ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

PHIÊN BẢN ĐẶC BIỆT

HÀM SỐ

* CÓ ĐÁP ÁN VÀ LỜI GIẢI CHI TIẾT
* CẬP NHẬT THÊM NHIỀU DẠNG TOÁN MỚI
* KIẾN THỨC TỪ CƠ BẢN ĐẾN NÂNG CAO
* CHIA PHẦN BÀI TẬP VÀ LỜI GIẢI RIÊNG

ÔN THI THPT QUỐC GIA

HÀM SỐ VÀ ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM

CHỦ ĐỀ 1: TÍNH ĐƠN ĐIỆU
Dạng 1: Lý thuyết về tính đơn điệu của hàm số
Dạng 2: Nhận dạng BBT, nhận dạng hàm số
Dạng 3: Xét tính đơn điệu của hàm số (Biết đồ thị, BBT)
Dạng 4: Xét tính đơn điệu của hàm số (biết y, y')
Dạng 5: Điều kiện để hàm số bậc ba đơn điệu trên khoảng K
Dạng 6: Điều kiện để hàm số - nhất biến đơn điệu trên khoảng K
Dạng 7: Điều kiện để hàm số trùng phương đơn điệu trên khoảng K
Dạng 8: Điều kiên để hàm số phân thức (khác) đơn điệu trên khoảng K
Dạng 9: Điều kiện để hàm số lượng giác đơn điệu trên khoảng K
Dạng 10: Điều kiện để hàm số vô tỷ, hàm số khác đơn điệu trên K
Dạng 11: Ứng dụng phương pháp hàm số vào đại số

CHỦ ĐỀ 2: CỰC TRỊ
Dạng 1: Dạng toán khác về cực trị
Dạng 2: Lý thuyết về cực trị của hàm số
Dạng 3: Nhận dạng BBT, nhận dạng hàm số
Dạng 4: Đếm số điểm cực trị (Biết đồ thị, BBT)
Dạng 5: Đếm số điểm cực trị (Biết y, y')
Dạng 6: Tìm cực trị, điểm cực trị (Biết đồ thị, BBT)
Dạng 7: Tìm cực trị, điểm cực trị (Biết y,y')
Dạng 8: Điều kiện để hàm số có cực trị
Dạng 9: Dạng 1: Điều kiện để hàm số có cực trị tại xo (cụ thể)
Dạng 10: Điều kiện để hàm số có cực trị, kèm giả thiết (theo x)
Dạng 11: Điều kiện để hàm số có cực trị, kem giả thiết (theo y)
Dạng 12: Đường thẳng nối 2 điểm cực trị (đồ thị hàm số bậc ba)
Dạng 13: Đường thẳng nối 2 điểm cực trị (đồ thị hàm phân thức)
Dạng 14: Điều kiện hình học về 2 điểm cực trị (hàm bậc ba)
Dạng 15: Điều kiện hình học về tam giác cực trị (hàm trùng phương)
Dạng 16: Câu hỏi tổng hợp về tính đơn điệu và cực trị

CHỦ ĐỀ 3: MAX - MIN
Dạng 1: Max-Min biết đồ thị, BBT
Dạng 2: Max-Min của hàm số đa thức trên đoạn [a,b]
Dạng 3: Max-Min của hàm số đa thức trên K
Dạng 4: Max-Min của hàm phân thức trên đoạn [a,b]
Dạng 5: Max-Min của hàm phân thức trên K
Dạng 6: Max-Min của hàm số vô tỉ trên [a,b]
Dạng 7: Max-Min của hàm lượng giác trên đoạn [a,b]
Dạng 8: Max-Min của hàm số khác trên K
Dạng 9: Max-Min hàm số chứa dấu trị tuyệt đối
Dạng 10: Max-Min của hàm số dùng BĐT cổ điển

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dạng 11: Bài toán tham số về Max-Min
Dạng 12: Max-Min của biểu thức nhiều biến
Dạng 13: Ứng dụng Max-Min giải toán tham số
Dạng 14: Câu hỏi tổng hợp đơn điệu, cực trị và Max-Min

CHỦ ĐỀ 4: TIỆM CẬN

Dạng 1: Lý thuyết về đường tiệm cận
Dạng 2: Nhận dạng BBT, nhận dạng hàm số
Dạng 3: Tìm đường tiệm cận (biết BBT, đồ thị)
Dạng 4: Tìm đường tiệm cận (biết y)
Dạng 5: Đếm số tiệm cận (Biết BBT, đồ thị)
Dạng 6: Đếm số tiệm cận (biết y)
Dạng 7: Biện luận số đường tiệm cận
Dạng 8: Tiệm cận thỏa mãn điều kiện
Dạng 9: Tổng hợp tiệm cận với diện tích, góc, khoảng cách
Dạng 10: Câu hỏi tổng hợp tính đơn điệu, cực trị và tiệm cận

CHỦ ĐỀ 5: ĐỒ THỊ HÀM SỐ

Dạng 1: Nhận dạng 3 hàm số thường gặp (biết đồ thị, BBT)
Dạng 2: Nhận dạng 3 đồ thị thường gặp (biết hàm số)
Dạng 3: Xét dấu hệ số của biểu thức (biết đồ thị, BBT)
Dạng 4: Tính giá trị biểu thức (biết đồ thị)
Dạng 5: Đọc đồ thị của đạo hàm (các cấp)
Dạng 6: Nhận dạng hàm số chứa dâu trị tuyệt đối (biết đồ thị)
Dạng 7: Nhận dạng đồ thị (biết hàm số chứa dấu trị tuyệt đối)
Dạng 8: Câu hỏi giải bằng hình dáng của đồ thị
Dạng 9: Tổng hợp các phép biến đổi đồ thị

CHỦ ĐỀ 6: TƯƠNG GIAO – ĐIỀU KIỆN CÓ NGHỆM

Dạng 1: Tìm tọa độ (đếm) giao điểm
Dạng 2: Đếm số nghiệm pt cụ thể (cho đồ thị, BBT)
Dạng 3: Điều kiện để f(x)=g(m) có n- nghiệm (không chứa trị tuyệt đối)
Dạng 4: Điều kiện để f(x)=g(m) có n- nghiệm (chứa trị tuyệt đối)
Dạng 5: Điều kiện để f(x)=g(m) có n- nghiệm thuộc K (không chứa trị tuyệt đối)
Dạng 6: Điều kiện để f(x)=g(m) có n- nghiệm thuộc K (chứa trị tuyệt đối)
Dạng 7: Điều kiên để bpt có nghiệm, vn, nghiệm đúng trên K
Dạng 8: Điều kiên để (C) và d cắt nhau tại n-điểm
Dạng 9: Đồ thị hàm bậc ba cắt d, thỏa mãn điều kiện theo x
Dạng 10: Đồ thị hàm bậc 3 cắt d, thỏa mãn điều kiện theo y
Dạng 11: Đồ thị hàm bậc 3 cắt d, thỏa đk hình học
Dạng 12: Đồ thị hàm nhất biến cắt d, thỏa mãn đk theo x
Dạng 13: Đồ thị hàm nhất biến cắt d, thỏa mãn đk theo y
Dạng 14: Đồ thị hàm nhất biến cắt d, thỏa đk hình học
Dạng 15: Đồ thị hàm trùng phương cắt d, thỏa đk theo x

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dạng 16: Đồ thị hàm trùng phương cắt d, thỏa đk hình học
Dạng 17: Liên hệ giữa sự tương giao

CHỦ ĐỀ 7: BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN, SỰ TIẾP XÚC
Dạng 1: Các bài toán tiếp tuyến (không tham số)
Dạng 2: Các bài toán tiếp tuyến (có tham số)

CHỦ ĐỀ 8: ĐIỂM ĐẶC BIỆT CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ
Dạng 1: Tìm điểm thuộc đồ thị thỏa mãn điều kiện
Dạng 2: Đồ thị hàm số đi qua điểm cho trước
Dạng 3: Điểm cố định của họ đồ thị
Dạng 4: Cặp điểm đối xứng
Dạng 5: Điểm có tọa độ nguyên
Dạng 6: Tìm tập hợp điểm

CHỦ ĐỀ 9: TOÁN TỔNG HỢP VỀ HÀM SỐ
Dạng 1: Các bài toán tổng hợp về hàm số

CHỦ ĐỀ 10: TOÁN THỰC TẾ
Dạng 1: Toán thực tế về max-min

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỰ ĐỒNG BIẾN NGHỊCH BIẾN CỦA HÀM SỐ

1. Định nghĩa 1.

Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nữa khoảng và $y=f(x)$ là một hàm số xác định trên K. Ta nói:

+ Hàm số $y=f(x)$ được gọi là **đồng biến** (tăng) trên K nếu

$$\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$$

+ Hàm số $y=f(x)$ được gọi là **nghịch biến** (giảm) trên K nếu

$$\forall x_1,x_2\in K, x_1<x_2 \Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$$

Hàm số đồng biến hoặc nghịch biến trên K gọi chung là **đơn điệu** trên K.

2. Nhận xét.

a. Nhận xét 1.

Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ cùng đồng biến (nghịch biến) trên D thì hàm số $f(x)+g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên D. Tính chất này có thể không đúng đối với hiệu $f(x)-g(x)$.

b. Nhận xét 2.

Nếu hàm số $f(x)$ và $g(x)$ là các hàm số dương và cùng đồng biến (nghịch biến) trên D thì hàm số $f(x).g(x)$ cũng đồng biến (nghịch biến) trên D. Tính chất này có thể không đúng khi các hàm số $f(x),g(x)$ không là các hàm số dương trên D.

c. Nhận xét 3.

Cho hàm số $u=u(x)$, xác định với $x\in(a;b)$ và $u(x)\in(c;d)$. Hàm số $f[u(x)]$ cũng xác định với $x\in(a;b)$. Ta có nhận xét sau:

i. Giả sử hàm số $u=u(x)$ đồng biến với $x\in(a;b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ đồng biến với $x\in(a;b)\Leftrightarrow f(u)$ đồng biến với $u\in(c;d)$.

ii. Giả sử hàm số $u=u(x)$ nghịch biến với $x\in(a;b)$. Khi đó, hàm số $f[u(x)]$ nghịch biến với $x\in(a;b)\Leftrightarrow f(u)$ nghịch biến với $u\in(c;d)$.

3. Định lí 1.

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó:

a) Nếu hàm số đồng biến trên khoảng K thì $f'(x)\geq 0,\forall x\in K$.

b) Nếu hàm số nghịch biến trên khoảng K thì $f'(x)\leq 0,\forall x\in K$.

4. Định lí 2.

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó:

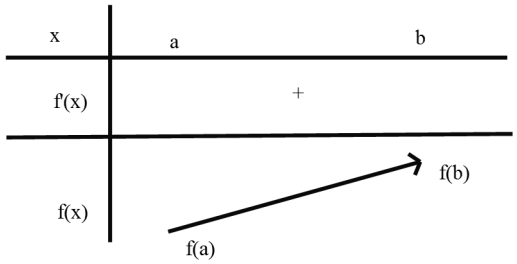
a) Nếu $f'(x)>0,\forall x\in K$ thì hàm số f đồng biến trên K.

b) Nếu $f'(x)<0,\forall x\in K$ thì hàm số f nghịch biến trên K.

c) Nếu $f'(x)=0,\forall x\in K$ thì hàm số f không đổi trên K.

Chú ý: Khoảng K trong định lí trên ta có thể thay thế bởi đoạn hoặc một nửa khoảng. Khi đó phải có thêm giả thuyết " Hàm số liên tục trên đoạn hoặc nửa khoảng đó'. Chẳng hạn:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Nếu hàm số f liên tục trên đoạn $[a;b]$ và $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số f đồng biến trên đoạn $[a;b]$.

Ta thường biểu diễn qua bảng biến thiên như sau:

5. Định lí 3.(mở rộng của định lí 2)

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên khoảng K. Khi đó:

a) Nếu $f'(x)\ge 0,\forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f đồng biến trên K.

b) Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại hữu hạn điểm thuộc K thì hàm số f đồng biến trên K.

Quy tắc xét tính đơn điệu của hàm số.

Giả sử hàm số f có đạo hàm trên K

- Nếu $f'(x)\ge 0$ với mọi $x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm $x\in K$ thì hàm số f đồng biến trên K.
- Nếu $f'(x)\le 0$ với mọi $x\in K$ và $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm $x\in K$ thì hàm số f nghịch biến trên K.

Chú ý:

***) Riêng hàm số: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Có TXĐ là tập D. Điều kiện như sau:**

+) Để hàm số đồng biến trên TXĐ thì $y'>0\forall x\in D$

+) Để hàm số nghịch biến trên TXĐ thì $y'>0\forall x\in D$

+) Để hàm số đồng biến trên khoảng $(a;b)$ thì $\begin{cases}y'>0\forall x\in(a,b)\\ x\ne -\dfrac{d}{c}\end{cases}$

+) Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ thì $\begin{cases}y'<0\forall x\in(a,b)\\ x\ne -\dfrac{d}{c}\end{cases}$

Giả sử $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\Rightarrow f'(x)=3ax^2+2bx+c.$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$	Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$
$\Leftrightarrow f'(x)\ge 0;\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}a=0\\ b=0\\ c>0\end{cases}\end{array}\right.$.	$\Leftrightarrow f'(x)\le 0;\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}a<0\\ \Delta\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}a=0\\ b=0\\ c<0\end{cases}\end{array}\right.$.

Trường hợp 2 thì hệ số c khác 0 vì khi $a=b=c=0$ thì $f(x)=d$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

(Đường thẳng song song hoặc trùng với trục *Ox* thì không đơn điệu)

** Với dạng toán tìm tham số m để hàm số bậc ba đơn điệu một chiều trên khoảng có độ dài bằng l ta giải như sau:*

Bước 1: Tính $y' = f'(x;m) = ax^2 + bx + c.$

Bước 2: Hàm số đơn điệu trên $(x_1;x_2) \Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ a \neq 0 \end{cases} \quad (*)$$

Bước 3: Hàm số đơn điệu trên khoảng có độ dài bằng l

$$\Leftrightarrow |x_1 - x_2| = l \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = l^2 \Leftrightarrow S^2 - 4P = l^2 \quad (**)$$

Bước 4: Giải $(*)$ và giao với $(**)$ để suy ra giá trị *m* cần tìm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TÍNH ĐƠN ĐIỆU

DẠNG 1: LÝ THUYẾT VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Hàm số $y=-x^4+8x^2+6$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(-2;2)$. **D.** $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 2: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)$, biết $f(2)=1$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

A. $f(3)=0$. **B.** $f(2016)>f(2017)$.

C. $f(1)=4$. **D.** $f(2)+f(3)=4$.

Câu 3: Hàm số $y=x^4-4x^3+3$ đồng biến trên những khoảng nảo sau đây?

A. $\left(-\sqrt{2};0\right),\left(\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right),\left(0;\sqrt{2}\right)$.

C. $(3;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 4: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$, khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $f\left(\frac{4}{3}\right)>f\left(\frac{5}{4}\right)$. **B.** $f(1)>f(-1)$. **C.** $f(3)>f(\pi)$. **D.** $f(1)>f(2)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có tính chất $f'(x)\geq 0$, $\forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0$, $\forall x\in(1;2)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

C. Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có tính chất $f'(x)\geq 0, \forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0$ khi và chỉ khi $x\in[1;2]$. Hỏi khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên đoạn $[a;b]$ (với $a<b$). Xét các mệnh đề sau:

i) Nếu $f'(x)>0, \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

ii) Nếu phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm x_0 thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0.

iii) Nếu $f'(x)\leq 0, \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ đơn điệu trên $(a;b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $f'(x)\geq 0,\ \forall x\in(a;b)$. **B.** $f'(x)>0,\ \forall x\in(a;b)$.

C. $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng $(a;b)$. **D.** $f'(x)\neq 0,\ \forall x\in(a;b)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0,\forall x\in(a;b)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)<0,\forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\leq 0,\forall x\in(a;b)$.

Câu 10: Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ đồng biến trên khoảng nào trong những khoảng sau?

A. $(-1;3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0,\forall x>0$. Biết $f(1)=2$, hỏi khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

A. $f(2)+f(3)=4$. **B.** $f(2016)>f(2017)$.

C. $f(2)=1$. **D.** $f(-1)=2$.

Câu 12: Hàm số nào sau đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=-x^3-2x+3$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

C. $y=\log_{\frac{1}{3}}x$. **D.** $y=-x^4+4x^2-4$.

Câu 13: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f'(x)\geq 0\ \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. Nếu $f'(x)>0\ \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0\ \forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)>0\ \forall x\in(a;b)$.

Câu 14: Cho K là một khoảng hoặc nữa khoảng hoặc một đoạn. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên K. Mệnh đề nào không đúng?

A. Nếu $f'(x)\geq 0,\forall x\in K$ thì hàm số $y=f(x)$đồng biến trên K.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$là hàm số hằng trên K thì $f'(x)=0,\forall x\in K$.

C. Nếu $f'(x)=0,\forall x\in K$ thì hàm số $y=f(x)$không đổi trên K.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K thì $f'(x)\geq 0,\forall x\in K$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$. **B.** Với mọi $x_1<x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

C. Với mọi $x_1>x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$. **D.** Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

Câu 16: Hàm số $y=f(x)=\dfrac{-2}{-x+1}$ có tính chất

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định. **D.** Đồng biến trên từng khoảng xác định.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)\le 0$ với mọi $x\in(a;b)$.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;b)$.

D. Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;b)$ thì hàm số nghịch biến trên $(a;b)$.

Câu 18: Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng I. Xét các mệnh đề sau:

(I). Nếu $f'(x)\ge 0,\forall x\in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số đồng biến trên I.

(II). Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số nghịch biến trên I.

(III). Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in I$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng I.

(IV). Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in I$ và $f'(x)=0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số f không thể nghịch biến trên khoảng I.

Trong các mệnh đề trên. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

A. I, II, III và IV đúng

B. I và II đúng, còn III và IV sai

C. I, II và III đúng, còn IV sai

D. I, II và IV đúng, còn III sai

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\le 0,\forall x\in(a;b)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)<0,\forall x\in(a;b)$.

Câu 20: Cho hàm của hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. Với mọi $x_1>x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

C. Với mọi $x_1<x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

D. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

Câu 21: Hàm số $y=x^3-x^2-x+3$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$.

B. $(1;+\infty)$.

C. $\left(-\frac{1}{3};1\right)$.

D. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)\ge 0$ với mọi x thuộc$(a;b)$.

B. Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc$(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc$(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)>0$ với mọi x thuộc $(a;b)$.

DẠNG 2: NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

Câu 24: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{1}{x-2}$. **B.** $y=x^3-3x^2+3x+5$.

C. $y=x+\dfrac{1}{x+3}$. **D.** $y=x^4+x^2+1$.

Câu 25: Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	-2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	-2
		$-\infty$			

A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+1}$.

Câu 26: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	2
		$-\infty$			

A. $y=\dfrac{x+2}{2x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

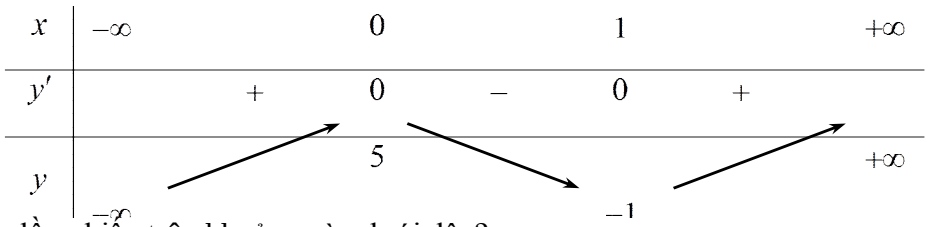
Câu 27: Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	1	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	1
		$-\infty$			

A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$.

DẠNG 3: XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

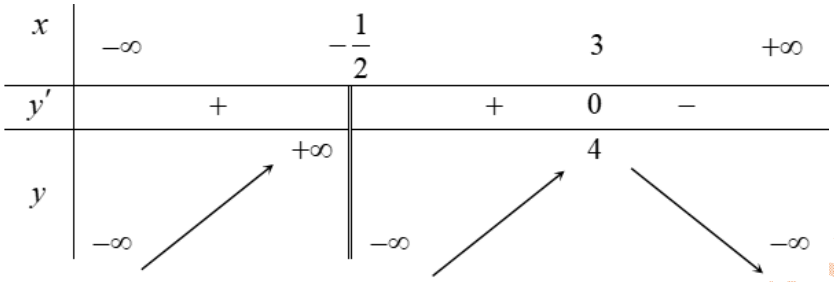
Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



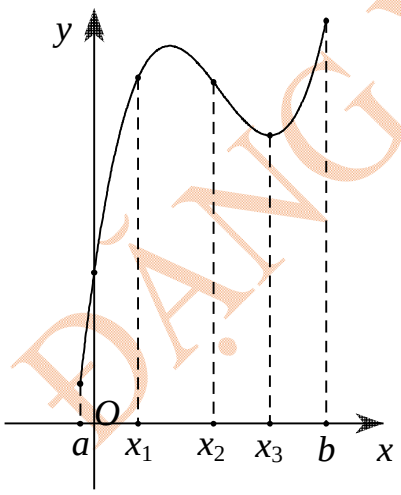
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trong khoảng $(a;b)$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là **sai**?



A. $f'(x_2)>0$.

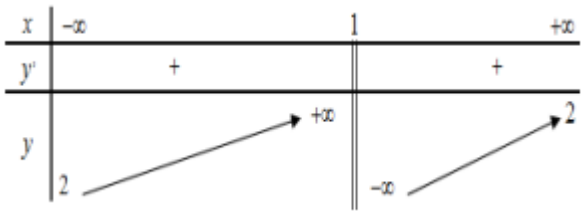
B. $f'(x_3)=0$.

C. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a;b)$.

D. $f'(x_1)>0$.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 32: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
$y=f(x)$	2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$

.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;3)$.

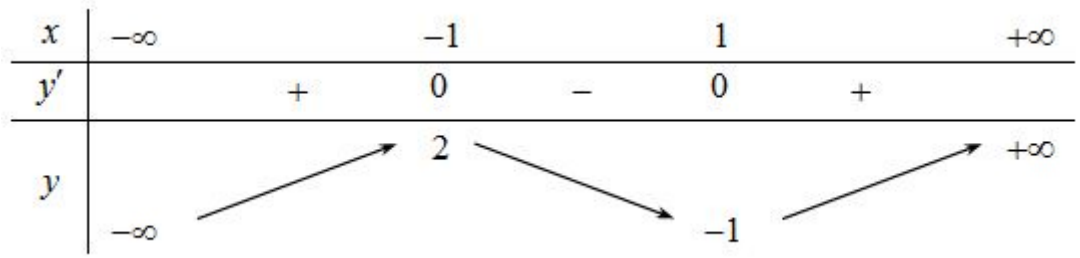
Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

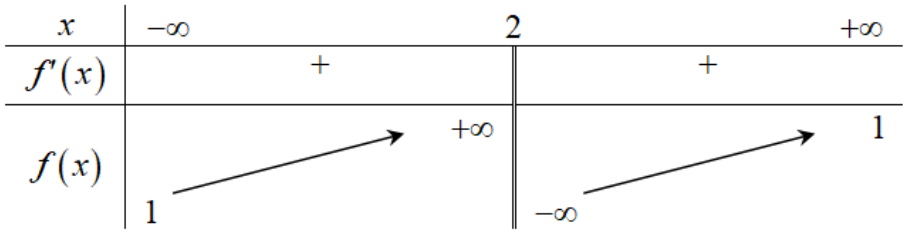
A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận cắt nhau tại điểm $I(1;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số không có cực trị.

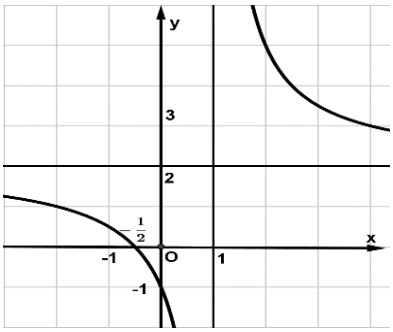
Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 38: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

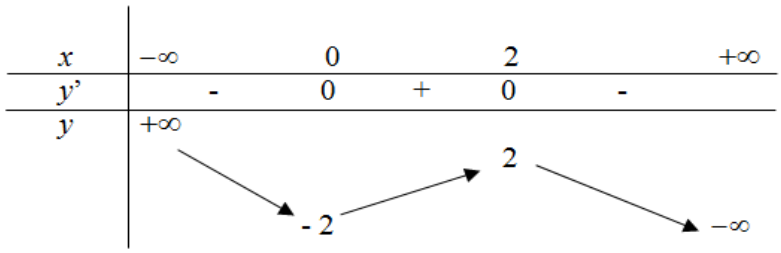
A. $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

B. $y'=0$ vô nghiệm.

C. $y'=0,\ \forall x\le 1$.

D. $y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 39: Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây ?

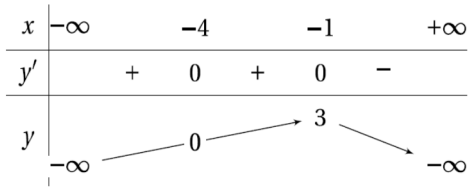


A. $y=-x^3-3x-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-6}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.



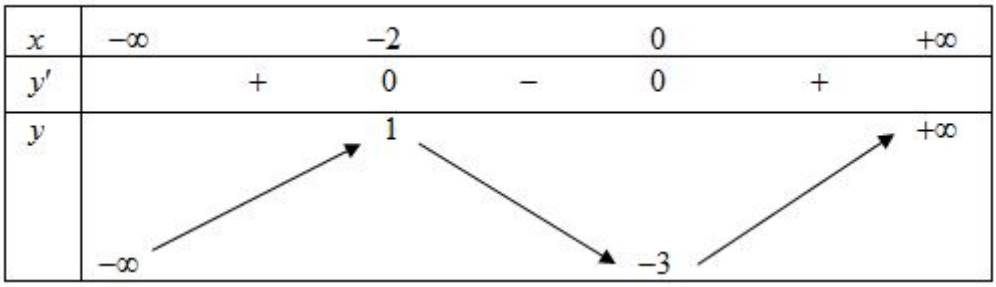
Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;-1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

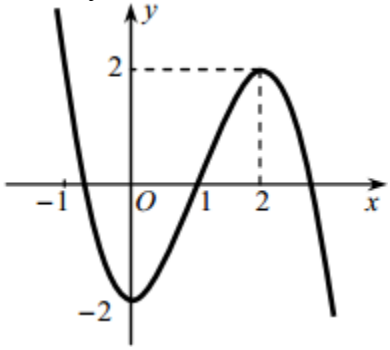
Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

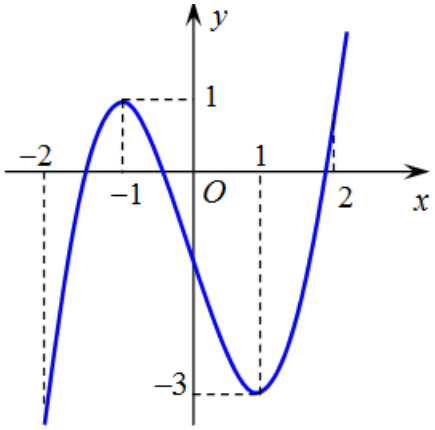
A. $(-2;0)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-2)$ **D.** $(-3;1)$

Câu 43: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 44: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	0	↘	1	↗	$+\infty$

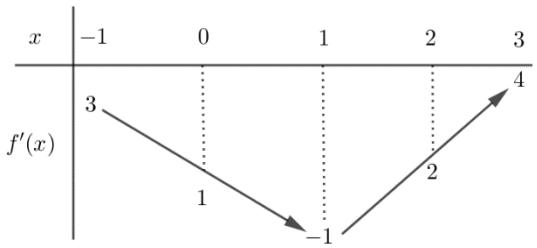
Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 47: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^3+3x^2-1$.

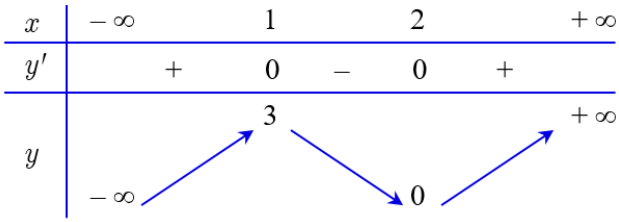
A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-1;3)$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-4;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

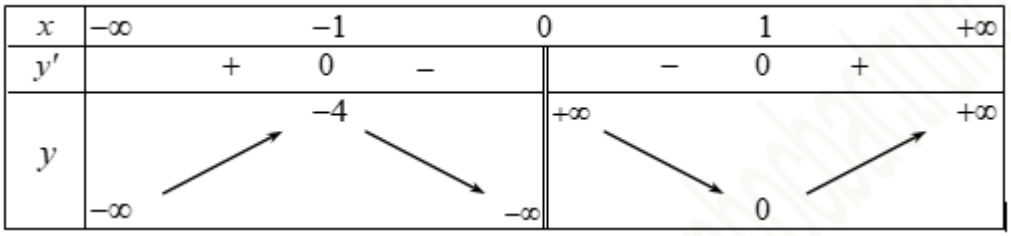
B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

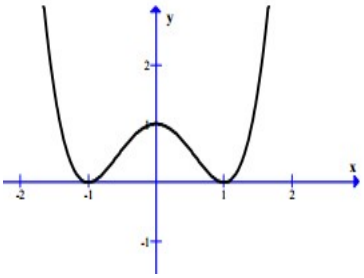
Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 51: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$.

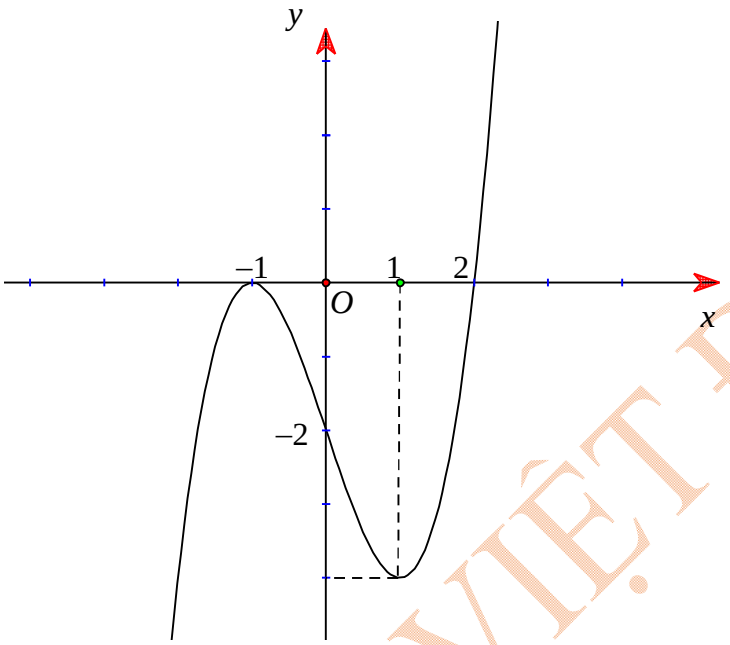
Câu 52: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	4	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;4)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 53: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. xét hàm số $g(x)=f(2-x^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$. **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$. **D.** Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x=2$.

Câu 54: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	‖	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Câu 56: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

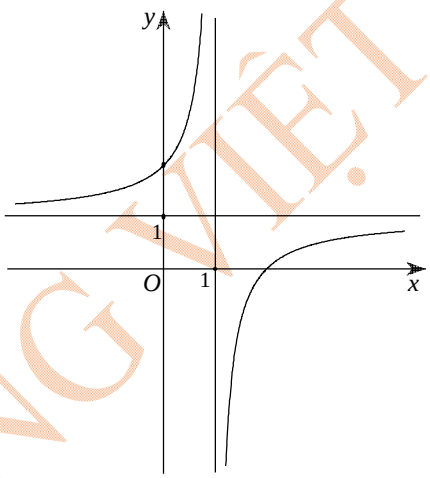
A. $y=-x^3+3x^2-9x$.

B. $y=-x^3+x+1$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

D. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét các mệnh đề sau:

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

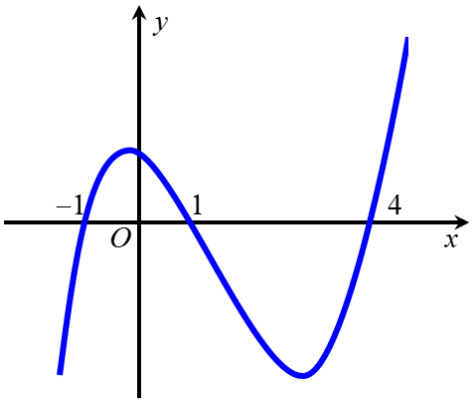
Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

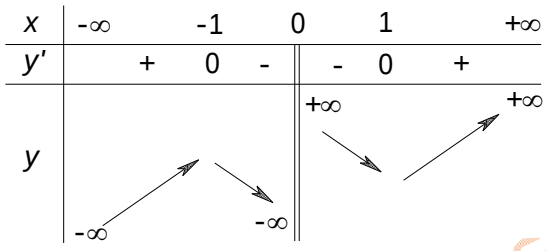
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hàm số $y=f\left(2-e^{x}\right)$ đồng biến trên khoảng:

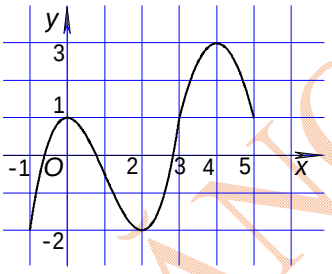
A. $(0;\ln 3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 59: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



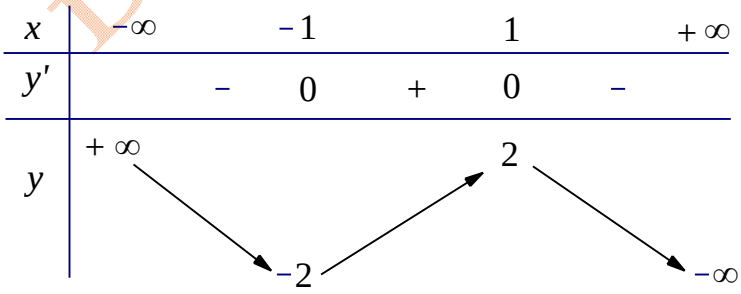
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 60: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-3;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 61: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?



A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 62: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

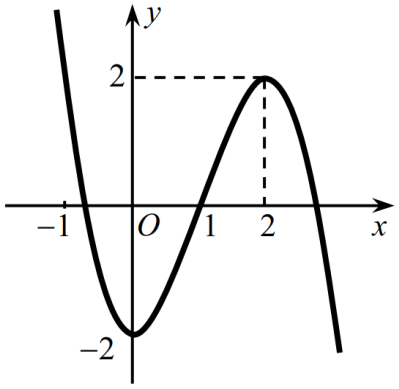
B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

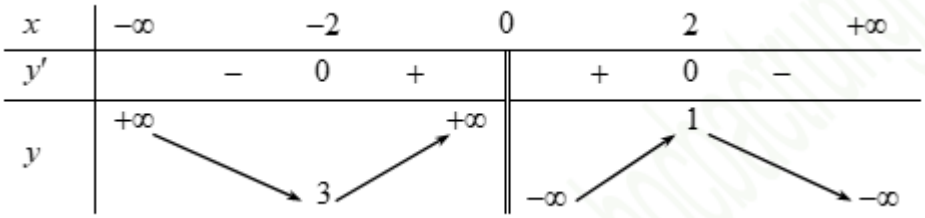
D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 63: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?



A. $(-\infty;0)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-2;2)$

Câu 64: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

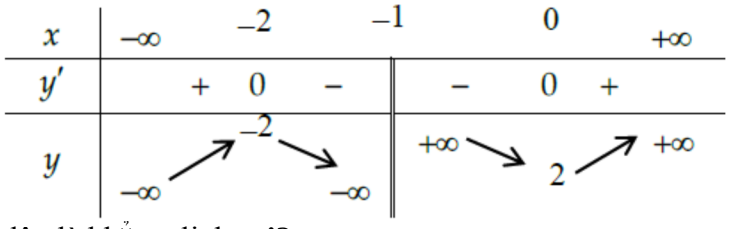
A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 65: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. $(-2;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 66: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:

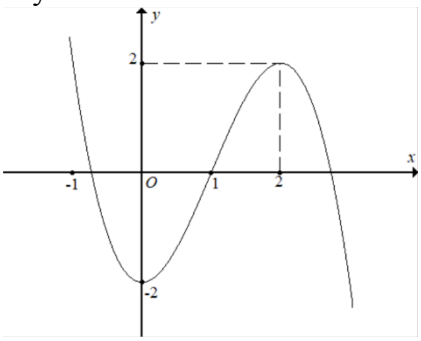


Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng
C. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành
D. Hàm số có hai điểm cực trị

Câu 67: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$ **B.** $(-2;2)$ **C.** $(2;+\infty)$ **D.** $(0;2)$

Câu 68: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới dây.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-32	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

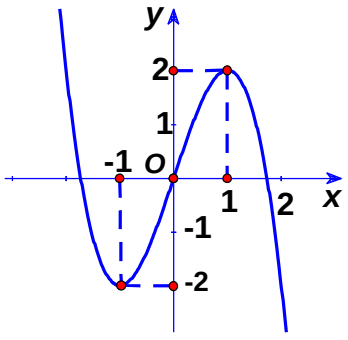
A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 69: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$ $+\infty$

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 70: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng.



A. Hàm số tăng trên khoảng $(-1;1)$ **B.** Hàm số tăng trên khoảng $(-2;1)$

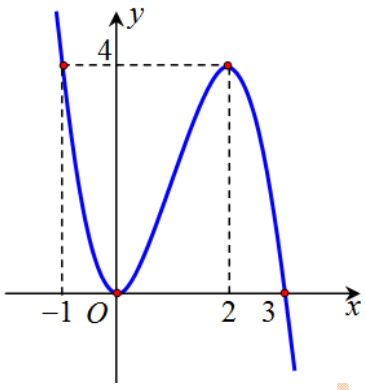
C. Hàm số tăng trên khoảng $(0;+\infty)$ **D.** Hàm số tăng trên khoảng $(-2;2)$

Câu 71: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $f(x)=x^4-2x^2-4$. **B.** $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

C. $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$. **D.** $f(x)=x^2-4x+1$.

Câu 72: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hãy chọn đáp án đúng.

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(2;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 73: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x)=f(2-x)-2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4;-2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2.

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3.

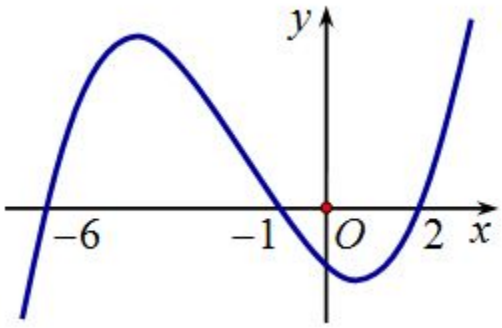
A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 74: Hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

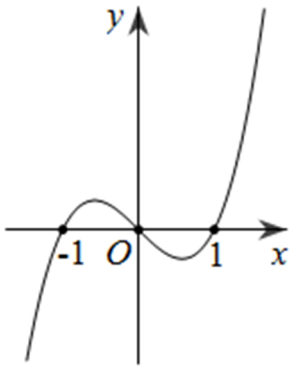
C. $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Câu 75: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y=f(3-x^2)$ đồng biến trên khoảng



A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;3)$.

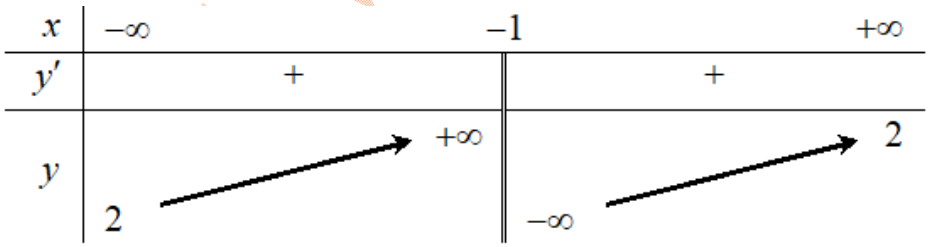
Câu 76: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f\left(x^2-1\right)$ đồng biến trên khoảng:

A. $(-1;1)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(1;\sqrt{2}\right)$.

Câu 77: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

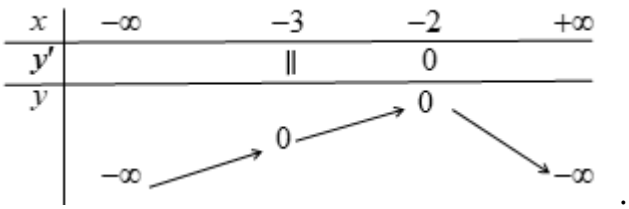
A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 78: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Cho các mệnh đề sau:

I. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;-2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

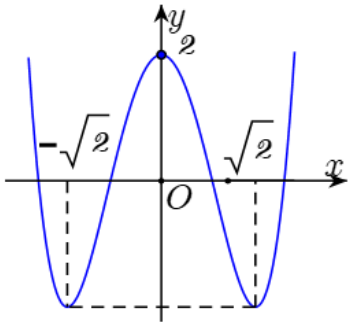
III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;5)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

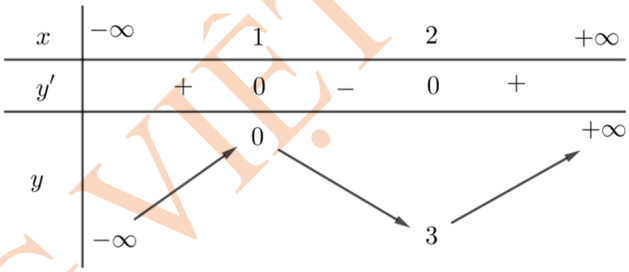
Câu 79: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(\sqrt{2};+\infty)$. **C.** $(0;\sqrt{2})$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 80: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

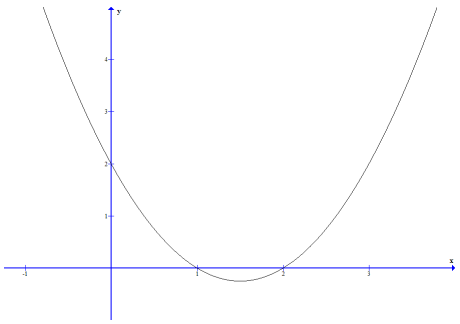
A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 81: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.

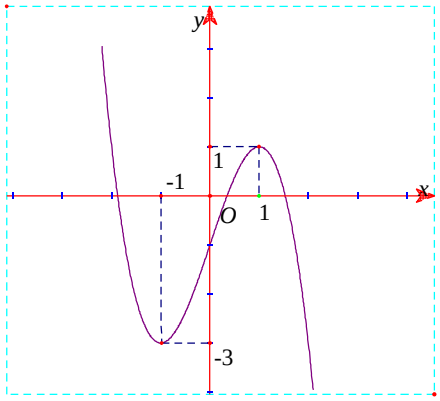


Hàm số $y=f(2x-3x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 82: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số có dạng $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\ (a \neq 0)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



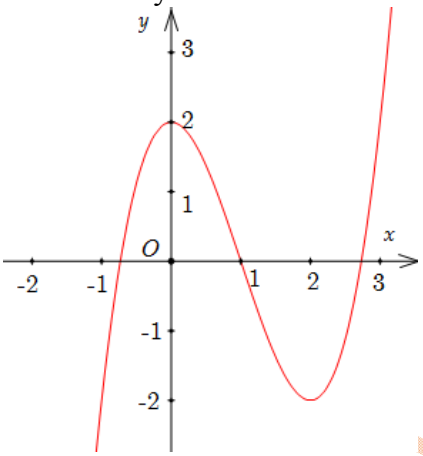
A. $(-1;1)$ **B.** $(-1;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(1;+\infty)$

Câu 83: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $h(x) = 3x - f(x)$. Hãy so sánh $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$?

A. $h(3) = h(2) < h(1)$. **B.** $h(2) < h(1) < h(3)$.

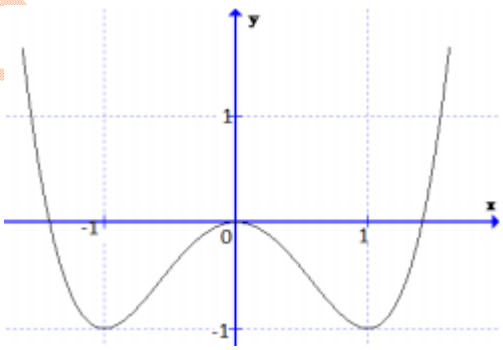
C. $h(3) < h(2) < h(1)$. **D.** $h(1) < h(2) < h(3)$.

Câu 84: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 85: Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.



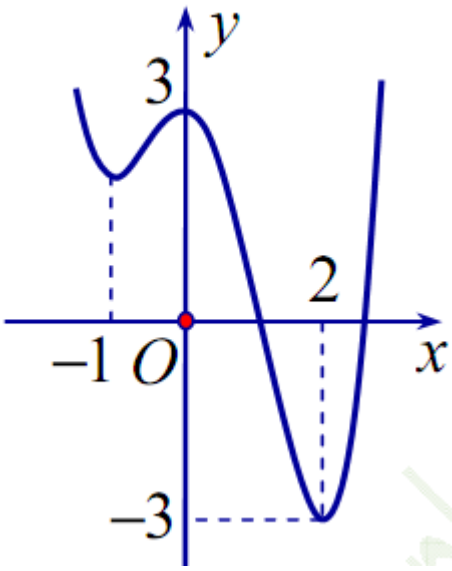
Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 86: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
B. Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
C. Đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
D. Nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

Câu 87: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	0	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x)$ có cực đại bằng 0
B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$
C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$
D. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$

Câu 88: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$.
B. $(-1;1)$.
C. $(-1;0)$.
D. $(-\infty;-1)$.

Câu 89: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

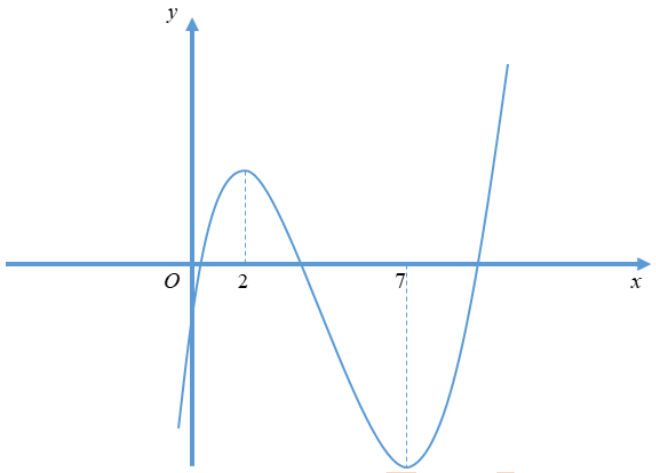
A. Hàm số đồng biến trên tập $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

Câu 90: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.

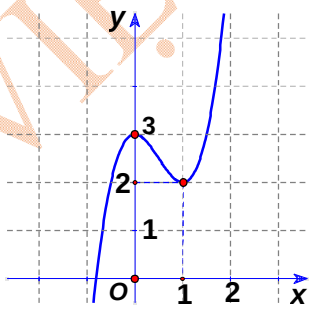


Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$

Câu 91: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 92: Hàm số $y=x^3+3x^2-4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

TÍNH ĐƠN ĐIỆU

DẠNG 1: LÝ THUYẾT VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ

Câu 1: Hàm số $y=-x^4+8x^2+6$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

B. $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(-2;2)$.

D. $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=-4x^3+16x=0 \ \ x=0;x=\pm 2$. Vì $a=-1<0$ nên đồ thị hình chữ M.

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 2: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)$, biết $f(2)=1$. Khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

A. $f(3)=0$.

B. $f(2016)>f(2017)$.

C. $f(1)=4$.

D. $f(2)+f(3)=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do $f'(x)>0, \forall x\in(0;+\infty)$ nên $f(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 3: Hàm số $y=x^4-4x^3+3$ đồng biến trên những khoảng nảo sau đây?

A. $\left(-\sqrt{2};0\right),\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

B. $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right),\left(0;\sqrt{2}\right)$.

C. $(3;+\infty)$.

D. $(0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=4x^3-12x^2=4x^2(x-3)>0 \Leftrightarrow x>3$.

Vậy ta chọn đáp án

C.

Câu 4: Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$, khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $f\left(\frac{4}{3}\right)>f\left(\frac{5}{4}\right)$.

B. $f(1)>f(-1)$.

C. $f(3)>f(\pi)$.

D. $f(1)>f(2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

Do đó với mọi $x_1,x_2\in(a;b)$ và $x_1<x_2$ suy ra $f(x_1)<f(x_2)$.

Nên $f\left(\frac{4}{3}\right)>f\left(\frac{5}{4}\right)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ có tính chất $f'(x)\geq 0$, $\forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0$, $\forall x\in(1;2)$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

C. Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0,\ \forall x\in(1;2)$ nên ta có:

Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có tính chất $f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0$ khi và chỉ khi $x\in[1;2]$. Hỏi khẳng định nào sau đây là sai?

A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số $f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+) $f'(x)=0,\forall x\in[1;2]\Rightarrow f(x)$ là hàm hằng (tức là không đổi) trên khoảng $(1;2)$.

+) $f'(x)>0,\forall x\in(2;3)\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;3)$.

+) $f'(x)>0,\forall x\in(0;1)\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

+) $f'(x)\ge 0,\forall x\in(0;3)$ và $f'(x)=0,\forall x\in[1;2]$ mà đoạn $[1;2]$ có vô hạn điểm nên **không suy ra được** $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;3)\Rightarrow$ sai.

(Định lí mở rộng trong sách giáo khoa là nếu $f'(x)\ge 0$ với $x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ chỉ tại hữu hạn điểm trên $(a;b)$ thì $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$).

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, có đạo hàm trên đoạn $[a;b]$ (với $a<b$). Xét các mệnh đề sau:

i) Nếu $f'(x)>0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(a;b)$.

ii) Nếu phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm x_0 thì $f'(x)$ đổi dấu từ dương sang âm khi qua x_0.

iii) Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$.

Số mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

i) Đúng.

ii) Sai, ví dụ: Xét hàm số $y=f(x)=\frac{x^3}{3}-x^2+x-5$.

Ta có $f'(x)=x^2-2x+1$. Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2-2x+1\Leftrightarrow x=1$.

Khi đó phương trình $f'(x)=0$ có nghiệm $x_0=1$ nhưng đây là nghiệm kép nên không đổi dấu khi qua $x_0=1$.

iii) Sai, vì: Thiếu điều kiện $f'(x)=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm.

Vậy có 1 mệnh đề **đúng**.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ đơn điệu trên $(a;b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in(a;b)$. **B.** $f'(x)>0,\ \forall x\in(a;b)$.

C. $f'(x)$ không đổi dấu trên khoảng $(a;b)$. **D.** $f'(x)\neq 0,\ \forall x\in(a;b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0,\forall x\in(a;b)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\geq 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)<0,\forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\leq 0,\forall x\in(a;b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 10: Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ đồng biến trên khoảng nào trong những khoảng sau?

A. $(-1;3)$. **B.** $(4;5)$. **C.** $(0;4)$. **D.** $(-2;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $y'=3x^2-6x-9$.

Xét $y'=0\Rightarrow 3x^2-6x-9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\Rightarrow y=-26\\ x=-1\Rightarrow y=6\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	-26	↗	$+\infty$

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(3;+\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên khoảng $(4;5)$.

Câu 11: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x)>0,\forall x>0$. Biết $f(1)=2$, hỏi khẳng định nào sau đây có thể xảy ra?

A. $f(2)+f(3)=4$. **B.** $f(2016)>f(2017)$.

C. $f(2)=1$. **D.** $f(-1)=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $f'(x)>0,\forall x>0$ nên hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(0,+\infty)$.

Do đó: $\left\{\begin{array}{l}f(2)>f(1)=2\\ f(3)>f(1)=2\end{array}\right.\Rightarrow f(2)+f(3)>4$.

$f(2017)>f(2016)$.

Câu 12: Hàm số nào sau đây luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

A. $y=-x^3-2x+3$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$.

C. $y=\log_{\frac{1}{3}}x$. **D.** $y=-x^4+4x^2-4$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=-x^3-2x+3$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$, $y'=-3x^2-2<0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

Câu 13: Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Nếu $f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

B. Nếu $f'(x)>0\ \forall x\in(a;b)$ thì hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)>0\ \forall x\in(a;b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0\ \forall x\in(a;b)$, trong đó $f'(x)=0$ tại hữu hạn điểm thuộc $(a;b)$. Do đó phương án A, C, D sai.

Câu 14: Cho K là một khoảng hoặc nữa khoảng hoặc một đoạn. Hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên K. Mệnh đề nào không đúng?

A. Nếu $f'(x)\ge 0,\forall x\in K$ thì hàm số $y=f(x)$đồng biến trên K.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$là hàm số hằng trên K thì $f'(x)=0,\forall x\in K$.

C. Nếu $f'(x)=0,\forall x\in K$ thì hàm số $y=f(x)$không đổi trên K.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K thì $f'(x)\ge 0,\forall x\in K$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nếu $f'(x)\ge 0,\forall x\in K$ (dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm) thì $f(x)$ đồng biến trên K.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Với mọi $x_1<x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

C. Với mọi $x_1>x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

D. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo định nghĩa về tính đơn điệu của hàm số, ta chọn đáp án

D.

Câu 16: Hàm số $y=f(x)=\dfrac{-2}{-x+1}$ có tính chất

A. Đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

C. Nghịch biến trên từng khoảng xác định.

D. Đồng biến trên từng khoảng xác định.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=f'(x)=\dfrac{-2}{(-x+1)^2}<0\ \ \forall x\ne 1$.

Suy ra hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Mệnh đề nào sau đây **sai** ?

A. Nếu $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;b)$ thì hàm số đồng biến trên $(a;b)$.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)\le 0$ với mọi $x\in(a;b)$.

C. Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)>0$ với mọi $x\in(a;b)$.

D. Nếu $f'(x)<0$ với mọi $x\in(a;b)$ thì hàm số nghịch biến trên $(a;b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nếu hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f'(x)\ge 0$ với mọi $x\in(a;b)$.

Câu 18: Cho hàm số f có đạo hàm trên khoảng I. Xét các mệnh đề sau:

(I). Nếu $f'(x)\ge 0,\forall x\in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số đồng biến trên I.

(II). Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in I$ (dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I) thì hàm số nghịch biến trên I.

(III). Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in I$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng I.

(IV). Nếu $f'(x)\le 0,\forall x\in I$ và $f'(x)=0$ tại vô số điểm trên I thì hàm số f không thể nghịch biến trên khoảng I.

Trong các mệnh đề trên. Mệnh đề nào đúng, mệnh đề nào sai?

A. I, II, III và IV đúng

B. I và II đúng, còn III và IV sai

C. I, II và III đúng, còn IV sai

D. I, II và IV đúng, còn III sai

Hướng dẫn giải

Chọn B

Các mệnh đề I, II đúng còn các mệnh đề III, IV sai.

Mệnh đề III sai vì thiếu điều kiện dấu bằng chỉ xảy ra tại một số hữu hạn điểm trên I.

Mệnh đề IV sai vì ta xét hàm số $f(x)=\cos 2x-2x+3$ có $f'(x)=-2(1+\sin 2x)\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ và $f'(x)=-2(1+\sin 2x)=0\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{4}+k\pi(k\in\mathbb{Z})$ tức là $f'(x)=0$ tại vô số điểm trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác hàm số $f(x)=\cos 2x-2x+3$ liên tục trên $\left[-\frac{\pi}{4}+k\pi;-\frac{\pi}{4}+(k+1)\pi\right]$ và $f'(x)<0$, $\forall x\in\left(-\frac{\pi}{4}+k\pi;-\frac{\pi}{4}+(k+1)\pi\right)$ do đó hàm số $f(x)$ nghịch biến trên mỗi đoạn $\left[-\frac{\pi}{4}+k\pi;-\frac{\pi}{4}+(k+1)\pi\right],(k\in\mathbb{Z})$. Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 19: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $(a;b)$. Phát biểu nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\le 0,\forall x\in(a;b)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$ và $f'(x)=0$ tại hữu hạn giá trị $x\in(a;b)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)\ge 0,\forall x\in(a;b)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ khi và chỉ khi $f'(x)<0,\forall x\in(a;b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Định nghĩa.

Câu 20: Cho hàm của hàm số $f(x)$ đồng biến trên tập số thực $\mathbb{R}$, mệnh đề nào sau đây là đúng ?

A. Với mọi $x_1>x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

B. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

C. Với mọi $x_1<x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)<f(x_2)$.

D. Với mọi $x_1,x_2\in\mathbb{R}\Rightarrow f(x_1)>f(x_2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo định nghĩa hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21: Hàm số $y=x^3-x^2-x+3$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$. **B.** $(1;+\infty)$.

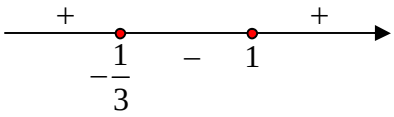
C. $\left(-\frac{1}{3};1\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)$ và $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có : $y=x^3-x^2-x+3\Rightarrow y'=3x^2-2x-1$. $y'=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=-\frac{1}{3}$.

Dấu của y'



Hoặc xét bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{86}{27}$	↘	2	↗	$+\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

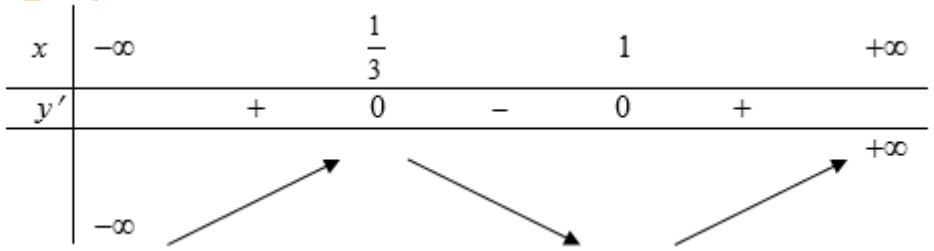
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-4x+1\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=\frac{1}{3}$.

Bảng biến thiên:



Suy ra: Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 23: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)\geq 0$ với mọi x thuộc $(a;b)$.

B. Nếu $f'(x)>0$ với mọi x thuộc $(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$.

C. Nếu $f'(x)<0$ với mọi x thuộc$(a;b)$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(a;b)$.

D. Nếu hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(a;b)$ thì $f(x)>0$ với mọi x thuộc $(a;b)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Lý thuyết SGK.

DẠNG 2: NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

Câu 24: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{1}{x-2}$.

B. $y=x^3-3x^2+3x+5$.

C. $y=x+\dfrac{1}{x+3}$.

D. $y=x^4+x^2+1$.

Hướng dẫn giải

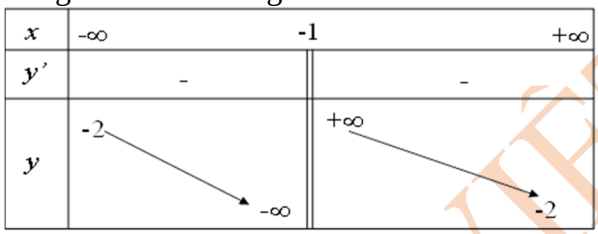
Chọn B

Ta có: $y=x^3-3x^2+3x+5\Rightarrow y'=3x^2-6x+3\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$

và $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+3=0\Leftrightarrow x=1$

Nên hàm số $y=x^3-3x^2+3x+5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 25: Bảng biến thiên trong hình vẽ là của hàm số



A. $y=\dfrac{x-4}{2x+2}$.

B. $y=\dfrac{-2x-4}{x+1}$.

C. $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$.

D. $y=\dfrac{2-x}{x+1}$.

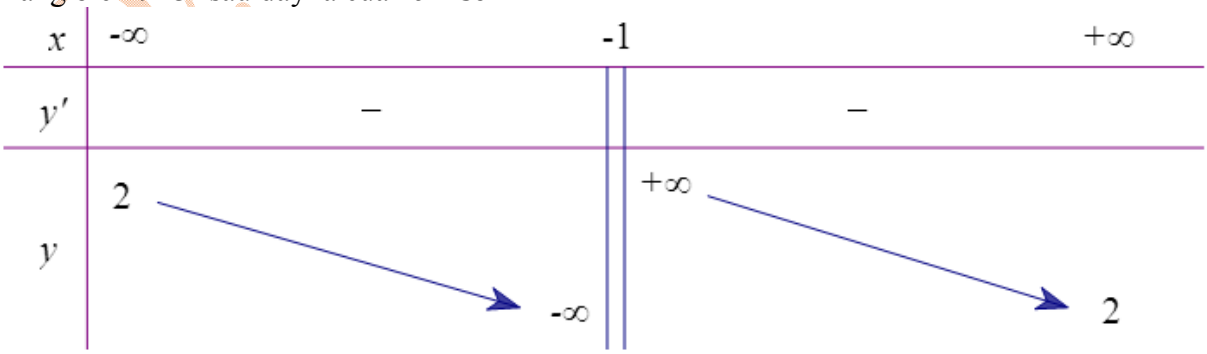
Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo bảng biến thiên thì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$ nên loại A, D.

Lại có $y'<0,\ \forall x\neq -2$ nên loại B.

Câu 26: Bảng biến thiên sau đây là của hàm số



A. $y=\dfrac{x+2}{2x+2}$.

B. $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$.

C. $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$.

D. $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

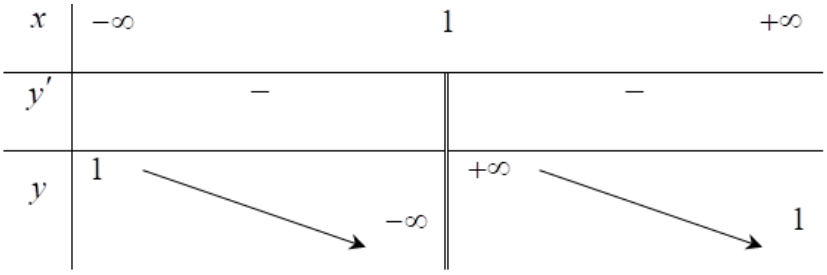
Dựa vào bảng biến thiên ta có

•TCĐ: $x=-1\Leftrightarrow x+1=0$.

•TCN: $y=2$.

• $y'<0$ với mọi $x\neq -1$.

Câu 27: Cho bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hỏi đây là bảng biến thiên của hàm số nào trong các hàm số sau?



A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{-x+2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

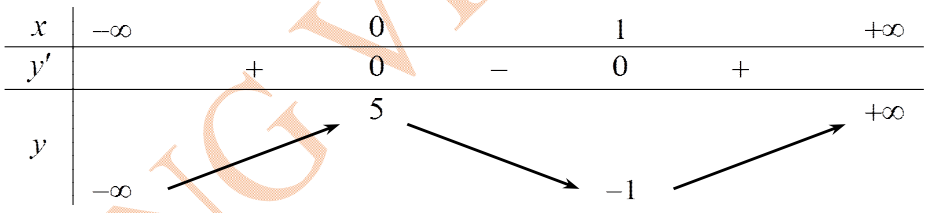
Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=1$ và đường tiệm cận ngang là $y=1$ nên ta loại các đáp án **A** và **C**.

Mặt khác từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến nên loại đáp án **D**.

DẠNG 3: XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

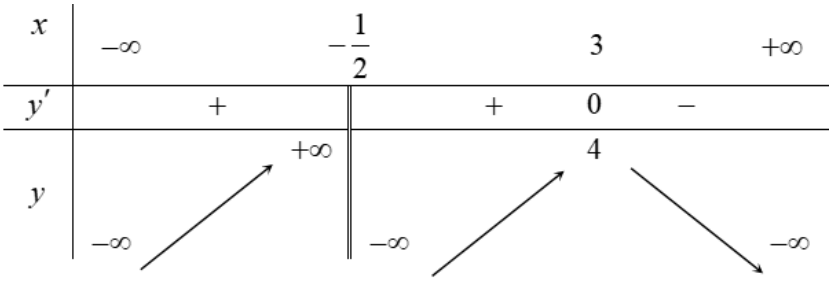
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta thấy trên khoảng $(-\infty;0)$ thì bảng biến thiên thể hiện hàm số đồng biến.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ và $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

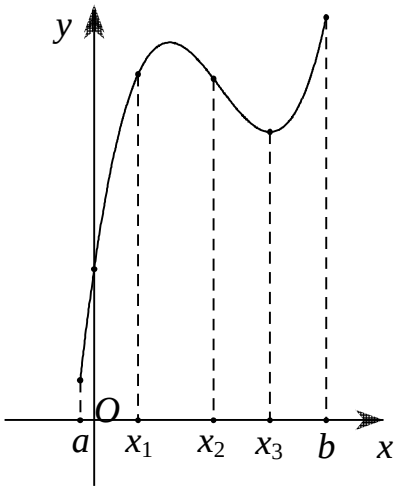
D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trong khoảng $(a;b)$ và có đồ thị như hình bên dưới. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào là **sai**?



A. $f'(x_2)>0$.

B. $f'(x_3)=0$.

C. Hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trong khoảng $(a;b)$.

D. $f'(x_1)>0$.

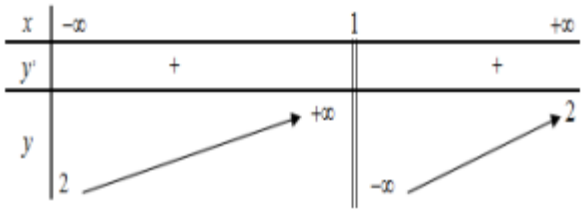
Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại x', $x'\in(x_1;x_2)$, đạt cực tiểu tại x_3, và hàm số đồng biến trên các khoảng $(a;x')$, $(x_3;b)$, hàm số nghịch biến trên $(x';x_3)$; đồ thị hàm số không bị "gãy" trên $(a;b)$.

Vì $x_2\in(x';x_3)$ nên $f'(x_2)<0$, do đó mệnh đề C sai.

Câu 31: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?



A. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 32: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		-		-	
$y=f(x)$	2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)$, $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	3	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 34: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	2	↘	$-\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

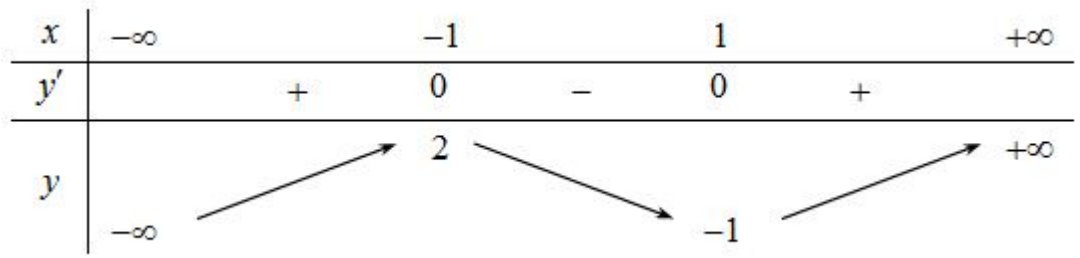
A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(-\infty;+\infty)$, có bảng biến thiên như hình sau:



Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$, suy ra hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận cắt nhau tại điểm $I(1;-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số không có cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

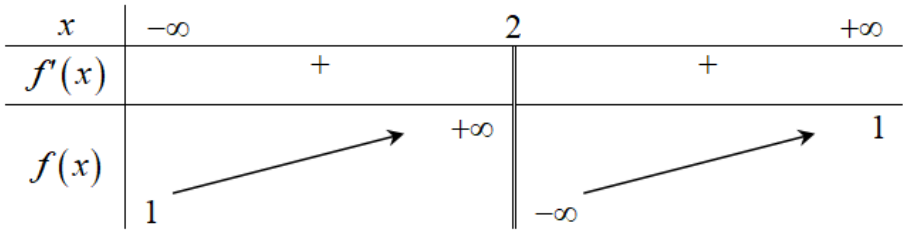
+ Ta có: $y'=\dfrac{1}{(1-x)^2}>0,\forall x\in D\Rightarrow$ **A.** và

D. đúng

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=-2\Rightarrow$

B. đúng.

Câu 37: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

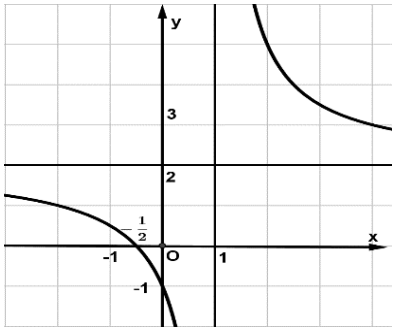
A. $(-\infty;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 38: Đường cong ở hình bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt **B.** $y'=0$ vô nghiệm.

C. $y'=0,\ \forall x\le 1$. **D.** $y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị hàm số giảm trong các khoảng $(-\infty;1)$, $(1;+\infty)$ và nhận đường thẳng $x=1$ làm tiệm cận đứng nên $y'=0$ vô nghiệm.

Câu 39: Bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của hàm số nào sau đây ?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. $y=-x^3-3x-2$. **B.** $y=x^3-3x^2-1$. **C.** $y=-x^3+3x^2-2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ BBT suy ra hệ số của x^3 phải âm (vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$). Loại A

Tại $x=0$ thì $y=-2$ suy ra loại C

$y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên loại D

C thỏa mãn.

Câu 40: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-6}{x-m+1}$ đồng biến trên mỗi khoảng xác định?

A. 4. **B.** 6. **C.** Vô số. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m-1\}$

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+m+6}{(x-m+1)^2}$, hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định khi và chỉ khi $y'>0$

$\Leftrightarrow -m^2+m+6>0\Leftrightarrow -2<m<3$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-1;0;1;2\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của tham số m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 41: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-4		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;-1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-4;-1)$.

Câu 42: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

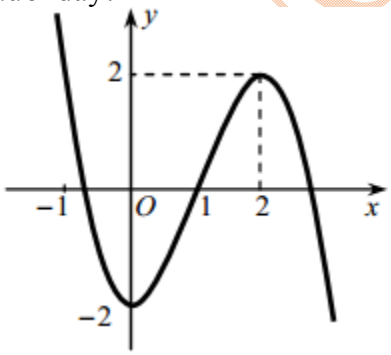
A. $(-2;0)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;-2)$ **D.** $(-3;1)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào BBT.

Câu 43: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



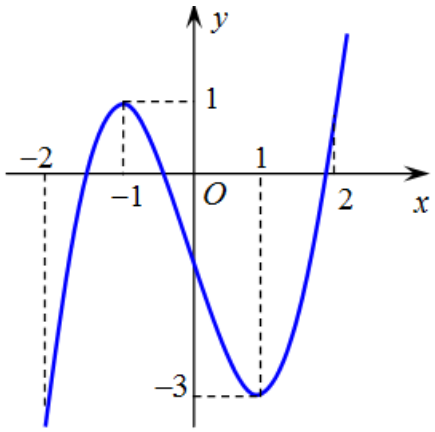
A. $(-2;2)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 44: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có, hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$. Trong các khoảng đã cho trong các đáp án lựa chọn chỉ có khoảng $(-2;-1)$ nằm trong $(-\infty;-1)$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	3	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;5)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	0	↘	1	↗	$+\infty$

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(-1;+\infty)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 47: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x^3+3x^2-1$.

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;3)$. **D.** $(-1;3)$.

Hướng dẫn giải

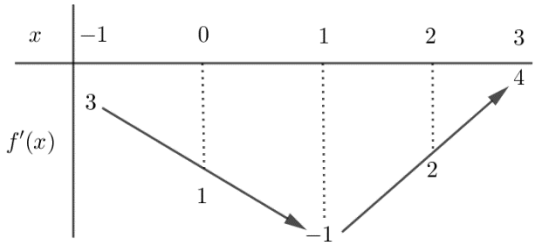
Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

$y'>0\Leftrightarrow 0<x<2$. Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 48: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Bảng biến thiên của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-4;-2)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $g(x)=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ thì $g'(x)=-\frac{1}{2}f'\left(1-\frac{x}{2}\right)+1$.

Ta có $g'(x)<0\Leftrightarrow f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2$

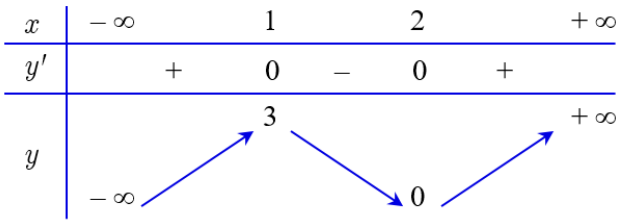
TH1: $f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2\Rightarrow 1-\frac{x}{2}>2\Leftrightarrow x<-2$ nên loại B,

C.

TH2: $f'\left(1-\frac{x}{2}\right)>2\Rightarrow -1<1-\frac{x}{2}<a\ (a<0)\Leftrightarrow 2-2a<x<4$. Do $2-2a>2$ nên loại**A.**

Vậy hàm số $y=f\left(1-\frac{x}{2}\right)+x$ nghịch biến trên $(-4;-2)$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

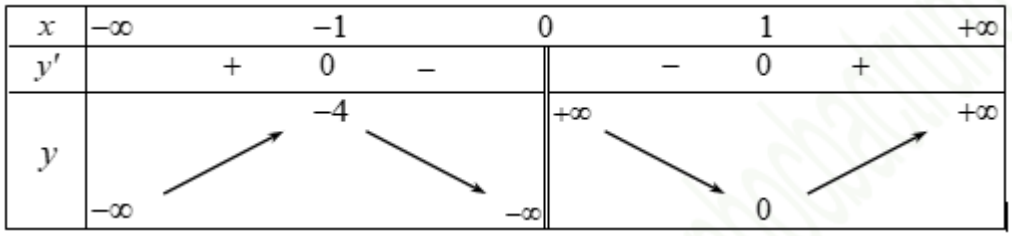
Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy trên khoảng $(0;3)$ hàm số sẽ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ và $(2;3)$.

Câu 50: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

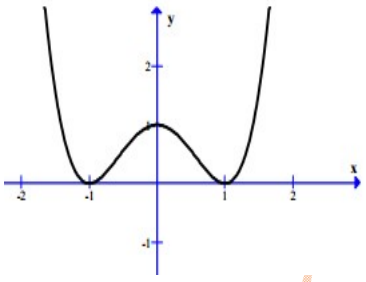
Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên, **chọn đáp án D**.

Đáp án B sai vì hàm số không xác định tại $x=0$.

Câu 51: Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây, hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng nào?



A. $(1;+\infty)$.

B. $(-1;1)$.

C. $(-\infty;0)$.

D. $(-\infty;-1)$.

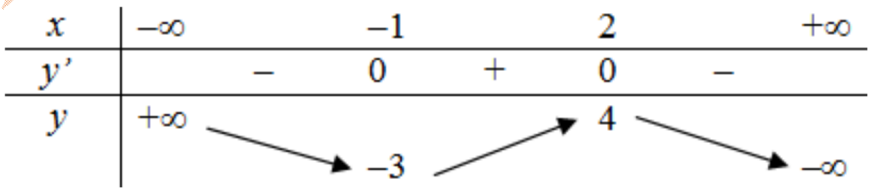
Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(1;+\infty)$ và $(-1;0)$.

Vậy chỉ có phương án C thỏa mãn.

Câu 52: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-3;4)$.

