} y = 5$. **B.** $\min\limits_{[-4;-2)} y = 4$. **C.** $\min\limits_{[-4;-2)} y = 7$. **D.** $\min\limits_{[-4;-2)} y = \dfrac{15}{2}$.

Câu 152: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 153: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và $f\left(1\right)=-3$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T=3a+b-c$.

A. $T=1$. **B.** $T=9$. **C.** $T=-4$. **D.** $T=-2$.

Câu 154: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a},\overrightarrow{CB}=\vec{b},\overrightarrow{CC'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=-\vec{a}+\vec{b}+\frac{1}{2}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=-\frac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\frac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\frac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

Câu 155: Cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=3,u_2=1$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 2

Câu 156: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$. Góc giữa SB với $\left(ABC\right)$ là góc giữa

A. SB và AB. **B.** SB và AC. **C.** SB và BC. **D.** SB và SC.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 14

Câu 157: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $0,3$. **B.** $1,2$. **C.** $0,9$. **D.** $1,5$.

Câu 158: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^3-3x^2-9x+10$ trên đoạn $[-2;2]$ là

A. 17. **B.** 10. **C.** 15. **D.** -12.

Câu 159: Số nghiệm của phương trình $\cos x=\frac{1}{2}$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 160: Tổ chi đoàn của lớp 12C có 15 đoàn viên trong đó có 8 đoàn viên nam và 7 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong tổ. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{8}{65}$. **C.** $\frac{57}{65}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 161: Tìm số mặt và số cạnh của một hình chóp có đáy là ngũ giác.

A. 6 mặt, 10 cạnh. **B.** 5 mặt, 10 cạnh. **C.** 6 mặt, 5 cạnh. **D.** 5 mặt, 5 cạnh.

Câu 162: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{B'A'}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{D'C'}$.

Câu 163: Tập xác định của hàm số $y=\tan 2x$ là

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

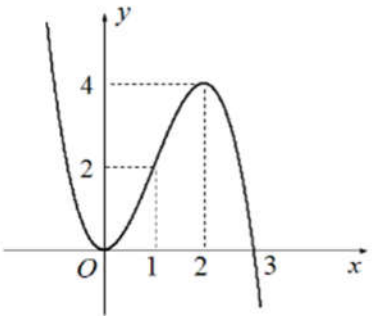
C. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{k\frac{\pi}{2},k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 164: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=\left(1;-4;0\right)$ và $\vec{v}=\left(-1;-2;1\right)$. Vectơ $\vec{u}+3\vec{v}$ có tọa độ là

A. $\left(-2;-10;3\right)$. **B.** $\left(-4;-8;4\right)$. **C.** $\left(-2;-6;3\right)$. **D.** $\left(-2;-10;-3\right)$.

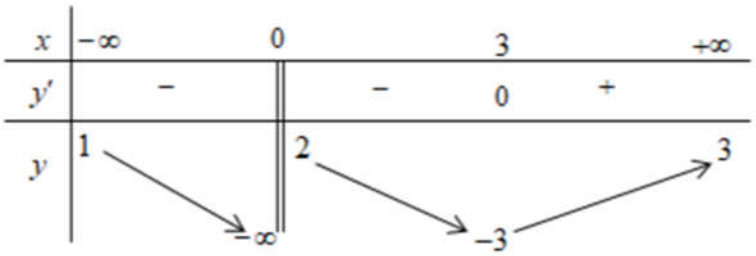
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 165: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 166: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



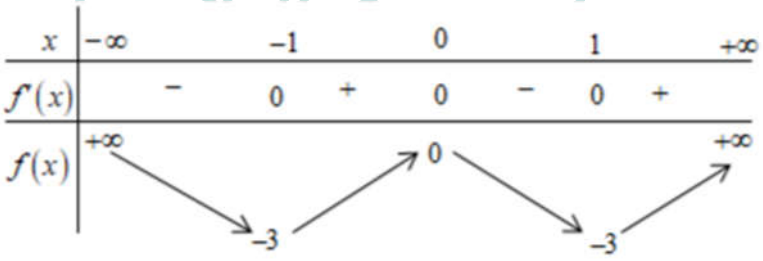
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3

Câu 167: Cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và công sai $d=2$. Số hạng u_3 của cấp số cộng là

A. 6. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 5

Câu 168: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 15

Câu 169: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ.

Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{A'C'}$ là

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;1;1)$. **C.** $(1;1;0)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 170: Mỗi bạn An và Bình chọn ngẫu nhiên ba số trong tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Xác suất để trong hai bộ số của An và Bình chọn ra có đúng một số giống nhau bằng

A. $\frac{21}{40}$. **B.** $\frac{203}{480}$. **C.** $\frac{49}{60}$. **D.** $\frac{17}{24}$.

Câu 171: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+2}$ trên $\left[0;\frac{\pi}{6}\right]$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $-\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}+4}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 172: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OC'}+\overrightarrow{OD'}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left|\vec{u}\right|=a$. **B.** $\left|\vec{u}\right|=4a$. **C.** $\left|\vec{u}\right|=6a$. **D.** $\left|\vec{u}\right|=2a$.

Câu 173: Cho a,b,c là các số thực dương, $a\neq 1$ và $\log_a b=5$, $\log_a c=7$. Giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}}\left(\dfrac{b}{c}\right)$ là

A. -1. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 1.

Câu 174: Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	7	11	15	6	3

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là

A. $[40;60)$. **B.** $[60;80)$. **C.** $[80;100)$. **D.** $[20;40)$.

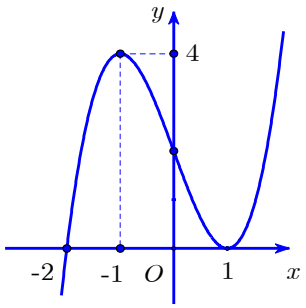
Câu 175: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và công bội $q=5$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

A. 50. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 176: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

A. $\dfrac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\dfrac{a}{2}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

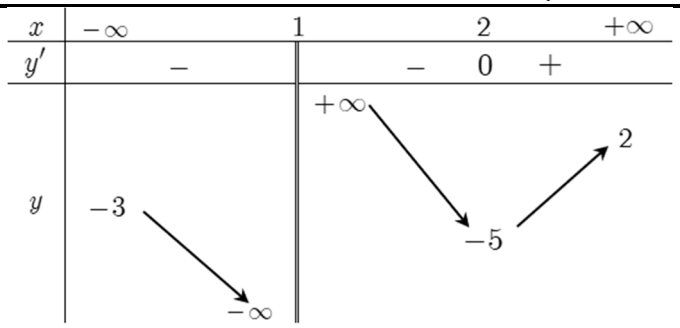
Câu 177: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x)-2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 178: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



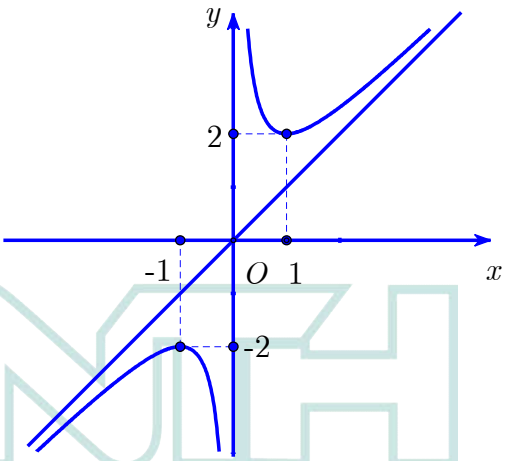
Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 179: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;5)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oz. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Câu 180: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

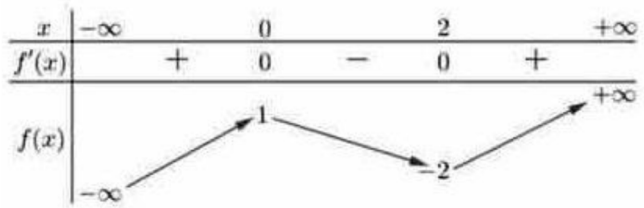


A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 16

Câu 181: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 182: Thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các học sinh trong một lớp học ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh	1	4	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 35,66. **B.** 5,87. **C.** 34,47. **D.** 5,97.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

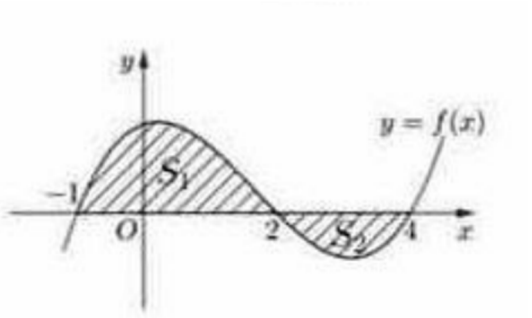
Câu 183: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;0;0)$ tới mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 184: Cho $\int_0^1 f(x)dx=1$ và $\int_0^2 f(x)dx=-4$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 185: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết rằng phần hình phẳng S_1 và S_2 (xem hình vẽ) có diện tích lần lượt bằng 7 và 2. Tích phân $\int_{-1}^4 f(x)dx$ bằng



A. 9. **B.** -5. **C.** -9. **D.** 5.

Câu 186: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tổng $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$ bằng

A. $4\overrightarrow{SO}$. **B.** $8\overrightarrow{SO}$. **C.** $3\overrightarrow{SO}$. **D.** $2\overrightarrow{SO}$.

Câu 187: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=x-1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x$.

Câu 188: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;1;1)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Câu 189: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA\perp(ABCD)$ và $SD=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 190: Giả sử nhiệt độ T^0C của một loại đồ uống được xác định theo công thức:

$$T=22+50e^{-\frac{1}{8}t}, t\geq 0$$

trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống đó xong. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống đó là 40^0C (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Câu 191: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ là

A. $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **C.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

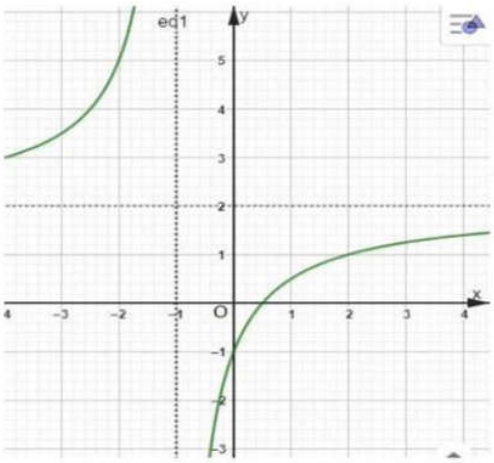
Câu 192: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $\left(C\right): x^2+y^2+z^2-4x+4y-2z+5=0$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 17

Câu 193: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 194: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Tần số	3	5	8	9	6	4

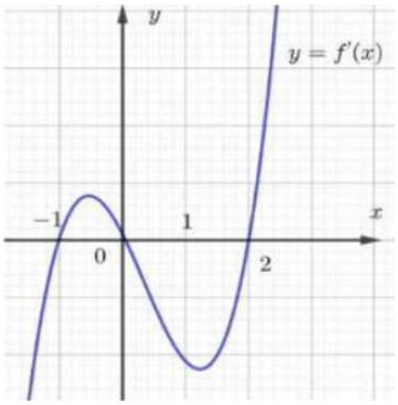
Tính số trung bình của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

A. 10,3. **B.** 10,4. **C.** 10,5. **D.** 10,2.

Câu 195: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A=\left(2;-1;3\right)$, $B=\left(0;4;1\right)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=29$. **B.** $AB=\sqrt{29}$. **C.** $AB=33$. **D.** $AB=\sqrt{33}$.

Câu 196: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e$ có đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 197: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB}=\left(2;0;0\right), \overrightarrow{AD}=\left(0;4;0\right)$ và $\overrightarrow{AA'}=\left(0;1;3\right)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AC'}$.

A. $\overrightarrow{AC'}=\left(2;4;3\right)$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\left(2;3;5\right)$. **C.** $\overrightarrow{AC'}=\left(2;5;3\right)$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\left(1;5;3\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 198: Tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(x+1\right)<2$ là

A. $\left(-1;1023\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-1;99\right)$. **D.** $\left(-\infty;1023\right)$.

Câu 199: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$-\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(-3;1\right)$.

Câu 200: Giải phương trình $3^{x-2}=5$.

A. $x=2+\log_3 5$. **B.** $x=-2+\log_5 3$. **C.** $x=2+\log_5 3$. **D.** $x=-2+\log_3 5$.

Câu 201: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2.\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4.\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3.\overrightarrow{AG}$.

Câu 202: Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Hỏi mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$?

A. $\left(OAH\right)$. **B.** $\left(OAC\right)$. **C.** $\left(OBC\right)$. **D.** $\left(OAB\right)$.

Câu 203: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=3$. Tính u_{10}.

A. $u_{10}=32$. **B.** $u_{10}=35$. **C.** $u_{10}=26$. **D.** $u_{10}=29$.

Câu 204: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số phân biệt?

A. 72. **B.** 90. **C.** 81. **D.** 100.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 18

Câu 205: Cho hàm số $y=\log_3\left(x^2-2x+3\right)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 206: Một nhà phân tích thị trường làm việc cho một công ty sản xuất thiết bị gia dụng nhận thấy rằng nếu công ty sản xuất và bán x chiếc máy xay sinh tố hàng tháng thì lợi nhuận thu được (nghìn đồng) có thể được tính bằng công thức $P\left(x\right)=-0,3x^3+36x^2+1800x-48000$. Để có lợi nhuận lớn nhất công ty cần sản xuất đúng bao nhiêu chiếc máy sinh tố mỗi tháng?

A. 90. **B.** 100. **C.** 110. **D.** 120.

Câu 207: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Khi đó, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}$ bằng

A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $2\overrightarrow{OC'}$. **C.** $4\overrightarrow{AO}$. **D.** $2\overrightarrow{AC}$.

Câu 208: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=\left(1;-1;2\right),\vec{b}=\left(2;1;-3\right),\vec{c}=\left(0;3;-2\right)$. Điểm $M\left(x;y;z\right)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OM}+\vec{a}=2\vec{b}-\vec{c}$, tổng $x+y+z$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -2.

Câu 209: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $10,75$. **B.** $4,75$. **C.** $4,63$. **D.** $4,38$.

Câu 210: Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giờ OG chỉ đúng số 3, kim phút OP chỉ đúng số 12. Số đo góc lượng giác mà kim giờ quét được từ lúc xét đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần đầu tiên bằng

A. $\alpha = \frac{\pi}{22}$. **B.** $\alpha = -\frac{2\pi}{45}$ **C.** $-\frac{\pi}{21}$. **D.** $-\frac{\pi}{22}$.

Câu 211: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ được cho bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases} u_1 = 5 \\ u_n = u_{n-1} + n, \ n \in \mathbb{N}, n \geq 2 \end{cases}$. Giá trị của u_3 là

A. 10. **B.** 14. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 212: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d : \frac{x-1}{4} = \frac{-y}{2} = \frac{z+2}{-6}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2} = \left(2,-1,3\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_1} = \left(4,2,-6\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3} = \left(-2,1,3\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4} = \left(1,0,2\right)$.

Câu 213: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Giá trị của biểu thức $S = \left|\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AC}\right|$ bằng

A. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $y = 2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

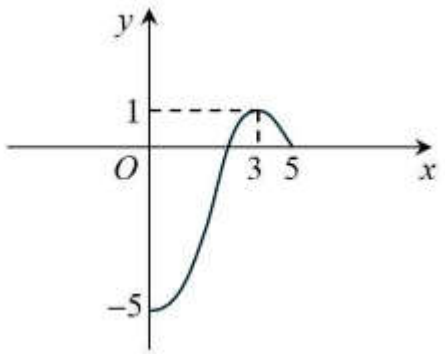
Câu 214: Giả sử một vật giao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x\left(t\right) = 3\cos\left(4t - \frac{\pi}{3}\right)$. Ở đây, thời gian t tính bằng giây và $x\left(t\right)$ là li độ của vật tại thời điểm t tính bằng centimet. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 4 giây, vật đạt li độ bằng $\frac{3}{2}$cm bao nhiêu lần?

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 215: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $OC = \sqrt{3}SA$. Số đo góc phẳng nhị diện $\left[S, BD, C\right]$ bằng

A. 120°. **B.** 150°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 216: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;5\right]$ và đồ thị hàm số $f'\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;5\right]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $f(0)=f(5)<f(3)$. **B.** $f(3)<f(0)=f(5)$.

C. $f(3)<f(0)<f(5)$. **D.** $f(3)<f(5)<f(0)$.

Câu 217: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$, công sai $d=2$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

A. 14. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 218: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>-1$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

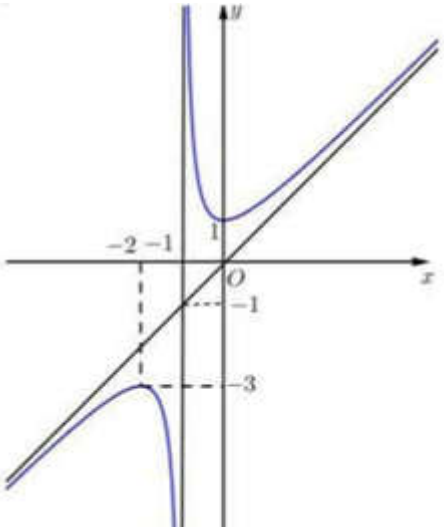
Câu 219: Nghiệm của phương trình $3^x=12$ là

A. $x=4$. **B.** $x=9$. **C.** $x=\log_3 12$. **D.** $x=\log_{12} 3$.

Câu 220: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B. Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

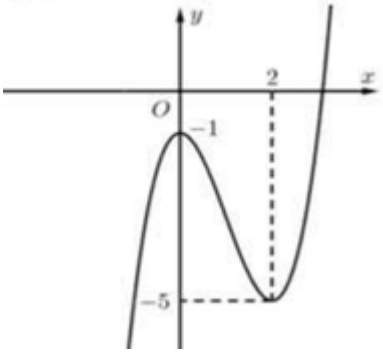
Câu 221: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\ (a,b,c,d,e\in\mathbb{R},\ ad\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-x$. **B.** $y=x$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 222: Cho đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 223: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(2;-3;4)$. **B.** $(2;4;-3)$. **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(-2;3;-4)$.

Câu 224: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(3;-2;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-5;3;-1)$. **B.** $(5;-3;1)$. **C.** $(1;-1;1)$. **D.** $(-1;1;-1)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 225: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$ là

A. $-\dfrac{3}{x^4}+C$. **B.** $-\dfrac{1}{x^2}+C$. **C.** $-\dfrac{1}{2x^2}+C$. **D.** $-\dfrac{1}{4x^4}+C$.

Câu 226: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;b]$. Nếu $\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_a^c f\left(x\right)\mathrm{d}x=8$ thì tích phân $\int\limits_c^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 11. **B.** -5. **C.** 5. **D.** -11.

Câu 227: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD'}$ bằng

A. $135°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 228: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo ba năm tuổi tại một nông trường được cho bởi bảng sau.

Chiều cao (m)	$[8,4;8,6)$	$[8,6;8,8)$	$[8,8;9,0)$	$[9,0;9,2)$	$[9,2;9,4)$
Số cây	5	12	25	44	14

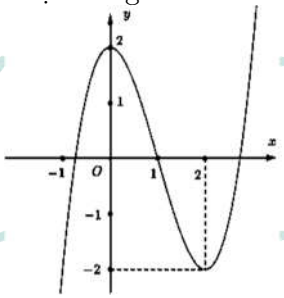
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A. $0,886$. **B.** $0,115$. **C.** $0,826$. **D.** $0,286$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 20

Câu 229: Đường cong ở hình sau là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$.

C. $y=x^3-6x+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 230: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$. **D.** $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SD}$.

Câu 231: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{BC'}$ và $\overrightarrow{B'A}$ bằng

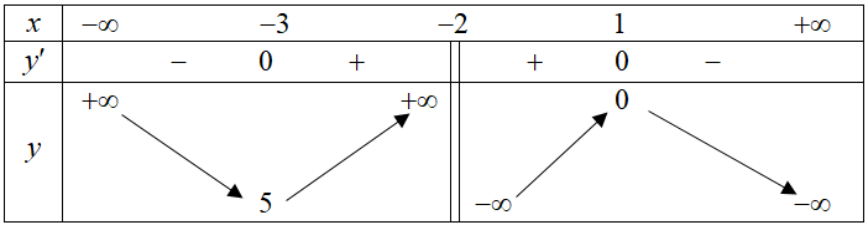
A. a^2. **B.** $a^2\sqrt{2}$. **C.** $-a^2$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 232: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-3}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(1;2\right)$. **B.** $Q\left(1;-3\right)$. **C.** $N\left(3;1\right)$. **D.** $P\left(2;2\right)$.

Câu 233: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



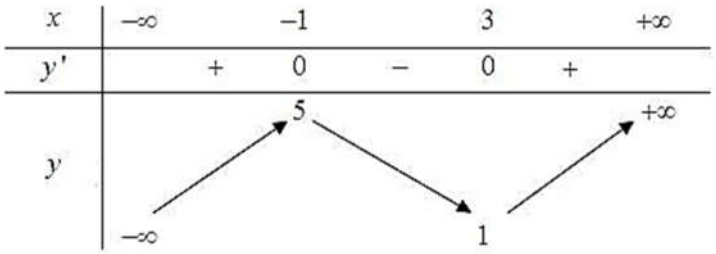
Giá trị cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 234: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $\left(-1;3;-5\right)$. **B.** $\left(1;-3;5\right)$. **C.** $\left(-5;3;-1\right)$. **D.** $\left(5;-3;1\right)$.

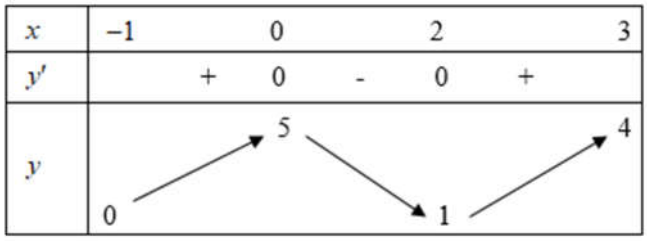
Câu 235: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;5\right)$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;3\right)$. **D.** $\left(0;4\right)$.

Câu 236: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $\left[-1;3\right]$ như hình vẽ bên.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{\left[-1;3\right]}f(x)=f(0)$. **B.** $\max\limits_{\left[-1;3\right]}f\left(x\right)=f\left(3\right)$. **D.** $\max\limits_{\left[-1;3\right]}f\left(x\right)=f\left(2\right)$. **D.** $\max\limits_{\left[-1;3\right]}f\left(x\right)=f\left(-1\right)$.

Câu 237: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một nhóm học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$\left[0;4\right)$	$\left[4;8\right)$	$\left[8;12\right)$	$\left[12;16\right)$	$\left[16;20\right)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

A. $10,4$. **B.** 7. **A.** $11,3$. **D.** $12,5$.

Câu 238: Cho mẫu số liệu ghép nhóm với bộ ba tứ phân vị lần lượt là $Q_1=11,5$; $Q_2=14,5$; $Q_3=21,3$. Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\Delta Q=3,0$. **B.** $\Delta Q=6,8$. **C.** $\Delta Q=9,8$. **D.** $\Delta Q=32,8$.

Câu 239: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-2;3\right);B\left(2;-3;4\right)$.Tìm điểm $M\in\left(Oxy\right)$ sao cho ba điểm A,B,M thẳng hàng

A. $M\left(1;1;0\right)$. **B.** $M\left(3;-4;5\right)$. **C.** $M\left(-3;5;0\right)$. **D.** $M\left(-2;1;0\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 240: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$		1		2	$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$
y	-3 ↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	-5	↗ 2	

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 21

Câu 241: Trong một giỏ hoa quả có 6 quả cam và 7 quả táo. Bạn Nga chọn lấy ngẫu nhiên 1 quả để ăn. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn?

A. 42. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 13.

Câu 242: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 243: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1}\le\frac{1}{27}$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

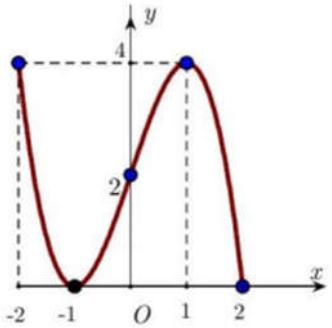
Câu 244: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến phần trăm).

A. $0,13$. **B.** $0,36$. **C.** $3,39$. **D.** $11,62$.

Câu 245: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $(1;4)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 246: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

A. $x=-1, y=2$. **B.** $x=\frac{1}{2}, y=-1$. **C.** $x=1, y=-2$. **D.** $x=-1, y=\frac{1}{2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 247: Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $\int f(x)\mathrm{d}x = e^{2x} + C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = e^{2x}$. **B.** $f(x) = \frac{1}{2}e^{2x}$. **C.** $f(x) = 2e^{x}$. **D.** $f(x) = 2e^{2x}$.

Câu 248: Phương trình $\log_2(2x+1) = 3$ có nghiệm là

A. $x = 5$. **B.** $x = \frac{9}{2}$. **C.** $x = 4$. **D.** $x = \frac{7}{2}$.

Câu 249: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2;-3;3)$, $\vec{b} = (0;2;-1)$, $\vec{c} = (3;-1;5)$. Tìm toạ độ của $\vec{u} = 2\vec{a} + 3\vec{b} - 2\vec{c}$.

A. $(-2;-2;7)$. **B.** $(10;-2;13)$. **C.** $(-2;2;-7)$. **D.** $(-2;2;7)$.

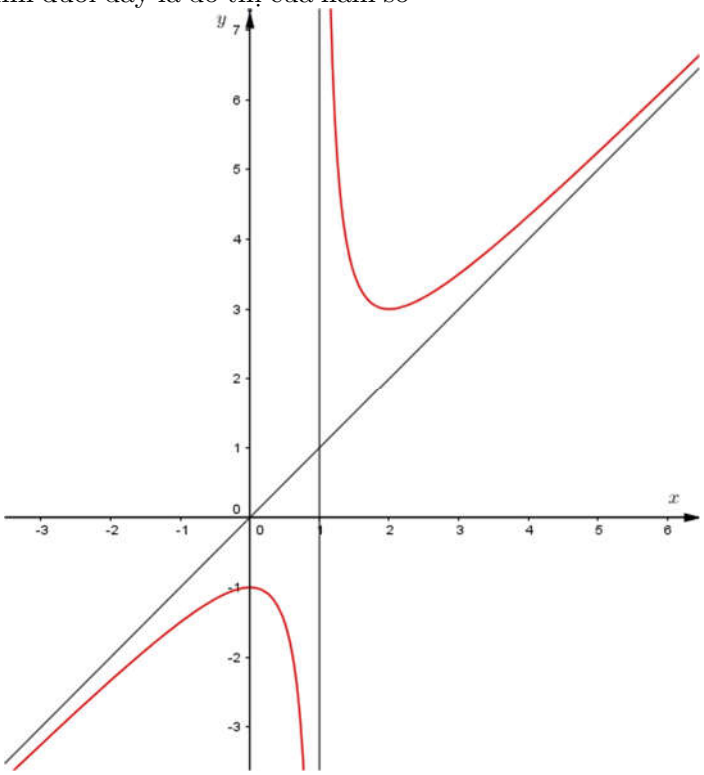
Câu 250: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -2$; $u_2 = 6$. Giá trị của u_3 bằng

A. -18. **B.** -12. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 251: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại B, $SA = 2a$, $AB = 3a$, $BC = 4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $24a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 252: Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



A. $y = \frac{x^2 - 4x + 5}{x - 2}$. **B.** $y = \frac{x^2 - 4x - 1}{x + 1}$. **C.** $y = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. **D.** $y = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 22

Câu 253: Với a là số thực dương tuỳ ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** a^6. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

Câu 254: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

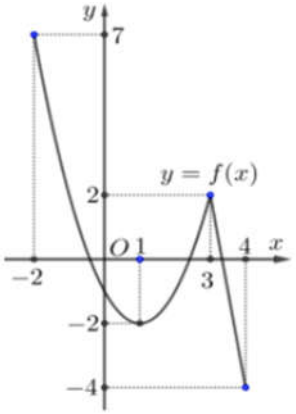
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-3)$.

Câu 255: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng



A. -2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 256: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $SA=SC$, $SB=SD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $SC\perp(ABCD)$. **B.** $SA\perp(ABCD)$. **C.** $SB\perp(ABCD)$. **D.** $SO\perp(ABCD)$.

Câu 257: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 258: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **D.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$.

Câu 259: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-1	$\searrow$	$+\infty$ ‖ $-\infty$	$\searrow$	-1

Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=-2$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 260: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 30. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 200.

Câu 261: Cho hàm số $f(x)=e^x+2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

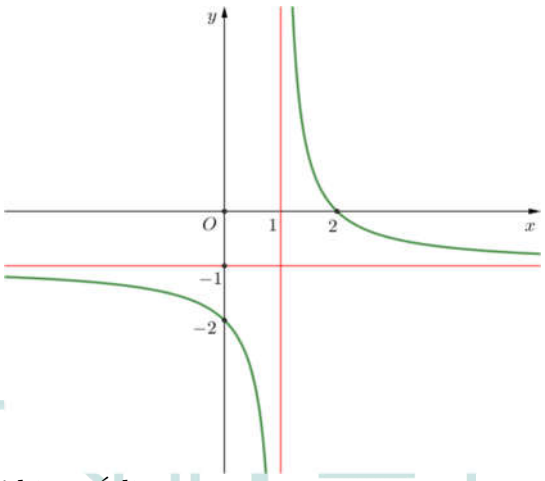
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x-2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-2x+C$.

Câu 262: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

A. 54. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 162.

Câu 263: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

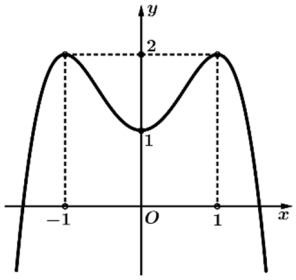
Câu 264: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(2x-1\right)<\log_5\left(x+2\right)$ là

A. $S=\left(3;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-2;3\right)$. **C.** $S=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;3\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 23

Câu 265: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 266: Hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 267: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)\leq 1$

NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $(1;3]$. **B.** $[1;3]$. **C.** $(1;5)$. **D.** $[3;5]$.

Câu 268: Trong không gian, cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ bằng

A. $4a^2$. **B.** $2a^2$. **C.** a^2. **D.** 0.

Câu 269: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;-2;1)$ trên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(2;0;1)$. **B.** $(0;-2;1)$. **C.** $(2;-2;0)$. **D.** $(0;0;1)$.

Câu 270: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CC'}$. **B.** $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}$.

C. $\overrightarrow{C'A'}=\overrightarrow{C'B'}+\overrightarrow{C'D'}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

Câu 271: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(1;1;3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(-1;-1;-3)$.

Câu 272: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=25$. **C.** $u_{10}=-29$. **D.** $u_{10}=-2.3^9$.

Câu 273: Nghiệm của phương trình $3^x=81$ là

A. $x=4$. **B.** $x=9$. **C.** $x=\log_{81}3$. **D.** $x=3$.

Câu 274: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[60;80)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 275: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 276: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA\perp(ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAD)?

A. BC. **B.** SB. **C.** SC. **D.** CD.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 24

Câu 277: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 278: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-\dfrac{2}{x}$?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $y = x^3 - 2\ln|x|$. **B.** $y = 6x - 2\ln|x|$. **C.** $y = x^3 + \dfrac{2}{x^2}$. **D.** $y = 6x + \dfrac{2}{x^2}$.

Câu 279: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^{8} f(x)\mathrm{d}x = -1$ và $\int_{4}^{8} f(x)\mathrm{d}x = 4$. Giá trị $P = \int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $P = 3$. **B.** $P = -3$. **C.** $P = -5$. **D.** $P = 5$.

Câu 280: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;-5)$ trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

A. $M(3;0;-5)$. **B.** $N(3;-4;-5)$. **C.** $P(0;4;0)$. **D.** $Q(3;0;0)$.

Câu 281: Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n} = (1;-1;1)$ không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(P): 2x + y - z - 3 = 0$. **B.** $(Q): x - y + z - 3 = 0$.

C. $(R): \dfrac{x}{3} + \dfrac{y}{-3} + \dfrac{z}{3} = 1$. **D.** $(T): -(x-1) + (y+1) - (z-1) = 0$.

Câu 282: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y - z - 4 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;0;2)$ và vuông góc với (P)?

A. $\begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 3t \\ z = 2 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = -3t \\ z = 2 - t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 \\ z = -1 - 2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -3 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

Câu 283: Cho hàm số $y = 2^{x^2-1}$. Phương án nào dưới đây đúng?

A. $y' = (2x-1)2^{x^2-1}\ln 2$. **B.** $y' = 2x2^{x^2-1}\ln 2$.

C. $2^{x^2-1}\ln 2$. **D.** $y' = (2x-1)2^{x^2-1}$.

Câu 284: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai đường thẳng SB và AD bằng bao nhiêu?

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 285: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA' = a, AB = a, AD = a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 286: Một bệnh viện thống kê chiều cao của 50 trẻ sơ sinh 12 ngày tuổi một cách ngẫu nhiên. Kết quả thu được như sau.

Độ cao (cm)	$[40;42)$	$[42;44)$	$[44;46)$	$[46;48)$	$[48;50)$	$[50;52)$	$[52;54)$
Tần số	4	4	5	10	14	8	5

Bộ giá trị nào sau đây là tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

A. $Q_1 = 45; Q_2 = 47; Q_3 = 51$. **B.** $Q_1 = 45,5; Q_2 = 47,5; Q_3 = 51,5$.

C. $Q_1 = 45,3; Q_2 = 48,3; Q_3 = 53,3$. **D.** $Q_1 = 45,8; Q_2 = 48,3; Q_3 = 50,1$.

Câu 287: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD = 2$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đứng đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 288: Cho khối chóp cụt tứ giác đều có các cạnh đáy lần lượt bằng 6 và 8, chiều cao của mặt bên bằng 5. Thể tích của chóp cụt đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{148\sqrt{26}}{3}$. **B.** $\dfrac{740}{3}$. **C.** $\dfrac{296\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\dfrac{148\sqrt{21}}{3}$.

Câu 289: Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left[0;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

Câu 290: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\left\{1,2,3,4,5,6\right\}$?

A. 120. **B.** 20. **C.** 216. **D.** 18.

Câu 291: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(2a^4\right)$ bằng

A. $4\log_2 a$. **B.** $1+4\log_2 a$. **C.** $4+4\log_2 a$. **D.** $4+\log_2 a$.

Câu 292: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

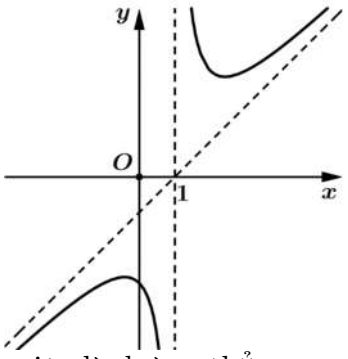
Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$

Câu 293: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA\perp\left(ABC\right)$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy là góc

A. $\widehat{SCB}$. **B.** $\widehat{SAC}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SCA}$.

Câu 294: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là đường thẳng:

A. $y=x-1$. **B.** $y=x+3$. **C.** $y=2x+1$. **D.** $y=-x+1$.

Câu 295: Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	$\left[3;5\right)$	$\left[5;7\right)$	$\left[7;9\right)$	$\left[9;11\right)$	$\left[11;13\right)$
Số bóng đèn	11	20	29	40	30

Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

A. $\Delta_Q=\dfrac{87}{8}$. **B.** $\Delta_Q=\dfrac{206}{29}$. **C.** $\Delta_Q=\dfrac{4171}{232}$. **D.** $\Delta_Q=\dfrac{875}{232}$.

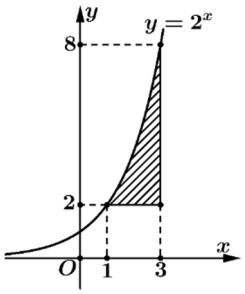
Câu 296: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^2+\sin x+1$. Biết rằng $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ và thỏa mãn $F\left(0\right)=1$. Khi đó $F\left(x\right)$ bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $F\left(x\right)=x^3-\cos x+x+2$. **B.** $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+x$. **D.** $F\left(x\right)=\dfrac{x^3}{3}+\cos x+2$.

Câu 297: Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên dưới bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



A. $4,66$. **B.** $3,58$. **C.** $1,63$. **D.** $4,11$.

Câu 298: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ và $\left(Oyz\right)$ bằng

A. 30° **B.** 45° **C.** 60° **D.** 90°

Câu 299: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm AB,CD và gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AN}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right)$. **B.** $\overrightarrow{IN}+\overrightarrow{IM}=\vec{0}$. **C.** $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$.

Câu 300: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z+1\right)^2=9$ và điểm $M\left(4;2;-2\right)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Điểm M là tâm của mặt cầu $\left(S\right)$. **B.** Điểm M nằm trên mặt cầu $\left(S\right)$.

C. Điểm M nằm trong mặt cầu $\left(S\right)$. **D.** Điểm M là nằm ngoài mặt cầu $\left(S\right)$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 2 (ĐỀ SỐ 26-50)

ĐỀ SỐ 26

Câu 1: Cho $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = F\left(x\right) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'\left(x\right) = \frac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. **B.** $F'\left(x\right) = -\cot x$.

C. $F'\left(x\right) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $F'\left(x\right) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 2: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị $\left(P\right): y = 2x - x^2$ và trục Ox. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho $\left(H\right)$ quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \frac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 3: Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$\left[20;25\right)$	$\left[25;30\right)$	$\left[30;35\right)$	$\left[35;40\right)$	$\left[40;45\right)$
Số ngày	6	6	4	1	1

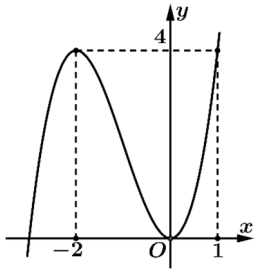
Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

A. $9{,}225$. **B.** $8{,}25$. **C.** $9{,}25$. **D.** $8{,}125$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1;-1;3\right)$ và song song với đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 + 3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 3 - t \end{cases}$.

Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g\left(x\right) = \frac{2025}{f\left(x\right)}$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x^2 + 3x\right) \le 2$ là

A. $\left(0;1\right]$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$. **C.** $\left[-4;-3\right) \cup \left(0;1\right]$. **D.** $\left[-4;-3\right] \cup \left[0;1\right]$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của mặt

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-3)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với (ABC). Gọi I là trung điểm cạnh AC, H là hình chiếu của I trên SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SBC)\perp(IHB)$. **B.** $(SAC)\perp(SAB)$. **C.** $(SAC)\perp(SBC)$. **D.** $(SBC)\perp(SAB)$.

Câu 9: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $3^x+2=0$. **B.** $5^x-1=0$. **C.** $\log_2 x=3$. **D.** $\log(x-1)=1$.

Câu 10: Cho 3 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng tổng 3 số hạng đầu là 13 đồng thời theo thứ tự đó chúng là số hạng thứ nhất, thứ ba và thứ chín của một cấp số cộng. Công bội của cấp số nhân là

A. $\left[\begin{array}{l}q=-1\\q=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}q=0\\q=1\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}q=1\\q=3\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}q=-1\\q=-3\end{array}\right.$

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c},\overrightarrow{BC}=\vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây thì biểu thức nào là đúng?

A. $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **C.** $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu?

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2	↗	3	↘	0	↗	2	↘	1

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 27

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=\dfrac{1}{2},u_7=32$. Công bội q của cấp số nhân là

A. $q=\pm\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=\pm3$. **C.** $q=\pm2$. **D.** $q=\pm4$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\log_3 x=2$ là

A. $x=8$. **B.** $x=9$. **C.** $x=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

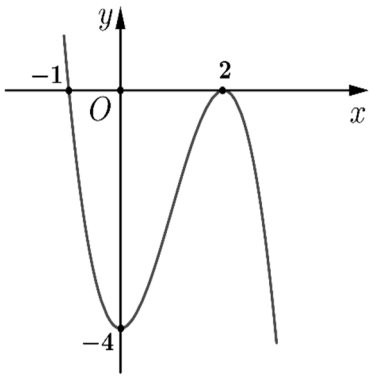
A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{7}} x$. **C.** $y=\left(\frac{\pi}{6}\right)^x$. **D.** $y=e^x$.

Câu 18: Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2-4$. **B.** $y=x^3-4$. **C.** $y=x^2-4$. **D.** $y=-x^2-4$.

Câu 19: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int \sin 3x dx=\frac{\cos 3x}{3}+C$. **B.** $\int x^3 dx=\frac{x^4}{4}+C$.

C. $\int 3^x dx=\frac{3^x}{\ln 3}+C$ **D.** $\int \cos 3x dx=\frac{\sin 3x}{3}+C$.

Câu 20: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0=15$ m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t\left(\text{m/s}^2\right)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 70,25 m. **B.** 68,25 m. **C.** 67,25 m. **D.** 69,75 m.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{B'C'}$. **B.** $\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{C'C}$. **D.** $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{DC'}$.

Câu 22: Thời gian chạy 50m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là

A. 8,54. **B.** 4. **C.** 8,50. **D.** 8,53.

Câu 23: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=4$. **B.** $OA=5$. **C.** $OA=3$. **D.** $OA=9$.

Câu 24: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 28

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=e^{x}\left(1-\dfrac{2e^{-x}}{x^{5}}\right)$

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}+\dfrac{1}{2x^{4}}+C$ **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}-\dfrac{1}{2x^{4}}+C$

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}-\dfrac{2}{x^{4}}+C$ **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}+\dfrac{2}{x^{4}}+C$

Câu 26: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x-1}$, trục hoành và $x=5$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{15\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{15}{2}$. **C.** 8π. **D.** 8.

Câu 27: Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	$\left[4;6\right)$	$\left[6;8\right)$	$\left[8;10\right)$	$\left[10;12\right)$	$\left[12;14\right)$
Số cây giống	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

A. $4,7$. **B.** $4,6$. **C.** $4,9$. **D.** $4,8$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M\left(1;2;-1\right)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right):x+y-z+1=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2025}{f\left(x\right)}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\dfrac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(2;0;0\right),B\left(0;3;0\right)$ và $C\left(0;0;5\right)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=\left(3;5;2\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(6;15;10\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(2;3;5\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(15;10;6\right)$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và cạnh SB vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $\left(SBD\right)$?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SCD). **D.** (SAC).

Câu 33: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 34: Xác định x để 3 số $2x-1;\ x;\ 2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

A. $x = \pm\dfrac{1}{3}$. **B.** $x = \pm\sqrt{3}$. **C.** $x = \pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $x = \pm 3\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{CA'}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{C'A}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 29

Câu 37: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 6x + 3$ là

A. $3x^2 + 3x + C$. **B.** $2x^2 + 3x + C$. **C.** $x^2 + C$. **D.** $2x^2 + C$.

Câu 38: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{6x}, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int\limits_0^1 e^{6x}\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int\limits_0^1 e^{12x}\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int\limits_0^1 e^{6x}\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_0^1 e^{12x}\mathrm{d}x$.

Câu 39: Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

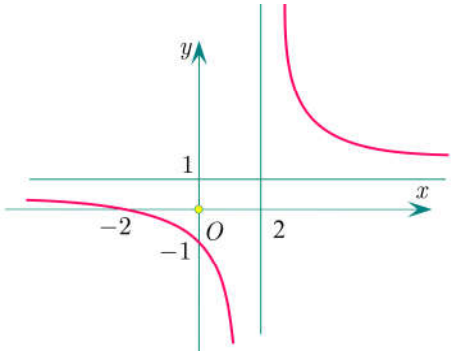
Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(0;0;1)$, $C(-2;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B.** $x - 2y + z = 0$.

C. $\dfrac{x-2}{-2} = \dfrac{y-1}{1} = \dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2} = \dfrac{y}{1} = \dfrac{z-1}{1}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 41: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\ \left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình $e^x<1$ là

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $x+2y-2z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\vec{n}_1\left(1;-3;1\right)$. **B.** $\vec{n}_2\left(1;2;-2\right)$. **C.** $\vec{n}_3\left(1;-3;8\right)$. **D.** $\vec{n}_4\left(1;3;8\right)$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA\perp\left(ABCD\right)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$?

A. $\left(SAC\right)$. **B.** $\left(SBC\right)$. **C.** $\left(SCD\right)$. **D.** $\left(SBD\right)$.

Câu 45: Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=32$ là

A. $x=1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 46: Cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=1$ và $u_2=3$. Số hạng u_3 của cấp số cộng là

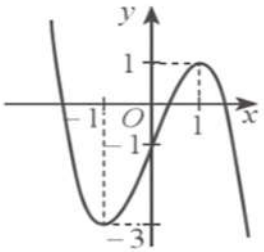
A. 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 47: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.
Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD'}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-3;1\right)$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 30

Câu 49: Cho hàm số $f\left(x\right)=e^{x}-\sin x$. Khẳng định nào dưới dây là đúng?

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}+\cos x+C$.
B. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}-\cos x+C$.
C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}-\sin x+C$.
D. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=e^{x}+\sin x+C$.

Câu 50: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x $(0\le x\le 3)$ thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{9-x^{2}}$

A. 90. **B.** 72π. **C.** 78π. **D.** 72.

Câu 51: Tiền lãi (Đơn vị: nghìn đồng) trong 30 ngày ở một quầy bán báo được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$\left[29,5;40,5\right)$	35	3
$\left[40,5;51,5\right)$	46	5
$\left[51,5;62,5\right)$	57	7
$\left[62,5;73,5\right)$	68	6
$\left[73,5;84,5\right)$	79	5
$\left[84,5;95,5\right)$	90	4
		$n=30$

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $279,78$. **B.** $157,23$. **C.** $264,12$. **D.** $195,12$.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;-2;3\right)$, $B\left(-2;1;1\right)$, $C\left(0;2;3\right)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng BC là:

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+\dfrac{3}{2}t\\z=3+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-3+2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$.

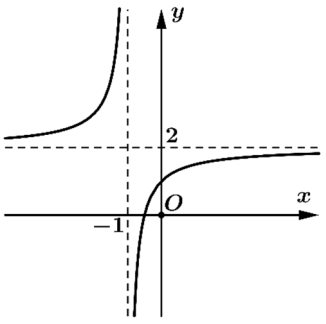
Câu 53: Tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(2x\right)<\log\left(x+6\right)$ là

A. $\left[0;6\right)$. **B.** $\left(0;6\right)$. **C.** $\left(6;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;6\right)$.

Câu 54: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A\left(1;2;-3\right)$ và song song với mặt phẳng $\left(P\right):x-2y+z-4=0$ có phương trình là

A. $x-2y+z+6=0$.
B. $x+2y-3z+6=0$.
C. $x+2y-3z-6=0$.
D. $x-2y+z-6=0$.

Câu 55: Hàm số số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$.
B. $x=2$.
C. $x=-2$.
D. $x=-1$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 56: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Biết tam giác SBD đều và có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng $\left(SCD\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 75°.

Câu 57: Phương trình $5^{2x^2+5x+4}=25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\dfrac{5}{2}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 58: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_2=-6$. Số hạng u_3 bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** -15. **D.** -3.

Câu 59: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 60: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 31

Câu 61: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2025^x$ là

A. $\dfrac{2025^x}{\ln 2025}+C$. **B.** $2025^x.\ln 2025+C$.**C.** 2025^x+C. **D.** $\dfrac{2025^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 62: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\displaystyle\int_0^2\left(2x^2+3\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\displaystyle\int_0^2\left(2x^2+3\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\pi\displaystyle\int_0^2\left(2x^2+3\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=\displaystyle\int_0^2\left(-2x^2-3\right)\mathrm{d}x$.

Câu 63: Thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12D trong một trường phổ thông ta thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	$\left[30;40\right)$	$\left[40;50\right)$	$\left[50;60\right)$	$\left[60;70\right)$	$\left[70;80\right)$	$\left[80;90\right)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $62,5$. **B.** 55. **C.** 65. **D.** 60.

Câu 64: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ có phương trình là

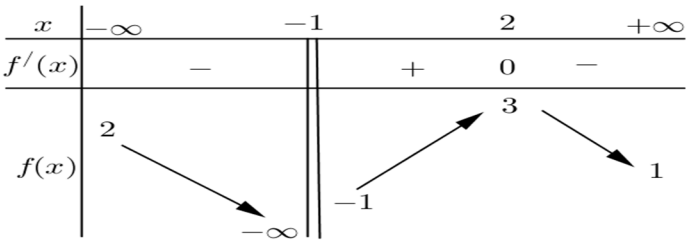
A. $x=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 65: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-1}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2=(-1;1;3)$. **B.** $\vec{u}_1=(1;-1;2)$. **C.** $\vec{u}_3=(1;2;-1)$. **D.** $\vec{u}_2=(1;-3;-1)$.

Câu 66: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 67: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1)\geq -2$.

A. $S=[5;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;5]$. **C.** $S=(1;5]$. **D.** $S=[1;5]$.

Câu 68: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là

A. $x=2$. **B.** $x=4$. **C.** $x=5$. **D.** $x=1$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng SC?

A. SA. **B.** SB. **C.** AB. **D.** BC.

Câu 70: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=81$ và $u_2=27$. Số hạng u_5 của cấp số nhân là

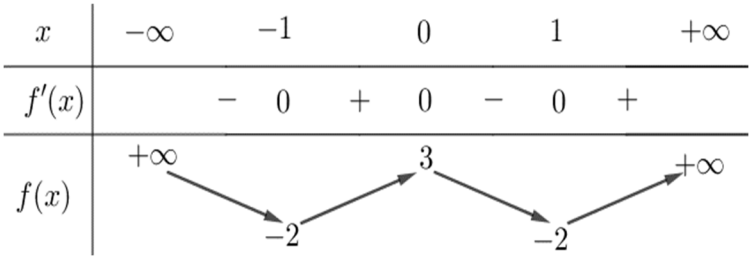
A. 9. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=4\overrightarrow{OS}$.

Câu 72: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 32

Câu 73: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int x^3\mathrm{d}x=x^4+C$. **B.** $\int x^3\mathrm{d}x=3x^2+C$.

C. $\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{\ln 3}+C$. **D.** $\int x^3\mathrm{d}x=\dfrac{x^4}{4}+C$.

Câu 74: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y=2x-x^2$ và trục Ox. Tính thể tích của khối

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

tròn xoay tạo thành khi cho $\left(H\right)$ quay quanh trục Ox.

A. $V=\dfrac{19\pi}{15}$. **B.** $V=\dfrac{13\pi}{15}$. **C.** $V=\dfrac{17\pi}{15}$. **D.** $V=\dfrac{16\pi}{15}$.

Câu 75: Cho bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được của 30 học sinh nam lớp 12A2 đầu năm học $2024-2025$ của trường THPT như sau:

Chiều cao	$\left[150;155\right)$	$\left[155;160\right)$	$\left[160;165\right)$	$\left[165;170\right)$	$\left[170;175\right)$
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. $\dfrac{\sqrt{285}}{3}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{287}}{3}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{71}$.

Câu 76: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M\left(2;-3;1\right)$ và mặt phẳng $\left(\alpha\right):x+3y-z+2=0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+3t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2-t\\y=3-3t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-3+3t\\z=1-t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=3-3t\\z=-1+t\end{cases}$.

Câu 77: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x-2}{x^2-4}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 78: Nghiệm của phương trình $\log_3\left(x+1\right)=2$ là

A. 2. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 79: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $\left(P\right):\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{3}+\dfrac{z}{-2}=1$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=\left(2;3;2\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(3;2;3\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(2;3;-2\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(3;2;-3\right)$.

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=\sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng

A. 60°. **B.** 30°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 81: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x}<27$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$.

Câu 82: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ thoả mãn $u_1=2;u_{n+1}=3u_n,\forall n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 83: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{BD'}$. **C.** $\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BA'}$.

Câu 84: Hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ đồng biến trên khoảng nào?

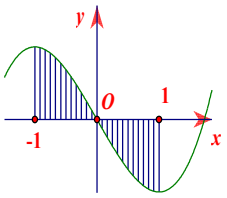
A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 33

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 85: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x);x=-1;x=1;$ trục Ox là



A. $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)dx$.
B. $S=\int\limits_{-1}^{0}f(x)dx+\int\limits_{0}^{1}f(x)dx$.
C. $S=\int\limits_{-1}^{0}f(x)dx-\int\limits_{0}^{1}f(x)dx$.
D. $S=\int\limits_{-1}^{1}\left[f(x)\right]^2dx$.

Câu 86: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là
A. $\sin x+C$.
B. $cosx$.
C. $-cosx+C$.
D. $-\sin x+C$.

Câu 87: Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng như hình sau

Nhóm	[160; 163)	[163; 166)	[166; 169)	[169; 172)	[172; 175)
Tần số	6	11	9	7	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là
A. 164,1.
B. 163,2.
C. 163,5.
D. 163,8.

Câu 88: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$có $u_1=2$và $u_4=5$. Tính tổng của 3 số hạng đầu tiên là
A. 9.
B. 5.
C. 7.
D. 3.

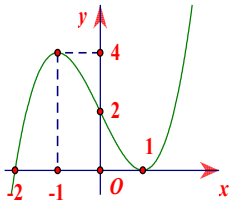
Câu 89: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x>9$ là
A. $(2;+\infty)$.
B. $(9;+\infty)$.
C. $(3;+\infty)$.
D. $(3;9)$.

Câu 90: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)=2$ là
A. $x=1$.
B. $x=2$.
C. $x=8$.
D. $x=3$.

Câu 91: Mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;-1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-3;4)$ là
A. $x+2y-z+8=0$.
B. $2x-3y+4z+8=0$.
C. $2x-y+4z+1=0$.
D. $x+2y+z+8=0$.

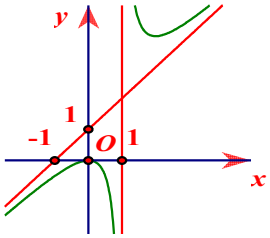
Câu 92: Trong hệ trục tọa độ Oxyz, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+1=0$có tọa độ tâm
A. $(-2;4;-6)$.
B. $(-1;2;-3)$.
C. $(1;-2;3)$.
D. $(1;2;3)$.

Câu 93: Cho hàm số $y=f(x)$có đồ thị như hình dưới. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là



A. (-2; 0).
B. (1; 0).
C. (-1; 4).
D. (0; 2).

Câu 94: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Đường liệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm



A. $(1;0)$.
B. $(0;1)$.
C. $(-1;1)$.
D. $(1;1)$.

Câu 95: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng
A. $BC\perp(SCD)$.
B. $BC\perp(SAD)$.
C. $BC\perp(SAC)$.
D. $BC\perp(SAB)$.

Câu 96: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' . Phát biểu nào sau đây là đúng?
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'C'}-\overrightarrow{CB}=\vec{0}$.
B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$.
D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 34

Câu 97: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}+1$.

A. $F\left(x\right)=-\dfrac{1}{x^2}+x+C$.
B. $F\left(x\right)=\ln\left|x\right|+x+C$.
C. $F\left(x\right)=\ln x+x+C$.
D. $F\left(x\right)=\ln\left|x\right|+C$.

Câu 98: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x=2$, đồ thị $y=x^2$ và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox.

A. $\dfrac{4\pi}{5}$.
B. $\dfrac{5\pi}{6}$.
C. $\dfrac{32\pi}{5}$.
D. $\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 99: Thời gian đọc sách của 32 học sinh lớp 12A1 trong một ngày được thống kê theo bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	$\left[40;45\right)$	$\left[45;50\right)$	$\left[50;55\right)$	$\left[55;60\right)$	$\left[60;65\right)$
Tần số	2	7	10	11	2

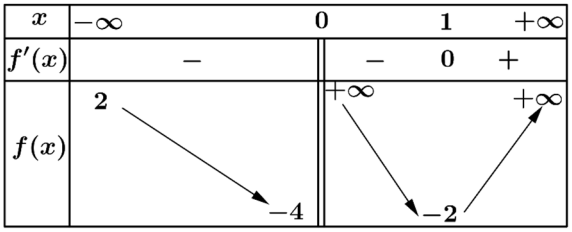
Tính tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên bằng

A. $\dfrac{101}{2}$.
B. $\dfrac{630}{11}$.
C. $\dfrac{523}{7}$.
D. $\dfrac{172}{3}$.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A\left(1;2;-1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;3;2\right)$ là

A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$.
B. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.
C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{2}$.
D. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 101: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. 1.
B. 3.
C. 4.
D. 2.

Câu 102: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\dfrac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.
B. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.
C. $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$.
D. $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 103: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ là

A. $x-y+z+1=0$.
B. $x-y+z+2=0$.
C. $x-y+z-1=0$.
D. $x-y+z=0$.

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA=a\sqrt{2}$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ bằng

A. $30°$.
B. $45°$.
C. $60°$
D. $90°$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 105: Phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x^3} = 4^{x^2-2}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 106: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1 = \frac{1}{3}; u_2 = 4$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

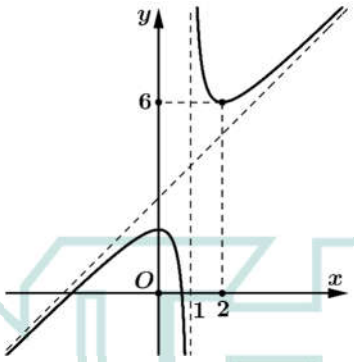
A. $d = \frac{11}{3}$. **B.** $d = \frac{3}{11}$. **C.** $d = \frac{10}{3}$. **D.** $d = \frac{3}{10}$.

Câu 107: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm I. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}\left(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y}\right)$. **B.** $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}\left(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y}\right)$.

C. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}\left(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y}\right)$. **D.** $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}\left(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y}\right)$.

Câu 108: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(0;1\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 35

Câu 109: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \left(3x+1\right)^2$ là

A. $\frac{(3x+1)^3}{3} + C$. **B.** $\frac{1}{9}.\left(3x+1\right)^3$ **C.** $(3x+1)^3 + C$. **D.** $9\cdot(3x+1)^3 + C$.

Câu 110: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $(C): y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{2}$. **C.** π. **D.** π^2.

Câu 111: Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [60;70). **B.** [70;80). **C.** [80;90). **D.** [90;100).

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 112: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A\left(4;-1;3\right)$, $B\left(1;3;1\right)$, $C\left(-1;1;5\right)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với BC?

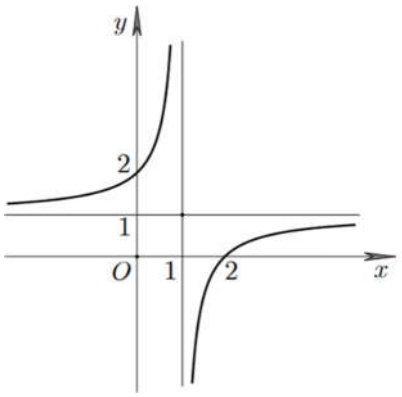
A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$.

B. $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$.

D. $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 113: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(ad-bc\neq 0;ac\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



A. $x=1,y=1$.

B. $x=-1,y=1$.

C. $x=1,y=2$.

D. $x=2,y=1$.

Câu 114: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4\left(x-1\right)<1$ là

A. $\left(1;5\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 115: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+1=0$.

A. $\vec{a}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{a}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{a}=(2;-3;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;1)$.

Câu 116: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt phẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A. $\left(SBC\right)$ và $\left(SAB\right)$. **B.** $\left(SBC\right)$ và $\left(ABC\right)$. **C.** $\left(SBC\right)$ và $\left(SAC\right)$. **D.** $\left(SAB\right)$ và $\left(ABC\right)$.

Câu 117: Phương trình $5^x=15$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=\log_5 15$. **C.** $x=5$. **D.** $x=\log_{15}5$.

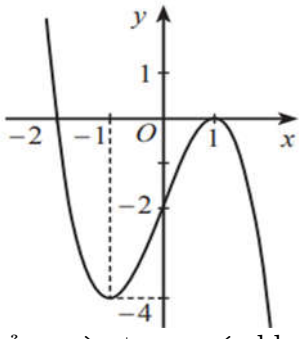
Câu 118: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$, biết $u_1=-4,u_2=-2$. Công bội của cấp số nhân là

A. $q=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=\dfrac{1}{2}$. **C.** $q=2$. **D.** $q=-2$.

Câu 119: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ là?

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 120: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-2;1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 36

Câu 121: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\cos x+1$ là

A. $\sin x+C$. **B.** $-\sin x+x+C$. **C.** $\cos x+x+C$. **D.** $\sin x+x+C$.

Câu 122: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0,x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 1\right)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x.

A. $V=\dfrac{12\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{12}{5}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 123: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik	$\left[8;10\right)$	$\left[10;12\right)$	$\left[12;14\right)$	$\left[14;16\right)$	$\left[16;18\right)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $5,98$. **B.** 6. **C.** $2,44$. **D.** $2,5$.

Câu 124: Cho hai mặt phẳng $\left(\alpha\right):3x-2y+2z+7=0$ và $\left(\beta\right):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc $\left(\alpha\right)$ và $\left(\beta\right)$ là

A. $x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$ **D.** $2x-y+2z=0$

Câu 125: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 126: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3}<\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x+1}$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $\left(-\infty;3\right)$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 127: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-3z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\left(1;2;-3\right)$. **B.** $\left(1;-2;3\right)$. **C.** $\left(-1;2;-3\right)$. **D.** $\left(1;2;3\right)$.

Câu 128: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA\perp\left(ABC\right)$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy là

A. $\widehat{SCB}$. **B.** $\widehat{SAC}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SCA}$.

Câu 129: Nghiệm của phương trình $\log_4\left(x-1\right)=3$ là

A. $x=66$. **B.** $x=68$. **C.** $x=65$. **D.** $x=63$.

Câu 130: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1=-2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 là

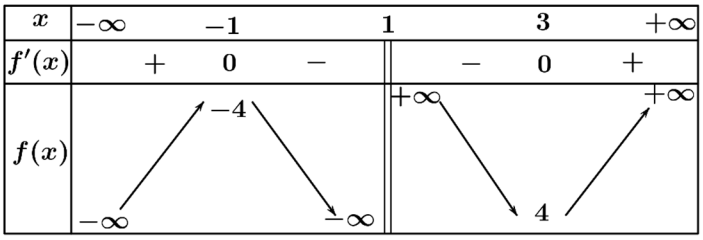
A. $u_2=1$. **B.** $u_2=-6$. **C.** $u_2=6$. **D.** $u_2=-18$.

Câu 131: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $\vec{a}=\left(2;-3;-1\right)$. **B.** $\vec{a}=\left(-1;2;-3\right)$. **C.** $\vec{a}=\left(2;-1;-3\right)$. **D.** $\vec{a}=\left(-3;2;-1\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 132: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(-1;3\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(1;3\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 37

Câu 133: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 134: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+1$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là

A. $S=\dfrac{7}{3}$. **B.** $S=\dfrac{10}{3}$. **C.** $S=7$. **D.** $S=8$.

Câu 135: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

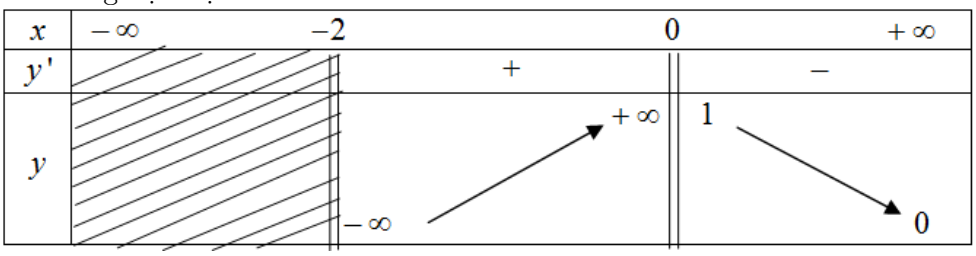
A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Câu 136: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I\left(1;0;0\right)$ và bán kính bằng 2 là

A. $\left(x-1\right)^2+y^2+z^2=2$. **B.** $\left(x+1\right)^2+y^2+z^2=2$.

C. $\left(x-1\right)^2+y^2+z^2=4$. **D.** $\left(x+1\right)^2+y^2+z^2=4$.

Câu 137: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?



A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 138: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x\le 3$ là

A. $\left(0;8\right)$. **B.** $\left[0;8\right)$. **C.** $\left[0;8\right]$. **D.** $\left(0;8\right]$.

Câu 139: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M\left(2;1;-3\right)$, $N\left(1;0;2\right)$; $P\left(2;-3;5\right)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $\left(MNP\right)$.

A. $\vec{n}\left(12;4;8\right)$. **B.** $\vec{n}\left(8;12;4\right)$. **C.** $\vec{n}\left(3;1;2\right)$. **D.** $\vec{n}\left(3;2;1\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 140: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB = 2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 141: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 3^{x-2}$ là

A. $x = -3$. **B.** $x = 1$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 3$.

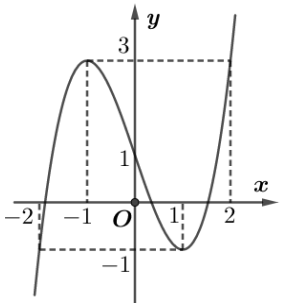
Câu 142: Cho một cấp số cộng có $u_1 = -3;\ u_4 = 15$. Công sai d của cấp số cộng là

A. $d = 5$. **B.** $d = 7$. **C.** $d = 6$. **D.** $d = 8$.

Câu 143: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{v} = \overrightarrow{B'A'} + \overrightarrow{B'C'} + \overrightarrow{B'B}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{B'D'}$. **C.** $\overrightarrow{BD'}$. **D.** $\overrightarrow{B'D}$.

Câu 144: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng



A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 38

Câu 145: Với a, b là các tham số thực thì giá trị tích phân $I = \int_0^b (3x^2 - 2ax - 1)\,\mathrm{d}x$ bằng

A. $b^3 - ba^2 - b$. **B.** $b^3 + b^2a + b$. **C.** $b^3 - b^2a - b$. **D.** $3b^2 - 2ab - 1$.

Câu 146: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0, x = 1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(0 \le x \le 1)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x.

A. $V = \dfrac{12\pi}{5}$. **B.** $V = \dfrac{12}{5}$. **C.** $V = \dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}$. **D.** $V = \dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 147: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $10,75$. **B.** $1,75$. **C.** $3,63$. **D.** $14,38$.

Câu 148: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;1;-1)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $(3;0;-1)$. **B.** $(0;1;0)$. **C.** $(3;0;0)$. **D.** $(0;0;-1)$.

Câu 149: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y = 2$. **B.** $x = 1$. **C.** $y = 1$. **D.** $y = 0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 150: Phương trình $\log_2\left(2x-3\right)=\log_2\left(6-x\right)$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=6$.

Câu 151: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-3;2\right), B\left(3;5;-2\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x+ay+bz+c=0$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 152: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABC\right)$, tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $90°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 153: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4}\geq 27$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 154: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng:

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Câu 155: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;-2\right)$ và $B\left(2;2;1\right)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $\left(-1;-1;-3\right)$. **B.** $\left(3;1;1\right)$. **C.** $\left(1;1;3\right)$. **D.** $\left(3;3;-1\right)$.

Câu 156: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$+\infty$ ‖	↘	4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-3;1\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;3\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 39

Câu 157: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$.

C. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{2}{x}+C$. **D.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}+\dfrac{1}{x}+C$.

Câu 158: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi các đường $y=x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay $\left(H\right)$ xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2dx$. **B.** $V=\pi\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)dx$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)^2dx$. **D.** $V=\int\limits_0^2\left(x^2+3\right)dx$.

Câu 159: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,13. **D.** 0,36.

Câu 160: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;3\right)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(1;2;0\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_3}=\left(1;0;0\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=\left(-1;2;0\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=\left(0;2;0\right)$.

Câu 161: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=1+\dfrac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $y=3$. **C.** $x=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 162: Tìm tập xác định D của hàm số $y=\sqrt{16-2^{2x+1}}$.

A. $D=\left[\dfrac{3}{2};+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **C.** $D=\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right]$. **D.** $D=\left(0;\dfrac{3}{2}\right]$.

Câu 163: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $\left(x-1\right)^2+\left(y+2\right)^2+z^2=12$ và song song với mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ có phương trình là

A. $y+1=0$. **B.** $y-2=0$. **C.** $y+2=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 164: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với $\left(ABC\right)$. Gọi I là trung điểm cạnh AC, H là hình chiếu của I trên SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left(SBC\right)\perp\left(IHB\right)$. **B.** $\left(SAC\right)\perp\left(SAB\right)$. **C.** $\left(SAC\right)\perp\left(SBC\right)$. **D.** $\left(SBC\right)\perp\left(SAB\right)$.

Câu 165: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x}=9$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 166: Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1=1$ và công bội $q=-\dfrac{1}{2}$.

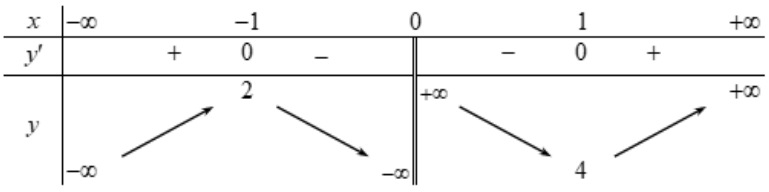
A. $S=1$. **B.** $S=\dfrac{2}{3}$. **C.** $S=\dfrac{3}{2}$. **D.** $S=2$.

Câu 167: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$.

Câu 168: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 40

Câu 169: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x$ là

A. $\dfrac{4^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\dfrac{4^x}{2\ln 2}+C$. **C.** $\dfrac{4^x}{x}+C$. **D.** $x.4^{x-1}+C$.

Câu 170: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. 33. **B.** $\dfrac{33}{5}$. **C.** $\dfrac{33\pi}{5}$. **D.** 33π.

Câu 171: Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

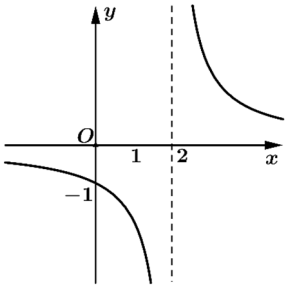
A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

Câu 172: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC

A. $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 173: Tìm hệ số b,c để hàm số $y=\dfrac{2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $\begin{cases}b=2\\c=-1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}b=1\\c=-1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}b=2\\c=1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}b=-2\\c=1\end{cases}$.

Câu 174: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<1$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 175: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):2x-y+z+3=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;1;3)$.

Câu 176: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Phát biểu nào sau đây sai?

A. $CD \perp (SBC)$. **B.** $SA \perp (ABC)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Câu 177: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 178: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 8$ và công sai $d = 3$. Số hạng u_2 của cấp số cộng là

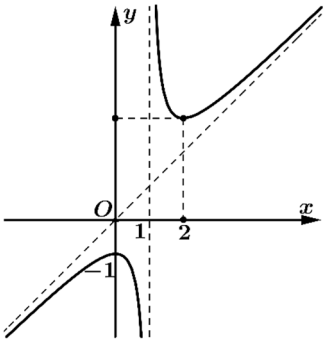
A. $\frac{8}{3}$. **B.** 24. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 179: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$.

Câu 180: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

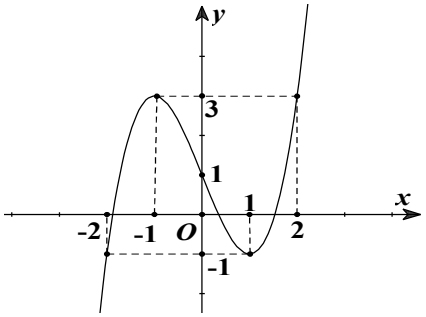
----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 41

Câu 181: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+2x-1$.

B. $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=2x^3-6x+1$.

D. $y=x^3-3x+1$.

Câu 182: Nghiệm của phương trình $\sin x=\dfrac{1}{2}$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$.

Câu 183: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=-5$ và $d=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{15}=34$. **B.** $u_{15}=45$. **C.** $u_{13}=31$. **D.** $u_{10}=35$.

Câu 184: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=x^3$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f\left(x\right)=\dfrac{x^4}{4}+C$. **B.** $f\left(x\right)=3x^2$. **C.** $f\left(x\right)=4x^3$. **D.** $f\left(x\right)=\dfrac{x^4}{4}$.

Câu 185: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}x>3$ là

A. $\left(\log_{0,5}3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_{0,5}3\right)$. **C.** $\left(0;0,125\right)$. **D.** $\left(0;3^{0,5}\right)$.

Câu 186: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng

A. $2x+y^2+z+1=0$. **B.** $x^2+y+z+2=0$.

C. $2x+y+z+3=0$. **D.** $2x+y+z^2+4=0$.

Câu 187: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{z}=\dfrac{z-5}{4}$. **B.** $\dfrac{x-9}{7}=\dfrac{y-8}{-1}=\dfrac{z-6}{-2}$.

C. $\dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{z}$. **D.** $\dfrac{x-1}{y}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{4}$.

Câu 188: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu

A. $\left(x^2-8\right)^2+\left(y-12\right)^2+\left(z-24\right)^2=9^2$. **B.** $\left(x-9\right)^2+\left(y^2-10\right)^2+\left(z-11\right)^2=12^2$.

C. $\left(x-13\right)^2+\left(y-24\right)^2-\left(z-36\right)^2=7^2$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=5^2$.

Câu 189: Mỗi ngày ông An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41. **B.** 11,62. **C.** 0,017. **D.** 0,36.

Câu 190: Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

A. $9288cm^3$. **B.** $1048cm^3$. **C.** $3096cm^3$. **D.** $1032cm^3$.

Câu 191: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P\left(A\right)>0, P\left(B\right)>0$. Khi đó $P\left(A\middle|B\right)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$. **B.** $\dfrac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. **C.** $\dfrac{P(B)}{P(A).P(B|A)}$. **D.** $\dfrac{P(A)}{P(B).P(B|A)}$.

Câu 192: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1;y_1;z_1)$ và $B(x_2;y_2;z_2)$ bằng:

A. $|x_2-x_1|+|y_2-y_1|+|z_2-z_1|$. **B.** $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$.

C. $\dfrac{|x_2-x_1|+|y_2-y_1|+|z_2-z_1|}{3}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}{3}}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 42

Câu 193: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 194: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2x-1}$ là

A. $\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{4x}+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{2x-1}+C$. **C.** $\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{2x}+C$. **D.** $2\mathrm{e}^{2x-1}+C$.

Câu 195: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int\limits_0^2 3^x\mathrm{d}x$. **B.** $S=\pi\int\limits_0^2 3^{2x}\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int\limits_0^2 3^x\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_0^2 3^{2x}\mathrm{d}x$.

Câu 196: Chỉ số ô nhiễm không khí (AQI) tại thủ đô Hà Nội trong tháng 6/2024 được thống kê vào 10h30 sáng các ngày trong tháng thể hiện trong bảng số liệu sau:

Chỉ số (AQI)	[130;145)	[145;160)	[160;175)	[175;190)	[190;205)
Số ngày	8	7	6	7	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 175. **B.** $176,5$. **C.** $180,2$ **D.** $178,2$.

Câu 197: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}$.

Câu 198: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	↗	3	↗	$-\infty$; 2

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 199: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là

A. $\left(0;\frac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{4}{9}\right)$.

Câu 200: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-3y+z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-3;-4)$. **B.** $\vec{n}=(1;-3;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;-3;1)$.

Câu 201: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA \perp (ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Gọi I là trung điểm SC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $BD \perp (SAC)$. **B.** $OI \perp (ABCD)$. **C.** $BC \perp SB$. **D.** $SD \perp DC$.

Câu 202: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5}=1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 203: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n=3n+2$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d.

A. $u_1=2; d=2$. **B.** $u_1=5; d=3$. **C.** $u_1=3; d=5$. **D.** $u_1=5; d=2$.

Câu 204: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OA'}=\vec{0}$ **B.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC'}=\vec{0}$ **C.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\vec{0}$ **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 43

Câu 205: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x$ là

A. $\frac{4^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\frac{4^x}{2\ln 2}+C$. **C.** $\frac{4^x}{x}+C$. **D.** $x\cdot 4^{x-1}+C$.

Câu 206: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. 33. **B.** $\frac{33}{5}$. **C.** $\frac{33\pi}{5}$. **D.** 33π.

Câu 207: Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

Câu 208: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<1$ là:

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

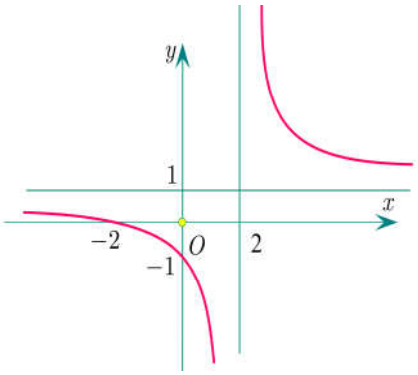
Câu 209: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\frac{x-2}{-2}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2}=\frac{y}{1}=\frac{z-1}{1}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 210: Tìm hệ số a,b,c để hàm số $y=\dfrac{2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ:



A. $a=2,b=2,c=-1$. **B.** $a=1,b=1,c=-1$.
C. $a=1,b=2,c=1$. **D.** $a=1,b=-2,c=1$.

Câu 211: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):2x-y+z+3=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;1;3)$.

Câu 212: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $CD\perp(SBC)$. **B.** $SA\perp(ABC)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Câu 213: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

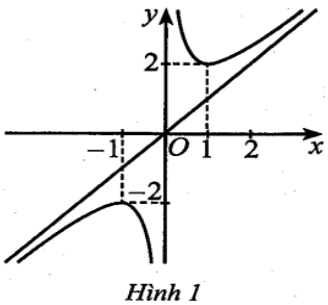
Câu 214: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=8$ và công sai $d=3$. Số hạng u_2 của cấp số cộng là

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 24. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 215: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.
C. $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như *Hình 1*.



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 44

Câu 217: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $3\ln\left|2x+3\right|+C$. **B.** $\frac{1}{3}\ln\left|2x+3\right|+C$. **C.** $2\ln\left|2x+3\right|+C$. **D.** $\frac{1}{2}\ln\left|2x+3\right|+C$.

Câu 218: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, liên tục trên $\left[a;b\right]$ trục hoành và hai đường thẳng $x=a,x=b$ $(a<b)$ cho bởi công thức:

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int\limits_a^b f^2\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 219: Sau khi kiểm tra sức khỏe tổng quát, kết quả số cân nặng của học sinh lớp 12A sĩ số 40 HS được thể hiện trong bảng số liệu sau: (Đơn vị: kg)

Cân nặng	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Số học sinh	7	12	12	7	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 50 **B.** $50,5$. **C.** $52,5$. **D.** $55,5$.

Câu 220: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A\left(1;2;-1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;3;2\right)$ là

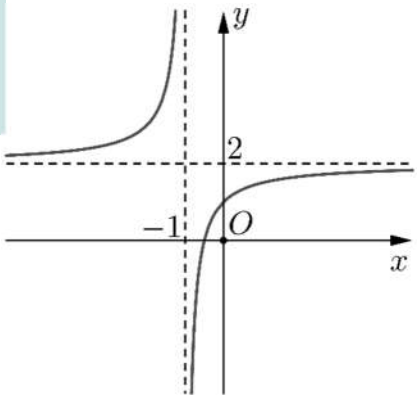
A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 221: Hàm số số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới:

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$.
B. $x=2$.
C. $x=-2$.
D. $x=-1$.



Câu 222: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-2\right)\le 1$ là

A. $\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_2 5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 223: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=\left(1;2;3\right)$ làm vectơ pháp tuyến?

A. $x+2y+3=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $y+2z+3=0$. **D.** $x+2z+3=0$.

Câu 224: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left(SCD\right)\perp\left(SAD\right)$. **B.** $\left(SBC\right)\perp\left(SIA\right)$. **C.** $\left(SDC\right)\perp\left(SAI\right)$. **D.** $\left(SBD\right)\perp\left(SAC\right)$.

Câu 225: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A. $x=-1;x=2$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=1;x=-2$.

Câu 226: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=2$, $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 227: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{BC'}$ theo các vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$

A. $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.

Câu 228: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-4;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 45

Câu 229: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=3$ và $u_3=12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

A. $q=4$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=2$. **D.** $q=\pm 2$.

Câu 230: Phương trình $2024^{4x-8}=1$ có nghiệm là

A. $x=\dfrac{7}{4}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=\dfrac{9}{4}$. **D.** $x=2$.

Câu 231: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2(2a^2)$ bằng

A. $2\log_2(2a)$. **B.** $\dfrac{1}{2}\log_2(2a)$. **C.** $1+2\log_2 a$. **D.** $4\log_2 a$.

Câu 232: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$ và đáy là tam giác vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a$, $SB=2a$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng (SBC).

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

Câu 233: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

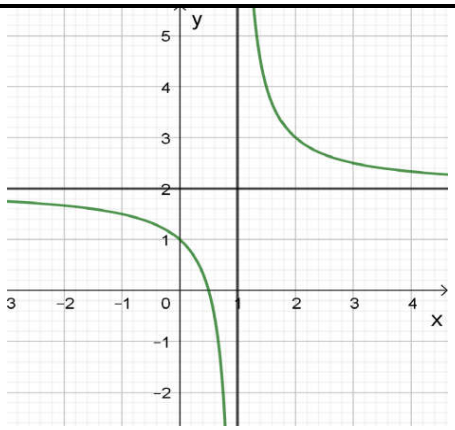
x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	3	↗	6	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(3;6)$. **D.** $(-3;0)$.

Câu 234: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong hình vẽ bên?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $y=-x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x^2$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 235: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x-6x^2$ là

A. $-\cos x-2x^3+C$. **B.** $\cos x-2x^3+C$.

C. $-\cos x-18x^3+C$. **D.** $\cos x-18x^3+C$.

Câu 236: Cho $\int_1^2 2f(x)dx=2;\int_2^5 f(x)dx=3.$ Tính $I=\int_1^5 f(x)dx.$

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=6$. **D.** $x=7$.

Câu 237: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $\left(1;0;0\right)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(0;2;-3)$.

Câu 238: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0$ có tâm là

A. $M\left(4;-2;8\right)$. **B.** $N\left(2;-1;-4\right)$. **C.** $P\left(-2;1;-4\right)$. **D.** $Q\left(-4;2;-8\right)$.

Câu 239: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{B'C'}+=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 240: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	$\left[6,5;7\right)$	$\left[7;7,5\right)$	$\left[7,5;8\right)$	$\left[8;8,5\right)$	$\left[8,5;9\right)$	$\left[9;9,5\right)$	$\left[9,5;10\right)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616. **B.** 0,785. **C.** 0,78. **D.** 0,609.

----------HẾT----------

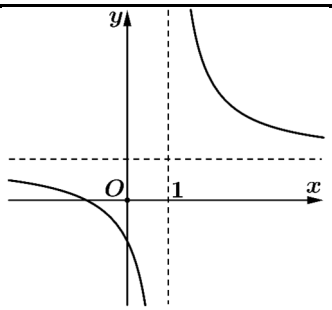
ĐỀ SỐ 46

Câu 241: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=-1$ và $u_2=4$. Giá trị của u_3 bằng

A. 9. **B.** -16. **C.** 7. **D.** -8.

Câu 242: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $y'>0,\ \forall x\neq 1$. **B.** $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 1$.

Câu 243: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;-1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right): x+2y+z=0$. Mặt phẳng $\left(Q\right)$ qua M và song song với $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $x+2y+z+4=0$. **B.** $x+2y+z-1=0$.
C. $x+2y-z-6=0$. **D.** $x+2y+z-4=0$.

Câu 244: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,5}\left(2x+6\right)\geq -5$ là

A. 16. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 8.

Câu 245: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 2. Độ dài của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{A'C'}-\overrightarrow{A'A}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 246: Biết $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x+C$ thì $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

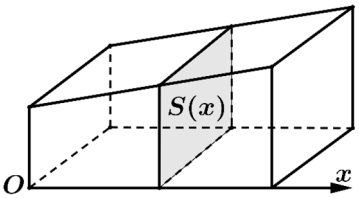
A. $\sin x+C'$. **B.** $\cos x+C'$. **C.** $-\sin x+C'$. **D.** $-\cos x+C$.

Câu 247: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\left(-\infty;0\right)\setminus\left\{-2\right\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

x	$-\infty$		-2		0
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$	↘	0
			1		

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 248: Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x $\left(0\leq x\leq 3\right)$, ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



A. 171π. **B.** 171. **C.** 18π. **D.** 18.

Câu 249: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15 và khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?

A. 60. **B.** 45. **C.** 90. **D.** 30.

Câu 250: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;3;2\right)$ và $B\left(4;5;6\right)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

AB và mặt phẳng (Oxy). Giá trị của $\cos\alpha$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{29}}{29}$. **B.** $\frac{16}{29}$. **C.** $\frac{\sqrt{377}}{29}$. **D.** $\frac{13}{29}$.

Câu 251: Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 năm học 2024 – 2025 của một trường được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

A. $\Delta_Q = 1{,}1$. **B.** $\Delta_Q = 1$. **C.** $\Delta_Q = 1{,}2$. **D.** $\Delta_Q = 0{,}6$.

Câu 252: Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

A. $14{,}026$ triệu đồng. **B.** $50{,}7$ triệu đồng. **C.** $4{,}026$ triệu đồng. **D.** $3{,}5$ triệu đồng.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 47

Câu 253: Cho cấp số cộng có công sai $d = -3$ và số hạng $U_3 = 6$. Số hạng U_8 của cấp số cộng là

A. -9. **B.** -3. **C.** -12. **D.** -6.

Câu 254: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^x > \frac{16}{9}$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 255: Cho các số thực dương a và b. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $\log(a.b^3) = 3(\log a + \log b)$. **B.** $\log(a.b^3) = 3\log a.\log b$.

C. $\log(a.b^3) = \log a + 3\log b$. **D.** $\log(a.b^3) = (\log a + \log b)^3$.

Câu 256: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Câu 257: Cho mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm SL	[38,5;40,5)	[40,5;42,5)	[42,5;44,5)	[44,5;46,5)	[46,5;48,5)
Tần số	5	8	12	11	9

Tứ phân vị thứ 3 bằng

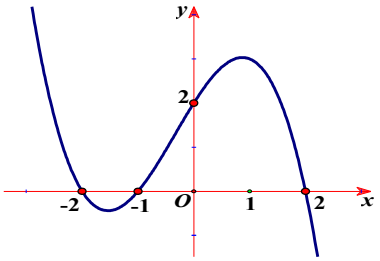
A. $\frac{507}{11}$. **B.** $\frac{485}{11}$. **C.** $\frac{527}{12}$. **D.** $\frac{493}{12}$.

Câu 258: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2$. Hàm số có cực đại bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Câu 259: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào cho dưới đây?

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(-2;-1\right)$. **C.** $\left(1;2\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Câu 260: Hàm số nào cho dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^{2x+1}$?

A. $y=2.3^{2x+1}.\ln 3$. **B.** $y=\dfrac{3^{2x+2}}{2x+2}$. **C.** $y=3.\dfrac{9^x}{\ln 9}$. **D.** $y=3.\dfrac{9^x}{\ln 3}$.

Câu 261: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) $2x-y+z-3=0$. Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=1-t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2t\\y=0\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=t\end{cases}$.

Câu 262: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\left(x-2\right)\left(x+1\right)^2$ và trục hoành bằng

A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** $\dfrac{23}{6}$. **C.** $\dfrac{14}{5}$. **D.** $\dfrac{27}{4}$.

Câu 263: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z+2\right)^2=4$. (S) có tâm I và bán kính R là

A. $I\left(-1;0;2\right);R=2$. **B.** $I\left(1;0;-2\right);R=4$. **C.** $I\left(-1;0;2\right);R=4$. **D.** $I\left(1;0;-2\right);R=2$.

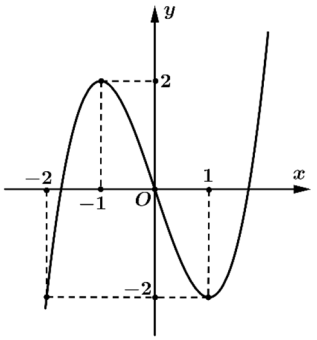
Câu 264: Cho hai véc tơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=3$, $\left|\vec{b}\right|=5$, $\vec{a}.\vec{b}=-\dfrac{15}{2}$. Tính $\left|\vec{a}+2\vec{b}\right|$.

A. $\sqrt{74}$. **B.** $\sqrt{82}$. **C.** $\sqrt{79}$. **D.** $\sqrt{77}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 48

Câu 265: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như sau. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-2;-1\right)$.

B. $\left(-1;1\right)$.

C. $\left(-2;1\right)$.

D. $\left(-1;2\right)$.

Câu 266: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-2=0$. Bán kính của mặt cầu $\left(S\right)$ bằng

A. 8. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 267: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$ là đường thẳng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Câu 268: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-3\right)\geq\log_{\frac{1}{2}}4$.

A. $S=\left(3;7\right]$. **B.** $S=\left[3;7\right]$. **C.** $S=\left(-\infty;7\right]$. **D.** $S=\left[7;+\infty\right)$.

Câu 269: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t+2\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ là

A. $\left(2;2;3\right)$. **B.** $\left(1;2;3\right)$. **C.** $\left(1;-2;-3\right)$. **D.** $\left(2;-2;-3\right)$.

Câu 270: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=a, BC=2a$. Hai mặt bên $\left(SAB\right)$ và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ và cạnh $SA=a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 271: Hàm số $y=3^{x^2+1}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.

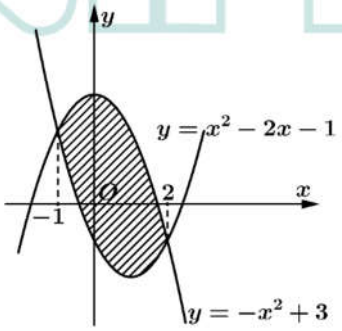
Câu 272: Cho hàm số $f\left(x\right)=x^2-\dfrac{4}{x}$. Giá trị của $\int\limits_1^2 f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{7}{3}-\ln 2$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 5.

Câu 273: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1=2$ và công sai $d=3$. Số hạng thứ 10 bằng:

A. 29. **B.** 32. **C.** 26. **D.** 30.

Câu 274: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên bằng:



A. $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x^2-2x-4\right)\mathrm{d}x$ **B.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(2x-2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x+2\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_{-1}^{2}\left(-2x^2+2x+4\right)\mathrm{d}x$.

Câu 275: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M\left(3;5;-7\right)$. Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với điểm M qua trục Oy.

A. $M'\left(3;-5;-7\right)$. **B.** $M'\left(3;5;7\right)$. **C.** $M'\left(-3;5;-7\right)$. **D.** $M'\left(-3;5;7\right)$.

Câu 276: Một công ty thống kê lương của nhân viên theo tuần (đơn vị: USD) theo bảng sau:

Lương theo tuần (USD)	$\left[10;20\right)$	$\left[20;30\right)$	$\left[30;40\right)$	$\left[40;50\right)$	$\left[50;60\right]$
Số công nhân	4	6	10	20	10

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu này bằng bao nhiêu? (làm tròn tới hàng phần chục)

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. 11,7. **B.** 12. **C.** 11,4. **D.** 12,5.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 49

Câu 277: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là

A. $\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** 3^x+C. **C.** $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $3^x.\ln 3+C$.

Câu 278: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x+2, y=0$. Diện tích của D là

A. $S=\pi\displaystyle\int_{-2}^{1}\left(x^3-3x+2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\displaystyle\int_{-2}^{1}\left(x^3-3x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\pi\displaystyle\int_{-2}^{1}\left(x^3-3x+2\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $S=\displaystyle\int_{1}^{-2}\left(x^3-3x+2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 279: Một hệ thống siêu thị tiện ích khảo sát số lượng khách hàng trong giờ cao điểm tại 50 chi nhánh và thu được bảng phân phối tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	[36;38)	[38;40)	[40;42)	[42;44)	[44;46)
Tần số	7	17	26	29	21

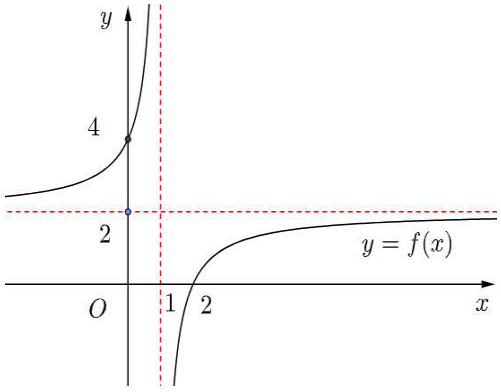
Số lượng khách hàng trung bình của của 50 chi nhánh siêu thị trên là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. 41,8. **B.** 42,0. **C.** 41,6. **D.** 42,2.

Câu 280: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+5}{-2}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d.

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(1;2;5\right)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=\left(-1;-2;5\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=\left(2;-3;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=\left(-2;-3;2\right)$.

Câu 281: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Câu 282: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x-2\right)>\log_3\left(4-x\right)$ là

A. $S=\left(3;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;4\right)$. **C.** $S=\left(3;4\right)$. **D.** $S=\left(2;+\infty\right)$.

Câu 283: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):x-2z+5=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_4}=\left(1;-2;5\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=\left(1;2;5\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=\left(1;0;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=\left(1;-2;0\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 284: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAC)?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Câu 285: Nghiệm phương trình $3^{x-1} = 15$ là

A. $x = 5$. **B.** $x = 6$. **C.** $x = \log_3 15 + 1$. **D.** $x = \log_{15} 3 + 1$.

Câu 286: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 2$, $u_3 = -6$. Công sai d của cấp số cộng là:

A. -8. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 287: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DA'}$. **B.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DB'}$.

C. $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{DC'}$. **D.** $\overrightarrow{DA} + \overrightarrow{DC} + \overrightarrow{DD'} = \overrightarrow{BD'}$.

Câu 288: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 50

Câu 289: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 290: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 6$ và $u_2 = -12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q = -\dfrac{1}{2}$. **B.** $q = -2$. **C.** $q = -18$. **D.** $q = -6$.

Câu 291: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(2;-2;4)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-2;2;-4)$.

Câu 292: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y = \sqrt{e^x - x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ xung quanh trục Ox là:

A. $\pi\left(e^2 - e - \dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $e^2 - e - \dfrac{5}{2}$. **C.** $\pi\left(e^2 - e - \dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $e^2 - e - \dfrac{3}{2}$.

Câu 293: Với mọi số thực dương a, $\log_3(27a) - \log_3 a$ bằng

A. $\log_3(26a)$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $3 - 2\log_3 a$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 294: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{4}=\dfrac{-y}{2}=\dfrac{z+2}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(2;-1;3\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=\left(4;2;-6\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(-2;1;3\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(1;0;2\right)$.

Câu 295: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Câu 296: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right)$ có tâm $I\left(0;-2;1\right)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của $\left(S\right)$ là

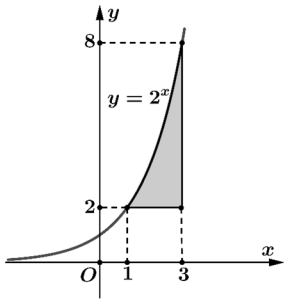
A. $x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=25$. **B.** $x^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=25$.

C. $x^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-1\right)^2=5$. **D.** $x^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+1\right)^2=5$.

Câu 297: Công thức tính thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h là

A. $V=2\pi R^2h$. **B.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$. **D.** $V=\pi R^2h$.

Câu 298: Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên dưới bằng



A. $\displaystyle\int_1^3\left(2^x-2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\displaystyle\int_1^3\left(2^x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\displaystyle\int_1^3\left(2-2^x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\displaystyle\int_1^3 2^x\,\mathrm{d}x$.

Câu 299: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{BA}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Câu 300: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

Khoảng điểm	$\left[6,5;7\right)$	$\left[7;7,5\right)$	$\left[7,5;8\right)$	$\left[8;8,5\right)$	$\left[8,5;9\right)$	$\left[9;9,5\right)$	$\left[9,5;10\right)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616. **B.** 0,785. **C.** 0,78. **D.** 0,609.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 3 (ĐỀ SỐ 51-75)

ĐỀ SỐ 51

Câu 1: Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 2025^n$. **B.** $u_n = 2n + 2025$. **C.** $u_n = \dfrac{2}{n+2025}$. **D.** $u_n = n^2 - 2$.

Câu 2: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-3\right) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

A. $S = \left[3;7\right]$. **B.** $S = \left(3;7\right]$. **C.** $S = \left(-\infty;7\right]$. **D.** $S = \left[7;+\infty\right)$.

Câu 3: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $5^x - 1 = 0$. **B.** $\log_2 x = 3$. **C.** $3^x + 2 = 0$. **D.** $\log\left(x-1\right) = 1$.

Câu 4: Hàm số Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABC\right)$, tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$, xác định tọa độ tâm đối xứng I của đồ thị.

A. $I\left(2;1\right)$. **B.** $I\left(2;2\right)$. **C.** $I\left(1;2\right)$. **D.** $I\left(2;-2\right)$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $\left[0;4\right]$ là

A. 0. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** -1.

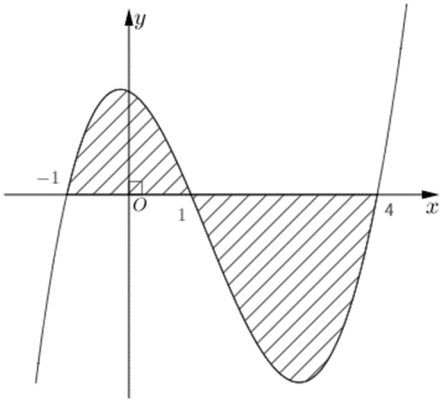
Câu 7: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(1;2;-3\right)$, N và vectơ $\vec{v} = \left(2;-1;-2\right)$ thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$. Tọa độ của điểm N là

A. $\left(-1;3;-1\right)$. **B.** $\left(3;1;-5\right)$. **C.** $\left(1;-3;1\right)$. **D.** $\left(-3;-1;5\right)$.

Câu 8: Biết $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3$. Giá trị của $\int\limits_1^3 2f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 9: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f\left(x\right), y = 0, x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int\limits_{-1}^{1}f\left(x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

Câu 10: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 0.22. **B.** 0.24 **C.** 0.26 **D.** 0.28

Câu 11: Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{z-3}{2}$ nhận vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;1;2)$.

Câu 12: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;1;2)$ lên trục Ox có tọa độ là

A. $H(1;0;2)$. **B.** $H(1;0;0)$. **C.** $H(0;1;0)$. **D.** $H(0;0;2)$.

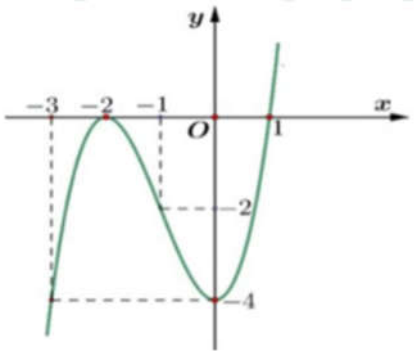
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 52

Câu 13: Giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^3+3x^2-9x-6$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ là?

A. $M=7$. **B.** $M=5$. **C.** $M=-11$. **D.** $M=21$.

Câu 14: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(-2;-1\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(-4;-2\right)$. **D.** $\left(-\infty;-2\right)$.

Câu 15: Cho $\int\limits_{1}^{5}f\left(x\right)\mathrm{d}x=3;\int\limits_{1}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=-2$. Tính $I=3\int\limits_{2}^{5}f\left(x\right)\mathrm{d}x$

A. 3. **B.** -15. **C.** 15. **D.** -3.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left[0;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $\left(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, cho hai vectơ $\vec{a}=\left(1;2;3\right),\vec{b}=2\vec{i}-4\vec{k}$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$?

A. $\vec{u}=\left(-1;-2;3\right)$. **B.** $\vec{u}=\left(-1;6;3\right)$. **C.** $\vec{u}=\left(-1;2;7\right)$. **D.** $\vec{u}=\left(-1;2;-1\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

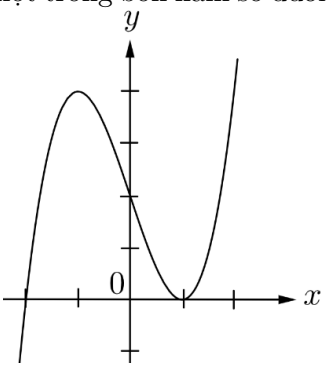
Câu 18: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;1;-1)$.

Câu 20: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^3+x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=x^2+1$.

Câu 21: Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng cây ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

A. 6. **B.** 30. **C.** 25. **D.** 69,8.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho các véc tơ $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}+\vec{j}; \overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$. Khi đó tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;2;-2)$. **B.** $(2;1;-3)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(2;0;-2)$.

Câu 23: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{AD}=\vec{b}, \overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$

A. $\overrightarrow{AC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=12$ và công bội $q=2$. Số hạng u_1 của cấp số nhân đã cho là

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 53

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$, $u_6=8$. Tìm công sai d của cấp số cộng đó.

NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $d=-2$. **B.** $d=2$. **C.** $d=\dfrac{5}{3}$. **D.** $d=-\dfrac{5}{3}$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}<9$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\left(4;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;4\right)$. **D.** $\left(-\infty;0\right)$.

Câu 27: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x\right)=2$ là

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\dfrac{25}{2}$. **D.** $x=\dfrac{1}{5}$.

Câu 28: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $9a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $18a^3$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

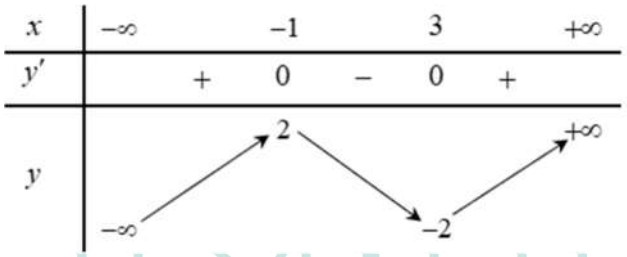
A. $\left(P\right):z=0$. **B.** $\left(Q\right):x+y+1=0$.

C. $\left(R\right):x+z+1=0$. **D.** $\left(S\right):y+z+1=0$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tâm của $\left(S\right)$ có tọa độ là

A. $\left(-2;4;2\right)$. **B.** $\left(1;-2;-1\right)$. **C.** $\left(2;-4;-2\right)$. **D.** $\left(-1;2;1\right)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;2\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;3\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 32: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Câu 33: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 34: Cho $\int\cos x\mathrm{d}x=F\left(x\right)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'\left(x\right)=-\cos x$. **B.** $F'\left(x\right)=\sin x$. **C.** $F'\left(x\right)=\cos x$. **D.** $F'\left(x\right)=-\sin x$.

Câu 35: Cho $\displaystyle\int_{-2}^{5}f(x)\,\mathrm{d}x=8$ và $\displaystyle\int_{5}^{-2}g(x)\,\mathrm{d}x=3$. Khi đó, $\displaystyle\int_{-2}^{5}\Big[f(x)-4g(x)\Big]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 5.

Câu 36: Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$\left[20;25\right)$	$\left[25;30\right)$	$\left[30;35\right)$	$\left[35;40\right)$	$\left[40;45\right)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

A. $9{,}225$. **B.** $8{,}25$. **C.** $9{,}25$. **D.** $8{,}125$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

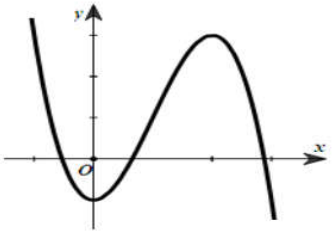
----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ

NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 54

Câu 37: Cho hàm đa thức $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?



A. 2. **B.** 1. **C.** 1. **D.** 3.

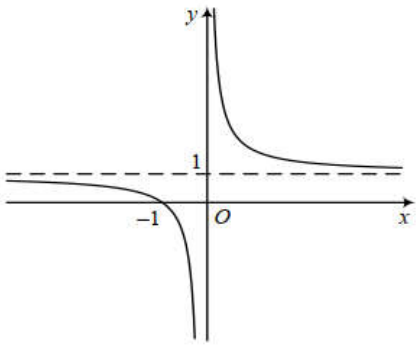
Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{A'B}$.

A. a^2. **B.** $-a^2$. **C.** $2a$. **D.** $-2a$.

Câu 39: Tìm số nghiệm thực thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $\cos(2018x)=\dfrac{2024}{2025}$.

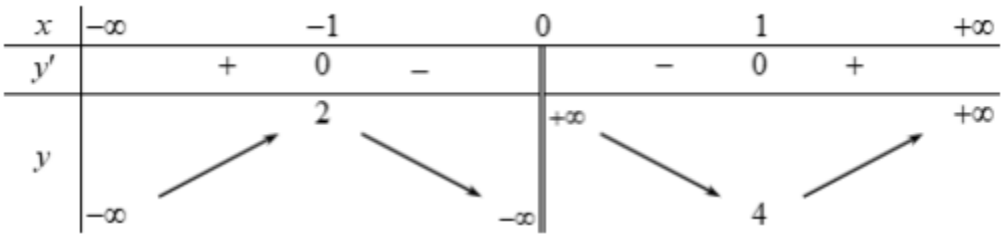
A. 2018. **B.** 2024. **C.** 2. **D.** 4036.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$, có tiệm cận đứng $x=1$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$, không có tiệm cận đứng.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

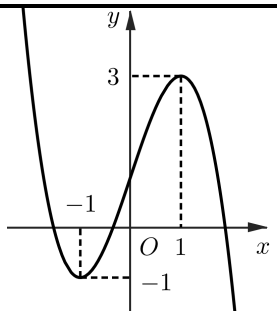
A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;4\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Câu 42: Bất phương trình $\log_4\left(x-5\right)<3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên

A. 63. **B.** 69. **C.** 65. **D.** 60.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong hình bên.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tìm điểm cực đại của hàm số đã cho.

A. $\left(-1;-1\right)$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $\left(1;3\right)$.

Câu 44: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $\left(0;2\right)$?

A. $y=-x^3-3x$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=-x^3+5x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác $A\left(5;-2;0\right),B\left(-2;3;0\right),C\left(0;2;3\right)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $\left(1;1;1\right)$. **B.** $\left(2;0;-1\right)$. **C.** $\left(1;1;-2\right)$. **D.** $\left(1;2;1\right)$.

Câu 46: Tìm số nghiệm thực của phương trình $2^x=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-1$.

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 47: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ bằng

A. 37. **B.** 1. **C.** 12. **D.** 33.

Câu 48: Tìm tiệm cận xiên $\left(d\right)$ của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x+5}{x+1}$.

A. $\left(d\right)y=-x+1$. **B.** $\left(d\right)y=-x-1$. **C.** $\left(d\right)y=-x+3$. **D.** $\left(d\right)y=x+3$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 55

Câu 49: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 18. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 11. **D.** 7.

Câu 50: Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x) = \log_3(x-3)$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R} \setminus \{3\}$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 51: Với x là số thực dương tùy ý, $\log_2 x^3$ bằng

A. $3 + \log_2 x$. **B.** $\frac{1}{3}\log_2 x$. **C.** $\left(\log_2 x\right)^3$. **D.** $3\log_2 x$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (SAD)$. **B.** $AB \perp (SAC)$. **C.** $AB \perp (SBC)$. **D.** $AB \perp (SCD)$.

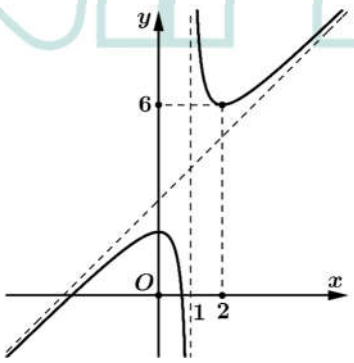
Câu 53: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$
							-4

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 55: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ là

A. $x^3 - x + C$. **B.** $\frac{3}{2}x^3 - x - C$. **C.** $3x^3 - x + C$. **D.** $\frac{1}{3}x^3 - x + C$.

Câu 56: Biết $\int_2^3 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 g(x)dx = 3$. Khi đó: $\int_2^3 \left[f(x) + 2.g(x)\right]dx$ bằng

A. 30. **B.** 11. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 57: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 58: Ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số lần	18	28	35	43	41	35

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên gần giá trị nào nhất sau đây?

A. $5,77$. **B.** $8,77$. **C.** $6,78$. **D.** $7,78$.

Câu 59: Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (Oxy), (Oyz) lần lượt bằng

A. 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

Câu 60: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;-3;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;-1;3)$ là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.

C. $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 56

Câu 61: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)-1>0$

A. $(4;+\infty)$ **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 62: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(3;0;1)$ và $\vec{v}=(2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v}=8$ **B.** $\vec{u}.\vec{v}=6$. **C.** $\vec{u}.\vec{v}=-6$. **D.** $\vec{u}.\vec{v}=0$.

Câu 63: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 64: Khối lượng các gói kẹo được đóng gói (đơn vị là kg) được thống kê ở bảng sau.

Khối lượng (kg)	$[1,5;1,7)$	$[1,7;1,9)$	$[1,9;2,1)$	$[2,1;2,3)$	$[2,3;2,5)$
Số gói kẹo	3	5	23	5	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. $0,08$. **B.** $0,07$. **C.** $0,09$. **D.** $0,04$.

Câu 65: Nghiệm của phương trình $3^x=\dfrac{1}{9}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-2$.

Câu 66: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$. **D.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

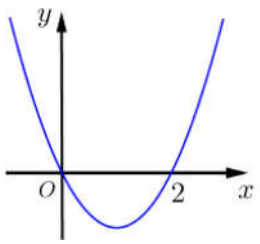
Câu 67: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $(-2;8;-3)$. **B.** $(-4;8;-3)$. **C.** $(-4;8;-5)$. **D.** $(-2;2;5)$.

Câu 68: Cho một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -6.

Câu 69: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;0)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 70: Một cái hộp chứa 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Lấy ngẫy nhiên hai viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để hai viên bi lấy được đều là viên bi màu xanh.

A. $\frac{7}{24}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{11}{12}$.

Câu 71: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 2. **B.** 18. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 72: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 10. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 57

Câu 73: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. **B.** $a^m.a^n = a^{m-n}$. **C.** $(a^m)^n = (a^n)^m$. **D.** $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Câu 74: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(ab) = \log a.\log b$. **B.** $\log\frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$. **D.** $\log\frac{a}{b} = \log b - \log a$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(SBD) \perp (ABCD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$.

C. $SC \perp (SBD)$. **D.** $(SAC) \perp (ABCD)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 76: Cho hàm số $f\left(x\right)$, bảng xét dấu của $f'\left(x\right)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 77: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-3;2\right]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	1

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[-1;2\right]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 78: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$ và $(\vec{a},\vec{b})=30^\circ$. Độ dài véctơ $\vec{a}-2\vec{b}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 79: Nguyên hàm của hàm số $y=\pi^{3x}$ là

A. $F\left(x\right)=\dfrac{\pi^{3x}}{3\ln\pi}+C$. **B.** $F\left(x\right)=\dfrac{\pi^{3x+1}}{3}+C$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{\pi^{3x+1}}{3x+1}+C$. **D.** $F\left(x\right)=3\pi^{3x}\ln\pi+C$.

Câu 80: Cho $\displaystyle\int_{-2}^{2}f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_{-2}^{1}f\left(t\right)\mathrm{d}t=-2$. Tính $\displaystyle\int_{1}^{2}f\left(y\right)\mathrm{d}y$

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $-\dfrac{1}{5}$.

Câu 81: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$. Chọn khẳng định sai

A. Hàm số đã cho có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

B. Hàm số đã cho có $y'=\dfrac{x^2-4}{x^2}$, với $x\neq 0$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-2\right)$ và $\left(2;+\infty\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-2;0\right)\cup\left(0;2\right)$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ và các đỉnh có toạ độ lần lượt là $A\left(0;2;1\right),B\left(3;1;-1\right),C\left(1;4;0\right)$. Tọa độ đỉnh D là

A. $D\left(2;-1;0\right)$. **B.** $D\left(-5;2;-1\right)$. **C.** $\left(2;3;-2\right)$. **D.** $D\left(-2;5;2\right)$.

Câu 83: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 84: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases} x=1-2t \\ y=-3 \\ z=4+5t \end{cases}; \ (t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(-2;-3;5)$. **B.** $\vec{u}=(-2;0;5)$. **C.** $\vec{u}=(1;-3;4)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;5)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 58

Câu 85: Cho mẫu số liệu ghép nhóm tần số như bảng sau:

Giá trị	$[135;140)$	$[140;145)$	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$
Tần số	6	10	12	20	8	14

Mốt của mẫu số liệu đã cho là

A. 151.75. **B.** 151.5. **C.** 152. **D.** 20.

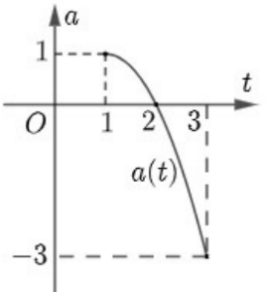
Câu 86: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^3+3x^2-9x-6$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=21$. **B.** $M=7$. **C.** $M=5$. **D.** $M=-11$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y-3=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}(2;-1;0)$. **B.** $\vec{n}(2;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}(2;0;-3)$. **D.** $\vec{n}(2;0;-1)$.

Câu 88: Gia tốc $a(t)$ (t tính theo giây) của một vật chuyển động là một hàm số liên tục có đồ thị từ giây thứ nhất đến giây thứ ba như hình vẽ sau:



Tại thời điểm nào vật có vận tốc lớn nhất?

A. $t=1$. **B.** $t=3$. **C.** $t=2$. **D.** $t=1,5$.

Câu 89: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $4a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 90: Tìm nguyên hàm $\int(-5x^2-x+3)\mathrm{d}x$.

A. $-10x-1+C$. **B.** $-\dfrac{5x^3}{3}+\dfrac{13x^2}{2}+3x+C$.

C. $-\dfrac{5x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+10x+C$. **D.** $-\dfrac{5x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}+3x+C$.

Câu 91: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{DA}=\vec{a},\overrightarrow{DB}=\vec{b},\overrightarrow{DC}=\vec{c}$. Nếu M,N lần lượt là trung điểm của hai cạnh BD và AC thì

A. $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{2}(-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c})$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\dfrac{1}{2}(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c})$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

Câu 92: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$, biết $u_1=1;u_4=64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

A. $q=\pm 4$. **B.** $q=4$. **C.** $q=21$. **D.** $q=2\sqrt{2}$.

Câu 93: Tập nghiệm của bất phương trình $0{,}1^x<100$ là

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-2;+\infty\right)$.

Câu 94: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}+\vec{k}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$. Khi đó tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\left(-2;1;-1\right)$. **B.** $\left(2;-1;1\right)$. **C.** $\left(0;-1;3\right)$. **D.** $\left(0;-1;-1\right)$.

Câu 95: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-4\right)-2\log_4\left(x+2\right)=0$ là

A. $\left\{3\right\}$. **B.** $\left\{3;2\right\}$. **C.** $\left\{2\right\}$. **D.** $\left\{-2;3\right\}$.

Câu 96: Cho hàm số $f\left(x\right)=3^x+\sin x$. Một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $F\left(x\right)=3^x\ln 3+\cos x$. **B.** $F\left(x\right)=3^x+\sin x$.

C. $F\left(x\right)=\frac{3^x}{\ln 3}-\cos x$. **D.** $F\left(x\right)=\frac{3^x}{\ln 3}-\sin x$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 59

Câu 97: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathrm{R}\setminus\left\{-1\right\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	5	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y=2$, $y=5$ và có một TCĐ $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 98: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4,\int_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Giá trị của biểu thức $\int_0^1 f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** 12. **D.** 0,75.

Câu 99: Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là $6{,}25$. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

A. $2{,}5$ cm. **B.** $12{,}5$ cm. **C.** $3{,}125$ cm. **D.** $42{,}25$ cm.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A\left(1;0;2\right),B\left(1;2;1\right),C\left(3;2;0\right)$ và $D\left(1;1;3\right)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(BCD\right)$ có phương trình là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

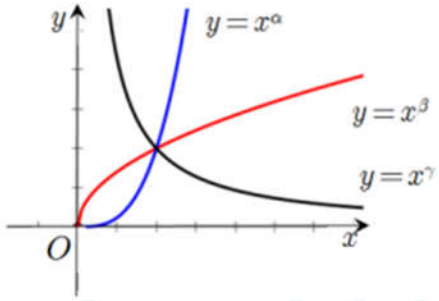
Câu 101: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ với $u_n=\dfrac{n-2}{3n+1}$, $n\geq 1$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $u_3=\dfrac{1}{10}$ **B.** $u_{10}=\dfrac{8}{31}$ **C.** $u_{21}=\dfrac{19}{64}$ **D.** $u_{50}=\dfrac{47}{150}$

Câu 102: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P\left(A\right)=\dfrac{3}{5}$; $P\left(B\mid A\right)=\dfrac{1}{2}$; $P\left(B\mid \overline{A}\right)=\dfrac{1}{3}$ thì $P\left(B\right)$ bằng

A. $\dfrac{5}{60}$. **B.** $\dfrac{13}{60}$. **C.** $\dfrac{13}{30}$. **D.** $\dfrac{7}{15}$.

Câu 103: Cho các hàm số $y=x^{\alpha};y=x^{\beta};y=x^{\gamma}$ có đồ thị trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $\gamma<\alpha<\beta$. **B.** $\beta<\gamma<\alpha$. **C.** $\alpha<\gamma<\beta$. **D.** $\gamma<\beta<\alpha$.

Câu 104: Cho trước 5 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp ba bạn A,B,C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi một ghế là

A. C_5^3. **B.** 6. **C.** A_5^3. **D.** 15.

Câu 105: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $\left(P\right):2x-y-2z-7=0$ và $\left(Q\right):2x-y-2z-1=0$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** 2.

Câu 106: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,6\%$ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 17 tháng. **B.** 18 tháng. **C.** 16 tháng. **D.** 15 tháng.

Câu 107: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t)=-12t+24$ (m/s) trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển bao nhiêu mét?

A. $18m$. **B.** $15m$. **C.** $24m$. **D.** $20m$.

Câu 108: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

A. $\dfrac{95}{98}$. **B.** $\dfrac{931}{1000}$. **C.** $\dfrac{95}{100}$. **D.** $\dfrac{98}{100}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 109: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

A. $x = 5$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = 9$.

Câu 110: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $(0;2;-5)$. **B.** $(2;0;5)$. **C.** $(2;-5;0)$. **D.** $(2;0;-5)$.

Câu 111: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;2;1)$; $B(2;1;-3)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2};-1\right)$. **B.** $(-3;1;4)$. **C.** $(3;-1;-4)$. **D.** $(1;3;-2)$.

Câu 112: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin x$ là

A. $\cos x + C$. **B.** $\frac{\sin^2 x}{2} + C$. **C.** $-\cos x + C$. **D.** $\sin x + C$.

Câu 113: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. 0. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 114: Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 115: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

A. 27. **B.** 162. **C.** 54. **D.** 11.

Câu 116: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) \le \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $\left(\frac{1}{2};2\right]$. **B.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 117: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S, chiều cao bằng h là

A. $V = \frac{1}{2}Sh$. **B.** $V = \frac{1}{3}Sh$. **C.** $V = Sh$. **D.** $V = \frac{2}{3}Sh$.

Câu 118: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

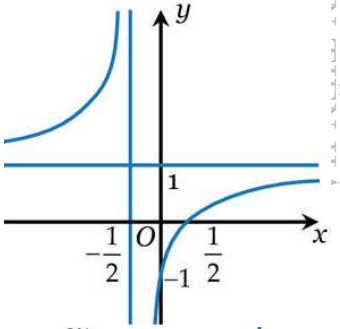
Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

A. $x = 1$.

B. $y = 1$.

C. $x = -\frac{1}{2}$.

D. $y = -\frac{1}{2}$.



Câu 119: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

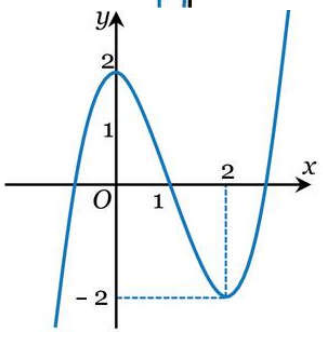
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$.

B. $(0;2)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(-\infty;1)$.



NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 120: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x-\dfrac{1}{x}$ trên $\left(0;+\infty\right)$ thỏa mãn $F(1)=1$. Tính $F(e)$.

A. $F(e)=e^2-1$. **B.** $F(e)=e$. **C.** $F(e)=-e$ **D.** $F(e)=1-e^2$.

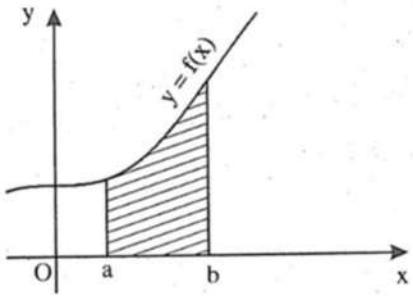
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 61

Câu 121: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x+1$ là

A. x^2+1+C. **B.** x^2+x+C. **C.** x^2+C. **D.** $2x+C$.

Câu 122: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó diện tích S của miền được gạch chéo bằng



A. $S=f(b)-f(a)$. **B.** $S=\pi\int\limits_a^b f(x)dx$..

C. $S=\int\limits_a^b f(x)dx$. **D.** $S=\left|f(b)-f(a)\right|$.

Câu 123: Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ $(°C)$	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$	$[34;37)$
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu nằm trong khoảng

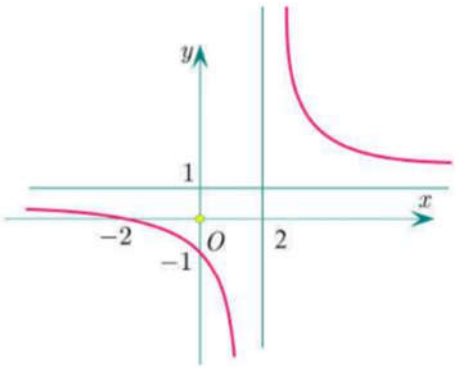
A. $\left(17;19\right)$. **B.** $\left(20;21\right)$. **C.** $\left(19;20\right)$. **D.** $\left(23;25\right)$.

Câu 124: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A\left(2;1;3\right)$, $B\left(0;0;1\right)$, $C\left(-2;1;2\right)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 125: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 126: Tập nghiệm của bất phương trình $e^x<1$ là

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 127: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$ bằng

A. $\overrightarrow{SG}$. **B.** $2\overrightarrow{SG}$. **C.** $3\overrightarrow{SG}$. **D.** $4\overrightarrow{SG}$.

Câu 128: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+x$ là

A. e^x+x^2+C. **B.** $e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **D.** e^x+1+C.

Câu 129: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3$, $\int_2^5 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 130: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 31,77. **B.** 31,25. **C.** 31,44. **D.** 32,25.

Câu 131: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;3;-2)$ và $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ của $\vec{u}-\vec{v}$ là

A. $(3;4;-3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-1;2;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Câu 132: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;2)$ và $B(2;-1;0)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB}=(-1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(1;2;-2)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(3;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 62

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 134: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

A. $-\cos x+C$. **B.** $\cos x+C$. **C.** $\sin x+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 135: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7. **B.** 7,6. **C.** 8. **D.** 8,6.

Câu 136: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):2x-y+z+3=0$?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\overrightarrow{n_1}=\left(2;-1;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;1;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;-1;3\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(-1;1;3\right)$.

Câu 137: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 138: Cho hai biến cố A,B với $0<P(B)<1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $P(A)=P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(B\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)$.

B. $P(A)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)-P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)$.

C. $P(A)=P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)-P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)$.

D. $P(A)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)$.

Câu 139: Cho $a>0$. Biểu thức $P=a^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{4}{9}}$. **B.** a. **C.** a^4. **D.** $x^{-\frac{5}{3}}$.

Câu 140: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$. Có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

A. 216. **B.** 120. **C.** 504. **D.** 6.

Câu 141: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{1}$ **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{-2}$

C. $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z-2}{-2}$ **D.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y}{3}=\dfrac{z+2}{1}$

Câu 142: Tích các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 5.

Câu 143: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ bằng

A. $\left|\int\limits_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$. **B.** $\int\limits_a^b\left|f(x)+g(x)\right|\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.

Câu 144: Cho hai biến cố A và B, biết $P\left(A\right)=0,5$, $P\left(B\right)=0,7$ và $P\left(AB\right)=0,4$. Tính $P\left(\overline{B}\middle|A\right)$

A. $P\left(\overline{B}\ /\ A\right)=\dfrac{3}{5}$. **B.** $P\left(\overline{B}\ /\ A\right)=\dfrac{1}{5}$. **C.** $P\left(\overline{B}\ /\ A\right)=\dfrac{3}{7}$. **D.** $P\left(\overline{B}\ /\ A\right)=\dfrac{1}{7}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 63

Câu 145: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)+C$. **B.** $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

C. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\dfrac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\forall\alpha\neq-1$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=a^x\ln a+C\left(0<a\neq1\right)$.

Câu 146: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

(a<b), trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x-\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 147: Thống kê điểm thi môn toán của các lớp chất lượng cao khối 12 ở một trường THPT cho bảng số liệu

Lớp	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	25	125	150	70	30

Số trung vị (làm tròn đến hàng phần chục) của bảng số liệu là

A. $M_e=7,5$. **B.** $M_e=7,3$. **C.** $M_e=200$. **D.** $M_e=7,2$.

Câu 148: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tâm O, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\widehat{SOB}$. **B.** $\widehat{SOA}$. **C.** $\widehat{SOD}$. **D.** $\widehat{SOC}$.

Câu 149: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{-x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$ **D.** $y=-1$.

Câu 150: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\min\limits_{(-\infty;1)} f(x)=f(-1)$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$. **C.** $\min\limits_{(-\infty;1)} f(x)=f(0)$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(0)$.

Câu 151: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1), B(1;-1;2)$ và $C(1;2;-1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

A. $M(-2;-6;4)$. **B.** $M(2;-6;4)$ **C.** $M(-2;6;4)$. **D.** $M(-2;-6;-4)$.

Câu 152: Cho $\int 5^x\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=5^x\ln 5$. **B.** $F'(x)=5^x+C$. **C.** $F'(x)=-5^x$. **D.** $F'(x)=5^x$.

Câu 153: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(a)+f(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$.

Câu 154: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;\ 19,5)$	$[19,5;\ 20)$	$[20;\ 20,5)$	$[20,5;\ 21)$	$[21;\ 21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. $0,28$. **B.** $0,22$ **C.** $0,24$. **D.** $0,26$.

Câu 155: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MO}=2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $(2;-3;4)$. **B.** $(2;4;-3)$. **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(-2;3;-4)$.

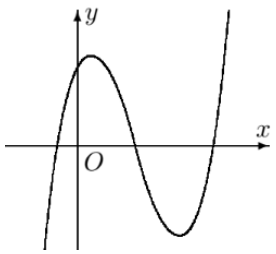
Câu 156: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0), B(3;0;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** 27

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 64

Câu 157: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. $a>0,\ d<0$.

C. $a<0,\ d>0$.

D. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 158: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(1;2;-3)$, N và vectơ $\vec{v}=(2;-1;-2)$ thỏa mãn $\vec{v}=\overrightarrow{MN}$. Tọa độ của điểm N là

A. $(-1;3;-1)$. **B.** $(3;1;-5)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $(-3;-1;5)$.

Câu 159: Đường thẳng $y=-2x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=-2x+1-\dfrac{3}{x-2}$. **B.** $y=x+1+\dfrac{1}{-2x+1}$.

C. $y=3x-2+\dfrac{3}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{-2x+1}$.

Câu 160: Trong không gian toạ độ $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;3;-3), B(0;1;-1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;-2)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(1;4;-4)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(0;1;1)$.

Câu 161: Trong không gian $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=\dfrac{1}{4}$?

A. $R=2$. **B.** $R=\dfrac{1}{4}$. **C.** $R=4$. **D.** $R=\dfrac{1}{2}$.

Câu 162: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(B)=0,8$; $P(AB)=0,5$. Tính $P(A\mid B)$

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 163: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	1	↗	4	↘	$+\infty$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đạt cực đại tại điểm x_0 nào dưới đây?

A. $x_0=1$. **B.** $x_0=2$. **C.** $x_0=4$. **D.** $x_0=5$.

Câu 164: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha):3x-2y-z+5=0$ vuông góc với mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(\beta_1):x-y+5z-3=0$. **B.** $(\beta_2):x+y+5z+7=0$

C. $(\beta_3):3x-2y-z-2=0$. **D.** $(\beta_4):3x+y-z-6=0$.

Câu 165: Tìm tập xác định D của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{x^2-4x-3}{x+3}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\left\{3\right\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-3\right\}$.

Câu 166: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\left(\Delta\right):\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng $\left(\Delta\right)$?

A. $M\left(2;-1;4\right)$. **B.** $N\left(0;0;1\right)$. **C.** $P\left(0;-1;-1\right)$. **D.** $Q\left(2;-2;3\right)$.

Câu 167: Cho A và B là hai biến cố bất kì. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $P\left(AB\right)=P\left(A\right).P\left(B\right)$. **B.** $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)$.

C. $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{P\left(B\right)}{P\left(AB\right)}$. **D.** $P\left(A\right)=P\left(A\mid B\right).P\left(B\right)+P\left(A\mid\overline{B}\right)P\left(\overline{B}\right)$.

Câu 168: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. $y=-x^3+2$. **B.** $y=x^3-2$. **C.** $y=2x^3+3x-1$. **D.** $y=-x^3+3x$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 65

Câu 169: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

Câu 170: Tìm tập xác định của hàm số $y=\left(-x^2+3x+4\right)^e$.

A. $D=\left(0;+\infty\right)$. **B.** $D=\left(-1;4\right)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-1;4\right\}$.

Câu 171: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{1}{x}+1$.

A. $F\left(x\right)=-\dfrac{1}{x^2}+x+C$. **B.** $F\left(x\right)=\ln\left|x\right|+x+C$.

C. $F\left(x\right)=\ln x+x+C$. **D.** $F\left(x\right)=\ln\left|x\right|+C$.

Câu 172: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=\dfrac{1}{3}$ và $u_2=4$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. $d=\dfrac{11}{3}$. **B.** $d=\dfrac{3}{11}$. **C.** $d=\dfrac{10}{3}$. **D.** $d=\dfrac{3}{10}$.

Câu 173: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x-1\right)=1$ là

A. $x=13$.. **B.** $x=-2$.. **C.** $x=1$.. **D.** $x=3$..

Câu 174: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

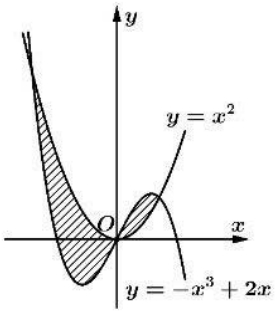
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0. **B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có một điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 175: Diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình dưới đây bằng:



A. $\frac{55}{12}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Câu 176: Trong không gian Oxyz, cho mặt phẳng $(P):3x-2y-6z+1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(2;-3;-1)$. **B.** $\vec{n}=(-2;3;1)$. **C.** $\vec{n}=(3;-2;-6)$. **D.** $\vec{n}=(3;-2;6)$.

Câu 177: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x=2$, đồ thị hàm số $y=x^2$ và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox.

A. $\frac{4\pi}{5}$. **B.** $\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{32\pi}{5}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 178: Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	$[170;172)$	$[172;174)$	$[174;176)$	$[176,180)$
Số vận động viên	3	10	6	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu bằng

A. $1,81$. **B.** $1,94$. **C.** $1,66$. **D.** $2,52$.

Câu 179: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng:

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 180: Để được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi môn Toán cấp thành phố, mỗi thí sinh phải vượt qua hai vòng thi. Bạn An tham dự cuộc tuyển chọn này. Xác suất để An qua được vòng thứ nhất là $0,8$. Nếu qua được vòng thứ nhất thì xác suất để An qua được vòng thứ hai là $0,7$. Xác suất để bạn An được chọn vào đội tuyển này là

A. $0,06$. **B.** $0,24$. **C.** $0,56$. **D.** $0,875$.

Câu 181: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_4=24$. Tính giá trị của u_3.

A. 21. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 48.

Câu 182: Thống kê điểm kiểm tra học kì 1 môn Toán của 300 học sinh lớp 12 được mô tả ở bảng sau

Điểm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	20	50	70	160

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Tìm số trung bình của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 8,25. **B.** 7,50. **C.** 7,46. **D.** 7,47.

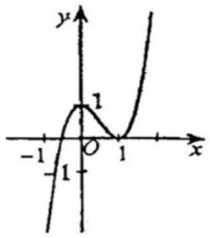
Câu 183: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M' đối xứng của điểm $A\left(1;-2;5\right)$ qua mặt phẳng $\left(Oxy\right)$

A. $\left(1;-2;-5\right)$. **B.** $\left(-1;2;5\right)$. **C.** $\left(1;2;-5\right)$. **D.** $\left(1;2;5\right)$.

Câu 184: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x-1\right)<2$

A. $\left(10;+\infty\right)$. **B.** $\left(1;3\right)$. **C.** $\left(1;10\right)$. **D.** $\left(-\infty;10\right)$.

Câu 185: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-1;1\right]$ là

A. -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 186: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$,cho vecto $\vec{u}=3\vec{j}-7\vec{k}-2\vec{i}$. Tọa độ vecto $\vec{u}$ là

A. $(3;-7;-2)$. **B.** $(-2;3;-7)$. **C.** $(3;-2;7)$. **D.** $(2;-3;7)$.

Câu 187: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên

Cự li (m)	[19 ; 19,5)	[19,5 ; 20)	[20 ; 20,5)	[20,5 ; 21)	[21 ; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. $0,26$. **B.** $0,22$. **C.** $0,28$. **D.** $0,24$.

Câu 188: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗		$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

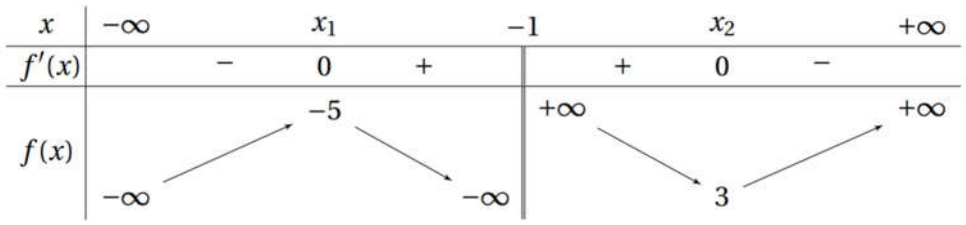
Câu 189: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3-x+2$ trên đoạn $\left[-2;0\right]$ bằng?

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -8.

Câu 190: Phương trình $4^x=12$ có nghiệm x bằng?

A. $x=3$. **B.** $x=\log_{12}4$. **C.** $x=1+\log_4 3$. **D.** $x=\log_4 3$.

Câu 191: Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\dfrac{mx^2+nx+p}{qx+r}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Tìm tọa độ I.

A. $I\left(-2;-1\right)$. **B.** $I\left(-1;1\right)$. **C.** $I\left(-1;0\right)$. **D.** $I\left(-1;-1\right)$.

Câu 192: Cho hình lăng trụ có đáy là tam giác ABC với $AB=a, AC=2a, \widehat{BAC}=30^0$, chiều cao $h=3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 67

Câu 193: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x-3y+4z-5=0$

A. $2x-3y+4z-5=0$. **B.** $4y-3z=0$.
C. $4y+3z=0$. **D.** $3x+4y-1=0$.

Câu 194: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A\left(4;0;0\right); B\left(0;-2;0\right); C\left(0;0;2\right)$. Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là

A. $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=0$.
C. $\dfrac{x}{-4}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 195: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x+2025\right)^2\left(x-2024\right), \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đạt cực trị tại:

A. $x=-2024$. **B.** $x=2025$. **C.** $x=-2025$. **D.** $x=2024$.

Câu 196: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ như hình vẽ sau. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

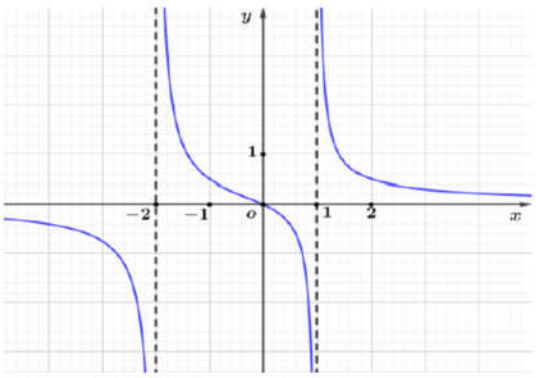
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$.

Câu 197: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_{2024}=5$, $u_{2025}=25$. Tính công bội của cấp số nhân.

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 198: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=1$ và $y=-2$ **B.** $x=1$ và $x=-2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 199: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 200: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;c]$. Nếu biết $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-5$ và $\int_b^c f(x)\mathrm{d}x=10$, thì giá trị của $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$ là bao nhiêu?

A. 5. **B.** -5. **C.** 15. **D.** -15.

Câu 201: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên trục Ox,Oy,Oz tương ứng và vectơ $\vec{a}=(1;0;1)$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. **B.** $\vec{a}=\vec{j}+\vec{k}$. **C.** $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$. **D.** $\vec{a}=\vec{i}+\vec{k}$.

Câu 202: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2026\sin x$

A. $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=-2026\cos x+C$. **B.** $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=\sin 1013x+C$.

C. $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=1013\sin^2 x+C$. **D.** $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=2026\cos x+C$.

Câu 203: Cho mẫu số liệu ghép nhóm như bảng dưới đây

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	...	$[u_k;u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Khi đó phương sai của mẫu số liệu được xác định theo công thức

A. $s^2=\frac{1}{n}\left[n_1(c_1-\overline{x})+n_2(c_2-\overline{x})+...+n_k(c_k-\overline{x})\right]$.

B. $s^2=\frac{1}{n}\left[n_1(c_1-\overline{x})^2+n_2(c_2-\overline{x})^2+...+n_k(c_k-\overline{x})^2\right]$.

C. $s^2=\dfrac{1}{n^2}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2+\ldots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$.

D. $s^2=\dfrac{1}{n^2}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)+\ldots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)\right]$.

Câu 204: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và đường thẳng SA đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và BC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $SB\perp\left(SAB\right)$. **B.** $BC\perp\left(SAB\right)$. **C.** $AC\perp\left(SAB\right)$. **D.** $SC\perp\left(SAB\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 68

Câu 205: Cho các hàm số $y=f\left(x\right)$, $y=g\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=f\left(x\right)$, $y=g\left(x\right)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|dx$. **B.** $S=\int\limits_a^b\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx$.

C. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx-\int\limits_a^b\left|g\left(x\right)\right|dx$. **D.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)dx-\int\limits_a^b g\left(x\right)dx$.

Câu 206: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $-\cos x+C$. **C.** $-\cot x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 207: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

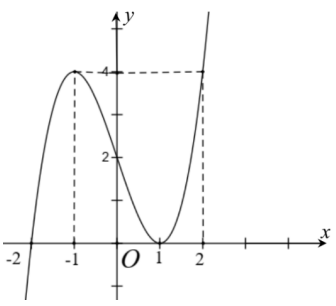
A. 42. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 208: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(2;0;-1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(4;-6;2\right)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$ (t là tham số). **B.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$ (t là tham số).

C. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$ (t là tham số). **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$ (t là tham số).

Câu 209: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $\left(-2;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$.

C. $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 210: Tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(x-1\right)^2<2$ là

A. $\left(-9;11\right)$. **B.** $\left(-11;9\right)$. **C.** $\left(-9;11\right)\setminus\left\{1\right\}$. **D.** $\left(11;+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 211: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x+2y-2=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;2;-2)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;0)$.

Câu 212: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ gọi O là giao điểm của AC và BD. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $SA\perp(ABCD)$. **C.** $SA\perp AC$. **D.** $CD\perp SD$.

Câu 213: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x<5$ là

A. $S=(0;\log_3 5)$. **B.** $S=(0;\log_5 3)$. **C.** $S=(-\infty;\log_3 5)$. **D.** $S=(-\infty;\log_5 3)$.

Câu 214: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1=2, u_6=-486$. Công bội q của cấp số nhân đó là

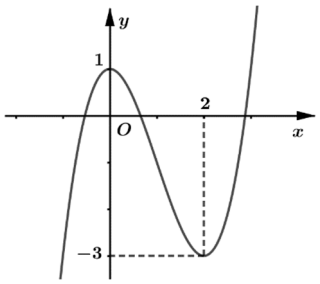
A. -3 **B.** 3. **C.** 6. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 215: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=1$ và $AA'=2$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{DC'}=4\sqrt{5}$.. **B.** $\left|\overrightarrow{BD}\right|=\left|\overrightarrow{CD'}\right|$..

C. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}+2\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$.. **D.** $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{C'B}$..

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị của $8a+4b+2c+d$ bằng



A. -3.
B. 0.
C. 1.
D. -2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 69

Câu 217: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$; $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Câu 218: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2+x)<2$ là

A. $(-\infty;7)$. **B.** $(-2;9)$. **C.** $(-2;7)$. **D.** $(-\infty;9)$.

Câu 219: Phương trình $6^x=12$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\log_6 12$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\log_{12} 6$.

Câu 220: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\frac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **D.** $V=\frac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

Câu 221: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

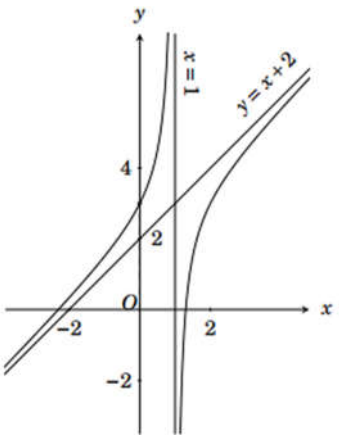
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(3;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

Câu 222: Đồ thị dưới đây là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

B. $y=\dfrac{x^2+x-3}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$.

D. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

Câu 223: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x+2x$ là

A. $-\cos x+x^2+C$. **B.** $\cos x+x^2+C$.

C. $-\cos x+2x^2+C$. **D.** $\cos x+2x+C$.

Câu 224: Cho $\int\limits_{-2}^{2}f(x)dx=1$, $\int\limits_{-2}^{4}f(t)dt=-4$. Tính $\int\limits_{2}^{4}f(y)dy$.

A. $I=5$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=3$. **D.** $I=-5$.

Câu 225: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$.

Câu 226: Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau:

Thời gian (phút)	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$
Số vận động viên	7	11	4	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 15. **B.** 25. **C.** 37. **D.** 20.

Câu 227: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-2;3;1\right)$ và $B\left(1;-2;5\right)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $\left(3;-5;4\right)$. **B.** $\left(3;5;-4\right)$. **C.** $\left(-3;5;4\right)$. **D.** $\left(-3;5;-4\right)$.

Câu 228: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x-6y-8z+1=0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$ có tọa độ là

A. $\left(-1;\ -3;\ 4\right)$. **B.** $\left(1;\ 3;\ 4\right)$. **C.** $\left(1;-3;-4\right)$. **D.** $\left(2;6;8\right)$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 70

Câu 229: Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \dfrac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

B. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.

C. $F(x) = 2x - 3 - \dfrac{1}{x^2} + C$.

D. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 230: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b\,(a < b)$ cho bởi công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$. **B.** $S = \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $S = \int_b^a |f(x)|\,dx$. **D.** $S = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

Câu 231: Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài cát Hòa Lộc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường như sau.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

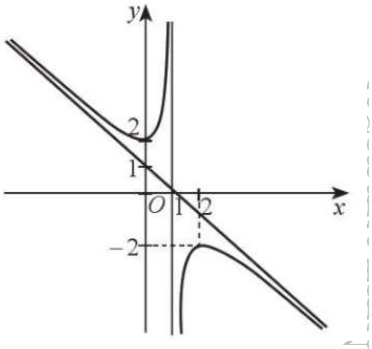
Khoảng tứ phân vị của mẫu thống kê trên là

A. $319,23$. **B.** $382,72$. **C.** $63,50$. **D.** $65,43$.

Câu 232: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;-2;1)$. **B.** $M(-3;2;-1)$. **C.** $M(1;3;2)$. **D.** $M(2;-5;2)$.

Câu 233: Đường cong như hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.

B. $y = \dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$.

C. $y = \dfrac{-x^2+2x-2}{x-1}$.

D. $y = \dfrac{-x^2+x-2}{x-1}$.

Câu 234: Nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} > \dfrac{5}{2}$ là

A. $x > \log_2 5$. **B.** $x > \log_5 2$. **C.** $x < \log_2 5$. **D.** $x > \log_2 10 - 1$.

Câu 235: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-1;-1)$ có phương trình là

A. $2x - y - 5 = 0$. **B.** $3x - y - z - 5 = 0$.

C. $2x + y - 5 = 0$. **D.** $x + 3y + z - 5 = 0$.

Câu 236: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $AC \perp (SBD)$. **B.** $CD \perp (SAD)$. **C.** $BD \perp (SAB)$. **D.** $AD \perp (SCD)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 237: Nếu $2^{x+1}=6$ thì 4^x bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 8.

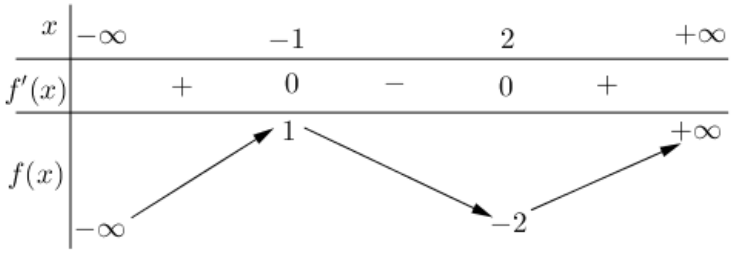
Câu 238: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ biết $u_1=2$, công sai $d=-5$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó là

A. -410. **B.** -205. **C.** 245. **D.** -230.

Câu 239: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khi đó $\left|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}\right|$ bằng

A. $2a$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 240: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 71

Câu 241: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là

A. $\frac{5^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **C.** $\frac{5^x}{x}+C$. **D.** $x\cdot 5^{x-1}+C$.

Câu 242: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. 33. **B.** $\frac{33}{5}$. **C.** $\frac{33\pi}{5}$. **D.** 33π.

Câu 243: Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [60;70). **B.** [70;80). **C.** [80;90). **D.** [90;100).

Câu 244: Trong không gian z_3=-3+4i , cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;2)$ và bán kính $R=6$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+\left(z-2\right)^2=36$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+\left(z-2\right)^2=6$.

C. $(x+1)^2+(y+4)^2+\left(z+2\right)^2=6$. **D.** $(x+1)^2+(y+4)^2+\left(z+2\right)^2=36$.

Câu 245: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{1\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		1		2	$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$
y	-3	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	-5	↗ 2

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 246: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}\left(x-2\right)>1$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(2;\frac{5}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[2;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 247: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{-1}=\frac{y-4}{3}=\frac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu không phải là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=\left(-1;3;3\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=\left(3;-9;-9\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(1;-3;-3\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(-2;4;3\right)$.

Câu 248: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $CD\perp(SBC)$. **B.** $SA\perp(ABC)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Câu 249: Tìm nghiệm của phương trình $2^{x-1}=8$.

A. $x=10$. **B.** $x=9$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Câu 250: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=4$ và $d=8$. Số hạng u_{20} của cấp số cộng đã cho bằng

A. 156. **B.** 165. **C.** 12. **D.** 245.

Câu 251: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai.

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{B_1A_1}$. **B.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D_1C_1}+\overrightarrow{D_1A_1}=\overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB_1}=\overrightarrow{BD_1}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 252: Hàm số $y=\frac{5-2x}{x+2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{-2\right\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left(-\infty;-2\right)$. **D.** $\left(-3;+\infty\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 72

Câu 253: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_2=7$ và công bội $q=3$. Số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 21. **C.** 4. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 254: Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **C.** $\left[0;+\infty\right)$. **D.** $\left(0;+\infty\right)$.

Câu 255: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log(-x^2+4x-3)$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 256: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định với mọi $x\neq 0$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	‖	$+$	

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 257: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{5x^2}{2}+4$ trên đoạn $[-3;9]$.

A. $m=-\dfrac{55}{2}$. **B.** $m=\dfrac{262}{3}$. **C.** $m=-\dfrac{172}{3}$. **D.** $m=\dfrac{89}{2}$.

Câu 258: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $3a$, $SA\perp(ABC)$. Góc giữa cạnh SC và đáy bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\dfrac{27}{4}a^3$. **B.** $V=\dfrac{9}{8}a^3$. **C.** $V=\dfrac{27}{8}a^3$. **D.** $V=\dfrac{9}{4}a^3$.

Câu 259: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=BC=BB'=a$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 260: Một tổ có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên hai bạn đi dự đại hội đoàn trường. Xác suất để hai bạn được chọn có cả nam và nữ là

A. $\dfrac{8}{15}$. **B.** $\dfrac{5}{28}$. **C.** $\dfrac{1}{4}$. **D.** $\dfrac{15}{28}$.

Câu 261: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_1}=\left(2;-1;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;1;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;1;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(-2;1;1\right)$.

Câu 262: Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục mỗi ngày trong tháng $3/2025$ của hai bạn Dũng và Hùng.

Thời gian (phút)	$[10;15]$	$[15;20]$	$[20;25]$	$[25;30]$	$[30;35]$
Số ngày tập của Dũng	2	14	8	3	3
Số ngày tập của Hùng	12	8	7	3	0

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Dũng và Hùng lần lượt là

A. 25 phút và 25 phút. **B.** 25 phút và 20 phút.
C. 20 phút và 25 phút. **D.** 20 phút và 20 phút.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Dũng là:
$35-10=25$ (phút)

Câu 263: Nếu $\int\limits_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ thì $\int\limits_0^3\left[2x-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 0 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 2

Câu 264: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	$[100;120]$	$[120;140]$	$[140;160]$	$[160;180]$	$[180;200]$
Số ngày	6	8	12	2	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (*Làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)

A. 20 **B.** $30,4$ **C.** $32,8$ **D.** $40,1$

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

ĐỀ SỐ 73

Câu 265: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^4-3x^2+1$ là

A. $F\left(x\right)=\dfrac{3}{5}x^5-x^3+x+C$. **B.** $F\left(x\right)=12x^3-6x$.

C. $F\left(x\right)=\dfrac{3}{4}x^5-\dfrac{3}{2}x^3+x+C$. **D.** $F\left(x\right)=\dfrac{3}{5}x^5-x^3+x$.

Câu 266: Cho hình phẳng giới hạn các đường $y=5^x, y=0, x=-2$ và $x=2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\int\limits_{-2}^{2}5^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_{-2}^{2}25^x\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_{-2}^{2}5^x\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_{-2}^{2}\left|5^x\right|\mathrm{d}x$.

Câu 267: Kết quả kiểm tra định kỳ môn Toán của 40 học sinh lớp $12D$ được thống kê ở bảng sau:

Nhóm	$\left[0;2\right)$	$\left[2;4\right)$	$\left[4;6\right)$	$\left[6;8\right)$	$\left[8;10\right)$
Tần số	3	5	5	25	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là

A. $4,52$. **B.** $5,12$. **C.** $3,65$. **D.** $4,19$.

Câu 268: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;2;3\right)$ có phương trình:

A. $d:\begin{cases}x=0\\y=2t\\z=3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **B.** $d:\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

C. $d:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **D.** $d:\begin{cases}x=t\\y=3t\\z=2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 269: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua 3 điểm $A\left(1;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(0;0;1\right)$ có dạng

A. $x+2y+z-4=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$.

C. $x+2y+z-2=0$ **D.** $2x+y+2z+2=0$.

Câu 270: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x+3}$ là

A. $y=x+6$. **B.** $y=2x-3$. **C.** $y=-x+6$. **D.** $y=x-6$.

Câu 271: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^x>4$ là

A. $\left(-2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 272: Phương trình $\log_3\left(x-1\right)=2$ có nghiệm là

A. $x=10$. **B.** $x=8$. **C.** $x=7$. **D.** $x=9$.

Câu 273: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB\,//\,CD)$ và $AB=2CD$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của SB và AB. Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD)?

A. (BCI). **B.** (BIJ). **C.** (CIJ). **D.** (SJC).

Câu 274: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$, biết $u_2=3$ và $u_4=7$. Giá trị của u_{15} bằng

A. 27. **B.** 29. **C.** 35. **D.** 31.

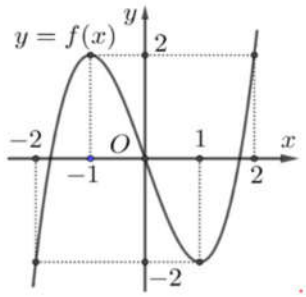
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 275: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$.

Câu 276: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ, hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;2\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 74

Câu 277: Cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=3$, công sai $d=-2$ thì số hạng thứ 5 là

A. $u_5=8$. **B.** $u_5=1$. **C.** $u_5=-5$. **D.** $u_5=-7$.

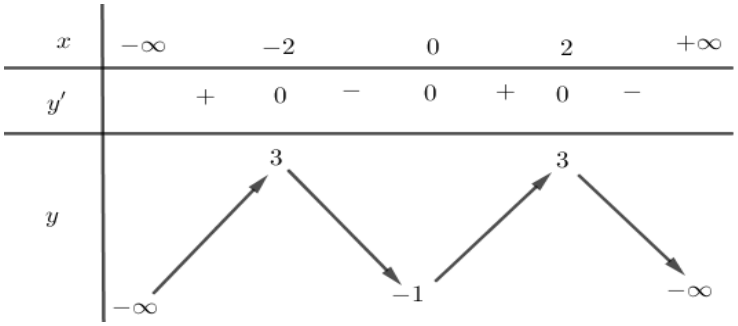
Câu 278: Tập xác định của hàm số $y=\log_3\left(x-9\right)$ là

A. $\left(-9;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **C.** $\left(9;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;9\right)$.

Câu 279: Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau một năm, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 212.336.000 đồng **B.** 212.535.000 đồng **C.** 213.335.000 đồng **D.** 221.335.000 đồng

Câu 280: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 281: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 282: Tìm phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+1}{x-1}$.

A. $x=1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=-x+2$.

Câu 283: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG}=\dfrac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 284: Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc đó bằng 7 là

A. $\dfrac{7}{12}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{12}$. **D.** $\dfrac{1}{6}$.

Câu 285: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y+5}{4}=\dfrac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=\left(3;4;-1\right)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=\left(2;-5;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=\left(2;5;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=\left(3;4;1\right)$.

Câu 286: Thống kế số điện (kWh) của 30 lớp học ở trường THPT X dùng trong một tháng được kết quả sau:

Số điện	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Số lớp	1	5	7	9	8	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu?

A. 60. **B.** 10. **C.** 70. **D.** 40.

Câu 287: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ và $F(4)=7,\ F(1)=1$.

Giá trị của $\displaystyle\int_1^4\left[f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 0.

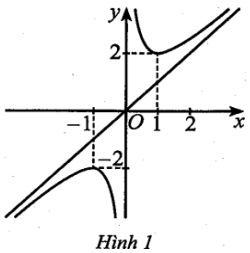
Câu 288: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SCD\right)$.

A. $\dfrac{2\sqrt{5}}{3}a$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{5}}{10}a$. **C.** $3a$. **D.** $a\sqrt{3}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 75

Câu 289: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như *Hình 1.*



Hình 1

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 290: Cho tích phân $\int_0^1 \left[f\left(x\right)+2x\right]dx=2$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f\left(x\right)dx$ bằng ?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 291: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 25. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 30.

Câu 292: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S):\left(x-6\right)^2+\left(y+7\right)^2+\left(z-8\right)^2=9^2$

Tâm của mặt cầu $\left(S\right)$ có tọa độ là

A. $\left(6;-7;8\right)$. **B.** $\left(-6;7;8\right)$. **C.** $\left(6;7;-8\right)$. **D.** $\left(6;7;8\right)$.

Câu 293: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+2}{x+1}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 294: Cho hai biến cố A và B bất kì, với $P(A)>0$. Khi đó

A. $P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$. **B.** $P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$.

C. $P(B\mid A)=\dfrac{P(B)}{P(A)}$. **D.** $P(B\mid A)=\dfrac{P(A)}{P(B)}$.

Câu 295: Tập xác định của hàm số $y=\log_5\left(x-2\right)$ là

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\left(-\infty;2\right)$.

Câu 296: Có 15 học sinh trong đó có 10 nam 5 nữ. Giáo viên cần chọn ra 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

A. $C_{10}^1.C_5^1$. **B.** $C_{10}^1+C_5^1$. **C.** C_{10}^2. **D.** A_{15}^2.

Câu 297: Gọi α là góc giữa đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng (P): $3x+4y+5z=0$. Khi đó

A. $\alpha=90^\circ$. **B.** $\alpha=45^\circ$. **C.** $\alpha=60^\circ$. **D.** $\alpha=30^\circ$.

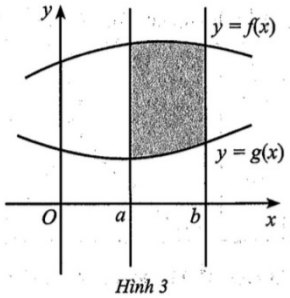
Câu 298: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)>-3$ là

A. $T=\left(-2;2\right)$. **B.** $T=\left(-\infty;-3\right)\cup\left(3;+\infty\right)$.

C. $T=\left(-3;3\right)$. **D.** $T=\left(-3;-1\right)\cup\left(1;3\right)$.

Câu 299: Cho các hàm số $y=f\left(x\right),y=g\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và có đồ thị như Hình 3

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Hình 3

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f\left(x\right), y=g\left(x\right)$ và hai đường thẳng $x=a, x=b$ là

A. $S=\int\limits_{b}^{a}\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_{a}^{b}\left[g\left(x\right)-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{b}^{a}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int\limits_{a}^{b}\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x.$

Câu 300: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P\left(A\right)=0,2024$, $P\left(B\right)=0,2025$. Tính $P\left(A\mid B\right)$.

A. $0,7976$. **B.** $0,7975$. **C.** $0,2025$. **D.** $0,2024$.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 4 (ĐỀ SỐ 76-100)

ĐỀ SỐ 76

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=(2k-3)\overrightarrow{DH}$.

A. 5 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

Câu 2: Cho cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là 70 và 65. Tính số hạng tiếp theo.

A. 60 **B.** 62 **C.** 59 **D.** 57

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=-3;x=-1$

B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$

D. $f(0)<f(3)$

Câu 4: Tìm nghiệm của phương trình $4^{2x-2}=16$.

A. 3 **B.** 2 **C.** -1 **D.** 5

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(7;2;8),M(-4;3;3)$. Tìm tọa độ điểm B biết ΔABC vuông tại C và M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

A. $B(11;-1;5)$. **B.** $B(-11;1;-5)$. **C.** $B(1;-8;-14)$. **D.** $B(-15;4;-2)$.

Câu 6: Hàm số $f(x)=-4x^7-5\sin x+10\ln|x|+10$ là một nguyên hàm của hàm số nào?

A. $-28x^6+5\cos x+\dfrac{10}{x}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}x^8+5\cos x+\dfrac{10}{x}+10x+C$.

C. $-\dfrac{1}{2}x^8+5\cos x+\dfrac{10}{x}$. **D.** $-28x^6-5\cos x+\dfrac{10}{x}$.

Câu 7: Tìm $\int_0^3\left(4x^3-5x-2\right)\mathrm{d}x$

A. 54. **B.** $\dfrac{105}{2}$. **C.** 51. **D.** 53.

Câu 8: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $\sin 4x=\dfrac{\pi}{8}$. **B.** $\sin 3x=2$. **C** $\sin 3x=\pi$. **D.** $\cos 2x=-\dfrac{4}{3}$.

Câu 9: Cho bảng liệu thống kê dưới đây.

Nhóm	[18;22)	[22;26)	[26;30)	[30;34)	[34;38)
Tần số	5	5	10	7	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\left[18;22\right)$. **B.** $\left[30;34\right)$. **C.** $\left[22;26\right)$. **D.** $\left[34;38\right)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-1		6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	6	↘	2	↗	$+\infty$

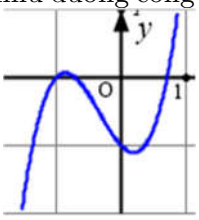
Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(6;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;6\right)$. **D.** $\left(-1;6\right)$.

Câu 11: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $32a^2$, chiều cao bằng $5a$. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{161}{3}a^3$. **B.** $\frac{163}{3}a^3$. **C.** $\frac{160}{3}a^3$. **D.** $\frac{157}{3}a^3$.

Câu 12: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong?



A. $y=\frac{3x+4}{2x-3}$. **B.** $y=2x^3+2x^2-x-1$.

C. $y=2x^2+4x+1$. **D.** $y=3x^4+3x^2+1$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 77

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-2	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

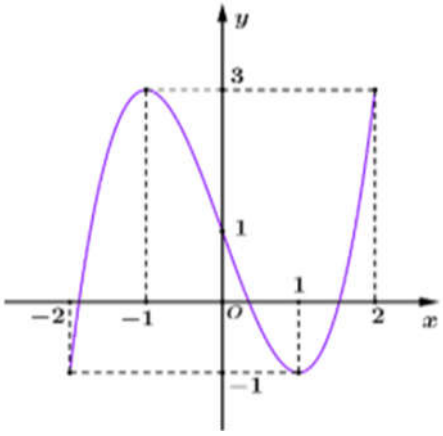
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 14: Biết $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+bx+c}{x-2}=5$ $(b,c\in\mathbb{R})$. Kết quả đúng của biểu thức $T=b+c$

A. $T=-5$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-6$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Khi đó, tổng $M+m$ bằng

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. -6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=2$ và tổng của 25 số hạng đầu là 625. Tính u_5

A. $u_5=16$. **B.** $u_5=9$ **C.** $u_5=12$. **D.** $u_5=22$.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $3a$.

Câu 18: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

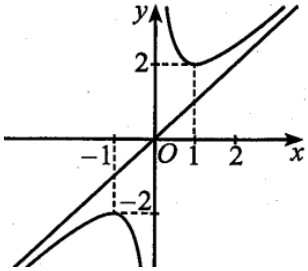
Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u}=(2;1;-1)$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **B.** $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. **C.** $\vec{u}=-2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$.

Câu 20: Trong không gian Oxyz,cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 44. **B.** 6. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\cos x=\cos\frac{\pi}{4}$ là

A. $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=2\sqrt{3},\left|\vec{b}\right|=3,\left(\vec{a},\vec{b}\right)=30^0$.Độ dài véc tơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 24: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52 **B.** 42 **C.** 53. **D.** 54.

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^{x-1}.5^{x+1}$ là

A. $\frac{3^{x-1}.5^{x+1}}{\ln 3.\ln 5}+C$. **B.** $3^{x-1}.5^{x+1}+C$. **C.** $\frac{5.15^x}{3}+C$. **D.** $\frac{5.15^x}{3\ln 15}+C$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{6}}\left(x-2\right)>-1$ là

A. $\left(\frac{13}{6};+\infty\right)$. **B.** $\left(2;\frac{13}{6}\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;8\right)$.

Câu 27: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp11A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilogam). Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	[30; 40)	[40; 50)	[50; 60)	[60; 70)	[70; 80)	[80; 90)
Tần số	2	10	16	8	2	2

A. $\Delta_Q=14,5$. **B.** $\Delta_Q=16$. **C.** $\Delta_Q=10,6$. **D.** $\Delta_Q=13,5$

Câu 28: Tìm nghiệm của phương trình $2^x=32$

A. $x=13$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=5$. **D.** $x=9$

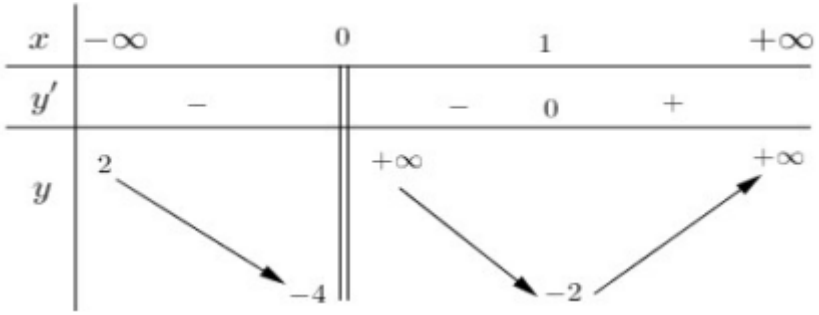
Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;2;-3\right)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oxy có tọa độ là:

A. $\left(1;0;0\right)$. **B.** $\left(0;2;-3\right)$. **C.** $\left(1;0;-3\right)$. **D.** $\left(1;2;0\right)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=\left(1;3;-2\right)$ và $\vec{v}=\left(2;1;-1\right)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u}-\vec{v}$ là

A. $\left(3;4;-3\right)$. **B.** $\left(-1;2;-1\right)$. **C.** $\left(1;-2;1\right)$. **D.** $\left(-1;2;-3\right)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

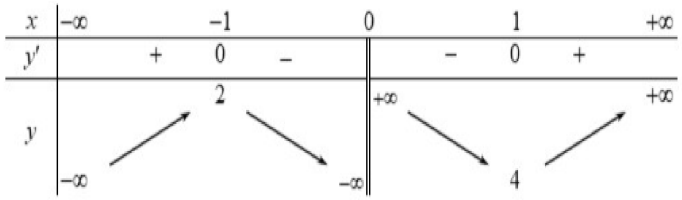
A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32: Cho dãy số $\left(u_n\right)$ là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=2$ và công bội $q=3$. Xác định số hạng thứ hai của cấp số nhân $\left(u_n\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $u_2 = 6$. **B.** $u_2 = 18$. **C.** $u_2 = 8$. **D.** $u_2 = 5$.

Câu 33: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

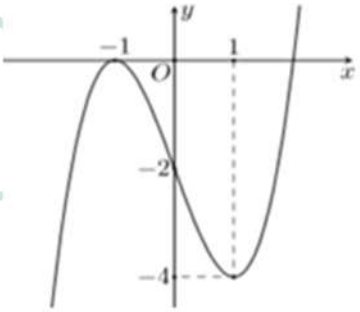
A. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO} = \frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO} = \frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA'}\right)$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (SAC) là

A. (SAB). **B.** (SAD). **C.** (SBD). **D.** (SBC).

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là



A. 1. **B.** $(2;0)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** -1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 79

Câu 37: Biết $\int f(x)\,dx = \frac{5^x}{\ln 5} + 3$. Khi đó $f(x)$ bằng

A. $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3$. **B.** $f(x) = \frac{5^x}{\ln 5} + 3x$. **C.** $f(x) = 5^x + 3x$. **D.** 5^x.

Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi D là miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x = a$, $x = b$ $(a < b)$. Diện tích của D được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \int_a^b |f(x)|dx$. **B.** $S = \int_b^a f(x)dx$. **C.** $S = \int_a^b f(x)dx$. **D.** $S = \pi\int_b^a f^2(x)dx$.

Câu 39: Hai thùng hàng A, B đều chứa 25 quả táo. Kết quả kiểm tra cân nặng của 25 quả táo ở mỗi thùng A và B được cho ở bảng sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Cân nặng (g)	$[250;260)$	$[260;270)$	$[270;280)$	$[280;290)$	$[290;300)$
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng:

A. Khối lượng trung bình của các quả táo ở thùng A nặng hơn khối lượng trung bình các quả táo ở thùng B.

B. Các quả táo có khối lượng trên 280g ở thùng A nhiều hơn thùng B.

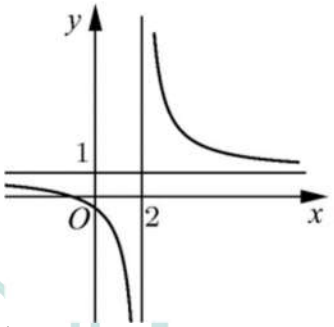
C. Khối lượng trung bình của các quả táo ở thùng B nặng hơn khối lượng trung bình các quả táo ở thùng A.

D. Trung bình khối lượng táo ở thùng A là $280,2\,\text{g}$.

Câu 40: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$ là

A. $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2+2t \\ z=-1-3t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+3t \\ y=-2-t \\ z=-3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=-2-3t \\ z=3+4t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=-1+2t \\ y=5-3t \\ z=-7+4t \end{cases}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0, ad-bc\neq 0$), có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-4)\geq 2$ là

A. $[9;+\infty)$. **B.** $[13;+\infty)$. **C.** $(13;+\infty)$. **D.** $[10;+\infty)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-8=0$. Véc tơ nào sau đây là một vec tơ pháp tuyến của cho mặt phẳng (P)

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;1;-8)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(0;2;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;1;0)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(2;0;-8)$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, mặt phẳng nào sau đây không vuông góc với đáy?

A. (SAB). **B.** (SAC). **C.** (SAD). **D.** (SBC).

Câu 45: Nghiệm của phương trình $3^x=9$ là

A. $x=\log_9 2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=\log_2 3$.

Câu 46: Cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và $u_2=3$. Công sai của cấp số cộng là:

A. 5. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD..A'B'C'D'$. Vectơ bằng véc tơ $\overrightarrow{AD}$ là

A. $\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{DA}$. **D.** $\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	-1		0		2		3
y'		+	0	-	0	+	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(2)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(0)$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(-1)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x)=f(3)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 80

Câu 49: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{x-1}\cdot 5^{x+1}$ là

A. $\dfrac{3^{x-1}\cdot 5^{x+1}}{\ln 3.\ln 5}+C$. **B.** $3^{x-1}\cdot 5^{x+1}+C$. **C.** $\dfrac{5\cdot 15^x}{3}+C$. **D.** $\dfrac{5\cdot 15^x}{3\ln 15}+C$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;2;0)$. **B.** $(0;2;-3)$. **C.** $(1;0;-3)$. **D.** $(1;0;0)$.

Câu 51: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

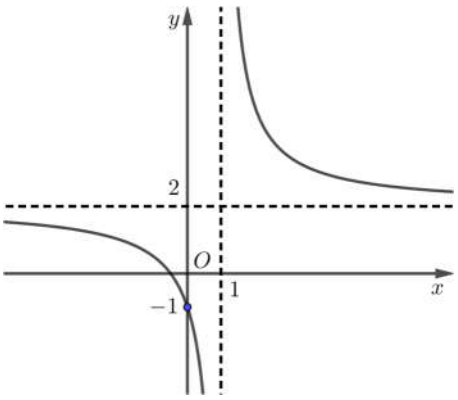
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $23,75$. **B.** $27,5$. **C.** $31,88$. **D.** $8,125$.

Câu 52: Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x+1$, trục hoành và hai đường thẳng $x=-1, x=2$ quanh trục hoành là

A. $V=\int\limits_{-1}^{2}(x+1)^2\,dx$. **B.** $V=\pi\int\limits_{-1}^{2}(x+1)^2\,dx$. **C.** $V=\int\limits_{-1}^{2}|x+1|\,dx$. **D.** $V=\pi\int\limits_{-1}^{2}|x+1|\,dx$.

Câu 53: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=1$.
B. $y=1$.
C. $x=2$.
D. $y=2$.

Câu 54: Giải bất phương trình $\log_3(2x-1)>3$

A. $x>4$. **B.** $x>14$.
C. $x<2$. **D.** $2<x<14$.

Câu 55: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+5z-14=0$. Véctơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\vec{n}=(1;-1;5)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;14)$. **C.** $\vec{n}=(1;1;-5)$. **D.** $\vec{n}=(1;1;5)$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (ACD).

A. (SCD). **B.** (SAD). **C.** (SBC). **D.** (SBD).

Câu 57: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x}=1$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 58: Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng có: $u_1=\frac{1}{4}; d=-\frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_5=\frac{5}{4}$. **B.** $S_5=\frac{4}{5}$. **C.** $S_5=-\frac{5}{4}$. **D.** $S_5=-\frac{4}{5}$.

Câu 59: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng

A. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 60: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
$y=f(x)$	2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 81

Câu 61: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^5$ là

A. $F(x)=\frac{x^6}{6}+C$. **B.** $F(x)=5x^6+C$. **C.** $F(x)=5x^4+C$. **D.** $F(x)=\frac{x^4}{4}+C$.

Câu 62: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_5^9 f(x)dx=25$ thì $\int_9^5 f(x)dx$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 25. **D.** -25.

Câu 63: Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

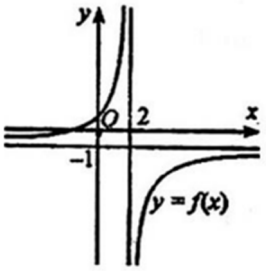
A. $4,84$. **B.** $2,10$. **C.** $2,09$. **D.** $6,94$.

Câu 64: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A(2;1;-3)$, $B(4;2;1)$, $C(3;0;5)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G(3;1;-1)$. **B.** $G(3;1;1)$. **C.** $G(1;3;1)$. **D.** $G(-1;3;1)$.

Câu 65: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}, (c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình bên.

NGUYỄN TIẾN HÀ



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 66: Tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(x-1\right)\geq 1$ là

A. $\left[11;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;11\right)$. **C.** $\left(11;+\infty\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=\left(1;-2;1\right)$ và $\vec{b}=\left(2;-4;-2\right)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. 8 **B.** -8 **C.** 12 **D.** -12

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh SA và SD. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng $\left(MNO\right)$?

A. $\left(SAB\right)$. **B.** $\left(SBC\right)$. **C.** $\left(SCD\right)$. **D.** $\left(SAD\right)$.

Câu 69: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. $x=3^2$. **B.** $x=2^3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

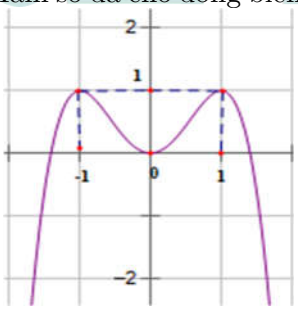
Câu 70: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ biết $u_2.u_6=64$. Giá trị của $u_3.u_5$ bằng

A. -8. **B.** -64. **C.** 64. **D.** 8.

Câu 71: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{FH}$?

A. $\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.

Câu 72: Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 82

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O và $SA=SC, SB=SD$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\left(SBD\right)\perp\left(ABCD\right)$. **B.** $SC\perp\left(SBD\right)$. **C.** $SO\perp\left(ABCD\right)$. **D.** $\left(SAC\right)\perp\left(ABCD\right)$

Câu 74: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, véctơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng Oxy?

A. $\vec{k}=\left(0;0;1\right)$. **B.** $\vec{m}=\left(1;1;1\right)$. **C.** $\vec{i}=\left(1;0;0\right)$. **D.** $\vec{j}=\left(0;1;0\right)$.

Câu 75: Biết $\int_2^4 8f(x)\,\mathrm{d}\,x=3$, $\int_2^3 4f(y)\,\mathrm{d}\,y=7$. Tính $\int_3^4 f(z)\,\mathrm{d}\,z$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $-\frac{7}{4}$. **B.** $-\frac{11}{8}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{9}{8}$.

Câu 76: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2024 tại Hà Nội (đơn vị %) người ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Độ ẩm	$[71;74)$	$[74;77)$	$[77;80)$	$[80;83)$	$[83;86)$
Số tháng	1	1	2	6	2

A. $134,25$. **B.** $3,34$. **C.** $80,25$. **D.** $11,1875$.

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ véctơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai véctơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

A. $(2;-3;-1)$. **B.** $(2;3;-1)$. **C.** $(3;-5;-1)$. **D.** $(3;5;-2)$.

Câu 78: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên hình vẽ sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	1	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	1

Bảng biến thiên trên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\frac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x+2}{x+1}$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a},\overrightarrow{SB}=\vec{b},\overrightarrow{SC}=\vec{c},\overrightarrow{SD}=\vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

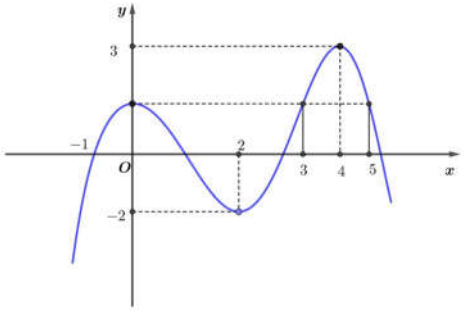
A. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}+\vec{d}$. **B.** $\vec{a}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{c}$. **C.** $\vec{a}+\vec{c}=\vec{b}+\vec{d}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

Câu 80: Tìm $\int f'(x)dx$ với $f(x)=-x^4+3x-4$.

A. $-x^4+3x+C$. **B.** $-x^4+\frac{3}{2}x^2-4x+C$.

C. $-\frac{4}{5}x^5+\frac{3}{2}x^2-4x+C$. **D.** $-16x^3+C$.

Câu 81: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng



A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 82: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_4=-12; u_{14}=18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1=-21, d=-3$. **B.** $u_1=-22, d=3$. **C.** $u_1=-21, d=3$. **D.** $u_1=20, d=-3$.

Câu 83: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1}=27$ là

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Câu 84: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(36-x^2\right)\geq 3$ là

A. $\left(-\infty;-3\right]\cup\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left[-3;3\right]$. **C.** $\left(-\infty;3\right]$. **D.** $\left(0;3\right]$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 83

Câu 85: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2025^x$ là

A. 2025^x+C. **B.** $x.2025^{x-1}+C$. **C.** $\dfrac{2025^x}{\ln 2025}+C$. **D.** $\dfrac{2025^{x-1}}{\ln 2025}+C$.

Câu 86: Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\sin x$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x=\dfrac{\pi}{2}$ xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$. **B.** $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$.

Câu 87: Hai mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các học sinh Tổ 1 và Tổ 2 của lớp 10A, được cho như bảng như sau:

Thời gian sử dụng	$\left[0;10\right)$	$\left[10;20\right)$	$\left[20;30\right)$	$\left[30;40\right)$	$\left[40;50\right)$
Số học sinh Tổ 1	4	6	12	8	10
Số học sinh Tổ 2	6	9	10	14	11

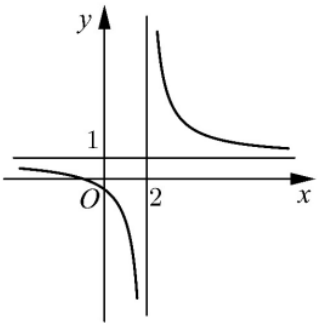
Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với nhóm học sinh Tổ 1 và nhóm học sinh Tổ 2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_1<s_2$. **B.** $s_1=s_2$. **C.** $s_1>s_2$. **D.** $s_2=2s_1$.

Câu 88: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(2;2;0)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=2t\\z=1-t\end{cases}$.

Câu 89: Hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình dưới đây



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là

A. $y=2$. **B.** $x=2$.

C. $y=1$. **D.** $x=1$.

Câu 90: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}\left(x-1\right)>1$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $\left(1;\frac{3}{2}\right]$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 91: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $x-y+2z-5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_1}\left(0;-1;2\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}\left(1;-1;2\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}\left(1;-1;-5\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}\left(-1;2;-5\right)$.

Câu 92: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của hình chóp đã cho là

A. $18a^3$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 93: Phương trình $3^{2x+1}=243$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=3$.

Câu 94: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ có $u_1=8$ và công bội $q=-\frac{1}{2}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân là

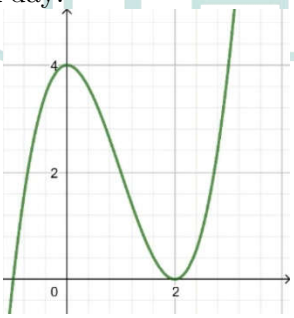
A. $u_5=\frac{1}{4}$. **B.** $u_5=-\frac{1}{4}$. **C.** $u_5=\frac{1}{2}$. **D.** $u_5=-\frac{1}{2}$.

Câu 95: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB'. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{2AB}+\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 96: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau đây.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(2;4\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 84

Câu 97: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A\left(3;-2;4\right)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng

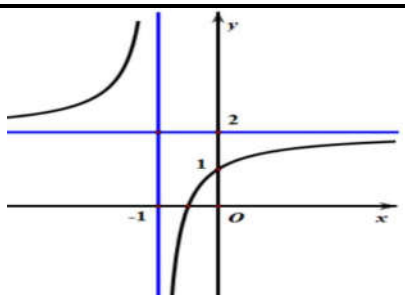
A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 98: Nguyên hàm của hàm số $2x+\cos x$ là

A. $x^2+\sin x+C$. **B.** $2x+\sin x+C$. **C.** $2x-\sin x+C$. **D.** $x^2-\sin x+C$.

Câu 99: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0;ad-bc\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x-2=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y+1=0$. **D.** $y-2=0$.

Câu 100: Nghiệm của phương trình $5^x=3$ là

A. $\sqrt[3]{5}$. **B.** $\sqrt[5]{3}$. **C.** $\log_5 3$. **D.** $\log_3 5$.

Câu 101: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=1$ và công sai $d=2$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

A. 200. **B.** 110. **C.** 95. **D.** 100.

Câu 102: Hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+4}{x+2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây ?

A. $\left(-2;0\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-4;0\right)$.

Câu 103: Đồ thị Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

A. $\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{7}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{7}=-1$. **D.** $\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{y^2}{8}=-1$.

Câu 104: Biết rằng $F\left(x\right)$ là một nguyên hám của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;4\right]$ và $F\left(4\right)=9$, $F\left(1\right)=3$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^4\left[f\left(x\right)+2\right]dx$ bằng

A. 0. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 12.

Câu 105: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x-2\right)<1$ là

A. $\left(5;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;5\right)$. **C.** $\left(0;5\right)$. **D.** $\left(2;5\right)$.

Câu 106: Thống kế số điện $\left(\text{kWh}\right)$ của 30 lớp học ở trường THPT X dùng trong một tháng được kết quả sau:

Số điện (kWh)	$\left[50;60\right)$	$\left[60;70\right)$	$\left[70;80\right)$	$\left[80;90\right)$	$\left[90;100\right)$	$\left[100;110\right)$
Số lớp	1	5	6	9	7	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu?

A. 50. **B.** 40. **C.** 10. **D.** 60.

Câu 107: Có hai xạ thủ A,B độc lập cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A là 0,8 và xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ B là 0,9. Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là

A. 0, 26. **B.** 0,74. **C.** 0,98. **D.** 0,72.

Câu 108: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $SA\perp AB$. **B.** $AC\perp BD$. **C.** $BD\perp SC$. **D.** $SO\perp CD$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 85

Câu 109: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

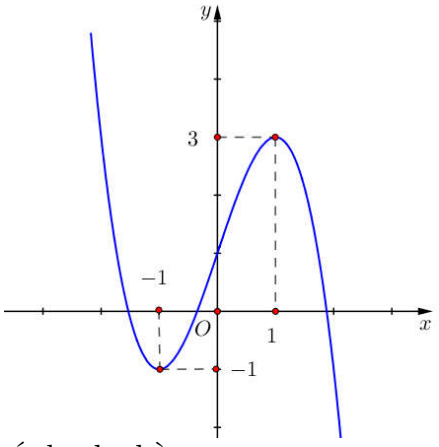
NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 110: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 111: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 112: Hàm đa thức bậc ba có thể có bao nhiêu cực trị?

A. 1 hoặc 2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 0 hoặc 2.

Câu 113: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=5x^4-8x^3-6x$ là

A. $F(x)=x^5-x^4-x^2+C$. **B.** $F(x)=x^5-4x^4-2x^2+C$.

C. $F(x)=x^5+2x^4-3x^2+C$. **D.** $F(x)=x^5-2x^4-3x^2+C$.

Câu 114: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2)-F(0)=5$. Khi đó $\displaystyle\int_0^2 3f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 115: Chọn khẳng định đúng.

A. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm càng nhỏ, thì mẫu số liệu càng phân tán.

B. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường của mẫu số liệu đó.

C. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm chỉ phụ thuộc vào nửa giữa của mẫu số liệu, không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

D. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

Câu 116: Phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được dùng để đo đặc trưng nào của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu đó.

A. Giá trị nhỏ nhất. **B.** Giá trị trung bình. **C.** Mức độ phân tán. **D.** Giá trị lớn nhất.

Câu 117: Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;0;-1)$, $\vec{v}=(8;-1;2)$. Tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$ bằng?

A. 6. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 118: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(0;0;-2)$, $N(3;0;0)$, $E(0;4;0)$ là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{-2}=1$.

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{-4}=1$. **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 119: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;0;0), B(2;1,-3)$ là

A. $\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=3t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=2+0t\\y=1+0t\\z=-3+0t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

C. $\begin{cases}x=-2t\\y=1-t\\z=-3+3t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=1-t\\z=-3+3t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$.

Câu 120: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là $2\,km$. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì không sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

A. $A(-5;0;3)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(-7;-2;3)$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 86

Câu 121: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 122: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	4

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Tính $M-m$.

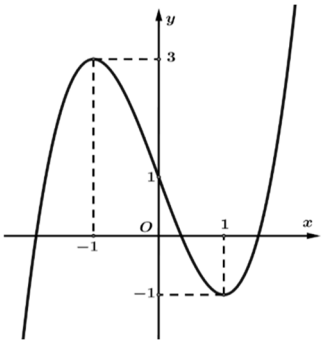
A. $M-m=4$. **B.** $M-m=5$. **C.** $M-m=1$. **D.** $M-m=3$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 123: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-3}$ có tiện cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$. Tính a^2+2b.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 124: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 125: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x+e^x+2$ là

A. $\cos x+e^x+2x+C$. **B.** $\cos x+\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+2x+C$.

C. $-\cos x+e^x+2x+C$. **D.** $-\cos x+\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+2x+C$.

Câu 126: Cho $\int_0^2 f\left(x\right)dx=3$ và $\int_0^2 g\left(x\right)dx=5$. Tính $I=\int_0^2\left[2x+2f\left(x\right)-3g\left(x\right)\right]dx$.

A. 8. **B.** -8. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 127: Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	$\left[0;10\right)$	$\left[10;20\right)$	$\left[20;30\right)$	$\left[30;40\right)$
Tần số	3	7	2	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 60 **B.** 50. **C.** 40. **D.** 70

Câu 128: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 0.22. **B.** 0.24 **C.** 0.26 **D.** 0.28.

Câu 129: Cho điểm $M\left(3;-2;1\right);N\left(2;4;0\right)$. Tọa độ của $\overrightarrow{MN}$ là

A. $\left(-1;6;-1\right)$. **B.** $\left(5;2;1\right)$. **C.** $\left(1;-6;1\right)$. **D.** $\left(3;4;-1\right)$.

Câu 130: Trong không gian Oxyz cho 2 điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB.

A. $(P):3x-2y-z+4=0$. **B.** $(P):3x-2y-z+6=0$.

C. $(P):3x-2y-z=0$. **D.** $(P):2x+y-z+1=0$.

Câu 131: Trong không gian toạ độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta:\begin{cases}x=-4+2t\\y=7-3t\\z=8-9t\end{cases}$?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $\vec{u}_1=\left(4;7;8\right)$. **B.** $\vec{u}_1=\left(-4;7;8\right)$. **C.** $\vec{u}_3=\left(2;3;9\right)$. **D.** $\vec{u}_4=\left(2;-3;-9\right)$.

Câu 132: Cho mặt cầu có phương trình $\left(S\right):2x^2+2y^2+2z^2-3x+6y-7z=1$ có bán kính là

A. $R=\sqrt{95}$. **B.** $R=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{110}}{4}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{102}}{4}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 87

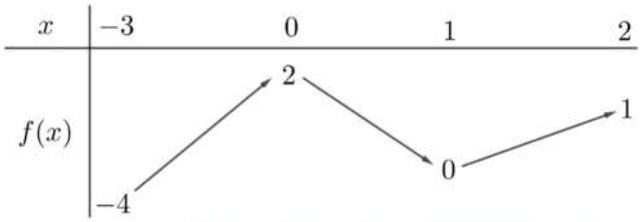
Câu 133: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;1\right)$.

Câu 134: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[-3;2\right]$ và có bảng biến thiên như hình dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[-3;2\right]$. Tính $M.m$.

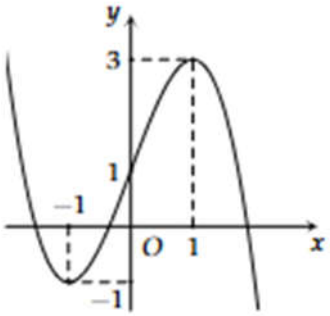


A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** -8.

Câu 135: Biết $y=ax+b$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x}{x-1}$. Tìm $a+b$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 136: Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở 4 phương án A,B,C,D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=x^3+3x^2-x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=-x^3-2x^2+x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2-x-1$.

Câu 137: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=2x^3-9$ là

A. $\dfrac{1}{2}x^4-9x+C$. **B.** $4x^4-9x+C$. **C.** $\dfrac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^3-9x+C$.

Câu 138: Có bao nhiêu giá trị thực của a để có $\int\limits_0^a\left(2x+5\right)\mathrm{d}x=a-4$?

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** Vô số

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 139: Mỗi ngày Ông A đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông A trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1,5. **B.** 0,9. **C.** 0,6. **D.** 0,3.

Câu 140: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 10,75. **B.** 4,75. **C.** 4,63. **D.** 4,38.

Câu 141: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC với $A\left(0;4;-2\right)$; $B\left(1;1;-2\right)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\left(1;5;-4\right)$. **B.** $\left(1;-3;0\right)$. **C.** $\left(-1;3;0\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2};-2\right)$.

Câu 142: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(-2;1;3\right)$ và vectơ $\vec{n}=\left(2;-1;1\right)$. Phương trình của mặt phẳng $\left(P\right)$ đi qua A và nhận $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến là:

A. $2x-y+z+2=0$. **B.** $-2x-y+z-2=0$.

C. $2x-y-z+2=0$. **D.** $-2x+y+z-2=0$.

Câu 143: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y}{-2}=\dfrac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây không thuộc d?

A. $N\left(1;0;1\right)$. **B.** $F\left(3;-4;5\right)$. **C.** $M\left(0;2;1\right)$. **D.** $E\left(2;-2;3\right)$.

Câu 144: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu $\left(S\right)$ có đường kính là đoạn thẳng AB với $A\left(2;-1;5\right)$ và $B\left(0;1;-1\right)$ có phương trình là

A. $\left(x+1\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(y+3\right)^2=11$. **B.** $\left(x+1\right)^2+y^2+\left(z+2\right)^2=11$.

C. $\left(x-2\right)^2+\left(y+2\right)^2+\left(z-6\right)^2=11$. **D.** $\left(x-1\right)^2+y^2+\left(z-2\right)^2=11$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 88

Câu 145: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int a^x\mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C\ \left(0<a\neq 1\right)$. **B.** $\int \sin x\,\mathrm{d}x=\cos x+C$.

C. $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln\left|x\right|+C\ \left(x\neq 0\right)$. **D.** $\int e^x\mathrm{d}x=e^x+C$.

Câu 146: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$, biết $\int\limits_0^9 f\left(x\right)\mathrm{d}x=9$ và $F\left(0\right)=3$. Tính $F\left(9\right)$.

A. $F\left(9\right)=-12$. **B.** $F\left(9\right)=6$. **C.** $F\left(9\right)=12$. **D.** $F\left(9\right)=-6$.

Câu 147: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Trung bình mỗi ngày bác Hương đi bộ được bao nhiêu km?

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Câu 148: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases} x = 6-3t \\ y = 2 \\ z = -2+t \end{cases}$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u} = (6;2;-2)$. **B.** $\vec{v} = (-3;2;1)$. **C.** $\vec{p} = (-3;0;1)$. **D.** $\vec{w} = (3;0;1)$.

Câu 149: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x) = \frac{x^3}{3} + x^2 - 2$. **B.** $f(x) = x^3 + 3x^2 - 2$.

C. $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$. **D.** $f(x) = x^3 + 3x - 2$.

Câu 150: Nếu $a^{\frac{3}{4}} < a^{\frac{4}{5}}$ thì

A. $a < 1$. **B.** $0 < a < 1$. **C.** $a < 0$. **D.** $a > 1$.

Câu 151: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x - z + 2 = 0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng bằng (P)?

A. $\vec{n} = (0;0;2)$. **B.** $\vec{n} = (3;0;2)$. **C.** $\vec{n} = (3;-1;2)$. **D.** $\vec{n} = (3;0;-1)$.

Câu 152: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $AC \perp SD$. **B.** $AB \perp SO$. **C.** $AC \perp SC$. **D.** $AC \perp SB$.

Câu 153: Nếu $\log_a b = 2$, $\log_a c = 3$ thì $\log_a (b^2 c^3)$ bằng

A. 108. **B.** 31. **C.** 13. **D.** 36.

Câu 154: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Công sai d của cấp số cộng đó là

A. $\frac{11}{3}$. **B.** $\frac{10}{3}$. **C.** $\frac{3}{10}$. **D.** $\frac{3}{11}$.

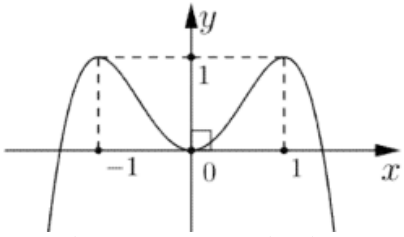
Câu 155: Cho tứ diện $ABCD$, Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{DC} - \overrightarrow{DB} = \overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AD} = 3\overrightarrow{AG}$.

Câu 156: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 89

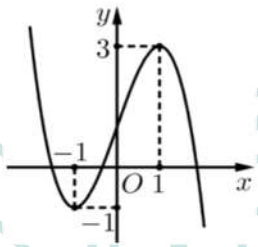
Câu 157: Nghiệm của phương trình $\cos x = -\dfrac{1}{2}$ là

A. $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k\pi$. **B.** $x = \pm\dfrac{\pi}{6} + k2\pi$. **C.** $x = \pm\dfrac{\pi}{3} + k2\pi$. **D.** $x = \pm\dfrac{2\pi}{3} + k2\pi$.

Câu 158: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(0;2;1)$. **B.** $(0;2;-1)$ **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;-2;-1)$.

Câu 159: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\left(a,b,c,d \in \mathbb{R}\right)$ có đồ thị trên $\mathbb{R}$ là đường cong trong hình sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 160: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+2}{-x+1}$ là:

A. $x = 1$. **B.** $y = 1$ **C.** $x = -1$. **D.** $y = -1$.

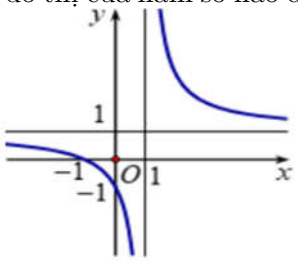
Câu 161: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[8;11)	[11;14)	[14;17)	[17;20)	[20;23)	
Tần số	5	6	8	7	4	$n = 30$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 9. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 31.

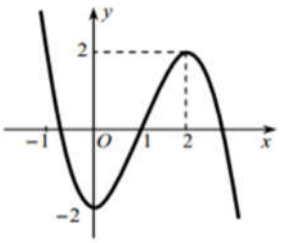
Câu 162: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$. **B.** $y = \dfrac{2x - 1}{x - 1}$. **C.** $y = \dfrac{x + 1}{x - 1}$. **D.** $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 163: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 164: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này gần nhất với số nào?

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

A. 100. **B.** 130. **C.** 110. **D.** 120.

Câu 165: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A'C'}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

C. $\left|\overrightarrow{BD'}\right|=a\sqrt{3}$. **D.** $\left|\overrightarrow{BD}\right|=a\sqrt{2}$.

Câu 166: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(2;-1;0)$, $\vec{b}=(-1;-3;2)$, $\vec{c}=(-2;-4;-3)$, toạ độ vectơ $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$ là

A. $\vec{u}=(-3;-7;-9)$. **B.** $\vec{u}=(-5;-3;9)$. **C.** $\vec{u}=(5;3;-9)$. **D.** $\vec{u}=(3;7;9)$.

Câu 167: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;1)$ và $B(3;-2;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 25 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 9

Câu 168: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=3$. Số hạng thứ ba của cấp số cộng bằng

A. 8 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 7.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 90

Câu 169: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x+\mathrm{e}^{2x}$ là

A. $\dfrac{x^2+\mathrm{e}^{2x}}{2}+C$. **B.** $\dfrac{x^2+\mathrm{e}^{x}}{2}+C$. **C.** $\dfrac{x^2}{2}+\dfrac{\mathrm{e}^{2x+1}}{2x+1}+C$. **D.** $\dfrac{x^2}{2}+2\mathrm{e}^{2x}+C$.

Câu 170: Cho $\int_0^2\left[f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 171: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên tập nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 172: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+z-5=0$?

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $M\left(1;-1;0\right)$. **B.** $N\left(1;-1;2\right)$. **C.** $P\left(1;-1;4\right)$. **D.** $Q\left(1;-1;3\right)$

Câu 173: Khảo sát trọng lượng của một số quả mít được trồng trong một nông trường ta có số liệu sau

Trọng lượng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả	6	12	19	9	4

Tìm độ lệch tiêu chuẩn của mẫu số liệu trên. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $2,19$. **B.** $8,72$. **C.** $4,80$. **D.** $2,20$.

Câu 174: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-2;3\right)$ và $B\left(3;1;1\right)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$.

C. $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Câu 175: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến đường thẳng BD bằng

A. $\sqrt{6}a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{5}a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 176: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;0;2\right)$ và $B\left(-1;2;0\right)$. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $\left(0;2;2\right)$. **B.** $\left(-1;1;-1\right)$. **C.** $\left(1;1;1\right)$. **D.** $\left(0;1;1\right)$.

Câu 177: Cho hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x^2\left(x+2\right)\left(x^2+x-2\right)\left(x-1\right)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 178: Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_x 2+\log_{16} x=2$. Tích $x_1\cdot x_2$ bằng

A. 64. **B.** 256. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 179: Cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm $y=2x-x^2$ và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho $\left(H\right)$ quay quanh trục hoành bằng

A. $\dfrac{16}{15}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{16\pi}{15}$. **D.** $\dfrac{4\pi}{3}$.

Câu 180: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;-1;2\right),B\left(2;0;1\right)$ và $C\left(0;-1;3\right)$. Giá trị của $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 20.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 91

Câu 181: Có 7 chiếc ghế xếp thành hàng ngang. Có bao nhiêu cách xếp 3 người vào 7 chiếc ghế đó sao cho mỗi người ngồi một ghế?

A. 21. **B.** 210. **C.** 35. **D.** 343.

Câu 182: Rút gọn biểu thức $P=\sin 3x.\cos x-\sin x.\cos 3x$.

A. $P=\sin 4x$. **B.** $P=\cos 2x$. **C.** $P=\sin 2x$. **D.** $P=\cos 4x$.

Câu 183: Số đặc trưng nào sau đây không đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm?

A. Khoảng biến thiên. **B.** Phương sai.

C. Số trung bình. **D.** Khoảng tứ phân vị.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 184: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\overrightarrow{m}=\left(1;-1;1\right)$ và $\vec{n}=\left(-1;1;-1\right)$. Côsin của góc giữa hai véc tơ $\overrightarrow{m}$, $\vec{n}$ bằng

A. 1. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** -1.

Câu 185: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ thõa mãn: $\lim\limits_{x\to 1^+} f\left(x\right)=2$; $\lim\limits_{x\to 1^-} f\left(x\right)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f\left(x\right)=0$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f\left(x\right)=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
B. Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
C. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
D. Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 186: Họ các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3e^x$ là

A. $3e^x$. **B.** $3xe^x+C$. **C.** $3e^x+C$. **D.** $-3e^x+C$.

Câu 187: Lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 24 tháng của một nhà đầu tư tài chính được cho bởi bảng sau:

Lợi nhuận	$\left[5;15\right)$	$\left[15;25\right)$	$\left[25;35\right)$	$\left[35;45\right)$	$\left[45;55\right)$
Số tháng	3	7	9	4	1

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

A. $\left[35;45\right)$. **B.** $\left[25;35\right)$. **C.** $\left[15;25\right)$. **D.** $\left[45;55\right)$.

Câu 188: Hàm số nào sau đây nghịch biên trên các khoảng xác định của nó?

A. $y=e^{-x}$. **B.** $y=\log_{\sqrt{3}} x$.. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=\ln x$.

Câu 189: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

A. $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{16}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{9}-\dfrac{y^2}{4}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{4}+\dfrac{y^2}{4}=1$. **D.** $\dfrac{x^2}{9}+\dfrac{y^2}{4}=1$.

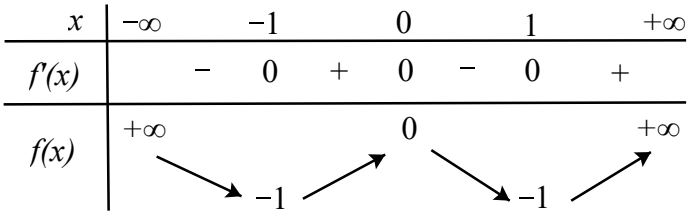
Câu 190: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=3\overrightarrow{SG}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Câu 191: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=x^3+6x^2-12x+1$.
C. $y=x^3-3x^2+5x$. **D.** $y=x^2+4x-1$.

Câu 192: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là -1.
B. Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có đúng hai điểm cực trị.
C. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 0.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

D. Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ có đúng một điểm cực tiểu.

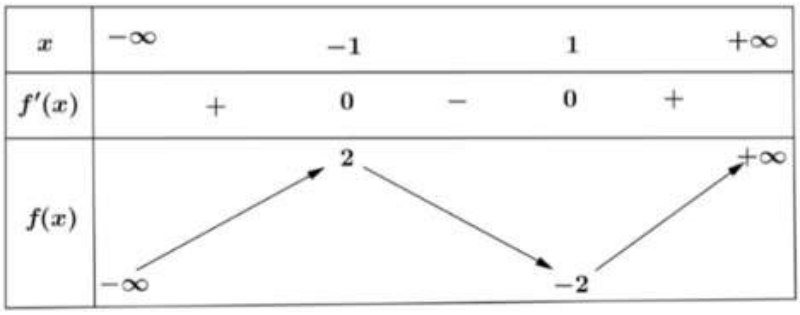
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 92

Câu 193: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $\left[0;2\right]$ bằng

A. 2. **B.** -12. **C.** 4. **D.** -6.

Câu 194: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 195: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0;\pi\right\}$.

Câu 196: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;3;-1\right)$ trên trục Oy . Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có toạ độ là

A. $\left(0;2;3\right)$. **B.** $\left(3;0;0\right)$. **C.** $\left(-2;0;1\right)$. **D.** $\left(0;2;3\right)$.

Câu 197: Tập xác định của hàm số $y=\log_2\left(x-3\right)$ là

A. $\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{3\right\}$. **D.** $\left(3;+\infty\right)$.

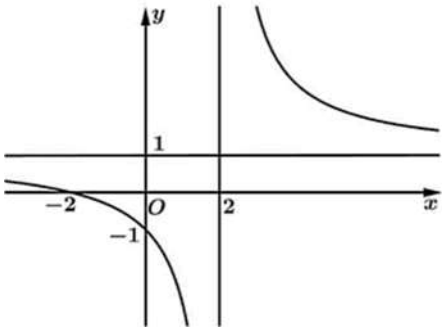
Câu 198: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về khoảng tuổi và số người như bảng sau:

Khoảng tuổi	$\left[22;31\right)$	$\left[31;40\right)$	$\left[40;49\right)$	$\left[49;58\right)$	$\left[58;67\right)$	$\left[67;76\right)$
Số người	33	23	23	16	16	9

Khoảng tứ phân vị (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A. $13,62$. **B.** $25,01$. **C.** $11,38$. **D.** $32,18$.

Câu 199: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}$. **C.** $y=x^3-3x-1$ **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$.

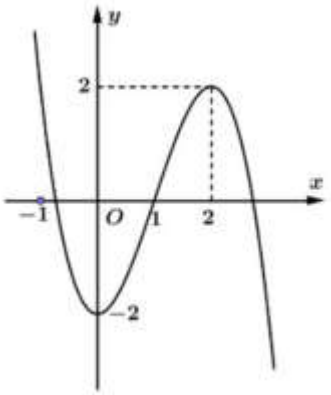
Câu 200: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2025^x$ là

A. $2025^x.\ln 2025+C$ **B.** $2025^x+C.$ **C.** $\dfrac{2025^x}{x+1}+C.$ **D.** $\dfrac{2025^x}{\ln 2025}+C$

Câu 201: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$

A. $y=-2x-1$. **B.** $y=2x-1$. **C.** $y=2x+1$. **D.** $y=-2x+1$.

Câu 202: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\infty;2\right)$. **B.** $\left(-2;2\right)$. **C.** $\left(0;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 203: Nếu $\int_{-1}^{4}f\left(x\right)\mathrm{d}x=2$ thì $\int_{-1}^{4}\left[4-3f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 14. **B.** 5. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 204: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về lương (triệu đồng) và số nhân viên như sau:

Lương (triệu đồng)	$[5;11)$	$[11;17)$	$[17;23)$	$[23;29)$	$[29;35)$
Số nhân viên	15	14	7	12	10

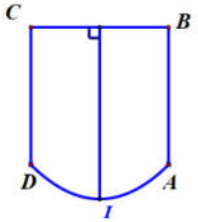
Độ lệch chuẩn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. $8,87$. **B.** $8,76$. **C.** $8,74$. **D.** $2,29$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 93

Câu 205: Ông Hoa làm một cái chuồng chia thành 2 phần bằng nhau để nuôi bò (như hình vẽ bên dưới). Biết $ABCD$ là hình vuông cạnh $4m$ và I là đỉnh của một Parabol có trục đối xứng là trung trực của BC và parabol đi qua hai điểm A,D. Tiền xây chuồng bò hết 350.000 đồng/$1m^2$. Biết I cách BC một khoảng $5m$, hãy tính số tiền chi phí ông Hoa bỏ ra để xây dựng chuồng bò (Làm tròn đến hàng nghìn)?



A. $7.533.000$ đồng. **B.** $7.333.000$ đồng. **C.** $6.533.000$ đồng. **D.** $6.333.000$ đồng.

Câu 206: Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $P\left(X\right)=\frac{7}{18}$. **B.** $P\left(X\right)=\frac{5}{8}$. **C.** $P\left(X\right)=\frac{5}{18}$. **D.** $P\left(X\right)=\frac{11}{18}$.

Câu 207: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=e^{x}$ là

A. $e^{x}+C$. **B.** $\frac{e^{x+1}}{x+1}+C$. **C.** $\frac{e^{x}}{x}+C$. **D.** $xe^{x-1}+C$.

Câu 208: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định với mọi $x\neq 0$ và có bảng xét dấu $f'\left(x\right)$ như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $\left(1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-4;+\infty\right)$. **C.** $\left(-4;1\right)$. **D.** $\left(-4;0\right)$.

Câu 209: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(0;0;1\right)$ và $B\left(1;2;3\right)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x+y+2z-11=0$. **B.** $2x+y+4z-17=0$.

C. $2x+y+4z-4=0$. **D.** $x+2y+2z-2=0$.

Câu 210: Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s\left(t\right)=3t^{2}-4t+9$, trong đó s tính bằng mét và t tính bằng giây. Vận tốc nhỏ nhất vật đạt được trong khoảng thời gian từ $t=1$ đến $t=3$ bằng

A. $4\ m/s$. **B.** $1\ m/s$. **C.** $3\ m/s$. **D.** $2\ m/s$.

Vậy vận tốc nhỏ nhất vật đạt được trong khoảng thời gian từ $t=1$ đến $t=3$ bằng $2\ m/s$.

Câu 211: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M\left(2;3;-1\right)$, $N\left(-1;1;1\right)$, $P\left(1;m-1;3\right)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N?

A. $m=3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 212: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 213: Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn An trong thời gian gần đây được thống kê ở bảng sau:

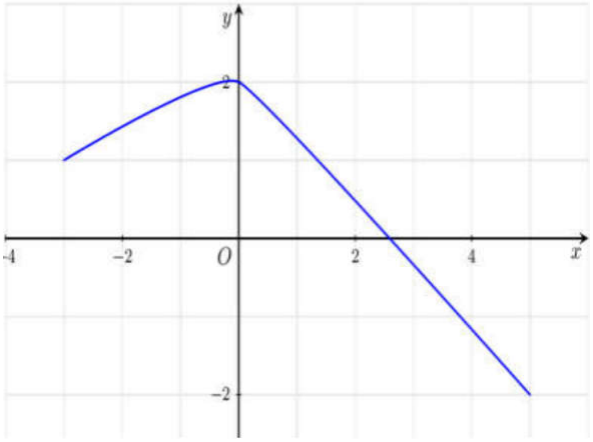
Thời gian (phút)	$[5;15)$	$[15;25)$	$[25;35)$	$[35;45)$
Số ngày	5	5	4	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $9,29$. **B.** $9,25$. **C.** $9,27$. **D.** $9,3$.

Câu 214: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên đoạn $\left[-3;5\right]$ như hình vẽ. Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[-3;5\right]$. Tính $2M-m$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



A. 5. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 215: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2+8x+2}{2x^2-2}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 216: Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $B\left(1;2;-3\right),C\left(7;5;3\right)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$.

A. $E\left(3;9;-1\right)$. **B.** $E\left(3;3;-1\right)$. **C.** $E\left(3;\dfrac{8}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$. **D.** $E\left(2;3;1\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 94

Câu 217: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^{2}. **B.** C_{10}^{2}. **C.** A_{10}^{8}. **D.** 10^2.

Câu 218: Rút gọn biểu thức $P=\cos 3x\cos x-\sin 3x\sin x$

A. $\sin 4x$. **B.** $\cos 2x$. **C.** $\sin 2x$. **D.** $\cos 4x$.

Câu 219: Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 năm học 2024 - 2025 của trường THPT được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6.5. **B.** 10. **C.** 3.5. **D.** 5.

Câu 220: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vec tơ $\vec{n}\left(1;2;-1\right);\vec{m}\left(-1;2;1\right)$.Cosin của góc giữa hai vec tơ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 221: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathrm{R}\setminus\left\{-1\right\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	5	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y=2$, $y=5$ và có một TCĐ $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 222: Họ nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^2+2x+5$ là

A. x^3+x^2+5. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+x^2+5x+C. **D.** x^3+x^2+C.

Câu 223: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

A. $[2;3,5)$. **B.** $[3,5;5)$. **C.** $[5;6,5)$. **D.** $[6,5;8)$.

Câu 224: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=2^{-x}$. **B.** $y=\log_{\sqrt{5}}x$. **C.** $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$. **D.** $y=\log x$.

Câu 225: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

A. $\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{8}=1$. **B.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{7}=1$. **C.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{7}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{8}=-1$.

Câu 226: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

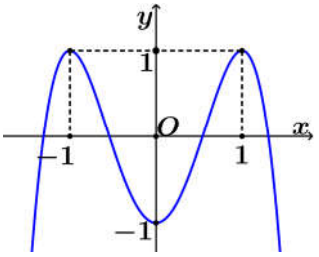
A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\vec{0}$.

Câu 227: Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=-\frac{1}{x}$. **D.** $y=x+\sqrt[3]{x}$.

Câu 228: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ là -1.

B. Đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai điểm cực đại.

C. Cực tiểu của hàm số $y=f\left(x\right)$ là 0.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ là 1.

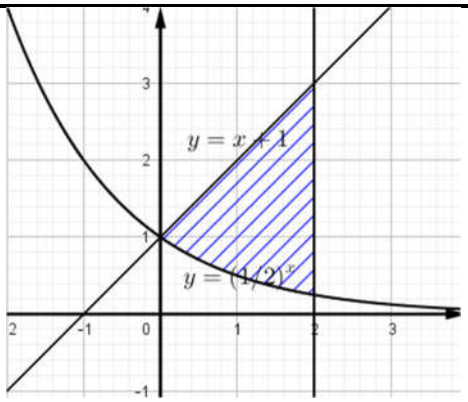
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 95

Câu 229: Cho $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=-\cos x+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f\left(x\right)=-\sin x$. **B.** $f\left(x\right)=-\cos x$. **C.** $f\left(x\right)=\sin x$. **D.** $f\left(x\right)=\cos x$.

Câu 230: Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là

A. $S=\int\limits_0^2\left|x+1-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int\limits_0^2\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-x-1\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int\limits_0^2\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-x+1\right|\mathrm{d}x$.

D. $S=\int\limits_0^2\left|x+1+\left(\frac{1}{2}\right)^x\right|\mathrm{d}x$.

Câu 231: *Bảng 1, Bảng 2* lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (Đơn vị: $^\circ C$)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8;\ 19,8)$	18,3	2
$[19,8;\ 22,8)$	21,3	3
$[22,8;\ 25,8)$	24,3	2
$[25,8;\ 28,8)$	27,3	1
$[28,8;\ 31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 1

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8;\ 19,8)$	18,3	1
$[19,8;\ 22,8)$	21,3	2
$[22,8;\ 25,8)$	24,3	3
$[25,8;\ 28,8)$	27,3	2
$[28,8;\ 31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 2

Dựa vào độ lệch chuẩn, hãy cho biết khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hà Nội có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Huế.

B. Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Hà Nội.

A. Hà Nội và Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều như nhau.

D. Không so sánh được.

Câu 232: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;2;-1\right), B\left(3;0;1\right), C\left(2;2;-2\right)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

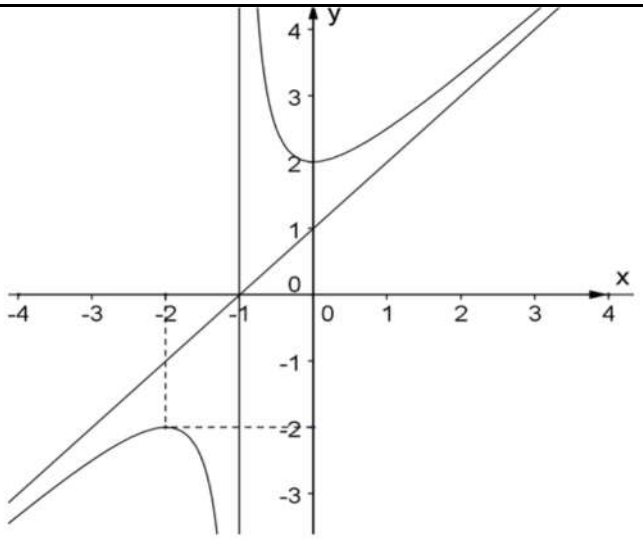
B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 233: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=x+1$

Câu 234: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a\sqrt{2}$. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a$. Góc nhị diện $[S,BC,A]$ có số đo bằng

A. 30°. **B.** 60°. **C.** 45°. **D.** 90°.

Câu 235: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.
C. $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Câu 236: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23}<9$

A. $(-5;5)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(0;5)$.

Câu 237: Nghiệm phương trình $3^{4x}=\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$ là

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{3}{8}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{12\sqrt{3}}$.

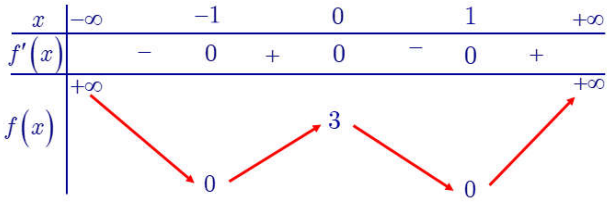
Câu 238: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=-2$, công bội $q=\dfrac{3}{4}$. Số $-\dfrac{81}{128}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 239: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và O là một điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.
C. $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$.

Câu 240: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 96

Câu 241: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$.

C. $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 242: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 243: Hàm số $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = -2x + 1$.

Câu 244: Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}_1 = (3;-1;3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1;-1;3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1;0;3)$.

Câu 245: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 246: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

A. $u_1 = 2$. **B.** $u_1 = 3$. **C.** $u_1 = -3$. **D.** $u_1 = -2$.

Câu 247: Nghiệm của phương trình $3^{2x} = 5$ là

A. $\frac{\log_5 3}{2}$. **B.** $\frac{\log_3 5}{2}$. **C.** $\frac{125}{2}$. **D.** $2\log_5 3$.

Câu 248: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-3;2;-4), R = 25$. **B.** $I(3;-2;4), R = 5$.

C. $I(3;-2;4), R = 25$. **D.** $I(-3;2;-4), R = 5$.

Câu 249: Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$ xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

dưới đây đúng?

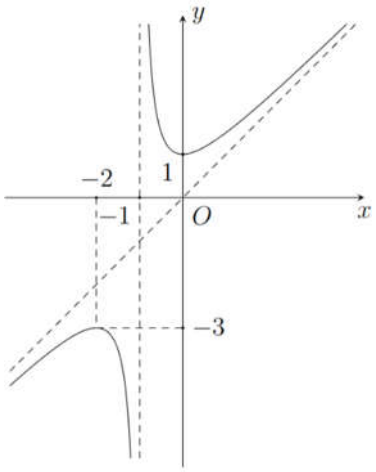
A. $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$.

Câu 250: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $\left(BDA'\right)//\left(B'D'C\right)$. **B.** $\left(ABA'\right)//\left(B'D'C\right)$.

C. $\left(ADD'A'\right)//\left(BCC'B'\right)$. **D.** $\left(ABCD\right)//\left(A'B'C'D'\right)$.

Câu 251: Đồ thị trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$.

Câu 252: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;3;-1\right)$ trên trục Oy. Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có toạ độ là

A. $\left(0;2;3\right)$. **B.** $\left(3;0;0\right)$. **C.** $\left(-2;0;1\right)$. **D.** $\left(0;2;3\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 97

Câu 253: Cho vật thể thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể này bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 2\right)$. Biết rằng thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x^2\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của vật thể này.

A. $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{15}$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$. **C.** $V=\dfrac{32}{15}$. **D.** $V=\dfrac{16}{15}$.

Câu 254: Cho kết quả khảo sát về độ tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực A như sau:

Tuổi kết hôn	$[19;22)$	$[22;25)$	$[25;28)$	$[28;31)$	$[31;34)$
Số phụ nữ	10	27	31	25	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. $5,0$. **B.** $5,1$. **C.** $5,3$. **D.** $5,4$.

Câu 255: Số nghiệm của phương trình $\log_2\left(x-1\right)+\log_2\left(x-3\right)=3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 256: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M\left(3;-1;1\right)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{3}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $3x+2y+z-8=0$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z+3=0$.

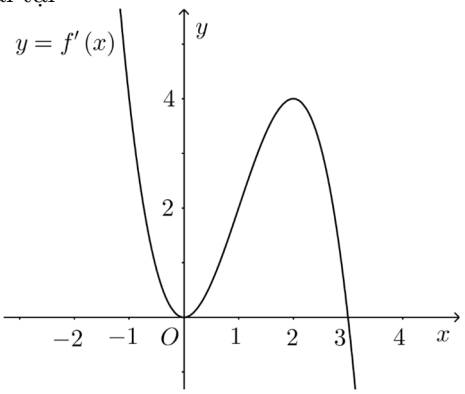
Câu 257: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 258: Tính tổng $S=1+\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+...+\frac{1}{4^n}+...$

A. $\frac{1}{4}$. **B.** $\frac{5}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{4}{3}$.

Câu 259: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đạt cực đại tại



A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 260: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(1;-2;1)$, $\vec{b}=(-2;1;1)$. Tính góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. 60°. **B.** 120°. **C.** 30°. **D.** -30°.

Câu 261: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+2x-3}{x-2}$ là

A. $y=x$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=x+4$.

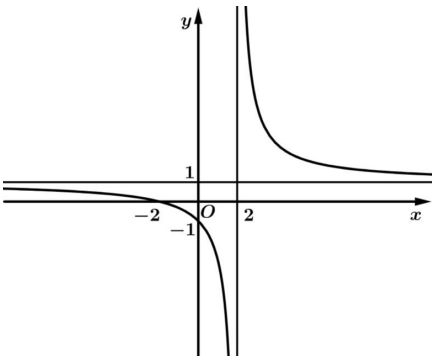
Câu 262: Cho $0<a\neq 1, b>0$. Biết $\log_a b=3$, tính $\log_a(ab)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 4.

Câu 263: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6 cm. Gọi M,N lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ABD. Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB, AD tại E, F. Độ dài đoạn EF bằng

A. 4 cm. **B.** $3cm$. **C.** $5cm$. **D.** 2 cm.

Câu 264: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây



Tính giá trị của biểu thức $P=2a-b+3c$

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. 6. **B.** -6. **C.** -10. **D.** -2.

----------HẾT----------

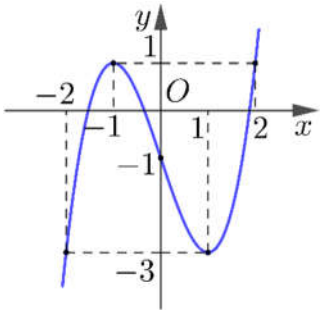
ĐỀ SỐ 98

Câu 265: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+1), \forall x \in \mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 266: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng



A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(2)$.

Câu 267: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right) \le 3$ là

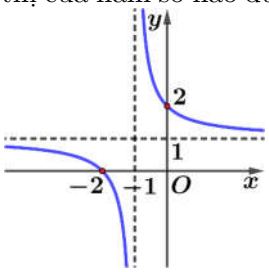
A. $S=\left(-\infty;-5\right] \cup \left[5;+\infty\right)$. **B.** $S=\varnothing$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $P=\left[-5;5\right]$.

Câu 268: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2-3x+1}{x+1}$ có phương trình là:

A. $y=2x-5$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Câu 269: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 270: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x+y-3z+1=0$. **B.** $2x+y-3z-1=0$.

C. $x+z+1=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 271: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	9	9	5	7	2	1

NGUYỄN TIẾN HÀ

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng:

A. 180. **B.** 139. **C.** 60. **D.** 169.

Câu 272: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x = 5$ thì $\int_{-1}^{2} 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** $\frac{5}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 273: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$ bằng:

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 274: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 7$ và công bội $q = 3$. Khi đó số hạng thứ hai của cấp số nhân đã cho là

A. $u_2 = 21$. **B.** $u_2 = 10$. **C.** $u_2 = 49$. **D.** $u_2 = 343$.

Câu 275: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kết luận nào sau đây sai?

A. $(SAB) \perp (ABC)$. **B.** $(SAC) \perp (SBC)$. **C.** $(SAC) \perp (ABC)$. **D.** $(SAB) \perp (SBC)$

Câu 276: Cho hàm số $f(x) = e^x + 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

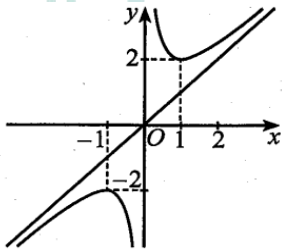
A. $\int f(x)dx = e^{x-2} + C$. **B.** $\int f(x)dx = e^x + 2x + C$.

C. $\int f(x)dx = e^x + C$. **D.** $\int f(x)dx = e^x - 2x + C$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 99

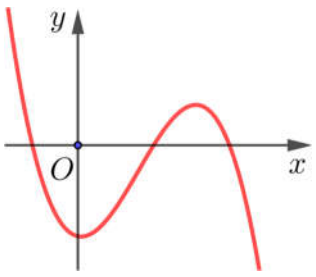
Câu 277: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 278: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a,b,c,d \in \mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 279: Cho $\int 5^x \mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = 5^x \ln 5$. **B.** $F'(x) = 5^x + C$. **C.** $F'(x) = -5^x$. **D.** $F'(x) = 5^x$.

Câu 280: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA \perp (ABCD)$. Đường thẳng BC

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Câu 281: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 282: Một vật chuyển động có phương trình $s(t) = 3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t) = -3\sin t$. **B.** $v(t) = -3\cos t$. **C.** $v(t) = 3\cos t$. **D.** $v(t) = 3\sin t$.

Câu 283: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52. **B.** 42. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 284: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_8 = 26$. Tìm công sai d.

A. $d = \frac{11}{3}$. **B.** $d = \frac{10}{3}$. **C.** $d = \frac{3}{10}$. **D.** $d = \frac{3}{11}$.

Câu 285: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V = \frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 286: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-2) \le 1$ là

A. $(2;3]$. **B.** $(-\infty;7]$. **C.** $[7;+\infty)$. **D.** $(2;7]$.

Câu 287: Phương trình $2^{2x^2+5x+4} = 4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. -1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** 1.

Câu 288: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1$; $x = 4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V = \pi\int_1^4 \sqrt{x}\,\mathrm{d}x$ **B.** $V = \int_1^4 \left|\sqrt{x}\right|\mathrm{d}x$ **C.** $V = \pi^2\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$ **D.** $V = \pi\int_1^4 x\,\mathrm{d}x$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 100

Câu 289: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^{2024}(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 290: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y = 2$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = -1$. **D.** $x = 2$.

Câu 291: Một vật chuyển động với tốc độ $v(t) = 4t + 8\,(m/s)$, với thời gian t tính bằng giây. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t = 8$ đến $t = 10$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

A. $87\left(m\right)$. **B.** $88\left(m\right)$. **C.** $86\left(m\right)$. **D.** $89\left(m\right)$.

Câu 292: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, $SA=1$. Góc giữa đường thẳng SB và AC bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 293: Cho phương trình $\sin^2 x+\left(\cos x+1\right)^2=0$. Tập nghiệm của phương trình là

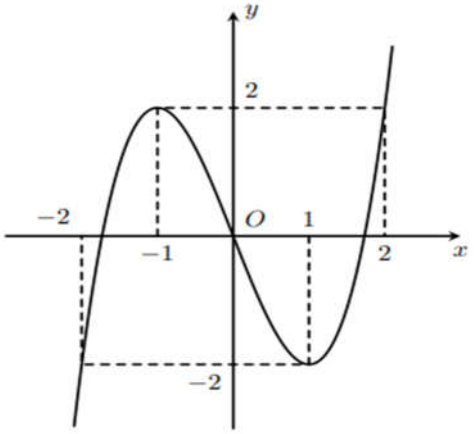
A. $S=\left\{-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\left\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **D.** $S=\left\{\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 294: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(2x-1\right)<\log_5\left(x+2\right)$ là

A. $S=\left(3;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;3\right)$. **C.** $S=\left(\dfrac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=\left(-2;3\right)$.

Câu 295: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3+3x^2$.

Câu 296: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 297: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x-e^x$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx=-\cos x-e^x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=\cos x-e^x+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=-\cos x+e^x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=\cos x-e^x+C$.

Câu 298: Cho A,B là hai biến cố độc lập với $P\left(A\right)=0,2024,P\left(B\right)=0,2025$. Kết quả $P\left(B\setminus A\right)$ bằng

A. $0,4049$. **B.** $0,7975$. **C.** $0,2025$. **D.** $0,2024$.

Câu 299: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$ là

A. $y=2x+1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 300: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có công sai $d=-2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8=72$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số cộng cộng bằng

A. 14. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 2.

----------HẾT----------

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

KHOẢNG BIẾN THIÊN – KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ CỦA MSLGN

- Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	...	$[u_k;u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

- Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} - u_1$ chưa phản ánh được đầy đủ mức độ phân tán của phần lớn các số liệu.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng 1, kí hiệu Δ_Q, là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.
- Tứ phân vị thứ k, kí hiệu là Q_k với $k = 1,2,3,$ của MSL ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_k = u_m + \frac{\frac{kn}{4} - C}{n_m}\left(u_{m+1} - u_m\right).$$

- Trong đó:
  - » $n = n_1 + n_2 + ... + n_k$ là cỡ mẫu.
  - » $[u_m;u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.
  - » n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.
  - » $C = n_1 + n_2 + ... + n_{m-1}$.

PHƯƠNG SAI & ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSLGN

- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau:

$$S^2 = \frac{1}{n}\left(n_1c_1^2 + n_2c_2^2 + ... + n_kc_k^2\right) - \overline{x}^2$$

- Trong thống kê, người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[n_1\left(c_1 - \overline{x}\right)^2 + n_2\left(c_2 - \overline{x}\right)^2 + ... + n_k\left(c_k - \overline{x}\right)^2\right].$$

- Độ lệch chuẩn là căn bậc hai số học của phương sai: Độ lệch chuẩn $= \sqrt{S^2}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

	CẤP SỐ CỘNG	CẤP SỐ NHÂN
1. Định nghĩa:	• $u_{n+1}=u_n+d,\ n\in\mathbb{N}^*$	• $u_{n+1}=u_n.q,\ q\in\mathbb{N}^*$
2. Số hạng tổng quát:	• $u_n=u_1+(n-1)d,\ n\geq 2$	• $u_n=u_1.q^{n-1},\ n\geq 2$
3. Tính chất:	• $u_{k+1}+u_{k-1}=2u_k,\ k\geq 2$	• $u_k^2=u_{k-1}.u_{k+1},\ n\geq 2$
4. Tổng n số hạng đầu:	• $S_n=\dfrac{n}{2}(u_1+u_n)$.	• $S_n=\dfrac{u_1.\left(1-q^n\right)}{1-q}$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và công bội $q=4$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** 12. **D.** $\dfrac{3}{4}$.

Câu 2: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=9$ và công sai $d=2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11. **B.** $\dfrac{9}{2}$. **C.** 18. **D.** 7.

Câu 3: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=2$ và $u_2=6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=2$ và $u_7=-10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 5: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=4$ và $d=8$. Số hạng u_{20} của cấp số cộng đã cho bằng

A. 156. **B.** 165. **C.** 12. **D.** 245.

Câu 6: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $d=-3$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng

A. 26. **B.** -26. **C.** -105. **D.** 105.

Câu 7: Cho cấp số cộng $2;5;8;11;14...$ Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 14.

Câu 8: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=\dfrac{1}{2}$ và công bội $q=2$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 2^8. **B.** 2^9. **C.** $\dfrac{1}{2^{10}}$. **D.** $\dfrac{37}{2}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=-\dfrac{1}{2};\ u_6=16$. Tìm q?

A. $q=\pm 2$. **B.** $q=2$. **C.** $q=-2$. **D.** $q=\dfrac{33}{10}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_2=8$ và công bội $q=3$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số nhân đã cho bằng

A. 24. **B.** $\dfrac{8}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{3}{8}$.

NGUYỄN TIẾN HÀ NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_4 = -26$. Công sai của (u_n) bằng

A. -27. **B.** -9. **C.** -26. **D.** $\sqrt[3]{-26}$.

Câu 12: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 21$. Tìm n?

A. $n = 10$. **B.** $n = 3$. **C.** $n = 7$. **D.** $n = -3$.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_2 = 2$ và $u_3 = 5$. Giá trị của u_5 bằng

A. 12. **B.** 15. **C.** 11. **D.** 25.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 32. **B.** 64. **C.** 42. **D.** -64.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_3 = -1$ và $u_4 = 2$. Công sai d bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tổng của 2019 số hạng đầu bằng

A. 4 080 399. **B.** 4 800 399. **C.** 4 399 080. **D.** 8 154 741.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

A. 4039. **B.** 4390. **C.** 4930. **D.** 4093.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2019} bằng

A. 2.3^{2018}. **B.** 3.2^{2018}. **C.** 2.3^{2019}. **D.** 3.2^{2019}.

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 3$. **B.** $q = 5$. **C.** $q = \dfrac{3}{2}$. **D.** $q = \dfrac{2}{3}$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99}.

A. 401. **B.** 403. **C.** 402. **D.** 404.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$; $d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 226. **B.** 225. **C.** 223. **D.** 224.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 ..... + u_{10}$ bằng

A. $S_{10} = 110$. **B.** $S_{10} = 100$. **C.** $S_{10} = 21$. **D.** $S_{10} = 19$.

Câu 23: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 3$. **B.** $q = 5$. **C.** $q = \dfrac{3}{2}$. **D.** $q = \dfrac{2}{3}$.

Câu 24: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$, $d = -2$. Số hạng thứ 10 của cấp số cộng đó là

A. -5. **B.** -15. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 25: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2, u_6 = 32$. Công bội của cấp số nhân đó là

A. 2. **B.** ± 2. **C.** -2. **D.** $\pm\dfrac{1}{2}$.

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

☆☆☆

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

HÀM SỐ MŨ – LOGARIT

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Công thức mũ

Cho a và b là các số thực dương x và y là những số thực tùy ý.

❶ $a^n = \underbrace{a.a.a...a}_{n \text{ số } a}$	❻ $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$
❷ $a^{x+y} = a^x.a^y$	❼ $\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}, \ (y \geq 2; \ y \in \mathbb{Z}^+)$
❸ $a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	❽ $\left[u(x)\right]^0 = 1, \ \forall u(x) \neq 0$
❹ $a^{x.y} = (a^x)^y = (a^y)^x$	❾ $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \ (n \geq 2; \ n \in \mathbb{Z}^+)$
❺ $a^x.b^x = (a.b)^x$	❿ $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$

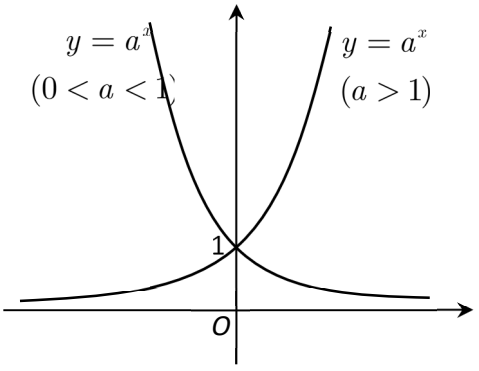
Công thức lôgarit

Cho $0 < a \neq 1$ và $b, \ c > 0$.

❶ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$	❻ $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
❷ $\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$	❼ $\log_a b^n = \begin{cases} n.\log_a b & \text{khi } \alpha \text{ lẻ} \\ n.\log_a \lvert b \rvert & \text{khi } \alpha \text{ chẵn} \end{cases}$
❸ $\log_a b = \log_a c.\log_c b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a} = \dfrac{\log_b c}{\log_a c}$	❽ $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \dfrac{\ln b}{\ln a}$
❹ $\log_a 1 = 0, \quad \log_a a = 1$	❾ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$
❺ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	❿ $\begin{cases} \ln b = \log_e b \\ \lg b = \log b = \log_{10} b \end{cases}$

I. HÀM SỐ MŨ

1. **Định nghĩa**: Cho số thực dương $a \neq 1$. Hàm số $y = a^x$ được gọi là hàm số mũ cơ số a.
2. **Tập xác định**: $y = a^{P(x)}$ xác định khi $P(x)$ xác định. Đối với $y = a^x$ thì có TXĐ: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
3. **Tập giá trị**: Tập giá trị của hàm số mũ là $T = (0; +\infty)$.
4. **Đạo hàm**: $\boxed{(a^u)' = u'.a^u \ln a} \Rightarrow \begin{cases} \bullet \ (a^x)' = a^x.\ln a. \\ \bullet \ (\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x \quad . \\ \bullet \ (\mathrm{e}^u)' = u'.\mathrm{e}^u. \end{cases}$
5. **Đồ thị hàm số mũ** $y = a^x$

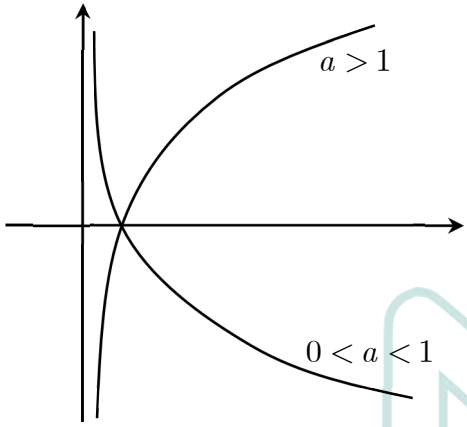


Tập xác định	$\mathscr{D} = (-\infty; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = a^x \ln a$.
Đơn điệu	• $a > 1$: hàm số đồng biến. • $0 < a < 1$: nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Ox là tiệm cận ngang.
Đồ thị	Đi qua điểm $(0;1)$ và $(1;a)$, nằm về phía trên trục hoành $(y = a^x > 0, \ \forall x \in \mathbb{R})$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

II. HÀM SỐ LÔGARIT

1. **Định nghĩa**: Cho $0 < a \neq 1$. Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a.
2. **Tập xác định**: $y = \log_a[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.
   Nếu a chứa biến x thì bổ sung $a \neq 1, a > 0$.
   Đặc biệt:
   - $y = \ln[P(x)]$ hoặc $y = \log[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.
   - $y = \log_a[P(x)]^n \Rightarrow$ điều kiện: $\begin{cases} \circ & P(x) > 0: \text{ nÕu n lÎ} \\ \circ & P(x) \neq 0: \text{ nÕu n ch½n} \end{cases}$.
3. **Tập giá trị**: Tập giá trị của hàm số logarit là $T = \mathbb{R}$.
4. **Đạo hàm**: $\boxed{(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a}} \Rightarrow (\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$. **Đặc biệt** $\left(\ln|x|\right)' = \dfrac{1}{x}$ và $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$.
5. **Đồ thị hàm số lôgarit** $y = \log_a x$



Tập xác định	$\mathscr{D} = (0; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = \dfrac{1}{x \ln a}$.
Đơn điệu	• $a > 1$: hàm số đồng biến. • $0 < a < 1$: hàm số nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Oy là tiệm cận đứng.
Đồ thị	Đi qua các điểm $(1;0)$ và $(a;1)$, nằm về phía phải trục tung.

Nhận xét:
Đồ thị của các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$, $(0 < a \neq 1)$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$, (góc phần tư thứ nhất và thứ ba trong hệ trục Oxy).

PHƯƠNG TRÌNH MŨ – PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1. **Phương trình mũ cơ bản** $a^x = b$, $(a > 0,\ a \neq 1)$.
   - Nếu $b > 0$ thì phương trình $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.
   - Nếu $b \leq 0$ thì phương trình $a^x = b$ vô nghiệm (do $a^x > 0$).
2. **Phương trình lôgarit cơ bản** $\log_a x = b$, $(a > 0,\ a \neq 1)$.
   Theo định nghĩa lôgarit, ta có phương trình $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.
3. **Phương trình đưa về cùng cơ số**
   Đặt điều kiện, rồi sử dụng công thức mũ và lôgarit để đưa về một trong những dạng sau:
   ① Nếu $a > 0,\ a \neq 1$ thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.
   ② Dạng $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0,\ g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.
   Lưu ý : Sau khi giải tìm nghiệm, ta nên so sánh với điều kiện ban đầu.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1. Bất phương trình mũ cơ bản $a^x > b,\ (a > 0,\ a \neq 1)$.

— Nếu $b \leq 0$ thì tập nghiệm là $S = \mathbb{R}$ vì $a^x > 0 \geq b,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

— Nếu $b > 0$:

- Với $a > 1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.
- Với $0 < a < 1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.

2. Bất phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x > b,\ (a > 0,\ a \neq 1)$.

— Nếu $a > 1$ thì bất phương trình $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.

— Nếu $0 < a < 1$ thì bất phương trình $\log_a x \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.

3. Bất phương trình mũ và lôgarit đưa về cùng cơ số

Tìm điều kiện và dùng các công thức mũ hoặc lôgarit đưa về các dạng cơ bản:

— Dạng $a^{f(x)} > a^{g(x)}$:

- Nếu $a > 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$. (cùng chiều khi $a > 1$).
- Nếu $0 < a < 1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$. (ngược chiều khi $0 < a < 1$).

— Dạng $\log_a f(x) > \log_a g(x)$:

- Nếu $a > 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ (cùng chiều khi $a > 1$).
- Nếu $0 < a < 1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ (ngược chiều khi $0 < a < 1$).

Lưu ý : Sau khi giải tìm nghiệm, ta phải so sánh với điều kiện ban đầu.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} < 4$ là

A. $\left(-\infty;\log_3 4\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\log_3 2\right)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $0,3^{2x} < 9$ là

A. $\left(-\infty;\log_{0,3} 9\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{2}\right)$. **C.** $\left(\log_{0,3} 3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\log_{0,3} 3\right)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \geq \dfrac{1}{9}$ là

A. $\left[-4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;4\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Câu 4: Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1} \geq \dfrac{1}{4}$.

A. $x \leq 3$. **B.** $x > 3$. **C.** $x \geq 3$. **D.** $1 < x \leq 3$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x+1} > 1$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{2x-1} \leq \left(\dfrac{4}{5}\right)^{2-x}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;1\right]$. **C.** $\left[3;+\infty\right)$. **D.** $\left[1;+\infty\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

A. $\left[-1;1\right]$. **B.** $\left(-\infty;1\right]$. **C.** $\left[-\sqrt{7};\sqrt{7}\right]$. **D.** $\left(1;+\infty\right]$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $\left[-2;4\right]$. **B.** $\left[-4;2\right]$. **C.** $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[4;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-4\right]\cup\left[2;+\infty\right)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

A. $\left(4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-4;4\right)$. **C.** $\left(-\infty;4\right)$. **D.** $\left(0;4\right)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x} \leq 8$ là

A. $\left(-\infty;-3\right]$. **B.** $\left[-3;1\right]$. **C.** $\left(-3;1\right)$. **D.** $\left(-3;1\right]$.

Câu 11: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=\left(-\infty;2\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;1\right)$. **C.** $S=\left(1;+\infty\right)$. **D.** $S=\left(2;+\infty\right)$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

A. $S=\left[1;2\right]$. **B.** $S=\left(-\infty;1\right)$. **C.** $S=\left(1;2\right)$. **D.** $S=\left(2;+\infty\right)$.

Câu 13: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

A. 7. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 8.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x-6}$ là

A. $\left(0;6\right)$. **B.** $\left(-\infty;6\right)$. **C.** $\left(0;64\right)$. **D.** $\left(6;+\infty\right)$.

Câu 15: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là

A. $\left[3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-1\right]$. **C.** $\left[-1;3\right]$. **D.** $\left(-1;3\right)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

A. $\left(10;+\infty\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left[10;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;10\right)$.

Câu 17: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2\left(2x+3\right) \geq 0$ là

A. $S=\left(-\infty;-1\right]$. **B.** $S=\left[-1;+\infty\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;0\right]$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0.3}\left(5-2x\right) > \log_{\frac{3}{10}} 9$ là

A. $\left(0;\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-2;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $\left(-2;+\infty\right)$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}\left(x-1\right) > 1$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[1;\frac{3}{2}\right)$.

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

A. $\left(-1;6\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};6\right]$. **C.** $\left(6;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;6\right)$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3\left(2x+3\right) < \log_3\left(1-x\right)$

A. $\left(-\frac{2}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(13-x^2\right) \geq 2$ là

A. $\left(-\infty;-2\right]\cup\left[2:+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right]$.

C. $\left(0;2\right]$. **D.** $\left[-2;2\right]$.

Câu 23: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x+1\right) < \log_{\frac{1}{2}}\left(2x-1\right)$.

A. $S=\left(2;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-1;2\right)$. **C.** $S=\left(-\infty;2\right)$. **D.** $S=\left(\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 24: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}\left(15x+2\right) > \log_{0,8}\left(13x+8\right)$ là

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3x+1\right) < 2$ là

A. $\left[-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

☆☆☆

Chúc các em ôn thi đạt kết quả tốt nhất!

NGUYỄN TIẾN HÀ
NGUYỄN TIẾN HÀ

MỤC LỤC

Trang

ĐỀ MINH HỌA BGD KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2025 1

- Kiến thức cần nhớ về ứng dụng đạo hàm 5
- **Dạng toán 1**. Câu 13. Trả lời đúng sai liên quan đến ứng dụng đạo hàm **(60 Câu BTRL)**... 15
- **Dạng toán 2**. Câu 14. Trả lời đúng sai liên quan đến toán chuyển động **(60 Câu BTRL)**.... 29
- **Dạng toán 3**. Câu 15. Trả lời đúng sai liên quan đến xác suất, thống kê **(60 Câu BTRL)** ... 49
- **Dạng toán 4**. Câu 16. Trả lời đúng sai liên quan đến hình học Oxyz **(50 Câu BTRL)**..... 82
- **Dạng toán 5**. Câu 17. Trả lời ngắn: Bài toán khoảng cách **(90 Câu BTRL)**..... 97
- **Dạng toán 6**. Câu 18. Trả lời: Bài toán đường đi ngắn nhất **(28 Câu BTRL)** 118
- **Dạng toán 7**. Câu 19. Trả lời ngắn: Bài toán hình học Oxyz **(65 câu BTRL)** 128
- **Dạng toán 8**. Câu 20. Trả lời ngắn: Bài toán ứng dụng tích phân **(74 Câu BTRL)**..... 146
- **Dạng toán 9**. Câu 21. Trả lời ngắn: Bài toán thực tế ứng dụng đạo hàm **(60 Câu BTRL)**... 184
- **Dạng toán 10**. Câu 22. Trả lời ngắn: Bài toán xác suất **(80 Câu BTRL)**..... 196

100 ĐỀ TRẮC NGHIỆM 4 PHƯƠNG ÁN 196

- **Đề số 01-25**. 196
- **Đề số 26-50**. 242
- **Đề số 51-75**. 277
- **Đề số 76-100**. 314
- **Phụ lục**. 351

- https://www.facebook.com/ToanThayTienHa/
- https://www.facebook.com/ThayHaPowerMath/
- **ĐT: 0949.888.993** – Zalo Thầy **Nguyễn Tiến Hà**

Quý thầy cô cần file dạy xin liên hệ tác giả (phí coffee ạ), file GV và file HS.

Chuyên đề ôn thi TN. THPT 2025

ThS. Nguyễn Tiến Hà

CHUYÊN ĐỀ

NTH

TOÁN 12

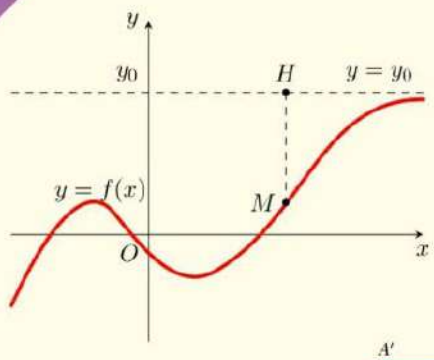
ÔN THI TỐT NGHIỆP THPT 2025

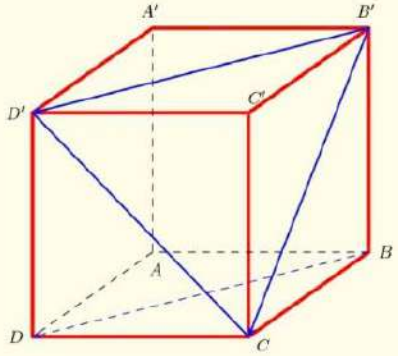
A TÓM TẮT LÍ THUYẾT

B PT ĐỀ MINH HỌA

C BÀI TẬP RÈN LUYỆN

D BỘ ĐỀ ÔN TẬP





TĂNG TỐC VỀ ĐÍCH

ĐỀ MINH HỌA KỲ THI THPT QUỐC GIA NĂM 2025

PHẦN I. Thí sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x$ là

A. $\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** e^x+C. **C.** $\dfrac{e^x}{x}+C$. **D.** $x.e^{x-1}+C$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên đoạn $[a;b]$. Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng (H) quanh trục Ox có thể tích là

A. $V=\pi\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi^2\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$.

C. $V=\pi^2\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$. **D.** $V=\pi\int_a^b [f(x)]^2\,\mathrm{d}x$.

Câu 3: Hai mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2 có bảng tần số ghép nhóm như sau:

M_1

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	3	4	8	6	4

M_2

Nhóm	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Tần số	6	8	16	12	8

Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm M_1, M_2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

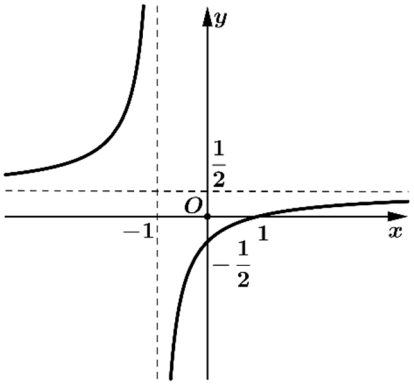
A. $s_1=s_2$. **B.** $s_1=2s_2$. **C.** $2s_1=s_2$. **D.** $4s_1=s_2$.

Câu 4: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $M(1;-3;5)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u}(2;-1;1)$ là

A. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-3}{-1}=\dfrac{z+5}{1}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$. **D.** $\dfrac{x+1}{2}=\dfrac{y+3}{-1}=\dfrac{z-5}{1}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=-1$. **B.** $y=\dfrac{1}{2}$.

C. $y=-1$. **D.** $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)<3$ là

A. $(1;9)$. **B.** $(-\infty;9)$.

C. $(9;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 7: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-3y-z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}_1(1;-3;1)$. **B.** $\vec{n}_2(1;-3;-1)$. **C.** $\vec{n}_3(1;-3;8)$. **D.** $\vec{n}_4(1;3;8)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA \perp (ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

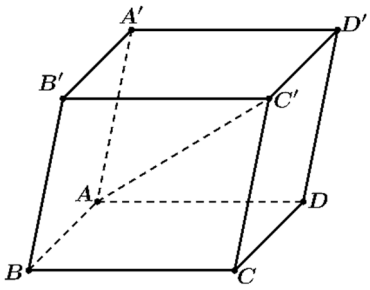
Câu 9: Nghiệm của phương trình $2^x = 6$ là

A. $x = \log_6 2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x = \log_2 6$.

Câu 10: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

A. 5. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 11: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (minh họa như hình bên). Phát biểu nào sau đây là đúng?



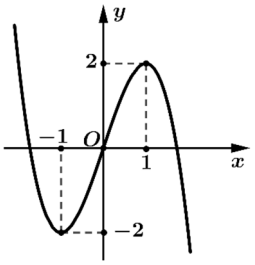
A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$.

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

D. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 12: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1.B	2.D	3.A	4.C	5.B	6.A	7.B	8.A	9.D	10.C	11.D	12.C

PHẦN II. Thí sinh trả lời từ câu 13 đến câu 16. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 13: Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x$.

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6} + \sqrt{3}$.

Câu 14: Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn 200 m, tốc độ của ô tô là 36 km/h. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ $(a,b\in\mathbb{R}, a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t)=\int_0^{24} v(t)\,\mathrm{d}t$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là 100 km/h.

Câu 15: Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

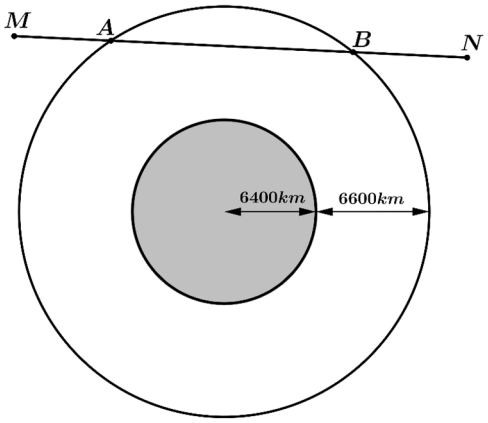
a) Xác suất $P(B)=\dfrac{21}{40}$ và $P(\overline{B})=\dfrac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P(A|B)=0,3$.

c) Xác suất $P(A)=0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Câu 16: Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7 500 000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6 600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6 400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M(6;20;0)$ đến điểm $N(-6;-12;16)$.



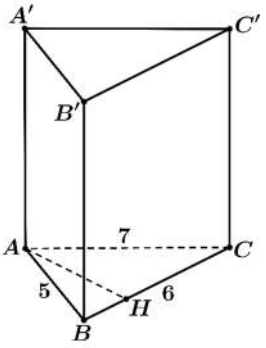
a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases}$ $(t\in\mathbb{R})$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A(-3;-4;12)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

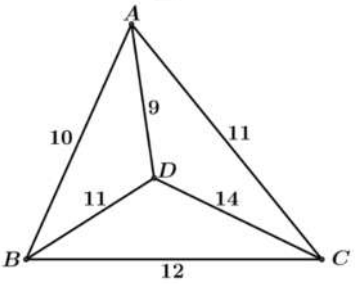
d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

PHẦN III. Thí sinh trả lời từ câu 17 đến câu 22

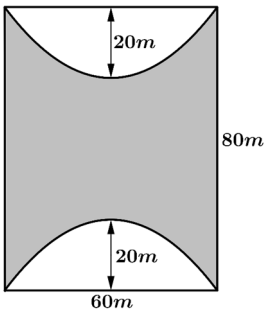


Câu 17: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Câu 18: Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A,B,C,D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Câu 19: Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A\left(3;1;0\right)$, $B\left(3;6;6\right)$, $C\left(4;6;2\right)$, $D\left(6;2;14\right)$; vị trí $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?



Câu 20: Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa). Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

Câu 21: Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1\le x\le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F\left(x\right)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G\left(x\right)=x+1000+\dfrac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Câu 22: Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

----------HẾT----------

§ CHỦ ĐỀ 1. ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ KHẢO SÁT HÀM SỐ

Dang toán 1. Câu 13. Ứng dụng đạo hàm

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

1. Các quy tắc tính đạo hàm

① $\left(\dfrac{u}{v}\right)' = \dfrac{u'v - v'u}{v^2}$.	② $(u.v)' = u'v + v'u$.	③ $(k.u)' = k.u',\ (k \in \mathbb{R})$.

2. Bảng đạo hàm của

○ $(C)' = 0 \qquad C \in \mathbb{R}$.	○ $\left(x\right)' = 1$.
○ $\left(x^n\right)' = n.x^{n-1}\ (n \in \mathbb{N})$.	○ $\left(u^n\right)' = n.u^{n-1}.u' \qquad (n \in \mathbb{N}^*)$.
○ $\left(\sqrt{x}\right)' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}\ (x > 0)$.	○ $\left(\sqrt{u}\right)' = \dfrac{u'}{2\sqrt{u}} \qquad (u > 0)$.
○ $\left(\dfrac{1}{x}\right)' = \dfrac{-1}{x^2} \qquad (x \neq 0)$.	○ $\left(\dfrac{1}{u}\right)' = -\dfrac{u'}{u^2} \quad (u \neq 0)$.
○ Công thức tính nhanh 1) $\left(\dfrac{ax+b}{cx+d}\right)' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$. 2) $\left(\dfrac{a_1x^2+b_1x+c_1}{a_2x^2+b_2x+c_2}\right)' = \dfrac{abx^2+2acx+bc}{(a_2x^2+b_2x+c_2)^2}$ *(tích huyền trừ tích sắc)*	

3. Bảng đạo hàm của hàm số lượng giác

○ $(\sin x)' = \cos x$.	○ $(\sin u)' = u'.\cos u$.
○ $(\cos x)' = -\sin x$.	○ $(\cos u)' = -u'.\sin u$.
○ $(\tan x)' = 1 + \tan^2 x = \dfrac{1}{\cos^2 x}$.	○ $(\tan u)' = u'.(1 + \tan^2 u) = \dfrac{u'}{\cos^2 u}$.
○ $(\cot x)' = -(1 + \cot^2 x) = -\dfrac{1}{\sin^2 x}$.	○ $(\cot u)' = -u'.(1 + \cot^2 u) = -\dfrac{u'}{\sin^2 u}$.

4. Bảng đạo hàm của hàm số mũ - logarit

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ (a^x)' = a^x.\ln a \\ \bullet\ (a^u)' = u'.a^u.\ln a \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \circ\ (\mathrm{e}^u)' = u'.\mathrm{e}^u \\ \circ\ (\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x \end{array}\right.$$

$$\left.\begin{array}{l} \bullet\ (\log_a x)' = \dfrac{1}{x\ln a} \\ \bullet\ (\log_a u)' = \dfrac{u'}{u\ln a} \end{array}\right\} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} \circ\ (\ln u)' = \dfrac{u'}{u} \\ \circ\ (\ln x)' = \dfrac{1}{x} \end{array}\right.$$

5. Các công thức lượng giác quan trọng

5.1. Đường tròn lượng giác và dấu của các giá trị lượng giác

Cung phần tư / Giá trị LG	I $0^\circ < \alpha < 90^\circ$	II $90^\circ < \alpha < 180^\circ$	III $180^\circ < \alpha < 270^\circ$	IV $270^\circ < \alpha < 360^\circ$
$\sin\alpha$	+	+	−	−
$\cos\alpha$	+	−	−	+
$\tan\alpha$	+	−	+	−
$\cot\alpha$	+	−	+	−

5.2. Công thức lượng giác cơ bản

$\sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1$	$1+\tan^2\alpha=\dfrac{1}{\cos^2\alpha}$	$1+\cot^2\alpha=\dfrac{1}{\sin^2\alpha}$	$\tan\alpha.\cot\alpha=1$

5.3. Cung góc liên kết

Cung đối nhau	Cung bù nhau	Cung phụ nhau	Cung hơn kém π
$\cos(-a)=\cos a$	$\sin(\pi-a)=\sin a$	$\sin\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\cos a$	$\sin(\pi+a)=-\sin a$
$\sin(-a)=-\sin a$	$\cos(\pi-a)=-\cos a$	$\cos\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\sin a$	$\cos(\pi+a)=-\cos a$
$\tan(-a)=-\tan a$	$\tan(\pi-a)=-\tan a$	$\tan\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\cot a$	$\tan(\pi+a)=\tan a$
$\cot(-a)=-\cot a$	$\cot(\pi-a)=-\cot a$	$\cot\left(\dfrac{\pi}{2}-a\right)=\tan a$	$\cot(\pi+a)=\cot a$

5.4. Công thức cộng cung

$\sin(a\pm b)=\sin a\cdot\cos b\pm\cos a\cdot\sin b.$	$\cos(a\pm b)=\cos a\cdot\cos b\mp\sin a\cdot\sin b.$
$\tan(a+b)=\dfrac{\tan a+\tan b}{1-\tan a\cdot\tan b}.$	$\tan(a-b)=\dfrac{\tan a-\tan b}{1+\tan a\cdot\tan b}.$

5.5. Công thức nhân đôi và hạ bậc

Nhân đôi	Hạ bậc
$\sin 2\alpha=2\sin\alpha\cdot\cos\alpha$	$\sin^2\alpha=\dfrac{1-\cos 2\alpha}{2}$
$\cos 2\alpha=\begin{bmatrix}\cos^2\alpha-\sin^2\alpha\\ 2\cos^2\alpha-1=1-2\sin^2\alpha\end{bmatrix}$	$\cos^2\alpha=\dfrac{1+\cos 2\alpha}{2}$

5.6. Công thức biến đổi tổng thành tích

$\cos a+\cos b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\cos a-\cos b=-2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$
$\sin a+\sin b=2\sin\dfrac{a+b}{2}\cdot\cos\dfrac{a-b}{2}$	$\sin a-\sin b=2\cos\dfrac{a+b}{2}\cdot\sin\dfrac{a-b}{2}$
Đặc biệt	
$\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)=\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)$	
$\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)=-\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)$	

5.7. Công thức biến đổi tích thành tổng

$\cos a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)+\cos(a+b)\right]$	$\sin a\cdot\sin b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\cos(a-b)-\cos(a+b)\right]$
$\sin a\cdot\cos b=\dfrac{1}{2}\cdot\left[\sin(a-b)+\sin(a+b)\right]$	

5.8. Bảng giá trị lượng giác một số góc đặc biệt

	0^0	30^0	45^0	60^0	90^0	120^0	135^0	150^0	180^0	360^0
	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{2\pi}{3}$	$\frac{3\pi}{4}$	$\frac{5\pi}{6}$	π	2π
$\sin\alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	0
$\cos\alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1	1
$\tan\alpha$	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	kxđ	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	0	0

5.9. Công thức nghiệm của các phương trình lượng giác cơ bản

Với $k\in\mathbb{Z}$, ta có các phương trình lượng giác cơ bản sau:

- $\sin a=\sin b\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b+k2\pi\\a=\pi-b+k2\pi\end{array}\right.$.
- $\cos a=\cos b\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=b+k2\pi\\a=-b+k2\pi\end{array}\right.$.
- $\tan a=\tan b\Leftrightarrow a=b+k\pi$.
- $\cot a=\cot b\Leftrightarrow a=b+k\pi$.

Nếu đề bài cho dạng độ (α°) thì ta sẽ chuyển $k2\pi\to k360^\circ$, $k\pi\to k180^\circ$, với $\pi=180^\circ$.

5.10. Với $k\in\mathbb{Z}$, ta cần nhớ những trường hợp nghiệm đặc biệt:

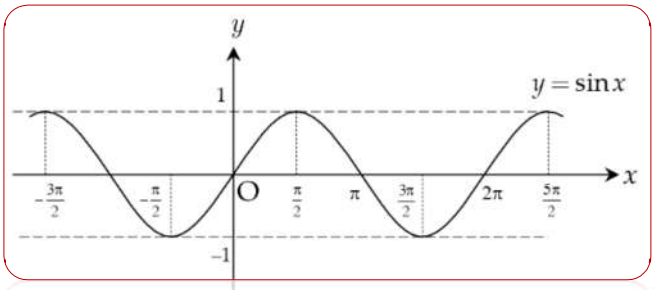
- $+\ \sin x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi$
- $+\ \sin x=0\Leftrightarrow x=k\pi$
- $+\ \sin x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{2}+k2\pi$

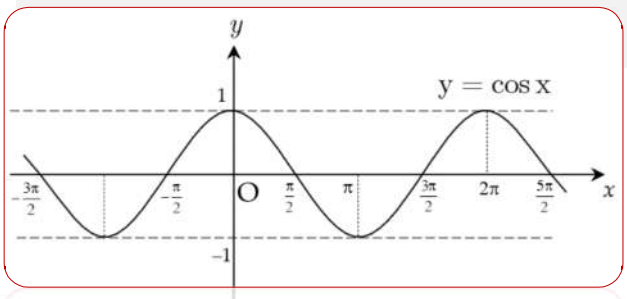
- $+\ \cos x=1\Leftrightarrow x=k2\pi$
- $+\ \cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$
- $+\ \cos x=-1\Leftrightarrow x=\pi+k2\pi$

- $+\ \tan x=0\Leftrightarrow x=k\pi$
- $+\ \tan x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$
- $+\ \tan x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$

- $+\ \cot x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi$
- $+\ \cot x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$
- $+\ \cot x=-1\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi$

5.11. Đồ thị hàm số lượng giác

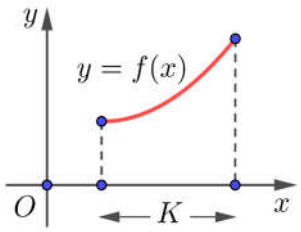




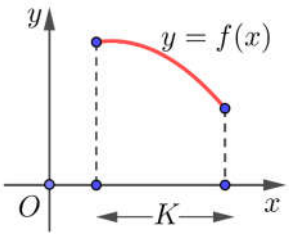
6. Ứng dụng đạo hàm để khảo sát hàm số

1. Tính đồng biến, nghịch biến của hàm số

- Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K thì đồ thị *đi lên* từ trái sang phải (*Hình 1a*).
- Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên K thì đồ thị *đi xuống* từ trái sang phải (*Hình 1b*).



Hình 1a

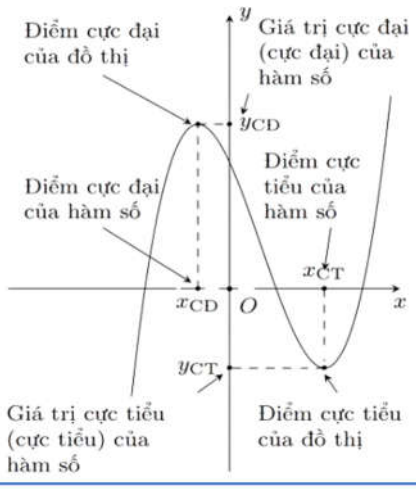


Hình 1b

2. Cực trị của hàm số

x	a		x_0		b
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$f(x_0)$ Cực đại	↘	

x	a		x_0		b
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(x_0)$ Cực tiểu	↗	



3. Bài toán liên quan tính đơn điệu có chứa tham số

(1) Tìm tham số m để hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ đơn điệu trên tập xác định

- **Bước 1:** Tập xác định: $D=\mathbb{R}$ Tính đạo hàm $y'=3ax^2+2bx+c$
- **Bước 2:** Điều kiện để hàm đơn điệu:

Để y **đồng biến** trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \geq 0\, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

Để y **nghịch biến** trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \leq 0\, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ \Delta_{y'} \leq 0 \end{cases}$

(2) Tìm tham số m để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ đơn điệu trên từng khoảng xác định

- **Bước 1:** Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$ Tính $y'=\dfrac{ad-cb}{(cx+d)^2}$
- **Bước 2:** Điều kiện để hàm đơn điệu:

Để y **đồng biến** trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'>0 \Leftrightarrow ad-bc>0$

Để y **nghịch biến** trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'<0 \Leftrightarrow ad-bc<0$.

4. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số

Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$:

- **Bước 1:** Tìm các điểm $x_1;x_2;...;x_n$ thuộc $(a;b)$ sao cho $f'(x)=0$.
- **Bước 2:** Tính $f(a);f(x_1);f(x_2);...;f(x_n);f(b)$
- **Bước 3:** Gọi M là số lớn nhất và m là số nhỏ nhất trong các giá trị ở Bước 2.
  Khi đó $M=\max\limits_{[a;b]} f(x)$ và $m=\min\limits_{[a;b]} f(x)$.

Sử dụng bất đẳng thức thường gặp:

❖ **Bất đẳng thức Cô-si:**

- Với hai số thực không âm: $a+b\ge 2\sqrt{ab}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b$.
- Với ba số thực không âm: $a+b+c\ge 3\sqrt[3]{abc}$. Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a=b=c$.
- Với n thực không âm: $a_1+a_2+...+a_n\ge n\sqrt[n]{a_1a_2...a_n}$.
  Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow a_1=a_2=...=a_n$.

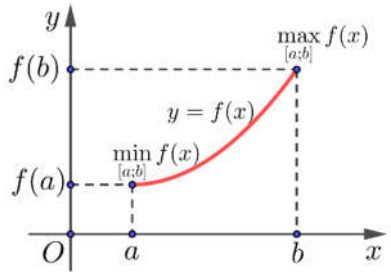
Sử dụng "Tập giá trị" của hàm số lượng giác:

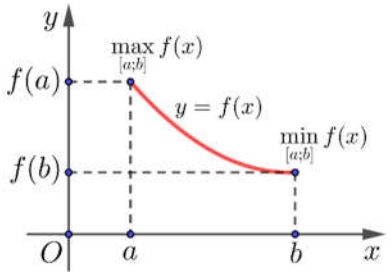
- Dựa vào tập giá trị của hàm số lượng giác: $\begin{cases}-1\le \sin x\le 1\\ -1\le \cos x\le 1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}0\le \sin^2 x\le 1\\ 0\le \cos^2 x\le 1\end{cases}$

Chú ý: Nếu $y=f(x)$:

✓ đồng biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases}\min\limits_{[a;b]} f(x)=f(a)\\ \max\limits_{[a;b]} f(x)=f(b)\end{cases}$.

✓ nghịch biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases}\min\limits_{[a;b]} f(x)=f(b)\\ \max\limits_{[a;b]} f(x)=f(a)\end{cases}$



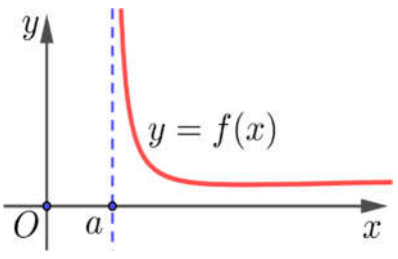


5. Đường tiệm cận của đồ thị hàm số

a) Đường tiệm cận đứng:

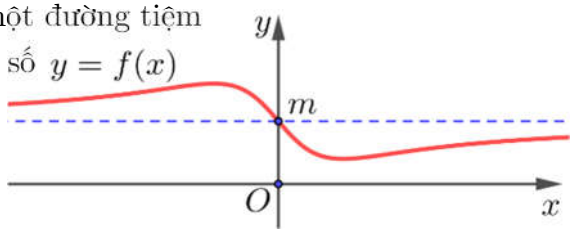
Định nghĩa: Đường thẳng $x=a$ được gọi là một đường tiệm cận đứng (hay tiệm cận đúng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau thoả mãn:

- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^-} f(x)=-\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=+\infty$
- $\lim\limits_{x\to a^+} f(x)=-\infty$



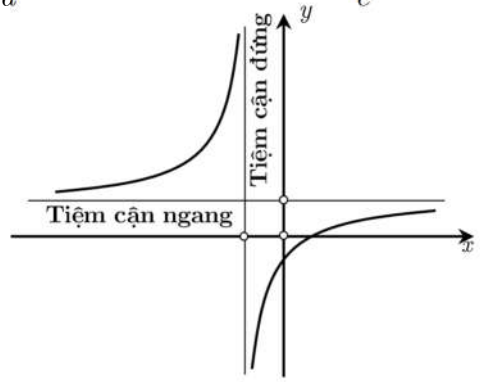
b) Đường tiệm cận ngang:

Định nghĩa: Đường thẳng $y = m$ được gọi là một đường tiệm cận ngang (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = m$ hoặc $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = m$



➢ **Đặc biệt:**

Đối với hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$.



c) Đường tiệm cận xiên:

Định nghĩa: Đường thẳng $y = ax + b, a \neq 0$, được gọi là đường tiệm cận xiên (hay tiệm cận xiên) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu

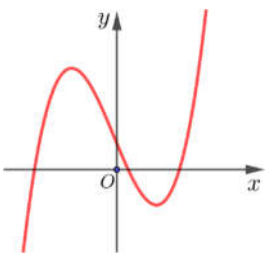
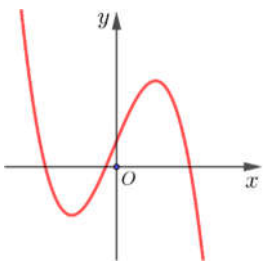
- $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$ hoặc
- $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x) - (ax+b)\right] = 0$

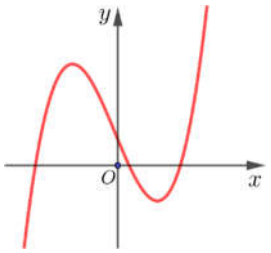
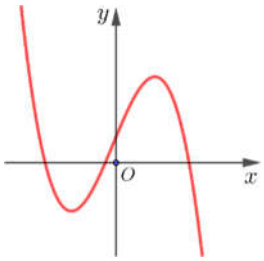
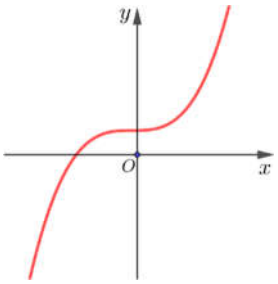
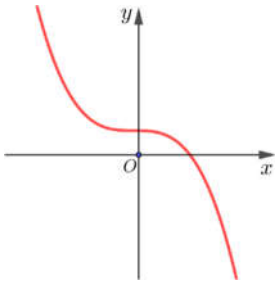
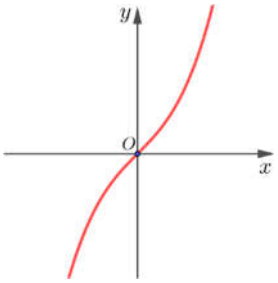
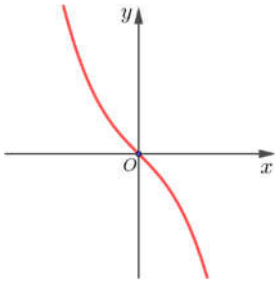
➢ **Chú ý:** Đối với hàm số phân thức $f(x) = \dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ ta có thể chia đa thức để biến đổi về dạng $f(x) = a'x + b' + \dfrac{e}{mx+n}$ với $e \neq 0$.

