

BÀI 1.

HÀM SỐ

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa.

Cho $D \subset \mathbb{R}$, $D \neq \emptyset$. Hàm số f xác định trên D là một qui tắc đặt tương ứng mỗi số $x \in D$ với một và chỉ một số $y \in \mathbb{R}$.

- x được gọi là **biến số** (đối số)
- y được gọi là **giá trị** của hàm số f tại x .
- D được gọi là **tập xác định** của hàm số f .

Kí hiệu: $y = f(x)$.

Ví dụ 1: Cho hàm số bậc nhất sau $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

2. Cách cho hàm số

- Cho bằng bảng
- Cho bằng biểu đồ
- Cho bằng công thức $y = f(x)$.

3. Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập hợp tất cả các số thực x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

Ví dụ 2: Tìm tập xác định của các hàm số sau $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - x - 6}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

4. Đồ thị của hàm số

Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ trên mặt phẳng toạ độ với mọi $x \in D$.

Chú ý: Ta thường gặp đồ thị của hàm số $y = f(x)$ là một đường (đường thẳng, đường cong,...

Khi đó ta nói $y = f(x)$ là **phương trình** của đường đó.

5. Sự biến thiên của hàm số

Cho hàm số f xác định trên K .

- Hàm số $y = f(x)$ **đồng biến (tăng)** trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$
- Hàm số $y = f(x)$ **nghịch biến (giảm)** trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K : x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$

Ví dụ 3: Xét chiều biến thiên của hàm số sau $y = 4 - 3x$.

Lời giải

.....

.....

Ví dụ 4: Xét chiều biến thiên của hàm số sau $y = x^2 + 4x - 5$ trên

a). $(-\infty; -2)$

b). $(-2; +\infty)$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6. Tính chẵn lẻ của hàm số

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định D .

- Hàm số f được gọi là **hàm số chẵn** nếu với $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = f(x)$.
- Hàm số f được gọi là **hàm số lẻ** nếu với $\forall x \in D$ thì $-x \in D$ và $f(-x) = -f(x)$.

Chú ý:

- Đồ thị của hàm số chẵn nhận trục tung làm trục đối xứng.
- Đồ thị của hàm số lẻ nhận gốc tọa độ làm tâm đối xứng.

Ví dụ 5: a) Xét tính chẵn lẻ của hai hàm số sau:

a). $f(x) = \frac{x^3 + 5x}{x^2 + 4}$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1}$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

6: Tịnh tiến đồ thị song song với trục tọa độ

Định lý: Cho (G) là đồ thị của $y = f(x)$ và $p > 0, q > 0$; ta có

- Tịnh tiến (G) lên trên q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) + q$
- Tịnh tiến (G) xuống dưới q đơn vị thì được đồ thị $y = f(x) - q$
- Tịnh tiến (G) sang trái p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x + p)$
- Tịnh tiến (G) sang phải p đơn vị thì được đồ thị $y = f(x - p)$

Ví dụ 6:

- a). Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2$ liên tiếp sang trái 2 đơn vị và xuống dưới $\frac{1}{2}$ đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?
- b). Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = x^3$ để được đồ thị hàm số $y = x^3 + 3x^2 + 3x + 6$.

Lời giải

.....

.....

.....

B. CÁC DẠNG TOÁN VÀ PHƯƠNG PHÁP GIẢI.

Dạng 1. TÌM GIÁ TRỊ CỦA HÀM SỐ

1. Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định trên D .

Giá trị của hàm số tại điểm $M(x_0; y_0)$ là $y_0 = f(x_0)$.

Để $A(x_0; y_0)$ là điểm cố định mà đồ thị hàm số $y = f(x, m)$ luôn đi qua $\forall m$ thì điều kiện cần và đủ là $y_0 = f(x_0, m) \Leftrightarrow g(x_0, y_0) \cdot m + h(x_0, y_0) = 0$ có nghiệm $\forall m \Leftrightarrow \begin{cases} g(x_0, y_0) = 0 \\ h(x_0, y_0) = 0 \end{cases}$ có nghiệm.

2. Bài tập minh họa:

Bài tập 1: Cho hai hàm số $f(x) = 2x^2 + 3x + 1$ và $g(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x > 2 \\ 2x - 1 & \text{khi } -2 \leq x \leq 2 \\ 6 - 5x & \text{khi } x < -2 \end{cases}$.

a). Tính các giá trị sau $f(-1)$ và $g(-3), g(2), g(3)$.

b). Tìm x khi $f(x) = 1$.

c). Tìm x khi $g(x) = 1$.

Lời giải

Bài tập 2: Cho hàm số $y = mx^3 - 2(m^2 + 1)x^2 + 2m^2 - m$

a). Tìm m để điểm $M(-1; 2)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho

b). Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số đã cho luôn đi qua với mọi m .

Lời giải

3. Câu hỏi trắc nghiệm:

Câu 1. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{1}{x-1}$.

A. $M_1(2;1)$.

B. $M_2(1;1)$.

C. $M_3(2;0)$.

D. $M_4(0;-2)$.

Lời giải.

Câu 2. Điểm nào sau đây không thuộc đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - 4x + 4}}{x}$.

A. $A(2;0)$.

B. $B\left(3; \frac{1}{3}\right)$.

C. $C(1;-1)$.

D. $D(-1;-3)$.

Lời giải.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x) = |-5x|$. Khẳng định nào sau đây là sai?

A. $f(-1) = 5$.

B. $f(2) = 10$.

C. $f(-2) = 10$.

D. $f\left(\frac{1}{5}\right) = -1$.

Lời giải.

Câu 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2}{x-1} & x \in (-\infty; 0) \\ \sqrt{x+1} & x \in [0; 2] \\ x^2 - 1 & x \in (2; 5] \end{cases}$. Tính $f(4)$.

A. $f(4) = \frac{2}{3}$.

B. $f(4) = 15$.

C. $f(4) = \sqrt{5}$.

D. Không tính được.

Lời giải.

Câu 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{x+2}-3}{x-1} & x \geq 2 \\ x^2 + 1 & x < 2 \end{cases}$. Tính $P = f(2) + f(-2)$.

A. $P = \frac{8}{3}$.

B. $P = 4$.

C. $P = 6$.

D. $P = \frac{5}{3}$.

Lời giải.

Dạng 2. TÌM TẬP XÁC ĐỊNH CỦA HÀM SỐ

1. Phương pháp.

Tập xác định của hàm số $y = f(x)$ là tập các giá trị của x sao cho biểu thức $f(x)$ có nghĩa.

Chú ý: Nếu $P(x)$ là một đa thức thì:

✦ $\frac{1}{P(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow P(x) \neq 0$

✦ $\sqrt{P(x)}$ có nghĩa $\Leftrightarrow P(x) \geq 0$

✦ $\frac{1}{\sqrt{P(x)}}$ có nghĩa $\Leftrightarrow P(x) > 0$

2. Bài tập minh họa:

Bài tập 3: Tìm tập xác định của các hàm số sau

a). $y = \frac{x^2 + 1}{x^2 + 3x - 4}$

b). $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2 + 3x + 4)}$

c). $y = \frac{2x^2 + x + 1}{x^3 + x^2 - 5x - 2}$

d). $y = \frac{x}{(x^2 - 1)^2 - 2x^2}$

Lời giải.

Bài tập 4: Tìm tập xác định của các hàm số sau

a). $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$

b). $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x\sqrt{x^2-4x+4}}$

c). $y = \frac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}$

d). $y = \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$

Lời giải

Bài tập 5: Tìm tập xác định của các hàm số sau

a). $y = \frac{\sqrt[3]{x^2-1}}{x^2+2x+3}$

b). $y = \frac{x}{x-\sqrt{x}-6}$

c). $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$

d). $y = \begin{cases} \frac{1}{x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

[illegible][illegible]

3. Bài tập luyện tập :

Bài 1. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a). $y = \frac{2\sqrt{x-1}}{|x|-2}$

b). $y = \sqrt{x+2} - \frac{2}{\sqrt{x-1}}$

c). $y = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2+x+1}$

d). $y = x + \sqrt{x^2 - 4x + 4}$

e). $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2-x-6}$

f). $y = f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Lời giải

Bài 2. Tìm tập xác định của các hàm số sau:

a) $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$

b) $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}}{x}$

c) $y = \frac{\sqrt{3x-2} + 6x}{\sqrt{4-3x}}$

d) $y = \sqrt{6-x} + \frac{2x+1}{1+\sqrt{x-1}}$

e) $y = \frac{2x+9}{(x+4)\sqrt{x+3}}$

f) $y = \frac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-3\sqrt{x+2}}$

g) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1-\sqrt{1+4x}}}$

h) $y = \frac{2x^2}{\sqrt{x^2-3x+2}}$

Lời giải

Bài 3. Tìm giá trị của tham số m để:

a). Hàm số $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;0)$

b). Hàm số $y = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-m}+1}$ có tập xác định là $[0;+\infty)$

Lời giải

Bài 4. Tìm giá trị của tham số m để:

a). Hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên $(-1;3)$.

b). Hàm số $y = \sqrt{x+m} + \sqrt{2x-m+1}$ xác định trên $(0;+\infty)$.

c). Hàm số $y = \sqrt{-x-2m+6} - \frac{1}{\sqrt{x+m}}$ xác định trên $(-1;0)$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 6. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{3x-1}{2x-2}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (1; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. D. $D = [1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 7. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x-1}{(2x+1)(x-3)}$.

- A. $D = (3; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}; 3\right\}$. C. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 8. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x^2+1}{x^2+3x-4}$.

- A. $D = \{1; -4\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; -4\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 9. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x+1)(x^2+3x+4)}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$. B. $D = \{-1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 10. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x+1}{x^3-3x+2}$.

- A. $D = \mathbb{R} \setminus \{1; 2\}$. B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 1\}$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 11. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x+2} - \sqrt{x+3}$.

- A. $D = [-3; +\infty)$. B. $D = [-2; +\infty)$. C. $D = \mathbb{R}$. D. $D = [2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 12. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-3x} - \sqrt{x-1}$.

- A. $D = (1; 2)$. B. $D = [1; 2]$. C. $D = [1; 3]$. D. $D = [-1; 2]$.

Lời giải.

Câu 13. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{3x-2}+6x}{\sqrt{4-3x}}$.

- A. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$. B. $D = \left[\frac{3}{2}; \frac{4}{3}\right)$. C. $D = \left[\frac{2}{3}; \frac{3}{4}\right)$. D. $D = \left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.

Lời giải.

Câu 14. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+4}{\sqrt{x^2-16}}$.

- A. $D = (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$. B. $D = \mathbb{R}$.
C. $D = (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$. D. $D = (-4; 4)$.

Lời giải.

Câu 15. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{x^2 - 2x + 1} + \sqrt{x - 3}$.

A. $D = (-\infty; 3]$.

B. $D = [1; 3]$.

C. $D = [3; +\infty)$.

D. $D = (3; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 16. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{2-x} + \sqrt{x+2}}{x}$.

A. $D = [-2; 2]$.

B. $D = (-2; 2) \setminus \{0\}$.

C. $D = [-2; 2] \setminus \{0\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 17. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+1}}{x^2 - x - 6}$.

A. $D = \{3\}$.

B. $D = [-1; +\infty) \setminus \{3\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = [-1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 18. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{6-x} + \frac{2x+1}{1+\sqrt{x-1}}$.

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = [1; 6]$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (1; 6)$.

Lời giải.

Câu 19. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x+1}{(x-3)\sqrt{2x-1}}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \left(-\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

C. $D = \left[\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

D. $D = \left(\frac{1}{2}; +\infty\right) \setminus \{3\}$.

Lời giải.

Câu 20. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{x\sqrt{x^2-4x+4}}$.

A. $D = [-2; +\infty) \setminus \{0; 2\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = [-2; +\infty)$.

D. $D = (-2; +\infty) \setminus \{0; 2\}$.

Lời giải.

Câu 21. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{x}{x-\sqrt{x-6}}$.

A. $D = [0; +\infty) \setminus \{3\}$.

B. $D = [0; +\infty) \setminus \{9\}$.

C. $D = [0; +\infty) \setminus \{\sqrt{3}\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{9\}$.

Lời giải.

Câu 22. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{x-1}}{x^2+x+1}$.

A. $D = (1; +\infty)$.

B. $D = \{1\}$.

C. $D = \mathbb{R}$.

D. $D = (-1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 23. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1} + \sqrt{4-x}}{(x-2)(x-3)}$.

A. $D = [1; 4]$.

B. $D = (1; 4) \setminus \{2; 3\}$.

C. $[1; 4] \setminus \{2; 3\}$.

D. $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 24. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \sqrt{\sqrt{x^2 + 2x + 2} - (x + 1)}$.

A. $D = (-\infty; -1)$.

B. $D = [-1; +\infty)$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

D. $D = \mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 25. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2018}{\sqrt[3]{x^2 - 3x + 2} - \sqrt[3]{x^2 - 7}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

B. $D = \mathbb{R}$.

C. $D = (-\infty; 1) \cup (2; +\infty)$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

Lời giải.