B. $(-\infty;-1)$.

C. $(2;+\infty)$.

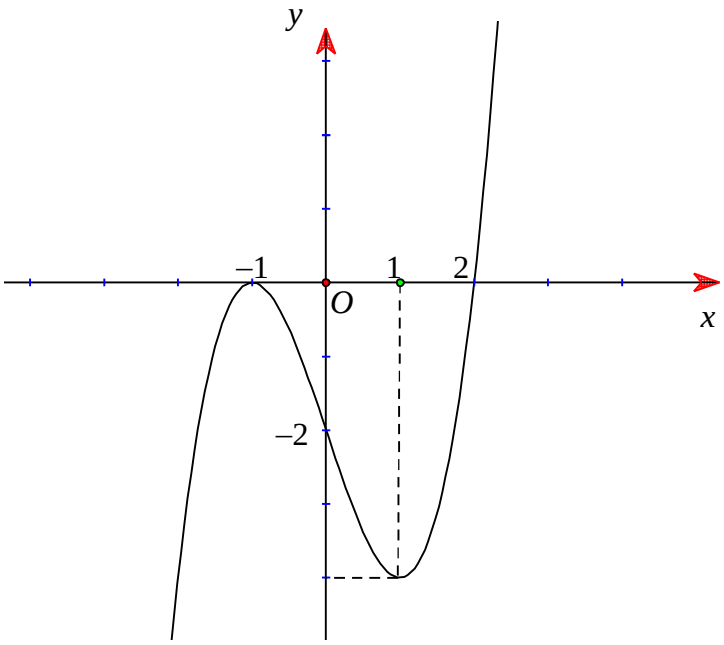
D. $(-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 53: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm $y=f'(x)$ như hình vẽ. xét hàm số $g(x)=f(2-x^2)$. Mệnh đề nào dưới đây **sai**?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

B. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

D. Hàm số $f(x)$ đạt cực trị tại $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dễ thấy $f'(x)$ đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua $x=2$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=2$ nên

A. đúng

$f'(x)\le 0, \forall x\in(-\infty;2)$ nên hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;2)$.

B. đúng

Ta có $g'(x)=-2x.f'(2-x^2)$, $g'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2-x^2=-1\\2-x^2=2\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{3}\\x=-\sqrt{3}\end{array}\right.$ trong đó $x=\pm\sqrt{3}$ là

nghiệm kép, $x=0$ là nghiệm bội bậc 3, do đó, $g'(x)$ chỉ đổi dấu qua $x=0$.

Lại có, $g'(1)=-2.f'(1)=-2.(-4)=8>0$

Ta có BBT

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘			0	↗		↗	$+\infty$

Từ BBT ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

C. đúng, và

D. sai.

Câu 54: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên.

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mệnh đề nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 56: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên khoảng $(-\infty;\ +\infty)$?

A. $y=-x^3+3x^2-9x$.

B. $y=-x^3+x+1$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

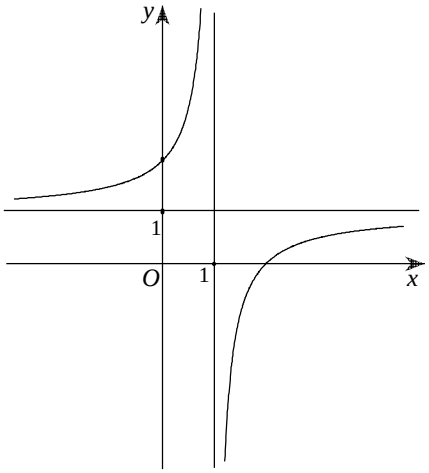
D. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=-x^3+3x^2-9x$ có $y'=-3x^2+6x-9=-3(x-1)^2-6<0,\ \forall x\in(-\infty;\ +\infty)$ nên nghịch biến trên $(-\infty;\ +\infty)$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



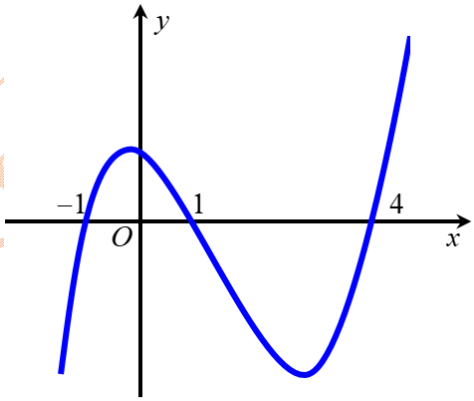
Xét các mệnh đề sau:
Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
Hàm số đồng biến trên tập xác định.
Số các mệnh đề đúng là:
A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f\left(2-e^x\right)$ đồng biến trên khoảng:
A. $(0;\ln 3)$. **B.** $(2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y=f\left(2-e^x\right)\Rightarrow y'=-e^x f'\left(2-e^x\right)$.

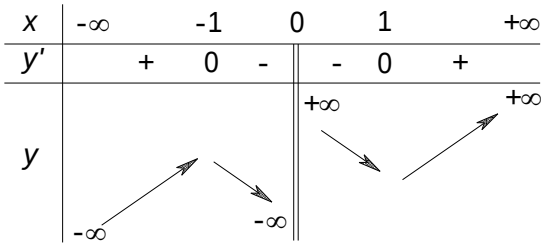
$$f'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}2-e^x=-1\\2-e^x=1\\2-e^x=4\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\ln 3\\x=0\\e^x=-2\ (!)\end{array}\right.$$

Bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		0		$\ln 3$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$; $(\ln 3;+\infty)$.

Câu 59: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau đây?



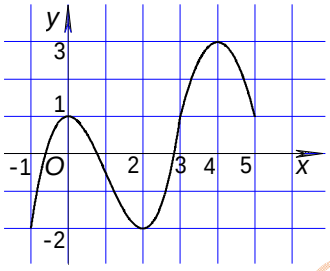
A. $(-\infty;-1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trong khoảng $(-1;0)$ đạo hàm $y'<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

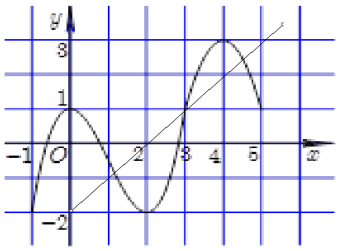
Câu 60: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ được cho như hình bên. Hàm số $y=-2f(2-x)+x^2$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-3;-2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $y=-2f(2-x)+x^2 \Rightarrow y'=-(2-x)'\,2f'(2-x)+2x$

$y'=2f'(2-x)+2x \Rightarrow y'<0 \Leftrightarrow f'(2-x)+x<0 \Leftrightarrow f'(2-x)<(2-x)-2$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=x-2$ cắt đồ thị $y=f'(x)$ tại hai điểm có hoành độ nguyên liên tiếp là $\left[\begin{array}{l}1<x_1<2\\x_2=3\end{array}\right.$ và cũng từ đồ thị ta thấy $f'(x)<x-2$ trên miền $2<x<3$ nên $f'(2-x)<(2-x)-2$ trên miền $2<2-x<3 \Leftrightarrow -1<x<0$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 61: Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm mệnh đề đúng?

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào BBT suy ra Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 62: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

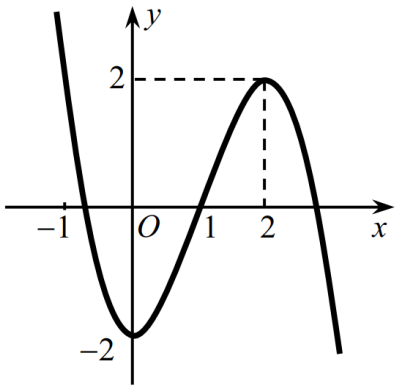
Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Ta có $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$. Đạo hàm: $y'=\dfrac{3}{(-x+1)^2}>0,\ \forall x\in D$.

Vậy hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 63: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây ?



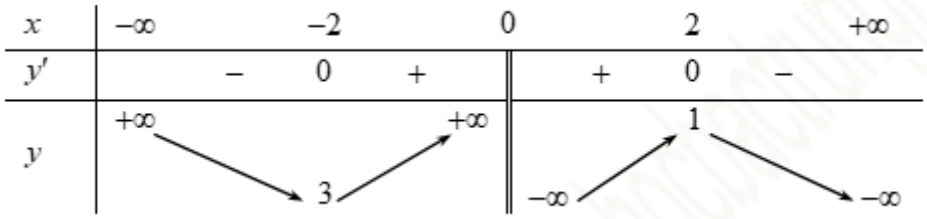
A. $(-\infty;0)$ **B.** $(2;+\infty)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-2;2)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào hình vẽ ta thấy trên khoảng $x \in (0;2)$ thì đồ thị hàm số đi lên nên hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 64: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số xác định trên khoảng $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$ và có đạo hàm $y' > 0$ với $x \in (-2;0)\cup(0;2)$.

$\Rightarrow$ hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 65: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

x	$-\infty$		-2		1		3		5		$+\infty$
y'		$+$		$-$		$+$		$-$		$+$	

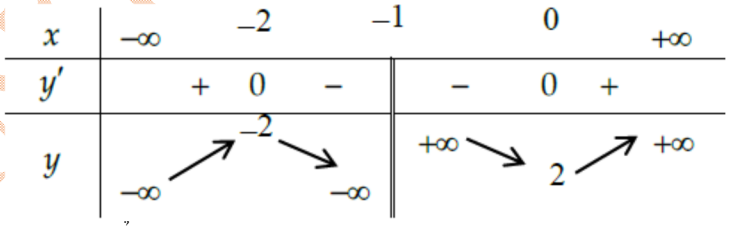
A. $(-2;1)$. **B.** $(1;3)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 66: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng

C. Đồ thị hàm số không có điểm chung với trục hoành

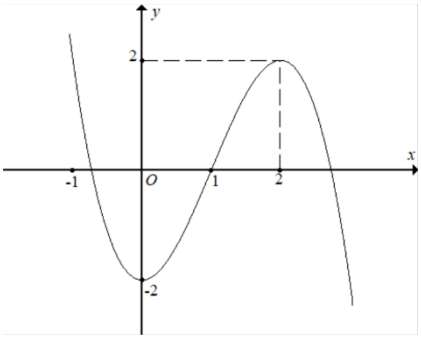
D. Hàm số có hai điểm cực trị

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số không xác định tại $x = -1 \in (-2;0)$ nên hàm số không nghịch biến trên $(-2;0)$.

Câu 67: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-\infty;0)$ **B.** $(-2;2)$ **C.** $(2;+\infty)$ **D.** $(0;2)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 68: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình dưới dây.

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-32	$\nearrow$	$+\infty$

Hỏi hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 69: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Mệnh đề nào sau đây đúng?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	-4	$\searrow$	$-\infty$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$ $+\infty$

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

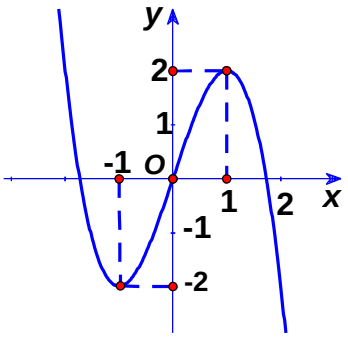
Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên, **chọn đáp án**

D.

Đáp án B sai vì hàm số không xác định tại $x=0$.

Câu 70: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Chọn mệnh đề đúng.



A. Hàm số tăng trên khoảng $(-1;1)$ **B.** Hàm số tăng trên khoảng $(-2;1)$

C. Hàm số tăng trên khoảng $(0;+\infty)$ **D.** Hàm số tăng trên khoảng $(-2;2)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra hàm số tăng trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 71: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $f(x)=x^4-2x^2-4$. **B.** $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

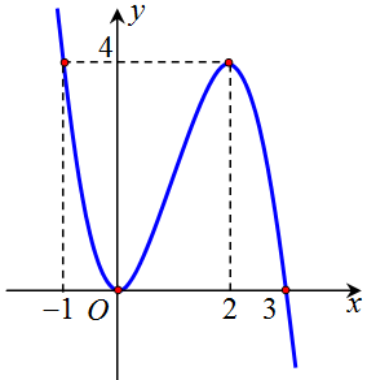
C. $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$. **D.** $f(x)=x^2-4x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ ta có $f'(x)=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. $\Rightarrow f(x)=x^3-3x^2+3x-4$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 72: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.



Hãy chọn đáp án đúng.

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

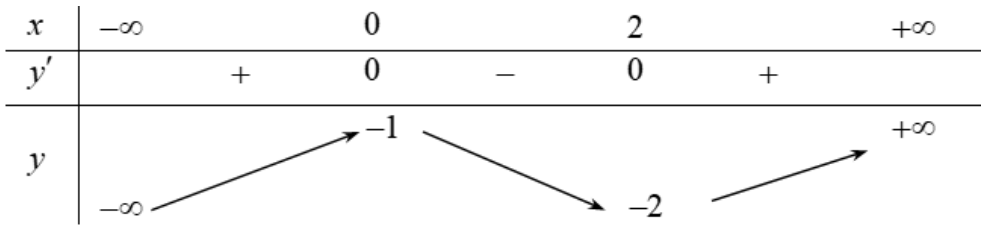
C. Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ và $(2;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Nhìn hình dễ thấy đáp án.

Câu 73: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong số các mệnh đề sau đối với hàm số $g(x)=f(2-x)-2$?

I. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4;-2)$.

II. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại điểm -2.

IV. Hàm số $g(x)$ có giá trị cực đại bằng -3.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $y=f(x)$ có

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$, $f'(x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x<1\\x>2\end{array}\right.$, $f'(x)<0\Leftrightarrow 0<x<2$ và $f(0)=-1$, $f(2)=-2$.

Xét hàm số $g(x)=f(2-x)-2$ ta có $g'(x)=-f'(2-x)$.

Giải phương trình $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x=0\\2-x=2\end{array}\right.$.

Ta có

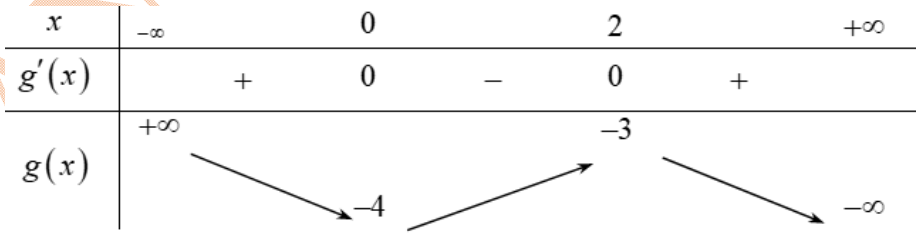
$g'(x)>0\Leftrightarrow -f'(2-x)>0\Leftrightarrow f'(2-x)<0\Leftrightarrow 0<2-x<2\Leftrightarrow 0<x<2$.

$g'(x)<0\Leftrightarrow -f'(2-x)<0\Leftrightarrow f'(2-x)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2-x<0\\2-x>2\end{array}\right.\left[\begin{array}{l}x>2\\x<0\end{array}\right.$.

$g(0)=f(2-0)-2=f(2)-2=-4$.

$g(2)=f(2-2)-2=f(0)-2=-3$.

Bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$ nên I sai.

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$ nên II sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=2$ nên III sai.

Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$ và $g_{CD}=g(0)$ nên IV đúng.

Câu 74: Hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

C. $(0;+\infty)$. **D.** $(0;2)$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Ta có: $y' = -3x^2 + 6x$.

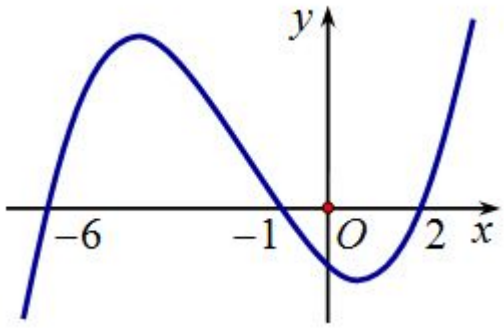
$y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	2	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Câu 75: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $y = f(3 - x^2)$ đồng biến trên khoảng



A. $(-2;-1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1: Hàm số $y = f(3-x^2)$ đồng biến khi $y' > 0 \Leftrightarrow -2xf'(3-x^2) > 0 \Leftrightarrow 2xf'(3-x^2) < 0$.

TH1: $\left\{\begin{array}{l} x < 0 \\ f'(3-x^2) > 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x < 0 \\ \left[\begin{array}{l} 3 - x^2 > 2 \\ -6 < 3 - x^2 < -1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x < 0 \\ x^2 < 1 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x < 0 \\ 4 < x^2 < 9 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -1 < x < 0 \\ -3 < x < -2 \end{array}\right.$

TH2: $\left\{\begin{array}{l} x > 0 \\ f'(3-x^2) < 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x > 0 \\ \left[\begin{array}{l} 3 - x^2 < -6 \\ -1 < 3 - x^2 < 2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} x > 0 \\ x^2 > 9 \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} x > 0 \\ 1 < x^2 < 4 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 3 \\ 1 < x < 2 \end{array}\right.$.

So sánh với đáp án **Chọn B**

Cách 2: Giải trắc nghiệm

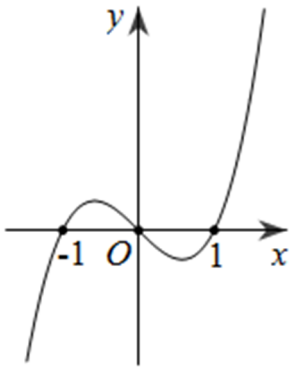
Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có $f'(x) > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x > 2 \\ -6 < x < -1 \end{array}\right.$; $f'(x) < 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x < -6 \\ -1 < x < 2 \end{array}\right.$

Xét hàm số $y = f(3-x^2)$ ta có $y' = -2xf'(3-x^2)$.

Hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$ đồng biến khi $y'>0\Leftrightarrow -2xf'\left(3-x^2\right)>0\Leftrightarrow 2xf'\left(3-x^2\right)<0$ tức là hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$ đồng biến khi x và $f'\left(3-x^2\right)$ trái dấu.

Dựa vào đồ thị $y=f'(x)$ ta có với $\forall x\in(-1;0)$ thì $f'\left(3-x^2\right)>0$ (do $2<3-x^2<3$) nên hàm số $y=f\left(3-x^2\right)$ đồng biến.

Câu 76: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số $y=f\left(x^2-1\right)$ đồng biến trên khoảng:

A. $(-1;1)$. **B.** $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(1;\sqrt{2}\right)$.

.Hướng dẫn giải

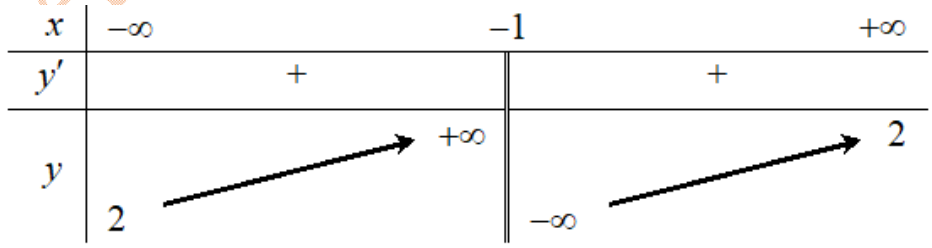
Chọn C

$y'=\left(f\left(x^2-1\right)\right)'=2x.f'\left(x^2-1\right)$.

$$y'>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\f'\left(x^2-1\right)>0\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\f'\left(x^2-1\right)<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\-1<x^2-1<0\vee x^2-1>1\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\x^2-1<-1\vee 0<x^2-1<1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<x<1\vee x>\sqrt{2}\\-\sqrt{2}<x<-1\end{array}\right.$$

Do đó hàm số đồng biến trên $\left(-\sqrt{2};-1\right)$, $(0;1)$ và $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 77: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

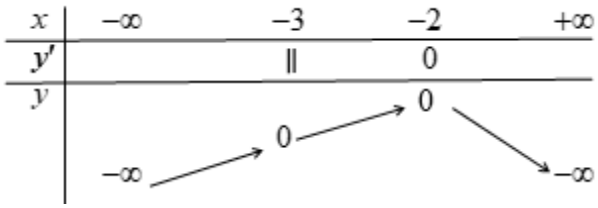
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

A sai do hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

C, **D** sai do hàm số bị gián đoạn tại $x=-1$.

Câu 78: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Cho các mệnh đề sau:

I. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(-3;-2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

III. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;5)$.

Có bao nhiêu mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

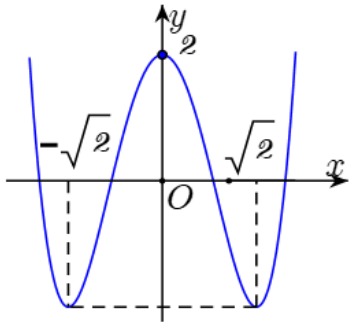
A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

.Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy nhận xét III đúng, nhận xét I, II, IV sai.

Câu 79: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



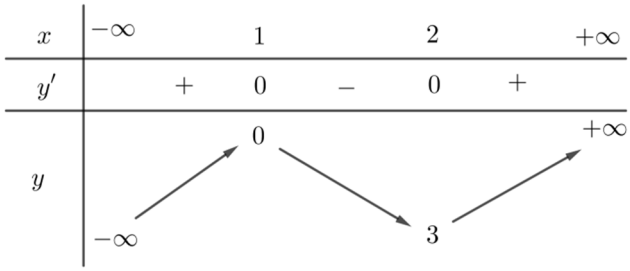
Hàm số nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(\sqrt{2};+\infty)$. **C.** $(0;\sqrt{2})$. **D.** $(-2;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 80: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.

B. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

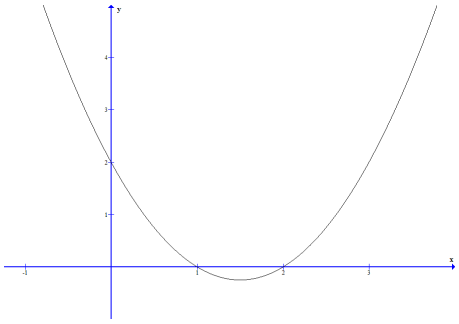
C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 81: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Hàm số $y=f(2x-3x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **C.** $\left(-2;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=f(2x-3x^2)$ ta có: $y'=(2-6x).f'(2x-3x^2)$.

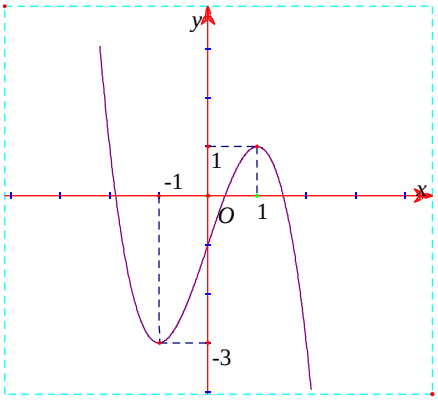
$$f'(2x-3x^2)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x-3x^2<1\\2x-3x^2>2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-2x+1>0\\3x^2-2x+2<0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\mathbb{R}.$$

$$f'(2x-3x^2)<0\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2x-3x^2>1\\2x-3x^2<2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x^2-2x+1<0\\3x^2-2x+2>0\end{array}\right.\Leftrightarrow x\in\varnothing.$$

Do đó $(2-6x).f'(2x-3x^2)>0\Leftrightarrow 2-6x>0\Leftrightarrow x<\frac{1}{3}$.

Vậy hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$.

Câu 82: Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị của hàm số có dạng $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$. Hàm số đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(-1;1)$ **B.** $(-1;+\infty)$ **C.** $(-\infty;1)$ **D.** $(1;+\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

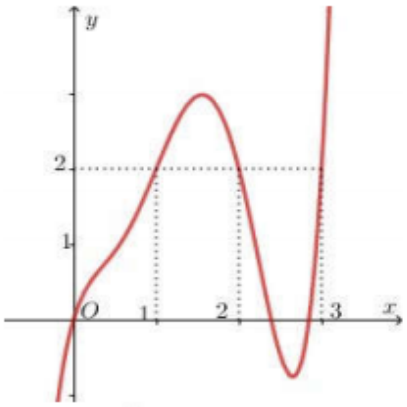
Dựa vào đồ thị ta thấy trên khoảng $(-1;1)$ đồ thị hàm số "đi lên" nên hàm số đồng biến.

Câu 83: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Đặt $h(x)=3x-f(x)$. Hãy so sánh $h(1)$, $h(2)$, $h(3)$?

A. $h(3)=h(2)<h(1)$. **B.** $h(2)<h(1)<h(3)$.

C. $h(3)<h(2)<h(1)$. **D.** $h(1)<h(2)<h(3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hướng dẫn giải

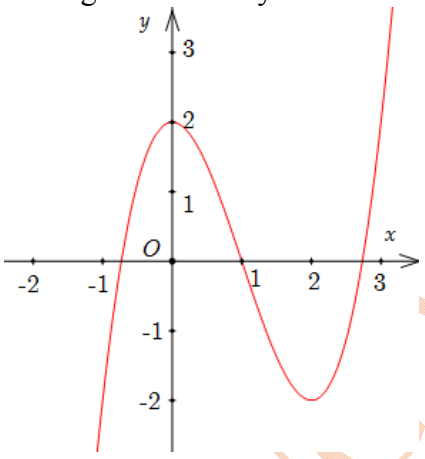
Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có: $f(1)=f(2)=f(3)=2$.

$h(x)=3x-f(x) \Rightarrow h(1)=3.1-2=1,\ h(2)=3.2-2=4, h(3)=3.3-2=7$.

$\Rightarrow h(1)<h(2)<h(3)$.

Câu 84: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

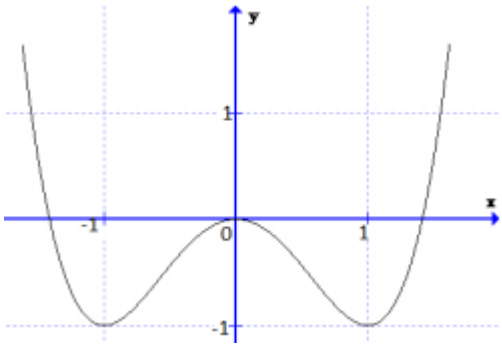


A. $(0;2)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 85: Cho đồ thị hàm số như hình vẽ.



Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số nghịch biến trên $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$. **D.** Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

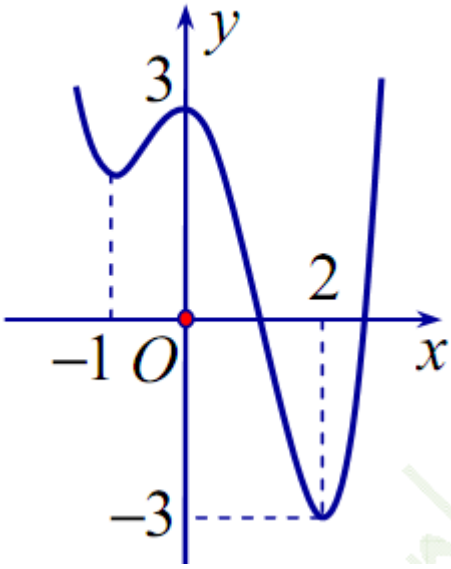
Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$.

Câu 86: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng về hàm số đó?



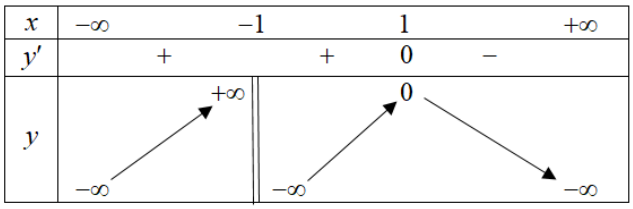
A. Đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
B. Nghịch biến trên khoảng $(0;3)$.
C. Đồng biến trên khoảng $(0;2)$.
D. Nghịch biến trên khoảng $(-3;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy trong khoảng $(-1;0)$ thì đồ thị là một đường đi lên.

Câu 87: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới:



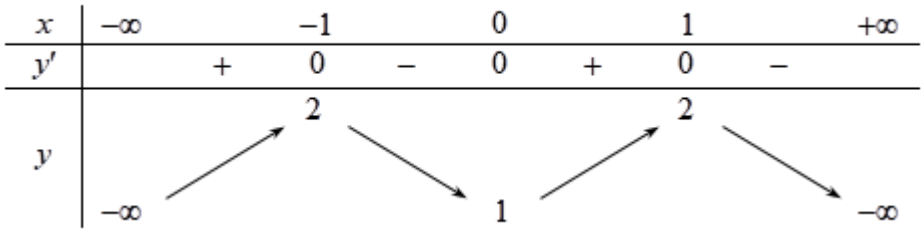
Khẳng định nào sau đây sai?

A. $f(x)$ có cực đại bằng 0
B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$
C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;1)$
D. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 88: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

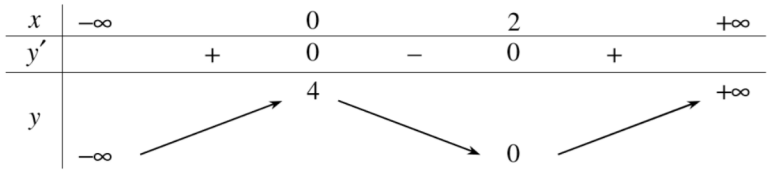
A. $(0;1)$.
B. $(-1;1)$.
C. $(-1;0)$.
D. $(-\infty;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

Câu 89: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng:

A. Hàm số đồng biến trên tập $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;4)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;4)$

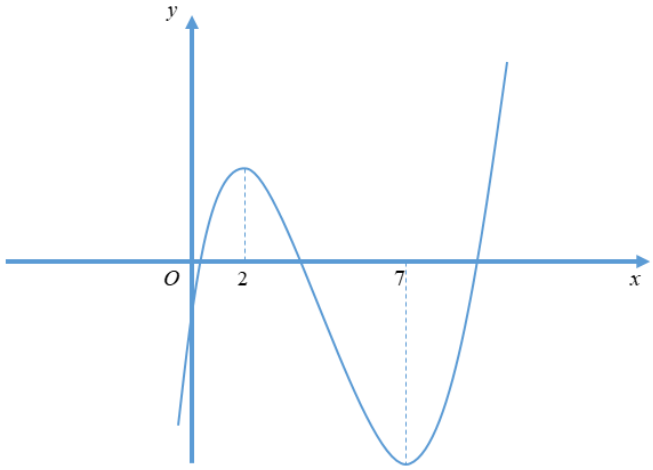
D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 90: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;3)$

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(6;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$

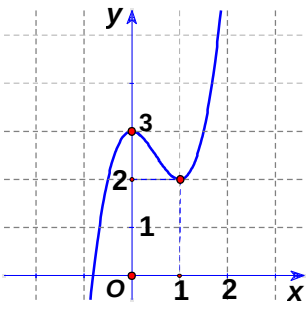
D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;6)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trên khoảng $(3;6)$ đồ thị đi xuống nên hàm số nghịch biến.

Câu 91: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên dưới:



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(1;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 92: Hàm số $y=x^3+3x^2-4$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2+6x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Dựa vào BBT, ta có hàm số nghịch biến trên $(-2;0)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (BIẾT Y, Y')

Câu 93: Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+2x+1$ **B.** $y=x-\sin x.$ **C.** $y=\dfrac{3x+2}{5x+7}.$ **D.** $y=\ln(x+3).$

Câu 94: Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{5}{2}x^2+6x$ nghịch biến trên khoảng nào ?

A. $(2;3).$ **B.** $(1;6).$ **C.** $(-6;-1).$ **D.** $(-3;-2).$

Câu 95: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty).$

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}.$

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty).$

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}.$

Câu 96: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2).$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0).$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2).$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty).$

Câu 97: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+2}.$ **B.** $y=\dfrac{1}{x-2}$ **C.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}.$ **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}.$

Câu 98: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+1$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3).$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty).$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty).$ **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3).$

Câu 99: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}-6x+\dfrac{3}{4}$

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3).$ **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2).$

C. Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty).$ **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3).$

Câu 100: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty).$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0).$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty).$ **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty).$

Câu 101: Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0)$

Câu 102: Trong các hàm sau đây, hàm số nào không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=-\dfrac{1}{x^2+1}.$ **B.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x.$

C. $y=-x^3+2x^2-7x.$ **D.** $y=-4x+\cos x.$

Câu 103: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạp hàm $f'(x)=x^2+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1).$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0).$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 104: Trong các hàm số sau, hàm số nào vừa có khoảng đồng biến vừa có khoảng nghịch biến trên tập xác định của nó. $(\mathrm{I}).\ y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, $(\mathrm{II}).\ y=-x^4+x^2-2$, $(\mathrm{III}).\ y=x^3+3x-4$.

A. $(\mathrm{I});(\mathrm{III})$. **B.** (I) & (II). **C.** $(\mathrm{II});(\mathrm{III})$. **D.** (II).

Câu 105: Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-x+1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Câu 106: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 107: Cho các hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$, $y=\tan x$, $y=x^3+x^2+4x-2017$. Số hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 108: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^2-(m+6)x$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

A. $-2\le m\le 0$. **B.** $-2\le m<0$. **C.** $m\le -2$. **D.** $m\ge -2$.

Câu 109: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{-x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

Câu 110: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 111: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2-1$. Chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 112: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **D.** $y=x^3+4x^2+3x-1$.

Câu 113: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x^2+2}$. **C.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$.

Câu 114: Hàm số $y=-x^4+4x^2+1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây ?

A. $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\sqrt{3};0\right);\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

C. $\left(-\sqrt{2};0\right);\left(\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Câu 115: Hàm số $y=x^3-3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Câu 116: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{\ln x}$.

Câu 117: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(1;3)$?

A. $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

C. $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\sqrt{x^2+1}$.

Câu 118: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Câu 119: Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\forall x\in\mathbb{R}$. **B.** $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. $(-1;0)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 120: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x}{x+1}$. **B.** $y=x+1$. **C.** $y=x^4+1$. **D.** $y=x^2+1$.

Câu 121: Hàm số $y=x^4-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 122: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{3x+1}{-x+1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

A. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **B.** $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 123: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 124: Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Câu 125: Hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ nghịch biến trên.

A. $(-1;0);(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;-1);(0;1)$.

Câu 126: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=-x\sqrt{2}+1$.

Câu 127: Hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng:

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1);(1;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Câu 128: Cho hàm số $y=\frac{x+3}{x-3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 129: Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y=\sqrt{9-x^2}$.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 130: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên tập xác định của nó ?

A. $y=x^4+2x^2+5$. **B.** $y=-2x^3-3x+5$.

C. $y=-x^4-x^2$. **D.** $y=\frac{x+1}{-x+3}$.

Câu 131: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2+3$ **B.** $y=\frac{x-1}{x+3}$

C. $y=-x^3-x-2$ **D.** $y=x^3+x^2+2x+1$

Câu 132: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?.

A. $y=x^3-3x^2+3x-2$. **B.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

C. $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-\frac{x^3}{3}+3x+2$.

Câu 133: Cho hàm số $y=x-2\sqrt{x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 134: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-x^2+1$. **D.** $y=x^2+1$.

Câu 135: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+4x^2+3x-1$.

C. $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$.

Câu 136: Xét hàm số $y=\dfrac{2-x}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 137: Hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-3;4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 138: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x+\sin x$.

A. $\varnothing$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;2)$.

Câu 139: Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng .

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Câu 140: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x+\sin x$.

A. $\varnothing$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;2)$.

Câu 141: Cho các khẳng định:

(I): Hàm số $y=2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(II):Hàm số $y=x^3-12x$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

(III): Hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$và $(2;+\infty)$.

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 142: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-3;3)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+3x-1$. **C.** $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^2+1$.

Câu 143: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

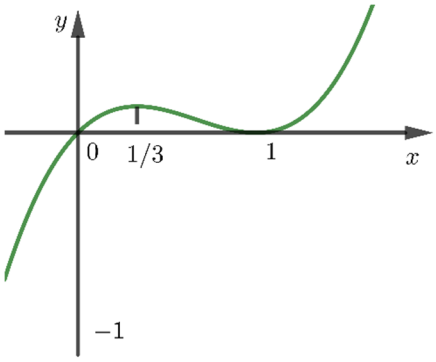
A. $y=x^3+4x+1$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 144: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$. Hàm số $y=f(x^2)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 145: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng



A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Câu 146: Hàm số $y=(x^2-x)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 147: Cho hàm số $y=x\ln x$. Chọn khẳng định sai trong số các khẳng định sau:

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e};+\infty\right)$.

C. Hàm số có đạo hàm $y'=1+\ln x$. **D.** Hàm số có tập xác định là $D=(0;+\infty)$.

Câu 148: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $f(x)$ có một cực tiểu **B.** $f(x)$ có hai cực đại

C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ **D.** $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

Câu 149: Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ nghịch biến trên:

A. Tập số thực $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$.

C. $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$ và (0; 1).

Câu 150: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên từng khoảng xác định của nó ?

A. $y=x^3-3x^2+3x-1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$.

C. $y=2x-3$. **D.** $y=\frac{x-2}{x-1}$.

Câu 151: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^2+x+1$. **B.** $y=x^3+x-2$. **C.** $y=x^4+x^2+2$. **D.** $y=x^3-x+1$.

Câu 152: Trong các hàm số $y=\frac{x-1}{3x+2}$; $y=5^x$; $y=x^3+3x^2+3x-1$; $y=\tan x+x$ có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 153: Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3+3x^2+4$ là

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(-2;0)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0)$

Câu 154: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. $y=\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=\dfrac{1}{x^2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{x}$.

Câu 155: Hàm số $y=\sqrt{x-x^2}$ nghịch biến trên:

A. $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 156: Hàm số $y=2x^4+4x^2-3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 157: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ **C.** $y=x^2+x$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Câu 158: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là đúng?

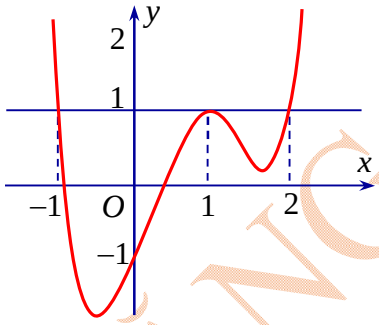
A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;\infty)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;\infty)$.

Câu 159: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=f(x)-x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(1)<g(-1)<g(2)$. **B.** $g(-1)<g(1)<g(2)$.

C. $g(2)<g(1)<g(-1)$. **D.** $g(2)<g(-1)<g(1)$.

Câu 160: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x+1}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;4)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Câu 161: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

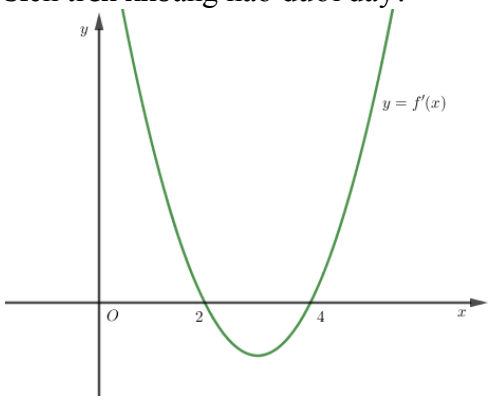
A. $y=-\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$. **C.** $y=\dfrac{2}{x-1}$. **D.** $y=-x^2+x$.

Câu 162: Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 163: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(1+x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\sqrt{3};-1\right)$. **C.** $\left(1;\sqrt{3}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 164: Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+x$ lớn nhất là:

A. $(-2;\ 0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 165: . Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=2x^4+4x+1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=x^3+3x+\sqrt[3]{4}$.

Câu 166: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+7}{x+2}$ có đồ thị (C). Hãy chọn mệnh đề **sai**:

A. Có đạo hàm $y'=\dfrac{-3}{(x+2)^2}$. **B.** Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $A\left(\dfrac{-7}{2};0\right)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số có tập xác định là: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Câu 167: Hàm số $y=\sqrt{x^2-7x+12}$ đồng biến trên.

A. $(-\infty,3)$. **B.** $(4,+\infty)$. **C.** $\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Câu 168: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_7\left(x^4+5\right)$. **B.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

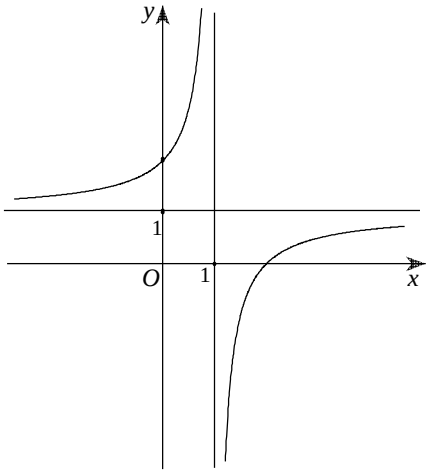
C. $y=\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^x$. **D.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}\right)^x$.

Câu 169: Hàm số $y=2x^4+x-2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;5)$ **B.** $(-1;+\infty)$ **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

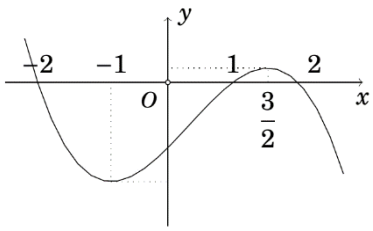
Câu 170: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét các mệnh đề sau:
(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.
(III) Hàm số đồng biến trên tập xác định.
Số các mệnh đề đúng là:
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 171: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2)=f(-2)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:
A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Câu 172: Hàm số $y=\dfrac{x^2+(m+1)x-1}{2-x}$ (m là tham số) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi các giá trị của m là:
A. $m\geq 1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\leq -\dfrac{5}{2}$. **D.** $-1<m<1$.

Câu 173: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^3$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(1;3)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 174: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=x(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?
A. $(2;+\infty)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(0;2)$

Câu 175: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-3}$. Chọn phát biểu **sai** ?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M\left(-\frac{5}{2};0\right)$.

B. $y'=\frac{-11}{(x-3)^2}$.

C. Hàm số không xác định khi $x=3$.

D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 176: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(2-x)(x+3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(2;+\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(2;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$

Câu 177: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x^2-3x-2$. **B.** $y=x^3-x^2$.

C. $y=-x^3-3x^2-3x-2$. **D.** $y=x^3-3x^2+3x-2$.

Câu 178: Hàm số $y=-x^3+3x-5$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$ **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 179: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-1$, kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;+\infty)$

Câu 180: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề **đúng** là:

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

Câu 181: Cho hàm số $(\mathrm{I});(\mathrm{III})$, mệnh đề đúng là.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $y'=\frac{1}{(x+1)^2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\};(2;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và (I).

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(I);(2;+\infty)$.

Câu 182: Trong các hàm số sau hàm nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+1$. **B.** $y=x^3+x$. **C.** $y=x^4+x^2-1$. **D.** $y=\frac{x+1}{x+3}$.

Câu 183: Cho các hàm 2018 $y=\frac{x+1}{x-1}$; $y=x^4+2x^2+2$; $y=-x^3+x^2-3x+1$. Trong các hàm 2018 trên, có bao nhiêu hàm 2018 đơn điệu trên $\mathbb{R}$?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 184: Hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 185: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $y=\left(x^2-1\right)^2-3x+2$.

C. $y=\dfrac{x}{x+1}$. **D.** $y=\tan x$.

Câu 186: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(1-x)(x+3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$

Câu 187: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\sqrt[3]{2-3x+x^2}$. **B.** $y=4x-\sqrt{x^2-x+1}$.

C. $y=\sqrt[3]{-2x+5}$. **D.** $y=7x-\sqrt{2x^2-x-1}$.

Câu 188: Cho hàm số $y=\sin x+\cos x-\sqrt{3}x$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

C. Hàm số có điểm cực trị. **D.** Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 189: Cho hàm số $y=\dfrac{2-x}{x}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

D. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: XÉT TÍNH ĐƠN ĐIỆU CỦA HÀM SỐ (BIẾT Y, Y')

Câu 93: Hàm số nào dưới đây luôn đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+2x+1$ **B.** $y=x-\sin x.$ **C.** $y=\dfrac{3x+2}{5x+7}.$ **D.** $y=\ln(x+3).$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có hàm số $y=x-\sin x$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $y'=1-\cos x\ge 0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 94: Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{5}{2}x^2+6x$ nghịch biến trên khoảng nào ?

A. $(2;3).$ **B.** $(1;6).$ **C.** $(-6;-1).$ **D.** $(-3;-2).$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2-5x+6.$

$y'<0\Leftrightarrow x^2-5x+6<0\Leftrightarrow 2<x<3$

Suy ra hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;3).$

Câu 95: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-2}$ là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty).$

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}.$

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty).$

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{-5}{(x-2)^2}<0,\forall x\ne 2.$

Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty).$

Câu 96: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2.$ Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2).$ **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0).$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2).$ **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty).$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0)$; $(2;+\infty).$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 97: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x-2}$ **C.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 98: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+1$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng** ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Xét bảng sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

Từ bảng trên ta thấy hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(1;3)$.

Câu 99: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{x^2}{2}-6x+\dfrac{3}{4}$

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x^2-x-6$ có hai nghiệm phân biệt là -2 và 3.

$f'(x)<0\Leftrightarrow x\in(-2;3)$. Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;3)$.

Câu 100: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. **D.** Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số có tập xác định $D=(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$ nên loại A,B,D.

Câu 101: Hàm số $y=2x^4+1$ đồng biến trên khoảng

A. $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ **B.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$ **C.** $(0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=8x^3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow y'>0\Leftrightarrow x>0$; $y'<0\Leftrightarrow x<0$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$

Câu 102: Trong các hàm sau đây, hàm số nào không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=-\dfrac{1}{x^2+1}$. **B.** $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}\right)^x$.

C. $y=-x^3+2x^2-7x$. **D.** $y=-4x+\cos x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Với $y=-\dfrac{1}{x^2+1}$ ta có $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)^2}$

$y'>0$ khi $x>0$ và $y'<0$ khi $x<0$ nên hàm số không nghịch biến trên $\mathbb{R}$

Câu 103: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạp hàm $f'(x)=x^2+1,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=x^2+1>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

Câu 104: Trong các hàm số sau, hàm số nào vừa có khoảng đồng biến vừa có khoảng nghịch biến trên tập xác định của nó. $(\mathrm{I}).\ y=\dfrac{2x+1}{x+1}$, $(\mathrm{II}).\ y=-x^4+x^2-2$, $(\mathrm{III}).\ y=x^3+3x-4$.

A. $(\mathrm{I});(\mathrm{III})$. **B.** (I) & (II). **C.** $(\mathrm{II});(\mathrm{III})$. **D.** (II).

Hướng dẫn giải

Chọn D

(I): TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Vậy (I) không thỏa.

(Nhận xét: đây là hàm nhất biến nên không thỏa).

(II): TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=-4x^3+2x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\dfrac{\sqrt{2}}{2}\\x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu.

x	$-\infty$		$-\frac{\sqrt{2}}{2}$		0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

.

Vậy (II) thỏa.

(Nhận xét, $y'=0$ là phương trình bậc ba có đủ 3 nghiệm nên luôn đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên (II) thỏa).

(III): TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $y'=3x^2+3>0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Vậy (III) không thỏa.

Câu 105: Cho hàm số $y=-\dfrac{1}{3}x^3+x^2-x+1$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-\infty;1)$.
D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;1)$ và nghịch biến trên $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' = -x^2 + 2x - 1 = -(x-1)^2 \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 106: Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-x}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.
D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-x}$ có tập xác định $D = \mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có đạo hàm $y' = \dfrac{2}{(x-1)^2} > 0 \ \forall x \in D$ nên khẳng định A đúng.

Câu 107: Cho các hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+2}$, $y = \tan x$, $y = x^3 + x^2 + 4x - 2017$. Số hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

* Loại hai hàm số $y = \dfrac{x+1}{x+2}$, $y = \tan x$ vì không xác định trên $\mathbb{R}$.

* Với hàm số $y = x^3 + x^2 + 4x - 2017$ ta có $y' = 3x^2 + 2x + 4 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 108: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = mx^2 - (m+6)x$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

A. $-2 \le m \le 0$. **B.** $-2 \le m < 0$. **C.** $m \le -2$. **D.** $m \ge -2$.

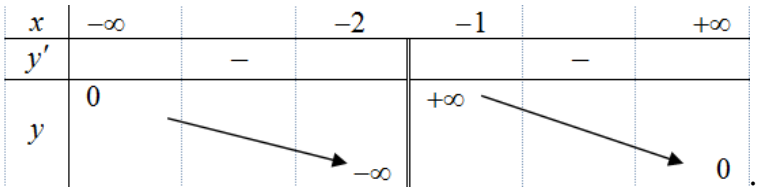
Lời giải

Chọn A

$y' = 2mx - (m+6)$. Theo yêu cầu bài toán ta có $y' \le 0, \ \forall x \in (-1;+\infty)$.

$2mx - (m+6) \le 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{6}{2x-1}$.

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{6}{2x-1}$ với $x \in (-1;+\infty)$.



Vậy $-2 \le m \le 0$.

Câu 109: Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{-x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

B. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{3}{(-x+1)^2}>0$ với mọi $x\neq 1$.

Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 110: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2-2x,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng

A. $(-2;0)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=-2f'(x)=-2x^2+4x>0\Leftrightarrow x\in(0;2)$.

Suy ra: Hàm số $y=-2f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;2)$

Câu 111: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2-1$. Chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

B. Hàm đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$ và $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phân tích: Xét phương trình $y'=0\Leftrightarrow x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\end{array}\right.$.

Theo dạng đồ thị hàm bậc bốn trùng phương có hệ số $a=\dfrac{1}{4}>0$ nên ở đây ta có thể xác định nhanh hàm số đồng biến trên $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$, hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(0;2)$.

Câu 112: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$.

C. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **D.** $y=x^3+4x^2+3x-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$ có $y'=x^2-x+3=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{11}{4}>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 113: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $(1;+\infty)$?

A. $y=\log_3 x$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x^2+2}$. **C.** $y=\left(\dfrac{1}{2}\right)^x$. **D.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có hàm số $y=a^x, y=\log_a x$ đồng biến trên tập xác định nếu $a>1$.

Do đó hàm số $y=\log_3 x$ đồng biến trên $(0;+\infty)$..

Câu 114: Hàm số $y=-x^4+4x^2+1$ nghịch biến trên mỗi khoảng nào sau đây ?

A. $\left(\sqrt{2};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\sqrt{3};0\right);\left(\sqrt{2};+\infty\right)$.

C. $\left(-\sqrt{2};0\right);\left(\sqrt{2};+\infty\right)$. **D.** $\left(-\sqrt{2};\sqrt{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

☑ $y'=-4x^3+8x=4x\left(-x^2+2\right)=0\Rightarrow x=0, x=\pm\sqrt{2}$.

☑ **Chọn đáp án.**

Câu 115: Hàm số $y=x^3-3x^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-1;1)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(2;+\infty)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$.

Do đó, $y'<0\Leftrightarrow x<0<2$.

Theo dấu hiệu nhận biết tính đơn điệu của hàm số, hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Câu 116: Hàm số nào sau đây đồng biến trên khoảng $(0;2)$?

A. $y=-x^3+3x^2$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x}$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{x}{\ln x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2$ có $y'=-3x^2+6x$.

$y'=0\Leftrightarrow -3x^2+6x=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=2$.

Xét dấu y' ta có hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

Câu 117: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(1;3)$?

A. $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x+2}$.

C. $y=\dfrac{x^2-2x+1}{x-2}$. **D.** $y=\sqrt{x^2+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

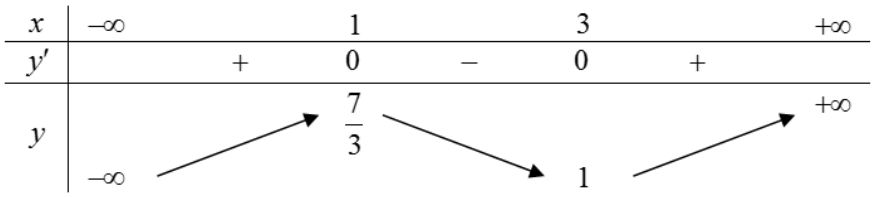
Xét hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

Ta có $y'=x^2-4x+3$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Bảng biến thiên.



Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 118: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x+1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số luôn luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số luôn luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=\dfrac{-3}{(x+1)^2}<0 \Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 119: Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ đồng biến trên khoảng nào?

A. $\forall x\in\mathbb{R}$.

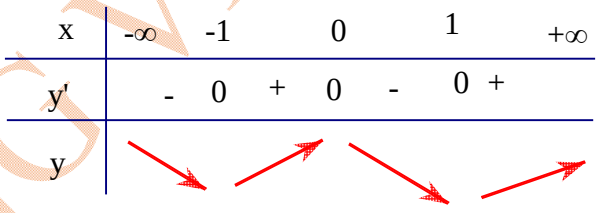
B. $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

C. $(-1;0)$.

D. $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-1;0);\ (1;+\infty)$.

Câu 120: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x}{x+1}$.

B. $y=x+1$.

C. $y=x^4+1$.

D. $y=x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=x+1$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $y'=1>0,\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 121: Hàm số $y=x^4-2$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$.

B. $(-\infty;0)$.

C. $\left(\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

D. $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=x^3$.

Hàm số nghịch biến $\Rightarrow y'=x^3<0\Leftrightarrow x<0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 122: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{3x+1}{-x+1}$. Trong các mệnh đề sau mệnh đề nào đúng ?

A. $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

B. $f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

D. $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$f'(x)=\dfrac{4}{(-x+1)^2}>0,\ \forall x\neq 1.$

Vậy hàm đã cho đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 123: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+x+1$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $\left(-\infty;\dfrac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};+\infty\right)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-4x+1$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y':

x	$-\infty$		$\dfrac{1}{3}$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu ta có $y'<0\,\forall x\in\left(\dfrac{1}{3};1\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{1}{3};1\right)$.

Câu 124: Cho hàm $y=\sqrt{x^2-6x+5}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(-\infty;1]\cup[5;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}}>0,\ \forall x\in(5;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(5;+\infty)$.

Đ. VIỆT ĐÔNG

Câu 125: Hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ nghịch biến trên.

A. $(-1;0);(1;+\infty)$. **B.** $(-1;1)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(-\infty;-1);(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=-4x^3+4x$. $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	2	↗	3	↘	$-\infty$

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;0);(1;+\infty)$.

Câu 126: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=x^2+1$. **D.** $y=-x\sqrt{2}+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=-x\sqrt{2}+1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3-3x+1$ có $y'=x^2-3$ nên hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^2+1$ có $y'=2x$ nên hàm số không thể đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3+3x+1$ có: $y'=3x^2+3\geq0\ \forall x$.

Vậy chọn phương án

D.

Câu 127: Hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ nghịch biến trên các khoảng:

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;1);(1;+\infty)$. **D.** $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0,\forall x\in D$.

Suy ra: Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1);(1;+\infty)$.

Câu 128: Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-3}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

B. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

Ta có $y'=\dfrac{-6}{(x-3)^2}<0,\forall x\in D$ do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 129: Tìm tất cả các khoảng đồng biến của hàm số $y=\sqrt{9-x^2}$.

A. $(0;+\infty)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-3;0)$. **D.** $(0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=[-3;3]$.

Ta có $y'=\dfrac{-x}{\sqrt{9-x^2}}$; $y'<0\ \ \forall x\in(0;3)$, suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $(-3;0)$.

Câu 130: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên tập xác định của nó ?

A. $y=x^4+2x^2+5$. **B.** $y=-2x^3-3x+5$.

C. $y=-x^4-x^2$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{-x+3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm trùng phương không nghịch biến trên tập xác định của nó.

Với $y=\dfrac{x+1}{-x+3}$ ta có: $y'=\dfrac{4}{(-x+3)^2}>0,\ \forall x\neq 3$. Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Với $y=-2x^3-3x+5$ ta có: $y'=-6x^2-3<0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 131: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^4+2x^2+3$ **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+3}$

C. $y=-x^3-x-2$ **D.** $y=x^3+x^2+2x+1$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm: $y=x^3+x^2+2x+1$.

Ta có: $y'=3x^2+2x+2>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$, nên hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 132: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?.

A. $y=x^3-3x^2+3x-2$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

C. $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=-\dfrac{x^3}{3}+3x+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=x^3-3x^2+3x-2\Rightarrow y'=3x^2-6x+3=3(x-1)^2\geq 0\,\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0$ chỉ tại $x=1$.

Vậy $y=x^3-3x^2+3x-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 133: Cho hàm số $y=x-2\sqrt{x}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$. **B.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=1-\dfrac{1}{\sqrt{x}}=\dfrac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}}$;

$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{x}=1\Leftrightarrow x=1$.

* $y'<0,\forall x\in(0;1)$ và $y'>0,\forall x\in(1;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Câu 134: Hàm số nào dưới đây đồng biến trên tập $\mathbb{R}$?

A. $y=-2x+1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=-x^2+1$. **D.** $y=x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì hàm số $y=2x+1$ có $y'=(2x+1)'=2>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số $y=2x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 135: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+4x^2+3x-1$.

C. $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+3x+1$ có $y'=x^2-x+3=\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2+\dfrac{11}{4}>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 136: Xét hàm số $y=\dfrac{2-x}{x-1}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=(-\infty;1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có: $y'=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\ \forall x\in D$. Do đó hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 137: Hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+1$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(-\infty;0)$. **C.** $(-3;4)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

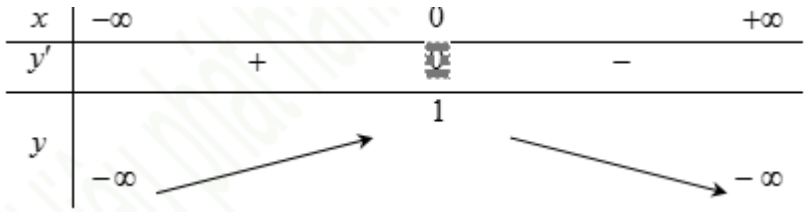
Chọn B

Ta có $y'=-4x^3$

$y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 138: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x+\sin x$.

A. $\varnothing$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=-x+\sin x$ tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-1+\cos x\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 139: Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$. Khẳng định nào sau đây là đúng .

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

B. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

C. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và $(-2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=\dfrac{-1}{(x+2)^2}$

$y'=\dfrac{-1}{(x+2)^2}<0\ \forall x\in(-\infty;-2)$ và $y'=\dfrac{-1}{(x+2)^2}<0\ \forall x\in(-2;+\infty)$

Câu 140: Tìm khoảng đồng biến của hàm số $y=-x+\sin x$.

A. $\varnothing$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $\mathbb{R}$. **D.** $(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=-x+\sin x$ tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-1+\cos x\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 141: Cho các khẳng định:

(I): Hàm số $y=2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

(II): Hàm số $y=x^3-12x$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

(III): Hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Trong các khẳng định trên có bao nhiêu khẳng định đúng?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có hàm số $y=2$ là hàm hằng nên khẳng định (I) là khẳng định sai.

Hàm số $y=x^3-12x$ có $y'=3x^2-12\Rightarrow y'<0\Leftrightarrow -2<x<2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Nên hàm số $y=x^3-12x$ nghịch biến trên khoảng $(-1;2)$.

Do đó khẳng định (II) là khẳng định đúng.

Hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$ có $y'=\dfrac{1}{(x-2)^2}>0,\forall x\neq 2$.

Nên hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$.

Do đó khẳng định (III) là khẳng định đúng.

Câu 142: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-3;3)$?

A. $y=\dfrac{x+1}{x+2}$. **B.** $y=x^3+3x-1$. **C.** $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đáp án A cho $y'=4x^3+4x=4x\left(x^2+1\right)\geq 0\Leftrightarrow x\geq 0\Rightarrow$ Loại A.

Đáp án B cho $y'=2x\geq 0\Leftrightarrow x\geq 0\Rightarrow$ Loại

B.

Đáp án C loại ngay vì $-2\in(-3;3)$.

Đáp án D cho $y'=3x^2+3>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$, suy ra hàm số đồng biến trên $(-3;3)$.

Đến đây, ta chọn được ngay D là đáp án đúng.

Câu 143: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên tập xác định của nó?

A. $y=x^3+4x+1$. **B.** $y=x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2+1$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì hàm số $y=x^3+4x+1$ có $y'=3x^2+4>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số $y=x^3+4x+1$ luôn đồng biến trên tập xác định của nó.

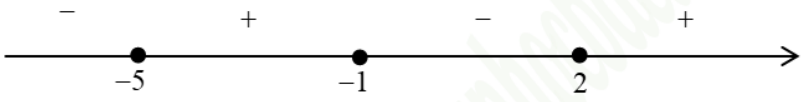
Câu 144: Cho hàm số $y=f(x)$ có $f'(x)=(x-2)(x+5)(x+1)$. Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

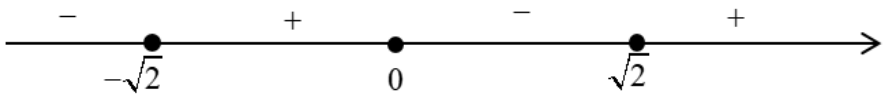
Xét dấu $f'(x)$:



Ta có: $y'=\left(f(x^2)\right)'=2x.f'\left(x^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=2\\x^2=-5\\x^2=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

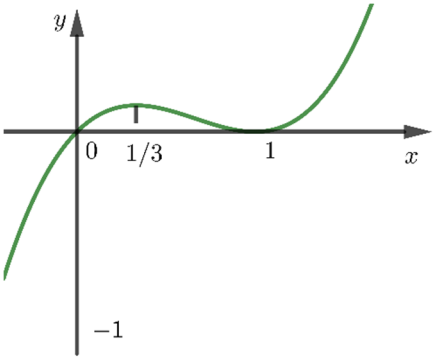
Chọn $x=1\in\left(0;\sqrt{2}\right)$ ta có $y'(1)=2.1.f'\left(1^2\right)=2.f'(1)<0$. Do đó, cả khoảng $\left(0;\sqrt{2}\right)$ âm.

Từ đó ta có trục xét dấu của $y'=\left(f\left(x^2\right)\right)'$ như sau:



Từ trục xét dấu trên ta thấy: Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên $(-1;0)$.

Câu 145: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là hàm số $f'(x)$. Biết đồ thị hàm số $f'(x)$ được cho như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng

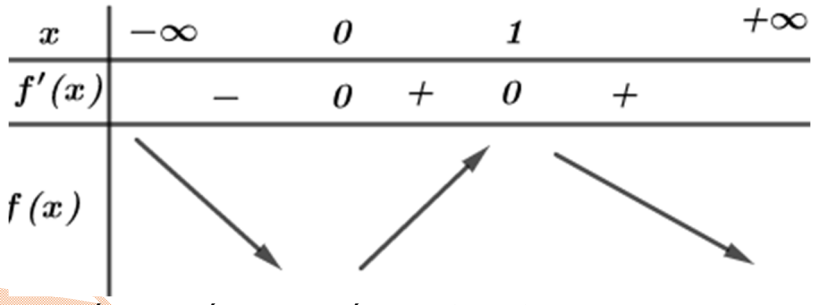


A. $(-\infty;0)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{1}{3}\right)$. **D.** $\left(\frac{1}{3};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$:



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 146: Hàm số $y=\left(x^2-x\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=2\left(x^2-x\right)(2x-1)$. Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow 2\left(x^2-x\right)(2x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $\left(\frac{1}{2};1\right)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 147: Cho hàm số $y = x\ln x$. Chọn khẳng định sai trong số các khẳng định sau:

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{e};+\infty\right)$.

C. Hàm số có đạo hàm $y' = 1+\ln x$.

D. Hàm số có tập xác định là $D = (0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y = x\ln x$. TXĐ: $D = (0;+\infty)$.

$y' = \ln x + 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{e}$.

Ta có BBT:

x	0		$\frac{1}{e}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

Dựa vào BBT suy ra đáp án A sai.

Câu 148: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. $f(x)$ có một cực tiểu

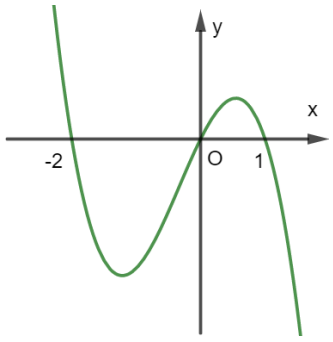
B. $f(x)$ có hai cực đại

C. $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$

D. $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$

Hướng dẫn giải

Chọn C



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-2		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↗		↘		↗		↘	

Do đó $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Câu 149: Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ nghịch biến trên:

A. Tập số thực $\mathbb{R}$. **B.** $(0;+\infty)$.

C. $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 150: Hàm số nào sau đây không đồng biến trên từng khoảng xác định của nó ?

A. $y=x^3-3x^2+3x-1$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$.

C. $y=2x-3$. **D.** $y=\dfrac{x-2}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3+4x$.

$y'=0 \Leftrightarrow 4x^3+4x=0 \Leftrightarrow x=0$.

Do y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua $x=0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 151: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$?

A. $y=x^2+x+1$. **B.** $y=x^3+x-2$. **C.** $y=x^4+x^2+2$. **D.** $y=x^3-x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=x^3+x-2$, có $y'=3x^2+1>0, \forall x \in \mathbb{R}$.

Câu 152: Trong các hàm số $y=\dfrac{x-1}{3x+2}$; $y=5^x$; $y=x^3+3x^2+3x-1$; $y=\tan x+x$ có bao nhiêu hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{3x+2}$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{2}{3}\right\}$ $\Rightarrow$ Hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\tan x+x$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{\pi}{2}+k\pi, k\in\mathbb{Z}\right\}$ $\Rightarrow$ Hàm số không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=5^x$ có $y'=5^x\ln 5>0 \ \forall x\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=x^3+3x^2+3x-1$ có $y'=3x^2+6x+3=3(x+1)^2\geq 0 \ \forall x\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy có hai hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 153: Khoảng nghịch biến của hàm số $y=x^3+3x^2+4$ là

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(-2;0)$

C. $(-\infty;-2)$ và $(0;+\infty)$ **D.** $(-\infty;0)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2+6x$; $y'<0\Leftrightarrow 3x^2+6x<0\Leftrightarrow -2<x<0$.

Câu 154: Trong các hàm số sau, hàm số nào nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$?

A. $y=\frac{1}{x}$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=\frac{1}{x^2}$. **D.** $y=-\frac{1}{x}$.

Hướng dẫn giải:

Chọn B

Cách 1: Tự luận

Xét $y=x^3-3x+1$ có $y'=3x^2-3\le 0,\forall x\in(-1;1)$ nên nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Cách 2: Trắc nghiệm

Các câu A,C,D không xác định trên $(-1;1)$ nên loại.

Câu 155: Hàm số $y=\sqrt{x-x^2}$ nghịch biến trên:

A. $\left(\frac{1}{2};1\right)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=[0;1]$.

$y'=\frac{1-2x}{2\sqrt{x-x^2}}$. $y'=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$. $y'\le 0\Leftrightarrow x\ge\frac{1}{2}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 156: Hàm số $y=2x^4+4x^2-3$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(0;+\infty)$. **C.** $(1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=8x^3+8x=8x(x^2+1)$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên $(-\infty;0)$.

Câu 157: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3+x$. **B.** $y=\frac{x+1}{x+3}$ **C.** $y=x^2+x$. **D.** $y=x^4+x^2$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Ta thấy hàm số $y=x^2+x$ là hàm số bậc hai do đó không đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra loại đáp án **A.**

Hàm số $y=x^4+x^2$ là hàm số trùng phương luôn có điểm cực trị do đó không đồng biến trên $\mathbb{R}$ suy ra loại đáp án

B.

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+3}$ có tập xác định là $\mathbb{R}\setminus\{-3\}$ nên loại đáp án

D.

Vậy đáp án đúng là

C.

Cách khác: Hàm số $y=x^3+x$ có $y'=3x^2+1>0$, với $\forall x\in\mathbb{R}$ do đó hàm số luôn đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$.

Câu 158: Kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$ là đúng?

A. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;\infty)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

D. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;\infty)$.

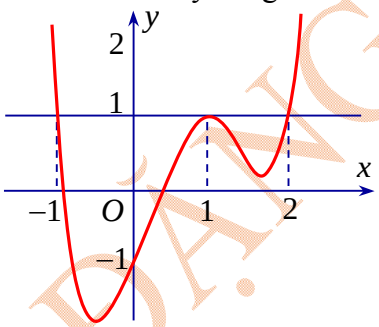
Hướng dẫn giải.

Chọn B

Ta có: TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Vậy hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Câu 159: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Đặt $g(x)=f(x)-x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $g(1)<g(-1)<g(2)$.

B. $g(-1)<g(1)<g(2)$.

C. $g(2)<g(1)<g(-1)$.

D. $g(2)<g(-1)<g(1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=f(x)-x$, $\Rightarrow g'(x)=f'(x)-1$, $g'(x)=0\Leftrightarrow f'(x)=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
g	$-\infty$	↗	$g(-1)$	↘	$g(1)$	↘	$g(2)$	↗	

Vậy $g(2)<g(1)<g(-1)$.

Câu 160: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x+1}$. Phát biểu nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;4)$.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$ và nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=R\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{x^2+2x+5}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\neq -1$.

Suy ra Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

Do đó đồng biến trên khoảng $(2;4)$.

Câu 161: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

A. $y=-\dfrac{1}{x}$. **B.** $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$. **C.** $y=\dfrac{2}{x-1}$. **D.** $y=-x^2+x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\log_{\frac{1}{2}}(x+1)$ có tập xác định $D=(-1;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{(x+1)\ln\frac{1}{2}}<0,\forall x\in D$ suy ra hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 162: Hàm số $y=x^4-2x^2$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây ?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định : $D=\mathbb{R}$; $y'=4x^3-4x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

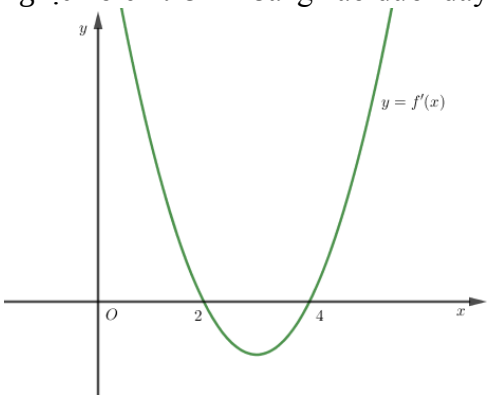
Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hàm số đã cho nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(0;1)$.

Câu 163: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số $y=f\left(1+x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $\left(\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\sqrt{3};-1\right)$. **C.** $\left(1;\sqrt{3}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\left[f\left(1+x^2\right)\right]'=2x.f'\left(1+x^2\right)\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\1+x^2=2\\1+x^2=4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Mặt khác ta có

$f'\left(1+x^2\right)<0\Leftrightarrow 2<1+x^2<4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-\sqrt{3}<x<-1\\1<x<\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$2x$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'(1+x^2)$		$+$	0	$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	0	$+$	
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Vậy hàm số $y=f\left(1+x^2\right)$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;\sqrt{3}\right)$.

Câu 164: Khoảng đồng biến của hàm số $y=x^3+x$ lớn nhất là:

A. $(-2;\ 0)$. **B.** $(-\infty;-2)$. **C.** $(0;+\infty)$. **D.** $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=3x^2+1>0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 165: . Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=2x^4+4x+1$. **C.** $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$. **D.** $y=x^3+3x+\sqrt[3]{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đạo hàm các hàm số đã cho ta thấy chỉ có hàm số $y=x^3+3x+\sqrt[3]{4}$ có đạo hàm lớn hơn 0 với mọi $x\in\mathbb{R}$.

Câu 166: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+7}{x+2}$ có đồ thị (C). Hãy chọn mệnh đề **sai**:

A. Có đạo hàm $y'=\dfrac{-3}{(x+2)^2}$.

B. Đồ thị cắt trục hoành tại điểm $A\left(\dfrac{-7}{2};0\right)$.

C. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số có tập xác định là: $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $y'=\dfrac{-3}{(x+2)^2}<0,\forall x\neq -2$.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2);(-2;+\infty)$.

Câu 167: Hàm số $y=\sqrt{x^2-7x+12}$ đồng biến trên.

A. $(-\infty,3)$.

B. $(4,+\infty)$.

C. $\left(\dfrac{3}{2},+\infty\right)$.

D. $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x^2-7x+12\geq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x\leq 3\\x\geq 4\end{array}\right.$. Hàm số có tập xác định $D=(-\infty,3]\cup[4,+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{2x-7}{2\sqrt{x^2-7x+12}}$, $y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{7}{2}\notin D$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		3		4		$+\infty$
y'		$-$				$+$	
y	$+\infty$		0		0		$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đã cho đồng biến trên $(4,+\infty)$.

Câu 168: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\log_7\left(x^4+5\right)$.

B. $y=\left(\dfrac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$.

C. $y=\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^x$.

D. $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}\right)^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số $0<\dfrac{3}{\pi}<1$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{3}{\pi}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}>1$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{\mathrm{e}}\right)^x$ đồng

biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\log_7\left(x^4+5\right)$ có $y'=\dfrac{4x^3}{\left(x^4+5\right)\ln 7}<0$ khi $x<0$, nên hàm số $y=\log_7\left(x^4+5\right)$ không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số $y=\left(\dfrac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x=\left(10\left(\sqrt{2018}-\sqrt{2015}\right)\right)^x$ là hàm số mũ có cơ số $0<10\left(\sqrt{2018}-\sqrt{2015}\right)<1$ nên hàm số $y=\left(\dfrac{\sqrt{2018}-\sqrt{2015}}{10^{-1}}\right)^x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 169: Hàm số $y=2x^4+x-2018$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(-2;5)$ **B.** $(-1;+\infty)$ **C.** $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right)$ **D.** $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

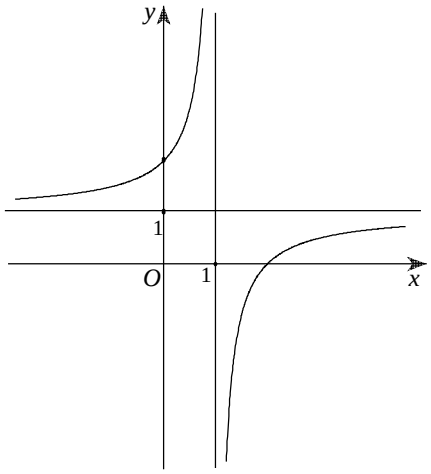
Ta có $y'=8x^3+1$; giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow 8x^3+1=0\Leftrightarrow x^3=-\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-1/2$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$y(-\frac{1}{2})$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

Câu 170: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên dưới.



Xét các mệnh đề sau:

(I) Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

(II) Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$.

(III) Hàm số đồng biến trên tập xác định.

Số các mệnh đề đúng là:

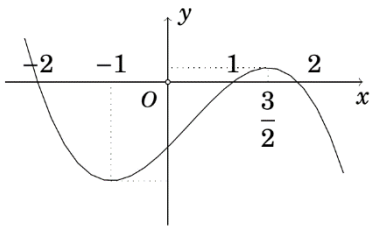
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 171: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa $f(2)=f(-2)=0$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ có dạng như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(1;2)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-1;1)$. **D.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta lập được bảng biến thiên của $y=f(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	$f(1)$	↗	0	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$, ta có $y'=2f(x).f'(x)$.

Do *Oxyz* và $f'(x)>0,\ \forall x\in(1;2)\cup(-\infty;-2)$ nên hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$ và $(1;2)$.