Suy ra $y = a'x + b'$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số

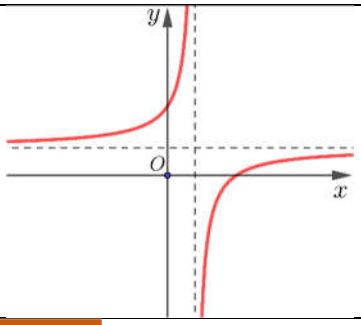
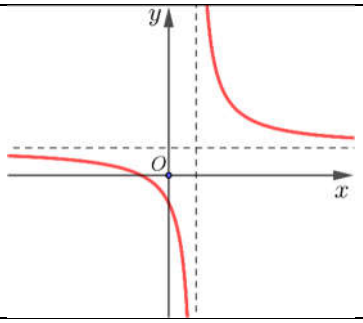
6. Đồ thị hàm số

a) Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$

Trường hợp	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $(b^2 - 3ac > 0)$		

Trường hợp	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt $\left(b^2 - 3ac > 0\right)$		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép $\left(b^2 - 3ac = 0\right)$		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm $\left(b^2 - 3ac < 0\right)$		

b) Hàm số phân thức bậc nhất trên bậc nhất $y = \dfrac{ax + b}{cx + d}$ $\left(c \neq 0,\ ad - bc \neq 0\right)$

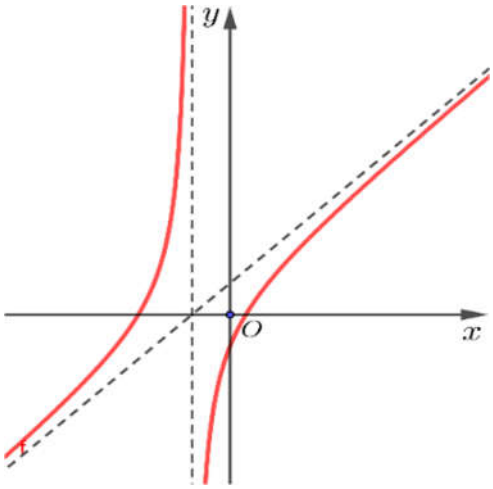
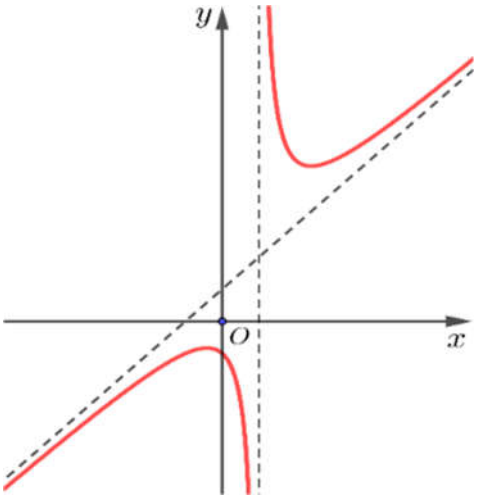
$D = ad - bc > 0$	$D = ad - bc < 0$
	

Chú ý

- Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -\dfrac{d}{c}$, tiệm cận ngang $y = \dfrac{a}{c}$.
- *Các điểm đặc biệt:* Giao điểm với $Ox : A\left(\dfrac{-b}{a}; 0\right)$, Giao điểm với $Oy : B\left(0; \dfrac{b}{d}\right)$.

  Giao của hai đường tiệm cận $I\left(-\dfrac{d}{c}; \dfrac{a}{c}\right)$ là tâm đối xứng.

c) Hàm số phân thức bậc hai trên bậc nhất $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\left(a\neq 0\right)$

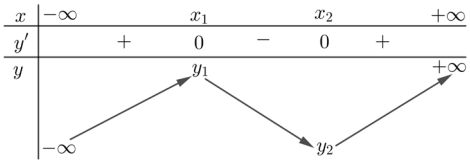
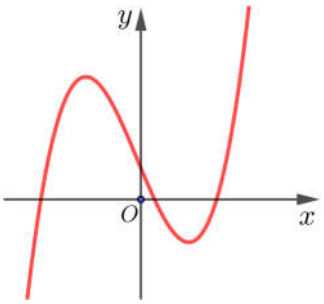
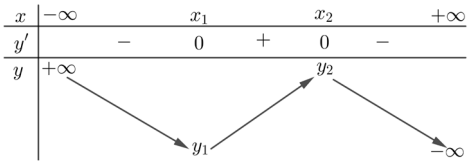
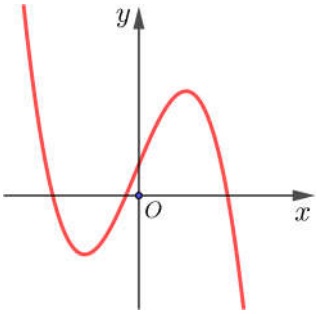
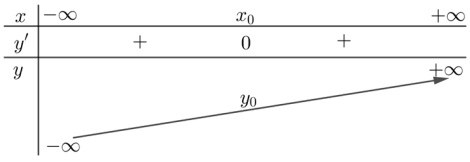
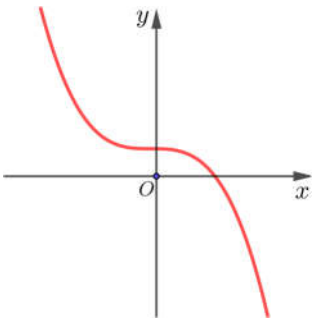
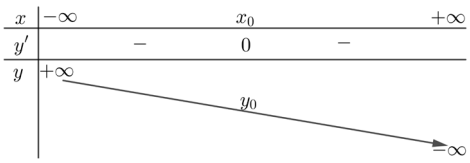
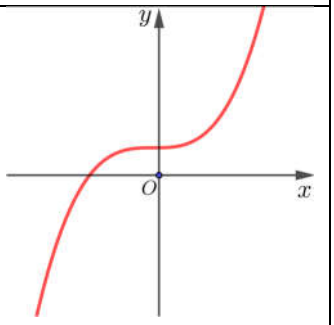
$y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép	$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt
	

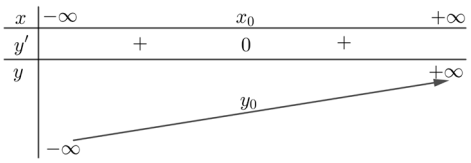
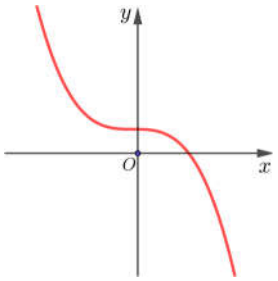
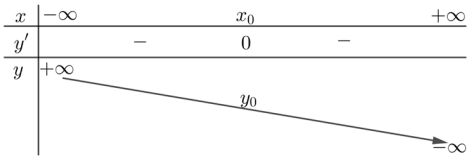
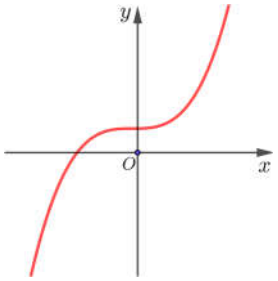
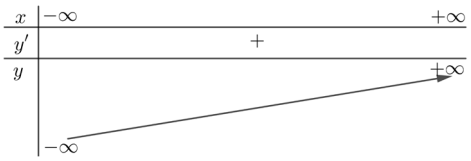
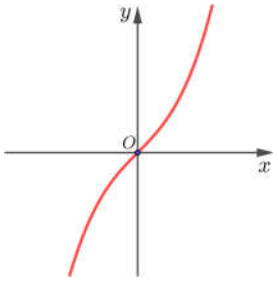
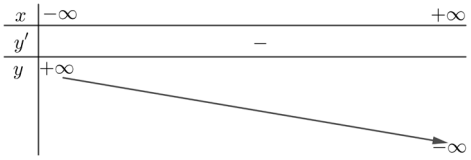
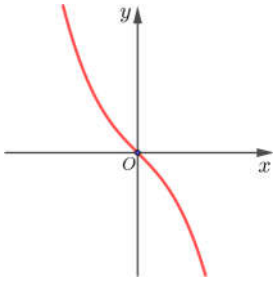
Chú ý

- Ta luôn tách được $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}=\dfrac{a}{d}x+f+\dfrac{m}{dx+e}$.
- Khi đó đồ thị hàm số có tiện cận đứng $x=-\dfrac{e}{d}$, Tiệm cận xiên $y=\dfrac{a}{d}x+f$.
- Đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ luôn nhận điểm $I\left(x_0;y_0\right)$ làm tâm đối xứng, trong đó x_0 là nghiệm của phương trình $y''=0$ và $y_0=y\left(x_0\right)$.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0,ad-bc\neq 0\right)$:
  - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm tâm đối xứng;
  - Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận ngang làm trục đối xứng.
- Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}\left(a\neq 0,m\neq 0\right)$:
  - Nhận giao điểm của tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm tâm đối xứng;
  - Nhận hai đường phân giác của các góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên làm trục đối xứng.

d) Nhận dạng hàm số khi biết đồ thị - bảng biến thiên

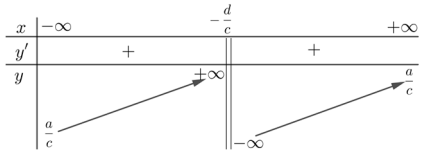
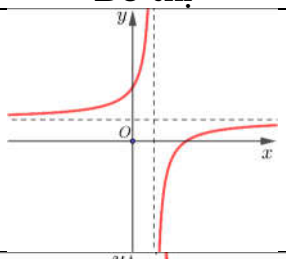
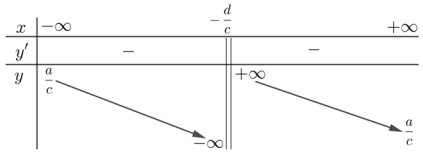
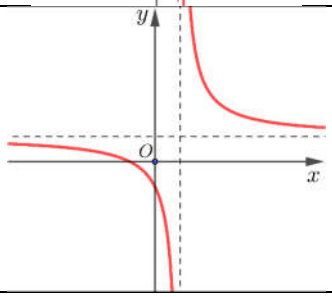
▪ **Hàm số** $y = ax^3 + bx^2 + cx + d,\ a \neq 0$

<table>
<tr><th colspan="2">Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$</th><th>Bảng biến thiên</th><th>Đồ thị</th></tr>
<tr><td rowspan="2">➢ TH1: y' có 2 nghiệm phân biệt $x_1, x_2\ (x_1 < x_2)$</td><td>$a > 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">➢ TH2: y' có 1 nghiệm x_0</td><td>$a > 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">Ta có $y' = 3ax^2 + 2bx + c$</th><th>Bảng biến thiên</th><th>Đồ thị</th></tr>
<tr><td rowspan="2">➢ TH2: y' có 1 nghiệm x_0</td><td>$a > 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
<tr><td rowspan="2">➢ TH3: y' vô nghiệm</td><td>$a > 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
<tr><td>$a < 0$</td><td> 
</td><td> 
</td></tr>
</table>

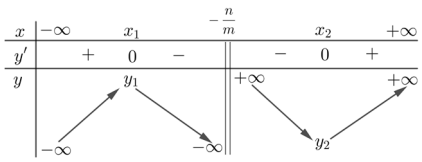
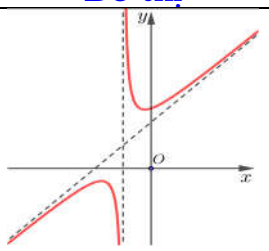
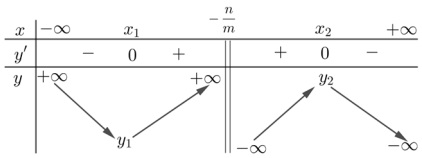
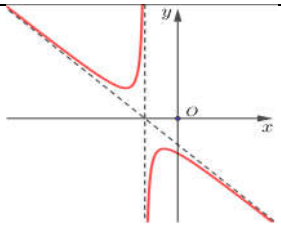
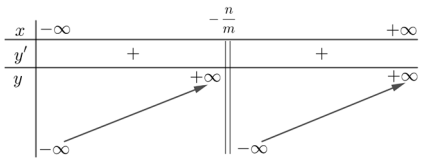
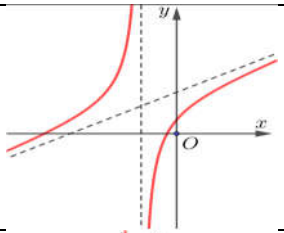
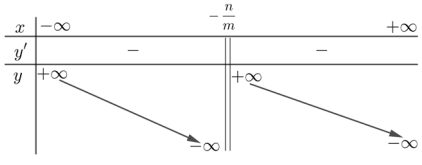
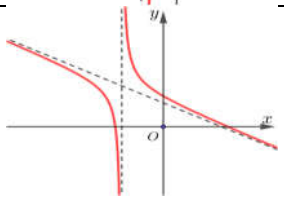
▪ **Hàm số** $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}\ (c \neq 0, ad - bc \neq 0)$ **có** $y' = \dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

và TCĐ: $x = -\dfrac{d}{c}$ **và TCN:** $y = \dfrac{a}{c}$

	Bảng biến thiên	Đồ thị
➢ **TH1:** $ad-bc>0$ $\Leftrightarrow y'>0 \ \ \forall x\neq -\dfrac{d}{c}$		
➢ **TH2:** $ad-bc<0$ $\Leftrightarrow y'<0 \ \ \forall x\neq -\dfrac{d}{c}$		

▪ **Hàm số** $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}\left(a\neq 0, m\neq 0\right)$ **có** $y=Ax+B+\dfrac{C}{mx+n}$

$\Rightarrow y'=A-\dfrac{C}{\left(mx+n\right)^2}$ **và TCĐ:** $x=-\dfrac{n}{m}$ **và TCX:** $y=Ax+B$

		Bảng biến thiên	Đồ thị
➢ **TH1:** y' có 2 nghiệm phân biệt	$A>0$		
	$A<0$		
➢ **TH2:** y' có 1 nghiệm hoặc vô nghiệm	$A>0$		
	$A<0$		

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN. THPTNĂM 2025

DẠNG CÂU 13. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

(Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.)

Câu 13.1. **(ĐTK2025)** Cho hàm số $f\left(x\right)=2\cos x+x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=2; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\sin x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Đúng: $f\left(0\right)=2\cos 0+0=2$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=2\cos\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{2}=\frac{\pi}{2}$.

b) Sai: Đạo hàm của $f\left(x\right)=2\cos x+x$ là $f'\left(x\right)=-2\sin x+1$.

c) Đúng: $f'\left(x\right)=-2\sin x+1$ khi đó $f'\left(\frac{\pi}{6}\right)=-2\sin\frac{\pi}{6}+1=0$ nên ta suy ra $x=\frac{\pi}{6}$ là nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

d) Đúng: $f\left(x\right)=2\cos x+x$ có đạo hàm là $f'\left(x\right)=-2\sin x+1$ có nghiệm $x=\frac{\pi}{6}\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$,

$f\left(0\right)=2; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$, $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=2\cos\frac{\pi}{6}+\frac{\pi}{6}=\sqrt{3}+\frac{\pi}{6}$.

Do đó giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}+\sqrt{3}$.

Câu 13.2. Cho hàm số $f(x)=\cos 2x+x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=1;\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $f(0)=1;\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-1$.

b) Đúng: Vì $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+1$.

c) Sai: Vì ta có $f'(x) = -2\sin 2x + 1$,

Xét $-2\sin 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12}$ do $x \in \left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.

d) Đúng: Xét hàm số $f(x)$ trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$.

Ta có $f'(x) = -2\sin 2x + 1$, $f'(x) = 0$ có nghiệm trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $x = \frac{\pi}{12}$.

Ta có $f(0) = 1$; $f\left(\frac{\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12}$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$. Trong 3 số trên $f\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\pi}{4}$ là nhỏ nhất.

Câu 13.3. Cho hàm số $f(x) = 4\sin x + 2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 0$; $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi - 4$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -4\cos x + 2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $2\pi + 1$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $f(0) = 0$; $f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi - 4$.

b) Sai: Vì đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -4\cos x + 2$.

c) Đúng: Vì ta có $f'(x) = 4\cos x + 2$, Xét $f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow 4\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}$ do $x \in [0;\pi]$.

d) Sai: Xét hàm số $f(x)$ trên $[0;\pi]$.

Ta có $f'(x) = 4\cos x + 2$, $f'(x) = 0$ có nghiệm trên $[0;\pi]$ là $x = \frac{2\pi}{3}$.

Ta có $f(0) = 0$; $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}$; $f(\pi) = 2\pi$. Trong 3 số trên $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3}$ là lớn nhất.

Câu 13.4. Cho hàm số $f(x) = e^{\sin x} + 2\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 1; f(\pi) = 0$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos x.e^{\sin x} + 2\cos x$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $e + 2$.

Lời giải

a) Sai: Vì $f(0) = e^{\sin 0} + 2\sin 0 = 1$ và $f(\pi) = e^{\sin \pi} + 2\sin \pi = 1$.

b) Đúng: Vì $f(x) = e^{\sin x} + 2\sin x \Rightarrow f'(x) = (\sin x)'.e^{\sin x} + 2\cos x = \cos x.e^{\sin x} + 2\cos x$.

c) Sai: Vì $f'(x)=\cos x.e^{\sin x}+2\cos x=0\Leftrightarrow\cos x\left(e^{\sin x}+2\right)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}\cos x=0\\ e^{\sin x}+2=0\ (VN)\end{bmatrix}$

$\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Vì $x\in[0;\pi]\Rightarrow x=\frac{\pi}{2}$.

d) Đúng: Vì $f'(x)=0$ có nghiệm $x=\frac{\pi}{2}\in(0;\pi)$.

Ta có: $f(0)=1;\ f(\pi)=1;\ f\left(\frac{\pi}{2}\right)=e^{\sin\frac{\pi}{2}}+2\sin\frac{\pi}{2}=e+2>1$.

Do đó, giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $e+2$.

Câu 13.5. Cho hàm số $f(x)=\sin 2x+2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=0;\ f(\pi)=2\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=2\cos 2x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là 0 và π.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là π.

Lời giải

a) Đúng: Vì $f(0)=0;\ f(\pi)=2\pi$.

b) Đúng: Vì $f'(x)=2\cos 2x+2$.

c) Sai: Ta có $f'(x)=2\cos 2x+2$, Xét $f'(x)=0$

$\Leftrightarrow 2\cos 2x+2=0\Leftrightarrow\cos 2x=-1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}$ do $x\in[0;\pi]$.

d) Sai: Xét hàm số $f(x)$ trên $[0;\pi]$.

Ta có $f'(x)=2\cos 2x+2$, $f'(x)=0$ có nghiệm trên $[0;\pi]$ là $x=\frac{\pi}{2}$.

Ta có $f(0)=0;\ f(\pi)=2\pi; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$. Trong 3 số trên $f(\pi)=2\pi$ là lớn nhất.

Câu 13.6. Cho hàm số $f(x)=\sin x-2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=0; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=1-\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\cos x-2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $1-\pi$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $f(0)=\sin(0)-2.0=0; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\sin\left(\frac{1}{2}\right)-2.\frac{\pi}{2}=1-\pi.$

b) Đúng: Vì đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\left(\sin x\right)'-\left(2x\right)'=\cos x-2.$

c) Sai: Vì phương trình $f'(x)=0 \Leftrightarrow \cos x-2=0$ suy ra PTVN.

d) Sai: Vì $f'(x)=\cos x-2<0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $f(0)=0$.

Câu 13.7. Cho hàm số $f(x)=x-\sin 2x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f'(x)=1+2\cos 2x$.

b) Khi $f'(x)=0 \Leftrightarrow \cos 2x=-\frac{1}{2}$.

c) Trên đoạn $[0;\pi]$ phương trình $f'(x)=0$ có tổng các nghiệm bằng π.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{5\pi}{6}$.

Lời giải

a) Sai. b) Sai.

c) Đúng: Vì $f'(x)=0 \Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x=\frac{\pi}{3}+k2\pi \\ 2x=-\frac{\pi}{3}+k2\pi \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k\pi \\ x=-\frac{\pi}{6}+k\pi \end{array}\right.$.

$\forall x \in [0;\pi] \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\frac{\pi}{6} \\ x_2=\frac{5\pi}{6} \end{array}\right. \Rightarrow S=x_1+x_2=\pi$. Mệnh đề đúng.

d) Đúng: Vì $f(0)=0; f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}; f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{5\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}; f(\pi)=\pi$.

Vậy $\underset{[0;\pi]}{Max}\, f(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{5\pi}{6}$. Mệnh đề đúng.

Câu 13.8. Cho hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x-x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số $f(x)$ là $(0;+\infty)$.

b) Đạo hàm của hàm số $f(x)$ là $f'(x)=\mathrm{e}^x-1$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên tập xác định là 1.

d) Phương trình $\mathrm{e}^x-x-42=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(-6;4)$.

Lời giải

a) Sai: Vì tập xác định của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x-x$ là $\mathbb{R}$.

b) Đúng: Vì Đạo hàm của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^x-x$ là $f'(x)=\mathrm{e}^x-1$

c) Sai: Vì $f(x)=\mathrm{e}^x-x$ và $f'(x)=\mathrm{e}^x-1$.

Cho $f'(x)=0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^x-1=0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^x=1 \Leftrightarrow x=0$ và $f(0)=1$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên tập xác định là 1.

d) Sai: Vì $\mathrm{e}^x-x-42=0 \Leftrightarrow \mathrm{e}^x-x=42 \Leftrightarrow f(x)=42$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ ta thấy đường thẳng $y=42$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại đúng một điểm có hoành độ thuộc khoảng $(-6;4)$.

Do đó phương trình $e^x - x - 42 = 0$ có đúng một nghiệm thuộc khoảng $(-6;4)$.

Câu 13.9. Cho hàm số $f(x) = 4\sin x + 2x + 1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 1;\ f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi - 3$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -4\cos x + 2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\frac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $2\pi + 1$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $f(0) = 1;\ f\left(-\frac{\pi}{2}\right) = -\pi - 3$.

b) Sai: Vì $f'(x) = 4\cos x + 2$.

c) Đúng: Ta có $f'(x) = 4\cos x + 2$, Xét $f'(x) = 0$

$\Leftrightarrow 4\cos x + 2 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \frac{2\pi}{3}$ do $x \in [0;\pi]$.

d) Sai: Xét hàm số $f(x)$ trên $[0;\pi]$.

Ta có $f'(x) = 4\cos x + 2$, $f'(x) = 0$ có nghiệm trên $[0;\pi]$ là $x = \frac{2\pi}{3}$.

Ta có $f(0) = 1;\ f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3} + 1; f(\pi) = 2\pi + 1$. Trong 3 số trên

$f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} + \frac{4\pi}{3} + 1$ là lớn nhất.

Câu 13.10. Cho hàm số $f(x) = 2\sin x + x + 2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 2; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4 + \frac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = -2\cos x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ là $\frac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ là $2 + \frac{\pi}{2}$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có: $f(0) = 0; f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 2 + \frac{\pi}{2}$.

b) Sai: $f'(x) = 2\cos x + 1$.

c) Đúng: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 2\cos x + 1 = 0 \Leftrightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$.

suy ra trên $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ phương trình có một nghiệm $\frac{2\pi}{3}$.

d) Sai: Ta có $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=4+\frac{\pi}{2}; f\left(\frac{2\pi}{3}\right)=2+\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}; f\left(\pi\right)=2+\pi \Rightarrow \min\limits_{\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]} f\left(x\right)=\pi$

Câu 13.11. Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos 2x+\sqrt{3}x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+\sqrt{3}$.

b) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 2 trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là $\frac{\pi}{3}$ và $\frac{2\pi}{3}$.

c) Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\pi\right]$ là $1+\sqrt{3}\pi$.

Lời giải

a) Đúng: $f\left(x\right)=\cos 2x+\sqrt{3}x \Rightarrow f'\left(x\right)=-2\sin 2x+\sqrt{3}$.

b) Sai: $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+\sqrt{3} \Leftrightarrow \sin 2x=\frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \sin 2x=\sin\frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}2x=\frac{\pi}{3}+k2\pi\\2x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k\pi\\x=\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.\left(k\in\mathbb{Z}\right)$. Vì $x\in\left[0;\pi\right] \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}\\x=\frac{\pi}{3}\end{array}\right.$.

c) Đúng: $x\in\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow 2x\in\left(\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \sin 2x>\frac{\sqrt{3}}{2}\ \forall x\in\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right)$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=-2\sin 2x+\sqrt{3}<0\ \forall x\in\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow$ Hàm số $f\left(x\right)$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{6};\frac{\pi}{3}\right)$.

d) Đúng: $f'\left(x\right)=0$ có nghiệm $x=\frac{\pi}{3}\in\left(\frac{\pi}{6};\pi\right)$

$f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$; $f\left(\frac{\pi}{3}\right)=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}\pi}{3}$; $f\left(\pi\right)=1+\sqrt{3}\pi$.

Do đó, giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[\frac{\pi}{6};\pi\right]$ là $1+\sqrt{3}\pi$.

Câu 13.12. Cho hàm số $f(x)=2\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int f\left(x\right)dx=-\cos 2x+C$.

b) $f\left(\pi\right)=0$.

c) Ngiệm của phương trình $f\left(x\right)=1$ là $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.\left(k\in Z\right)$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên $[0;\pi]$ là 2.

Lời giải

a) Sai: $(-\cos 2x)' = 2\sin 2x \neq 2\sin x$

b) Đúng: $f(\pi) = 0$.

c) Đúng: $2\sin x = 1 \Leftrightarrow \sin x = \dfrac{1}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \dfrac{5\pi}{6} + k2\pi \end{array}\right. (k \in Z)$.

d) Đúng: Trên đạn $[0;\pi]$, ta có: $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{\pi}{2}$.

$f(0) = 0;\ \ f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = 2;\ \ f(\pi) = 0$.

Câu 13.13. Cho hàm số $f(x) = \sin 2x - \sqrt{3}x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 0; f\left(\dfrac{\pi}{4}\right) = 1 - \dfrac{\pi\sqrt{3}}{4}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = \cos 2x - \sqrt{3}$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là 2

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{6 - \pi\sqrt{3}}{12}$.

Câu 13.14. Cho hàm số $f(x) = 2\cos x + x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0) = 2; f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = 2\sin x + 1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x) = 0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là 2.

Lời giải

a) Đúng: $f(x) = 2\cos x + x \Rightarrow f(0) = 2; f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}$.

b) Sai: Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x) = (2\cos x + x)' = -2\sin + 1$.

c) Đúng: Phương trình $f'(x) = 0 \Leftrightarrow -2\sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = \dfrac{1}{2} \Rightarrow x = \dfrac{\pi}{6}$.

d) Sai: $f(x) = 2\cos x + x \Rightarrow f(0) = 2; f\left(\dfrac{\pi}{2}\right) = \dfrac{\pi}{2}; f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} + \dfrac{\pi}{6}$.

Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right) = \sqrt{3} + \dfrac{\pi}{6}$.

Câu 13.15. Cho hàm số $f(x)=\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=1$.

b) $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow \sin x=0$.

c) Trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ phương trình $f'\left(x\right)=0$ có đúng một nghiệm $\frac{\pi}{2}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $\left[0;\pi\right]$ là 2.

Lời giải

Ta có: $f(x)=\left(\sin\frac{x}{2}+\cos\frac{x}{2}\right)^2=1+2\sin\frac{x}{2}\cos\frac{x}{2}=1+\sin x.$

a) Đúng: $f\left(0\right)=1$.

b) Sai: $f'\left(x\right)=\cos x\,;f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\cos x=0.$

b) Đúng: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

c) Trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ phương trình $f'\left(x\right)=0$ có nghiệm $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}\\x=\frac{3\pi}{2}\end{array}\right.$.

d) Đúng: Trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$: $x=0\Rightarrow y=1\,;$

$x=\frac{\pi}{2}\Rightarrow y=2;x=\frac{3\pi}{2}\Rightarrow y=0;x=2\pi\Rightarrow y=1.$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;2\pi\right]$ là 2. Mệnh đề đúng.

Câu 13.16. Vẽ bảng biến thiên hàm số $f\left(x\right)=4\sin x\cos x+2x$ trên $\left[-\pi;\pi\right]$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=4\sin 2x+2$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có 4 điểm cực trị thuộc $\left[-\pi;\pi\right]$.

c) Hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-2;-1\right)$.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}$.

Lời giải

a) Sai: $f\left(x\right)=4\sin x\cos x+2x=2\sin 2x+2x\Rightarrow f'\left(x\right)=4\cos 2x+2$.

b) Đúng: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\cos 2x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\2x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

Trên đoạn $\left[-\pi;\pi\right],f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x\in\left\{\frac{\pi}{3};-\frac{\pi}{3};\frac{2\pi}{3};-\frac{2\pi}{3}\right\}$. Vẽ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[-\pi;\pi\right]$.

x	$-\pi$		$-\frac{2\pi}{3}$		$-\frac{\pi}{3}$		$\frac{\pi}{3}$		$\frac{2\pi}{3}$		π
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	-2π	↗	$\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}$	↘	$-\sqrt{3}-\frac{2\pi}{3}$	↗	$\sqrt{3}+\frac{2\pi}{3}$	↗	$-\sqrt{3}+\frac{4\pi}{3}$	↘	2π

Từ bảng biến thiên ta thấy trên đoạn $\left[-\pi;\pi\right]$ hàm số có 4 điểm cực trị.

c) Đúng: Nhận thấy $\left(-2;-1\right)\subset\left(-\frac{2\pi}{3};\frac{\pi}{3}\right)$ nên từ bảng biến thiên trên ta có hàm số $y=f\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(-2;-1\right)$.

d) Đúng: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\cos 2x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x=\frac{2\pi}{3}+k2\pi\\2x=-\frac{2\pi}{3}+k2\pi\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{3}+k\pi\\x=-\frac{\pi}{3}+k\pi\end{array}\right.,k\in\mathbb{Z}.$

Trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$, $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{3}$ và ta có $f\left(0\right)=0;f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi;f\left(\frac{\pi}{3}\right)=\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}.$

Do đó giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{2\pi}{3}+\sqrt{3}$ đạt khi $x=\frac{\pi}{3}$.

Câu 13.17. Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos 2x+2x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\sin 2x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ là $x=\frac{\pi}{4}$.

d) Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ bằng 2π.

Lời giải

a) Đúng: $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\cos\left(2.\frac{\pi}{2}\right)+2.\frac{\pi}{2}+1=\pi$

b) Sai: Đạo hàm $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+2$

c) Đúng: Phương trình $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow-2\sin 2x+2=0\Leftrightarrow\sin 2x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi,k\in\mathbb{Z}$

Vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ nên $x=\frac{\pi}{4}$

d) Sai: Ta có $f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\pi$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{2}+1$; $f\left(\pi\right)=2\pi+2$.

Vậy $\max\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} f\left(x\right)=f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi$ và $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} f\left(x\right)=f\left(\pi\right)=2\pi+2$

Khi đó tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$ bằng $\pi+2$.

Câu 13.18. Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_5\left(x^3-3x^2+4\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x>2$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x}{\left(x^3-3x^2+4\right)\ln 5}$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[1;2\right]$.

d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Lời giải

a) Sai: Điều kiện xác định: $x^3-3x^2+4>0\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2\left(x+1\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<2\\x>2\end{array}\right.$.

b) Đúng: Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x}{\left(x^3-3x^2+4\right)\ln 5}$.

c) Sai: Phương trình $f'\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x}{\left(x^3-3x^2+4\right)\ln 5}0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ nên trên đoạn $\left[1;2\right]$ thì phương trình chỉ có một nghiệm là $x=2$

d) Sai: Bảng biến thiên:

x	-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$		↗		↘	‖	↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 13.19. Cho hàm số $f\left(x\right)=2\cos x-x+\pi$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(\pi\right)=-2$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\sin x-1$.

c) Số nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên $\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ là 2.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\sqrt{3}+\dfrac{5\pi}{6}$.

Lời giải

a) Đúng: Ta có $f\left(\pi\right)=2\cos\left(\pi\right)-\pi+\pi=-2$.

b) Sai: Đạo hàm $f'\left(x\right)=-2\sin x-1$.

c) Sai: Ta có $f'(x)=-2\sin x-1=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{-1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Xét $\dfrac{-\pi}{2}<\dfrac{-\pi}{6}+k2\pi<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow\dfrac{-1}{6}<k<\dfrac{1}{3}\Leftrightarrow k=0$.

Xét $\dfrac{-\pi}{2}<\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi<\dfrac{\pi}{2}\Leftrightarrow\dfrac{-5}{6}<k<\dfrac{-1}{3}$. Không tồn tại k.

Vậy phương trình $f'(x)=0$ có 1 nghiệm.

d) Đúng:Ta có $f'(x)=-2\sin x-1=0\Leftrightarrow \sin x=\dfrac{-1}{2}\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\dfrac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\dfrac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

Xét trên khoảng $\left[\dfrac{-\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right]$ ta có nghiệm $x=\dfrac{\pi}{6}$.

Xét $f\left(\dfrac{-\pi}{2}\right)=\dfrac{3\pi}{2}$, $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\sqrt{3}+\dfrac{5\pi}{6}$, $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}$ nên $\max\limits_{\left[\frac{-\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]} f(x)=\sqrt{3}+\dfrac{5\pi}{6}$.

Câu 13.20. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{-2x^2+x+1}{x+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1; f(1)=0$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f(x)=\dfrac{-2x^2-2x}{(x+1)^2}$.

c) Phương trình có hai nghiệm phân biệt là $x=0; x=-2$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2};2\right]$ bằng $-\dfrac{5}{3}$.

Lời giải

a) Đúng: $f(0)=1; f(1)=0$.

b) Sai: $f'(x)=\dfrac{-2x^2-4x}{(x+1)^2}$

c) Đúng: $f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{-2x^2-4x}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow -2x^2-4x=0\Leftrightarrow x=0; x=2$

d) Đúng: trên đoạn $\left[-\dfrac{1}{2};2\right]$ có một nghiệm $x=0$; $f(0)=1; f(2)=-\dfrac{5}{3}; f\left(-\dfrac{1}{2}\right)=0$.

Câu 13.21. Cho hàm số $f(x)=x.e^x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(1)=e; f(-1)=-\dfrac{1}{e}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=e^x-x.e^x$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ là $x=-1$.

d) Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng $\dfrac{e^2-1}{e}$

Lời giải

a) Đúng: Vì $f\left(1\right)=e;f\left(-1\right)=-\dfrac{1}{e}$.

b) Sai: Vì $f'\left(x\right)=e^{x}\left(1+x\right)$.

c) Đúng: Vì $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow e^{x}\left(1+x\right)=0\Leftrightarrow x=-1$.

d) Đúng: Vì trên đoạn $\left[-2;1\right]$, ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=-1$.

$f\left(-2\right)=-\dfrac{2}{e^{2}};f\left(-1\right)=-\dfrac{1}{e};f\left(1\right)=e\Rightarrow \min\limits_{\left[-2;1\right]}f\left(x\right)=-\dfrac{1}{e};\Rightarrow \max\limits_{\left[-2;1\right]}f\left(x\right)=e$.

Câu 13.22. Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln x-x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(-1\right)=1;f\left(e\right)=1-e$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{x}-1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ là $x=1$.

d) Hàm số $f\left(x\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[1;e\right]$ khi $x=1$.

Lời giải

a) Sai: Vì hàm số xác định khi $x>0$ suy ra $f\left(-1\right)$ không xác định.

b) Đúng: Vì đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{x}-1$.

c) Đúng: Vì phương trình $f'\left(x\right)=0$ là $x=1$.

d) Sai: Vì trên đoạn $\left[1;e\right]$, ta có $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=1$.

$f\left(1\right)=-1;f\left(e\right)=1-e\Rightarrow \min\limits_{\left[1;e\right]}f\left(x\right)=1-e$ khi và chỉ khi $x=e$.

Câu 13.23. Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin 2x-x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=0;f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\cos 2x-1$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $x=\dfrac{\pi}{6};x=\dfrac{5\pi}{6}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\pi}{6}$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $f\left(0\right)=0;f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{2}$.

b) Đúng: $f'\left(x\right)=2\cos 2x-1$.

c) Sai: Vì $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $x=\dfrac{\pi}{6}$.

d) Đúng: Vì $f\left(0\right)=0\,;f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\pi}{6};f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=-\dfrac{\pi}{2}\Rightarrow \max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]}f\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\pi}{6}$.

Câu 13.24. Cho hàm số $f\left(x\right)=x-\sqrt{2}\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=0;f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}-\sqrt{2}$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=1+\sqrt{2}\cos x$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có 2 nghiệm trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{4}-1$.

Lời giải

a) Đúng: Vì $f\left(0\right)=0;f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi}{2}-\sqrt{2}$.

b) Sai: Vì $f'\left(x\right)=1-\sqrt{2}\cos x$.

c) Sai: Vì trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ phương trình $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{4}$.

d) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{4}-1$.

Câu 13.25. Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos x$. Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau.

a) Hàm số có đạo hàm $f'\left(x\right)=-\sin x$.

b) Giá trị $P=2f\left(0\right)+f'\left(0\right)=3$.

c) Trên khoảng $\left(-10;10\right)$ phương trình $f'\left(x\right)=-1$ có tất cả 3 nghiệm.

d) Tập giá trị của hàm số $y=f\left(x\right)+f'\left(x\right)$ chứa tất cả 3 giá trị nguyên.

Lời giải

a) Đúng: Hàm số có đạo hàm $f'\left(x\right)=-\sin x$.

b) Sai: Giá trị $P=2$.

c) Đúng: Ta có $x\in\left(-10;10\right)\Leftrightarrow -10<\dfrac{\pi}{2}+k.2\pi<10$ hay là $-1,84<k<1,34$, mà $k\in\mathbb{Z}$ nên suy ra $k\in\left\{-1;0;1\right\}$, do đó phương trình $f'\left(x\right)=-1$ có tất cả 3 nghiệm.

d) Đúng: Ta có $y=f\left(x\right)+f'\left(x\right)=\cos x-\sin x=\sqrt{2}.\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$. Do tập giá trị của hàm số đã cho là $T=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$, nhận thấy T chứa tất cả các số nguyên là $-1;0;1$

Câu 13.26. Cho $y=\dfrac{1}{4}\sin 2x+\cos x+\dfrac{3}{2}x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $y'=\dfrac{1}{2}\cos 2x-\sin x+\dfrac{3}{2}$.

b) $y'=0\Leftrightarrow -\sin^2 x-\sin x+2=0$.

c) $y'\left(0\right)=0$.

d) Số nghiệm trên đoạn $\left[0;100\pi\right]$ của phương trình $y'=0$ là 50 nghiệm.

Lời giải

a) Đúng: $y'=\frac{1}{2}\cos 2x-\sin x+\frac{3}{2}$.

b) Đúng: $y'=0 \Leftrightarrow -\sin^2 x-\sin x+2=0$.

c) Sai: Vì $y'\left(0\right)=2$.

d) Đúng: $y'=0\Leftrightarrow \frac{1}{2}\left(1-2\sin^2 x\right)-\sin x+\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow -\sin^2 x-\sin x+2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\sin x=1\\ \sin x=-2\ \left(VN\right)\end{array}\right. \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k2\pi\ ,\ k\in\mathbb{Z}$.

Lại có: $0\le \frac{\pi}{2}+k2\pi\le 100\pi \Leftrightarrow -\frac{1}{4}\le k\le \frac{199}{4}$. Vì $k\in\mathbb{Z}\Rightarrow k\in\left\{0;1;2;...;49\right\}$.

Câu 13.27. Cho hàm số $f\left(x\right)=\cos 2x+x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=1; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-1$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+1$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có nghiệm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{6}$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{4}$.

Lời giải

a) Đúng: $f\left(0\right)=1; f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}-1$.

b) Đúng: Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+1$.

c) Sai: Phương trình $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+1$ có nghiệm trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{12}$.

d) Đúng: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{12}$.

$f\left(0\right)=1; f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{12}; f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$.

d) Đúng: Ta có $f'\left(x\right)=-2\sin 2x+1$, $f'\left(x\right)=0$ có nghiệm trên $\left[0;\frac{\pi}{4}\right]$ là $\frac{\pi}{12}$.

Ta có $f(0)=1; f\left(\frac{\pi}{12}\right)=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\pi}{12}; f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$. Trong 3 số trên $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}$ là nhỏ nhất.

Câu 13.28. Cho hàm số $f\left(x\right)=x\sqrt{9-x^2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số đã cho là $D=\left(-3;3\right)$.

b) Hàm số đã cho có đạo hàm $f'\left(x\right)=\frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}\left(-3<x<3\right)$.

c) Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{9}{2}$.

d) Phương trình $2f\left(x\right)-1=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Lời giải

a) Sai: Tập xác định: $D=\left[-3;3\right]$.

b) Đúng: Ta có $f'\left(x\right)=\sqrt{9-x^2}+x\cdot\frac{-2x}{2\sqrt{9-x^2}}=\frac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}$.

c) Đúng: $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ hoặc $x=\frac{-3\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	-3		$\frac{-3\sqrt{2}}{2}$		$\frac{3\sqrt{2}}{2}$		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f'(x)$	0	↘	$-\frac{9}{2}$	↗	$\frac{9}{2}$	↘	0

d) Sai: Ta có $2f\left(x\right)-1=0\Leftrightarrow f\left(x\right)=\frac{1}{2}$ nên phương trình $2f\left(x\right)-1=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Câu 13.29. Cho hàm số $f\left(x\right)=\ln x-\frac{x}{2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số là $D=\left(0;+\infty\right)$.

b) $f\left(1\right)=-\frac{1}{2};f\left(e\right)=-\frac{e}{2}$.

c) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[1;e\right]$ là $x=2$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;e\right]$ bằng $-\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng: ĐKXĐ: $x>0$ nên TXĐ của hàm số là $D=\left(0;+\infty\right)$.

b) Sai : $f\left(x\right)=\ln x-\frac{x}{2}$ nên $f\left(1\right)=\ln 1-\frac{1}{2}=-\frac{1}{2};f\left(e\right)=\ln e-\frac{e}{2}=1-\frac{e}{2}$.

c) Đúng : $f\left(x\right)=\ln x-\frac{x}{2}\Rightarrow f'\left(x\right)=\frac{1}{x}-\frac{1}{2}=\frac{2-x}{2x}\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=2\in\left(1;e\right)$.

d) Sai : Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[1;e\right]$ và $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=2$.

Khi đó, $f\left(1\right)=-\frac{1}{2};f\left(e\right)=1-\frac{e}{2};f\left(2\right)=\ln 2-1$ nên GTLN của hàm số $f\left(x\right)$ trên đoạn $\left[1;e\right]$ bằng $\ln 2-1$.

Câu 13.30. Cho hàm số $f\left(x\right)=\frac{x^2+5x-7}{x}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\frac{x^2}{2}+5x-7\ln x+C$.

b) Hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\dfrac{x^2+7}{x^2}$.

c) Biết $\int\limits_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{m}{n}+m\ln n$, với $m,n\in\mathbb{N}^*,\dfrac{m}{n}$ là phân số tối giản. Tổng $m+2025n=4057$.

d) Gọi $G(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $G(1)=4$ và $G(3)+G(-9)=20$. Khi đó, $G(-6)=a\ln 2+b\ln 3+c$, với a,b,c là các số hữu tỉ. Tổng $a+b+c=\dfrac{2}{3}$.

Lời giải

a) Sai: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x+5-\dfrac{7}{x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+5x-7\ln|x|+C$

b) Đúng: Vì $f(x)=\dfrac{x^2+5x-7}{x}=x+5-\dfrac{7}{x}$ nên $f'(x)=1+0+\dfrac{7}{x^2}=\dfrac{x^2+7}{x^2}$.

Vậy hàm số $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x)=\dfrac{x^2+7}{x^2}$.

c) Đúng: $\int\limits_{-2}^{-1} f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{-2}^{-1}\left(x+5-\dfrac{7}{x}\right)\mathrm{d}x=\left(\dfrac{x^2}{2}+5x-7\ln|x|\right)\Big|_{-2}^{-1}=\dfrac{7}{2}+7\ln 2$.

Khi đó $m=7,n=2\Rightarrow m+2025n=4057$.

d) Sai: $\int f(x)\mathrm{d}x=\int\left(x+5-\dfrac{7}{x}\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^2}{2}+5x-7\ln|x|+C$.

Suy ra $G(x)=\begin{cases}\dfrac{x^2}{2}+5x-7\ln x+C_1 \ khi\ x>0\\ \dfrac{x^2}{2}+5x-7\ln(-x)+C_2 \ khi\, x<0\end{cases}$.

$G(1)=4$ và $G(3)+G(-9)=20$ nên ta có:

$$\begin{cases}\dfrac{1}{2}+5+C_1=4\\ \dfrac{9}{2}+15-7\ln 3+C_1+\dfrac{81}{2}-45-7\ln 9+C_2=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}C_1=-\dfrac{3}{2}\\ C_2=\dfrac{13}{2}+21\ln 3\end{cases}.$$

Khi đó, $G(-6)=\dfrac{36}{2}-30-7\ln 6+C_2=-7\ln 2+14\ln 3-\dfrac{11}{2}$.

Câu 13.31. (Trùng câu 9) Cho hàm số $f(x)=4\sin x+2x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(0)=1;\ f\left(-\dfrac{\pi}{2}\right)=-\pi-3$.

b) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=-4\cos x+2$.

c) Nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $\dfrac{2\pi}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;\pi]$ là $2\pi+1$.

Câu 13.32. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2+x-1}{x+2}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là điểm $I(2;1)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị nằm cùng phía với trục hoành.

d) Gọi M là giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ với trục tung. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$.

Lời giải

a) Đúng: Tập xác định của hàm số $y=f(x)$ là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

b) Sai: Ta có $y=f(x)=\frac{x^2+x-1}{x+2}=x-1+\frac{1}{x+2}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)+(x-1)\right]=0$ nên $y=x-1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Vì $\lim\limits_{x\to 2^-}f(x)=-\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Do đó giao điểm $I(-2;-3)$ của hai đường tiệm cận trên chính là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

c) Đúng: Ta có $y'=\frac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-5	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

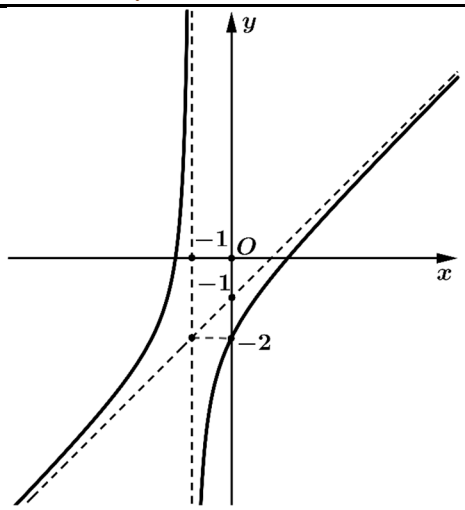
Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đồ thị hàm số đạt cực đại tại điểm $(-1;-1)$ và cực tiểu tại điểm $(-3;-5)$.

Vì $y_{CĐ}.y_{CT}>0$ nên hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm cùng phía với trục hoành.

d) Đúng: Đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục tung tại điểm $M\left(0;-\frac{1}{2}\right)$.

Do đó, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm M là $y=\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$.

Câu 13.33. Cho hàm số $y=f(x)=ax+b-\frac{1}{x+c}$ có đồ thị như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Đồ thị hàm số nhận đường $x=-1$ làm tiệm cận đứng và đường $y=-x-1$ làm tiệm cận xiên.

b) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm có tọa độ $(-1;-2)$.

c) $a+b+c=1$.

d) Gọi I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số và M là 1 điểm bất kì thuộc đồ thị. Giá trị nhỏ nhất của độ dài đoạn thẳng IM bằng $2\left(\sqrt{2}-1\right)$.

Lời giải

a) Sai: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng $y=ax+b$ đi qua $(0;-1)$ và $(-1;-2)$ nên suy ra $\begin{cases}a=1\\b=-1\end{cases}$ nên đường tiệm cận xiên là $y=x-1$

Tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1\Leftrightarrow x=-c\Rightarrow -c=-1\Rightarrow c=1$

b) Đúng: Từ đồ thị ta thấy tâm đối xứng của đồ thị hàm số là điểm có tọa độ $(-1;-2)$.

c) Đúng: $a+b+c=1+(-1)+1=1$

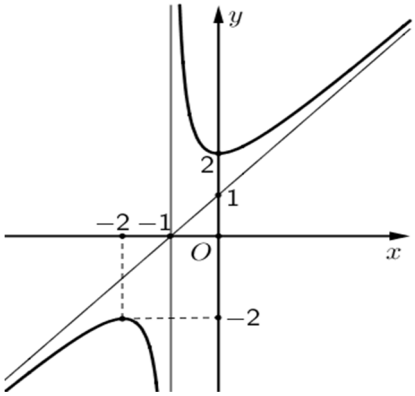
d) Sai: Dễ thấy $I(-1;-2)$ và hàm số ban đầu là $f(x)=x-1-\dfrac{1}{x+1}$ nên $M\left(x;x-1-\dfrac{1}{x+1}\right)$ với mọi $x\neq -1$.

Xét biểu thức $IM^2=(x+1)^2+\left[x-1-\dfrac{1}{x+1}-(-2)\right]^2=(x+1)^2+\left(x+1-\dfrac{1}{x+1}\right)^2$

$=2(x+1)^2+\dfrac{1}{(x+1)^2}-2\geq 2\sqrt{2(x+1)^2.\dfrac{1}{(x+1)^2}}-2=2\sqrt{2}-2$ (Bất đẳng thức Cauchy)

Vậy $IM=\sqrt{2\left(\sqrt{2}-1\right)}$.

Câu 13.34. Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình vẽ sau: Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

b) Đồ thị của hàm số đã cho có tiệm cận xiên $y=x+1$.

c) Gọi A, B là hai điểm cực trị của hàm số đã cho, diện tích của tam giác OAB bằng 8 (với O là gốc tọa độ).

d) Một trục đối xứng của đồ thị đã cho là $d: y=\left(x+1\right)\tan\dfrac{3\pi}{8}$.

Lời giải

a) Sai: Đồ thị đi xuống trên các khoảng $\left(-2;-1\right),\left(-1;0\right)$ nên nghịch biến trên các khoảng này.

b) Đúng: Tiệm cận xiên qua hai điểm $\left(-1;0\right),\left(0;1\right)$ là $y=x+1$.

c) Sai: Hai điểm cực trị của đồ thị là $A\left(0;2\right),B\left(-2;-2\right)\Rightarrow S_{OAB}=\dfrac{1}{2}\left|0.\left(-2\right)-\left(-2\right).2\right|=2$.

d) Đúng: Tiệm cận đứng $x=-1$. Trục đối xứng của đồ thị hàm số là đường phân giác của góc tạo bởi tiệm cận đứng và tiệm cận xiên:

$\dfrac{x-y+1}{\sqrt{2}}=\pm\left(x+1\right)\Leftrightarrow y=\left(x+1\right)\pm\sqrt{2}\left(x+1\right)=\left(1\pm\sqrt{2}\right)\left(x+1\right)$ nên

$\tan\left(\dfrac{3\pi}{8}\right)=1+\sqrt{2}$.

Câu 13.35. (Câu 13.35 trùng với câu 13.18) Cho hàm số $f\left(x\right)=\log_5\left(x^3-3x^2+4\right)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điều kiện xác định của hàm số là $x>2$.

b) Đạo hàm của hàm số là $f'\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x}{\left(x^3-3x^2+4\right)\ln 5}$.

c) Phương trình $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[1;2\right]$.

d) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Lời giải

a) Sai: Điều kiện xác định: $x^3-3x^2+4>0\Leftrightarrow\left(x-2\right)^2\left(x+1\right)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-1<x<2\\x>2\end{array}\right.$.

b) Đúng: Ta có: $f'\left(x\right)=\dfrac{3x^2-6x}{\left(x^3-3x^2+4\right)\ln 5}$.

c) Sai: Phương trình $f'(x)=\dfrac{3x^2-6x}{(x^3-3x^2+4)\ln 5}0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$ nên trên đoạn $[1;2]$ thì phương trình chỉ có một nghiệm là $x=2$

d) Sai: Bảng biến thiên:

x	-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$		↗		↘	‖	↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị.

Câu 13.36. Cho hàm số $f(x)=\cos^3 x+\sin^3 x-\dfrac{9}{4}\cos x.\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$.

b) Đặt $t=\sin x+\cos x$ với $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ thì phương trình trở thành $h(t)=\dfrac{-4t^3-9t^2+12t+9}{8}$.

c) Phương trình $h'(t)=0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ là $\dfrac{49}{32}$.

Lời giải

a) Đúng: Thay $x=\dfrac{\pi}{2}$ vào hàm số ta được $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=1$

b) Đúng: Nếu ta đặt $t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\cos\left(x-\dfrac{\pi}{4}\right)\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\Rightarrow \sin x.\cos x=\dfrac{t^2-1}{2}$

Hàm số đã cho trở thành $y=(\cos x+\sin x)^3-3(\cos x+\sin x)\cos x.\sin x-\dfrac{9}{4}\cos x.\sin x$

$\Leftrightarrow y=t^3-3t\cdot\dfrac{t^2-1}{2}-\dfrac{9}{4}\cdot\dfrac{t^2-1}{2}=\dfrac{-4t^3-9t^2+12t+9}{8}=h(t)$ với $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

c) Sai: $h'(t)=0\Leftrightarrow\dfrac{-12t^2-18t+12}{8}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-2\ (loai)\\t=\dfrac{1}{2}\ (nhan)\end{array}\right.$ nên phương trình $h'(t)=0$ chỉ có đúng một nghiệm trên đoạn $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$ là $t=\dfrac{1}{2}$.

d) Đúng: $h\left(\sqrt{2}\right)=\dfrac{-9+4\sqrt{2}}{8};h\left(-\sqrt{2}\right)=\dfrac{-9-4\sqrt{2}}{8};h\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{49}{32}$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ bằng giá trị lớn nhất của hàm số $h(t)$ và bằng $\dfrac{49}{32}$.

Câu 13.37. Cho hàm số $y=f\left(x\right)=\cos^3 x-\sin^3 x-\cos x+\sin x$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=f\left(\pi\right)=0$.

b) Nếu đặt $t=\cos x-\sin x$ thì phương trình trở thành $f\left(t\right)=\dfrac{-t+t^3}{2}$ với $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

c) Phương trình $f'\left(t\right)=0$ có hai nghiệm trên đoạn $\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

d) $\min y=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Lời giải

a) Đúng: $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=f\left(\pi\right)=0$

b) Sai: Đặt $t=\cos x-\sin x=\sqrt{2}\cos\left(x+\dfrac{\pi}{4}\right)\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]\Rightarrow \sin x.\cos x=\dfrac{1-t^2}{2}$

Hàm số đã cho trở thành $y=\left(\cos x-\sin x\right)^3+3\left(\cos x-\sin x\right)\cos x.\sin x-\left(\cos x-\sin x\right)$

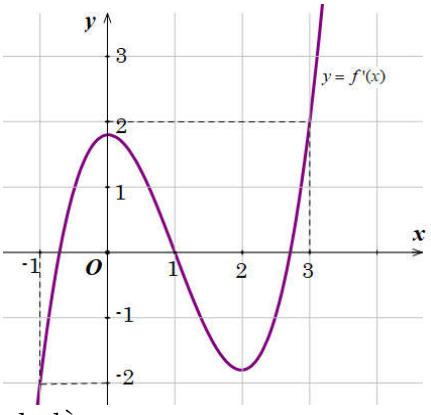
$\Leftrightarrow y=t^3+3t.\dfrac{1-t^2}{2}-t=\dfrac{-t^3+t}{2}=f\left(t\right)$ với $t\in\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$

c) Đúng: Đạo hàm: $f'\left(t\right)=\dfrac{-3t^2+1}{2}=0\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{\sqrt{3}}$

d) Sai: $f\left(\sqrt{2}\right)=-\dfrac{1}{\sqrt{2}};f\left(-\sqrt{2}\right)=\dfrac{1}{\sqrt{2}};f\left(\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{9};f\left(-\dfrac{1}{\sqrt{3}}\right)=-\dfrac{\sqrt{3}}{9}$

Suy ra $\min y=\min f\left(t\right)=f\left(\sqrt{2}\right)=-\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 13.38. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên tập số thực $\mathbb{R}$ và hàm số $g(x)=f(x)-\dfrac{1}{2}x^2+x+1$. Biết đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

b) $f\left(4\right)>f\left(5\right)$.

c) Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng

d) Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

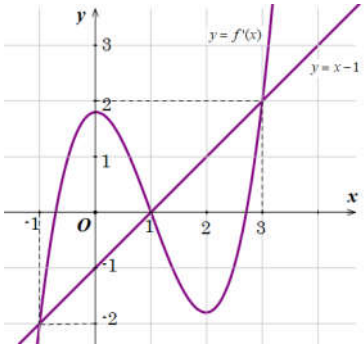
Lời giải

a) Sai. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. Do đó a) sai.

b) Sai. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)>0$ với mọi $x>3$ suy ra $f(4)<f(5)$. Do đó b) sai.

c) Đúng. Từ đồ thị hàm số, ta thấy đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. Do đó a) đúng.

d) Đúng. Ta có $g'(x)=f'(x)-(x-1).g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=x-1$ đây là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x-1$.



Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ và đường thẳng $y=x-1$ ta có $g'(x)=0 \Leftrightarrow x=-1,\ x=1,\ x=3$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘	$g(-1)$	↗	$g(1)$	↘	$g(3)$	↗	

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$. Nên c) đúng.

Câu 13.39. Cho hàm số $f(x)=\sin^2 x+\cos x-1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Nghiệm dương bé nhất của phương trình $f(x)=0$ là $\frac{\pi}{2}$.

b) $f'(x)=2\sin x-\sin x$.

c) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]$ lần lượt là $M,\ m$. Khi đó $M+m=\frac{-1-2\sqrt{2}}{4}$.

d) $f(-\pi)=-f(\pi)$.

Lời giải

a) Nghiệm dương bé nhất của phương trình $f(x)=0$ là $\frac{\pi}{2}$.

$\sin^2 x+\cos x-1=0 \Leftrightarrow -\cos^2 x+\cos x=0 \Leftrightarrow \cos x\left(-\cos x+1\right)=0$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\cos x=0\\ \cos x=1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\dfrac{\pi}{2}+k\pi\\ x=k\pi\end{array}\right., k\in\mathbb{Z}.$$

Nghiệm dương bé nhất của phương trình $f\left(x\right)=0$ là $\dfrac{\pi}{2}$.

b) $f'\left(x\right)=\sin 2x-\sin x$.

Ta có $f'\left(x\right)=2\sin x\cos x-\sin x=\sin 2x-\sin x$.

c) Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x\right)$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{4}\right]$ lần lượt là M, m. Khi đó $M+m=\dfrac{-1-2\sqrt{2}}{4}$.

Xét $f\left(x\right)=\sin^2 x+\cos x-1=-\cos^2 x+\cos x$ trên $\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{4}\right]$.

Đặt $t=\cos x$, $t\in\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2};1\right]$. Khi đó hàm số $f\left(x\right)$ trở thành $f\left(t\right)=-t^2+t$.

$\Rightarrow f'\left(t\right)=-2t+1=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}\in\left[-\dfrac{\sqrt{2}}{2};1\right]$.

Ta có $f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{-1-\sqrt{2}}{2}$, $f\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{1}{4}$, $f\left(1\right)=0$.

Do đó $M=\max\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]}f\left(x\right)=\dfrac{1}{4}$, $m=\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\frac{3\pi}{4}\right]}f\left(x\right)=\dfrac{-1-\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $M+m=\dfrac{-1-2\sqrt{2}}{4}$.

d) $f\left(-\pi\right)=f\left(\pi\right)$.

Ta có $f\left(-\pi\right)=\sin^2\left(-\pi\right)+\cos\left(-\pi\right)-1=\sin^2\pi+\cos\pi-1=f\left(\pi\right)$.

Câu 13.40. Cho hàm số $f\left(x\right)=2\sin x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f\left(0\right)=1$; $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$.

b) Nghiệm của phương trình $f'\left(x\right)=0$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là $\dfrac{\pi}{4}$.

c) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'\left(x\right)=2\cos x+1$.

d) Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)$ là -1.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $f\left(x\right)=2\sin x+1\Rightarrow f\left(0\right)=1$; $f\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=3$.

b) Sai. Vì $f'(x)=2\cos x$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow 2\cos x=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi,\ k\in\mathbb{Z}$.

Do đó nghiệm của phương trình $f'(x)=0$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là $\frac{\pi}{2}$.

c) Sai. Vì $f'(x)=2\cos x$.

d) Đúng. Ta có $-1\le \sin x\le 1,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $-1\le 2\sin x+1\le 3,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là -1.

Câu 13.41. Xét hàm số $y=f(x)=\frac{x}{2}-\sin^2 x$ trên khoảng $(0;\pi)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12};\pi\right)$.

b) Hàm số có 2 điểm cực trị.

c) Giá trị cực tiểu của hàm số là $\frac{5\pi}{24}-\frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

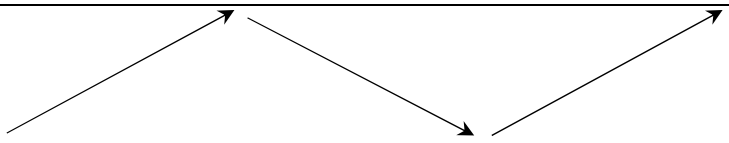
d) Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{-\sin^2 2x}{2}$ tại 2 điểm có hoành độ thuộc khoảng $(0;\pi)$.

Lời giải

a) Ta có: $y'=\frac{1}{2}-\sin 2x$.

Trên khoảng $(0;\pi)$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm là $x=\frac{\pi}{12}$ và $x=\frac{5\pi}{12}$.

BBT:

x	0 $\frac{\pi}{12}$	$\frac{5\pi}{12}$	π
y'	$+\ 0$	$-\ 0$	$+$
y			

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{5\pi}{12};\pi\right)$.

b) Hàm số có hai điểm cực trị.

c) Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=\frac{5\pi}{12}; y_{CT}=\frac{5\pi}{24}-\frac{2+\sqrt{3}}{4}$.

d) Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$\frac{1}{2}-\sin 2x=-\frac{\sin^2 2x}{2}\Leftrightarrow(\sin 2x-1)^2=0\Leftrightarrow \sin 2x=1$.

Trên khoảng $(0;\pi)$ phương trình chỉ có duy nhất một nghiệm $x=\frac{\pi}{4}$.

Câu 13.42. Cho hàm số $f(x)=\log_2(x+4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Tập xác định của hàm số đã cho chứa đúng 4 số nguyên âm.

b) Phương trình $f(x)=\log_2(x^2+2x-16)$ có nghiệm duy nhất $x=4$.

c) Hàm số $g(x)=-x^2+f(x).\ln 1024$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

d) Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại duy nhất một điểm.

Lời giải

a) SAI. Điều kiện xác định: $x+4>0\Leftrightarrow x>-4$.

Suy ra hàm số đã cho có TXĐ: $(-4;+\infty)$.

Vậy tập xác định của hàm số chứa 3 số nguyên âm là $-3;-2;-1$.

b) ĐÚNG.

$f(x)=\log_2(x^2+2x-16)\Leftrightarrow \log_2(x+4)=\log_2(x^2+2x-16)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x+4>0\\x+4=x^2+2x-16\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-4\\x^2+x-20=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>-4\\\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=4\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x=4$$

Vậy phương trình $f(x)=\log_2(x^2+2x-16)$ có nghiệm duy nhất $x=4$.

c) SAI. Hàm số $g(x)=-x^2+\log_2(x+4).\ln 1024$ có TXĐ: $(-4;+\infty)$

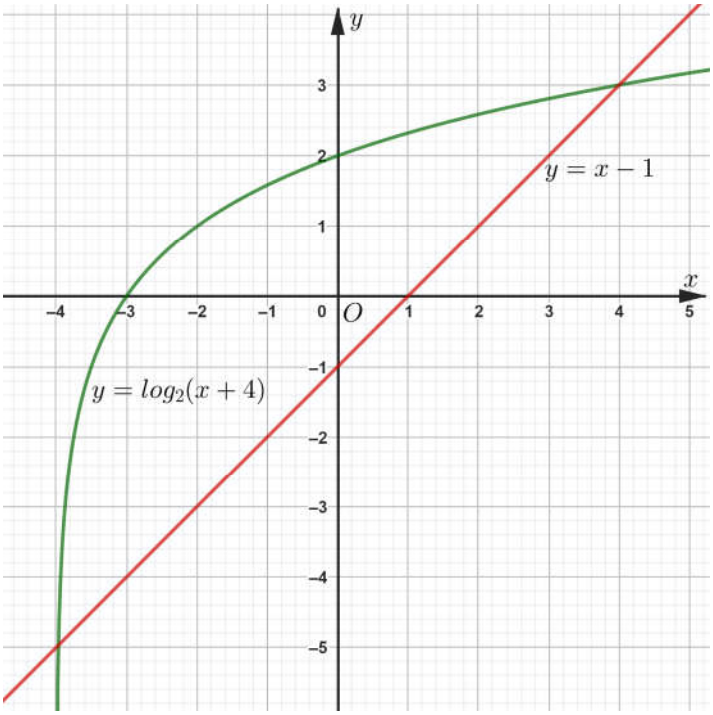
$$g'(x)=-2x+\frac{\ln 1024}{(x+4)\ln 2}=-2x+\frac{10}{x+4};$$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow -2x+\frac{10}{x+4}=0\Rightarrow -2x^2-8x+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in(-4;\infty)\\x=-5\notin(-4;\infty)\end{array}\right.$$

BBT:

x	-4		1		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
g		↗		↘	

Từ BBT suy ra hàm số $g(x)=-x^2+f(x).\ln 1024$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.



d) SAI. Vẽ hai đồ thị hàm số trên cùng một mặt phẳng tọa độ, ta thấy hai đồ thị hàm số đã cho cắt nhau tại 2 điểm.

Câu 13.43. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-3x-6\ln(2-x)+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đạo hàm của hàm số đã cho là $f'(x)=\dfrac{x^3-2x^2-3x}{x-2}$.

b) Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng $(-\infty;-1)$.

c) Tổng các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số bằng $\dfrac{14}{3}-6\ln 6$.

d) Hàm số $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2+2x+2}$ có đường tiệm cận xiên có dạng $y=ax+b$. Khi đó $a+b=\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

a) Đúng: Tập xác định: $D=(-\infty;2)$.

Đạo hàm: $f'(x)=x^2-3-6.\dfrac{-1}{2-x}=\dfrac{(x^2-3)(2-x)+6}{2-x}=\dfrac{-x^3+2x^2+3x}{2-x}$

$=\dfrac{x^3-2x^2-3x}{x-2}$.

b) Đúng: Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow x^3-2x^2-3x=0\Leftrightarrow x(x^2-2x-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in D\\x=-1\in D\\x=3\notin D\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu $f'(x)$:

x	$-\infty$		-1		0		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu, ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(0;2)$.

c) Đúng: Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ nên $f_{CD}=f(-1)=\dfrac{11}{3}-6\ln 3$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ nên $f_{CT}=f(0)=1-6\ln 2$.

Vậy tổng các giá trị cực đại và cực tiểu của hàm số là $f_{CD}+f_{CT}=\dfrac{14}{3}-6\ln 6$.

d) Sai: Ta có: $g(x)=\dfrac{f(x)}{x^2+2x+2}=\dfrac{x^3-9x-18\ln(2-x)+3}{3(x^2+2x+2)}$.

Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng $y=ax+b$ trong đó:

$$a=\lim_{x\to-\infty}\frac{g(x)}{x}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^3-9x-18\ln(2-x)+3}{3x(x^2+2x+2)}=\frac{1}{3}$$

và $b=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)-\dfrac{1}{3}x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[g(x)-\dfrac{1}{3}x\right]=\lim\limits_{x\to-\infty}\left[\dfrac{x^3-9x-18\ln(2-x)+3}{3(x^2+2x+2)}-\dfrac{x}{3}\right]$

$$= \lim_{x\to-\infty}\frac{x^3-9x-18\ln(2-x)+3-x(x^2+2x+2)}{3(x^2+2x+2)} = \lim_{x\to-\infty}\frac{-2x^2-11x-18\ln(2-x)+3}{3(x^2+2x+2)}$$

$$= -\frac{2}{3}.$$

Khi đó $a+b=-\frac{1}{3}$.

Câu 13.44. Cho hàm số $f(x)=\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+4)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $D=(-\infty;1]\cup[4;+\infty)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\frac{5-2x}{(x^2-5x+4)\ln 2}$.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right)$.

d) Bất phương trình $f(x)>0$ có đúng 4 nghiệm nguyên.

Lời giải

a) Hàm số $y=f(x)$ có nghĩa $\Leftrightarrow x^2-5x+4>0 \Leftrightarrow x<1$ hoặc $x>4$

Vậy tập xác định $D=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

Suy ra mệnh đề sai.

b) Ta có: $f'(x)=\left[\log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+4)\right]'$

$$=\frac{(x^2-5x+4)'}{(x^2-5x+4)\ln\frac{1}{2}}=\frac{2x-5}{(x^2-5x+4)\ln\frac{1}{2}}=\frac{-(2x-5)}{(x^2-5x+4)(-\ln 2)}=\frac{5-2x}{(x^2-5x+4)\ln 2}$$

Suy ra mệnh đề đúng.

c) Theo câu a) ta có tập xác định $D=(-\infty;1)\cup(4;+\infty)$.

Suy ra mệnh đề sai.

d) Bất phương trình $f(x)>0 \Leftrightarrow \log_{\frac{1}{2}}(x^2-5x+4)>0 \Leftrightarrow 0<x^2-5x+4<1$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2-5x+4>0 \\ x^2-5x+4<1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \vee x>4 \\ x^2-5x++3<0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x<1 \vee x>4 \\ \frac{5-\sqrt{13}}{2}<x<\frac{5-\sqrt{13}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5-\sqrt{13}}{2}<x<1 \vee 4<x<\frac{5-\sqrt{13}}{2}$$

Bất phương trình $f(x)>0$ không có nghiệm nguyên.

Suy ra mệnh đề sai.

Câu 13.45. Cho hàm số $y=f(x)=e^{x+\sqrt{16-x^2}}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt.

b) $f(-4)=\frac{1}{e^4}$.

c) $f'(x)=\left(1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right)e^{x+\sqrt{16-x^2}}, \forall x\in[-4;4]$.

d) Tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $e^{a+b\sqrt{c}}$ (với $a,b,c\in\mathbb{Z}$ và c là số nguyên tố). Khi đó $a+2b+3c=10$.

Lời giải

a) Sai. Ta có $f'(x)=e^{x+\sqrt{16-x^2}}.\left(x+\sqrt{16-x^2}\right)'=e^{x+\sqrt{16-x^2}}.\left(1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right), \forall x\in(-4;4)$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow e^{x+\sqrt{16-x^2}}.\left(1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right)=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\Leftrightarrow\sqrt{16-x^2}=x$

$\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\16-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2=8\end{cases}\Leftrightarrow x=2\sqrt{2}$. Vậy phương trình $f'(x)=0$ chỉ có một nghiệm.

b) Đúng. Ta có $f(-4)=e^{-4}=\dfrac{1}{e^4}$.

c) Sai. Ta có $f'(x)=e^{x+\sqrt{16-x^2}}.\left(1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right), \forall x\in(-4;4)$.

d) Đúng. Hàm số $y=f(x)=e^{x+\sqrt{16-x^2}}$ có tập xác định $D=[-4;4]$ và

$f'(x)=e^{x+\sqrt{16-x^2}}.\left(1-\dfrac{x}{\sqrt{16-x^2}}\right), \forall x\in(-4;4)$.

Phương trình $f'(x)=0$ chỉ có một nghiệm $x=2\sqrt{2}\in(-4;4)$.

Ta có $f(-4)=e^{-4}$, $f(4)=e^4$, $f\left(2\sqrt{2}\right)=e^{2\sqrt{2}+\sqrt{8}}=e^{4\sqrt{2}}$.

So sánh 3 giá trị này ta có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ lần lượt là $e^{4\sqrt{2}}$ và e^{-4}.

Do đó tích của giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ là $e^{-4+4\sqrt{2}}$.

Kết hợp giả thiết ta suy ra $a=-4,b=4,c=2$ nên $a+2b+3c=10$.

Câu 13.46. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(a;b)$ với $a^2+b=12$.

b) Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là $y=x-2$.

c) Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=2$ cắt hai đường tiệm cận tại A,B. Diện tích tam giác IAB bằng 12.

d) Có tất cả 9 giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=m$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa mãn $x_1<2<x_2<15$.

Lời giải

a) Xét hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ có $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y' = \dfrac{(2x-3)(x-1)-(x^2-3x+6)}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ / $+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;3)$. $\Rightarrow a=b=3$ nên $a^2+b=12$.

Vậy a) đúng.

b) Ta có: $y = \dfrac{x^2-3x+6}{x-1} = x-2+\dfrac{4}{x-1}$.

Nên tiệm cận xiên của đồ thị hàm số là đường thẳng $y=x-2$.

Vậy b) đúng.

c) Ta có $I(1;-1)$ là giao điểm hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Tại $x_0=2 \Rightarrow y_0=4; f'(x_0)=-3$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm có hoành độ $x=2$ là:

$y-4=-3(x-2) \Leftrightarrow y=-3x+10$.

Khi đó: $A(1;7)$ là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận đứng $x=1$.

$B(3;1)$ là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận xiên $y=x-2$.

Ta có: $AB=2\sqrt{10}$; $d(I,AB) = \dfrac{|3.1-1-10|}{\sqrt{10}} = \dfrac{8}{\sqrt{10}}$; $S_{IAB} = \dfrac{1}{2}.2\sqrt{10}.\dfrac{8}{\sqrt{10}} = 8$.

Vậy c) sai.

d) Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2	3	15		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$		0	$+$		
y	$-\infty$	↗	-5	↘	$-\infty$ / $+\infty$	↘	4	3	$\frac{93}{7}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}=m$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 thỏa mãn $x_1<2<x_2<15$ khi $m \in \left(4;\dfrac{93}{7}\right)$. Do $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{5;6;7;8;9;10;11;12;13\}$.

Vậy có 9 giá trị nguyên của tham số m thoả mãn nên d) đúng.

Câu 13.47. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{x^2-3x+1}{x-3}$ có đồ thị (C). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) (C) có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=3$.

b) Trên đoạn $[0;2]$, hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 1.

c) (C) có tiệm cận xiên là đường thẳng $y=x$.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $\lim\limits_{x\to 3^-} f(x) = -\infty \Rightarrow x = 3$ là tiệm cận đứng của (C).

b) Đúng. Xét hàm số hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 6x + 8}{(x-3)^2} = \dfrac{(x-2)(x-4)}{(x-3)^2} > 0, \forall x \in (0;2)$

$\Rightarrow$ hàm số luôn đồng biến trên trên khoảng $(0;2)$.

Khi đó $\max\limits_{[0;2]} y = f(2) = 1$.

c) Đúng. Ta có $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 3} = x + \dfrac{1}{x-3}$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x) - x\right] = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{1}{x-3} = 0 \Rightarrow y = x$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho.

d) Sai. Xét hàm số hàm số $y = f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 1}{x - 3}$ trên đoạn $\mathbb{R} \setminus \{3\}$

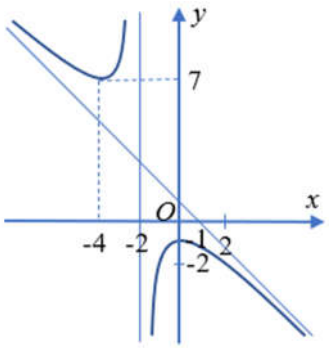
Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 6x + 8}{(x-3)^2}, \forall x \neq 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 6x + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		2		3		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	5	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(2;3)$ và $(3;4)$.

Câu 13.48. Cho hàm số $y = f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x + d}$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ dưới đây, biết đường tiệm xiên của đồ thị hàm số đi qua hai điểm $(0;1)$ và $(1;0)$.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Khoảng cách từ $M(1;-8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\sqrt{5}$.

b) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;0)$.

c) Ta có $a + b + c + d = -2$.

d) Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Lời giải

+ Theo hàm số thì TCĐ của đồ thị hàm số là $x=-d$.

Theo đồ thị hàm số thì TCĐ của đồ thị hàm số là $x=-2$.

$\Rightarrow d=2 \Rightarrow f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+2}$.

+ Đồ thị hàm số đi qua $(0;-1)$ nên $-1=\dfrac{a.0^2+b.0+c}{0+2}$

$\Leftrightarrow c=-2\Rightarrow f(x)=\dfrac{ax^2+bx-2}{x+2}$.

+ Từ hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx-2}{x+2}\Rightarrow f(x)=ax+(b-2a)+\dfrac{4a-2b-2}{x+2}$.

Suy ra TCX có phương trình: $y=ax+(b-2a)$.

Theo GT: TCX đi qua $(0;1)$ và $(1;0)$ nên $\begin{cases}1=a.0+(b-2a)\\0=a.1+(b-2a)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b-2a=1\\b=a\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}$.

$\Rightarrow y=f(x)=\dfrac{-x^2-x-2}{x+2}$.

a) Đúng. Đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số:

$y=\dfrac{(-x^2-x-2)'}{(x+2)'}\Rightarrow y=-2x-1\Rightarrow 2x+y+1=0$.

Khoảng cách từ $M(1;-8)$ đến đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số bằng $\dfrac{|2.1-8+1|}{\sqrt{2^2+1^2}}=\dfrac{5}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}$.

b) Sai. Hàm số không xác định tại $x=-2\in(-4;0)$ nên đồ thị hàm số không thể đơn điệu trên $(-4;0)$.

c) Đúng. $a+b+c+d=-1-1-2+2=-2$.

d) Sai. Tập xác định của hàm số $y=f(x)=\dfrac{-x^2-x-2}{x+2}$ là $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 13.49. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x^2+4}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $f(24)=\dfrac{9}{116}$.

b) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nhận trục tung làm tiệm cận đứng.

c) Hàm số $f(x)$ có điểm cực đại là $x=4$.

d) Tập giá trị của hàm số đã cho là đoạn $[a;b]$ thì $3a+4b=-2$.

Lời giải

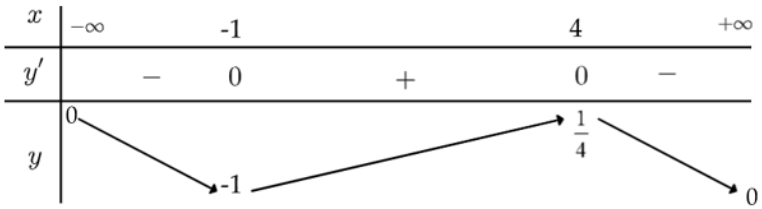
a) Đúng.

b) Đúng vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=0$.

c) Đúng. Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=\dfrac{-2x^2+6x-8}{\left(x^2+4\right)^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \Rightarrow y=-1 \\ x=4 \Rightarrow y=\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

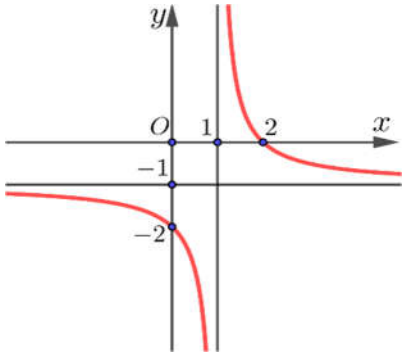
Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $x=4$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$.

d) Đúng. Từ kết quả câu b) và c) ta suy ra tập giá trị của hàm số là $\left[-1;\dfrac{1}{4}\right] \Rightarrow 3a+4b=-3+1=-2$

Câu 13.50. Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ với $a,b,c\in\mathbb{R}$ có đồ thị là hình bên.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:a) Đạo hàm của hàm số $f'(x)<0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$.

b) Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

và đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

c) Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đường tiệm cận đứng là $x=1$.

và đường tiệm cận ngang là $y=-1$.

d) Tổng $a+b+c=5$.

Lời giải

a) Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến $\forall x\neq 1$. Suy ra $f'(x)<0 \quad \forall x\neq 1$.

b) Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

c) Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=-1$.

d) Từ hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+1}$ ta có:

+ Phương trình tiệm cận đứng là: $x=-\dfrac{1}{c}=1 \Rightarrow c=-1$.

+ Phương trình tiệm cận ngang là: $y=\dfrac{a}{c}=-1 \Rightarrow a=-c=1$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2)$ nên ta có $-2=\dfrac{a.0+b}{c.0+1} \Rightarrow b=-2$. Vậy ta có: $a+b+c=-2$

Câu 13.51. Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

b) Hàm số $y=f(x)$ có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

c) Hàm số $g(x)=3x-2f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

d) Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ đi qua điểm $A(-1;-2)$.

Lời giải

b) Hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

c) $g'(x)=3-2f'(x)$

Từ BBT ta có $\forall x\in(0;2)$ thì $f'(x)<0\Leftrightarrow -2.f'(x)>0\Leftrightarrow g'(x)=3-2f'(x)>0$,$\forall x\in(0;2)$

Vậy hàm số $g(x)=3x-2f(x)$ đồngbiến trên khoảng $(0;2)$.

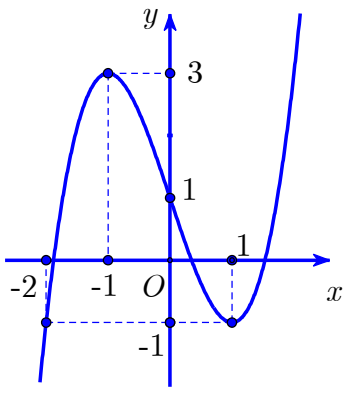
d) $f'(x)=3ax^2+2bx+c$

Đồ thị hàm số đi qua $M(0;2),N(2;-2)$ và $f'(x)$ có hai nghiệm $x=0;x=2$ nên ta có $d=2;c=0$ và $\begin{cases}12a+4b=0\\8a+4b=-4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-3\end{cases}$

Vậy $y=f(x)=x^3-3x^2+2$

Tọa độ điểm $A(-1;-2)$ nghiệm đúng $y=f(x)=x^3-3x^2+2$ nên đồ thị của hàm số đi qua điểm $A(-1;-2)$.

Câu 13.52. Cho hàm số bậc ba $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Trong các số a,b,c,d có ba giá trị dương.

b) Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $(-2;1)$ bằng 3.

c) Tâm đối xứng của đồ thị hàm số có hoành độ bằng 1.

d) Phương trình $f\left(f(x)\right)=\dfrac{5}{2}$ có sáu nghiệm phân biệt.

Lời giải

a)

+ Chiều biến thiên: $a>0$

+ Giao điểm của đồ thị với trục tung

Thay $x=0\Rightarrow d=1>0$

+ $x_1.x_2<0\Leftrightarrow\dfrac{c}{3a}<0\Leftrightarrow c<0$

+ Điểm $A(0;1)$ là điểm uốn của đồ thị

$x_I=\dfrac{-b}{3a}=0\Leftrightarrow b=0$

b) Đúng.

c) Sai. Tâm đối xứng của đồ thị là điểm $A(0;1)$

d) Đặt $f\left(x\right)=u$. Khi đó nghiệm của phương trình $f(f(x))=\dfrac{5}{2}$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị $f\left(u\right)$ với đường thẳng $y=\dfrac{5}{2}$

Dựa vào đồ thị ta có: $\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=u_1,u_1\in(-2;-1)\\f\left(x\right)=u_2,u_2\in(-1;0)\\f\left(x\right)=u_3,u_3\in(1;2)\end{array}\right.$

Tiếp tục xét số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ với từng đường thẳng $y=u_1$, $y=u_2$, $y=u_3$

Dựa vào đó ta có được 7 giao điểm. Suy ra phương trình $f(f(x))=\dfrac{5}{2}$ có 7 nghiệm phân biệt

Suy ra d) sai.

Câu 13.53. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ (C). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ nghịch biến trên $R\setminus\{1\}$.

b) Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

c) Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng 2 tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{a}{b}$ (với $a,b\in N$ và $(a;b)=1$). Khi đó $a-20b=1$.

d) Lấy hai điểm A; B thuộc một nhánh của đồ thị (C) sao cho $x_A>1;x_B>1$ và hai điểm thuộc đồ

C; D thuộc đường thẳng $\Delta:y=-x+1$. Khi $ABCD$ là hình vuông thì diện tích hình vuông đó (làm tròn đến hàng phần chục) là $47,4$ đơn vị diện tích.

Lời giải

a)Sai. Vì $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0$ với mọi $x\neq1$, hàm số nghịch biến từ $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

b) Sai.Vì $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0$ nên hàm số không có cực trị.

c) Tiếp tuyến của đồ thị $y-y_o=y'_o(x-x_o)$.Với $y_{(2)}=5$, $y'_{(2)}=-3$.

Thay vào ta có: $y-5=-3(x-2)\to y=-3x+11$.

Giao điểm của tiếp tuyến $y=-3x+11$ với trục $Ox: y=0\to x=\dfrac{11}{3}$;

$Oy: x=0\to y=11$

Diện tích tam giác tạo bởi tiếp tuyến với các trục tọa độ: $S=\dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{11}{3}\cdot 11=\dfrac{121}{6}$.

Ta có $a=121; b=6$ thay vào $a-20b=121-20.6=1$.Vậy mệnh đề này Đúng

d) Ta dựng $d\perp\Delta$ và d đi qua tâm đối xứng $I(1;2)\Rightarrow d: y=x+1\Rightarrow x-y+1=0$

Theo ycbt: $d(B;\Delta)=2.d(B;d)$

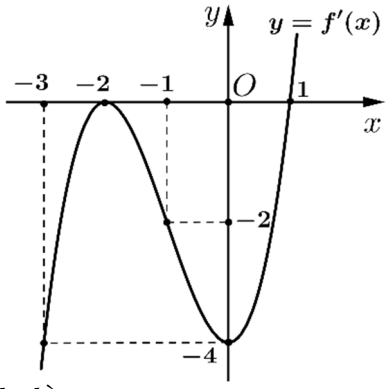
$$\Rightarrow |x+y-1|=2|x-y+1|\Rightarrow\begin{bmatrix}x-3y+3=0\\3x-y+1=0\end{bmatrix}\Rightarrow\begin{bmatrix}x^2-4x-6=0\\3x^2-4x-2=0\end{bmatrix}.$$

$$\text{Vì } x>1\Rightarrow\begin{bmatrix}x=2+\sqrt{10}=x_B\\x=\dfrac{2+\sqrt{10}}{3}=x_A\end{bmatrix}.$$

Khi đó cạnh hình vuông $a=d(B;\Delta)=\dfrac{4\sqrt{5}+4\sqrt{2}}{3}\Rightarrow S=a^2\simeq 23{,}7$.

Vậy d) Sai.

Câu 13.54. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

c) Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

d) Hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-\sqrt{3})$ và $(0;\sqrt{3})$.

Lời giải

a) Sai. Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ dễ thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Sai. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có duy nhất một điểm cực trị tại $x=1$.

c) Đúng. Trên đoạn $[-2;1]$, hàm số $y=f(x)$ nghịch biến nên giá trị nhỏ nhất đạt được khi $x=1$.

d) Sai. Xét $g'(x)=2xf'(x^2-2)=0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x^2-2=1 \end{bmatrix} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x=0 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{bmatrix}$

Ta có bảng xét dấu $f'(x)$:

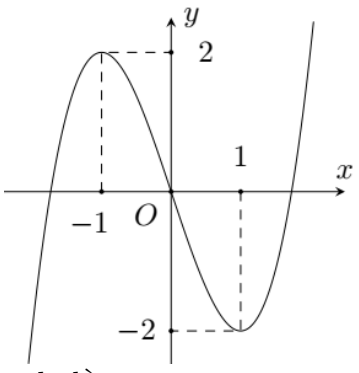
x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
f′(x)		$-$	0	$-$	0	$+$	

Từ đó suy ra bảng xét dấu $g'(x)$:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
g′(x)		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy trên các khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{3}\right)$ và $\left(0;\sqrt{3}\right)$ hàm số $g(x)=f(x^2-2)$ nghịch biến chứ không đồng biến.

Câu 13.55. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$

b) Giá trị cực đại của hàm số là 2.

c) Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2};1\right]$ là -1.

d) Giá trị của hàm số tại $x=5$ là $f\left(5\right)=100$.

Lời giải

a) Sai. Hàm số nghịch biến trên $\left(-1;1\right)$.

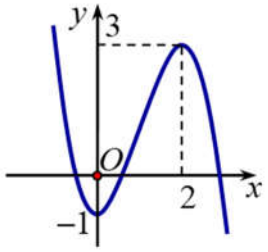
b) Đúng.

c) Sai. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $\left[\frac{1}{2};1\right]$ là -2.

d) Sai. Ta có $\begin{cases} f\left(-1\right)=2 \\ f\left(1\right)=-2 \\ f'\left(-1\right)=0 \\ f'\left(1\right)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -a+2b-c+d=2 \\ a+b+c+d=-2 \\ 3a^2-2b+c=0 \\ 3a^2+2b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=0 \\ c=-3 \\ d=0 \end{cases}$

Suy ra $f\left(x\right)=x^3-3x$, do đó $f\left(5\right)=5^3-3.5=110$

Câu 13.56. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình sau đây.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng -1.

b) Phương trình $\log_3\left[f(x)+6\right]=2$ có hai nghiệm.

c) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

d) Tổng $2025a+b+c+d=-2023$.

Lời giải

a) Đúng vì hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và giá trị cực tiểu bằng $f(0)=-1$.

b) Đúng vì $\log_3\left[f(x)+6\right]=2\Leftrightarrow f(x)+6=9\Leftrightarrow f(x)=3$.

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y=3$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại hai điểm nên phương trình $f(x)=3$ có hai nghiệm.

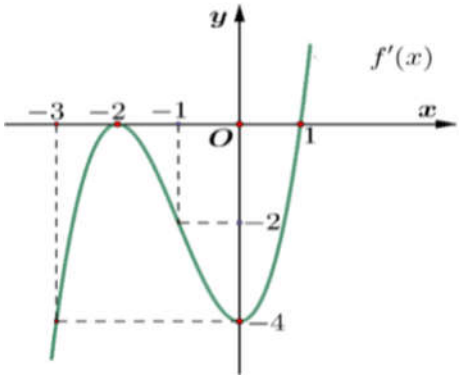
c) Sai vì trên khoảng $(2;3)$ hàm số $y=f(x)$ nghịch biến.

d) Đúng vì $f'(x)=3ax^2+2bx+c$.

Theo giả thiết $\begin{cases}f'(0)=0\\f'(2)=0\\f(0)=-1\\f(2)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\12a+4b+c=0\\d=-1\\8a+4b+2c+d=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-1\\b=3\\c=0\\d=-1\end{cases}$.

Vậy $2025a+b+c+d=-2023$.

Câu 13.57. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)$ là hàm số bậc ba có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

b) Hàm số $y=f(x)$ có hai cực trị.

c) $\underset{[-2;1]}{Max}\,f(x)=f(-2)$.

d) Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{x+2}{f'(x)}$ có tất cả 2 đường tiệm cận.

Lời giải

Từ đồ thị hàm số $f'(x)$ ta suy ra $f'(x)\le 0 \Leftrightarrow x\le 1;\ f'(x)\ge 0 \Leftrightarrow x\ge 1$. Do đó a) Sai.

Ta cũng suy ra hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $[-2;1]$ nên $\underset{[-2;1]}{Max}\, f(x)=f(-2)$.

Do đó c) Đúng.

Cũng từ đồ thị ta thấy $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-2; x=1$. $f'(x)$ chỉ đổi dấu từ $-$ *qua* $+$ khi qua $x=1$. Suy ra hàm số $f(x)$ chỉ có một điểm cực trị. Do đó b) Sai.

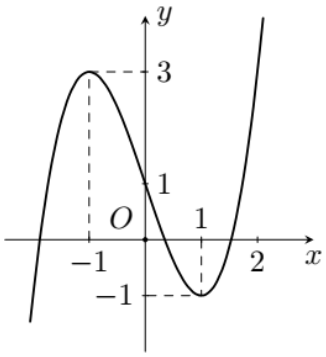
$f'(x)$ là hàm số bậc ba nên từ đồ thị ta suy ra $f'(x)=a(x+2)^2(x-1)$.

$f'(0)=-4 \Rightarrow -4a=-4 \Rightarrow a=1 \Rightarrow f'(x)=(x+2)^2(x-1)$.

$g(x)=\dfrac{x+2}{(x+2)^2(x-1)}=\dfrac{1}{(x+2)(x-1)}, \forall x\ne 2$.

Suy ra đồ thị hàm số $g(x)$ có hai tiệm cận đứng là $x=-2; x=1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$. Do đó d) Sai.

Câu 13.58. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x+1$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

b) Đồ thị hàm số đã cho là đường cong trong hình vẽ bên.

c) Đồ thị hàm số $g(x)=\dfrac{1}{f(x)}$ có tổng số ba đường tiệm cận.

d) Hàm số $h(x)=f(2025-x)$ đạt cực đại tại $x_0=2024$.

Lời giải

a) Ta có $f'(x)=3x^2-3$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ BBT suy ra hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

b) Từ câu a suy ra đồ thị hàm số đã cho là đường cong trong hình vẽ bên.

c) Từ đồ thị suy ra $f\left(x\right)=0$ có ba nghiệm phân biệt suy ra đồ thị hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{1}{f\left(x\right)}$ có ba tiệm cận đứng.

Mà $\lim\limits_{x\to\pm\infty} g\left(x\right)=0$ suy ra đồ thị hàm số $g\left(x\right)$ có một tiệm cận ngang là $y=0$.

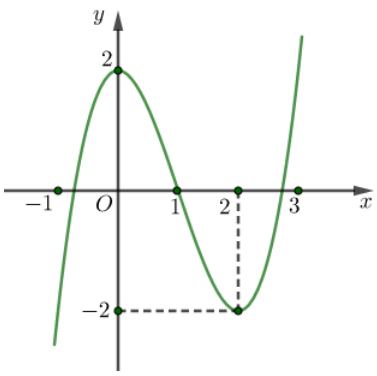
Vậy đồ thị hàm số $g\left(x\right)$ có bốn đường tiệm cận.

d) Ta có $h'\left(x\right)=-f'\left(2025-x\right)$; $h'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2025-x=1\\2025-x=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2024\\x=2026\end{array}\right.$

x	$-\infty$		2024		2026		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$h(2024)$	↗	$h(2026)$	↘	$-\infty$

Suy ra hàm số $h\left(x\right)=f\left(2025-x\right)$ đạt cực tiểu tại $x_0=2024$.

Câu 13.59. Cho hàm số bậc ba $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a\neq 0\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:



a) Gọi d là đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$. Khoảng cách từ điểm O đến đường thẳng d bằng $\dfrac{2}{5}$.

b) Hàm số $y=f\left(x\right)$ có hai giá trị cực trị trái dấu.

c) $f\left(5\right)=52$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ và $y=g\left(x\right)=x-1$ là 8.

Lời giải

a) Sai. Hai điểm cực trị là $A\left(0;2\right),B\left(2;-2\right)$.

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực trị là $\dfrac{x-0}{2-0}=\dfrac{y-2}{-2-2}\Rightarrow 2x+y-2=0.$

Khoảng cách từ O đến d bằng $\dfrac{\left|-2\right|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}.$

b) Đúng. $y_{CD}=2,y_{CT}=-2\Rightarrow y_{CD}.y_{CT}=-4<0.$

c) Đúng. $f'\left(x\right)=ax\left(x-2\right)=ax^2-2ax\Rightarrow f\left(x\right)=a\dfrac{x^3}{3}-ax^2+d.$

Ta có $\begin{cases} f(0)=2 \\ f(2)=-2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=2 \\ a=3 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+2 \Rightarrow f(5)=52.$

d) Đúng. Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2+2=x-1 \Leftrightarrow x^3-3x^2-x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)=x-1$ là

$$\int_{-1}^{3}\left|x^3-3x^2-x+3\right|dx=\left|\int_{-1}^{1}\left(x^3-3x^2-x+3\right)dx\right|+\left|\int_{1}^{3}\left(x^3-3x^2-x+3\right)dx\right|=8..$$

Câu 13.60. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x^2-3x+2),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

b) Hàm số $y=f(x^2-4x+1)$ có 3 điểm cực tiểu.

c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

d) Điểm cực đại của hàm số là $x=1$.

Lời giải

a) Sai: $f'(x)=(x-1)^2(x^2-3x+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1(kép) \\ x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên nên a) sai; c) đúng; d) đúng.

b) Đúng: $y=f(x^2-4x+1) \Rightarrow y'=f'(x^2-4x+1)(2x-4)$.

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f'(x^2-4x+1)=0 \\ 2x-4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-4x+1=1 \\ x^2-4x+1=2 \\ x=2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0;x=4 \\ x=2\pm\sqrt{5} \\ x=2 \end{array}\right..$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$2-\sqrt{5}$		0		2		4		$2+\sqrt{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$y=f(x)$		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số $y=f(x^2-4x+1)$ có 3 điểm cực tiểu.

----------HẾT----------

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG TOÁN CÂU 14. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

(Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.)

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

- Quãng đường =(vận tốc).(thời gian): $S = v.t$.
- Vận tốc = (quãng đường)/(thời gian): $v = \dfrac{S}{t}$.
- Thời gian = (quãng đường)/(vận tốc): $t = \dfrac{S}{v}$.
- Vận tốc: $v(t) = S'(t) \Rightarrow S(t) = \int v(t)dt$.
- Gia tốc: $a(t) = v'(t)$ mà $v(t) = S'(t) \Rightarrow a(t) = v'(t) = S''(t)$.
- Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây kể từ khi tăng tốc:

$$S(t) = \int_0^t v(t)dt$$

- Quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi đươc trong thời gian 5 giây kể từ khi tăng tốc:

$$S(t) = \int_0^5 v(t)dt$$

Bảng đơn vị đo độ dài						
km	hm	dam	m	dm	cm	mm
$1km = 1000m$			$1m = 0,001km$			

Bảng chuyển đổi mét/giây sang km/giờ	
$1m/s = 3,6km/h$	$1km/h = \dfrac{1}{3,6}m/s$

Bảng đơn vị đo diện tích						
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
$1km^2 = 10^6 m^2$			$1m^2 = 10^{-6} km^2$			

Bảng đơn vị đo thể tích						
km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
$1km^3 = 10^9 m^3$			$1m^3 = 10^{-9} km^3$			

Chú ý: $1dm^3 = 1$ lít

Câu 14.1. **(ĐMH 2025)** Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $200m$, tốc độ của ô tô là $36km/h$. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b$ $(a,b\in\mathbb{R}, a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc trong 24 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là 180m.

b) Giá trị của b là 10.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t)=\int_0^{24} v(t)\,dt$.

d) Sau 24 giây kể từ khi tăng tốc, tốc độ của ô tô không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là $100km/h$.

Lời giải

a) Đúng: Tốc độ ban đầu của ô tô là 36 km/h = 10 m/s.

Quãng đường ô tô đi được trong 2 giây đầu tiên là: $S_1=10.2=20$ (m).

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là: $S_2=200-20=180$ m.

b) Đúng: Ta có $v(t)=at+b$. (cần phải nói rõ đơn vị: m/s)

Thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có $t=0$, $v=10\Rightarrow v(0)=b=10$.

c) Sai: Do $v(t)>0$ với $0\le t\le 0$, đó đó quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 24)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức: $S(t)=\int_0^{t} v(t)\,dt$.

Còn công thức $S(t)=\int_0^{24} v(t)\,dt$ là quãng đường ô tô đi được trong 24 giây.

d) Sai: Ta có $v(t)=at+10$.

Biết xe nhập làn sau 12 giây kể tứ lúc tăng tốc nên ta có:

$$180=\int_0^{12}(at+10)dt=a\left(\frac{t^2}{2}+10t\right)\Big|_0^{12}=192a\Rightarrow a=\frac{5}{6}\Rightarrow v(t)=\frac{5}{6}t+10\ \text{(m/s)}$$

Tốc độ của ô tô sau 24 giây là: $v(24)=24.\frac{5}{6}+10=30\,(\text{m/s})=108\,(\text{km/h})>100\,(\text{km/h})$.

Câu 14.2. (Câu này có fix so với bản pdf trước đó) Một xe ô tô đang chạy với vận tốc $65\ km/h$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó $50\,m$. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này ô tô chuyển động chậm dần đều với tốc độ $v(t)=-9t+18\,(m/s)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s(t)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t giây kể từ lúc đạp phanh. Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t giây là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$.

b) $s(t)=-\frac{9}{2}t^2+18t$.

c) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.
d) Kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn thì xe ô tô đó không va chạm vào chướng ngại vật ở trên đường.

Lời giải

a) Vì $v(t)=s'(t)$ nên quãng đường $s(t)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t là một nguyên hàm của hàm số $v(t)$

b) Ta có $s(t)=\int v(t)\mathrm{d}t=\int(-9t+18)\mathrm{d}t=-\frac{9}{2}t^2+18t+C$.

Do $s(0)=0$ nên $C=0$.

Vậy công thức biểu diễn hàm số $s(t)=-\frac{9}{2}t^2+18t\ (m)$.

c) Xe ô tô dừng hẳn khi $v(t)=0\Leftrightarrow -9t+18=0\Leftrightarrow t=2$.

Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.
d) Vì 65 $km/h\approx 18\,m/s$ nên trong $1s$ xe ô tô đi được quãng đường xấp xỉ 18 m.

Từ đó suy ra khi bắt đầu đạp phanh ô tô cách chướng ngại vật một khoảng xấp xỉ 32 m.
Quãng đường xe ô tô di chuyển được kể từ lúc đạp phanh cho đến khi xe ô tô dừng hẳn là

$$s(2)=-\frac{9}{2}.2^2+18.2=18<32(m).$$

Vậy ô tô không va vào chướng ngại vật.

Câu 14.3. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $180m$, tốc độ của ô tô là $36km/h$. Ba giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b\ (a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 18 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.
a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $160m$.
b) Giá trị của $b+2014$ là 2024.
c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 18)$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^t v(t)\mathrm{d}t$.
d) Tốc độ của ô tô đạt được sau 18 giây tăng tốc là $120km/h$.

Lời giải

a) Sai: Tốc độ ban đầu của ô tô là $36km/h=10m/s$.
Vậy quãng đường ô tô đi được trong $3s$ đầu tiên là: $S_1=30(m)$.
Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đàu tăng tốc đến khi nhập làn là
$S_2=180-S_1=150(m)$.

b) Đúng: Ta có $v(t)=at+b,(a,b\in\mathbb{R},a>0)$ thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có
$t=0,v=10\Rightarrow v(0)=b=10\Rightarrow b+2014=2024$.

c) Đúng: Do $v(t)>0$, $0\le t\le 18$, do đó quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi đươc trong thời gian t giây $0\le t\le 18$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^t v(t)dt$.

d) Sai: Ta có $v(t)=at+10$ biết xe nhập làn sau 10 giây kể từ lúc tăng tốc nên:

$150=\int_0^{10}(at+10)dt \Rightarrow a=1 \Rightarrow v(t)=t+10(m/s)$

Tốc độ của ô tô sau 18 giây là $v(18)=18+10=28(m/s)=100,8(km/h)<120(km/h)$.

Câu 14.4. Một người điều khiển ô tô đang ở đường dẫn muốn nhập làn vào đường cao tốc. Khi ô tô cách điểm nhập làn $230m$, tốc độ của ô tô là $54km/h$. Hai giây sau đó, ô tô bắt đầu tăng tốc với tốc độ $v(t)=at+b,(a,b\in\mathbb{R},a>0)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Biết rằng ô tô nhập làn cao tốc sau 10 giây và duy trì sự tăng tốc trong 20 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc.

a) Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $200m$.

b) Giá trị của b^2+1799 là 2024.

c) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô đi được trong thời gian 20 giây, kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^{20t}v(t)dt$.

d) Tốc độ của ô tô đạt được sau 20 giây tăng tốc là $90km/h$.

Lời giải

a) Đúng: Tốc độ ban đầu của ô tô là $54km/h=15m/s$.

Vậy quãng đường ô tô đi được trong $2s$ đầu tiên là: $S_1=30(m)$.

Quãng đường ô tô đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập làn là $S_2=230-S_1=200(m)$.

b) Đúng: Ta có $v(t)=at+b,(a,b\in\mathbb{R},a>0)$ thời điểm bắt đầu tăng tốc ta có $t=0,v=15\Rightarrow v(0)=b=15\Rightarrow b^2+1799=2024$.

c) Sai: Do $v(t)>0$, $0\le t\le 20$, do đó quãng đường $S(t)$ mà ô tô đi đươc trong thời gian t giây $0\le t\le 20$ kể từ khi tăng tốc được tính theo công thức $S(t)=\int_0^t v(t)dt$.

d) Sai: Ta có $v(t)=at+15$ biết xe nhập làn sau 10 giây kể từ lúc tăng tốc nên:

$200=\int_0^{10}(at+15)dt \Rightarrow a=1 \Rightarrow v(t)=t+15(m/s)$

Tốc độ của ô tô sau 20 giây là $v(20)=20+15=35(m/s)=126(km/h)>90(km/h)$.

Câu 14.5. Một người điều khiển ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=8t(m/s)$. Đi được $5(s)$ người lái xe gặp chướng ngại vật nên phải phanh gấp cho xe chạy chậm dần đều với gia tốc $-50(m/s^2)$.

a) Quãng đường ô tô đi được trong $5(s)$ là $100(m)$.

b) Vận tốc của ô tô đạt được sau $5(s)$ chuyển động nhanh dần đều là $35(m/s)$.

c) Vận tốc của ô tô đạt được bắt đầu phanh cho đến khi dừng hẳn được tính bởi công thức $v_2(t)=-55t+40$.

d) Quãng đường ô tô chuyển bánh đến khi dừng hẳn là $150(m)$.

Lời giải

a) Đúng: Ô tô chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_1(t)=8t(m/s)$ trong $5(s)$, do đó quãng đường ô tô đi được là $S_1=\int_0^5 8tdt=100(m)$

b) Sai: Sau $5(s)$ chuyển động nhanh dần đều vận tốc của ô tô là $v_1(5)=40(m/s)$.

c) Sai: Ô tô chuyển động với gia tốc $-50(m/s^2)$ nên phương trình của vận tốc xe là $v_2(t)=\int(-50)dt=-50t+C$.

Khi $t=0$ của giai đoạn ô tô phanh gấp thì xe có vận tốc $v_1(5)=40=v_2(0)\Rightarrow C=40$

Vậy vận tốc của ô tô đạt được bắt đầu phanh cho đến khi dừng hẳn được tính bởi công thức $v_2(t)=-50t+40$.

d) Sai: Khi ô tô dừng hẳn ta có $v_2(t)=-50t+40=0\Leftrightarrow t=0,8(s)$

Quảng đường ô tô đi được từ khi phanh gấp cho đến khi dừng hẳn là:

$S_2=\int_0^{0,8}(-50t+40)dt=16(m)$. Vậy tổng quãng đường ô tô đi được từ khi khởi hành đến khi dừng hẳn là $S=S_1+S_2=120(m)$.

Câu 14.6. Để đảm bảo an toàn khi lưu thông trên đường, các xe ô tô khi dừng đèn đỏ phải cách nhau tối thiểu 5m. Một ô tô A đang chạy với vận tốc 16 m / s thì gặp ô tô B đang dừng đèn đỏ nên ô tô A hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với vận tốc được biểu thị bởi công thức $v_A(t)=16-4t$ (đơn vị tính bằng m / s, thời gian t tính bằng giây).

a) Thời điểm xe ô tô A dừng lại là $4s$.

b) Quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây $(0\le t\le 4)$ kể từ khi hãm phanh được tính theo công thức $S(t)=\int_0^4 v(t)dt$.

c) Từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại xe ô tô A đi được quãng đường $32m$.

d) Khoảng cách an toàn tối thiểu giữa xe ô tô A và ô tô B là 37m.

Lời giải

a) Đúng vì khi ô tô A dừng lại thì $v_A(t)=0\Leftrightarrow 16-4t=0\Leftrightarrow t=4$.

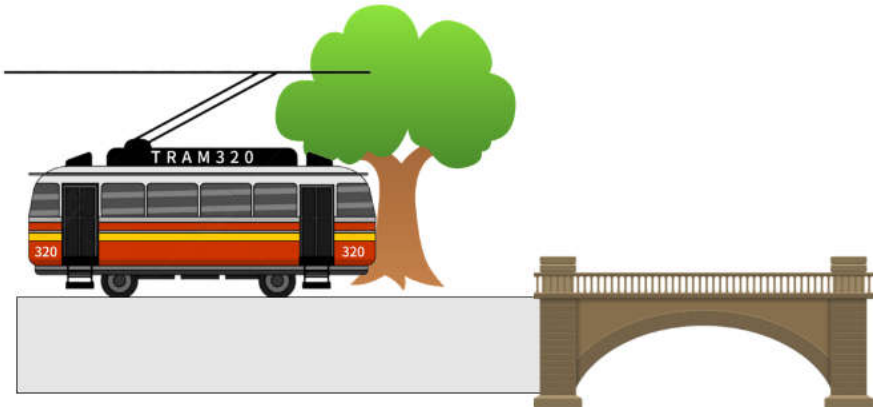
b) Sai vì quãng đường $.S(t)$. (đơn vị: mét) mà ô tô A đi được trong thời gian t giây ($0\le t\le 4$) được tính theo công thức $S(t)=\int_0^t v(t)dt$.

c) Đúng vì quãng đường ô tô A đi được kể từ khi bắt đầu hãm phanh đến khi dừng lại là $s(t)=\int_0^4(16-4t)dt=32(m)$

Như vậy, ô tô A di chuyển quãng đường 32 mét trước khi dừng lại hoàn toàn.

d) Đúng vì để đảm bảo khoảng cách an toàn tối thiểu 1 mét khi dừng lại, ô tô A phải bắt đầu hãm phanh khi cách ô tô B ít nhất là: $32+5=37(m)$

Câu 14.7. Một đoàn tàu đang đứng yên trong sân ga, ngay trước đầu tàu có một cái cây. Đoàn tàu khởi hành từ trạng thái đứng yên với gia tốc $a=0,005t$ $(\mathrm{m/s^2})$ và đi qua cái cây trong thời gian 60 giây. Sau 80 giây đoàn tàu chuyển sang trạng thái chuyển động đều. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:



a) Vận tốc của đoàn tàu là $v = 5.10^{-3}t^2$ (m/s).

b) Chiều dài của đoàn tàu là $\ell = 180$ (m).

c) Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với tốc tốc 57,6 (km/h).

d) Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 480 (m). Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian 30 giây.

Lời giải

a) Sai: Vận tốc của tàu là $v(t) = \int a(t)\,dt = \int 0,005t\,dt = 2,5.10^{-3}t^2$ (m/s) với $v(0) = 0$

b) Đúng: Chiều dài của đoàn tàu bằng quãng đường tàu đi trong 60 giây đầu tiên và bằng

$$l = \int_0^{60} v(t)\,dt = \int_0^{60} 2,5.10^{-3}t^2 dt = 180 \text{ m}.$$

c) Đúng: Sau 80 giây, đoàn tàu chuyển động với tốc tốc:

$$v(80) = 2,5.10^{-3}.80^2 = 16\ (\text{m / s}) = 57,6(\text{km / h})$$

d) Sai: Sau khi chuyển động đều một thời gian, đoàn tàu gặp một cây cầu có chiều dài 480 (m).

Khi đó đoàn tàu đi qua cây cầu đó trong thời gian $t = \dfrac{480 + 180}{16} = 41,25$ giây.

Câu 14.8. Sau khi xuất phát, ô tô di chuyển với tốc độ $v(t) = 2,01t - 0,025t^2\ (0 \le t \le 10)$. Trong đó $v(t)$ tính theo m/s, thời gian t tính theo s với $t = 0$ là thời điểm xe xuất phát.

a) Quãng đường xe di chuyển được tính theo công thức là $s(t) = 2,01 - 0,05t\ (0 \le t \le 10)$

b) Quãng đường xe di chuyển được trong 3 (s) kể từ khi bắt đầu xuất phát là 8,82 (m).

c) Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 3 xấp xỉ 4,867(m).

d) Trong khoảng thời gian không quá 10s đầu, khi vận tốc đạt giá trị lớn nhất thì gia tốc của xe là $1,51\text{m/s}^2$

Lời giải

a) Sai. Quãng đường xe di chuyển được phải là một nguyên hàm của $v(t)$,
$v'(t) = 2,01 - 0,05t\ (0 \le t \le 10)$ là công thức tính gia tốc của vật.

b) Đúng. Quãng đường xe di chuyển được trong 3 s là $\int_0^3 (2,01t - 0,025t^2)\,dt = 8,82m$.

c) Đúng. Quãng đường xe di chuyển được trong giây thứ 3:

$$s(3) - s(2) = \int_2^3 (2,01t - 0,025t^2)\,dt \simeq 4,867m$$

d) Đúng. $v(t) = 2,01t - 0,025t^2\ (0 \le t \le 10) \Rightarrow \max_{[0;10]} v(t) = 17,6m/s$ khi $t = 10s$

Gia tốc vật khi đó là $a(10)=v'(10)=2,01-0,05.10=1,51 m/s^2$

Câu 14.9. Một chiếc thuyền đang di chuyển trên sông và chuẩn bị nhập vào khu vực có dòng chảy mạnh. Khi thuyền cách điểm nhập khu vực này $100\,m$, tốc độ của thuyền là $18\,km/h$. Sau 4 giây, thuyền bắt đầu tăng tốc với gia tốc theo công thức $a(t)=k.t$, k là hằng số, t là thời gian tính bằng giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Thuyền nhập khu vực có dòng chảy mạnh sau 12 giây và duy trì sự tăng tốc này trong suốt 25 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) Quãng đường thuyền đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập vào khu vực có dòng chảy mạnh là $80\,m$.

b) Giá trị $k=5$.

c) Tính quãng đường $S(t)$ (đơn vị: mét) mà thuyền đi được trong thời gian t giây ($0\le t\le 25$) kể từ khi bắt đầu tăng tốc, theo công thức $S(t)=\int_0^{25} v(t)dt$.

d) Sau 25 giây kể từ khi bắt đầu tăng tốc, tốc độ của thuyền không vượt quá tốc độ tối đa cho phép là $60\,km/h$

Lời giải

a) Quảng đường thuyền đi được trong 4 giây đầu là: $\frac{18000}{3600}.4=20\,m$

Quãng đường thuyền đi được từ khi bắt đầu tăng tốc đến khi nhập vào khu vực có dòng chảy mạnh là $100-20=80\,m$.

b) $v(t)=\int a(t)dt=\frac{1}{2}k.t^2+c$; $v(0)=5\,m/s\Rightarrow c=5\Rightarrow v(t)=\frac{1}{2}k.t^2+5$

Thuyền nhập khu vực có dòng chảy mạnh sau 12 giây $\Rightarrow 80=\int_0^{12}\left(\frac{1}{2}k.t^2+5\right)dt\Rightarrow k=\frac{5}{72}$

d) $v(25)=26,7\,m/s$; $60\,km/h=16,6\ m/s$

Câu 14.10. Một chất điểm chuyển động trên đường thẳng nằm ngang (chiều dương hướng sang phải) với gia tốc phụ thuộc vào thời gian $t(s)$ là $a(t)=2t-7\ (m/s^2)$. Biết vận tốc ban đầu bằng $6\ (m/s)$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Phương trình vận tốc của chất điểm tại tời điểm t được xác định bởi công thức $v(t)=\int a(t)dt$.

b) Tại thời điểm $t=7\ (s)$, vận tốc của chất điểm là $6\ (m/s)$.

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1\le t\le 7$ là $18m$.

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t=7\ (s)$.

Lời giải

a) Phương trình vận tốc của chất điểm tại thời điểm t được xác định bởi công thức $v(t)=\int a(t)dt$.

b) Tại thời điểm $t=7\ (s)$, vận tốc của chất điểm là $6\ (m/s)$.

Ta có $v(t)=\int a(t)dt=\int(2t-7)dt=t^2-7t+C$.

$v(0)=6\Rightarrow C=6\Rightarrow v(t)=t^2-7t+6$. Vậy $v(7)=7^2-7.7+6=6\ (m/s)$.

c) Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1\le t\le 7$ là $18m$.

Độ dịch chuyển của vật trong khoảng thời gian $1 \le t \le 7$ là

$$S = \int_1^7 v(t)dt = \int_1^7 \left(t^2 - 7t + 6\right)dt = \left(\frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t\right)\Big|_1^7 = -18.$$

d) Trong 8 giây đầu tiên, thời điểm chất điểm xa nhất về phía bên phải là $t = 7\ (s)$.

Vị trí của chất điểm so với vị trí ban đầu tại thời điểm t là

$$s(t) = \int v(t)\,\mathrm{d}t = \int \left(t^2 - 7t + 6\right)\mathrm{d}t = \frac{t^3}{3} - \frac{7t^2}{2} + 6t + C\,.$$

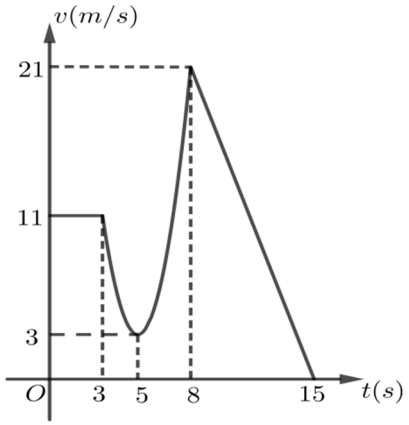
Ta cần tìm giá trị lớn nhất của $s(t)$ với $t \in [0;8]$.

Do $s'(t) = v(t)$ nên $s'(t) = 0 \Leftrightarrow v(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 6 \end{array}\right.$.

Lại có $s(0) = C$, $s(1) = \frac{17}{6} + C$, $s(6) = -18 + C$, $s(8) = -\frac{16}{3} + C$.

Vậy giá trị lớn nhất của $s(t)$ với $t \in [0;8]$ đạt được khi $t = 1$.

Câu 14.11. Cho một chất điểm chuyển động theo quy luật vận tốc $v(t)$ (đơn vị: m/s) có đồ thị như hình vẽ bên. Trong đó đồ thị có dạng các đoạn thẳng tương ứng thời gian t giây khi $0 \le t \le 3$ và $8 \le t \le 15$, biết $v(t)$ có dạng đường Parabol tương ứng thời gian t giây khi $3 \le t \le 8$.



a) Vận tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 15$ là $v(15) = 21(m/s)$.

b) Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $(0 \le t \le 3)$ là $S = \int_0^3 11dt\ (m)$.

c) Quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $(8 \le t \le 15)$ bằng $73,5(m)$.

d) Vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong thời gian t giây $(3 \le t \le 8)$ thoả mãn $v_{tb} < 7(m/s)$.

Lời giải

a) Sai. Ta có: $v(15) = 0(m/s)$.

b) Đúng. Nhận thấy: Trong thời gian $0 \le t \le 3$, vận tốc của chất điểm là $v(t) = 11(m/s)$

Do đó quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $\left(0 \le t \le 3\right)$ là $S = \int_0^3 11dt \ \left(m\right)$.

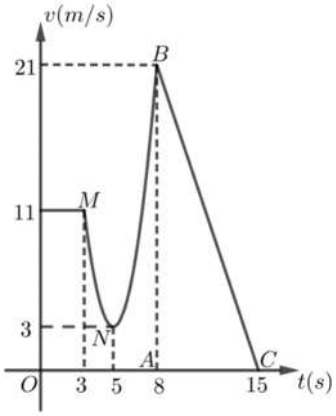
c) Đúng. Gọi $A\left(8;0\right),\ B\left(8;21\right),\ C\left(15;0\right)$.

Khi đó quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $\left(8 \le t \le 15\right)$ bằng diện tích của tam giác ABC.

Ta có: $S_{ABC} = \frac{1}{2}.AB.AC = \frac{1}{2}.21.7 = 73,5.$

Vậy quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $\left(8 \le t \le 15\right)$ bằng $73,5\left(m\right)$.

d) Sai.



Trong thời gian t giây với $3 \le t \le 8$, $v\left(t\right)$ có dạng đường Parabol có phương trình là $v\left(t\right) = at^2 + bt + c$.

Nhận thấy Parabol đi qua 3 điểm $M\left(3;11\right),\ N\left(5;3\right),\ B\left(8;21\right)$ nên phương trình của Parabol là $v\left(t\right) = 2t^2 - 20t + 53.$

Vậy quãng đường chất điểm đi được trong thời gian t giây $\left(3 \le t \le 8\right)$ là $S = \int_3^8 \left(2t^2 - 20t + 53\right)dt \ \left(m\right) = \frac{115}{3}.$

Do đó vận tốc trung bình v_{tb} của chất điểm trong thời gian t giây $\left(3 \le t \le 8\right)$ là

$$v_{tb} = \frac{\frac{115}{3}}{5} \approx 7,67\left(m/s\right).$$

Câu 14.12. Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm. Tốc độ tăng chiều cao của cây cà chua sau khi trồng được cho bởi hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$, trong đó $t \in \mathbb{N}^*$ tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng centimét / tuần. Gọi $h(t)$ (tính bằng centimét) là độ cao của cây cà chua ở tuần thứ t.

a) $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3}$, với $t \ge 0$.

b) Giai đoạn tăng trưởng của cây cà chua đó kéo dài trong 9 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $88,4\,\text{cm}$ (Làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

d) Vào thời điểm cây cà chua đó phát triển nhanh nhất thì chiều cao cây cà chua đạt $54,4\,\text{cm}$ (kết quả được làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Ta có: $\int \left(-0,1t^3 + t^2\right)\mathrm{d}t = \int -0,1t^3\,\mathrm{d}t + \int t^2\,\mathrm{d}t = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$.

Do $h(t)$ là một nguyên hàm của $v(t)$ nên $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + C$.

Cây cà chua khi trồng có chiều cao 5 cm nên $h(0) = 5$, suy ra $C = 5$.

Vậy $h(t) = \frac{-t^4}{40} + \frac{t^3}{3} + 5, t \ge 0$.

b) Cây tăng trưởng khi $v(t) \geq 0 \Leftrightarrow -0,1t^3 + t^2 \geq 0 \Rightarrow t \leq 10$.
Vậy giai đoạn tăng trưởng của cây kéo dài 10 tuần.

c) Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của $h(t) = \dfrac{-t^4}{40} + \dfrac{t^3}{3} + 5$ với $t \in [0;10]$.

Ta có: $h'(t) = \dfrac{-t^3}{10} + t^2 = \dfrac{t^2}{10}(-t+10)$, suy ra $h'(t) = 0$ khi t bằng 0 hoặc 10.

Ta thấy $h(0) = 5, h(10) = \dfrac{265}{3}$. Khi đó, $h(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{265}{3}$ trên đoạn $[0;10]$

.

Vậy chiều cao tối đa của cây cà chua đó là $\dfrac{265}{3} \approx 88,3(\text{cm})$.

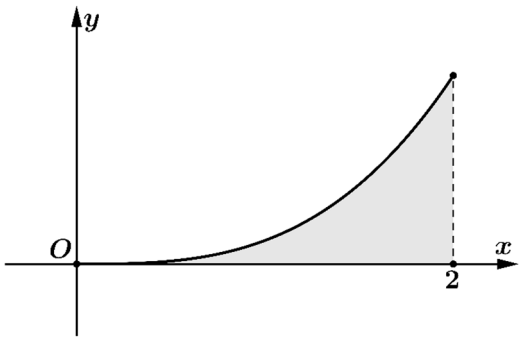
d) Ta chỉ cần tìm giá trị lớn nhất của hàm số $v(t) = -0,1t^3 + t^2$ với $t \in [0;10]$.

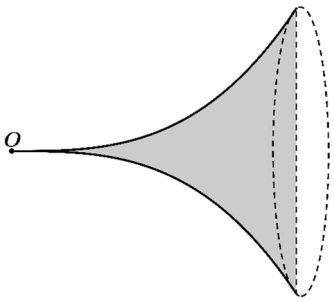
Ta có: $v'(t) = -0,3t^2 + 2t = -0,3t\left(t - \dfrac{20}{3}\right)$, suy ra $v'(t) = 0$ khi t bằng 0 hoặc $\dfrac{20}{3}$.

Ta thấy $v(0) = 0, v\left(\dfrac{20}{3}\right) = \dfrac{400}{27}, v(10) = 0$.

Khi đó, $v(t)$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{400}{27}$ trên đoạn tại $t = \dfrac{20}{3}$. Ta có: $h\left(\dfrac{20}{3}\right) = \dfrac{4405}{81} \approx 54,4$.

Câu 14.13. Một nghệ nhân muốn làm một bình gốm có dạng mô hình như hình 2 bằng cách quay hình phẳng (H) ở hình 1 quanh trục hoành. Biết đường cong trong hình 1 là phần đồ thị $y = 0,125x^3$ trên đoạn $[0;2]$ và mỗi đơn vị trên đồ thị ở hình 1 có độ dài bằng 10 cm.





a) Chiều cao của bình gốm bằng 20 cm.
b) Đường kính đáy của bình gốm bằng 10 cm.
c) Khi cắt bình gốm bởi 1 mặt phẳng qua trục thì thiết diện thu được có diện tích bằng $10\ \text{cm}^2$.
d) Thể tích bình gốm bằng 0,90 (đơn vị: lít, kết quả làm tròn tới hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng: Chiều cao của bình gốm bằng $2.10 = 20$ cm.

b) Sai: Ta có $y_A = f\left(x_A\right) = f\left(2\right) = 0,125.2^3 = \dfrac{1}{8}.8 = 1$ nên đường kính đáy của bình gốm là 20 cm.

c) Sai: Thiết diện thu được là: $S = 2\displaystyle\int_0^2 \left(0,125x^3\right)\mathrm{d}x = 1$ nhưng thực tế mỗi đơn vị trên đồ thị có độ dài bằng 10 cm nên diện tích thiết diện là: $S = 1.10^2 = 100\ \text{cm}^2$.

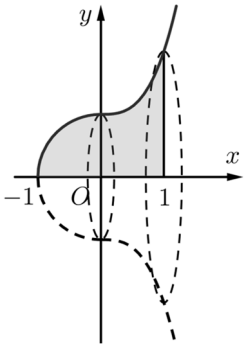
d) Đúng: Đổi 1 lít $=1\text{dm}^3=1000\,\text{cm}^3$

Thể tích bình gốm là: $S=\pi\int\limits_0^2\left(0{,}125x^3\right)^2\text{d}x=\dfrac{2\pi}{7}$ (đvtt) nhưng thực thế mỗi đơn vị trên đồ thị có độ dài bằng 10 cm nên một đơn vị thể thích là $10^3\,\text{cm}^3$.

Thể tích bình gốm thực tế là: $V=\dfrac{2\pi}{7}.10^3\left(\text{cm}^3\right)=\dfrac{2\pi}{7}\left(\text{dm}^3\right)\approx 0{,}90$ lít.

Câu 14.14. Giả sử chiếc nón rộng vành sau có thể mô hình hóa bằng cách cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=\begin{cases}x^3+1 & \text{khi } 0<x\le 1\\ \sqrt{1-x^2} & \text{khi } -1\le x\le 0\end{cases}$, trục Ox và các đường thẳng $x=-1$ và $x=1$ quay quanh trục Ox (đơn vị trên trục là dm). (Kết quả đều làm tròn đến hàng phần trăm)





a) Diện tích hình phẳng $\left(H\right)$ là $S=3{,}57$ dm^2.

b) Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\dfrac{\pi+5}{2}$ dm^2.

c) Công thức tính thể tích khối tròn xoay trên là $V=\pi\int\limits_0^{-1}\left(x^2-1\right)dx+\pi\int\limits_0^{1}\left(x^6+2x^3+1\right)dx$.

d) Nếu thể tích của khối tròn xoay có dạng $\dfrac{a\pi}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản thì $a+b=139$.

Lời giải

a) Sai: Diện tích hình phẳng $\left(H\right)$ được tính bằng công thức:

$S=\int\limits_{-1}^{0}\left(\sqrt{1-x^2}\right)dx+\int\limits_0^1\left(x^3+1\right)dx$. Khi đó $S\approx 2{,}04\,\text{dm}^2$

b) Đúng: Diện tích thiết diện qua trục đối xứng của khối tròn xoay trên là $\dfrac{\pi+5}{2}$ dm^2.

c) Đúng: Công thức tính thể tích khối tròn xoay trên là $V=\pi\int\limits_0^{-1}\left(x^2-1\right)dx+\pi\int\limits_0^{1}\left(x^6+2x^3+1\right)dx$.

d) Đúng: $V=\pi\int\limits_0^{-1}\left(x^2-1\right)dx+\pi\int\limits_0^{1}\left(x^6+2x^3+1\right)dx=\dfrac{97\pi}{42}$ nên $a=97$ và $b=42$

$\Rightarrow a+b=139$.

Câu 14.15. Tốc độ trao đổi chất cơ bản của sinh vật có thể tăng hoặc giảm tùy thuộc vào hoạt động của sinh vật. Cụ thể, sau khi hấp thụ chất dinh dưỡng, sinh vật thường trải qua một sự tăng đột biến trong tốc độ trao đổi chất của nó, sau đó dần dần trở lại mức co bản. Bạn

Hoa vừa kết thúc bữa tối trong buổi sinh nhật của mình và nạp vào mức năng lượng là 5120 J. Sau đó cô đã tiêu hao hết số năng lượng đỏ trong vòng 12 giờ tiếp theo. Giả sử t giờ sau bữa ăn, bạn Hoa tiêu hao được $M(t)$ kJ thì tốc độ tiêu hao năng lượng của cổ được mô phỏng bởi hàm số:

$$M'(t) = M_0 + te^{-0,1t^2} \text{ (kJ/h) với } t \in [0;12]$$

a) $M(t) = M_o t - 5e^{-0,1t^2} + C$ với C là hằng số.

b) $M_0 = 0,01$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

c) Năng nượng còn lại sau 6 giờ đầu là 197 J (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình trong khoảng thời gian từ a (giờ) đến b (giờ) được tính bởi công thức $v_{tb} = \dfrac{M(b) - M(a)}{b-a}$. Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình từ 6 giờ đến 12 giờ của bạn Hoa là $32,76$ (J/h) (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng: $M'(t) = M_0 + te^{-0,1t^2}$ nên ta lấu tích phân hai vế

$\int M'(t)\,dt = \int \left(M_0 + te^{-0,1t^2}\right)dt$

Nhận thấy $\left(-0,1t^2\right)' = -0,2t$ nên ta viết $\int t.e^{-0,1t^2}dt$ thành $-5\int -0,2t.e^{-0,1t^2}dt$

Đây là dạng tích phân $\int e^u du$ với $u = -0,1t^2$ nên $M(t) = M_o t - 5e^{-0,1r^2} + C$, với C là hằng số.

b) Đúng: Do bạn Hoa tiêu hao hết $5120\,\text{J} = 5,12\,\text{kJ}$ trong 12 giờ đầu nên $M(12) = 5,12$

Tại thời điểm $t = 0$ sẽ chưa tiêu hao năng lượng nên $M(0) = 0$ suy ra $C = 5$

$\Leftrightarrow M(12) = M_0.12 - 5e^{-0,1.12^2} + 5 = 5,12 \Leftrightarrow M_0 = \dfrac{5,12 - 5 + 5e^{-0,1.12^2}}{12} \approx 0,01$

c) Đúng: Năng nượng còn lại sau 6 giờ đầu: $5,12 - \left(0,01.6 - 5e^{-0,1.6^2} + 5\right) = 0,197\,\text{kJ} = 197$ J.

d) Sai: Tốc độ tiêu hao năng lượng trung bình $v_{tb} = \dfrac{M(b) - M(a)}{b-a} = \dfrac{M(12) - M(6)}{12-6}$

$\Leftrightarrow \dfrac{5,12 - 4,92}{6} \approx 32,77$ (J/h).

Câu 14.16. Một quần thể vi khuẩn A có số lượng cá thể là $P(t)$ sau t phút quan sát được phát hiện thay đổi với tốc độ là: $P'(t) = ae^{0.1t} + 150e^{-0.03t}$ (vi khuẩn/phút) $(a \in \mathbb{R})$. Biết rằng lúc bắt đầu quan sát, quần thể có 200 000 vi khuẩn và đạt tốc độ tăng trưởng là 350 vi khuẩn/phút.

a) Giá trị của $a = 200$.

b) $P(t) = 2000e^{0.1t} - 5000e^{-0.03t} + 200000$.

c) Sau 12 phút số lượng vi khuẩn trong quần thể là 206152 con (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

d) Sau 12 phút, một quần thể vi khuẩn B có tốc độ tăng trưởng là $G'(t) = 500e^{0.2t}$ (vi khuẩn/phút) bắt đầu cạnh tranh nguồn thức ăn trực tiếp với quần thể A. Một cá thể tại quần thể B triệt tiêu một cá thể tại quần thể A. Sau 5 phút cạnh tranh quần thể A bị triệt

tiêu hoàn toàn. Số lượng vi khuẩn của quần thể B ở thời điểm bắt đầu cạnh tranh là 191967 con. (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Đúng: $P'(0) = a + 150 = 350 \Leftrightarrow a = 200$

b) Sai: $P(t) = \int P'(t)\,dt = 2000e^{0,1t} - 5000e^{-0,03t} + C$ mà $P(0) = 200\,000$ nên $C = 203\,000$

Vậy hàm số cần tìm là $P(t) = 2000e^{0.1t} - 5000e^{-0.03t} + 203000$

c) Đúng: $P(12) = 2000e^{0,1.12} - 5000e^{-0,03.12} + 203000 = 206152$

d) Sai: Sau 5 phút cạnh tranh thì quần thể A bị triệt tiêu hoàn toàn mà quần thể A mà quần thể A quan sát trước quần thể B 12 phút nên số lượng quần thể A ở phút thứ 17 bằng số lượng quần thể B ở phút thứ 5 , tức là $P(17) = G(5)$ $(*)$

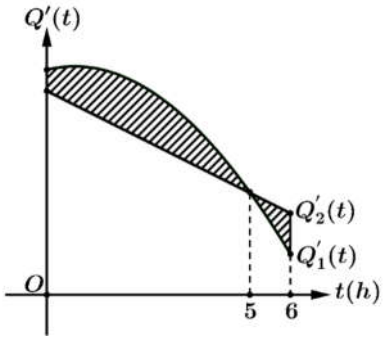
Khi đó: $P(17) = 2000e^{0,1.17} - 5000e^{-0.0,3.17} + 203000 = 210945$

Mặt khác: $G(t) = \int G'(t)\,dt = 2500e^{0,2t} + C \Rightarrow G(5) = 2500e + C$

Từ phương trình $(*)$ ta có: $P(17) = G(5) \Leftrightarrow 210945 = 2500e + K \Rightarrow K = 204149$

Vậy hàm $G(t) = 2500e^{0,2t} + 204149 \Rightarrow G(0) = 206649$.

Câu 14.17. Hình vẽ bên mô tả hiệu suất làm việc của hai công nhân trong một nhà máy trong thời gian 6 giờ. Công nhân A đang sản xuất với hiệu suất $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58$ sản phẩm mỗi giờ, trong khi công nhân B đang sản xuất với hiệu suất $Q_2'(t) = 53 + at$ sản phẩm mỗi giờ $(a \in \mathbb{R})$. Biết rằng hàm $Q_1(t)$ và $Q_2(t)$ mô phỏng số lượng sản phẩm mới làm được của công nhân A và công nhân B sau t giờ.



a) Hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.
b) Phần diện tích bị gạch sọc biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.
c) Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới mà công nhân A hoàn thành nhiều hơn công nhân B là 54 sản phẩm.
d) Sau 6 giờ làm việc tổng số lượng sản phẩm mới mà 2 công nhân hoàn thành là 502 sản phẩm.

Lời giải

a) Đúng: Hiệu suất của công nhân A là: $Q_1'(t) = -2t^2 + 4t + 58 = -2(t^2 - 2t + 1) + 2 + 58$

$= -2(t-1)^2 + 60 \le 60$ với mọi $t \in [0;6]$

Dấu "=" xảy ra khi $t = 1$ nên hiệu suất cực đại của công nhân A là 60 sản phẩm mỗi giờ.

b) Sai: Diện tích phần gạch sọc là: $\int_0^6 |Q_1' - Q_2'|\,dt$ nên nó không biểu diễn cho tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được trong 6 giờ.

c) Đúng: Dựa vào đồ thị ta có $Q_1'(5) = Q_2'(5) \Leftrightarrow -2.5^2 + 4.5 + 58 = 53 + 5a \Leftrightarrow a = -5$

Suy ra $Q_2'(5) = 53 - 5t$

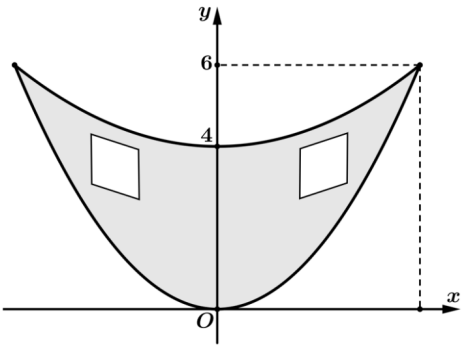
Sau 5 giờ số lượng sản phẩm mới của công nhân A hoàn thành nhiều hơn số lượng sản phẩm mới của công nhân B bằng:

$$\int_0^5 Q_1'(t)\,\mathrm{d}t - \int_0^5 Q_2'(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^5 \left(-2t^2+4t+58\right)\mathrm{d}t - \int_0^5 \left(53-5t\right)\mathrm{d}t \approx 54\,.$$

d) Sai: Sa 6 giờ làm việc thì tổng số lượng sản phẩm mới mà hai công nhân làm được là:

$$\int_0^5 Q_1'(t)\,\mathrm{d}t + \int_0^5 Q_2'(t)\,\mathrm{d}t = \int_0^5 \left(-2t^2+4t+58\right)\mathrm{d}t + \int_0^5 \left(53-5t\right)\mathrm{d}t = 504 \text{ sản phẩm.}$$

Câu 14.18. Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $(P_1),(P_2)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0;4)$, cùng nhận trục Oy lảm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5;6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$cm và $4\sqrt{2}$cm để khoét làm mắt (minh họa như hình vẽ dưới đây).



a) Tổng diện tích hai hình thoi bạn An khoét để làm mắt bằng $8\,\mathrm{cm}^2$

b) Parabol có đỉnh là gốc tọa độ có phương trình $y = \frac{6}{25}x^2 + 4$

c) Diện tích giấy bìa cứng để làm mặt nạ khi chưa khoét hai mắt bằng $\frac{80}{3}\mathrm{cm}^2$

d) Bạn An muốn trang trí thêm cho chiếc mặt nạ nên đã mua sơn với chi phí là 28 000 đồng/100 cm^2. Khi đó số tiền sơn mà bạn An phải chi trả là 62 720 đồng.

Lời giải

a) Sai: Diện tích hai hình thoi khoét để làm mắt là: $2.\frac{1}{2}.2\sqrt{2}.4\sqrt{2} = 16\,\mathrm{cm}^2$

b) Sai: Parabol có đỉnh là gốc tọa độ và đi qua điểm $M(5;6)$ có dạng $y = ax^2$.

Thay tọa độ điểm $M(5;6)$ vào phương trình ta được $a.5^2 = 6 \Leftrightarrow a = \frac{6}{25}$

Vậy phương trình parabol là $y = \frac{6}{25}x^2$

Parabol thứ hai có đỉnh là $(0;4)$ và đi qua điểm $M(5;6)$ có dạng $y = ax^2 + 4 \Rightarrow 25a = 2$

Vậy $a = \frac{2}{25}$ nên phương trình parabol thứ hai là $y = \frac{2}{25}x^2 + 4$

c) Sai: Phương trình hoành độ giao điểm của hai parabol: $\frac{6}{25}x^2 = \frac{2}{25}x^2 + 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -5 \\ x = 5 \end{array}\right.$

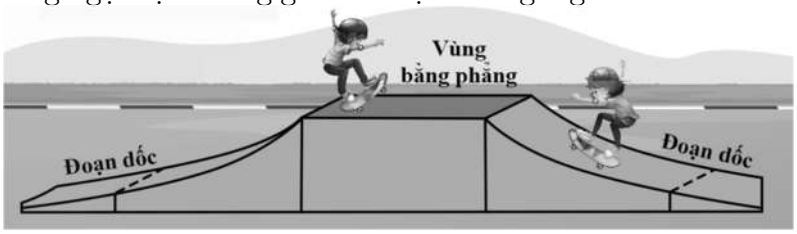
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai parabol là: $S = \int_{-5}^{5} \left|\frac{6}{25}x^2 - \left(\frac{2}{25}x^2 + 4\right)\right| \mathrm{d}x = \frac{80}{3}$

Vì mỗi đơn vị trên trục tọa độ là 3 cm nên diện tích bìa cứng thực tế là $S = \frac{80}{3}.3.3 = 240$ cm^2

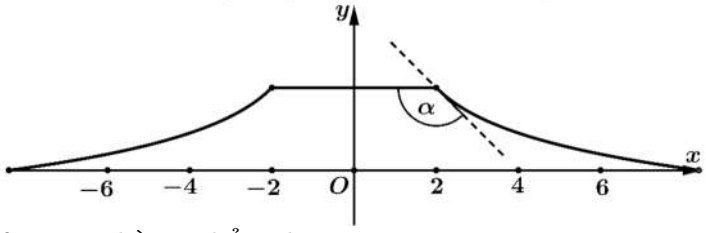
d) Đúng. Diện tích cần sơn là: $240 - 16 = 224\,\text{cm}^2$ nên chi phí để sơn là

$224.\frac{28\,000}{100} = 62\,720$ đồng.

Câu 14.19. Hình vẽ bên dưới minh họa một phần khu vực thiết kế dành cho các hoạt động trượt ván, patin. Đường lên của khu vực này dẫn đến một bề mặt nằm ngang (gọi là vùng bằng phẳng), tiếp theo là đoạn dốc xuống, hai đường đối xứng nhau hai bên. Mặt trước và mặt sau của chướng ngại vật vuông góc với mặt đất ngang.



Để mô tả mặt bên phía trước một cách toán học, ta xét mặt phẳng Oxy với trục Ox là phần bên dưới, trục Oy là trục đối xứng của bề mặt đang xét. Vùng bằng phẳng trải dài trong mô hình từ $-2 \le x \le 2$. Đường cong mặt cắt ngang của đoạn dốc xuống trong khoảng $2 \le x \le 8$ được mô tả bởi đồ thị của hàm số $f\left(x\right) = 2 - \ln\left(x-1\right)$. Trong hệ tọa độ này, một đơn vị chiều dài tương ứng với một mét trong thực tế.



a) Chiều cao của vùng bằng phẳng là 2m.

b) Trên khoảng $\left(2;8\right)$ có một điểm x_0 mà tại đó, tốc độ thay đổi tức thời của hàm $f\left(x\right)$ bằng tốc độ thay đổi trung bình của hàm $f\left(x\right)$ trên khoảng này. Khi đó $x_0 = 4,3$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

c) Trên mô hình thì giá trị của góc $\alpha = 120°$ được xác định bởi mặt phẳng nằm ngang của vùng bằng phẳng và đoạn đường dốc xuống tại cạnh chuyển tiếp (tiếp tuyến tại điểm $x = 2$).

d) Mặt bên phía trước của chướng ngại vật được sử dụng một phần làm khu vực quảng cáo (xem Hình 1). Trong mô hình, khu vực này bao gồm hai phần diện tích, cụ thể là diện tích giữa đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ và trục hoành trong đoạn $\left[2;6\right]$ và một phần đối xứng với nó trong góc phần tư thứ hai. Diện tích của khu vực quảng cáo là $7,91\ \text{m}^2$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Đúng: Chiều cao của vùng bằng phẳng là $f\left(2\right) = 2 - \ln 1 = 2\,\text{m}$

b) Sai: Ta có $f\left(8\right) = 2 - \ln 7$

Tốc độ thay đổi trung bình trên đoạn $\left(2;8\right)$ là: $\frac{f\left(8\right) - f\left(2\right)}{8-2} = \frac{2 - \ln 7 - 2}{6} = -\frac{\ln 7}{6}$

Xét hàm số $f'(x)=-\dfrac{\ln 7}{6}$ trên khoảng $(2;8)$ ta có $\begin{cases}-\dfrac{1}{x-1}=-\dfrac{\ln 7}{6}\\ x\in(2;8)\end{cases}\Rightarrow x\approx 4{,}1$

c) Sai: Xét $f'(2)=-\dfrac{1}{2-1}=-1$ và $\tan\alpha=f'(2)=-1$ nên suy ra $\alpha=135^\circ$

d) Đúng: Diện tích của phần quảng cáo là: $S=2\int\limits_2^6 f(x)\mathrm{d}x=2\int\limits_0^6\left[2-\ln(x-1)\right]\mathrm{d}x\approx 7{,}91$ (m^2)

Câu 14.20. Sau khi phát hiện một bệnh dịch, các chuyên gia y tế ước tính số người nhiễm bệnh kể từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=45t^2-t^3$ với $t\geq 0$. Nếu coi $y=f(t)$ là hàm số xác định trên $[0;+\infty)$ thì $f'(t)$ được xem là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t.

a) Tốc độ truyền bệnh tại thời điểm t là $f'(t)=90t-3t^2$.

b) Số người bị nhiễm bệnh từ ngày xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ 13 là 4752.

c) Đến ngày thứ 45 thì không còn người nhiễm bệnh.

d) Trong 35 ngày đầu tiên thì số người nhiễm bệnh luôn tăng.

Lời giải

a) Đúng Ta có $f(t)=45t^2-t^3\Rightarrow f'(t)=90t-3t^2$.

b) Sai. Ta có $f(13)=45.13^2-13^3=5408$.

c) Đúng. Ta có $f(45)=45.45^2-45^3=0$.

d) Sai

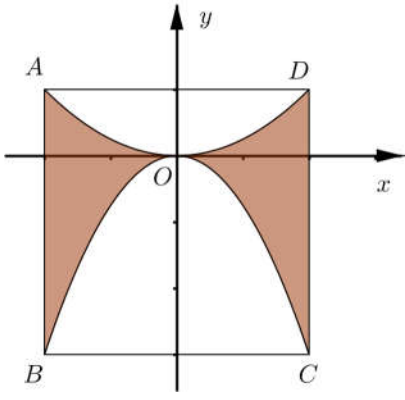
Ta có $f'(t)=90t-3t^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\ t=30\end{array}\right.$.

t	0		30		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	0	↗	13500	↘	$-\infty$

Bảng biến thiên:

Số người nhiễm bệnh luôn trong khoảng $(0;30)$.

Câu 14.21. Một công ty thiết kế mẫu huy hiệu để tặng cho khách hàng thân thiết của mình (xem hình bên). Trong đó $ABCD$ là hình vuông có cạnh bằng 4 cm, các đường cong AOD và BOC là một phần của các parabol đỉnh O. Với hệ trục tọa độ Oxy (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là centimét) thì điểm A có tung độ bằng 1. Biết phần tô đậm trong hình vẽ được phủ vàng với chi phí 1 triệu đồng/1 cm^2, phần còn lại được phủ bạc với chi phí 300 nghìn đồng/cm^2, các chi phí còn lại là 500 nghìn đồng.



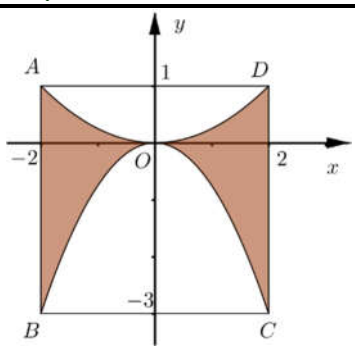
a) Parabol chứa đường cong AOD có phương trình là $y=\dfrac{1}{16}x^2$.

b) Parabol chứa đường cong BOC có phương trình là $y=-\dfrac{3}{4}x^2$.

c) Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ lớn hơn 5,5 cm^2.

d) Chi phí sản xuất một chiếc huy hiệu như trên nhỏ hơn 9 triệu đồng.

Lời giải



a) Sai. Theo giả thiết, Parabol chứa đường cong AOD có đỉnh O, nhận Oy làm trục đối xứng và đi qua điểm $A(-2;1)$ nên có phương trình $y=\frac{1}{4}x^2$.

b) Đúng. Theo giả thiết, Parabol chứa đường cong BOC có đỉnh O, nhận Oy; làm trục đối xứng và đi qua điểm $A(-2;-3)$ nên có phương trình $y=-\frac{3}{4}x^2$.

c) Sai. Diện tích phần tô đậm trong hình vẽ là

$$S=2\int_0^2\left(\frac{1}{4}x^2+\frac{3}{4}x^2\right)\mathrm{d}x=2\int_0^2 x^2\mathrm{d}x=\frac{2}{3}x^3\Big|_0^2=\frac{16}{3}y=(\mathrm{cm}^2).\text{ Ta thấy }\frac{16}{3}<5{,}5.$$

d) Sai. Diện tích hình vuông $ABCD$ là $16\,\mathrm{cm}^2$. Diện tích phần phủ vàng là $\frac{16}{3}(\mathrm{cm}^2)$, diện tích phần phủ bạc là $16-\frac{16}{3}=\frac{32}{3}(\mathrm{cm}^2)$. Vậy chi phí để làm chiếc huy hiệu là

$$500000+\frac{16}{3}.1000000+\frac{32}{3}.300000=\frac{27100000}{3}\simeq 9033333\ \text{(đồng)}.$$

Chi phí trên lớn hơn 9 triệu đồng.

Câu 14.22. Ông An muốn xây một bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có đáy là hình vuông và thể tích $4m^3$. Gọi $x(m)$ là chiều dài cạnh đáy, $h(m)$ là chiều cao của bể chứa nước.

a) Diện tích mặt đáy của bể là $x^2(m^2)$

b) Thể tích của bể chứa nước theo x,h là $V=\frac{1}{3}x^2h(m^3)$

c) Tổng diện tích các mặt bên của bể chứa nước là $4xh(m^2)$

d) Bể chứa nước có chiều cao $h=1m$ và chiều dài cạnh đáy $x=2m$ thì vật liệu sữ dụng để xây bể chứa nước là ít nhất.

Lời giải

Câu a) đúng. Diện tích hình vuông cạnh $x(m)$ là $x^2(m^2)$

Câu b) sai. Thể tích của bể chứa nước theo x,h là $V=x^2h(m^3)$

Câu c) đúng. Diện tích mỗi mặt bên là $xh(m^2)$ nên tổng diện tích các mặt bên của bể chứa nước là $4xh(m^2)$

Câu d) đúng. Vật liệu sữ dụng để xây bể chứa nước là $f(x)=4xh+x^2$ trong đó

$x^2h=4\Rightarrow h=\frac{4}{x^2}$. Khi đó ta có $f(x)=\frac{16}{x}+x^2, x>0$

Xét $f(x)=\frac{16}{x}+x^2\Rightarrow f'(x)=-\frac{16}{x^2}+2x=\frac{2(x^3-8)}{x^2}=0\Rightarrow x=2$.

Từ đó ta thấy thấy hàm số đạt $\min f(x)\Leftrightarrow x=2;h=1$.

Câu 14.23. Thống kê điểm trung bình môn Toán của học sinh lớp 12A và 12B được cho ở bảng sau

Điểm	[5;6)	[6;7)	[7;8)	[8;9)	[9;10)
12A	3	8	15	11	5
12B	6	8	11	7	10

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A và lớp 12B bằng nhau
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A lớn hơn 1,8
c) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12B (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm) là $1,36$
d) Dựa vào độ lệch chuẩn ta thấy điểm môn Toán lớp 12A phân tán hơn so với điểm môn Toán lớp 12B.

Lời giải

Câu a) đúng
Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A và lớp 12B bằng nhau và bằng $10-5=5$
Câu b) sai.
Cỡ mẫu của mẫu số liệu ghép nhóm lớp 12A là $3+8+15+11+5=42$.

$$Q_1=6+\frac{\frac{42}{4}-3}{8}.1=6,9375\,;\ Q_3=8+\frac{\frac{42.3}{4}-\left(3+8+15\right)}{11}.1=8,5\,.$$

Ta có $\Delta_Q=Q_3-Q_1=8,5-6,9375=1,5625$
Câu c) sai.
Ta có $\overline{x}=\frac{6.5,5+8.6,5+11.7,5+7.8,5+10.9,5}{42}=\frac{601}{84}$

$$s^2=\frac{6\left(5,5-\frac{601}{84}\right)^2+8\left(6,5-\frac{601}{84}\right)^2+11\left(7,5-\frac{601}{84}\right)^2+7\left(8,5-\frac{601}{84}\right)^2+10\left(9,5-\frac{601}{84}\right)^2}{42}\approx 2,1152$$

Vậy phương sai là tròn đến hàng phần trăm là $s^2=2,12$.
Câu d) sai.
Ta có độ lệch chuẩn điểm của lớp 12B là $s=\sqrt{2,12}\approx 1,46$.
Đối với điểm lớp 12A ta có:
$\overline{x}=\frac{3.5,5+8.6,5+15.7,5+11.8,5+5.9,5}{42}=\frac{23}{3}$ và

$$s^2=\frac{3\left(5,5-\frac{23}{3}\right)^2+8\left(6,5-\frac{23}{3}\right)^2+15\left(7,5-\frac{23}{3}\right)^2+11\left(8,5-\frac{23}{3}\right)^2+5\left(9,5-\frac{23}{3}\right)^2}{42}=\frac{299}{252}$$

Khi đó $s=\sqrt{\frac{299}{252}}\approx 1,09$. Vậy điểm của lớp 12B phân tán hơn so với điểm của lớp 12A

Câu 14.24. Một hạt chuyển động trên một đường thẳng có gắn một trục tọa độ với gốc tọa độ là vị trí hạt bắt đầu chuyển động. Tọa độ của hạt trên trục tại thời điểm t (đơn vị: giây) kể từ khi xuất phát được cho bởi công thức $x\left(t\right)=2t-3\ln\left(t+1\right)$ (đơn vị: mét), $t\geq 0$. Hàm số $v\left(t\right)=x'\left(t\right)$ (đơn vị: mét/giây) biểu thị vận tốc chuyển động của hạt.

a) Vận tốc ban đầu của hạt là 1 m/s.
b) Hạt đứng yên tại thời điểm $t=0,5$ s.
c) $v\left(t\right)=2-\frac{3}{t+1}$.

d) Quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu tiên là $1,84$ m (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

a) Sai. Phương trình biểu thị vận tốc chuyển động của hạt là $v(t)=2-\dfrac{3}{t+1}$.

Vận tốc ban đầu của hạt là $v(0)=-1\ (m/s)$.

b) Đúng. Hạt đứng yên nên $v(t)=0\Leftrightarrow 2-\dfrac{3}{t+1}=0\Leftrightarrow t=0,5\ (s)$.

c) Đúng. $v(t)=2-\dfrac{3}{t+1}$.

d) Đúng. Xét hàm số $x(t)=2t-3\ln(t+1)$ trên $[0;3]$.

Ta có $x'(t)=2-\dfrac{3}{t+1}=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

t	0		$\frac{1}{2}$		3
$x'(t)$		$-$	0	$+$	
$x(t)$	0	$\searrow$	$1-3\ln\frac{3}{2}$	$\nearrow$	$6-6\ln 2$

Do đó quãng đường mà hạt đi được trong 3 giây đầu là:

$$2\left|x\left(\frac{1}{2}\right)\right|+x(3)=2\left|1-3\ln\frac{3}{2}\right|+6-3\ln 4=4+6\ln\frac{3}{2}-3\ln 4\approx 2,27$$

Câu 14.25. Theo báo cáo của một cơ sở sản xuất nước tinh khiết, nếu mỗi ngày cơ sở này sản xuất $x(m^3)$ nước tinh khiết thì phải chi phí các khoản sau: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,15 triệu đồng cho mỗi mét khối sản phẩm; $0,0003x^2$ chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết công suất tối đa mỗi ngày của cơ sở này là $200\,m^3$. Gọi $C(x)$ là chi phí sản xuất $x(m^3)$ sản phẩm mỗi ngày và $\bar{c}(x)$ là chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm. Khi đó, các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Chi phí sản xuất $100\,m^3$ nước tinh khiết là 20 triệu đồng.

b) $\bar{c}(x)=0,0003x+0,15+\dfrac{3}{x}$.

c) Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày là $100\,m^3$.

d) $C(x)=0,0003x^2+0,15x+5$.

Lời giải

a) Sai. Chi phí sản xuất ra $100\,m^3$ nước tinh khiết là: $0,15.100+0,0003.100^2+3=21$ (triệu đồng)

b) Đúng. Chi phí sản xuất $x(m^3)$ nước là: $C(x)=0,0003x^2+0,15x+3$.

$\Rightarrow$ Chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm là $\bar{c}(x)=\dfrac{C(x)}{x}=0,0003x+0,15+\dfrac{3}{x}$.

c) Đúng. Ta có $\overline{c}'\left(x\right)=0,0003-\dfrac{3}{x^2}$

$\overline{c}'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 0,0003-\dfrac{3}{x^2}=0\Leftrightarrow x=100$,

$x\in\left[0;200\right]$.

x	0		100		200
$\overline{c}'$		$-$	0	$+$	
$\overline{c}$		↘	0,21	↗	

Vậy chi phí trung bình mỗi mét khối sản phẩm thấp nhất khi sản lượng nước tinh khiết trong ngày qlà $100\,m^3$.

d) Sai. Chi phí sản xuất $x\left(m^3\right)$ nước là: $C\left(x\right)=0,0003x^2+0,15x+3$.

Câu 14.26. Phòng quản lý đào tạo trường Đại học Kinh tế quốc dân thống kê số giờ làm thêm của một nhóm sinh viên năm thứ tư của trường thu được kết quả như bảng sau

Số giờ làm thêm (giờ/tuần)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)
Số sinh viên	6	12	4	2	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là $16,5$ giờ.

b) Giá trị đại diện của nhóm $\left[9;12\right)$ là $10,5$.

c) Tứ phân vị thứ ba là $15,65$.

d) Nhóm chứa trung vị là $\left[15;18\right)$.

Lời giải

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là

$\overline{x}=\dfrac{6\times 10,5+12\times 13,5+4\times 16,5+2\times 19,5+22,5}{25}=14,1$ giờ.

b) Giá trị đại diện của nhóm $\left[9;12\right)$ là $\dfrac{9+12}{2}=10,5$.

c) Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, cỡ mẫu $n=25$.

$Q_3=15+\dfrac{\dfrac{3.25}{4}-\left(6+12\right)}{4}.\left(18-15\right)=\dfrac{249}{16}=15,563$.

d) Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, cỡ mẫu $n=25$, trung vị của mẫu số liệu là giá trị x_{13} thuộc nhóm $\left[12;15\right)$.

Câu 14.27. Công ty X chuyên sản suất một loại sản phẩm, bộ phận sản suất ước tính rằng với q sản phẩm được sản suất trong một tháng thì tổng chi phí sẽ là $C\left(q\right)=8q^2+40q+1400$ (nghìn đồng) và mỗi sản phẩm công ty bán với giá $P\left(q\right)=1400-2q$ (nghìn đồng).

a) Chi phí mỗi tháng công ty phải bỏ ra để sản suất 50 sản phẩm là 23.400 nghìn đồng.

b) Lợi nhuận bán được q sản phẩm là $F\left(q\right)=-10q^2+1440q-1400$ (nghìn đồng).

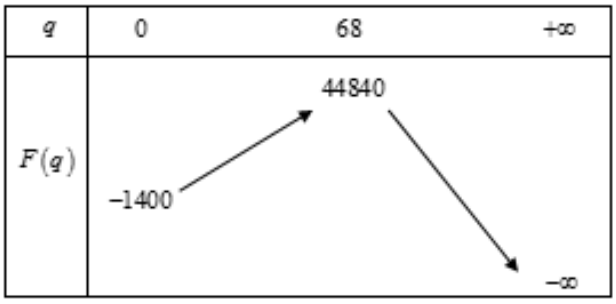
c) Lợi nhuận cao nhất trong một tháng của công ty là hơn 50.000 (nghìn đồng).

d) Nếu số lượng bán ra trong một tháng nằm trong khoảng từ 60 đến 70 thì lợi nhuận sẽ được ước tính trong khoảng 44.200 đến 44.840 (nghìn đồng).

Lời giải

a) Đúng. Chi phí mỗi tháng công ty phải bỏ ra để sản suất 50 sản phẩm là $C\left(50\right)=8.50^2+40.50+1400=23.400$.

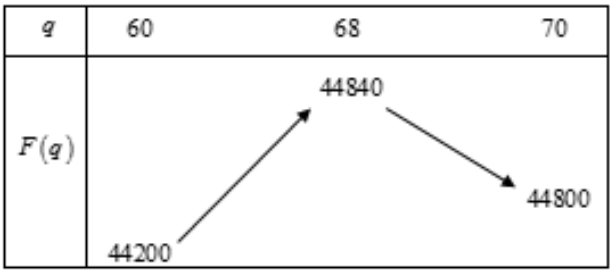
b) Sai. Lợi nhuận bán được q sản phẩm là



$F\left(q\right)=q\left(1400-2q\right)-\left(8q^2+40q+1400\right)=-10q^2+1360q-1400$ (nghìn đồng).

c) Sai. Xét hàm số $F\left(q\right)=-10q^2+1360q-1400$

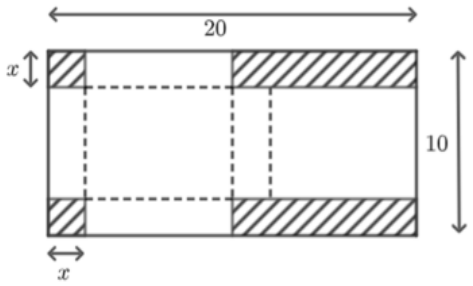
Từ BBT, lợi nhuận cao nhất trong một tháng của công ty là 44.840 (nghìn đồng).



d) Đúng. Xét hàm số $F\left(q\right)=-10q^2+1360q-1400$ trên $\left(60;70\right)$.

Từ BBT, nếu số lượng bán ra trong một tháng nằm trong khoảng từ 60 đến 70 thì lợi nhuận sẽ được ước tính trong khoảng 44.200 đến 44.840 (nghìn đồng).

Câu 14.28. Cho miếng bìa hình chữ nhật với kích thước $20\,cm$ x $10\,cm$. Bạn Huy cắt bỏ hai hình vuông nhỏ có cạnh $x\left(cm\right)$ và hai hình hình chữ nhật (Phần gạch sọc như hình vẽ) rồi gấp theo đường nét đứt và dán các mép để được một cá hộp. Gọi $x\left(cm\right)$ là chiều cao của cái hộp đó.



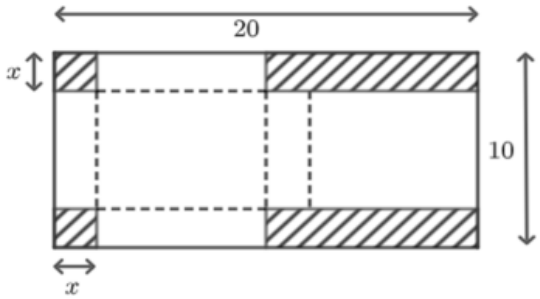
a) Đáy của hộp lần lượt có kích thước là $5-x;\,10-x\,\left(cm\right)$.

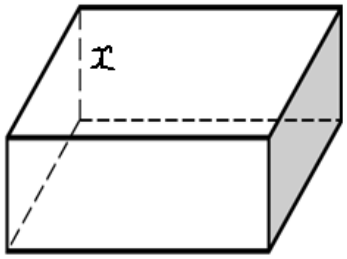
b) Biểu thức thể tích của hộp là $V=2x^3-30x^2+100x\,\left(cm^3\right)$.

c) Thể tích lớn nhất của hộp bằng $96,4\,\left(cm^3\right)$. (làm tròn dến hàng phần mười).

d) Để thể tích hộp là lớn nhất, bạn Huy phải cắt bỏ các miếng bìa có tổng diện tích là $51,2\left(cm^2\right)$. (làm tròn dến hàng phần mười).

Lời giải





a) Sai. Đáy của hộp lần lượt có kích thước là $10-2x;\,10-x\,\left(cm\right)$.

b) Đúng. Thể tích của hộp là $V=x\left(10-2x\right)\left(10-x\right)=2x^3-30x^2+100x\,\left(cm\right)$.

c) Sai. Xét hàm số $V = 2x^3 - 30x^2 + 100x \left(cm^3\right)$ với $x \in \left[0;\ 5\right]$.

Ta có $V' = 6x^2 - 60x + 100;\ V' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x \approx 2{,}113 \in \left[0;5\right] \\ x \approx 7{,}888 \notin \left[0;5\right] \end{array}\right.$.

Ta có BBT:

x	0		2,113		5
V'		+	0	-	
V	0	↗	96,2	↘	0

Thể tích lớn nhất của hộp bằng $96{,}2 \left(cm^3\right)$. (làm tròn đến hàng phần mười).

d) Đúng. Diện tích cắt bỏ 2 hai vuông nhỏ là $2x^2 = 2.2{,}113^2 = 8{,}929538 \left(cm^2\right)$.

Diện tích cắt bỏ 2 hai hình chữ nhật là $2.10.x = 20.2{,}113 = 42{,}26 \left(cm^2\right)$.

Tổng diện tích đã cắt bỏ là $8{,}929538 + 42{,}26 = 51{,}189538 \left(cm^2\right)$.

Câu 14.29. Gọi $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F\left(1\right) = -1, F\left(3\right) = 5$

a) $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 6$.

b) $\int\limits_1^3 \left[3f\left(x\right) - 1\right]\mathrm{d}x = 17$.

c) Nếu $\int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 15$ thì $\int\limits_3^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 9$.

d) Nếu $G\left(x\right)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F\left(3\right) - G\left(1\right) = 10$ thì $G\left(x\right) = F\left(x\right) + 4$.

Lời giải

a) Ta có $\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x = F\left(x\right)\Big|_1^3 = F\left(3\right) - F\left(1\right) = 5 - \left(-1\right) = 6$.

b) Ta có $\int\limits_1^3 \left[3f\left(x\right) - 1\right]\mathrm{d}x = 3\int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x - \int\limits_1^3 \mathrm{d}x = 3.6 - 2 = 16$

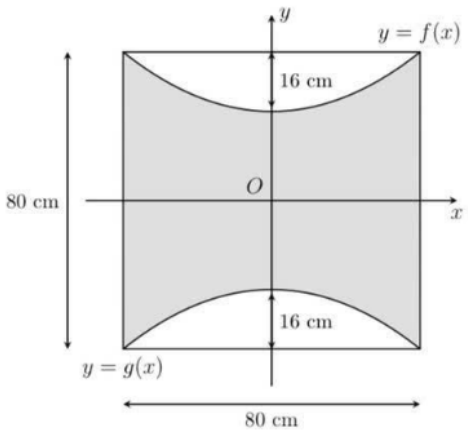
c) Ta có $\int\limits_3^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x = \int\limits_1^4 f\left(x\right)\mathrm{d}x - \int\limits_1^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 15 - 6 = 9$.

d) Giả sử $G\left(x\right) = F\left(x\right) + C$. Ta có $F\left(3\right) - F\left(1\right) = 6;\ G\left(3\right) - G\left(1\right) = 6$

$\Rightarrow F\left(3\right) - G\left(1\right) = 12 - \left[G\left(3\right) - F\left(1\right)\right] \Leftrightarrow G\left(3\right) - F\left(1\right) = 2$

$\Rightarrow G\left(3\right) - F\left(3\right) + G\left(1\right) - F\left(1\right) = -8 \Leftrightarrow 2C = -8 \Leftrightarrow C = -4$. Vậy $G\left(x\right) = F\left(x\right) - 4$

Câu 14.30. Cắt một chiếc trống đồng có dạng khối tròn xoay bởi một mặt phẳng đi qua tâm của đáy và vuông góc với mặt đáy được mặt cắt là phần hình phẳng được tô đậm trong hình vẽ bên dưới đây. Biết rằng đường cong thành bên lần lượt là một phần của đường parabol $y=f(x)$ và $y=g(x)$.



a) $f(x)=\dfrac{1}{100}x^2+24$.

b) $g(x)=f(-x)$.

c) Diện tích của phần mặt cắt bằng $\dfrac{7040}{3}$ cm^2.

d) Thể tích của chiếc trống đồng bằng 70656π cm^3.

Lời giải

a) Hàm số $y=f(x)=ax^2+bx+c$ đi qua ba điểm $(-40;40)$, $(40;40)$, $(0;24)$ nên ta có

hệ phương trình $\begin{cases}1600a-40b+c=40\\1600a+40b+c=40\\0a+0b+c=24\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\dfrac{1}{100}\\b=0\\c=24\end{cases}$.

Vậy $y=f(x)=\dfrac{1}{100}x^2+24$.

Suy ra kết luận a) Đúng

b) Hàm số $y=g(x)$ đối xứng với hàm số $y=f(x)$ nên $g(x)=-\dfrac{1}{100}x^2-24=-f(x)$.

Suy ra kết luận b) Sai

c) Diện tích của phần mặt cắt bằng $S=2\displaystyle\int_{-40}^{40}\left(\frac{1}{100}x^2+24\right)\mathrm{d}x=\frac{14080}{3}$ cm^2.

Suy ra kết luận c) Sai

d) Thể tích của chiếc trống đồng bằng $S=\pi\displaystyle\int_{-40}^{40}\left(\frac{1}{100}x^2+24\right)^2\mathrm{d}x=\frac{70656}{3}$ cm^3.

Suy ra kết luận d) Đúng

Câu 14.31. Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	4	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2

a) Giá trị đại diện của nhóm là $[165;170)$ là $167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 20.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao đồng đều hơn.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Lời giải

a) Giá trị đại diện của nhóm là $[165;170)$ là $\dfrac{165+170}{2}=167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là $180-155=35$.

c) Tìm khoảng tứ phân vị về chiều cao của học sinh nữ lớp 12C.

Ta có: $n_C = 2+7+12+4+1 = 26$.

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{1.26}{4} - 2}{7}.(165-160) = \frac{2285}{14}.$$

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.26}{4} - 9}{12}.(165-160) = \frac{1355}{8}.$$

Khoảng tứ phân vị về chiều cao của học sinh nữ lớp 12C là

$\Delta_C = \frac{1355}{8} - \frac{2285}{14} = \frac{345}{56} \approx 6,16$.

Tìm khoảng tứ phân vị về chiều cao của học sinh nữ lớp 12D.

Ta có: $n_D = 5+9+8+2+2 = 26$.

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{1.26}{4} - 5}{9}.(165-160) = \frac{965}{6}.$$

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.26}{4} - 14}{8}.(165-160) = \frac{2695}{16}.$$

Khoảng tứ phân vị về chiều cao của học sinh nữ lớp 12C là

$\Delta_D = \frac{2695}{16} - \frac{965}{6} = \frac{365}{48} \approx 7,6$.

Do $\Delta_D > \Delta_C$ nên học sinh nữ lớp 12C có chiều cao đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

Vậy c) đúng.

d) Bảng tần số ghép nhóm của mẫu số liệu trên như sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	4	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2

+ Tìm độ lệch chuẩn về chiều cao của học sinh nữ lớp 12C.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x_C} = \frac{2.157,5 + 7.162,5 + 12.167,5 + 4.172,5 + 1.177,5}{26} = \frac{2165}{13}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_C^{\,2} = \frac{1}{26}\left[2.(157,5)^2 + 7.(162,5)^2 + 12.(167,5)^2 + 4.(172,5)^2 + 1.(177,5)^2\right] - \left(\frac{2165}{13}\right)^2 = \frac{14325}{676}$$

.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_C = \sqrt{S_C^{\,2}} = \sqrt{\frac{14325}{676}} \approx 4,603$.

Tìm độ lệch chuẩn về chiều cao của học sinh nữ lớp 12D.

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x_D} = \frac{5.157,5 + 9.162,5 + 8.167,5 + 2.172,5 + 2.177,5}{26} = 165$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_D^{\,2}=\frac{1}{26}\left[5.\left(157,5\right)^2+9.\left(162,5\right)^2+8.\left(167,5\right)^2+2.\left(172,5\right)^2+2.\left(177,5\right)^2\right]-\left(165\right)^2=\frac{125}{4}.$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_D=\sqrt{S_D^{\,2}}=\sqrt{\frac{125}{4}}\approx 5,59$

Do $S_D>S_C$ nên học sinh nữ lớp 12D có chiều cao phân tán hơn học sinh nữ lớp 12C.

Câu 14.32. Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	[50;100)	[100;150)	[150;200)	[200;250)	[250;300)
Số ngày	5	10	9	4	2

Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là $250\left(\text{ km}\right)$.

b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bằng $79\,(\text{km})$(làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $145\,(\text{km})$.

d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm gần bằng $56\,(\text{km})$ (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Khoảng biến thiên là hiệu giữa giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trong dãy số liệu. Ở đây, khoảng biến thiên là: $300-50=250(\text{km})$

b) Khoảng tứ phân vị được tính bằng: $\Delta Q=Q_3-Q_1$

Tổng số ngày là: $5+10+9+4+2=30(\text{ngày})$

Khoảng tứ phân vị là: $\Delta Q=Q_3-Q_1=225-146=79(\text{km})$

c) Số trung bình cộng là:

$$\overline{x}=\frac{5\times 75+10\times 125+9\times 175+4\times 225+2\times 275}{30}=\frac{4650}{30}\approx 155(\text{km})$$

d) Độ lệch chuẩn: Giá trị trung bình đã tính được là 155.

Phương sai:

$$\sigma^2=\frac{5(75-155)^2+10(125-155)^2+9(175-155)^2+4(225-155)^2+2(275-155)^2}{30}$$

Phương sai:

$$\sigma^2=\frac{5\times 6400+10\times 900+9\times 400+4\times 4900+2\times 14400}{30}=\frac{93000}{30}\approx 3100$$

Độ lệch chuẩn: $\sigma=\sqrt{3100}\approx 55,7\approx 56(\text{km})$

Câu 14.33. Trong một cuộc thử tên lửa, Triều Tiên đã cho phóng một quả tên lửa có gắn đầu đạn hạt nhân với vận tốc $v\left(t\right)=\frac{1}{90000000}t^3+\frac{1}{500}t+1\left(m/s\right)$ trong đó t đơn vị giây tính từ lúc tên lửa Triều Tiên bắt đầu phóng và dự định sẽ rơi xuống một vùng biển. Đi được 1 giờ thì bay ngang vùng biển thuộc chủ quyền của Nhật Bản ngay lập tức Rada nhận được tín hiệu và gửi tín hiệu về căn cứ quân đội. Khi nhận được tín hiệu của Rada sau 30 phút quân đội Nhật Bản đã cho phóng một quả tên lửa tầm trung đã xác định sẵn mục tiêu đi với gia tốc $a\left(t_1\right)=\frac{1}{4500}t_1+\frac{n}{100}\left(m/s^2\right)$, $n>0$ trong đó t_1 đơn vị giây tính từ lúc tên lửa tầm trung bắt đầu phóng.

a) Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới hàm $v\left(t_1\right)=\frac{1}{9000}t_1^{\,2}+\frac{n}{100}t_1\left(m/s^2\right)$, $n>0$.

b) Kể từ khi bị Rada phát hiện đến lúc Nhật Bản phóng tên lửa thì quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân đi được $1913,4km$.

c) Sau 15 phút phóng lên thì tên lửa tầm trung hạ được mục tiêu biết quãng đường nó đi được bằng $\frac{1}{2}$ quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được trong 15 phút đó, khi đó giá trị $n>100$.

d) Giả sử hàm $h\left(t\right)=\frac{-5m}{648}t^2+\frac{500m}{9}t+a\left(m>0,a\in R\right)$ (đơn vị: mét) thể hiện độ cao của quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân so với mực nước biển. Khi quả tên lửa của Triều Tiên đạt độ cao lớn nhất thì quãng đường nó đi được là $483,12km$.

Lời giải

a) Đúng. Vận tốc của tên lửa tầm trung được biểu thị dưới dạng hàm số như sau:

$$v\left(t_1\right)=\int a\left(t_1\right)dt_1=\int\left(\frac{1}{4500}t_1+\frac{n}{100}\right)dt_1=\frac{1}{9000}t_1^{\,2}+\frac{n}{100}t_1$$

b) Đúng.

Đổi: 1 giờ = 3600 giây; 1 giờ 30 phút = 5400 giây

Kể từ khi bị Rada phát hiện đến lúc Nhật Bản phóng tên lửa thì quả tên lửa gắn đầu đạn hạt nhân đi được là:

$$\int_{3600}^{5400}v\left(t\right)dt=\int_{3600}^{5400}\left(\frac{1}{90000000}t^3+\frac{1}{500}t+1\right)dt=1913400\left(m\right)=1913,4\left(km\right)$$

c) Đúng. Quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được trong 15 phút trước khi bị hạ là:

$$s_{TT}=\int_{5400}^{6300}\left(\frac{1}{90000000}t^3+\frac{1}{500}t+1\right)dt=2025292,5\left(m\right)$$

Vì trong 15 phút đó, quãng đường tên lửa tầm trung đi được bằng $\frac{1}{2}$ quãng đường tên lửa Triều Tiên đi được, ta có:

$$s_{NB}=\frac{1}{2}s_{TT}\Rightarrow s_{NB}=1012646,25\left(m\right)\Rightarrow\int_0^{900}v\left(t_1\right)dt_1=1012646,25$$

$$\Rightarrow\int_0^{900}\left(\frac{1}{9000}t_1^{\,2}+\frac{n}{100}t_1\right)dt_1=1012646,25\Rightarrow 27000+40500.\frac{n}{100}=1012646,25\Rightarrow n\approx 243,4>10$$

d) Đúng. Khi quả tên lửa của Triều Tiên đạt độ cao lớn nhất thì:

$$h'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\frac{-5m}{324}t+\frac{500m}{9}=0\Leftrightarrow t=3600$$

Khi quả tên lửa của Triều Tiên đạt độ cao lớn nhất thì quãng đường nó đi được là:

$$s_{TT}=\int_0^{3600}\left(\frac{1}{90000000}t^3+\frac{1}{500}t+1\right)dt=483120\left(m\right)=483,12\left(km\right)$$

Câu 14.34. Những ngày giáp Tết Nguyên Đán cũng là dịp bước vào vụ Đông Xuân, bà con nông dân tích cực xuống đồng cấy lúa. Cây lúa sau khi được cấy trải qua quá trình tăng trưởng đẻ nhánh và phát triển chiều cao trước khi làm đòng, trổ bông. Qua nghiên cứu một giống lúa mới, các nhà khoa học nhận thấy một cây lúa tính từ lúc được cấy bằng một cây mạ với chiều cao 20 cm có tốc độ tăng trưởng chiều cao cho bởi hàm số $v\left(t\right)=-0,1t^3+1,1t^2$,

trong đó t tính theo tuần, $v(t)$ tính bằng cm/tuần. Gọi $h(t)$ là chiều cao của cây lúa ở tuần thứ $t(t \ge 0)$.

a) $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

b) Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa kéo dài 12 tuần.

c) Chiều cao tối đa của cây lúa là 150 cm.

d) Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Lời giải

a) Đúng. Vì tốc độ tăng trưởng chiều cao được tính $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$

Nên $h(t) = \int(-0,1t^3 + 1,1t^2)dt = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + C$

Do chiều cao ban đầu của cây lúa là $h(0) = 20 \Rightarrow C = 20$

Vậy chiều cao của cây lúa ở tuần thứ $t, (t \ge 0)$ là $h(t) = -\frac{1}{40}t^4 + \frac{11}{30}t^3 + 20$.

b) Sai. Giai đoạn tăng trưởng chiều cao của cây lúa sẽ dừng lại khi

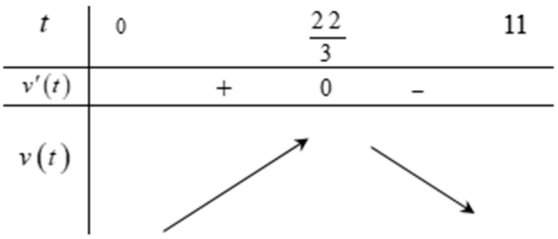
$v(t) = 0 \Leftrightarrow -0,1t^3 + 1,1t^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 11 \end{array}\right.$

Nên cây lúa sẽ chỉ tăng trưởng trong 11 tuần.

c) Sai. Chiều cao tối đa của cây lúa là $h(11) = \frac{17041}{120} \approx 142$ cm.

d) Đúng. Thời điểm cây phát triển nhanh nhất, tức tốc độ phát triển lớn nhất hay tìm thời điểm mà hàm số $v(t) = -0,1t^3 + 1,1t^2$ với

$t \in [0;11]$ đạt giá trị lớn nhất.



Ta có: $v'(t) = -0,3t^2 + 2,2t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = \frac{22}{3} \end{array}\right.$,

$t \in [0;11]$

Xét bảng biến thiên

Từ đó suy ra cây lúa phát triển nhanh nhất tại $t = \frac{22}{3}$ nên chiều cao của cây lúa là:

$h\left(\frac{22}{3}\right) \approx 92,3 > 80$.

Vào thời điểm cây lúa phát triển nhanh nhất, chiều cao của cây đã lớn hơn 80 cm.

Câu 14.35. Thầy giáo thống kê điểm trung bình cuối năm của các học sinh lớp 11A và 11B ở bảng sau

Điểm trung bình	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
11A	1	0	11	22	6
11B	0	6	8	14	12

a) So sánh độ lệch chuẩn thì các học sinh lớp 11A học đồng đều hơn lớp 11B.

b) Điểm trung bình của lớp 11A nhỏ hơn lớp 11B.

c) Phương sai của mẫu số liệu lớp 11B là 1,05 (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

d) Điểm trung bình của lớp 11A là 8,3 (*làm tròn đến hàng phần chục*).

Lời giải

$\overline{x}_{11A} = \dfrac{1.5,5 + 0.6,5 + 11.7,5 + 22.8,5 + 6.9,5}{40} = 8,3.$

$\overline{x}_{11B} = \dfrac{0.5,5 + 6.6,5 + 8.7,5 + 14.8,5 + 12.9,5}{40} = 8,3.$

$s_{11A}^2 = \dfrac{1.\left(5,5-8,3\right)^2 + 0.\left(6,5-8,3\right)^2 + 11.\left(7,5-8,3\right)^2 + 22.\left(8,5-8,3\right)^2 + 6.\left(9,5-8,3\right)^2}{40} = 0,61$

$\Rightarrow \sqrt{s_{11A}^2} \approx 0,78$

$s_{11B}^2 = \dfrac{0.\left(5,5-8,3\right)^2 + 6.\left(6,5-8,3\right)^2 + 8.\left(7,5-8,3\right)^2 + 14.\left(8,5-8,3\right)^2 + 12.\left(9,5-8,3\right)^2}{40} = 1,06$

$\Rightarrow \sqrt{s_{11B}^2} \approx 1,03$

Câu 14.36. Người ta bơm xăng vào bình xăng của một xe ô tô. Biết rằng thể tích V (tính theo lít) của lượng xăng trong bình xăng được tính theo thời gian bơm xăng t (phút) được cho bởi công thức:

$$V\left(t\right) = 300\left(t^2 - t^3\right) + 4,5 \text{ với } 0 \le t \le 0,5.$$

Gọi $V'\left(t\right)$ là tốc độ tăng thể tích tại thời điểm t với $0 \le t \le 0,5$. Biết 1 lít xăng có giá là 21.000 đồng.

a) Phương trình $V'\left(t\right) = 0$ có hai nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

b) Lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 1,5 lít.

c) Khi xăng chảy vào bình xăng thì tốc độ tăng thể tích là lớn nhất vào thời điểm ở giây thứ 21.

d) Sau khi bơm 30 giây thì bình xăng đầy. Số tiền người mua phải trả là 787.500 đồng.

Lời giải

a) Sai. Ta có $V'\left(t\right) = 300\left(2t - 3t^2\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \in \left[0;\dfrac{1}{2}\right] \\ t = \dfrac{2}{3} \notin \left[0;\dfrac{1}{2}\right] \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $V'\left(t\right) = 0$ có một nghiệm trên đoạn $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

b) Sai. Với $t = 0 \Rightarrow V\left(t\right) = 4,5$. Vậy lượng xăng ban đầu trong bình ban đầu là 4,5 lít.

c) Sai. Ta có $V''\left(t\right) = 300\left(2 - 6t\right) = 0 \Leftrightarrow t = \dfrac{1}{3}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $V'\left(t\right)$

x	0		$\frac{1}{3}$		$+\infty$
y'	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	100	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $V'\left(t\right)$ đạt giá trị lớn nhất tại $t = \dfrac{1}{3}$ (phút) $= 20$ (giây).

d) Đúng. Ta có $t = 30$ (giây) $= \dfrac{1}{2}$ (phút).

Thể tích xăng sau khi bơm thêm 30 giây vào bình là

$$V\left(\frac{1}{2}\right)-4,5=300\left(\left(\frac{1}{2}\right)^2-\left(\frac{1}{2}\right)^3\right)=37,5\,.$$

Số tiền người mua phải trả là $37,5.21000=787\,500$ đồng.

Câu 14.37. Thể tích nước của một bể bơi sau t phút bơm tính theo công thức $V\left(t\right)=\frac{1}{100}\left(30t^3-\frac{t^4}{4}\right)$ (lít) với $\left(0\le t\le 90\right)$. Tốc độ bơm nước tại thời điểm t được tính bởi công thức $f\left(t\right)=V'\left(t\right)$.

a) Thể tích nước của bể bơi sau 20 phút bơm là 2000 lít.

b) Tốc độ bơm nước tại thời điểm t là $f\left(t\right)=90t^2-t^3$.

c) Tốc độ bơm giảm từ phút thứ 70 đến phút thứ 90.

d) Tốc độ bơm lớn nhất tại thời điểm $t=60$ phút.

Lời giải

a) Đúng: $V\left(20\right)=\frac{1}{100}\left(30.20^3-\frac{20^4}{4}\right)=2000\,.$

b) Sai: $V'\left(t\right)=\frac{1}{100}\left(90t^2-t^3\right)\Rightarrow f\left(t\right)=\frac{1}{100}\left(90t^2-t^3\right).$

c) Đúng: $V''\left(t\right)=\frac{1}{100}\left(180t-3t^2\right)\Leftrightarrow V''\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=60\\t=0\end{array}\right.$

t	0		60		90
$V''(t)$		+	0	−	
$V'(t)$	0	↗	1080	↘	0

Bảng biến thiên của hàm số:

Suy ra tốc độ bơm giảm từ phút thứ 60 đến phút thứ 90.

d) Đúng: Từ bảng biến thiên ta có tốc độ lớn nhất khi $t=60$ phút.

Câu 14.38. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30 000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30 000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18 000 đồng.

a) Nếu cơ sở bán mỗi chiếc khăn với giá 37000 đồng thì số tiền lãi sau 1 tháng là 44 triệu đồng.

b) Sau khi cơ sở tăng giá mỗi chiếc khăn thêm x (nghìn đồng) thì tổng số lợi nhuận một tháng của cơ sở được tính theo công thức $f\left(x\right)=-100x^2+1800x+36000\,.$

c) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì số khăn bán ra giảm 800 chiếc.

d) Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá 39000 đồng.

Lời giải

a) Sai: Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm $100x$ chiếc.

Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là: $3000-100x$ chiếc.

b) Đúng: Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là: $12+x$ (nghìn đồng).

Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là:

$$f\left(x\right)=\left(3000-100x\right)\left(12+x\right)\text{ (nghìn đồng).}$$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\left(3000-100x\right)\left(12+x\right)$ trên $\left(0;+\infty\right)$.

c) Sai: Ta có: $f\left(x\right)=-100x^2+1800x+36000$

$\Rightarrow f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow -200x+1800=0\Leftrightarrow x=9$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f\left(x\right)$ trên $\left(0;+\infty\right)$ ta thấy hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $x=9$

d) Đúng: Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9000 đồng tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39000 đồng.

Câu 14.39. Huyết áp là áp lực cần thiết tác động lên thành của động mạch để đưa máu từ tim đến nuôi dưỡng cơ thể. Huyết áp được tạo ra do lực co bóp của cơ tim và sức cản của thành động mạch. Mỗi lần tim đập thì huyết áp của chúng ta tăng rồi giảm giữa các nhịp. Huyết áp tối đa và huyết áp tối thiểu gọi là huyết áp tâm thu và huyết áp tâm trương tương ứng. Chỉ số huyết áp của chúng ta được viết là tâm thu/tâm trương. Chỉ số huyết áp 120 / 80 là bình thường. Giả sử huyết áp của một người nào đó được mô hình hoá bởi hàm số $P\left(t\right)=115+20\sin\left(180\pi t\right)$ ở đó $P\left(t\right)$ là huyết áp tính theo đơn vị mmHg (milimét thuỷ ngân) và thời gian t tính theo phút.

a) Chu kỳ của hàm $P\left(t\right)$ là 90.

b) Số lần huyết áp tâm thu xảy ra trong khoảng thời gian một giờ đồng hồ là 5000.

c) Chỉ số huyết áp là 135 / 95.

d) Trong một phút, số lần mà tốc độ thay đổi huyết áp bằng 1800π (mmHg/phút) là 180.

Lời giải

a) Sai: Chu kỳ của hàm số $P\left(t\right)$ là $\dfrac{2\pi}{180\pi}=\dfrac{1}{90}$.

b) Sai: Dựa vào hàm số $P\left(t\right)$ ta thấy huyết áp cao nhất là 135 mmHg

Khi đó: $P\left(t\right)=135\Leftrightarrow 115+20\sin\left(180\pi t\right)=135\Leftrightarrow \sin\left(180\pi t\right)=1$

$\Leftrightarrow 180\pi t=\dfrac{\pi}{2}+k2\pi\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{360}+\dfrac{k}{90}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Xét $0\le t\le 60\Leftrightarrow 0\le\dfrac{1}{360}+\dfrac{k}{90}\le 60\Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}\le k\le 5400-\dfrac{1}{4}\Leftrightarrow k\in\left\{0;1;2;...5399\right\}$ vì $k\in\mathbb{Z}$.

Vậy trong khoảng 1 giờ đồng hồ số lần huyết áp cao nhất (huyết áp tâm thu) là 5400 lần.

c) Đúng: Vì $-1\le\sin\left(180\pi t\right)\le 1$ nên $95\le 115+20\sin\left(180\pi t\right)\le 135$.

$P\left(t\right)$ lớn nhất bằng 135; $P\left(t\right)$ nhỏ nhất bằng 95 nên chỉ số huyết áp là 135 / 95.

d) Đúng: Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow P'\left(t\right)=1800\pi\Leftrightarrow 3600\pi.\cos\left(180\pi t\right)=1800\pi$

$\Leftrightarrow\cos\left(180\pi t\right)=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow 180\pi t=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi\Leftrightarrow t=\pm\dfrac{1}{540}+\dfrac{k}{90}\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$

Do $0\le t\le 1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}0\le\dfrac{1}{540}+\dfrac{k}{90}\le 1\\ 0\le-\dfrac{1}{540}+\dfrac{k}{90}\le 1\end{array}\right.\overset{k\in\mathbb{Z}}{\Rightarrow}\left[\begin{array}{l}k\in\left\{0;1;2;...;89\right\}\\ k\in\left\{1;2;3;...;90\right\}\end{array}\right.\Rightarrow$ có 180 giá trị của t.

Câu 14.40. Chi phí nhiên liệu của một chiếc tàu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v=10$ (km/h) thì phần thứ hai bằng 30 nghìn đồng trên một giờ.

a) Khi vận tốc $v=10\,(\text{km/h})$ thì chi phí nguyên liệu cho phần thứ nhất trên một kilomet đường sông là $48\,000$ đồng.

b) Hàm số xác định tổng chi phí nguyên liệu trên một kilomet đường sông với vận tốc x (km/h) là $f\left(x\right)=\dfrac{480}{x}+0,03x^3$.

c) Khi vận tốc $v=30\,(\text{km/h})$ thì tổng chi phí nguyên liệu trên một km đường sông là 43000 đồng.

d) Vận tốc nhỏ nhất của tàu là $v=20\,(\text{km/h})$ thì tổng chi phí nguyên liệu trên một km đường sông là nhỏ nhất.

Lời giải

a) Đúng: Thời gian tàu chạy quãng đường một kilomet là: $\dfrac{1}{10}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\dfrac{1}{10}\cdot 480000=48000\,(\text{đồng})$.

b) Sai: Gọi $x\,(\text{km/h})$ là vận tốc của tàu với $x>0$

Thời gian tàu chạy quãng đường một kilomet là: $\dfrac{1}{x}$ (giờ)

Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\dfrac{1}{x}\cdot 480=\dfrac{480}{x}$ (nghìn đồng)

Hàm chi phí cho phần thứ hai là $p=kx^3$ (nghìn đồng/h)

Mà khi $x=10\Rightarrow p=30\Rightarrow k=0,03$ nên $p=0,03x^3$ (nghìn đồng/h)

Do đó chi phí phần 2 để chạy một kilomet là: $\dfrac{1}{x}\cdot 0,03x^3=0,03x^2$ (nghìn đồng)

Vậy tổng chi phí được biểu diễn bởi hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{480}{x}+0,03x^2$

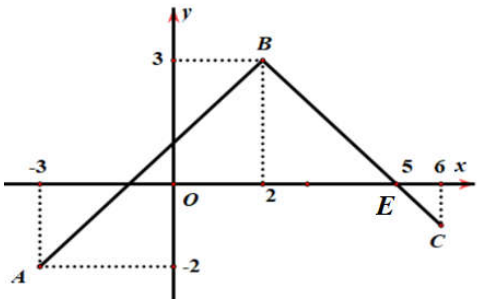
c) Đúng: Hàm số biểu diễn tổng chi phí $f\left(x\right)=\dfrac{480}{x}+0,03x^2$.

Thay $x=v=30\,(\text{km/h})$ vào ta có $f\left(30\right)=\dfrac{480}{30}+0,03.30^2=43$ (ngàn đồng).

d) Đúng: Ta có $f\left(x\right)=\dfrac{480}{x}+0,03x^2=\dfrac{240}{x}+\dfrac{240}{x}+0,03x^2\ge 3\sqrt[3]{1728}=36$.

Dấu ''='' xảy ra khi $x=20$.

Câu 14.41. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, đồ thị hàm số $\left(C\right):y=f'(x)$ trên đoạn $\left[-3;6\right]$ là đường gấp khúc như hình vẽ. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau?



a) $\displaystyle\int_{-3}^{-1}f'(x)\mathrm{d}x=-2$.

b) $\displaystyle\int_{0}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=\dfrac{1}{2}$.

c) $f\left(2\right)-f\left(6\right)=4$.

d) $f\left(5\right)+f\left(-3\right)-2f\left(2\right)=2$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có đường thẳng AB đi qua 2 điểm $A\left(-3;-2\right), B\left(2;3\right)$ nên phương trình đường thẳng AB là $\dfrac{x+3}{2+3}=\dfrac{y+2}{3+2}\Leftrightarrow y=x+1$. Khi đó $\displaystyle\int_{-3}^{-1}f'(x)\mathrm{d}x=\int_{-3}^{-1}\left(x+1\right)\mathrm{d}x=-2$.

b) Sai. Ta có $\displaystyle\int_{0}^{1}f'(x)\mathrm{d}x=\int_{0}^{1}\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{3}{2}$.

c) Sai. Ta có đường thẳng BC đi qua 2 điểm $B\left(2;3\right), E\left(5;0\right)$ nên phương trình đường thẳng BC là $\dfrac{x-2}{5-2}=\dfrac{y-3}{0-3}\Leftrightarrow y=-x+5$.

Khi đó $\displaystyle\int_{2}^{6}f'(x)\mathrm{d}x=\int_{2}^{6}\left(-x+5\right)\mathrm{d}x=4$. Vì vậy $f\left(2\right)-f\left(6\right)=-\int_{2}^{6}f'(x)\mathrm{d}x=-4$.

d) Đúng. Ta có $\displaystyle\int_{-3}^{2}f'(x)\mathrm{d}x=\int_{-3}^{2}\left(x+1\right)\mathrm{d}x=\frac{5}{2}=f\left(2\right)-f\left(-3\right)$,

$\displaystyle\int_{2}^{5}f'(x)\mathrm{d}x=\int_{2}^{5}\left(-x+5\right)\mathrm{d}x=\frac{9}{2}=f\left(5\right)-f\left(2\right)$

Vì vậy $f\left(5\right)+f\left(-3\right)-2f\left(2\right)=\dfrac{9}{2}-\dfrac{5}{2}=2$.

Câu 14.42. Một kỹ sư thiết kế một bình chứa nhiên liệu có thể đặt dưới thân máy bay trực thăng để mở rộng tầm bay của nó. Sau một số thử nghiệm trên bản vẽ, người này quyết định tạo hình cho bình chứa bằng cách quay đồ thị hàm số $f\left(x\right)=a+bx-\dfrac{x^2}{16}$, với $-4\le x\le 4$ quanh trục Ox (đơn vị: m^3). Biết đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ đi qua hai điểm $A\left(0;1\right)$ và $B\left(4;0\right)$.

a) Giá trị của $a+b=2$

b) Hàm số $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$.

c) Bình chứa nhiên liệu có thể chứa tối đa $16\,\mathrm{m}^3$.

d) Chiếc máy bay trực thăng này có mức tiêu thụ nhiên liệu thay đổi theo quãng đường bay. Khi bắt đầu hành trình, máy bay tiêu thụ $2,5$ lít nhiên liệu cho mỗi kilomet. Mức tiêu thụ nhiên liệu sau đó tăng lên một cách tuyến tính, cứ mỗi kilomet bay thêm thì mức tiêu thụ lại tăng thêm $0,008$ lít/km. Bình chứa nhiên liệu cần phải đảm bảo luôn có 25% dung tích được giữ lại làm nhiên liệu dự phòng, biết rằng bình chứa được đổ đầy nhiên liệu. Quãng đường tối đa mà máy bay có thể bay được (theo kilomet) trước khi cần tiếp nhiên liệu và vẫn đảm bảo lượng nhiên liệu dự phòng theo yêu cầu là 1304 (km) (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

a) Sai: Ta có $f\left(0\right)=1\Leftrightarrow a=1$ và $f\left(4\right)=0\Leftrightarrow a+4b-1=0\Leftrightarrow b=0$

Vậy $a+b=1$

b) Đúng: Với $a=1$ và $b=0$ thì hàm số đã cho là $f\left(x\right)=1-\dfrac{x^2}{16}$. Đây là một hàm số bậc hai có giá trị lớn nhất tại $x=0$.

c) Sai: Thể tích của bình chứa nguyên liệu là $V=\pi\displaystyle\int_{-4}^{4}\left(1-\frac{x^2}{16}\right)^2\mathrm{d}x=\frac{64\pi}{15}\approx 13,4\ (\mathrm{m}^3)$

Vậy bình chứa có thể chứ tối đa không quá $13,4\,\mathrm{m}^3$ nhiên liệu

d) Đúng: Dung tích sử dụng của bình chứa là: $V_{sd}=75\%.V=0,75.\dfrac{64\pi}{15}=\dfrac{16\pi}{5}\left(\text{m}^3\right)$

Mức tiêu thụ nhiên liệu khi bay được x (km) là: $T\left(x\right)=2,5+0,008x$ (lít/km)

Mà $1\,\text{m}^3=1000$ (lít) nên mức nhiên liệu sử dụng là: $V_{sd}=\dfrac{16\pi}{5}.1000=3200\pi$ (lít)

Mà $1\,\text{m}^3=1000$ (lít) nên mức nhiên liệu sử dụng là: $V_{sd}=\dfrac{16\pi}{5}.1000=3200\pi$ (lít)

Ta có: $u_1=2,5$; $u_2=u_1+0,008$; $u_3=u_2+0,008$ nên $u_n=u_{n-1}+0,008$

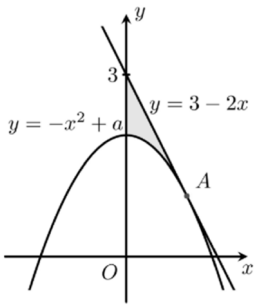
Khi đó tổng lượng nhiên liệu cho quá trình bay là: $V_{sd}=2,5.n+\dfrac{n\left(n-1\right)}{2}.0,008=3200\pi$

với n là quãng đường bay (đơn vị: km)

$\Leftrightarrow\dfrac{5n+0,008\left(n^2-n\right)}{2}=3200\pi\Leftrightarrow 0,008n^2+4,992n-6400\pi=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}n\approx 1928\\n\approx 1304\end{array}\right.$

Quãng đường tối đa mà máy bay có thể bay được (theo kilomet) trước khi cần tiếp nhiên liệu và vẫn đảm bảo lượng nhiên liệu dự phòng theo yêu cầu là 1304 (km).

Câu 14.43. Cho parabol $y=f\left(x\right)=-x^2+a$ tiếp xúc với đường thẳng $g\left(x\right)=3-2x$ tại điểm A như hình vẽ dưới đây:



a) $\int g\left(x\right)\text{d}x=-x^2+3x+C$

b) $a=-2$

c) Diện tích miền tô đậm trong hình vẽ bằng $\dfrac{2}{3}$ (đvdt)

d) Thể tích khối tròn xoay tạo bởi parabol và trục hoành bằng $\dfrac{81\pi}{5}$ (đvtt)

Lời giải

a) Đúng: $\int g\left(x\right)\text{d}x=\int\left(-2x+3\right)\text{d}x=-x^2+3x+C$

b) Sai: Hai đồ thị tiếp xúc nhau thì $\left\{\begin{array}{l}f\left(x\right)=g\left(x\right)\\f'\left(x\right)=g'\left(x\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}-x^2+a=3-2x\\-2x=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=2\\x=1\end{array}\right.$

c) Sai: Diện tích miền tô đậm là:

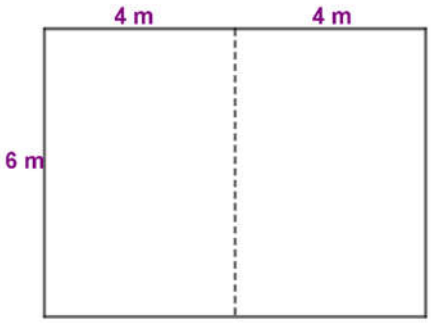
$$S=\int\limits_0^1\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\text{d}x=\int\limits_0^1\left|\left(-x^2+2\right)-\left(3-2x\right)\right|\text{d}x=\int\limits_0^1\left|-x^2+2x-1\right|\text{d}x=\frac{1}{3}\left(\text{đvdt}\right)$$

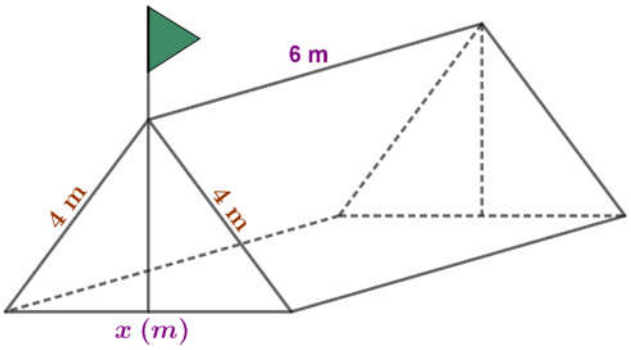
d) Sai: Phương trình hoành độ giao điểm của $\left(P\right)$ với trục hoành là:

$-x^2+2=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

Thể tích khối tròn xoay là: $V=\pi\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}f^2\left(x\right)\text{d}x=\pi\int\limits_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left(-x^2+2\right)^2\text{d}x=\dfrac{64\sqrt{2}\pi}{15}$ (đvtt).

Câu 14.44. Trong đợt chào mừng kỉ niệm ngày 26/3, trường X có tổ chức cho các lớp bày các gian hàng tại sân trường. Để có thể che nắng, chứa đồ đạc trong quá trình tham gia hoạt động, một lớp đã nghĩ ra ý tưởng như sau: Dựng trên mặt đất bằng phẳng một chiếc lều từ một tấm bạt hình chữ nhật có chiều dài là $8\,\text{m}$ và chiều rộng là $6\,\text{m}$, bằng cách gập đôi tấm bạt lại theo đoạn nối trung điểm hai cạnh là chiều dài của tấm bạt, hai mép chiều rộng còn lại của tấm bạt sát đất và cách nhau $x\left(\text{m}\right)$.





a) Điều kiện $0 < x < 8$.

b) Tổng diện tích mặt trước và mặt sau của lều bằng $S = \frac{x}{2}\sqrt{64 - x^2}$.

c) Thể tích không gian phía trong của chiếc lều có hình dạng khối lăng trụ đứng là $V = \frac{x}{2}\sqrt{64 - x^2}$.

d) Khoảng không gian phía trong của chiếc lều lớn nhất bằng $16\left(\text{m}^3\right)$

Lời giải

a) Đúng vì: Theo hình dáng đáy tam giác thì ta có $0 < x < 8$.

b) Đúng vì: Tổng diện tích mặt trước và mặt sau của lều là

$$S = 2.\frac{1}{2}x\sqrt{16 - \left(\frac{x}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}x\sqrt{64 - x^2}.$$

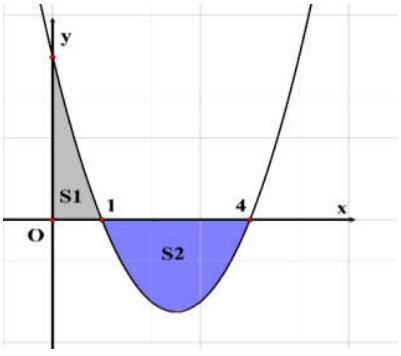
c) Sai vì: Ta có $V = B.h = \frac{1}{4}x\sqrt{16 - \left(\frac{x}{2}\right)^2}.6 = \frac{3}{2}x\sqrt{64 - x^2}$.

d) Sai vì: Ta có $x\sqrt{64 - x^2} \le \frac{x^2 + 64 - x^2}{2} = 32$.

Từ đó suy ra $V = \frac{3x}{2}\sqrt{64 - x^2} \le 48$ xảy ra khi $x = \sqrt{64 - x^2} \Rightarrow x = 4\sqrt{2}$.

Khoảng không gian phía trong của chiếc lều lớn nhất bằng $48\left(\text{m}^3\right)$ khi $x = 4\sqrt{2}$.

Câu 14.45. Cho hàm số $y = f\left(x\right) = x^2 - 5x + 4$ có đồ thị như hình vẽ. Biết rằng đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ tạo với trục hoành và 2 đường thẳng $x = 0, x = 4$ một hình phẳng $\left(H\right)$ gồm 2 phần có diện tích lần lượt là S_1, S_2.



Xét tính đúng, sai của các mệnh đề sau:

a) $f(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $g(x) = 2x - 5$ trên $\mathbb{R}$.

b) $S_1 = \frac{11}{6}$.

c) $S_1 = \int_0^4 f(x)dx - S_2$.

d) Biết đường thẳng $d : y = x + m$ (m là tham số) cắt đồ thị $y = f(x)$ tại hai điểm phân biệt và diện tích hình phẳng giới hạn bởi d và (P) bằng $\frac{4}{3}$. Khi đó tổng các giá trị của tham số m bằng -4.

Lời giải

a) Đúng. Ta có : $f'(x)=(x^2-5x+4)'=2x-5\ \ \forall x\in\mathbb{R}$

b) Đúng. $S_1=\int\limits_0^1 f(x)dx=\int\limits_0^1(x^2-5x+4)dx=\dfrac{11}{6}$

c) Sai. Ta có $\int\limits_0^4 f(x)dx=\int\limits_0^1 f(x)dx+\int\limits_1^4 f(x)dx=\int\limits_0^1\left|f(x)\right|dx-\int\limits_1^4\left|f(x)\right|dx=S_1-S_2$

Suy ra : $S_1=\int\limits_0^1 f(x)dx+S_2$.

d) Đúng. Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị hàm số $f(x)$ là

$x^2-5x+4=x+m\Leftrightarrow x^2-6x+4-m=0$

d và (P) cắt nhau tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=9-4+m=m+5>0\Leftrightarrow m>-5$

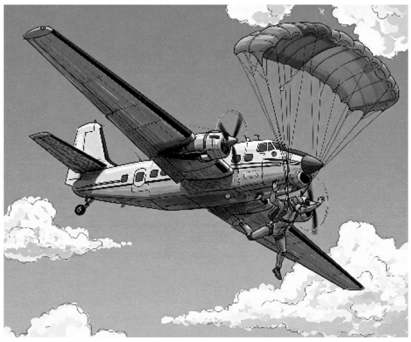
Theo Viét: $x_1+x_2=6; x_1x_2=4-m\ \ (\ x_1<x_2\ )$

Ta có $S=\int\limits_{x_1}^{x_2}\left(m-x^2+6x-4\right)\mathrm{d}x=\left[\left(m-4\right)x+3x^2-\dfrac{x^3}{3}\right]\Bigg|_{x_1}^{x_2}$

$=\left[\left(m-4\right)+3\left(x_1+x_2\right)-\dfrac{1}{3}\left[\left(x_1+x_2\right)^2-x_1x_2\right]\right]\left(x_2-x_1\right)=\dfrac{4}{3}\sqrt{\left(m+5\right)^3}=\dfrac{4}{3}\Leftrightarrow m=-4$

Vậy $S=-4$.

Câu 14.46. Một vận động viên nhảy dù nhảy ra khỏi máy bay ở độ cao lớn. Vận tốc rơi của vận động viên (hướng xuống dưới là dương) thay đổi theo thời gian t (giây) được cho bởi công thức $v\left(t\right)=g\dfrac{m}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)$, trong đó $g=9{,}8\ (\mathrm{m/s^2})$ là gia tốc trọng trường; $m=70$ (kg) là khối lượng của vận động viên và trang bị; $k=10$ (kg/s) là hệ số cản của không khí.



a) Vận tốc ban đầu của vận động viên khi nhảy dù là 0 (m/s)

b) Gia tốc của vận động viên tại thời điểm t là $a\left(t\right)=-ge^{-\frac{k}{m}t}\ (\mathrm{m/s^2})$

c) Vận tốc giới hạn (vận tốc ổn định khi $t\to\infty$) của vận động viên là $68{,}6\ (\mathrm{m/s})$

d) Trong khoảng thời gian từ $t=0$ đến $t=T$, quãng đường vận động viên rơi được biểu diễn bởi công thức $S\left(T\right)=\dfrac{gm^2}{k^2}\left(e^{-\frac{k}{m}T}+\dfrac{kT}{m}-1\right)$. Để quãng đường rơi được đạt ít nhất 100 mét, thời gian rơi T phải lớn hơn giá trị nghiệm dương của phương trình $e^{-\frac{k}{m}T}+\dfrac{kT}{m}-1=\dfrac{100k^2}{gm^2}$.

Lời giải

a) Đúng: $t=0$ suy ra $v\left(0\right)=g\dfrac{m}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}0}\right)=g\dfrac{m}{k}\left(1-e^0\right)=g\dfrac{m}{k}\left(1-1\right)=0\ (\mathrm{m/s})$

b) Sai: $a\left(t\right)=v'\left(t\right)=0-g\dfrac{m}{k}.e^{-\frac{k}{m}t}.\left(-\dfrac{k}{m}\right)=ge^{-\frac{k}{m}t}\ (\mathrm{m/s^2})$

c) Đúng: Xét $\lim\limits_{t\to\infty} v\left(t\right)=\lim\limits_{t\to\infty} g\dfrac{m}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)=g\dfrac{m}{k}\left(1-\lim\limits_{t\to\infty} e^{-\frac{k}{m}t}\right)=g\dfrac{m}{k}\left(1-0\right)=g\dfrac{m}{k}$

Tính giá trị vận tốc tới hạn với $g=9,8\,;m=70$ và $k=10$ thì $v_{gh}=\dfrac{9,8.70}{10}=68,6\,(\text{m/s})$

d) Sai: Quãng đường $S\left(T\right)$ được tính bằng:

$$S\left(T\right)=\int\limits_0^T v\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_0^T g\frac{m}{k}\left(1-e^{-\frac{k}{m}t}\right)\mathrm{d}t=g\frac{m}{k}\left(t+\frac{m}{k}e^{-\frac{k}{m}t}\right)\Bigg|_0^T=\frac{gm^2}{k^2}\left(e^{-\frac{k}{m}T}+\frac{kT}{m}-1\right)$$

Để quãng đường rơi được đạt ít nhất 100 mét thì

$S\left(T\right)\ge 100\Leftrightarrow\dfrac{gm^2}{k^2}\left(e^{-\frac{k}{m}T}+\dfrac{kT}{m}-1\right)\ge 100\ \left(1\right)$

Từ phương trình $e^{-\frac{k}{m}T}+\dfrac{kT}{m}-1=\dfrac{100k^2}{gm^2}\Leftrightarrow e^{-\frac{1}{7}T}+\dfrac{1}{7}T=\dfrac{2901}{2401}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}T=-4,07\\T=5,06\end{array}\right.$

Chọn $T=6$ thay vào bất phương trình $\left(1\right)$ thấy thỏa mãn.

Vậy để quãng đường rơi được đạt ít nhất 100 mét thời gian rơi T phải lớn hơn hoặc bằng $5,06$.

Câu 14.47. Một cánh quạt gió quay với góc $\theta\left(t\right)$ (radian) so với vị trí ban đầu tại thời điểm t (giây) được mô tả bởi hàm số $\theta\left(t\right)=2t+0,5\sin\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)$.

a) Tại thời điểm $t=0$ thì góc quay của cánh quạt là $0,5\,(\text{rad})$

b) Vận tốc góc của cánh quạt tại thời điểm t là $\omega\left(t\right)=2-\dfrac{\pi}{6}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)\ (\text{rad/s})$

c) Vận tốc góc của cánh quạt luôn lớn hơn hoặc bằng $2-\dfrac{\pi}{6}\,(\text{rad/s})$

d) Gia tốc góc của cánh quạt tại thời điểm $t=3$ giây là $0\,(\text{rad/s}^2)$

Lời giải

a) Sai: Với $t=0$ suy ra $\theta\left(0\right)=2.0+0,5\sin\left(\dfrac{\pi}{3}.0\right)=0\,(\text{rad})$

b) Sai: Vận tốc góc $\omega\left(t\right)=\theta'\left(t\right)=2+\dfrac{\pi}{6}\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)(\text{rad/s})$

c) Đúng: Ta có $-1\le\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)\le 1$ nên giá trị nhỏ nhất của $\cos\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)=-1$

Khi đó $w_{\min}\left(t\right)=2+\dfrac{\pi}{6}\left(-1\right)=2-\dfrac{\pi}{6}$

Vậy vận tốc góc của cánh quạt luôn lớn hơn hoặc bằng $2-\dfrac{\pi}{6}\,(\text{rad/s})$

d) Đúng: Gia tốc góc $a\left(t\right)=w'\left(t\right)=-\dfrac{\pi^2}{18}\sin\left(\dfrac{\pi}{3}t\right)\xrightarrow{t=3}a\left(t\right)=0$

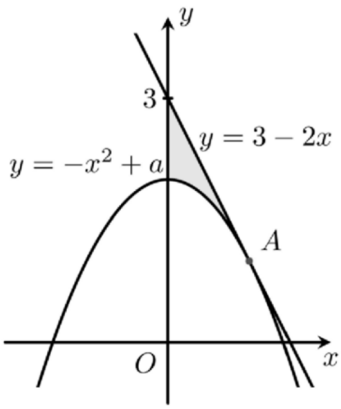
Câu 14.48. Cho parabol $y=f\left(x\right)=-x^2+a$ tiếp xúc với đường thẳng $g\left(x\right)=3-2x$ tại điểm A như hình vẽ dưới đây:

a) $\int g\left(x\right)\mathrm{d}x=-x^2+3x+C$.

b) $a=-2$.

c) Diện tích miền tô đậm trong hình vẽ bằng $\frac{2}{3}$(đvdt).

d) Thể tích khối tròn xoay tạo bởi parabol và trục hoành bằng $\frac{81\pi}{5}$(đvtt).



Lời giải

a) Đúng: $\int g\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(-2x+3\right)\mathrm{d}x=-x^2+3x+C$

b) Sai: Hai đồ thị tiếp xúc nhau thì

$$\begin{cases}f\left(x\right)=g\left(x\right)\\f'\left(x\right)=g'\left(x\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-x^2+a=3-2x\\-2x=-2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2\\x=1\end{cases}$$

c) Sai: Diện tích miền tô đậm là:

$$S=\int_0^1\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left|\left(-x^2+2\right)-\left(3-2x\right)\right|\mathrm{d}x=\int_0^1\left|-x^2+2x-1\right|\mathrm{d}x=\frac{1}{3}\left(\text{đvdt}\right)$$

d) Sai: Phương trình hoành độ giao điểm của $\left(P\right)$ với trục hoành là:

$-x^2+2=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$

Thể tích khối tròn xoay là: $V=\pi\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}f^2\left(x\right)\mathrm{d}x=\pi\int_{-\sqrt{2}}^{\sqrt{2}}\left(-x^2+2\right)^2\mathrm{d}x=\frac{64\sqrt{2}\pi}{15}\left(\text{đvtt}\right)$

Câu 14.49. Anh X nhận hợp đồng làm việc cho một công ty Y với lương tháng đầu là 6 triệu. Trong điều khoản về lương, nếu anh X hoàn thành nhiệm vụ thì cứ sau 6 tháng được tăng lương 15% so với mức lương trước đó. Trong suốt quá trình làm việc, anh X đều hoàn thành nhiệm vụ của mình và được tăng lương đúng kỳ hạn.

a) Mức lương của anh X ở tháng thứ 11 kể từ khi ký hợp đồng lao động là 6,9 triệu đồng.

b) Coi mỗi 6 tháng anh X nhận lương như nhau là một kỳ và u_n là lương mỗi tháng của kỳ thứ n, khi đó $\left(u_n\right)$ là một cấp số cộng với công sai $d=1{,}15$.

c) Tổng số tiền anh X nhận được từ tiền lương của công ty Y sau 4 năm kể từ này ký hợp đồng (làm tròn đến hàng phần trăm) là 494,17 triệu đồng.

d) Khi nhận lương hàng tháng, nếu anh X phải đóng bảo hiểm thất nghiệp 1,5% số tiền lương được nhận thì sau 10 năm kể từ ngày ký hợp đồng anh X đã đóng số tiền bảo hiểm thất nghiệp (làm tròn đến hàng phần trăm) là 55,32 triệu đồng.

Lời giải

a) Mức lương của anh X ở tháng thứ 11 kể từ khi ký hợp đồng lao động là $6+6.15\%=6{,}9$ triệu đồng.

b) Coi mỗi 6 tháng anh X nhận lương như nhau là một kỳ và u_n là lương mỗi tháng của kỳ thứ n, khi đó $u_n=u_{n-1}+u_{n-1}.15\%=u_{n-1}.\left(15\%+1\right)=u_{n-1}.1{,}15$.

Do đó $\left(u_n\right)$ là một cấp số nhân với công bội $d=1{,}15$.

c) Ta có 4 năm $=\frac{4.12}{6}=8$ kỳ.

Số tiền anh X nhận sau 4 năm là:

$6u_1+6u_2+...+6u_8=6\left(u_1+...+u_8\right)=6S_8=6.u_1.\dfrac{1-q^8}{1-q}=6.6.\dfrac{1-1,15^8}{1-1,15}\approx 494,17$ triệu đồng.

d) Ta có 10 năm $=\dfrac{10.12}{6}=20$ kỳ.

Số tiền anh X nhận sau 10 năm là:

$6S_{20}.=6.u_1.\dfrac{1-q^{20}}{1-q}=6.6.\dfrac{1-1,15^{20}}{1-1,15}\approx 3687,97$ triệu đồng.

Vậy số tiền phải đóng bảo hiểm là: $3687,97.1,5\%\approx 55,32$ triệu đồng.

Câu 14.50. Cho hàm số $f\left(x\right)=2x^2-3$ và $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)$

a) $\int\limits_{-1}^{2}f\left(x\right)dx=F\left(2\right)-F\left(-1\right).$

b) Nếu $F\left(0\right)=1$ thì $F\left(2\right)=12.$

c) Nếu $\int\limits_{0}^{2}af\left(x\right)dx=32$ thì $a=6.$

d) Biết $\int\limits_{0}^{2}e^{3x}f\left(x\right)dx=a+\dfrac{b.e^6}{27}$. Khi đó: $27a-b=-2.$

Lời giải

a) Đúng theo định nghĩa

b) Sai. $\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)dx=\left(-\dfrac{x^3}{3}+4x\right)\Big|_{-1}^{2}=\dfrac{16}{3};$

$\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)dx=F\left(2\right)-F\left(0\right)\Rightarrow F\left(2\right)=\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)dx+F\left(0\right)=\dfrac{16}{3}+1=\dfrac{19}{3}$

c) Đúng. $\int\limits_{0}^{2}af\left(x\right)dx=32\Leftrightarrow a.\int\limits_{0}^{2}f\left(x\right)dx=32\Leftrightarrow a.\dfrac{16}{3}=32\Leftrightarrow a=6$

d) Đúng. Đặt $F\left(x\right)=\left(ax^2+bx+c\right).e^{3x}$ là một nguyên hàm của hàm số $e^{3x}.f\left(x\right)$

Khi đó: $F'\left(x\right)=e^{3x}.f\left(x\right)\Rightarrow 3.e^{3x}\left(ax^2+bx+c\right)+e^{3x}.\left(2ax+b\right)=e^{3x}.f\left(x\right)$

$\Rightarrow 3\left(ax^2+bx+c\right)+2ax+b=f\left(x\right)\Rightarrow 3ax^2+\left(3b+2a\right)x+3c+b=2x^2-3$

Đồng nhất hai vế, ta được: $\begin{cases}3a=2\\2a+3b=0\\b+3c=-3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{2}{3}\\b=-\dfrac{4}{9}\\c=-\dfrac{23}{27}\end{cases}$

Vậy: $\int\limits_{0}^{2}e^{3x}f\left(x\right)dx=e^{3x}\left(\dfrac{2}{3}x^2-\dfrac{4}{9}x-\dfrac{23}{27}\right)\Big|_{0}^{2}=e^6.\dfrac{25}{27}+\dfrac{23}{27}.$

Kết luận: $a=\dfrac{23}{27};b=25$ và $27a-b=-2.$

Câu 14.51. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x)=x+\mathrm{e}^x$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

a) $f(x)=e^x+x^2+C$.

b) $\int\limits_1^2 f'(x)dx=\left(e^x+\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_1^2=e^2+e+\frac{5}{2}$.

c) Khi $f(0)=4$ thì $\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\frac{6\mathrm{e}+13}{6}$.

d) Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các đường $y=f'(x), y=x+1$ và $x=2$ là $\frac{57}{13}$.

Lời giải

a) Ta có: $\int f'(x)\mathrm{d}x=\int(\mathrm{e}^x+x)\mathrm{d}x=\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+C$.

b) $\int\limits_1^2 f'(x)dx=\left(e^x+\frac{1}{2}x^2\right)\Big|_1^2=\left(e^2+\frac{4}{2}\right)-\left(e+\frac{1}{2}\right)=e^2-e+\frac{3}{2}$

c) Do $f(x)=\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+C$ và $f(0)=4$ thì: $1+C=4\Leftrightarrow C=3$.

Vậy: $f(x)=\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+3$.

$\Rightarrow\int\limits_0^1 f(x)\mathrm{d}x=\int\limits_0^1\left(\mathrm{e}^x+\frac{1}{2}x^2+3\right)\mathrm{d}x=\left(\mathrm{e}^x+\frac{1}{6}x^3+3x\right)\Big|_0^1=\mathrm{e}+\frac{13}{6}=\frac{6\mathrm{e}+13}{6}$.

d) Ta có: $x+e^x=x+1\Leftrightarrow e^x=1\Leftrightarrow x=0$

Khi đó: $S=\int\limits_0^2\left|(e^x+x)-(x+1)\right|dx=\int_0^2(e^x-1)dx=(e^x-x)\Big|_0^2=e^2-3$

Câu 14.52. Một chất điểm M chuyển động trên đường tròn nằm ngang chọn O làm gốc, chiều dương từ trái sang phải. Chuyển động của M được cho bởi công thức $s(t)=t^3-3t^2-1$, với t (giây), $t\geq 0$ là khoảng thời gian tính từ lúc chất điểm bắt đầu chuyển động. Gọi OM là khoảng cách từ M đến O (mét).

a) Tại thời điểm $t=0$ thì $OM=1m$.

b) Chất điểm chuyển động với vận tốc được xác định bởi biểu thức $v(t)=3t^2-6t+1(m/s)$.

c) Trong khoảng thời gian 2 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm chuyển động sang trái.

d) Đến giây thứ 3 kể từ lúc bắt đầu chuyển động, khoảng cách lớn nhất của OM là $5m$

Lời giải

a) ĐÚNG. Ta có $s(0)=0^3-30^2-1=-1$ nên tại thời điểm $t=0$ thì $OM=1m$.

b) SAI. Chất điểm chuyển động với vận tốc được xác định bởi biểu thức $v(t)=s'(t)=3t^2-6t(m/s)$.

c) ĐÚNG. Ta có $v(t)=3t^2-6t\leq 0\Leftrightarrow 0\leq t\leq 2$ nên trong khoảng thời gian 2 giây đầu tiên kể từ lúc bắt đầu chuyển động, chất điểm chuyển động sang trái.

d) ĐÚNG. Ta có

$s'(t)=3t^2-6t=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=2\end{array}\right.$.So sánh $s(0)=-1;s(1)=-1;s(2)=-5;s(3)=-1$ ta suy ra kể từ lúc bắt đầu chuyển động đến thời điểm $t=3$, khoảng cách lớn nhất của OM là $5m$

Câu 14.53. Một chiếc xe ô tô đang chạy trên đường thì người lái xe phát hiện một chướng ngại vật, ngay khi phát hiện có vật cản phía trước người lái xe đã phanh gấp lại nhưng vẫn xảy ra va chạm, chiếc ô tô để lại vết trượt dài $22,5\left(\mathrm{m}\right)$ (được tính từ lúc bắt đầu đạp phanh đến khi xảy ra va chạm). Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều theo phương trình $v\left(t\right)=25-5t$ trong đó v (đơn vị $\mathrm{m/s}$) là vận tốc của ô tô sau khi phanh, t (đơn vị giây) là thời gian tính từ lúc bắt đầu phanh $\left(0\le t\le 5\right)$.

a) Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh là $25\left(\mathrm{m/s}\right)$.

b) Ngay khi đạp phanh thì ô tô trên chưa chạy quá tốc độ (tốc độ giới hạn cho phép là 70 (km/h).

c) Sau khi đạp phanh quãng đường ô tô di chuyển trong thời gian t (giây) là $s(t)=25t-\dfrac{5}{2}t^2\left(m\right)$.

d) Thời điểm xảy ra va chạm cách thời điểm bắt đầu đạp phanh 4 giây.

Lời giải

a) Đúng. Vận tốc tức thời của ô tô tại thời điểm $t\left(s\right)$ là: $v\left(t\right)=25-5t$

Vận tốc tức thời của ô tô ngay khi đạp phanh ($t=0\left(s\right)$) là: $v\left(0\right)=25-5.0=25\left(\mathrm{m/s}\right)$

b) Sai. Ta có: $25\left(\mathrm{m/s}\right)=90\left(\mathrm{km/h}\right)>70\left(\mathrm{km/h}\right)$.

Suy ra ngay khi đạp phanh ô tô trên đã chạy quá tốc độ giới hạn cho phép.

c) Đúng. Trong quá trình đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều theo phương trình $v\left(t\right)=25-5t$

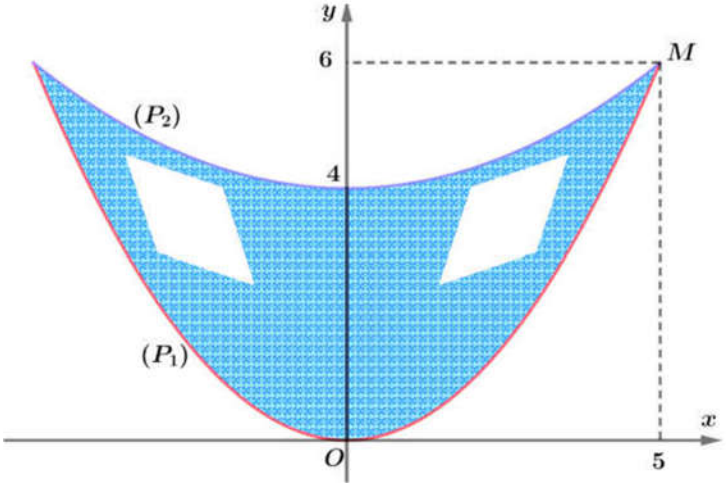
Quãng đường ô tô di chuyển trong thời gian t (s) là $s(t)=\int v\left(t\right)dt=25t-\dfrac{5}{2}t^2+C$

Ta có khi đạp phanh $t=0\left(s\right),s=0\left(m\right)\Rightarrow C=0$ vậy $s(t)=25t-\dfrac{5}{2}t^2\left(m\right)$

d) Sai. Khi xảy ra va chạm, ô tô đã đi được $22,5\left(\mathrm{m}\right)$ kể từ khi đạp phanh nên $22,5=20t-\dfrac{5}{2}t^2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\t=9\end{array}\right.$

do $0\le t\le 5$ nên $t=1\left(s\right)$. Thời điểm xảy ra va chạm cách thời điểm bắt đầu đạp phanh 1 giây.

Câu 14.54. Để tham gia lễ hội hóa trang, bạn An dự định làm một chiếc mặt nạ nửa mặt bằng chất liệu giấy cứng. Hình dạng của chiếc mặt nạ được bạn thiết kế trên mặt phẳng tọa độ Oxy, là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đường parabol $\left(P_1\right),\left(P_2\right)$ lần lượt có đỉnh là gốc tọa độ O và điểm có tọa độ $(0;4)$, cùng nhận trục Oy làm trục đối xứng và cùng đi qua điểm $M(5;6)$. Mỗi đơn vị trên các trục tọa độ có độ dài 3 cm. Sau đó, bạn vẽ hai hình thoi bằng nhau có độ dài các đường chéo là $2\sqrt{2}$ cm và $4\sqrt{2}$ cm để khoét làm mắt.



a) Diện tích hai hình thoi được khoét để làm mắt là: $16\,\text{cm}^2$.

b) Phương trình của parabol $\left(P_1\right): y=\frac{6}{25}x^2$ và phương trình của parabol $\left(P_2\right): y=\frac{2}{25}x^2+4$.

c) Diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi $\left(P_1\right)$ và $\left(P_2\right)$ là: $\frac{40}{3}$ (đơn vị diện tích).

d) Diện tích giấy được bạn An sử dụng để làm chiếc mặt nạ này là $224\,\text{cm}^2$.

Lời giải

a) Đúng. Diện tích hai hình thoi bằng $2.\frac{2\sqrt{2}.4\sqrt{2}}{2}=2.8=16\ \ cm^2$.

b) Đúng. Gọi $\left(P_1\right): y=ax^2+bx+c\ \ \left(a\neq 0\right)$

Vì trục Oy làm trục đối xứng nên $x=\frac{-b}{2a}=0\Rightarrow b=0$.

Vì $O\left(0;0\right); M(5;6)\in\left(P_1\right)$ nên $\begin{cases}c=0\\6=a.5^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=0\\a=\frac{6}{25}\end{cases}$

Do đó $\left(P_1\right): y=\frac{6}{25}x^2$.

Gọi $\left(P_1\right): y=ax^2+bx+c\ \ \left(a\neq 0\right)$, tương tự $b=0$

Vì $\left(0;4\right); M(5;6)\in\left(P_2\right)$ nên $\begin{cases}4=0+c\\6=a.5^2+c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}c=4\\a=\frac{2}{25}\end{cases}$

Vậy $\left(P_2\right): y=\frac{2}{25}x^2+4$

c) Sai. Vì mặt nạ đối xứng qua Oy nên ta có: $S=2.\int_0^5\left|\frac{6}{25}x^2-\left(\frac{2}{25}x^2+4\right)\right|dx=\frac{80}{3}$.

d) Sai. Diện tích giấy là $\frac{80}{3}-16=\frac{32}{3}\ \ cm^2$.

Câu 14.55. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{1}{2}\right\}$ và thỏa mãn $f'(x)=\frac{7}{2x-1}$. Xét tính đúng sai của các khẳng định sau:

a) $\int\limits_{1}^{5} f'(x)\mathrm{d}x = 7\ln 3$.

b) $\int\limits_{-3}^{0}\left[1-2f''(x)\right]\mathrm{d}x = -7$.

c) Nếu $f(1)=0$ thì $f(x)=\frac{7}{2}\ln|1-2x|$.

d) Nếu $f(0)=-1$ và $f(5)-2f(-1)=2$ thì $f\left(\frac{3}{5}\right)=-\frac{7}{2}\ln 5$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có: $\int\limits_{1}^{5} f'(x)\mathrm{d}x=\int\limits_{1}^{5}\frac{7}{2x-1}\mathrm{d}x=\frac{7}{2}\ln|2x-1|\Big|_{1}^{5}=\frac{7}{2}(\ln 9-\ln 1)=7\ln 3$.

b) Sai. Ta có:

$\int\limits_{-3}^{0}\left[1-2f''(x)\right]\mathrm{d}x=\left[x-2f'(x)\right]\Big|_{-3}^{0}=\left[x-\frac{14}{2x-1}\right]\Big|_{-3}^{0}=3-\frac{14}{2.0-1}+\frac{14}{2.(-3)-1}=15$.

c) Đúng. Ta có: $f(x)=\int f'(x)\mathrm{d}x=\int\frac{7}{2x-1}\mathrm{d}x=\frac{7}{2}\ln|2x-1|+C$.

Và: $f(1)=\frac{7}{2}\ln|2.1-1|+C=0\Rightarrow C=0$.

Vậy: $f(x)=\frac{7}{2}\ln|2x-1|$.

d) Đúng. Ta có: $f(x)=\frac{7}{2}\ln|2x-1|+C=\begin{cases}\frac{7}{2}\ln(2x-1)+C_1, \text{khi } x>\frac{1}{2}\\ \frac{7}{2}\ln(1-2x)+C_2, \text{khi } x<\frac{1}{2}\end{cases}$

$*$ Khi $x<\frac{1}{2}$ ta có: $f(0)=\frac{7}{2}\ln(1-2.0)+C_2=-1\Rightarrow C_2=-1$.

$\Rightarrow f(-1)=\frac{7}{2}\ln[1-2(-1)]+C_2=\frac{7}{2}\ln 3-1$.

$*$ Khi $x>\frac{1}{2}$ ta có:

$f(5)+2f(-1)=-2\Rightarrow\frac{7}{2}\ln(2.5-1)+C_1-2\left(\frac{7}{2}\ln 3-1\right)=2\Rightarrow C_1=0$.

• Vậy $f\left(\frac{3}{5}\right)=\frac{7}{2}\ln\left(2\cdot\frac{3}{5}-1\right)=\frac{7}{2}\ln\frac{1}{5}=\frac{7}{2}(\ln 1-\ln 5)=-\frac{7}{2}\ln 5$.

Câu 14.56. Cho hàm số $f(x)=2x+\sin x$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

a) Cho $G(x)=F(x)+2025$ thì $G(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$.

b) $\int f(x)\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C$, với C là hằng số.

c) Cho $F\left(0\right)=1$ thì $F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi^2}{4}-2$.

d) Hàm số $f\left(x\right)=2x+\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $k\left(x\right).\mathrm{e}^x$. Ta có

$$I=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}k'\left(x\right).\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=-\frac{4\pi}{3}.$$

Lời giải

a) Đúng. Ta có: $G'\left(x\right)=\left(F\left(x\right)+2025\right)'=F'\left(x\right)=f\left(x\right)$.

Do đó: $G\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$.

b) Đúng. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(2x+\sin x\right)\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C$.

c) Sai. Ta có: $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\int\left(2x+\sin x\right)\mathrm{d}x=x^2-\cos x+C\Rightarrow F\left(x\right)=x^2-\cos x+C$.

Mà: $F\left(0\right)=1$ nên $C=2\Rightarrow F\left(x\right)=x^2-\cos x+2\Rightarrow F\left(\dfrac{\pi}{2}\right)=\dfrac{\pi^2}{4}+2$.

d) Sai. Hàm số $f\left(x\right)=2x+\sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $k\left(x\right).\mathrm{e}^x$

$$\Rightarrow\left(2x+\sin x\right)'=k\left(x\right).\mathrm{e}^x\Leftrightarrow 2+\cos x=k\left(x\right).\mathrm{e}^x\Leftrightarrow k\left(x\right)=\frac{2+\cos x}{\mathrm{e}^x}$$

$$\Rightarrow k'\left(x\right)=\frac{\left(-\sin x-\cos x-2\right).\mathrm{e}^x}{\left(\mathrm{e}^x\right)^2}=\frac{-\sin x-\cos x-2}{\mathrm{e}^x}$$

$$\Rightarrow k'\left(x\right).\mathrm{e}^x=-\sin x-\cos x-2$$

$$\Rightarrow\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}k'\left(x\right).\mathrm{e}^x\mathrm{d}x=\int\limits_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}\left(-\sin x-\cos x-2\right)\mathrm{d}x=\left(\cos x-\sin x-2x\right)\Big|_{-\frac{\pi}{3}}^{\frac{\pi}{3}}$$

$$=\left(\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}-\frac{2\pi}{3}\right)-\left(\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{2\pi}{3}\right)=-\sqrt{3}-\frac{4\pi}{3}.$$

Câu 14.57. Xét một chất điểm chuyển động trên một trục thẳng đứng, chiều dương hướng lên trên. Giả sử vị trí $s\left(t\right)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) được cho bởi công thức $S\left(t\right)=-t^3+9t^2-15t+2, t\geq 0$.

a) Hàm vận tốc của chất điểm là $v\left(t\right)=-3t^2+18t-15$.

b) Vận tốc của chất điểm sau 2 giây là $9\left(m/s\right)$.

c) Vận tốc của chất điểm lớn nhất tại thời điểm $t=2$ giây.

d) Trong 6 giây đầu tiên chất điểm di chuyển được quãng đường là 20 mét.

Lời giải

a) $v\left(t\right)=S'\left(t\right)=-3t^2+18t-15$.

b) $v\left(2\right)=-3.2^2+18.2-15=9\left(m/s\right)$

c) $v\left(t\right)=-3t^2+18t-15=-3\left(t-3\right)^2+12\leq 12$. Vậy $v_{\max}=12\Leftrightarrow t=3$ giây

d) Trong 6 giây đầu tiên chất điểm di chuyển được quãng đường là:

$$S=\int_0^6\left|v\left(t\right)\right|dt=\int_0^6\left|-3t^2+18t-15\right|dt=46\left(m\right)$$

Câu 14.58. Một xe ô tô đang chạy với tốc độ $72\ km/h$ thì người lái xe bất ngờ phát hiện chướng ngại vật trên đường cách đó 50 mét. Người lái xe phản ứng một giây, sau đó đạp phanh khẩn cấp. Kể từ thời điểm này, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v\left(t\right)=-10t+20\ \left(m/s\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ lúc đạp phanh. Gọi $s\left(t\right)$ là quãng đường xe ô tô đi được trong t (giây) kể từ lúc đạp phanh.

a) Quãng đường $s\left(t\right)$ mà xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của hàm số $v\left(t\right)$.

b) $s\left(t\right)=-5t^2+20t$.

c) Xe ô tô đó không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

d) Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 20 giây.

Lời giải

a). ĐÚNG. Quãng đường xe ô tô đi được trong thời gian t (giây) là một nguyên hàm của $v\left(t\right)$

b). ĐÚNG. $s\left(t\right)=\int v\left(t\right)dx=\int\left(-10t+20\right)dx=-5t^2+20t+C$.

Theo đề bài, ta có $t=0\Rightarrow s\left(0\right)=0\Rightarrow C=0\Rightarrow s\left(t\right)=-5t^2+20t$

c). ĐÚNG. $72\ km/h=20\ m/s$

Khi phát hiện chướng ngại vật đến khi đạp phanh xe di chuyển được $20\ m$.

Khi xe dừng hẳn thì $v\left(t\right)=0\Leftrightarrow-10t+20=0\Rightarrow t=2$.

Sau khi đạp phanh đến khi dừng hẳn, xe đi được quãng đường: $s\left(2\right)=20\left(m\right)$.

Khi phát hiện chướng ngại vật đến khi xe dừng hẳn, ô tô di chuyển được $20+20=40\left(m\right)<50\left(m\right)$

Do đó xe ô tô không va vào chướng ngại vật ở trên đường.

d). SAI. Thời gian kể từ lúc đạp phanh đến khi xe ô tô dừng hẳn là 2 giây.

Câu 14.59. Một người đang điều khiển xe máy với vận tốc là $36\,\text{km/h}$ thì phát hiện đèn tín hiệu giao thông chuyển đỏ cách vị trí xe $80\,\text{m}$. Ba giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc với vận tốc được cho bởi $v_1\left(t\right)=at+b\left(\text{m/s}\right),\left(a,b\in\mathbb{R},a<0\right)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc. Khi xe máy đến vị trí đèn tín hiệu, đèn vẫn còn đỏ và xe dừng hẳn. Sau khi đèn chuyển xanh, xe tiếp tục di chuyển với vận tốc được cho bởi $v_2\left(t\right)=mt^2+nt\left(\text{m/s}\right),\left(m,n\in\mathbb{R},m<0\right)$, trong đó t là thời gian (tính bằng giây) kể từ lúc đèn chuyển xanh. Cuối cùng, xe máy dừng hẳn lại tại một quán ăn trên đường. Biết rằng thời gian xe máy đi từ vị trí đèn tín hiệu đến quán ăn là 20 giây và vận tốc lớn nhất trên đoạn đường này là $54\,\text{km/h}$.

a) Quãng đường xe máy đi được từ lúc bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất đến khi dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu là $80\,\text{m}$.

b) Giá trị của hệ số b là 10.

c) Xe máy dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu sau 10 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất.

d) Khoảng cách từ vị trí đèn tín hiệu đến vị trí quán ăn là $200\,\text{m}$.

Lời giải

a) Sai. Gọi vị trí xe đang đi là A, vị trí xe giảm tốc lần 1 là B, vị trí đèn tín hiệu là C. Theo bài ta có $AC=80\,\text{m}$

Đổi: $36\,\text{km/h}=10\,\text{m/s}$.

Vì xe máy đang chuyển động đều nên tại vị trí A vận tốc là $10\,\text{m/s}$.

Sau 3 giây xe phát hiện đèn tín hiệu giao thông và xe đã giảm tốc lần 1. Do đó, quãng đường $AB=30\,\text{m}$. Suy ra $BC=50\,\text{m}$.

Vậy quãng đường xe máy đi được từ lúc bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất đến khi dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu là $BC=50\,\text{m}$.

b) Đúng. Tại vị trí B xe bắt đầu giảm tốc nên tại $t=0$ thì

$v_1\left(t\right)=10\Leftrightarrow a.0+b=10\Leftrightarrow b=10$.

Khi đó $v_1\left(t\right)=at+10$.

c) Đúng. Gọi thời gian xe đi từ B đến C là k giây.
Tại vị trí C xe dừng hẳn nên $v_1\left(k\right)=0\Leftrightarrow ak+10=0\Leftrightarrow ak=-10\ \left(1\right)$.

Mà $BC=50m$ nên $BC=\int\limits_0^k v_1\left(t\right)\mathrm{d}t\Leftrightarrow\int\limits_0^k\left(at+10\right)\mathrm{d}t=50\Leftrightarrow\dfrac{ak^2}{2}+10k=50\ \left(2\right)$

Thay $\left(1\right)$ vào $\left(2\right)$ ta được: $-5k+10k=50\Leftrightarrow 5k=50\Leftrightarrow k=10$.

Vậy xe máy dừng hẳn tại vị trí đèn tín hiệu sau 10 giây kể từ khi bắt đầu giảm tốc lần thứ nhất.
d) Đúng. Đổi: $54\,\text{km/h}=15\,\text{m/s}$.

Gọi vị trí xe dừng tại quán ăn là D.

Xét hàm số bậc hai: $v_2\left(t\right)=mt^2+nt\ \ \left(P\right)$ có đồ thị cắt trục hoành tại gốc tọa độ $O\left(0;0\right)$ (ứng với vị trí C) và điểm $D\left(20;0\right)$, có đỉnh $I\left(10;15\right)$ (ứng với vị trí xe đi có vận tốc lớn nhất $54\,\text{km/h}=15\,\text{m/s}$ và do thời gian đi từ C đến D là 20 giây).

Do đó $\left(P\right)$: $v_2\left(t\right)=mt\left(t-20\right)$ đi qua $I\left(10;15\right)$ nên ta có:

$v_2\left(10\right)=15\Leftrightarrow 10m\left(10-20\right)=15\Leftrightarrow t=-\dfrac{3}{20}$.

Do đó $v_2\left(t\right)=-\dfrac{3}{20}t^2+3t\Rightarrow CD=\int\limits_0^{20}v_2\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_0^{20}\left(-\dfrac{3}{20}t^2+3t\right)\mathrm{d}t=200$.

Vậy khoảng cách từ vị trí đèn tín hiệu đến vị trí quán ăn là $200\,\text{m}$.

Câu 14.60. Một người điều khiển xe máy với vận tốc 36km/h thì phát hiện ở phía trước cách vị ví xe một đoạn 50 mét có công trường đang thi công có gắn biển báo giới hạn tốc độ tối đa cho phép là 20km/h. Hai giây sau đó, xe máy bắt đầu giảm tốc với vận tốc $v_1\left(t\right)=at+b$ $\left(\text{m/s}\right)$ $\left(a,b\in\mathbb{R},\ a<0\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe bắt đầu giảm tốc độ. Khi xe máy vừa đến vị trí đặt biển báo thì tốc độ của xe máy bằng 18km/h và giữ nguyên vận tốc như vậy cho đến khi rời khỏi khu vực công trường. Khi vừa ra khỏi công trường, xe máy tăng tốc với vận tốc $v_2\left(t\right)=mt+n$ $\left(m,n\in\mathbb{R},\ m>0\right)$, trong đó t là thời gian tính bằng giây kể từ khi xe máy vừa ra khỏi công trường. Biết rằng đúng 4 giây sau khi tăng tốc, xe máy đạt vận tốc 54km/h.

a) Quãng đường xe máy đi được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi bắt đầu giảm tốc độ là 20m.
b) $b=15$.
c) Xe máy đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc.
d) Quãng đường xe máy đi được kể từ khi tăng tốc đến khi đạt vận tốc 54km/h là 40m.

Lời giải

Đổi đơn vị: $36\,\text{km/h}=\dfrac{36}{3,6}\,\text{m/s}=10\,\text{m/s}$, tương tự $18\,\text{km/h}=5\,\text{m/s}$ và $54\,\text{km/h}=15\,\text{m/s}$.

a) Đúng.Quãng đường xe máy đi được từ khi phát hiện biển báo giới hạn tốc độ đến khi giảm tốc là $10.2=20\text{m}$.

b) Sai. Vận tốc khi bắt đầu giảm tốc là 10m/s nên có $v_1\left(0\right)=10\Rightarrow b=10$.

c) Đúng. Gọi k là thời gian từ khi xe máy giảm tốc đến khi đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép. Khi đó ta có $v_1\left(k\right)=5\Rightarrow a.k+10=5\Rightarrow a.k=-5$.

Quãng đường xe máy đi được từ vị trí bắt đầu giảm tốc đến vị trí đặt biển báo giới hạn tốc độ là

$$s_1\left(k\right)-s_1\left(0\right)=\int\limits_0^k v_1\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_0^k\left(at+10\right)\mathrm{d}t=\left(\frac{at^2}{2}+10t\right)\Bigg|_0^k=\frac{ak^2}{2}+10k$$

$$=k\left(\frac{a.k}{2}+10\right)=k\left(\frac{-5}{2}+10\right)=\frac{15}{2}k.$$

Mặt khác ta có $\dfrac{15}{2}k=50-20\Rightarrow\dfrac{15}{2}k=30\Rightarrow k=4$.

Xe máy đến vị trí đặt biển báo tốc độ tối đa cho phép sau 4 giây kể từ khi giảm tốc độ.

d) Đúng. Khi bắt đầu tăng tốc, vận tốc của xe máy là 5m/s nên

$v_2\left(0\right)=5\Rightarrow m.0+n=5\Rightarrow n=5\Rightarrow v_2\left(t\right)=mt+5$.

Vận tốc của xe máy sau 4 giây tăng tốc là 15m/s nên

$v_2\left(4\right)=15\Rightarrow m.4+5=15\Rightarrow 4m=10\Rightarrow m=2,5$.

Do đó $v_2\left(t\right)=2,5t+5$.

Quãng đường xe máy đi được kể từ khi tăng tốc đến khi đạt vận tốc 54km/h là

$$s_2\left(4\right)-s_2\left(0\right)=\int\limits_0^4 v_2\left(t\right)\mathrm{d}t=\int\limits_0^4\left(2,5t+5\right)\mathrm{d}t=40\left(\text{m}\right).$$

----------HẾT----------

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG TOÁN CÂU 15. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ, PHƯƠNG SAI, ĐỘ LỆCH CHUẨN

1. Tứ phân vị thứ k, kí hiệu là Q_k với $k=1,2,3$: $Q_k = u_m + \dfrac{\dfrac{kn}{4}-C}{n_m}\left(u_{m+1}-u_m\right)$

✓ $n = n_1+n_2+\ldots+n_k$ là cỡ mẫu; + $\left[u_m;u_{m+1}\right)$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

✓ $C = n_1+n_2+\ldots+n_{m-1}$; + n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.

2. Khoảng tứ phân vị: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.

3. Số trung bình: $\overline{x} = \dfrac{1}{n}\left(n_1c_1+n_2c_2+\ldots+n_kc_k\right)$.

4. Phương sai: $S^2 = \dfrac{1}{n}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2+\ldots+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$

Hoặc $S^2 = \dfrac{1}{n}\left(n_1c_1^2+n_2c_2^2+\ldots+n_kc_k^2\right)-\overline{x}^2$

5. Độ lệch chuẩn: $\sqrt{S^2}$

XÁC SUẤT CÓ ĐIỀU KIỆN

1. Xác suất điều kiện: $P\left(A\middle|B\right)\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)} = \dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}$

2. Công thức nhân xác suất: $P\left(A\cap B\right) = P\left(A\right).P\left(A\middle|B\right) = P\left(B\right).P\left(A\middle|B\right)$

Chú ý: Cho hai biến cố độc lập A và B , với $0<P\left(A\right)<1;\ 0<P\left(B\right)<1$.

✓ $P\left(A\right) = P\left(A\middle|B\right) = P\left(A\middle|\overline{B}\right)$; $P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)=1$

✓ $P\left(A\middle|B\right)+P\left(\overline{A}\middle|B\right)=1$; $P\left(A\cap B\right)+P\left(A\cap\overline{B}\right)=P\left(A\right)$.

✓ $P\left(A\cap B\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(B\right)$; Cách ghi $P\left(A\cap B\right)$ với $P\left(AB\right)$ hoàn toàn như nhau.

✓ Những bài toán xảy ra xác suất điều kiện thường đi kèm với việc sử dụng quy tắc nhân xác suất, khi gặp bài toán này ta cần lưu ý đến sự độc lập của biến cố để vận dụng công thức đúng.

3. Công thức xác suất toàn phần: $P\left(A\right) = P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)$

4. Công thức Bayes:

$$P\left(B\mid A\right) = \frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(A\right)} \text{ hoặc } P\left(B\mid A\right) = \frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)}$$

Chú ý:

✓ $P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right)=1$; $P\left(A\middle|B\right)+P\left(\overline{A}\middle|B\right)=1$

✓ $P\left(A\cap B\right)+P\left(A\cap\overline{B}\right)=P\left(A\right)$; $P\left(A\cap B\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(B\right)$

✓ Công thức xác suất toàn phần và Công thức Bayes được áp dụng trong các trường hợp sự việc bài toán đề cập đến gồm nhiều giai đoạn có sự liên đới nhau trong quá trình xảy ra.

Câu 15.1. **(ĐMH 2025)** Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau: có 105 người trả lời "sẽ mua"; có 95 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 70% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P\left(B\right)=\dfrac{21}{40}$ và $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{19}{40}$.

b) Xác suất có điều kiện $P\left(A|B\right)=0,3$.

c) Xác suất $P\left(A\right)=0,51$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 70% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Phỏng vấn / Thực tế	Người mua thật	Người không mua thật
Người trả lời sẽ mua (105)	$0,7.105=73,5$	$105-73,5=31,5$
Người trả lời sẽ không mua (95)	$0,3.95=28,5$	$95-28,5=66,5$

a) Đúng: Số người trả lời "sẽ mua" là 105 nên $n\left(B\right)=105$.

Do đó: $P\left(B\right)=\dfrac{105}{200}=\dfrac{21}{40}$ và $P\left(\overline{B}\right)=1-\dfrac{21}{40}=\dfrac{19}{40}$.

b) Sai: Ta có: $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}$.

Khi đó: $A\cap B$ là tập hợp các người trả lời sẽ mua và mua thật, do đó $n\left(A\cap B\right)=73,5$

Do đó: $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{73,5}{105}=0,7$.

c) Đúng: A lầ tập hợp các người mua thật, $n\left(A\right)=73,5+28,5=102$

Do đó: $P\left(A\right)=\dfrac{102}{200}=0,51$.

d) Sai: Tổng số người thực sự mua sản phẩm là 102. Số người trả lời sẽ mua sản phẩm và thực sự mua là 73,5 người.

Tỉ lệ người thực sự mua sản phẩm đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn và người thực sự mua sản phẩm nói chung là $\dfrac{73,5}{102}\approx 72\%$.

Câu 15.2. Trước khi đưa một loại sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 100 khách hàng về sản phẩm đó. Kết quả thống kê như sau có 70 người trả lời "sẽ mua"; có 30 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời "sẽ mua" và "không mua" lần lượt là 60% và 30%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời sẽ mua sản phẩm".

a) Xác suất $P\left(B\right)=0,6$ và $P\left(\overline{B}\right)=0,4$.

b) Xác suất có điều kiện $P\left(A \mid B\right)=0,7$.

c) Xác suất $P\left(A\right)=0,52$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm có 82% người đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Sai: Ta có $n\left(\Omega\right)=100$

$n\left(B\right)=70$ nên ta có $P\left(B\right)=\dfrac{n\left(B\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{70}{100}=0,7$. Suy ra $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=0,3$.

b) Sai: Theo đề bài, ta có: $P\left(A \mid B\right)=0,6$; $P\left(A \mid \overline{B}\right)=0,3$.

c) Sai: Ta có: $P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A \mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A \mid \overline{B}\right)=0,7.0,6+0,3.0,3=0,51$.

d) Đúng: Xác suất người được phỏng vấn thực sự sẽ mua sản phẩm đã trả lời "sẽ mua" khi được phỏng vấn là $P\left(B \mid A\right)$.

Ta có: $P\left(B \mid A\right)=\dfrac{P\left(B\right).P\left(A \mid B\right)}{P\left(A\right)}=\dfrac{0,7.0,6}{0,51}\approx 82\%$.

Câu 15.3. Một loại sản phẩm do hai nhà máy số I, số II cùng sản xuất. Tỷ lệ phế phẩm của các nhà máy I, II lần lượt là $0,04$; $0,03$. Trong một lô sản phẩm để lẫn lộn 80 sản phẩm của nhà máy số I và 120 sản phẩm nhà máy số II. Một khách hàng lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ lô hàng đó.

a) Số phần tử của không gian mẫu là 200.

b) Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là $\dfrac{483}{500}$.

c) Xác suất để lấy được sản phẩm không tốt ở máy I là $\dfrac{8}{19}$.

d) Khả năng lấy được sản phẩm không tốt của máy II là thấp hơn máy I.

Lời giải

a) Đúng: Số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=200$.

b) Đúng: Gọi K_1 là biến cố lấy được phế phẩm của nhà máy I.

Gọi K_2 là biến cố lấy được phế phẩm của nhà máy II.

Gọi B là biến cố lấy được sản phẩm tốt: $P\left(K_1\right)=0,04\Rightarrow P\left(\overline{K}_1\right)=0,96$.

$P\left(K_2\right)=0,03\Rightarrow P\left(\overline{K}_2\right)=0,97$.

Xác suất để lấy được sản phẩm tốt là $P\left(B\right)=\dfrac{C_{80}^1}{C_{200}^1}.0,96+\dfrac{C_{120}^1}{C_{200}^1}.0,97=\dfrac{483}{500}=0,966$.

c) Sai: Xác suất để lấy được sản phẩm không tốt là $P\left(\overline{B}\right)=1-\dfrac{483}{500}=\dfrac{17}{500}=0,034$.

Xác suất để lấy được sản phẩm không tốt ở máy I là

$\Rightarrow P\left(K_1 \setminus \overline{B}\right)=\dfrac{P\left(K_1\right)P\left(\overline{B}\middle| K_1\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\dfrac{C_{80}^1.0,04}{C_{200}^1.0,034}=\dfrac{8}{17}=0,47$.

d) Sai: Xác suất để lấy được sản phẩm không tốt ở máy II là

$$\Rightarrow P\left(K_2\middle|\overline{B}\right)=\frac{P\left(K_2\right)P\left(\overline{B}\middle|K_2\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{C_{120}^{1}.0,03}{C_{200}^{1}.0,034}=\frac{9}{19}=0,52.$$

Vậy khả năng lấy được sản phẩm không tốt ở máy II cao hơn máy I.

Câu 15.4. Một hộp có 80 viên bi, trong đó có 50 viên bi màu đỏ và 30 viên bi màu vàng. Các viên bi có kích thước và khối lượng như nhau. Sau khi kiểm tra, người ta thấy có 60% số viên bi màu đỏ đánh số và 50% số viên bi màu vàng có đánh số, những viên bi còn lại không đánh số. Lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi trong hộp.

a) Xác suất chọn được viên bi màu đỏ bằng $62,5\%$.

b) Xác suất chọn được viên bi màu vàng có đánh số bằng 18,57%.

c) Xác suất chọn được viên bi không đánh số bằng 43,75%.

d) Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số, xác suất để viên bi đó là bi đỏ thấp hơn xác suất viên bi đó là bi vàng.

Lời giải

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một viên bi.

Gọi A là biến cố: "Chọn được viên bi màu đỏ"; B là biến cố: "Chọn được viên bi đã được đánh số".

Theo bài ra ta có $P\left(B\middle|A\right)=60\%,\ P\left(B\middle|\overline{A}\right)=50\%$

a) Đúng: Xác suất chọn được viên bi màu đỏ là $P\left(A\right)=\frac{50}{80}=62,5\%$.

b) Sai: Ta có $P\left(\overline{A}\right)=\frac{30}{80}=37,5\%$, $P\left(B\middle|\overline{A}\right)=50\%$.

Xác suất chọn được viên bi màu vàng đã được đánh số là

$$P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(B\middle|\overline{A}\right)=37,5\%.50\%=18,75\%.$$

c) Đúng: Xác suất chọn được viên bi đã được đánh số là

$$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\middle|A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\middle|\overline{A}\right)=62,5\%.60\%+37.5\%.50\%=56,25\%$$

Suy ra xác suất chọn được viên bi chưa đánh số là $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=43,75\%$.

d) Sai: Giả sử viên bi được lấy ra là viên bi chưa được đánh số. Khi đó:

Xác suất để viên bi đó là bi đỏ: $P\left(A\middle|\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(\overline{B}\middle|A\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{62.5\%.\left(1-60\%\right)}{43,75\%}=\frac{4}{7}$.

Xác suất để viên bi đó là bi vàng: $P\left(\overline{A}\middle|\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\middle|A\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{37,5\%.\left(1-50\%\right)}{43,75\%}=\frac{3}{7}$.

Vậy xác suất viên bi đó là bi đỏ cao hơn xác suất viên bi đó là bi xanh.

Câu 15.5. Có hai hộp đựng phiếu thi, mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai (Kết quả làm tròn đến 2 chữ số sau dấu phẩy)

a) Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Xác suất để sinh viên A trả lời được câu hỏi trong phiếu là $0,78$.

b) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ hai. Xác suất để sinh viên trả lời được câu hỏi trong phiếu là $0,73$.

c) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là $0,62$.

d) Thầy giáo rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 2 phiếu từ hộp thứ hai, xác suất để sinh viên đó rút được hai câu thuộc là $0,83$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi A_1 là biến cố sinh viên rút ra được phiếu thuộc hộp 1.

A_2 là biến cố sinh viên rút ra được phiếu thuộc hộp 2.

A là biến cố sinh viên rút ra 1 câu thuộc, khi đó:

$A=\left(A_1\cap A\right)\cup\left(A_2\cap A\right)\Rightarrow P\left(A\right)=P\left(A_1\right).P\left(A\mid A_1\right)+P\left(A_2\right).P\left(A\mid A_2\right).$

Ta có: $P\left(A_1\right)=\frac{1}{2};P\left(A_2\right)=\frac{1}{2}\Rightarrow P\left(A\mid A_1\right)=\frac{C_{10}^1}{C_{15}^1}=\frac{2}{3};P\left(A\mid A_2\right)=\frac{C_8^1}{C_9^1}=\frac{8}{9}$

Vậy $P\left(A\right)=\frac{7}{9}\approx 0,78$.

b) Sai: Gọi B_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi B_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

Gọi B là biến cố sinh viên rút ra 1 câu thuộc, khi đó:

$B=\left(B_1\cap B\right)\cup\left(B_2\cap B\right)\Rightarrow P\left(B\right)=P\left(B_1\right).P\left(B\mid B_1\right)+P\left(B_2\right).P\left(B\mid B_2\right).$

Ta có:

$P\left(B_1\right)=\frac{C_{10}^1}{C_{15}^1}=\frac{2}{3};P\left(B_2\right)=\frac{C_5^1}{C_{15}^1}=\frac{1}{3}\Rightarrow P\left(B\mid B_1\right)=\frac{C_9^1}{C_{10}^1}=\frac{9}{10};P\left(B\mid B_2\right)=\frac{C_8^1}{C_{10}^1}=\frac{4}{5}$

Vậy $P\left(B\right)\approx 0,94$.

c) Sai: Gọi C_1 là biến cố thầy giáo rút 2 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 10 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi C_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc và 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 9 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

Gọi C_3 là biến cố thầy giáo rút 2 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 8 câu thuộc và 3 câu không thuộc.

Gọi C là biến cố sinh viên rút ra 2 câu thuộc, khi đó: $C=\left(C_1\cap C\right)\cup\left(C_2\cap C\right)\cup\left(C_3\cap C\right)$

$\Rightarrow P\left(C\right)=P\left(C_1\right).P\left(C\mid C_1\right)+P\left(C_2\right).P\left(C\mid C_2\right)+P\left(C_3\right).P\left(C\mid C_3\right)$

Ta có: $P\left(C_1\right)=\frac{C_{10}^2}{C_{15}^2}=\frac{3}{7};P\left(C_2\right)=\frac{C_5^1.C_{10}^1}{C_{15}^2}=\frac{10}{21};P\left(C_3\right)=\frac{C_5^2}{C_{15}^2}=\frac{2}{21}$

$P\left(C\mid C_1\right)=\frac{C_{10}^2}{C_{11}^2}=\frac{9}{11};P\left(C\mid C_2\right)=\frac{C_9^2}{C_{11}^2}=\frac{12}{35};P\left(C\mid C_3\right)=\frac{C_8^2}{C_{11}^2}=\frac{3}{55}$

Vậy $P\left(C\right)\approx 0,52$.

d) Sai: Gọi D_1 là biến cố thầy giáo rút 1 câu thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 9 câu thuộc và 1 câu không thuộc.

Gọi D_2 là biến cố thầy giáo rút 1 câu không thuộc từ hộp 1 bỏ vào hộp 2, khi đó hộp 2 có 8 câu thuộc và 2 câu không thuộc.

Gọi D là biến cố sinh viên rút ra 2 câu thuộc, khi đó:

$$D=\left(D_1\cap D\right)\cup\left(D_2\cap D\right)\Rightarrow P\left(D\right)=P\left(D_1\right).P\left(D\mid D_1\right)+P\left(D_2\right).P\left(D\mid D_2\right).$$

Ta có: $P\left(D_1\right)=\dfrac{C_{10}^1}{C_{15}^1}=\dfrac{2}{3};P\left(D_2\right)=\dfrac{C_5^1}{C_{15}^1}=\dfrac{1}{3}$

$\Rightarrow P\left(D\mid D_1\right)=\dfrac{C_9^2}{C_{10}^2}=\dfrac{4}{5};P\left(D\mid D_2\right)=\dfrac{C_8^2}{C_{10}^2}=\dfrac{28}{45}$. Vậy $P\left(D\right)\approx 0,74$.

Câu 15.6. Một công ty tham gia đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu dự án 1 là 60% và dự án 2 là 50%. Khả năng thắng thầu cả hai dự án là 40%. Gọi A và B lần lượt là biến cố công ty thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến cố độc lập.

b) Khả năng công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 30%.

c) Xác suất công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty đã thắng thầu dự án 1 là $\dfrac{1}{2}$.

c) Xác suất công ty không thắng thầu dự án 2, biết công ty đã không thắng thầu dự án 1 là $\dfrac{1}{4}$.

Lời giải

Ta có $P\left(A\right)=0,6\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=0,4;\quad P\left(B\right)=0,5\Rightarrow P\left(\overline{B}\right)=0,5$ và $P\left(AB\right)=0,4$

a) Sai: Vì $P\left(AB\right)\neq P\left(A\right).P\left(B\right)$ nên A,B không độc lập.

b) Đúng: Do $A\overline{B}$ và $\overline{A}B$ là hai biến cố xung khắc nên xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là:

$P\left(A\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}B\right)=P\left(A\right)-P\left(AB\right)+P\left(B\right)-P\left(AB\right)=0,6-0,4+0,5-0,4=0,3$

c) Sai: Xác suất công ty thắng thầu dự án 2 biết công ty đã thắng thầu dự án 1 là:

$$P\left(B\mid A\right)=\frac{P\left(BA\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,4}{0,6}=\frac{2}{3}.$$

d) Sai: Xác suất công ty thắng thầu dự án 2, biết công ty đã không thắng thầu dự án 1 là:

$$P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{P\left(B\overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P\left(B\right)-P\left(AB\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,5-0,4}{0,4}=\frac{1}{4}.$$

Vậy xác suất công ty không thắng thầu dự án 2, biết công ty đã không thắng thầu dự án 1 là $P\left(\overline{B}\middle|\overline{A}\right)=1-P\left(B\middle|\overline{A}\right)=1-\dfrac{1}{4}=\dfrac{3}{4}$.

Câu 15.7. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\dfrac{5}{9}$.

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $0,45$.

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\dfrac{103}{180}$.

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Lời giải

a) Sai: Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$.

b) Đúng: Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1-0,55=0,45$

c) Đúng: Gọi A là biến cố: "Vận động viên đạt huy chương vàng", B là biến cố: "Thành viên đội I" thì biến cố đối của B là $\overline{B}$: "Thành viên đội II đạt huy chương vàng".

Do đó, $P\left(B\right)=\frac{8}{18}=\frac{4}{9};P\left(\overline{B}\right)=\frac{5}{9}$; $P\left(A\mid B\right)=0,6;P\left(A\mid \overline{B}\right)=0,55$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid \overline{B}\right)=\frac{4}{9}.0,6+\frac{5}{9}.0,55=\frac{103}{180}$$

d) Đúng: Ta có $P\left(B\mid A\right)=\frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{\frac{4}{9}.0,6}{\frac{103}{180}}=\frac{48}{103}$

Câu 15.8. Xác suất để cơ quan Q thuê 1 trong các công ty A và B tư vấn lần lượt là $0,4$ và $0,6$. Theo kinh nghiệm khả năng Q phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn của công ty A và B lần lượt là $0,05$ và $0,03$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

a) Xác suất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn là $0,038$.

b) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,47$

c) Biết Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty B tư vấn là $0,53$

d) Biết Q không phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn. Xác suất để Q thuê công ty A tư vấn là $0,4$.

Lời giải

Gọi H_1 là biến cố "cơ quan Q thuê công ty A tư vấn"

H_2 là biến cố "cơ quan Q thuê công ty B tư vấn"

a) Đúng: Gọi A là biến cố "cơ quan Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn"

Theo đề bài ta có: $P\left(H_1\right)=0,4;P\left(H_2\right)=0,6$

$P\left(A\mid H_1\right)$ là xác xuất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn với điều kiện Q thuê công ty $A\Rightarrow P\left(A\mid H_1\right)=0,05$

$P\left(A\mid H_2\right)$ là xác xuất để Q có phát sinh thêm chi phí khi sử dụng dịch vụ tư vấn với điều kiện Q thuê công ty $B\Rightarrow P\left(A\mid H_2\right)=0,03$

Theo công thức toàn phần ta có:

$$P\left(A\right)=P\left(H_1\right).P\left(A\mid H_1\right)+P\left(H_2\right).P\left(A\mid H_2\right)=0,4.0,05+0,6.0,03=0,038$$

b) Sai: Theo công thức Bayes ta có: $P\left(H_1\mid A\right)=\frac{P\left(H_1\right).P\left(A\mid H_1\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,4.0,05}{0,038}\approx 0,53$

c) Sai: Theo công thức Bayes ta có: $P\left(H_2 \mid A\right)=\dfrac{P\left(H_2\right).P\left(A \mid H_2\right)}{P\left(A\right)}=\dfrac{0,6.0,03}{0,038}\approx 0,47$

d) Đúng: Theo công thức Bayes ta có:

$$P\left(H_1 \mid \overline{A}\right)=\frac{P\left(H_1\right).P\left(\overline{A} \mid H_1\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P\left(H_1\right).\left[1-P\left(A \mid H_1\right)\right]}{1-P\left(A\right)}=\frac{0,4.\left(1-0,05\right)}{1-0,038}\approx 0,4.$$

Câu 15.9. Một công ty bảo hiểm phát hành các chính sách bảo hiểm nhân thọ thuộc hai nhóm: tiêu chuẩn và ưu tiên. Trong số các khách hàng của công ty có 80% thuộc nhóm tiêu chuẩn và 20% thuộc nhóm ưu tiên. Hơn nữa, tỉ lệ khách hàng trên 60 tuổi trong nhóm tiêu chuẩn là 45% và trong nhóm ưu tiên là 55%. Chọn ngẫu nhiên 1 khách hàng của công ty.

Gọi A_1 là biến cố: "Khách hàng thuộc nhóm tiêu chuẩn".

Gọi A_2 là biến cố: "Khách hàng thuộc nhóm ưu tiên".

Gọi H là biến cố: "Khách hàng trên 60 tuổi".

a) $P\left(A_1\right)=4P\left(A_2\right)$.

b) $P\left(H \mid A_1\right)+P\left(H \mid A_2\right)=1$.

c) $P\left(H\right)<0,5$.

d) $P\left(A_2 \mid H\right)>\dfrac{1}{5}$.

Lời giải

a) $P\left(A_1\right)=0,8; P\left(A_2\right)=0,2$ nên $P\left(A_1\right)=4P\left(A_2\right)$.

b) $P\left(H \mid A_1\right)=0,45, P\left(H \mid A_2\right)=55$ nên $P\left(H \mid A_1\right)+P\left(H \mid A_2\right)=1$.

c) Áp dụng công thức xác suất toàn phần:

$P\left(H\right)=P\left(H \mid A_1\right)P\left(A_1\right)+P\left(H \mid A_2\right)P\left(A_2\right)=0,47<0,5.$

d) Áp dung công thức Bayes ta có: $P\left(A_2 \mid H\right)=\dfrac{P\left(H \mid A_2\right)P\left(A_2\right)}{P\left(H\right)}=\dfrac{11}{47}>\dfrac{1}{5}$.