Câu 26. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{|x|}{|x - 2| + |x^2 + 2x|}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \{-2; 0; 2\}$.

D. $D = (2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 27. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2x - 1}{\sqrt{x|x - 4|}}$.

A. $D = \mathbb{R} \setminus \{0; 4\}$.

B. $D = (0; +\infty)$.

C. $D = [0; +\infty) \setminus \{4\}$.

D. $D = (0; +\infty) \setminus \{4\}$.

Lời giải.

Câu 28. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{\sqrt{5-3|x|}}{x^2+4x+3}$.

- A. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right] \setminus \{-1\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = \left(-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right) \setminus \{-1\}$. D. $D = \left[-\frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right]$.

Lời giải.

Câu 29. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2-x} & ; x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & ; x < 1 \end{cases}$.

- A. $D = \mathbb{R}$. B. $D = (2; +\infty)$. C. $D = (-\infty; 2)$. D. $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Lời giải.

Câu 30. Tìm tập xác định D của hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & ; x \geq 1 \\ \sqrt{x+1} & ; x < 1 \end{cases}$.

- A. $D = \{-1\}$. B. $D = \mathbb{R}$. C. $D = [-1; +\infty)$. D. $D = [-1; 1)$.

Lời giải.

Câu 31. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m+1} + \frac{2x}{\sqrt{-x+2m}}$ xác định trên khoảng $(-1; 3)$.

- A. Không có giá trị m thỏa mãn. B. $m \geq 2$.
C. $m \geq 3$. D. $m \geq 1$.

Lời giải.

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x+2m+2}{x-m}$ xác định trên $(-1;0)$.

A. $\begin{cases} m > 0 \\ m < -1 \end{cases}$.

B. $m \leq -1$.

C. $\begin{cases} m \geq 0 \\ m \leq -1 \end{cases}$.

D. $m \geq 0$.

Lời giải.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{mx}{\sqrt{x-m+2}-1}$ xác định trên $(0;1)$.

A. $m \in \left(-\infty; \frac{3}{2}\right] \cup \{2\}$.

B. $m \in (-\infty; -1] \cup \{2\}$.

C. $m \in (-\infty; 1] \cup \{3\}$.

D. $m \in (-\infty; 1] \cup \{2\}$.

Lời giải.

Câu 34. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x-m} + \sqrt{2x-m-1}$ xác định trên $(0;+\infty)$.

A. $m \leq 0$.

B. $m \geq 1$.

C. $m \leq 1$.

D. $m \leq -1$.

Lời giải.

Câu 35. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{2x+1}{\sqrt{x^2-6x+m-2}}$ xác định trên $\mathbb{R}$

A. $m \geq 11$. B. $m > 11$. C. $m < 11$. D. $m \leq 11$.

Lời giải.

Dạng 3. XÉT TÍNH CHẴN, LẺ CỦA HÀM SỐ

1. Phương pháp .

a). Sử dụng định nghĩa

Hàm số $y = f(x)$ xác định trên D :

Hàm số chẵn $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = f(x) \end{cases}$.

Hàm số lẻ $\Leftrightarrow \begin{cases} \forall x \in D \Rightarrow -x \in D \\ f(-x) = -f(x) \end{cases}$.

Chú ý : Một hàm số có thể không chẵn cũng không lẻ

Đồ thị hàm số chẵn nhận trục Oy làm trục đối xứng

Đồ thị hàm số lẻ nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng

2). Quy trình xét hàm số chẵn, lẻ.

Bước 1: Tìm tập xác định của hàm số.

Bước 2: Kiểm tra

Nếu $\forall x \in D \Rightarrow -x \in D$ Chuyển qua bước ba

Nếu $\exists x_0 \in D \Rightarrow -x_0 \notin D$ kết luận hàm không chẵn cũng không lẻ.

Bước 3: xác định $f(-x)$ và so sánh với $f(x)$.

Nếu bằng nhau thì kết luận hàm số là chẵn

Nếu đối nhau thì kết luận hàm số là lẻ

Nếu tồn tại một giá trị $\exists x_0 \in D$ mà $f(-x_0) \neq f(x_0)$, $f(-x_0) \neq -f(x_0)$ kết luận hàm số không chẵn cũng không lẻ.

Ta có thể sử dụng Casio: Dùng lệnh Mode 7-TABLE-Nhập $f(x)$ và nhập $g(x) = f(-x)$.

Bài tập 8: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a). $f(x) = 3x^3 + 2\sqrt[3]{x}$

b). $f(x) = x^4 + \sqrt{x^2 + 1}$

c). $f(x) = \sqrt{x+5} + \sqrt{5-x}$

d). $f(x) = \sqrt{2+x} + \frac{1}{\sqrt{2-x}}$

Lời giải

Bài tập 9: Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a). $f(x) = x^4 - 4x + 2$

b). $f(x) = ||x+2| - |x-2||$

c). $f(x) = \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{\sqrt{x^2 + 1} - x} - 2x^2 - 1$

d). $f(x) = \begin{cases} -1 & \text{Khi } x < 0 \\ 0 & \text{Khi } x = 0 \\ 1 & \text{Khi } x > 0 \end{cases}$

Lời giải

Bài tập 10: Tìm m để hàm số: $f(x) = \frac{x^2(x^2 - 2) + (2m^2 - 2)x}{\sqrt{x^2 + 1} - m}$ là hàm số chẵn.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 5. Xét tính chẵn, lẻ của các hàm số sau:

a). $f(x) = \frac{x^3 + 5x}{x^2 + 4}$

b). $f(x) = \frac{x^2 + 5}{x^2 - 1}$

c). $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{1-x}$

d). $f(x) = \frac{x-5}{x-1}$

e). $f(x) = 3x^2 - 2x + 1$

f). $f(x) = \frac{x^3}{|x| - 1}$

g). $f(x) = \frac{|x-1| + |x+1|}{|2x-1| + |2x+1|}$

h). $f(x) = \frac{|x+2| + |x-2|}{|x-1| - |x+1|}$

Lời giải

Bài 6. Tìm m để hàm số: $y = f(x) = \frac{x(x^2 - 2) + 2m - 1}{x - 2m + 1}$ là hàm số chẵn.

Lời giải

Bài 7. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có cùng tập xác định D. Chứng minh rằng
 a). Nếu hai hàm số trên lẻ thì hàm số $y = f(x) + g(x)$ là hàm số lẻ
 b). Nếu hai hàm số trên một chẵn một lẻ thì hàm số $y = f(x)g(x)$ là hàm số lẻ

Lời giải

Bài 8.

a). Tìm m để đồ thị hàm số sau nhận gốc tọa độ O làm tâm đối xứng

$$y = x^3 - (m^2 - 9)x^2 + (m + 3)x + m - 3.$$

b). Tìm m để đồ thị hàm số sau nhận trục tung làm trục đối xứng

$$y = x^4 - (m^2 - 3m + 2)x^3 + m^2 - 1.$$

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 36. Trong các hàm số $y = 2015x$, $y = 2015x + 2$, $y = 3x^2 - 1$, $y = 2x^3 - 3x$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 37. Cho hai hàm số $f(x) = -2x^3 + 3x$ và $g(x) = x^{2017} + 3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số lẻ.
- B. $f(x)$ là hàm số chẵn; $g(x)$ là hàm số chẵn.
- C. Cả $f(x)$ và $g(x)$ đều là hàm số không chẵn, không lẻ.
- D. $f(x)$ là hàm số lẻ; $g(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 38. Cho hàm số $f(x) = x^2 - |x|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. $f(x)$ là hàm số lẻ.
- B. $f(x)$ là hàm số chẵn.
- C. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua gốc tọa độ.
- D. Đồ thị của hàm số $f(x)$ đối xứng qua trục hoành.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 39. Cho hàm số $f(x) = |x - 2|$. Khẳng định nào sau đây là đúng.

- A. $f(x)$ là hàm số lẻ.
- B. $f(x)$ là hàm số chẵn.
- C. $f(x)$ là hàm số vừa chẵn, vừa lẻ.
- D. $f(x)$ là hàm số không chẵn, không lẻ.

Lời giải.

.....

.....

.....

Câu 40. Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số lẻ?

A. $y = x^{2018} - 2017$.

B. $y = \sqrt{2x+3}$.

C. $y = \sqrt{3+x} - \sqrt{3-x}$.

D. $y = |x+3| + |x-3|$.

Lời giải.

Câu 41. Trong các hàm số nào sau đây, hàm số nào là hàm số chẵn?

A. $y = |x+1| + |x-1|$.

B. $y = |x+3| + |x-2|$.

C. $y = 2x^3 - 3x$.

D. $y = 2x^4 - 3x^2 + x$.

Lời giải.

Câu 42. Trong các hàm số $y = |x+2| - |x-2|$, $y = |2x+1| + \sqrt{4x^2 - 4x+1}$, $y = x(|x|-2)$,

$y = \frac{|x+2015| + |x-2015|}{|x+2015| - |x-2015|}$ có bao nhiêu hàm số lẻ?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Lời giải.

Câu 45*. Biết rằng khi $m = m_0$ thì hàm số $f(x) = x^3 + (m^2 - 1)x^2 + 2x + m - 1$ là hàm số lẻ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m_0 \in \left(\frac{1}{2}; 3\right)$.

B. $m_0 \in \left[-\frac{1}{2}; 0\right]$.

C. $m_0 \in \left(0; \frac{1}{2}\right]$.

D. $m_0 \in [3; +\infty)$.

Lời giải.

Dạng 4. XÉT TÍNH ĐỒNG BIẾN, NGHỊCH BIẾN(ĐƠN ĐIỆU) CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT KHOẢNG

1. Phương pháp .

Cách 1: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K . Lấy $x_1, x_2 \in K$; $x_1 < x_2$, đặt $T = f(x_2) - f(x_1)$

- Hàm số đồng biến trên $K \Leftrightarrow T > 0$.
- Hàm số nghịch biến trên $(1; 2) \Leftrightarrow -(x_1 + x_2) + m - 1 < 0$.

Cách 2: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K . Lấy $x_1, x_2 \in K$; $x_1 \neq x_2$, đặt $T = \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1}$

- Hàm số đồng biến trên $K \Leftrightarrow T > 0$.
- Hàm số nghịch biến trên $K \Leftrightarrow T < 0$.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 11: Xét sự biến thiên của hàm số sau trên khoảng $(1; +\infty)$

a) $y = \frac{3}{x-1}$

b) $y = x + \frac{1}{x}$

Lời Giải

Bài tập 12: Cho hàm số $y = x^2 - 4$

a). Xét chiều biến thiên của hàm số trên $(-\infty; 0)$ và trên $(0; +\infty)$

b). Lập bảng biến thiên của hàm số trên $[-1; 3]$ từ đó xác định giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số trên $[-1; 3]$.

Lời Giải

Bài tập 13: Xét sự biến thiên của hàm số $y = \sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1}$ trên tập xác định của nó.

Áp dụng giải phương trình

a). $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = 3$

b). $\sqrt{4x+5} + \sqrt{x-1} = \sqrt{4x^2+9} + x$

Lời Giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 9. Xét sự biến thiên của các hàm số sau:

a). $y = 4 - 3x$

b). $y = x^2 + 4x - 5.$

c). $y = \frac{2}{x-2}$ trên $(-\infty; 2)$ và trên $(2; +\infty)$

d). $y = \frac{x}{x-1}$ trên $(-\infty; 1)$

Lời Giải

Bài 10. Chứng minh rằng hàm số $y = x^3 + x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Áp dụng giải phương trình sau $x^3 - x = \sqrt[3]{2x+1} + 1$

Lời Giải

Bài 11. Cho hàm số $y = \sqrt{x-1} + x^2 - 2x$

- a). Xét sự biến thiên của hàm số đã cho trên $[1; +\infty)$
- b). Tìm giá trị lớn nhất nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[2; 5]$

Lời Giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 46. Cho hàm số $f(x) = 4 - 3x$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; \frac{4}{3}\right)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{4}{3}; +\infty\right)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{3}{4}; +\infty\right)$.

Lời giải.

Câu 47. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = x^2 - 4x + 5$ trên khoảng $(-\infty; 2)$ và trên khoảng $(2; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 2)$, đồng biến trên $(2; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; 2)$, nghịch biến trên $(2; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 2)$ và $(2; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 48. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = \frac{3}{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.
- D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 49. Xét sự biến thiên của hàm số $f(x) = x + \frac{1}{x}$ trên khoảng $(1; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- C. Hàm số vừa đồng biến, vừa nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.
- D. Hàm số không đồng biến, cũng không nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 50. Xét tính đồng biến, nghịch biến của hàm số $f(x) = \frac{x-3}{x+5}$ trên khoảng $(-\infty; -5)$ và trên khoảng $(-5; +\infty)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; -5)$, đồng biến trên $(-5; +\infty)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -5)$, nghịch biến trên $(-5; +\infty)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.
- D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; -5)$ và $(-5; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 51. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{2x-7}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.
- B. Hàm số đồng biến trên $\left(\frac{7}{2}; +\infty\right)$.
- C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
- D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Lời giải.