Câu 172: Hàm số $y=\dfrac{x^2+(m+1)x-1}{2-x}$ (m là tham số) nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi các giá trị của m là:

A. $m\ge 1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m\le -\frac{5}{2}$. **D.** $-1<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. Đạo hàm: $y'=\dfrac{-x^2+4x+2m+1}{(2-x)^2}=\dfrac{g(x)}{(2-x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định của nó khi và chỉ khi $y'\le 0,\ \forall x\in D$
(Dấu '=' chỉ xảy ra tại hữu hạn điểm trên D)
$\Leftrightarrow\ g(x)=-x^2+4x+2m+1\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

Điều kiện: $\Delta'\le 0$ (vì $a=-1<0$) $\Leftrightarrow\ 4-(-1).(2m+1)\le 0\ \Leftrightarrow\ 2m+5\le 0\ \Leftrightarrow\ m\le -\frac{5}{2}$.

Câu 173: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x(x-2)^3$, với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1;3)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Đồng thời $f'(x)<0\Leftrightarrow x\in(0;2)$ nên ta chọn đáp án theo đề bài là $(0;1)$.

Câu 174: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $y=f'(x)=x(x-2),\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(2;+\infty)$ **B.** $(0;+\infty)$ **C.** $(-\infty;0)$ **D.** $(0;2)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0;x=2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số nghịch biến trên $(0;2)$.

Câu 175: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-3}$. Chọn phát biểu **sai** ?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm $M\left(-\dfrac{5}{2};0\right)$.

B. $y'=\dfrac{-11}{(x-3)^2}$.

C. Hàm số không xác định khi $x=3$.

D. Hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{-11}{(x-3)^2}<0\ \ \forall x\neq 3$.

Nên hàm số $y=\dfrac{2x+5}{x-3}$ nghịch biến trên $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$ nên chọn câu D.

Câu 176: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(2-x)(x+3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(2;+\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(2;+\infty)$

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$

D. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;2)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=2 \\ x=-3 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu $f'(x)$

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	

Dựa vào bảng trên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;2)$.

Câu 177: Hàm số nào sau đây nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^3-3x^2-3x-2$. **B.** $y=x^3-x^2$.

C. $y=-x^3-3x^2-3x-2$. **D.** $y=x^3-3x^2+3x-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy ở đáp án **A** và **C** có hệ số $a>0$ nên không thể nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Đáp án **D** có $a.c<0$ nên đạo hàm đổi dấu trên $\mathbb{R}$.

Câu 178: Hàm số $y=-x^3+3x-5$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-\infty;1)$ **B.** $(-1;1)$. **C.** $(-\infty;-1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=-3x^2+3$. Cho $y'=0 \Leftrightarrow x=1 \vee x=-1$

Dựa vào bảng biến thiên ta **Chọn A**.

Câu 179: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-1$, kết luận nào sau đây về tính đơn điệu của hàm số là đúng nhất:

A. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0);(2;+\infty)$

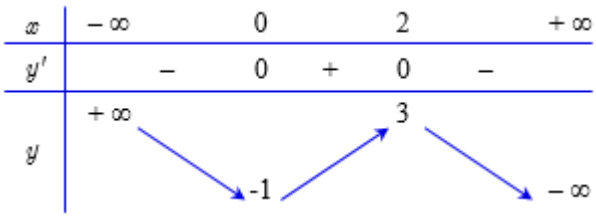
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

$y=-x^3+3x^2-1 \Rightarrow y'=-3x^2+6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Vậy đáp án A là đúng nhất.

Câu 180: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. Mệnh đề **đúng** là:

A. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(1;+\infty)$, nghịch biến trên $(-1;1)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.

D. Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in D$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$.Hàm số nào sau đây có chiều biến thiên khác với chiều biến thiên của các hàm số còn lại.

A. $k(x)=2x+1$.

B. $g(x)=x^3-6x^2+15x+3$.

C. $f(x)=\dfrac{-x^2-2x+5}{x+1}$.

D. $h(x)=x^3+x-\sin x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có:

❍ $f'(x)=\dfrac{-x^2-2x-7}{(x+1)^2}=\dfrac{-(x+1)^2-6}{(x+1)^2}<0,\forall x\neq -1\Rightarrow f(x)$ luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định.

❍ $g'(x)=3x^2-12x+15=3(x-2)^2+2>0,\forall x\Rightarrow g(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

❍ $k'(x)=2>0,\forall x\Rightarrow k(x)$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

❍ $h'(x)=3x^2+1-\cos x=3x^2+2\sin^2\dfrac{x}{2}\geq 0,\forall x\in\mathbb{R}$ và do hàm số $h(x)=x^3+x-\sin x$ liên tục trên $\mathbb{R}$ nên hàm số 3003 đồng biến trên AD.

Qua đây ta nhận thấy các hàm số $h(x)$, $g(x)$, $k(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, còn hàm $f(x)$ thì không.

Câu 181: Cho hàm số $(\mathrm{I});(\mathrm{III})$, mệnh đề đúng là.

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$ và đồng biến trên các khoảng $y'=\dfrac{1}{(x+1)^2}>0\ \forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\};(2;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;0)$ và (I).

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và nghịch biến trên các khoảng $(I);(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

(II).

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$ và hàm số nghịch biến trên khoảng $D=\mathbb{R}$ và $y'=-4x^3+2x$.

Câu 182: Trong các hàm số sau hàm nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=x^2+1$.

B. $y=x^3+x$.

C. $y=x^4+x^2-1$.

D. $y=\dfrac{x+1}{x+3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 183: Cho các hàm 2018 $y=\dfrac{x+1}{x-1}$; $y=x^4+2x^2+2$; $y=-x^3+x^2-3x+1$. Trong các hàm 2018 trên, có bao nhiêu hàm 2018 đơn điệu trên $\mathbb{R}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm 2018 $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ nên hàm 2018 không thể đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm 2018 $y=x^4+2x^2+2$ có $y'=4x^3+4x=4x\left(x^2+1\right)$, y' đổi dấu khi đi qua $x=0$ nên hàm 2018 không đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Xét hàm 2018 $y=-x^3+x^2-3x+1$ có $y'=-3x^2+2x-3$. Ta có $\Delta'=1-9=-8<0\ \forall x\in\mathbb{R}$ nên $(-3).y'>0\ \forall x\in\mathbb{R}$ hay $y'<0\ \forall x\in\mathbb{R}$. Hàm 2018 đơn điệu trên $\mathbb{R}$.

Câu 184: Hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

A. $(-2;1)$. **B.** $(1;4)$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số: $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ có:

TXĐ: $D=[-2;4]$.

$$y'=\frac{\left(8+2x-x^2\right)'}{2\sqrt{8+2x-x^2}}=\frac{2-2x}{2\sqrt{8+2x-x^2}}=\frac{1-x}{\sqrt{8+2x-x^2}};\ y'=0\Leftrightarrow x=1.$$

Ta có bảng biến thiên:

x	-2		1		4
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	3	↘	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số $y=\sqrt{8+2x-x^2}$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

Câu 185: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$. **B.** $y=\left(x^2-1\right)^2-3x+2$.

C. $y=\dfrac{x}{x+1}$. **D.** $y=\tan x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ có tập xác định $\mathbb{R}$

Ta có: $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

**Dùng phương pháp loại dần:*

Hai hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ và $y=\tan x$ không xác định trên $\mathbb{R}$ nên không đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hàm số ở đáp án B có y' là hàm số bậc ba nên không thể có $y'\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 186: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^2(1-x)(x+3)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$

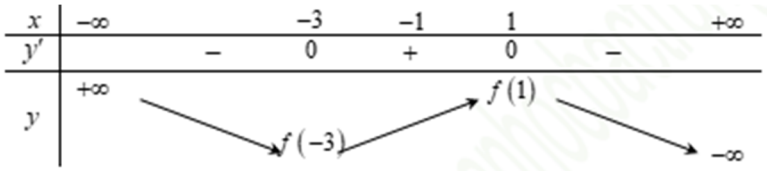
C. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-3;-1)$ và $(1;+\infty)$

D. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-3)$ và $(1;+\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ như sau:



Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;1)$.

Câu 187: Hàm số nào sau đây đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\sqrt[3]{2-3x+x^2}$.

B. $y=4x-\sqrt{x^2-x+1}$.

C. $y=\sqrt[3]{-2x+5}$.

D. $y=7x-\sqrt{2x^2-x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=4x-\sqrt{x^2-x+1}$

Tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

$$y'=4-\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}=0 \Leftrightarrow \frac{8\sqrt{x^2-x+1}-2x+1}{2\sqrt{x^2-x+1}}=0$$

$$\Leftrightarrow 8\sqrt{x^2-x+1}-2x+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\frac{1}{2} \\ 64x^2-64x+64=4x^2-4x+1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge\frac{1}{2} \\ 60x^2-60x+63=0 \end{cases}$$, phương trình vô nghiệm.

x	$-\infty$		$+\infty$
y'		$+$	
y	$-\infty$	→	$+\infty$

Câu 188: Cho hàm số $y=\sin x+\cos x-\sqrt{3}x$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau.

A. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số đi qua gốc tọa độ.

C. Hàm số có điểm cực trị.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\cos x-\sin x-\sqrt{3}=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)-\sqrt{3}\le\sqrt{2}-\sqrt{3}<0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Vậy hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 189: Cho hàm số $y=\frac{2-x}{x}$. Mệnh đề nào đưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty;0)\cup(0;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên tập xác định.

D. Hàm số đồng biến trên hai khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=-\frac{2}{x^2}<0,\ \forall x\neq 0$.

Do đó hàm số đã cho nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ BẬC BA ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 190: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m+1)x^2+(m-2)x-3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le -\frac{1}{4}$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $\frac{-1}{4}\le m<0$.

Câu 191: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 192: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\frac{m+2}{3}x^3-(m+2)x^2-(3m-1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-2\le m\le -\frac{1}{4}$. **B.** $-2<m\le 0$. **C.** $m\le -\frac{1}{4}$. **D.** $-2<m\le -\frac{1}{4}$.

Câu 193: Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+(3m+2)x-2018$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le 2$ **B.** $-2\le m\le -1$ **C.** $-1\le m\le 0$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2\\ m\le -1\end{array}\right.$

Câu 194: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

A. $\left[\begin{array}{l} a=b=c=0\\ a<0;b^2-3ac<0\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,c>0\\ a>0;b^2-3ac\le 0\end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} a=b=0,c>0\\ a<0;b^2-3ac\le 0\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,c>0\\ a>0;b^2-3ac\ge 0\end{array}\right.$.

Câu 195: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y=\sqrt{x^3+x}$. **B.** $y=x^3-3x^2+3x+2$.

C. $y=x^2+2018$. **D.** $y=\frac{x-2018}{x+2018}$.

Câu 196: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2-mx-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge -4$. **B.** $m<-4$. **C.** $m\le -4$. **D.** $m>-4$.

Câu 197: Tìm m để hàm số: $f(x)=(m+2)\frac{x^3}{3}-(m+2)x^2+(m-8)x+m^2-1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m\ge -2$.

Câu 198:] Hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

A. $m<3$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 199: Với giá thực nào của tham số m thì hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m\le 1$. **B.** $m\ge 3$. **C.** $m<3$. **D.** $-1\le m\le 3$.

Câu 200: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hỏi hàm số đó luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

A. $\left[\begin{array}{l} a=b=0,c>0 \\ a>0;b^2-3ac\le 0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a=b=c=0 \\ a<0;b^2-3ac<0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} a=b=0,c>0 \\ a>0;b^2-3ac\ge 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,c>0 \\ a<0;b^2-3ac\le 0 \end{array}\right.$.

Câu 201: Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y=x^3-3x^2+3(m+1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 2$. **B.** $m<2$. **C.** $m<0$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 202: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+x+2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 4

Câu 203: Tập tấ cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-(m-1)x^2+3x+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là.

A. $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-2;4)$.

C. $[-2;4]$. **D.** $(-\infty;2)\cup(4;+\infty)$.

Câu 204: Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+(2a+1)x-3a+2$ (a là tham số). Với giá trị nào của a thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $a\le -\frac{5}{2}$. **B.** $a\ge 1$. **C.** $a\le 1$. **D.** $a\ge -\frac{5}{2}$.

Câu 205: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+(m+3)x+m-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le -\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{3}{4}\le m\le 1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $-\frac{3}{4}<m<1$.

Câu 206: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^3+mx^2+m(m-1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge\frac{4}{3}$. **B.** $m\le\frac{4}{3}$ và $m\ne 0$.

C. $m=0$ hoặc $m\ge\frac{4}{3}$. **D.** $m\le\frac{4}{3}$.

Câu 207: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số hàm số $y=\frac{1}{3}(m^2-m)x^3+2mx^2+3x-2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 208: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $a>0,\ b^2-3ac\le 0.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,\ c>0 \\ a>0,\ b^2-3ac\le 0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} a=b=0,\ c>0 \\ a>0,\ b^2-4ac\le 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a=b=0,\ c>0 \\ a>0,\ b^2-3ac\ge 0 \end{array}\right.$.

Câu 209: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^3+\left(m-1\right)x^2-x+4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 210: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\left(m-1\right)x^3-3\left(m-1\right)x^2+3x+2$ đồng biến biến trên $\mathbb{R}$?

A. $1<m<2$. **B.** $1\le m\le 2$. **C.** $1\le m<2$ **D.** $1<m\le 2$.

Câu 211: Trong tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2-mx-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, giá trị nhỏ nhất của m là:

A. 1. **B.** –4. **C.** –1. **D.** 0.

Câu 212: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m $\left(m\in\left[-2018;2018\right]\right)$ để hàm số $y=x^2\left(m-x\right)-m$ đồng biến trên $\left(1;2\right)$?

A. 2018. **B.** 2014. **C.** 2020. **D.** 2016.

Câu 213: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+\left(m-1\right)x^2+\left(2m-3\right)x-\frac{2}{3}$ đồng biến trên khoảng $\left(1;+\infty\right)$.

A. $m>2$. **B.** $m<1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\le 2$.

Câu 214: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=-x^3+\left(m+1\right)x^2+2x-3$ đồng biến trên đoạn $\left[0;2\right]$ là

A. $m\le\frac{3}{2}$. **B.** $m<\frac{3}{2}$. **C.** $m>\frac{3}{2}$. **D.** $m\ge\frac{3}{2}$.

Câu 215: Cho hàm số $y=x^3-3(m^2+3m+3)x^2+3(m^2+1)^2x+m+2$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $\left[1;+\infty\right)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Câu 216: Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x+\cos 2x+1=0$ trong $\left[0;2018\pi\right]$ là

A. 2018. **B.** 2017. **C.** 1009. **D.** 1008.

Câu 217: Tìm m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2-\left(m+1\right)x-m+3$ đồng biến trên đoạn có độ dài bằng 2.

A. $m=-1$. **B.** Không tồn tại m.

C. $m=-1$ hoặc $m=2$. **D.** $m=2$.

Câu 218: Các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^3-3mx^2-3x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là.

A. $-1\le m<0$. **B.** $-1<m\le 0$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $-1\le m\le 0$.

Câu 219: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+(6m+5)x-1$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 220: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+2mx-3m+4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Tính tổng tất cả phần tử của *S*.

A. 9. **B.** −1. **C.** −8. **D.** 8.

Câu 221: Tìm tập hợp tất cả các giác trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3+mx^2-x+m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $\left(-\infty;-\frac{11}{4}\right)$. **B.** $(-\infty;-1)$. **C.** $[-1;+\infty)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{11}{4}\right]$.

Câu 222: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng có độ dài bằng 3?

A. $m=-\frac{15}{4}$. **B.** $m=\frac{4}{15}$. **C.** $m=\frac{15}{4}$. **D.** $m=-\frac{4}{15}$.

Câu 223: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{x^3}{3}-(2m-1)\frac{x^2}{2}+(m^2-m-2)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Câu 224: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=\frac{mx^3}{3}+7mx^2+14x-m+2$ giảm trên nửa khoảng $[1;+\infty)$?

A. $\left[-2;-\frac{14}{15}\right]$. **B.** $\left[-\frac{14}{15};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{14}{15}\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{14}{15}\right]$.

Câu 225: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0<m<1$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $0\le m\le 1$.

Câu 226: Cho hàm số $y=x^3+3x^2-mx-4$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ là

A. $(-1;5)$. **B.** $(-\infty;-4]$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Câu 227: Cho hàm số $y=|x^3-mx+1|$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty]$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 10 **B.** 1 **C.** 9 **D.** 3

Câu 228: Cho hàm số $y=x^3-3(m^2+3m+3)x^2+3(m^2+1)^2x+m+2$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Câu 229: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Câu 230: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+2)x^2+3(m^2+4m)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 231: Tìm tất cả các giá thực của tham số m sao cho hàm số $y=2x^3-3x^2-6mx+m$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $m\ge\frac{1}{4}$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\le-\frac{1}{4}$. **D.** $m\ge 2$.

Câu 232: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+3x^2+mx+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge-3$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\le-3$.

Câu 233: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+4x-m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $[-2;2]$.

Câu 234: Cho hàm số $y=mx^3+3mx^2-3x+1$. Tìm tập hợp tất cả các số thực m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-1\le m\le 0$. **B.** $-1\le m<0$. **C.** $m\ge 0\vee m\le-1$. **D.** $-1<m<0$.

Câu 235: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-(3m+2)x+2$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 là

A. $m=1$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=\frac{1}{3}$.

Câu 236: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x+1$ đồng biến trên các khoảng thỏa mãn $1\le|x|\le 2$.

A. $\left[\begin{array}{l}-1<m<2\\ m>2\\ m<-3\end{array}\right.$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-4\\ m>2\end{array}\right.$. **D.** $m>2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 237: Xác định các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. $m \le 0$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m \ge \frac{1}{2}$. **D.** $m < \frac{1}{2}$.

Câu 238: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 6x^2 + mx + 5$ đồng biến trên một khoảng có chiều dài bằng 1

A. $m = -\frac{45}{4}$. **B.** $m = -12$. **C.** $m = \frac{2}{5}$. **D.** $m = -\frac{25}{4}$.

Câu 239: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↗	5	↘	$-\infty$

Số mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây ?

I. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

III. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 240: Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + (m^2+2m)x - 3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $S = [0;1]$. **B.** $S = [-1;0]$ **C.** $S = \varnothing$. **D.** $S = \{-1\}$.

Câu 241: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 3x^2 - mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

A. $m \le -1$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \ge -2$. **D.** $m \le -3$.

Câu 242: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $b - a > 3$ là

A. $m < 0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 6 \end{array}\right.$. **C.** $m > 6$. **D.** $m = 9$.

Câu 243: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (m+1)x^2 + 4x + 7$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng tất cả phần tử của S.

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 4.

Câu 244: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-mx+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** Vô số

Câu 245: . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2-(m-6)x+1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $[3;6]$.

Câu 246: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+2mx-3m+4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

A. $m=9$. **B.** $m=1;m=-9$. **C.** $m=-1;m=9$. **D.** $m=-1$.

Câu 247: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(2m-1)x-m+2$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$..

A. $m>1$. **B.** $m\le-\frac{1}{2}$. **C.** $m<-\frac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 248: Biết rằng hàm số $y=\frac{x^3}{3}+3(m-1)x^2+9x+1$ nghịch biến trên $(x_1;x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1-x_2|=6$ thì giá trị m là:

A. -4 và 2. **B.** $1+\sqrt{2}$ và $1-\sqrt{2}$.
C. -4. **D.** 2.

Câu 249: Với tất cả các giá trị thực nào của tham số m thì hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$?

A. $-1\le m\le 0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $m\ge-1$. **D.** $m\le 0$.

Câu 250: Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx+2$ tăng trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $m\le 3$. **B.** $m<3$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m\ne 3$.

Câu 251: Tìm m để hàm số $y=-x^3+3x^2+3mx+m-1$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

A. $m<1$. **B.** $m>-1$. **C.** $m\le-1$. **D.** $m\le 1$.

Câu 252: Tìm tất cả các giá trị thực m để $f(x)=-x^3+3x^2+(m-1)x+2m-3$ đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1.

A. $-\frac{5}{4}<m<0$. **B.** $m>-\frac{5}{4}$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m\le 0$.

Câu 253: Hàm số $y=(x+m)^3+(x+n)^3-x^3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4(m^2+n^2)-m-n$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. -16. **B.** 4. **C.** $\frac{-1}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 254: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $m\le 12$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\ge 12$. **D.** $m\le 0$.

Câu 255: Hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên miền $(0;+\infty)$ khi giá trị của m thỏa mãn:

A. $m\ge 12$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\le 12$. **D.** $m>12$.

Câu 256: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y=mx^3-x^2+3x+m-2$ đồng biến trên $(-3;0)$ là

A. $\left[\frac{-1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{-1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{-1}{3}\right)$. **D.** $\left[\frac{-1}{3};0\right)$.

Câu 257: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. 1. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 3.

Câu 258:] Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(2m+1)x^2+2mx+1$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m>0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m<0$.

Câu 259: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+m(m+2)x+2016$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(3;7)$.

A. $m<1$. **B.** $m\le 1$. **C.** $m\ge 7\cup m\le 1$. **D.** $m\ge 5$.

Câu 260: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2-9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. $m<-1$. **B.** $m\ge\frac{1}{3}$ hoặc $m\le -1$.

C. $-1<m<\frac{1}{3}$. **D.** $m>\frac{1}{3}$.

Câu 261: Tìm m để mỗi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-mx^2-2mx+2017$ đều là đồ thị của hàm số bậc nhất đồng biến.

A. $-6<m<0$. **B.** $-6\le m\le 0$. **C.** $-24<m<0$. **D.** $-\frac{3}{2}<m<0$.

Câu 262: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-4mx$ đồng biến trên đoạn $[1;\ 4]$.

A. $\frac{1}{2}<m<2$ **B.** $m\le 2$ **C.** $m\le\frac{1}{2}$ **D.** $m\in\mathbb{R}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 263: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x+2017$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $b-a>3$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>6 \end{array}\right.$. **B.** $m<0$. **C.** $m=9$. **D.** $m>6$.

Câu 264: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=-x^3+(m+1)x^2+2x-3$ đồng biến trên đoạn $[0;2]$ là?

A. $m<\frac{3}{2}$. **B.** $m>\frac{3}{2}$. **C.** $m\geq\frac{3}{2}$. **D.** $m\leq\frac{3}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ BẬC BA ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 190: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-(m+1)x^2+(m-2)x-3m$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le -\frac{1}{4}$. **B.** $m<0$. **C.** $m>0$. **D.** $\frac{-1}{4}\le m<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$y'=mx^2-2(m+1)x+(m-2)$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\le 0\forall x\in\mathbb{R}$.

TH1: $m=0$ ta có $y'=-2x-2$ (không thỏa mãn)

TH2: $m\ne 0$ ta có $y'\le 0\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ \Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ (m+1)^2-m(m-2)\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ 1+4m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\le -\frac{1}{4}$.

Câu 191: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3-2mx^2+(3m+5)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. 6. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=mx^2-4mx+3m+5$.

Với $a=0\Leftrightarrow m=0\Rightarrow y'=5>0$. Vậy hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với $a\ne 0\Leftrightarrow m\ne 0$. Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

$y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ (2m)^2-m(3m+5)\le 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ m^2-5m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ 0\le m\le 5\end{cases}\Leftrightarrow 0<m\le 5$.

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{0;1;2;3;4;5\}$.

Câu 192: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\frac{m+2}{3}x^3-(m+2)x^2-(3m-1)x+1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-2\le m\le -\frac{1}{4}$. **B.** $-2<m\le 0$. **C.** $m\le -\frac{1}{4}$. **D.** $-2<m\le -\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 193: Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3-mx^2+(3m+2)x-2018$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $m\le 2$ **B.** $-2\le m\le -1$ **C.** $-1\le m\le 0$ **D.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le -1\end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=-x^2-2mx+(3m+2)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hàm số đã cho nghịch biến trên

$\mathbb{R} \Leftrightarrow f'(x) \le 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le -1$

Câu 194: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hỏi hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

A. $\begin{bmatrix} a = b = c = 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac < 0 \end{bmatrix}$.

B. $\begin{bmatrix} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \le 0 \end{bmatrix}$.

C. $\begin{bmatrix} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \le 0 \end{bmatrix}$.

D. $\begin{bmatrix} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \ge 0 \end{bmatrix}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' = 3ax^2 + 2bx + c \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $a = b = 0, c > 0$

Trường hợp 1: $a \ne 0$, giải $\Delta' = b^2 - 3ac$

Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$

Câu 195: Trong các hàm số sau, hàm số nào đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $y = \sqrt{x^3 + x}$.

B. $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$.

C. $y = x^2 + 2018$.

D. $y = \dfrac{x - 2018}{x + 2018}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2 \Rightarrow y' = 3x^2 - 6x + 3 = 3(x-1)^2 \ge 0$.

Vậy hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 196: Với giá trị nào của tham số m thì hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 - mx - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \ge -4$. **B.** $m < -4$. **C.** $m \le -4$. **D.** $m > -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì.

$y' \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow x^2 + 4x - m \ge 0\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow 4 + m \le 0 \Leftrightarrow m \le -4$.

Câu 197: Tìm m để hàm số: $f(x) = (m+2)\dfrac{x^3}{3} - (m+2)x^2 + (m-8)x + m^2 - 1$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \le -2$. **C.** $m < -2$. **D.** $m \ge -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = (m+2)x^2 - 2(m+2)x + m - 8$.

Trường hợp $m = -2$, ta có $f'(x) = -10 < 0; \forall x \in \mathbb{R}$ (1).

Trường hợp $m \ne -2$, ta có để hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì:

$$f'(x) \le 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m + 2 < 0 \\ \Delta' = (m+2)^2 - (m+2).(m-8) \le 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ (m+2)\left[(m+2) - (m-8)\right] \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -2 \\ 10.(m+2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < -2\ (2).$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Từ (1) và (2) suy ra để hàm số đã cho luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $m \le -2$.

Câu 198:] Hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

A. $m < 3$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2) = 6\left[x^2 + (m-1)x + m - 2\right]$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $x^2 + (m-1)x + m - 2 \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow (m-1)^2 - 4(m-2) \le 0 \Leftrightarrow m^2 - 6m + 9 \le 0 \Leftrightarrow m = 3$.

Câu 199: Với giá thực nào của tham số m thì hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $m \le 1$. **B.** $m \ge 3$. **C.** $m < 3$. **D.** $-1 \le m \le 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y' = 3x^2 + 6x + m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 9 - 3m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 3$.

Câu 200: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hỏi hàm số đó luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi nào?

A. $\left[\begin{array}{l} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \le 0 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a = b = c = 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac < 0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} a = b = 0, c > 0 \\ a > 0; b^2 - 3ac \ge 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a = b = 0, c > 0 \\ a < 0; b^2 - 3ac \le 0 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+) Với $a = b = 0 \Rightarrow y = cx + d$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $c > 0$.

+) $y' = 3ax^2 + 2bx + c$. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$.

Câu 201: Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 3(m+1)x + 2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \ge 2$. **B.** $m < 2$. **C.** $m < 0$. **D.** $m \ge 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 3(m+1)$

$YCBT \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = -9m \le 0 \Leftrightarrow m \ge 0$.

Câu 202: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x + 2018$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 2 **B.** 5 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 1$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \Delta' = m^2 - 1 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 1$.

Vì $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-1; 0; 1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 203: Tập tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-(m-1)x^2+3x+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là.

A. $(-\infty;2]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-2;4)$.

C. $[-2;4]$. **D.** $(-\infty;2)\cup(4;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Để hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $y'=3x^2-2(m-1)x+3\ge 0$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}a=1>0\\ \Delta'=(m-1)^2-9\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m-1\ge 3\\ m-1\le 3\end{bmatrix}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}m\ge 4\\ m\le 2\end{bmatrix}\Leftrightarrow m\in(-\infty;2]\cup[4;+\infty)..$

Câu 204: Cho hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+2x^2+(2a+1)x-3a+2$ (a là tham số). Với giá trị nào của a thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $a\le-\frac{5}{2}$. **B.** $a\ge 1$. **C.** $a\le 1$. **D.** $a\ge-\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 205: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+(m+3)x+m-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le-\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{3}{4}\le m\le 1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $-\frac{3}{4}<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-4mx+m+3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=4m^2-m-3\le 0\Leftrightarrow-\frac{3}{4}\le m\le 1$.

Câu 206: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^3+mx^2+m(m-1)x+2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge\frac{4}{3}$. **B.** $m\le\frac{4}{3}$ và $m\ne 0$.

C. $m=0$ hoặc $m\ge\frac{4}{3}$. **D.** $m\le\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TH1: $m=0\Rightarrow y=2$ là hàm hằng nên loại $m=0$.

TH2: $m\ne 0$. Ta có: $y'=3mx^2+2mx+m(m-1)$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow$

$\begin{cases}\Delta'=m^2-3m^2(m-1)\le 0\\ 3m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2(4-3m)\le 0\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge\frac{4}{3}\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{4}{3}$

Câu 207: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số hàm số $y=\frac{1}{3}(m^2-m)x^3+2mx^2+3x-2$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 3. **B.** 0. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y' = \left(m^2 - m\right)x^2 + 4mx + 3$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right) \Leftrightarrow y' \ge 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$.

+ Với $m = 0$ ta có $y' = 3 > 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

+ Với $m = 1$ ta có $y' = 4x + 3 > 0 \Leftrightarrow x > -\dfrac{3}{4} \Rightarrow m = 1$ không thảo mãn.

+ Với $\begin{cases} m \ne 1 \\ m \ne 0 \end{cases}$ ta có $y' \ge 0$ với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - m > 0 \\ \Delta' = m^2 + 3m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 0 \\ -3 \le m \le 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -3 \le m < 0$.

Tổng hợp các trường hợp ta được $-3 \le m \le 0$.

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \left\{-3; -2; -1; 0\right\}$.

Vậy có 4 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài ra.

Câu 208: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$. Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi

A. $a > 0,\ b^2 - 3ac \le 0.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} a = b = 0,\ c > 0 \\ a > 0,\ b^2 - 3ac \le 0 \end{array}\right.$.

C. $\left[\begin{array}{l} a = b = 0,\ c > 0 \\ a > 0,\ b^2 - 4ac \le 0 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} a = b = 0,\ c > 0 \\ a > 0,\ b^2 - 3ac \ge 0 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Với $a = b = 0,\ c > 0$ thì $y = cx + d \Rightarrow y' = c > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Với $a \ne 0$, ta có YCBT $\Leftrightarrow y' = 3ax^2 + 2bx + c \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3a > 0 \\ \Delta' = b^2 - 3ac \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ b^2 - 3ac \le 0 \end{cases}$.

Câu 209: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y = \left(m^2 - 1\right)x^3 + \left(m - 1\right)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

*Với $m = 1$ ta có: $y = -x + 4$ là hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

*Với $m = -1$ ta có: $y = -2x^2 - x + 4$ là hàm số bậc hai, không nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

*Với $m \ne \pm 1$ ta có $y' = 3\left(m^2 - 1\right)x^2 + 2\left(m - 1\right)x - 1$

Hàm số $y = \left(m^2 - 1\right)x^3 + \left(m - 1\right)x^2 - x + 4$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$.

$\Leftrightarrow y' = 3\left(m^2 - 1\right)x^2 + 2\left(m - 1\right)x - 1 \le 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 1 < 0 \\ \left(m - 1\right)^2 + 3\left(m^2 - 1\right) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1 < m < 1 \\ -\dfrac{1}{2} \le m \le 1 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2} \le m < 1 \Rightarrow m = 0$.

Vậy có hai giá trị nguyên của tham số m.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 210: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m-1)x^3-3(m-1)x^2+3x+2$ đồng biến biến trên $\mathbb{R}$?

A. $1<m<2$. **B.** $1\le m\le 2$. **C.** $1\le m<2$ **D.** $1<m\le 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=3(m-1)x^2-6(m-1)x+3$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m-1=0\\\begin{cases}m-1>0\\\Delta'\le 0\end{cases}\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\\begin{cases}m>1\\9(m-1)^2-9(m-1)\le 0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\\begin{cases}m>1\\1\le m\le 2\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow 1\le m\le 2.$

Câu 211: Trong tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2-mx-m$ đồng biến trên $\mathbb{R}$, giá trị nhỏ nhất của m là:

A. 1. **B.** –4. **C.** –1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=x^2+2mx-m$

Hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow f'(x)\ge 0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta'\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2+m\le 0\Leftrightarrow -1\le m\le 0$

Câu 212: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m $(m\in[-2018;2018])$ để hàm số $y=x^2(m-x)-m$ đồng biến trên $(1;2)$?

A. 2018. **B.** 2014. **C.** 2020. **D.** 2016.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=-3x^2+2mx=x(2m-3x)$. Để hàm số đồng biến trên $(1;2)$ thì $y'\ge 0\,\forall x\in(1;2)$.

Khi đó $2m-3x\ge 0\,\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow\frac{3x}{2}\le 2m\,\forall x\in(1;2)$. Do đó $m\ge 3$.

Vậy $3\le m\le 2018$ hay có 2016 số nguyên thỏa mãn.

Câu 213: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-\frac{2}{3}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $m>2$. **B.** $m<1$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\le 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

+ Tính đạo hàm y'..

+ Tìm m sao cho $y'\ge 0$ với mọi $x\in(1;+\infty)$.

Cách giải: + Tìm đạo hàm : $y'=x^2+2(m-1)x+2m-3=(x+1)(x+2m-3)\ge 0$ với mọi x dương.

Do $x>1$ nên $(x+1)>0$, nên $(x+2m-3)$ phải ≥ 0 với mọi $x>1$.

$x+2m-3\ge 0\Leftrightarrow 2m-2\ge 0\Leftrightarrow m\ge 1$.

Câu 214: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y=-x^3+(m+1)x^2+2x-3$ đồng biến trên đoạn $[0;2]$ là

A. $m \le \frac{3}{2}$. **B.** $m < \frac{3}{2}$. **C.** $m > \frac{3}{2}$. **D.** $m \ge \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$y' = -3x^2 + 2(m+1)x + 2$

Xét phương trình $y' = 0$ có $\Delta' = (m+1)^2 + 6 > 0 \ \ \forall m \in \mathbb{R}$

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $[0;2] \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 \le 0 \le 2 \le x_2$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -3.y'(0) \le 0 \\ -3.y'(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \le 0 \\ -3\left[-10 + 4(m+1)\right] \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{3}{2}.$$

Câu 215: Cho hàm số $y = x^3 - 3(m^2+3m+3)x^2 + 3(m^2+1)^2 x + m + 2$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-\infty;-2)$. **D.** $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có : $y' = 3x^2 - 3(m^2+3m+3).2x + 3(m^2+1)^2$.

Khi đó : $\Delta' = 9(m^2+3m+3)^2 - 9.(m^2+1)^2 = 9(3m+2).(2m^2+3m+4)$.

TH1 : Nếu $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m \le -\frac{2}{3}$. Khi đó ta có $a = 3 > 0$ nên $y' \ge 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$.

TH2: Nếu $\Delta' > 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}$. Khi đó $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

Ta có $y' > 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$ và $y' < 0 \Leftrightarrow x \in (x_1; x_2)$. Do đó để hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $[1;+\infty) \subset (x_2; +\infty)$.

Ta có : $x_1 < x_2 \le 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{x_1 + x_2}{2} < 1 \\ (x_1 - 1).(x_2 - 1) \le 0 \end{cases}$.

Xét $\frac{x_1 + x_2}{2} < 1 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 3 < 1 \Leftrightarrow m^2 + 3m + 2 < 0 \Leftrightarrow -2 < m < -1$ (vô lý vì $m > -\frac{2}{3}$).

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $m \le -\frac{2}{3}$.

Chú ý: Sau khi giải trường hợp 1, ta được $m \le -\frac{2}{3}$. Do bài toán yêu cầu là tập các giá trị của tham số m là tập con của tập nào là ta có thể chọn được đáp án $(-\infty;0)$.

Câu 216: Số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0$ trong $[0; 2018\pi]$ là

A. 2018. **B.** 2017. **C.** 1009. **D.** 1008.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $2\sin^2 2x + \cos 2x + 1 = 0 \Leftrightarrow 8\sin^2 x \cos^2 x + 2\cos^2 x = 0$

$\Leftrightarrow 2\cos^2 x(4\sin^2 x + 1) = 0 \Leftrightarrow \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \ \ (k \in \mathbb{Z})$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Bài ra $x\in[0;2018\pi]$ nên $\frac{\pi}{2}+k\pi\in[0;2018\pi]\Rightarrow k\in\{0;\,1;\,2;\,3;...;\,2017\}$.

Do đó số nghiệm của phương trình $2\sin^2 2x+\cos 2x+1=0$ trong $[0;2018\pi]$ là 2018.

Câu 217: Tìm m để hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+mx^2-(m+1)x-m+3$ đồng biến trên đoạn có độ dài bằng 2.

A. $m=-1$. **B.** Không tồn tại m.
C. $m=-1$ hoặc $m=2$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=-x^2+2mx-(m+1)$.

Vì $a=-1<0$ nên yêu cầu bài toán thỏa mãn khi chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2 thỏa $|x_1-x_2|=2$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\ |x_1-x_2|=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-1>0\\ (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m<\frac{1-\sqrt{5}}{2}\\ m>\frac{1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\\ 4m^2-4(m+1)=4\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\ m=-1\end{array}\right.$$

Câu 218: Các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^3-3mx^2-3x+2$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của nó không có tiếp tuyến song song với trục hoành là.

A. $-1\le m<0$. **B.** $-1<m\le 0$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $-1\le m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phân tích: Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\le 0\forall x\in\mathbb{R}$ và $y'=0$ chỉ tại một số hữu hạn điểm.
Đồ thị hàm số không có tiếp tuyến song song với trục hoành $\Leftrightarrow y'=0$ vô nghiệm.
Kết hợp 2 điều kiện ta được $y'<0\forall x\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải.

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3mx^2-6mx-3$.

Nếu $m=0$ thì $y'=-3<0\forall x\in\mathbb{R}$ (thoả mãn).

Nếu $m\ne 0$ thì ycbt $\Leftrightarrow y'<0\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ \Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ 9m^2+9m<0\end{cases}\Leftrightarrow -1<m<0$.

Kết hợp 2 trường hợp ta được: $-1<m\le 0$.

Câu 219: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+(6m+5)x-1$ đồng biến trên $(2;+\infty)$?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

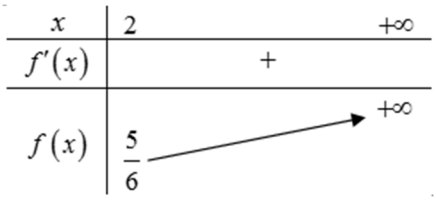
Ta có $y'=3x^2-6(m+1)x+6m+5$.

Hàm số đồng biến trên $(2;+\infty)$ khi $y'=3x^2-6(m+1)x+6m+5\ge 0\ \ \forall x\in(2;+\infty)$.

$$\Leftrightarrow 3x^2-6x+5\ge 6m(x-1)\Leftrightarrow m\le\frac{3x^2-6x+5}{6x-6}=f(x).$$

Ta có: $f'(x)=\frac{18x^2-36x+6}{(6x-6)^2}>0\ \forall x\in(2;+\infty)$.

BBT



Vậy $m \le \frac{5}{6}$ nên không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa ycbt.

Câu 220: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3. Tính tổng tất cả phần tử của S.

A. 9. **B.** -1. **C.** -8. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = x^2 - mx + 2m$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 2m = 0 \ (1)$.

Để hàm số đã cho nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng 3 thì (1) phải có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $|x_1 - x_2| = 3$. Điều này tương đương với

$$\begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 8m > 0 \\ m^2 - 8m - 9 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 9 \end{array} \right. .$$

Do đó, $S = \{-1; 9\}$.

Vậy tổng tất cả các phần tử của S là 8.

Câu 221: Tìm tập hợp tất cả các giác trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 + mx^2 - x + m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $\left(-\infty; -\frac{11}{4}\right)$. **B.** $(-\infty; -1)$. **C.** $[-1; +\infty)$. **D.** $\left(-\infty; -\frac{11}{4}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 + 2mx - 1$. Ycđb $\Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in (1;2) \Leftrightarrow m \le -\frac{3}{2}x + \frac{1}{2x} = f(x), \forall x \in (1;2)$.

$f'(x) = -\frac{3}{2} - \frac{1}{2x^2} < 0, \forall x \in (1;2)$. YCBT. m

Câu 222: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2 + mx + m$. Tìm m để hàm số nghịch biến trên khoảng có độ dài bằng 3?

A. $m = -\frac{15}{4}$. **B.** $m = \frac{4}{15}$. **C.** $m = \frac{15}{4}$. **D.** $m = -\frac{4}{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' = 3x^2 + 6x + m = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 và $|x_1 - x_2| = 3$.

$$\begin{cases} \Delta > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 12m > 0 \\ 4 - 4\frac{m}{3} = 9 \Leftrightarrow m = -\frac{15}{4} \end{cases} .$$

Câu 223: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{x^3}{3} - (2m-1)\frac{x^2}{2} + (m^2 - m - 2)x + 1$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=\frac{x^3}{3}-(2m-1)\frac{x^2}{2}+(m^2-m-2)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

$\Leftrightarrow y'=x^2-(2m-1)x+m^2-m-2\le 0\ \ \forall x\in(1;2)$.

Giải bất phương trình $x^2-(2m-1)x+m^2-m-2\le 0$ được tập nghiệm $S=[m-2;m-1]$.

Khi đó yêu cầu bài toán tương đương với $(1;2)\subset[m-2;m-1]\Leftrightarrow\begin{cases}m-2\le 1\\ m-1\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m\le 3$.

Vậy có 3 giá trị nguyên của m cần tìm.

Câu 224: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=\frac{mx^3}{3}+7mx^2+14x-m+2$ giảm trên nửa khoảng $[1;+\infty)$?

A. $\left[-2;-\frac{14}{15}\right]$. **B.** $\left[-\frac{14}{15};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-\frac{14}{15}\right)$. **D.** $\left(-\infty;-\frac{14}{15}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

$mx^2+14mx+14\le 0,\forall x\ge 1$, tương đương với $g(x)=\frac{-14}{x^2+14x}\ge m$ (1)

Dễ dàng có được $g(x)$ là hàm tăng $\forall x\in[1;+\infty)$, suy ra $\min\limits_{x\ge 1}g(x)=g(1)=-\frac{14}{15}$

Kết luận: $(1)\Leftrightarrow\min\limits_{x\ge 1}g(x)\ge m\Leftrightarrow-\frac{14}{15}\ge m$

Câu 225: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2mx^2+4x-5$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $0<m<1$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $-1\le m\le 1$. **D.** $0\le m\le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $y'=x^2-4mx+4$.

Hàm số đã cho đồng biến trên tập xác định $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'>0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'=4m^2-4\le 0$, $\forall m\in\mathbb{R}\Leftrightarrow -1\le m\le 1$.

Câu 226: Cho hàm số $y=x^3+3x^2-mx-4$. Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ là

A. $(-1;5)$. **B.** $(-\infty;-4]$. **C.** $(-1;+\infty)$. **D.** $(-\infty;-3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2+6x-m$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ thì $y'\ge 0,\ \forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow 3x^2+6x-m\ge 0,\forall x\in(-\infty;0)$

$\Leftrightarrow m\le 3x^2+6x,\forall x\in(-\infty;0)$.

Đặt $g(x)=3x^2+6x$, hàm số $g(x)$ có bảng biến thiên

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		-1		0
y'		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\Leftrightarrow m \le 3x^2+6x, \forall x \in (-\infty;0) \Leftrightarrow m \le -3$.

Câu 227: Cho hàm số $y=|x^3-mx+1|$. Gọi S là tập tất cả các số tự nhiên m sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty]$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. 10 **B.** 1 **C.** 9 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=\dfrac{x^3-mx+1}{|x^3-mx+1|}.(3x^2-m)$

Để hàm số đồng biến trên $[1;+\infty]$ thì $g(x)=(x^3-mx+1)(3x^2-m) \ge 0$ (*), $\forall x \ge 1$.

Với $m=0$ ta có $g(0)=(x^3+1).3x^2>0, \forall x \ge 1$.

Với $m>0$. Do $m \in \mathrm{N} \Rightarrow$ (*) luôn có 1 nghiệm là $\sqrt{\dfrac{m}{3}}$. Ta chú ý $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$.

Do vậy, điều kiện cần để $g(x) \ge 0$, $\forall x \ge 1$ là $\sqrt{\dfrac{m}{3}} \le 1 \Rightarrow m \le 3$.

Với $m=1$, $m=2$ thay vào (*) kiểm tra BXD thấy đúng $\Rightarrow$ nhận $m=1; m=2$.

Với $m=3$ thì $g(x)=(x^3-3x+1)(3x^2-3)$ có một nghiệm $x_0>1 \Rightarrow$ do vậy trên miền $[1;x_0]$ thì $g(x)<0 \Rightarrow$ trái yêu cầu bài toán.

Vậy $S=\{0;1;2\}$. Tổng các phần tử của S là 3.

Câu 228: Cho hàm số $y=x^3-3(m^2+3m+3)x^2+3(m^2+1)^2x+m+2$. Gọi S là tập các giá trị của tham số m sao cho hàm số đồng biến trên $[1;+\infty)$. S là tập hợp con của tập hợp nào sau đây?

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-3;2)$. **C.** $(-\infty;0)$. **D.** $(-\infty;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có : $y'=3x^2-3(m^2+3m+3).2x+3(m^2+1)^2$

Khi đó : $\Delta'=9(m^2+3m+3)^2-9.(m^2+1)^2=9(3m+2).(2m^2+3m+4)$

TH1 : Nếu $\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m \le -\dfrac{2}{3}$. Khi đó ta có $a=3>0$ nên $y' \ge 0$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Do đó hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$.

TH2: Nếu $\Delta'>0 \Leftrightarrow m>-\dfrac{2}{3}$. Khi đó $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2.

Ta có $y'>0 \Leftrightarrow x \in (-\infty;x_1) \cup (x_2;+\infty)$ và $y'<0 \Leftrightarrow x \in (x_1;x_2)$. Do đó để hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $[1;+\infty) \subset (x_2;+\infty)$.

Ta có : $x_1<x_2 \le 1 \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{x_1+x_2}{2}<1 \\ (x_1-1).(x_2-1) \ge 0 \end{cases}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét $\frac{x_1+x_2}{2}<1 \Leftrightarrow m^2+3m+3<1 \Leftrightarrow m^2+3m+2<0 \Leftrightarrow -2<m<-1$ (vô lý vì $m>-\frac{2}{3}$)

Vậy hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì $m\le -\frac{2}{3}$.

Chú ý: Sau khi giải trường hợp 1, ta được $m\le -\frac{2}{3}$. Do bài toán yêu cầu là tập các giá trị của tham số m là tập con của tập nào là ta có thể chọn được đáp án **A.**

Câu 229: Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số $y=x^3-3(2m+1)x^2+(12m+5)x+2$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Số phần tử của S bằng

A. 3 **B.** 0 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6(2m+1)x+12m+5$.

Hàm số đồng biến trong khoảng $(2;+\infty)$ khi $y'\ge 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$

$\Leftrightarrow 3x^2-6(2m+1)x+12m+5\ge 0,\ \forall x\in(2;+\infty)$.

$3x^2-6(2m+1)x+12m+5\ge 0 \Leftrightarrow m\le \frac{3x^2-6x+5}{12(x-1)}$

Xét hàm số $g(x)=\frac{3x^2-6x+5}{12(x-1)}$ với $x\in(2;+\infty)$.

$g'(x)=\frac{3x^2-6x+1}{12(x-1)^2}>0$ với $\forall x\in(2;+\infty) \Rightarrow$ hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Do đó $m\le g(x),\forall x\in(2;+\infty) \Rightarrow m\le g(2) \Leftrightarrow m\le \frac{5}{12}$.

Vậy không có giá trị nguyên dương nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 230: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^3-3(m+2)x^2+3(m^2+4m)x+1$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

- $y=x^3-3(m+2)x^2+3(m^2+4m)x+1 \Rightarrow y'=3x^2-6(m+2)x+3(m^2+4m)$
- $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+4 \end{array}\right.$
- Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ thì $m\le 0<1\le m+4 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge -3 \end{array}\right.$.
- Do $m\in\mathbb{Z} \Rightarrow m\in\{0;-1;-2;-3\}$

Câu 231: Tìm tất cả các giá thực của tham số m sao cho hàm số $y=2x^3-3x^2-6mx+m$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $m\ge\frac{1}{4}$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\le -\frac{1}{4}$. **D.** $m\ge 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y' = 6x^2 - 6x - 6m$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ khi và chỉ khi $y' \le 0$ với $\forall x \in (-1;1)$ hay $m \ge x^2 - x$ với $\forall x \in (-1;1)$.

Xét $f(x) = x^2 - x$ trên khoảng $(-1;1)$ ta có $f'(x) = 2x - 1$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên

x	-1		$\frac{1}{2}$		1
y'		$-$	0	$+$	
y	2	↘	$-\frac{1}{4}$	↗	0

Dựa vào bảng biến thiên ta có $m \ge f(x)$ với $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow m \ge 2$.

* Có thể sử dụng $y' \le 0$ với $\forall x \in (-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} y'(-1) \le 0 \\ y'(1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6m \le 0 \\ 12 - 6m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ge 0 \\ m \ge 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 2$.

Câu 232: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + mx + 1$ nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $m \le 0$. **B.** $m \ge -3$. **C.** $m \ge 0$. **D.** $m \le -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f'(x) = -3x^2 + 6x + m$.

Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow f'(x) \le 0, \forall x \in (0;+\infty)$.

$\Leftrightarrow -3x^2 + 6x + m \le 0, \forall x \in (0;+\infty) \Leftrightarrow m \le 3x^2 - 6x, \forall x \in (0;+\infty)(*)$.

Xét hàm số $y = g(x) = 3x^2 - 6x$ trên $(0;+\infty)$.

$g'(x) = 6x - 6 = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Do đó.

$(*) \Leftrightarrow m \le \min\limits_{x \in (0;+\infty)} g(x) \Leftrightarrow m \le -3$.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$g'(x)$			-		0	+	
$g(x)$			0	↘	-3	↗	$+\infty$

.

Câu 233: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + 4x - m$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ là

A. $[2;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $[-2;2]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 + 2mx + 4$ có hệ số $a = 1 > 0$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in (-\infty;+\infty)$.

$\Leftrightarrow \Delta' \le 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 \le 0 \Leftrightarrow -2 \le m \le 2$.

Câu 234: Cho hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 - 3x + 1$. Tìm tập hợp tất cả các số thực m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-1 \le m \le 0$. **B.** $-1 \le m < 0$. **C.** $m \ge 0 \vee m \le -1$. **D.** $-1 < m < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 3mx^2 + 6mx - 3$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$.

Với $m = 0$, ta có $y' = -3 < 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $m = 0$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Với $m \ne 0$, ta có $y' \le 0, \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} a < 0 \\ \Delta' \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m^2 + m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ -1 \le m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m < 0$.

Vậy $-1 \le m \le 0$ thì hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 235: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 - (3m+2)x + 2$ nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 là

A. $m = 1$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2x - (3m+2)$. Để hàm số nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng 4 thì phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $|x_1 - x_2| = 4$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ |x_1 - x_2| = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 + 3m + 2 > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 4x_1x_2 = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2^2 + 4(3m+2) = 16 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 12m = 4 \end{cases} \Rightarrow m = \frac{1}{3}$.

Vậy $m = \frac{1}{3}$.

Câu 236: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3(m+1)x^2 + 3m(m+2)x + 1$ đồng biến trên các khoảng thỏa mãn $1 \le |x| \le 2$.

A. $\left[\begin{array}{l} -1 < m < 2 \\ m > 2 \\ m < -3 \end{array}\right.$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m < -4 \\ m > 2 \end{array}\right.$. **D.** $m > 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6(m+1)x + 3m(m+2)$. $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+2 \end{array}\right.$.

Khi đó hàm số luôn đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m)$ và $(m+2;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m+2<-2 \\ \left\{\begin{array}{l} -1<m \\ m+2<1 \end{array}\right. \\ m>2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<-4 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Câu 237: Xác định các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2-m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$?

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\ge \frac{1}{2}$. **D.** $m<\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=3x^2-6mx=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2m \\ x=0 \end{array}\right.$

Hàm số $y=x^3-3mx^2-m$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)\Leftrightarrow 2m\ge 1\Leftrightarrow m\ge \frac{1}{2}$

Câu 238: Tìm m để hàm số $y=-x^3+6x^2+mx+5$ đồng biến trên một khoảng có chiều dài bằng 1

A. $m=-\frac{45}{4}$. **B.** $m=-12$. **C.** $m=\frac{2}{5}$. **D.** $m=-\frac{25}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 239: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây.

x	$-\infty$		-3		-2		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	0	↗	5	↘	$-\infty$

Số mệnh đề sai trong các mệnh đề sau đây ?

I. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;-2)$.

II. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

III. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-2;+\infty)$.

IV. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên trên ta được hàm số đồng biến trên $(-\infty;-2)$ và nghịch biến trên $(-2;+\infty)$.

Do đó hàm số đồng biến trên $(-3;-2)$ và không đồng biến trên khoảng $(-\infty;5)$.

Như vậy I đúng, II sai, III đúng, IV đúng.

Câu 240: Tìm tập hợp S tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m+1)x^2+(m^2+2m)x-3$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $S=[0;1]$. **B.** $S=[-1;0]$ **C.** $S=\varnothing$. **D.** $S=\{-1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2-2(m+1)x+(m^2+2m)$

Xét $y'=0 \Leftrightarrow x^2-2(m+1)x+(m^2+2m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+2 \end{array}\right. \forall m$

Hàm số luôn nghịch biến trong khoảng $(m;m+2)$ $\forall m$

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$ thì $(-1;1)\subset(m;m+2)$.

Nghĩa là : $m\le -1<1\le m+2 \Leftrightarrow \begin{cases} m\le -1 \\ -1<1 \\ 1\le m+2 \end{cases} \Leftrightarrow m=-1$.

Câu 241: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+3x^2-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

A. $m\le -1$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\ge -2$. **D.** $m\le -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2+6x-m$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0$, $\forall x<0$

$\Leftrightarrow 3x^2+6x-m\ge 0$, $\forall x<0$.

Cách 1:

$3x^2+6x-m\ge 0$, $\forall x<0 \Leftrightarrow 3x^2+6x\ge m$, $\forall x<0$.

Xét hàm số $f(x)=3x^2+6x$ trên khoảng $(-\infty;0)$, ta có:

$f'(x)=6x+6$. Xét $f'(x)=0 \Leftrightarrow 6x+6=0 \Leftrightarrow x=-1$. Ta có $f(-1)=-3$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $m\le -3$.

Cách 2:

Ta có $\Delta'=9+3m$.

Nếu $\Delta'\le 0 \Leftrightarrow m\le -3$ thì $y'\ge 0$ $\forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow y'\ge 0$ $\forall x<0$.

Nếu $\Delta'>0$ thì y' có hai nghiệm phân biệt x_1,x_2. Khi đó để $y'\ge 0$ $\forall x<0$ thì ta phải có $0\le x_1<x_2$. Điều này không thể xảy ra vì $S=x_1+x_2=-2<0$.

Vậy $m\le -3$.

Cách 3:

Phương án B: Với $m=-3$ ta có $y=x^3+3x^2+3x+1=(x+1)^3$. Khi đó $y'=3(x+1)^2\ge 0$ $\forall x$.

Suy ra hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$. Vậy B là đáp án đúng.

Câu 242: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x+2017$ nghịch biến trên khoảng $(a;b)$ sao cho $b-a>3$ là

A. $m<0$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>6 \end{array}\right.$. **C.** $m>6$. **D.** $m=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=6x^2+6(m-1)x+6(m-2)$

Hàm số nghịch biến trên $(a;b) \Leftrightarrow x^2+(m-1)x+(m-2)\le 0 \forall x\in(a;b)$

$\Delta=m^2-6m+9$

TH1: $\Delta\le 0 \Rightarrow x^2+(m-1)x+(m-2)\ge 0 \quad \forall x\in\mathbb{R} \Rightarrow$ Vô lí

TH2: $\Delta>0 \Leftrightarrow m\ne 3 \Rightarrow y'$ có hai nghiệm $x_1, x_2 (x_2>x_1)$

$\Rightarrow$ Hàm số luôn nghịch biến trên $(x_1;x_2)$.

Yêu cầu đề bài:

$\Leftrightarrow x_2-x_1>3 \Leftrightarrow (x_2-x_1)^2>9 \Leftrightarrow S^2-4P>9$

$\Leftrightarrow (m-1)^2-4(m-2)>9 \Leftrightarrow m^2-6m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>6 \\ m<0 \end{array}\right.$

Câu 243: Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m+1)x^2+4x+7$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$. Tính tổng tất cả phần tử của S.

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2+2(m+1)x+4$

Hàm số đã cho nghịch biến trên đoạn có độ dài bằng $2\sqrt{5}$ thì $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2

$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \Delta'=(m+1)^2-4>0 \\ |x_1-x_2|=2\sqrt{5} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=20 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ 4(m+1)^2-16=20 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m<-3 \\ m>1 \end{array}\right. \\ m^2+2m-8=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-4 \\ m=2 \end{array}\right.$

Vậy tổng cần tìm là $-4+2=-2$.

Câu 244: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-mx+1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** Vô số

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=-3x^2+6x-m$.

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'<0, \forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow -3x^2+6x-m\le 0, \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \Delta'=9-3m\le 0 \Leftrightarrow m\ge 3$. Do m nguyên âm nên không có giá trị nào của m thỏa mãn bài toán.

Câu 245: . Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-mx^2-(m-6)x+1$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$ là:

A. $(-\infty;6]$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $[3;6]$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

$y' = 3x^2 - 2mx - (m-6)$. Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;4)$ thì: $y' \ge 0, \forall x \in (0;4)$.

tức là $3x^2 - 2mx - (m-6) \ge 0 \ \forall x \in (0;4) \Leftrightarrow \dfrac{3x^2+6}{2x+1} \ge m \ \forall x \in (0;4)$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{3x^2+6}{2x+1}$ trên $(0;4)$.

$g'(x) = \dfrac{6x^2+6x-12}{(2x+1)^2}$, $g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \in (0;4) \\ x = -2 \notin (0;4) \end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên:

x	0		1		4
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	6	$\searrow$	3	$\nearrow$	$\dfrac{54}{13}$

Vậy để $g(x) = \dfrac{3x^2+6}{2x+1} \ge m \ \forall x \in (0;4)$ thì $m \le 3$.

Câu 246: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}mx^2 + 2mx - 3m + 4$ nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3?

A. $m = 9$. **B.** $m = 1; m = -9$. **C.** $m = -1; m = 9$. **D.** $m = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = x^2 - mx + 2m$

Ta không xét trường hợp $y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R}$ vì $a = 1 > 0$

Hàm số nghịch biến trên một đoạn có độ dài là 3 $\Leftrightarrow y' = 0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$|x_1 - x_2| = 3 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 8m > 0 \\ (x_1 - x_2)^2 = 9 \Leftrightarrow S^2 - 4P = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 8 \ hay \ m < 0 \\ m^2 - 8m = 9 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \\ m = 9 \end{array}\right.$$

Câu 247: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (2m-1)x - m + 2$ nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$..

A. $m > 1$. **B.** $m \le -\dfrac{1}{2}$. **C.** $m < -\dfrac{1}{2}$. **D.** $m = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + 2m - 1$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + 2m - 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 2m - 1 \end{array}\right.$.

Nếu $1 \le 2m - 1$ thì ta có biến đổi $y' \le 0 \Leftrightarrow 1 \le x \le 2m - 1$.

(trường hợp này hàm số không thể nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$).

Xét $2m - 1 < 1$ ta có biến đổi $y' \le 0 \Leftrightarrow x \in [2m-1;1]$.

x	$-\infty$		$2m-1$		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

.

Vậy, hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$ thì $(-2;0)\subset[2m-1;1]$.

$\Leftrightarrow 2m-1\le -2\Leftrightarrow m\le -\frac{1}{2}$..

Câu 248: Biết rằng hàm số $y=\frac{x^3}{3}+3(m-1)x^2+9x+1$ nghịch biến trên $(x_1;x_2)$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định. Nếu $|x_1-x_2|=6$ thì giá trị m là:

A. -4 và 2. **B.** $1+\sqrt{2}$ và $1-\sqrt{2}$.
C. -4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\frac{x^3}{3}+3(m-1)x^2+9x+1$. Tập xác định $\mathbb{R}$.

Ta có $y'=x^2-6(m-1)x+9$; $\Delta'=9(m-1)^2-9$.

Theo đề: Hàm số nghịch biến trên $(x_1;x_2)$ với $|x_1-x_2|=6$ và đồng biến trên các khoảng còn lại của tập xác định khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm $x_{1,2}$ thỏa mãn $|x_1-x_2|=6$.

$$\begin{cases} a=1\neq 0 \\ \Delta'=9(m-1)^2-9>0 \\ |x_1-x_2|=\frac{2\sqrt{\Delta'}}{|a|}=6 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right. \\ 9(m-1)^2-9=9\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right. \\ m=1\pm\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=1\pm\sqrt{2}..$$

Câu 249: Với tất cả các giá trị thực nào của tham số m thì hàm số $y=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x$ nghịch biến trên đoạn $[0;1]$?

A. $-1\le m\le 0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $m\ge -1$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số: $y=x^3-3(m+1)x^2+3m(m+2)x$.

Ta có: $y'=3x^2-6(m+1)x+3m(m+2)$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=m \\ x=m+2 \end{array}\right.(m<m+2,\forall m).$$

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		m		$m+2$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$

.

Theo Bảng biến thiên, hàm số nghịch biến trên đoạn $[0;1]$ khi và chỉ khi $y' \le 0, \forall x \in [0;1]$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ m+2 \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 0 \\ m \ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow -1 \le m \le 0$.

Câu 250: Tìm tất cả các giá trị m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx + 2$ tăng trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. $m \le 3$. **B.** $m < 3$. **C.** $m \ge 3$. **D.** $m \ne 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đạo hàm : $y' = 3x^2 - 6x + m$

YCBT $\Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in (1;+\infty)$.

$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m \ge 0, \forall x \in (1;+\infty) \Leftrightarrow m \ge -3x^2 + 6x, \forall x \in (1;+\infty)$

Xét hàm số: $f(x) = -3x^2 + 6x, \forall x \in (1;+\infty) \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = -\infty$, $f(1) = 3$. Do đó : $m \ge f(x), x \in (1;+\infty) \Rightarrow m \ge 3$.

Câu 251: Tìm m để hàm số $y = -x^3 + 3x^2 + 3mx + m - 1$ nghịch biến trên $(0;+\infty)$.

A. $m < 1$. **B.** $m > -1$. **C.** $m \le -1$. **D.** $m \le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = -3x^2 + 6x + 3m = 3(-x^2 + 2x + m)$.

Vì hàm số liên tục trên nửa khoảng $[0;+\infty)$ nên hàm số nghịch biến trên $(0;+\infty)$ cũng tương đương hàm số nghịch trên $[0;+\infty)$ khi chỉ khi $y' \le 0, \forall x \in [0,+\infty)$.

$\Leftrightarrow -x^2 + 2x + m \le 0 \ \forall x \in [0;+\infty) \Leftrightarrow m \le x^2 - 2x = f(x) \ \forall x \in [0;+\infty)$

$\Leftrightarrow m \le \min\limits_{[0;+\infty)} f(x) = f(1) = -1$.

Câu 252: Tìm tất cả các giá trị thực m để $f(x) = -x^3 + 3x^2 + (m-1)x + 2m - 3$ đồng biến trên một khoảng có độ dài lớn hơn 1.

A. $-\frac{5}{4} < m < 0$. **B.** $m > -\frac{5}{4}$. **C.** $m \ge 0$. **D.** $m \le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = -3x^2 + 6x + m - 1$.

Để hàm số đồng biến trên một khoảng có đo dài lớn hơn 1 khi và chỉ khi $f'(x) = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 $(x_1 < x_2)$ thỏa mãn $|x_2 - x_1| > 1$.

Với $\Delta' > 0 \Leftrightarrow 3m + 6 > 0 \Leftrightarrow m > -2$ theo viet thì $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2 \\ x_1 x_2 = \frac{1-m}{3} \end{cases}$ thay vào

$|x_2 - x_1| > 1 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 4x_1 x_2 - 1 > 0 \Leftrightarrow 4m + 5 > 0 \Leftrightarrow m > \frac{-5}{4}$ kết hợp điều kiện chọn D.

Câu 253: Hàm số $y = (x+m)^3 + (x+n)^3 - x^3$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(m^2 + n^2) - m - n$ bằng

A. -16. **B.** 4. **C.** $\frac{-1}{16}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 3(x+m)^2 + 3(x+n)^2 - 3x^2 = 3\left[x^2 + 2(m+n)x + m^2 + n^2\right]$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} a > 0 \\ \Delta \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow mn \le 0$.

TH1: $mn = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ n = 0 \end{array}\right.$.

Do vai trò của m, n là như nhau nên ta chỉ cần xét trường hợp $m = 0$.

$\Rightarrow P = 4n^2 - n = \left(2n - \frac{1}{4}\right) - \frac{1}{16} \ge -\frac{1}{16}(1)$.

TH2: $mn < 0 \Leftrightarrow m > 0; n < 0$.

Ta có $P = \left(2m - \frac{1}{4}\right)^2 - \frac{1}{16} + 4n^2 + (-n) > -\frac{1}{16}(2)$.

Từ $(1),(2)$ ta có $P_{\min} = -\frac{1}{16}$. Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $m = \frac{1}{8}; n = 0$ hoặc $m = 0; n = \frac{1}{8}$.

Câu 254: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 6x^2 + mx + 1$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$?

A. $m \le 12$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m \ge 12$. **D.** $m \le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1:Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 12x + m$

Trường hợp 1:

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} 3 > 0 \ (hn) \\ 36 - 3m \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 12$

Trường hợp 2: Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa $x_1 < x_2 \le 0\ (*)$

Trường hợp 2.1: $y' = 0$ có nghiệm $x = 0$ suy ra $m = 0$. Nghiệm còn lại của $y' = 0$ là $x = 4$ (không thỏa (*))

Trường hợp 2.2: $y' = 0$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa

$$x_1 < x_2 < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' > 0 \\ S < 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 3m > 0 \\ 4 < 0 (vl) \\ \frac{m}{3} > 0 \end{cases} \Rightarrow \text{không có } m. \text{Vậy } m \ge 12$$

Cách 2:Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Leftrightarrow m \ge 12x - 3x^2 = g(x), \forall x \in (0;+\infty)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(0;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	0		2		$+\infty$
g'		$+$	0	$-$	
g	0	$\nearrow$	12	$\searrow$	$-\infty$

Câu 255: Hàm số $y=x^3-6x^2+mx+1$ đồng biến trên miền $(0;+\infty)$ khi giá trị của m thỏa mãn:

A. $m\ge 12$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m\le 12$. **D.** $m>12$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$..

Ta có: $y'=3x^2-12x+m$. Để hàm số đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi và chỉ khi:

$y'\ge 0,\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow 3x^2-12x+m\ge 0,\forall x\in(0;+\infty)\Leftrightarrow m\ge -3x^2+12x,\forall x\in(0;+\infty)$.

Xét hàm số: $g(x)=-3x^2+12x,\forall x\in(0;+\infty)$.

Ta có: $g'(x)=-6x+12;\ g'(x)=0\Leftrightarrow -6x+12=0\Leftrightarrow x=2\Rightarrow g(2)=12$..

Bảng biến thiên:

x	0		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	0	$\nearrow$	12	$\searrow$	$-\infty$

Vậy ta có: $m\ge g(x)\Leftrightarrow m\ge \max\limits_{(0;+\infty)} g(x)\Leftrightarrow m\ge 12$.

Câu 256: Tập hợp các giá trị m để hàm số $y=mx^3-x^2+3x+m-2$ đồng biến trên $(-3;0)$ là

A. $\left[\frac{-1}{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(\frac{-1}{3};+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;\frac{-1}{3}\right)$. **D.** $\left[\frac{-1}{3};0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có $y'=3mx^2-2x+3$. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-3;0)$ khi và chỉ khi:

$y'\ge 0,\forall x\in(-3;0)$ (Dấu "=" xảy ra tại hữu hạn điểm trên $(-3;0)$)

$\Leftrightarrow 3mx^2-2x+3\ge 0,\ \forall x\in(-3;0)$

$\Leftrightarrow m\ge\dfrac{2x-3}{3x^2}=g(x)\ \ \forall x\in(-3;0)$

Ta có: $g'(x)=\dfrac{-2x+6}{3x^3};\ g'(x)=0\Leftrightarrow x=3$

BBT

x	-3		0
$g'(x)$	$-$	$-$	
$g(x)$	$\frac{1}{3}$	$\searrow$	$-\infty$

Vậy $m\ge \max\limits_{[-3;0)} g(x)=-\frac{1}{3}$.

Câu 257: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+(m-1)x^2+(2m-3)x-1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

A. 1. **B.** 0. **C.** Vô số. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y' = x^2 + 2(m-1)x + 2m - 3$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 3 - 2m \end{array}\right.$.

TH1: Với $-1 < 3 - 2m \Leftrightarrow m < 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty) \Leftrightarrow 1 \geq 3 - 2m \Leftrightarrow m \geq 1$.

Hay $1 \leq m < 2$ thì thỏa đề.

TH2: Với $-1 > 3 - 2m \Leftrightarrow m > 2$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ nên đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ với mọi m.

TH3: Với $-1 = 3 - 2m \Leftrightarrow m = 2$.

Ta có $y' \geq 0$.

Vậy không có giá trị nguyên âm thỏa đề.

Câu 258:] Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (2m+1)x^2 + 2mx + 1$ đồng biến trên $[0;+\infty)$.

A. $m \leq 0$. **B.** $m > 0$. **C.** $m \geq 0$. **D.** $m < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện để hàm số đồng biến trên $[0;+\infty)$ là $y' \geq 0, \forall x \in [0;+\infty)$.

$\Leftrightarrow x^2 + 2(2m+1)x + 2m \geq 0, \forall x \geq 0$.

$\Leftrightarrow m \geq \frac{-x^2 - 2x}{4x+2} \Leftrightarrow m \geq \max\limits_{[0;+\infty)} g(x)$.

Xét hàm số $g(x) = \frac{-x^2 - 2x}{4x+2}$ trên nửa khoảng $[0;+\infty)$.

Ta có: $g'(x) = \frac{-4x^2 - 4x - 4}{(4x+2)^2} < 0, \forall x \in [0;+\infty)$.

Do đó hàm số $g(x)$ luôn nghịch biến trên nửa khoảng $[0;+\infty)$.

Suy ra $\max\limits_{[0;+\infty)} g(x) = g(0) = 0$.

Vậy $m \geq 0$.

Câu 259: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + m(m+2)x + 2016$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(3;7)$.

A. $m < 1$. **B.** $m \leq 1$. **C.** $m \geq 7 \cup m \leq 1$. **D.** $m \geq 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 + m(m+2)x + 2016 \Rightarrow y' = x^2 - 2(m+1)x + m(m+2)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = m+2 \end{array}\right.$. Lúc này hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m), (m+2;+\infty)$.

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(3;7) \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m+2 \leq 3 \\ m \geq 7 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m \leq 1 \\ m \geq 7 \end{array}\right.$.

Câu 260: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 - 9m^2x$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m<-1$. **B.** $m\ge\frac{1}{3}$ hoặc $m\le-1$.

C. $-1<m<\frac{1}{3}$. **D.** $m>\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-6mx-9m^2$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx-9m^2=0\Leftrightarrow x^2-2mx-3m^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-m\\x=3m\end{array}\right.$.

•Nếu $-m=3m\Leftrightarrow m=0$ thì $y'\ge 0;\forall x\in\mathbb{R}$ nên hàm số không có khoảng nghịch biến.

•Nếu $-m<3m\Leftrightarrow m>0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(-m;3m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}-m\le 0\\3m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{3}$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m\ge\frac{1}{3}$.

•Nếu $-m>3m\Leftrightarrow m<0$ thì hàm số nghịch biến trên khoảng $(3m;-m)$.

Do đó hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}3m\le 0\\-m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow m\le -1$.

Kết hợp với điều kiện ta được $m\le -1$.

Vậy hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ khi $m\le -1$ hoặc $m\ge\frac{1}{3}$.

Câu 261: Tìm m để mỗi tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3-mx^2-2mx+2017$ đều là đồ thị của hàm số bậc nhất đồng biến.

A. $-6<m<0$. **B.** $-6\le m\le 0$. **C.** $-24<m<0$. **D.** $-\frac{3}{2}<m<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=x^3-mx^2-2mx+2017(D=\mathbb{R})$.

$y'=3x^2-2mx-2m\Rightarrow$ tiếp tuyến: $y=y'x+b.$.

Để tiếp tuyến của hàm số y là hàm số đồng biến.

$\Rightarrow y'>0\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\\Delta'<0\end{cases}\Leftrightarrow m^2+6m<0$.

$\Leftrightarrow -6<m<0.$

Câu 262: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-(m-1)x^2-4mx$ đồng biến trên đoạn $[1;\ 4]$.

A. $\frac{1}{2}<m<2$ **B.** $m\le 2$ **C.** $m\le\frac{1}{2}$ **D.** $m\in\mathbb{R}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=x^2-2(m-1)x-4m$.

YCBT $\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in[1;\ 4]\Leftrightarrow 2m(x+2)\le x^2+2x,\ \forall x\in[1;\ 4]$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow 2m(x+2) \le x(x+2),\ \forall x \in [1;\ 4] \Leftrightarrow m \le \frac{x}{2},\ \forall x \in [1;\ 4] \Leftrightarrow m \le \frac{1}{2}$.

Câu 263: Tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x + 2017$ nghịch biến trên khoảng $(a; b)$ sao cho $b - a > 3$ là:

A. $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ m > 6 \end{array}\right.$. **B.** $m < 0$. **C.** $m = 9$. **D.** $m > 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 264: Điều kiện cần và đủ để hàm số $y = -x^3 + (m+1)x^2 + 2x - 3$ đồng biến trên đoạn $[0;2]$ là?

A. $m < \frac{3}{2}$. **B.** $m > \frac{3}{2}$. **C.** $m \ge \frac{3}{2}$. **D.** $m \le \frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = -3x^2 + 2(m+1)x + 2$.

Xét phương trình $y' = 0$ có $\Delta' = (m+1)^2 + 6 > 0 \ \ \forall m \in \mathbb{R}$.

Suy ra phương trình $y' = 0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $x_1 < x_2$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $[0;2] \Leftrightarrow y' = 0$ có hai nghiệm $x_1 \le 0 \le 2 \le x_2$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} -3.y'(0) \le 0 \\ -3.y'(2) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -6 \le 0 \\ -3[30 - 12(m+1)] \ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \ge \frac{3}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 6: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ - NHẤT BIẾN ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 265: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

A. $m\in(-\infty;2)$. **B.** $m\in(1;2)$. **C.** $m\in[2;+\infty)$. **D.** $m\in(2;+\infty)$.

Câu 266: Tìm m để hàm số $f(x)=\dfrac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $-3\le m\le 3$. **B.** $-3\le m\le -1$. **C.** $-3<m\le -1$. **D.** $-3<m<3$.

Câu 267: Tìm tham số m để hàm số $y=\dfrac{x}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;\ 2)$.

A. $1\le m\le 2$. **B.** $0<m\le 1$ hoặc $2\le m$.

C. $m<0$. **D.** $m>0$.

Câu 268: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{mx-3}{2x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $\left[-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **B.** $\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{6};6\right]$. **D.** $[-6;6]$.