Câu 15.10. Trong buổi tiệc cuối năm Year And Party, ba nhân viên may mắn được chọn tham gia bốc thăm trúng thưởng. Có 10 lá thăm được xếp trong hộp kín, trong đó chỉ có 1 lá thăm trúng giải. Ba người lần lượt bốc, mỗi người một lá thăm. Biết lá thăm bốc ra sẽ không được cho lại vào hộp.

a) Xác suất để người thứ nhất bốc trúng lá thăm trúng giải là $\dfrac{1}{11}$

b) Xác suất để người thứ hai bốc trúng lá thăm trúng giải khi biết người thứ nhất bốc trượt là $\dfrac{1}{9}$

c) Xác suất để cả hai người bốc đầu tiên không được thăm trúng giải là $\dfrac{8}{9}$

d) Xác suất để người thứ ba bốc trúng lá thăm trúng giải là nhỏ hơn $\dfrac{1}{10}$

Lời giải

a) Sai: Do chỉ có 1 trong 10 lá thăm là trúng giải nên xác suất để người thứ nhất bốc trúng lá thăm trúng giải là $\dfrac{1}{10}$.

b) Đúng: Khi người thứ nhất bốc trượt thì trong hộp còn lại 9 lá thăm, trong đó có 1 thăm trúng giải. Vậy nên xác suất người thứ hai bốc được thăm trúng giải khi biết người thứ nhất bốc trượt là $\dfrac{1}{9}$.

c) Sai: Gọi A là biến cố cả 2 người bốc đầu tiên không được thăm trúng giải.

Xác suất của biến cố A là $P\left(A\right)=\frac{9}{10}\cdot\frac{8}{9}=0,8$.

d) Đúng: Gọi B là biến cố người thứ 3 bốc được thăm trúng giải.

Theo công thức nhân xác suất: $P\left(B\right)=P\left(BA\right)=P\left(B\mid A\right)P\left(P\left(A\right)=\frac{1}{8}\cdot\frac{8}{10}=0,1\right.$.

Câu 15.11. Một công ty bảo hiểm sau khi kiểm tra nhóm khách hàng mua bảo hiểm ô tô của mình đã thu thập được các thông tin sau:

- Tất cả khách hàng đều mua bảo hiểm cho ít nhất một chiếc xe.
- Có 70% khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe.
- Có 20% khách hàng mua bảo hiểm cho xe thể thao.
- Trong số những khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe, có 15% mua bảo hiểm cho xe thể thao.

Gọi A là biến cố: "Khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe".

Gọi B là biến cố: "Khách hàng mua bảo hiểm cho xe thể thao".

a) $P\left(\overline{A}\right)=0,7$.

b) $P\left(B\mid A\right)=0,15$.

c) $P\left(AB\right)<0,1$.

d) Xác suất một khách hàng chỉ mua bảo hiểm cho đúng một chiếc xe và chiếc xe đó không phải là xe thể thao lớn hơn $0,2$

Lời giải

a) Sai: Do có 70% khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe nên $P\left(A\right)=0,7$ và $P\left(\overline{A}\right)=0,3$.

b) Đúng: Do trong số những khách hàng mua bảo hiểm cho nhiều hơn một chiếc xe, có 15% mua bảo hiểm cho xe thể thao nên $P\left(B\mid A\right)=0,15$.

c) Sai: Áp dụng công thức nhân xác suất, $P\left(AB\right)=P\left(B\mid A\right)P\left(A\right)=0,15.0,7=0,105$

d) Đúng: Xác suất một khách hàng chỉ mua bảo hiểm cho đúng một chiếc xe và chiếc xe đó không phải là xe thể thao là

$P\left(\overline{A}.\overline{B}\right)=1-P\left(A\cup B\right)=1-P\left(A\right)-P\left(B\right)+P\left(AB\right)=0,205>0,2$

Câu 15.12. Điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Xác suất An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $0,75$.

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,1$.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,2$.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,35$.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,7125$.

Lời giải

Gọi A là biến cố 'An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán" và B là biến cố 'An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì". Ta có: $P\left(A\right)=0,75$, $P\left(\overline{A}\right)=1-0,75=0,25$.

a) Đúng: Vì theo giả thiết, nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là $0,9$. Vậy, nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $P\left(\overline{B} \mid A\right) = 1 - 0,9 = 0,1$.

b) Sai: Vì theo giả thiết, nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là $0,85$. Vậy, nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là $P\left(B \mid \overline{A}\right) = 1 - 0,85 = 0,15$

c) Sai: Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là: $P\left(\overline{B}\right) = P\left(A\right).P\left(\overline{B} \mid A\right) + P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B} \mid \overline{A}\right) = 0,75.0,1 + 0,25.0,85 = 0,2875$.

d) Đúng. Theo công thức tính xác suất toàn phần, xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là

$$P\left(B\right) = P\left(A\right).P\left(B \mid A\right) + P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right) = 0,75.0,9 + 0,25.0,15 = 0,7125.$$

Hoặc $P\left(B\right) = 1 - P\left(\overline{B}\right) = 1 - 0,2875 = 0,7125$.

Câu 15.13. Trong đại dịch Covid-19 người ta thường dùng xét nghiệm RT-PCR (tên tiếng Anh: Real Time Polymerase Chain Reaction) để xác định người bị nhiễm virus hay không. Biết rằng trong xét nghiệm RT-PCR tỉ lệ dương tính giả là 5% và tỉ lệ âm tính giả là 13% và tỉ lệ mắc bệnh của vùng dân cư là 5%. Biết rằng:

□ Xét nghiệm dương tính nhưng thực tế người xét nghiệm không mắc bệnh. Ta gọi đây là dương tính giả.

□ Xét nghiệm âm tính nhưng thực tế người xét nghiệm lại mắc bệnh. Ta gọi đây là âm tính giả.

a) Tỉ lệ dương tính thật bằng 95%.

b) Tỉ lệ xét nghiệm RT-PCR có kết quả dương tính là $9,1\%$.

c) Tỉ lệ người nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR dương tính lớn hơn 50%

d) Tỉ lệ người không nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR âm tính nhỏ hơn $90,9\%$.

Lời giải

Gọi A là biến cố người xét nghiệm mắc bệnh.

Ta đó $P\left(A\right) = 0,05$; $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P\left(A\right) = 1 - 0,05 = 0,95$.

Gọi B là biến cố người xét nghiệm RT-PCR cho két quả dương tính.

Tỉ lệ dương tính giả là $P\left(B \mid \overline{A}\right) = 0,05$ và tỉ lệ âm tính giả là $P\left(\overline{B} \mid A\right) = 0,13$

a) Sai: Tỉ lệ dương tính thật là: $P\left(B \mid A\right) = 1 - P\left(\overline{B} \mid A\right) = 1 - 0,13 = 0,87 = 87\%$.

b) Đúng: Tỉ lệ xét nghiệm RT-PCR có kết quả dương tính là:

$$P\left(B\right) = P\left(A\right).P\left(B \mid A\right) + P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right) = 0,05.0,87 + 0,95.0,05 = 0,091 = 9,1\%$$

c) Sai: Tỉ lệ người nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR dương tính là: $P\left(A \mid B\right) = \dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(B\right)} = \dfrac{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)}{P\left(B\right)} = \dfrac{0,05.0,87}{0,091} \approx 47,8\%$

d) Sai: Tỉ lệ người không nhiễm virus trong những người có kết quả xét nghiệm RT-PCR âm tính là: $P\left(\overline{A}\mid B\right)=\dfrac{P\left(\overline{AB}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\dfrac{P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\mid\overline{A}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\dfrac{0,95.0,95}{1-0,091}\approx 99,28\%$

Trong đó $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=1-0,091$; $P\left(\overline{B}\mid\overline{A}\right)=1-P\left(B\mid\overline{A}\right)=1-0,05=0,95$.

Câu 15.14. Trong quân sự, một máy bay chiến đấu của đối phương có thể xuất hiện ở vị trí X với xác suất 0,55. Nếu máy bay đó không xuất hiện ở vị trí X thì nó xuất hiện ở vị trí Y. Để phòng thủ, các bệ phóng tên lửa được bố trí tại các vị trí X và Y. Khi máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X hoặc Y thì tên lửa sẽ được phóng để hạ máy bay đó. Nếu máy bay xuất hiện tại X thì bắn 2 quả tên lửa và nếu máy bay xuất hiện tại Y thì bắn 1 quả tên lửa. Biết rằng, xác suất bắn trúng máy bay của mỗi quả tên lửa là 0,8 và các bệ phóng tên lửa hoạt động độc lập. Máy bay bị bắn hạ nếu nó trúng ít nhất 1 quả tên lửa.

a) Xác suất để máy bay đối phương bị bắn hạ nếu nó xuất hiện ở vị trí X là $0,64$

b) Xác suất để máy bay đối phương bị bắn hạ nếu nó xuất hiện ở vị trí Y là $0,8$

c) Xác suất bắn hạ máy bay đối phương là $0,888$

d) Biết rằng máy bay đối phương đã bị bắn hạ. Xác suất để máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X là $0,59$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố máy bay chiến đấu của đối phương xuất hiện ở vị trí X thì $\overline{A}$ là biến đố máy bay chiến đấu của đối phương xuất hiện ở vị trí Y.

Ta có $P\left(A\right)=0,55$; $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=0,45$.

Gọi B là biến cố bắn hạ máy bay đối phương.

a) Sai: Khi A xảy ra cần bắn hai quả tên lửa trong đó trúng ít nhất một quả tên lửa. Do đó: $P\left(B\mid A\right)=0,8.0,8+0,8.0,2+0,2.0,8=0,96$.

b) Đúng: Khi $\overline{A}$ xảy ra cần bắn một quả tên lửa trong đó phải bắn trúng quả tên lửa đó. Do đó: $P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,8$.

c) Đúng: Xác suất bắn hạ máy bay đối phương là $P\left(B\right)=0,55.0,96+0,45.0,8=0,888$.

d) Đúng: Biết rằng máy bay đối phương đã bị bắn hạ. Xác suất đế máy bay đối phương xuất hiện ở vị trí X là: $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{0,55.0,96}{0,888}=\dfrac{22}{37}\approx 0,59$

Câu 15.15. Một thùng có các hộp loại I và loại II, trong đó có 2 hộp loại I, mỗi hộp có 13 sản phẩm tốt và 2 phế phẩm và có 3 hộp loại II, mỗi hộp có 6 sản phẩm tốt và 4 phế phẩm.

a) Số cách chọn được 2 sản phẩm tốt trong hộp loại I là 78 cách.

b) Chọn ngẫu nhiên 2 sản phẩm trong hộp loại 2. Xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\dfrac{12}{15}$.

c) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, xác suất để hai sản phẩm này đều tốt là $\dfrac{87}{175}$.

d) Chọn ngẫu nhiên trong thùng một hộp và từ hộp đó lấy ra hai sản phẩm để kiểm tra, giả sử hai sản phẩm đó đều tốt thì xác suất để hai sản phẩm đó thuộc hộp loại I là $\dfrac{52}{87}$.

Lời giải

a) Chọn 2 sản phẩm tốt từ 13 sản phẩm tốt trong hộp loại I là $C_{13}^{2}=78$ cách.

b) Số cách chọn 2 phế phẩm từ 4 phế phẩm trong hộp loại II là $C_4^2=6$ cách.

Tổng số cách chọn 2 sản phẩm từ 10 sản phẩm (6 tốt và 4 phế phẩm) trong hộp II là $C_{10}^2=45$ cách. Vậy xác suất chọn được 2 phế phẩm là $\frac{6}{45}=\frac{2}{15}$.

c) Gọi A là biến cố "Chọn được trong thùng một hộp loại I".

B là biến cố "Chọn được trong thùng một hộp loại II".

Xác suất chọn hộp loại I là $P\left(A\right)=\frac{2}{5}$ và xác suất chọn hộp loại II là $P\left(B\right)=\frac{3}{5}$.

Gọi C là biến cố "Cả 2 sản phẩm lấy ra đều tốt".

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp loại I là

$$P\left(C\left|A\right.\right)=\frac{C_{13}^2}{C_{15}^2}=\frac{26}{35}.$$

Xác suất lấy được 2 sản phẩm tốt từ hộp II là $P\left(C\left|B\right.\right)=\frac{C_6^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{3}$.

Vậy xác suất hai sản phẩm lấy ra từ một hộp trong thùng đều tốt là:

$$P\left(C\right)=P\left(C\left|A\right.\right).P\left(A\right)+P\left(C\left|B\right.\right).P\left(B\right)=\frac{26}{35}.\frac{2}{5}+\frac{1}{3}.\frac{3}{5}=\frac{87}{175}.$$

d) Xác suất lấy ra hai sản phẩm đều tốt thuộc hộp loại I là:

$$P\left(A\left|C\right.\right)=\frac{P\left(C\left|A\right.\right).P\left(A\right)}{P\left(C\right)}=\frac{\frac{26}{35}.\frac{2}{5}}{\frac{87}{125}}=\frac{52}{87}.$$

Câu 15.16. Giả sử 5% email nhận được là email rác. Người ta sử dụng một hệ thống lọc email rác mà khả năng lọc đúng email rác của hệ thống này là 95% và có 10% những email không phải là email rác nhưng vẫn bị lọc. Ban đầu hệ thống lọc email rác chưa kích hoạt.

a) Chọn một email nhận được bất kì. Xác suất email đó là email rác là $0,05$.

b) Xác suất bị lọc của email rác là $0,93$.

c) Kích hoạt hệ thống lọc email rác. Xác suất email bất kì bị lọc là $0,1425$.

d) Chọn một email đã bị lọc. Xác suất để email đó thực sự là email rác là $\frac{7}{19}$.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố "Email nhận được là email rác".

B là biến cố "Email bị lọc". Theo đề bài, ta có: $P\left(A\right)=5\%=0,05$.

b) Xác suất bị lọc của email rác là $P\left(B\left|A\right.\right)=95\%=0,95$.

c) Xác suất email nhận được không phải rác là $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-0,05=0,95$.

Xác suất bị lọc của email không phải rác là $P\left(B\left|\overline{A}\right.\right)=0,1$.

Vậy xác suất một email bất kì bị lọc là:

$$P\left(B\right)=P\left(B\left|A\right.\right).P\left(A\right)+P\left(B\left|\overline{A}\right.\right).P\left(\overline{A}\right)=0,95.0,05+0,1.0,95=0,1425.$$

d) Xác suất cần tìm là: $P\left(A\mid B\right)=\frac{P\left(B\mid A\right).P\left(A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,95.0,05}{0,1425}=\frac{1}{3}$.

Câu 15.17. Biết rằng điểm kiểm tra cuối kì môn Toán của một học sinh phụ thuộc vào việc học sinh đó có chăm chỉ làm bài tập về nhà hay không. Nếu bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,9. Còn nếu bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà thì xác suất đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,85. Xác suất bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là 0,75.

a) Nếu An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,1.

b) Nếu An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán thì xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,2.

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là 0,35.

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là 0,7125.

Lời giải

a) Gọi A là biến cố: "Bạn An đạt điểm tốt cuối kì môn Toán" suy ra $\overline{A}$ là biến cố: "Bạn An đạt điểm không tốt cuối kì môn Toán"

B là biến cố: "Bạn An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán" suy ra $\overline{B}$ là biến cố: "Bạn An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán"

Ta có: $P(B)=0,75,\ P(A|B)=0,9,\ P(\overline{A}|\overline{B})=0,85$

Xác suất An được điểm không tốt kiểm tra cuối kì trong điều kiện An chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $P(\overline{A}|B)=1-P(A|B)=1-0,9=0,1$

b) Xác suất An được điểm tốt kiểm tra cuối kì trong điều kiện An không chăm chỉ làm bài tập về nhà môn Toán là $P(A|\overline{B})=1-P(\overline{A}|\overline{B})=1-0,85=0,15$

c) Xác suất để An đạt điểm không tốt kiểm tra cuối kì là:

$P(\overline{A})=P(\overline{A}|B).P(B)+P(\overline{A}|\overline{B}).P(\overline{B})=0,1.0,75+0,85.0,25=0,2875$

d) Xác suất để An đạt điểm tốt kiểm tra cuối kì là: $P(A)=1-P(\overline{A})=1-0,2875=0,7125$

Câu 15.18. Có hai hộp chứa các phiếu bốc thăm, hộp I có 10 phiếu được đánh số từ 1 đến 10, hộp II có 20 phiếu được đánh số từ 11 đến 30. Bạn Hoa chọn ngẫu nhiên một phiếu từ hộp I bỏ sang hộp II, sau đó từ hộp II, bạn Hoa chọn ngẫu nhiên 3 phiếu. Xét các biến cố:

A : "Bình phương số ghi trên phiếu rút ra từ hộp I chia hết cho 5".

B : " Tổng bình phương các số ghi trên phiếu rút ra từ hộp II chia hết cho 5".

a) $P(B)=\dfrac{33}{665}$.

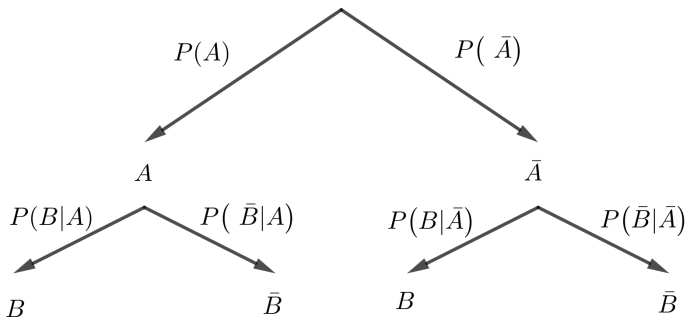
b) $P(B\mid A)=\dfrac{32}{133}$.

c) $P(A)=\dfrac{1}{5}$.

d) $P(A\mid \overline{B})=\dfrac{125}{644}$.

Lời giải

Ta có sơ đồ hình cây như sau



Số tự nhiên chia hết cho 5 thì bình phương của nó chia hết cho 5.

Số tự nhiên chia 5 dư 1 hoặc 4 thì bình phương của nó chia 5 dư 1.
Số tự nhiên chia 5 dư 2 hoặc 3 thì bình phương của nó chia 5 dư 4.
Từ 1 đến 10 có 2 số có bình phương chia hết cho 5; 4 số có bình phương chia 5 dư 1 và 4 số có bình phương chia 5 dư 4.
Từ 11 đến 30 có 4 số có bình phương chia hết cho 5; 8 số có bình phương chia 5 dư 1 và 8 số có bình phương chia 5 dư 4.
Tổng bình phương ba số chia hết cho 5 khi ba số đó đều có bình phương chia hết cho 5 hoặc 1 số có bình phương chia hết cho 5, 1 số có bình phương chia 5 dư 1, 1 số có bình phương chia 5 dư 4.
Do đó, ta có

a) $P\left(B \mid \overline{A}\right)=\dfrac{C_4^3+4.9.8}{C_{21}^3}=\dfrac{146}{665} \Rightarrow P\left(\overline{B} \mid A\right)=\dfrac{519}{665}$.

$P\left(B\right)=\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{33}{133}+\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{146}{665}=\dfrac{107}{475}$. Vậy a) sai.

b) $P\left(B \mid A\right)=\dfrac{C_5^3+5.8.8}{C_{21}^3}=\dfrac{33}{133} \Rightarrow P\left(\overline{B} \mid A\right)=\dfrac{100}{133}$.Vậy b) sai

c) $P\left(A\right)=\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5} \Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{4}{5}$. Vậy c) đúng.

d) $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=\dfrac{368}{475}$.

$P\left(A \mid \overline{B}\right)=\dfrac{P\left(A\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\dfrac{\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{100}{133}}{\dfrac{368}{475}}=\dfrac{125}{644}$. Vậy d) đúng.

Câu 15.19. Phòng quản lý đào tạo trường Đại học Kinh tế quốc dân thống kê số giờ làm thêm của một nhóm sinh viên năm thứ tư của trường thu được kết quả như bảng sau

Số giờ làm thêm (giờ/tuần)	[9;12)	[12;15)	[15;18)	[18;21)	[21;24)
Số sinh viên	6	12	4	2	1

Các mệnh đề sau đúng hay sai?
a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là $16,5$ giờ.
b) Giá trị đại diện của nhóm $\left[9;12\right)$ là $10,5$.
c) Tứ phân vị thứ ba là $15,65$.
d) Nhóm chứa trung vị là $\left[15;18\right)$.

Lời giải

a) Số giờ làm thêm trung bình của nhóm sinh viên trên trong một tuần là

$$\overline{x}=\frac{6\times 10,5+12\times 13,5+4\times 16,5+2\times 19,5+22,5}{25}=14,1 \text{ giờ}.$$

b) Giá trị đại diện của nhóm $\left[9;12\right)$ là $\dfrac{9+12}{2}=10,5$.

c) $Q_3=15+\dfrac{\dfrac{3.25}{4}-\left(6+12\right)}{4}.\left(18-15\right)=\dfrac{249}{16}=15,563$.

d) Sắp xếp các số liệu theo thứ tự không giảm, cỡ mẫu $n=25$, trung vị của mẫu số liệu là giá trị x_{13} thuộc nhóm $\left[12;15\right)$.

Câu 15.20. Bạn An làm bài thi phần trắc nghiệm đúng sai gồm 4 câu hỏi mỗi câu 1 điểm, trong đó bạn làm chắc chắn đúng hai câu còn hai câu còn lại bạn chọn ngẫu nhiên đúng hoặc sai.

a) Xác suất để bạn An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{256}$.

b) Xác suất để bạn An được 3,5 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.

c) Xác suất để bạn An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{1}{32}$.

d) Xác suất để bạn An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai là $\frac{9}{128}$.

Lời giải

Ta có $n(\Omega)=2^8$

a) Đúng. A "An được 4 điểm phần trắc nghiệm đúng sai"

$\Rightarrow n(A)=1 \Rightarrow P(A)=\frac{1}{2^8}=\frac{1}{256}$.

b) Đúng. B "An được 3,5 điểm phần trắc nghiệm đúng sai" $\Rightarrow$ An làm đúng 7 ý

$\Rightarrow n(B)=C_8^7 \Rightarrow P(B)=\frac{C_8^7}{2^8}=\frac{1}{32}$.

c) Sai. C "An được 2 điểm phần trắc nghiệm đúng sai" $\Rightarrow$ An làm sai cả 8 ý

$\Rightarrow n(C)=1 \Rightarrow P(C)=\frac{1}{2^8}=\frac{1}{256}$.

d) Đúng. D "An được 3 điểm phần trắc nghiệm đúng sai"

$\Rightarrow$ An chỉ làm đúng 1 trong 2 câu hoặc An làm 2 câu mỗi câu sai 1 ý.

$\Rightarrow n(D)=C_2^1+C_4^1.C_4^1=18 \Rightarrow P(D)=\frac{18}{256}=\frac{9}{128}$.

Câu 15.21. Cho hai hộp đựng câu hỏi thi (phiếu), mỗi phiếu ghi một câu hỏi. Hộp thứ nhất có 15 phiếu và hộp thứ hai có 9 phiếu. Biết rằng sinh viên A đi thi chỉ thuộc 10 câu ở hộp thứ nhất và 8 câu ở hộp thứ hai. Thầy giáo rút ngẫu nhiên từ mỗi hộp ra một phiếu thi, sau đó cho sinh viên A rút ngẫu nhiên ra 1 phiếu từ 2 phiếu mà thầy giáo đã rút. Gọi E_1 là biến cố sinh viên A rút ra phiếu từ hộp thứ nhất, E_2 là biến cố sinh viên A rút ra phiếu từ hộp thứ hai. Những phương án nào dưới đây đúng?

a) Xác suất của biến cố E_1 bằng $\frac{1}{2}$.

b) Gọi B là biến cố sinh viên A rút được phiếu đã học thuộc thì $B=(B\cap E_1)\cap(B\cap E_2)$.

c) Xác suất có điều kiện $P(B/E_1)=\frac{8}{9}$.

d) Nếu sinh viên A rút được phiếu đã học thuộc thì xác suất phiếu đó thuộc hộp thứ nhất bằng $\frac{3}{7}$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có $P(E_1)=\frac{1}{2}$.

b) Sai. Biến cố B xảy ra khi học sinh rút được phiếu ở hộp 1 hoặc hộp 2

$\Rightarrow B=(B\cap E_1)\cup(B\cap E_2)$.

c) Sai. Ta có $P(B/E_1)=\dfrac{n(B\cap E_1)}{n(E_1)}=\dfrac{10}{15}=\dfrac{2}{3}$

d) Đúng. Ta có $P(B/E_2)=\dfrac{n(B\cap E_2)}{n(E_2)}=\dfrac{8}{3}$.

Ta có $P(E_1/B)=\dfrac{P(E_1).P(B\cap E_1)}{P(B)}=\dfrac{\frac{1}{2}.\frac{2}{3}}{\frac{1}{2}.\frac{2}{3}+\frac{1}{2}.\frac{8}{3}}=\dfrac{3}{7}$.

Câu 15.22. Có hai phác đồ điều trị A và B cho một loại bệnh. Phác đồ A có xác suất chữa khỏi bệnh là 60% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 5%. Phác đồ B có xác suất chữa khỏi bệnh là 70% và xác suất gây tác dụng phụ nghiêm trọng là 10%. Một bệnh nhân được điều trị ngẫu nhiên bằng một trong hai phác đồ (xác suất chọn mỗi phác đồ là 50%).
a) Xác suất bệnh nhân điều trị bằng phác đồ A và được chữa khỏi bệnh là 0,6.
b) Xác suất để bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,075.
c) Nếu biết bệnh nhân này gặp tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất bệnh nhân đã được điều trị bằng phác đồ B lớn hơn 0,65.
d) Biết rằng trong mỗi phác đồ điều trị thì biến cố "bệnh nhân được chữa khỏi bệnh" và biến cố "bệnh nhân không bị tác dụng phụ nghiêm trọng" là độc lập với nhau. Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là 0,6.

Lời giải

Gọi A là biến cố "bệnh nhân chọn phác đồ A".
Gọi B là biến cố "bệnh nhân khỏi bệnh".
Gọi C là biến cố "bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng".
Khi đó: $P(A)=P(\overline{A})=0,5$; $P(B\mid A)=0,6$; $P(B\mid \overline{A})=0,7$; $P(C\mid A)=0,05$;
$P(C\mid \overline{A})=0,1$
a) Sai. Xác suất bệnh nhân điều trị phác đồ A và khỏi bệnh là:
$P(A\cap B)=P(A)\cdot P(B\mid A)=0,5\times 0,6=0,3$.
b) Đúng. Xác suất bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:
$P(C)=P(A\cap C)+P(\overline{A}\cap C)=P(A)\cdot P(C\mid A)+P(\overline{A})\cdot P(C\mid \overline{A})=0,5\cdot 0,05+0,5\cdot 0,1=0,075$
c) Đúng. Nếu biết bệnh nhân bị tác dụng phụ nghiêm trọng thì xác suất để bệnh nhân chọn phác đồ B là:
$P(\overline{A}\mid C)=\dfrac{P(\overline{A}\cap C)}{P(C)}=\dfrac{0,5\cdot 0,1}{0,075}=\dfrac{2}{3}>0,65$.
d) Đúng. Theo giả thiết B/A và $\overline{C}/A$ độc lập, $B/\overline{A}$ và $\overline{C}/\overline{A}$ độc lập.
Xác suất bệnh nhân khỏi bệnh và không bị tác dụng phụ nghiêm trọng là:
$P\left(B\cap\overline{C}\right)=P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)\cap A\right)+P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)\cap\overline{A}\right)$
$=P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)\mid A\right)\cdot P\left(A\right)+P\left(\left(B\cap\overline{C}\right)\mid\overline{A}\right)\cdot P\left(\overline{A}\right)$
$=P(A)\cdot P(B\mid A)\cdot P(\overline{C}\mid A)+P(\overline{A})\cdot P(B\mid\overline{A})\cdot P(\overline{C}\mid\overline{A})$
$=0,5\cdot 0,6\cdot(1-0,05)+0,5\cdot 0,7\cdot(1-0,1)=0,6$.

Câu 15.23. Lớp 12A có 40 học sinh, trong đó có 8 em tham gia Câu lạc bộ Toán học. Điểm thi học kỳ 1 môn Toán của cả lớp được thống kê trong bảng sau:

Nhóm	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	2	3	8	15	12

a) Khoảng biến thiên mẫu số liệu là 5.
b) Có ít nhất 13 học sinh có điểm thi thấp hơn điểm trung bình của cả lớp.

c) Biết rằng cả 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học đều có điểm thi không dưới 8. Chọn ngẫu nhiên 6 học sinh trong lớp có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8. Xác suất có đúng 2 em của Câu lạc bộ Toán học được chọn nhỏ hơn $\frac{1}{3}$.

d) Biết 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học gồm có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Trong buổi lễ tuyên dương khen thưởng, 8 học sinh trong Câu lạc bộ Toán học được sắp xếp ngẫu nhiên thành một hàng ngang để trao quà. Xác suất không có hai học nữ nào đứng cạnh nhau lớn hơn $\frac{1}{3}$.

Lời giải

a) Đúng. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là $10-5=5$.

b) Đúng. Điểm trung bình của cả lớp là:

$$\overline{x}=\frac{1}{40}\left(5,5.2+6,5.3+7,5.8+8,5.15+9,5.12\right)=8,3$$

Từ bảng thống kê, ta thấy có ít nhất 13 em có điểm trung bình thấp hơn của cả lớp.

c) Sai. Số học sinh có điểm thi lớn hơn hoặc bằng 8 là

Không gian mẫu: $n\left(\Omega\right)=C_{27}^{6}$.

Xác suất có đúng 2 em của CLB Toán học là: $\frac{C_8^2.C_{19}^4}{C_{27}^6}\approx 0,367>\frac{1}{3}$

d) Đúng. Không gian mẫu: $n\left(\Omega\right)=8!$.

Xếp 5 học sinh nam thành một hàng ngang: $5!$ cách.

5 học sinh nam tạo nên 4 khoảng trống ở giữa cùng 2 vị trí trống ở mỗi đầu hàng $\Rightarrow$ Có 6 vị trí trống

Xếp 3 học sinh nữ vào 6 vị trí đó: A_6^3.

Xác suất không có 2 bạn nữ nào đứng cạnh nhau là: $\frac{5!.A_6^3}{8!}=\frac{5}{14}>\frac{1}{3}$.

Câu 15.24. Trường A có 1000 học sinh thì có 200 học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường.

a) Xác suất chọn được học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc là 0,9.

b) Xác suất chọn được học sinh vừa tham gia câu lạc bộ âm nhạc vừa biết chơi đàn ghi ta là 0,17.

c) Xác suất chọn được học sinh biết chơi đàn ghi ta là 0,25.

d) Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là 0,7.

Lời giải

Xét các biến cố: A: "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

B: "Chọn được học sinh sinh biết chơi đàn guitar";

a) Khi đó, $\mathrm{P}\left(A\right)=\frac{200}{1000}=0,2\Rightarrow \mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0,8$.

b) Khi đó, $\mathrm{P}\left(B\mid A\right)=0,85;\mathrm{P}\left(B\mid \overline{A}\right)=0,1$. Xác suất cần tìm là $\mathrm{P}\left(AB\right)$ ta có theo công thức nhân xác suất $\mathrm{P}\left(AB\right)=\mathrm{P}\left(BA\right)=\mathrm{P}\left(A\right).\mathrm{P}\left(B\mid A\right)=0,2.0,85=0,17$.

c) Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$$\mathrm{P}\left(B\right)=\mathrm{P}\left(A\right)\cdot\mathrm{P}\left(B\mid A\right)+\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)\cdot\mathrm{P}\left(B\mid \overline{A}\right)=0,2\cdot 0,85+0,8\cdot 0,1=0,25.$$

d) Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là: $\mathrm{P}\left(A \mid B\right)=\dfrac{\mathrm{P}\left(A\right)\cdot \mathrm{P}\left(B \mid A\right)}{\mathrm{P}\left(B\right)}=\dfrac{0,2\cdot 0,85}{0,25}=0,68$.

Câu 15.25. Để kiểm chứng thị hiếu của khán giản đối với một chương trình truyền hình, một nhà đài đã phỏng vấn ngẫu nhiên 300 khán giản về chương trình đó. Kết quả thống kê như sau: có 175 người trả lời "thích"; có 125 người trả lời "không thích". Kinh nghiệm cho thấy tỉ lệ khán giả thực sự thích chương trình tương ứng với trả lời "thích" và "không thích" lần lượt là 60% và 40%.

Gọi A là biến cố "Người được phỏng vấn thực sự sẽ thích chương trình".

Gọi B là biến cố "Người được phỏng vấn trả lời thích chương trình".

a) Xác suất $P\left(B\right)=\dfrac{5}{12}$ và $P\left(\overline{B}\right)=\dfrac{7}{12}$.

b) Xác suất có điều kiện $P\left(A|B\right)=0,6$.

c) Xác suất $P\left(A\right)=\dfrac{31}{60}$.

d) Trong số những người được phỏng vấn thực sự thích chương trình có 67,7% người đã trả lời "thích" khi được phỏng vấn (kết quả tính theo phần trăm được làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Bảng mô tả (*):

Phỏng vấn / Thực tế	Người thực sự thích	Người không thực sự thích
Người trả lời sẽ thích $\left(175\right)$	$0,6\times 175=105$	$175-105=70$
Người trả lời sẽ không thích $\left(105\right)$	$0,4\times 125=50$	$125-50=75$

a) Số người trả lời "thích" là 175 nên $n\left(B\right)=175$.

Do đó $P\left(B\right)=\dfrac{175}{300}=\dfrac{7}{12}; P\left(\overline{B}\right)=1-\dfrac{7}{12}=\dfrac{5}{12}$.

b) Ta có: $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}$

$A\cap B$ là tập hợp các người trả lời sẽ thích và thích thật, do đó $n\left(A\cap B\right)=105$; $n\left(B\right)=175$

Nên $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}=\dfrac{105}{175}=0,6$.

c) Cách 1: Dựa vào bảng mô tả (*): A là tập hợp các người thích thật, $n\left(A\right)=105+50=155$, do đó: $P\left(A\right)=\dfrac{155}{300}=\dfrac{31}{60}$.

Cách 2: Áp dụng công thức tính xác suất toàn phần ta có

$P\left(A\right)=P\left(B\right)P\left(A|B\right)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A|\overline{B}\right)=\dfrac{7}{12}.0,6+\dfrac{5}{12}.0,4=\dfrac{31}{60}$.

d) Cách 1: Dựa vào bảng mô tả (*) ta có: Số người thực sự thích là $105+50=155$; số người thực sự thích mà trả lời thích là 105; xác suất là $\dfrac{105}{155}=\dfrac{21}{31}\approx 67,7\%$.

Cách 2: Xác suất cần tìm là $P\left(B|A\right)$ theo công thức Bayes ta có

$$P\left(B|A\right)=\frac{P\left(B\right).P\left(A|B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{\frac{7}{12}.0,6}{\frac{31}{60}}=\frac{21}{31}\approx 67,7\%\,.$$

Câu 15.26. Trong một hộp có 18 quả bóng bàn loại I và 2 quả bóng bàn loại II, các quả bóng bàn có hình dạng và kích thước như nhau. Một học sinh lấy ngẫu nhiên lần lượt 2 quả bóng bàn (lấy không hoàn lại) trong hộp.

a) Xác suất để lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{10}$

b) Biết lần thứ nhất đã lấy được quả bóng bàn loại II, khi đó xác suất để lần thứ hai tiếp tục lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{1}{19}$.

c) Xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là $\frac{9}{190}$.

d) Xác suất để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là $\frac{189}{190}$.

Lời giải

Xét các biến cố:
A: "Lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II";
B: "Lần thứ hai lấy được quả bóng bàn loại II".

Xác suất đề lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II là: $P(A)=\frac{2}{20}=\frac{1}{10}$

Sau khi lấy 1 quả bóng bàn loại II thì chỉ còn 1 quả bóng bàn loại II trong hộp. Suy ra xác suất để lần thứ hai lấy được quá bóng bàn loại II, biết lần thứ nhất lấy được quả bóng bàn loại II, là $P(B\mid A)=\frac{1}{19}$

Khi đó, xác suất để cả hai lần đều lấy được quả bóng bàn loại II là:

$$\mathrm{P}\left(C\right)=\mathrm{P}\left(A\cap B\right)=\mathrm{P}\left(A\right)\cdot\mathrm{P}\left(B\mid A\right)=\frac{1}{10}\cdot\frac{1}{19}=\frac{1}{190}$$

Vậy để ít nhất 1 lần lấy được quả bóng bàn loại I là: $P(C)=1-P(C)=\frac{189}{190}$

Câu 15.27. Trong một khu vực đô thị, cảnh sát giao thông ghi nhận các trường hợp vi phạm tốc độ trong giờ cao điểm. Thống kê cho thấy:
- Tỷ lệ nam giới tham gia giao thông trong giờ cao điểm là 60%, tỷ lệ nữ giới là 40%
- Trong số các lái xe nam, tỷ lệ vi phạm tốc độ là 10%
- Trong số các lái xe nữ, tỷ lệ vi phạm tốc độ là 3%

a) Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm là nam giới và vi phạm tốc độ là $0,06$

b) Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm vi phạm tốc độ là $0,13$.

c) Nếu một lái xe được chọn ngẫu nhiên vi phạm tốc độ, khả năng cao người đó là nam giới.

d) Giả sử cảnh sát chỉ dừng xe của những người vi phạm tốc độ để xử phạt. Biết một người đã bị dừng xe, xác suất người đó là nữ giới lớn hơn $0,2$.

Lời giải

a) Đúng: Gọi các biến cố N: "Người lái xe là nam giới"; F: "Người lái xe là nữ giới"
T: "Người lái xe vi phạm tốc độ"
Theo đề bài, ta có: $P\left(N\right)=0,6$; $P\left(F\right)=0,4$; $P\left(T\mid N\right)=0,1$; $P\left(T\mid F\right)=0,03$

Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm là nam giới và vi phạm tốc độ là $P\left(N\cap T\right)$.

Sử dụng công thức $P\left(N\cap T\right)=P\left(T\mid N\right).P\left(N\right)=0,1.0,6=0,06$.

b) Sai: Xác suất một lái xe được chọn ngẫu nhiên trong giờ cao điểm vi phạm tốc độ là $P\left(T\right)$.

Sử dụng công thức xác suất toàn phần:

$P\left(T\right)=P\left(T\mid N\right).P\left(N\right)+P\left(T\mid F\right).P\left(F\right)=0,1.0,6+0,03.0,4=0,06+0,012=0,072$

c) Đúng: Xác suất người lái xe là nam giới khi biết người đó vi phạm tốc độ.

Sử dụng công thức Bayes:

$$P\left(N\mid T\right)=\frac{P\left(T\mid N\right).P\left(N\right)}{P\left(T\right)}=\frac{0,1.0,6}{0,072}=\frac{0,06}{0,072}=\frac{60}{72}=\frac{5}{6}$$

$$P\left(F\mid T\right)=\frac{P\left(T\mid F\right).P\left(F\right)}{P\left(T\right)}=\frac{0,03.0,4}{0,072}=\frac{0,012}{0,072}=\frac{12}{72}=\frac{1}{6}$$

Vì $P\left(N\mid T\right)=\frac{5}{6}>\frac{1}{2}$ và $P\left(N\mid T\right)>P\left(F\mid T\right)$ nên khả năng người vi phạm tốc độ là nam giới cao hơn.

d) Sai: Gọi D là biến cố "người lái xe bị dừng xe"

Theo để bài, người bị dừng xe là những người vi phạm tốc độ nên $D\equiv T$

Xác suất người đó là nữ giới khi biết đã bị dừng xe là:

$$P\left(F\mid D\right)=P\left(F\mid T\right)=\frac{1}{6}\approx 0,167<0,2$$

Câu 15.28. Một trường học áp dụng hai phương pháp giảng dạy mới cho môn Toán: Phương pháp P và Phương pháp Q. Để đánh giá hiệu quả, trường thực hiện một thử nghiệm trên học sinh lớp 10. Biết rằng:

- 40% học sinh lớp 10 được phân ngẫu nhiên vào nhóm học phương pháp P, 30% vào nhóm học phương pháp Q và 30% học theo phương pháp truyền thống PT.
- Tỷ lệ học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán cuối năm trong nhóm phương pháp P là 40%, trong nhóm phương pháp Q là 35% và trong nhóm phương pháp PT là 25%.

Một học sinh lớp 10 được chọn ngẫu nhiên từ trường và biết rằng học sinh này đạt điểm giỏi môn Toán cuối năm (Kết quả làm trong đến hàng phần trăm)

a) Xác suất học sinh này học theo phương pháp P là 0,45

b) Phương pháp Q có hiệu quả hơn phương pháp PT trong việc giúp học sinh đạt điểm giỏi.

c) Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi chung của toàn khối lớp 10 là 33,3%.

d) Nếu muốn tăng tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi lên cao nhất, trường nên áp dụng phương pháp P cho tất cả học sinh.

Lời giải

Gọi P là biến cố "Học sinh học phương pháp P".

Gọi Q là biến cố "Học sinh học phương pháp Q".

Gọi PT là biến cố "học sinh học phương pháp truyền thống PT".

Gọi G là biến cố "học sinh đạt điểm Giỏi môn Toán cuối năm".

Từ đề bài, ta có: $P\left(P\right)=0,4$; $P\left(Q\right)=0,3$; $P\left(PT\right)=0,3$; $P\left(G\mid P\right)=0,4$; $P\left(G\mid Q\right)=0,35$ và $P\left(G\mid PT\right)=0,25$

a) Đúng: Ta cần tính $P\left(P\mid G\right)$ bằng cách sử dụng công thức Bayes:

$$P\left(P \mid G\right)=\frac{P\left(G \mid P\right)P\left(P\right)}{P\left(G\right)}=\frac{P\left(G \mid P\right)P\left(P\right)}{P\left(G \mid P\right)P\left(P\right)+P\left(G \mid Q\right)P\left(Q\right)+P\left(G \mid PT\right)P\left(PT\right)}$$

$$=\frac{0,4.0,4}{0,34}=\frac{0,16}{0,34}\approx 0,47$$

b) Đúng: So sánh $P\left(G \mid Q\right)=0,35$ và $P\left(G \mid PT\right)=0,25$.

Vì $0,35>0,25$ nên phương pháp Q giúp tăng tỷ lệ đạt điểm giỏi so với phương pháp PT nên phương pháp Q hiệu quả hơn phương pháp PT.

c) Sai: Tỷ lệ học sinh đạt điểm giỏi chung của toàn khối là $P\left(G\right)=0,34=34\%$.

d) Đúng: So sánh tỷ lệ điểm giỏi của ba phương pháp:

$$P\left(G \mid P\right)=0,4;P\left(G \mid Q\right)=0,35;P\left(G \mid PT\right)=0,25$$

Phương pháp P có tỷ lệ điểm giỏi cao nhất là 40%.

Vậy để tăng tỷ lệ điểm giỏi cao nhất thì trường nên áp dụng phương pháp P cho tất cả học sinh.

Câu 15.29. Trong tâm lý học, đường cong học tập mô tả sự cải thiện kỹ năng theo thời gian luyện tập. Giả sử một người học gõ máy tính, số từ gõ được mỗi phút (WPM - Words Per Minute) sau t tuần luyện tập được mô hình hóa bởi hàm số $W\left(t\right)=90-60.e^{-0,2t}$.

a) Khi mới bắt đầu luyện tập $\left(t=0\right)$ người này gõ được 25 từ mỗi phút

b) Tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính tại thời điểm t là $12.e^{-0,2t}$ WPM/tuần

c) Khi t càng lớn thì tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính càng tăng

d) Số WPM mà người này có thể đạt được tối đa khi luyện tập trong thời gian dài là 90 WPM.

Lời giải

a) Sai: Thay $t=0$ vào hàm số ta được $W\left(0\right)=30$ từ mỗi phút

b) Đúng: Tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính là $W'\left(t\right)=-60.\left(-0,2\right).e^{-0,2t}=12.e^{-0,2t}$

c) Sai: $W''\left(t\right)=12.\left(-0,2\right).e^{-0,2t}=-2,4.e^{-0,2t}<0$ với mọi t nên hàm số $W'\left(t\right)$ luôn ngịch biến theo thời gian nên khi t càng lớn thì tốc độ cải thiện khả năng gõ máy tính càng giảm.

d) Đúng: $\lim\limits_{t\to\infty}W\left(t\right)=\lim\limits_{t\to\infty}\left(90-60.e^{-0,2t}\right)$. Ta xét giới hạn của phần mũ $e^{-0.2t}$ khi $t\to\infty$.

Khi $t\to\infty$ thì $-0,2t\to-\infty$ và ta biết rằng $\lim\limits_{x\to-\infty}e^{x}=0$ nên $\lim\limits_{x\to\infty}e^{-0,2t}=0$

Thay giới hạn này vào biểu thức giới hạn của $W\left(t\right)$: $\lim\limits_{t\to\infty}W\left(t\right)=90-60.0=90-0=90$.

Vậy số WPM mà người này có thể đạt được tối đa khi luyện tập trong thời gian dài là 90 WPM.

Câu 15.30. Trong một chương trình sàng lọc bệnh tiểu đường cho người dân tại một cộng đồng, người ta sử dụng một xét nghiệm đường huyết nhanh. Giả sử rằng, trong cộng đồng này tỷ lệ người mắc bệnh tiểu đường là 10%. Xét nghiệm có độ nhạy (khả năng phát hiện bệnh ở người bệnh) là 90% và độ đặc hiệu (khả năng xác định người không bệnh là không bệnh) là 95%. Một người dân được chọn ngẫu nhiên từ cộng đồng để làm xét nghiệm.

a) Xác suất để một người dân được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính là $0,153$.

b) Biết rằng một người có kết quả xét nghiệm dương tính, xác suất người đó thực sự mắc bệnh tiểu đường là khoảng $0,643$.

c) Xác suất để một người dân được chọn không mắc bệnh tiểu đường và có kết quả xét nghiệm âm tính là $0,855$.

d) Biết rằng một người có kết quả xét nghiệm âm tính thì xác suất người đó thực sự mắc bệnh tiểu đường là $\frac{1}{105}$.

Lời giải

Gọi D là biến cố bệnh nhân mắc bệnh tiểu đường; $\overline{D}$ là biến cố bệnh nhân không mắc bệnh tiểu đường.

T^+ là kết quả xét nghiệm dương tính và T^- là kết quả xét nghiệm âm tính.

Theo bài ra: $P\left(D\right)=0,1;\ P\left(\overline{D}\right)=0,9;\ P\left(T^+\mid D\right)=0,9;\ P\left(T^-\mid \overline{D}\right)=0,95$

Khi đó tỷ lệ âm tính giả $P\left(T^-\mid D\right)=0,1$ và tỷ lệ dương tính giả $P\left(T^+\mid \overline{D}\right)=0,05$

a) Sai: Xác suất để một người dân được chọn có kết quả xét nghiệm dương tính là:

$$P\left(T^+\right)=P\left(T^+\mid D\right)P\left(D\right)+P\left(T^+\mid \overline{D}\right)P\left(\overline{D}\right)=0,9.0,1+0,05.0,9=0,135$$

b) Sai: Sử dụng định lý Bayes: $P\left(D\mid T^+\right)=\dfrac{P\left(T^+\mid D\right)P\left(D\right)}{P\left(T^+\right)}=\dfrac{0,9.0,1}{0,135}=\dfrac{2}{3}$

c) Đúng: Sử dụng công thức xác suất có điều kiện:

$$P\left(\overline{D}\cap T^-\right)=P\left(T^-\mid \overline{D}\right)P\left(\overline{D}\right)=0,95.0,9=0,855$$

d) Sai: Sử dụng định lý Bayes: $P\left(D\mid T^-\right)=\dfrac{P\left(T^-\mid D\right)P\left(D\right)}{P\left(T^-\right)}$

Đầu tiên ta cần tính $P\left(T^-\right)$ bằng công thức xác suất toàn phần:

$$P\left(T^-\right)=P\left(T^-\mid D\right)P\left(D\right)+P\left(T^-\mid \overline{D}\right)P\left(\overline{D}\right)=0,1.0,1+0,95.0,9=0,865$$

Bây giờ tính $P\left(D\mid T^-\right)$: $P\left(D\mid T^-\right)=\dfrac{P\left(T^-\mid D\right)P\left(D\right)}{P\left(T^-\right)}=\dfrac{0,1.0,1}{0.865}=\dfrac{2}{173}$

Câu 15.31. Bảng 1 và Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm thống kê mức lương của hai công ty A,B (đơn vị: triệu đồng).

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số	Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[10;15)$	12,5	15	$[10;15)$	12,5	25
$[15;20)$	17,5	18	$[15;20)$	17,5	15
$[20;25)$	22,5	10	$[20;25)$	22,5	7
$[25;30)$	27,5	10	$[25;30)$	27,5	5
$[30;35)$	32,5	5	$[30;35)$	32,5	5
$[35;40)$	37,5	2	$[35;40)$	37,5	3
		$n=60$			$n=60$
Bảng 1			Bảng 2		

a) Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là $\frac{62}{3}$ (triệu đồng).

b) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2\approx 49,1389$

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2\approx 7,61$ (triệu đồng).

d) Công ty B có mức lương đồng đều hơn công ty A

Lời giải

Lời giải chi tiết bài toán, giải chi tiết từng ý

a) Đúng. Ta có: Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là:

$$\overline{x}_1 = \frac{15\cdot 12,5 + 18\cdot 17,5 + 10\cdot 22,5 + 10\cdot 27,5 + 5\cdot 32,5 + 2\cdot 37,5}{60} = \frac{62}{3} \approx 20,67$$

Nên mệnh đề a) Đúng

b) Đúng. Ta có: $15\cdot(12,5-20,67)^2 + 18\cdot(17,5-20,67)^2 + 10\cdot(22,5-20,67)^2 +$

$+10.(27,5-20,67)^2 + 5.(32,5-20,67)^2 + 2.(37,5-20,67)^2 \approx 2948,334\,94$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là: $s_1^2 = \frac{2948,334}{60} \approx 49,1389$.

Nên mệnh đề b) Đúng

c) Đúng. Số trung bình cộng của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là:

$$\overline{x}_2 = \frac{25\cdot 12,5 + 15\cdot 17,5 + 7\cdot 22,5 + 5\cdot 27,5 + 5\cdot 32,5 + 3\cdot 37,5}{60} = \frac{1145}{60} \approx 19,08$$

Ta có: $25\cdot(12,5-19,08)^2 + 15\cdot(17,5-19,08)^2 + 7\cdot(22,5-19,08)^2 +$

$+5.(27,5-19,08)^2 + 5.(32,5-19,08)^2 + 3.(37,5-19,08)^2 \approx 3474,584.$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2^2 = \frac{3474,584}{60} \approx 57,9097$.

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 2 là: $s_2 \approx \sqrt{57,9097} \approx 7,61$ (triệu đồng)

Nên mệnh đề c) Đúng

d) Sai. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ở Bảng 1 là:

$s_1 \approx \sqrt{49,1389} \approx 7$ (triệu đồng)

Vì $s_1 \approx 7 < s_2 \approx 7,61$ nên công ty A có mức lương đồng đều hơn công ty B.

Nên mệnh đề c) Sai

Câu 15.32. Thời gian (phút) để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi được cho như sau:

Thời gian	$[0,5;10,5)$	$[10,5;20,5)$	$[20,5;30,5)$	$[30,5;40,5)$	$[40,5;50,5)$
Số HS 11A	2	10	6	4	3
Số HS 11B	3	8	10	2	4

Xét tính đúng/sai các mệnh đề sau:

a) Số trung bình của mẫu số liệu lớp 11A là: 23,9 (clàm tròn đến hàng phần mười).

b) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11A là: 11,77 *(làm tròn đến hàng phần trăm).*

c) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu lớp 11B là: 11,55 *(làm tròn đến hàng phần trăm).*

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì thời gian để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi của lớp 11A ít phân tán hơn lớp 11B

Lời giải

Thời gian (phút)	$[0,5;10,5)$	$[10,5;20,5)$	$[20,5;30,5)$	$[30,5;40,5)$	$[40,5;50,5)$
Giá trị đại diện	5,5	15,5	25,5	35,5	45,5

a) Đúng. Số trung bình của mẫu số liệu lớp 11A là: 23,9 (clàm tròn đến hàng phần mười).

Xét mẫu số liệu của lớp 11A: Cỡ mẫu là $n_1 = 2+10+6+4+3 = 25$

Số trung bình: $\overline{x}_1 = \frac{5,5.2 + 15,5.10 + 25,5.6 + 35,5.4 + 45,5.3}{25} = 23,9$.

a) Sai. Phương sai:

$S_1^2 = \frac{1}{25}\left(2.5,5^2 + 10.15,5^2 + 6.25,5^2 + 4.35,5^2 + 3.45,5^2\right) - 23,9^2 = 133,44$.

$S_1 = \sqrt{133,44} \approx 11,55$.

a) Sai. Xét mẫu số liệu của lớp 11B: Cỡ mẫu là. $n_2 = 3+8+10+2+4 = 27$.

Số trung bình: $\overline{x}_2 = \frac{5,5.3 + 15,5.8 + 25,5.10 + 35,5.2 + 45,5.4}{27} = \frac{648,5}{27} \approx 24,02$

$S_2^2 = \frac{1}{27}\left(3.5,5^2 + 8.15,5^2 + 10.25,5^2 + 2.35,5^2 + 4.45,5^2\right) - 24,02^2 \approx 138,47$

$S_2 \approx \sqrt{138,47} \approx 11,77$

a) Đúng. Ta có: $S_1 < S_2$.

Nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì thời gian để học sinh hoàn thành một câu hỏi thi của lớp 11A ít phân tán hơn lớp 11B.

Câu 15.33. Thời gian tập thể dục trong ngày (tính bằng: phút) của một nhóm bạn được thống kê trong bảng tần số ghép nhóm sau.

Thời gian	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số bạn	3	9	6	4	2

a) Giá trị đại diện của nhóm $[40;50)$ là 45.

b) Cỡ mẫu là $n = 22$.

c) Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là $42,09$ (làm tròn đến hàng phần trăm).

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là 129 (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Ta có giá trị đại diện của nhóm $[40;50)$ là $\frac{40+50}{2} = 45$. Vậy a) đúng.

b) Cỡ mẫu là $n = 3+9+6+4+2 = 24$. Vậy b) sai.

c)

Thời gian	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Giá trị đại diện	25	35	45	55	65
Số bạn	3	9	6	4	2

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$\overline{x} = \frac{25.3 + 35.9 + 45.6 + 55.4 + 65.2}{24} = \frac{1010}{24} \approx 42,08$. Vậy c) sai.

d) Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$s^2 = \frac{1}{24}\left(3.25^2 + 9.35^2 + 6.45^2 + 4.55^2 + 2.65^2\right) - \left(\frac{1010}{24}\right)^2 \approx 129$. Vậy d) đúng.

Câu 15.34. Có hai đội thi đấu môn Bóng bàn. Đội I có 6 vận động viên, đội II có 8 vận động viên. Xác suất đạt huy chương đồng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là $0,8$ và $0,65$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $0,8$.

b) Xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương đồng là $\frac{5}{7}$.

c) Xác suất để vận động viên này thuộc đội II và đạt huy chương đồng là $0,48$.

d) Xác suất để vận động viên này thuộc đội I và đạt huy chương đồng là $\frac{12}{25}$.

Lời giải

a) Sai. Gọi A là biến cố: " Vận động viên được chọn thuộc đội I ".
Ta có $n(A)=6$, $n(\Omega)=14$.

Do đó $P(A)=\frac{6}{14}=\frac{3}{7}\approx 0,4286$.

b) Đúng. Ta có: $\overline{A}$ là biến cố: " Vận động viên được chọn thuộc đội II ". Suy ra $P(\overline{A})=\frac{4}{7}$

B là biến cố: " Vận động viên được chọn đạt huy chương đồng".
Khi đó ta có: $P(B\mid A)=0,8$, $P(B\mid \overline{A})=0,65$.

Và $P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})$

$P(B)=\frac{3}{7}.0,8+\frac{4}{7}.0,65=\frac{5}{7}$.

c) Sai. Áp dụng công thức Bayes ta có: $P(\overline{A}\mid B)=\frac{P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})}{P(B)}=\frac{\frac{4}{7}.0,65}{\frac{5}{7}}=\frac{13}{25}=0,52$

.

d) Đúng. Áp dụng công thức Bayes ta có: $P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\frac{\frac{3}{7}.0,8}{\frac{5}{7}}=\frac{12}{25}$.

Câu 15.35. Bạn Trang thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	$[180;185)$
Số học sinh nữ lớp 12C	2	7	12	3	1	1
Số học sinh nữ lớp 12D	5	9	8	2	2	0

Xét tính đúng/sai của các mệnh đề sau:

a) Giá trị đại điện của nhóm $[165;170)$ là $167,5$.

b) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là 30.

c) Nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12D có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Lời giải

a) Đúng. Giá trị đại điện của nhóm $[165;170)$ là $\frac{165+170}{2}=167,5$.

b) Sai. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm của lớp 12D là $180-155=25$.

c) Đúng

• Xét mẫu số liệu của lớp 12C: Cỡ mẫu $n_C=2+7+12+3+1+1=26$.

$$Q_1 = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 2}{7}\left(165 - 160\right) \approx 163,214.$$

$$Q_3 = 165 + \frac{\frac{3.26}{4} - \left(2 + 7\right)}{12}\left(170 - 165\right) = 169,375$$

$$\Delta_C = Q_3 - Q_1 \approx 169,375 - 163,214 \approx 6,161\,.$$

• Xét mẫu số liệu của lớp 12D: Cỡ mẫu $n_D = 5 + 9 + 8 + 2 + 2 + 0 = 26.$

$$Q_1' = 160 + \frac{\frac{26}{4} - 5}{9}\left(165 - 160\right) \approx 160,833.$$

$$Q_3' = 165 + \frac{\frac{3.26}{4} - \left(5 + 9\right)}{8}\left(170 - 165\right) = 168,4375$$

$$\Delta_D = Q_3' - Q_1' \approx 168,4375 - 160,833 \approx 7,6045\,.$$

Vì $\Delta_C < \Delta_D$ nên nếu so sánh theo khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn học sinh nữ lớp 12D.

d) Sai. Ta có bảng giá trị đại diện của nhóm:

Chiều cao (cm)	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$	$[180;185)$
Giá trị đại diện	157,5	162,5	167,5	172,5	177,5	182,5

• Xét mẫu số liệu của lớp 12C:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x}_C = \frac{2.157,5 + 7.162,5 + 12.167,5 + 3.172,5 + 1.177,5 + 1.182,5}{26} = \frac{2170}{13}.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_C^2 = \frac{1}{26}\left[2.\left(157,5\right)^2 + 7.\left(162,5\right)^2 + 12.\left(167,5\right)^2 + 3.\left(172,5\right)^2 + 1.\left(177,5\right)^2 + 1.\left(182,5\right)^2\right] - \left(\frac{2170}{13}\right)^2 \approx$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_C = \sqrt{S_C^2} = \sqrt{29,475} \approx 5,429\,.$

• Xét mẫu số liệu của lớp 12D:

Số trung bình của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$\overline{x}_D = \frac{5.157,5 + 9.162,5 + 8.167,5 + 2.172,5 + 2.177,5 + 0.182,5}{26} = 165\,.$$

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

$$S_D^2 = \frac{1}{26}\left[5.\left(157,5\right)^2 + 9.\left(162,5\right)^2 + 8.\left(167,5\right)^2 + 2.\left(172,5\right)^2 + 2.\left(177,5\right)^2 + 0.\left(182,5\right)^2\right] - \left(165\right)^2 =$$

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm là: $S_D = \sqrt{S_D^2} = \sqrt{31,25} \approx 5,59\,.$

Vì $S_C < S_D$ nên nếu so sánh theo độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm thì học sinh nữ lớp 12C có chiều cao trung bình đồng đều hơn.

Câu 15.36. Một thầy giáo có 12 cuốn sách đôi một khác nhau, trong đó có 5 cuốn sách Toán, 4 cuốn sách Vật lí và 3 cuốn sách Hoá học. Thầy giáo lấy ngẫu nhiên ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh mỗi em một cuốn.

a) Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6.

b) Số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hoá học là $C_7^6+C_8^6+C_9^6$.

c) Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là $A_{12}^6-\left(C_7^6+C_8^6+C_9^6\right)$.

d) Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn ít nhất một cuốn là $\dfrac{115}{132}$.

Lời giải

a) Vì có tất cả 12 cuốn sách nên mỗi cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh là một chỉnh hợp chập 6 của 12, vì vậy có A_{12}^6 cách lấy. Suy ra khẳng định đúng.

b) Lấy ra 6 cuốn sách mà chỉ có đúng hai trong ba loại thì có 3 trường hợp sau:

* TH1. Lấy ra 6 cuốn sách thuộc hai loại sách Vật lí và Hoá hoc, trường hợp này có C_7^6 cách

* TH2. Lấy ra 6 cuốn sách thuộc hai loại sách Toán và Hoá hoc, trường hợp này có C_8^6 cách

* TH3. Lấy ra 6 cuốn sách thuộc hai loại sách Toán và Vật lí, trường hợp này có C_9^6 cách

Vậy số cách lấy ra 6 cuốn sách chỉ có hai trong ba loại sách Toán, Vật lí, Hoá học là $C_7^6+C_8^6+C_9^6$.

Suy ra khẳng định đúng.

c) Số cách lấy ra 6 cuốn sách bất kì từ 12 cuốn sách là C_{12}^6

Số cách lấy ra 6 cuốn sách đề còn lại đúng 1 loại sách là 0

Số cách lấy ra 6 cuốn sách đề còn lại đúng 2 loại sách là $C_7^6+C_8^6+C_9^6$.

Số cách lấy ra 6 cuốn sách sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là

$C_{12}^6-\left(C_7^6+C_8^6+C_9^6\right)$. Suy ra khẳng định sai.

d) Số cách lấy ra 6 quyển sách bất kì và tặng cho 6 học sinh là A_{12}^6

Số cách lấy ra 6 cuốn sách và tặng cho 6 học sinh sao cho mỗi loại sách Toán, Vật lí, Hoá học đều còn lại ít nhất một cuốn là $6!\left[C_{12}^6-\left(C_7^6+C_8^6+C_9^6\right)\right]$.

Xác suất để sau khi tặng xong, mỗi loại sách đều còn ít nhất một cuốn là $\dfrac{6!\left[C_{12}^6-\left(C_7^6+C_8^6+C_9^6\right)\right]}{A_{12}^6}=\dfrac{115}{132}$.

Câu 15.37. Một kho hàng có 85% sản phẩm loại I và 15% sản phẩm loại II, trong đó có 1% sản phẩm loại I bị hỏng, 4% sản phẩm loại II bị hỏng. Các sản phẩm có kích thước và hình dạng như nhau. Một khách hàng chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm

a) Xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là $0,85$.

b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là $0,99$.

c) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng là $0,9855$.

d) Xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng là $0,95$.

Lời giải

A: "Khách hàng chọn được sản phẩm loại Γ ";

B "Khách hàng chọn được sản phẩm không bị hỏng". Khi đó:

a) Ta có: $P\left(A\right)=0,85$; $P\left(\overline{A}\right)=0,15$; xác suất để không chọn được sản phẩm loại I là $0,15$.

b) Xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng trong số các sản phẩm loại I là $P\left(B\mid A\right)=1-P\left(\overline{B}\mid A\right)=1-0,01=0,99.$

c) Tìm xác suất chọn được sản phẩm không bị hỏng

$P\left(B\mid \overline{A}\right)=1-P\left(\overline{B}\mid \overline{A}\right)=1-0,04=0,96$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,85.0,99+0,15.0,96=0,9855$.

d) Tính xác suất chọn được sản phẩm loại I mà không bị hỏng tức tính $P\left(A\mid B\right)$

Theo công thức Bayes, ta có: $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{0,85.0,99}{0,9855}\approx 0,854\neq 0,95$.

Câu 15.38. Một công ty truyền thông đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 0,5 và dự án 2 là 0,6. Khả năng thắng thầu của 2 dự án là 0,4. Gọi A,B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là $0,3$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,4$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án $0,8$.

Lời giải

Đề bài: $P\left(A\right)=0,5\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=0,5; P\left(B\right)=0,6\Rightarrow P\left(\overline{B}\right)=0,4$; $P\left(A\cap B\right)=0,4$

a) A,B độc lập $\Leftrightarrow P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right).P\left(B\right)$ mà $0,4\neq 0,5.0,6$ nên A,B không độc lập

b) Gọi C là biến cố thắng thầu đúng 1 dự án

$P\left(C\right)=P\left(A\cap \overline{B}\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(A\right)-P\left(A\cap B\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)$

$=P\left(A\right)+P\left(B\right)-2P\left(A\cap B\right)=0,5+0,6-2.0,4=0,3$

c) Gọi D là biến cố thắng dự 2 biết thắng dự án 1

$$P\left(D\right)=P\left(B\mid A\right)=\frac{P\left(B\cap A\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,4}{0,5}=0,8$$

d) Gọi E là biến cố "thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1"

$$P\left(E\right)=P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{P\left(B\cap \overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P\left(B\right)-P\left(A\cap B\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{0,6-0,4}{0,5}=0,4$$

Câu 15.39. Các nhà khoa học đã phát triển một loại test nhanh để phát hiện virus SARS-CoV-2 gây bệnh COVID-19. Theo thống kê, khi một người nhiễm virus SARS-CoV-2 thì xác suất để test nhanh có kết quả dương tính là 90%. Tuy nhiên, khi một người không nhiễm virus, xác suất để test nhanh vẫn cho kết quả dương tính là 5%. Biết rằng tỷ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 ở một quốc gia là 2% trong dân số.

Gọi X là biến cố "một người nhiễm virus SARS-CoV-2" và Y là biến cố "một người có kết quả test nhanh dương tính".

a) $P(X)=0,02$.
b) $P(Y\mid X)=0,9$.
c) $P(X\mid Y)=0,567$.
d) $P(Y\cap X)=0,06$.

Lời giải

Ta có: $P(X)$ là xác suất một người nhiễm virus SARS-CoV-2.

Theo đề bài, tỷ lệ người nhiễm virus SARS-CoV-2 ở một quốc gia là $2\%=0,02$ trong dân

số.

b) $P(Y \mid X)$ là xác suất một người có kết quả test nhanh dương tính, với điều kiện người đó nhiễm virus SARS-CoV-2.

Theo giả thiết, khi một người nhiễm virus SARS-CoV-2, xác suất để test nhanh có kết quả dương tính là $90\% = 0,9$. Vậy mệnh đề đúng.

c) $P(X \mid Y)$ là xác suất một người nhiễm virus SARS-CoV-2, với điều kiện người đó có kết quả test nhanh dương tính.

Ta có: $P(Y \mid X) = 0,9.(\text{cmt}),\ P(X) = 0,02.$

$P(Y) = P(Y \mid X).P(X) + P(Y \mid \overline{X}).P(\overline{X}) = 0,9.0,02 + 0,05.0,98 = 0,0634.$

Thay vào công thức Bayes: $P(X \mid Y) = \dfrac{P(Y \mid X).P(X)}{P(Y)} = 0,567.$ Vậy mệnh đề đúng.

d) Trong câu d, $P(Y \cap X)$ là xác suất một người vừa nhiễm virus SARS-CoV-2 vừa có kết quả test nhanh dương tính.

$P(Y \cap X) = P(Y \mid X).P(X) = 0,9.0,02 = 0,05.$ Vậy mệnh đề sai.

Câu 15.40. Một công ty thiết bị Giáo Dục đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 là 50% và dự án 2 là 60%. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là 30%. Gọi A, B lần lượt là biến cố thắng thầu dự án 1 và dự án 2.

a) A và B là hai biến độc lập.

b) Xác suất công ty thắng thầu đúng 1 dự án là 50%.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 50%.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là 60%.

Lời giải

Theo bài ra ta có: $P(A) = 0,5 \Rightarrow P(\overline{A}) = 0,5; P(B) = 0,6 \Rightarrow P(\overline{B}) = 0,4.$

Vậy $P(A \cap B) = 0,3$

a) Đúng. Ta có: A, B, độc lập $\Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A).P(B).$

Vì $0,3 = 0,5.0,6 \Rightarrow A, B$ độc lập.

b) Đúng. Gọi C là biến cố "thắng thầu đúng 1 dự án"

$P(C) = P(A \cap \overline{B}) + P(\overline{A} \cap B) = P(A) - P(A \cap B) + P(B) - P(A \cap B)$

$= P(A) + P(B) - 2P(A \cap B) = 0,5 + 0,6 - 2.0,3 = 0,5.$

c) Sai. Gọi D là biến cố "thắng dự 2 biết thắng dự án 1"

$P(D) = P(B \mid A) = \dfrac{P(B \cap A)}{P(A)} = \dfrac{0,3}{0,5} = 0,6 = 60\%.$

d) Đúng. Gọi E là biến cố "thắng dự án 2 biết không thắng dự án 1"

$P(E) = P(B \mid \overline{A}) = \dfrac{P(B \cap \overline{A})}{P(\overline{A})} = \dfrac{P(B) - P(A \cap B)}{P(\overline{A})} = \dfrac{0,6 - 0,3}{0,5} = 0,6 = 60\%.$

Câu 15.41. Có hai hộp chứa các phiếu bốc thăm, hộp I có 10 phiếu được đánh số từ 1 đến 10, hộp II có 20 phiếu được đánh số từ 11 đến 30. Bạn Hoa chọn ngẫu nhiên một phiếu từ hộp I bỏ sang hộp II, sau đó từ hộp II, bạn Hoa chọn ngẫu nhiên 3 phiếu. Xét các biến cố:

A : "Bình phương số ghi trên phiếu rút ra từ hộp I chia hết cho 5".

B : " Tổng bình phương các số ghi trên phiếu rút ra từ hộp II chia hết cho 5".

a) $P(B) = \dfrac{33}{665}.$

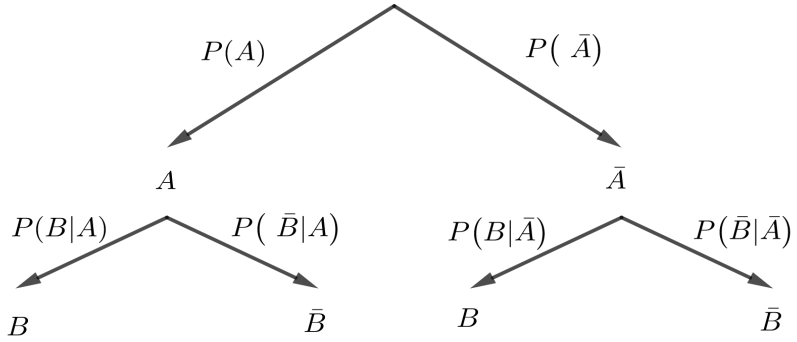
b) $P(B \mid A) = \dfrac{32}{133}.$

c) $P(A) = \dfrac{1}{5}.$

d) $P(A \mid \overline{B}) = \dfrac{125}{644}.$

Lời giải

Ta có sơ đồ hình cây như sau



Số tự nhiên chia hết cho 5 thì bình phương của nó chia hết cho 5.
Số tự nhiên chia 5 dư 1 hoặc 4 thì bình phương của nó chia 5 dư 1.
Số tự nhiên chia 5 dư 2 hoặc 3 thì bình phương của nó chia 5 dư 4.
Từ 1 đến 10 có 2 số có bình phương chia hết cho 5; 4 số có bình phương chia 5 dư 1 và 4 số có bình phương chia 5 dư 4.
Từ 11 đến 30 có 4 số có bình phương chia hết cho 5; 8 số có bình phương chia 5 dư 1 và 8 số có bình phương chia 5 dư 4.
Tổng bình phương ba số chia hết cho 5 khi ba số đó đều có bình phương chia hết cho 5 hoặc 1 số có bình phương chia hết cho 5, 1 số có bình phương chia 5 dư 1, 1 số có bình phương chia 5 dư 4.
Do đó, ta có

a) $P\left(B \mid \overline{A}\right)=\dfrac{C_4^3+4.9.8}{C_{21}^3}=\dfrac{146}{665} \Rightarrow P\left(\overline{B} \mid A\right)=\dfrac{519}{665}$.

$P\left(B\right)=\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{33}{133}+\dfrac{4}{5}\cdot\dfrac{146}{665}=\dfrac{107}{475}$. Vậy a) Sai.

b) $P\left(B \mid A\right)=\dfrac{C_5^3+5.8.8}{C_{21}^3}=\dfrac{33}{133} \Rightarrow P\left(\overline{B} \mid A\right)=\dfrac{100}{133}$.Vậy b) Sai

c) $P\left(A\right)=\dfrac{4}{20}=\dfrac{1}{5} \Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{4}{5}$. Vậy c) Đúng.

d) $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=\dfrac{368}{475}$.

$P\left(A \mid \overline{B}\right)=\dfrac{P\left(A\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\dfrac{\dfrac{1}{5}\cdot\dfrac{100}{133}}{\dfrac{368}{475}}=\dfrac{125}{644}$. Vậy d) Đúng.

Câu 15.42. Có hai hộp đựng các viên bi cùng kích thước và khối lượng. Hộp thứ nhất chứa 5 viên bi đỏ và 5 viên bi xanh, hộp thứ hai chứa 6 viên bi đỏ và 4 viên bi xanh. Lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai, sau đó lấy ra ngẫu nhiên một viên bi từ hộp thứ hai. Gọi A là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là bi đỏ", B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ". Các khẳng định sau đúng hay sai?

a) Xác suất của biến cố B là $P\left(B\right)=0,5$.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bị đỏ thì khi đó $P\left(A \mid B\right)=\dfrac{7}{11}$.

c) Gọi $\overline{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh" thì $P\left(A \mid \overline{B}\right)=\dfrac{7}{11}$.

d) Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là $P\left(A\right)=\dfrac{13}{22}$.

Lời giải

a) Ta có: B là biến cố "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi đỏ" nên $P\left(B\right)=\dfrac{n\left(B\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{5}{10}=0,5$. Chọn ĐÚNG.

b) Giả sử viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bị đỏ thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 7 bi đỏ và 4 bi xanh nên $P\left(A \mid B\right)=\dfrac{7}{11}$. Chọn ĐÚNG.

c) Gọi $\overline{B}$: "Viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh"

Nếu viên bi được lấy ra từ hộp thứ nhất chuyển sang hộp thứ hai là bi xanh thì sau khi chuyển, hộp thứ hai có 6 bi đỏ và 5 bi xanh. Khi đó $P\left(A \mid \overline{B}\right)=\dfrac{6}{11}$. Chọn SAI.

d) Ta có: $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=1-0,5=0,5$.

Xác suất để viên bi được lấy ra từ hộp thứ hai là viên bi đỏ là:
Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$P\left(A\right)=P\left(B\right)\cdot P\left(A \mid B\right)+P\left(\overline{B}\right)\cdot P\left(A \mid \overline{B}\right)=0,5\cdot\dfrac{7}{11}+0,5\cdot\dfrac{6}{11}=\dfrac{13}{22}$. Chọn ĐÚNG.

Câu 15.43. Trong một căn phòng có hai bóng đèn hoạt động độc lập. Xác suất để bóng đèn thứ nhất bị cháy là $0,2$; xác suất để bóng đèn thứ hai bị cháy là $0,3$. Gọi A là biến cố "bóng đèn thứ nhất cháy", B là biến cố "bóng đèn thứ hai cháy".

a) A,B là hai biến cố độc lập.

b) $A\cup B$ là biến cố cả hai bóng đèn đều cháy.

c) Xác suất để ít nhất một bóng đèn sáng là $0,94$.

d) Xác suất để cả hai bóng đèn sáng là $0,06$.

Lời giải

a) ĐÚNG. Do hai bóng đèn không liên quan đến nhau nên hai biến cố A và B độc lập.

b) SAI. $A\cup B$ là biến cố có ít nhất một bóng đèn bị cháy.

c) ĐÚNG. Biến cố "ít nhất một bóng đèn sáng" là biến cố đối của biến cố "cả hai bóng đèn đều cháy".

Biến cố "cả hai bóng đèn đều cháy" là $A\cap B$.

Ta có $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right).P\left(B\right)=0,2.0,3=0,06$.

Suy ra xác suất của biến cố "ít nhất một bóng đèn sáng" là $1-0,06=0,94$.

d) SAI. Biến cố cả hai bóng đèn sáng là $\overline{A}\cap\overline{B}$.

Ta có $P\left(\overline{A}\cap\overline{B}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)=0,8.0,7=0,56$.

Câu 15.44. Ông Cường, phó giám đốc của một công ty, đang chuẩn bị đi ngủ và có một cuộc họp quan trọng vào sáng hôm sau. Ông ấy đặt chuông báo thức lúc 6h45 sáng để có thể đến buổi hẹn đúng giờ. Xác suất ông Cường nghe được chuông báo thức là 0,95. Nếu ông ta nghe được chuông báo thức, xác suất ông ấy đến đúng giờ là 0,9. Nếu ông không nghe được chuông báo thức, xác suất ông ấy đến đúng giờ là 0,7.

a) Xác suất ông Cường không nghe được chuông báo thức là 0,05.

b) Xác suất ông Cường đến trễ hẹn khi ông ấy nghe được chuông báo thức là 0,1.

c) Nếu ông Cường không nghe được chuông báo thức, khả năng ông ấy đến trễ hẹn là 25%.
d) Khả năng ông Cường đến đúng giờ lớn hơn 92%.

Lời giải

Gọi biến cố A: "Ông Cường nghe được chuông báo thức".
Gọi biến cố B: "Ông Cường đến đúng giờ".

a) Đúng. Xác suất ông Cường không nghe được báo thức là $P\left(\overline{A}\right)=1-0,95=0,05$.

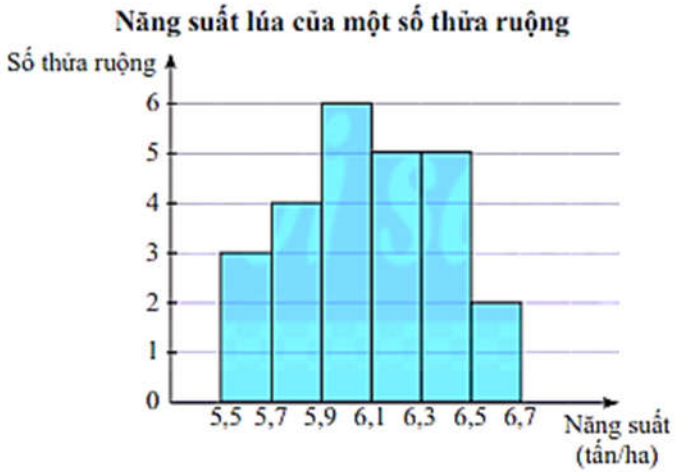
b) Đúng. Theo đề bài, ta có: $P\left(B\mid A\right)=0,9$.

Xác suất ông Cường đến trễ hẹn khi ông ấy nghe được chuông báo thức là:
$P\left(\overline{B}\mid A\right)=1-P\left(B\mid A\right)=1-0,9=0,1$.

c) Sai. Ta có: $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,7$ nên nếu ông Cường không nghe được chuông báo thức, xác suất ông ấy đến trễ hẹn là: $P\left(\overline{B}\mid \overline{A}\right)=1-P\left(B\mid \overline{A}\right)=1-0,7=0,3=30\%$.

d) Sai. Ta có: $P\left(A\right)=0,95; P\left(\overline{A}\right)=0,05; P\left(B\mid A\right)=0,9; P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,7$. Xác suất ông Cường đến đúng giờ là:
$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,95.0,9+0,05.0,7=0,89=89\%$.

Câu 15.45. Kết quả khảo sát năng suất (đơn vị: tấn/ha) của một số thửa ruộng được minh hoạ ở biểu đồ sau.



a) Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là 1,2 (tấn/ha)
b) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là 0,4675
c) Phương sai của mẫu số liệu trên là 6,088
d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là 0,29

Lời giải

a) Đúng b) đúng c) sai d) đúng
Có $3+4+6+5+5+2=25$ thửa ruộng đã được khảo sát

Năng suất	[5,5;5,7)	[5,7;5,9)	[5,9;6,1)	[6,1;6,3)	[6,3;6,5)	[6,5;6,7)
Số thửa ruộng	3	4	6	5	5	2

Giá trị đại diện	5,6	5,8	6,0	6,2	6,4	6,6
Tần số tương đối	3	4	6	5	5	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu là: 6,7 - 5,5 = 1,2 (tấn/ha)
Cỡ mẫu $n=25$

Gọi $x_1;x_2;\ldots;x_{25}$ là mẫu số liệu gốc về năng suất của 25 thửa ruộng được xếp theo thứ tự không giảm.

Ta có: $x_1;\ldots;x_3 \in \left[5,5;5,7\right);x_4;\ldots;x_7 \in \left[5,7;5,9\right);x_8;\ldots;x_{13} \in \left[5,9;6,1\right);x_{14};\ldots;x_{18} \in \left[6,1;6,3\right);$ $x_{19};\ldots;x_{23} \in \left[6,3;6,5\right):x_{24};x_{25} \in \left[6,5;6,7\right)$

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu gốc là $\frac{1}{2}\left(x_6+x_7\right) \in \left[5,7;5,9\right)$. Do đó, tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_1 = 5,7 + \frac{\frac{25}{4}-3}{4}\left(5,9-5,7\right) = 5,8625$

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu gốc là $x_{19} \in \left[6,3;6,5\right)$.

Do đó, tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là: $Q_3 = 6,3 + \frac{\frac{3.25}{4}-\left(3+4+6+5\right)}{5}\left(6,5-6,3\right) = 6,33$

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1 = 0,4675$

Số trung bình: $\overline{x} = \frac{3.5,6+4.5,8+6.6,0+5.6,2+5.6,4+2.6,6}{25} = 6,088$

Phương sai: $\frac{5.75^2+10.125^2+9.175^2+4.225^2+2.275^2}{30} - 155^2 \approx 0,09$

Độ lệch chuẩn: $\sigma = \sqrt{\frac{5.75^2+10.125^2+9.175^2+4.225^2+2.275^2}{30} - 155^2} \approx 0,29$

Câu 15.46. Trong một trường THPT tỷ lệ học sinh nữ là 58%. Tỷ lệ học sinh nữ và học sinh nam tham gia CLB Toán học lần lượt là: 10% và 16%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của trường. Xét các biến cố: A là biến cố "Học sinh được chọn là học sinh nữ", B là biến cố "Học sinh được chọn tham gia CLB Toán học".

a) Xác suất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 0,58$.

b) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là $P(B/\overline{A}) = 0,16$.

c) Xác suất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

d) Khi mộ bạn tham gia CLB Toán thì xác suất bạn đó là nữ là: $P(A/B) = 0,47$. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

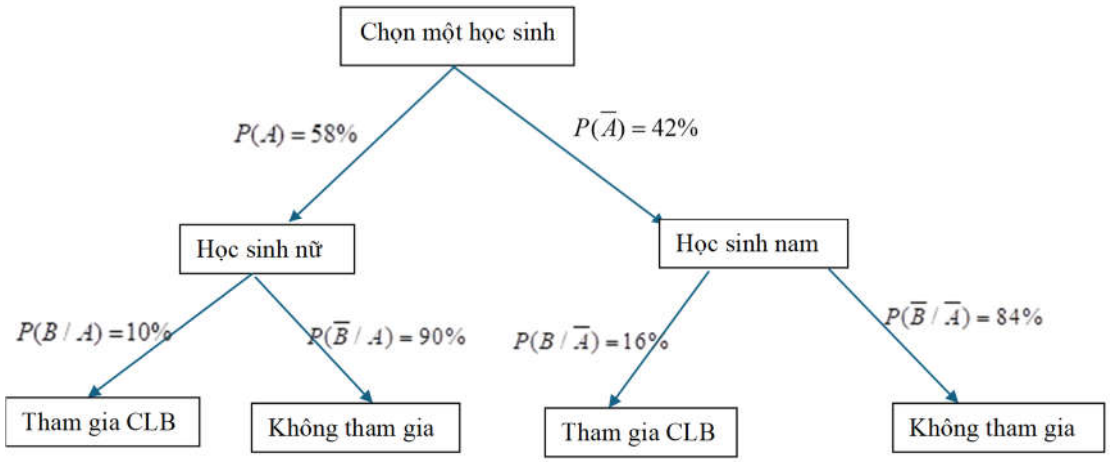
Lời giải

a) Xác xuất chọn được học sinh là nữ là: $P(A) = 58\% = 0,58$.

b) Xác xuất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học, biết rằng học sinh đó là nam, là: $P(B/\overline{A}) = 16\% = 0,16$.

c) Xác xuất chọn được học sinh tham gia CLB Toán học là: $P(B) = 0,1252$.

Ta có sơ đồ cây



d) Ta có: $P(A/B)=\dfrac{P(A.B)}{P(B)}=\dfrac{\frac{58}{100}.\frac{10}{100}}{0,1252}=0,46$ (Sai)

Câu 15.47. Một công ty đấu thầu 2 dự án. Khả năng thắng thầu của dự án 1 và dự án 2 lần lượt là $0,4$ và $0,5$. Khả năng thắng thầu cả 2 dự án là $0,3$. Gọi A,B lần lượt là biến cố "Thắng thầu dự án 1" và "Thắng thầu dự án 2".

a) $P(AB)=0,6$.

b) $P(A\mid B)=0,5$.

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $0,75$.

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $\dfrac{1}{3}$.

Lời giải

a) Ta có $P(AB)=0,3$

b) Ta có $P(A\mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}=\dfrac{0,3}{0,5}=0,6$

c) Biết công ty thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}=\dfrac{0,3}{0,4}=0,75$

d) Biết công ty không thắng thầu dự án 1, xác suất công ty thắng thầu dự án 2 là $P(B\mid \overline{A})=\dfrac{P(B\overline{A})}{P(\overline{A})}=\dfrac{P(B)-P(AB)}{1-P(A)}=\dfrac{0,5-0,3}{1-0,4}=\dfrac{1}{3}$.

Câu 15.48. Một lớp học có 50 học sinh, trong đó có 20 học sinh nam và 30 học sinh nữ.
Khi tổng kết cuối năm, lớp có 20 học sinh giỏi, trong đó có 8 học sinh nam và 12 học sinh nữ.
Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh trong lớp.
Các mệnh đề sau đúng hay sai?

a) Xác suất chọn một học sinh là học sinh giỏi bằng $0,4$ và xác suất chọn một học sinh là học sinh nữ bằng $0,6$.

b) Xác suất chọn một học sinh vừa là học sinh giỏi và là học sinh nữ bằng $0,6$.

c) Biết rằng học sinh được chọn là nữ, xác suất chọn học sinh đó là học sinh giỏi bằng $0,4$.

d) Nhà trường cần chọn 2 bạn tham gia thi olympia, biết rằng học sinh được chọn là học sinh giỏi, xác suất chọn học sinh đó là học sinh khác giới bằng $\frac{48}{95}$.

Lời giải

Xét hai biến số sau:
A: "Học sinh được chọn là học sinh giỏi"
B: " Học sinh được chọn là học sinh nữ".
C: " 2 học sinh được chọn là học sinh giỏi".
D: " 2 học sinh được chọn là học sinh khác giới".

a) Xác suất học sinh được chọn là học sinh giỏi: $P(A)=\frac{20}{50}=0,4$. Xác suất học sinh được chọn là học sinh nữ: $P(B)=\frac{30}{50}=0,6$.

b) Xác suất học sinh được chọn vừa là học sinh giỏi và là học sinh nữ: $P(A\cap B)=\frac{12}{50}=0,24\neq 0,6$.

c) Biết rằng học sinh được chọn là nữ, xác suất học sinh đó và là học sinh nữ:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{12}{30}=0,4.$$

d) Xác suất 2 học sinh được chọn là học sinh giỏi: $P(C)=\frac{C_{20}^2}{C_{50}^2}=\frac{38}{245}$

Xác suất 2 học sinh được chọn vừa là học sinh giỏi và là học sinh khác giới: $P(C\cap D)=\frac{8.12}{C_{50}^2}=\frac{96}{1225}$

Nên xác suất 2 học sinh đó là học sinh khác giới, là học sinh giỏi là $P(D\mid C)=\frac{P(C\cap D)}{P(C)}=\frac{48}{95}$.

Câu 15.49. Bạn Tuấn gieo một con xúc xắc để ghi lại số chấm xuất hiện và bạn Minh chọn ngẫu nhiên một lá bài từ một bộ bài tú lơ khơ có 52 lá bài.

a) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm bằng $\frac{1}{2}$.

b) Xác suất để Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{13}$.

c) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm và Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{26}$.

d) Xác suất để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng $\frac{1}{16}$.

Lời giải

a) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm bằng $\frac{1}{6}$.

b) Xác suất để Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{4}{52}=\frac{1}{13}$.

c) Xác suất để Tuấn gieo được con xúc xắc có mặt sáu chấm và Minh chọn được một lá bài Át bằng $\frac{1}{6}.\frac{1}{13}=\frac{1}{78}$.

d) Để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau, ta xét các trường hợp sau:

- Xét trường hợp số chấm trên con xúc xắc là 1 và số của lá bài là 1.

Trường hợp này có xác xuất bằng: $\frac{1}{6}.\frac{4}{52}=\frac{1}{78}$.

- Xét xác trường hợp số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài giống nhau và bằng một trong các số 2; 3; 4; 5; 6.

Trong mỗi trường hợp này, xác suất đều bằng: $\frac{1}{6}.\frac{4}{52}=\frac{1}{78}$.

Câu 15.50. Một đề thi kiểm tra giữa kì của một lớp sinh viên có 20 câu hỏi. Sinh viên giỏi sẽ trả lời đúng hết cả 20 câu. Sinh viên khá trả lời đúng 15 câu, sinh viên trung bình trả lời đúng 10 câu, sinh viên yếu trả lời đúng 5 câu. Tỷ lệ sinh viên giỏi, khá, trung bình, yếu trong lớp lần lượt là $10\%,20\%,30\%,40\%$. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một sinh viên lên bốc thăm 3 câu từ 20 câu trên.

a) Xác suất chọn được sinh viên giỏi là $0,1$.

b) Xác suất để sinh viên được chọn không phải sinh viên yếu là $0,6$.

c) Xác suất sinh viên đã chọn được trả lời cả 3 câu đúng $0,21$.

d) Xác suất để sinh viên được chọn trả lời đúng cả 3 câu là sinh viên khá hoặc trung bình là 0,34.

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố:'Sinh viên được chọn là sinh viên giỏi"

A_2 là biến cố:'Sinh viên được chọn là sinh viên khá"

A_3 là biến cố:'Sinh viên được chọn là sinh viên trung bình "

A_4 là biến cố:'Sinh viên được chọn là sinh viên yếu "

a) ĐÚNG. $P\left(A_1\right)=10\%=0,1$. Vậy mệnh đề a) đúng.

b) ĐÚNG. $P\left(\overline{A_4}\right)=1-0,4=0,6$. Vậy mệnh đề b) đúng.

c) ĐÚNG. Ta có:

$$P\left(B/A_1\right)=1;P\left(B/A_2\right)=\frac{C_{15}^3}{C_{20}^3}=\frac{91}{228};P\left(B/A_3\right)=\frac{C_{10}^3}{C_{20}^3}=\frac{2}{19};P\left(B/A_4\right)=\frac{1}{114}.$$

Xác suất để sinh viên được chọn trả lời đúng cả 3 câu đúng là $P\left(B\right)=P\left(A_1\right).P\left(B/A_1\right)+P\left(A_2\right).P\left(B/A_2\right)+P\left(A_3\right).P\left(B/A_3\right)+P\left(A_4\right).P\left(B/A_4\right)=0,21$

Vậy mệnh đề c) đúng.

d) SAI

$$P\left(A_2\cup A_3/B\right)=\frac{P\left(A_2\right).P\left(B/A_2\right)+P\left(A_3\right).P\left(B/A_3\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,2.\frac{2}{19}+0,3.\frac{1}{114}}{0,21}\approx 0,53.$$

Vậy mệnh đề d) sai.

để để số chấm trên con xúc xắc và số của lá bài là giống nhau bằng $6.\frac{1}{78}=\frac{1}{13}$.

Câu 15.51. Một hộp đựng 10 bi, trong đó có 4 bi xanh và 6 bi đỏ. Lấy ra 1 bi và không hoàn lại, tiếp tục lấy ra 1 bi nữa. Gọi A : "Bi lấy được lần 1 màu xanh", B : "Bi lấy được lần 2 màu đỏ". Khi đó

a) A, B là hai biến cố xung khắc b) $P\left(AB\right)=\dfrac{6}{25}$

c) $P\left(AB\right)=P\left(A\right).P\left(B\right)+\dfrac{2}{25}$ d) Xác suất để 2 bi lấy được cùng màu là $\dfrac{7}{15}$.

Lời giải

a) Do A, B có thể cùng đồng thời xảy ra nên A, B không phải hai biến cố xung khắc nên a) sai.

b) Ta có: $n\left(\Omega\right)=A_{10}^{2}=90$

AB :"Bi lần 1 màu xanh và bi lần 2 màu đỏ".

$n\left(AB\right)=C_{4}^{1}.C_{6}^{1}=24\Rightarrow P\left(AB\right)=\dfrac{24}{90}=\dfrac{4}{15}$. Do đó b) sai.

c) Ta có: $n\left(A\right)=4.9=36\Rightarrow P\left(A\right)=\dfrac{36}{90}=\dfrac{2}{5}$.

Xét biến cố B : "Bi lần 2 lấy được màu đỏ" ta có 2 trường hợp xảy ra:

TH1: Lần 1 lấy được màu xanh, lần 2 lấy được màu đỏ có: $4.6=24$ (cách)

TH2: Lần 1 lấy được màu đỏ, lần 2 lấy được màu đỏ có: $A_{6}^{2}=30$ (cách)

Khi đó $n\left(B\right)=24+30=54\Rightarrow P\left(B\right)=\dfrac{54}{90}=\dfrac{3}{5}\Rightarrow P\left(A\right).P\left(B\right)=\dfrac{6}{25}$.

Theo câu b) thì $P\left(AB\right)=\dfrac{4}{15}$ nên $P\left(AB\right)=P\left(A\right).P\left(B\right)+\dfrac{2}{75}\Rightarrow$ c sai.

d) Gọi C : "Hai bi lấy được cùng màu" $\Rightarrow$ có 2 trường hợp xảy ra

TH1: Hai bi lấy được cùng màu xanh $\Rightarrow$ có $A_{4}^{2}=12$ cách

TH2: Hai bi lấy ra cùng màu đỏ $\Rightarrow$ có $A_{6}^{2}=30$ cách

$\Rightarrow n\left(C\right)=12+30=42\Rightarrow P\left(C\right)=\dfrac{42}{90}=\dfrac{7}{15}$. Vậy d) đúng.

Câu 15.52. Một bệnh nhân hàng ngày phải uống $150mg$ thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu. Sau một ngày hàm lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể vẫn còn 6% lượng thuốc của ngày hôm trước.

a) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $9mg$.

b) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $159mg$.

c) Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 4 là $170mg$.

d) Ước tính lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu trong cơ thể nếu bệnh nhân sử dụng thuốc trong một thời gian 30 ngày là $159,57mg$.

Lời giải

a) Đúng. Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh còn trong cơ thể ngày đầu tiên là $150.6\%=9(mg)$.

b) Đúng. Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $150+9=159(mg)$.

c) Sai. Ta có lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 3 là: $150+6\%.159=159,54$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc ngày thứ 4 là:. $150+6\%.159,54=159,57$

d) Đúng. Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu còn trong cơ thể sau ngày đầu tiên uống thuốc là $T_1 = 150.6\%$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 2 là $T_2 = 150 + T_1 = 150 + 150.6\% = 150\left(1 + 6\%\right)$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 3 là $T_3 = 150 + T_2.6\% = 150 + 150\left(1 + 6\%\right).6\% = 150\left(1 + 6\% + \left(6\%\right)^2\right)$

Lượng thuốc kháng sinh đặc trị bệnh bạch hầu có trong cơ thể sau khi uống viên thuốc của ngày thứ 30 là

$$T_{30} = 150.\left(1 + 6\% + \left(6\%\right)^2 + \left(6\%\right)^3 + ... + \left(6\%\right)^{29}\right) = 150.\frac{1 - \left(6\%\right)^{30}}{1 - 6\%} = 159,57\ \ (mg)$$

Câu 15.53. Hai công nhân cần phải hoàn thành một loại sản phẩm. Trong đó công nhân thứ nhất phải hoàn thành 45% số sản phẩm. Khả năng sản phẩm của công nhân thứ nhất bị lỗi là 3% và của công nhân thứ hai là 1%. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm. Gọi A là biến cố "Sản phẩm được chọn là của công nhân thứ nhất", B là biến cố "Sản phẩm được chọn bị lỗi".

a) P(A)=0,5

b) Xác suất sản phẩm được chọn là bị lỗi biết đó là sản phẩm của công nhân thứ nhất là 0,03.

c) P(B)=0,02.

d) Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất biết đó là sản phẩm bị lỗi là $\frac{27}{38}$.

Lời giải

a) Sai. $P\left(A\right) = 0,45$

b) Đúng. Do tỉ lệ sản phẩm lỗi của công nhân thứ nhất là 3% nên $P\left(B \mid A\right) = 0,03$.

c) Sai. $P\left(\overline{A}\right) = 1 - P\left(A\right) = 0,55.$

Do tỉ lệ sản phẩm bị lỗi của công nhân số hai là 1% nên $P\left(B \mid \overline{A}\right) = 0,01.$

Vậy $P\left(B\right) = P\left(A\right)P\left(B \mid A\right) + P\left(\overline{A}\right)P\left(B \mid \overline{A}\right) = 0,45.0,03 + 0,55.0,01 = 0,019.$

d) Đúng. Xác suất để sản phẩm được chọn là sản phẩm của công nhân thứ nhất biết đó là sản phẩm bị lỗi là $P\left(A \mid B\right) = \frac{P\left(A\right)P\left(B \mid A\right)}{P\left(B\right)} = \frac{0,45.0,03}{0,019} = \frac{27}{38}.$

Câu 15.54. Hai bạn Bảo và Nam của lớp 12A cùng tham gia giải bóng bàn đơn nam do nhà trường tổ chức. Hai bạn đó không cùng một bảng đấu vòng loại và mỗi bảng đấu vòng loại chỉ chọn một người vào vòng chung kết. Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của bạn Bảo và bạn Nam lần lượt là $0,8$ và $0,6$.

Gọi A là biến cố " Có ít nhất một bạn lọt vào vòng chung kết".

Gọi B là biến cố " Chỉ có bạn Bảo lọt vào vòng chung kết".

a) Xác suất để bạn Nam không lọt vào vòng chung kết là $0,4$.

b) Xác suất để cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là $0,8$.

c) Xác suất của biến cố A là $0,48$.

d) Xác suất của biến cố B là $0,32$.

Lời giải

a) Đúng vì: Xác suất để bạn Nam lọt vào vòng chung kết là $0,6$.

$\Rightarrow$ Xác suất để bạn Nam không lọt vào vòng chung kết là $1-0,6=0,4$.

b) Sai vì: Xác suất lọt qua vòng loại để vào vòng chung kết của bạn Bảo và Nam lần lượt là $0,8$ và $0,6$.

$\Rightarrow$ Xác suất để cả hai bạn lọt vào vòng chung kết là $0,8.0,6=0,48$.

c) Sai vì: Ta có xác suất để cả hai bạn không lọt vào vòng chung kết là $\left(1-0,8\right).\left(1-0,6\right)=0,08$.

$\Rightarrow$ Xác suất của biến cố A là $1-0,08=0,92$.

d) Đúng vì: Xác suất để chỉ có bạn Bảo lọt vào vòng chung kết là $0,8.\left(1-0,6\right)=0,32$

$\Rightarrow$ Xác suất của biến cố B là $0,32$.

Câu 15.55. Có hai hộp đựng bi, các viên bi có kích thước và hình dạng như nhau. Hộp thứ nhất có 2 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Hộp thứ hai có 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Lấy ngẫu nhiên 5 viên bi ở hộp thứ nhất bỏ vào hộp thứ hai rồi lấy ngẫu nhiên 1 viên bi ở hộp thứ hai ra.

Xét các biến cố:

A: "Viên bi lấy ra từ hộp thứ hai là màu đỏ"

B: "Trong 5 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 1 viên bi màu đỏ ". Khi đó, ta có:

a) $P\left(B\right)=\frac{1}{3};P\left(\overline{B}\right)=\frac{2}{3}$

b) $P\left(A\middle|B\right)=\frac{7}{15}$

c) $P\left(A\middle|\overline{B}\right)=\frac{11}{15}$

d) $P\left(A\right)=\frac{23}{45}$

Lời giải

a) Đúng. Xác suất của biến cố B là $P\left(B\right)=\frac{C_2^1.C_4^4}{C_6^5}=\frac{1}{3}$.

Khi đó xác suất của biến cố $\overline{B}$: "Trong 5 viên lấy ra từ hộp thứ nhất có 2 viên bi màu đỏ" là $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=1-\frac{1}{3}=\frac{2}{3}$.

b) Đúng. Biến cố: $A\middle|B$: "Viên bi lấy ra từ hộp hai là màu đỏ với điều kiện trong 5 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 1 viên bi màu đỏ"

Vì trong 5 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 1 viên bi màu đỏ nên hộp thứ hai bây giờ có 7 viên bi màu đỏ và 8 viên bi màu xanh nên $P\left(A\middle|B\right)=\frac{7}{15}$.

c) Sai. Biến cố: $A\middle|\overline{B}$: "Viên bi lấy ra từ hộp hai là màu đỏ với điều kiện trong 5 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 2 viên bi màu đỏ"

Vì trong 5 viên bi lấy ra từ hộp thứ nhất có 2 viên bi màu đỏ nên trong hộp thứ hai bây giờ sẽ có 8 viên bi màu đỏ và 7 viên bi màu xanh nên $P\left(A\middle|\overline{B}\right)=\frac{8}{15}$.

d) Đúng. Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\middle|B\right)+P\left(\overline{B}\right)P\left(A\middle|\overline{B}\right)=\frac{1}{3}.\frac{7}{15}+\frac{2}{3}.\frac{8}{15}=\frac{23}{45}$.

Câu 15.56. Tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh X ở một địa phương là 68%. Trong số những người đã tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh X là 7%; trong số những người chưa tiêm phòng, tỉ lệ mắc bệnh X là 28%. Chọn ngẫu nhiên một người ở địa phương đó. Gọi A là biến cố: "Người được chọn đã tiêm vắc xin phòng bệnh" và B là biến cố: "Người được chọn mắc bệnh X ".

a) $P\left(B\mid A\right)=0,28$ và $P\left(B\mid\overline{A}\right)=0,07$.

b) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ bằng 0,68.
c) Xác suất của biến cố B bằng 0,1372.
d) Xác suất của biến cố $\overline{A}$ với điều kiện B bằng $\frac{32}{49}$.

Lời giải

a) Sai. Vì tỉ lệ mắc bệnh X trong số những người đã tiêm phòng là 7% và trong số những người chưa tiêm phòng là 28% nên $P\left(B \mid A\right)=0,07$ và $P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,28$.

b) Sai. Vì tỉ lệ người dân đã tiêm vắc xin phòng bệnh X ở địa phương là 68% nên $P\left(A\right)=0,68$. Do đó $P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-0,68=0,32$.

c) Đúng. Theo công thức xác suất toàn phần

$$P\left(B\right)=P\left(A\right)P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,68\cdot 0,07+0,32\cdot 0,28=0,1372$$

d) Đúng. Theo công thức Bayes

$$P\left(\overline{A} \mid B\right)=\frac{P\left(\overline{A}\right)P\left(B \mid \overline{A}\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,32\cdot 0,28}{0,1372}=\frac{32}{49}.$$

Câu 15.57. Một kho hàng có 1000 thùng hàng với bề ngoài giống hệt nhau, trong đó có 480 thùng hàng loại I và 520 thùng hàng loại II. Trong số các thùng hàng đó, có 80% thùng hàng loại I và 85% thùng hàng loại II đã được kiểm định. Chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.
a) Xác suất chọn được thùng hàng loại I bằng 48%.
b) Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định bằng 38,4%.
c) Xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định bằng 17,4%.
d) Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định, xác suất thùng hàng đó là thùng loại I thấp hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Lời giải

Xét phép thử chọn ngẫu nhiên một thùng hàng trong kho.
Gọi A là biến cố: "Chọn được thùng hàng loại I".
B là biến cố: "Chọn được thùng hàng đã được kiểm định".
Theo bài ra ta có $P\left(B\middle|A\right)=80\%$, $P\left(B\middle|\overline{A}\right)=85\%$

a) Đúng. Xác suất chọn được thùng hàng loại I là $P\left(A\right)=\frac{480}{1000}=48\%$.

b) Sai. Ta có $P\left(\overline{A}\right)=\frac{520}{1000}=52\%$, $P\left(B\middle|\overline{A}\right)=85\%$.
Xác suất chọn được thùng hàng loại II đã được kiểm định là
$P\left(\overline{A}B\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(B\middle|\overline{A}\right)=52\%.85\%=44,2\%$.

c) Đúng. Xác suất chọn được thùng hàng đã được kiểm định là
$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\middle|A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\middle|\overline{A}\right)=48\%.80\%+52\%.85\%=82,6\%$

Suy ra xác suất chọn được thùng hàng chưa kiểm định là $P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=17,4\%$

d) Sai. Giả sử thùng hàng được lấy ra là thùng hàng chưa được kiểm định. Khi đó:

Xác suất thùng hàng đó là thùng loại I là

$$P\left(A\left|\overline{B}\right.\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(\overline{B}\left|A\right.\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{48\%.\left(1-80\%\right)}{17,4\%}=\frac{16}{29}.$$

Xác suất thùng hàng đó là thùng loại II là

$$P\left(\overline{A}\left|\overline{B}\right.\right)=\frac{P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\left|A\right.\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{52\%.\left(1-85\%\right)}{17,4\%}=\frac{13}{29}.$$

Vậy xác suất thùng hàng đó là thùng loại I cao hơn xác suất thùng hàng đó là thùng loại II.

Câu 15.58. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 8 vận động viên, đội II có 10 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II tương ứng là 0,6 và 0,55. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên.

a) Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{5}{9}$

b) Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $0,45$

c) Xác suất để vận động viên này đạt huy chương vàng là $\frac{103}{180}$

d) Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là $\frac{48}{103}$.

Lời giải

a) Sai. Xác suất để vận động viên chọn ra thuộc đội I là $\frac{8}{18}=\frac{4}{9}$.

b) Đúng. Xác suất không đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội II là $1-0,55=0,45$

c) Đúng. Gọi A là biến cố: "Vận động viên đạt huy chương vàng".

B là biến cố: "Thành viên đội I" thì biến cố đối của B là $\overline{B}$: "Thành viên đội II ".

Do đó, $P\left(B\right)=\frac{8}{18}=\frac{4}{9};P\left(\overline{B}\right)=\frac{5}{9}$; $P\left(A\mid B\right)=0,6;P\left(A\mid\overline{B}\right)=0,55$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có

$$P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)=\frac{4}{9}.0,6+\frac{5}{9}.0,55=\frac{103}{180}$$

d) Đúng. Ta có $P\left(B\mid A\right)=\frac{P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{\frac{4}{9}.0,6}{\frac{103}{180}}=\frac{48}{103}$

Câu 15.59. Bạn Ngọc phải thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Thí nghiệm thứ nhất có xác suất thành công là $0,8$. Nếu thí nghiệm thứ nhất thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai là $0,9$. Nếu thí nghiệm thứ nhất không thành công thì xác suất thành công của thí nghiệm thứ hai chỉ là $0,5$. Xét các biến cố sau:

Gọi A là biến cố "Thí nghiệm thứ nhất thành công".

Gọi B là biến cố "Thí nghiệm thứ hai thành công".

a) $P\left(B\mid A\right)=0,9$.

b) $P\left(AB\right)=0,72$.

c) $P\left(\overline{A}B\right)=0,4$.

d) Xác suất để thí nghiệm thứ hai thành công là $0,82$.

Lời giải

Theo giả thiết ta có: $P\left(A\right)=0,8\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=1-0,8=0,2$; $P\left(B\mid A\right)=0,9$;

$P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,5$

a) Đúng. $P\left(B\mid A\right)$ là xác suất thí nghiệm thứ 2 thành công nếu thí nghiệm thứ nhất thành công do đó $P\left(B\mid A\right)=0,9$.

b) Đúng. $P\left(AB\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)=0,8.0,9=0,72$.

c) Sai. $\overline{A}B$ là biến cố "Thí nghiệm thứ nhất không thành công và thì nghiệm thứ hai thành công".

$P\left(\overline{A}B\right)=P\left(\overline{A}\right)\cdot P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,2\cdot 0,5=0,1$.

d) Đúng. Xác suất để thí nghiệm thứ hai thành công là:

$P\left(B\right)=P\left(AB\right)+P\left(\overline{A}B\right)=0,8.0,9+0,2.0,5=0,82$.

Câu 15.60. Một nhà máy có hai phân xưởng A và B tương ứng làm ra 60% và 40% sản phẩm của nhà máy. Tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng A và B lần lượt là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy.

a) Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là $0,98$.

b) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là $0,006$.

c) Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là $0,014$.

d) Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là $\frac{4}{7}$.

Lời giải

Gọi X là biến cố: " Sản phẩm chọn ra là phế phẩm"; I là biến cố: "Sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A"; II là biến cố: "Sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng B".

Ta có $P\left(I\right)=0,6;P\left(II\right)=0,4$; $P\left(X\mid I\right)=0,01;P\left(X\mid II\right)=0,02$.

a) Sai. Nếu sản phẩm chọn ra thuộc phân xưởng A thì xác suất để nó không là phế phẩm là $P\left(\overline{X}\mid I\right)=1-P\left(X\mid I\right)=1-0,01=0,99$.

b) Đúng. Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm và thuộc phân xưởng A là $P\left(XI\right)=P\left(X\mid I\right).P\left(I\right)=0,01.0,6=0,006$

c) Đúng. Xác suất để sản phẩm chọn ra là phế phẩm là

$P\left(X\right)=P\left(I\right).P\left(X\mid I\right)+P\left(II\right).P\left(X\mid II\right)=0,6.0,01+0,4.0,02=0,014$.

d) Sai. Nếu sản phẩm chọn ra là phế phẩm thì xác suất để nó thuộc phân xưởng A là

$P\left(I\mid X\right)=\dfrac{P\left(IX\right)}{P\left(X\right)}=\dfrac{0,006}{0,014}=\dfrac{3}{7}$.

----------HẾT----------

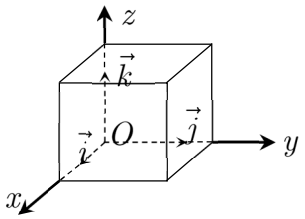
DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

KIẾN THỨC CẦN NHỚ
§1. HỆ TỌA ĐỘ TRONG KHÔNG GIAN

☆☆☆

1. Định nghĩa hệ trục tọa độ

Hệ gồm 3 trục Ox, Oy, Oz vuông góc với nhau từng đôi một và chung điểm gốc O. Gọi $\vec{i}=(1;0;0)$, $\vec{j}=(0;1;0)$ và $\vec{k}=(0;0;1)$ là các véctơ đơn vị, tương ứng trên các trục Ox, Oy, Oz. Hệ ba trục như vậy gọi là hệ trục tọa độ vuông góc trong không gian hay gọi là hệ trục $Oxyz$.



Lưu ý: $\vec{i}^2=\vec{j}^2=\vec{k}^2=1$ và $\vec{i}.\vec{j}=\vec{i}.\vec{k}=\vec{k}.\vec{j}=0$.

2. Tọa độ véctơ

Định nghĩa: $\vec{a}=(x;y;z)\Leftrightarrow\vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}$.

Tính chất: Cho $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

① $\vec{a}\pm\vec{b}=(a_1\pm b_1;\ a_2\pm b_2;\ a_3\pm b_3)$.

② $k.\vec{a}=(ka_1;ka_2;ka_3)$.

③ Hai véctơ bằng nhau $\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=b_1\\a_2=b_2\\a_3=b_3\end{cases}$.

④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=k.\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}$.

⑤ Môđun (độ dài) véctơ: $\vec{a}^2=a_1^2+a_2^2+a_3^2\Rightarrow|\vec{a}|=\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}$.

⑥ Tích vô hướng: $\vec{a}.\vec{b}=|\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b})=a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3$.

Suy ra: $\begin{cases}\bullet\ \vec{a}\perp\vec{b}\Leftrightarrow a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3=0.\\\bullet\ \cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}=\dfrac{a_1b_1+a_2b_2+a_3b_3}{\sqrt{a_1^2+a_2^2+a_3^2}.\sqrt{b_1^2+b_2^2+b_3^2}}.\end{cases}$

3. Tọa độ điểm

Định nghĩa: $M(a;b;c)\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=a.\vec{i}+b.\vec{j}+c.\vec{k}=(a;b;c)$.

Cần nhớ: $\begin{cases}M\in(Oxy)\Leftrightarrow z=0,\ M\in(Oyz)\Leftrightarrow x=0,\ M\in(Oxz)\Leftrightarrow y=0\\M\in Ox\Leftrightarrow y=z=0,\ M\in Oy\Leftrightarrow x=z=0,\ M\in Oz\Leftrightarrow x=y=0\end{cases}$.

Tính chất: cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$.

① $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;\ y_B-y_A;\ z_B-z_A)\Rightarrow AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$.

② Gọi M là trung điểm $AB\Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$.

③ Gọi G là trọng tâm tam giác $ABC\Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$.

④ Gọi G là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G là

$G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$.

4. Tích có hướng của hai véctơ

Định nghĩa: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 2 véctơ $\begin{cases}\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)\\ \vec{b}=(b_1;b_2;b_3)\end{cases}$. Tích có hướng của hai véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là một véctơ, ký hiệu là $[\vec{a},\vec{b}]$ (hoặc $\vec{a}\wedge\vec{b}$) và được xác định bởi công thức:

$$[\vec{a},\vec{b}]=\left(\begin{vmatrix}a_2 & a_3\\ b_2 & b_3\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_3 & a_1\\ b_3 & b_1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}a_1 & a_2\\ b_1 & b_2\end{vmatrix}\right)=\left(a_2b_3-a_3b_2;\ a_3b_1-a_1b_3;\ a_1b_2-a_2b_1\right).$$

Lưu ý: Nếu $\vec{c}=[\vec{a},\vec{b}]$ thì ta luôn có $\vec{c}\perp\vec{a}$ và $\vec{c}\perp\vec{b}$.

Tính chất:

① $[\vec{i},\vec{j}]=\vec{k},\ [\vec{j},\vec{k}]=\vec{i},\ [\vec{k},\vec{i}]=\vec{j}$.

② $[\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{a},\ [\vec{a},\vec{b}]\perp\vec{b}$.

③ $\left|[\vec{a},\vec{b}]\right|=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\sin(\vec{a};\vec{b})$.

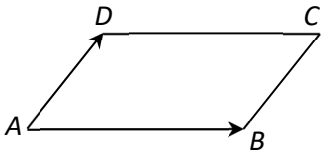
④ $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}]=\vec{0}$.

Ứng dụng của tích có hướng:

① Để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}=0$. Ngược lại, để $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng thì $[\vec{a},\vec{b}].\vec{c}\neq 0$ (thường gọi là tích hỗn tạp).

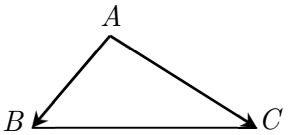
Do đó để chứng minh 4 điểm A, B, C, D là bốn điểm của một tứ diện, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng, nghĩa là $\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\neq 0$.

Ngược lại, để chứng minh 4 điểm A, B, C, D đồng phẳng, ta cần chứng minh $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ cùng thuộc một mặt phẳng $\Leftrightarrow\left[\overrightarrow{AB},\ \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}=0$.



② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD}=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right]\right|$.

③ Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]\right|$.



④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}\right].\overrightarrow{AA'}\right|$.

⑤ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\cdot\left|\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD}\right|$.

5. Phương trình mặt cầu

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Rightarrow(S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2**:

Khai triển dạng 1, ta được $x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cx+a^2+b^2+c^2-R^2=0$ và đặt $d=a^2+b^2+c^2-R$ thì được phương trình mặt cầu dạng 2 là

$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$.

Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a;b;c)$, bán kính là $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

Dạng toán 1: Bài toán liên quan đến véctơ và độ dài đoạn thẳng

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(x_A;y_A;z_A)$, $B(x_B;y_B;z_B)$.

- $\overrightarrow{AB}=(x_B-x_A;\ y_B-y_A;\ z_B-z_A)$.
- $AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2+(z_B-z_A)^2}$.
- $\vec{a}=(x;y;z)\Leftrightarrow \vec{a}=x.\vec{i}+y.\vec{j}+z.\vec{k}$. Ví dụ: $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{j}+\vec{k}\Leftrightarrow \vec{a}=(2;-3;1)$.
- $M(a;b;c)\Leftrightarrow \overrightarrow{OM}=a.\vec{i}+b.\vec{j}+c.\vec{k}$. Ví dụ: $\overrightarrow{OM}=2.\vec{i}-3.\vec{k}\Leftrightarrow M(2;0;-3)$.
- Điểm thuộc trục và mặt phẳng tọa độ (thiếu cài nào, cho cái đó bằng 0):
  - $M\in(Oxy)\xrightarrow{z=0}M(x_M;y_M;0)$.
  - $M\in(Oyz)\xrightarrow{x=0}M(0;y_M;z_M)$.
  - $M\in(Oxz)\xrightarrow{y=0}M(x_M;0;z_M)$.
  - $M\in Ox\xrightarrow{y=z=0}M(x_M;0;0)$.
  - $M\in Oy\xrightarrow{x=z=0}M(0;y_M;0)$.
  - $M\in Oz\xrightarrow{x=y=0}M(0;0;z_M)$.

Dạng toán 2: Bài toán liên quan đến trung điểm, tọa độ trọng tâm

☞ **Cần nhớ**:

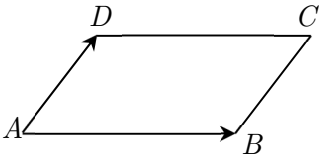
- M là trung điểm $AB\Rightarrow M\left(\dfrac{x_A+x_B}{2};\dfrac{y_A+y_B}{2};\dfrac{z_A+z_B}{2}\right)$. Nhớ $M=\dfrac{A+B}{2}$.
- G là trọng tâm $\Delta ABC\Rightarrow G\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C}{3};\dfrac{y_A+y_B+y_C}{3};\dfrac{z_A+z_B+z_C}{3}\right)$. Nhớ $G=\dfrac{A+B+C}{3}$.
- Gọi G_1 là trọng tâm của tứ diện $ABCD$, khi đó tọa độ điểm G_1 là $G_1\left(\dfrac{x_A+x_B+x_C+x_D}{4};\dfrac{y_A+y_B+y_C+y_D}{4};\dfrac{z_A+z_B+z_C+z_D}{4}\right)$. Nhớ: $G_1=\dfrac{A+B+C+D}{4}$.

Dạng toán 3: Bài toán liên quan đến hai véctơ bằng nhau

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

- $\vec{a}\pm\vec{b}=(a_1\pm b_1;\ a_2\pm b_2;\ a_3\pm b_3)$.
- $k.\vec{a}=(ka_1;ka_2;ka_3)$.
- **Hai véctơ bằng nhau** khi và chỉ khi **hoành = hoành, tung = tung, cao = cao**, nghĩa là:

$\vec{a}=\vec{b}\Leftrightarrow\begin{cases}a_1=b_1\\a_2=b_2\\a_3=b_3\end{cases}$. Để $ABCD$ là hình bình hành thì $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$.



Dạng toán 4: Hai véctơ cùng phương, ba điểm thẳng hàng

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b}=(b_1;b_2;b_3)$, $k\in\mathbb{R}$.

- Hai véctơ cùng phương $\Leftrightarrow\dfrac{\text{Hoành}}{\text{Hoành}}=\dfrac{\text{Tung}}{\text{Tung}}=\dfrac{\text{Cao}}{\text{Cao}}$. Nghĩa là:

  $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}\Leftrightarrow\vec{a}=k.\vec{b}\Leftrightarrow\dfrac{a_1}{b_1}=\dfrac{a_2}{b_2}=\dfrac{a_3}{b_3}=k$. Khi $k>0$ thì $\vec{a}$ và $\vec{b}$ cùng phương và chiều.
- Ba điểm A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{AC}$.
- A, B, C là ba đỉnh tam giác $\Leftrightarrow A$, B, C không thẳng hàng $\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}\not\uparrow\uparrow\overrightarrow{AC}$.

Dạng toán 5: Nhóm bài toán liên quan đến hình chiếu, điểm đối xứng của điểm lên trục, lên mặt phẳng tọa độ

① **Hình chiếu:** *"Thiếu bạn nào, cho bạn đó 0 điểm"*. Nghĩa là hình chiếu của $M(a;b;c)$ lên:

- Ox là $M_1(a;0;0)$.
- Oy là $M_2(0;b;0)$.
- Oz là $M_3(0;0;c)$.
- (Oxy) là $M_4(a;b;0)$.
- (Oxz) là $M_5(a;0;c)$.
- (Oyz) là $M_6(0;b;c)$.

② **Đối xứng:** *"Thiếu bạn nào, cho bạn đó dấu trừ"*. Nghĩa là điểm đối xứng của $N(a;b;c)$ qua:

- Ox là $N_1(a;-b;-c)$.
- Oy là $N_2(-a;b;-c)$.
- Oz là $N_3(-a;-b;c)$.
- (Oxy) là $N_4(a;b;-c)$.
- (Oxz) là $N_5(a;-b;c)$.
- (Oyz) là $N_6(-a;b;c)$.

③ **Khoảng cách**: Để tìm khoảng cách từ M đến trục (hoặc mp tọa độ), ta **tìm hình chiếu** H của M lên trục (hoặc mp tọa độ), từ đó **suy ra khoảng cách cần tìm là** $d = MH$.

Dạng toán 6: Nhóm bài toán liên quan đến tích vô hướng của hai véctơ

☞ **Cần nhớ**: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (a_1;a_2;a_3)$, $\vec{b} = (b_1;b_2;b_3)$, $k \in \mathbb{R}$.

Tích vô hướng: $\boxed{\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|.|\vec{b}|.\cos(\vec{a},\vec{b}) = a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}$.

(hoành × hoành, cộng tung × tung, cộng cao × cao)

$\boxed{\cos(\vec{a};\vec{b}) = \dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{a}|.|\vec{b}|}} = \dfrac{a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3}{\sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}.\sqrt{b_1^2 + b_2^2 + b_3^2}}$ (góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù).

Và $\boxed{\vec{a} \perp \vec{b} \Leftrightarrow \vec{a}.\vec{b} = 0} \Leftrightarrow a_1b_1 + a_2b_2 + a_3b_3 = 0$ (2 **véctơ vuông góc thì nhân nhau** $= 0$)

- $\vec{a}^2 = a_1^2 + a_2^2 + a_3^2 \Rightarrow |\vec{a}| = \sqrt{a_1^2 + a_2^2 + a_3^2}$.
- $\vec{a}^2 = |\vec{a}|^2$ hay $\overrightarrow{AB}^2 = AB^2$ và $|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2\vec{a}.\vec{b} = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(\vec{a},\vec{b})$.

Dạng toán 7: Nhóm bài toán liên quan đến tích có hướng của hai véctơ

☞ **Cần nhớ**: Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\begin{cases} \vec{a} = (a_1;a_2;a_3) \\ \vec{b} = (b_1;b_2;b_3) \end{cases}$.

Tích có hướng $[\vec{a},\vec{b}] = \left(\begin{vmatrix} a_2 & a_3 \\ b_2 & b_3 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_3 & a_1 \\ b_3 & b_1 \end{vmatrix}; \begin{vmatrix} a_1 & a_2 \\ b_1 & b_2 \end{vmatrix}\right) = \left(a_2b_3 - a_3b_2;\ a_3b_1 - a_1b_3;\ a_1b_2 - a_2b_1\right)$.

(Hoành che hoành, tung che tung – đổi dấu; cao che cao)

Ứng dụng:

- $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a},\vec{b}].\vec{c} = 0$.
- $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow [\vec{a},\vec{b}].\vec{c} \neq 0$.
- A, B, C, D đồng phẳng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} = 0$.
- A, B, C, D là các đỉnh tứ diện $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AD}$ không đồng phẳng $\Leftrightarrow \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right].\overrightarrow{AD} \neq 0$.

① Diện tích ΔABC là $S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} \cdot \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right]\right|$.

② Diện tích của hình bình hành $ABCD$ là $S_{\square ABCD} = \left|\left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AD}\right]\right|$.

③ Thể tích khối tứ diện $ABCD$ là $V_{ABCD}=\frac{1}{6}\cdot\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}].\overrightarrow{AD}\right|$.

④ Thể tích khối hộp $ABCD.A'B'C'D'$ là $V=\left|[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AD}].\overrightarrow{AA'}\right|$.

Dạng toán 8: Xác định các yếu tố cơ bản của mặt cầu

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Leftrightarrow (S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:**

$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$. Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2 có tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}$.

☞ **Lưu ý**: Để $f(x;y;z)=0$ là một phương trình mặt cầu thì phải thỏa mãn hai điều kiện:

- Hệ số trước x^2, y^2, z^2 phải bằng nhau.
- $R^2=a^2+b^2+c^2-d>0$.

Dạng toán 9: Viết phương trình mặt cầu loại cơ bản

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

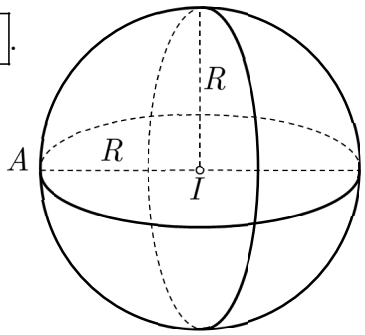
$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Leftrightarrow (S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:**

$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}$.

Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2

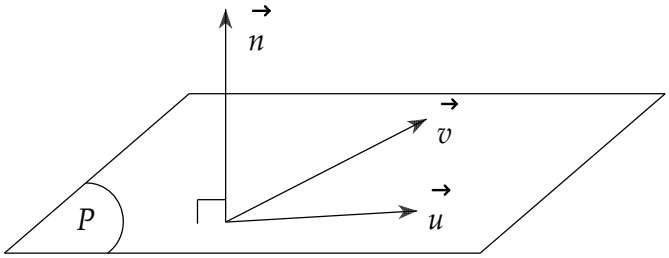
Tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}>0$.



§2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẲNG

1. Véctơ pháp tuyến – Véctơ chỉ phương

- Véctơ pháp tuyến (VTPT) của mặt phẳng (P) là $\vec{n}\perp(P)$, $\vec{n}\neq\vec{0}$.
- Véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}$ của mặt phẳng (P) là véctơ có giá song song hoặc nằm trong (P).
- Nếu mặt phẳng (P) có cặp VTCP là $\vec{u}$, $\vec{v}$ thì (P) có VTPT là $\vec{n}=[\vec{u},\vec{v}]$.
- Nếu $\vec{n}\neq\vec{0}$ là 1 véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) thì $k.\vec{n}$, $(k\neq 0)$ cũng là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).



➤ **Chẳng hạn**:

$\vec{n}_{(P)}=(2;-4;8)=2.(1;-2;4)$ thì $\vec{n}=(1;-2;4)$ cũng là một véctơ pháp tuyến của (P).

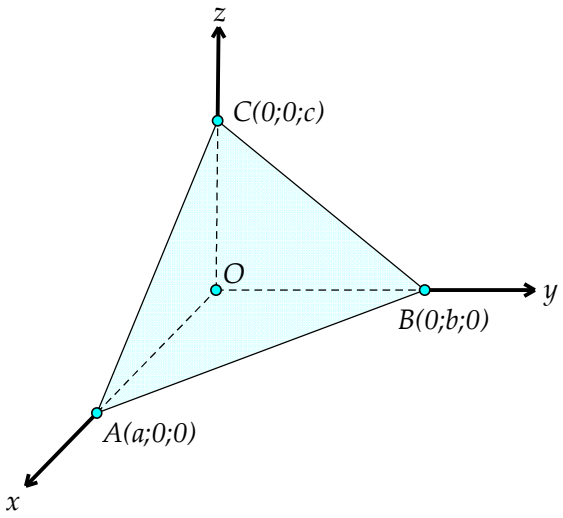
2. Phương trình tổng quát của mặt phẳng

- Phương trình tổng quát của mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ có một véctơ pháp tuyến là $\vec{n}=(a;b;c)$. Chẳng hạn: $(P): 2x-3y+z-1=0 \Rightarrow$ một VTPT $\vec{n}_{(P)}=(2;-3;1)$.
- Để viết phương trình mặt phẳng (P), cần xác định 1 điểm đi qua và 1 VTPT.

$$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=(a;b;c) \end{cases} \Rightarrow \boxed{(P): a(x-x_0)+b(y-y_0)+c(z-z_0)=0}.$$

3. Phương trình mặt phẳng đoạn chắn

Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc\neq 0)$ thì $(P): \boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}$ gọi là phương trình mặt phẳng đoạn chắn.



➤ **Chứng minh**:

Ta có:

$$\begin{cases} \overrightarrow{AB}=(-a;b;0) \\ \overrightarrow{AC}=(-a;0;c) \end{cases} \Rightarrow \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;\ ac;\ ab).$$

$$\Rightarrow (P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(a;0;0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(bc;\ ac;\ ab) \end{cases}$$

Suy ra

$(P): bc.(x-a)+ac.(y-0)+ab.(z-0)=0$

$\Rightarrow (P): bc.x+ac.y+ab.z=abc$

$$\xrightarrow{\text{chia } abc\neq 0} \boxed{(P): \frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}.$$

4. Các mặt phẳng tọa độ (thiếu cái gì, cái đó bằng 0).

- Mặt phẳng $(Oxy): z=0$ nên (Oxy) có VTPT $\vec{n}_{(Oxy)}=\vec{k}=(0;0;1)$.
- Mặt phẳng $(Oyz): x=0$ nên (Oyz) có VTPT $\vec{n}_{(Oyz)}=\vec{i}=(1;0;0)$.
- Mặt phẳng $(Oxz): y=0$ nên (Oxz) có VTPT $\vec{n}_{Oxz}=\vec{j}=(0;1;0)$.

5. Khoảng cách

- Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức: $\boxed{d(M;(P))=\dfrac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.
- Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véctơ pháp tuyến:

Cho 2 mặt phẳng song song $(P): ax+by+cz+d=0$ và $(Q): ax+by+cz+d'=0$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{d\big((Q),(P)\big)=\dfrac{\left|d-d'\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

6. Góc

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

Ta luôn có: $\boxed{\cos\big((\alpha),(\beta)\big)=\dfrac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}}=\dfrac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$.

✓ **Cần nhớ:** Góc giữa 2 mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù.

7. Vị trí tương đối

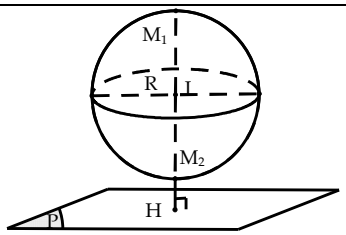
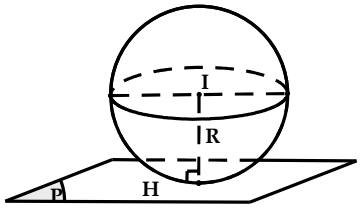
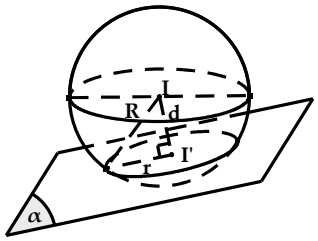
a) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}\neq\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\parallel(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}\neq\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\equiv(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2}=\dfrac{B_1}{B_2}=\dfrac{C_1}{C_2}=\dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P)\perp(Q) \Leftrightarrow A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2=0$.

b) Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

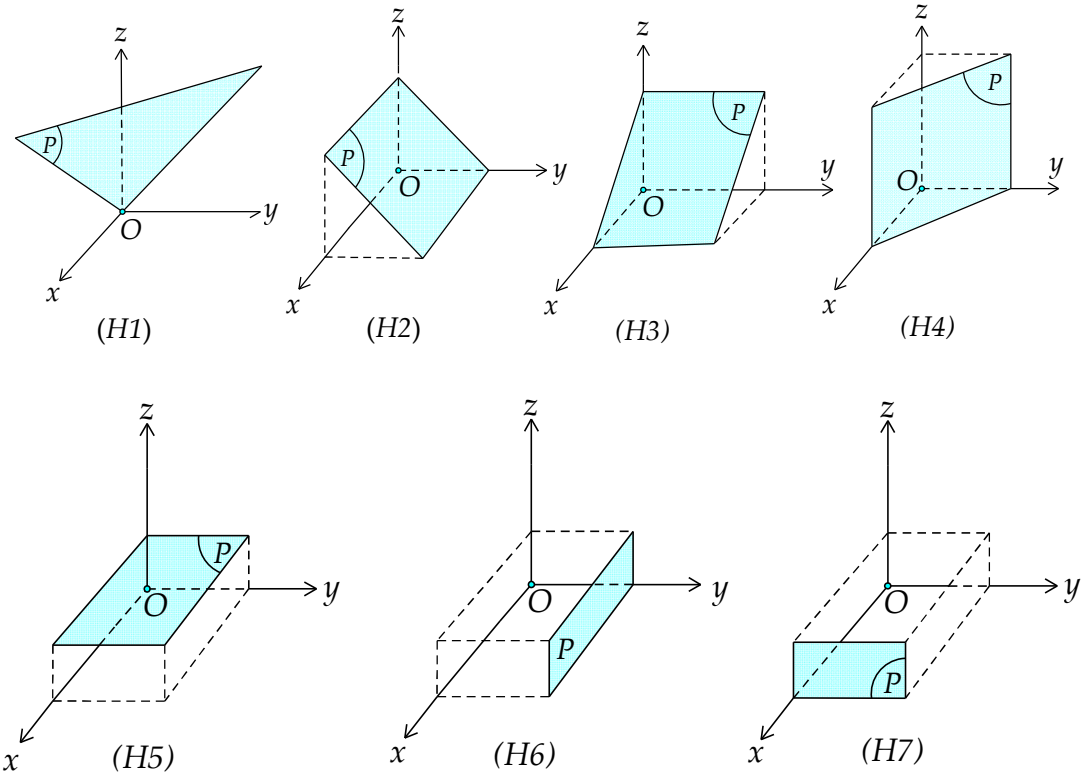
Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d=IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

Nếu $d>R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.	Nếu $d<R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.
		

Lưu ý: Chu vi của đường tròn giao tuyến $C=2\pi r$, diện tích đường tròn $S=\pi r^2$. Nếu $d_{[I;(P)]}=0$ thì giao tuyến là một đường tròn qua tâm I và được gọi là đường tròn lớn. Lúc này (P) được gọi là mặt phẳng kính của mặt cầu (S).

8. Các trường hợp đặc biệt của mặt phẳng

Các hệ số	Phương trình mặt phẳng (P)	Tính chất mặt phẳng (P)
$D=0$	$(P): Ax+By+Cz=0$ $(H1)$	(P) đi qua gốc tọa độ O
$A=0$	$(P): By+Cz+D=0$ $(H2)$	$(P)\parallel Ox$ hoặc $(P)\supset Ox$
$B=0$	$(P): Ax+Cz+D=0$ $(H3)$	$(P)\parallel Oy$ hoặc $(P)\supset Oy$
$C=0$	$(P): Ax+By+D=0$ $(H4)$	$(P)\parallel Oz$ hoặc $(P)\supset Oz$
$A=B=0$	$(P): Cz+D=0$ $(H5)$	$(P)\parallel (Oxy)$ hoặc $(P)\equiv(Oxy)$
$A=C=0$	$(P): By+D=0$ $(H6)$	$(P)\parallel (Oxz)$ hoặc $(P)\equiv(Oxz)$
$B=C=0$	$(P): Ax+D=0$ $(H7)$	$(P)\parallel (Oyz)$ hoặc $(P)\equiv(Oyz)$



(H1) (H2) (H3) (H4)

(H5) (H6) (H7)

Dạng toán 1. Khoảng cách, góc và vị trí tương đối

1. Khoảng cách

— Khoảng cách từ điểm $M(x_M;y_M;z_M)$ đến mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$ được xác định bởi công thức: $\boxed{d(M;(P))=\dfrac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

— Khoảng cách giữa hai mặt phẳng song song có cùng véctơ pháp tuyến:
Cho 2 mặt phẳng song song $(P): ax+by+cz+d=0$ và $(Q): ax+by+cz+d'=0$.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó là $\boxed{d\big((Q),(P)\big)=\dfrac{\left|d-d'\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}}$.

Lưu ý. Bản chất là lấy 1 điểm bất kỳ $M\in(Q)$. Khi đó $d((P);(Q))=d(M;(P))$.

2. Góc

Cho hai mặt phẳng $(\alpha): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(\beta): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

Ta luôn có: $\boxed{\cos\big((\alpha),(\beta)\big)=\dfrac{\left|\vec{n}_1.\vec{n}_2\right|}{\left|\vec{n}_1\right|.\left|\vec{n}_2\right|}}=\dfrac{\left|A_1A_2+B_1B_2+C_1C_2\right|}{\sqrt{A_1^2+B_1^2+C_1^2}.\sqrt{A_2^2+B_2^2+C_2^2}}$.

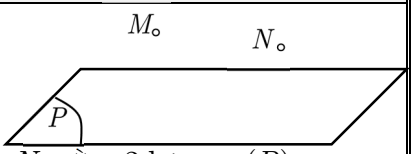
✓ ***Cần nhớ: Góc giữa 2 mặt phẳng là góc nhọn, còn góc giữa 2 véctơ có thể nhọn hoặc tù.***

3. Vị trí tương đối

a) Vị trí tương đối giữa hai điểm M, N với mặt phẳng (P)

Xét hai điểm $M(x_M;y_M;z_M)$, $N(x_N;y_N;z_N)$

Và mặt phẳng $(P): ax+by+cz+d=0$.



- Nếu $(ax_M+by_M+cz_M+d)(ax_N+by_N+cz_N+d)<0$ thì M, N nằm 2 bên so (P).
- Nếu $(ax_M+by_M+cz_M+d)(ax_N+by_N+cz_N+d)>0$ thì M, N nằm 1 bên so (P).

b) Vị trí tương đối của hai mặt phẳng

Cho hai mặt phẳng $(P): A_1x+B_1y+C_1z+D_1=0$ và $(Q): A_2x+B_2y+C_2z+D_2=0$.

- (P) cắt $(Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} \neq \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \parallel (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} \neq \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \equiv (Q) \Leftrightarrow \dfrac{A_1}{A_2} = \dfrac{B_1}{B_2} = \dfrac{C_1}{C_2} = \dfrac{D_1}{D_2}$.
- $(P) \perp (Q) \Leftrightarrow A_1A_2 + B_1B_2 + C_1C_2 = 0$.

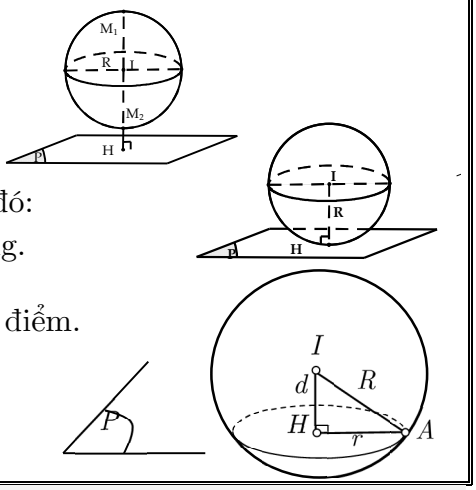
c) <u>Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu</u>

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P).

Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P)

và có $d = IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

- Nếu $d > R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.
- Nếu $d = R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu.
  Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.
- Nếu $d < R$: mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện
  là đường tròn có tâm H và bán kính $r = \sqrt{R^2 - IH^2}$.

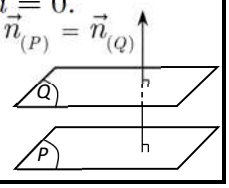


Dạng toán 2: Viết phương trình mặt phẳng (cần tìm 1 điểm đi qua + vtpt)

<u>Loại 1</u>. Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT} : \vec{n}_{(P)} = (a;b;c) \end{cases} \Rightarrow (P): a(x-x_0) + b(y-y_0) + c(z-z_0) = 0.$

<u>Loại 2</u>. Viết phương trình mp(P) qua $A(x_0;y_0;z_0)$ và $(P) \parallel (Q): ax + by + cz + d = 0$.

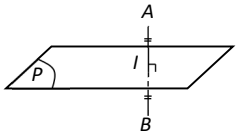
Phương pháp: Mặt phẳng $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A(x_0,y_0,z_0) \\ \bullet \text{ VTPT} : \vec{n}_{(P)} = \vec{n}_{(Q)} = (a;b;c) \end{cases}$ **(Loại 1).**



<u>Loại 3</u>. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (P) của đoạn thẳng AB với A, B đã cho trước.

<u>Phương pháp</u>. Tìm I là trung điểm của AB. Khi đó:

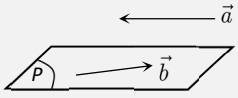
$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } I\left(\dfrac{x_A + x_B}{2}; \dfrac{y_A + y_B}{2}; \dfrac{z_A + z_B}{2}\right) \text{: là trung điểm } AB. \\ \bullet \text{ VTPT} : \vec{n}_{(P)} = \overrightarrow{AB} = (x_B - x_A; y_B - y_A; z_B - z_A) \end{cases}$ **(Dạng 1)**



***<u>Cần nhớ</u>**: Mặt phẳng trung trực (P) của đoạn AB là mặt phẳng vuông góc tại trung điểm của AB.*

<u>Loại 4</u>. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua điểm M và có cặp véctơ chỉ phương $\vec{a}$, $\vec{b}$.

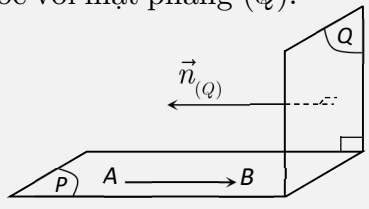
<u>Phương pháp</u>. $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT} : \vec{n}_{(P)} = [\vec{a},\vec{b}] \end{cases}$ (Dạng 1).



<u>Loại 5</u>. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A, B và vuông góc với mặt phẳng (Q).

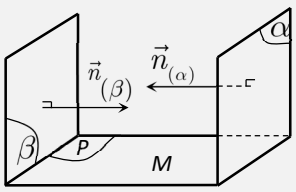
<u>Phương pháp</u>. Tìm $\overrightarrow{AB}$ và VTPT của (Q) là $\vec{n}_{(Q)}$. Khi đó:

$(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } A, \text{ (hay } B) \\ \bullet \text{ VTPT} : \vec{n}_{(P)} = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(Q)}\right] \end{cases}$ (Dạng 1).



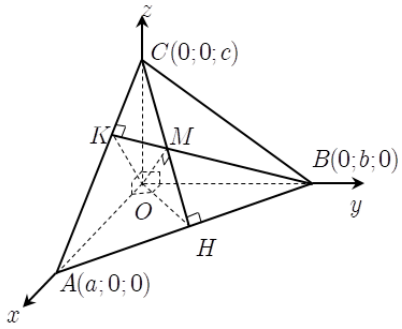
Loại 6. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua M và vuông góc với hai mặt phẳng (α), (β).

Phương pháp. Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}$ và $\vec{n}_{(\beta)}$. Khi đó:



Loại 7. Viết phương trình mặt phẳng đoạn chắn.

Phương pháp. Nếu mặt phẳng (P) cắt ba trục tọa độ lần lượt tại các điểm $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với $(abc \neq 0)$ thì $(P): \boxed{\frac{x}{a}+\frac{y}{b}+\frac{z}{c}=1}$ gọi là phương trình đoạn chắn.



- $V_{O.ABC}=\dfrac{abc}{6}$.
- M trực tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow OM \perp (ABC)$
- $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{OM^2}$.

Loại 8. Một số bài toán viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách cở bản

Để viết phương trình mặt phẳng liên quan đến khoảng cách, thường sử dụng hai ý tương sau:

Ý tưởng 1. Tìm trực tiếp được VTPT $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)$ dựa vào mối liên hệ song song, vuông góc. Khi đó, ta chỉ cần tìm d trong phương trình $(P): ax+by+cz+d=0$ dựa vào công thức tính khoảng cách.

Ý tưởng 2. Nếu không có VTPT trực tiếp thì ta cần gọi $\vec{n}_{(P)}=(a;b;c)$ với $a^2+b^2+c^2\neq 0$. Dựa vào khoảng cách để thành lập một phương trình hoặc hệ phương trình để tìm mối liên hệ giữa a, b, c. Sau đó chọn a, b hoặc c.

Một số bài toán thường gặp

Bài toán 1. Viết phương trình mặt phẳng $(P)\parallel(Q): ax+by+cz+d=0$ và cách điểm $M(x_{\circ};y_{\circ};z_{\circ})$ một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P)\parallel(Q): ax+by+cz+d=0 \Rightarrow (P): ax+by+cz+d'=0$.
- Sử dụng công thức khoảng cách $d_{[M,(P)]}=k \Rightarrow d'$.

Bài toán 2. Viết phương trình mặt phẳng $(P)\parallel(Q): ax+by+cz+d=0$ và (P) cách (Q) một khoảng k cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P)\parallel(Q): ax+by+cz+d=0 \Rightarrow (P): ax+by+cz+d'=0$.
- Chọn một điểm $M(x_{\circ};y_{\circ};z_{\circ})\in(Q)$ và sử dụng công thức:

$d_{[(Q);(P)]}=d_{[M,(P)]}=k \Rightarrow d'$.

Bài toán 3. Viết phương trình mặt phẳng (P) vuông góc với hai mặt phẳng (α), (β), đồng thời (P) cách điểm $M(x_{\circ};y_{\circ};z_{\circ})$ một khoảng bằng k cho trước.

Phương pháp:

- Tìm $\vec{n}_{(\alpha)}$, $\vec{n}_{(\beta)}$. Từ đó suy ra $\vec{n}_{(P)}=\left[\vec{n}_{(\alpha)},\vec{n}_{(\beta)}\right]=(a;b;c)$.

- Khi đó phương trình (P) có dạng $(P): ax+by+cz+d=0$, (cần tìm d).
- Vì $d_{[M;(P)]}=k \Rightarrow d$.

Bài toán 4. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại $M(x_0;y_0;z_0)$. (trong trường hợp này, (P) được gọi là mặt phẳng tiếp diện).

Phương pháp:

- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Khi đó $(P): \begin{cases} \bullet \text{ Qua } M(x_0;y_0;z_0) \\ \bullet \text{ VTPT}: \vec{n}_{(P)}=\overrightarrow{IM} \end{cases}$ (dạng 1)

Bài toán 5. Viết phương trình mặt phẳng $(P)\parallel(Q): ax+by+cz+d=0$ và (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) cho trước.

Phương pháp:

- Vì $(P)\parallel(Q): ax+by+cz+d=0 \Rightarrow (P): ax+by+cz+d'=0$.
- Tìm tâm I và bán kính R của mặt cầu.
- Vì (P) tiếp xúc (S) nên có $d_{[I;(P)]}=R \Rightarrow d'$.

9. Phương trình đường thẳng

- Đường thẳng d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$ và có véctơ chỉ phương (VTCP) $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$ có phương trình tham số $\boxed{\begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases}}$, $(t\in\mathbb{R})$.
- Điểm M thuộc đường thẳng $d \Leftrightarrow M(x_0+a_1t;\ y_0+a_2t;\ z_0+a_3t)$.
- Nếu $a_1a_2a_3\neq 0$ thì $\boxed{\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}}$ được gọi là phương trình chính tắc của d.

☞ **Đặc biệt**:

✓ Trục $Ox: \begin{cases} x=t \\ y=0 \\ z=0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{i}=(1;0;0)$.

✓ Trục $Oy: \begin{cases} x=0 \\ y=t \\ z=0 \end{cases}$ có VTCP $\vec{j}=(0;1;0)$.

✓ Trục $Oz: \begin{cases} x=0 \\ y=0 \\ z=t \end{cases}$ có VTCP $\vec{k}=(0;0;1)$.

10. Vị trí tương đối

a) **Vị trí tương đối của hai đường thẳng** $d: \begin{cases} x=x_0+a_1t \\ y=y_0+a_2t \\ z=z_0+a_3t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x=x_0'+a_1't' \\ y=y_0+a_2't' \\ z=z_0+a_3't' \end{cases}$.

☞ **Phương pháp 1**. Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t', tức xét: $\begin{cases} x_0+a_1t=x_0'+a_1't' \\ y_0+a_2t=y_0'+a_2't' \\ z_0+a_3t=z_0'+a_3't' \end{cases}$.

- Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d\equiv d'$.

- Nếu hệ vô nghiệm thì $d \parallel d'$ hoặc $d,\ d'$ chéo nhau.
  - $\vec{u}_d \uparrow\uparrow \vec{u}_{d'}$ thì $d \parallel d'$.
  - Nếu $\vec{u}_d \nparallel \vec{u}_{d'}$ thì $d,\ d'$ chéo nhau.

☞ **Phương pháp 2**. Xét $M(x_0,y_0,z_0) \in d,\ M(x_0',y_0',z_0') \in d'$ và $\vec{u}_d,\ \vec{u}_{d'}$.

- $d \parallel d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \notin d' \end{cases}$.
- $d \equiv d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d = k\vec{a}_{d'} \\ M \in d' \end{cases}$.
- d cắt $d' \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{a}_d \text{ ko} \uparrow\uparrow \vec{a}_{d'} \\ [\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MN} = 0 \end{cases}$.
- d chéo $d' \Leftrightarrow \left[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}\right].\overrightarrow{MN} \neq 0$.

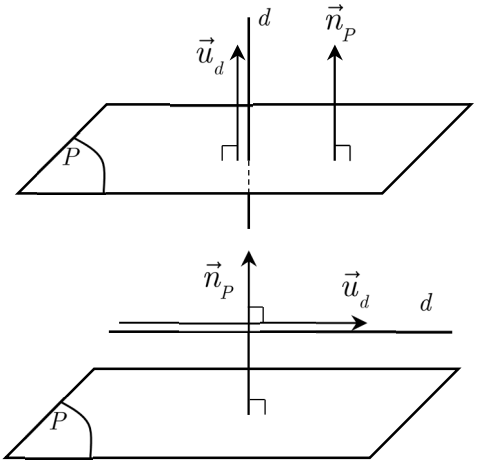
b) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = x_0 + a_1 t \\ y = y_0 + a_2 t \\ z = z_0 + a_3 t \end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$

Xét hệ: $\begin{cases} x = x_0 + a_1 t & (1) \\ y = y_0 + a_2 t & (2) \\ z = z_0 + a_3 t & (3) \\ Ax + By + Cz + D = 0 & (4) \end{cases}$ $(*)$

Lấy $(1),(2),(3)$ thế vào (4)

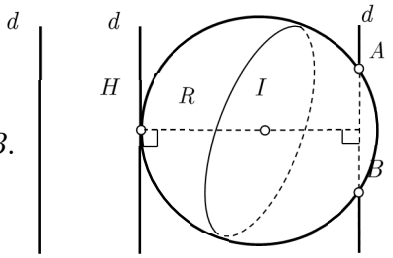
- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d \parallel (\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d \subset (\alpha)$.



c) Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.

- Nếu $d(I,\Delta) > R$: Δ không cắt (S).
- Nếu $d(I,\Delta) = R$: Δ tiếp xúc với (S) tại H.
- Nếu $d(I,\Delta) < R$: Δ cắt (S) tại hai điểm phân biệt $A,\ B$.



11. Khoảng cách

a) Khoảng cách từ M đến d là $\boxed{d(M,d) = \dfrac{\left\|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]\right\|}{\left|\vec{u}_d\right|}}$ với $A \in d$ và $\vec{u}_d$ là VTPT d.

b) Khoảng cách giữa hai đường chéo nhau $\boxed{d(d,d') = \dfrac{\left|\left[\vec{u},\vec{u}'\right].\overrightarrow{AB}\right|}{\left\|\left[\vec{u},\vec{u}'\right]\right\|}}$ với $A \in d,\ B \in d'$.

12. Góc

a) **Góc giữa hai đường thẳng**

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có VTCP $\vec{u}_1 = (a_1;b_1;c_1)$ và $\vec{u}_2 = (a_2;b_2;c_2)$.

$$\boxed{\cos(d_1;d_2) = \cos\alpha = \frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|} = \frac{\left|a_1a_2 + b_1b_2 + c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2 + b_1^2 + c_1^2}.\sqrt{a_2^2 + b_2^2 + c_2^2}}} \text{ với } 0° < \alpha < 90°.$$

b) Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng d có VTCP $\vec{u}_d=(a;b;c)$ và mặt (P) có VTPT $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ thì

$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|}=\frac{\left|aA+bB+cC\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}\text{ với }0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

Dạng toán 3: Góc

1. Góc giữa hai đường thẳng

Góc giữa hai đường thẳng d_1 và d_2 có véctơ chỉ phương $\vec{u}_1=(a_1;b_1;c_1)$ và $\vec{u}_2=(a_2;b_2;c_2)$.

$$\cos(d_1;d_2)=\cos\alpha=\frac{\left|\vec{u}_1.\vec{u}_2\right|}{\left|\vec{u}_1\right|.\left|\vec{u}_2\right|}=\frac{\left|a_1a_2+b_1b_2+c_1c_2\right|}{\sqrt{a_1^2+b_1^2+c_1^2}.\sqrt{a_2^2+b_2^2+c_2^2}}\text{ với }0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

2. Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng

Góc giữa đường thẳng d có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d=(a;b;c)$ và mặt phẳng (P) có véctơ pháp tuyến $\vec{n}_{(P)}=(A;B;C)$ được xác định bởi công thức:

$$\sin\alpha=\left|\cos(\vec{n}_{(P)};\vec{u}_d)\right|=\frac{\left|\vec{u}_d.\vec{n}_{(P)}\right|}{\left|\vec{u}_d\right|.\left|\vec{n}_{(P)}\right|}=\frac{\left|aA+bB+cC\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}\sqrt{A^2+B^2+C^2}}\text{ với }0^\circ<\alpha<90^\circ.$$

Dạng toán 4: Khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến một đường thẳng

Khoảng cách từ điểm M đến một đường thẳng d qua điểm A có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ được xác định bởi công thức $d(M,d)=\dfrac{\left|\left[\overrightarrow{AM},\vec{u}_d\right]\right|}{\left|\vec{u}_d\right|}$.

☞ **Khoảng cách giữa hai đường thẳng song song** là khoảng cách từ một điểm thuộc đường thẳng này đến đường thẳng kia.

☞ **Khoảng cách giữa đường thẳng d song song với mặt phẳng** (P) là khoảng cách từ một điểm M thuộc đường thẳng d đến mặt phẳng (P). Cụ thể:

$$\text{Vì }\left[d\parallel(P)\Rightarrow d(d;(P))=d(M;(P))=\frac{\left|ax_M+by_M+cz_M+d\right|}{\sqrt{a^2+b^2+c^2}}\right]$$

$$\text{với }\begin{cases}M\in d\\(P):ax+by+cz+d=0\end{cases}.$$

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Đường thẳng d đi qua điểm A và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_d$ và d' đi qua điểm B và có véctơ chỉ phương $\vec{u}_{d'}$ là $d(d,d')=\dfrac{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}].\overrightarrow{AB}\right|}{\left|[\vec{u}_d,\vec{u}_{d'}]\right|}$.

Dạng toán 5: Vị trí tương đối

1) Vị trí tương đối của hai đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_\circ+a_1t\\y=y_\circ+a_2t\\z=z_\circ+a_3t\end{cases}$ và $d':\begin{cases}x=x'_\circ+a'_1t'\\y=y_\circ+a'_2t'\\z=z_\circ+a'_3t'\end{cases}$.

☞ **Phương pháp 1**. Xét hệ phương trình với hai ẩn là t và t', tức xét: $\begin{cases} x_{\circ}+a_1t=x'_{\circ}+a'_1t' \\ y_{\circ}+a_2t=y'_{\circ}+a'_2t' \\ z_{\circ}+a_3t=z'_{\circ}+a'_3t' \end{cases}$.

- Nếu hệ có nghiệm duy nhất thì d và d' cắt nhau.
- Nếu hệ có vô số nghiệm thì $d\equiv d'$.
- Nếu hệ vô nghiệm thì $d\parallel d'$ hoặc d, d' chéo nhau.
  - $\vec{u}_d\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì $d\parallel d'$.
  - Nếu $\vec{u}_d\not\uparrow\uparrow\vec{u}_{d'}$ thì d, d' chéo nhau.

☞ **Phương pháp 2**. Xét $M(x_{\circ},y_{\circ},z_{\circ})\in d$, $M(x'_{\circ},y'_{\circ},z'_{\circ})\in d'$ và $\vec{u}_d$, $\vec{u}_{d'}$.

- $d\parallel d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\notin d'\end{cases}$.
- $d\equiv d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d=k\vec{a}_{d'}\\ M\in d'\end{cases}$.
- d cắt $d'\Leftrightarrow\begin{cases}\vec{a}_d\ ko\uparrow\uparrow\ \vec{a}_{d'}\\ [\vec{a},\vec{a}'].\overrightarrow{MN}=0\end{cases}$.
- d chéo $d'\Leftrightarrow\left[\vec{a}_d,\vec{a}_{d'}\right].\overrightarrow{MN}\neq 0$.

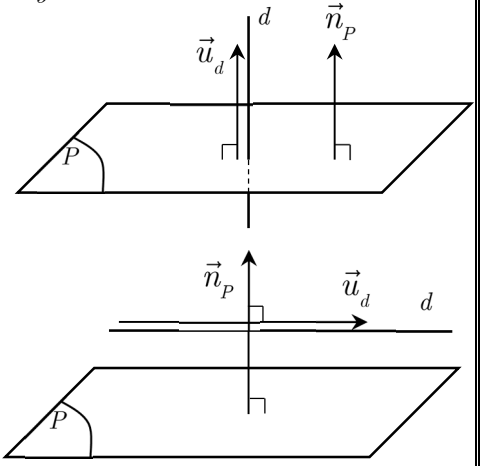
2) Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

Cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t\\ y=y_{\circ}+a_2t\\ z=z_{\circ}+a_3t\end{cases}$ và mặt phẳng $(\alpha):Ax+By+Cz+D=0$

Xét hệ: $\begin{cases}x=x_{\circ}+a_1t & (1)\\ y=y_{\circ}+a_2t & (2)\\ z=z_{\circ}+a_3t & (3)\\ Ax+By+Cz+D=0 & (4)\end{cases}$ $(*)$

Lấy $(1),(2),(3)$ thế vào (4)

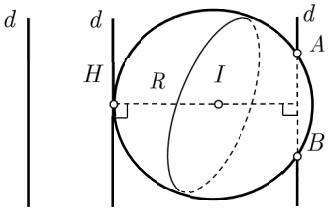
- Nếu $(*)$ có nghiệm duy nhất $\Leftrightarrow d$ cắt (α).
- Nếu $(*)$ có vô nghiệm $\Leftrightarrow d\parallel(\alpha)$.
- Nếu $(*)$ vô số nghiệm $\Leftrightarrow d\subset(\alpha)$.



3) Vị trí tương đối giữa đường thẳng d và mặt cầu (S)

Cho mặt cầu (S) có tâm I, bán kính R và đường thẳng Δ. Để xét vị trí tương đối giữa Δ và (S) ta tính $d(I,\Delta)$ rồi so sánh với bán kính R.

- Nếu $d(I,\Delta)>R:\Delta$ không cắt (S).
- Nếu $d(I,\Delta)=R:\Delta$ tiếp xúc với (S) tại H.
- Nếu $d(I,\Delta)<R:\Delta$ cắt (S) tại hai điểm phân biệt A, B.



☞ **Cách khác**: chuyển d về dạng tham số và thế vào (S).
Số nghiệm là số giao điểm.

Dạng toán 6: Viết phương trình đường thẳng

① **Loại 1**. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_{\circ};y_{\circ};z_{\circ})$ và có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)$.

☞ **Phương pháp**. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$

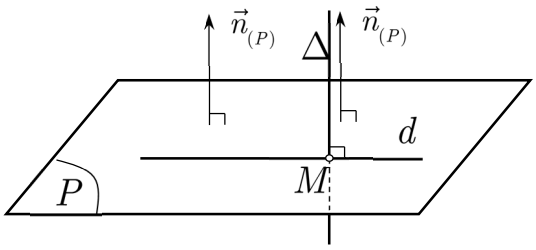
- Tham số $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$.
- Chính tắc $d:\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}\quad (a_1a_2a_3\neq 0)$.

② **Loại 2**. Viết phương trình tham số và chính tắc (nếu có) của đường thẳng d, biết d đi qua điểm $M(x_0;y_0;z_0)$, đồng thời vuông góc với hai véctơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

☞ **Phương pháp**. Ta có: $d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(x_0;y_0;z_0)\\ \bullet\ \text{VTCP}: \vec{u}_d=[\vec{a},\vec{b}]=(a_1;a_2;a_3)\end{cases}$.

- Tham số $d:\begin{cases}x=x_0+a_1t\\ y=y_0+a_2t\\ z=z_0+a_3t\end{cases}$.
- Chính tắc $d:\dfrac{x-x_0}{a_1}=\dfrac{y-y_0}{a_2}=\dfrac{z-z_0}{a_3}\quad (a_1a_2a_3\neq 0)$..

Bài mẫu 1: Cho đường thẳng $\Delta:\dfrac{x}{1}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-2}{-1}$, mặt phẳng $(P):x+2y+2z-4=0$. Phương trình đường thẳng d nằm trong (P) sao cho d cắt và vuông góc với đường thẳng Δ là



Lời giải: Ta có: $\begin{cases}\vec{u}_\Delta=(1;1;-1)\\ \vec{n}_P=(1;2;2)\end{cases}$.

Từ hình vẽ, ta có $\vec{u}_d=\left[\vec{n}_P,\vec{u}_d\right]=(-4;3;-1)$.

Tìm điểm $M(t;1+t;2-t)\in\Delta\cap(P)\Rightarrow M\in(P)$

$\Leftrightarrow t+2(1+t)+2(2-t)-4=0$

$\Rightarrow t=-2\Rightarrow M(-2;-1;4)\in d$ (Xem hình vẽ)

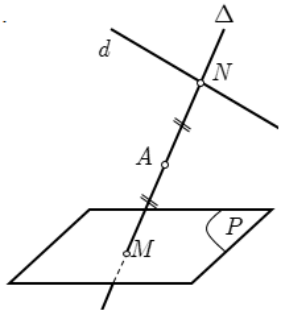
$\Rightarrow d:\begin{cases}\bullet\ \text{Qua } M(-2;-1;4)\\ \bullet\ \vec{u}_d=(-4;3;-1)\end{cases}\Rightarrow d:\begin{cases}x=-2-4t\\ y=-1+3t\\ z=4-t\end{cases}$.

Bài mẫu 2. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-10=0$, điểm $A(1;3;2)$ và đường thẳng $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}$. Tìm phương trình đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại hai điểm M, N sao cho A là trung điểm của đoạn MN.

Lời giải:

Đặt $d:\dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-1}{-1}=t\Rightarrow N(2t-2;\ t+1;\ -t+1)\in d$.

Vì A là trung điểm của MN nên: $\begin{cases}x_M=2x_A-x_N\\ y_M=2y_A-y_N\\ z_M=2z_A-z_N\end{cases}$



Suy ra $\begin{cases} x_M = 2.1-(2t-2) = 4-2t \\ y_M = 2.3-(t+1) = 5-t \\ z_M = 2.2-(-t+1) = 3+t \end{cases} \Rightarrow M(4-2t;\ 5-t;\ 3+t) \in (P): 2x-y+z-10=0$

$\Leftrightarrow 2.(4-2t)-(5-t)+(3+t)-10=0 \Leftrightarrow t=-2 \Rightarrow M(8;7;1)$ và $N(-6;-1;3)$.

Khi đó $\Delta: \begin{cases} \text{Qua } N(-6;-1;3) \\ \text{VTCP}: \vec{u} = \overrightarrow{NM} = (14;8;-2) = 2.(7;4;-1) \end{cases} \Rightarrow \Delta: \dfrac{x+6}{7} = \dfrac{y+1}{4} = \dfrac{z-3}{-1}$.

☞ **Nhớ**. Học sinh đọc kỹ lời giải và làm lại tương tự, có thể rút ngắn cách làm. Đề bài có thể mở rộng $\overrightarrow{NA} = k.\overrightarrow{AM}$ khi đó ta sử dụng hai véctơ bằng nhau để tìm M, N, trong trường hợp $k=1$ thì A chính là trung điểm của MN, hoặc cho trọng tâm hoặc hình bình hành.

Bài mẫu 3. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất.

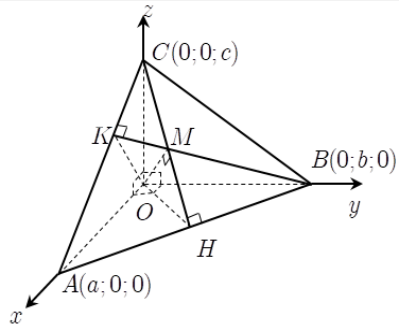
Lời giải:

Ta có: $(ABC): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$ và $M(1;2;3) \in (ABC) \Rightarrow 1 = \dfrac{1}{a}+\dfrac{2}{b}+\dfrac{3}{c} \overset{\text{Cauchuy}}{\geq} 3\sqrt[3]{\dfrac{6}{abc}}$

$\Rightarrow abc \geq 162 \Rightarrow V_{OABC} = \dfrac{1}{6}abc \geq 27$. Dấu $"="$ $\Leftrightarrow \dfrac{1}{a}=\dfrac{2}{b}=\dfrac{3}{c}$ và $abc=162 \Rightarrow \begin{cases} a=3;\ b=6 \\ c=9 \end{cases}$.

$\Rightarrow (ABC): \dfrac{x}{3}+\dfrac{y}{6}+\dfrac{z}{9}=1 \Leftrightarrow 6x+3y+2z-18=0.$

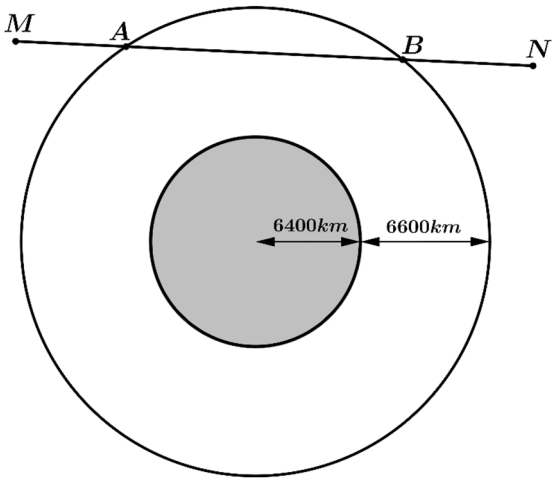
☞ **Cần nhớ:** Phương trình mặt phẳng đoạn chắn $(P): \dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$



- $V_{O.ABC} = \dfrac{abc}{6}$ $(a,\ b,\ c>0)$.
- M trực tâm $\Delta ABC \Leftrightarrow OM \perp (ABC)$
- $\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}=\dfrac{1}{OM^2}$.

DẠNG CÂU 16. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (50 CÂU)

Câu 16.1. **(ĐMH 2025)** Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7.500.000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6.600 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6.400 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng từ điểm $M\left(6;20;0\right)$ đến điểm $N\left(-6;-12;16\right)$.



a) Đường thẳng MN có phương trình tham số là $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases} (t\in\mathbb{R})$.

b) Vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là điểm $A\left(-3;-4;12\right)$.

c) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà thiên thạch di chuyển trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 18 900 km (kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị km).

d) Nếu thời gian di chuyển của thiên thạch trong phạm vi theo dõi của hệ thống quan sát là 3 phút thì thời gian nó di chuyển từ M đến N là 6 phút.

Lời giải

a) Đúng: Vectơ chỉ phương của đường thẳng MN là $\overrightarrow{MN}=\left(-12;-32;16\right)=-4\left(3;8;-4\right)$.

Phương trình tham số của đường thẳng MN là: $\begin{cases} x=6+3t \\ y=20+8t \\ z=-4t \end{cases}, t\in R$.

b) Sai: Để tìm vị trí đầu tiên thiên thạch di chuyển vào phạm vi theo dõi, ta cần tìm điểm giao của đường thẳng MN với mặt cầu có tâm $O\left(0;0;0\right)$ và bán kính $R=6,4+6,6=13$

Phương trình mặt cầu là: $x^2+y^2+z^2=13^2$.

Thay $x=6+3t$; $y=20+8t$ và $z=-4t$ vào phương trình mặt cầu ta được:

$\left(6+3t\right)^2+\left(20+8t\right)^2+\left(-4t\right)^2=13^2\Leftrightarrow 89t^2+356t+267=0$

Giải phương trình ta tìm được $t=-3$ hoặc $t=-1$.

Thay $t=-3$ và $t=-1$ vào phương trình tham số của đường thẳng MN ta được hai giao điểm của MN và mặt cầu là $\left(-3;-4;12\right)$ và $\left(3;12;4\right)$. Nhận thấy từ M đến N thì hoành độ có xu hương giảm dần nên điểm $A\left(3;12;4\right)$.

c) Đúng: Ta có $B\left(-3;-4;12\right)$

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng là AB:

$AB=\sqrt{\left(-3-3\right)^2+\left(-4-12\right)^2+\left(12-4\right)^2}=2\sqrt{89}$ tương đương với $\approx 18900\,\text{km}$.

d) Đúng: Thời gian thiên thạch di chuyển từ M đến N là:

$MN=\sqrt{\left(6+6\right)^2+\left(-12-20\right)^2+\left(16-0\right)^2}=4\sqrt{89}=2AB$ nên do đó $t=\dfrac{MN}{AB}.3\approx 6$ (phút).

Câu 16.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A\left(10;3;0\right)$ và chuyển động đều theo đường cáp có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=\left(2;-2;1\right)$ với tốc độ $4,5\,\text{m/s}$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét).



a) Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases}x=10+2t\\y=3-2t\\z=t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Giả sử sau thời gian t (s) kể từ lúc xuất phát $\left(t\ge 0\right)$ thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ điểm M là $M\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$.

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B=550$, khi đó quãng đường AB dài 800 m.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ một góc $30°$.

Lời giải

a) Đúng: Phương trình tham số của đường cáp là: $\begin{cases}x=10+2t\\y=3-2t\\z=t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Đúng: Ta có $AM=v.t=4,5t$ và ta gọi $M\left(10+2m;\,3-2m;\,m\right)$ thuộc đường thẳng d

Khi đó: $\overrightarrow{AM}=\left(2m;-2m;m\right)$ và $\overrightarrow{AM}$ cùng hướng với vectơ $\vec{u}$ nên m dương

Suy ra $AM=\sqrt{4m^2+4m^2+m^2}=3\left|m\right|\xrightarrow{m>0}m=1,5t$ nên

$M\left(3t+10;-3t+3;\dfrac{3t}{2}\right)$

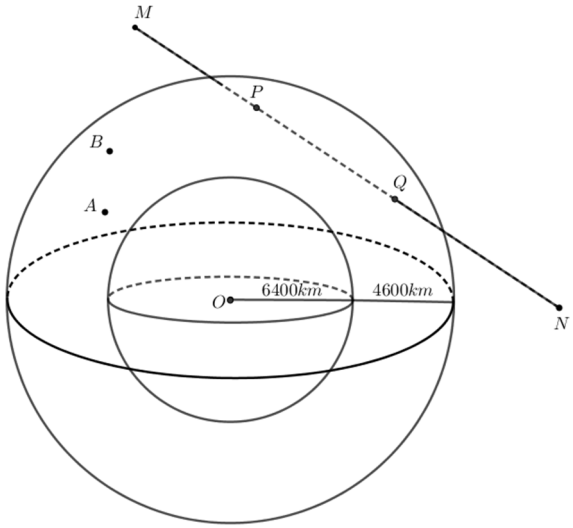
c) Sai: Từ câu trên suy ra $M\equiv B\Leftrightarrow 10+3t=550\Leftrightarrow t=180$

Khi đó: $AB=vt=4,5.t=4,5.180=810$ mét

d) Sai: Ta có $\overrightarrow{u_{AB}}=\left(2;-2;1\right)$ và mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ là $z=0$ nên ta có $\vec{n}=\left(0;0;1\right)$

Từ đó: $\sin\alpha = \left|\dfrac{\vec{u}.\vec{n}}{\left|\vec{u}\right|.\left|\vec{n}\right|}\right| = \dfrac{1}{3}$ nên $\alpha \neq 30°$.

Câu 16.3. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, các nhà nghiên cứu của trung tâm Vũ Trụ Nasa đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 4600km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6400km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là $1000\,\text{km}$. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ $v_1 = 2\sqrt{2}.10^3$ (km/h) không đổi theo đường thẳng xuất phát từ điểm $M\left(0;5;12\right)$ đến $N\left(12;5;0\right)$



a) Khoảng cách thiên thạch gần với trái đất nhất có độ dài bằng 3449km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

b) Các nhà nghiên cứu của trung tâm vũ trụ Nasa đưa ra giả thiết nếu lúc thiên thạch đang ở vị trí M bất ngờ đổi hướng và lao xuống trái đất với phương thẳng thì quãng đường dài nhất nó có thể va chạm với trái đất là $11315\,\text{km}$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Tại thời điểm thiên thạch đang ở vị trí M thì có 2 vệ tinh đang ở vị trí $A\left(-6;-5;-6\right)$ và $B\left(7;-6;7\right)$ có vận tốc khác nhau di chuyển trong mặt phẳng trung trực của MN và luôn cách trái đất với khoảng cố định. Khoảng cách xa nhất của 2 vệ tinh có thể đạt là 18412km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

d) Nếu vệ tinh A đi với vận tốc $v_2 = \dfrac{\pi\sqrt{97}}{3}.10^3$ (km/h) thì sẽ va chạm với thiên thạch.

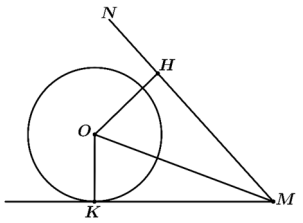
Lời giải

a) Đúng: Phương trình đường thẳng MN là: $\begin{cases} x = 12t \\ y = 5 \\ z = 12 - 12t \end{cases}$. Khoảng cách thiên thạch gần Trái Đất nhất là: $OH - OK$

Gọi $H\left(12t;5;12-12t\right)\in MN$ mà $\overrightarrow{OH}.\overrightarrow{MN}=0$

$\Leftrightarrow 12t.12+5.0+\left(12-12t\right)\left(-12\right)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{1}{2}$

Suy ra $\overrightarrow{OH}=\left(6;5;6\right)$ và $\left|\overrightarrow{OH}\right|=\sqrt{6^2+5^2+6^2}=\sqrt{97}$ nên



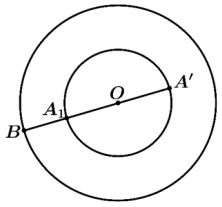
$KH=\sqrt{97}.1000-6400\approx 3449\,(\text{km})$

b) Đúng: $OM=\sqrt{0^2+5^2+12^2}=13$

Khoảng cách dài nhất thiên thạch va chạm trái đất là:

$MK=\sqrt{OM^2-R^2}.10^3$ (với MK là tiếp tuyến)

$=\sqrt{13^2-6,4^2}.10^3\approx 11315\,(\text{km})$



c) Sai: $OA=\sqrt{97}.10^3$ nên A thuộc mặt cầu $S\left(O,\sqrt{97}\right)$

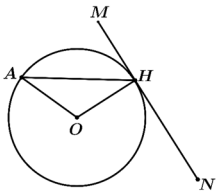
Mặt khác: $OB=\sqrt{134}.10^3$ nên B thuộc mặt cầu $S\left(O,\sqrt{134}\right)$

Mặt phẳng trung trực MN là $x-z=0$ $\left(P\right)$ và ta thấy rằng $A,B\in\left(P\right),O\in\left(P\right)$.

Khoảng cách xa nhất của hai vệ tinh là

$BA'=OB+OA'=OA+OB=\left(\sqrt{97}+\sqrt{134}\right).10^3\approx 21425\,(\text{km}).$

d) Đúng: Điểm A thuộc mặt cầu tâm O, bán kính $R=\sqrt{97}.10^3\,(\text{km})$ mà khoảng cách từ O đến MN bằng $\sqrt{97}.10^3\,(\text{km})$ nên suy ra MN tiếp xúc với $S\left(O;R_1\right)$ tại $H\left(6,5,6\right)$.



Độ dài $AH=\sqrt{12^2+10^2+12^2}=\sqrt{388}$ (nghìn km)

Khi đó: $\cos\widehat{AOH}=\dfrac{2OA^2-AH^2}{2OA.OH}=\dfrac{2.97-388}{2\sqrt{97}.\sqrt{97}}=-1\Rightarrow\widehat{AOH}=180°$

Độ dài cung trên AH : $l_{AH}=\pi\sqrt{97}.10^3\,(\text{km})$ nên thời gian ngắn nhất từ A đến MN là

$$t=\frac{l_{AH}}{v_2}\approx\frac{\left(\pi.\sqrt{97}.10^3\right)}{\left(\pi.\dfrac{\sqrt{97}}{3}.10^3\right)}=3\text{ giờ}$$

Khoảng cách $MH=\sqrt{\left(6-0\right)^2+\left(5-5\right)^2+\left(6-12\right)^2}=\sqrt{72}$

Thời gian thiên thạch đi từ M tới H là $t_{MH}=\dfrac{\sqrt{72}.10^3}{2\sqrt{2}.10^3}=3$ giờ

Vậy thiên thạch và vệ tinh va chạm với nhau.

Câu 16.4. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I\left(1;3;7\right)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.



a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phù sóng trong không gian là $(x+1)^2+(y+3)^2+(z+7)^2=9$

b) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí điểm $A(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó

d) Tính theo đường chim bay, khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị km là 8 km.

Lời giải

a) Sai: Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;3;7)$ bán kính 3km mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-1)^2+(y-3)^2+(z-7)^2=9$.

b) Đúng: Ta có: $IA=\sqrt{(2-1)^2+(2-3)^2+(7-7)^2}=\sqrt{2}<3$ nên điểm A nằm trong mặt cầu. Vì điểm A nằm trong mặt cầu nên người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $A(2;2;7)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

c) Đúng: Ta có: $IB=\sqrt{(5-1)^2+(6-3)^2+(7-7)^2}=5>3$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu. Vậy người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Đúng: Ta có: $\overrightarrow{IB}(4;3;0)$; $IB=\sqrt{(5-1)^2+(6-3)^2+(7-7)^2}=5>3$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu.

Phương trình đường thẳng BI dạng: $\begin{cases}x=1+4t\\y=3+3t\\z=7\end{cases}$.

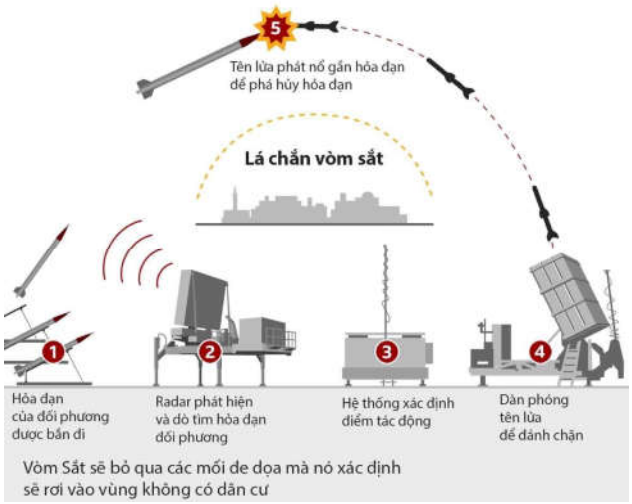
Gọi mặt cầu $(S)\cap BI\equiv E$ suy ra tọa độ E là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x=1+4t \\ y=3+3t \\ z=7 \\ (x-1)^2+(y-3)^2+(z-7)^2=9 \end{cases}$$

$$\begin{cases} t=\dfrac{3}{5} \\ x=\dfrac{17}{5} \\ y=\dfrac{24}{5} \\ z=7 \end{cases} \Rightarrow E\left(\frac{17}{5};\frac{24}{5};7\right) \Rightarrow EB\approx 1,7 \quad \cup \quad \begin{cases} t=-\dfrac{3}{5} \\ x=-\dfrac{7}{5} \\ y=\dfrac{6}{5} \\ z=7 \end{cases} \Rightarrow E\left(-\frac{7}{5};\frac{6}{5};7\right) \Rightarrow EB=8$$

Vậy khoảng cách lớn nhất để một người ở vị trí có toạ độ $B(5;6;7)$ di chuyển được tới vùng phủ sóng theo đơn vị kilomet là 8 km.

Câu 16.5. Hệ thống phòng không "vòm sắt" là một trong những hệ thống đánh chặn tên lửa từ xa rất nổi tiếng của Israel. Để "vòm sắt" hoạt động được chính xác người ta trang bị một Radar có khả năng phát hiện tên lửa với bán kính 417km. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, một hệ thống "vòm sắt" đang ở vị trí gốc tọa độ $O(0;0;0)$ và một quả tên lửa đang ở vị trí $A(688;185;-8)$ được phóng lên và bay theo một quỹ đạo là đường thẳng có vectơ chỉ phương là $\vec{u}=(-91;-75;0)$.



a) Phương trình mặt cầu thể hiện vùng phủ sóng của Radar là $x^2+y^2+z^2=417$

b) Radar phát hiện một quả tên lửa ngay tại vị trí được phóng lên

c) Giả sử hệ thống "Vòm sắt" gặp trục trặc không thể bắn hạ quả tên lửa khi đó vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên màn hình radar là $B(415;-40;-8)$

d) Nếu hệ thống gặp trục trặc không bắn hạ được tên lửa thì khoảng cách gần nhất từ hệ thống "vòm sắt" đến quả tên lửa là ≈ 190 km

Lời giải

a) Sai: Phương trình mặt cầu tâm $O(0;0;0)$, bán kính $R=417$ là $(S):x^2+y^2+z^2=417^2\ (*)$

b) Sai: Thay tọa độ $A(688;185;-8)$ vào phương trình $(*)$ ta được:

$688^2+185^2+(-8)^2=507633>417^2$ suy ra điểm $A(688;185;-8)$ nằm ngoài mặt cầu.

c) Sai: Quỹ đạo của tên lửa là đường thẳng có phương trình $d:\begin{cases}x=688-91t\\y=185-75t\\z=-8\end{cases}$.

Giả sử điểm $B\left(688-91t;185-75t;-8\right)$ là điểm đầu tiên trên màn hình radar phát hiện ra quả tên lửa khi đó điểm B nằm trên mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2=417^2$. Khi đó:

$\left(688-91t\right)^2+\left(185-75t\right)^2+\left(-8\right)^2=417^2\Leftrightarrow 13906t^2-152966t+333744=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=8\\t=3\end{array}\right.$

Với $t=8$ suy ra $B\left(-40;-415;-8\right)$ khi đó $\overrightarrow{AB}=\left(-728;-600;0\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|\approx 943,39$

Với $t=3$ suy ra $B\left(415;-40;-8\right)$ khi đó $\overrightarrow{AB}=\left(-273;-225;0\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{AB}\right|\approx 353,77$

Do $353,77<943,39$ nên vị trí cuối cùng quả tên lửa xuất hiện trên Radar là $B\left(-40;-415;-8\right)$

d) Sai: Gọi $H\left(688-91t;185-75t;-8\right)$ là vị trị hệ thống "vòm sắt" gần quả tên lửa.

Khi đó để OH nhỏ nhất khi và chỉ khi $\overrightarrow{OH}\perp\vec{u}=\left(-91;-75;0\right)\Leftrightarrow\overrightarrow{OH}.\vec{u}=0$

$\Leftrightarrow\left(688-91t\right).\left(-91\right)+\left(185-75t\right).\left(-75\right)=0\Leftrightarrow 13906t-76483=0\Leftrightarrow t=\dfrac{11}{2}$

Suy ra $H\left(\dfrac{375}{2};-\dfrac{455}{2};-8\right),\left|\overrightarrow{OH}\right|=\sqrt{\left(\dfrac{375}{2}\right)^2+\left(\dfrac{-455}{2}\right)^2+(-8)^2}\approx 295\,\text{km}.$

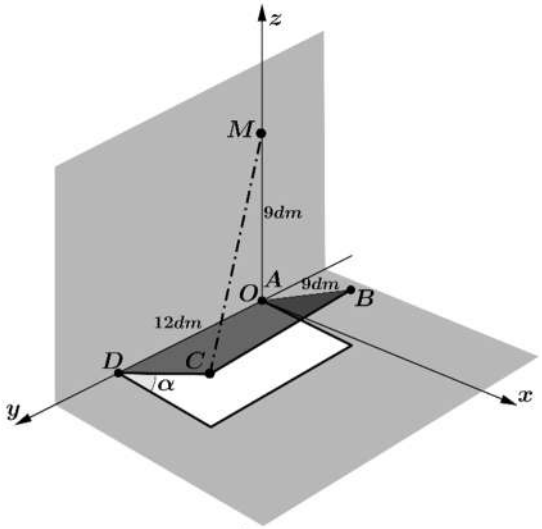
Câu 16.6. Một nắp bể nước hình chữ nhật $ABCD$ nằm cạnh bờ tường có kích thước $9\text{dm}\times 12\text{dm}$ được kéo ra từ mặt sàn. Do tác dụng của trọng lực nên nắp bể không thể mở ra được nếu không có người giữ. Người ta dùng một sợi dây xích dài 15 dm và kéo căng nối đỉnh C của hình chữ nhật với điểm M nằm phía trên bờ tường sao cho $AM=9\text{dm}$ và AM vuông góc với mặt sàn. Chọn hệ trục $Oxyz$ như hình vẽ, khi đó nắp bể mở ra và tạo với mặt sàn một góc α (đơn vị trên mỗi trục tọa độ tính bằng dm). Bỏ qua độ dày của nắp bể.

a) Điểm M thuộc mặt phẳng có phương trình $z=0$.

b) Tọa độ điểm C là $C\left(9\sin\alpha;12;9\cos\alpha\right)$.

c) Góc giữa nắp bề và mặt sàn sau khi kéo lên là $\alpha=60^\circ$.

d) Phương trình mặt phẳng chứa nắp bể nước sau khi kéo bởi dây xích là $x-\sqrt{3}z=0$.

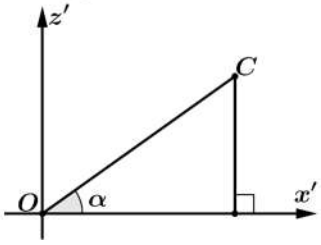


Lời giải

a) Sai: Phương trình $z=0$ thuộc mặt phẳng Oxy nhưng trong bài toán điểm M lại thuộc hai mặt phẳng là yOz và xOz.

b) Sai: Chọn trục tọa độ như hình vẽ dưới đây:

Khi đó: $x=9\cos\alpha$ và $z=9\sin\alpha$ nên tọa độ $C\left(9\cos\alpha;12;9\sin\alpha\right)$



c) Sai: Điểm $M\left(0;0;9\right)$ nên $\overrightarrow{MC}=\left(9\cos\alpha;12;9\sin\alpha-9\right)$

Khi đó

$\left|\overrightarrow{MC}\right|=\sqrt{\left(9\cos\alpha\right)^2+12^2+\left(9\sin\alpha-9\right)^2}=15\Leftrightarrow\left(9\cos\alpha\right)^2+12^2+\left(9\sin\alpha-9\right)^2=225$

$\Leftrightarrow 81\cos^2\alpha-81+81\left(\sin\alpha-1\right)^2=0\Leftrightarrow\cos^2-1+\left(\sin\alpha-1\right)^2=0$

$\Leftrightarrow-\sin^2\alpha+\left(\sin\alpha-1\right)^2=0\Leftrightarrow\left(\sin\alpha-1\right)^2=\sin^2\alpha\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin\alpha-1=\sin\alpha\ \left(loai\right)\\\sin\alpha-1=-\sin\alpha\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow 2\sin\alpha=1\Leftrightarrow\sin\alpha=\dfrac{1}{2}\Rightarrow\alpha=\dfrac{\pi}{6}=30^\circ$

d) Đúng: Tọa độ điểm $C\left(\dfrac{9\sqrt{3}}{2};12;\dfrac{9}{2}\right);D\left(0;12;0\right);O\left(0;0;0\right)$

Khi đó: $\overrightarrow{OD}=\left(0;12;0\right);\ \overrightarrow{DC}=\left(\dfrac{9\sqrt{3}}{2};0;\dfrac{9}{2}\right)$ nên

$\left[\overrightarrow{OD};\overrightarrow{DC}\right]=\left(54;0;-54\sqrt{3}\right)=54\left(1;0;-\sqrt{3}\right)$

Phương trình mặt phẳng chứa nắp bể nước sau khi kéo bởi dây xích là $x-\sqrt{3}z=0$.

Câu 16.7. Vệ tinh hoạt động dựa trên nguyên lý của vật lý Newton. Một vật thể bị kéo bởi một lực hấp dẫn từ một vật thể khác sẽ chuyển động theo một quỹ đạo elip xung quanh vật thể đó. Để đưa vệ tinh lên quỹ đạo, người ta sử dụng các loại tên lửa đẩy khác nhau để cung cấp cho vệ tinh động lượng cần thiết để thoát khỏi trọng lực của Trái Đất và duy trì quỹ đạo ổn định. Để thuận tiện ta quy ước một quỹ đạo gần tròn thành một đường tròn. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, gốc tọa độ là tâm trái đất, một vệ tinh nhân tạo có quỹ đạo được coi như một đường tròn có bán kính 13440 km có điểm xuất phát là điểm $B\left(4032;0;-5376\right)$ và đây cũng là điểm gần Trái Đất nhất của vệ tinh. Quỹ đạo của vệ tinh này nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục tung và có tâm nằm trên đường thẳng OB. Coi trái đất là hình cầu hoàn hảo có bán kính bằng 6400 km.

a) Phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh là $x+z=0$.

b) Khi xuất phát tại điểm B vệ tinh đang ở độ cao 320 km so với mặt đất.

c) Quỹ đạo của tên lửa là đường tròn có tâm $I\left(-4032;0;5736\right)$.

d) Khi Trái Đất quay, điểm cực Nam và cực Bắc của Trái Đất không thay đổi vị trí. Biết rằng điểm cực Nam của Trái Đất có tọa độ là $M\left(0;3840;5120\right)$. Khoảng cách gần nhất giữa vệ tinh và điểm cực Nam bằng 10112 km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

a) Sai: Quỹ đạo của vệ tinh này nằm trên mặt phẳng vuông góc với trục tung nên một vectơ chỉ phương của mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh là $\left(0;1;0\right)$.

Khi đó phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh có dạng $y+a=0$

Quỹ đạo đi qua điểm $B\left(4032;0;-5376\right)$ nên $0+a=0\Rightarrow a=0$

Vậy phương trình mặt phẳng chứa quỹ đạo của vệ tinh là $y=0$.

b) Đúng: Khoảng cách ngắn nhất từ Trái Đất đến vệ tinh là:

$$OB-R=\sqrt{4032^2+0^2+\left(-5376\right)^2}-6400=320\,\text{km}$$

Vậy khi xuất phát tại điểm B thì vệ tinh đang ở độ cao 320 km so với mặt đất

c) Sai: Quỹ đạo của vệ tinh có tâm nằm trên đường thẳng OB nên tâm I nằm trên đường thẳng OB.

Mặt khác: $IB = R_{qd} = 13440 = 2.OB$ nên O là trung điểm của IB

Khi đó $\begin{cases} x_I = 2x_O - x_B \\ y_I = 2y_O - y_B \\ z_I = 2z_O - z_B \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -4032 \\ y_I = 0 \\ z_I = 5376 \end{cases}$ nên tọa độ điểm $I\left(-4032;0;5376\right)$

d) Sai: Gọi H là hình chiếu của K lên mặt phẳng quỹ đạo $y = 0 \Rightarrow H\left(0;0;5120\right)$

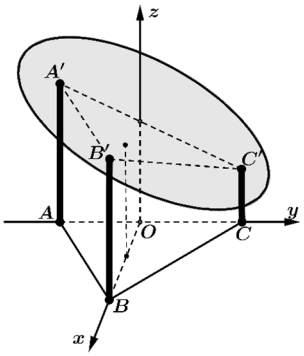
Khi đó: $KH = d\left(K,\left(y=0\right)\right) = 3840$; $IH = \sqrt{4032^2 + \left(5376 - 5120\right)^2} = 64\sqrt{3985}$

Từ đó suy ra: $NH = IN - IH = 13440 - 64\sqrt{3985}$

Nối I và H cắt vệ tinh tại N thì khi đó:

$$KN_{\min} = \sqrt{KH^2 + NH^2} = \sqrt{3840^2 + \left(13440 - 64\sqrt{3985}\right)^2} \approx 10154 \text{ (km)}$$

Câu 16.8. Một mái nhà hình tròn được đặt trên ba cây cột trụ. Các cây cột trụ vuông góc với mặt sàn nhà phẳng và có độ cao lần lượt là $8\text{m}, 9\text{m}, 10\text{m}$. Ba chân cột là ba đỉnh của một tam giác đều trên mặt sàn nhà với cạnh dài 8m. Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ với $B \in Ox$, $C \in Oy$, tia Oz cùng hướng với vectơ $\overrightarrow{AA'}$. Chọn gốc tọa độ O trùng với trung điểm của AC và mỗi đơn vị trên trục có độ dài 1m (xem hình vẽ).



a) Tọa độ các điểm $A'\left(0;-4;10\right), B'\left(4\sqrt{3};0;9\right), C'\left(0;4;8\right)$.

b) Phương trình mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ là: $y + 4z - 36 = 0$.

c) Biết độ dốc của mái nhà tiêu chuẩn khoảng $27°$ đến $35°$ thì mái nhà trên có độ dốc ở mức tiêu chuẩn.

d) Biết rằng bề mặt mái nhà là hình tròn có tâm I trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$ thì điểm I cách mặt sàn một khoảng là 9 mét.

Lời giải

a) Đúng: $A\left(0;-4;0\right), B\left(4\sqrt{3};0;0\right), C\left(0;4;0\right)$ và $A'\left(0;-4;10\right), B'\left(4\sqrt{3};0;9\right), C'\left(0;4;8\right)$

b) Đúng: $\overrightarrow{A'B'} = \left(4\sqrt{3};4;-1\right); \overrightarrow{A'C'} = \left(-4\sqrt{3};4;-1\right)$, khi đó vectơ pháp tuyến của $\left(A'B'C'\right)$ là:

$$\vec{n} = \left[\overrightarrow{A'B'};\overrightarrow{A'C'}\right] = \left(0;8\sqrt{3};32\sqrt{3}\right) = 8\sqrt{3}\left(0;1;4\right)$$

Vậy phương trình mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ là: $y + 4z - 36 = 0$.

c) Sai: Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là: $\vec{k} = \left(0;0;1\right)$

Khi đó: $\cos\left(\left(ABC\right);\left(A'B'C'\right)\right) = \dfrac{\left|5\right|}{\sqrt{4^2 + 1^2}} = \dfrac{4\sqrt{17}}{17}$ nên $\left(\left(ABC\right);\left(A'B'C'\right)\right) \approx 14°$ nên mái nhà không ở mức tiêu chuẩn.

d) Đúng: Gọi tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác $A'B'C'$ là $I\left(a;b;c\right)$ thì ta có hệ:

$$\begin{cases} b+4c=36 \\ a^2+\left(b+4\right)^2+\left(c-10\right)^2=\left(a-4\sqrt{3}\right)^2+b^2+\left(c-9\right)^2 \\ a^2+\left(b+4\right)^2+\left(c-10\right)^2=a^2+\left(b-4\right)^2+\left(c-8\right)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\sqrt{5} \\ b=0 \\ c=9 \end{cases}$$

Vậy cao độ của điểm I là 9 nên nó cách mặt sàn một khoảng là 9 mét.

Câu 16.9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một con chim bồ câu xuất phát từ $O\left(0;0;0\right)$ di chuyển với vectơ vận tốc $\overrightarrow{v_1}=\left(1;2;2\right)$. Cùng lúc đó, một con chim én cũng bắt đầu di chuyển từ $A\left(0;0;5\right)$ với vectơ vận tốc $\overrightarrow{v_2}=\left(0;3;4\right)$. Tồn tại một vùng không gian nguy hiểm, nơi mà ở đó thường xuyên xuất hiện những người săn bắt chim có dạng mặt cầu $\left(x-2\right)^2+\left(y-4\right)^2+\left(z-4\right)^2=16$. Biết rằng mỗi đơn vị trên các trục tọa độ trong không gian tương đương 1 m và đơn vị đo thời gian tính bằng giây.

a) Tốc độ di chuyển của chim bồ câu là 3 m/s

b) Chim én có di chuyển vào vùng nguy hiểm trong quá trình bay

c) Thời gian mà chim bồ câu di chuyển trong vùng nguy hiểm nhỏ hơn 5 giây

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng quỹ đạo của hai con chim bằng $\frac{2}{3}$ m.

Lời giải

a) Đúng: Vận tốc của chim bồ câu: $v_1=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3\,\text{m/s}$.

b) Đúng: Phương trình quỹ đạo bay của chim én là $d_1:\begin{cases} x=0 \\ y=3t \\ z=5+4t \end{cases}$ nên

$M\left(0;3t;5+4t\right)\in d_1$

Thay tọa độ điểm $M\left(0;3t;5+4t\right)$ vào phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ ta được:

$4+\left(3t-2\right)^2+\left(4t+1\right)^2=16\Leftrightarrow$

Vậy chim én có bay vào vùng nguy hiểm

c) Đúng: Phương trình quỹ đạo bay của chim bồ câu là: $d_2:\begin{cases} x=t \\ y=2t \\ z=2t \end{cases}$ nên

$N\left(t;2t;2t\right)\in d_2$

Thay tọa độ điểm $N\left(t;2t;2t\right)$ vào phương trình mặt cầu $\left(S\right)$ ta được:

$$\left(t-2\right)^2+\left(2t-4\right)^2+\left(2t-4\right)^2=16\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} t=\frac{2}{3} \\ t=\frac{10}{3} \end{array}\right.$$

Khi đó $A\left(\frac{2}{3};\frac{4}{3};\frac{4}{3}\right)$ và $B\left(\frac{10}{3};\frac{20}{3};\frac{20}{3}\right)$ nên

$$AB=\sqrt{\left(\frac{10}{3}-\frac{2}{3}\right)^2+\left(\frac{20}{3}-\frac{4}{3}\right)^2+\left(\frac{20}{3}-\frac{4}{3}\right)^2}=8\,\text{m}$$

Thời gian chim bồ câu bay trong vùng nguy hiểm là: $t_1 = \frac{8}{3} \approx 2,66$ m/s nhỏ hơn 5 m/s.

d) Sai: Đường thẳng d_1 đi qua $M_1\left(0;0;5\right)$ và d_2 đi qua $M_2\left(0;0;0\right)$ nên $\overrightarrow{M_1M_2} = \left(0;0;-5\right)$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng quỹ đạo bay của hai con chim:

$$d\left(d_1;d_2\right) = \frac{\left|\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right].\overrightarrow{M_1M_2}\right|}{\left|\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]\right|} \approx 2,78 \text{ m}.$$

Câu 16.10. Dự án Hyperloop là một giải pháp giao thông của tương lai khi nó sẽ giúp vận chuyển người và hàng hóa bằng một đường ống chân không với tốc độ tương đương một chiếc máy bay. Giả sử trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cabin xuất phát từ điểm $A\left(10;3;0\right)$ và chuyển động theo đường cáp có vectơ chỉ phương $\vec{u} = \left(2;-2;1\right)$. Hướng chuyển động cùng chiều với hướng vectơ $\vec{u}$ với tốc độ 4,5 m/s và đơn vị trên mỗi trục là mét.



a) Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là $\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$

b) Giả sử sau thời gian t giây $\left(t \geq 0\right)$ kể từ khi xuất phát thì cabin đến điểm M. Khi đó tọa độ của điểm $M\left(3t+10;-3t+3;\frac{3t}{2}\right)$ với $t \in \mathbb{R}$

c) Cabin dừng ở điểm B có hoành độ $x_B = 550$. Khi đó quãng đường AB dài 800 mét.

d) Đường cáp AB tạo với mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ một góc $30°$.

Lời giải

a) Đúng: Phương trình tham số của đường thẳng chứa đường cáp là phương trình đường thẳng đi qua $A\left(10;3;0\right)$ nhận vectơ chỉ phương là $\vec{u} = \left(2;-2;1\right)$ có phương trình

$$\begin{cases} x = 10 + 2t \\ y = 3 - 2t \\ z = t \end{cases} \left(t \in \mathbb{R}\right)$$

b) Đúng: Vectơ vận tốc: $\vec{v} = k\vec{u}\ \left(k > 0\right) \Rightarrow \left|\vec{v}\right| = k\left|\vec{u}\right| = 3k = 4,5 \Leftrightarrow k = 1,5$

Vậy $\vec{v} = 1,5\vec{u} = 1,5\left(2;-2;1\right) = \left(3;-3;\frac{3}{2}\right)$ và cabin đi từ A đến M hết t giây.

Khi đó

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{AM} = \left(10;3;0\right) + t\vec{v} = \left(10;3;0\right) + \left(3t;-3t;\frac{3}{2}t\right) = \left(10+3t;3-3t;\frac{3}{2}t\right)$$

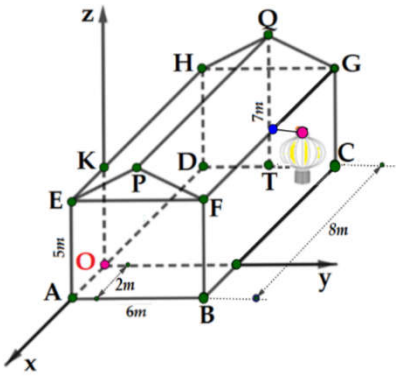
c) Sai: $x_A = 10$ và $x_B = 550$ nên $\overrightarrow{AB} = t.\vec{v} \Rightarrow x_A - x_B = t.x_{\vec{v}} \Leftrightarrow 540 = t.3 \Leftrightarrow t = 180$

Vậy $\overrightarrow{AB}=180.\vec{v}\Rightarrow \overrightarrow{AB}=180.\left|\vec{v}\right|=180.\sqrt{3^2+3^2+\left(\frac{3}{2}\right)^2}=810$ mét

d) Sai: Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng Oxy là $\vec{n}=\left(0;0;1\right)$

Khi đó $\sin\left(AB;\left(Oxy\right)\right)=\dfrac{\left|\vec{n}.\vec{u}\right|}{\left|\vec{n}\right|.\left|\vec{u}\right|}=\dfrac{1}{3}$ nên $\left(AB;\left(Oxy\right)\right)\approx 19,5°$.

Câu 16.11. Nhà bác An được mô tả như hình bên dưới, trong đó phần thân nhà là hình hộp chữ nhật $ABCD.EFGH$. Ngôi nhà được lợp ngói hai mái là hai hình chữ nhật $PEHQ$ và $PFGH$, biết tam giác EFP là tam giác cân tại P. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của nhà lần lượt là $AB=6\,m; AE=5\,m;$ $AD=8\,m;\ QT=7\,m$. Xét hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA=2\,m$ và các trục toạ độ tương ứng là các trục Ox,Oy,Oz. Khi đó:



a) Toạ độ điểm A là $\left(2;0;0\right)$.

b) Véc tơ $\overrightarrow{AC}$ có toạ độ là $\left(6;6;0\right)$.

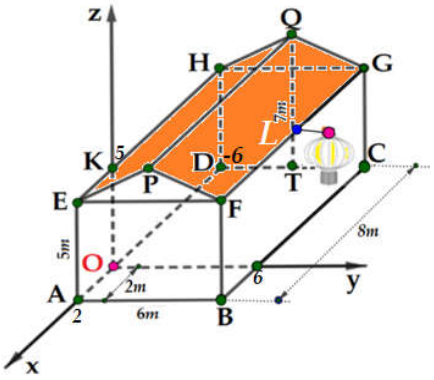
c) Bác An muốn lắp một chiếc đèn lồng tại vị trí trung điểm của FG và đầu nguồn điện đặt tại vị trí O. Bác ấy thiết kế đường dây điện nối từ O đến K sau đó nối đến chiếc đèn lồng. Độ dài đoạn dây điện nối tối thiểu bằng $5+2\sqrt{10}$ *(m)*.

d) Mái nhà Bác An được lợp bằng ngói đất nung Đất Việt, giá tiền mỗi viên ngói là 11 000 đồng và để lợp được 1 $\left(\text{m}^2\right)$ diện tích mái nhà cần 22 viên ngói. Số tiền cần bỏ ra để mua ngói lợp mái nhà là 13 960 000 đồng (*không kể hao phí do việc cắt và ghép các viên ngói, làm tròn kết quả đến hàng nghìn*).

Lời giải

a) ĐÚNG. Toạ độ điểm A là $\left(2;0;0\right)$.

b) SAI. Ta có: $C\left(-6;6;0\right)\Rightarrow \overrightarrow{AC}=\left(-8;6;0\right)\neq\left(6;6;0\right)$



c) ĐÚNG.

Gọi L là trung điểm của FG. Ta có: $z_K=OK=AE=5$. Suy ra $K\left(0;0;5\right)\Rightarrow OK=5$.

B, C lần lượt là hình chiếu của F, G lên $\left(Oxy\right)$.

Suy ra $F\left(2;6;5\right)$, $G\left(-6;6;5\right)$.

Mà L là trung điểm của FG nên $L\left(-2;6;5\right)$

$\Rightarrow KL=\sqrt{\left(-2\right)^2+6^2+\left(5-5\right)^2}=2\sqrt{10}$.

Vậy độ dài đoạn cáp tối thiểu từ O đến K sau đó nối thẳng đến chiếc đèn lồng là $OK+KL=5+2\sqrt{10}$ (m).

d) SAI. Ta có: $\overrightarrow{OQ}=\left(-6;3;7\right)$; $FG=BC=8$ (m);

$GQ=\sqrt{\left(-6+6\right)^2+\left(3-6\right)^2+\left(7-5\right)^2}=\sqrt{13}$ (m).

Suy ra $S_{FGQP} = FG \cdot GQ = 8\sqrt{13}$ $\left(\text{m}^2\right)$. Diện tích ngói lợp mái nhà là $2S_{FGQP} = 16\sqrt{13}$ $\left(\text{m}^2\right)$

Số tiền cần bỏ ra để mua ngói lợp mái nhà là: $16\sqrt{13} \times 22 \times 11\,000 \approx 13\,961\,000 \neq 13\,960\,000$ (đồng).

Câu 16.12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{3} = \dfrac{z+1}{2}$ và mặt phẳng $\left(P\right): 2x + 2y - z + 1 = 0$. Đường thẳng Δ cắt đường thẳng d tại B, cắt mặt phẳng $\left(P\right)$ tại C thỏa mãn D là trung điểm của đoạn BC với $D\left(\dfrac{1}{2};1;0\right)$.

a) Điểm $A\left(3;5;1\right)$ thuộc đường thẳng d.

b) Khoảng cách từ điểm $M\left(1;1;3\right)$ đến mặt phẳng $\left(P\right)$ bằng $\dfrac{4}{3}$.

c) Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $\left(P\right)$ là $I\left(-1;-1;-3\right)$.

d) Đường thẳng Δ có một véctơ chỉ phương $\vec{u} = \left(1;2;-2\right)$.

Lời giải

a) Đúng. Thay tọa độ điểm A vào phương trình đường thẳng d ta được: $\dfrac{3-1}{2} = \dfrac{5-2}{3} = \dfrac{1+1}{2}$.

Do đó điểm $A\left(3;5;1\right)$ thuộc đường thẳng d.

b) Sai. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $\left(P\right)$ là

$$\text{d}\left(M,\left(P\right)\right) = \frac{\left|2.1 + 2.1 - 3 + 1\right|}{\sqrt{2^2 + 2^2 + \left(-1\right)^2}} = \frac{2}{3}.$$

c) Đúng. Phương trình tham số của đường thẳng d là $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + 2t. \end{cases}$

Tọa độ giao điểm của đường thẳng d và mặt phẳng $\left(P\right)$ là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + 2t \\ 2x + 2y - z + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + 2t \\ 2\left(1 + 2t\right) + 2\left(2 + 3t\right) - \left(-1 + 2t\right) + 1 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -1 + 2t \\ t = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = -3. \end{cases}$$

Do đó $d \cap \left(P\right) = I\left(-1;-1;-3\right)$.

d) Đúng. Giả sử $\Delta \cap d = B\left(1 + 2t;2 + 3t;-1 + 2t\right)$.

Do $D\left(\dfrac{1}{2};1;0\right)$ là trung điểm của đoạn BC nên $\begin{cases} x_C = 2x_D - x_B = -2t \\ y_C = 2y_D - y_B = -3t \\ z_C = 2z_D - z_B = 1 - 2t. \end{cases}$

Mặt khác $\Delta \cap \left(P\right) = C\left(-2t;-3t;1-2t\right)$ nên $C \in \left(P\right)$ suy ra

$$2.\left(-2t\right) + 2.\left(-3t\right) - \left(1 - 2t\right) + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 0.$$

Từ đó suy ra $C\left(0;0;1\right)$ và $B\left(1;2;-1\right)$.

Đường thẳng Δ có một véctơ chỉ phương là $\vec{u}=\overrightarrow{CB}=\left(1;2;-2\right)$.

Câu 16.13. Một máy bay đang di chuyển về phía sân bay. Tại thời điểm hiện tại, vị trí của máy bay là $B(150;150;5000)$ (trong đó 5000m là độ cao của máy bay so với mặt đất). Máy bay đang di chuyển thẳng tới sân bay với vận tốc 700km/h. Sân bay có tọa độ $C(0;0;0)$ và máy bay đang tiến dần đến vị trí hạ cánh tại sân bay.

a)Phương trình tham số của đường thẳng mà máy bay di chuyển theo là

$$\begin{cases}x=150-150t\\y=150-150t\\z=5000-5000t\end{cases}$$

b)Khoảng cách từ vị trí hiện tại của máy bay $B(150;150;5000)$ đến sân bay $C(0;0;0)$ là $\sqrt{15250000}\approx 3905,6km$

c)Với vận tốc của máy bay là 700km/h, thời gian để máy bay hạ cánh là khoảng 5,5 giờ.

d)Nếu hệ thống kiểm soát không lưu yêu cầu liên lạc với máy bay khi nó còn cách sân bay 40km thì khi máy bay ở vị trí (6;6;200) nó còn cách sân bay là 40km.

Lời giải

a)Đúng. Véc tơ chỉ phương của đường thẳng BC là: $\overrightarrow{BC}=(-150;-150;-5000)$ do đó phương trình tham số là $\begin{cases}x=150-150t\\y=150-150t\\z=5000-5000t\end{cases}$

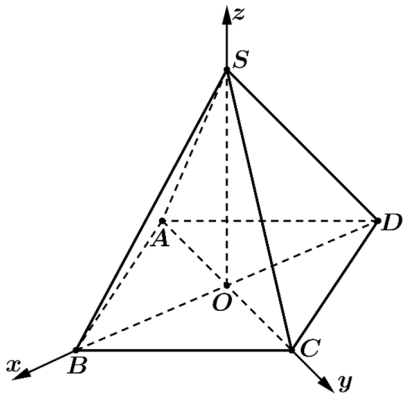
b)Sai. $d_{BC}=\sqrt{(150-0)^2+(150-0)^2+(5000-0)^2}=\sqrt{25045000}\approx 5004,5$

c)Sai. Thời gian hạ cánh là $t=\dfrac{5004,5}{700}\approx 7,15$ giờ

d)Sai. Tọa độ máy bay tại thời điểm còn cách sân bay 40km phải thỏa mãn điều kiện khoảng cách là 40km. Tính khoảng cách từ (6;6;200) đến (0;0;0):

$d=\sqrt{(6-0)^2+(6-0)^2+(200-0)^2}=\sqrt{40072}\approx 200,18km$

Câu 16.14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ với đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $2\sqrt{2}$ và cạnh bên $SA=4$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$ (Minh họa như hình vẽ dưới đây)



a) Tọa độ của điểm $A\left(0;2;0\right)$.

b) Trọng tâm của tam giác SAB là $G\left(\dfrac{2}{3};-\dfrac{2}{3};\dfrac{2\sqrt{3}}{3}\right)$.

c) Nếu điểm $E\left(a;0;b\right)$ là một điểm thuộc mặt phẳng $\left(Oxz\right)$ sao cho ba điểm C,E,G thẳng hàng thì tích $a.b=\sqrt{3}$.

d) Nếu điểm $M\left(0;m;n\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ sao cho $MG+MB$ đạt giá trị nhỏ nhất thì giá trị của biểu thức $T=m^2+n^2=1$.

Lời giải

a) Sai: Tọa độ của điểm $A\left(0;-2;0\right)$

b) Đúng: Ta có $A\left(0;-2;0\right)$; $B\left(0;2;0\right)$; $C\left(0;0;2\sqrt{3}\right)$ nên tọa độ trong tâm $G\left(\frac{2}{3};-\frac{2}{3};\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$

c) Sai: C là điểm đối xứng với A qua gốc tọa độ O nên $C\left(0;2;0\right)$

Khi đó: $\overrightarrow{CE}=\left(a;-2;b\right)$ và $\overrightarrow{CG}=\left(\frac{2}{3};-\frac{8}{3};\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\text{//}\left(1;-4;\sqrt{3}\right)$ và điều kiện cùng phương là:

$\frac{a}{1}=\frac{-2}{-4}=\frac{b}{\sqrt{3}}\Rightarrow a=\frac{1}{2};b=\frac{\sqrt{3}}{2}$ nên $a.b=\frac{\sqrt{3}}{4}$

d) Đúng: Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ thì $B'\left(-2;0;0\right)$

Đường thẳng GB' có một vectơ chỉ phương là $\overrightarrow{GB'}=\left(-\frac{8}{3};\frac{2}{3};-\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)\text{//}\left(4;-1;\sqrt{3}\right)$

Phương trình đường thẳng GB' là: $\begin{cases}x=\frac{2}{3}+4t\\y=-\frac{2}{3}-t\\z=\frac{2\sqrt{3}}{3}+\sqrt{3}t\end{cases}$

Giao điểm của M với mặt phẳng $\left(Oyz\right)$ tức là $x=0\Leftrightarrow\frac{2}{3}+4t=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{6}$ thay vào đường thẳng GB' ta được: $m=y=-\frac{1}{2}$ và $n=z=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Do vậy $T=m^2+n^2=\left(-\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2=1$.

Câu 16.15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm không thẳng hàng $A\left(0;0;-1\right)$, $B\left(-1;1;0\right)$, $C\left(1;0;1\right)$.Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) Đường thẳng AB nhận $\vec{u}=(1;2;1)$ làm véctơ chỉ phương.

b) Đường thẳng AC có phương trình: $\begin{cases}x=t\\y=0\\z=-1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) Mặt phẳng (P) có phương trình $2x+3y+z-2025=0$ song song với mặt phẳng (ABC).

d) Điểm $N\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$ là điểm thỏa mãn $3NA^2+2NB^2-NC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

a) Sai: Vì véc tơ chỉ phương của đường thẳng AB là $\vec{u}=\overrightarrow{AB}(-1;1;1)$

b) Đúng: Véc tơ chỉ phương của đường thẳng AC là $\overrightarrow{AC}(1;0;2)$

Đường thẳng AC có phương trình: $\begin{cases} x = t \\ y = 0 \\ z = -1 + 2t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R})$.

c) Sai: Véc tơ pháp tuyến của (ABC) là $\vec{n} = \left[\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right] = (2;3;-1)$

Phương trình mặt phẳng (ABC) là: $2x + 3y - z + 1 = 0$. (P) không song song với (ABC)

d) Đúng

Giả sử $M(x;y;z) \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{AN} = (x;y;z+1) \\ \overrightarrow{BN} = (x+1;y-1;z) \\ \overrightarrow{CN} = (x-1;y;z-1) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AN^2 = x^2 + y^2 + (z+1)^2 \\ BN^2 = (x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2 \\ CN^2 = (x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2 \end{cases}$

$\Rightarrow 3NA^2 + 2NB^2 - NC^2 = 3\left[x^2 + y^2 + (z+1)^2\right] + 2\left[(x+1)^2 + (y-1)^2 + z^2\right]$

$-\left[(x-1)^2 + y^2 + (z-1)^2\right]$

$= 4x^2 + 4y^2 + 4z^2 + 6x - 4y + 8z + 6 = \left(2x + \frac{3}{2}\right)^2 + (2y-1)^2 + (2z+2)^2 - \frac{5}{4} \geq -\frac{5}{4}$.

Dấu " = " xảy ra $\Leftrightarrow x = -\frac{3}{4}$, $y = \frac{1}{2}$, $z = -1$, khi đó $N\left(-\frac{3}{4};\frac{1}{2};-1\right)$.

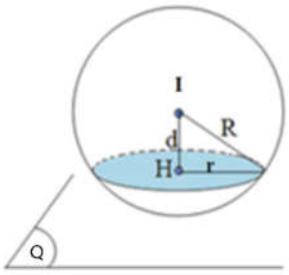
Câu 16.16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) chứa trục Ox và cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2.

a) Mặt cầu (S) có tâm $I(-3;2;-1)$ và bán kính $R = 3$.

b) Gốc tọa độ $O(0;0;0)$ nằm trong mặt cầu (S).

c) Khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là 1.

d) Mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y - z = 0$.



Lời giải

a) Sai. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 2z + 5 = 0$ có

$a = 3;\ b = -2;\ c = 1$ nên có tâm $I(3;-2;1)$ và bán kính

$R = \sqrt{a^2 + b^2 + c^2 - d} = \sqrt{3^2 + (-2)^2 + 1^2 - 5} = 3.$

b) Sai. Vì $OI = \sqrt{(3-0)^2 + (-2-0)^2 + (1-0)^2} = \sqrt{14} > 3$ nên $O(0;0;0)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Sai. (Q) cắt (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 2 nên $r = 2$.

Ta có $R^2 = r^2 + d^2 \Rightarrow d = \sqrt{R^2 - r^2} = \sqrt{3^2 - 2^2} = \sqrt{5}$.

Vậy khoảng cách từ tâm mặt cầu đến mặt phẳng (Q) là $\sqrt{5}$.

d) Đúng. Gọi $\vec{n} = (a;b;c)$ $\left(\vec{n} \neq \vec{0}\right)$ là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q).

Vì phẳng (Q) chứa trục Ox nên (Q) có một vectơ chỉ phương là $\vec{i} = (1;0;0)$.

Ta có $\vec{n} \perp \vec{i} \Leftrightarrow a.1+b.0+c.0=0 \Leftrightarrow a=0.$

Mặt phẳng (Q) đi qua O và nhận vectơ $\vec{n}=\left(0;b;c\right)$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình: $by+cz=0$

Vì

$$d(I,(Q))=\sqrt{5} \Leftrightarrow \frac{\left|b.(-2)+c.1\right|}{\sqrt{0^2+b^2+c^2}}=\sqrt{5} \Leftrightarrow \left|-2b+c\right|=\sqrt{5}.\sqrt{b^2+c^2} \Leftrightarrow 4b^2-4bc+c^2=5\left(b^2+c^2\right)$$

$$\Leftrightarrow \left(b+2c\right)^2=0 \Leftrightarrow b+2c=0.$$

Chọn $c=-1 \Rightarrow b=2$. Vậy mặt phẳng (Q) có phương trình là: $2y-z=0.$

Câu 16.17. Trong lĩnh vực xạ trị ung thư, chùm tia xạ được địnhh hướng để tập trung vào khối u mô phỏng là một hình cầu $\left(U\right):\left(x-2\right)^2+\left(y-1\right)^2+\left(z-3\right)^2=1$. Để giảm thiểu tổn thương cho mô lành xung quanh, người ta thiết kế một hệ thống chắn xạ. Một phần của hệ thống chắn xạ được mô hình hóa bởi mặt phẳng $\left(Q\right):x+y+z-7=0$. Người ta cần xác định vùng khối u nằm phía sau mặt phẳng chắn xạ so với nguồn xạ. Giả sử nguồn xạ đặt rất xa và các tia xạ song song theo phương vectơ $\vec{v}=\left(1;1;1\right)$.

a) Tâm I của khối u có tọa độ $I\left(2;1;3\right)$

b) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chắn xạ $\left(Q\right)$ là $n=\left(1;1;1\right)$

c) Tâm J của đường tròn giao tuyến của mặt phẳng $\left(Q\right)$ và khối u $\left(U\right)$ có tọa độ thỏa mãn hệ thức $y_J=x_J-1$

d) Thể tích phần khối u nằm phía sau mặt phẳng $\left(Q\right)$ theo hướng vectơ $\vec{v}$ là $\frac{\pi}{3}\left(2-\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$ cm^3

Lời giải

a) Đúng: Tâm của khối u là $I\left(2;1;3\right)$

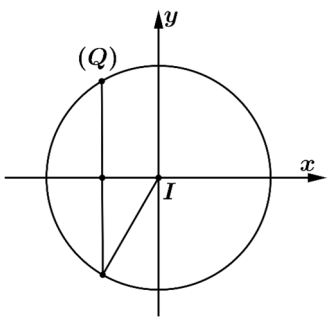
b) Đúng: Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng chắn xạ $\left(Q\right)$ là $n=\left(1;1;1\right)$

c) Đúng: Phương trình đường thẳng d là: $\begin{cases}x=2+t\\y=1+t\\z=3+t\end{cases}$ và thuộc $\left(Q\right):x+y+z-7=0$

Suy ra $2+t+1+t+3+t-7=0 \Leftrightarrow 3t-1=0 \Leftrightarrow t=\frac{1}{3}$ suy ra $J\left(\frac{7}{3};\frac{4}{3};\frac{10}{3}\right)$ nên $y_J=x_J-1$

d) Sai: Khoảng cách từ tâm I đến mặt phẳng $\left(Q\right)$ là

$$d\left(I;\left(Q\right)\right)=\frac{\left|2+1+3-7\right|}{\sqrt{1^2+1^2+1^2}}=\frac{\sqrt{3}}{3}$$



Ta có $R=\sqrt{1^2-x^2}$ và diện tích mặt cắt là $S=\pi\left(1-x^2\right)$

Thể tích phần khối u nằm phía sau mặt phẳng $\left(Q\right)$ là:

$$V=\int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1}\pi\left(1-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\int\limits_{\frac{\sqrt{3}}{3}}^{1}\left(1-x^2\right)\mathrm{d}x\right)=\pi\left(x\left|\begin{matrix}1\\ \frac{\sqrt{3}}{3}\end{matrix}-\frac{x^3}{3}\right|\begin{matrix}1\\ \frac{\sqrt{3}}{3}\end{matrix}\right)=\frac{\pi}{3}\left(2-\frac{8\sqrt{3}}{9}\right)\mathrm{cm}^3$$

Hoặc có thể sử dụng công thức tính thể tích chỏm cầu có chiều cao h và bán kính mặt cầu R là: $V_{CC}=\dfrac{1}{3}\pi h^2\left(3R-h\right)$

Thay $h=1-\dfrac{\sqrt{3}}{3}$ và $R=1$ ta được $V=\dfrac{\pi}{3}\left(2-\dfrac{8\sqrt{3}}{9}\right)\mathrm{cm}^3$

Câu 16.18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một tàu ngầm đang di chuyển dưới biển sâu với hướng di chuyển theo đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-50}{3}=\dfrac{y+20}{-4}=\dfrac{z-10}{1}$. Hải quân phát hiện một khu vực nguy hiểm được rải mìn, khu vực này có dạng hình cầu $\left(S\right)$ với tâm $C\left(200;-300;60\right)$ và bán kính $R=80$ (Đơn vị đo là mét)

a) Vectơ chỉ phương của đường di chuyển Δ vuông góc với $\overrightarrow{OC}$, với O là gốc tọa độ

b) Đường di chuyển Δ nằm trong mặt phẳng $\left(P\right):4x+3y=140$.

c) Tàu ngầm sẽ đi vào khu vực nguy hiểm $\left(S\right)$

d) Gọi M là điểm gần khu vực mìn nhất trên đường đi của tàu ngầm. Biết rằng tốc độ tàu ngầm không đổi là $5\,(\mathrm{m/s})$. Thời gian ngắn nhất để tàu ngầm di chuyển từ vị trí hiện tại $A\left(50;-20;10\right)$ đến điểm M là $63,5$ giây (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

a) Sai: Ta có $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(3;-4;1\right)$ và $\overrightarrow{OC}=\left(200;-300;60\right)$

Mặt khác $\vec{u}.\overrightarrow{OC}=3.200+\left(-4\right).\left(-300\right)+1.60=600+1200+60=1860\neq 0$

Vậy vectơ chỉ phương của đường di chuyển Δ không vuông góc với $\overrightarrow{OC}$.

b) Đúng: Điểm $A\left(50;-20;10\right)\in\Delta$ và thay tọa độ điểm A vào mặt phẳng $\left(P\right)$ ta được:

$$4.50+3.\left(-20\right)=200-60=140\ \text{(thỏa mãn)}$$

Vậy nên điểm A thuộc $\left(P\right)$

Vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$ là $\overrightarrow{n_{(P)}}=\left(4;3;0\right)$ và vectơ chỉ phương của Δ là $\overrightarrow{u_\Delta}=\left(3;-4;1\right)$

.

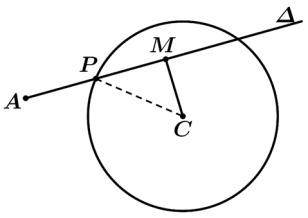
Tích vô hướng $\overrightarrow{u_\Delta}.\overrightarrow{n_P}=3.4+\left(-4\right).3+1.0=12-12+0=0$ nên hai vectơ vuông góc với nhau

Vậy đường di chuyển Δ nằm trong mặt phẳng $\left(P\right):4x+3y=140$.

c) Đúng: Ta có $A\left(50;-20;10\right)\Rightarrow\overrightarrow{AC}=\left(150;-280;50\right)$ nên $\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{AC}\right]=\left(80;0;-240\right)$

Khoảng cách từ điểm $\left(C\right)$ đến đường thẳng Δ là:

$$d\left(C;\Delta\right)=\frac{\left[\left[\overrightarrow{u_\Delta};\overrightarrow{AC}\right]\right]}{\left|\overrightarrow{u_\Delta}\right|}=\frac{80\sqrt{65}}{13}\approx 49,6<R=80$$



Vậy tàu ngầm sẽ đi vào khu vực nguy hiểm $\left(S\right)$

d) Sai: Điểm $M\in\Delta$ suy ra $M\left(50+3t;-20-4t;10+t\right)$ và $\overrightarrow{CM}=\left(3t-150;-4t+280;t-50\right)$, mà $\overrightarrow{CM}\perp\overrightarrow{u_\Delta}\Rightarrow$

$$\left(3t-150\right).3+\left(-4t+280\right).\left(-4\right)+\left(t-50\right).1=0\Leftrightarrow 26t-1620=0\Leftrightarrow t=\frac{810}{13}$$

Vậy $M\left(\frac{3080}{13};-\frac{3500}{13};\frac{940}{13}\right)$ nên khoảng cách từ điểm A đến điểm M là:

$$AM=\sqrt{\left(\frac{3080}{13}-50\right)^2+\left(20-\frac{3500}{13}\right)^2+\left(\frac{940}{13}-10\right)^2}=\frac{810\sqrt{26}}{13}\left(\text{m}\right)$$

Mặt khác: $CM=\sqrt{\left(\frac{3080}{13}-200\right)^2+\left(300-\frac{3500}{13}\right)^2+\left(\frac{940}{13}-60\right)^2}=\frac{80\sqrt{65}}{13}\left(\text{m}\right)$

Suy ra $MP=\sqrt{R^2-CM^2}=\sqrt{80^2-\left(\frac{80\sqrt{65}}{13}\right)^2}=\frac{160\sqrt{26}}{13}$

Từ đó $AP=AM-MP=\frac{810\sqrt{26}}{13}-\frac{160\sqrt{26}}{13}=50\sqrt{26}$

Thời gian ngắn nhất để tàu ngầm di chuyển từ vị trí hiện tại $A\left(50;-20;10\right)$ đến điểm M là: $t_{\min}=\frac{AP}{v}=\frac{50\sqrt{26}}{5}\approx 51$ (giây)

Câu 16.19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB=BC=a, AD=2a$, hai mặt phẳng $\left(SAB\right),\left(SAD\right)$ vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa cạnh bên SC với mặt phẳng đáy bằng 60^0. Khi đó

a) SA vuông góc với mặt phẳng đáy.

b) Chiều cao khối chóp bằng $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

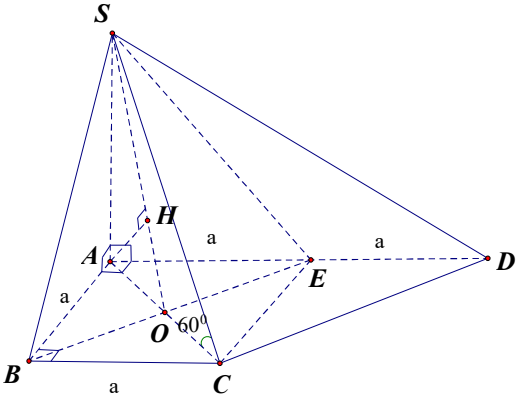
c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng $\frac{a\sqrt{78}}{13}$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có:

$$\left.\begin{array}{l}\left(SAD\right)\perp\left(ABCD\right)\\\left(SAB\right)\perp\left(ABCD\right)\\\left(SAB\right)\cap\left(SAD\right)=SA\end{array}\right\}\Rightarrow SA\perp\left(ABCD\right).$$



b) Sai. Ta có: $SA \perp (ABCD) \Rightarrow AC$ là hình chiếu vuông góc của SC lên $(ABCD)$.

Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA} = 60^0$.

$SA = AC.\tan 60^0 = a\sqrt{2}.\sqrt{3} = a\sqrt{6}$.

c) Đúng. Thể tích khối chóp $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}S_{ABCD}.SA = \frac{1}{3}.\frac{1}{2}(a+2a).a.a\sqrt{6} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

d) Đúng. Gọi E là trung điểm của AD, ta có $ABCE$ là hình vuông.

Ta có: $CD//BE \subset (SBE) \Rightarrow CD//(SBE)$

$d(CD,SB) = d(CD,(SBE)) = d(C,(SBE)) = d(A,(SBE))$

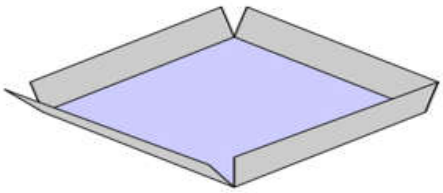
$\left.\begin{array}{l} AO \perp BE \\ SA \perp BE \end{array}\right\} \Rightarrow BE \perp (SAO) \Rightarrow (SBE) \perp (SAO); (SAO) \cap (SBE) = SO$

Trong mặt phẳng (SAO) kẻ $AH \perp SO \Rightarrow AH \perp (SBE)$

$d(A,(SBE)) = AH = \frac{SA.AO}{\sqrt{SA^2 + AO^2}} = \frac{a\sqrt{6}.\frac{a\sqrt{2}}{2}}{\sqrt{6a^2 + \frac{a^2}{2}}} = \frac{a\sqrt{78}}{13}$. Vậy $d(CD,SB) = \frac{a\sqrt{78}}{13}$.

Câu 16.20. Bạn An muốn dùng tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng $3\,dm$, chiều dài $5\,dm$ để làm một chiếc hộp không nắp, bằng cách cắt bỏ đi 4 hình vuông nhỏ có cạnh bằng $x\,dm$ ở bốn góc của tấm bìa như hình vẽ. Các mệnh đề sau đúng hay sai?





a) Điều kiện của x là $0 < x < \frac{3}{2}$.

b) Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $(3-2x)(5-2x)$

c) Thể tích của chiếc hộp là $4x^3 - 16x^2 + 15$

d) Với $x = \frac{8-\sqrt{19}}{6}$ thì chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

Lời giải

a) Đúng. Điều kiện của x là $0 < x < \frac{3}{2}$.

b) Đúng. Chiều rộng của mặt đáy là $3-2x$, chiều dài của mặt đáy là $5-2x$.

Diện tích mặt đáy của chiếc hộp là $(3-2x)(5-2x)$

c) Sai. Chiều cao của chiếc hộp là x.

Thể tích của chiếc hộp là $(3-2x)(5-2x)x = 4x^3 - 16x^2 + 15x$

d) Đúng. Xét hàm số $f(x) = 4x^3 - 16x^2 + 15x$ trên $\left(0;\frac{3}{2}\right)$

$f'(x)=12x^2-32x+15$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{8+\sqrt{19}}{6} \\ x=\dfrac{8-\sqrt{19}}{6} \end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên. Ta được $x=\dfrac{8-\sqrt{19}}{6}$ thì chiếc hộp có thể tích lớn nhất.

Câu 16.21. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật có cạnh $AB=2a, AD=a$, tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H,K lần lượt là trung điểm AB và CD.

a) $SH \perp (ABCD)$.

b) Góc giữa SC và $(ABCD)$ là góc $\widehat{SHC}$.

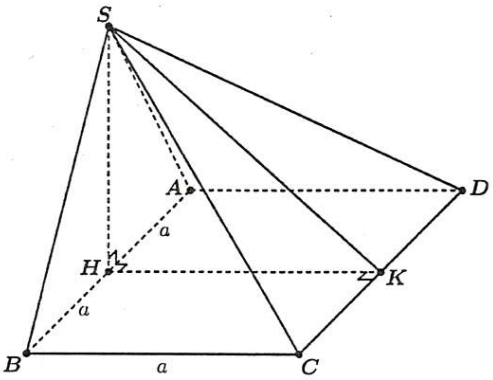
c) Góc phẳng nhị diện $[S,AB,C]$ bằng 90°.

d) Góc phẳng nhị diện $[S,CD,A]$ bằng 45°.

Lời giải

a) ĐÚNG

Vì $\begin{cases} (SAB)\perp(ABCD) \\ (SAB)\cap(ABCD)=AB \\ SH\perp AB, SH\subset(SAB) \end{cases} \Rightarrow SH\perp(ABCD)$



b) SAI

Hình chiếu của SC lên $(ABCD)$ là HC nên góc $\widehat{SCH}$ là góc giữa SC và $(ABCD)$.

c) ĐÚNG

Vì $(SAB)\perp(ABC)$ nên số đo của góc phẳng góc nhị diện $[S,AB,C]$ bằng 90°

c) SAI

Ta có: $CD\perp HK$. (3). Mặt khác $SH\perp(ABCD)$ nên $CD\perp SH$.

Suy ra $CD\perp(SHK)\Rightarrow CD\perp SK$. (4)

Từ (3) và (4) suy ra $\widehat{SKH}$ là góc phẳng nhị diện $[S,CD,A]$.

Tam giác SAB đều cạnh $2a$ nên đường cao $SH=\dfrac{2a\sqrt{3}}{2}=a\sqrt{3}$.

Mà $HK=BC=a$ (tính chất đường trung bình của hình chữ nhật).

Do đó $\tan\widehat{SKH}=\dfrac{SH}{HK}=\dfrac{a\sqrt{3}}{a}=\sqrt{3}\Rightarrow\widehat{SKH}=60^\circ$.

Câu 16.22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AB=a\sqrt{2}$, $AC=a\sqrt{3}$. Cạnh bên $SA=2a$ và vuông góc với mặt đáy $(ABCD)$.

a) Khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng: $a\sqrt{2}$.

b) Khoảng cách từ D đến mặt phẳng (SBC) bằng: $\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$

c) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng: $\dfrac{\sqrt{2}a^3}{3}$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD, AB bằng: $\dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

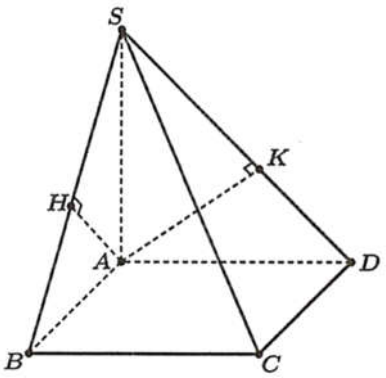
a) Đúng. Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD)$.(4)

Suy ra, khoảng cách từ B đến mặt phẳng (SAD) bằng: $AB = a\sqrt{2}$.

b) Sai. Ta có: $AD // BC \Rightarrow AD // (SBC) \Rightarrow d(D,(SBC)) = d(A,(SBC))$.

Trong mặt phẳng (SAB), kẻ $AH \perp SB$ tại H. (1)

Ta có: $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp (SAB) \Rightarrow AH \perp BC$. (2)



Từ (1) và (2) suy ra $AH \perp (SBC)$ hay $d(A,(SBC)) = AH$.

Tam giác SAB vuông tại A có đường cao AH nên:

$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AB^2} \Rightarrow AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}.$$

Vậy $d(D,(SBC)) = d(A,(SBC)) = AH = \frac{2a\sqrt{3}}{3}$.

c) Sai. $AD = \sqrt{AC^2 - CD^2} = \sqrt{3a^2 - 2a^2} = a$.

Diện tích đáy hình chóp là: $S_{ABCD} = a \cdot a\sqrt{2} = a^2\sqrt{2}$.

Thể tích khối chóp cần tìm là: $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot 2a \cdot a^2\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}a^3}{3}$ (đơn vị thể tích).

d) Đúng. Trong mặt phẳng (SAD), kẻ $AK \perp SD$ tại K. (3)

Ta có: $\begin{cases} AB \perp SA \\ AB \perp AD \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SAD) \Rightarrow AB \perp AK$.(4)

Từ (3) và (4) suy ra AK là đường vuông góc chung của hai đường thẳng chéo nhau AB, SD.

Tam giác SAD vuông tại A có đường cao AK nên

$$\frac{1}{AK^2} = \frac{1}{SA^2} + \frac{1}{AD^2} \Rightarrow AK = \frac{SA \cdot AD}{\sqrt{SA^2 + AD^2}} = \frac{2a \cdot a}{\sqrt{4a^2 + a^2}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Vậy $d(AB,SD) = AK = \frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

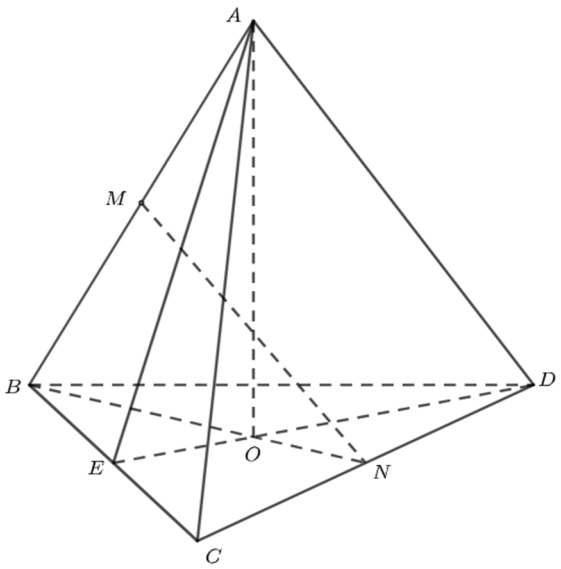
Câu 16.23. Cho tứ diện đều $ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a. Gọi O là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác BCD và M, N lần lượt là trung điểm của đoạn thẳng AB, CD.

a) Đường cao của tứ diện $ABCD$ là AO.

b) Thể tích của tứ diện $A.BCD$ bằng $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

c) Số đo của góc phẳng nhị diện $[A, BC, D]$ bằng $70^0 31'$.

d) Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD là $MN=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.



Lời giải

a) Đúng. Do $ABCD$ là tứ diện đều và O là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác BCD nên $AO\perp\left(BCD\right)$. Vậy AO là chiều cao hạ từ đỉnh A của tứ diện $ABCD$. Chọn ĐÚNG.

b) Sai. Tam giác BCD là tam giác đều cạnh a nên $BN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

$S_{BCD}=\dfrac{1}{2}BN.CD=\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

$BO=\dfrac{2}{3}BN=\dfrac{a\sqrt{3}}{3}$.

$AO=\sqrt{AB^2-BO^2}=\sqrt{a^2-\dfrac{a}{3}^2}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$

$V_{A.BCD}=\dfrac{1}{3}S_{BCD}.AO=\dfrac{1}{3}.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3}=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}$. Chọn SAI.

c) Đúng. Gọi E là trung điểm của BC. Khi đó $AE\perp BC;DE\perp BC$ suy ra góc phẳng nhị diện $\left[A,BC,D\right]$ là $\widehat{AED}$.

Ta có $ED=\dfrac{a\sqrt{3}}{2};EO=\dfrac{1}{3}ED=\dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Trong tam giác AEO vuông tại O ta có:

$\tan\widehat{AED}=\tan\widehat{AEO}=\dfrac{AO}{EO}=\dfrac{\dfrac{a\sqrt{6}}{3}}{\dfrac{a\sqrt{3}}{6}}=2\sqrt{2}\Rightarrow\widehat{AEO}=70^0 31'$. Chọn ĐÚNG.

d) Đúng. Vì $ABCD$ là tứ diện đều nên các tam giác ABC và ABD đều ta có:

$\left.\begin{array}{l}CM\perp AB\\DM\perp \dot{A}B\end{array}\right\}\Rightarrow AB\perp(CDM);MN\subset(CDM)\Rightarrow AB\perp MN$

Các tam giác ACD và BCD đều ta có:

$\left.\begin{array}{l}AN\perp CD\\BN\perp CD\end{array}\right\}\Rightarrow CD\perp(ABN);MN\subset(ABN)\Rightarrow CD\perp MN$

Vậy MN là đoạn vuông góc chung của AB,CD hay MN là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD.

$MN=\sqrt{BN^2-BM^2}=\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2-\left(\dfrac{a}{2}\right)^2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Chọn ĐÚNG.

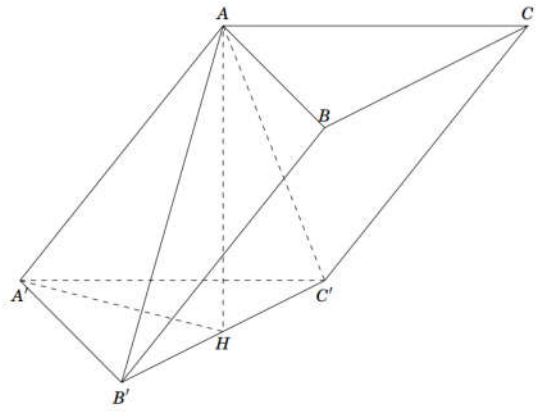
Câu 16.24. Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng a, tam giác $AB'C'$ cân tại A, mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ và $AA'=a\sqrt{3}$.

a) Mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật.

b) Hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ là trọng tâm của tam giác $A'B'C'$.

c) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $\dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$.

d) Khoảng cách giữa đường thẳng AA' và mặt phẳng BC' bằng $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.



Lời giải

a) Gọi H là trung điểm của $B'C'$
$\Rightarrow AH \perp B'C'$ (1)

Ta có ΔABC là tam giác đều
$\Rightarrow A'H \perp B'C'$ (2)

Từ (1) và (2) suy ra $B'C' \perp \left(AA'H\right) \Rightarrow B'C' \perp AA'$ hay $B'C' \perp B'B$

Mà mặt bên $BCC'B'$ là hình bình hành.

Vậy mặt bên $BCC'B'$ là hình chữ nhật. Vậy mệnh đề a) đúng.

b) Có H là trung điểm của $B'C' \Rightarrow AH \perp B'C'$

Ta có $\left.\begin{array}{l}\left(AB'C'\right) \perp \left(A'B'C'\right)\\ \left(AB'C'\right) \cap \left(A'B'C'\right) = B'C'\\ AH \subset (AB'C'); AH \perp B'C'\end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp \left(A'B'C'\right)$

Vậy hình chiếu vuông góc của A trên mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ là trung điểm của cạnh $B'C'$. Vậy mệnh đề b) sai.

c) Tam giác $A'B'C'$ đều cạnh a diện tích bằng $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Có $AH \perp A'B'C'$; $A'H \subset A'B'C'$ nên $AH \perp A'H$; tam giác $A'AH$ vuông tại H.

$$AH = \sqrt{AA'^2 - A'H^2} = \sqrt{(a\sqrt{3})^2 - \left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \frac{3a}{2}$$

Khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có diện tích đáy $S = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$; đường cao $h = AH = \dfrac{3a}{2}$.

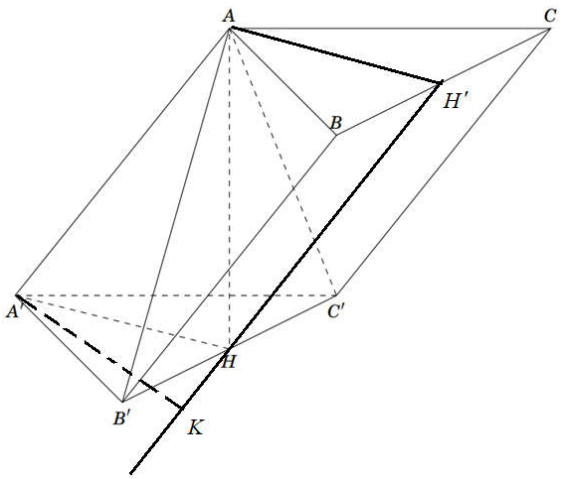
Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng $V = Sh = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}.\dfrac{3a}{2} = \dfrac{3a^3\sqrt{3}}{8}$. Vậy mệnh đề c) đúng.

d) $AA'//\left(BB'C'\right) \Rightarrow d\left(AA', BC'\right) = d\left(AA', \left(BB'C'\right)\right) = d\left(A', \left(BB'C'\right)\right)$

Trong mặt phẳng $\left(AA'HH'\right)$, kẻ $A'K \perp HH'$ $\left(K \in HH'\right)$.

Ta có $B'C' \perp \left(AA'HH'\right)$ suy ra $B'C' \perp A'K$.

Suy ra $A'K \perp \left(BB'C'C\right) \Rightarrow d\left(A',\left(BB'C'C\right)\right) = A'K$.



$S_{AA'HH'} = A'H.AH = A'K.HH' \Rightarrow A'K = \dfrac{A'H.AH}{HH'} = \dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{3a}{2}}{a\sqrt{3}} = \dfrac{3a}{4}$.

Vậy mệnh đề d) sai.

Câu 16.25. Trong không gian $Oxyz$ cho 3 điểm $A\left(1;2;3\right), B\left(-3;4;-1\right), C\left(2;0;-2\right)$.

a) Góc $\widehat{ABC}$ là góc lớn hơn $60°$.

b) Gọi $D\left(a;b;c\right)$ là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$. Khi đó $a+b+2c = 22$.

c) Gọi E là điểm thuộc mặt phẳng Oxy để A,B,E thẳng hàng. Khi đó tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm E bằng $\dfrac{3}{2}$.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, I là trung điểm của AB. Khi đó $\overrightarrow{IG} = \left(-1;1;1\right)$.

Lời giải

a) Ta có: $\overrightarrow{BA} = \left(4;-2;4\right); \overrightarrow{BC} = \left(5;-4;-1\right)$.

$$\Rightarrow \cos\widehat{ABC} = \cos\left(\overrightarrow{BA},\overrightarrow{BC}\right) = \frac{\overrightarrow{BA}.\overrightarrow{BC}}{\left|\overrightarrow{BA}\right|.\left|\overrightarrow{BC}\right|} = \frac{4.5+\left(-2\right).\left(-4\right)+4.\left(-1\right)}{\sqrt{4^2+\left(-2\right)^2+4^2}.\sqrt{5^2+\left(-4\right)^2+\left(-1\right)^2}}$$

$= \dfrac{24}{6.\sqrt{42}} = \dfrac{4}{\sqrt{42}} \approx 0,617 > \dfrac{1}{2} = \cos 60°$ suy ra $\widehat{ABC}$ là góc nhỏ hơn $60°$.

Vậy a) sai.

b) Gọi $D\left(a;b;c\right)$ là điểm thỏa mãn: $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{AC}$.

Ta có: $\begin{cases} a-1 = 2\left(-3-1\right) - 3\left(2-1\right) \\ b-2 = 2\left(4-2\right) - 3\left(0-2\right) \\ c-3 = 2\left(-1-3\right) - 3\left(-2-3\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -10 \\ b = 12 \\ c = 10 \end{cases}$. Khi đó $a+b+2c = 22$.

Vậy b) đúng.

c) Gọi E là điểm thuộc mặt phẳng Oxy, ta có: $E\left(a;b;0\right)$.

Ta có: $\overrightarrow{AB} = \left(-4;2;-4\right); \overrightarrow{AE} = \left(a-1;b-2;-3\right)$.

Ba điểm A,B,E thẳng hàng khi và chỉ khi $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{AE}$ cùng phương.

Khi đó: $\frac{a-1}{-4}=\frac{b-2}{2}=\frac{-3}{-4}\Rightarrow\begin{cases}a=-2\\b=\frac{7}{2}\end{cases}$. Suy ra $E\left(-2;\frac{7}{2};0\right)$. Khi đó tổng hoành độ, tung độ, cao độ của điểm E bằng $\frac{3}{2}$.

Vậy c) đúng.

d) Gọi G là trọng tâm tam giác ABC, ta có: $G\left(0;2;0\right)$. I là trung điểm của AB, ta có: $I\left(-1;3;1\right)$. Khi đó $\overrightarrow{IG}=\left(1;-1;-1\right)$.

Vậy d) sai.

Câu 16.26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M\left(3;-2;-1\right)$, $N\left(4;3;1\right)$.

a) Hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $\left(0;-2;0\right)$.

b) Gọi E là điểm đối xứng của điểm M qua N. Tọa độ của điểm E là $\left(5;8;3\right)$.

c) Cho $P\left(1;m;n\right)$. Tam giác MNP vuông tại N khi và chỉ khi $2m+5n=20$.

d) Điểm $I\left(a;b;c\right)$ nằm trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ thỏa mãn $T=\left|2\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó $3a-2b+c=20$.

Lời giải

a) Đúng. Vì hình chiếu của điểm M trên trục Oy có tọa độ là $\left(0;-2;0\right)$.

b) Đúng. Gọi $E\left(a;b;c\right)$ là điểm đối xứng của điểm M qua N.

Khi đó N là trung điểm của ME.

Ta có $\begin{cases}\frac{a+3}{2}=4\\\frac{b-2}{2}=3\\\frac{c-1}{2}=1\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=8\\c=3\end{cases}$. Suy ra tọa độ của điểm E là $\left(5;8;3\right)$.

c) Sai. Cho $P\left(1;m;n\right)$. Ta có $\overrightarrow{NP}=\left(-3;m-3;n-1\right)$; $\overrightarrow{MN}=\left(1;5;2\right)$.

Do ΔMNP vuông tại N nên

$\overrightarrow{MN}.\overrightarrow{NP}=0\Rightarrow-3+5\left(m-3\right)+2\left(n-1\right)=0\Rightarrow5m+2n=20$.

d) Đúng. Điểm $I\left(a;b;c\right)$ nằm trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ nên $c=0$.

Ta có $\overrightarrow{IM}=\left(3-a;-2-b;-1\right)\Rightarrow2\overrightarrow{IM}=\left(6-2a;-4-2b;-2\right)$; $\overrightarrow{IN}=\left(4-a;3-b;1\right)$.

Suy ra $2\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}=\left(2-a;-7-b;-3\right)$.

Khi đó $T=\left|2\overrightarrow{IM}-\overrightarrow{IN}\right|=\sqrt{\left(2-a\right)^2+\left(7+b\right)^2+9}\geq3$.

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}a=2\\b=-7\end{cases}$. Khi đó $3a-2b+c=3.2-2.\left(-7\right)=20$.

Câu 16.27. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $OAFPE.CBGQH$ với $OAFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P.Biết $OA=4$ m; $AB=6$ m; $HC=5$ m; độ dốc của mái nhà, tức là số đo góc nhị diện $\left[Q,FG,H\right]$ bằng 45°. Người ta mô hình hóa nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O và các trục toạ độ

tương ứng như hình vẽ dưới đây (đơn vị trên mỗi trục là 1 m). Khi đó:

a) Toạ độ của $\overrightarrow{PQ}$ là $\left(0;6;0\right)$.

b) Tọa độ của điểm G là $\left(6;4;5\right)$.

c) Chiều cao kho hàng tức là khoảng cách từ nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) và sàn nhà bằng 7 m.

d) Người ta muốn lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của GQ và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O. Người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến E rồi từ E đến H, sau đó nối thẳng đến camera. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $11+\sqrt{10}$ m.

Lời giải

a) Ta có $OA=4$ m; $AB=6$ m; $HC=5$ m.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ, suy ra: $O\left(0;0;0\right)$, $A\left(4;0;0\right)$, $C\left(0;6;0\right)$, $E\left(0;0;5\right)$

Ta có $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{OC}=\left(0;6;0\right)$ Suy ra a) đúng.

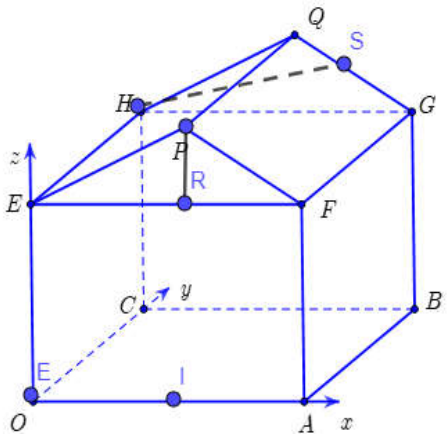
b) Ta có $H\left(0;6;5\right)$; $\overrightarrow{HG}=\overrightarrow{OA}\Rightarrow G\left(4;6;5\right)$ Suy ra b) sai.

c) Do số đo góc nhị diện $\left[Q,FG,H\right]$ bằng 45° và EFP là tam giác cân tại P nên $PFE=PEF=45^{\circ}$. Hay tam giác EFP vuông cân tại P. Gọi R là trung điểm của EF

$\Rightarrow PR=\dfrac{1}{2}EF=2$

Vậy Chiều cao kho hàng tức là khoảng cách từ nóc nhà (điểm cao nhất của mái nhà) và sàn nhà bằng $PR+EO=2+5=7\left(m\right)$

Suy ra c) đúng.



d). Gọi I là trung điểm của $OA\Rightarrow I\left(2;0;0\right)$

Do $PI=7\Rightarrow P\left(2;0;7\right)$

Vì $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{EH}\Rightarrow Q\left(2;6;7\right)$

Gọi S là vị trí đặt camera, S là trung điểm của QG nên $S\left(3;6;6\right)$

Vậy $OE+EH+HS=5+6+\sqrt{10}$. Từ đố độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng $11+\sqrt{10}$ m.

Suy ra d) đúng.

Câu 16.28. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25 km về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20;15;0)$.

a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.

b) Radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.

c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.

d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí Cách O 15 km về phía nam.

Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}\,\text{km}$.

Lời giải

a) Sai: Tàu thám hiểm ở vị trí $A(25;-15;-10)$

Khoảng cách từ tàu thám hiểm đến radar là $OA=\sqrt{25^2+15^2+10^2}=5\sqrt{38}\approx 30,8\,\text{km}$

b) Đúng: Radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km, mà khoảng cách từ tàu thám hiểm đến radar là $30,8>30$ nên radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.

c) Đúng: Khoảng cách từ tàu đánh cá đến radar là

$OB=\sqrt{20^2+15^2}=25\,\text{km}<30\,\text{km}$.

Vậy radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.

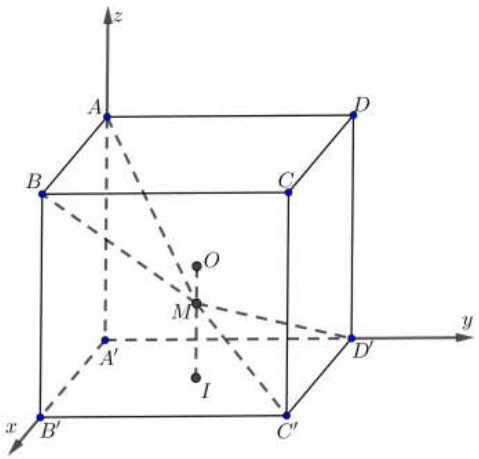
d) Đúng: Giả sử chiếc tàu của cảnh sát biển ở vị trí $C(15;y;0)$.

Khoảng cách từ tàu của cảnh sát biển đến radar là $OC=\sqrt{15^2+y^2}$

Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển thì: $OC<30\Leftrightarrow 15^2+y^2<30^2\Leftrightarrow -15\sqrt{3}<y<15\sqrt{3}$

Vậy để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}\,\text{km}$

Câu 16.29. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng 1, có tâm O. Gọi I là tâm của hình vuông $A'B'C'D'$ và M là điểm thuộc đoạn OI sao cho $MO=\dfrac{1}{2}MI$. Gắn hệ trục tọa độ $A'xyz$ như hình vẽ.



a) Toạ độ điểm $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{4}\right)$.

b) Toạ độ các điểm $A'\left(0;0;0\right)$, $B'\left(1;0;0\right)$, $D'\left(0;1;0\right)$ và $A\left(0;0;1\right)$.

c) Trong không gian giả sử điểm P,Q sao cho $\overrightarrow{A'P}=\overrightarrow{A'B'}+2\overrightarrow{A'D'}-2\overrightarrow{A'A}$;

$\overrightarrow{A'Q}=\dfrac{8}{3}\overrightarrow{A'B'}+\dfrac{4}{3}\overrightarrow{A'D'}+\dfrac{8}{3}\overrightarrow{A'A}$ và $J\left(a;b;c\right)$ là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$, khi đó $a-b+c=0$.

d) Trong không gian có đúng 2 điểm N sao cho N không trùng với các điểm A, B', D' và $\widehat{ANB'}=\widehat{B'ND'}=\widehat{D'NA}=90^\circ$.

Lời giải

a) Sai. Ta có: $A'\left(0;0;0\right),B'\left(1;0;0\right),D'\left(0;1;0\right)$. Suy ra: $I\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};0\right)$.

Mặt khác ta có $O\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có $\overrightarrow{OM}=\dfrac{1}{3}\overrightarrow{OI}\Leftrightarrow\overrightarrow{OM}=\left(0;0;-\dfrac{1}{6}\right)$. Vậy $M\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{3}\right)$.

b) Đúng. Toạ độ các điểm $A'\left(0;0;0\right),B'\left(1;0;0\right),D'\left(0;1;0\right)$ và $A\left(0;0;1\right)$.

c) Đúng. Ta có $\overrightarrow{A'P}=\overrightarrow{A'B'}+2\overrightarrow{A'D'}-2\overrightarrow{A'A}\Rightarrow P\left(1;2;-2\right)$.

$\overrightarrow{A'Q}=\frac{8}{3}\overrightarrow{A'B'}+\frac{4}{3}\overrightarrow{A'D'}+\frac{8}{3}\overrightarrow{A'A}\Rightarrow Q\left(\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Suy ra: $A'P=3, A'Q=4, PQ=5$.

J là tâm đường tròn nội tiếp tam giác $A'PQ$. Suy ra $PQ.\overrightarrow{JA'}+A'P.\overrightarrow{JQ}+A'Q.\overrightarrow{JP}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 5\overrightarrow{JA'}+3\overrightarrow{JQ}+4\overrightarrow{JP}=\vec{0}\Rightarrow J\left(1;1;0\right)$. Vậy $a-b+c=1-1+0=0$.

d) Đúng. Giả sử: $N\left(a;b;c\right)$.

Ta có

$$\widehat{ANB'}=\widehat{B'ND'}=\widehat{D'NA}=90^\circ\Rightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AN}.\overrightarrow{B'N}=0\\ \overrightarrow{D'N}.\overrightarrow{B'N}=0\\ \overrightarrow{AN}.\overrightarrow{D'N}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a\left(a-1\right)+b^2+c\left(c-1\right)=0\\ a\left(a-1\right)+b\left(b-1\right)+c^2=0\\ a^2+b\left(b-1\right)+c\left(c-1\right)=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}a=b=c=0\\ a=b=c=\frac{2}{3}\end{cases}.$$ Vậy có hai điểm N thoả mãn điều kiện.

Câu 16.30. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(2;-2;2\right)$, $B\left(-1;1;-1\right)$, $C\left(-3;1;3\right)$ và mặt cầu $\left(S\right):\left(x-5\right)^2+\left(y+1\right)^2+\left(z-7\right)^2=56$.

a) Đường thẳng đi qua hai điểm A và C có phương trình tham số là $\begin{cases}x=2-5t\\ y=-2+3t\\ z=2+t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$

b) Biết $N\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc mặt cầu $\left(S\right)$ sao cho thể tích tứ diện $NABC$ đạt giá trị lớn nhất. Khi đó $a.b.c=405$.

c) Cho điểm M di động trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$, biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng $\sqrt{13}$.

d) Mặt phẳng $\left(ABC\right)$ không đi qua gốc tọa độ.

Lời giải

a) Đường thẳng đi qua hai điểm A và C có một véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{AC}=\left(-5;3;1\right)$, đi qua $A\left(2;-2;2\right)$ nên có phương trình là $\begin{cases}x=2-5t\\ y=-2+3t\\ z=2+t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Do đó, mệnh đề a) đúng.

b) $\left(S\right)$ có tâm $K\left(5;-1;7\right)$ và bán kính $R=2\sqrt{14}$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của K lên mp $\left(ABC\right)\Rightarrow H\left(3;-4;6\right)$.

Ta có

$$V_{NABC}=\frac{1}{3}d\left(N,(ABC)\right).\mathrm{S}_{ABC}\le\frac{1}{3}\left[d\left(K,(ABC)\right)+R\right].\mathrm{S}_{ABC}=\frac{1}{3}\left[IH+2\sqrt{14}\right].\mathrm{S}_{ABC}=42$$

Dấu "=" xảy ra khi N là giao điểm của tia đối tia KH với mặt cầu $\left(S\right)\Rightarrow\overrightarrow{KN}=-2\overrightarrow{KH}$

$\Rightarrow N\left(9;5;9\right)$

Vậy $a=9, b=5, c=9\Rightarrow a.b.c=405$. Do đó, mệnh đề b) đúng.

c) Gọi I là điểm thỏa mãn

$$\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{IC}=\vec{0}\Rightarrow\begin{cases}x_I=\dfrac{x_A-2x_B+3x_C}{1-2+3}=-\dfrac{5}{2}\\ y_I=\dfrac{y_A-2y_B+3y_C}{1-2+3}=-\dfrac{1}{2}\\ z_I=\dfrac{z_A-2z_B+3z_C}{1-2+3}=\dfrac{13}{2}\end{cases}\Rightarrow I\left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{2};\frac{13}{2}\right)$$

Ta có $T=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|=\left|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}-2\overrightarrow{MI}-2\overrightarrow{IB}+3\overrightarrow{MI}+3\overrightarrow{IC}\right|=\left|2\overrightarrow{MI}\right|=2MI$.

Biểu thức $T=\left|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+3\overrightarrow{MC}\right|$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất $\Leftrightarrow M$ là hình chiếu của điểm I trên mặt phẳng $(Oxy)\Rightarrow M\left(-\frac{5}{2};-\frac{1}{2};0\right)\Rightarrow IM=\frac{13}{2}$.

Vậy $T_{\min}=2.\frac{13}{2}=13$. Do đó, mệnh đề c) Sai.

d) $\overrightarrow{AB}(-3;3;-3),\overrightarrow{AC}(-5;3;1)\Rightarrow\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=(12;18;6)$.

Mặt phẳng (ABC) có một véc tơ pháp tuyến là $\vec{n}=\frac{1}{6}\overrightarrow{AB}\Rightarrow\vec{n}(2;3;1)$ và đi qua $A(2;-2;2)$ nên có phương trình $2(x-2)+3(y+2)+(z-2)=0\Leftrightarrow 2x+3y+z=0$.

Vậy mặt phẳng (ABC) đi qua gốc tọa độ, do đó d) sai.

Câu 16.31. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 6, góc giữa $A'B$ và $(ACC'A')$ bằng 30°. Gọi M là trung điểm của đoạn thẳng AC.

a) Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ là $2\sqrt{2}$.

b) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $18\sqrt{6}$.

c) $AA'=6\sqrt{2}$.

d) $(A'BM)\perp(ACC'A')$.

Lời giải

$$\begin{cases}BM\perp AC\\ BM\perp AA'\end{cases}\Rightarrow BM\perp(ACC'A')$$

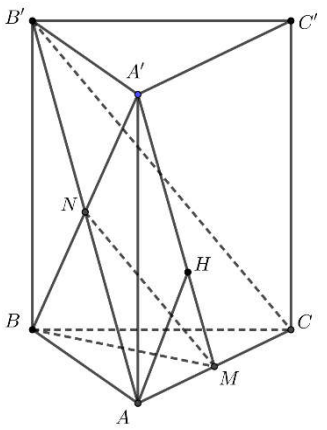
Mà $BM\subset(A'BM)\Rightarrow(A'BM)\perp(ACC'A')$. Do đó d) đúng

a) Gọi N là giao điểm của $A'B$ và $AB'\Rightarrow N$ là trung điểm của $AB'\Rightarrow B'C//\text{MN}$

$\Rightarrow B'C//(A'BM)$.

Do đó $d(B'C,A'B)=d(B'C,(A'BM))=d(B',(A'BM))=d(A,(A'BM))$.

$(A'BM)\perp(ACC'A')=A'M$.



Kẻ $AH \perp A'M$ tại $H \Rightarrow AH \perp (A'BM)$

$\Rightarrow d(A,(A'BM)) = AH = \dfrac{AA'.AM}{A'M} = \dfrac{6\sqrt{2}.3}{\sqrt{(6\sqrt{2})^2+3^2}} = 2\sqrt{2}$.

b) Thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ là $V = 6\sqrt{2}.\dfrac{6^2\sqrt{3}}{4} = 54\sqrt{6}$. Do đó b) sai.

c) Góc giữa $A'B$ và $(ACC'A')$ là góc $\widehat{BA'M} = 30^\circ$.

Suy ra $A'B = 2BM = 6\sqrt{3}$.

$AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = \sqrt{(6\sqrt{3})^2 - 6^2} = 6\sqrt{2}$. Do đó c) đúng.

d) đúng

Câu 16.32. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;-2;1)$, $B(1;0;2)$ và mặt phẳng $(P): x-2y+2z-2=0$. Gọi (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

a) Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-2;2)$.

b) $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{n_{(P)}}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (Q).

c) Phương trình mặt phẳng (Q) là $6x-y-4z-4=0$.

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (Q) bằng $\dfrac{\sqrt{53}}{53}$.

Lời giải

a) $(P): x-2y+2z-2=0$ có vectơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-2;2)$.

Suy ra kết luận a) Đúng

b) (Q) là mặt phẳng đi qua hai điểm A, B và vuông góc với mặt phẳng (P).

Nên $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{n_{(P)}}$ là cặp vectơ chỉ phương của mặt phẳng (Q).

Suy ra kết luận b) Đúng

c) Ta có $\overrightarrow{AB} = (1;2;1)$; $\overrightarrow{n_{(P)}} = (1;-2;2)$.

Vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (Q) là $\overrightarrow{n_{(Q)}} = \left[\overrightarrow{AB}, \vec{n}_{(P)}\right] = (6;-1;-4)$.

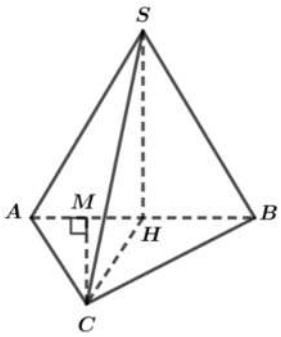
Phương trình mặt phẳng (Q) là $6(x-0)-(y+2)-4(z-1)=0 \Leftrightarrow 6x-y-4z+2=0$

Suy ra kết luận c) Sai

d) Khoảng cách từ gốc tọa độ O đến mặt phẳng (Q): $d(O,(Q)) = \dfrac{|6.0-0-4.0+2|}{\sqrt{36+1+16}} = \dfrac{2\sqrt{53}}{53}$. Suy ra kết luận d) Sai

Câu 16.33. Cho hình chóp $S.ABC$ có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt đáy và tam giác SAB đều cạnh $2a$. Biết tam giác ABC vuông tại C và cạnh $AC = a\sqrt{3}$. Gọi H là trung

điểm của AB. Các mệnh đề sau đúng hay sai?



a) Mặt phẳng (SHC) và (ABC) vuông góc với nhau.

b) Thể tích của khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{a^3}{6}$.

c) $d\left(C,(SAB)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

d) $SH\perp(ABC)$.

Lời giải

a) Đúng. Ta có ΔSAB đều, H là trung điểm $AB \Rightarrow SH\perp AB$.

$$\begin{cases}(SAB)\cap(ABC)=AB\\ SH\perp AB\\ (SAB)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow SH\perp(ABC) \text{ mà } SH\subset(SHC)\Rightarrow(SHC)\perp(ABC).$$

b) Sai. ΔSAB đều cạnh bằng $2a\Rightarrow SH=\sqrt{3}$.

ΔABC vuông tại $C \Rightarrow CB=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{(2a)^2-\left(a\sqrt{3}\right)^2}=a$ (Pytago).

$$V_{S.ABC}=\frac{1}{3}.S_{ABC}.SH=\frac{1}{3}\cdot\frac{AC.CB}{2}\cdot SH=\frac{1}{3}\cdot\frac{a\sqrt{3}.a}{2}\cdot\sqrt{3}a=\frac{1}{2}a^3.$$

c) Sai. Kẻ $CM\perp AB$. Xét ΔABC vuông tại C có:

$$CM.AB=AC.CB\Rightarrow CM=\frac{AC.CB}{AB}=\frac{\sqrt{3}}{2}a$$

Ta có $\begin{cases}(SAB)\cap(ABC)=AB\\ CM\perp AB\\ (SAB)\perp(ABC)\end{cases}\Rightarrow CM\perp(SAB)\Rightarrow d\left(C,(SAB)\right)=CM=\frac{\sqrt{3}}{2}a$

d) Đúng. Theo chứng minh ý a).

Câu 16.34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông và SA vuông góc với đáy, $SA=2a$, $AB=a$.

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\frac{2a^3}{3}$.

b) Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\frac{2a}{\sqrt{5}}$.

c) $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

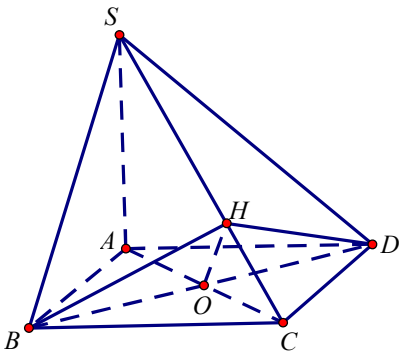
d) Số đo góc nhị diện $[B,SC,D]$ bằng $103,5^\circ$ (làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

a) Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là $V=\frac{1}{3}SA.S_{ABCD}=\frac{1}{3}2a.a^2=\frac{2a^3}{3}$. Vậy a) đúng

b) Ta có $AB \perp SA; AB \perp BC$ nên AB là đoạn vuông góc chung của SA VÀ BC.