Câu 52. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-3; 3]$ để hàm số

$$f(x) = (m+1)x + m - 2 \text{ đồng biến trên } \mathbb{R}.$$

- A. 7.
- B. 5.
- C. 4.
- D. 3.

Lời giải.

Câu 53. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = -x^2 + (m-1)x + 2$ nghịch biến trên khoảng $(1; 2)$.

A. $m < 5$.

B. $m > 5$.

C. $m < 3$.

D. $m > 3$.

Lời giải.

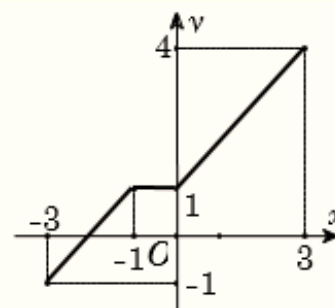
Câu 54. Cho hàm số $y = f(x)$ có tập xác định là $[-3; 3]$ và đồ thị của nó được biểu diễn bởi hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 3)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; -1)$ và $(1; 4)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3; 3)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 0)$.



Lời giải.

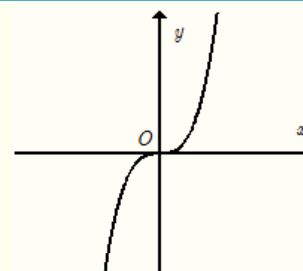
Câu 55. Cho đồ thị hàm số $y = x^3$ như hình bên. Khẳng định nào sau đây sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 0)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

D. Hàm số đồng biến tại gốc tọa độ O .



Lời giải.

Dạng 5. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ VÀ TÍNH TIẾN ĐỒ THỊ

1. Phương pháp.

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên D .

Đồ thị hàm số f là tập hợp tất cả các điểm $M(x; f(x))$ nằm trong mặt phẳng tọa độ với $x \in D$.

Chú ý: Điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$ đồ thị hàm số $y = f(x) \Leftrightarrow y_0 = f(x_0)$.

Sử dụng định lý về tính tiến đồ thị một hàm số

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 14: Chứng minh rằng trên đồ thị (C) của hàm số $y = \frac{x^2 - x + 1}{x + 1}$ tồn tại hai điểm $A(x_A; y_A)$

và $B(x_B; y_B)$ thỏa mãn:
$$\begin{cases} 2x_A + y_A = 3 \\ 2x_B + y_B = 3 \end{cases}$$

Lời giải

Bài tập 15: Tìm trên đồ thị hàm số $y = -x^3 + x^2 + 3x - 4$ hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Lời giải

Bài tập 16:

a). Tịnh tiến đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ liên tiếp sang phải hai đơn vị và xuống dưới một đơn vị ta được đồ thị của hàm số nào?

b). Nêu cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y = -2x^2$ để được đồ thị hàm số $y = -2x^2 - 6x + 3$.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập:

Bài 12. Cho hàm số $y = f(x) = -3x^2 + m^2x + m + 1$ (với m là tham số)

a). Tìm các giá trị của m để $f(0) = 5$.

b). Tìm các giá trị của m để đồ thị của hàm số $y = f(x)$ đi qua điểm $A(1;0)$.

Lời giải

Bài 13. Tìm các điểm cố định mà đồ thị hàm số sau luôn đi qua với mọi m .

a). $y = x^3 + 2(m-1)x^2 + (m^2 - 4m + 1)x - 2(m^2 + 1)$

b). $y = \frac{(m-1)x + m + 2}{x + m + 2}$

Lời giải

Bài 15. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + (m-1)x^3 + (m^2-1)x^2 + 2(m^2-3m+2)x - 3$.

Tìm m để điểm $M(1;0)$ thuộc đồ thị hàm số đã cho

Lời giải

§BÀI 2.

HÀM SỐ BẬC NHẤT

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Hàm số bậc nhất là hàm số có dạng $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

2. Sự biến thiên

- TXĐ: $D = \mathbb{R}$
- Hàm số số đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $a < 0$
- Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = ax + b$ ($a > 0$)	$-\infty$	$+\infty$

x	$-\infty$	$+\infty$
$y = ax + b$ ($a < 0$)	$+\infty$	$-\infty$

3. Đồ thị.

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng

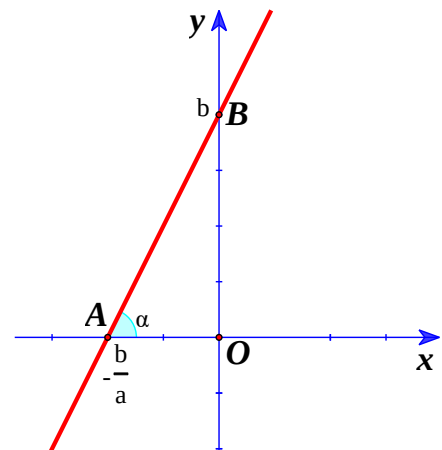
- Có hệ số góc bằng a ,
- Cắt trục hoành tại $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ và trục tung tại $B(0; b)$.

Nhận xét:

- 👉 Hệ số góc a của đường thẳng được tính như sau:

$$\tan \alpha = \frac{OB}{OA} = \frac{\frac{|b|}{a}}{-b} = |a| \Rightarrow a = \pm \tan \alpha = \pm \frac{OB}{OA}.$$

- ✦ Diện tích $S_{\Delta OAB} = \frac{b^2}{2|a|}$.



Ví dụ 1: Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau

a). $y = 3x + 6$

b). $y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

Lời giải

[illegible]

4. Chú ý:

- Nếu $a = 0 \Rightarrow y = b$ là hàm số hằng, đồ thị là đường thẳng song song hoặc trùng với trục hoành.
- Phương trình $x = a$ cũng là một đường thẳng (nhưng không phải là một hàm số) vuông góc với trục toạ độ và cắt tại điểm có hoành độ bằng a .

$$\boxed{y - y_0 = a(x - x_0)}.$$

Bài tập 2: Cho hai đường thẳng $d : y = x + 2m$, $d' : y = 3x + 2$ (m là tham số)

- a). Chứng minh rằng hai đường thẳng d , d' cắt nhau và tìm tọa độ giao điểm của chúng
b). Tìm m để ba đường thẳng d, d' và $d'' : y = -mx + 2$ phân biệt đồng quy.

Lời giải

Bài tập 3: Cho đường thẳng $d : y = (m-1)x + m$ và $d' : y = (m^2 - 1)x + 6$

- a). Tìm m để hai đường thẳng d , d' song song với nhau
b). Tìm m để đường thẳng d cắt trục tung tại A , d' cắt trục hoành tại B sao cho tam giác OAB cân tại O

Lời giải

[illegible]

Bài 1. Cho hàm số bậc nhất có đồ thị là đường thẳng d . Tìm hàm số đó biết:

- a). d đi qua $A(1;1)$, $B(3;-2)$
 b). d đi qua $C(2;-2)$ và song song với $\Delta: x - y + 1 = 0$
 c). d đi qua $M(1;2)$ và cắt hai tia Ox, Oy tại P, Q sao cho $\triangle OPQ$ cân tại O .
 d). d đi qua $N(1;-1)$ và $d \perp d'$ với $d': y = -x + 3$.

Lời giải

[illegible]

Bài 2. Tìm m để ba đường thẳng $d: y = 2x$, $d': y = -x + 6$, $d'': y = m^2x + 5m + 3$ phân biệt đồng quy.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Đường thẳng nào sau đây song song với đường thẳng $y = \sqrt{2}x$.

A. $y = 1 - \sqrt{2}x$.

B. $y = \frac{1}{\sqrt{2}}x - 3$.

C. $y + \sqrt{2}x = 2$.

D. $y - \frac{2}{\sqrt{2}}x = 5$.

Lời giải.

Câu 2. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (m^2 - 3)x + 2m - 3$ song song với đường thẳng $y = x + 1$.

A. $m = 2$.

B. $m = \pm 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 1$.

Lời giải.

Câu 3. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = 3x + 1$ song song với đường thẳng $y = (m^2 - 1)x + (m - 1)$.

A. $m = \pm 2$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = 0$.

Lời giải.

Câu 4. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $M(1; 4)$ và song song với đường thẳng $y = 2x + 1$. Tính tổng $S = a + b$.

A. $S = 4$.

B. $S = 2$.

C. $S = 0$.

D. $S = -4$.

Lời giải.

Câu 5. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $E(2; -1)$ và song song với đường thẳng ON với O là gốc tọa độ và $N(1; 3)$. Tính giá trị biểu thức $S = a^2 + b^2$.

A. $S = -4$.

B. $S = -40$.

C. $S = -58$.

D. $S = 58$.

Lời giải.

Câu 6. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = (3m+2)x - 7m - 1$ vuông góc với đường $\Delta: y = 2x - 1$.

- A. $m = 0$. B. $m = -\frac{5}{6}$. C. $m < \frac{5}{6}$. D. $m > -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 7. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $N(4; -1)$ và vuông góc với đường thẳng $4x - y + 1 = 0$. Tính tích $P = ab$.

- A. $P = 0$. B. $P = -\frac{1}{4}$. C. $P = \frac{1}{4}$. D. $P = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 8. Tìm a và b để đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua các điểm $A(-2; 1)$, $B(1; -2)$.

- A. $a = -2$ và $b = -1$. B. $a = 2$ và $b = 1$.
C. $a = 1$ và $b = 1$. D. $a = -1$ và $b = -1$.

Lời giải.

Câu 9. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua hai điểm $M(-1; 3)$ và $N(1; 2)$. Tính tổng $S = a + b$.

- A. $S = -\frac{1}{2}$. B. $S = 3$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{5}{2}$.

Lời giải.

Câu 10. Biết rằng đồ thị hàm số $y = ax + b$ đi qua điểm $A(-3;1)$ và có hệ số góc bằng -2 . Tính tích $P = ab$.

- A. $P = -10$. B. $P = 10$. C. $P = -7$. D. $P = -5$.

Lời giải.

Câu 11. Tọa độ giao điểm của hai đường thẳng $y = \frac{1-3x}{4}$ và $y = -\left(\frac{x}{3} + 1\right)$ là:

- A. $(0; -1)$. B. $(2; -3)$. C. $\left(0; \frac{1}{4}\right)$. D. $(3; -2)$.

Lời giải.

Câu 12. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y = m^2x + 2$ cắt đường thẳng $y = 4x + 3$.

- A. $m = \pm 2$. B. $m \neq \pm 2$. C. $m \neq 2$. D. $m \neq -2$.

Lời giải.

Câu 13. Cho hàm số $y = 2x + m + 1$. Tìm giá trị thực của m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3.

- A. $m = 7$. B. $m = 3$. C. $m = -7$. D. $m = \pm 7$.

Lời giải.

Câu 14. Cho hàm số $y = 2x + m + 1$. Tìm giá trị thực của m để đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 .

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = 0$. D. $m = -1$.

Lời giải.

Câu 15. Tìm giá trị thực của m để hai đường thẳng $d: y = mx - 3$ và $\Delta: y + x = m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục tung.

- A. $m = -3$. B. $m = 3$. C. $m = \pm 3$. D. $m = 0$.

Lời giải.

Câu 16. Tìm tất cả các giá trị thực của m để hai đường thẳng $d: y = mx - 3$ và $\Delta: y + x = m$ cắt nhau tại một điểm nằm trên trục hoành.

- A. $m = \sqrt{3}$. B. $m = \pm\sqrt{3}$. C. $m = -\sqrt{3}$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Câu 17. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và O , biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $M(-1; 1)$ và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ là 5.

- A. $a = \frac{1}{6}; b = \frac{5}{6}$. B. $a = -\frac{1}{6}; b = -\frac{5}{6}$. C. $a = \frac{1}{6}; b = -\frac{5}{6}$. D. $a = -\frac{1}{6}; b = \frac{5}{6}$.

Lời giải.

Câu 18. Cho hàm số bậc nhất $y = ax + b$. Tìm a và b , biết rằng đồ thị hàm số cắt đường thẳng $\Delta_1: y = 2x + 5$ tại điểm có hoành độ bằng -2 và cắt đường thẳng $\Delta_2: y = -3x + 4$ tại điểm có tung độ bằng -2 .

- A. $a = \frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$. B. $a = -\frac{3}{4}; b = \frac{1}{2}$. C. $a = -\frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$. D. $a = \frac{3}{4}; b = -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 19. Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $y = 2x$, $y = -x - 3$ và $y = mx + 5$ phân biệt và đồng qui.

- A. $m = -7$. B. $m = 5$. C. $m = -5$. D. $m = 7$.

Lời giải.

Câu 20. Tìm giá trị thực của tham số m để ba đường thẳng $y = -5(x + 1)$, $y = mx + 3$ và $y = 3x + m$ phân biệt và đồng qui.