Câu 269: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ giảm trên khoảng $(-\infty;1)$?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 270: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx-6m+5}{x-m}$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

A. $1\le m\le 5$. **B.** $1\le m\le 3$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1<m\le 3$.

Câu 271: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-9}{x-m}$. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ là:

A. $m<-3$ **B.** $m>3$ **C.** $2\le m<3$ **D.** $-3\le m<3$

Câu 272: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $m<-2$. **B.** $m>1,\ m<-2$. **C.** $m>2$. **D.** $m>2,\ m<-2$.

Câu 273: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến khoảng $(0;+\infty)$.

A. $0<m<2$. **B.** $0\le m\le 2$. **C.** $0\le m<2$. **D.** $-2<m<2$.

Câu 274: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ là?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $[1;2)$.

Câu 275: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{-2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. $m>-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\ge -\dfrac{1}{2}$.

C. $-\dfrac{1}{2}<m<0$ hoặc $m>1$. **D.** $-\dfrac{1}{2}<m\le 0$ hoặc $m\ge 1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 276: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. $m\le -2$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $-2\le m<1$. **D.** $m=-2$.

Câu 277: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx-6m+5}{x-m}$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

A. $1\le m\le 3$. **B.** $1<m\le 3$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1\le m\le 5$.

Câu 278: Hàm số $y=\dfrac{x+m^2}{x+1}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m\in\mathbb{R}$ **B.** $-1<m<1$ **C.** $\left[\begin{array}{l} m<-1 \\ m>1 \end{array}\right.$ **D.** $-1\le m\le 1$

Câu 279: Giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+4m}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là.

A. $m>\dfrac{1}{2}$. **B.** $\forall m$. **C.** $m\ge\dfrac{1}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<-\dfrac{1}{2} \\ m>\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 280: Với các giá trị nào tham số m thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.

A. $m>2$. **B.** $m<1$ hay $m>2$.
C. $1\le m<2$. **D.** $m<1$.

Câu 281: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2}{2x+m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 282: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{mx-3}{2x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $(-\sqrt{6};\sqrt{6})$. **B.** $[-\sqrt{6};\sqrt{6})$. **C.** $(-\sqrt{6};6]$. **D.** $[-6;6]$.

Câu 283: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ là?

A. $[1;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Câu 284: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 3. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 4.

Câu 285: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2mx+m+2}{x-m}$. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}<m<2$. **B.** $m\ge 2$.

C. $m\le\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$. **D.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 286: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 287: Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$?

A. $m<1$. **B.** $m>2$. **C.** $1\le m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Câu 288: Tìm các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

A. $m\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ **B.** $m\in(-\infty;1)$

C. $m\in(1;2)$ **D.** $m\in(2;+\infty)$

Câu 289: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

A. $1\le m\le 2$. **B.** $m>2$ hoặc $m<1$.

C. $m\ge 2$ hoặc $m\le 1$. **D.** $1<m<2$.

Câu 290: Giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty;\ 1)$ là.

A. $-2<m\le -1$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $-2\le m\le 1$.

Câu 291: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên $(0;10)$.

A. $m\in(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$ **B.** $m\in(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-10]\cup[4;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-10]\cup(4;+\infty)$.

Câu 292: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m>2$.

C. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$. **D.** $m\le 2$.

Câu 293: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{(m+3)x+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $m\in[-4;\ 1]$. **B.** $m\in(-4;-1]$. **C.** $m\in(-4;-1)$. **D.** $m\in(-4;1)$.

Câu 294: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 295: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$.

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $m>2$. **D.** $1\le m<2$.

Câu 296: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-m}$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A. $m<\dfrac{1}{2}$ **B.** $m\le 0$ **C.** $m\le\dfrac{1}{2}$ **D.** $0\le m<\dfrac{1}{2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 297: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. 4 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 2

Câu 298: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sin x-3}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $0\le m<3$. **B.** $m\le 3$.

C. $m\le 0$ hoặc $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le m\le 3$. **D.** $m\le 0$ hoặc $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\le m<3$.

DẠNG 7: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 299: Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=-x^4+(2m-3)x^2+m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là $\left(-\infty;\dfrac{p}{q}\right]$, trong đó phân số $\dfrac{p}{q}$ tối giản và $q>0$. Hỏi tổng $p+q$ là?

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 300: Cho hàm số $f(x)=mx^4+2x^2-1$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2018;2018)$ sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$?

A. 2014. **B.** 4032. **C.** 4. **D.** 2022.

Câu 301: Đồ thị hàm số $y=-2m^4x+3+\dfrac{m}{x+1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ với.

A. $m<3$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Câu 302: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in[-5;2)$. **C.** $m\in(-\infty;2]$. **D.** $m\in(-\infty;-5)$.

Câu 303: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=(m^2-1)x^4-2mx^2$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $m\le -1$ hoặc $m\ge\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $m\le -1$.

C. $m\le -1$ hoặc $m>1$. **D.** $m=-1$ hoặc $m>\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 304: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. $m\in[-5;2)$. **B.** $m\in(-\infty;2]$. **C.** $m\in(2,+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-5)$.

Câu 305: Hàm số $y=-3x^4-(3m^2-3m+1)x^2+5m^2-2m+2$ nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 306: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=m^2x^4-2(4m-1)x^2+1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 16.

Câu 307: Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-3m+1\ (1)$ (m là tham số). Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m\le 1$. **B.** $0<m\le 1$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 8: ĐIỀU KIÊN ĐỂ HÀM SỐ PHÂN THỨC (KHÁC) ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 308: Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Câu 309: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$.

A. $-1\le m<2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ 0\le m<2 \end{array}\right.$.

Câu 310: Hàm số $y=\dfrac{x^2-4x}{x+m}$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì giá trị của m là:

A. $m\in(-1;2]\setminus\{-1\}$. **B.** $m\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

C. $m\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $m\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right]\setminus\{-1\}$.

Câu 311: Cho hàm số $y=\dfrac{mx+2015m+2016}{-x-m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Tính số phần tử của S.

A. 2017. **B.** 2015. **C.** 2018. **D.** 2016.

Câu 312: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x^2-3x+m}{x-2}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

A. $m\ge -2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m<-2$. **D.** $m>-2$.

Câu 313: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 314: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\left(m-x^3\right)\sqrt{1-x^3}$ đồng biến trên $(0;\ 1)$.

A. $m\ge -2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Câu 315: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-4}{m-x}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

A. $m\in(1;2)$. **B.** $m\in[1;2)$. **C.** $m\in[1;2]$. **D.** $m\in(1;2]$.

Câu 316: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x+5+\dfrac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5;+\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Câu 317: Với giá trị nào của m thì hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2+3x+m+1}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m<0$. **D.** $m\le 0$.

Câu 318: Hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+m}$

A. luôn luôn đồng biến với mọi m. **B.** luôn luôn đồng biến nếu $m\ne 0$.

C. đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. **D.** luôn luôn đồng biến nếu $|m|>1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 319: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. $m\ge 2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $-2\le m<1$. **D.** $m=-2$.

Câu 320: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m=5$.

Câu 321: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-1$.

C. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=1$. **D.** Không tồn tại $\min\limits_{(0;+\infty)} y$.

Câu 322: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-3;-2]$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;-2]$.

DẠNG 9: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 323: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=8^{\cot x}+(m-3).2^{\cot x}+3m-2$ (1) đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$.

A. $m<-9$. **B.** $-9\le m<3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m\le -9$.

Câu 324: Tìm m để hàm số $y=mx-\sin x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ge -1$.

Câu 325: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{2}+\sin^2 x, x\in[0;\pi]$. Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào?

A. $\left(\dfrac{7\pi}{12};\dfrac{11\pi}{12}\right)$ và $\left(\dfrac{11\pi}{12};\pi\right)$. **B.** $\left(\dfrac{7\pi}{12};\dfrac{11\pi}{12}\right)$.

C. $\left(0;\dfrac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\dfrac{7\pi}{12};\dfrac{11\pi}{12}\right)$. **D.** $\left(0;\dfrac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\dfrac{11\pi}{12};\pi\right)$.

Câu 326: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-3\le m\le -\dfrac{1}{5}$. **B.** $-3<m<-\dfrac{1}{5}$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\ge -\dfrac{1}{5}$.

Câu 327: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m\in(-2018;2018)$ để hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 218. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 4014.

Câu 328: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số $y=m\sin x-n\cos x-3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m^2+n^2\le 9$. **B.** $m^3+n^3\le 9$. **C.** $m=2,\ n=1$. **D.** $m^3+n^3\ge 9$.

Câu 329: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\begin{cases} m>3 \\ m\ne 1 \end{cases}$. **B.** $m\le 2$. **C.** $-4\le m\le \dfrac{2}{3}$. **D.** $m\ge 2$.

Câu 330: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cot x-2}{\cot x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m>2$. **B.** $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$.
C. $1\le m<2$. **D.** $m\le 0$.

Câu 331: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sin x+m}{\sin x-m}$ đồng biến trên $\left(-\dfrac{\pi}{2};0\right)$.

A. $m>0$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m<0$.

Câu 332: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=(2m+3)\sin x+(2-m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 333: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $1\le m<2$. **B.** $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$.
C. $m>2$. **D.** $m\le 0$.

Câu 334: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx-\sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m>1$. **D.** $m\le -1$.

Câu 335: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{-2\tan x-1}{\tan x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$.

A. $0\le m\le 2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $0\le m<\dfrac{1}{2}$. **D.** $0\le m\le 1$.

Câu 336: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{\cos x-m}{\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\pi\right)$.

A. $m>1$. **B.** $m<0$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.$.

Câu 337: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{m-\cos x}{\sin^2 x}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{3};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\le 2$. **B.** $m\le \dfrac{5}{4}$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\le 0$.

Câu 338: Hàm số $f(x)=mx+\cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(1;+\infty)$ **C.** $[1;+\infty)$ **D.** $(0;+\infty)$

Câu 339: Tìm tất cả các giá trị thực m để hàm số $y=\sin x+\cos x+mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$. **B.** $-\sqrt{2}\le m\le\sqrt{2}$. **C.** $m\ge\sqrt{2}$. **D.** $m\le-\sqrt{2}$.

Câu 340: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=x+m\cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $|m|\le 1$. **B.** $m>\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $|m|\ge 1$. **D.** $m<\dfrac{1}{2}$.

Câu 341: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\sin^3 x-3\cos^2 x-m\sin x-1$ đồng biến trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m \le -3$. **B.** $m > 0$. **C.** $m > -3$. **D.** $m \le 0$.

Câu 342: Cho hàm số $y = \dfrac{\sin x - 3}{\sin x - m}$. Hàm số đồng biến trên $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ khi:

A. $m < 3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \le 0 \vee 1 \le m < 3$. **D.** $0 \le m < 3$.

Câu 343: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\cot x - 1}{m \cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in (1; +\infty)$. **B.** $m \in (-\infty; 1)$.

C. $m \in (-\infty; 0) \cup (1; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; 0)$.

Câu 344: Tìm m để hàm số $y = \sin^3 x + 3\sin^2 x - m\sin x - 4$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \ge 0$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 0$.

Câu 345: Cho hàm số $y = \tan^3 x - \dfrac{1}{\cos^2 x} + 2$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ là phân số tối giản $\dfrac{a}{b}$, ở đó a, b là số nguyên và $b > 0$. Tính hiệu $a - b$.

A. -50. **B.** 50. **C.** -4. **D.** 4.

Câu 346: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = (2m-3)x - (3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5 **B.** 0 **C.** 4 **D.** 1

Câu 347: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{m - \sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{6}\right)$?

A. $m \le 2$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $m \le \dfrac{5}{4}$.

Câu 348: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x + m\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \le 1$. **B.** $m \in [-1;1] \setminus \{0\}$. **C.** $-1 \le m \le 1$. **D.** $m \ge 1$.

Câu 349: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2018; 2018]$ để hàm số $y = \dfrac{\cot^2 x - 2m\cot x + 2m^2 - 1}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 0. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2018.

Câu 350: Hàm số $y = \dfrac{\cos x + 1}{2\cos x - m}$ đồng biến trên $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

A. $m \ge -2$. **B.** $m > -2$. **C.** $m < -2$. **D.** $-2 < m \le 0$.

Câu 351: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = m\sin x + 7x - 5m + 3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \le -1$. **B.** $m \ge 7$. **C.** $-7 \le m \le 7$. **D.** $m \le -7$.

Câu 352: Tìm tất cả các số thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{-2\sin x - 1}{\sin x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \ge -\dfrac{1}{2}$ **B.** $-\dfrac{1}{2} < m \le 0$ hoặc $m \ge 1$

C. $-\dfrac{1}{2} < m < 0$ hoặc $m > 1$ **D.** $m > -\dfrac{1}{2}$

Câu 353: Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $y=\frac{1}{3}\cos^3 x-4\cot x-(m+1)\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 5.

Câu 354: Tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\frac{2\cos x-1}{\cos x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $m\ge 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m>\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge\frac{1}{2}$.

Câu 355: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=\frac{m-2\sin x}{1+\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\le\frac{9}{2}$. **C.** $3<m\le 5$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 356: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$?

A. $1\le m<2$. **B.** $m\le 0; 1\le m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $m\le 0$.

Câu 357: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-4\le m\le 3$. **B.** $-\frac{2}{3}\le m\le 4$. **C.** $\frac{2}{3}\le m\le 3$. **D.** $-4\le m\le\frac{2}{3}$.

Câu 358: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số $y=m\sin x-n\cos x-3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m^2-n^2\le 9$. **B.** $m^3+n^3\le 9$. **C.** $m^3+n^3\ge 9$. **D.** $m=2,\ n=1$.

Câu 359: Tìm m để hàm số $y=\frac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\le\frac{5}{4}$. **D.** $m\le 0$.

Câu 360: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=x+m(\sin x+\cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $|m|\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $m\ge\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m\le\frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $|m|\le\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 361: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x+m(\sin x+\cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-\frac{1}{\sqrt{2}}\le m\le\frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $-3<m<\frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $m\in\left(-\infty;\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)\cup\left(\frac{1}{\sqrt{2}};+\infty\right)$. **D.** $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{\sqrt{2}}\right]\cup\left[\frac{1}{\sqrt{2}};+\infty\right)$.

Câu 362: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\sin x+\cos x+mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge\sqrt{2}$. **B.** $m\le-\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}\le m\le\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 363: Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)\sin x-2}{\sin x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m< -1 \\ m> 2 \end{array}\right.$. **D.** $-1<m<2$.

Câu 364: Hàm số $y=2mx+\sin x$ đồng biến trên tập số thực khi và chỉ khi giá trị của m là

A. $m\ge \dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{-1}{2}\le m\le \dfrac{1}{2}$. **C.** $m\ge -\dfrac{1}{2}$. **D.** $m\in R$.

Câu 365: Tìm mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y=f(x)=2x+a\sin x+b\cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

A. $a+2b=2\sqrt{3}$. **B.** $a^2+b^2\le 4$. **C.** $a+2b\ge \dfrac{1+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}=1$.

Câu 366: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cot x-1}{m\cot x-1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **B.** $m\in(1;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;1)$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

Câu 367: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sin x}{mx+1}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $-\dfrac{\pi}{2}\le m\le 0$. **B.** $-1\le m\le \dfrac{2}{\pi}$. **C.** $-\dfrac{2}{\pi}\le m\le 0$. **D.** $m\le 0$.

Câu 368: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx-(m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>-1$. **B.** không có m. **C.** $-1\le m\le -\dfrac{1}{2}$. **D.** $m<-\dfrac{1}{2}$.

Câu 369: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m+1)\sin x-3\cos x-5x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

DẠNG 10: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ VÔ TỶ, HÀM SỐ KHÁC ĐƠN ĐIỆU TRÊN K

Câu 370: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $[-1;1]$. **B.** $B(5;\ 6;\ 2)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Câu 371: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=x+m\sqrt{x^2-2x+3}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 372: Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(17;37)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ -4\le m<-1 \\ m\le -6 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m\le -4 \end{array}\right.$ **C.** $-1<m<2$. **D.** $-4\le m<2$

Câu 373: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^2-(m+6)x$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

A. $m\le 0$. **B.** $0\le m<6$. **C.** $m\ge 6$. **D.** $m\le 6$.

Câu 374: Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)$. Tìm số phần tử của S.

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Câu 375: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x+\dfrac{m^2+3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 376: Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 377: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=(m-x^3)\sqrt{1-x^3}$ đồng biến trên $(0;\ 1)$.

A. $m\ge -2$. **B.** $m<1$. **C.** $m\le -2$. **D.** $m>1$.

Câu 378: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-2)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$. **B.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$. **D.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Câu 379: Hàm số $y=\sqrt{x^2-x+1}-mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

A. $-1<m<1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le -1$.

Câu 380: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2018;2018]$ để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2017.

Câu 381: Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $(-\infty;1)$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $[-1;1]$.

Câu 382: Hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ nghịch biến trên khoảng nào ?

A. $(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 383: Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^{2019}}{2019}-\dfrac{1}{2017x^{2017}}-mx+2018$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là:

A. 1 **B.** 2018 **C.** 0 **D.** 2

Câu 384: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx+(m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D=[2;+\infty)$.

A. $m<-1$. **B.** $-2\le m\le 1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\ge 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 385: Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $[-1;1]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 386: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\frac{x^2}{2}-mx+\ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 387: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương và nhỏ hơn 2018 của tham số m để hàm số $y=\frac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;9)$. Tính số phần tử của tập hợp S.

A. 2014. **B.** 2015. **C.** 2016. **D.** 2017.

Câu 388: Tìm m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$: $y=\frac{2}{3}e^{3x}-me^{x}+4x-2018$.

A. $m\geq -6$ **B.** $m\leq 6$ **C.** $m\leq -5$ **D.** $m\geq 6$

Câu 389: Cho hàm số $y=\sqrt{2x^2-3x-1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $yy''+(y')^2=1$. **B.** $yy''+(y')^2=4$. **C.** $yy''+(y')^2=0$. **D.** $yy''+(y')^2=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 6: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ - NHẤT BIẾN ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 265: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x-1}$ đồng biến trên khoảng xác định của nó.

A. $m\in(-\infty;2)$. **B.** $m\in(1;2)$. **C.** $m\in[2;+\infty)$. **D.** $m\in(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$

Ta có $y'=\dfrac{m-2}{(x-1)^2}$. Để hàm số đồng biến trên khoảng xác định của nó thì

$y'>0\Leftrightarrow\dfrac{m-2}{(x-1)^2}>0\ \ \forall x\in D\Leftrightarrow m>2$ suy ra $m\in(2;+\infty)$.

Câu 266: Tìm m để hàm số $f(x)=\dfrac{mx+9}{x+m}$ luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $-3\le m\le 3$. **B.** $-3\le m\le -1$. **C.** $-3<m\le -1$. **D.** $-3<m<3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đề hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ thì $y'<0\ \forall x\in(-\infty;1)$..

Vì $y'=\dfrac{m^2-9}{(x+m)^2}$ nên để hàm số luôn nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$thì

$\begin{cases}m^2-9<0\\-m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow -3<m\le -1$.

Câu 267: Tìm tham số m để hàm số $y=\dfrac{x}{x-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;\ 2)$.

A. $1\le m\le 2$. **B.** $0<m\le 1$ hoặc $2\le m$.

C. $m<0$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\dfrac{x}{x-m}$. Tập xác định: $\mathbb{R}\setminus\{m\}$; $y'=\dfrac{-m}{(x-m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;\ 2)\Leftrightarrow y'<0,\ \forall x\in(1;\ 2)$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}-m<0\\ m\notin(1;\ 2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ m\le 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 2\\ 0<m\le 1\end{array}\right.$.

Câu 268: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\dfrac{mx-3}{2x-m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $\left[-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **B.** $\left(-\sqrt{6};\sqrt{6}\right)$. **C.** $\left(-\sqrt{6};6\right]$. **D.** $[-6;6]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{2}\right\}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y=\dfrac{mx-3}{2x-m}\Rightarrow y'=\dfrac{-m^2+6}{(2x-m)^2}$.

Theo yêu cầu bài toán: $y'>0,\forall x\in D\Leftrightarrow -m^2+6>0\Leftrightarrow -\sqrt{6}<m<\sqrt{6}$.

Câu 269: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ giảm trên khoảng $(-\infty;1)$?

A. Vô số. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $x\neq -m$.Do $x\in(-\infty;1)$ nên $m\in(-\infty;-1]$.

Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số giảm trên khoảng $(-\infty;1)$ thì $y'<0$ với $x\in(-\infty;1)\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$.

Do m nguyên và $m\in(-\infty;-1]$ nên $m=-1$.

Vậy có 1 giá trị của m thỏa mãn.

Câu 270: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{mx-6m+5}{x-m}$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

A. $1\le m\le 5$. **B.** $1\le m\le 3$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1<m\le 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

$y'=\dfrac{-m^2+6m-5}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(3;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\ m\notin(3;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+6m-5>0\\ m\le 3\end{cases}$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}1<m<5\\ m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow 1<m\le 3$.

Câu 271: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-9}{x-m}$. Tập tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)$ là:

A. $m<-3$ **B.** $m>3$ **C.** $2\le m<3$ **D.** $-3\le m<3$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=\dfrac{-m^2+9}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;2)\Leftrightarrow y'>0\ \forall x\in(-\infty;2)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+9>0\\ m\ge 2\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}-3<m<3\\ m\ge 2\end{cases}\Leftrightarrow 2\le m<3$

Câu 272: Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $m<-2$. **B.** $m>1,\ m<-2$. **C.** $m>2$. **D.** $m>2,\ m<-2$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$, $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi

$$\begin{cases} y'>0,\forall x\in(1;+\infty) \\ -m\notin(1;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4>0 \\ -m\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>2\vee m<-2 \\ m\ge -1 \end{cases} \Leftrightarrow m>2.$$

Câu 273: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến khoảng $(0;+\infty)$.

A. $0<m<2$. **B.** $0\le m\le 2$. **C.** $0\le m<2$. **D.** $-2<m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là : $D=(-\infty;-m)\cup(-m;+\infty)$. Ta có $y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$ thì $\begin{cases} -m\le 0 \\ m^2-4<0 \end{cases} \Leftrightarrow 0\le m<2$

Vậy giá trị cần tìm của m là $0\le m<2$.

Câu 274: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$ là?

A. $(-2;+\infty)$. **B.** $(-\infty;2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** $[1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{4}\right\}$ và $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-4x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow y'<0,\forall x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-4<0 \\ \dfrac{m}{4}\ge\dfrac{1}{4} \end{cases} \Leftrightarrow 1\le m<2.$

Câu 275: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{-2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$?

A. $m>-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m\ge-\dfrac{1}{2}$.

C. $-\dfrac{1}{2}<m<0$ hoặc $m>1$. **D.** $-\dfrac{1}{2}<m\le 0$ hoặc $m\ge 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=\sin x$

Hàm số $y=\dfrac{-2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi $f(t)=\dfrac{-2t-1}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$f'(t)=\frac{2m+1}{(t-m)^2}$$

Hàm số $f(t)=\frac{-2t-1}{t-m}$ đồng biến trên khoảng $(0;1)$ khi $\begin{cases}2m+1>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m\le 0;1\le m$

Câu 276: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y=\frac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. $m\le -2$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $-2\le m<1$. **D.** $m=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

YCBT $\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow \frac{m-1}{(x+m)^2}<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\ -m\notin(2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow -2\le m<1.$

Câu 277: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{mx-6m+5}{x-m}$ đồng biến trên $(3;+\infty)$.

A. $1\le m\le 3$. **B.** $1<m\le 3$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1\le m\le 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

$$y'=\frac{-m^2+6m-5}{(x-m)^2}.$$

Hàm số đồng biến trên $(3;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}y'>0\\ m\notin(3;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+6m-5>0\\ m\le 3\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}1<m<5\\ m\le 3\end{cases}\Leftrightarrow 1<m\le 3.$

Câu 278: Hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+1}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ khi và chỉ khi

A. $m\in\mathbb{R}$ **B.** $-1<m<1$ **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m>1\end{array}\right.$ **D.** $-1\le m\le 1$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$y'=\frac{1-m^2}{(x+1)^2}$$

Hàm số $y=\frac{x+m^2}{x+1}$ đồng biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$ khi và chỉ khi

$y'>0\ \forall x\in D\Leftrightarrow 1-m^2>0\Leftrightarrow -1<m<1$

Câu 279: Giá trị của m để hàm số $y=\frac{mx+1}{x+4m}$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$ là.

A. $m>\frac{1}{2}$. **B.** $\forall m$. **C.** $m\ge\frac{1}{2}$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m<-\frac{1}{2}\\ m>\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\begin{cases} y' > 0 \\ x \neq -4m \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - 1 > 0 \\ -4m \notin (0;+\infty) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \in \left(-\infty;-\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2};+\infty\right) \\ m \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > \frac{1}{2}.$

Câu 280: Với các giá trị nào tham số m thì hàm số $y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m}$ nghịch biến trên $(-1;+\infty)$.

A. $m > 2$. **B.** $m < 1$ hay $m > 2$.

C. $1 \leq m < 2$. **D.** $m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y = \frac{(m+1)x + 2m + 2}{x + m} \Rightarrow y' = \frac{(m+1)m - 2m - 2}{(x+m)^2} = \frac{m^2 - m - 2}{(x+m)^2}.$

Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty) \Leftrightarrow y' > 0, \forall x \in (-1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \begin{cases} -m \leq -1 \\ m^2 - m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 1 \\ -1 \leq m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow 1 \leq m < 2.$

Câu 281: Cho hàm số $y = \frac{mx + 2}{2x + m}$, m là tham số thực. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{m}{2}\right\}$

$y' = \frac{m^2 - 4}{(2x+m)^2}.$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2 - 4 < 0 \\ \frac{-m}{2} \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \left[\begin{array}{l} \frac{-m}{2} \leq 0 \\ \frac{-m}{2} \geq 1 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ \left[\begin{array}{l} m \geq 0 \\ m \leq -2 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow 0 \leq m < 2.$

Câu 282: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y = \frac{mx - 3}{2x - m}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $(-\sqrt{6};\sqrt{6})$. **B.** $[-\sqrt{6};\sqrt{6})$. **C.** $(-\sqrt{6};6]$. **D.** $[-6;6]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y = \frac{mx - 3}{2x - m} \Rightarrow y' = \frac{-m^2 + 6}{(2x-m)^2}$

Theo yêu cầu bài toán: $y' > 0, \forall x \in D \Leftrightarrow -m^2 + 6 > 0 \Leftrightarrow -\sqrt{6} < m < \sqrt{6}.$

Câu 283: Tập hợp tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y = \frac{mx - 1}{m - 4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{4}\right)$ là?

A. $[1;2)$. **B.** $(-2;+\infty)$. **C.** $(-\infty;2)$. **D.** $(-2;2)$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{m}{4}\right\}$ và $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-4x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\ \dfrac{m}{4}\geq\dfrac{1}{4}\end{cases}\Leftrightarrow 1\leq m<2$.

Câu 284: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên các khoảng xác định. Tìm số phần tử của S.

A. 3. **B.** 5. **C.** Vô số. **D.** 4.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y'\geq 0\Leftrightarrow -m^2+2m+3\geq 0\Leftrightarrow m\in[-1;3]$.

Xét tại $m=-1;m=3$ thấy không thỏa mãn. Vậy $m=0;m=1;m=2$..

Câu 285: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2mx+m+2}{x-m}$. Với giá trị nào của m thì hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}<m<2$. **B.** $m\geq 2$.

C. $m\leq\dfrac{3-\sqrt{17}}{4}$. **D.** $m\leq -1$ hoặc $m\geq 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=\dfrac{x^2-2mx+2m^2-m-2}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định $\Leftrightarrow y'\geq 0\ \forall x\in D$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+2m^2-m-2\geq 0\ \forall x\in D\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta'\leq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1>0\\ m^2-2m^2+m+2\leq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow -m^2+m+2\leq 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\leq -1\\ m\geq 2\end{array}\right.$

Câu 286: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+10}{2x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

A. 4. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{m^2-20}{(2x+m)^2}$ với $x\neq -\dfrac{m}{2}$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;2)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-20<0 \\ -\dfrac{m}{2}\notin(0;2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2\sqrt{5}<m<2\sqrt{5} \\ \left[\begin{array}{l} m\ge 0 \\ m\le -4 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m\in\left(-2\sqrt{5};-4\right]\cup\left[0;2\sqrt{5}\right).$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-4;0;1;2;3;4\}$.

Câu 287: Với các giá trị nào của tham số m thì hàm số $y=\dfrac{(m+1)x+2m+2}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$?

A. $m<1$. **B.** $m>2$. **C.** $1\le m<2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{m^2-m-2}{(x+m)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(-1;+\infty)\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in(-1;+\infty)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-m-2<0 \\ -m\notin(-1;+\infty) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2-m-2<0 \\ -m\le -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<2 \\ m\ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow 1\le m<2.$

Câu 288: Tìm các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x-3m+2}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$?

A. $m\in(-\infty;1)\cup(2;+\infty)$ **B.** $m\in(-\infty;1)$

C. $m\in(1;2)$ **D.** $m\in(2;+\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-3m+2}{(x-3m+2)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ khi $\begin{cases} m^2-3m+2>0 \\ 3m-2>1 \end{cases}\Leftrightarrow m>2$.

Câu 289: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx-2}{x+m-3}$ nghịch biến trên các khoảng xác định của nó.

A. $1\le m\le 2$. **B.** $m>2$ hoặc $m<1$.

C. $m\ge 2$ hoặc $m\le 1$. **D.** $1<m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{3-m\}$.

$y'=\dfrac{m^2-3m+2}{(x+m-3)^2}$.

YCBT $\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in D\Leftrightarrow m^2-3m+2<0\Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 290: Giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx+4}{x+m}$ nghịch biến trên $(-\infty;\ 1)$ là.

A. $-2<m\le -1$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-2\le m\le 2$. **D.** $-2\le m\le 1$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

$y'=\dfrac{m^2-4}{(x+m)^2}$, $(x\neq -m)$.

Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;1)$ $\Leftrightarrow\Leftrightarrow y'<0,\forall x\in(-\infty;1)\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\1\le -m\end{cases}\Leftrightarrow -2<m\le -1$.

Câu 291: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\dfrac{mx+16}{x+m}$ đồng biến trên $(0;10)$.

A. $m\in(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$ **B.** $m\in(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;-10]\cup[4;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-10]\cup(4;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-16}{(x+m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0;10)\Leftrightarrow\left[\begin{cases}m^2-16>0\\-m\le 0\end{cases}\begin{cases}m^2-16>0\\-m\ge 10\end{cases}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>4\\m\le -10\end{array}\right.$.

Vậy $m\in(-\infty;-10]\cup(4;+\infty)$.

Câu 292: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cos x-2}{\cos x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m>2$.

C. $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$. **D.** $m\le 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=\cos x, 0<t<1$ ta có hàm số: $y=\dfrac{t-2}{t-m}(2), 0<t<1\Rightarrow y'=\dfrac{-m+2}{(t-m)^2}$.

Để hàm số ban đầu nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ thì hàm số (2) phải nghịch biến trên khoảng $(0;1)$ do đó: $\begin{cases}-m+2<0\\\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\m\le 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>2\\\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\m\le 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m>2$.

Câu 293: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{(m+3)x+4}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

A. $m\in[-4;1]$. **B.** $m\in(-4;-1]$. **C.** $m\in(-4;-1)$. **D.** $m\in(-4;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$ và $y'=\dfrac{m^2+3m-4}{(x+m)^2}$.

Để hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;1)$ khi $\begin{cases}m^2+3m-4<0\\1\le -m\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-4;1)\\m\le -1\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-4;-1]$.

Câu 294: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-2m-3}{x-m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$. Tìm số phần tử của S.

A. 1. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{-m^2+2m+3}{(x-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m^2+2m+3>0\\m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<3\\m\le 2\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le 2$.

Vậy $S=\{0;1;2\}$.

Câu 295: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$.

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $m>2$. **D.** $1\le m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-4x)^2}$. Để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{m-4x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty;\dfrac{1}{4}\right)$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4<0\\\dfrac{m}{4}\notin(-\infty;\dfrac{1}{4})\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\m\ge 1\end{cases}\Leftrightarrow m\in[1;2)$

Câu 296: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-m}$ đồng biến trên $(0;+\infty)$.

A. $m<\dfrac{1}{2}$ **B.** $m\le 0$ **C.** $m\le\dfrac{1}{2}$ **D.** $0\le m<\dfrac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$; $y'=\dfrac{-2m+1}{(x-m)^2}$.

Hàm đã cho đồng biến trên $(0;+\infty)$ khi $\begin{cases}y'>0\\m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{-2m+1}{(x-m)^2}>0\\m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<\dfrac{1}{2}\\m\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\le 0$.

Câu 297: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+4}$ đồng biến trên từng khoảng xác định?

A. 4 **B.** 3 **C.** 5 **D.** 2

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn B

Trường hợp 1: $m=0$ ta có hàm số $y=\frac{1}{4}x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m\neq 0$, hàm số đã cho có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\frac{-4}{m}\right\}$ và $y'=\frac{4-m^2}{(mx+4)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định khi và chỉ khi $\begin{cases}4-m^2>0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ m\neq 0\end{cases}$.

Vậy tập hợp các số nguyên m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định là $\{-1;0;1\}$.

Câu 298: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{\sin x-3}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $0\le m<3$. **B.** $m\le 3$.

C. $m\le 0$ hoặc $\frac{\sqrt{2}}{2}\le m\le 3$. **D.** $m\le 0$ hoặc $\frac{\sqrt{2}}{2}\le m<3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y=\frac{\sin x-3}{\sin x-m}\Rightarrow y'=\frac{\cos x(\sin x-m)-(\sin x-3)\cos x}{(\sin x-m)^2}=\frac{\cos x(3-m)}{(\sin x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow\begin{cases}3-m>0\\ \left[\begin{array}{l}m\le\sin 0\\ m\ge\sin\frac{\pi}{4}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3>m\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge\frac{\sqrt{2}}{2}\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\frac{\sqrt{2}}{2}\le m<3\\ m\le 0\end{array}\right.$.

DẠNG 7: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ TRÙNG PHƯƠNG ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 299: Tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=-x^4+(2m-3)x^2+m$ nghịch biến trên khoảng $(1;2)$ là $\left(-\infty;\frac{p}{q}\right]$, trong đó phân số $\frac{p}{q}$ tối giản và $q>0$. Hỏi tổng $p+q$ là?

A. 9. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=-4x^3+2(2m-3)x$.

Hàm số nghịch biến trên $(1;2)\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in(1;2)\Leftrightarrow m\le x^2+\frac{3}{2}=g(x),\forall x\in(1;2)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1;2)$. $g'(x)=2x=0\Leftrightarrow x=0$

Bảng biến thiên

x	1		2
g'		$+$	0
g	$\frac{5}{2}$	$\nearrow$	$\frac{11}{2}$

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m \le \min g(x) \Leftrightarrow m \le \frac{5}{2}$. Vậy $p+q=5+2=7$.

Câu 300: Cho hàm số $f(x)=mx^4+2x^2-1$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-2018;2018)$ sao cho hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right)$?

A. 2014. **B.** 4032. **C.** 4. **D.** 2022.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=4mx^3+4x=4x\left(mx^2+1\right)$.

$m \ge 0$: $y'=4x \ge 0 \Leftrightarrow x \ge 0 \Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên $(0;+\infty) \Rightarrow m \ge 0$ thỏa mãn.

$m<0$: $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\frac{1}{m} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{-\frac{1}{m}} \end{array}\right.$.

BBT :

x	$-\infty$		$-\sqrt{-\frac{1}{m}}$		0		$\sqrt{-\frac{1}{m}}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$		$\searrow$		$\nearrow$		$\searrow$	

Dựa vào BBT, hàm số đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow \sqrt{-\frac{1}{m}} \ge \frac{1}{2} \Leftrightarrow -\frac{1}{m} \ge \frac{1}{4} \Leftrightarrow m \le -4$.

So với điều kiện $\Rightarrow m \le -4$.

Mặt khác, theo giả thiết $\begin{cases} m \in (-2018;2018) \\ m \in \mathbb{Z} \end{cases}$ suy ra có 2014 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 301: Đồ thị hàm số $y=-2m^4x+3+\frac{m}{x+1}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;+\infty)$ với.

A. $m<3$. **B.** $m>-1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn C

$y'=-2m^4+\frac{m}{(x+1)^2}$.

Theo yêu cầu bài toán : $y'<0,\ \forall x \in (-1;\ +\infty)$.

$-2m^4+\frac{m}{(x+1)^2}<0$ nên $m<0$.

Câu 302: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in[-5;2)$. **C.** $m\in(-\infty;2]$. **D.** $m\in(-\infty;-5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=4x^3-4(m-1)x\ge 0\ \ \forall x\in(1;3)\Leftrightarrow x^2+1\ge m\ \ \forall x\in(1;3)$.

Đặt $h(x)=x^2+1$ với $x\in(1;3)$, $h'(x)=2x$, $h'(x)=0\Leftrightarrow x=0(l)$.

x	1		2
$h'(x)$		+	
$h(x)$	2	↗	10

Vậy $m\le 2$.

Câu 303: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=(m^2-1)x^4-2mx^2$ đồng biến trên $(1;+\infty)$.

A. $m\le -1$ hoặc $m\ge\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $m\le -1$.

C. $m\le -1$ hoặc $m>1$. **D.** $m=-1$ hoặc $m>\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Lời giải

Chọn A

$y'=4(m^2-1)x^3-4mx=4x\left[(m^2-1)x^2-m\right]$.

Để hàm số $y=(m^2-1)x^4-2mx^2$ đồng biến trên $(1;+\infty)\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in(1;+\infty)$.

$\Leftrightarrow(m^2-1)x^2-m\ge 0,\forall x\in(1;+\infty),(*)$.

□Nếu $m^2-1=0\Leftrightarrow m=1$ hoặc $m=-1$.

□Với $m=1$ khi đó $(*)\Leftrightarrow -1\ge 0$ (mâu thuẫn).

□Với $m=-1$ khi đó $(*)\Leftrightarrow 1\ge 0$ (đúng) nhận $m=-1$.

□Nếu $m^2-1>0\Leftrightarrow m<-1$ hoặc $m>1$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow(m^2-1)x^2\ge m,\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow x^2\ge\dfrac{m}{m^2-1},\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow 1\ge\dfrac{m}{m^2-1}$.

$$\Leftrightarrow m^2-m-1\ge 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\\ m\ge\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\ m\ge\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\cdot$$

□Nếu $m^2-1<0\Leftrightarrow -1<m<1$.

Khi đó $(*)\Leftrightarrow(m^2-1)x^2\ge m,\forall x\in(1;+\infty)\Leftrightarrow x^2\le\dfrac{m}{m^2-1},\forall x\in(1;+\infty)$.

(Không xảy ra do $\forall x\in(1;+\infty)$).

Vậy giá trị cần tìm $m\le -1$ hoặc $m\ge\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

Câu 304: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m-2$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$?

A. $m\in[-5;2)$. **B.** $m\in(-\infty;2]$. **C.** $m\in(2,+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-5)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=4x^3-4(m-1)x$.

Hàm số đồng biến trên $(1;3) \Leftrightarrow y'\ge 0, \forall x\in(1;3) \Leftrightarrow g(x)=x^2+1\ge m, \forall x\in(1;3)$.

Lập bảng biến thiên của $g(x)$ trên $(1;3)$.

x	1		3
g'		+	0
g	2	↗	10

Dựa vào bảng biến thiên, kết luận: $m\le \min g(x) \Leftrightarrow m\le 2$.

Câu 305: Hàm số $y=-3x^4-\left(3m^2-3m+1\right)x^2+5m^2-2m+2$ nghịch biến trong khoảng nào?

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-4;+\infty)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=-12x^3-2\left(3m^2-3m+1\right)x$.

$y'=0 \Leftrightarrow -12x^3-2\left(3m^2-3m+1\right)x=0 \Leftrightarrow 2x\left(-6x^2-\left(3m^2-3m+1\right)\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=-\dfrac{1}{6}\left(3m^2-3m+1\right)<0, \forall m \end{array}\right. \Leftrightarrow x=0$.

Vì $a=-3<0$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

Câu 306: Có bao nhiêu giá trị nguyên $m\in(-10;10)$ để hàm số $y=m^2x^4-2\left(4m-1\right)x^2+1$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 15. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Với $m=0$, hàm số trở thành $y=2x^2+1$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ nên hàm số cũng đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$, do đó $m=0$ thỏa mãn.

+ Với $m\ne 0$, hàm số đã cho làm hàm số trùng phương với hệ số $a=m^2>0$.

$y'=4m^2x^3-4\left(4m-1\right)x=4x\left(m^2x^2-4m+1\right)$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{4m-1}{m^2} \end{array}\right.$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì phương trình $x^2=\dfrac{4m-1}{m^2}$ vô nghiệm hoặc có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 sao cho $-1\le x_1<x_2\le 1$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 4m-1\le 0 \\ \left\{\begin{array}{l} 4m-1>0 \\ \sqrt{\dfrac{4m-1}{m^2}}\le 1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le \dfrac{1}{4} \\ \left\{\begin{array}{l} m>\dfrac{1}{4} \\ -m^2+4m-1\le 0 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le \dfrac{1}{4} \\ \dfrac{1}{4}<m<2-\sqrt{3} \\ m>2+\sqrt{3} \end{array}\right.$$

Vậy điều kiện để hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ là $m\in(-\infty;2-\sqrt{3})\cup(2+\sqrt{3};+\infty)$.

Vì m nguyên, $m\in(-10;10)$ nên $m\in\{-9;-8;...;0;4;5;...;9\}$, có 16 giá trị.

Câu 307: Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-3m+1\,(1)$ (m là tham số). Tìm m để hàm số (1) đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

A. $m\le 1$. **B.** $0<m\le 1$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4mx=4x(x^2-m)$.

+ $m\le 0$, $y'\ge 0,\forall x\in(0;+\infty)\Rightarrow m\le 0$ thoả mãn.

+ $m>0$, $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt: $-\sqrt{m}$, 0, $\sqrt{m}$..

Hàm số (1) đồng biến trên (1; 2) $\Leftrightarrow \sqrt{m}\le 1 \Leftrightarrow 0<m\le 1$. Vậy $m\in(-\infty;1]$.

DẠNG 8: ĐIỀU KIÊN ĐỂ HÀM SỐ PHÂN THỨC (KHÁC) ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 308: Tồn tại bao nhiêu số nguyên m để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=\dfrac{x-2}{x-m}\Rightarrow y'=\dfrac{-m+2}{(x-m)^2}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)\Leftrightarrow\begin{cases}-m+2>0\\ m>-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ m>-1\end{cases}$.

Vậy có 2 giá trị nguyên của m để hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;-1)$.

Câu 309: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$.

A. $-1\le m<2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\ge 2$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ 0\le m<2 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=\tan x$, vì $x\in\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)\Rightarrow t\in(-1;0)$. Khi đó ta có $t'_x=\dfrac{1}{\cos^2 x}>0\,\forall x\in\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$.

Do đó tính đồng biến của hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ giống như hàm số $f(t)=\dfrac{t-2}{t-m}$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t-2}{t-m}$ $\forall t\in(-1;0)$. Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$

Ta có $f'(t)=\dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

Để hàm số y đồng biến trên khoảng $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$ khi và chỉ khi: $f'(t)>0$ $\forall t\in(-1;0)$

$$\Leftrightarrow \frac{2-m}{(t-m)^2}>0\ \forall t\in(-1;0)\Leftrightarrow\begin{cases}2-m>0\\ m\notin(-1;0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ \left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge 0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;-1]\cup[0;2)$$

CASIO: Đạo hàm của hàm số ta được $y'=\dfrac{\frac{1}{\cos^2 x}(\tan x-m)-(\tan x-2)\frac{1}{\cos^2 x}}{(\tan x-m)^2}$

Ta nhập vào máy tính thằng y'\CALC\Calc $x=-\dfrac{\pi}{8}$ (Chọn giá trị này thuộc $\left(-\dfrac{\pi}{4};0\right)$)

\ =\ m = ? 1 giá trị bất kỳ trong 4 đáp án.

Câu 310: Hàm số $y=\dfrac{x^2-4x}{x+m}$ đồng biến trên $[1;+\infty)$ thì giá trị của m là:

A. $m\in(-1;2]\setminus\{-1\}$.

B. $m\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

C. $m\in\left(-1;\dfrac{1}{2}\right]$.

D. $m\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right]\setminus\{-1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=\dfrac{x^2-4x}{x+m}$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$ và $y'=\dfrac{x^2+2mx-4m}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}-m<1\\ x^2+2mx-4m\ge 0,\forall x\in[1;+\infty)\end{cases}$

$x^2+2mx-4m\ge 0,\forall x\in[1;+\infty)\Leftrightarrow 2m(x-2)\ge -x^2,\forall x\in[1;+\infty)$ (1)

Do $x=2$ thỏa bất phương trình $2m(x-2)\ge -x^2$ với mọi m nên ta chỉ cần xét $x\ne 2$.

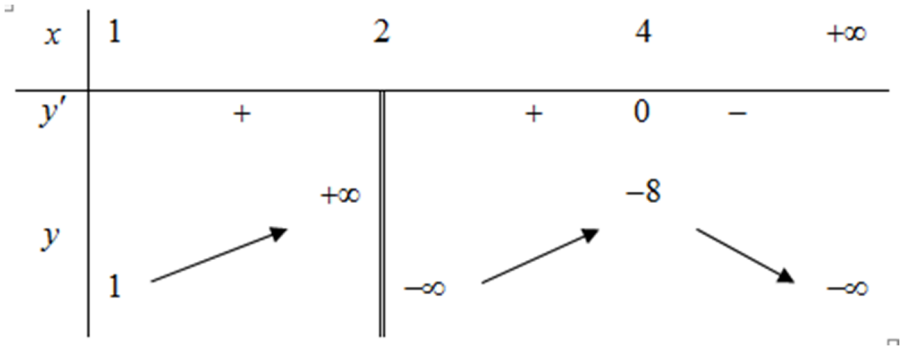
Khi đó $(1)\Leftrightarrow\begin{cases}2m\le\dfrac{-x^2}{x-2},\forall x\in[1;2)\\ 2m\ge\dfrac{-x^2}{x-2},\forall x\in(2;+\infty)\end{cases}$ (2)

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{-x^2}{x-2}$ trên $[1;+\infty)\setminus\{2\}$ có $f'(x)=\dfrac{-x^2+4x}{(x-2)^2}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=4\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



$YCBT \Leftrightarrow \begin{cases} m > -1 \\ 2m \le 1 \\ 2m \ge -8 \end{cases} \Leftrightarrow -1 < m \le \frac{1}{2}.$

Cách khác

$y = \frac{x^2 - 4x}{x+m}$ có tập xác định là $D = \mathbb{R} \setminus \{-m\}$ và $y' = \frac{x^2 + 2mx - 4m}{(x+m)^2}$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $[1;+\infty) \Leftrightarrow \begin{cases} -m < 1 \\ x^2 + 2mx - 4m \ge 0, \forall x \in [1;+\infty) \end{cases}$

$x^2 + 2mx - 4m \ge 0, \forall x \in [1;+\infty) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta \le 0 \\ \begin{cases} \Delta > 0 \\ x_1 < x_2 \le 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 + 4m \le 0 \\ \begin{cases} m^2 + 4m > 0 \\ -m + \sqrt{m^2 + 4m} \le 1 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -4 \le m \le 0 \\ \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m > 0 \\ m < -4 \end{array}\right. \\ m \ge -1 \\ m \le \frac{1}{2} \end{cases} \end{array}\right.$

Kết hợp với đk $m > -1$ ta được $-1 < m \le \frac{1}{2}$.

Câu 311: Cho hàm số $y = \frac{mx + 2015m + 2016}{-x - m}$ với m là tham số thực. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Tính số phần tử của S.

A. 2017. **B.** 2015. **C.** 2018. **D.** 2016.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = \frac{-m^2 + 2015m + 2016}{(x+m)^2}, \forall x \ne -m$.

Để hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định thì $y' > 0, \forall x \ne -m$

$\Leftrightarrow -m^2 + 2015m + 2016 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 2016$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên $S = \{0;1;...;2015\}$.

Vậy số phần tử của tập S là 2016.

Câu 312: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - 2}$.

Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

A. $m \ge -2$. **B.** $m \le -2$. **C.** $m < -2$. **D.** $m > -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. $f'(x)=\dfrac{2x^2-8x+6-m}{(x-2)^2}$. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên các khoảng xác định.

$\Leftrightarrow f'(x)\ge 0(\forall x\in D)\Leftrightarrow 2x^2-8x+6-m\ge 0(\forall x\in D)\Leftrightarrow 2(x-2)^2\ge m+2(\forall x\in D)$.

Suy ra $m+2\le 0\Leftrightarrow m\le -2$.

Câu 313: Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+(1-m)x+1+m}{x-m}$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$. Ta có $y'=\dfrac{2x^2-4mx+m^2-2m-1}{(x-m)^2}=\dfrac{g(x)}{(x-m)^2}$

Hàm số đồng biến trên $(1;+\infty)$ khi và chỉ khi $g(x)\ge 0,\forall x>1$ và $m\le 1$ (1)

Vì $\Delta_g'=2(m+1)^2\ge 0,\forall m$ nên $(1)\Leftrightarrow g(x)=0$ có hai nghiệm thỏa $x_1\le x_2\le 1$

Điều kiện tương đương là $\begin{cases}2g(1)=2(m^2-6m+1)\ge 0\\ \dfrac{S}{2}=m\le 1\end{cases}\Leftrightarrow m\le 3-2\sqrt{2}\approx 0,2$.

Do đó không có giá trị nguyên dương của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 314: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=(m-x^3)\sqrt{1-x^3}$ đồng biến trên $(0;\ 1)$.

A. $m\ge -2$. **B.** $m\le -2$. **C.** $m>1$. **D.** $m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Tập xác định: $D=(-\infty;\ 1]$.

+ $y'=-3x^2\sqrt{1-x^3}-\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}.(m-x^3)=\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}(3x^3-m-2)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}}\end{array}\right.$.

* Trường hợp 1: $m=-2$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1
y'		$-$	0	$+$	

Dựa vào BXD, ta có $y'<0,\ \forall x\in(0;\ 1)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;\ 1)$.

* Trường hợp 2: $m\ne -2$.

Để hàm số nghịch biến trên $(0;\ 1)$ thì $\sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}}<0\Leftrightarrow m<-2$.

Vậy $m\le -2$ thì hàm số nghịch biến trên $(0;\ 1)$.

Câu 315: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx-4}{m-x}$ nghịch biến trên khoảng $(-3;1)$.

A. $m\in(1;2)$. **B.** $m\in[1;2)$. **C.** $m\in[1;2]$. **D.** $m\in(1;2]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Miền xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$, $y'=\dfrac{m^2-4}{(m-x)^2}$.

Hàm số nghịch biến trên $(-3;1)$ khi $\begin{cases}m^2-4<0\\ m\notin(-3;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<m<2\\ \left[\begin{array}{l}m\le -3\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow 1\le m<2$.

Vậy $m\in[1;2)$.

Câu 316: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x+5+\dfrac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5;+\infty)$?

A. 11. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$. Đạo hàm: $y'=1+\dfrac{m-1}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x+m+3}{(x-2)^2}$.

Xét hàm số $f(x)=x^2-4x+3$ trên $[5;+\infty)$.

Đạo hàm: $f'(x)=2x-4$. Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2\Rightarrow y=-1$. Ta có: $f(5)=8$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		2		5		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

Do $(x-2)^2>0$ với mọi $x\in[5;+\infty)$ nên $y'\ge 0$, $\forall x\in[5;+\infty)$ khi và chỉ khi $f(x)\ge -m$, $\forall x\in[5;+\infty)$. Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-m\le 8\Leftrightarrow m\ge -8$.

Mà m nguyên âm nên ta có: $m\in\{-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Vậy có 8 giá trị nguyên âm của m để hàm số $y=x+5+\dfrac{1-m}{x-2}$ đồng biến trên $[5;+\infty)$.

Câu 317: Với giá trị nào của m thì hàm số $f(x)=\dfrac{2x^2+3x+m+1}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

A. $m=0$. **B.** $m=-1$. **C.** $m<0$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$f(x)=\dfrac{2x^2+3x+m+1}{x+1}$.

$f'(x)=\dfrac{2x^2+4x+2-m}{(x+1)^2}$.

Để $f(x)$ đồng biến trên từng khoảng xác định $\Rightarrow f'(x)>0,\forall x\in D$

$\Leftrightarrow 2x^2+4x+2-m>0\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\ \Delta\le 0\end{cases}\Leftrightarrow 2m\le 0\Leftrightarrow m\le 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 318: Hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+m}$

A. luôn luôn đồng biến với mọi m. **B.** luôn luôn đồng biến nếu $m\neq 0$.

C. đồng biến trên từng khoảng xác định của nó. **D.** luôn luôn đồng biến nếu $|m|>1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 319: Tìm các giá trị của m sao cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

A. $m\geq 2$. **B.** $m\leq -2$. **C.** $-2\leq m<1$. **D.** $m=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$

$y'=\dfrac{m-1}{(x+m)^2}$

Theo ycbt $y'<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\dfrac{m-1}{(x+m)^2}<0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow\begin{cases}m-1<0\\-m\notin(2;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow -2\leq m<1$

Câu 320: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\leq 0$. **B.** $m\geq 1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{2\sin x-1}{\sin x-m}$. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi $m\notin(0;1)$.

$y'=\dfrac{2\cos x(\sin x-m)-\cos x(2\sin x-1)}{(\sin x-m)^2}=\dfrac{-2m\cos x+\cos x}{(\sin x-m)^2}=(-2m+1)\dfrac{\cos x}{(\sin x-m)^2}$.

Trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ $\dfrac{\cos x}{(\sin x-m)^2}>0\forall m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi.

$\begin{cases}m\notin(0;1)\\-2m+1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\notin(0;1)\\m<\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m\leq 0$.

Câu 321: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=-1$.

C. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=1$. **D.** Không tồn tại $\min\limits_{(0;+\infty)} y$.

Lời giải

Chọn A

$y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=1$ (nhận).

Bảng biến thiên:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	0		1		$+\infty$
y'	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Vậy $\min\limits_{(0;+\infty)} y = 3$..

Câu 322: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+x+m}$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

A. $(-\infty;-2)$. **B.** $(-3;-2]$. **C.** $(-\infty;0]$. **D.** $(-\infty;-2]$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{m-(x+1)^2}{(x^2+x+m)^2}$.

ycbt $\Leftrightarrow \begin{cases} y'\le 0 \\ x^2+x+m\ne 0 \end{cases}, \forall x\in(-1;1) \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{m-(x+1)^2}{(x^2+x+m)^2}\le 0 \\ x^2+x+m\ne 0 \end{cases}, \forall x\in(-1;1)$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m\le (x+1)^2 \\ m\ne -x^2-x \end{cases}, \forall x\in(-1;1)$.

$m\le (x+1)^2, \forall x\in(-1;1) \Leftrightarrow m\le 0$ (*).

Đặt $f(x)=-x^2-x$, $x\in(-1;1)$.

$\Rightarrow f'(x)=-2x-1 \Leftrightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
$f'(x)$				$+$	0	$-$			
$f(x)$			0		$\frac{1}{4}$		-2		

Vậy $m\in(-\infty;-2]\cup\left(\dfrac{1}{4};+\infty\right)$ (**).

Từ $(*)$, $(**)$ $\Rightarrow m\in(-\infty;-2]$.

DẠNG 9: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ LƯỢNG GIÁC ĐƠN ĐIỆU TRÊN KHOẢNG K

Câu 323: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=8^{\cot x}+(m-3).2^{\cot x}+3m-2$ (1) đồng biến trên $\left[\dfrac{\pi}{4};\pi\right)$.

A. $m<-9$. **B.** $-9\le m<3$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m\le -9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $2^{\cot x}=t$ vì $x\in\left[\frac{\pi}{4};\pi\right)$ nên $0<t\le 2$. Khi đó ta có hàm số: $y=t^3+(m-3)t+3m-2$ (2).

$\Rightarrow y'=3t^2+m-3$.

Để hàm số (1) đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4};\pi\right)$ thì hàm số (2) phải nghịch biến trên $(0;2]$ hay

$3t^2+m-3\le 0,\forall t\in(0;2]\Leftrightarrow m\le 3-3t^2,\forall t\in(0;2]$.

Xét hàm số: $f(t)=3-3t^2,\ \forall t\in(0;2]\Rightarrow f'(t)=-6t$.

$f'(t)=0\Leftrightarrow t=0$.

Ta có bảng biến thiên:

t	0		2
$f'(t)$	0	$-$	
$f(t)$	3	↘	-9

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $-9\le f(t)<3,\forall t\in(0;2]$.

Vậy hàm số (1) đồng biến trên $\left[\frac{\pi}{4};\pi\right)$ khi $m\le -9$.

Câu 324: Tìm m để hàm số $y=mx-\sin x+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m=1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\ge -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=m-\cos x$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\ge 0\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\cos x\le m,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\ge 1$.

Câu 325: Cho hàm số $y=\frac{x}{2}+\sin^2 x, x\in[0;\pi]$. Hỏi hàm số đồng biến trên các khoảng nào?

A. $\left(\frac{7\pi}{12};\frac{11\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12};\pi\right)$. **B.** $\left(\frac{7\pi}{12};\frac{11\pi}{12}\right)$.

C. $\left(0;\frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{7\pi}{12};\frac{11\pi}{12}\right)$. **D.** $\left(0;\frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12};\pi\right)$.

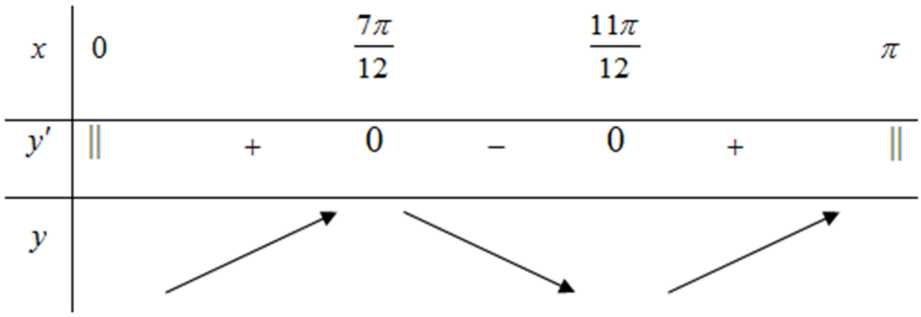
Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. $y'=\frac{1}{2}+\sin 2x$. Giải $y'=0\Leftrightarrow\sin 2x=-\frac{1}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{12}+k\pi\\ x=\frac{7\pi}{12}+k\pi\end{array}\right.,(k\in\mathbb{Z})$

Vì $x\in[0;\pi]$ nên có 2 giá trị $x=\frac{7\pi}{12}$ và $x=\frac{11\pi}{12}$ thỏa mãn điều kiện.

Bảng biến thiên:



Hàm số đồng biến $\left(0;\frac{7\pi}{12}\right)$ và $\left(\frac{11\pi}{12};\pi\right)$

Câu 326: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-3\le m\le -\frac{1}{5}$. **B.** $-3<m<-\frac{1}{5}$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\ge -\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$

Ta có: $y'=(2m-1)+(3m+2)\sin x$

Để hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\le 0,\forall x$ tức là: $(2m-1)+(3m+2)\sin x\le 0$ (1) , $\forall x$

+) $m=-\frac{2}{3}$ thì (1) thành $-\frac{7}{3}\le 0,\forall x$

+) $m>-\frac{2}{3}$ thì (1) thành $\sin x\le \frac{1-2m}{3m+2}\Rightarrow \frac{1-2m}{3m+2}\ge 1\Leftrightarrow \frac{5m+1}{3m+2}\le 0\Leftrightarrow -\frac{2}{3}<m\le -\frac{1}{5}$

+) $m<-\frac{2}{3}$ thì (1) thành $\sin x\ge \frac{1-2m}{3m+2}\Rightarrow \frac{1-2m}{3m+2}\le -1\Leftrightarrow \frac{m+3}{3m+2}\le 0\Leftrightarrow -3\le m<-\frac{2}{3}$

Kết hợp được: $-3\le m\le -\frac{1}{5}$

Câu 327: Tìm số các giá trị nguyên của tham số $m\in(-2018;2018)$ để hàm số $y=(2m-1)x-(3m+2)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 218. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 4014.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=2m-1+(3m+2)\sin x$. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$ tương đương

$y'\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 2m-1+(3m+2)\sin x\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow 1-2m\ge (3m+2)\sin x=f(x),\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow 1-2m\ge \max\limits_{\mathbb{R}} f(x)=|3m+2|$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}1-2m\ge 0\\ (1-2m)^2\ge (3m+2)^2\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m\le \frac{1}{2}\\ -3\le m\le -\frac{1}{5}\end{cases}\Leftrightarrow -3\le m\le -\frac{1}{5}.$$

Do $m\in(-2018;2018)\Rightarrow m\in\{-3;-2;-1\}$. Vậy có 3 giá trị nguyên của m thoả mãn.

Câu 328: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số $y=m\sin x-n\cos x-3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m^2+n^2\le 9$. **B.** $m^3+n^3\le 9$. **C.** $m=2,\ n=1$. **D.** $m^3+n^3\ge 9$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

$y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m\cos x + n\sin x - 3 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{m^2+n^2}\cos(x-\alpha) \le 3, \forall x \in \mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \cos(x-\alpha) \le \dfrac{3}{\sqrt{m^2+n^2}}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{3}{\sqrt{m^2+n^2}} \ge \max(\cos(x-\alpha)) = 1 \Leftrightarrow m^2+n^2 \le 9$

Câu 329: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = (m-3)x - (2m+1)\cos x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. $\begin{cases} m > 3 \\ m \ne 1 \end{cases}$. **B.** $m \le 2$. **C.** $-4 \le m \le \dfrac{2}{3}$. **D.** $m \ge 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có: $y' = m - 3 + (2m+1)\sin x$

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m+1)\sin x \le 3 - m, \forall x \in \mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m = -\dfrac{1}{2}$ ta có $0 \le \dfrac{7}{2}, \forall x \in \mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Trường hợp 2: $m < -\dfrac{1}{2}$ ta có $\sin x \ge \dfrac{3-m}{2m+1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{3-m}{2m+1} \le -1$

$\Leftrightarrow 3 - m \ge -2m - 1 \Leftrightarrow m \ge -4$

Trường hợp 3: $m > -\dfrac{1}{2}$ ta có:

$\sin x \le \dfrac{3-m}{2m+1}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{3-m}{2m+1} \ge 1 \Leftrightarrow 3 - m \ge 2m + 1 \Leftrightarrow m \le \dfrac{2}{3}$. Vậy $m \in \left[-4; \dfrac{2}{3}\right]$

Câu 330: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\cot x - 2}{\cot x - m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m > 2$. **B.** $m \le 0$ hoặc $1 \le m < 2$.
C. $1 \le m < 2$. **D.** $m \le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $u = \cot x$, $u \in (0;1)$ thì $y = \dfrac{u-2}{u-m}$.

Ta có: $y'_x = \dfrac{2-m}{(u-m)^2} u'_x = \dfrac{2-m}{(u-m)^2} \cdot \left[-\left(1+\cot^2 x\right)\right] = \dfrac{-(2-m)}{(u-m)^2} \cdot \left(1+\cot^2 x\right)$.

Hàm số đồng biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right) \Leftrightarrow y'_x > 0$ với mọi x thuộc $\left(\dfrac{\pi}{4}; \dfrac{\pi}{2}\right)$ hay $\begin{cases} m > 2 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow m > 2$.

Câu 331: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\sin x + m}{\sin x - m}$ đồng biến trên $\left(-\dfrac{\pi}{2}; 0\right)$.

A. $m > 0$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $m \le -1$. **D.** $m < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\sin x = t \Rightarrow t \in (-1;0) \Rightarrow y = \dfrac{t+m}{t-m} (t \ne m)$.

Hàm số đồng biến trên $(-1;0)$ khi và chỉ khi $\begin{cases} y' = \dfrac{-2m}{(t-m)^2} > 0 \\ m \notin (-1;0) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 0 \\ m \notin (-1;0) \end{cases} \Leftrightarrow m \le -1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 332: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=(2m+3)\sin x+(2-m)x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=(2m+3)\cos x+2-m$.

Để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ thì $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow(2m+3)\cos x+2-m\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}$

Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $2m+3\ne 0$ do đó ta có hai trường hợp sau:

TH1: $2m+3>0\Leftrightarrow m>-\frac{3}{2}$ thì: $\cos x\ge\frac{m-2}{2m+3},\forall x\in\mathbb{R}$ mà $-1\le\cos x\le 1$ do đó: $\frac{m-2}{2m+3}\le -1$

$\Leftrightarrow\frac{3m+1}{2m+3}\le 0\Leftrightarrow -\frac{3}{2}<m\le -\frac{1}{3}$, do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=-1$.

TH2: $2m+3<0\Leftrightarrow m<-\frac{3}{2}$ thì: $\cos x\le\frac{m-2}{2m+3},\forall x\in\mathbb{R}$ mà $-1\le\cos x\le 1$ do đó: $\frac{m-2}{2m+3}\ge 1$

$\Leftrightarrow\frac{-m-5}{2m+3}\ge 0\Leftrightarrow -5\le m<-\frac{3}{2}$ do $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-5;-4;-3;-2\}$.

Vậy $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1\}$.

Câu 333: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{\cos x-2}{\cos x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $1\le m<2$. **B.** $m\le 0$ hoặc $1\le m<2$.

C. $m>2$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $u=\cos x$, $u\in(0;1)$ thì $y=\frac{u-2}{u-m}$. Ta có:

$y'_x=\frac{2-m}{(u-m)^2}.u'_x=\frac{2-m}{(u-m)^2}.(-\sin x)=\frac{-(2-m)}{(u-m)^2}.\sin x$.

Vì $\sin x>0,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên ycbt $\Leftrightarrow\begin{cases}-(2-m)>0\\ m\notin(0;1)\end{cases}$. Đến đây giải được: $m>2$.

Câu 334: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx-\sin x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\ge 1$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m>1$. **D.** $m\le -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=m-\cos x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\ge\sin x,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\ge 1$.

Câu 335: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{-2\tan x-1}{\tan x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$.

A. $0\le m\le 2$. **B.** $m\le 0$. **C.** $0\le m<\frac{1}{2}$. **D.** $0\le m\le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vì trên $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ thì $\tan x$ nhận tất cả các giá trị thuộc khoảng $(0;1)$ nên hàm số xác trên $\left(0;\frac{\pi}{4}\right)$ khi $-m\in(0;1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -1\\ m\ge 0\end{array}\right.$. Ta có $y'=\frac{-2m+1}{\cos^2 x(\tan x+m)^2}$.

$y'>0,\forall x\in\left(0;\frac{\pi}{4}\right)\Leftrightarrow m<\frac{1}{2}$. Vậy $\left[\begin{array}{l}m\le -1\\ 0\le m<\frac{1}{2}\end{array}\right.$.

Câu 336: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\frac{\cos x-m}{\cos x+m}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2};\pi\right)$.

A. $m>1$. **B.** $m<0$. **C.** $0\le m\le 1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $f(t)=\frac{t-m}{t+m}$ trên khoảng $(-1;0)$, với $t=\cos x$.

Ta có $f'(t)=\frac{2m}{(t+m)^2},\forall t\ne -m$.

Yêu cầu bài toán tương hàm số $f(t)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}2m<0\\ -m\notin(-1;0)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\\ \left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le 0\end{array}\right.\end{cases}\Rightarrow m<0$.

Câu 337: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\frac{m-\cos x}{\sin^2 x}$ nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\le 2$. **B.** $m\le\frac{5}{4}$. **C.** $m\ge 1$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y=\frac{m-\cos x}{\sin^2 x}=\frac{m-\cos x}{1-\cos^2 x}$.

Đặt $t=\cos x,\ t\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$, xét hàm $g(t)=\frac{m-t}{1-t^2},\ t\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Hàm số nghịch biến trên $\left(\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right)$ khi $g'(t)\le 0,\forall t\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

$\Leftrightarrow m\le\frac{t^2+1}{2t},\forall t\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Xét hàm $h(t)=\frac{t^2+1}{2t},\ \forall t\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Ta có $h'(t)=\frac{t^2-1}{2t^2}>0,\ \forall t\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Lập bảng BBT trên $\left(0;\frac{1}{2}\right)$, ta có $m \le \frac{5}{4}$ thỏa YCBT.

Câu 338: Hàm số $f(x)=mx+\cos x$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(0;+\infty)$ **B.** $(1;+\infty)$ **C.** $[1;+\infty)$ **D.** $(0;+\infty)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $f(x)=mx+\cos x \Rightarrow f'(x)=m-\sin x$

Đặt $t=\sin x$ Vì $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)\Rightarrow f'(t)=m-t$

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}f'(0)\ge 0\\ f'(1)\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ge 0\\ m-1\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 1.$

Câu 339: Tìm tất cả các giá trị thực m để hàm số $y=\sin x+\cos x+mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-\sqrt{2}<m<\sqrt{2}$. **B.** $-\sqrt{2}\le m\le\sqrt{2}$. **C.** $m\ge\sqrt{2}$. **D.** $m\le-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\cos x-\sin x+m=\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+m$.

Vì $-\sqrt{2}\le\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}\Leftrightarrow m-\sqrt{2}\le\sqrt{2}\cos\left(x+\frac{\pi}{4}\right)+m\le m+\sqrt{2}$.

$\Leftrightarrow m-\sqrt{2}\le y'\le m+\sqrt{2}$.

Để hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow m-\sqrt{2}\ge 0\Leftrightarrow m\ge\sqrt{2}$.

Câu 340: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=x+m\cos x$ luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$?

A. $|m|\le 1$. **B.** $m>\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $|m|\ge 1$. **D.** $m<\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=1-m\sin x$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\sin x\le 1,\forall x\in\mathbb{R}$

Trường hợp 1: $m=0$ ta có $0\le 1,\forall x\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$

Trường hợp 2: $m>0$ ta có $\sin x\le\frac{1}{m},\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\frac{1}{m}\ge 1\Leftrightarrow m\le 1$

Trường hợp 3: $m<0$ ta có $\sin x\ge\frac{1}{m},\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\frac{1}{m}\le -1\Leftrightarrow m\ge -1$

Vậy $|m|\le 1$

Câu 341: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\sin^3 x-3\cos^2 x-m\sin x-1$ đồng biến trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

A. $m\le -3$. **B.** $m>0$. **C.** $m>-3$. **D.** $m\le 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $\sin x = t, x \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right] \Rightarrow t \in [0;1]$

Xét hàm số $f(t) = t^3 + 3t^2 - mt - 4$

Ta có $f'(t) = 3t^2 + 6t - m$

Để hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;1]$ cần:

$f'(t) \geq 0 \quad \forall t \in [0;1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t - m \geq 0 \quad \forall t \in [0;1] \Leftrightarrow 3t^2 + 6t \geq m \quad \forall t \in [0;1]$

Xét hàm số $g(t) = 3t^2 + 6t$

$g'(t) = 6t + 6$

$g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -1$

Bảng biến thiên

t	0		1
$g'(t)$		$+$	
$g(t)$	0	$\nearrow$	9

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy với $m \leq 0$ thì hàm số $f(t)$ đồng biến trên $[0;1]$, hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Câu 342: Cho hàm số $y = \frac{\sin x - 3}{\sin x - m}$. Hàm số đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ khi:

A. $m < 3$. **B.** $m > 3$. **C.** $m \leq 0 \vee 1 \leq m < 3$. **D.** $0 \leq m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = \sin x \Rightarrow t \in (0;1)$. Xét $f(t) = \frac{t-3}{t-m} \Rightarrow f'(t) = \frac{-m+3}{(t-m)^2}$.

Để $f'(t) = \frac{-m+3}{(t-m)^2} > 0, \forall t \in (0;1) \Rightarrow m < 3$.

Câu 343: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{\cot x - 1}{m\cot x - 1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m \in (1;+\infty)$. **B.** $m \in (-\infty;1)$.

C. $m \in (-\infty;0) \cup (1;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y' = \frac{-(1+\cot^2 x)(m\cot x - 1) + m(1+\cot^2 x)(\cot x - 1)}{(m\cot x - 1)^2} = \frac{(1+\cot^2 x)(1-m)}{(m\cot x - 1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m\cot x-1\neq 0,\forall x\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right) \\ y'=\frac{\left(1+\cot^2 x\right)(1-m)}{\left(m\cot x-1\right)^2}>0,\forall x\in\left(\frac{\pi}{4};\frac{\pi}{2}\right) \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} m\le 0\vee m\ge 1 \\ 1-m>0 \end{cases}\Leftrightarrow m\le 0\ .$$

Câu 344: Tìm m để hàm số $y=\sin^3 x+3\sin^2 x-m\sin x-4$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\ge 0$. **B.** $m\le 0$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=\sin x, x\in(0;\frac{\pi}{2})\Rightarrow t\in(0;1)$.

$f(t)=t^3+3t^2-mt-4, f'(t)=3t^2+6t-m=g(t), g'(t)=6t+6, g'(t)=-1$.

$f(t)$ đồng biến trên $(0;1)\Leftrightarrow g(t)\ge 0,\forall t\in(0;1)$.

Dựa vào BBT của $g(t)$, ta có $g(0)=-m\ge 0\Leftrightarrow m\le 0$.

Câu 345: Cho hàm số $y=\tan^3 x-\frac{1}{\cos^2 x}+2$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là phân số tối giản $\frac{a}{b}$, ở đó a, b là số nguyên và $b>0$. Tính hiệu $a-b$.

A. -50. **B.** 50. **C.** -4. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=\tan^3 x-\frac{1}{\cos^2 x}+2=\tan^3 x-\left(\tan^2 x+1\right)+2=\tan^3 x-\tan^2 x+1$

Suy ra: $y'=\left(3\tan^2 x-2\tan x\right).\left(1+\tan^2 x\right)$

Cho $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}\tan x=0\Rightarrow x=k\pi \\ \tan x=\frac{2}{3}\Rightarrow x=\arctan\frac{2}{3}+k\pi\end{array}\right.$. Do xét trên $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên $x=\arctan\frac{2}{3}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+} y=1$; $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{2}^-} y=+\infty$ và $y\left(\arctan\frac{2}{3}\right)=\frac{23}{27}$.

Vậy $a=23$, $b=27$ nên $a-b=-4$.

Câu 346: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(2m-3)x-(3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. 5 **B.** 0 **C.** 4 **D.** 1

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=(2m-3)x-(3m+1)\cos x\Rightarrow y'=2m-3+(3m+1)\sin x$.

Hàm số $y=(2m-3)x-(3m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}\Leftrightarrow y'\ge 0$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow(3m+1)\sin x\ge 3-2m\ (1)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$.

+ Với $m=-\frac{1}{3}$ ta có $(1)\Leftrightarrow 0.\sin x\ge 3+\frac{2}{3}$ (vô lý). Do đó $m=-\frac{1}{3}$ không thỏa mãn.

+ Với $m>-\frac{1}{3}$ ta có $(1)\Leftrightarrow\sin x\ge\frac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\frac{3-2m}{1+3m}\le -1\Leftrightarrow\frac{4+m}{1+3m}\le 0$.