Vậy $d\left(SA,BC\right) = AB = a$. Do đó b) sai.



c) Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$, khi đó $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}=2\overrightarrow{SO}$. Vậy c) đúng.

d) Ta có $BD \perp SA,\ BD \perp AC \Rightarrow BD \perp \left(SAC\right)$

$\Rightarrow BD \perp SC$.

Kẻ $OH \perp SC$ tại H. Khi đó $SC \perp \left(BHD\right)$, do đó góc nhị diện $\left[B,SC,D\right]$ là $\widehat{BHD}$.

Ta có $SC \perp \left(BHD\right)$ nên $SC \perp BH,\ SC \perp DH$.

Hai tam giác vuông SBC và SCD bằng nhau $(c-c-c)$, do đó hai đường cao tương ứng kẻ từ B và D cũng bằng nhau, hay

$$HB = HD = \frac{BS.BC}{\sqrt{BS^2+BC^2}} = \frac{a\sqrt{5}.a}{\sqrt{5a^2+a^2}} = \frac{a\sqrt{30}}{6}.$$

Xét tam giác BHD, $\cos\widehat{BHD} = \dfrac{HB^2+HD^2-BD^2}{2HB.HD} = \dfrac{\dfrac{5a^2}{6}+\dfrac{5a^2}{6}-2a^2}{2.\dfrac{a\sqrt{30}}{6}.\dfrac{a\sqrt{30}}{6}} = -\dfrac{1}{5}$

$\Rightarrow \widehat{BHD} \approx 101,5^\circ$. Vậy d) sai.

Câu 16.35. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác ABC vuông cân tại A, cạnh $AB=1$, cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABC\right)$ và $SA=\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Những phương án nào dưới đây đúng?

1. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng $\dfrac{\sqrt{2}}{3}$.

2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và SB bằng $\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

3. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BC bằng $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

4. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng $\dfrac{\sqrt{6}}{4}$.

5. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng $\left(SBC\right)$ bằng $\dfrac{\sqrt{10}}{4}$.

Lời giải

1. Gọi N là trung điểm AC, do $MN \,//\, AC$ và $AC \perp AB$ nên $MN \perp AB$.

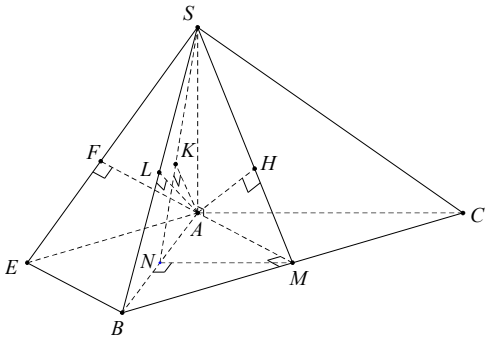
Từ A kẻ $AK \perp SN$ tại K. Ta chứng minh được $d\left(A,\left(SMN\right)\right) = AK$.

Do

$MN \,//\, AC \Rightarrow AC \,//\, \left(SMN\right) \Rightarrow d\left(AC,SM\right) = d\left(AC,\left(SMN\right)\right) = d\left(A,\left(SMN\right)\right) = AK$.

Ta có $AN = \dfrac{1}{2}AB = \dfrac{1}{2}$. Xét tam giác SAN vuông tại A, ta có

$\dfrac{1}{AK^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AN^2}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}+\dfrac{1}{1^2}\Rightarrow AK=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$.



Vậy $d\left(AC,SM\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ nên đây là phương án sai.

2. Dựng hình bình hành $AMBE$. Do tam giác ABC vuông cân tại A nên $AM\perp BC$ và $AM=BC$. Do đó $AMBE$ là hình vuông, suy ra $AE\perp EB$.

Từ A kẻ $AF\perp SE$ tại F, suy ra $d\left(A,\left(SBE\right)\right)=AF$.

Ta có

$AM\ /\!/\ BE\Rightarrow AM\ /\!/\ \left(SBE\right)\Rightarrow d\left(AM,SB\right)=d\left(AM,\left(SBE\right)\right)=d\left(A,\left(SBE\right)\right)=AF$.

Ta có $AE=BM=\dfrac{1}{2}BC=\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. Xét tam giác SAE vuông tại E:

$\dfrac{1}{AF^2}=\dfrac{1}{AE^2}+\dfrac{1}{SA^2}=\dfrac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}\Rightarrow AF=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

Suy ra $d\left(AM,SB\right)=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$ nên đây là phương án đúng.

3. Ta có $\begin{cases}AM\perp BC,AM\cap BC=M\\AM\perp SA,AM\cap SA=A\end{cases}$ nên AM là đoạn vuông góc chung của SA và BC, suy ra $d\left(SA,BC\right)=AM=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ nên đây là phương án sai.

4. Từ A kẻ $AL\perp SB$ tại L. Ta có $\begin{cases}AL\perp SB,AL\cap SB=L\\AL\perp AC,AL\cap AC=A\end{cases}$ nên AL là đoạn vuông góc chung của SB và AC. Xét tam giác SAB vuông tại A:

$\dfrac{1}{AL^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AB^2}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}+\dfrac{1}{1^2}\Rightarrow AL=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, suy ra $d\left(AC,SB\right)=\dfrac{\sqrt{6}}{3}$, phương án sai.

5. Từ A kẻ $AH\perp SM$ tại H, suy ra $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH$.

Xét tam giác SAM vuông tại A:

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AM^2}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{2}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2}\Rightarrow AH=\dfrac{\sqrt{10}}{5}$.

Câu 16.36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;6;-7)$, $B(3;2;1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình

$x+y-z-6=0$

a) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $\dfrac{8\sqrt{3}}{3}$.

b) Mặt phẳng (Q) đi qua điểm A và song song với mặt phẳng (P) có phương trình là $x+y-z+14=0$.

c) Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn AB là $x-2y+4z+18=0$.

d) M là một điểm trên mặt phẳng (P), tổng $MA+MB$ ngắn nhất khi $M\left(\frac{13}{5};\frac{14}{5};\frac{3}{5}\right)$.

Lời giải

a) Theo công thức tính khoảng cách, ta có:

$$d(A,(P))=\frac{\left|1.1+1.6+(-1).(-7)-6\right|}{\sqrt{1^2+1^2+(-1)^2}}=\frac{8}{\sqrt{3}}=\frac{8\sqrt{3}}{3}$$

b) Mặt phẳng (Q) song song với mặt phẳng (P) nên mặt phẳng (Q) có phương trình dạng $x+y-z+d=0$ $(d\neq 0)$

Vì mặt phẳng (Q) đi qua $A(1;6;-7)$ nên ta có phương trình

$1+6+7+d=0\Leftrightarrow d=-14$

Vậy phương trình mặt phẳng (Q) là $x+y-z-14=0$

c) Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua trung điểm $I(2;4;-3)$ của đoạn AB và nhận $\overrightarrow{AB}(2;-4;8)$ làm vecto pháp tuyến có phương trình

$2(x-2)-4(y-4)+8(z+3)=0\Leftrightarrow x-2y+4z+18=0$

d) Thay toạ độ điểm A,B vào phương trình mặt phẳng (P) ta có $P(A).P(B)<0$ do đó điểm A,B nằm về hai phía với mặt phẳng (P) do đó $MA+MB$ ngắn nhất khi M là giao điểm của đường thẳng AB và mặt phẳng (P). Đường thẳng AB đi qua $A\left(1;6;-7\right)$ và nhận $\overrightarrow{AB}(2;-4;8)$ làm vecto chỉ phương có phương trình: $\begin{cases}x=1+2t\\y=6-4t\\z=-7+8t\end{cases}$

Toạ độ điểm M thoả mãn hệ phương trình $\begin{cases}x=1+2t\\y=6-4t\\z=-7+8t\\x+y-z-6=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{13}{5}\\y=\frac{14}{5}\\z=-\frac{3}{5}\\t=\frac{4}{5}\end{cases}$

Vậy toạ độ $M\left(\frac{13}{5};\frac{14}{5};-\frac{3}{5}\right)$.

Câu 16.37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta:\frac{x}{-1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z-2}{3}$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y-z+2025=0$. Các khẳng định sau đúng hay **sai**?

a) Số đo góc giữa hai đường thẳng Δ và $\left(P\right)$ bằng 90°.

b) Biết hình chiếu của O lên $\left(P\right)$ là $H\left(3;-1;2\right)$. α là số đo góc giữa $\left(P\right)$ và đường thẳng Δ, $\cos\alpha=\frac{1}{14}$

c) Đường thẳng d là giao tuyến của $\left(P\right)$ và $\left(Oxy\right)$, khi đó vectơ chỉ phương của d là $\vec{a}=\left(-2,1,0\right)$.

d) Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) tạo với $(Q): x+my-3=0$ một góc 30°. Khi đó tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\dfrac{-16}{5}$.

Lời giải

a) $(P): x+2y-z+2025=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{v}=(1;2;-1)$.

$\sin(\Delta,(P))=\left|\cos(\vec{u},\vec{v})\right|=0$, suy ra số đo góc giữa hai đường thẳng Δ và mặt phẳng $(P): x+2y-z+2025=0$ bằng 0°. Chọn SAI.

b) Hình chiếu của O lên mặt phẳng (P) là $H(3;-1;2)$ nên vectơ pháp tuyến của (P) là $\overrightarrow{OH}=(3;-1;2)$; $\sin\alpha=\left|\cos(\vec{u},\overrightarrow{OH})\right|=\dfrac{|-3-2+6|}{14}=\dfrac{1}{14}$. Chọn SAI.

c) (Oxy) có vectơ pháp tuyến là $\vec{k}=(0;0;1)$

$(P): x+2y-z+2025=0$ có vectơ pháp tuyến là $\vec{v}=(1;2;-1)$

Suy ra vectơ chỉ phương của d là $[\vec{k},\vec{v}]=(-2,1,0)=\vec{a}$. Chọn ĐÚNG

d) Đường thẳng d_1 vuông góc với (P) nên có vectơ chỉ phương là $\vec{v}=(1;2;-1)$

$(Q): x+my-3=0$

có vectơ pháp tuyến là $\vec{n}_Q=(1;m;0)$

$$\sin(d_2,(Q))=\left|\cos(\vec{n}_Q,\vec{v})\right|=\frac{|2+2m|}{\sqrt{6}.\sqrt{m^2+1}}=\frac{1}{2}\Leftrightarrow 2|2+2m|=\sqrt{6}.\sqrt{m^2+1}$$

$$\Leftrightarrow 2(4+8m+4m^2)=3(m^2+1)\Leftrightarrow 5m^2+16m+5=0\Leftrightarrow m=\frac{-8\pm\sqrt{39}}{5}.$$

Tổng tất cả các giá trị của tham số m bằng $\dfrac{-16}{5}$. Chọn ĐÚNG.

Câu 16.38. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;-2;3)$ và các mặt phẳng $(P): x-4y+z+5=0; (Q): 5x-4y+3z+1=0$. Gọi (R) là mặt phẳng chứa Ox và vuông góc với mặt phẳng (P). Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

a) $(P)//(Q)$.

b) Mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với hai mặt phẳng (P) và (Q) có phương trình là $4x-y-8z+18=0$.

c) Góc tạo bởi mặt phẳng (R) và (Q) xấp xỉ 74°.

d) Có hai điểm thuộc tia Ox sao cho điểm đó cách đều mặt phẳng (P) và trục Oy

Lời giải

a) Sai vì $\dfrac{1}{5}\neq\dfrac{-4}{-4}$

b) Đúng. Mặt phẳng (P) và (Q) có các véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_1}=(1;-4;1)$, $\overrightarrow{n_2}=(5;-4;3)$ nên mặt phẳng (α) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_3}=[\overrightarrow{n_1},\overrightarrow{n_2}]=(-8;2;16)$.

Vậy mặt phẳng (α) có phương trình là $4x-y-8z+18=0$.

c) Đúng. Mặt phẳng (R) có véc tơ pháp tuyến là $\overrightarrow{n_4} = [\overrightarrow{n_1}, \vec{i}] = (0;1;4)$. Do đó góc β giữa mặt phẳng $\left(R\right)$ và $\left(Q\right)$ xác định bởi $\cos\beta = \dfrac{|\overrightarrow{n_4}.\overrightarrow{n_2}|}{|\overrightarrow{n_4}|.|\overrightarrow{n_2}|} \Rightarrow \beta \approx 74^0$

d) Sai. Gọi $M(a;0;0)$ là điểm thuộc tia Ox sao cho điểm đó cách đều mặt phẳng $\left(P\right)$ và trục Oy.

Ta có: $\dfrac{|a+5|}{\sqrt{18}} = |a| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = \dfrac{5}{\sqrt{18}-1} \\ a = \dfrac{-5}{\sqrt{18}+1} \end{array}\right.$

Do $M(a;0;0)$ là điểm thuộc tia Ox nên $a > 0$. Vậy $a = \dfrac{5}{\sqrt{18}-1}$ hay chỉ có một điểm thỏa mãn.

Câu 16.39. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I\left(1;3;7\right)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x+1)^2 + (y+3)^2 + (z+7)^2 = 9$.

b) Điểm $A(2;2;7)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(2;2;7)$ thì có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(5;6;7)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Lời giải

a) Sai. Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(1;3;7)$ bán kính 3 km mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-1)^2 + (y-3)^2 + (z-7)^2 = 9$.

b) Sai. Ta có: $IA = \sqrt{(2-1)^2 + (2-3)^2 + (7-7)^2} = \sqrt{2} < 3$ nên điểm A nằm trong mặt cầu.

c) Đúng.Vì điểm A nằm trong mặt cầu nên người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(2;2;7)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Đúng. Ta có: $IB = \sqrt{(5-1)^2 + (6-3)^2 + (7-7)^2} = 5' > 3$ nên điểm B nằm ngoài mặt cầu. Vậy người dùng điện thoại ở vị trí có tọa độ $(5;6;7)$ không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

Câu 16.40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$\Delta_1 : \dfrac{x-1}{2} = \dfrac{y-2}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$ và $\Delta_2 : \dfrac{x-4}{-1} = \dfrac{y-5}{-2} = \dfrac{z-6}{2}$.

a) Vectơ có tọa độ $\left(1;2;3\right)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_1.

b) Vectơ có tọa độ $\left(4;5;6\right)$ là một vectơ chỉ phương của Δ_2.

c) Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}_1 = \left(2;1;-2\right)$ và $\vec{u}_2 = \left(-1;-2;2\right)$ bằng $-\dfrac{8}{9}$.

d) Phương trình mặt phẳng chứa $\left(\Delta_1\right)$ và song song $\left(\Delta_2\right)$ có phương trình $2y + 3z - 13 = 0$

Lời giải

a) Sai. Một vectơ chỉ phương của Δ_1 là $\vec{u}_1=(2;1;-2)$.

b) Sai. Một vectơ chỉ phương của Δ_2 là $\vec{u}_2=(-1;-2;2)$.

c) Đúng. Côsin của góc giữa hai vectơ $\vec{u}_1=(2;1;-2)$, $\vec{u}_2=(-1;-2;2)$ là

$$\cos(\vec{u}_1,\vec{u}_2)=\frac{\vec{u}_1.\vec{u}_2}{|\vec{u}_1|.|\vec{u}_2|}=\frac{2.(-1)+1.(-2)+(-2).2}{\sqrt{2^2+1^2+(-2)^2}.\sqrt{(-1)^2+(-2)^2+2^2}}=\frac{-8}{3.3}=-\frac{8}{9}.$$

d) Sai. Ta có: $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_2},\overrightarrow{u_1}\right]=(2;2;3)$ và đi qua điểm $M(1;2;3)\in(\Delta_1)$

Nên phương trình có dạng:

$2(x-1)+2(y-2)+3(z-3)=0\Leftrightarrow 2x+2y+3z-15=0$

Câu 16.41. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(5;-5;2)$ và mặt phẳng $2x-3y+z+1=0$.

a) Vectơ $\vec{n}=(2;3;1)$ là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P).

b) Gọi d là đường thẳng đi qua điểm A và vuông góc với mặt phẳng (P). Phương trình tham số của đường thẳng d là $\begin{cases}x=2+5t\\y=-3-5t\\z=1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) Điểm $H(1;1;0)$ là hình chiếu vuông góc của điểm A trên mặt phẳng (P).

d) Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) bằng $2\sqrt{14}$.

Lời giải

a) S. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là $\vec{n}=(2;-3;1)$.

b) S. Vì $d\perp(P)$ nên d nhận $\vec{n}=(2;-3;1)$ làm vectơ chỉ phương. Phương trình tham số của d là

$\begin{cases}x=5+2t\\y=-5-3t\\z=2+t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$.

c) Đ. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên (P), Khi đó $H\in d$ nên $H(5+2t;-5-3t;2+t)$.

Mặt khác $H\in(P)$ nên

$2(5+2t)-3(-5-3t)+2+t+1=0\Leftrightarrow 14t+28=0\Leftrightarrow t=-2$.

Vậy $H(1;1;0)$.

d) Đ. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (P) là

$$\mathrm{d}(A,(P))=\frac{|2\cdot 5-3\cdot(-5)+2+1|}{\sqrt{2^2+(-3)^2+1^2}}=2\sqrt{14}.$$

Câu 16.42. Một tên lửa phóng từ mặt đất từ vị trí gốc toạ độ O theo hướng, vận tốc không đổi (đặt mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất). Tên lửa đi từ điểm $O(0;0;0)$ đến điểm $A(140;60;6)$ trong 8 phút.

a) Trong 8 phút tên lửa bay được quãng đường (làm tròn đến hàng đơn vị) xấp xỉ bằng 152 km.

b) Ở phút thứ 4 độ cao của tên lửa là 3 km.

c) Toạ độ của tên lửa sau 12 phút kể từ lúc phóng là $\left(210;90;12\right)$.

d) Sau 10 phút tiếp theo kể từ vị trí A tên lửa đạt độ cao là 13.5km.

Lời giải

a) Ta có $\overrightarrow{OA}=\left(140;60;6\right)\Rightarrow\left|\overrightarrow{OA}\right|=\sqrt{140^2+60^2+6^2}=2\sqrt{5809}\approx 152\ \left(\text{km}\right)$.

Vậy đáp án a đúng.

b) Tên lửa đi từ điểm $O\left(0;0;0\right)$ đến điểm $A\left(140;60;6\right)$ trong 8 phút, nên trong 4 phút thì tên lửa sẽ đi đến điểm $B\left(x;y;z\right)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OA}=2\overrightarrow{OB}\Rightarrow B\left(70;30;3\right)$.

Vậy ở phút thứ 4 , tên lửa có độ cao là 3 km .

c) Sau 12 phút kể từ lúc phóng, tên lửa đi từ điểm O đến điểm C thỏa mãn $\overrightarrow{OC}=\dfrac{3}{2}\overrightarrow{OA}$ khi đó $C\left(210;90;9\right)$. Vậy c là đáp án sai.

d) Sau 10 phút tiếp theo kể từ vị trí A tên lửa đi tới điểm D thỏa mãn $\overrightarrow{OD}=\dfrac{9}{4}\overrightarrow{OA}\Rightarrow D\left(315;135;13,5\right)$.

Vậy tên lửa có độ cao là 13,5 km . Suy ra đáp án d đúng.

Câu 16.43. Một nhà máy sản xuất ôtô thông minh đã thực hiện thử nghiệm cho xe chạy với vận tốc không đổi từ điểm A và theo hướng từ điểm A đến điểm B . Biết rằng, xe chạy được khi có sóng wifi và nếu không có sóng wifi thì xe bị dừng lại. Trạm phát sóng wifi đặt ở vị trí C trên đỉnh của một trụ cột và bán kính phát sóng của wifi bằng $10\sqrt{77}\left(m\right)$. Trong không gian nếu chọn hệ tọa độ $Oxyz$ thì $A\left(10;20;0\right)$, $B\left(20;30;0\right)$, $C\left(10;30;40\right)$ và đơn vị độ dài trên trục là mét.

a) Đường thẳng AB có phương trình $\begin{cases}x=10+t\\y=20+t\\z=0\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

b) Vị trí xe dừng lại là điểm $M\left(-40;-30;0\right)$.

c) Quảng đường xe đi được là $50\sqrt{2}\left(m\right)$.

d) Nếu thời gian đi từ A đến B mất 5 giây thì thời gian đi từ A đến khi xe dừng lại mất 30 giây.

Lời giải

Ta có $\overrightarrow{AB}=\left(10;10;0\right)\Rightarrow\vec{u}=\left(1;1;0\right)$ là VTCP của AB .

Vậy $AB:\begin{cases}x=10+t\\y=20+t\\z=0\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. Suy ra a) đúng.

Để xe chạy được thì xe phải nằm trong vùng phát sóng của wifi do đó xe nằm trong khối cầu tâm C và bán kính $R=10\sqrt{77}$. Gọi $\left(\varepsilon\right)$ là mặt cầu tâm tâm C và bán kính $R=10\sqrt{77}$.

Ta có $\left(\varepsilon\right)$: $\left(x-10\right)^2+\left(y-30\right)^2+\left(z-4\right)^2=7700$.

$AC = 10\sqrt{17} < R \Rightarrow A$ thuộc khối cầu giới hạn bởi mặt cầu (ε).

Gọi M là điểm mà xe dừng lại $\Rightarrow M = AB \cap (\varepsilon)$

$\Rightarrow t^2 + (t-10)^2 + 40^2 = 7700 \Leftrightarrow 2t^2 - 20t - 6000 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -50 \\ t = 60 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow M(-40;-30;0)$ hoặc $M(70;80;0)$. Do $\overrightarrow{AM}$ và $\overleftarrow{AB}$ cùng hướng nên $M(70;80;0)$ suy ra $b)$ sai.

Quảng đường xe đi được là $AM = 60\sqrt{2}\,(m)$ suy ra $c)$ sai.

Ta có $AB = 10\sqrt{2} \Rightarrow AM = 6AB$ suy ra thời gian thời gian đi từ A đến khi xe dừng lại là 30 giây $\Rightarrow d)$ đúng.

Câu 16.44. Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét), một trạm thu phát sóng điện thoại di động được đặt ở vị trí $I(2;1;5)$. Trạm thu phát sóng đó được thiết kế với bán kính phủ sóng là 3 km.

a) Phương trình mặt cầu (S) để mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

b) Điểm $M(3;2;4)$ nằm ngoài mặt cầu (S).

c) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(3;2;4)$ thì không thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Nếu người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(x;2;3)$ để có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó thì $0 \le x \le 4$.

Lời giải

a) Phương trình mặt cầu (S) tâm $I(2;1;5)$ bán kính $R = 3$ km mô tả ranh giới bên ngoài của vùng phủ sóng trong không gian là $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-5)^2 = 9$.

b) Ta có $IM = \sqrt{(3-2)^2 + (2-1)^2 + (4-5)^2} = \sqrt{3} < R = 3$ nên điểm M nằm trong mặt cầu (S).

c) Vì điểm $M(3;2;4)$ nằm trong mặt cầu (S)nên người dùng điện thoại ở vị trí toạ độ $(3;2;4)$có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó.

d) Xét $A(x;2;3)$, khi đó $IA = \sqrt{(x-2)^2 + (2-1)^2 + (3-5)^2}$.

Để người dùng điện thoại ở vị trí có toạ độ $(x;2;3)$ có thể sử dụng dịch vụ của trạm thu phát sóng đó thì $IA \le 3 \Leftrightarrow \sqrt{(x-2)^2 + (2-1)^2 + (3-5)^2} \le 3 \Leftrightarrow 0 \le x \le 4$.

Câu 16.45. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;-4;7), B(5;1;6), C(5;5;5)$.

a) Trung điểm K của đoạn thẳng AB có toạ độ là $K\left(3;-\frac{3}{2};\frac{13}{2}\right)$.

b) Độ dài trung tuyến là $\frac{\sqrt{194}}{2}$.

c) Điểm I thỏa mãn $-2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}+6\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, ta được: $I\left(-13;35;-2\right)$.

d) Với M là điểm trong không gian $Oxyz$, ta có giá trị nhỏ nhất của $P=-2\overrightarrow{MA}^2-3\overrightarrow{MB}^2+6\overrightarrow{MC}^2$ là -1266.

Lời giải

a) Ta có $K\left(\frac{1+5}{2};\frac{-4+1}{2};\frac{7+6}{2}\right)$ hay $K\left(3;-\frac{3}{2};\frac{13}{2}\right)$. Suy ra a) Đúng.

b) Ta có $CK=\sqrt{\left(3-5\right)^2+\left(-\frac{3}{2}-5\right)^2+\left(\frac{13}{2}-5\right)^2}=\frac{\sqrt{194}}{2}$. Suy ra b) Đúng.

c) Gọi điểm cần tìm là $I\left(x;y;z\right)$, ta có

$-2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}+6\overrightarrow{IC}=-2\left(1-x;-4-y;7-z\right)-3\left(5-x;1-y;6-z\right)+6\left(5-x;5-y;5-z\right)$

$=\left(-2+2x-15+3x+30-6x;8+2y-3+3y+30-6y;-14+2z-18+3z+30-6z\right)$

$=\left(13-x;35-y;-2-z\right)=\vec{0}$

$\Rightarrow\begin{cases}13-x=0\\35-y=0\\-2-z=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=13\\y=35\\z=-2\end{cases}$. Vậy $I\left(13;35;-2\right)$. Suy ra a) Sai.

d) Với M là điểm trong không gian $Oxyz$, ta có giá trị nhỏ nhất của $P=-2\overrightarrow{MA}^2-3\overrightarrow{MB}^2+6\overrightarrow{MC}^2$ là -1266.

Với điểm $I\left(13;35;-2\right)$thỏa mãn $-2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}+6\overrightarrow{IC}=\vec{0}$, ta có

$P=-2\overrightarrow{MA}^2-3\overrightarrow{MB}^2+6\overrightarrow{MC}^2=-2\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)^2-3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)^2+6\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)^2$

$=-2\left(\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IA}^2\right)-3\left(\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\overrightarrow{IB}+\overrightarrow{IB}^2\right)+6\left(\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\overrightarrow{IC}+\overrightarrow{IC}^2\right)$

$=\overrightarrow{MI}^2+2\overrightarrow{MI}\left(-2\overrightarrow{IA}-3\overrightarrow{IB}+6\overrightarrow{IC}\right)+\left(-2\overrightarrow{IA}^2-3\overrightarrow{IB}^2+6\overrightarrow{IC}^2\right)$

$=MI^2+\left(-2IA^2-3IB^2+6IC^2\right)$.

Do điểm $I;A;B;C$ không đổi nên $-2\overrightarrow{IA}^2-3\overrightarrow{IB}^2+6\overrightarrow{IC}^2$ không đổi từ đó $P=-2\overrightarrow{MA}^2-3\overrightarrow{MB}^2+6\overrightarrow{MC}^2$ nhỏ nhất khi MI nhỏ nhất khi $M\equiv I\left(13;35;-2\right)$.

$P_{\min}=-2IA^2-3IB^2+6IC^2$

$=-2\left(\left(-12\right)^2+\left(-39\right)^2+\left(-9\right)^2\right)-3\left(\left(-8\right)^2+\left(-34\right)^2+\left(8\right)^2\right)+6\left(\left(-8\right)^2+\left(-30\right)^2+\left(7\right)^2\right)$

$=-1266$. Suy ra d) Đúng.

Câu 16.46. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(2;4;1\right)$, $B\left(-2;2;-3\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+y+z-3=0$.

a) Phương trình mặt cầu đường kính AB là $\left(S\right):x^2+\left(y-3\right)^2+\left(z+1\right)^2=36$.

b) Mặt phẳng $\left(\alpha\right)$chứa A,B và vuông góc với mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình là $\left(\alpha\right):-x+z+1=0$.

c) Đường thẳng (Δ) đi qua O, cắt và vuông góc với AB có phương trình là

$$(\Delta):\begin{cases}x=2t\\y=26t\\z=11t\end{cases}$$

d) Cho điểm M di động trên mặt phẳng (P) và luôn cách đều A,B. $OM_{\min}=3\sqrt{2}$

Lời giải

a) Sai.

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(0;3;-1)$.

$\overrightarrow{IA}=(2;1;2) \Rightarrow IA=\sqrt{2^2+1^2+2^2}=3$.

Mặt cầu đường kính AB có tâm $I(0;3;-1)$;bán kính $R=IA=3$ có phương trình lầ

$(S):x^2+(y-3)^2+(z+1)^2=9$.

b) Đúng.

Mặt phẳng (α) chứa A,B có VTCP là $\overrightarrow{IA}=(2;1;2)=\overrightarrow{u_1}$ (vì $I\in AB$).

Mặt phẳng (α) vuông góc với $(P):x+y+z-3=0$ nên có VTCP $\overrightarrow{u_2}=\overrightarrow{n_P}=(1;1;1)$.

Do đó, (α) có VTPT $\vec{n}=\left[\overrightarrow{u_1};\overrightarrow{u_2}\right]=(-1;0;1) \Rightarrow (\alpha):-x+z+D=0$.

Lại có: $A(2;4;1)\in(\alpha):-x+z+D=0 \Leftrightarrow -2+1+D=0 \Leftrightarrow D=1$

Vậy: $(\alpha):-x+z+1=0$.

c) Sai.

Đường thẳng AB đi qua $A(2;4;1)$ có VTCP $\overrightarrow{u_1}=(2;1;2)$

$$\Rightarrow (AB):\begin{cases}x=2+2t\\y=4+t\\z=1+2t\end{cases}(t\in\mathbb{R}),$$

$\Delta\perp AB$ tại $H \Rightarrow H(2+2t;4+t;1+2t)$.

Ta có: $\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{u_1} \Leftrightarrow \overrightarrow{OH}.\overrightarrow{u_1}=0 \Leftrightarrow 2(2+2t)+4+t+2(1+2t)=0$

$\Leftrightarrow 9t=-10 \Leftrightarrow t=\dfrac{-10}{9}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{OH}=\left(\dfrac{-2}{9};\dfrac{26}{9};\dfrac{-11}{9}\right)=-\dfrac{1}{9}(2;-26;11)$.

Δ qua O có VTCP $\vec{u}=(2;-26;11) \Rightarrow (\Delta):\begin{cases}x=2t\\y=-26t\\z=11t\end{cases}$.

d) Sai.

Mặt phẳng trung trực (β) của AB đi qua $I(0;3;-1)$ và có VTPT $\overrightarrow{u_1}=(2;1;2)$

$\Rightarrow (\beta):2x+y-3+2(z+1)=0 \Leftrightarrow (\beta):2x+y+2z-1=0$.

Vì M cách đều A,B nên $M\in(\beta)$. Mặt khác, $M\in(P)$ nên $M\in d=(\alpha)\cap(P)$ và $OM_{\min}=d(O;(d))$.

Ta có: $(d):\begin{cases}x+y+z-3=0\\2x+y+2z-1=0\end{cases}$ có VTCP $\overrightarrow{u_d}=\left[\overrightarrow{u_1},\overrightarrow{n_P}\right]=(-1;0;1)$.

Cho $x=0\Rightarrow\begin{cases}y+z-3=0\\y+2z-1=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=5\\z=-2\end{cases}\Rightarrow C(0;5;-2)\in(d)$.

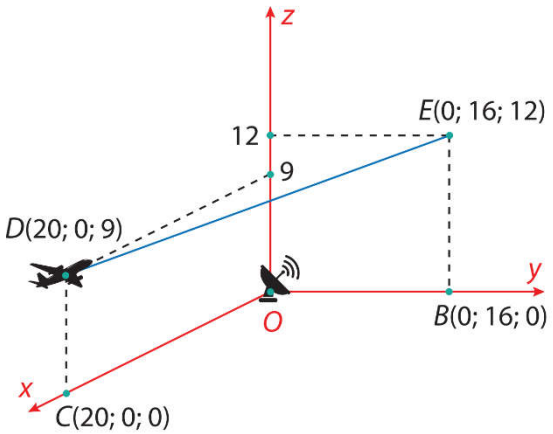
(d) đi qua $C(0;5;-2)$ có VTCP $\overrightarrow{u_d}=(-1;0;1)\Rightarrow(d):\begin{cases}x=-t\\y=5\\z=-2+t\end{cases}$.

Gọi $K(-t;5;-2+t)$ là hình chiếu của O lên (d).

Ta có: $\overrightarrow{OK}\perp\overrightarrow{u_d}\Leftrightarrow\overrightarrow{OK}.\overrightarrow{u_d}=0\Leftrightarrow t-2+t=0\Leftrightarrow t=1\Rightarrow K(-1;5;-1)$.

$OM_{\min}=OK=3\sqrt{3}$.

Câu 16.47. Giả sử một máy bay thương mại M đang bay trên bầu trời theo một đường thẳng từ D đến E có hình chiếu trên mặt đất là đoạn CB. Tại D, máy bay bay cách mặt đất là 9000 m và tại E là 12000 m. Một ra đa được đặt trên mặt đất tại vị trí O cách C là 20000 m, cách B là 16000 m và $\widehat{BOC}=90^\circ$. Xét hệ trục tọa độ $Oxyz$ (đơn vị: 1000 m) với O là vị trí đặt ra đa, B thuộc tia Oy, C thuộc tia Ox, khi đó ta có tọa độ các điểm như hình vẽ sau:



a) Tại D, máy bay cách ra đa 29000 m (làm tròn đến hàng nghìn theo đơn vị mét).

b) Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng DE. Khi máy bay bay đến điểm I, máy bay cách mặt đất 10500 m.

c) Trên đoạn đường bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa (làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét) là 22000 m.Biết bán kính hoạt động của ra đa là 20000m.

Lời giải

a) Sai. Ta có $\overrightarrow{OD}=(20;0;9)$ và $OD=\sqrt{20^2+9^2}=\sqrt{481}\,\text{km}\approx 22000\,\text{m}$.

b) Đúng. Tọa độ trung điểm I của DE là: $\left(10;8;\frac{21}{2}\right)$.

Khi máy bay bay đến điểm I, máy bay cách mặt đất $\frac{21}{2}km$ hay $10500\,m$.

c) Đúng. Ta có $\overrightarrow{DE}=(-20;16;3)$.

Đường thẳng DE đi qua điểm $D(20;0;9)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\overrightarrow{DE}=(-20;16;3)$ nên có phương trình tham số là: $\begin{cases}x=20-20t\\y=16t\\z=9+3t\end{cases},(t\in\mathbb{R})$.

Thay tọa độ điểm $P(16;3,2;9,6)$ vào phương trình tham số của đường thẳng DE ta được:

$$\begin{cases}16=20-20t\\3,2=16t\\9,6=9+3t\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t=0,2\\t=0,2\\t=0,2\end{cases}$$

Như vậy $P\in DE$.

Do đó trên đoạn đường bay từ D đến E, máy bay sẽ đi qua điểm $P(16;3,2;9,6)$.

d) Sai. Gọi $H(20-20t;16t;9+3t)\in DE$ là hình chiếu của O trên DE.

Hai vectơ $\begin{cases}\overrightarrow{OH}=(20-20t;16t;9+3t)\\\overrightarrow{DE}=(-20;16;3)\end{cases}$ vuông góc với nhau nên

$$\overrightarrow{OH}\cdot\overrightarrow{DE}=0\Leftrightarrow-20(20-20t)+16.16t+3(9+3t)=0\Leftrightarrow t=\frac{373}{665}.$$

Khi đó $\overrightarrow{OH}=\left(\frac{1168}{133};\frac{5968}{665};\frac{7104}{665}\right)$ và

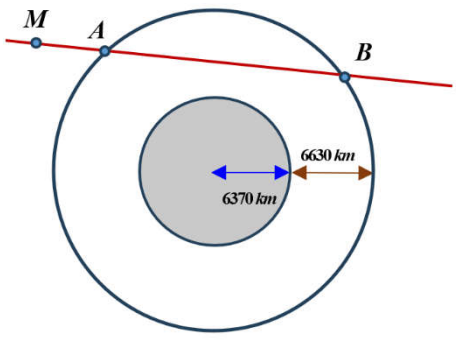
$$OH=\sqrt{\left(\frac{1168}{133}\right)^2+\left(\frac{5968}{665}\right)^2+\left(\frac{7104}{665}\right)^2}=\sqrt{\frac{180736}{665}}=\frac{16\sqrt{469490}}{665}.$$

Khoảng cách giữa vị trí đầu tiên và vị trí cuối cùng mà máy bay bay trong phạm vi theo dõi của ra đa là:

$$2\sqrt{20^2-OH^2}=2\sqrt{20^2-\frac{180736}{665}}=\frac{584\sqrt{665}}{665}\approx 22600\,\text{m}$$

(kết quả làm tròn đến hàng trăm theo đơn vị mét)

Câu 16.48. Các thiên thạch có đường kính lớn hơn 140 m và có thể lại gần Trái Đất ở khoảng cách nhỏ hơn 7500000 km được coi là những vật thể có khả năng va chạm gây nguy hiểm cho Trái Đất. Để theo dõi những thiên thạch này, người ta đã thiết lập các trạm quan sát các vật thể bay gần Trái Đất. Giả sử có một hệ thống quan sát có khả năng theo dõi các vật thể ở độ cao không vượt quá 6630 km so với mực nước biển. Coi Trái Đất là khối cầu có bán kính 6370 km. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ trong không gian có gốc O tại tâm Trái Đất và đơn vị độ dài trên mỗi trục tọa độ là 1000 km. Một thiên thạch (coi như một hạt) chuyển động với tốc độ không đổi theo một đường thẳng đi qua hai điểm $M\left(-12;29;10\right)$ và $N\left(0;12;5\right)$



a) Trong hệ trục tọa độ đã cho thiên thạch di chuyển trên đường thẳng có phương tham số $\begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

b) Quãng đường mà thiên thạch di chuyển trong vùng theo dõi của hệ thống quan sát là 21401km (làm tròn đến hàng đơn vị).

c) Vị trí mà thiên thạch gần Trái Đất nhất là điểm $H\left(-30;\frac{109}{2};\frac{25}{2}\right)$

d) Thiên thạch trên không thể va vào trái đất.

Lời giải

a. Đúng.

Do đường thẳng d đi qua M, N nên $\overrightarrow{MN}\left(-12;17;5\right)$ là vectơ chỉ phương của d;

d đi qua điểm $M\left(-12;29;10\right)$ nên có phương trình tham số $\begin{cases} x = -12 - 12t \\ y = 29 + 17t \\ z = 10 + 5t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$.

b. Đúng.

Hệ thống quan sát là thuộc khối cầu tâm O và có bán kính $6370 + 6630 = 13000\left(km\right)$ ứng với 13 đơn vị trên hệ trục tọa độ có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 = 169$.

Xét giao điểm của đường thẳng d mà thiên thạch di chuyển với mặt cầu trên ta có

$\Leftrightarrow \left(-12 - 12t\right)^2 + \left(29 + 17t\right)^2 + \left(10 + 5t\right)^2 = 169$

$\Leftrightarrow 144 + 288t + 144t^2 + 841 + 986t + 289t^2 + 100 + 100t + 25t^2 = 169$

$\Leftrightarrow 144 + 288t + 144t^2 + 841 + 986t + 289t^2 + 100 + 100t + 25t^2 = 169$

$\Leftrightarrow 458t^2 + 1374t + 916 = 0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = -1 \\ t = -2 \end{array}\right.$

$t = -1 \Rightarrow A\left(0;12;5\right)$

$t = -2 \Rightarrow B\left(12;-5;0\right)$

Như vậy quãng đường mà thiên thạch di chuyển trong vùng quan sát là $AB = \sqrt{458} \approx 21,4009$ đơn vị. Đổi về 1 đơn vị bằng 1000km ta được 21401 km.

c) Sai.

Thiên thạch gần Trái Đất nhất tại điểm H là hình chiếu vuông góc của tâm O lên đường thẳng d.

Vì $H \in d \Rightarrow H(-12 - 12t;29 + 17t;10 + 5t)$.

Vì

$OH \perp d \Rightarrow \overrightarrow{OH}.\overrightarrow{u_d} = 0 \Rightarrow -12(-12 - 12t) + 17(29 + 17t) + 5(10 + 5t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{-3}{2}$

Do đó $H\left(6;\frac{7}{2};\frac{5}{2}\right)$.

d) Đúng.

Thiên thạch trên không thể va vào trái đất.

Ta có khoảng cách ngắn nhất từ tâm trái đất đến thiên thạch là $OH = \frac{\sqrt{218}}{2} \approx 7,38$

Khi đó khoảng cách từ thiên thạch đến tâm trái đất khoảng $7380\,km$ lớn hơn bán kính trái đất là $6370\,km$ nên không thể va vào trái đất.

Câu 16.49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ với đơn vị trên mỗi trục tọa độ là mét và mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất. Một cabin cáp treo xuất phát từ điểm $A(-40;5;2)$ và chuyển động thẳng đến điểm $B(808;-101;426)$ với tốc độ là $6\,\text{m/s}$.

a) Điểm $M(384;-48;214)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

b) Vector $\vec{u}=(8;1;4)$ là vector chỉ phương của đường thẳng AB.

c) Thời gian cabin cáp treo đi từ A đến B là 2 phút 39 giây.

d) Sau khi di chuyển từ A được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

Lời giải

a) Đúng. Ta có: $M=\left(\dfrac{-40+808}{2};\dfrac{5-101}{2};\dfrac{2+426}{2}\right)=\left(384;-48;214\right)$.

b) Sai. Ta có: $\overrightarrow{AB}=(848;-106;424)$.

Suy ra $\vec{u}=\dfrac{1}{106}\overrightarrow{AB}=\left(8;-1;4\right)$.

c) Đúng. Ta có: $AB=\sqrt{848^2+\left(-106\right)^2+424^2}=954$.

Suy ra $t=\dfrac{AB}{6}=\dfrac{954}{6}=159(s)$.

Vậy, thời gian cabin cáp treo đi từ A đến B là 2 phút 39 giây.

d) Đúng. Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases}x=-40+8t\\y=5-t\\z=2+4t\end{cases}$

Gọi M là tọa độ của cabin sau khi di chuyển được 1 phút, ta có:

$M\left(-40+8t;5-t;2+4t\right)$.

Quãng đường di chuyển từ A được 1 phút là: $AM=6.60=360(m)$.

Ta có: $AM=\sqrt{\left(8t\right)^2+\left(-t\right)^2+\left(4t\right)^2}=360\Rightarrow t=40(s)\Rightarrow z_M=162$.

Sau khi di chuyển từ A được 1 phút, cabin cáp treo cách mặt đất 162 mét.

Câu 16.50. Trong không gian chọn hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo lấy kilômét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $M\left(500;200;10\right)$ đến điểm $N\left(800;300;10\right)$ trong 20 phút.

a) Máy bay đang di chuyển theo hướng tiến lại gần vị trí đặt ra đa.

b) Khoảng cách $MN=100\sqrt{10}\,\text{km}$.

c) Tốc độ của máy bay khi di chuyển từ M đến N là $150\sqrt{10}\,\text{km/h}$.

d) Nếu tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 4 phút tiếp theo là $Q\left(a;b;c\right)$ với $a+b+c=1191$.

Lời giải

a) Sai. Máy bay đang di chuyển từ điểm $M\left(500;200;10\right)$ đến điểm $N\left(800;300;10\right)$.

Hoành độ x và tung y tăng lên, cao độ z không đổi. Máy bay đang di chuyển ra xa vị trí đặt ra đa.

b) Đúng. Ta có $\overrightarrow{MN}\left(300;100;0\right)$ suy ra $MN=\sqrt{300^2+100^2+0^2}=100\sqrt{10}$ km.

c) Sai. 20 phút $=\dfrac{1}{3}$ giờ.

Tốc độ của máy bay khi di chuyển từ M đến N là $\dfrac{100\sqrt{10}}{\dfrac{1}{3}}=300\sqrt{10}$ km/h.

d) Sai.



Trong 20 phút, máy bay di chuyển từ điểm $M\left(500;200;10\right)$ đến điểm $N\left(800;300;10\right)$. Nếu giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 4 phút tiếp theo máy bay di chuyển đến vị trí điểm $Q\left(a;b;c\right)$ sao cho $\overrightarrow{NQ}=\dfrac{1}{5}\overrightarrow{MN}$.

Suy ra $\begin{cases}a-800=\dfrac{1}{5}.300\\ b-300=\dfrac{1}{5}.100\\ c-10=\dfrac{1}{5}.0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=860\\ b=320\\ c=10\end{cases}\Rightarrow Q\left(860;320;10\right)$. Vậy $a+b+c=1190$.

----------HẾT----------

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG CÂU 17. KHOẢNG CÁCH GIỮA HAI ĐƯỜNG THẲNG CHÉO NHAU

KIẾN THỨC CẦN NHỚ HÌNH HỌC KHỐI ĐA DIỆN

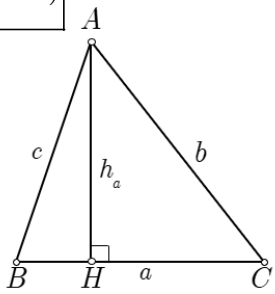
1. Thể tích khối chóp

$$\boxed{V_{\text{chóp}} = \frac{1}{3}\cdot S_{\text{đáy}}.\ \text{chiều cao}} = \boxed{\frac{1}{3}\cdot S_{\text{đáy}}.\ d(\text{đỉnh; mặt phẳng đáy})} \Rightarrow V_{\text{tứ diện đều}} = \frac{(\text{cạnh})^3.\sqrt{2}}{12}$$

2. Xác định diện tích đáy thường gặp

① Diện tích tam giác thường

$$\boxed{S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2}ah_a = \frac{1}{2}ab\sin C = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}\ \ (Heron)}.$$ Với:



- $a,\ b,\ c$ là độ dài ba cạch của tam giác.
- h_a là chiều cao xuất phát từ đỉnh A.
- $p = \dfrac{a+b+c}{2}$ là nửa chu vi.
- $R,\ r$ lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp.

② Diện tích tam giác đặc biệt

- $\boxed{S_{\text{tam giác vuông}} = \frac{1}{2}\times(\text{tích hai cạnh góc vuông})}$.
- $\boxed{S_{\text{tam giác vuông cân}} = \frac{(\text{cạnh huyền})^2}{4}}$.
- $\boxed{S_{\text{tam giác đều}} = \frac{(\text{cạnh})^2\times\sqrt{3}}{4}} \Rightarrow$ Chiều cao tam giác đều $= \dfrac{\text{cạnh}\times\sqrt{3}}{2}$.

③ Diện tích hình chữ nhật: $\boxed{S_{\text{Hình chữ nhật}} = \text{dài}\times\text{rộng}}$.

- Diện tích hình vuông: $S_{\text{Hình vuông}} = (\text{cạnh})^2$.
- Đường chéo hình vuông $=$ cạnh$\times\sqrt{2}$.

④ Diện tích hình thang: $\boxed{S_{\text{Hình thang}} = \frac{(\text{đáy lớn}+\text{đáy bé})\times\text{chiều cao}}{2}}$.

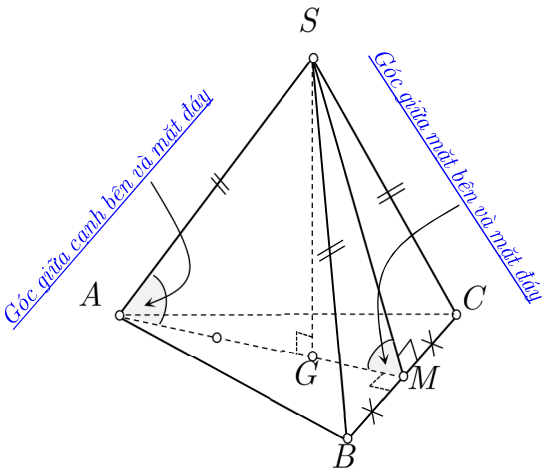
$\Rightarrow$ Diện tích hình bình hành: S_{hbh} = đường cao $\times$ cạnh đáy tương ứng.
= tích hai cạnh liên tiếp $\times$ sin góc kẹp.

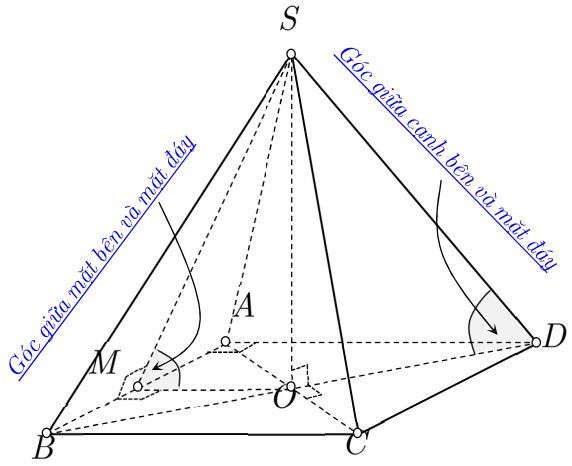
⑤ Diện tích tứ giác có 2 đường chéo vuông góc: $\boxed{S = \frac{\text{Tích hai đường chéo}}{2}}$.

$\Rightarrow$ Diện tích hình thoi: $S_{\text{Hình thoi}} = \dfrac{\text{Tích 2 đường chéo}}{2}$.

3. Các tính chất cần nhớ về hình chóp đều

- ***Đáy là đa giác đều*** *(hình chóp tam giác đều có đáy là tam giác đều, hình chóp tứ giác đều có đáy là hình vuông).*
- ***Chân đường cao trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp đa giác đáy*** *(hình chóp tam giác đều có chân đường cao trùng với trọng tâm G, hình chóp tứ giác đều có chân đường cao trùng với tâm O của hình vuông).*
- *Các mặt bên là những tam giác cân và bằng nhau.*
- *Góc giữa các cạnh bên và mặt đáy đều bằng nhau.*
- *Góc giữa các mặt bên và mặt đáy đều bằng nhau.*



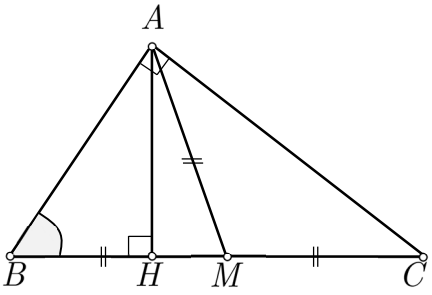


4. Các hệ thức trong tam giác

① Hệ thức lượng trong tam giác vuông

Cho tam giác ABC vuông tại A, có AH là đường cao, AM là trung tuyến. Khi đó:

- Pitago: $BC^2 = AB^2 + AC^2 \Rightarrow \begin{cases} \bullet\ BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} \\ \bullet\ AB = \sqrt{BC^2 - AC^2} \\ \bullet\ AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} \end{cases}$.



- $AB^2 = BH.BC$ và $AC^2 = CH.CB$.
- $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AB^2} + \dfrac{1}{AC^2}$ và $AH^2 = HB.HC$.
- Trung tuyến: $AM = \dfrac{1}{2}BC$.
- $\sin\widehat{ABC} = \dfrac{\text{đối}}{\text{huyền}} = \dfrac{AC}{BC}$; $\cos\widehat{ABC} = \dfrac{\text{kề}}{\text{huyền}} = \dfrac{AB}{BC}$; $\tan\widehat{ABC} = \dfrac{\text{đối}}{\text{kề}} = \dfrac{AC}{AB}$.

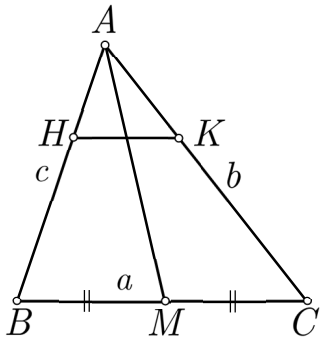
② Hệ thức lượng trong tam giác thường

Cho tam giác ABC và đặt $AB = c$, $BC = a$, $CA = b$. Gọi R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC.

- **Định lý hàm sin:** $\dfrac{a}{\sin A} = \dfrac{b}{\sin B} = \dfrac{c}{\sin C} = 2R$.
- **Định lý hàm cos:** $\begin{cases} \circ\ a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\widehat{A} \Rightarrow \cos\widehat{A} = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} \\ \circ\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac\cos\widehat{B} \Rightarrow \cos\widehat{B} = \dfrac{a^2 + c^2 - b^2}{2ac} \\ \circ\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab\cos\widehat{C} \Rightarrow \cos\widehat{C} = \dfrac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab} \end{cases}$.

- **Công thức trung tuyến:** $AM^2 = \dfrac{AB^2 + AC^2}{2} - \dfrac{BC^2}{4}$.

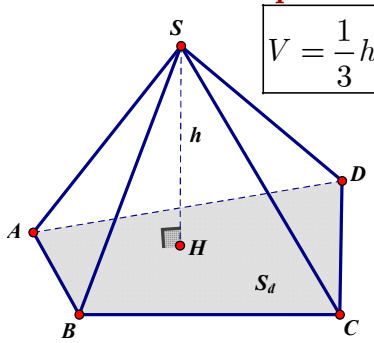
- **Định lý Thales:** $\begin{cases} \bullet\ HK \parallel BC \Rightarrow \dfrac{AH}{AB} = \dfrac{AK}{AC} = \dfrac{HK}{BC} = k \\ \bullet\ \dfrac{S_{\Delta AHK}}{S_{\Delta ABC}} = \left(\dfrac{AH}{AB}\right)^2 = \left(\dfrac{HK}{BC}\right)^2 = k^2 \end{cases}$.



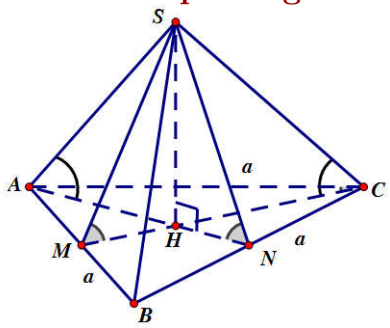
5. Một số trường hợp thường gặp về khối chóp

5.1. Hình chóp:

$V = \dfrac{1}{3}h.S$



5.2. Hình chóp tam giác đều

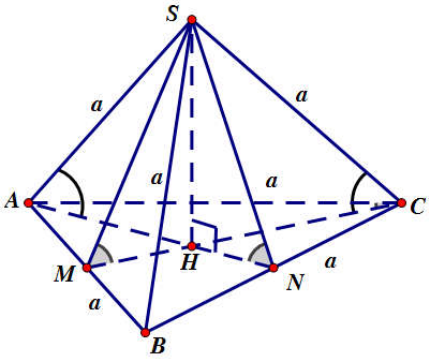


Tất cả cạnh bên bằng nhau.

- Đáy là tam giác đều cạnh a.
- $SH \perp (ABC)$ với H là trọng tâm (cũng là trực tam) ΔABC.

$\begin{cases} S_d = \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4} \\ SH = h \end{cases} \rightarrow \boxed{V = \dfrac{1}{3}h.\dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}}$

5.3. Tứ diện đều:



- Đây cũng là hình chóp tam giác đều, đặc biệt là cạnh bên bằng cạnh đáy.

Thể tích: $\boxed{V = \dfrac{a^3\sqrt{2}}{12}}$.

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:

$\left(\widehat{SA,(ABC)}\right) = \widehat{SAH}$

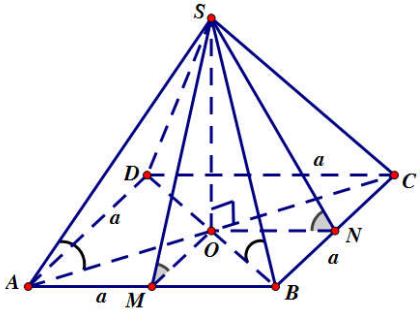
$= \left(\widehat{SC,(ABC)}\right) = \widehat{SCH}$

Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

$\left(\widehat{(SAB),(ABC)}\right) = \widehat{SMH}$

$= \left(\widehat{(SBC),(ABC)}\right) = \widehat{SNH}$.

5.4. Hình chóp tứ giác đều:



- Tất cả cạnh bên bằng nhau.
- Đáy là hình vuông cạnh a.
- $SO \perp (ABCD)$ với O là tâm hình vuông $ABCD$.
- $\begin{cases} S_{\text{đ}} = a^2 \\ SO = h \end{cases} \rightarrow \boxed{V = \dfrac{1}{3}h.a^2}$

Góc giữa cạnh bên và mặt đáy:

$\left(\widehat{SA,(ABCD)}\right) = \widehat{SAO}$

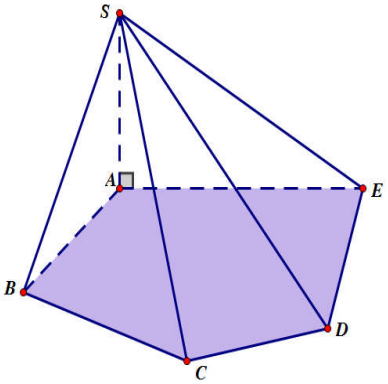
$= \left(\widehat{SB,(ABCD)}\right) = \widehat{SBO}$.

Góc giữa mặt bên và mặt đáy:

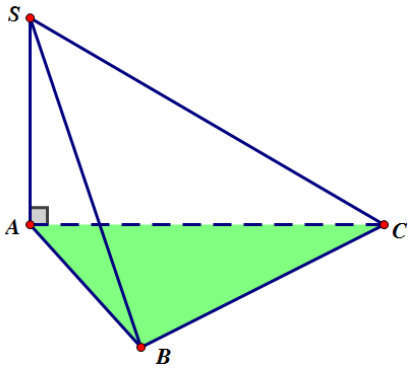
$\left(\widehat{(SAB),(ABCD)}\right) = \widehat{SMO}$

$= \left(\widehat{(SBC),(ABCD)}\right) = \widehat{SNO}$.

5.5. Hình chóp có cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy.



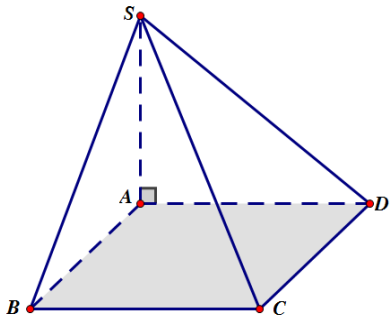
Đáy là tam giác



$\begin{cases} h = SA \\ S_{đ} = S_{\Delta ABC} \end{cases} \rightarrow V = \frac{1}{3} SA.S_{\Delta ABC}$

- Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SB,(ABC))} = \widehat{SBA} \\ \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{SCA} \end{cases}$.

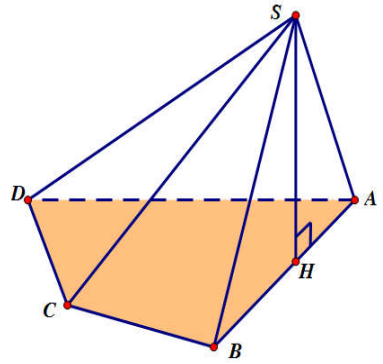
Đáy là tứ giác đặc biệt



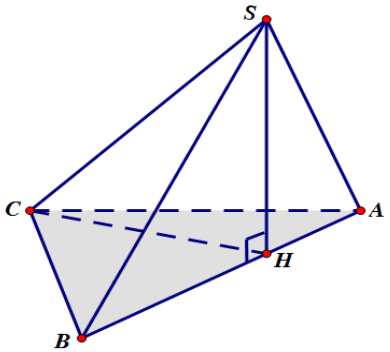
$\begin{cases} h = SA \\ S_{đ} = S_{ABCD} \end{cases} \rightarrow V = \frac{1}{3} SA.S_{ABCD}$

- Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SB,(ABCD))} = \widehat{SBA} \\ \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{SCA} \end{cases}$.

5.6. Hình chóp có mặt bên (SAB) vuông góc với mặt phẳng đáy.

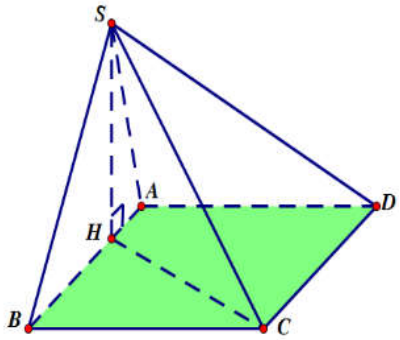


Đáy là tam giác



- Đường cao $h = SH$ cũng là đường cao của ΔSAB.
- Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SA,(ABC))} = \widehat{SAH} \\ \widehat{(SC,(ABC))} = \widehat{SCH} \end{cases}$.

Đáy là tứ giác đặc biệt



Đường cao $h = SH$ cũng là đường cao của ΔSAB.

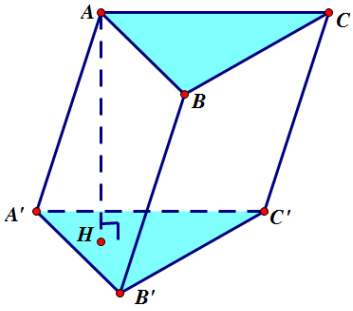
- Góc giữa cạnh bên và mặt đáy: $\begin{cases} \widehat{(SA,(ABCD))} = \widehat{SAH} \\ \widehat{(SC,(ABCD))} = \widehat{SCH} \end{cases}$.

6. Một số trường hợp thường gặp về khối lăng trụ

6.1. Hình lăng trụ thường:

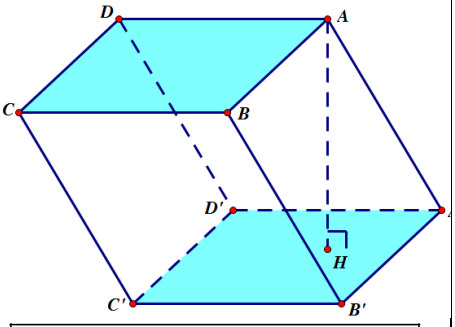
- Hai đáy là hai hình giống nhau và nằm trong hai mặt phẳng song song.
- Các cạnh bên song song và bằng nhau. Các mặt bên là các hình bình hành.
- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$.

Đáy là tam giác



$\boxed{V = AH.S_{\Delta ABC} = AH.S_{\Delta A'B'C'}}$

Đáy là tứ giác



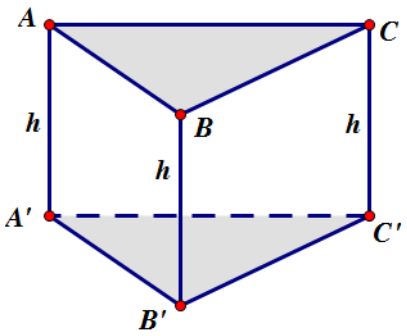
$\boxed{V = AH.S_{ABCD} = AH.S_{A'B'C'D'}}$

6.2. Hình lăng trụ đứng:

- Các cạnh bên cùng vuông góc với hai mặt đáy nên mỗi cạnh bên cũng là đường cao của lăng trụ.

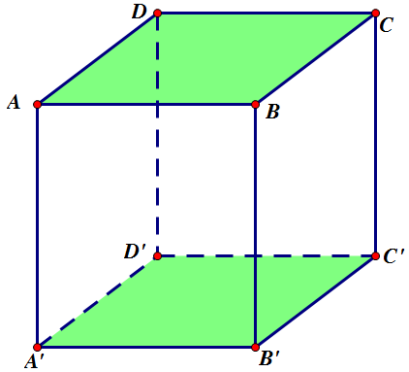
☞ **Lăng trụ tam giác đều:** Là **lăng trụ đứng** và có hai đáy là hai **tam giác đều** bằng nhau.

Đáy là tam giác



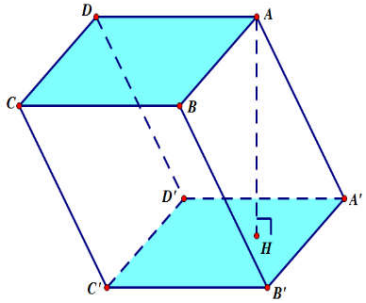
- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$ với $h = AA' = BB' = CC'$.

Đáy là tứ giác



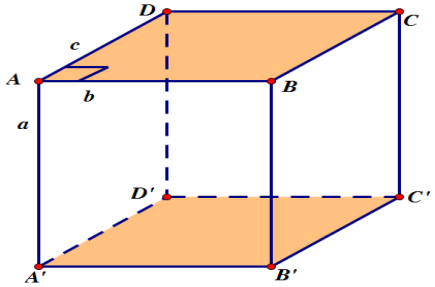
- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$ với $h = AA' = BB' = CC' = DD'$.

6.3. Hình hộp:



- Là lăng trụ có tất cả các mặt là hình bình hành.
- Thể tích: $\boxed{V = h.S_{đ}}$.

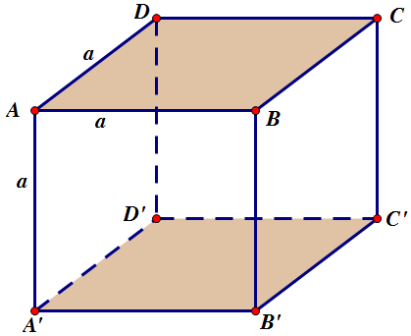
6.4. Hình hộp chữ nhật:



- Là lăng trụ đứng có đáy là hình chữ nhật.

$\boxed{V = abc}$ với a, b, c là ba kích thước của hình hộp chữ nhật.

6.5. Hình lập phương:

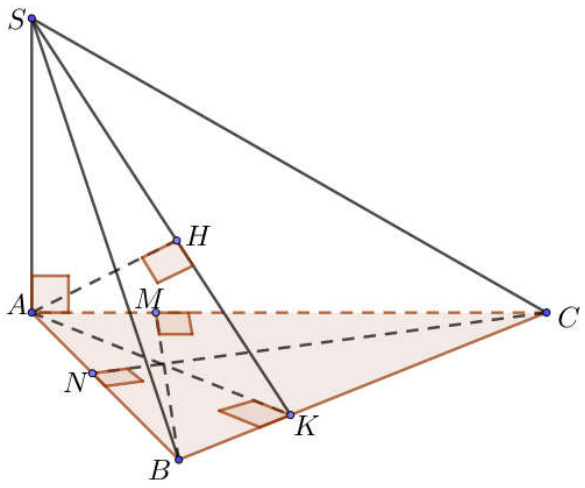


- Là hình hộp chữ nhật có tất cả các cạnh bằng nhau.

$\boxed{V = a^3}$ với a là cạnh của hình lập phương.

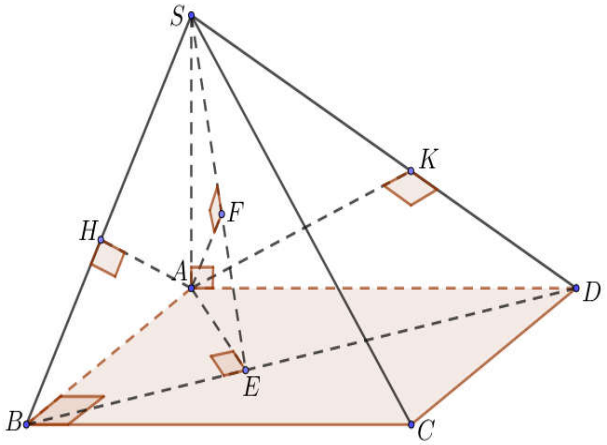
7. Bài toán về khoảng cách

7.1. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy là tam giác



- $d\left(A,\left(SBC\right)\right) = AH = \dfrac{SA.AK}{\sqrt{SA^2 + AK^2}}$.
- $d\left(B,\left(SAC\right)\right) = BM$; $d\left(C,\left(SAB\right)\right) = CN$.

7.2. Hình chóp có cạnh bên vuông góc với mặt đáy là hình vuông, hình chữ nhật

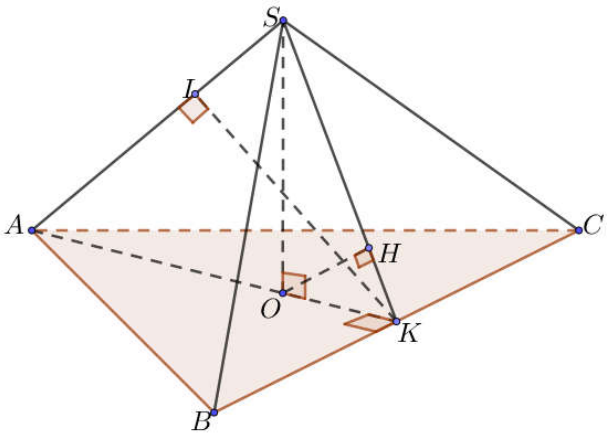


- $d\left(A,\left(SBC\right)\right) = AH = \dfrac{SA.AB}{\sqrt{SA^2 + AB^2}}$
$= d\left(D,\left(SBC\right)\right)$

- $d\left(SA,BC\right)=AK.$

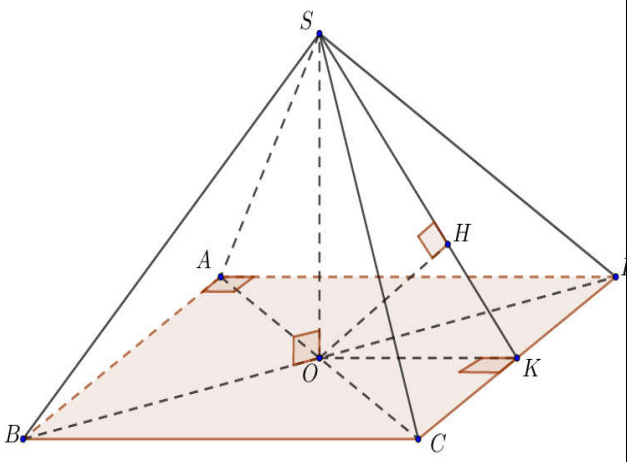
- $d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AK=\dfrac{SA.AD}{\sqrt{SA^2+AD^2}}$
  $=d\left(B,\left(SCD\right)\right)$
- $d\left(A,\left(SBD\right)\right)=AF=\dfrac{SA.AE}{\sqrt{SA^2+AE^2}}$
  $=d\left(C,\left(SBD\right)\right)$
- $d\left(AD,SB\right)=AH;\ d\left(AB,SD\right)=AK.$
- $d\left(AD,SC\right)=d\left(AD,\left(SBC\right)\right)$
  $=d\left(A,\left(SBC\right)\right)=AH.$
- $d\left(AB,SC\right)=d\left(AB,\left(SCD\right)\right)$
  $=d\left(A,\left(SCD\right)\right)=AK.$

7.3.Hình chóp tam giác đều



- $d\left(O,\left(SBC\right)\right)=OH=\dfrac{SO.OK}{\sqrt{SO^2+OK^2}}$
  $=d\left(O,\left(SAB\right)\right)=d\left(O,\left(SAC\right)\right).$
- $d\left(A,\left(SBC\right)\right)=3d\left(O,\left(SBC\right)\right)=3OH$
  $=d\left(B,\left(SAC\right)\right)=d\left(C,\left(SAB\right)\right).$
- $d\left(SA,BC\right)=IK=d\left(SB,AC\right)=d\left(SC,AB\right).$

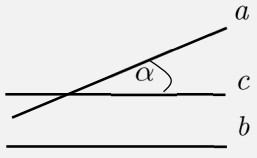
7.4.Hình chóp tứ giác đều



- $d\left(O,\left(SCD\right)\right)=OH=\dfrac{SO.OK}{\sqrt{SO^2+OK^2}}$
  $=d\left(O,\left(SAB\right)\right)=d\left(O,\left(SBC\right)\right)=d\left(O,\left(SAD\right)\right.$
- $d\left(A,\left(SCD\right)\right)=2d\left(O,\left(SCD\right)\right)=2OH$
  $=d\left(B,\left(SAD\right)\right)=d\left(B,\left(SCD\right)\right)=...$
- $d\left(AB,SC\right)=d\left(AB,\left(SCD\right)\right)=d\left(A,\left(SCD\right)\right)$
  $=2OH$
  $=d\left(AB,SD\right)=d\left(AD,SB\right)=d\left(AD,SC\right)=$

8. Phương pháp xác định góc

① Góc giữa đường thẳng a và đường thẳng b



Phương pháp 1. Sử dụng song song
Chẳng hạn dựng đường thẳng $c\parallel b$ và c cắt a.
Khi đó $\widehat{(a;b)}=\widehat{(a;c)}=\alpha$ như hình vẽ.
Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hoặc định lí hàm số sin, côsin để tìm góc α.

Lưu ý, ta có thể tính tiến song song đường b hoặc tịnh tiến cả hai đường a và b.

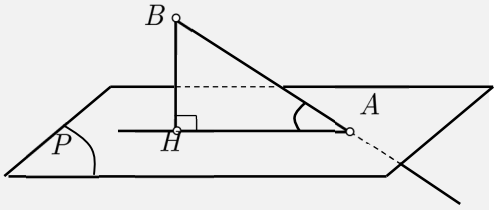
Phương pháp 2. Sử dụng tích vô hướng, nghĩa là $\cos(a;b)=\cos(\vec{a};\vec{b})=\dfrac{\left|\vec{a}.\vec{b}\right|}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}=\cos\alpha.$

Lưu ý: Góc giữa hai đường thẳng là **góc nhọn**, còn góc giữa hai véctơ là góc nhọn hoặc góc tù. Nghĩa là nếu tính $\widehat{(a;b)}=\alpha\le 90^\circ$ thì góc giữa $a,\ b$ là α, còn nếu tính $\widehat{(a;b)}=\alpha>90^\circ$ thì góc giữa hai đường thẳng $\widehat{(a;b)}=180^\circ-\alpha$.

② Góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (P)

Nhớ: "*Góc giữa đường thẳng và mặt phẳng là góc tạo bởi nó và hình chiếu của nó lên mặt phẳng*".

Phương pháp:



B.1. Tìm $AB\cap(P)=\{A\}$ (1)

B.2. Tìm hình chiếu của B lên mặt phẳng (P).

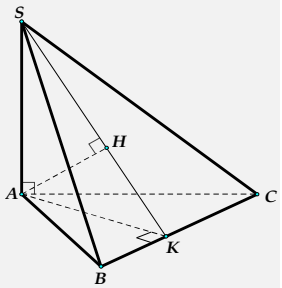
Đặt câu hỏi: "Đường nào qua B và vuông góc với (P) ?

Trả lời: $BH\perp(P)$ tại H (2)

Từ (1),(2), suy ra AH là hình chiếu của AB lên mặt phẳng (P).

Do đó góc giữa đường thẳng AB và mp(P) là góc giữa AB và AH, chính là góc $\widehat{BAH}$.

B.3. Sử dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông hoặc định lí hàm số côsin hoặc định lí hàm sin trong tam giác thường để suy ra góc $\widehat{BAH}$.



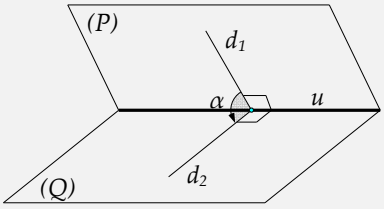
Cần nhớ bài toán tìm hình chiếu từ chân đường cao đến mặt bên

(chẳng hạn từ chân A đến mặt bên (SBC) như hình vẽ bên)

- Xác định giao tuyến của mặt bên và mặt đáy là BC.
- Từ chân A dựng $AK\perp BC$ và $AH\perp SK$.
- Dễ dàng chứng minh $AH\perp(SBC)$ suy ra H là hình chiếu cần tìm.

③ Góc giữa mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q)

Phương pháp 1. Dựa vào định nghĩa

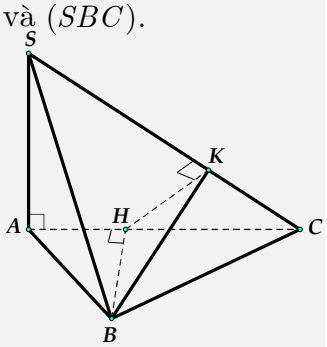


Ta có: $\begin{cases}(P)\cap(Q)=u\\ u\perp d_1\subset(P)\\ u\perp d_2\subset(Q)\end{cases}\Rightarrow\widehat{((P),(Q))}=\widehat{(d_1,d_2)}=\alpha.$

Thường được sử dụng khi đề yêu cầu tính góc giữa mặt bên và mặt đáy.

Phương pháp 2. Tìm đường thẳng cắt hai mặt phẳng và vuông góc với giao tuyến hai mặt.

Ví dụ: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$. Tìm góc giữa (SAC) và (SBC).



- Giao tuyến: $SC=(SAC)\cap(SBC)$.
- Từ điểm B dựng $BH\perp AC\subset(SAC)$
- Dựng $HK\perp SC$ (giao tuyến).
- Dễ dàng chứng minh: $BH\perp(SAC),\ SC\perp(BHK)$.

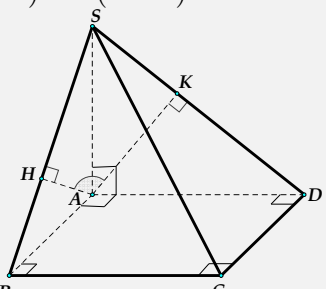
$$\Rightarrow\begin{cases}(SAC)\cap(SBC)=SC\\ HK\perp SC\\ BK\perp SC\end{cases}\Rightarrow\widehat{((SAC);(SBC))}=\widehat{(HK,BK)}=\widehat{HKB}.$$

Thường được sử dụng khi đề yêu cầu tính góc giữa hai mặt bên liên tiếp và để tìm HK, ta thường sử dụng tam giác đồng dạng, tức $\Delta HKC\sim\Delta SAC$.

Phương pháp 3. Là góc nhọn giữa hai đường d và d' lần lượt vuông góc hai mặt phẳng.

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA \perp (ABCD)$ và $ABCD$ là hình vuông hoặc hình chữ nhật. Tính góc giữa hai mặt liên tiếp không chứa đường cao (SBC) và (SCD).

- Chứng minh $AH \perp (SBC)$.
- Chứng minh $AK \perp (SCD)$.



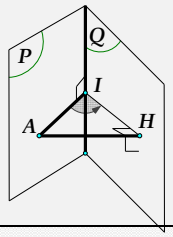
Suy ra $\widehat{((SBC);(SCD))} = \widehat{(AH,AK)} = \widehat{HAK}$

hoặc là góc $180° - \widehat{HAK}$ vì góc giữa hai mặt là nhọn.

Phương pháp 4. Sử dụng công thức chiếu diện tích $S' = S.\cos\varphi$

Chẳng hạn hình ở mục ③, nếu đề yêu cầu tính góc giữa hai mặt phẳng $((SBD);(ABD))$, ta có thể sử dụng hình chiếu diện tích như sau:

Xét mặt (SBD) : hình chiếu của S xuống (ABD) là A, hình chiếu B, D xuống (ABD) là chính nó nên góc α giữa hai mặt phẳng được xác định bởi $S_{\Delta ABD} = S_{\Delta SBD}.\cos\alpha$.



Phương pháp 5. Sử dụng khoảng cách: $\sin\varphi = \dfrac{d(A,(Q))}{d(A,u)}$

Với φ là góc giữa hai mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q).

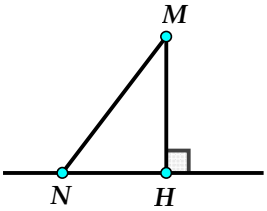
Và $A \in (P)$, $(P) \cap (Q) = u$.

9. Phương pháp xác định khoảng cách

1. Khoảng cách từ một điểm đến đường thẳng

Cho điểm M và một đường thẳng Δ. Trong mặt phẳng (M,Δ), gọi H là hình chiếu của M trên Δ. Khi đó độ dài đoạn MH là khoảng cách từ M đến Δ.

Kí hiệu: $\boxed{d(M,\Delta) = MH}$ với $MH \perp \Delta$.



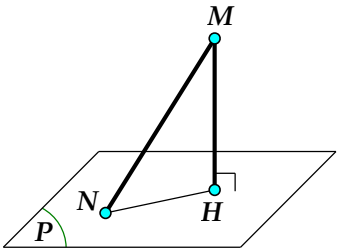
Nhận xét:

$MN \geq MH$, $\forall N \in \Delta$, nghĩa là $MN_{\min} = MH \Leftrightarrow N \equiv H$.

2. Khoảng cách từ một điểm đến mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) và một điểm M, gọi H là hình chiếu của M trên (α). Khi đó khoảng cách MH được gọi là khoảng cách từ M đến (α).

Kí hiệu: $\boxed{d(M,(\alpha)) = MH}$ với $MH \perp (\alpha)$.



Nhận xét:

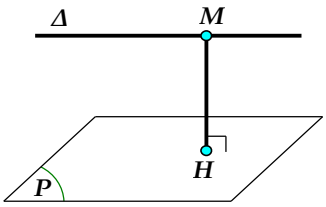
$MN \geq MH$, $\forall N \in (\alpha)$, nghĩa là $MN_{\min} = MH \Leftrightarrow N \equiv H$.

3. Khoảng cách từ đường thẳng đến mặt phẳng

Cho đường thẳng Δ và mặt phẳng (α) song song với nhau. Khi đó khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên Δ đến mặt phẳng (α) được gọi là khoảng cách giữa đường thẳng Δ và mặt phẳng (α).

Kí hiệu: $\boxed{d(\Delta,(\alpha)) = d(M,(\alpha)) = MH}$

Trong đó $M \in \Delta$, $MH \perp (\alpha)$.

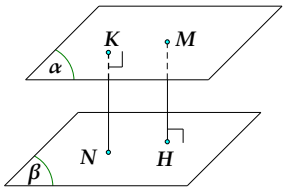


4. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng

Cho mặt phẳng (α) và (β) song song nhau, khoảng cách bất kỳ từ một điểm trên mặt phẳng này đến mặt phẳng kia gọi là khoảng cách giữa hai mặt phẳng (α) và (β).

Kí hiệu: $\boxed{d((\alpha),(\beta))=d(M,(\beta))=d(N,(\alpha))}$

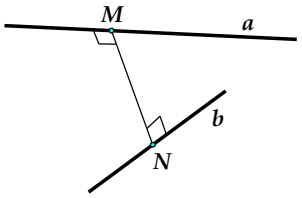
Trong đó $M\in(\alpha),\ N\in(\beta)$.



5. Khoảng cách giữa hai đường thẳng

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Độ dài đoạn vuông góc chung MN của a và b được gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng $a,\ b$.

Kí hiệu: $\boxed{d(a;b)=MN}$ khi $\begin{cases}MN\perp a\\MN\perp b\end{cases}$.

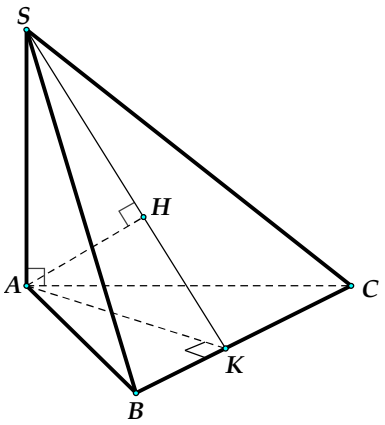


Các dạng toán thường gặp

① Tính khoảng cách từ chân đường cao của hình chóp đến mặt bên

Bài toán 1. Tìm khoảng cách từ chân đường vuông góc đến mặt bên

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$. Xác định khoảng cách từ chân đường cao A đến mặt phẳng bên (SBC).



Dựng $\begin{cases}AK\perp BC,\ (K\in BC)\\AH\perp SK,\ (H\in SK)\end{cases}$.

Ta có: $\begin{cases}BC\perp AK\\BC\perp SA\ (\text{do}: SA\perp(ABCD)\end{cases}\Rightarrow BC\perp(SAK)$

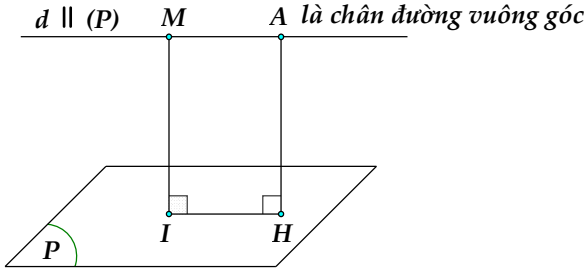
$\Rightarrow BC\perp AH$.

Do đó, ta có $\begin{cases}AH\perp BC\\AH\perp SK\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SBC)\Rightarrow\boxed{d(A;(SBC))=AH}$.

➢ **Các phương pháp đưa về bài toán 1 (khoảng cách từ chân):**

① Sử dụng song song

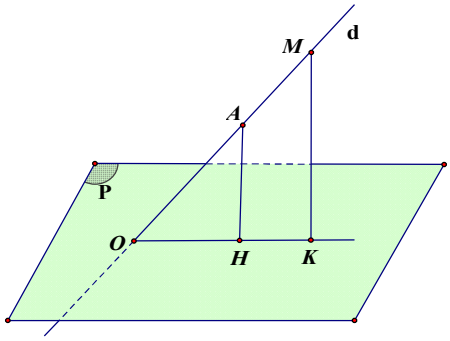
Tính $d(M,(P))$? ⟶ Tìm đường thẳng d qua M, qua chân đường vuông góc A và $d\parallel(P)$. Khi đó $d(M,(P))=d(A,(P))$.

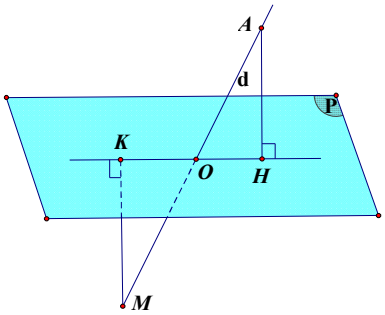


② Sử dụng tỉ số

Tính $d(M,(P))$? $\longrightarrow$ Nếu không có đường song song như trên, ta nghĩ đến việc tìm đường thẳng d qua M, qua chân đường vuông góc A và cắt (P) tại O.

Khi đó: $\boxed{d\left(M,(P)\right)=\dfrac{OM}{OA}\cdot d\left(A,(P)\right)}$ (sử dụng đồng dạng để chứng minh).





③ Tạo chân đường cao giả

Tính $d(M,(P))$ khi mặt phẳng (P) chứa chân đường cao thật A.

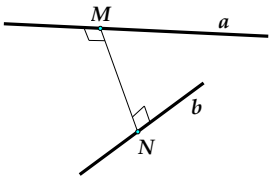
Khi đó ta tạo chân đường cao giả song song với chân đường cao thật.

② Tính khoảng cách giữa khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

1. Định nghĩa

Cho hai đường thẳng chéo nhau a và b. Độ dài đoạn vuông góc chung MN của a và b được gọi là khoảng cách giữa hai đường thẳng a, b.

Khi đó: $d(a;b)=MN$ với $\begin{cases}MN\perp a\\MN\perp b\end{cases}$.

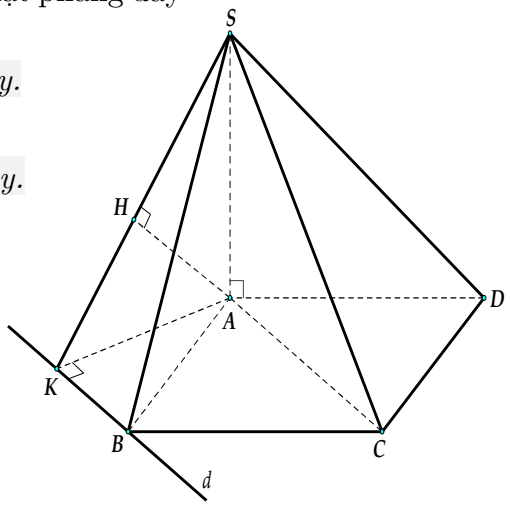


2. Phương pháp xác định khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau

Sử dụng song song và đưa về bài toán tìm khoảng cách từ chân đường cao đến mặt bên.

Ví dụ. Cho hình chóp $S.ABCD$, có $SA\perp(ABCD)$ và đáy $ABCD$ là hình chữ nhật. Xác định và tính khoảng cách giữa cạnh bên SB và cạnh thuộc mặt phẳng đáy AC.

Giải.



- ***Bước 1***. *Xác định giao điểm của cạnh bên và mặt đáy.*
  Ta có: $SB\cap(ABCD)=B$.
- ***Bước 2***. *Từ giao điểm dựng d song song với cạnh đáy.*
  Qua B, dựng $d\parallel AC$ và dựng $AK\perp d$, $(K\in d)$.
  Khi đó: $d(SB,AC)=d(AC,(SKB))=d(A,(SKB))$.
- ***Bước 3***. *Tìm khoảng cách từ chân đến mặt bên.*
  Dựng $AH\perp SK$, $(K\in SK)$.

  Ta có: $\begin{cases}KB\perp AK\\KB\perp SA\end{cases}\Rightarrow KB\perp(SAK)\Rightarrow KB\perp AH$.

Khi đó, ta có $\begin{cases}AH\perp KB\\AH\perp SB\end{cases}\Rightarrow AH\perp(SKB)\Rightarrow d(SB,AC)=d(A,(SKB))=AH$.

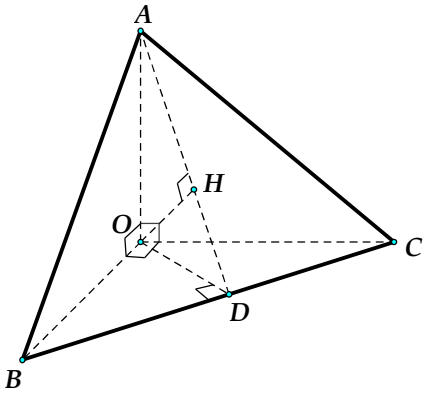
- ***Bước 4***. *Sử dụng kiến thức hình học phẳng để tính độ dài đoạn* AH.

☞ **Lưu ý**. Cần nhớ bài toán về tam diện vuông, nó thường được áp dụng

Cho tứ diện $OABC$ với $OA,\ OB,\ OC$ đôi một vuông góc với nhau. Khi đó đường cao OH của tứ diện $OABC$ được tính theo công thức $\boxed{\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}}$.

Chứng minh:

Dựng: $OD\perp BC,\ (D\in BC)$ và $OH\perp AD,\ (H\in AD)$.



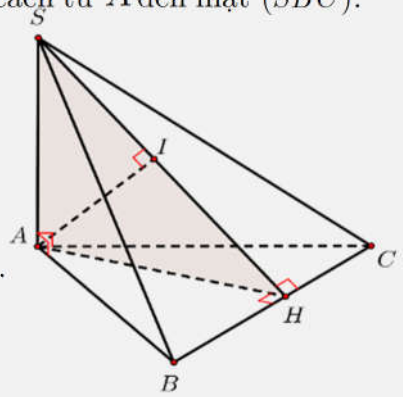
Có $\begin{cases}BC\perp OD\\ BC\perp AO\end{cases}\Rightarrow BC\perp (AOD)\Rightarrow (ABC)\perp (AOD)$.

Khi đó: $\begin{cases}(ABC)\perp (AOD)\\ (ABC)\cap (AOD)=AD\\ OH\perp AD,\ OH\subset (AOD)\end{cases}\Rightarrow OH\perp (ABC)$.

Suy ra $\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OD^2}=\dfrac{1}{OA^2}+\dfrac{1}{OB^2}+\dfrac{1}{OC^2}$ (đpcm).

③ Tính khoảng cách từ điểm đến mặt phẳng bằng phương pháp $d=\dfrac{3V}{S}$

Câu hỏi: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp (ABC)$. Tính khoảng cách từ A đến mặt (SBC).

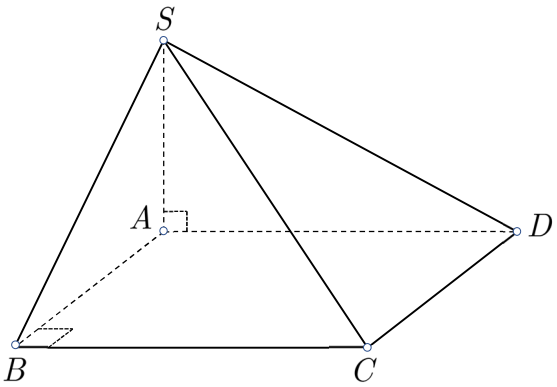


- **B1**. Ta có: $V_{S.ABC}=V_{A.SBC}=\dfrac{1}{3}\cdot S_{\Delta SBC}.d\left(A,(SBC)\right)$.

  Suy ra $d\left(A,(SBC)\right)=\dfrac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}}$.
- **B2**. Tính thể tích của khối chóp $S.ABC$.
- **B3**. Tính diện tích ΔSBC. Từ đó suy ra khoảng cách cần tìm.

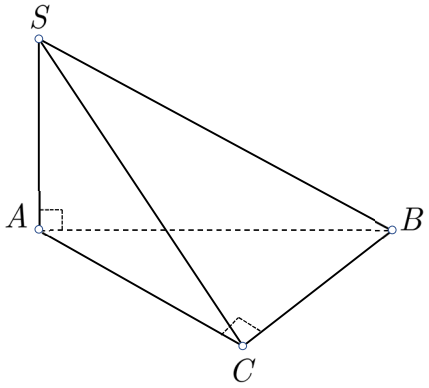
HS ĐIỀN VÀO CHỖ TRỐNG GÓC THƯỜNG GẶP TRONG ĐỀ THI

1. Hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, SA vuông góc đáy (hoặc đề cho hai mặt (SAB), (SAD) cùng vuông góc với mặt đáy).



- $\widehat{(SB,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(AC,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(SAD))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SBD),(ABCD))} =$ .....

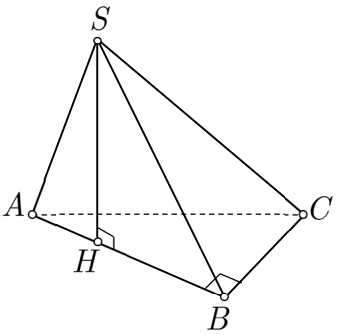
2. Hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C, SA vuông góc đáy (hai mặt (SAB), (SAC) cùng vuông với mặt đáy).



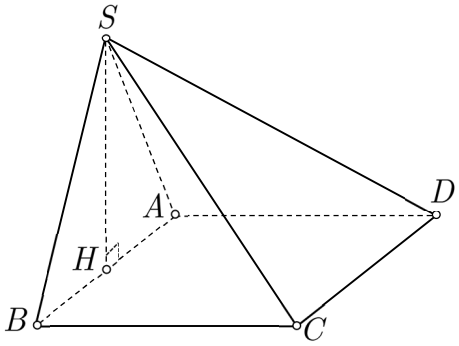
- $\widehat{(SC,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(SAC))} =$ .....
- $\widehat{((SAC),(SBC))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SAB),(SAC))} =$ .....
- $\widehat{((SAB),(SBC))} =$ .....

3. Hình chóp $S.ABC$ có tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy.

4. Chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, ΔSAB đều (hoặc cân) và nằm trong mp vuông đáy.

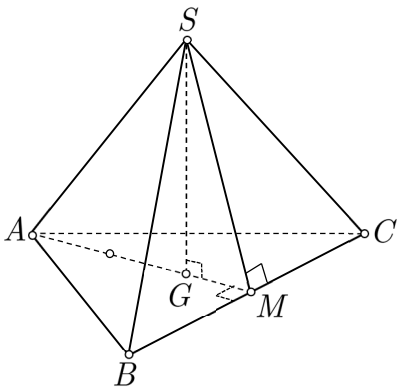


- $\widehat{(SC,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(SAB))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SAC),(ABC))} =$ .....



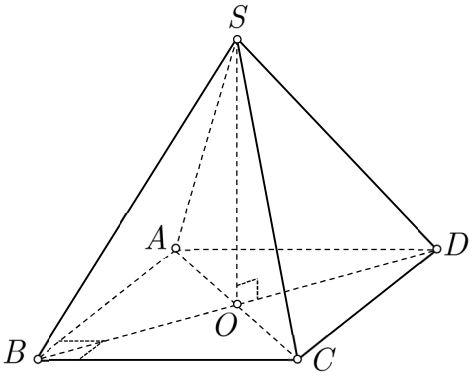
- $\widehat{(SC,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SBD),(ABCD))} =$ .....

5. Hình chóp tam giác đều (tứ diện đều).



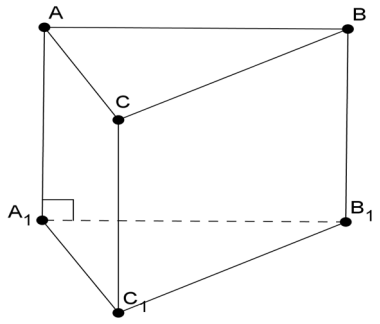
- $\widehat{(SC,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(SB,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((SAC),(ABC))} =$ .....

6. Hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$.



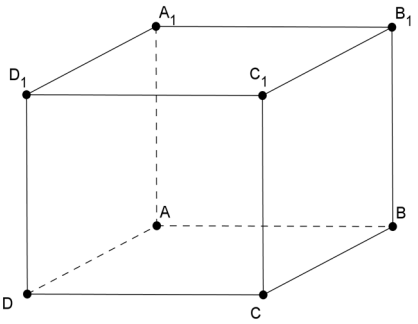
- $\widehat{(SC,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(SC,(SBD))} =$ .....
- $\widehat{((SBC),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((SCD),(ABCD))} =$ .....

7. Lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác



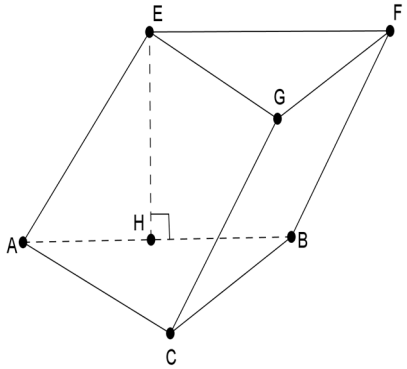
- $\widehat{(AC_1,(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{(CB_1,(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{((AB_1C_1),(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{((BA_1C_1),(A_1B_1C_1))} =$ .....

8. Lăng trụ đứng đáy tứ giác (hình hộp chữ nhật, hình lập phương)



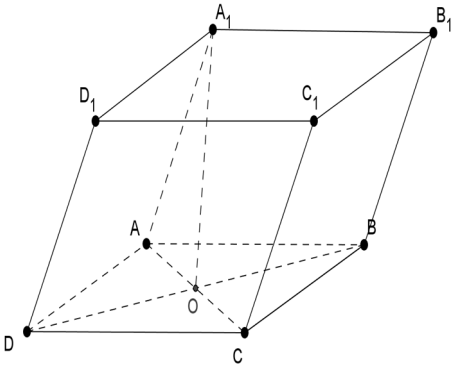
- $\widehat{(AC_1,(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{(CB_1,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((AB_1C_1),(A_1B_1C_1))} =$ .....
- $\widehat{((D_1AC),(ABCD))} =$ .....

9. Lăng trụ xiên EH vuông đáy



- $\widehat{(EA,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{(FB,(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((EAC),(ABC))} =$ .....
- $\widehat{((GBC),(ABC))} =$ .....

10. Lăng trụ xiên A_1O vuông đáy



- $\widehat{(AA_1,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{(A_1D,(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((A_1ADD_1),(ABCD))} =$ .....
- $\widehat{((A_1BD),(ABCD))} =$ .....

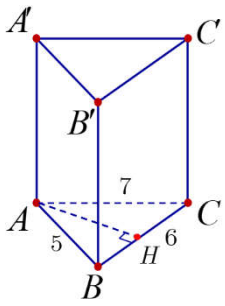
BÀI TẬP RÈN LUYỆN (90 CÂU)

Câu 17.1. **(ĐMH 2025)** Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AB=5$, $BC=6$, $CA=7$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Kẻ $AH \perp BC$ thì $AA' \perp (ABC) \Rightarrow AA' \perp AH \Rightarrow$ AH là đoạn vuông góc chung của AA' và BC

Do đó khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và BC bằng AH.



Xét tam giác ABC có nửa chu vi $p = \dfrac{5+6+7}{2} = 9$.

Diện tích $S_{ABC} = \sqrt{9(9-5)(9-6)(9-7)} = 6\sqrt{6}$

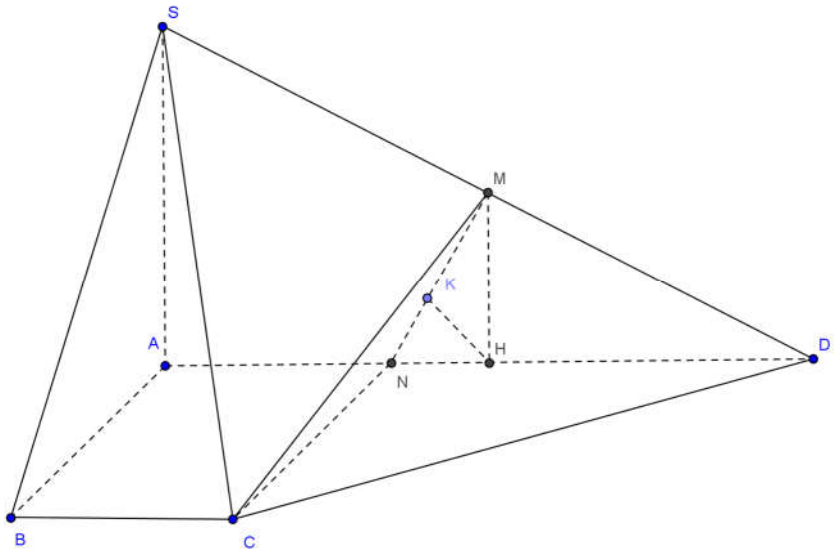
$\Rightarrow AH = \dfrac{2S_{ABC}}{BC} = \dfrac{2.6\sqrt{6}}{6} = 2\sqrt{6} \approx 4{,}9$.

Câu 17.2. Cho hình chóp $S.ABCD$ có SA vuông góc với mặt phẳng chứa đáy, $SA = 2a$; đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 3a$. Gọi M là trung điểm của cạnh SD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM theo a.

Lời giải

Từ C kẻ đường thẳng song song với AB và đường này cắt cạnh AD tại N, gọi H là hình chiếu vuông góc của M lên đáy thì H là trung điểm của AD. Kẻ $HK \perp MN$ tại K.

Khi đó:



$d(AB,CM) = d(AB,(CNM))$

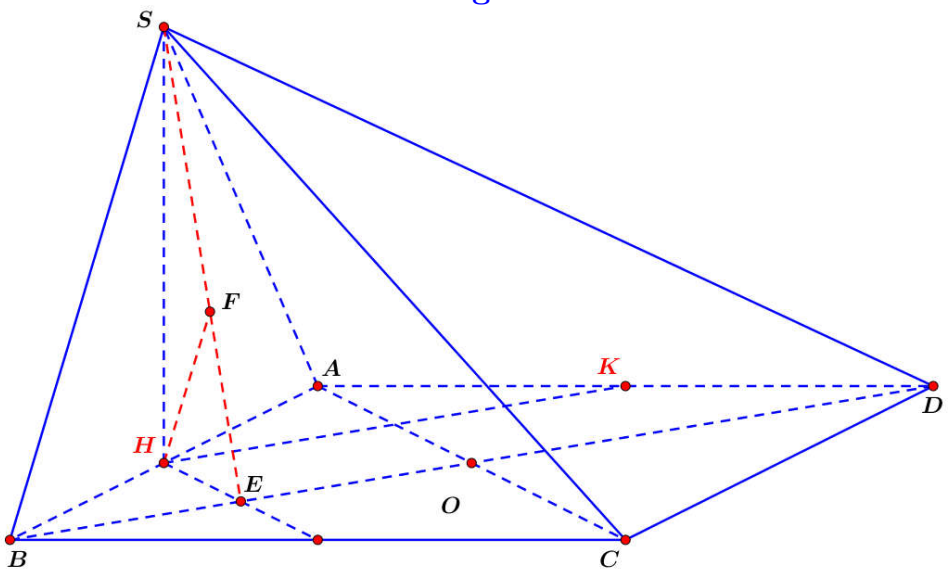
$= d(A,(CNM)) = \dfrac{AN}{NH} d(H,(CNM)) = 2d(H,(CNM))$

+ $HK \perp (CNM)$ nên $d(H,(CNM)) = HK$.

+ $\dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{1}{HM^2} + \dfrac{1}{HN^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{(a/2)^2} = \dfrac{5}{a^2} \Rightarrow HK = \dfrac{a}{\sqrt{5}}$. Vậy $d(AB,CM) = \dfrac{2a}{\sqrt{5}}$.

Câu 17.3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $a, SD = a\sqrt{3}$. Mặt bên SAB là tam giác cân và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi H là trung điểm của AB, K là trung điểm của AD. Khoảng cách giữa hai đường SD và HK bằng

Lời giải



Ta có: H là trung điểm của AB, K là trung điểm của AD nên suy ra $HK//BD$

Suy ra $d\left(SD;HK\right)=d\left(HK;\left(SBD\right)\right)=d\left(H;\left(SBD\right)\right)$

Ta kẻ: $HE\perp BD, E\in BD$ và $HF\perp SE, F\in SE$

$$\begin{cases}\left(SAB\right)\perp\left(ABCD\right)\\ SH\perp AB\\ \left(SAB\right)\cap\left(ABCD\right)=AB\end{cases}\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow SH\perp BD$$

Mà $\begin{cases}SH\perp BD\\ HE\perp BD\end{cases}$ nên suy ra $BD\perp\left(SHE\right)\Rightarrow BD\perp HF$

Mặt khác: $\begin{cases}DB\perp HF\\ SE\perp HF\\ SE,BD\subset\left(SBD\right)\end{cases}\Rightarrow HF\perp\left(SBD\right)$, suy ra $d\left(H;\left(SBD\right)\right)=HF$

Ta có: $\begin{cases}SH=\sqrt{SD^2-\dfrac{AB^2}{4}}=\sqrt{\left(a\sqrt{3}\right)^2-\dfrac{a^2}{4}}=\dfrac{a\sqrt{11}}{2}\\ HE=\dfrac{AC}{2}=\dfrac{AB\sqrt{2}}{2}=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\left(HE//AC\right)\end{cases}$

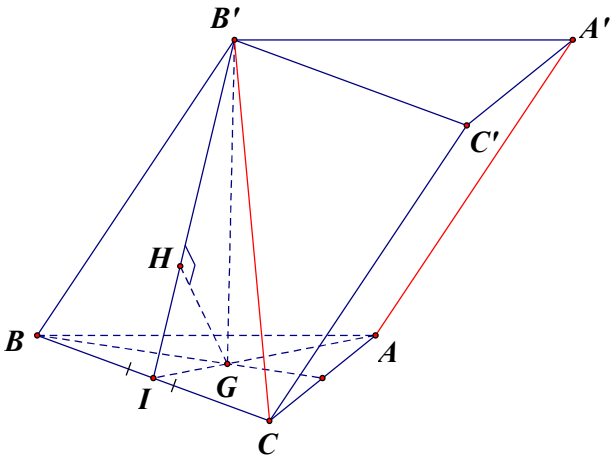
Xét tam giác ΔSHE vuông tại H có đường cao là HF , theo hệ thức lượng ta có:

$$\frac{1}{HF^2}=\frac{1}{HS^2}+\frac{1}{HE^2}\Rightarrow d\left(SD;HK\right)=d\left(H;\left(SBD\right)\right)=HF=\frac{SH.HE}{\sqrt{SH^2+HE^2}}=\frac{a\sqrt{105}}{30}$$

Câu 17.4. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa 2 mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ và $\left(BCC'B'\right)$ bằng $60°$, hình chiếu của B' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

Lời giải

Gọi I là trung điểm BC. Trong $\left(B'IG\right)$ kẻ $GH \perp IB'$ $\left(1\right)$



Ta có: $\begin{cases} BC \perp CI \\ BC \perp B'G \\ CI \cap B'G = I \end{cases} \Rightarrow BC \perp \left(B'IG\right)$.

Mà $GH \subset \left(B'IG\right) \Rightarrow BC \perp GH$ $\left(2\right)$

Từ $\left(1\right)$ và $\left(2\right)$ suy ra $GH \perp \left(BCC'B'\right)$

Mà $B'G \perp \left(A'B'C'\right)$ nên

$\left(\left(A'B'C'\right),\left(BCC'B'\right)\right) = \left(\widehat{B'G,GH}\right) = \widehat{B'GH} = 60° \Rightarrow \widehat{IGH} = 30°$

Mặt khác: $AA'//\left(BCC'B'\right) \Rightarrow d\left(AA',B'C\right) = d\left(AA',\left(BCC'B'\right)\right) = d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right)$

$= 3d\left(H,\left(BCC'B'\right)\right) = 3GH$.

Vì $\dfrac{d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right)}{d\left(H,\left(BCC'B'\right)\right)} = \dfrac{IA}{IG} = 3$ (G là trọng tâm ΔABC).

Ta có: $IG = \dfrac{1}{3}IA = \dfrac{1}{3}.\dfrac{a\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét ΔIHG: $GH = IG.\cos 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{6}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{a}{4}$. Vậy $d\left(AA',B'C\right) = 3.\dfrac{a}{4} = \dfrac{3a}{4}$.

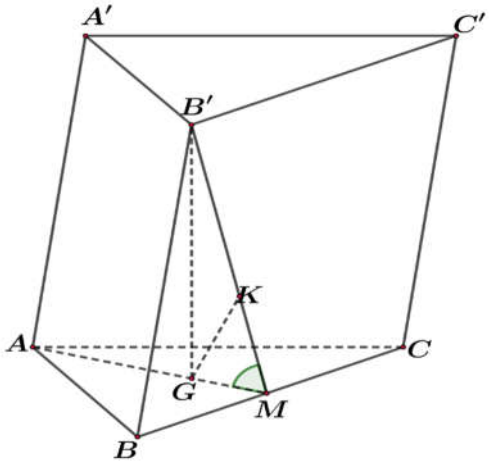
Câu 17.5. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a, góc giữa hai mặt phẳng $\left(A'B'C'\right)$ và $\left(BCC'B'\right)$ bằng $60°$, hình chiếu của B' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ trùng với trọng tâm tam giác ABC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AA' và $B'C$ bằng

Lời giải

Gọi G là trọng tâm tam giác ABC và M là trung điểm của BC.

Từ giả thiết ta có $B'G \perp \left(ABC\right)$.

Ta có



$\alpha = \left(\left(A'B'C'\right),\left(BCC'B'\right)\right) = \left(\left(ABC\right),\left(BCC'B'\right)\right) = \widehat{B'MG} = 60°$.

Vì $AA'//\left(BCC'B'\right)$

nên $d\left(AA',B'C\right) = d\left(AA',\left(BCC'B'\right)\right) = d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right) = 3.d\left(G,\left(BCC'B'\right)\right)$.

Gọi K là hình chiếu của G lên mặt phẳng $\left(BCC'B'\right) \Rightarrow d\left(G,\left(BCC'B'\right)\right) = GK$.

Ta có $GM=\frac{1}{3}AM=\frac{1}{3}.\frac{a\sqrt{3}}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{6}$.

Xét tam giác vuông GMK : $\sin 60^\circ=\frac{GK}{GM}\Rightarrow GK=\frac{a\sqrt{3}}{6}.\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{a}{4}$.

$\Rightarrow d\left(AA',B'C\right)=3.GK=\frac{3a}{4}$.

Câu 17.6. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác đều cạnh a và $AA'=2a$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AB,AC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và MN bằng

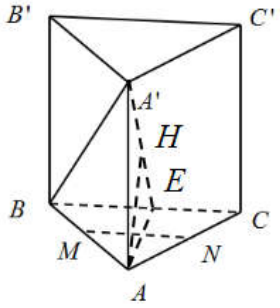
Lời giải

Do $MN//BC\Rightarrow MN//(A'BC)$

nên $d\left(MN,A'B\right)=d\left(MN,\left(A'BC\right)\right)=d\left(M,\left(A'BC\right)\right)=\frac{1}{2}d\left(A,\left(A'BC\right)\right)$.

Gọi E là trung điểm của BC, $AH\perp A'E$ tại H. Khi đó $AE\perp BC, AA'\perp BC\Rightarrow BC\perp\left(AA'E\right)\Rightarrow BC\perp AH$ mà $A'E\perp AH$ nên $AH\perp\left(A'BC\right)$ hay $d\left(A,\left(A'BC\right)\right)=AH$.

Ta có được $AE=\frac{a\sqrt{3}}{2}$. Vì tam giác $AA'E$ vuông tại A nên



$$\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AA'^2}=\frac{1}{AH^2}\Rightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{19}{12a^2}\Rightarrow AH=\frac{2\sqrt{57}}{19}a\Rightarrow d\left(MN,A'B\right)=\frac{\sqrt{57}}{19}a.$$

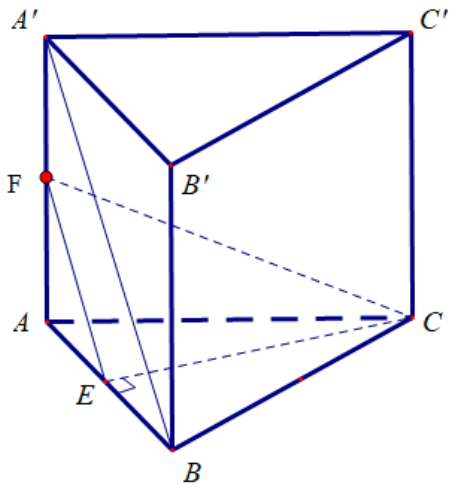
Câu 17.7. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Gọi E là trung điểm của AB. Cho biết $AB=2a, BC=\sqrt{13}a, CC'=4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

Lời giải

ABC là tam giác vuông tại A biết $AB=2a, BC=\sqrt{13}a\Rightarrow AC=3a$.

Gọi F là trung điểm của AA'.

Ta có: $A'B//EF\Rightarrow A'B//\left(CEF\right)$.



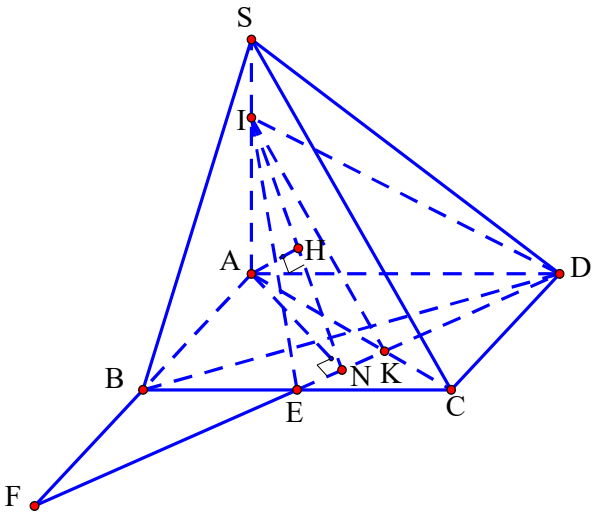
$\Rightarrow d\left(A'B,EF\right)=d\left(A'B,\left(CEF\right)\right)=d\left(A',\left(CEF\right)\right)=d\left(A,\left(CEF\right)\right)=h$.

Vì AF, AE, AC đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{h^2}=\frac{1}{AF^2}+\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{9a^2}=\frac{49}{36a^2}\Rightarrow h=\frac{6a}{7}.$$

Câu 17.8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt đáy bằng $45°$. Gọi E là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng DE và SC.

Lời giải



Gọi $K=AC\cap ED$. Từ K dựng đường thẳng song song với SC và cắt SA tại I. Khi đó $SC//(IED)$. Gọi N là hình chiếu của A lên ED, H là hình chiếu A lên $IN\Rightarrow AH\perp(IED)$. Do K là trọng tâm của tam giác BCD nên $AK=2KC$. Do vậy:

$$d(SC,DE)=d(SC,(IED))=d(C,(IED))=\frac{1}{2}d(A,(IED))=\frac{1}{2}AH$$

Ta có: $AF=2a\sqrt{2}$, do $\widehat{SCA}=45°\Rightarrow IA=AK=\frac{2}{3}AC=\frac{4a}{3}$, khi đó:

$$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AF^2}+\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{IA^2}=\frac{1}{8a^2}+\frac{1}{2a^2}+\frac{1}{\frac{16a^2}{9}}\Rightarrow AH=\frac{4\sqrt{19}a}{19}\Rightarrow d(DE,SC)=\frac{2\sqrt{19}a}{19}$$

.

Câu 17.9. Cho hình lăng trụ đều $ABC.A'B'C'$. Tất cả các cạnh có độ dài bằng a. Gọi M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC'.

Lời giải

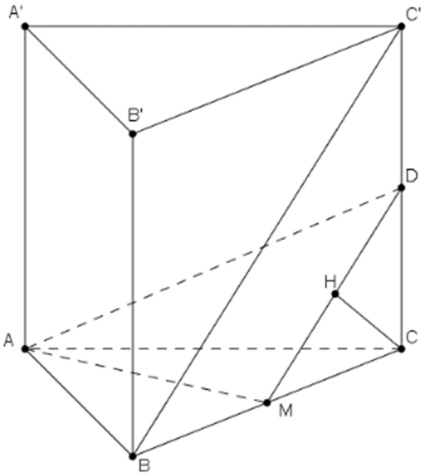
Gọi D là trung điểm của CC'. Kẻ $CH\perp MD$

Khi đó, $BC'//MD\Rightarrow BC'//(AMD)$.

Suy ra $d(BC',AM)=d(BC',(AMD))$

$=d(B,(AMD))=d(C,(AMD))=CH$

$$CM=CD=\frac{a}{2}\Rightarrow CH=\frac{CM.CD}{\sqrt{CM^2+CD^2}}=\frac{\left(\frac{a}{2}\right)^2}{\sqrt{\frac{a^2}{2}}}=\frac{a\sqrt{2}}{4}.$$



Nên khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và BC' bằng $\frac{a\sqrt{2}}{4}$.

Câu 17.10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO=a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng

Lời giải

Ta có: $d(AB;SC)=d(AB;(SCD))=d(A;(SCD))=2d(O;(SCD))$.

Từ O kẻ $OH\perp CD$, $OK\perp SH$.

$\begin{cases}CD\perp SO\\CD\perp OH\end{cases}\Rightarrow CD\perp(SOH)\Rightarrow CD\perp OK$.

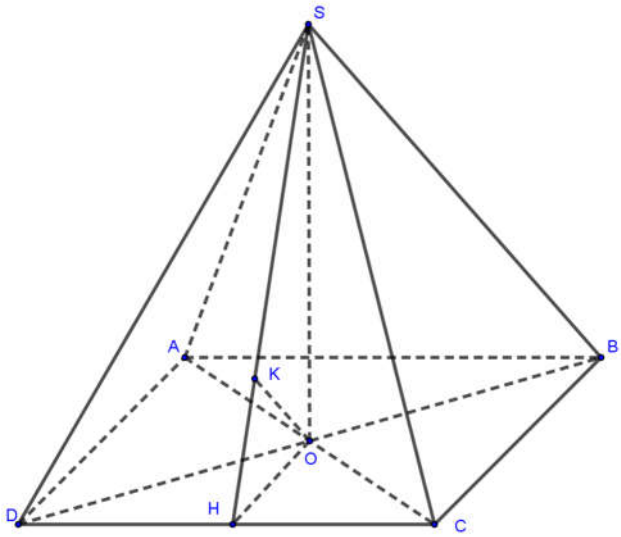
$\begin{cases}OK\perp SH\\OK\perp CD\end{cases}\Rightarrow OK\perp(SCD)$

$\Rightarrow d(O;(SCD))=OK$.

Xét tam giác vuông SOH đường cao OK có: $OK=\frac{OS.OH}{\sqrt{OS^2+OH^2}}$

$=\frac{\frac{a}{2}.a}{\sqrt{a^2+\left(\frac{a}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{5}}{5}$

$\Rightarrow d(AB;CD)=\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

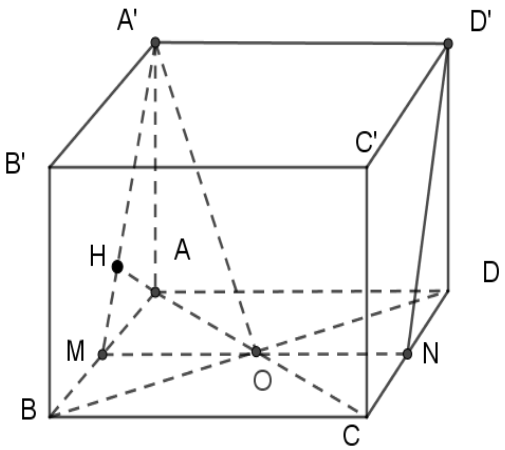


Câu 17.11. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB=a$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'O$ và BC.

Lời giải

* Gọi M,N lần lượt là trung điểm AB,CD.

Khi đó mặt phẳng $(MNA'D')$ chứa $A'O$ và $(MNA'D')//BC$.



$\Rightarrow d(A'O;BC)=d((A'D'NM);BC)=d(B;(A'D'NM))=d(A;(A'D'NM))$.

* Hạ $AH\perp A'M$.

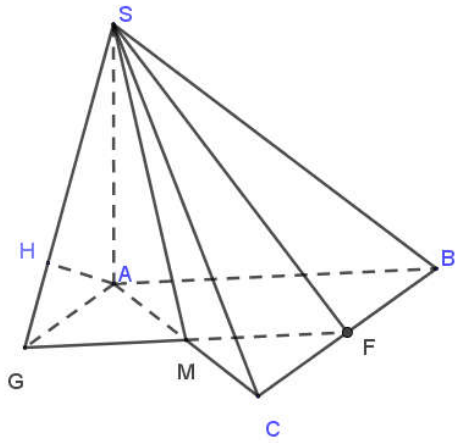
Vì $MN\perp(ABB'A')$ nên $MN\perp AH\Rightarrow AH\perp(A'D'NM)\Rightarrow d(A;(A'B'NM))=AH$.

Xét tam giác $A'AM$ có: $AH=\frac{AA'.AM}{\sqrt{A'A^2+AM^2}}=\frac{\sqrt{5}}{5}a$. Vậy $d(A'O;BC)=\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17.12. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác vuông cân tại $B, BC = 2a$. SA vuông góc với mặt phẳng (ABC), góc tạo bởi SA với mặt phẳng (SBC) bằng 30^0, M là trung điểm của AC. Khoảng cách giữa AB và SM bằng?

Lời giải

Gọi F là trung điểm của BC, dựng hình chữ nhật $ABFG$ khi đó $AB//(SFG); SM \subset (SFG)$



Vậy

$d(AB;SM) = d(AB;(SFG)) = d(A;(SFG))$

Ta có $(SAG) \perp (SFG)$ và

$(SAG) \cap (SFG) = SG$ nên trong (SAG) kẻ

$AH \perp SG \ (H \in SG)$

$\Rightarrow AH \perp (SFG)$. Vậy $d(AB;SM) = AH$

Vì $(SAB) \perp (SBC)$ (do $BC \perp (SAB)$) nên

hình chiếu của A trên (SBC) nằm trên SB

do đó $\left(\widehat{SA;(SBC)}\right) = \widehat{ASB} = 30^0$

Tam giác ABC vuông cân tại $B, BC = 2a \Rightarrow AB = 2a$ và $SA = AB.\cot 30^0 = 2a\sqrt{3}$.

Trong tam giác vuông SAG có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AG^2} = \dfrac{1}{12a^2} + \dfrac{1}{a^2} = \dfrac{13}{12a^2}$.

Vậy $AH = \dfrac{2a\sqrt{39}}{13}$.

Câu 17.13. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AD = 2a$, $AB = BC = a$, $SA \perp (ABCD), SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách giữa SB và DC bằng

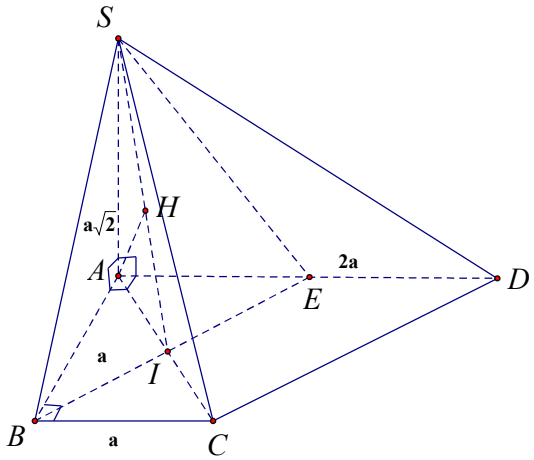
Lời giải

Gọi E là trung điểm của AD, ta có $CD // BE \Rightarrow CD // (SBE)$

Khi đó: $d(CD,SB) = d(CD,(SBE)) = d(D,(SBE)) = d(A,(SBE))$

Ta có:

$\left.\begin{array}{l} BE \perp AI \\ BE \perp SA \end{array}\right\} \Rightarrow BE \perp (SAI) \Rightarrow (SBE) \perp (SAI)$,



mặt khác $(SAI) \cap (SBE) = SI$

Trong mặt phẳng (SAI) kẻ

$AH \perp SI \Rightarrow AH \perp (SBE)$ và

$d(A,(SBE)) = AH$

$AI = \dfrac{AC}{2} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. Trong ΔSAI ta có:

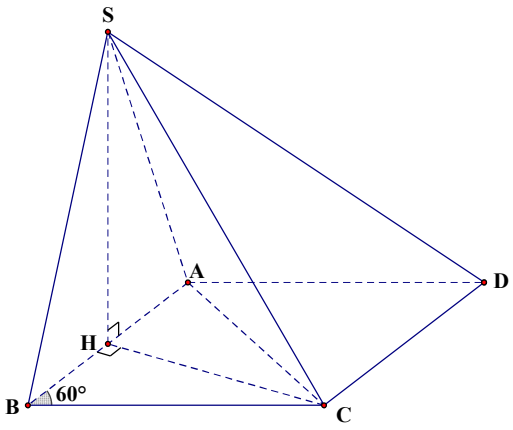
$\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AI^2} = \dfrac{1}{2a^2} + \dfrac{2}{a^2} = \dfrac{5}{2a^2} \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$. Vậy $d(CD,SB) = \dfrac{a\sqrt{10}}{5}$.

Câu 17.14. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi cạnh a và $\widehat{ABC}=60^0$. Mặt bên SAB là tam giác đều nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Khoảng cách giữa 2 đường thẳng CD và SA là

Lời giải

Gọi H là trung điểm AB suy ra $SH\perp\left(ABCD\right)$.

Ta có



$CD\ //\ AB\Rightarrow CD\ //\ \left(SAB\right)\Rightarrow d\left(CD;SA\right)=d\left[CD;\left(SAB\right)\right]=d\left[C;\left(SAB\right)\right]$.

Lại có ΔABC cân tại B có $\widehat{ABC}=60^\circ\Rightarrow\Delta ABC$ đều suy ra $CH\perp AB$.
Mặt khác $CH\perp SH$

Do đó $CH\perp\left(SAB\right)\Rightarrow d\left[C;\left(SAB\right)\right]=CH=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$. Vậy $d\left(SA;CD\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17.15. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. $AB=a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Gọi M là trung điểm của BC (tham khảo hình bên). Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM bằng

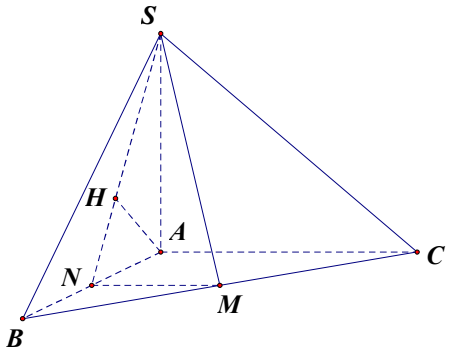
Lời giải

Gọi N là trung điểm của AB, khi đó $MN//AC$. Dựng $AH\perp SN$ tại H.

Dễ dàng chứng minh được $AH\perp\left(SMN\right)$.

Suy ra

$d\left(AC,SM\right)=d\left(AC,\left(SMN\right)\right)=d\left(A,\left(SMN\right)\right)=AH$.



Trong tam giác SAN vuông tại A có:

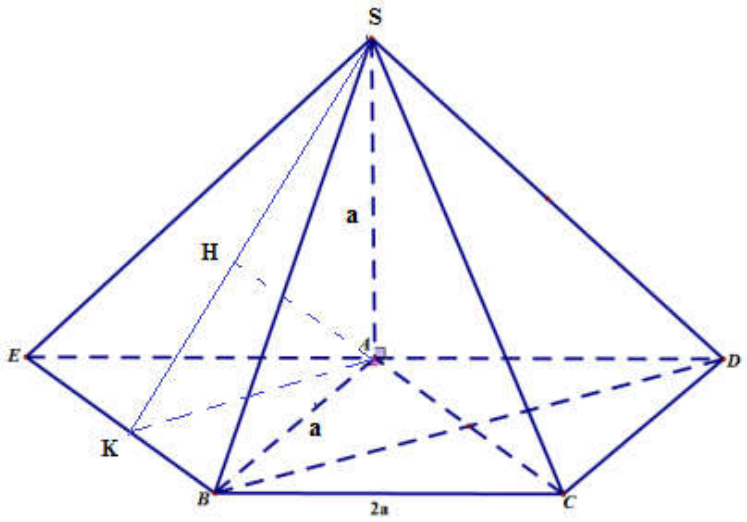
$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AS^2}+\dfrac{1}{AN^2}$, trong đó $AS=a$,

$AN=\dfrac{1}{2}AB=\dfrac{a}{2}$.

Suy ra $AH=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. Vậy $d\left(AC,SM\right)=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17.16. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật $AB=a,BC=2a,SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA=a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SB bằng

Lời giải



Dựng hình bình hành $ACBE$.

Có $AC//BE \Rightarrow AC//\left(SBE\right) \Rightarrow d\left(AC;SB\right)=d\left(AC;\left(SBE\right)\right)=d\left(A;\left(SBE\right)\right)$.

Xét từ diện $SABE$ có SA,AB,AE đôi một vuông góc nên

$$\frac{1}{d^2\left(A;\left(SBE\right)\right)}=\frac{1}{AS^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{4a^2}=\frac{9}{4a^2}\Rightarrow d\left(A;\left(SBE\right)\right)=\frac{2a}{3}..$$

Câu 17.17. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuônng cạnh $2a$, SA vuông góc với $(ABCD)$ và $SA=3a$. Gọi M là trung điểm của cạnh CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và BM bằng

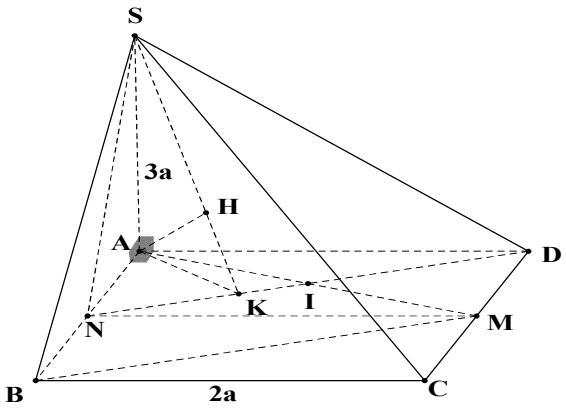
Lời giải

Gọi N là trung điểm của đoạn AB.

Ta có

$BM//DN\subset\left(SDN\right)\Rightarrow BM//\left(SDN\right)$

Suy ra



$d\left(SD,BM\right)=d\left(BM,\left(SDN\right)\right)=d\left(B,\left(SDN\right)\right)=d\left(A,\left(SDN\right)\right)$ (do N là trung điểm của đoạn AB).

Kẻ $AK\perp ND\Rightarrow ND\perp\left(SAK\right)\Rightarrow\left(SDN\right)\perp\left(SAK\right)$ theo giao tuyến SK.

Kẻ $AH\perp SK\Rightarrow AH\perp\left(SDN\right)$ hay $d\left(A,\left(SDN\right)\right)=AH$.

Mặt khá ta có $\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AD^2};\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AK^2}+\frac{1}{SA^2}\Rightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AN^2}+\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{SA^2}$

$\Leftrightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{4a^2}+\frac{1}{9a^2}\Leftrightarrow\frac{1}{AH^2}=\frac{49}{36a^2}\Leftrightarrow AH=\frac{6a}{7}$.

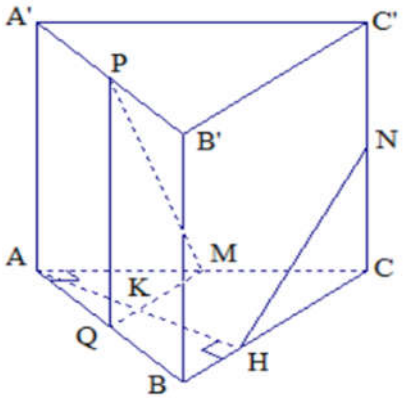
Vậy $d\left(SD,BM\right)=\frac{6a}{7}$.

Câu 17.18. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, $AB=a$, $BC=2a$, mặt bên $ACC'A'$ là hình vuông. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của

AC, CC', $A'B'$ và H là hình chiếu của A lên BC. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng MP và HN.

Lời giải

Gọi Q là trung điểm của $AB \Rightarrow \begin{cases} MQ // BC \\ PQ // BB' \end{cases} \Rightarrow (MPQ) // (BCC'B')$.



Gọi $K = AH \cap MQ$. Ta có

$\begin{cases} HK \perp MQ \\ HK \perp PQ \end{cases} \Rightarrow HK \perp (MPQ)$.

Do đó $d(MP, HN) = d(H;(MPQ)) = HK$.

ΔABC vuông tại A, ta có:

$AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = \sqrt{4a^2 - a^2} = a\sqrt{3}$.

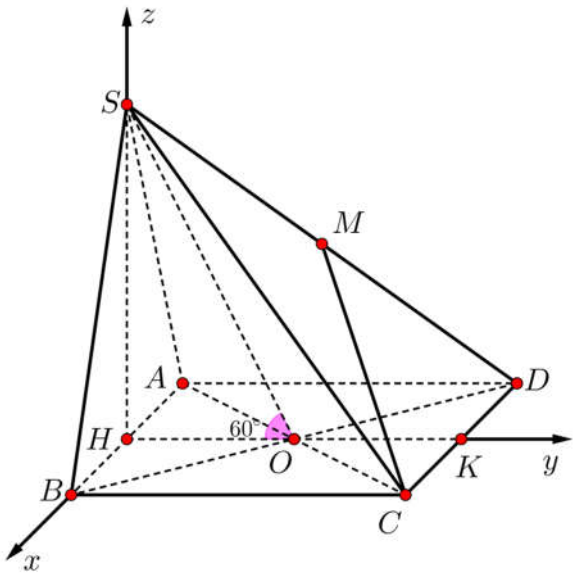
$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AB^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{4}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Vậy $d(MP, HN) = d(H;(MPQ)) = HK = \frac{AH}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17.19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, biết $AB = a$, $AD = a\sqrt{3}$, ΔSAB cân tại S và $(SAB) \perp (ABCD)$. SO tạo với mặt phẳng đáy một góc $60°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM với M là trung điểm SD.

Lời giải

Cách 1: Gọi K, H lần lượt là trung điểm của CD, AB.



Ta có ΔSAB cân tại S và $(SAB) \perp (ABCD) \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

$\widehat{(SO, (ABCD))} = \widehat{(SO, OH)} = \widehat{SOH} = 60°$,

$HO = \frac{HK}{2} = \frac{AD}{2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong ΔSHO có: $SH = HO.\tan\widehat{SOH} = \frac{3a}{2}$.

Gắn hệ trục như hình vẽ, ta có:

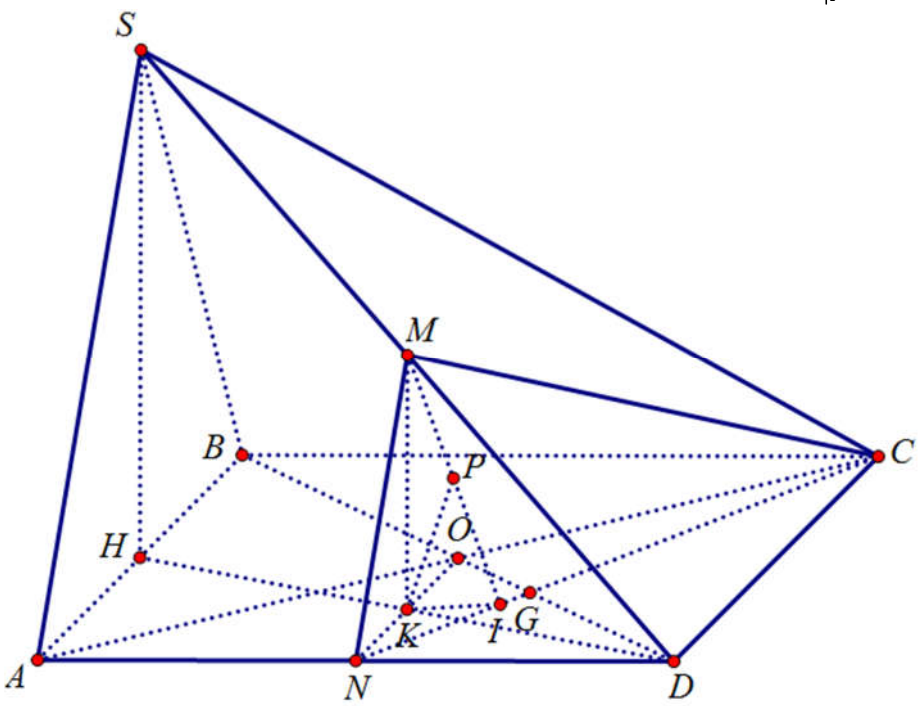
$A\left(-\frac{a}{2};0;0\right)$, $S\left(0;0;\frac{3a}{2}\right)$, $C\left(\frac{a}{2};a\sqrt{3};0\right)$, $D\left(-\frac{a}{2};a\sqrt{3};0\right)$.

M là trung điểm $SD \Rightarrow M\left(-\frac{a}{4};\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{3a}{4}\right)$.

$+\overrightarrow{CM} = \left(-\frac{3}{4}a;-\frac{a\sqrt{3}}{2};\frac{3a}{4}\right)$, $\overrightarrow{SA} = \left(\frac{-a}{2};0;\frac{-3a}{2}\right)$, $\overrightarrow{AC} = \left(a;a\sqrt{3};0\right)$

$\Rightarrow \left[\overrightarrow{CM},\overrightarrow{SA}\right]=\left(\frac{3\sqrt{3}a^2}{4};\frac{-3a^2}{2};\frac{-\sqrt{3}a^2}{4}\right),\ \left[\overrightarrow{CM};\overrightarrow{SA}\right].\overrightarrow{AC}=\frac{-3\sqrt{3}a^3.}{4}$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM là $d\left(SA,CM\right)=\frac{\left|\left[\overrightarrow{CM},\overrightarrow{SA}\right].\overrightarrow{AC}\right|}{\left\|\left[\overrightarrow{CM},\overrightarrow{SA}\right]\right\|}=\frac{3a}{\sqrt{22}}.$



Cách 2: Gọi H, N, K lần lượt là trung điểm của AB, AD, HD.

Ta có ΔSAB cân tại S và $\left(SAB\right)\perp\left(ABCD\right)\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right).$

$\left(\widehat{SO,\left(ABCD\right)}\right)=\left(\widehat{SO,OH}\right)=\widehat{SOH}=60^\circ,\ HO=\frac{AD}{2}=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Trong ΔSHO có: $SH=HO.\tan\widehat{SOH}=\frac{3a}{2},\ MK=\frac{1}{2}SH=\frac{3a}{4}.$

$HNDO$ là hình bình hành $\Rightarrow K$ trung điểm $NO.$

$OD\cap CN=G\Rightarrow G$ là trọng tâm tam giác $ACD\Rightarrow OG=\frac{1}{2}GD.$

Ta có $\begin{cases}SH\perp\left(ABCD\right)\\MK//\mathrm{SH}\end{cases}\Rightarrow MK\perp\left(ABCD\right)$

Kẻ $KI\perp NC,\ KP\perp MI\ \left(I\in NC,\ P\in MI\right)\Rightarrow KP\perp\left(MNC\right).$

$$KI=d\left(K,NC\right)=\frac{1}{2}d\left(O;NC\right)=\frac{1}{4}d\left(D;NC\right)=\frac{1}{4}.\frac{ND.DC}{NC}=\frac{1}{4}.\frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}.a}{\sqrt{a^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{21}}{28}.$$

$$\Delta KIM:\ KP=\frac{KM.KI}{MI}=\frac{\frac{3a}{4}.\frac{a\sqrt{21}}{28}}{\sqrt{\left(\frac{3a}{4}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{21}}{28}\right)^2}}=\frac{3a\sqrt{2}}{8\sqrt{11}}.\Rightarrow d\left(K,\left(NMC\right)\right)=KP=\frac{3a\sqrt{2}}{8\sqrt{11}}.$$

$$\Rightarrow d\left(SA,CM\right)=d\left(SA,\left(NMC\right)\right)=d\left(D,\left(NMC\right)\right)=4d\left(K,\left(NMC\right)\right)=\frac{3a}{\sqrt{22}}.$$

Câu 17.20. Cho hình chóp $S.ABCD$ có thể tích bằng $36a^3\sqrt{2}$, $AB=6a$, ΔSAB đều, $ABCD$ là hình bình hành. Trên cạnh SB,SC lần lượt lấy các điểm I,E sao cho $\overrightarrow{SI}=\frac{2}{5}\overrightarrow{SB}$, $\overrightarrow{SE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{SC}$. Gọi H là trọng tâm ΔACD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AI và HE bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi K,F,L lần lượt là trung điểm của AD,SC,BC.

Ta có: $\overrightarrow{SE}=\frac{2}{3}\overrightarrow{SC}\Rightarrow FE=\frac{1}{3}FC$.

Mà $KH=\frac{1}{3}KC$. Suy ra:

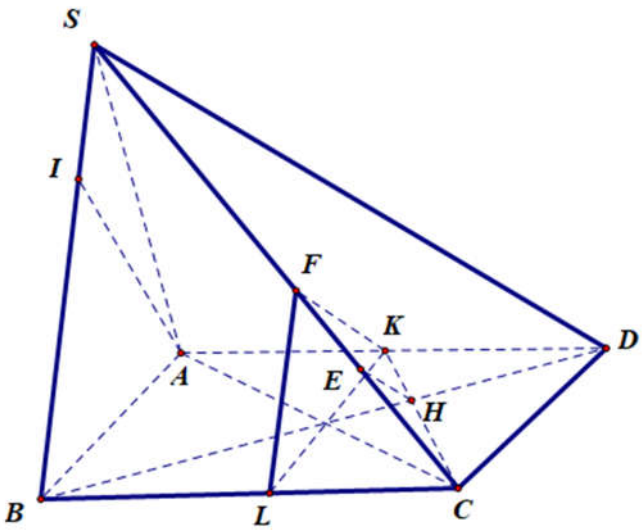
$EH//FK\Rightarrow EH//\left(FLK\right)$.

Mặc khác:

$$\left.\begin{matrix}KL//AB\\FL//SB\end{matrix}\right\}\Rightarrow\left(FLK\right)//\left(SAB\right)$$

$\Rightarrow EH//\left(SAB\right)$

Suy ra:



$$d\left(AI,EH\right)=d\left(EH,\left(SAB\right)\right)=d\left(H,\left(SAB\right)\right)=\frac{2}{3}d\left(D,\left(SAB\right)\right)$$

$$d\left(D,\left(SAB\right)\right)=\frac{3V_{D.SAB}}{S_{SAB}}=\frac{3V_{SABD}}{S_{SAB}}=\frac{3.\frac{1}{2}V_{SABCD}}{\left(6a\right)^2.\frac{\sqrt{3}}{4}}=\frac{3.\frac{1}{2}.36a^3\sqrt{2}}{6a^2\frac{\sqrt{3}}{4}}=2a\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow d\left(AI,EH\right)=\frac{4}{3}a\sqrt{6}$$

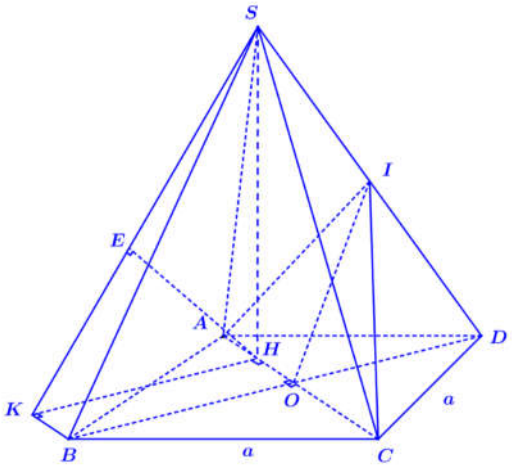
Câu 17.21. Cho hình chóp $S.ABCD$ đáy là hình thoi tâm O, cạnh a, $\widehat{ABC}=60^\circ$. Hình chiếu của S lên $(ABCD)$ là trung điểm H của AO, $\left(\widehat{SB,(ABC)}\right)=60^\circ$. Tính khoảng cách giữa SB và CI với I là trung điểm cạnh SD.

Lời giải

Dựng hình bình hành $BOHK \Rightarrow BOHK$ là hình chữ nhật $\Rightarrow (SBK)//(AIC)$.

Kẻ $HE \perp SK \Rightarrow HE \perp (SBK)$

$\Rightarrow d(SB,CI) = d((SBK),(AIC)) = HE$.



Xét ΔBHO vuông tại O:

$BH = \sqrt{BO^2 + OH^2} = \dfrac{a\sqrt{13}}{4}$.

Xét ΔSHB vuông tại H:

$SH = BH.\tan 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{39}}{4}$.

Xét ΔSHK vuông tại H:

$\dfrac{1}{HE^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HK^2} = \dfrac{16}{39a^2} + \dfrac{4}{3a^2} = \dfrac{68}{39a^2} \Rightarrow HE = \dfrac{a\sqrt{39}}{2\sqrt{17}}$.

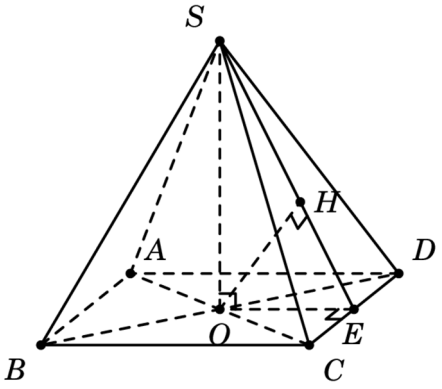
Câu 17.22. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông tâm O cạnh a, SO vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SO = a$. Khoảng cách giữa SC và AB bằng:

Lời giải

$AC \,//\, CD \Rightarrow AB \,//\, (SCD) \Rightarrow d(AB,SC) = d(AB,(SCD)) = d(A,(SCD)) = 2d(O,(SCD))$

Gọi E là trung điểm $CD \Rightarrow OE \perp CD \Rightarrow CD \perp (SOE)$.

Từ O kẻ $OH \perp SE$ tại $H \Rightarrow OH \perp (SCD) \Rightarrow d(O,(SCD)) = OH$.



Ta có $OE = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{a}{2}$. Tam giác SOE vuông tại O

$\dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OE^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{5}}{5}$. Suy ra

$d(AB,SC) = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17.23. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Mặt bên SAD là tam giác đều và $(SAD) \perp (ABCD)$. Gọi M là trung điểm của cạnh đáy AB. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và CM là:

Lời giải

Gọi H; N; E lần lượt là trung điểm AD; CD; AN

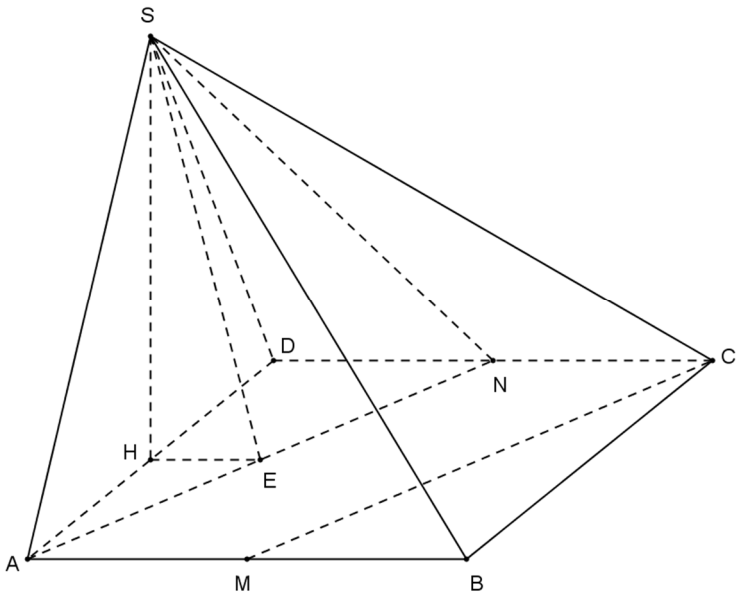
Từ gt $\Rightarrow SH \perp AD$ nên $SH \perp (ABCD)$

Dễ thấy $CM\,//\,(SAN)$

$\Rightarrow d(SA;CM) = d(CM;(SAN)) = d(C;(SAN)) = d(D;(SAN)) = 2d(H;(SAN))$

Mà $HA = \dfrac{1}{2}AD = \dfrac{a}{2}$; $HE = \dfrac{1}{2}DN = \dfrac{1}{4}CD = \dfrac{a}{4}$; $HS = SA.\sin 60^\circ = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

HA; HE; HS đôi một vuông góc



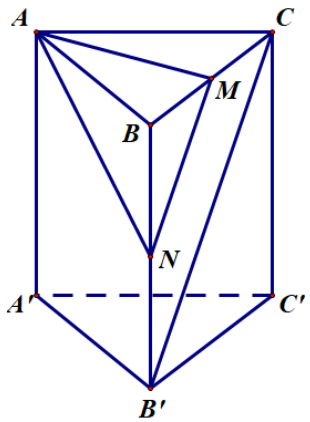
$$\Rightarrow \frac{1}{\left[d\left(H;\left(SAN\right)\right)\right]^2}=\frac{1}{HA^2}+\frac{1}{HE^2}+\frac{1}{HS^2}\Rightarrow d\left(H;\left(SAN\right)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{8}$$

$$\Rightarrow d\left(SA;CM\right)=2d\left(H;\left(SAN\right)\right)=\frac{a\sqrt{3}}{4}.$$

Câu 17.24. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông và $AB=BC=a, AA'=a\sqrt{2}, M$ là trung điểm của BC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ bằng

Lời giải

Gọi N là trung điểm của $B'B$. Ta có
$MN \parallel B'C \Rightarrow \left(AMN\right) \parallel B'C$.
Do đó



$$d\left(AM,B'C\right)=d\left(B'C,\left(AMN\right)\right)=d\left(B',\left(AMN\right)\right)==d\left(B,\left(AMN\right)\right)=d.$$

Xét tứ diện vuông $B.AMN$ có $\frac{1}{d^2}=\frac{1}{BA^2}+\frac{1}{BM^2}+\frac{1}{BN^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{4}{a^2}+\frac{2}{a^2}=\frac{7}{a^2}$,

vậy $d=\frac{a\sqrt{7}}{7}$.

Câu 17.25. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=a$, $\widehat{ASB}=60°$, $\widehat{BSC}=90°$ và $\widehat{CSA}=120°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AC và SB.

Lời giải

Ta có: ΔSAB đều nên $AB=a$, ΔSBC vuông cân tại S nên $BC=a\sqrt{2}$.

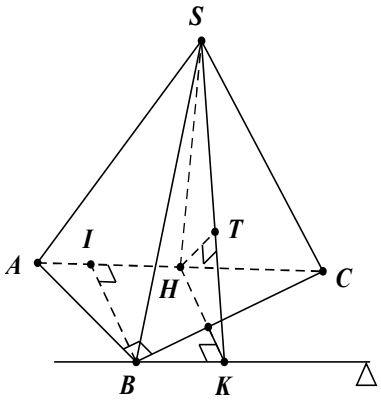
ΔSAC có $AC^2=SA^2+SC^2-2.SA.SC.\cos\widehat{ASC}\Rightarrow AC=a\sqrt{3}$.

ΔABC có $AC^2=AB^2+BC^2$ nên vuông tại B.

Suy ra hình chiếu vuông góc H của S trên (ABC) là trung điểm của AC.

Kẻ Δ đi qua B và song song với AC. Suy ra $AC\,//\,(SB,\Delta)$.

Kẻ



$HK\perp\Delta$, $HT\perp SK$, $BI\perp AC$ $(K\in\Delta,\ T\in SK,\ I\in AC)$.

Khi đó $d(AC,SB)=d\big(AC,(SB,\Delta)\big)=d\big(H,(SB,\Delta)\big)=HT$.

$d(AC,SB)=d\big(AC,(SB,\Delta)\big)=d\big(H,(SB,\Delta)\big)=HT$

$SH=\dfrac{HC}{\sqrt{3}}=\dfrac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{3}}=\dfrac{a}{2}$, $HK=BI=\dfrac{AB.BC}{AC}=\dfrac{a.a\sqrt{2}}{a\sqrt{3}}=\dfrac{a\sqrt{6}}{3}$;

$\dfrac{1}{HT^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{HK^2}\Rightarrow HT=\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$. Vậy $d(AC,SB)=\dfrac{a\sqrt{22}}{11}$.

Câu 17.26. Cho hình chóp $S.ABCD$ có các mặt phẳng (SAB); (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, đáy là hình thang vuông tại các đỉnh A và B, có $AD=2AB=2BC=2a$; $SA=AC$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng:

Lời giải

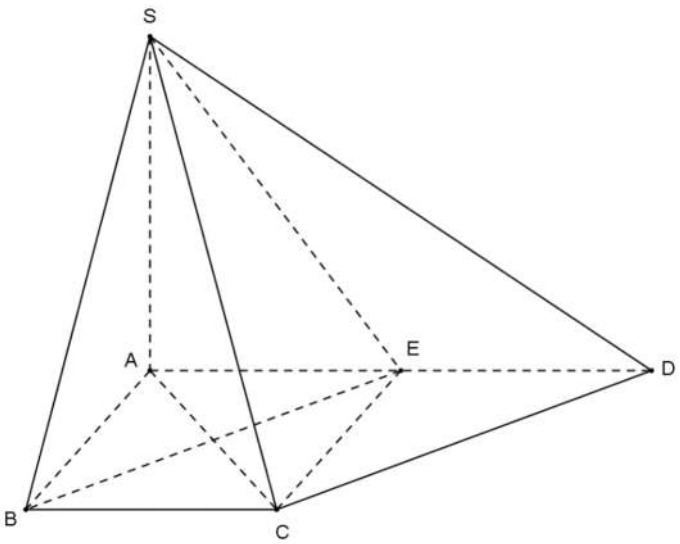
Từ gt $\Rightarrow SA\perp(ABCD)$

Gọi E là trung điểm $AD\Rightarrow AB=AE=a$

Do đó $ABCE$ là hình vuông cạnh a

$\Rightarrow SA=AC=a\sqrt{2}$.

Dễ thấy $CD\,//\,(SAE)\Rightarrow$



$d(SB;CD)=d\big(CD;(SBE)\big)=d\big(C;(SBE)\big)=d\big(A;(SBE)\big)$

Mà SA; AB; AE đôi một vuông góc.

$$\Rightarrow \frac{1}{\left[d\left(A;\left(SBE\right)\right)\right]^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AB^2}+\frac{1}{AE^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{a^2}+\frac{1}{\left(a\sqrt{2}\right)^2}=\frac{5}{2a^2}$$

$$\Rightarrow d\left(SB;CD\right)=d\left(A;\left(SBE\right)\right)=\frac{a\sqrt{10}}{5}.$$

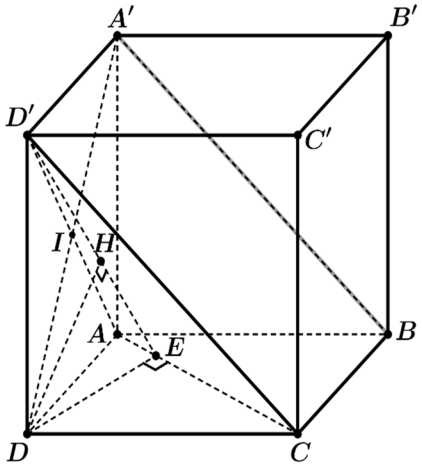
Câu 17.27. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=a\sqrt{2}$, $AA'=a$. Tính theo a khoảng cách d giữa hai đường thẳng $A'B$ và AC.

Lời giải

Ta có $A'B//CD'\Rightarrow A'B//\left(ACD'\right)\Rightarrow d=\mathrm{d}\left(A',\left(ACD'\right)\right)$.

Gọi $I=A'D\cap AD'\Rightarrow I=A'D\cap\left(ACD'\right)$.

Suy ra

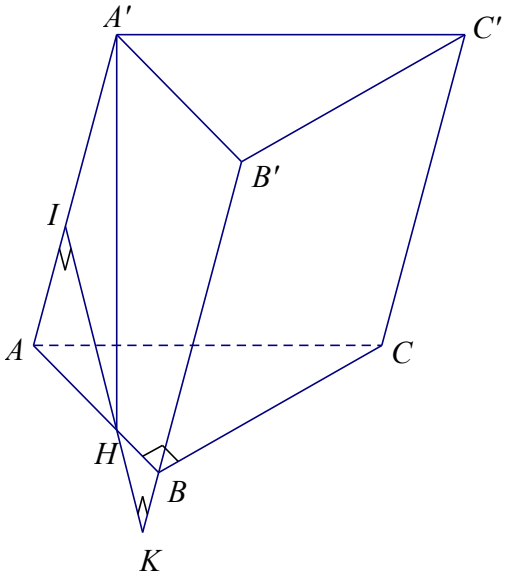


$$\frac{\mathrm{d}\left(A',\left(ACD'\right)\right)}{\mathrm{d}\left(D,\left(ACD'\right)\right)}=\frac{A'I}{DI}=1\Rightarrow\mathrm{d}\left(A',\left(ACD'\right)\right)=\mathrm{d}\left(D,\left(ACD'\right)\right).$$

Vẽ $\begin{cases}DE\perp AC\\DH\perp D'E\end{cases}\Rightarrow DH\perp\left(ACD'\right)\Rightarrow\mathrm{d}\left(D,\left(ACD'\right)\right)=DH$.

Ta có $\frac{1}{DH^2}=\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DC^2}+\frac{1}{DD'^2}=\frac{2}{a^2}\Leftrightarrow DH=\frac{a\sqrt{2}}{2}$. Vậy $d=\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 17.28. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy là tam giác vuông cân tại B với $AB=a$. Hình chiếu vuông góc của A' lên mặt phẳng $\left(ABC\right)$ là điểm H trên cạnh AB sao cho $HA=2HB$. Biết $A'H=\frac{a\sqrt{2}}{3}$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng AA' và BC theo a.



Lời giải

Ta có: $AA'//BB'\Rightarrow AA'//\left(BCC'B'\right)$.

$\Rightarrow d\left(AA',BC\right)=d\left(AA',\left(BCC'B'\right)\right)$

$=d\left(A,\left(BCC'B'\right)\right)=3d\left(H,\left(BCC'B'\right)\right)$ (Vì $HA=2HB$)

Theo bài, kẻ $HK\perp BB'$ thì K nằm ngoài cạnh BB'. Kéo dài KH cắt AA' tại I.

Suy ra $HK=\frac{1}{2}HI$.

Lại có: $BC \perp \left(ABB'A'\right) \Rightarrow BC \perp HK$.

Suy ra $HK \perp \left(BCC'B'\right)$ hay $d\left(H,\left(BCC'B'\right)\right) = HK = \frac{1}{2}HI$.

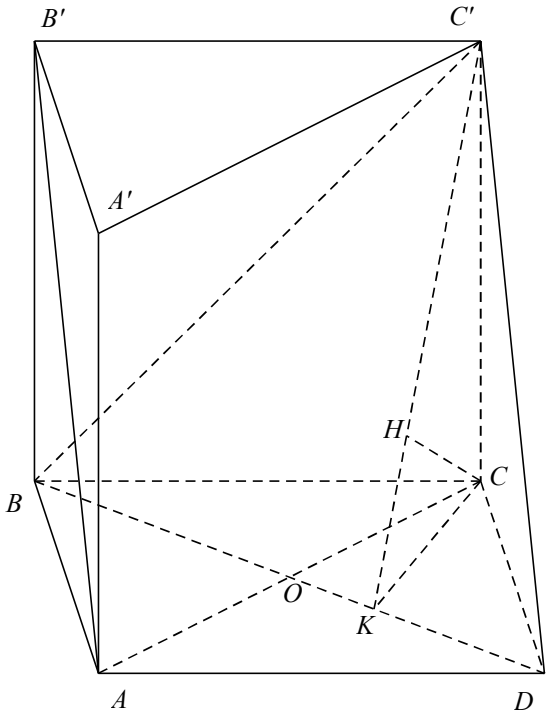
Vậy $d\left(AA',BC\right) = \frac{3}{2}HI$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông AHA' ta được: $\frac{1}{HI^2} = \frac{1}{HA^2} + \frac{1}{HA'^2}$

$\Rightarrow \frac{1}{HI^2} = \frac{1}{\left(\frac{2a}{3}\right)^2} + \frac{1}{\left(\frac{a\sqrt{2}}{3}\right)^2} \Rightarrow HI = \frac{2a\sqrt{3}}{9} \Rightarrow d\left(AA',BC\right) = \frac{3}{2}HI = \frac{3}{2}.\frac{2a\sqrt{3}}{9} = \frac{a\sqrt{3}}{3}.$

Câu 17.29. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có ABC là tam giác vuông cân, $AB = AC = a$, $AA' = a\sqrt{3}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng chéo nhau AB', BC'.

Lời giải



Gọi điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành và O là giao điểm của AC và BD.

Ta có $AB' // DC'$ nên $AB' // \left(BDC'\right)$.

Suy ra $d\left(AB',\ BC'\right) = d\left(AB',\left(BDC'\right)\right) = d\left(A,\left(BDC'\right)\right) = d\left(C,\left(BDC'\right)\right)$, (do AC cắt $\left(BDC'\right)$ tại O và O là trung điểm của AC).

Trong $mp\left(ABCD\right)$, kẻ CK vuông góc BD tại K; trong $mp\left(BDC'\right)$, kẻ CH vuông góc $C'K$ tại H. Khi đó CH vuông góc $mp\left(BDC'\right)$ nên $CH = d\left(C,\left(BDC'\right)\right)$.

Trong ΔCOD vuông tại C có $CD = AB = a$, $OC = \frac{1}{2}AC = \frac{a}{2}$, CK là đường cao nên

$\frac{1}{CK^2} = \frac{1}{CO^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{4}{a^2} + \frac{1}{a^2} = \frac{5}{a^2}$

Trong $\Delta CC'K$ vuông tại C có $CC' = AA' = a\sqrt{3}$, CH là đường cao nên

$\frac{1}{CH^2}=\frac{1}{CK^2}+\frac{1}{CC'^2}=\frac{5}{a^2}+\frac{1}{3a^2}=\frac{16}{3a^2}\Rightarrow CH=\frac{a\sqrt{3}}{4}$

$\Rightarrow d(AB',BC')=d(C,(BDC'))=CH=\frac{a\sqrt{3}}{4}$. Vậy $d(AB',BC')=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Câu 17.30. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm $I; AB=2a; BD=\sqrt{3}AC$, mặt bên SAB là tam giác cân đỉnh A, hình chiếu vuông góc của đỉnh S trên mặt phẳng đáy trùng với trung điểm H của AI. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và CD bằng.

Lời giải

Vì $DC//(SAB)$ nên $d(DC;SB)=d(DC;(SAB))=d(D;(SAB))$

Mà I là trung điểm BD; H là trung điểm AI

$\Rightarrow d(D;(SAB))=2d(I;(SAB))=2.[2.d(H;(SAB))]=4d(H;(SAB))$.

Kẻ $HM\perp BA$ tại M, kẻ $HK\perp SM$ tại K.

Vì $AB\perp SH, AB\perp HM\Rightarrow AB\perp(SHM)$.

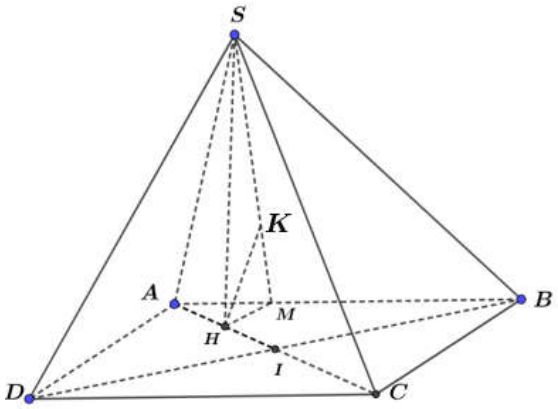
$\Rightarrow AB\perp HK$

Mà $HK\perp SM\Rightarrow HK\perp(SAB)$

$\Rightarrow d(H,(SAB))=HK$.

Vì $ABCD$ là hình thoi,

$BD=\sqrt{3}AC\Rightarrow\begin{cases}AB=BC\\BI=\sqrt{3}AI\end{cases}\Rightarrow\Delta ABC$ đều



$\Rightarrow AC=AB=2a\Rightarrow AH=\frac{a}{2}$.

Vì ΔSAB cân ở A nên $SA=AB=2a$.

Xét ΔSAH vuông ở H có:

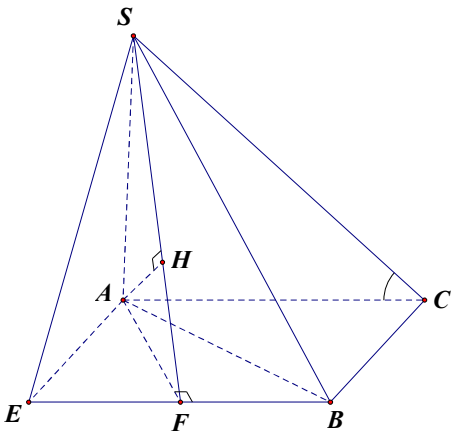
$SH=\sqrt{SA^2-AH^2}=\frac{a\sqrt{15}}{2}$.

Xét ΔAHM vuông ở M có: $HM=AH.\sin A=AH.\sin 60^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét ΔSHM vuông ở H có: $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HM^2}\Rightarrow HK=\frac{a\sqrt{35}}{14}=d(H,(SAB))$.

$\Rightarrow d(D;(SAB))=4d(H;(SAB))=\frac{2a\sqrt{35}}{7}$. Vậy $d(SB,CD)=\frac{2a\sqrt{35}}{7}$.

Câu 17.31. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. $SA \perp (ABC)$, góc giữa SC và mặt phẳng (ABC) bằng $30°$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC



Lời giải

Ta có $(SC,(ABC)) = (SC,AC) = \widehat{SCA} = 30°$.

Dựng hình bình hành $ACBE$ khi đó $d(SB,AC) = d(AC,(SBE)) = d(A,(SBE))$.

Gọi F là trung điểm EB thì $AF \perp EB$, kẻ $AH \perp SF$ thì $AH \perp (SBE)$.

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AF^2} = \dfrac{1}{(AC\tan 30°)^2} + \left(\dfrac{2}{AB\sqrt{3}}\right)^2 \Rightarrow AH = \dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

Vậy $d(SB,AC) = \dfrac{a\sqrt{39}}{13}$.

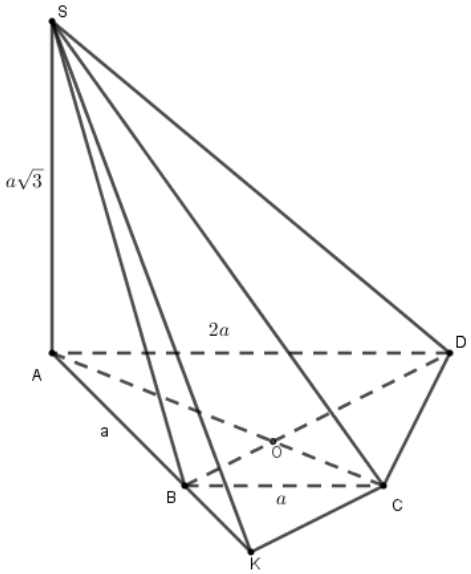
Câu 17.32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A, B. Biết $SA \perp (ABCD)$, $AB = BC = a$, $AD = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và SC bằng

Lời giải

Gọi $O = AC \cap BD$; Ta có $\dfrac{AO}{OC} = \dfrac{AD}{BC} = 2$

Từ C kẻ $Cx // BD$; $Cx \cap AB = K \Rightarrow \dfrac{AB}{BK} = 2$

Suy ra $d(BD;SC) = d(B,(SCK)) = \dfrac{1}{3}d(A,(SCK))$



$d(A,BD) = \dfrac{2S_{\Delta ABD}}{DB} = \dfrac{AB.AD}{BD} = \dfrac{a.2a}{\sqrt{a^2+(2a)^2}} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$

$\dfrac{d(A,BD)}{d(A,KC)} = \dfrac{AB}{AK} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow d(A,KC) = \dfrac{3}{2}d(A,BD) = \dfrac{3}{2}.\dfrac{2a\sqrt{5}}{5} = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

$\dfrac{1}{d^2(A,(SKC))} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{d^2(A,KC)} = \dfrac{1}{3a^2} + \dfrac{5}{9a^2} = \dfrac{8}{9a^2} \Rightarrow d(A,(SCK)) = \dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $d(BD,SC) = \dfrac{1}{3}.\dfrac{3a\sqrt{2}}{4} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

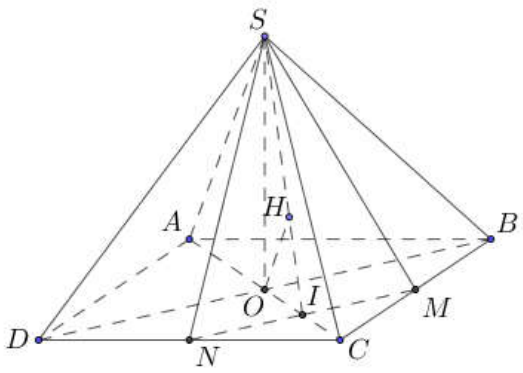
Câu 17.33. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD.

Lời giải

Gọi O là giao điểm của AC và $BD \Rightarrow SO \perp (ABCD)$.

Gọi N là trung điểm của CD, I là giao điểm của MN và OC. $\Rightarrow (SMN) \perp (SOI)$.

Kẻ $OH \perp SI \ (H \in SI) \Rightarrow OH \perp (SMN)$



$\Rightarrow DB//MN \Rightarrow BD//(SMN) \Rightarrow d(SM;BD) = d(BD;(SMB)) = d(O,(SMN)) = OH.$

Ta có: $OC = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; $SO = \sqrt{SC^2 - CO^2} = \sqrt{a^2 - \dfrac{a^2}{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$

$\Rightarrow OI = \dfrac{a\sqrt{2}}{4} \Rightarrow \dfrac{1}{OH^2} = \dfrac{1}{SO^2} + \dfrac{1}{OI^2} = \dfrac{2}{a^2} + \dfrac{8}{a^2} = \dfrac{10}{a^2} \Rightarrow OH = \dfrac{a\sqrt{10}}{10}$

$\Rightarrow d(SM, BD) = \dfrac{a\sqrt{10}}{10}$.

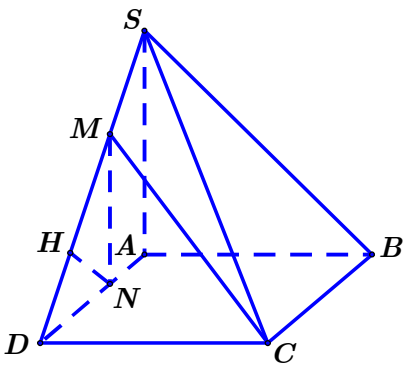
Câu 17.34. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng a, $SA \perp (ABCD)$, $SA = a\sqrt{3}$. Gọi M là điểm trên đoạn SD sao cho $MD = 2MS$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CM bằng

Lời giải

Kẻ $MN // SA$. Ta có $\dfrac{DM}{DS} = \dfrac{DN}{DA} = \dfrac{MN}{SA} = \dfrac{2}{3}$; $MN = \dfrac{2\sqrt{3}}{3}a$, $DN = \dfrac{2}{3}a$.

Ta có: $CD // AB$ nên $d(AB,CM) = d(AB,(CMD)) = d(A,(CMD)) = \dfrac{3}{2}d(N,(CMD))$.

Gọi H là hình chiếu của N lên MD khi đó $NH = d(N,(CMD))$.



Xét tam giác vuông ΔMND ta có:

$\dfrac{1}{NH^2} = \dfrac{1}{ND^2} + \dfrac{1}{NM^2} = \dfrac{9}{12a^2} + \dfrac{9}{4a^2} = \dfrac{36}{12a^2}$.

$\Rightarrow NH = \dfrac{\sqrt{3}}{3}a$

$\Rightarrow d(AB,CM) = \dfrac{3}{2}NH = \dfrac{3}{2}.\dfrac{a\sqrt{3}}{3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Cách 2 :

Ta có: $CD // AB$ nên $d(AB,CM) = d(AB,(CMD)) = d(A,(CMD)) = d(A,(SCD))$.

Gọi H là hình chiếu của A lên SD.

Có $\begin{cases} CD \perp AD \\ CD \perp SA \end{cases} \Rightarrow CD \perp (SAD) \Rightarrow CD \perp AH$

Suy ra $AH \perp (SCD)$ hay $AH = d(A,(SCD))$.

Xét tam giác vuông ΔSAD ta có: $\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AD^2}+\frac{1}{AS^2}=\frac{1}{a^2}+\frac{1}{3a^2}=\frac{4}{3a^2}$.

$\Rightarrow AH=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow d\left(AB,CM\right)=\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 17.35. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có $AC=a$, $BC=2a$, $\widehat{ACB}=120^\circ$. Gọi M là trung điểm của BB'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và CC' theo a.

Lời giải

Ta có $CC'//AA'\Rightarrow CC'//\left(ABB'A'\right)$ mà $AM\subset\left(ABB'A'\right)$ nên ta có

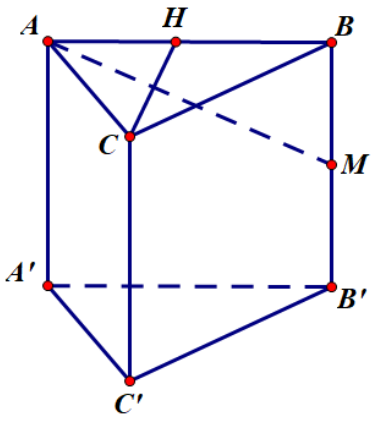
$d\left(CC',AM\right)=d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)$.

Kẻ $CH\perp AB\quad(1)$.

Mặt khác ta có $BB'\perp\left(ABC\right)\Rightarrow BB'\perp CH\quad(2)$.

Từ (1) và (2) suy ra $CH\perp\left(ABB'A'\right)$.

Vậy ta có $d\left(CC',AM\right)=d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)=CH$.



Xét tam giác ΔABC

Ta có $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CA.CB.\sin 120^\circ=\frac{a^2\sqrt{3}}{2}$;

$AB=\sqrt{CA^2+CB^2-2CA.CB\cos 120^\circ}=a\sqrt{7}$.

Mặt khác $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}CH.AB$

$\Rightarrow CH=\frac{2S_{\Delta ABC}}{AB}=\frac{2.\frac{a^2\sqrt{3}}{2}}{a\sqrt{7}}=a\sqrt{\frac{3}{7}}$.

Vậy $d\left(CC',AM\right)=d\left(CC',\left(ABB'A'\right)\right)=CH=a\sqrt{\frac{3}{7}}$.

Câu 17.36. Cho chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a, tam giác SAB vuông cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính khoảng cách d giữa SB và AC.

Lời giải

Kẻ đường thẳng Δ đi qua B và $\Delta\,//AC$.

Kẻ $HD\perp\Delta$ tại D.

Khi đó $AC\,//BD\Rightarrow AC\,//\left(SDB\right)$

$\Rightarrow d\left(AC;SB\right)=d\left(AC;\left(SBD\right)\right)=d\left(A;\left(SDB\right)\right)=2d\left(H;\left(SDB\right)\right)$.

Kẻ $HK\perp SD$ tại K.

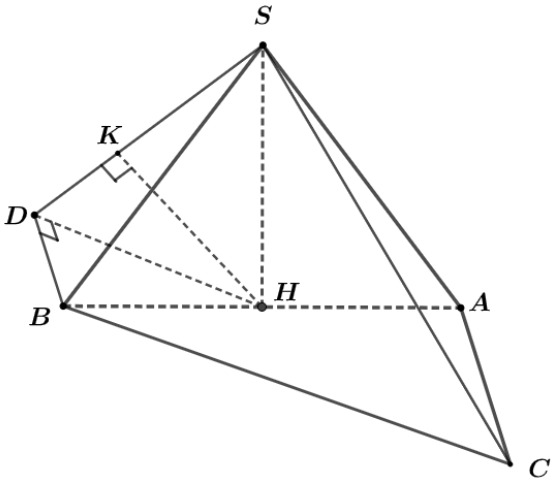
Vì $BD \perp DH, BD \perp SH \Rightarrow BD \perp (SDH) \Rightarrow BD \perp HK$.

Mà $HK \perp SD \Rightarrow HK \perp (SDB)$

$\Rightarrow d(H;(SDB)) = HK$.

Ta có ΔSAB vuông cân ở S nên

$SH = HB = HA = \frac{a}{2}$.



Vì $AC // BD \Rightarrow \widehat{DBH} = \widehat{BAC} = 60°$.

ΔHDB vuông ở D nên

$HD = HB.\sin\widehat{HBD} = \frac{a}{2}.\sin 60° = \frac{a\sqrt{3}}{4}$.

ΔSHD vuông ở H có:

$\frac{1}{SH^2} + \frac{1}{DH^2} = \frac{1}{HK^2} \Rightarrow HK = \frac{a\sqrt{21}}{14} = d(H;(SBD))$.

$\Rightarrow d(SB;AC) = 2d(H;(SBD)) = \frac{a\sqrt{21}}{7}$.

Câu 17.37. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SD = \frac{a\sqrt{17}}{2}$, hình chiếu vuông góc H của S trên mặt phẳng $(ABCD)$ là trung điểm của đoạn AB. Gọi K là trung điểm của đoạn AD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng HK và SD theo a là

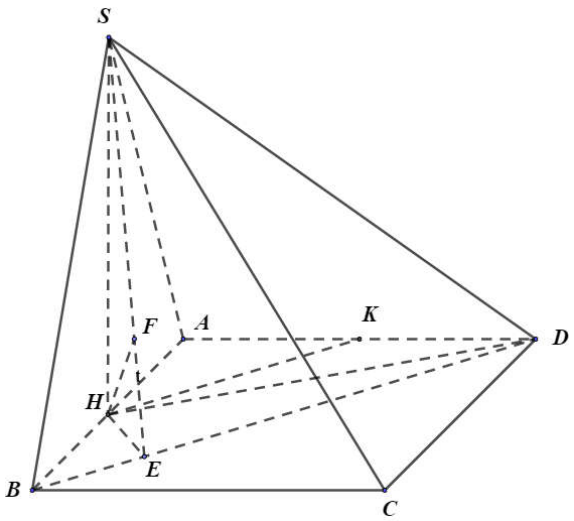
Lời giải

$+ \begin{cases} HK // BD \\ BD \subset (SBD) \end{cases} \Rightarrow HK // (SBD) \Rightarrow d(HK,SD) = d(HK,(SBD))$.

+ Kẻ $HE \perp BD$ cắt BD tại E, ta có

$\begin{cases} BD \perp HE \\ BD \perp SH \end{cases} \Rightarrow BD \perp (SHE)$.

+ Kẻ $HF \perp SE$, cắt SE tại F, ta có



$\begin{cases} HF \perp SE \\ HF \perp BD \end{cases} \Rightarrow HF \perp (SBD) \Rightarrow d(HK,(SBD)) = d(H,(SBD)) = HF$.

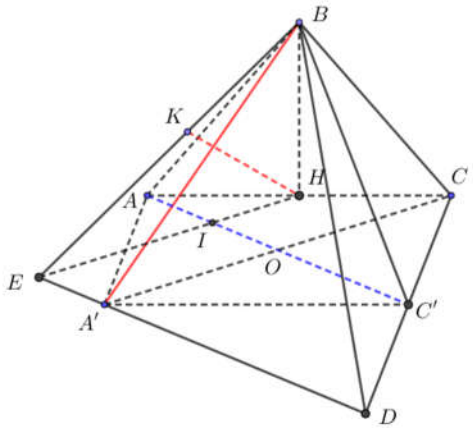
$HD = \sqrt{AH^2 + AD^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow SH = \sqrt{SD^2 - HD^2} = a\sqrt{3}$;

$HE = \frac{1}{4}AC = \frac{a\sqrt{2}}{4}$; $\frac{1}{HF^2} = \frac{1}{SH^2} + \frac{1}{HE^2} \Rightarrow HF = \frac{a\sqrt{3}}{5}$.

Vậy $d\left(HK,SD\right)=\dfrac{a\sqrt{3}}{5}$.

Câu 17.38. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh có độ dài bằng 2. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng

Lời giải



Gọi H là trung điểm $AC \Rightarrow \begin{cases} BH \perp AC \\ BH \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BH \perp \left(ACC'A'\right)$.

Dựng hình bình hành $AC'DA'$ và kẻ $EH \perp A'D$.
Gọi $I = EH \cap AC, O = AC' \cap A'C$ và kẻ $HK \perp BE$.

$\Rightarrow d\left(AC',BA'\right)=d\left(AC',\left(BDA'\right)\right)=d\left(I,\left(BDA'\right)\right)=\dfrac{2}{3}d\left(H,\left(BDA'\right)\right)=\dfrac{2}{3}HK$.

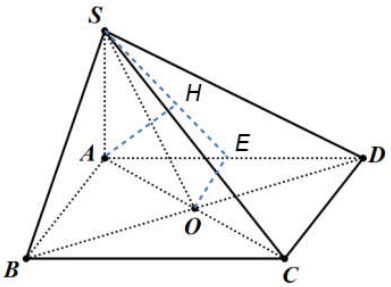
Ta có: $BH=\dfrac{2\sqrt{3}}{2}=\sqrt{3}, HE=\dfrac{3}{4}A'C=\dfrac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d\left(AC',BA'\right)=\dfrac{2}{3}\dfrac{BH.HE}{\sqrt{BH^2+HE^2}}=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và $A'B$ bằng $\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Câu 17.39. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $\widehat{SBD}=60^\circ$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SO bằng

Lời giải

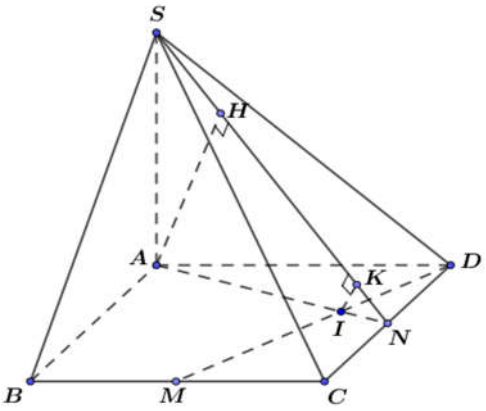
Tam giác SBD cân tại S và $\widehat{SBD}=60^\circ$ nên $SB=BD=a\sqrt{2} \Rightarrow SA=a$.
Gọi E là trung điểm AD, suy ra $OE//AB$, do đó $AB//\left(SOE\right)$.
Dựng $AH \perp SE$ tại H. Ta có $AH \perp SE$ và $AH \perp OE$ (do $OE \perp \left(SAD\right)$) nên $AH \perp \left(SEO\right)$.



$d\left(AB,SO\right)=d(AB,(SOE))=d(A,(SOE))=AH=\dfrac{SA.AE}{\sqrt{SA^2+AE^2}}=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17.40. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh bằng 2. Các điểm M,N lần lượt là trung điểm các cạnh BC và CD. $SA=\sqrt{5}$ và SA vuông góc với đáy. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SN và DM bằng

Lời giải



+ Ta chứng minh $AN \perp DM$, thật vậy ta có: $\Delta ADN = \Delta DCM$ suy ra $\widehat{NAD} = \widehat{MDC}$, mà $\widehat{ADM} + \widehat{MDC} = 90^0$ nên $\widehat{ADM} + \widehat{NAD} = 90^0$. Từ đó ta có $MD \perp (SAN)$

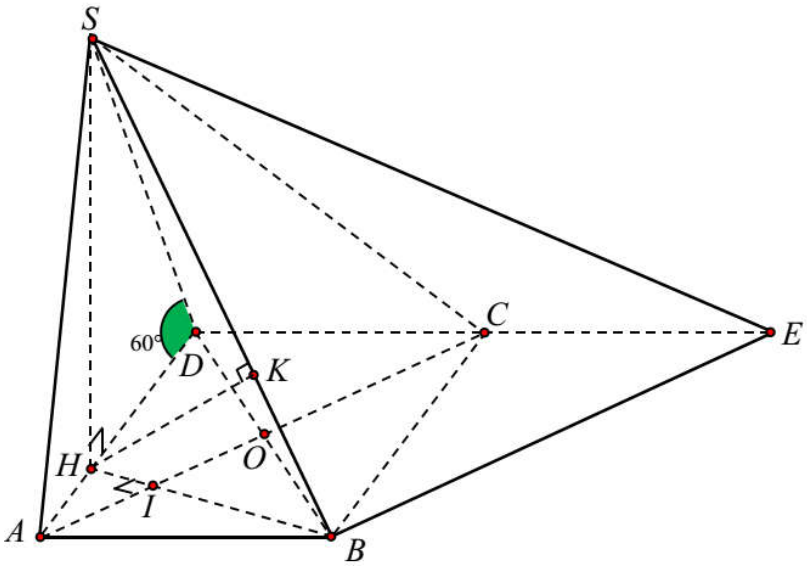
Gọi $I = AN \cap DM$, kẻ $IK \perp SN$ ($K \in SN$). Khi đó $d(SN, DM) = IK$

+ Trong ΔADN ta có $AN = \sqrt{5}$, $IN = \dfrac{DN^2}{AN} = \dfrac{1}{\sqrt{5}}$. Suy ra $\dfrac{IN}{AN} = \dfrac{1}{5}$; từ đó $\dfrac{IK}{AH} = \dfrac{1}{5}$

với H là hình chiếu của A lên SN. Trong tam giác SAN ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AN^2}$, suy ra $AH = \dfrac{\sqrt{10}}{2}$. Vậy $d(SN, DM) = \dfrac{\sqrt{10}}{10}$.

Câu 17.41. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O, $AB = a$, $BC = a\sqrt{3}$. Tam giác ASO cân tại S, mặt phẳng (SAD) vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, góc giữa SD và $(ABCD)$ bằng $60°$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC bằng

Lời giải



Kẻ $SH \perp AD$ ta có $SH \perp (ABCD)$.

Gọi I là trung điểm OA, ta có $AO \perp (SHI) \Rightarrow HI \perp OA$

Trong mp $(ABCD)$, dựng hình bình hành $ABEC$ ta có $AC // (SBE)$.

$\Rightarrow d(SB, AC) = d(AC, (SBE)) = d(I, (SBE))$.

Mà $\frac{IB}{HB}=\frac{3}{4}$ nên $d\left(I,\left(SBE\right)\right)=\frac{3}{4}d\left(H,\left(SBE\right)\right)$

Tam giác ADC vuông tại D có $AC=\sqrt{AD^2+DC^2}=2a$ và $\tan\widehat{DAC}=\frac{DC}{AD}=\frac{1}{\sqrt{3}}$

$\Rightarrow \widehat{DAC}=30^\circ$. Tam giác AHI vuông tại I có $AH=\frac{AI}{\cos 30^\circ}=\frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Tam giác ABH vuông tại A có $HB=\sqrt{AH^2+AB^2}=\frac{2a}{\sqrt{3}}$, $AB^2=IB.HB$

$\Rightarrow IB=\frac{a\sqrt{3}}{2}$

Lại có tam giác OAB là tam giác đều cạnh a nên $BI\perp AC\Rightarrow BI\perp BE$.

Khi đó kẻ $HK\perp SB$ thì $HK\perp\left(SBE\right)\Rightarrow HK=d\left(H,\left(SBE\right)\right)$

Tam giác SBH vuông tại H có $\frac{1}{HK^2}=\frac{1}{SH^2}+\frac{1}{HB^2}\Rightarrow HK=a$.

Vậy $d\left(H,\left(SBE\right)\right)=HK=a$ và $d\left(I,\left(SBE\right)\right)=\frac{3}{4}d\left(H,\left(SBE\right)\right)=\frac{3a}{4}$.

Câu 17.42. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A. Gọi E là trung điểm AB. Cho biết $AB=2a, BC=a\sqrt{13}, CC'=4a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và CE bằng

Lời giải

Gọi F là trung điểm AA'thì $EF'//BA'$

$\Rightarrow BA'//\left(EFC\right)\Rightarrow d\left(BA';\left(EFC\right)\right)=d\left(B,\left(EFC\right)\right)=d\left(A,\left(EFC\right)\right)$

Dựng $AI\perp EC, AH\perp FI$ khi đó

$AH\perp\left(EFC\right)\Rightarrow d\left(A,\left(EFC\right)\right)=AH$

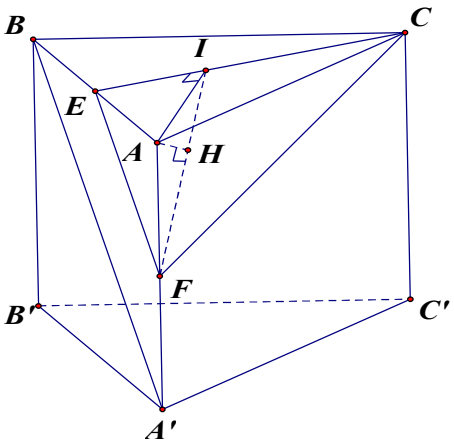
Do ΔABC vuông tại A nên $AC=3a$,

$\frac{1}{AI^2}=\frac{1}{AE^2}+\frac{1}{AC^2}=\frac{10}{9a^2}\Rightarrow AI=\frac{3a}{\sqrt{10}}$

ΔAIF vuông tại A, có đường cao AH nên

$\frac{1}{AH^2}=\frac{1}{AI^2}+\frac{1}{AF^2}=\frac{49}{36a^2}\Rightarrow AH=\frac{6a}{7}$

$d\left(BA';\left(EFC\right)\right)=\frac{6a}{7}$.

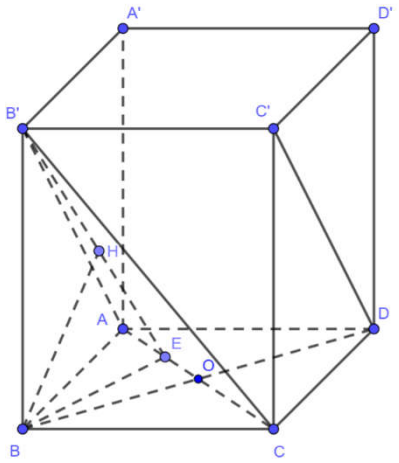


Câu 17.43. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=a$, $AD=AA'=2a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và DC' bằng

Lời giải

Trong $\left(ABCD\right)$, gọi $O=AC\cap BD$ và kẻ $BE\perp AC$ tại E.

Trong $\left(BB'E\right)$, kẻ $BH\perp B'E$ tại H.



Do $\begin{cases} AC \perp BE \\ AC \perp BB' \end{cases} \Rightarrow AC \perp \left(BB'E\right) \Rightarrow AC \perp BH$ mà

$BH \perp B'E \Rightarrow BH \perp \left(AB'C\right)$ tại H

$\Rightarrow d\left(B,\left(AB'C\right)\right) = BH$.

ΔABC vuông tại B có

$\dfrac{1}{BE^2} = \dfrac{1}{BA^2} + \dfrac{1}{BC^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{4a^2} = \dfrac{5}{4a^2}$.

$\Delta BB'E$ vuông tại B có

$\dfrac{1}{BH^2} = \dfrac{1}{BB'^2} + \dfrac{1}{BE^2} = \dfrac{1}{4a^2} + \dfrac{5}{4a^2} = \dfrac{3}{2a^2}$

$\Rightarrow BH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Ta có $DC' // AB' \Rightarrow DC' // \left(AB'C\right) \Rightarrow d\left(AC, DC'\right) = d\left(D,\left(AB'C\right)\right)$.

Lại có $\dfrac{d\left(D,\left(AB'C\right)\right)}{d\left(B,\left(AB'C\right)\right)} = \dfrac{DO}{BO} = 1$ (do O là trung điểm BD)

$\Rightarrow d\left(D,\left(AB'C\right)\right) = d\left(B,\left(AB'C\right)\right) = BH = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Cách 2: Vũ Thị thanh Huyền

Ta có $C'D // AB' \Rightarrow C'D // \left(ACB'\right)$.

$\Rightarrow d\left(C'D, AC\right) = d\left(C'D,\left(ACB'\right)\right) = d\left(D;\left(ACB'\right)\right) = d\left(B;\left(ACB'\right)\right)$

(vì $\dfrac{d\left(D,\left(AB'C\right)\right)}{d\left(B,\left(AB'C\right)\right)} = \dfrac{DO}{BO} = 1$ (do O là trung điểm BD)).

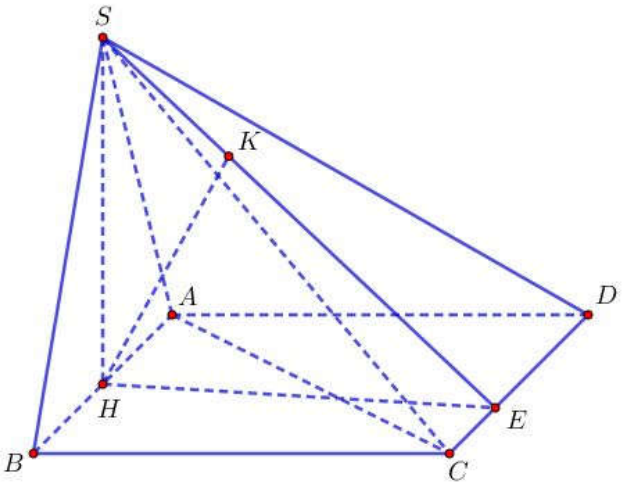
Tứ diện $BACB'$ có BA, BC, BB' đôi một vuông góc nên ta có

$\dfrac{1}{d^2\left(B;\left(ACB'\right)\right)} = \dfrac{1}{BA^2} + \dfrac{1}{BC^2} + \dfrac{1}{BB'^2} = \dfrac{1}{a^2} + \dfrac{1}{4a^2} + \dfrac{1}{4a^2} = \dfrac{6}{4a^2}$.

$\Rightarrow d\left(B;\left(ACB'\right)\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{3} \Rightarrow d\left(C'D, AC\right) = \dfrac{a\sqrt{6}}{3}$.

Câu 17.44. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và $SA = SB = SC = 11$, $\widehat{SAB} = 30°$, $\widehat{SBC} = 60°$ và $\widehat{SCA} = 45°$. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AB và SD?

Lời giải



Gọi H là trung điểm của AB, vẽ $HE \perp CD$ tại E, $HK \perp SE$ tại K.

Ta có ΔSBC đều nên $BC = 11$, ΔSAC vuông cân tại S nên $AC = 11\sqrt{2}$.

Trong ΔSAB, $AB^2 = SA^2 + SB^2 - 2SA.SB.\cos 120^\circ \Rightarrow AB = 11\sqrt{3}$.

ΔABC có $AB^2 = AC^2 + BC^2$ nên ΔABC vuông tại C, từ đó H là tâm đường tròn (ABC)

$\Rightarrow SH \perp (ABCD) \Rightarrow CD \perp (SHE) \Rightarrow CD \perp HK \Rightarrow HK \perp (SCD)$.

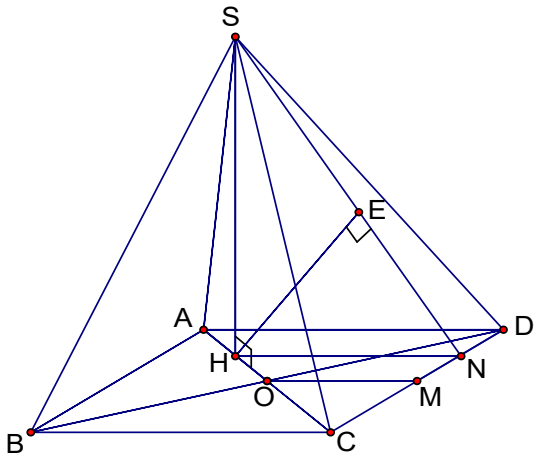
Ta có $d(AB,SD) = (AB,(SCD)) = (H,(SCD)) = HK$.

Ta có $HE = d(A,CD) = \dfrac{AC.AD}{\sqrt{AC^2 + AD^2}} = \dfrac{11\sqrt{2}.11}{\sqrt{2.11^2 + 11^2}} = \dfrac{11\sqrt{6}}{3}$, $SH = \dfrac{SA}{2} = \dfrac{11}{2}$.

$\Rightarrow HK = \dfrac{SH.HE}{\sqrt{SH^2 + HE^2}} = \dfrac{\frac{11}{2}.\frac{11\sqrt{6}}{3}}{\sqrt{\frac{121}{4} + \frac{121.2}{3}}} = \sqrt{22}$. Vậy $d(AB,SD) = \sqrt{22}$.

Câu 17.45. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O cạnh $2a$. Hình chiếu của S trên mặt đáy là trung điểm của H của OA. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng 45^0. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và SC

Lời giải



Gọi M, N lần lượt là trung điểm của CD và MD.

$\Rightarrow HN \perp CD \Rightarrow SN \perp CD$ (do HN là hình chiếu của SN lên $(ABCD)$).

Ta có $\begin{cases}(SCD)\cap(ABCD)=CD\\ HN\perp CD\\ SN\perp CD\end{cases}$, suy ra góc giữa (SCD) và $(ABCD)$ là $\widehat{SNH}=45^0$.

Ta có $AB//CD\Rightarrow AB//(SCD)$ nên $d(AB,SC)=d(AB,(SCD))=d(A,(SCD))$.

Mà $\dfrac{d(H,(SCD))}{d(A,(SCD))}=\dfrac{CH}{CA}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow d(A,(SCD))=\dfrac{4}{3}d(H,(SCD))$.

Ta có $\begin{cases}(SHN)\perp(SCD)\\ (SHN)\cap(SCD)=SN\end{cases}$. Kẻ $HE\perp SN\Rightarrow HE\perp(SCD)$.

Suy ra $d(H,(SCD))=HE$.

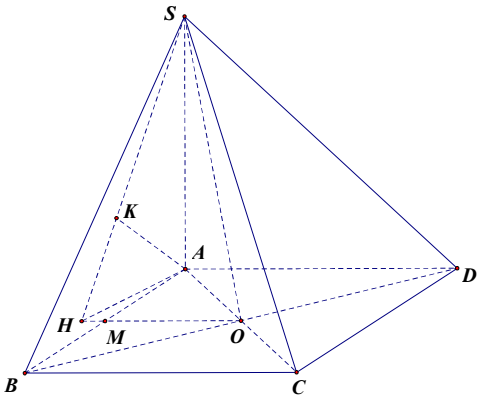
Ta có $\dfrac{HN}{AD}=\dfrac{CH}{CA}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow HN=\dfrac{3}{4}AD=\dfrac{3}{4}.2a=\dfrac{3a}{2}$

Do đó $SH=HN=\dfrac{3a}{2}$.

$\dfrac{1}{HE^2}=\dfrac{1}{HS^2}+\dfrac{1}{HN^2}=\dfrac{4}{9a^2}+\dfrac{4}{9a^2}=\dfrac{8}{9a^2}\Rightarrow HE=\dfrac{3a}{2\sqrt{2}}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{4}$.

Vậy $d(AB,SC)=\dfrac{4}{3}d(H,(SCD))=a\sqrt{2}$.

Câu 17.46. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi tâm O, cạnh bằng $a\sqrt{3}$, $\widehat{BAD}=60^\circ$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy, $SA=3a$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SO và AD bằng



Lời giải

Gọi M là trung điểm AB, khi đó $OM//AD$ và

$AD\not\subset(SOM)\Rightarrow AD//(SOM)$.

Khi đó

$d(AD,SO)=d(AD,(SOM))=d(A,(SOM))$.

Gọi H là hình chiếu A trên OM.

K là hình chiếu của A trên SH.

Ta có $OH\perp AH$ và $SA\perp OH$, nên $OH\perp(SAH)\Rightarrow OH\perp AK$ (do $AK\subset(SAH)$)

Mà $AK\perp SH$ nên $AK\perp(SOH)$ hay $AK\perp(SOM)$. Khi đó $AK=d(A,(SOM))$.

Ta có $\widehat{HMA}=\widehat{BMO}=\widehat{BAD}=60^\circ$.

Xét tam giác AHM vuông tại H.

$\sin 60^\circ=\dfrac{AH}{AM}\Rightarrow AH=AM.\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}AB.\sin 60^\circ=\dfrac{1}{2}a\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{3}{4}a$

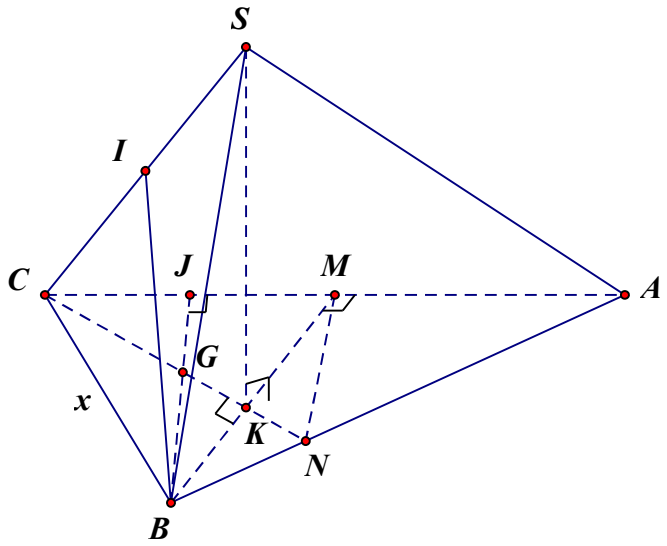
Xét tam giác SAH vuông tại A, AK đường cao.

$$\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{AH^2}+\frac{1}{SA^2}\Rightarrow AK=\sqrt{\frac{AH^2.SA^2}{AH^2+SA^2}}=\sqrt{\frac{\left(\frac{3}{4}a\right)^2.\left(3a\right)^2}{\left(\frac{3}{4}a\right)^2+\left(3a\right)^2}}=\frac{3a\sqrt{17}}{17}.$$

Vậy $d\left(AD,SO\right)=AK=\frac{3a\sqrt{17}}{17}$.

Câu 17.47. Cho hình chóp $S.ABC$ với đáy ABC là tam giác vuông tại B có $AC=2BC$, đường trung tuyến BM, đường phân giác trong CN và $MN=a$. Các mặt phẳng $\left(SBM\right)$ và $\left(SCN\right)$ cùng vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$. Thể tích khối chóp $S.ABC$ bằng $\frac{3\sqrt{3}a^3}{8}$. Gọi I là trung điểm của SC. Khoảng cách giữa hai đường thẳng MN và IB bằng

Lời giải



Đặt $BC=x$ (với $x>0$).

Dễ thấy $x=a\sqrt{3}$. Gọi K là giao điểm của BM và CN.

Gọi J là trung điểm của CM, G là giao điểm của CN và BJ.

Ta có $\left(IJB\right)\parallel\left(SMN\right)\Rightarrow \mathrm{d}\left[BI,MN\right]=\mathrm{d}\left(G,\left(SMN\right)\right)=\frac{1}{2}\mathrm{d}\left(C,\left(SMN\right)\right)$.

Mà $V_{S.CMN}=\frac{1}{3}V_{S.ABC}=\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$

$\Rightarrow \frac{1}{3}\mathrm{d}\left(C,\left(SMN\right)\right)\cdot S_{\Delta SMN}=\frac{\sqrt{3}a^3}{8}\Leftrightarrow \frac{1}{3}\mathrm{d}\left(C,\left(SMN\right)\right)\cdot\frac{\sqrt{3}}{4}a^2=\frac{\sqrt{3}a^3}{8}$.

$\Rightarrow \mathrm{d}\left(C,\left(SMN\right)\right)=\frac{3}{2}a\Rightarrow \mathrm{d}\left(BI,MN\right)=\frac{3a}{4}$.

Câu 17.48. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, $AB=AD=a$, $BC=2a$. Cạnh bên SB vuông góc với đáy và $SB=a\sqrt{7}$, M là trung điểm của cạnh BC. Tính khoảng cách d giữa hai đường thẳng AM và SC.

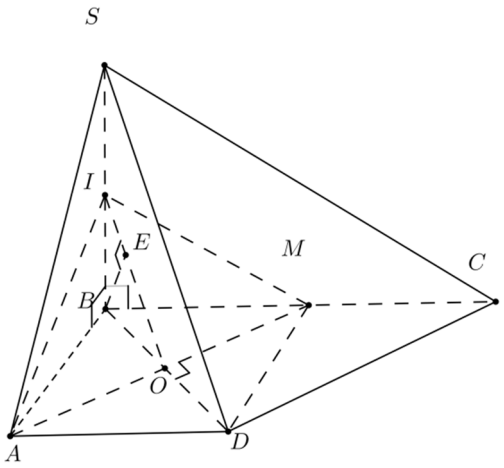
Lời giải

Kẻ $MI//SC\Rightarrow I$ là trung điểm của SB. Suy ra

$d\left(AM,SC\right)=d\left((AMI),SC\right)=d\left(\mathrm{S},(AMI)\right)=d\left(B,(AMI)\right)$.

Theo giả thiết suy ra: $BM=a$, $AB=AD=a$ và $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B nên $ABMD$ là hình vuông. Gọi O là giao của 2 đường chéo BD và AM.

Ta có: $\left.\begin{array}{l}BO\perp AM\\ SB\perp AM\Rightarrow BI\perp AM\end{array}\right\}\Rightarrow$



$AM\perp\left(BOI\right)$

Trong $\left(BOI\right)$: $\begin{cases}BE\perp OI\\ BE\perp AM\end{cases}\Rightarrow BE\perp\left(AMI\right)$.

Suy ra: $d\left(B,(AMI)\right)=BE$.

Ta có: $BI=\frac{1}{2}SB=\frac{a\sqrt{7}}{2}$, $BO=\frac{1}{2}BD=\frac{1}{2}a\sqrt{2}$.

Trong tam giác vuông BOI:

$\frac{1}{BE^2}=\frac{1}{BI^2}+\frac{1}{BO^2}=\frac{36}{14a^2}\Rightarrow BE=\frac{a\sqrt{14}}{6}$.

Nên $d\left(B,(AMI)\right)=BE=\frac{a\sqrt{14}}{6}$.

Vậy $d\left(AM,SC\right)=d=\frac{a\sqrt{14}}{6}$.

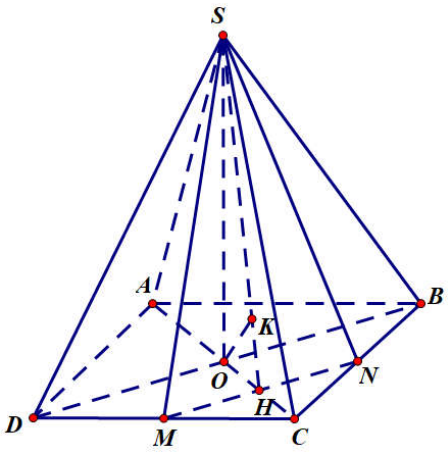
Câu 17.49. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi tâm O, tam giác ABD đều cạnh a. Biết $SO\perp\left(ABCD\right)$ và $SO=\frac{3a}{4}$. Gọi M là trung điểm CD, khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và BD là.

Lời giải

Gọi N là trung điểm BC khi đó MN là đường trung bình của ΔCDB.

$\Rightarrow MN//BD\Rightarrow BD//\left(SMN\right)$

$\Rightarrow d\left(BD,SM\right)=d\left(BD,\left(SMN\right)\right)=d\left(O;\left(SMN\right)\right)$.



Gọi H là giao điểm của MN và OC. ΔCMN cân tại C, CO là đường phân giác nên $OH\perp MN$.

Kẻ $OK\perp SH$ với $K\in SH$. Vì $BD\perp OC$ và $BD\perp SO$ suy ra $BD\perp\left(SOC\right)\Rightarrow MN\perp\left(SOC\right)\Rightarrow MN\perp OK$.

$OK\perp SH\Rightarrow OK\perp\left(SMN\right)\Rightarrow d\left(O;\left(SMN\right)\right)=OK$

Xét ΔDOC có $MH//OD$ và M là trung điểm CD suy ra H là trung điểm OC.

Do ΔABD là tam giác đều nên $\widehat{BAD}=60^\circ\Rightarrow\widehat{OAB}=30^\circ$.

Xét ΔOAB vuông tại O ta có $AO=AB.\cos 30^\circ=\frac{a\sqrt{3}}{2}\Rightarrow OH=\frac{1}{2}OC=\frac{1}{2}OA=\frac{a\sqrt{3}}{4}$

Xét ΔSOH vuông tại O, có đường cao OK ta có:

$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OH^2}+\frac{1}{SO^2}\Rightarrow OK=\frac{3a}{8}\Rightarrow d\left(SM;BD\right)=\frac{3a}{8}$.

Câu 17.50. Cho hình chóp $S.ABCD$, có đáy là hình thang có đáy lớn AB, SA vuông góc mặt phẳng đáy, $AD = CD = CB = \frac{1}{2}AB = 2a$, $SA = a\sqrt{3}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và CB bằng

Lời giải

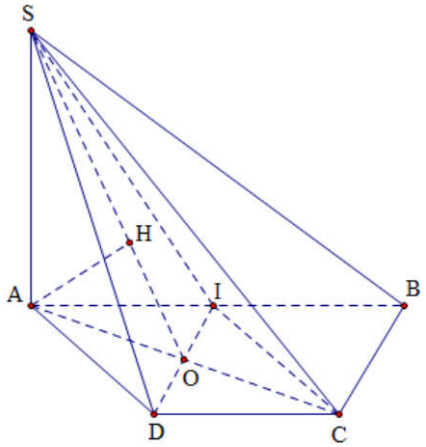
Gọi I là trung điểm AB, $I = AC \cap DI$. Kẻ $AH \perp SO$.

Vì $BC \,//\, SD \Rightarrow d\left(BC,SD\right) = d\left(BC,\left(SDI\right)\right) = d\left(B,\left(SDI\right)\right) = d\left(A,\left(SDI\right)\right)$.

Tứ giác $ADCI$ là hình thoi $\Rightarrow DI \perp AC$

$\Rightarrow DI \perp \left(SAC\right) \Rightarrow AH \perp \left(SDI\right)$.

$\Rightarrow d\left(A,\left(SDI\right)\right) = AH$.



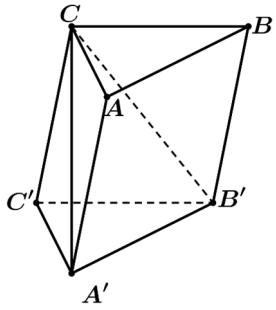
ΔADI là tam giác đều $\Rightarrow AO = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AO^2}\frac{1}{AS^2} = \frac{4}{3a^2} + \frac{1}{3a^2} = \frac{5}{3a^2} \Rightarrow AH = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

$\Rightarrow d\left(BC,SD\right) = \frac{a\sqrt{15}}{5}$.

Câu 17.51. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Biết rằng diện tích mặt bên $\left(ABB'A'\right)$ bằng $15\,\text{cm}^2$ và khoảng cách từ điểm C đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng $6\,\text{cm}$. Tính thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$

Lời giải



Thể thích khối lăng trụ:

$V_{C.A'B'C'} = \frac{V_{ABC.A'B'C'}}{3} \Rightarrow V_{C.A'B'BA} = \frac{2V_{ABC.A'B'C'}}{3}$

$V_{C.ABB'A'} = \frac{1}{3}d\left(C,\left(ABB'A'\right)\right).S_{ABB'A'} = \frac{1}{3}.6.15 = 30\,\text{cm}^3)$

$V_{ABC.A'B'C'} = \frac{3}{2}V_{C.A'B'BA} = \frac{3}{2}.30 = 45\,(\text{cm}^3)$

Câu 17.52. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $\sqrt{2}$ và độ dài cạnh $BA' = \sqrt{6}$. Hãy tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

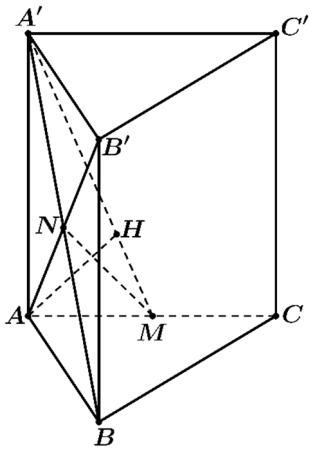
Lời giải

Gọi M,N lần lượt là trung điểm của AC và $A'B$ suy ra $MN \,//\, B'C$ nên $B'C \,//\, \left(A'BM\right)$.

Khi đó: $d\left(B'C,A'B\right) = d\left(B'C,\left(A'BM\right)\right) = d\left(C,\left(A'BM\right)\right) = d\left(A,\left(A'BM\right)\right)$.

Kẻ $AH \perp A'M$ tại H thì ta có

$\begin{cases} BM \perp AC \\ BM \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BM \perp \left(ACC'A'\right).$



Khi đó $\begin{cases} AH \perp A'M \\ AH \perp BM \end{cases} \Rightarrow AH \perp \left(A'BM\right)$ nên

$d\left(A,\left(A'BM\right)\right) = AH.$

Ta có $AM = \dfrac{1}{2}AC = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$; $AA' = \sqrt{A'B^2 - AB^2} = 2.$

Trong $\Delta AA'K$ ta có:

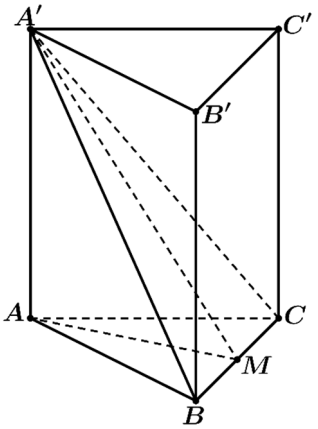
$$\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AM^2} \Rightarrow d\left(B'C, A'B\right) = AH = \frac{AA'.AM}{\sqrt{AA'^2 + AM^2}} = \frac{2}{3} \approx 0,67$$

Câu 17.53. Cho khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$. Biết số đo góc nhị diện $\left[A', BC, A\right]$ bằng 30° và tam giác $A'BC$ có diện tích bằng 32. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng bao nhiêu?

Lời giải

Gọi M là trung điểm của BC thì ta có $\begin{cases} BC \perp AM \\ BC \perp AA' \end{cases} \Rightarrow BC \perp \left(A'AM\right)$

Suy ra $\left[A', BC, A\right] = \widehat{A'MA} = 30^\circ$ và đặt $AB = BC = CA = x$



$$\Rightarrow \begin{cases} AM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x \\ A'M = \dfrac{2SA'.BC}{BC} = \dfrac{64}{x} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \cos 30^\circ = \frac{AM}{A'M} = \frac{\sqrt{3}}{2}x : \frac{64}{x} = \frac{\sqrt{3}x^2}{128} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x = 8$$

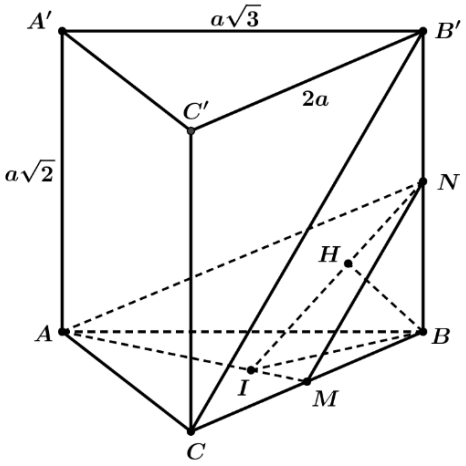
Vậy $AA' = AM.\tan 30^\circ = \dfrac{\sqrt{3}}{2}x.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = 4 \Rightarrow d = 4$

Khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng 4.

Câu 17.54. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B và có độ dài các cạnh $AB = a\sqrt{3}$, $BC = 2a$, $AA' = a\sqrt{2}$. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AM và $B'C$ khi $a = 1$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi N là trung điểm của BB' thì $MN // B'C \Rightarrow B'C // \left(AMN\right)$.



Ta có: $d\left(B'C,AM\right)=d\left(B'C,\left(AMN\right)\right)=d\left(B',\left(AMN\right)\right)=d\left(B,\left(AMN\right)\right)$.

Dựng $BI\perp AM,\ BH\perp NI\Rightarrow BH\perp\left(AMN\right)$ nên do đó $d\left(B'C,AM\right)=d\left(B,\left(AMN\right)\right)=BH$.

Vì ΔABM vuông tại B, ta có $BM=\dfrac{BC}{2}=a$; $BI=\dfrac{BA.BM}{\sqrt{BA^2+BM^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}.a}{\sqrt{3a^2+a^2}}=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Xét ΔBIN vuông tại B, ta có:

$$BN=\frac{BB'}{2}=\frac{a\sqrt{2}}{2};\ BH=\frac{BN.BI}{\sqrt{BN^2+BI^2}}=\frac{\frac{a\sqrt{2}}{2}.\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{\left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2+\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2}}=\frac{a\sqrt{30}}{10}.$$

Vậy $d\left(B'C,AM\right)=BH=\dfrac{\sqrt{30}}{10}\xrightarrow{a=1}d\left(B'C,AM\right)\approx 0,55$.

Câu 17.55. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $ABCD$ là hình vuông cạnh 2 và góc giữa hai mặt phẳng $\left(AC'D'\right)$ và $\left(ABCD\right)$ bằng 30°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AD' và $A'B$. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Vì $\left(ABCD\right)//\left(A'B'C'D'\right)$ nên góc giữa $\left(AC'D'\right)$ và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng góc giữa $\left(AC'D'\right)$ và mặt phẳng $\left(A'B'C'D'\right)$.

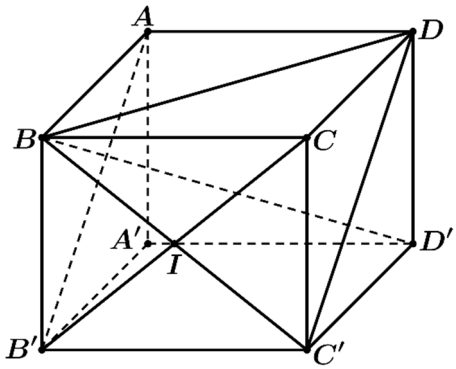
$$\begin{cases}\left(AC'D'\right)\cap\left(A'B'C'D'\right)=C'D'\\ AD'\perp C'D'\\ A'D'\perp C'D'\end{cases}$$

$\Rightarrow\left(\left(AC'D'\right);\left(A'B'C'D'\right)\right)=\left(AD';A'D'\right)$

$=\widehat{AD'A'}=30°$.

Trong tam giác vuông $AA'D'$ có

$AA'=A'D'.\tan 30°=\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.



Vì $A'B//CD'$ nên $A'B//\left(ACD'\right)$ suy ra $d\left(A'B;AD'\right)=d\left(A'B;\left(ACD'\right)\right)=d\left(A';\left(ACD'\right)\right)$

Mặt khác $A'B\cap\left(ACD'\right)=I$ là trung điểm của $A'D$ nên $d\left(A';\left(ACD'\right)\right)=d\left(D;\left(ACD'\right)\right)$.

Tại D ta có ba tia DA,DC,DD' đôi một vuông góc nên:

$$\frac{1}{d^2\left(D;\left(ACD'\right)\right)}=\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DC^2}+\frac{1}{DD'^2}=\frac{1}{4}+\frac{1}{4}+\frac{3}{4}=\frac{5}{4}$$

Suy ra $d\left(D;\left(ACD'\right)\right)=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}$ hay $d\left(A'B;AD'\right)=\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\approx 0,89$.

Câu 17.56. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $AB=3$, $AD=1$. Biết $SA=2$ và vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là điểm thuộc đoạn thẳng DC sao cho $DC=3DM$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

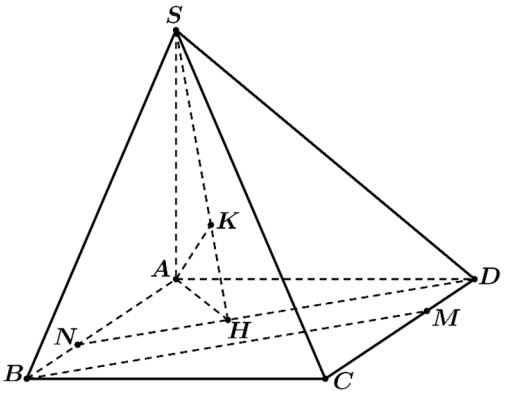
Gọi N là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $BA=3BN$
Khi đó $BN=DM$ và $BN//DM$ nên tứ giác $BNDM$ là hình bình hành

Từ đó suy ra $BM//DN\Rightarrow BM//\left(SDN\right)$.

Vậy $\mathrm{d}\left(BM,SD\right)=\mathrm{d}\left(BM,\left(SDN\right)\right)=\mathrm{d}\left(B,\left(SDN\right)\right)$.

Gọi H và K lần lượt là hình chiếu của A lên DN và SH.
Ta có $DN\perp AH$ và $DN\perp SA$ nên $DN\perp\left(SAH\right)$ từ đó suy ra $DN\perp AK$.

Lại có $AK\perp SH$ và $AK\perp DN$ nên $AK\perp\left(SDN\right)$ nên $\mathrm{d}\left(A,\left(SDN\right)\right)=AK$.



Do $AN=\dfrac{2}{3}AB=2$ và tam giác ADN vuông tại A nên ta có:

$$AH=\frac{AN.AD}{\sqrt{AN^2+AD^2}}=\frac{2.1}{\sqrt{\left(2\right)^2+1^2}}=\frac{2\sqrt{5}}{5}.$$

Tam giác SAH vuông tại A nên $AK=\dfrac{AH.AS}{\sqrt{AH^2+AS^2}}=\dfrac{\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\cdot 2}{\sqrt{\left(\dfrac{2\sqrt{5}}{5}\right)^2+\left(2\right)^2}}=\dfrac{2\sqrt{6}}{6}$.

Đường thẳng AB cắt mặt phẳng $\left(SDN\right)$ tại N và $\dfrac{BN}{AN}=\dfrac{1}{2}$ nên khi đó ta có:

$$\mathrm{d}\left(BM,SD\right)=\mathrm{d}\left(B,\left(SDN\right)\right)=\frac{1}{2}\mathrm{d}\left(A,\left(SDN\right)\right)=\frac{1}{2}AK=\frac{\sqrt{6}}{6}.$$

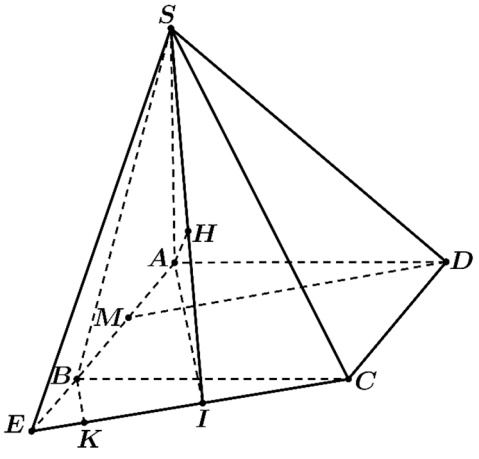
Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SD bằng $0,41$.

Câu 17.57. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật và $SA\perp\left(ABCD\right)$. Biết rằng $AB=1$; $AD=2$ và $SA=3$. Gọi M là trung điểm AB. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SC và DM (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Dựng E sao cho $DMEC$ là hình bình hành suy ra $DM//\left(SCE\right)$.

Khi đó:
$d\left(SC,DM\right)=d\left(DM,\left(SCE\right)\right)=d\left(M,\left(SCE\right)\right)$.



Ta có $AM\cap(SCE)=\{E\}$, $\dfrac{EM}{EA}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow d\left(M,(SCE)\right)=\dfrac{2}{3}d\left(A,(SCE)\right)$.

Dựng $AI\perp EC\left(I\in EC\right)$, $AH\perp SI\Rightarrow d\left(A,(SCE)\right)=AH$.

Dựng $BK\perp EC\left(K\in EC\right)$ thì khi đó $BK//AI\Rightarrow\dfrac{BK}{AI}=\dfrac{EB}{EA}=\dfrac{1}{3}\Rightarrow AI=3BK$.

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông cho tam giác BEC vuông tại B ta có:

$$BK=\frac{BE.BC}{EC}=\frac{BE.BC}{\sqrt{BE^2+BC^2}}=\frac{\frac{1}{2}.2}{\sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2+(2)^2}}=\frac{2\sqrt{17}}{17}\Rightarrow AI=\frac{6\sqrt{17}}{17}.$$

Áp dụng hệ thức lượng trong tam giác vuông cho tam giác SAI vuông tại A ta có:

$$AH=\frac{SA.AI}{SI}=\frac{SA.AI}{\sqrt{SA^2+AI^2}}=\frac{3.\frac{6\sqrt{17}}{17}}{\sqrt{(3)^2+\left(\frac{6\sqrt{17}}{17}\right)^2}}=\frac{2\sqrt{21}}{7}.$$

$$d\left(A,(SCE)\right)=\frac{2\sqrt{21}}{7}\Rightarrow d\left(M,(SCE)\right)=\frac{2}{3}.\frac{2\sqrt{21}}{7}=\frac{4\sqrt{21}}{21}\Rightarrow d\left(SC,DM\right)=\frac{4\sqrt{21}}{21}\approx 0,87.$$

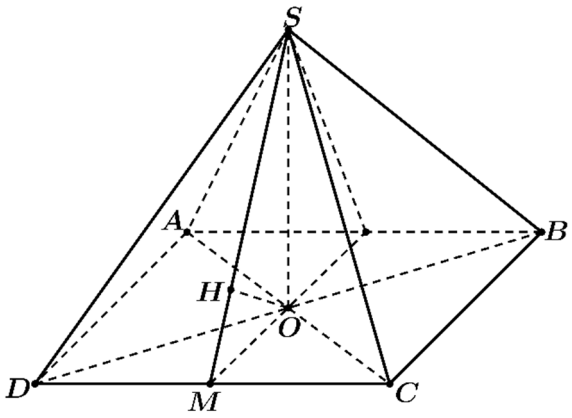
Câu 17.58. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1 và cạnh bên $SA=2$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và AB. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Nhận thấy hai đường thẳng SD và AB chéo nhau.

Gọi M,N,O lần lượt là trung điểm của AB,CD,AC.

Do



$$\begin{cases}AB\ //\ CD\\ CD\subset(SAD)\end{cases}\Rightarrow AB\ //\ (SAD)\Rightarrow d\left(AB,SD\right)=d\left(M,(SAD)\right)=2d\left(O,(SAD)\right).$$

Trong (SOM) kẻ $MH\perp SM,\left(H\in SM\right)$.

$$\begin{cases}OH\perp SM\\ OH\perp CD\ \left(Do\ CD\perp(SOM),OH\subset(SOM)\right)\end{cases}\Rightarrow OH\perp(SCD)\Rightarrow d\left(O,(SCD)\right)=OH.$$

Tam giác SOM vuông tại $O\Rightarrow\dfrac{1}{OH^2}=\dfrac{1}{OS^2}+\dfrac{1}{OM^2}=\dfrac{1}{\frac{7a^2}{2}}+\dfrac{1}{\frac{a^2}{4}}=\dfrac{30}{7a^2}$

Khi đó $OH=\dfrac{a\sqrt{210}}{30}\Rightarrow d\left(AB,SD\right)=2OH=a\sqrt{\dfrac{14}{15}}\approx 0,97$.

Câu 17.59. Cho khối lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có độ dài cạnh bên bằng 2 và đáy là tam giác ABC vuông cân tại C. Biết rằng $CA=CB=1$ và gọi M là trung điểm của cạnh AA'. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC'. (Kết quả làm trong đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

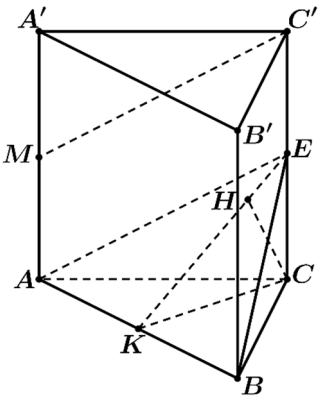
Lời giải

Gọi E là trung điểm của cạnh $CC' \Rightarrow AE \,//\, MC', \left(E \in CC'\right)$.

Khi đó: $d\left(AB, MC'\right) = d\left(MC', \left(EAB\right)\right) = d\left(C, \left(EAB\right)\right) = d\left(C', \left(EAB\right)\right)$.

Gọi K là trung điểm của cạnh $AB \Rightarrow AB \perp \left(EKC\right)$,

Dựng $CH \perp EK, \left(H \in EK\right) \Rightarrow CH \perp \left(EAB\right)$ nên $d\left(C, \left(ABE\right)\right) = CH$.



Xét tam giác ECK vuông tại C có: $CK = \dfrac{AB}{2} = \dfrac{\sqrt{2}}{2}; CE = \dfrac{CC'}{2} = 1$.

Do đó: $CH = \dfrac{CK.CE}{\sqrt{CK^2 + CE^2}} = \dfrac{\dfrac{\sqrt{2}}{2}.1}{\sqrt{\dfrac{1^2}{2} + 1^2}} = \dfrac{\sqrt{3}}{3}$.

Vậy khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và MC' là $\dfrac{\sqrt{3}}{3} \approx 0{,}58$.

Câu 17.60. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A. Biết rằng $AB=1$; $SA=2$ và đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M là trung điểm của BC. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và SM. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

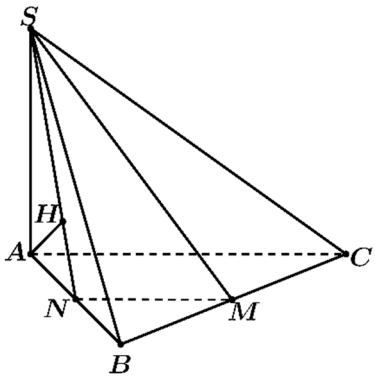
Lời giải

Gọi N là trung điểm của AB và H là hình chiếu của A trên SN.

Ta có $\begin{cases} AC \;//\; MN \\ MN \subset \left(SMN\right) \end{cases} \Rightarrow AC \;//\left(SMN\right) \Rightarrow d\left(AC; SM\right) = d\left(AC; \left(SMN\right)\right) = d\left(A; \left(SMN\right)\right)$

Do ABC là tam giác vuông cân tại A nên $MN \perp AB$ mà $MN \perp SA$

Do đó $MN \perp \left(SAB\right) \Rightarrow MN \perp AH$



Mặt khác

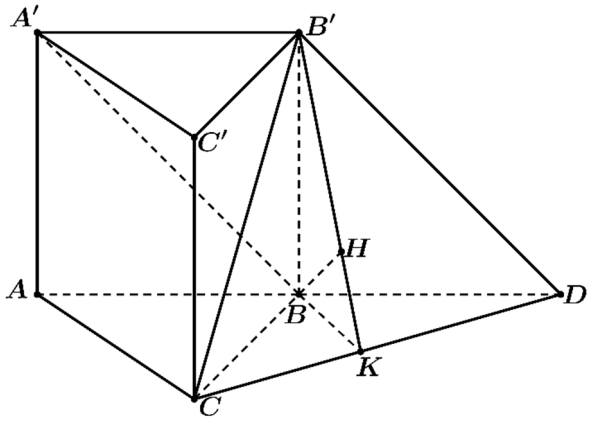
$\begin{cases} MN \perp AH \\ SN \perp AH \end{cases} \Rightarrow AH \perp \left(SMN\right) \Rightarrow d\left(A; \left(SMN\right)\right) = AH$

Ta có $\dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{SA^2} + \dfrac{1}{AN^2} = \dfrac{1}{4.1^2} + \dfrac{4}{1^2} = \dfrac{17}{4.1^2}$

$\Rightarrow AH = \dfrac{2\sqrt{17}}{17}$

Câu 17.61. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác đều có cạnh bằng 1 và cạnh bên $AA' = \sqrt{2}$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B$ và $B'C$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải



Gọi D là điểm đối xứng với A qua B thì khi đó $A'B \parallel B'D$

Suy ra $d\left(A'B;B'C\right)=d\left(A'B;\left(B'D\right)\right)=d\left(B;\left(B'CD\right)\right)$

Kẻ $BK\perp CD\left(K\in CD\right)$ thì ta có $BA=BC=BD$ nên ΔACD vuông tại C mà $BK \parallel AC$

Mặt khác: B là trung điểm của AD nên K là trung điểm của CD và $BK=\frac{1}{2}AC=\frac{1}{2}$

Kẻ $BH\perp B'K$ tại H thì ta suy ra được $d\left(B;\left(B'CD\right)\right)=BH$

Ta có: $\frac{1}{BH^2}=\frac{1}{BK^2}+\frac{1}{BB'^2}=\frac{4}{1^2}+\frac{1}{2.1^2}=\frac{9}{2.1^2}\Rightarrow BH=\frac{\sqrt{2}}{3}$

Vậy $d\left(B;\left(B'CD\right)\right)=\frac{\sqrt{2}}{3}\approx 0,47$.

Câu 17.62. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 2, SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABCD\right)$ và $SA=1$. Gọi M là trung điểm của đoạn SD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng CM và SB (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

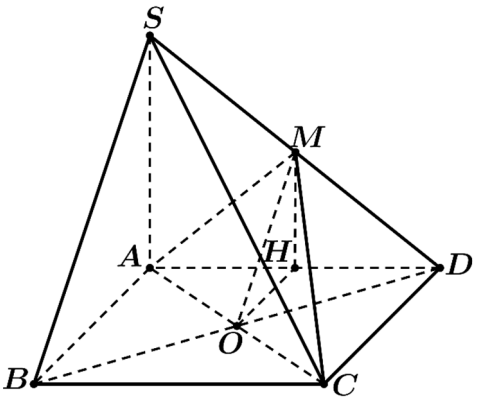
Gọi H là trung điểm của $AD\Rightarrow MH \parallel SA\Rightarrow MH\perp\left(ABCD\right)$.

Gọi $O=AC\cap BD\Rightarrow OM \parallel SB\Rightarrow SB \parallel \left(AMC\right)\Rightarrow d\left(SB,CM\right)=d\left(SB,\left(MAC\right)\right)$

$=d\left(B,\left(MAC\right)\right)=d\left(D,\left(MAC\right)\right)=2d\left(H,\left(MAC\right)\right)=2d$ và

$MH=\frac{SA}{2}=\frac{1}{2};AH=HO=1$.

Khi đó ta có:



$\frac{1}{d^2}=\frac{1}{HM^2}+\frac{1}{HO^2}+\frac{1}{HA^2}=\frac{6}{1^2}\Rightarrow d=\frac{\sqrt{6}}{6}\Rightarrow d\left(SB,MC\right)=\frac{\sqrt{6}}{3}\approx 0,82$.

Câu 17.63. Cho hình tứ diện $OABC$ có đáy OBC là tam giác vuông tại O; $OB=1$ và $OC=\sqrt{3}$. Cạnh OA vuông góc với mặt phẳng $\left(OBC\right)$; $OA=\sqrt{3}$ và gọi M là trung điểm của BC

. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và OM (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Dựng D sao cho $BD \parallel OM$ và OM là đường trung bình của tam giác BCD.

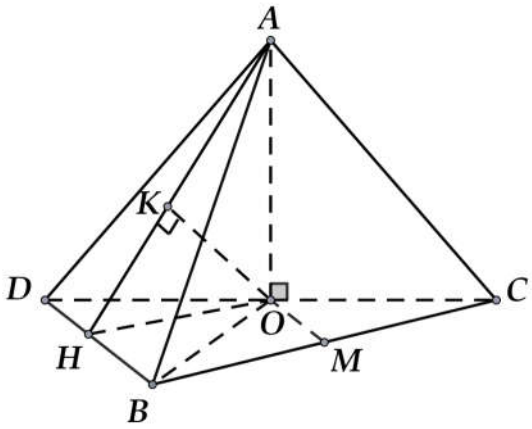
Khi đó ta có $OM \parallel (ABD) \Rightarrow d(AB,OM) = d(OM,(ABD)) = d(O,(ABD))$.

Kẻ $OH \perp BD$. Lại có $BD \perp OA$ (do $\begin{cases} OA \perp (OBC) \\ BD \subset (OBC) \end{cases}$) suy ra $BD \perp (AOH)$.

Suy ra $(AOH) \perp (ABD)$ theo giao tuyến AH.

Trong (AHO), kẻ $OK \perp AH$ suy ra $OK \perp (ABD) \Leftrightarrow OK = d(O,(ABD))$.

Trong ΔAHO:



$$\frac{1}{OK^2} = \frac{1}{OH^2} + \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{OD^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OA^2} = \frac{1}{3.1^2} + \frac{1}{3.1^2} + \frac{1}{1^2}$$

Suy ra $OK = \frac{\sqrt{15}}{5}$ hay $d(AB,OM) = \frac{\sqrt{15}}{5} \approx 0,77$.

Câu 17.64. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, có O là giao điểm của AC và BD. Biết $SO = AB = 2$. Giá trị sin của góc giữa đường thẳng SA và mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

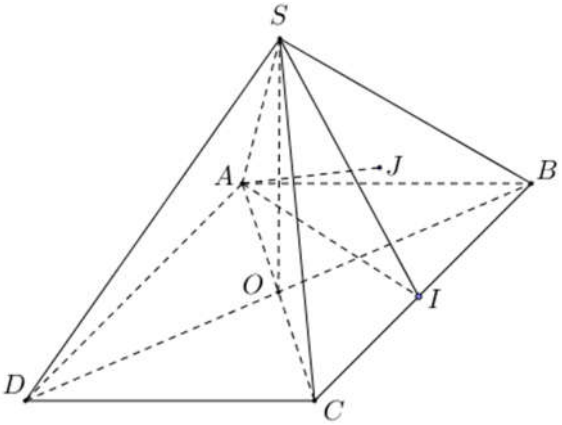
Theo tính chất của hình chóp đều, ta có: $SO \perp (ABCD)$.

Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.S_{ABCD}.SO = \frac{1}{3}.2^2.2 = \frac{8}{3} \Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{2}.V_{S.ABCD} = \frac{4}{3}.$$

Gọi I là trung điểm của CB, tam giác SBC có $SC = SB = \sqrt{6}; SI = \sqrt{5}$ nên có diện tích bằng $S_{\Delta SBC} = \frac{1}{2}.SI.BC = \frac{1}{2}.\sqrt{5}.2 = \sqrt{5}$.

Gọi J là hình chiếu của A lên mặt phẳng (SBC), gọi φ là góc giữa SA và (SBC) thì



$$\sin\varphi = \sin\widehat{ASJ} = \frac{AJ}{SA} = \frac{d(A,(SBC))}{SA}.$$

mà $d(A,(SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{4}{\sqrt{5}}$.

Vậy

$$\sin\varphi = \sin\widehat{ASJ} = \frac{AJ}{SA} = \frac{d(A,(SBC))}{SA} = \frac{2\sqrt{30}}{15} \approx 0,73..$$

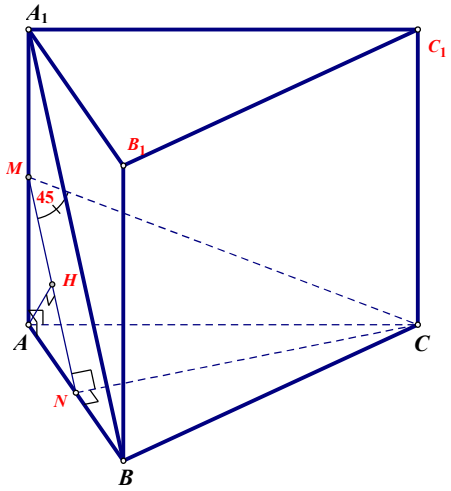
Câu 17.65. Cho lăng trụ tam giác đều $ABC.A_1B_1C_1$ có cạnh $AB=6$. Gọi M là trung điểm cạnh AA_1. Biết góc giữa hai đường thẳng CM và A_1B là $45°$. Tính khoảng cách giữa đường thẳng CM và A_1B. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi N là trung điểm của AB, dễ thấy $CN\perp\left(A_1B_1BA\right)\Rightarrow CN\perp MN$.

Ta có

$MN\parallel A_1B\Rightarrow\left(\widehat{CM,A_1B}\right)=\left(\widehat{CM,MN}\right)=\widehat{NMC}=45°$.



Dẫn đến $CN=MN=6.\dfrac{\sqrt{3}}{2}=3\sqrt{3}$;

$CM=3\sqrt{3}.\sqrt{2}=3\sqrt{6}$

$\Rightarrow AM=\sqrt{CM^2-AC^2}=\sqrt{9.6-6^2}=3\sqrt{2}$.

Do đó:

$d\left(CM,A_1B\right)=d\left(\left(CMN\right),A_1B\right)=d\left(B,\left(CMN\right)\right)=d\left(A,\left(CMN\right)\right)$.

Từ A kẻ $AH\perp MN$ mà ta có $AH\perp CN$ nên $AH\perp\left(CMN\right)$.

Suy ra $d\left(A,\left(CMN\right)\right)=AH$.

$\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{AM^2}+\dfrac{1}{AN^2}\Rightarrow AH\approx2,45$.

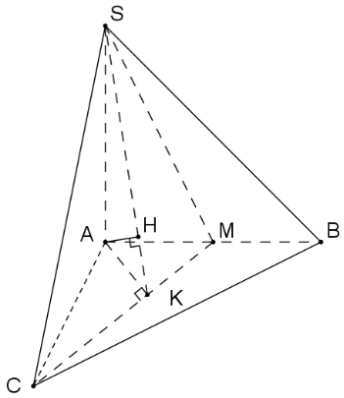
Câu 17.66. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh bằng $2, SA$ vuông góc với mặt phẳng (ABC); góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60°. Gọi M là trung điểm của cạnh AB. Tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $\left(SCM\right)$, kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.

Lời giải

Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) là góc

$\widehat{SBA}=60^0\Rightarrow SA=AB\tan\widehat{SBA}=2\sqrt{3}.$

Gọi K là hình chiếu của A lên CM; gọi H là hình chiếu của A lên SK.



Xét tam giác AMC, ta có $\dfrac{1}{2}AK.CM=\dfrac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow AK=\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=1.$

Tam giác SAK vuông tại $A\Rightarrow\dfrac{1}{AH^2}=\dfrac{1}{SA^2}+\dfrac{1}{AK^2}$

$=\dfrac{1}{\left(2\sqrt{3}\right)^2}+\dfrac{1}{1^2}=\dfrac{13}{12}\Rightarrow AH=\dfrac{2\sqrt{39}}{13}\approx0,96$

Do $MA=MB\Rightarrow d\left(B,\left(SCM\right)\right)=d\left(A,\left(SCM\right)\right)=AH\approx0,96.$

Câu 17.67. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $3, SA$ vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $[B,SC,D]$ bằng $120°$. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \subset (SAC) \\ BD \perp SA \end{cases}$ nên $BD \perp SC$.

Kè $DH \perp SC (H \in SC)$, suy ra $SC \perp (BHD)$ mà $BH \in (BHD)$ nên $SC \perp BH$.

$\Rightarrow$ Số đo của góc nhị diện $[B,SC,D]$ là $\widehat{BHD} = 120°$.

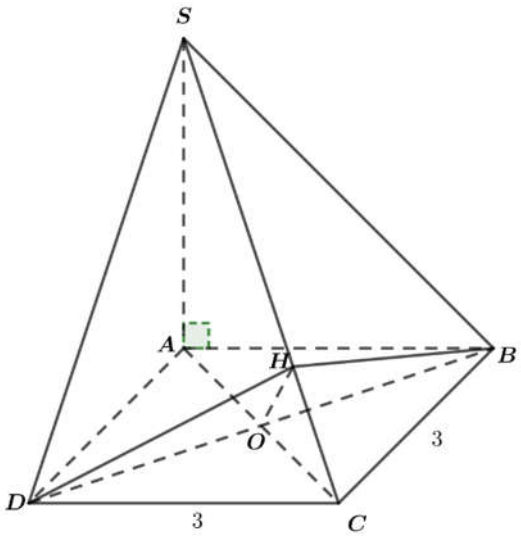
Dễ thấy ΔHBD cân tại $H, HO \perp BD$ và $\widehat{DHO} = 60°$.

Suy ra

$$DO = \frac{1}{2}BD = \frac{3\sqrt{2}}{2} \Rightarrow OH = \frac{DO}{\tan 60°} = \frac{\sqrt{6}}{2}.$$

Lại có ΔOHC vuông tại H, suy ra

$$\sin(\widehat{OCH}) = \frac{OH}{OC} = \frac{\sqrt{6}}{2} : \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



$$\Rightarrow \cot(\widehat{SAC}) = \frac{1}{\sin^2(\widehat{SAC})} - 1 = \sqrt{2} \Rightarrow \tan(\widehat{SAC}) = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

ΔSAC vuông tại A có $SA = \tan(\widehat{SAC}) \cdot AC = 3$.

Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} S_{ABCD} \cdot SA = \frac{1}{3} \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 = 9$.

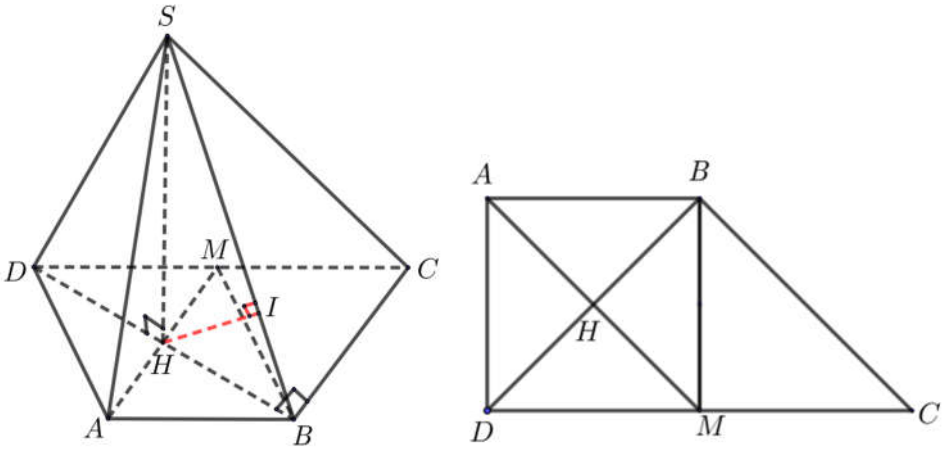
Câu 17.68. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang vuông tại A và D, $AB = AD = 1cm$, $CD = 2cm$. Tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng $\sqrt{2}cm^3$. Khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SBC) bằng bao nhiêu centimet? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Trả lời: 0,69.

Gọi H là trung điểm của BD. Vì tam giác SBD cân tại S và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ nên $SH \perp (ABCD)$.

Gọi M là trung điểm của CD. Vì $AB = AD = 1cm$, $CD = 2cm$ nên tứ giác $ABMD$ là hình vuông tâm H và tứ giác $ABCM$ là hình bình hành.



$\Rightarrow AM\,//\,BC \Rightarrow AM\,//\left(SBC\right) \Rightarrow d\left(A,\left(SBC\right)\right)=d\left(H,\left(SBC\right)\right)$.

Ta chứng minh được tam giác BCD vuông cân tại $B \Rightarrow BC \perp \left(SBD\right)$.

Kẻ $HI \perp SB$, $I \in SB \Rightarrow HI \perp \left(SBC\right) \Rightarrow d\left(A,\left(SBC\right)\right)=d\left(H,\left(SBC\right)\right)=HI$.

Tam giác SHB vuông tại H và $HI \perp SB \Rightarrow \dfrac{1}{HI^2}=\dfrac{1}{SH^2}+\dfrac{1}{HB^2}$.

Ta có: $V_{S.ABCD}=\dfrac{1}{3}.SH.S_{ABCD} \Leftrightarrow \sqrt{2}=\dfrac{1}{3}.SH.\dfrac{\left(1+2\right).1}{2} \Leftrightarrow SH=2\sqrt{2}$.

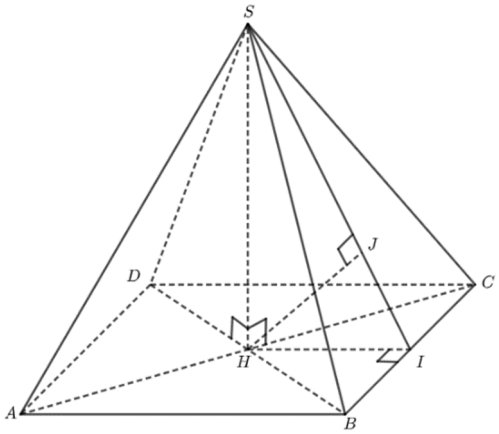
Mặt khác tứ giác $ABMD$ là hình vuông tâm H cạnh bằng $1cm$ nên $HB=\dfrac{\sqrt{2}}{2}cm$.

Do đó $\dfrac{1}{HI^2}=\dfrac{1}{\left(2\sqrt{2}\right)^2}+\dfrac{1}{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} \Rightarrow HI=\sqrt{\dfrac{8}{17}} \approx 0,69cm$.

Câu 17.69. Kim tự tháp ở Ai Cập có hình dạng là một hình chóp tứ giác đều có cạnh đáy là $262m$ và cạnh bên là $230m$. Giả sử, từ một mặt bên của kim tự tháp ta cần đào một con đường ngắn nhất để đi đến tâm của đáy kim tự tháp, khi đó quãng đường ngắn nhất có độ dài khoảng bao nhiêu mét (làm tròn đến hàng đơn vị)?

Lời giải

Giả sử các cạnh và các đỉnh của kim tự tháp được mô phỏng như hình vẽ bên dưới



Gọi H là giao điểm của AC và BD. Vì $S.ABCD$ là chóp tứ giác đều nên ta có $SA=SB=SC=SD$.

Từ đó suy ra $\begin{cases} SH \perp BD \\ SH \perp AC \end{cases} \Rightarrow SH \perp (ABCD)$.

Xét tam giác ABC vuông tại B, ta có: $AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} = 262\sqrt{2}m$

$\Rightarrow HC = \dfrac{AC}{2} = 131\sqrt{2}m$.

Xét tam giác SHC vuông tại H, ta có: $SH = \sqrt{SC^2 - HC^2} = \sqrt{(230)^2 - (131\sqrt{2})^2} = \sqrt{18578}m$.

Gọi I là trung điểm của BC, ta có $SI \perp BC$ vì tam giác SBC cân tại S và ta có: $HI = \dfrac{AB}{2} = 131m$.

Kẻ $HJ \perp SI$, khi đó $HJ \perp (SBC)$ vì $\begin{cases} HJ \perp SI \\ HJ \perp BC \end{cases}$,

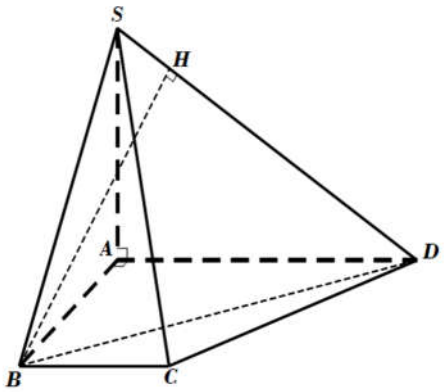
suy ra HJ là khoảng cách ngắn nhất để đào con đường vào tâm của đáy kim tự tháp.

Xét tam giác SHI vuông tại H, ta có: $\dfrac{1}{HJ^2} = \dfrac{1}{SH^2} + \dfrac{1}{HI^2} = \dfrac{1}{18578} + \dfrac{1}{17161} = \dfrac{35739}{18578.17161} \Rightarrow HJ \approx 94m$. Vậy quãng đường ngắn nhất khoảng $94m$.

Câu 17.70. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, $AB = BC = a$, $AD = 2a$. Cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Khoảng cách từ B đến đường thẳng SD bằng $m.a$; $m \in \mathbb{R}$. Giá trị của m bằng bao nhiêu (làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2)

Lời giải

Trong tam giác SBD, kẻ $BH \perp SD$. Khi đó $d(B, SD) = BH$.



Ta có $SB = \sqrt{SA^2 + AB^2} = a\sqrt{3}$;

$SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{6}$;

$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = a\sqrt{5}$.

Suy ra $\cos\widehat{BSD} = \dfrac{SB^2 + SD^2 - BD^2}{2SB.SD} = \dfrac{\sqrt{2}}{3}$ nên

$\sin\widehat{BSD} = \dfrac{\sqrt{7}}{3}$.

Ta có $S_{\Delta SBD} = \dfrac{1}{2}SB.SD.\sin\widehat{BSD} = \dfrac{1}{2}SD.BH$ suy ra $BH = SB.\sin\widehat{BSD} = \dfrac{a\sqrt{21}}{3}$.

Vậy $d(B, SD) = BH = \dfrac{a\sqrt{21}}{3} \approx 1{,}53a$.

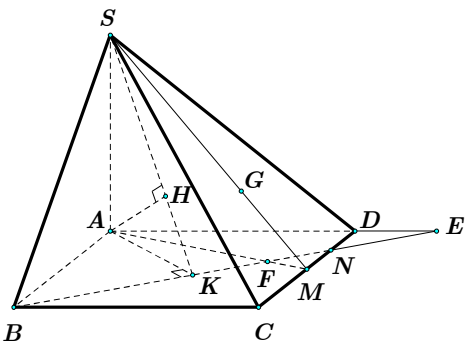
Câu 17.71. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, $AB = 3$, $AD = 6$, $SA = 5$ và SA vuông góc với mặt đáy. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD, N là điểm thuộc đoạn CD

sao cho $CN = 3ND$. Khoảng cách từ G đến (SBN) là $\frac{a}{b}$ *(phân số tối giản)*, tính giá trị ab.

Lời giải

Gọi M là trung điểm $CD \to d\left[G,(SBN)\right] = \frac{2}{3}d\left[M,(SBN)\right]$.

Gọi



$F = AM \cap BN \Rightarrow AF = 4FM \to d\left[M,(SBN)\right] = \frac{1}{4}d\left[A,(SBN)\right]$.

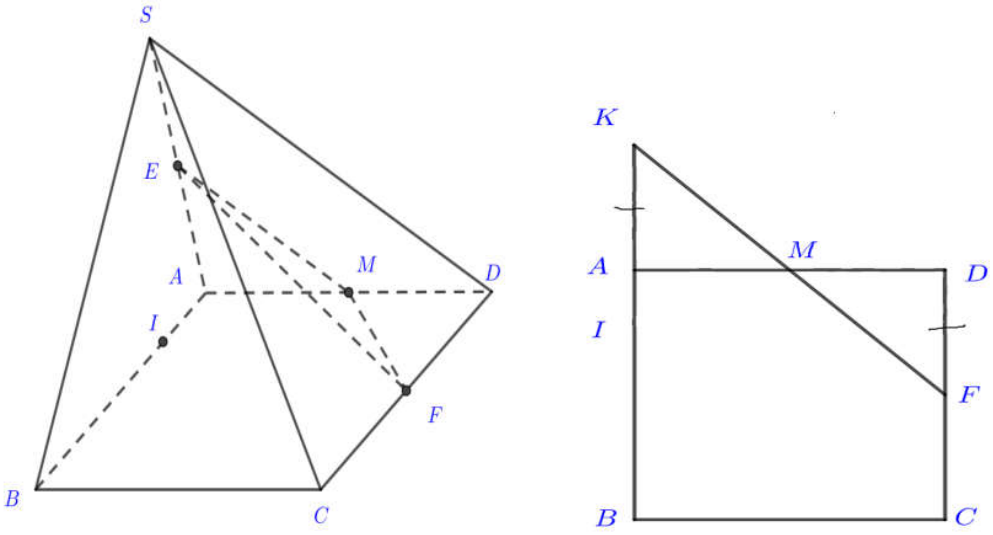
Gọi $E = BN \cap AD$.

Dựng đường cao AK trong ΔABE và đường cao AH trong $\Delta SAK \Rightarrow d\left[A,(SBN)\right] = AH$.

$AD = 6 \Rightarrow AE = 8 \to AH = \frac{120}{49} \Rightarrow d\left[G,(SBN)\right] = \frac{20}{49} \to a = 20, b = 49$.

Câu 17.72. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng 1. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi E, F lần lượt là trung điểm của SA, CD. Khoảng cách giữa hai đường thẳng SD và EF (làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai)

Lời giải



Gọi M là trung điểm của $AD \Rightarrow EM // SD \Rightarrow SD // \left(EMF\right)$.

Khi đó $d\left(SD, EF\right) = d\left(SD, \left(EMF\right)\right) = d\left(D, \left(EMF\right)\right) = d\left(A, \left(EMF\right)\right)$

$\dfrac{d\left(A,\left(EMF\right)\right)}{d\left(I,\left(EMF\right)\right)}=\dfrac{AK}{IK}=\dfrac{\dfrac{a}{2}}{\dfrac{a}{2}+\dfrac{a}{4}}=\dfrac{2}{3}\Rightarrow d\left(A,\left(EMF\right)\right)=\dfrac{2}{3}d\left(I,\left(EMF\right)\right)$ (I là điểm thuộc cạnh AB sao cho $AI=\dfrac{1}{4}AB$).

$d\left(I,MF\right)=\dfrac{3}{2}d\left(A,MF\right)=\dfrac{3}{2}.\dfrac{a}{2}.\dfrac{\sqrt{2}}{2}=\dfrac{3a\sqrt{2}}{8}$.

Do tam giác SAB đều và vuông góc với đáy, nên giả sử H là trung điểm cạnh AB thì $SH\perp\left(ABCD\right)$. Mặt khác, xét tam giác SHA có EI là đường trung bình nên $EI\perp\left(ABCD\right)$

Xét tam giác AEI vuông tại I có $EA=\dfrac{a}{2},IA=\dfrac{a}{4}\Rightarrow IE=\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$.

Xét hình chóp $I.EMF$ có $EI\perp\left(IMF\right)$, khi đó:

$$\frac{1}{d^2\left(I,\left(EMF\right)\right)}=\frac{1}{d^2\left(I,MF\right)}+\frac{1}{IE^2}=\frac{1}{\left(\dfrac{3a\sqrt{2}}{8}\right)^2}+\frac{1}{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{4}\right)^2}=\frac{80}{9a^2}\Rightarrow d\left(I,\left(EMF\right)\right)=\frac{3\sqrt{5}}{20}a.$$

Vậy $d\left(SD,EF\right)=d\left(D,\left(EMF\right)\right)=\dfrac{2}{3}d\left(I,\left(EMF\right)\right)=\dfrac{2}{3}.\dfrac{3\sqrt{5}}{20}a=\dfrac{a\sqrt{5}}{10}$.

Câu 17.73. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm $O, AB=2,\ BC=2\sqrt{3}$. Tam giác OAS cân tại S, mặt phẳng $\left(SAD\right)$ vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, góc giữa SD và $\left(ABCD\right)$ bằng 60. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và AC ?

Lời giải

Kẻ $SH\perp AD\Rightarrow SH\perp\left(ABCD\right)$

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo, I là trung điểm của AO

$AB=2;BC=2\sqrt{3}\Rightarrow AC=4\Rightarrow AO=BO=2$

$\Rightarrow \Delta ABO$ là tam giác đều $\Rightarrow BI\perp AO$ (1)

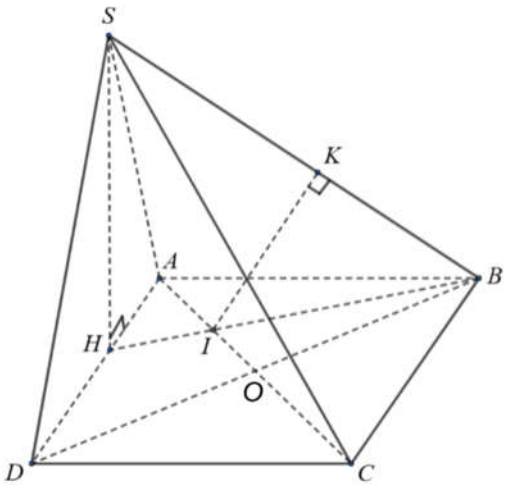
Ta có $\begin{cases}SI\perp AO\\SH\perp AO\end{cases}\Rightarrow\left(SHI\right)\perp AO\Rightarrow AO\perp HI$ (2)

Từ (1) và (2) $\Rightarrow H,I,B$ thẳng hàng $\Rightarrow AO\perp HB$

Lại có $AO\perp SH\Rightarrow\left(SHB\right)$ là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AO

$\Rightarrow\left(SHB\right)\perp AC$, từ I, kẻ $IK\perp SB\Rightarrow IK$ là đoạn vuông góc chung của AC và SB

Ta có $BI=\dfrac{\sqrt{3}}{2}.2=\sqrt{3}$, $\widehat{SDH}=60°$, $\widehat{ABH}=30°$ (do tam giác AOB đều)



$\tan 30^0 = \dfrac{AH}{AB} \Rightarrow AH = AB.\tan 30^0 = \dfrac{2\sqrt{3}}{3} \Rightarrow DH = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$

$\tan 60^0 = \dfrac{SH}{DH} \Rightarrow SH = DH.\tan 60^0 = 4$,

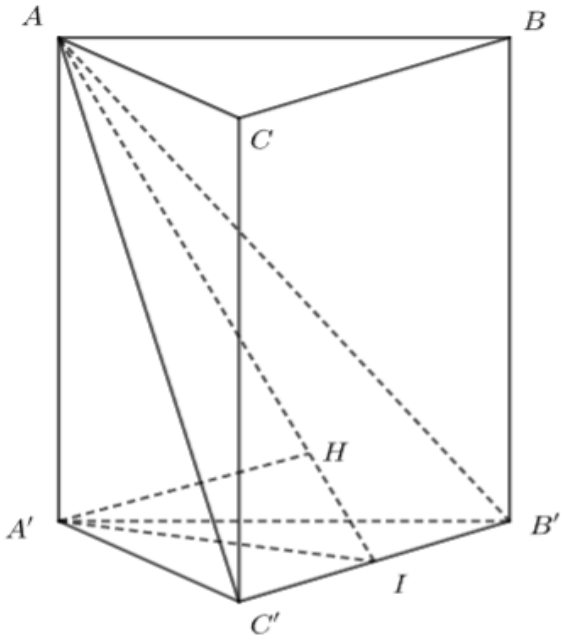
$BH = \sqrt{AH^2 + AB^2} = \dfrac{4\sqrt{3}}{3}$; $SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = \dfrac{8\sqrt{3}}{3}$

Xét $\Delta BKI \sim \Delta BHS$, ta có: $\dfrac{BI}{BS} = \dfrac{KI}{SH} \Rightarrow KI = \dfrac{BI.SH}{BS} = \dfrac{3}{2}$.

Câu 17.74. Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng 4, khoảng cách từ điểm A' đến mặt phẳng $\left(AB'C'\right)$ bằng 3. Tính thể tích khối lăng trụ (*Kết quả làm tròn đến hàng phần mười*)

Lời giải

Gọi I là trung điểm của $B'C'$, H là hình chiếu của A' lên AI. Khi đó:
$\Delta A'B'C'$ đều nên $B'C' \perp AI$, mà $B'C' \perp AA'$
nên: $B'C' \perp \left(AA'I\right)$ suy ra: $B'C' \perp A'H$.



Ta có: $A'H \perp AI, A'H \perp B'C'$ nên:
$A'H \perp \left(AB'C'\right)$. Do đó:
$d\left(A',\left(AB'C'\right)\right) = A'H = 3$.
$\Delta A'B'C'$ đều cạnh bằng 4 nên
$A'I = \dfrac{4\sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{3}$, $S_{A'B'C'} = \dfrac{1}{2}.2\sqrt{3}.4 = 4\sqrt{3}$.
Trong tam giác $AA'I$:
$\dfrac{1}{A'H^2} = \dfrac{1}{A'I^2} + \dfrac{1}{AA'^2} \Rightarrow \dfrac{1}{AA'^2} = \dfrac{1}{A'H^2} - \dfrac{1}{A'I^2}$
$= \dfrac{1}{3^2} - \dfrac{1}{\left(2\sqrt{3}\right)^2} = \dfrac{1}{36} \Rightarrow AA' = 6$

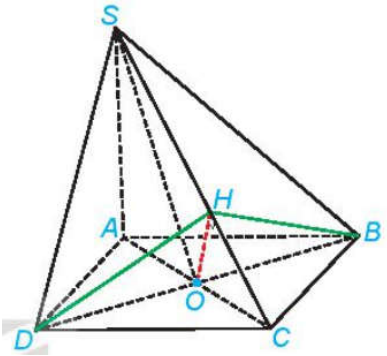
$V_{ABC.A'B'C'} = 4\sqrt{3}.6 = 24\sqrt{3} \approx 41{,}6$.

Câu 17.75. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh 3, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Biết số đo của góc nhị diện $\left[B,SC,D\right]$ bằng 120°. Tính thể tích của khối chóp $S.ABCD$.

Lời giải

Gọi O là giao điểm của hai đường chéo hình vuông $ABCD$ và H là hình chiếu của O trên SC.

Ta có: $\begin{cases} BD \perp AC \\ BD \perp SA \end{cases} \Rightarrow BD \perp \left(SAC\right) \Rightarrow BD \perp SC$.



Mặt khác, $OH \perp SC$ nên $SC \perp \left(BHD\right)$. Do đó, $\widehat{BHD}$ là một góc phẳng của góc nhị diện $\left[B,SC,D\right] \Rightarrow \widehat{BHD} = 120^\circ$.
Đặt $BH = DH = x$. Áp dụng định lý cosin cho tam giác ΔBHD, ta có

$BD^2 = HD^2 + HB^2 - 2HD.HB.\cos 120^\circ \Leftrightarrow \left(3\sqrt{2}\right)^2 = x^2 + x^2 - 2x.x\left(-\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 18 = 3x^2 \Leftrightarrow x = \sqrt{6}$

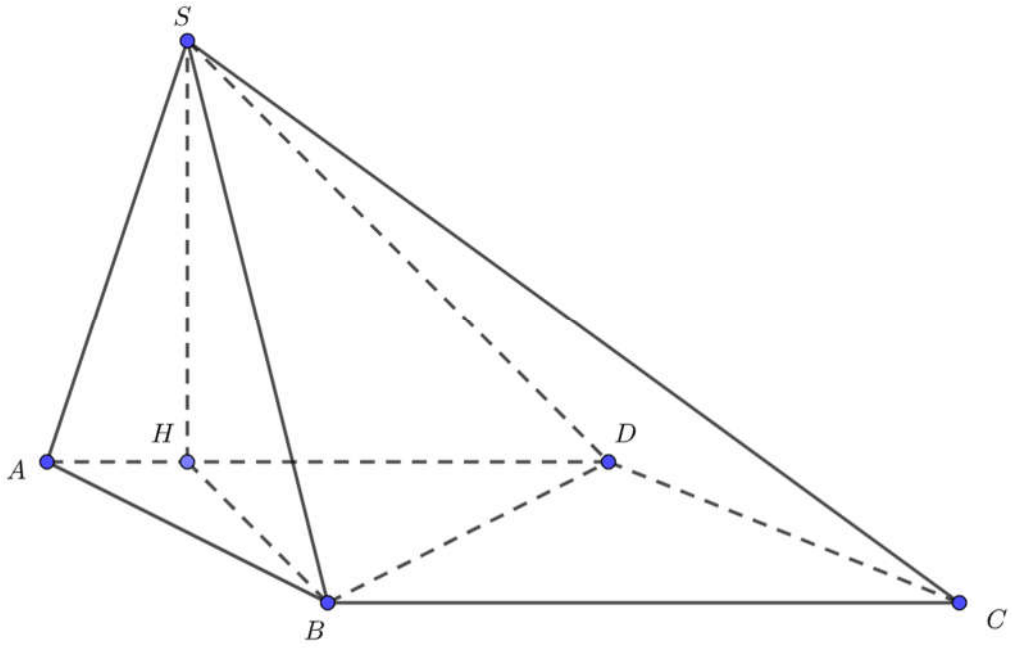
Xét tam giác ΔSBC vuông tại B có đường cao BH suy ra $\frac{1}{BH^2} = \frac{1}{BC^2} + \frac{1}{SB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{6} = \frac{1}{9} + \frac{1}{SB^2} \Leftrightarrow \frac{1}{SB^2} = \frac{1}{18} \Leftrightarrow SB = 3\sqrt{2}$.

Lại có, tam giác ΔSAB vuông tại A $\Rightarrow SA = \sqrt{SB^2 - AB^2} = 3$.

Vì $SA \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.3.3^2 = 9$.

Câu 17.76. Cho khối chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thoi cạnh 2, $\widehat{ABC} = 120^0$, $SB = 2$. Mặt phẳng $\left(SAD\right)$ vuông góc với đáy và cạnh bên SA tạo với mặt phẳng đáy một góc 60^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng?

Lời giải



Kẻ $SH \perp AD \Rightarrow SH \perp \left(ABCD\right) \Rightarrow \left(SA;\left(ABCD\right)\right) = \widehat{SAH} = 60^0$.

Gọi $AH = x; \frac{SH}{AH} = \tan 60^0 \Rightarrow SH = x.\tan 60^0 = x\sqrt{3}$.

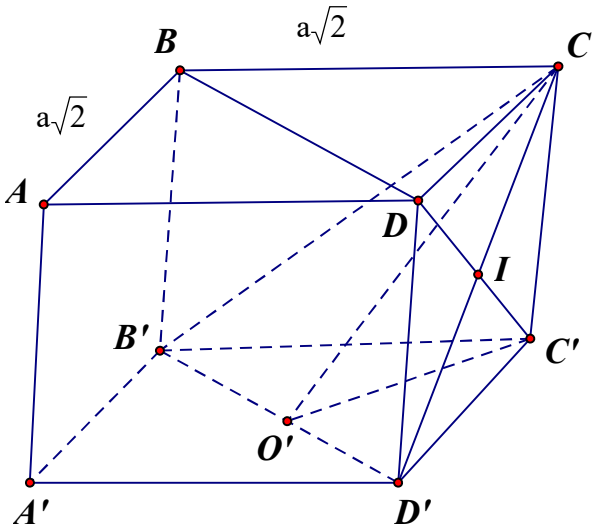
Hình thoi $ABCD$ có $\widehat{ABC} = 120^0 \Rightarrow \widehat{BAD} = 60^0 \Rightarrow \Delta ABD$ đều.
Sử dụng định lý hàm số cosin với ΔABH ta có
$BH^2 = AB^2 + AH^2 - 2AB.AH.\cos 60^0 = 4 + x^2 - 2x$.
Xét tam giác

$$\Delta SHB : BH^2 = SB^2 - SH^2 \Rightarrow x^2 - 2x + 4 = 4 - 3x^2 \Rightarrow 4x^2 - 2x = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ x = 0\left(L\right) \end{array}\right.$$

$$\Rightarrow SH = x\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}.SH.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.\frac{\sqrt{3}}{2}.2.\frac{2^2\sqrt{3}}{4} = 1.$$

Câu 17.77. Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a\sqrt{2}$, $AA' = 2a$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BD và CD'.

Lời giải



+ Ta có $BD//B'D', B'D' \subset \left(CD'B'\right) \Rightarrow BD//\left(CD'B'\right) \Rightarrow d\left(CD', BD\right) = d\left(D, \left(CD'B'\right)\right)$.