- A. $m \neq 3$. B. $m = 13$. C. $m = -13$. D. $m = 3$.

Lời giải.

Câu 21. Cho hàm số $y = x - 1$ có đồ thị là đường Δ . Đường thẳng Δ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích S bằng bao nhiêu?

- A. $S = \frac{1}{2}$. B. $S = 1$. C. $S = 2$. D. $S = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

Câu 22. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(2; 3)$ và tạo với hai tia Ox , Oy một tam giác vuông cân.

- A. $y = x + 5$. B. $y = -x + 5$. C. $y = -x - 5$. D. $y = x - 5$.

Lời giải.

Câu 23. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1; 2)$ và tạo với hai tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4.

A. $y = -2x - 4$.

B. $y = -2x + 4$.

C. $y = 2x - 4$.

D. $y = 2x + 4$.

Lời giải.

Câu 24. Đường thẳng $d: \frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$, ($a \neq 0; b \neq 0$) đi qua điểm $M(-1; 6)$ tạo với các tia Ox, Oy một tam giác có diện tích bằng 4. Tính $S = a + 2b$.

A. $S = -\frac{38}{3}$.

B. $S = \frac{-5 + 7\sqrt{7}}{3}$.

C. $S = 10$.

D. $S = 6$.

Lời giải.

Câu 25. Tìm phương trình đường thẳng $d: y = ax + b$. Biết đường thẳng d đi qua điểm $I(1;3)$, cắt hai tia Ox , Oy và cách gốc tọa độ một khoảng bằng $\sqrt{5}$.

A. $y = 2x + 5$.

B. $y = -2x - 5$.

C. $y = 2x - 5$.

D. $y = -2x + 5$.

Lời giải.

Dạng 2. XÉT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT

1. Phương pháp.

Đồ thị của hàm số $y = ax + b$ ($a \neq 0$) là một đường thẳng

- Có hệ số góc bằng a ,
- Cắt trục hoành tại $A\left(-\frac{b}{a}; 0\right)$ và trục tung tại $B(0; b)$.
- Hàm số số đồng biến khi $a > 0$ và nghịch biến khi $a < 0$

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Cho các hàm số: $y = 2x - 3$, $y = -x - 3$, $y = -2$.

- a). Vẽ đồ thị các hàm số trên
- b). Dựa vào đồ thị hãy xác định giao điểm của các đồ thị hàm số đó.

[illegible]

b). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[-4; 2]$.

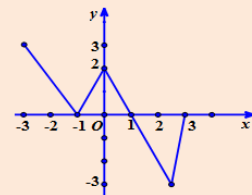
[illegible]

b). Dựa vào đồ thị hãy xác định giao điểm của các đồ thị hàm số đó

Bài 4. Cho đồ thị hàm số có đồ thị (C) (hình vẽ)

a). Hãy lập bảng biến thiên của hàm số trên $[-3; 3]$

b). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên $[-2; 2]$



Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 26. Tìm m để hàm số $y = (2m+1)x + m - 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > \frac{1}{2}$.

B. $m < \frac{1}{2}$.

C. $m < -\frac{1}{2}$.

D. $m > -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 27. Tìm m để hàm số $y = m(x+2) - x(2m+1)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m > -2$.

B. $m < -\frac{1}{2}$.

C. $m > -1$.

D. $m > -\frac{1}{2}$.

Lời giải.

Câu 28. Tìm m để hàm số $y = -(m^2 + 1)x + m - 4$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

- A. $m > 1$. B. Với mọi m . C. $m < -1$. D. $m > -1$.

Lời giải.

Câu 29. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = (m - 2)x + 2m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 2014. B. 2016. C. Vô số. D. 2015.

Lời giải.

Câu 30. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2017; 2017]$ để hàm số $y = (m^2 - 4)x + 2m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

- A. 4030. B. 4034. C. Vô số. D. 2015.

Lời giải.

Dạng 3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI $y = |ax + b|$

1. Phương pháp.

Vẽ đồ thị (C) của hàm số $y = |ax + b|$ ta làm như sau

Cách 1:

- Vẽ (C_1) là đường thẳng $y = ax + b$ với phần đồ thị sao cho hoành độ x thỏa mãn $x \geq -\frac{b}{a}$,
- Vẽ (C_2) là đường thẳng $y = -ax - b$ lấy phần đồ thị sao cho $x < -\frac{b}{a}$.
- Khi đó (C) là hợp của hai đồ thị (C_1) và (C_2) .

Cách 2:

- Vẽ đường thẳng $y = ax + b$ và $y = -ax - b$ rồi xóa đi phần đường thẳng nằm dưới trục hoành.
- Phần đường thẳng nằm trên trục hoành chính là (C) .

Chú ý:

Biết trước đồ thị $(C): y = f(x)$ khi đó đồ thị $(C_1): y = f(|x|)$ là gồm phần :

- Giữ nguyên đồ thị (C) ở bên phải trục tung;
- Lấy đối xứng đồ thị (C) ở bên phải trục tung qua trục tung.

Biết trước đồ thị $(C): y = f(x)$ khi đó đồ thị $(C_2): y = |f(x)|$ là gồm phần:

- Giữ nguyên đồ thị (C) ở phía trên trục hoành
- Lấy đối xứng đồ thị (C) ở trên dưới trục hoành và lấy đối xứng qua trục hoành.

2. Bài tập minh họa.

a). $y = \begin{cases} 2x & \text{khi } x \geq 0 \\ -x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$.

b). $y = |-3x + 3|$.

Lời giải

[illegible][illegible]

Bài tập 7: Vẽ đồ thị của các hàm số sau

a). $y = |x| - 2$

b). $y = ||x| - 2|$

Lời giải

[illegible]

.....

.....

.....

.....

Bài tập 8: Cho đồ thị (C): $y = 3|x-2| - |2x-6|$

a). Vẽ (C)

b). Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số trên với $x \in [-3; 4]$

[illegible]

Từ đó tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của các hàm số đó trên $[-2; 2]$

[illegible]

[illegible]

3. Bài tập luyện tập

Bài 5. Vẽ đồ thị hàm số $y = 2x - 3$. Từ đó suy ra đồ thị của:

a). $(C_1): y = 2|x| - 3,$

b). $(C_2): y = |2x - 3|$,

c). $(C_3): y = |2|x| - 3|$

Lời giải

[illegible]

Bài 6. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị của các hàm số sau $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4} - 3\sqrt{x^2 - 2x + 1}$
 Từ đó tìm giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của các hàm số đó trên $[0; 2]$.

Lời giải

[illegible]

Bài 7.

a). Lập bảng biến thiên của hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + 4x + 4}}{x + 2} - |x - 2|$

b). Biện luận số giao điểm của đồ thị hàm số trên với đường thẳng $y = m$ theo m .

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

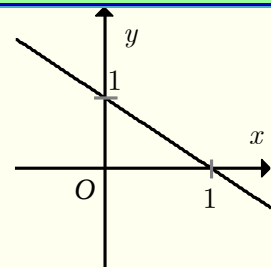
Câu 31. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x + 1$.

B. $y = -x + 2$.

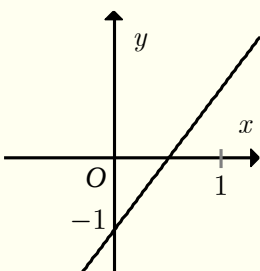
C. $y = 2x + 1$.

D. $y = -x + 1$.

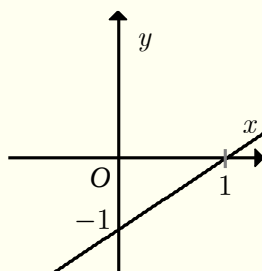


Lời giải

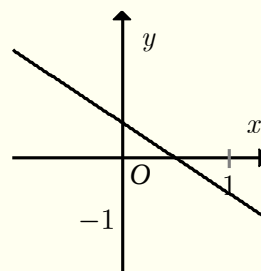
Câu 32. Hàm số $y = 2x - 1$ có đồ thị là hình nào trong bốn hình sau?



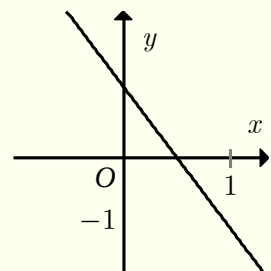
A.



B.



C.



D.

Lời giải.

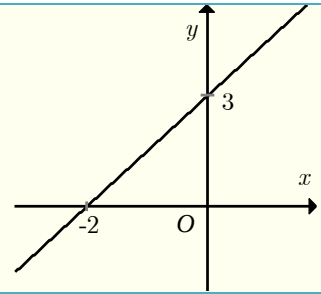
Câu 33. Cho hàm số $y = ax + b$ có đồ thị là hình bên. Tìm a và b .

A. $a = -2$ và $b = 3$.

B. $a = -\frac{3}{2}$ và $b = 2$.

C. $a = -3$ và $b = 3$.

D. $a = \frac{3}{2}$ và $b = 3$.



Lời giải.

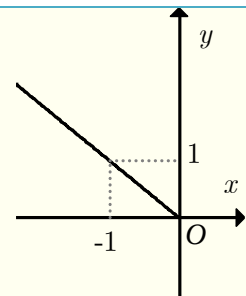
Câu 34. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = |x|$.

B. $y = -x$.

C. $y = |x|$ với $x > 0$.

D. $y = -x$ với $x < 0$.



Lời giải.

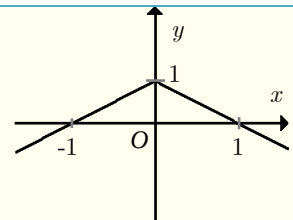
Câu 35. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = |x|$.

B. $y = |x| + 1$.

C. $y = 1 - |x|$.

D. $y = |x| - 1$.



Lời giải.

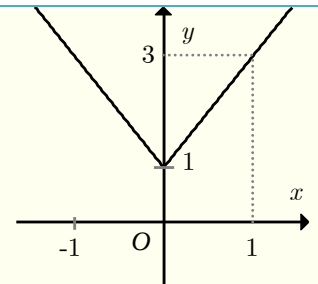
Câu 36. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = |x| + 1$.

B. $y = 2|x| + 1$.

C. $y = |2x + 1|$.

D. $y = |x + 1|$.



Lời giải.

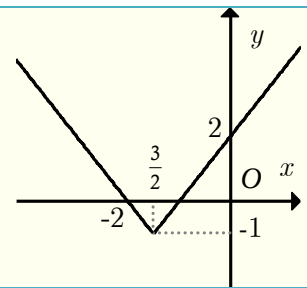
Câu 37. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = |2x + 3|$.

B. $y = |2x + 3| - 1$.

C. $y = |x - 2|$.

D. $y = |3x + 2| - 1$.



Lời giải.

Câu 38.

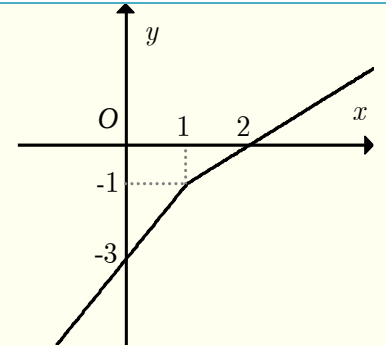
Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{khi } x \geq 1 \\ x - 2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

B. $f(x) = \begin{cases} 2x - 3 & \text{khi } x < 1 \\ x - 2 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

C. $f(x) = \begin{cases} 3x - 4 & \text{khi } x \geq 1 \\ -x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$.

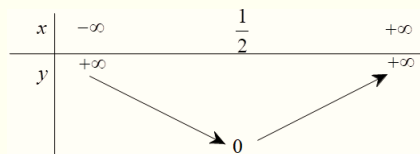
D. $y = |x - 2|$.



Lời giải.

Câu 39.

Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?



A. $y = 2x - 1$.

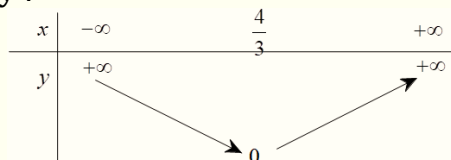
B. $y = |2x - 1|$.

C. $y = 1 - 2x$.

D. $y = -|2x - 1|$.

Lời giải.

Câu 40. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây ?



A. $y = |4x + 3|$.

B. $y = |4x - 3|$.

C. $y = |-3x + 4|$.

D. $y = |3x + 4|$.

Lời giải.

DẠNG TOÁN 4: ỨNG DỤNG CỦA HÀM SỐ BẬC NHẤT TRONG CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC VÀ TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT, LỚN NHẤT.

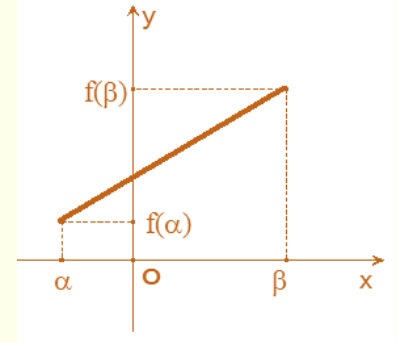
1. Phương pháp.