$\Leftrightarrow \dfrac{4+m}{1+3m} \le 0 \Leftrightarrow -4 \le m < -\dfrac{1}{3}$.

+ Với $m < -\dfrac{1}{3}$ ta có $(1) \Leftrightarrow \sin x \le \dfrac{3-2m}{1+3m}$ luôn đúng với $\forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{3-2m}{1+3m} \ge 1$.

$\Leftrightarrow \dfrac{2-5m}{1+3m} \ge 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{3} < m \le \dfrac{2}{5}$.

Mặt khác $m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{0;-1;-2;-3;-4\}$

Vậy có 5 giá trị của m thỏa mãn bài ra.

Câu 347: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = \dfrac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$?

A. $m \le 2$. **B.** $m \le 0$. **C.** $m \ge 1$. **D.** $m \le \dfrac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $\sin x = t \in \left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ ta có $y = \dfrac{m-\sin x}{\cos^2 x} \Rightarrow g(t) = \dfrac{m-t}{1-t^2} \Rightarrow g'(t) = \dfrac{-t^2+2mt-1}{\left(t^2-1\right)^2}$ để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$ thì $g'(t) \le 0, \forall t \in \left(0;\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow -t^2+2mt-1 \le 0, \forall t \in \left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Th1: $g'\left(-\dfrac{b}{2a}\right) = g'(m) \le 0 \Leftrightarrow m^2-1 \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 1$.

Th2: $m > 1$ để $g'(t) \le 0, \forall t \in \left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ thì $g'\left(\dfrac{1}{2}\right) \le 0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{4}+m-1 \le 0 \Leftrightarrow m \le \dfrac{5}{4}$ hay $1 < m \le \dfrac{5}{4}$.

Th3: $m < -1$ để $y' \le 0, \forall x \in \left(0;\dfrac{1}{2}\right)$ thì $g'(0) \le 0 \Leftrightarrow -1 \le 0$ hay $m < -1$.

Vậy $m \le \dfrac{5}{4}$.

Câu 348: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = x + m\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \le 1$. **B.** $m \in [-1;1] \setminus \{0\}$. **C.** $-1 \le m \le 1$. **D.** $m \ge 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y' = 1 - m\sin x$

Hàm số $y = x + m\cos x$ đồng biến trên

$\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow 1 - m\sin x \ge 0 \ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow -1 \le m \le 1$

Câu 349: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để hàm số $y = \dfrac{\cot^2 x - 2m\cot x + 2m^2 - 1}{\cot x - m}$ nghịch biến trên $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. 0. **B.** 2020. **C.** 2019. **D.** 2018.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t = \cot x$. Vì $x \in \left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên $t \in (0;1)$.

Khi đó bài toán trở thành tìm giá trị của m để $y=\dfrac{t^2-2mt+2m^2-1}{t-m}$ đồng biến trên $(0;1)$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Ta có $y'=\dfrac{t^2-2mt+1}{(t-m)^2}$.

Hàm số đồng biến trên $(0;1)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall t\in(0;1)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t^2-2mt+1\ge 0\\ m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\dfrac{t}{2}+\dfrac{1}{2t}\ge m\quad(1)\\ m\le 0\ \ hoac\ \ m\ge 1\quad(2)\end{cases}.$$

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t}{2}+\dfrac{1}{2t}$ trên khoảng $(0;1)$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{1}{2}-\dfrac{1}{2t^2}=\dfrac{t^2-1}{2t^2}$. Cho $f'(t)=0\Leftrightarrow t^2-1=0\Leftrightarrow t=\pm 1$.

Bảng biến thiên

t	0		1
$f'(t)$	‖	$-$	
$f(t)$	$+\infty$ ‖	↘	1

Từ $(1)\Leftrightarrow\ m\le 1\ (3)$.

Từ (2) và $(3)\Rightarrow m\le 0$ hoặc $m=1$.

Mà m nguyên và $m\in[-2018;2018]$ nên có 2020 giá trị thỏa mãn.

Câu 350: Hàm số $y=\dfrac{\cos x+1}{2\cos x-m}$ đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

A. $m\ge -2$. **B.** $m>-2$. **C.** $m<-2$. **D.** $-2<m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$y=\frac{\cos x+1}{2\cos x-m}\Rightarrow y'=\frac{(m+2)\sin x}{(2\cos x-m)^2}.$$

Vì $\sin x\ne 0\forall x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ nên hàm đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases}m+2>0\\ \left[\begin{array}{l}\dfrac{m}{2}\le 0\\ \dfrac{m}{2}\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-2\\ \left[\begin{array}{l}m<0\\ m>2\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-2<m\le 0\\ m>2\end{array}\right.$$

Câu 351: Tìm tập hợp các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=m\sin x+7x-5m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m\le -1$. **B.** $m\ge 7$. **C.** $-7\le m\le 7$. **D.** $m\le -7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y=m\sin x+7x-5m+3$.

$y'=m\cos x+7$.

Hàm số $y=m\sin x+7x-5m+3$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $y'\ge 0,\forall x\Leftrightarrow m\cos x+7\ge 0,\forall x$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $-1\le \cos x\le 1\Leftrightarrow \begin{cases}-m+7\ge m\cos x+7\ge m+7 & khi\ \ m<0\\ -m+7\le m\cos x+7\le m+7 & khi\ \ m\ge 0\end{cases}$.

+TH1 $m<0\Rightarrow \begin{cases}m<0\\ m\cos x+7\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m<0\\ m+7\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow -7\le m<0$.

+TH2 $m\ge 0\Rightarrow \begin{cases}m\ge 0\\ m\cos x+7\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m\ge 0\\ -m+7\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow 0\le m\le 7$.

Vậy $-7\le m\le 7$.

Câu 352: Tìm tất cả các số thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{-2\sin x-1}{\sin x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\ge -\dfrac{1}{2}$ **B.** $-\dfrac{1}{2}<m\le 0$ hoặc $m\ge 1$

C. $-\dfrac{1}{2}<m<0$ hoặc $m>1$ **D.** $m>-\dfrac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)\Rightarrow \sin x\in(0;1)$. Hàm số xác định trong khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi $m\notin(0;1)$ hay $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.$ (1).

Ta có $y'=\dfrac{\cos x(2m+1)}{(\sin x-m)^2}$. Hàm số đồng biến trong khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi $y'>0$ với

$\forall x\in D\Leftrightarrow 2m+1>0\Leftrightarrow m>-\dfrac{1}{2}$.

Kết hợp (1) ta có $-\dfrac{1}{2}<m\le 0$ hoặc $m\ge 1$.

Câu 353: Có bao nhiêu số nguyên âm m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}\cos^3 x-4\cot x-(m+1)\cos x$ đồng biến trên khoảng $(0;\pi)$?

A. 3. **B.** 2. **C.** vô số. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D

- Ta có: $y'=-\cos^2 x.\sin x+\dfrac{4}{\sin^2 x}+(m+1).\sin x=\sin^3 x+\dfrac{4}{\sin^2 x}+m.\sin x$.

- Hàm số đồng biến trên $(0;\pi)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0$, $\forall x\in(0;\pi)$

$\Leftrightarrow \sin^3 x+\dfrac{4}{\sin^2 x}+m.\sin x\ge 0$, $\forall x\in(0;\pi)$

$\Leftrightarrow \sin^2 x+\dfrac{4}{\sin^3 x}\ge -m$, $\forall x\in(0;\pi)$ (1).

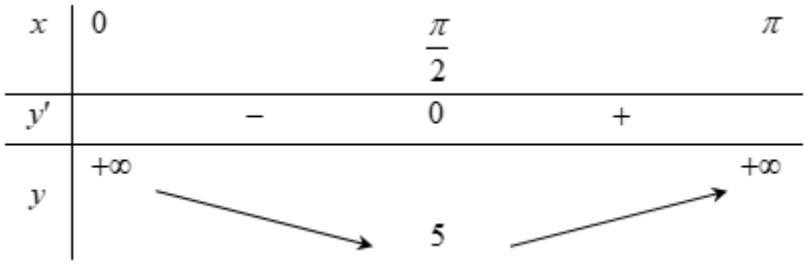
- Xét hàm số: $g(x)=\sin^2 x+\dfrac{4}{\sin^3 x}$, trên $(0;\pi)$.

Có $g'(x)=2\sin x.\cos x-\dfrac{12\cos x}{\sin^4 x}=2\cos x.\left(\sin x-\dfrac{6}{\sin^4 x}\right)=2\cos x.\dfrac{\sin^5 x-6}{\sin^4 x}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow g'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}\in(0;\pi)$.

Bảng biến thiên:



- Do đó: $(1)\Leftrightarrow -m\le \min\limits_{x\in(0;\pi)} g(x) \Leftrightarrow -m\le 5 \Leftrightarrow m\ge -5$.

- Lại do m nguyên âm nên $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1\}$. Vậy có 5 số nguyên âm.

Câu 354: Tất cả các giá trị của m để hàm số $y=\frac{2\cos x-1}{\cos x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là:

A. $m\ge 1$. **B.** $m>1$. **C.** $m>\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $\cos x=t$. Ta có $x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)\Rightarrow t\in(0;1)$. Vì hàm số $y=\cos x$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên yêu cầu bài toán tương đương với tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(t)=\frac{2t-1}{t-m}$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)\Leftrightarrow y'=\frac{-2m+1}{(t-m)^2}<0,\ \forall t\in(0;1)\Leftrightarrow\begin{cases}-2m+1<0\\ m\notin(0;1)\end{cases}$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{1}{2}\\ \left[\begin{array}{l}m\le 0\\ m\ge 1\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow m\ge 1$.

Câu 355: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=f(x)=\frac{m-2\sin x}{1+\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m\le 0$. **B.** $m\le\frac{9}{2}$. **C.** $3<m\le 5$. **D.** $m\ge 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1:

Ta có: $y'=\frac{-2\cos x\left(\sin^2 x+2-m\sin x\right)}{\left(1+\cos^2 x\right)^2}$.

Vậy $y'\le 0\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{6}\right)\Leftrightarrow \sin^2 x+2-m\sin x\ge 0\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$

$\Leftrightarrow m \le \dfrac{\sin^2 x+2}{\sin x}\ \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{6}\right)$.

Đặt $t=\sin x \Rightarrow t \in \left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Vậy $m \le \dfrac{t^2+2}{t}=g(t)\ \forall t \in \left(0;\dfrac{1}{2}\right)$.

Ta có: $\min\limits_{\left(0;\frac{1}{2}\right)} g(t)=\dfrac{9}{2}$. Vậy $m \le \dfrac{9}{2}$. Suy ra **Chọn B**

Cách 2: Dùng CASIO.

Chuyển máy tính về chế độ tính bằng số đo độ (SHIFT MODE 3).

Nhập $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\dfrac{y-2\sin x}{1+\cos^2 x}\right)\Big|_{x=x}$.

Thử phương án A: CALC với $y=10$, $x=28$ được 0.02407984589. Vậy loại **A.**

Thử phương án D: CALC với $y=5$, $x=28$ được $1.235510745\times10^{-3} \simeq 0.00124>0$. Vậy loại **D**.

Thử phương án C: CALC với $y=0$, $x=4.5$ và nhiều giá trị khác nhau của x đều được KQ âm.

Vậy **Chọn B**

Chẳng hạn:

CALC với $y=0$, $x=28$ được -0.02160882441;

CALC với $y=0$, $x=29$ được -0.02190495877;

CALC với $y=4.5$, $x=28$ được $-1.048922773\times10^{-3}$;

CALC với $y=4.5$, $x=29$ được $-5,233286977\times10^{-4}$.

Câu 356: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y=\dfrac{\tan x-2}{\tan x-m}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$?

A. $1 \le m < 2$. **B.** $m \le 0; 1 \le m < 2$. **C.** $m \ge 2$. **D.** $m \le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+) Điều kiện $\tan x \ne m$. Điều kiện cần để hàm số đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right)$ là $m \notin (0;1)$

+) $y'=\dfrac{2-m}{\cos^2 x(\tan x-m)^2}$.

+) Ta thấy: $\dfrac{1}{\cos^2 x(\tan x-m)^2}>0 \forall x \in \left(0;\dfrac{\pi}{4}\right); m \notin (0;1)$

+) Để hs đồng biến trên $\left(0;\dfrac{\pi}{4}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} y'>0 \\ m \notin (0;1) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -m+2>0 \\ m \le 0; m \ge 1 \end{cases} \Leftrightarrow m \le 0$ hoặc $1 \le m < 2$

Câu 357: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m-3)x-(2m+1)\cos x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-4 \le m \le 3$. **B.** $-\dfrac{2}{3} \le m \le 4$. **C.** $\dfrac{2}{3} \le m \le 3$. **D.** $-4 \le m \le \dfrac{2}{3}$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1: Ta có $y' = m-3+(2m+1)\sin x$.

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \le 0 \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow (2m+1)\sin x \le 3-m \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \underset{x\in\mathbb{R}}{Max}(2m+1)\sin x \le 3-m \Leftrightarrow |2m+1| \le 3-m$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 3-m \ge 0 \\ (2m+1)^2 \le (3-m)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \le 3 \\ 3m^2+10m-8 \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -4 \le m \le \frac{2}{3}$.

Cách 2: Thử giá trị của m trong từng đáp án.

+) Với $m=-4 \Rightarrow y' = -7-7\sin x = -7(1+\sin x) \le 0 \forall x \in \mathbb{R}$ (thoả mãn).

$\Rightarrow$ Nhận $-4 \le m \le \frac{2}{3}$ và $-4 \le m \le 3$.

+) Với $m=3 \Rightarrow y' = 7\sin x \Rightarrow y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = 7 > 0$ (không thoả mãn) $\Rightarrow$ loại $-4 \le m \le 3$.

Câu 358: Cho m, n không đồng thời bằng 0. Tìm điều kiện của m, n để hàm số $y = m\sin x - n\cos x - 3x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m^2-n^2 \le 9$. **B.** $m^3+n^3 \le 9$. **C.** $m^3+n^3 \ge 9$. **D.** $m=2,\ n=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m\cos x + n\sin x - 3 \le 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \sqrt{m^2+n^2}\cos(x-\alpha) \le 3, \forall x \in \mathbb{R}$.

$\Leftrightarrow \cos(x-\alpha) \le \frac{3}{\sqrt{m^2+n^2}}, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \frac{3}{\sqrt{m^2+n^2}} \ge \max(\cos(x-\alpha)) = 1 \Leftrightarrow m^2+n^2 \le 9$.

Câu 359: Tìm m để hàm số $y = \frac{m-\sin x}{\cos^2 x}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$.

A. $m \ge 1$. **B.** $m \le 2$. **C.** $m \le \frac{5}{4}$. **D.** $m \le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y = \frac{m-\sin x}{\cos^2 x} = \frac{\sin x - m}{\sin^2 x - 1}$. Đặt $t = \sin x$, vì $x \in \left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ nên $t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Vì hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(0;\frac{\pi}{6}\right)$ nên bài toán trở thành: Tìm m để hàm số $y = \frac{t-m}{t^2-1}$ nghịch biến trên $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Ta có $y' = \frac{-t^2+2mt-1}{(t^2-1)^2}$.

Hàm số đã cho nghịch biến trên $\left(0;\frac{1}{2}\right) \Leftrightarrow y' \le 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$

$\Leftrightarrow -t^2+2mt-1 \le 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$ $\left(\text{do } (t^2-1)^2 > 0, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)\right)$

$\Leftrightarrow m \le \frac{t^2+1}{2t}, \forall t \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Xét hàm số $f(t) = \frac{t^2+1}{2t}$ trên $\left(0;\frac{1}{2}\right)$, ta có $f'(t) = \frac{t^2-1}{2t^2}$. Suy ra hs nghịch biến trên $\left(0;\frac{1}{2}\right)$.

Vậy $m \le \min\limits_{\left(0;\frac{1}{2}\right)} f(t) = \frac{5}{4}$.

Câu 360: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y = x + m(\sin x + \cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $|m| \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $m \ge \frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $m \le \frac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $|m| \le \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y = x + m(\sin x + \cos x) = x + \sqrt{2}m\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

$y' = 1 + \sqrt{2}m\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)$.

Đề hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow 1 + \sqrt{2}m\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \left|\sqrt{2}m\cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right)\right| \le 1$

$\Leftrightarrow \sqrt{2}|m| \le 1 \Leftrightarrow |m| \le \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 361: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho hàm số $y = x + m(\sin x + \cos x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $-\frac{1}{\sqrt{2}} \le m \le \frac{1}{\sqrt{2}}$. **B.** $-3 < m < \frac{1}{\sqrt{2}}$.

C. $m \in \left(-\infty; \frac{-1}{\sqrt{2}}\right) \cup \left(\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$. **D.** $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{\sqrt{2}}\right] \cup \left[\frac{1}{\sqrt{2}}; +\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

YCBT $\Leftrightarrow y' = 1 + m(\cos x - \sin x) \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \min\left(1 + m(\cos x - \sin x)\right) \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ (1).

Trước tiên ta sẽ đi tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số: $g(x) = \sin x - \cos x$.

Cách 1: Áp dụng bất đẳng thức Cauchy - Schwarz ta có.

$\left(g(x)\right)^2 = (\cos x - \sin x)^2 \le 2\left(\cos^2 x + \sin^2 x\right) = 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \le g(x) \le \sqrt{2}$.

Cách 2: Sử dụng tách nhóm thích hợp. Đặt $t = \sin x + \cos x \Rightarrow 2\sin x.\cos x = t^2 - 1$.

Ta có $\left(g(x)\right)^2 = (\cos x - \sin x)^2 = 2 - t^2 \le 2 \Rightarrow -\sqrt{2} \le g(x) \le \sqrt{2}$.

Do đó $|m(\cos x - \sin x)| = |m|.|\cos x - \sin x| \le |m|\sqrt{2} \Rightarrow -\sqrt{2}|m| \le m(\cos x - \sin x) \le \sqrt{2}|m|$.

Do đó (1) $\Leftrightarrow 1 - \sqrt{2}|m| \ge 0 \Leftrightarrow \frac{-1}{\sqrt{2}} \le m \le \frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 362: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \sin x + \cos x + mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m \ge \sqrt{2}$. **B.** $m \le -\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2} < m < \sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2} \le m \le \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y = \sin x + \cos x + mx$

$y' = \cos x - \sin x + m$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R}. \Leftrightarrow m \ge \sin x - \cos x, \forall x \in \mathbb{R}.$

$\Leftrightarrow m \ge \max\limits_{\mathbb{R}} \varphi(x)$, với $\varphi(x) = \sin x - \cos x.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $\varphi(x)=\sin x-\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}.$

Do đó: $\max_{\mathbb{R}}\varphi(x)=\sqrt{2}.$ Từ đó suy ra $m\ge\sqrt{2}.$

Câu 363: Cho hàm số $y=\frac{(m-1)\sin x-2}{\sin x-m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

A. $\left[\begin{array}{l}m\le-1\\m\ge2\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m\le0\\m\ge1\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>2\end{array}\right.$. **D.** $-1<m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $\sin x\ne m$. Điều kiện cần để hàm số $y=\frac{(m-1)\sin x-2}{\sin x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là $\left[\begin{array}{l}m\ge1\\m\le0\end{array}\right.$.

Ta có : $y'=\frac{\left(2+m-m^2\right)\cos x}{(\sin x-m)^2}$.Ta thấy $\frac{\cos x}{(\sin x-m)^2}>0\ \forall x\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$.

Để ham số $y=\frac{(m-1)\sin x-2}{\sin x-m}$ nghịch biến trên khoảng $\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ là $\left\{\begin{array}{l}y'<0\\\left[\begin{array}{l}m\ge1\\m\le0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2+m-m^2<0\\\left[\begin{array}{l}m\ge1\\m\le0\end{array}\right.\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-1\end{array}\right.\\\left[\begin{array}{l}m\ge1\\m\le0\end{array}\right.\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-1\end{array}\right.$.

Câu 364: Hàm số $y=2mx+\sin x$ đồng biến trên tập số thực khi và chỉ khi giá trị của m là

A. $m\ge\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{-1}{2}\le m\le\frac{1}{2}$. **C.** $m\ge-\frac{1}{2}$. **D.** $m\in R$.

Lời giải

Chọn A

$y'=2m+\cos x$

Hàm số đồng biến trên tập số thực

$\Leftrightarrow y'\ge0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow2m+\cos x\ge0\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\ge-\frac{1}{2}\cos x\ \forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{2}$

Câu 365: Tìm mối liên hệ giữa các tham số a và b sao cho hàm số $y=f(x)=2x+a\sin x+b\cos x$ luôn tăng trên $\mathbb{R}$?

A. $a+2b=2\sqrt{3}$. **B.** $a^2+b^2\le4$. **C.** $a+2b\ge\frac{1+\sqrt{2}}{3}$. **D.** $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có: $y'=2+a\cos x-b\sin x$

Áp dụng bất đẳng thức Schwartz ta có $2-\sqrt{a^2+b^2}\le y'\le2+\sqrt{a^2+b^2}$

Yêu cầu của bài toán đưa đến giải bất phương trình

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y' \ge 0, \forall x \Leftrightarrow 2-\sqrt{a^2+b^2} \ge 0 \Leftrightarrow a^2+b^2 \le 4$.

Câu 366: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\cot x-1}{m\cot x-1}$ đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$. **B.** $m\in(1;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;1)$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{-(1+\cot^2 x)(m\cot x-1)+m(1+\cot^2 x)(\cot x-1)}{(m\cot x-1)^2}=\dfrac{(1+\cot^2 x)(1-m)}{(m\cot x-1)^2}$.

Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right)$ khi và chỉ khi:

$$\begin{cases} m\cot x-1\ne 0, \forall x\in\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \\ y'=\dfrac{(1+\cot^2 x)(1-m)}{(m\cot x-1)^2}>0, \forall x\in\left(\dfrac{\pi}{4};\dfrac{\pi}{2}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\le 0 \vee m\ge 1 \\ 1-m>0 \end{cases} \Leftrightarrow m\le 0.$$

Câu 367: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{\sin x}{mx+1}$ đồng biến trên khoảng $\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$.

A. $-\dfrac{\pi}{2}\le m\le 0$. **B.** $-1\le m\le\dfrac{2}{\pi}$. **C.** $-\dfrac{2}{\pi}\le m\le 0$. **D.** $m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 368: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx-(m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

A. $m>-1$. **B.** không có m. **C.** $-1\le m\le-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m<-\dfrac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $y'=m+(m+1)\sin x$. Hàm số $y=mx-(m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ (dấu "=" không được xảy ra trên một khoảng)

$\Leftrightarrow m+(m+1)\sin x\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$ (dấu "=" không được xảy ra trên một khoảng)

$\Leftrightarrow m(1+\sin x)+\sin x\ge 0\ (1),\ \forall x\in\mathbb{R}$ (điều kiện trong dấu ngoặc đơn ở trên được thoả mãn)

Với $\sin x+1=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{\pi}{2}+k2\pi$ thì $m(1+\sin x)+\sin x=-1<0,\ \forall m\in\mathbb{R}$.

Vậy, không có giá trị nào của tham số m để hàm số $y=mx-(m+1)\cos x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 369: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=(m+1)\sin x-3\cos x-5x$ luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$?

A. Vô số. **B.** 10. **C.** 8. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=(m+1)\cos x+3\sin x-5$.

Khi $m+1=0\Rightarrow m=-1$, $y'=3\sin x-5<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Vậy hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Khi $m+1\neq 0\Rightarrow m\neq -1$, hàm số luôn nghịch biến trên $\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (m+1)\cos x+3\sin x-5\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow (m+1)\cos x+3\sin x-5\le 0,\forall x\in\mathbb{R}$

$\Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^2+3^2}\le 5,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow (m+1)^2\le 16\Leftrightarrow -5\le m\le 3$.

Vậy $m\in\{-5;-4;-3;-2;-1;0;1;2;3\}$.

DẠNG 10: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ VÔ TỶ, HÀM SỐ KHÁC ĐƠN ĐIỆU TRÊN K

Câu 370: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số $y=\ln\left(x^2+1\right)-mx+1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $[-1;1]$. **B.** $B(5;\ 6;\ 2)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $(-\infty;-1)$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{x}{x^2+1}-m$.

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)\Leftrightarrow y'(x)\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\le\dfrac{x}{x^2+1},\forall x\in\mathbb{R}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$ có $f'(x)=\dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	0

Dựa vào BBT $m\le\dfrac{x}{x^2+1},\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow m\le -1$.

Câu 371: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để hàm số $y=x+m\sqrt{x^2-2x+3}$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=1+m\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}$.

Để hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$ thì $y'\ge 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)$

$\Leftrightarrow 1+m\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+3}}\ge 0,\forall x\in(-\infty;+\infty)\ (1)$.

Nếu $x=1$ thì (1) luôn thỏa $\forall m$.

Nếu $x>1$ thì $(1)\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1}\Leftrightarrow m\ge -\sqrt{1+\dfrac{2}{(x-1)^2}}\Leftrightarrow m\ge -1$.

Nếu $x<1$thì $(1)\Leftrightarrow m\le -\dfrac{\sqrt{x^2-2x+3}}{x-1}\Leftrightarrow m\le \sqrt{1+\dfrac{2}{(x-1)^2}}\Leftrightarrow m\le 1$.

Vậy $-1\le m\le 1$. Vì $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{-1;0;1\}$.

Do đó có 3 giá trị nguyên m cần tìm.

Câu 372: Cho hàm số $y=\dfrac{(m-1)\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+m}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số đồng biến trên khoảng $(17;37)$.

A. $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ -4\le m<-1 \\ m\le -6 \end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l} m>2 \\ m\le -4 \end{array}\right.$ **C.** $-1<m<2$. **D.** $-4\le m<2$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=\sqrt{x-1}$

Hàm số $y=\dfrac{(m-1)\sqrt{x-1}+2}{\sqrt{x-1}+m}$ đồng biến trên khoảng $(17;37)$ khi $f(t)=\dfrac{(m-1)t+2}{t+m}$ đồng biến trên khoảng $(4;6)$

$f'(t)=\dfrac{m^2-m-2}{(t+m)^2}$

Hàm số $f(t)=\dfrac{(m-1)t+2}{t+m}$ đồng biến trên khoảng $(4;6)$

$f'(t)>0\ \forall t\in(4;6)\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m-2>0 \\ -m\notin(4;6) \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} m<-1;2<m \\ m\le -6;-4\le m \end{cases}\Leftrightarrow m\le -6;-4\le m<-1;2<m$

Câu 373: Tìm tất cả giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^2-(m+6)x$ nghịch biến trên khoảng $(1;+\infty)$

A. $m\le 0$. **B.** $0\le m<6$. **C.** $m\ge 6$. **D.** $m\le 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=2mx-(m+6)$. Theo yêu cầu bài toán ta có $y'\le 0,\ \forall x\in(1;+\infty)$.

$2mx-(m+6)\le 0\Leftrightarrow m\le\dfrac{6}{2x-1}$.

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{6}{2x-1}$ với $x\in(1;+\infty)$.

x	1	$+\infty$
y'		$-$
y	6	0

Vậy $m\le 0$.

Câu 374: Cho hàm số $y=\dfrac{\ln x-6}{\ln x-2m}$ với m là tham số. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên dương của m để hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)$. Tìm số phần tử của S.

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét $x\in(1;e)\Rightarrow \ln x\in(0;1)$.

Ta có:

$$y'=\frac{(\ln x-6)'(\ln x-2m)-(\ln x-2m)'(\ln x-6)}{(\ln x-2m)^2}=\frac{-2m+6}{(\ln x-2m)^2}.\frac{1}{x}$$

Hàm số đồng biến trên khoảng $(1;e)\Leftrightarrow y'>0,\forall x\in(1;e)\Leftrightarrow\begin{cases}-2m+6>0\\2m\notin(0;1)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<3\\m\le 0\vee m\ge\dfrac{1}{2}\end{cases}$

$\Leftrightarrow m\le 0\vee\dfrac{1}{2}\le m<3$.

Vậy $S=\{1;2\}$.

Câu 375: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=3x+\dfrac{m^2+3m}{x+1}$ đồng biến trên từng khoảng xác định của nó?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

Ta có $y'=3-\dfrac{m^2+3m}{(x+1)^2}=\dfrac{3x^2+6x+3-m^2-3m}{(x+1)^2}$

Hàm số đồng biết trên từng khoảng xác định

$\Leftrightarrow y'\ge 0\ \ \forall x\ne -1\Leftrightarrow 3x^2+6x+3-m^2-3m\ge 0\ \ \forall x\ne -1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=9+3(m^2+3m)-9\le 0\\m^2+3m\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow -3<m<0$

Mà m nguyên nên $m\in\{-2,-1\}$.

Câu 376: Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $[1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1]$. **C.** $(-\infty;1)$. **D.** $[-1;1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}-m$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi $y'\ge 0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}\ge m,\forall x\in\mathbb{R}$. (1).

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, ta có $f'(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2}=\dfrac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3}>0,\forall\in\mathbb{R}.$

.

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-1,\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=1$ nên $-1<f(x)<1,\forall x\in\mathbb{R}$.

Từ đó, $(1)\Leftrightarrow m\le-1$.

Câu 377: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\left(m-x^3\right)\sqrt{1-x^3}$ đồng biến trên $(0;\,1)$.

A. $m\ge-2$. **B.** $m<1$. **C.** $m\le-2$. **D.** $m>1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

+ Tập xác định: $D=(-\infty;\,1]$.

+ $y'=-3x^2\sqrt{1-x^3}-\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}.\left(m-x^3\right)=\dfrac{3x^2}{2\sqrt{1-x^3}}\left(3x^3-m-2\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}}\end{array}\right.$.

* Trường hợp 1: $m=-2$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		0		1
y'		$-$	0	$+$	

Dựa vào BXD, ta có $y'<0,\ \forall x\in(0;\,1)\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên $(0;\,1)$.

* Trường hợp 2: $m\ne-2$.

Để hàm số nghịch biến trên $(0;\,1)$ thì $\sqrt[3]{\dfrac{m+2}{3}}<0\Leftrightarrow m<-2$.

Vậy $m\le-2$ thì hàm số nghịch biến trên $(0;\,1)$.

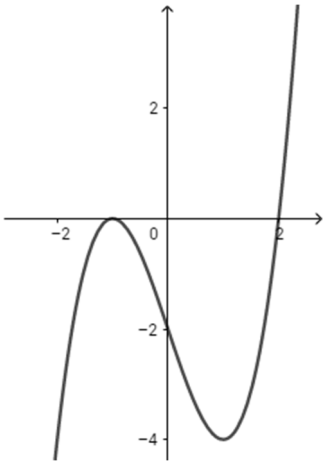
Câu 378: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-1;0)$. **B.** Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(0;2)$. **D.** Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựa vào đồ thị ta thấy $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;2)$.

Ta có $g'(x)=2x.f'(x^2-2)$.

$$g'(x)\le 0 \Leftrightarrow 2x.f'(x^2-2)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ f'(x^2-2)\le 0\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 0\\ f'(x^2-2)\ge 0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ x^2-2\le 2\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 0\\ x^2-2\ge 2\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x\ge 0\\ -2\le x\le 2\end{cases}\\ \begin{cases}x\le 0\\ \left[\begin{array}{l}x\ge 2\\ x\le -2\end{array}\right.\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}0\le x\le 2\\ x\le -2\end{array}\right.$$

Như vậy đáp án B, C đều đúng và đáp án A sai. Tương tự chứng minh được đáp án D đúng.

Câu 379: Hàm số $y=\sqrt{x^2-x+1}-mx$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi và chỉ khi.

A. $-1<m<1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m<1$. **D.** $m\le -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$y'=\frac{2x-1}{2\sqrt{x^2-x+1}}-m.$$

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y'\ge 0;\forall x\in\mathbb{R} \Leftrightarrow m\le \frac{2x-1}{\sqrt{(2x-1)^2+3}};\forall x\in\mathbb{R}$ (1).

Xét hàm số $f(t)=\frac{t}{\sqrt{t^2+3}}$ có $f'(t)=\frac{3}{\sqrt{(t^2+3)^3}}>0;\forall t\in\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{t\to-\infty} f(t)=-1$.

Do đó: $(1)\Leftrightarrow m\le -1$.

Câu 380: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-2018;2018]$ để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$.

A. 2018. **B.** 2019. **C.** 2020. **D.** 2017.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y' = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m$.

Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R} \Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \le \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}},\ \forall x \in \mathbb{R}\ (1)$.

Xét $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ trên $\mathbb{R}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1;\ \lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 1$.

$f'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	-1	$\nearrow$	1

Ta có: $m \le \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}},\ \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow m \le -1$.

Mặt khác $m \in [-2018; 2018] \Rightarrow m \in [-2018; -1]$.

Vậy có 2018 số nguyên m thoả điều kiện.

Câu 381: Tìm tập hợp các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \sqrt{x^2+1} - mx - 1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; +\infty)$.

A. $(-\infty; 1)$. **B.** $[1; +\infty)$. **C.** $(-\infty; -1]$. **D.** $[-1; 1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có : $y' = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m$

Để hàm số đồng biến trên $(-\infty; +\infty)$ khi $y' \ge 0$ hay $m \le \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}},\ \forall x \in \mathbb{R}$

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$ ta có : $g'(x) = \dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} > 0,\ \forall x \in \mathbb{R}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	
$g(x)$	-1	$\nearrow$	1

Do đó để hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$ khi $m \le -1$.

Câu 382: Hàm số $y = \sqrt{-x^2 + 2x}$ nghịch biến trên khoảng nào ?

A. $(1; +\infty)$. **B.** $(-\infty; 1)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=[0;2]$.

Đạo hàm: $y'=\dfrac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x}}$ $(0<x<2)$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên:

x	0		1		2
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	1	↘	0

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 383: Giá trị nguyên lớn nhất của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^{2019}}{2019}-\dfrac{1}{2017x^{2017}}-mx+2018$ luôn đồng biến trên mỗi khoảng xác định của nó là:

A. 1 **B.** 2018 **C.** 0 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$y'=x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}}-m$.

Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định $\Leftrightarrow y'\ge 0,\forall x\in D$

$\Leftrightarrow x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}}-m\ge 0,\forall x\in D\Leftrightarrow m\le x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}},\forall x\in D\Rightarrow m\le 2$.

$\left(x^{2018}+\dfrac{1}{x^{2018}}\ge 2\right)$.

Câu 384: Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx+(m+1)\sqrt{x-2}$ nghịch biến trên $D=[2;+\infty)$.

A. $m<-1$. **B.** $-2\le m\le 1$. **C.** $m\le -1$. **D.** $m\ge 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=mx+(m+1)\sqrt{x-2}\Rightarrow y'=m+\dfrac{m+1}{2\sqrt{x-2}}$, y' xác định trên khoảng $(2;+\infty)$.

Nhận xét: khi x nhận giá trị trên $(2;+\infty)$ thì $\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}$ nhận mọi giá trị trên $(0;+\infty)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow y'\le 0,\forall x\in(2;+\infty)\Leftrightarrow (m+1)t+m\le 0,\forall t\in(0;+\infty)$ (đặt $t=\dfrac{1}{2\sqrt{x-2}}$).

$\Leftrightarrow\begin{cases}m+1\le 0\\ m+(m+1)\cdot 0\le 0\end{cases}\Leftrightarrow m\le -1$.

Câu 385: Tìm tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=\sqrt{x^2+1}-mx-1$ đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

A. $[-1;1]$. **B.** $[1;+\infty)$. **C.** $(-\infty;-1]$. **D.** $(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y' = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} - m$.

Hàm số đồng biến trên $(-\infty;+\infty)$ khi và chỉ khi: $y' \ge 0, \forall x \in \mathbb{R} \Leftrightarrow \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}} \ge m, \forall x \in \mathbb{R}$. (1).

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$, ta có $f'(x) = \dfrac{\sqrt{x^2+1} - \dfrac{x^2}{\sqrt{x^2+1}}}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^2} = \dfrac{1}{\left(\sqrt{x^2+1}\right)^3} > 0, \forall \in \mathbb{R}$.

.

Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$..

Mặt khác, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = -1, \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 1$.

Từ đó, $(1) \Leftrightarrow m \le -1$.

Câu 386: Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$?

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y' = x - m + \dfrac{1}{x-1}$.

Để hàm số $y = \dfrac{x^2}{2} - mx + \ln(x-1)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$ thì $y' \ge 0$ với $\forall x \in (1;+\infty)$

$\Leftrightarrow x + \dfrac{1}{x-1} \ge m$ với $\forall x \in (1;+\infty) \Rightarrow m \le \min\limits_{(1;+\infty)} f(x)$.

Xét hàm số $f(x) = x + \dfrac{1}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$ ta có

$f(x) = x - 1 + \dfrac{1}{x-1} + 1 \ge 2\sqrt{(x-1)\dfrac{1}{(x-1)}} + 1 \ge 3 \Rightarrow \min\limits_{(1;+\infty)} f(x) = 3$. Do $m \in \mathbb{Z}^+$ nên $m \in \{1;2;3\}$.

Câu 387: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên dương và nhỏ hơn 2018 của tham số m để hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;9)$. Tính số phần tử của tập hợp S.

A. 2014. **B.** 2015. **C.** 2016. **D.** 2017.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t = \sqrt{x}$, ta có $x \in (1;9) \Leftrightarrow t \in (1;3)$ và khi x càng tăng thì t càng tăng.

Xét hàm số $g(t) = \dfrac{t-2}{t-m}$. Khi $m > 0$, ta có điều kiện xác định của hàm số $g(t) = \dfrac{t-2}{t-m}$ là $t \ne m$.

$g'(t) = \dfrac{2-m}{(t-m)^2}$.

Hàm số $y = \dfrac{\sqrt{x}-2}{\sqrt{x}-m}$ nghịch biến trên khoảng $(1;9)$.

$\Leftrightarrow$ Hàm số $g(t)$ nghịch biến trên khoảng $(1;3) \Leftrightarrow \begin{cases} 2-m < 0 \\ \left[\begin{array}{l} m \le 1 \\ m \ge 3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m \ge 3$.

Vì m nguyên dương và nhỏ hơn 2018 nên ta có $3 \le m \le 2017$ hay S có 2015 phần tử.

Câu 388: Tìm m để hàm số sau đồng biến trên $\mathbb{R}$: $y = \frac{2}{3}e^{3x} - me^{x} + 4x - 2018$.

A. $m \ge -6$ **B.** $m \le 6$ **C.** $m \le -5$ **D.** $m \ge 6$

Hướng dẫn giải

Chọn B

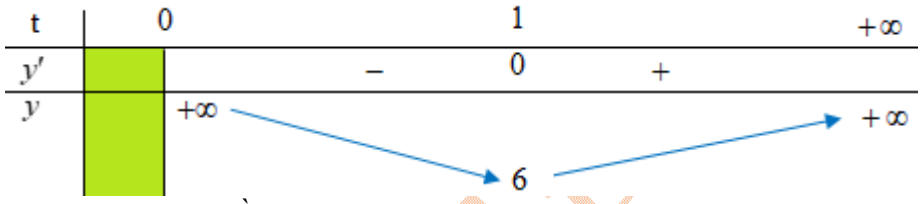
Đặt $t = e^{x}, t > 0 \Rightarrow y = \frac{2}{3}t^{3} - mt + 4\ln t - 2018,\ t > 0 \Rightarrow y' = 2t^{2} - m + \frac{4}{t},\ t > 0$.

YCBT $\Leftrightarrow y' \ge 0,\ \forall t > 0 \Leftrightarrow 2t^{2} + \frac{4}{t} \ge m,\ \forall t > 0$.

Xét hàm số $f(t) = 2t^{2} + \frac{4}{t},\ \forall t > 0 \Rightarrow f'(t) = 4t - \frac{4}{t^{2}}$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow 4t - \frac{4}{t^{2}} = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên:



Theo BBT có $m \le 6$ thoả yêu cầu.

Câu 389: Cho hàm số $y = \sqrt{2x^{2} - 3x - 1}$. Đẳng thức nào sau đây đúng?

A. $yy'' + (y')^{2} = 1$. **B.** $yy'' + (y')^{2} = 4$. **C.** $yy'' + (y')^{2} = 0$. **D.** $yy'' + (y')^{2} = 2$.

Lời giải

Chọn D

$y = \sqrt{2x^{2} - 3x - 1} \Rightarrow y' = \frac{4x - 3}{2\sqrt{2x^{2} - 3x - 1}} \Leftrightarrow 2y.y' = 4x - 3 \Leftrightarrow 2(y')^{2} + 2yy'' = 4 \Leftrightarrow (y')^{2} + yy'' = 2$

.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 11: ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ VÀO ĐẠI SỐ

Câu 390: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm thực?

A. $m\ge 3$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m\le 2$.

Câu 391: Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến, có đạo hàm trên khoảng K và hai điểm $x_1,\ x_2\in K$; $x_1\ge x_2$. Khi đó giá trị của biểu thức $P=f'(x_1)(x_1-x_2)+f'(x_2)\left(f(x_1)-f(x_2)\right)$ là:

A. $P=0$. **B.** $P\ge 0$. **C.** $P<0$. **D.** $P>0$.

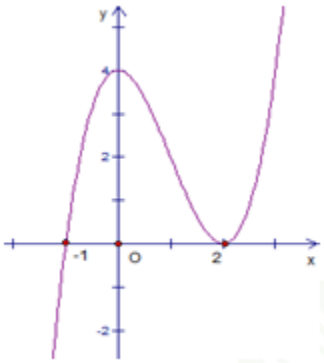
Câu 392: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(1-x)(x+2).g(x)+2018$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 393: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $\sqrt{1+2\cos x}+\sqrt{1+2\sin x}=\dfrac{m}{2}$ có nghiệm thực.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2

Câu 394: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(2-x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Câu 395: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-\dfrac{m}{4}+2=0$ có nghiệm thực?

A. 13. **B.** 15. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 396: Cho hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $f(x)\le m$ với mọi $x\in[-1;1]$.

A. $m<\sqrt{2}$. **B.** $m\ge\sqrt{2}$. **C.** $m<0$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI

DẠNG 11: ỨNG DỤNG PHƯƠNG PHÁP HÀM SỐ VÀO ĐẠI SỐ

Câu 390: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm thực?

A. $m\ge 3$. **B.** $m\ge 2$. **C.** $m\le 3$. **D.** $m\le 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện: $x\ge -1$.

Ta có $2\sqrt{x+1}=x+m\Leftrightarrow 2\sqrt{x+1}-x=m\ (*)$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ bằng số giao điểm của hai đồ thị $y=2\sqrt{x+1}-x\ (C)$ và $y=m$.

Xét hàm số $y=\sqrt{x+1}-x$ với $x\ge -1$ ta có $y'=\dfrac{1}{\sqrt{x+1}}-1$.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow \sqrt{x+1}=1\Leftrightarrow x=-1$.

Lập bảng biến thiên

x	-1		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	1	↗	2	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm khi $m\le 2$.

Câu 391: Cho hàm số $y=f(x)$ đồng biến, có đạo hàm trên khoảng K và hai điểm $x_1,\ x_2\in K;\ x_1\ge x_2$. Khi đó giá trị của biểu thức $P=f'(x_1)(x_1-x_2)+f'(x_2)\left(f(x_1)-f(x_2)\right)$ là:

A. $P=0$. **B.** $P\ge 0$. **C.** $P<0$. **D.** $P>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên K nên

$\forall x_1,\ x_2\in K;\ x_1\ge x_2$ thì $f(x_1)\ge f(x_2)$ và $f'(x_1)\ge 0;\ f'(x_2)\ge 0$.

Do đó $P=f'(x_1)(x_1-x_2)+f'(x_2)\left(f(x_1)-f(x_2)\right)\ge 0$.

Câu 392: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $f'(x)=(1-x)(x+2).g(x)+2018$ trong đó $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$. Hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(0;3)$. **B.** $(-\infty;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ $f'(x)=(1-x)(x+2).g(x)+2018\Rightarrow f'(1-x)=x(3-x).g(1-x)+2018$

Nên đạo hàm của hàm số $y=f(1-x)+2018x+2019$ là

$y'=-x(3-x).g(1-x)-2018+2018=-x(3-x)g(1-x)$.

Xét bất phương trình $y'<0\Leftrightarrow x(3-x)<0\Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup(3;+\infty)$, do $g(x)<0,\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 393: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình: $\sqrt{1+2\cos x}+\sqrt{1+2\sin x}=\dfrac{m}{2}$ có nghiệm thực.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn A

Không mất tính tổng quát ta chỉ xét phương trình trên $[-\pi;\pi]$.

Điều kiện $\begin{cases}1+2\sin x\ge 0\\ 1+2\cos x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]$.

Phương trình đã cho tương đương với

$2+2(\sin x+\cos x)+2\sqrt{1+2\cos x}\sqrt{1+2\sin x}=\frac{m^2}{4}\ (*)\ (m>0)$.

Đặt $t=\sin x+\cos x$ với $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{2\pi}{3}\right]$ thì $\sqrt{2}\sin\frac{\pi}{12}\le t=\sin x+\cos x=\sqrt{2}\sin\left(x+\frac{\pi}{4}\right)\le\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow t\in\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2};\sqrt{2}\right]$.

Mặt khác, ta lại có $t^2=1+2\sin x\cos x$.

Do đó $(*)\Rightarrow 2+2t+2\sqrt{2t^2+2t-1}=\frac{m^2}{4}$

Xét hàm số $f(t)=2t+2+2\sqrt{2t^2+2t-1}, t\in\left[\frac{\sqrt{3}-1}{2};\sqrt{2}\right]$

$f'(t)=2+\frac{4t+2}{\sqrt{2t^2+2t-1}}>0$

t	$\frac{\sqrt{3}-1}{2}$ $\quad$ $\sqrt{2}$
$f'(t)$	$+$
$f(t)$	$\sqrt{3}+1$ $\nearrow$ $4(\sqrt{2}+1)$

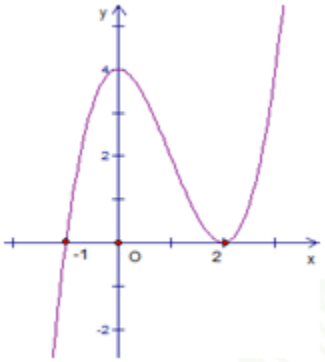
Từ bảng biến thiên, ta kết luận rằng phương trình có nghiệm thực khi và chỉ khi

$\begin{cases}\sqrt{3}+1\le\frac{m^2}{4}\le 4(\sqrt{2}+1)\\ m>0\end{cases}\Leftrightarrow 2\sqrt{(\sqrt{3}+1)}\le m\le 4\sqrt{\sqrt{2}+1}$

Vậy có 3 giá trị của m.

Câu 394: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hỏi hàm số $y=f(2-x^2)$ đồng biến trên khoảng nào sau đây?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ đồ thị ta có hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

Xét hàm số $y=f(2-x^2)$ ta có $y'=-2xf'(2-x^2)$.

Để hàm số $y=f(2-x^2)$ đồng biến thì $-2xf'(2-x^2)>0\Leftrightarrow xf'(2-x^2)<0$. Ta có các trường hợp sau:

TH1: $\begin{cases}x>0\\ f'\left(2-x^2\right)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ 0<2-x^2<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ x<\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow 0<x<\sqrt{2}$.

TH2: $\begin{cases}x<0\\ f'\left(2-x^2\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\ \left[\begin{array}{l}2-x^2>2\\ 2-x^2<0\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow x<\sqrt{2}$.

Vậy hàm số $y=f(2-x^2)$ đồng biến trên các mỗi khoảng $\left(-\infty;-\sqrt{2}\right)$ và $\left(0;\sqrt{2}\right)$.

Câu 395: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-\dfrac{m}{4}+2=0$ có nghiệm thực?

A. 13. **B.** 15. **C.** 7. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-\dfrac{m}{4}+2=0\Leftrightarrow 1-3\sin^2 x\cos^2 x+3\sin x\cos x-\dfrac{m}{4}+2=0$

Đặt $t=\sin 2x$, $-1\le t\le 1$.

PT trở thành $-3t^2+6t+12=m$.

Xét hàm số $f(t)=-3t^2+6t+12$, $-1\le t\le 1$

t	-1		1
$f'(t)$		$+$	
$f(t)$	3	$\nearrow$	15

Phương trình $\sin^6 x+\cos^6 x+3\sin x\cos x-\dfrac{m}{4}+2=0$ có nghiệm thực khi $3\le m\le 15$.

Vậy có 13 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 396: Cho hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m thỏa mãn $f(x)\le m$ với mọi $x\in[-1;1]$.

A. $m<\sqrt{2}$. **B.** $m\ge\sqrt{2}$. **C.** $m<0$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$f'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}=\dfrac{\sqrt{1-x^2}-x}{\sqrt{1-x^2}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}-x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\1-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Ta có $f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}$; $f(-1)=-1$ và $f(1)=1$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;1]}f(x)=\sqrt{2}$ khi $x=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\min\limits_{[-1;1]}f(x)=-1$ khi $x=-1$.

Do đó, $f(x)\le m$ với mọi $x\in[-1;1]$ khi và chỉ khi $m\ge\max\limits_{[-1;1]}f(x)\Leftrightarrow m\ge\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CỰC TRỊ HÀM SỐ

1. Định nghĩa

Giả sử hàm số f xác định trên tập K và $x_0 \in K$. Ta nói:

- x_0 là **điểm cực tiểu** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $(a;b) \subset K$ và $f(x) > f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực tiểu** của hàm số f.
- x_0 là **điểm cực đại** của hàm số f nếu tồn tại một khoảng $(a;b)$ chứa x_0 sao cho $(a;b) \subset K$ và $f(x) < f(x_0), \forall x \in (a;b) \setminus \{x_0\}$. Khi đó $f(x_0)$ được gọi là **giá trị cực đại** của hàm số f.
- Điểm cực đại và điểm cực tiểu gọi chung là **điểm cực trị**.
- Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu gọi chung là **cực trị**.
- Điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là ***điểm cực trị của hàm số*** và điểm cực trị phải là một điểm trong tập hợp *K*.
- Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là ***giá trị cực trị (hay cực trị)*** *của hàm số.*
- Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số thì điểm $(x_0; f(x_0))$ được gọi là **điểm cực trị của đồ thị** hàm số f.

*** Nhận xét:**

- Giá trị cực đại (cực tiểu) $f(x_0)$ nói chung không phải là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên tập D; $f(x_0)$ chỉ là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên một khoảng $(a;b)$ nào đó chứa x_0 hay nói cách khác khi x_0 điểm cực đại (cực tiểu) sẽ tồn tại khoảng (a;b) chứa x_0 sao cho $f(x_0)$ là giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) của hàm số f trên khoảng $(a;b)$.
- Hàm số f có thể đạt cực đại hoặc cực tiểu tại nhiều điểm trên tập K. Hàm số có thể không có cực trị trên một tập cho trước.

2. Điều kiện cần để hàm số đạt cực trị

Định lí 1:

Giả sử hàm số $y = f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0. Khi đó, nếu $y = f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

Chú ý:

- Đạo hàm $f'(x)$ *có thể* bằng 0 tại điểm x_0 nhưng hàm số f không đạt cực trị tại điểm x_0.
- Hàm số *có thể* đạt cực trị tại một điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm.
- Hàm số *chỉ có thể* đạt cực trị tại một điểm mà tại đó đạo hàm của hàm số bằng 0 hoặc tại đó hàm số không có đạo hàm.

3. Điều kiện đủ để hàm số đạt cực trị

Định lí 2:

Giả sử hàm số f đạt cực trị tại điểm x_0. Khi đó, nếu hàm số f có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f'(x_0) = 0$.

- Nếu trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.
- Nếu $f'(x) < 0$ trên khoảng $(x_0 - h; x_0)$ và $f'(x) > 0$ trên khoảng $(x_0; x_0 + h)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.

4. Quy tắc tìm cực trị

Quy tắc 1:

- *Bước 1:* Tìm tập xác định. Tìm $f'(x)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

- *Bước 2:* Tìm các điểm x_i $(i=1;2;...)$ mà tại đó *đạo hàm của hàm số bằng* 0 hoặc hàm số *liên tục nhưng không có đạo hàm.*
- *Bước 3:* Lập bảng biến thiên hoặc bảng xét dấu $f'(x)$. Nếu $f'(x)$ *đổi dấu khi đi qua* x_i thì hàm số đạt cực trị tại x_i.

Định lí 3:

Giả sử $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trong khoảng $(x_0-h;x_0+h)$ với $h>0$. Khi đó:

- Nếu $f'(x_0)=0,\ f''(x_0)<0$ thì hàm số f đạt cực đại tại x_0.
- Nếu $f'(x_0)=0,\ f''(x_0)>0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại x_0.

Từ định lí trên, ta có một quy tắc khác để tìm cực trị của hàm số

Quy tắc 2:

- *Bước 1:* Tìm tập xác định. Tìm $f'(x)$.
- *Bước 2:* Tìm các nghiệm x_i $(i=1;2;...)$ của phương trình $f'(x)=0$.
- *Bước 3:* Tính $f''(x)$ và tính $f''(x_i)$.
  - ∗ Nếu $f''(x_i)<0$ thì hàm số f đạt cực đại tại điểm x_i.
  - ∗ Nếu $f''(x_i)>0$ thì hàm số f đạt cực tiểu tại điểm x_i.

MỘT SỐ DẠNG TOÁN LIÊN QUAN ĐẾN CỰC TRỊ HÀM SỐ

1. Cực trị của hàm đa thức bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

1.1. Tìm điều kiện để hàm số có cực đại, cực tiểu thỏa mãn hoành độ cho trước

Bài toán tổng quát:

Cho hàm số $y=f(x;m)=ax^3+bx^2+cx+d$. Tìm tham số m để hàm số có cực đại, cực tiểu tại x_1,x_2 thỏa mãn điều kiện K cho trước?

Phương pháp:

- *Bước 1:*
  - ∗ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.
  - ∗ Đạo hàm: $y'=3ax^2+2bx+c=Ax^2+Bx+C$
- *Bước 2:*

Hàm số có cực trị (hay có hai cực trị, hai cực trị phân biệt hay có cực đại và cực tiểu)

$\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua 2 nghiệm đó

$\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} A=3a\neq 0 \\ \Delta_{y'}=B^2-4AC=4b^2-12ac>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases} \Rightarrow m\in D_1.$$

- *Bước 3:*

Gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình $y'=0$.

Khi đó: $\begin{cases} x_1+x_2=-\dfrac{B}{A}=-\dfrac{2b}{3a} \\ x_1.x_2=\dfrac{C}{A}=\dfrac{c}{3a} \end{cases}$.

- *Bước 4:*

Biến đổi điều kiện K về dạng tổng S và tích P. Từ đó giải ra tìm được $m\in D_2$.

- *Bước 5:*

Kết luận các giá trị m thỏa mãn: $m=D_1\cap D_2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chú ý: Hàm số bậc ba: $y = ax^3 + bx^2 + cx + d\,(a \neq 0)$.

Ta có: $y' = 3ax^2 + 2bx + c$.

Điều kiện	*Kết luận*
$b^2 - 3ac \leq 0$	Hàm số không có cực trị.
$b^2 - 3ac > 0$	Hàm số có hai điểm cực trị.

➢ ***Điều kiện để hàm số có cực trị cùng dấu, trái dấu.***

- <u>*Hàm số có 2 cực trị trái dấu*</u>

  $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu

  $\Leftrightarrow A.C = 3ac < 0 \Leftrightarrow ac < 0.$
- <u>*Hàm số có hai cực trị cùng dấu*</u>

  $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ P = x_1.x_2 = \dfrac{C}{A} > 0 \end{cases}$$
- <u>*Hàm số có hai cực trị cùng dấu dương*</u>

  $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S = x_1 + x_2 = -\dfrac{B}{A} > 0 \\ P = x_1.x_2 = \dfrac{C}{A} > 0 \end{cases}$$
- <u>*Hàm số có hai cực trị cùng dấu âm*</u>

  $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm âm phân biệt

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ S = x_1 + x_2 = -\dfrac{B}{A} < 0 \\ P = x_1.x_2 = \dfrac{C}{A} > 0 \end{cases}$$

➢ ***Tìm điều kiện để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thỏa mãn:***

$$\begin{cases} x_1 < \alpha < x_2 \\ x_1 < x_2 < \alpha \\ \alpha < x_1 < x_2 \end{cases}$$

- Hai cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < \alpha < x_2$

  $$\Leftrightarrow (x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha) < 0 \Leftrightarrow x_1.x_2 - \alpha(x_1 + x_2) + \alpha^2 < 0$$
- Hai cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 < x_2 < \alpha$

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha) > 0 \\ x_1 + x_2 < 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 - \alpha(x_1 + x_2) + \alpha^2 > 0 \\ x_1 + x_2 < 2\alpha \end{cases}$$
- Hai cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $\alpha < x_1 < x_2$

  $$\Leftrightarrow \begin{cases} (x_1 - \alpha)(x_2 - \alpha) > 0 \\ x_1 + x_2 > 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1.x_2 - \alpha(x_1 + x_2) + \alpha^2 > 0 \\ x_1 + x_2 > 2\alpha \end{cases}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

- Phương trình bậc 3 có 3 nghiệm lập thành cấp số cộng

khi có 1 nghiệm là $x=\frac{-b}{3a}$, có 3 nghiệm lập thành cấp số nhân khi có 1 nghiệm là $x=-\sqrt[3]{\frac{d}{a}}$.

1.2. Tìm điều kiện để đồ thị hàm số có các điểm cực đại, cực tiểu nằm cùng phía, khác phía so với một đường thẳng

Vị trí tương đối giữa 2 điểm với đường thẳng:

Cho 2 điểm $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ và đường thẳng $\Delta: ax+by+c=0.$

Nếu $(ax_A+by_A+c)(ax_B+by_B+c)<0$ thì hai điểm A, B nằm về hai phía so với đường thẳng Δ.

Nếu $(ax_A+by_A+c)(ax_B+by_B+c)>0$ thì hai điểm A, B nằm cùng phía so với đường thẳng Δ.

Một số trường hợp đặc biệt:

- Các điểm cực trị của đồ thị nằm *cùng về 1 phía đối với trục Oy*
  $\Leftrightarrow$ hàm số có 2 cực trị cùng dấu
  $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt cùng dấu
- Các điểm cực trị của đồ thị nằm *cùng về 2 phía đối với trục Oy*
  $\Leftrightarrow$ hàm số có 2 cực trị trái dấu
  $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm trái dấu
- Các điểm cực trị của đồ thị nằm *cùng về 1 phía đối với trục Ox*
  $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và $y_{C\blacklozenge}.y_{CT}>0$

Đặc biệt:

- Các điểm cực trị của đồ thị nằm *cùng về phía trên đối với trục Ox*
  $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và $\begin{cases} y_{C\blacklozenge}.y_{CT}>0 \\ y_{C\blacklozenge}+y_{CT}>0 \end{cases}$
- Các điểm cực trị của đồ thị nằm *cùng về phía dưới đối với trục Ox*
  $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và $\begin{cases} y_{C\blacklozenge}.y_{CT}>0 \\ y_{C\blacklozenge}+y_{CT}<0 \end{cases}$
- Các điểm cực trị của đồ thị nằm *về 2 phía đối với trục Ox*
  $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và $y_{C\blacklozenge}.y_{CT}<0$

(*áp dụng khi không nhẩm được nghiệm và viết được phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số*)

Hoặc: Các điểm cực trị của đồ thị nằm *về 2 phía đối với trục Ox*
$\Leftrightarrow$ đồ thị cắt trục *Ox* tại 3 điểm phân biệt
$\Leftrightarrow$ phương trình hoành độ giao điểm $f(x)=0$ có 3 nghiệm phân biệt (*áp dụng khi nhẩm được nghiệm*)

1.3. Phương trình đường thẳng qua các điểm cực trị

$$g(x)=\left(\frac{2c}{3}-\frac{2b^2}{9a}\right)x+d-\frac{bc}{9a} \quad \text{hoặc} \quad g(x)=y-\frac{y'.y''}{18a}. \quad \text{hoặc} \quad g(x)=y-\frac{y'.y''}{3y'''}$$

1.4. Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số bậc 3 là

$$AB=\sqrt{\frac{4e+16e^3}{a}} \text{ với } e=\frac{b^2-3ac}{9a}$$

2. Cực trị của hàm bậc 4 trùng phương $y=ax^4+bx^2+c, \ (a\neq 0)$

2.1. Một số kết quả cần nhớ

- Hàm số có một cực trị $\Leftrightarrow ab\geq 0.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

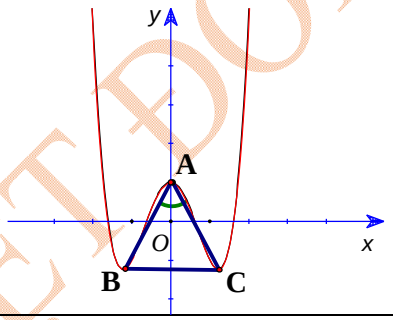
- Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow ab<0$.
- Hàm số có đúng một cực trị và cực trị là cực tiểu $\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\ge 0 \end{cases}$.
- Hàm số có đúng một cực trị và cực trị là cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ b\le 0 \end{cases}$.
- Hàm số có hai cực tiểu và một cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$.
- Hàm số có một cực tiểu và hai cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$.

2.2. Một số công thức tính nhanh

Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có 3 cực trị: $A(0;c), B\left(-\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right), C\left(\sqrt{-\frac{b}{2a}};-\frac{\Delta}{4a}\right)$ tạo thành tam giác ABC thỏa mãn dữ kiện: $ab<0$

Đặt: $\widehat{BAC}=\alpha$

Tổng quát: $\boxed{\cot^2\frac{\alpha}{2}=\frac{-b^3}{8a}}$



Dữ kiện	**Công thức thỏa mãn** $ab<0;c\neq 0$
Tam giác ABC vuông cân tại A	$b^3=-8a$
Tam giác ABC đều	$b^3=-24a$
Tam giác ABC có diện tích $S_{\Delta ABC}=S_0$	$32a^3(S_0)^2+b^5=0$
Tam giác ABC có diện tích $max(S_0)$	$S_0=\sqrt{-\frac{b^5}{32a^3}}$
Tam giác ABC có bán kính đường tròn nội tiếp $r_{\Delta ABC}=r_0$	$r=\frac{b^2}{4\lvert a\rvert\left(1+\sqrt{1-\frac{b^3}{8a}}\right)}$
Tam giác ABC có bán kính đường tròn ngoại tiếp $R_{\Delta ABC}=R$	$R=\frac{b^3-8a}{8\lvert a\rvert b}$
Tam giác ABC có độ dài cạnh $BC=m_0$	$am_0^2+2b=0$
Tam giác ABC có độ dài $AB=AC=n_0$	$16a^2n_0^2-b^4+8ab=0$
Tam giác ABC có cực trị $B,C\in Ox$	$b^2=4ac$
Tam giác ABC có 3 góc nhọn	$b(8a+b^3)>0$
Tam giác ABC có trọng tâm O	$b^2=6ac$
Tam giác ABC có trực tâm O	$b^3+8a-4ac=0$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tam giác ABC cùng điểm O tạo thành hình thoi	$b^2 = 2ac$
Tam giác ABC có O là tâm đường tròn nội tiếp	$b^3 - 8a - 4abc = 0$
Tam giác ABC có O là tâm đường tròn ngoại tiếp	$b^3 - 8a - 8abc = 0$
Tam giác ABC có cạnh $BC = kAB = kAC$	$b^3.k^2 - 8a(k^2 - 4) = 0$
Trục hoành chia tam giác ABC thành hai phần có diện tích bằng nhau	$b^2 = 4\sqrt{2}\lvert ac\rvert$
Tam giác ABC có điểm cực trị cách đều trục hoành	$b^2 = 8ac$
Đồ thị hàm số $(C): y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục Ox tại 4 điểm phân biệt lập thành cấp số cộng	$b^2 = \frac{100}{9}ac$
Định tham số để hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $(C): y = ax^4 + bx^2 + c$ và trục hoành có diện tích phần trên và phần dưới bằng nhau.	$b^2 = \frac{36}{5}ac$
Phương trình đường tròn ngoại tiếp ΔABC là: $x^2 + y^2 - \left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a} + c\right)y + c\left(\frac{2}{b} - \frac{\Delta}{4a}\right) = 0$	

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: LÝ THUYẾT VỀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

B. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

C. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

D. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

Câu 2. Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý. Trong bốn mệnh đề dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

(I) Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

(II) Nếu $f'(x_0)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

(III) Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x)>0$ thì $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

(IV) Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 thì $f''(x_0)<0$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 3. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\forall m<1$ thì hàm số có hai điểm cực trị. **B.** $\forall m>1$ thì hàm số có cực trị.

C. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu. **D.** $\forall m\neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

Câu 4. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên tập $(-1;3]$ đạt được tại x bằng.

A. ± 1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 6. Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 (có thể hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại điểm x_0). Tìm mệnh đề **đúng**:

A. Nếu $f'(x)=0$ và $f''(x)=0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

B. Nếu $f'(x)=0$ và $f''(x)\neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

Câu 8. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+5$ có đồ thị là (C). Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

A. $M(5;0)$. **B.** $M(0;5)$. **C.** $M(2;1)$. **D.** $M(1;2)$.

Câu 9.][2017] Giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^x(x^2-x-5)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng.

A. $7e^{-3}$. **B.** e^3. **C.** $-5e^3$. **D.** $2e^3$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)<0$.

A. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)<0$.

D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0 \in K$. Tìm mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $f''(x_0)<0$.

B. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì tồn tại $a<x_0$ để $f'(a)>0$.

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

Câu 12. Một hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một, cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số có đúng hai điểm cực trị và $x=1$ là điểm cực tiểu và $x=10$ là điểm cực đại của hàm số. Hỏi điều nào sau đây luôn đúng?

A. $f(1)<f(10)$. **B.** $f(1)>f(10)$. **C.** $f'(1)>f'(10)$. **D.** $f''(1)=f''(10)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0)>0$ hoặc $f''(x_0)<0$.

B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0)=0$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, khi đó khẳng nào sau đây là khẳng định đúng.

A. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Max}\, f(x)$.

B. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Min}\, f(x)$.

C. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)<f(x_1)$.

D. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_0)<f(x_1)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0\in K$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Nếu $f''(x)=0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. **B.** Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f'(x_0)=0$.

C. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f''(x_0)=0$. **D.** Nếu $f''(x)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

Câu 16. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$

B. Nếu $f''(x_0)=0$ và $f'(x_0)=0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Nếu $f''(x_0)>0$ và $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0

Câu 17. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
B. Giá trị cực đại của hàm số bằng -4.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I): Nếu $f'(x)>0$ trên khoảng $(x_0-h;x_0)$ và $f'(x)<0$ trên khoảng $(x_0;x_0+h)$ $(h>0)$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

(II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0-h;x_0)$, $(x_0;x_0+h)$ $(h>0)$ sao cho $f'(x)>0$ trên khoảng $(x_0-h;x_0)$ và $f'(x)<0$ trên khoảng $(x_0;x_0+h)$.

A. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng
B. Cả (I) và (II) cùng đúng
C. Cả (I) và (II) cùng sai
D. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(a;b)$ và điểm $x_0\in(a;b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ không có đạo hàm tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì không đạt cực trị tại điểm x_0.

B. Nếu $f'(x_0)=0$; $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f'(x_0)=0$; $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại điểm x_0.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

B. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x_0)=0$.

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x)$ đổi dấu khi qua x_0.

Câu 21. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

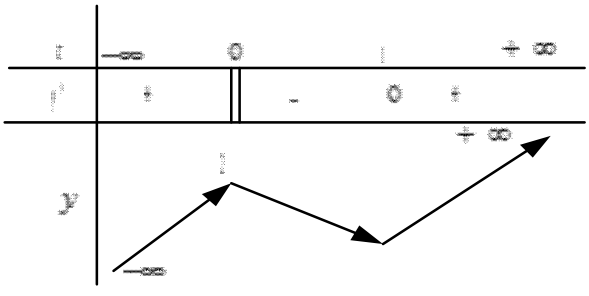
A. Đồ thị hàm số luôn có 2 điểm cực trị.
B. $\forall m>1$ thì đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.
C. $\forall m\neq 1$ thì đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.
D. $\forall m<1$ thì đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

DẠNG 2: NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

Câu 22. Gọi M,m lần lượt là các giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=x+2\ln x$ trên $[1;e]$. Tính giá trị của $T=M+m$.

A. $T=e+\frac{2}{e}$. **B.** $T=e+3$. **C.** $T=e+1$. **D.** $T=4+\frac{2}{e}$.

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên sau.

	$-\infty$		0		2		4		$+\infty$
y'		-	0	+		+	0	-	
y		↘	1	↗	‖	↗	15	↘	

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?
A. Hàm số có đúng một cực trị.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -15.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=4$.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.
B. Hàm số có bốn điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
D. Hàm số không có cực đại.

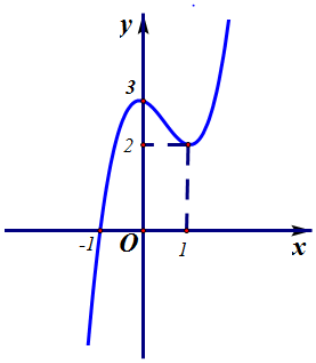
Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		+	0	−	0	+	$+\infty$
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?
A. Hàm số có cực đại tại $x=-2$.
B. Hàm số có cực tiểu tại $x=-4$.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
D. Hàm số có giá trị cực đại bằng -2.

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$. **D.** Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **sai**?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$. **B.** Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên $(-4;-3)$. **D.** Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 29. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng ?**

A. Hàm số có 1 cực đại và 1 cực tiểu.

B. Hàm số không có cực đại, chỉ có 1 cực tiểu.

C. Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

D. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

Câu 30. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

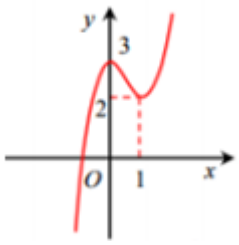
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=5$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.

D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=2$ và $x=3$.
B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.
C. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$ và $x=1$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Câu 32. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ và các mệnh đề sau đây.
I. Đồ thị hàm số có một điểm uốn.
II. Hàm số không có cực trị.
III. Điểm uốn là tâm đối xứng của đồ thị.
Mệnh đề đúng là:
A. Chỉ II và III. **B.** Chỉ I và III. **C.** Cả I, II, III. **D.** Chỉ I và II.

Câu 33. Hàm số nào sau đây không có cực trị ?
A. $y=x^4-4x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$.
C. $y=x^{2n}+2017x\ \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$. **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+3}$.

Câu 34. Trong các khẳng định sau về hàm số $y=-\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{2}x^2-3$, khẳng định nào là đúng?
A. Cả 3 câu trên đều đúng. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Câu 35. Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Chọn phát biểu đúng?
A. Hàm số không đạt cực trị. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 36. Đồ thị hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị ?
A. $y=x^4+2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+4x^2+2$.
C. $y=-2x^3+3x+7$. **D.** $y=x^3+2x$.

Câu 37. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?
A. $y=x^4-x^2+3$. **B.** $y=-x^4+x^2+3$. **C.** $y=x^4+x^2+3$. **D.** $y=-x^4-x^2+3$.

Câu 38.[2017] Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x}$ có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;\ +\infty)$ là.
A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 39. Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+11$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?
A. Nhận điểm $x=3$ làm điểm cực tiểu. **B.** Nhận điểm $x=-1$ làm điểm cực tiểu.
C. Nhận điểm $x=3$ làm điểm cực đại. **D.** Nhận điểm $x=1$ làm điểm cực đại.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?
A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.
B. $x_0=1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

D. $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1	
								$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$+\infty$	↘		↗		↘		↗
	$+\infty$							2
	1				1			

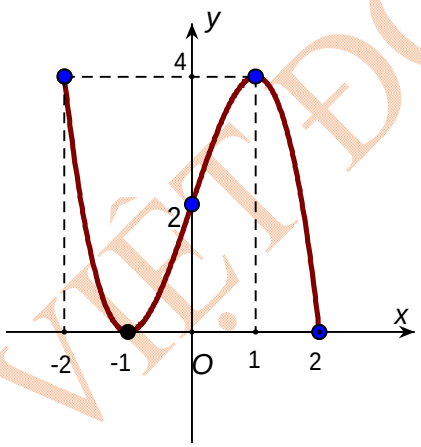
A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$..

B. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

C. $x_0=1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

D. $M(0;2)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai?**

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

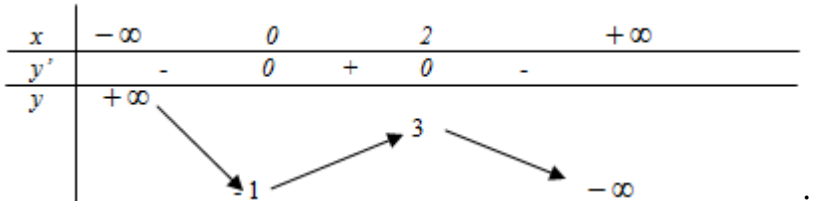
Câu 44. Cho hàm số $y=x^4-3x^2+2$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực tiểu. **B.** Hàm số có 3 điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$. **D.** Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

Câu 45. Cho hàm số y xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Khẳng định nào sau đây đúng?

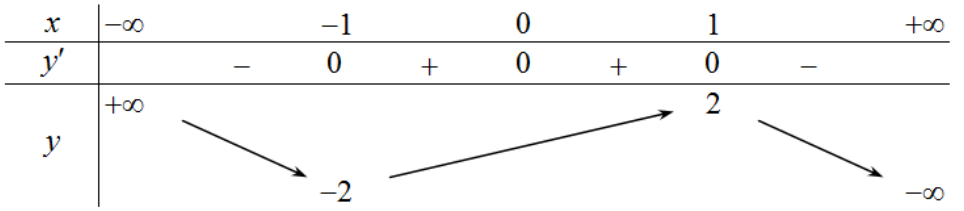
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 46. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

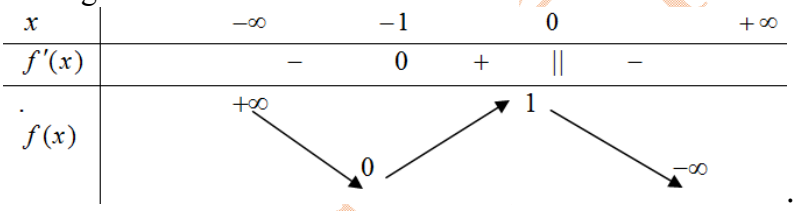
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, lên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-1$.

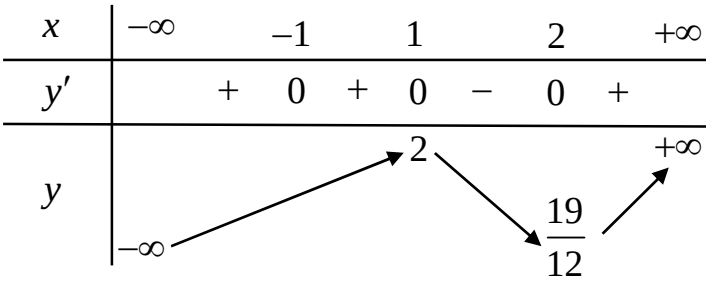
D. Hàm số có đúng một cực trị.

DẠNG 3: ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?

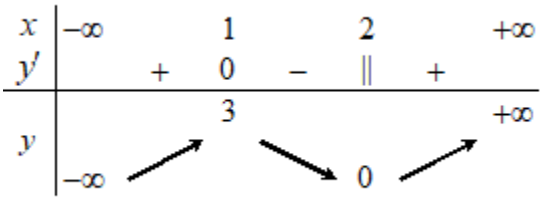
A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.