Gọi $I = DC' \cap D'C \Rightarrow I = DC' \cap \left(CD'B'\right)$ mà I là trung điểm của $DC' \Rightarrow d\left(D, \left(CD'B'\right)\right) = d\left(C', \left(CD'B'\right)\right)$.

+ Vì $A'B'C'D'$ là hình vuông tâm O' cạnh $a\sqrt{2} \Rightarrow C'O' = a \Rightarrow CO' = \sqrt{CC'^2 + C'O'^2} = a\sqrt{5}$

Ta có diện tích $S_{\Delta C'D'B'} = \frac{1}{2} CO'.B'D' = \frac{1}{2} a\sqrt{5}.2a = a^2\sqrt{5}$.

Ta có diện tích $V_{C'CD'B'} = V_{CC'B'D'} = \frac{1}{6} CC'.CB.CD = \frac{1}{6}\left(a\sqrt{2}\right)^2.2a = \frac{2}{3}a^3$

$$\Rightarrow d\left(C', \left(CB'D'\right)\right) = \frac{3V_{C.C'B'D'}}{S_{\Delta C'B'D'}} = \frac{3.\frac{2}{3}a^3}{a^2\sqrt{5}} = \frac{2a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 17.78. Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có tất cả các cạnh bằng a. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'B'$ và BC'.

Lời giải

Dựng hình thoi $A'B'D'C'$, suy ra $C'D'//A'B'$ nên $A'B'//\left(BC'D'\right)$.

Khi đó:

$d\left(A'B', BC'\right) = d\left(A'B', \left(BC'D'\right)\right) = d\left(B', \left(BC'D'\right)\right)$.

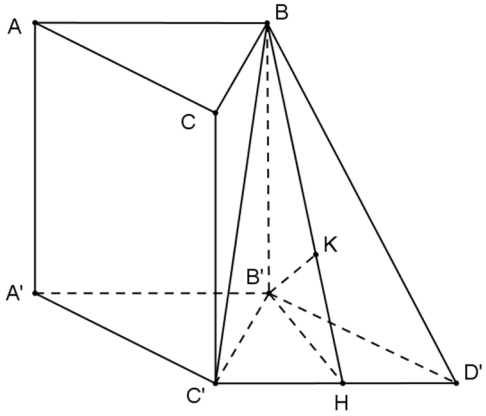
Dựng $B'H \perp C'D' \Rightarrow C'D' \perp \left(BB'H\right)$.

Kẻ $B'K \perp BH \Rightarrow B'K \perp \left(BC'D'\right)$.

Suy ra $d\left(B', \left(BC'D'\right)\right) = B'K$.

Xét tam giác đều $B'C'D'$ cạnh a, nên $B'H = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Tam giác $BB'H$ vuông tại B' có $B'K$ là đường cao nên ta có

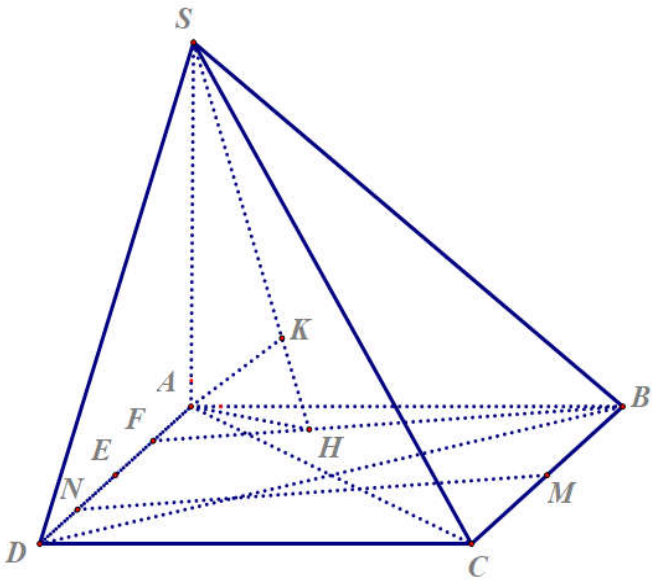


$\frac{1}{B'K^2}=\frac{1}{B'B^2}+\frac{1}{B'H^2}=\frac{7}{3a^2}\Rightarrow B'K=\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Vậy $d\left(A'B';BC'\right)=B'K=\frac{a\sqrt{21}}{3}$.

Câu 17.79. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $4a$, cạnh SA vuông góc với đáy. Góc giữa SC và mặt phẳng đáy là 60^0, M là trung điểm của BC, N là điểm thuộc cạnh AD sao cho $DN=a$. Tính theo khoảng cách giữa SB và MN.

Lời giải



Ta có $SA\perp\left(ABCD\right)$ nên hình chiếu SC của lên $\left(ABCD\right)$ là AC. Suy ra góc giữa SC và mặt phẳng đáy là $\widehat{SCA}=60^0$.

Ta có $AC=4a\sqrt{2}\Rightarrow SA=AC.\tan 60^0=4a\sqrt{6}$.

Gọi E là trung điểm của AD; F là trung điểm của AE.

$BF\parallel MN\Rightarrow MN\parallel\left(SBF\right)\Rightarrow d\left(MN,SB\right)=d\left(MN,\left(SBF\right)\right)=d\left(N,\left(SBF\right)\right)=2d\left(A,\left(SBF\right)\right)$

Gọi H là hình chiếu của A lên BF; K là hình chiếu của A lên SF.

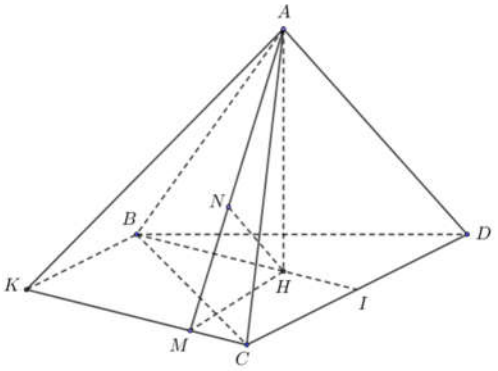
Ta có $\left.\begin{matrix}BF\perp SA\\BF\perp AH\end{matrix}\right\}\Rightarrow BF\perp\left(SAF\right)\Rightarrow\left(SBF\right)\perp\left(SAF\right)$

Mà $\left.\begin{matrix}\left(SBF\right)\cap\left(SAH\right)=SF\\AK\subset\left(SAH\right);AK\perp SF\end{matrix}\right\}\Rightarrow AK\perp\left(SBF\right)\Rightarrow d\left(A,\left(SBF\right)\right)=AK$.

Có $\frac{1}{AK^2}=\frac{1}{SA^2}+\frac{1}{AH^2}=\frac{103}{96a^2}\Rightarrow AK=\frac{4a\sqrt{618}}{103}\Rightarrow d\left(MN,SB\right)=\frac{8a\sqrt{618}}{103}$.

Câu 17.80. Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng $\sqrt{11}$. Gọi I là trung điểm cạnh CD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BI.

Lời giải



Dựng hình bình hành $BICK \Rightarrow BICK$ là hình chữ nhật do $BI \perp CD$. Gọi H là tâm ΔBCD.

Vẽ $HM \perp KC$ tại M, $HN \perp AM$ tại N.

Ta có $CK \perp (AHM) \Rightarrow CK \perp HN \Rightarrow HN \perp (ACK)$.

Ta có $BI \,//\, (ACK) \Rightarrow d(AC, BI) = d(BI, (ACK)) = d(H, (ACK)) = HN$.

Ta có $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = \sqrt{11 - \left(\frac{\sqrt{11}.\sqrt{3}}{3}\right)^2} = \frac{\sqrt{66}}{3}$, $HM = CI = \frac{\sqrt{11}}{2}$

$$HN = \frac{AH.HM}{\sqrt{AH^2 + HM^2}} = \frac{\frac{\sqrt{66}}{3}.\frac{\sqrt{11}}{2}}{\sqrt{\frac{22}{3} + \frac{11}{4}}} = \sqrt{2} \Rightarrow d(AC, BI) = \sqrt{2}.$$

Câu 17.81.] Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$, $SA = 3a$, $AB = 10a$, $BC = 14a$, $AC = 6a$. Gọi M là trung điểm AC, N là điểm thuộc đoạn thẳng AB sao cho $AN = \frac{3}{5}AB$. Tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng SM và CN.

Lời giải

+ $\cos \widehat{BAC} = \frac{AB^2 + AC^2 - BC^2}{2AB \cdot BC} = -\frac{1}{2} \Rightarrow \widehat{BAC} = 120^o$.

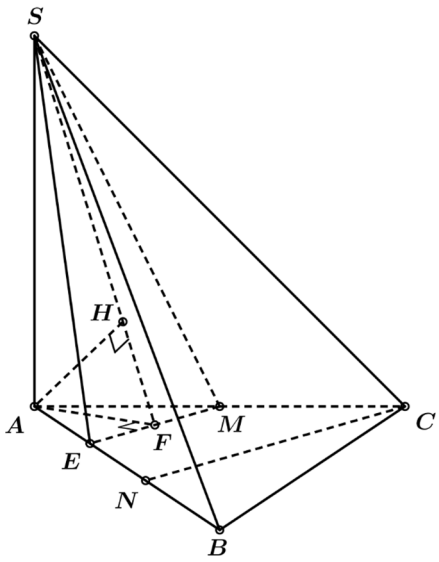
+ $AN = \frac{3}{5}AB = 6a$.

+ $AM = \frac{1}{2}AC = 3a$.

Gọi E là trung điểm $AN \Rightarrow ME//NC$ (EM là đường trung bình của ΔANC).

$\begin{cases} NC//EM \\ EM \subset (SEM) \end{cases} \Rightarrow NC//(SEM)$ mà

$SM \subset (SEM) \Rightarrow d(CN, SM) = d(N, (SEM))$.



$AN \cap (SEM) = E \Rightarrow \dfrac{d(N,(SEM))}{d(A,(SEM))} = \dfrac{AE}{EN} = 1 \Rightarrow d(N,(SEM)) = d(A,(SEM))$.

Gọi F là hình chiếu của A lên $EM \Rightarrow F$ là trung điểm của EM $(AE = AM = 3a)$

Gọi H là hình chiếu của A lên $SF \Rightarrow d(A,(SEM)) = AH$.

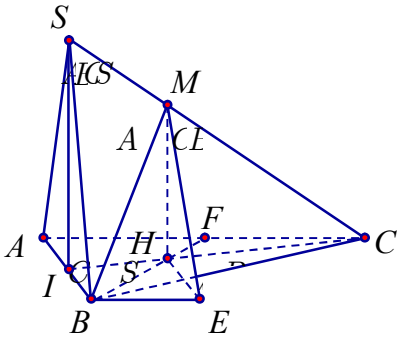
$+\ AF = AE \cdot \cos\widehat{EAF} = \dfrac{3a}{2}$.

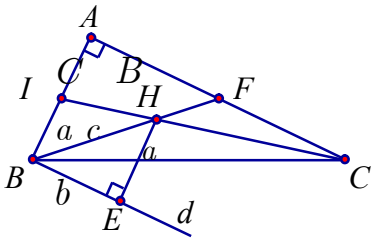
$+\ \dfrac{1}{AH^2} = \dfrac{1}{AS^2} + \dfrac{1}{AF^2} \Rightarrow AH = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$. Vậy $d(SM,CN) = \dfrac{3a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17.82. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và có $AB = a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với (ABC). Lấy M thuộc SC sao cho $CM = 2MS$. Khoảng cách giữa hai đường AC và BM là

Lời giải

Gọi I là trung điểm của AB suy ra $SI \perp (ABC)$.





Gọi H là hình chiếu của M trên (ABC), Trong (ABC) từ B dựng đường thẳng $d \,//\, AC$.

Gọi F là trung điểm của AC, E là hình chiếu của H trên d, ta có:

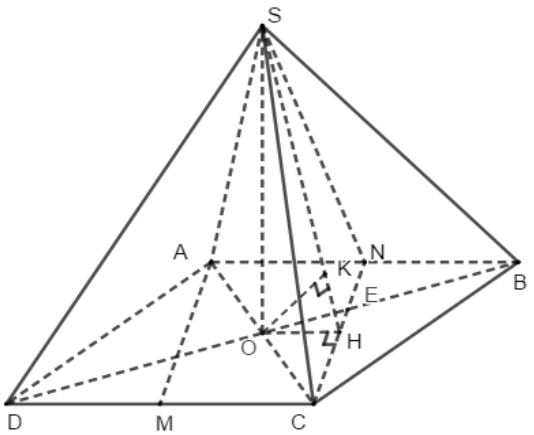
$MH = \dfrac{2}{3}SI = \dfrac{a\sqrt{3}}{3}$, $HE = \dfrac{2}{3}AB = \dfrac{2a}{3}$.

Khi đó $d(BM,AC) = \dfrac{3}{2}d(H,(BME)) = \dfrac{3}{2}\dfrac{MH.HE}{\sqrt{MH^2 + HE^2}} = \dfrac{3}{2}\dfrac{\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\cdot\dfrac{2a}{3}}{\sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\dfrac{2a}{3}\right)^2}} = \dfrac{a\sqrt{21}}{7}$

Câu 17.83. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$, đáy tâm O và cạnh đáy bằng a, $SA = SB = SC = SD = a\sqrt{3}$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm cạnh CD, AB. Tính khoảng cách giữa AM và SN.

Lời giải

Ta có $\begin{cases} AN \,//\, MC \\ AN = MC \end{cases} \Rightarrow AMCN$ là hình bình hành.



Do đó $AM//CN \Rightarrow AM//(SCN)$. Từ đó suy ra $d(AM;SN)=d(AM;(SCN))=d(A;(SCN))=2d(O;(SCN))$

Kẽ $OH \perp CN$ tại H mà $SO \perp CN$. Suy ra $CN \perp (SHO)$ (1).

Kẽ $OK \perp SH$ tại K (2).

Từ $(1) \Rightarrow OK \perp CN$ (3).

Từ $(2)(3) \Rightarrow OK \perp (SCN) \Rightarrow d(O;(SCN))=OK$.

Gọi $E=CN \cap OB$. Khi đó E là trọng tâm ΔABC. Do đó $OE=\frac{1}{3}OB=\frac{1}{6}BD=\frac{a\sqrt{2}}{6}$.

Xét ΔACE vuông tại O có $\frac{1}{OH^2}=\frac{1}{OE^2}+\frac{1}{OC^2} \Rightarrow OH=\frac{a\sqrt{5}}{10}$.

Xét ΔSOH vuông tại O có

$\frac{1}{OK^2}=\frac{1}{OH^2}+\frac{1}{SO^2}=\frac{1}{OH^2}+\frac{1}{SC^2-OC^2} \Rightarrow OK=\frac{a\sqrt{510}}{102}$. Vậy $d(AM,SN)=\frac{a\sqrt{510}}{51}$.

Câu 17.84. Cho hình chóp $S.ABCD$ có $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=a$, góc $\widehat{ABD}=45^0$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng đáy. Gọi M,N,P lần lượt là trung điểm SB,BC,SD. Tính khoảng cách giữa AP và MN.

Lời giải

Trong tam giác ABD có $\widehat{ABD}=45^0$ nên $AB=AD$. Do đó, $ABCD$ là hình vuông cạnh a.

Gọi Q là trung điểm CD, ta có $PQ//SC//MN$ nên có $MN//(APQ)$

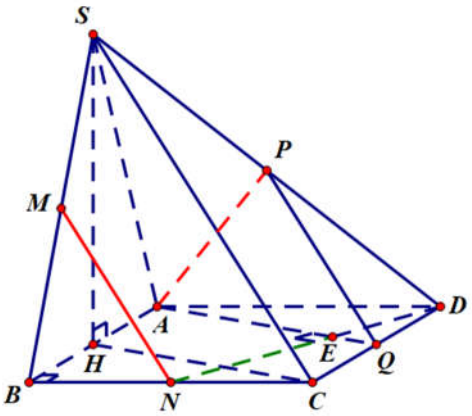
$\Rightarrow d(MN,PQ)=d(MN,(APQ))=d(N,(APQ))$

Vì $\begin{cases} ND \perp HC \\ ND \perp SH \end{cases} \Rightarrow ND \perp (SHC) \Rightarrow ND \perp SC \Rightarrow ND \perp PQ$

$\overrightarrow{AQ}.\overrightarrow{ND}=(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DQ})(\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{CN})=\vec{0} \Rightarrow AQ \perp ND$

Vậy có $\left.\begin{matrix} ND \perp PQ \\ ND \perp AQ \end{matrix}\right\} \Rightarrow ND \perp (APQ)$ tại E

$\Rightarrow d_{(MN,AP)}=NE$



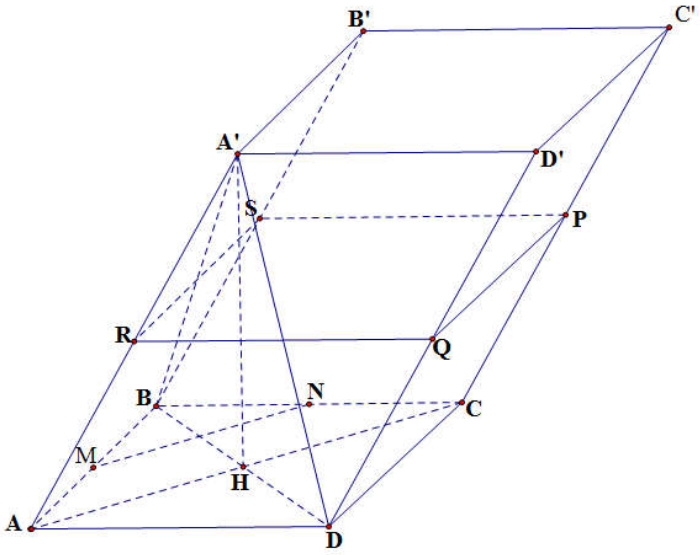
mà có $\frac{1}{DE^2}=\frac{1}{DA^2}+\frac{1}{DQ^2}=\frac{5}{a^2} \Rightarrow DE=\frac{a}{\sqrt{5}}$ và

$DN=\frac{a\sqrt{5}}{2} \Rightarrow EN=\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

Vậy $d(MN,AP)=\frac{3a\sqrt{5}}{10}$.

Câu 17.85. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tất cả các cạnh bằng nhau và bằng a $\widehat{DAA'}=\widehat{A'AB}=60°$, $\widehat{BAD}=90°$. Gọi M,N,P,Q lần lượt là trung điểm của các cạnh AB,BC,CC',DD'. Tính khoảng cách giữa MN và PQ.

Lời giải



Từ giả thiết, suy ra các tam giác $A'AB, A'AD$ là các tam giác đều, nên $A'A = A'B = A'D = a$

Do vậy hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABD) trùng với tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABD.

Gọi H là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABD, do ΔABD vuông tại A nên H là trung điểm BD $(H = AC \cap BD)$.

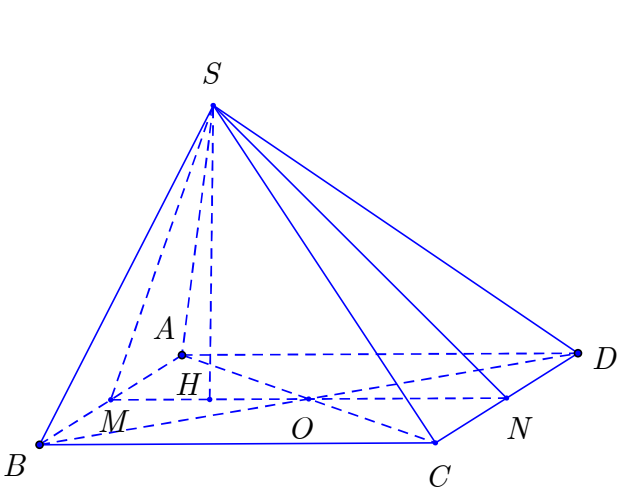
Ta có: $A'H = \sqrt{AA'^2 - AH^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a\sqrt{2}}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

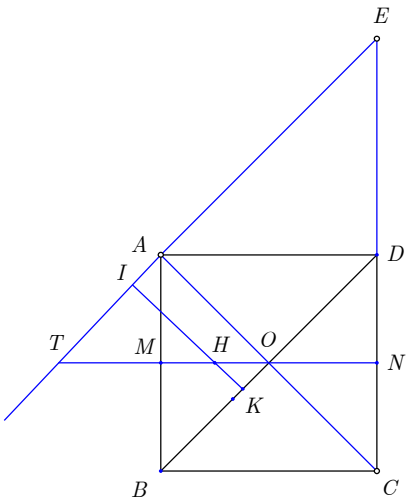
Gọi R, S lần lượt là trung điểm của AA', BB'. Ta có: $(ABCD)$ và $(PQRS)$ là hai mặt phẳng song song và lần lượt chứa hai đường thẳng chéo nhau MN và PQ nên:

$$d(MN, PQ) = d\big((ABCD), (MNPQ)\big) = \frac{1}{2} d\big((ABCD), (A'B'C'D')\big) = \frac{1}{2} A'H = \frac{a\sqrt{2}}{4}.$$

Câu 17.86. Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, tam giác SAB vuông cân tại S và tam giác SCD đều. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng SA và BD.

Lời giải





Tam giác SCD đều suy ra $SC=SD$ nên hình chiếu H của S trên $(ABCD)$ cách đều C,D.

Do đó H thuộc MN với M,N là trung điểm của AB và CD.

Ta có $HA=HB\Rightarrow SA=SB$ do đó tam giác SAB vuông cân tại S.

Ta có $SM=\dfrac{a}{2};SN=\dfrac{a\sqrt{3}}{2};MN=a\Rightarrow \Delta SMN$ vuông tại S và có $\widehat{SMN}=60^\circ$.

Do $SH\perp(ABCD)\Rightarrow SH\perp MN\Rightarrow H$ là trung điểm của MO.

Trong $(ABCD)$ kẻ $AE\,//\,BD$ với $E\in CD$. Suy ra $BD\,//\,(SAE)\Rightarrow d(BD;SA)=d\big(BD;(SAE)\big)=d\big(K;(SAE)\big)$. Với K là hình chiếu của H trên BD.

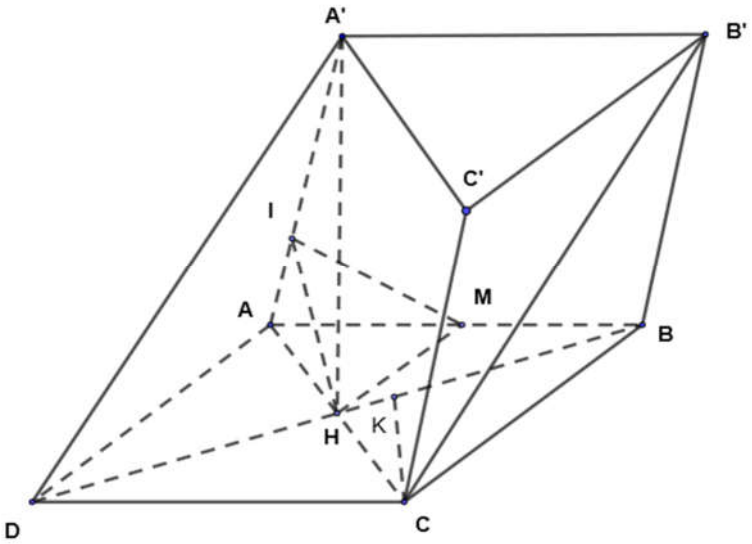
Ta có $\dfrac{d\big(K;(SAE)\big)}{d\big(H;(SAE)\big)}=\dfrac{KI}{HI}=\dfrac{4}{3}$.

Kẻ $HJ\perp SI$ tại J thì $HJ=d\big(H;(SAE)\big)$.

Lại có: $\dfrac{1}{HJ^2}=\dfrac{1}{HI^2}+\dfrac{1}{HS^2}\Rightarrow HJ=\dfrac{3a\sqrt{5}}{20}$. Do đó $d(SA;BD)=\dfrac{a\sqrt{5}}{5}$.

Câu 17.87. Cho lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C và cạnh $AC=2a$. Hình chiếu của A' trên mặt phẳng (ABC) trùng với trung điểm H của AC. Biết góc giữa hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ bằng 30°; góc giữa cạnh bên với mặt đáy bằng 60°. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'H$ và $B'C$.

Lời giải



Dựng điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

Ta có: $B'C\,//\,A'D\Rightarrow B'C\,//\,(A'HD)\Rightarrow d\big(B'C;A'H\big)=d\big(B'C;(A'HD)\big)=d\big(C;(A'BD)\big)$

Kẻ $CK\perp BD\Rightarrow CK\perp(A'BD)\Rightarrow d\big(C;(A'BD)\big)=CK$

Kẻ $HM\,//\,BC\Rightarrow HM\perp AC$

Ta có: $\begin{cases}HM\perp AC\\ HM\perp A'H\end{cases}\Rightarrow HM\perp(A'AC)\Rightarrow HM\perp AA'$

Kẻ $HI \perp AA' \Rightarrow AA' \perp (HMI) \Rightarrow AA' \perp IM$

Do đó: góc giữa hai mặt phẳng $(AA'B'B)$ và $(AA'C'C)$ chính là $\widehat{HIM}$ và $\widehat{HIM} = 30°$

Lại có: $\left(\widehat{AA';(ABC)}\right) = \widehat{A'AH} = 60°$

$IH = AH.\sin 60° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$; $HM = HI.\tan 30° = \dfrac{a\sqrt{3}}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{3}} = \dfrac{a}{2} \Rightarrow BC = a$.

Do đó $d(B'C;A'H) = CK = \dfrac{CH.CB}{\sqrt{CH^2 + CB^2}} = \dfrac{a^2}{a\sqrt{2}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 17.88. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, $SC = 2a$. Gọi M là trung điểm CD. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng BM và SC.

Lời giải

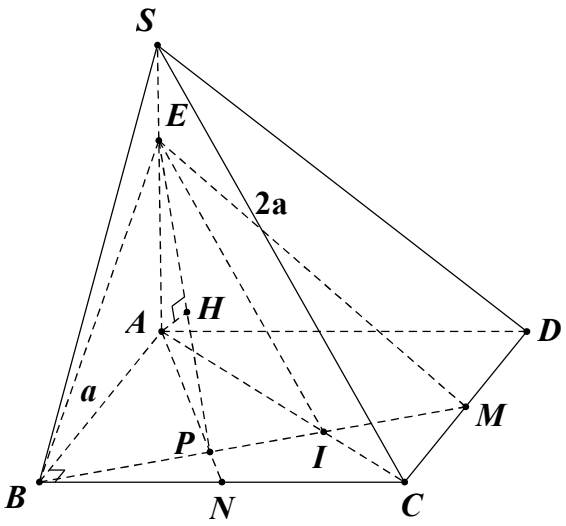
Gọi $I = BM \cap AC$. Kẻ $IE \,//\, SC$ cắt SA tại E.

Khi đó $SC \,//\, (BME)$

$\Rightarrow d(BM;SC) = d(SC;(BME)) = d(C;(BME)) = \dfrac{1}{2}d(A;(BME))$ (I là trọng tâm ΔBCD).

Gọi N là trung điểm BC, $P = AN \cap BM$.

Ta có $\begin{cases} AN \perp BM \\ SA \perp BM \end{cases} \Rightarrow BM \perp (SAN)$.



Suy ra $(SAN) \perp (SBM)$ theo giao tuyến SP

(SAN): $AH \perp SP$ tại H

Suy ra $AH \perp (SBM)$ tại H

$\Rightarrow d(A;(BEM)) = AH$.

Ta có: $AN.AP = AB^2$

$\Rightarrow AP = \dfrac{AB^2}{AN} = \dfrac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Trong tam giác vuông SAC có

$SA = \sqrt{SC^2 - AC^2} = a\sqrt{2}$.

Ta có $\dfrac{AE}{AS} = \dfrac{AI}{AC} = \dfrac{2}{3} \Rightarrow AE = \dfrac{2AS}{3} = \dfrac{2a\sqrt{2}}{3}$.

ΔAEP vuông tại A, đường cao AH có

$AH = \dfrac{AP.AE}{\sqrt{AP^2 + AE^2}} = \dfrac{2a\sqrt{38}}{19} \Rightarrow d(BM;SC) = \dfrac{1}{2}AH = \dfrac{a\sqrt{38}}{19}$ (đvđd).

Câu 17.89. Cho lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình thang vuông tại A và B, gọi E là trung điểm AD. Cho $AD = 2AB = 2BC = 2a$, $AA' = 3a$. Hãy tính theo a khoảng cách giữa hai đường thẳng BE và $A'D$.

Lời giải

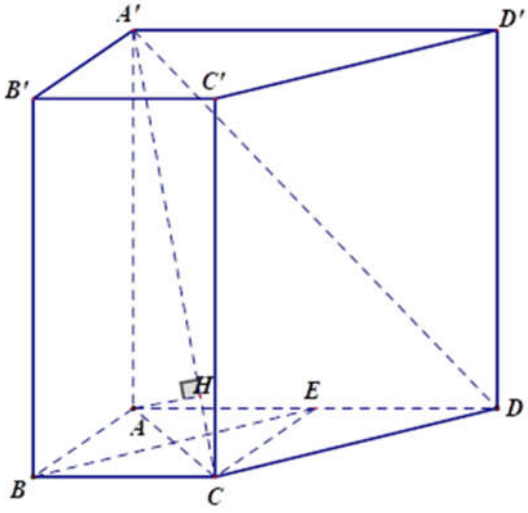
Từ giả thiết, ta có tứ giác $ABCE$ là hình vuông.

Hạ $AH \perp A'C, H \in A'C$.

Ta có $\begin{cases} CD \perp AC \\ CD \perp AA' \end{cases} \Rightarrow CD \perp \left(AA'C\right) \Rightarrow CD \perp AH$.

Mà $AH \perp A'C$ nên $AH \perp \left(A'CD\right)$.

Mặt khác $BE // CD, CD \subset \left(A'CD\right)$ và E là trung điểm AD nên

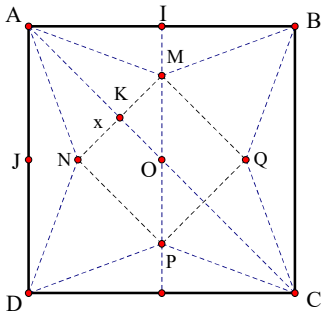


$$d\left(BE, A'D\right) = d\left(E, \left(A'CD\right)\right) = \frac{1}{2} d\left(A, \left(A'CD\right)\right) = \frac{1}{2} AH.$$

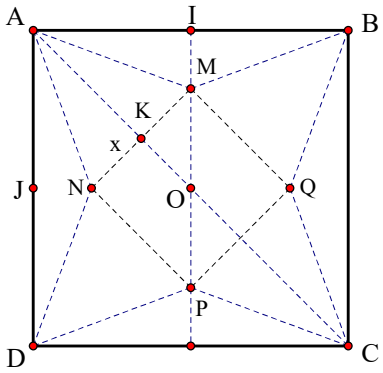
Trong tam giác $A'AC$ có $\frac{1}{AH^2} = \frac{1}{AA'^2} + \frac{1}{AC^2} = \frac{1}{9a^2} + \frac{1}{2a^2} = \frac{11}{18a^2} \Rightarrow AH = \frac{3\sqrt{22}a}{11}$

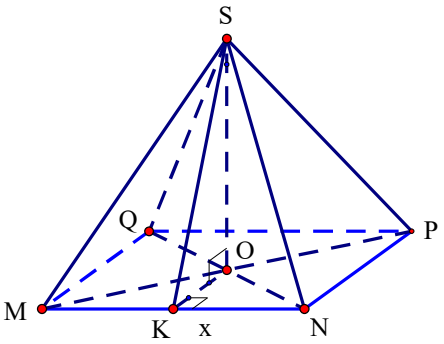
Vậy $d\left(BE, A'D\right) = \frac{1}{2} AH = \frac{3\sqrt{22}a}{22}$.

Câu 17.90. Cho một tấm bìa hình vuông có cạnh $2m$. Từ tấm bìa này làm một mô hình kim tự tháp Ai Cập, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là các cạnh của hình vuông rồi gấp lên và ghép lại thành một hình chóp tứ giác đều. Thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình bằng $\frac{a\sqrt{2}}{b}\left(m\right)$ ($a, b \in \mathbb{Z}$; a, b nguyên tố cùng nhau). Tính tổng $a^2 + b^2$?



Lời giải





Gọi độ dài cạnh đáy của hình chóp là $x\left(m\right)$. Do $MN < IJ = \sqrt{2} \Rightarrow x \in \left(0;\sqrt{2}\right)$.

Ta có: $OK = \frac{x}{2}; OA = \frac{AC}{2} = \sqrt{2} \Rightarrow SK = AK = \sqrt{2} - \frac{x}{2}$.

Do vậy: $SO = \sqrt{SK^2 - OK^2} = \sqrt{\left(\sqrt{2} - \frac{x}{2}\right)^2 - \frac{x^2}{4}} = \sqrt{2 - \sqrt{2}x}$.

Khi đó thể tích khối chóp là: $V = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}$.

Xét $f\left(x\right) = \frac{1}{3}x^2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}\left(x \in \left(0;\sqrt{2}\right)\right)$, ta có:

$$f'\left(x\right) = \frac{1}{3}\left(2x\sqrt{2 - \sqrt{2}x} - x^2\frac{\sqrt{2}}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}}\right) = \frac{1}{3}\left(\frac{4x\left(2 - \sqrt{2}x\right) - \sqrt{2}x^2}{2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}}\right) = \frac{8x - 5\sqrt{2}x^2}{3\left(2\sqrt{2 - \sqrt{2}x}\right)}$$

$$f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow 8x - 5\sqrt{2}x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \frac{4\sqrt{2}}{5} \end{array}\right. .$$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		$\frac{4\sqrt{2}}{5}$		$\sqrt{2}$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗		↘	

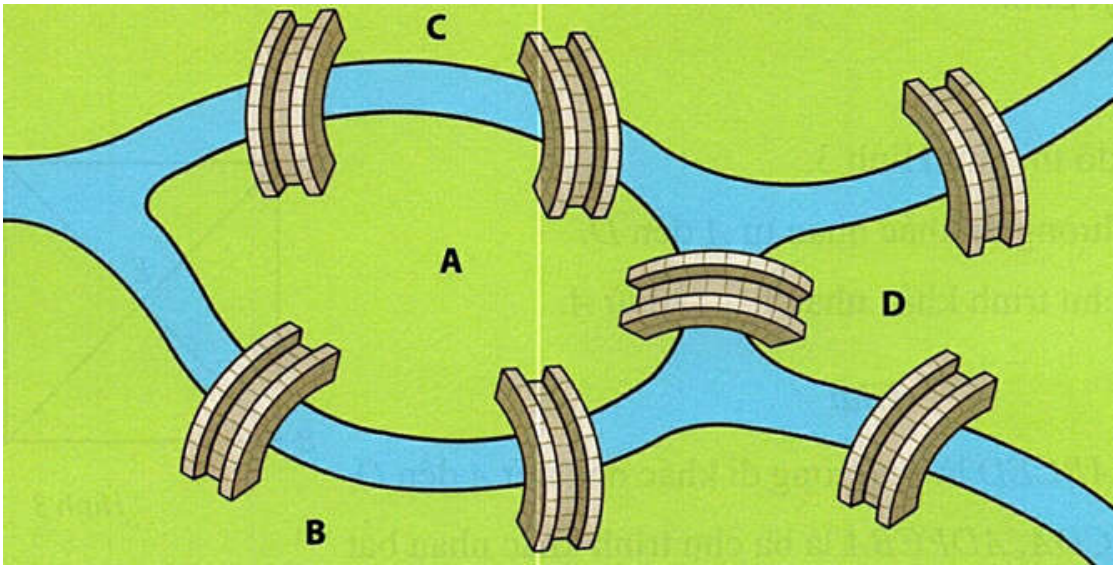
Ta thấy thể tích của mô hình lớn nhất khi cạnh đáy của mô hình là:

$x = \frac{4\sqrt{2}}{5} \Rightarrow a = 4, b = 5 \Rightarrow a^2 + b^2 = 41$.

----------HẾT----------

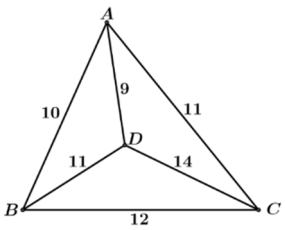
DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

ĐƯỜNG ĐI EULER VÀ ĐƯỜNG ĐI HAMILTON



DẠNG CÂU 18. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (28 CÂU)

Câu 18.1. **(ĐMH 2025)** Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 4 trụ A, B, C, D với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

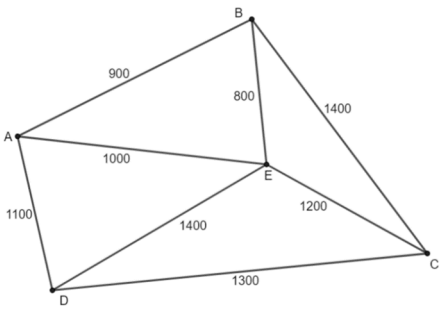
Người chơi có thể lựa chọn cách xuất phát từ một trong 4 trụ A, B, C, D.

Giả sử người chơi xuất phát từ trụ A. Để đi qua tất cả các trụ còn lại đúng một lần và quay trở về A, người chơi có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	Tổng số thử thách
$A \to B \to C \to D \to A$	$10+12+14+9=45$
$A \to B \to D \to C \to A$	$10+11+14+11=46$
$A \to C \to B \to D \to A$	$11+12+11+9=43$
$A \to C \to D \to B \to A$	$11+14+11+10=46$
$A \to D \to B \to C \to A$	$9+11+12+11=43$
$A \to D \to C \to B \to A$	$9+14+12+10=45$

Do đó, tổng số thử thách của đường đi nhận giá trị nhỏ nhất là 43.

Câu 18.2. Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình *(tính theo đơn vị nghìn đồng)*. Xe giao hàng của công ty xuất phát từ thành phố A đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố A. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng *(tính theo đơn vị nghìn đồng)*?



Lời giải

Vì xe giao hàng của công ty xuất phát từ thành phố A đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố A nên ta có những cách đi như sau:

$+\ A \to B \to E \to C \to D \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí

$= 900 + 800 + 1200 + 1300 + 1100 = 5300$ (nghìn đồng).

$+\ A \to B \to C \to D \to E \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí $= 6000$ (nghìn đồng).

$+\ A \to B \to C \to E \to D \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí $= 6000$ (nghìn đồng).

$+\ A \to E \to B \to C \to D \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí $= 5600$ (nghìn đồng).

$+\ A \to E \to D \to C \to B \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí $= 6000$ (nghìn đồng).

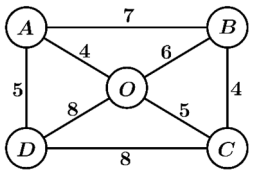
$+\ A \to D \to E \to C \to B \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí $= 6000$ (nghìn đồng).

$+\ A \to D \to C \to E \to B \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí $= 5300$ (nghìn đồng).

$+\ A \to D \to C \to B \to E \to A \Rightarrow$ Tổng chi phí $= 5500$ (nghìn đồng).

$\Rightarrow$ Vậy trong các cách di chuyển như trên thì tổng chi phí di chuyển thấp nhất là 5300 (nghìn đồng).

Câu 18.3. Trong một trò chơi điện tử, người chơi sẽ khởi đầu tại một trong năm vị trí xuất phát tại các điểm A,B,C,D,O. Ban đầu, người chơi sẽ có 50 HP (HP là từ viết tắt của: "Health Points") và người chơi sẽ đi từ điểm xuất phát đến các điểm còn lại để tiêu diệt địch (các đường đi qua sẽ không thể quay trở lại). Ứng với mỗi đường đi qua, người chơi sẽ mất một lượng HP nhất định được ký hiệu trên sơ đồ dưới đây.



Sau cùng, người chơi phải quay lại vị trí xuất phát và tiêu diệt địch cuối cùng ngay tại đó. Biết đường đi cuối cùng này sẽ mất gấp đôi lượng HP yêu cầu. Hỏi sau khi hoàn thành nhiệm vụ thì người chơi có thể giữ lại tối đa bao nhiêu HP?

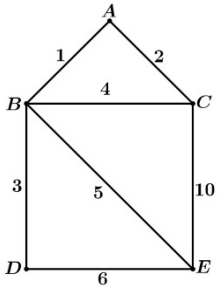
Lời giải

Chọn đường cuối là OA hoặc OB

Khi đó lượng HP mất là: $5 + 8 + 4 + 6 + 4.2 = 31$ (HP)

Người chơi có thể giữ lại tối đa lượng HP là: $50 - 31 = 19$.

Câu 18.4. Có năm địa điểm A, B, C, D, E. Một số địa điểm có đường đi tới nhau



mô tả bằng các cạnh với độ dài quãng đường tính theo kilomet cho bởi số gắn với cạnh đó như hình vẽ. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí C, cần đi qua tất cả các đường (mỗi đường đi qua ít nhất một lần) và sau đó phải trở về vị trí ban đầu C. Tổng số kilomet mà người đưa thư phải đi nhỏ nhất là bao nhiêu?

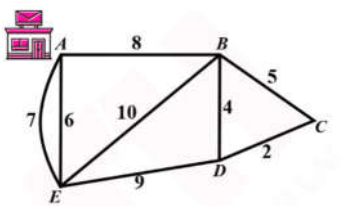
Lời giải

Đi từ C đến E theo đường đi Euler dài: $2 + 1 + 4 + 3 + 5 + 6 + 10 = 31$ (km)

Đi từ E đến C với quảng đường ngắn nhất dài: $5 + 1 + 2 = 8$ (km)

Vậy tổng số kilomet mà người đưa thư phải đi nhỏ nhất là $31 + 8 = 39$ (km).

Câu 18.5. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc theo các con đường cần phải đi qua. Biết người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể bằng bao nhiêu?



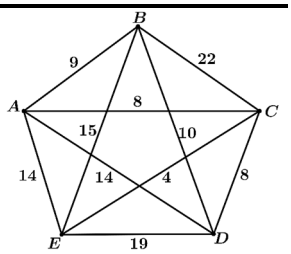
Lời giải

Quãng đường người đưa thư đi từ A đến D là: $7 + 6 + 10 + 4 + 8 + 5 + 2 + 9 = 51$

Quãng đường ngắn nhất đi từ D về A là qua B: $4 + 8 = 12$

Tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là: $51 + 12 = 63$.

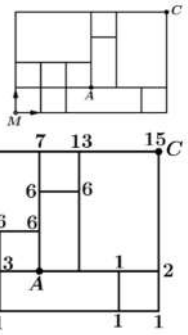
Câu 18.6. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi khi đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá hủy và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Xuất phát từ A thì đường đi ít thử thách nhất là AC nên AC có 8 thử thách
Từ C thì đường đi ít thử thách nhất là CE nên CE có 4 thử thách
Từ E thì đường đi ít thử thách nhất là EB nên EB có 15 thử thách
Từ B thì đường đi ít thử thách nhất là BD nên BD có 10 thử thách
Đến đây ta quay về A nên DA có 14 thử thách.
Vậy đường đi $ACEBDA$ có tổng số thử thách là là: $8+4+15+10+14=51$
Tương tự xuất phát từ những trụ khác ta có các đường đi sau:
Đường đi $BACEDB$ có tổng số thử thách là: $9+8+4+19+10=50$
Đường đi $CEABDC$ có tổng số thử thách là: $4+14+9+10+8=45$
Đường đi $DCEABD$ có tổng số thử thách là: $8+4+14+9+10=45$
Đường đi $ECABDE$ có tổng số thử thách là: $4+8+9+10+19=50$
Đường đi $ECDBAE$ có tổng số thử thách là: $4+8+10+9+14=45$
Vậy tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là: 45.

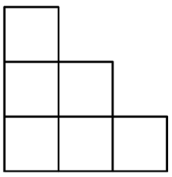
Câu 18.7. Trên đường đi từ nhà Mạnh (M) đến công ty (C) có điểm A người ta đang thi công sửa chữa đường nên không thể đi qua vị trí điểm A. Biết rằng toàn bộ cung đường theo bản đồ từ dưới lên trên và từ trái qua phải là đường một chiều nên vì vậy nên Mạnh chỉ được phép đi lên hoặc đi sang phải. Mạnh có bao nhiêu cách đi từ nhà đến công ty?



Lời giải

Từ sơ đồ ta có thể suy ra từ nhà Mạnh đến công ty có 15 cách.

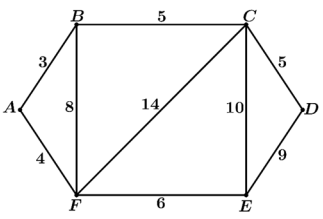
Câu 18.8. Bạn Hoa tạo ra một cầu thang ba bậc bằng 18 que tăm như hình vẽ dưới đây. Hỏi Hoa cần thêm bao nhiêu que tăm để hoàn thành một cầu thang 5 bậc?



Lời giải

Chúng ta có thể thấy rằng cầu thang 1 bậc cần 4 tăm và cầu thang 2 bậc cần 10 tăm.
Do đó, để đi từ cầu thang 1 bậc đến 2 bậc cần thêm 6 tăm và để đi từ cầu thang 2 bậc đến 3 bậc cần thêm 8 tăm.
Áp dụng mô hình này, để đi từ cầu thang 3 bậc đến 4 bậc cần thêm 10 tăm và để đi từ cầu thang 4 bậc đến 5 bậc cần thêm 12 tăm.
Vậy bạn Hoa cần thêm $10+12=22$ que tăm để hoàn thành cầu thang 5 bậc.

Câu 18.9. Giả sử có 6 địa điểm A, B, C, D, E, F được nối với nhau theo những con số với độ dài (Đơn vị tính: kilomet) được mô tả như hình vẽ dưới đây. Một người giao hàng cần đi giao hàng tại 6 địa điểm trên. Người giao hàng xuất phát từ một địa điểm nào đó, đi qua các điểm còn lại để giao hàng, mỗi địa điểm đúng một lần và trở về địa điểm ban đầu. Quãng đường ngắn nhất mà người giao hàng có thể di chuyển là bao nhiêu kilomet?



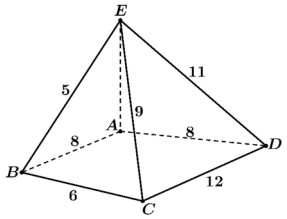
Lời giải

Mô hình: $S_1 \xrightarrow{1} S_2 \xrightarrow{2} S_3 \xrightarrow{3} S_4 \xrightarrow{4} S_5 \xrightarrow{5} S_6 \xrightarrow{6} S_1$

Có ba con đường không được đi nên chọn ba con đường dài nhất có thể

Vậy quãng đường ngắn nhất là: $3+5+5+9+6+4=32$ (kilomet)

Câu 18.10. Một trò chơi điện tử quy định như sau: Có 5 trụ A, B, C, D, E với số lượng các thử thách trên đường đi giữa các cặp trụ được mô tả trong hình bên. Người chơi xuất phát từ một trụ nào đó, đi qua tất cả các trụ còn lại, mỗi lần đi qua một trụ thì trụ đó sẽ bị phá huỷ và không thể quay trở lại trụ đó được nữa, nhưng người chơi vẫn phải quay trở về trụ ban đầu. Tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Có các hướng đi như sau:

$A \to B \to C \to E \to D \to A$ có: $8+6+9+11+8=42$ thử thách

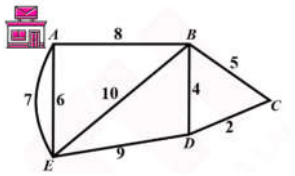
$A \to B \to E \to C \to D \to A$ có: $8+5+9+12+8=42$ thử thách

$A \to B \to C \to D \to E \to A$ có: $8+6+12+11+8=45$ thử thách

$A \to D \to C \to B \to E \to A$ có $8+12+6+5+8=39$ thử thách

Vậy tổng số thử thách của đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là 39

Câu 18.11. Một người đưa thư xuất phát từ bưu điện ở vị trí A, các điểm cần phát thư nằm dọc các con dường cần đi qua. Biết rằng người này phải đi trên mỗi con đường ít nhất một lần (để phát được thư cho tất cả các điểm cần phát nằm dọc theo con đường đó) và cuối cùng quay lại điểm xuất phát. Độ dài các con đường như hình vẽ (đơn vị độ dài). Hỏi tổng quãng đường người đưa thư có thể đi ngắn nhất có thể là bao nhiêu?



Lời giải

Theo sơ đồ đường đi thấy có 2 đỉnh bậc lẻ là A và D nên có thể tìm được một đường đi Euler từ A đến D (đường này đi qua mỗi cạnh đúng một lần).

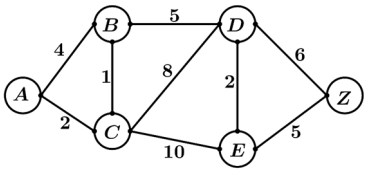
Một đường Euler từ A đến D là: $AEABEDBCD$ và độ dài của nó là

6+7+8+10+9+4+5+2= 51

Đường đi ngắn nhất từ D đến A là DBA và có độ dài là: $4+8=12$

Vậy tổng quãng đường đưa thư có thể đi ngắn nhất là $51+12=63$

Câu 18.12. Đồ thị trong hình vẽ kí hiệu tất cả các vị trí: A,B,C,D,E,Z trên mạng lưới giao thông công cộng. Số trên cạnh nối các ví trí biểu thị trọng số về chi phí đi lại giữa các tuyến giao thông. Một người xuất phát từ B phải đi qua tất cả các tuyến đường và cuối cùng quay trở lại B. Tìm tổng chi phí (theo trọng số) tối ưu nhất mà người ấy có thể đi.

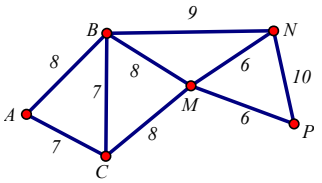


Lời giải

Tổng chi phí tối ưu nhất mà người ấy có thể đi là:

$4+2+1+5+8+10+2+6+5+2+5=50$

Câu 18.13. Trong một trò chơi, người chơi muốn tìm đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P, biết từ A đến P có những đường đi như hình vẽ và khoảng cách giữa các vị trí được cho trên hình. Đường đi thoả mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?

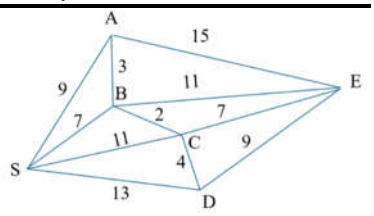


Lời giải

Các đường đi từ A đến P là: $ABCMNP$, $ABMNP$, $ABNMP$, $ACBMNP$, $ACBMP$, $CBNMP$, $ACBNP$, $ACNMP$, $ACMP$

Đường đi ngắn nhất để đi từ A đến P là $ACMP$ dài 21.

Câu 18.14. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh S đến E trong đồ thị trọng số ở dưới(Mỗi đỉnh chỉ được đi qua 1 lần và không đi lại đường cũ). Tính độ dài đường đi ngắn nhất đó. (Đơn vị km)



Lời giải

Các tuyến đường có thể đi:

SAE: $9+15=24$

SABE: $9+3+11=23$

SABCE: $9+3+2+7=21$

SABCDE: $9+3+2+4+9=27$

SBE: $7+11=18$

SBCE: $7+2+7=16$

SBCDE: $7+2+4+9=22$

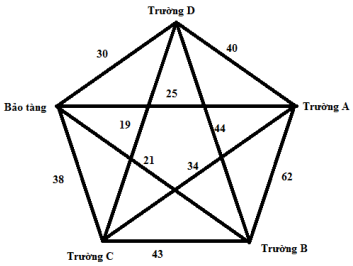
SCE: $11+7=18$

SCDE: $11+4+9=24$

SDE: $13+9=22$

Vậy đoạn đường đi ngắn nhất là: SBCE: 16km

Câu 18.15. Một bảo tàng nghệ thuật đang có kế hoạch giới thiệu các nội dung cuộc triển lãm nghệ thuật đến bốn trường học trong khu vực.Giám đốc bảo tàng giao cho một nhân viên đi giới thiệu với yêu cầu: người đó phải đến từng trường và quay lại bảo tàng sau khi thăm cả bốn trường. Thời gian di chuyển (đơn vị: phút) giữa các trường học và giữa bảo tàng với mỗi trường được mô tả như trong hình. Thời gian ngắn nhất để nhân viên đó hoàn thành nhiệm vụ khi xuất phát từ bảo tàng là bao nhiêu?



Lời giải

Sử dụng thuật toán láng giềng gần nhất, ta có:

Từ bảo tàng điểm đến có thời gian đi ngắn nhất là trường B: 21 phút

Từ trường B điểm đến có thời gian đi ngắn nhất là trường C: 43 phút

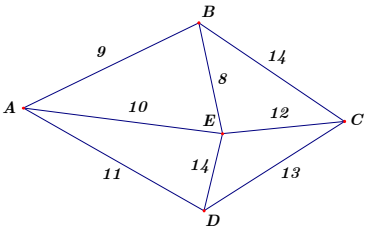
Từ trường C điểm đến có thời gian đi ngắn nhất là trường D: 19 phút

Từ trường D điểm đến có thời gian đi ngắn nhất là trường A: 40 phút

Đến đây không còn đỉnh chưa đến, vì vậy quay về bảo tàng 25 phút.

Tổng thời gian đi ngắn nhất là 148 phút.

Câu 18.16. Một công ty vận tải cần giao hàng đến tất cả các thành phố A, B, C, D, E (hình vẽ bên dưới). Chi phí di chuyển giữa các thành phố được mô tả trên hình (đơn vị tính: triệu đồng). Xe giao hàng của công ty xuất phát từ một thành phố trong năm thành phố trên đi qua tất cả các thành phố còn lại đúng một lần sau đó trở lại thành phố ban đầu. Tìm chi phí thấp nhất của xe giao hàng.

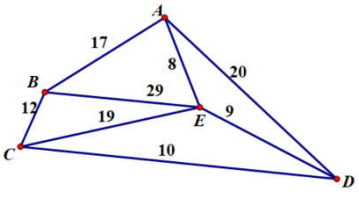


Lời giải

Đường đi	Tổng số chi phí
$A\to B\to C\to E\to D\to A$	$9+14+12+14+11=60$
$A\to B\to E\to C\to D\to A$	$9+8+12+13+11=53$
$A\to E\to B\to C\to D\to A$	$10+8+14+13+11=56$
$A\to E\to D\to C\to B\to A$	$10+14+13+14+9=60$
$A\to D\to C\to E\to B\to A$	$11+13+12+8+9=53$
$A\to D\to E\to C\to B\to A$	$11+14+12+14+9=60$
$A\to B\to C\to D\to E\to A$	$9+14+13+14+10=60$
$A\to D\to C\to B\to E\to A$	$11+13+14+8+10=56$

Vậy chi phí nhỏ nhất của xe giao hàng là 53.

Câu 18.17. Một du khách dự định thuê ô tô đi du lịch xuất phát từ tỉnh A và lần lượt đi qua các tỉnh còn lại (mỗi tỉnh đi qua một lần duy nhất) rồi quay trở về tỉnh ban đầu với thời gian (đơn vị: Giờ) đi giữa các tỉnh được cho như hình vẽ. Biết giá thuê



xe ở thời điểm hiện tại là 50000 đồng/giờ và không thay đổi trong suốt hành trình. Hỏi chi phí tiền thuê xe ít nhất bằng bao nhiêu triệu đồng để người đó có thể hoàn thành chuyến đi của mình?

Lời giải

Du khách có thể đi theo các lộ trình sau:

$A \to B \to E \to C \to D \to A : 95\,h$

$A \to B \to C \to E \to D \to A : 77\,h$

$A \to B \to C \to D \to E \to A : 56\,h$

$A \to E \to B \to C \to D \to A : 79\,h$

$A \to E \to D \to C \to B \to A : 56\,h$

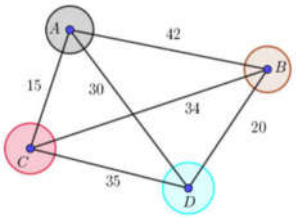
$A \to D \to E \to C \to B \to A : 77\,h$

$A \to D \to C \to E \to B \to A : 95\,h$

$A \to D \to C \to B \to E \to A : 79\,h$

Do đó thời gian đi ít nhất là $56\,h$. Khi đó chi phí thuê xe ít nhất là 28 triệu đồng.

Câu 18.18. Trường THPT A tổ chức chuyến đi về nguồn cho học sinh tham quan 4 địa điểm A, B, C, D. Thời gian (đơn vị: phút) di chuyển qua lại giữa các điểm tham quan được mô tả ở hình bên. Đoàn học sinh của trường sẽ tham quan một địa điểm nào đó đầu tiên, rồi đi qua tất cả các địa điểm còn lại, mỗi khi đã tham quan địa điểm nào rồi thì sẽ không quay lại đó nữa nhưng phải về địa điểm ban đầu để trở về. Hỏi tổng thời gian tham quan các địa điểm thỏa mãn điều kiện trên nhận giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Đoàn học sinh có thể lựa chọn cách xuất phát từ một trong 4 địa điểm: A, B, C,D.

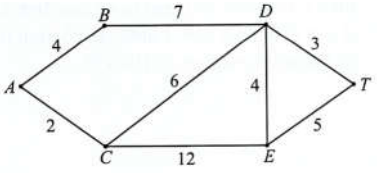
Giả sử đoàn học sinh xuất phát từ địa điểm A.

Để đi qua tất cả các địa điểm còn lại đúng một lần và quay trở về A, có thể đi theo một trong các đường đi:

Đường đi	Tổng thời gian
$A \to C \to D \to B \to A$	$15 + 35 + 20 + 42 = 112$
$A \to B \to D \to C \to A$	$42 + 20 + 35 + 15 = 112$
$A \to C \to B \to D \to A$	$15 + 34 + 20 + 30 = 99$
$A \to B \to C \to D \to A$	$42 + 34 + 35 + 30 = 141$
$A \to D \to B \to C \to A$	$30 + 20 + 34 + 15 = 99$
$A \to D \to C \to B \to A$	$30 + 35 + 34 + 42 = 141$

Do đó, tổng thời gian tham quan các địa điểm thoả mãn yêu cầu bài toán nhận giá trị nhỏ nhất là 99 phút.

Câu 18.19. Tìm đường đi ngắn nhất với đồ thị có trọng số như hình bên dưới.Tìm tất cả các đường đi từ A đến T (đi qua mỗi đỉnh nhiều nhất một lần) và tính độ dài của mỗi đường đi đó. Từ đó, tìm đường đi ngắn nhất từ A đến T.



Lời giải

Các đường đi từ A đến T là:

$ABDT, l_{ABDT} = 4 + 7 + 3 = 14$

$ABDCET, l_{ABDCET} = 4 + 7 + 6 + 12 + 5 = 34$

$ABDET, l_{ABDET} = 4 + 7 + 4 + 5 = 20$

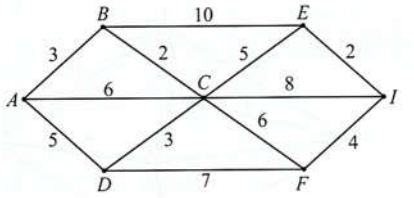
$ACDET, l_{ACDET} = 2 + 6 + 4 + 5 = 17$

$ACET, l_{\text{ACET}} = 2 + 12 + 5 = 19$

$ACEDT, l_{ACEDT} = 2 + 12 + 4 + 3 = 21$

Đường đi ngắn nhất từ A đến T là: $ABDT$.

Câu 18.20. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh I trong đồ thị có trọng số ở hình bên dưới.



Lời giải

Từ đỉnh A, đỉnh kề A nhất là $B\left(w_{AB}=3\right)$.

Từ đỉnh B, đỉnh kề B (trừ đỉnh A) nhất là $C\left(w_{BC}=2\right)$.

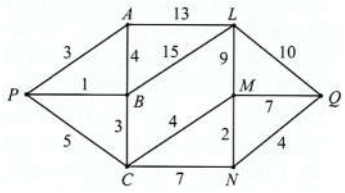
Từ đỉnh C, đỉnh kề C (trừ A,B) nhất là $D\left(w_{CD}=3\right)$.

Từ đỉnh D, đỉnh kề D (trừ A,B,C) nhất là $F\left(w_{DF}=7\right)$.

Từ đỉnh F, đỉnh kề F (trừ A,B,C,D) nhất còn lại đỉnh $I\left(w_{FI}=4\right)$.

Do đó, đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh I trong đồ thị là: $ABCDFI$, độ dài bằng $3+2+3+7+4=19$.

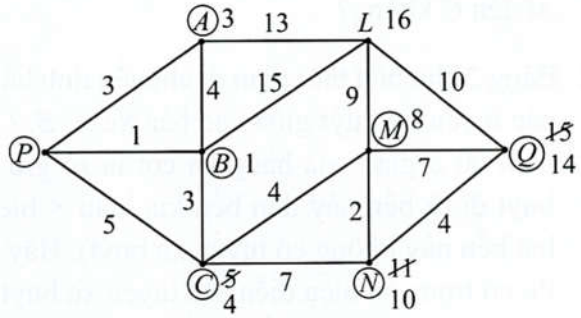
Câu 18.21. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh P đến đỉnh Q trong đồ thị có trọng số ở bên dưới.



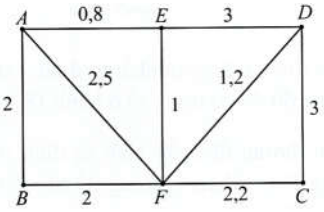
Lời giải

Ta thấy $n_Q=14=w_{PB}+w_{BC}+w_{CM}+w_{MN}+w_{NQ}=l_{PBCMNQ}$.

Suy ra $PBCMNQ$ là đường đi ngắn nhất từ P đến Q, với độ dài bằng 14 (xem hình sau).



Câu 18.22. Trong đồ thị có trọng số ở dưới đây, mỗi cạnh biểu diễn một tuyến xe buýt giữa hai bến trong các bến xe A,B,C, D,E và F, trọng số của mỗi cạnh biểu diễn thời gian tính bằng giờ của tuyến xe buýt tương ứng. Một người cần ít nhất bao nhiêu thời gian để di chuyển từ bến A đến bến C bằng xe buýt của các tuyến trên? Biết rằng thời gian tại bến để chuyển tiếp từ tuyến này qua tuyến kia là không đáng kể.



Lời giải

Từ bến A, bến gần bến A nhất là $E\left(w_{AE}=0,8\right)$.

Từ bến E, bến gần bến E (trừ bến A) nhất là $F\left(w_{EF}=1\right)$.

Từ bến F, bến gần bến F (trừ bến E) nhất là $D\left(w_{FD}=1,2\right)$.

Từ bến D, bến gần bến D (trừ E,F) nhất còn lại bến $C\left(w_{DC}=3\right)$.

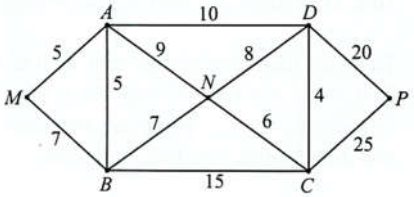
Do đó, thời gian ngắn nhất để một người di chuyển từ bến A đến bến C bằng xe buýt của các tuyến là: $0,8+1+1,2+3=6$ (giờ).

Câu 18.23. Cho đồ thị có trọng số như hình.

a) Tính độ dài các đường đi $ABCD$, $MBNCP$.

b) Chỉ ra ba đường đi khác nhau từ M đến N và tính độ dài của chúng.

c) MBC có phải là đường đi ngắn nhất từ M đến C không?



Lời giải

a) $l_{ABCD}=5+15+4=24; l_{MBNCP}=7+7+6+25=45$.

b) Ba đường đi từ M đến N là:

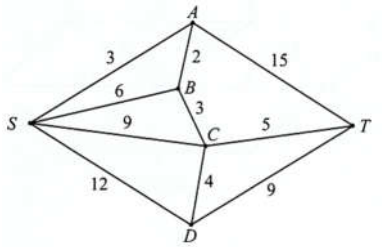
$MBN, l_{MBN}=7+7=14$

$MAN, l_{\text{MAN}}=5+9=14$

$MBCN, l_{MBCN}=7+15+6=28$

c) MBC không phải đường đi ngắn nhất từ M đến C vì có đường $MBNC$ và $MANC$ ngắn hơn MBC.

Câu 18.24. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh S đến T trong đồ thị có trọng số ở hình dưới đây.



Lời giải

Từ đỉnh S, đỉnh kề S nhất là $A\left(w_{SA}=3\right)$.

Từ đỉnh A, đỉnh kề A (trừ S) nhất là $B\left(w_{AB}=2\right)$.

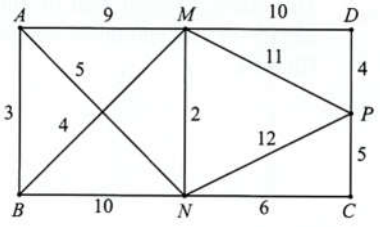
Từ đỉnh B, đỉnh kề B (trừ S,A) nhất là $C\left(w_{BC}=3\right)$.

Từ đỉnh C, đỉnh kề C (trừ S,A,B) nhất là $D\left(w_{CD}=4\right)$.

Từ đỉnh D, đỉnh kề D (trừ S,A,B,C) còn lại là $T\left(w_{DT}=9\right)$.

Do đó đường đi ngắn nhất từ đỉnh S đến T trong đồ thị là: $SABCDT$ có độ dài bằng $3+2+3+4+9=21$.

Câu 18.25. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến P trong đồ thị có trọng số ở hình dưới đây.



Lời giải

Từ đỉnh A, đỉnh kề A nhất là $B\left(w_{AB}=3\right)$.

Từ đỉnh B, đỉnh kề B (trừ A) nhất là $M\left(w_{BM}=4\right)$.

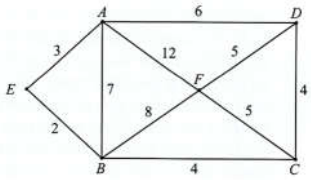
Từ đỉnh M, đỉnh kề M (trừ A,B) nhất là $N\left(w_{MN}=2\right)$.

Từ đỉnh N, đỉnh kề N (trừ A,B,M) nhất là $C\left(w_{NC}=6\right)$.

Từ đỉnh C, đỉnh kề C (trừ A,B,N,M) còn lại là $P\left(w_{CP}=5\right)$.

Do đó, đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến P trong đồ thị là $ABMNCP$, độ dài bằng $3+4+2+6+5=20$.

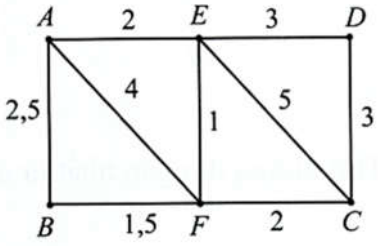
Câu 18.26. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến từng đỉnh (khác A) trong đồ thị có trọng số ở hình dưới đây.



Lời giải

Đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh B là AEB. Đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh C là $AEBC$. Đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh D là $AEBCD$. Đường đi ngắn nhất từ đỉnh A đến đỉnh E là AE.

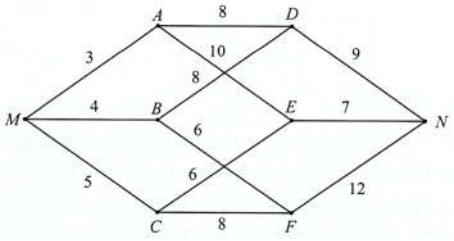
Câu 18.27. Cho đồ thị có trọng số như dưới đây. Đường đi ngắn nhất từ A đến C là gì?



Lời giải

$AEFC$.

Câu 18.28. Tìm đường đi ngắn nhất từ đỉnh M đến N trong đồ thị có trọng số sau:



Lời giải

Từ M, đỉnh kề M nhất là $A\left(w_{MA}=3\right)$.

Từ A, đỉnh kề A (trừ M) nhất là $D\left(w_{AD}=8\right)$.

Từ D, đỉnh kề D (trừ M,A) nhất là $B\left(w_{DB}=8\right)$.

Từ B, đỉnh kề B (trừ M,A,D) nhất là $F\left(w_{BF}=6\right)$.

Từ F, đỉnh kề F (trừ M,A,D,B) nhất là $C\left(w_{FC}=8\right)$.

Từ C, đỉnh kề C (trừ M,A,D,B,F) nhất là $E\left(w_{CE}=6\right)$.

Từ E, đỉnh kề E (trừ M,A,D,B,F,C) còn lại là $N\left(w_{EN}=7\right)$.

Do đó, đường đi ngắn nhất từ đỉnh M đến N trong đồ thị là $MADBFCEN$, độ dài bằng $3+8+8+6+8+6+7=46$

----------HẾT----------

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

PHƯƠNG TRÌNH MẶT CẦU

① **Phương trình mặt cầu (S) dạng 1:**

Để viết phương trình mặt cầu (S), ta cần tìm tâm $I(a;b;c)$ và bán kính R. Khi đó:

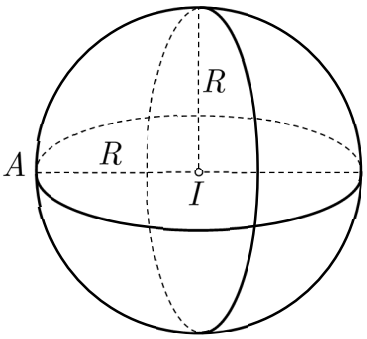
$$(S):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm: } I(a;b;c)\\ \bullet\ \text{Bán kính: } R\end{cases}\Leftrightarrow (S):\boxed{(x-a)^2+(y-b)^2+(z-c)^2=R^2}.$$

② **Phương trình mặt cầu (S) dạng 2:**

$$(S):\boxed{x^2+y^2+z^2-2ax-2by-2cz+d=0}.$$

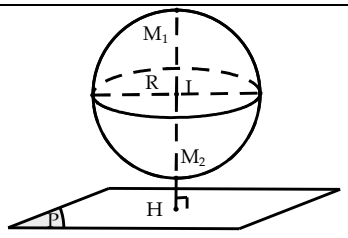
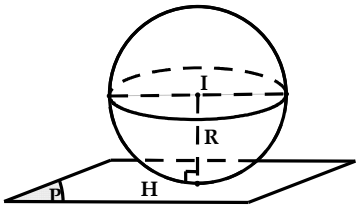
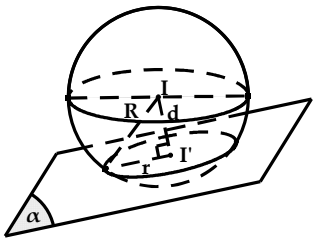
Với $a^2+b^2+c^2-d>0$ là phương trình mặt cầu dạng 2

Tâm $I(a;b;c)$, bán kính: $R=\sqrt{a^2+b^2+c^2-d}>0$.



Vị trí tương đối của mặt phẳng và mặt cầu

Cho mặt cầu $S(I;R)$ và mặt phẳng (P). Gọi H là hình chiếu vuông góc của I lên (P) và có $d=IH$ là khoảng cách từ I đến mặt phẳng (P). Khi đó:

Nếu $d>R$: Mặt cầu và mặt phẳng không có điểm chung.	Nếu $d=R$: Mặt phẳng tiếp xúc mặt cầu. Lúc đó (P) là mặt phẳng tiếp diện của (S) và H là tiếp điểm.	Nếu $d<R$: Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu theo thiết diện là đường tròn có tâm I' và bán kính $r=\sqrt{R^2-IH^2}$.
		

Lưu ý: Chu vi của đường tròn giao tuyến $C=2\pi r$, diện tích đường tròn $S=\pi r^2$. Nếu $d_{[I;(P)]}=0$ thì giao tuyến là một đường tròn qua tâm I và được gọi là đường tròn lớn. Lúc này (P) được gọi là mặt phẳng kính của mặt cầu (S).

DẠNG CÂU 19. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (65 CÂU)

Câu 19.1. **(ĐMH 2025)** Hệ thống định vị toàn cầu GPS là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, có bốn vệ tinh lần lượt đặt tại các điểm $A(3;1;0)$, $B(3;6;6)$, $C(4;6;2)$, $D(6;2;14)$; vị trí $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu?

Lời giải

Ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} MA=3 \\ MB=6 \\ MC=5 \\ MD=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (a-3)^2+(b-1)^2+c^2=9 \\ (a-3)^2+(b-6)^2+(c-6)^2=36 \\ (a-4)^2+(b-6)^2+(c-2)^2=25 \\ (a-6)^2+(b-2)^2+(c-14)^2=169 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2-6a-2b=-1 \\ a^2+b^2+c^2-6a-12b-12c=-45 \\ a^2+b^2+c^2-8a-12b-4c=-31 \\ a^2+b^2+c^2-12a-4b-28c=-67 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a=1, b=2, c=2$

Do đó khoảng cách từ điểm M đến điểm O là: $OM=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{1^2+2^2+2^2}=3$.

Câu 19.2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(-1;5;-4)$, $B(2;-3;6)$, $C(0;4;2)$, $D(1;7;-5)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{62}$, $MB=\sqrt{35}$, $MC=\sqrt{6}$, $MD=\sqrt{89}$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M(1;2;3)$

Câu 19.3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2;4;-1)$, $B(4;-2;3)$, $C(5;0;6)$, $D(8;-1;0)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{26}$, $MB=\sqrt{30}$, $MC=\sqrt{22}$, $MD=\sqrt{68}$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M(2;3;4)$

Câu 19.4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(3;4;-1)$, $B(7;0;-2)$, $C(-3;2;4)$, $D(4;-1;5)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=6$, $MB=9$, $MC=\sqrt{41}$, $MD=\sqrt{26}$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M(3;4;5)$

Câu 19.5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(4;0;3)$, $B(-3;2;1)$, $C(5;-2;7)$, $D(4;6;-5)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{34}$, $MB=\sqrt{83}$, $MC=\sqrt{51}$, $MD=\sqrt{122}$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M(4;5;6)$

Câu 19.6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(0;2;4)$, $B(3;1;5)$, $C(-6;2;3)$, $D(4;-2;3)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{50}$, $MB=\sqrt{33}$, $MC=\sqrt{153}$, $MD=9$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M(5;6;7)$

Câu 19.7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(3;5;-6\right)$, $B\left(0;1;3\right)$, $C\left(2;-4;1\right)$, $D\left(5;-2;-3\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{209}$, $MB=\sqrt{97}$, $MC=\sqrt{186}$, $MD=\sqrt{203}$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M\left(6;7;8\right)$

Câu 19.8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(1;-3;4\right)$, $B\left(2;5;-3\right)$, $C\left(1;-4;2\right)$, $D\left(0;2;5\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=\sqrt{182}$, $MB=\sqrt{178}$, $MC=\sqrt{229}$, $MD=\sqrt{52}$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M\left(7;8;9\right)$

Câu 19.9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(2;1;-2\right)$, $B\left(3;4;2\right)$, $C\left(0;5;6\right)$, $D\left(4;2;5\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $AM=\sqrt{42}$, $BM=8$, $CM=\sqrt{106}$, $DM=\sqrt{46}$. Tìm điểm M. **ĐS:** $M\left(3;-4;2\right)$

Câu 19.10. Trong không gian với một hệ trục toạ độ $Oxyz$ cho trước (mỗi đơn vị đo trên trục là một kilômét), rađar phát hiện một máy bay chiến đấu di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ vị trí điểm $M\left(500;200;8\right)$ đến điểm $N\left(a;b;c\right)$ trong 30 phút. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì sau 10 phút tiếp theo máy bay sẽ ở vị trí điểm $P\left(900;360;16\right)$. Tính giá trị biểu thức $S=a-b-2c$.

Lời giải

Vì hướng của máy bay không đổi nên $\overrightarrow{MN}$ và $\overrightarrow{MP}$ cùng hướng.
Do vận tốc của máy bay không đổi và thời gain bay từ M đến N gấp 3 lần thời gian bay từ N đến P nên $MN=3NP$ hay $MP=4NP$ do đó $\overrightarrow{MP}=4\overrightarrow{NP}$.
Ta có $\overrightarrow{MP}=\left(400;160;8\right)$; $\overrightarrow{NP}=\left(900-a;360-b;16-c\right)$. Suy ra

$$\begin{cases}400=4\left(900-a\right)\\160=4\left(360-b\right)\\8=4\left(16-c\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=800\\b=320\\c=14.\end{cases}$$ Vậy $S=a-b-2c=800-320-2\cdot14=452$.

Câu 19.11. Ban tổ chức Lễ hội khinh khí cầu Ninh Bình cung cấp dịch vụ chụp ảnh bằng Flycam phục vụ du khách. Xét trong một hệ trục tọa độ $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục là một kilômét), Flycam sẽ xuất phát từ vị trí của Ban tổ chức là điểm $I\left(3;0;0\right)$, bay đến vị trí được yêu cầu chụp ảnh trong bán kính không quá $3km$. Trong một tình huống, khinh khi cầu thứ nhất đang ở vị trí $M\left(5;4;4\right)$ có vận tốc bay không đổi là 20 km/h, khinh khí cầu thứ hai đang ở vị trí $N\left(6;0;3\right)$ có vận tốc bay không đổi là 10 km/h. Hai người bạn trên hai khinh khí cầu này muốn chọn một vị trí $A\left(a;b;c\right)$ để chụp ảnh bằng Flycam của Ban tổ chức sao cho tổng thời gian bay của hai khinh khí cầu đến A là nhỏ nhất (giả thiết đường bay của khinh khí cầu là đường thẳng). Tính $S=a+b+c$.

Lời giải

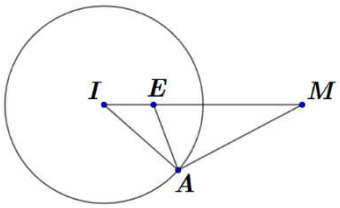
Gọi $\left(S\right):\begin{cases}I\left(3;0;0\right)\\r=3\end{cases}\Rightarrow\left(x-3\right)^2+y^2+z^2=9$.

Ta có: $\overrightarrow{IM}=\left(2;4;4\right)\Rightarrow IM=6>R$ và $\overrightarrow{IN}=\left(3;0;3\right)\Rightarrow IN=3\sqrt{2}>R$ nên M, N nằm ngoài mặt cầu.

Tổng thời gian bay của hai khinh khí cầu là $T=\frac{AM}{20}+\frac{AN}{10}=\frac{AM+2AN}{20}$.

Để tổng thời gian bay của hai khinh khí cấu là nhỏ nhất thì $AM+2AN$ phải nhỏ nhất.

Trên IM, chọn điểm E sao cho $\frac{IE}{IA}=\frac{IA}{IM}\Leftrightarrow\frac{IE}{IM}=\frac{IA^2}{IM^2}=\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$.



Khi đó, E là trung điểm IK với K là trung điểm IM $\Rightarrow E\left(\frac{7}{2};1;1\right)$

Với $E\left(\frac{7}{2};1;1\right)$, ta có: $AM=2AE$. Khi đó, $AM+2AN=2AE+2AN\geq 2EN$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\{A\}=EN\cap(S)$.

Ta có: $IE:\begin{cases}N(6;0;3)\\ \vec{u}=\overrightarrow{EN}=\left(\frac{5}{2};-1;2\right)\end{cases}\Rightarrow IE:\begin{cases}x=6+5t\\ y=-2t\\ z=3+4t\end{cases}\Rightarrow A(6+5t;-2t;3+4t)$.

Ta có: $\{A\}\in(S)\Rightarrow(3+5t)^2+4t^2+(3+4t)^2=9\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\Rightarrow A(1;2;-1)\\ t=\frac{-1}{5}\Rightarrow A\left(5;\frac{2}{5};\frac{11}{5}\right)\end{array}\right.$.

Do A thuộc đoạn NE nên ta nhận $A\left(5;\frac{2}{5};\frac{11}{5}\right)\Rightarrow S=\frac{38}{5}=7,6$.

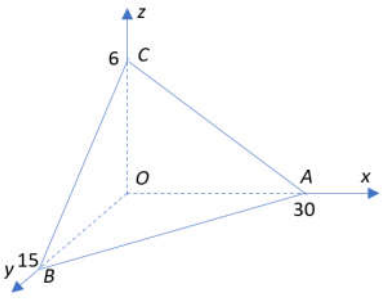
Câu 19.12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;5)$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất. Biết mặt phẳng (P) cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm A, B, C. Tính thể tích tứ diện $OABC$.

Lời giải

Trả lời: 450

Trong không gian $Oxyz$, có điểm $M(1;2;5)$.

(P) là mặt phẳng đi qua M và cách gốc tọa độ một khoảng lớn nhất nên M là hình chiếu của gốc tọa độ O lên (P), hay (P) nhận $\overrightarrow{OM}(1;2;5)$ làm 1 VTPT.



Phương trình của (P):

$1.(x-1)+2.(y-2)+5.(z-5)=0$

$\Leftrightarrow x+2y+5z-30=0$.

(P) cắt Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm $A(30;0;0)$, $B(0;15;0)$, $C(0;0;6)$.

$\Rightarrow OA=30$; $OB=15$; $OC=6$

Tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc nên $OC\perp(OAB)$.

Thể tích tứ diện $OABC$ là:

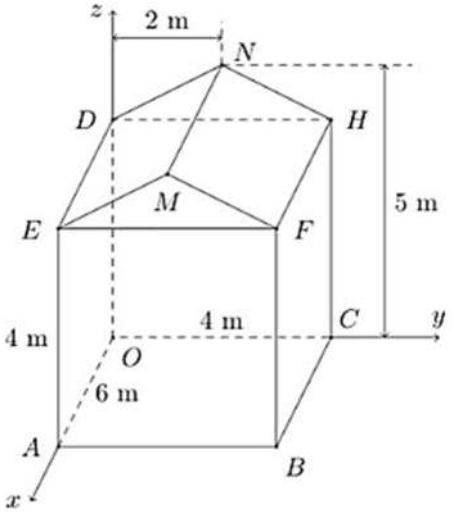
$\frac{1}{3}.OC.S_{OAB}=\frac{1}{3}.OC.\frac{1}{2}.OA.OB=\frac{1}{3}.6.\frac{1}{2}.30.15=450$.

Câu 19.13. Một kĩ sư xây dựng thiết kế khung một ngôi nhà trong không gian $Oxyz$ như hình vẽ bên nhờ một phần mềm đồ họa máy tính (*đơn vị trên mỗi trục là mét*). Biết rằng sàn nhà, bốn mặt bên cùng với các mặt phẳng $(DEMN)$ và $(MNHF)$ là các hình chữ nhật, tính khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng $(DEMN)$ (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Lời giải

+ Theo hình vẽ, $(DEMN)$ đi qua $D(0;0;4)$, $E(6;0;4)$, $M(6;2;5)$ nên $(DEMN)$ có cặp VTCP là $\overrightarrow{DE}(6;0;0)$ và $\overrightarrow{DM}(6;2;1) \Rightarrow (DEMN)$ có 1 VTPT:

$$\left[\overrightarrow{DE};\overrightarrow{DM}\right] = \left(\begin{vmatrix}0&0\\2&1\end{vmatrix};\begin{vmatrix}0&6\\1&6\end{vmatrix};\begin{vmatrix}6&0\\6&2\end{vmatrix}\right) = (0;-6;12).$$



Mà $D(0;0;4) \in (DEMN)$.

Phương trình của $(DEMN)$:

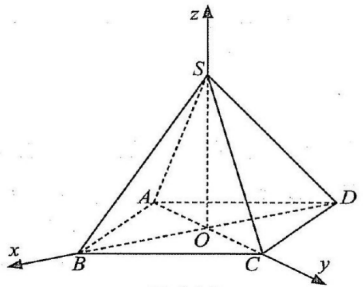
$0(x-0)-6(y-0)+12(z-4)=0$

$\Leftrightarrow -6y+12z-48=0 \Leftrightarrow y-2z+8=0$.

Khoảng cách từ $B(6;4;0)$ đến $(DEMN)$ là:

$$\frac{|4-2.0+8|}{\sqrt{1^2+(-2)^2}} = \frac{12}{\sqrt{5}} \approx 5,37.$$

Câu 19.14. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh $SB = 5, CD = 3\sqrt{2}$ được gắn vào hệ trục sao cho tâm của đáy $ABCD$ trùng với gốc toạ độ O như hình vẽ.



a) Tọa độ đỉnh $S(0;0;4)$.

b) Trọng tâm của tam giác SCD là điểm $G(-1;1;1)$.

c) Gọi M là trung điểm cạnh SD thì $BM = 2\sqrt{6}$.

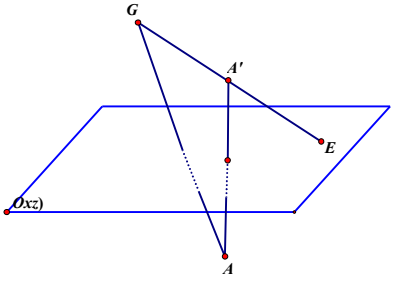
d) Nếu $E(a;0;b)$ thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $|EG-EA|$ là lớn nhất thì $4a^2-b^2=5$.

Lời giải

Ta có $AC = BD = 3\sqrt{2}.\sqrt{2} = 6 \Rightarrow OA = OB = OC = OD = 3$.

$SO = \sqrt{SB^2-OB^2} = 4 \Rightarrow S(0;0;4)$.

Toạ độ các điểm $C(0;3;0), D(-3,0;0)$. Suy ra: $G\left(-1;1;\frac{4}{3}\right)$.



M là trung điểm cạnh SD, suy ra

$M\left(\frac{-3}{2};0;2\right), B(3;0;0) \Rightarrow BM = \frac{\sqrt{97}}{2}$.

$A(0;-3;0), G\left(-1;1;\frac{4}{3}\right) \Rightarrow A, G$ nằm khác phía với (Oxz).

Gọi $A'(0;3;0)$ là điểm đối xứng của A qua (Oxz).

Khi đó: $\forall E \in (Oxz), |EG-EA| = |EG-EA'| \le GA'$.

Đẳng thức xảy ra khi $E(a;0;b) = GA' \cap (Oxz)$.

Ta có $\overrightarrow{GA'}=\left(1;2;-\frac{4}{3}\right), \overrightarrow{A'E}=\left(a;-3;b\right)$.

Vì E,G,A' thẳng hàng nên $\frac{a}{1}=\frac{-3}{2}=\frac{-3b}{4}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{-3}{2}\\ b=2\end{cases}$. Vậy $4a^2-b^2=5$.

Câu 19.15. Trong không gian với hệ trục tọa độ cho trước, đơn vị đo là kilomét, ra đa phát hiện một máy bay chiến đấu của Mỹ di chuyển với vận tốc và hướng không đổi từ điểm $D\left(1000;600;14\right)$ đến điểm $H\left(a;b;c\right)$ trong 30 giây. Nếu máy bay tiếp tục giữ nguyên vận tốc và hướng bay thì tọa độ của máy bay sau 10 giây tiếp theo là điểm $K\left(1400;800;16\right)$. Tính giá trị của tổng $a+b+2c$.

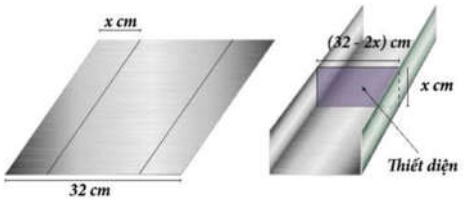


Lời giải

Từ giả thiết ta có:

$$\overrightarrow{DH}=3\overrightarrow{HK}\Rightarrow\begin{cases}a-1000=3\left(1400-a\right)\\ b-600=3\left(800-b\right)\\ c-14=3\left(16-c\right)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1300\\ b=750\\ c=\frac{31}{2}\end{cases}\Rightarrow a+b+2c=2081.$$

Câu 19.16. Làm máng xối nước bằng một tấm nhôm có bề ngang 32 cm được uốn cong tạo thành rãnh dẫn nước bằng cách chia tấm nhôm thành ba phần rồi gấp hai bên lại theo một góc vuông (như hình vẽ). Để tạo ra đường rãnh có diện tích mặt ngang (thiết diện) lớn nhất để cho nước đi qua nhiều nhất. Diện tích lớn nhất của thiết diện là bao nhiêu cm^2?



Lời giải

Gọi $x\geq 0$ (đơn vị cm) là độ dài phần tấm nhôm hai bên.

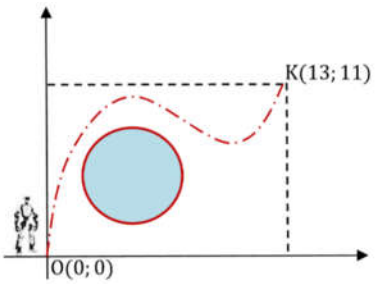
Khi đó độ dài phần tấm nhôm ở giữa là $32-2x$, suy ra $x\leq 16$.

Ta có diện tích của thiết diện là $S=x\left(32-2x\right)=-2x^2+32x$ với $x\in\left[0;16\right]$.

Khi đó $S'\left(x\right)=-4x+32=0\Leftrightarrow x=8$. Ta có $S\left(0\right)=0$, $S\left(8\right)=128$, $S\left(16\right)=0$.

Vậy $S\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 128 khi $x=8$.

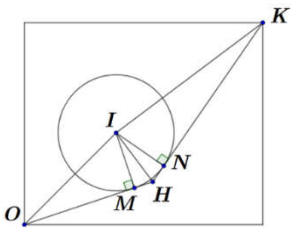
Câu 19.17. Trên hệ trục tọa độ Oxy, một Robot AI được lập trình để đi từ điểm $O\left(0;0\right)$ đến $K\left(13;11\right)$, trên đường đi phải tránh vùng chướng ngại vật là miền trong của hình tròn tâm $I\left(5;5\right)$, bán kính $R=\sqrt{10}$ (Robot vẫn đi được trên biên của đường tròn, tham khảo hình vẽ). Tính độ dài quãng đường tối ưu nhất mà Robot có thể đi từ điểm O đến K. (kết quả làm tròn hàng phần mười).



Lời giải

Độ dài quãng đường đi tối ưu nhất của Robot sẽ là tổng độ dài OM,KN và $\overset{\frown}{MN}$ trên $\left(I\right)$, trong đó M,N là các tiếp điểm của các tiếp tuyến qua O,K của $\left(I\right)$.

$(I):(x-5)^2+(y-5)^2=10 \Leftrightarrow (I): x^2+y^2-10x-10y+40=0$



Ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{OI}=(5;5)\\ \overrightarrow{IK}=(8;6)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OI=5\sqrt{2}\\ IK=10\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}OM=2\sqrt{10}\\ KN=3\sqrt{10}\end{cases}$

Phương trình đường tròn tâm O, bán kính OM là: $x^2+y^2=40$.

Xét hệ phương trình:

$$\begin{cases}x^2+y^2=40\\ x^2+y^2-10x-10y+40=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2=40\\ x+y=8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x^2-16x-24=0\\ y=8-x\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x=6\\ y=2\end{cases}\Rightarrow M(6;2)$$

Xét hệ phương trình:

Phương trình đường tròn tâm K, bán kính OM là: $x^2+y^2-26x-22y+200=0$.

$$\begin{cases}x^2+y^2-26x-22y+200=0\\ x^2+y^2-10x-10y+40=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2-10x-10y+40=0\\ 16x+12y=160\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}9x^2+(40-4x)^2-90x-30(40-4x)+360=0\\ 3y=40-4x\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}25x^2-530x+760=0\\ 3y=40-4x\end{cases}\Rightarrow N\left(\frac{38}{5};\frac{16}{5}\right)$$

Khi đó, ta có: $\begin{cases}\overrightarrow{IM}=(1;-3)\\ \overrightarrow{IN}=\left(\frac{13}{5};\frac{-9}{5}\right)\end{cases}\Rightarrow\cos\widehat{MIN}=\cos\left(\overrightarrow{IM},\overrightarrow{IN}\right)=\frac{4}{5}$.

Vậy độ dài đoạn đường tối ưu cần tìm là $2\sqrt{10}+\frac{\cos^{-1}\frac{4}{5}}{360^\circ}2\sqrt{10}\pi+3\sqrt{10}\approx 17,8$.

Câu 19.18. Trong không gian $Oxyz$, một khinh khí cầu ở toạ độ $A(-16;-10;10)$ bắt đầu bay với véc tơ vận tốc không đổi $\vec{v}(4;3;-1)$ (đơn vị vận tốc là km/h) và dự kiến bay trong thời gian 10 giờ. Biết trạm kiểm soát không lưu đặt ở vị trí gốc toạ độ O kiểm soát được các vật thể cách trạm một khoảng tối đa bằng 12 km. Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là bao nhiêu phút?

Lời giải

$\overrightarrow{OA}=(-16;-10;10)\Rightarrow OA=\left|\overrightarrow{OA}\right|=2\sqrt{114}\approx 21,35(km)$.

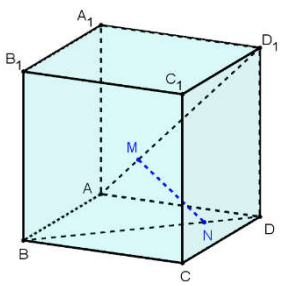
Khinh khí cầu bay theo hướng của véc-tơ $\vec{v}(4;3;-1)$, do đó vị trí của máy bay ở vị trí M thì $\overrightarrow{OM}=t\vec{v},(0\le t\le 10)$. Suy ra $M(4t-16;3t-10;-t+10),(0\le t\le 10)$, t (giờ).

Theo bài ra

$OM\le 12\Leftrightarrow(4t-16)^2+(3t-10)^2+(-t+10)^2\le 144\Leftrightarrow 26t^2-208t+312\le 0\Leftrightarrow 2\le t\le 6$.

Thời gian kể từ khi trạm kiểm soát không lưu phát hiện ra khinh khí cầu đến khi khinh khí cầu ra khỏi vùng kiểm soát là 4 (giờ) = 240 (phút).

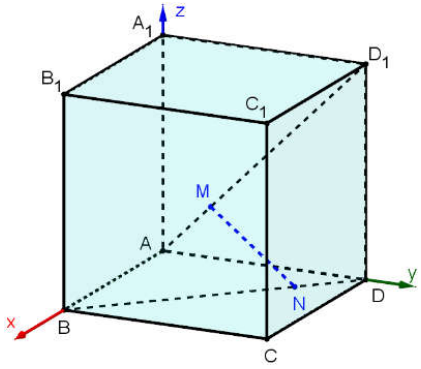
Câu 19.19. Một kỹ sư thiết kế mô hình trang trí cho một sân khấu nổi có dạng hình lập phương $ABCD.A_1B_1C_1D_1$ với độ dài các cạnh bằng 5 m. Để tạo ra nét độc đáo cho sân khấu, người kỹ sư muốn thiết kế một dàn đèn ánh sáng nối từ một điểm M trên đoạn thẳng AD_1



xuống điểm N trên đoạn thẳng BD thỏa mãn $AM = ND$. Dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là bao nhiêu mét? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ, gốc toạ độ trùng với điểm A.



Khi đó $A(0;0;0)$, $D_1(0;5;5)$, $B(5;0;0)$, $D(0;5;0)$.

Ta có $\overrightarrow{AD_1} = (0;5;5)$. Đường thẳng AD_1 đi qua điểm $A(0;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_1} = \frac{1}{5}\overrightarrow{AD_1} = (0;1;1)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 0 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$, với $t \in \mathbb{R}$.

Ta có $\overrightarrow{BD} = (-5;5;0)$. Đường thẳng BD đi qua điểm $B(5;0;0)$ và có vectơ chỉ phương $\overrightarrow{u_2} = \frac{1}{5}\overrightarrow{BD} = (-1;1;0)$ có phương trình là $\begin{cases} x = 5 - t' \\ y = t' \\ z = 0 \end{cases}$, với $t' \in \mathbb{R}$.

Điểm M nằm trên đoạn thẳng AD_1 nên $M(0;t;t)$, với $0 \le t \le 5$.

Và $\overrightarrow{AM} = (0;t;t) \Rightarrow AM^2 = 2t^2$.

Điểm N nằm trên đoạn thẳng BD nên $N(5-t';t';0)$, với $0 \le t' \le 5$.

Và $\overrightarrow{ND} = (t'-5;5-t';0) \Rightarrow ND^2 = 2(t'-5)^2$.

Theo đề $AM = ND$ hay $AM^2 = ND^2 \Leftrightarrow 2t^2 = 2(t'-5)^2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = t' - 5 \\ t = -t' + 5 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t' = t + 5 \\ t' = 5 - t \end{array}\right.$.

Ta lại có $\overrightarrow{MN} = (5-t';t'-t;-t) \Rightarrow MN = \sqrt{(5-t')^2 + (t'-t)^2 + t^2}$.

Với $t' = t + 5$ thì $MN = \sqrt{t^2 + 5^2 + t^2} = \sqrt{2t^2 + 25} \ge 5$.

Với $t' = 5 - t$ thì

$$MN = \sqrt{t^2 + (5-2t)^2 + t^2} = \sqrt{6t^2 - 20t + 25} = \sqrt{6\left(t - \frac{10}{3}\right)^2 + \frac{25}{3}} \ge \frac{5\sqrt{3}}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $t = \frac{10}{3}$.

Suy ra MN có giá trị nhỏ nhất là $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

Vậy dàn đèn ánh sáng có chiều dài ngắn nhất là $\frac{5\sqrt{3}}{3} \approx 2{,}89$ (m).

Cách 2:

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với điểm A, B thuộc tia Ox, D thuộc tia Oy, A_1 thuộc tia Oz

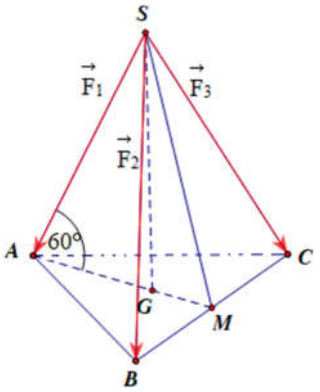
Đặt $AM = DN = x\sqrt{2}$ thì $M(0;x;x)$ và $N(x;5-x;0)$. Do đó $MN^2 = 6x^2 - 20x + 25$.

Từ đó tìm được $\min MN = \dfrac{5\sqrt{3}}{3}$.



Câu 19.20. Một chiếc máy đo đạc trắc địa được đặt trên một giá đỡ ba chân. Trọng lực tác dụng lên chiếc máy có độ lớn là $30N$ và được phân bố thành ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ lên ba chân của giá đỡ. Ba lực $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ có độ lớn bằng nhau và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ và mặt đất là 60°. Hỏi độ lớn của lực $\overrightarrow{F_1}$ là bao nhiêu N (làm tròn đến hàng phần chục)?

Lời giải



Gán các lực $\overrightarrow{F_1} = \overrightarrow{SA}, \overrightarrow{F_2} = \overrightarrow{SB}, \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{SC}$.

Vì $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{F_2}\right| = \left|\overrightarrow{F_3}\right|$ và góc tạo bởi mỗi chân của giá đỡ với mặt đất bằng 60° nên $S.ABC$ là hình chóp đều.

Gọi M là trung điểm BC, G là trọng tâm

$\Delta ABC \Rightarrow SG \perp (ABC)$.

Ta có $\widehat{SBG} = 60^\circ \Rightarrow SG = SA.\sin 60^\circ = \dfrac{SA\sqrt{3}}{2} \Rightarrow SA = \dfrac{2SG}{\sqrt{3}}$.

Đặt $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} \Rightarrow \left|\overrightarrow{F}\right| = 30(N)$.

Vì $\overrightarrow{F} = \overrightarrow{F_1} + \overrightarrow{F_2} + \overrightarrow{F_3} = \overrightarrow{SA} + \overrightarrow{SB} + \overrightarrow{SC} = 3\overrightarrow{SG} \Rightarrow \left|\overrightarrow{F}\right| = 3\left|\overrightarrow{SG}\right| \Rightarrow SG = \dfrac{\left|\overrightarrow{F}\right|}{3} = 10.$

Vậy $\left|\overrightarrow{F_1}\right| = \left|\overrightarrow{SA}\right| = 2\dfrac{SG}{\sqrt{3}} = \dfrac{20}{\sqrt{3}} \approx 11,5(N)$.

Câu 19.21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(1;2;3), B(7;10;6)$. Hai điểm M, N thay đổi trên mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 4$. Khi $AM + BN$ nhỏ nhất, tính tổng hoành độ của M và tung độ của N.

Lời giải

$(Oxy): z = 0$.

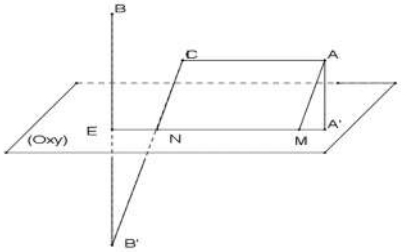
Gọi B' là điểm đối xứng với B qua mặt phẳng $(Oxy) \Rightarrow B'(7;10;-6)$.

Hình chiếu vuông góc của $A(1;2;3)$ xuống mặt phẳng (Oxy) là $A'(1;2;0)$.

Hình chiếu vuông góc của $B(7;10;6)$ xuống mặt phẳng (Oxy) là $E(7;10;0)$.

Gọi (Q) là mặt phẳng chứa AB và vuông góc với $(Oxy) \Rightarrow (Oxy) \cap (Q) = A'E$.

Khi đó $\overrightarrow{A'E} = (6;8;0)$.



Dựng hình bình hành $ACNM \Rightarrow AC = 4$.

Khi đó $AM + BN = NC + B'N \geq BC$. Đẳng thức xảy ra khi B', C, N thẳng hàng.

Ta có $\overrightarrow{AC}$ cùng phương với $\overrightarrow{A'E} \Rightarrow \overrightarrow{AC} = (3t;4t;0)$.

Mà $AC = 4 \Rightarrow (3t)^2 + (4t)^2 = 16 \Rightarrow t^2 = \dfrac{16}{25} \Rightarrow t = \pm\dfrac{4}{5}$.

$+ t = \dfrac{4}{5} \Rightarrow C\left(\dfrac{17}{5};\dfrac{26}{5};3\right) \Rightarrow \overrightarrow{B'C} = \left(\dfrac{-18}{5};-\dfrac{24}{5};9\right) \Rightarrow B'C = \sqrt{117}$.

$+\ t=-\dfrac{4}{5}\Rightarrow C\left(\dfrac{-7}{5};-\dfrac{6}{5};3\right)\Rightarrow \overrightarrow{B'C}=\left(\dfrac{-42}{5};-\dfrac{56}{5};9\right)\Rightarrow B'C=\sqrt{277}.$

Vì $\sqrt{117}<\sqrt{277}$ nên $AM+BN$ có giá trị nhỏ nhất là $\sqrt{117}$.

Đẳng thức xảy ra khi $N\left(\dfrac{23}{5};\dfrac{34}{5};0\right), M\left(\dfrac{11}{5};\dfrac{18}{5};0\right)$

Vậy $x_M+y_N=\dfrac{11}{5}+\dfrac{34}{5}=\dfrac{45}{5}=9.$

Câu 19.22. Chào đón năm mới 2025, Thành phố trang trí đèn led cho biểu tượng hình chữ V được ghép từ các thanh $AB=4\,\text{m}, AC=5\,\text{m}$ sao cho tam giác ABC vuông tại B. Để tăng hiệu ứng, các kỹ sư đã thiết kế một chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút và một chuỗi led chạy từ A lên C với vận tốc 10 m/phút. Sau khi đóng nguồn điện thì cả hai chuỗi led đồng thời xuất phát. Hỏi sau bao nhiêu giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất?

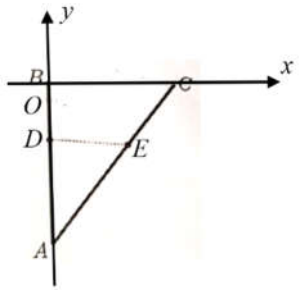
Lời giải

Đặt hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, với mỗi đơn vị trên trục là 1m. Ta có $B\left(0;0\right)$, $A\left(0;-4\right)$, $C\left(3;0\right)$

Gọi D điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led BA và E điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led AC sau khi đóng nguồn điện.

Vì $D\in Oy$ và chuỗi led chạy từ B xuống A với vận tốc 4 m/phút nên $D\left(0;-4t\right)$ với t là thời gian được tính bằng phút.

Vì $E\in AC$ và chuỗi led chạy từ A lên C với vận tốc 10 m/phút nên $E\left(6t;8t-4\right)$ với t là thời gian được tính bằng phút.



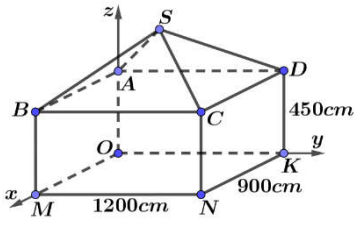
Ta có khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là

$$DE=\sqrt{\left(6t\right)^2+\left(12t-4\right)^2}=\sqrt{180t^2-96t+16}=\sqrt{180\left[\left(t-\frac{4}{15}\right)^2+\frac{4}{225}\right]}\geq\frac{4\sqrt{5}}{4}\ (\text{m}).$$

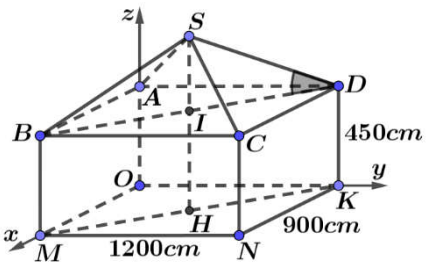
Dấu "$=$" xảy ra khi $t=\dfrac{4}{15}$ phút $=16$ giây.

Vậy sau 16 giây từ thời điểm đóng nguồn điện thì khoảng cách giữa hai điểm sáng đầu tiên của hai chuỗi led là nhỏ nhất.

Câu 19.23. Một ngôi nhà gồm hai phần. Phần thân nhà dạng hình hộp chữ nhật $ABCD.OMNK$ có chiều dài 1200 cm, chiều rộng 900 cm, chiều cao 450 cm. Phần mái nhà dạng hình chóp $S.ABCD$ có các cạnh bên bằng nhau và cùng tạo với mặt đáy một góc α có $\tan\alpha=\dfrac{1}{5}$. Chọn hệ trục toạ độ $Oxyz$ sao cho M thuộc tia Ox, K thuộc tia Oy, A thuộc tia Oz (như hình vẽ).



Biết $S\left(a;b;c\right)$ (đơn vị của a, b, c là centimet). Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$



Lời giải

Gọi I là tâm của hình chữ nhật $ABCD$.

Ta có $BD=\sqrt{900^2+1200^2}=1500\Rightarrow ID=750$.

Theo giả thiết ta có $\tan\widehat{SDI}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow\dfrac{SI}{ID}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow SI=\dfrac{1}{5}ID=\dfrac{1}{5}.750=150$.

Gọi H là tâm của hình chữ nhật $OKNM$. Từ giả thiết ta có $H\left(450;600;0\right)$.

Ta có $SH=IH+SI=450+150=600$.

Do đó $S\left(450;600;600\right)\Rightarrow a+b+c=450+600+600=1650$

Câu 19.24. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3;-2;-1),B(1;4;6),C(3;38;-16)$, $D(2;5;1)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn biểu thức $P=MD^4-\dfrac{16}{3}\cdot MD^3-4MA^2-5MB^2-MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=a+b+c$? (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

Lời giải

Gọi I là điểm thỏa mãn $4\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=\vec{0}$, ta tìm được $I\left(2;5;1\right)\equiv D$.

Mà $\overrightarrow{DA}=\left(1;-7;-2\right)\Rightarrow DA=\sqrt{1+49+4}=\sqrt{54}$

$\overrightarrow{DB}=\left(-1;-1;5\right)\Rightarrow DB=\sqrt{27}$; $\overrightarrow{DC}=\left(1;33;-17\right)\Rightarrow DC=\sqrt{1379}$.

Suy ra $4MA^2+5MB^2+MC^2=10MD^2+4DA^2+5DB^2+DC^2=10MD^2+1730$.

Vậy $P=MD^4-\dfrac{16}{3}\cdot MD^3-4MA^2-5MB^2-MC^2=MD^4-\dfrac{16}{3}\cdot MD^3-10MD^2-1730$.

Đặt $MD=x\ge 0$, ta được hàm số

$$P=f\left(x\right)=x^4-\frac{16}{3}x^3-10x^2-1730\Rightarrow f'\left(x\right)=4x^3-16x^2-20x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=5\\x=0\\x=-1,\left(l\right)\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên

x	0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	

Vậy $\min P=f\left(5\right)$, hay

$MD=5\Leftrightarrow\left(a-2\right)^2+\left(b-5\right)^2+\left(c-1\right)^2=25$.

Ta có

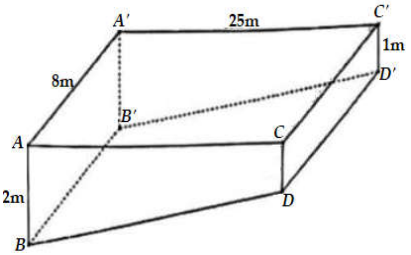
$$\left[1.\left(a-2\right)+1.\left(b-5\right)+1.\left(c-1\right)\right]^2\le\left(1^2+1^2+1^2\right).\left[\left(a-2\right)^2+\left(b-5\right)^2+\left(c-1\right)^2\right]$$

$$\Leftrightarrow\left(a+b+c-8\right)^2\le 3.25=75\Leftrightarrow-5\sqrt{3}\le a+b+c-8\le 5\sqrt{3}$$

$$\Leftrightarrow 8-5\sqrt{3}\le a+b+c\le 8+5\sqrt{3}.$$

Vậy giá trị lớn nhất của biểu thức $Q=a+b+c=8+5\sqrt{3}\approx 16,7$.

Câu 19.25. Mặt bể bơi của một dự án chung cư cao cấp có dạng một hình chữ nhật với chiều dài 25m và chiều rộng 8m. Bể bơi sâu 1m ở bên đầu nông và sâu 2m bên đầu sâu. Biết hai đầu nông, sâu thuộc hai bên theo chiều dài của bể bơi(tham khảo hình vẽ minh họa). Ban đầu bể không có nước, nước bắt đầu được bơm vào bể lúc 7 giờ sáng với tốc độ 1m^3 mỗi phút. Vào lúc 8 giờ 4 phút sáng thì mực nước dâng lên với tốc độ $\dfrac{1}{a}$ m/phút. Giá trị của a bằng bao nhiêu?



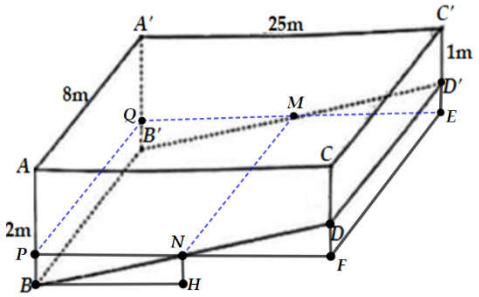
Lời giải

Thể tích của bể là: $V = S_{ABCD}.AA' = \frac{1}{2}\left(AB + CD\right).AC.AA' = \frac{1}{2}\left(2+1\right).25.8 = 300\left(\text{m}^3\right)$.

Khoảng thời gian từ 7 giờ sáng đến 8 giờ 4 phút sáng là 64 phút.

Trong 64 phút, lượng nước bơm vào là: 64 phút. 1m^3 /phút $= 64\text{m}^3$.

Thể tích còn lại cần bơm là: $300\text{m}^3 - 64\text{m}^3 = 236\text{m}^3$

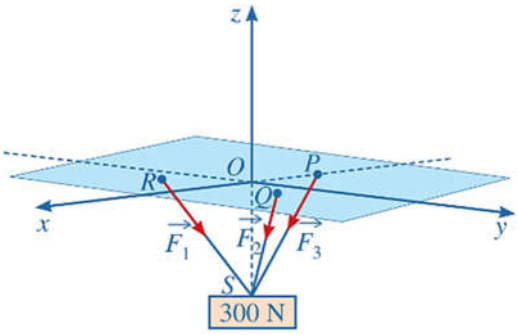


Diện tích mặt nước là: $25.8 = 200\text{m}^2$.

Tốc độ tăng mực nước $\frac{1}{a}$ m/phút, suy ra tốc độ tăng thể tích là: $200.\frac{1}{a} = \frac{200}{a}\left(\text{m}^3 \text{ / phut}\right)$

Theo bài ra ta có phương trình: $\frac{200}{a} = 1 \Leftrightarrow a = 200$.

Câu 19.26. Một vật có trọng lượng $300N$ được treo bằng ba sợi dây cáp không dãn có chiều dài bằng nhau, mỗi dây cáp có một đầu được gắn tại một trong các điểm $P\left(-2;0;0\right), Q\left(1;\sqrt{3};0\right), R\left(1;-\sqrt{3};0\right)$ còn đầu kia gắn với vật tại điểm $S\left(0;0;-2\sqrt{3}\right)$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục tương ứng với $1N$). Gọi $\overrightarrow{F_1}, \overrightarrow{F_2}, \overrightarrow{F_3}$ tương ứng là lực căng trên các sợi dây cáp RS, QS và PS. Giá trị $\left|\overrightarrow{F_1}\right| + 2\left|\overrightarrow{F_2}\right| + \left|\overrightarrow{F_3}\right|$ bằng bao nhiêu Niu – tơn? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Ta có:

$\overrightarrow{SP} = \left(-2;0;2\sqrt{3}\right), \overrightarrow{SQ} = \left(1;\sqrt{3};2\sqrt{3}\right), \overrightarrow{SR} = \left(1;-\sqrt{3};2\sqrt{3}\right)$.

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{SP}\right| = \left|\overrightarrow{SQ}\right| = \left|\overrightarrow{SR}\right| = 4$. (1)

Lại có:

$\overrightarrow{PQ} = \left(3;\sqrt{3};0\right), \overrightarrow{QR} = \left(0;-2\sqrt{3};0\right), \overrightarrow{RP} = \left(-3;\sqrt{3};0\right)$.

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{PQ}\right| = \left|\overrightarrow{QR}\right| = \left|\overrightarrow{RP}\right| = 2\sqrt{3}$ nên tam giác PQR là tam giác đều. (2)

Từ (1) và (2) suy ra $S.PQR$ có dạng hình chóp tam giác đều.

Gọi $\vec{P}$ là trọng lực tác dụng lên vật thì $\vec{P} = \left(0;0;-300\right)$.

Ta có $\cos\left(\vec{F}_1, \vec{F}_2\right) = \cos\left(\overrightarrow{SP}, \overrightarrow{SQ}\right) = \frac{\overrightarrow{SP}.\overrightarrow{SQ}}{\left|\overrightarrow{SP}\right|.\left|\overrightarrow{SQ}\right|} = \frac{-2+0+12}{4.4} = \frac{5}{8}$.

Tương tự $\cos\left(\vec{F}_2, \vec{F}_3\right) = \cos\left(\vec{F}_3, \vec{F}_1\right) = \frac{5}{8}$. Từ đó ta có $\vec{F}_1.\vec{F}_2 = \vec{F}_2.\vec{F}_3 = \vec{F}_3.\vec{F}_1$.

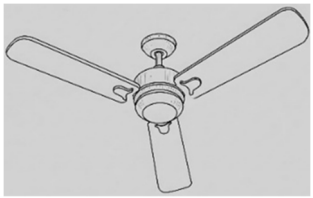
Vật thể đang đứng yên nên $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = \vec{P} \Rightarrow \left|\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3\right|^2 = \left|\vec{P}\right|^2$

$$\Leftrightarrow \left|\overrightarrow{F_1}\right|^2+\left|\overrightarrow{F_2}\right|^2+\left|\overrightarrow{F_3}\right|^2+2\left(\overrightarrow{F_1}.\overrightarrow{F_2}+\overrightarrow{F_2}.\overrightarrow{F_3}+\overrightarrow{F_3}.\overrightarrow{F_1}\right)=300^2$$

$$\Leftrightarrow 3\left|\overrightarrow{F_1}\right|^2+6.\left|\overrightarrow{F_1}\right|^2.\cos\left(\overrightarrow{SP},\overrightarrow{SQ}\right)=300^2\Leftrightarrow 3.\left|\overrightarrow{F_1}\right|^2+6.\left|\overrightarrow{F_1}\right|^2.\frac{5}{8}=300^2\Leftrightarrow\left|\overrightarrow{F_1}\right|=\sqrt{\frac{40\,000}{3}}.$$

Vậy $\left|\overrightarrow{F_1}\right|+2\left|\overrightarrow{F_2}\right|+\left|\overrightarrow{F_3}\right|=4\cdot\sqrt{\frac{40000}{3}}\approx 461,88\approx 462N$.

Câu 19.27. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tọa độ dài 1cm) được đặt một góc trong một căn phòng. Có một cây quạt trần có ba cánh quạt và mỗi cánh cách đều nhau (minh họa như hình vẽ bên). Gọi $A\left(-10;-15;300\right)$ và $B\left(12;20;300\right)$ là hai trong ba đỉnh của cánh quạt trần. Chiều cao của ống treo với hộp điện cánh quạt gắn vào trần nhà là $50\,\text{cm}$ và đỉnh $S\left(a;b;c\right)$ với $a>0$ là giao điểm giữa trần nhà và ống treo cánh quạt. Tính $T=a-b+c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

So $SI\perp\left(ABC\right)$ nên $z_S=300+50=350$ nên $S\left(a;b;350\right)$ và $I\left(a;b;300\right)$

Do ba cánh quạt cùng nằm trên một mặt phẳng $z=300$ nên ta chỉ xét các yếu tố trên cùng mặt phẳng tọa độ (bỏ qua yếu tố cao độ)

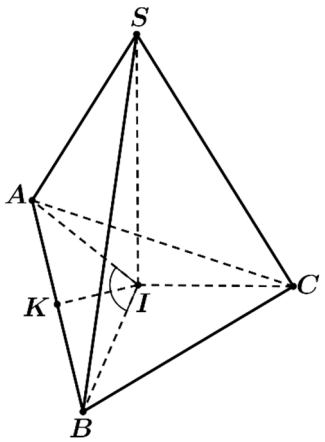
Gọi K là trung điểm của AB thì $K\left(1;\frac{5}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(22;35\right)$

Vectơ $\overrightarrow{KI}\,/\!/\left(35;-22\right)$ nên $\overrightarrow{KI}=k\left(35;-22\right)$ mà $KI=AK.\cot 60^\circ=\frac{AK}{\sqrt{3}}=\sqrt{\frac{1709}{12}}$

Do vậy $\left|k\left(35;-22\right)\right|=\sqrt{\frac{1709}{12}}\Leftrightarrow\left|k\right|=\frac{\sqrt{\frac{1709}{12}}}{\sqrt{35^2+\left(-22\right)^2}}=\frac{1}{\sqrt{12}}\Rightarrow k=\pm\frac{1}{\sqrt{12}}$

Ta có $\begin{cases}x_I=a=x_K+35k\\y_I=b=y_K-22k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+35k\\b=2-22k\end{cases}$ mà do

$a>0\Leftrightarrow 1+35k>0\Leftrightarrow k>-\frac{1}{35}\Rightarrow k=\frac{1}{\sqrt{12}}$



Từ đó $\begin{cases}a=1+35k\\b=2-22k\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1+\frac{35}{\sqrt{12}}\\b=2-\frac{22}{\sqrt{12}}\\c=350\end{cases}$ nên

$T=a-b+c=\left(1+\frac{35}{\sqrt{12}}\right)-\left(2-\frac{22}{\sqrt{12}}\right)+350\approx 365$.

Câu 19.28. Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) là một hệ thống cho phép xác định vị trí của một vật thể trong không gian. Trong cùng một thời điểm, vị trí của một điểm M trong không gian sẽ được xác định bởi bốn vệ tinh cho trước nhờ các bộ thu phát tín hiệu đặt trên các vệ tinh. Giả sử trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tỉ lệ độ dài trên các trục là $10\,\text{km}$ tính cho một đơn vị tỉ lệ trên mỗi trục có 4 vệ tinh lần lượt đặt tại các

điểm $A(-1;2;-1), B(1;4;0), C(3;0;9)$ và $D(7;10;-1)$. Ở một thời điểm cả bốn vệ tinh bắn tín hiệu về điểm M và đo được độ dài $MA=6, MB=3, MC=10, MD=6$. Ngay sau đó 10 giây, cả bốn vệ tinh lại bắn tín hiệu về vật M và đo được $MA=3, MB=4, MC=\sqrt{85}, MD=\sqrt{137}$. Nếu coi như vật M chuyển động thẳng đều thì tốc độ của vật bằng bao nhiêu (đơn vị: m/s và kết quả làm tròn đến hang đơn vị)? (Bỏ qua khoảng thời gian phát và thu tín hiệu)

Lời giải

Gọi $M(a;b;c)$.

Tại thời điểm đầu bốn vị tinh bắn tín hiệu về điểm M. Khi đó ta có hệ phương trình sau:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} (a+1)^2+(b-2)^2+(c+1)^2=36 & (1)\\ (a-1)^2+(b-4)^2+c^2=9 & (2)\\ (a-3)^2+b^2+(c-9)^2=100 & (3)\\ (a-7)^2+(b-10)^2+(c+1)^2=36 & (4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2)-(1): -4a-4b-2c=-38\\ (3)-(1): -8a+4b-20c=-20\\ (4)-(1): -14a-14b=-144 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a=3, b=6, c=1 \Rightarrow M(3;6;1)$

Sau đó 10 giây, về tinh lại bán tín hiệu về điểm M. Gọi $M'(x;y;z)$ khi đó ta có:

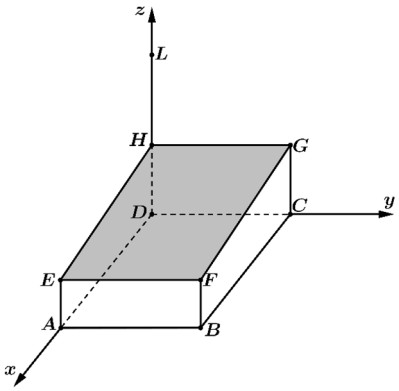
$$\Leftrightarrow \begin{cases} (x+1)^2+(y-2)^2+(z+1)^2=9 & (1)\\ (x-1)^2+(y-4)^2+z^2=16 & (2)\\ (x-3)^2+y^2+(z-9)^2=85 & (3)\\ (x-7)^2+(y-10)^2+(z+1)^2=137 & (4) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2)-(1): -4x-4y-2z=-4\\ (3)-(1): -8x+4y-20z=-8\\ (4)-(1): -14x-14y=-16 \end{cases}$$

Giải hệ phương trình này, ta tìm được $x=1, y=0, z=0 \Rightarrow M'(1;0;0)$

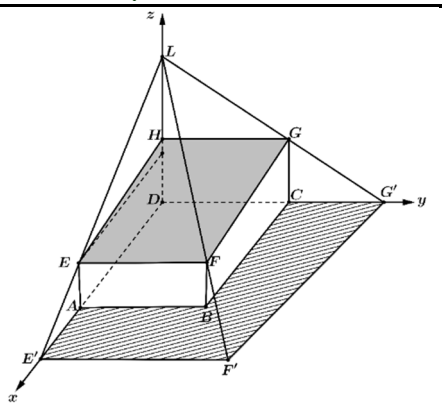
Khi đó khoảng cách $MM'=\sqrt{(1-3)^2+(0-6)^2+(0-1)^2}=\sqrt{41}$

Do vật chuyển động thẳng đều nên vận tốc của vật là: $v_M=\dfrac{MM'}{t}=\dfrac{\sqrt{41}.10^4}{10}=6403\,(\text{m/s})$

Câu 19.29. Sân hiên hình chữ nhật của một ngôi nhà là khoảng đất $ABCD$ được lợp mái bằng kính màu để hạn chế ánh sáng đi qua với mái dốc. Các bề mặt bên $ADHE$ và $CGHD$ nằm ở bức tường bên ngoài ngôi nhà. Đặt vào mô hình hệ trục tọa độ như hình vẽ thì ta có $B\left(5;\dfrac{7}{2};0\right)$; $E(5;0;2)$ và $H(0;0;3)$. Trên tường nhà có một ngọn đèn đặt tại điểm L cách điểm D một khoảng 6 m theo phương thẳng đứng. Phần có mái của sân hiên in bóng lên khu vườn bằng phẳng phía trước ngôi nhà dưới ánh đèn tạo thành khoảng đất hạn chế ánh sáng. Tính diện tích khoảng đất đó (Kết quả làm tròn kết quả đến hàng phần chục).



Lời giải



Ta có H là trung điểm của DL nên GH là đường trung bình của $\Delta LDG'$ nên ta suy ra G là trung điểm của LG'.

Mặt khác: GC là đường trung bình của $\Delta LDG'$ nên $G'\left(0;7;0\right)$

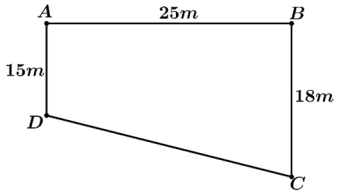
Ta có:

$$\frac{E'A}{ED}=\frac{EA}{LD}=\frac{2}{6}=\frac{1}{3}\Rightarrow E'A=\frac{1}{3}E'D\Rightarrow E'A=\frac{1}{2}AD=2,5\Rightarrow E'\left(7,5;0;0\right)$$

Mặt khác: $\frac{EF}{E'F'}=\frac{LE}{LE'}=\frac{2}{3}\Rightarrow E'F'=1,5.EF=1,5.3,5=5,25$

Diện tích khoảng đất khi đó là: $S_{DG'F'E'}=\frac{\left(DG'+E'F'\right).DE'}{2}=\frac{\left(7+5,25\right).7,5}{2}=45,9$

Câu 19.30. Một phần sân trường được định vị bởi các điểm A,B,C,D minh họa như hình vẽ bên. Bước đầu chúng được lấy " thăng bằng" để có cùng độ cao và tứ giác $ABCD$ là hình thang vuông ở A và B với độ dài $AB=25\,\text{m}$, $AD=15\,\text{m}$, $BC=18\,\text{m}$. Do yêu cầu kĩ thuật, khi lát phẳng phần sân trường phải thoát nước về góc sân ở C nên người ta lấy độ cao ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10\,\text{cm}$, $a\,\text{cm}$, $6\,\text{cm}$ tương ứng sao cho bốn điểm A,B',C',D' đồng phẳng. Giá trị của a bằng bao nhiêu? (Đơn vị: cm)

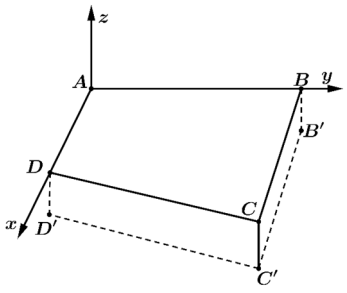


Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho: $O\equiv A$, tia $Ox\equiv AD$; tia $Oy\equiv AB$.

Khi đó ta có tọa độ các điểm $A\left(0;0;0\right)$; $B\left(0;2500;0\right)$; $C\left(1800;2500;0\right)$; $D\left(1500;0;0\right)$

Khi hạ độ cao các điểm ở các điểm B, C, D xuống thấp hơn so với độ cao ở A là $10\,\text{cm}$, $a\,\text{cm}$ và $6\,\text{cm}$ tương ứng ta có các điểm mới $B'\left(0;2500;-10\right)$; $C'\left(1800;2500;-a\right)$; $D'\left(1500;0;-6\right)$



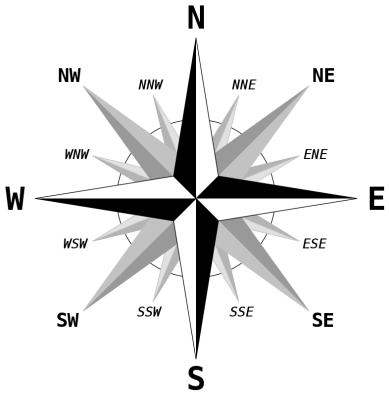
Theo bài ra có bốn điểm A; B'; C'; D' đồng phẳng.

Phương trình mặt phẳng $\left(AB'D'\right):x+y+250z=0$.

Do $C'\left(1800;2500;-a\right)\in\left(AB'D'\right)$ nên có:

$1800+2500-250a=0\Leftrightarrow a=17,2$

Vậy $a=17,2\,\text{cm}$.

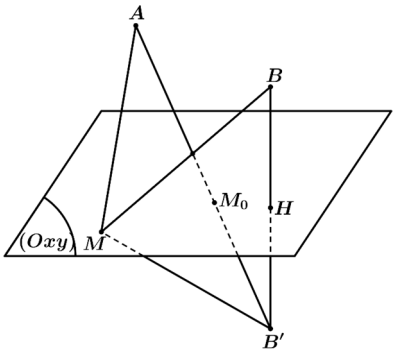


Câu 19.31. Một Hai quả bóng bay được thả lên cùng một địa điểm. Sau một khoảng thời gian, quả bóng thứ nhất nằm cách địa điểm xuất phát 200m về hướng Đông và 200m về hướng Nam, đồng thời cách mặt đất 50m; quả bóng thứ hai nằm cách địa điểm xuất phát 100m về hướng Tây và 100m về hướng Bắc, đồng thời cách mặt đất 40m. Cùng thời điểm đó, một người đứng trên mặt đất quan sát thấy hai quả

bóng này. Biết rằng so với các vị trí quan sát trên mặt đất, vị trí người đứng có tổng khoảng cách đến hai quả bóng bay là nhỏ nhất. Tính khoảng cách từ vị trí người quan sát đến địa điểm thả hai quả bóng bay này (Đơn vị: mét) (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Tọa độ của quả bóng bay thứ nhất và thứ hai lần lượt là: $A\left(-200;200;50\right)$ và $B\left(-100;100;40\right)$



Minh họa như hình bên.

Bài toán trở về khi $MA+MB$ là nhỏ nhất thì ta cần tính OM.

Gọi H là hình chiếu của điểm B xuống mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ và B' là điểm đối xứng của B qua mặt phẳng $\left(Oxy\right)$.

Khi đó $H\left(-100;100;0\right)$ suy ra $B'\left(-100;100;-40\right)$

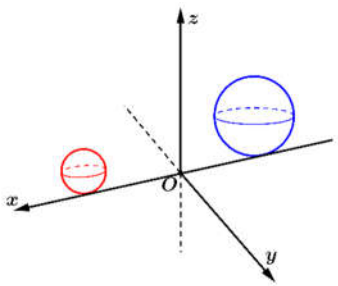
Ta có: $MA+MB=MA+MB'\geq AB'$. Dấu bằng xảy ra khi $M\equiv M_0\left(a;b;0\right)$

Khi đó: $\overrightarrow{AM_0}=\left(a-200;b+200;-50\right)$; $\overrightarrow{AB'}=\left(-300;300;-90\right)$

Do $\overrightarrow{AM_0}\ //\ \overrightarrow{AB'}$ nên $\dfrac{a-200}{-300}=\dfrac{b+200}{300}=\dfrac{5}{9}\Rightarrow\begin{cases}a=\dfrac{100}{3}\\b=-\dfrac{100}{3}\end{cases}\Rightarrow M_0\left(\dfrac{100}{3};-\dfrac{100}{3};0\right)$

Vậy $OM_0=\sqrt{\left(\dfrac{100}{3}\right)^2+\left(-\dfrac{100}{3}\right)^2+0^2}\approx 47$ nên khoảng cách từ vị trí người quan sát đến địa điểm thả hai quả bóng bay này khoảng 47 mét.

Câu 19.32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai viên bi xanh và đỏ ban đầu dạng hai mặt cầu lần lượt là $\left(S_{do}\right):\left(x-10\right)^2+y^2+\left(z-3\right)^2=9$ và $\left(S_{xanh}\right):\left(x+12\right)^2+y^2+\left(z-4\right)^2=16$. Biết mặt đất trùng với mặt phẳng Oxy và hai mặt cầu này tiếp xúc với mặt phẳng Oxy với điểm tiếp xúc nằm trên trục Ox. Truyền cho hai viên bi đỏ và xanh lần lượt các tốc độ không đổi $v_đ=5\,(\text{m/s})$ và $v_x=3\,(\text{m/s})$ thì hai viên bi lăn thẳng về phía nhau dọc theo trục Ox (Điểm tiếp xúc luôn nằm trên Ox). Sau khoảng thời gian bằng bao nhiêu giây thì hai viên bi va chạm lần đầu tiên (Đơn vị trên hệ trục tọa độ là mét và kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

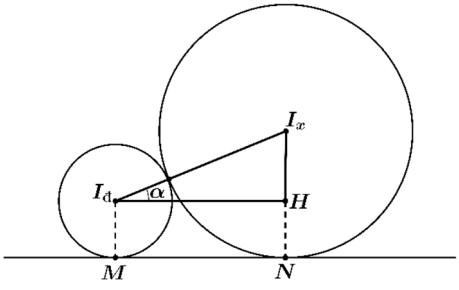


Lời giải

Gọi M,N lần lượt là vị trí tiếp xúc của bi xanh và bi đỏ với trục Ox

Dựa vào phương trình mặt cầu thì khoảng cách giữa hai viên bị ban đầu là $22\,\text{m}$

Khi hai viên bị va chạm nhau tức là hai mặt cầu này sẽ tiếp xúc với nhau và bán kính hai mặt cầu này hơn kém nhau $1\,\text{m}$.



Khi đó: $\sin\alpha=\dfrac{1}{7}$ suy ra $MN=7.\cos\alpha=4\sqrt{3}$ nên hai viên va chạm nhau khi $MN=4\sqrt{3}$.

Phương trình tọa độ điểm M theo trục Ox: $10-5t$

Phương trình tọa độ điểm N theo trục Ox: $-12+3t$

Do $MN=4\sqrt{3}\Leftrightarrow\left|10-5t+12-3t\right|=4\sqrt{3}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}8t-22=4\sqrt{3}\\8t-22=-4\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t\approx1,88\left(nhan\right)\\t\approx3,61\left(loai\right)\end{array}\right.$

Vậy sau khoảng $1,88$ giây thì hai viên bi va chạm lần đầu tiên.

Câu 19.33. Hệ thống định vị toàn cầu GPS (Global Positioning System) hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R=6$ (nghìn km). Với một hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ $A\left(26;0;0\right),B\left(0;26;0\right)$. Xét điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Mặt cầu $\left(S\right)$ có phương trình: $x^2+y^2+z^2=36$ và gọi $M\left(x;y;z\right)$

Ta có: $MA+MB=\sqrt{\left(x-26\right)^2+y^2+z^2}+\sqrt{x^2+\left(y-26\right)^2+z^2}$

$\geq\sqrt{\left(x+y-52\right)^2+\left(x+y\right)^2+4z^2}\geq\sqrt{\left(x+y-52\right)^2+\left(x+y\right)^2}$ khi $z=0$

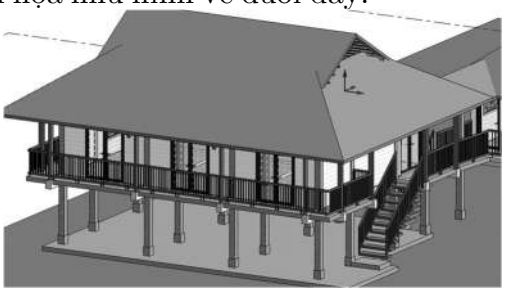
Đặt $x+y=t$ suy ra $f\left(t\right)=\sqrt{\left(t-52\right)^2+t^2}$ với $t\in\left[0;6\sqrt{2}\right]$

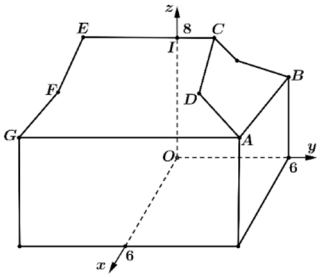
Do $f'\left(t\right)<0$ với mọi $t\in\left[0;6\sqrt{2}\right]$ nên $\min f\left(t\right)=f\left(6\sqrt{2}\right)\approx44,3$

Dấu "=" xảy ra khi $\left\{\begin{array}{l}x=y\\x+y=6\sqrt{2}\\z=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x=y=3\sqrt{2}\\z=0\end{array}\right.\Rightarrow M\left(3\sqrt{2};3\sqrt{2};0\right)$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km là 44.

Câu 19.34. Trên khu vực miền núi thì người dân thường xây dựng nhà ở dạng nhà sàn và được minh họa như hình vẽ dưới đây:





Giả sử áp dụng hệ trục tọa độ $Oxyz$ như hình vẽ (đơn vị trên các trục là mét). Xét một bên của mái nhà gồm có một hình chữ nhật $CDFE$ và một hình thang $ADFG$ với các điểm có tọa độ lần lượt là $G\left(6;-6;6\right);C\left(3;4;8\right)$; $F\left(4;-4;7\right)$ và điểm I là trung điểm CE. Biết góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{DC}$ và $\overrightarrow{AB}$ bằng a°. Giá trị của a bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Từ hình vẽ ta tìm được $A\left(6;6;6\right)$ và hình chiếu của A xuống $\left(Oxy\right)$ là $A'\left(6;6;0\right)$

Tọa độ điểm $B\left(0;6;6\right)$ và $D\left(4;4;7\right)$ nên do đó $\overrightarrow{DC}=\left(-1;0;1\right)$ và $\overrightarrow{AB}=\left(-6;0;0\right)$

Mặt khác: $\cos\left(\overrightarrow{DC};\overrightarrow{AB}\right)=\dfrac{\overrightarrow{DC}.\overrightarrow{AB}}{\left|\overrightarrow{DC}\right|.\left|\overrightarrow{AB}\right|}=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow a=45^\circ$

Vậy giá trị của a bằng 45.

Câu 19.35. Một công ty xây dựng đang lên kế hoạch thiết kế một tòa nhà chọc trời trong khu đô thị mới. Để đảm bảo an toàn và sẵn sàng cho các tình huống khẩn cấp, công ty muốn thiết kế đường bay tối ưu cho trực thăng cứu hộ tiếp cận đỉnh tòa nhà. Giả sử tòa nhà được xây dựng với đỉnh tòa nhà $T\left(40;60;150\right)$ trong hệ tọa độ không gian $Oxyz$, với O là gốc tọa độ nằm ở mặt đất. Trực thăng cứu hộ khởi hành từ sân bay tại điểm $X\left(100;-40;0\right)$. Một người A đứng trong tầng nào đó của tòa nhà có tọa độ là $A\left(40;30;-20\right)$. Gọi phương trình đường thẳng d mô tả đường bay tối ưu của trực thăng cứu hộ từ điểm X đến đỉnh tòa nhà T và $M\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc đường bay của trực thăng cứu hộ để khoảng cách từ M đến A ngắn nhất. Tính $a+b+c$.



Lời giải

Đường thẳng d đi qua $X\left(100;-40;0\right)$ và $T\left(40;60;150\right)$ nên có một vectơ chỉ phương là:

$\overrightarrow{XT}=\left(-60;100;150\right)=10\left(-6;10;15\right)$

Phương trình tham số của đường thẳng d là: $\begin{cases}x=100-6t\\y=-40+10t\\z=15t\end{cases}$

Vì $M\left(a;b;c\right)\in d$ nên tọa độ điểm $M\left(100-6t;-40+10t;15t\right)$

Khi đó: $MA=\sqrt{\left(x_A-x_M\right)^2+\left(y_A-y_M\right)^2+\left(z_A-z_M\right)^2}=\sqrt{361t^2-1520t+8900}$

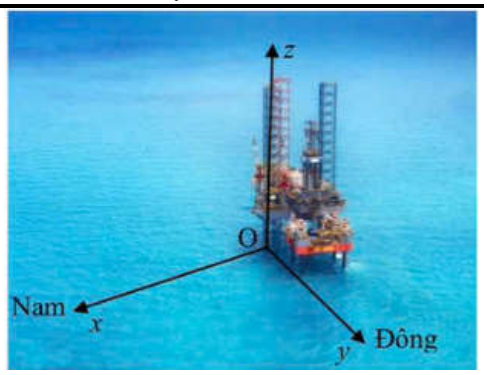
Để $MA_{\min}$ thì hàm số $f\left(t\right)=361t^2-1520t+8900$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Hàm số $f\left(t\right)$ là một hàm bậc hai với hệ số của t^2 là $361>0$ và đồ thị hướng lên trên nên hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $t=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{1520}{2.361}=\dfrac{760}{361}$.

Thay $t=\dfrac{760}{361}$ vào tọa độ điểm $M\left(100-6t;-40+10t;15t\right)$ ta được $\begin{cases}a=\dfrac{1660}{19}\\b=-\dfrac{360}{19}\\c=\dfrac{600}{19}\end{cases}$

Khi đó $a+b+c=\dfrac{1660}{19}+\left(-\dfrac{360}{19}\right)+\dfrac{600}{19}=100$.

Câu 19.36. Trong không gian, xét hệ tọa độ $Oxyz$ có gốc O trùng với vị trí một giàn khoan trên biển, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt biển (được coi là mặt phẳng) với tia Ox hướng về phía nam, tia Oy hướng về phía đông và tia Oz hướng thẳng đứng lên trời (tham khảo hình vẽ). Đơn vị đo trong không gian $Oxyz$ lấy theo kilômét. Một chiếc radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km. Một chiếc tàu thám hiểm tại vị trí A ở độ sâu 10 km so với mặt nước biển, cách O 25 km về phía nam và 15 km về phía tây. Một tàu đánh cá tại vị trí $B(-20;15;0)$.



a) Khoảng cách từ chiếc tàu thám hiểm đến radar bằng 25 km.
b) Radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.
c) Radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.
d) Một chiếc tàu của cảnh sát biển đang tuần tra di chuyển đến vị trí Cách O 15 km về phía nam.
Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km.

Lời giải

a) Sai: Tàu thám hiểm ở vị trí $A(25;-15;-10)$

Khoảng cách từ tàu thám hiểm đến radar là $OA=\sqrt{25^2+15^2+10^2}=5\sqrt{38}\approx 30,8$ km

b) Đúng: Radar đặt tại O có phạm vi theo dõi là 30 km, mà khoảng cách từ tàu thám hiểm đến radar là 30,8 >30 nên radar không phát hiện được tàu thám hiểm đặt tại vị trí A.

c) Đúng: Khoảng cách từ tàu đánh cá đến radar là

$OB=\sqrt{20^2+15^2}=25\,\text{km}<30\,\text{km}$.

Vậy radar phát hiện ra tàu đánh cá tại vị trí B.

d) Đúng: Giả sử chiếc tàu của cảnh sát biển ở vị trí $C(15;y;0)$.

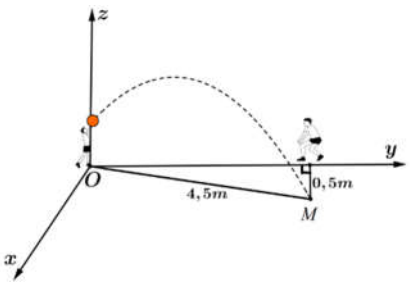
Khoảng cách từ tàu của cảnh sát biển đến radar là $OC=\sqrt{15^2+y^2}$

Để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển thì:

$OC<30\Leftrightarrow 15^2+y^2<30^2\Leftrightarrow -15\sqrt{3}<y<15\sqrt{3}$

Vậy để radar phát hiện ra thì tàu cảnh sát biển cần di chuyển về phía đông cách O tối đa $15\sqrt{3}$ km

Câu 19.37. Trong tiết thể dục học về kĩ thuật chuyền bóng hơi, Hoàng và An đang tập chuyền bóng cho nhau, Hoàng ném bóng cho An đỡ, quả bóng bay lên cao nhưng lại lệch sang phải của Hoàng và rơi xuống vị trí M cách An 0,5 m và cách Hoàng 4,5 m được mô tả bằng hình vẽ bên dưới.



Biết rằng quỹ đạo của quả bóng nằm trong mặt phẳng $(\alpha):ax+\frac{1}{2}y+cx+d=0$ và vuông góc với mặt đất.

Khi đó giá trị của $a+c+d$ bằng (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Chọn hệ trục như hình vẽ. Gọi M là điểm mà quả bóng chạm đất.

Khi đó $x_M=0,5$, $y_M=\sqrt{4,5^2-0,5^2}=2\sqrt{5}$

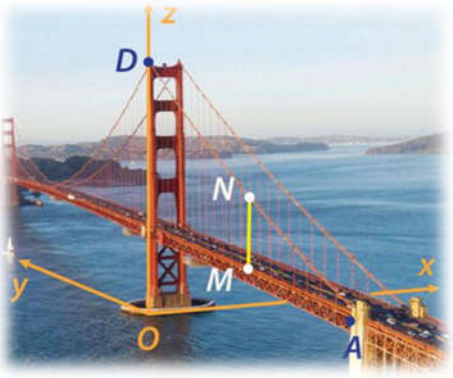
Vì $(\alpha)\perp(Oxy)$ nên (α) có vectơ chỉ phương $\vec{k}=(0;0;1)$.

Mà (α) có véc tơ chỉ phương $\overrightarrow{OM}=(0,5;2\sqrt{5};0)$

Khi đó vec tơ pháp tuyến của (α) là $\overrightarrow{n_\alpha}=\left[\vec{k},\overrightarrow{OM}\right]=(-2\sqrt{5};0,5;0)$.

Vậy $(\alpha):-2\sqrt{5}x+0,5y=0$ nên $a=-2\sqrt{5};c=0;d=0\Rightarrow a+c+d\approx -4,5$.

Câu 19.38. Cầu Cổng Vàng (The Golden Gate Bridge) ở Mỹ. Xét hệ trục toạ độ Oxyz với O là bệ của chân cột trụ tại mặt nước, trục Oz trùng với cột trụ, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước và xem như trục Oy cùng phương với cầu như hình vẽ. Dây cáp AD (xem như là một đoạn thẳng) đi qua đỉnh D thuộc trục Oz và điểm A thuộc mặt phẳng Oyz, trong đó điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m$, điểm A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz $343m$



Giả sử ta dùng một đoạn dây nối điểm N trên dây cáp AD và điểm M trên thành cầu, biết M cách mặt nước $75m$ và MN song song với cột trụ. Khi điểm M cách trục Oz một khoảng bằng $230m$, tính độ dài đoạn dây nối MN. (*Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị*)

Lời giải

Ta có $A\in Oyz$ và A cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz $343m\Rightarrow A(0;343;75)$

Điểm D là đỉnh cột trụ cách mặt nước $227m\Rightarrow D(0;0;227)$

$\Rightarrow \overrightarrow{AD}=(0;-343;152)$

$\Rightarrow$ phương trình đường thẳng AD là $\begin{cases}x=0\\y=-343t\\z=227+152t\end{cases}(t\in\mathbb{R})$

Vì $N\in AD\Rightarrow N(0;-343t;227+152t)$

Điểm M trên thành cầu, M cách mặt nước $75m$ và cách trục Oz một khoảng bằng $230m$ nên tọa độ điểm M là $M(0;230;75)$

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=(0;-343t-230;152+152t)$

MN song song với cột trụ $\Rightarrow MN\perp Oy\Rightarrow \overrightarrow{MN}.\vec{j}=0\Rightarrow -343t-230=0\Leftrightarrow t=-\dfrac{230}{343}$.

$\Rightarrow \overrightarrow{MN}=\left(0;0;\dfrac{17176}{343}\right)\Rightarrow MN=\dfrac{17176}{343}\approx 50\ (m)$.

Câu 19.39. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2;2;0),B(2;0;-2)$ và mặt phẳng $(P):x+2y-z-1=0$. Xét điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA=MB$ và số đo góc $\widehat{AMB}$ lớn nhất. Khi đó giá trị $a+b+c$ bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Vì $MA=MB$ nên M thuộc mặt phẳng (Q) là mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB

Mà M thuộc mặt phẳng (P) suy ra M thuộc giao tuyến của mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Q)

Mặt phẳng (Q) đi qua trung điểm $I(2;1;-1)$ của AB và có VTPT $\vec{n}_{(Q)} = \overrightarrow{AB} = (0;-2;-2)$.

Suy ra phương trình mặt phẳng $(Q): y+z=0$.

Gọi $d = (P)\cap(Q)$.

Đường thẳng d đi qua điểm $N(1;0;0)$ và có VTCP $\vec{u} = \left[\vec{n}_{(P)};\vec{n}_{(Q)}\right] = (3;-1;1)$.

Suy ra phương trình đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -t \\ z = t \end{cases}$.

Vì $M \in d \Rightarrow M(1+3t;-t;t)$. Ta có $\overrightarrow{AM} = (3t-1;-t-2;t), \overrightarrow{BM} = (3t-1;-t;t+2)$.

$$\Rightarrow \cos\left(\overrightarrow{AM},\overrightarrow{BM}\right) = \frac{(3t-1)^2 + 2(t^2+2t)}{(3t-1)^2 + t^2 + (t+2)^2} = \frac{11t^2-2t+1}{11t^2-2t+5} = 1 - \frac{4}{11t^2-2t+5}.$$

Suy ra $\widehat{AMB}$ lớn nhất khi và chỉ khi $t = \frac{1}{11} \Rightarrow M\left(\frac{14}{11};-\frac{1}{11};\frac{1}{11}\right)$

$\Rightarrow S = a+b+c = \frac{14}{11} \approx 1{,}27$.

Câu 19.40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là killômét), một máy bay đang ở vị trí $A\left(4;-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$ và sẽ hạ cánh ở vị trí $B\left(3;\frac{5}{2};0\right)$ ở trên đường băng. Có một lớp mây được mô phỏng bởi mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(8;0;0)$, $N(0;-8;0)$ và $P(0;0;0{,}8)$. Tính độ cao của máy bay khi xuyên qua đám mây để hạ cánh (làm tròn kết quả tới hàng phần trăm).

Lời giải

Phương trình mặt phẳng (α) là: $\frac{x}{8}+\frac{y}{-8}+\frac{z}{0{,}8}=1 \Leftrightarrow x-y+10z=8$.

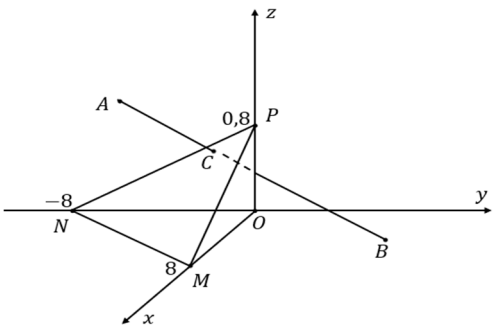
Gọi $C(x_C;y_C;z_C)$ là điểm máy bay xuyên qua đám mây $\Rightarrow C \in (\alpha)$

$\Rightarrow x_C - y_C + 10z_C = 8$.

Khi đó, $\overrightarrow{AC}$ và $\overrightarrow{AB}$ cùng hướng. Do đó, $\exists k>0, \overrightarrow{AC} = k\overrightarrow{AB}$.

Ta có: $\overrightarrow{AC} = \left(x_C-4;y_C+\frac{1}{2};z_C-\frac{1}{2}\right)$, $\overrightarrow{AB} = \left(-1;3;-\frac{1}{2}\right)$

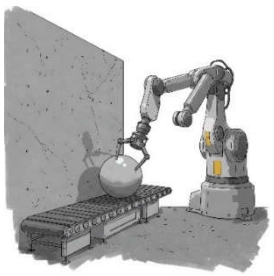
$$\Rightarrow \begin{cases} x_c - 4 = -k \\ y_c + \frac{1}{2} = 3k \\ z_C - \frac{1}{2} = -\frac{1}{2}k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_c = 4-k \\ y_c = -\frac{1}{2}+3k \\ z_C = \frac{1}{2}-\frac{1}{2}k \end{cases}$$



Vì $C\in(\alpha)$ nên $4-k-\left(-\frac{1}{2}+3k\right)+10\left(\frac{1}{2}-\frac{1}{2}k\right)=8\Leftrightarrow k=\frac{1}{6}\Rightarrow C\left(\frac{23}{6};0;\frac{5}{12}\right)$.

Vậy tại vị trí C độ cao của máy bay là khoảng $0,42\ km$.

Câu 19.41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, một cánh tay robot được lập trình để gắp một chi tiết hình cầu có bán kính $R=1$ đặt trên băng chuyền tại vị trí $A(5;0;0)$. Trong không gian làm việc của robot có một chướng ngại vật là một mặt phẳng $(P):x+y+z=10$. Để tối ưu hóa năng lượng và thời gian, robot cần di chuyển đầu gắp từ vị trí xuất phát $O(0;0;0)$ đến điểm B trên mặt cầu chi tiết sao cho đường đi là ngắn nhất và không va chạm với chướng ngại vật (P). Tính độ dài đường đi ngắn nhất mà robot cần thực hiện.



Lời giải

Tìm điểm B trên mặt cầu sao cho đường đi từ O đến B ngắn nhất và không cắt mặt phẳng $(P):x+y+z=10$. Đường đi ngắn nhất từ O đến mặt cầu khi không có chướng ngại vật là đường thẳng đi qua O và tâm mặt cầu A.

Khi đó, đường thẳng OA có phương trình tham số là $\begin{cases}x=5t\\y=0\\z=0\end{cases}$

Giao điểm của OA với mặt cầu $(x-5)^2+y^2+z^2=1\Leftrightarrow(5t-5)^2+0^2+0^2=1$ $\Leftrightarrow 5t-5=\pm1$.

Trường hợp 1: $5t-5=1\Rightarrow 5t=6\Rightarrow t=\frac{6}{5}$ nên $B_1\left(5.\frac{6}{5};0;0\right)=B_1(6;0;0)$.

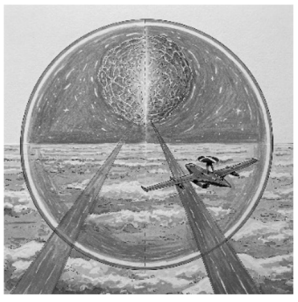
Trường hợp 2: $5t-5=-1\Rightarrow 5t=4\Rightarrow t=\frac{4}{5}$ nên $B_2\left(5.\frac{4}{5};0;0\right)=B_2(4;0;0)$.

Điểm gần O hơn là $B_2(4;0;0)$ và điểm xa hơn là $B_1(6;0;0)$. Đường đi ngắn nhất không chướng ngại vật là đoạn OB_2 và dễ dàng chứng minh được đoạn OB_2 không cắt mặt phẳng (P).

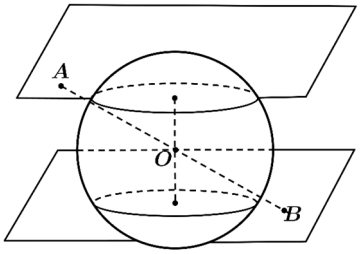
Điểm B có thể gắp được với đường đi ngắn nhất từ O mà không cắt (P) là $B_2(4;0;0)$.

Vậy độ dài đường đi ngắn nhất là khoảng cách $OB_2=\sqrt{4^2+0^2+0^2}=4$.

Câu 19.42. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, xét một vùng phòng thủ hình cầu $(S):x^2+y^2+z^2=49$ và một hành lang bay an toàn được giới hạn bởi hai mặt phẳng song song $(P_1):x+y+z=5$ và mặt phẳng $(P_2):x+y+z=-5$. Một máy bay trinh sát bắt đầu xâm nhập khu vực từ điểm $M_0(6;0;0)$ và bay theo đường thẳng Δ có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(-1;1;1)$. Tính chiều dài đoạn đường bay của máy bay nằm hoàn toàn trong phần giao của hành lang bay an toàn và vùng phòng thủ hình cầu (đơn vị: km).



Lời giải



Phương trình đường thẳng Δ là: $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$

Giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng $\left(P_1\right)$ là:

$\left(6 - t\right) + t + t = 5 \Leftrightarrow t = -1$

Khi đó $A\left(7;-1;-1\right)$ suy ra $OA = \sqrt{7^2 + \left(-1\right)^2 + \left(-1\right)^2} = \sqrt{51} > R$

Giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng $\left(P_2\right)$ là: $\left(6 - t\right) + t + t = -5 \Leftrightarrow t = -11$

Khi đó $B\left(17;-11;-11\right)$ suy ra $OA = \sqrt{17^2 + \left(-11\right)^2 + \left(-11\right)^2} = \sqrt{531} > R$

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(10;-10;-10\right) // \left(1;-1;-1\right)$ nên phương trình đường đường bay là $\left(d\right): \begin{cases} x = 7 + t \\ y = -1 - t \\ z = -1 - t \end{cases}$

Giao điểm của đường thẳng và mặt cầu là: $\left(7 + t\right)^2 + \left(-1 - t\right)^2 + \left(-1 - t\right)^2 = 49$

$\Leftrightarrow 3t^2 + 18t + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t_1 = \dfrac{-9 + 5\sqrt{3}}{3} \\ t_2 = \dfrac{-9 - 5\sqrt{3}}{3} \end{array}\right.$

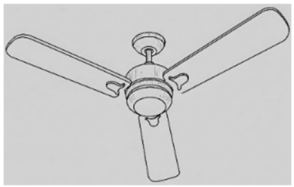
Khi đó $M\left(7 + t_1;-1 - t_1;-1 - t_1\right)$ và $N\left(7 + t_2;-1 - t_2;-1 - t_2\right)$

Chiều dài đoạn đường bay của máy bay là: $MN = \sqrt{\left(t_2 - t_1\right)^2 + \left(t_2 - t_1\right)^2 + \left(t_2 - t_1\right)^2}$

$MN = \sqrt{3\left(t_2 - t_1\right)^2} = \sqrt{3\left[\left(t_1 + t_2\right)^2 - 4t_1t_2\right]} = \sqrt{3\left(6^2 - 4.\dfrac{2}{3}\right)} = 10$

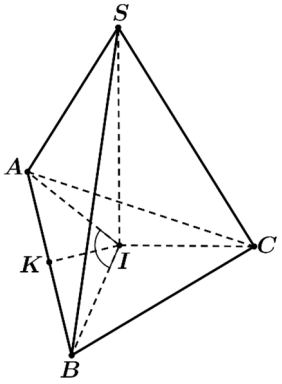
Vậy chiều dài đoạn đường bay của máy bay nằm hoàn toàn trong phần giao của hành lang bay an toàn và vùng phòng thủ hình cầu là 10 km.

Câu 19.43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ (mỗi đơn vị trên trục tọa độ dài 1cm) được đặt một góc trong một căn phòng. Có một cây quạt trần có ba cánh quạt và mỗi cánh cách đều nhau (minh họa như hình vẽ bên). Gọi $A\left(-10;-15;300\right)$ và $B\left(12;20;300\right)$ là hai trong ba đỉnh của cánh quạt trần. Chiều cao của ống treo với hộp điện cánh quạt gắn vào trần nhà là 50 cm và đỉnh $S\left(a;b;c\right)$ với $a > 0$ là giao điểm giữa trần nhà và ống treo cánh quạt. Tính $T = a - b + c$. (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải

So $SI \perp \left(ABC\right)$ nên $z_S = 300 + 50 = 350$ nên $S\left(a;b;350\right)$ và $I\left(a;b;300\right)$



Do ba cánh quạt cùng năm trên một mặt phẳng $z = 300$ nên ta chỉ xét các yếu tố trên cùng mặt phẳng tọa độ (bỏ qua yếu tố cao độ)

Gọi K là trung điểm của AB thì $K\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$ và $\overrightarrow{AB} = \left(22;35\right)$

Vectơ $\overrightarrow{KI} \,/\!/ \left(35;-22\right)$ nên $\overrightarrow{KI} = k\left(35;-22\right)$ mà $KI = AK.\cot 60^\circ = \dfrac{AK}{\sqrt{3}} = \sqrt{\dfrac{1709}{12}}$

Do vậy $\left|k\left(35;-22\right)\right| = \sqrt{\dfrac{1709}{12}} \Leftrightarrow \left|k\right| = \dfrac{\sqrt{\dfrac{1709}{12}}}{\sqrt{35^2+\left(-22\right)^2}} = \dfrac{1}{\sqrt{12}} \Rightarrow k = \pm\dfrac{1}{\sqrt{12}}$

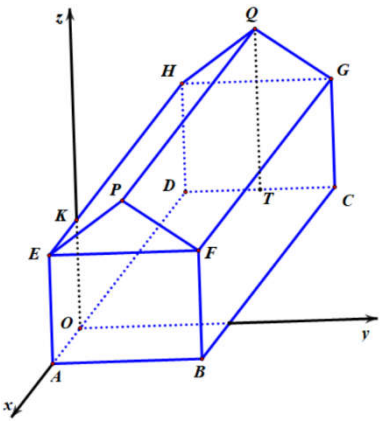
Ta có $\begin{cases} x_I = a = x_K + 35k \\ y_I = b = y_K - 22k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1+35k \\ b = 2-22k \end{cases}$ mà do

$a > 0 \Leftrightarrow 1+35k > 0 \Leftrightarrow k > -\dfrac{1}{35} \Rightarrow k = \dfrac{1}{\sqrt{12}}$

Từ đó $\begin{cases} a = 1+35k \\ b = 2-22k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 1+\dfrac{35}{\sqrt{12}} \\ b = 2-\dfrac{22}{\sqrt{12}} \\ c = 350 \end{cases}$ nên

$T = a-b+c = \left(1+\dfrac{35}{\sqrt{12}}\right) - \left(2-\dfrac{22}{\sqrt{12}}\right) + 350 \approx 365\,.$

Câu 19.44. Một kho chứa hàng có dạng hình lăng trụ đứng $ABFPE.DCGQH$ với $ABFE$ là hình chữ nhật và EFP là tam giác cân tại P. Gọi T là trung điểm của DC. Các kích thước của kho chứa lần lượt là $AB = 6\,\text{m}; AE = 5\,\text{m}; AD = 8\,\text{m}; QT = 7\,\text{m}$. Người ta mô hình hoá nhà kho bằng cách chọn hệ trục toạ độ có gốc toạ độ là điểm O thuộc đoạn AD sao cho $OA = 2\,\text{m}$ và các trục toạ độ tương ứng như hình vẽ bên. Để lắp camera quan sát trong nhà kho tại vị trí trung điểm của FG và đầu thu dữ liệu đặt tại vị trí O, người ta thiết kế đường dây cáp nối từ O đến K sau đó nối thẳng đến camera, rồi nối lại từ camera đến thẳng điểm Q. Độ dài đoạn cáp nối tối thiểu bằng bao nhiêu mét (*làm tròn đến hàng phần chục và đầu dây nối không đáng kể*).



Lời giải

Với hệ trục toạ độ đã chọn ta có $O\left(0;0;0\right)$, $K\left(0;0;5\right)$, $F\left(2;6;5\right)$, $G\left(-6;6;5\right)$, $Q\left(-6;3;7\right)$.

Gọi I là trung điểm của FG, ta có $I\left(-2;6;5\right)$

Do đó $OK = 5$; $\overrightarrow{KI} = \left(-2;6;0\right) \Rightarrow KI = \sqrt{4+36} = 2\sqrt{10}$;

$\overrightarrow{IQ} = \left(-4;-3;2\right) \Rightarrow IQ = \sqrt{16+9+4} = \sqrt{29}\,.$

Vậy độ dài đoạn cáp nối tối thiểu là: $OK + KI + IQ = 5 + 2\sqrt{10} + \sqrt{29} \approx 16{,}7\,\text{m}\,.$

Câu 19.45. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1)$, $B(-1;2;0)$, $C(3;-1;2)$ và M là điểm thuộc mặt phẳng $\left(\alpha\right): 2x-y+2z+7=0$. Tính giá trị nhỏ nhất của $P = \left|3\overrightarrow{MA} + 5\overrightarrow{MB} - 7\overrightarrow{MC}\right|$.

Lời giải

Gọi $I\left(x;y;z\right)$ sao cho $3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}=\vec{0}\ \left(1\right)$.

Ta có: $\begin{cases}3\left(1-x\right)+5\left(-1-x\right)-7\left(3-x\right)=0\\3\left(1-y\right)+5\left(2-y\right)-7\left(-1-y\right)=0\\3\left(1-z\right)+5\left(0-z\right)-7\left(2-z\right)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=-23\\y=20\\z=-11\end{cases}$.

Suy ra $I\left(-23;20;-11\right)$.

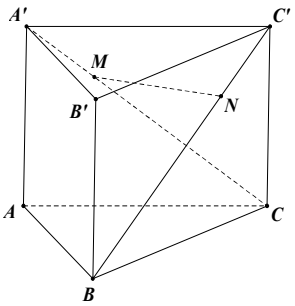
Xét $P=\left|3\overrightarrow{MA}+5\overrightarrow{MB}-7\overrightarrow{MC}\right|=\left|3\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}\right)+5\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IB}\right)-7\left(\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\right)\right|$.

$P=\left|\overrightarrow{MI}+\left(3\overrightarrow{IA}+5\overrightarrow{IB}-7\overrightarrow{IC}\right)\right|$. Từ $\left(1\right)$ ta có $P=\left|\overrightarrow{MI}\right|=MI$.

$P_{\min}$ khi MI ngắn nhất hay M là hình chiếu vuông góc của I lên mặt phẳng $\left(\alpha\right)$.

Khi đó: $P_{\min}=d\left(I,\left(\alpha\right)\right)=\dfrac{\left|2.\left(-23\right)-20+2.\left(-11\right)+7\right|}{\sqrt{2^2+\left(-1\right)^2+2^2}}=27$.

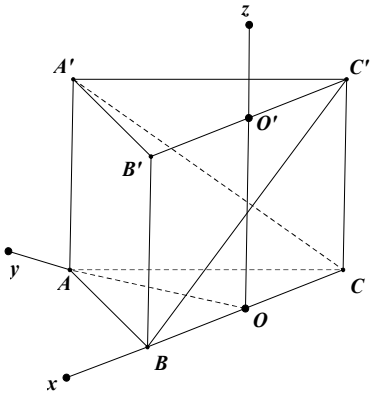
Câu 19.46. Một kiến trúc sư muốn xây dựng 1 tòa nhà biểu tượng độc lạ cho thành phố. Trên bản thiết kế tòa nhà có hình dạng là một khối lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$, có cạnh bên bằng cạnh đáy và dài 30 mét. Kiến trúc sư muốn xây dựng một cây cầu MN bắc xuyên tòa nhà (điểm đầu thuộc cạnh $A'C$, điểm cuối thuộc cạnh BC') và cây cầu này sẽ được dát vàng với đơn giá 5 tỷ đồng trên 1 mét dài. Vì vậy để đáp ứng bài toán kinh tế, kiến trúc sư phải chọn vị trí cây cầu sao cho MN ngắn nhất (như hình vẽ). Khi đó giá xây cây cầu này hết bao nhiêu tỷ đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Để độ dài cây cầu MN ngắn nhất thì MN là đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng $A'C$ và BC'.

Đặt hệ trục Oxyz như hình vẽ:



Khi đó $C(-15;0;0)$, $B(15;0;0)$, $C'(-15;0;0)$, $A'(0;15\sqrt{3};30)$

Do đó $MN=d(A'C;BC')=\dfrac{30\sqrt{39}}{13}$

Số tiền cần làm cây cầu ngắn nhất là $5.\dfrac{30\sqrt{39}}{13}\approx 72$ (tỷ đồng)

Câu 19.47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A\left(4;1;5\right)$, $B\left(3;0;1\right)$, $C\left(-1;2;0\right)$ và điểm $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}-5\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ lớn nhất. Tính $P=a-2b+4c$.

Lời giải

Ta có: $\overrightarrow{MA}=\left(4-a;1-b;5-c\right),\overrightarrow{MB}=\left(3-a;-b;1-c\right),\overrightarrow{MC}=\left(-1-a;2-b;-c\right)$

$\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}-5\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$

$=(4-a)(3-a)+(1-b)(-b)+(5-c)(1-c)$

$+2(3-a)(-1-a)+2(-b)(2-b)+2(1-c)(-c)$

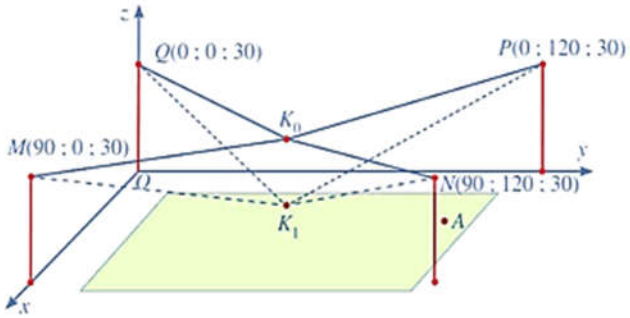
$-5(4-a)(-1-a)-5(1-b)(2-b)-5(5-c)(-c)$

$=-2a^2-2b^2-2c^2+4a+10b+17c+21$

$=-2(a-1)^2-2\left(b-\frac{5}{2}\right)^2-2\left(c-\frac{17}{4}\right)^2+\frac{573}{8}\le\frac{573}{8}$

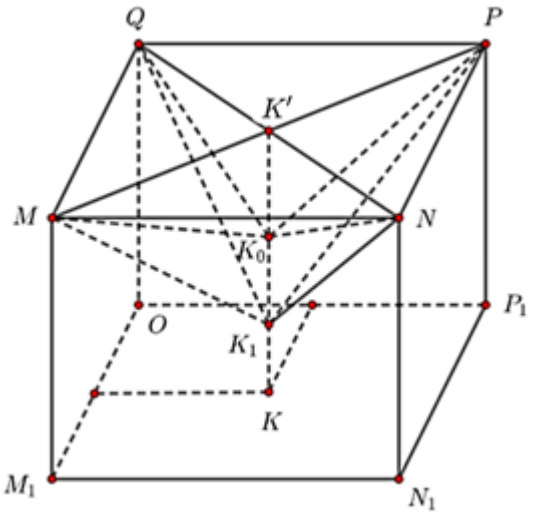
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}a=1\\ b=\frac{5}{2}\\ c=\frac{17}{4}\end{cases}$. Khi đó $P=a-2b+4c=13$.

Câu 19.48. Người ta cần lắp một camera phía trên sân bóng để phát sóng truyền hình một trận bóng đá, camera có thể di động để luôn thu được hình ảnh rõ nét về diễn biến trên sân. Các kĩ sư dự định trồng bốn chiếc cột cao 30 m và sử dụng hệ thống cáp gắn vào bốn đầu cột để giữ camera ở vị trí mong muốn. Mô hình thiết kế được xây dựng như sau: Trong hệ trục toạ độ $Oxyz$ (đơn vị độ dài trên mỗi trục là 1 m), các đỉnh của bốn chiếc cột lần lượt là các điểm $M(90;0;30), N(90;120;30), P(0;120;30), Q(0;0;30)$ (Hình vẽ). Giả sử K_0 là vị trí ban đầu của camera có cao độ bằng 25 và $K_0M=K_0N=K_0P=K_0Q$. Để theo dõi quả bóng đến vị trí A, camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng xuống điểm K_1 có cao độ bằng 19. (Nguồn: *https:/mww.abiturloesumg.de; Abitur Bayern 2016 Geometrie V*).



Tọa độ véctơ $\overrightarrow{K_0K_1}=(a;b;c)$ với a,b,c là các số thực. Tính $P=a+b+3c$?

Lời giải



Gọi M_1,N_1,P_1,K lần lượt là hình chiếu của M,N,P,K_0 lên mặt phẳng (Oxy).

Ta thấy $MNPQ.M_1N_1P_1O$ là hình hộp chữ nhật.

Gọi K' là giao hai đường chéo MP và NQ.

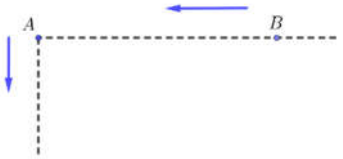
Khi đó $KQ=KP=KN=KM$.

Ta có $K_0M=K_0N=K_0P=K_0Q$ và camera được hạ thấp theo phương thẳng đứng từ điểm K_0 xuống điểm K_1 nên các điểm K',K_0,K_1,K thẳng hàng.

Ta có $K_0\left(x;y;25\right)$ và $K_1\left(x;y;19\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{K_0K_1}\left(0;0;-6\right)$. Vậy $P=a+b+6c=0+0+3.(-6)=-18$.

Câu 19.49. Hai con tàu đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 5 hải lí. Tàu thứ nhất từ vị trí ban đầu A chạy theo hướng Nam với vận tốc 6 hải lí/giờ, còn tàu thứ hai từ vị trí ban đầu B chạy theo hướng về vị trí ban đầu của tàu thứ nhất với vận tốc 7 hải lí/giờ (được mô tả như hình vẽ bên dưới). Khoảng cách ngắn nhất giữa hai con tàu là bao nhiêu hải lí? (*Kết quả làm tròn đến hàng phần chục*).



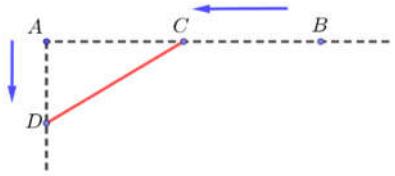
Lời giải

Gọi t là thời gian chuyển động của hai con tàu (giờ) $\left(t\ge 0\right)$.

Quãng đường chuyển động của con tàu thứ nhất là $AD=6t$ (hải lí).
Quãng đường chuyển động của con tàu thứ hai là $BC=7t$ (hải lí).
Suy ra $AC=AB-BC=5-7t$.
Khoảng cách giữa hai con tàu sau t giờ là

$$CD=\sqrt{AC^2+AD^2}=\sqrt{\left(5-7t\right)^2+\left(6t\right)^2}=\sqrt{25-70t+85t^2}\ \text{(hải lí)}.$$

Xét hàm $f\left(t\right)=25-70t+85t^2$, $\left(t\ge 0\right)$.



$f'\left(t\right)=-70+170t$.

$f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t=\dfrac{7}{17}$.

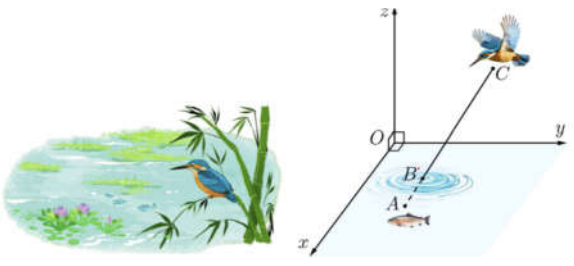
Bảng biến thiên của hàm $f\left(t\right)$

t	0		$\frac{70}{170}$		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	25	↘	$\frac{180}{17}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\min f\left(t\right)=\dfrac{180}{17}$. Suy ra $CD_{\min}=\sqrt{\dfrac{180}{17}}\approx 3,3$.

Vậy khoảng cách giữa hai tàu nhỏ nhất là $3,3$ hải lí.

Câu 19.50. Gắn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho O nằm trên mặt nước, mặt phẳng (Oxy) là mặt nước, trục Oz hướng lên trên (đơn vị đo: mét), một con chim bói cá đang ở vị trí (có hoành độ, tung độ và cao độ là các số thực dương) cách mặt nước $2m$, cách mặt phẳng $(Oxz),(Oyz)$ lần lượt là $3m$ và $1m$ phóng thẳng xuống vị trí con cá, biết con cá (có hoành độ và tung độ là các số thực dương) cách mặt nước $50cm$, cách mặt phẳng $(Oxz),(Oyz)$ lần lượt là $1m$ và $1,5m$. Tọa độ điểm B lúc chim bói cá vừa tiếp xúc với mặt nước là $(a;b;c)$. Tính $T=4a+3b-25c$.



Lời giải

Gọi vị trí của con chim bói cá ban đầu là C và vị trí của con cá là A.

Khi đó ta có $C\left(1;3;2\right)$ và $A\left(1,5;1;-0,5\right)$.

Điểm B lúc chim bói cá tiếp xúc với mặt nước là giao điểm của đường thẳng AC và (Oxy)

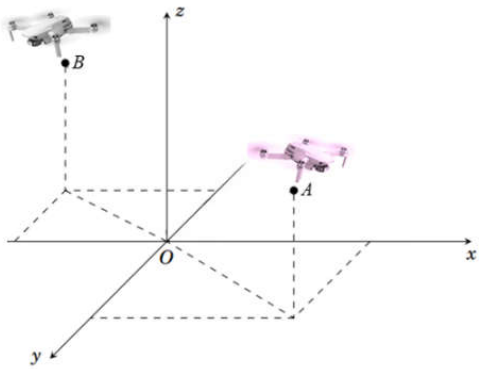
Đường thẳng AC có véc tơ chỉ phương $\vec{u} \parallel \overrightarrow{AC} = \left(-0,5;2;2,5\right)$, chọn $\vec{u} = \left(-1;4;5\right)$.

Phương trình của $AC: \begin{cases} x = 1-t \\ y = 3+4t;\ t \in \mathbb{R} \\ z = 2+5t \end{cases}$ và phương trình của (Oxy) là $z = 0$.

Tọa độ điểm B là nghiệm $\left(x,y,z\right)$của hệ: $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 3+4t \\ z = 2+5t \\ z = 0 \end{cases} \Leftrightarrow t = -\frac{2}{5}; x = \frac{7}{5}; y = \frac{7}{5}; z = 0$

Vậy $B\left(\frac{7}{5};\frac{7}{5};0\right)$ suy ra $T = 4a+3b-25c = \frac{28}{5}+\frac{21}{5}+0 = \frac{49}{5} = 9,8$.

Câu 19.51. Hai chiếc flycam được điều khiển cùng bay lên tại một địa điểm. Sau một thời gian bay, chiếc flycam thứ nhất bay đến vị trí điểm A cách mặt đất $5\,m$, cách điểm xuất phát $3\,m$ về phía nam và $2\,m$ về phía đông. Chiếc flycam thứ hai bay đến điểm B cách mặt đất $5\,m$, cách điểm xuất phát $6\,m$ về phía bắc và $6\,m$ về phía tây. Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại điểm xuất phát của hai chiếc flycam, mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ trùng với mặt đất (coi như phẳng) có trục Ox hướng về phía nam, trục Oy hướng về phía đông và trục Oz hướng thẳng đứng lên trời (đơn vị đo mỗi trục là mét). Trên mặt đất, người ta xác định được một vị trí sao cho tổng khoảng cách từ vị trí đó đến hai chiếc flycam ngắn nhất. Hỏi khoảng cách từ điểm xuất phát đến vị trí đó bằng bao nhiêu mét?



Lời giải

Theo giải thiết tọa độ của hai chiếc flycam là: $A\left(3;2;5\right), B\left(-6;-6;5\right)$

Gọi M là điểm trên mặt đất sao cho tổng khoảng cách từ M tới hai chiếc flycam là nhỏ nhất tức là

$T = MA+MB\min,\ M \in Oxy$. Gọi $M\left(x;y;0\right)$

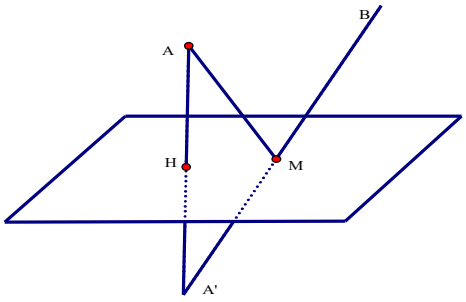
+) Gọi A'đối xứng với Aqua mặt phẳng Oxy

$\Rightarrow A'\left(3;2;-5\right)$ và $MA = MA'$

Khi đó $T = MA+MB = MA'+MB \geq A'B$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow A';M;B$ thẳng hàng

$\Leftrightarrow \overrightarrow{A'M} = k\overrightarrow{A'B}$ với

$\overrightarrow{A'M} = \left(x-3;y-2;5\right), \overrightarrow{A'B} = \left(-9;-8;10\right)$



$$\Leftrightarrow \begin{cases} x-3=-9k \\ y-2=-8k \\ 5=10k \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\dfrac{-3}{2} \\ y=-2 \\ k=\dfrac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow M\left(\frac{-3}{2};-2;0\right)$$

Điểm xuất phát là O. Khoảng cách từ M tới điểm xuất phát là

$$MO=\sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2+2^2}=2,5$$

Câu 19.52. Hệ thống định vị Toàn Cầu GPS hiện tại có 24 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất 20000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R=6$ (nghìn km). Với hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ $A\left(26;0;0\right)$, $B\left(0;26;0\right)$. Xét điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Phương trình mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2=36$.

Ta có $MA+MB=\sqrt{\left(x-26\right)^2+y^2+z^2}+\sqrt{x^2+\left(y-26\right)^2+z^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Minkowski ta có:

$$MA+MB=\sqrt{\left(x-26\right)^2+y^2+z^2}+\sqrt{x^2+\left(y-26\right)^2+z^2}$$

$$\geq\sqrt{\left(x+y-52\right)^2+\left(x+y\right)^2+4z^2}\geq\sqrt{\left(x+y-52\right)^2+\left(x+y\right)^2}.$$

Điều kiện để $MA+MB=\sqrt{\left(x+y-52\right)^2+\left(x+y\right)^2}$ là khi $z=0$, khi đó $x^2+y^2=36$

Mặt khác, vì $M\left(x;y;z\right)$ thuộc mặt cầu tâm O, bán kính bằng 6 nên $-6\leq x;y;z\leq 6$ dó đó $x+y>-12$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có $x+y\leq\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left(x^2+y^2\right)}=\sqrt{2.36}=6\sqrt{2}$.

Đặt $t=x+y\Rightarrow -12<t\leq 6\sqrt{2}$, khi đó

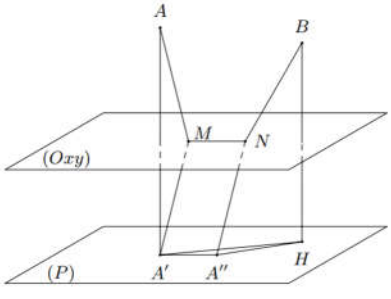
$$f\left(t\right)=MA+MB=\sqrt{\left(t-52\right)^2+t^2}=\sqrt{2t^2-104t+52^2}.$$

$$f'\left(t\right)=\frac{2t-52}{\sqrt{2t^2-104t+52^2}}.$$

Dễ thấy khi $-12<t\leq 6\sqrt{2}$ thi hàm số $f'\left(t\right)\leq 0$. Do đó $f\left(t\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $-12<t\leq 6\sqrt{2}$ khi $t=6\sqrt{2}$ và bằng

$$f\left(6\sqrt{2}\right)=\sqrt{2t^2-104t+52^2}=\sqrt{2776-624\sqrt{2}}\approx 44.$$

Câu 19.53. Trong không gian $Oxyz$ cho các điểm $A(1;1;2)$ và $B(4;5;1)$. Các điểm M,N di động trên mặt phẳng (Oxy) sao cho độ dài MN bằng 1. Tổng $AM+BN$ có giá trị nhỏ nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Dễ thấy A và B nằm cùng phía so với mặt phẳng (Oxy).

Gọi A' là điểm đối xứng với A qua mặt phẳng (Oxy), suy ra $A'(1;1;-2)$.

Dựng hình bình hành $A'MNA''$, ta có $A'A''//MN$ và $A'A''=MN=1$.

Do $M,N\in(Oxy)$ nên $A'A''$ nằm trên mặt phẳng $(P):z=-2$.

Gọi H là hình chiếu vuông góc của B trên mặt phẳng (P), suy ra $H(4;5;-2)$.

Ta có $\overrightarrow{A'H}=(3;4;0)\Rightarrow A'H=5$ và $\overrightarrow{BH}=(0;0;-3)\Rightarrow BH=3$.

Mặt khác $A''H\geq\left|A'H-A'A''\right|=A'H-A'A''=4$.

Ta có $AM+BN=A'M+BN=A''N+BN\geq BA''=\sqrt{BH^2+A''H^2}\geq\sqrt{3^2+4^2}=5$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng 5 khi và chỉ khi

A',A'',H là 3 điểm thẳng hàng; A'' nằm giữa H và A'';

N là giao diểm của $A''B$ và mặt phẳng (Oxy);

M là đỉnh thứ tư của hình bình hành $A'A''NM$.

Câu 19.54. Trong một khu du lịch lớn có hai tuyến cáp treo (coi mỗi tuyến cáp treo như một đường thẳng). Sau khi chọn một hệ tọa độ $Oxyz$ thích hợp, người ta thấy rằng: tuyến cáp thứ nhất xuất phát từ điểm $M(2;4;0)$ và có véc tơ chỉ phương $\vec{u}=(1;1;-2)$ còn tuyến cáp thứ hai xuất phát từ điểm $N(3;-1;-2)$và có véc tơ chỉ phương $\vec{v}=(2;-1;-1)$. Gọi $A(a;b;c)$ và $B(d;e;f)$ là hai điểm lần lượt nằm trên hai tuyến cáp sao cho hai điểm đó gần nhau nhất. Tính $a+d$?

Lời giải

Gọi hai tuyến cáp treo lần lượt là đường thẳng d và d'. Ta thấy AB là đoạn vuông góc chung của d và d'.

Đường thẳng $d:\begin{cases}x=2+t\\y=4+t\\z=-2t\end{cases}$. Đường thẳng $d':\begin{cases}x=3+2m\\y=-1-m\\z=-2-m\end{cases}$

Khi đó $A\left(2+t;4+t;-2t\right)$ và $B\left(3+2m;-1-m;-2-m\right)$.

Suy ra $\overrightarrow{AB}=\left(2m-t+1;-m-t-5;-m+2t-2\right)$.

Ta có $\begin{cases}\overrightarrow{AB}\perp\vec{u}\\\overrightarrow{AB}\perp\vec{v}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\overrightarrow{AB}.\vec{u}=0\\\overrightarrow{AB}.\vec{v}=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3m-6t=0\\6m-3t=-9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=-2\\t=-1\end{cases}$.

Suy ra $A\left(1;3;2\right)$ và $B\left(-1;1;0\right)$. Vậy $a+d=0$.

Câu 19.55. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $\left(S_1\right):x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$, $\left(S_2\right):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ và điểm $A\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-\frac{14}{3}\right)$. Gọi I là tâm của mặt cầu $\left(S_1\right)$ và (P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả hai mặt cầu $\left(S_1\right)$ và $\left(S_2\right)$. Xét các điểm M thay đổi và thuộc mặt phẳng (P) sao cho đường thẳng IM tiếp xúc với mặt cầu $\left(S_2\right)$. Khi đoạn thẳng AM ngắn nhất thì $M(a;b;c)$. Tính giá trị của $T=a+b+c$.

Lời giải

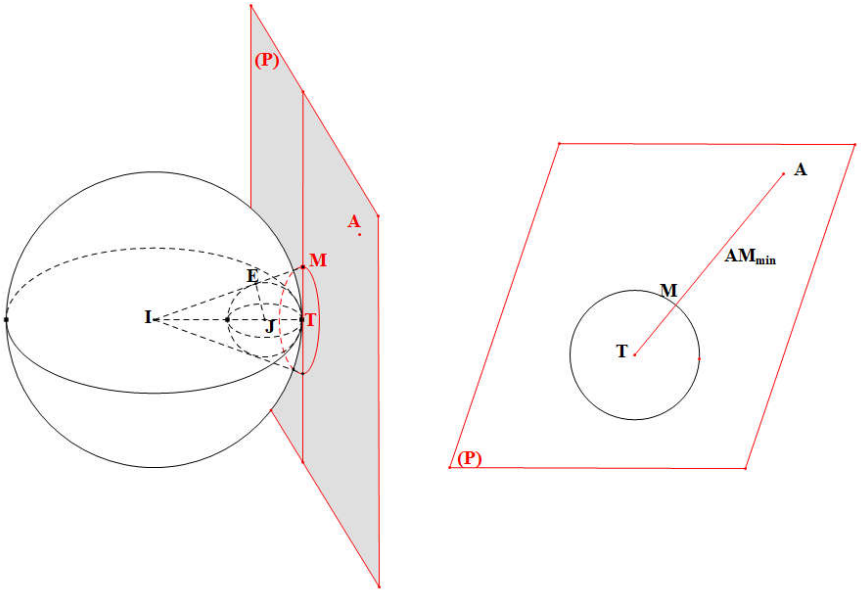
Mặt cầu $\left(S_1\right):x^2+(y-1)^2+(z-2)^2=16$ có tâm $I(0;1,2);R_1=4$,

mặt cầu $\left(S_2\right):(x-1)^2+(y+1)^2+z^2=1$ có tâm $J(1;-1,0);R_2=1$.

Vì $IJ=\sqrt{1+4+4}=3=R_1-R_2$ nên 2 mặt cầu đã cho tiếp xúc trong

(P) là mặt phẳng tiếp xúc với cả 2 mặt cầu nên (P) đi qua T, và vuông góc với IJ.

Dễ thấy, M thuộc đường tròn tâm T, cố định trên (P).



Có $\overrightarrow{IT}=\frac{4}{3}\overrightarrow{IJ}=\frac{4}{3}(1;-2;-2)=\left(\frac{4}{3};\frac{-8}{3};-\frac{8}{3}\right)\Rightarrow T\left(\frac{4}{3};-\frac{5}{3};-\frac{2}{3}\right)$.

Có $\Delta IJE''\Delta IMT\Rightarrow\frac{JE}{MT}=\frac{IE}{IT}\Leftrightarrow\frac{1}{MT}=\frac{\sqrt{9-1}}{4}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Rightarrow MT=\sqrt{2}$.

Có $\left(P\right)$ qua T; VTPT là $\vec{n}\,//\,\overrightarrow{IJ}=(1;-2;-2)\Rightarrow(P):x-\frac{4}{3}-2\left(y+\frac{5}{3}\right)-2\left(z+\frac{2}{3}\right)=0$

$\Leftrightarrow(P):x-2y-2z-6=0$.

Xét thấy $A\left(\frac{4}{3};\frac{7}{3};-\frac{14}{3}\right)\in(P);TA=\sqrt{4^2+4^2}=4\sqrt{2}$

$AM\geq AT-TM\ =4\sqrt{2}-\sqrt{2}=3\sqrt{2},$ "=" $\Leftrightarrow\ \overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MT}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow M\left(\frac{4}{3};-\frac{2}{3};-\frac{5}{3}\right)\Rightarrow a+b+c=-1.$

Câu 19.56. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;1;1\right),B\left(-2;1;0\right)$, $C\left(2;-3;1\right)$. Điểm $M\left(a;b;c\right)$ sao cho $MA^2+2MB^2+3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $S=4a^2+b^2-6c$.

Lời giải

Gọi G là điểm sao cho $\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}=\vec{0}\Leftrightarrow G\left(\frac{1}{2};-1;\frac{2}{3}\right)$

$MA^2+2MB^2+3MC^2=\overrightarrow{MA}^2+2\overrightarrow{MB}^2+3\overrightarrow{MC}^2=\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}\right)^2+2\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GB}\right)^2+3\left(\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\right)^2$

$=6MG^2+GA^2+2GB^2+3GC^2$

Do đó $MA^2+MB^2+MC^2$ nhỏ nhất khi $M\equiv G$ hay $M\left(\frac{1}{2};-1;\frac{2}{3}\right)$. Nên $S=0$.

Câu 19.57. Trong không gian $Oxyz$ cho $A\left(1;-1;2\right)$, $f\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\end{array}\right.$, $C\left(0;1;-2\right)$. Gọi $M\left(a;b;c\right)$ là điểm thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ sao cho biểu thức $S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính giá trị của $T=12a+12b+2025c$.

Lời giải

Do $M\left(a;b;c\right)$ thuộc mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ nên $c=0\Rightarrow M\left(a;b;0\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=\left(1-a;-1-b;2\right)$, $\overrightarrow{MB}=\left(-2-a;-b;3\right)$, $\overrightarrow{MC}=\left(-a;1-b;-2\right)$.

$S=\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MB}.\overrightarrow{MC}+3\overrightarrow{MC}.\overrightarrow{MA}=6a^2+6b^2+2a-b+1$

$=6\left(a+\dfrac{1}{6}\right)^2+6\left(b-\dfrac{1}{12}\right)^2+\dfrac{19}{24}$.

$\Rightarrow S\geq\dfrac{19}{24}$. Vậy S đạt giá trị nhỏ nhất $\dfrac{19}{4}$ khi $\left\{\begin{array}{l}a=-\dfrac{1}{6}\\b=\dfrac{1}{12}\end{array}\right.\Rightarrow T=12a+12b+2025c=-1$

Câu 19.58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(4;1;0\right)$, $B\left(4;6;6\right)$, $C\left(5;6;2\right)$, $D\left(7;2;14\right)$ và điểm $M\left(a;b;c\right)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Ta có: $\left\{\begin{array}{l}MA=3\\MB=6\\MC=5\\MD=13\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left(a-4\right)^2+\left(b-1\right)^2+c^2=9\\\left(a-4\right)^2+\left(b-6\right)^2+\left(c-6\right)^2=36\\\left(a-5\right)^2+\left(b-6\right)^2+\left(c-2\right)^2=25\\\left(a-7\right)^2+\left(b-2\right)^2+\left(c-14\right)^2=169\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a^2+b^2+c^2-8a-2b=-8\\a^2+b^2+c^2-8a-12b-12c=-52\\a^2+b^2+c^2-10a-12b-4c=-40\\a^2+b^2+c^2-14a-4b-28c=-80\end{array}\right.$. Đặt $d=a^2+b^2+c^2$ ta được:

$\left\{\begin{array}{l}d-6a-2b=-8\\d-8a-12b-12c=-52\\d-10a-12b-4c=-40\\d-14a-4b-28c=-80\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=2\\b=2\\c=2\\d=12\end{array}\right.\Rightarrow M\left(2;2;2\right)$

Khoảng cách từ điểm M đến điểm C là: $OM=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\approx3,46$.

Câu 19.59. Trong không gian ba chiều $Oxyz$, tọa độ các khu vực được xác định như sau:

Khu vực $A\left(30;20;0\right)$ nằm trên mặt đất, cách trung tâm thành phố $3km$.

Khu vực $B\left(70;50;40\right)$ nằm trên tòa nhà cao tầng và ở độ cao $40m$.

Khu vực $C\left(50;80;70\right)$ nằm trên một đỉnh đồi ở độ cao $70m$.

Gọi vị trí lắp đặt trạm phát sóng là $D\left(a;b;c\right)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba khu vực kể trên là bằng nhau và có khoảng cách đến chúng là nhỏ nhất. Tính $T=a+b+c$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Do $D\left(a;b;c\right)$ sao cho khoảng cách từ D đến ba khu vực kể trên là bằng nhau và có khoảng cách đến chúng là nhỏ nhất nên D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ΔABC.

Có $\begin{cases}\frac{1}{10}\overrightarrow{AB}=\frac{1}{10}.\left(40;30;40\right)=\left(4;3;4\right)\\ \frac{1}{10}\overrightarrow{AC}=\frac{1}{10}.\left(20;60;70\right)=\left(2;6;7\right)\end{cases}\Rightarrow\left[\frac{1}{10}\overrightarrow{AB},\frac{1}{10}\overrightarrow{AC}\right]=\left(-3;-20;18\right)$

Chọn vecto pháp tuyến của $\left(ABC\right)$ là $\vec{n}=\left(3;20;-18\right)$, nên PTMP $\left(ABC\right)$ là:

$3x+20y-18z-490=0\Rightarrow 3a+20b-18c-490=0$.

Do $D\left(a;b;c\right)$ cách đều $A;B;C$

$$\Rightarrow\begin{cases}AD^2=BD^2\\ AD^2=CD^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left(a-30\right)^2+\left(b-20\right)^2+c^2=\left(a-70\right)^2+\left(b-50\right)^2+\left(c-40\right)^2\\ \left(a-30\right)^2+\left(b-20\right)^2+c^2=\left(a-50\right)^2+\left(b-80\right)^2+\left(c-70\right)^2\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}80a+60b+80c=7700\\ 40a+120b+140c=12500\end{cases}.$$

Vậy $a;b;c$ thỏa mãn $\begin{cases}80a+60b+80c=7700\\ 40a+120b+140c=12500\\ 3a+20b-18c=490\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=\frac{13200}{733}\\ b=\frac{40355}{733}\\ c=\frac{27085}{733}\end{cases}$

$\Rightarrow D\left(\frac{13200}{733};\frac{40355}{733};\frac{27085}{733}\right)$ nên $T=a+b+c=\frac{13200}{733}+\frac{40355}{733}+\frac{27085}{733}=\frac{80640}{733}\approx 110$

Câu 19.60. Xét trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay đặt ở gốc toạ độ $O\left(0;0;0\right)$, đơn vị trên mỗi trục là ki-lô-mét. Một máy bay chuyển động theo đường thẳng, bay qua hai vị trí $A\left(-500;-300;500\right)$ và $B\left(-200;-200;450\right)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, toạ độ của máy bay là $\left(a;b;c\right)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b+c$.

Lời giải

Khi máy bay ở gần đài kiểm soát không lưu nhất, máy bay ở vị trí điểm $H\left(a;b;c\right)$ là hình chiếu vuông góc của O trên đường thẳng AB.

Ta có $\overrightarrow{AH}=\left(a+500;b+300;c-500\right)$, $\overrightarrow{AB}=\left(300;100;-50\right)$

Từ $\overrightarrow{AH},\overrightarrow{AB}$ cùng phương và $\overrightarrow{OH}\perp\overrightarrow{AB}$ ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{a+500}{300}=\frac{b+300}{100}=\frac{c-500}{-50}\\ 300a+100b-50c=0\end{cases}$$

Giải hệ trên tìm được $H\left(100;-100;400\right)$. Vậy $P=a+b+c=400$.

Câu 19.61. Trong không gian $Oxyz$, đài kiểm soát không lưu sân bay có tọa độ $O\left(0;0;0\right)$, đơn vị trên mỗi trục tính theo kilômét. Một máy bay chuyển động hướng về đài kiểm soát không lưu, bay qua hai vị trí $A\left(-500;-250;150\right), B\left(-200;-200;100\right)$. Khi máy bay ở gần đài kiểm soát nhất, tọa độ của vị trí máy bay là $\left(a;b;c\right)$. Giá trị của biểu thức $\frac{-3}{10}a-b-c$ là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

Lời giải

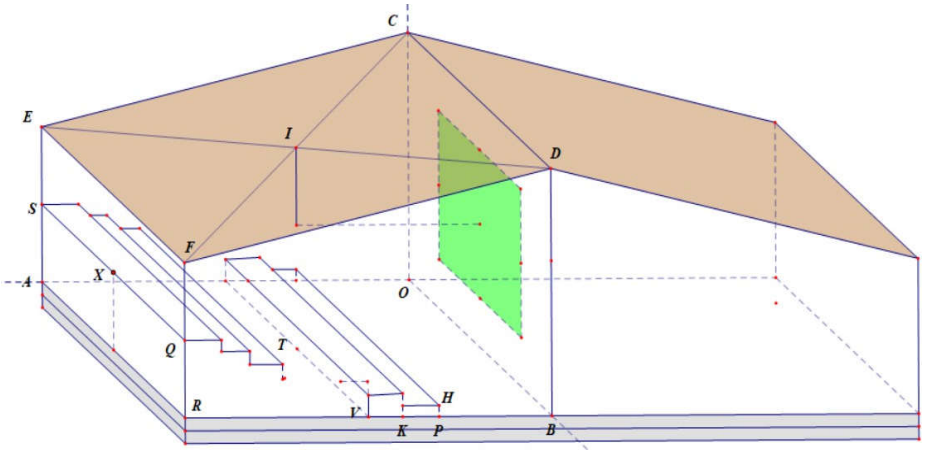
Vectơ $\overrightarrow{AB}=\left(300;50;-50\right)$ nên $\vec{u}=\left(6;1;-1\right)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng AB. Phương trình đường thẳng AB là: $\begin{cases}x=-500+6t\\y=-250+t\\z=150-t\end{cases}$.

Gọi H là hình chiếu của điểm O trên đường thẳng AB thì OH là khoảng cách ngắn nhất giữa máy bay và đài kiểm soát. Khi đó $H\left(6t-500;t-250;-t+150\right)$.

Ta có $\overrightarrow{OH}.\vec{u}=0\Leftrightarrow\left(6t-500\right).6+t-250-\left(-t+150\right)=0\Leftrightarrow t=\frac{1700}{9}$

Suy ra toa độ của vị trí máy bay khi đó là $\left(\frac{700}{19};\frac{-3050}{19};\frac{1150}{19}\right)$. Vậy $\frac{-3}{10}a-b-c\approx 89$.

Câu 19.62. Một toà nhà được thiết kế để làm 2 phòng dạy học có trang bị máy chiếu. Mái nhà là dạng mái vát $CDFE$ như hình vẽ. Chiều dài của mỗi phòng học là $OA=30m$ và chiều rộng là $OB=20m$, chiều cao các bức tường $OC=BD=10m$ và $EA=RF=6m$. Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó. Chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m và chiều cao mỗi bậc thang là 20 cm. Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I là giao của DE và CF như hình vẽ, vuông góc với mặt sàn sao cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu (chiều cao học sinh đó là 1,8 m) và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ, theo phương vuông góc bức tường $OBDC$ (chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m). Hỏi tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là bao nhiêu mét? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ $Oxyz$ sao cho $O\left(0,0,0\right)$, $A\left(30,0,0\right)$, $B\left(0,20,0\right)$, $C\left(0,0,10\right)$, $F\left(30,20,6\right)$. Vì I là trung điểm của CF nên $I\left(15;5;8\right)$.

Từ vị trí P trên BR cách B một khoảng 10 m, người ta xây các bậc thang cao dần về phía cuối của phòng học để đặt các dãy bàn ghế học sinh trên các bậc thang đó và chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m nên số bậc thang là 10 (bậc).

Chủ toà nhà muốn lắp giá treo máy chiếu tại vị trí I vuông góc với mặt sàn mà chiều rộng mỗi bậc thang là 2 m nên điểm I sẽ tương ứng với bậc thang thứ 3.

Mỗi bậc thang cao $0,2\left(m\right)$, học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ sẽ ứng với bậc 10 nên chiều cao từ sàn đến bậc 10 là 2 m, mà chiều cao mắt học sinh so với bậc thang tại đó là 1,2m, do đó chiều cao từ mắt học sinh so với mặt sàn là $2+1,2=3,2\left(m\right)$

Mỗi bậc thang cao $0,2\left(m\right)$ nên khi đứng tại bậc 3 học sinh có chiều cao là $0,6+1,8=2,4\left(m\right)$

Do đó để máy chiếu cho không vướng vào đầu học sinh khi học sinh đó đứng tại bậc thang ngay dưới máy chiếu và cũng không che khuất tầm nhìn của học sinh ngồi ở hàng ghế sau cùng, tại vị trí X trung điểm SQ thì tổng độ dài thanh treo máy chiếu và cả thân máy chiếu lớn nhất là $8-3,2=4,8\left(m\right)$.

Câu 19.63. Hệ Thống Định Vị Vệ Tinh Toàn Cầu Beidou (Bắc Đẩu) hiện tại có 35 vệ tinh, mỗi vệ tinh cách Trái Đất khoảng 35000 km, ta coi Trái Đất là khối cầu có bán kính $R=6,4$ (nghìn km). Với hệ tọa độ $Oxyz$ đã chọn, O là tâm Trái Đất và đơn vị trên mỗi trục là nghìn km, hai vệ tinh có tọa độ $A\left(30;0;0\right)$, $B\left(0;30;0\right)$. Xét điểm $M\left(x;y;z\right)$ thuộc bề mặt Trái Đất. Tính giá trị nhỏ nhất của $MA+MB$ theo đơn vị nghìn km (làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Phương trình mặt cầu $\left(S\right):x^2+y^2+z^2=40,96$.

Ta có $MA+MB=\sqrt{\left(x-30\right)^2+y^2+z^2}+\sqrt{x^2+\left(y-30\right)^2+z^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức Minkowski ta có:

$MA+MB=\sqrt{\left(x-30\right)^2+y^2+z^2}+\sqrt{x^2+\left(y-30\right)^2+z^2}$

$\geq\sqrt{\left(x+y-60\right)^2+\left(x+y\right)^2+4z^2}\geq\sqrt{\left(x+y-60\right)^2+\left(x+y\right)^2}$.

Điều kiện để $MA+MB=\sqrt{\left(x+y-60\right)^2+\left(x+y\right)^2}$ là khi $z=0$, khi đó $x^2+y^2=40,96$

Mặt khác, vì $M\left(x;y;z\right)$ thuộc mặt cầu tâm O, bán kính bằng $6,4$ nên $-6,4\leq x;y;z\leq 6,4$ do đó $x+y>-12,8$.

Áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopxki, ta có

$x+y\leq\sqrt{\left(1^2+1^2\right)\left(x^2+y^2\right)}=\sqrt{2.40,96}=\sqrt{81,92}$.

Đặt $t=x+y\Rightarrow -12,8<t\leq\sqrt{81,92}$, khi đó

$f\left(t\right)=MA+MB=\sqrt{\left(t-60\right)^2+t^2}=\sqrt{2t^2-120t+60^2}$.

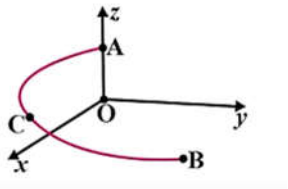
$f'\left(t\right)=\dfrac{2t-60}{\sqrt{2t^2-120t+60^2}}$.

Dễ thấy khi $-12,8<t\leq\sqrt{81,92}$ thì hàm số $f'\left(t\right)\leq 0$.

Do đó $f\left(t\right)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $-12,8<t\le\sqrt{81,92}$ khi $t=\sqrt{81,92}$ và bằng $f\left(\sqrt{81,92}\right)\approx 51,7$.

Câu 19.64. Trượt nước là một trong những trò chơi vận động được nhiều người yêu thích trong các công viên nước. Một cái máng trượt nước có thiết kế dạng cung tròn với hai đầu mút là A và B. Chọn một trục tọa độ $Oxyz$ với gốc O đặt tại hình chiếu của điểm A trên mặt đất, mặt phẳng (Oxy) trùng với mặt đất và trục Oz hướng thẳng đứng lên trên trời, đơn vị đo lấy theo mét (tham khảo hình vẽ dưới đây). Biết các điểm A,B và một điểm C nằm trên máng trượt lần lượt có toạ độ là $\left(0;0;5\right);\left(6;7;1\right)$ và $\left(5;0;2\right)$. Độ dài máng trượt nước đó bằng bao nhiêu mét (*làm tròn kết quả đến hàng đơn vị của mét*)?





Lời giải

Ta có $A\left(0;0;5\right),B\left(6;7;1\right),C\left(5;0;2\right)$. Tính được $\overrightarrow{AB}=\left(6;7;-4\right)$ và $\overrightarrow{AC}=\left(5;0;-3\right)$.

Phương trình mặt phẳng $\left(ABC\right)$ đi qua $A\left(0;0;5\right)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}=\left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right]=\left(21;2;35\right)$ có phương trình $21x+2y+35z-175=0$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AB đi qua $M\left(3;\frac{7}{2};3\right)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AB}=\left(6;7;-4\right)$ có phương trình là $6x+7y-4z-\frac{61}{2}=0$.

Mặt phẳng trung trực của đoạn AC đi qua $N\left(\frac{5}{2};0;\frac{7}{2}\right)$ có vectơ pháp tuyến $\overrightarrow{AC}=\left(5;0;-3\right)$ có phương trình là $5x-3z-2=0$.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Toạ độ điểm I là nghiệm của hệ

$$\begin{cases}21x+2y+35z-175=0\\6x+7y-4z-\frac{61}{2}=0\\5x-3z-2=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=\frac{1999}{835}\\y=\frac{7021}{1670}\\z=\frac{555}{167}\end{cases}.$$

Từ đây tính được $R=IA=\sqrt{\left(-\frac{1999}{835}\right)^2+\left(-\frac{7021}{1670}\right)^2+\left(5-\frac{555}{167}\right)^2}\approx 5,1203$ mét.

Gọi φ là là góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{IA}$ và $\overrightarrow{IB}$ ta tính được: $\overrightarrow{IA}=\left(-\frac{1999}{835};-\frac{7021}{1670};\frac{280}{167}\right)$;

$\overrightarrow{IB}=\left(\frac{3011}{835};\frac{4669}{1670};-\frac{388}{167}\right);\cos\varphi=\frac{\overrightarrow{IA}\cdot\overrightarrow{IB}}{IA.IB}\Rightarrow\varphi\approx 2,754955$.

Độ dài máng trượt là là độ dài cung $l_{AB}=R.\varphi\approx 14$ mét.

Câu 19.65. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A\left(4;1;0\right)$, $B\left(4;6;6\right)$, $C\left(5;6;2\right)$, $D\left(7;2;14\right)$ và điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $MA=3$, $MB=6$, $MC=5$, $MD=13$. Khoảng cách từ điểm M đến điểm O bằng bao nhiêu (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Ta có: $\begin{cases} MA=3 \\ MB=6 \\ MC=5 \\ MD=13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left(4-a\right)^2+\left(1-b\right)^2+c^2=9 \\ \left(4-a\right)^2+\left(6-b\right)^2+\left(6-c\right)^2=36 \\ \left(5-a\right)^2+\left(6-b\right)^2+\left(2-c\right)^2=25 \\ \left(7-a\right)^2+\left(2-b\right)^2+\left(14-c\right)^2=169 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a^2+b^2+c^2 - 8a - 2b = -8 \\ a^2+b^2+c^2-8a-12b-12c=-52 \\ a^2+b^2+c^2-10a-12b-4c=-40 \\ a^2+b^2+c^2-14a-4b-28c=-80 \end{cases}$

Đặt $d=a^2+b^2+c^2$ ta được: $\begin{cases} d-8a-2b=-8 \\ d-8a-12b-12c=-52 \\ d-10a-12b-4c=-40 \\ d-14a-4b-28c=-80 \end{cases}$

Giải hệ phương trình này, ta tìm được $a=2,b=2,c=2,d=12 \Rightarrow M\left(2;2;2\right)$

Do đó, khoảng cách từ điểm M đến điểm O là: $OM=\sqrt{a^2+b^2+c^2}=\sqrt{12}=2\sqrt{3}\approx 3,46$

----------HẾT----------

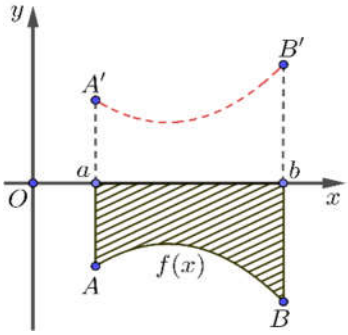
DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

ỨNG DỤNG CỦA TÍCH PHÂN

1. Diện tích hình thang cong

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$.

- ***Trường hợp trên*** $[a;b]$, Khi đó diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị $f(x)$, Ox và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$: $\boxed{S=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x}$.



- ***Trường hợp*** $f(x)\le 0$ ***trên*** $[a;b]$, ta có $-f(x)\ge 0$

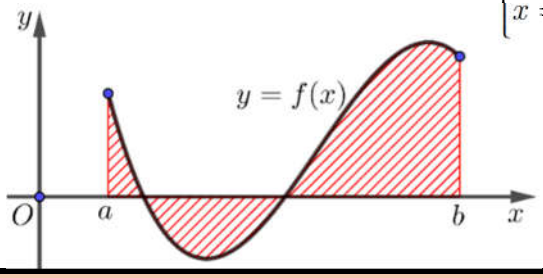
S hình thang cong $aABb = S$ hình thang cong $aA'B'b$.
($aA'B'b$ là hình đối xứng của hình thang đã cho qua trục hoành).

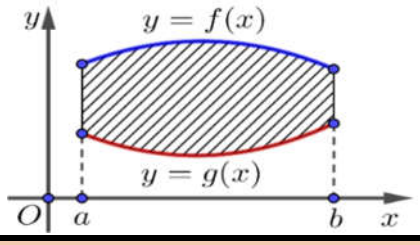
Do đó: $S=S_{aABb}=S_{aA'B'b}=\boxed{\int_a^b\left(-f(x)\right)\mathrm{d}x}$

2. Diện tích hình phẳng

- Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases}(C_1):y=f(x)\\(C_2):y=g(x)\\x=a,\ x=b\ (a<b)\end{cases}$ thì diện tích là $\boxed{S=\int_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x}$.

- Hình phẳng (H) giới hạn bởi $\begin{cases}(C_1):y=f(x)\\(C_2):Ox:y=0\\x=a,\ x=b\ (a<b)\end{cases}$ thì diện tích là $\boxed{S=\int_a^b\left|f(x)\right|\mathrm{d}x}$.

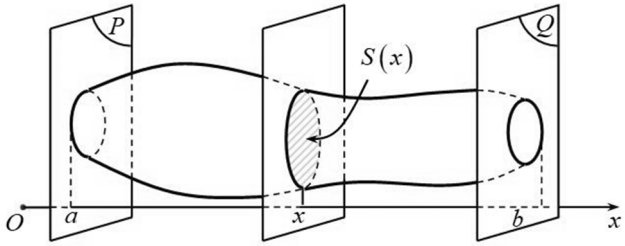




3. Thể tích vật thể & khối tròn xoay

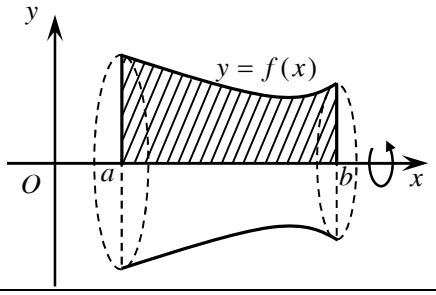
① Thể tích vật thể (mặt cắt)

Gọi B là phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại các điểm a và b, $S(x)$ là diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm x, $(a\le x\le b)$. Giả sử $S(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a;b]$. Khi đó $\boxed{V=\int_a^b S(x)\mathrm{d}x}$.



② Thể tích khối tròn xoay

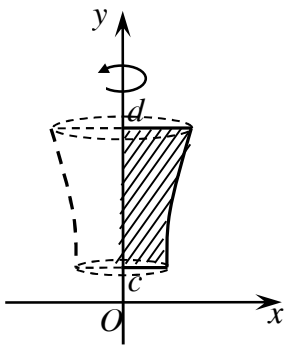
a) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ quanh trục Ox :



$$\begin{cases}(C):y=f(x)\\(Ox):y=0\\x=a\\x=b\end{cases}$$

$$\boxed{V_x=\pi\int_a^b\left[f(x)\right]^2dx}$$

b) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $x=g(y)$, trục hoành và hai đường thẳng $y=c,\ y=d$ quanh trục Oy :

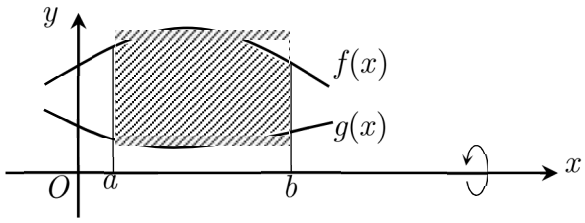


$$\begin{cases}(C):x=g(y)\\(Oy):x=0\\y=c\\y=d\end{cases}$$

$$\boxed{V_y=\pi\int_c^d\left[g(y)\right]^2dy}$$

c) Thể tích khối tròn xoay được sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x)$, $y=g(x)$ (cùng nằm một phía so với Ox) và hai đường thẳng $x=a,\ x=b$ quanh trục Ox :

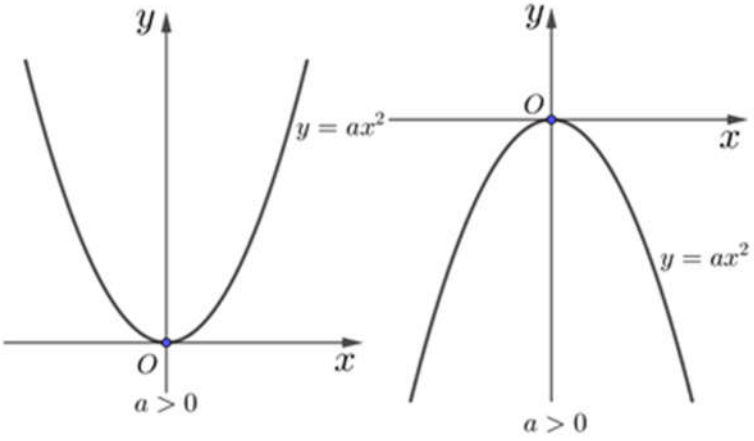
$$\boxed{V=\pi\int_a^b\left|f^2(x)-g^2(x)\right|\mathrm{d}x.}$$



4. Đồ thị hàm số Parabol dạng $y=ax^2$

Đồ thị hàm số $y=ax^2$ là các đặc điểm sau:

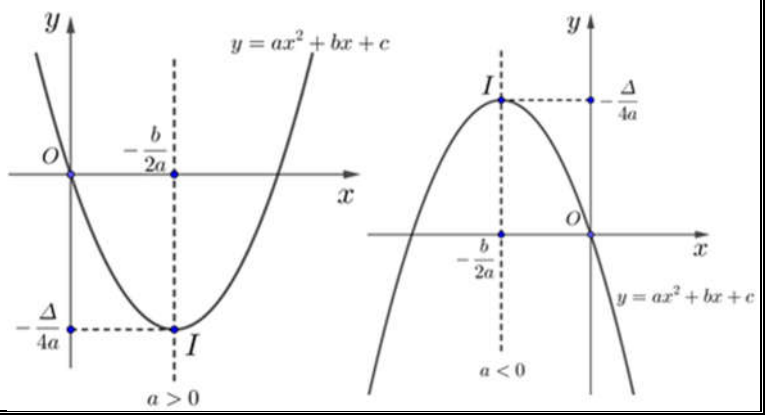
- Đỉnh là gốc $O\left(0;0\right)$.
- Có trục đối xứng là $x=0$.
- Hướng bề lõm lên trên khi $a>0$ và hướng xuống khi $a<0$.



5. Đồ thị hàm số Parabol dạng $y = ax^2 + bx + c\left(a \neq 0\right)$

Đồ thị hàm số $y = ax^2 + bx + c\left(a \neq 0\right)$ là một đường Parabol có:

- Đỉnh là $I\left(-\dfrac{b}{2a};-\dfrac{\Delta}{4a}\right)$.
- Có trục đối xứng: đường thẳng $x = -\dfrac{b}{2a}$.
- $a > 0$: Bề lõm hướng lên trên.
- $a < 0$: Bề lõm hướng xuống dưới.

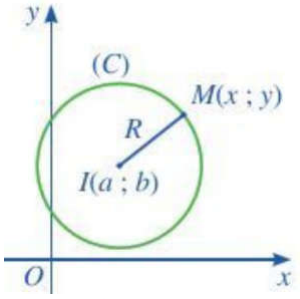


6. Đường tròn

Cho đường tròn:

$$(C):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm } I(a;b)\\ \bullet\ \text{Bán kính}: R\end{cases} \Rightarrow (C): \boxed{(x-a)^2+(y-b)^2 = R^2}.$$

$$(C):\begin{cases}\bullet\ \text{Tâm } I(0;)\\ \bullet\ \text{Bán kính}: R\end{cases} \Rightarrow (C): \boxed{x^2+y^2 = R^2} \Rightarrow y = \pm\sqrt{R^2-x^2}.$$



★ **Chu vi đường tròn:** $\boxed{C = 2\pi R}$.

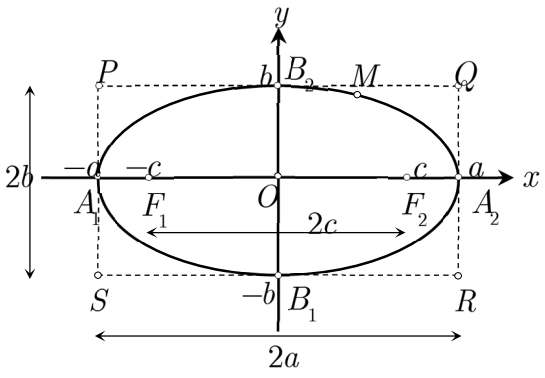
★ **Diện tích đường tròn:** $\boxed{S = \pi R^2}$.

7. Elip

Phương trình chính tắc của elip:

$$(E):\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1 \text{ với } a > b > 0.$$

$$\Rightarrow y^2 = b^2\left(1-\frac{x^2}{a^2}\right) \Rightarrow y = \pm b\sqrt{1-\frac{x^2}{a^2}} = \pm\frac{b}{a}\sqrt{a^2-x^2}$$

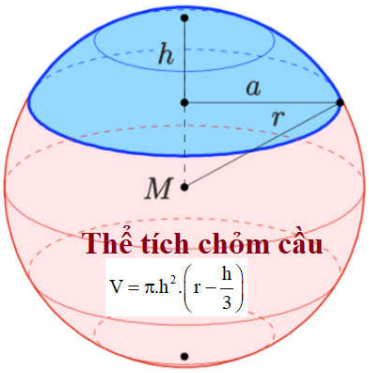


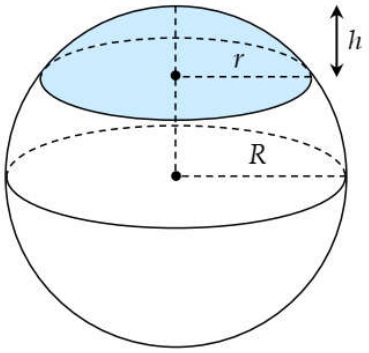
Các thông số cần nhớ:

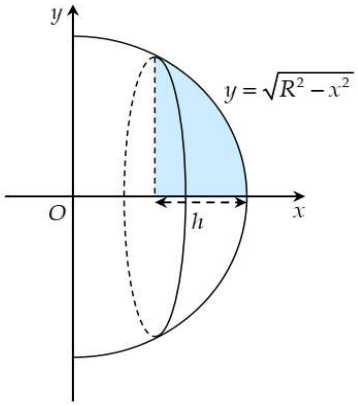
- Trục lớn $A_1A_2 = 2a$. Trục bé $B_1B_2 = 2b$.
- Tiêu cự $F_1F_2 = 2c$. Mối liên hệ $a^2 = b^2 + c^2$.
- Tâm sai: $e = \dfrac{c}{a}\cdot$ Hình chữ nhật cơ sở: $PQRS$.
- Bán kính qua tiêu của M là $MF_1 = a + \dfrac{c}{a}x,\ MF_2 = a - \dfrac{c}{a}x \Rightarrow MF_1 + MF_2 = 2a.$

$$\boxed{S_{\text{elip}} = \pi ab.}$$

8. Chỏm cầu





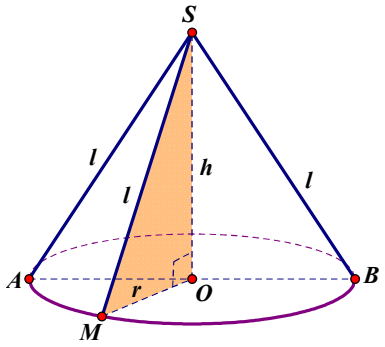


$$S_{xq}=2\pi Rh=\pi\left(r^2+h^2\right)$$

$$V=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right)=\frac{\pi h}{6}\left(h^2+3r^2\right)$$

MẶT NÓN – MẶT TRỤ - MẶT CẦU

MẶT NÓN



☞Hình thành: Quay Δ vuông SOM quanh trục SO, ta được mặt nón như hình bên với: $\begin{cases} h=SO \\ r=OM \end{cases}$.

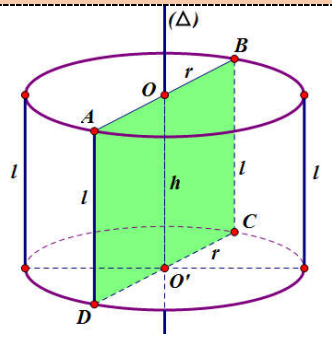
Các yếu tố mặt nón

- Đường cao: $\boxed{h=SO}$. (SO cũng được gọi là trục của hình nón).
- Bán kính đáy: $\boxed{r=OA=OB=OM}$.
- Đường sinh: $\boxed{l=SA=SB=SM}$.
- Góc ở đỉnh: $\boxed{\widehat{ASB}}$.
- Thiết diện qua trục: ΔSAB cân tại S.
- Góc giữa đường sinh và mặt đáy: $\boxed{\widehat{SAO}=\widehat{SBO}=\widehat{SMO}}$.

Một số công thức

- Chu vi đáy: $\boxed{p=2\pi r}$.
- Diện tích đáy: $\boxed{S_đ=\pi r^2}$.
- Thể tích: $\boxed{V=\frac{1}{3}h.S_đ=\frac{1}{3}h.\pi r^2}$. *(liên tưởng đến thể tích khối chóp).*
- Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq}=\pi rl}$.
- Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp}=S_{xq}+S_đ=\pi rl+\pi r^2}$.

MẶT TRỤ



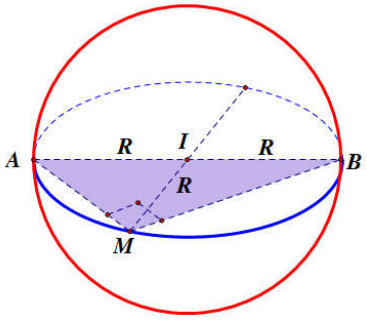
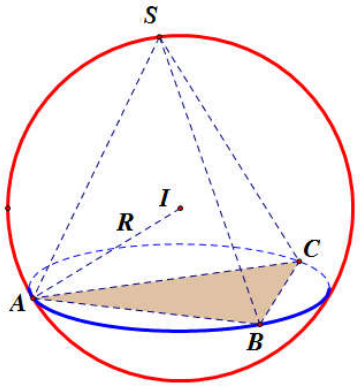
☞Hình thành: Quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh đường trung bình OO', ta có mặt trụ như hình bên.

Các yếu tố mặt trụ

- Đường cao: $\boxed{h=OO'}$.
- Đường sinh: $\boxed{l=AD=BC}$.
  Ta có: $\boxed{l=h}$.
- Bán kính đáy: $\boxed{r=OA=OB=O'C=O'D}$.
- Trục (Δ) là đường thẳng đi qua hai điểm O, O'.
- Thiết diện qua trục: Là hình chữ nhật $ABCD$.

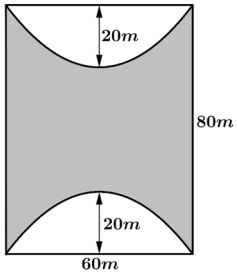
Một số công thức

- Chu vi đáy: $\boxed{p=2\pi r}$.
- Diện tích đáy: $\boxed{S_đ=\pi r^2}$.
- Thể tích khối trụ: $\boxed{V=h.S_đ=h.\pi r^2}$.
- Diện tích xung quanh: $\boxed{S_{xq}=2\pi r.h}$.
- Diện tích toàn phần: $\boxed{S_{tp}=S_{xq}+2S_đ=2\pi r.h+2\pi r^2}$

MẶT CẦU	Một số công thức	Mặt cầu ngoại tiếp, nội tiếp
 ☞Hình thành: Quay đường tròn tâm I, bán kính $R=\dfrac{AB}{2}$ quanh trục AB, ta có mặt cầu như hình vẽ.	• Tâm I, bán kính $R=IA=IB=IM$. • Đường kính $AB=2R$. • Thiết diện qua tâm mặt cầu: Là đường tròn tâm I, bán kính R. • Diện tích mặt cầu: $\boxed{S=4\pi R^2}$. • Thể tích khối cầu: $\boxed{V=\dfrac{4\pi R^3}{3}}$.	 Mặt cầu ngoại tiếp đa diện là mặt cầu đi qua tất cả đỉnh của đa diện đó.

DẠNG CÂU 20. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (74 CÂU)

Câu 20.1. **(ĐMH 2025)** Kiến trúc sư thiết kế một khu sinh hoạt cộng đồng có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là 60m và 80m. Trong đó, phần được tô màu đậm là sân chơi, phần còn lại để trồng hoa. Mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần của parabol với đỉnh thuộc một trục đối xứng của hình chữ nhật và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật bằng 20m (xem hình minh họa).



Diện tích của phần sân chơi là bao nhiêu mét vuông?

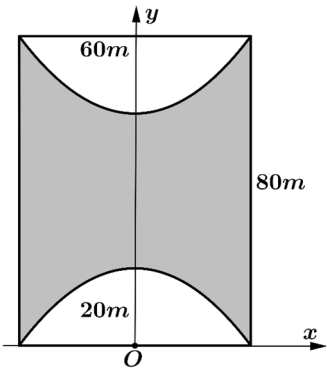
Lời giải

Diện tích của phần sân chơi bằng diện tích của hình chữ nhật trừ đi diện tích của hai phần trồng hoa.

Diện tích của hình chữ nhật là: $60\cdot 80=4800\ \ m^2$.

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng diện tích của một parabol.

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Phương trình parabol bên dưới có dạng: $y=ax^2+b$ (vì đỉnh parabol thuộc trục tung).

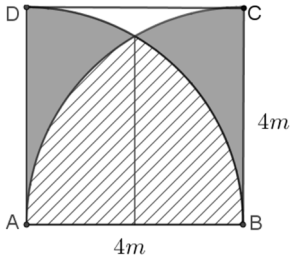
Ta có $\begin{cases} y(0)=20 \\ y(30)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=20 \\ a.30^2+20=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{45} \\ b=20 \end{cases}$.

Phương trình Parabol dưới là $y=-\dfrac{1}{45}x^2+20$

Diện tích của mỗi phần trồng hoa bằng: $\displaystyle\int_{-30}^{30}\left(-\frac{1}{45}x^2+20\right)dx=800\ \ (\text{m}^2)$

Diện tích của phần sân chơi là: $4800-2.800=3200\,(\text{m}^2)$.

Câu 20.2. Một biển quảng cáo có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh $AB = 4\text{m}$. Trên tấm biển đó có các đường tròn tâm A và đường tròn tâm B cùng bán kính $R = 4\text{m}$, hai đường tròn cắt nhau như hình vẽ. Chi phí để sơn phần gạch chéo là 150 000 đồng/m^2, chi phí sơn phần màu đen là 100 000 đồng/m^2 và chi phí để sơn phần còn lại là 250 000 đồng/m^2. Hỏi số tiền để sơn biển quảng cáo theo cách trên (Đơn vị: triệu đồng và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)?



Lời giải

Gọi I là giao điểm của 2 cung tròn $\overset{\frown}{AC};\overset{\frown}{BD}$. Chọn gốc toạ độ $A\left(0;0\right)$ $\Rightarrow B\left(4,0\right)$

Xét cung tròn có phương trình $y = \sqrt{16 - x^2}$

Phần diện tích gạch chéo $S = 2.\int\limits_2^4 \sqrt{16 - x^2}\mathrm{d}x = 16\left(x + \frac{1}{2}\sin 2x\right)\Big|_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{2}} = \frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

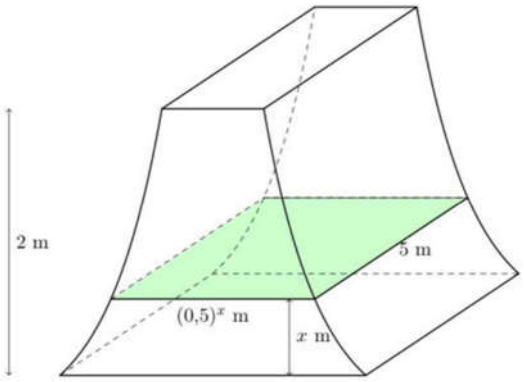
Phần diện tích màu đen: $2.\left(\frac{1}{4}\pi.4^2 - \frac{16\pi}{3} + 4\sqrt{3}\right) = \frac{-8\pi}{3} + 8\sqrt{3}$

Phần diện tích còn lại: $16 - \left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3} + \frac{-8\pi}{3} + 8\sqrt{3}\right) = 16 - \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}$

Số tiền để sơn biển quảng cáo:

$\left(\frac{16\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right).150\ 000 + \left(\frac{-8\pi}{3} + 8\sqrt{3}\right).100\ 000 + \left(16 - \frac{8\pi}{3} - 4\sqrt{3}\right).250\ 000 \approx 2{,}2$ triệu đồng.

Câu 20.3. Một khối bê tông có chiều cao 2 m được đặt trên mặt đất. Nếu cắt khối bê tông bởi một mặt phẳng nằm ngang và cách mặt đất x m ($0 \le x \le 2$) thì được mặt cắt là một hình chữ nhật có chiều dài 5 m và chiều rộng bằng $\left(0{,}5\right)^x$ m (*tham khảo hình vẽ dưới đây*). Tính thể tích (đơn vị m^3) của khối bê tông đó (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

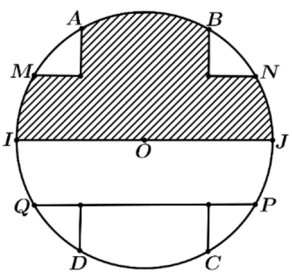


Lời giải

Diện tích thiết diện mặt cắt là $S\left(x\right) = 5 \cdot \left(0{,}5\right)^x \left(\text{m}^2\right)$.

Thể tích của khối bê tông là $V = \int\limits_0^2 5 \cdot \left(0{,}5\right)^x \mathrm{d}x \approx 5{,}41 \left(\text{m}^3\right)$.

Câu 20.4. Cho đường tròn tâm $\left(O\right)$ có bán kính bằng 5 m và đường kính IJ. Các hình chữ nhật $ABCD$, $MNPQ$ nội tiếp hình tròn như hình vẽ với $AB = MQ = 5$ m và I là điểm chính giữa của cung nhỏ MQ. Người ta cần sản xuất một sản phẩm là vật thể tròn xoay khi cho hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ quay quanh IJ và chi phí để làm sản phẩm này là 1,2 triệu/m^3. Số tiền phải chi trả để làm sản phẩm này là bao nhiêu? (Đơn vị: triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

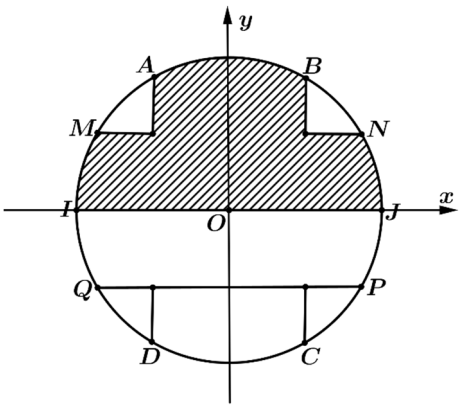


Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ dưới đây.

Đường tròn tâm $(O,5)$ có phương trình $x^2+y^2=25$ mà $AB=MQ=NP=5\Rightarrow x_B=y_N=\dfrac{5}{2}$

Điểm $N\in(O)$ và nằm ở góc phần tư thứ nhất nên $x_N=\sqrt{25-y_N^{\,2}}=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$. Khi đó $N\left(\dfrac{5\sqrt{3}}{2};\dfrac{5}{2}\right)$ Thể tích khối tròn xoay giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{25-x^2}$; $y=\dfrac{5}{2}$; $x=\dfrac{5}{2}, x=\dfrac{5\sqrt{3}}{2}$ là:

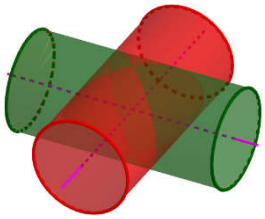


$$V_1=\pi\int\limits_{\frac{5}{2}}^{\frac{5\sqrt{3}}{2}}\left(\frac{75}{4}-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(\frac{125\sqrt{3}}{4}-\frac{125}{3}\right)(\mathrm{m}^3)$$

Khi đó thể tích cần tìm là: $V=\dfrac{4}{3}\pi.5^3-2V_1=\dfrac{125\left(4-\sqrt{3}\right)\pi}{2}(\mathrm{m}^3)$

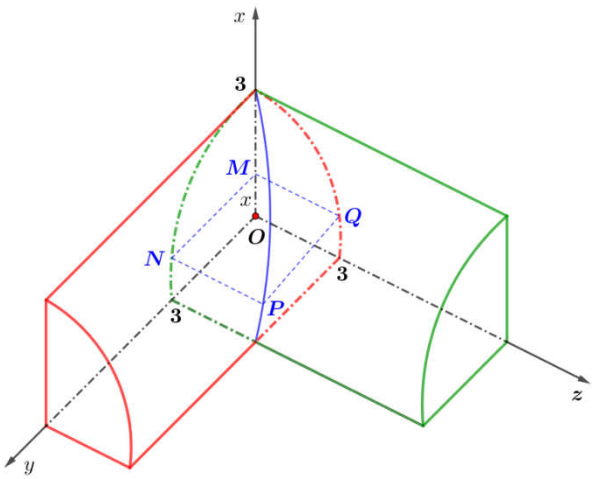
Chi phí cần chi trả để làm sản phẩm là: $T=V.1,2=\dfrac{125\left(4-\sqrt{3}\right)\pi}{2}.1,2=534$ triệu đồng.

Câu 20.5. Cho hai khối trụ có bán kính đáy bằng 3 và có trục là hai đường thẳng cắt nhau, vuông góc với nhau (hình vẽ bên dưới). Gọi (H) là phần giao nhau của hai khối trụ đó. Tính thể tích của (H).



Lời giải

Ta cắt một phần tư mỗi khối trụ và gọi (D) là phần giao nhau của chúng như hình vẽ bên dưới. Khi đó $V_{(H)}=8\cdot V_{(D)}$. Đặt hệ trục toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ.



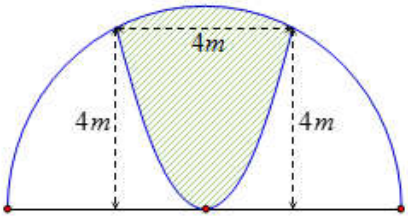
Khi đó mặt phẳng (α) song song với mặt phẳng (Oyz)và cách mặt phẳng (Oyz) một khoảng là x, $0\le x\le 3$, cắt (D) theo thiết diện là hình tứ giác $MNPQ$.

Ta có

$MN=NP=PQ=QM=\sqrt{9-x^2}$ và $MN\perp MQ$ nên tứ giác $MNPQ$ là hình vuông cạnh $\sqrt{9-x^2}$ và $S_{MNPQ}=9-x^2$ (đvdt).

Thể tích $V_{(D)}=\int\limits_0^3\left(9-x^2\right)\mathrm{d}x=18$ (đvtt). Suy ra $V_{(H)}=8\cdot V_{(D)}=8\cdot 18=144$ (đvtt).

Câu 20.6. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn, trên đó người thiết kế phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình parabol có đỉnh trùng với tâm và có trục đối xứng vuông góc với đường kính của nửa hình tròn, hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu) và cách nhau một khoảng bằng $4\left(m\right)$. Phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích thước cho như hình vẽ, chi phí để trồng hoa và cỏ Nhật Bản tương ứng là 150.000 đồng/m^2 và 100.000 đồng/m^2. Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị)

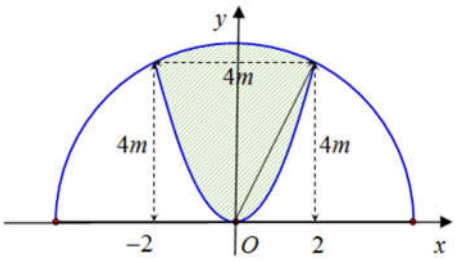


Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ, ta có bán kính của đường tròn là $R=\sqrt{4^2+2^2}=2\sqrt{5}$.

Phương trình của nửa đường tròn $\left(C\right)$ là: $x^2+y^2=20, y\ge 0\Rightarrow y=\sqrt{20-x^2}$.

Parabol $\left(P\right)$ có đỉnh $O\left(0;0\right)$ và đi qua điểm $\left(2;4\right)$ nên có phương trình: $y=x^2$.

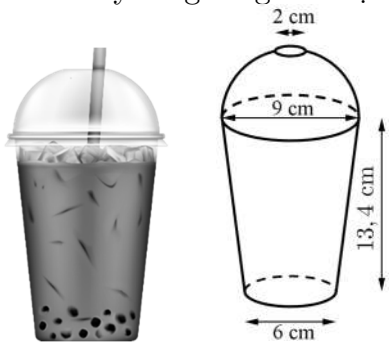


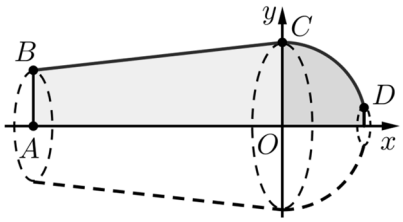
Diện tích phần tô màu là: $S_1=\int\limits_{-2}^{2}\left[\sqrt{20-x^2}-x^2\right]\mathrm{d}x\approx 11,9396\left(m^2\right)$.

Diện tích phần không tô màu là: $S_2=\frac{1}{2}.\pi.\left(2\sqrt{5}\right)^2-S_1\approx 10\pi-11,9396\left(m^2\right)$

Số tiền để trồng hoa và trồng cỏ Nhật Bản trong khuôn viên đó là:
$150000.11,9396+100000.\left(10\pi-11,9396\right)\approx 3.738.574$. Làm tròn thành **3.74** (triệu đồng).

Câu 20.7. Một ly trà sữa dạng hình nón cụt, có đường kính đáy ly 6 cm, đường kính miệng ly 9 cm, chiều cao 13,4 cm, ở miệng ly có sử dụng một nắp đậy có hình dạng nửa mặt cầu và ở đỉnh của nửa mặt cầu này có một hình tròn có đường kính 2 cm để cắm ống hút, mặt phẳng chứa hình tròn này song song với mặt phẳng chứa miệng ly (tham khảo hình vẽ sau).





Chọn hệ trục Oxy (đơn vị trên trục là centimet) với trục Ox đi qua tâm của 2 đáy hình nón cụt và gốc tọa độ O trùng với tâm của đáy lớn như hình vẽ trên. Tính thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp (Kết quả làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Thể tích bên trong của ly không bao gồm nắp là: $V_1=\pi\int\limits_{-13,4}^{0}\left(\frac{1,5x+60,3}{13,4}\right)^2dx\approx 600\,\mathrm{cm}^3$

Thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là: $V=V_1+\left(V_2-V_3\right)$ trong đó V_2 là nửa thể tích của khối cầu và V_3 là thể tích của chỏm cầu.

Nửa thể tích khối cầu là: $V_2=\frac{1}{2}.\frac{4}{3}.\pi.R^3=\frac{243\pi}{4}$

Thể tích chỏm cầu:

$$V_3=\pi\int\limits_{R-h}^{R}\left(\sqrt{R^2-x^2}\right)^2dx\Leftrightarrow V_3=\pi\int\limits_{R-h}^{R}\left(R^2-x^2\right)dx\Leftrightarrow V_3=\pi\left(R^2x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{R-h}^{R}$$

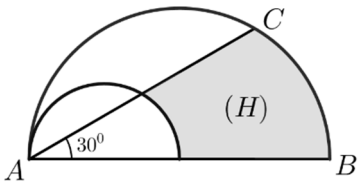
$$\Leftrightarrow V_3=\pi\left[\left(R^3-\frac{R^3}{3}\right)-\left(R^2\left(R-h\right)-\frac{\left(R-h\right)^3}{3}\right)\right]\Leftrightarrow V_3=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right).$$

Thay số ta có: $h=4{,}5-\dfrac{\sqrt{77}}{2}$; $R=4{,}5\Rightarrow V_3=\dfrac{\left(729-83\sqrt{77}\right)\pi}{12}$

Thể tích bên trong của ly bao gồm cả thể tích của nắp là:

$$V=600+\left[\frac{243\pi}{4}-\frac{\left(729-83\sqrt{77}\right)\pi}{12}\right]\approx 791\,\text{ml}.$$

Câu 20.8. Cho các nửa đường tròn như hình vẽ sau, trong đó đường kính của nửa đường tròn lớn gấp đôi đường kính của nửa đường tròn nhỏ. Biết rằng nửa hình tròn đường kính AB có diện tích là 32π và góc $\widehat{BAC}=30^\circ$. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng $\left(H\right)$ (phần tô đậm) xung quanh đường thẳng AB.



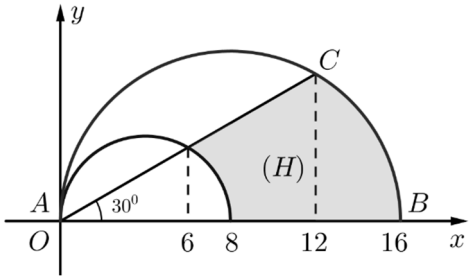
Lời giải

Chọn hệ trục Oxy thích hợp như hình sau:

Phương trình nửa đường tròn lớn: $f\left(x\right)=\sqrt{16x-x^2}$.

Phương trình nửa đường tròn nhỏ: $g\left(x\right)=\sqrt{8x-x^2}$.

Phương trình đường thẳng $AC:y=\dfrac{\sqrt{3}}{3}x$.



Khi đó

$$V=\pi\int\limits_{6}^{8}\left|\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2-\left(8x-x^2\right)\right|dx+\pi\int\limits_{8}^{12}\left(\frac{\sqrt{3}}{3}x\right)^2dx+\pi\int\limits_{12}^{16}\left(16x-x^2\right)dx=\frac{784\pi}{3}\approx 821.$$

Câu 20.9. Từ một quả cầu bằng đá trắng sứ bán kính bằng 1 dm, người ta khoan rút lõi ngay "chính giữa" quả cầu (trục đối xứng của lõi và quả cầu trùng nhau) như hình sau với đường kính mũi khoan là 1 dm được một vật thể có thể tích V là bao nhiêu dm^3? (Bỏ qua độ dày mũi khoan và kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)



Lời giải

Gọi V_1 là thể tích của khối trụ và V_2 là thể tích của chỏm cầu

Nửa chiều cao của khối trụ là: $l=\sqrt{1^2-\left(0,5\right)^2}=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$ nên ta có thể suy ra chiều cao của chỏm cầu là: $h=1-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Thể tích khối trụ là: $V_1=\pi R^2.H=\pi.R^2.2l=\dfrac{\pi\sqrt{3}}{4}$

Thể tích chỏm cầu: $V_2=\pi\displaystyle\int_{R-h}^{R}\left(\sqrt{R^2-x^2}\right)^2dx$

$$\Leftrightarrow V_2=\pi\int_{R-h}^{R}\left(R^2-x^2\right)dx\Leftrightarrow V_2=\pi\left(R^2x-\frac{x^3}{3}\right)\Bigg|_{R-h}^{R}$$

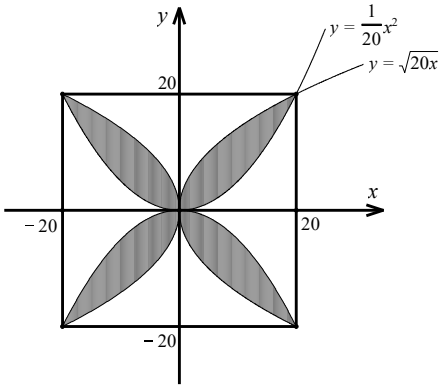
$$\Leftrightarrow V_2=\pi\left[\left(R^3-\frac{R^3}{3}\right)-\left(R^2\left(R-h\right)-\frac{\left(R-h\right)^3}{3}\right)\right]\Leftrightarrow V_2=\pi h^2\left(R-\frac{h}{3}\right).$$

Thay số ta suy ra được thể tích của chỏm cầu là $V_2=\pi\left(\dfrac{2}{3}-\dfrac{3\sqrt{3}}{8}\right)$

Khi đó thể tích của khối cần tìm là:

$$V=V_1+2V_2=\frac{\pi\sqrt{3}}{4}+\pi\left(\frac{2}{3}-\frac{3\sqrt{3}}{8}\right)=\frac{8-3\sqrt{3}}{6}\pi\approx 1,47\ \text{dm}^3$$

Câu 20.10. Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40 cm được thiết kế như hình bên dưới. Hãy tính diện tích phần viên gạch hoa được tô đậm.



Lời giải

Diện tích một cánh hoa là diện tích hình phẳng được tính theo công thức sau:

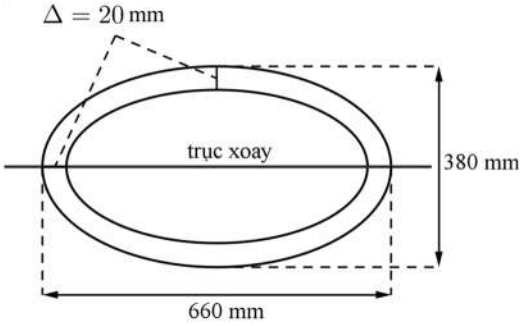
$$S=\int_0^{20}\left(\sqrt{20x}-\frac{1}{20}x^2\right)\mathrm{d}x=\left(\frac{2}{3}.\sqrt{20}.\sqrt{x^3}-\frac{1}{60}x^3\right)\Bigg|_0^{20}$$

$$=\frac{400}{3}\left(cm^2\right)$$

Vậy diện tích của phần viên gạch được tô đậm là: $4.\dfrac{400}{3}=\dfrac{1600}{3}\left(cm^2\right)$.

Câu 20.11. Hình elip được ứng dụng nhiều trong thực tiễn, đặc biệt là kiến trúc, xây dựng, thiết bị nội thất,. Mặt trong (lọt lòng) và ngoài (phủ bì) của một bồn rửa (lavabo) bằng sứ có hình dạng là một nửa khối tròn xoay khi quay quanh một trục của 2 elip có chung các trục đối xứng (hình minh họa). Thông số kĩ thuật mặt trên của bồn rửa: dài × rộng là 660×380 mm (phủ bì) và elip (lọt lòng) có trục lớn, trục nhỏ ít hơn elip phủ bì một khoảng 40 mm. Tính thể tích chứa nước của bồn rửa (Đơn vị: lít và làm tròn kết quả đến hàng phần mười).





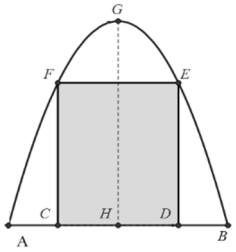
Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy thích hợp với đơn vị trên trục là decimet.

Phương trình elip lọt lòng: $(E): \dfrac{x^2}{3,1^2}+\dfrac{y^2}{1,7^2}=1 \Leftrightarrow y=\pm 1,7\sqrt{1-\dfrac{x^2}{3,1^2}}$.

Thể tích chứa nước của bồn rửa: $V=\dfrac{1}{2}.\pi\displaystyle\int_{-3,1}^{3,1}1,7^2\left(1-\dfrac{x^2}{3,1^2}\right)\mathrm{d}x\approx 18,8$ lít.

Câu 20.12. Một cái cổng hình Parabol như hình vẽ sau. Chiều cao $GH=4m$, chiều rộng $AB=4m$, $AC=BD=0,9m$. Chủ nhà làm hai cánh cổng khi đóng lại là hình chữ nhật $CDEF$ tô đậm có giá là 1300000 đồng$/m^2$, còn các phần để trắng thì trang trí hoa có giá là 800000 đồng$/m^2$. Hỏi tổng số tiền để làm hai phần nói trên bằng bao nhiêu?



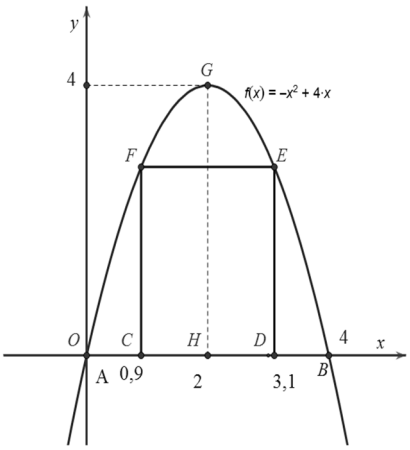
Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ Oxy sao cho AB trùng Ox, A trùng với gốc O. Khi đó parabol có đỉnh $G(2;4)$ và đi qua gốc tọa độ.

Giả sử phương trình của parabol có dạng $y=ax^2+bx+c\ (a\neq 0)$.

Vì parabol có đỉnh là $G(2;4)$ và đi qua điểm $O(0;0)$ nên ta có:

$$\begin{cases} c=0 \\ -\dfrac{b}{2a}=2 \\ a.2^2+b.2+c=4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=4 \\ c=0 \end{cases}.$$



Suy ra phương trình parabol là $y=f(x)=-x^2+4x$.

Diện tích của cả cổng là $S=\displaystyle\int_0^4\left(-x^2+4x\right)\mathrm{d}x=\left(-\dfrac{x^3}{3}+2x^2\right)\Big|_0^4=\dfrac{32}{3}\ (\mathrm{m}^2)$.

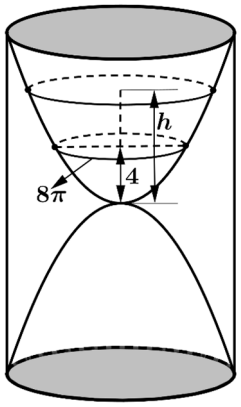
Mặt khác chiều cao $CF=DE=f(0,9)=2,79(\mathrm{m})$; $CD=4-2.0,9=2,2\ (\mathrm{m})$.

Diện tích hai cánh cổng là $S_{CDEF}=CD.CF=6,138\ (\mathrm{m}^2)$.

Diện tích phần để trắng là $S_1=S-S_{CDEF}=\dfrac{32}{3}-6,138=\dfrac{6793}{1500}\ (\mathrm{m}^2)$.

Vậy tổng số tiền để làm cổng là $6,138.1300000+\dfrac{6793}{1500}.800000=11602333$ đồng.

Câu 20.13. Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua trục của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao của mực cát bằng $\dfrac{2}{3}$ chiều cao của bên đó (xem hình vẽ). Cát chảy từ trên xuống dưới với tốc độ $v(t)=0,2t+13\ (\mathrm{cm}^3/\text{phút})$. Khi chiều cao của cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn có chu vi bằng 8π cm. Biết sau 20 phút thì cát chảy hết xuống phần bên dưới của



đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài bằng bao nhiêu centimet? (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi (P) là parabol phía trên. Chọn hệ trục tọa độ Oxy sao cho đỉnh O trùng với đỉnh của parabol và trục Oy là trục đối ứng của parabol. Khi chiều cao của cát là 4cm, chu vi đường tròn bề mặt cát là 8π cm nên bán kính đường tròn là $r=\dfrac{8\pi}{2\pi}=4$ cm

Vậy parabol (P) đi qua điểm $A(4;4)$, thay vào phương trình

$y=ax^2 \Leftrightarrow 4=a.4^2 \Rightarrow a=\dfrac{1}{4}$

Khi đó phương trình của parabol $(P):y=\dfrac{x^2}{4}$

Thể tích cát ban đầu bằng thể tích khối tròn xoay sinh ra khi quay nhánh phải của parabol (P) quanh trục Oy. Thể tích này cũng bằng lượng cát chảy xuống trong 20 phút.

Thể tích ban đầu là: $V=\pi\int\limits_0^h x^2\mathrm{d}y=\pi\int\limits_0^h 4y\mathrm{d}y=2\pi h^2$

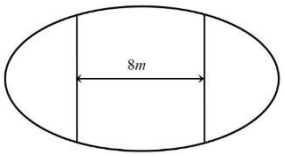
Lượng cát chảy ra trong 20 phút bằng: $V=\int\limits_0^{20} v(t)\mathrm{d}t=\int\limits_0^{20}(0,2t+13)\mathrm{d}t=300$

Do đó $2\pi h^2=300\Leftrightarrow h^2=\dfrac{300}{2\pi}\Rightarrow h=\sqrt{\dfrac{150}{\pi}}$

Chiều cao của mực cát ban đầu bằng $\dfrac{2}{3}$ chiều cao của một bên parabol, tức là $h=\dfrac{2}{3}H$ với H là chiều cao một bên của parabol.

Vậy chiều cao của khối trụ bên ngoài là: $l=2.\dfrac{3}{2}.\sqrt{\dfrac{150}{\pi}}=21$ cm.

Câu 20.14. Ông An có một mảnh vườn hình Elip có độ dài trục lớn bằng $16m$ và độ dài trục bé bằng $10m$. Ông muốn trồng hoa trên một dải đất rộng $8m$ và nhận trục bé của elip làm trục đối xứng (như hình vẽ). Biết kinh phí để trồng hoa là 110 nghìn/$1\,m^2$. Hỏi ông An cần bao nhiêu tiền để trồng hoa trên dải đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng đơn vị.)

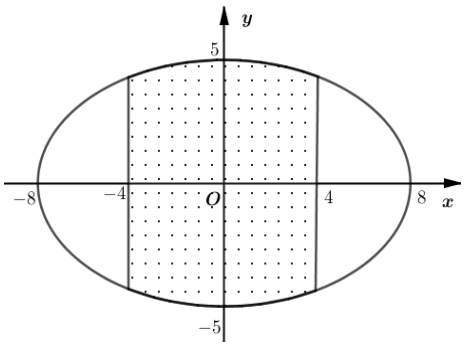


Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ dưới đây. Giả sử elip có phương trình $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{y^2}{b^2}=1$.

Từ giả thiết ta có $2a=16\Rightarrow a=8$ và
$2b=10\Rightarrow b=5$
Vậy phương trình của elip là

$$\frac{x^2}{64}+\frac{y^2}{25}=1\Rightarrow\left[\begin{array}{l} y=\dfrac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\quad (E_1)\\ y=-\dfrac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\quad (E_2)\end{array}\right.$$



Khi đó diện tích dải vườn được giới hạn bởi các đường (E_1); (E_2); $x=-4$; $x=4$ và diện tích của dải vườn là $S=2\int\limits_{-4}^{4}\frac{5}{8}\sqrt{64-x^2}\,\mathrm{d}x=\frac{5}{2}\int\limits_{0}^{4}\sqrt{64-x^2}\,\mathrm{d}x$

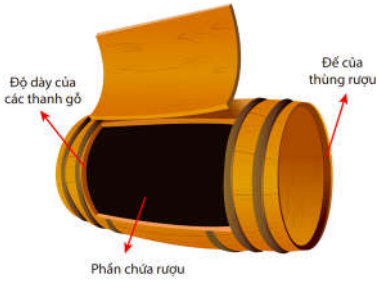
Tính tích phân này bằng phép đổi biến $x=8\sin t$, ta được $S=\frac{40\pi}{3}+20\sqrt{3}$

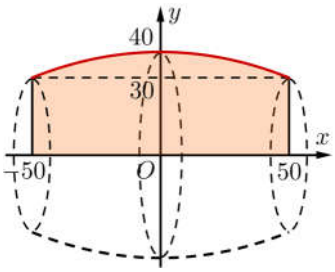
Khi đó số tiền là $T=\left(\frac{40\pi}{3}+20\sqrt{3}\right).110=8418{,}181002\simeq 8418$.

Vậy ông An cần 8418 nghìn đồng để trồng hoa trên dải đất đó.

Câu 20.15. Một thùng rượu (xét phần bên trong) có 2 đáy là các hình tròn với bán kính là 30 cm, thiết diện (P) vuông góc với trục nối tâm của 2 đáy và cách đều 2 đáy có bán kính là 40 cm (bên trong), chiều cao thùng rượu là 1 m (hình vẽ). Biết rằng mặt phẳng chứa trục cắt mặt xung quanh (bên trong) thùng rượu theo các đường parabol có đỉnh nằm trên mặt phẳng (P), hỏi dung tích của thùng rượu (đơn vị: lít) là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng đơn vị)?

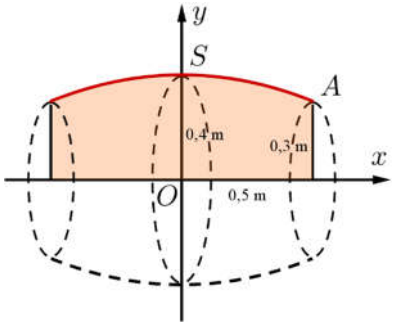






Lời giải

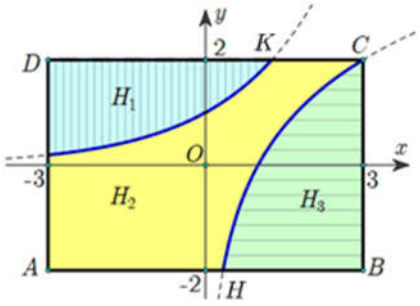
Gọi $(P):y=ax^2+bx+c$ là parabol đi qua điểm $A(0{,}5;\,0{,}3)$ và có đỉnh $S(0;\,0{,}4)$ (hình vẽ). Khi đó, dung tích thùng rượu bằng thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi (P), trục hoành và hai đường thẳng $x=0{,}5$; $x=-0{,}5$ quay quanh trục Ox.



Tìm được $(P):y=-\frac{2}{5}x^2+0{,}4$. Suy ra

$V=\pi\int\limits_{-0{,}5}^{0{,}5}\left(-\frac{2}{5}x^2+0{,}4\right)^2dx=\frac{203\pi}{1500}\ \mathrm{m}^3\approx 425$ lít.

Câu 20.16. Một bức tường hình chữ nhật $ABCD$ có kích thước $6(m)\times 4(m)$ được bạn An trang trí bằng cách vẽ hai đồ thị $f(x)=a^x, g(x)=\log_b x$ đối xứng nhau qua đường thẳng $d:y=x$ và chia thành ba phần *(tham khảo hình vẽ bên)*. Phần H_1 được sơn màu xanh da trời, phần H_2 được sơn màu vàng, phần H_3 được sơn màu xanh lá cây. Biết rằng mỗi hộp sơn các màu chỉ sơn được $3(m^2)$ tường, đồng thời giá của hộp sơn màu xanh da trời là 100.000 đồng/hộp, hộp sơn vàng là



140.000 đồng/hộp, hộp sơn xanh lá cây là 130.000 đồng/hộp. Tính số tiền bạn Hà mua sơn để sơn bức tường này? *(đơn vị là triệu đồng và cửa hàng sơn chỉ bán số nguyên của hộp).*

Lời giải

Đồ thị của hàm số $g(x)=\log_b x$ đi qua điểm $C(3;2)$ nên $\log_b 3=2\Rightarrow b=\sqrt{3}$.

Khi đó $g(x)=\log_{\sqrt{3}} x\Rightarrow f(x)=\left(\sqrt{3}\right)^x\Rightarrow K(\log_{\sqrt{3}} 2;2)$ và $H(\frac{1}{3};-2)$.

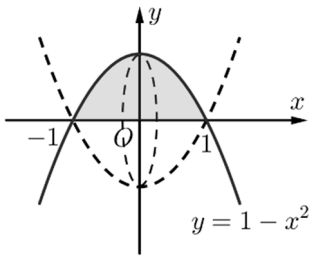
Diện tích phần H_1 là $S_1=\int\limits_{-3}^{\log_{\sqrt{3}} 2}\left(2-\sqrt{3}^x\right)\mathrm{d}x\approx 5,23\left(m^2\right)$, suy ra cần dùng 2 hộp sơn màu xanh da trời.

Diện tích phần H_3 là $S_3=\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\left(\log_{\sqrt{3}} x+2\right)\mathrm{d}x\approx 7,15\left(m^2\right)$, suy ra cần dùng 3 hộp sơn màu xanh lá cây.

Diện tích phần $H_2=24-\left|\int\limits_{-3}^{\log_{\sqrt{3}} 2}\left(2-\sqrt{3}^x\right)\mathrm{d}x+\int\limits_{\frac{1}{3}}^{3}\left(\log_{\sqrt{3}} x+2\right)\mathrm{d}x\right|\approx 11,62\left(m^2\right)$, suy ra cần dùng 4 hộp sơn màu vàng.

Vậy tổng số tiền mua sơn là $T=2.100+4.140+3.130=1150$ (nghìn đồng) $=1,15$ (triệu đồng).

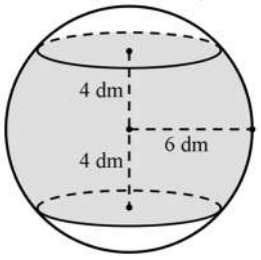
Câu 20.17. Thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=1-x^2$, $y=0$ quanh trục Ox có kết quả dạng $\frac{a\pi}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Khi đó $S=a+b$ bằng bao nhiêu?

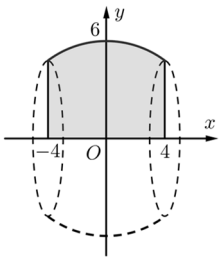


Lời giải

Thể tích khối tròn xoay là: $V=\pi\int\limits_{-1}^{1}\left(1-x^2\right)^2 dx=\frac{16\pi}{15}$; $a=16$, $b=15$; $S=31$.

Câu 20.18. Một hình cầu có bán kính 6 dm, người ta cắt bỏ hai phần bằng hai mặt phẳng song song và cùng vuông góc với đường kính để làm mặt xung quanh của một chiếc lu chứa nước (như hình vẽ). Tính thể tích V (lít) mà chiếc lu chứa được biết mặt phẳng cách tâm mặt cầu 4 dm (làm tròn đến hàng đơn vị).



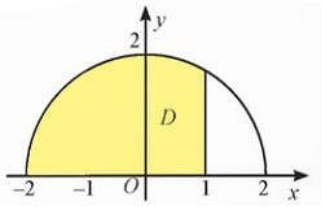


Lời giải

Thể tích cần tìm là thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{36-x^2}$, trục hoành và các đường thẳng $x=-4$, $x=4$ quanh trục hoành.

Do đó: $V=\pi\int\limits_{-4}^{4}\left(36-x^2\right)dx=\dfrac{736\pi}{3}\approx 771$ lít.

Câu 20.19. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy vẽ nửa đường tròn tâm O, bán kính $r=2$ nằm phía trên trục Ox. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Tính thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay D quanh trục Ox (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Lời giải

Phương trình đường tròn tâm O, bán kính $r=2$ là $x^2+y^2=4$.

Do nửa đường tròn nằm phía trên trục Ox, nên ta có $y\ge 0$.

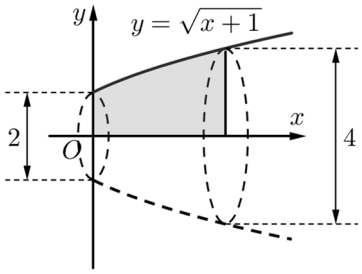
Suy ra phương trình nửa đường tròn là $y=\sqrt{4-x^2}$.

Hình phẳng D (phần được tô đậm) được giới hạn bởi đồ thì hàm số $y=\sqrt{4-x^2}$, trục Ox và đường thẳng $x=1$. Do đó, thể tích khối tròn xoay khi quay D quanh Ox là

$$V=\pi\int\limits_{-2}^{1}\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2dx=\pi\int\limits_{-2}^{1}\left(4-x^2\right)dx=\pi\left(4x-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-2}^{1}=9\pi\approx 28,3.$$

Câu 20.20. Một bác thợ gốm làm một cái chậu trồng cây, phần trong chậu cây có dạng khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng được tô đậm như hình sau quanh trục Ox (đơn vị trên trục là decimet), biết đường cong trong hình là đồ thị của hàm số $y=\sqrt{x+1}$, đáy chậu và miệng chậu có đường kính lần lượt là 2 dm và 4 dm. Dung tích của chậu là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến)?





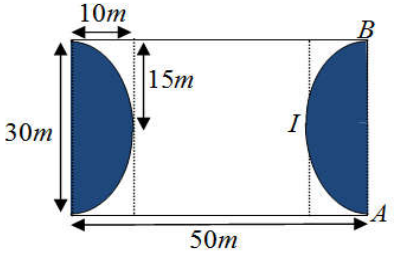
Lời giải

Với bán kính đáy chậu là 1 dm thì $y=1\Rightarrow\sqrt{x}+1=1\Rightarrow x=0$

Với bán kính đáy chậu là 2 dm thì $y=2\Rightarrow\sqrt{x}+1=2\Rightarrow x=3$

Thể tích của khối chậu là: $V=\pi\int\limits_{0}^{2}\left(\sqrt{x}+1\right)^2\mathrm{d}x=\dfrac{15\pi}{2}\approx 23,6\,\mathrm{dm}^3$.

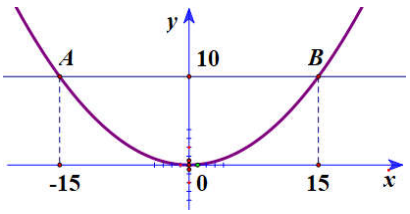
Câu 20.21. Anh Nam xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 50 m. Để giảm bớt kinh phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, anh Nam chia sân bóng ra làm hai phần (tô màu và không tô màu) như hình vẽ.



- Phần tô màu gồm hai miền có diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol có đỉnh là I.
- Phần tô màu được trồng cỏ nhân tạo với giá 160 nghìn đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 120 nghìn đồng/m^2. Hỏi anh Son phải trả bao nhiêu tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng? (số tiền được tính theo đơn vị là triệu đồng)

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ, $O \equiv I$.



Khi đó, đường cong AIB là hình phẳng giới hạn bởi các đường parabol $y = \frac{2}{45}x^2$ và đường thẳng $y = 10$.

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2}{45}x^2 = 10 \Leftrightarrow x = \pm 15$.

Diện tích phần tô màu là: $S_1 = 2\int_{-15}^{15}\left|\frac{2}{45}x^2 - 10\right|\mathrm{d}x = 400\ (\mathrm{m}^2)$.

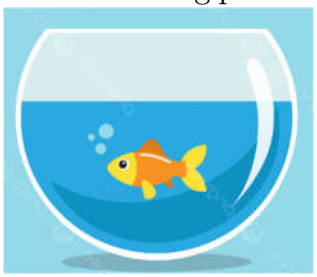
Mặt khác diện tích sân bóng đá mini hình chữ nhật là: $S = 30.50 = 1500\ (\mathrm{m}^2)$.

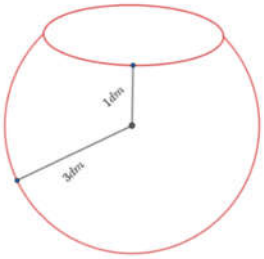
Phần không tô màu có diện tích là: $S_2 = S - S_1 = 1100\ (\mathrm{m}^2)$.

Số tiền để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng:

$S_1.130000 + S_2.90000 = 400.160000 + 1100.120000 = 196000000$ (đồng) $= 196$ (triệu đồng).

Câu 20.22. Một bể cá có dạng là một phần hình cầu được tạo thành khi cắt hình cầu bán kính 3 dm bằng mặt phẳng cách tâm của hình cầu 1 dm (xem hình bên dưới). Tính dung tích của bể cá (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm của đêximét khối).



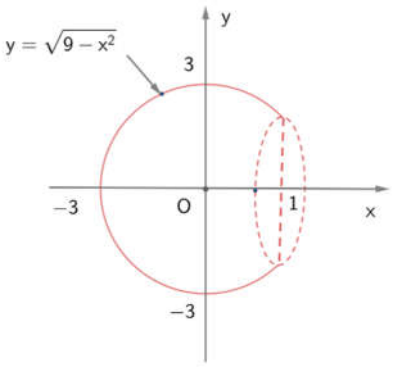


Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ sau (đơn vị trên mỗi trục tọa độ là đêximét):

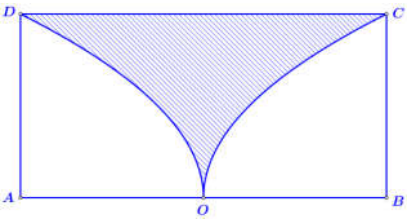
Đường tròn tâm O bán kính bằng 3 có phương trình là: $x^2 + y^2 = 9 \Rightarrow y = f(x) = \sqrt{9 - x^2}$ là phương trình của đường cong nằm phía trên trục Ox.