Cho hàm số $f(x) = ax + b$ và đoạn $[\alpha; \beta] \subset \mathbb{R}$.

Khi đó, đồ thị của hàm số $y = f(x)$ trên $[\alpha; \beta]$ là một đoạn thẳng nên ta có một số tính chất:

- ✦ $\max_{[\alpha, \beta]} f(x) = \max\{f(\alpha); f(\beta)\},$
- ✦ $\min_{[\alpha, \beta]} f(x) = \min\{f(\alpha); f(\beta)\},$
- ✦ $\max_{[\alpha, \beta]} |f(x)| = \max\{|f(\alpha)|; |f(\beta)|\}$

Áp dụng các tính chất đơn giản này cho chúng ta cách giải nhiều bài toán một cách thú vị, ngắn gọn, hiệu quả.



2. Bài tập minh họa.

Bài tập 10: Cho hàm số $f(x) = |2x - m|$. Tìm m để giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên $[1; 2]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 11: Cho hàm số $y = \left| \sqrt{2x - x^2} - 3m + 4 \right|$. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số y là nhỏ nhất.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 12: Cho a, b, c thuộc $[0; 2]$. Chứng minh rằng: $2(a + b + c) - (ab + bc + ca) \leq 4$

Lời giải

.....

.....

Bài tập 13: Cho các số thực không âm x, y, z thoả mãn $x + y + z = 3$.
 Chứng minh rằng $x^2 + y^2 + z^2 + xyz \geq 4$.

Lời giải

3. Bài tập luyện tập.

Bài 8. Cho $\begin{cases} x, y, z \geq 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$. Chứng minh $0 \leq xy + yz + zx - 2xyz \leq \frac{7}{27}$.

Lời giải

Vậy là trong hai trường hợp ta kết luận $f(yz) \leq 0$. Ta đã giải xong bài toán.

Bài 9. Cho $\begin{cases} x, y, z \geq 0 \\ x + y + z = 3 \end{cases}$. Chứng minh $x^2 + y^2 + z^2 + xyz \geq 4$.

Lời giải

Bài 10. Cho $\begin{cases} x, y, z \geq 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$. Chứng minh $x^3 + y^3 + z^3 + 6xyz \geq \frac{1}{4}$.

Lời giải

Bài 11. Cho $0 \leq a, b, c \leq 1$. Chứng minh $a^2 + b^2 + c^2 \leq a^2b + b^2c + c^2a + 1$.

Lời giải

Bài 12. Cho $\begin{cases} x, y, z \geq 0 \\ x + y + z = 1 \end{cases}$. Chứng minh $x^2y + y^2z + z^2x \leq \frac{4}{27}$.

Lời giải

Bài 13. Chứng minh rằng với $\forall m \leq 1$ thì $x^2 - 2(3m - 1)x + m + 3 \geq 0$ với $\forall x \in [1; +\infty)$.

Lời giải

SBÀI 3.

HÀM SỐ BẬC HAI

A. LÝ THUYẾT

1. Định nghĩa: Hàm số bậc hai là hàm số có dạng $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

2. Sự biến thiên

✦ TXĐ: $D = \mathbb{R}$

✦ Khi $a > 0$ hàm số đồng biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$, nghịch biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$ và có giá trị nhỏ nhất là $-\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$.

✦ Khi $a < 0$ hàm số đồng biến trên $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$, nghịch biến trên $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$ và có giá trị lớn nhất là $-\frac{\Delta}{4a}$ khi $x = -\frac{b}{2a}$.

✦ Bảng biến thiên

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$)	$+\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$+\infty$

x	$-\infty$	$-\frac{b}{2a}$	$+\infty$
$y = ax^2 + bx + c$ ($a < 0$)	$-\infty$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$-\infty$

Ví dụ 1. Hãy tìm tọa độ đỉnh, phương trình trục đối xứng của mỗi parabol sau đây. Tìm giá trị nhỏ nhất hay lớn nhất của mỗi hàm số tương ứng

a). $y = 2(x+3)^2 - 5$.

b). $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

3. Đồ thị.

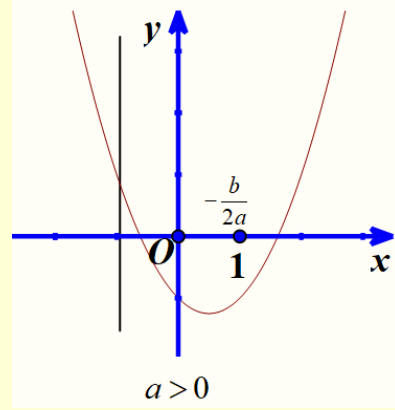
✦ Khi $a > 0$ đồ thị hàm số bậc hai bề lõm hướng lên trên và có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

✦ Khi $a < 0$ đồ thị hàm số bậc hai bề lõm hướng lên trên và có tọa độ đỉnh là $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$

✦ Đồ thị nhận đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$ làm trục đối xứng.

✦ Bảng giá trị tương ứng:

x	$-x_2$	$-x_1$	$-\frac{b}{2a}$	x_1	x_2
$y = ax^2 + bx + c$	$y(-x_2)$	$y(-x_1)$	$-\frac{\Delta}{4a}$	$y(x_1)$	$y(x_2)$



- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .
- Nhận xét sự biến thiên của hàm số trong khoảng $(0;3)$.
- Tìm tập hợp giá trị x sao cho $y \leq 0$.
- Tìm các khoảng của tập xác định để đồ thị (P) nằm hoàn toàn phía trên đường thẳng $y = 8$
- Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$.

[illegible]

Dạng 1. XÁC ĐỊNH HÀM SỐ BẬC HAI

- Gọi hàm số cần tìm là $y = ax^2 + bx + c, a \neq 0$.
- Căn cứ theo giả thiết bài toán để thiết lập và giải hệ phương trình với ẩn a, b, c , từ đó suy ra hàm số cần tìm.

[illegible]

Bài tập 3. Cho hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$). Xác định giá trị của m trong mỗi câu sau

- a). Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(-2;3)$.
- b). Có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$.
- c). Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -10 .

Lời giải

[illegible]

3. Bài tập luyện tập.

Bài 1. Xác định phương trình của Parabol (P): $y = x^2 + bx + c$ trong các trường hợp sau:

- a). (P) đi qua điểm $A(1;0)$ và $B(-2;-6)$
- b). (P) có đỉnh $I(1; 4)$
- c). (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 3 và có đỉnh $S(-2;-1)$.

Lời giải

Bài 2. Tìm Parabol $y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng Parabol đó :

- a). Qua điểm $A(1; 5)$.
- b). Cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2.
- c). Có trục đối xứng $x = -3$.
- d). Có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$.

Lời giải

Bài 3. Xác định phương trình Parabol:

a). $y = ax^2 + bx + 2$ qua $A(1 ; 0)$ và trục đối xứng $x = \frac{3}{2}$.

b). $y = ax^2 + bx + 3$ qua $A(-1 ; 9)$ và trục đối xứng $x = -2$.

c). $y = ax^2 + bx + c$ qua $A(0 ; 5)$ và đỉnh $I (3 ; - 4)$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 1. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết parabol cắt trục Ox tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y = x^2 + 3x - 2$.

B. $y = -x^2 + x - 2$.

C. $y = -x^2 + 3x - 3$.

D. $y = -x^2 + 3x - 2$.

Lời giải.

Câu 2. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có trục đối xứng $x = -3$.

A. $y = x^2 + 3x - 2$.

B. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$.

C. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 3$.

D. $y = \frac{1}{2}x^2 + 3x - 2$.

Lời giải.

Câu 3. Tìm parabol $(P): y = ax^2 + 3x - 2$, biết rằng parabol có đỉnh $I\left(-\frac{1}{2}; -\frac{11}{4}\right)$.

A. $y = x^2 + 3x - 2$.

B. $y = x^2 + x - 4$.

C. $y = 3x^2 + x - 1$.

D. $y = 3x^2 + 3x - 2$.

Lời giải.

Câu 4. Tìm giá trị thực của tham số m để parabol $(P): y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ ($m \neq 0$) có đỉnh thuộc đường thẳng $y = 3x - 1$.

A. $m = 1$.

B. $m = -1$.

C. $m = -6$.

D. $m = 6$.

Lời giải.

Câu 5. Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m sao cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + m$ cắt Ox tại hai điểm phân biệt A, B thỏa mãn $OA = 3OB$. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = 3$.

B. $T = -15$.

C. $T = \frac{3}{2}$.

D. $T = -9$.

Lời giải.

Câu 6. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + 2$, biết rằng (P) đi qua hai điểm $M(1;5)$ và $N(-2;8)$.

- A. $y = 2x^2 + x + 2$. B. $y = x^2 + x + 2$. C. $y = -2x^2 + x + 2$. D. $y = -2x^2 - x + 2$.

Lời giải.

Câu 7. Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-1;-2)$.

- A. $y = 2x^2 - 4x + 4$. B. $y = 2x^2 - 4x$. C. $y = 2x^2 - 3x + 4$. D. $y = 2x^2 + 4x$.

Lời giải.

Câu 8. Xác định parabol $(P): y = 2x^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua điểm $M(0;4)$ và có trục đối xứng $x=1$.

- A. $y = 2x^2 - 4x + 4$. B. $y = 2x^2 + 4x - 3$. C. $y = 2x^2 - 3x + 4$. D. $y = 2x^2 + x + 4$.

Lời giải.

Câu 9. Biết rằng $(P): y = ax^2 - 4x + c$ có hoành độ đỉnh bằng -3 và đi qua điểm $M(-2;1)$. Tính tổng $S = a + c$.

- A. $S = 5$. B. $S = -5$. C. $S = 4$. D. $S = 1$.

Lời giải.

Câu 10. Biết rằng $(P): y = ax^2 + bx + 2$ ($a > 1$) đi qua điểm $M(-1;6)$ và có tung độ đỉnh bằng $-\frac{1}{4}$.

Tính tích $T = ab$.

- A. $P = -3$. B. $P = -2$. C. $P = 192$. D. $P = 28$.

Lời giải.

Câu 11. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua ba điểm $A(1;1)$, $B(-1;-3)$ và $O(0;0)$.

A. $y = x^2 + 2x$.

B. $y = -x^2 - 2x$.

C. $y = -x^2 + 2x$.

D. $y = x^2 - 2x$.

Lời giải.

Câu 12. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) cắt trục Ox tại hai điểm có hoành độ lần lượt là -1 và 2 , cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -2 .

A. $y = -2x^2 + x - 2$.

B. $y = -x^2 + x - 2$.

C. $y = \frac{1}{2}x^2 + x - 2$.

D. $y = x^2 - x - 2$.

Lời giải.

Câu 13. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh $I(-2;-1)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -3 .

A. $y = x^2 - 2x - 3$.

B. $y = -\frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$.

C. $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 3$.

D. $y = -x^2 - 2x - 3$.

Lời giải.

Câu 14. Biết rằng $(P): y = ax^2 + bx + c$, đi qua điểm $A(2;3)$ và có đỉnh $a \neq 0$ Tính tổng $S = a^2 + b^2 + c^2$.

A. $S = 2$.

B. $S = 4$.

C. $S = 6$.

D. $S = 14$.

Lời giải.

Câu 15. Xác định parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) có đỉnh thuộc trục hoành và đi qua hai điểm $M(0;1)$, $N(2;1)$.

A. $y = x^2 - 2x + 1$.

B. $y = x^2 - 3x + 1$.

C. $y = x^2 + 2x + 1$.

D. $y = x^2 + 3x + 1$.

Lời giải.

Câu 16. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$, biết rằng (P) đi qua $M(-5;6)$ và cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 . Hệ thức nào sau đây đúng?

A. $a = 6b$.

B. $25a - 5b = 8$.

C. $b = -6a$.

D. $25a + 5b = 8$.

Lời giải.

Câu 17. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất bằng 4 tại $x = 2$ và có đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;6)$. Tính tích $P = abc$.

A. $P = -6$.

B. $P = 6$.

C. $P = -3$.

D. $P = \frac{3}{2}$.

[illegible]

A. $S = -1$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = 2$.

[illegible]

A. $S = -1$. **B.** $S = 1$. **C.** $S = 13$. **D.** $S = 14$.

Câu 20. Biết rằng hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) đạt giá trị lớn nhất bằng $\frac{1}{4}$ tại $x = \frac{3}{2}$ và tổng lập phương các nghiệm của phương trình $y = 0$ bằng 9. Tính $P = abc$.

A. $P = 0$.

B. $P = 6$.

C. $P = 7$.

D. $P = -6$.

Lời giải.