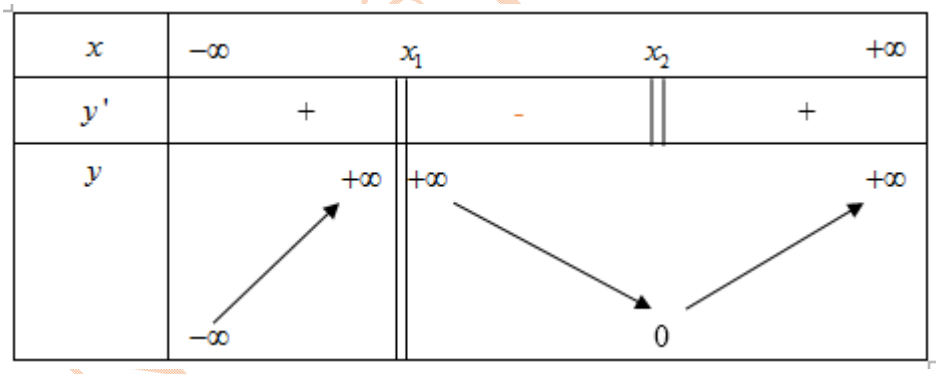
A. Hàm số có ba điểm cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
B. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.
C. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.
D. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

Câu 51. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



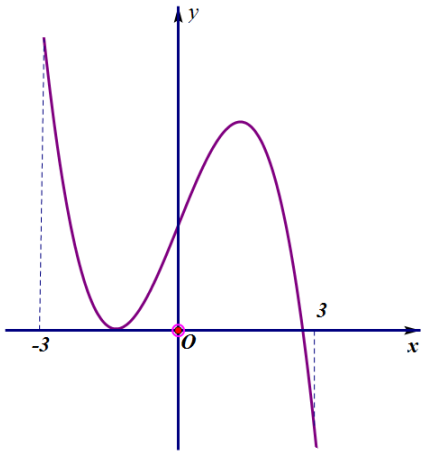
Khẳng định nào sau đây đúng?
A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.
B. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và có một điểm cực tiểu.
C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.
D. Hàm số đã cho không có cực trị.

Câu 52. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$-$	0	$+$	

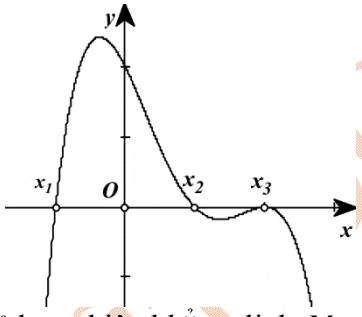
Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$
A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 53. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ. Trên khoảng $(-3;3)$ hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 54. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên.



Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định **đúng** ?

(I). Trên K, hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

(II). Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại x_3.

(III). Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 55. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. **B.** Hàm số có 3 cực tiểu.

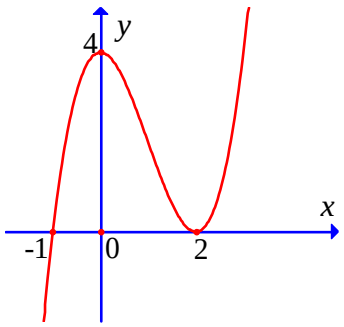
C. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0. **D.** Hàm số đạt cực đại tạo $x=4$.

Câu 56. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.

Câu 57. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



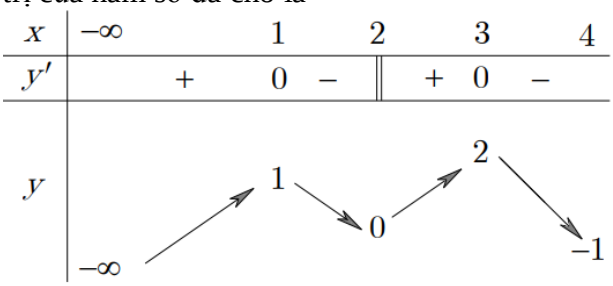
Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 58. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{m^2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[-2;-1]$ bằng 4 ?

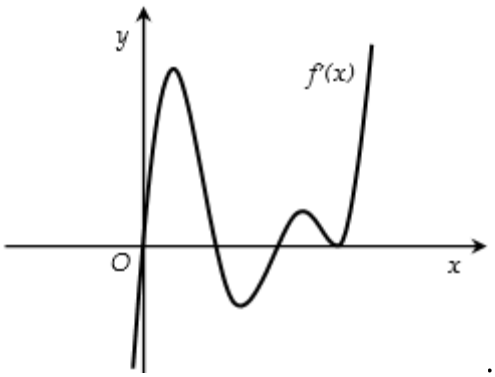
A. $m=\pm 9$. **B.** $m=\pm 3$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m=\dfrac{\pm\sqrt{26}}{2}$.

Câu 59. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 4. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 60. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 61. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số không có điểm cực trị. **B.** Hàm số có 2 điểm cực trị.

C. Hàm số có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 62. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$?

A. $m<0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m>0$.

Câu 63. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

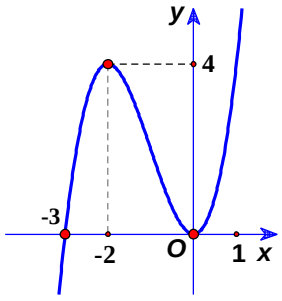
Câu 64. Hàm số $y=-x^4+2x^2+5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 65. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x},x>0$..

A. $m=4$. **B.** $m=5$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Câu 66. Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ có dạng như hình vẽ:



Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 67. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 68. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		-	0	+	0	+	0	−	

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 69. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	‖	−	0	+	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu $x=2$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 70. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		+	0	−	‖	+	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

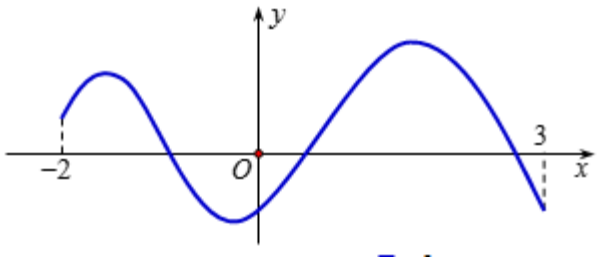
A. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

B. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.

C. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

D. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.

Câu 71. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$.



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 72. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		−	0	+	0	−	
y	$+\infty$	↘	$-\frac{1}{3}$	↗	1	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số có GTLN bằng 1, GTNN bằng $-\frac{1}{3}$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **D.** Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Câu 73. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

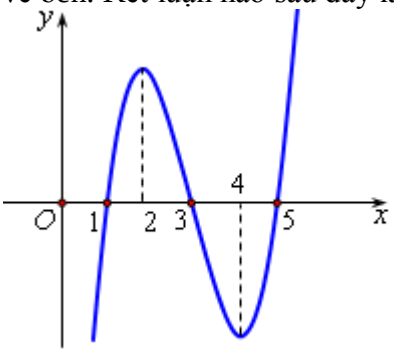
x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=3$. **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty-3)$.

C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$. **D.** $f(x)\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Câu 74. Cho hàm số $y=f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

B. Hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

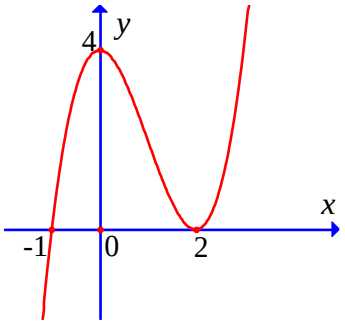
Câu 75. Hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 76. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+m}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{3}$ trên $[0;2]$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

Câu 77. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

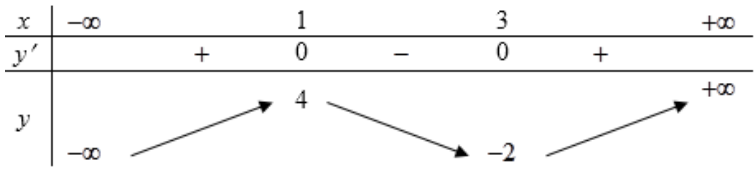
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 78. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Hàm số không có cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 79. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:

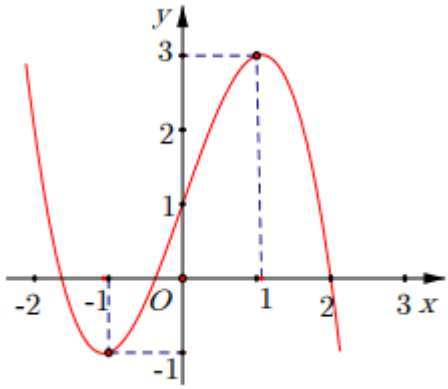


Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 80. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3.
B. 1.
C. 2.
D. 5.

Câu 81. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên dưới.



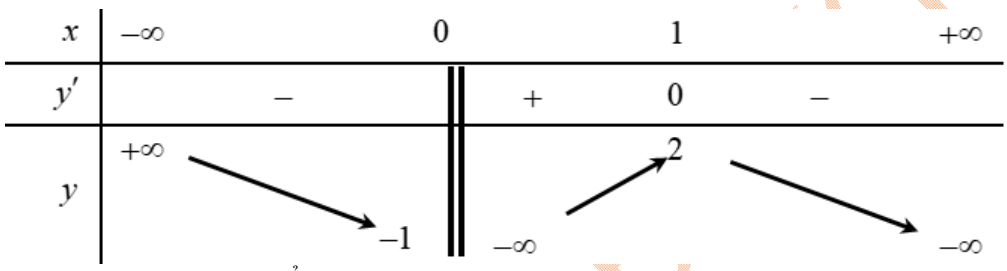
Hàm số có giá trị cực đại bằng?
A. 1.
B. 2.
C. 3.
D. −1.

Câu 82. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ của nó trên khoảng K như hình vẽ bên. Khi đó trên K, hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 83. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.



Hàm số đã cho có bao nhiêm điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 84. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m}{\sqrt{x^2+1}}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$.

C. $m=-3$. **D.** Không có giá trị m.

Câu 85. Cho 2 số thực không âm x, y thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị lớn nhất của $S=\dfrac{x}{y+1}+\dfrac{y}{x+1}$ là :

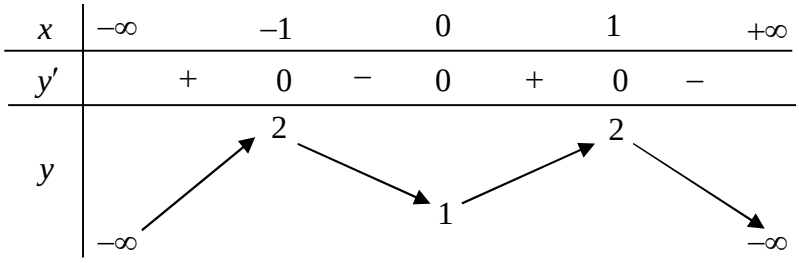
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Câu 86. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 87. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



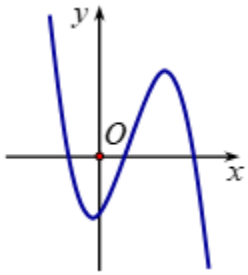
Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;2]$ tại một điểm $x_0\in(0;2)$.

A. $-1<m<1$. **B.** $m>2$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m>1$.

Câu 89. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 0

Câu 90. Tìm m để hàm số $f(x)=\dfrac{mx+5}{x-m}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7.

A. $m=5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Câu 91. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0. **B.** Hàm số có hai điểm cực tiểu.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **D.** Hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 92. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	7	$\searrow$	$-\infty$

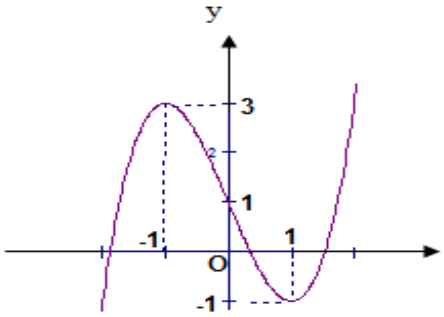
Giá trị cực tiểu y_0 của hàm số là

A. $y_0=2$. **B.** $y_0=7$. **C.** $y_0=3$. **D.** $y_0=0$.

Câu 93. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-\sqrt{2}\right)x^2(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** 4.

Câu 94. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$.
B. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;3)$.
D. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

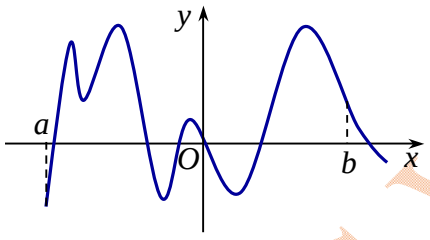
Câu 95. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Khi đó số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

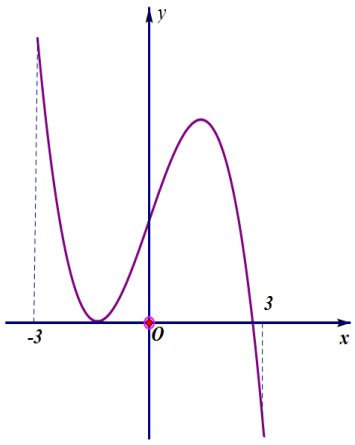
A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Câu 96. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?



A. 4 . **B.** 7 . **C.** 2 . **D.** 3 .

Câu 97. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ. Trên khoảng $(-3;3)$ hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



.

A. 1 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 4 .

Câu 98. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+\left(k^2-k+1\right)x$ trên đoạn $[-1;2]$. Khi k thay đổi trên $\mathbb{R}$, giá trị nhỏ nhất của $M-m$ bằng.

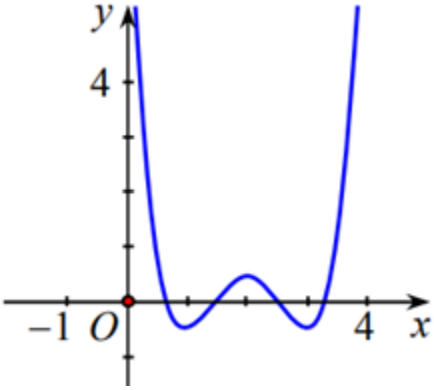
A. $\frac{37}{4}$. **B.** $\frac{33}{4}$. **C.** 12 . **D.** $\frac{45}{4}$.

Câu 99. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $[-1;1]$ và có bảng biến thiên như sau

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0

Câu 100. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$



A. 2.
B. 1
C. 3.
D. 4.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

CỰC TRỊ HÀM SỐ

DẠNG 1: LÝ THUYẾT VỀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

Câu 1. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một và cấp hai trên khoảng $(a;b)$ và $x_0\in(a;b)$. Khẳng định nào sau đây **sai** ?

A. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)\neq 0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số.

B. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số.

C. Hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $y'(x_0)=0$.

D. $y'(x_0)=0$ và $y''(x_0)=0$ thì x_0 không là điểm cực trị của hàm số.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo định lý về quy tắc tìm cực trị A, C và B đúng.

D. sai vì xét hàm số $y=x^4$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $y'(0)=0$ và $y''(0)=0$ nhưng $x_0=0$ vẫn là điểm cực tiểu của hàm số.

Câu 2. Xét $f(x)$ là một hàm số tùy ý. Trong bốn mệnh đề dưới đây có bao nhiêu mệnh đề đúng?

(I) Nếu $f(x)$ có đạo hàm tại x_0 và đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

(II) Nếu $f'(x_0)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

(III) Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x)>0$ thì $f(x)$ đạt cực đại tại điểm x_0.

(IV) Nếu $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 thì $f''(x_0)<0$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

(I) đúng.

(II) sai.

(III) sai.

(IV) sai.

Câu 3. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $\forall m<1$ thì hàm số có hai điểm cực trị. **B.** $\forall m>1$ thì hàm số có cực trị.

C. Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu. **D.** $\forall m\neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2+2mx+2m-1$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2mx+2m-1=0$.

Hàm số có cực trị (hoặc có cực đại và cực tiểu) khi và chỉ khi $\Delta'=m^2-2m+1>0$.

$\Leftrightarrow (m-1)^2>0\Leftrightarrow m\neq 1$.

Câu 4. Phát biểu nào sau đây là sai?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi x_0 là nghiệm của đạo hàm.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0.

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)>0$ thì hàm số đạt cực tiểu tại x_0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=x^3 \longrightarrow y'=x^2 \to y'=0 \Leftrightarrow x=0$

Hàm số y không đạt cực trị tại điểm $x=0$.

Câu 5. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên tập $(-1;3]$ đạt được tại x bằng.

A. ± 1. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=4x^3-4x$.

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

x	-1		0		1		3
y'	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	3	↘	2	↗	

Nhìn vào bảng biến thiên ta được hàm số đạt GTNN trên $(-1;3]$ tại $x=1$.

Câu 6. Hàm số $y=x^4+2x^2-3$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=4x^3+4x$; $y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-3	↗	

Vậy hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 7. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên khoảng $(a;b)$ chứa điểm x_0 (có thể hàm số $f(x)$ không có đạo hàm tại điểm x_0). Tìm mệnh đề **đúng**:

A. Nếu $f'(x)=0$ và $f''(x)=0$ thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

B. Nếu $f'(x)=0$ và $f''(x)\neq 0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x)=0$ thì $f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f(x)$ không có đạo hàm tại điểm x_0 thì $f(x)$ không đạt cực trị tại điểm x_0.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Dựa vào điều kiện cần và đủ hàm số có cực trị.

Câu 8. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+5$ có đồ thị là (C). Điểm cực tiểu của đồ thị (C) là

A. $M(5;0)$. **B.** $M(0;5)$. **C.** $M(2;1)$. **D.** $M(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x$ và $y''=6x-6$. Hơn nữa, $y'=3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Hơn nữa, $y''(2)>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 9.][2017] Giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^x\left(x^2-x-5\right)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng.

A. $7e^{-3}$. **B.** e^3. **C.** $-5e^3$. **D.** $2e^3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=e^x\left(x^2-x-5\right)+e^x(2x-1)=e^x\left(x^2+x-6\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow e^x\left(x^2+x-6\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\in[1;3]\\x=-3\notin[1;3]\end{array}\right.$.

Vậy $y(1)=-5e$; $y(2)=-3e^2$; $y(3)=e^3$.

Câu 10. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại x_0. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)<0$.

A. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

B. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

C. Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)<0$.

D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Nếu hàm số đạt cực tiểu tại x_0 thì $f'(x_0)<0$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0\in K$. Tìm mệnh đề ***sai*** trong các mệnh đề sau:

A. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì $f''(x_0)<0$.

B. Nếu hàm số đạt cực đại tại x_0 thì tồn tại $a<x_0$ để $f'(a)>0$.

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

D. Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Định lí 2 trang 16 SGK, Nếu $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)<0$ thì x_0 là điểm cực đại, chiều ngược lại của định lí không đúng. Ví dụ hàm số $y=-x^4$ đạt cực đại tại $x_0=0$ nhưng $f''(0)=0$.

Câu 12. Một hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm cấp một, cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số có đúng hai điểm cực trị và $x=1$ là điểm cực tiểu và $x=10$ là điểm cực đại của hàm số. Hỏi điều nào sau đây luôn đúng?

A. $f(1)<f(10)$. **B.** $f(1)>f(10)$. **C.** $f'(1)>f'(10)$. **D.** $f''(1)=f''(10)$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Vì hàm số $f(x)$ xác định, có đạo hàm cấp một và cấp hai trên $\mathbb{R}$ nên hàm số $f(x)$ và $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

Suy ra: Nếu $x=1$ là điểm cực tiểu và $x=10$ là điểm cực đại của hàm số $f(x)$ thì $f'(x)>0, \forall x\in(1;10) \Rightarrow f(1)<f(10)$.

Câu 13. Cho hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f''(x_0)>0$ hoặc $f''(x_0)<0$.

B. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì hàm số không có đạo hàm tại x_0 hoặc $f'(x_0)=0$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 thì nó không có đạo hàm tại x_0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 14. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, khi đó khẳng nào sau đây là khẳng định đúng.

A. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Max}\, f(x)$.

B. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Min}\, f(x)$.

C. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)<f(x_1)$.

D. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_0)<f(x_1)$.

Hướng dẫn giải

ChọnA

- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Max}\, f(x)$ sai vì cực đại thì chưa chắc là GTLN.
- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Min}\, f(x)$ sai vì cực tiểu thì chưa chắc là GTNN.
- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)<f(x_1)$ sai vì giá trị cực tiểu có thể lớn hơn giá trị cực đại.
- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_0)<f(x_1)$ đúng, giá trị cực tiểu sẽ nhỏ nhất trên một khoảng nào đó nên sẽ tồn tại $x_1\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_0)<f(x_1)$.

Câu 15. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp 2 trên khoảng K và $x_0\in K$. Mệnh đề nào sau đây đúng ?

A. Nếu $f''(x)=0$ thì x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$. **B.** Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f'(x_0)=0$.

C. Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f''(x_0)=0$. **D.** Nếu $f''(x)>0$ thì x_0 là điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Mệnh đề đúng là: "Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ thì $f'(x_0)=0$".

Câu 16. Phát biểu nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại x_0 khi và chỉ khi $f'(x_0)=0$

B. Nếu $f''(x_0)=0$ và $f'(x_0)=0$ thì x_0 không phải là cực trị của hàm số

C. Nếu $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0 và $f(x)$ liên tục tại x_0 thì hàm số $y=f(x)$ đạt cực trị tại điểm x_0

D. Nếu $f''(x_0)>0$ và $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực đại tại x_0

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo lý thuyết về cực trị của hàm số.

Câu 17. Cho hàm số $y=x^3-3x^2$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
B. Giá trị cực đại của hàm số bằng -4.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
D. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6x=3x(x-2)$.

Do đó $y'>0$ với mọi $x\in(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$ và $y'<0$ với mọi $x\in(0;2)$.

Câu 18. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

(I): Nếu $f'(x)>0$ trên khoảng $(x_0-h;x_0)$ và $f'(x)<0$ trên khoảng $(x_0;x_0+h)$ $(h>0)$ thì hàm số đạt cực đại tại điểm x_0.

(II): Nếu hàm số đạt cực đại tại điểm x_0 thì tồn tại các khoảng $(x_0-h;x_0)$, $(x_0;x_0+h)$ $(h>0)$ sao cho $f'(x)>0$ trên khoảng $(x_0-h;x_0)$ và $f'(x)<0$ trên khoảng $(x_0;x_0+h)$.

A. Mệnh đề (I) sai, mệnh đề (II) đúng
B. Cả (I) và (II) cùng đúng
C. Cả (I) và (II) cùng sai
D. Mệnh đề (I) đúng, mệnh đề (II) sai

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có mệnh đề (I) đúng và mệnh đề (II) sai (câu lý thuyết)

Câu 19. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $(a;b)$ và điểm $x_0\in(a;b)$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Nếu hàm số $y=f(x)$ không có đạo hàm tại điểm $x_0\in(a;b)$ thì không đạt cực trị tại điểm x_0.

B. Nếu $f'(x_0)=0$; $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại điểm x_0.

C. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại điểm x_0.

D. Nếu $f'(x_0)=0$; $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số không đạt cực trị tại điểm x_0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x_0)=0$ và $f''(x_0)\neq 0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

Câu 20. Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm tại điểm x_0. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?

A. Nếu $f'(x_0)=0$ thì hàm số đạt cực trị tại x_0.

B. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x_0)=0$.

C. Nếu hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

D. Hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f(x)$ đổi dấu khi qua x_0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo SGK: hàm số đạt cực trị tại x_0 thì $f'(x_0)=0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21. Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Mệnh đề nào sau đây là sai?

A. Đồ thị hàm số luôn có 2 điểm cực trị.
B. $\forall m>1$ thì đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.
C. $\forall m\neq 1$ thì đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.
D. $\forall m<1$ thì đồ thị hàm số có 2 điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2+2mx+2m-1$.

Để đồ thị hàm số có cực trị thì phương trình $y'=0$ phải có hai nghiệm phân biệt.

Khi đó: $\Delta'>0\Leftrightarrow m^2-2m+1>0\Leftrightarrow m\neq 1$.

Ta thấy đáp án C đúng, nên B và D cũng đúng. Vậy đáp án A sai.

DẠNG 2: NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

Câu 22. Gọi M,m lần lượt là các giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số $y=x+2\ln x$ trên $[1;e]$. Tính giá trị của $T=M+m$.

A. $T=e+\frac{2}{e}$. **B.** $T=e+3$. **C.** $T=e+1$. **D.** $T=4+\frac{2}{e}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

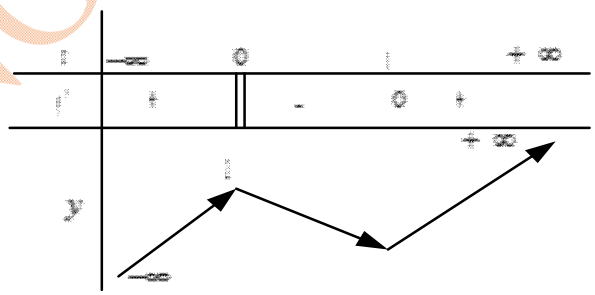
$f'(x)=1+\frac{2}{x}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\frac{x+2}{x}=0\Rightarrow x=-2\notin[1;e]$..

$f(1)=1;f(e)=e+2$. Suy ra: $\min\limits_{x\in[1;e]}f(x)=1;\max\limits_{x\in[1;e]}f(x)=e+2$..

Vậy $T=\min\limits_{x\in[1;e]}f(x)+\max\limits_{x\in[1;e]}f(x)=e+3$..

Câu 23. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1, loại

B.

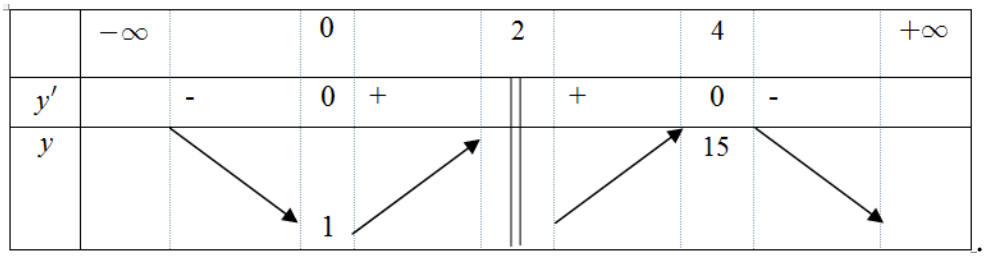
Vì $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ nên hàm số không có GTNN, GTLN trên $\mathbb{R}$, loại

C.

Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, loại

D.

Câu 24. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và có bảng biến thiên sau.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng -15.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$ và đạt cực tiểu tại điểm $x=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên nhận thấy hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

Câu 25. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

.

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-5$.

B. Hàm số có bốn điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

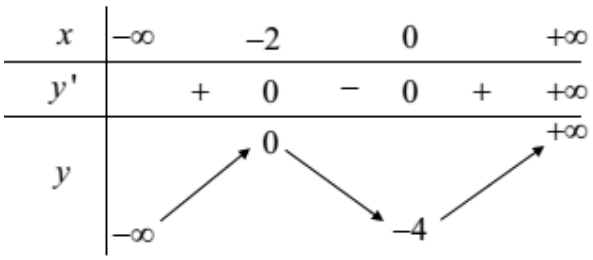
D. Hàm số không có cực đại.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta dễ thấy mệnh đề hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ đúng.

Câu 26. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau.



.

Mệnh đề nào sau đây **ĐÚNG**?

A. Hàm số có cực đại tại $x=-2$.

B. Hàm số có cực tiểu tại $x=-4$.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.

D. Hàm số có giá trị cực đại bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

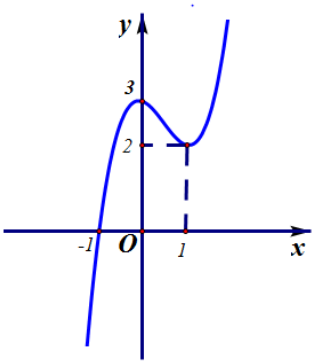
Dựa vào bảng biến thiên, ta có.

Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và giá trị cực đại bằng 0.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và giá trị cực tiểu bằng -4.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 27. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

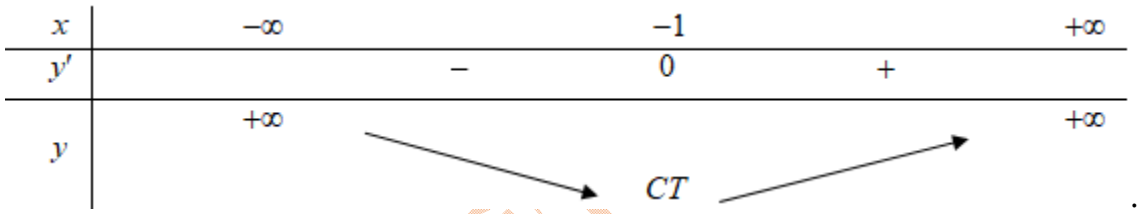


A. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.
B. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.
C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=1$.
D. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

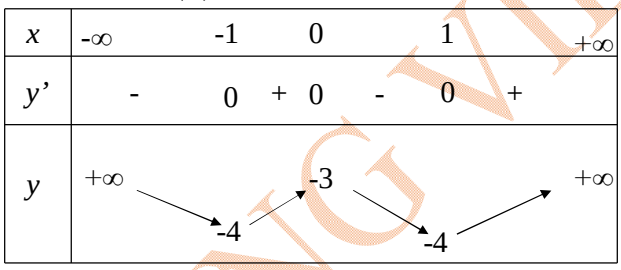
Chọn B

Từ đồ thị của hàm số $f'(x)$ ta có BBT của hàm số $y=f(x)$.



Từ BBT suy ra hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Kết luận nào sau đây là **sai**?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
B. Hàm số nghịch biến trên $(0;1)$.
C. Hàm số đồng biến trên $(-4;-3)$.
D. Hàm số có 3 điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 29. Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề **đúng ?**

A. Hàm số có 1 cực đại và 1 cực tiểu.
B. Hàm số không có cực đại, chỉ có 1 cực tiểu.
C. Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.
D. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

Hướng dẫn giải

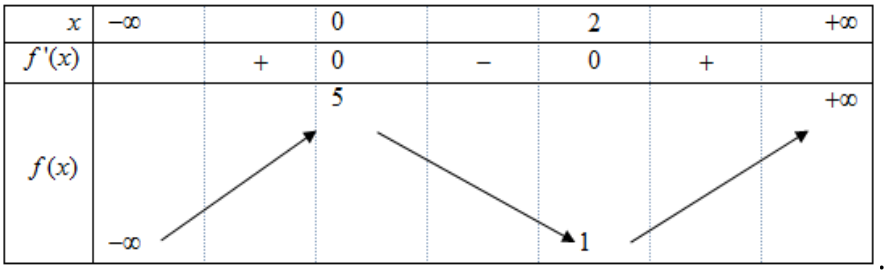
Chọn C

Có $y'=-4x^3+4x$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$$

Vì hàm số là hàm trùng phương có hệ số $a<0$ và phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số có hai cực đại và một cực tiểu.

Câu 30. Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ sau. Phát biểu nào **đúng**?

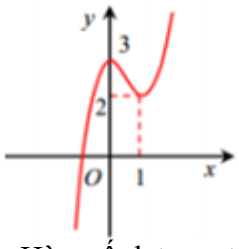


A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=5$.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2.
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 31. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây đúng ?



A. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=2$ và $x=3$.
B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=3$.
C. Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$ và $x=1$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$ và $x=1$.

Câu 32. Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2x-1$ và các mệnh đề sau đây.

I. Đồ thị hàm số có một điểm uốn.
II. Hàm số không có cực trị.
III. Điểm uốn là tâm đối xứng của đồ thị.
Mệnh đề đúng là:

A. Chỉ II và III. **B.** Chỉ I và III. **C.** Cả I, II, III. **D.** Chỉ I và II.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm bậc ba luôn có một điểm uốn và nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

$y'=3x^2-6x+2$. Phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt, suy ra hàm số có hai cực trị.

Chọn B

Câu 33. Hàm số nào sau đây không có cực trị ?

A. $y=x^4-4x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3-3x+1$.

C. $y=x^{2n}+2017x\ \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$. **D.** $y=\dfrac{2-x}{x+3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đáp án B $\rightarrow y'=3x^2-3=3(x^2-1);\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Tại $x=1;x=-1$ thì y' có đổi dấu cho nên hàm số $y=x^3-3x+1$ có cực trị $\Rightarrow$ Loại**A.**

Đáp án C $\rightarrow y'=4x^3-12x^2+3$ phương trình $y'=0$ luôn có ít nhất một nghiệm làm đổi dấu y' khi qua nghiệm đó cho nên hàm số $y=x^4-4x^3+3x+1$ có cực trị $\Rightarrow$ Loại C.

Đáp án D $\rightarrow y'=2n.x^{2n-1}+2017$ ta có $y'=0\Leftrightarrow x=x_o=\sqrt[2n-1]{\dfrac{-2017}{2n}}$ và qua thì y' đổi dấu cho nên hàm số $y=x^{2n}+2017x\ \left(n\in\mathbb{N}^*\right)$ có cực trị $\Rightarrow$ Loại D.

Còn mỗi đáp án A, ta thấy hàm số $y=\dfrac{2-x}{x+3}$ là hàm bậc nhất trên bậc nhất suy ra không có cực trị.

Chọn D.

Câu 34. Trong các khẳng định sau về hàm số $y=-\dfrac{1}{4}x^4+\dfrac{1}{2}x^2-3$, khẳng định nào là đúng?

A. Cả 3 câu trên đều đúng.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=-x^3+x, y'=0\Leftrightarrow x=0, x=\pm1$

$y''=-3x^2+1.$.

$y''(0)=1>0;\ y''(1)<0; y''(-1)<0$

Câu 35. Cho hàm số $y=x^4-2x^2$. Chọn phát biểu đúng?

A. Hàm số không đạt cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

$y''=12x^2-4$. Ta có $y''(0)=-4<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 36. Đồ thị hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị ?

A. $y=x^4+2x^2+1$.
B. $y=-x^4+4x^2+2$.
C. $y=-2x^3+3x+7$.
D. $y=x^3+2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm trùng phương luôn có cực trị $\rightarrow$Loại B,

C.

Hàm số $y=x^3+2x$ có $y'=3x^2+2>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số không có cực trị.

Câu 37. Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu?

A. $y=x^4-x^2+3$. **B.** $y=-x^4+x^2+3$. **C.** $y=x^4+x^2+3$. **D.** $y=-x^4-x^2+3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên loại **B**, **C**.

Vì đồ thị hàm số có hai điểm cực đại nên hệ số x^4 có giá trị âm, **Chọn A**.

Câu 38.[2017] Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x}$ có giá trị nhỏ nhất trên khoảng $(0;\ +\infty)$ là.

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dùng bất đẳng thức Cauchy, ta có $x+\dfrac{1}{x}\ge 2\sqrt{x.\dfrac{1}{x}}$. Đẳng thức xảy ra $x=1$.

Câu 39. Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+11$. Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Nhận điểm $x=3$ làm điểm cực tiểu. **B.** Nhận điểm $x=-1$ làm điểm cực tiểu.

C. Nhận điểm $x=3$ làm điểm cực đại. **D.** Nhận điểm $x=1$ làm điểm cực đại.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6x-9$, $y''=6x-6$.

Cho $y'=0\ \Leftrightarrow 3x^2-6x-9=0\ \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

Do $y''(-1)=-12<0$, $y''(3)=12>0\ \Rightarrow\ x=3$ là điểm cực tiểu , $x=-1$ là điểm cực đại.

Câu 40. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

B. $x_0=1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

C. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

D. $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điểm $M(0;2)$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.

Câu 41. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$ $+\infty$	-1	0	1
y'		$-$ 0 $+$	0 $-$	0 $+$
y	$+\infty$ $+\infty$ 1	$\searrow$	1 $\nearrow$	$\searrow$ 2 $\nearrow$

.

A. Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$..

B. $f(-1)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

C. $x_0=1$ được gọi là điểm cực tiểu của hàm số.

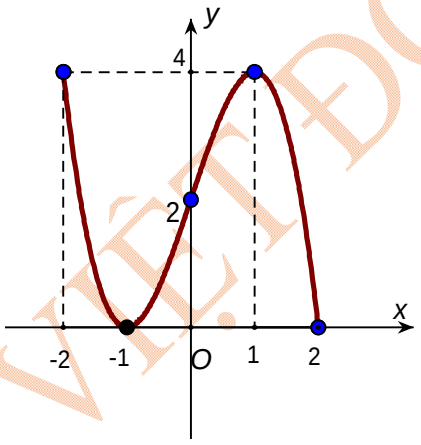
D. $M(0;2)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$M(0;2)$ được gọi là giá trị cực tiểu của **đồ thị hàm số**.

Câu 42. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$ và đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 43. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	$\|\|$ $-$	0 $+$	
y	$+\infty$	$\searrow$ 0 $\searrow$	-1 $\nearrow$	$+\infty$

.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai?**

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

D. Hàm số có đúng một cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi qua $x=0$ đạo hàm không đổi dấu nên hàm số không thể đạt cực trị tại $x=0$.
Vậy khẳng định câu C là sai.

Câu 44. Cho hàm số $y=x^4-3x^2+2$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực tiểu.
B. Hàm số có 3 điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.
D. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2.

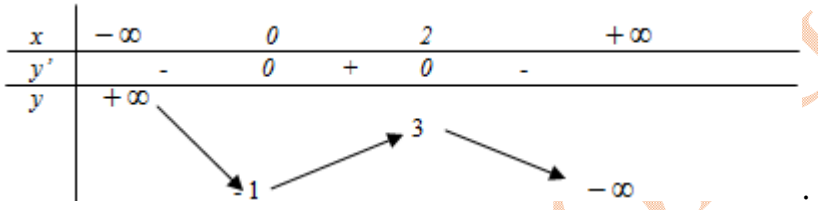
Hướng dẫn giải

Chọn C

TXD: $\mathbb{R}$. $y'=4x^3-6x=2x\left(2x^2-3\right)$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$ hoặc $x=\pm\sqrt{\frac{3}{2}}$.

Vì $x=2$ không là nghiệm của y' suy ra đáp án C sai.

Câu 45. Cho hàm số y xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau?



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 3 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0.
D. Hàm số có đúng một cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

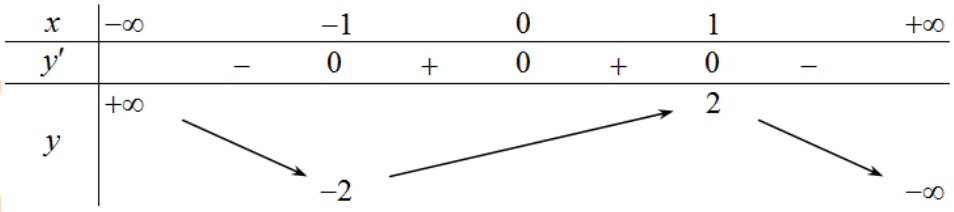
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy:

- Hàm số nghịch biến trên hai khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

- Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;2)$.

Nên hàm số đạt cực đại tại $x=2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 46. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

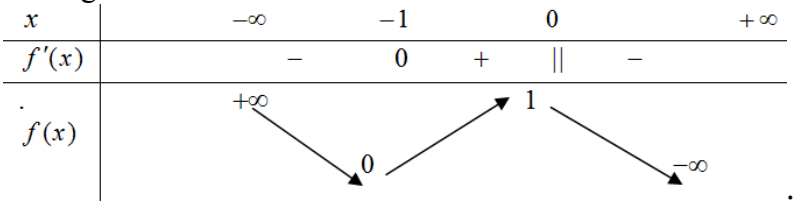
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn vào bảng biến thiên dễ thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 47. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, lên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;1)$.
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 0 và giá trị lớn nhất bằng 1.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=-1$.
D. Hàm số có đúng một cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C

DẠNG 3: ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 48. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên. Trên K, hàm số có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Trên K, hàm số có 2 cực trị.

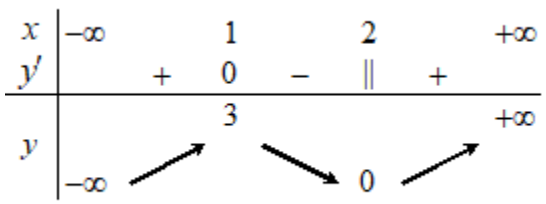
Câu 49. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Kết luận nào sau đây đúng.

A. Hàm số có ba điểm cực trị.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
C. Hàm số có hai điểm cực trị.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 50. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



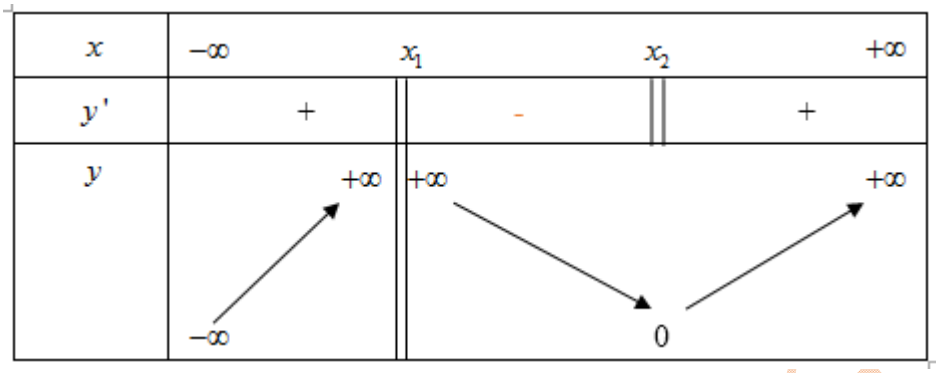
A. Hàm số đã cho có hai điểm cực trị.
B. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.
C. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.
D. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 51. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

B. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và có một điểm cực tiểu.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho không có cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số không xác định tại x_1 nên x_1 không là điểm cực trị.

Tại x_2 hàm số không có đạo hàm nhưng vẫn xác định, đồng thời đạo hàm đổi dấu khi qua x_2 nên x_2 là điểm cực tiểu.

Câu 52. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$		-2		1		5		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	‖	$-$	0	$-$	0	$+$	

Tìm số cực trị của hàm số $y=f(x)$

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

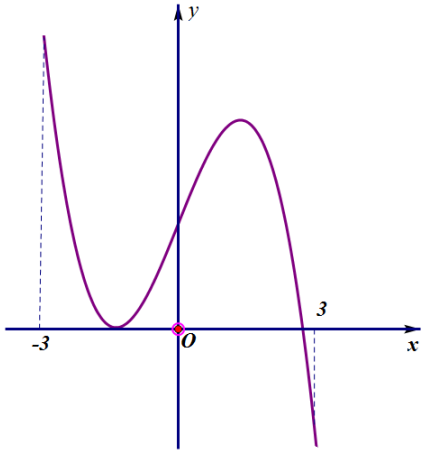
Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của $f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu 2 lần.

Vậy số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 53. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ. Trên khoảng $(-3;3)$ hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



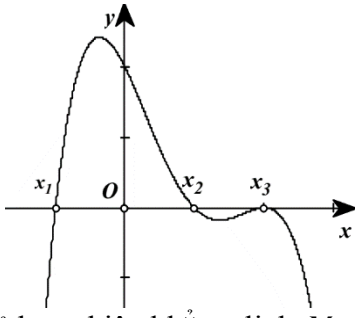
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số có 1 cực tiểu và 1 cực đại.

Câu 54. Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị trên một khoảng K như hình vẽ bên.



Trong các khẳng định sau, có tất cả bao nhiêu khẳng định **đúng** ?

(I). Trên K, hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

(II). Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại x_3.

(III). Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại x_1.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng xét dấu:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	

Như vậy: trên K, hàm số $y=f(x)$ có điểm cực tiểu là x_1 và điểm cực đại là x_2, x_3 không phải là điểm cực trị của hàm số.

Câu 55. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	1	↗	4	↘	$-\infty$

Phát biểu nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

B. Hàm số có 3 cực tiểu.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu là 0.

D. Hàm số đạt cực đại tạo $x=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta chọn đáp án**A.**

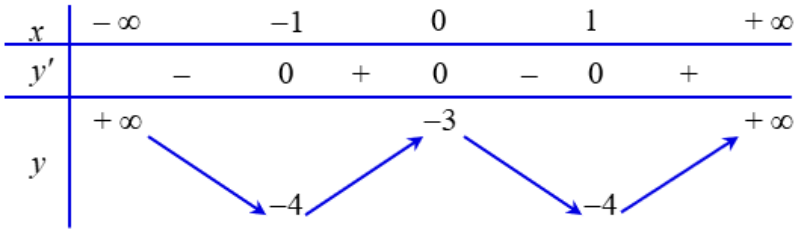
Câu 56. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-4$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-3$.

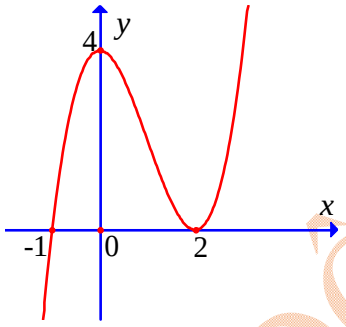


Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 57. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$. Do đó chọn **B**.

Câu 58. Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{m^2x+1}{x-1}$ trên đoạn $[-2;-1]$ bằng 4 ?

A. $m=\pm 9$.

B. $m=\pm 3$.

C. $m\in\varnothing$.

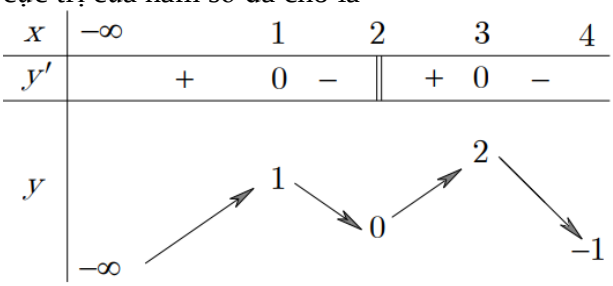
D. $m=\dfrac{\pm\sqrt{26}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có : $f'(x)=\dfrac{-m^2-1}{(x-1)^2}<0\forall x\neq 1$ hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;-1]$ nên giá trị nhỏ nhất của $f(x)=4\Leftrightarrow f(-1)=4\Leftrightarrow \dfrac{-m^2+1}{-1-1}=4\Leftrightarrow m^2=9\Leftrightarrow m=\pm 3$.

Câu 59. Cho hàm số $y=f(x)$ có tập xác định $(-\infty;4]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là



A. 4.

B. 5.

C. 3.

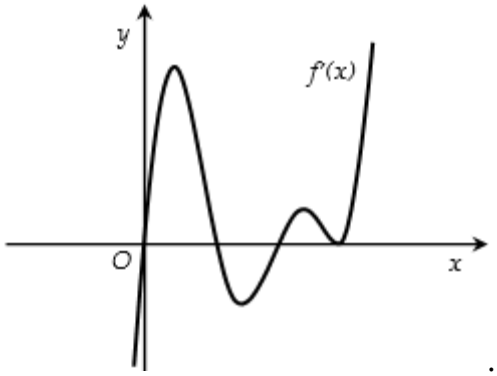
D. 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào BBT, hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 60. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?



A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo đồ thị ta có $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị nên chọn.

C.

Câu 61. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ:

Chọn khẳng định đúng?

A. Hàm số không có điểm cực trị. **B.** Hàm số có 2 điểm cực trị.

C. Hàm số có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số có 1 điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có:

Dĩ nhiên hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x_0=1$.

Tại điểm $x_0=-1$, ta có: $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=f(-1)=0$ nên hàm số $f(x)$ liên tục tại $x_0=-1$, đồng thời $f'(x)$ đổi dấu từ $(-)$ sang $(+)$ khi x qua $x_0=-1$ nên đạt cực tiểu tại điểm $x_0=-1$.

Tương tự, hàm số đã cho cũng đạt cực tiểu tại điểm $x=3$.

Vậy hàm số có 3 cực trị.

Câu 62. Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$?

A. $m<0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giải.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y'=\dfrac{m\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Vì hàm số đã cho liên tục và xác định nên ta có hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$ khi.

$y(1)>y(-2);y(1)>y(2);y(1)>y(-1)$ hay $m>0$.

Câu 63. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào BBT. Hàm số có hai cực trị $\Rightarrow A$ sai.

Hàm số có giá trị cực tiểu bằng $-1\Rightarrow B$ sai.

Hàm số không có GTNN, GTLN$\Rightarrow C$ sai.

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 64. Hàm số $y=-x^4+2x^2+5$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3+4x$; Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow-4x\left(x^2-1\right)=0\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên ta có

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	6	↘	5	↗	6	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 65. Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x},x>0$..

A. $m=4$. **B.** $m=5$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

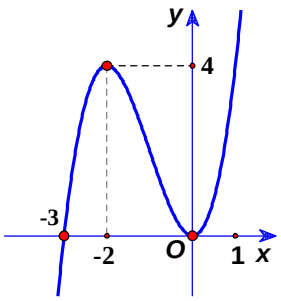
Hướng dẫn giải

Chọn D

$y=x^2+\dfrac{2}{x}=x^2+\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{x}\geq3\sqrt[3]{x^2.\dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{x}}=3$, dấu bằng đạt được khi $x^2=\dfrac{1}{x}\Leftrightarrow x=1$.

Câu 66. Biết rằng đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ có dạng như hình vẽ:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hỏi đồ thị hàm số $y=\left|x^3+3x^2\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

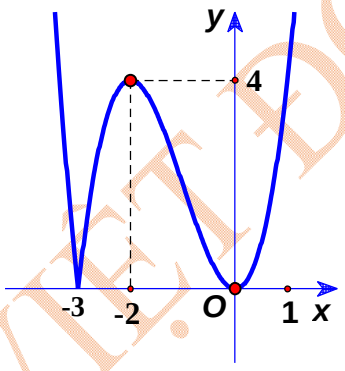
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y=\left|x^3+3x^2\right|=\begin{cases}x^3+3x^2 & \text{khi } x^3+3x^2\ge 0\Leftrightarrow x\ge -3\\ -x^3-3x^2 & \text{khi } x^3+3x^2<0\Leftrightarrow x<-3\end{cases}=\begin{cases}x^3+3x^2 & \text{khi } x\ge -3\\ -x^3-3x^2 & \text{khi } x<-3\end{cases}$.

Nên ta lấy phần đối xứng của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2$ khi $x<-3$.



Dựa vào đồ thị, ta thấy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 67. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như hình vẽ. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

x	$-\infty$		-1		0		2		4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	0	$+$	

Dựa vào bảng xét dấu $f'(x)$, ta có: hàm số $f(x)$ có 4 điểm x_0 mà tại đó $f'(x)$ đổi dấu khi x qua điểm x_0.

Vậy hàm số đã cho có 4 điểm cực trị.

Câu 68. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ với bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-3		1		2	$+\infty$
$f'(x)$		-	0	$+$	0	$+$	0	$-$

.

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là.

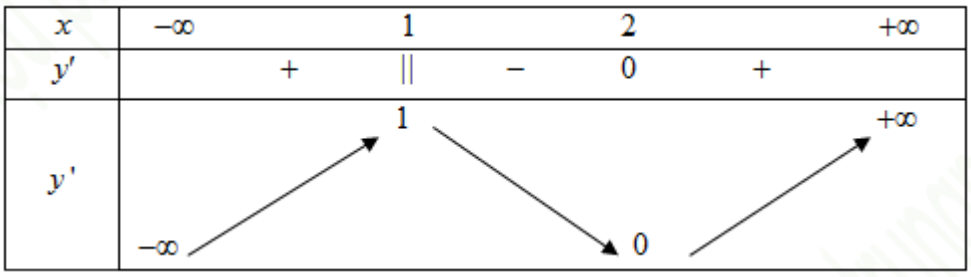
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có y' đổi dấu khi đi qua $x=-3$ và qua $x=2$ nên số điểm cực trị là 2.

Câu 69. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu $x=2$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 và giá trị nhỏ nhất bằng 0.

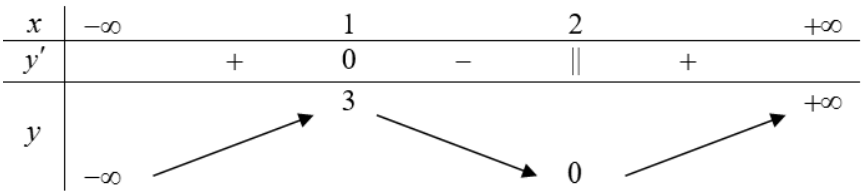
D. Hàm số có đúng một cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu $x=2$.

Câu 70. Hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đã cho không có giá trị cực tiểu.

B. Hàm số đã cho không có giá trị cực đại.

C. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

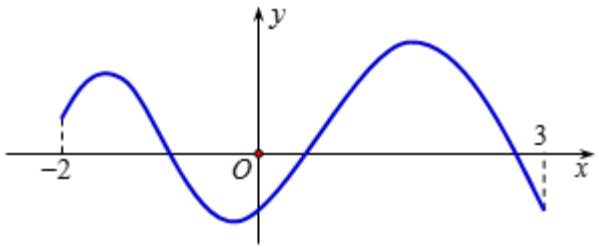
D. Hàm số đã cho có đúng một điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 71. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[-2;3]$.



A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 72. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

.

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số có GTLN bằng 1, GTNN bằng $-\frac{1}{3}$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **D.** Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CD}=3$, giá trị cực đại bằng 1 và đạt cực tiểu tại $x_{CT}=1$, giá trị cực tiểu bằng $-\frac{1}{3}$..

Câu 73. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Chọn khẳng định **sai**.

A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=3$. **B.** Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty-3)$.

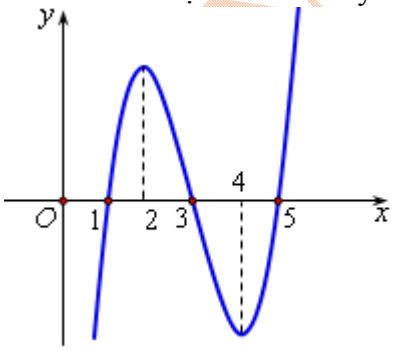
C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $(3;+\infty)$. **D.** $f(x)\ge 0$, $\forall x\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào BBT, hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$. Suy ra **A** sai.

Câu 74. Cho hàm số $y=f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

B. Hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị. Do đó loại hai phương án A và
D.
Vì trên $(-\infty;2)$ thì $f'(x)$ có thể nhận cả dầu âm và dương nên loại phương án
C.
Vì trên $(1;3)$ thì $f'(x)$ chỉ mang dấu dương nên $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 75. Hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(2x-1)^2}<0$, $\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Vì vậy hàm số không có cực trị.

Câu 76. Với giá trị nào của m thì hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+m}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{3}$ trên $[0;2]$.

A. $m=1$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-3$.

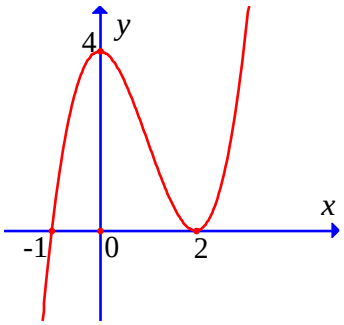
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có, $y'=\dfrac{m^2+1}{(x+m)^2}>0, \forall x\neq -m$. Suy ra, hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Để hàm số $y=\dfrac{mx-1}{x+m}$ đạt giá trị lớn nhất bằng $\dfrac{1}{3}$ trên $[0;2]$ thì.

$$\begin{cases}-m\notin[0;2]\\ y(2)=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-m\notin[0;2]\\ \dfrac{2m-1}{m+2}=\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m=1..$$

Câu 77. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$. Do đó chọn
B.

Câu 78. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

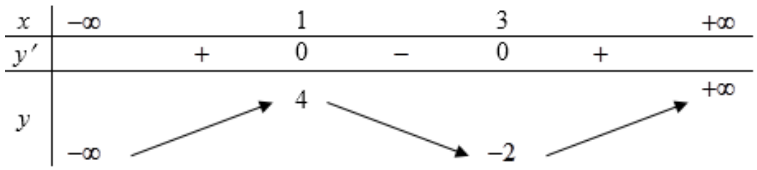
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=5$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
C. Hàm số không có cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Qua bảng biến thiên ta thấy hàm số có y' đổi dấu từ dương sang âm qua $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 79. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là đúng?
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

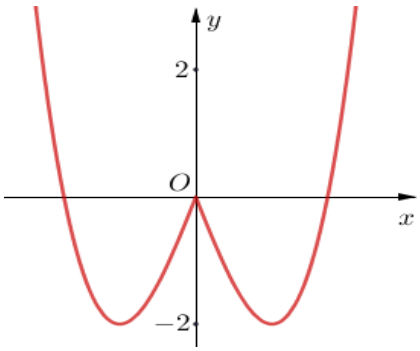
Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 80. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hình bên. Hàm số $y=f(|x|)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

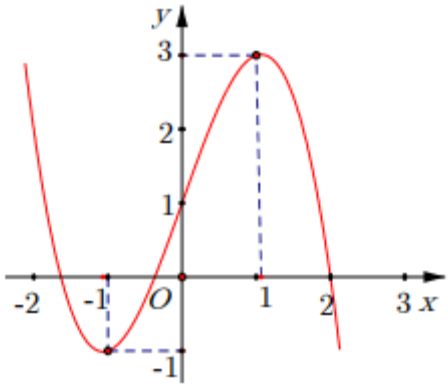
Chọn A



Giữ nguyên phần đồ thị bên phải trục Oy

Lấy đối xứng phần đồ thị nằm trên phải trục Oy qua Oy ta được đồ thị hàm $y=f\left(|x|\right)$. Vậy hàm số $y=f\left(|x|\right)$ có 3 cực trị.

Câu 81. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên dưới.



Hàm số có giá trị cực đại bằng?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đạt cực đại tại $x=1\Rightarrow$ hàm số có giá trị cực đại bằng $y\left(1\right)=3$.

Câu 82. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị $f'\left(x\right)$ của nó trên khoảng K như hình vẽ bên. Khi đó trên K, hàm số $y=f\left(x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Quan sát đồ thị $f'\left(x\right)$ ta có $f'\left(x\right)=0$ tại 3 điểm $x_1<x_2=0<x_3$. Mà $f'\left(x\right)$ chỉ đổi dấu qua x_1 nên $y=f\left(x\right)$ chỉ có một cực trị.

Câu 83. Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\left\{0\right\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 || $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Hàm số đã cho có bao nhiêm điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta thấy y' đổi dấu hai lần. Tuy nhiên tại $x=0$ thì hàm số không liên tục nên hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 84. Cho hàm số $f(x)=\dfrac{x+m}{\sqrt{x^2+1}}$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=1$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$.

C. $m=-3$. **D.** Không có giá trị m.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $y'=\dfrac{1-mx}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$.

Vì hàm số liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên để hàm số đạt GTLN tại $x=1$, điều kiện cần là $y'(1)=0\Leftrightarrow 1-m=0\Leftrightarrow m=1$.

Khi đó ta lập bảng biến thiên và hàm số đạt GTLN tại $x=1$..

Câu 85. Cho 2 số thực không âm $x,\ y$ thỏa mãn $x+y=1$. Giá trị lớn nhất của $S=\dfrac{x}{y+1}+\dfrac{y}{x+1}$ là :

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** $\dfrac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do $x+y=1\Leftrightarrow y=1-x$.

Xét $S_{(x)}=\dfrac{x}{1-x+1}+\dfrac{1-x}{x+1}=\dfrac{x}{2-x}+\dfrac{1-x}{x+1}$ với $x\in[0;1]$.

$S'=\dfrac{-1}{(2-x)^2}+\dfrac{-2}{(x+1)^2}<0$ với $x\in[0;1]$.

Suy ra $MaxS=S(0)=1$.

Câu 86. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

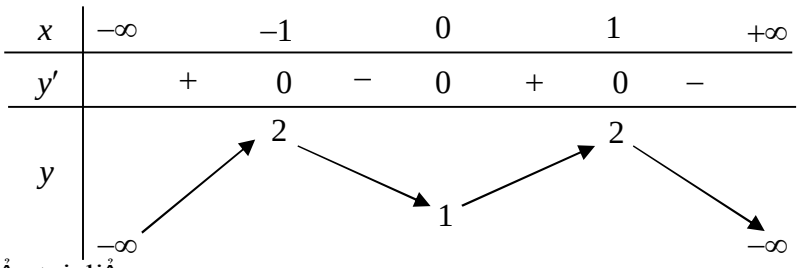
Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 87. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên ta dễ thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 88. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;2]$ tại một điểm $x_0\in(0;2)$.

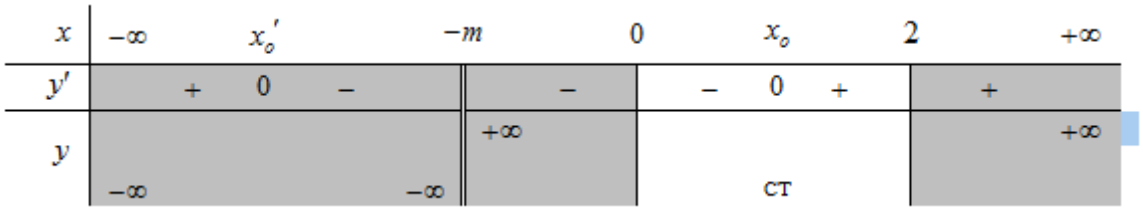
A. $-1<m<1$. **B.** $m>2$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m>1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $x\neq -m$. Ta có: $y'=\dfrac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}=\dfrac{(x+m)^2-1}{(x+m)^2}$.

Do hệ số x^2 là số dương và theo yêu cầu đề bài ta có bảng biến thiên như sau:



.

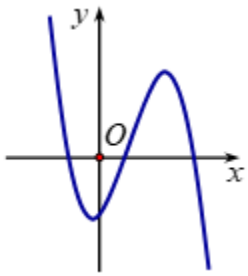
Cho $y'=0$ có nghiệm $-m-1$ và $-m+1$ nên $x_0=-m+1$.

Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 nên $0<-m+1<2\Leftrightarrow -1<m<1$.

Kết hợp điều kiện để hàm số liên tục trên $[0;2]$ thì $-m<0\Leftrightarrow m>0$.

Ta có giá trị m cần tìm là $0<m<1$.

Câu 89. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây. Hàm số đã cho có mấy điểm cực trị?



A. 2 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dễ thấy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 90. Tìm m để hàm số $f(x)=\dfrac{mx+5}{x-m}$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7.

A. $m=5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

$f'(x)=\dfrac{-m^2-5}{(x-m)}<0\forall x\in D$ nên $f(x)$ nghịch biến trên D.

Do đó $\min\limits_{[0;1]} f(x)=f(1)=-7\Leftrightarrow\dfrac{m+5}{1-m}=-7\Leftrightarrow m=2$.

Câu 91. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.

Mệnh đề nào dưới đây **sai?**

A. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.
B. Hàm số có hai điểm cực tiểu.
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
D. Hàm số có ba điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có: hàm số có giá trị cực đại bằng 3 nên D sai.

Câu 92. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	3	↗	7	↘	$-\infty$

Giá trị cực tiểu y_0 của hàm số là

A. $y_0=2$. **B.** $y_0=7$. **C.** $y_0=3$. **D.** $y_0=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 93. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=\left(x^2-\sqrt{2}\right)x^2(x+2)^3$, $\forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** $\dfrac{\pi}{4}$. **D.** 4.

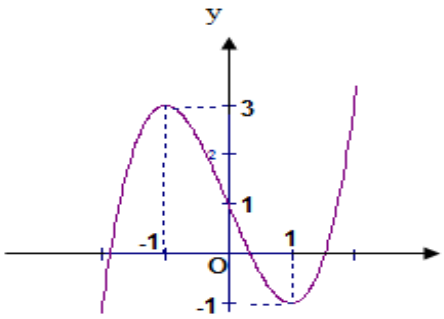
Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x)$ có 4 nghiệm phân biệt là $\pm\sqrt[4]{2}$; 0; -2.

Tuy nhiên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi đi qua các nghiệm $\pm\sqrt[4]{2}$ và -2 nên hàm số $f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 94. Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(1;-1)$. **B.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(-1;3)$. **D.** Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có: Đồ thị hàm số có điểm cực tiểu là $(1;-1)$ và điểm cực đại là $(-1;3)$.

Câu 95. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu của đạo hàm như sau.

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Khi đó số cực trị của hàm số $y=f(x)$ là

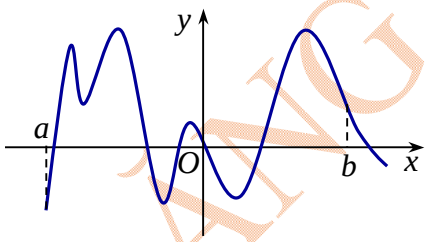
A. 1 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do hàm số xác định trên $\mathbb{R}$ và có biểu thức đạo hàm đổi dấu ba lần tại x_1; x_2; x_3 nên hàm số $y=f(x)$ có ba cực trị.

Câu 96. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Hàm số có bao nhiêu điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$?



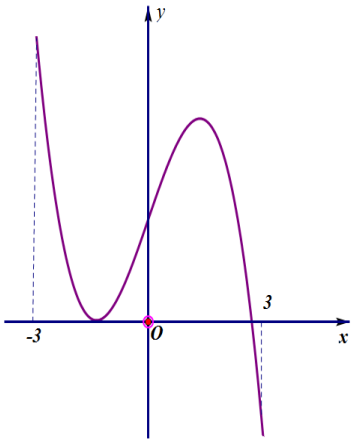
A. 4 . **B.** 7 . **C.** 2 . **D.** 3 .

Hướng dẫn giải

Chọn D

Nhìn đồ thị ta thấy hàm số có 3 điểm cực tiểu trên khoảng $(a;b)$

Câu 97. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-3;3]$ như hình vẽ. Trên khoảng $(-3;3)$ hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số có một cực tiểu và một cực đại.

Câu 98. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+\left(k^2-k+1\right)x$ trên đoạn $\left[-1;\,2\right]$. Khi k thay đổi trên $\mathbb{R}$, giá trị nhỏ nhất của $M-m$ bằng.

A. $\frac{37}{4}$. **B.** $\frac{33}{4}$. **C.** 12. **D.** $\frac{45}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2+k^2-k+1=3x^2+\left(k-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$.

Nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

$\Rightarrow M=y\left(2\right)=8+2\left(k^2-k+1\right)$

$m=y\left(-1\right)=-1-\left(k^2-k+1\right)$.

$\Rightarrow M-m=9+3\left(k^2-k+1\right)=3\left(k-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{45}{4}\geq\frac{45}{4}$.

$x_0^2+y_0^2=6^2+8^2=100$. (Không có đáp án).

Câu 99. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\left[-1;1\right]$ và có bảng biến thiên như sau

Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=1$

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1 **D.** Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0

Hướng dẫn giải

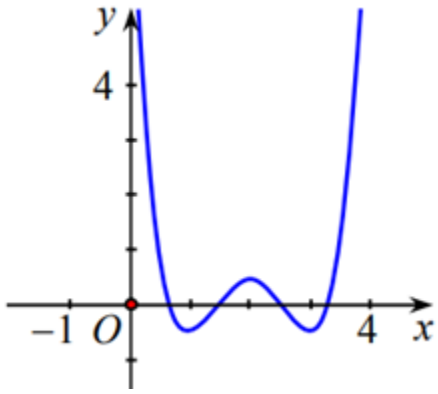
Chọn A

A sai do hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.

C, D sai do hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và giá trị cực đại $y=1$.

Câu 100. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Tìm số cực trị của hàm số $y=f\left(x\right)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. 2. **B.** 1 **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có ba điểm cực trị trong đó có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT Y, Y')

Câu 101: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x)=x^5(x-1)^2(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số f là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 102: Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+7x+2$.

C. $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Câu 103: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không có cực trị:

A. $y=-x^4+3$. **B.** $y=x^3-3x^2+3$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3+2$.

Câu 104: Số cực trị của hàm số $f(x)=x^2-2|x|+2016$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 105: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 106: Hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 107: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{9}{8}x^4+3(m-2017)x^2-2016$ có 3 cực trị.

A. $m<2017$. **B.** $m\ge 2016$. **C.** $m\le 2015$. **D.** $m\ge -2017$.

Câu 108: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x-2)(3x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 109: Hàm số $y=x^4+x^2+1$ đạt cực tiểu tại:

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=0$.

Câu 110: Số điểm cực trị của hàm số $y=(x-1)^{2017}$ là

A. 2016. **B.** 0. **C.** 2017. **D.** 1.

Câu 111: Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$ là

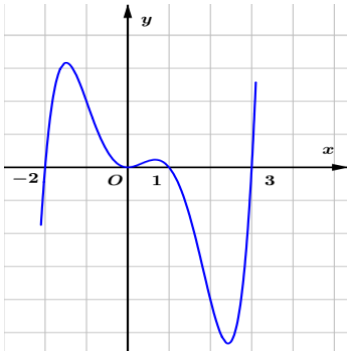
A. $x=\sqrt{2}$. **B.** $x=-2\sqrt{3}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-\sqrt{2}$.

Câu 112: Hàm số $y=x^3(1-x)^2$ có

A. Ba điểm cực trị. **B.** Một điểm cực trị.

C. Không có điểm cực trị. **D.** Hai điểm cực trị.

Câu 113: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x)=f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 114: Đồ thị hàm số nào sau đây không có điểm cực trị ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=x^3-x^2$. **B.** $y=-x^3-x$. **C.** $y=x^3+x^2-1$. **D.** $y=-x^3+x^2$.

Câu 115: Hàm số $y=x^5-2x^3+1$ có bao nhiêu cực trị

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 116: Hàm số $y=x^4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 117: Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+x+1$ có mấy điểm cực trị?.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 118: Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+1$. Hàm số có:

A. Một cực tiểu và một cực đại. **B.** Một cực đại và hai cực tiểu.
C. Một cực đại và không có cực tiểu. **D.** Một cực tiểu và hai cực đại.

Câu 119: Hàm số $y=-x^4+8x^2-7$ có bao nhiêu giá trị cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 120: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số luôn có cực trị. **B.** $\forall m\neq 1$ hàm số có cực đại, cực tiểu.
C. $\forall m<1$ hàm số có 2 điểm cực trị. **D.** $\forall m>1$ hàm số có cực trị.

Câu 121: Hàm số $y=\sqrt[3]{(x^2-2x-3)^2}+2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 122: **ỞÀÎÂ** Hàm số $y=x^3+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 123: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

A. $y=|x|$. **B.** $y=x^4$. **C.** $y=-x^3+x$. **D.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

Câu 124: Số cực trị của hàm số $y=-x^4+3x^2+3$ là.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 125: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 126: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm

$f'(x)=(x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 127: Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 128: Biết $f'(x)=x^2(9-x^2)$, số điểm cực trị của hàm $f(x)$ là.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 129: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 130: **năm 2017]** Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|(x-1)(x-2)^2\right|$ là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 131: **-[SGD VĨNH PHÚC - 2017]** Cho hàm số $y=|x|^3-mx+5$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị

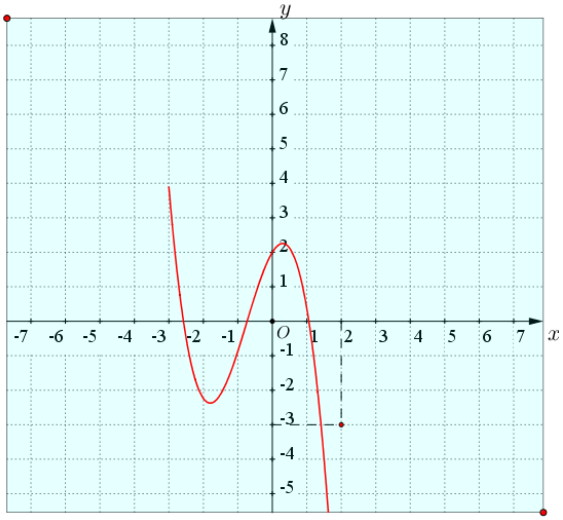
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 132: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ có 3 điểm cực trị.

C. Hàm số $y=x^3+3x-4$ có hai điểm cực trị. **D.** Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có một điểm cực trị.

Câu 133: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên:



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực trị.

Câu 134: Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-6x^2+5x-1$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 135: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 136: Tính số điểm cực trị của hàm số $y=x^4-2x^3+2x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 137: Số cực trị của hàm số $y=\sqrt[3]{x^2}-x$ là

A. Có 1 cực trị **B.** Có 2 cực trị
C. Hàm số không có cực trị **D.** Có 3 cực trị

Câu 138: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^4\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 139: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-3)^2(x+2)(\sqrt{x}-1)$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 140: Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$

A. $x=-2\sqrt{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Câu 141: Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-6x^2+5x-1$ là.

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 142: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x+2)^3$. Hàm số có mấy điểm cực trị.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 143: Tìm m để hàm số $y=mx^4+(m^2-9)x^2+1$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

A. $0<m<3$. **B.** $m<-3$. **C.** $3<m$. **D.** $-3<m<0$.

Câu 144: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11. **B.** 9. **C.** 2018. **D.** 2022.

Câu 145: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y=F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(0;\ 2018\pi)$?

A. 2019. **B.** 1. **C.** 2017. **D.** 2018.

Câu 146: Hàm số $y=x^4-2x^3+2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 147: **ĐÃÂ** Hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt cực trị tại các điểm nào sau đây ?

A. $x=0, x=1$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=0, x=2$.

Câu 148: **Â** Hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}x^2+x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 điểm. **B.** 4 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 2 điểm.

Câu 149: **- 2017]** Hàm số $y=x^4+x^2+1$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 150: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-2)(x^4-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 151: Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2-3$ là

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Câu 152: **ÀÂ** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y=-x^4-2x^2-1$. **B.** $y=2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 153: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x^2-1)\left(x-\sqrt{3}\right)^2$. Số điểm cực trị của hàm số này là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 154: Hàm số nào sau đây có đúng 1 cực trị?

A. $y=x^{\frac{4}{3}}$. **B.** $y=x-4\ln x$.

C. $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2-x$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+2}$.

Câu 155: **ỞÒÂ** Một hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số cực trị của hàm số là:

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 156: Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y=2x^4+x^2$. **B.** $y=-x^4+3x^2+1$. **C.** $y=\frac{2x-1}{x+2}$. **D.** $y=-x^2+2x$.

Câu 157: Cho hàm số $y=|x|^3-mx+5,\ (m>0)$ với m là tham số. Hỏi hàm số trên có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 158: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{2-x}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 159: Trong các hàm số sau, hàm số nào có cực trị?

A. $y=\frac{x+2}{x-3}$. **B.** $y=|3x-1|$. **C.** $y=\log_\pi x$. **D.** $y=e^x$.

Câu 160: Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 161: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị.

A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=x^4+2x^2-1$. **C.** $y=2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

Câu 162: Hàm số $y=f(x)$ có đúng ba cực trị là -2, -1 và 0. Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 163: **ẼÃÂ** Cho hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2+1$. Tìm khẳng định đúng.

A. Hàm số có một cực đại và hai cực tiểu. **B.** Hàm số có một cực tiểu và hai cực đại.
C. Hàm số có một cực tiểu và không có cực đại. **D.** Hàm số có một cực trị.