Dung tích của bể cá chính là thể tích khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$ và $x = 1$ xoay quanh trục Ox:

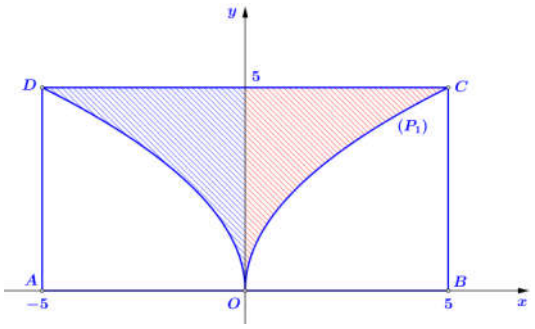


$$V = \pi\int_{-3}^{1}\left(\sqrt{9-x^2}\right)^2\mathrm{dx} = \pi\int_{-3}^{1}\left(9-x^2\right)\mathrm{dx} = \pi.\left(9x - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_{-3}^{1} = \frac{80}{3}\pi \approx 83,78\ (dm^3).$$

Câu 20.23. Từ hình chữ nhật $ABCD$ có chiều dài $AB = 10$ cm và chiều rộng $BC = 5$ cm; Người ta cắt bỏ miền (R) được giới hạn bởi cạnh CD của hình chữ nhật và hai nửa đường parabol có chung đỉnh là trung điểm của cạnh AB, chúng lần lượt đi qua hai đầu mút C, D của hình chữ nhật đó. Phần còn lại cho quay quanh trục AB để tạo nên một đồ vật làm trang trí, thể tích của vật trang trí đó bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)



Lời giải



Khi quay hình chữ nhật $ABCD$ quanh trục AB ta được khối trụ có
Bán kính đáy $r = BC = 5$ cm. Chiều cao $h = AB = 10$ cm.
Do đó thể tích khối trụ này có thể tích $V_1 = \pi.5^2.10 = 250\pi\left(\text{cm}^3\right)$
Mặt khác, chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ thì $C\left(5;5\right)$ và parabol bên phải trục Ox có dạng $\left(P_1\right): y^2 = 2px$.

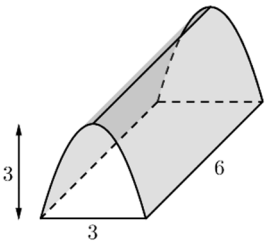
Ta có $C \in \left(P_1\right) \Leftrightarrow p = \dfrac{5}{2} \Rightarrow \left(P_1\right): y^2 = 5x$ hay $y = \sqrt{5x}$.

Khi đó miền $\left(R\right)$ khi quay quanh trục Ox có thể tích là

$$V_2 = 2\pi\int_0^5 \left[5^2 - 5x\right]\mathrm{d}x = 2\pi\left(25x - \frac{5}{2}x^2\right)\Big|_0^5 = 125\pi$$

Vậy thể tích phần còn lại là $V = V_1 - V_2 = 125\pi\left(\text{cm}^3\right) \approx 393\left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 20.24. Một Chi đoàn thanh niên đi dự trại ở một đơn vị bạn, họ dự định dựng một lều trại có dạng parabol (nhìn từ mặt trước, lều trại được căng thẳng từ trước ra sau, mặt sau trại cũng là parabol có kích thước giống như mặt trước) với kích thước: nền trại là một hình chữ nhật có chiều rộng là 3 mét, chiều sâu là 6 mét, đỉnh của parabol cách mặt đất là 3 mét. Hãy tính thể tích (đơn vị: m^3) phần không gian phía trong trại để cử số lượng người tham dự trại cho phù hợp.



Lời giải

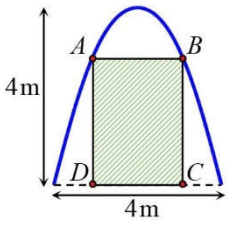
Gắn hệ trục tọa độ Oxy vào parabol sao cho đỉnh của parabol là $I\left(0;3\right)$, parabol cắt trục Ox tại 2 điểm là $A\left(-\dfrac{3}{2};0\right)$, $B\left(\dfrac{3}{2};0\right)$. Tìm được parabol $\left(P\right): y = -\dfrac{4}{3}x^2 + 3$.

Cắt lều trại bằng mặt phẳng song song với mặt phẳng chứa parabol ta được thiết diện có diện tích S bằng diện tích của hình phẳng giới hạn bởi $\left(P\right)$ và trục Ox ta có

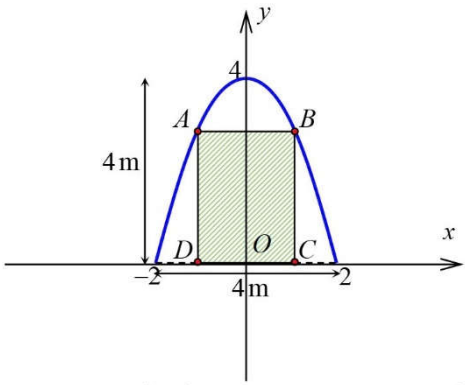
$$S = \int_{-\frac{3}{2}}^{\frac{3}{2}} \left|-\frac{4}{3}x^2 + 3\right| dx = 6.$$

Khi đó thể tích phần không gian phía trong trại là: $V = \displaystyle\int_0^6 6\,dx = 36\ \text{m}^3$.

Câu 20.25. Trong đợt hội trại "Khi tôi 18" được tổ chức tại trường THPT X, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là 200.000 đồng cho một m^2. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu nghìn (làm tròn đến hàng đơn vị)?



Lời giải



Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ, khi đó phương trình đường parabol có dạng: $y = ax^2 + b$.

Parabol cắt trục tung tại điểm $(0;4)$ và cắt trục hoành tại $(2;0)$ nên:

$$\begin{cases} b = 4 \\ a.2^2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = 4 \end{cases}.$$

Do đó, phương trình parabol là $y = -x^2 + 4$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường parabol và trục hoành là:

$$S_1 = \int_{-2}^{2} \left(-x^2 + 4\right) \mathrm{d}x = \left(-\frac{x^3}{3} + 4x\right)\Bigg|_{-2}^{2} = \frac{32}{3}.$$

Gọi $C(t;0) \Rightarrow B\left(t;4-t^2\right)$ với $0 < t < 2$.

Ta có $CD = 2t$ và $BC = 4 - t^2$. Diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

$S_2 = CD.BC = 2t.\left(4 - t^2\right) = -2t^3 + 8t$.

Diện tích phần trang trí hoa văn là: $S = S_1 - S_2 = \frac{32}{3} - \left(-2t^3 + 8t\right) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$.

Xét hàm số $f(t) = 2t^3 - 8t + \frac{32}{3}$ với $0 < t < 2$.

Ta có $f'(t) = 6t^2 - 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = \frac{2}{\sqrt{3}} \in (0;2) \\ t = -\frac{2}{\sqrt{3}} \notin (0;2) \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

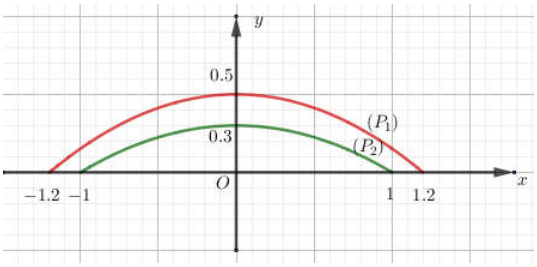
x	0		$\frac{2}{\sqrt{3}}$		2
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$\frac{96-32\sqrt{3}}{9}$	↗	

Như vậy, diện tích phần trang trí nhỏ nhất là bằng $\frac{96-32\sqrt{3}}{9}\mathrm{m}^2$, khi đó chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là: $\frac{96-32\sqrt{3}}{9}.200 \approx 902$ (nghìn đồng).

Câu 20.26. Một nhà máy nhiệt điện sử dụng 90 máng Parabol thu nhiệt năng lượng mặt trời có cùng kích thước, bề mặt cong đều nhau (*tham khảo hình vẽ*). Mỗi máng có chiều rộng $2m$, bề dày của khối silic làm mặt máng là $2dm$, chiều dài $3m$. Đặt máng tiếp giáp mặt đất có điểm cao nhất của khối silic làm mặt máng so với mặt đất là $5dm$. Khi đó thể tích (tính theo đơn vị m^3) của khối silic làm 90 mặt máng là.



Lời giải



Gọi đường cong tương ứng với vành trên và vành dưới của máng lần lượt là (P_1) và (P_2).

Xét hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ

Khi đó Parabol (P_1) và (P_2) đều có dạng $y = ax^2 + b$.

(P_1) đi qua các điểm có tọa độ $(-1,2;0)$; $(1,2;0)$; $(0;0,5)$.

(P_2) đi qua các điểm có tọa độ $(-1;0)$;$(1;0)$; $(0;0,3)$.

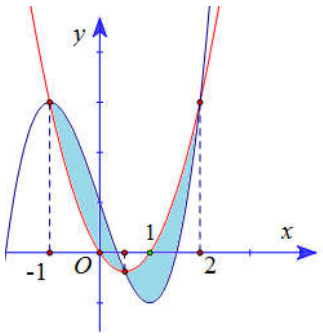
Suy ra $(P_1): y = -\dfrac{25}{72}x^2 + \dfrac{1}{2}$ và $(P_2): y = -\dfrac{3}{10}x^2 + \dfrac{3}{10}$.

Diện tích mặt cắt của máng Parabol là $s = 2\left[\displaystyle\int_0^{1,2}\left(-\frac{25}{72}x^2 + \frac{1}{2}\right)\mathrm{d}x - \int_0^{1}\left(-\frac{3}{10}x^2 + \frac{3}{10}\right)\mathrm{d}x\right]$

$= 2\left[\left(-\dfrac{25}{72.3}x^3 + \dfrac{1}{2}x\right)\Big|_0^{1.2} - \left(-\dfrac{1}{10}x^3 + \dfrac{3}{10}x\right)\Big|_0^{1}\right] = \dfrac{2}{5}\left(m^2\right)$.

Vậy thể tích của khối silic làm 90 mặt máng là $V = 90.\dfrac{2}{5}.3 = 108\left(m^3\right)$.

Câu 20.27. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + 1$ và $g(x) = dx^2 + ex$ $(a,b,c,d,e \in \mathbb{R})$. Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là -1; $\dfrac{1}{2}$; 2 (tham khảo hình vẽ). Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng bao nhiêu?



Lời giải

Ta có: $f(x) - g(x) = a(x+1)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)(x-2)$.

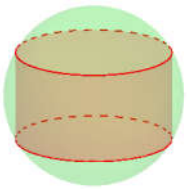
Suy ra $a(x+1)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)(x-2) = ax^3 + (b-d)x^2 + (c-e)x + 1$.

Xét hệ số tự do suy ra: $a = 1$. Do đó: $f(x) - g(x) = (x+1)\left(x - \dfrac{1}{2}\right)(x-2)$

$$\Rightarrow S=\int_{-1}^{0,5}\left(f\left(x\right)-g\left(x\right)\right)\mathrm{d}x+\int_{0,5}^{2}\left(g\left(x\right)-f\left(x\right)\right)\mathrm{d}x$$

$$\Rightarrow S=\int_{-1}^{0,5}\left(x+1\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-2\right)\mathrm{d}x-\int_{0,5}^{2}\left(x+1\right)\left(x-\frac{1}{2}\right)\left(x-2\right)\mathrm{d}x=\frac{81}{32}.$$

Câu 20.28. Ông An mua một cái bể để nuôi cá cảnh (như hình minh họa), bể cá có mặt ngoài là khối cầu có bán kính là $5\,\mathrm{dm}$, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng $3\,\mathrm{dm}$. Biết rằng giá của bể được tính là 30.000 đồng/dm^3. Số tiền mà Ông An bỏ ra để mua bể cá gần với con số nào dưới đây?



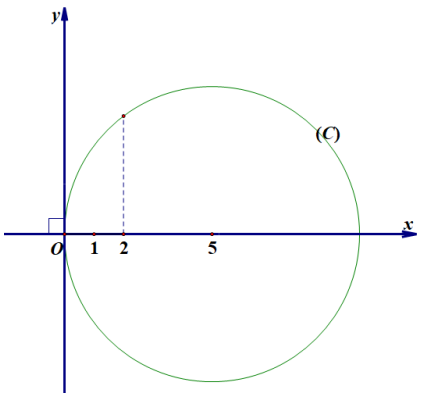
Lời giải

Trên hệ trục tọa độ Oxy, xét đường tròn $(C):(x-5)^2+y^2=25$. Ta thấy nếu cho nửa trên trục Ox của $\left(C\right)$ quay quanh trục Ox ta được mặt cầu bán kính bằng 5.

Nếu cho hình phẳng $\left(H\right)$ giới hạn bởi nửa trên trục Ox của $\left(C\right)$, trục Ox, hai đường thẳng $x=0,\ x=2$ quay xung quanh trục Ox ta sẽ được khối tròn xoay là một phần trong hai phần được cắt đi của khối cầu trong đề bài.

Ta có $(x-5)^2+y^2=25\Leftrightarrow y=\pm\sqrt{25-(x-5)^2}$.

Do đó nửa trên trục Ox của $\left(C\right)$ có phương trình $y=\sqrt{25-(x-5)^2}=\sqrt{10x-x^2}$.



Từ đây thể tích vật thể tròn xoay khi cho $\left(H\right)$ quay quanh Ox là:

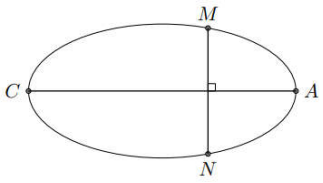
$$V_1=\pi\int_0^2\left(10x-x^2\right)\mathrm{d}x=\pi\left(5x^2-\frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^2=\frac{52\pi}{3}\ (\mathrm{dm}^3).$$

Thể tích khối cầu là: $\mathrm{V}_2=\frac{4}{3}\pi.5^3=\frac{500\pi}{3}\,(\mathrm{dm}^3)$.

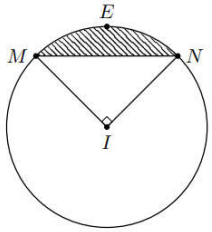
Thể tích cần tìm: $V=V_2-2V_1=\frac{500\pi}{3}-2.\frac{52\pi}{3}=132\pi\left(\mathrm{dm}^3\right)$.

Số tiền Ông An bỏ ra để mua bể là $T=132\pi.30.000\approx12.440.707$ (đồng).

Câu 20.29. Sân vận động Sports Hub (Singapore) là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức ở Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (Hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip (E) ở M,N (Hình a) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong Hình b) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN}=90^{\circ}$. Để lắp máy điều hòa không khí cho sân vận động thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu làm mái không đáng kể. Hỏi thể tích đó xấp xỉ bao nhiêu?(đơn vị m^3, làm tròn đến hàng đơn vị).



Hình a



Hình b

Lời giải

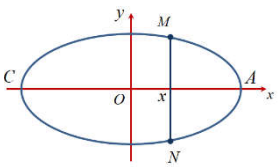
Elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m \Rightarrow a = 75, b = 45$.

Phương trình elip $\left(E\right): \dfrac{x^2}{75^2} + \dfrac{y^2}{45^2} = 1$.

Gọi $M\left(x;y\right) \Rightarrow MN = 2y = 90\sqrt{1 - \dfrac{x^2}{75^2}} = \dfrac{6}{5}\sqrt{75^2 - x^2} \Rightarrow MI = \dfrac{MN}{\sqrt{2}} = \dfrac{6}{5}\sqrt{\dfrac{75^2 - x^2}{2}}$.

Diện tích thiết diện tại điểm có hoành độ x là

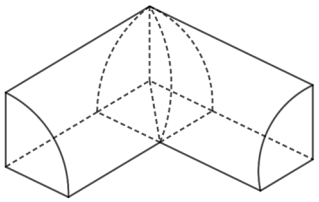
$$S\left(x\right) = \frac{1}{4}.\pi R^2 - S_{\Delta MNI} = \frac{1}{4}.\pi MI^2 - \frac{1}{2}MI^2 = \frac{9.\left(\pi - 2\right).\left(75^2 - x^2\right)}{50}.$$



Thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân

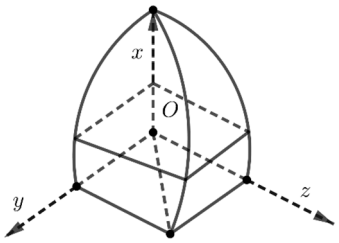
$$V = \int\limits_{-75}^{75} S\left(x\right)dx = \int\limits_{-75}^{75} \frac{9.\left(\pi - 2\right).\left(75^2 - x^2\right)}{50}dx = 101250.\left(\pi - 2\right) \approx 115586m^3.$$

Câu 20.30. Trong quy hoạch hạ tầng Tuyến Metro số 1 (Bến Thành - Suối Tiên), để đảm bảo an toàn cho người dân cũng như khách du lịch, người ta thiết kế lan can bằng gỗ với hình dáng hai trục hình trụ vuông góc với nhau như hình vẽ.



Gọi $\left(H\right)$ là phần giao của hai khối $\dfrac{1}{4}$ hình trụ có bán kính 10 cm , Tính thể tích của khối $\left(H\right)$.

Lời giải

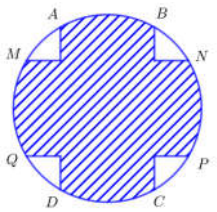


Đặt hệ toạ độ $Oxyz$ như hình vẽ, xét mặt cắt song song với mp $\left(Oyz\right)$ cắt trục Ox tại x thiết diện mặt cắt luôn là hình vuông có cạnh $\sqrt{10^2 - x^2}$ $\left(0 \le x \le 10\right)\left(cm\right)$.

Do đó thiết diện mặt cắt có diện tích: $S\left(x\right) = 10^2 - x^2$ $\left(cm^2\right)$.

Vậy $V_{(H)} = \int\limits_0^{10} S\left(x\right)\mathrm{d}x = \int\limits_0^{10} \left(10^2 - x^2\right)\mathrm{d}x = \left(10^2 x - \dfrac{x^3}{3}\right)\Big|_0^{10} = \dfrac{2000}{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 20.31. Một mảnh vườn hoa có dạng hình tròn bán kính bằng $5m$, phần đất trồng hoa là phần tô trong hình vẽ bên. Kinh phí để trồng hoa là 50 nghàn đồng/ m^2. Hỏi số tiền cần để trồng hoa trên diện tích phần đất đó là bao nhiêu ngàn đồng (làm tròn đến hàng đơn vị). Biết hai hình chữ nhật $ABCD$ và $MNPQ$ có $AB = MQ = 5m$?

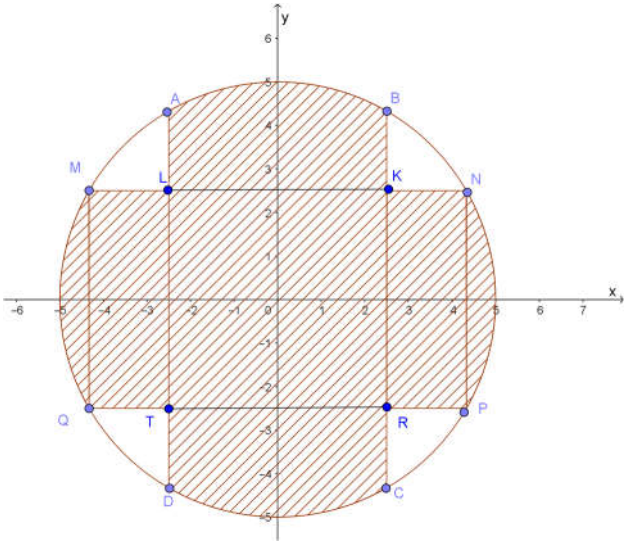


Lời giải

Đặt đường tròn vào hệ Oxy với tâm đường tròn trùng với tâm O, khi đó đường tròn có phương trình $x^2+y^2=25$.

Khi đó đường thẳng AD, BC lần lượt có phương trình $y=-2,5$ và $y=2,5$

Gọi S_{htc} là diện tích hình thang cong giới hạn bởi cung $\overset{\frown}{AB}$, các đường thẳng AL,BK và LK.



Khi đó diện tích trồng hoa là $S=4.S_{htc}+S_{LKRT}$.(S_{LKRT} là diện tích hình vuông $LKRT$).

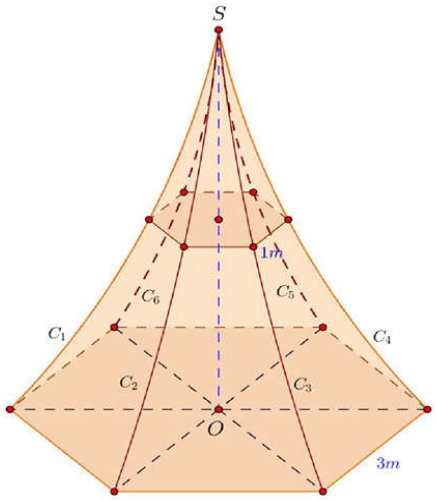
$S_{htc}=\int\limits_{-2,5}^{2,5}\left(\sqrt{25-x^2}-2,5\right)dx$;

$S_{LKRT}=5.5=25$

Vậy số tiền cần là $50\left(4.S_{htc}+S_{LKRT}\right)\approx 3.533$ ngàn đồng.

Câu 20.32. Một người dựng một cái lều vải (H) có dạng hình " lục giác cong đều" như hình vẽ bên dưới.

Đáy của (H) là một lục giác đều cạnh $3\,m$. Chiều cao $SO=6\,m$ (SO vuông góc với mặt phẳng đáy). Các cạnh bên của (H) là các sợi dây $C_1, C_2, C_3, C_4, C_5, C_6$ nằm trên các đường parabol có trục đối xứng song song với SO. Giả sử giao tuyến của (H) với mặt phẳng (P) qua trung điểm của SO song song với đáy là lục giác đều có cạnh $1m$. Biết thể tích phần không gian nằm trong cái lều (H) có dạng $\frac{a\sqrt{3}}{b}\left(m^3\right)$ trong đó a,b là số tự nhiên, $\frac{a}{b}$ phân số tối giản. Tính $a+b$.

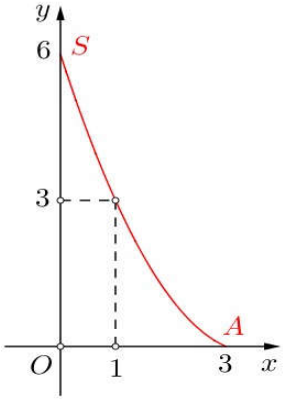


Lời giải

Gọi phương trình của parabol của (C_1) là: $y=ax^2+bx+c$

Theo giả thiết ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases}0=9a+3b+c\\3=a+b+c\\6=c\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}a=\frac{1}{2}\\b=-\frac{7}{2}\\c=6\end{cases}\Rightarrow y=\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{2}x+6.$$



Khi cắt (H) bởi mặt phẳng vuông góc với trục Oy tại điểm có tung độ $y\ (0\le y\le 6)$ ta được thiết diện là một hình lục giác đều có độ dài cạnh x xác định bởi $y=\frac{1}{2}x^2-\frac{7}{2}x+6$.

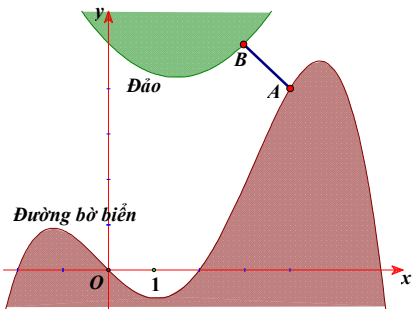
Do $(0\le x\le 3)\Rightarrow x=\frac{7-\sqrt{1+8y}}{2}\Rightarrow S(y)=6.\frac{x^2\sqrt{3}}{4}=\frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\frac{7-\sqrt{1+8y}}{2}\right)^2$

Vậy thể tích phần không gian nằm trong cái lều là

$$V=\int_0^6 S(y)dy=\int_0^6 \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(\frac{7-\sqrt{1+8y}}{2}\right)^2 dy=\frac{135\sqrt{3}}{8}\left(m^3\right)\Rightarrow a=135;\ b=8\,.$$

Vậy $a+b=143$.

Câu 20.33. Một hòn đảo nằm gần bờ biển, có đường bao xung quanh về phía bờ biển là một phần đồ thị của hàm số $f(x)=\frac{1}{3}x^2-x+5$. Đường bờ biển là một phần đường cong $g(x)=-\frac{1}{24}\left(x^4-6x^3-4x^2+24x\right)$. Người ta xây dựng một cây cầu từ vị trí A trên bờ ra vị trí B trên đường bao hòn đảo, được mô hình hóa trên mặt phẳng tọa độ Oxy như hình vẽ (đơn vị trên mỗi trục là kilomet).



Biết rằng cây cầu vuông góc với tiếp tuyến bờ biển tại điểm $A(4;4)$. Hỏi cây cầu dài bao nhiêu kilomet? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

$$g(x)=-\frac{1}{24}\left(x^4-6x^3-4x^2+24x\right)\Rightarrow g'(x)=-\frac{1}{24}\left(4x^3-18x^2-8x+24\right)\Rightarrow HSGTT: k=g'(4)=\frac{5}{3}$$

PP tiếp tuyến $y=\frac{5}{3}(x-4)+4=\frac{5}{3}x-\frac{8}{3}$

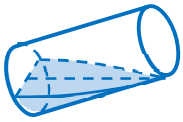
PT đường thẳng chứa cầu vuông góc với tiếp tuyến tại A là $y=-\frac{3}{5}x+\frac{32}{5}$

Giao của cây cầu và đường bao đảo là $B(2,735;4,759)$

Chiều dài cây cầu là $AB\approx 1,48\ km$

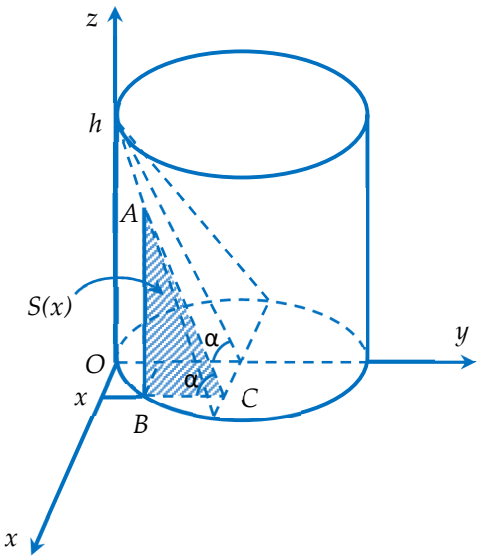
Câu 20.34. Có một cốc thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là $6cm$, chiều cao trong lòng cốc là $10cm$ đang đựng một lượng nước. Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết nếu nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì ở đáy mực nước trùng với đường kính đáy.





Lời giải

Đặt $R=6\,(cm)$, $h=10\,(cm)$. Gán hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm x $(-6\le x\le 6)$ cắt vật thể theo thiết diện có diện tích là $S\left(x\right)$.

Ta thấy thiết diện đó là một tam giác vuông, giả sử là tam giác ABC vuông tại B như trong hình vẽ.

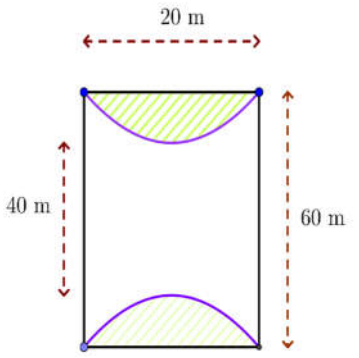
Ta có $S\left(x\right)=S_{ABC}=\dfrac{1}{2}AB.BC=\dfrac{1}{2}BC^2\tan\alpha$

$=\dfrac{1}{2}\left(R^2-x^2\right)\dfrac{h}{R}=\dfrac{5\left(36-x^2\right)}{6}$.

Vậy thể tích lượng nước trong cốc là

$$V=\int_{-6}^{6}S\left(x\right)\mathrm{d}x=\int_{-6}^{6}\frac{5\left(36-x^2\right)}{6}\mathrm{d}x=240\,(cm^3).$$

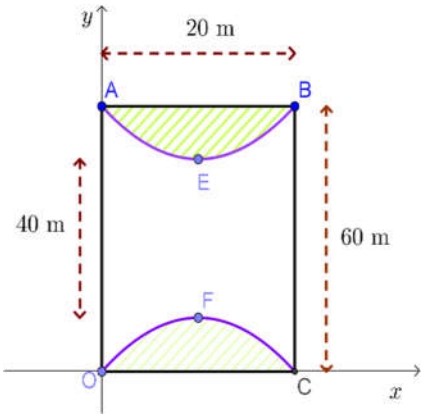
Câu 20.35. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài $60\,m$, chiều rộng $20\,m$. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường parabol có hai đỉnh cách nhau $40\,m$ (như hình vẽ bên dưới). Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch.



Biết chi phí lát gạch là 200.000 đồng/m^2 và tiền nhân công trồng cỏ là 100.000 đồng/m^2. Tính tổng số tiền (triệu đồng) để lát gạch và trồng cỏ trên mảnh đất đó (làm tròn kết quả hàng đơn vị)

Lời giải

Lập hệ trục tọa độ như hình vẽ



Tọa độ các điểm:

$O\left(0;0\right),A\left(0;60\right),B\left(20;60\right),C\left(20;0\right);E\left(10;50\right);F\left(10;10\right)$.

* Parabol $\left(P\right)$ có đỉnh $F\left(10;10\right)$, có phương trình dạng:

$y=a\left(x-10\right)^2+10$.

$\left(P\right)$ đi qua $C\left(20;0\right)\Leftrightarrow a.\left(20-10\right)^2+10=0\Leftrightarrow a=-\dfrac{1}{10}$

.

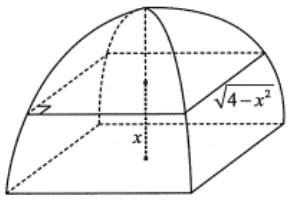
Vậy $\left(P\right):y=-\dfrac{1}{10}\left(x-10\right)^2+10$

Diện tích trồng cỏ là $S=2\int_0^{20}\left[-\dfrac{1}{10}\left(x-10\right)^2+10\right]dx=\dfrac{800}{3}\left(m^2\right)$

Diện tích lát gạch: $S_g=20.60-S=1200-\dfrac{800}{3}=\dfrac{2800}{3}\left(m^2\right)$

Tổng số tiền để lát gạch và trồng cỏ là: $\dfrac{2800}{3}.200.000+\dfrac{800}{3}.100.000\approx 213$ triệu đồng.

Câu 20.36. Một cái màn chụp có dạng như hình vẽ bên.



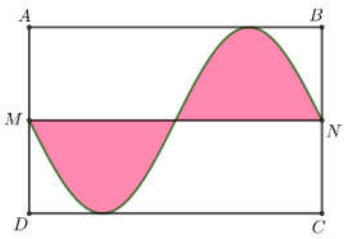
Biết rằng mặt cắt của cái màn theo mặt phẳng song song với mặt phẳng đáy và cách mặt đáy một khoảng bằng $x\left(m\right)$, $0 \le x \le 2$ là một hình vuông cạnh bằng $\sqrt{4-x^2}\left(m\right)$. Thể tích của cái màn là bao nhiêu mét khối? (*Làm tròn kết quả đến hàng phần chục*)

Lời giải

Diện tích mặt cắt: $S\left(x\right)=\left(\sqrt{4-x^2}\right)^2=4-x^2$.

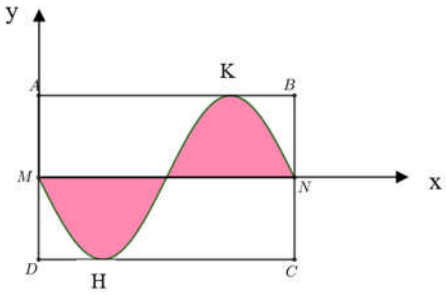
Thể tích cái màn: $V=\int_0^2 S\left(x\right)\mathrm{d}x=\int_0^2\left(4-x^2\right)\mathrm{d}x=\left|4x-\frac{x^3}{3}\right|_0^2=\frac{16}{3}\approx 5,3\left(m^3\right)$.

Câu 20.37. Bác Hoà có một mảnh đất hình chữ nhật $ABCD$, bác muốn trồng hoa vào phần đất được giới hạn bởi hai cạnh AD, BC, đường trung bình MN của hình chữ nhật $ABCD$ và một đường cong hình sin (là đường cong khi xét trong một hệ trục tọa độ phù hợp là đồ thị hàm số có dạng $y=a\sin\left(bx\right)$, với a,b là các số thực khác 0; diện tích trồng hoa là diện tích phần tô màu trong hình vẽ dưới đây). Biết $AB=2\pi\left(\mathrm{m}\right), AD=4\left(\mathrm{m}\right)$. Diện tích phần đất còn lại (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là



Lời giải

Chọn hệ trục toạ độ như hình vẽ. Do $AB=2\pi\left(\mathrm{m}\right), AD=4\left(\mathrm{m}\right)$ nên ta có toạ độ các điểm:

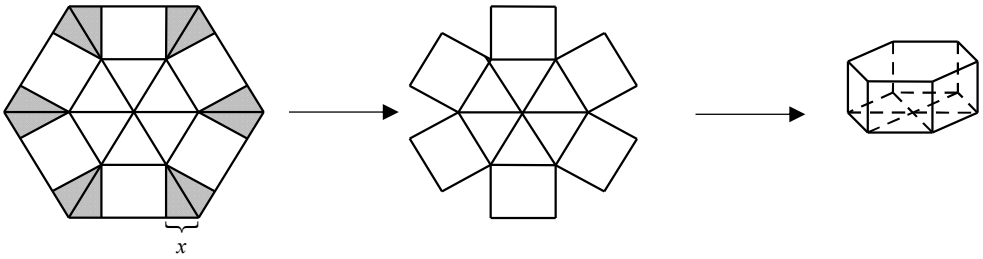


$M\left(0;0\right)$, $\mathrm{H}\left(\frac{\pi}{2};-2\right)$, $\mathrm{N}\left(2\pi;0\right)$, $\mathrm{K}\left(\frac{3\pi}{2};2\right)$. Vậy đồ thị hàm số có dạng: $y=-2\sin\left(x\right)$.

Khi đó diện tích phần đất còn lại là:

$S=S_{hcn}-S_{hoa}=2\pi.4-2\int_0^{\pi}\left|-2\sin x\right|\approx 17,13m^2$.

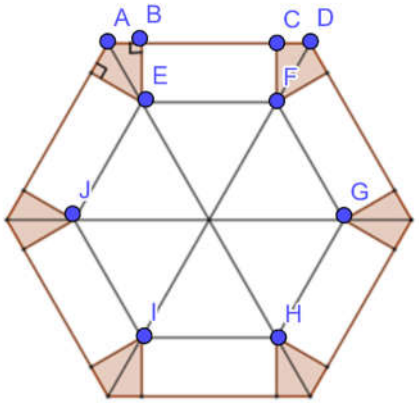
Câu 20.38. Từ một miếng tôn hình lục giác đều có cạnh bằng $6\,\mathrm{dm}$, người ta cắt đi ở mỗi đỉnh của lục giác hai tam giác vuông bằng nhau, các hình cắt đi ở mỗi góc đều bằng nhau (phần tô đậm trong hình 1) để thu được một tấm tôn (hình 2). Sau đó, từ tấm tôn ở hình 2 người ta gò theo các cạnh của lục giác đều làm thành một chiếc thùng có hình dạng là một hình lăng trụ lục giác đều không nắp như hình 3. Thể tích lớn nhất (theo đơn vị dm^3) của chiếc thùng đó là



Lời giải

Gọi $AB = x\left(0 \le x \le 3\right)$. Khi đó $BC = EF = 6 - 2x$

$\tan \widehat{BAE} = \tan 60^0 = \dfrac{BE}{x} \Rightarrow BE = x\sqrt{3}$. Ta có:



$$S_{EFGH\sqrt{3}IJ} = \frac{\sqrt{3}}{4}\left(6-2x\right)^2.6 = \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(6-2x\right)^2$$

Khi đó thể tích thùng là:

$$V = \frac{3\sqrt{3}}{2}\left(6-2x\right)^2.x\sqrt{3} = \frac{9}{2}x.\left(36-24+4x^2\right)$$

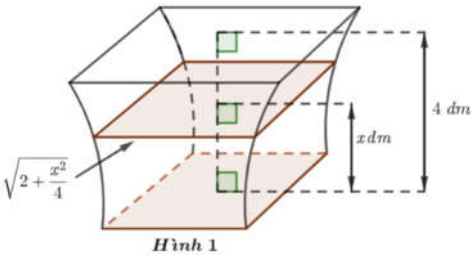
$$= 162x - 108x^2 + 18x^3$$

Đặt $f\left(x\right) = 162x - 108x^2 + 18x^3$

$$\Rightarrow f'\left(x\right) = 162 - 216x^2 + 54x^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$$

Ta có: $f\left(0\right) = 0,\ \ f\left(1\right) = 72,\ f\left(3\right) = 0$. Vậy thể tích thùng lớn nhất là $72(dm^3)$ khi $AB = 1\,dm$.

Câu 20.39. Một bình chứa nước có hình dạng như hình 1. Biết rằng khi nước trong bình có chiều cao $x\left(dm\right)$ $\left(0 \le x \le 4\right)$ thì mặt nước là hình vuông có cạnh $\sqrt{2+\dfrac{x^2}{4}}\left(dm\right)$. Dung tích của bình bằng bao nhiêu dm^3. (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục).



Hình 1

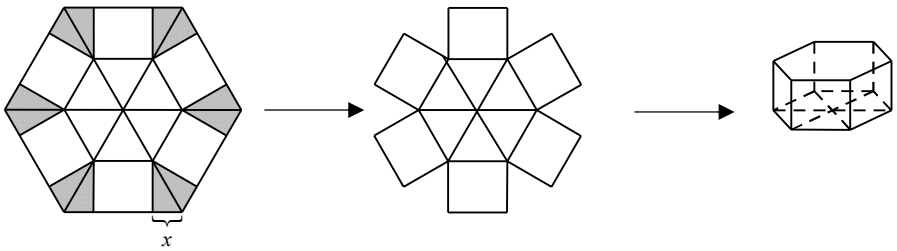
Lời giải

Mặt nước là hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{2+\dfrac{x^2}{4}}\left(dm\right)$ nên diện tích hình vuông là

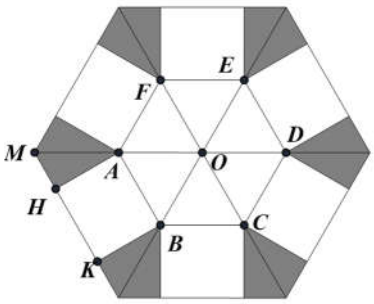
$S\left(x\right) = 2 + \dfrac{x^2}{4}$.

Dung tích của bình nước $V = \displaystyle\int_0^4 S\left(x\right)dx = \int_0^4 \left(2+\frac{x^2}{4}\right)dx = \left(2x+\frac{x^3}{12}\right)\Big|_0^4 \simeq 13,3$

Câu 20.40. Cho một tấm nhôm hình lục giác đều cạnh 90 cm. Người ta cắt ở mỗi đỉnh của tấm nhôm hai hình tam giác vuông bằng nhau, biết cạnh góc vuông nhỏ bằng x (cm) (cắt phần tô đậm của tấm nhôm) rồi gập tấm nhôm như hình vẽ để được một hình lăng trụ lục giác đều không có nắp. Tìm x để thể tích của khối lăng trụ lục giác đều trên là lớn nhất.



Lời giải



Điều kiện $0 < x < 45$

Cạnh đáy của lăng trụ lục giác đều: $AB = HK = 90 - 2x$

Chiều cao của lăng trụ lục giác đều: $HA = MH.\tan 60° = x\sqrt{3}$

Diện tích đáy của lăng trụ lục giác đều: $S_{ABCDEF} = 6S_{ABO} = 6.\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(90 - 2x\right)^2$

Thể tích của khối lăng trụ lục giác đều: $V\left(x\right) = HA.S_{ABCDEF} = \dfrac{9}{2}x\left(90 - 2x\right)^2$

Hay $V\left(x\right) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$

Xét hàm số $V\left(x\right) = 18x^3 - 1620x^2 + 36450x$ trên khoảng $\left(0;45\right)$

$V'\left(x\right) = 54x^2 - 3240x + 36450 = 0 \Leftrightarrow 54x^2 - 3240x + 36450 = 0 \Leftrightarrow x = 15$ hoặc $x = 45$ (loại).

Bảng biến thiên:

x	0		15		45
$V'(x)$		+	0	−	
$V(x)$	0	↗	243000	↘	0

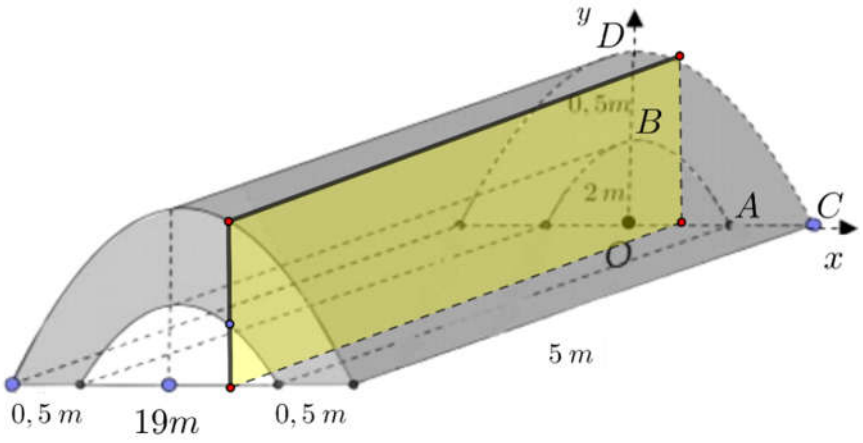
Từ bảng biến thiên ta có: $\max\limits_{(0;45)} V\left(x\right) = 243000\,(\text{cm}^3)$ khi và chỉ khi $x = 15\,\text{cm}$.

Vậy thể tích của khối lăng trụ lục giác đều lớn nhất khi và chỉ khi $x = 15\,\text{cm}$.

Câu 20.41. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã Y có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu. (Đường cong trong hình vẽ là các đường Parabol).

Lời giải

Chọn hệ trục Oxy như hình vẽ.



Gọi $\left(P_1\right): y = a_1x^2 + b_1$ là Parabol đi qua hai điểm $A\left(\dfrac{19}{2};0\right), B\left(0;2\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases} 0 = a.\left(\dfrac{19}{2}\right)^2 + 2 \\ 2 = b \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a_1 = -\dfrac{8}{361} \\ b_1 = 2 \end{cases} \Rightarrow \left(P_1\right): y = -\dfrac{8}{361}x^2 + 2$

Gọi $\left(P_2\right): y=a_2x^2+b_2$ là Parabol đi qua hai điểm $C\left(10;0\right), D\left(0;\dfrac{5}{2}\right)$

Nên ta có hệ phương trình sau: $\begin{cases}0=a_2.\left(10\right)^2+\dfrac{5}{2}\\ \dfrac{5}{2}=b_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a_2=-\dfrac{1}{40}\\ b_2=\dfrac{5}{2}\end{cases}\Rightarrow\left(P_2\right): y=-\dfrac{1}{40}x^2+\dfrac{5}{2}.$

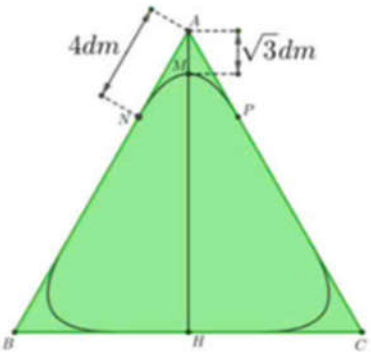
Ta có thể tích của bê tông là:

$V=5.2\left[\int_0^{10}\left(-\dfrac{1}{40}x^2+\dfrac{5}{2}\right)\mathrm{d}x-\int_0^{\frac{19}{2}}\left(-\dfrac{8}{361}x^2+2\right)\mathrm{d}x\right]=40\,\mathrm{m}^3.$

Câu 20.42. Một mặt bản bằng kính có hình dạng như hình 1. Để tạo ra mặt bàn đô, người ta dùng một tấm kính hình tam giác đều ABC có cạnh bằng $14\left(dm\right)$ và tại mỗi góc trong tam giác cắt tấm kính theo các đường parabol như nhau. Xét tại đỉnh A, parabol có đỉnh M thuộc đường trung tuyến AH, tiếp xúc với hai cạnh AB, AC lần lượt tại N, P sao cho $AM=\sqrt{3}dm$, $AN=AP=4dm$ (Hình 2).



Hình 1



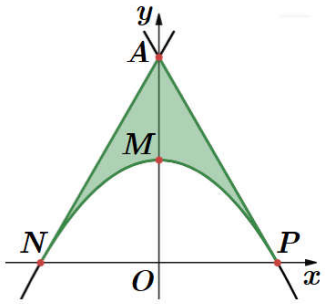
Hình 2

Diện tích mặt bàn thu được là một số có dạng $a\sqrt{b}\left(dm^2\right)$ (với $a,b\in\mathbb{N}$ và b không có ước chính phương khác 1). Tính tổng $a+b$.

Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ như hình vẽ, ta có tam giác ANP là tam giác đều nên $NP=AN=4$.

Ta có: $AO=\dfrac{AN\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}$ nên M là trung điểm AO.



Khi đó, ta có: $A\left(2\sqrt{3};0\right)$, $N\left(-2;0\right)$, $P\left(2;0\right)$ và $M\left(0;\sqrt{3}\right)$.

Do parabol qua $N\left(-2;0\right)$, $P\left(2;0\right)$ nên parabol có phương trình là:

$y=a\left(x-2\right)\left(x+2\right)=a\left(x^2-4\right).$

Mà parabol qua $M\left(0;\sqrt{3}\right)\Rightarrow y=\dfrac{-\sqrt{3}}{4}\left(x^2-4\right)=\dfrac{-\sqrt{3}}{4}x^2+\sqrt{3}$

Do đường thẳng AP qua $A\left(2\sqrt{3};0\right)$, $P\left(2;0\right)$ nên

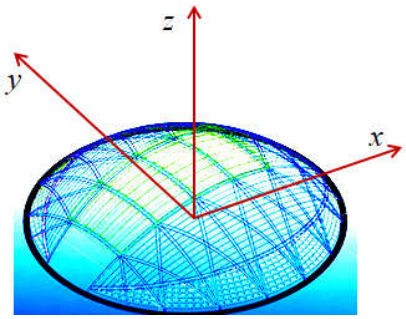
$AP:\dfrac{x}{2}+\dfrac{y}{2\sqrt{3}}=1\Leftrightarrow AP: y=-x\sqrt{3}+2\sqrt{3}.$

Diện tích phần kiếng cắt bỏ đi sẽ là $S=6\int_0^2\left[\left(-x\sqrt{3}+2\sqrt{3}\right)-\left(\dfrac{-\sqrt{3}}{4}x^2+\sqrt{3}\right)\right]\mathrm{d}x$

$$= 6\int_0^2 \left(\frac{\sqrt{3}}{4}x^2 - x\sqrt{3} + \sqrt{3}\right)\mathrm{d}x = 6\sqrt{3}\int_0^2 \left(\frac{x^2}{4} - x + 1\right)\mathrm{d}x = 4\sqrt{3}.$$

Diện tích mặt bàn sẽ là $S = \dfrac{14^2\sqrt{3}}{4} - 4\sqrt{3} = 45\sqrt{3} \Rightarrow \begin{cases} a = 45 \\ b = 3 \end{cases} \Rightarrow a + b = 48.$

Câu 20.43. Sân vận động Sport Hub (Singapore) là sân có mái vòm kỳ vĩ nhất thế giới. Đây là nơi diễn ra lễ khai mạc Đại hội thể thao Đông Nam Á được tổ chức tại Singapore năm 2015. Nền sân là một elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$ (hình 3). Nếu cắt sân vận động theo một mặt phẳng vuông góc với trục lớn của (E) và cắt elip ở M, N (hình 3) thì ta được thiết diện luôn là một phần của hình tròn có tâm I (phần tô đậm trong hình 4) với MN là một dây cung và góc $\widehat{MIN} = 90^0$. Để lắp máy điều hòa không khí thì các kỹ sư cần tính thể tích phần không gian bên dưới mái che và bên trên mặt sân, coi như mặt sân là một mặt phẳng và thể tích vật liệu là mái không đáng kể. Hỏi thể tích xấp xỉ bao nhiêu nghìn m^3 (làm tròn đến hàng ngàn)?

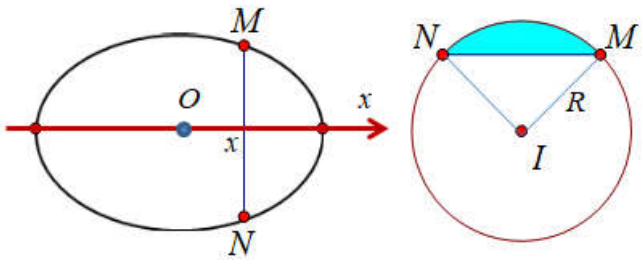


Lời giải

Chọn hệ trục như hình vẽ. Ta cần tìm diện tích của $S(x)$ thiết diện là diện tích hình viên phân giới hạn bởi cung và dây MN. Elip (E) có trục lớn dài $150m$, trục bé dài $90m$

$\Rightarrow (E): \dfrac{x^2}{75^2} + \dfrac{y^2}{45^2} = 1.$

Hay $(E): y = \pm 45\sqrt{1 - \dfrac{x^2}{75^2}}$



Lúc đó $MN = 2y_M = 90\sqrt{1 - \dfrac{x^2}{75^2}}$

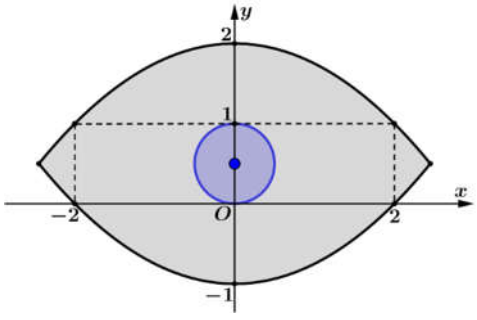
$\Rightarrow R = \dfrac{MN}{\sqrt{2}} = \dfrac{90}{\sqrt{2}}.\sqrt{1 - \dfrac{x^2}{75^2}} \Rightarrow R^2 = \dfrac{90^2}{2}.\left(1 - \dfrac{x^2}{75^2}\right)$

$$S(x) = \frac{1}{4}\pi R^2 - \frac{1}{2}R^2 = \left(\frac{1}{4}\pi - \frac{1}{2}\right)R^2 = \frac{2025}{2}(\pi - 2)\left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right).$$

Thể tích khoảng không cần tìm là

$$V = \int_{-75}^{75} S(x)\mathrm{d}x = \int_{-75}^{75} \frac{2025}{2}(\pi - 2)\left(1 - \frac{x^2}{75^2}\right) \approx 115586m^3 \approx 116000m^3.$$

Câu 20.44. Bạn An thực hiện thiết kế một logo hình con mắt cho một phòng khám nhãn khoa. Logo là một hình phẳng giới hạn bởi hai parabol $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có các kích thước như hình vẽ dưới đây (phần được tô màu đen) và một hình tròn có bán kính bằng $0,5\,\mathrm{dm}$ ở giữa là phần con ngươi (phần được tô màu xanh), đơn vị trên mỗi trục tọa độ là decimet.



Biết rằng chi phí để sơn phần con ngươi hình tròn màu xanh là 25 000 đồng/dm^2 và chi phí để sơn phần còn lại màu đen là 20 000 đồng/dm^2. Chi phí để sơn logo trên là bao nhiêu nghìn đồng? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Gọi phương trình parabol $y=f(x)$ là $f(x)=ax^2+bx+c$ với $a\neq 0$ đi qua các điểm có tọa độ lần lượt là $(2;1),(0;2),(-2;1)$.

Lập hệ phương trình ba ẩn, từ đó suy ra được $\begin{cases} a=-\dfrac{1}{4} \\ b=0 \\ c=2 \end{cases}$ nên $f(x)=-\dfrac{1}{4}x^2+2$

Gọi phương trình parabol $y=g(x)$ là $g(x)=mx^2+nx+p$ với $m\neq 0$ đi qua các điểm có tọa độ lần lượt là $(-2;0),(0;-1),(2;0)$.

Lập hệ phương trình ba ẩn, từ đó suy ra được $\begin{cases} m=\dfrac{1}{4} \\ n=0 \\ p=-1 \end{cases}$ nên $g(x)=\dfrac{1}{4}x^2-1$

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$f(x)=g(x)\Leftrightarrow -\frac{1}{4}x^2+2=\frac{1}{4}x^2-1\Leftrightarrow \frac{1}{2}x^2=3\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{6}$$

Diện tích hình tròn được sơn màu xanh là: $S_1=\pi r^2=\pi(0,5)^2=0,25\pi\,(\text{dm}^2)$

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $y=f(x)$ và $y=g(x)$ là:

$$S_2=\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}\left|\left(-\frac{1}{4}x^2+2\right)-\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)\right|\mathrm{d}x$$

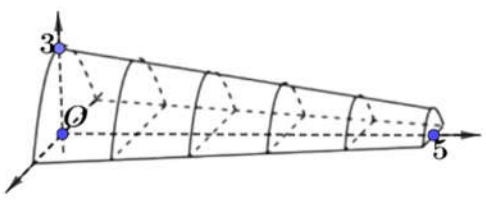
Diện tích phần sơn được tô màu đen là:

$$S_3=S_2-S_1=\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}\left|\left(-\frac{1}{4}x^2+2\right)-\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)\right|\mathrm{d}x-0,25\pi$$

Chi phí để sơn logo là:

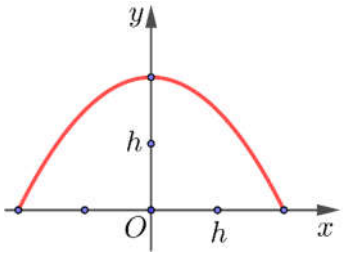
$$T=0,25\pi.25\,000+\left(\int_{-\sqrt{6}}^{\sqrt{6}}\left|\left(-\frac{1}{4}x^2+2\right)-\left(\frac{1}{4}x^2-1\right)\right|\mathrm{d}x-0,25\pi\right).20.000=200 \text{ nghìn đồng.}$$

Câu 20.45. Cho một mô hình $3D$ mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên. Chiều dài của đường hầm mô hình là 5cm, mặt phẳng vuông góc với mặt đáy của đường hầm tạo được thiết diện là một hình parabol, thiết diện có độ dài cạnh đáy gấp đôi chiều cao. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình, biết chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y=3-\dfrac{2}{5}x$ (đơn vị là cm), với x là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị.



Lời giải

Xét một thiết diện parabol có chiều cao là h và độ dài đáy $2h$ và chọn hệ trục Oxy như hình vẽ bên



Parabol (P) có phương trình $(P): y = ax^2 + h, (a < 0)$

Có $B(h;0) \in (P) \Leftrightarrow 0 = ah^2 + h \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{h}\ (do\ h > 0)$

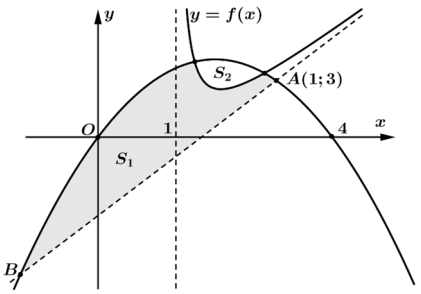
Diện tích S của thiết diện: $S = \displaystyle\int_{-h}^{h}\left(-\frac{1}{h}x^2 + h\right)\mathrm{d}x = \frac{4h^2}{3}$, kết hợp chiều cao $h = 3 - \dfrac{2}{5}x$

Ta được diện tích thiết diện là $S(x) = \dfrac{4}{3}\left(3 - \dfrac{2}{5}x\right)^2$.

Thể tích không gian bên trong của đường hầm mô hình:

$V = \displaystyle\int_0^5 S(x)\mathrm{d}x = \int_0^5 \frac{4}{3}\left(3 - \frac{2}{5}x\right)^2 \mathrm{d}x \approx 28,888$. Vậy $V \approx 29\ (\mathrm{cm}^3)$.

Câu 20.46. Cho hàm số bậc hai trên bậc nhất $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{4x - d}$ và parabol (P) có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ có đường tiệm cận đứng $x = 1$ và đường tiệm cận xiên cắt parabol tại điểm $A(3;1)$. Ký hiệu các diện tích hình phẳng S_1, S_2 lần lượt là các phần diện tích được tô đậm và không tô màu như hình vẽ. Biết rằng giá trị $S_1 + S_2 = \dfrac{32}{3}$ và $f(4) = \dfrac{7}{4}$. Tính giá trị của S_2 (Kết quả làm tròn đến chữ số hàng phần chục).



Lời giải

Gọi điểm $B(x_2;y_2)$

Sử dụng công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng và parabol, ta có:

$$\frac{(x_1 - x_2)^3}{6} = S_1 + S_2 = \frac{32}{3} \Leftrightarrow (x_1 - x_2)^3 = 64 \Leftrightarrow x_1 - x_2 = 4 \Leftrightarrow \begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = -1 \end{cases}$$

Phương trình parabol $(P): y = ax(x-4)$ đi qua điểm $A(1;3)$ nên suy ra $a = -\dfrac{1}{3}$

Khi đó phương trình parabol (P) là $y = -\dfrac{1}{3}x(x-4)$ khi đó $B\left(-1;-\dfrac{5}{3}\right)$

Khi đó phương trình đường thẳng AB cũng là đường tiệm cận xiên của hàm số $y = f(x)$ có phương trình là $y = \dfrac{2}{3}x - 1$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 1$ nên suy ra $d = 4$

Ta có $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{4x-d}=\dfrac{\left(\dfrac{2}{3}x-1\right)(4x-4)+k}{(4x-4)}$ mà $f(4)=\dfrac{7}{4}$ nên $k=1$

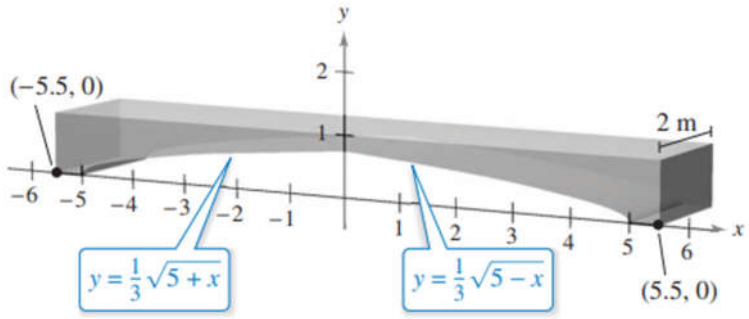
Vậy $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{4x-d}=\dfrac{\left(\dfrac{2}{3}x-1\right)(4x-4)+1}{(4x-4)}=\left(\dfrac{2}{3}x-1\right)+\dfrac{1}{(4x-4)}$

Phương trình hoành độ giao điểm giữa $y=f(x)$ và parabol là:

$$\left(\frac{2}{3}x-1\right)+\frac{1}{(4x-4)}=-\frac{1}{3}x^2+\frac{4}{3}x\Leftrightarrow -4x^3+12x^2+4x-15=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2,89868083208=a\\x=1,18919299296=b\\x=-1,08787382504(loai)\end{array}\right.$$

Vậy $S_2=\int_a^b\left[\left(\dfrac{2}{3}x-1\right)+\dfrac{1}{(4x-4)}-\left(-\dfrac{1}{3}x^2+\dfrac{4}{3}x\right)\right]dx\approx 0,94$

Câu 20.47. Để xây dựng một cây cầu, người ta đúc thành nhiều dầm có kích thước (đơn vị m) và hình dạng như hình sau:



Mỗi mét khối bê tông nặng trung bình 2500 kg. Khối lượng (T) của dầm trên là bao nhiêu? (Kết quả được làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Do dầm bê tông có tính đối xứng nên ta sẽ tính một nửa dầm.

Thể tích một nửa dầm bê tông được xác định theo công thức

$$V=2.\left((5,5-5).1+\int_0^5\left(1-\frac{1}{3}\sqrt{5-x}\right)dx\right)$$

Sử dụng máy tính cầm tay ta tính được $V\approx 6,03m^3$.

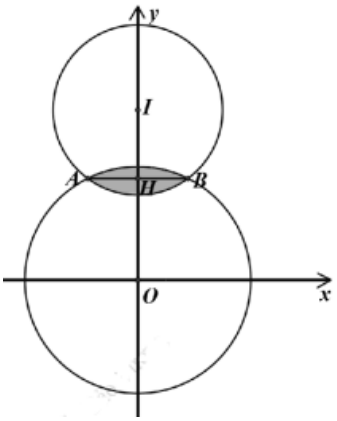
Thể tích cả dầm là $2.6,03=12,06m^3$.

Khối lượng cả cả dầm bê tông là: $12,06.2500=30150kg\approx 30,2$.

Vậy khối lượng dầm bê tông là $30,2$.

Câu 20.48. Người ta xây một sân khấu với mặt sân có dạng hợp của hai hình tròn giao nhau. Bán kính của hai hình tròn lần lượt là 20 mét và 15 mét. Khoảng cách giữa hai tâm của hai hình tròn là 30 mét.

Chi phí làm mỗi mét vuông phần giao nhau của hai hình tròn là 300 ngàn đồng và chi phí làm mỗi mét vuông phần còn lại là 100 ngàn đồng. Tính số tiền làm mặt sân của sân khấu?



Lời giải

Gọi O,I lần lượt là tâm của các đường tròn bán kính bằng 20 mét và bán kính bằng 15 mét. Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ, vì $OI=30$ mét nên $I(0;30)$. Phương trình hai đường tròn lần lượt là $x^2+y^2=20^2$ và $x^2+(y-30)^2=15^2$. Gọi A,B là các giao điểm của hai đường tròn đó.

Tọa độ A,B là nghiệm của hệ

$$\begin{cases} x^2+y^2=20^2 \\ x^2+(y-30)^2=15^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pm\dfrac{5\sqrt{455}}{12} \\ y=\dfrac{215}{12} \end{cases}.$$

Tổng diện tích của hai đường tròn là $\pi(20^2+15^2)=625\pi(m^2)$.

Phần giao của hai hình tròn chính là phần hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $y=30+\sqrt{15^2-x^2}$ và $y=\sqrt{20^2-x^2}$.

Do đó diện tích phần giao của hai đường tròn là

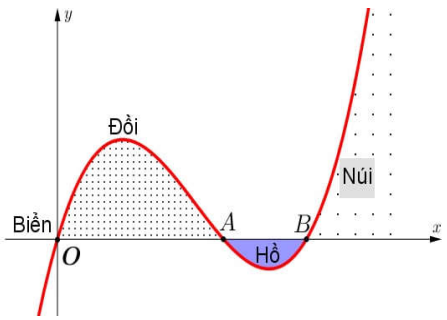
$$S=\int\limits_{-\frac{5\sqrt{455}}{12}}^{\frac{5\sqrt{455}}{12}}(\sqrt{20^2-x^2}-30-\sqrt{15^2-x^2})dx\approx 60,2546(m^2).$$

Số tiền để làm phần giao giữa hai hình tròn là $300.000\times 60,2546\approx 18.076.386$ (đồng).

Số tiền để làm phần còn lại là $100.000\times(625\pi-2\times 60,2546)\approx 184.299.220$ (đồng)

Vậy tổng số tiền làm sân khấu là $18.076.386+184.299.220\approx 202.375.606$ (đồng).

Câu 20.49. Lát cắt ngang của một vùng đất ven biển được mô hình hoá thành một hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ (đơn vị độ dài trên các trục là km).



Biết khoảng cách hai bên chân đồi $OA=2$ km, độ rộng của hồ $AB=1$ km và ngọn đồi cao 428 m. Tìm độ sâu của hồ (tính bằng mét) tại điểm sâu nhất? (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi $C;D$ lần lượt là đỉnh ngọn đồi và đáy hồ.

$y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d, a>0$

$$\begin{cases} A(2;0)\Rightarrow 0=a.2^3+b.2^2+c.2+d \\ O(0;0)\Rightarrow 0=a.0^3+b.0^2+c.0+d \\ B(3;0)\Rightarrow 0=a.3^3+b.3^2+c.3+d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} d=0 \\ b=-5a \\ c=6a \end{cases}$$

$\Rightarrow y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d=ax^3-5ax^2+6ax$

$$y'=3ax^2-10ax+6a=0\Rightarrow \begin{cases} x=\dfrac{5-\sqrt{7}}{3}=x_C \\ x=\dfrac{5+\sqrt{7}}{3}=x_D \end{cases}$$

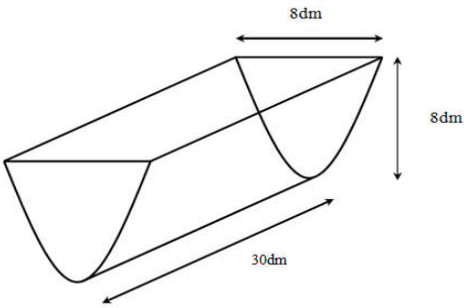
Ngọn đồi cao $428\,\text{m}$ nên

$$y_C = 0,428 = a\left(\frac{5-\sqrt{7}}{3}\right)^3 - 5a\left(\frac{5-\sqrt{7}}{3}\right)^2 + 6a.\frac{5-\sqrt{7}}{3} \Rightarrow a \approx 0,2026$$

$$y_D = ax_D^3 - 5ax_D^2 + 6ax_D = a.\left(\frac{5+\sqrt{7}}{3}\right)^3 - 5a\left(\frac{5+\sqrt{7}}{3}\right)^2 + 6a.\frac{5+\sqrt{7}}{3} \approx -0,128\,km \approx -128\,m$$

Vậy độ sâu của hồ xấp xỉ $128\,m$

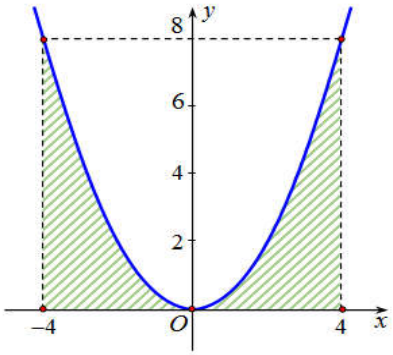
Câu 20.50. Một bồn nước được thiết kế với chiều cao $8\,\text{d}m$, ngang $8\,\text{d}m$, dài $30\ \text{d}m$, bề mặt cong đều nhau với mặt cắt ngang là một hình parabol như hình vẽ bên dưới. Bồn chứa được tối đa bao nhiêu lít nước.



.

Lời giải

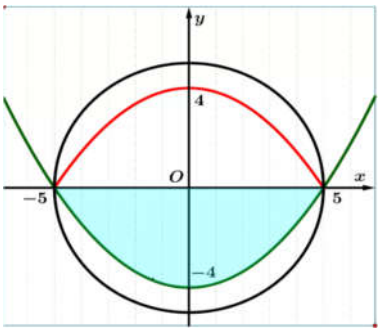
Xét mặt cắt parabol, chọn hệ trục như hình vẽ. Ta thấy Parabol đi qua các điểm $A(-4;8)$, $B(4;8)$, $C(0;0)$ nên có phương trình $y = \frac{1}{2}x^2$. Diện tích phần mặt cắt tính như sau:



$$S = S_{hv} - \int_{-4}^{4}\frac{1}{2}x^2dx = 64 - \frac{64}{3} = \frac{128}{3}\left(\text{dm}^2\right)$$

Do đó thể tích của bồn bằng $V = \int_0^{30} S\text{d}x = \int_0^{30}\frac{128}{3}\text{d}x = 1280\left(\text{dm}^3\right)$.

Câu 20.51. Khu vực trung tâm một quảng trường có dạng hình tròn đường kính AB bằng 10m. Người ta trang trí khu vực này bằng hai đường Parabol đối xứng nhau qua AB, nằm trong hình tròn, đi qua các điểm A, B và có đỉnh cách mép hình tròn 1m. Phần giới hạn bởi 2 parabol được trồng hoa với chi phí 200 nghìn đồng 1 mét vuông, phần còn lại được lát gốm sứ với chi phí 800 nghìn đồng 1 mét vuông.
Tính tổng chi phí để hoàn thành khu vực này (Làm tròn kết quả đến số thập phân thứ nhất sau dấu phẩy).



Lời giải

Xét hệ trục độ như hình vẽ.

Phương trình đường tròn là: $x^2 + y^2 = 25$

Phương trình của Parabol có bề lõm hướng lên là: $y = \frac{4}{25}x^2 - 4$

Diện tích phần trồng hoa giới hạn bởi 2 parabol là:

$$S_1 = 2\int_{-5}^{5}\left|\left(\frac{4}{25}x^2 - 4\right)\right|dx = 4\int_0^5\left|\left(\frac{4}{25}x^2 - 4\right)\right|dx = \frac{160}{3}(m^2).$$

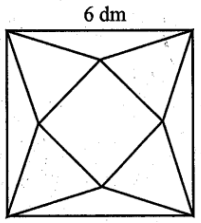
Diện tích toàn bộ phần hình tròn là: $S_2 = 25\pi\,(m^2\,(.)$

Diện tích phần còn lại để trang trí gốm sứ là: $S = S_2 - S_1 = 25\pi - \frac{160}{3}(m^2)$.

Vậy tổng chi phí để làm khu vực trung tâm quảng trường là

$\frac{160}{3}.200+\left(25\pi-\frac{160}{3}\right).800=30,832$ (triệu đồng).

Câu 20.52. Từ một tấm bìa mỏng hình vuông cạnh $6\,dm$, bạn Hoa cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau có cạnh đáy là cạnh của hình vuông ban đầu và đỉnh là đỉnh của một hình vuông nhỏ phía trong rồi gập lên, ghép lại tạo thành một khối chóp tứ giác đều (Hình bên dưới).
Thể tích của khối chóp có giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu decimét khối (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Gọi cạnh đáy của hình chóp tứ giác đều là $x(\text{dm})$ với $0<x<6\sqrt{2}$ như hình bên.

Ta có: $AH=\frac{AC-HK}{2}=3\sqrt{2}-\frac{x}{2}$.

Đường cao của hình chóp tứ giác đều là: $h=\sqrt{AH^2-OH^2}=\sqrt{\left(3\sqrt{2}-\frac{x}{2}\right)^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}$

$=\sqrt{18-3\sqrt{2}x}$.

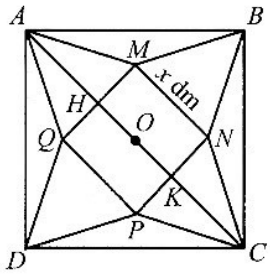
Thể tích khối chóp là: $V=\frac{1}{3}hx^2=\frac{1}{3}x^2\sqrt{18-3\sqrt{2}x}=\frac{1}{3}\sqrt{x^4\left(18-3\sqrt{2}x\right)}$.

Để tìm giá trị lớn nhất của V, ta đi tìm giá trị lớn nhất của **hàm** số $f(x)=x^4\left(18-3\sqrt{2}x\right)$ với $0<x<6\sqrt{2}$.

Ta có: $f'(x)=x^3\left(-15\sqrt{2}x+72\right)$, $f'(x)=0$ khi $x=0$ hoặc $x=\frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Bảng biến thiên của $f(x)$ như sau

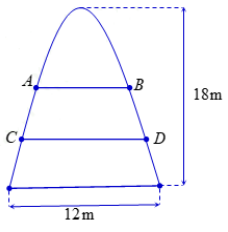
x	0		$\frac{12\sqrt{2}}{5}$		$6\sqrt{2}$
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	$f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)$	↘	-93312



Từ bảng biến thiên ta có $\max\limits_{(0;6\sqrt{2})}f(x)=f\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)\approx 477,75$ tại $x=\frac{12\sqrt{2}}{5}$.

Vậy thể tích của khối chóp **có** giá trị lớn nhất bằng $V_{\max}=\frac{1}{3}\sqrt{\left(\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)^4\left(18-3\sqrt{2}.\frac{12\sqrt{2}}{5}\right)}\approx 7,3\left(\text{dm}^3\right)$.

Câu 20.53. Một cổng chào có dạng hình Parabol chiều cao 18 m, chiều rộng chân đế 12 m. Người ta căng hai sợi dây trang trí AB, CD nằm ngang đồng thời chia hình giới hạn bởi Parabol và mặt đất thành ba phần có diện tích bằng nhau (xem hình vẽ bên). Tỉ số $\frac{AB}{CD}=\frac{1}{\sqrt[n]{a}}$, tính $n+a$?



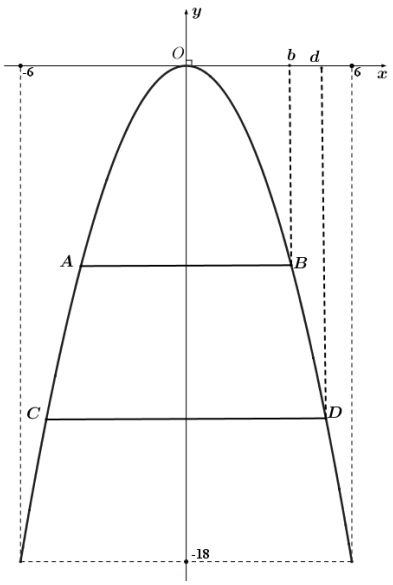
Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Phương trình Parabol có dạng $y = a.x^2$ (P).

Do (P) đi qua điểm có tọa độ $(-6;-18)$ suy ra: $-18 = a.(-6)^2 \Leftrightarrow a = -\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow (P): y = -\dfrac{1}{2}x^2$.



Từ hình vẽ ta có: $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{b}{d}$.

Diện tích hình phẳng giới bạn bởi Parabol $(P): y = -\dfrac{1}{2}x^2$

và đường thẳng $AB: y = -\dfrac{1}{2}b^2$ là:

$$S_1 = 2\int_0^b \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}b^2\right)\right]\mathrm{d}x = 2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}b^2x\right)\Big|_0^b = \frac{2}{3}b^3$$

.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol $(P): y = -\dfrac{1}{2}x^2$

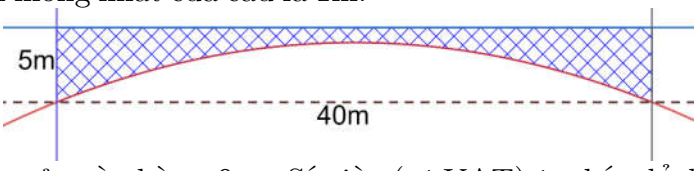
và đường thẳng $CD: y = -\dfrac{1}{2}d^2$ là :

$$S_2 = 2\int_0^d \left[-\frac{1}{2}x^2 - \left(-\frac{1}{2}d^2\right)\right]\mathrm{d}x = 2\left(-\frac{1}{2}.\frac{x^3}{3} + \frac{1}{2}d^2x\right)\Big|_0^d = \frac{2}{3}d^3$$

Từ giả thiết suy ra $S_2 = 2S_1 \Leftrightarrow d^3 = 2b^3 \Leftrightarrow \dfrac{b}{d} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$.

Do đó $\dfrac{AB}{CD} = \dfrac{b}{d} = \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow n = 3; a = 2$ nên $n + a = 5$.

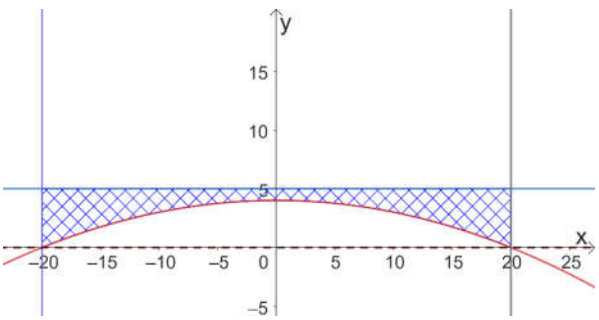
Câu 20.54. Một đội thi công cầu đường A vừa đấu thầu được dự án xây cầu ở huyện B bắc ngang qua con sông C. Để hoạch định được số tiền cần chi để đổ bê tông thô đúc cầu, người ta đưa ra bản thiết kế mặt cắt song song của cầu là hình bên dưới (phần tô đậm là phần đổ bê tông, và các đơn vị đều đo bằng mét). Trong đó phần giới hạn phía dưới là một đồ thị hàm bậc 2. Và phần mỏng nhất của cầu là 1m.



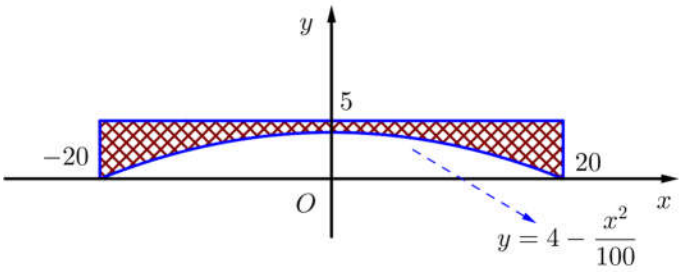
Biết chiều rộng của cầu bằng $9\,\mathrm{m}$. Số tiền (có VAT) ít nhất để đổ bê tông thô đúc cầu là bao nhiêu. Biết mỗi $1\,\mathrm{m}^3$ bê tông có giá $1.320.000$ (Chưa tính VAT 8%). Đơn vị: tỉ đồng, làm tròn đến chữ số thập phân thứ 2).

Lời giải

Gọi hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ bên



Khi đó ta xác định được phần mặt cắt được tao bởi 4 đồ thị hàm số: $\begin{cases} y=5 \\ y=4-\dfrac{x^2}{100} \\ x=20 \\ x=-20 \end{cases}$



Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=4-\dfrac{x^2}{100}$ với trục hoành là nghiệm của phương trình $4-\dfrac{x^2}{100}=0 \Leftrightarrow x^2=400 \Leftrightarrow x=\pm 20$.

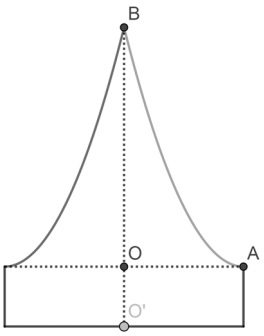
Diện tích phần mặt cắt dọc của chiếc cầu bê tông là $S=\displaystyle\int_{-20}^{20}\left|5-\left(4-\frac{x^2}{100}\right)\right|\mathrm{d}x$

$=\displaystyle\int_{-20}^{20}\left(1+\frac{x^2}{100}\right)\mathrm{d}x=\left(x+\frac{x^3}{300}\right)\Big|_{-20}^{20}=\left(20+\frac{20^3}{300}\right)-\left(-20+\frac{(-20)^3}{300}\right)=\frac{280}{3}.$

Thể tích bê tông ít nhất cần có để đúc cầu là $S.9=\dfrac{280}{3}.9=840\ \mathrm{m}^3$.

Số tiền (có VAT) ít nhất để đổ bê tông thô đúc cầu là:
$840\times 1.230.000\times 1,08=1.115.856.000$ đồng $\approx 1,12$ (tỉ đồng)

Câu 20.55. Chuẩn bị cho lễ Giáng Sinh, bạn Lan đã làm một chiếc mũ "cách điệu" cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới. Biết rằng $OO'=7$ cm, $OA=8$ cm, $OB=16$ cm, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A. Thể tích của chiếc mũ (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Ta gọi thể tích của chiếc mũ là V.

Thể tích của khối trụ có bán kính đáy bằng $OA=8$ cm và đường cao $OO'=7$ cm là V_1.

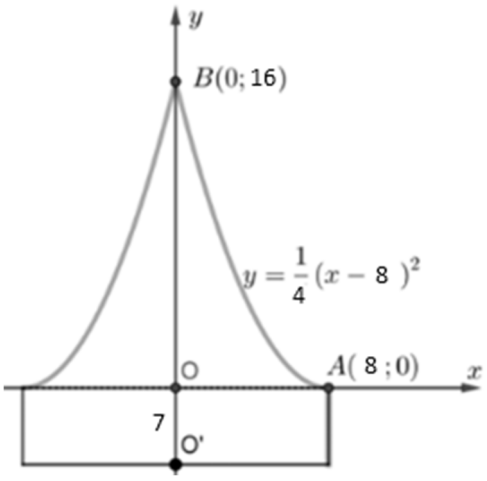
Thể tích của vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đường cong AB và hai trục tọa độ quanh trục Oy là V_2.

Ta có $V=V_1+V_2$

$V_1=7.8^2\pi=448\pi\ \left(\mathrm{cm}^3\right)$.

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Do parabol có đỉnh A nên nó có phương trình dạng $(P): y=a(x-8)^2$.



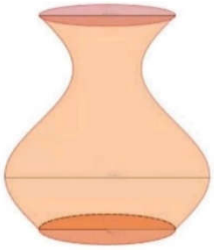
Vì (P) qua điểm $B(0;16)$ nên $a=\frac{1}{4}$.

Do đó, $(P): y=\frac{1}{4}(x-8)^2$. Từ đó suy ra $x=8-2\sqrt{y}$ (do $x<8$).

Suy ra $V_2=\pi\int_0^{16}\left(8-2\sqrt{y}\right)^2 dy=\frac{512}{3}\pi\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Do đó $V=V_1+V_2=\frac{512}{3}\pi+448\pi=\frac{1856}{3}\pi\approx 1944\ \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 20.56. Một bình hoa có dạng khối tròn xoay với chiều cao là $25cm$ (*tham khảo hình vẽ*). Khi cắt bình hoa theo một mặt phẳng vuông góc với trục của nó thì ta luôn được thiết diện là một hình tròn có bán kính $R=\frac{4}{9}x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{25}{36}\ (dm)$ với $x\in\left[0;\frac{5}{2}\right]$ là khoảng cách từ mặt cắt tới mặt đáy của bình hoa (tính theo đơn vị dm). Lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình chiếm tỉ lệ bao nhiêu phần trăm so với thể tích của bình hoa? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Diện tích của mặt cắt vuông góc với trục tại vị trí cách mặt đáy của bình hoa một khoảng $x\ (dm)$ là: $S(x)=\pi R^2=\pi\left(\frac{4}{9}x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{25}{36}\right)^2\left(dm^2\right)$

Lượng nước đổ đầy bình hoa là:

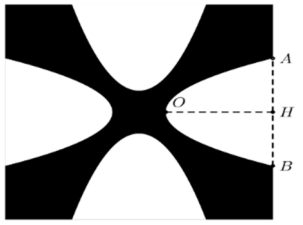
$$V=\int_0^{\frac{5}{2}}S(x)dx=\pi\int_0^{\frac{5}{2}}\left(\frac{4}{9}x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{25}{36}\right)^2 dx\approx 3,66\ \left(dm^3\right)$$

Lượng nước đổ vào bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình là:

$$V_1=\int_0^{\frac{5}{3}}S(x)dx=\pi\int_0^{\frac{5}{3}}\left(\frac{4}{9}x^3-\frac{5}{3}x^2+\frac{4}{3}x+\frac{25}{36}\right)^2 dx\approx 3,37\ \left(dm^3\right)$$

Vậy tỉ lệ phần trăm lượng nước cần đổ vào bình để mức nước trong bình cao bằng $\frac{2}{3}$ chiều cao của bình so với thể tích của bình hoa là $\frac{V_1}{V}.100\%=\frac{3,37}{3,66}.100\%\simeq 92\%$.

Câu 20.57. Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa hình vuông cạnh bằng 18 cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình vẽ bên. Biết $AB=4$ cm, $OH=7$ cm. Gọi S là diện tích của bề mặt hoa văn đó (đơn vị: cm^2). Tính $\frac{S}{13}$ (kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất).



Lời giải

Diện tích bề mặt hoa văn là $S=18^2-4S_0$, trong đó S_0 là diện tích của Parabol.

Đưa parabol vào hệ trục Oxy sao cho parabol qua các điểm $A(-2;0), B(2;0)$ và $C(0;7)$.

Parabol có dạng $y = kx^2 + c$.

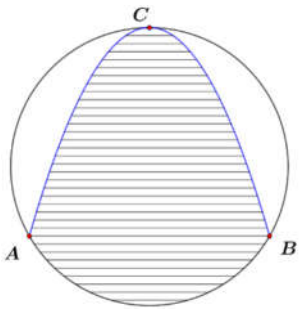
Parabol qua điểm $(0;7) \Rightarrow c = 7$.

Parabol qua điểm $\left(2;0\right) \Rightarrow k.4 + 7 = 0 \Rightarrow k = -\dfrac{7}{4} \Rightarrow (P): y = -\dfrac{7}{4}x^2 + 7$.

Diện tích của một parabol là: $\displaystyle\int_{-2}^{2}(-\frac{7}{4}x^2 + 7)\mathrm{d}x = \frac{56}{3}$.

Diện tích cần tính là: $18^2 - 4.\dfrac{56}{3} = \dfrac{748}{3}$. Suy ra $\dfrac{S}{13} = 19{,}2$.

Câu 20.58. Một hoa văn hình tròn tâm O, ngoại tiếp tam giác đều ABC có cạnh $AB = 4\sqrt{3}\,cm$. Đường cong qua ba điểm A, B, C là một phần của parabol.

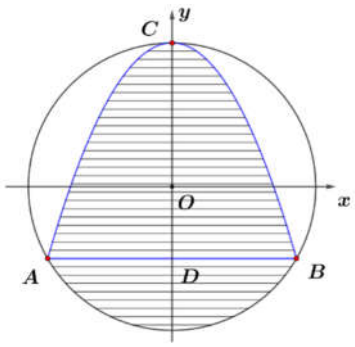


Diện tích phần giới hạn bởi đường tròn và parobol (phần không gạch) bằng (*kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất*).

Lời giải

Gắn trục toạ độ Oxy như hình vẽ ta có: $A\left(-2\sqrt{3};-2\right); B\left(2\sqrt{3};-2\right)$ và $C\left(0;4\right)$.

Do tam giác ABC là tam giác đều có cạnh $4\sqrt{3}\,cm$ nên ta có:



$CD = 4\sqrt{3}.\dfrac{\sqrt{3}}{2} = 6\left(cm\right) \Rightarrow OC = \dfrac{2}{3}CD = 4\left(cm\right)$ và

$OD = 2\left(cm\right)$ và bán kính đường tròn $\left(O\right)$ là $R = 4\,cm$.

Phương trình Parabol đi qua 3 điểm A, B, C có đỉnh C có dạng $\left(P\right): y = ax^2 + 4$.

Thay toạ độ điểm $A\left(-2\sqrt{3};-2\right)$ vào $\left(P\right)$

$\Rightarrow a = \dfrac{-1}{2} \Rightarrow \left(P\right): y = \dfrac{-1}{2}x^2 + 4$

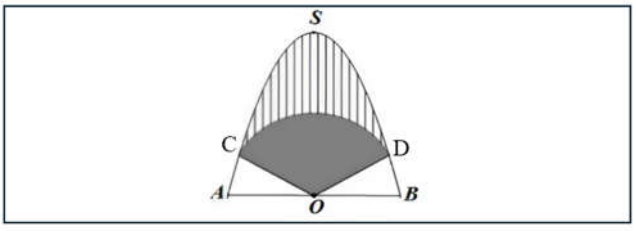
Phương trình đường tròn tâm O có bán kính $OA = 4\,cm$ là $\left(C\right): x^2 + y^2 = 16 \Rightarrow$ Phương trình một phần cung nhỏ AB có dạng $y = -\sqrt{16 - x^2}$.

Diện tích phần gạch chéo bằng $\displaystyle\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\left[\left(-\frac{1}{2}x^2 + 4\right) - \left(-\sqrt{16 - x^2}\right)\right]dx\ \left(cm^2\right)$.

Diện tích hình tròn $\left(O\right)$ là: $\pi R^2 = \pi.4^2 = 16\pi\left(cm^2\right)$

Diện tích phần không gạch bằng: $16\pi - \displaystyle\int_{-2\sqrt{3}}^{2\sqrt{3}}\left[\left(-\frac{1}{2}x^2 + 4\right) - \left(-\sqrt{16 - x^2}\right)\right]dx \approx 12{,}7\left(cm^2\right)$

Câu 20.59. Trên bức tường, người ta cần trang trí một hình phẳng giới hạn bởi một phần parabol đỉnh S và đường gấp khúc COD như hình vẽ, biết $OS = AB = 4m$, O là trung điểm của AB.



Phần trang trí trên được chia thành hai phần để sơn hai màu khác nhau với mức chi phí:
- Phần kẻ sọc giá 140.000 đồng/m²
- Phần tô đậm là hình quạt tâm O, bán kính $2m$, giá 150.000 đồng/m²
Tính tổng chi phí sơn hình trang trí trên (*đơn vị triệu đồng, làm tròn kết quả đến phần chục*).

Lời giải:

Chọn hệ trục tọa độ Oxy có gốc là điểm O, $B \in Ox, S \in Oy$. Khi đó ta được: $S(0;4), A(-2;0), B(2;0)$

Phương trình parabol $(P): y = ax^2 + c$ với $(a < 0)$

Vì (P) đi qua $S(0;4), A(-2;0), B(2;0)$ nên ta tìm được: $\begin{cases} c = 4 \\ a = -1 \end{cases}$ do đó $(P): y = -x^2 + 4$

Có: $\begin{cases} C, D \in (P) \\ OC = OD = 2 \end{cases}$ suy ra, tọa độ của C, D thỏa mãn $\begin{cases} y = -x^2 + 4 \\ x^2 + y^2 = 4 \end{cases}$

Giải hệ trên được $y = 0$ (loại) và $y = 1$ (nhận), suy ra $x = \pm\sqrt{3}$.

Phương trình đường tròn $(O;2)$ là: $x^2 + y^2 = 4$; Phương trình cung tròn CD là: $y = \sqrt{4 - x^2}$

Diện tích phần kẻ sọc: $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left| \left(-x^2 + 4\right) - \left(\sqrt{4 - x^2}\right) \right| dx$

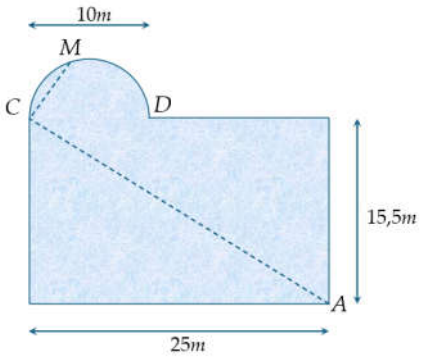
Diện tích phần tô đậm: $\int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left| \sqrt{4 - x^2} \right| dx$

Tổng chi phí cần sơn:

$$140000. \int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left| \left(-x^2 + 4\right) - \left(\sqrt{4 - x^2}\right) \right| dx + 150000. \int\limits_{-\sqrt{3}}^{\sqrt{3}} \left| \sqrt{4 - x^2} \right| dx \approx 1514131 \text{ (đồng)}$$

Vậy tổng chi phí cần sơn khoảng 1,5 triệu đồng

Câu 20.60. Bạn Hoa thường đi bơi ở hồ Sky Garden cạnh nhà, hồ bơi có thiết kế là một hình chữ nhật với chiều dài 25 m, chiều rộng 15,5 m và bên cạnh đó là một hình bán nguyệt đường kính 10 m. Trong một lần bể bơi vắng người nên Hoa đã thực hiện một chu trình là bơi theo đoạn thẳng AC rồi bơi tiếp đoạn thẳng CM, với M là một vị trí bất kỳ trên hình bán nguyệt. Ngay sau đó bạn đi bộ theo một hướng qua điểm D dọc bờ của hồ bơi để quay lại vị trí A và kết thúc chu trình. (tham khảo hình vẽ).



Biết rằng vận tốc bơi của Hoa là 2,4 km/h, vận tốc đi bộ là 4,8 km/h và tốc độ bơi, vận tốc đi bộ không thay đổi trong một chu trình. Hỏi thời gian chậm nhất để Hoa thực hiện xong chu trình trên là bao nhiêu phút? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

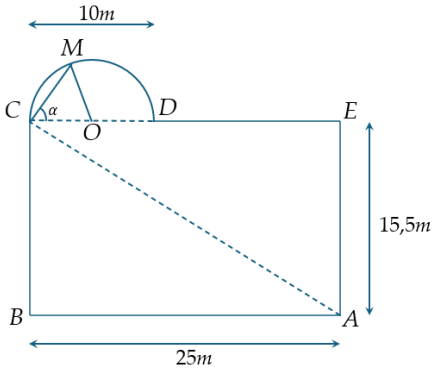
Lời giải

Đổi 2,4 km/h $= \frac{2}{3}$ m/s; 4,8 km/h $= \frac{4}{3}$ m/s.

Quãng đường Hoa đi hết một chu trình là $AC + CM + \overset{\frown}{MD} + DE + EA$.

Tổng thời gian Hoa thực hiện một chu trình là

$$T=\frac{AC+CM}{\frac{2}{3}}+\frac{\overset{\frown}{MD}+DE+EA}{\frac{4}{3}}.$$



Do AC, DE, EA không đổi nên $T_{\max}$ khi $\dfrac{CM}{\frac{2}{3}}+\dfrac{\overset{\frown}{MD}}{\frac{4}{3}}=\dfrac{3}{2}CM+\dfrac{3}{4}\overset{\frown}{MD}$ đạt giá trị lớn nhất.

Đặt $\overset{\frown}{MCD}=\alpha,\ \left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \overset{\frown}{MOD}=2\alpha.$

Suy ra $CM=10\cos\alpha,\ \overset{\frown}{MD}=10\alpha\Rightarrow\dfrac{3}{2}CM+\dfrac{3}{4}\overset{\frown}{MD}=15\cos\alpha+\dfrac{15}{2}\alpha.$

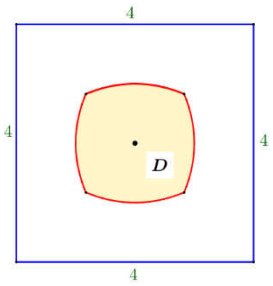
Xét hàm số $f\left(\alpha\right)=15\cos\alpha+\dfrac{15}{2}\alpha,\ \left(0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}\right)$

Ta có $f'\left(\alpha\right)=-15\sin\alpha+\dfrac{15}{2},\ f'\left(\alpha\right)=0\Leftrightarrow-15\sin\alpha+\dfrac{15}{2}=0\Leftrightarrow\alpha=\dfrac{\pi}{6}\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right).$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f\left(\alpha\right)$ trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, ta có $\max\limits_{\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)}f\left(\alpha\right)=f\left(\dfrac{\pi}{6}\right).$

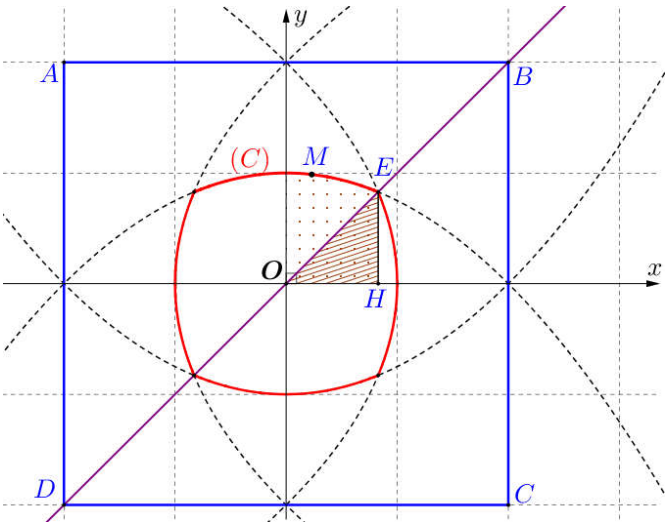
Vậy $T_{\max}=\dfrac{3\sqrt{25^2+15,5^2}}{2}+\dfrac{15}{2}\left(\sqrt{3}+\dfrac{\pi}{6}\right)+\dfrac{3\left(15+15,5\right)}{4}\approx 83,9$ giây $\approx 1,4$ phút.

Câu 20.61. Hình vẽ dưới đây cho biết một miền D (được tô đậm) nằm trong hình vuông cạnh bằng 4. Miền D này gồm nhưng điểm có khoảng cách tới tâm hình vuông nhỏ hơn hoặc bằng khoảng cách tới cạnh gần nhất của hình vuông. Tính diện tích miền D (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)



Lời giải

Gọi hình vuông có cạnh bằng 4 là $ABCD$ và gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.



Do vai trò của các đường cong như nhau, giả sử $M\left(x;y\right)$ là một điểm thuộc đường cong $\left(C\right)$ của miền D như hình vẽ.

Ta có khoảng cách từ M tới O là $MO=\sqrt{x^2+y^2}$.

Khoảng cách từ M tới cạnh AB của hình vuông là $d\left(M;AB\right)=|\,y-2\,|$

Khoảng cách từ M tới O bằng khoảng cách từ M tới AB nên

$$\sqrt{x^2+y^2}=\left|y-2\right|\Leftrightarrow y=-\frac{1}{4}x^2+1$$

Hoành độ giao điểm của Parabol $y=-\frac{1}{4}x^2+1$ và đường thẳng $OB\left(y=x\right)$ (thuộc góc phần tư thứ nhất) là nghiệm của phương trình

$$-\frac{1}{4}x^2+1=x\Leftrightarrow x^2+4x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2-2\sqrt{2}\\x=-2+2\sqrt{2}\end{array}\right.$$

Parabol $y=-\frac{1}{4}x^2+1$ cắt đường thẳng $OB\left(y=x\right)$ tại điểm E thuộc góc phần tư thứ nhất nên $x_E=-2+2\sqrt{2}\Rightarrow y_E=-2+2\sqrt{2}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi Parabol, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x=-2+2\sqrt{2}$ là

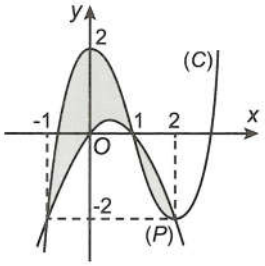
$$S_1=\int_0^{-2+2\sqrt{2}}\left(-\frac{1}{4}x^2+1\right)\mathrm{d}x=\frac{8-4\sqrt{2}}{3}.$$

Diện tích tam giác OEH là $S_2=\frac{1}{2}OH.EH=\frac{1}{2}y_E.x_E=\frac{1}{2}\left(-2+2\sqrt{2}\right)^2$.

Diện tích của $\frac{1}{8}$ miền D là $S_3=S_1-S_2=\frac{8-4\sqrt{2}}{3}-\frac{1}{2}\left(-2+2\sqrt{2}\right)^2=\frac{-10+8\sqrt{2}}{3}$.

Diện tích miền D là $S=8.S_3=8.\frac{-10+8\sqrt{2}}{3}\approx 3{,}5$.

Câu 20.62. Hình phẳng $\left(H\right)$ được giới hạn bởi đồ thị $\left(C\right)$ của hàm đa thức bậc ba và parabol $\left(P\right)$ có trục đối xứng vuông góc với trục hoành. Phần tô đậm của hình vẽ có diện tích bằng bao nhiêu? (kết quả tính gần đúng đến hàng phần trăm).



Lời giải

Vì đồ thị hàm bậc ba và đồ thị hàm bậc hai cắt trục tung tại các điểm có tung độ lần lượt là $y=2$ và $y=0$ nên ta xét hai hàm số là $y=ax^3+bx^2+cx+2$, $y=mx^2+nx$ (với a, $m\neq 0$).

Suy ra $\left(C\right)$: $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+2$ và $\left(P\right)$: $y=g\left(x\right)=mx^2+nx$.

Phương trình hoành độ giao điểm của $\left(C\right)$ và $\left(P\right)$ là:

$$ax^3+bx^2+cx+2=mx^2+nx\Leftrightarrow\left(ax^3+bx^2+cx+2\right)-\left(mx^2+nx\right)=0.$$

Đặt $P\left(x\right)=\left(ax^3+bx^2+cx+2\right)-\left(mx^2+nx\right)$.

Theo giả thiết, $\left(C\right)$ và $\left(P\right)$ cắt nhau tại các điểm có hoành độ lần lượt là $x=-1$, $x=1$, $x=2$ nên $P\left(x\right)=a\left(x+1\right)\left(x-1\right)\left(x-2\right)$.

Ta có $P\left(0\right)=2a$.

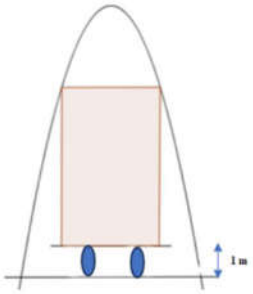
Mặt khác, ta có $P\left(0\right)=f\left(0\right)-g\left(0\right)=2\Rightarrow a=1$.

Vậy diện tích phần tô đậm là $S=\int_{-1}^{2}\left|\left(x+1\right)\left(x-1\right)\left(x-2\right)\right|dx=\frac{37}{12}\approx 3{,}08.$

Câu 20.63. Một chiếc cổng hình Parabol có chiều cao $9m$, khoảng cách giữa hai chân cổng là $6m$. Để vận chuyển thùng hàng hình hộp chữ nhật qua cổng, người ta dùng một xe kéo có

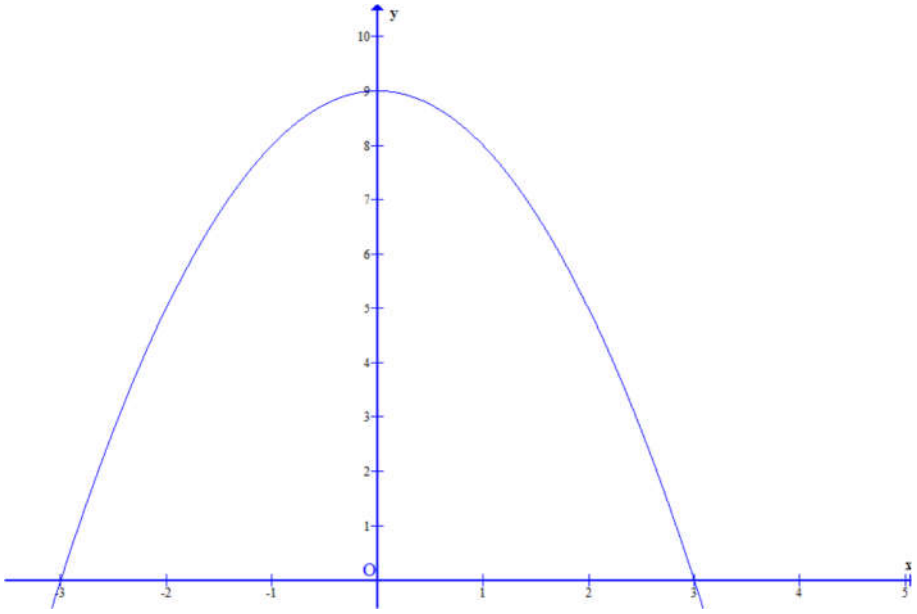
chiều cao $1m$. Biết rằng mặt cắt của thùng hàng qua cổng là hình chữ nhật, hỏi diện tích hình chữ nhật đó lớn nhất là bao nhiêu m^2 để xe chở thùng hàng có thể đi qua được cổng? (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)





Lời giải

Gắn hệ trục toạ độ Oxy như hình vẽ



Giả sử Parabol có dạng: $y=-ax^2+9$ (với $a>0$).

Do khoảng cách giữa hai chân cổng là $6m$ nên $x\in[-3;3]$. Thay $x=3, y=0$ vào phương trình Parabol, ta có:

$0=-a.3^2+9\Rightarrow a=1\Rightarrow y=-x^2+9$.

Gọi hình chữ nhật là mặt cắt của thùng hàng có chiều cao h và chiều dài đáy là $2x$ (với $h>0, x>0$).

Do xe kéo có chiều cao $1m$ nên điều kiện để thùng hàng đi qua được cổng là

$y=-x^2+9\geq h+1\Rightarrow 0<h\leq -x^2+8\Rightarrow 0<x<2\sqrt{2}$.

Diện tích mặt cắt là $S=h.2x\leq\left(-x^2+8\right)2x=-2x^3+16x$.

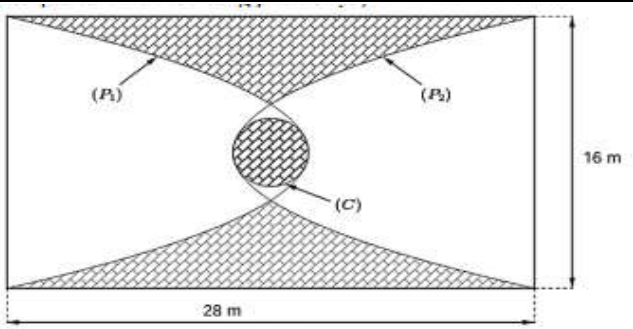
Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f\left(x\right)=-2x^3+16x$ trên khoảng $\left(0;2\sqrt{2}\right)$.

$f'\left(x\right)=-6x^2+16$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{2\sqrt{6}}{3}$.

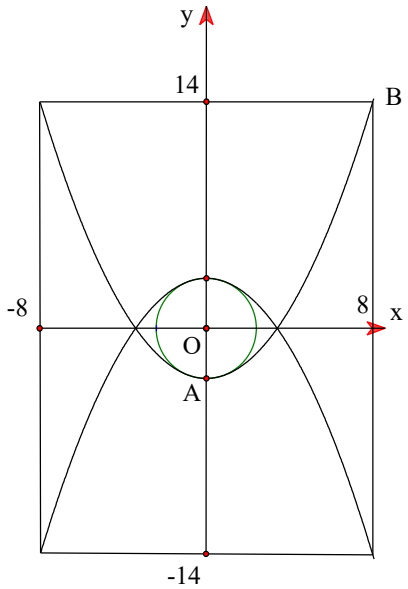
Lập bảng biến thiên. Suy ra : $\underset{\left(0;2\sqrt{2}\right)}{Max}f\left(x\right)=f\left(\dfrac{2\sqrt{6}}{3}\right)=\dfrac{64\sqrt{6}}{9}\approx 17,4$. Vậy $\underset{\left(0;2\sqrt{2}\right)}{Max}S\left(x\right)\approx 17,4$

.

Câu 20.64. Người ta lát gạch trang trí một mảnh sân hình chữ nhật có kích thước $28m$ x $16m$ như hình vẽ bên dưới, trong đó $(P_1),(P_2)$ là hai parabol đối xứng trục với nhau qua trục đối xứng vuông góc với chiều dài của mảnh sân, (C) là đường tròn có tâm trùng với tâm của mảnh sân và lần lượt có duy nhất một điểm chung với các parabol đó (tham khảo hình vẽ). Chi phí cho phần lát gạch là 240 ngàn đồng một mét vuông. Trong trường hợp hình tròn (C) có diện tích lớn nhất thì chi phí lát gạch là bao nhiêu triệu đồng? (kết quả làm tròn tới hàng phần chục)



Lời giải



;iả thiết ta gắn trục tọa độ như hình vẽ.

r là bán kính đường tròn tâm $O(0;0)$.

ơng trình đường tròn (C) là: $x^2+y^2=r^2$.

ra $y=\pm\sqrt{r^2-x^2}$

ıbol (P_1) có dạng $y=ax^2+c$ đi qua điểm $A(0;r)$, $B(8;14)$ nên ta có $c=-r$ và

$14=64a-r \Leftrightarrow a=\dfrac{r+14}{64}$.

(P_1) là $y=\dfrac{r+14}{64}x^2-r$

phương trình hoành độ giao điểm của (P_1) với đường tròn:

$\overline{} -x^2=\dfrac{r+14}{64}x^2-r \Leftrightarrow r^2-x^2=\left(\dfrac{r+14}{64}x^2-r\right)^2$

$\Leftrightarrow -x^2=\left(\dfrac{r+14}{64}\right)^2x^4-2r.\dfrac{r+14}{64}x^2 \Leftrightarrow \left(\dfrac{r+14}{64}\right)^2x^4+\left(1-2r.\dfrac{r+14}{64}\right)x^2=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ \left(\dfrac{r+14}{64}\right)^2.x^2=2r.\dfrac{r+14}{64}-1\ (*) \end{array}\right.$

Vì (C) có duy nhất một điểm chung với các parabol (P_1) nên phương trình $(*)$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $x=0$.

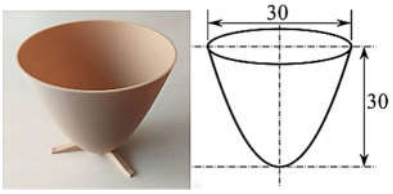
Khi đó $2r.\dfrac{r+14}{64}-1\le 0 \Leftrightarrow 2r^2+28r-64\le 0 \Leftrightarrow -16\le r\le 2$.

Hình tròn (C) có diện tích lớn nhất $\Leftrightarrow r=2$. Vậy $(P_1): y=\dfrac{x^2}{4}-2$.

Parabol (P_1) cắt trục hoành tại điểm $(-2\sqrt{2};0)$ và $(2\sqrt{2};0)$.

Chi phí bỏ ra để lát gạch là $0,24.S = 0,24.\left[4.\int_{2\sqrt{2}}^{8}\left(\frac{x^2}{4}-2\right)dx+\pi 2^2\right] \approx 32,2$ triệu đồng.

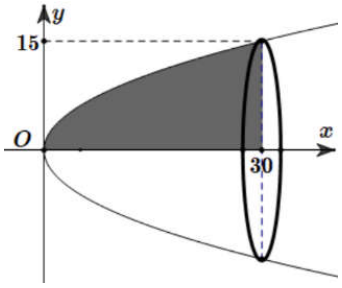
Câu 20.65. Một chậu cây có chiều cao là 30cm và đường kính miệng chậu là 30cm. Mặt cắt ngang của chậu cây là một đường parabol (tham khảo hình vẽ).



Tính thể tích của chậu cây đó (đơn vị: dm^3, kết quả làm tròn đến hàng phần chục).

Lời giải

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.



Suy ra phương trình đường parabol có dạng $y^2 = ax$.

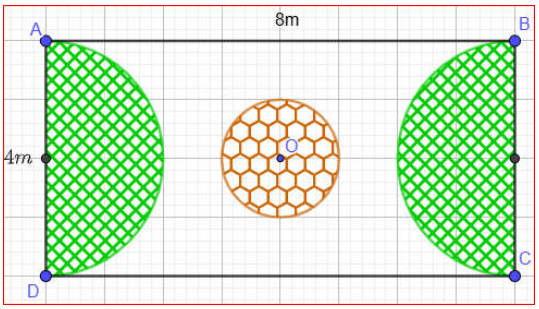
Vì parabol đi qua điểm $M(30;15) \Rightarrow 15^2 = a.30 \Leftrightarrow a = \frac{15}{2}$.

Suy ra phương trình parabol là $y^2 = \frac{15}{2}x \Leftrightarrow y = \pm\sqrt{\frac{15x}{2}}$.

Khi đó chậu cây có thể xem là khối tròn xoay sinh ra khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{\frac{15x}{2}}, y = 0, x = 0, x = 30$ xung quanh trục Ox.

Vậy thể tích chậu cây là $V = \pi\int_0^{30}\frac{15}{2}x\mathrm{d}x = \frac{15\pi}{2}.\frac{x^2}{2}\Big|_0^{30} \approx 10602,88\text{cm}^3 \approx 10,6\text{dm}^3$.

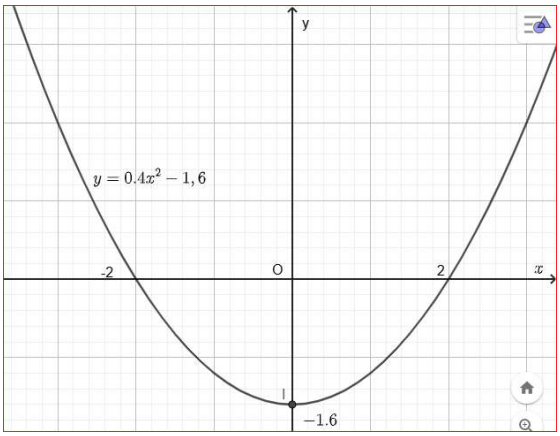
Câu 20.66. Bạn Phương nhận thiết kế sân vườn có dạng hình chữ nhật với chiều rộng và chiều dài lần lượt là $4m, 8m$. Sân vườn được thiết kế như hình vẽ trong đó phần không tô màu là sân chơi, trung tâm sân vườn là hình tròn bán kính $1m$ để xây bể cá và tiểu cảnh, mỗi phần trồng hoa có đường biên cong là một phần parabol có đỉnh nằm trên trục đối xứng của mảnh sân vườn và khoảng cách từ đỉnh đó đến trung điểm cạnh tương ứng của hình chữ nhật $1,6m$ như hình vẽ trên. Hãy tính diện tích phần sân chơi (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Tính diện tích 1 phần trồng hoa:

Gắn hệ trục Oxy như hình vẽ:



Đường biên cong Parabol có phương trình $y = ax^2 + bx + c$

Parabol nhận trục Oy làm trục đối xứng nên $b = 0$

Parabol cắt Oy tại điểm có tung độ $-1,6$ nên $c = -1,6$

Parabol cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ $-2;2$

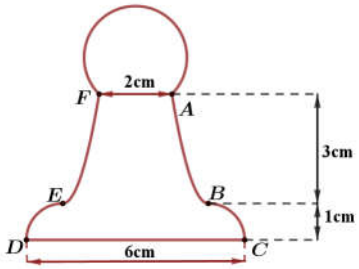
Vậy parabol có phương trình $y = 0,4x^2 - 1,6$

Diện tích 1 phần trồng hoa là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y=0,4x^2-1,6$ và trục hoành $S_1=\int\limits_{-2}^{2}\left|0,4x^2-1,6\right|\mathrm{d}x=\dfrac{64}{15}\left(m^2\right)$

Vậy diện tích phần sân chơi: $S=S_{hcn}-2S_1-S_{tron}=4\times 8-\dfrac{64}{15}\times 2-\pi\simeq 20,3\left(m^2\right)$

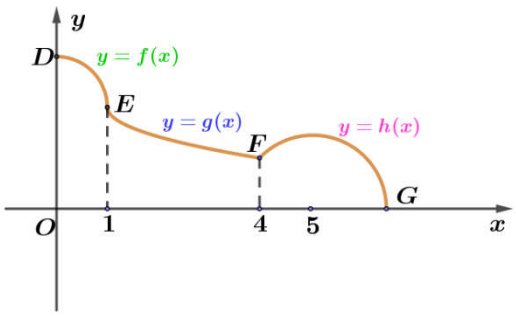
Câu 20.67. Mô hình của quân tốt trong bàn cờ vua là một khối tròn xoay với mặt cắt qua trục như sau: Đầu của quân cờ là một phần của hình cầu có bán kính bằng $\sqrt{2}$ (cm); đường cong AB và EF là một phần của parabol đỉnh B và đỉnh E; DE và BC là một góc phần tư của đường tròn có bán kính 1 (cm). Tính thể tích của mô hình quân tốt (đơn vị cm^3 và kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).





Lời giải

Gắn hệ trục toạ độ Oxy sao cho O là trung điểm của DC. Gọi G là điểm chính giữa cung FA (như hình vẽ).



Đường cong DE là một góc phần tư của đường tròn tâm $(0;2)$, bán kính $R=1$ nên đường cong này là một phần của đồ thị hàm số $f(x)=2+\sqrt{1-x^2}$.

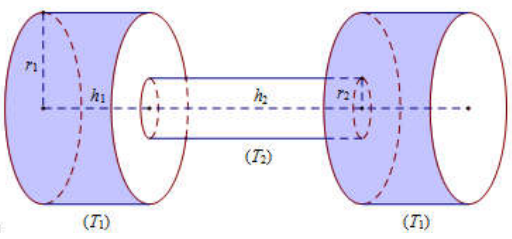
Xét parabol đi qua điểm có toạ độ $(4;1)$ và có đỉnh $(1;2)$ là $(P):x=3(y-2)^2+1$. Suy ra EF là một phần của đồ thị hàm số $g(x)=2-\sqrt{\dfrac{x-1}{3}}$.

Hai điểm F, G thuộc đường tròn tâm $(5;0)$ bán kính $R'=\sqrt{2}$ có phương trình $(x-5)^2+y^2=2$ nên $G(5+\sqrt{2};0)$ và cung FG là một phần của đồ thị hàm số $h(x)=\sqrt{2-(x-5)^2}$.

Vậy thể tích của mô hình quân tốt là

$$V=\pi\int\limits_{0}^{1}\left(2+\sqrt{1-x^2}\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{1}^{4}\left(2-\sqrt{\frac{x-1}{3}}\right)^2\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{4}^{5+\sqrt{2}}\left(2-\left(x-5\right)^2\right)\mathrm{d}x\approx 52,97\,(\mathrm{cm}^3).$$

Câu 20.68. Một chiếc tạ tay có hình dạng gồm 3 khối trụ, trong đó hai khối trụ ở hai đầu bằng nhau và khối trụ làm tay cầm ở giữa. Gọi khối trụ làm đầu tạ là $\left(T_1\right)$ và khối trụ làm tay cầm là $\left(T_2\right)$ lần lượt có bán kính và chiều cao tương ứng là r_1, h_1, r_2, h_2 thỏa mãn $r_1=4r_2$, $h_1=\dfrac{1}{2}h_2$ (tham khảo hình vẽ bên).



Biết rằng thể tích của khối trụ tay cầm $\left(T_2\right)$ bằng $30cm^3$ và chiếc tạ làm bằng inox có khối lượng riêng là $D=7,7g/cm^3$. Hỏi khối lượng của chiếc tạ tay bằng bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Thể tích khối trụ T_2 là $V_2=\pi r_2^2h_2=30cm^3\Rightarrow h_2=\dfrac{30}{\pi r_2^2}$

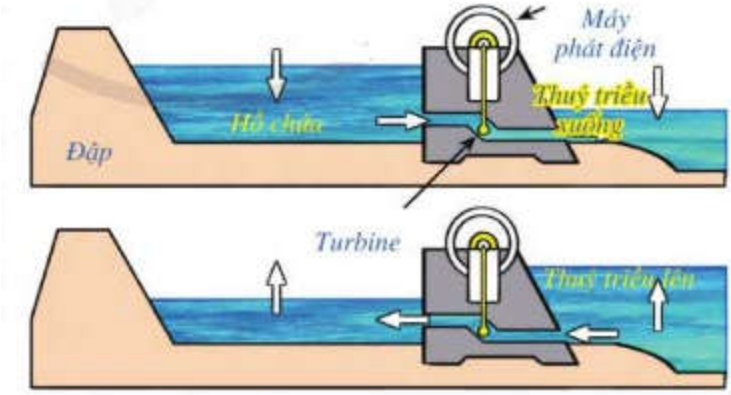
Ta có $h_1=\dfrac{1}{2}h_2\Rightarrow h_1=\dfrac{15}{\pi r_2^2}$. Thể tích khối trụ T_1 là $V_1=\pi r_1^2h_1$

Mà $r_1=4r_2$ và $h_1=\dfrac{15}{\pi r_2^2}$ nên $V_1=\pi.16r_2^2.\dfrac{15}{\pi r_2^2}=240cm^3$

Tổng thể tích tạ tay là $V=2V_1+V_2=2.240+30=510cm^3$

Khối lượng tạ tay là $m=V.D=510.7,7=3927g=3,927kg\approx 3,93kg$.

Câu 20.69. Mực nước trong hồ chứa của nhà máy điện thủy triều thay đổi trong suốt một ngày do nước chảy ra khi thủy triều xuống và nước chảy vào khi thủy triều lên (như hình vẽ). Tốc độ thay đổi của mực nước được xác định bởi hàm số $h'\left(t\right)=\dfrac{1}{90}\left(t^2-17t+60\right)$, trong đó t tính bằng giờ $\left(0\le t\le 24\right)$, $h'\left(t\right)$ tính bằng mét/giờ. Tại thời điểm $t=0$, mực nước trong hồ chứa cao $8m$. Mực nước trong hồ cao nhất bao nhiêu mét?



Lời giải

Ta có $h'\left(t\right)=\dfrac{1}{90}\left(t^2-17t+60\right)$

$\Rightarrow h(t)=\dfrac{1}{90}\int\left(t^2-17t+60\right)dt=\dfrac{1}{90}\left(\dfrac{1}{3}t^3-\dfrac{17}{2}t^2+60t\right)+C$

$\Rightarrow h\left(t\right)=\dfrac{1}{90}\left(\dfrac{1}{3}t^3-\dfrac{17}{2}t^2+60t\right)+C$

Tại thời điểm $t=0$, mực nước trong hồ chứa cao $8m$ nên $h\left(0\right)=8\Rightarrow C=8$

$\Rightarrow h\left(t\right)=\dfrac{1}{90}\left(\dfrac{1}{3}t^3-\dfrac{17}{2}t^2+60t\right)+8\ \ \left(0\le t\le 24\right)$

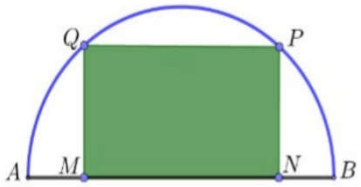
Ta có: $h'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t^2-17t+60=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=5\\t=12\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên:

t	0		5		12		24
$h'(t)$		+	0	−	0	+	
$h(t)$	8	↗	$\frac{1019}{108}$	↘	$\frac{44}{5}$	↗	$\frac{104}{5}$

Mực nước trong hồ cao nhất: $\frac{104}{5} = 20,8m$

Câu 20.70. Trước sân nhà A của một trường THPT có một mảnh đất là nửa hình tròn có đường kính $AB = 10m$. Nhà trường muốn trồng hoa trong hình chữ nhật $MNPQ$ và phần đất còn lại trồng cỏ Nhật. Biết chi phí trồng hoa là 100 ngàn đồng $/1m^2$. Trồng cỏ Nhật hết 150 ngàn đồng $/1m^2$. Hỏi chi phí (làm tròn đến đơn vị ngàn đồng) hết ít nhất là bao nhiêu?



Lời giải

Đặt $MN = 2x\ (0 < x < 5)$. Suy ra : $MQ = \sqrt{25 - x^2}$.

Diện tích trồng hoa là: $S_1 = 2x\sqrt{25 - x^2}$.

Diện tích trồng cỏ Nhật là: $S_2 = \frac{25\pi}{2} - 2x\sqrt{25 - x^2}$.

Chi phí trồng hoa và cỏ là:

$C = \left(2x\sqrt{25 - x^2}\right).100 + \left(\frac{25\pi}{2} - 2x\sqrt{25 - x^2}\right).150 = 1875\pi - 100x\sqrt{25 - x^2}$.

Áp dụng bất đẳng thức AM – GM ta được:

$100x\sqrt{25 - x^2} = 50.2x\sqrt{25 - x^2} \le 50\left(x^2 + 25 - x^2\right) = 1250$.

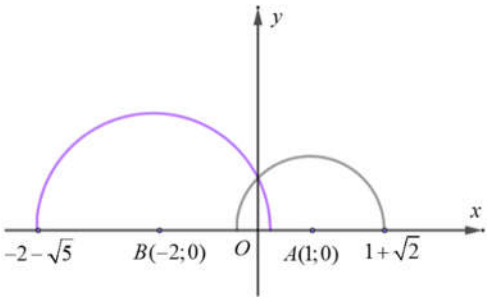
Suy ra: $C \ge 1875\pi - 1250 \approx 4640$. Vậy chi phí hết ít nhất là 4640 ngàn đồng.



Câu 20.71. Một cái hồ lô trang trí được thiết kế phần chứa nước có thể tích bằng thể tích của một vật thể (V) trong không gian. Biết rằng, điểm M thuộc (V) khi và chỉ khi $MA \le \sqrt{2}\ dm$ hoặc $MB \le \sqrt{5}\ dm$; trong đó A và B là hai điểm cố định, $AB = 3\ dm$. Thể tích phần chứa nước của hồ lô đó là bao nhiêu lít? (làm tròn kết quả đến hàng phần chục)

Lời giải

Điểm M thỏa $MA \le \sqrt{2}$ và $MB \le \sqrt{5}$, trong đó A và B là hai điểm cố định, $AB = 3\ dm$ được biểu diễn trong mặt phẳng tọa độ Oxy là hai hình tròn tròn (C_1) tâm $A(1;0)$ bán kính $R_1 = \sqrt{2}$ và hình tròn (C_2) tâm $B(-2;0)$ bán kính $R_2 = \sqrt{5}$.



Khi đó vật thể (V) được tạo thành do hình phẳng (H) giới hạn bởi hai nửa đường tròn $y = \sqrt{2 - (x-1)^2}$, $y = \sqrt{5 - (x+2)^2}$ và trục hoành quay quanh trục Ox.

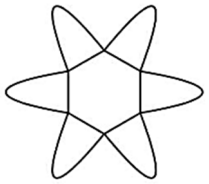
Xét phương trình hoành độ giao điểm của hai nửa đường tròn:

$$\sqrt{5-(x+2)^2}=\sqrt{2-(x-1)^2}\Leftrightarrow x=0$$

Suy ra thể tích phần chứa nước của hồ lô là

$$V=\pi\int\limits_{-2-\sqrt{5}}^{0}\left[5-(x+2)^2\right]\mathrm{d}x+\pi\int\limits_{0}^{1+\sqrt{2}}\left[2-(x-1)^2\right]\mathrm{d}x\approx 57{,}6\ l\,.$$

Câu 20.72. Để trang trí một bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m\times 4m$ trong phòng, bạn Hoa vẽ lên tường một hình như sau: Trên mỗi cạnh của một hình lục giác đều có cạnh $2dm$, vẽ một cánh hoa hình parabol. Đỉnh của parabol cách cạnh $3dm$ và nằm phía ngoài hình lục giác đều. Đường parabol đi qua hai đầu mút của mỗi cạnh hình lục giác (tham khảo hình vẽ).

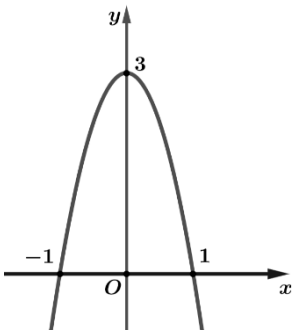


Hỏi bạn Hoa có thể vẽ tối đa bao nhiêu hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí?

Lời giải

Diện tích của hình lục giác đều cạnh bằng 2dm là: $6.\dfrac{2^2\sqrt{3}}{4}=6\sqrt{3}$.

Gắn trục tọa độ Oxy cho một cánh hoa. Diện tích của một cánh hoa là diện tích phẳng hình phẳng dưới hạn bởi đồ thị đồ thị hàm số $(P):y=ax^2+bx+c$ sao cho (P) có đỉnh $I(0;3)$ và cắt trục hoành tại hai điểm $(-1;0)$ và $(1;0)$.



Phương trình parabol (P) là: $y=-3x^2+3$.

Diện tích một cánh hoa được trang trí là:

$$S=\int\limits_{-1}^{2}|-3x^2+3|\,\mathrm{d}x=4\,\mathrm{dm}^2.$$

Diện tích của một bông hoa được trang trí là:

$$6\sqrt{3}+6.4=24+6\sqrt{3}\,\mathrm{dm}^2$$

Diện tích bức tường hình chữ nhật có kích thước $3m\times 4m$ là: $3.4=12\mathrm{m}^2=1200\mathrm{dm}^2$.

Tỉ lệ diện tích của bức tường hình chữ nhật và diện tích một bông hoa là:

$$\frac{1200}{24+6\sqrt{3}}\approx 34{,}89$$

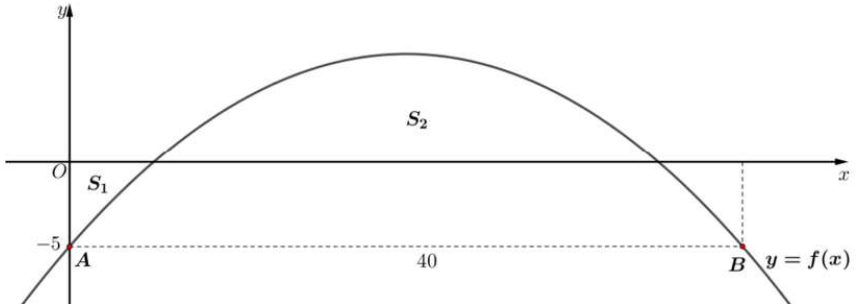
Vậy bạn Hoa có thể trang trí tối đa 34 hình có cùng kích thước như vậy lên bức tường cần trang trí.

Câu 20.73. Một nhóm các kỹ sư muốn xây dựng một cây cầu vòm dàn thép với giá đỡ dưới bằng thép cao cấp có hình dáng là một Parabol nối từ 2 cột trụ A và B nằm bên dưới cây cầu, biết hai cột trụ cách nhau $400\,m$, khoảng cách từ trụ A đến cây cầu là $50\,m$ và AB song song với mặt đường.

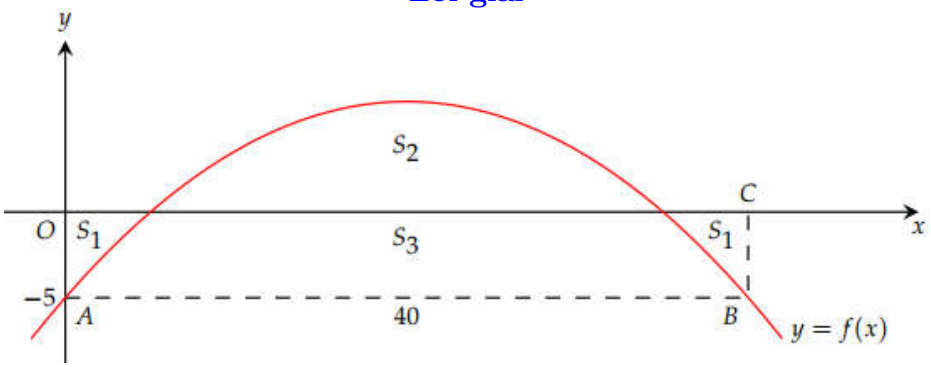


Gắn hệ trục toạ độ Oxy vào cây cầu với đơn vị trục toạ độ là $10\,m$. Giá đỡ dưới bằng thép là đường cong Parabol tạo với 2 trục toạ độ các hình phẳng có diện tích S_1,S_2 như

hình vẽ bên, biết rằng $S_2 - 2S_1 = \dfrac{2200}{21}$. Điểm cao nhất của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu bao nhiêu mét. (*Làm tròn đến hàng phần mười*)



Lời giải



Phương trình Parabol: $f(x) = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$

Ta có: $\begin{cases} f(0) = -5 \\ f(40) = -5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -5 \\ 1600a + 40b + c = -5 \end{cases}$

Mặt khác:

$S_2 - 2S_1 = S_2 - (S_{OABC} - S_3) = (S_2 + S_3) - S_{OABC}$

$= \int_0^{40} (ax^2 + bx + c + 5) - 5.40 = \left(a.\dfrac{40^3}{3} + b.\dfrac{40^2}{2} + 40c + 5.40\right) - 200 = \dfrac{40^3}{3}a + \dfrac{40^2}{2}b + 40c$

Mà $S_2 - 2S_1 = \dfrac{2200}{21} \Leftrightarrow \dfrac{40^3}{3}a + \dfrac{40^2}{2}b + 40c = \dfrac{2200}{21}$

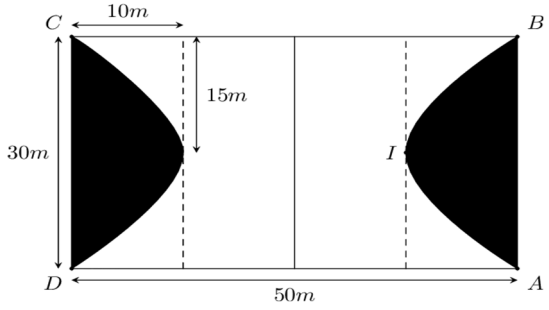
Ta có hệ phương trình: $\begin{cases} c = -5 \\ 1600a + 40b + c = -5 \\ \dfrac{40^3}{3}a + \dfrac{40^2}{2}b + 40c = \dfrac{2200}{21} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = -\dfrac{1}{35} \\ b = \dfrac{8}{7} \\ c = -5 \end{cases}$

Suy ra Parabol: $f(x) = -\dfrac{1}{35}x^2 + \dfrac{8}{7}x - 5$

Độ cao lớn nhất của của giá đỡ dưới bằng thép cao cấp cách mặt đường cây cầu là:

$f(20) = -\dfrac{1}{35}.20^2 + \dfrac{8}{7}.20 - 5 \approx 64,3\,m$.

Câu 20.74. Ông Nam xây dựng một sân bóng đá mini hình chữ nhật có chiều rộng 30 m và chiều dài 50 m. Để giảm bớt chi phí cho việc trồng cỏ nhân tạo, ông Nam chia sân bóng ra làm hai phần (tô đen và



không tô đen) như hình vẽ bên. Phần tô đen gồm hai miền diện tích bằng nhau và đường cong AIB là một parabol đỉnh I với khoảng cách từ I đến AB bằng 10 m.

Phần tô đen được trồng cỏ nhân tạo với giá 140000 đồng/m^2 và phần còn lại được trồng cỏ nhân tạo với giá 100000 đồng/m^2. Hỏi ông Nam phải trả bao nhiêu triệu đồng để trồng cỏ nhân tạo cho sân bóng?

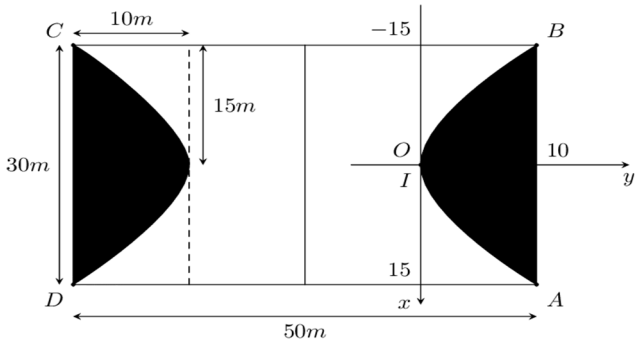
Lời giải

Gắn hệ trục tọa độ Oxy như hình vẽ.

Giả sử phương trình parabol là $y=ax^2+bx+c$, $a\neq 0$.

Ta có $\begin{cases} c=0 \\ 10=225a+15b \\ 10=225a-15b \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{2}{45} \\ b=0 \\ c=0 \end{cases} \Rightarrow (P): y=\dfrac{2}{45}x^2.$



Diện tích phần sân tô đen là: $S=2.\int_{-15}^{15}\left(10-\dfrac{2}{45}x^2\right)\text{d}x=2\cdot\left(10x-\dfrac{2}{45}\cdot\dfrac{x^3}{3}\right)\Big|_{-15}^{15}=400(\text{m}^2).$

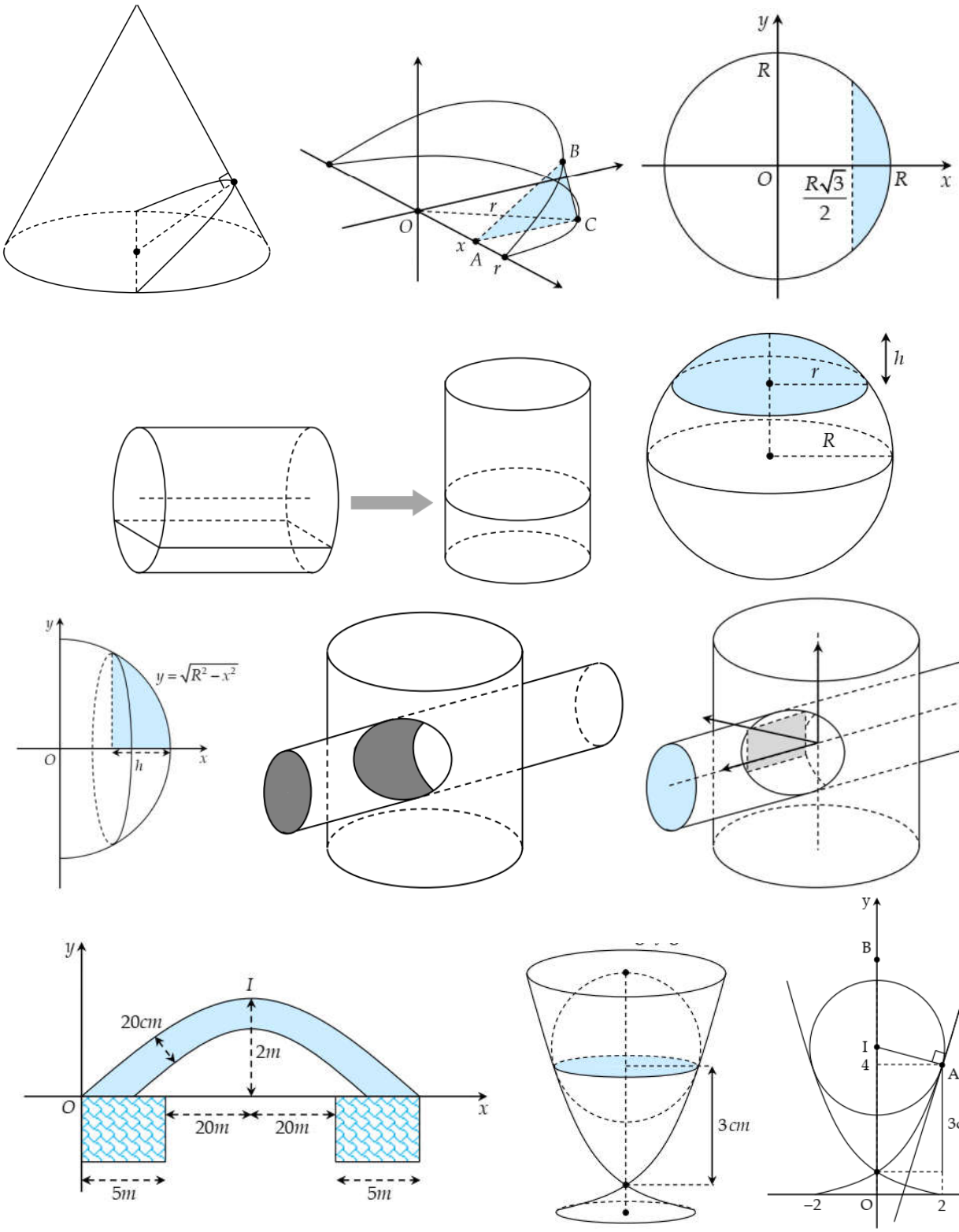
Diện tích phần còn lại là $30\cdot 50-400=1100$ (m^2).

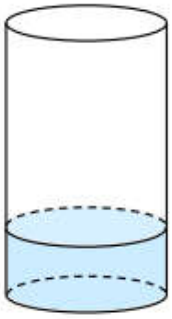
Ông Nam phải trả số tiền là $400\times 140000+1100\times 100000=166000000$ (đồng) $=166$ (triệu đồng).

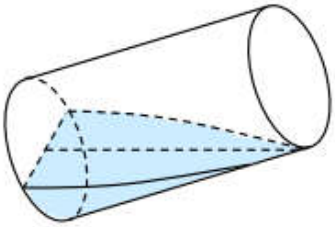
----------HẾT----------

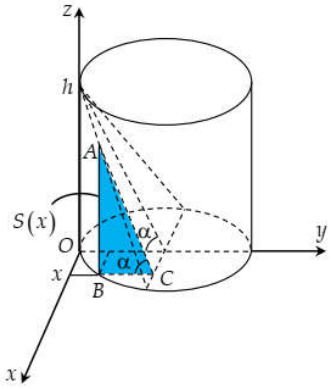
PHỤ LỤC

LÀM QUEN MỘT SỐ HÌNH VẼ CÓ THỂ GẶP TRONG CÁC BÀI TOÁN

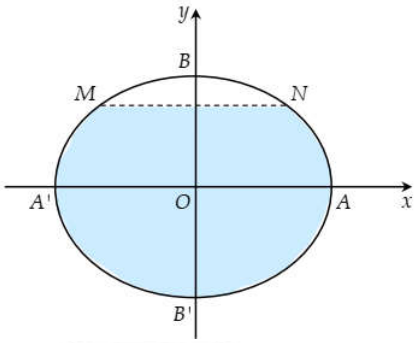


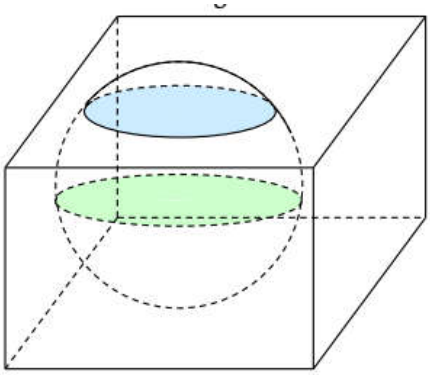


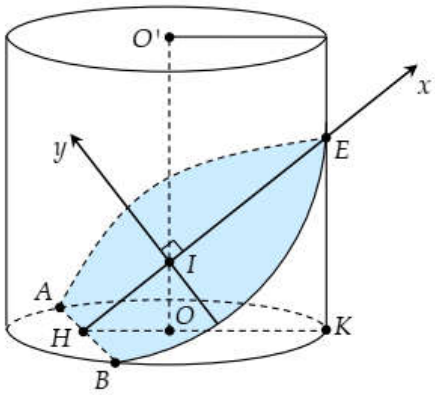


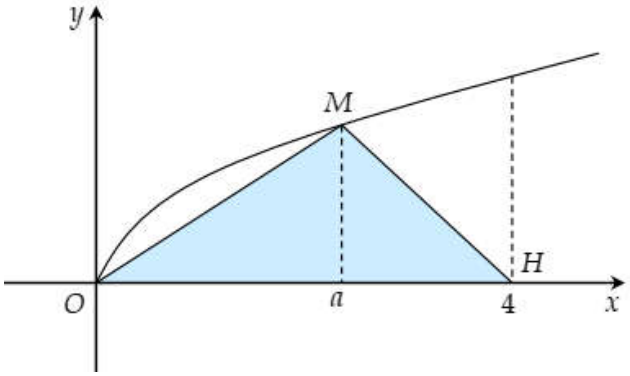

z
h
A
S(x)
O
α
y
x
B
C
x

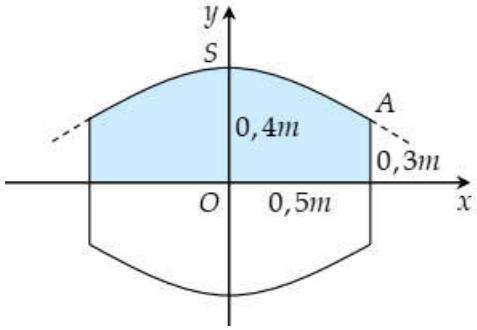


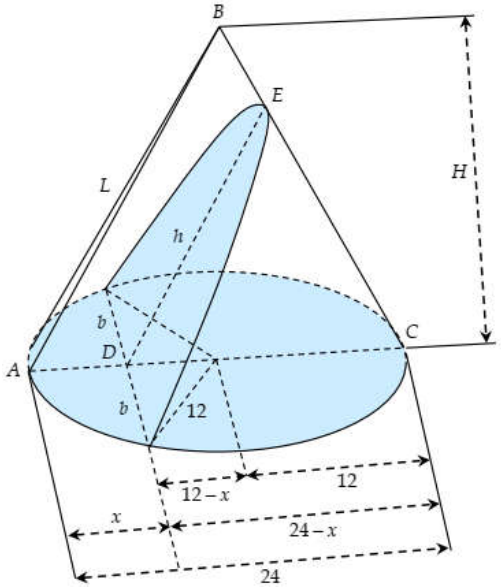

y
B
M
N
A'
O
A
x
B'

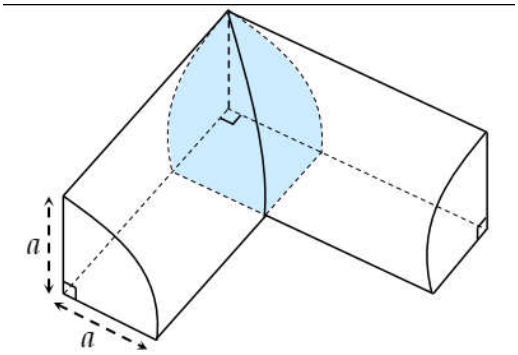


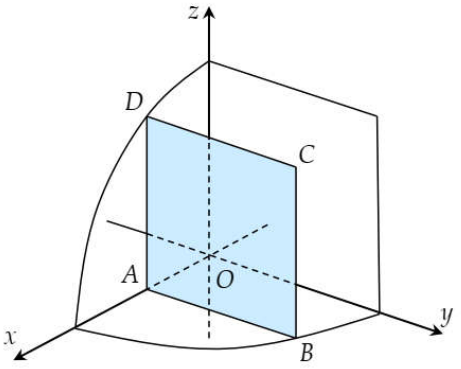

O'
x
y
E
I
A
O
H
K
B

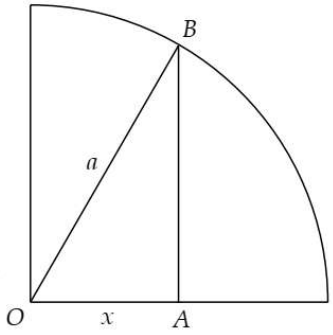

y
M
H
O
a
4
x

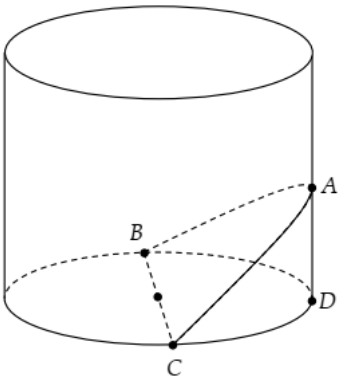

y
S
A
0,4m
0,3m
O
0,5m
x

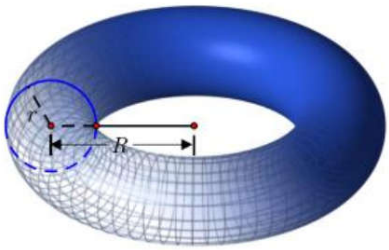

B
E
H
L
h
b
D
C
A
b
12
12 − x
12
x
24 − x
24

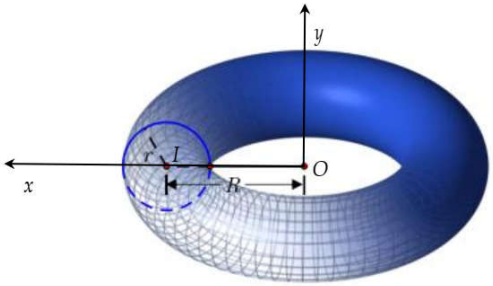

a
a

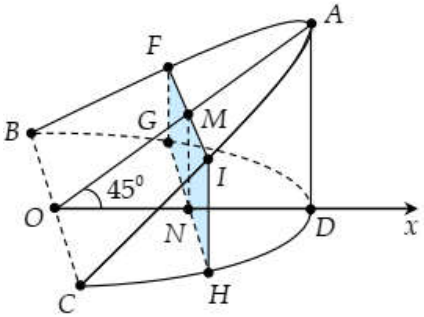

z
D
C
A
O
x
y
B

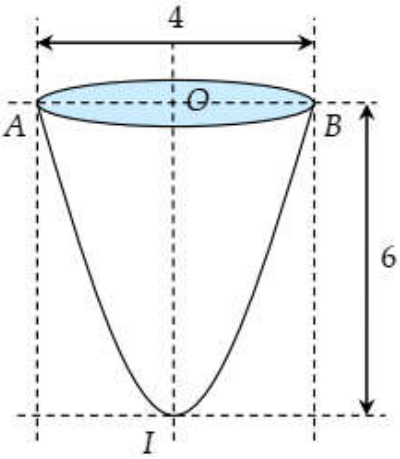

B
a
O
x
A

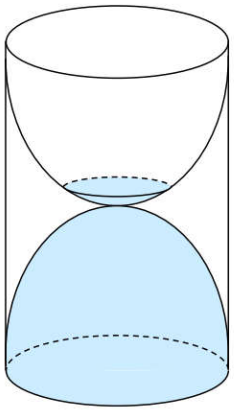

A
B
D
C

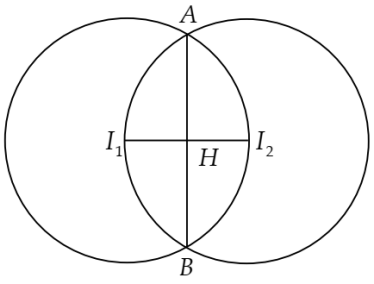

r
R

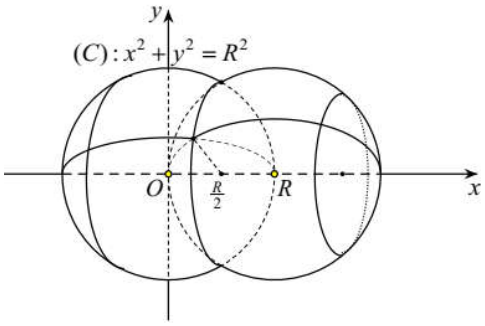

y
x
r
I
O
R

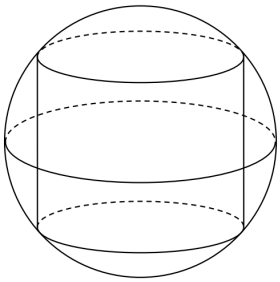

A
F
B
G
M
I
45⁰
O
N
D
x
C
H

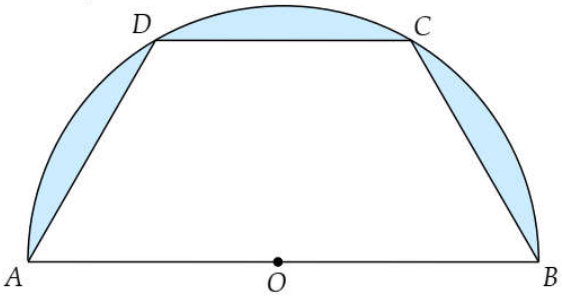

4
O
A
B
6
I

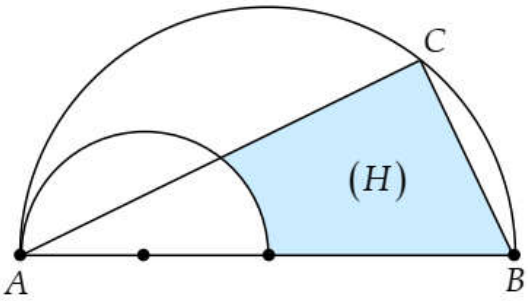


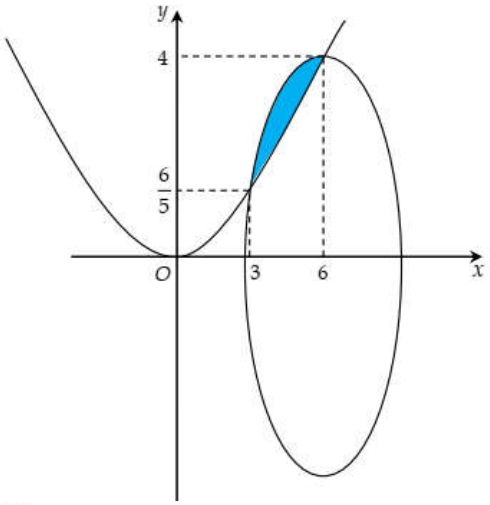

A
I_1
H
I_2
B

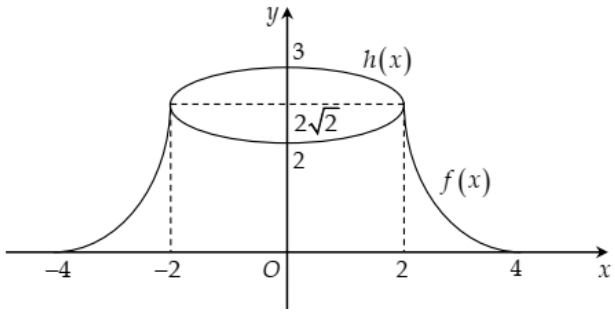

y
$(C): x^2 + y^2 = R^2$
O
$\frac{R}{2}$
R
x

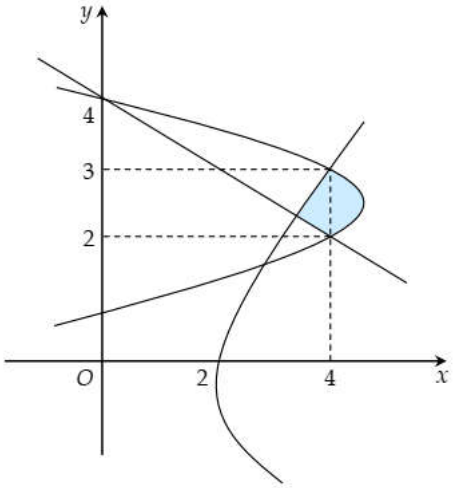


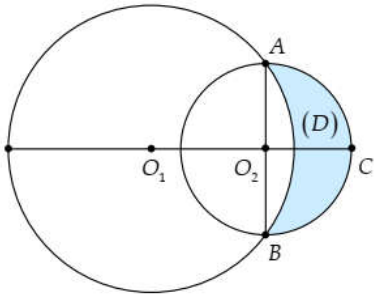

D
C
A
O
B

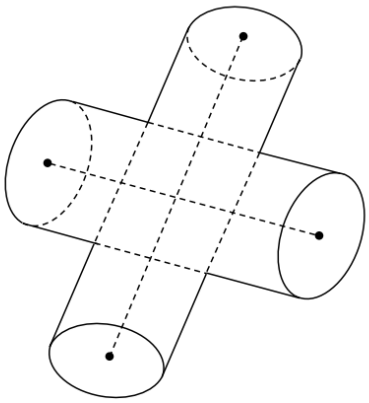

C
(H)
A
B

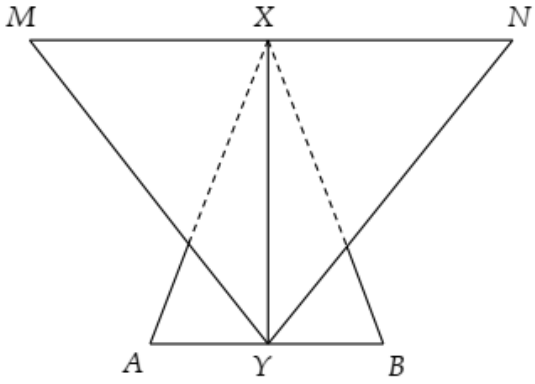

y
4
$\frac{6}{5}$
O
3
6
x

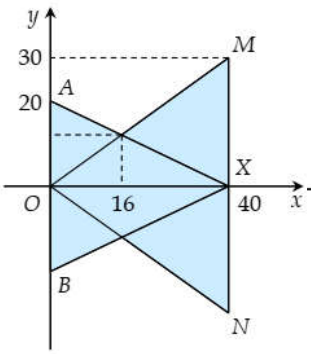

y
3
h(x)
$2\sqrt{2}$
2
f(x)
−4
−2
O
2
4
x

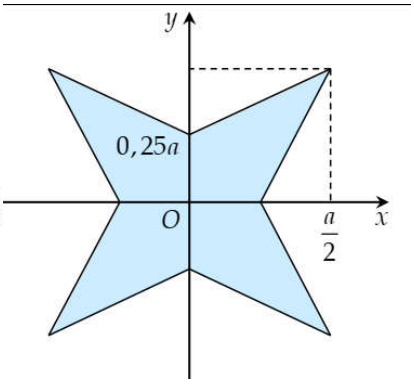

y
4
3
2
O
2
4
x

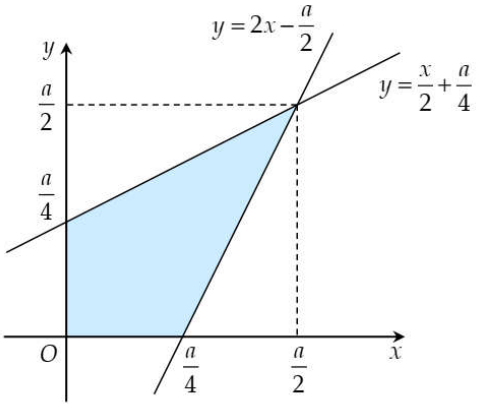

A
(D)
O_1
O_2
C
B

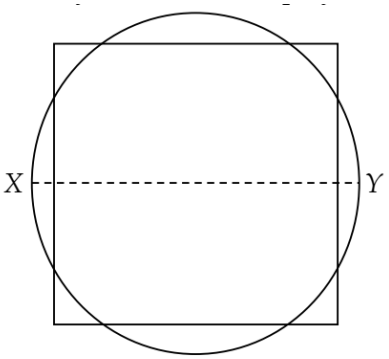


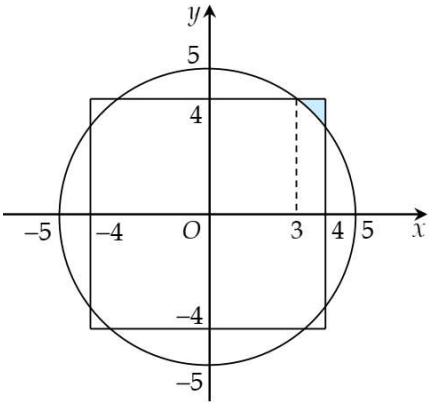

M
X
N
A
Y
B

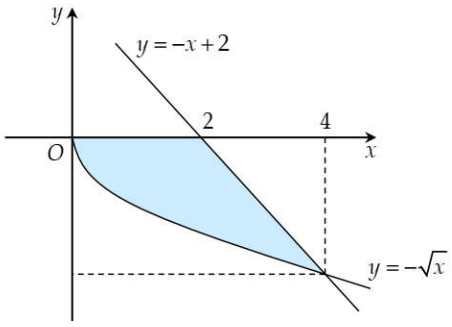

y
30
20
A
M
X
O
16
40
x
B
N

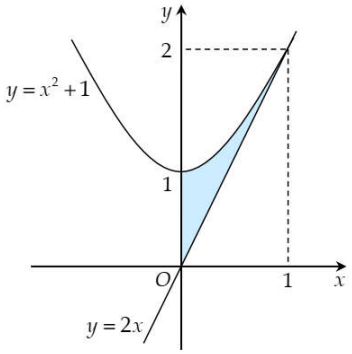

y
0,25a
O
a/2
x

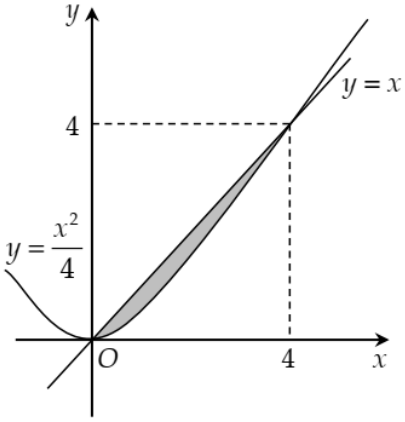

y = 2x − a/2
y = x/2 + a/4
y
a/2
a/4
O
a/4
a/2
x

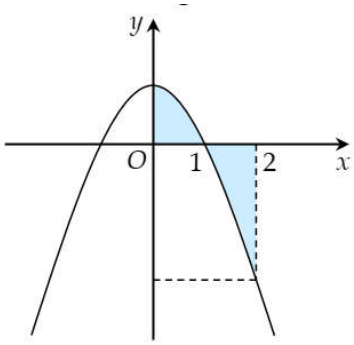

X
Y

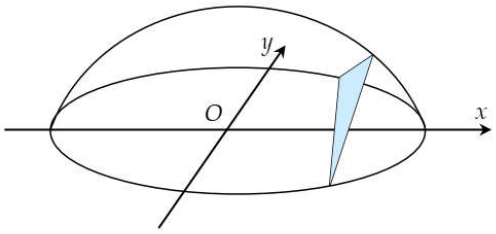

y
5
4
−5
−4
O
3
4
5
x
−4
−5

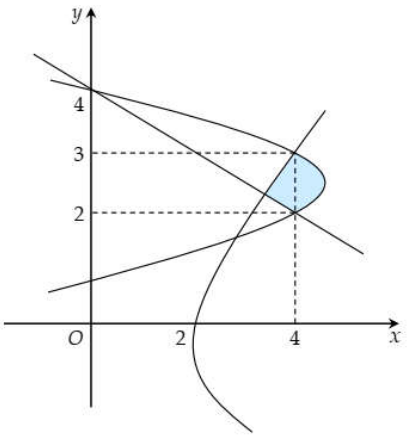

y
y = −x + 2
2
4
O
x
y = −√x

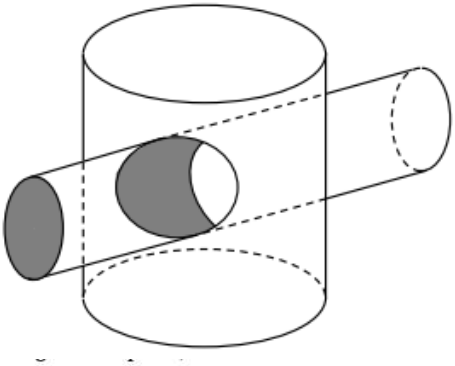

y
2
y = x² + 1
1
O
1
x
y = 2x

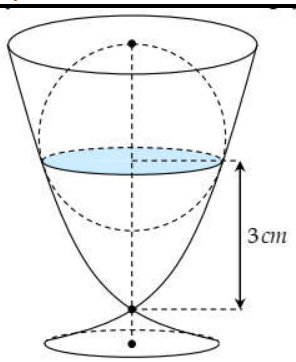

y
y = x
4
y = x²/4
O
4
x

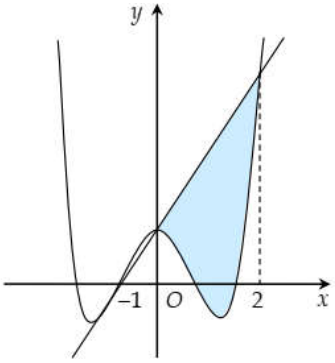

y
O
1
2
x

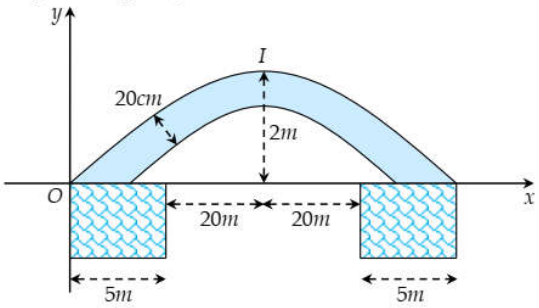

y
O
x

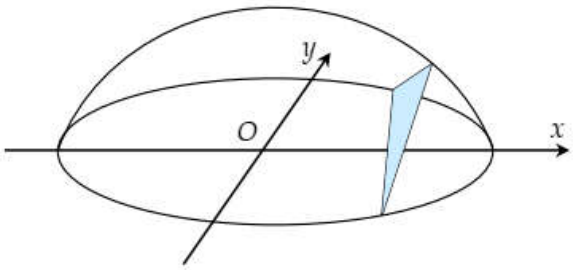

y
4
3
2
O
2
4
x

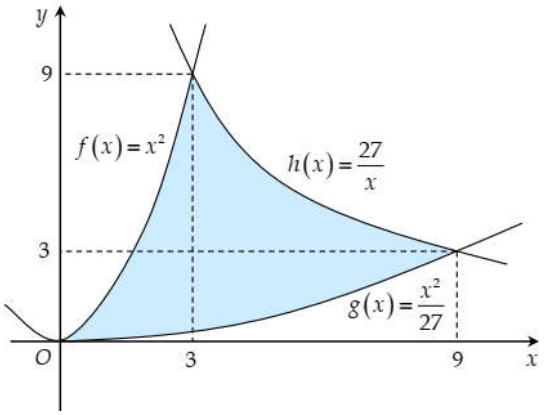


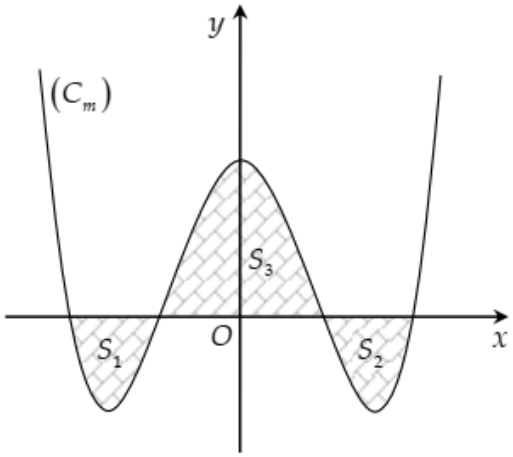

3cm

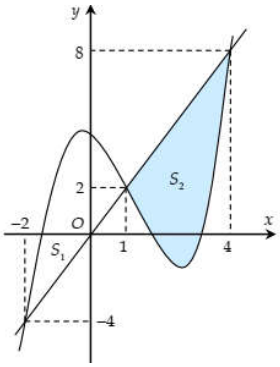

y
−1
O
2
x

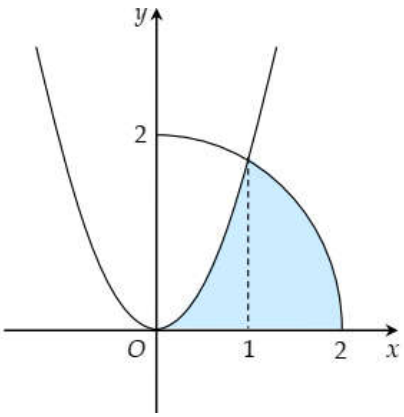

y
I
20cm
2m
O
x
20m
20m
5m
5m

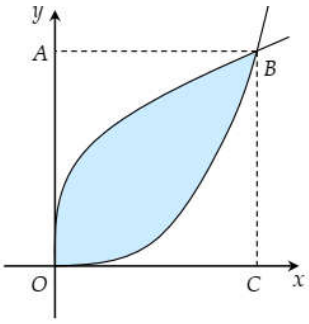

y
O
x

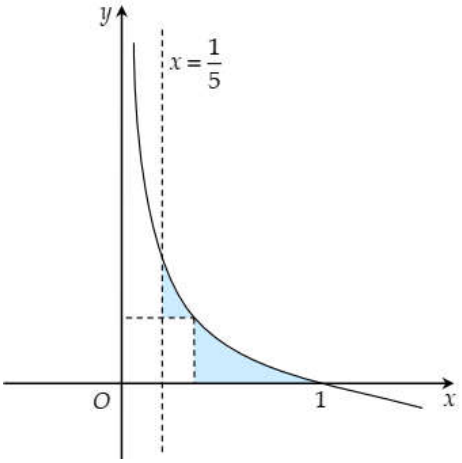

y
9
3
O
3
9
x
f(x) = x²
h(x) = 27/x
g(x) = x²/27

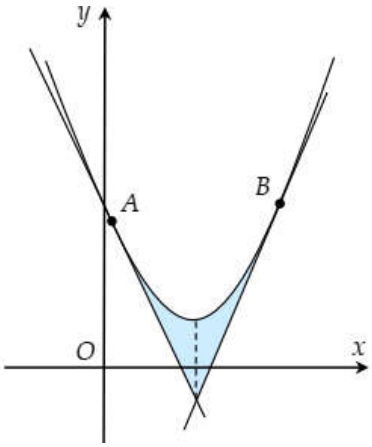

y
(C_m)
S_3
S_1
O
S_2
x

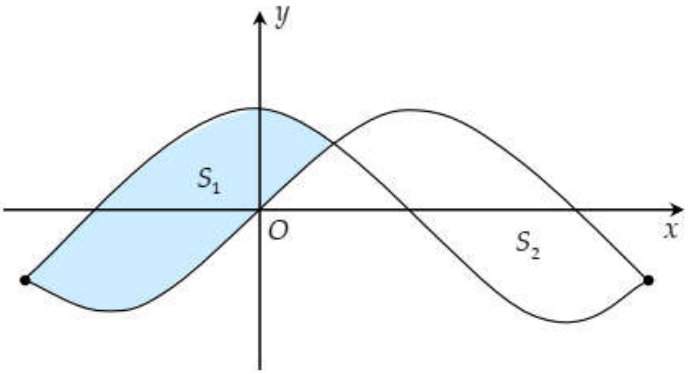

y
8
2
−2
O
1
4
x
S_1
S_2
−4

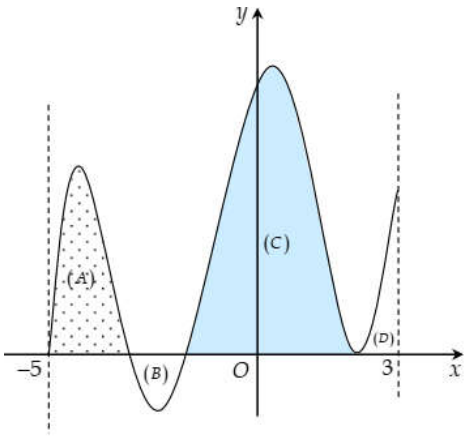

y
2
O
1
2
x

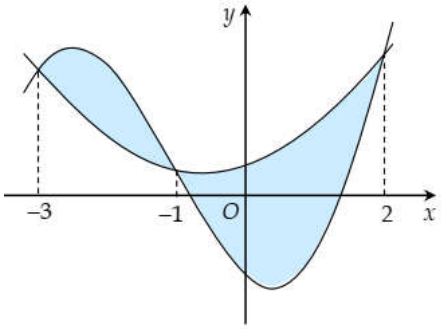

y
A
B
O
C
x

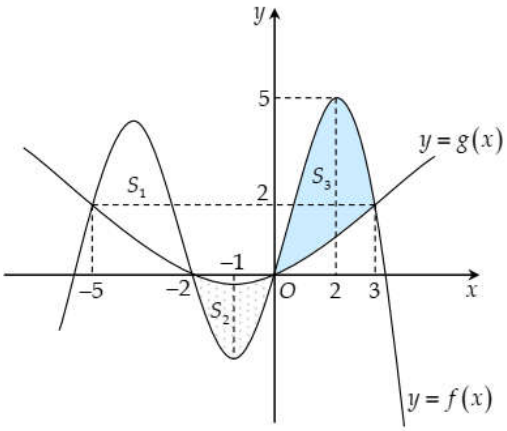

y
$x=\frac{1}{5}$
O
1
x

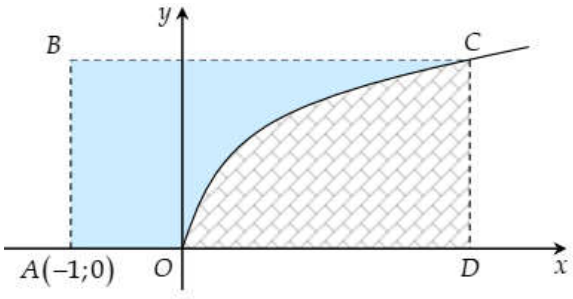

y
A
B
O
x

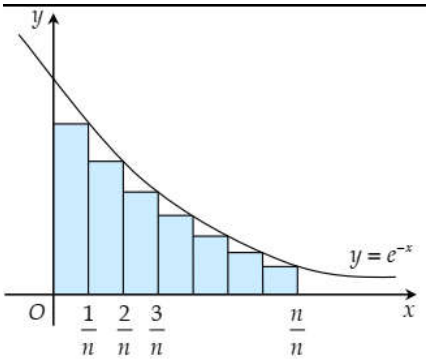

y
S_1
O
S_2
x

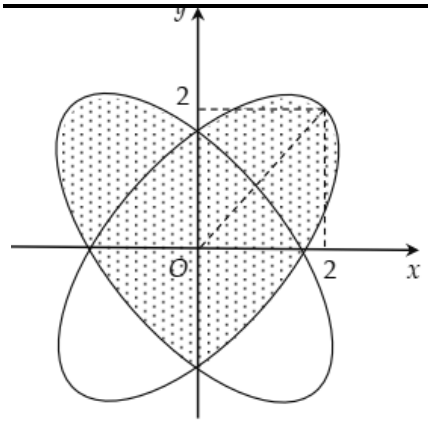

y
(A)
(C)
(D)
(B)
−5
O
3
x

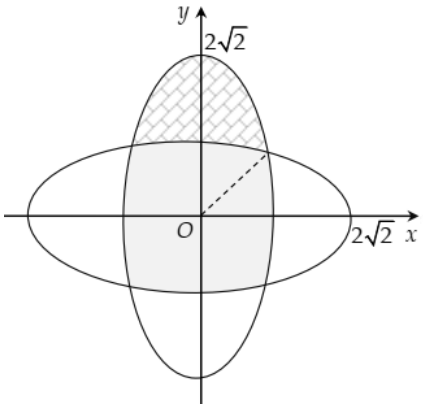

y
−3
−1
O
2
x

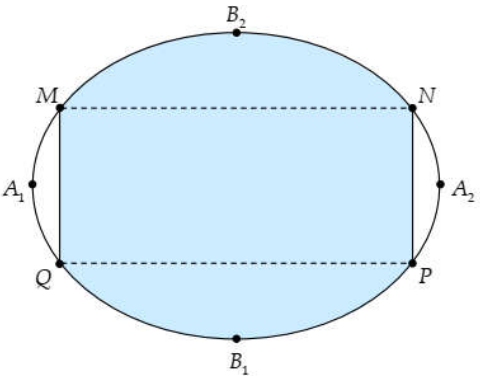

y
5
$y=g(x)$
S_1
2
S_3
−1
−5
−2
S_2
O
2
3
x
$y=f(x)$

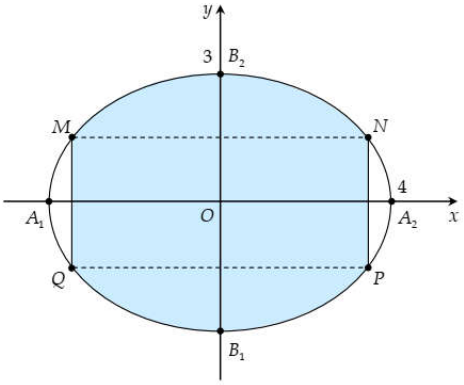

y
B
C
A(−1;0)
O
D
x

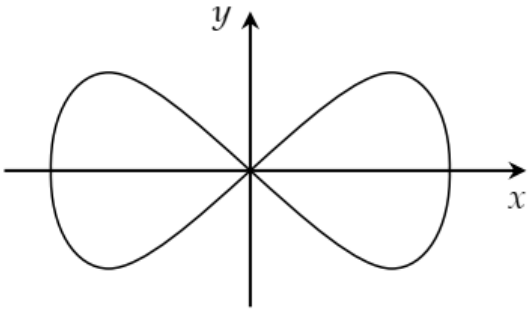

y
$y=e^{-x}$
O
$\frac{1}{n}$
$\frac{2}{n}$
$\frac{3}{n}$
$\frac{n}{n}$
x

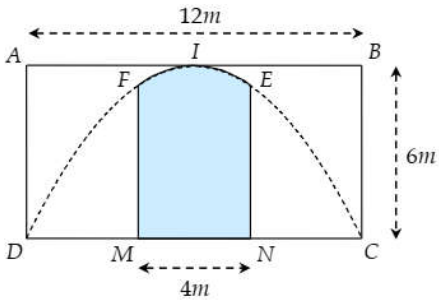

y
2
O
2
x


y
2√2
O
2√2
x

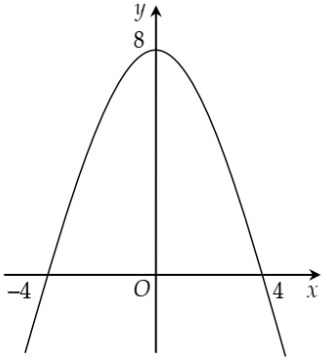

B2
M
N
A1
A2
Q
P
B1

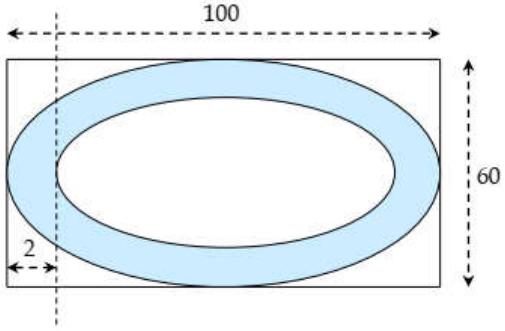

y
3
B2
M
N
A1
O
4
A2
x
Q
P
B1

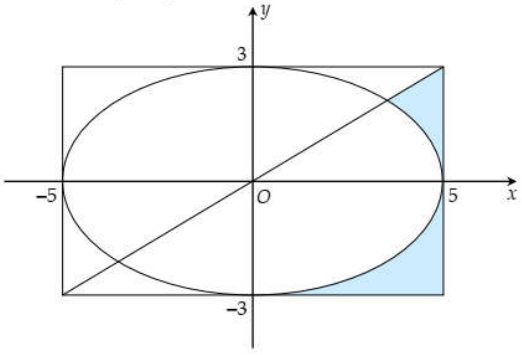

y
x

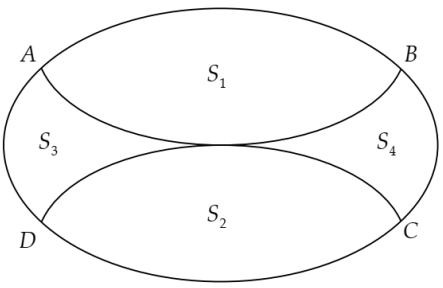

12m
A
I
B
F
E
6m
D
M
N
C
4m

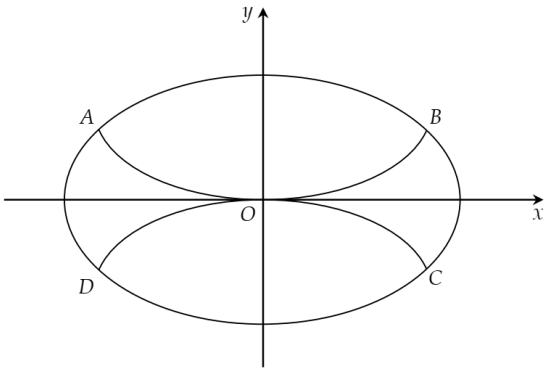

8m

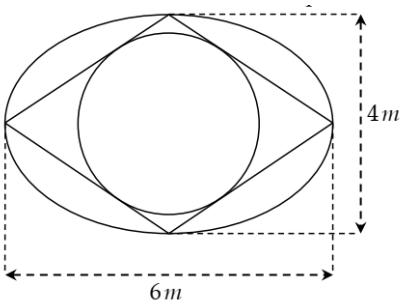

y
8
−4
O
4
x

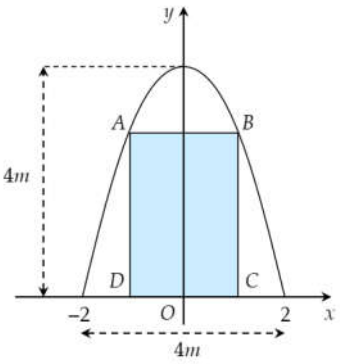

100
60
2

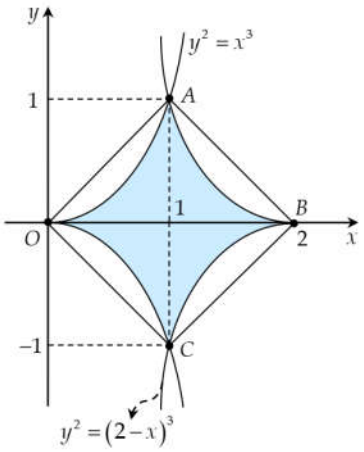

y
3
−5
O
5
x
−3

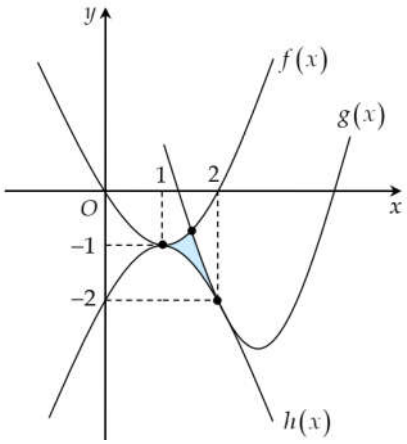

A
B
S1
S3
S4
S2
D
C

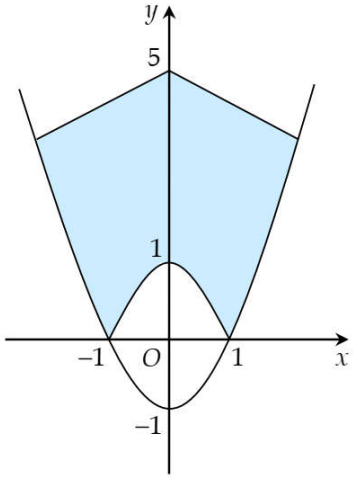

y
A
B
O
x
D
C

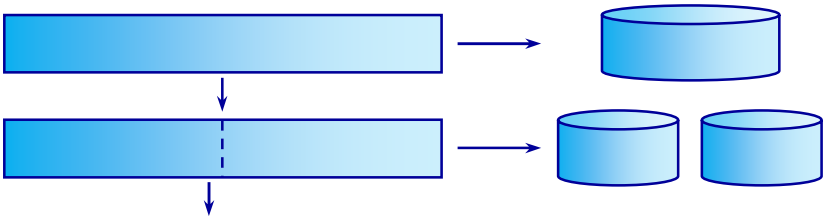

4m
6m

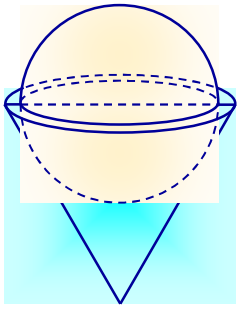

y
A
B
4m
D
C
−2
O
2
x
4m

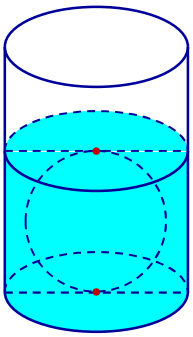

y
$y^2 = x^3$
1
A
B
O
1
2
x
−1
C
$y^2 = (2-x)^3$

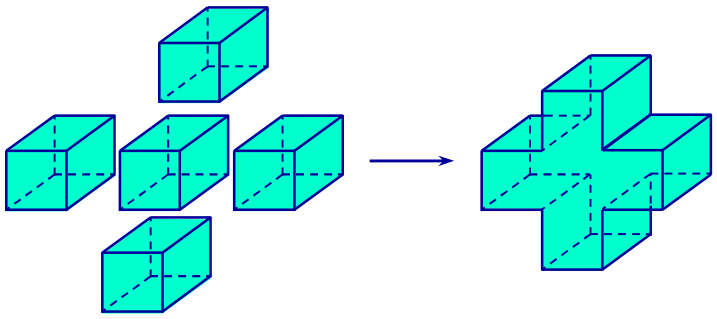

y
$f(x)$
$g(x)$
1
2
O
x
−1
−2
$h(x)$

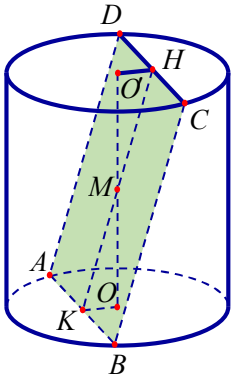

y
5
1
−1
O
1
x
−1

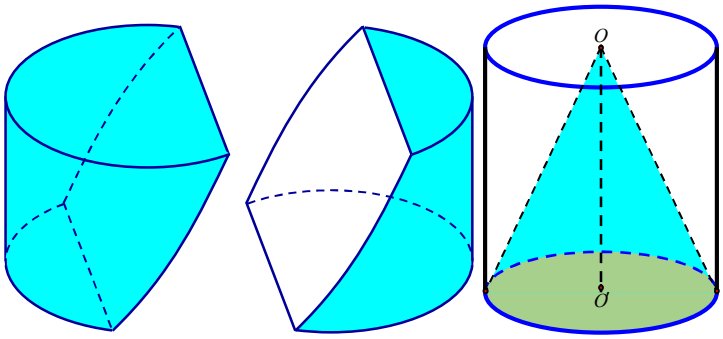


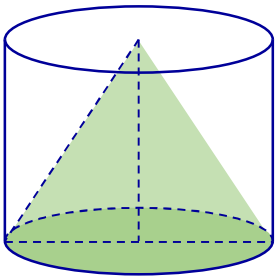


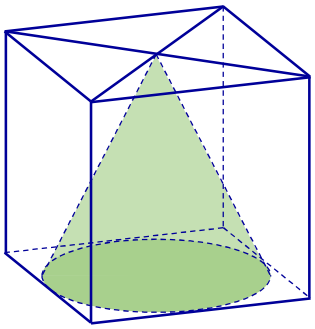


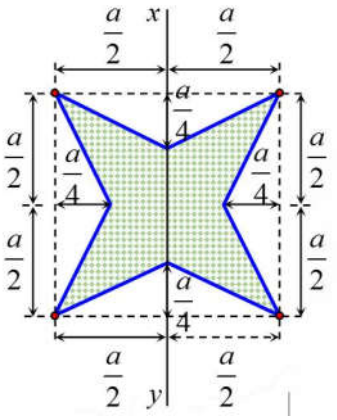


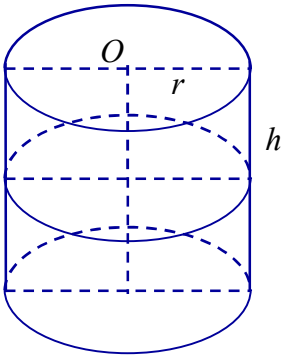

D
H
O
C
M
A
O
K
B

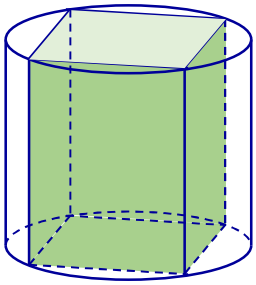

O
O

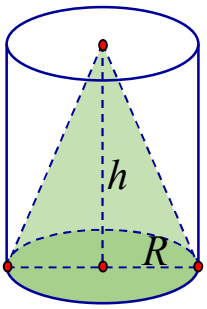


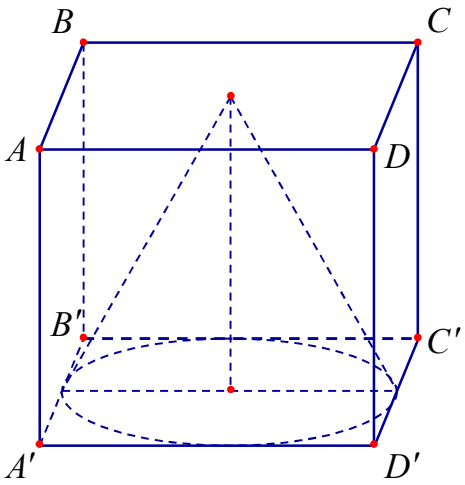


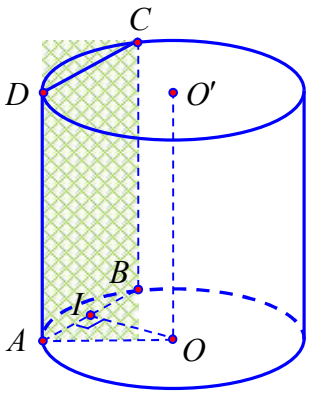

x
y

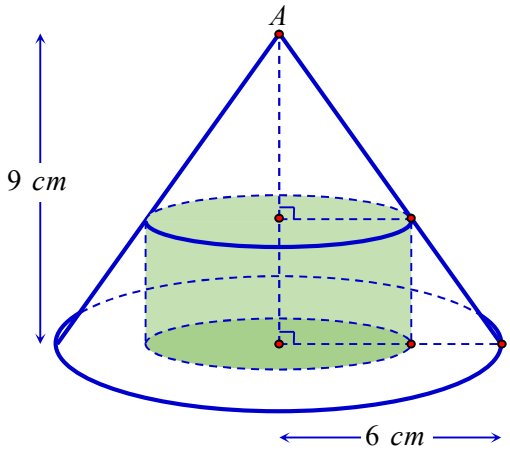

O
r
h

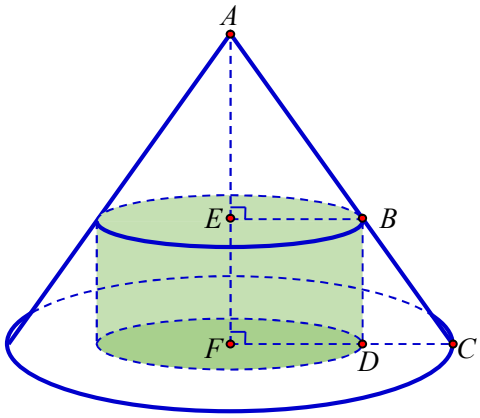


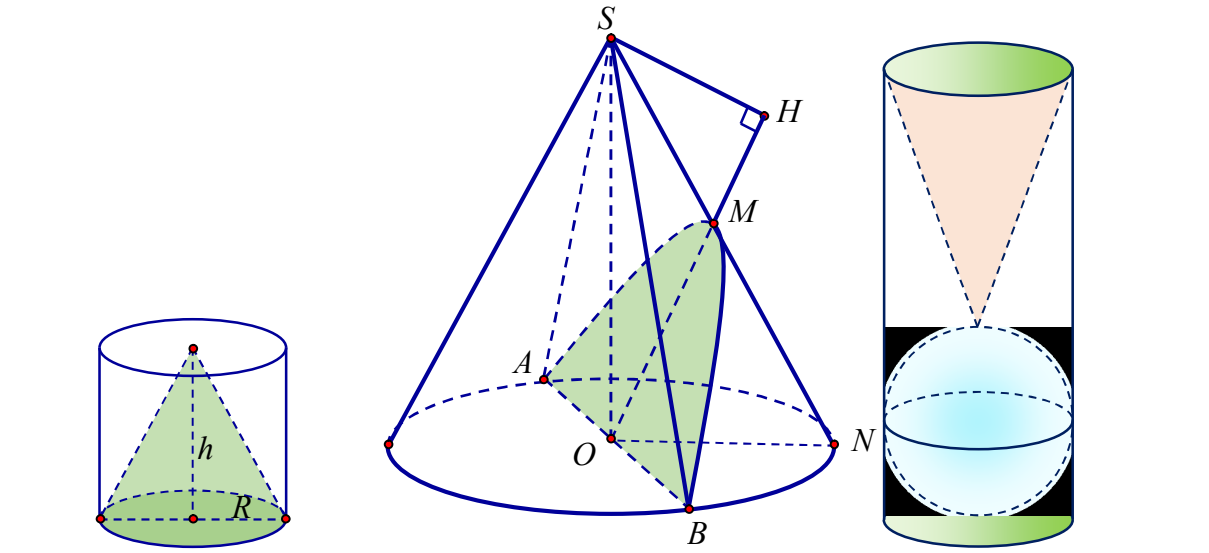

h
R

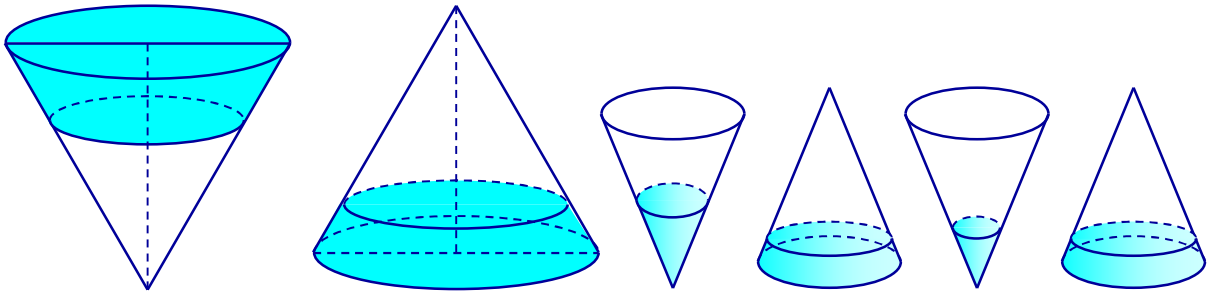

B
C
A
D
B′
C′
A′
D′

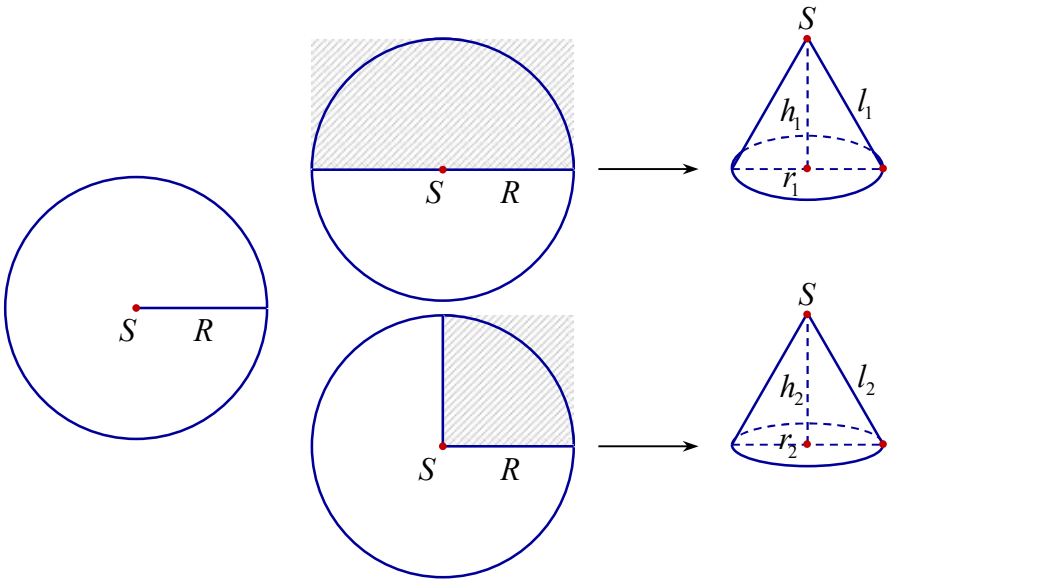

C
D
O′
B
I
A
O

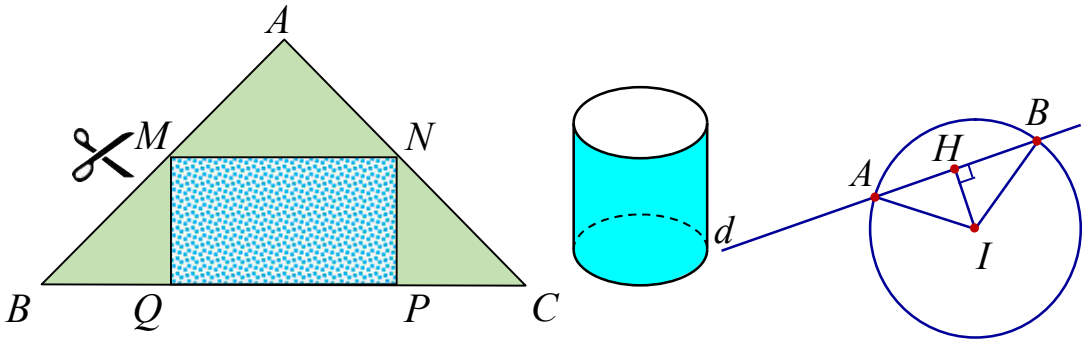

A
9 cm
6 cm

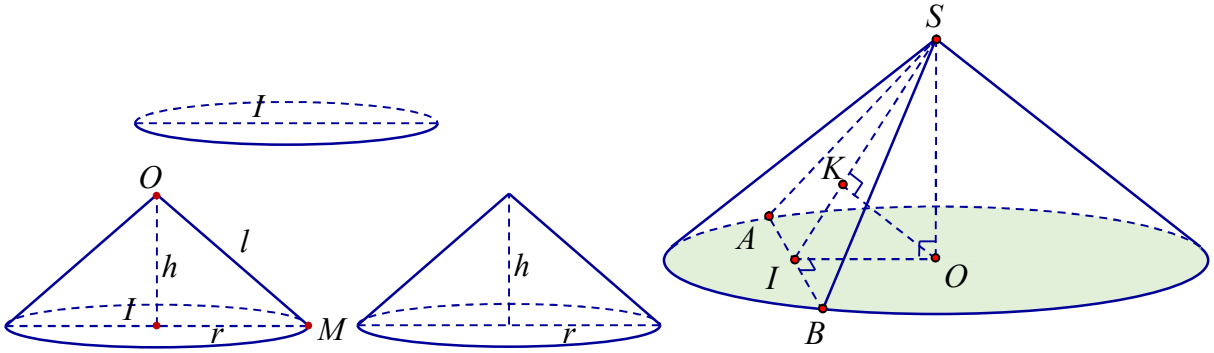

A
E
B
F
D
C

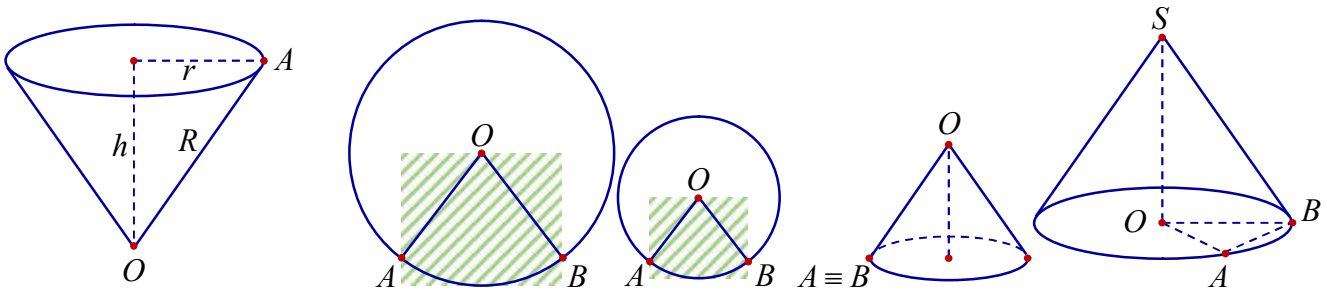

S
H
M
A
O
N
B
h
R

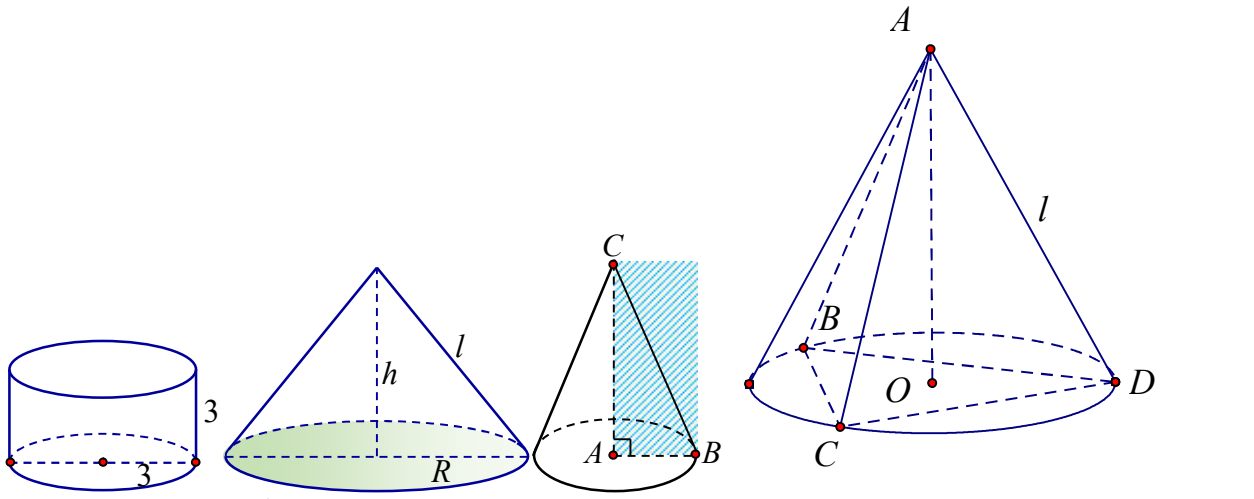


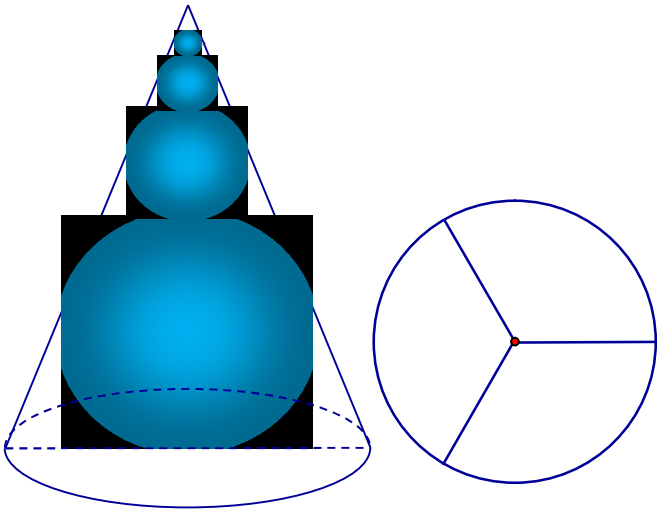

S
R
S
R
S
R
S
R
S
h_1
l_1
r_1
S
h_2
l_2
r_2

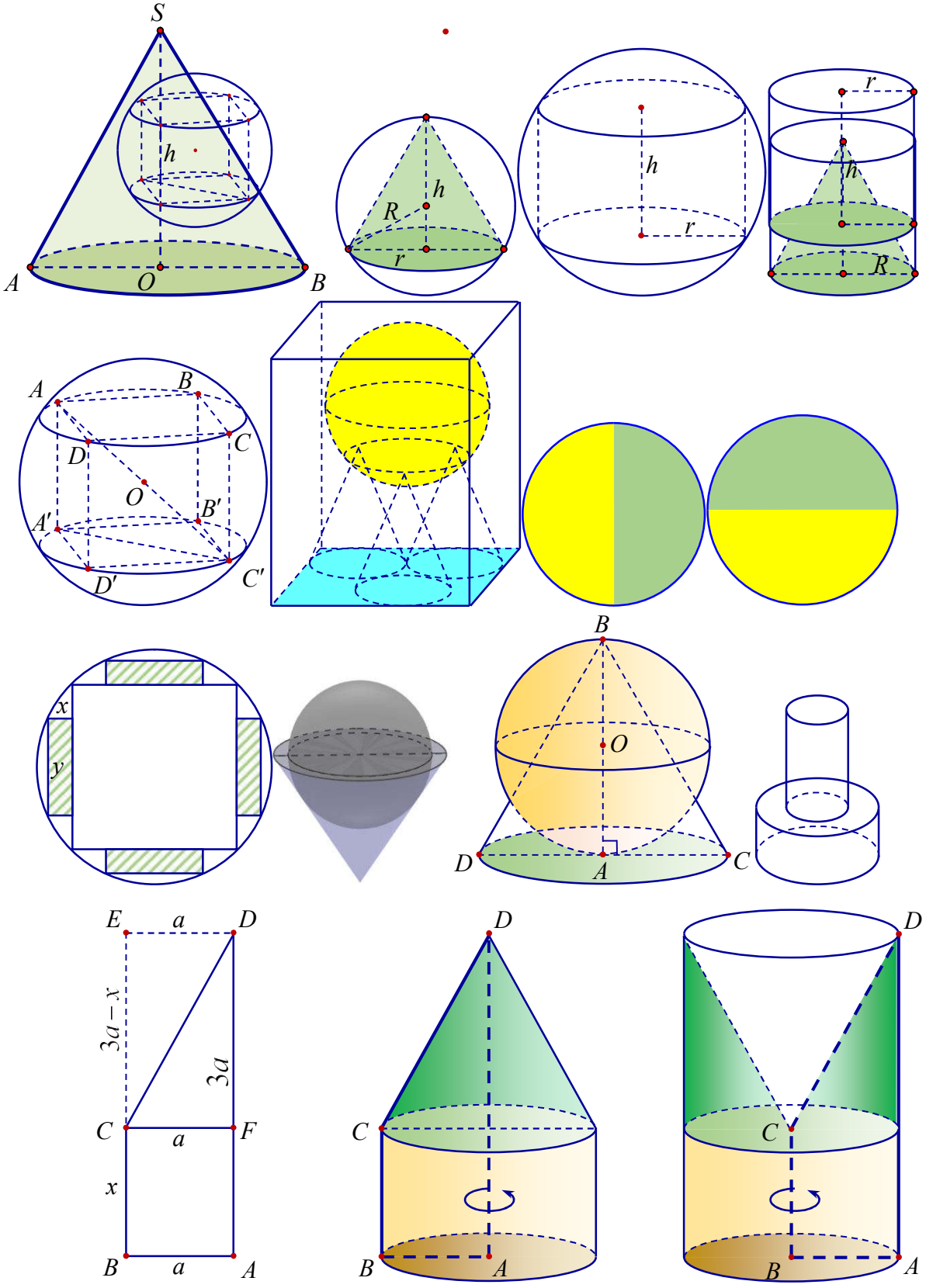

A
M
N
B
Q
P
C
d
B
H
A
I


I
O
l
h
I
r
M
h
r
S
K
A
I
O
B


r
A
h
R
O
O
A
B
O
A
B
A ≡ B
S
O
B
A


A
l
B
D
O
C
3
3
h
l
R
C
A
B


l
h
r
O


S
h
A
O
B
h
R
r
h
r
r
h
R
A
B
C
D
O
A′
B′
D′
C′
x
y
B
O
D
A
C
E
a
D
3a − x
3a
C
a
F
x
B
a
A
D
C
B
A
D
C
B
A

----------HẾT----------

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG CÂU 21. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (60 CÂU)

Câu 21.1. **(ĐMH 2025)** Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 500 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1 \le x \le 500)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó là $F(x) = x^3 - 1999x^2 + 1001000x + 250000$ (đồng), trong khi chi phí sản xuất bình quân cho một sản phẩm là $G(x) = x + 1000 + \dfrac{250000}{x}$ (đồng). Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận của doanh nghiệp khi sản xuất x sản phẩm là:

$$L(x) = F(x) - xG(x) = x^2 - 1999x^2 + 1001000x + 250000 - x\left(x + 1000 + \frac{250000}{x}\right).$$

$L(x) = x^3 - 2000x^2 + 1000000x$ có đạo hàm $L'(x) = 3x^2 - 4000x + 1000000$

$$L'(x) = 3x^2 - 4000x + 1000000 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1000 \\ x = \dfrac{1000}{3} \end{array}\right., \ x = 1000 \notin [0;500], \text{ loại}$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $L(x)$ trên đoạn $[0;500]$ (như hình).

x	0		$\frac{1000}{3}$		500
$y'(x)$		+	0	−	
$y(x)$		↗		↘	

Do số sản phẩm là số nguyên nên ta xét giá trị của hàm số tại hai điểm nguyên trước và sau giá trị $\dfrac{1000}{3}$ là 333 và 334.

Ta có $f(333) = 148148037; f(334) = 148147704 \Rightarrow f(333) > f(334)$

Do đó doanh nghiệp nên sản xuất 333 sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 21.2. Giả sử số lượng tế bào của một quần thể nấm men tại môi trường nuôi cấy trong phòng thí nghiệm được mô hình hóa bằng hàm số $P(t) = \dfrac{a}{b + e^{-0,75t}}$ (với $a, b \in \mathbb{R}$), trong đó thời gian t được tính bằng giờ. Đạo hàm của hàm số $y = P(t)$ biểu thị tốc độ sinh trưởng của nấm men (tính bằng tế bào/giờ) tại thời điểm t (giờ). Tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 10 tế bào/giờ. Tìm số lượng tế bào của quần thể nấm men tại thời điểm tốc độ sinh trưởng của quần thể đạt mức tối đa.

Lời giải

Theo đề bài ta có tại thời điểm ban đầu $t = 0$, quần thể có 20 tế bào và tốc độ sinh trưởng là 10 tế bào/giờ suy ra $P(0) = 20$ và $P'(0) = 10$, ta có hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} \dfrac{a}{b+1} = 20 \\ \dfrac{0,75a}{(b+1)^2} = 10 \end{cases} \Rightarrow \frac{a}{b+1} : \frac{0,75a}{(b+1)^2} = 20 : 10 \Rightarrow \frac{b+1}{0,75} = 2 \Rightarrow b = \frac{1}{2} \Rightarrow a = 30.$$

Xét hàm số $P'(t) = \dfrac{0,75a \cdot e^{-0,75t}}{\left(b + e^{-0,75t}\right)^2} = \dfrac{22,5e^{-0,75t}}{\left(0,5 + e^{-0,75t}\right)^2}, \forall t \ge 0$

Đặt $m = e^{-0,75t}$, $\forall t \geq 0 \Rightarrow 0 < m \leq 1$.

$$P'(m) = \frac{22,5m}{(0,5+m)^2} \Rightarrow P'' = \frac{-22,5m^2 + 5,625}{(0,5+m)^4} = 0 \Leftrightarrow m = \pm\frac{1}{2}$$

Bảng biến thiên (như hình bên).

m	0		$\frac{1}{2}$		1
P'	0	↗	11,25	↘	−10

Suy ra giá trị lớn nhất của tốc độ sinh trưởng của quần thể khi $m = \frac{1}{2} \Rightarrow t = -\frac{4}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right)$.

Vậy số lượng tế bào của quần thể nấm men tại thời điểm $t = -\frac{4}{3}\ln\left(\frac{1}{2}\right)$ là $P = 30$ tế bào.

Câu 21.3. Vi khuẩn E.coli sống chủ yếu ở đường ruột và có số lượng lớn nhất trong hệ vi sinh vật của cơ thể. Một bộ quần thể vi khuẩn *E.coli* được quan sát trong điều kiện thích hợp, có tốc độ sinh sản được cho bởi hàm số $f(t) = 480.2^t.\ln 2$. Trong đó t tính bằng giờ $(t > 0)$, $f(t)$ tính bằng cá thể/giờ *(Nguồn: R. Larson and B. Edwards, Calculus 10e, Cengage)*. Biết tại thời điểm bắt đầu quan sát, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể. Hỏi sau 3 giờ số lượng cá thể bằng bao nhiêu?

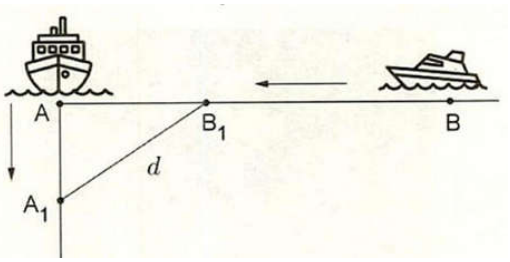
Lời giải

$F(t)$ là hàm số biểu diễn số cá thể theo thời gian t và $F(t)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(t)$.

Ta có: $F(t) = \int f(t)dt = \int (480.2^t.\ln 2)dt = 480.2^t + C$.

Vì tại thời điểm ban đầu, số lượng cá thể được ước tính một cách chính xác khoảng 480 cá thể nên: $F(0) = 480.2^0 + C = 480 \Rightarrow C = 0$. Vậy sau 3 giờ số lượng cá thể là: $F(3) = 480.2^3 = 3840$ cá thể.

Câu 21.4. Hai con tàu A và B đang ở cùng một vĩ tuyến và cách nhau 6 hải lí. Cả hai tàu đồng thời cùng khởi hành. Tàu A chạy về hướng Nam với vận tốc 5 hải lí/giờ, còn tàu B chạy về vị trí hiện tại của tàu A với vận tốc 7 hải lí/giờ. Hỏi sau bao nhiêu giờ thì khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất (là tròn đến hàng phần trăm)?



Lời giải

Ta có $AA_1 = 5t$ và $AB_1 = 6 - 7t$ nên $d^2 = 25t^2 + (6-7t^2) = 74\left(t - \frac{56}{37}\right)^2 + \frac{3200}{37} \geq \frac{3200}{37}$

Khoảng cách giữa hai tàu là bé nhất khi $t = \frac{56}{37} \approx 1,51$ giờ.

Câu 21.5. Dân số trung bình sơ bộ năm 2021 của tỉnh Vĩnh Phúc là 1 191 782 ngjười, tăng 1,75% so với năm 2020. Hỏi với tốc độ tăng dân số được duy trì mức 1,75% một năm thì đến năm bao nhiêu dân số tỉnh Vĩnh Phúc lần đầu vượt 1 880 000 người.

Lời giải

Số dân của của tỉnh Vĩnh Phúc năm 2020 là $P_0 = \frac{1\ 191\ 782}{1+1,75\%} \approx 1\ 171\ 285$ (người).

Để dân số tỉnh Vĩnh Phúc lần đầu vượt 1 880 000 người thì

$$P_0(1+1,75\%)^n > 1\ 880\ 000 \Leftrightarrow n > \log_{1+1,75\%}\frac{1\ 880\ 000}{P_0} \Leftrightarrow n > 27,3.$$

Vậy đến năm 2048 thì dân số tỉnh Vĩnh Phúc lần đầu vượt 1 880 000 người.

Câu 21.6. Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C\left(x\right)=16\,000+500x-1,6x^2+0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p\left(x\right)=1700-7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Lời giải

Điều kiện $\begin{cases}x>0\\1700-7x>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<\dfrac{1700}{7}$.

Doanh thu được khi công ty sản suất và tiêu thụ hết x sản phẩm là $R\left(x\right)=xp\left(x\right)=1700x-7x^2$

Do đó, lợi nhuận thu được là

$P\left(x\right)=xp\left(x\right)-C\left(x\right)=1700x-7x^2-\left(16\,000+500x-1,6x^2+0,004x^3\right)$

$P\left(x\right)=-0,004x^3-5,4x^2+1200x-16\,000$, $0<x<\dfrac{1700}{7}$.

$P'\left(x\right)=-0,012x^2-10,8x+1200$;

$P'\left(x\right)=0\Leftrightarrow -0,012x^2+10,8x+1200=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1000\\x=100\end{array}\right.$.

Đối chiếu điều kiện ta có $x=100$.

Lập bảng biến thiên của hàm số, ta thu được kết quả là $\max\limits_{\left(0;\frac{1700}{7}\right)}P\left(x\right)=P\left(100\right)=46\,000$ (triệu).

Vậy công ty cần sản xuất 100 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là cao nhất.

Câu 21.7. Trong trung tâm thương mại Lotte có một nhà hàng bán buffet hải sản. Khi nhà hàng bán với giá 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất. Nhà hàng dự định có đợt giảm giá bán để kích cầu trong dịp cuối năm. Theo khảo sát từ thị trường thì mỗi lần giảm giá 10 ngàn đồng một suất thì nhà hàng bán thêm được 10 suất, hỏi nhà hàng cần bán với giá mới là bao nhiêu ngàn đồng một suất để doanh thu trong một ngày là lớn nhất?

Lời giải

Giá mỗi suất buffe ban đầu là 200 ngàn đồng một suất thì mỗi ngày nhà hàng bán được 100 suất.

Gọi x là số lần giảm giá 10 ngàn đồng, số lượng suất buffe tăng lên $10x$ suất.

Giá bán một suất buffle sau khi giảm là $200-10x$ ngàn đồng.

Số lượng buffe bán được tương ứng là $100+10x$ suất.

Doanh thu $Q\left(x\right)=\left(100+10x\right).\left(200-10x\right)=-100x^2+1000x+20000.$

Ta có $Q'\left(x\right)=-200x+1000=0\Leftrightarrow x=5.$

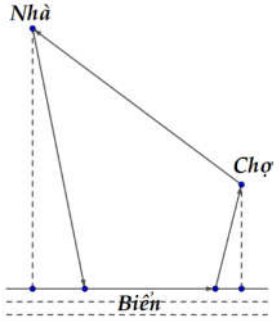
Bảng biến thiên:

Từ bảng biến thiên ta thấy doanh thu $Q\left(x\right)$ lớn nhất khi $x=5$ (giảm giá vé 5 lần).

Vậy để doanh thu trong một ngày lớn nhất, nhà hàng cần bán một suất buffe với giá $200-10.5=150$ ngàn đồng.

x	0		5		$+\infty$
$Q'(x)$		$+$	0	$-$	
$Q(x)$	20000	↗	27500	↘	$-\infty$

Câu 21.8. Nhà thấy Hùng cách bờ biển $1km$. Mỗi buổi sáng thầy chạy bộ từ nhà ra bờ biển sau đó chạy dọc bờ biển $500m$, rồi thầy chạy qua chợ hải sản để lấy thức ăn trong ngày, cuối cùng thầy chạy về nhà. Biết chợ hải sản cách bờ biển $400m$ và cách nhà thầy Hùng $1km$, tính quãng đường ngắn nhất mà thầy Hùng đã chạy trong mỗi buổi sáng (đơn vị m và làm tròn đến hàng đơn vị).



Lời giải

Đổi $400m = 0,4km$ và $500m = 0,5km$.

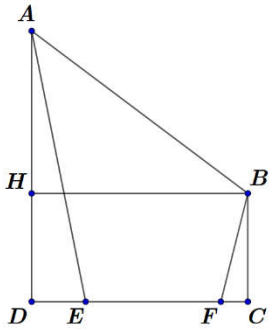
Dựng hình chữ nhật $DCBH$, khi đó

$$DC = HB = \sqrt{AB^2 - AH^2} = \sqrt{1^2 - \left(1 - 0,4\right)^2} = 0,8$$

Đặt $DE = x$ và $FC = y$ khi đó $x + y = DE + FC = DC - EF = 0,8 - 0,5 = 0,3$.

Ta có đoạn đường thầy Hùng sẽ đi là

$$T = AE + EF + FB + BA = \sqrt{x^2 + 1^2} + \sqrt{y^2 + 0,4^2} + 1,5.$$



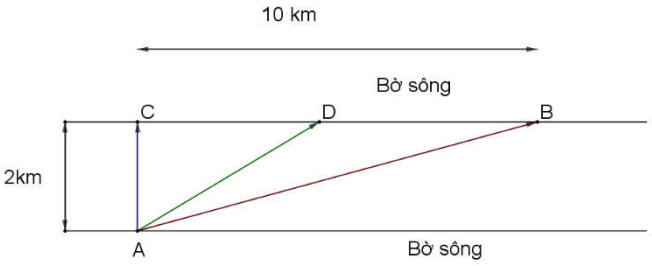
Áp dụng bất đẳng thức Minkowski:

$$AE + FB = \sqrt{x^2 + 1^2} + \sqrt{y^2 + 0,4^2} \geq \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2 + \left(\frac{7}{5}\right)^2} = \frac{\sqrt{205}}{10} \approx 1,432\left(km\right).$$

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases} \dfrac{x}{y} = \dfrac{1}{0,4} \\ x + y = 0,3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \dfrac{3}{14} \\ y = \dfrac{3}{35} \end{cases}$.

Vậy quãng đường ngắn nhất thầy Hùng đi trong buổi sáng là $1932m$.

Câu 21.9. Một người chèo một chiếc thuyền xuất phát từ điểm A trên bờ một con sông thẳng rộng 2 km, và muốn đến điểm B cách bờ đối diện 10 km. Người này có thể chỉ chèo thuyền hoặc kết hợp chèo thuyền với chạy bộ, càng nhanh càng tốt. Chẳng hạn, anh ta có thể chèo thuyền qua sông đến điểm C rồi chạy bộ đến điểm B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền thẳng đến B, hoặc anh ta có thể chèo thuyền đến một điểm D nào đó ở giữa C và B rồi chạy bộ đến B, xem hình vẽ minh họa dưới đây. Biết rằng vận tốc chèo thuyền của anh ta là 6km / h (đã tính vận tốc dòng nước), vận tốc chạy bộ của anh ta là 10km / h. Trong tất cả các phương án đến B bằng cách chèo thuyền hoặc chèo thuyền rồi chạy bộ, phương án nhanh nhất có tổng thời gian là bao nhiêu giờ? Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm.

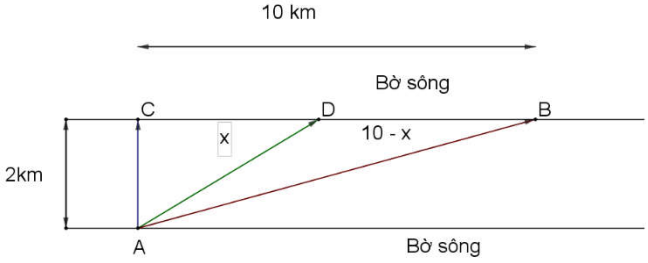


Lời giải

Đặt $CD = x, \left(0 \leq x \leq 10\right)$.

Quãng đường chạy bộ $DB = 10 - x$ và quãng đường chèo thuyền $AD = \sqrt{4 + x^2}$.

Khi đó, thời gian chèo thuyền là $\dfrac{\sqrt{4 + x^2}}{6}$ và thời gian chạy bộ là $\dfrac{10 - x}{10}$.



Tổng thời gian mà anh An cần có là: $T(x) = \dfrac{\sqrt{x^2 + 4}}{6} + \dfrac{10 - x}{10}, \forall x \in \left[0; 10\right]$.

Ta có: $T'(x)=\dfrac{x}{6\sqrt{x^2+4}}-\dfrac{1}{10}$.

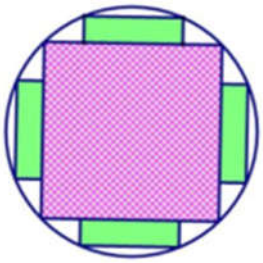
$T'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{x}{6\sqrt{x^2+4}}=\dfrac{1}{10}\Leftrightarrow 5x=3\sqrt{x^2+4}\Leftrightarrow 25x^2=9\left(x^2+4\right)\Leftrightarrow 16x^2=36\Rightarrow x=\dfrac{3}{2}$.

Ta có: $T(0)=\dfrac{4}{3}$; $T\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{19}{15}$; $T(10)=\dfrac{\sqrt{26}}{3}$.

Do đó giá trị nhỏ nhất của $T\left(x\right)$ trên đoạn $\left[0;10\right]$ là $T\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{19}{15}$.

Vậy thời gian ngắn nhất mà anh An cần dùng là $\dfrac{19}{15}\approx 1{,}27(h)$.

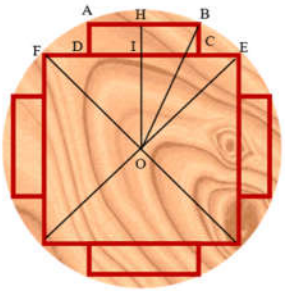
Câu 21.10. Một thanh dầm hình hộp chữ nhật được cắt từ một khúc gỗ hình trụ có bán kính đáy bằng 19 cm sao cho thanh dầm có diện tích mặt cắt ngang lớn nhất, tức là thanh dầm có mặt cắt ngang là hình vuông. Sau khi cắt thanh dầm đó, người ta lại cắt bốn tấm ván hình hộp chữ nhật từ bốn phần còn lại của khúc gỗ (tham khảo hình vẽ dưới đây). Xác định diện tích phần gỗ bỏ đi của mặt cắt ngang khúc gỗ hình trụ khi diện tích mặt cắt ngang của mỗi tấm ván đạt tối đa (theo đơn vị cm^2 và *kết quả làm tròn đến hàng đơn vị*).



Lời giải

Gọi O là tâm của hình vuông. Xét tam giác vuông cân OEF: $OE=OF=R=19$.

$\Rightarrow EF=19\sqrt{2}\Rightarrow IO=\dfrac{1}{2}EF=\dfrac{19\sqrt{2}}{2}$.



Đặt $IH=x$; $HB=y$ $\left(0<x<19-\dfrac{19\sqrt{2}}{2};0<y<\dfrac{19\sqrt{2}}{4}\right)$

Ta có $OH^2+HB^2=R^2\Leftrightarrow\left(x+\dfrac{19\sqrt{2}}{2}\right)^2+y^2=361$

$\Leftrightarrow y=\sqrt{361-\left(x+\dfrac{19\sqrt{2}}{2}\right)^2}=\sqrt{\dfrac{361}{2}-19\sqrt{2}x-x^2}$.

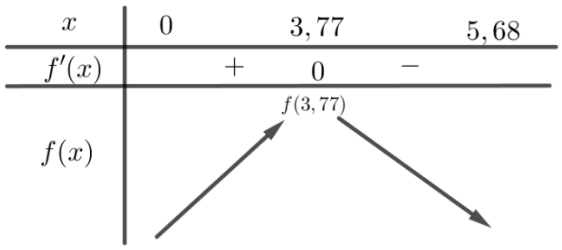
Suy ra diện tích mặt cắt ngang của mỗi tấm ván là

$S=2xy=2x\cdot\sqrt{\dfrac{361}{2}-19\sqrt{2}x-x^2}=2\cdot\sqrt{\dfrac{361}{2}x^2-19\sqrt{2}x^3-x^4}$

Xét $f\left(x\right)=\dfrac{361}{2}x^2-19\sqrt{2}x^3-x^4$ với $0<x<19-\dfrac{19\sqrt{2}}{2}$

$f'\left(x\right)=361x-57\sqrt{2}x^2-4x^3$;

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x\approx 3,77\\x\approx -23,92\ (loai)\end{array}\right.$.



Suy ra BBT của hàm số $f\left(x\right)$:

Suy ra diện tích mặt cắt ngang lớn nhất của mỗi tấm ván khi $x\approx 3,77$.

Diện tích phần gỗ bị bỏ đi là $\pi\cdot 19^2-\left(19\sqrt{2}\right)^2-4\cdot 2\sqrt{f\left(3,77\right)}\approx 169\ \text{cm}^2$.

Câu 21.11. Anh Hùng thành lập một công ty vận tải taxi điện (Sử dụng nguồn cung sẵn có trong nước với nhiều ưu đãi khuyến khích phát triển loại phương tiện này). Anh dự định sử dụng không quá 10 xe. Nếu công ty sử dụng tối đa thời gian hoạt động của x xe điện trên ($1\le x\le 10,\ x\in\mathbb{N}$) thì doanh thu nhận được của số xe đó là $D\left(x\right)=x^3-4597x^2+50300x+30000$ (triệu đồng), trong khi chi phí nạp điện, bảo dưỡng, phí cầu đường, thuế và thuê nhân công lái xe bình quân cho mỗi xe là $C(x)=3x+300+\dfrac{30000}{x}$(triệu đồng). Hỏi anh Hùng cần ưu tiên tối đa cho bao nhiêu xe hoạt động thường xuyên để lợi nhuận công ty thu được là lớn nhất?

Lời giải

Chi phí hoạt động cho x xe điện là: $x.C\left(x\right)=x.\left(3x+300+\dfrac{30000}{x}\right)=3x^2+300x+30000$ (triệu đồng).

Lợi nhuận của công ty được tính bằng doanh thu trừ cho chi phí đầu tư.

Suy ra, lợi nhuận của công ty là: $T\left(x\right)=D\left(x\right)-x.C\left(x\right)$ với $1\le x\le 10$, $x\in\mathbb{N}$ (triệu đồng).

$T\left(x\right)=\left(x^3-4597x^2+50300x+30000\right)-\left(3x^2+300x+30000\right)=x^3-4600x^2+50000x$

$T'\left(x\right)=3x^2-9200x+50000$.

$T'\left(x\right)=0\Leftrightarrow 3x^2-9200x+50000=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1\approx 3061,222218\notin\left[1;10\right]\\x_2\approx 5,444448485\in\left[1;10\right]\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên, kết hợp với $x\in\mathbb{N}$ suy ra để lợi nhuận của công ty thu được là lớn nhất thì cần ưu tiên tối đa cho 5 chiếc xe điện hoạt động thường xuyên.

Câu 21.12. Công thức tiêu thụ điện của một xe ô tô điện khi di chuyển phụ thuộc vào vận tốc và gia tốc. Giả sử công suất tiêu thụ (kW) được mô tả bởi hàm số:

$$P\left(t\right)=\begin{cases}0,01.v\left(t\right)^2+0,05.a\left(t\right).v\left(t\right) & \text{khi}\quad a\left(t\right)\ge 0\\0,005.v\left(t\right)^2 & \text{khi}\quad a\left(t\right)<0\end{cases}$$

Trong đó $v\left(t\right)$ là vận tốc (m/s) và $a\left(t\right)$ là gia tốc (m/s^2) tại thời điểm t (giây). Xe bắt đầu tăng tốc từ trạng thái đứng yên. Trong 20 giây đầu tiên, vận tốc của xe được cho bởi $v\left(t\right)=6t$ (m/s). Tính tổng năng lượng tiêu thụ (đơn vị: kWh) trong 20 giây đầu tiên khi xe tăng tốc. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Theo giả thiết $v(t)=6t$ nên gia tốc của xe là $a(t)=v'(t)=6$

Do $a(t)=6>0$ nên ta sử dụng công thức

$P(t)=0,01.v(t)^2+0,05.a(t).v(t)=0,36t^2+1,8$

Năng lượng tiêu thị trong 20 giây đầu tiên khi xe tăng tốc là:

$E=\int_0^{20}P(t)\mathrm{d}t=\int_0^{20}(0,36t^2+1,8)\mathrm{d}t=1320\,(\text{kWs})=0,37\,(\text{kWh})$

Câu 21.13. Hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x)=50-0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x)=95+35x$ (triệu đồng). Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Lợi nhuận của nhà máy A là: $L(x)=R(x)-C(x)=-0,001x^3+15x-95$

$L'(x)=-0,003x^2+15$

$L'(x)=0\Leftrightarrow -0,003x^2+15=0\Leftrightarrow x=\sqrt{5000}$

x	0		$\sqrt{5000}$		100
$L'(x)$		+	0	-	
$L(x)$		↗	$-95+500\sqrt{2}$	↘	

Vậy lợi nhuận lớn nhất $L(\sqrt{5000})=-95+500\sqrt{2}\approx 612$ (triệu đồng)

Câu 21.14. Nếu D_0 là chênh lệch nhiệt độ ban đầu giữa một vật M và các vật xung quanh, nếu các vật xung quanh ban đầu có nhiệt độ T_S thì nhiệt độ của vật M tại thời điểm t được mô hình hóa bởi hàm số: $T(t)=T_S+D_0\cdot e^{-kt}(1)$ (trong đó k là hằng số dương phụ thuộc vào vật M). Một con gà tây nướng được lấy từ lò nướng khi nhiệt độ của nó đã đạt đến $195^\circ F$ và được đặt trên một bàn trong một căn phòng có nhiệt độ là $65^\circ F$. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu phút thì nhiệt độ gà tây nướng không vượt quá $91^\circ F$ (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị), biết rằng nhiệt độ của gà tây nướng là $150^\circ F$ sau nửa giờ.

Lời giải

Sau nửa giờ, nhiệt độ gà tây nướng là $150^\circ F$ nên ta có

$150=65+(195-65).e^{-0,5k}\Leftrightarrow e^{-0,5k}=\frac{17}{26}\Leftrightarrow e^k=\left(\frac{17}{26}\right)^{-2}$

Để nhiệt độ của gà tây nướng không quá $91^\circ F$ thì

$65+(195-65)e^{-kt}\le 91\Leftrightarrow (e^k)^{-t}\le\frac{1}{5}\Leftrightarrow\left(\frac{17}{26}\right)^{2t}\le\frac{1}{5}\Leftrightarrow t\ge\frac{1}{2}\log_{\frac{17}{26}}\left(\frac{1}{5}\right)$

Đổi: $\frac{1}{2}\log_{\frac{17}{26}}\left(\frac{1}{5}\right)(h) \approx 114$ ph.

Câu 21.15. Số lượng của một loại vi khuẩn X trong một phòng thí nghiệm được biểu diễn theo công thức $S(t) = A \cdot e^{rt}$, trong đó A là số lượng vi khuẩn tại thời điểm chọn mốc thời gian, r là ti lệ tăng trưởng $(r > 0), t$ là thời gian tăng trưởng (tính theo đơn vị là giờ). Lúc 0 giờ sáng, số lượng vi khuẩn X là 150 con. Sau 3 giờ, số lượng vi khuẩn X là 450 con. Cùng thời điểm lúc 0 giờ, người ta đo được số lượng vi khuẩn Y là 300 con. Biết rằng số lượng vi khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ. Hỏi vào lúc mấy giờ, số lượng vi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y.

Lời giải

Theo đề bài ta có hệ phương trình số lượng vi khuẩn X tại các mốc thời gian $t = 0; t = 3$

là: $\begin{cases} S(0) = A.e^{0r} = 150 \\ S(3) = A.e^{3r} = 450 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} A = 150 \\ r = \frac{\ln 3}{3} \cdot \end{cases}$

Gọi t_0 là thời điểm số lượn khi khuẩn X bằng số lượng vi khuẩn Y

Khi đó số lượng vi khuẩn X tại thời điểm t_0 là: $S(t_0) = 150 \cdot e^{\frac{\ln 3}{3}.t_0}$

Vì số lượng vi khuẩn Y tăng 5% mỗi giờ nên số lượng vi khuẩn Y tại thời điểm t_0 là:

$M(t_0) = 300.(1 + 0.05)^{t_0}$

Ta có: $S(t_0) = M(t_0) \Leftrightarrow 150 \cdot e^{\frac{\ln 3}{3}.t_0} = 300.(1 + 0.05)^{t_0}$

$\frac{\ln 3}{3}.t_0 = \ln 2 + t_0.\ln(1,05) \Leftrightarrow t_0.\frac{\ln 3}{3} - t_0.\ln(1,05) = \ln 2 \Leftrightarrow t_0\left[\frac{\ln 3}{3} - \ln(1,05)\right] = \ln 2$

$\Leftrightarrow t_0 = \frac{\ln 2}{\frac{\ln 3}{3} - \ln(1,05)} \approx 2,18$

Câu 21.16. Anh Nam có một cái ao với diện tích $50m^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua anh nuôi với mật độ $40con/m^2$ và thu được 3 tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình anh thấy cứ thả giảm đi $8con/m^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5kg$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh Nam nên mua thêm bao nhiêu cá giống để thả? *(giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi)*

Lời giải

Gọi $xcon/m^2$ là số cá giảm đi trên một đơn vị diện tích $(x \geq 0)$

Khi đó mỗi con cá thành phẩm tăng thêm $0,0625x$ (kg)

Năng suất của mỗi con cá thành phẩm là $1,5kg$

Năng suất cá thành phẩm thu được là:

$P(x) = 50(40 - x)(1,5 + 0,0625x) = -\frac{25}{8}x^2 + 50x + 3000$ (kg)

Xét hàm số $P(x) = -\frac{25}{8}x^2 + 50x + 3000$; $P'(x) = -\frac{25}{4}x^2 + 50$

Bảng biến thiên

x	0 8 $+\infty$
$P'(x)$	+ 0 −

$P(x)$	3000 $-\infty$ $\nearrow$ 3200 $\searrow$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $P(x)_{\max}$ khi $x = 8(con)$

Vậy Tổng năng suất lớn thì vụ tới anh Nam thả $(40-8).50 = 1600$ con

Câu 21.17. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $(0 < x \le 2\,500)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $f(x) = 2\ 006x - x^2$ và tổng chi phí là $g(x) = x^2 + 1\ 438x - 1\ 209$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử mức thuế phụ thu trên một đơn vị sản phẩm bán được là t (nghìn đồng) $(0 < t < 320)$. Giá trị của t bằng bao nhiêu nghìn đồng để nhà nước nhận được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng nhận được lợi nhuận lớn nhất theo mức thuế phụ thu đó?

Lời giải

Hàm thuế phụ thu về nhà nước là $t(x) = t.x \quad (t \in (0;320))$ (nghìn đồng), hàm số lợi nhuận của doanh nghiệp là

$$L(x) = f(x) - g(x) - t(x) = 2006x - x^2 - (x^2 + 1\ 438x - 1\ 209) - tx \quad (x \in (0;2500]; t \in (0;320))$$

$$L(x) = -2x^2 + (568 - t)x + 1209 \quad (x \in (0;2500]; t \in (0;320))$$

Ta có $L'(x) = -4x + (568 - t)$

Xét $L'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{(568-t)}{4} \in (0;2500], \forall t \in (0;320)$

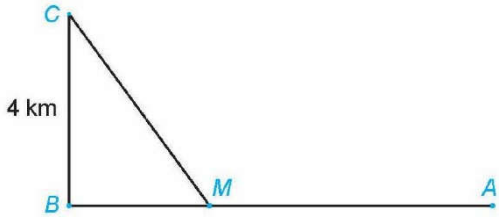
Vậy giá trị lớn nhất lợi nhuận của doanh nghiệp đạt được khi $x = \dfrac{568-t}{4}$.

Khi đó hàm thuế phụ thu $t(x) = \dfrac{t.(568-t)}{4} \overset{Cosi}{\le} \dfrac{1}{4}.\left(\dfrac{568}{2}\right)^2 = 20164$.

x	0	$\frac{568-t}{4}$	2500
$L'(x)$		$+$ 0 $-$	
$L(x)$		$Max\ L(x)$	

Vậy thuế phụ thu đạt giá trị lớn nhất khi: $t = 568 - t \Leftrightarrow t = 284$ (nghìn đồng) (TM).

Câu 21.18. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C. Khoảng cách từ C đến B là 4km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 10km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1km dây điện trên biển là 50 triệu đồng, còn trên đất liền là 30 triệu đồng (hình vẽ mô tả đường dây từ A đến M được lắp trên đất liền, từ M đến C được lắp trên biển). Tính chi phí lắp đặt nhỏ nhất có thể đạt được (đơn vị triệu đồng).



Lời giải:

Đặt $BM = x, (0 \le x \le 10)$, ta có $AM = 10 - x, MC = \sqrt{16 + x^2}$.

Tổng số tiền chi phí để lắp đặt là: $P(x) = 30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2}$

Ta có: $P'(x) = \left(30(10 - x) + 50\sqrt{16 + x^2}\right)' = -30 + \dfrac{50x}{\sqrt{16 + x^2}}$.

$P'(x)=0 \Leftrightarrow -30+\dfrac{50x}{\sqrt{16+x^2}}=0 \Leftrightarrow \dfrac{50x-30\sqrt{16+x^2}}{\sqrt{16+x^2}}=0$

$\Leftrightarrow 50x-30\sqrt{16+x^2}=0 \Leftrightarrow 50x=30\sqrt{16+x^2} \Leftrightarrow 2500x^2=14400+900x^2 \Leftrightarrow x=\pm 3$

Với $0\le x\le 10 \Rightarrow x=3$.

Bảng biến thiên:

x	0		3		10
$P'(x)$		$-$	0	$+$	
$P(x)$		↘	460	↗	

Vậy chi phí lắp đặt nhỏ nhất có thể đạt được là 460 (triệu đồng).

Câu 21.19. Trong một thí nghiệm y học, người ta cấy 2000 vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng. Bằng thực nghiệm, người ta xác định được số lượng vi khuẩn thay đổi theo thời gian bởi công thức: $N(t)=2000+\dfrac{100t}{100+t^2}$(con), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Tính số lượng vi khuẩn lớn nhất kể từ khi thực hiện cấy vi khuẩn vào môi trường dinh dưỡng.

Lời giải

Xét hàm số $N(t)=2000+\dfrac{100t}{100+t^2},(t\ge 0)$

Ta có $N'(t)=\dfrac{-100t^2+100^2}{\left(100+t^2\right)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=10 \\ t=-10 \end{array}\right.$. Vì $t\ge 0$ nên $t=10$.

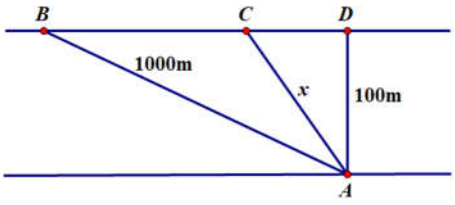
Bảng biến thiên

t	0		10		$+\infty$
$N'(t)$		$+$	0	$-$	
$N(t)$	2000	↗	2005	↘	2000

Từ BBT ta có $\underset{[0;+\infty)}{Max} N(t)=N(10)=2005$.

Câu 21.20. Trong một bài thực hành huấn luyện quân sự có một tình huống chiến sĩ phải bơi qua sông để tấn công mục tiêu ở ngay phía bờ bên kia sông. Biết rằng lòng sông rộng 100m và vận tốc bơi của chiến sĩ bằng một phần ba vận tốc chạy bộ. Biết dòng sông là thẳng, mục tiêu cách chiến sỹ 1km theo đường chim bay và chiến sỹ cách bờ bên kia 100m. Hãy cho biết chiến sỹ phải bơi bao nhiêu mét để đến được mục tiêu nhanh nhất(làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải



Gọi A là vị trí của chiến sĩ, B là mục tiêu và $AC=x$ là đường bơi của chiến sĩ.

Đặt 1 đơn vị độ dài bằng 100m

Ta có $AD=1, AB=10, BD=3\sqrt{11}$.

Quãng đường chiến sĩ chạy là: $BC=BD-CD=3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}$

Thời gian chiến sĩ đến được mục tiêu là: $t=\dfrac{3\sqrt{11}-\sqrt{x^2-1}}{3}+\dfrac{x}{1}=\sqrt{11}-\dfrac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x$

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{11}-\frac{1}{3}\sqrt{x^2-1}+x \Rightarrow f'(x)=1-\frac{1}{3}.\frac{x}{\sqrt{x^2-1}}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{3\sqrt{2}}{4} \\ x=-\frac{3\sqrt{2}}{4} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	1		$\frac{3\sqrt{2}}{4}$		10
$f'(x)$		-	0	+	
$f(x)$		↘		↗	

Vậy thời gian chiến sĩ đến mục tiêu ngắn nhất khi $x=\frac{3\sqrt{2}}{4}$

Vậy chiến sĩ phải bơi $\frac{3\sqrt{2}}{4}.100 \approx 106(m)$

Câu 21.21. Một xe ô tô chở khách du lịch có sức chứa tối đa là 16 hành khách. Trong một khu du lịch, một đoàn khách gồm 24 người đang đi bộ và muốn thuê xe về khách sạn. Lái xe đưa ra thỏa thuận với đoàn khách du lịch như sau: Nếu một chuyến xe chở x (người) thì giá tiền cho mỗi người là $\frac{(44-x)^2}{2}$ (nghìn đồng). Với thỏa thuận như trên thì lái xe có thể thu được nhiều nhất bao nhiêu triệu đồng từ một chuyến chở khách (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi $f(x)$ là lợi nhuận mà lái xe có thể thu về khi chở x (người) $\left(x \in \mathbb{N}^*\right)$ trong chuyến xe đó. Khi đó: $f(x)=\frac{1}{2}x(44-x)^2$, với $0<x\le 16$.

Ta có: $f'(x)=\frac{1}{2}\left[(44-x)^2-2x(44-x)\right]=\frac{1}{2}(44-x)(44-3x)$.

Với $0<x\le 16$ thì $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{44}{3}$. Mà $14<\frac{44}{3}<15$ nên ta có bảng biến thiên như sau:

x	0		14		$\frac{44}{3}$		15		16
$f'(x)$			+		0		−		
$f(x)$	0	↗	6300	↗	$f\left(\frac{44}{3}\right)$	↘	$6307,5$	↘	

Với $f(14)=6300$, $f(15)=6307,5$. Căn cứ vào bảng biến thiên ta có $\max\limits_{[0;16]} f(x)=6307,5$ (nghìn đồng). Vậy người lái xe đó có thể thu được nhiều nhất khoảng 6,31 triệu đồng. (Khi chở 15 khách).

Câu 21.22. Một trang trại rau sạch ở Đà Lạt mỗi ngày thu hoạch được 1 tấn rau. Mỗi ngày, nếu giá bán rau là 30000 đồng/kg thì bán hết rau, nếu giá bán rau tăng 1000 đồng/kg thì số rau thừa tăng 20 kg. Số rau thừa này được thu mua hết để làm thức ăn chăn nuôi với giá 2000 đồng/kg. Hỏi để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải

Đổi 1 tấn = 1000 kg. Gọi giá tiền bán 1 kg rau là x (nghìn đồng); $x \ge 30$.

Khi đó, giá bán rau tăng lên so với giá 30 nghìn đồng là: $x-30$ (nghìn đồng).

Vì nếu giá bán cứ tăng thêm 1 nghìn đồng/kg thì số rau thừa tăng 20kg nên số rau thừa là: $20\left(x-30\right)=20x-600$ (kg).

Số kg rau bán được với giá x nghìn đồng/kg là: $1000-\left(20x-600\right)=1600-20x$ (kg).

Suy ra, số tiền bán rau thừa để làm thức ăn chăn nuôi là: $2\left(20x-600\right)$ (nghìn đồng).

Số tiền bán rau với giá x nghìn đồng/kg là: $x\left(1600-20x\right)$ (nghìn đồng)

Số tiền bán rau thu được mỗi ngày là:
$f\left(x\right)=2\left(20x-600\right)+x\left(1600-20x\right)=-20x^2+1640x-1200$ (nghìn đồng); $x\geq 30$.

Đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là một phần của parabol có bề lõm quay xuống dưới, đỉnh là $\left(41;32420\right)$. Do đó, với $x\geq 30$, hàm số $f\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất là 32420 khi $x=41$.

Vậy để mỗi ngày thu được số tiền bán rau lớn nhất thì trang trại đó nên bán rau với giá 41 nghìn đồng.

Câu 21.23. Tại một xí nghiệp chuyên sản xuất vật liệu xây dựng, nếu trong một ngày xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm thì phải bỏ ra các khoản chi phí bao gồm: 3 triệu đồng chi phí cố định; 0,2 triệu đồng chi phí cho mỗi mét khối sản phẩm và $0,004x^2$ triệu đồng chi phí bảo dưỡng máy móc. Biết rằng, mỗi ngày xí nghiệp sản xuất được tối đa 43 m^3 sản phẩm. Tìm chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét sản phẩm thấp nhất mà xí nghiệp cần bỏ ra (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Tổng chi phí (triệu đồng) để xí nghiệp sản xuất x (m^3) sản phẩm trong một ngày là:
$C(x)=3+0,2x+0,004x^2$ với $0\leq x\leq 43$.
Chi phí trung bình (triệu đồng) trên mỗi mét khối sản phẩm là:

$$\overline{C}(x)=\frac{C(x)}{x}=\frac{3+0,2x+0,004x^2}{x}=\frac{3}{x}+0,2+0,004x.$$

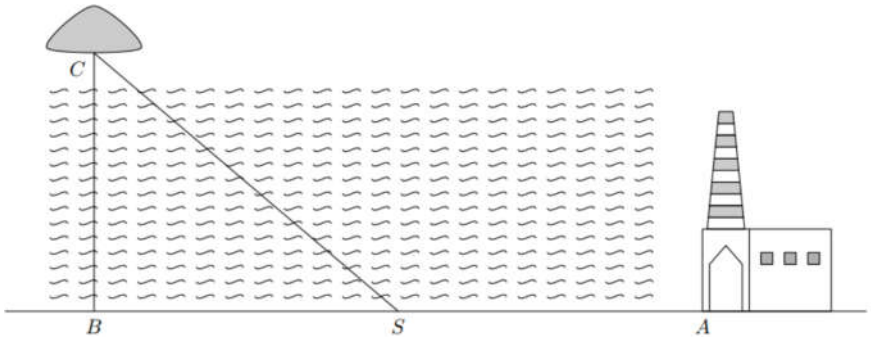
$$\overline{C}'(x)=-\frac{3}{x^2}+0,004=\frac{0,004x^2-3}{x^2}.$$

$\overline{C}'(x)=0\Rightarrow x^2=750\Rightarrow x=\sqrt{750}$.
Bảng biến thiên:

x	0		$\sqrt{750}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		$+\infty$	0.42		$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy chi phí trung bình thấp nhất là:
$\overline{C}(\sqrt{750})\approx 0,42$ đạt được khi $x=\sqrt{750}\approx 27,0$.

Câu 21.24. Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A (nằm tại bờ biển là đường thẳng AB) đến một hòn đảo C, khoảng cách ngắn nhất từ đảo về bờ biển là đoạn BC dài $1km$, khoảng cách từ B đến A là $4km$ được minh họa bằng hình vẽ bên. Biết rằng mỗi km dây điện đặt dưới nước chi phí mất 5000 USD, còn đặt dưới đất chi phí mất 3000 USD~ Hỏi điểm S trên bờ cách A bao nhiêu km để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C có chi phí là ít nhất?



Lời giải

Đặt $AS = x\ \left(0 < x < 4\right)$, khi đó $BS = 4 - x$ và $CS = \sqrt{BC^2 + BS^2} = \sqrt{1 + \left(4 - x\right)^2}$

Chi phí lắp đặt dây điện từ A đến S là $p_1 = 3000x$

Chi phí lắp đặt dây điện từ C đến S là $p_2 = 5000\sqrt{1 + \left(4 - x\right)^2}$

Tổng chi phí lắp đặt dây điện là $p = p_1 + p_2 = 3000x + 5000\sqrt{1 + \left(4 - x\right)^2}$

Xét hàm $f\left(x\right) = 3000x + 5000\sqrt{1 + \left(4 - x\right)^2}$ trên khoảng $\left(0;4\right)$

Ta có $f'\left(x\right) = 3000 - \dfrac{5000\left(4 - x\right)}{\sqrt{x^2 - 8x + 17}} = 0 \Leftrightarrow 5\left(4 - x\right) = 3\sqrt{x^2 - 8x + 17} \Leftrightarrow x = \dfrac{13}{4}$.

Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{13}{4}$		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	16000	↗	

Vậy để chi phí mắc dây điện là ít nhất thì điểm S cách A một khoảng là $\dfrac{13}{4} = 3,25km$.

Câu 21.25. Đầu mỗi năm ông Hải đều gửi tiết kiệm 500 triệu đồng vào ngân hàng với hình thức lãi kép kì hạn một năm. Nếu lãi suất của ngân hàng là $6,8\%$/năm thì sau 5 năm, số tiền ông Hải có được là bao nhiêu triệu đồng. (Làm tròn đến hàng triệu đồng).

Lời giải

Ta có $P = 500$ (triệu đồng); $r = 6,8\%$; $n = 5$.

Số tiền lãi ông Hải nhận được sau 5 năm tính theo hình thức lãi kép là:

$500.\left[\left(1 + 6,8\%\right)^5 - 1\right] \approx 194$ (triệu đồng).

Câu 21.26. Một cửa hàng tạp hóa nhập một loại bánh với giá nhập là 150 ngàn đồng/1 hộp và bán với giá là 200 ngàn đồng/ 1 hộp. Với giá bán này thì cửa hàng dự kiến bán được 50 hộp. Biết rằng nếu cửa hàng giảm giá mỗi hộp 10 ngàn đồng thì số hộp bánh trên bán được tăng thêm 50 hộp. Hỏi cần bán loại bánh trên giá bao nhiêu 1 hộp để thu được lợi nhuận lớn nhất? (ghi kết quả với đơn vị là ngàn đồng)

Lời giải

Gọi x là số lần giảm giá, điều kiện: $x \in N^*$ và $x \le 20$.

Số tiền giảm cho mỗi hộp bánh: $10x$

Giá bán cho mỗi hộp bánh sau khi giảm giá: $200 - 10x$.

Số hộp bánh bán được: $50+50x$.

Lợi nhuận thu được: $f(x)=\left(200-10x\right)\cdot\left(50+50x\right)-150\cdot\left(50+50x\right)$

$f(x)=500\cdot\left(5+4x-x^2\right)$

Xét hàm số $f(x)=500\cdot\left(5+4x-x^2\right)$ trên đoạn $\left[1;20\right]$

$f'(x)=500\cdot\left(4-2x\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$ (nhận).

$f(1)=4000; f(20)=-157500; f(2)=4500.$

Suy ra $\max\limits_{[1;20]} f(x)=f\left(2\right)=4500.$

Vậy để thu được lợi nhuận cao nhất thì cần bán 1 hộp bánh với giá: $200-10\cdot 2=180$ (ngàn đồng).

Câu 21.27. Một hộ sản xuất kinh doanh hạt điều sấy mỗi ngày sản xuất được x kg $(5\le x\le 20)$ .Tổng chi phí sản xuất x kg được cho bởi hàm chi phí $C(x)=x^3-3x^2+19x+300$ (đơn vị: nghìn đồng). Giả sử hộ sản xuất này bán hết sản phẩm mỗi ngày với giá 316 nghìn đồng/kg. Hỏi hộ sản xuất này cần sản xuất và bán ra mỗi ngày bao nhiêu kilôgam hạt điều để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận của hộ sản xuất thu được khi sản xuất và bán ra x kg hạt điều sấy mỗi ngày là: $316x-x^3+3x^2-19x-300=-x^3+3x^2+297x-300$

Đặt $f\left(x\right)=-x^3+3x^2+297x-300$ với điều kiện $5\le x\le 20$

$f'\left(x\right)=-3x^2+6x+297$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=11\\x=-9\left(l\right)\end{array}\right.$

Ta có $f\left(5\right)=1135$, $f\left(11\right)=1999$ và $f\left(20\right)=-1160$

Vậy để thu được lợi nhuận lớn nhất thì hộ này cần sản xuất và bán ra 11 kg hạt điều mỗi ngày.

Câu 21.28. Năm 2025, một cửa hàng cần nhập về tổng cộng 600 chiếc điện thoại. Cửa hàng sẽ nhận theo nhiều lô hàng, mỗi lô hàng chứa số lượng điện thoại bằng nhau. Chi phí vận chuyển là 50 USD cho mỗi lô hàng, cộng thêm một loại phí vận chuyển nữa là 3 USD cho mỗi chiếc điện thoại và phí này cả năm chỉ tính cho lần vận chuyển đầu tiên. Hỏi cửa hàng đó nên nhập mỗi lô hàng bao nhiêu chiếc điện thoại để chi phí vận chuyển cả năm 2025 thấp nhất?

Lời giải

Gọi số lô hàng nhập về là x $\left(x\in\mathbb{N}^*\right)$, suy ra số điện thoại trong mỗi lô hàng là $\dfrac{600}{x}$.

Chi phí vận chuyển là $f\left(x\right)=50x+3.\dfrac{600}{x}=50x+\dfrac{1800}{x}$.

Ta có $f\left(x\right)=50x+\dfrac{1800}{x}\ge 2\sqrt{50x\dfrac{1800}{x}}=600$.

GTNN của $f\left(x\right)$ bằng 600, đạt được khi $x=6$ (thỏa mãn điều kiện).

Khi đó, số điện thoại của mỗi lô hàng là $\dfrac{600}{6}=100.$

Câu 21.29. Một viên đạn được bắn thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc tại thời điểm t cho bởi công thức $v(t)=100-9,8t\left(m/s\right)$, ($t=0$ là thời điểm viên đạn được bắn lên).

Tìm độ cao (tính theo km) của viên đạn so với mặt đất ở thời điểm 1 giây sau khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất (làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi $h(t)$ là độ cao của viên đạn bắn lên từ mặt đất sau t giây kể từ thời điểm đạn được bắn lên.

Khi đó: $h(t)=\int v(t)dt=\int(100-9,8t)dt=100t-4,9t^2+C\ (m)$.

Do $h(0)=2$ nên $100.0-4,9.0^2+C=2\Rightarrow C=2$.

$\Rightarrow h(t)=-4,9t^2+100t+2\ (m)$.

Viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $h=-\dfrac{\Delta}{4a}(m)$ khi $t=-\dfrac{b}{2a}=\dfrac{500}{49}$ (giây).

Thời điểm 1 giây sau khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $t_1=1+\dfrac{500}{49}=\dfrac{549}{49}$ (giây).

Vậy độ cao của viên đạn so với mặt đất ở thời điểm 1 giây sau khi viên đạn đạt độ cao lớn nhất là $h(t_1)=-4,9\left(\dfrac{549}{49}\right)^2+100.\left(\dfrac{549}{49}\right)+2\approx 507,304\ (m)\approx 0,51(km)$.

Câu 21.30. Hằng tháng nhà máy A cung cấp cho nhà máy B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm một tháng thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm được biểu diễn bởi công thức: $P(x)=50-0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x)=95+35x$ (triệu đồng). Hỏi lợi nhuận lớn nhất nhà máy A có thể thu được trong một tháng khi bán hàng cho nhà máy B là bao nhiêu triệu đồng (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

Lời giải

Doanh thu của nhà máy A là: $R(x)=x.P(x)=-0,001x^3+50x$

Lợi nhuận của nhà máy A là: $L(x)=R(x)-C(x)=-0,001x^3+15x-95$

$L'(x)=-0,003x^2+15$; $L'(x)=0\Leftrightarrow -0,003x^2+15=0\Leftrightarrow x=\sqrt{5000}$

Vậy lợi nhuận lớn nhất $L\left(\sqrt{5000}\right)=-95+500\sqrt{2}\approx 612$ (triệu đồng)

Câu 21.31. Một nhà máy sản xuất x sản phẩm trong mỗi tháng. Chi phí sản xuất x sản phẩm được cho bởi hàm chi phí $C(x)=16\,000+500x-1,6x^2+0,004x^3$ (nghìn đồng). Biết giá bán của của mỗi sản phẩm là một hàm số phụ thuộc vào số lượng sản phẩm x và được cho bởi công thức $p(x)=1700-7x$ (nghìn đồng). Hỏi mỗi tháng nhà máy nên sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất? Biết rằng kết quả khảo sát thị trường cho thấy sản phẩm sản xuất ra sẽ được tiêu thụ hết.

Lời giải

Lợi nhuận $=f(x)=x.p(x)-C(x)=x.(1700-7x)-\left(16\,000+500x-1,6x^2+0,004x^3\right)$

$=-0,004x^3-5,4x^2+1200x-16000$ với $x>0$

Ta có: $f'(x)=-0,012x^2-10,8x+1200=0\Leftrightarrow x=100$

Bảng biến thiên:

x	0		100		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	46000	↘	

Vậy nhà máy sẽ thu được lợi nhuận lớn nhất khi sản suất 100 sản phẩm mỗi tháng.

Câu 21.32. Nhà máy A chuyên sản xuất một loại sản phẩm cung cấp cho nhà máy B. Hai nhà máy thoả thuận, mỗi tháng A cung cấp cho B số lượng sản phẩm theo đơn đặt hàng của B (tối đa 100 tấn sản phẩm). Nếu số lượng đặt hàng là x tấn sản phẩm thì giá bán cho mỗi tấn sản phẩm là $P(x)=45-0,001x^2$ (triệu đồng). Chi phí để A sản xuất x tấn sản phẩm trong một tháng là $C(x)=100+30x$ (triệu đồng) (gồm 100 triệu đồng chi phí cố định và 30 triệu đồng cho mỗi tấn sản phẩm). Để mỗi tháng thu được lợi nhuận lớn nhất thì A cần bán cho B khoảng bao nhiêu tấn sản phẩm? *(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)*

Lời giải

Số tiền mà A thu được (gọi là doanh thu) từ việc bán x tấn sản phẩm $(0\le x\le 100)$ cho B là

$R(x)=x\cdot P(x)=x\left(45-0,001x^2\right)=45x-0,001x^3$ (triệu đồng)

Lợi nhuận (triệu đồng) mà A thu được là

$P(x)=R(x)-C(x)=x\left(45-0,001x^2\right)-(100+30x)=-0,001x^3+15x-100.$

Xét hàm số $P(x)=-0,001x^3+15x-100$ với $0\le x\le 100$, ta có

$P'(x)=-0,003x^2+15;$

$P'(x)=0\Leftrightarrow -0,003x^2+15=0\Leftrightarrow x^2=5000\Leftrightarrow x=50\sqrt{2}\in[0;100].$

Ta có $P(0)=-100$; $P(50\sqrt{2})=500\sqrt{2}-100\approx 607$; $P(100)=400$.

Bảng biến thiên

x	0		$50\sqrt{2}$		100
y'		$+$	0	$-$	
y	100	↗	$500\sqrt{2}-100$	↘	400

Từ bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{[0;100]}P=P(50\sqrt{2})=500\sqrt{2}-100\approx 607$.

Vậy A thu được lợi nhuận lớn nhất khi bán $50\sqrt{2}\approx 71$ tấn sản phẩm cho B mỗi tháng.

Câu 21.33. Một xưởng sản xuất nhận được đơn đặt hàng là 8000 sản phẩm Y. Trong xưởng có một số máy móc, mỗi máy có khả năng sản xuất 30 sản phẩm Y trong một giờ. Chi phí thiết lập mỗi máy là 200 nghìn đồng. Sau khi thiết lập, quá trình sản xuất sẽ diễn ra hoàn toàn tự động và cần hai người giám sát. Chi phí cần trả mỗi người giám sát là 96 nghìn đồng mỗi giờ. Gọi x là số máy mà xưởng cần dùng để sản xuất, khi đó xưởng cần đúng bao nhiêu máy để chi phí hoàn tất đơn đặt hàng là thấp nhất. Nếu xưởng dùng từ 25 máy trở lên để sản xuất thì chi phí ít nhất là bao nhiêu (nghìn đồng).

Lời giải

Số sản phẩm sản xuất trong một giờ là $300x$ (sản phẩm).

Thời gian để xưởng hoàn tất đơn đặt hàng là $\dfrac{8000}{30x}=\dfrac{800}{3x}$.

Chi phí để thiết lập x máy là $200x$; Chi phí trả cho giám sát là $\dfrac{800}{3x}.96.2=\dfrac{51200}{x}$

Tổng chi phí là $P\left(x\right)=200x+\dfrac{51200}{x}$.

Chi phí $P\left(x\right)\ge 2\sqrt{200x.\dfrac{51200}{x}}=6400$ nghìn đồng

$P\left(x\right)_{\min} = 6400 \Leftrightarrow 200x = \dfrac{51200}{x} \Leftrightarrow x = 16$ (máy)

Vậy xưởng cần dùng 16

Nếu dùng từ 25 máy trở lên:

$P'\left(x\right) = 200 - \dfrac{51200}{x^2}$; $P'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow 200 - \dfrac{51200}{x^2} = 0 \Rightarrow x = 16$

Lập bảng biến thiên của $P'\left(x\right)$

x	25		$+\infty$
$P'(x)$		$+$	
$P(x)$	7048	↗	$+\infty$

Vậy nếu dùng từ 25 máy trở lên thì chi phí thấp nhất là 7048 (nghìn đồng).

Câu 21.34. Một cửa hàng tạp hóa nhập một loại bánh với giá nhập là 150.000 đồng/1 hộp và bán với giá là 200.000 đồng/1 hộp. Với giá bán này thì cửa hàng dự kiến bán được 50 hộp. Biết rằng nếu cửa hàng giảm giá mỗi hộp 10.000 đồng thì số hộp bánh trên bán được tăng thêm 50 hộp. Hỏi cần bán loại bánh trên giá bao nhiêu để thu được lợi nhuận lớn nhất? (ghi kết quả với đơn vị là nghìn đồng)

Lời giải

Gọi x là số lần giảm giá $x \in N^*$. Số tiền giảm cho mỗi hộp bánh: $10x$

Giá bán sau khi giảm: $200 - 10x$. Số hộp bánh bán được: $50 + 50x$

Lợi nhuận thu được: $f(x) = \left(200 - 10x\right) \cdot \left(50 + 5x\right) - 150 \cdot \left(50 + 5x\right)$

$f(x) = 500 \cdot \left(5 + 4x - x^2\right)$.

Xét hàm số $f(x) = 500 \cdot \left(5 + 4x - x^2\right)$ trên đoạn $\left[1;20\right]$ ta tìm được giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ là 4500 tại $x = 2$.

Vậy để thu được lợi nhuận cao nhất thì cần bán với giá: $200 - 10 \cdot 2 = 180$ (nghìn đồng).

Câu 21.35. Một công ty sản xuất đồ chơi dự kiến sản xuất không quá 1000 bộ đồ chơi mỗi tháng để đáp ứng nhu cầu thị trường. Nếu sản xuất x bộ đồ chơi, doanh thu có thể đạt khi bán hết là $F(x) = 2x^3 - 6\,000x^2 + 3\,000\,000x + 8\,000\,000$ (đồng). Chi phí trung bình cho mỗi bộ là $\overline{C}(x) = 1{,}5x + 1\,800 + \dfrac{5\,000\,000}{x}$ (đồng). Hỏi công ty cần sản xuất bao nhiêu bộ đồ chơi để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Xét hàm lợi nhuận khi bán được x bộ đồ chơi là:

$P(x) = F(x) - x.\overline{C}(x) = 2x^3 - 6001{,}5x^2 + 2\,998\,200x + 3\,000\,000$ (đồng)

Ta có: $P'(x) = 6x^2 - 12003x + 2\,998\,200 = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{4001 - \sqrt{8012801}}{4} \approx 293 (TM) \\ x = \dfrac{4001 + \sqrt{8012801}}{4} (L) \end{array}\right.$ (vì $1 \le x \le 1000$)

Ta có $\max\left\{P(1), P(292), P\left(293\right), P(1000)\right\} = P\left(293\right)$.

Câu 21.36. Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá $30\,000$ đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình $3\,000$ chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhuận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá $30\,000$ đồng mà cứ tăng giá thêm $1\,000$ đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là $18\,000$ đồng. Để đạt lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá bao nhiêu nghìn đồng?

Lời giải:

Gọi x là số lần tăng giá (mỗi lần tăng $1\,000$ đồng). Điều kiện:

Giá bán mới: $30\,000+1\,000x$ (đồng/chiếc)

Sản lượng bán mới: $3000-100x$ (chiếc/tháng)

Khi đó doanh thu là: $\left(30\,000+1\,000x\right).\left(3000-100x\right)$

Chi phí sản xuất là: $\left(3000-100x\right).18000$

Hàm lợi nhuận là: $P\left(x\right)=\left(30\,000+1\,000x\right).\left(3000-100x\right)-\left(3000-100x\right).18000$

$P\left(x\right)=-100\,000x^2+1800\,000x+36000000$ là hàm số bậc hai với hệ số $a<0$ nên giá trị lớn nhất đạt được khi $x=-\dfrac{b}{2a}=9$.

Khi đó, lợi nhuận lớn nhất thì mỗi chiếc khăn cần bán với giá $39\,000$ đồng.

Câu 21.37. Người quản lí của một khu chung cư có 100 căn hộ cho thuê nhận thấy rằng tất cả các căn hộ sẽ có người thuê nếu giá thuê một căn hộ là 8 triệu đồng một tháng. Một cuộc khảo sát thị trường cho thấy rằng, trung bình cứ mỗi lần tăng giá thuê căn hộ thêm 100 nghin đồng thì sẽ có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Người quản lí nên đặt giá thuê(triệu) mỗi căn hộ là bao nhiêu để doanh thu là lớn nhất?

Lời giải

Gọi x trăm nghìn là giá thuê tăng thêm so với giá gốc 8 triệu đồng, với $x\in\mathbb{N},x<100$.

Số căn hộ bị bỏ trống là x.

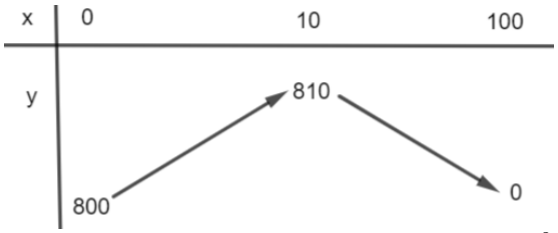
Giá thuê mỗi căn hộ là $8+\dfrac{x}{10}$ triệu đồng.

Doanh thu của $100-x$ căn hộ cho thuê là: $(100-x)\left(8+\dfrac{x}{10}\right)=\dfrac{-1}{10}x^2+2x+800$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{-1}{10}x^2+2x+800$, với $x\in\mathbb{N},x<100$.

$f'(x)=\dfrac{-1}{5}x+2$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=10$

Bảng biến thiên



Vậy người quản lí nên đặt giá thuê mỗi căn hộ là 9 triệu đồng để doanh thu là lớn nhất.

Câu 21.38. Anh Bình thành lập một công ty sản xuất in ấn sách. Nhằm tạo điều kiện cho các nhà sách tiêu thụ giá hợp lí, đơn giá mỗi bộ sách ban đầu được biểu diễn theo hàm

$p(x)=200-3x$ (nghìn đồng) với x là số lượng từng bộ sách bán ra và tổng chi phí sản xuất được biểu diễn theo hàm $C(x)=75+(120+T)x-x^2$ (nghìn đồng) với mọi x thỏa mãn $0\le x\le 40$, trong đó T (nghìn đồng) là mức thuế giá trị gia tăng VAT phải đóng trên mỗi số lượng bộ sách sản xuất ra mà công ty anh Bình phải chi trả. Xem như công ty anh Bình sản xuất đều đặn trong điều kiện lí tưởng, khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất. Khi đó mức thuế của mỗi bộ sách mà công ty phải trả là bao nhiêu (Đơn vị: nghìn đồng)?

Lời giải

Trước hết ta có hàm chi phí sản xuất là: $C(x)=75+(120+T)x-x^2$

Doanh thu của công ty anh An biểu diễn theo hàm $R(x)=x.p(x)=x(200-3x)$

Lợi nhuận mà công ty anh An có được là: $P(x)=R(x)-C(x)=-2x^2+(80-T)x-75$

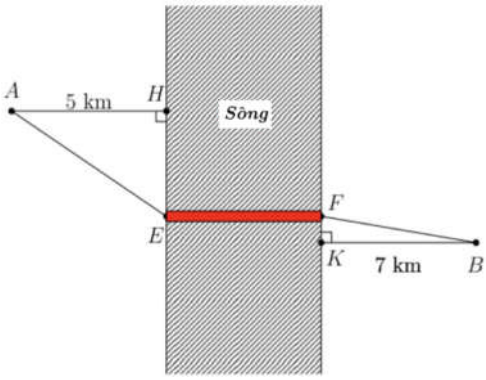
Do cần xác định số lượng bộ sách bán ra để lợi nhuận là cao nhất nên ta có:

$$P'(x)=0\Leftrightarrow -4x+(80-T)=0\Leftrightarrow x=20-\frac{T}{4}$$

Khi đó với thuế mỗi bộ sách là T thì tổng mức thuế công ty phải trả là $G(T)=T\left(20-\frac{T}{4}\right)$

Khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất nên ta suy ra $G'(T)=0\Leftrightarrow \frac{T}{2}-20=0\Leftrightarrow T=40$ (nghìn đồng).

Câu 21.39. Hai thành phố A và B cách nhau một con sông. Người ta xây dựng một cây cầu EF bắc qua sông biết rằng thành phố A cách con sông là 5 km và thành phố B cách con sông là 7 km (tham khảo hình vẽ), biết $HE+KF=24\,km$ và độ dài EF không đổi.



Hỏi cây cầu cách thành phố B là bao nhiêu km để đường đi từ thành phố A đến thành phố B là ngắn nhất (đi theo đường $AEFB$)? (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Đặt $HE=x$, điều kiện $0\le x\le 24$.

Khi đó ta có $KF=24-x; AE=\sqrt{25+x^2}; BF=\sqrt{(24-x)^2+49}$

Do EF không đổi nên đường đi ngắn nhất khi $AE+BF$ đạt giá trị nhỏ nhất

Xét $P=AE+BF=\sqrt{x^2+25}+\sqrt{(24-x)^2+49}$

Ta có $P'=\frac{x}{\sqrt{x^2+25}}+\frac{x-48}{\sqrt{\sqrt{(24-x)^2+49}}}=0\Leftrightarrow x=10$

Hàm số P xác định và liên tục trên $[0;24]$ và có

$P(0)=30; P(24)=7+\sqrt{601}\approx 31,5; P(10)=12\sqrt{5}\approx 26,8$

Giá trị nhỏ nhất của P đạt được khi $x=10$.

Vậy $FB=\sqrt{(24-10)^2+49}=7\sqrt{5}\approx 15,7\,km$.

Câu 21.40. Một doanh nghiệp sản suất một loại sản phẩm. Giả sử tổng chi phí (đơn vị: triệu đồng) để sản suất x sản phẩm được cho bởi hàm số $f(x)=0,001x^2+100x+250(x\ge 1)$. Tỉ số

$M\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}$ được gọi là chi phí sản suất trung bình cho một sản phẩm. Doanh nghiệp cần sản suất bao nhiêu sản phẩm để chi phí sản suất trung bình là nhỏ nhất?

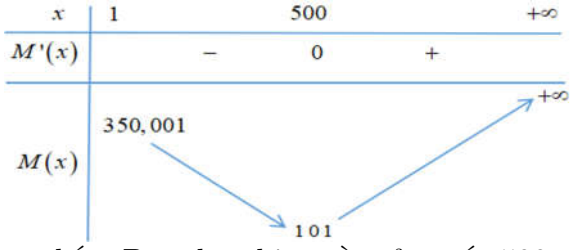
Lời giải:

Ta có: $M\left(x\right)=\dfrac{f\left(x\right)}{x}=\dfrac{0,001x^2+100x+250}{x}=0,001x+100+\dfrac{250}{x}$.