Dạng 2. XÉT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ BẬC HAI

1. Phương pháp.

Để vẽ đường parabol $y = ax^2 + bx + c$ ta thực hiện các bước như sau:

- Xác định tọa độ đỉnh $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$.
- Xác định trục đối xứng $x = -\frac{b}{2a}$ và hướng bề lõm của parabol.
- Xác định một số điểm cụ thể của parabol (chẳng hạn, giao điểm của parabol với các trục tọa độ và các điểm đối xứng với chúng qua trục trục đối xứng).
- Căn cứ vào tính đối xứng, bề lõm và hình dáng parabol để vẽ parabol.

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 4. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

a). $y = x^2 + 3x + 2$

b). $y = -x^2 + 2\sqrt{2}x$

Lời giải

[illegible]

- a). Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số trên
- b). Sử dụng đồ thị để biện luận theo tham số m số điểm chung của đường thẳng $y = m$ và đồ thị hàm số trên
- c). Sử dụng đồ thị, hãy nêu các khoảng trên đó hàm số chỉ nhận giá trị dương
- d). Sử dụng đồ thị, hãy tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-1; 5]$

[illegible]

[illegible]

3. Bài tập luyện tập.

Bài 4. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số sau

a). $y = x^2 - 3x + 2$

b). $y = -2x^2 + 4x$

Lời giải

This image shows a full page of white paper with horizontal dashed lines, typical of primary school writing paper. The lines are evenly spaced and run across the width of the page. There are no margins, text, or other markings on the paper.

Bài 5. Cho hàm số $y = -x^2 - 2x + 3$

- Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị các hàm số trên
- Tìm m để đồ thị hàm số trên cắt đường thẳng $y = m$ tại hai điểm phân biệt
- Sử dụng đồ thị, hãy nêu các khoảng trên đó hàm số chỉ nhận giá trị âm
- Sử dụng đồ thị, hãy tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $[-3; 1]$

Lời giải

Bài 6. Cho hàm số $y = -x^2 + 5x - 4$, có đồ thị là (P) .

a). Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

b). Dựa vào đồ thị trên, biện luận của m số nghiệm của phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$.

c). Tìm m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm $x \in [1; 5]$.

Lời giải

4. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 21. Hàm số $y = 2x^2 + 4x - 1$

- A. đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và nghịch biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- B. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -2)$ và đồng biến trên khoảng $(-2; +\infty)$.
- C. đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.
- D. nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -1)$ và đồng biến trên khoảng $(-1; +\infty)$.

Lời giải.

Câu 22. Cho hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$. Khẳng định nào sau đây sai?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 2)$.
- B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(4; +\infty)$ và đồng biến trên khoảng $(-\infty; 4)$.
- C. Trên khoảng $(-\infty; -1)$ hàm số đồng biến.
- D. Trên khoảng $(3; +\infty)$ hàm số nghịch biến.

Lời giải.

Câu 23. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$?

A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$.

B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.

C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$.

D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

Lời giải.

Câu 24. Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-1; +\infty)$?

A. $y = \sqrt{2}x^2 + 1$.

B. $y = -\sqrt{2}x^2 + 1$.

C. $y = \sqrt{2}(x+1)^2$.

D. $y = -\sqrt{2}(x+1)^2$.

Lời giải.

Câu 25. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a > 0$). Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{b}{2a}; +\infty\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; -\frac{b}{2a}\right)$.

C. Đồ thị của hàm số có trục đối xứng là đường thẳng $x = -\frac{b}{2a}$.

D. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

Lời giải.

Câu 26. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị (P) như hình bên.

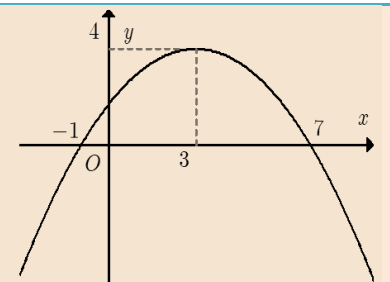
Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty; 3)$.

B. (P) có đỉnh là $I(3; 4)$.

C. (P) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1.

D. (P) cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.



Lời giải.

Câu 27. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) có đồ thị (P) . Tọa độ đỉnh của (P) là

- A. $I\left(-\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$. B. $I\left(-\frac{b}{a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. C. $I\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$. D. $I\left(\frac{b}{2a}; \frac{\Delta}{4a}\right)$.

Lời giải.

Câu 28. Trục đối xứng của parabol $(P): y = 2x^2 + 6x + 3$ là

- A. $x = -\frac{3}{2}$. B. $y = -\frac{3}{2}$. C. $x = -3$. D. $y = -3$.

Lời giải.

Câu 29. Trục đối xứng của parabol $(P): y = -2x^2 + 5x + 3$ là

- A. $x = -\frac{5}{2}$. B. $x = -\frac{5}{4}$. C. $x = \frac{5}{2}$. D. $x = \frac{5}{4}$.

Lời giải.

Câu 30. Trong các hàm số sau, hàm số nào có đồ thị nhận đường $x = 1$ làm trục đối xứng?

- A. $y = -2x^2 + 4x + 1$. B. $y = 2x^2 + 4x - 3$. C. $y = 2x^2 - 2x - 1$. D. $y = x^2 - x + 2$.

Lời giải.

Câu 31. Đỉnh của parabol $(P): y = 3x^2 - 2x + 1$ là

- A. $I\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$. B. $I\left(-\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. C. $I\left(\frac{1}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $I\left(\frac{1}{3}; \frac{2}{3}\right)$.

Lời giải.

Câu 32. Hàm số nào sau đây có đồ thị là parabol có đỉnh $I(-1; 3)$?

- A. $y = 2x^2 - 4x - 3$. B. $y = 2x^2 - 2x - 1$. C. $y = 2x^2 + 4x + 5$. D. $y = 2x^2 + x + 2$.

Lời giải.

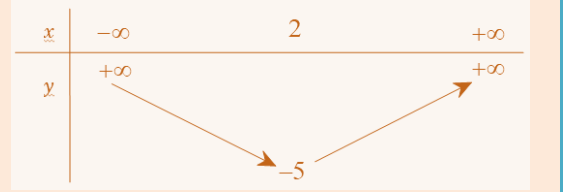
Câu 33. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

A. $y = -x^2 + 4x - 9$.

B. $y = x^2 - 4x - 1$.

C. $y = -x^2 + 4x$.

D. $y = x^2 - 4x - 5$.



Lời giải.

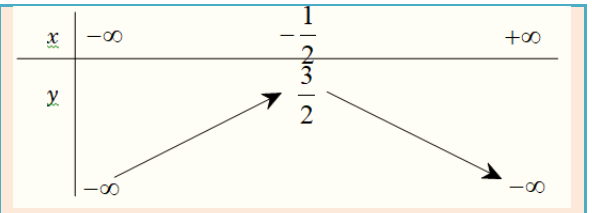
Câu 34. Bảng biến thiên ở dưới là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số được cho ở bốn phương án A, B, C, D sau đây?

A. $y = 2x^2 + 2x - 1$.

B. $y = 2x^2 + 2x + 2$.

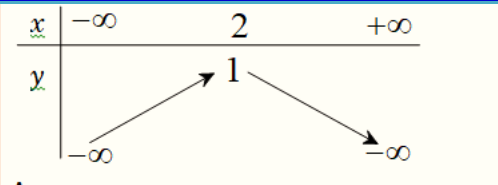
C. $y = -2x^2 - 2x$.

D. $y = -2x^2 - 2x + 1$.

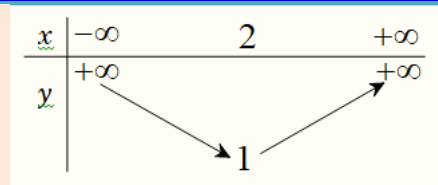


Lời giải.

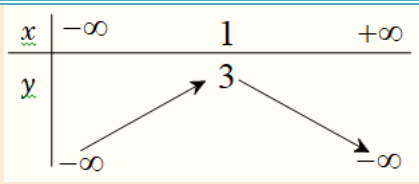
Câu 35. Bảng biến thiên của hàm số $y = -2x^2 + 4x + 1$ là bảng nào trong các bảng cho sau đây ?



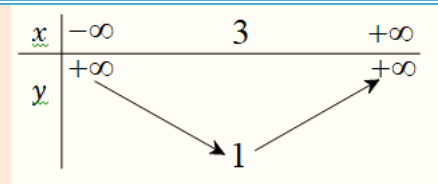
A.



B.



C.



D.

Lời giải.

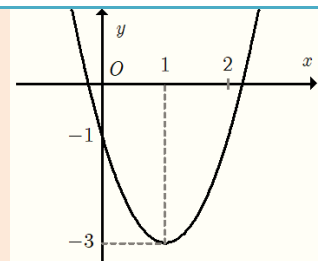
Câu 36. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y = x^2 - 4x - 1$.

B. $y = 2x^2 - 4x - 1$.

C. $y = -2x^2 - 4x - 1$.

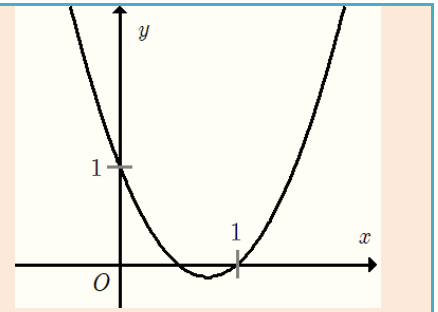
D. $y = 2x^2 - 4x + 1$.



Lời giải.

Câu 37. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

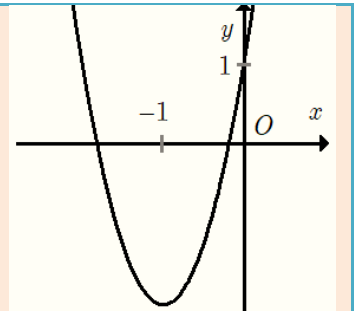
- A. $y = -x^2 + 3x - 1$.
- B. $y = -2x^2 + 3x - 1$.
- C. $y = 2x^2 - 3x + 1$.
- D. $y = x^2 - 3x + 1$.



Lời giải.

Câu 38. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

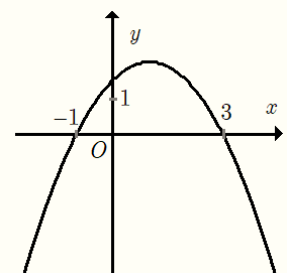
- A. $y = -3x^2 - 6x$.
- B. $y = 3x^2 + 6x + 1$.
- C. $y = x^2 + 2x + 1$.
- D. $y = -x^2 - 2x + 1$.



Lời giải.

Câu 39. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

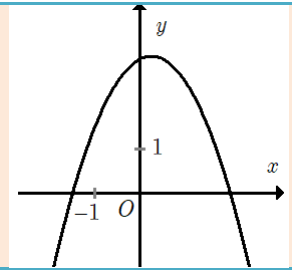
- A. $y = x^2 - 2x + \frac{3}{2}$.
- B. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{5}{2}$.
- C. $y = x^2 - 2x$.
- D. $y = -\frac{1}{2}x^2 + x + \frac{3}{2}$.



Lời giải.

Câu 40. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

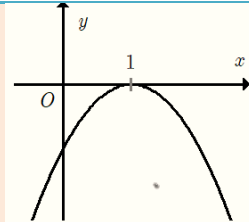
- A. $y = -2x^2 + x - 1$. B. $y = -2x^2 + x + 3$.
C. $y = x^2 + x + 3$. D. $y = -x^2 + \frac{1}{2}x + 3$.



Lời giải.

Câu 41. Đồ thị hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

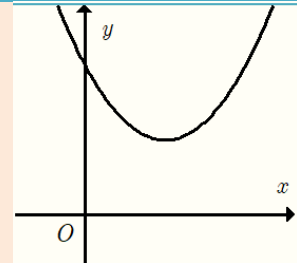
- A. $y = -x^2 + 2x$. B. $y = -x^2 + 2x - 1$.
C. $y = x^2 - 2x$. D. $y = x^2 - 2x + 1$.



Lời giải.

Câu 42. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

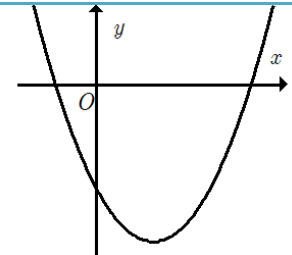
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0$.
D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

Câu 43. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

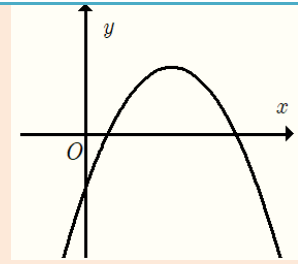
- A. $a > 0, b < 0, c < 0$.
B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
C. $a > 0, b > 0, c > 0$.
D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

Câu 44. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $a > 0, b > 0, c < 0$.
- B. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- C. $a < 0, b > 0, c < 0$.
- D. $a < 0, b > 0, c > 0$.



Lời giải.

.....