Câu 164: Đồ thị của hàm số $y=\left|x^4-8x^3+22x^2-24x+6\sqrt{2}\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 165: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^4\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 166: - 2017] Hàm số nào sau đây không có cực đại và cực tiểu:

A. $y=-2x^3+x$. **B.** $y=-2x^3-x$. **C.** $y=2x^3-x$. **D.** $y=2x^3-2x$.

Câu 167: Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4+100$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 168: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số f là.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 169: Số điểm cực trị của hàm số $y=(x+2)^3(x-4)^4$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 170: Cho hàm số $y=-x^4+2017x^2-2018$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 171: **Ê** Hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ có bao nhiêu điểm cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 172: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng **?**

A. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.
B. Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.
C. Hàm số không có cực đại , chỉ có 1 cực tiểu.
D. Hàm số có 1 cực đại và 1 cực tiểu .

Câu 173: Cho hàm số $y=\sqrt{2}x^4-\dfrac{1}{\sqrt{3}}x^2+3$. Số điểm cực trị của hàm số là.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 174: Hàm số $y=x^4+3x^2-4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 175: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

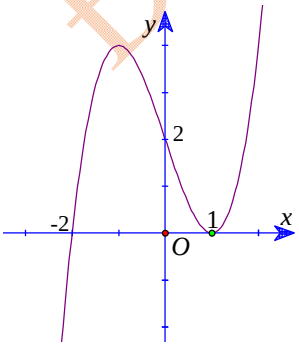
Câu 176: Hàm số $y=x^4-2x^2+2017$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 177: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-3x)(x^2-9)(x^2+4x+3)$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 178: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-3)$.



A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 179: Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$ là

A. $x=-2\sqrt{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 180: **ÀỐÊ** Hàm số $y=x^4+x^2+1$ có bao nhiêu cực trị.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 181: Hỏi trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây, hàm số nào **không có** cực trị?

A. $y=x^4-x^2+1$. **B.** $y=-x^4-1$. **C.** $y=x^3+x^2-5x$. **D.** $y=x^3$.

Câu 182: Cho các hàm số $f(x)=x^2-4|x|+2016$ và $g(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-x+2016$. Hãy chỉ ra các hàm số có ba cực trị.

A. Cả hai hàm số. **B.** Chỉ duy nhất hàm số $g(x)$.

C. Không có hàm số nào. **D.** Chỉ duy nhất hàm số $f(x)$.

Câu 183: Đồ thị hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị ?

A. $y=x^3+2x$. **B.** $y=x^4+2x^2+1$.

C. $y=-x^4+4x^2+2$. **D.** $y=-2x^3+3x+7$.

Câu 184: **Số điểm cực trị của hàm số** $y=\frac{1}{x}$ **là**

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 185: Số điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{4}x^5-2x^3+6$ là.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 186: Cho hàm số $y=x^3-bx^2-cx+2016$ với $b,c\in\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in\mathbb{R}$. **B.** Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in(-\infty;0)$.

C. Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in(0;+\infty)$. **D.** Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in\mathbb{Z}$.

Câu 187: Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu ?

A. $y=-x^4-x^2+3$. **B.** $y=-x^4+x^2+3$. **C.** $y=x^4+x^2+3$. **D.** $y=x^4-x^2+3$.

Câu 188: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x+2)^3$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 189: Hàm số $y=-x^4+4$ có điểm cực đại là

A. $-\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** 4 **D.** 0

Câu 190: Hàm số nào sau đây có 2 cực đại

A. $y=-\frac{1}{2}x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$.

C. $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2-3$. **D.** $y=2x^4+2x^2-3$.

Câu 191: Đồ thị hàm số $y=\left|(x-1)^3(x+1)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

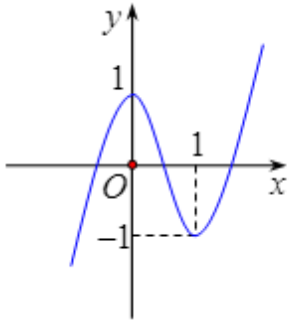
Câu 192: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 193: Biết rằng hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 3 cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 1 cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 5 cực trị..

D. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 2 cực trị.

Câu 194: Hàm số $y=-x^4-3x^2+1$ có:

A. Một cực đại duy nhất. **B.** Một cực tiểu duy nhất.

C. Một cực đại và hai cực tiểu. **D.** Một cực tiểu và hai cực đại.

Câu 195: Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị

A. $y=x^3-3x^2+3x-5$. **B.** $y=2x^4-4x^2+1$.

C. $y=x^3-6x^2+9x-5$. **D.** $y=-x^4-3x^2+4$.

Câu 196: Cho các hàm số $f(x)=x^2-4|x|+2016$ và $g(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-x+2016$. Hãy chỉ ra các hàm số có ba cực trị. *(trùng câu 945)*

A. Cả hai hàm số. **B.** Chỉ duy nhất hàm số $g(x)$.

C. Không có hàm số nào. **D.** Chỉ duy nhất hàm số $f(x)$.

Câu 197: Đồ thi hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y=x^4+2x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$. **C.** $y=2x^3+4x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 198: Hàm số $y=4x^4+3x^2-5$ có mấy điểm cực trị?

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

Câu 199: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=-x^3+3x^2-5x+2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. (C) không có điểm cực trị. **B.** (C) có hai điểm cực trị.

C. (C) có ba điểm cực trị. **D.** (C) có một điểm cực trị.

Câu 200: Tìm m để hàm số $y=mx^4+2(m-1)x^2+2$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>2$. **D.** $1<m<2$.

Câu 201: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^3(x+1)^2(2-x)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 202: Hàm số nào sau đây *không* có điểm cực tiểu?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=x^3+x^2-x+3$.

C. $y=-x^4+x$. **D.** $y=|x-1|$.

Câu 203: Số điểm cực trị của hàm số $y=(x-1)^{2017}$ là

A. 2016. **B.** 0. **C.** 2017. **D.** 1.

Câu 204: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=x^3+3x-4$ có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có ba điểm cực trị.

C. Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ có ba điểm cực trị. **D.** Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có một điểm cực trị.

Câu 205: Cho hàm số $f(x)=(m^{2018}+1)x^4+(-2m^{2018}-2^{2018}m^2-3)x^2+m^{2018}+2018$, với m là tham số. Số cực trị của hàm số $y=|f(x)-2017|$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 206: Cho hàm số $y=|x|^3-mx+5$ $(m>0)$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 207: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+8}{x-2}$. Số điểm cực trị của hàm số là :

A. 1. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 0.

Câu 208: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y=2x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: ĐẾM SỐ ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT Y, Y')

Câu 101: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x)=x^5(x-1)^2(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số f là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 102: Hàm số nào sau đây có ba điểm cực trị?

A. $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{3}x^3-3x^2+7x+2$.

C. $y=-x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4-2x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số có ba cực trị nên ta loại đáp án **A** và **D**

Xét đáp án **C**

$y'=-4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow -4x^3-4x=0\Leftrightarrow x=0$

Đạo hàm có một nghiệm đơn nên đổi dấu một lần qua nghiệm $x=0$ nên hàm số có 1 cực trị.

Loại đáp án **C**

Câu 103: Trong các hàm số sau đây, hàm số nào không có cực trị:

A. $y=-x^4+3$. **B.** $y=x^3-3x^2+3$. **C.** $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=x^3+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 104: Số cực trị của hàm số $f(x)=x^2-2|x|+2016$ là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên R. Ta có:

$f(x)=\begin{cases}x^2-2x+2016, & x\ge 0\\ x^2+2x+2016, & x<0\end{cases}$. Suy ra $f'(x)=\begin{cases}2x-2 & x>0\\ 2x+2 & x<0\end{cases}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=1; x=-1$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	2015	↗	2016	↘	2015	↗	

Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$, và đạt cực tiểu tại các điểm $x=-1$ và $x=1$.

Câu 105: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+2$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=-4x^3+4x$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-1. \\ x=1 \end{array}\right.$

Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	

Vậy đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 106: Hàm số $y=\dfrac{2x-5}{x+1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$. Đạo hàm: $y'=\dfrac{7}{(x+1)^2}>0,\ \forall x\in D$.

Hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định nên đồ thị không có điểm cực trị nào.

Câu 107: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=\dfrac{9}{8}x^4+3(m-2017)x^2-2016$ có 3 cực trị.

A. $m<2017$. **B.** $m\geq 2016$. **C.** $m\leq 2015$. **D.** $m\geq -2017$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$D=\mathbb{R}$, $y'=\dfrac{9}{2}x^3+6(m-2017)x=3x\left(\dfrac{3}{2}x^2+2(m-2017)\right)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{4}{3}(2017-m),(*) \end{array}\right.$.

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow$ y' có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ PT(*) có 2 nghiệm phân biệt

$x\neq 0 \Leftrightarrow 2017-m>0 \Leftrightarrow m<2017$.

Câu 108: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2(x-2)(3x-1)$. Số điểm cực trị của hàm số là:

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 109: Hàm số $y=x^4+x^2+1$ đạt cực tiểu tại:

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=4x^3+2x^2$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Tại $x=0$, y' đổi dấu từ âm sang dương nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 110: Số điểm cực trị của hàm số $y=(x-1)^{2017}$ là

A. 2016. **B.** 0. **C.** 2017. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=2017(x-1)^{2016}\geq 0,\forall x$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 111: Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$ là

A. $x=\sqrt{2}$. **B.** $x=-2\sqrt{3}$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Tập xác định của hàm số là $D=[-2;2]$.

$y'=\sqrt{4-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\dfrac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$. Ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-2		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		2
y'	||	$-$	0	$+$	0	$-$	||
y	0	↘		↗		↘	0

Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x=-\sqrt{2}$.

Câu 112: Hàm số $y=x^3(1-x)^2$ có

A. Ba điểm cực trị. **B.** Một điểm cực trị.

C. Không có điểm cực trị. **D.** Hai điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

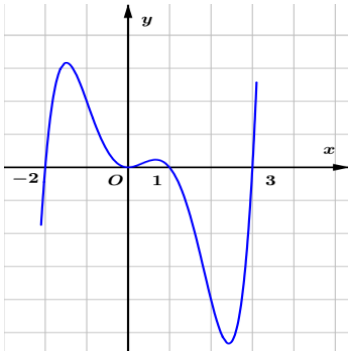
Chọn D

Ta có : $y=x^3(1-x)^2\Rightarrow y'=3x^2(1-x)^2-2x^3(1-x)=x^2(1-x)(3-5x)$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2(1-x)(3-5x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\1-x=0\\3-5x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (\text{nghiem kep})\\x=1\\x=\dfrac{3}{5}\end{array}\right.$.

Vậy hàm số có hai cực trị.

Câu 113: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Hàm số $g(x)=f(x^2)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ đồ thị $y=f'(x)$ ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\\x=1\\x=3\end{array}\right.$;

$f'(x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x>3 \\ -2<x<1 \end{array}\right.$; $f'(x)<0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x<-2 \\ 1<x<3 \end{array}\right.$.

Ta có $g'(x)=2xf'(x^2)$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ f'(x^2)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=1 \\ x^2=3 \\ x^2=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Ta có $f'(x^2)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<x^2<1 \\ x^2>3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \left\{\begin{array}{l} -1<x<1 \\ x\neq 0 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x>\sqrt{3} \\ x<-\sqrt{3} \end{array}\right. \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{3}$		-1		0		1		$\sqrt{3}$		$+\infty$
$2x$		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'(x^2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số $g(x)=f(x^2)$ có 5 điểm cực trị.

Câu 114: Đồ thị hàm số nào sau đây không có điểm cực trị ?

A. $y=x^3-x^2$. **B.** $y=-x^3-x$. **C.** $y=x^3+x^2-1$. **D.** $y=-x^3+x^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=x^3-x^2$ có $y'=3x^2-2x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{2}{3} \\ x=0 \end{array}\right. \Rightarrow y'$ đổi dấu $\Rightarrow$ Hàm số có cực trị.

$y=-x^3+x^2$ có $y'=-3x^2+2x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\dfrac{2}{3} \end{array}\right. \Rightarrow y'$ đổi dấu $\Rightarrow$ Hàm số có cực trị.

$y=-x^3-x$ có $y'=-3x^2-1$, $y'=0$ vô nghiệm. Vậy hàm số không có cực trị.

$y=x^3+x^2-1$ có $y'=3x^2+2x$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{2}{3} \end{array}\right. \Rightarrow y'$ đổi dấu $\Rightarrow$ Hàm số có cực trị.

Câu 115: Hàm số $y=x^5-2x^3+1$ có bao nhiêu cực trị

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 116: Hàm số $y=x^4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y' = 4x^3 = 0 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow y = 0$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		-	0	+	
y		↘	0	↗	

nên hàm số có 1 điểm cực trị. Ta chọn **B**.

Câu 117: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + x + 1$ có mấy điểm cực trị?.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số không có cực trị.

Câu 118: Cho hàm số $y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2 + 1$. Hàm số có:

A. Một cực tiểu và một cực đại. **B.** Một cực đại và hai cực tiểu.
C. Một cực đại và không có cực tiểu. **D.** Một cực tiểu và hai cực đại.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 119: Hàm số $y = -x^4 + 8x^2 - 7$ có bao nhiêu giá trị cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y' = -4x^3 + 16x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0, y = -7 \\ x = \pm 2, y = 9 \end{array}\right.$.

Hàm số đạt cực đại bằng 9 tại điểm $x = \pm 2$, hàm số đạt cực tiểu bằng -7 tại điểm $x = 0$.

Suy ra hàm số có hai giá trị cực trị là $y_{CD} = 9, y_{CT} = -7$.

Câu 120: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + mx^2 + (2m-1)x - 1$. Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số luôn có cực trị. **B.** $\forall m \neq 1$ hàm số có cực đại, cực tiểu.
C. $\forall m < 1$ hàm số có 2 điểm cực trị. **D.** $\forall m > 1$ hàm số có cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' = x^2 + 2mx + 2m - 1$.

Xét $\Delta' = m^2 - 2m + 1$.

Hàm số có cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m \neq 1$.

Câu 121: Hàm số $y = \sqrt[3]{(x^2 - 2x - 3)^2} + 2$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn B

Tập xác định $\mathbb{R}$

$y' = \frac{2}{3}\frac{2x-2}{\sqrt[3]{(x^2-2x-3)}}$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ và y' không xác định tại $x = -1;\ x = 3$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		3		$+\infty$
y'		-	‖	+	0	-	‖	+	
y		↘		↗		↘		↗	

Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 122: **ỞÀÎÂ** Hàm số $y = x^3 + 1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^2 \geq 0, \forall x \in \mathbb{R}..$

Do đó hàm số $f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}..$

Suy ra hàm số không có điểm cực trị.

Câu 123: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

A. $y = |x|$. **B.** $y = x^4$. **C.** $y = -x^3 + x$. **D.** $y = \frac{2x-1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ ta có $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$ với $x \neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 124: Số cực trị của hàm số $y = -x^4 + 3x^2 + 3$ là.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y' = -4x^3 + 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow -4x^3 + 6x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{\frac{3}{2}} \end{array}\right.$.

Qua 3 nghiệm đạo hàm đổi dấu, suy ra hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 125: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ là đường cong ở hình bên. Hỏi hàm số $y = f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị $y = f'(x)$ ta thấy phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm nhưng giá trị $f'(x)$ chỉ đổi dấu 3 lần.

Vậy hàm số $y = f(x)$ có 3 điểm cực trị.

Câu 126: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x+1)^2(x-2)^3(2x+3)$. Tìm số điểm cực trị của $f(x)$.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$ (bội lẻ), $x = -\frac{2}{3}$ (bội lẻ), $x = -1$ (bội chẵn) nên hàm số có 2 điểm cực trị là $x = 2$, $x = -\frac{2}{3}$.

Câu 127: Hàm số $y = \frac{2x-1}{x-1}$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{-1}{(x-1)^2} < 0, \forall x \in D$.

Do đó hàm số luôn nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị.

Câu 128: Biết $f'(x) = x^2(9-x^2)$, số điểm cực trị của hàm $f(x)$ là.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(9-x^2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -3.. \\ x = 3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựa vào bảng trên suy ra số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là 2.

Câu 129: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng xét dấu $f'(x)$ như sau

Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số $y=f(x)$ có 2 điểm cực trị.

Câu 130: năm 2017] Số điểm cực trị của hàm số $y=\left|(x-1)(x-2)^2\right|$ là:

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $y=(x-1)(x-2)^2=x^3-5x^2+8x-4$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-10x+8$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-10x+8=0\Leftrightarrow x=2$ hoặc $x=\frac{4}{3}$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$\frac{4}{27}$	↘	0	↗	$+\infty$

Từ BBT của $y=(x-1)(x-2)^2$ suy ra BBT của $y=\left|(x-1)(x-2)^2\right|$:

x	$-\infty$		1		$\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	$\frac{4}{27}$	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 131: -[SGD VĨNH PHÚC - 2017] Cho hàm số $y=|x|^3-mx+5$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y=\sqrt{x^6}-mx+5$

Suy ra: $y'=\dfrac{3x^5}{|x|^3}-m=\dfrac{3x^5-m|x|^3}{|x|^3}$ và hàm số không có đạo hàm tại $x=0$.

TH1: $m=0$. Ta có: $y'=\dfrac{5x^5}{|x|^3}=0$ vô nghiệm và hàm số không có đạo hàm tại $x=0$.

Do đó hàm số có đúng một cực trị.

TH2: $m>0$. Ta có: $y'=0\Leftrightarrow 3x^5=m|x|^3\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\3x^5=mx^3\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{\dfrac{m}{3}}$

Bảng biến thiên

Do đó hàm số có đúng một cực trị.

TH3: $m<0$. Ta có: $y'=0\Leftrightarrow 3x^5=m|x|^3\Leftrightarrow\begin{cases}x<0\\3x^5=-mx^3\end{cases}\Leftrightarrow x=-\sqrt{-\dfrac{m}{3}}$

Do đó hàm số có đúng một cực trị.

Vậy trong mọi trường hợp hàm số có đúng một cực trị với mọi tham số m

Chú ý: Thay vì trường hợp 2 ta xét $m>0$, ta có thể chọn m là một số dương (như $m=3$) để làm. Tương tự ở trường hợp 3, ta chọn $m=-3$ để làm sẽ cho **Hướng dẫn giải** nhanh hơn.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

[2D1-4.5 -2] [SGD VĨNH PHÚC-2017] Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2017}{|x|+1}$ (1). Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số (1) không có tiệm cận ngang và có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số (1) có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-2, y=2$ và không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số (1) có đúng một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ và không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số (1) không có tiệm cận ngang và có đúng hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=-1, x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{2x+2017}{|x|+1}$ (1) có tập xác định là $\mathbb{R}$, nên đồ thị không có tiệm cận đứng

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+2017}{|x|+1}=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+2017}{|x|+1}=-2$, nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-2, y=2$.

Câu 132: Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có ba điểm cực trị. **B.** Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ có 3 điểm cực trị.

C. Hàm số $y=x^3+3x-4$ có hai điểm cực trị. **D.** Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có một điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

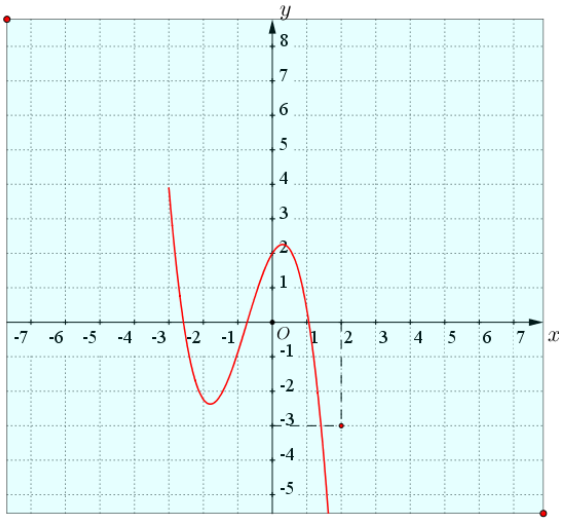
+ Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}>0, \forall x\neq -2$ nên hàm số không có cực trị nào.

+ Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có $y'=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right)$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số có 3 cực trị. (khẳng định đúng)

+ Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$, $y'=-4x^3-4x=-4x\left(x^2+1\right)$ có 1 nghiệm nên hàm số có 1 cực trị.

+ Hàm số $y=x^3+3x-4$ có $y'=3x^2+3>0$ nên hàm số không có cực trị nào

Câu 133: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên:



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có $f'(x)$ cắt trục hoành tại ba điểm và đổi dấu 3 lần

Suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị.

Câu 134: Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-6x^2+5x-1$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

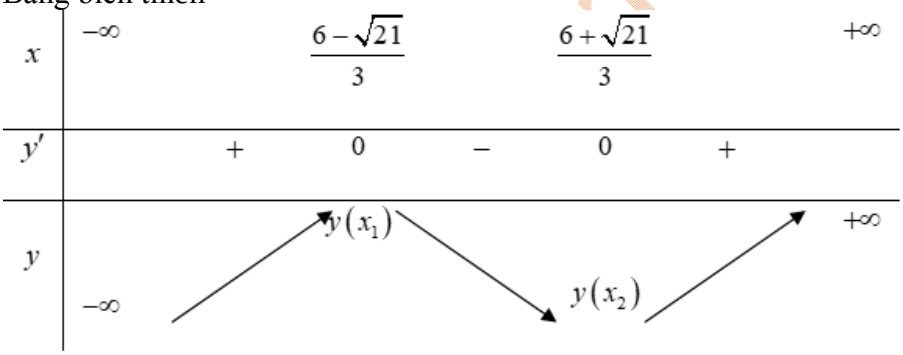
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2-12x+5$.

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\dfrac{6-\sqrt{21}}{3}\\ x_2=\dfrac{6+\sqrt{21}}{3}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên



Vậy hàm số có hai cực trị

Câu 135: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-3)(x^4-1)$ trên $\mathbb{R}$. Tính số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-3)(x^4-1)=0$

$\Leftrightarrow(x-1)(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x^2-1)(x^2+1)=0$

$$\Leftrightarrow(x-1)^2(x+\sqrt{3})(x-\sqrt{3})(x+1)(x^2+1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=\pm\sqrt{3}\\ x=-1\end{array}\right.$$

Dễ thấy $x=1$ là nghiệm kép nên khi qua $x=1$ thì $f'(x)$ không đổi dấu, các nghiệm còn lại $x=\pm\sqrt{3}$, $x=-1$ là các nghiệm đơn nên qua các nghiệm đó $f'(x)$ có sự đổi dấu. Vậy hàm số $y=f(x)$ có 3 cực trị.

Câu 136: Tính số điểm cực trị của hàm số $y = x^4 - 2x^3 + 2x$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 6x^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -\dfrac{1}{2} \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Mà $y'' = 12x^2 - 12x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Suy ra $x = 1$ là nghiệm kép của phương trình $y' = 0$.

Vậy hàm số đã cho chỉ có một điểm cực trị.

Câu 137: Số cực trị của hàm số $y = \sqrt[3]{x^2} - x$ là

A. Có 1 cực trị **B.** Có 2 cực trị

C. Hàm số không có cực trị **D.** Có 3 cực trị

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{2}{3}x^{-\frac{1}{3}} - 1 = \dfrac{2}{3\sqrt[3]{x}} - 1$; $y' = 0 \Rightarrow x = \dfrac{8}{27}$;

Lập bảng biến thiên suy ra hàm số có một cực trị.

Câu 138: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 \ \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là.

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x) = x(x+1)^2(x-2)^4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$			$f(0)$	$\nearrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số $f(x)$ có 1 điểm cực trị.

Câu 139: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-3)^2(x+2)\left(\sqrt{x} - 1\right)$. Hỏi hàm số đã cho có bao nhiêu cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $x \geq 0$.

$f'(x)$ chỉ đổi dấu qua nghiệm $x = 1$. Vậy số cực trị của $y = f(x)$ là 1.

Câu 140: Điểm cực tiểu của hàm số $y = x\sqrt{4 - x^2}$

A. $x=-2\sqrt{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=\sqrt{4-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}=\dfrac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

x	-2		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		2
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↘		↗		↘	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra điểm cực tiểu của hàm số là $x=-\sqrt{2}$.

Câu 141: Số điểm cực trị của hàm số $y=x^3-6x^2+5x-1$ là.

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-12x+5$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\dfrac{6-\sqrt{21}}{3}\\ x_2=\dfrac{6+\sqrt{21}}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$\dfrac{6-\sqrt{21}}{3}$		$\dfrac{6+\sqrt{21}}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$y(x_1)$	↘	$y(x_2)$	↗	$+\infty$

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 142: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x+2)^3$. Hàm số có mấy điểm cực trị.

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$f'(x)=x(x+1)^2(x+2)^3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-1\\ x=-2\end{array}\right.$.

Ta có $x=0$ và $x=-2$ là nghiệm bội lẻ nên qua đó $f'(x)$ đổi dấu.

$\Rightarrow x=0$ và $x=-2$ là cực trị.

$x=-1$ là nghiệm bội chẵn nên qua đó $f'(x)$ không đổi dấu.

$\Rightarrow x=-1$ không là cực trị.

Câu 143: Tìm m để hàm số $y=mx^4+(m^2-9)x^2+1$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

A. $0<m<3$. **B.** $m<-3$. **C.** $3<m$. **D.** $-3<m<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm bậc 4 trùng phương có hai điểm cực đại suy ra $a=m<0$.

Hàm bậc 4 trùng phương có 3 cực trị $\Leftrightarrow m.(m^2-9)<0 \Leftrightarrow m^2-9>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3 \\ m<-3 \end{array}\right.$.

Kết hợp điều kiện suy ra $m<-3$.

Câu 144: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x^3-2x^2)(x^3-2x)$ với mọi $x\in\mathbb{R}$. Hàm số $|f(1-2018x)|$ có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 11. **B.** 9. **C.** 2018. **D.** 2022.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=x^3(x-2)(x^2-2)=0$ có 4 nghiệm và đổi dấu 4 lần nên hàm số $y=f(x)$ có 4 cực trị. Suy ra $f(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm phân biệt.

Do đó $y=|f(1-2018x)|$ có tối đa 9 cực trị.

Câu 145: Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$. Hỏi đồ thị của hàm số $y=F(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị trong khoảng $(0;\ 2018\pi)$?

A. 2019. **B.** 1. **C.** 2017. **D.** 2018.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $F'(x)=f(x)=\dfrac{x\cos x-\sin x}{x^2}$

$F'(x)=0\Leftrightarrow x\cos x-\sin x=0,\ (x\neq 0)$ (1)

Ta thấy $\cos x=0$ không phải là nghiệm của phương trình nên (1) $\Leftrightarrow x=\tan x$ (2).

Xét $g(x)=x-\tan x$ trên $(0;\ 2018\pi)\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}, k\in\mathbb{Z}^+$

có $g'(x)=1-\dfrac{1}{\cos^2 x}=-\tan^2 x\le 0,\ \forall(0;\ 2018\pi)\setminus\left\{k\dfrac{\pi}{2}\right\}, k\in\mathbb{Z}^+$.

+ Xét $x\in\left(0;\dfrac{\pi}{2}\right)$, ta có $g(x)$ nghịch biến nên $g(x)<g(0)=0$ nên phương trình $x=\tan x$ vô nghiệm.

+ Vì hàm số $\tan x$ có chu kỳ tuần hoàn là π nên ta xét $g(x)=x-\tan x$, với $x\in\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$.

Do đó $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{3\pi}{2}\right)$ và $g(\pi).g\left(\dfrac{23}{16}\pi\right)<0$ nên phương trình $x=\tan x$ có duy nhất một nghiệm x_0.

Do đó, $\left(\dfrac{\pi}{2};\dfrac{4035}{2}\pi\right)$ có 2017 khoảng rời nhau có độ dài bằng π. Suy ra phương trình

$x=\tan x$ có 2017 nghiệm trên $\left(\frac{\pi}{2};\frac{4035}{2}\pi\right)$.

+ Xét $x\in\left(\frac{4035\pi}{2};2018\pi\right)$, ta có $g(x)$ nghịch biến nên $g(x)>g(2018\pi)=2018\pi$ nên phương trình $x=\tan x$ vô nghiệm.

Vậy phương trình $F'(x)=0$ có 2017 nghiệm trên $(0;\ 2018\pi)$. Do đó đồ thị hàm số $y=F(x)$ có 2017 điểm cực trị trong khoảng $(0;\ 2018\pi)$.

Câu 146: Hàm số $y=x^4-2x^3+2x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=x^4-2x^3+2x\Rightarrow y'=4x^3-6x^2+2=0\Leftrightarrow 2(2x+1)(x-1)^2=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=-\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↘		↗		↗	

Dựa vào BBT, Suy ra hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 147: **ĒÃÂ** Hàm số $y=x^3-3x^2-1$ đạt cực trị tại các điểm nào sau đây ?

A. $x=0,x=1$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=\pm 1$. **D.** $x=0,x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Câu 148: **Â** Hàm số $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3 điểm. **B.** 4 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 2 điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=\frac{1}{4}x^4-\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+x\Rightarrow y'=x^3-x^2-x+1$.

Suy ra: $y'=0\Leftrightarrow x^3-x^2-x+1=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

Bảng xét dấu của y':

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực trị tại $x=-1$.

Câu 149: **- 2017]** Hàm số $y=x^4+x^2+1$ có bao nhiêu cực trị?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3+2x=4x(2x^2+1)=0\Leftrightarrow x=0$.

Và y' đổi dấu khi đi qua $x=0$ nên hàm số chỉ có 1 cực trị.

Câu 150: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(x^2-2)(x^4-4)$. Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2)(x^4-4)=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2)^2(x^2+2)=0$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}x=1,\ y=f(1)\\ x=\sqrt{2},\ y=f\left(\sqrt{2}\right)\\ x=-\sqrt{2},\ y=f\left(-\sqrt{2}\right)\end{cases}.$$

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		1		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↘	$f\left(-\sqrt{2}\right)$	↘	$f(1)$	↗	$f\left(\sqrt{2}\right)$	↗	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có hàm số chỉ có 1 cực trị.

Câu 151: Số điểm cực trị của hàm số $f(x)=-x^4+2x^2-3$ là

A. 2 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=f(x)=-x^4+2x^2-3$.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-4x^3+4x$; $y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=0\\ x=\pm1\end{cases}$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	-3	↗	-2	↘	$-\infty$

Vậy: Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 152: **ÀÂ** Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y=-x^4-2x^2-1$. **B.** $y=2x^4+4x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét đáp án $y=2x^4+4x^2+1$ ta có $y'=8x^3+8x=8x(x^2+1)$ (loại vì y' chỉ có 1 nghiệm).

Xét đáp án $y=x^4-2x^2-1$ ta có $y'=4x^3-4x=4x(x^2-1)$. Ở đây $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt và y' đổi dấu khi đi qua các nghiệm đó nên hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 153: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=(x^2-1)(x-\sqrt{3})^2$. Số điểm cực trị của hàm số này là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f'(x)=(x^2-1)(x-\sqrt{3})^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu y'

x		-1		1		$\sqrt{3}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$

Do đó số điểm cực trị của hàm số là 2.

Câu 154: Hàm số nào sau đây có đúng 1 cực trị?

A. $y=x^{\frac{4}{3}}$.

B. $y=x-4\ln x$.

C. $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2-x$.

D. $y=\frac{x-1}{x+2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Hàm số $y=x-4\ln x$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $y'=1-\frac{4}{x}=\frac{x-4}{x}$, $y'=0 \Leftrightarrow x=4$.

Vì $y'=0$ có một nghiệm và y' đổi dấu từ "âm" sang "dương" trên khoảng $(0;+\infty)$ nên hàm số $y=x-4\ln x$ có đúng một cực trị.

+ Hàm số $y=-\frac{1}{3}x^3+x^2-x$ có $y'=-(x-1)^2<0 \ \forall x\in\mathbb{R}$ nên không có cực trị.

+ Hàm số $y=\frac{x-1}{x+2}$ có $y'=\frac{3}{(x+2)^2}>0 \ \forall x\neq -2$ nên không có cực trị.

+Hàm số $y=x^{\frac{4}{3}}$ có $y'=\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}}>0 \ \forall x\in\mathbb{R}$ nên không có cực trị.

Câu 155: ỞÔÂ Một hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x-2)^3(x-3)^4$. Số cực trị của hàm số là:

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x=0, x=2$..

Câu 156: Hàm số nào sau đây không có cực trị?

A. $y=2x^4+x^2$.

B. $y=-x^4+3x^2+1$.

C. $y=\frac{2x-1}{x+2}$.

D. $y=-x^2+2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nhận xét: Hàm số $y=\frac{2x-1}{x+2}$ có $y'=\frac{5}{(x+2)^2}>0, \ \forall x\neq 1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 157: Cho hàm số $y=|x|^3-mx+5, \ (m>0)$ với m là tham số. Hỏi hàm số trên có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 4.

B. 2.

C. 3.

D. 1.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Ta có: $y=|x|^3-mx+5=\begin{cases}x^3-mx+5 & \text{nếu } x\ge 0\\ -x^3-mx+5 & \text{nếu } x<0\end{cases}$

Nên $y'=\begin{cases}3x^2-m & \text{nếu } x>0\\ -3x^2-m & \text{nếu } x<0\end{cases}$.

Bởi thế với $m>0$ thì $y'=0\Leftrightarrow x=\sqrt{\frac{m}{3}}$, ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$\sqrt{\frac{m}{3}}$		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	
y		↘				↗	

Như vậy, hàm số chỉ có một điểm cực trị.

Câu 158: Số điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{2-x}$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 159: Trong các hàm số sau, hàm số nào có cực trị?

A. $y=\frac{x+2}{x-3}$. **B.** $y=|3x-1|$. **C.** $y=\log_\pi x$. **D.** $y=e^x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=e^x$, $y=\log_\pi x$ là hàm đồng biến trên tập xác định nên không có cực trị.

$y=\frac{x+2}{x-3}$ là hàm nghịch biến trên từng khoảng xác định ($y'=\frac{-5}{(x-3)^2}$) nên không có cực trị.

$y=|3x-1|$ có giá trị nhỏ nhất là 0 nên có cực tiểu tại $x=\frac{1}{3}$.

Câu 160: Hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

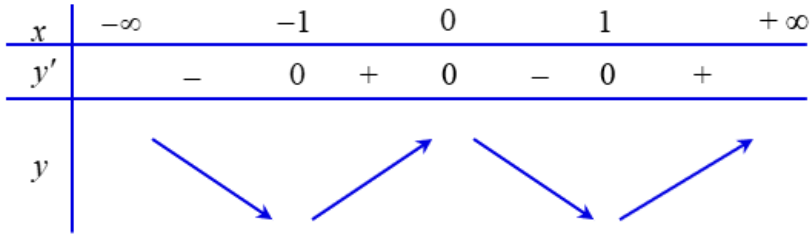
Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=4x^3-4x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm 1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Do đó hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 161: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị.

A. $y=x^4-2x^2-1$. **B.** $y=x^4+2x^2-1$. **C.** $y=2x^4+4x^2+1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Lưu ý hàm số $y=ax^4+bx^2+c\,(a\neq 0)$ có ba cực trị khi $-\dfrac{b}{a}>0$.

Hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có $-\dfrac{b}{a}=-\dfrac{-2}{1}=2>0$.

Câu 162: Hàm số $y=f(x)$ có đúng ba cực trị là -2, -1 và 0. Hỏi hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 5. **B.** 6. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì hàm số $y=f(x)$ có đúng ba cực trị là $-2,-1$ và 0 nên $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=-1\\x=0\end{array}\right.$.

(Cả 3 nghiệm này đều là nghiệm đơn theo nghĩa $f'(x)$ đổi dấu khi qua ba nghiệm này)

Ta có: $y'=\left(f\left(x^2-2x\right)\right)'=(2x-2)\,f'\left(x^2-2x\right)$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\f'\left(x^2-2x\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2-2x=-2\\x^2-2x=-1\\x^2-2x=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\(x-1)^2=0\\x=0\\x=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\\x=2\end{array}\right.$$

(Cả 3 nghiệm này cũng đều là nghiệm đơn theo nghĩa y' đổi dấu khi qua ba nghiệm này)

Vậy hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$ có 3 cực trị.

Chú ý: Ta có thể chọn $f'(x)=x(x+1)(x+2)$ nhận $-2,-1$ và 0 làm nghiệm đơn.

Khi đó: $y'=\left(f\left(x^2-2x\right)\right)'=(2x-2)\,f'\left(x^2-2x\right)=(2x-2)\left(x^2-2x\right)\left(x^2-2x+1\right)\left(x^2-2x+2\right)$

Rõ ràng từ đây dễ dàng kiểm tra về tính cực trị của hàm số $y=f\left(x^2-2x\right)$.

Câu 163: **ĒÃÂ** Cho hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+1$. Tìm khẳng định đúng.

A. Hàm số có một cực đại và hai cực tiểu. **B.** Hàm số có một cực tiểu và hai cực đại.
C. Hàm số có một cực tiểu và không có cực đại. **D.** Hàm số có một cực trị.

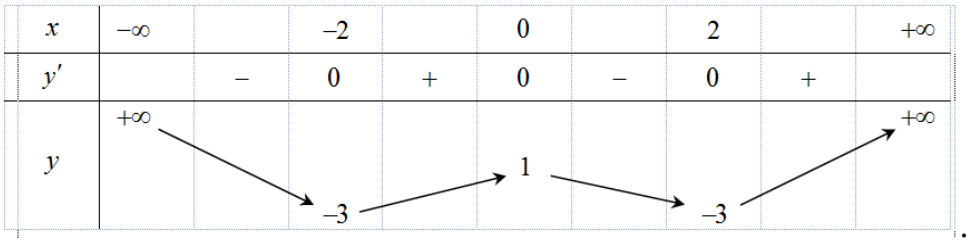
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^3-4x$. Cho $y'=0\Leftrightarrow x=-2\vee x=0\vee x=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Bảng biến thiên:



Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số có một cực đại và hai cực tiểu.

Câu 164: Đồ thị của hàm số $y=\left|x^4-8x^3+22x^2-24x+6\sqrt{2}\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

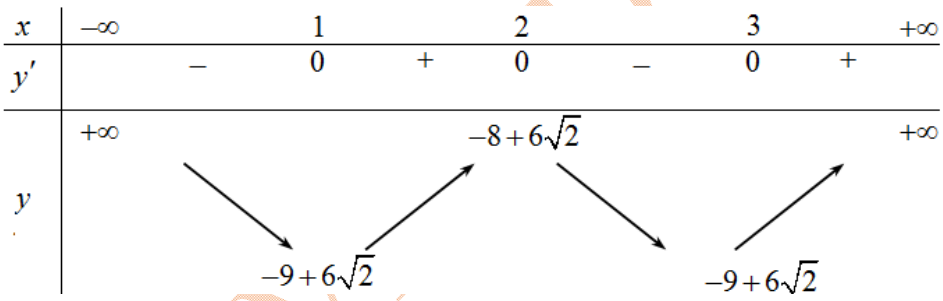
Chọn B

Số cực trị của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ bằng số cực trị của hàm số $y=f(x)$ cộng với số giao điểm (khác cực trị) của hàm số $y=f(x)$ với trục hoành.

Xét hàm số $y=f(x)=x^4-8x^3+22x^2-24x+6\sqrt{2}$ ta có

$f'(x)=4x^3-24x^2+44x-24;\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=1\vee x=2\vee x=3.$

Ta có bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có 3 cực trị và phương trình $f(x)=0$ có bốn nghiệm phân biệt nên hàm số $y=\left|f(x)\right|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 165: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-2)^4\ \forall x\in\mathbb{R}$. Số điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là?

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)^2(x-2)^4=0$. Do $x=0$ là nghiệm đơn, còn các nghiệm $x=-1$ và $x=2$ là các nghiệm bội chẵn nên chỉ có $x=0$ là nghiệm mà $f'(x)$ đổi dấu từ "âm" sang "dương" theo chiều từ trái sang phải. Do đó $x=0$ là điểm cực tiểu duy nhất của hàm số đã cho.

Câu 166: - 2017] Hàm số nào sau đây không có cực đại và cực tiểu:

A. $y=-2x^3+x$. **B.** $y=-2x^3-x$. **C.** $y=2x^3-x$. **D.** $y=2x^3-2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện để hàm bậc ba không có cực trị là phương trình $y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

Nhận thấy phương án A có $y'=-2x^2-1<0,\forall x$.

Do đó hàm số luôn nghịch biến và không có cực trị.

Câu 167: Số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4+100$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y'=4x^3$, nên $y'=0\Leftrightarrow x=0$

Phương trình $y'=0$ có 1 nghiệm lại có hệ số $a=1>0$ nên lập bảng biến thiên, ta thấy hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

Câu 168: Cho hàm số f có đạo hàm là $f'(x)=x(x-1)^2(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số f là.

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-3\end{array}\right.$$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$+$	
y		↗		↘		↗		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 169: Số điểm cực trị của hàm số $y=(x+2)^3(x-4)^4$ là

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$$y'=\left[(x+2)^3\right]'(x-4)^4+(x+2)^3\left[(x-4)^4\right]'=3(x+2)^2(x-4)^4+(x+2)^3.4(x-4)^3$$

$$y'=(x+2)^2(x-4)^3\left[3(x-4)+4(x+2)\right]=(x+2)^2(x-4)^3(7x-4).$$

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=4\\x=\dfrac{4}{7}\end{array}\right.$$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		$\frac{4}{7}$		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↗	CĐ	↘	CT	↗	

Vậy hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 170: Cho hàm số $y=-x^4+2017x^2-2018$. Số điểm cực trị của đồ thị hàm số là

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số đã cho là hàm trùng phương có $ab<0$ nên đồ thị của nó có 3 điểm cực trị.

Câu 171: Ê Hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ có bao nhiêu điểm cực trị.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=12x^3-12x^2-12x+12$.

$y'=0\Leftrightarrow 12x^3-12x^2-12x+12=0\Leftrightarrow (x-1)^2(x+1)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Dấu của $y'=12x^3-12x^2-12x+12=12(x-1)^2(x+1)$ chính là dấu của $x+1$. Suy ra hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ có một điểm cực trị.

Câu 172: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+3$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề đúng **?**

A. Hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu.

B. Hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

C. Hàm số không có cực đại , chỉ có 1 cực tiểu.

D. Hàm số có 1 cực đại và 1 cực tiểu .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Có $y'=-4x^3+4x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Vì hàm số là hàm trùng phương có hệ số $a<0$ và phương trình $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu.

Câu 173: Cho hàm số $y=\sqrt{2}x^4-\frac{1}{\sqrt{3}}x^2+3$. Số điểm cực trị của hàm số là.

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=\sqrt{2}x^4-\frac{1}{\sqrt{3}}x^2+3$ là hàm bậc 4 trùng phương có $a.b<0$ nên có 3 cực trị.

Câu 174: Hàm số $y=x^4+3x^2-4$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3+6x$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

$y''=12x^2+6\Rightarrow y''(0)=6>0$.

Vậy hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 175: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x-1)$. Hàm số $y=f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f'(x)=0\Leftrightarrow x(x+1)^2(x-1)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1.\\x=1\end{array}\right.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x=0;x=1$. Vậy hàm số có hai cực trị.

Câu 176: Hàm số $y=x^4-2x^2+2017$ có bao nhiêu cực trị?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1: Ta có hàm số bậc bốn trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ có $a.c<0$ nên $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt.

Vậy hàm số đã cho có ba cực trị.

Cách 2: Ta có $y=x^4-2x^2+2017\Rightarrow y'=4x^3-4x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=\{0;\pm1\}$.

Hàm số bậc bốn trùng phương $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt nên có ba cực trị.

Câu 177: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-3x)(x^2-9)(x^2+4x+3)$. Số điểm cực trị của $f(x)$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

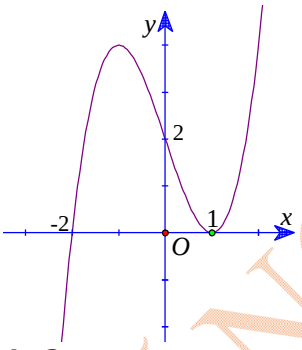
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=x^2(x^2-3x)(x^2-9)(x^2+4x+3)=x^3(x-3)^2(x+3)^2(x+1)$.

Ta thấy chỉ có $x=0$ và $x=1$ là các nghiệm bậc lẻ nên qua đó $f'(x)$ có sự đổi dấu. vậy hàm số đã cho có hai điểm cực trị.

Câu 178: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x^2-3)$.



A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Quan sát đồ thị ta có $y=f'(x)$ đổi dấu từ âm sang dương qua $x=-2$ nên hàm số $y=f(x)$ có một điểm cực trị là $x=-2$.

Ta có $y'=\left[f(x^2-3)\right]'=2x.f'(x^2-3)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-3=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Do đó hàm số $y=f(x^2-3)$ có ba cực trị.

Câu 179: Điểm cực tiểu của hàm số $y=x\sqrt{4-x^2}$ là

A. $x=-2\sqrt{3}$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-\sqrt{2}$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

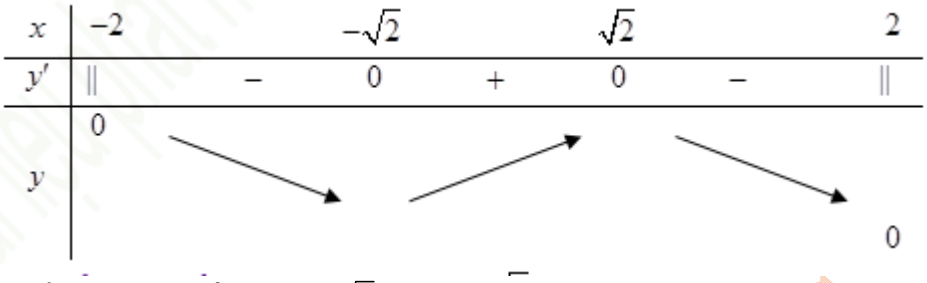
Chọn C

Tập xác định của hàm số là $D=[-2;2]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y' = \sqrt{4-x^2} - \dfrac{x^2}{\sqrt{4-x^2}} = \dfrac{4-2x^2}{\sqrt{4-x^2}}$. Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \sqrt{2} \\ x = -\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên



Vậy điểm cực tiểu của hàm số là $x = -\sqrt{2}$.

Câu 180: **ÀÓÊ** Hàm số $y = x^4 + x^2 + 1$ có bao nhiêu cực trị.

A. 0 . **B.** 2 . **C.** 3 . **D.** 1 .

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm trùng phương có $ab = 1.1 = 1 > 0 \Rightarrow$ Hàm số có 1 cực trị.

Câu 181: Hỏi trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây, hàm số nào **không có** cực trị?

A. $y = x^4 - x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 - 1$. **C.** $y = x^3 + x^2 - 5x$. **D.** $y = x^3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Đáp án C và D loại vì hàm bậc 4 trùng phương luôn có cực trị.

Đáp án A và B là hàm bậc 3, mà hàm bậc 3 không có cực trị khi $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

Đáp án B: $y = x^3 \Rightarrow y' = 3x^2$ có nghiệm kép nên thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 182: Cho các hàm số $f(x) = x^2 - 4|x| + 2016$ và $g(x) = \dfrac{1}{4}x^4 + \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{1}{2}x^2 - x + 2016$. Hãy chỉ ra các hàm số có ba cực trị.

A. Cả hai hàm số. **B.** Chỉ duy nhất hàm số $g(x)$.

C. Không có hàm số nào. **D.** Chỉ duy nhất hàm số $f(x)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đầu tiên nhận xét rằng hai hàm số đề bài cho đều liên tục trên $\mathbb{R}$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $f(x)$ có ba cực trị.

Hàm số f(x) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	2012	↗	2016	↘	2012	↗	

Hàm số g(x) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$		↘	24197 / 12	↗	24181 / 12	↗	

Câu 183: Đồ thị hàm số nào dưới đây không có điểm cực trị ?

A. $y = x^3 + 2x$. **B.** $y = x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = -x^4 + 4x^2 + 2$. **D.** $y = -2x^3 + 3x + 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm trùng phương luôn có cực trị $\rightarrow$Loại B,

C.

Hàm số $y=x^3+2x$ có $y'=3x^2+2>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$. Suy ra hàm số không có cực trị.

Câu 184: Số điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{x}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $y=\frac{1}{x}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$y'=-\frac{1}{x^2}<0,\ \forall x\in D$.

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$ **và** $(0;+\infty)$.

Vậy hàm số $y=\frac{1}{x}$ **không có cực trị.**

Câu 185: Số điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{4}x^5-2x^3+6$ là.

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=\frac{5}{4}x^4-6x^2$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\frac{5}{4}x^4-6x^2=0\Leftrightarrow x^2\left(\frac{5}{4}x^2-6\right)=0$. Hàm số có 2 cực trị.

Câu 186: Cho hàm số $y=x^3-bx^2-cx+2016$ với $b,c\in\mathbb{R}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào **đúng**?

A. Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in\mathbb{R}$. **B.** Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in(-\infty;0)$.

C. Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in(0;+\infty)$. **D.** Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=x^3-x^2-cx+2016$ có tập xác định là: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-2bx-c$; $\Delta'=b^2+3c$.

Đối với các trường hợp ở đáp án Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in\mathbb{R}$, Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in(-\infty;0)$,Hàm số luôn có 2 điểm cực trị $\forall c\in\mathbb{Z}$. Chọn $c=-10,b=1$, khi đó $\Delta'<0$, suy ra phương trình $y'=0$ vô nghiệm, suy ra hàm số không có cực trị $\Rightarrow$ Loại 3 đáp án trên.

Câu 187: Trong các hàm số sau, hàm số nào có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu ?

A. $y=-x^4-x^2+3$. **B.** $y=-x^4+x^2+3$. **C.** $y=x^4+x^2+3$. **D.** $y=x^4-x^2+3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ $(a\neq0)$ có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu

$\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ab<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$. Do đó chọn

C.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 188: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)=x(x+1)^2(x+2)^3$. Hỏi hàm số $y=f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 189: Hàm số $y=-x^4+4$ có điểm cực đại là

A. $-\sqrt{2}$ **B.** $\sqrt{2}$ **C.** 4 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-4x^3$; $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	$-\infty$

Vậy hàm số có điểm cực đại là $x=0$

Câu 190: Hàm số nào sau đây có 2 cực đại

A. $y=-\frac{1}{2}x^4+2x^2-3$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$.

C. $y=\frac{1}{4}x^4-2x^2-3$. **D.** $y=2x^4+2x^2-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có 2 cực đại $\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\ab<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$

Câu 191: Đồ thị hàm số $y=\left|(x-1)^3(x+1)\right|$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y=\left|(x-1)^3(x+1)\right|=\begin{cases}f(x)=(x-1)^3(x+1);\left[\begin{array}{l}x\le -1\\x\ge 1\end{array}\right.\\g(x)=-(x-1)^3(x+1);\ x\in(-1;1)\end{cases}$.

Xét hàm số: $f(x)=(x-1)^3(x+1);\left[\begin{array}{l}x\le -1\\x\ge 1\end{array}\right.$ Không có cực trị.

Xét hàm số: $g(x)=-(x-1)^3(x+1);\ x\in(-1;1)$ có một cực trị.

Vậy hàm số $y=\left|(x-1)^3(x+1)\right|$ có một cực trị.

Câu 192: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)-5x$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

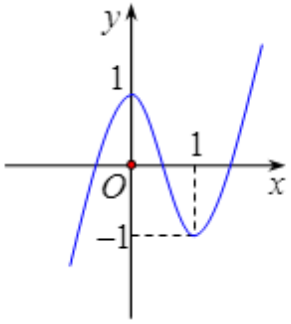
Ta có: $y'=f'(x)-5$; $y=0\Leftrightarrow f'(x)=5$. Dấu đạo hàm sai y'

Dựa vào đồ thị, suy ra phương trình $f'(x)=5$ có nghiệm duy nhất và đó là nghiệm đơn.

Nghĩa là phương trình $y'=0$ có nghiệm duy nhất và y' đổi dấu khi qua nghiệm này.

Vậy hàm số $y=f(x)-5x$ có một điểm cực trị.

Câu 193: Biết rằng hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 3 cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 1 cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 5 cực trị..

D. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 2 cực trị.

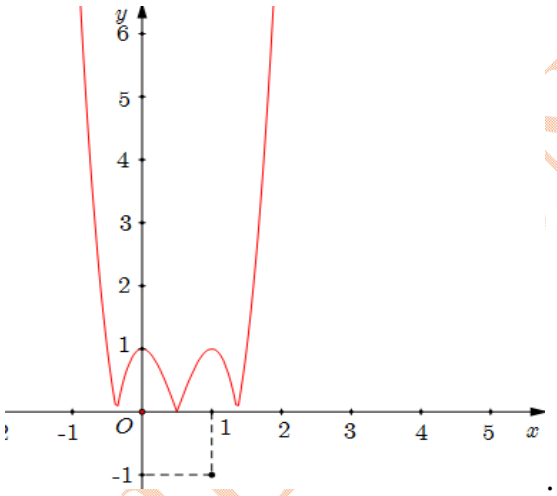
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

+) Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ phần phía trên trục hoành.

+) Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ phần phía dưới trục hoành.



Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 5 cực trị.

Câu 194: Hàm số $y=-x^4-3x^2+1$ có:

A. Một cực đại duy nhất.

B. Một cực tiểu duy nhất.

C. Một cực đại và hai cực tiểu.

D. Một cực tiểu và hai cực đại.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đạo hàm $y'=-4x^3-6x=-x\left(4x^2+6\right);y'=0\Leftrightarrow x=0..$

Vẽ phác họa bảng biến thiên và kết luận được hàm số có một cực đại duy nhất.

Câu 195: Đồ thị hàm số nào sau đây có đúng 1 điểm cực trị

A. $y=x^3-3x^2+3x-5.$

B. $y=2x^4-4x^2+1.$

C. $y=x^3-6x^2+9x-5.$

D. $y=-x^4-3x^2+4.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số bậc ba $y=x^3-6x^2+9x-5,\ y'=3x^2-12x+9,\ y'=0$ vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Xét hàm số bậc ba $y=x^3-3x^2+3x-5,\ y'=3x^2-6x+3,\ y'=0$ có nghiệm kép nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Xét hàm số bậc bốn $y=-x^4-3x^2+4,\ y'=-4x^3-6x,\ y'=0$ có một nghiệm nên đồ thị hàm số có một điểm cực trị.

Xét hàm số bậc bốn $y=2x^4-4x^2+1,\ y'=8x^3-8x,\ y'=0$ có ba nghiệm nên đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

Câu 196: Cho các hàm số $f(x)=x^2-4|x|+2016$ và $g(x)=\frac{1}{4}x^4+\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2-x+2016$. Hãy chỉ ra các hàm số có ba cực trị. *(trùng câu 945)*

A. Cả hai hàm số. **B.** Chỉ duy nhất hàm số $g(x)$.

C. Không có hàm số nào. **D.** Chỉ duy nhất hàm số $f(x)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đầu tiên nhận xét rằng hai hàm số đề bài cho đều liên tục trên $\mathbb{R}$.

Dựa vào bảng biến thiên suy ra hàm số $f(x)$ có ba cực trị.

Hàm số f(x) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	2012	↗	2016	↘	2012	↗	

Hàm số g(x) có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$g(x)$		↘	$24197/12$	↗	$24181/12$	↗	

.

Câu 197: Đồ thi hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y=x^4+2x^2-1$. **B.** $y=-x^3+3x^2-1$. **C.** $y=2x^3+4x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Có 3 điểm cực trị thì đạo hàm phải có 3 nghiệm nên loại câu $y=2x^3+4x^2+1$ **và** $y=-x^3+3x^2-1$.

Xét câu B: $y'=4x^3+4x=4x\left(x^2+1\right)$ có 1 nghiệm $x=0$ nên loại $y=x^4+2x^2-1$.

Do đó ta có đáp án $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 198: Hàm số $y=4x^4+3x^2-5$ có mấy điểm cực trị?

A. 1 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $\mathbb{R}$.

$y'=14x^3+6x=x\left(14x^2+6\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow x=0$.

y' đổi dấu 1 lần khi x đi qua 0, suy ra hàm số có 1 điểm cực trị.

Câu 199: Cho đồ thị (C) của hàm số $y=-x^3+3x^2-5x+2$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng ?

A. (C) không có điểm cực trị. **B.** (C) có hai điểm cực trị.

C. (C) có ba điểm cực trị. **D.** (C) có một điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-3x^2+6x-5=-3(x-1)^2-2\le 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Vì đạo hàm của hàm số không đổi dấu trên $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có điểm cực trị.

Câu 200: Tìm m để hàm số $y=mx^4+2(m-1)x^2+2$ có 2 cực tiểu và một cực đại.

A. $m<0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>2$. **D.** $1<m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=4mx^3+4(m-1)x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\mx^2=-(m-1)\end{array}\right.$.

Hàm số có 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại khi phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt và $m>0$.

Khi đó phương trình $mx^2=-(m-1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 và $m>0$.

$\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\-\dfrac{m-1}{m}>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 201: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên tập $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=x^3(x+1)^2(2-x)$. Hàm số đã cho có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x)=x^3(x+1)^2(2-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1.\\x=2\end{array}\right.$

Mặt khác $f'(x)$ đổi dấu khi đi qua $x=0$ và $x=2$ nên hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 202: Hàm số nào sau đây *không* có điểm cực tiểu?

A. $y=\sin x$. **B.** $y=x^3+x^2-x+3$.

C. $y=-x^4+x$. **D.** $y=|x-1|$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 203: Số điểm cực trị của hàm số $y=(x-1)^{2017}$ là

A. 2016. **B.** 0. **C.** 2017. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=2017(x-1)^{2016}\geq 0,\forall x$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 204: Khẳng định nào sau đây **đúng**?

A. Hàm số $y=x^3+3x-4$ có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có ba điểm cực trị.

C. Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$ có ba điểm cực trị. **D.** Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có một điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có $y'=\dfrac{3}{(x+2)^2}>0$ nên hàm số không có cực trị nào.

+ Hàm số $y=x^4-2x^2-3$, $y'=4x^3-4x=4x(x^2-1)$ có 3 nghiệm phân biệt nên hàm số có 3 cực trị. (khẳng định đúng).

+ Hàm số $y=-x^4-2x^2+3$, $y'=-4x^3-4x=-4x(x^2+1)$ có 1 nghiệm nên hàm số có 1 cực trị.

+ Hàm số $y=x^3+3x-4$ có $y'=3x^2+3>0$ nên hàm số không có cực trị nào.

Câu 205: Cho hàm số $f(x)=\left(m^{2018}+1\right)x^4+\left(-2m^{2018}-2^{2018}m^2-3\right)x^2+m^{2018}+2018$, với m là tham số. Số cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2017\right|$.

A. 6. **B.** 7. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $g(x)=f(x)-2017$.

Ta có $g'(x)=f'(x)=4\left(m^{2018}+1\right)x^3+2\left(-2m^{2018}-2^{2018}m^2-3\right)x$.

Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\dfrac{-b}{2a}=\dfrac{2m^{2018}+2^{2018}m^2+3}{4\left(m^{2018}+1\right)}\end{array}\right.$.

Nhận xét $\dfrac{2m^{2018}+2^{2018}m^2+3}{4\left(m^{2018}+1\right)}>0\ \ \forall m\in\mathbb{R}$ nên hàm số $g(x)=f(x)-2017$ luôn có 3 cực trị.

Nhận xét $f(1)=\left(m^{2018}+1\right)+\left(-2m^{2018}-2^{2018}m^2-3\right)+m^{2018}+2018$.

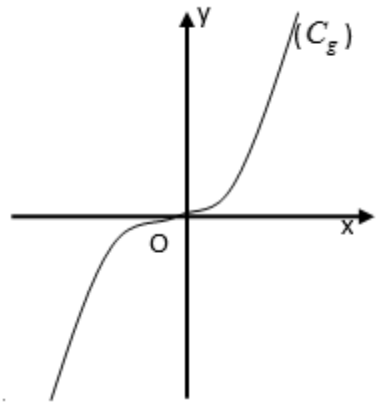
Do đó $g(1)=-2^{2018}m^2-1<0\,\forall m$. Suy ra hàm số $g(x)$ luôn có ba cực trị trong đó có hai cực tiểu nằm bên dưới trục Ox nên hàm số $y=\left|f(x)-2017\right|$ có 7 cực trị.

Câu 206: Cho hàm số $y=|x|^3-mx+5\ (m>0)$, m là tham số. Hỏi hàm số đã cho có thể có nhiều nhất bao nhiêu điểm cực trị?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A



.

TXĐ: $\mathbb{R}$.

Ta có $y=\sqrt{x^6}-mx+5\Rightarrow y'=\dfrac{6x^5}{2\sqrt{x^6}}-m.$.

Phương trình $y'=0\Leftrightarrow\dfrac{6x^5}{2\sqrt{x^6}}=m$.

Xét $g(x)=\dfrac{6x^5}{2\sqrt{x^6}}=\dfrac{6x^5}{2|x|^3}=\begin{cases}3x^2 & \text{khi } x>0\\-3x^2 & \text{khi } x<0\end{cases}$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $y'=0$ có tối đa 1 nghiệm.

Đối điều: kết quả bài toán không phụ thuộc vào dữ kiện $m>0$.

Câu 207: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+8}{x-2}$. Số điểm cực trị của hàm số là :

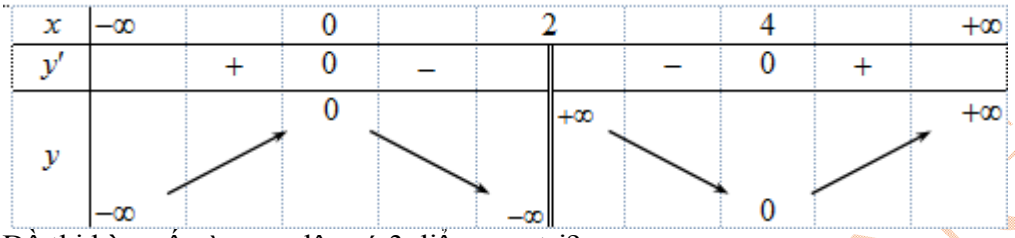
A. 1. **B.** 3. **C.** 2 **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{(2x-4)(x-2)-x^2+4x-8}{(x-2)^2}=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$

Bảng biến thiên:



Câu 208: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 điểm cực trị?

A. $y=2x^4+4x^2+1$. **B.** $y=x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=-x^4-2x^2-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

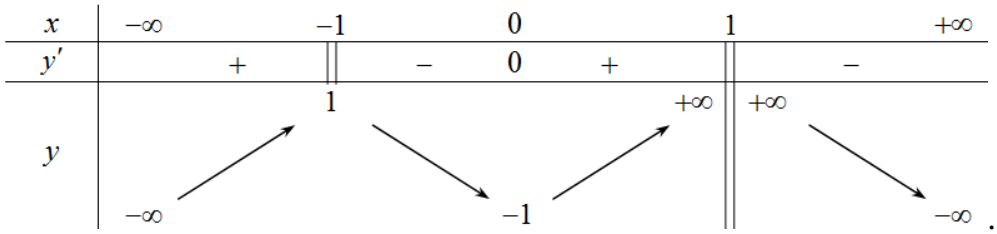
Đồ thị của hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow$

$y'=2x(2ax^2+b)=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -\dfrac{b}{2a}>0 \Leftrightarrow ab<0$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: TÌM CỰC TRỊ, ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 209: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.



Hãy chọn khẳng định đúng.

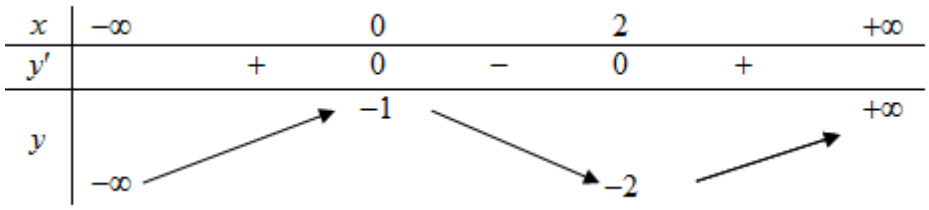
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm 1$, cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1.

C. Hàm số có 3 cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, cực tiểu tại $x=0$.

Câu 210: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau :



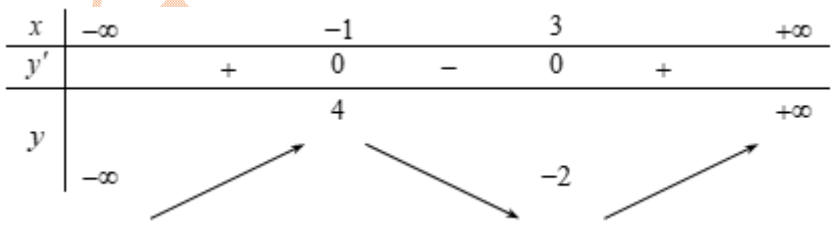
Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Câu 211: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

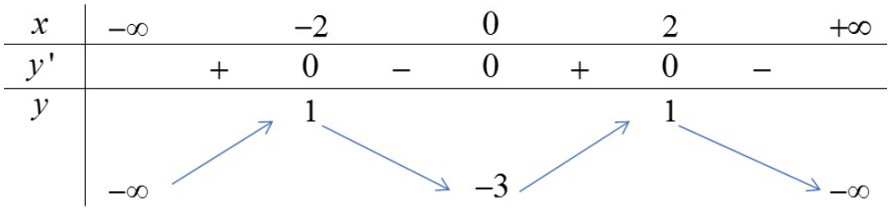
Câu 212: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 3 **B.** 4 **C.** -1 **D.** -2

Câu 213: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây **sai**?

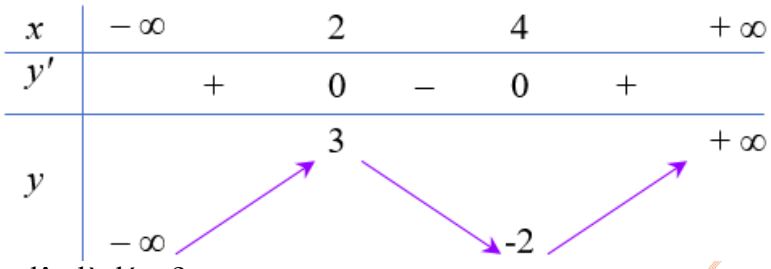
A. $f(2)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

B. $x_0 = 2$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

C. $M(0;-3)$ là điểm cực tiểu của hàm số.

D. Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 214: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

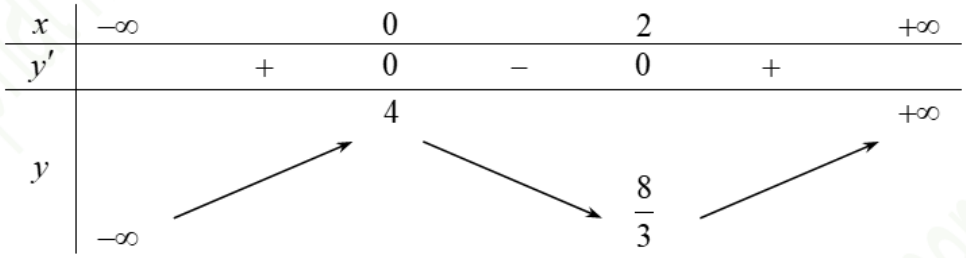
A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 4$.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x = -2$.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x = 3$.

Câu 215: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ là

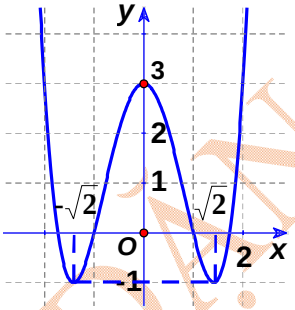
A. $\frac{8}{3}$.

B. 2.

C. 0.

D. 4.

Câu 216: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm



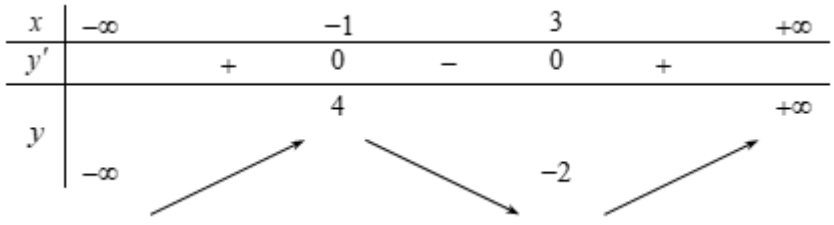
A. $x = \pm\sqrt{2}$

B. $x = \pm 2$

C. $x = -1$

D. $x = 3$

Câu 217: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số $y = f(x)$ bằng

A. -1

B. -2

C. 3

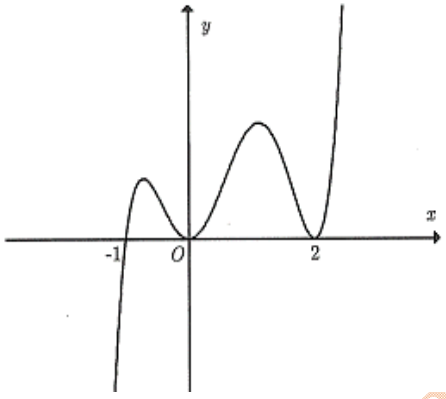
D. 4

Câu 218: Cho hàm số có bảng biến thiên dưới đây. Phát biểu nào là đúng?

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

A. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và đạt cực đại tại $x=3$.
C. Giá trị cực đại của hàm số là -2.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 219: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f(x)$ trên khoảng K. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 220: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$

A. $y_{CT}=-1$. **B.** $y_{CT}=8$. **C.** $y_{CT}=4$. **D.** $y_{CT}=-6$.

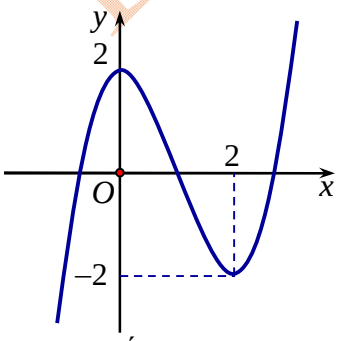
Câu 221: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Hàm số có giá trị cực đại bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 222: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

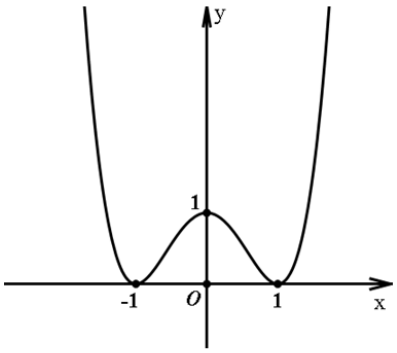


A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

Câu 223: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

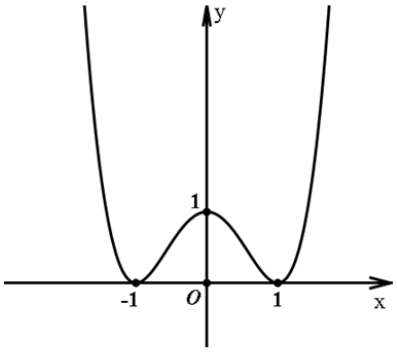


A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=1$.

Câu 224: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

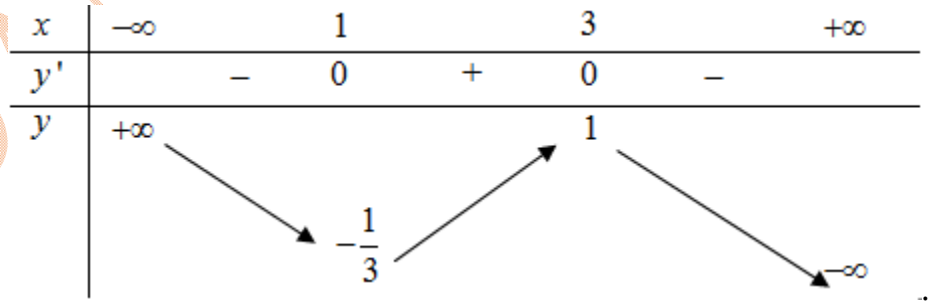
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. **B.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 225: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây? **(trùng câu 959)**



A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Câu 226: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số có GTLN bằng 1, GTNN bằng $-\frac{1}{3}$.

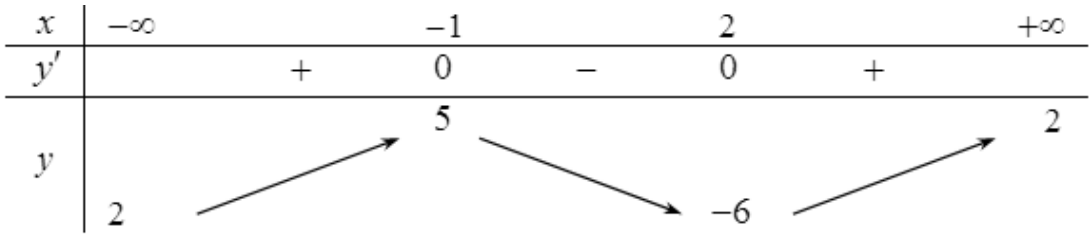
.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **D.** Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Câu 227: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

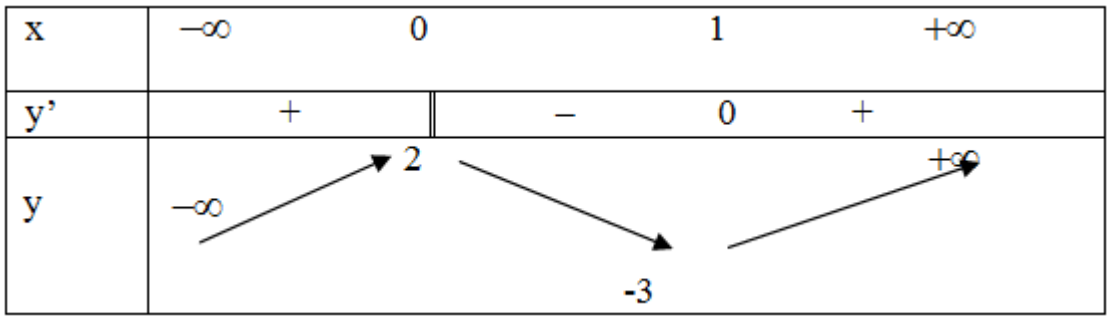
A. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.
B. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$.
C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-2$.
D. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 228: Cho hàm số $y=f(x)$, có bảng biến thiên như sau:



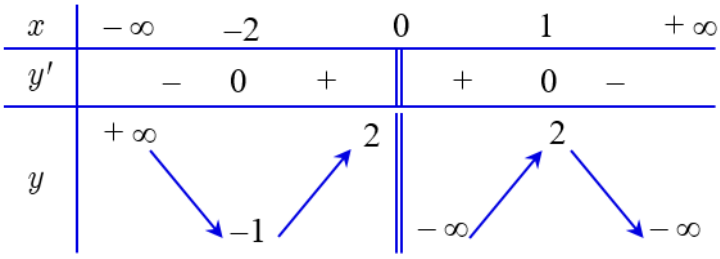
Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?
A. Hàm số có bốn điểm cực trị.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
D. Hàm số không có cực đại.