$M'\left(x\right)=0,001-\dfrac{250}{x^2}=\dfrac{0,001x^2-250}{x^2}$.

$M'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x^2=\dfrac{250}{0,001}\Leftrightarrow x=500.$

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: Doanh nghiệp cần sản suất 500 sản phẩm để chi phí sản suất trung bình là nhỏ nhất.

Câu 21.41. Giả sử chi phí đặt hàng và vận chuyển C (đơn vị: triệu đồng) của một linh kiện được sử dụng trong sản xuất một sản phẩm được xác định theo công thức

$$C=\frac{19200000}{x^2}+\frac{27x}{x+3000},\ x\geq 1$$

Trong đó x là số linh kiện được đặt hàng và vận chuyển. Tìm x để chi phí đặt hàng và vận chuyển cho mỗi linh kiện trên là nhỏ nhất.

Lời giải

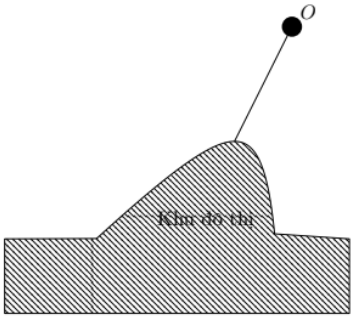
Xét hàm số $C=\dfrac{19200000}{x^2}+\dfrac{27x}{x+3000},\left(x\geq 1\right)$ là chi phí đặt hàng và vận chuyển một linh kiện

Ta có $C'=-\dfrac{38400000}{x^3}+\dfrac{81000}{\left(x+3000\right)^2}$.

Cho $C'=0\Leftrightarrow 12800\left(x+3000\right)^2-27x^3=0\Leftrightarrow x=2400$.

Lập BBT cho hàm số trên nửa khoảng $\left[1;+\infty\right)$ ta thu được $C_{\min}$ khi $x=2400$.

Câu 21.42. Ở một vịnh biển, ngoài khơi xa có một hòn đảo nhỏ. Người ta tiến hành lấn biển để xây dựng khu đô thị và làm một tuyến cáp treo nối khu đô thị với hòn đảo để phát triển du lịch. Xét trong hệ tọa độ Oxy với đơn vị tương ứng 1km có hòn đảo ở O thì đường bao của phần đất lấn biển có dạng là một phần của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+1}{x}$. Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất. Độ dài của tuyến cáp treo là bao nhiêu km (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)?



Lời giải

Giả sử tuyến cáp treo được thiết kế nối đảo với điểm $M\left(x_0;\dfrac{x_0^2+1}{x_0}\right)$ trên đường bao của khu đô thị với độ dài ngắn nhất.

Khi đó

$$OM=\sqrt{x_0^2+\left(\frac{x_0^2+1}{x_0}\right)^2}=\sqrt{x_0^2+\left(x_0+\frac{1}{x_0}\right)^2}=\sqrt{2x_0^2+\frac{1}{x_0^2}+2}$$
$$\geq\sqrt{2\sqrt{2x_0^2\cdot\frac{1}{x_0^2}}+2}=\sqrt{2\sqrt{2}+2}\approx 2,2.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $2x_0^2=\dfrac{1}{x_0^2}\Leftrightarrow x_0^4=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow x_0=\pm\dfrac{1}{\sqrt[4]{2}}$.

Vậy, độ dài ngắn nhất của cáp treo là khoảng $2,2$ km.

Câu 21.43. Đầu năm mới 2025, công ty A vừa kí hợp đồng sản xuất và cung cấp linh kiện theo đơn đặt hàng của nhà máy B. Theo hợp đồng, nhà máy B mua không quá 1500 linh kiện. Nếu số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p(x)=40\ 000-0,01x^2$ đồng. Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C(x)=10\ 000\ 000+10\ 000x$. Hỏi công ty A nên sản xuất và cung cấp bao nhiêu linh kiện cho nhà máy B để thu được lợi nhuận lớn nhất?

Lời giải

Số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p\left(x\right)=40\ 000-0,01x^2$ đồng ($0\leq x\leq 1500$).

Tổng giá trị đơn hàng là $x\cdot p\left(x\right)=x\left(40\ 000-0,01x^2\right)=40\ 000x-0,01x^3$.

Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C\left(x\right)=10\ 000\ 000+10\ 000x$.

Lợi nhuận của công ty A là

+ Số lượng đặt hàng là x thì giá bán mỗi linh kiện là $p\left(x\right)=40\ 000-0,01x^2$ đồng $(0\leq x\leq 1500)$. Tổng giá trị đơn hàng là $x.p\left(x\right)=x\left(40\ 000-0,01x^2\right)=40\ 000x-0,01x^3$.

+ Chi phí để công ty sản xuất x linh kiện là $C\left(x\right)=10\ 000\ 000+10\ 000x$.

Lợi nhuận của công ty A là

$f\left(x\right)=x.p\left(x\right)-C\left(x\right)=\left(40\ 000x-0,01x^3\right)-\left(10\ 000\ 000+10\ 000x\right)$

$\Rightarrow f\left(x\right)=-0,01x^3+30\ 000x-10\ 000\ 000$. $\Rightarrow f'(x)=-0,03x^2+30\ 000$.

$f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow -0,03x^2+30\ 000=0\Leftrightarrow x^2=1\ 000\ 000\Leftrightarrow x=1000$ (do $0\leq x\leq 1500$).

Câu 21.44. Một doanh nghiệp sản xuất độc quyền một loại sản phẩm. Giả sử khi sản xuất và bán hết x sản phẩm $(0<x<2000)$, tổng số tiền doanh nghiệp thu được là $F\left(x\right)=2000x-x^2$ (*nghìn đồng*) và tổng chi phí doanh nghiệp bỏ ra là $G\left(x\right)=x^2+1440x+50$ (*nghìn đồng*). Công ty cũng phải chịu mức thuế phụ thu cho 1 đơn vị sản phẩm bán được là t (*nghìn đồng*) $(0<t<300)$. Mức thuế phụ thu t (trên một đơn vị sản phẩm) là bao nhiêu nghìn đồng sao cho nhà nước thu được số tiền thuế phụ thu lớn nhất và doanh nghiệp cũng thu được lợi nhuận nhiều nhất theo đúng mức thuế phụ thu đó?

Lời giải

Lợi nhuận = Doanh thu - chi phí - thuế

Gọi $f(x)$ là hàm biểu thị tổng lợi nhuận của doanh nghiệp khi bán hết x sản phẩm

$g(t)$ là hàm biểu thị tổng mức thuế nhà nước phụ thu ứng với x sản phẩm mà doanh nghiệp bán hết.

Khi đó $f(x)=F(x)-G(x)-x.t$ với $x\in(0;2000)$

$=2000x-x^2-x^2-1440x-50-xt=-2x^2+(560-t)x-50$

$f'(x)=-4x+560-t=0\Leftrightarrow x=\dfrac{560-t}{4}\in(0;2000)$

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{560-t}{4}$		2000
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	Max	↘	

$\Rightarrow \max\limits_{(0;2000)} f(x)=f\left(\dfrac{560-t}{4}\right)\Rightarrow g(t)=x.t=\dfrac{560-t}{4}.t$ với $t\in(0;300)$

$\Rightarrow g(t)=-\dfrac{1}{4}t^2+140t$

Bảng biến thiên

t	0		280		300
$g(t)$		↗	Max	↘	

Vậy $g(t)$ max khi $t=280$ (nghìn đồng).

Câu 21.45. Một hộ gia đình sản xuất chiếu cói mỗi ngày sản xuất được x chiếc chiếu $(0\le x\le 20)$. Chi phí biên để sản xuất x chiếc chiếu *(tính bằng nghìn đồng)* cho bởi hàm số sau $C'(x)=3x^2-4x+10$. Biết rằng chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 nghìn đồng. Giả sử gia đình này bán hết chiếu mỗi ngày với giá 270 nghìn đồng/chiếc chiếu. Tính lợi nhuận tối đa theo đơn vị nghìn đồng mà gia đình đó thu được?

Lời giải

Với x là số lượng chiếc chiếu cói bán trong ngày $(0\le x\le 20)$.

Ta có tổng chi phí để sản xuất x chiếc chiếu cói là:

$C(x)=\int C'(x)\mathrm{d}x=\int(3x^2-4x+10)\mathrm{d}x=x^3-2x^2+10x+C$.

Do chi phí cố định ban đầu để sản xuất là 500 (nghìn đồng) nên ta có:

$C(0)=500\Rightarrow C=500$.

Khi đó, tổng lợi nhuận gia đình này thu được khi bán x chiếc chiếu là:

$P(x)=270x-(x^3-2x^2+10x+500)=-x^3+2x^2+260x-500$.

$\Rightarrow P'(x)=-3x^2+4x+260=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=10(N)\\x=-\dfrac{26}{3}(L)\end{array}\right.$.

Vì $x \in [0;20]$ nên ta tính $P(0) = -500, P(10) = 1300, P(20) = -2500$.

$\Rightarrow$ Vậy lợi nhuận tối đa mà gia đình đó thu được là 1300 (nghìn đồng) khi bán được 10 chiếc chiếu cói.

Câu 21.46. Một cửa hàng phân phối gạo với chi phí mua vảo là 30 nghìn đồng/kg, bán ra là 35 nghìn đồng /1kg. Với giá bán này thì số gạo bán được trong một tháng là 12000 kg. Để đẩy mạnh hơn nữa doanh số tiêu thụ gạo trong một thảng, cửa hàng dự định giảm giá bán và ước tính rằng nếu giảm 1 nghìn đồng /1kg thì số lượng gạo bán ra trong một tháng sẽ tăng thêm 4000 kg. Cửa hàng phải định giá bán gạo mới là bao nhiêu nghìn đồng một kilôgam thì lợi nhuận thu được trong tháng cao nhất?

Lời giải

Gọi x (nghìn đồng) là giá bán giảm trên 1 kg. Giá bán mới là: $35 - x$ nghìn đồng.
Số tiền lãi khi bán 1 kg gạo là $35 - x - 30 = 5 - x$
Khi đó số kg gạo bán được với giá bán mới là: $12000 + 4000x$.
Lợi nhuận thu được là $F(x) = (5 - x).(12000 + 4000x) = -4000x^2 + 8000x + 60000$

Ta có $F'(x) = -8000x + 8000 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Vậy để lợi nhuận thu được trong tháng là cao nhất thì giá bán mới là 34 nghìn đồng/1kg.

Câu 21.47. Một doanh nghiệp kinh doanh một loại sản phẩm T được sản xuất trong nước. Qua nghiên cứu thấy rằng nếu chi phí sản xuất mỗi sản phẩm T là x (USD) thì số sản phẩm T các nhà máy sản xuất sẽ là $R(x) = x - 200$ và số sản phẩm T mà doanh nghiệp bán được trên thị trường trong nước sẽ là $Q(x) = 4200 - x$. Số sản phẩm còn dư doanh nghiệp xuất khẩu ra thị trường quốc tế với giá bán mỗi sản phẩm ổn định trên thị trường quốc tế là $x_0 = 3200$ (USD). Nhà nước đánh thuế trên mỗi sản phẩm xuất khẩu là a (USD) và luôn đảm bảo tỉ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$. Hãy xác định giá trị của a biết lãi mà doanh nghiệp thu được do xuất khẩu là nhiều nhất.

Lời giải

Sản phẩm dư xuất khẩu khi số sản phẩm sản xuất lớn hơn số sản phẩm bán trong nước, tức là:
$R(x) > Q(x) \Leftrightarrow x - 200 > 4200 - x \Leftrightarrow 2x > 4400 \Leftrightarrow x > 2200$
Số lượng sản phẩm xuất khẩu là:
$S_{XK} = R(x) - Q(x) = (x - 200) - (4200 - x) = 2x - 4400$
Giá bán ròng sau thuế mỗi sản phẩm xuất khẩu là: $3200 - a$ (USD)
Tổng doanh thu từ xuất khẩu là: $D_{XK} = S_{XK}.(3200 - a) = (2x - 4400)(3200 - a)$
Tổng chi phí sản xuất cho số sản phẩm xuất khẩu là: $C_{XK} = S_{XK}.x = (2x - 4400)x$
Lợi nhuận từ việc xuất khẩu sản phẩm là:
$L_{XK} = D_{XK} - C_{XK} = (2x - 4400)(3200 - a) - (2x - 4400)x = (2x - 4400)(3200 - a - x)$ (1)
Thuế thu được từ sản phẩm xuất khẩu là: $T = a.S_{XK} = a(2x - 4400)$
Theo bài ra, tỷ lệ giữa lãi xuất khẩu của doanh nghiệp và thuế thu được của nhà nước tương ứng là $4:1$ nên ta có:
$\frac{L_{XK}}{T} = \frac{4}{1} \Leftrightarrow L_{XK} = 4T \Leftrightarrow (2x - 4400)(3200 - a - x) = 4a(2x - 4400) \Leftrightarrow a = \frac{3200 - x}{5}$

Thay vào (1) ta được: $L_{XK}=\frac{8}{5}(x-2200)(3200-x)$ tìm giá trị lớn nhất của biểu thức đạt được tại $x=2700$.

Khi đó $a=\frac{3200-2700}{5}=100$.

Câu 21.48. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 400 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $(1\le x\le 400)$ thì doanh thu nhận được khi bán hết số sản phẩm đó được biểu diễn bởi công thức là $F(x)=x^3-1999x^2+1001000x+250000$ (đồng). Trong đó chi phí vận hành máy móc cho mỗi sản phẩm là $G(x)=\frac{100000x}{\frac{3}{2}x+1}$ (đồng). Tổng chi phí mua nguyên vật liệu được biểu diễn bởi hàm $H(x)=2x^3+100000x-50000$ (đồng) nhưng do doanh nghiệp đó mua nguyên vật liệu với số lượng lớn nên được giảm 1% cho 200 sản phẩm đầu tiên doanh nghiệp sản xuất và giảm 2% cho sản phẩm tiếp theo. Doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận $P(x)$ được tính bằng doanh thu trừ đi tổng chi phí: $P(x)=F(x)-xG(x)-H(x)$.

Khi $x\le 200$ thì chi phí mua nguyên liệu là: $H_1(x)=0,99(2x^3+100000x-50000)$ (đồng)

Khi $x>200$ thì chi phí mua nguyên liệu là:

$H_2(x)=0,99(2.(200^3)+100000.200-50000)+0,98(2(x-200)^3+100000.(x-200)-50000)$ (đồng)

Xét đồng thời 2 trường hợp:

Trường hợp 1: Với $1\le x\le 200$ thì ta có lợi nhuận thu được là: $P_1(x)=F(x)-xG(x)-H_1(x)$

$=x^3-1999x^2+1001000x+250000-\frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x+1}-0,99(2x^3+100000x-50000)$

Ta có: $P_1'(x)=-\frac{147}{50}x^2-3998x-\frac{600000x^2+800000x}{(3x+2)^2}+902000$

Phương trình $P_1'(x)=0$ có nghiệm $x=184,03\in(1;200)$.

Ta thấy $\max\limits_{[1;200]}P_1(x)=80037062,09$ tại $x=184,03$.

Trường hợp 2: Với $201\le x\le 400$ ta có lợi nhuận thu được là: $P_2(x)=F(x)-xG(x)-H_2(x)$

$=x^3-1999x^2+1001000x+250000-\frac{100000x^2}{\frac{3}{2}x+1}$

$-0,99(2.(200)^3+100000.200-50000)-0,98(2.(x-200)^3+100000.(x-200)-50000)$

$$= -\frac{24}{25}x^3 - 823x^2 + 667800x - 11500 - \frac{200000x^2}{3x+2}$$

Ta có: $P_2'\left(x\right) = -\frac{72}{25}x^2 - 1646x - \frac{600000x^2 + 800000x}{\left(3x+2\right)^2} + 667800$

Phương trình $P_2'\left(x\right) = 0$ có nghiệm $x = 253{,}1 \in \left(201;400\right)$.

Ta thấy $\max\limits_{[201;400]} P_2\left(x\right) = 83893667{,}52$ tại $x = 253{,}1$.

Vậy doanh nghiệp cần sản xuất 253 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 21.49. Anh An thành lập một công ty sản xuất in ấn Sách Giáo Khoa chương trình "Chân trời sáng tạo". Nhằm tạo điều kiện cho các nhà sách tiêu thụ giá hợp lí, đơn giá mỗi bộ sách ban đầu được biểu diễn theo hàm $p\left(x\right) = 200 - 3x$ (nghìn đồng) với x là số lượng từng bộ sách bán ra và tổng chi phí sản xuất được biểu diễn theo hàm $C\left(x\right) = 75 + \left(80 + T\right)x - x^2$ (nghìn đồng) với mọi x thỏa $0 \le x \le 40$, trong đó T (nghìn đồng) là mức thuế giá trị gia tăng VAT phải đóng trên từng số lượng bộ sách sản xuất ra mà công ty anh An phải chi trả. Xem như công ty anh An sản xuất đều đặn trong điều kiện lí tưởng, khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất. Khi đó mức thuế của mỗi bộ sách mà công ty phải trả là bao nhiêu (Đơn vị: nghìn đồng)?

Lời giải

Trước hết ta có hàm chi phí sản xuất là: $C\left(x\right) = 75 + \left(80 + T\right)x - x^2$

Doanh thu của công ty anh An biểu diễn theo hàm $R\left(x\right) = x.p\left(x\right) = x\left(200 - 3x\right)$

Lợi nhuận mà công ty anh An có được là: $P\left(x\right) = R\left(x\right) - C\left(x\right) = -2x^2 + \left(120 - T\right)x - 75$

Do cần xác định số lượng bộ sách bán ra đề lợi nhuận là cao nhất nên ta có:

$$P'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow -4x^2 + \left(120 - T\right) = 0 \Leftrightarrow x = 30 - \frac{T}{4}$$

Khi đó với thuế mỗi bộ sách là T thì tổng mức thuế công ty phải trả là $G\left(T\right) = T\left(30 - \frac{T}{4}\right)$

Khi lợi nhuận của công ty đạt giá trị cao nhất thì tổng mức thuế phải chi trả cũng đồng thời cao nhất nên ta suy ra $G'\left(T\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{T}{2} - 30 = 0 \Leftrightarrow T = 60$ (nghìn đồng).

Câu 21.50. Bác Bình cần xây một căn nhà với chi phí 1 tỷ đồng. Đặt kế hoạch sau 5 năm phải có đủ số tiền trên thì mỗi năm bác Bình cần gửi vào ngân hàng một khoản tiền tiết kiệm như nhau. Biết lãi suất của ngân hàng là 7 %/năm và lãi hàng năm được nhập vào vốn. Tìm số tiền bác Bình gửi vào mỗi năm (Đơn vị tính là triệu đồng và kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Nếu đầu mỗi năm gửi vào ngân hàng số tiền m, lãi suất không đổi $r\%$/năm và lãi sau mỗi năm được nhập vào vốn thì sau n năm số tiền thu được T_n được tính theo công thức

$$T_n = \frac{m}{r}\left[\left(1+r\right)^n - 1\right]\left(1+r\right).$$

Áp dụng công thức trên với $n = 5$; $T_5 = 1000000000$; $r = 7\% = 0{,}07$ ta có:

$$1000000000 = \frac{m}{0{,}07}\left[\left(1+0{,}07\right)^5 - 1\right]\left(1+0{,}07\right) \Leftrightarrow 70000000 = m\left(1{,}07^5 - 1\right)1{,}07$$

$\Leftrightarrow m=\dfrac{70000000}{1,07\left(1,07^5-1\right)}\approx 163$ triệu đồng.

Câu 21.51. Một Villa sinh thái nghỉ dưỡng thống kê được rằng: Nếu áp dụng mức giá 3 triệu đồng/người/ngày thì mỗi tháng có 160 khách đến nghỉ và mỗi khách sẽ nghỉ 10 ngày. Nếu cứ tăng giá thêm 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ giảm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi khách cũng giảm đi 2 ngày. Ngược lại, nếu cứ giảm giá 500 nghìn đồng/người/ngày thì hàng tháng số khách đến nghỉ sẽ tăng thêm 4 người và thời gian lưu trú của mỗi người khách cũng tăng thêm 2 ngày. Hỏi villa đó cần áp dụng mức giá bao nhiêu triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận hàng tháng thu được là lớn nhất, biết tổng chi phí công ty phải chi cho một ngày lưu trú của mỗi người khách là 2 triệu đồng và Sở văn hóa, thể thao và du lịch không cho công ty thu vượt quá 10 triệu đồng/người/ngày. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Lợi nhuận = Doanh thu − Chi phí

Gọi x là số lần tang/giảm giá 500 nghìn đồng

Khi đó số khách hàng tháng: $160-4x$ và thời gian mỗi khách lưu trú là $10-2x$

Giá mỗi người/ngày là: $3+0,5x$ (triệu đồng) và chi phí mỗi người/ngày là 2 (triệu đồng)

Lợi nhuận mỗi người/ngày là: $3+0,5x-2=1+0.5x$ triệu đồng

Tổng lợi nhuận hàng tháng là: $f\left(x\right)=\left(160-4x\right)\left(10-2x\right)\left(1+0,5x\right)$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\left(160-4x\right)\left(10-2x\right)\left(1+0,5x\right)=4x^3-172x^2+440x+1600$

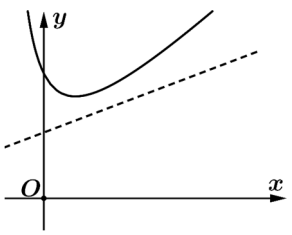
Khi đó $f'\left(x\right)=12x^2-344x+440=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{43}{3}-\dfrac{7\sqrt{31}}{3}\left(thoa\ man\right)\\x=\dfrac{43}{3}+\dfrac{7\sqrt{31}}{3}\left(loai\right)\end{array}\right.$

Suy ra giá cần áp dụng để đạt lợi nhuận lớn nhất là:

$3+0,5x=3+0,5.\left(\dfrac{43}{3}-\dfrac{7\sqrt{31}}{3}\right)\approx 3,67$

Vậy villa đó cần áp dụng giá 3,67 triệu đồng/người/ngày để lợi nhuận thu được lớn nhất.

Câu 21.52. Một doanh nghiệp kinh doanh sản xuất đồng hồ có đồ thị hàm tổng chi phí theo số sản phẩm là một phần đồ thị của hàm số bậc hai trên bậc nhất $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+e}$ như hình vẽ (mỗi đơn vị trên trục hoành tương ứng 100 sản phẩm và mỗi đơn vị trên trục tung tương ứng 1000USD). Biết rằng tâm đối xứng của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là $A\left(-1;\dfrac{2}{3}\right)$ và đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm $B\left(3;2\right)$.



Theo khảo sát, tổng doanh thu của doanh nghiệp này được mô tả bởi hàm số $R\left(x\right)=x^2+2x$ và lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250 USD. Khi chi phí theo số sản phẩm đạt giá trị nhỏ nhất thì số sản phẩm sản xuất được là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

Lời giải

Dễ dàng suy ra được $e=1$ và đồ thị có đường tiệm cận đứng là $x=-1$

Gọi đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ là $y=ax+b$

Theo giả thiết ta có: $\begin{cases} -a+b=\dfrac{2}{3} \\ 3a+b=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=\dfrac{1}{3} \\ b=1 \end{cases}$ nên đường tiệm cận xiên là $y=\dfrac{1}{3}x+1$

Hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x+e}$ được viết lại dưới dạng $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x+1+\dfrac{d}{x+1}$

Lợi nhuận = Doanh thu − Chi phí $\Leftrightarrow P\left(x\right)=R\left(x\right)-f\left(x\right) \Leftrightarrow x^2+2x-\dfrac{1}{3}x-1-\dfrac{d}{x+1}$

Theo giả thiết lợi nhuận thu về khi bán 200 sản phẩm bằng 5250 USD.

Khi đó $P\left(2\right)=5,25 \Leftrightarrow \dfrac{19}{3}-\dfrac{d}{3}=5,25 \Leftrightarrow d=\dfrac{13}{4}=3,25$

Vậy $f\left(x\right)=\dfrac{1}{3}x+1+\dfrac{3,25}{x+1}$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\dfrac{1}{3}-\dfrac{3,25}{\left(x+1\right)^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-\sqrt{39}}{2}-1\left(loai\right) \\ x=\dfrac{\sqrt{39}}{2}-1\left(nhan\right) \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:

x	0		$\dfrac{\sqrt{39}}{2}-1$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\dfrac{17}{4}$	$\searrow$	$\dfrac{\sqrt{39}}{3}+\dfrac{2}{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy số sản phẩm khi chi phí đạt giá trị nhỏ nhất là $\left(\dfrac{\sqrt{39}}{2}-1\right).100 \approx 25$ sản phẩm.

Câu 21.53. Một nhà hàng có tổng cộng 30 nhân viên và chi trả mức lương cố định cho mỗi nhân viên thường xuyên tăng ca là 400 USD/tháng. Vì nhà hàng liên tục đón những đoàn khách với số lượng lớn nhưng không thể thuê thêm nhân viên nên chủ nhà hàng này muốn khuyến khích nhân viên của mình tăng ca. Ông chủ quyết định cứ một nhân viên quyết định tăng ca thì mức lương của tất cả nhân viên tăng ca trong nhà hàng đều được tăng thêm 2%. Tương tự, nếu k nhân viên tăng ca thì lương cho mỗi người sẽ tăng $2k\%$. Bên cạnh tiền lương cho nhân viên thì tiền điện nước và duy trì cơ sở vật chất là cố định 8000 USD/tháng. Doanh thu trung bình từ khách hàng là 10 000 USD/tháng và mỗi nhân viên tăng ca trung bình sẽ được khách hàng tip 800 USD/tháng (Tiền tip phải được nộp lại cho chủ cửa hàng và tính vào doanh thu). Xác định số nhân viên tăng ca cần có để lợi nhuận của nhà hàng đạt lớn nhất.

Lời giải

Gọi x là số nhân viên tăng $\left(0 \le x \le 30\right)$ ca thì lương của mỗi nhân viên tăng ca là:

$$400\left(1+0,02x\right)\text{USD/tháng}$$

Khi đó tổng lương của nhân viên tăng ca là: $400x\left(1+0,02x\right)$ USD/tháng và tổng tiền tip của x nhân viên tăng ca là: $800x$ USD/tháng

Doanh thu của cửa hàng là: $10\,000+800x$

Lợi nhuận của cửa hàng bằng doanh thu trừ đi chi phí nên ta có:

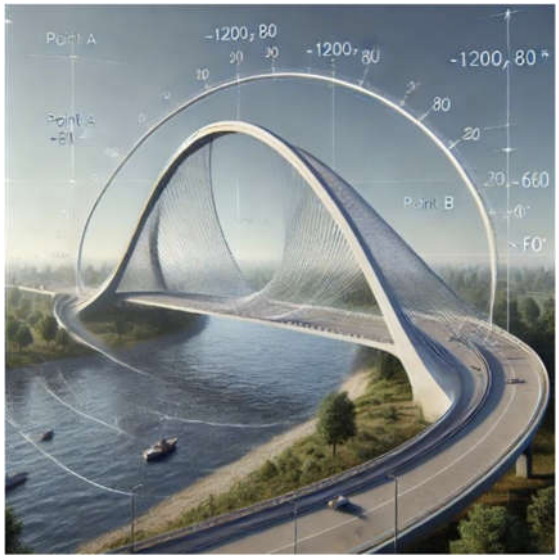
$$L\left(x\right)=10\,000+800x-400x\left(1+0,02x\right)-8000=2000+400x-8x^2$$

Ta có: $L'\left(x\right)=-16x+400=0 \Leftrightarrow x=25$

Hàm số $L\left(x\right)$ là một parabol có bề lõm hướng xuống nên $L\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=25$

Vậy số nhân viên tăng ca cần có để lợi nhuận của nhà hàng đạt lớn nhất là 25 người.

Câu 21.54. Người ta cần thiết kế đoạn một cây cầu cong nối giữa hai điểm A và B trên hai bờ sông sao cho cây cầu này có hình dạng thẩm mỹ và ổn định. Để mô phỏng hình dáng của cây cầu, người ta sử dụng một hàm bậc ba. Trong hệ tọa độ Oxy (đơn vị: feet). Bằng cách đo đạc tại thực địa, ta xác định được đường cong của cây cầu đi qua hai điểm có toạ độ lần lượt là $A\left(-1200;80\right)$; $B\left(1200;60\right)$ và điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) có độ cao là 200 feet. Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet (Hình vẽ). Tính tổng chi phí xây dựng cây cầu dựa trên diện tích bề mặt của cây cầu (Đơn vị: triệu USD), biết chi phí xây dựng là 100 USD cho mỗi feet vuông của mặt cầu (Diện tích bề mặt của cây cầu được xác định là diện tích của phần hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành và các đường thẳng $x=-1200; x=1200$)



Lời giải

Gọi $y=f\left(x\right)=ax^3+bx^2+cx+d\left(a\neq 0\right)$ là hàm số có đồ thị mô ta hình dáng cây cầu

Ta có $f'\left(x\right)=3ax^2+bx+c$

Do đồ thị của hàm số đi qua các điểm $A\left(-1200;80\right), B\left(1200;60\right)$

$$\begin{cases} f\left(-1200\right)=80 \\ f\left(1200\right)=60 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a\left(-1200\right)^3+b\left(-1200\right)^2+c\left(-1200\right)+d=80 \\ a\left(1200\right)^3+b\left(1200\right)^2+c\left(1200\right)+d=60 \end{cases}$$

Điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) có độ cao là 200 feet $\Rightarrow f\left(0\right)=200 \Rightarrow d=200$

Tiếp tuyến tại điểm giữa cây cầu (tại $x=0$) cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là -1000 feet

Suy ra $y=f'\left(0\right)\left(x-x_0\right)+y_0 \Rightarrow 0=f'\left(0\right).\left(-1000\right)+200 \Rightarrow f'\left(0\right)=0,2$

Suy ra $f'\left(0\right)=0,2 \Rightarrow c=0,2$ nên $\begin{cases} a\left(-1200\right)^3+b\left(-1200\right)^2+0,2.\left(-1200\right)+200=80 \\ a\left(1200\right)^3+b\left(1200\right)^2+0,2.\left(1200\right)+200=60 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -1728000000a+1440000b=120 \\ 1728000000a+1440000b=-380 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-\dfrac{1}{6912000} \\ b=-\dfrac{13}{144000} \end{cases}$$

Vậy $y=f\left(x\right)=-\dfrac{1}{6912000}x^3-\dfrac{13}{144000}x^2+0,2x+200$

Diện tích bề mặt cây cầu là:

$$S=\int_{-1200}^{1200}\left|-\frac{1}{6912000}x^3-\frac{13}{144000}x^2+0,2x+200\right|\mathrm{d}x=376000 \text{ feet}^2$$

Chi phí cần để xây cầu là: $C=376000.100=37600000$ USD $=37,6$ triệu USD.

Câu 21.55. Để thiết kế một chiếc bể nuôi cá Koi trong sân vườn hình hộp chữ nhật không nắp có chiều cao $150\left(\text{cm}\right)$ và thể tích chứa $900\left(\text{m}^3\right)$. Biết giá thành để làm mặt bên là 2,8 triệu

đồng/m^2 và làm mặt đáy là 4 triệu đồng/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá (Làm tròn theo đơn vị triệu đồng).

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là chiều rộng và chiều dài của đáy hình hộp. Điều kiện: $x>0; y>0\left(m\right)$.

Ta có thể tích của khối hộp: $V=1,5xy=900 \Rightarrow xy=600 \Rightarrow y=\dfrac{600}{x}\left(m^3\right)$.

Diện tích mặt đáy: $S_d=xy=x.\dfrac{600}{x}=600\left(\mathrm{m}^2\right)$.

Giá tiền để làm mặt đáy là: $600.4000000=24.10^8$ (đồng).

Diện tích xung quanh của bể cá: $S_{xq}=2.x.1,5+2.y.1,5=3.\left(x+y\right)=3.\left(x+\dfrac{600}{x}\right)$.

Giá tiền để làm mặt bên là: $3.\left(x+\dfrac{600}{x}\right).2800000=84.10^5.\left(x+\dfrac{600}{x}\right)$.

Tổng chi phí để xây dựng bể cá là:

$T\left(x\right)=84.10^5.\left(x+\dfrac{600}{x}\right)+24.10^8 \ge 84.10^5.2\sqrt{x.\dfrac{600}{x}}+24.10^8 \approx 2812$ (triệu đồng).

Câu 21.56. Một doanh nghiệp dự định sản xuất không quá 180 sản phẩm. Nếu doanh nghiệp sản xuất x sản phẩm $\left(1 \le x \le 180\right)$ thì giá bán của mỗi sản phẩm là $f\left(x\right)=35840-192x$ (nghìn đồng) và chi phí sản xuất bình quân trên một sản phẩm là $g\left(x\right)=25,6x^2-153,6x+3072+\dfrac{19200}{x}$ (nghìn đồng). Biết rằng mức thuế trên một sản phẩm là 512 nghìn đồng. Hỏi doanh nghiệp cần sản xuất bao nhiêu sản phẩm để lợi nhuận thu được là lớn nhất?

Lời giải

Lợi nhuận thu được

$$\begin{aligned} L\left(x\right) &= f\left(x\right).x-g\left(x\right).x-512x \\ &= (35840-192x).x-(25,6x^2-153,6x+3072+\frac{19200}{x}).x-512x \\ &= -25,6x^3-38,4x^2+32256x+192000 \quad \left(1 \le x \le 180\right) \end{aligned}$$

$L'\left(x\right)=-78,6x^2-78,6x+32256$, $L'\left(x\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=20 \\ x=-21 \end{array}\right.$.

Lập BBT. Ta được cần sản xuất 20 sản phẩm thì lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Câu 21.57. Nhà máy SAMSUNG Bắc Ninh trung bình bán được 1500 chiếc sạc dự phòng mỗi tháng với giá 320 nghìn đồng một chiếc. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng nếu cứ giảm giá bán 10 nghìn đồng, số lượng sạc dự phòng bán ra sẽ tăng thêm khoảng 100 sạc dự phòng mỗi tháng. Hàm chi phí hàng tháng là $C\left(x\right)=20000-10x$ (nghìn đồng) trong đó x là số sạc dự phòng bán ra trong một tháng. Để lợi nhuận là lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được bao nhiêu sản phẩm mỗi tháng?

Lời giải

Gọi p (nghìn đồng) là giá một chiếc sạc dự phòng; x là số sạc dự phòng được bán trong mỗi tháng. Ta cần xác định hàm cầu $p=p\left(x\right)$. Theo giả thiết, tốc độ thay đổi của x tỉ lệ với tốc độ thay đổi của p nên hàm số $p=p\left(x\right)$ là hàm số bậc nhất: Gọi $p\left(x\right)=ax+b$.

Giá $p_1=320$ ứng với $x_1=1500$ và giá $p_2=310$ ứng với $x_2=1500+100=1600$.

Do đó đường thẳng $p=ax+b$ đi qua hai điểm $\left(1500;320\right)$ và $\left(1600;310\right)$. Ta có hệ:

$$\begin{cases}1500a+b=320\\1600a+b=310\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-0,1\\b=470\end{cases}.$$

Khi đó $p\left(x\right)=-0,1x+470$. Suy ra $x=-10p+4700$.

Với $p=270$ thì số lượng sạc dự phòng được bán ra là $x=-10.270+4700=2000$.

Hàm doanh thu khi bán được x sạc dự phòng là

$R\left(x\right)=x.p=x\left(-0,1x+470\right)=-0,1x^2+470x$

Hàm lợi nhuận của nhà sản xuất khi bán được x sản phẩm là

$P\left(x\right)=R\left(x\right)-C\left(x\right)=-0,1x^2+470x-\left(20000-10x\right)=-0,1x^2+480x-20000$.

Bài toán yêu cầu trở thành tìm x để $P\left(x\right)$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $P'\left(x\right)=-0,2x+480$; $P'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=2400$.

BBT (hình bên).

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để đạt được lợi nhuận lớn nhất thì nhà sản xuất phải bán được 2400 sản phẩm mỗi tháng với lợi nhuận lớn nhất là 556 triệu đồng.

$200-10.5=150$ ngàn đồng.

x	0		2400		$+\infty$
P'		$+$	0	$-$	
P	-20000	↗	556000	↘	$-\infty$

Câu 21.58. Giám đốc một nhà hát đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 200 nghìn đồng/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 10 nghìn đồng /người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 10 nghìn đồng /người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình.Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 20 nghìn đồng lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

Lời giải

Gọi x là số lần giá vé tăng / giảm 10 nghìn đồng.

Giá vé sau khi điều chỉnh là $200+10x$ (nghìn đồng) $\left(200+10x>0\right)$

Số khách là: $1000-100x$ $\left(1000-100x>0\right)$

Điều kiện: $-20<x<10$

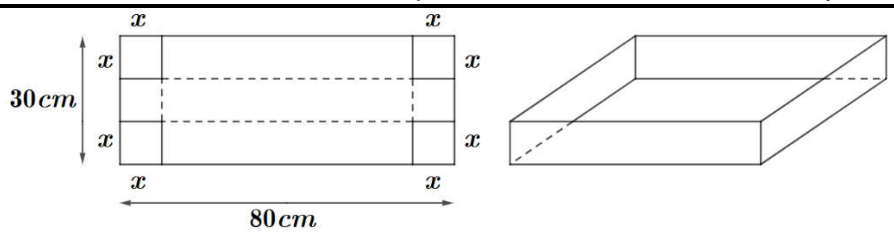
Tổng thu nhập là: $f\left(x\right)=\left(200+10x+20\right)\left(1000-100x\right)=-1000x^2-12000x+220000$

Bảng biến thiên (hình bên).

Vậy để thu nhập cao nhất thì $x=-6$, khi đó giá vé là $200+10.\left(-6\right)=140$ (nghìn đồng).

x	-20		-6		10
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$f(-6)$	↘	

Câu 21.59. Từ một tấm bìa hình chữ nhật có chiều rộng $30cm$ và chiều dài $80cm$ (Hình 2), người ta cắt ở bốn gặc bốn hình vuông có cạnh $x\left(cm\right)$ với $5\le x\le 10$ và gấp lại để tạo thành chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không nắp như Hình b.



a) b)

Tìm x để thể tích chiếc hộp là lớn nhất (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

Lời giải

Theo đề bài; chiều rộng, chiều dài và chiều cao của hộp lần lượt là $30-2x$, $80-2x$ và x

Khi đó thể tích của hộp là

$V=x\left(30-2x\right)\left(80-2x\right)=x\left(4x^2-220x+2400\right)=4x^3-220x^2+2400x$.

Xét hàm số $f\left(x\right)=4x^3-220x^2+2400x$ với $5\le x\le 10$

Ta có: $f'\left(x\right)=12x^2-440x+2400=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x=30 & \left(l\right)\\ x=\dfrac{20}{3} & \left(n\right)\end{array}\right.$. Ta có: $\left\{\begin{array}{l}f\left(5\right)=7000\\ f\left(\dfrac{20}{3}\right)=\dfrac{2\cdot 10^5}{27}\\ f\left(10\right)=6000\end{array}\right.$.

Vậy $\max\limits_{x\in[5;10]}f\left(x\right)=f\left(\dfrac{20}{3}\right)=\dfrac{2\cdot 10^5}{27}\approx 7407,41$ hay thể tích lớn nhất của hộp là $7407,41cm^3$.

Vậy công ty cần sản xuất khoảng 293 bộ đồ chơi để thu được lợi nhuận lớn nhất.

Câu 21.60. Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) vượt khoảng cách $300km$ để tới nơi sinh sản. Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc hơi của cả khi mước đứng yên là v km/h thì năng lượng tiêu hao của cả trong t giờ cho bởi công thức $E\left(v\right)=cv^3t$ trong đó c là hàng số cho trước. E tính hằng Jun. Tính vận tốc bơi của cả khi nước đứng yên, để năng lượng của cả tiêu hao ít nhất?

Lời giải

Theo đề bài, vận tốc của cá khi bơi trên sông là $v-6$, khi đó thời gian để cá bơi đến nơi sinh sản là $t=\dfrac{300}{v-6}$.

Khi đó, $E\left(v\right)=cv^3\dfrac{300}{v-6}$ với $v>6$. Đặt $x=v-6$.

Bài năng lượng tiêu hao của cá được tính bởi hàm số:

x	0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$f(3)$	$\nearrow$	$+\infty$

$$f\left(x\right)=300c\dfrac{\left(x+6\right)^3}{x}=300c\left(x^2+18x+108+\dfrac{216}{x}\right)\text{ với }x>0.$$

Ta có: $f'\left(x\right)=300c\left(2x+18-\dfrac{216}{x^2}\right)=0\Leftrightarrow 2x^3+18x^2-216=0\Rightarrow x=3$.

Bảng biến thiên:

Vậy $\min\limits_{x\in(0;+\infty)}f\left(x\right)=f\left(3\right)$ hay khi vận tốc của cá khi nước đứng yên là $v=9km/h$ thì cá ít tốn năng lượng nhất.

----------HẾT----------

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

DẠNG CÂU 22. BÀI TẬP RÈN LUYỆN (80 CÂU)

Câu 22.1. **(ĐMH 2025)** Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố "lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang", B là biến cố "lấy ra từ hộp II là quả bóng màu đỏ". Ta cần tính $P\left(A|B\right)=\dfrac{P\left(A\cap B\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(B\right)}$.

Đếm $n\left(B\right)$ bằng cách chia hai trường hợp như sau:

Trường hợp 1: Lấy một quả đỏ từ hộp 1 sang hộp 2 rồi lấy một quả đỏ một quả đỏ từ hộp 2 thì có tất cả $6.8=48$ cách.

Trường hợp 2: Lấy một quả vàng từ hộp 1 sang hộp 2 rồi lấy một quả đỏ một quả đỏ từ hộp 2 thì có tất cả $4.7=28$ cách.

Suy ra $n\left(B\right)=48+28=76$

Đếm $n\left(A\cap B\right)$: $A\cap B$ là biến cố lấy một quả đỏ từ hộp 1 sang hộp 2 rồi lấy quả đỏ đó từ hộp 2 ra ngoài nên khi đó $n\left(A\cap B\right)=6.1=6$

Do đó: $P\left(A|B\right)=\dfrac{6}{76}\approx 0,08$.

Câu 22.2. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỉ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Lời giải

Gọi A_1 : sản phẩm thuộc phân xưởng I, A_2 : sản phẩm thuộc phân xưởng II,

B : sản phẩm được chọn là phế phẩm.

Từ giả thiết ta có

$$P\left(A_1\right)=0,4;\ \ P\left(A_2\right)=0,6;\ \ \ P\left(B\mid A_1\right)=0,01;\ \ \ P\left(B\mid A_2\right)=0,02.$$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$$P\left(B\right)=P\left(B\mid A_1\right)P\left(A_1\right)+P\left(B\mid A_2\right)P\left(A_2\right)=0,016.$$

Xác suất phế phẩm được chọn thuộc phân xưởng I là

$$P\left(A_1\mid B\right)=\frac{P\left(B\mid A_1\right)P\left(A_1\right)}{P\left(B\right)}=0,25.$$

Câu 22.3. Hiện nay, nước ta đang trong quá trình tinh gọn bộ máy nhà nước và thực hiện nghị quyết không tổ chức công an cấp huyện. Do vậy, trong đợt điều động cán bộ công an từ huyện về công tác tại cơ sở hoặc công tác tại công an tỉnh, phòng tổ chức cán bộ nhận thấy rằng: Có 60% cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa, số còn lại nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh.

+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở thì 70% có trình độ đại học và 30% có trình độ trung cấp.
+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công an tỉnh thì 80% có trình độ đại học và 20% có trình độ trung cấp.
Tuy nhiên, năng lực công tác cũng là một yếu tố quan trọng. Dựa trên hồ sơ đánh giá năng lực:
+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về cơ sở thì tỷ lệ cán bộ được đánh giá có năng lực "Tốt" trở lên với trình độ đại học là 60% và trình độ trung cấp là 30%.
+ Trong số cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh thì tỷ lệ được đánh giá là có năng lực "Tốt" trở lên với trình độ đại học là 85% và với trình độ trung cấp là 25%.
Chọn ngẫu nhiên một cán bộ công an. Tính xác suất để cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá có năng lực "Tốt" và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi các biến cố như sau:
"A là biến cố cán bộ có nguyện vọng về công tác tại cơ sở (vùng sâu vùng xa)"
"B là biến cố cán bộ có nguyện vọng về công tác tại công an tỉnh"
"C là biến cố cán bộ có trình độ đại học"
"D là biến cố cán bộ có trình độ trung cấp"
"E là biến cố cán bộ được đánh giá năng lực "Tốt" trở lên"
Xác suất nguyện vọng về cơ sở và về công an tỉnh là: $P\left(A\right)=0,6$;

$P\left(B\right)=1-P\left(A\right)=0,4$.

Xác suất trình độ đại học có nguyện vọng về cơ sở: $P\left(C\mid A\right)=0,7$; $P\left(D\mid A\right)=0,3$

Xác suất trình độ học vấn theo nguyện vọng về tỉnh: $P\left(C\mid B\right)=0,8$; $P\left(D\mid B\right)=0,2$

Xác suất năng lực "Tốt" trở lên theo nguyện vọng về cơ sở và trình độ học vấn:
$P\left(E\mid C\cap A\right)=0,6\Rightarrow P\left(E\mid D\cap A\right)=0,4$

Xác suất năng lực "Tốt" trở lên theo nguyện vọng về công an tỉnh và trình độ học vấn:
$P\left(E\mid C\cap B\right)=0,85\Rightarrow P\left(E\mid D\cap B\right)=0,25$

Xác suất để cán bộ có nguyện vọng về công tác tại các xã vùng sâu vùng xa, biết rằng cán bộ này vừa có trình độ đại học, vừa được đánh giá năng lực "Tốt" trở lên là:
$P\left(A\mid C\cap E\right)$

Sử dụng công thức Bayes:

$$P\left(A\mid C\cap E\right)=\frac{P\left(C\cap E\mid A\right).P\left(A\right)}{P\left(A\cap E\right)}=\frac{0,6.0,7.0,6}{0,6.0,7.0,6+0,85.0,8.0,4}=\frac{63}{131}\approx 0,48$$

Vậy xác suất để cán bộ này có trình độ đại học, được đánh giá có năng lực "Tốt" và có nguyện vọng về công tác tại cơ sở là các xã vùng sâu vùng xa là $0,48$.

Câu 22.4. Có 10 học sinh làm bài kiểm tra xác suất thống kê, trong đó có 2 học sinh giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 học sinh khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 học sinh trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Bài kiểm tra có 4 câu hỏi được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu hỏi. Giáo viên chọn ngẫu nhiên một bài làm của học sinh để chấm điểm. Xác suất bài làm đó trả lời được cả 4 câu hỏi là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn được bài làm trả lời được cả 4 câu hỏi.
Gọi B_1,B_2,B_3 lần lượt là biến cố chọn được bài làm của học sinh giỏi, khá, trung bình.

Khi đó: $P\left(B_1\right)=\frac{2}{10},P\left(B_2\right)=\frac{3}{10},P\left(B_3\right)=\frac{5}{10}$.

Học sinh giỏi trả lời được 100% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 20 câu suy ra

$P\left(A \mid B_1\right)=\dfrac{C_{20}^4}{C_{20}^4}$.

Học sinh khá trả lời được 80% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 16 câu suy ra

$P\left(A \mid B_2\right)=\dfrac{C_{16}^4}{C_{20}^4}$.

Học sinh trung bình trả lời được 50% các câu hỏi, nghĩa là trả lời được 10 câu suy ra

$P\left(A \mid B_3\right)=\dfrac{C_{10}^4}{C_{20}^4}$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P\left(A\right)=P\left(B_1\right).P\left(A \mid B_1\right)+P\left(B_2\right).P\left(A \mid B_2\right)+P\left(B_3\right).P\left(A \mid B_3\right)$

$=\dfrac{2}{10}.\dfrac{C_{20}^4}{C_{20}^4}+\dfrac{3}{10}.\dfrac{C_{16}^4}{C_{20}^4}+\dfrac{5}{10}.\dfrac{C_{10}^4}{C_{20}^4}=\dfrac{108}{323}\approx 0,33$

Câu 22.5. Có hai chiếc hộp, hộp I có 5 viên bi màu trắng và 5 viên bi màu đen; hộp II có 6 viên bi màu trắng và 4 viên bi màu đen. Các viên bi có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên đồng thời hai viên bi từ hộp I bỏ sang hộp II. Sau đó lấy ngẫu nhiên một viên bi từ hộp II. Lấy ra ngẫu nhiên một viên bi, giả sử viên bi được lấy ra là viên bi màu trắng. Tính xác suất viên bi màu trắng đó thuộc hộp I (Kết quả làm tròn 2 chữ số thập phân).

Lời giải

Xét các biến cố: A: "Viên bi lấy ra là viên màu trắng"

B_1: "2 viên bi lấy ra từ hộp I có màu trắng"; B_2: "2 viên bi lấy ra từ hộp I có màu đen".

B_3: "2 viên bi lấy ra từ hộp I có cả hai màu đen trắng".

Ta có: $P\left(B_1\right)=\dfrac{\mathrm{C}_5^2}{\mathrm{C}_{10}^2}=\dfrac{2}{9}$; $P\left(B_2\right)=\dfrac{\mathrm{C}_5^2}{\mathrm{C}_{10}^2}=\dfrac{2}{9}$; $P\left(B_3\right)=\dfrac{\mathrm{C}_5^1\cdot\mathrm{C}_5^1}{\mathrm{C}_{10}^2}=\dfrac{5}{9}$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có

$P\left(A\right)=P\left(A \mid B_1\right).P\left(B_1\right)+P\left(A \mid B_2\right).P\left(B_2\right)+P\left(A \mid B_3\right).P\left(B_3\right)$

$=\dfrac{C_8^2}{C_{12}^2}.\dfrac{2}{9}+\dfrac{C_6^2}{C_{12}^2}.\dfrac{2}{9}+\dfrac{C_7^2}{C_{12}^2}.\dfrac{5}{9}=\dfrac{191}{594}$

Từ yêu cầu, ta cần tìm $P\left(B_1 \mid A\right)+P\left(B_3 \mid A\right)$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có:

$P\left(B_1 \mid A\right)+P\left(B_3 \mid A\right)=\dfrac{P\left(A \mid B_1\right).P\left(B_1\right)}{P\left(A\right)}+\dfrac{P\left(A \mid B_3\right).P\left(B_3\right)}{P\left(A\right)}$

$=\dfrac{\dfrac{14}{33}.\dfrac{2}{9}}{\dfrac{191}{594}}+\dfrac{\dfrac{7}{22}.\dfrac{5}{9}}{\dfrac{191}{594}}=\dfrac{161}{191}\approx 0,84$. Vậy xác suất cần tìm bằng $0,84$.

Câu 22.6. Một hộp chứa 10 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 viên bi từ hộp, xem màu, rồi bỏ ra ngoài. Nếu viên bi An lấy ra có màu xanh, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 2 viên bi từ hộp; còn nếu viên bi An lấy ra có màu đỏ, bạn Bình sẽ lấy ra ngẫu nhiên 3 viên bi từ hộp. Tính xác suất để An lấy được viên bi màu xanh, biết rằng tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.

Lời giải

Gọi A là biến cố An lấy được viên bi màu xanh thì $\overline{A}$ là biến cố An lấy được viên bi màu đỏ.

Gọi B là biến cố tất cả các viên bi được hai bạn chọn ra đều có đủ cả hai màu.

Ta có $P\left(A\right)=\dfrac{10}{15},P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{5}{15}$. Ta cần tính $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(B\right)}$.

Khi A xảy ra thì trong hộp còn 9 viên bi xanh và 5 viên bi đỏ, Bình cần lấy ra 2 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi đỏ nên $P\left(B\mid A\right)=\dfrac{C_{14}^2-C_9^2}{C_{14}^2}$.

Khi $\overline{A}$ xảy ra thì trong hộp còn 10 viên bi xanh và 4 viên bi đỏ, Bình cần lấy ra 3 viên bi trong đó có ít nhất một viên bi xanh nên $P\left(B\mid \overline{A}\right)=\dfrac{C_{14}^3-C_4^3}{C_{14}^3}$.

Vậy $P\left(AB\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)=\dfrac{10}{15}\cdot\dfrac{\left(C_{14}^2-C_9^2\right)}{C_{14}^2}=\dfrac{110}{273}$

Mặt khác: $P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)$

$=\dfrac{10}{15}\cdot\dfrac{\left(C_{14}^2-C_9^2\right)}{C_{14}^2}+\dfrac{5}{15}\cdot\dfrac{\left(C_{14}^3-C_4^3\right)}{C_{14}^3}=\dfrac{200}{273}$. Vậy $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{\dfrac{110}{273}}{\dfrac{200}{273}}=0,55$.

Câu 22.7. Bạn Tuấn hằng ngày ăn sáng bằng xôi hoặc bún. Nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng xôi thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng bún là $0,7$. Xét một tuần mà thứ ba bạn ăn sáng bằng xôi. Biết xác suất để thứ năm tuần đó, bạn Tuấn ăn sáng bằng bún là $0,63$. Hỏi nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng bún thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng xôi là bao nhiêu?

Lời giải

Giả sử nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng bún thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng xôi là x $\left(x<1\right)$.

Gọi A là biến cố "Thứ tư, bạn Tuấn ăn sáng bằng bún",

B là biến cố "Thứ năm, bạn Tuấn ăn sáng bằng bún", khi đó $P\left(B\right)=0,63$

Ta có thứ ba bạn Tuấn ăn sáng bằng xôi nên $P\left(A\right)=0,7$, $P\left(\overline{A}\right)=1-0,7=0,3$

Vì nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng bún thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng xôi là x và ăn sáng bằng bún là $1-x$ hay $P\left(B\mid A\right)=1-x$.

Ta có $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,7$

Theo công thức xác suất toàn phần: $P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\setminus \overline{A}\right)$

$\Rightarrow 0,63=0,7.\left(1-x\right)+0,3.0,7\Rightarrow x=0,4$

Vậy nếu hôm nay bạn ăn sáng bằng bún thì xác suất để hôm sau bạn ăn sáng bằng xôi là $0,4$.

Câu 22.8. Có hai đồng xu có hình thức giống nhau, trong có có một đồng xu cân đối đồng chất và một đồng xu không cân đối có xác suất khi tung đồng xu xuất hiện mặt ngửa là $\dfrac{2}{3}$. Một người lấy ngẫu nhiên một đồng xu trong hai đồng xu đã cho, tung đồng xu đó 3 lần thì đều

thấy xuất hiện mặt ngửa, xác suất người đó lấy được đồng xu cân đối là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Lấy được đồng xu cân đối đồng chất" và B là biến cố: "Tung đồng xu ba lần đều xuất hiện mặt ngửa". Khi đó ta cần tính $P\left(A \mid B\right)$.

Ta có $P\left(A\right)=\frac{1}{2}$, $P\left(\overline{A}\right)=\frac{1}{2}$ và $P\left(B \mid A\right)=\left(\frac{1}{2}\right)^3=\frac{1}{8}$, $P\left(B \mid \overline{A}\right)=\left(\frac{2}{3}\right)^3=\frac{8}{27}$.

Theo công thức Bayes và công thức xác suất toàn phần ta có

$$P\left(A \mid B\right)=\frac{P\left(A\right)P\left(B \mid A\right)}{P\left(A\right)P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B \mid \overline{A}\right)}=\frac{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}}{\frac{1}{2}\cdot\frac{1}{8}+\frac{1}{2}\cdot\frac{8}{27}}\approx 0,3.$$

Câu 22.9. Trong một đêm thi hát, mỗi người phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ biết rằng người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ".

B là biến cố: "Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian".

Ta có: $P\left(A\right)=\frac{17}{20}$; $P\left(B\right)=\frac{15}{20}$; $P\left(\overline{A}\,\overline{B}\right)=\frac{2}{20}$.

Do đó: $P\left(A\cup B\right)=1-P\left(\overline{A}\,\overline{B}\right)=1-\frac{2}{20}=\frac{18}{20}$.

$$P\left(AB\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cup B\right)=\frac{17}{20}+\frac{15}{20}-\frac{18}{20}=\frac{14}{20}.$$

Vậy $P\left(A \mid B\right)=\frac{P\left(AB\right)}{P\left(B\right)}=\frac{14}{15}\approx 0,93$.

Câu 22.10. Truecaller App là một ứng dụng được sử dụng để chặn cuộc gọi rác trong điện thoại. Tuy nhiên, vì ứng dụng không tuyệt đối hoàn hảo nên một cuộc gọi rác bị chặn với xác suất $0,8$ và một cuộc gọi đúng (không phải là cuộc gọi rác) bị chặn với xác suất $0,01$. Thống kê cho thấy tỉ lệ cuộc gọi rác là 10%. Chọn ngẫu nhiên một cuộc gọi không bị chặn. Tính xác suất để đó là cuộc gọi đúng (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố: "cuộc gọi được chọn là cuộc gọi rác", B là biến cố: "cuộc gọi chọn bị chặn" thì $\overline{B}$ là biến cố: "cuộc gọi được chọn không bị chặn".

Theo đầu bài ta có: $P\left(A\right)=0,1$, $P\left(\overline{A}\right)=0,9$, $P\left(B\middle|A\right)=0,8$, $P\left(B\middle|\overline{A}\right)=0,01$.

Ta có: $P\left(B\right)=P\left(B\middle|A\right).P\left(A\right)+P\left(B\middle|\overline{A}\right).P\left(\overline{A}\right)=0,8.0,1+0,01.0,9=0,089$.

Vì $P\left(B\middle|\overline{A}\right)=0,01\Rightarrow P\left(\overline{B}\middle|\overline{A}\right)=0,99$, $P\left(B\middle|A\right)=0,8\Rightarrow P\left(\overline{B}\middle|A\right)=0,2$

Theo công thức Bayes ta có:

$$P\left(\overline{A}\middle|\overline{B}\right)=\frac{P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\middle|\overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\middle|\overline{A}\right)+P\left(A\right).P\left(\overline{B}\middle|A\right)}=\frac{0,9.0,99}{0,9.0,99+0,1.0,2}=\frac{891}{911}\approx 0,98.$$

Vậy xác suất để đó là cuộc gọi đúng là $0,98$.

Câu 22.11. Quan sát hai mã cổ phiếu A và B người ta nhận thấy trong mỗi phiên giao dịch, nếu cổ phiếu B không giảm giá thì cổ phiếu A giảm giá với xác suất $\frac{2}{5}$. Ngược lại, nếu cổ phiếu A không giảm giá thì cổ phiếu B giảm giá với xác suất $\frac{4}{7}$. Hơn nữa, xác suất cả hai cổ phiếu A và B giảm giá trong cùng một ngày là 0,1. Hãy tính xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiếu A và B giảm giá trong một phiên giao dịch.

Lời giải

Gọi A và B lần lượt là biến cố mã cổ phiếu A và B giảm giá trong một phiên giao dịch.

Đặt $a=P\left(A\right)$ và $b=P\left(B\right)$ với $a,b\in\left[0;1\right]$.

Khi đó ta có: $\frac{2}{5}=P\left(A\mid\overline{B}\right)=\frac{P\left(A\overline{B}\right)}{P\left(\overline{B}\right)}=\frac{P\left(A\right)-P\left(AB\right)}{1-P\left(B\right)}=\frac{a-0,1}{1-b}\Rightarrow 5a+2b=2,5\quad(1)$

Tương tự: $\frac{4}{7}=P\left(B\mid\overline{A}\right)=\frac{P\left(B\overline{A}\right)}{P\left(\overline{A}\right)}=\frac{P\left(B\right)-P\left(AB\right)}{1-P\left(A\right)}=\frac{b-0,1}{1-a}\Rightarrow 4a+7b=4,7\quad(2)$

Từ (1) và (2) ta có hệ phương trình $\begin{cases}5a+2b=2,5\\4a+7b=4,7\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=0,3\\b=0,5\end{cases}$

Xác suất để có ít nhất một trong hai cổ phiếu A và B giảm giá trong một phiên giao dịch là: $P\left(A\cup B\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(AB\right)=0,7$

Câu 22.12. Trong một trường THPT thì tỉ lệ học sinh nữ là 48%. Tỉ lệ học sinh nữ và tỉ lệ học sinh tham gia thực hiện nhiệm vụ thanh niên xung kích lần lượt là 18% và 15%. Gặp ngẫu nhiên một học sinh của trường. Biết rằng học sinh đó có tham gia làm nhiệm vụ thanh nhiên xung kích. Tính xác suất học sinh đó là nam (Viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A_1, A_2 lần lượt là các biến cố gặp được một học sinh nữ, một học sinh nam

Khi đó A_1, A_2 là hệ biến cố đầy đủ.

Gọi B " Học sinh đó tham gia thực hiện nhiệm vụ thanh niên xung kích "

$P\left(A_1\right)=48\%=0,48$, $P\left(A_2\right)=1-0,48=0,52$.

$P\left(B\mid A_1\right)=18\%=0,18$; $P\left(B\mid A_2\right)=15\%=0,15$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần

$$P\left(B\right)=P\left(B\mid A_1\right).P\left(A_1\right)+P\left(B\mid A_2\right).P\left(A_2\right)=0,18.0,48+0,15.0,52=\frac{411}{2500}=0,1644$$

Xác suất để học sinh đó là nam, biếtsrL| rằng học sinh đó tham gia làm nhiệm vụ thanh niên xung kích, ta áp dụng công thức Bayes:

$$P\left(A_2\mid B\right)=\frac{P\left(B\mid A_2\right).P\left(A_2\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,15.0,52}{0,1644}=\frac{65}{137}\approx 0,47.$$

Câu 22.13. Đề thi tốt nghiệp THPT Quốc Gia bắt đầu từ năm 2025 sẽ có ba phần, trong đó có phần câu hỏi đúng sai. Một câu hỏi sẽ có bốn ý và mỗi ý hỏi chỉ có thể trả lời đúng hoặc sai. Thí sinh trả lời đúng 1 ý được $0,1$ điểm, trả lời đúng 2 ý được $0,25$ điểm, trả lời đúng 3 ý được $0,5$ điểm và trả lời đúng cả 4 ý được $1,0$ điểm. Bạn Nam khi trả lời câu hỏi này đã

biết làm chính xác được 1 ý và chọn bừa 3 ý còn lại. Biết rằng người ra đề không để đáp án câu này là toàn đúng hoặc toàn sai. Tính xác suất để bạn Nam được ít nhất 0,5 điểm. (Kết quả làm tròn đến chữ số thập phân thứ hai sau dấu phẩy)

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega)=2.2.2-1=7$

Gọi A là biến cố làm được ít nhất 0,5 điểm (làm đúng 3 ý hoặc làm đúng cả 4 ý)

Gọi T_k là biến cố mà đáp án có k ý đúng, suy ra có $4-k$ ý sai.

Trường hợp 1: Nếu $k=1$ thì đáp án có 1 ý đúng và 3 ý sai. Giả sử đáp án là ĐSSS
Nếu muốn được ít nhất 0,5 điểm thì có 4 cách: ĐSSS; ĐĐSS; ĐSĐS; ĐSSĐ

Suy ra $P(A\,|\,T_1)=\dfrac{4}{7}$

Trường hợp 2: Nếu $k=2$ thì đáp án có 2 ý đúng và 2 ý sai. Giả sử đáp án là ĐĐSS
Nếu muốn được ít nhất 0,5 điểm thì có 4 cách: ĐĐSS; ĐSSS; ĐĐĐS; ĐĐSĐ

Suy ra $P(A\,|\,T_2)=\dfrac{4}{7}$

Trường hợp 3: Nếu $k=3$ thì đáp án có 1 ý đúng và 3 ý sai. Giả sử đáp án là ĐĐĐS
Nếu muốn được ít nhất 0,5 điểm thì có 3 cách: ĐĐĐS; ĐĐSS; ĐSĐS

Suy ra $P(A\,|\,T_3)=\dfrac{3}{7}$

Khi đó:

$$P(AT)=P(AT_1)+P(AT_2)+P(AT_3)=P(T_1).P(A\,|\,T_1)+P(T_2).P(A\,|\,T_2)+P(T_3).P(A\,|\,T_3)$$

$$=\frac{1}{8}.\frac{4}{7}+\frac{3}{8}.\frac{4}{7}+\frac{3}{8}.\frac{2}{7}=\frac{25}{56}\approx 0,45$$

Câu 22.14. Hệ nhóm máu ABO gồm 4 nhóm máu là A, B, O và AB với tỷ lệ phân bố trong cộng đồng khác nhau ở từng chủng tộc. Ở Việt Nam, tỷ lệ này là: nhóm A khoảng 20%, nhóm B khoảng 30%, nhóm O khoảng 45% và nhóm AB khoảng 5%. Biết rằng một người có nhóm máu AB có thể nhận máu của bất kỳ nhóm máu nào. Nếu người đó có nhóm máu A, B hoặc O thì chỉ có thể nhận được máu của người cùng nhóm máu với mình hoặc người có nhóm máu O. Lấy ngẫu nhiên một người cho máu và một người nhận máu. Biết rằng quá trình truyền máu thực hiện thành công, xác suất người nhận máu thuộc máu máu B là bao nhiêu phần trăm? (Làm tròn kết quả đến hàng đơn vị).

Lời giải

Gọi O là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu O.
Gọi A là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu A
Gọi B là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu B
Gọi $A-B$ là biến cố người nhận máu thuộc nhóm máu AB.
Gọi X là biến cố truyền máu thành công.
Ta có:

$$P(X)=P(O).P(X\,|\,O)+P(A).P(X\,|\,A)+P(B).P(X\,|\,B)+P(A-B).P(X\,|\,A-B)$$

Người nhóm máu O chỉ nhận máu của người cho thuộc nhóm máu O nên
$P(X\,|\,O)=0,45$.

Người nhóm máu A chi nhận máu của người cho thuộc nhóm máu A hoặc O nên ta có:
$P(X\,|\,A)=0,2+0,45$

Người nháu máu B chi nhận máu của người cho thuộc nhóm máu B hoặc O nên ta có:
$P(X\,|\,B)=0,3+0,45$

Người nhóm máu AB có thể nhận máu củs người cho thuộc nhóm máu A, B, O, AB nên ta có:

$P\left(X \mid A-B\right)=1$

Vậy $P\left(X\right)=0,45.0,45+0,2.\left(0,2+0,45\right)+0,3.\left(0,3+0,45\right)+0,05.1=0,6075=60,75$

Xác suất người nhận máu thuộc nhóm máu B khi truyền máu thành công là:

$$P\left(B \mid X\right)=\frac{P\left(XB\right)}{P\left(X\right)}=\frac{P\left(B\right).P\left(X \mid B\right)}{P\left(X\right)}=\frac{0,3.\left(0,3+0,45\right)}{0,6075}\approx 37\%.$$

Câu 22.15. Giải bóng đá Ngoại hạng Anh là một giải đấu lớn nhất hành tinh có 20 đội tham gia. Hiện tại Manchester United xếp vị trí thứ 5. Trong trận tới nếu gặp đội xếp trên thì Manchester United có xác suất thắng là $0,2$; xác suất thua là $0,5$. Nếu gặp đội dưới thì Manchester United có xác suất thắng là $0,5$ và xác suất thua là $0,3$. Bốc thăm ngẫu nhiên một đội đấu với Manchester United trong trận tới. Tính xác suất để Manchester United hoà trong trận tới (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Vì MU xếp thứ 5 trong 20 đội nên có 4 đội xếp trên và 15 đội xếp dưới

Xác suất gặp đội xếp trên là $\frac{4}{19}$ và xác suất để gặp đội xếp dưới là $\frac{15}{19}$

Khi gặp đội xếp trên thì xác suất thắng là $0,2$ và xác suất thua là $0,5$

Như vậy xác suất hòa đội xếp trên là $1-0,2-0,5=0,3$

Khi gặp đội xếp dưới thì xác suất thắng là $0,5$ và xác suất thua là $0,3$

Như vậy xác suất hòa đội xếp dưới là $1-0,5-0,3=0,2$

Vậy xác suất để Manchester United hoà trong trận tới là: $P=\frac{4}{19}.0,3+\frac{15}{19}.0,2\approx 0,22$

Câu 22.16. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Mỗi bạn có hai cách chọn đứng hoặc ngồi nên có $n\left(\Omega\right)=2^8$ cách.

TH1: Không có ai đứng, ta có 1 cách.
TH2: Có 1 bạn đứng, ta có 8 cách.
TH3: Có 2 bạn đứng.

Chọn 2 bạn từ 8 bạn trên bàn, ta có C_8^2 cách.

2 bạn đứng cạnh nhau có 8 cách.

Suy ra có $\mathrm{C}_8^2-8=20$ cách để hai bạn liền kề không cùng đứng.

TH4: Có 3 bạn đứng.

Chọn 3 bạn từ 8 bạn trên bàn, ta có C_8^3 cách.

2 bạn đứng cạnh nhau có $8\cdot 4$ cách.
3 bạn đứng cạnh nhau có 8 cách.

Suy ra có $\mathrm{C}_8^3-8\cdot 4-8=16$ cách để hai bạn liền kề không cùng đứng.

TH5: Có 4 bạn đứng, ta có 2 cách.

Vậy xác suất hai bạn liền kề không cùng đứng là $\frac{1+8+20+16+2}{2^8}=\frac{47}{256}\approx 0,18$.

Câu 22.17. Trong một đêm thi hát, mỗi người phải tham gia hát hai bài : Một bài theo phong cách âm nhạc dân gian, một bài theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ. Một đội có 20 người tham

gia đêm thi hát đó. Kết quả là 15 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian, 17 người đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ; 2 người không đạt cả hai bài. Chọn ngẫu nhiên một người. Tính xác suất để người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ biết rằng người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc nhạc nhẹ".
B là biến cố: "Người đó đạt bài thi theo phong cách âm nhạc dân gian".

Ta có: $P\left(A\right)=\frac{17}{20}$; $P\left(B\right)=\frac{15}{20}$; $P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=\frac{2}{20}$.

Do đó: $P\left(A\cup B\right)=1-P\left(\overline{A}\overline{B}\right)=1-\frac{2}{20}=\frac{18}{20}$.

$P\left(AB\right)=P\left(A\right)+P\left(B\right)-P\left(A\cup B\right)=\frac{17}{20}+\frac{15}{20}-\frac{18}{20}=\frac{14}{20}$.

Vậy $P\left(A\mid B\right)=\frac{P\left(AB\right)}{P\left(B\right)}=\frac{14}{15}\approx 0,93$.

Câu 22.18. Một bình đựng 50 viên bi kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất để lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất và một viên bi trắng ở lần thứ hai. Làm tròn kết quả đến chữ số thập phân thứ 2.

Lời giải

Gọi A: "Lấy được một viên bi xanh ở lần thứ nhất" và B: "Lấy được một viên bi trắng ở lần thứ hai". Ta cần tính xác suất $P\left(A\cap B\right)$

Theo công thức nhân xác suất $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)$

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P\left(A\right)=\frac{30}{50}=\frac{3}{5}$

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P\left(B\mid A\right)=\frac{20}{49}$

Vậy xác suất cần tìm là $P\left(A\cap B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)=\frac{3}{5}.\frac{20}{49}=\frac{12}{29}\approx 0,41$

Câu 22.19. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất để xạ thủ đó là nữ?

Lời giải

Gọi A là biến cố "Xạ thủ được chọn là nữ", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "xạ thủ được chọn là nam"
Gọi B là biến cố "xạ thủ được chọn bắn trúng"
Theo giả thiết ta có:

$P\left(A\right)=\frac{2}{2+8}=\frac{1}{5}\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\frac{4}{5}$; $P\left(B\mid A\right)=0,9$; $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,8$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{1}{5}.0,9+\frac{4}{5}.0,8=0,82$

Xác suất để xạ thủ được chọn ra bắn trúng đó là nữ là $P\left(A\mid B\right)$

Theo công thức Bayes, ta có: $P\left(A \mid B\right)=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{\frac{1}{5}.0,9}{0,82}=\dfrac{9}{41}\approx 0,22$.

Vậy xác suất để xạ thủ bắn trúng đó là nữ là $0,22$.

Câu 22.20. Một nhà máy lắp ráp nhận được các chi tiết do hai máy sản xuất. Trung bình máy thứ nhất cung cấp 65% chi tiết, máy thứ hai cung cấp 35% chi tiết. Khoảng 80% chi tiết do máy thứ nhất sản xuất là đạt tiêu chuẩn, còn 85% chi tiết do máy thứ hai sản xuất là đạt tiêu chuẩn. Lấy ngẫu nhiên từ nhà máy một sản phẩm, thấy nó đạt tiêu chuẩn. Tìm xác suất để sản phẩm đó do nhà máy thứ nhất sản xuất (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Gọi: "A" là biến cố: "Chi tiết lấy từ dây chuyền đạt tiêu chuẩn"

"B_1" là biến cố: "Chi tiết do máy thứ nhất sản xuất"

"B_2" là biến cố: "Chi tiết do máy thứ hai sản xuất"

Ta cần tính xác suất: $P\left(B_1 \mid A\right)$.

Theo công thức Bayes: $P\left(B_1 \mid A\right)=\dfrac{P\left(B_1\right).P\left(A \mid B_1\right)}{P\left(B_1\right).P\left(A \mid B_1\right)+P\left(B_2\right).P\left(A \mid B_2\right)}$

Theo điều kiện bài toán: $P\left(B_1\right)=0,65$; $P\left(B_2\right)=0,35$; $P\left(A \mid B_1\right)=0,8$; $P\left(A \mid B_2\right)=0,85$

Vậy: $P\left(B_1 \mid A\right)=\dfrac{\left(0,65\right).\left(0,8\right)}{\left(0,65\right).\left(0,8\right)+\left(0,35\right).\left(0,85\right)}\approx 0,64$.

Câu 22.21. Trường Bình Phúc có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ âm nhạc, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết chơi đàn guitar. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ âm nhạc cũng biết chơi đàn guitar. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết chơi đàn guitar. Xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc là bao nhiêu?

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc";

B : "Chọn được học sinh biết chơi đàn guitar".

Khi đó, $P(A)=0,2$; $P(\overline{A})=0,8$; $P(B \mid A)=0,85$; $P(B \mid \overline{A})=0,1$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P(B)=P(A).P(B \mid A)+P(\overline{A}).P(B \mid \overline{A})=0,2.0,85+0,8.0,1=0,25$

Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ âm nhạc, biết học sinh đó chơi được đàn guitar, là:

$P(A \mid B)=\dfrac{P(A).P(B \mid A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,85}{0,25}=0,68.$

Câu 22.22. Có hai chiếc hộp, hộp I có 6 quả bóng màu đỏ và 4 quả bóng màu vàng, hộp II có 7 quả bóng màu đỏ và 3 quả bóng màu vàng, các quả bóng có cùng kích thước và khối lượng. Lấy ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp I bỏ vào hộp II. Sau đó, lấy ra ngẫu nhiên một quả bóng từ hộp II. Tính xác suất để quả bóng được lấy ra từ hộp II là quả bóng được chuyển từ hộp I sang, biết rằng quả bóng đó có màu đỏ (làm tròn kết quả đến hàng trăm).

Lời giải

Ta có $n\left(\Omega\right)=10.11=110$.

Gọi A là biến cố: "Lấy được quả bóng ở hộp II mà quả đó được chuyển từ hộp I sang"

Gọi B là biến cố: "Lấy được quả bóng có sẵn từ hộp II".

Gọi C là biến cố: "Lấy được bóng màu đỏ từ hộp II".

Ta có: $P\left(C\right)=\dfrac{6.8+4.7}{110}=\dfrac{76}{110}$; $P\left(A\cap C\right)=\dfrac{6.1}{110}=\dfrac{6}{110}$.

Xác suất cần tìm là: $P\left(A\mid C\right)=\dfrac{P\left(A\cap A\right)}{P\left(C\right)}=\dfrac{\dfrac{6}{110}}{\dfrac{76}{110}}=\dfrac{6}{76}\approx 0,08$.

Câu 22.23. Trong một trường trung học phổ thông, người ta khảo sát về mối quan hệ giữa việc học sinh sử dụng tài liệu học tập trực tuyến và kết quả thi môn Toán. Kết quả khảo sát cho thấy: 70% học sinh của trường có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến. Trong số học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến có 80% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Trong số học sinh không sử dụng tài liệu trực tuyến, chỉ có 50% đạt điểm khá giỏi môn Toán. Nếu một học sinh được chọn ngẫu nhiên từ trường đạt điểm khá giỏi môn Toán thì xác suất học sinh này có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi T là biến cố "Học sinh sử dụng tài liệu học tập trực tuyến" và K là biến cố "Học sinh đạt điểm khá giỏi môn Toán"

Xác suất học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến là $P\left(T\right)=0,7$

Xác suất học sinh không sử dụng tài liệu trực tuyến là $P\left(\overline{T}\right)=1-P\left(T\right)=1-0,7=0,3$

Xác suất đạt điểm khá giỏi khi sử dụng tài liệu trực tuyến là $P\left(K\mid T\right)=0,8$

Xác suất đạt điểm khá giỏi khi không sử dụng tài liệu trực tuyến là $P\left(K\mid \overline{T}\right)=0,5$

Xác suất một học sinh đạt điểm khá giỏi môn Toán. Sử dụng công thức xác suất toàn phần:

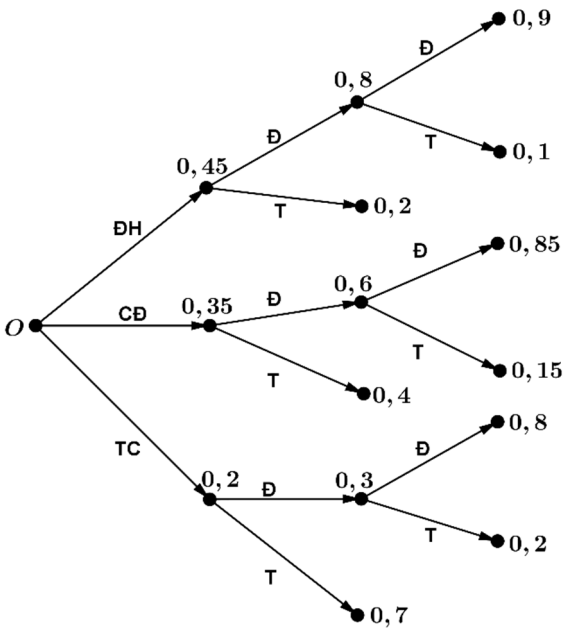
$$P\left(K\right)=P\left(K\mid T\right).P\left(T\right)+P\left(K\mid \overline{T}\right).P\left(\overline{T}\right)=0,8.0,7+0,5.0,3=0,71$$

Xác suất học sinh sử dụng tài liệu trực tuyến khi biết học sinh đó đạt điểm khá giỏi môn Toán. Sử dụng công thức Bayes: $P\left(T\mid K\right)=\dfrac{0,8.0,7}{0,71}=\dfrac{0,56}{0,71}\approx 0,79$

Vậy nếu một học sinh đạt điểm khá giỏi môn Toán, xác suất học sinh này có sử dụng tài liệu học tập trực tuyến là $0,79$

Câu 22.24. Một cơ quan hành chính nhà nước thực hiện việc tinh giản biên chế qua hai vòng xét duyệt: Vòng sơ loại hồ sơ và vòng phỏng vấn. Tỷ lệ nhân viên của cơ quan thuộc ba nhóm trình độ: Đại học, Cao đẳng và Trung cấp ần lượt là $45\%,35\%$ và 20%.

- Ở vòng sơ loại hồ sơ thì tỷ lệ hồ sơ đạt yêu cầu của nhóm đại học là 80%, nhóm cao đẳng là 60% và nhóm trung cấp là 30%.
- Những nhân viên vượt qua vòng sơ loại hổ sơ sẽ tiếp tục vào vòng phỏng vấn. Ở vòng phỏng vấn thì tỷ lệ nhân viên bị tinh giản trong số những người đạt vòng sơ loại của nhóm đại học là 10%, nhóm cao đẳng là 15% và nhóm trung cấp là 20%. Nếu biết một nhân viên bất kỳ đã bị tinh giản biên chế thì hãy tính xác suất để người này có trình độ đại học (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



Lời giải

Sử dụng sơ đồ hình cây:

$P\left(A\right)=0,45.0,2+0,45.0,8.0,1+0,35.0,4+0,35.0,6.0,15+0,2.0,7+0,2.0,3.0,2=0,4495$

Xác suất cần tính là: $P\left(B\mid A\right)=\dfrac{0,45.0,8.0,1+0,45.0,2}{0,4495}\approx 0,28$

Câu 22.25. Trong thùng có các gói kẹo cùng loại khác vị, trong đó có 15 gói kẹo vị cam, còn lại là kẹo vị chuối. Hà lấy ngẫu nhiên 1 gói kẹo trong thùng, không trả lại. Sau đó Hà lại lấy ngẫu nhiên thêm 1 gói kẹo khác từ thùng. Biết rằng xác suất Hà lấy được cả hai gói kẹo vị cam là $\dfrac{1}{6}$. Biết rằng mỗi gói kẹo có 28 chiếc kẹo. Hỏi tổng có bao nhiêu chiếc kẹo?

Lời giải

Đáp án: 1008.

Gọi A là biến cố "Hà lấy được gói kẹo vị cam ở lần thứ nhấtt".

Gọi B là biến cố "Hà lấy được gói kẹo vị cam ở lần thứ hai".

Ta có: xác suất Hà lấy được cả hai gói kẹo vị cam là $\dfrac{1}{6}$, suy ra $P\left(AB\right)=\dfrac{1}{3}$.

Gọi n là số gói kẹo ban đầu trong thùng $\left(n\in\mathbb{N}^*,n\geq 1\right)$.

$$P\left(A\right)=\frac{15}{n}\ ;\ P\left(B\mid A\right)=\frac{14}{n-1}.$$

Theo công thức nhân xác suất ta có:

$$P\left(AB\right)=P\left(A\right).\ P\left(B\mid A\right)=\frac{15}{n}.\frac{14}{n-1}=\frac{1}{6}\Leftrightarrow\quad n^2-n-6.14.15=0$$

Ta được $n=-35$ (loại) hoặc $n=36$ (nhận).

Vậy tổng số chiếc kẹo có là $36.28=1008$ chiếc.

Câu 22.26. Một nhà máy có hai phân xưởng I và II tương ứng làm ra 40% và 60% sản phẩm của nhà máy. Biết rằng tỷ lệ phế phẩm của hai phân xưởng I và II tương ứng là 1% và 2%. Chọn ngẫu nhiên một sản phẩm của nhà máy thì thấy nó là phế phẩm. Tính xác suất để sản phẩm đó thuộc phân xưởng I.

Lời giải

A: Sản phẩm là phế phẩm.

B_1: Sản phẩm từ phân xưởng I.

B_2: Sản phẩm từ phân xưởng II.

Xác suất để sản phẩm đến từ phân xưởng I với điều kiện nó là phế phẩm:

$$P\left(B_1\mid A\right)=\frac{P\left(B_1\right).P\left(A\mid B_1\right)}{P\left(A\right)}=\frac{P\left(B_1\right).P\left(A\mid B_1\right)}{P\left(B_1\right).P\left(A\mid B_1\right)+P\left(B_2\right).P\left(A\mid B_2\right)}$$

Xác suất sản phẩm là phế phẩm từ mỗi phân xưởng:

$P(A\mid B_1)=1\%$

$P(A\mid B_2)=2\%$

Xác suất chọn sản phẩm từ mỗi phân xưởng là:

$P(B_1)=40\%$

$P(B_2)=60\%$

Vậy xác suất để sản phẩm đến từ phân xưởng I với điều kiện nó là phế phẩm:

$$P\left(B_1\mid A\right)=\frac{0,01.0,4}{0,01.0,4+0,02.0,6}=0,25$$

Câu 22.27. Có bao nhiêu số tự nhiên có bốn chữ số mà tổng tất cả các chữ số của nó bằng 7 ?

Lời giải

Giả sử số tự nhiên cần lập có dạng $\overline{abcd}$ với $a \neq 0; b,c,d \in \{0;1;2;3;4;5;6\}$ và $a+b+c+d=7$.

+ Nếu $a=1 \Rightarrow b+c+d=6$, vậy nên $\{b,c,d\}$ là các bộ $\{0;0;6\}$, $\{0;1;5\}$, $\{0;2;4\}$, $\{0;3;3\}$, $\{1;1;4\}$, $\{2;2;2\}$, $\{1;2;3\}$. Các bộ này lập được 28 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a=2 \Rightarrow b+c+d=5$, vậy nên $\{b,c,d\}$ là các bộ $\{0;0;5\},\{0;1;4\},\{0;2;3\},\{1;2;2\},\{1;1;3\}$. Các bộ này lập được 21 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a=3 \Rightarrow b+c+d=4$, vậy nên $\{b,c,d\}$ là các bộ $\{0;0;4\},\{0;1;3\},\{0;2;2\},\{1;1;2\}$. Các bộ này lập được 15 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a=4 \Rightarrow b+c+d=3$, vậy nên $\{b,c,d\}$ là các bộ $\{0;0;3\},\{0;1;2\},\{1;1;1\}$. Các bộ này lập được 10 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a=5 \Rightarrow b+c+d=2$, vậy nên $\{b,c,d\}$ là các bộ $\{0;0;2\},\{0;1;1\}$. Các bộ này lập được 6 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a=6 \Rightarrow b+c+d=1$, vậy nên $\{b,c,d\}$ là bộ $\{0;0;1\}$. Bộ này lập được 3 số tự nhiên thỏa mãn.

+ Nếu $a=7 \Rightarrow b+c+d=0$, vậy nên $\{b,c,d\}$ là bộ $\{0;0;0\}$. Bộ này lập được 1 số tự nhiên thỏa mãn. Vậy có tất cả 84 số tự nhiên được lập.

Câu 22.28. Có 8 bạn cùng ngồi xung quanh một cái bàn tròn, mỗi bạn cầm một đồng xu cân đối, đồng chất giống nhau. Tất cả 8 bạn cùng tung đồng xu của mình, bạn có đồng xu ngửa thì đứng, bạn có đồng xu sấp thì ngồi. Tính xác suất để không có hai bạn liền kề cùng đứng. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Mỗi bạn có hai cách chọn đứng hoặc ngồi nên có $n(\Omega)=2^8$ cách.

TH1: Không có ai đứng, ta có 1 cách.
TH2: Có 1 bạn đứng, ta có 8 cách.
TH3: Có 2 bạn đứng.

Chọn 2 bạn từ 8 bạn trên bàn, ta có C_8^2 cách.

2 bạn đứng cạnh nhau có 8 cách.

Suy ra có $C_8^2-8=20$ cách để hai bạn liền kề không cùng đứng.

TH4: Có 3 bạn đứng.

Chọn 3 bạn từ 8 bạn trên bàn, ta có C_8^3 cách.

2 bạn đứng cạnh nhau có $8 \cdot 4$ cách.
3 bạn đứng cạnh nhau có 8 cách.

Suy ra có $C_8^3-8 \cdot 4-8=16$ cách để hai bạn liền kề không cùng đứng.

TH5: Có 4 bạn đứng, ta có 2 cách.

Vậy xác suất hai bạn liền kề không cùng đứng là $\dfrac{1+8+20+16+2}{2^8}=\dfrac{47}{256} \approx 0{,}18$.

Câu 22.29. Một nhóm gồm 3 học sinh lớp 10; 3 học sinh lớp 11 và 3 học sinh lớp 12 được xếp ngồi vào một hàng có 9 ghế, mỗi học sinh 1 ghế. Tính xác suất để 3 học sinh lớp 10 không ngồi 3 ghế liền nhau (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Mỗi cách sắp xếp 9 học sinh ngồi vào hàng có 9 ghế theo một thứ tự là một hoán vị của 9 phần tử. Suy ra $n(\Omega)=9!$.

Gọi biến cố H : ''3 học sinh lớp 10 không ngồi 3 ghế liền nhau''.

Biến cố $\overline{H}$: ''3 học sinh lớp 10 ngồi 3 ghế liền nhau''.

Mỗi phần tử của $\overline{H}$ được hình thành từ 3 công đoạn.
Công đoạn 1: Chọn 3 ghế liền nhau từ hàng có 9 ghế, có 7 (cách).
Công đoạn 2: Sắp xếp 3 học sinh lớp 10 ngồi vào 3 ghế đã chọn theo một thứ tự, có $3!$ (cách).
Công đoạn 3: Sắp xếp 6 học sinh còn lại vào 6 ghế còn lại theo một thứ tự, có $6!$ (cách).

Suy ra, $n\left(\overline{H}\right)=7.3!.6!$. Từ đó, $P\left(\overline{H}\right)=\dfrac{n\left(\overline{H}\right)}{n\left(\Omega\right)}=\dfrac{7.3!.6!}{9!}=\dfrac{1}{12}$.

Vậy $P\left(H\right)=1-P\left(\overline{H}\right)=1-\dfrac{1}{12}=\dfrac{11}{12}\approx 0,92$.

Câu 22.30. Trong một báo cáo, xét nghiệm Mammography người mắc bệnh ung thư vú cho kết quả dương tính với xác suất là 90%, người không mắc bệnh ung thư vú cho kết quả âm tính với xác suất 97%. Nghiên cứu dịch tễ học chỉ ra tỉ lệ mắc ung thư vú của phụ nữ trong độ tuổi 55 là 1%. Một phụ nữ 55 tuổi, không có tiền sử ung thư vú thực hiện xét nghiệm Mammography hai lần độc lập nhau đều nhận được kết quả là dương tính. Xác suất người phụ nữ đó mắc bệnh ung thư vú là (làm tròn đến chữ số thập phân thứ nhất)

Lời giải

Xét hai biến cố
X : "Người phụ nữ mắc bệnh ung thư vú".
Y : "Kết quả xét nghiệm của người phụ nữ là dương tính".
Do người phụ nữ đó 55 tuổi nên $P(X)=1\%=0,01\Rightarrow P(\overline{X})=1-P(X)=0,99$.
Khi đó:
- $P(X\mid Y)$ là xác suất người phụ nữ bị mắc bệnh ung thư vú khi có kết quả xét nghiệm dương tính.
- $P(Y\mid X)$ là xác suất người phụ nữ có kết quả xét nghiệm là dương tính với điều kiện có mắc bệnh $\Rightarrow P(Y\mid X)=90\%=0,9$.
- $P(Y\mid \overline{X})$ là xác suất người phụ nữ có kết quả xét nghiệm là dương tính với điều kiện không mắc bệnh $\Rightarrow P(Y\mid \overline{X})=1-97\%=0,03$.

Áp dụng công thức Bayes, ta có xác suất người phụ nữ bị mắc bệnh ung thư vú khi có kết quả xét nghiệm dương tính lần thứ nhất là:

$$P(X\mid Y)=\frac{P(X)\cdot P(Y\mid X)}{P(X)\cdot P(Y\mid X)+P(\overline{X})\cdot P(Y\mid X)}=\frac{0,01\cdot 0,9}{0,01\cdot 0,9+0,99\cdot 0,03}=\frac{10}{43}.$$

Vì người phụ nữ xét nghiệm 2 lần đều ra kết quả dương tính nên ở lần thứ hai, ti lệ mắc ung thư vú của người phụ nữ này được chuyển thành $P(X)=\dfrac{10}{43}$.

Do đó hoàn toàn tương tự thì xác suất người phụ nữ bị mắc bệnh ung thư vú khi có kết quả xét nghiệm dương tính lần thứ hai là:

$$P(X\mid Y)=\frac{P(X)\cdot P(Y\mid X)}{P(X)\cdot P(Y\mid X)+P(\overline{X})\cdot P(Y\mid \overline{X})}=\frac{\dfrac{10}{43}\cdot 0,9}{\dfrac{10}{43}\cdot 0,9+\left(1-\dfrac{10}{43}\right)\cdot 0,03}=\frac{100}{111}\approx 0,9.$$

Câu 22.31. Một công ty công nghệ sản xuất linh kiện điện tử gồm hai bộ phận M và N. Biết rằng bộ phận M sản xuất 60% số linh kiện. Tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của bộ phận M là 3% và tỉ lệ số linh kiện bị lỗi của bộ phận N là 5%. Một linh kiện được chọn ngẫu nhiên từ kho của công ty và phát hiện là bị lỗi. Xác suất để linh kiện này được sản xuất bởi bộ phận N là bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố: " linh kiện được chọn từ bộ phận N".
B là biến cố: " linh kiện được chọn bị lỗi".

Ta có: $P\left(A\right)=0,4$; $P\left(\overline{A}\right)=0,6$; $P\left(B\mid A\right)=0,05$; $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,03$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có

$P\left(B\right)=P\left(A\right)P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right)P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,4.0,05+0,6.0,03=0,038$.

Xác suất để linh kiện này được sản xuất bởi bộ phận N là:

$$P\left(A\mid B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,4.0,05}{0,038}=\frac{10}{19}\approx 0,53$$

Câu 22.32. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. (viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì $\overline{A}$ là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lộ 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2.

Ta có $P\left(H_1\right)=\frac{C_2^2}{C_5^2}=\frac{1}{10}, P\left(H_2\right)=\frac{C_3^2}{C_5^2}=\frac{3}{10}, P\left(H_3\right)=\frac{C_2^1.C_3^1}{C_5^2}=\frac{6}{10}=\frac{3}{5}.$

$\overline{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

Ta có: $P\left(\overline{A}\mid H_1\right)=\frac{C_3^2}{C_{10}^2}=\frac{3}{45}, P\left(\overline{A}\mid H_2\right)=\frac{C_2^2}{C_{10}^2}=\frac{1}{45}, P\left(\overline{A}\mid H_3\right)=\frac{C_3^1}{10}.\frac{C_2^1}{10}=0,06.$

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$P\left(\overline{A}\right)=P\left(H_1\right).P\left(\overline{A}\mid H_1\right)+P\left(H_2\right).P\left(\overline{A}\mid H_2\right)+P\left(H_3\right).P\left(\overline{A}\mid H_3\right)=37\,/\,750.$

Vậy $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-37\,/\,750\approx 0,951$.

Câu 22.33. Có hai đội thi đấu môn bắn súng. Đội I có 5 vận động viên, đội II có 7 vận động viên. Xác suất đạt huy chương vàng của mỗi vận động viên đội I và đội II lần lượt là $0,65$ và $0,55$. Chọn ngẫu nhiên một vận động viên. Giả sử vận động viên được chọn đạt huy chương vàng. Xác suất để vận động viên này thuộc đội I là bao nhiêu? (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)

Lời giải

Xét các biến cố sau:
A : "Vận động viên được chọn thuộc đội I";
B : "Vận động viên được chọn đạt huy chương vàng".

Khi đó, $P\left(A\right)=\frac{5}{12}$; $P\left(\overline{A}\right)=\frac{7}{12}$; $P\left(B\mid A\right)=0,65$; $P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,55.$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng là:

$$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{5}{12}.0,65+\frac{7}{12}.0.55=\frac{71}{120}.$$

Theo công thức Bayes, xác suất để vận động viên được chọn đạt huy chương vàng, thuộc đội I là:

$$P\left(A \mid B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{\frac{5}{12}.0,65}{\frac{71}{120}}\approx 0,46.$$

Câu 22.34. Một lớp học có 40 học sinh nữ. Tỉ lệ học sinh nữ thích chơi Pickleball là 30% và tỉ lệ học sinh nam thích chơi Pickleball là 25%. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ trong lớp. Biết rằng chỉ một trong hai học sinh thích chơi Pickleball, tính xác suất học sinh đó là nữ. (Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố "Học sinh nam được chọn thích chơi Pickleball": $P\left(A\right)=0,25;P\left(\overline{A}\right)=0,75$

B là biến cố "Học sinh nữ được chọn thích chơi Pickleball"; $P\left(B\right)=0,3;P\left(\overline{B}\right)=0,7$

C là biến cố "Chỉ 1 trong 2 học sinh thích chơi Pickleball".

Ta cần tính $P\left(B \mid C\right)$.

Ta có: $P\left(B \mid C\right)=\frac{P\left(B\cap C\right)}{P\left(C\right)}=\frac{P\left(B\cap \overline{A}\right)}{P\left(\overline{B}\cap A\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)}=\frac{9}{16}\approx 0,56$

Với $P\left(B\cap C\right)=P\left(B\cap \overline{A}\right)=P\left(B\right).P\left(\overline{A}\right)=0,3.0,75=0,225$

và $P\left(C\right)=P\left(\overline{B}\cap A\right)+P\left(\overline{A}\cap B\right)=P\left(\overline{B}\right).P\left(A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\right)$

$=0,7.0,25+0,75.0,3=0,4$. Vậy $P\left(B \mid C\right)=\frac{0,225}{0,4}\approx 0,56$

Câu 22.35. Khoa học đã chứng minh bệnh béo phì sẽ làm tăng nguy cơ bị bệnh tim mạch. Khảo sát trên hồ sơ các bệnh nhân bị béo phì ở một bệnh viện, bệnh béo phì do yếu tố lối sống sinh hoạt là 90%, trong số người đó có 60% người bị mắc bệnh tim mạch. Béo phì do yếu tố di truyền là 10%, trong số người đó có 25% người bị mắc bệnh về tim mạch. Tính xác suất để rút ra một hồ sơ là của một người bị béo phì do di truyền biết người đó bị bệnh tim mạch ta thu được kết quả $\frac{5}{a}$. Tìm a?

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố " Lấy được hồ sơ một người bị bệnh béo phì do lối sống sinh hoạt".

Gọi A_2 là biến cố " Lấy được hồ sơ một người bị bệnh béo phì do di truyền".

Gọi B là biến cố " Hồ sơ là của một người bị tim mạch".

Ta có $P\left(A_1\right)=0,9$, $P\left(A_2\right)=0,1$, $P\left(B\middle|A_1\right)=0,6$, $P\left(B\middle|A_2\right)=0,25$

Suy ra $P\left(B\right)=P\left(A_1\right).P\left(B\middle|A_1\right)+P\left(A_2\right).P\left(B\middle|A_2\right)=0,9\cdot 0,6+0,1.0,25=0,565$.

Xác suất để rút ra một hồ sơ là của một người bị béo phì do di truyền biết người đó bị bệnh tim mạch là $P\left(A_2\middle|B\right)=\frac{P\left(A_2\right).P\left(B\middle|A_2\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,1.0,25}{0,565}=\frac{5}{113}$. Suy ra $a=113$.

Câu 22.36. Một thùng thăm đựng 50 thẻ giảm giá cho nhân viên có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 thẻ xanh và 20 thẻ trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một thẻ, rồi lại lấy ngẫu nhiên

ra một thẻ nữa. Tính xác suất để lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai? (kết quả được làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$ là biến cố "lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất ".

Gọi 3 là biến cố "lấy được một thẻ trắng ở lần thứ hai".

Vậy AB là biến cố "lấy được một thẻ xanh ở lần thứ nhất và một thẻ trắng ở lần thứ hai".

Ta có: $P(A)=\dfrac{30}{50}=\dfrac{3}{5}$,

Sau khi lấy thẻ xanh ở lần thứ nhất số thẻ còn lại là 49 thẻ nên $P(B|A)=\dfrac{20}{49}$.

Ta có $P(B|A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}\Rightarrow P(AB)=P(A).P(B|A)=\dfrac{3}{5}.\dfrac{20}{49}=\dfrac{12}{49}=0,24$

Câu 22.37. Trong một chiếc hộp kín có 3 quả cầu xanh và 5 quả cầu đỏ hoàn toàn giống nhau về kích thước. Chọn ngẫu nhiên lần lượt không hoàn lại 2 quả cầu từ trong hộp. Tính xác suất để quả cầu lấy lần thứ 2 có màu xanh. (Kết quả làm tròn đến số thập phân thứ 2).

Lời giải

Gọi H_1 là biến cố: "Lần 1 lấy được quả cầu xanh".

Gọi H_2 là biến cố: "Lần 1 lấy được quả cầu đỏ".

Gọi A là biến cố: "Lần 2 lấy được quả cầu xanh".

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$P(A)=P(H_1)\cdot P(A\mid H_1)+P(H_2)\cdot P(A\mid H_2)$.

Suy ra $P(A)=\dfrac{3}{8}\cdot\dfrac{2}{7}+\dfrac{5}{8}\cdot\dfrac{3}{7}=\dfrac{3}{8}\approx 0,38$. Vậy xác suất cần tìm là $0,38$.

Câu 22.38. Học sinh A thiết kế bảng điều khiển điện tử mở cửa phòng học lớp mình. Bảng gồm 10 nút, mỗi nút được ghi số từ 0 đến 9 và không có hai nút nào được ghi cùng một số. Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng dần và có tổng là 10 . Học sinh B chỉ nhớ được là dãy tăng. Tính xác suất để B mở được cửa phòng học đó biết rằng nếu bấm sai 3 lần liên tiếp cửa sẽ tự động khóa lại nghĩa là không cho mở nữa (làm tròn số đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi a_1 , a_2 , a_3 $\left(0\le a_1,a_2,a_3\le 9\right)$ là mật khẩu để mở được cửa.

Ta có : $n(\Omega)=C_{10}^3$.

Để mở cửa cần nhấn 3 nút liên tiếp khác nhau sao cho 3 số trên 3 nút theo thứ tự đã nhấn tạo thành một dãy số tăng dần và có tổng là 10 nên ta có:

$a_1+a_2+a_3=10\Leftrightarrow\{(0,1,9);(0,2,8);(0,3,7)(0,4,6);(1,2,7);(1,3,6);(1,4,5);(2,3,5)\}$

$\Rightarrow n(A)=8$.

Xác suất để mở được cửa sau mỗi loạt bấm nút : $P=\dfrac{8}{C_{10}^3}=\dfrac{1}{15}$.

Xác suất để mở được cửa ở lần bấm thứ nhất : $\dfrac{1}{15}$.

Xác suất để mở được cửa ở lần bấm thứ hai : $\left(1-\dfrac{1}{15}\right).\dfrac{1}{15}=\dfrac{14}{225}$.

Xác suất để mở được cửa ở lần bấm thứ ba : $\left(1-\frac{1}{15}\right)^2.\frac{1}{15}=\frac{196}{3375}$.

Vậy xác suất để mở được cửa : $\frac{1}{15}+\frac{14}{225}+\frac{196}{3375}=\frac{631}{3375}\approx 0,19$.

Câu 22.39. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố:
A : "Người được chọn mắc bệnh X ";
B : "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y ".

Theo giả thiết ta có: $P\left(A\right)=0,002;\ P\left(\overline{A}\right)=1-0.002=0,998$.

Vì ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính nên $P\left(A\middle|B\right)=1$.

Và có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y nên $P\left(B\middle|\overline{A}\right)=0.06$.

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P\left(A\middle|B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(A\middle|B\right)}{P\left(A\right).P\left(A\middle|B\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\middle|\overline{A}\right)}=\frac{0,002.1}{0,002.1+0,998.0,06}\approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng $0,03$.

Câu 22.40. Cho tập $S=\left\{1;2;3;...;19;20\right\}$ gồm 20 số tự nhiên từ 1 đến 20. Lấy ngẫu nhiên ba số thuộc S. Tính xác suất để ba số lấy được lập thành một cấp số cộng (làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Lấy 3 phần tử từ tập S có C_{20}^3 (cách).

Suy ra số phần tử của không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_{20}^3=1140$.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

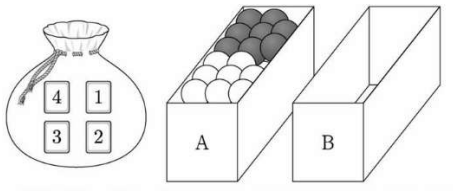
Đặt $S_1=\left\{1;3;5;...;19\right\}$, tập S_1 có 10 phần tử.

$S_2=\left\{2;4;6;...;20\right\}$, tập S_2 có 10 phần tử.

a, b, c là ba số theo thứ tự lập thành cấp số cộng $\Leftrightarrow 2a=b+c$.
Có $2a$ là số chẵn, nên b và c cùng chẵn hoặc cùng lẻ.
Suy ra số cách chọn b, c là $2C_{10}^2$.
Mỗi cách chọn cặp b, c thì có duy nhất một cách chọn a sao cho $2a=b+c$.
Suy ra số phần tử của biến cố là $n\left(A\right)=2C_{10}^2=90$.

Xác suất thỏa yêu cầu bài là $P\left(A\right)=\frac{n\left(A\right)}{n\left(\Omega\right)}=\frac{90}{1140}=\frac{3}{38}\approx 0,08$.

Câu 22.41. Có một cái túi chứa bốn lá bài, mỗi lá bài được ghi một trong các số 1, 2, 3, 4 (số ghi trên các lá bài là khác nhau) và hai cái hộp A, B. Hộp A chứa 8 quả bóng trắng và 8 quả bóng đen, hộp B rỗng.



Phép thử sau đây được thực hiện bằng cách lấy ra ngẫu nhiên một lá bài trong túi, kiểm tra số ghi trên lá bài rồi bỏ lại lá bài đó vào túi. Nếu số ghi trên lá bài là 1, lấy một quả bóng trắng từ hộp A cho vào hộp B. Nếu số ghi trên lá bài là 2 hoặc 3, lấy một quả bóng trắng và một quả bóng đen từ hộp A cho vào hộp B và nếu số ghi trên lá bài là 4, lấy hai quả bóng trắng và một quả bóng đen từ hộp A cho vào hộp B. Sau khi thực hiện phép thử trên 4 lần, khi số bóng trong hộp B là 8 thì xác suất để có 2 quả bóng đen trong hộp B bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố "số bóng trong hộp B bằng 8";
Gọi B là biến cố "có đúng 2 quả bóng đen trong hộp B".
Suy ra $A\cap B$ là biến cố " trong hộp B có 8 bóng trong đó có đúng 2 bóng đen".
Ta có: $n(\Omega)=4^4=256$.
Tính $n\left(A\right)$:

TH1: Lấy được 4 lá mang số 2 hoặc 3: Có $2^4=16$ cách.
TH2: Lấy được 2 lá mang số 4 và 2 lá mang số 1: Có $C_4^2.C_2^2=6$ cách.
TH3: Lấy được 1 lá mang số 1, 1 lá mang số 4 và 2 lá mang số 2 hoặc 3: Có $C_4^2.2^2.C_2^1.C_1^1=48$ cách.
Suy ra $n\left(A\right)=70$.
Tính $n\left(A\cap B\right)$:
Ta thấy chỉ có TH3 ở trên cho ta kết quả ở hộp B có 8 bóng trong đó có đúng 2 bóng đen.
Vậy $n\left(A\cap B\right)=48$.

Vậy xác suất để cần tính là $P\left(B\mid A\right)=\dfrac{P\left(AB\right)}{P\left(A\right)}=\dfrac{n\left(A\cap B\right)}{n\left(A\right)}=\dfrac{48}{70}=\dfrac{24}{35}\approx 0,69$.

Câu 22.42. Có 36 tấm thẻ được đánh số từ 1 đến 36. Rút ngẫu nhiên 3 thẻ. Tính xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3. (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Chia các tấm thẻ thành 3 loại
Loại 1: Các tấm thẻ được đánh số chia hết cho 3 có 12 tấm.
Loại 2: Các tấm thẻ được đánh số chia cho 3 dư 1 có 12 tấm.
Loại 3: Các tấm thẻ được đánh số chia cho 3 dư 2 có 12 tấm.
Để tổng 3 thẻ chia hết cho 3 có các trường hợp sau:
TH1: 3 tấm thẻ đều ở loại 1, có C_{12}^3 cách
TH2: 3 tấm thẻ đều ở loại 2 có C_{12}^3 cách
TH3: 3 tấm thẻ đều ở loại 3 có C_{12}^3 cách
TH4: 3 tấm thẻ có cả 3 loại có $C_{12}^1C_{12}^1C_{12}^1$ cách
Chọn 3 tấm trong 36 tấm có C_{36}^3 cách

Xác suất để tổng các số ghi trên thẻ chia hết cho 3 là $\dfrac{3.C_{12}^3+C_{12}^1C_{12}^1C_{12}^1}{C_{36}^3}=\dfrac{1948}{7140}=0,27$

Câu 22.43. Trong trận thi đấu bóng bàn đơn nam giữa vận động viên Nguyễn Đức Tuân (người từng đoạt huy chương vàng đơn nam môn bóng bàn tại Seagames 31) với một vận động viên nước ngoài, trận đấu gồm tối đa 5 set (séc), người nào thắng trước 3 set sẽ giành chiến thắng chung cuộc. Xác suất để vận động viên Tuân thắng mỗi set là $0,6$. Tính xác suất để vận động viên Tuân giành chiến thắng trong trận đấu (*làm tròn kết quả đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Xét biến cố A: "vận động viên Tuân giành chiến thắng sau 3 set"

Vận động viên Tuân toàn thắng trong cả 3 set đầu, suy ra $P\left(A\right)=0,6^3=0,216$.

Xét biến cố B: "vận động viên Tuân giành chiến thắng sau 4 set"

Vận động viên Tuân thắng set 4, và thua 1 trong 3 set đầu, suy ra

$P\left(B\right)=C_3^1.0,4.0,6^3=0,2592$.

Xét biến cố C: "vận động viên Tuân giành chiến thắng sau 5 set"

Vận động viên Tuân thắng set 5, và thua 2 trong 4 set đầu, suy ra $P\left(C\right)=C_4^2.0,4^2.0,6^3=0,20736.$

Vậy xác suất giành chiến thắng của vận động viên Tuân là:

$P\left(A\right)+P\left(B\right)+P\left(C\right)=0,68256$.

Câu 22.44. Một thầy giáo có 16 cuốn sách khác nhau gồm 4 cuốn sách Toán, 5 cuốn sách Lí và 7 cuốn sách Hóa. Thầy lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách để tặng cho học sinh. Tính xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm).

Lời giải

Lấy ra ngẫu nhiên 8 cuốn sách trong 16 cuốn sách khác nhau, có $C_{16}^8=12870$ cách.

Lấy 8 cuốn sách trong tổng 9 cuốn sách Toán và Lý có $C_9^8=9$ cách.

Lấy 8 cuốn sách trong tổng 11 cuốn sách Toán và Hóa có $C_{11}^8=165$ cách.

Lấy 8 cuốn sách trong tổng 12 cuốn sách Lý và Hóa có $C_{12}^8=495$ cách.

Số cách lấy để số sách còn lại đủ cả 3 môn Toán Lý và Hóa là $12870-9-165-495=12201$ cách.

Xác suất để số sách còn lại của thầy có đủ cả 3 môn là $\dfrac{12201}{12870}\approx 0,95$

Câu 22.45. Có ba đồng xu được đặt trong một hộp kín. Đồng xu thư nhất là đồng xu cân đối với tỉ lệ mặt sấp và mặt ngữa là như nhau. Đồng xu thứ hai bị lỗi nên khả năng xuất hiện mặt ngửa là 70%. Đồng xu thứ ba là đồng xu có 2 mặt đều ngửa (khi tung luôn xuất hiện mặt ngửa). Bạn An lấy ngẫu nhiên trong hộp một đồng xu và tung nó hai lần. Kết quả của hai lần tung là một mặt sấp và một mặt ngửa. Tính xác suất để đồng xu bạn An đã chọn là đồng xu thứ hai? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A là biến cố chọn đồng xu thứ $i(i=1,2,3)$.

Gọi B là biến cố tung hai lần được một lần sấp và một lần ngửa.

Ta cần tính

Ta có $P(A_1)=P(A_2)=P(A_3)=\dfrac{1}{3}$,

$P(B\ /\ A_1)=\dfrac{1}{2}$, $P(B\ /\ A_2)=0,7.0,3+0,3.0,7=0,42.$

Áp dụng định lý Bayes ta có

$$P(A_2\ /\ B)=\frac{P(\mathrm{B}/\ A_2).\mathrm{P}(A_2)}{P(B)}$$

Với $P(B)=\mathrm{P(B/}\ A_1).\mathrm{P(A}_1)+\mathrm{P(B/}\ A_2).\mathrm{P(A}_2)+\mathrm{P(B/}\ A_3).\mathrm{P(A}_3)$

Nên

$$P(A_2\ /\ B)=\frac{P(\mathrm{B/}\ A_2).\mathrm{P}(A_2)}{P(B)}=\frac{P(\mathrm{B/}\ A_2).\mathrm{P}(A_2)}{P(B)=\mathrm{P(B/}\ A_1).\mathrm{P(A}_1)+\mathrm{P(B/}\ A_2).\mathrm{P(A}_2)+\mathrm{P(B/}\ A_3).\mathrm{P(A}_3)}$$

$$\Rightarrow P(A_2\ /\ B)=\frac{0,42.\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}.\frac{1}{3}+0,42.\frac{1}{3}+0.\frac{1}{3}}\approx 0,4565.$$

Vậy xác suất để đồng xu bạn An đã chọn là đồng xu thứ hai là $0,46$.

Câu 22.46. Một tổ hợp máy có hai động cơ I và II hoạt động độc lập nhau, xác suất động cơ I hoạt động được là $0,92$. Tổ hợp máy chạy được nếu ít nhất một động cơ hoạt động. Biết xác suất để tổ hợp máy chạy được là $0,996$, tính xác suất để động cơ II hoạt động được.

Lời giải

Gọi xác suất để động cơ II hoạt động được là x với $\left(0\le x\le 1\right)$.

Gọi A là biến cố: "động cơ I hoạt động".
Gọi B là biến cố: "động cơ II hoạt động".
Gọi K là biến cố: "Có ít nhất một động cơ hoạt động ".

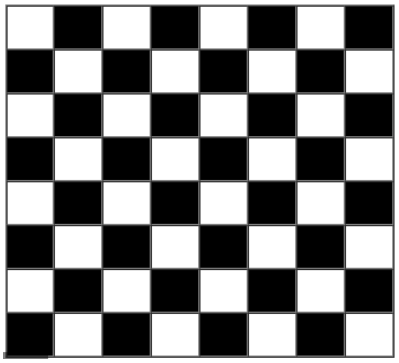
Biến cố $\overline{K}$: "Cả hai động cơ không hoạt động".
Hai biến cố A và B độc lập với nhau nên:

$P\left(A\right)=0,92;\ P\left(\overline{A}\right)=0,08;\ \ P\left(B\right)=x;\ \ P\left(\overline{B}\right)=1-x;\ \ P\left(\overline{K}\right)=1-0,996=0,004.$

$P\left(\overline{K}\right)=P\left(\overline{A}\right).P\left(\overline{B}\right)=0,08.\left(1-x\right)=0,004\Rightarrow x=0,95$.

Câu 22.47. Một bàn cờ vua gồm 8×8 ô vuông, mỗi ô có cạnh bằng 1 đơn vị. Một ô vừa là hình vuông hay hình chữ nhật, hai ô là hình chữ nhật,... Chọn ngẫu nhiên một hình chữ nhật trên bàn cờ. Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị bằng $\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị biểu thức $T=a+2b$.

Lời giải



Bàn cờ 8×8 cần 9 đoạn thẳng nằm ngang và 9 đoạn thẳng dọc. Ta coi bàn cờ vua được xác định bởi các đường thẳng $x=0,x=1,...,x=8$ và $y=0,y=1,...,y=8$.

Mỗi hình chữ nhật được tạo thành từ hai đường thẳng nằm ngang x và hai đường thẳng nằm dọc y nên có $C_9^2.C_9^2$ hình chữ nhật hay không gian mẫu là $n\left(\Omega\right)=C_9^2.C_9^2=1296$.

Gọi A là biến cố: " Hình được chọn là hình vuông có cạnh a lớn hơn 4".

Trường hợp 1: $a=5$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 5 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 5 đơn vị có $4.4=16$ cách chọn.

Trường hợp 2: $a=6$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 6 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 6 đơn vị có $3.3=9$ cách chọn.

Trường hợp 3: $a=7$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 7 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 7 đơn vị có $2.2=4$ cách chọn.

Trường hợp 4: $a=8$. Khi đó mỗi ô được tạo thành do 2 đường thẳng x cách nhau 8 đơn vị và hai đường thẳng y cách nhau 8 đơn vị có $1.1=1$ cách chọn.

Do đó $n\left(A\right)=16+9+4+1=30$.

Xác suất để hình được chọn là một hình vuông có cạnh lớn hơn 4 đơn vị là:

$$P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{30}{1296}=\frac{5}{321}\Rightarrow\begin{cases}a=5\\b=216\end{cases}\Rightarrow T=a+2b=5+2.216=437.$$

Câu 22.48. Trong một trường đại học, tỷ lệ sinh viên khoa Kỹ thuật chiếm 55%. Tỷ lệ sinh viên khoa Kỹ thuật tham gia vào câu lạc bộ nghiên cứu khoa học là 22%, trong khi tỷ lệ sinh viên thuộc các khoa khác tham gia câu lạc bộ này là 18%. Chọn ngẫu nhiên một sinh viên của trường và biết rằng sinh viên đó tham gia câu lạc bộ nghiên cứu khoa học. Hỏi xác suất để sinh viên đó thuộc khoa Kỹ thuật là bao nhiêu? (Viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi K là biến cố: "Sinh viên thuộc khoa Kỹ thuật".

Gọi $\overline{K}$ là biến cố: "Sinh viên thuộc các khoa khác".

Gọi N là biến cố: "Sinh viên tham gia câu lạc bộ nghiên cứu khoa học".

Từ giả thiết ta có: $P(K)=55\%=0,55$.

$P(\overline{K})=1-P(K)=1-0,55=0,45$.

$P(N\mid K)=22\%=0,22$.

$P(N\mid\overline{K})=18\%=0,18$.

Khi đó ta có: $P(N)=P(N\mid K).P(K)+P(N\mid\overline{K}).P(\overline{K})$

$=0,22.0,55+0,18.0,45=0,121+0,081=0,202$.

Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(K\mid N)=\frac{P(N\mid K).P(K)}{P(N)}=\frac{0,22,0,55}{0,202}=\frac{0,121}{0,202}\approx 0,599\approx 0,60.$$

Câu 22.49. Vào năm 2020 trên thế giới có một loại dịch bệnh mà tỉ lệ người mắc là 44%. Một loại xét nghiệm mà nếu những người bị bệnh thì khi xét nghiệm sẽ đưa ra kết quả dương tính là 95% số trường hợp, còn lại cho kết quả âm tính. Với những người không mắc bệnh, xét nghiệm này cũng cho kết quả dương tính giả 1%, còn lại cho kết quả âm tính. Khi một người xét nghiệm có kết quả là dương tính thì xác suất để người đó thực sự bị bệnh là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi A là biến cố "người đó mắc bệnh"

Gọi B là biến cố "kết quả kiểm tra người đó là dương tính"

Xác suất để người đó mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(A)=44\%=0,44$

$\Rightarrow$ Xác suất để người đó không mắc bệnh khi chưa kiểm tra: $P(\overline{A})=1-0,44=0,56$.

Xác suất kết quả dương tính nếu người đó mắc bệnh là: $P(B\mid A)=95\%=0,95$.

$\Rightarrow$ Xác suất kết quả dương tính nếu người đó không mắc bệnh là: $P(B\mid\overline{A})=0,01$.

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid\overline{A})}=\frac{0,44.0,95}{0,44.0,95+0,56.0,01}=0,99.$$

Câu 22.50. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. *(Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Gọi A: "Học sinh đó chọn tổ hợp A00 " và B: "Học sinh đó đỗ đại học".
Ta cần tính $P\left(A \mid B\right)$. Theo công thức Bayes, ta cần biết:

$P\left(A\right), P\left(\overline{A}\right), P\left(B \mid A\right), P\left(B \mid \overline{A}\right)$.

Ta có: $P\left(A\right)=0,8; P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-0,8=0,2$.

$P\left(B \mid A\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$\Rightarrow P\left(B \mid A\right)=0,6$.

$P\left(B \mid \overline{A}\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp A00

$P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được: $P\left(A \mid B\right)=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)}{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right)} \approx 0,77$.

Câu 22.51. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là $0,2\%$ và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu *(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)*?

Lời giải

Xét các biến cố:
A : "Người được chọn mắc bệnh X";
B : "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".
Theo giả thiết ta có: $P(A)=0,002;\ P(\overline{A})=1-0,002=0,998;$
$P(B \mid A)=1;\ P(B \mid \overline{A})=0,06$
Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A \mid B)=\frac{P(A).P(B \mid A)}{P(A).P(B \mid A)+P(\overline{A}).P(B \mid \overline{A})}=\frac{0,002.1}{0,002.1+0,998.0,06} \approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,03.

Câu 22.52. Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Lời giải

Gọi M là biến cố "Gia đình có trên 4 thành viên", N là biến cố "Gia đình có 3 thế hệ chung sống".

Ta có $P\left(M\right)=0,4; P\left(\overline{M}\right)=0,6; P\left(N \mid M\right)=0,7; P\left(N \mid \overline{M}\right)=0,2$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P\left(N\right)=P\left(M\right)\cdot P\left(N \mid M\right)+P\left(\overline{M}\right)\cdot P\left(N \mid \overline{M}\right)=0,4\cdot 0,7+0,6\cdot 0,2=0,4$.

Vậy $P\left(M \mid N\right)=\dfrac{P\left(M\right)\cdot P\left(N \mid M\right)}{P\left(N\right)}=\dfrac{0,4\cdot 0,7}{0,4}=0,7$.

Câu 22.53. Một nhà đầu tư phân loại các dự án trong một chu kỳ đầu tư thành 3 loại: ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao. Tỷ lệ các dự án các loại đó tương ứng là $20\%;\ 45\%$ *và* 35%. Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ các dự án gặp rủi ro khi đầu tư tương ứng là $5\%;\ 20\%$ *và* 40%. Nếu một dự án gặp rủi ro sau kỳ đầu tư thì khả năng dự án rủi ro lớn nhất là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi A là biến cố dự án gặp rủi ro trong kỳ đầu tư.

$H_i\ (i=1,2,3)$ lần lượt là các biến cố dự án thuộc loại ít rủi ro, rủi ro trung bình và rủi ro cao

$P(H_1)=0,2;\ P(H_2)=0,45;\ P(H_3)=0,35$.

$P(A\mid H_1)=0,05;\ P(A\mid H_2)=0,2;\ P(A\mid H_2)=0,4$.

$P(A)=P(H_1).P(A\mid H_1)+P(H_2).P(A\mid H_2)+P(H_3).P(A\mid H_3)=0,24$.

$$P(H_1\mid A)=\frac{P(H_1).P(A\mid H_1)}{P(A)}\approx 0,04$$

$$P(H_2\mid A)=\frac{P(H_2).P(A\mid H_2)}{P(A)}\approx 0,38.$$

$$P(H_3\mid A)=\frac{P(H_3).P(A\mid H_3)}{P(A)}\approx 0,58$$

Vậy khả năng dự án gặp rủi ro là cao nhất là $0,58$.

Câu 22.54. Trong kỳ kiểm tra ở một lớp học, do còn lơ đãng trong việc chuẩn bị bài nên có 20% học sinh của lớp chưa học bài. Tỷ lệ không làm được bài trong số các em chưa học bài là 70%, trong số các em có chuẩn bị bài là 15%. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của lớp trên. Tính xác suất em học sinh đó là học sinh chưa chuẩn bị bài biết rằng em đó không làm được bài. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

Lời giải

Gọi A: "học sinh chưa chuẩn bị bài",

$\Rightarrow \overline{A}$: "học sinh có chuẩn bị bài"

và B: "học sinh không làm được bài"

Với $P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})$

Ta có

$P(A)=0,2\Rightarrow P(\overline{A})=0,8$

$P(B\mid A)=0,7$

$P(B\mid \overline{A})=0,15$

Vậy $P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26$

Xác suất em học sinh đó là học sinh chưa chuẩn bị bài biết rằng em đó không làm được bài là $P(A\mid B)$

Theo công thức Bayes, ta có $P(A\mid B)=\dfrac{P(A).P(B\mid A)}{P(B)}=\dfrac{0,2.0,7}{0,26}=\dfrac{7}{13}$

Xác suất em học sinh đó là học sinh chưa chuẩn bị bài biết rằng em đó không làm được bài là $\dfrac{7}{13}$.

Câu 22.55. Có hai lô hàng. Lô 1: Có 7 chính phẩm và 3 phế phẩm. Lô 2: Có 8 chính phẩm và 2 phế phẩm. Từ lô thứ nhất lấy ra 2 sản phẩm, từ lô thứ hai lấy ra 3 sản phẩm rồi trong số sản

phẩm lấy được lấy ra lại lấy tiếp ngẫu nhiên 2 sản phẩm. Tính xác suất để trong 2 sản phẩm đó có ít nhất một chính phẩm. *(viết kết quả dưới dạng số thập phân và làm tròn đến hàng phần trăm)*

Lời giải

Gọi A là biến cố lấy ra ít nhất 1 chính phẩm thì A là biến cố lấy được toàn phế phẩm (2 phế phẩm).

Gọi H_1 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra đều thuộc lô 1.

H_2 là biến cố lấy được 2 sản phẩm lấy ra từ lô 2.

H_3 là biến cố lấy được 2 sản phẩm thì 1 sản phẩm thuộc lộ 1, 1 sản phẩm thuộc lô 2.

Ta có $P\left(H_1\right)=\dfrac{C_2^2}{C_5^2}=\dfrac{1}{10}, P\left(H_2\right)=\dfrac{C_3^2}{C_5^2}=\dfrac{3}{10}, P\left(H_3\right)=\dfrac{C_2^1.C_3^1}{C_5^2}=\dfrac{6}{10}=\dfrac{3}{5}.$

$\overline{A}$ xảy ra đồng thời với 3 biến cố trên và 3 biến cố này lập thành 1 nhóm biến cố đầy đủ.

Ta có: $P\left(\overline{A}\mid H_1\right)=\dfrac{C_3^2}{C_{10}^2}=\dfrac{3}{45}, P\left(\overline{A}\mid H_2\right)=\dfrac{C_2^2}{C_{10}^2}=\dfrac{1}{45}, P\left(\overline{A}\mid H_3\right)=\dfrac{C_3^1}{10}.\dfrac{C_2^1}{10}=0,06.$

Theo công thức xác suất đầy đủ ta có:

$P\left(\overline{A}\right)=P\left(H_1\right).P\left(\overline{A}\mid H_1\right)+P\left(H_2\right).P\left(\overline{A}\mid H_2\right)+P\left(H_3\right).P\left(\overline{A}\mid H_3\right)=37\ /\ 750.$

Vậy $P\left(A\right)=1-P\left(\overline{A}\right)=1-37\ /\ 750\approx 0,95$.

Câu 22.56. Có 10 lọ hóa chất trong đó có 4 lọ loại I, 6 Iọ loại II. Nếu dùng lọ loại I thì kết quả tốt với xác suất $0,9$, nếu dùng lọ loại II thì kết quả tốt với xác suất $0,5$. Tìm xác suất để lọ hóa chất tốt này thuộc loại I.

Lời giải

Gọi B_1 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại I", B_2 là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất loại II", A là biến cố: "Lấy được lọ hóa chất có kết quả tốt".

Ta có: $P\left(B_1\right)=\dfrac{4}{10}; P\left(B_2\right)=\dfrac{6}{10}; P\left(A\mid B_1\right)=0,9; P\left(A\mid B_2\right)=0,5$

Theo công thức xác suất đầy đủ

$P\left(A\right)=P\left(B_1\right)P\left(A\mid B_1\right)+P\left(B_2\right)P\left(A\mid B_2\right)=\dfrac{4}{10}\times 0,9+\dfrac{6}{10}\times 0,5=0,66$

Khi đó ta cần tính xác suất $P\left(B_1\mid A\right)$, theo công thức Bayes

$$P\left(B_1\mid A\right)=\frac{P\left(B_1\right)P\left(A\mid B_1\right)}{P\left(A\right)}=\frac{\frac{4}{10}\times 0,9}{0,66}=\frac{6}{11}\approx 0,55.$$

Câu 22.57. Trước khi đưa sản phẩm ra thị trường, người ta đã phỏng vấn ngẫu nhiên 200 khách hàng về sản phẩm đó và thấy có 50 người trả lời "sẽ mua", 90 người trả lời "có thể sẽ mua" và 60 người trả lời "không mua". Kinh nghiệm cho thấy tỷ lệ khách hàng thực sự sẽ mua sản phẩm tương ứng với những cách trả lời trên tương ứng là 60%, 40% và 1%. Trong số khách hàng thực sự mua sản phẩm thì xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là $\dfrac{a}{b}$. Tính giá trị của biểu thức $T=\dfrac{1}{2}a+b.$

Lời giải

Gọi biến cố A: "Người được phỏng vấn sẽ mua sản phẩm".

Biến cố H_1: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời sẽ mua".

Biến cố H_2: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời có thể sẽ mua".

Biến cố H_3: "Khách hàng được phỏng vấn trả lời không mua".

Ta có

$P\left(H_1\right)=\dfrac{50}{200}=0,25$ $P\left(H_2\right)=\dfrac{90}{200}=0,45$ $P\left(H_3\right)=\dfrac{60}{200}=0,3$

$P\left(A\mid H_1\right)=0,6$ $P\left(A\mid H_2\right)=0,4$ $P\left(A\mid H_3\right)=0,1$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần, ta có tiềm năng của sản phẩm đó trên thị trường là

$$P\left(A\right)=P\left(H_1\right).P\left(A\mid H_1\right)+P\left(H_2\right).P\left(A\mid H_2\right)+P\left(H_3\right).P\left(A\mid H_3\right)$$
$$=0,25.0,6+0,45.0,4+0,3.0,1=0,36.$$

Theo công thức Bayes, ta có xác suất khách hàng trả lời "sẽ mua" là

$$P\left(H_1\mid A\right)=\frac{P\left(H_1\right).P\left(A\mid H_1\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,25.0,6}{0,36}=\frac{5}{12}.$$

Suy ra $a=5,b=12.$

Vậy $T=\dfrac{1}{2}a+b=\dfrac{1}{2}.5+12=14,5.$

Câu 22.58. Một lớp học có số học sinh nữ chiếm 45% tổng số học sinh cả lớp. Cuối năm tổng kết, lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40%. Giáo viên chủ nhiệm cần chọn 1 học sinh của lớp để đại diện cho lớp lên nhận thưởng. Tính xác suất để học sinh được chọn là học sinh giỏi (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi A là biến cố "học sinh được chọn là học sinh giỏi"
và B là biến cố "học sinh được chọn là học sinh nữ".

Theo bài ra ta có: $P\left(B\right)=0,45;\ \ P\left(\overline{B}\right)=1-0,45=0,55$.

Do lớp học đó có tỉ lệ học sinh giỏi là nữ là 30%, học sinh giỏi là nam chiếm 40% nên:

$P\left(A\mid B\right)=0,3$ và $P\left(A\mid \overline{B}\right)=0,4$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid \overline{B}\right)=0,45.0,3+0,55.0,4\simeq 0,36$.

Câu 22.59. Một nhà máy sản xuất bóng đèn có tỉ lệ bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 80%. Trước khi xuất ra thị trường, mỗi bóng đèn đều được kiểm tra chất lượng. Vì sự kiểm tra không thể tuyệt đối hoàn hảo nên tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 và tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95. Hãy tính tỉ lệ bóng đạt tiêu chuẩn sau khi qua khâu kiểm tra chất lượng.

Lời giải

Gọi A là biến cố "bóng đạt chuẩn sau khi qua kiểm tra chất lượng"
B là biến cố "sản phẩm đạt tiêu chuẩn".

Theo bài ra ta có: $P\left(B\right)=0,8$; $P\left(\overline{B}\right)=1-0,8=0,2$

Do tỉ lệ công nhận một bóng đèn đạt tiêu chuẩn là 0,9 nên $P\left(A\mid B\right)=0,9$.

Tỉ lệ loại bỏ một bóng hỏng là 0,95 nên $P\left(A\mid \overline{B}\right)=1-0,95=0,05$.

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid \overline{B}\right)=0,8.0,9+0,2.0,05=0,73$.

Câu 22.60. Một đội bắn súng gồm có 8 nam và 2 nữ. Xác suất bắn trúng của các xạ thủ nam là 0,8 còn của các xạ thủ nữ là 0,9. Chọn ngẫu nhiên một xạ thủ bắn một viên đạn và xạ thủ đó đã bắn trúng. Tính xác suất (làm tròn đến hàng phần trăm) để xạ thủ đó là nữ?

Lời giải

Gọi A là biến cố "Xạ thủ được chọn là nữ", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "xạ thủ được chọn là nam"

Gọi B là biến cố "xạ thủ được chọn bắn trúng"

Theo giả thiết ta có:

$P\left(A\right)=\dfrac{2}{2+8}=\dfrac{1}{5}\Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=\dfrac{4}{5}$

$P\left(B\mid A\right)=0,9$

$P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,8$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=\frac{1}{5}.0,9+\frac{4}{5}.0,8=0,82$$

Xác suất để xạ thủ được chọn ra bắn trúng đó là nữ là $P\left(A\mid B\right)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P\left(A\mid B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{\frac{1}{5}.0,9}{0,82}=\frac{9}{41}\approx 0,22\,.$$

Vậy xác suất để xạ thủ bắn trúng đó là nữ là $0,22$.

Câu 22.61. Tại một địa phương có 500 người cao tuổi, bao gồm 260 nam và 240 nữ. Trong nhóm người cao tuổi nam và nữ lần lượt có 40% và 55% bị bệnh tiểu đường. Chọn ngẫu nhiên một người. Xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Chọn được người không bị bệnh tiểu đường";

B : "Chọn được người cao tuổi là nam";

$\overline{B}$: "Chọn được người cao tuổi là nữ".

Từ giả thiết, ta có: $\mathrm{P}\left(B\right)=\dfrac{260}{500}=0,52$; $\mathrm{P}\left(A\mid B\right)=1-0,4=0,6$;

$\mathrm{P}\left(\overline{B}\right)=\dfrac{240}{500}=0,48$; $\mathrm{P}\left(A\mid \overline{B}\right)=1-0,55=0,45$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$\mathrm{P}(A)=\mathrm{P}(B)\cdot \mathrm{P}(A\mid B)+\mathrm{P}(\overline{B})\cdot \mathrm{P}(A\mid \overline{B})=0,52\cdot 0,6+0,48\cdot 0,45=0,528\approx 0,53$.

Vậy xác suất để chọn được một người không bị bệnh tiểu đường là $0,53$.

Câu 22.62. Thống kê hồ sơ 250 học sinh khối 10 trong đó có 150 học sinh nữ và 100 học sinh nam. Sau khi thống kê, kết quả có 60% học sinh nữ là đoàn viên, 50% học sinh nam là đoàn viên; những học sinh còn lại không là đoàn viên. Chọn ngẫu nhiên một học sinh trong 250 học sinh khối 10. Tính xác suất để học sinh được chọn là đoàn viên.

Lời giải

Số học sinh nữ là đoàn viên là $60\%.150=90$ (học sinh).

Số học sinh nam là đoàn viên là $50\%.100=50$ (học sinh).

Xét biến cố:

A là biến cố "Chọn được học sinh là đoàn viên".

B là biến cố " Chọn được học sinh nam". Khi đó:

$P\left(B\right)=\dfrac{100}{250}=\dfrac{2}{5};\ P\left(\overline{B}\right)=1-P\left(B\right)=1-\dfrac{2}{5}=\dfrac{3}{5}.$

$P\left(A\mid B\right)=\dfrac{50}{100}=0,5;\ P\left(A\mid \overline{B}\right)=\dfrac{90}{150}=0,6.$

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$P\left(B\right)$

Với $P\left(A\right)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid \overline{B}\right)=\dfrac{2}{5}.0,5+\dfrac{3}{5}.0,6=0,56.$

Câu 22.63. Hai máy tự động sản xuất cùng một loại chi tiết, trong đó máy I sản xuất 35%, máy II sản xuất 65% tổng sản lượng. Tỉ lệ phế phẩm của các máy lần lượt là $0,3\%$ và $0,7\%$. Chọn ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ kho. Tính xác suất để chọn được phế phẩm do máy I sản xuất (làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Gọi A_1 là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy I sản xuất"

A_2 là biến cố "Sản phẩm được chọn do máy II sản xuất"

B là biến cố "Sản phẩm được chọn là phế phẩm"

Suy ra $A_1\mid B$ là biến cố "chọn được phế phẩm do máy I sản xuất"

Ta có $P\left(A_1\right)=0,35$, $P\left(A_2\right)=0,65$, $P\left(B\mid A_1\right)=0,003$, $P\left(B\mid A_2\right)=0,007$

$P\left(B\right)=P\left(B\mid A_1\right).P\left(A_1\right)+P\left(B\mid A_2\right).P\left(A_2\right)=0,0056$

Theo công thức Bayes có:

$P\left(A_1\mid B\right)=\dfrac{P\left(B\mid A_1\right).P\left(A_1\right)}{P\left(B\right)}=0,1875\approx 0,19$

Câu 22.64. Tại trường THPT X có 20% học sinh tham gia câu lạc bộ bơi lội, trong số học sinh đó có 85% học sinh biết bơi ếch. Ngoài ra, có 10% số học sinh không tham gia câu lạc bộ bơi lội cũng biết bơi ếch. Chọn ngẫu nhiên 1 học sinh của trường. Giả sử học sinh đó biết bơi ếch. Tính xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bơi lội.

Lời giải

Xét các biến cố: A : "Chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bơi lội ";

B : "Chọn được học sinh biết bơi ếch".

Khi đó $P\left(A\right)=0,2;\ P\left(\overline{A}\right)=0,8;\ P\left(B\mid A\right)=0,85;\ P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,1.$

Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,2.0,85+0,8.0,1=0,25.$

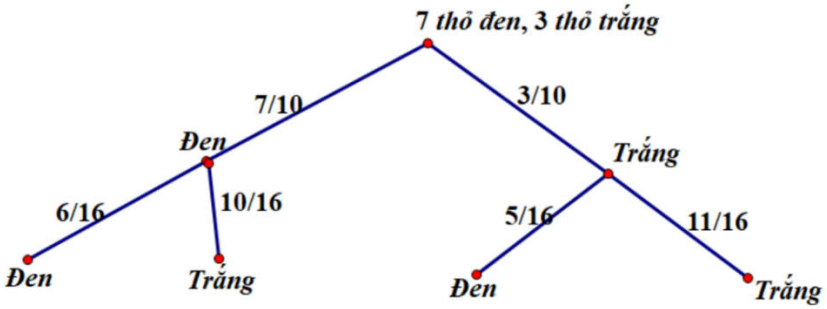
Theo công thức Bayes, xác suất chọn được học sinh thuộc câu lạc bộ bơi lội, biết học sinh đó biết bơi ếch là: $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(B\right)}=\dfrac{0,2.0,85}{0,25}=0,68.$

Câu 22.65. Có 2 chuồng thỏ. Chuồng I có 5 con thỏ đen và 10 con thỏ trắng. Chuồng II có 7 con thỏ đen và 3 con thỏ trắng. Trước tiên, từ chuồng II lấy ngẫu nhiên 1 con thỏ rồi cho vào chuồng I. Sau đó, từ chuồng I bắt ngẫu nhiên 1 con thỏ. Giả sử con thỏ bắt được là thỏ trắng.Tính xác suất để con thỏ này là con thỏ trắng thuộc chuồng thứ nhất.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "bắt được thỏ trắng ở lần bắt sau"; B là biến cố: "bắt được thỏ trắng từ chuồng I ở lần bắt sau".

Dựa vào sơ đồ hình cây



Ta có xác suất của biến cố A là: $P(A)=\frac{7}{10}.\frac{10}{16}+\frac{3}{10}.\frac{11}{16}=\frac{103}{160}$.

Xác suất của biến cố B là: $P(B)=\frac{7}{10}.\frac{10}{16}+\frac{3}{10}.\frac{10}{16}=\frac{100}{160}$.

Ta cần tính $P(B\mid A)$ (Xác suất bắt được thỏ trắng từ chuồng I khi biết con thỏ bắt được là thỏ trắng)

$P(B\mid A)=\frac{P(AB)}{P(A)}=\frac{P(B)}{P(A)}=\frac{100}{103}$.

Câu 22.66. Bạn Bình thực hiện hai thí nghiệm liên tiếp. Xác suất thí nghiệm thứ nhất thành công là $0,7$. Nếu thí nghiệm đầu thành công thì xác xuất thành công ở thí nghiệm thứ hai là $0,9$, nếu thí nghiệm đầu không thành công thì xác suất thành công ở thí nghiệm thứ hai là $0,4$. Tính xác suất để thí nghiệm lần thứ nhất thành công, biết thí nghiệm lần thứ hai không thành công.

Lời giải

Gọi A là biến cố "Thí nghiệm lần thứ nhất thành công", B là biến cố "Thí nghiệm lần thứ hai thành công".

Ta có: $P(A)=0,7$; $P(B\mid A)=0,9$; $P(B\mid \overline{A})=0,4$.

Có: $P(\overline{B}\mid A)=1-P(B\mid A)=1-0,9=0,1$.

$P(\overline{B}\mid \overline{A})=1-P(B\mid \overline{A})=1-0,4=0,6$.

Áp dụng công thức xác suất toàn phần ta có:

$P(\overline{B})=P(\overline{A}).P(\overline{B}\mid \overline{A})+P(A).P(\overline{B}\mid A)$

$\Rightarrow P(\overline{B})=0,3.0,6+0,7.0,1=0,25$.

Áp dụng công thức Bayes:

$P(A\mid \overline{B})=\frac{P(\overline{B}\mid A).P(A)}{P(\overline{B})}=\frac{0,1.0,7}{0,25}=0,28$.

Câu 22.67. Một hộp chứa 4 quả bóng được đánh số từ 1 đến 4. An lấy ngẫu nhiên một quả bóng, bỏ ra ngoài, rồi lấy tiếp một quả bóng nữa. Xét các biến cố:

A: "Quả bóng lấy ra lần đầu là số chẵn"

B: "Quả bóng lấy ra lần hai là số lẻ".

Tính xác suất có điều kiện $P(B\mid A)$ (*kết quả làm tròn đến hàng phần trăm*).

Lời giải

Xác định không gian mẫu Ω và các biến cố.

$\Omega = \{(1;2),\ (1;3),\ (1;4),\ (2;1),\ (2;3),\ (2;4),\ (3;1),\ (3;2),\ (3;4),\ (4;1),\ (4;2),\ (4;3)\}$

$A = \{(2;1),\ (2;3),\ (2;4),\ (4;1),\ (4;2),\ (4;3)\}$

$B = \{(2;1),(3;1),(4;1),(1;3),(2;3),(4;3)\}$

$A \cap B = \{(2;1),\ (2;3),\ (4;1),\ (4;3)\}$

Vậy $P(B \mid A) = \dfrac{n(AB)}{n(A)} = \dfrac{2}{3} \approx 0{,}67$.

Câu 22.68. Một bình đựng 50 viên bi có kích thước, chất liệu như nhau, trong đó có 30 viên bi xanh và 20 viên bi trắng. Lấy ngẫu nhiên ra một viên bi, rồi lại lấy ngẫu nhiên ra một viên bi nữa. Tính xác suất *(làm tròn đến hàng phần trăm)* để lấy được viên bi xanh ở lần thứ nhất và viên bi trắng ở lần thứ hai.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Lấy được viên bi xanh ở lần thứ nhất",
Gọi B là biến cố: "Lấy được viên bi trắng ở lần thứ hai".
Khi đó ta cần tính xác suất $P(A \cap B)$.

Theo công thức nhân xác suất, $P(A \cap B) = P(A).P(B \mid A)$.

Vì có 30 viên bi xanh trong tổng số 50 viên bi nên $P(A) = \dfrac{30}{50} = \dfrac{3}{5}$.

Nếu A đã xảy ra, tức là một viên bi xanh đã được lấy ra ở lần thứ nhất, thì còn lại trong bình 49 viên bi, trong đó số viên bi trắng là 20, do đó $P(B \mid A) = \dfrac{20}{49}$.

Vậy xác suất cần tìm là $P(A \cap B) = P(A).P(B \mid A) = \dfrac{3}{5}.\dfrac{20}{49} = \dfrac{12}{49} \approx 0{,}24$.

Câu 22.69. Trong một cuộc khảo sát về việc có chơi thể thao hay không có 40% nam và 60% nữ tham gia. Kết quả cho thấy có 30% nam và 50% nữ không chơi thể thao. Chọn ngẫu nhiên một người trong số người được khảo sát. Biết người đó chơi thể thao. Tính xác suất để người được chọn là nam. Viết kết quả làm tròn đến hàng phần trăm.
Gọi A là biến cố "Người được chọn là nam";
B là biến cố "Người được chọn chơi thể thao".
Khi đó $\overline{A}$ là biến cố "Người được chọn là nữ"
$\Rightarrow P(A) = 0{,}4, P(\overline{A}) = 0{,}6$. Từ đề bài ta có $P(B \mid A) = 0{,}7; P(B \mid \overline{A}) = 0{,}5$.
$\Rightarrow P(B) = P(A) \cdot P(B \mid A) + P(\overline{A}) \cdot P(B \mid \overline{A}) = 0{,}4 \cdot 0{,}7 + 0{,}6 \cdot 0{,}5$
Áp dụng công thức Bayes ta có:

$$P(A \mid B) = \frac{P(A) \cdot P(B \mid A)}{P(B)} = \frac{0{,}4 \cdot 0{,}7}{0{,}4.0{,}7 + 0{,}6.0{,}5} = \frac{14}{29} \approx 0{,}48$$

Câu 22.70. Có hai lô sản phẩm: lô I có 7 chính phẩm 3 phế phẩm; lô II có 6 chính phẩm 2 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ lô I bỏ sang lô II, sau đó từ lô II lấy ngẫu nhiên ra 1 sản phẩm. Tính xác suất để sản phẩm lấy ra sau cùng là chính phẩm.

Lời giải

Đáp số: 0,74
Gọi H biến cố "Sản phẩm lấy ra sau cùng là chính phẩm";
A_i là biến cố "Sản phẩm lấy từ lô I bỏ sang lô II có i chính phẩm", $i = 0,1$.

$P\left(A_0\right)=\frac{3}{10}, P\left(A_1\right)=\frac{7}{10}, P\left(H \mid A_0\right)=\frac{2}{3}, P\left(H \mid A_1\right)=\frac{7}{9}$.

Suy ra $P\left(H\right)=P\left(A_0\right).P\left(H \mid A_0\right)+P\left(A_1\right).P\left(H \mid A_1\right)=\frac{3}{10}.\frac{2}{3}+\frac{7}{10}.\frac{7}{9}=\frac{67}{90}$

Làm tròn kết quả đến hàng phần trăm ta được $0,74$.

Câu 22.71. Điều tra tình hình mắc bệch ung thư phổi của một vùng thấy tỉ lệ người hút thuốc lá và mắc bệnh là 15%. Tỉ lệ người hút thuốc lá và không mắc bệnh là 25%, tỉ lệ người không hút thuốc lá và không mắc bệnh là 50% và 10% là người không hút thuốc nhưng mắc bệnh. Tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và không hút thuốc lá là bao nhiêu?

Lời giải

Gọi biến cố A: " Người hút thuốc"
B: "Bị mắc bệnh ung thư phổi"
Theo đề bài ta có:

$P(A\cap B)=0,15$; $P(A\cap \overline{B})=0,25$; $P(\overline{A}\cap \overline{B})=0,5$; $P(\overline{A}\cap B)=0,1$.

Suy ra: $P(B)=P(A\cap B)+P(A\cap \overline{B})=0,15+0,1=0,25$.

Xác suất người đó hút thuốc lá biết họ mắc bệnh ung thư phổi là:

$P(A \mid B)=\frac{P(A\cap B)}{P(B)}=\frac{0,15}{0,25}=0,6$.

Xác suất người đó không hút thuốc lá biết họ mắc bệnh ung thư phổi là:

$P(\overline{A} \mid B)=\frac{P(\overline{A}\cap B)}{P(B)}=\frac{0,1}{0,25}=0,4$.

Vậy tỉ lệ mắc bệnh ung thư phổi giữa người hút thuốc lá và người không hút thuốc lá là $\frac{0,6}{0,4}=1,5$.

Câu 22.72. Trong một giải thi đấu bóng chuyền, đội bóng chuyền của Hà Nội sẽ thi đấu hai trận. Trận thứ nhất đội bóng chuyền của Hà Nội có xác suất thắng là $0,6$. Trận tiếp theo, xác suất chiến thắng của họ phụ thuộc vào kết quả trận trước đó. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận trước đó, họ sẽ hưng phấn và xác suất để họ thắng là $0,7$. Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thua trận trước thì họ sẽ mất tinh thần và xác suất để họ thắng là $0,5$. Tính xác suất để đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ hai.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "Đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ 1"
Gọi B là biến cố: "Đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận thứ 2"

Ta có $P\left(A\right)=0,6 \Rightarrow P\left(\overline{A}\right)=0,4$.

Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thắng trận trước đó, họ sẽ hưng phấn và xác suất để họ thắng là $0,7$ hay $P\left(B \mid A\right)=0,7$.

Nếu đội bóng chuyền của Hà Nội thua trận trước thì họ sẽ mất tinh thần và xá suất để họ thắng là $0,5$ hay $P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,5$.

Ta có: $P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,7.0,6+0,4.0,5=0,62$.

Vậy xác xuất để đội bóng chuyền Hà Nội thắng trận thứ 2 là $0,62$.

Câu 22.73. Một khu dân cư có 60% các hộ gia đình có không quá 4 thành viên. Trong các gia đình có không quá 4 thành viên, có 20% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống; trong các gia đình có trên 4 thành viên, có 70% gia đình có ba thế hệ cùng chung sống. Chọn ngẫu nhiên 1 hộ gia đình trong khu dân cư. Biết rằng gia đình đó có ba thế hệ cùng chung sống, tính xác suất để gia đình đó có trên 4 thành viên.

Lời giải

Gọi M là biến cố "Gia đình có trên 4 thành viên", N là biến cố "Gia đình có 3 thế hệ chung sống".

Ta có $P\left(M\right)=0,4;\ P\left(\overline{M}\right)=0,6;\ P\left(N\mid M\right)=0,7;\ P\left(N\mid \overline{M}\right)=0,2$.

Theo công thức xác suất toàn phần, ta có:

$P\left(N\right)=P\left(M\right)\cdot P\left(N\mid M\right)+P\left(\overline{M}\right)\cdot P\left(N\mid \overline{M}\right)=0,4\cdot 0,7+0,6\cdot 0,2=0,4.$

Vậy $P\left(M\mid N\right)=\dfrac{P\left(M\right)\cdot P\left(N\mid M\right)}{P\left(N\right)}=\dfrac{0,4\cdot 0,7}{0,4}=0,7$.

Câu 22.74. Trong một kì thi tốt nghiệp trung học phổ thông, một tỉnh X có 80% học sinh lựa chọn tổ hợp A00 (gồm các môn Toán, Vật lí, Hoá học). Biết rằng, nếu một học sinh chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,6; còn nếu một học sinh không chọn tổ hợp A00 thì xác suất để học sinh đó đỗ đại học là 0,7. Chọn ngẫu nhiên một học sinh của tỉnh X đã tốt nghiệp trung học phổ thông trong kì thi trên. Biết rằng học sinh này đã đỗ đại học. Tính xác suất để học sinh đó chọn tổ hợp A00. (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A: "Học sinh đó chọn tổ hợp A00 " và B: "Học sinh đó đỗ đại học".

Ta cần tính $P\left(A\mid B\right)$. Theo công thức Bayes, ta cần biết:

$P\left(A\right),P\left(\overline{A}\right),P\left(B\mid A\right),P\left(B\mid \overline{A}\right).$

Ta có: $P\left(A\right)=0,8;P\left(\overline{A}\right)=1-P\left(A\right)=1-0,8=0,2$.

$P\left(B\mid A\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó chọn tổ hợp A00

$\Rightarrow P\left(B\mid A\right)=0,6$.

$P\left(B\mid \overline{A}\right)$ là xác suất để một học sinh đỗ đại học với điều kiện học sinh đó không chọn tổ hợp A00

$P\left(B\mid \overline{A}\right)=0,7$.

Thay vào công thức Bayes ta được: $P\left(A\mid B\right)=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)}{P\left(A\right).P\left(B\mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\mid \overline{A}\right)}\approx 0,77$.

Câu 22.75. Trong một đợt kiểm tra sức khoẻ, có một loại bệnh X mà tỉ lệ người mắc bệnh là 0,2% và một loại xét nghiệm Y mà ai mắc bệnh X khi xét nghiệm Y cũng có phản ứng dương tính. Tuy nhiên, có 6% những người không bị bệnh X lại có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Chọn ngẫu nhiên 1 người trong đợt kiểm tra sức khoẻ đó. Giả sử người đó có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y. Xác suất người đó bị mắc bệnh X là bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố:

A : "Người được chọn mắc bệnh X";

B : "Người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y".

Giải

Theo giả thiết ta có: $P(A)=0,002;\ P(\overline{A})=1-0,002=0,998;$

$P(B\mid A)=1;\ P(B\mid \overline{A})=0,06$

Theo công thức Bayes, ta có:

$$P(A\mid B)=\frac{P(A).P(B\mid A)}{P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})}=\frac{0,002.1}{0,002.1+0,998.0,06}\approx 0,03$$

Vậy nếu người được chọn có phản ứng dương tính với xét nghiệm Y thì xác suất bị mắc bệnh X của người đó là khoảng 0,03.

Câu 22.76. Trong một nhóm 50 học sinh, 36 học sinh làm việc trên máy tính bảng, 20 học sinh làm việc trên máy tính xách tay và 12 học sinh không làm việc trên cả hai thiết bị. Một học sinh được chọn ngẫu nhiên.

a) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng là $0,72$.

b) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là $0,12$.

c) Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng biết rằng bạn ấy cũng làm việc trên máy tính xách tay là $0,9$.

d) Xác suất để học sinh được chọn không làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là $0,5$.

Lời giải

a) Đúng. Gọi T là tập hợp các học sinh làm việc trên máy tính bảng. Khi đó $n(T)=36$.

Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng là

$$P(T)=\frac{n(T)}{50}=\frac{36}{50}=0,72.$$

b) Sai. Gọi L là tập hợp các học sinh làm việc trên máy tính xách tay. Khi đó $n(L)=20$.

Số học sinh làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là:

$$n(T\cap L)=n(T)+n(L)-n(T\cup L)=36+20-(50-12)=18.$$

Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng và máy tính xách tay là:

$$P(T\cap L)=\frac{n(T\cap L)}{50}=\frac{18}{50}=0,36.$$

c) Đúng. Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính bảng biết rằng bạn ấy cũng làm việc trên máy tính xách tay là:

$$P(T\mid L)=\frac{P(T\cap L)}{P(L)}=\frac{n(T\cap L)}{n(L)}=\frac{18}{20}=0,9.$$

d) Đúng. Xác suất để học sinh được chọn làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là:

$$P(L\mid T)=\frac{P(L\cap T)}{P(T)}=\frac{n(L\cap T)}{n(T)}=\frac{18}{36}=0,5.$$

Vậy xác suất để học sinh được chọn không làm việc trên máy tính xách tay, biết rằng bạn ấy làm việc trên máy tính bảng là: $P(\overline{L}\mid T)=1-P(L\mid T)=1-0,5=0,5.$

Câu 22.77. Giả sử tỉ lệ người dân của tỉnh Y nghiện thuốc lá là 20%, tỉ lệ người bị bệnh phổi trong số người nghiện thuốc lá là 70%, trong số người không nghiện thuốc lá là 15%. Khi ta gặp ngẫu nhiên một người tỉnh Y.

a) Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là 0,3.

b) Tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26 %?

c) Xác suất mà người đó nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $\frac{6}{13}$.

d) Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là 0,15.

Lời giải

a) Sai. Gọi A là biến cố "người nghiện thuốc lá", suy ra $\overline{A}$ là biến cố "người không nghiện thuốc lá"

Gọi B là biến cố "người bị bệnh phổi".

Xác suất người đó mắc bệnh phổi khi nghiện thuốc lá là $\mathrm{P}\left(B \mid A\right)=0,7$

b) Đúng. Để người mà ta gặp bị bệnh phổi thì người đó nghiện thuốc lá hoặc không nghiện thuốc lá

Ta cần tính $P\left(B\right)$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right)$

Ta có: $\mathrm{P}\left(A\right)=0,2$; $\mathrm{P}\left(\overline{A}\right)=0,8$; $\mathrm{P}\left(B \mid \overline{A}\right)=0,15$

Vậy $P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right)=0,2.0,7+0,8.0,15=0,26$

Do đó, tỉ lệ người mắc bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa là 26%.

c) Sai. Xác suất mà người đó là nghiện thuốc lá khi biết bị bệnh phổi là $P\left(A \mid B\right)$

Theo công thức Bayes, ta có

$$P\left(A \mid B\right)=\frac{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)}{P\left(B\right)}=\frac{0,2.0,7}{0,26}=\frac{7}{13}$$

Như vậy trong số người bị bệnh phổi của tỉnh Khánh Hòa, có khoảng $\frac{7}{13}$ số người nghiện thuốc lá.

d) Đúng. Xác suất người đó bị bệnh phổi khi không nghiện thuốc lá là $\mathrm{P}\left(B \mid \overline{A}\right)=0,15$

Câu 22.78. Một hộp chứa 9 tấm thẻ cùng loại được đánh số lần lượt từ 1 đến 9. Bạn An lấy ra ngẫu nhiên 1 thẻ từ hộp, xem số rồi bỏ ra ngoài. Nếu thẻ đó được đánh số chẵn, An cho thêm vào hộp thẻ số 10, 11; ngược lại, An cho thêm vào hộp thẻ số 12, 13, 14. Sau đó, Bạn Việt lấy ra ngẫu nhiên đồng thời 3 thẻ từ hộp. Gọi X là tích các số trên thẻ Việt lấy ra. Tính xác suất của biến cố An lấy được thẻ ghi số chẵn biết rằng X chia hết cho 2. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

Lời giải

Gọi A là biến cố " An lấy được thẻ ghi số chẵn"; B là biến cố " X chia hết cho 2"

Ta cần tính $P\left(\mathrm{A} \mid \mathrm{B}\right)$.

Ta có $P\left(\mathrm{A} \mid \mathrm{B}\right)=\dfrac{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)}{P\left(A\right).P\left(B \mid A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B \mid \overline{A}\right)}$;

$P\left(A\right)=\frac{4}{9};P\left(\overline{A}\right)=\frac{5}{9};P\left(B \mid A\right)=1-P\left(\overline{B} \mid A\right)=1-\frac{C_6^3}{C_{10}^3}=\frac{5}{6}$.

$P\left(B \mid \overline{A}\right)=1-P\left(\overline{B} \mid \overline{A}\right)=1-\frac{C_5^3}{C_{11}^3}=\frac{31}{33}$. Vậy $P\left(A \mid B\right)=\frac{22}{53}\approx 0,42$.

Câu 22.79. Có hai thùng I và II chứa các sản phẩm có khối lượng và hình dạng như nhau. Thùng I có 5 chính phẩm và 4 phế phẩm, thùng II có 6 chính phẩm và 8 phế phẩm. Lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng I sang thùng II. Sau đó, lấy ngẫu nhiên 1 sản phẩm từ thùng II

để sử dụng. Xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là bao nhiêu (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm)?

Lời giải

Xét các biến cố

A : "Lấy được một chính phẩm từ thùng I sang thùng II"

B : "Lấy được một chính phẩm từ thùng II"

Khi đó: $P\left(A\right)=\frac{5}{9}$; $P\left(\overline{A}\right)=\frac{4}{9}$; $P\left(B\middle|A\right)=\frac{7}{15}$; $P\left(B\middle|\overline{A}\right)=\frac{6}{15}=\frac{2}{5}$

Theo công thức xác suất toàn phần, xác suất của biến cố B là:

$$P\left(B\right)=P\left(A\right).P\left(B\middle|A\right)+P\left(\overline{A}\right).P\left(B\middle|\overline{A}\right)=\frac{5}{9}.\frac{7}{15}+\frac{4}{9}.\frac{2}{5}\approx 0.44$$

Vậy xác suất lấy được chính phẩm từ thùng II là $0,44$.

Câu 22.80. Khối 12 của một trường trung học phổ thông có 46% số học sinh là nam. Kết quả kiểm tra thị lực trong đợt khám sức khoẻ học đường cho tất cả các học sinh khối 12 của trường cho thấy có 29% số học sinh nam và 37% số học sinh nữ mắc tật khúc xạ. Chọn ngẫu nhiên học sinh khối 12 của trường. Tính xác suất để chọn được học sinh nữ, biết rằng bạn đó mắc tật khúc xạ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).

Lời giải

Gọi A là biến cố "Học sinh được chọn mắc tật khúc xạ" và B là biến cố "Học sinh được chọn là nữ.

$$P\left(B\middle|A\right)=\frac{P\left(B\right)\cdot P\left(A\middle|B\right)}{P\left(A\right)}.$$

* $P\left(\overline{B}\right)=46\%=0,46$ nên $P\left(B\right)=1-0,46=0,54$.

* $P\left(A\middle|B\right)=37\%=0,37$.

* $P\left(A\right)=P\left(B\right)\cdot P\left(A\middle|B\right)+P\left(B\right)\cdot P\left(A\middle|\overline{B}\right)=0,54\cdot 0,37+0,46\cdot 0,29=0,3332$.

Khi đó: $P\left(B\middle|A\right)=\frac{P\left(B\right)\cdot P\left(A\middle|B\right)}{P\left(A\right)}=\frac{0,54\cdot 0,37}{0,3332}\approx 0,6$.

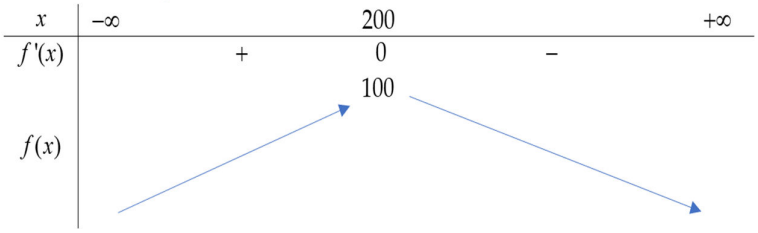
Vậy xác suất để chọn được học sinh nữ, biết rằng học sinh đó mắc tật khúc xạ là khoảng $0,6$.

----------HẾT----------

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 1 (ĐỀ SỐ 01-25)

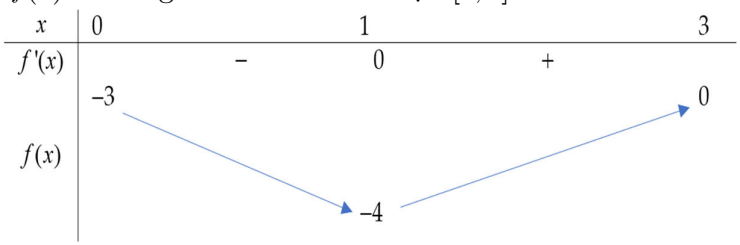
ĐỀ SỐ 01

Câu 1: Một doanh nghiệp sản xuất với số lượng x sản phẩm, $x \in \mathbb{N}$ và thu được lợi nhuận $f(x)$ được biểu thị bởi bảng biến thiên như sau. Hỏi doanh nghiệp sản xuất bao nhiêu sản phẩm trở đi thì lợi nhuận bắt đầu giảm?



A. 201. **B.** 200. **C.** 101. **D.** 100.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0;3]$ như sau:



Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. -4. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 3: Tìm tập xác định của hàm số $y = \log_{2024}(3-x)$.

A. $D = (-\infty;3)$. **B.** $D = (3;+\infty)$. **C.** $D = (0;+\infty)$. **D.** $D = \mathbb{R}$.

Câu 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = x^{2024}(3-x), \forall x \in \mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 5: Cho hai biến cố độc lập A và B. Biết $P(A) = \frac{1}{4}, P(A \cup B) = \frac{1}{2}$. Tính $P(B)$.

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{8}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) \Leftrightarrow P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A).P(B)$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{4} + P(B) - \frac{1}{4}P(B) \Leftrightarrow \frac{3}{4}P(B) = \frac{1}{4} \Leftrightarrow P(B) = \frac{1}{3}$.

Câu 6: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC), SA = AB = 2a$, tam giác ABC vuông tại B. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (SBC) bằng

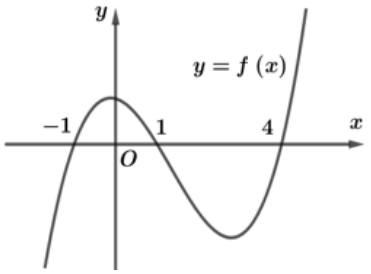
A. $a\sqrt{3}$. **B.** $a\sqrt{2}$. **C.** a. **D.** $2a$.

Câu 7: Biết phương trình $\sin x = m$ có một họ nghiệm $x = \frac{\pi}{5} + k2\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. Họ nghiệm còn lại của phương trình đã cho là biểu thức nào sau đây?

A. $x = \frac{4\pi}{5} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$. **B.** $x = \frac{\pi}{5} + k\pi$ với $k \in \mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{4\pi}{5}+k2\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{5}+k2\pi$ với $k\in\mathbb{Z}$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;4\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$.

Câu 9: Cho hình hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$, có đáy $ABCD$ hình bình hành tâm O. Khi đó $2.\overrightarrow{AO}$ bằng véc tơ nào sau đây?

A. $\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{AD}$. **D.** $\overrightarrow{AC}$.

Câu 10: Trong không gian, qua một điểm O cho trước có bao nhiêu đường thẳng vuông góc với mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ cho trước?

A. 1. **B.** Vô số. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 11: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 12: Đạo hàm của hàm số $y=3^x$ là

A. $y'=3^x.\ln x$. **B.** $y'=3^x$. **C.** $y'=x.3^{x-1}$. **D.** $y'=3^x.\ln 3$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 02

Câu 13: Lớp 12A8 của trường THPT X có 41 học sinh được đánh số thứ tự từ 1 đến 41. Cô giáo chọn ngẫu nhiên 3 bạn để làm nhiệm vụ kiểm tra vở bài tập của các bạn trong lớp. Xác suất để 3 bạn được chọn có số thứ tự lập thành một cấp số cộng là $\dfrac{a}{b}$ (với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính $S=2a+b$.

A. 573. **B.** 553. **C.** 613. **D.** 653.

Lời giải

Số phần tử của không gian mẫu là $C_{41}^3=10660$.

Đặt $S_1=\left\{1;3;5;7;....;39;41\right\}$, S_1 gồm 21 phần tử.

$S_2=\left\{2;4;6;....;38;40\right\}$, S_2 gồm 20 phần tử.

Gọi A là biến cố thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ba số c,d,e theo thứ tự lập thành một cấp số cộng suy ra $c+e=2d$

Vì $2d$ chẵn nên c,e cùng chẵn hoặc cùng lẻ. Suy ra số cách chọn c,e là $C_{21}^2+C_{20}^2=400$

Mỗi cách chọn c,e thì có duy nhất 1 cách chọn d thỏa mãn $c+e=2d$.

$$\Rightarrow n(A)=400\Rightarrow P(A)=\frac{400}{10660}=\frac{20}{533}\Rightarrow a=20,b=533.$$

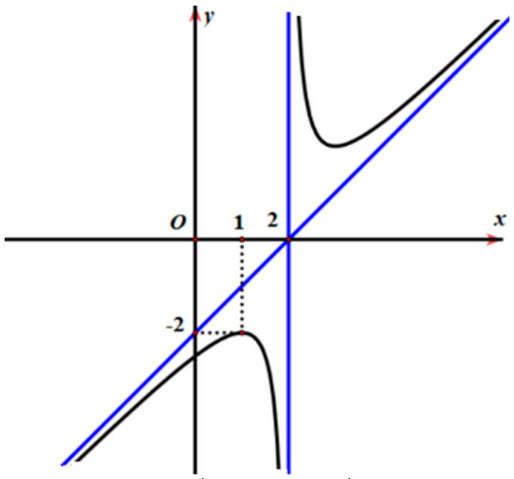
Vậy $S = 2.20 + 533 = 573$.

Câu 14: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đẳng thức nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 15: Cho hàm số $y = \dfrac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ (với $a \neq 0; m \neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y = x - 2$. **B.** $y = 2x + 2$. **C.** $y = 2x - 2$. **D.** $y = x + 2$.

Câu 16: Để chuẩn bị cho tiết học "Mạng xã hội: lợi và hại" (Hoạt động thực hành trải nghiệm môn Toán, lớp 10), giáo viên đã khảo sát thời gian sử dụng mạng xã hội trong một ngày của học sinh trong lớp 10A1 mình dạy và thu được mẫu số liệu như sau:

Thời gian sử dụng mạng xã hội (phút)	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$
Số học sinh	5	10	15	7	5	3

Thời gian trung bình (phút) sử dụng mạng xã hội của học sinh lớp 10A1 xấp xỉ bằng

A. 35. **B.** 36,3. **C.** 33,6. **D.** 30,5.

Câu 17: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $(BDA')//(B'D'C)$. **B.** $(ABA')//(B'D'C)$.

C. $(ADD'A')//(BCC'B')$. **D.** $(ABCD)//(A'B'C'D')$.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

A. 5. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 8.

Câu 19: Cho hàm số bậc ba có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Giá trị cực tiểu của hàm số là

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	1	↘	$-\infty$

A. 1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 20: Nghiệm của phương trình $\log_2(x-1)=3$ là

A. 10. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

Câu 21: Phương trình $\tan x=-1$ có tất cả các nghiệm là

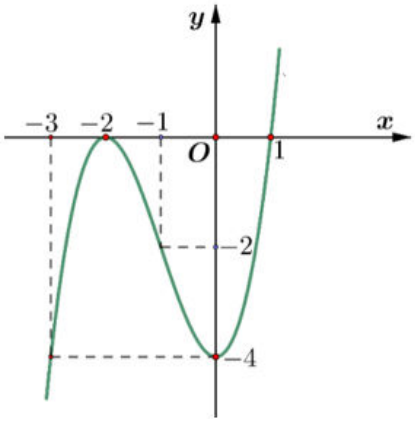
A. $\frac{\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $-\frac{\pi}{4}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **D.** $-\frac{\pi}{4}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-5;2;3)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oy. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{34}$. **B.** $2\sqrt{38}$. **C.** $2\sqrt{34}$. **D.** $\sqrt{38}$.

Câu 23: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-4;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 24: Tập nghiệm của bất phương trình $(0,21)^x<1$ là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 03

Câu 25: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}=(1;-2;1)$, $\vec{b}=(-2;1;1)$. Tính góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $-30°$.

Câu 26: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(3;8;5)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

A. $I(2;6;2)$. **B.** $I(1;3;1)$. **C.** $I(4;10;8)$. **D.** $I(2;5;4)$.

Câu 27: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+2x-3}{x-2}$ là

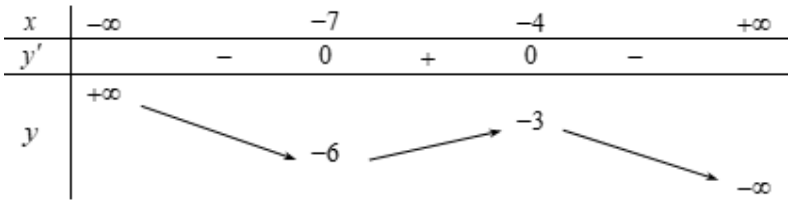
A. $y=x$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=x+4$.

Câu 28: Nghiệm của phương trình $\sin x=\frac{1}{2}$ là

A. $\frac{\pi}{3}+k2\pi;-\frac{\pi}{3}+k2\pi\ (k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\frac{\pi}{6}+k\pi;\frac{5\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

C. $\frac{\pi}{6}+k2\pi;\frac{5\pi}{6}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$. **D.** $\frac{\pi}{6}+k2\pi;-\frac{\pi}{6}+k2\pi\ \left(k\in\mathbb{Z}\right)$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Điểm cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. $x=-6$. **B.** $x=-7$. **C.** $x=-4$. **D.** $x=-3$.

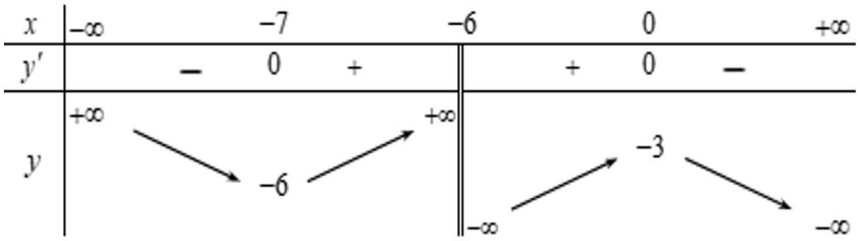
Câu 30: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=2,\ u_2=5$. Tính u_4.

A. $u_4=17$. **B.** $u_4=14$. **C.** $u_4=11$. **D.** $u_4=8$.

Câu 31: Cho $0<a\neq 1,b>0$. Biết $\log_a b=3$, tính $\log_a\left(ab\right)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 4.

Câu 32: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{-6\right\}$ và có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-10;1\right)$. **B.** $\left(-6;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-7;-6\right)$.

Câu 33: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6 cm. Gọi M,N lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ABD. Mặt phẳng $\left(GMN\right)$ cắt các cạnh AB,AD tại E,F. Độ dài đoạn EF bằng

A. 4 cm. **B.** $3cm$. **C.** $5cm$. **D.** 2 cm.

Câu 34: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x-1}$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

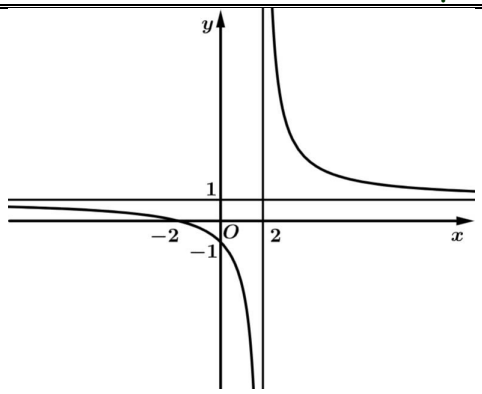
Câu 35: Cho mẫu số liệu ghép nhóm có bảng tần số như sau

Nhóm	$\left[16;21\right)$	$\left[21;26\right)$	$\left[26;31\right)$	$\left[31;36\right)$	$\left[36;41\right)$
Tần số	4	6	8	18	4

Tính số trung bình của mẫu số liệu trên

A. 31. **B.** 32. **C.** 30. **D.** 29.

Câu 36: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây



Tính giá trị của biểu thức $P = 2a - b + 3c$

A. 6. **B.** -6. **C.** -10. **D.** -2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 04

Câu 37: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 38: Thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các học sinh trong một lớp học ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số học sinh	1	4	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $35,66$. **B.** $5,87$. **C.** $34,47$. **D.** $5,97$.

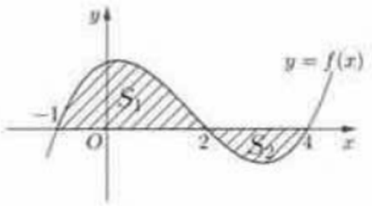
Câu 39: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;0;0)$ tới mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 1 = 0$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 40: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x = 1$ và $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x = -4$. Tích phân $\int_1^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 41: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết rằng phần hình phẳng S_1 và S_2 (xem hình vẽ) có diện tích lần lượt bằng 7 và 2. Tích phân $\int_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x$ bằng



A. 9. **B.** -5. **C.** -9. **D.** 5.

Câu 42: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tổng $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$ bằng

A. $4\overrightarrow{SO}$. **B.** $8\overrightarrow{SO}$. **C.** $3\overrightarrow{SO}$. **D.** $2\overrightarrow{SO}$.

Câu 43: Đường tiệm xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=x-1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x$.

Câu 44: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;1;1)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Câu 45: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SD=a\sqrt{3}$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 46: Giả sử là nhiệt độ T^0C của một loại đồ uống được xác định bằng công thức $T=22+50\mathrm{e}^{\frac{-t}{8}}, t\geq 0$. Trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống xong. Hỏi sau bao lâu từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống là $40°C$?(kết quả làm tròn đến hàng đơn vị)

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

$T=22+50\mathrm{e}^{\frac{-t}{8}}=40\Rightarrow \mathrm{e}^{\frac{-t}{8}}=\dfrac{9}{25}\Rightarrow t=-8\ln\dfrac{9}{25}\approx 8$.

Câu 47: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin^2 x$ là

A. $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **B.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{4}+C$. **C.** $\dfrac{x}{2}-\dfrac{\sin 2x}{2}+C$. **D.** $\dfrac{x}{2}+\dfrac{\sin 2x}{2}+C$.

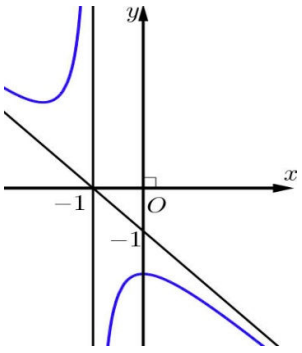
Câu 48: Trong không gian $Oxyz$ mặt cầu $x^2+y^2+z^2-4x+4y-2z+5=0$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 05

Câu 49: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+bx+c}{mx+n}$ có đồ thị như hình bên. Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là



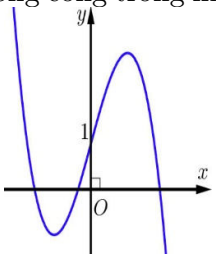
A. $y=-x+1$. **B.** $y=x-1$. **C.** $y=-x-1$. **D.** $y=x+1$.

Vậy phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là: $y=-x-1$..

Câu 50: Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a. Góc nhị diện tạo bởi mặt bên và mặt đáy của hình chóp có số đo bằng $45°$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $V=\dfrac{a^3}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3}{6}$. **C.** $V=\dfrac{a^3}{3}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{4}$.

Câu 51: Hàm số nào dưới đây có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên?



A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^2+x-1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Câu 52: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_6=-64$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

A. -2. **B.** 16. **C.** -8. **D.** 8.

Câu 53: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;3;2)$, $B(1;0;1)$, $C(5;-3;2)$. Biết rằng $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}=2m$. Giá trị của m là

A. $m=-9$. **B.** $m=9$. **C.** $m=18$. **D.** $m=-18$.

Câu 54: Cho hình lăng trụ tam giác đều $ABC.A'B'C'$ có cạnh đáy bằng a. Khoảng cách giữa hai đường thẳng AC' và BB' bằng

A. $\dfrac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{4}$. **D.** $\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1. **B.** Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -1. **D.** Hàm số có hai điểm cực đại.

Câu 56: Thống kê điểm trung bình môn Toán của các học sinh lớp 11A được cho ở bảng sau

Nhóm	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	2	8	18	12

Phương sai của mẫu số liệu là

A. 6. **B.** 8,5. **C.** 0,7. **D.** 0,15.

Câu 57: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{3x+1}<\dfrac{1}{9}$ là

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 58: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{u}=\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k},\vec{v}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k},\vec{w}=\vec{u}+\vec{v}$. Toạ độ của vectơ $\vec{w}$ là

A. $\vec{w}=(3;-1;2)$. **B.** $\vec{w}=(3;1;-2)$. **C.** $\vec{w}=(3;1;2)$. **D.** $\vec{w}=(3;-1;-2)$.

Câu 59: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x) = f(1)$. **B.** $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = f(0)$. **C.** $\max\limits_{(-\infty;-1)} f(x) = f(-1)$. **D.** $\min\limits_{(0;1)} f(x) = f(0)$.

Câu 60: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = x - \sin x$ là

A. $\frac{x^2}{2} + \cos x + C$. **B.** $x^2 - \cos x + C$. **C.** $\frac{x^2}{2} - \cos x + C$. **D.** $2x^2 + \cos x + C$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 06

Câu 61: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right) = \cos x$ là

A. $-\cos x + C$. **B.** $\sin x + C$. **C.** $\cos x + C$. **D.** $-\sin x + C$.

Câu 62: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có các số hạng $u_2 = 2$ và $u_3 = 5$. Số hạng u_5 của cấp số cộng là

A. 11. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 25.

Câu 63: Cho $I = \int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x = 3$. Khi đó $J = \int\limits_0^2 \left[4f\left(x\right) - 3\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** 2. **C.** 6. **D.** 4.

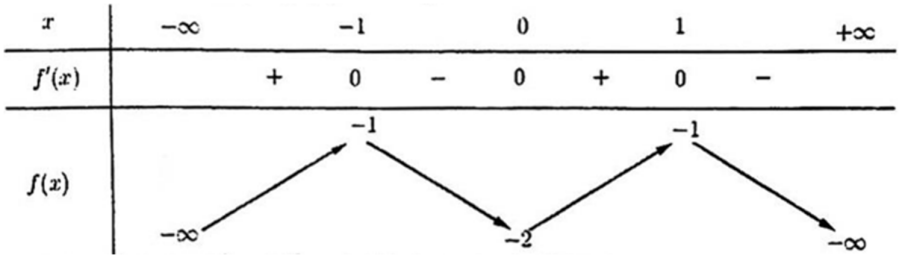
Câu 64: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a. Biết $SA \perp \left(ABC\right)$ và $SA = a\sqrt{3}$. Thể tích của khối chóp $S.ABC$ là

A. $\frac{a^3}{2}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{3a^3}{4}$. **D.** $\frac{a}{4}$.

Câu 65: Nghiệm của phương trình $4^{x-1} = 8^{3-2x}$ là

A. $x = \frac{11}{8}$. **B.** $x = \frac{1}{8}$. **C.** $x = \frac{4}{3}$. **D.** $x = \frac{8}{11}$.

Câu 66: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;0\right)$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

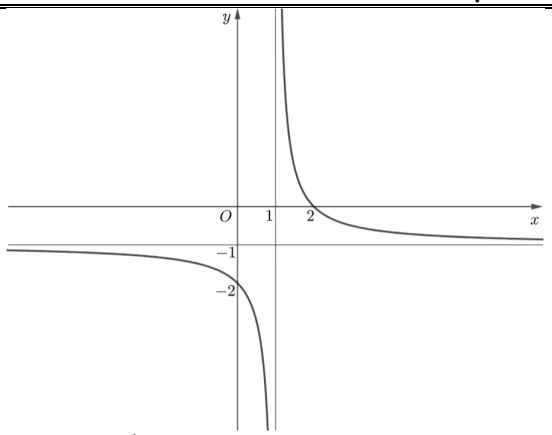
Câu 67: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. 0.24. **B.** 0.26. **C.** 0.28. **D.** 0.22.

Câu 68: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}\left(c \neq 0, ad - bc \neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là:

A. $x=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=0$.

Câu 69: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(3x+1\right)<2$ là

A. $\left[-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right]$. **D.** $\left(-\infty;1\right)$.

Câu 70: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB'}$.

C. $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD'}$. **D.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{A'C'}$.

Câu 71: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A\left(1;-2;5\right)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên trục Ox là

A. $\left(0;-2;0\right)$. **B.** $\left(0;0;5\right)$. **C.** $\left(0;-2;5\right)$. **D.** $\left(1;0;0\right)$.

Câu 72: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(1;1;-2\right)$ và $B\left(2;-1;0\right)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là:

A. $\overrightarrow{AB}=\left(1;-2;2\right)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=\left(-1;2;-2\right)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=\left(3;0;-2\right)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=\left(1;2;2\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 07

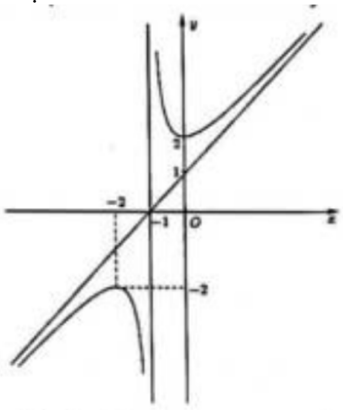
Câu 73: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về điểm thi và số người dự thi như sau:

Điểm thi	[1; 4,5)	[4,5; 8)	[8; 11,5)	[11,5; 15)	[15; 18,5)
Số người dự thi	1	10	12	17	16

Độ lệch chuẩn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. 4,29. **B.** 4,02. **C.** 3,89. **D.** 3,93.

Câu 74: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2+2x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x^2+3x}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$.

Câu 75: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{-x-1}\geq 3$ là

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-\infty;2]$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Câu 76: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x-2$ là

A. $\sin x+C$. **B.** $\sin x-2x+C$. **C.** $-\sin x+C$. **D.** $-\sin x-2x+C$.

Câu 77: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 78: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\cos x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

Câu 79: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+4x-7}{x-2}$ là

A. $y=x-6$. **B.** $y=-x-6$. **C.** $y=-x+6$. **D.** $y=x+6$.

Câu 80: Nếu $\int_{-3}^{1}f(x)\mathrm{d}x=-2$ thì $\int_{-3}^{1}[2-5f(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. 18. **B.** 6. **C.** 12. **D.** -4.

Câu 81: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng

A. 2. **B.** 4. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 82: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về quãng đường chạy bộ (km) và số ngày chạy bộ như bảng sau:

Quảng đường	$[1,2;2,2)$	$[2,2;3,2)$	$[3,2;4,2)$	$[4,2;5,2)$	$[5,2;6,2)$
Số ngày	2	1	7	8	8

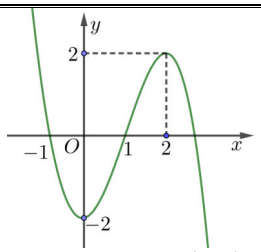
Khoảng tứ phân vị (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A. $0,88$. **B.** $5,71$. **C.** $0,81$. **D.** $1,69$.

Câu 83: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;3;-2)$ trên trục Oz. Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có tọa độ là

A. $(1;3;0)$. **B.** $(0;0;2)$. **C.** $(-1;-3;0)$. **D.** $(0;0;-2)$.

Câu 84: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 08

Câu 85: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của BC và CD. Vectơ nào sau đây bằng $2\overrightarrow{MN}$?

A. $\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{A'C'}$. **C.** $\overrightarrow{B'D'}$. **D.** $\overrightarrow{BC}$.

Câu 86: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[40;60)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[60;80)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x+3)^2+(y+1)^2+(z-1)^2=2$. Xác định tọa độ tâm của mặt cầu (S)

A. $I(-3;1;-1)$. **B.** $I(3;1;-1)$. **C.** $I(-3;-1;1)$. **D.** $I(3;-1;1)$.

Câu 88: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ có $u_1=1$ và $u_2=3$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 89: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x-1)=\log_5 3$ là

A. $x=62$. **B.** $x=12$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 90: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của mặt phẳng (Oxy) là:

A. $y=0$. **B.** $x=0$. **C.** $x+y=0$. **D.** $z=0$.

Câu 91: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-3;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(3;-1;5)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$.

A. $(10;-2;13)$. **B.** $(-2;2;-7)$. **C.** $(-2;-2;7)$. **D.** $(-2;2;7)$.

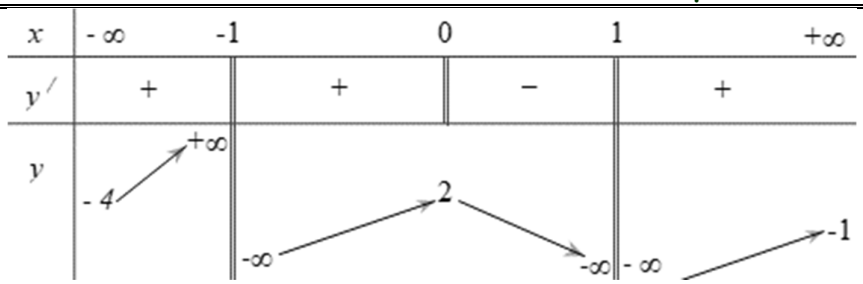
Câu 92: Gọi Q_1,Q_2,Q_3 là tứ phân vị thứ nhất, tứ phân vị thứ hai và thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $\Delta Q=Q_1-Q_3$. **B.** $\Delta Q=Q_2-Q_1$. **C.** $\Delta Q=Q_1-Q_2$. **D.** $\Delta Q=Q_3-Q_1$

Câu 93: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(8;1;2)$ trên trục Ox có tọa độ là

A. $(0;1;0)$. **B.** $(8;0;0)$. **C.** $(0;1;2)$. **D.** $(0;0;2)$.

Câu 94: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình sau



Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 95: Cho tứ diện $S.ABC$ có các cạnh SA,SB,SC đôi một vuông góc và $SA=SB=SC=1$. Gọi α là góc phẳng nhị diện $\left[S,BC,A\right]$. Tính $\cos\alpha$.

A. $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **B.** $\frac{2}{\sqrt{5}}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{2}{5}$.

Câu 96: Cho $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)=\frac{2}{x+2}$. Biết $F\left(-1\right)=0$. Tính $F\left(2\right)$ kết quả là

A. $\ln 8+1$. **B.** $4\ln 2+1$. **C.** $2\ln 3+2$. **D.** $2\ln 4$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 09

Câu 97: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x\le 2$

A. $S=\left(-\infty;4\right]$. **B.** $S=\left(0;4\right)$. **C.** $S=\left(0;4\right]$. **D.** $S=\left[0;4\right]$.

Câu 98: Một vectơ pháp tuyến của phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right):2x-y+z-3=0$

A. $\vec{n}=\left(2;-1;1\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(2;1;1\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(2;-1;-3\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(2;1;-1\right)$.

Câu 99: Lập số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau từ các chữ số của tập hợp $A=\left\{1;2;3;4\right\}$. Số kết quả là

A. 12. **B.** 24. **C.** 28. **D.** 48.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a}=2\vec{i}-3\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

A. $\left(2;0;-3\right)$. **B.** $\left(2;-3;0\right)$. **C.** $\left(0;2;-3\right)$. **D.** $\left(2;0;3\right)$.

Câu 101: Đạo hàm của hàm số $y=x^4-2.\sin x$

A. $y'=3x^4-2.\cos x$. **B.** $y'=4x^3+2.\cos x$.

C. $y'=4x^3-2.\cos x$. **D.** $y'=4x^3-2.\sin x$.

Câu 102: Công thức nào tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm?

A. $s^2=\frac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)^2+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)^2+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)^2}{n}$.

B. $s^2=\frac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)}{n}$.

C. $s=\frac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)^2+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)^2+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)^2}{n}$.

D. $s=\frac{m_1\left(x_1-\overline{x}\right)+m_2\left(x_2-\overline{x}\right)+...+m_k\left(x_k-\overline{x}\right)}{n}$.

Câu 103: Cho $\vec{a}=\left(\vec{i}+\vec{j}\right)+\left(\vec{k}+2\vec{j}\right)$ tọa độ của vec tơ $3\vec{a}$

A. $\left(3;6;3\right)$. **B.** $\left(3;3;3\right)$. **C.** $\left(3;3;6\right)$. **D.** $\left(3;9;3\right)$.

Câu 104: Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}$. **B.** $\cos\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|}$.

C. $\sin\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}$. **D.** $\sin\left(\vec{a};\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|+\left|\vec{b}\right|}$.

Câu 105: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+x}$.

A. $x=0;x=1$. **B.** $y=0;y=-1$. **C.** $x=0;x=-1$. **D.** $y=0;y=1$.

Câu 106: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$, trục hoành, đường thẳng $x=a;x=b$ là

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx$. **B.** $S=\pi\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx$. **C.** $S=\int\limits_a^b f^2\left(x\right)dx$. **D.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)dx$.

Câu 107: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông có $AC=2a$, SA vuông góc với đáy, góc giữa SC với $\left(ABCD\right)$ bằng 45^0. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ là

A. $\dfrac{4a^3}{3}$. **B.** $\dfrac{2a^3\sqrt{2}}{3}$. **C.** $4a^3$. **D.** $2a^3\sqrt{2}$.

Câu 108: Phương trình đường thẳng đi qua điểm $A\left(2;-1;-1\right)$ và song song với hai mặt phẳng $\left(\alpha\right):x-2y-z+2=0$ và $\left(\beta\right):2x-z=0$

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=-1+4t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1-t\\z=4-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-1-2t\\z=-1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2+2t\\y=-1\\z=-1-t\end{cases}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 10

Câu 109: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó

A. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{DG}$. **B.** $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=3\overrightarrow{GD}$.

C. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=2\overrightarrow{DG}$. **D.** $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{DG}$.

Câu 110: Điểm thi giữa kỳ 1 môn toán của một lớp học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Điểm thi	[1,5;4,5)	[4,5;7,5)	[7,5;10,5)
Số học sinh	7	18	10

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6. **B.** 4,5. **C.** 7,5. **D.** 6,25.

Câu 111: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $\left(S\right):\left(x+1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-1\right)^2=9$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của $\left(S\right)$.

A. $I(-1;2;1)$ và $R=3$. **B.** $I(1;-2;-1)$ và $R=3$.

C. $I(-1;2;1)$ và $R=9$. **D.** $I(1;-2;-1)$ và $R=9$.

Câu 112: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3,\ u_2=5$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -2. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{5}{3}$. **D.** 2.

Câu 113: Nghiệm của phương trình $3^{x-1}=27$ là

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 114: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;1;1)$) và $B(1;2;3)$. Viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB.

A. $x+y+2z-3=0$. **B.** $x+y+2z-6=0$.

C. $x+3y+4z-7=0$. **D.** $x+3y+4z-26=0$.

Câu 115: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}=(-1;\ 2;\ 0)$ và $\vec{v}=(1;\ -2;\ 3)$. Toạ độ của vectơ $\vec{u}+\vec{v}$ là

A. $(-2;\ 4;\ -3)$. **B.** $(2;\ -4;\ 3)$. **C.** $(0;\ 0;\ 3)$. **D.** $(0;\ 0;\ -3)$.

Câu 116: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 0,9. **B.** 0,975. **C.** 0,5. **D.** 0,575.

Câu 117: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;3)$ và $B(-1;2;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I(-2;2;1)$. **B.** $I(1;0;4)$. **C.** $I(2;0;8)$. **D.** $I(2;-2;-1)$.

Câu 118: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ là

A. $y=-2$. **B.** $y=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 119: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Số đo của góc nhị diện $[(BCC'B'),BB',(BDD'B')]$ bằng

A. $135°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $60°$.

Câu 120: Cho $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2$ và $\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x=5$, khi đó $\int_0^1 [f(x)-2g(x)]\mathrm{d}x$ bằng

A. -3. **B.** 12. **C.** -8. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 11

Câu 121: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x-1)>3$ là

A. $(9;+\infty)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(10;+\infty)$.

Câu 122: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-1=0$. Mặt phẳng (P) có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(-2;-1;1)$. **B.** $\vec{n}=(2;1;-1)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;0)$. **D.** $\vec{n}=(2;1;0)$.

Câu 123: Cho tập hợp A có 20 phần tử, số tập con có hai phần tử của A là

A. $2C_{20}^2$. **B.** $2A_{20}^2$. **C.** C_{20}^2. **D.** A_{20}^2.

Câu 124: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $A\left(0;-1;1\right)$, $B\left(-2;1;-1\right)$, $C\left(-1;3;2\right)$. Biết rằng $ABCD$ là hình bình hành, khi đó tọa độ điểm D là

A. $D\left(-1;1;\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $D\left(1;3;4\right)$. **C.** $D\left(1;1;4\right)$. **D.** $D\left(-1;-3;-2\right)$.

Câu 125: Tính đạo hàm của hàm số $f\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

A. $f'\left(x\right)=2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **B.** $f'\left(x\right)=-2.\mathrm{e}^{2x-3}$. **C.** $f'\left(x\right)=2.\mathrm{e}^{x-3}$. **D.** $f'\left(x\right)=\mathrm{e}^{2x-3}$.

Câu 126: Một bệnh viện thống kê lại số cân nặng của 20 bé sơ sinh trong bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số bé	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là:

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Câu 127: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=\left(1;2;1\right)$ và $\vec{b}=\left(-1;3;0\right)$. Vectơ $\vec{c}=2\vec{a}+\vec{b}$ có tọa độ là

A. $\left(1;7;2\right)$. **B.** $\left(1;5;2\right)$. **C.** $\left(3;7;2\right)$. **D.** $\left(1;7;3\right)$.

Câu 128: Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $\left(P\right):x-2y-z+1=0$, $\left(Q\right):x+y+2z+7=0$. Tính góc giữa hai mặt phẳng đó.

A. 60^0. **B.** 45^0. **C.** 120^0. **D.** 30^0.

Câu 129: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-4x}{2x-1}$.

A. $y=2$. **B.** $y=4$. **C.** $y=\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-2$.

Câu 130: Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+2x+1$ trục hoành và hai đường thẳng $x=-1$; $x=3$.

A. $S=\dfrac{64}{3}$. **B.** $S=\dfrac{56}{3}$. **C.** $S=\dfrac{37}{3}$. **D.** $S=\dfrac{68}{3}$.

Câu 131: Cho khối lăng trụ có diện tích đáy bằng $a^2\sqrt{3}$, khoảng cách giữa hai đáy của lăng trụ bằng $a\sqrt{6}$. Tính thể tích V của khối lăng trụ.

A. $V=3a^3\sqrt{2}$. **B.** $V=a^3\sqrt{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **D.** $V=\dfrac{3a^3\sqrt{2}}{4}$.

Câu 132: Trong không gian với hệ tọa độ Oxyz, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=-3+t\\y=1-2t\\z=-2+t\end{cases}$. Điểm nào sau đây thuộc đường thẳng d?

A. $M(-3;1;-2)$. **B.** $N(1;-2;1)$. **C.** $Q(-3;-1;-2)$. **D.** $P(-2;-1;-2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 12

Câu 133: Cho $\overrightarrow{AB}=\left(1;3;2\right)$. Tọa độ của $\vec{a}=2\overrightarrow{AB}$ là

A. $\left(2;6;4\right)$. **B.** $\left(2;3;4\right)$. **C.** $\left(2;6;2\right)$. **D.** $\left(1;6;4\right)$.

Câu 134: Cho mẫu số liệu ghép nhóm của chiều cao của cây cao su trong một nông trường

Mức giá	[10;14)	[14;18)	[18;22)	[22;26)	[26;30)
Tần số	55	78	120	45	11

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $\frac{1121}{60}$. **B.** $\frac{75}{4}$. **C.** $\frac{1127}{60}$. **D.** $\frac{1123}{60}$.

Câu 135: Cho mặt cầu có tâm $I\left(1;2;4\right)$ và bán kính $R=5$. Khi đó mặt cầu có phương trình là:

A. $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-4\right)^2=5$. **B.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-4\right)^2=25$.

C. $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+4\right)^2=5$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z+4\right)^2=25$.

Câu 136: Cho cấp số cộng với $u_3=8, d=2$. Khi đó u_5 là

A. 6. **B.** 10. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 137: Phương trình $\left(\frac{1}{4}\right)^x=2^{x^2-5x+2}$ có nghiệm là

A. $x=2;x=3$. **B.** $x=1;x=3$. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=1;x=-2$.

Câu 138: Trong không gian Oxyz, cho điểm $\mathrm{A}(2;3;1)$ và vectơ $\vec{n}=\left(1;2;-3\right)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và nhận vectơ $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến.

A. $x+2y-3z-5=0$. **B.** $x+2y-3z+7=0$.

C. $2x+4y-6z+5=0$. **D.** $x+5y-6z+5=0$.

Câu 139: Cho $\overrightarrow{AB}=\left(5;-3;2\right), \overrightarrow{AC}=\left(4;2;1\right)$. Tọa độ của $\vec{a}=2\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}$ là

A. $\left(10;-5;\frac{9}{2}\right)$. **B.** $\left(12;-5;9\right)$. **C.** $\left(12;-5;\frac{9}{2}\right)$. **D.** $\left(12;-2;\frac{9}{2}\right)$.

Câu 140: Cho mẫu số liệu ghép nhóm sau về cân nặng của học sinh lớp 2 A:

Chiều cao	[30;32)	[32;34)	[34;36)	[36;38)
Số học sinh	4	5	7	4

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\frac{183}{35}$. **B.** $\frac{116}{35}$. **C.** $\frac{186}{35}$. **D.** $\frac{27}{5}$.

Câu 141: Cho tam giác ABC có $A\left(2;4;5\right), B\left(-1;2;3\right), C\left(5;1;2\right)$. Tọa độ của trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $\left(2;2;\frac{10}{3}\right)$. **B.** $\left(2;\frac{7}{3};\frac{10}{3}\right)$. **C.** $\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3};\frac{5}{3}\right)$. **D.** $\left(2;\frac{8}{3};5\right)$.

Câu 142: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty}f\left(x\right)=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f\left(x\right)=-2$ và $\lim\limits_{x\to2^+}f\left(x\right)=3$. Khi đó đồ thị có?

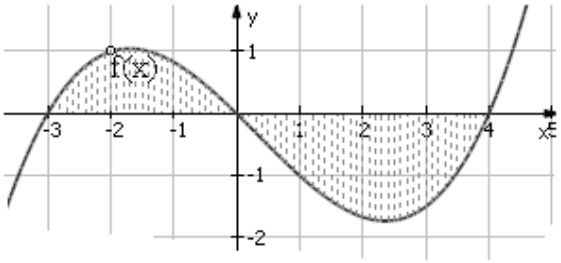
A. Tiệm cận đứng $x=3$ **B.** Một tiệm cận

C. Không tiệm cận. **D.** Hai tiệm cận $y=2;y=-2$

Câu 143: Cho tứ diện $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thang vuông tại A và B, biết $AD=2a$, $AB=BC=a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=\dfrac{a\sqrt{6}}{2}$. Gọi E là trung điểm của AD. Tính số đo của góc phẳng nhị diện $\left[S;BE;A\right]$.

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 120^0.

Câu 144: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$. Diện tích hình phẳng (phần gạch trong hình) là:



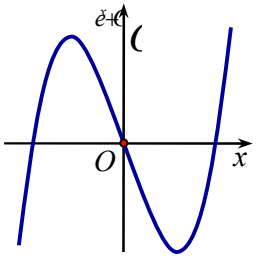
A. $S=\int\limits_{-3}^{4}f(x)dx$. **B.** $S=\int\limits_{-3}^{1}f(x)dx+\int\limits_{1}^{4}f(x)dx$.

C. $S=\int\limits_{0}^{-3}f(x)dx+\int\limits_{0}^{4}f(x)dx$. **D.** $S=\int\limits_{-3}^{0}f(x)dx+\int\limits_{4}^{0}f(x)dx$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 13

Câu 145: Đường cong bên là đồ thị hàm số nào sau đây?

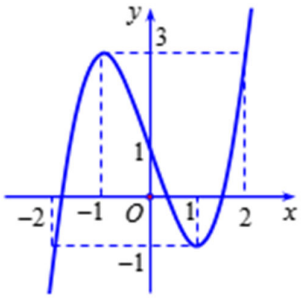


A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x$. **C.** $y=x^3-3x-1$. **D.** $y=x^3+3x$.

Câu 146: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(3;2;1\right),B\left(1;-1;2\right),C\left(1;2;-1\right)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

A. $M\left(5;5;0\right)$. **B.** $M\left(-2;-6;4\right)$. **C.** $M\left(-2;6;-4\right)$. **D.** $M\left(2;-6;4\right)$.

Câu 147: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng



A. $\left(-\infty;-1\right)$ **B.** $\left(-\infty;1\right)$ **C.** $\left(-1;1\right)$ **D.** $\left(-1;+\infty\right)$

Câu 148: Nghiệm của phương trình $\log_3\left(x-1\right)=2$ là

A. $x=10$. **B.** $x=12$. **C.** $x=9$. **D.** $x=7$.

Câu 149: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{1-2x}>\dfrac{1}{125}$ là

A. $S=(-\infty;2)$. **B.** $S=(0;2)$. **C.** $S=(-\infty;1)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Câu 150: Trong 30 ngày, một nhà đầu tư đã theo dõi giá cổ phiếu của hai công ty G và H vào phiên mở cửa mỗi ngày. Thông tin được ghi lại ở hai bảng dưới đây:

Giá cổ phiếu của công ty G

Giá (nghìn đồng)	[50; 52)	[52; 54)	[54; 56)	[56; 58)	[58; 60)
Tần số	3	7	9	8	3

Giá cổ phiếu của công ty H

Giá (nghìn đồng)	[40; 42)	[42; 44)	[44; 46)	[46; 48)	[48; 50)
Tần số	6	7	5	7	5

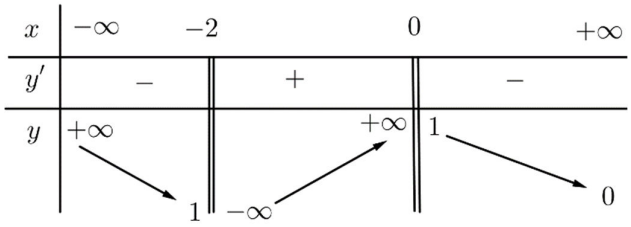
Gọi $s_1;s_2$ lần lượt là độ lệch chuẩn (làm tròn đến hàng phần chục) của hai mẫu số liệu ghép nhóm ở số liệu của công ty G và công ty H. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $s_1=s_2$. **B.** $s_1+1=s_2$. **C.** $s_1>s_2$. **D.** $s_1<s_2$.

Câu 151: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x+3-\dfrac{1}{x+2}$ trên nửa khoảng $[-4;-2)$.

A. $\min\limits_{[-4;-2)} y=5$. **B.** $\min\limits_{[-4;-2)} y=4$. **C.** $\min\limits_{[-4;-2)} y=7$. **D.** $\min\limits_{[-4;-2)} y=\dfrac{15}{2}$.

Câu 152: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 153: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$ và $f(1)=-3$. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T=3a+b-c$.

A. $T=1$. **B.** $T=9$. **C.** $T=-4$. **D.** $T=-2$.

Lời giải

Ta có $y'=3x^2+2ax+b$, $f'(1)=0\Rightarrow 3+2a+b=0\ (1)$

$f(1)=-3\Rightarrow 1+a+b+c=-3\ (2)$

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2, suy ra $f(0)=2\Rightarrow c=2\ (3)$

Từ (1), (2), (3) ta có $a=3;b=-9,c=2$. Do đó $T=3a+b-c=-2$.

Câu 154: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$, gọi M là trung điểm cạnh bên BB'. Đặt $\overrightarrow{CA}=\vec{a},\overrightarrow{CB}=\vec{b},\overrightarrow{CC'}=\vec{c}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=-\vec{a}+\vec{b}+\dfrac{1}{2}\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=-\dfrac{1}{2}\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\vec{a}+\dfrac{1}{2}\vec{b}-\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\vec{a}-\dfrac{1}{2}\vec{b}+\vec{c}$

Câu 155: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3, u_2 = 1$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. -2. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** 3. **D.** 2

Câu 156: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA \perp (ABC)$. Góc giữa SB với (ABC) là góc giữa

A. SB và AB. **B.** SB và AC. **C.** SB và BC. **D.** SB và SC.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 14

Câu 157: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $0,3$. **B.** $1,2$. **C.** $0,9$. **D.** $1,5$.

Câu 158: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên đoạn $[-2;2]$ là

A. 17. **B.** 10. **C.** 15. **D.** -12.

Câu 159: Số nghiệm của phương trình $\cos x = \frac{1}{2}$ trên đoạn $[0;2\pi]$ là

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 160: Tổ chi đoàn của lớp 12C có 15 đoàn viên trong đó có 8 đoàn viên nam và 7 đoàn viên nữ. Chọn ngẫu nhiên 3 đoàn viên trong tổ. Tính xác suất để chọn được ít nhất 1 đoàn viên nữ

A. $\frac{7}{15}$. **B.** $\frac{8}{65}$. **C.** $\frac{57}{65}$. **D.** $\frac{12}{13}$.

Câu 161: Tìm số mặt và số cạnh của một hình chóp có đáy là ngũ giác.

A. 6 mặt, 10 cạnh. **B.** 5 mặt, 10 cạnh. **C.** 6 mặt, 5 cạnh. **D.** 5 mặt, 5 cạnh.

Câu 162: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{AB}$?

A. $\overrightarrow{B'A'}$. **B.** $\overrightarrow{CD}$. **C.** $\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{D'C'}$.

Câu 163: Tập xác định của hàm số $y = \tan 2x$ là

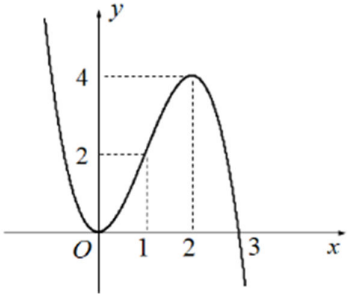
A. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **B.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$. **D.** $D = \mathbb{R} \setminus \left\{k\frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}\right\}$.

Câu 164: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-4;0)$ và $\vec{v} = (-1;-2;1)$. Vectơ $\vec{u} + 3\vec{v}$ có tọa độ là

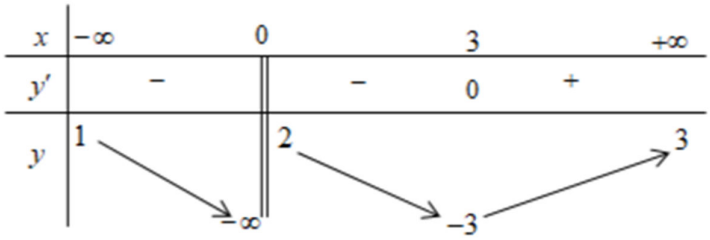
A. $(-2;-10;3)$. **B.** $(-4;-8;4)$. **C.** $(-2;-6;3)$. **D.** $(-2;-10;-3)$.

Câu 165: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào?



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;3)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 166: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



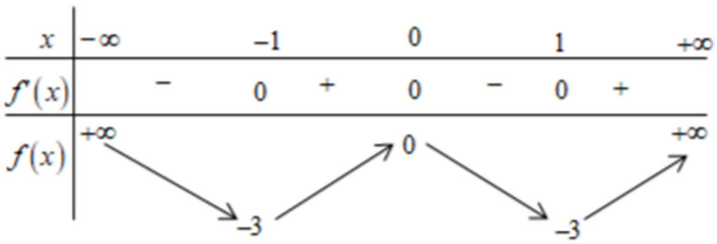
Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3

Câu 167: Cấp số cộng (u_n) có $u_2=3$ và công sai $d=2$. Số hạng u_3 của cấp số cộng là

A. 6. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 5

Câu 168: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

A. -1. **B.** 0. **C.** -3. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 15

Câu 169: Trong không gian $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có độ dài các cạnh bằng 1, điểm A trùng với gốc tọa độ.

Tọa độ của véctơ $\overrightarrow{A'C'}$ là

A. $(1;0;1)$. **B.** $(0;1;1)$. **C.** $(1;1;0)$. **D.** $(1;1;1)$.

Câu 170: Mỗi bạn An và Bình chọn ngẫu nhiên ba số trong tập $\{0;1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Xác suất để trong hai bộ số của An và Bình chọn ra có đúng một số giống nhau bằng

A. $\frac{21}{40}$. **B.** $\frac{203}{480}$. **C.** $\frac{49}{60}$. **D.** $\frac{17}{24}$.

Lời giải

Vì mỗi bạn có C_{10}^3 cách chọn số phần tử không gian mẫu là $\Omega=C_{10}^3.C_{10}^3$.

Chọn ra 1 số làm số chung của cả 2 bạn có C_{10}^1 cách.

An chọn ra 2 số trong 9 số còn lại có C_9^2 cách.

Bình chọn ra 2 số trong 7 số còn lại có C_7^2 cách.

Xác suất để trong hai bộ số của An và Bình chọn ra có đúng một số giống nhau là:

$\frac{C_{10}^1.C_9^2.C_7^2}{C_{10}^3.C_{10}^3}=\frac{21}{40}$.

Câu 171: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+2}$ trên $\left[0;\frac{\pi}{6}\right]$ là

A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{2\left(\sqrt{3}-1\right)}{\sqrt{3}+4}$. **C.** 0. **D.** $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Ta có: $y=\frac{2\sin x-1}{\sin x+2}=y=\frac{2\sin x+4-5}{\sin x+2}=2-\frac{5}{\sin x+2}$

$y_{\max}$ khi và chỉ khi $\frac{5}{\sin x+2}$ đạt $\min$

Mà $\sin x+2$ đồng biến trên $\left[0;\frac{\pi}{6}\right]$ nên $\frac{5}{\sin x+2}$ đạt $\min$ khi $x=\frac{\pi}{6}$

$y_{\max}=2-\frac{5}{\sin\frac{\pi}{6}+2}=0$

Câu 172: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Gọi O là tâm hình vuông $ABCD$. Đặt $\vec{u}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}+\overrightarrow{OA'}+\overrightarrow{OB'}+\overrightarrow{OC'}+\overrightarrow{OD'}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left|\vec{u}\right|=a$. **B.** $\left|\vec{u}\right|=4a$. **C.** $\left|\vec{u}\right|=6a$. **D.** $\left|\vec{u}\right|=2a$.

Câu 173: Cho a,b,c là các số thực dương, $a\neq 1$ và $\log_a b=5$, $\log_a c=7$. Giá trị của biểu thức $\log_{\sqrt{a}}\left(\frac{b}{c}\right)$ là

A. -1. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 1.

Câu 174: Khảo sát thời gian chạy bộ trong một ngày của một số học sinh khối 12 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	7	11	15	6	3

Nhóm chứa mốt của mẫu số liệu này là

A. $[40;60)$. **B.** $[60;80)$. **C.** $[80;100)$. **D.** $[20;40)$.

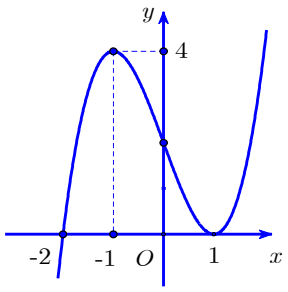
Câu 175: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và công bội $q=5$. Số hạng u_3 của cấp số nhân đã cho là

A. 50. **B.** 12. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 176: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a, $SA\perp(ABCD)$. Khoảng cách từ điểm B đến mặt phẳng (SAC) bằng

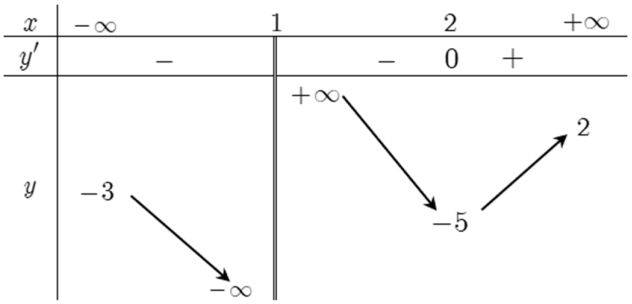
A. $\frac{a\sqrt{2}}{4}$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{3}$. **C.** $\frac{a}{2}$. **D.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Câu 177: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x)-2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 178: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:



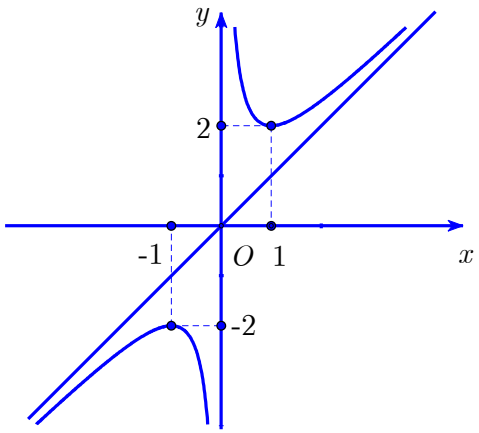
Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 179: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;5)$ và B là điểm đối xứng với A qua trục Oz. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $2\sqrt{34}$. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{34}$. **D.** $2\sqrt{13}$.

Câu 180: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho là

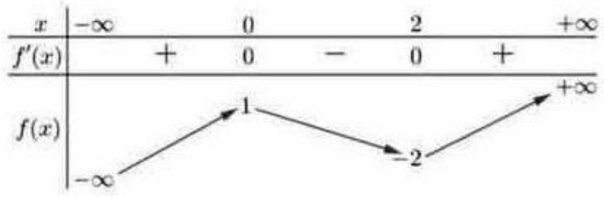


A. -1. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 16

Câu 181: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 182: Thống kê chiều cao (đơn vị: cm) của các học sinh trong một lớp học ta có bảng số liệu sau:

Chiều cao	[150;155)	[155;160)	[160;165)	[165;170)	[170;175)	[175;180)
Số học sinh	1	4	10	9	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $35,66$. **B.** $5,87$. **C.** $34,47$. **D.** $5,97$.

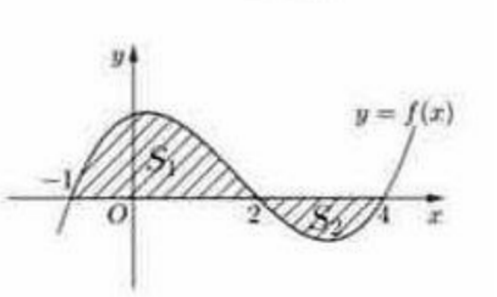
Câu 183: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;0;0)$ tới mặt phẳng $(P):2x+2y-z+1=0$ bằng

A. 3. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 9. **D.** 1.

Câu 184: Cho $\int_0^1 f(x)dx=1$ và $\int_0^2 f(x)dx=-4$. Tích phân $\int_1^2 f(x)dx$ bằng

A. 5. **B.** -3. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 185: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết rằng phần hình phẳng S_1 và S_2 (xem hình vẽ) có diện tích lần lượt bằng 7 và 2. Tích phân $\int_{-1}^4 f(x)dx$ bằng



A. 9. **B.** -5. **C.** -9. **D.** 5.

Câu 186: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Tổng $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$ bằng

A. $4\overrightarrow{SO}$. **B.** $8\overrightarrow{SO}$. **C.** $3\overrightarrow{SO}$. **D.** $2\overrightarrow{SO}$.

Câu 187: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{x+1}$ có phương trình là

A. $y=x-1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=x$.

Câu 188: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;1;1)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{y+2}{-1}=\dfrac{z-3}{4}$. **B.** $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{-2}=\dfrac{z-4}{3}$.

C. $\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-2}{1}=\dfrac{y-3}{-2}=\dfrac{z+2}{3}$.

Câu 189: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $a, SA\perp(ABCD)$ và $SD=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 190: Giả sử nhiệt độ T^0C của một loại đồ uống được xác định theo công thức:

$$T = 22 + 50e^{-\frac{1}{8}t}, t \geq 0$$

trong đó t (phút) là khoảng thời gian tính từ lúc pha chế đồ uống đó xong. Hỏi sau bao lâu kể từ lúc pha chế xong thì nhiệt độ của đồ uống đó là 40^0C (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 7. **B.** 8. **C.** 9. **D.** 10.

Lời giải

$$T = 40 \Leftrightarrow 22 + 50e^{-\frac{1}{8}t} = 40 \Leftrightarrow 50e^{-\frac{1}{8}t} = 18 \Leftrightarrow -\frac{1}{8}t = \ln\frac{9}{25} \Leftrightarrow t \approx 8 \text{ (phút)}$$

Câu 191: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin^2 x$ là

A. $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4} + C$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{4} + C$. **C.** $\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{2} + C$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 2x}{2} + C$.

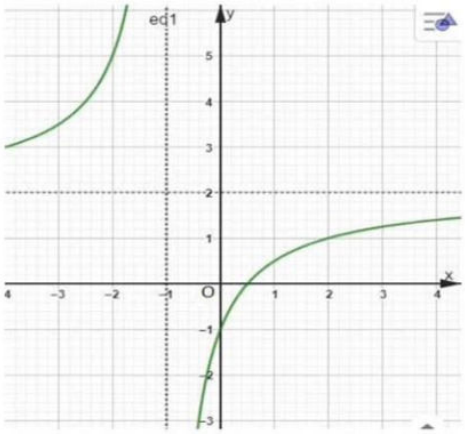
Câu 192: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(C): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 4y - 2z + 5 = 0$ có bán kính bằng

A. 4. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** 2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 17

Câu 193: Cho hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}\left(c \neq 0, ad - bc \neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x = 2$. **B.** $y = 1$. **C.** $y = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 194: Cho mẫu số liệu ghép nhóm

Nhóm	[4;6)	[6;8)	[8;10)	[10;12)	[12;14)	[14;16)
Tần số	3	5	8	9	6	4

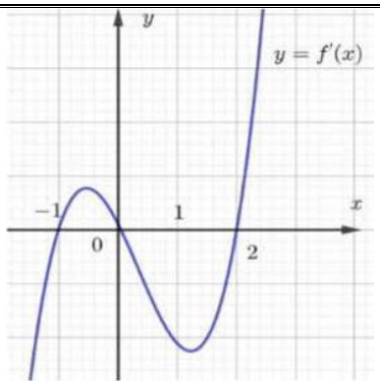
Tính số trung bình của mẫu số liệu (kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

A. 10,3. **B.** 10,4. **C.** 10,5. **D.** 10,2.

Câu 195: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A = (2;-1;3)$, $B = (0;4;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB = 29$. **B.** $AB = \sqrt{29}$. **C.** $AB = 33$. **D.** $AB = \sqrt{33}$.

Câu 196: Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ như hình vẽ bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 197: Trong không gian $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có $\overrightarrow{AB}=(2;0;0), \overrightarrow{AD}=(0;4;0)$ và $\overrightarrow{AA'}=(0;1;3)$. Tìm tọa độ vectơ $\overrightarrow{AC'}$.

A. $\overrightarrow{AC'}=(2;4;3)$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=(2;3;5)$. **C.** $\overrightarrow{AC'}=(2;5;3)$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=(1;5;3)$.

Câu 198: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x+1)<2$ là

A. $(-1;1023)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-1;99)$. **D.** $(-\infty;1023)$.

Câu 199: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		$-\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;+\infty)$. **B.** $(-2;0)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 200: Giải phương trình $3^{x-2}=5$.

A. $x=2+\log_3 5$. **B.** $x=-2+\log_5 3$. **C.** $x=2+\log_5 3$. **D.** $x=-2+\log_3 5$.

Câu 201: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm tam giác BCD. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=2.\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=4.\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3.\overrightarrow{AG}$.

Câu 202: Cho tứ diện $OABC$ có OA,OB,OC đôi một vuông góc. Gọi H là trực tâm tam giác ABC. Hỏi mặt phẳng nào vuông góc với mặt phẳng (ABC)?

A. (OAH). **B.** (OAC). **C.** (OBC). **D.** (OAB).

Câu 203: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=2$ và công sai $d=3$. Tính u_{10}.

A. $u_{10}=32$. **B.** $u_{10}=35$. **C.** $u_{10}=26$. **D.** $u_{10}=29$.

Câu 204: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm hai chữ số phân biệt?

A. 72. **B.** 90. **C.** 81. **D.** 100.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 18

Câu 205: Cho hàm số $y=\log_3(x^2-2x+3)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 206: Một nhà phân tích thị trường làm việc cho một công ty sản xuất thiết bị gia dụng nhận thấy rằng nếu công ty sản xuất và bán x chiếc máy xay sinh tố hàng tháng thì lợi nhuận thu được (nghìn đồng) có thể được tính bằng công thức $P(x) = -0,3x^3 + 36x^2 + 1800x - 48000$. Để có lợi nhuận lớn nhất công ty cần sản xuất đúng bao nhiêu chiếc máy sinh tố mỗi tháng?

A. 90. **B.** 100. **C.** 110. **D.** 120.

Câu 207: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O. Khi đó, $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC'}$ bằng

A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $2\overrightarrow{OC'}$. **C.** $4\overrightarrow{AO}$. **D.** $2\overrightarrow{AC}$.

Câu 208: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các vectơ $\vec{a}=(1;-1;2),\vec{b}=(2;1;-3),\vec{c}=(0;3;-2)$. Điểm $M(x;y;z)$ thỏa mãn $\overrightarrow{OM}+\vec{a}=2\vec{b}-\vec{c}$, tổng $x+y+z$ bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 4. **D.** -2.

Câu 209: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	[9,5; 12,5)	[12,5; 15,5)	[15,5; 18,5)	[18,5; 21,5)	[21,5; 24,5)
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. 10,75. **B.** 4,75. **C.** 4,63. **D.** 4,38.

Câu 210: Trên đồng hồ tại thời điểm đang xét kim giờ OG chỉ đúng số 3, kim phút OP chỉ đúng số 12. Số đo góc lượng giác mà kim giờ quét được từ lúc xét đến khi kim phút và kim giờ gặp nhau lần đầu tiên bằng

A. $\alpha=\frac{\pi}{22}$. **B.** $\alpha=-\frac{2\pi}{45}$ **C.** $-\frac{\pi}{21}$. **D.** $-\frac{\pi}{22}$.

Lời giải

Tốc độ quay của kim phút là: 2π(rad/1 giờ)

Tốc độ quay của kim giờ là: $\frac{1}{12}.2\pi=\frac{\pi}{6}$ (rad/1 giờ)

Khoảng cách ban đầu giữa hai kim giờ và kim phút là: $\frac{1}{4}.2\pi=\frac{\pi}{2}$

Gọi t (giờ) là thời gian hai kim phút và giờ gặp nhau lần đầu tiên

Ta có phương trình: $2\pi.t=\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{6}.t\Leftrightarrow t=\frac{3}{11}$(giờ)

Vậy góc mà kim giờ đã quét được là: $\frac{\pi}{6}.\frac{3}{11}=\frac{\pi}{22}(rad)$

Do góc lượng giác có chiều dương ngược chiều quay kim đồng hồ. Nên góc lượng giác mà kim giờ quay được là: $-\frac{\pi}{22}(rad)$.

Câu 211: Cho dãy số (u_n) được cho bởi hệ thức truy hồi $\begin{cases}u_1=5\\u_n=u_{n-1}+n,\ n\in\mathbb{N},n\geq 2\end{cases}$. Giá trị của u_3 là

A. 10. **B.** 14. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 212: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{-y}{2}=\dfrac{z+2}{-6}$. Véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2,-1,3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(4,2,-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2,1,3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1,0,2)$.

Câu 213: Cho tứ diện đều $ABCD$ có cạnh bằng 1. Giá trị của biểu thức $S=\left|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right|$ bằng

A. $\dfrac{\sqrt{6}}{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $y=2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

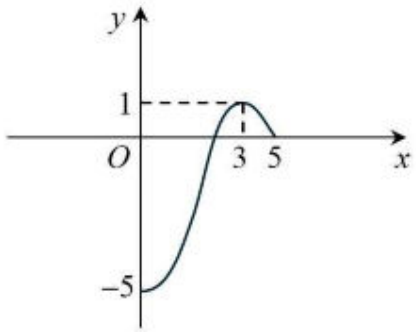
Câu 214: Giả sử một vật giao động điều hòa xung quanh vị trí cân bằng theo phương trình $x(t)=3\cos\left(4t-\dfrac{\pi}{3}\right)$. Ở đây, thời gian t tính bằng giây và $x(t)$ là li độ của vật tại thời điểm t tính bằng centimet. Hãy cho biết trong khoảng thời gian từ 0 đến 4 giây, vật đạt li độ bằng $\dfrac{3}{2}$cm bao nhiêu lần?

A. 6. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 215: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm C, đường thẳng SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $OC=\sqrt{3}SA$. Số đo góc phẳng nhị diện $[S,BD,C]$ bằng

A. 120°. **B.** 150°. **C.** 30°. **D.** 60°.

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

A. $f(0)=f(5)<f(3)$. **B.** $f(3)<f(0)=f(5)$.

C. $f(3)<f(0)<f(5)$. **D.** $f(3)<f(5)<f(0)$.

Lời giải

Xét đồ thị hàm số $f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\in(0;3)\\x=5\end{array}\right.$

Khi đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:

x	0		a	3	5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(0)$	↘	$f(a)$	↗ $f(3)$ ↗	$f(5)$

Gọi S_1 là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x), Ox, x=0, x=a$.

Gọi S_2 là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x), Ox, x=a, x=5$.

Ta có: $\begin{cases} S_1=\int\limits_0^a \left|f'(x)\right|\mathrm{dx}=-f(x)\big|_0^a=f(0)-f(a) \\ S_2=\int\limits_a^5 \left|f'(x)\right|\mathrm{dx}=f(x)\big|_a^5=f(5)-f(a) \end{cases}$.

Mà $S_1>S_2 \Leftrightarrow f(0)-f(a)>f(5)-f(a) \Leftrightarrow f(0)>f(5)$. Vậy $f(3)<f(5)<f(0)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 19

Câu 217: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1=3$, công sai $d=2$. Số hạng thứ 5 của (u_n) bằng

A. 14. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 11.

Câu 218: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)>-1$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

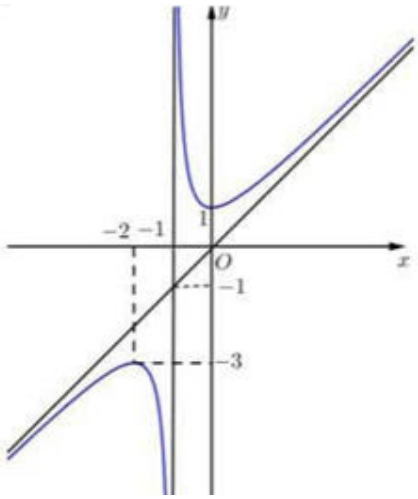
Câu 219: Nghiệm của phương trình $3^x=12$ là

A. $x=4$. **B.** $x=9$. **C.** $x=\log_3 12$. **D.** $x=\log_{12} 3$.

Câu 220: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy và tam giác ABC vuông tại B. Hình chóp $S.ABC$ có bao nhiêu mặt là tam giác vuông?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

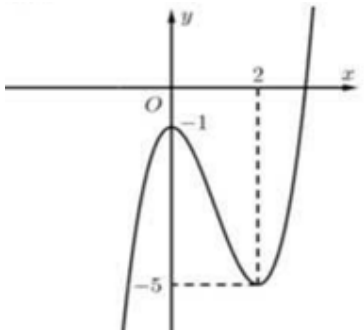
Câu 221: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{dx+e}\ (a,b,c,d,e\in\mathbb{R},\ ad\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-x$. **B.** $y=x$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 222: Cho đồ thị như hình vẽ.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 223: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{OM}=2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(2;-3;4)$. **B.** $(2;4;-3)$. **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(-2;3;-4)$.

Câu 224: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(3;-2;1)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(-5;3;-1)$. **B.** $(5;-3;1)$. **C.** $(1;-1;1)$. **D.** $(-1;1;-1)$.

Câu 225: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x^3}$ là

A. $-\dfrac{3}{x^4}+C$. **B.** $-\dfrac{1}{x^2}+C$. **C.** $-\dfrac{1}{2x^2}+C$. **D.** $-\dfrac{1}{4x^4}+C$.

Câu 226: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$ và c là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;b]$.

Nếu $\int\limits_a^b f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\int\limits_a^c f(x)\mathrm{d}x=8$ thì tích phân $\int\limits_c^b f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 11. **B.** -5. **C.** 5. **D.** -11.

Câu 227: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB}$ và $\overrightarrow{CD'}$ bằng

A. $135°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $45°$.

Câu 228: Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo ba năm tuổi tại một nông trường được cho bởi bảng sau.

Chiều cao (m)	$[8,4;8,6)$	$[8,6;8,8)$	$[8,8;9,0)$	$[9,0;9,2)$	$[9,2;9,4)$
Số cây	5	12	25	44	14

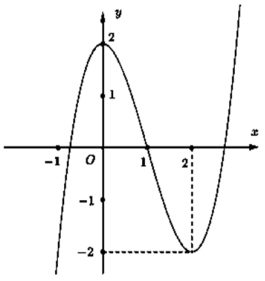
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A. $0,886$. **B.** $0,115$. **C.** $0,826$. **D.** $0,286$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 20

Câu 229: Đường cong ở hình sau là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$.

C. $y=x^3-6x+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2+2$.

Câu 230: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Đẳng thức nào sau đây là đẳng thức đúng?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$. **D.** $\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SD}$.

Câu 231: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Tích vô hướng của hai vectơ $\overrightarrow{BC'}$ và $\overrightarrow{B'A}$ bằng

A. a^2. **B.** $a^2\sqrt{2}$. **C.** $-a^2$. **D.** $\dfrac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Câu 232: Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+4}{x-3}$ đi qua điểm nào sau đây?

A. $M\left(1;2\right)$. **B.** $Q\left(1;-3\right)$. **C.** $N\left(3;1\right)$. **D.** $P\left(2;2\right)$.

Câu 233: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-3		-2		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	5	↗	$+\infty$	$-\infty$	↗	0	↘ $-\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** -3. **D.** 5.

Câu 234: Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+3\vec{j}-5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $\left(-1;3;-5\right)$. **B.** $\left(1;-3;5\right)$. **C.** $\left(-5;3;-1\right)$. **D.** $\left(5;-3;1\right)$.

Câu 235: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(1;5\right)$. **B.** $\left(3;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;3\right)$. **D.** $\left(0;4\right)$.

Câu 236: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $\left[-1;3\right]$ như hình vẽ bên.

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(3)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$.

Câu 237: Tìm hiểu thời gian hoàn thành một bài tập (đơn vị: phút) của một nhóm học sinh thu được kết quả sau:

Thời gian (phút)	$[0;4)$	$[4;8)$	$[8;12)$	$[12;16)$	$[16;20)$
Số học sinh	2	4	7	4	3

Thời gian trung bình (phút) để hoàn thành bài tập của các em học sinh là

A. $10,4$. **B.** 7. **A.** $11,3$. **D.** $12,5$.

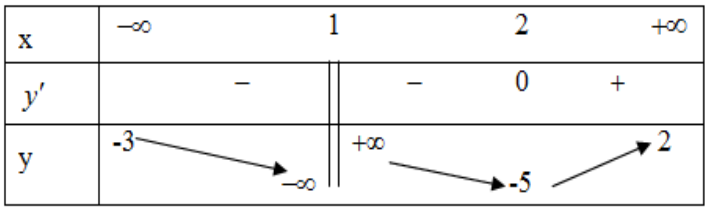
Câu 238: Cho mẫu số liệu ghép nhóm với bộ ba tứ phân vị lần lượt là $Q_1 = 11,5$; $Q_2 = 14,5$; $Q_3 = 21,3$. Khi đó khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là

A. $\Delta Q = 3,0$. **B.** $\Delta Q = 6,8$. **C.** $\Delta Q = 9,8$. **D.** $\Delta Q = 32,8$.

Câu 239: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3); B(2;-3;4)$. Tìm điểm $M \in (Oxy)$ sao cho ba điểm A, B, M thẳng hàng

A. $M(1;1;0)$. **B.** $M(3;-4;5)$. **C.** $M(-3;5;0)$. **D.** $M(-2;1;0)$.

Câu 240: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 21

Câu 241: Trong một giỏ hoa quả có 6 quả cam và 7 quả táo. Bạn Nga chọn lấy ngẫu nhiên 1 quả để ăn. Hỏi bạn có bao nhiêu cách chọn?

A. 42. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 13.

Câu 242: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{DB} - \overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{BC} + \overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DA} - \overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BD} - \overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{CD} + \overrightarrow{BC}$.

Câu 243: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{x+1} \le \frac{1}{27}$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

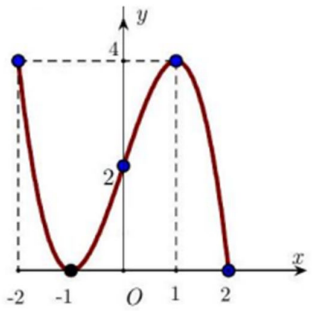
Câu 244: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến phần trăm).

A. $0,13$. **B.** $0,36$. **C.** $3,39$. **D.** $11,62$.

Câu 245: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm



A. $(1;4)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 246: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có phương trình lần lượt là:

A. $x=-1, y=2$. **B.** $x=\dfrac{1}{2}, y=-1$. **C.** $x=1, y=-2$. **D.** $x=-1, y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 247: Cho hàm số $f(x)$ thoả mãn $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{2x}+C$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)=e^{2x}$. **B.** $f(x)=\dfrac{1}{2}e^{2x}$. **C.** $f(x)=2e^{x}$. **D.** $f(x)=2e^{2x}$.

Câu 248: Phương trình $\log_2(2x+1)=3$ có nghiệm là

A. $x=5$. **B.** $x=\dfrac{9}{2}$. **C.** $x=4$. **D.** $x=\dfrac{7}{2}$.

Câu 249: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=(2;-3;3)$, $\vec{b}=(0;2;-1)$, $\vec{c}=(3;-1;5)$. Tìm toạ độ của $\vec{u}=2\vec{a}+3\vec{b}-2\vec{c}$.

A. $(-2;-2;7)$. **B.** $(10;-2;13)$. **C.** $(-2;2;-7)$. **D.** $(-2;2;7)$.

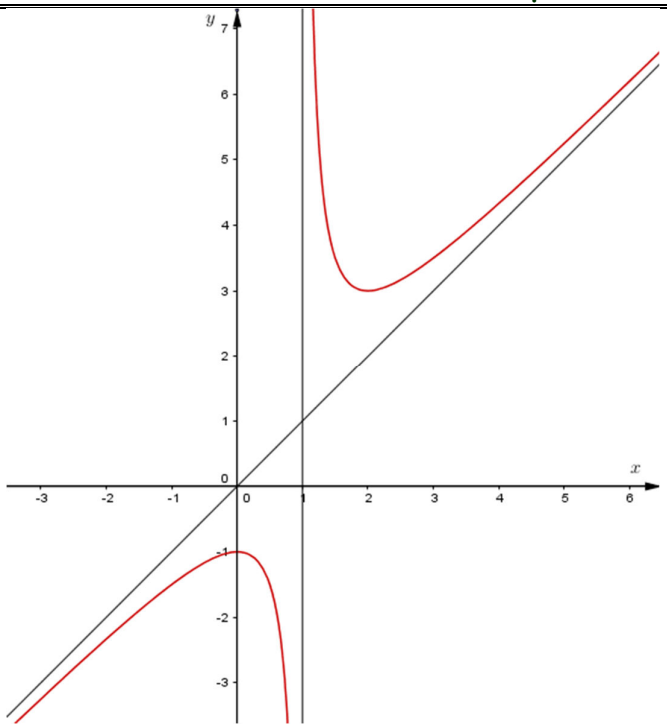
Câu 250: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-2$; $u_2=6$. Giá trị của u_3 bằng

A. -18. **B.** -12. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 251: Cho khối chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với đáy, đáy là tam giác vuông tại B, $SA=2a$, $AB=3a$, $BC=4a$. Thể tích khối chóp đã cho bằng

A. $24a^3$. **B.** $8a^3$. **C.** $12a^3$. **D.** $4a^3$.

Câu 252: Đường cong ở hình dưới đây là đồ thị của hàm số



A. $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x^2-4x-1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+x-1}{x-1}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 22

Câu 253: Với a là số thực dương tuỳ ý, $\sqrt{a^3}$ bằng

A. $a^{\frac{3}{2}}$. **B.** $a^{\frac{2}{3}}$. **C.** a^6. **D.** $a^{\frac{1}{6}}$.

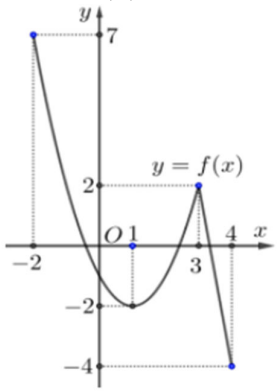
Câu 254: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-3;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(-\infty;-3)$

Câu 255: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;4]$ bằng

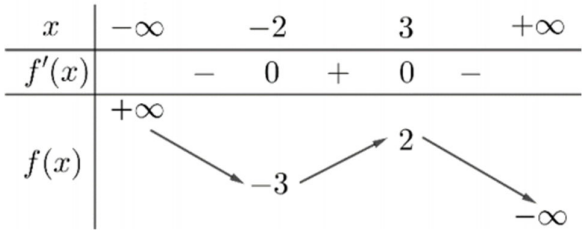


A. -2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 256: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O, $SA=SC$, $SB=SD$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $SC\perp(ABCD)$. **B.** $SA\perp(ABCD)$. **C.** $SB\perp(ABCD)$. **D.** $SO\perp(ABCD)$.

Câu 257: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

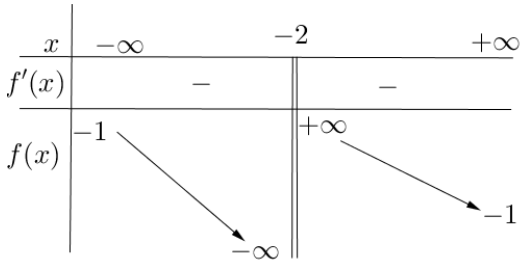
A. -2. **B.** -3. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 258: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$. **D.** $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$.

Câu 259: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là đường thẳng có phương trình

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=-2$.

Câu 260: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh nam trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 30. **B.** 10. **C.** 20. **D.** 200.

Câu 261: Cho hàm số $f(x)=e^x+2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

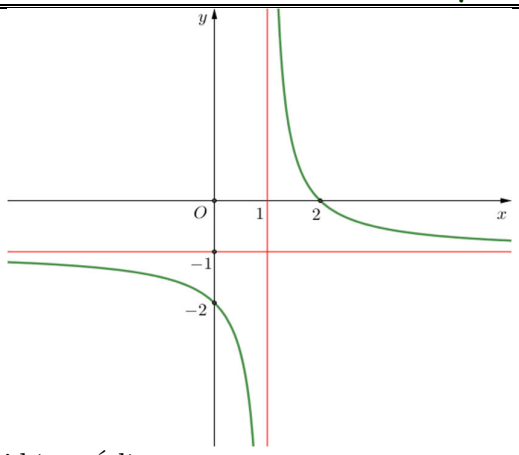
A. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+C$. **B.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x+2x+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x=e^{x-2}+C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x=e^x-2x+C$.

Câu 262: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=2$ và công bội $q=3$. Tìm số hạng thứ 4 của cấp số nhân?

A. 54. **B.** 48. **C.** 24. **D.** 162.

Câu 263: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

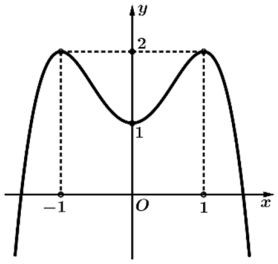
Câu 264: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(2x-1\right)<\log_5\left(x+2\right)$ là

A. $S=\left(3;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-2;3\right)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{2};3\right)$. **D.** $S=\left(-\infty;3\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 23

Câu 265: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây



Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-\infty;0\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Câu 266: Hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=x\left(x-1\right),\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 267: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2\left(x-1\right)\le 1$

A. $\left(1;3\right]$. **B.** $\left[1;3\right]$. **C.** $\left(1;5\right)$. **D.** $\left[3;5\right]$.

Câu 268: Trong không gian, cho tứ diện đều $ABCD$ có các cạnh bằng a. Tính tích vô hướng $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{CD}$ bằng

A. $4a^2$. **B.** $2a^2$. **C.** a^2. **D.** 0.

Câu 269: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;-2;1\right)$ trên mặt phẳng $\left(Oxy\right)$ có tọa độ là

A. $\left(2;0;1\right)$. **B.** $\left(0;-2;1\right)$. **C.** $\left(2;-2;0\right)$. **D.** $\left(0;0;1\right)$.

Câu 270: Trong không gian, cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

A. $\overrightarrow{CA'}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{CC'}$. **B.** $\overrightarrow{BD'}=\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}$.

C. $\overrightarrow{C'A'}=\overrightarrow{C'B'}+\overrightarrow{C'D'}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}$.

Câu 271: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(2;2;1)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;3;-1)$. **B.** $(1;1;3)$. **C.** $(3;1;1)$. **D.** $(-1;-1;-3)$.

Câu 272: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$ và công sai $d=3$. Tìm số hạng u_{10}.

A. $u_{10}=28$. **B.** $u_{10}=25$. **C.** $u_{10}=-29$. **D.** $u_{10}=-2.3^9$.

Câu 273: Nghiệm của phương trình $3^x=81$ là

A. $x=4$. **B.** $x=9$. **C.** $x=\log_{81}3$. **D.** $x=3$.

Câu 274: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Nhóm chứa trung vị của mẫu số liệu trên là

A. $[60;80)$. **B.** $[20;40)$. **C.** $[40;60)$. **D.** $[80;100)$.

Câu 275: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 276: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA\perp(ABCD)$. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAD)?

A. BC. **B.** SB. **C.** SC. **D.** CD.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 24

Câu 277: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 278: Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2-\dfrac{2}{x}$?

A. $y=x^3-2\ln|x|$. **B.** $y=6x-2\ln|x|$. **C.** $y=x^3+\dfrac{2}{x^2}$. **D.** $y=6x+\dfrac{2}{x^2}$.

Câu 279: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-1}^{8}f(x)\mathrm{d}x=-1$ và $\int_{4}^{8}f(x)\mathrm{d}x=4$. Giá trị $P=\int_{-1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$ bằng bao nhiêu?

A. $P=3$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=-5$. **D.** $P=5$.

Câu 280: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(3;4;-5)$ trên trục Oy là điểm nào dưới đây?

A. $M(3;0;-5)$. **B.** $N(3;-4;-5)$. **C.** $P(0;4;0)$. **D.** $Q(3;0;0)$.

Câu 281: Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{n}=(1;-1;1)$ không là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng nào dưới đây?

A. $(P):2x+y-z-3=0$. **B.** $(Q):x-y+z-3=0$.

C. $(R):\frac{x}{3}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{3}=1$. **D.** $(T):-(x-1)+(y+1)-(z-1)=0$.

Câu 282: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-3y-z-4=0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-1;0;2)$ và vuông góc với (P)?

A. $\begin{cases}x=1-2t\\y=3t\\z=2+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-3t\\z=2-t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2+t\\y=-3\\z=-1-2t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=2-t\\y=-3\\z=-1+2t\end{cases}$.

Câu 283: Cho hàm số $y=2^{x^2-1}$. Phương án nào dưới đây đúng?

A. $y'=(2x-1)2^{x^2-1}\ln 2$. **B.** $y'=2x2^{x^2-1}\ln 2$.

C. $2^{x^2-1}\ln 2$. **D.** $y'=(2x-1)2^{x^2-1}$.

Câu 284: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và cạnh SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Góc giữa hai đường thẳng SB và AD bằng bao nhiêu?

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 285: Cho khối hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AA'=a, AB=a, AD=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng $A'C$ và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng bao nhiêu?

A. $60°$. **B.** $45°$. **C.** $90°$. **D.** $30°$.

Câu 286: Một bệnh viện thống kê chiều cao của 50 trẻ sơ sinh 12 ngày tuổi một cách ngẫu nhiên. Kết quả thu được như sau.

Độ cao (cm)	$[40;42)$	$[42;44)$	$[44;46)$	$[46;48)$	$[48;50)$	$[50;52)$	$[52;54)$
Tần số	4	4	5	10	14	8	5

Bộ giá trị nào sau đây là tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên?

A. $Q_1=45;Q_2=47;Q_3=51$. **B.** $Q_1=45,5;Q_2=47,5;Q_3=51,5$.

C. $Q_1=45,3;Q_2=48,3;Q_3=53,3$. **D.** $Q_1=45,8;Q_2=48,3;Q_3=50,1$.

Câu 287: Cho khối lăng trụ đứng $ABCD.A'B'C'D'$ có đáy là hình vuông, $BD=2$, góc giữa hai mặt phẳng $(A'BD)$ và $(ABCD)$ bằng $60°$. Thể tích của khối lăng trụ đứng đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $6\sqrt{3}$. **C.** $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 288: Cho khối chóp cụt tứ giác đều có các cạnh đáy lần lượt bằng 6 và 8, chiều cao của mặt bên bằng 5. Thể tích của chóp cụt đã cho bằng bao nhiêu?

A. $\frac{148\sqrt{26}}{3}$. **B.** $\frac{740}{3}$. **C.** $\frac{296\sqrt{6}}{3}$. **D.** $\frac{148\sqrt{21}}{3}$.

Lời giải

Gọi $C'J$ là đường cao của hình thang $BCC'B'$, $(J\in BC)\Rightarrow C'J=5$.

Mà $CJ=\frac{BC+B'C'}{2}=1$ (vì $BCC'B'$ là hình thang cân); $CC'=\sqrt{C'J^2+CJ^2}=\sqrt{26}$.

Mặt khác, hình thang $ACC'A'$ có: $AC=8\sqrt{2}, A'C'=6\sqrt{2}\Rightarrow CI=\frac{AC+A'C'}{2}=\sqrt{2}$.

Suy ra đường cao của hình chóp cụt là: $C'I=\sqrt{CC'^2-CI^2}=2\sqrt{6}$.

Thể tích hình chóp cụt là

$$V=\frac{1}{3}\left(S+\sqrt{S.S'}+S'\right).h=\frac{1}{3}\left(8^2+\sqrt{8^2.6^2}+6^2\right).2\sqrt{6}=\frac{296\sqrt{26}}{3}.$$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 25

Câu 289: Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

A. $\left(0;+\infty\right)$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $\left[0;+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$.

Câu 290: Có bao nhiêu số tự nhiên gồm ba chữ số đôi một khác nhau mà các chữ số được lấy từ tập hợp $\left\{1,2,3,4,5,6\right\}$?

A. 120. **B.** 20. **C.** 216. **D.** 18.

Câu 291: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(2a^4\right)$ bằng

A. $4\log_2 a$. **B.** $1+4\log_2 a$. **C.** $4+4\log_2 a$. **D.** $4+\log_2 a$.

Câu 292: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-3	↗	$+\infty$

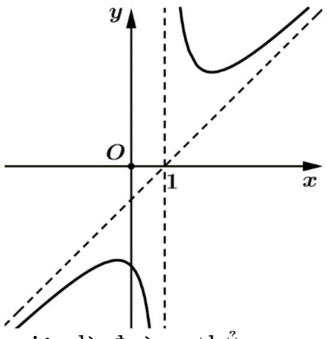
Điểm cực đại của hàm số đã cho là

A. $x=4$. **B.** $x=-3$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$

Câu 293: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA\perp\left(ABC\right)$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy là góc

A. $\widehat{SCB}$. **B.** $\widehat{SAC}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SCA}$.

Câu 294: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là đường thẳng:

A. $y=x-1$. **B.** $y=x+3$. **C.** $y=2x+1$. **D.** $y=-x+1$.

Câu 295: Cho bảng số liệu khảo sát về tuổi thọ (đơn vị: nghìn giờ) của một loại bóng đèn:

Tuổi thọ	$\left[3;5\right)$	$\left[5;7\right)$	$\left[7;9\right)$	$\left[9;11\right)$	$\left[11;13\right)$
Số bóng đèn	11	20	29	40	30

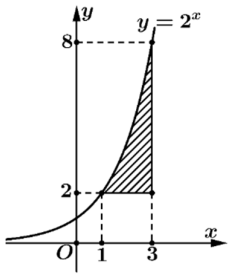
Tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu.

A. $\Delta_Q=\dfrac{87}{8}$. **B.** $\Delta_Q=\dfrac{206}{29}$. **C.** $\Delta_Q=\dfrac{4171}{232}$. **D.** $\Delta_Q=\dfrac{875}{232}$.

Câu 296: Cho hàm số $f(x)=x^2+\sin x+1$. Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và thỏa mãn $F(0)=1$. Khi đó $F(x)$ bằng

A. $F(x)=x^3-\cos x+x+2$.
B. $F(x)=\frac{x^3}{3}-\cos x+x+2$.
C. $F(x)=\frac{x^3}{3}+\cos x+x$.
D. $F(x)=\frac{x^3}{3}+\cos x+2$.

Câu 297: Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên dưới bằng bao nhiêu? (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)



A. $4,66$.
B. $3,58$.
C. $1,63$.
D. $4,11$.

Câu 298: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, góc giữa hai mặt phẳng (Oxy) và (Oyz) bằng

A. 30°
B. 45°
C. 60°
D. 90°

Câu 299: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi M,N lần lượt là trung điểm AB,CD và gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AN}=\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}\right)$.
B. $\overrightarrow{IN}+\overrightarrow{IM}=\vec{0}$.
C. $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=\vec{0}$.
D. $\overrightarrow{NC}+\overrightarrow{ND}=\vec{0}$.

Câu 300: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):(x-2)^2+(y-1)^2+(z+1)^2=9$ và điểm $M(4;2;-2)$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Điểm M là tâm của mặt cầu (S).
B. Điểm M nằm trên mặt cầu (S).
C. Điểm M nằm trong mặt cầu (S).
D. Điểm M là nằm ngoài mặt cầu (S).

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ TRẮC NGHIỆM SỐ 01-25

1.A	2.A	3.A	4.D	5.D	6.B	7.C	8.D	9.D	10.A
11.A	12.D	13.A	14.D	15.A	16.B	17.B	18.C	19.B	20.B
21.D	22.C	23.D	24.D	25.B	26.D	27.D	28.C	29.C	30.C
31.D	32.D	33.A	34.A	35.C	36.B	37.A	38.B	39.D	40.C
41.D	42.A	43.B	44.C	45.C	46.B	47.A	48.D	49.C	50.B
51.A	52.D	53.B	54.D	55.C	56.C	57.D	58.B	59.B	60.A
61.B	62.A	63.C	64.B	65.A	66.A	67.C	68.C	69.C	70.A
71.D	72.A	73.D	74.A	75.D	76.B	77.B	78.D	79.D	80.A
81.D	82.D	83.C	84.B	85.C	86.A	87.C	88.D	89.D	90.D
91.B	92.D	93.B	94.C	95.A	96.D	97.C	98.A	99.B	100.A
101.C	102.A	103.D	104.A	105.C	106.A	107.A	108.A	109.A	110.D
111.A	112.D	113.A	114.A	115.C	116.D	117.B	118.B	119.B	120.C
121.A	122.D	123.C	124.C	125.A	126.C	127.A	128.A	129.D	130.A
131.A	132.A	133.A	134.D	135.B	136.C	137.C	138.A	139.C	140.B
141.B	142.D	143.B	144.D	145.B	146.B	147.A	148.A	149.A	150.D
151.C	152.A	153.D	154.A	155.B	156.A	157.D	158.C	159.D	160.C
161.A	162.D	163.A	164.A	165.D	166.D	167.D	168.C	169.C	170.A
171.C	172.B	173.C	174.A	175.A	176.D	177.B	178.D	179.D	180.C
181.A	182.B	183.D	184.C	185.D	186.A	187.B	188.C	189.C	190.B
191.A	192.D	193.C	194.A	195.D	196.C	197.C	198.C	199.B	200.A
201.D	202.A	203.D	204.C	205.D	206.B	207.C	208.B	209.B	210.D
211.A	212.C	213.D	214.B	215.B	216.D	217.D	218.B	219.C	220.B
221.B	222.D	223.A	224.B	225.C	226.B	227.A	228.D	229.B	230.B
231.C	232.A	233.A	234.A	235.C	236.A	237.A	238.C	239.D	240.C
241.D	242.A	243.A	244.A	245.D	246.A	247.D	248.D	249.C	250.A
251.D	252.C	253.A	254.B	255.C	256.D	257.D	258.A	259.B	260.C
261.B	262.A	263.C	264.C	265.A	266.B	267.A	268.D	269.C	270.B
271.B	272.B	273.A	274.C	275.A	276.D	277.D	278.A	279.C	280.C
281.A	282.B	283.B	284.C	285.D	286.D	287.D	288.C	289.B	290.A
291.B	292.C	293.D	294.A	295.D	296.A	297.A	298.D	299.A	300.C

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 2 (ĐỀ SỐ 26-50)

ĐỀ SỐ 26

Câu 1: Cho $\int \frac{1}{\sin^2 x}\mathrm{d}x = F(x) + C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x) = \frac{-\sin 2x}{\cos^4 x}$. **B.** $F'(x) = -\cot x$.

C. $F'(x) = -\frac{1}{\sin^2 x}$. **D.** $F'(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$.

Câu 2: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \frac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 3: Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

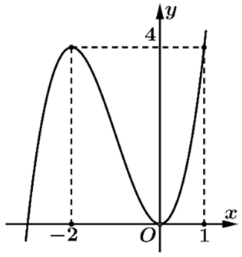
Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

A. $9,225$. **B.** $8,25$. **C.** $9,25$. **D.** $8,125$.

Câu 4: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;-1;3)$ và song song với đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 3-t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -1+t \\ z = 3+t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2+t \\ y = 1-t \\ z = -1+3t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = 3-t \end{cases}$.

Câu 5: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $g(x) = \frac{2025}{f(x)}$ là



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x^2 + 3x) \le 2$ là

A. $(0;1]$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$. **C.** $[-4;-3) \cup (0;1]$. **D.** $[-4;-3] \cup [0;1]$.

Câu 7: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - \frac{z}{2} = 1$. Một vectơ pháp tuyến của

mặt phẳng (P) là

A. $\vec{n}=(1;1;-1)$. **B.** $\vec{n}=(2;3;-2)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;2;-3)$.

Câu 8: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với (ABC). Gọi I là trung điểm cạnh AC, H là hình chiếu của I trên SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SBC)\perp(IHB)$. **B.** $(SAC)\perp(SAB)$. **C.** $(SAC)\perp(SBC)$. **D.** $(SBC)\perp(SAB)$.

Câu 9: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $3^x+2=0$. **B.** $5^x-1=0$. **C.** $\log_2 x=3$. **D.** $\log(x-1)=1$.

Câu 10: Cho 3 số hạng đầu của một cấp số nhân, biết rằng tổng 3 số hạng đầu là 13 đồng thời theo thứ tự đó chúng là số hạng thứ nhất, thứ ba và thứ chín của một cấp số cộng. Công bội của cấp số nhân là

A. $\left[\begin{array}{l}q=-1\\q=0\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}q=0\\q=1\end{array}\right.$ **C.** $\left[\begin{array}{l}q=1\\q=3\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}q=-1\\q=-3\end{array}\right.$

Câu 11: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c},\overrightarrow{BC}=\vec{d}$. Trong các biểu thức vectơ sau đây thì biểu thức nào là đúng?

A. $\vec{a}=\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **C.** $\vec{b}-\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{d}$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu?

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	3	↘		↗	2	↘	
	-2				0				1

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 27

Câu 13: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=\dfrac{1}{2},u_7=32$. Công bội q của cấp số nhân là

A. $q=\pm\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=\pm3$. **C.** $q=\pm2$. **D.** $q=\pm4$.

Câu 14: Nghiệm của phương trình $\log_3 x=2$ là

A. $x=8$. **B.** $x=9$. **C.** $x=\dfrac{3}{2}$. **D.** $x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 15: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-1)$ là

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

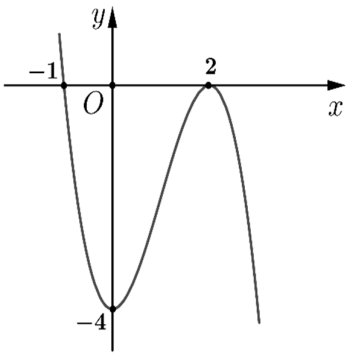
Câu 16: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AB=2a$. Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{4}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{12}$. **D.** $V=\dfrac{2a^3\sqrt{3}}{3}$.

Câu 17: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{7}} x$. **C.** $y=\left(\dfrac{\pi}{6}\right)^x$. **D.** $y=e^x$.

Câu 18: Đường cong ở hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2-4$. **B.** $y=x^3-4$. **C.** $y=x^2-4$. **D.** $y=-x^2-4$.

Câu 19: Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\int \sin 3x dx=\dfrac{\cos 3x}{3}+C$. **B.** $\int x^3 dx=\dfrac{x^4}{4}+C$.

C. $\int 3^x dx=\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$ **D.** $\int \cos 3x dx=\dfrac{\sin 3x}{3}+C$.

Câu 20: Một chất điểm đang chuyển động với vận tốc $v_0=15$ m/s thì tăng tốc với gia tốc $a(t)=t^2+4t\left(\text{m/s}^2\right)$. Tính quãng đường chất điểm đó đi được trong khoảng thời gian 3 giây kể từ lúc bắt đầu tăng vận tốc.

A. 70,25 m. **B.** 68,25 m. **C.** 67,25 m. **D.** 69,75 m.

Câu 21: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Khẳng định nào sai?

A. $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{B'C'}$. **B.** $\overrightarrow{A'D'}=\overrightarrow{BC}$. **C.** $\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{C'C}$. **D.** $\overrightarrow{AB'}=\overrightarrow{DC'}$.

Câu 22: Thời gian chạy 50m của 20 học sinh được ghi lại trong bảng dưới đây:

Thời gian	8,3	8,4	8,5	8,7	8,8
Tần số	2	3	9	5	1

Số trung bình cộng thời gian chạy của học sinh là

A. 8,54. **B.** 4. **C.** 8,50. **D.** 8,53.

Câu 23: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA.

A. $OA=4$. **B.** $OA=5$. **C.** $OA=3$. **D.** $OA=9$.

Câu 24: Trong không gian Oxyz, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(3;2;-1)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+2t\\y=2t\\z=1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1-t\\y=t\\z=1+t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=t\\z=1-t\end{cases}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 28

Câu 25: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x\left(1-\dfrac{2e^{-x}}{x^5}\right)$

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x+\dfrac{1}{2x^4}+C$ **B.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x-\dfrac{1}{2x^4}+C$

C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x-\dfrac{2}{x^4}+C$ **D.** $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x+\dfrac{2}{x^4}+C$

Câu 26: Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x-1}$, trục hoành và $x=5$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\dfrac{15\pi}{2}$. **B.** $\dfrac{15}{2}$. **C.** 8π. **D.** 8.

Câu 27: Cân nặng (kg) của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau:

Cân nặng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số cây giống	6	12	19	9	4

Hãy tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn đến hàng phần mười).

A. $4,7$. **B.** $4,6$. **C.** $4,9$. **D.** $4,8$.

Câu 28: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua điểm $M(1;2;-1)$, đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(P):x+y-z+1=0$ có phương trình là

A. $\dfrac{x+1}{-1}=\dfrac{y+2}{-2}=\dfrac{z+1}{1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-1}{2}=\dfrac{z+1}{-1}$.

C. $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y+2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+1}{-1}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2025}{f(x)}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 30: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\dfrac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 31: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0),B(0;3;0)$ và $C(0;0;5)$. Mặt phẳng đi qua ba điểm A,B,C có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(3;5;2)$. **B.** $\vec{n}=(6;15;10)$. **C.** $\vec{n}=(2;3;5)$. **D.** $\vec{n}=(15;10;6)$.

Câu 32: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và cạnh SB vuông góc với mặt phẳng đáy $(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SBD)?

A. (SBC). **B.** (SAD). **C.** (SCD). **D.** (SAC).

Câu 33: Số nghiệm thực của phương trình $2^{\sqrt{x}} = 2^{2-x}$ là

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 34: Xác định x để 3 số $2x-1;\ x;\ 2x+1$ theo thứ tự lập thành một cấp số nhân.

A. $x = \pm\frac{1}{3}$. **B.** $x = \pm\sqrt{3}$. **C.** $x = \pm\frac{1}{\sqrt{3}}$. **D.** $x = \pm 3\sqrt{3}$.

Câu 35: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{A'A} + \overrightarrow{A'B'} + \overrightarrow{A'D'}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{A'C}$. **B.** $\overrightarrow{CA'}$. **C.** $\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{C'A}$.

Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 29

Câu 37: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 6x + 3$ là

A. $3x^2 + 3x + C$. **B.** $2x^2 + 3x + C$. **C.** $x^2 + C$. **D.** $2x^2 + C$.

Câu 38: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^{6x}, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\int_0^1 e^{6x}\mathrm{d}x$. **B.** $\pi\int_0^1 e^{12x}\mathrm{d}x$. **C.** $\pi\int_0^1 e^{6x}\mathrm{d}x$. **D.** $\int_0^1 e^{12x}\mathrm{d}x$.

Câu 39: Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 12 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

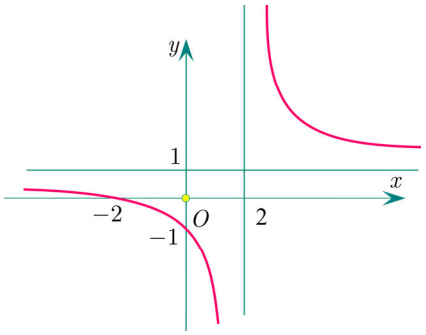
A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

Câu 40: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(0;0;1)$, $C(-2;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x = -2t \\ y = -1 + t \\ z = 3 + t \end{cases}$. **B.** $x - 2y + z = 0$.

C. $\frac{x-2}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-3}{1}$. **D.** $\frac{x-1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $\left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình $e^x<1$ là

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 43: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right)$ có phương trình $x+2y-2z+8=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $\left(P\right)$?

A. $\vec{n}_1\left(1;-3;1\right)$. **B.** $\vec{n}_2\left(1;2;-2\right)$. **C.** $\vec{n}_3\left(1;-3;8\right)$. **D.** $\vec{n}_4\left(1;3;8\right)$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật và $SA\perp\left(ABCD\right)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$?

A. $\left(SAC\right)$. **B.** $\left(SBC\right)$. **C.** $\left(SCD\right)$. **D.** $\left(SBD\right)$.

Câu 45: Nghiệm của phương trình $2^{2x+1}=32$ là

A. $x=1$. **B.** $x=3$. **C.** $x=4$. **D.** $x=2$.

Câu 46: Cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=1$ và $u_2=3$. Số hạng u_3 của cấp số cộng là

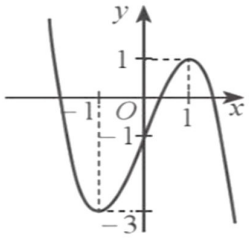
A. 9. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 47: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$.
Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC'}+\overrightarrow{C'D'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{BD'}$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Phát biểu nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên các khoảng $\left(-\infty;-1\right)$ và $\left(1;+\infty\right)$.

B. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-1;1\right)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $\left(-3;1\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 30

Câu 49: Cho hàm số $f(x)=e^x-\sin x$. Khẳng định nào dưới dây là đúng?

A. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x+\cos x+C$.
B. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x-\cos x+C$.
C. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x-\sin x+C$.
D. $\int f(x)\,\mathrm{d}x=e^x+\sin x+C$.

Câu 50: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0$ và $x=3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0\le x\le 3$) thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh bằng $2\sqrt{9-x^2}$

A. 90.
B. 72π.
C. 78π.
D. 72.

Câu 51: Tiền lãi (Đơn vị: nghìn đồng) trong 30 ngày ở một quầy bán báo được cho bởi bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[29,5;40,5)$	35	3
$[40,5;51,5)$	46	5
$[51,5;62,5)$	57	7
$[62,5;73,5)$	68	6
$[73,5;84,5)$	79	5
$[84,5;95,5)$	90	4
		$n=30$

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm đó (Kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

A. $279,78$.
B. $157,23$.
C. $264,12$.
D. $195,12$.

Câu 52: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;-2;3)$, $B(-2;1;1)$, $C(0;2;3)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A và song song với đường thẳng BC là:

A. $\begin{cases}x=2+t\\y=1-2t\\z=2+3t\end{cases}$.
B. $\begin{cases}x=1-t\\y=-2+\dfrac{3}{2}t\\z=3+2t\end{cases}$.
C. $\begin{cases}x=-1+2t\\y=2+t\\z=-3+2t\end{cases}$.
D. $\begin{cases}x=1+2t\\y=-2+t\\z=3+2t\end{cases}$.

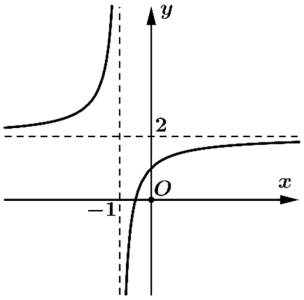
Câu 53: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(2x)<\log(x+6)$ là

A. $[0;6)$.
B. $(0;6)$.
C. $(6;+\infty)$.
D. $(-\infty;6)$.

Câu 54: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và song song với mặt phẳng $(P):x-2y+z-4=0$ có phương trình là

A. $x-2y+z+6=0$.
B. $x+2y-3z+6=0$.
C. $x+2y-3z-6=0$.
D. $x-2y+z-6=0$.

Câu 55: Hàm số số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$.
B. $x=2$.
C. $x=-2$.
D. $x=-1$.

Câu 56: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Biết tam giác SBD đều và có diện tích bằng $a^2\sqrt{3}$. Góc giữa hai mặt phẳng (SCD) và $(ABCD)$ bằng

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $90°$. **D.** $75°$.

Câu 57: Phương trình $5^{2x^2+5x+4}=25$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 58: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=-6$. Số hạng u_3 bằng

A. 12. **B.** -12. **C.** -15. **D.** -3.

Câu 59: Cho tứ diện $ABCD$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng?

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DA}-\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}-\overrightarrow{BC}$.

C. $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{DB}-\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{BC}$.

Câu 60: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-3$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 31

Câu 61: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=2025^x$ là

A. $\frac{2025^x}{\ln 2025}+C$. **B.** $2025^x.\ln 2025+C$. **C.** 2025^x+C. **D.** $\frac{2025^{x+1}}{x+1}+C$.

Câu 62: Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=2x^2+3$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\pi\int_0^2(2x^2+3)\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_0^2(2x^2+3)\,\mathrm{d}x$.

C. $S=\pi\int_0^2(2x^2+3)\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_0^2(-2x^2-3)\,\mathrm{d}x$.

Câu 63: Thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12D trong một trường phổ thông ta thu được bảng tần số ghép nhóm sau:

Nhóm	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. $62,5$. **B.** 55. **C.** 65. **D.** 60.

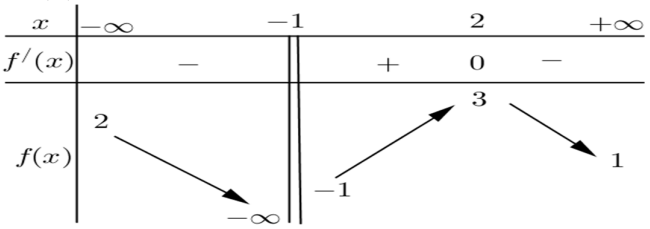
Câu 64: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

A. $x=0$. **B.** $z=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x+y=0$.

Câu 65: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \dfrac{x+1}{1} = \dfrac{y-3}{2} = \dfrac{z-1}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\vec{u}_2 = (-1;1;3)$. **B.** $\vec{u}_1 = (1;-1;2)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1;2;-1)$. **D.** $\vec{u}_2 = (1;-3;-1)$.

Câu 66: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $f(x)$ là

A. $y = -1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = 1$.

Câu 67: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) \geq -2$.

A. $S = [5;+\infty)$. **B.** $S = (-\infty;5]$. **C.** $S = (1;5]$. **D.** $S = [1;5]$.

Câu 68: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1} = 27$ là

A. $x = 2$. **B.** $x = 4$. **C.** $x = 5$. **D.** $x = 1$.

Câu 69: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại C và SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Đường thẳng nào sau đây vuông góc với đường thẳng SC?

A. SA. **B.** SB. **C.** AB. **D.** BC.

Câu 70: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 81$ và $u_2 = 27$. Số hạng u_5 của cấp số nhân là

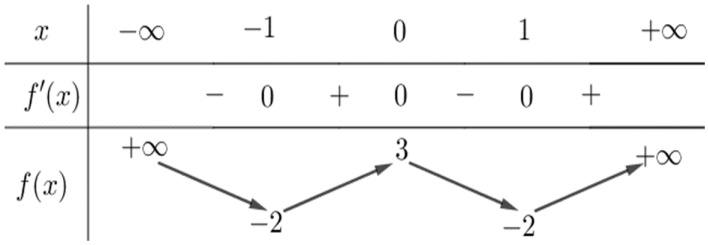
A. 9. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 71: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Chọn mệnh đề đúng.

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{SO}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD} = 8\overrightarrow{SO}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD} = 2\overrightarrow{SO}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD} = 4\overrightarrow{OS}$.