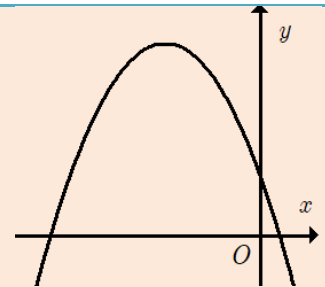
.....

.....

.....

Câu 45. Cho hàm số $y = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng ?

- A. $a > 0, b < 0, c > 0$.
- B. $a < 0, b < 0, c < 0$.
- C. $a < 0, b > 0, c > 0$.
- D. $a < 0, b < 0, c > 0$.



Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 46. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi (P) hoàn toàn nằm phía trên trục hoành.

- A. $a > 0, \Delta > 0$.
- B. $a > 0, \Delta < 0$.
- C. $a < 0, \Delta < 0$.
- D. $a < 0, \Delta > 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Câu 47. Cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$).

Xét dấu hệ số a và biệt thức Δ khi cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và có đỉnh nằm phía trên trục hoành.

- A. $a > 0, \Delta > 0$.
- B. $a > 0, \Delta < 0$.
- C. $a < 0, \Delta < 0$.
- D. $a < 0, \Delta > 0$.

Lời giải.

.....

.....

.....

.....

Dạng 3. ĐỒ THỊ CỦA HÀM SỐ CHO BỞI NHIỀU CÔNG THỨC VÀ HÀM SỐ TRỊ TUYỆT ĐỐI

1. Phương pháp.

A. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} f_1(x) & \text{khi } x \geq x_1 \quad (C_1) \\ f_2(x) & \text{khi } x < x_2 \quad (C_2) \end{cases}$.

Ta vẽ đồ thị của hàm số (C) như sau:

- Vẽ đồ thị hàm số $(C_1): y = f_1(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm bên phải* đường thẳng $x = x_1$ (*bỏ phần bên trái* nhé).
- Vẽ đồ thị hàm số $(C_2): y = f_2(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm bên trái* đường thẳng $x = x_2$ (*bỏ phần bên phải* nhé).
- Đồ thị đồ thị của hàm số (C) là hợp của hai đồ thị (C_1) và (C_2) .

B. Cho hàm số $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \geq 0 \quad (C_1) \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \quad (C_2) \end{cases}$.

Ta vẽ đồ thị của hàm số (C) như sau:

- Vẽ đồ thị hàm số $(C_1): y = f(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm trên* Ox (*bỏ phần bên dưới* Ox nhé).
- Vẽ đồ thị hàm số $(C_2): y = -f(x)$ đối xứng với phần đồ thị *nằm bên phần bên dưới* Ox qua Ox).

C. Cho hàm số $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \geq 0 \quad (C_1) \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \quad (C_2) \end{cases}$.

Ta vẽ đồ thị của hàm số (C) như sau:

- Vẽ đồ thị hàm số $(C_1): y = f_1(x)$ rồi lấy phần đồ thị *nằm bên phải* Oy (*bỏ phần bên trái* nhé).
- Vẽ đồ thị hàm số $(C_2): y = f_2(x)$ đối xứng với (C_1) qua Oy.
- Đồ thị đồ thị của hàm số (C) là hợp của hai đồ thị (C_1) và (C_2) .

2. Bài tập minh họa.

Bài tập 6. Vẽ đồ thị của hàm số sau

a). $y = \begin{cases} x-2 & \text{khi } x \geq 2 \\ -x^2+2x & \text{khi } x < 2 \end{cases}$

b) $y = |x^2 - x - 2|$

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

d). $y = |x^2 - 4x - 3||x - 2| + 6| - 1$

b). $y = |-x^2 + 2x + 3|$

Tel: 0935.660.880

This image shows a full page of a handwriting practice worksheet. It consists of multiple rows of horizontal dashed lines spaced evenly down the page, providing a guide for letter height and placement. The background is plain white, and there are no other markings or text present.

a). $y = -x^2 - 2|x| + 3$

$$\text{b). } y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 3 & \text{ khi } x \geq 1 \\ -x^2 - 2|x| + 3 & \text{ khi } x < 1 \end{cases}$$

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 9. Vẽ đồ thị hàm số $y = \begin{cases} -x + 4 & \text{khi } x < 1 \\ x^2 - 4x + 3 & \text{khi } x \geq 1 \end{cases}$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài 10. Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x - 3$. Từ đó suy ra đồ thị của các hàm số
a). $y = |x^2 + 2x - 3|$. **b).** $y = x^2 + 2|x| - 3$.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

[illegible]

Bài 11. Cho hàm số $y = x^2 - 6x + 8$, có đồ thị là (P) .

a) . Lập bảng biến thiên và vẽ đồ thị (P) .

b). Biện luận theo m số nghiệm của phương trình $(x-4)|x-2|+m=0$.

Lời giải

[illegible]

5. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 48. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $-2x^2 - 4x + 3 = m$ có nghiệm.

- A. $1 \leq m \leq 5$. B. $-4 \leq m \leq 0$. C. $0 \leq m \leq 4$. D. $m \leq 5$.

Lời giải.

Câu 49. Tìm giá trị thực của m để phương trình $|2x^2 - 3x + 2| = 5m - 8x - 2x^2$ có nghiệm duy nhất.

- A. $m = \frac{7}{40}$. B. $m = \frac{2}{5}$. C. $m = \frac{107}{80}$. D. $m = \frac{7}{80}$.

Lời giải.

Câu 50. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $x^4 - 2x^2 + 3 - m = 0$ có nghiệm.

- A. $m \geq 3$. B. $m \geq -3$. C. $m \geq 2$. D. $m \geq -2$.

Lời giải.

Câu 51. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

- A. $m = 7$. B. $m = -7$. C. $m = -1, m = -7$. D. $m = -1$.

Lời giải.

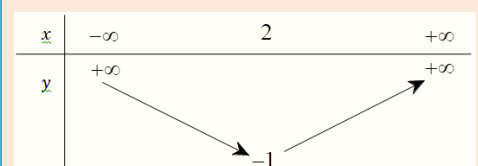
Câu 52. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm giá trị thực của tham số m để d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

- A. $m = 2$. B. $m = -2$. C. $m = 4$. D. Không có m .

Lời giải.

Câu 53. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có bảng biến thiên như sau: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) - 1 = m$ có đúng hai nghiệm.

- A. $m > -1$. B. $m > 0$.
C. $m > -2$. D. $m \geq -1$.



Lời giải.

Câu 54. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2 - 5x + 7 + 2m = 0$ có nghiệm thuộc đoạn $[1;5]$.

A. $\frac{3}{4} \leq m \leq 7.$

B. $-\frac{7}{2} \leq m \leq -\frac{3}{8}.$

C. $3 \leq m \leq 7.$

D. $\frac{3}{8} \leq m \leq \frac{7}{2}.$

Lời giải.

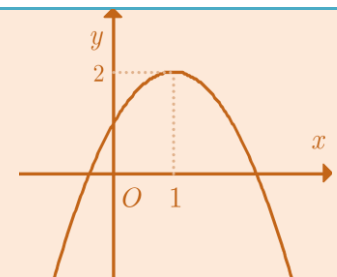
Câu 55. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) + m - 2018 = 0$ có duy nhất một nghiệm.

A. $m = 2015.$

B. $m = 2016.$

C. $m = 2017.$

D. $m = 2019.$



Lời giải.

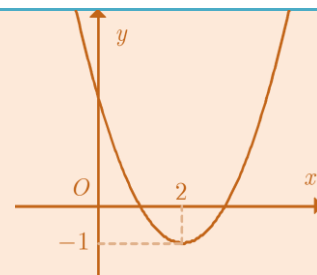
Câu 56. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $|f(x)| = m$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

A. $0 < m < 1$.

B. $m > 3$.

C. $m = -1, m = 3$.

D. $-1 < m < 0$.



Lời giải.

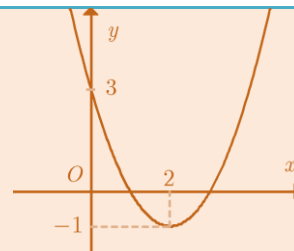
Câu 57. Cho hàm số $f(x) = ax^2 + bx + c$ đồ thị như hình bên. Hỏi với những giá trị nào của tham số thực m thì phương trình $f(|x|) - 1 = m$ có đúng 3 nghiệm phân biệt.

A. $m = 3$.

B. $m > 3$.

C. $m = 2$.

D. $-2 < m < 2$.



Lời giải.

Dạng 3. XÉT TƯƠNG GIAO CỦA HAI ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Phương pháp .

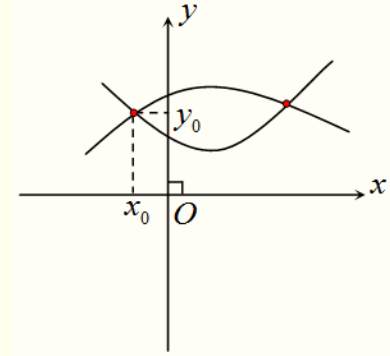
Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C_1) và $y = g(x)$ có đồ thị (C_2) .

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_1) và (C_2) là

$$f(x) = g(x) \Leftrightarrow F(x) = Ax^2 + Bx + C = 0 \quad (1).$$

Khi đó:

- Số giao điểm của (C_1) và (C_2) bằng với số nghiệm của phương trình (1).
- Nghiệm x_0 của phương trình (1) chính là hoành độ x_0 của giao điểm.
- Để tính tung độ y_0 của giao điểm, ta thay hoành độ x_0 vào $y = f(x)$ hoặc $y = g(x)$.
- Điểm $M(x_0; y_0)$ là giao điểm của (C_1) và (C_2) .
- **Nhận xét:**
 - Nếu (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm phân biệt thì $\Delta > 0$.
 - Nếu (C_1) cắt (C_2) tại hai điểm thì $\Delta \geq 0$.
 - Nếu (C_1) cắt (C_2) tại một điểm thì $\Delta = 0$.
 - Nếu (C_1) không cắt (C_2) thì $\Delta < 0$.



2. Bài tập minh họa.

Bài tập 8. Tìm tọa độ giao điểm của các cặp đồ thị của các hàm số sau

a). $y = 2x - 3$ và $y = x^2 - 5x + 9$.

b). $y = 2x^2 + x - 3$ và $y = -x^2 + 3x + 2$.

Lời giải

Bài tập 9. Cho parabol $(P): y = -x^2 + 4x - 2$ và đường thẳng $d: y = -2x + 3m$. Tìm các giá trị m để

- d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B . Tìm tọa độ trung điểm của AB .
- d và (P) có một điểm chung duy nhất. Tìm tọa độ điểm chung này.
- d không cắt (P) .
- d và (P) có một giao điểm nằm trên đường thẳng $y = -2$.

Lời giải

Bài tập 10. Cho parabol $(P): y = x^2 - 4x + 3$ và đường thẳng $d: y = mx + 3$. Tìm các giá trị của m

a). d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác OAB bằng $\frac{9}{2}$.

b). d cắt (P) tại hai điểm phân biệt A, B có hoành độ x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^3 + x_2^3 = 8$.

Lời giải

Bài tập 11. Chứng minh rằng với mọi m , đồ thị của mỗi hàm số sau luôn cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt và đỉnh I của đồ thị luôn chạy trên một đường thẳng cố định.

a). $y = x^2 - mx + \frac{m^2}{4} - 1$.

b). $y = x^2 - 2mx + m^2 - 1$.

Lời giải

Bài tập 12. Chứng minh rằng với mọi m , đồ thị hàm số $y = mx^2 + 2(m-2)x - 3m + 1$ luôn đi qua hai điểm cố định.

Lời giải

Bài tập 13. Chứng minh rằng các parabol sau luôn tiếp xúc với một đường thẳng cố định.

a). $y = 2x^2 - 4(2m-1)x + 8m^2 - 3$.

b). $y = mx^2 - (4m-1)x + 4m - 1 \quad (m \neq 0)$.

Lời giải

Bài tập 14. Chứng minh rằng các đường thẳng sau luôn tiếp xúc với một parabol cố định.

b). $y = (4m - 2)x - 4m^2 - 2 \quad \left(m \neq \frac{1}{2} \right).$

This image shows a blank sheet of white paper designed for handwriting practice. It features two vertical columns of horizontal dashed lines. Each column contains 10 rows of these lines, providing a guide for letter height and placement. The lines are evenly spaced and extend across the width of each respective column.

D. $M(-3;1), N(3;-5)$.

D. -15.

D. $y = -x + 1$.

Tel: 0935.660.880

Câu 61. Parabol $(P): y = x^2 + 4x + 4$ có số điểm chung với trục hoành là

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

Lời giải:

Câu 62. Giao điểm của hai parabol $y = x^2 - 4$ và $y = 14 - x^2$ là:

- A. $(2;10)$ và $(-2;10)$. B. $(\sqrt{14};10)$ và $(-14;10)$.
C. $(3;5)$ và $(-3;5)$. D. $(\sqrt{18};14)$ và $(-\sqrt{18};14)$.

Lời giải:

Câu 63. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số b để đồ thị hàm số $y = -3x^2 + bx - 3$ cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt.

- A. $\begin{cases} b < -6 \\ b > 6 \end{cases}$. B. $-6 < b < 6$. C. $\begin{cases} b < -3 \\ b > 3 \end{cases}$. D. $-3 < b < 3$.

Lời giải:

Câu 64. Cho parabol $(P): y = x^2 + x + 2$ và đường thẳng $d: y = ax + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của a để (P) tiếp xúc với d .

A. $a = -1; a = 3$.

B. $a = 2$.

C. $a = 1; a = -3$.

D. Không tồn tại a .

Lời giải:

Câu 65. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol không cắt Ox .

A. $m < 2$.

B. $m > 2$.

C. $m \geq 2$.

D. $m \leq 2$.

Lời giải.

Câu 66. Cho parabol $(P): y = x^2 - 2x + m - 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để parabol cắt Ox tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $1 < m < 2$.

B. $m < 2$.

C. $m > 2$.

D. $m < 1$.

Lời giải.

Câu 67. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = mx$ cắt đồ thị hàm số $(P): y = x^3 - 6x^2 + 9x$ tại ba điểm phân biệt.

A. $m > 0$ và $m \neq 9$.

B. $m > 0$.

C. $m < 18$ và $m \neq 9$.

D. $m > 18$.

Lời giải.

Dạng 4. CHỨNG MINH BẤT ĐẲNG THỨC VÀ TÌM GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT, LỚN NHẤT

3. Phương pháp .

Dựa vào đồ thị (bảng biến thiên) của hàm số $y = ax^2 + bx + c$ ($a \neq 0$) ta thấy:

Nó đạt giá trị lớn nhất, nhỏ nhất trên $[\alpha; \beta]$ tại điểm $x = \alpha$ hoặc $x = \beta$ hoặc $x = -\frac{b}{2a}$. Cụ thể:

Trường hợp 1: $a > 0$

➤ Nếu $-\frac{b}{2a} \in [\alpha; \beta] \Rightarrow \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = f(-\frac{b}{2a}); \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = \max \{f(\alpha), f(\beta)\}$

➤ Nếu $-\frac{b}{2a} \notin [\alpha; \beta] \Rightarrow \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = \min \{f(\alpha), f(\beta)\}; \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = \max \{f(\alpha), f(\beta)\}$

Trường hợp 2: $a < 0$:

➤ Nếu $-\frac{b}{2a} \in [\alpha; \beta] \Rightarrow \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = f(-\frac{b}{2a}); \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = \min \{f(\alpha), f(\beta)\}$

➤ Nếu $-\frac{b}{2a} \notin [\alpha; \beta] \Rightarrow \min_{[\alpha; \beta]} f(x) = \min \{f(\alpha), f(\beta)\}; \max_{[\alpha; \beta]} f(x) = \max \{f(\alpha), f(\beta)\}$

4. Bài tập minh họa.

Bài tập 15. Tìm giá trị lớn nhất, bé nhất (nếu có) của các hàm số sau

a). $y = 7x^2 - 3x + 10$.

b). $y = -2x^2 - x + 1$.

Lời giải

Bài tập 16. Tìm giá trị lớn nhất, bé nhất (nếu có) của các hàm số sau

a). $y = x^2 - 3x$ với $0 \leq x \leq 2$.

b). $y = -x^2 - 4x + 3$ với $0 \leq x \leq 4$.

Lời giải

Bài tập 17. Tìm tất cả các giá trị của a sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số

$y = f(x) = 4x^2 - 4ax + (a^2 - 2a + 2)$ trên đoạn $[0; 2]$ là bằng 3.

Lời giải

Bài tập 18. Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất (nếu có) của các hàm số sau

a). $y = x(x+1)(x-2)(x-3)$.

b). $y = (2x-1)^2 - 4|2x-1| + 3$.

Lời giải

Bài tập 19. Cho phương trình $x^2 + 2(m+3)x + m^2 - 3 = 0$, m là tham số.

Tìm m để phương trình có hai nghiệm x_1, x_2 và $P = 5(x_1 + x_2) - 2x_1x_2$ giá trị lớn nhất.

Lời giải

5.3. Bài tập luyện tập

Bài 12. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số

a). $y = x^4 - 2x^2$ trên $[-2;1]$

b). $y = x^4 + 2x^3 - x$ trên $[-1;1]$.

Lời giải

Bài 13. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y = \sqrt[3]{x^4 + 2x^2 + 1} - 3\sqrt[3]{x^2 + 1} + 1$

Lời giải

Bài 14. Tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 - 4x^2 - 1$ trên $[-1;2]$.

Lời giải

Bài 15. Cho các số thực a, b thoả mãn $ab \neq 0$.

Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $P = \frac{a^2}{b^2} + \frac{b^2}{a^2} - \frac{a}{b} - \frac{b}{a} + 1$.

Lời giải

Bài 16. Cho các số x, y thoả mãn: $x^2 + y^2 = 1 + xy$. Chứng minh rằng $\frac{1}{9} \leq x^4 + y^4 - x^2y^2 \leq \frac{3}{2}$.

Lời giải

Bài 17. ho x, y là các số thực thoả mãn: $2(x^2 + y^2) = xy + 1$.

Chứng minh rằng : $\frac{18}{25} \leq 7(x^4 + y^4) + 4x^2y^2 \leq \frac{70}{33}$.

Lời giải

Bài 18. Cho các số thực không âm x, y thay đổi và thoả mãn $x + y = 1$. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $S = (4x^2 + 3y)(4y^2 + 3x) + 25xy$.

Lời giải

7. Câu hỏi trắc nghiệm.

Câu 68. Tìm giá trị nhỏ nhất $y_{\min}$ của hàm số $y = x^2 - 4x + 5$.

A. $y_{\min} = 0$.

B. $y_{\min} = -2$.

C. $y_{\min} = 2$.

D. $y_{\min} = 1$.

Lời giải.

Câu 69. Tìm giá trị lớn nhất $y_{\max}$ của hàm số $y = -\sqrt{2}x^2 + 4x$.

A. $y_{\max} = \sqrt{2}$.

B. $y_{\max} = 2\sqrt{2}$.

C. $y_{\max} = 2$.

D. $y_{\max} = 4$.

Lời giải.

Câu 70. Hàm số nào sau đây đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = \frac{3}{4}$?

A. $y = 4x^2 - 3x + 1$.

B. $y = -x^2 + \frac{3}{2}x + 1$.

C. $y = -2x^2 + 3x + 1$.

D. $y = x^2 - \frac{3}{2}x + 1$.

Lời giải.

Câu 71. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 3x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. $M = 0; m = -\frac{9}{4}$.

B. $M = \frac{9}{4}; m = 0$.

C. $M = -2; m = -\frac{9}{4}$.

D. $M = 2; m = -\frac{9}{4}$.

Lời giải.

Câu 72. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = -x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[0; 4]$.

A. $M = 4; m = 0$.

B. $M = 29; m = 0$.

C. $M = 3; m = -29$.

D. $M = 4; m = 3$.

Lời giải.

Câu 73. Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = f(x) = x^2 - 4x + 3$ trên đoạn $[-2; 1]$.

A. $M = 15; m = 1$. B. $M = 15; m = 0$.

C. $M = 1; m = -2$. D. $M = 0; m = -15$.

Lời giải.

Câu 74. Tìm giá trị thực của tham số $m \neq 0$ để hàm số $y = mx^2 - 2mx - 3m - 2$ có giá trị nhỏ nhất bằng -10 trên $\mathbb{R}$.

A. $m = 1$.

B. $m = 2$.

C. $m = -2$.

D. $m = -1$.

Lời giải.

Câu 75. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x) = 4x^2 - 4mx + m^2 - 2m$ trên đoạn $[-2; 0]$ bằng 3. Tính tổng T các phần tử của S .

A. $T = -\frac{3}{2}$.

B. $T = \frac{1}{2}$.

C. $T = \frac{9}{2}$.

D. $T = \frac{3}{2}$.

Lời giải.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

Bài tập 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x+3} & \text{khi } x \geq 1 \\ \sqrt{2-x} & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

a). Tính $f(-2); f(2)$

b). Tìm x , sao cho $f(x) = 3$

Lời giải

Bài tập 2. Tìm tập xác định của hàm số sau

a). $y = \frac{x^2 + 2}{x^2 - 7x - 8}$

b). $y = \frac{1}{\sqrt{2-x}} + \frac{x-2}{x-5}$

Lời giải

Bài tập 3. Xét tính chẵn lẻ của hàm số

a). $y = \frac{x + \sqrt[3]{x}}{x^6 - x^4 + x^2 - 1}$

b). $y = \frac{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}}{|x-1| - |1+x|}$

Lời giải

Bài tập 4. Xác định a và b để đồ thị của hàm số $y = ax + b$ cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng 3 và đi qua điểm $A(-2;1)$.

Lời giải

Bài tập 5. Cho hàm số $y = -x^2 + mx - 4$ (m là tham số)

a). Với $m = 5$, hãy vẽ đồ thị hàm số trên.

b). Tìm m sao cho đồ thị của hàm số nói trên là parabol nhận đường thẳng $x = 2$ làm trục đối xứng.

Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 6. Tìm giá trị của m để hàm số $y = \frac{3x+1}{x^2-2x+m-3}$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Lời giải

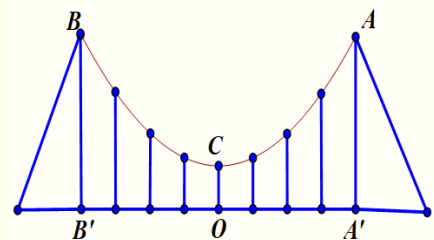
.....

.....

.....

.....

Bài tập 7. Dây truyền đỡ nền cầu treo có dạng Parabol ACB như hình vẽ. Đầu cuối của dây được gắn chặt vào điểm A và B trên trục AA' và BB' với độ cao $30m$. Chiều dài nhịp $A'B' = 200m$. Độ cao ngắn nhất của dây truyền trên nền cầu là $OC = 5m$. Xác định chiều dài các dây cáp treo (thanh thẳng đứng nối nền cầu với dây truyền)?



Lời giải

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Bài tập 8. Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x|x-2|$ tại điểm một điểm duy nhất.

Lời giải

Bài tập 9. Cho f là hàm số lẻ và đồng biến trên $\mathbb{R}$. a, b, c là các số thực thỏa mãn $a + b + c = 0$. Chứng minh rằng $f(a).f(b) + f(b).f(c) + f(c).f(a) \leq 0$.

Lời giải

Bài tập 10. Một chiếc cổng hình parabol có phương trình $y = -\frac{1}{2}x^2$.

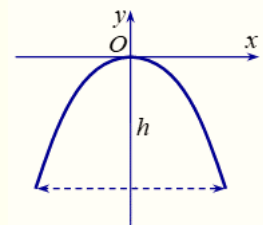
Biết cổng có chiều rộng $d = 5$ mét (như hình vẽ). Hãy tính chiều cao h của cổng.

A. $h = 4,45$ mét.

B. $h = 3,125$ mét.

C. $h = 4,125$ mét.

D. $h = 3,25$ mét.



Lời giải

Bài tập 11. Một cửa hàng buôn giày nhập một đôi với giá là 40 đôla. Cửa hàng ước tính rằng nếu đôi giày được bán với giá x đôla thì mỗi tháng khách hàng sẽ mua $(120 - x)$ đôi. Hỏi cửa hàng bán một đôi giày giá bao nhiêu thì thu được nhiều lãi nhất?

- A. 80 USD. B. 160 USD. C. 40 USD. D. 240 USD.

Lời giải

Bài tập 12. Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh học thấy rằng: Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 360 - 10n$ (gam). Hỏi phải thả bao nhiêu con cá trên một đơn vị diện tích để trọng lượng cá sau một vụ thu được nhiều nhất?

- A. 12. B. 18. C. 36. D. 40.

Lời giải

Bài tập 13. Khi quả bóng được đá lên, nó sẽ đạt độ cao nào đó rồi rơi xuống đất. Biết rằng quỹ đạo của quả là một cung parabol trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oth , trong đó t là thời gian (tính bằng giây), kể từ khi quả bóng được đá lên; h là độ cao (tính bằng mét) của quả bóng. Giả thiết rằng quả bóng được đá lên từ độ cao 1,2m. Sau đó 1 giây, nó đạt độ cao 8,5m và 2 giây sau khi đá lên, nó ở độ cao 6m. Hãy tìm hàm số bậc hai biểu thị độ cao h theo thời gian t và có phần đồ thị trùng với quỹ đạo của quả bóng trong tình huống trên.

- A. $y = 4,9t^2 + 12,2t + 1,2$. B. $y = -4,9t^2 + 12,2t + 1,2$.
C. $y = -4,9t^2 + 12,2t - 1,2$. D. $y = -4,9t^2 - 12,2t + 1,2$.

Lời giải

.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	
.....	