Câu 72: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên bên dưới. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 32

Câu 73: Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\int x^3 \mathrm{d}x = x^4 + C$. **B.** $\int x^3 \mathrm{d}x = 3x^2 + C$.

C. $\int x^3 \mathrm{d}x = \dfrac{x^3}{\ln 3} + C$. **D.** $\int x^3 \mathrm{d}x = \dfrac{x^4}{4} + C$.

Câu 74: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị $(P): y = 2x - x^2$ và trục Ox. Tính thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi cho (H) quay quanh trục Ox.

A. $V = \frac{19\pi}{15}$. **B.** $V = \frac{13\pi}{15}$. **C.** $V = \frac{17\pi}{15}$. **D.** $V = \frac{16\pi}{15}$.

Câu 75: Cho bảng số liệu ghép nhóm về chiều cao đo được của 30 học sinh nam lớp 12A2 đầu năm học $2024-2025$ của trường THPT như sau:

Chiều cao	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$
Tần số	3	7	10	7	3

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm.

A. $\frac{\sqrt{285}}{3}$. **B.** $\frac{\sqrt{287}}{3}$. **C.** $4\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{71}$.

Câu 76: Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $M(2;-3;1)$ và mặt phẳng $(\alpha): x + 3y - z + 2 = 0$. Đường thẳng d đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (α) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 3t \\ z = 1 - t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = -1 + t \end{cases}$.

Câu 77: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x - 2}{x^2 - 4}$ là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 78: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1) = 2$ là

A. 2. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 79: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-2} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n} = (2;3;2)$. **B.** $\vec{n} = (3;2;3)$. **C.** $\vec{n} = (2;3;-2)$. **D.** $\vec{n} = (3;2;-3)$.

Câu 80: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh $\sqrt{3}a$, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = \sqrt{2}a$. Góc giữa SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $60°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 81: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} < 27$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $\left(0;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 82: Cho dãy số (u_n) thoả mãn $u_1 = 2; u_{n+1} = 3u_n, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Giá trị của u_3 bằng

A. 6. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 18. **D.** 12.

Câu 83: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{BD}$. **B.** $\overrightarrow{BD'}$. **C.** $\overrightarrow{BC}$. **D.** $\overrightarrow{BA'}$.

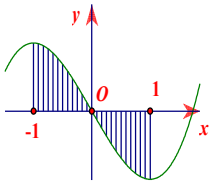
Câu 84: Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(2;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 33

Câu 85: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f(x);x=-1;x=1;$ trục Ox là



A. $S=\int_{-1}^{1}f(x)dx$.

B. $S=\int_{-1}^{0}f(x)dx+\int_{0}^{1}f(x)dx$.

C. $S=\int_{-1}^{0}f(x)dx-\int_{0}^{1}f(x)dx$.

D. $S=\int_{-1}^{1}\left[f(x)\right]^2dx$.

Câu 86: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

A. $\sin x+C$.

B. $cosx$.

C. $-cosx+C$.

D. $-\sin x+C$.

Câu 87: Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng như hình sau

Nhóm	[160; 163)	[163; 166)	[166; 169)	[169; 172)	[172; 175)
Tần số	6	11	9	7	3

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu là

A. 164,1.

B. 163,2.

C. 163,5.

D. 163,8.

Câu 88: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$ và $u_4=5$. Tính tổng của 3 số hạng đầu tiên là

A. 9.

B. 5.

C. 7.

D. 3.

Câu 89: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x>9$ là

A. $(2;+\infty)$.

B. $(9;+\infty)$.

C. $(3;+\infty)$.

D. $(3;9)$.

Câu 90: Nghiệm của phương trình $\log_3(x+1)=2$ là

A. $x=1$.

B. $x=2$.

C. $x=8$.

D. $x=3$.

Câu 91: Mặt phẳng (P) đi qua $M(1;2;-1)$ và có véc tơ pháp tuyến $\vec{n}=(2;-3;4)$ là

A. $x+2y-z+8=0$.

B. $2x-3y+4z+8=0$.

C. $2x-y+4z+1=0$.

D. $x+2y+z+8=0$.

Câu 92: Trong hệ trục tọa độ Oxyz, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y-6z+1=0$ có tọa độ tâm

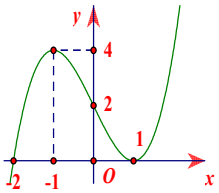
A. $(-2;4;-6)$.

B. $(-1;2;-3)$.

C. $(1;-2;3)$.

D. $(1;2;3)$.

Câu 93: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là



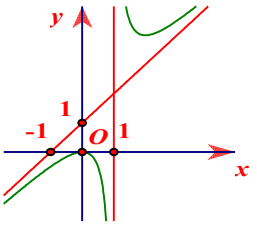
A. (-2; 0).

B. (1; 0).

C. (-1; 4).

D. (0; 2).

Câu 94: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới. Đường liệm cận xiên của đồ thị hàm số đi qua điểm



A. $(1;0)$.

B. $(0;1)$.

C. $(-1;1)$.

D. $(1;1)$.

Câu 95: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình chữ nhật như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là đúng

A. $BC\perp(SCD)$.

B. $BC\perp(SAD)$.

C. $BC\perp(SAC)$.

D. $BC\perp(SAB)$.

Câu 96: Cho hình lăng trụ ABC.A'B'C' . Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'C'}-\overrightarrow{CB}=\vec{0}$.

B. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{A'C'}+\overrightarrow{CB}=\vec{0}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 34

Câu 97: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\frac{1}{x}+1$.

A. $F(x)=-\frac{1}{x^2}+x+C$. **B.** $F(x)=\ln|x|+x+C$.

C. $F(x)=\ln x+x+C$. **D.** $F(x)=\ln|x|+C$.

Câu 98: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x=2$, đồ thị $y=x^2$ và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox.

A. $\frac{4\pi}{5}$. **B.** $\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{32\pi}{5}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 99: Thời gian đọc sách của 32 học sinh lớp 12A1 trong một ngày được thống kê theo bảng số liệu ghép nhóm như sau:

Thời gian	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	2	7	10	11	2

Tính tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên bằng

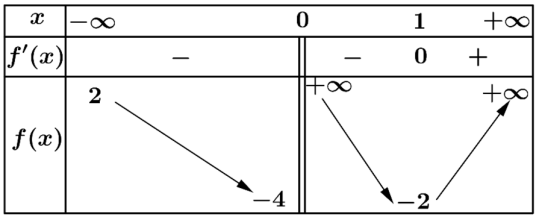
A. $\frac{101}{2}$. **B.** $\frac{630}{11}$. **C.** $\frac{523}{7}$. **D.** $\frac{172}{3}$.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$ là

A. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+3}{2}=\frac{z+2}{-1}$. **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-3}{2}=\frac{z-2}{-1}$.

C. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-1}{2}$. **D.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{3}=\frac{z+1}{2}$.

Câu 101: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 102: Tập nghiệm của bất phương trình $\ln\frac{1}{2x-1}\geq 0$ là

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};1\right]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 103: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua $A(1;0;-1)$ và song song với mặt phẳng $x-y+z+2=0$ là

A. $x-y+z+1=0$. **B.** $x-y+z+2=0$.

C. $x-y+z-1=0$. **D.** $x-y+z=0$.

Câu 104: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng a và $SA=a\sqrt{2}$ vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $ABCD$ bằng

A. 30°. **B.** 45°. **C.** 60° **D.** 90°

Câu 105: Phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-x^3} = 4^{x^2-2}$ có tất cả bao nhiêu nghiệm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 106: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = \frac{1}{3}; u_2 = 4$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

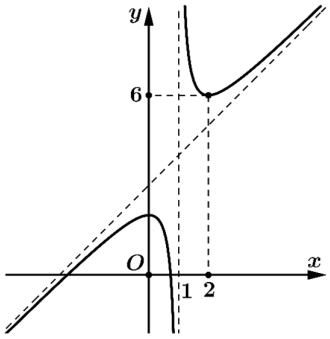
A. $d = \frac{11}{3}$. **B.** $d = \frac{3}{11}$. **C.** $d = \frac{10}{3}$. **D.** $d = \frac{3}{10}$.

Câu 107: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm I. Gọi O là tâm hình bình hành $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{AC'} = \vec{u}$, $\overrightarrow{CA'} = \vec{v}$, $\overrightarrow{BD'} = \vec{x}$, $\overrightarrow{DB'} = \vec{y}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y})$. **B.** $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{2}(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y})$.

C. $2\overrightarrow{OI} = \frac{1}{4}(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y})$. **D.** $2\overrightarrow{OI} = -\frac{1}{4}(\vec{u}+\vec{v}+\vec{x}+\vec{y})$.

Câu 108: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 35

Câu 109: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x+1)^2$ là

A. $\frac{(3x+1)^3}{3} + C$. **B.** $\frac{1}{9}.(3x+1)^3$ **C.** $(3x+1)^3 + C$. **D.** $9\cdot(3x+1)^3 + C$.

Câu 110: Cho hình phẳng (H) được giới hạn bởi đường cong $(C): y = \sin x$, trục Ox và các đường thẳng $x = 0, x = \pi$. Thể tích của khối tròn xoay khi cho hình (H) quay quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi^2}{2}$. **C.** π. **D.** π^2.

Câu 111: Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

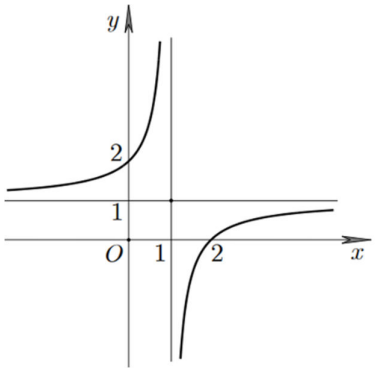
A. [60;70). **B.** [70;80). **C.** [80;90). **D.** [90;100).

Câu 112: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(4;-1;3)$, $B(1;3;1)$, $C(-1;1;5)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với BC?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-4}{1}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z-3}{-2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 113: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\ (ad-bc\neq 0; ac\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Tìm phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.



A. $x=1, y=1$.

B. $x=-1, y=1$.

C. $x=1, y=2$.

D. $x=2, y=1$.

Câu 114: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_4(x-1)<1$ là

A. $(1;5)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 115: Trong không gian $Oxyz$, vectơ nào dưới đây có giá vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+1=0$.

A. $\vec{a}=(2;-3;1)$. **B.** $\vec{a}=(2;1;-3)$. **C.** $\vec{a}=(2;-3;0)$. **D.** $\vec{a}=(2;3;1)$.

Câu 116: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều và cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Hai mặt phẳng nào sau đây vuông góc với nhau?

A. (SBC) và (SAB). **B.** (SBC) và (ABC). **C.** (SBC) và (SAC). **D.** (SAB) và (ABC).

Câu 117: Phương trình $5^x=15$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=\log_5 15$. **C.** $x=5$. **D.** $x=\log_{15}5$.

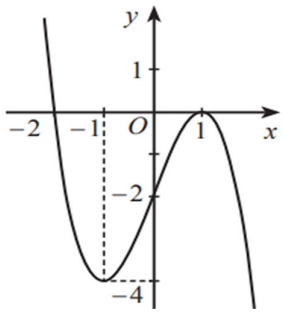
Câu 118: Cho cấp số nhân (u_n), biết $u_1=-4, u_2=-2$. Công bội của cấp số nhân là

A. $q=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $q=\dfrac{1}{2}$. **C.** $q=2$. **D.** $q=-2$.

Câu 119: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $a\sqrt{2}$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{AB'}$ và $\overrightarrow{A'C'}$ là?

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 120: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 36

Câu 121: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\cos x+1$ là

A. $\sin x+C$. **B.** $-\sin x+x+C$. **C.** $\cos x+x+C$. **D.** $\sin x+x+C$.

Câu 122: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0, x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\,(0\le x\le 1)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x.

A. $V=\dfrac{12\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{12}{5}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 123: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. $5,98$. **B.** 6. **C.** $2,44$. **D.** $2,5$.

Câu 124: Cho hai mặt phẳng $(\alpha):3x-2y+2z+7=0$ và $(\beta):5x-4y+3z+1=0$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua gốc tọa độ đồng thời vuông góc (α) và (β) là

A. $x-y-2z=0$. **B.** $2x+y-2z=0$. **C.** $2x+y-2z+1=0$ **D.** $2x-y+2z=0$

Câu 125: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-1}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 126: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x-3}<\left(\dfrac{1}{4}\right)^{x+1}$ là

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

Câu 127: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P):x+2y-3z+3=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $(1;2;-3)$. **B.** $(1;-2;3)$. **C.** $(-1;2;-3)$. **D.** $(1;2;3)$.

Câu 128: Cho hình chóp $S.ABC$ có cạnh bên $SA\perp(ABC)$. Góc giữa đường thẳng SC và đáy là

A. $\widehat{SCB}$. **B.** $\widehat{SAC}$. **C.** $\widehat{SBC}$. **D.** $\widehat{SCA}$.

Câu 129: Nghiệm của phương trình $\log_4(x-1)=3$ là

A. $x=66$. **B.** $x=68$. **C.** $x=65$. **D.** $x=63$.

Câu 130: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=-2$ và công bội $q=3$. Số hạng u_2 là

A. $u_2=1$. **B.** $u_2=-6$. **C.** $u_2=6$. **D.** $u_2=-18$.

Câu 131: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}=-\vec{i}+2\vec{j}-3\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{a}$ là

A. $\vec{a}=(2;-3;-1)$. **B.** $\vec{a}=(-1;2;-3)$. **C.** $\vec{a}=(2;-1;-3)$. **D.** $\vec{a}=(-3;2;-1)$.

Câu 132: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 37

Câu 133: $\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 134: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2+1$, trục hoành Ox, các đường thẳng $x=1$, $x=2$ là

A. $S=\frac{7}{3}$. **B.** $S=\frac{10}{3}$. **C.** $S=7$. **D.** $S=8$.

Câu 135: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Câu 136: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(1;0;0)$ và bán kính bằng 2 là

A. $(x-1)^2+y^2+z^2=2$. **B.** $(x+1)^2+y^2+z^2=2$.

C. $(x-1)^2+y^2+z^2=4$. **D.** $(x+1)^2+y^2+z^2=4$.

Câu 137: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây. Hỏi đồ thị của hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'				$+$		$-$	
y			$+\infty$	↗	1	↘	0
			$-\infty$				

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 138: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2 x\le 3$ là

A. $(0;8)$. **B.** $[0;8)$. **C.** $[0;8]$. **D.** $(0;8]$.

Câu 139: Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $M\left(2;1;-3\right)$, $N\left(1;0;2\right)$; $P\left(2;-3;5\right)$. Tìm một vectơ pháp tuyến $\vec{n}$ của mặt phẳng $\left(MNP\right)$.

A. $\vec{n}\left(12;4;8\right)$. **B.** $\vec{n}\left(8;12;4\right)$. **C.** $\vec{n}\left(3;1;2\right)$. **D.** $\vec{n}\left(3;2;1\right)$.

Câu 140: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SB=2a$. Góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng đáy bằng

A. 45°. **B.** 60°. **C.** 90°. **D.** 30°.

Câu 141: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=3^{x-2}$ là

A. $x=-3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=3$.

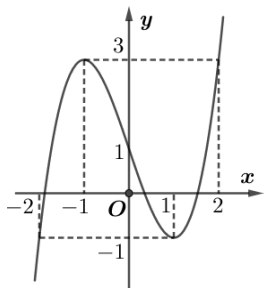
Câu 142: Cho một cấp số cộng có $u_1=-3$; $u_4=15$. Công sai d của cấp số cộng là

A. $d=5$. **B.** $d=7$. **C.** $d=6$. **D.** $d=8$.

Câu 143: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Vectơ $\vec{v}=\overrightarrow{B'A'}+\overrightarrow{B'C'}+\overrightarrow{B'B}$ bằng vectơ nào dưới đây?

A. $\overrightarrow{DB'}$. **B.** $\overrightarrow{B'D'}$. **C.** $\overrightarrow{BD'}$. **D.** $\overrightarrow{B'D}$.

Câu 144: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng



A. $\left(-1;+\infty\right)$. **B.** $\left(-1;1\right)$. **C.** $\left(-\infty;1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-1\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 38

Câu 145: Với a,b là các tham số thực thì giá trị tích phân $I=\int\limits_0^b\left(3x^2-2ax-1\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. b^3-ba^2-b. **B.** b^3+b^2a+b. **C.** b^3-b^2a-b. **D.** $3b^2-2ab-1$.

Câu 146: Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x=0,x=1$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 1\right)$ là một tam giác đều có cạnh bằng x.

A. $V=\dfrac{12\pi}{5}$. **B.** $V=\dfrac{12}{5}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{3}\pi}{12}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{3}}{12}$.

Câu 147: Dũng là học sinh rất giỏi chơi rubik, bạn có thể giải nhiều loại khối rubik khác nhau. Trong một lần luyện tập giải khối rubik 3×3, bạn Dũng đã tự thống kê lại thời gian giải rubik trong 25 lần giải liên tiếp ở bảng sau:

Thời gian giải rubik	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$	$[14;16)$	$[16;18)$
Số lần	4	6	8	4	3

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. $10,75$. **B.** $1,75$. **C.** $3,63$. **D.** $14,38$.

Câu 148: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(3;1;-1\right)$ trên trục Oy có tọa độ là

A. $\left(3;0;-1\right)$. **B.** $\left(0;1;0\right)$. **C.** $\left(3;0;0\right)$. **D.** $\left(0;0;-1\right)$.

Câu 149: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{x-1}$ là đường thẳng

A. $y=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=0$.

Câu 150: Phương trình $\log_2\left(2x-3\right)=\log_2\left(6-x\right)$ có nghiệm là

A. $x=3$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=6$.

Câu 151: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;-3;2\right), B\left(3;5;-2\right)$. Phương trình mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có dạng $x+ay+bz+c=0$. Khi đó $a+b+c$ bằng

A. -2. **B.** -4. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 152: Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy $\left(ABC\right)$, tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA=a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABC\right)$ bằng

A. 90°. **B.** 60°. **C.** 30°. **D.** 45°.

Câu 153: Tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{3}\right)^{x^2-4}\geq 27$ chứa bao nhiêu số nguyên?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 154: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng:

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Câu 155: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;1;-2\right)$ và $B\left(2;2;1\right)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có toạ độ là

A. $\left(-1;-1;-3\right)$. **B.** $\left(3;1;1\right)$. **C.** $\left(1;1;3\right)$. **D.** $\left(3;3;-1\right)$.

Câu 156: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-4	↘	$+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $\left(-\infty;-1\right)$. **B.** $\left(-3;1\right)$. **C.** $\left(1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;3\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 39

Câu 157: Tìm nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=x^2+\dfrac{2}{x^2}$.

A. $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{2}{x}+C$. **B.** $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{1}{x}+C$.

C. $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C$. **D.** $\int f(x)\mathrm{d}x = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C$.

Câu 158: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \pi\int_0^2 \left(x^2+3\right)^2 dx$. **B.** $V = \pi\int_0^2 \left(x^2+3\right) dx$.

C. $V = \int_0^2 \left(x^2+3\right)^2 dx$. **D.** $V = \int_0^2 \left(x^2+3\right) dx$.

Câu 159: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,13. **D.** 0,36.

Câu 160: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Gọi M_1, M_2 lần lượt là hình chiếu vuông góc của M lên các trục Ox, Oy. Vectơ nào dưới đây là một véctơ chỉ phương của đường thẳng M_1M_2?

A. $\overrightarrow{u_2} = (1;2;0)$. **B.** $\overrightarrow{u_3} = (1;0;0)$. **C.** $\overrightarrow{u_4} = (-1;2;0)$. **D.** $\overrightarrow{u_1} = (0;2;0)$.

Câu 161: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 1 + \frac{2x+1}{x+2}$ có phương trình là

A. $x = -2$. **B.** $y = 3$. **C.** $x = -1$. **D.** $y = 2$.

Câu 162: Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{16 - 2^{2x+1}}$.

A. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. **B.** $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. **C.** $D = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right]$. **D.** $D = \left(0; \frac{3}{2}\right]$.

Câu 163: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua tâm của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 12$ và song song với mặt phẳng (Oxz) có phương trình là

A. $y + 1 = 0$. **B.** $y - 2 = 0$. **C.** $y + 2 = 0$. **D.** $x + z - 1 = 0$.

Câu 164: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A, cạnh bên SA vuông góc với (ABC). Gọi I là trung điểm cạnh AC, H là hình chiếu của I trên SC. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $(SBC) \perp (IHB)$. **B.** $(SAC) \perp (SAB)$. **C.** $(SAC) \perp (SBC)$. **D.** $(SBC) \perp (SAB)$.

Câu 165: Tích tất cả các nghiệm của phương trình $3^{x^2+x} = 9$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 166: Tính tổng S của cấp số nhân lùi vô hạn có số hạng đầu $u_1 = 1$ và công bội $q = -\frac{1}{2}$.

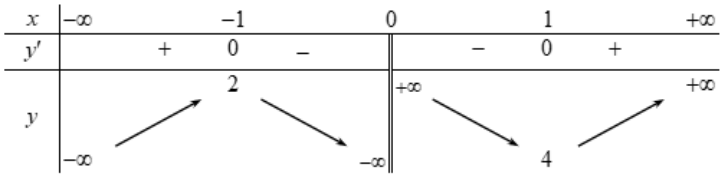
A. $S = 1$. **B.** $S = \frac{2}{3}$. **C.** $S = \frac{3}{2}$. **D.** $S = 2$.

Câu 167: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SC}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SD}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}=\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}$.

C. $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SD}=\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$. **D.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}+\overrightarrow{SD}=\vec{0}$.

Câu 168: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-1;1)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 40

Câu 169: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x$ là

A. $\dfrac{4^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\dfrac{4^x}{2\ln 2}+C$. **C.** $\dfrac{4^x}{x}+C$. **D.** $x.4^{x-1}+C$.

Câu 170: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. 33. **B.** $\dfrac{33}{5}$. **C.** $\dfrac{33\pi}{5}$. **D.** 33π.

Câu 171: Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

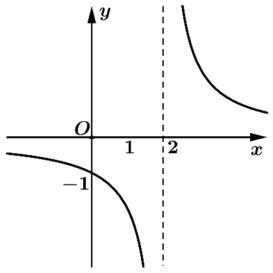
A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

Câu 172: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC

A. $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 173: Tìm hệ số b,c để hàm số $y=\dfrac{2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $\begin{cases} b=2 \\ c=-1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} b=1 \\ c=-1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} b=2 \\ c=1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} b=-2 \\ c=1 \end{cases}$.

Câu 174: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x < 1$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 175: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x-y+z+3=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;1;3)$.

Câu 176: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây sai?

A. $CD \perp (SBC)$. **B.** $SA \perp (ABC)$. **C.** $BC \perp (SAB)$. **D.** $BD \perp (SAC)$.

Câu 177: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 178: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=8$ và công sai $d=3$. Số hạng u_2 của cấp số cộng là

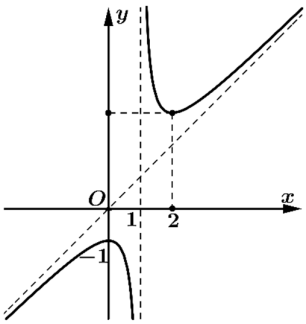
A. $\frac{8}{3}$. **B.** 24. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 179: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 180: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



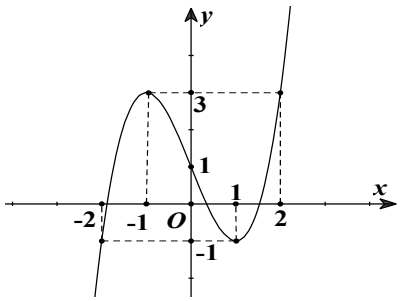
Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;1)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 41

Câu 181: Đường cong cho trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+2x-1$.

B. $y=-x^3+3x+1$.

C. $y=2x^3-6x+1$.

D. $y=x^3-3x+1$.

Câu 182: Nghiệm của phương trình $\sin x=\dfrac{1}{2}$ là

A. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **B.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **C.** $x=k\pi$. **D.** $x=\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$.

Câu 183: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=-5$ và $d=3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $u_{15}=34$. **B.** $u_{15}=45$. **C.** $u_{13}=31$. **D.** $u_{10}=35$.

Câu 184: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=x^3$. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $f\left(x\right)=\dfrac{x^4}{4}+C$. **B.** $f\left(x\right)=3x^2$. **C.** $f\left(x\right)=4x^3$. **D.** $f\left(x\right)=\dfrac{x^4}{4}$.

Câu 185: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}x>3$ là

A. $\left(\log_{0,5}3;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\log_{0,5}3\right)$. **C.** $\left(0;0,125\right)$. **D.** $\left(0;3^{0,5}\right)$.

Câu 186: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình tổng quát của mặt phẳng

A. $2x+y^2+z+1=0$. **B.** $x^2+y+z+2=0$.

C. $2x+y+z+3=0$. **D.** $2x+y+z^2+4=0$.

Câu 187: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường thẳng?

A. $\dfrac{x-2}{3}=\dfrac{y-1}{z}=\dfrac{z-5}{4}$. **B.** $\dfrac{x-9}{7}=\dfrac{y-8}{-1}=\dfrac{z-6}{-2}$.

C. $\dfrac{x-6}{3}=\dfrac{y-3}{4}=\dfrac{z-5}{z}$. **D.** $\dfrac{x-1}{y}=\dfrac{y-2}{5}=\dfrac{z-3}{4}$.

Câu 188: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào sau đây là phương trình mặt cầu

A. $\left(x^2-8\right)^2+\left(y-12\right)^2+\left(z-24\right)^2=9^2$. **B.** $\left(x-9\right)^2+\left(y^2-10\right)^2+\left(z-11\right)^2=12^2$.

C. $\left(x-13\right)^2+\left(y-24\right)^2-\left(z-36\right)^2=7^2$. **D.** $\left(x-1\right)^2+\left(y-2\right)^2+\left(z-3\right)^2=5^2$.

Câu 189: Mỗi ngày ông An đều đi bộ để rèn luyện sức khỏe. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông An trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào dưới đây?

A. 3,41. **B.** 11,62. **C.** 0,017. **D.** 0,36.

Câu 190: Một đồ chơi có dạng khối chóp cụt tứ giác đều với độ dài hai cạnh đáy lần lượt là $2cm$ và $12cm$, chiều cao là $18cm$. Thể tích của đồ chơi đó bằng

A. $9288cm^3$. **B.** $1048cm^3$. **C.** $3096cm^3$. **D.** $1032cm^3$.

Câu 191: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(A)>0, P(B)>0$. Khi đó $P(A|B)$ bằng biểu thức nào dưới đây?

A. $\dfrac{P(A).P(B|A)}{P(B)}$. **B.** $\dfrac{P(B).P(B|A)}{P(A)}$. **C.** $\dfrac{P(B)}{P(A).P(B|A)}$. **D.** $\dfrac{P(A)}{P(B).P(B|A)}$.

Câu 192: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai điểm $A(x_1;y_1;z_1)$ và $B(x_2;y_2;z_2)$ bằng:

A. $|x_2-x_1|+|y_2-y_1|+|z_2-z_1|$. **B.** $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}$.

C. $\dfrac{|x_2-x_1|+|y_2-y_1|+|z_2-z_1|}{3}$. **D.** $\sqrt{\dfrac{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2+(z_2-z_1)^2}{3}}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 42

Câu 193: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;3)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 194: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^{2x-1}$ là

A. $\dfrac{e^{2x}}{4x}+C$. **B.** $\dfrac{1}{2}e^{2x-1}+C$. **C.** $\dfrac{e^{2x}}{2x}+C$. **D.** $2e^{2x-1}+C$.

Câu 195: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=3^x$, $y=0$, $x=0$, $x=2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S=\int_0^2 3^x\,dx$. **B.** $S=\pi\int_0^2 3^{2x}\,dx$. **C.** $S=\pi\int_0^2 3^x\,dx$. **D.** $S=\int_0^2 3^{2x}\,dx$.

Câu 196: Chỉ số ô nhiễm không khí (AQI) tại thủ đô Hà Nội trong tháng 6/2024 được thống kê vào 10h30 sáng các ngày trong tháng thể hiện trong bảng số liệu sau:

Chỉ số (AQI)	[130;145)	[145;160)	[160;175)	[175;190)	[190;205)
Số ngày	8	7	6	7	2

Tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 175. **B.** 176,5. **C.** 180,2 **D.** 178,2.

Câu 197: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;3;-2)$ và nhận vectơ $\vec{u}=(1;-1;5)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5-2t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+t\\y=-1+3t\\z=5+2t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3-t\\z=-2+5t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=1+t\\y=3+t\\z=-2+5t\end{cases}$.

Câu 198: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	
$f(x)$	1	$\nearrow$	3	$\nearrow$	2
			$-\infty$		

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 199: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{2}{3}} x > 2$ là

A. $\left(0;\frac{4}{9}\right)$. **B.** $\left(-\infty;\sqrt[3]{4}\right)$. **C.** $\left(\sqrt[3]{4};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{4}{9}\right)$.

Câu 200: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x-3y+z-5=0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}=(1;-3;-4)$. **B.** $\vec{n}=(1;-3;1)$. **C.** $\vec{n}=(1;3;1)$. **D.** $\vec{n}=(-1;-3;1)$.

Câu 201: Cho hình chóp $S.ABCD$ có $SA\perp(ABCD)$, $ABCD$ là hình chữ nhật tâm O. Gọi I là trung điểm SC. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $BD\perp(SAC)$. **B.** $OI\perp(ABCD)$. **C.** $BC\perp SB$. **D.** $SD\perp DC$.

Câu 202: Số nghiệm của phương trình $2^{2x^2-7x+5}=1$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 203: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_n=3n+2$. Tìm số hạng đầu u_1 và công sai d.

A. $u_1=2;d=2$. **B.** $u_1=5;d=3$. **C.** $u_1=3;d=5$. **D.** $u_1=5;d=2$.

Câu 204: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình hộp, khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OA'}=\vec{0}$ **B.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OC'}=\vec{0}$ **C.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}=\vec{0}$ **D.** $\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OD}=\vec{0}$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 43

Câu 205: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=4^x$ là

A. $\frac{4^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\frac{4^x}{2\ln 2}+C$. **C.** $\frac{4^x}{x}+C$. **D.** $x\cdot 4^{x-1}+C$.

Câu 206: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. 33. **B.** $\frac{33}{5}$. **C.** $\frac{33\pi}{5}$. **D.** 33π.

Câu 207: Thống kê điểm kiểm tra giữa kỳ môn Toán của 30 học sinh lớp 11C5 được ghi lại ở bảng sau:

Điểm	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Số học sinh	4	8	11	7

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[2;4)$. **B.** $[4;6)$. **C.** $[6;8)$. **D.** $[8;10)$.

Câu 208: Tập nghiệm của bất phương trình $2^x<1$ là:

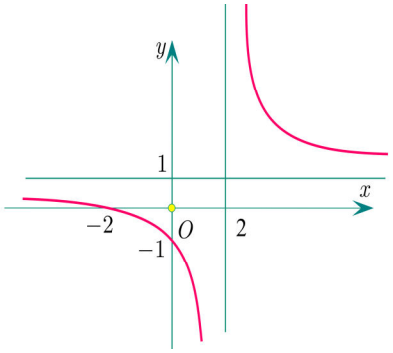
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 209: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(1;0;1)$, $C(-1;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases} x=-2t \\ y=-1+t \\ z=3+t \end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 210: Tìm hệ số a,b,c để hàm số $y=\dfrac{2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ:



A. $a=2,b=2,c=-1$. **B.** $a=1,b=1,c=-1$.

C. $a=1,b=2,c=1$. **D.** $a=1,b=-2,c=1$.

Câu 211: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P):2x-y+z+3=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;1;3)$.

Câu 212: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$.

Phát biểu nào sau đây **sai**?

A. $CD\perp(SBC)$. **B.** $SA\perp(ABC)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Câu 213: Nghiệm của phương trình $3^{2x+1}=27$ là

A. 5. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 214: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=8$ và công sai $d=3$. Số hạng u_2 của cấp số cộng là

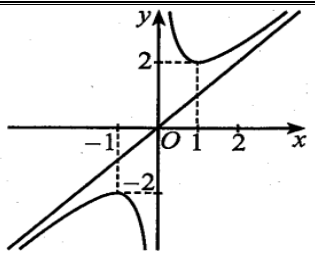
A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 24. **C.** 5. **D.** 11.

Câu 215: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như *Hình 1.*



Hình 1

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 44

Câu 217: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{2x+3}$ là

A. $3\ln|2x+3|+C$. **B.** $\dfrac{1}{3}\ln|2x+3|+C$. **C.** $2\ln|2x+3|+C$. **D.** $\dfrac{1}{2}\ln|2x+3|+C$.

Câu 218: Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, liên tục trên $[a;b]$ trục hoành và hai đường thẳng $x=a, x=b$ $(a<b)$ cho bởi công thức:

A. $S=\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$. **C.** $S=\pi\int_a^b |f(x)|\,\mathrm{d}x$. **D.** $S=\pi\int_a^b f^2(x)\,\mathrm{d}x$.

Câu 219: Sau khi kiểm tra sức khỏe tổng quát, kết quả số cân nặng của học sinh lớp 12A sĩ số 40 HS được thể hiện trong bảng số liệu sau: (Đơn vị: kg)

Cân nặng	[40;50)	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)
Số học sinh	7	12	12	7	2

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 50 **B.** 50,5. **C.** 52,5. **D.** 55,5.

Câu 220: Trong không gian $Oxyz$, phương trình của đường thẳng đi qua điểm $A(1;2;-1)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=(1;3;2)$ là

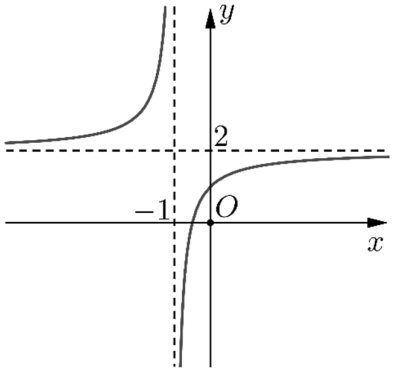
A. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+3}{2}=\dfrac{z+2}{-1}$. **B.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-3}{2}=\dfrac{z-2}{-1}$.

C. $\dfrac{x+1}{1}=\dfrac{y+2}{3}=\dfrac{z-1}{2}$. **D.** $\dfrac{x-1}{1}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+1}{2}$.

Câu 221: Hàm số số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới:

Đường tiệm cận đứng của đồ thị là đường thẳng có phương trình

A. $x=1$.
B. $x=2$.
C. $x=-2$.
D. $x=-1$.



Câu 222: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x-2\right)\le 1$ là

A. $\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\log_2 5\right)$. **D.** $\left(-\infty;\frac{5}{2}\right]$.

Câu 223: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây nhận $\vec{n}=\left(1;2;3\right)$ làm vectơ pháp tuyến?

A. $x+2y+3=0$. **B.** $x+2y+3z=0$. **C.** $y+2z+3=0$. **D.** $x+2z+3=0$.

Câu 224: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật tâm I và cạnh bên SA vuông góc với đáy. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\left(SCD\right)\perp\left(SAD\right)$. **B.** $\left(SBC\right)\perp\left(SIA\right)$. **C.** $\left(SDC\right)\perp\left(SAI\right)$. **D.** $\left(SBD\right)\perp\left(SAC\right)$.

Câu 225: Nghiệm của phương trình $\left(\frac{1}{5}\right)^{x^2-2x-3}=5^{x+1}$ là

A. $x=-1;x=2$. **B.** Vô nghiệm. **C.** $x=1;x=2$. **D.** $x=1;x=-2$.

Câu 226: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có $u_1=2$, $u_2=6$. Công sai của cấp số cộng bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 227: Cho hình lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Đặt $\overrightarrow{AA'}=\vec{a},\overrightarrow{AB}=\vec{b},\overrightarrow{AC}=\vec{c}$. Khi đó biểu diễn $\overrightarrow{BC'}$ theo các vectơ $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$

A. $\overrightarrow{BC'}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$. **C.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{BC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$.

Câu 228: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-4;1\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left(0;2\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 45

Câu 229: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ với $u_1=3$ và $u_3=12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho bằng

A. $q=4$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=2$. **D.** $q=\pm 2$.

Câu 230: Phương trình $2024^{4x-8}=1$ có nghiệm là

A. $x=\frac{7}{4}$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=\frac{9}{4}$. **D.** $x=2$.

Câu 231: Với a là số thực dương tùy ý, $\log_2\left(2a^2\right)$ bằng

A. $2\log_2\left(2a\right)$. **B.** $\frac{1}{2}\log_2\left(2a\right)$. **C.** $1+2\log_2 a$. **D.** $4\log_2 a$.

Câu 232: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp\left(ABC\right)$ và đáy là tam giác vuông tại B, $AC=2a$, $BC=a$, $SB=2a$. Tính góc giữa SA và mặt phẳng $\left(SBC\right)$.

A. $45°$. **B.** $60°$. **C.** $30°$. **D.** $90°$.

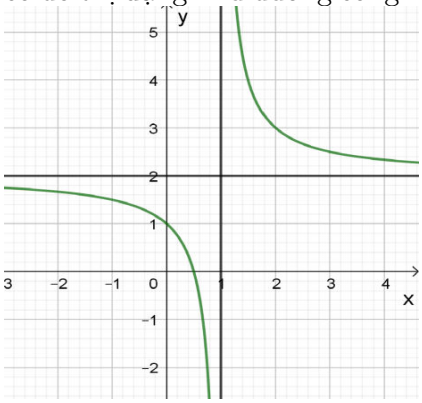
Câu 233: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	6	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;5)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(3;6)$. **D.** $(-3;0)$.

Câu 234: Hàm số nào dưới đây có đồ thị dạng như đường cong hình vẽ bên?



A. $y=-x^4-2x^2$. **B.** $y=-x^3+3x^2$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 235: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x-6x^2$ là

A. $-\cos x-2x^3+C$. **B.** $\cos x-2x^3+C$.

C. $-\cos x-18x^3+C$. **D.** $\cos x-18x^3+C$.

$\int_1^2 2f(x)dx=2;\int_2^5 f(x)dx=3.$ $I=\int_1^5 f(x)dx.$

Câu 236: Cho Tính

A. $x=4$. **B.** $x=3$. **C.** $x=6$. **D.** $x=7$.

Câu 237: Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(1;2;-3)$ lên mặt phẳng (Oyz) có tọa độ là

A. $(1;0;0)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(1;-2;3)$. **D.** $(0;2;-3)$.

Câu 238: Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2+4x-2y+8z-1=0$ có tâm là

A. $M(4;-2;8)$. **B.** $N(2;-1;-4)$. **C.** $P(-2;1;-4)$. **D.** $Q(-4;2;-8)$.

Câu 239: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BB'}+\overrightarrow{B'A'}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{B'C'}+=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{BC'}=\overrightarrow{AC'}$.

Câu 240: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616. **B.** 0,785. **C.** 0,78. **D.** 0,609.

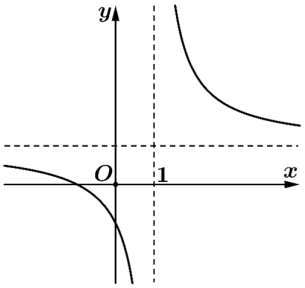
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 46

Câu 241: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1=-1$ và $u_2=4$. Giá trị của u_3 bằng

A. 9. **B.** -16. **C.** 7. **D.** -8.

Câu 242: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào đúng?



A. $y'>0,\ \forall x\neq 1$. **B.** $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **C.** $y'<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 1$.

Câu 243: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(1;2;-1\right)$ và mặt phẳng $\left(P\right):x+2y+z=0$. Mặt phẳng $\left(Q\right)$ qua M và song song với $\left(P\right)$ có phương trình là

A. $x+2y+z+4=0$. **B.** $x+2y+z-1=0$.
C. $x+2y-z-6=0$. **D.** $x+2y+z-4=0$.

Câu 244: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,5}\left(2x+6\right)\geq -5$ là

A. 16. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 8.

Câu 245: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh 2. Độ dài của vectơ $\vec{u}=\overrightarrow{A'C'}-\overrightarrow{A'A}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 246: Biết $\int f\left(x\right)\mathrm{d}x=\cos x+C$ thì $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

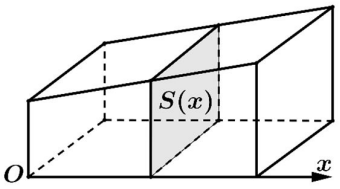
A. $\sin x+C'$. **B.** $\cos x+C'$. **C.** $-\sin x+C'$. **D.** $-\cos x+C$.

Câu 247: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\left(-\infty;0\right)\setminus\left\{-2\right\}$ và có bảng biến thiên bên dưới. Đồ thị hàm số đã cho có tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng là

x	$-\infty$		-2		0
$f'(x)$		$+$		$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$	↘	1 ↘ 0

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 248: Khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x $\left(0\leq x\leq 3\right)$, ta được mặt cắt là một hình vuông có cạnh là $\sqrt{9-x^2}$ (được mô hình hóa bởi hình vẽ bên dưới). Thể tích của vật thể đó bằng



A. 171π. **B.** 171. **C.** 18π. **D.** 18.

Câu 249: Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$. Biết diện tích mặt bên $ABB'A'$ bằng 15 và khoảng cách từ C đến mặt phẳng $\left(ABB'A'\right)$ bằng 6. Thể tích của khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$ bằng bao nhiêu?

A. 60. **B.** 45. **C.** 90. **D.** 30.

Câu 250: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(1;3;2\right)$ và $B\left(4;5;6\right)$. Gọi α là góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng $\left(Oxy\right)$. Giá trị của $\cos\alpha$ bằng

A. $\frac{4\sqrt{29}}{29}$. **B.** $\frac{16}{29}$. **C.** $\frac{\sqrt{377}}{29}$. **D.** $\frac{13}{29}$.

Câu 251: Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 năm học 2024 – 2025 của một trường được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	[6,5; 7)	[7; 7,5)	[7,5; 8)	[8; 8,5)	[8,5; 9)	[9; 9,5)	[9,5; 10)
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (Kết quả làm tròn đến hàng phần chục)

A. $\Delta_Q = 1{,}1$. **B.** $\Delta_Q = 1$. **C.** $\Delta_Q = 1{,}2$. **D.** $\Delta_Q = 0{,}6$.

Câu 252: Một người gửi tiết kiệm 10 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất 7% / một năm. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi năm, số tiền lãi sẽ được nhập vào vốn ban đầu. Sau 5 năm mới rút lãi thì người đó thu được số tiền lãi là

A. 14,026 triệu đồng. **B.** 50,7 triệu đồng. **C.** 4,026 triệu đồng. **D.** 3,5 triệu đồng.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 47

Câu 253: Cho cấp số cộng có công sai $d = -3$ và số hạng $U_3 = 6$. Số hạng U_8 của cấp số cộng là

A. -9. **B.** -3. **C.** -12. **D.** -6.

Câu 254: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{3}{4}\right)^x > \frac{16}{9}$ là

A. $\left(-2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 255: Cho các số thực dương a và b. Hãy chọn khẳng định đúng.

A. $\log\left(a.b^3\right) = 3\left(\log a + \log b\right)$. **B.** $\log\left(a.b^3\right) = 3\log a.\log b$.

C. $\log\left(a.b^3\right) = \log a + 3\log b$. **D.** $\log\left(a.b^3\right) = \left(\log a + \log b\right)^3$.

Câu 256: Cho hình lập phương ABCD.A'B'C'D'. Số đo góc giữa hai đường thẳng AB' và BC' bằng

A. 45^0. **B.** 60^0. **C.** 30^0. **D.** 90^0.

Câu 257: Cho mẫu số liệu có bảng tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm SL	$\left[38,5;40,5\right)$	$\left[40,5;42,5\right)$	$\left[42,5;44,5\right)$	$\left[44,5;46,5\right)$	$\left[46,5;48,5\right)$
Tần số	5	8	12	11	9

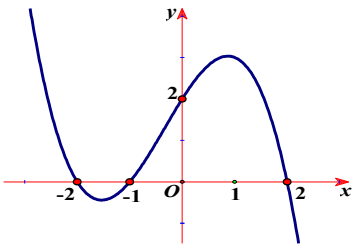
Tứ phân vị thứ 3 bằng

A. $\frac{507}{11}$. **B.** $\frac{485}{11}$. **C.** $\frac{527}{12}$. **D.** $\frac{493}{12}$.

Câu 258: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - 3x + 2$. Hàm số có cực đại bằng

A. -1. **B.** 3. **C.** $\frac{16}{3}$. **D.** $\frac{11}{3}$.

Câu 259: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên R. Hàm số $f'(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới



Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào cho dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 260: Hàm số nào cho dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^{2x+1}$?

A. $y=2.3^{2x+1}.\ln 3$. **B.** $y=\frac{3^{2x+2}}{2x+2}$. **C.** $y=3.\frac{9^x}{\ln 9}$. **D.** $y=3.\frac{9^x}{\ln 3}$.

Câu 261: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) $2x-y+z-3=0$. Đường thẳng đi qua gốc tọa độ O và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình tham số là

A. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=1-t\\z=-1+t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+2t\\y=1-t\\z=-1+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=2t\\y=0\\z=t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=t\\y=-t\\z=t\end{cases}$.

Câu 262: Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=(x-2)(x+1)^2$ và trục hoành bằng

A. $\frac{11}{3}$. **B.** $\frac{23}{6}$. **C.** $\frac{14}{5}$. **D.** $\frac{27}{4}$.

Câu 263: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2+y^2+(z+2)^2=4$. (S) có tâm I và bán kính R là

A. $I(-1;0;2);R=2$. **B.** $I(1;0;-2);R=4$. **C.** $I(-1;0;2);R=4$. **D.** $I(1;0;-2);R=2$.

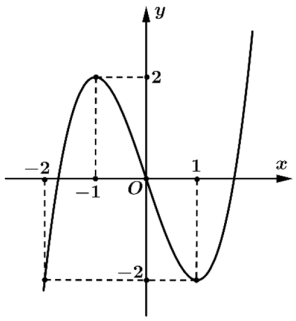
Câu 264: Cho hai véc tơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=3$, $|\vec{b}|=5$, $\vec{a}.\vec{b}=-\frac{15}{2}$. Tính $|\vec{a}+2\vec{b}|$.

A. $\sqrt{74}$. **B.** $\sqrt{82}$. **C.** $\sqrt{79}$. **D.** $\sqrt{77}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 48

Câu 265: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;-1)$.
B. $(-1;1)$.
C. $(-2;1)$.
D. $(-1;2)$.

Câu 266: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2-2x+4y+6z-2=0$. Bán kính của mặt cầu (S) bằng

A. 8. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 16.

Câu 267: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x-2}$ là đường thẳng

A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=-2$. **D.** $x=-2$.

Câu 268: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3)\geq \log_{\frac{1}{2}}4$.

A. $S=(3;7]$. **B.** $S=[3;7]$. **C.** $S=(-\infty;7]$. **D.** $S=[7;+\infty)$.

Câu 269: Trong không gian $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng $d:\begin{cases}x=-t+2\\y=2t\\z=3t\end{cases}$ là

A. $(2;2;3)$. **B.** $(1;2;3)$. **C.** $(1;-2;-3)$. **D.** $(2;-2;-3)$.

Câu 270: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật, cạnh $AB=a, BC=2a$. Hai mặt bên (SAB) và (SAD) cùng vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và cạnh $SA=a$. Tính theo a thể tích V của khối chóp $S.ABCD$

A. $V=a^3$. **B.** $V=\dfrac{2a^3}{3}$. **C.** $V=2a^3$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{3}$.

Câu 271: Hàm số $y=3^{x^2+1}$ có giá trị nhỏ nhất bằng

A. 1. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 0.

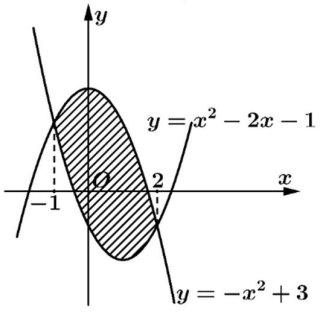
Câu 272: Cho hàm số $f(x)=x^2-\dfrac{4}{x}$. Giá trị của $\displaystyle\int_1^2 f'(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. $\dfrac{7}{3}-\ln 2$. **B.** 3. **C.** $\dfrac{7}{3}$. **D.** 5.

Câu 273: Cho một cấp số cộng có số hạng đầu là $u_1=2$ và công sai $d=3$. Số hạng thứ 10 bằng:

A. 29. **B.** 32. **C.** 26. **D.** 30.

Câu 274: Diện tích hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên bằng:



A. $\displaystyle\int_{-1}^{2}(2x^2-2x-4)\mathrm{d}x$ **B.** $\displaystyle\int_{-1}^{2}(2x-2)\mathrm{d}x$.

C. $\displaystyle\int_{-1}^{2}(-2x+2)\mathrm{d}x$. **D.** $\displaystyle\int_{-1}^{2}(-2x^2+2x+4)\mathrm{d}x$.

Câu 275: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;5;-7)$. Tìm tọa độ của điểm M' đối xứng với điểm M qua trục Oy.

A. $M'(3;-5;-7)$. **B.** $M'(3;5;7)$. **C.** $M'(-3;5;-7)$. **D.** $M'(-3;5;7)$.

Câu 276: Một công ty thống kê lương của nhân viên theo tuần (đơn vị: USD) theo bảng sau:

Lương theo tuần (USD)	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$	$[50;60]$
Số công nhân	4	6	10	20	10

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu này bằng bao nhiêu? (làm tròn tới hàng phần chục)

A. 11,7. **B.** 12. **C.** 11,4. **D.** 12,5.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 49

Câu 277: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=3^x$ là

A. $\dfrac{3^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** 3^x+C. **C.** $\dfrac{3^x}{\ln 3}+C$. **D.** $3^x.\ln 3+C$.

Câu 278: Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=x^3-3x+2, y=0$. Diện tích của D là

A. $S=\pi\int\limits_{-2}^{1}\left(x^3-3x+2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-2}^{1}\left(x^3-3x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\pi\int\limits_{-2}^{1}\left(x^3-3x+2\right)^2\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int\limits_{1}^{-2}\left(x^3-3x+2\right)\mathrm{d}x$.

Câu 279: Một hệ thống siêu thị tiện ích khảo sát số lượng khách hàng trong giờ cao điểm tại 50 chi nhánh và thu được bảng phân phối tần số ghép nhóm như sau:

Nhóm	$[36;38)$	$[38;40)$	$[40;42)$	$[42;44)$	$[44;46)$
Tần số	7	17	26	29	21

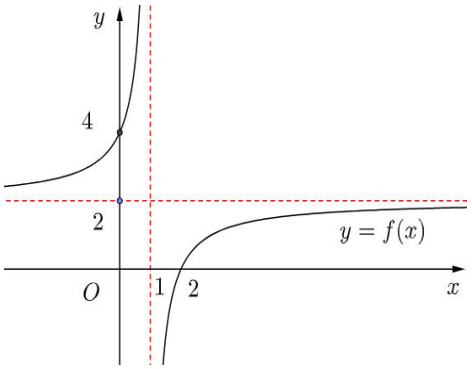
Số lượng khách hàng trung bình của của 50 chi nhánh siêu thị trên là bao nhiêu? (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. 41,8. **B.** 42,0. **C.** 41,6. **D.** 42,2.

Câu 280: Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình của đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y-2}{3}=\dfrac{z+5}{-2}$. Vectơ nào sau đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d .

A. $\overrightarrow{u_2}=(1;2;5)$ **B.** $\overrightarrow{u_3}=(-1;-2;5)$. **C.** $\overrightarrow{u_4}=(2;-3;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_1}=(-2;-3;2)$.

Câu 281: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $y=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=2$.

Câu 282: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2) > \log_3(4-x)$ là

A. $S=(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;4)$. **C.** $S=(3;4)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Câu 283: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x-2z+5=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_4}=(1;-2;5)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(1;2;5)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(1;0;-2)$. **D.** $\overrightarrow{n_1}=(1;-2;0)$.

Câu 284: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi và $SA\perp(ABCD)$. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (SAC)?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Câu 285: Nghiệm phương trình $3^{x-1}=15$ là

A. $x=5$. **B.** $x=6$. **C.** $x=\log_3 15+1$. **D.** $x=\log_{15} 3+1$.

Câu 286: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=2$, $u_3=-6$. Công sai d của cấp số cộng là:

A. -8. **B.** -4. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 287: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

A. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{DA'}$. **B.** $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{DB'}$.

C. $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{DC'}$. **D.** $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DC}+\overrightarrow{DD'}=\overrightarrow{BD'}$.

Câu 288: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho là?

A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 50

Câu 289: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;+\infty)$.

Câu 290: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1=6$ và $u_2=-12$. Công bội q của cấp số nhân đã cho là

A. $q=-\frac{1}{2}$. **B.** $q=-2$. **C.** $q=-18$. **D.** $q=-6$.

Câu 291: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-2)$ và $B(3;-1;2)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{BA}$ là

A. $(2;-2;4)$. **B.** $(2;0;0)$. **C.** $(1;-1;2)$. **D.** $(-2;2;-4)$.

Câu 292: Tính thể tích vật thể tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường cong $y=\sqrt{e^x-x}$, $y=0$, $x=1$, $x=2$ xung quanh trục Ox là:

A. $\pi\left(e^2-e-\dfrac{3}{2}\right)$. **B.** $e^2-e-\dfrac{5}{2}$. **C.** $\pi\left(e^2-e-\dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $e^2-e-\dfrac{3}{2}$.

Câu 293: Với mọi số thực dương a, $\log_3(27a)-\log_3 a$ bằng

A. $\log_3(26a)$. **B.** 9. **C.** 3. **D.** $3-2\log_3 a$.

Câu 294: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{4}=\dfrac{-y}{2}=\dfrac{z+2}{-6}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(4;2;-6)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(-2;1;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(1;0;2)$.

Câu 295: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình:

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Câu 296: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0;-2;1)$ và bán kính $R=5$. Phương trình của (S) là

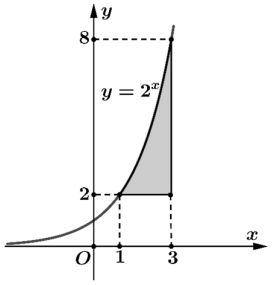
A. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=25$. **B.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=25$.

C. $x^2+(y+2)^2+(z-1)^2=5$. **D.** $x^2+(y-2)^2+(z+1)^2=5$.

Câu 297: Công thức tính thể tích của một khối trụ có bán kính đáy là R và chiều cao h là

A. $V=2\pi R^2h$. **B.** $V=\dfrac{4}{3}\pi R^2h$. **C.** $V=\dfrac{1}{3}\pi R^2h$. **D.** $V=\pi R^2h$.

Câu 298: Diện tích hình phẳng gạch sọc trong hình vẽ bên dưới bằng



A. $\displaystyle\int_1^3\left(2^x-2\right)\mathrm{d}x$. **B.** $\displaystyle\int_1^3\left(2^x+2\right)\mathrm{d}x$.

C. $\displaystyle\int_1^3\left(2-2^x\right)\mathrm{d}x$. **D.** $\displaystyle\int_1^3 2^x\,\mathrm{d}x$.

Câu 299: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB và CD. Đặt $\overrightarrow{BA}=\vec{b}$, $\overrightarrow{AC}=\vec{c}$, $\overrightarrow{AD}=\vec{d}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}+\vec{b}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{d}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{b}-\vec{d}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MP}=\dfrac{1}{2}\left(\vec{c}+\vec{d}-\vec{b}\right)$.

Câu 300: Thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh lớp 12 được mẫu số liệu sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	8	10	16	24	13	7	4

Phương sai của mẫu số liệu về điểm trung bình môn Toán của các học sinh đó là

A. 0,616. **B.** 0,785. **C.** 0,78. **D.** 0,609.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 2 (ĐỀ 26-50)

1.D	2.D	3.D	4.A	5.D	6.C	7.D	8.B	9.A	10.C
11.C	12.A	13.C	14.B	15.C	16.D	17.C	18.A	19.A	20.D
21.C	22.D	23.C	24.D	25.A	26.C	27.D	28.D	29.B	30.C
31.D	32.D	33.B	34.C	35.A	36.B	37.A	38.B	39.C	40.C
41.B	42.A	43.B	44.A	45.D	46.C	47.D	48.C	49.A	50.D
51.A	52.D	53.B	54	55.D	56.A	57.A	58.C	59.C	60.A
61.A	62.B	63.A	64.B	65.C	66.B	67.C	68.D	69.D	70.C
71.A	72.D	73.D	74.D	75.A	76.C	77.B	78.B	79.D	80.B
81.A	82.C	83.B	84.A	85.C	86.C	87.D	88.A	89.A	90.C
91.B	92.C	93.C	94.B	95.D	96.C	97.B	98.C	99.B	100.D
101.D	102.C	103.D	104.B	105.B	106.A	107.C	108.D	109.B	110.B
111.A	112.C	113.A	114.A	115.C	116.D	117.B	118.B	119.C	120.B
121.D	122.D	123.C	124.B	125.A	126.A	127.A	128.D	129.C	130.B
131.B	132	133.A	134.B	135.C	136.C	137.D	138.D	139.D	140.B
141.A	142.C	143.D	144.D	145.C	146.D	147.C	148.B	149.D	150.A
151.B	152.B	153.A	154.A	155.C	156.A	157.A	158.A	159.C	160.C
161.B	162.C	163.C	164.B	165.C	166.B	167.A	168.B	169.B	170.C
171.C	172.C	173.D	174.A	175.A	176.A	177.D	178.D	179.C	180.C
181.D	182.D	183.C	184.A	185.C	186.C	187.B	188.D	189.D	190.D
191.A	192.B	193.C	194.B	195.A	196.D	197.C	198.A	199.A	200.B
201.A	202.A	203.B	204.B	205.B	206.C	207.C	208.A	209.C	210.D
211.A	212.A	213.D	214.D	215.C	216.B	217.D	218.A	219.C	220.D
221.D	222.A	223.B	224.A	225.A	226.D	227.B	228.C	229.D	230.D
231.C	232.B	233.B	234.C	235.A	236.A	237.D	238.C	239.B	240.D
241.A	242.D	243.D	244.A	245.D	246.C	247.A	248.D	249.B	250.C
251.A	252.C	253.A	254.B	255.C	256.B	257.A	258.D	259.B	260.C
261.A	262.D	263.D	264.C	265.A	266.C	267.C	268.A	269.C	270.B
271.C	272.D	273.A	274.D	275.D	276.A	277.C	278.B	279.A	280.D
281.D	282.C	283.C	284.D	285.C	286.B	287.B	288.C	289.B	290.B
291.D	292.A	293.C	294.C	295.C	296.A	297.D	298.A	299.A	300.D

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 3 (ĐỀ SỐ 51-75)

ĐỀ SỐ 51

Câu 1: Trong các dãy số có công thức tổng quát sau, dãy số nào là cấp số cộng?

A. $u_n = 2025^n$. **B.** $u_n = 2n + 2025$. **C.** $u_n = \dfrac{2}{n+2025}$. **D.** $u_n = n^2 - 2$.

Câu 2: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-3) \geq \log_{\frac{1}{2}} 4$.

A. $S = [3;7]$. **B.** $S = (3;7]$. **C.** $S = (-\infty;7]$. **D.** $S = [7;+\infty)$.

Câu 3: Trong các phương trình sau, phương trình nào vô nghiệm?

A. $5^x - 1 = 0$. **B.** $\log_2 x = 3$. **C.** $3^x + 2 = 0$. **D.** $\log(x-1) = 1$.

Câu 4: Hàm số Cho hình chóp $S.ABC$ có SA vuông góc với mặt phẳng đáy (ABC), tam giác ABC đều cạnh bằng a, $SA = a\sqrt{3}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng (ABC) bằng

A. $90°$. **B.** $30°$. **C.** $45°$. **D.** $60°$.

Câu 5: Cho đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-2}$, xác định tọa độ tâm đối xứng I của đồ thị.

A. $I(2;1)$. **B.** $I(2;2)$. **C.** $I(1;2)$. **D.** $I(2;-2)$.

Câu 6: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 + 3$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. 0. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** -1.

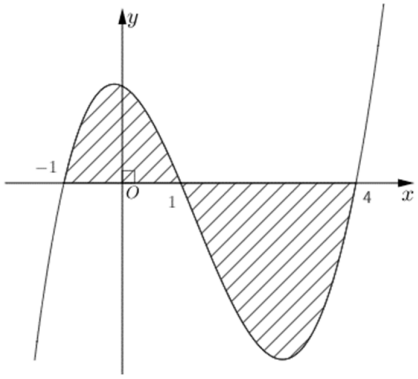
Câu 7: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;2;-3)$, N và vectơ $\vec{v} = (2;-1;-2)$ thỏa mãn điều kiện $\vec{v} = \overrightarrow{MN}$. Tọa độ của điểm N là

A. $(-1;3;-1)$. **B.** $(3;1;-5)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $(-3;-1;5)$.

Câu 8: Biết $\int_1^3 f(x)\,dx = 3$. Giá trị của $\int_1^3 2f(x)\,dx$ bằng

A. 5. **B.** 9. **C.** 6. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1$ và $x = 4$ (như hình vẽ bên). Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

C. $S=-\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x-\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$. **D.** $S=-\int\limits_{-1}^{1}f(x)\mathrm{d}x+\int\limits_{1}^{4}f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 10: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 0.22. **B.** 0.24 **C.** 0.26 **D.** 0.28

Câu 11: Đường thẳng $\Delta:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{2-y}{1}=\dfrac{z-3}{2}$ nhận vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương?

A. $\overrightarrow{u_1}=(2;1;2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(2;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;2;3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;1;2)$.

Câu 12: Hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;1;2)$ lên trục Ox có tọa độ là

A. $H(1;0;2)$. **B.** $H(1;0;0)$. **C.** $H(0;1;0)$. **D.** $H(0;0;2)$.

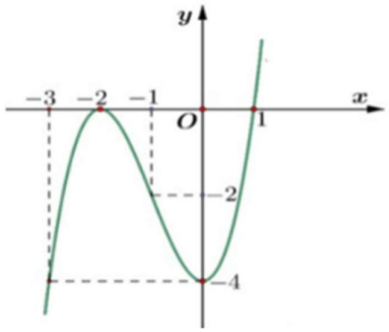
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 52

Câu 13: Giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^3+3x^2-9x-6$ trên đoạn $\left[-1;2\right]$ là?

A. $M=7$. **B.** $M=5$. **C.** $M=-11$. **D.** $M=21$.

Câu 14: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(-4;-2)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 15: Cho $\int\limits_{1}^{5}f(x)\mathrm{d}x=3;\int\limits_{1}^{2}f(x)\mathrm{d}x=-2$. Tính $I=3\int\limits_{2}^{5}f(x)\mathrm{d}x$

A. 3. **B.** -15. **C.** 15. **D.** -3.

Câu 16: Tập xác định của hàm số $y=5^x$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $[0;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 17: Trong không gian với hệ tọa độ $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$, cho hai vectơ $\vec{a}=(1;2;3),\vec{b}=2\vec{i}-4\vec{k}$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{u}=\vec{a}-\vec{b}$?

A. $\vec{u}=(-1;-2;3)$. **B.** $\vec{u}=(-1;6;3)$. **C.** $\vec{u}=(-1;2;7)$. **D.** $\vec{u}=(-1;2;-1)$.

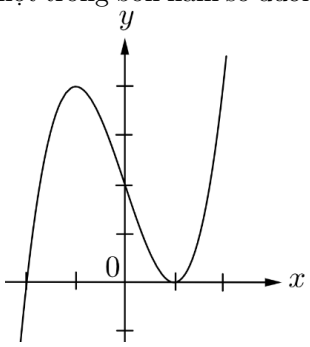
Câu 18: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-y+z-3=0$. Véctơ nào dưới đây là một véctơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}=(-2;1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_3}=(3;-1;-1)$. **C.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;1)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-2;1;-1)$.

Câu 20: Đường cong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x+2$. **B.** $y=x^3+x^2+1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=x^2+1$.

Câu 21: Cô Hà thống kê lại đường kính thân gỗ của một số cây xoan đào 6 năm tuổi được trồng cây ở một lâm trường ở bảng sau:

Đường kính (cm)	$[40;45)$	$[45;50)$	$[50;55)$	$[55;60)$	$[60;65)$
Tần số	5	20	18	7	3

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là bao nhiêu?

A. 6. **B.** 30. **C.** 25. **D.** 69,8.

Câu 22: Trong không gian $Oxyz$, cho các véc tơ $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}+\vec{j};\overrightarrow{OB}=\vec{i}+\vec{j}-2\vec{k}$. Khi đó tọa độ véc tơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(2;2;-2)$. **B.** $(2;1;-3)$. **C.** $(0;0;-1)$. **D.** $(2;0;-2)$.

Câu 23: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Đặt $\overrightarrow{AB}=\vec{a},\overrightarrow{AD}=\vec{b},\overrightarrow{AA'}=\vec{c}$. Phân tích vectơ $\overrightarrow{AC'}$ theo $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$

A. $\overrightarrow{AC'}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}$.

C. $\overrightarrow{AC'}=\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}$.

Câu 24: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_3=12$ và công bội $q=2$. Số hạng u_1 của cấp số nhân đã cho là

A. 7. **B.** 3. **C.** 9. **D.** 6.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 53

Câu 25: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=-2$, $u_6=8$. Tìm công sai d của cấp số cộng đó.

A. $d=-2$. **B.** $d=2$. **C.** $d=\frac{5}{3}$. **D.** $d=-\frac{5}{3}$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x-2}<9$ là

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(4;+\infty)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 27: Nghiệm của phương trình $\log_5(2x)=2$ là

A. $x=5$. **B.** $x=2$. **C.** $x=\frac{25}{2}$. **D.** $x=\frac{1}{5}$.

Câu 28: Cho khối chóp có diện tích đáy $B=2a^2$ và chiều cao $h=9a$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $9a^3$. **B.** $6a^3$. **C.** $3a^3$. **D.** $18a^3$.

Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào sau đây song song với trục Ox?

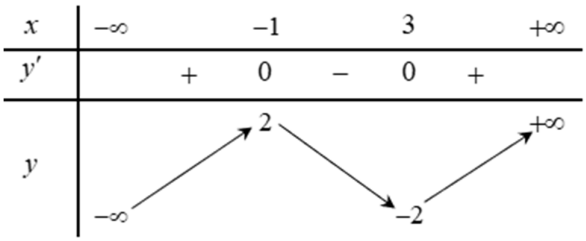
A. $(P):z=0$. **B.** $(Q):x+y+1=0$.

C. $(R):x+z+1=0$. **D.** $(S):y+z+1=0$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S):x^2+y^2+z^2-2x+4y+2z-3=0$. Tâm của (S) có tọa độ là

A. $(-2;4;2)$. **B.** $(1;-2;-1)$. **C.** $(2;-4;-2)$. **D.** $(-1;2;1)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 32: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ là đường thẳng có phương trình

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=2$.

Câu 33: Trong không gian, cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai vectơ $\overrightarrow{BD}$ và $\overrightarrow{B'C}$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Câu 34: Cho $\int \cos x\,dx=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=-\cos x$. **B.** $F'(x)=\sin x$. **C.** $F'(x)=\cos x$. **D.** $F'(x)=-\sin x$.

Câu 35: Cho $\int_{-2}^{5} f(x)\,\mathrm{d}x=8$ và $\int_{5}^{-2} g(x)\,\mathrm{d}x=3$. Khi đó, $\int_{-2}^{5}\left[f(x)-4g(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 12. **C.** 11. **D.** 5.

Câu 36: Bạn An rất thích chạy bộ. Thời gian chạy bộ mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn An được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

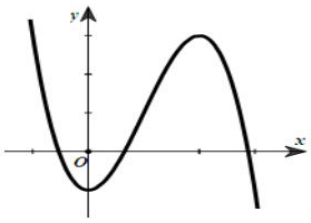
Hãy tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trong bảng trên.

A. 9,225. **B.** 8,25. **C.** 9,25. **D.** 8,125.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 54

Câu 37: Cho hàm đa thức $y=f(x)$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong như hình vẽ bên dưới. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu cực trị?



A. 2. **B.** 1. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 38: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh bằng a. Tính $\overrightarrow{AC}.\overrightarrow{A'B}$.

A. a^2. **B.** $-a^2$. **C.** $2a$. **D.** $-2a$.

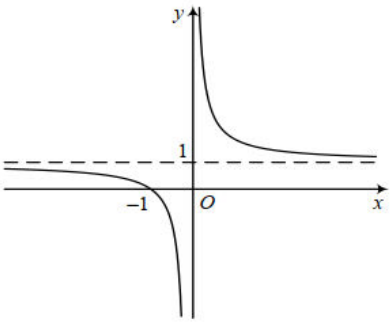
Câu 39: Tìm số nghiệm thực thuộc khoảng $(0;2\pi)$ của phương trình $\cos(2018x)=\dfrac{2024}{2025}$.

A. 2018. **B.** 2024. **C.** 2. **D.** 4036.

Lời giải

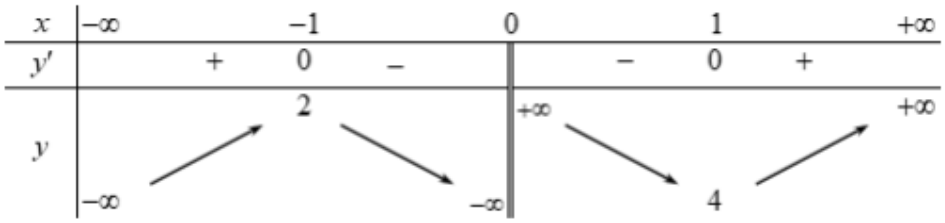
hàm số $y=\cos(2018x)$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{2024}{2025}$ tại hai điểm phân biệt nên trên khoảng $(0;2\pi)$ tức 2018 chu kỳ thì đồ thị hàm số $y=\cos(2018x)$ cắt đường thẳng $y=\dfrac{2024}{2025}$ tại 4036 điểm hay phương trình đã cho có 4036 nghiệm thuộc khoảng $(0;2\pi)$.

Câu 40: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, không có tiệm cận ngang.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$, có tiệm cận đứng $x=1$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$, không có tiệm cận đứng.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$, tiệm cận ngang $y=1$.

Câu 41: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau:



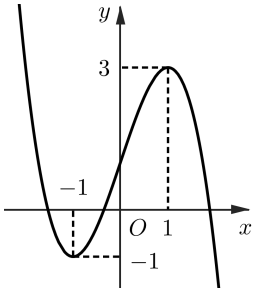
Hàm số đã cho đồng biến trong khoảng nào?

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(1;4\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-1;1\right)$.

Câu 42: Bất phương trình $\log_4\left(x-5\right)<3$ có bao nhiêu nghiệm nguyên

A. 63. **B.** 69. **C.** 65. **D.** 60.

Câu 43: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong hình bên.



Tìm điểm cực đại của hàm số đã cho.

A. $(-1;-1)$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$. **D.** $(1;3)$.

Câu 44: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. $y=-x^3-3x$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=-x^3+5x^2$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Câu 45: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho tam giác $A(5;-2;0), B(-2;3;0), C(0;2;3)$. Tìm tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC.

A. $(1;1;1)$. **B.** $(2;0;-1)$. **C.** $(1;1;-2)$. **D.** $(1;2;1)$.

Câu 46: Tìm số nghiệm thực của phương trình $2^x=\left(\dfrac{1}{3}\right)^x-1$.

A. 2. **B.** Vô số. **C.** 0. **D.** 1.

Lời giải

Phương trình đã cho tương đương với $2^x-\left(\dfrac{1}{3}\right)^x+1=0$.

Xét hàm số $y=f(x)=2^x-\left(\dfrac{1}{3}\right)^x+1$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=2^x\ln 2-\left(\dfrac{1}{3}\right)^x\ln\dfrac{1}{3}$, $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $y=f(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ và $y=0$ là hàm hằng, do đó phương trình $f(x)=0$ có nhiều nhất một nghiệm.

Mặt khác $f(-1)=\dfrac{-3}{2}$, $f(0)=1$, $f(-1).f(0)<0$ nên phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm nằm trong khoảng $(-1;0)$.

Vậy phương trình đã cho có duy nhất một nghiệm.

Câu 47: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=-x^4+12x^2+1$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng

A. 37. **B.** 1. **C.** 12. **D.** 33.

Câu 48: Tìm tiệm cận xiên (d) của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x+5}{x+1}$.

A. $(d)\,y=-x+1$. **B.** $(d)\,y=-x-1$. **C.** $(d)\,y=-x+3$. **D.** $(d)\,y=x+3$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 55

Câu 49: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 18. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 11. **D.** 7.

Câu 50: Tìm tập xác định của hàm số $y = f(x) = \log_3(x-3)$.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 51: Với x là số thực dương tùy ý, $\log_2 x^3$ bằng

A. $3+\log_2 x$. **B.** $\frac{1}{3}\log_2 x$. **C.** $\left(\log_2 x\right)^3$. **D.** $3\log_2 x$.

Câu 52: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $AB \perp (SAD)$. **B.** $AB \perp (SAC)$. **C.** $AB \perp (SBC)$. **D.** $AB \perp (SCD)$.

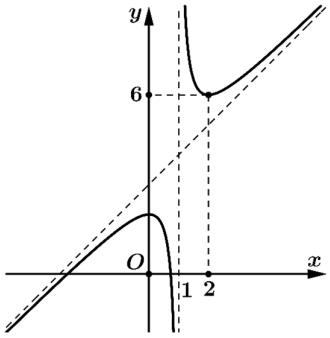
Câu 53: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	-4	$+\infty$ ↘	-2	↗	$+\infty$

Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 55: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 1$ là

A. $x^3 - x + C$. **B.** $\frac{3}{2}x^3 - x - C$. **C.** $3x^3 - x + C$. **D.** $\frac{1}{3}x^3 - x + C$.

Câu 56: Biết $\int_2^3 f(x)dx = 5$ và $\int_2^3 g(x)dx = 3$. Khi đó: $\int_2^3 \left[f(x) + 2.g(x)\right]dx$ bằng

A. 30. **B.** 11. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 57: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{BC}$. **B.** $\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{MP} = \overrightarrow{NP}$.

C. $\overrightarrow{CA} + \overrightarrow{BA} = \overrightarrow{CB}$. **D.** $\overrightarrow{AA} + \overrightarrow{BB} = \overrightarrow{AB}$.

Câu 58: Ghi lại tốc độ (đơn vị: km/h) trong 200 lần giao bóng của một vận động viên môn quần vợt cho kết quả như bảng sau:

Tốc độ	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$	$[165;170)$	$[170;175)$	$[175;180)$
Số lần	18	28	35	43	41	35

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên gần giá trị nào nhất sau đây?

A. $5,77$. **B.** $8,77$. **C.** $6,78$. **D.** $7,78$.

Câu 59: Khoảng cách từ điểm $M(-4;-5;6)$ đến mặt phẳng (Oxy), (Oyz) lần lượt bằng

A. 6 và 4. **B.** 6 và 5. **C.** 5 và 4. **D.** 4 và 6.

Câu 60: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $A(0;-3;2)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2;-1;3)$ là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.

C. $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 56

Câu 61: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)-1>0$

A. $(4;+\infty)$ **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 62: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u}=(3;0;1)$ và $\vec{v}=(2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$.

A. $\vec{u}.\vec{v}=8$ **B.** $\vec{u}.\vec{v}=6$. **C.** $\vec{u}.\vec{v}=-6$. **D.** $\vec{u}.\vec{v}=0$.

Câu 63: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 64: Khối lượng các gói kẹo được đóng gói (đơn vị là kg) được thống kê ở bảng sau.

Khối lượng (kg)	$[1,5;1,7)$	$[1,7;1,9)$	$[1,9;2,1)$	$[2,1;2,3)$	$[2,3;2,5)$
Số gói kẹo	3	5	23	5	4

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần nhất với kết quả nào sau đây?

A. $0,08$. **B.** $0,07$. **C.** $0,09$. **D.** $0,04$.

Câu 65: Nghiệm của phương trình $3^x=\dfrac{1}{9}$ là

A. $x=2$. **B.** $x=3$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=-2$.

Câu 66: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}=\overrightarrow{AC'}$.

C. $\left|\overrightarrow{AB}\right|=\left|\overrightarrow{CD}\right|$. **D.** $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

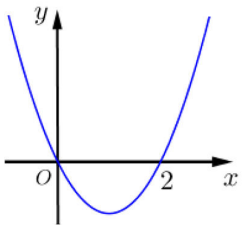
Câu 67: Trong không gian $Oxyz$ cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

A. $(-2;8;-3)$. **B.** $(-4;8;-3)$. **C.** $(-4;8;-5)$. **D.** $(-2;2;5)$.

Câu 68: Cho một cấp số nhân (u_n) có $u_1 = 2$ và $u_2 = 8$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 4. **B.** 6. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -6.

Câu 69: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị đạo hàm $y = f'(x)$ như hình sau



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng

A. $(-1;0)$. **B.** $(3;4)$. **C.** $(2;3)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 70: Một cái hộp chứa 6 viên bi màu đỏ và 4 viên bi màu xanh. Lấy ngẫy nhiên hai viên bi từ cái hộp đó. Tính xác suất để hai viên bi lấy được đều là viên bi màu xanh.

A. $\frac{7}{24}$. **B.** $\frac{7}{9}$. **C.** $\frac{2}{15}$. **D.** $\frac{11}{12}$.

Câu 71: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^3 - 3x$ trên đoạn $[0;3]$ bằng

A. 2. **B.** 18. **C.** -2. **D.** 0.

Câu 72: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng)

Doanh thu	[5;7)	[7;9)	[9;11)	[11;13)	[13;15)
Số ngày	2	7	7	3	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 10. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 15.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 57

Câu 73: Cho $a > 0, m, n \in \mathbb{R}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a^m + a^n = a^{m+n}$. **B.** $a^m.a^n = a^{m-n}$. **C.** $(a^m)^n = (a^n)^m$. **D.** $\frac{a^m}{a^n} = a^{n-m}$.

Câu 74: Với các số thực dương a, b bất kì. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\log(ab) = \log a.\log b$. **B.** $\log\frac{a}{b} = \frac{\log a}{\log b}$.

C. $\log(ab) = \log a + \log b$. **D.** $\log\frac{a}{b} = \log b - \log a$.

Câu 75: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O và $SA = SC, SB = SD$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(SBD) \perp (ABCD)$. **B.** $SO \perp (ABCD)$.

C. $SC \perp (SBD)$. **D.** $(SAC) \perp (ABCD)$.

Câu 76: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 77: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	-3		-1		0		1		2
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	3	↘		↗	2	↘	
	-2				0				1

Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-1;2]$. Giá trị của $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 78: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}|=2\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=3$ và $(\vec{a},\vec{b})=30^\circ$. Độ dài véctơ $\vec{a}-2\vec{b}$ bằng

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{2}$.

Câu 79: Nguyên hàm của hàm số $y=\pi^{3x}$ là

A. $F(x)=\dfrac{\pi^{3x}}{3\ln\pi}+C$. **B.** $F(x)=\dfrac{\pi^{3x+1}}{3}+C$.

C. $F(x)=\dfrac{\pi^{3x+1}}{3x+1}+C$. **D.** $F(x)=3\pi^{3x}\ln\pi+C$.

Câu 80: Cho $\displaystyle\int_{-2}^{2} f(x)\mathrm{d}x=3$ và $\displaystyle\int_{-2}^{1} f(t)\mathrm{d}t=-2$. Tính $\displaystyle\int_{1}^{2} f(y)\mathrm{d}y$

A. -5. **B.** 5. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $-\dfrac{1}{5}$.

Câu 81: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+4}{x}$. Chọn khẳng định sai

A. Hàm số đã cho có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

B. Hàm số đã cho có $y'=\dfrac{x^2-4}{x^2}$, với $x\neq 0$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(-2;0)\cup(0;2)$.

Câu 82: Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ và các đỉnh có toạ độ lần lượt là $A(0;2;1), B(3;1;-1), C(1;4;0)$. Tọa độ đỉnh D là

A. $D(2;-1;0)$. **B.** $D(-5;2;-1)$. **C.** $(2;3;-2)$. **D.** $D(-2;5;2)$.

Câu 83: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một của hàng được ghi lại ở bảng sau:

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Số trung bình của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $[7;9)$. **B.** $[9;11)$. **C.** $[11;13)$. **D.** $[13;15)$.

Câu 84: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\begin{cases}x=1-2t\\y=-3\\z=4+5t\end{cases}$; $(t\in\mathbb{R})$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(-2;-3;5)$. **B.** $\vec{u}=(-2;0;5)$. **C.** $\vec{u}=(1;-3;4)$. **D.** $\vec{u}=(2;-3;5)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 58

Câu 85: Cho mẫu số liệu ghép nhóm tần số như bảng sau:

Giá trị	$[135;140)$	$[140;145)$	$[145;150)$	$[150;155)$	$[155;160)$	$[160;165)$
Tần số	6	10	12	20	8	14

Mốt của mẫu số liệu đã cho là

A. 151.75. **B.** 151.5. **C.** 152. **D.** 20.

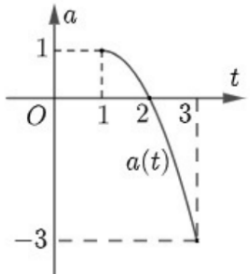
Câu 86: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=x^3+3x^2-9x-6$ trên đoạn $[-1;2]$.

A. $M=21$. **B.** $M=7$. **C.** $M=5$. **D.** $M=-11$.

Câu 87: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (α): $2x-y-3=0$. Một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (α) là

A. $\vec{n}(2;-1;0)$. **B.** $\vec{n}(2;-1;-3)$. **C.** $\vec{n}(2;0;-3)$. **D.** $\vec{n}(2;0;-1)$.

Câu 88: Gia tốc $a(t)$ (t tính theo giây) của một vật chuyển động là một hàm số liên tục có đồ thị từ giây thứ nhất đến giây thứ ba như hình vẽ sau:



Tại thời điểm nào vật có vận tốc lớn nhất?

A. $t=1$. **B.** $t=3$. **C.** $t=2$. **D.** $t=1,5$.

Lời giải

Gọi $v(t)=f(t)\Rightarrow a(t)=f'(t)$

t	1		2		3
$f'(t)$		+	0	−	
$f(t)$		↗		↘	

Câu 89: Cho hình chóp có diện tích mặt đáy là $4a^2$ và chiều cao bằng $3a$. Thể tích của khối chóp bằng

A. $4a^3$. **B.** $2a^3$. **C.** $6a^3$. **D.** $12a^3$.

Câu 90: Tìm nguyên hàm $\int(-5x^2-x+3)\,dx$.

A. $-10x-1+C$. **B.** $-\frac{5x^3}{3}+\frac{13x^2}{2}+3x+C$.

C. $-\frac{5x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+10x+C$. **D.** $-\frac{5x^3}{3}-\frac{x^2}{2}+3x+C$.

Câu 91: Cho tứ diện $ABCD$. Đặt $\overrightarrow{DA}=\vec{a},\overrightarrow{DB}=\vec{b},\overrightarrow{DC}=\vec{c}$. Nếu M,N lần lượt là trung điểm của hai cạnh BD và AC thì

A. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(-\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **B.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}-\vec{b}+\vec{c}\right)$.

C. $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}\right)$. **D.** $\overrightarrow{MN}=\frac{1}{2}\left(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}\right)$.

Câu 92: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$, biết $u_1=1;u_4=64$. Tính công bội q của cấp số nhân.

A. $q=\pm 4$. **B.** $q=4$. **C.** $q=21$. **D.** $q=2\sqrt{2}$.

Câu 93: Tập nghiệm của bất phương trình $0{,}1^x<100$ là

A. $\left(-\infty;-2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(-2;+\infty\right)$.

Câu 94: Trong không gian $Oxyz$, cho các vectơ $\overrightarrow{OA}=-\vec{i}+\vec{k}$, $\overrightarrow{OB}=\vec{i}-\vec{j}+2\vec{k}$. Khi đó tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\left(-2;1;-1\right)$. **B.** $\left(2;-1;1\right)$. **C.** $\left(0;-1;3\right)$. **D.** $\left(0;-1;-1\right)$.

Câu 95: Tập nghiệm của phương trình $\log_2\left(x^2-4\right)-2\log_4\left(x+2\right)=0$ là

A. $\left\{3\right\}$. **B.** $\left\{3;2\right\}$. **C.** $\left\{2\right\}$. **D.** $\left\{-2;3\right\}$.

Câu 96: Cho hàm số $f\left(x\right)=3^x+\sin x$. Một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ là

A. $F\left(x\right)=3^x\ln 3+\cos x$. **B.** $F\left(x\right)=3^x+\sin x$.

C. $F\left(x\right)=\frac{3^x}{\ln 3}-\cos x$. **D.** $F\left(x\right)=\frac{3^x}{\ln 3}-\sin x$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 59

Câu 97: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathrm{R}\setminus\left\{-1\right\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	5	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y=2$, $y=5$ và có một TCĐ $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 98: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int\limits_0^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=4,\int\limits_1^2 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$. Giá trị của biểu

thức $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 7. **B.** 1. **C.** 12. **D.** 0,75.

Câu 99: Một mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của một lớp (đơn vị là centimét) có phương sai là $6,25$. Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu đó bằng:

A. $2,5$ cm. **B.** $12,5$ cm. **C.** $3,125$ cm. **D.** $42,25$ cm.

Câu 100: Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;2), B(1;2;1), C(3;2;0)$ và $D(1;1;3)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (BCD) có phương trình là

A. $\begin{cases} x=1-t \\ y=4t \\ z=2+2t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x=1+t \\ y=4 \\ z=2+2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x=2+t \\ y=4+4t \\ z=4+2t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-4t \\ z=2-2t \end{cases}$.

Câu 101: Cho dãy số (u_n) với $u_n=\dfrac{n-2}{3n+1}$, $n\geq 1$. Khẳng định nào dưới đây sai?

A. $u_3=\dfrac{1}{10}$ **B.** $u_{10}=\dfrac{8}{31}$ **C.** $u_{21}=\dfrac{19}{64}$ **D.** $u_{50}=\dfrac{47}{150}$

Câu 102: Nếu hai biến cố A, B thỏa mãn $P(A)=\dfrac{3}{5}$; $P(B\mid A)=\dfrac{1}{2}$; $P(B\mid \overline{A})=\dfrac{1}{3}$ thì $P(B)$ bằng

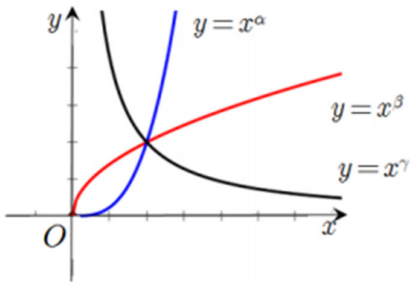
A. $\dfrac{5}{60}$. **B.** $\dfrac{13}{60}$. **C.** $\dfrac{13}{30}$. **D.** $\dfrac{7}{15}$.

Lời giải

Vì $P(A)=\dfrac{3}{5}$ nên $P(\overline{A})=\dfrac{2}{5}$. Theo công thức xác suất toàn phần ta có:

$$P(B)=P(A).P(B\mid A)+P(\overline{A}).P(B\mid \overline{A})=\frac{3}{5}.\frac{1}{2}+\frac{2}{5}.\frac{1}{3}=\frac{13}{30}.$$

Câu 103: Cho các hàm số $y=x^{\alpha}; y=x^{\beta}; y=x^{\gamma}$ có đồ thị trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng.



A. $\gamma<\alpha<\beta$. **B.** $\beta<\gamma<\alpha$. **C.** $\alpha<\gamma<\beta$. **D.** $\gamma<\beta<\alpha$.

Câu 104: Cho trước 5 chiếc ghế xếp thành một hàng ngang. Số cách xếp ba bạn A,B,C vào 5 chiếc ghế đó sao cho mỗi bạn ngồi một ghế là

A. C_5^3. **B.** 6. **C.** A_5^3. **D.** 15.

Câu 105: Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P):2x-y-2z-7=0$ và $(Q):2x-y-2z-1=0$ bằng

A. $\dfrac{4}{3}$. **B.** $\dfrac{2}{3}$. **C.** $\dfrac{8}{3}$. **D.** 2.

Câu 106: Một người gửi 100 triệu đồng vào một ngân hàng với lãi suất $0,6\%$ /tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ra khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được nhập làm vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau ít nhất bao nhiêu tháng, người đó được lĩnh số tiền không ít hơn 110 triệu đồng (cả vốn ban đầu và lãi), biết rằng trong suốt thời gian gửi tiền người đó không rút tiền và lãi suất không thay đổi?

A. 17 tháng. **B.** 18 tháng. **C.** 16 tháng. **D.** 15 tháng.

Lời giải

Công thức lãi kép $P_n = P\left(1+r\right)^n \Rightarrow P_n = 100\left(1+0,006\right)^n \Rightarrow 100\left(1+0,006\right)^n \geq 110$

$\Leftrightarrow 1,006^n \geq \dfrac{11}{10} \Leftrightarrow n \geq \log_{1,006}\dfrac{11}{10} \Rightarrow n = 16$ tháng.

Câu 107: Một ô tô đang chạy thì người lái đạp phanh. Từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -12t + 24\ (m/s)$ trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô di chuyển bao nhiêu mét?

A. $18m$. **B.** $15m$. **C.** $24m$. **D.** $20m$.

Lời giải

Ta có khi ô tô dừng hẳn $v(t) = 0 \Leftrightarrow -12t + 24 = 0 \Leftrightarrow t = 2$.

Do đó từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn ô tô đi được quãng đường là

$S = \int\limits_0^2 \left(-12t + 24\right)dt = 24\left(m\right)$.

Câu 108: Áo sơ mi An Phước trước khi xuất khẩu sang Mỹ phải qua 2 lần kiểm tra, nếu cả hai lần đều đạt thì chiếc áo đó mới đủ tiêu chuẩn xuất khẩu. Biết rằng bình quân 98% sản phẩm làm ra qua được lần kiểm tra thứ nhất, và 95% sản phẩm qua được lần kiểm tra đầu sẽ tiếp tục qua được lần kiểm tra thứ hai. Tìm xác suất để 1 chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu?

A. $\dfrac{95}{98}$. **B.** $\dfrac{931}{1000}$. **C.** $\dfrac{95}{100}$. **D.** $\dfrac{98}{100}$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: " Qua được lần kiểm tra đầu tiên". $\Rightarrow P\left(A\right) = 0,98$

Gọi B là biến cố: "Qua được lần kiểm tra thứ 2". $\Rightarrow P\left(B \mid A\right) = 0,95$

Chiếc áo sơ mi đủ tiêu chuẩn xuất khẩu phải thỏa mãn 2 điều kiện trên hay ta đi tính $P\left(A \cap B\right)$

Ta có: $P\left(B \mid A\right) = \dfrac{P\left(A \cap B\right)}{P\left(A\right)} \Rightarrow P\left(A \cap B\right) = P\left(B \mid A\right).P\left(A\right) = 0,95.0,98 = \dfrac{931}{1000}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 60

Câu 109: Nghiệm của phương trình $\log_2 x = 3$ là

A. $x = 5$. **B.** $x = 8$. **C.** $x = 6$. **D.** $x = 9$.

Câu 110: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 5\vec{k}$. Tọa độ của vectơ $\vec{u}$ là

A. $\left(0;2;-5\right)$. **B.** $\left(2;0;5\right)$. **C.** $\left(2;-5;0\right)$. **D.** $\left(2;0;-5\right)$.

Câu 111: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(-1;2;1\right)$; $B\left(2;1;-3\right)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{3}{2};-1\right)$. **B.** $\left(-3;1;4\right)$. **C.** $\left(3;-1;-4\right)$. **D.** $\left(1;3;-2\right)$.

Câu 112: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $\frac{\sin^2 x}{2}+C$. **C.** $-\cos x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 113: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-4x^2+3$ trên đoạn $[0;4]$ là

A. 0. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 114: Một hộp đựng 9 tấm thẻ cùng loại được ghi số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên đồng thời hai tấm thẻ từ trong hộp. Xác suất để rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn là

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $\frac{5}{6}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Lời giải

Số phần tử của tập không gian mẫu: $n(\Omega)=C_9^2=36$.

Gọi A: " Rút được cả hai tấm thẻ cùng ghi số chẵn".

Rút 2 tấm thẻ ghi số chẵn trong 4 tấm thẻ ghi số chẵn có $n(A)=C_4^2=6$.

Vậy $P(A)=\frac{n(A)}{n(\Omega)}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$.

Câu 115: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=2$ và $u_2=6$. Số hạng u_4 của cấp số nhân là

A. 27. **B.** 162. **C.** 54. **D.** 11.

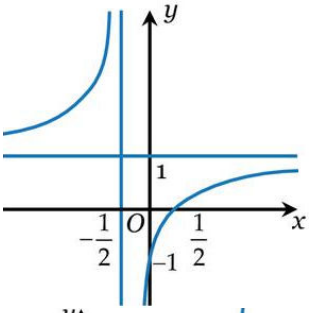
Câu 116: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1)\le\log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$ là

A. $\left(\frac{1}{2};2\right]$. **B.** $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-\infty;2]$.

Câu 117: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy bằng S, chiều cao bằng h là

A. $V=\frac{1}{2}Sh$. **B.** $V=\frac{1}{3}Sh$. **C.** $V=Sh$. **D.** $V=\frac{2}{3}Sh$.

Câu 118: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là đường thẳng có phương trình

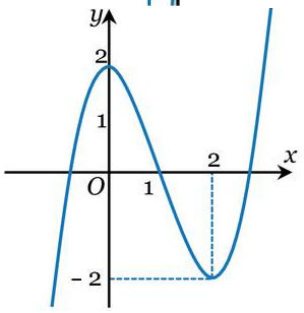
A. $x=1$.

B. $y=1$.

C. $x=-\frac{1}{2}$.

D. $y=-\frac{1}{2}$.

Câu 119: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng

A. $(2;+\infty)$.

B. $(0;2)$.

C. $(1;+\infty)$.

D. $(-\infty;1)$.

Câu 120: Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x-\frac{1}{x}$ trên $(0;+\infty)$ thỏa mãn $F(1)=1$. Tính $F(e)$.

A. $F(e)=e^2-1$. **B.** $F(e)=e$. **C.** $F(e)=-e$ **D.** $F(e)=1-e^2$.

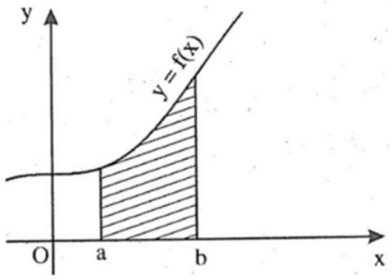
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 61

Câu 121: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x+1$ là

A. x^2+1+C. **B.** x^2+x+C. **C.** x^2+C. **D.** $2x+C$.

Câu 122: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó diện tích S của miền được gạch chéo bằng



A. $S=f(b)-f(a)$. **B.** $S=\pi\int_a^b f(x)dx$..

C. $S=\int_a^b f(x)dx$. **D.** $S=\left|f(b)-f(a)\right|$.

Câu 123: Nhiệt độ trong 55 ngày của một địa phương được cho trong bảng ghép lớp sau:

Nhiệt độ (°C)	[19;22)	[22;25)	[25;28)	[28;31)	[31;34)	[34;37)
Số ngày	5	7	8	16	12	7

Phương sai của mẫu số liệu nằm trong khoảng

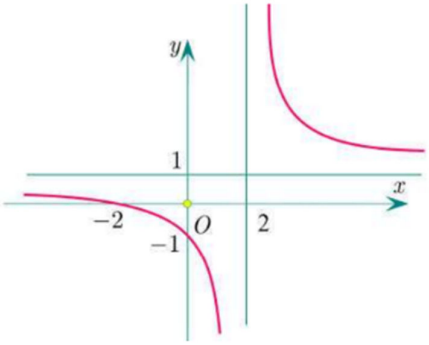
A. $(17;19)$. **B.** $(20;21)$. **C.** $(19;20)$. **D.** $(23;25)$.

Câu 124: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $A(2;1;3)$, $B(0;0;1)$, $C(-2;1;2)$. Phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng BC?

A. $\begin{cases}x=-2t\\y=-1+t\\z=3+t\end{cases}$. **B.** $x-2y+z=0$.

C. $\dfrac{x-2}{-2}=\dfrac{y-1}{1}=\dfrac{z-3}{1}$. **D.** $\dfrac{x-1}{-2}=\dfrac{y}{1}=\dfrac{z-1}{1}$.

Câu 125: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0, ad-bc\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=2$. **B.** $y=1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 126: Tập nghiệm của bất phương trình $e^x<1$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(1;7)$.

Câu 127: Cho hình chóp $S.ABC$, gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Khi đó $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}$ bằng

A. $\overrightarrow{SG}$. **B.** $2\overrightarrow{SG}$. **C.** $3\overrightarrow{SG}$. **D.** $4\overrightarrow{SG}$.

Câu 128: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=e^x+x$ là

A. e^x+x^2+C. **B.** $e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **C.** $\frac{1}{x+1}e^x+\frac{1}{2}x^2+C$. **D.** e^x+1+C.

Câu 129: Nếu $\int_1^2 f(x)dx=3, \int_2^5 f(x)dx=-1$ thì $\int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 130: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$	$[35;40)$	$[40;45)$
Số ngày	6	6	4	1	1

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm là (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 31,77. **B.** 31,25. **C.** 31,44. **D.** 32,25.

Câu 131: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}=(1;3;-2)$ và $\vec{v}=(2;1;-1)$. Tọa độ của $\vec{u}-\vec{v}$ là

A. $(3;4;-3)$. **B.** $(-1;2;-3)$. **C.** $(-1;2;-1)$. **D.** $(1;-2;1)$.

Câu 132: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(1;1;2)$ và $B(2;-1;0)$. Tọa độ của $\overrightarrow{AB}$ là

A. $\overrightarrow{AB}=(-1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{AB}=(1;2;-2)$. **C.** $\overrightarrow{AB}=(3;0;2)$. **D.** $\overrightarrow{AB}=(1;-2;-2)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 62

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 134: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x$ là

A. $-\cos x+C$. **B.** $\cos x+C$. **C.** $\sin x+C$. **D.** $-\sin x+C$.

Câu 135: Doanh thu bán hàng trong 20 ngày được lựa chọn ngẫu nhiên của một cửa hàng được ghi lại ở bảng sau (đơn vị: triệu đồng):

Doanh thu	$[5;7)$	$[7;9)$	$[9;11)$	$[11;13)$	$[13;15)$
Số ngày	2	7	7	3	1

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên gần nhất với giá trị nào trong các giá trị sau?

A. 7. **B.** 7,6. **C.** 8. **D.** 8,6.

Câu 136: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng $(P): 2x-y+z+3=0$?

A. $\overrightarrow{n_1}=(2;-1;1)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=(2;1;1)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=(2;-1;3)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=(-1;1;3)$.

Câu 137: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

Câu 138: Cho hai biến cố A, B với $0<P(B)<1$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $P(A)=P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(B\right).P\left(A\mid\overline{B}\right).$

B. $P(A)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)-P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right).$

C. $P(A)=P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right)-P\left(B\right).P\left(A\mid B\right).$

D. $P(A)=P\left(B\right).P\left(A\mid B\right)+P\left(\overline{B}\right).P\left(A\mid\overline{B}\right).$

Câu 139: Cho $a>0$. Biểu thức $P=a^{\frac{4}{3}}:\sqrt[3]{a}$ bằng

A. $a^{\frac{4}{9}}$. **B.** a. **C.** a^4. **D.** $x^{-\frac{5}{3}}$.

Câu 140: Từ các chữ số $1,2,3,4,5,6$. Có thể lập được bao nhiêu số có 3 chữ số khác nhau?

A. 216. **B.** 120. **C.** 504. **D.** 6.

Câu 141: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình chính tắc của đường thẳng $d:\begin{cases}x=1+2t\\y=3t\\z=-2+t\end{cases}$?

A. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{1}$ **B.** $\frac{x-1}{1}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{-2}$

C. $\frac{x+1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z-2}{-2}$ **D.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y}{3}=\frac{z+2}{1}$

Câu 142: Tích các nghiệm của phương trình $3^{x^2-4x+5}=9$ là

A. 4. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 5.

Câu 143: Cho hai hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=g(x)$ và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ bằng

A. $\left|\int\limits_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x\right|$. **B.** $\int\limits_a^b\left|f(x)+g(x)\right|\mathrm{d}x$. **C.** $\int\limits_a^b\left|f(x)-g(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $\int\limits_a^b\left[f(x)-g(x)\right]\mathrm{d}x$.

Câu 144: Cho hai biến cố A và B, biết $P\left(A\right)=0,5$, $P\left(B\right)=0,7$ và $P\left(AB\right)=0,4$. Tính $P\left(\overline{B}\middle|A\right)$

A. $P\left(\overline{B}\,/\,A\right)=\frac{3}{5}$. **B.** $P\left(\overline{B}\,/\,A\right)=\frac{1}{5}$. **C.** $P\left(\overline{B}\,/\,A\right)=\frac{3}{7}$. **D.** $P\left(\overline{B}\,/\,A\right)=\frac{1}{7}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 63

Câu 145: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

A. $\int f'\left(x\right)\mathrm{d}x=f\left(x\right)+C$. **B.** $\int\cos x\mathrm{d}x=\sin x+C$.

C. $\int x^{\alpha}\mathrm{d}x=\frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1}+C,\forall\alpha\neq-1$. **D.** $\int a^x\mathrm{d}x=a^x\ln a+C\left(0<a\neq1\right)$.

Câu 146: Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên $\left[a;b\right]$ (a<b), trục hoành và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $S=\int\limits_a^0 f\left(x\right)\mathrm{d}x-\int\limits_0^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$. **B.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_a^b \left|f(x)\right|\mathrm{d}x$. **D.** $S=\int_a^0 f(x)\mathrm{d}x+\int_0^b f(x)\mathrm{d}x$.

Câu 147: Thống kê điểm thi môn toán của các lớp chất lượng cao khối 12 ở một trường THPT cho bảng số liệu

Lớp	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10]$
Tần số	25	125	150	70	30

Số trung vị (làm tròn đến hàng phần chục) của bảng số liệu là

A. $M_e=7,5$. **B.** $M_e=7,3$. **C.** $M_e=200$. **D.** $M_e=7,2$.

Câu 148: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, tâm O, $SA\perp(ABCD)$. Góc giữa đường thẳng SO và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng

A. $\widehat{SOB}$. **B.** $\widehat{SOA}$. **C.** $\widehat{SOD}$. **D.** $\widehat{SOC}$.

Câu 149: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x}{-x+1}$ có phương trình là

A. $y=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$ **D.** $y=-1$.

Câu 150: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng xét dấu đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\min\limits_{(-\infty;1)} f(x)=f(-1)$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$. **C.** $\min\limits_{(-\infty;1)} f(x)=f(0)$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(0)$.

Câu 151: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;2;1), B(1;-1;2)$ và $C(1;2;-1)$. Tìm tọa độ điểm M thỏa mãn $\overrightarrow{OM}=2\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}$.

A. $M(-2;-6;4)$. **B.** $M(2;-6;4)$ **C.** $M(-2;6;4)$. **D.** $M(-2;-6;-4)$.

Câu 152: Cho $\int 5^x\mathrm{d}x=F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=5^x\ln 5$. **B.** $F'(x)=5^x+C$. **C.** $F'(x)=-5^x$. **D.** $F'(x)=5^x$.

Câu 153: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;b]$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[a;b]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(a)+f(b)$. **B.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)+F(a)$.

C. $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=F(b)-F(a)$. **D.** $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=f(b)-f(a)$.

Câu 154: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	$[19;19,5)$	$[19,5;20)$	$[20;20,5)$	$[20,5;21)$	$[21;21,5)$
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm):

A. $0,28$. **B.** $0,22$ **C.** $0,24$. **D.** $0,26$.

Câu 155: Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\overrightarrow{MO}=2\vec{i}-3\vec{j}+4\vec{k}$. Tọa độ của điểm M là

A. $(2;-3;4)$. **B.** $(2;4;-3)$. **C.** $(2;3;4)$. **D.** $(-2;3;-4)$.

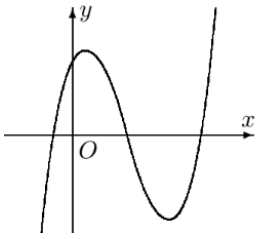
Câu 156: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0), B(3;0;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB là

A. $\sqrt{3}$ **B.** $2\sqrt{3}$ **C.** $3\sqrt{3}$ **D.** 27

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 64

Câu 157: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. $a>0,\ d<0$.

C. $a<0,\ d>0$.

D. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 158: Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $M(1;2;-3)$, N và vectơ $\vec{v}=(2;-1;-2)$ thỏa mãn $\vec{v}=\overrightarrow{MN}$. Tọa độ của điểm N là

A. $(-1;3;-1)$. **B.** $(3;1;-5)$. **C.** $(1;-3;1)$. **D.** $(-3;-1;5)$.

Câu 159: Đường thẳng $y=-2x+1$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=-2x+1-\dfrac{3}{x-2}$. **B.** $y=x+1+\dfrac{1}{-2x+1}$.

C. $y=3x-2+\dfrac{3}{2x-1}$. **D.** $y=\dfrac{1}{-2x+1}$.

Câu 160: Trong không gian toạ độ $Oxyz$, véc tơ nào dưới đây là một véc tơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;3;-3), B(0;1;-1)$?

A. $\overrightarrow{u_1}=(1;2;-2)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(1;-2;-2)$.

C. $\overrightarrow{u_3}=(1;4;-4)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(0;1;1)$.

Câu 161: Trong không gian $Oxyz$, tính bán kính R của mặt cầu $(S): x^2+y^2+z^2=\dfrac{1}{4}$?

A. $R=2$. **B.** $R=\dfrac{1}{4}$. **C.** $R=4$. **D.** $R=\dfrac{1}{2}$.

Câu 162: Cho các biến cố A và B thỏa mãn $P(B)=0,8$; $P(AB)=0,5$. Tính $P(A\mid B)$

A. $\dfrac{2}{5}$. **B.** $\dfrac{5}{8}$. **C.** $\dfrac{1}{5}$. **D.** $\dfrac{3}{5}$.

Câu 163: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↘	1	↗	4	↘	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0 nào dưới đây?

A. $x_0=1$. **B.** $x_0=2$. **C.** $x_0=4$. **D.** $x_0=5$.

Câu 164: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 3x-2y-z+5=0$ vuông góc với mặt

phẳng nào dưới đây?

A. $(\beta_1): x-y+5z-3=0$. **B.** $(\beta_2): x+y+5z+7=0$

C. $(\beta_3): 3x-2y-z-2=0$. **D.** $(\beta_4): 3x+y-z-6=0$.

Câu 165: Tìm tập xác định D của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-4x-3}{x+3}$.

A. $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **B.** $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-3\}$.

Câu 166: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \dfrac{x+2}{2}=\dfrac{y-1}{-2}=\dfrac{z+4}{3}$. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng (Δ)?

A. $M(2;-1;4)$. **B.** $N(0;0;1)$. **C.** $P(0;-1;-1)$. **D.** $Q(2;-2;3)$.

Câu 167: Cho A và B là hai biến cố bất kì. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $P(AB)=P(A).P(B)$. **B.** $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$.

C. $P(A\mid B)=\dfrac{P(B)}{P(AB)}$. **D.** $P(A)=P(A\mid B).P(B)+P(A\mid \overline{B})P(\overline{B})$.

Lời giải

+ $P(AB)=P(A).P(B)$ với A và B là hai biến cố độc lập.

+ $P(A\cup B)=P(A)+P(B)$ với A và B là hai biến cố xung khắc.

+ $P(A\mid B)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$.

+ $P(A)=P(A\mid B).P(B)+P(A\mid \overline{B})P(\overline{B})$ đây là công thức xác suất toàn phần.

Câu 168: Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=-x^3+2$. **B.** $y=x^3-2$. **C.** $y=2x^3+3x-1$. **D.** $y=-x^3+3x$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 65

Câu 169: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-2x-1}{x-2}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-2$. **D.** $y=-2$.

Câu 170: Tìm tập xác định của hàm số $y=(-x^2+3x+4)^e$.

A. $D=(0;+\infty)$. **B.** $D=(-1;4)$. **C.** $D=\mathbb{R}$. **D.** $D=\mathbb{R}\setminus\{-1;4\}$.

Câu 171: Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{1}{x}+1$.

A. $F(x)=-\dfrac{1}{x^2}+x+C$. **B.** $F(x)=\ln|x|+x+C$.

C. $F(x)=\ln x+x+C$. **D.** $F(x)=\ln|x|+C$.

Câu 172: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=\dfrac{1}{3}$ và $u_2=4$. Công sai d của cấp số cộng đã cho bằng

A. $d=\dfrac{11}{3}$. **B.** $d=\dfrac{3}{11}$. **C.** $d=\dfrac{10}{3}$. **D.** $d=\dfrac{3}{10}$.

Câu 173: Nghiệm của phương trình $\log_5\left(2x-1\right)=1$ là

A. $x=13.$. **B.** $x=-2.$. **C.** $x=1.$. **D.** $x=3.$.

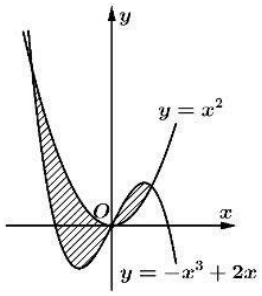
Câu 174: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

x	$-\infty$		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0. **B.** Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có một điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 175: Diện tích của phần hình phẳng gạch chéo trong hình dưới đây bằng:



A. $\frac{55}{12}$.

B. $\frac{37}{12}$.

C. $\frac{9}{4}$.

D. $\frac{15}{4}$.

Câu 176: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):3x-2y-6z+1=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=\left(2;-3;-1\right)$. **B.** $\vec{n}=\left(-2;3;1\right)$. **C.** $\vec{n}=\left(3;-2;-6\right)$. **D.** $\vec{n}=\left(3;-2;6\right)$.

Câu 177: Tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi đường thẳng $x=2$, đồ thị hàm số $y=x^2$ và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox.

A. $\frac{4\pi}{5}$. **B.** $\frac{5\pi}{6}$. **C.** $\frac{32\pi}{5}$. **D.** $\frac{\pi}{6}$.

Câu 178: Thành tích môn nhảy cao của các vận động viên tại một giải điền kinh dành cho học sinh trung học phổ thông như sau:

Mức xà (cm)	$[170;172)$	$[172;174)$	$[174;176)$	$[176,180)$
Số vận động viên	3	10	6	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu bằng

A. $1,81$. **B.** $1,94$. **C.** $1,66$. **D.** $2,52$.

Câu 179: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $\left(ABCD\right)$, $SA=a\sqrt{2}$. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $\left(ABCD\right)$ bằng:

A. 30^0. **B.** 45^0. **C.** 60^0. **D.** 90^0.

Câu 180: Để được chọn vào đội tuyển học sinh giỏi môn Toán cấp thành phố, mỗi thí sinh phải vượt qua hai vòng thi. Bạn An tham dự cuộc tuyển chọn này. Xác suất để An qua được vòng thứ nhất là $0,8$. Nếu qua được vòng thứ nhất thì xác suất để An qua được vòng thứ hai là $0,7$. Xác suất để bạn An được chọn vào đội tuyển này là

A. $0,06$. **B.** $0,24$. **C.** $0,56$. **D.** $0,875$.

Lời giải

Gọi A là biến cố: "An qua được vòng thứ nhất" và B là biến cố: "An qua được vòng thứ hai". Khi đó biến cố: "An được chọn vào đội tuyển" là AB.

Ta có $P(AB)=P(A).P(B|A)=0,8.0,7=0,56$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 66

Câu 181: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=3$ và $u_4=24$. Tính giá trị của u_3.

A. 21. **B.** 18. **C.** 12. **D.** 48.

Câu 182: Thống kê điểm kiểm tra học kì 1 môn Toán của 300 học sinh lớp 12 được mô tả ở bảng sau

Điểm	[2;4)	[4;6)	[6;8)	[8;10)
Số học sinh	20	50	70	160

Tìm số trung bình của mẫu số liệu trên (làm tròn đến hàng phần trăm)

A. 8,25. **B.** 7,50. **C.** 7,46. **D.** 7,47.

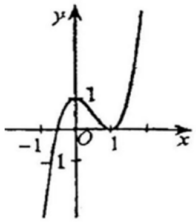
Câu 183: Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M' đối xứng của điểm $A(1;-2;5)$ qua mặt phẳng (Oxy)

A. $(1;-2;-5)$. **B.** $(-1;2;5)$. **C.** $(1;2;-5)$. **D.** $(1;2;5)$.

Câu 184: Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-1)<2$

A. $(10;+\infty)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(1;10)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Câu 185: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-1;1]$ là

A. -1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 186: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho vecto $\vec{u}=3\vec{j}-7\vec{k}-2\vec{i}$. Tọa độ vecto $\vec{u}$ là

A. $(3;-7;-2)$. **B.** $(-2;3;-7)$. **C.** $(3;-2;7)$. **D.** $(2;-3;7)$.

Câu 187: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên

Cự li (m)	[19 ; 19,5)	[19,5 ; 20)	[20 ; 20,5)	[20,5 ; 21)	[21 ; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 0,26. **B.** 0,22. **C.** 0,28. **D.** 0,24.

Câu 188: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘		↗		↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-3;1)$. **C.** $(-3;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 189: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=-x^3-x+2$ trên đoạn $[-2;0]$ bằng?

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** -8.

Câu 190: Phương trình $4^x=12$ có nghiệm x bằng?

A. $x=3$. **B.** $x=\log_{12}4$. **C.** $x=1+\log_4 3$. **D.** $x=\log_4 3$.

Câu 191: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{mx^2+nx+p}{qx+r}$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.

x	$-\infty$		x_1		-1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	-5	↘	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)$. Tìm tọa độ I.

A. $I(-2;-1)$. **B.** $I(-1;1)$. **C.** $I(-1;0)$. **D.** $I(-1;-1)$.

Câu 192: Cho hình lăng trụ có đáy là tam giác ABC với $AB=a, AC=2a, \widehat{BAC}=30^0$, chiều cao $h=3a$. Tính thể tích của khối lăng trụ.

A. $V=3a^3$. **B.** $V=\dfrac{3a^3}{2}$. **C.** $V=\dfrac{3a^3}{4}$. **D.** $V=\dfrac{a^3}{2}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 67

Câu 193: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa trục Ox và vuông góc với mặt phẳng $(\alpha):2x-3y+4z-5=0$

A. $2x-3y+4z-5=0$. **B.** $4y-3z=0$.
C. $4y+3z=0$. **D.** $3x+4y-1=0$.

Câu 194: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 3 điểm $A(4;0;0)$; $B(0;-2;0)$; $C(0;0;2)$. Phương trình mặt phẳng (ABC) là

A. $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-2}=1$. **B.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=0$.
C. $\dfrac{x}{-4}+\dfrac{y}{2}+\dfrac{z}{-2}=1$. **D.** $\dfrac{x}{4}+\dfrac{y}{-2}+\dfrac{z}{2}=1$.

Câu 195: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+2025)^2(x-2024)$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đạt cực trị tại:

A. $x=-2024$. **B.** $x=2025$. **C.** $x=-2025$. **D.** $x=2024$.

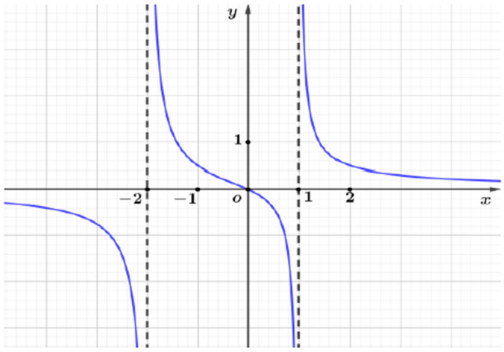
Câu 196: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$ như hình vẽ sau. Trong các khẳng định dưới đây, đâu là khẳng định đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{AD}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AG}$.

Câu 197: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_{2024}=5$, $u_{2025}=25$. Tính công bội của cấp số nhân.

A. 5. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 198: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau:



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=1$ và $y=-2$ **B.** $x=1$ và $x=-2$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 199: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$
	$-\infty$						

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;3)$. **B.** $(3;+\infty)$. **C.** $(-\infty;3)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 200: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a;c]$ và b là số thực tùy ý thuộc đoạn $[a;c]$. Nếu biết $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=-5$ và $\int_b^c f(x)\mathrm{d}x=10$, thì giá trị của $\int_a^c f(x)\mathrm{d}x$ là bao nhiêu?

A. 5. **B.** -5. **C.** 15. **D.** -15.

Câu 201: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, với $\vec{i},\vec{j},\vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên trục Ox,Oy,Oz tương ứng và vectơ $\vec{a}=(1;0;1)$. Kết quả nào sau đây đúng?

A. $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. **B.** $\vec{a}=\vec{j}+\vec{k}$. **C.** $\vec{a}=\vec{i}+\vec{j}$. **D.** $\vec{a}=\vec{i}+\vec{k}$.

Câu 202: Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x)=2026\sin x$

A. $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=-2026\cos x+C$. **B.** $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=\sin 1013x+C$.

C. $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=1013\sin^2 x+C$. **D.** $\int 2026\sin x\mathrm{d}x=2026\cos x+C$.

Câu 203: Cho mẫu số liệu ghép nhóm như bảng dưới đây

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	...	$[u_k;u_{k+1})$
Giá trị đại diện	c_1	c_2	...	c_k
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

Khi đó phương sai của mẫu số liệu được xác định theo công thức

A. $s^2=\frac{1}{n}\left[n_1(c_1-\bar{x})+n_2(c_2-\bar{x})+...+n_k(c_k-\bar{x})\right]$.

B. $s^2=\frac{1}{n}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2+...+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$.

C. $s^2=\frac{1}{n^2}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)^2+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)^2+...+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)^2\right]$.

D. $s^2=\frac{1}{n^2}\left[n_1\left(c_1-\overline{x}\right)+n_2\left(c_2-\overline{x}\right)+...+n_k\left(c_k-\overline{x}\right)\right]$.

Câu 204: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A và đường thẳng SA đồng thời vuông góc với hai đường thẳng AB và BC. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $SB\perp\left(SAB\right)$. **B.** $BC\perp\left(SAB\right)$. **C.** $AC\perp\left(SAB\right)$. **D.** $SC\perp\left(SAB\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 68

Câu 205: Cho các hàm số $y=f\left(x\right)$, $y=g\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$. Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y=f\left(x\right)$, $y=g\left(x\right)$ và hai đường thẳng $x=a$, $x=b$ là

A. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|dx$. **B.** $S=\int\limits_a^b\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]dx$.

C. $S=\int\limits_a^b\left|f\left(x\right)\right|dx-\int\limits_a^b\left|g\left(x\right)\right|dx$. **D.** $S=\int\limits_a^b f\left(x\right)dx-\int\limits_a^b g\left(x\right)dx$.

Câu 206: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=\sin x$ là

A. $\cos x+C$. **B.** $-\cos x+C$. **C.** $-\cot x+C$. **D.** $\sin x+C$.

Câu 207: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau

Thời gian (phút)	[0; 20)	[20; 40)	[40; 60)	[60; 80)	[80; 100)
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

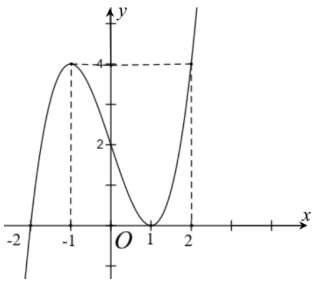
A. 42. **B.** 52. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 208: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ đi qua điểm $M\left(2;0;-1\right)$ và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(4;-6;2\right)$. Phương trình tham số của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases}x=2+2t\\y=-3t\\z=-1+t\end{cases}$ (t là tham số). **B.** $\begin{cases}x=-2+4t\\y=-6t\\z=1+2t\end{cases}$ (t là tham số).

C. $\begin{cases}x=-2+2t\\y=-3t\\z=1+t\end{cases}$ (t là tham số). **D.** $\begin{cases}x=4+2t\\y=-6-3t\\z=2+t\end{cases}$ (t là tham số).

Câu 209: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-2;1)$. **B.** $(1;+\infty)$.
C. $(-1;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 210: Tập nghiệm của bất phương trình $\log(x-1)^2<2$ là

A. $(-9;11)$. **B.** $(-11;9)$. **C.** $(-9;11)\setminus\{1\}$. **D.** $(11;+\infty)$.

Câu 211: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P):x+2y-2=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\vec{n}=(1;2;-2)$. **B.** $\vec{n}=(1;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(1;2;2)$. **D.** $\vec{n}=(1;2;0)$.

Câu 212: Cho hình chóp đều $S.ABCD$ gọi O là giao điểm của AC và BD. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $AC\perp(SBD)$. **B.** $SA\perp(ABCD)$. **C.** $SA\perp AC$. **D.** $CD\perp SD$.

Câu 213: Tập nghiệm của bất phương trình $3^x<5$ là

A. $S=(0;\log_3 5)$. **B.** $S=(0;\log_5 3)$. **C.** $S=(-\infty;\log_3 5)$. **D.** $S=(-\infty;\log_5 3)$.

Câu 214: Cho cấp số nhân (u_n) biết $u_1=2, u_6=-486$. Công bội q của cấp số nhân đó là

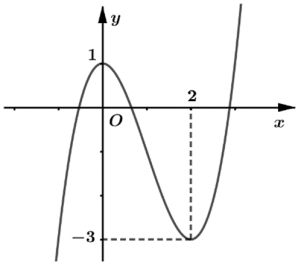
A. -3 **B.** 3. **C.** 6. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 215: Cho hình hộp chữ nhật $ABCD.A'B'C'D'$ có $AB=AD=1$ và $AA'=2$. Trong các đẳng thức sau, đẳng thức nào đúng?

A. $\overrightarrow{AA'}\cdot\overrightarrow{DC'}=4\sqrt{5}$.. **B.** $\left|\overrightarrow{BD}\right|=\left|\overrightarrow{CD'}\right|$..

C. $\overrightarrow{AC'}+\overrightarrow{CA'}+2\overrightarrow{C'C}=\vec{0}$.. **D.** $\overrightarrow{AD'}=\overrightarrow{C'B}$..

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Giá trị của $8a+4b+2c+d$ bằng



A. -3.
B. 0.
C. 1.
D. -2.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 69

Câu 217: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$; $u_2=9$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** -6.

Câu 218: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(2+x)<2$ là

A. $(-\infty;7)$. **B.** $(-2;9)$. **C.** $(-2;7)$. **D.** $(-\infty;9)$.

Câu 219: Phương trình $6^x=12$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\log_6 12$. **C.** $x=\frac{1}{2}$. **D.** $x=\log_{12}6$.

Câu 220: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông cạnh a, SA vuông góc với mặt đáy, SD tạo với mặt phẳng (SAB) một góc bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp $S.ABCD$.

A. $V=\sqrt{3}a^3$. **B.** $V=\dfrac{\sqrt{3}a^3}{3}$. **C.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{18}$. **D.** $V=\dfrac{\sqrt{6}a^3}{3}$.

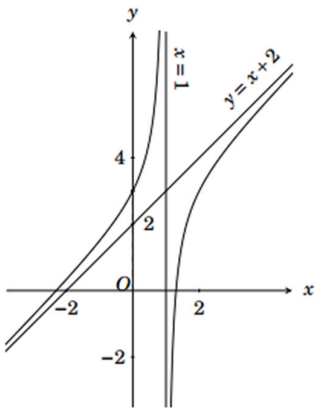
Câu 221: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	3	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 222: Đồ thị dưới đây là của một trong bốn hàm số sau. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+3}{x-1}$.

B. $y=\dfrac{x^2+x-3}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x+1}$.

D. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

Câu 223: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+2x$ là

A. $-\cos x+x^2+C$. **B.** $\cos x+x^2+C$.
C. $-\cos x+2x^2+C$. **D.** $\cos x+2x+C$.

Câu 224: Cho $\int\limits_{-2}^{2} f(x)dx=1$, $\int\limits_{-2}^{4} f(t)dt=-4$. Tính $\int\limits_{2}^{4} f(y)dy$.

A. $I=5$. **B.** $I=-3$. **C.** $I=3$. **D.** $I=-5$.

Câu 225: Cho hình hộp $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AA'}$.
C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{BD}$.

Câu 226: Thời gian hoàn thành giải chạy của các vận động viên được cho như bảng sau:

Thời gian (phút)	$[15;20)$	$[20;25)$	$[25;30)$	$[30;35)$
Số vận động viên	7	11	4	6

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 15. **B.** 25. **C.** 37. **D.** 20.

Câu 227: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;1)$ và $B(1;-2;5)$. Vectơ $\overrightarrow{AB}$ có tọa độ là

A. $(3;-5;4)$. **B.** $(3;5;-4)$. **C.** $(-3;5;4)$. **D.** $(-3;5;-4)$.

Câu 228: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x-6y-8z+1=0$. Một véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) có tọa độ là

A. $(-1;\ -3;\ 4)$. **B.** $(1;\ 3;\ 4)$. **C.** $(1;-3;-4)$. **D.** $(2;6;8)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 70

Câu 229: Họ nguyên hàm của hàm số: $y = x^2 - 3x + \dfrac{1}{x}$ là

A. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.
B. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} + \dfrac{3}{2}x^2 + \ln x + C$.
C. $F(x) = 2x - 3 - \dfrac{1}{x^2} + C$.
D. $F(x) = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + \ln|x| + C$.

Câu 230: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b\,(a < b)$ cho bởi công thức

A. $S = \int_a^b |f(x)|\,dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x)\,dx$. **C.** $S = \int_b^a |f(x)|\,dx$. **D.** $S = \left|\int_a^b f(x)dx\right|$.

Câu 231: Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài cát Hòa Lộc được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường như sau.

Cân nặng (g)	[250; 290)	[290; 330)	[330; 370)	[370; 410)	[410; 450)
Số quả xoài	3	13	18	11	5

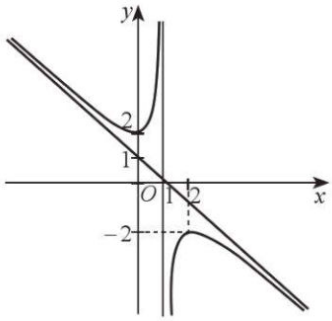
Khoảng tứ phân vị của mẫu thống kê trên là

A. 319,23. **B.** 382,72. **C.** 63,50. **D.** 65,43.

Câu 232: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, đường thẳng $d: \dfrac{x-3}{1} = \dfrac{y+2}{3} = \dfrac{z-1}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

A. $M(3;-2;1)$. **B.** $M(-3;2;-1)$. **C.** $M(1;3;2)$. **D.** $M(2;-5;2)$.

Câu 233: Đường cong như hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y = \dfrac{x-2}{x-1}$.
B. $y = \dfrac{x^2+2x-2}{x-1}$.
C. $y = \dfrac{-x^2+2x-2}{x-1}$.
D. $y = \dfrac{-x^2+x-2}{x-1}$.

Câu 234: Nghiệm của bất phương trình $2^{x-1} > \dfrac{5}{2}$ là

A. $x > \log_2 5$. **B.** $x > \log_5 2$. **C.** $x < \log_2 5$. **D.** $x > \log_2 10 - 1$.

Câu 235: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;1;0)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (3;-1;-1)$ có phương trình là

A. $2x - y - 5 = 0$. **B.** $3x - y - z - 5 = 0$.
C. $2x + y - 5 = 0$. **D.** $x + 3y + z - 5 = 0$.

Câu 236: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $AC \perp (SBD)$. **B.** $CD \perp (SAD)$. **C.** $BD \perp (SAB)$. **D.** $AD \perp (SCD)$.

Câu 237: Nếu $2^{x+1}=6$ thì 4^x bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 8.

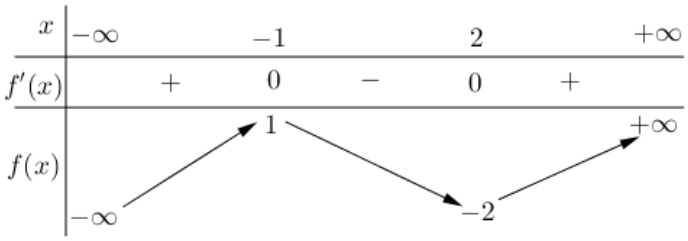
Câu 238: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=2$, công sai $d=-5$. Tổng 10 số hạng đầu của cấp số cộng đó là

A. -410. **B.** -205. **C.** 245. **D.** -230.

Câu 239: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khi đó $\left|\overrightarrow{AA'}+\overrightarrow{AD}\right|$ bằng

A. $2a$. **B.** $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. **C.** $a\sqrt{2}$. **D.** $a\sqrt{6}$.

Câu 240: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 71

Câu 241: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=5^x$ là

A. $\frac{5^{x+1}}{x+1}+C$. **B.** $\frac{5^x}{\ln 5}+C$. **C.** $\frac{5^x}{x}+C$. **D.** $x\cdot 5^{x-1}+C$.

Câu 242: Xét hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=x^2-4x+4$, trục tung, trục hoành và đường thẳng $x=3$. Tính thể tích khối tròn xoay khi quay hình (H) quanh trục Ox.

A. 33. **B.** $\frac{33}{5}$. **C.** $\frac{33\pi}{5}$. **D.** 33π.

Câu 243: Cân nặng của một người trưởng thành được lựa chọn ngẫu nhiên trong 30 người được ghi lại ở bảng sau:

Cân nặng	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)
Số người	7	16	4	2	1

Trung vị của mẫu số liệu trên thuộc khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. [60;70). **B.** [70;80). **C.** [80;90). **D.** [90;100).

Câu 244: Trong không gian z_3=-3+4i, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;4;2)$ và bán kính $R=6$. Phương trình của (S) là

A. $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=36$. **B.** $(x-1)^2+(y-4)^2+(z-2)^2=6$.

C. $(x+1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=6$. **D.** $(x+1)^2+(y+4)^2+(z+2)^2=36$.

Câu 245: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình bên dưới. Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

x	$-\infty$		1		2	$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$
y	-3	↘	$-\infty$ || $+\infty$	↘	-5	↗ 2

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 246: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-2)>1$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(2;\frac{5}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{5}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[2;\frac{5}{2}\right)$.

Câu 247: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x}{-1}=\frac{y-4}{3}=\frac{z-3}{3}$. Hỏi trong các vectơ sau, đâu không phải là vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_1}=(-1;3;3)$. **B.** $\overrightarrow{u_2}=(3;-9;-9)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(1;-3;-3)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(-2;4;3)$.

Câu 248: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông, cạnh bên SA vuông góc với đáy $(ABCD)$. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $CD\perp(SBC)$. **B.** $SA\perp(ABC)$. **C.** $BC\perp(SAB)$. **D.** $BD\perp(SAC)$.

Câu 249: Tìm nghiệm của phương trình $2^{x-1}=8$.

A. $x=10$. **B.** $x=9$. **C.** $x=3$. **D.** $x=4$.

Câu 250: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=4$ và $d=8$. Số hạng u_{20} của cấp số cộng đã cho bằng

A. 156. **B.** 165. **C.** 12. **D.** 245.

Câu 251: Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Chọn đẳng thức sai.

A. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}=\overrightarrow{B_1C_1}+\overrightarrow{B_1A_1}$. **B.** $\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{D_1C_1}+\overrightarrow{D_1A_1}=\overrightarrow{DC}$.

C. $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BB_1}=\overrightarrow{BD_1}$. **D.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{DD_1}+\overrightarrow{BD_1}=\overrightarrow{BC}$.

Câu 252: Hàm số $y=\frac{5-2x}{x+2}$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-3;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 72

Câu 253: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2=7$ và công bội $q=3$. Số hạng đầu tiên của cấp số nhân đã cho bằng

A. $\frac{7}{3}$. **B.** 21. **C.** 4. **D.** $\frac{3}{7}$.

Câu 254: Tập xác định của hàm số $y=7^x$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **C.** $[0;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 255: Có bao nhiêu giá trị nguyên thuộc tập xác định của hàm số $y=\log(-x^2+4x-3)$

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 256: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định với mọi $x\neq 0$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Hàm số đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$+$	||	$+$

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;+\infty)$.

Câu 257: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=\frac{x^3}{3}-\frac{5x^2}{2}+4$ trên đoạn $[-3;9]$.

A. $m=-\frac{55}{2}$. **B.** $m=\frac{262}{3}$. **C.** $m=-\frac{172}{3}$. **D.** $m=\frac{89}{2}$.

Câu 258: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh bằng $3a$, $SA\perp(ABC)$. Góc giữa cạnh SC và đáy bằng 30°. Tính thể tích V của khối chóp đã cho.

A. $V=\frac{27}{4}a^3$. **B.** $V=\frac{9}{8}a^3$. **C.** $V=\frac{27}{8}a^3$. **D.** $V=\frac{9}{4}a^3$.

Câu 259: Cho hình lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B, $AB=BC=BB'=a$. Tính góc giữa đường thẳng $A'B$ và mặt phẳng $\left(BCC'B'\right)$.

A. 45°. **B.** 30°. **C.** 60°. **D.** 90°.

Câu 260: Một tổ có 5 học sinh nam và 3 học sinh nữ. Chọn ngẫu nhiên hai bạn đi dự đại hội đoàn trường. Xác suất để hai bạn được chọn có cả nam và nữ là

A. $\frac{8}{15}$. **B.** $\frac{5}{28}$. **C.** $\frac{1}{4}$. **D.** $\frac{15}{28}$.

Câu 261: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $\left(P\right):2x+y-z-1=0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của $\left(P\right)$?

A. $\overrightarrow{n_1}=\left(2;-1;1\right)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}=\left(2;1;1\right)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}=\left(2;1;-1\right)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}=\left(-2;1;1\right)$.

Câu 262: Bảng sau thống kê thời gian tập thể dục mỗi ngày trong tháng 3 / 2025 của hai bạn Dũng và Hùng.

Thời gian (phút)	$[10;15]$	$[15;20]$	$[20;25]$	$[25;30]$	$[30;35]$
Số ngày tập của Dũng	2	14	8	3	3
Số ngày tập của Hùng	12	8	7	3	0

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Dũng và Hùng lần lượt là

A. 25 phút và 25 phút. **B.** 25 phút và 20 phút.
C. 20 phút và 25 phút. **D.** 20 phút và 20 phút.

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm về thời gian tập thể dục của Dũng là:
$35-10=25$ (phút)

Câu 263: Nếu $\int_0^3 f\left(x\right)\mathrm{d}x=3$ thì $\int_0^3\left[2x-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 0 **B.** 4 **C.** 6 **D.** 2

Câu 264: Một bác tài xế thống kê lại độ dài quãng đường (đơn vị: km) bác đã lái xe mỗi ngày trong một tháng ở bảng sau:

Độ dài quãng đường (km)	$[100;120]$	$[120;140]$	$[140;160]$	$[160;180]$	$[180;200]$
Số ngày	6	8	12	2	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là (*Làm tròn kết quả đến hàng phần mười*)

A. 20 **B.** 30,4 **C.** 32,8 **D.** 40,1

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 73

Câu 265: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3x^4-3x^2+1$ là

A. $F\left(x\right)=\frac{3}{5}x^5-x^3+x+C$. **B.** $F\left(x\right)=12x^3-6x$.

C. $F\left(x\right)=\frac{3}{4}x^5-\frac{3}{2}x^3+x+C$. **D.** $F\left(x\right)=\frac{3}{5}x^5-x^3+x$.

Câu 266: Cho hình phẳng giới hạn các đường $y=5^x, y=0, x=-2$ và $x=2$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng D quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V=\int_{-2}^{2}5^{2x}\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int_{-2}^{2}25^x\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int_{-2}^{2}5^x\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int_{-2}^{2}\left|5^x\right|\mathrm{d}x$.

Câu 267: Kết quả kiểm tra định kỳ môn Toán của 40 học sinh lớp $12D$ được thống kê ở bảng sau:

Nhóm	$[0;2)$	$[2;4)$	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$
Tần số	3	5	5	25	2

Phương sai của mẫu số liệu trên là

A. $4,52$. **B.** $5,12$. **C.** $3,65$. **D.** $4,19$.

Câu 268: Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng d đi qua gốc tọa độ O và có vectơ chỉ phương $\vec{u}=\left(1;2;3\right)$ có phương trình:

A. $d:\begin{cases}x=0\\y=2t\\z=3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **B.** $d:\begin{cases}x=t\\y=2t\\z=3t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

C. $d:\begin{cases}x=1\\y=2\\z=3\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$. **D.** $d:\begin{cases}x=t\\y=3t\\z=2t\end{cases}\left(t\in\mathbb{R}\right)$.

Câu 269: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng $\left(\alpha\right)$ đi qua 3 điểm $A\left(1;0;0\right)$, $B\left(0;2;0\right)$, $C\left(0;0;1\right)$ có dạng

A. $x+2y+z-4=0$. **B.** $2x+y+2z-2=0$.

C. $x+2y+z-2=0$ **D.** $2x+y+2z+2=0$.

Câu 270: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+2}{x+3}$ là

A. $y=x+6$. **B.** $y=2x-3$. **C.** $y=-x+6$. **D.** $y=x-6$.

Câu 271: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^x>4$ là

A. $\left(-2;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-2\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 272: Phương trình $\log_3\left(x-1\right)=2$ có nghiệm là

A. $x=10$. **B.** $x=8$. **C.** $x=7$. **D.** $x=9$.

Câu 273: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình thang $(AB\,//\,CD)$ và $AB=2CD$. Gọi I,J lần lượt là trung điểm của SB và AB. Mặt phẳng nào song song với mặt phẳng (SAD)?

A. (BCI). **B.** (BIJ). **C.** (CIJ). **D.** (SJC).

Câu 274: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$, biết $u_2=3$ và $u_4=7$. Giá trị của u_{15} bằng

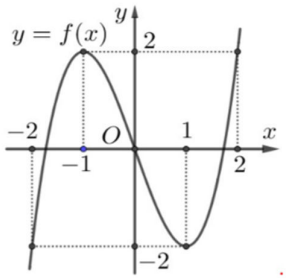
A. 27. **B.** 29. **C.** 35. **D.** 31.

Câu 275: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$.

Câu 276: Cho đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ, hàm số nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



A. $\left(-1;1\right)$. **B.** $\left(-2;1\right)$. **C.** $\left(-1;+\infty\right)$. **D.** $\left(-2;2\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 74

Câu 277: Cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có số hạng đầu $u_1=3$, công sai $d=-2$ thì số hạng thứ 5 là

A. $u_5=8$. **B.** $u_5=1$. **C.** $u_5=-5$. **D.** $u_5=-7$.

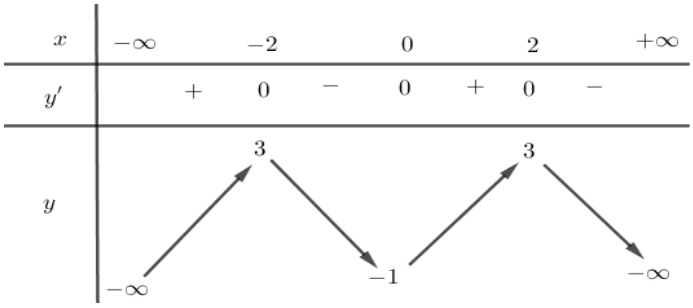
Câu 278: Tập xác định của hàm số $y=\log_3\left(x-9\right)$ là

A. $\left(-9;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;+\infty\right)$. **C.** $\left(9;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;9\right)$.

Câu 279: Một người gửi 200 triệu đồng vào ngân hàng với lãi suất $0,5\%$ / tháng. Biết rằng nếu không rút tiền ta khỏi ngân hàng thì cứ sau mỗi tháng, số tiền lãi sẽ được lập vào vốn ban đầu để tính lãi cho tháng tiếp theo. Hỏi sau một năm, người đó được lĩnh số tiền (cả vốn ban đầu và lãi) gần nhất với số tiền nào dưới đây, nếu trong khoảng thời gian này người đó không rút tiền ra và lãi xuất không thay đổi?

A. 212.336.000 đồng **B.** 212.535.000 đồng **C.** 213.335.000 đồng **D.** 221.335.000 đồng

Câu 280: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f\left(x\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;2\right)$. **B.** $\left(-2;0\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;+\infty\right)$.

Câu 281: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh bằng $a\sqrt{2}$, $SA\perp\left(ABCD\right)$ và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\frac{2a^3\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $2a^3\sqrt{3}$.

Câu 282: Tìm phương trình đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-3x+1}{x-1}$.

A. $x=1$. **B.** $y=x-3$. **C.** $y=x-2$. **D.** $y=-x+2$.

Câu 283: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{OG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

C. $\overrightarrow{AG}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AG}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}\right)$.

Câu 284: Gieo ngẫu nhiên hai con súc sắc cân đối đồng chất. Xác suất để tổng số chấm xuất hiện trên hai con súc sắc đó bằng 7 là

A. $\frac{7}{12}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{12}$. **D.** $\frac{1}{6}$.

Câu 285: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-2}{3}=\frac{y+5}{4}=\frac{z-2}{-1}$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của d?

A. $\overrightarrow{u_2}=(3;4;-1)$. **B.** $\overrightarrow{u_1}=(2;-5;2)$. **C.** $\overrightarrow{u_3}=(2;5;-2)$. **D.** $\overrightarrow{u_4}=(3;4;1)$.

Câu 286: Thống kê số điện (kWh) của 30 lớp học ở trường THPT X dùng trong một tháng được kết quả sau:

Số điện	[50;60)	[60;70)	[70;80)	[80;90)	[90;100)	[100;110)	[110;120)
Số lớp	1	5	7	9	8	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu?

A. 60. **B.** 10. **C.** 70. **D.** 40.

Câu 287: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ và $F(4)=7,\ F(1)=1$. Giá trị của $\int_1^4\left[f(x)+2\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 12. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 0.

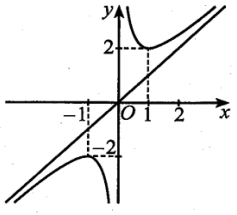
Câu 288: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$. SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{5}$. Tính khoảng cách từ điểm A đến mặt phẳng (SCD).

A. $\frac{2\sqrt{5}}{3}a$. **B.** $\frac{3\sqrt{5}}{10}a$. **C.** $3a$. **D.** $a\sqrt{3}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 75

Câu 289: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như *Hình 1*.



Hình 1

Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 290: Cho tích phân $\int_0^1 \left[f\left(x\right)+2x\right]dx=2$. Khi đó tích phân $\int_0^1 f\left(x\right)dx$ bằng ?

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 291: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 25. **B.** 20. **C.** 15. **D.** 30.

Câu 292: Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu: $(S):\left(x-6\right)^2+\left(y+7\right)^2+\left(z-8\right)^2=9^2$

Tâm của mặt cầu $\left(S\right)$ có tọa độ là

A. $\left(6;-7;8\right)$. **B.** $\left(-6;7;8\right)$. **C.** $\left(6;7;-8\right)$. **D.** $\left(6;7;8\right)$.

Câu 293: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x+2}{x+1}$ bằng

A. 2. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 0. **D.** $+\infty$.

Câu 294: Cho hai biến cố A và B bất kì, với $P(A)>0$. Khi đó

A. $P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(A)}$. **B.** $P(B\mid A)=\dfrac{P(AB)}{P(B)}$.

C. $P(B\mid A)=\dfrac{P(B)}{P(A)}$. **D.** $P(B\mid A)=\dfrac{P(A)}{P(B)}$.

Câu 295: Tập xác định của hàm số $y=\log_5\left(x-2\right)$ là

A. $\left(2;+\infty\right)$. **B.** $\left[2;+\infty\right)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $\left(-\infty;2\right)$.

Câu 296: Có 15 học sinh trong đó có 10 nam 5 nữ. Giáo viên cần chọn ra 1 học sinh nam và 1 học sinh nữ. Hỏi có bao nhiêu cách chọn.

A. $C_{10}^1.C_5^1$. **B.** $C_{10}^1+C_5^1$. **C.** C_{10}^2. **D.** A_{15}^2.

Câu 297: Gọi α là góc giữa đường thẳng $d:\dfrac{x+5}{2}=\dfrac{y-2}{1}=\dfrac{z+2}{1}$ và mặt phẳng (P): $3x+4y+5z=0$. Khi đó

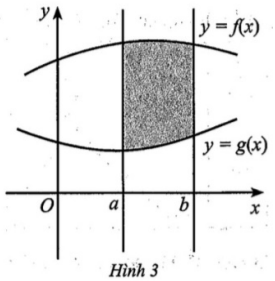
A. $\alpha=90^\circ$. **B.** $\alpha=45^\circ$. **C.** $\alpha=60^\circ$. **D.** $\alpha=30^\circ$.

Câu 298: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}\left(x^2-1\right)>-3$ là

A. $T=\left(-2;2\right)$. **B.** $T=\left(-\infty;-3\right)\cup\left(3;+\infty\right)$.

C. $T=\left(-3;3\right)$. **D.** $T=\left(-3;-1\right)\cup\left(1;3\right)$.

Câu 299: Cho các hàm số $y=f\left(x\right),y=g\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[a;b\right]$ và có đồ thị như Hình 3



Hình 3

Khi đó, diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y=f\left(x\right),y=g\left(x\right)$ và hai đường thẳng $x=a,x=b$ là

A. $S=\int\limits_{b}^{a}\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x.$ **B.** $S=\int\limits_{a}^{b}\left[g\left(x\right)-f\left(x\right)\right]\mathrm{d}x.$

C. $S=\int\limits_{b}^{a}\left[f\left(x\right)-g\left(x\right)\right]\mathrm{d}x.$ **D.** $S=\int\limits_{a}^{b}\left|f\left(x\right)-g\left(x\right)\right|\mathrm{d}x.$

Câu 300: Cho hai biến cố A và B là hai biến cố độc lập, với $P\left(A\right)=0,2024$, $P\left(B\right)=0,2025$. Tính $P\left(A\mid B\right)$.

A. $0,7976$. **B.** $0,7975$. **C.** $0,2025$. **D.** $0,2024$.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 3 (ĐỀ 51-75)

1.B	2.B	3.C	4.D	5.B	6.D	7.B	8.C	9.A	10.D
11.B	12.B	13.B	14.A	15.C	16.D	17.C	18.C	19.D	20.C
21.C	22.D	23.C	24.B	25.B	26.C	27.C	28.B	29.D	30.B
31.C	32.B	33.C	34.C	35.A	36.D	37.D	38.A	39.D	40.D
41.B	42.A	43.C	44.C	45.A	46.D	47.D	48.C	49.C	50.C
51.D	52.A	53.D	54.D	55.A	56.B	57.B	58.D	59.A	60.D
61.C	62.B	63.D	64.D	65.D	66.A	67.B	68.A	69.D	70.C
71.B	72.A	73.C	74.C	75.C	76.B	77.A	78.C	79.A	80.B
81.D	82.D	83.B	84.B	85.C	86.C	87.A	88.C	89.A	90.D
91.B	92.B	93.D	94.B	95.A	96.C	97.A	98.B	99.A	100.C
101.D	102.C	103.D	104.C	105.D	106.C	107.C	108.B	109.B	110.D
111.C	112.C	113.D	114.D	115.C	116.A	117.B	118.B	119.A	120.A
121.B	122.C	123.C	124.C	125.A	126.A	127.C	128.B	129.A	130.B
131.C	132.D	133.C	134.A	135.C	136.A	137.D	138.D	139.B	140.B
141.D	142.B	143.C	144.B	145.D	146.C	147.B	148.B	149.C	150.C
151.A	152	153	154.A	155.D	156.C	157.D	158.B	159.A	160.A
161.D	162.B	163.D	164.A	165.A	166.C	167.D	168.A	169.D	170.B
171.B	172.A	173.D	174.A	175.B	176.C	177.C	178.C	179.B	180.C
181.C	182.D	183.A	184.C	185.D	186.B	187.C	188.A	189.A	190.C
191.D	192.B	193.C	194.D	195.D	196.A	197.A	198.B	199.B	200.A
201.D	202.A	203.B	204.C	205.A	206.B	207.B	208.A	209.B	210.C
211.D	212.A	213.C	214.A	215.C	216.A	217.A	218.C	219.B	220.B
221.C	222.B	223.A	224.D	225.C	226.D	227.A	228.C	229.D	230.A
231.C	232.A	233.C	234.B	235.B	236.B	237.B	238.B	239.C	240.D
241.B	242.C	243.A	244.A	245.B	246.B	247.D	248.A	249.D	250.A
251.D	252.C	253.A	254.A	255.D	256.C	257.A	258.D	259.A	260.D
261.C	262.B	263.C	264.B	265.A	266.B	267.D	268.B	269.B	270.D
271.A	272.A	273.C	274.B	275.B	276.A	277.C	278.C	279.A	280.A
281.B	282.C	283.C	284.D	285.A	286.C	287.A	288.A	289.B	290.A
291.A	292.A	293.B	294.A	295.A	296.A	297.C	298.D	299.D	300.D

BỘ ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 4 (ĐỀ SỐ 76-100)

ĐỀ SỐ 76

Câu 1: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi H là trọng tâm tam giác ABC. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DB}+\overrightarrow{DC}=(2k-3)\overrightarrow{DH}$.

A. 5 **B.** 0 **C.** 2 **D.** 3

Câu 2: Cho cấp số cộng có hai số hạng liên tiếp là 70 và 65. Tính số hạng tiếp theo.

A. 60 **B.** 62 **C.** 59 **D.** 57

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	

Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=-3;x=-1$

B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$

D. $f(0)<f(3)$

Câu 4: Tìm nghiệm của phương trình $4^{2x-2}=16$.

A. 3 **B.** 2 **C.** -1 **D.** 5

Câu 5: Trong không gian $Oxyz$, cho $A(7;2;8),M(-4;3;3)$. Tìm tọa độ điểm B biết ΔABC vuông tại C và M là tâm đường tròn ngoại tiếp ΔABC.

A. $B(11;-1;5)$. **B.** $B(-11;1;-5)$. **C.** $B(1;-8;-14)$. **D.** $B(-15;4;-2)$.

Câu 6: Hàm số $f(x)=-4x^7-5\sin x+10\ln|x|+10$ là một nguyên hàm của hàm số nào?

A. $-28x^6+5\cos x+\dfrac{10}{x}$. **B.** $-\dfrac{1}{2}x^8+5\cos x+\dfrac{10}{x}+10x+C$.

C. $-\dfrac{1}{2}x^8+5\cos x+\dfrac{10}{x}$. **D.** $-28x^6-5\cos x+\dfrac{10}{x}$.

Câu 7: Tìm $\int_0^3\left(4x^3-5x-2\right)\mathrm{d}x$

A. 54. **B.** $\dfrac{105}{2}$. **C.** 51. **D.** 53.

Câu 8: Phương trình nào sau đây có nghiệm?

A. $\sin 4x=\dfrac{\pi}{8}$. **B.** $\sin 3x=2$. **C** $\sin 3x=\pi$. **D.** $\cos 2x=-\dfrac{4}{3}$.

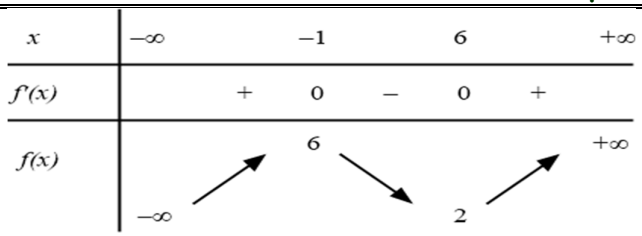
Câu 9: Cho bảng liệu thống kê dưới đây.

Nhóm	[18;22)	[22;26)	[26;30)	[30;34)	[34;38)
Tần số	5	5	10	7	9

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

A. $[18;22)$. **B.** $[30;34)$. **C.** $[22;26)$. **D.** $[34;38)$.

Câu 10: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:



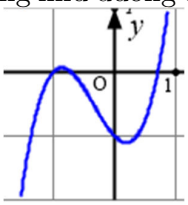
Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(6;+\infty)$. **C.** $(-\infty;6)$. **D.** $(-1;6)$.

Câu 11: Cho khối chóp có diện tích đáy bằng $32a^2$, chiều cao bằng $5a$. Tính thể tích khối chóp.

A. $\frac{161}{3}a^3$. **B.** $\frac{163}{3}a^3$. **C.** $\frac{160}{3}a^3$. **D.** $\frac{157}{3}a^3$.

Câu 12: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong?



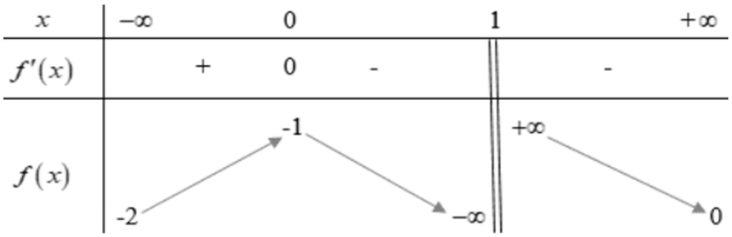
A. $y=\frac{3x+4}{2x-3}$. **B.** $y=2x^3+2x^2-x-1$.

C. $y=2x^2+4x+1$. **D.** $y=3x^4+3x^2+1$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 77

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng biến thiên như sau



Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 14: Biết $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+bx+c}{x-2}=5$ $(b,c\in\mathbb{R})$. Kết quả đúng của biểu thức $T=b+c$

A. $T=-5$. **B.** $T=-3$. **C.** $T=1$. **D.** $T=-6$.

Lời giải

Có: $\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+bx+c}{x-2}=5$ nên $x=2$ phải là nghiệm của phương trình $x^2+bx+c=0$

Suy ra: $2^2+b.2+c=0\Leftrightarrow 2b+c=-4\Leftrightarrow c=-4-2b$

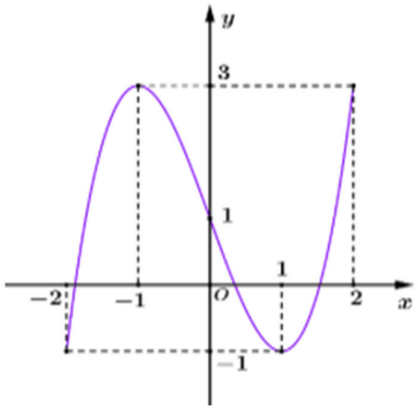
$\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+bx+c}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{x^2+bx-2b-4}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+2)+b(x-2)}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\frac{(x-2)(x+b+2)}{x-2}=\lim\limits_{x\to 2}(x+b+2)=b+4$

Yêu cầu bài toán $b+4=5\Leftrightarrow b=1$. Suy ra $c=-4-2b=-6$

Vậy $T=b+c=-5$

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$ có đồ thị như hình vẽ. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;2]$. Khi đó, tổng $M+m$ bằng



A. -6. **B.** -2. **C.** -5. **D.** 2.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) có công sai $d=2$ và tổng của 25 số hạng đầu là 625. Tính u_5

A. $u_5=16$. **B.** $u_5=9$ **C.** $u_5=12$. **D.** $u_5=22$.

Câu 17: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a. Khoảng cách từ A' đến mp $(ABCD)$ bằng

A. $\frac{a}{2}$. **B.** a. **C.** $2a$. **D.** $3a$.

Câu 18: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

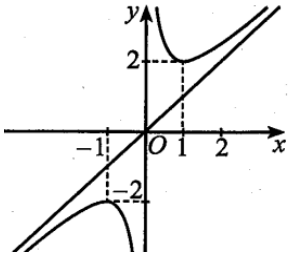
Câu 19: Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u}=(2;1;-1)$ khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\vec{u}=2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **B.** $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}+\vec{k}$. **C.** $\vec{u}=-2\vec{i}-\vec{j}+\vec{k}$. **D.** $\vec{u}=2\vec{i}+\vec{j}-\vec{k}$.

Câu 20: Trong không gian Oxyz,cho ba điểm $A(1;2;-1), B(2;-1;3), C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là điểm thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó biểu thức $P=a^2+b^2-c^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

A. 44. **B.** 6. **C.** -3. **D.** -1.

Câu 21: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 22: Nghiệm của phương trình $\cos x=\cos\frac{\pi}{4}$ là

A. $x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$. **B.** $x=\frac{\pi}{6}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$. **D.** $x=\pm\frac{\pi}{4}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}$.

Câu 23: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a},\vec{b}$ thỏa mãn $\left|\vec{a}\right|=2\sqrt{3},\left|\vec{b}\right|=3,\left(\vec{a},\vec{b}\right)=30^0$.Độ dài véc tơ $3\vec{a}-2\vec{b}$ là

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 3.

Câu 24: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52 **B.** 42 **C.** 53. **D.** 54.

Lời giải

Tần số lớn nhất là 12 nên nhóm chứa mốt là $\left[40;60\right)$.

Ta có $j=3,\ a_3=40,\ m_3=12,\ m_2=9,\ m_4=10,\ h=20$

Do đó $M_0=a_3+\frac{m_3-m_2}{\left(m_3-m_2\right)+\left(m_3-m_4\right)}.h=40+\frac{12-9}{\left(12-9\right)+\left(12-10\right)}.20=52$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 78

Câu 25: Nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=3^{x-1}.5^{x+1}$ là

A. $\frac{3^{x-1}.5^{x+1}}{\ln 3.\ln 5}+C$. **B.** $3^{x-1}.5^{x+1}+C$. **C.** $\frac{5.15^x}{3}+C$. **D.** $\frac{5.15^x}{3\ln 15}+C$.

Câu 26: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{1}{6}}\left(x-2\right)>-1$ là

A. $\left(\frac{13}{6};+\infty\right)$. **B.** $\left(2;\frac{13}{6}\right)$. **C.** $\left(-\infty;2\right)$. **D.** $\left(2;8\right)$.

Câu 27: Cho bảng tần số ghép nhóm số liệu thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp11A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilogam). Xác định khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó.

Nhóm	$\left[30;\ 40\right)$	$\left[40;\ 50\right)$	$\left[50;\ 60\right)$	$\left[60;\ 70\right)$	$\left[70;\ 80\right)$	$\left[80;\ 90\right)$
Tần số	2	10	16	8	2	2

A. $\Delta_Q=14,5$. **B.** $\Delta_Q=16$. **C.** $\Delta_Q=10,6$. **D.** $\Delta_Q=13,5$

Câu 28: Tìm nghiệm của phương trình $2^x=32$

A. $x=13$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=5$. **D.** $x=9$

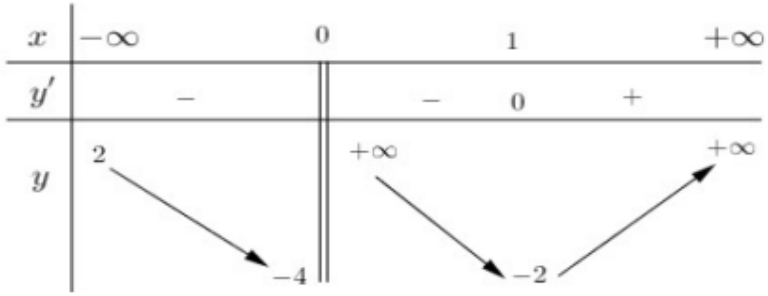
Câu 29: Trong không gian $Oxyz$, cho $A\left(1;2;-3\right)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng Oxy có tọa độ là:

A. $\left(1;0;0\right)$. **B.** $\left(0;2;-3\right)$. **C.** $\left(1;0;-3\right)$. **D.** $\left(1;2;0\right)$.

Câu 30: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{u}=\left(1;3;-2\right)$ và $\vec{v}=\left(2;1;-1\right)$. Tọa độ của véc tơ $\vec{u}-\vec{v}$ là

A. $\left(3;4;-3\right)$. **B.** $\left(-1;2;-1\right)$. **C.** $\left(1;-2;1\right)$. **D.** $\left(-1;2;-3\right)$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



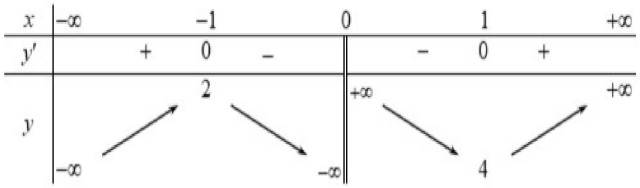
Tổng số đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 32: Cho dãy số (u_n) là một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=2$ và công bội $q=3$. Xác định số hạng thứ hai của cấp số nhân (u_n).

A. $u_2=6$. **B.** $u_2=18$. **C.** $u_2=8$. **D.** $u_2=5$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(4;+\infty)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 34: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Gọi O là tâm của hình lập phương. Khẳng định nào sau đây là đúng?

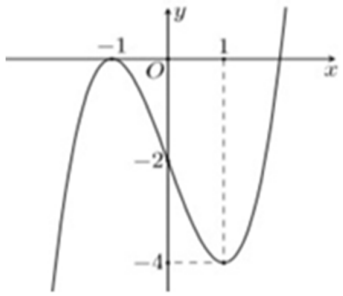
A. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{4}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **B.** $\overrightarrow{AO}=\frac{2}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$.

C. $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{3}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$. **D.** $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AA'}\right)$

Câu 35: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, SA vuông góc với mặt phẳng đáy. Mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (SAC) là

A. (SAB). **B.** (SAD). **C.** (SBD). **D.** (SBC).

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là



A. 1. **B.** $(2;0)$. **C.** $(1;-4)$. **D.** -1.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 79

Câu 37: Biết $\int f(x)\mathrm{d}x=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3$. Khi đó $f(x)$ bằng

A. $f(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3$. **B.** $f(x)=\dfrac{5^x}{\ln 5}+3x$. **C.** $f(x)=5^x+3x$. **D.** 5^x.

Câu 38: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[a;b]$. Gọi D là miền hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f(x)$, trục hoành và các đường thẳng $x=a$, $x=b$ $(a<b)$. Diện tích của D được cho bởi công thức nào sau đây?

A. $S=\int_a^b |f(x)|dx$. **B.** $S=\int_b^a f(x)dx$. **C.** $S=\int_a^b f(x)dx$. **D.** $S=\pi\int_b^a f^2(x)dx$.

Câu 39: Hai thùng hàng A, B đều chứa 25 quả táo. Kết quả kiểm tra cân nặng của 25 quả táo ở mỗi thùng A và B được cho ở bảng sau:

Cân nặng (g)	$[250;260)$	$[260;270)$	$[270;280)$	$[280;290)$	$[290;300)$
Số táo ở thùng A	2	4	12	4	3
Số táo ở thùng B	1	3	7	10	4

Trong các khẳng định dưới đây khẳng định nào đúng:

A. Khối lượng trung bình của các quả táo ở thùng A nặng hơn khối lượng trung bình các quả táo ở thùng B.

B. Các quả táo có khối lượng trên 280g ở thùng A nhiều hơn thùng B.

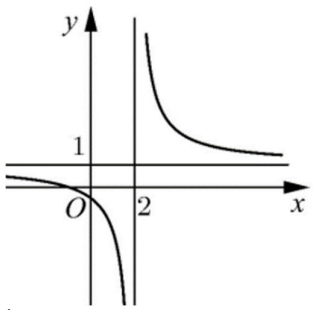
C. Khối lượng trung bình của các quả táo ở thùng B nặng hơn khối lượng trung bình các quả táo ở thùng A.

D. Trung bình khối lượng táo ở thùng A là $280,2$ g.

Câu 40: Phương trình tham số của đường thẳng (d) đi qua hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(3;-1;1)$ là

A. $\begin{cases}x=1+t\\y=-2+2t\\z=-1-3t\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}x=1+3t\\y=-2-t\\z=-3+t\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=-2-3t\\z=3+4t\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}x=-1+2t\\y=5-3t\\z=-7+4t\end{cases}$.

Câu 41: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0, ad-bc\neq 0$), có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

Câu 42: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-4)\geq 2$ là

A. $[9;+\infty)$. **B.** $[13;+\infty)$. **C.** $(13;+\infty)$. **D.** $[10;+\infty)$.

Câu 43: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):2x+y-8=0$. Véc tơ nào sau đây là một vec tơ pháp tuyến của cho mặt phẳng (P)

A. $\vec{n_1}=(2;1;-8)$. **B.** $\vec{n_2}=(0;2;1)$. **C.** $\vec{n_3}=(2;1;0)$. **D.** $\vec{n_4}=(2;0;-8)$.

Câu 44: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật, SA vuông góc với đáy $(ABCD)$, mặt phẳng nào sau đây không vuông góc với đáy?

A. (SAB). **B.** (SAC). **C.** (SAD). **D.** (SBC).

Câu 45: Nghiệm của phương trình $3^x = 9$ là

A. $x = \log_9 2$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 3$. **D.** $x = \log_2 3$.

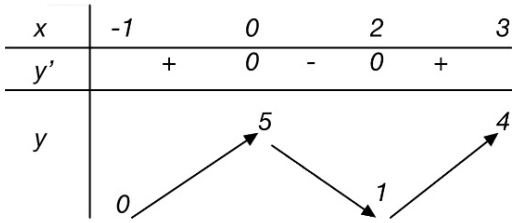
Câu 46: Cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và $u_2 = 3$. Công sai của cấp số cộng là:

A. 5. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 11.

Câu 47: Cho hình lập phương $ABCD..A'B'C'D'$. Vectơ bằng véc tơ $\overrightarrow{AD}$ là

A. $\overrightarrow{CB}$. **B.** $\overrightarrow{AB}$. **C.** $\overrightarrow{DA}$. **D.** $\overrightarrow{B'C'}$.

Câu 48: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1;3]$ như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(2)$. **B.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(0)$. **C.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(-1)$. **D.** $\max\limits_{[-1;3]} f(x) = f(3)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 80

Câu 49: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3^{x-1} \cdot 5^{x+1}$ là

A. $\dfrac{3^{x-1} \cdot 5^{x+1}}{\ln 3 . \ln 5} + C$. **B.** $3^{x-1} \cdot 5^{x+1} + C$. **C.** $\dfrac{5 \cdot 15^x}{3} + C$. **D.** $\dfrac{5 \cdot 15^x}{3 \ln 15} + C$.

Câu 50: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;-3)$. Hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oxy) có tọa độ là

A. $(1;2;0)$. **B.** $(0;2;-3)$. **C.** $(1;0;-3)$. **D.** $(1;0;0)$.

Câu 51: Bạn Chi rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày trong thời gian gần đây của bạn Chi được thống kê lại ở bảng sau:

Thời gian (phút)	[20;25)	[25;30)	[30;35)	[35;40)	[40;45)
Số ngày	6	6	4	1	1

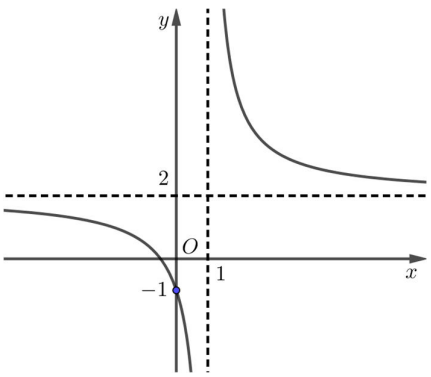
Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 23,75. **B.** 27,5. **C.** 31,88. **D.** 8,125.

Câu 52: Thể tích khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1, x = 2$ quanh trục hoành là

A. $V = \int\limits_{-1}^{2} (x+1)^2 \, dx$. **B.** $V = \pi \int\limits_{-1}^{2} (x+1)^2 \, dx$. **C.** $V = \int\limits_{-1}^{2} |x+1| \, dx$. **D.** $V = \pi \int\limits_{-1}^{2} |x+1| \, dx$.

Câu 53: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+1}$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



A. $x = 1$.
B. $y = 1$.
C. $x = 2$.
D. $y = 2$.

Câu 54: Giải bất phương trình $\log_3(2x-1) > 3$

A. $x > 4$. **B.** $x > 14$.
C. $x < 2$. **D.** $2 < x < 14$.

Câu 55: Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+y+5z-14=0$. Véctơ nào sau đây là véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

A. $\vec{n}=(1;-1;5)$. **B.** $\vec{n}=(1;-1;14)$. **C.** $\vec{n}=(1;1;-5)$. **D.** $\vec{n}=(1;1;5)$.

Câu 56: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình vuông $ABCD$, SA vuông góc với đáy. Mặt phẳng nào sau đây vuông góc với mặt phẳng (ACD).

A. (SCD). **B.** (SAD). **C.** (SBC). **D.** (SBD).

Câu 57: Số nghiệm của phương trình $2^{x^2-x}=1$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 58: Cho dãy số (u_n) là cấp số cộng có: $u_1=\frac{1}{4}; d=-\frac{1}{4}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $S_5=\frac{5}{4}$. **B.** $S_5=\frac{4}{5}$. **C.** $S_5=-\frac{5}{4}$. **D.** $S_5=-\frac{4}{5}$.

Câu 59: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn đẳng thức vectơ đúng

A. $\overrightarrow{DB'}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **B.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{DA}+\overrightarrow{DD'}+\overrightarrow{DC}$. **D.** $\overrightarrow{AC'}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AB'}+\overrightarrow{AD}$.

Câu 60: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
$y=f(x)$	2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 81

Câu 61: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=x^5$ là

A. $F(x)=\frac{x^6}{6}+C$. **B.** $F(x)=5x^6+C$. **C.** $F(x)=5x^4+C$. **D.** $F(x)=\frac{x^4}{4}+C$.

Câu 62: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $\int_5^9 f(x)dx=25$ thì $\int_9^5 f(x)dx$ bằng

A. 9. **B.** 5. **C.** 25. **D.** -25.

Câu 63: Điểm kiểm tra 15 phút của lớp 12A được cho bởi bảng sau:

Điểm	$[3;4)$	$[4;5)$	$[5;6)$	$[6;7)$	$[7;8)$	$[8;9)$	$[9;10)$
Số học sinh	3	8	7	12	7	1	1

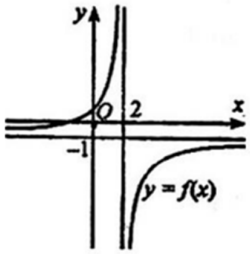
Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) là

A. $4,84$. **B.** $2,10$. **C.** $2,09$. **D.** $6,94$.

Câu 64: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có ba đỉnh $A\left(2;1;-3\right)$, $B\left(4;2;1\right)$, $C\left(3;0;5\right)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

A. $G\left(3;1;-1\right)$. **B.** $G\left(3;1;1\right)$. **C.** $G\left(1;3;1\right)$. **D.** $G\left(-1;3;1\right)$.

Câu 65: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d},\left(c\neq 0, ad-bc\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên.



Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho là

A. $y=-1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 66: Tập nghiệm của bất phương trình $\log\left(x-1\right)\geq 1$ là

A. $\left[11;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;11\right)$. **C.** $\left(11;+\infty\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 67: Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}=\left(1;-2;1\right)$ và $\vec{b}=\left(2;-4;-2\right)$. Khi đó $\vec{a}.\vec{b}$ bằng

A. 8 **B.** -8 **C.** 12 **D.** -12

Câu 68: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành tâm O. Gọi M và N theo thứ tự là trung điểm của cạnh SA và SD. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng $\left(MNO\right)$?

A. $\left(SAB\right)$. **B.** $\left(SBC\right)$. **C.** $\left(SCD\right)$. **D.** $\left(SAD\right)$.

Câu 69: Nghiệm của phương trình $\log_2 x=3$ là

A. $x=3^2$. **B.** $x=2^3$. **C.** $x=3$. **D.** $x=2$.

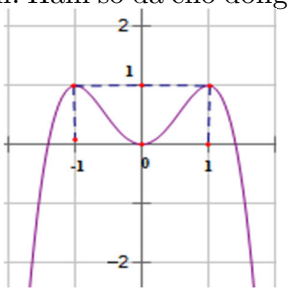
Câu 70: Cho cấp số nhân $\left(u_n\right)$ biết $u_2.u_6=64$. Giá trị của $u_3.u_5$ bằng

A. -8. **B.** -64. **C.** 64. **D.** 8.

Câu 71: Cho hình hộp $ABCD.EFGH$. Vectơ nào sau đây bằng vectơ $\overrightarrow{FH}$?

A. $\overrightarrow{DB}$. **B.** $\overrightarrow{BD}$. **C.** $\overrightarrow{BA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}$.

Câu 72: Cho hàm số có đồ thị như hình bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(-\infty;1\right)$. **B.** $\left(0;+\infty\right)$. **C.** $\left(-1;1\right)$. **D.** $\left(0;1\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 82

Câu 73: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O và $SA=SC, SB=SD$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $(SBD)\perp(ABCD)$. **B.** $SC\perp(SBD)$. **C.** $SO\perp(ABCD)$. **D.** $(SAC)\perp(ABCD)$

Câu 74: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, véctơ nào sau đây là véctơ pháp tuyến của mặt phẳng Oxy?

A. $\vec{k}=(0;0;1)$. **B.** $\vec{m}=(1;1;1)$. **C.** $\vec{i}=(1;0;0)$. **D.** $\vec{j}=(0;1;0)$.

Câu 75: Biết $\int_2^4 8f(x)\,\mathrm{d}x=3$, $\int_2^3 4f(y)\,\mathrm{d}y=7$. Tính $\int_3^4 f(z)\,\mathrm{d}z$.

A. $-\frac{7}{4}$. **B.** $-\frac{11}{8}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{9}{8}$.

Câu 76: Khảo sát về độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2024 tại Hà Nội (đơn vị %) người ta được một mẫu số liệu ghép nhóm như sau

Độ ẩm	$[71;74)$	$[74;77)$	$[77;80)$	$[80;83)$	$[83;86)$
Số tháng	1	1	2	6	2

A. $134,25$. **B.** $3,34$. **C.** $80,25$. **D.** $11,1875$.

Câu 77: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tọa độ véctơ $\vec{n}$ vuông góc với cả hai véctơ $\vec{a}=(1;1;-2)$, $\vec{b}=(1;0;3)$ là

A. $(2;-3;-1)$. **B.** $(2;3;-1)$. **C.** $(3;-5;-1)$. **D.** $(3;5;-2)$.

Câu 78: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên hình vẽ sau

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	1	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	1

Bảng biến thiên trên là của hàm số nào trong các hàm số sau?

A. $y=\frac{-x+2}{x-1}$. **B.** $y=\frac{x+2}{x-1}$. **C.** $y=\frac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=\frac{x+2}{x+1}$.

Câu 79: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Đặt $\overrightarrow{SA}=\vec{a}, \overrightarrow{SB}=\vec{b}, \overrightarrow{SC}=\vec{c}, \overrightarrow{SD}=\vec{d}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

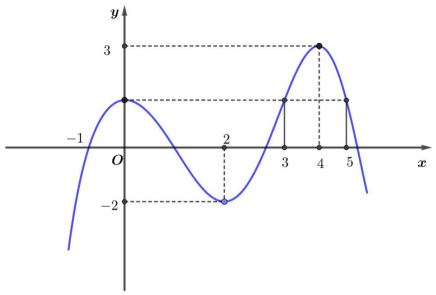
A. $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}+\vec{d}$. **B.** $\vec{a}+\vec{d}=\vec{b}+\vec{c}$. **C.** $\vec{a}+\vec{c}=\vec{b}+\vec{d}$. **D.** $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}=\vec{0}$.

Câu 80: Tìm $\int f'(x)dx$ với $f(x)=-x^4+3x-4$.

A. $-x^4+3x+C$. **B.** $-x^4+\frac{3}{2}x^2-4x+C$.

C. $-\frac{4}{5}x^5+\frac{3}{2}x^2-4x+C$. **D.** $-16x^3+C$.

Câu 81: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình bên. Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ bằng



A. 3. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 82: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_4 = -12; u_{14} = 18$. Tìm u_1, d của cấp số cộng?

A. $u_1 = -21, d = -3$. **B.** $u_1 = -22, d = 3$. **C.** $u_1 = -21, d = 3$. **D.** $u_1 = 20, d = -3$.

Câu 83: Nghiệm của phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

A. $x = 5$. **B.** $x = 2$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 4$.

Câu 84: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(36 - x^2\right) \geq 3$ là

A. $(-\infty;-3] \cup [3;+\infty)$. **B.** $[-3;3]$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $(0;3]$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 83

Câu 85: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2025^x$ là

A. $2025^x + C$. **B.** $x.2025^{x-1} + C$. **C.** $\dfrac{2025^x}{\ln 2025} + C$. **D.** $\dfrac{2025^{x-1}}{\ln 2025} + C$.

Câu 86: Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x = \dfrac{\pi}{2}$ xung quanh trục Ox. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \mathrm{d}x$. **B.** $V = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \mathrm{d}x$. **C.** $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \mathrm{d}x$. **D.** $V = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \mathrm{d}x$.

Câu 87: Hai mẫu số liệu ghép nhóm thống kê thời gian sử dụng mạng xã hội trong ngày của các học sinh Tổ 1 và Tổ 2 của lớp 10A, được cho như bảng như sau:

Thời gian sử dụng	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$	$[40;50)$
Số học sinh Tổ 1	4	6	12	8	10
Số học sinh Tổ 2	6	9	10	14	11

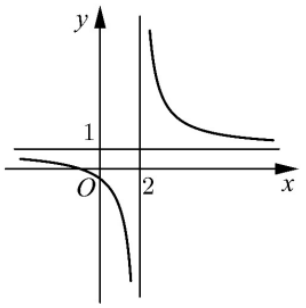
Gọi s_1, s_2 lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm ứng với nhóm học sinh Tổ 1 và nhóm học sinh Tổ 2. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $s_1 < s_2$. **B.** $s_1 = s_2$. **C.** $s_1 > s_2$. **D.** $s_2 = 2s_1$.

Câu 88: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;0;1)$ và $N(2;2;0)$. Đường thẳng MN có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2t \\ z = 1 - t \end{cases}$.

Câu 89: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây



Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là

A. $y=2$. **B.** $x=2$.

C. $y=1$. **D.** $x=1$.

Câu 90: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1)>1$ là

A. $\left(-\infty;\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$.

C. $\left(1;\frac{3}{2}\right]$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 91: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình $x-y+2z-5=0$. Vectơ nào sau đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)?

A. $\overrightarrow{n_1}(0;-1;2)$. **B.** $\overrightarrow{n_2}(1;-1;2)$. **C.** $\overrightarrow{n_3}(1;-1;-5)$. **D.** $\overrightarrow{n_4}(-1;2;-5)$.

Câu 92: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh $2a$, cạnh bên SA vuông góc với đáy và $SA=a\sqrt{3}$. Thể tích của hình chóp đã cho là

A. $18a^3$. **B.** $4a^3\sqrt{3}$. **C.** $\frac{4a^3\sqrt{3}}{3}$. **D.** $\frac{4a^2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 93: Phương trình $3^{2x+1}=243$ có nghiệm là

A. $x=2$. **B.** $x=\frac{5}{2}$. **C.** $x=\frac{3}{2}$. **D.** $x=3$.

Câu 94: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1=8$ và công bội $q=-\frac{1}{2}$. Số hạng u_5 của cấp số nhân là

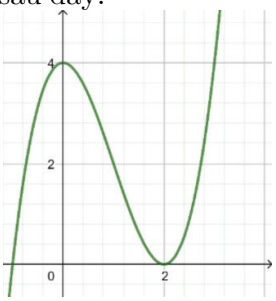
A. $u_5=\frac{1}{4}$. **B.** $u_5=-\frac{1}{4}$. **C.** $u_5=\frac{1}{2}$. **D.** $u_5=-\frac{1}{2}$.

Câu 95: Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Gọi M là trung điểm của BB'. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$. **B.** $\overrightarrow{AM}=2\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AM}=\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$. **D.** $\overrightarrow{AM}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AB}+\frac{1}{2}\overrightarrow{AA'}$.

Câu 96: Cho hàm số có đồ thị như hình vẽ sau đây.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(2;4)$. **D.** $(2;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 84

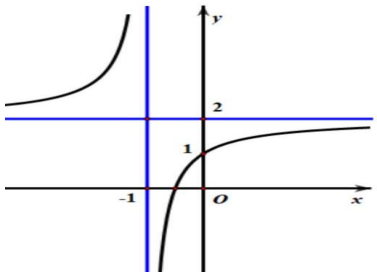
Câu 97: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(3;-2;4)$ đến mặt phẳng (Oxz) bằng

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 98: Nguyên hàm của hàm số $2x+\cos x$ là

A. $x^2+\sin x+C$. **B.** $2x+\sin x+C$. **C.** $2x-\sin x+C$. **D.** $x^2-\sin x+C$.

Câu 99: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ (với $c\neq 0; ad-bc\neq 0$) có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho có phương trình là

A. $x-2=0$. **B.** $x+1=0$. **C.** $y+1=0$. **D.** $y-2=0$.

Câu 100: Nghiệm của phương trình $5^x=3$ là

A. $\sqrt[3]{5}$. **B.** $\sqrt[5]{3}$. **C.** $\log_5 3$. **D.** $\log_3 5$.

Câu 101: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1=1$ và công sai $d=2$. Tổng của 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho là

A. 200. **B.** 110. **C.** 95. **D.** 100.

Câu 102: Hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+4}{x+2}$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây ?

A. $(-2;0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $(-4;0)$.

Câu 103: Đồ thị Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

A. $\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{y^2}{8}=1$. **B.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{7}=1$. **C.** $\dfrac{x^2}{8}+\dfrac{y^2}{7}=-1$. **D.** $\dfrac{x^2}{7}+\dfrac{y^2}{8}=-1$.

Câu 104: Biết rằng $F(x)$ là một nguyên hám của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[1;4]$ và $F(4)=9, F(1)=3$. Giá trị của $\int_1^4 [f(x)+2]dx$ bằng

A. 0. **B.** 8. **C.** -4. **D.** 12.

Câu 105: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(x-2)<1$ là

A. $(5;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(0;5)$. **D.** $(2;5)$.

Câu 106: Thống kế số điện (kWh) của 30 lớp học ở trường THPT X dùng trong một tháng được kết quả sau:

Số điện (kWh)	$[50;60)$	$[60;70)$	$[70;80)$	$[80;90)$	$[90;100)$	$[100;110)$
Số lớp	1	5	6	9	7	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng bao nhiêu?

A. 50. **B.** 40. **C.** 10. **D.** 60.

Câu 107: Có hai xạ thủ A, B độc lập cùng bắn vào một mục tiêu. Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A là 0,8 và xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ B là 0,9. Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là

A. 0, 26. **B.** 0,74. **C.** 0,98. **D.** 0,72.

Lời giải

Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ A là $P(A)=0,8 \Rightarrow P(\overline{A})=0,2$.

Xác suất bắn trúng mục tiêu của xạ thủ B là $P(B)=0,9 \Rightarrow P(\overline{B})=0,1$.

Xác suất để có đúng một xạ thủ bắn trúng mục tiêu là: $P\left(A.\overline{B}\right)+P\left(\overline{A}.B\right)=0,8.0,1+0,2.0,9=0,26$.

Câu 108: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $SA \perp AB$. **B.** $AC \perp BD$. **C.** $BD \perp SC$. **D.** $SO \perp CD$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 85

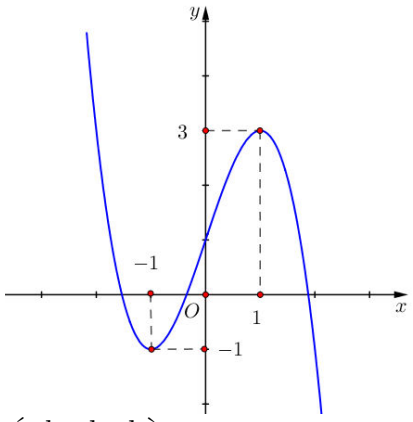
Câu 109: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(-\infty;0\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(0;+\infty\right)$. **D.** $\left(-1;2\right)$.

Câu 110: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ \left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 3. **B.** 0. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 111: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 112: Hàm đa thức bậc ba có thể có bao nhiêu cực trị?

A. 1 hoặc 2. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 0 hoặc 2.

Câu 113: Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f\left(x\right)=5x^4-8x^3-6x$ là

A. $F\left(x\right)=x^5-x^4-x^2+C$. **B.** $F\left(x\right)=x^5-4x^4-2x^2+C$.

C. $F\left(x\right)=x^5+2x^4-3x^2+C$. **D.** $F\left(x\right)=x^5-2x^4-3x^2+C$.

Câu 114: Cho hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi $F\left(x\right)$ là một nguyên hàm của $f\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(2\right)-F\left(0\right)=5$. Khi đó $\int\limits_0^2 3f\left(x\right)\mathrm{d}x$ bằng

A. 15. **B.** 10. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 115: Chọn khẳng định đúng.

A. Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm càng nhỏ, thì mẫu số liệu càng phân tán.

B. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường của mẫu số liệu đó.

C. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm chỉ phụ thuộc vào nửa giữa của mẫu số liệu, không bị ảnh hưởng bởi các giá trị bất thường.

D. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu gốc.

Câu 116: Phương sai, độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm được dùng để đo đặc trưng nào của mẫu số liệu ghép nhóm xung quanh số trung bình của mẫu số liệu đó.

A. Giá trị nhỏ nhất. **B.** Giá trị trung bình. **C.** Mức độ phân tán. **D.** Giá trị lớn nhất.

Câu 117: Trong không gian Oxyz, cho hai vectơ $\vec{u}=(1;0;-1)$, $\vec{v}=(8;-1;2)$. Tích vô hướng $\vec{u}.\vec{v}$ bằng?

A. 6. **B.** 7. **C.** 10. **D.** 9.

Câu 118: Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua ba điểm $M(0;0;-2)$, $N(3;0;0)$, $E(0;4;0)$ là

A. $\frac{x}{-2}+\frac{y}{3}+\frac{z}{4}=1$. **B.** $\frac{x}{3}+\frac{y}{4}+\frac{z}{-2}=1$.

C. $\frac{x}{2}+\frac{y}{-3}+\frac{z}{-4}=1$. **D.** $\frac{x}{4}+\frac{y}{3}+\frac{z}{-2}=1$.

Câu 119: Phương trình tham số của đường thẳng đi qua hai điểm $A(0;0;0), B(2;1,-3)$ là

A. $\begin{cases}x=2t\\y=t\\z=3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. **B.** $\begin{cases}x=2+0t\\y=1+0t\\z=-3+0t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

C. $\begin{cases}x=-2t\\y=1-t\\z=-3+3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$. **D.** $\begin{cases}x=2-2t\\y=1-t\\z=-3+3t\end{cases},t\in\mathbb{R}$.

Câu 120: Trong không gian $Oxyz$ (đơn vị của các trục tọa độ là kilomet), một trạm thu phát sóng điện thoại di động có đầu thu phát được đặt tại điểm $I(-6;-1;4)$. Cho biết bán kính phủ sóng của trạm là $2\,km$. Người sử dụng điện thoại đứng ở điểm nào sau đây thì không sử dụng được dịch vụ của trạm nói trên?

A. $A(-5;0;3)$ **B.** $B(-5;-2;5)$. **C.** $C(-6;2;2)$ **D.** $D(-7;-2;3)$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 86

Câu 121: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;3)$.

Câu 122: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	-1		0		2		3
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	5	↘	1	↗	4

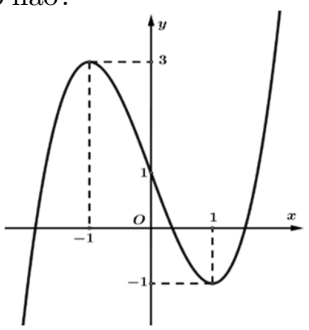
Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-1;3]$. Tính $M-m$.

A. $M-m=4$. **B.** $M-m=5$. **C.** $M-m=1$. **D.** $M-m=3$.

Câu 123: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+2}{x-3}$ có tiện cận xiên là đường thẳng $y=ax+b$. Tính a^2+2b.

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 124: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=x^3-3x-1$. **C.** $y=-x^3-3x-1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Câu 125: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=\sin x+e^x+2$ là

A. $\cos x+e^x+2x+C$. **B.** $\cos x+\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+2x+C$.

C. $-\cos x+e^x+2x+C$. **D.** $-\cos x+\dfrac{e^{x+1}}{x+1}+2x+C$.

Câu 126: Cho $\int_0^2 f(x)dx=3$ và $\int_0^2 g(x)dx=5$. Tính $I=\int_0^2\left[2x+2f(x)-3g(x)\right]dx$.

A. 8. **B.** -8. **C.** 5. **D.** -5.

Câu 127: Cho mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	$[0;10)$	$[10;20)$	$[20;30)$	$[30;40)$
Tần số	3	7	2	9

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

A. 60 **B.** 50. **C.** 40. **D.** 70

Câu 128: Bảng dưới đây thống kê cự li ném tạ của một vận động viên.

Cự li (m)	[19; 19,5)	[19,5; 20)	[20; 20,5)	[20,5; 21)	[21; 21,5)
Tần số	13	45	24	12	6

Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây nhất?

A. 0.22. **B.** 0.24 **C.** 0.26 **D.** 0.28.

Câu 129: Cho điểm $M(3;-2;1);N(2;4;0)$. Tọa độ của $\overrightarrow{MN}$ là

A. $(-1;6;-1)$. **B.** $(5;2;1)$. **C.** $(1;-6;1)$. **D.** $(3;4;-1)$.

Câu 130: Trong không gian Oxyz cho 2 điểm $A(-1;1;1)$, $B(2;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB.

A. $(P): 3x-2y-z+4=0$. **B.** $(P): 3x-2y-z+6=0$.

C. $(P): 3x-2y-z=0$. **D.** $(P): 2x+y-z+1=0$.

Câu 131: Trong không gian toạ độ $Oxyz$, vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x=-4+2t \\ y=7-3t \\ z=8-9t \end{cases}$?

A. $\vec{u}_1=(4;7;8)$. **B.** $\vec{u}_1=(-4;7;8)$. **C.** $\vec{u}_3=(2;3;9)$. **D.** $\vec{u}_4=(2;-3;-9)$.

Câu 132: Cho mặt cầu có phương trình $(S): 2x^2+2y^2+2z^2-3x+6y-7z=1$ có bán kính là

A. $R=\sqrt{95}$. **B.** $R=\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** $R=\dfrac{\sqrt{110}}{4}$. **D.** $R=\dfrac{\sqrt{102}}{4}$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 87

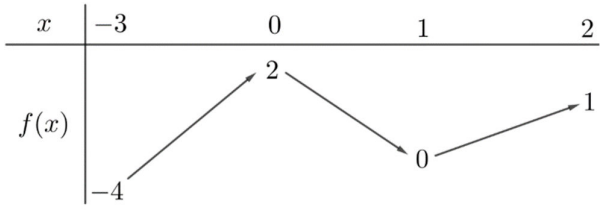
Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ có bảng xét dấu của đạo hàm như sau

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$+$	0	$-$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;+\infty)$. **D.** $(-2;1)$.

Câu 134: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $[-3;2]$ và có bảng biến thiên như hình dưới. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên $[-3;2]$. Tính $M.m$.

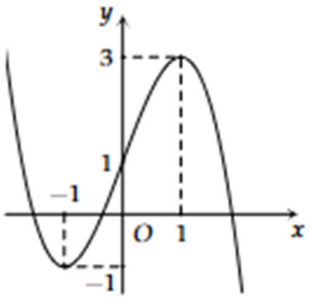


A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** -8.

Câu 135: Biết $y=ax+b$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x}{x-1}$. Tìm $a+b$?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 136: Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở 4 phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=x^3+3x^2-x-1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$.
C. $y=-x^3-2x^2+x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2-x-1$.

Câu 137: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2x^3-9$ là

A. $\frac{1}{2}x^4-9x+C$. **B.** $4x^4-9x+C$. **C.** $\frac{1}{4}x^4+C$. **D.** $4x^3-9x+C$.

Câu 138: Có bao nhiêu giá trị thực của a để có $\int_0^a (2x+5)\mathrm{d}x=a-4$?

A. 1 **B.** 0 **C.** 2 **D.** Vô số

Câu 139: Mỗi ngày Ông A đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của ông A trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường (km)	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 1,5. **B.** 0,9. **C.** 0,6. **D.** 0,3.

Câu 140: Thời gian (phút) truy cập Internet mỗi buổi tối của một số học sinh được cho trong bảng sau:

Thời gian (phút)	$[9,5;12,5)$	$[12,5;15,5)$	$[15,5;18,5)$	$[18,5;21,5)$	$[21,5;24,5)$
Số học sinh	3	12	15	24	2

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm là

A. 10,75. **B.** 4,75. **C.** 4,63. **D.** 4,38.

Câu 141: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC với $A(0;4;-2); B(1;1;-2)$. Tọa độ vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

A. $(1;5;-4)$. **B.** $(1;-3;0)$. **C.** $(-1;3;0)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};\frac{5}{2};-2\right)$.

Câu 142: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-2;1;3)$ và vectơ $\vec{n}=(2;-1;1)$. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua A và nhận $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến là:

A. $2x-y+z+2=0$. **B.** $-2x-y+z-2=0$.
C. $2x-y-z+2=0$. **D.** $-2x+y+z-2=0$.

Câu 143: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\frac{x-1}{1}=\frac{y}{-2}=\frac{z-1}{2}$. Điểm nào dưới đây không thuộc d?

A. $N(1;0;1)$. **B.** $F(3;-4;5)$. **C.** $M(0;2;1)$. **D.** $E(2;-2;3)$.

Câu 144: Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có đường kính là đoạn thẳng AB với $A(2;-1;5)$ và $B(0;1;-1)$ có phương trình là

A. $(x+1)^2+(y-1)^2+(y+3)^2=11$. **B.** $(x+1)^2+y^2+(z+2)^2=11$.

C. $(x-2)^2+(y+2)^2+(z-6)^2=11$. **D.** $(x-1)^2+y^2+(z-2)^2=11$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 88

Câu 145: Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. $\int a^x \mathrm{d}x=\dfrac{a^x}{\ln a}+C\ (0<a\neq 1)$. **B.** $\int \sin x\,\mathrm{d}x=\cos x+C$.

C. $\int \dfrac{1}{x}\mathrm{d}x=\ln|x|+C\ (x\neq 0)$. **D.** $\int e^x \mathrm{d}x=e^x+C$.

Câu 146: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$, biết $\int_0^9 f(x)\mathrm{d}x=9$ và $F(0)=3$. Tính $F(9)$.

A. $F(9)=-12$. **B.** $F(9)=6$. **C.** $F(9)=12$. **D.** $F(9)=-6$.

Câu 147: Mỗi ngày bác Hương đều đi bộ để rèn luyện sức khoẻ. Quãng đường đi bộ mỗi ngày (đơn vị: km) của bác Hương trong 20 ngày được thống kê lại ở bảng sau:

Quãng đường	$[2,7;3,0)$	$[3,0;3,3)$	$[3,3;3,6)$	$[3,6;3,9)$	$[3,9;4,2)$
Số ngày	3	6	5	4	2

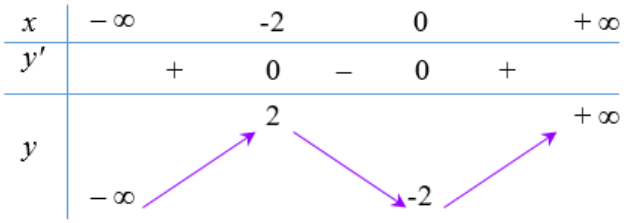
Trung bình mỗi ngày bác Hương đi bộ được bao nhiêu km?

A. 3,39. **B.** 11,62. **C.** 0,1314. **D.** 0,36.

Câu 148: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d: $\begin{cases}x=6-3t\\ y=2\\ z=-2+t\end{cases}$. Trong các vectơ sau, vectơ nào là vectơ chỉ phương của đường thẳng d?

A. $\vec{u}=(6;2;-2)$. **B.** $\vec{v}=(-3;2;1)$. **C.** $\vec{p}=(-3;0;1)$. **D.** $\vec{w}=(3;0;1)$.

Câu 149: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $f(x)=\dfrac{x^3}{3}+x^2-2$. **B.** $f(x)=x^3+3x^2-2$.

C. $f(x)=-x^3+3x^2-2$. **D.** $f(x)=x^3+3x-2$.

Câu 150: Nếu $a^{\frac{3}{4}}<a^{\frac{4}{5}}$ thì

A. $a<1$. **B.** $0<a<1$. **C.** $a<0$. **D.** $a>1$.

Câu 151: Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P):3x-z+2=0$. Vectơ nào dưới đây là vectơ pháp tuyến của mặt phẳng bằng (P)?

A. $\vec{n}=(0;0;2)$. **B.** $\vec{n}=(3;0;2)$. **C.** $\vec{n}=(3;-1;2)$. **D.** $\vec{n}=(3;0;-1)$.

Câu 152: Cho hình chóp đều $S.ABCD$, gọi O là giao điểm của AC và BD. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. $AC\perp SD$. **B.** $AB\perp SO$. **C.** $AC\perp SC$. **D.** $AC\perp SB$.

Câu 153: Nếu $\log_a b=2$, $\log_a c=3$ thì $\log_a\left(b^2c^3\right)$ bằng

A. 108. **B.** 31. **C.** 13. **D.** 36.

Câu 154: Cho cấp số cộng (u_n) biết $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Công sai d của cấp số cộng đó là

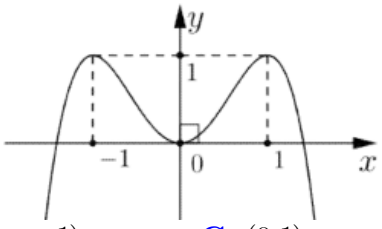
A. $\dfrac{11}{3}$. **B.** $\dfrac{10}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{10}$. **D.** $\dfrac{3}{11}$.

Câu 155: Cho tứ diện $ABCD$, Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}+\overrightarrow{GD}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{DA}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{DC}-\overrightarrow{DB}=\overrightarrow{CA}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$.

Câu 156: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(0;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 89

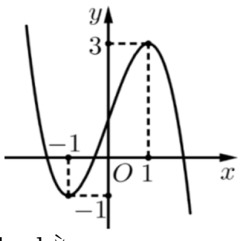
Câu 157: Nghiệm của phương trình $\cos x=-\dfrac{1}{2}$ là

A. $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k\pi$. **B.** $x=\pm\dfrac{\pi}{6}+k2\pi$. **C.** $x=\pm\dfrac{\pi}{3}+k2\pi$. **D.** $x=\pm\dfrac{2\pi}{3}+k2\pi$.

Câu 158: Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-3;5;1)$. Tọa độ trọng tâm của tam giác ABC là

A. $(0;2;1)$. **B.** $(0;2;-1)$ **C.** $(0;-2;1)$. **D.** $(0;-2;-1)$.

Câu 159: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\left(a,b,c,d\in\mathbb{R}\right)$ có đồ thị trên $\mathbb{R}$ là đường cong trong hình sau:



Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -1.

Câu 160: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{-x+1}$ là:

A. $x=1$. **B.** $y=1$ **C.** $x=-1$. **D.** $y=-1$.

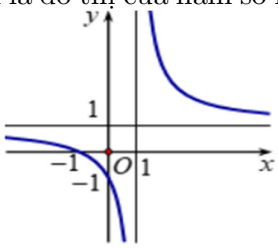
Câu 161: Xét mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi bảng sau

Nhóm	[8;11)	[11;14)	[14;17)	[17;20)	[20;23)	
Tần số	5	6	8	7	4	$n=30$

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

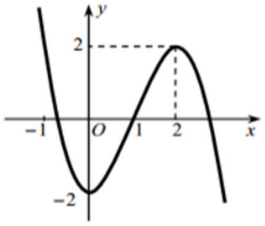
A. 9. **B.** 12. **C.** 15. **D.** 31.

Câu 162: Đường cong trong hình vẽ sau là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **D.** $y=x^3-3x-1$.

Câu 163: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 164: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau. Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm này gần nhất với số nào?

Thời gian (đơn vị: giây)	[0;60)	[60;120)	[120;180)	[180;240)	[240;300)	[300;360)
Số cuộc gọi	8	10	7	5	2	1

A. 100. **B.** 130. **C.** 110. **D.** 120.

Câu 165: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ cạnh a. Khẳng định nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{A'C'}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{BB'}=\overrightarrow{BD'}$.

C. $\left|\overrightarrow{BD'}\right|=a\sqrt{3}$. **D.** $\left|\overrightarrow{BD}\right|=a\sqrt{2}$.

Câu 166: Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a}=(2;-1;0)$, $\vec{b}=(-1;-3;2)$, $\vec{c}=(-2;-4;-3)$, toạ độ vectơ $\vec{u}=2\vec{a}-3\vec{b}+\vec{c}$ là

A. $\vec{u}=(-3;-7;-9)$. **B.** $\vec{u}=(-5;-3;9)$. **C.** $\vec{u}=(5;3;-9)$. **D.** $\vec{u}=(3;7;9)$.

Câu 167: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;2;1)$ và $B(3;-2;1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. 25 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 9

Câu 168: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1=3$ và công sai $d=3$. Số hạng thứ ba của cấp số cộng bằng

A. 8 **B.** 6 **C.** 9 **D.** 7.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 90

Câu 169: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=x+\mathrm{e}^{2x}$ là

A. $\frac{x^2+\mathrm{e}^{2x}}{2}+C$. **B.** $\frac{x^2+\mathrm{e}^{x}}{2}+C$. **C.** $\frac{x^2}{2}+\frac{\mathrm{e}^{2x+1}}{2x+1}+C$. **D.** $\frac{x^2}{2}+2\mathrm{e}^{2x}+C$.

Câu 170: Cho $\int_0^2\left[f(x)-3x^2\right]\mathrm{d}x=4$. Tích phân $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 8. **B.** -4. **C.** 12. **D.** 4.

Câu 171: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên tập nào dưới đây?

A. $(0;4)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-1;3)$. **D.** $(4;+\infty)$.

Câu 172: Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(P):2x-y+z-5=0$?

A. $M(1;-1;0)$. **B.** $N(1;-1;2)$. **C.** $P(1;-1;4)$. **D.** $Q(1;-1;3)$

Câu 173: Khảo sát trọng lượng của một số quả mít được trồng trong một nông trường ta có số liệu sau

Trọng lượng (kg)	$[4;6)$	$[6;8)$	$[8;10)$	$[10;12)$	$[12;14)$
Số quả	6	12	19	9	4

Tìm độ lệch tiêu chuẩn của mẫu số liệu trên. (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

A. $2,19$. **B.** $8,72$. **C.** $4,80$. **D.** $2,20$.

Câu 174: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;3)$ và $B(3;1;1)$. Đường thẳng AB có phương trình là

A. $\frac{x-1}{4}=\frac{y+2}{-1}=\frac{z-3}{4}$. **B.** $\frac{x-1}{2}=\frac{y+2}{3}=\frac{z-3}{-2}$.

C. $\frac{x-4}{1}=\frac{y+1}{-2}=\frac{z-4}{3}$. **D.** $\frac{x-2}{1}=\frac{y-3}{-2}=\frac{z+2}{3}$.

Câu 175: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng $2a$. Khoảng cách từ điểm A' đến đường thẳng BD bằng

A. $\sqrt{6}a$. **B.** $2a$. **C.** $\sqrt{5}a$. **D.** $2\sqrt{2}a$.

Câu 176: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;2)$ và $B(-1;2;0)$. Trung điểm đoạn thẳng AB có tọa độ là

A. $(0;2;2)$. **B.** $(-1;1;-1)$. **C.** $(1;1;1)$. **D.** $(0;1;1)$.

Câu 177: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+2)(x^2+x-2)(x-1)^4$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 178: Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $\log_x 2+\log_{16}x=2$. Tích $x_1\cdot x_2$ bằng

A. 64. **B.** 256. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 179: Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm $y=2x-x^2$ và trục hoành. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục hoành bằng

A. $\frac{16}{15}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{16\pi}{15}$. **D.** $\frac{4\pi}{3}$.

Câu 180: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;2), B(2;0;1)$ và $C(0;-1;3)$. Giá trị của $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC}$ bằng

A. 0. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 20.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 91

Câu 181: Có 7 chiếc ghế xếp thành hàng ngang. Có bao nhiêu cách xếp 3 người vào 7 chiếc ghế đó sao cho mỗi người ngồi một ghế?

A. 21. **B.** 210. **C.** 35. **D.** 343.

Câu 182: Rút gọn biểu thức $P=\sin 3x.\cos x-\sin x.\cos 3x$.

A. $P=\sin 4x$. **B.** $P=\cos 2x$. **C.** $P=\sin 2x$. **D.** $P=\cos 4x$.

Câu 183: Số đặc trưng nào sau đây không đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm?

A. Khoảng biến thiên. **B.** Phương sai.
C. Số trung bình. **D.** Khoảng tứ phân vị.

Câu 184: Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{m}=(1;-1;1)$ và $\vec{n}=(-1;1;-1)$. Côsin của góc giữa hai véc tơ $\vec{m}$, $\vec{n}$ bằng

A. 1. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{3}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** -1.

Câu 185: Cho hàm số $y=f(x)$ thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to 1^+}f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to 1^-}f(x)=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=0$; $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
B. Đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
C. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.
D. Đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 186: Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x)=3e^x$ là

A. $3e^x$. **B.** $3xe^x+C$. **C.** $3e^x+C$. **D.** $-3e^x+C$.

Câu 187: Lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 24 tháng của một nhà đầu tư tài chính được cho bởi bảng sau:

Lợi nhuận	$[5;15)$	$[15;25)$	$[25;35)$	$[35;45)$	$[45;55)$
Số tháng	3	7	9	4	1

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

A. $[35;45)$. **B.** $[25;35)$. **C.** $[15;25)$. **D.** $[45;55)$.

Câu 188: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên các khoảng xác định của nó?

A. $y=e^{-x}$. **B.** $y=\log_{\sqrt{3}}x$.. **C.** $y=\left(\sqrt{2}\right)^x$. **D.** $y=\ln x$.

Câu 189: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

A. $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{16}=1$. **B.** $\frac{x^2}{9}-\frac{y^2}{4}=1$. **C.** $\frac{x^2}{4}+\frac{y^2}{4}=1$. **D.** $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{4}=1$.

Câu 190: Cho hình chóp $S.ABC$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. $\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$. **B.** $\overrightarrow{SA}+\overrightarrow{SB}+\overrightarrow{SC}=3\overrightarrow{SG}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{CA}=\vec{0}$. **D.** $\overrightarrow{GS}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$.

Câu 191: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$. **B.** $y=x^3+6x^2-12x+1$.

C. $y=x^3-3x^2+5x$. **D.** $y=x^2+4x-1$.

Câu 192: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho là -1.

B. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng hai điểm cực trị.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là 0.

D. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực tiểu.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 92

Câu 193: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x+4$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 2. **B.** -12. **C.** 4. **D.** -6.

Câu 194: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số đã cho bằng

A. -1. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 195: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{1}{\sin x}$ là

A. $\mathbb{R}\setminus\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **B.** $\mathbb{R}\setminus\{k\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **D.** $\mathbb{R}\setminus\{0;\pi\}$.

Câu 196: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M(2;3;-1)$ trên trục Oy. Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có toạ độ là

A. $(0;2;3)$. **B.** $(3;0;0)$. **C.** $(-2;0;1)$. **D.** $(0;2;3)$.

Câu 197: Tập xác định của hàm số $y=\log_2(x-3)$ là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;+\infty)$. **C.** $\mathbb{R}\setminus\{3\}$. **D.** $(3;+\infty)$.

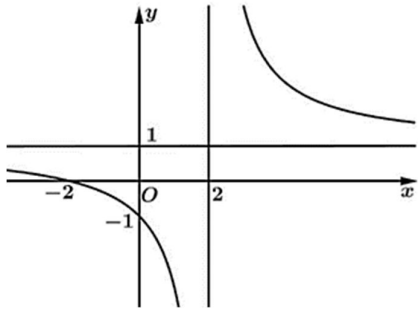
Câu 198: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về khoảng tuổi và số người như bảng sau:

Khoảng tuổi	$[22;31)$	$[31;40)$	$[40;49)$	$[49;58)$	$[58;67)$	$[67;76)$
Số người	33	23	23	16	16	9

Khoảng tứ phân vị (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm đã cho bằng

A. $13,62$. **B.** $25,01$. **C.** $11,38$. **D.** $32,18$.

Câu 199: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}$. **C.** $y=x^3-3x-1$ **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-2}$.

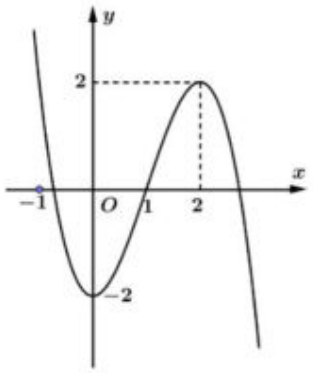
Câu 200: Nguyên hàm của hàm số $f(x)=2025^x$ là

A. $2025^x.\ln 2025+C$ **B.** 2025^x+C. **C.** $\dfrac{2025^x}{x+1}+C$. **D.** $\dfrac{2025^x}{\ln 2025}+C$

Câu 201: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-3x+2}{x-1}$

A. $y=-2x-1$. **B.** $y=2x-1$. **C.** $y=2x+1$. **D.** $y=-2x+1$.

Câu 202: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 203: Nếu $\int\limits_{-1}^{4} f(x)\mathrm{d}x=2$ thì $\int\limits_{-1}^{4}\left[4-3f(x)\right]\mathrm{d}x$ bằng

A. 14. **B.** 5. **C.** -2. **D.** -4.

Câu 204: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về lương (triệu đồng) và số nhân viên như sau:

Lương (triệu đồng)	$[5;11)$	$[11;17)$	$[17;23)$	$[23;29)$	$[29;35)$
Số nhân viên	15	14	7	12	10

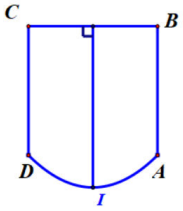
Độ lệch chuẩn (làm tròn kết quả đến hàng phần trăm) của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng

A. $8,87$. **B.** $8,76$. **C.** $8,74$. **D.** $2,29$.

----------HẾT----------

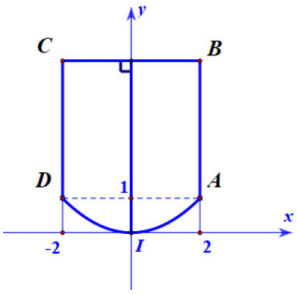
ĐỀ SỐ 93

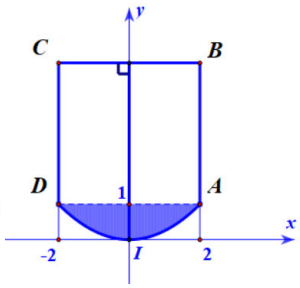
Câu 205: Ông Hoa làm một cái chuồng chia thành 2 phần bằng nhau để nuôi bò (như hình vẽ bên dưới). Biết $ABCD$ là hình vuông cạnh $4m$ và I là đỉnh của một Parabol có trục đối xứng là trung trực của BC và parabol đi qua hai điểm A,D. Tiền xây chuồng bò hết 350.000 đồng/$1m^2$. Biết I cách BC một khoảng $5m$, hãy tính số tiền chi phí ông Hoa bỏ ra để xây dựng chuồng bò (Làm tròn đến hàng nghìn)?



A. 7.533.000 đồng. **B.** 7.333.000 đồng. **C.** 6.533.000 đồng. **D.** 6.333.000 đồng.

Lời giải





Chọn hệ trục tọa độ Oxy với $O \equiv I$ như hình vẽ ta có $A(2;1)$ và $D(-2;1)$, phần parabol đi qua 2 điểm A,D nhận trung trực đoạn BC làm trục đối xứng có phương trình dạng $y = ax^2$.

Parabol này đi qua điểm $A(2;1)$ nên ta có $1 = 4a \Leftrightarrow a = \dfrac{1}{4}$.

Diện tích của phần được tô đậm trên hình vẽ là $\displaystyle\int_{-2}^{2}\left(1-\frac{1}{4}x^2\right)dx = \left(x-\frac{1}{12}x^3\right)\Big|_{-2}^{2} = \frac{8}{3}$ (m^2)

Số tiền để làm chuồng bò là $350.000\text{x}\left(16+\dfrac{8}{3}\right) = \dfrac{19.600.000}{3} \approx 6.533.000$ (đồng).

Câu 206: Một hộp đựng 4 viên bi xanh, 3 viên bi đỏ và 2 viên bi vàng. Chọn ngẫu nhiên 2 viên bi. Tính xác suất để chọn được 2 viên bi cùng màu.

A. $P(X) = \dfrac{7}{18}$. **B.** $P(X) = \dfrac{5}{8}$. **C.** $P(X) = \dfrac{5}{18}$. **D.** $P(X) = \dfrac{11}{18}$.

Lời giải

Ta có: $n(\Omega) = C_9^2 = 36$.

Gọi X là biến cố chọn được hai bi cùng màu. Khi đó: $n(X) = C_4^2 + C_3^2 + C_2^2 = 10$.

Vậy xác suất để chọn được hai bi cùng màu là $P(X) = \dfrac{n(X)}{n(\Omega)} = \dfrac{10}{36} = \dfrac{5}{18}$.

Câu 207: Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là

A. $e^x + C$. **B.** $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$. **C.** $\frac{e^x}{x} + C$. **D.** $xe^{x-1} + C$.

Lời giải

Câu 208: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định với mọi $x \neq 0$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-4		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $(-4;1)$. **D.** $(-4;0)$.

Câu 209: Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0;0;1)$ và $B(1;2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với AB có phương trình là

A. $2x + y + 2z - 11 = 0$. **B.** $2x + y + 4z - 17 = 0$.

C. $2x + y + 4z - 4 = 0$. **D.** $x + 2y + 2z - 2 = 0$.

Câu 210: Một vật chuyển động thẳng không đều xác định bởi phương trình $s(t) = 3t^2 - 4t + 9$, trong đó s tính bằng mét và t tính bằng giây. Vận tốc nhỏ nhất vật đạt được trong khoảng thời gian từ $t=1$ đến $t=3$ bằng

A. $4\ m/s$. **B.** $1\ m/s$. **C.** $3\ m/s$. **D.** $2\ m/s$.

Vậy vận tốc nhỏ nhất vật đạt được trong khoảng thời gian từ $t=1$ đến $t=3$ bằng $2\ m/s$.

Câu 211: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$, $P(1;m-1;3)$. Với giá trị nào của m thì tam giác MNP vuông tại N?

A. $m=3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 212: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA'} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC'}$. **B.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BB'} + \overrightarrow{B'A'} = \overrightarrow{AC'}$.

C. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC'} + \overrightarrow{C'D'} = \overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} + \overrightarrow{AA'} = \overrightarrow{AC'}$.

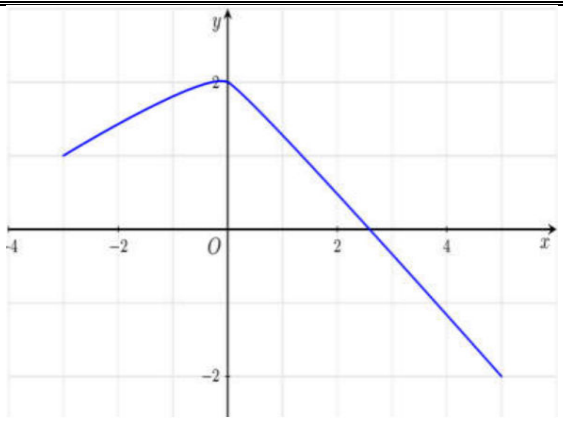
Câu 213: Bạn An rất thích nhảy hiện đại. Thời gian tập nhảy mỗi ngày của bạn An trong thời gian gần đây được thống kê ở bảng sau:

Thời gian (phút)	$[5;15)$	$[15;25)$	$[25;35)$	$[35;45)$
Số ngày	5	5	4	1

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm có giá trị gần nhất với giá trị nào sau đây?

A. $9,29$. **B.** $9,25$. **C.** $9,27$. **D.** $9,3$.

Câu 214: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;5]$ như hình vẽ. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-3;5]$. Tính $2M - m$.



A. 5. **B.** 8. **C.** 2. **D.** 6.

Câu 215: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x^2+8x+2}{2x^2-2}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 216: Trong không gian, với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $B\left(1;2;-3\right),C\left(7;5;3\right)$. Tìm tọa độ điểm E thỏa mãn đẳng thức $\overrightarrow{CE}=2\overrightarrow{EB}$.

A. $E\left(3;9;-1\right)$. **B.** $E\left(3;3;-1\right)$. **C.** $E\left(3;\dfrac{8}{3};-\dfrac{8}{3}\right)$. **D.** $E\left(2;3;1\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 94

Câu 217: Một tổ có 10 học sinh. Hỏi có bao nhiêu cách chọn ra 2 học sinh từ tổ đó để giữ hai chức vụ tổ trưởng và tổ phó.

A. A_{10}^{2}. **B.** C_{10}^{2}. **C.** A_{10}^{8}. **D.** 10^2.

Câu 218: Rút gọn biểu thức $P=\cos 3x\cos x-\sin 3x\sin x$

A. $\sin 4x$. **B.** $\cos 2x$. **C.** $\sin 2x$. **D.** $\cos 4x$.

Câu 219: Theo thống kê điểm trung bình môn Toán của một số học sinh đã trúng tuyển vào lớp 10 năm học 2024 - 2025 của trường THPT được kết quả như bảng sau:

Khoảng điểm	$[6,5;7)$	$[7;7,5)$	$[7,5;8)$	$[8;8,5)$	$[8,5;9)$	$[9;9,5)$	$[9,5;10)$
Tần số	7	10	17	24	13	8	5

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

A. 6.5. **B.** 10. **C.** 3.5. **D.** 5.

Câu 220: Trong không gian $Oxyz$ cho hai vec tơ $\vec{n}\left(1;2;-1\right);\vec{m}\left(-1;2;1\right)$.Cosin của góc giữa hai vec tơ bằng

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** 2. **C.** $\sqrt{6}$. **D.** $\dfrac{\sqrt{6}}{6}$.

Câu 221: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathrm{R}\setminus\left\{-1\right\}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	5	$\searrow$	$-\infty$ | $+\infty$	$\searrow$	2

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai TCN $y=2$, $y=5$ và có một TCĐ $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có bốn đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận.

Câu 222: Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)=3x^2+2x+5$ là

A. x^3+x^2+5. **B.** x^3+x+C. **C.** x^3+x^2+5x+C. **D.** x^3+x^2+C.

Câu 223: Cho mẫu số liệu ghép nhóm về tuổi thọ (đơn vị tính là năm) của một loại bóng đèn mới như sau.

Tuổi thọ	[2;3,5)	[3,5;5)	[5;6,5)	[6,5;8)
Số bóng đèn	8	22	35	15

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu là

A. $[2;3,5)$. **B.** $[3,5;5)$. **C.** $[5;6,5)$. **D.** $[6,5;8)$.

Câu 224: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. $y=2^{-x}$. **B.** $y=\log_{\sqrt{5}}x$. **C.** $y=\left(\sqrt{3}\right)^x$. **D.** $y=\log x$.

Câu 225: Phương trình nào sau đây là phương trình chính tắc của đường elip?

A. $\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{8}=1$. **B.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{7}=1$. **C.** $\frac{x^2}{8}+\frac{y^2}{7}=-1$. **D.** $\frac{x^2}{7}+\frac{y^2}{8}=-1$.

Câu 226: Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Chọn mệnh đề đúng?

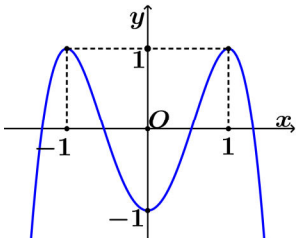
A. $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{C'A'}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AA'}$.

C. $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{CD}$. **D.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{C'D'}=\vec{0}$.

Câu 227: Hàm số nào trong các hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\ln x$. **B.** $y=x^2$. **C.** $y=-\frac{1}{x}$. **D.** $y=x+\sqrt[3]{x}$.

Câu 228: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$, có đồ thị như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $\left[-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right]$ là -1.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực đại.

C. Cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là 0.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ là 1.

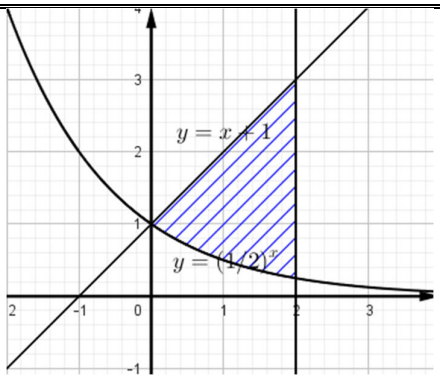
----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 95

Câu 229: Cho $\int f(x)\mathrm{d}x=-\cos x+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $f(x)=-\sin x$. **B.** $f(x)=-\cos x$. **C.** $f(x)=\sin x$. **D.** $f(x)=\cos x$.

Câu 230: Cho hình phẳng được tô màu trong hình bên dưới.



Diện tích hình phẳng tô màu trong hình vẽ là

A. $S=\int_0^2\left|x+1-\left(\frac{1}{2}\right)^x\right|\mathrm{d}x$.

B. $S=\int_0^2\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-x-1\right|\mathrm{d}x$.

C. $S=\int_0^2\left|\left(\frac{1}{2}\right)^x-x+1\right|\mathrm{d}x$.

D. $S=\int_0^2\left|x+1+\left(\frac{1}{2}\right)^x\right|\mathrm{d}x$.

Câu 231: *Bảng 1, Bảng 2* lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (Đơn vị: $^\circ C$)

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8;\ 19,8)$	18,3	2
$[19,8;\ 22,8)$	21,3	3
$[22,8;\ 25,8)$	24,3	2
$[25,8;\ 28,8)$	27,3	1
$[28,8;\ 31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 1

Nhóm	Giá trị đại diện	Tần số
$[16,8;\ 19,8)$	18,3	1
$[19,8;\ 22,8)$	21,3	2
$[22,8;\ 25,8)$	24,3	3
$[25,8;\ 28,8)$	27,3	2
$[28,8;\ 31,8)$	30,3	4
		$n=12$

Bảng 2

Dựa vào độ lệch chuẩn, hãy cho biết khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hà Nội có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Huế.

B. Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Hà Nội.

A. Hà Nội và Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều như nhau.

D. Không so sánh được.

Lời giải

$s_1=\sqrt{s_1^2}=\sqrt{20,75}\approx 4,56\left(^0C\right)$; $s_2=\sqrt{s_2^2}=\sqrt{15,75}\approx 3,97\left(^0C\right)$

Vì $s_2<s_1$ nên Huế có nhiệt độ không khí trung bình tháng đồng đều hơn Hà Nội.

Câu 232: Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A\left(1;2;-1\right),B\left(3;0;1\right),C\left(2;2;-2\right)$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng $\left(ABC\right)$ có phương trình là:

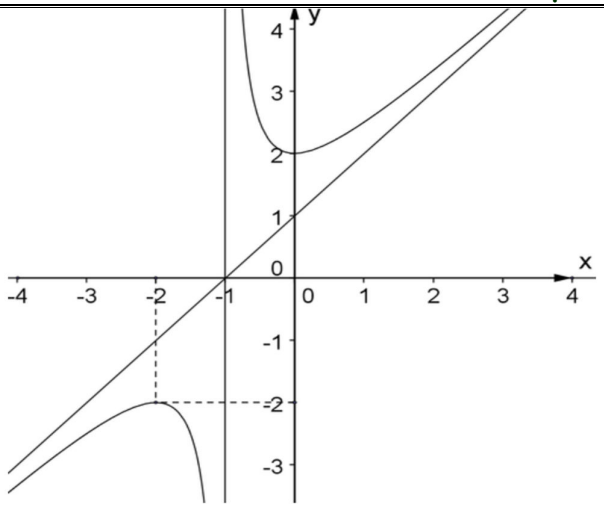
A. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+1}{3}$.

B. $\frac{x+1}{1}=\frac{y+2}{2}=\frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z-1}{-1}$.

D. $\frac{x-1}{1}=\frac{y-2}{2}=\frac{z+1}{1}$.

Câu 233: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ.



Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho là

A. $x=2$. **B.** $y=x-2$. **C.** $y=x-1$. **D.** $y=x+1$

Câu 234: Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại A và $AB=a\sqrt{2}$. Biết $SA\perp(ABC)$ và $SA=a$. Góc nhị diện $[S,BC,A]$ có số đo bằng

A. $30°$. **B.** $60°$. **C.** $45°$. **D.** $90°$.

Câu 235: Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0;-3;2)$ và mặt phẳng $(P):2x-y+3z+5=0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

A. $2x-y+3z+9=0$. **B.** $2x+y+3z-3=0$.

C. $2x+y+3z+3=0$. **D.** $2x-y+3z-9=0$.

Câu 236: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-23}<9$

A. $(-5;5)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(5;+\infty)$. **D.** $(0;5)$.

Câu 237: Nghiệm phương trình $3^{4x}=\dfrac{1}{3\sqrt{3}}$ là

A. $-\dfrac{1}{4}$. **B.** $-\dfrac{3}{8}$. **C.** $\dfrac{3}{8}$. **D.** $\dfrac{1}{12\sqrt{3}}$.

Câu 238: Cho cấp số nhân có số hạng đầu $u_1=-2$, công bội $q=\dfrac{3}{4}$. Số $-\dfrac{81}{128}$ là số hạng thứ mấy của cấp số này?

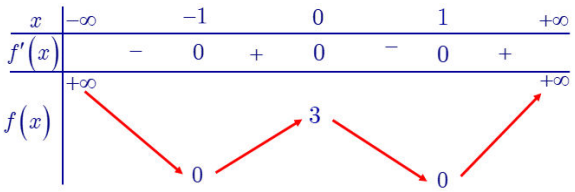
A. 5. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 239: Cho hình tứ diện $ABCD$ có trọng tâm G và O là một điểm bất kỳ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{3}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **B.** $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{2}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$.

C. $\overrightarrow{OG}=\dfrac{1}{4}\left(\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}\right)$. **D.** $\overrightarrow{OG}=\overrightarrow{OA}+\overrightarrow{OB}+\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{OD}$.

Câu 240: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(0;1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;+\infty)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 96

Câu 241: Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int x^{\frac{1}{3}}dx = x^{\frac{4}{3}} + C$. **B.** $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C$.

C. $\int x^{\frac{1}{3}}\,\mathrm{d}x = x^{\frac{2}{3}} + C$. **D.** $\int x^{\frac{1}{3}}dx = \frac{3}{2}x^{\frac{2}{3}} + C$.

Câu 242: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	-4	↗	$+\infty$

Giá trị cực tiểu của hàm số đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** -4.

Câu 243: Hàm số $f(x) = 2x - 1 + \frac{1}{x-2}$ có tiệm cận xiên là

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $x = 2$. **D.** $y = -2x + 1$.

Câu 244: Cho đường thẳng Δ có phương trình $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = -1 \\ z = 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$. Vectơ nào sau đây là vectơ chỉ phương của Δ?

A. $\vec{u}_1 = (3;-1;3)$. **B.** $\vec{u}_2 = (3;-1;0)$. **C.** $\vec{u}_3 = (-1;-1;3)$. **D.** $\vec{u}_4 = (-1;0;3)$.

Câu 245: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ (hình vẽ). Đẳng thức nào sau đây sai?

A. $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AC}$. **B.** $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{CC'} = \overrightarrow{AD'}$.

C. $\overrightarrow{AC} + \overrightarrow{BB'} = \overrightarrow{AC'}$. **D.** $\overrightarrow{AB'} + \overrightarrow{CB} = \overrightarrow{AC'}$.

Câu 246: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_{10} = 25$ và công sai $d = 3$. Khi đó u_1 bằng

A. $u_1 = 2$. **B.** $u_1 = 3$. **C.** $u_1 = -3$. **D.** $u_1 = -2$.

Câu 247: Nghiệm của phương trình $3^{2x} = 5$ là

A. $\frac{\log_5 3}{2}$. **B.** $\frac{\log_3 5}{2}$. **C.** $\frac{125}{2}$. **D.** $2\log_5 3$.

Câu 248: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

A. $I(-3;2;-4), R = 25$. **B.** $I(3;-2;4), R = 5$.

C. $I(3;-2;4), R = 25$. **D.** $I(-3;2;-4), R = 5$.

Câu 249: Gọi V là thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sin x$, trục Ox, trục Oy và đường thẳng $x = \frac{\pi}{2}$ xung quanh trục Ox.

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

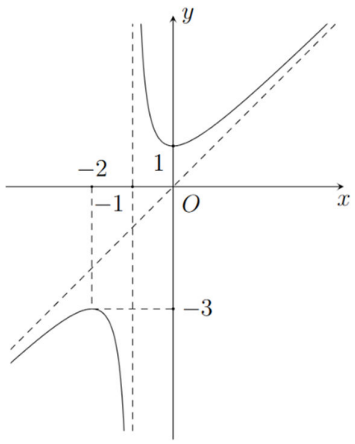
A. $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$. **B.** $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin^2 x\mathrm{d}x$. **C.** $V=\pi\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$. **D.** $V=\int\limits_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\mathrm{d}x$.

Câu 250: Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Mệnh đề nào dưới đây là sai?

A. $\left(BDA'\right)//\left(B'D'C\right)$. **B.** $\left(ABA'\right)//\left(B'D'C\right)$.

C. $\left(ADD'A'\right)//\left(BCC'B'\right)$. **D.** $\left(ABCD\right)//\left(A'B'C'D'\right)$.

Câu 251: Đồ thị trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{x+1}$.

Câu 252: Trong không gian $Oxyz$, gọi M' là hình chiếu vuông góc của điểm $M\left(2;3;-1\right)$ trên trục Oy. Khi đó $\overrightarrow{MM'}$ có toạ độ là

A. $\left(0;2;3\right)$. **B.** $\left(3;0;0\right)$. **C.** $\left(-2;0;1\right)$. **D.** $\left(0;2;3\right)$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 97

Câu 253: Cho vật thể thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x=0$ và $x=2$. Cắt phần vật thể này bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x\left(0\le x\le 2\right)$. Biết rằng thiết diện là một tam giác đều có độ dài cạnh bằng $x^2\sqrt{2-x}$. Tính thể tích của vật thể này.

A. $V=\dfrac{8\sqrt{3}}{15}$. **B.** $V=\dfrac{4\sqrt{3}}{15}$. **C.** $V=\dfrac{32}{15}$. **D.** $V=\dfrac{16}{15}$.

Lời giải

$S=\left(x^2\sqrt{2-x}\right)^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}=\dfrac{\sqrt{3}}{4}x^4\left(2-x\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(2x^4-x^5\right)$. $V=\int\limits_0^2\dfrac{\sqrt{3}}{4}\left(2x^4-x^5\right)dx=\dfrac{8\sqrt{3}}{15}$

Câu 254: Cho kết quả khảo sát về độ tuổi kết hôn của phụ nữ khu vực A như sau:

Tuổi kết hôn	$\left[19;22\right)$	$\left[22;25\right)$	$\left[25;28\right)$	$\left[28;31\right)$	$\left[31;34\right)$
Số phụ nữ	10	27	31	25	7

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu là (kết quả làm tròn đến hàng phần mười)

A. $5,0$. **B.** $5,1$. **C.** $5,3$. **D.** $5,4$.

Lời giải

Nhóm chứa Q_1 là $[22;25) \Rightarrow Q_1 = 22 + \dfrac{\frac{100}{4} - 10}{27}(25-22) = 23,7$

Nhóm chứa Q_3 là $[28;31) \Rightarrow Q_3 = 28 + \dfrac{\frac{3.100}{4} - 68}{25}(31-28) = 28,8$

Khoảng tứ phân vị: $\Delta Q = 28,8 - 23,7 = 5,1$

Câu 255: Số nghiệm của phương trình $\log_2(x-1) + \log_2(x-3) = 3$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 256: Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(3;-1;1)$ và vuông góc đường thẳng $\Delta : \dfrac{x-1}{3} = \dfrac{y+2}{-2} = \dfrac{z-3}{1}$?

A. $3x-2y+z+12=0$. **B.** $3x+2y+z-8=0$.

C. $3x-2y+z-12=0$. **D.** $x-2y+3z+3=0$.

Câu 257: Cho hình lập phương $ABCD\cdot A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng AB và $A'C'$ bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

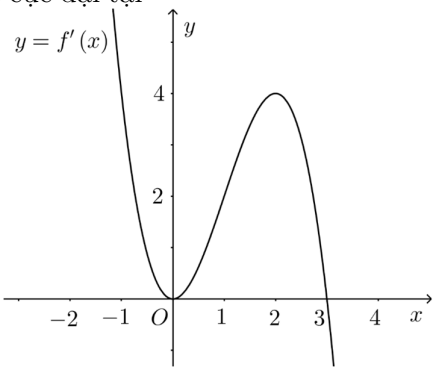
Câu 258: Tính tổng $S = 1 + \dfrac{1}{4} + \dfrac{1}{4^2} + ... + \dfrac{1}{4^n} + ...$

A. $\dfrac{1}{4}$. **B.** $\dfrac{5}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** $\dfrac{4}{3}$.

Lời giải

Đây là tổng của cấp số nhân lùi với $u_1 = 1, q = \dfrac{1}{4}$. $S = \dfrac{u_1}{1-q} = \dfrac{1}{1-\frac{1}{4}} = \dfrac{4}{3}$

Câu 259: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ sau. Hàm số đã cho đạt cực đại tại



A. $x=0$. **B.** $x=1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=3$.

Câu 260: Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai véctơ $\vec{a} = (1;-2;1)$, $\vec{b} = (-2;1;1)$. Tính góc giữa $\vec{a}$ và $\vec{b}$.

A. $60°$. **B.** $120°$. **C.** $30°$. **D.** $-30°$.

Câu 261: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+2x-3}{x-2}$ là

A. $y=x$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=x+4$.

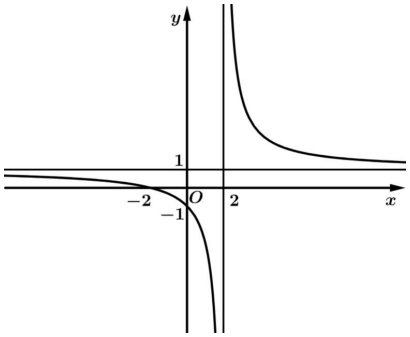
Câu 262: Cho $0 < a \neq 1, b > 0$. Biết $\log_a b = 3$, tính $\log_a(ab)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** 4.

Câu 263: Cho hình tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng 6 cm. Gọi M,N lần lượt là trung điểm cạnh BC, CD và G là trọng tâm tam giác ABD. Mặt phẳng (GMN) cắt các cạnh AB,AD tại E, F. Độ dài đoạn EF bằng

A. 4 cm. **B.** $3cm$. **C.** $5cm$. **D.** 2 cm.

Câu 264: Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình sau đây



Tính giá trị của biểu thức $P=2a-b+3c$

A. 6. **B.** -6. **C.** -10. **D.** -2.

----------HẾT----------

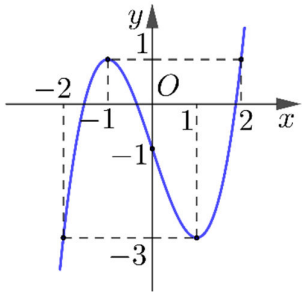
ĐỀ SỐ 98

Câu 265: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-2)(x+1),\forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $(-1;+\infty)$. **B.** Hàm số đã cho đồng biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$. **D.** Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 266: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ. Giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[-2;2]$ bằng



A. $f(-1)$. **B.** $f(0)$. **C.** $f(1)$. **D.** $f(2)$.

Câu 267: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3\left(x^2+2\right)\le 3$ là

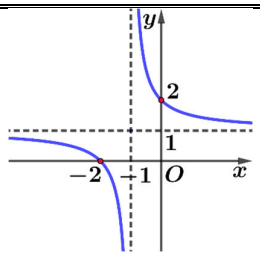
A. $S=\left(-\infty;-5\right]\cup\left[5;+\infty\right)$. **B.** $S=\varnothing$.

C. $S=\mathbb{R}$. **D.** $P=\left[-5;5\right]$.

Câu 268: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $f(x)=\frac{2x^2-3x+1}{x+1}$ có phương trình là:

A. $y=2x-5$. **B.** $y=2x+5$. **C.** $y=2x-3$. **D.** $y=2x+3$.

Câu 269: Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$.

Câu 270: Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d:\dfrac{x-1}{2}=\dfrac{y+1}{1}=\dfrac{z}{-3}$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x+y-3z+1=0$. **B.** $2x+y-3z-1=0$.

C. $x+z+1=0$. **D.** $x+z-1=0$.

Câu 271: Một người thống kê lại thời gian thực hiện các cuộc gọi điện thoại của người đó trong một tuần ở bảng sau:

Thời gian (đơn vị: giây)	$[0;60)$	$[60;120)$	$[120;180)$	$[180;240)$	$[240;300)$	$[300;360)$
Số cuộc gọi	9	9	5	7	2	1

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng:

A. 180. **B.** 139. **C.** 60. **D.** 169.

Câu 272: Nếu $\int_{-1}^{2} f(x)\mathrm{d}x=5$ thì $\int_{-1}^{2} 4f(x)\mathrm{d}x$ bằng

A. 20. **B.** 10. **C.** $\dfrac{5}{2}$. **D.** $\dfrac{5}{4}$.

Câu 273: Thể tích của khối chóp có diện tích đáy $B=6$ và chiều cao $h=3$ bằng:

A. 6. **B.** 18. **C.** 9. **D.** 3.

Câu 274: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1=7$ và công bội $q=3$. Khi đó số hạng thứ hai của cấp số nhân đã cho là

A. $u_2=21$. **B.** $u_2=10$. **C.** $u_2=49$. **D.** $u_2=343$.

Câu 275: Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA\perp(ABC)$, tam giác ABC vuông tại B, kết luận nào sau đây sai?

A. $(SAB)\perp(ABC)$. **B.** $(SAC)\perp(SBC)$. **C.** $(SAC)\perp(ABC)$. **D.** $(SAB)\perp(SBC)$

Câu 276: Cho hàm số $f(x)=e^x+2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

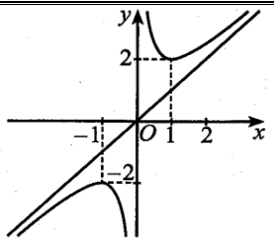
A. $\int f(x)dx=e^{x-2}+C$. **B.** $\int f(x)dx=e^x+2x+C$.

C. $\int f(x)dx=e^x+C$. **D.** $\int f(x)dx=e^x-2x+C$.

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 99

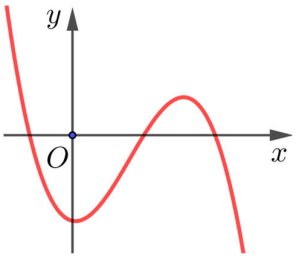
Câu 277: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như bên dưới



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 278: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R})$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số này là



A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 279: Cho $\int 5^x \mathrm{d}x = F(x)+C$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F'(x)=5^x\ln 5$. **B.** $F'(x)=5^x+C$. **C.** $F'(x)=-5^x$. **D.** $F'(x)=5^x$.

Câu 280: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông và $SA\perp(ABCD)$. Đường thẳng BC vuông góc với mặt phẳng nào sau đây?

A. (SAB). **B.** (SBC). **C.** (SCD). **D.** (SBD).

Câu 281: Một nhóm học sinh gồm 20 học sinh nam và 10 học sinh nữ. Có bao nhiêu cách chọn một học sinh trong nhóm đó tham gia đội thanh niên tình nguyện của trường?

A. 200. **B.** 20. **C.** 30. **D.** 10.

Câu 282: Một vật chuyển động có phương trình $s(t)=3\cos t$. Khi đó, vận tốc tức thời tại thời điểm t của vật là:

A. $v(t)=-3\sin t$. **B.** $v(t)=-3\cos t$. **C.** $v(t)=3\cos t$. **D.** $v(t)=3\sin t$.

Câu 283: Khảo sát thời gian tập thể dục của một số học sinh khối 11 thu được mẫu số liệu ghép nhóm sau:

Thời gian (phút)	$[0;20)$	$[20;40)$	$[40;60)$	$[60;80)$	$[80;100)$
Số học sinh	5	9	12	10	6

Mốt của mẫu số liệu trên là

A. 52. **B.** 42. **C.** 53. **D.** 54.

Câu 284: Cho một cấp số cộng (u_n) có $u_1=\dfrac{1}{3}$, $u_8=26$. Tìm công sai d.

A. $d=\dfrac{11}{3}$. **B.** $d=\dfrac{10}{3}$. **C.** $d=\dfrac{3}{10}$. **D.** $d=\dfrac{3}{11}$.

Câu 285: Cho khối chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng a, góc giữa mặt bên và mặt đáy bằng 60^0. Thể tích V của khối chóp $S.ABCD$ bằng

A. $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{2}$. **B.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{2}$. **C.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{3}}{6}$. **D.** $V=\dfrac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 286: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5(x-2)\le 1$ là

A. $(2;3]$. **B.** $(-\infty;7]$. **C.** $[7;+\infty)$. **D.** $(2;7]$.

Câu 287: Phương trình $2^{2x^2+5x+4}=4$ có tổng tất cả các nghiệm bằng

A. -1. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $-\frac{5}{2}$. **D.** 1.

Câu 288: Thể tích khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x=1;\ x=4$ khi quay quanh trục hoành được tính bởi công thức nào?

A. $V=\pi\int_1^4\sqrt{x}\mathrm{d}x$ **B.** $V=\int_1^4\left|\sqrt{x}\right|\mathrm{d}x$ **C.** $V=\pi^2\int_1^4 x\mathrm{d}x$ **D.** $V=\pi\int_1^4 x\mathrm{d}x$

----------HẾT----------

ĐỀ SỐ 100

Câu 289: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^{2024}(3-x),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 290: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ là

A. $y=2$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

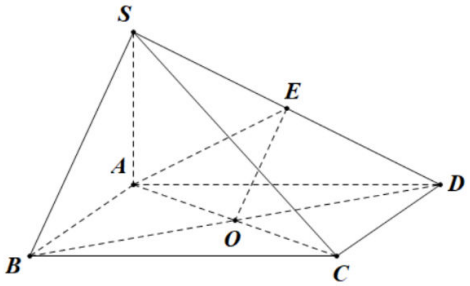
Câu 291: Một vật chuyển động với tốc độ $v(t)=4t+8\,(m/s)$, với thời gian t tính bằng giây. Tính quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian từ $t=8$ đến $t=10$.

A. $87(m)$. **B.** $88(m)$. **C.** $86(m)$. **D.** $89(m)$.

Câu 292: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông tâm O, cạnh bằng 1. Cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$, $SA=1$. Góc giữa đường thẳng SB và AC bằng

A. $30°$. **B.** $45°$. **C.** $60°$. **D.** $90°$.

Lời giải



Gọi E là trung điểm của SD, suy ra OE là đường trung bình của tam giác SBD hay $OE//SB$. Do đó $\widehat{(SB,AC)}=\widehat{(OE,AC)}$.

Xét tam giác AOE có $AE=OA=OE=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ nên tam giác AOE là tam giác đều, suy ra $\widehat{AOE}=60°$. Vậy góc giữa hai đường thẳng SB và AC là $60°$.

Câu 293: Cho phương trình $\sin^2 x+(\cos x+1)^2=0$. Tập nghiệm của phương trình là

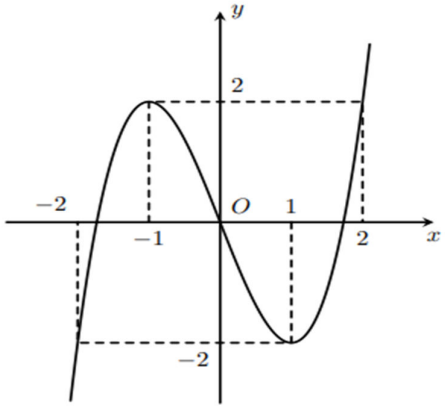
A. $S=\left\{-\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$. **B.** $S=\left\{\frac{\pi}{2}+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\right\}$.

C. $S=\{k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$. **D.** $S=\{\pi+k2\pi,k\in\mathbb{Z}\}$.

Câu 294: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_5\left(2x-1\right)<\log_5\left(x+2\right)$ là

A. $S=\left(3;+\infty\right)$. **B.** $S=\left(-\infty;3\right)$. **C.** $S=\left(\frac{1}{2};3\right]$. **D.** $S=\left(-2;3\right)$.

Câu 295: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây



A. $y=x^3-3x$. **B.** $y=x^3-3x^2+2$. **C.** $y=-x^3+2x$. **D.** $y=x^3+3x^2$.

Câu 296: Cho hình tứ diện $ABCD$. Gọi G là trọng tâm của tam giác BCD. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=-3\overrightarrow{AG}$. **B.** $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AD}$.

C. $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}+\overrightarrow{AD}=3\overrightarrow{AG}$. **D.** $\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AC}$.

Câu 297: Cho hàm số $f\left(x\right)=\sin x-e^x$, trong các khẳng định sau khẳng định nào đúng?

A. $\int f\left(x\right)dx=-\cos x-e^x+C$. **B.** $\int f\left(x\right)dx=\cos x-e^x+C$.

C. $\int f\left(x\right)dx=-\cos x+e^x+C$. **D.** $\int f\left(x\right)dx=\cos x-e^x+C$.

Câu 298: Cho A,B là hai biến cố độc lập với $P\left(A\right)=0,2024, P\left(B\right)=0,2025$. Kết quả $P\left(B\setminus A\right)$ bằng

A. $0,4049$. **B.** $0,7975$. **C.** $0,2025$. **D.** $0,2024$.

Lời giải

Ta có $P\left(B\setminus A\right)=\frac{P\left(B\cap A\right)}{P\left(A\right)}=\frac{P\left(B\right).P\left(A\right)}{P\left(A\right)}=P\left(B\right)=0,2025$.

Câu 299: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+x+1}{x+1}$ là

A. $y=2x+1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

Câu 300: Cho cấp số cộng $\left(u_n\right)$ có công sai $d=-2$ và tổng của 8 số hạng đầu tiên $S_8=72$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số cộng cộng bằng

A. 14. **B.** 4. **C.** 16. **D.** 2.

----------HẾT----------

BẢNG ĐÁP ÁN ĐỀ TRẮC NGHIỆM PHẦN 4 (ĐỀ 76-100)

1.D	2.A	3.A	4.B	5.D	6.D	7.B	8.A	9.C	10.D
11.C	12.B	13.C	14.A	15.D	16.B	17.B	18.C	19.D	20
21.B	22.D	23.A	24.A	25.D	26.D	27	28.C	29.D	30.B
31.A	32.A	33.D	34.D	35.C	36.C	37.D	38.A	39.C	40.D
41.A	42.B	43.C	44.D	45.B	46.B	47.D	48.B	49.D	50.A
51.D	52.B	53.D	54.B	55.D	56.B	57.D	58.C	59.A	60.C
61.A	62.D	63.A	64.B	65.D	66.A	67.A	68.B	69.B	70.C
71.B	72.D	73.B	74.A	75.B	76.D	77.C	78.B	79.C	80.A
81.D	82.C	83.B	84.B	85.C	86.D	87.A	88.D	89.C	90.C
91.B	92.C	93.A	94.C	95.C	96.A	97.D	98.A	99.B	100.C
101.D	102.A	103.B	104.D	105.D	106.D	107.A	108.A	109.B	110.A
111.D	112.D	113.D	114.A	115.A	116.C	117.A	118.B	119.D	120.C
121.C	122.B	123.D	124.A	125.C	126.D	127.C	128.D	129.A	130.B
131.D	132.D	133.A	134.D	135.A	136.B	137.A	138.A	139.A	140.B
141.B	142.A	143.C	144.D	145.B	146.C	147.A	148.C	149.B	150.D
151.D	152.C	153.C	154.A	155.D	156.A	157.D	158.A	159.B	160.D
161.C	162.C	163.D	164.D	165.A	166.C	167.B	168.C	169.A	170.C
171.D	172.B	173.A	174.B	175.A	176.D	177.C	178.B	179.C	180.C
181.B	182.C	183.C	184.D	185.B	186.C	187.B	188.A	189.D	190.D
191.C	192.A	193.A	194.C	195.B	196.C	197.D	198.B	199.D	200.D
201.B	202.C	203.A	204.B	205.C	206.C	207.A	208.D	209.D	210.D
211.C	212.A	213.A	214.D	215.D	216.B	217.A	218.D	219.C	220.A
221.A	222.C	223.C	224.A	225.B	226.D	227.D	228.C	229.C	230.A
231.B	232.D	233.D	234.C	235.D	236.A	237.B	238.A	239.C	240.B
241.B	242.D	243.A	244.D	245.D	246.D	247.B	248.B	249.B	250.B
251.D	252.C	253.A	254.B	255.A	256.C	257.B	258.D	259.D	260.B
261.D	262.D	263.A	264.B	265.D	266.C	267.D	268.A	269.D	270.A
271.B	272.A	273.A	274.A	275.B	276.B	277.B	278.B	279.D	280.A
281.C	282.A	283.A	284.A	285.C	286.D	287.C	288.D	289.D	290.A
291.B	292.C	293.D	294.C	295.A	296.C	297.A	298.C	299.A	300.C

DẠNG TOÁN ÔN TẬP KÌ THI TN.THPT NĂM 2025

KHOẢNG BIẾN THIÊN – KHOẢNG TỨ PHÂN VỊ CỦA MSLGN

- Xét mẫu số liệu ghép nhóm được cho ở bảng sau:

Nhóm	$[u_1;u_2)$	$[u_2;u_3)$	...	$[u_k;u_{k+1})$
Tần số	n_1	n_2	...	n_k

- Khoảng biến thiên $R = u_{k+1} - u_1$ chưa phản ánh được đầy đủ mức độ phân tán của phần lớn các số liệu.
- Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho ở Bảng 1, kí hiệu Δ_Q, là hiệu giữa tứ phân vị thứ ba Q_3 và tứ phân vị thứ nhất Q_1 của mẫu số liệu ghép nhóm đó, tức là: $\Delta_Q = Q_3 - Q_1$.
- Tứ phân vị thứ k, kí hiệu là Q_k với $k = 1,2,3,$ của MSL ghép nhóm được xác định như sau:

$$Q_k = u_m + \frac{\frac{kn}{4} - C}{n_m}\left(u_{m+1} - u_m\right).$$

- Trong đó:
  - » $n = n_1 + n_2 + ... + n_k$ là cỡ mẫu.
  - » $[u_m;u_{m+1})$ là nhóm chứa tứ phân vị thứ i.
  - » n_m là tần số của nhóm chứa tứ phân vị thứ i.
  - » $C = n_1 + n_2 + ... + n_{m-1}$.

PHƯƠNG SAI & ĐỘ LỆCH CHUẨN CỦA MSLGN

- Phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm có thể được tính theo công thức sau:

$$S^2 = \frac{1}{n}\left(n_1c_1^2 + n_2c_2^2 + ... + n_kc_k^2\right) - \overline{x}^2$$

- Trong thống kê, người ta còn dùng đại lượng sau để đo mức độ phân tán của mẫu số liệu ghép nhóm:

$$S^2 = \frac{1}{n-1}\left[n_1\left(c_1 - \overline{x}\right)^2 + n_2\left(c_2 - \overline{x}\right)^2 + ... + n_k\left(c_k - \overline{x}\right)^2\right].$$

- Độ lệch chuẩn là căn bậc hai số học của phương sai: Độ lệch chuẩn $= \sqrt{S^2}$.

CẤP SỐ CỘNG – CẤP SỐ NHÂN

	CẤP SỐ CỘNG	CẤP SỐ NHÂN
1. Định nghĩa:	• $u_{n+1} = u_n + d,\ n \in \mathbb{N}^*$	• $u_{n+1} = u_n.q,\ q \in \mathbb{N}^*$
2. Số hạng tổng quát:	• $u_n = u_1 + (n-1)d,\ n \geq 2$	• $u_n = u_1.q^{n-1},\ n \geq 2$
3. Tính chất:	• $u_{k+1} + u_{k-1} = 2u_k,\ k \geq 2$	• $u_k^2 = u_{k-1}.u_{k+1},\ n \geq 2$
4. Tổng n số hạng đầu:	• $S_n = \frac{n}{2}(u_1 + u_n)$.	• $S_n = \frac{u_1.(1-q^n)}{1-q}$.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 3$ và công bội $q = 4$. Giá trị của u_2 bằng

A. 64. **B.** 81. **C.** 12. **D.** $\frac{3}{4}$.

Câu 2: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 9$ và công sai $d = 2$. Giá trị của u_2 bằng

A. 11. **B.** $\frac{9}{2}$. **C.** 18. **D.** 7.

Câu 3: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_2 = 6$. Công bội của cấp số nhân đã cho bằng

A. 3. **B.** -4. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 4: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$ và $u_7 = -10$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 5: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 4$ và $d = 8$. Số hạng u_{20} của cấp số cộng đã cho bằng

A. 156. **B.** 165. **C.** 12. **D.** 245.

Câu 6: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $d = -3$. Tổng 10 số hạng đầu tiên của cấp số cộng đã cho bằng

A. 26. **B.** -26. **C.** -105. **D.** 105.

Câu 7: Cho cấp số cộng $2;5;8;11;14...$ Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. -3. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 14.

Câu 8: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = \frac{1}{2}$ và công bội $q = 2$. Giá trị của u_{10} bằng

A. 2^8. **B.** 2^9. **C.** $\frac{1}{2^{10}}$. **D.** $\frac{37}{2}$.

Câu 9: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_1 = -\frac{1}{2};\ u_6 = 16$. Tìm q?

A. $q = \pm 2$. **B.** $q = 2$. **C.** $q = -2$. **D.** $q = \frac{33}{10}$.

Câu 10: Cho cấp số nhân (u_n) với $u_2 = 8$ và công bội $q = 3$. Số hạng đầu tiên u_1 của cấp số nhân đã cho bằng

A. 24. **B.** $\frac{8}{3}$. **C.** 5. **D.** $\frac{3}{8}$.

Câu 11: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 1$ và $u_4 = -26$. Công sai của (u_n) bằng

A. -27. **B.** -9. **C.** -26. **D.** $\sqrt[3]{-26}$.

Câu 12: Một cấp số nhân có số hạng đầu $u_1 = 3$, công bội $q = 2$. Biết $S_n = 21$. Tìm n?

A. $n = 10$. **B.** $n = 3$. **C.** $n = 7$. **D.** $n = -3$.

Câu 13: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_2 = 2$ và $u_3 = 5$. Giá trị của u_5 bằng

A. 12. **B.** 15. **C.** 11. **D.** 25.

Câu 14: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = -2$. Giá trị của u_6 bằng

A. 32. **B.** 64. **C.** 42. **D.** -64.

Câu 15: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_3 = -1$ và $u_4 = 2$. Công sai d bằng

A. 3. **B.** -3. **C.** 5. **D.** 2.

Câu 16: Cho cấp số cộng (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 3$ và công sai $d = 2$. Tổng của 2019 số hạng đầu bằng

A. 4 080 399. **B.** 4 800 399. **C.** 4 399 080. **D.** 8 154 741.

Câu 17: Cho dãy số (u_n) với $u_n = 2n + 1$ số hạng thứ 2019 của dãy là

A. 4039. **B.** 4390. **C.** 4930. **D.** 4093.

Câu 18: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và công bội $q = 3$. Giá trị u_{2019} bằng

A. 2.3^{2018}. **B.** 3.2^{2018}. **C.** 2.3^{2019}. **D.** 3.2^{2019}.

Câu 19: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 3$. **B.** $q = 5$. **C.** $q = \frac{3}{2}$. **D.** $q = \frac{2}{3}$.

Câu 20: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 11$ và công sai $d = 4$. Hãy tính u_{99}.

A. 401. **B.** 403. **C.** 402. **D.** 404.

Câu 21: Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 2$; $d = 9$. Khi đó số 2018 là số hạng thứ mấy trong dãy?

A. 226. **B.** 225. **C.** 223. **D.** 224.

Câu 22: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 1$ và công sai $d = 2$. Tổng $S_{10} = u_1 + u_2 + u_3 ..... + u_{10}$ bằng

A. $S_{10} = 110$. **B.** $S_{10} = 100$. **C.** $S_{10} = 21$. **D.** $S_{10} = 19$.

Câu 23: Cho cấp số nhân (u_n) có số hạng đầu $u_1 = 2$ và $u_6 = 486$. Công bội q bằng

A. $q = 3$. **B.** $q = 5$. **C.** $q = \frac{3}{2}$. **D.** $q = \frac{2}{3}$.

Câu 24: Cho cấp số cộng (u_n) có $u_1 = 3$, $d = -2$. Số hạng thứ 10 của cấp số cộng đó là

A. -5. **B.** -15. **C.** 15. **D.** 5.

Câu 25: Cho cấp số nhân (u_n) có $u_2 = 2, u_6 = 32$. Công bội của cấp số nhân đó là

A. 2. **B.** ± 2. **C.** -2. **D.** $\pm \frac{1}{2}$.

A. -6. **B.** 3. **C.** 12. **D.** 6.

☆☆☆

HÀM SỐ MŨ – LOGARIT

KIẾN THỨC CẦN NHỚ

Công thức mũ

Cho a và b là các số thực dương x và y là những số thực tùy ý.

❶ $a^n = \underbrace{a.a.a...a}_{n \text{ số } a}$	❻ $\dfrac{a^x}{b^x} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^x$
❷ $a^{x+y} = a^x.a^y$	❼ $\sqrt[y]{a^x} = a^{\frac{x}{y}}, \ (y \geq 2; \ y \in \mathbb{Z}^+)$
❸ $a^{x-y} = \dfrac{a^x}{a^y} \Rightarrow a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$	❽ $\left[u(x)\right]^0 = 1, \ \forall u(x) \neq 0$
❹ $a^{x.y} = (a^x)^y = (a^y)^x$	❾ $\sqrt[n]{a}.\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \ (n \geq 2; \ n \in \mathbb{Z}^+)$
❺ $a^x.b^x = (a.b)^x$	❿ $\sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$

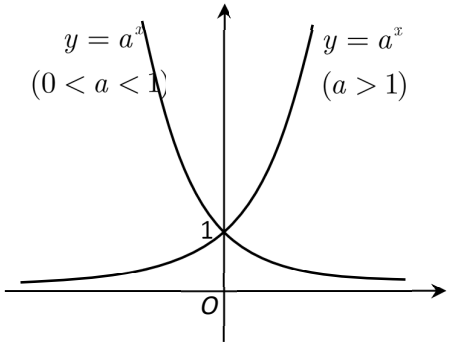
Công thức lôgarit

Cho $0 < a \neq 1$ và $b, \ c > 0$.

❶ $\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$	❻ $\log_a \dfrac{b}{c} = \log_a b - \log_a c$
❷ $\log_{a^n} b = \dfrac{1}{n}\log_a b$	❼ $\log_a b^n = \begin{cases} n.\log_a b & \text{khi } \alpha \text{ lẻ} \\ n.\log_a \lvert b \rvert & \text{khi } \alpha \text{ chẵn} \end{cases}$
❸ $\log_a b = \log_a c.\log_c b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a} = \dfrac{\log_b c}{\log_a c}$	❽ $\log_a b = \dfrac{1}{\log_b a} \Rightarrow \log_a b = \dfrac{\ln b}{\ln a}$
❹ $\log_a 1 = 0, \quad \log_a a = 1$	❾ $a^{\log_b c} = c^{\log_b a} \Rightarrow b = a^{\log_a b}$
❺ $\log_a (b \cdot c) = \log_a b + \log_a c$	❿ $\begin{cases} \ln b = \log_e b \\ \lg b = \log b = \log_{10} b \end{cases}$

I. HÀM SỐ MŨ

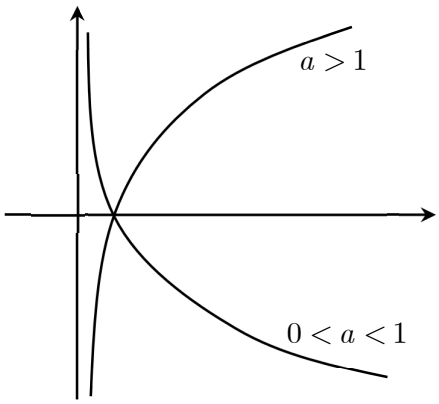
1. **Định nghĩa**: Cho số thực dương $a \neq 1$. Hàm số $y = a^x$ được gọi là hàm số mũ cơ số a.
2. **Tập xác định**: $y = a^{P(x)}$ xác định khi $P(x)$ xác định. Đối với $y = a^x$ thì có TXĐ: $\mathscr{D} = \mathbb{R}$.
3. **Tập giá trị**: Tập giá trị của hàm số mũ là $T = (0; +\infty)$.
4. **Đạo hàm**: $\boxed{(a^u)' = u'.a^u \ln a} \Rightarrow$
   - $(a^x)' = a^x.\ln a$.
   - $(\mathrm{e}^x)' = \mathrm{e}^x$.
   - $(\mathrm{e}^u)' = u'.\mathrm{e}^u$.
5. **Đồ thị hàm số mũ** $y = a^x$



Tập xác định	$\mathscr{D} = (-\infty; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = a^x \ln a$.
Đơn điệu	• $a > 1$: hàm số đồng biến. • $0 < a < 1$: nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Ox là tiệm cận ngang.
Đồ thị	Đi qua điểm $(0;1)$ và $(1;a)$, nằm về phía trên trục hoành $(y = a^x > 0, \ \forall x \in \mathbb{R})$.

II. HÀM SỐ LÔGARIT

1. **Định nghĩa**: Cho $0 < a \neq 1$. Hàm số $y = \log_a x$ được gọi là hàm số lôgarit cơ số a.
2. **Tập xác định**: $y = \log_a[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.
   Nếu a chứa biến x thì bổ sung $a \neq 1, a > 0$.
   Đặc biệt:
   - $y = \ln[P(x)]$ hoặc $y = \log[P(x)] \Rightarrow$ điều kiện: $P(x) > 0$.
   - $y = \log_a[P(x)]^n \Rightarrow$ điều kiện: $\begin{cases} \circ & P(x) > 0: \text{ nÕu n lÎ} \\ \circ & P(x) \neq 0: \text{ nÕu n ch½n} \end{cases}$.
3. **Tập giá trị**: Tập giá trị của hàm số logarit là $T = \mathbb{R}$.
4. **Đạo hàm**: $\boxed{(\log_a u)' = \dfrac{u'}{u \ln a}} \Rightarrow (\log_a x)' = \dfrac{1}{x \ln a}$. **Đặc biệt** $\left(\ln|x|\right)' = \dfrac{1}{x}$ và $(\ln u)' = \dfrac{u'}{u}$.
5. **Đồ thị hàm số lôgarit** $y = \log_a x$



Tập xác định	$\mathscr{D} = (0; +\infty)$.
Đạo hàm	$y' = \dfrac{1}{x \ln a}$.
Đơn điệu	• $a > 1$: hàm số đồng biến. • $0 < a < 1$: hàm số nghịch biến.
Tiệm cận	Trục Oy là tiệm cận đứng.
Đồ thị	Đi qua các điểm $(1;0)$ và $(a;1)$, nằm về phía phải trục tung.

Nhận xét:
Đồ thị của các hàm số $y = a^x$ và $y = \log_a x$, $(0 < a \neq 1)$ đối xứng với nhau qua đường thẳng $y = x$, (góc phần tư thứ nhất và thứ ba trong hệ trục Oxy).

PHƯƠNG TRÌNH MŨ – PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1. **Phương trình mũ cơ bản** $a^x = b$, $(a > 0,\ a \neq 1)$.
   - Nếu $b > 0$ thì phương trình $a^x = b \Leftrightarrow x = \log_a b$.
   - Nếu $b \leq 0$ thì phương trình $a^x = b$ vô nghiệm (do $a^x > 0$).
2. **Phương trình lôgarit cơ bản** $\log_a x = b$, $(a > 0,\ a \neq 1)$.
   Theo định nghĩa lôgarit, ta có phương trình $\log_a x = b \Leftrightarrow x = a^b$.
3. **Phương trình đưa về cùng cơ số**
   Đặt điều kiện, rồi sử dụng công thức mũ và lôgarit để đưa về một trong những dạng sau:
   ① Nếu $a > 0,\ a \neq 1$ thì $a^{f(x)} = a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$.
   ② Dạng $\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow \begin{cases} f(x) > 0,\ g(x) > 0 \\ f(x) = g(x) \end{cases}$.

Lưu ý : Sau khi giải tìm nghiệm, ta nên so sánh với điều kiện ban đầu.

BẤT PHƯƠNG TRÌNH MŨ – BẤT PHƯƠNG TRÌNH LÔGARIT

1. Bất phương trình mũ cơ bản $a^x > b,\ (a>0,\ a\neq 1)$.

— Nếu $b \le 0$ thì tập nghiệm là $S=\mathbb{R}$ vì $a^x > 0 \ge b,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

— Nếu $b>0$:

- Với $a>1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x > \log_a b$.
- Với $0<a<1$ thì bất phương trình $a^x > b \Leftrightarrow x < \log_a b$.

2. Bất phương trình lôgarit cơ bản $\log_a x > b,\ (a>0,\ a\neq 1)$.

— Nếu $a>1$ thì bất phương trình $\log_a x > b \Leftrightarrow x > a^b$.

— Nếu $0<a<1$ thì bất phương trình $\log_a x \Leftrightarrow 0 < x < a^b$.

3. Bất phương trình mũ và lôgarit đưa về cùng cơ số

Tìm điều kiện và dùng các công thức mũ hoặc lôgarit đưa về các dạng cơ bản:

— Dạng $a^{f(x)} > a^{g(x)}$:

- Nếu $a>1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) > g(x)$. (cùng chiều khi $a>1$).
- Nếu $0<a<1$ thì $a^{f(x)} > a^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) < g(x)$. (ngược chiều khi $0<a<1$).

— Dạng $\log_a f(x) > \log_a g(x)$:

- Nếu $a>1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) > g(x)$ (cùng chiều khi $a>1$).
- Nếu $0<a<1$ thì $\log_a f(x) > \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) < g(x)$ (ngược chiều khi $0<a<1$).

Lưu ý : Sau khi giải tìm nghiệm, ta phải so sánh với điều kiện ban đầu.

BÀI TẬP RÈN LUYỆN

Câu 1: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{2x} < 4$ là

A. $\left(-\infty;\log_3 4\right)$. **B.** $\left(-\infty;2\right)$. **C.** $\left(2;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\log_3 2\right)$.

Câu 2: Tập nghiệm của bất phương trình $0,3^{2x} < 9$ là

A. $\left(-\infty;\log_{0,3} 9\right)$. **B.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{2}\right)$. **C.** $\left(\log_{0,3} 3;+\infty\right)$. **D.** $\left(-\infty;\log_{0,3} 3\right)$.

Câu 3: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x+2} \ge \dfrac{1}{9}$ là

A. $\left[-4;+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;4\right)$. **C.** $\left(-\infty;0\right)$. **D.** $\left[0;+\infty\right)$.

Câu 4: Tìm nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{x-1} \ge \dfrac{1}{4}$.

A. $x\le 3$. **B.** $x>3$. **C.** $x\ge 3$. **D.** $1<x\le 3$.

Câu 5: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{2}{3}\right)^{2x+1} > 1$ là

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 6: Tập nghiệm của bất phương trình $\left(\dfrac{4}{5}\right)^{2x-1} \le \left(\dfrac{4}{5}\right)^{2-x}$ là

A. $\mathbb{R}$. **B.** $\left(-\infty;1\right]$. **C.** $\left[3;+\infty\right)$. **D.** $\left[1;+\infty\right)$.

Câu 7: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{4-x^2} \geq 27$ là

A. $[-1;1]$. **B.** $(-\infty;1]$. **C.** $[-\sqrt{7};\sqrt{7}]$. **D.** $(1;+\infty]$.

Câu 8: Tập nghiệm của bất phương trình $5^{x-1} \geq 5^{x^2-x-9}$ là

A. $[-2;4]$. **B.** $[-4;2]$. **C.** $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-4]\cup[2;+\infty)$.

Câu 9: Tập nghiệm của bất phương trình $3^{x^2-13} < 27$ là

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-4;4)$. **C.** $(-\infty;4)$. **D.** $(0;4)$.

Câu 10: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{x^2+2x} \leq 8$ là

A. $(-\infty;-3]$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(-3;1]$.

Câu 11: Tập nghiệm S của bất phương trình $5^{x+2} < \left(\frac{1}{25}\right)^{-x}$ là

A. $S=(-\infty;2)$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(1;+\infty)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Câu 12: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{-x^2+3x} < \frac{1}{4}$.

A. $S=[1;2]$. **B.** $S=(-\infty;1)$. **C.** $S=(1;2)$. **D.** $S=(2;+\infty)$.

Câu 13: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\left(\frac{1}{3}\right)^{2x^2-3x-7} > 3^{2x-21}$ là

A. 7. **B.** 6. **C.** vô số. **D.** 8.

Câu 14: Tập nghiệm của bất phương trình $2^{3x} < \left(\frac{1}{2}\right)^{-2x-6}$ là

A. $(0;6)$. **B.** $(-\infty;6)$. **C.** $(0;64)$. **D.** $(6;+\infty)$.

Câu 15: Bất phương trình $\left(\frac{1}{2}\right)^{x^2-2x} \geq \frac{1}{8}$ có tập nghiệm là

A. $[3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $[-1;3]$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 16: Tập nghiệm của bất phương trình $\log x \geq 1$ là

A. $(10;+\infty)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $[10;+\infty)$. **D.** $(-\infty;10)$.

Câu 17: Tập nghiệm S của bất phương trình $\log_2(2x+3) \geq 0$ là

A. $S=(-\infty;-1]$. **B.** $S=[-1;+\infty)$. **C.** $S=(-\infty;-1)$. **D.** $S=(-\infty;0]$.

Câu 18: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0.3}(5-2x) > \log_{\frac{3}{10}} 9$ là

A. $\left(0;\frac{5}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $\left(-2;\frac{5}{2}\right)$. **D.** $(-2;+\infty)$.

Câu 19: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{0,5}(x-1) > 1$ là

A. $\left(-\infty;-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};+\infty\right)$. **D.** $\left[1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 20: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_{\frac{\pi}{4}}(x+1) > \log_{\frac{\pi}{4}}(2x-5)$ là

A. $(-1;6)$. **B.** $\left(\frac{5}{2};6\right)$. **C.** $(6;+\infty)$. **D.** $(-\infty;6)$.

Câu 21: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_3(2x+3) < \log_3(1-x)$

A. $\left(-\frac{2}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\frac{3}{2};-\frac{2}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{3}{2};1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{2}{3}\right)$.

Câu 22: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_3(13-x^2) \geq 2$ là

A. $(-\infty;-2]\cup[2:+\infty)$. **B.** $(-\infty;2]$.

C. $(0;2]$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 23: Tìm tập nghiệm S của bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x+1) < \log_{\frac{1}{2}}(2x-1)$.

A. $S=(2;+\infty)$. **B.** $S=(-1;2)$. **C.** $S=(-\infty;2)$. **D.** $S=\left(\frac{1}{2};2\right)$.

Câu 24: Số nghiệm nguyên của bất phương trình $\log_{0,8}(15x+2) > \log_{0,8}(13x+8)$ là

A. Vô số. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 25: Tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(3x+1) < 2$ là

A. $\left[-\frac{1}{3};1\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{3};\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $(-\infty;1)$.

☆☆☆

Chúc các em ôn thi đạt kết quả tốt nhất!