Câu 229: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



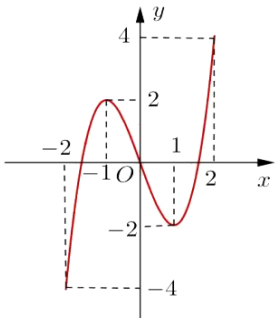
Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$
B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2
C. Hàm số có đúng một cực trị
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3

Câu 230: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



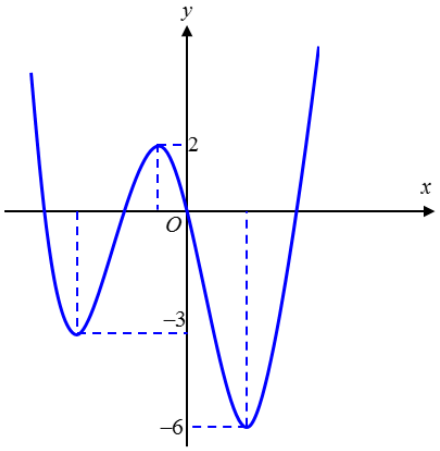
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $x=1$
B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1
C. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$

Câu 231: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $M(-2;-4)$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $M(1;-2)$.

Câu 232: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 233: Cho bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	0	↘	$-\infty$

Kết luận nào sau đây về hàm số là đúng ?

A. Hàm số không có cực trị. **B.** Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1; y_{CT}=-2$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại -2.

Câu 234: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên

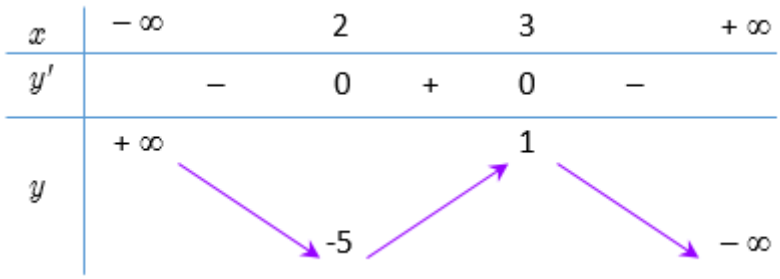
Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=-3$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=0$ **D.** $x=1$

Câu 235: Hàm số $y=x^2-4x+3$ có điểm cực tiểu là

A. $y=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=0$.

Câu 236: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-5$. **D.** $x=2$.

Câu 237: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Hàm số $y=2f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Câu 238: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị là

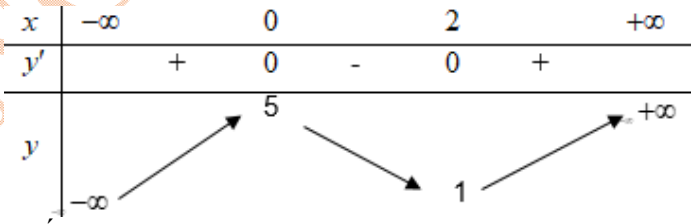
A. $1\le m\le 3$. **B.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.

C. $m=-1$ hoặc $m=3$. **D.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

Câu 239: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số là

A. $y=-1$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.

Câu 240: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau.



Giá trị cực đại của hàm số là

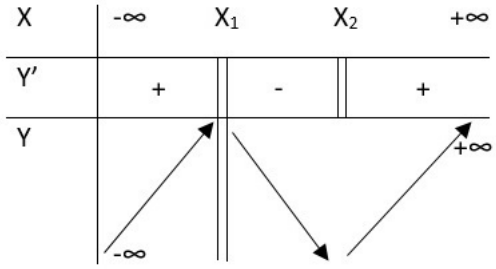
A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=5$. **D.** $y=0$.

Câu 241: Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng.

A. 2. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 20.

Câu 242: Cho hàm số $Y=f(X)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Khẳng định nào sau đây đúng:

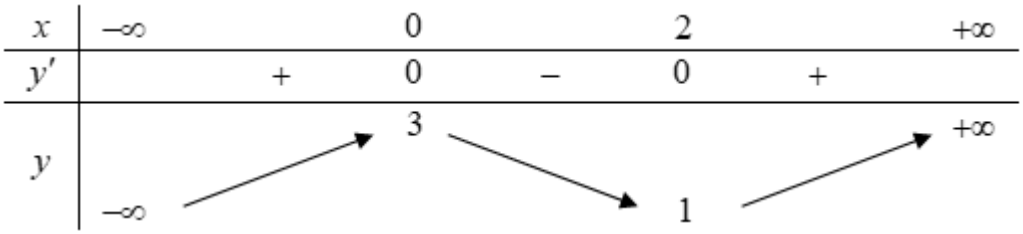
A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho không có cực trị.

C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Câu 243: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

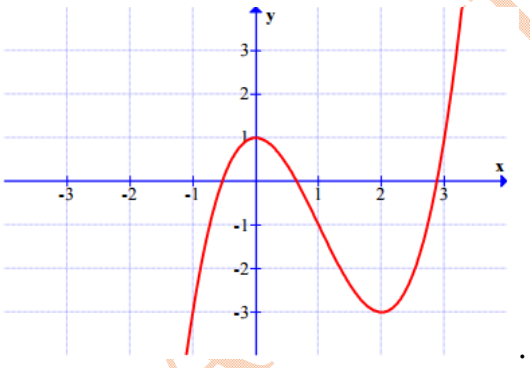


Hàm số đã cho đạt cực đại tại:

A. 3 **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 244: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ.

Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?

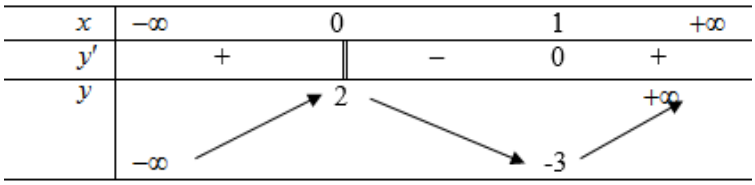


A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Câu 245: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=2x^4-(m+1)x^2+4$ có ba điểm cực trị?

A. $m\geq -1$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m>0$. **D.** $m>-1$.

Câu 246: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng **?**

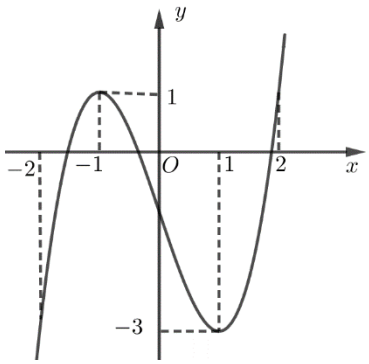
A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

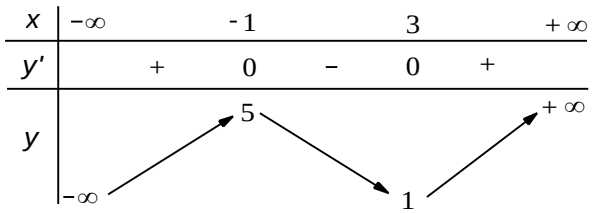
Câu 247: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số đạt cực đại tại điểm

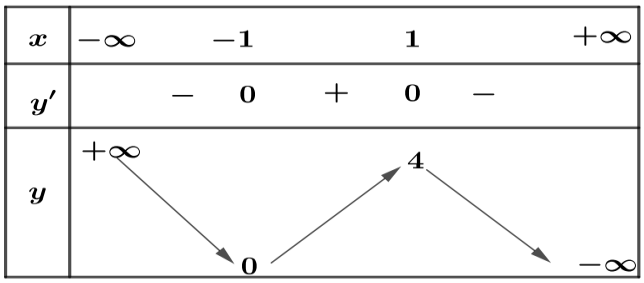
A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-3$.

Câu 248: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng:



A. 5. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 3.

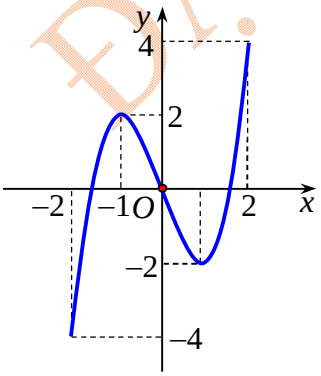
Câu 249: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

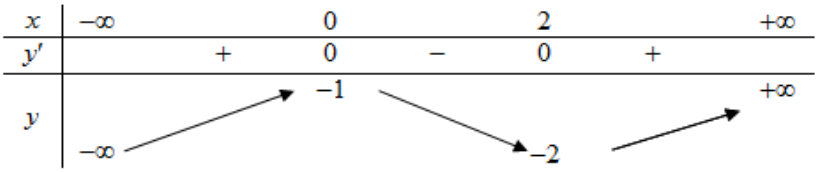
A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Câu 250: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$ **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

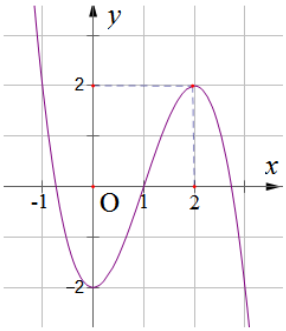
Câu 251: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

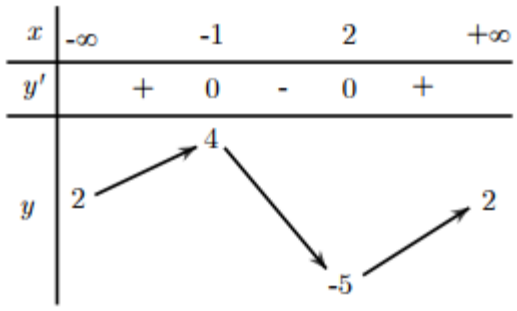
Câu 252: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Đặt $g(x)=f(x)+x$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
B. Hàm số không có điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
C. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
D. Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 253: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-5;2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu bằng -5.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận.

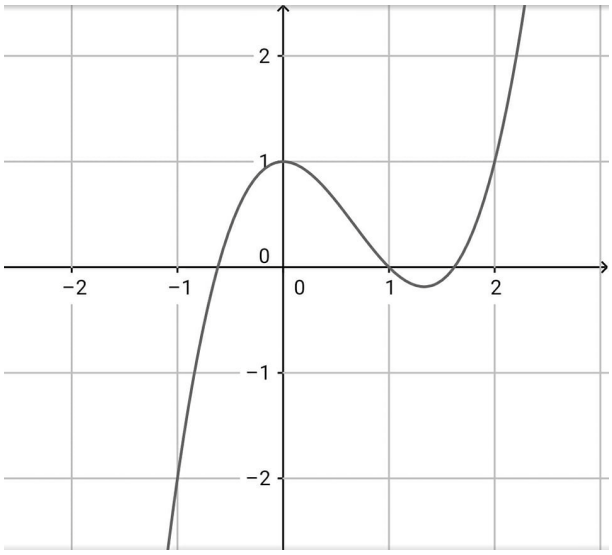
D. Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại bằng 4.

Câu 254: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

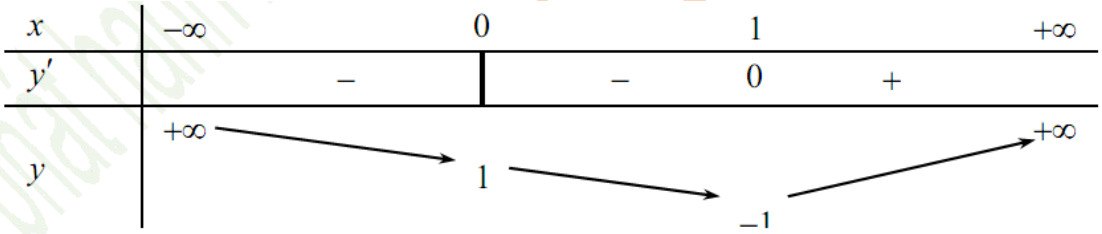
A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Câu 255: Cho hàm số $f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}+x^2-x+2$ đạt cực đại tại điểm nào?



A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

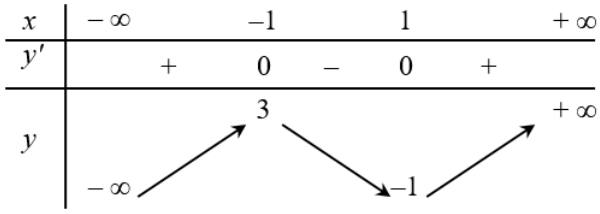
Câu 256: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.
B. Hàm số có đúng một điểm cực trị.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.
D. Hàm số có giá trị cực tiểu $y=-1$.

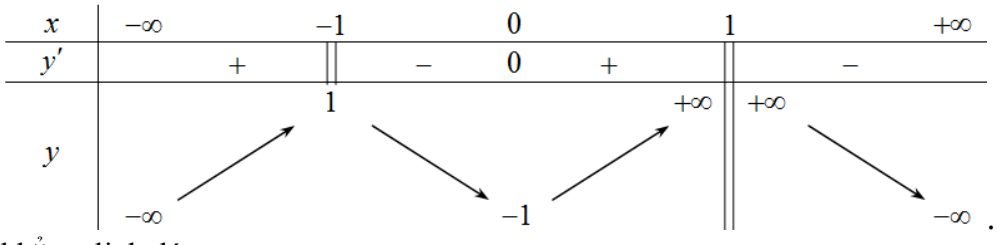
Câu 257: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Câu 258: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.

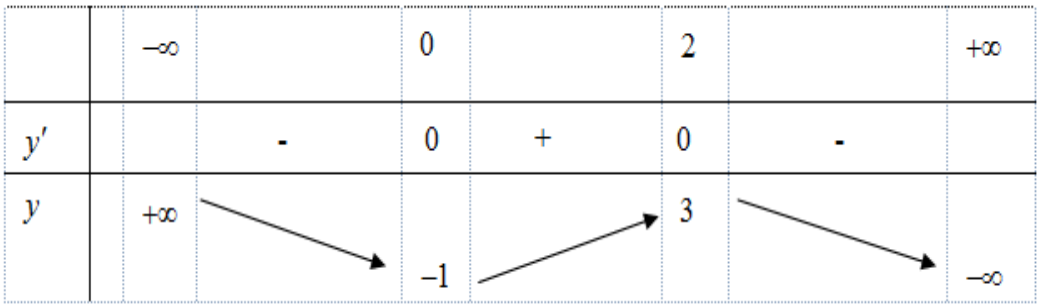


Hãy chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm 1$, cực tiểu tại $x=0$.

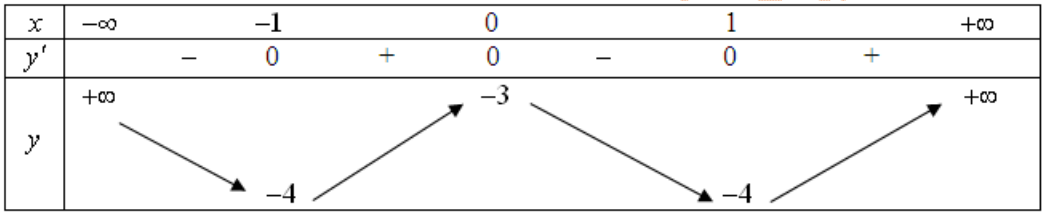
B. Hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1.
C. Hàm số có 3 cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, cực tiểu tại $x=0$.

Câu 259: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm
A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Câu 260: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

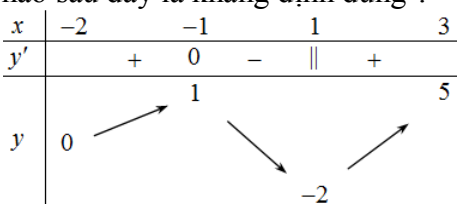


Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -3.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $+\infty$ và giá trị nhỏ nhất bằng -4.
C. Hàm số có đúng một cực trị.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$.

Câu 261: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

Điểm cực đại của hàm số là
A. $x=5$ **B.** $x=1$ **C.** $x=2$ **D.** $y=5$

Câu 262: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?



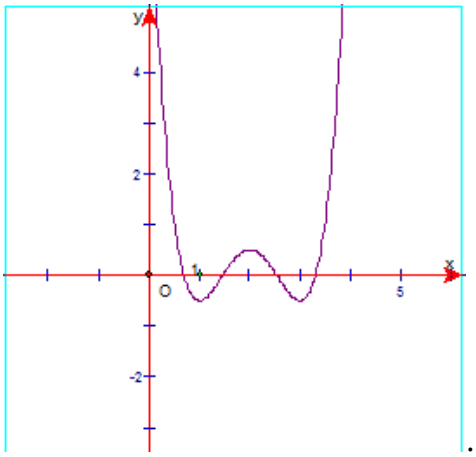
A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.
C. Giá trị cực đại của hàm số là 5.
D. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.

Câu 263: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 264: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=\left|f(x-1)\right|$.



A. 3.
B. 7.
C. 9.
D. 5.

Câu 265: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm

x	$-\infty$		-3		1		4		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$	$+\infty$ ↘	$-\infty$

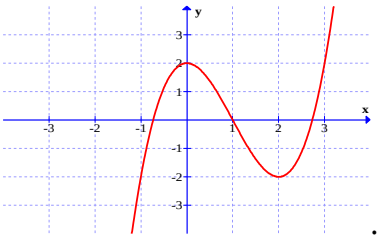
A. $x=1$
B. $x=4$
C. $x=3$
D. $x=-3$

Câu 266: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $y=2$.
B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$
D. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

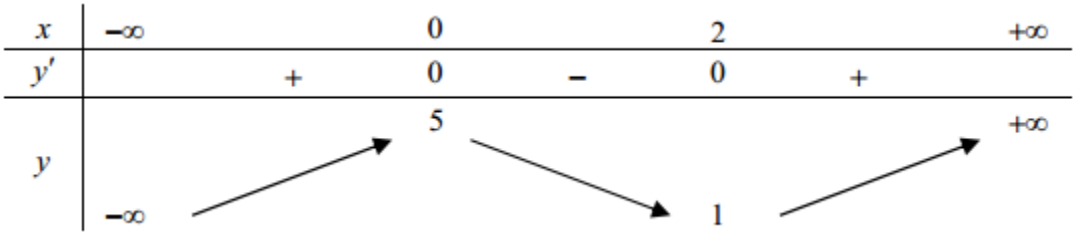
Câu 267: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số có giá trị lớn nhất là 2.
C. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.
D. Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Câu 268: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=5$
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$
D. Giá trị cực đại của hàm số là 0

DẠNG 6: TÌM CỰC TRỊ, ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT Y,Y')

Câu 269: Cho hàm số $y=x^4+4x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề ***đúng***?
A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.
B. Hàm số có cực đại và không có cực tiểu.
C. Hàm số có cực đại và cực tiểu.
D. Hàm số không có cực trị.

Câu 270: Cho hàm số $y=x+\sin 2x+2017$. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số.
A. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.
B. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.
D. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Câu 271: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.
A. $x=1$
B. $x=3$
C. $\left(1;\dfrac{7}{3}\right)$
D. $(3;1)$

Câu 272: Hàm số $y=x^2-2x+3$ đạt cực tiểu tại
A. $x=1$.
B. $x=-1$.
C. $x=2$.
D. $x=-2$.

Câu 273: Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Tính $f(1)$.
A. $f(1)=0$.
B. $f(1)=-7$.
C. $f(1)=-5$.
D. $f(1)=-6$.

Câu 274: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x+2$ là:
A. 0.
B. 1.
C. -1.
D. 4.

Câu 275: Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-x+5$. Giá trị biểu thức $S=\dfrac{x_1^2-1}{x_1}+\dfrac{x_2^2-1}{x_2}$ bằng.
A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 1.

Câu 276: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=|x|$. **B.** $y=x^4$. **C.** $y=-x^3+x$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

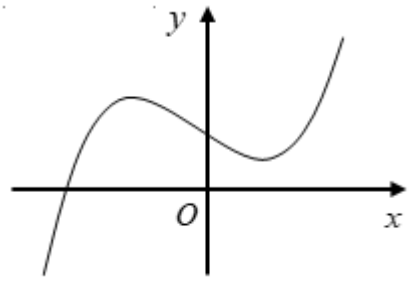
Câu 277: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4)$, $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.
C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$. **D.** Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Câu 278: **ÝI** Hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-2x^2-3$ đạt cực đại tại x bằng bao nhiêu?

A. $\pm\sqrt{2}$. **B.** 0. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}$.

Câu 279: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



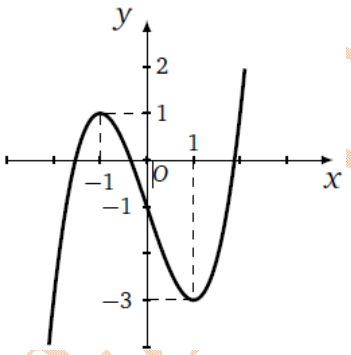
Khi đó số điểm cực trị của hàm số là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 280: Hàm số $y=-x^4+2x^2-3$ có điểm cực đại $x_{CĐ}$ và điểm cực tiểu x_{CT} là.

A. $x_{CT}=\pm1$, $x_{CĐ}=0$. **B.** $x_{CĐ}=\pm2$, $x_{CT}=0$.
C. $x_{CĐ}=\pm1$, $x_{CT}=0$. **D.** $x_{CT}=\pm2$, $x_{CĐ}=0$.

Câu 281: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $M(-1;1)$. **B.** $M(1;-3)$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 282: Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^4+5x^2-2$ là

A. $y=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-2$.

Câu 283: **Ê** Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+1$ là.

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Câu 284: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=3$. **B.** Không tồn tại m.
C. $m=1$, $m=3$. **D.** $m=1$.

Câu 285: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$.

A. -6. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Câu 286: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
B. Hàm số có hai cực trị $y_{CD}<y_{CT}$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
D. Giá trị cực tiểu bằng -2.

Câu 287: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-6x^2+9x$.

A. $(0;3)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Câu 288: ỞỒÂ Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$ là:

A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Câu 289: Cho hàm số $f(x)=x^4-8x^3+1$. Chọn mệnh đề đúng.

A. Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực tiểu
B. Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực đại
C. Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực tiểu
D. Nhận điểm $x=0$ làm điểm cực đại

Câu 290: - Hàm số $y=x^3-5x^2+7x-1$ đạt cực đại tại.

A. $x=1$. **B.** $x=\dfrac{7}{3}$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-\dfrac{7}{3}$.

Câu 291: Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+4$ đạt cực trị tại x_1 và x_2 thì tích các giá trị cực trị bằng

A. -82. **B.** 1. **C.** 25. **D.** -207.

Câu 292: Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị

A. $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$.
B. $y=\sqrt{x}$.
C. $y=x^4-x^2+1$.
D. $y=\dfrac{x^3}{3}-x^2+3x-1$.

Câu 293: Tính khoảng cách d giữa hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$.

A. $d=1$. **B.** $d=\sqrt{3}$. **C.** $d=\sqrt{2}$. **D.** $d=2\sqrt{2}$.

Câu 294: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+7}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng 2.
B. Cực tiểu của hàm số bằng -1.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6.
D. Cực tiểu của hàm số bằng 3.

Câu 295: Hỏi trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây, hàm số nào **không có** cực trị?

A. $y=x^3+x^2-5x$. **B.** $y=x^3$. **C.** $y=-x^4-1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Câu 296: Tìm tọa độ điểm cực tiểu M của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $M(-1;0)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $M(-1;4)$. **D.** $M(1;4)$.

Câu 297: Đồ thị của hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1;y_1)$. Tính tổng x_1+y_1

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -11.

Câu 298: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$. Hãy chọn mệnh đề đúng ?

A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.
B. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.

Câu 299: Khi đồ thị hàm số $y=x^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị ấy đi qua gốc tọa độ, hãy tìm giá trị nhỏ nhất $\min T$ của biểu thức $T=bcd+bc+3d$.

A. $\min T=6$. **B.** $\min T=-6$. **C.** $\min T=4$. **D.** $\min T=-4$.

Câu 300: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+8}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số là 2.
B. Điểm cực tiểu của hàm số là $x=4$.
C. Giá trị cực tiểu của hàm số là -4.
D. Điểm cực đại của hàm số $x=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 301: Các điểm cực tiểu của hàm số $y=x^4+3x^2+2$ là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$ và $x=2$. **D.** $x=5$.

Câu 302: Đồ thị hàm số $y=\frac{x^4}{2}-x^2+3$ có mấy điểm cực trị.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 303: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)(3-x)$. Điểm cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

Câu 304: Ơ Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$.

A. $\left(\frac{7}{3};\frac{32}{27}\right)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $\left(\frac{7}{3};\frac{-32}{27}\right)$.

Câu 305: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^4+18x^2-1$ là

A. $(0;1)$. **B.** $(-1;0)$.

C. $(0;-1)$. **D.** $(-3;80)$ và $(3;80)$.

Câu 306: **2017]** Cho hàm số $y=x\ln x$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=e$. **B.** Hàm đạt cực đại tại $x=e$.

C. Hàm đạt cực tiểu tại $x=\frac{1}{e}$. **D.** Hàm đạt cực đại tại $x=\frac{1}{e}$.

Câu 307: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

.

Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $y=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

Câu 308: Cho hàm số $y=-x^4+6x^2+1$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điểm $A\left(-\sqrt{3};28\right)$ là điểm cực đại của (C). **B.** Điểm $A(0;1)$ là điểm cực đại của (C).

C. Điểm $A\left(\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực tiểu của (C). **D.** Điểm $A\left(-\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực đại của (C)

.

Câu 309: Hàm số $y=x^3-3x+2$ đạt cực đại đại tại điểm

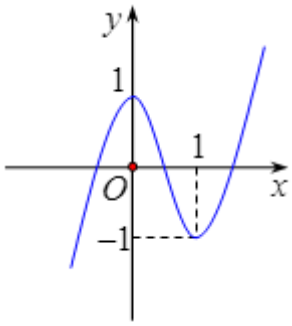
A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 310: ÁI Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{2}\sin 2x+\cos x-2017$.

A. $\left[\begin{array}{l} x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \\ x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Câu 311: Biết rằng hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị như hình vẽ sau



Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 3 cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 1 cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 5 cực trị..

D. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 2 cực trị.

Câu 312: Hàm số $y=x^3-2x$, hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại ($y_{CĐ}$) và giá trị cực tiểu (y_{CT}) là:

A. $y_{CT}=-y_{CĐ}$. **B.** $2y_{CT}=y_{CĐ}$. **C.** $y_{CT}=2y_{CĐ}$. **D.** $y_{CT}=\frac{3}{2}y_{CĐ}$.

Câu 313: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị $(C): y=-x^3+3x+2$.

A. $x=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $(1;4)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 314: Hàm số $y=x^2-2\left|x\right|+2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 315: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$ là điểm ?

A. $P(7;-1)$. **B.** $N(-1;\ 7)$. **C.** $Q(3;\ 1)$. **D.** $M(1;\ 3)$.

Câu 316: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(\left|x\right|)$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 317: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2-4x-10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(x_1^2-1)(x_2^2-1)$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 4.

Câu 318: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ sau:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x-2017\right)-2018x+2019$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 319: **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\left[-2;\ 3\right]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

Mệnh đề nào sau đây là **đúng** về hàm số đã cho?

A. Đạt cực đại tại $x=1$. **B.** Đạt cực tiểu tại $x=3$.

C. Đạt cực đại tại $x=0$. **D.** Đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Câu 320: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-12x+12$ là

A. $\left(2;-4\right)$. **B.** $\left(-2;28\right)$. **C.** $\left(4;28\right)$. **D.** $\left(-2;2\right)$.

Câu 321: Hàm số $y=x^3-3x$ đạt cực tiểu tại x bằng?

A. -2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 322: Tìm hoành độ các điểm cực đại của hàm số $y=e^{x^3-\frac{5}{2}x^2+2x-1}$.

A. $x_{CĐ}=1$. **B.** Không có cực đại.

C. $x_{CĐ}=\dfrac{2}{3}$. **D.** $x_{CĐ}=0$.

Câu 323: Cho hàm số $y=\dfrac{-2x^2+x+2}{2x+1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3. **B.** Cực đại của hàm số bằng 1.

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Hàm số không có cực trị.

Câu 324: Điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2-2$ là.

A. -2. **B.** $\left(0;-2\right)$. **C.** $\left(-2;2\right)$. **D.** 0.

Câu 325: Tìm cực đại của hàm số $y=-\dfrac{1}{4}x^4+2x^2-1$.

A. -1. **B.** ± 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 326: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+7}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 3.

C. Cực tiểu của hàm số bằng 2. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng -1.

Câu 327: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3+2x^2+x+3$ bằng

A. $\dfrac{77}{27}$. **B.** -1. **C.** $-\dfrac{1}{3}$. **D.** 3.

Câu 328: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ trên khoảng $\left(-\infty;+\infty\right)$. Đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ như hình vẽ

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đồ thị của hàm số $y=\left(f\left(x\right)\right)^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?

A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.
C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. **D.** 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Câu 329: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$.

A. $\left(\frac{7}{3};\frac{32}{27}\right)$. **B.** $\left(0;-3\right)$. **C.** $\left(1;0\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{3};\frac{-32}{27}\right)$.

Câu 330: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+\frac{2}{3}$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $\left(C\right)$.

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(1;2\right)$. **C.** $\left(1;-2\right)$. **D.** $\left(3;\frac{2}{3}\right)$.

Câu 331: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-24x-26$.

A. $(-4;54)$. **B.** $(-2;26)$. **C.** $(4;-10)$. **D.** $(2;-54)$.

Câu 332: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^2\ln x$ là ?

A. $y_{CT}=-\frac{1}{e}$. **B.** $y_{CT}=-\frac{1}{2e}$. **C.** $y_{CT}=\frac{1}{2e}$. **D.** $y_{CT}=\frac{1}{e}$.

Câu 333: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x)=(x+2)(x-1)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$. **B.** Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên $(-2;1)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-2;+\infty)$. **D.** Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tiểu $x=1$.

Câu 334: Hàm số $y=-\frac{1}{2}x^4+2x^2-3$ đạt cực tiểu tại x bằng

A. 0. **B.** $\pm\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 335: Cho hàm số $y=x^2.e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.
B. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và đạt cực đại tại $x=2$.
D. Hàm số không có điểm cực trị.

Câu 336: Gọi $x_1;x_2;x_3$ là các điểm cực trị của hàm số $y=x^4-4x^2+1$. Giá trị của biểu thức: $S=x_1^4+x_2^4+x_3^4$.

A. 0. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Câu 337: Tìm điểm cực tiểu của hàm $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$

A. $x=-3$ **B.** $x=3$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=1$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 338: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x}{x-1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là.

A. $(-3;0)$. **B.** $(2;10)$. **C.** $(3;9)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 339: Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2+3x-1$ có các điểm cực trị là

A. $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-3\end{array}\right.$.

C. Hàm số không có cực trị. **D.** $\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$.

Câu 340: Hàm số $y=x^4-4x^2+4$ đạt cực tiểu tại những điểm nào ?

A. $x=\pm\sqrt{2}$. **B.** $x=-\sqrt{2}$. **C.** $x=\sqrt{2},x=0$. **D.** $x=\pm\sqrt{2},x=0$.

Câu 341: Cho hàm số $y=-x^3+3x-3$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **B.** Hàm số có 2 điểm cực đại.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$. **D.** Hàm số có 2 điểm cực trị.

Câu 342: Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-2x^2+3x+\dfrac{2}{3}$. Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(1;2)$. **B.** $\left(3;\dfrac{2}{3}\right)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(-1;2)$.

Câu 343: Hàm số $y=\sin x$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x=\dfrac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-\dfrac{\pi}{2}$.

Câu 344: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-1)$. Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=0$. **D.** $x=0$.

Câu 345: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+1$. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 346: Tìm tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$.

A. $(0;0)$ và $(-2;-4)$. **B.** $(0;0)$ và $(2;-4)$.

C. $(0;0)$ và $(2;4)$. **D.** $(0;0)$ và $(1;-2)$.

Câu 347: Cho hàm số $y=x^4-4x^2+2$ .Khẳng định nào sau đây là **ĐÚNG** ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại hai điểm $x=-\sqrt{2}$ và $x=\sqrt{2}$.

C. Hàm số đạt cực đại tại hai điểm $\left(-\sqrt{2};-2\right)$ và $\left(\sqrt{2};-2\right)$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $y=-2$.

Câu 348: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2+1$ là:

A. $(-1;6)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 349: Điểm cực đại $x_{CĐ}$ của hàm số $y=x^3+3x^2+6$ là:

A. $x_{CĐ}=-2$. **B.** $x_{CĐ}=2$. **C.** $x_{CĐ}=0$. **D.** $x_{CĐ}=-3$.

Câu 350: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là y_1 và y_2. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $3y_1-y_2=-5$. **B.** $3y_1-y_2=-1$. **C.** $3y_1-y_2=5$. **D.** $3y_1-y_2=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 351: Hàm số $y = x^2 \ln x$ đạt cực trị tại điểm

A. $x = 0$. **B.** $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$. **C.** $x = \sqrt{e}$. **D.** $x = 0$; $x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Câu 352: Cho hàm số $y = \frac{x^2 + 3}{x + 1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng 2. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng 1.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng -3.

Câu 353: Hàm số $y = x^4 + x^2 + 2$ có điểm cực tiểu là ?

A. $x = 1$. **B.** $y = 2$. **C.** $x = -1$. **D.** $x = 0$.

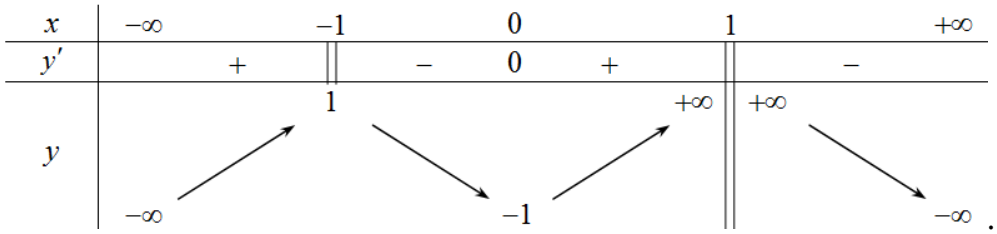
Câu 354: Cho hàm số $y = |x + 3| + \frac{1}{x + 1}$, gọi S là tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số. Giá trị của S bằng

A. $S = \frac{7}{2}$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = \frac{9}{2}$. **D.** $S = \frac{1}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: TÌM CỰC TRỊ, ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 209: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.



Hãy chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm 1$, cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1.

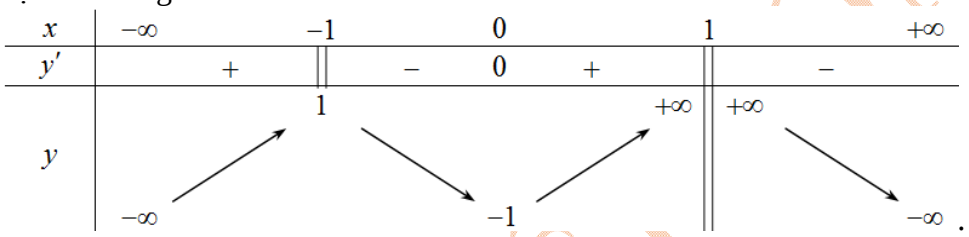
C. Hàm số có 3 cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, cực tiểu tại $x=0$.

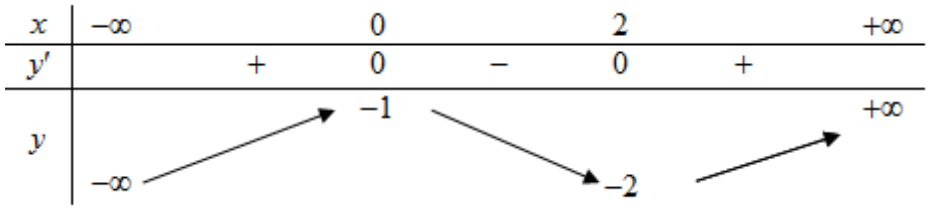
Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên.



Câu 210: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau :



Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo quy tắc một, hàm số đạt tiểu tại $x=2$.

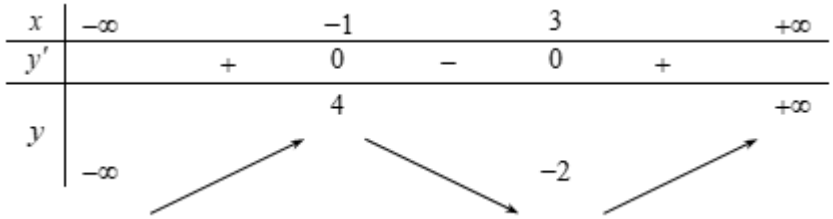
Câu 211: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây ?

A. $x=-1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 212: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. 3 **B.** 4 **C.** -1 **D.** -2

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và giá trị cực đại của hàm số là $y=4$.

Câu 213: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	-3	↗	1	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. $f(2)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số.

B. $x_0=2$ được gọi là điểm cực đại của hàm số.

C. $M(0;-3)$ là điểm cực tiểu của hàm số.

D. Đồ thị hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu **A sai** vì $M(0;-3)$ là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

Câu 214: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên:

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-2	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$. **D.** Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giá trị cực đại của hàm số là $y=3$ tại $x=2$.

Câu 215: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	$\frac{8}{3}$	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là

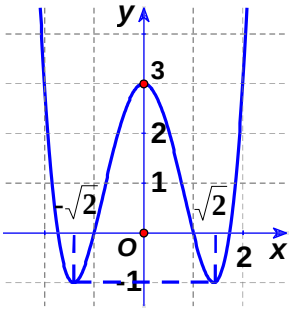
A. $\frac{8}{3}$. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ là 4.

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số đạt cực tiểu tại các điểm



A. $x=\pm\sqrt{2}$ **B.** $x=\pm 2$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x=\pm\sqrt{2}$.

Câu 217: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số $y=f(x)$ bằng

A. -1 **B.** -2 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ bảng biến thiên suy ra, hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và giá trị cực đại của hàm số là $y=4$.

Câu 218: Cho hàm số có bảng biến thiên dưới đây. Phát biểu nào là đúng?

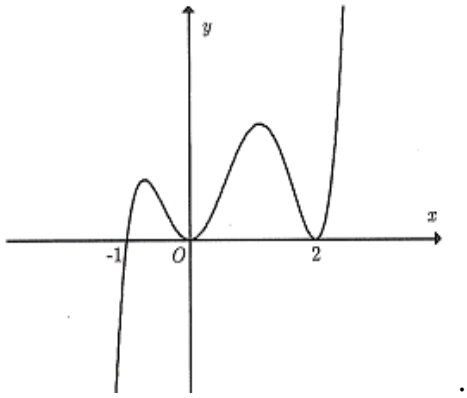
A. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ và đạt cực đại tại $x=3$.
C. Giá trị cực đại của hàm số là -2.
D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo định nghĩa cực đại – cực tiểu của hàm số. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 219: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K. Hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số $f(x)$ trên khoảng K. Số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ trên là:



A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình $f'(x)=0$ chỉ có một nghiệm đơn (và hai nghiệm kép) nên $f'(x)$ chỉ đổi dấu khi qua nghiệm đơn này. Do đó suy ra hàm số $f(x)$ có đúng một cực trị.

Câu 220: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^4-4x^2+3$

A. $y_{CT}=-1$. **B.** $y_{CT}=8$. **C.** $y_{CT}=4$. **D.** $y_{CT}=-6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=4x^3-8x$.

$$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-8x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=3 \\ x=\sqrt{2}\Rightarrow y=-1 \\ x=-\sqrt{2}\Rightarrow y=-1 \end{array}\right. .$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=-1$ tại $x_{CT}=\sqrt{2}$, $x_{CT}=-\sqrt{2}$.

Câu 221: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	0	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Hàm số có giá trị cực đại bằng

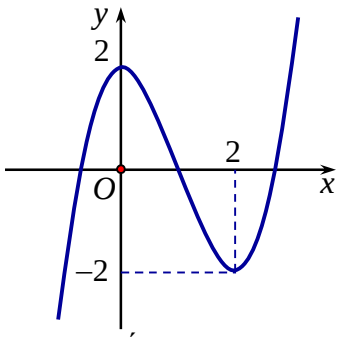
A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Câu 222: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

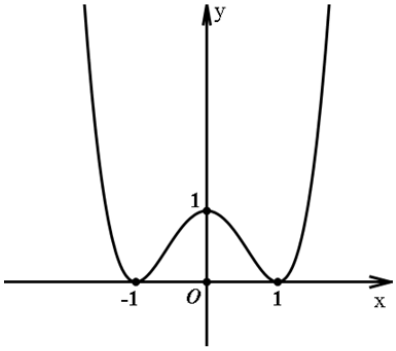


A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và cực tiểu tại $x=2$.
B. Hàm số có ba điểm cực trị.
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.
D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 223: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $y=0$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

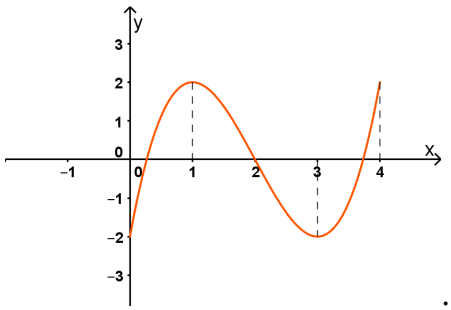
Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Câu 224: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=4$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
C. Hàm số đạt cực đại tại $x=2$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

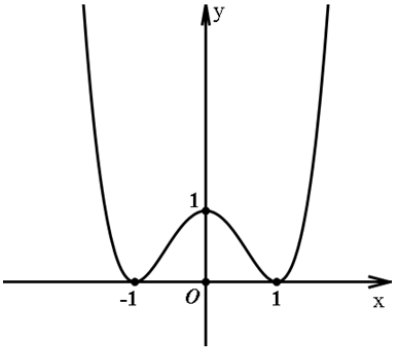
Chọn B



Dựa vào đồ thị hàm số như hình vẽ thì hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.

Câu 225: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây? **(trùng câu 959)**

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Câu 226: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$-\frac{1}{3}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có hai điểm cực trị. **B.** Hàm số có GTLN bằng 1, GTNN bằng $-\frac{1}{3}$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3. **D.** Đồ thị hàm số không cắt trục hoành.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Nhận thấy hàm số đạt cực đại tại $x_{CD}=3$, gúa trị cực đại bằng 1 và đạt cực tiểu tại $x_{CT}=1$, giá trị cực tiểu bằng $-\frac{1}{3}$.

Câu 227: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

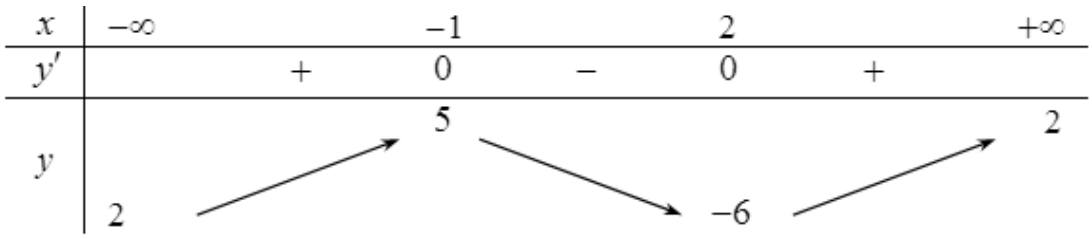
A. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-1$. **B.** Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-2$.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x=-2$. **D.** Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 228: Cho hàm số $y=f(x)$, có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây **đúng** ?

A. Hàm số có bốn điểm cực trị.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-6$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

D. Hàm số không có cực đại.

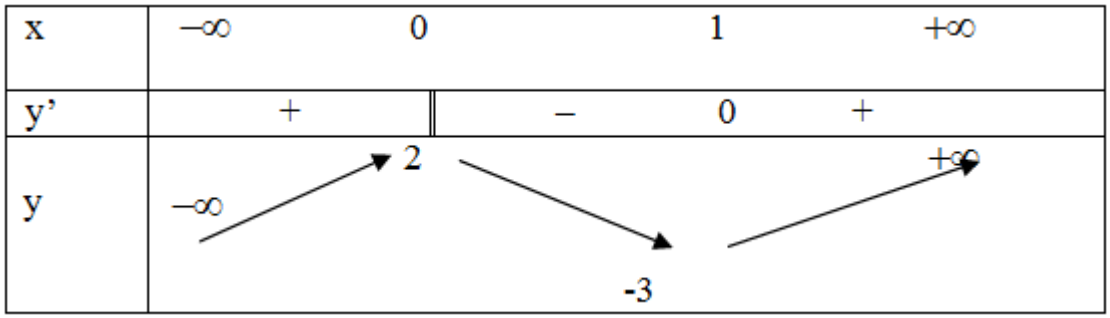
Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên của hàm số ta thấy $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt và y' đổi dấu qua các nghiệm này. Do đó các mệnh đề "Hàm số không có cực đại" và "Hàm số có bốn điểm cực trị" bị LOẠI.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ và có giá trị cực tiểu bằng $y_{CT}=y(2)=-6$.

Câu 229: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng:

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2

C. Hàm số có đúng một cực trị

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3

Hướng dẫn giải

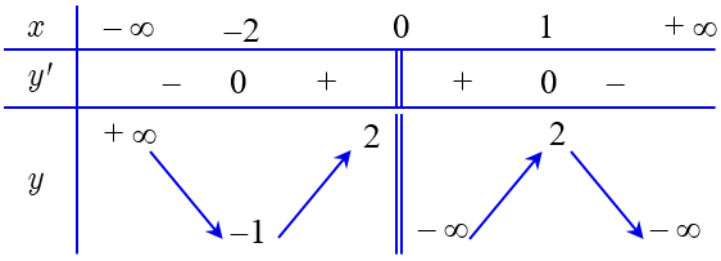
Chọn A

B sai vì giá trị cực tiểu bằng -3.

C sai vì hàm số có hai cực trị.

D sai vì hàm số không có GTLN và GTNN.

Câu 230: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Khẳng định nào sau đây là **sai**?



A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và $x=1$

B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1

C. Giá trị cực đại của hàm số bằng 2

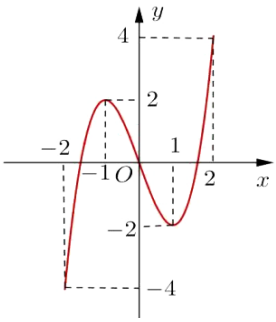
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào BBT, hàm số không đạt cực trị tại $x=0$.

Câu 231: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn có $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



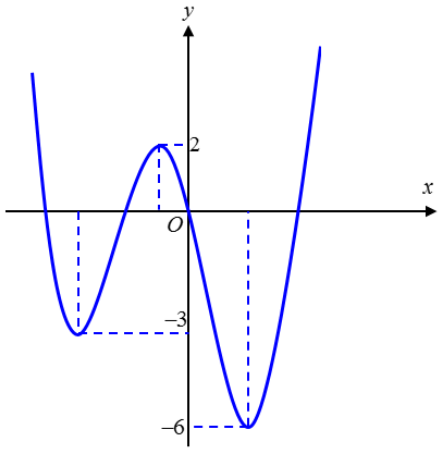
A. $M(-2;-4)$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $M(1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị suy ra điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(1;-2)$.

Câu 232: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ dưới đây:



Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị. Tổng tất cả các giá trị của các phần tử của tập S bằng:

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: hàm số $y=f(x+2018)$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f(x)$ tịnh tiến sang trái 2018 đơn vị;

Hàm số $y=f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2$ có đồ thị là đồ thị hàm số $y=f(x+2018)$ tịnh tiến lên trên $\frac{1}{3}m^2$ đơn vị.

Hàm số $y=\left|f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có đồ thị gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2$ phần phía trên Ox.

+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f(x+2018)+\frac{1}{3}m^2$ phía dưới trục Ox qua Ox.

Để đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x+2018\right)+\frac{1}{3}m^2\right|$ có 5 điểm cực trị

$\Leftrightarrow 3\le\frac{1}{3}m^2<6\Leftrightarrow 9\le m^2<18\Leftrightarrow 3\le m<3\sqrt{2}$ (do $m\in\mathbb{Z}^+$) suy ra: $m\in\{3;4\}\Rightarrow S=\{3;4\}$.

Vậy tổng cần tìm bằng 7.

Câu 233: Cho bảng biến thiên của hàm số như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Kết luận nào sau đây về hàm số là đúng ?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 0.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1;y_{CT}=-2$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại -2.

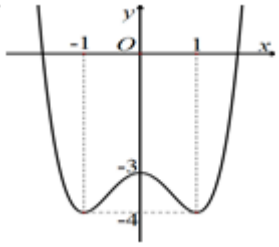
Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 234: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên

Hàm số đạt cực đại tại điểm

A. $x=-3$ **B.** $x=-1$ **C.** $x=0$ **D.** $x=1$



Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$	-		0	+	0	-	0	+
$f(x)$		-4	$\nearrow$		$\searrow$	-4	$\nearrow$	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 235: Hàm số $y=x^2-4x+3$ có điểm cực tiểu là

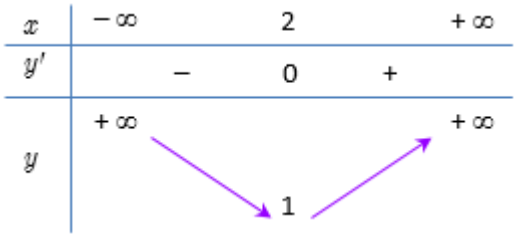
A. $y=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=4$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định : $D=\mathbb{R}$.

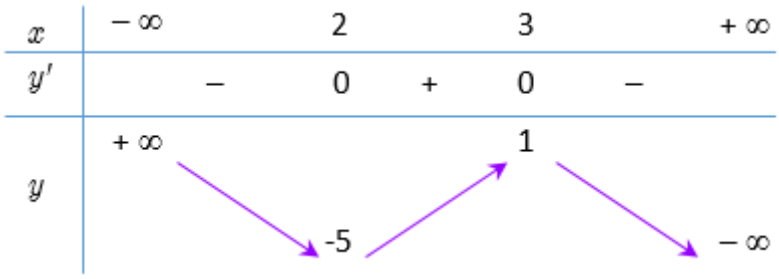
Ta có: $y'=2x-4$, $y'=0\Leftrightarrow x=2$.



Từ bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Cách 2: Đồ thị hàm số $y=x^2-4x+3$ là Parabol có đỉnh là $(2;1)$ và có $a=1>0$ nên $x=2$ là điểm cực tiểu.

Câu 236: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=3$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-5$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=2$.

Câu 237: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

Hàm số $y=2f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y=2f(x)+1 \Rightarrow y'=2f'(x)$.

Suy ra: Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)$ cũng chính là điểm cực tiểu của hàm số $y=2f(x)+1$.

Vậy: Hàm số $y=2f(x)+1$ đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

Câu 238: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị là

A. $1\le m\le 3$. **B.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.

C. $m=-1$ hoặc $m=3$. **D.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ gồm hai phần:

Phần 1 là phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+m$ nằm phía trên trục hoành;

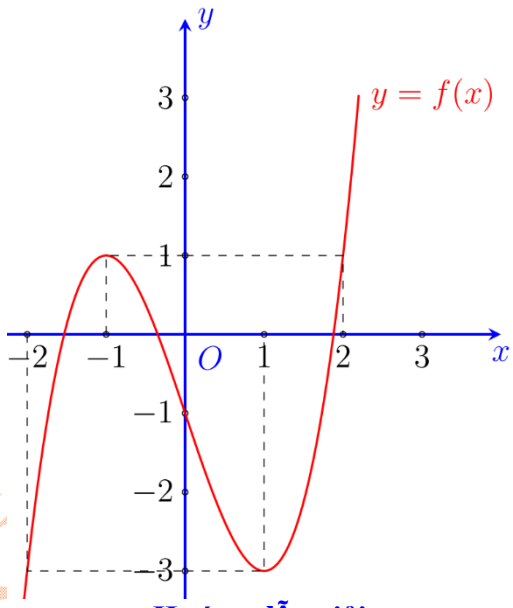
Phần 2 là phần đối xứng của đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+m$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)$ đã cho hình bên ta suy ra dạng đồ thị của hàm số $y=f\left(x\right)+m$. Khi đó hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)+m$ và trục hoành tại nhiều nhất hai điểm chung

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1+m\le 0\\-3+m\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\le -1\\m\ge 3\end{array}\right.$.

Câu 239: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình bên. Giá trị cực đại của hàm số là

A. $y=-1$. **B.** $y=-3$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2$.



Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 240: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	1	↗	$+\infty$

Giá trị cực đại của hàm số là

A. $y=2$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=5$. **D.** $y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nhìn vào bảng biến thiên ta thấy giá trị cực đại của hàm số là $y=5$.

Câu 241: Đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2$ có khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng.

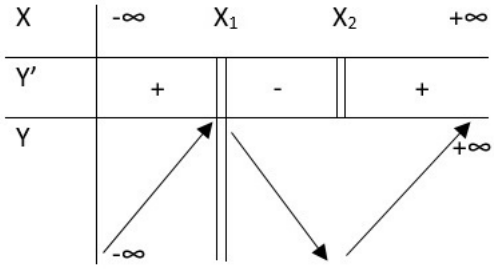
A. 2. **B.** $2\sqrt{5}$. **C.** 5. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$y'=0\Leftrightarrow 3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;\ y=-2\\ x=-2;\ y=2\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}A(0;-2)\\ B(-2;2)\end{array}\right.\Rightarrow AB=2\sqrt{5}.$$

Câu 242: Cho hàm số $Y=f(X)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:



Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

B. Hàm số đã cho không có cực trị.

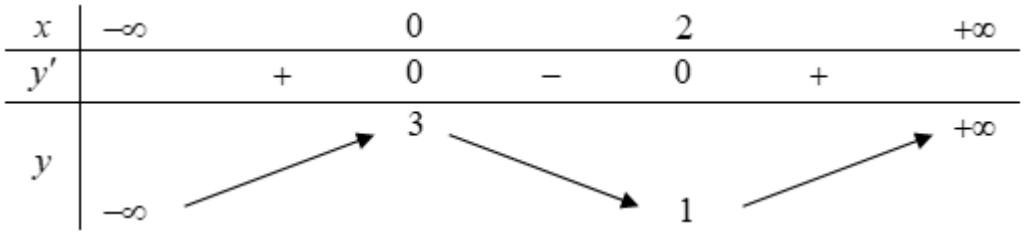
C. Hàm số đã cho có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

D. Hàm số đã cho có một điểm cực tiểu và không có điểm cực đại.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 243: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Hàm số đã cho đạt cực đại tại:

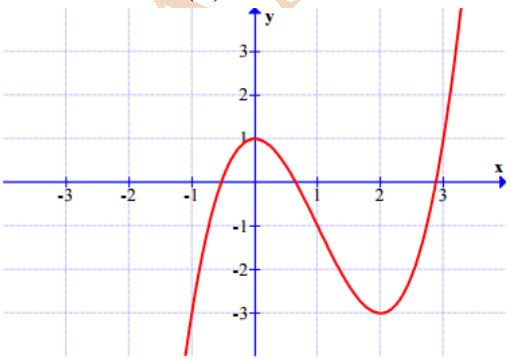
A. 3 **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 244: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=-2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=2$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 245: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=2x^4-(m+1)x^2+4$ có ba điểm cực trị?

A. $m\geq -1$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m>0$. **D.** $m>-1$.

Hướng dẫn giải:

Chọn D

Ta có $y' = 8x^3 - 2(m+1)x = 2x\left[4x^2 - (m+1)\right]$.

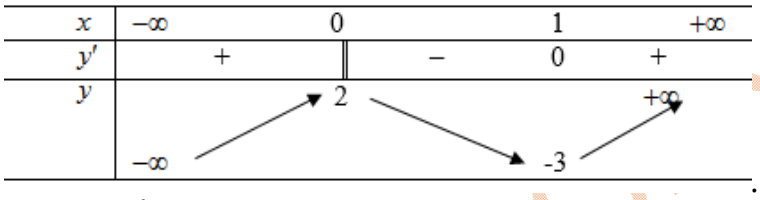
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{m+1}{4} (1) \end{array}\right.$$

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$\Leftrightarrow \dfrac{m+1}{4} > 0 \Leftrightarrow m > -1$.

Câu 246: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng **?**

A. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 2.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ bảng biến thiên ta thấy: y' đổi dấu 2 lần, suy ra hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.

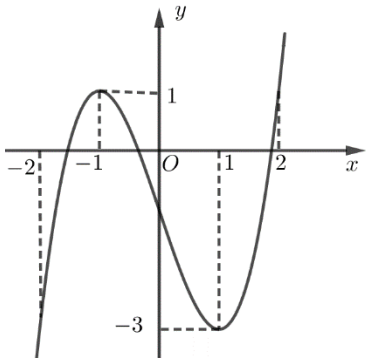
Sai, vì hàm số có 2 cực trị.

Sai, vì hàm số có giá trị cực đại bằng2.

Sai, vì hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

. **Đúng**.

Câu 247: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như sau



Hàm số đạt cực đại tại điểm

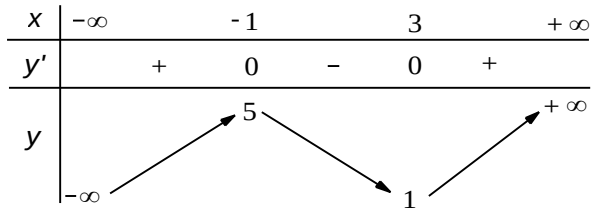
A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $x = 2$. **D.** $x = -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có hàm số đạt cực đai tai điểm $x = -1$.

Câu 248: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng:

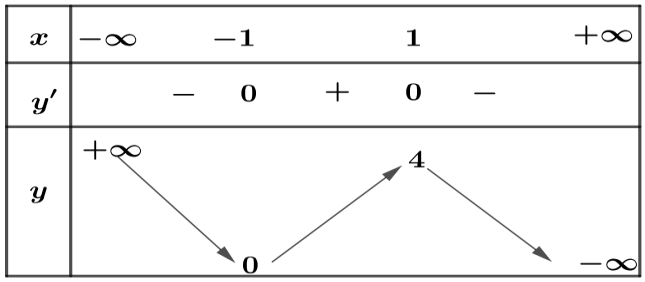


A. 5. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 249: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



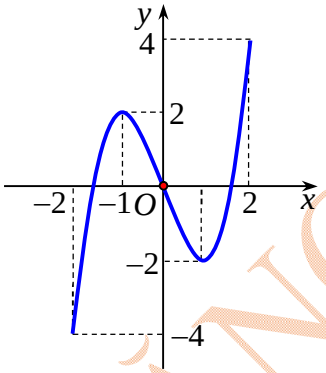
Hàm số đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=4$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 250: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



A. $x=2$ **B.** $x=-2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Quan sát đồ thị, dấu $f'(x)$ đổi từ dương sang âm khi qua điểm $x=-1$ nên hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

Câu 251: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

Hàm số $y=f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm nào sau đây ?

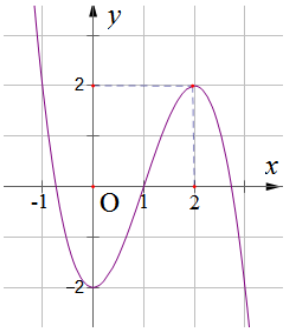
A. $x=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo Quy tắc I, hàm số đạt tiểu tại $x=2$.

Câu 252: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Đặt $g(x)=f(x)+x$. Hỏi hàm số có bao nhiêu điểm cực đại và bao nhiêu điểm cực tiểu?

A. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
B. Hàm số không có điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
C. Hàm số có một điểm cực đại và một điểm cực tiểu.
D. Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên $g(x)=f(x)+x$ cũng có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và

$g'(x)=f'(x)+1;\ g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(x)=-1$.

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)=-1$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2 và x_3 với $x_1<x_2<x_3$.

Bảng biến thiên của $g(x)$:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$	$-\infty$	↗	$g(x_1)$	↘	$g(x_2)$	↗	$g(x_3)$	↘	$-\infty$

Hàm số có hai điểm cực đại và một điểm cực tiểu.

Câu 253: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	2	↗	4	↘	-5	↗	2

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-5;2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu bằng -5.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận.

D. Hàm số $y=f(x)$ có điểm cực đại bằng 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=2$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ nên đường $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Giá trị cực đại $y_{CĐ}=4$, điểm cực đại $x_{CĐ}=-1$.

Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên $(-\infty;-1)$; $(2;+\infty)$ và nghịch biến trên $(-1;2)$.

Vì vậy A, B, C sai.

Hàm số $y=f(x)$ có cực tiểu bằng -5.

Câu 254: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên dưới. Giá trị cực tiểu của hàm số là

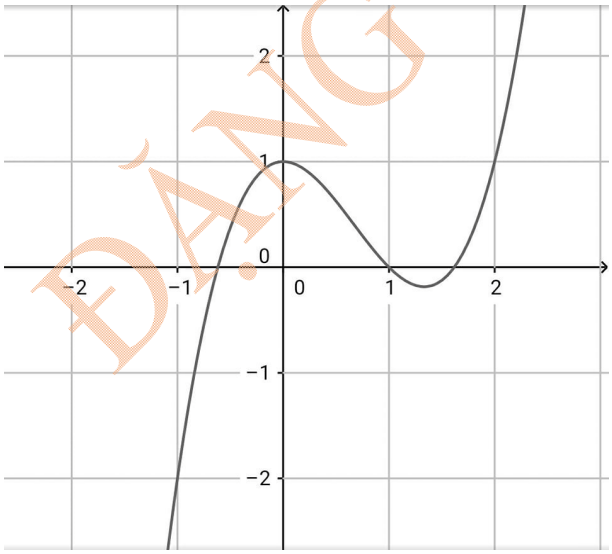
A. 4. **B.** -4. **C.** -2. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào BBT, giá trị cực tiểu của hàm số là $y=4$.

Câu 255: Cho hàm số $f(x)$ với đạo hàm $f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x)=f(x)-\frac{x^3}{3}+x^2-x+2$ đạt cực đại tại điểm nào?



A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=f'(x)-(x-1)^2$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$ là nghiệm của phương trình $g'(x)=0$ tức là nghiệm của phương trình $f'(x)=(x-1)^2$ suy ra điểm cực trị của hàm số $y=g(x)$ cũng là hoành độ giao điểm của các đồ thị hàm số $y=f'(x); y=x^2-2x+1$.

Vẽ đồ thị của các hàm số $y=f'(x); y=x^2-2x+1$ trên cùng một hệ trục tọa độ như hình vẽ sau:

Dựa vào đồ thị trên ta có BBT của hàm số $y=g(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↘		↗	

Dựa vào BBT ta thấy hàm số $y=g(x)$ có điểm cực đại $x=1$.

Câu 256: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây **sai** ?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

B. Hàm số có đúng một điểm cực trị.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

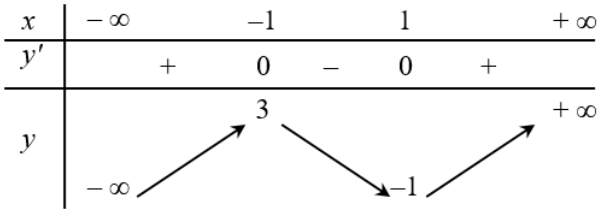
D. Hàm số có giá trị cực tiểu $y=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đạo hàm của hàm số không đổi dấu tại $x=0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 257: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



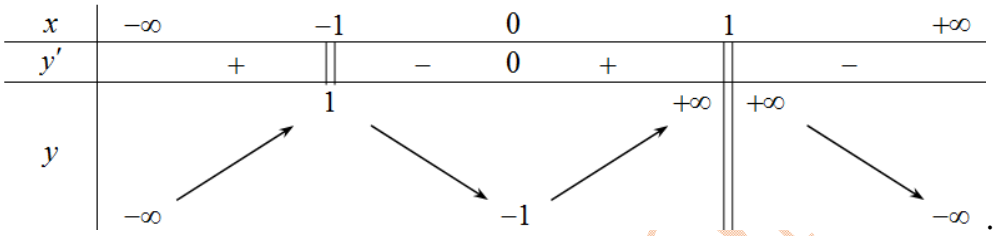
Hàm số đạt cực tiểu tại điểm nào?

A. $x=0$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 258: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới đây.



Hãy chọn khẳng định đúng.

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=\pm 1$, cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số có GTLN bằng 1 và GTNN bằng -1.

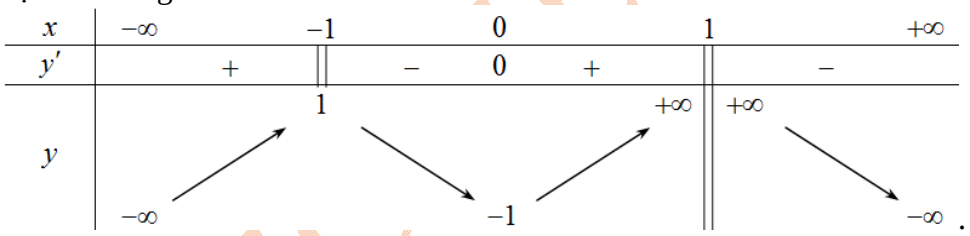
C. Hàm số có 3 cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=-1$, cực tiểu tại $x=0$.

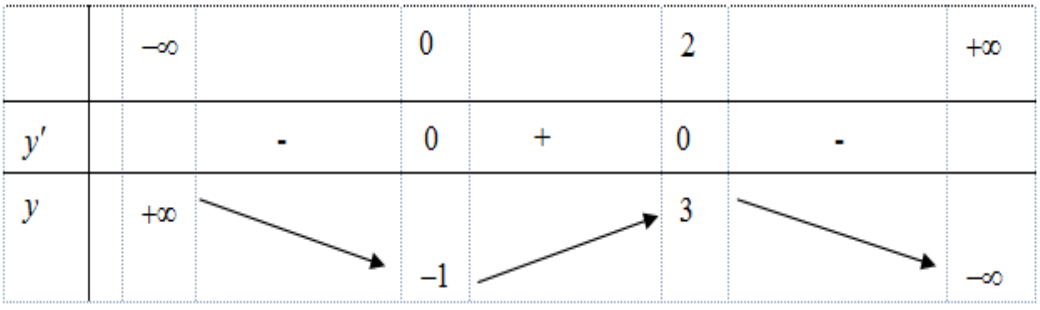
Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên.



Câu 259: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:



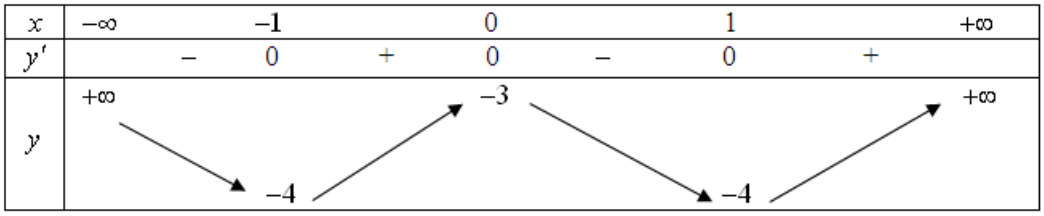
Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $x=-1$. **B.** $y=-1$. **C.** $x=0$. **D.** $y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 260: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -3.

B. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng $+\infty$ và giá trị nhỏ nhất bằng -4.

C. Hàm số có đúng một cực trị.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$ và đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 261: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

Điểm cực đại của hàm số là

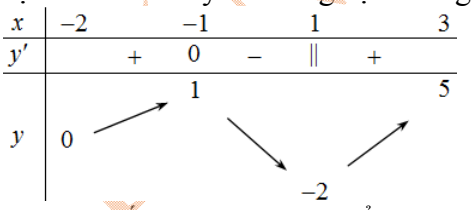
A. $x=5$ **B.** $x=1$ **C.** $x=2$ **D.** $y=5$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên, ta có tại $x=1$, đạo hàm của hàm số đổi dấu từ $(+)$ sang $(-)$ nên hàm số có điểm cực đại là $x=1$.

Câu 262: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;3]$, có bảng biến thiên như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?



A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

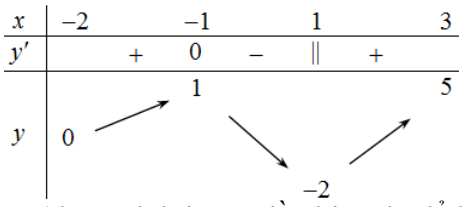
B. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=1$.

C. Giá trị cực đại của hàm số là 5.

D. Giá trị cực tiểu của hàm số là 0.

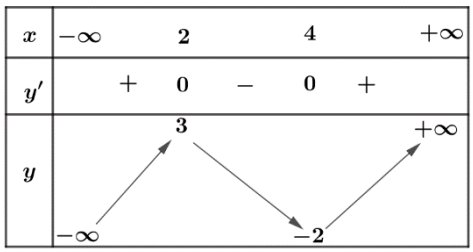
Lời giải

Chọn B



Khẳng định ở Phương án C đúng (theo Định lí 1- Điều kiện đủ để hàm số có cực trị)

Câu 263: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây. Khẳng định nào sau đây là đúng?

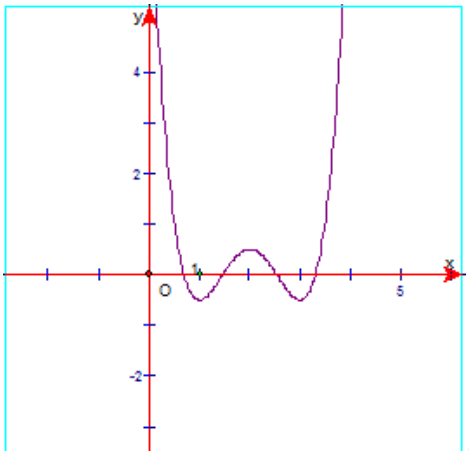


A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=4$.
B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$.
D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 264: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=|f(x-1)|$.



A. 3.
B. 7.
C. 9.
D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tịnh tiến đồ thị $f(x)$ sang phải 1 đơn vị ta được đồ thị hàm số $f(x-1)$.

Đồ thị của hàm số $y=|f(x-1)|$ là gồm hai phần:

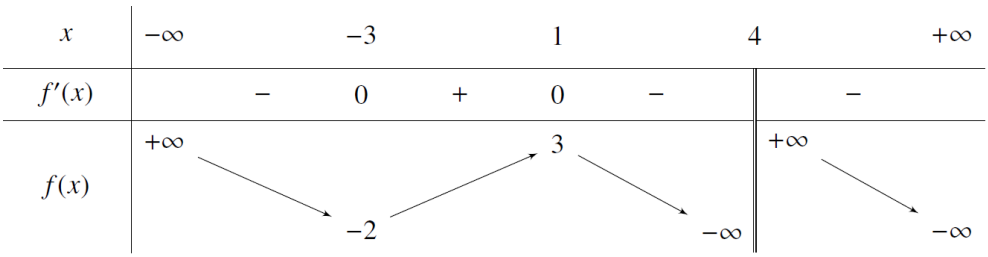
+ Phần đồ thị của hàm số $f(x-1)$ nằm phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị nằm phía dưới trục hoành của đồ thị hàm $f(x-1)$ qua trục Ox.

Suy ra: Đồ thị của hàm số $y=|f(x-1)|$ có 7 điểm cực trị.

Câu 265: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ. Hàm số đạt cực đại tại điểm

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $x=1$ **B.** $x=4$ **C.** $x=3$ **D.** $x=-3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

Câu 266: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $y=2$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$.

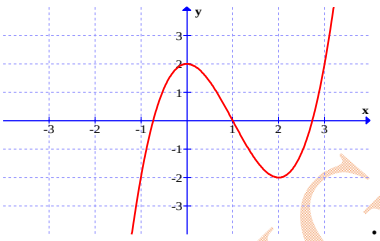
C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$ **D.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$.

Câu 267: Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số $y=f(x)$. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$. **B.** Hàm số có giá trị lớn nhất là 2.

C. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị. **D.** Hàm số có giá trị cực đại bằng 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị chỉ có 2 cực trị, loại A.

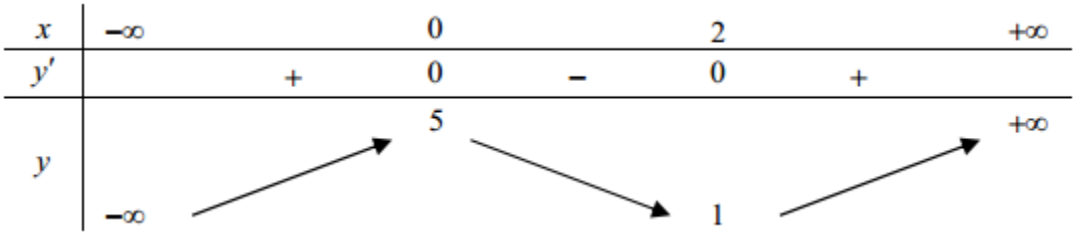
Hàm số có $y_{CD}=y(0)=2$, loại

B.

Hàm số có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên không tồn tại GTLN trên $\mathbb{R}$, loại

C.

Câu 268: Cho hàm số có bảng biến thiên như sau. Mệnh đề nào sau đây đúng:



A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng 2

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và đạt cực đại tại $x=5$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=2$

D. Giá trị cực đại của hàm số là 0

Hướng dẫn giải

Chọn C

DẠNG 6: TÌM CỰC TRỊ, ĐIỂM CỰC TRỊ (BIẾT Y,Y')

Câu 269: Cho hàm số $y=x^4+4x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây là mệnh đề ***đúng***?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

B. Hàm số có cực đại và không có cực tiểu.

C. Hàm số có cực đại và cực tiểu.

D. Hàm số không có cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3+8x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=0$.

Lập bảng biến thiên suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 270: Cho hàm số $y=x+\sin 2x+2017$. Tìm các điểm cực tiểu của hàm số.

A. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

B. $x=-\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

C. $x=\dfrac{\pi}{3}+k2\pi, k\in\mathbb{Z}$.

D. $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=1+2\cos 2x$, $y'=0 \Leftrightarrow 1+2\cos 2x=0 \Rightarrow \cos 2x=-\dfrac{1}{2} \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi \\ x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi \end{array}\right. (k\in\mathbb{Z})$.

Lại có $y''=-4\sin 2x$,

$y''\left(\dfrac{\pi}{3}+k\pi\right)=-4\sin\left(2\left(\dfrac{\pi}{3}+k\pi\right)\right)=-2\sqrt{3}<0$ nên $x=\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$ là các điểm cực đại ;

$y''\left(-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\right)=-4\sin\left(2\left(-\dfrac{\pi}{3}+k\pi\right)\right)=2\sqrt{3}>0$ nên $x=-\dfrac{\pi}{3}+k\pi, k\in\mathbb{Z}$ là các điểm cực tiểu.

Câu 271: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$.

A. $x=1$ **B.** $x=3$ **C.** $\left(1;\dfrac{7}{3}\right)$ **D.** $(3;1)$

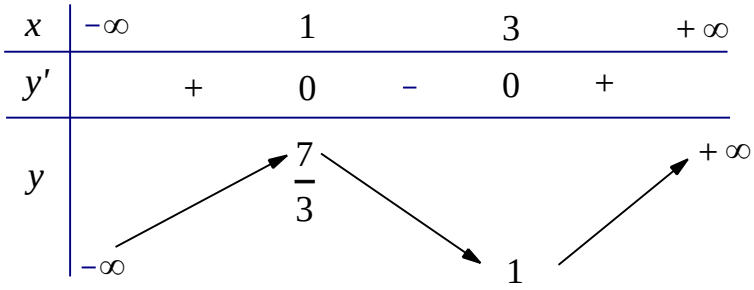
Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựa vào BBT suy ra, điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;1)$.

Câu 272: Hàm số $y=x^2-2x+3$ đạt cực tiểu tại

A. $x=1$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=2$. **D.** $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 273: Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có hai điểm cực trị là $A(0;2)$ và $B(2;-14)$. Tính $f(1)$.

A. $f(1)=0$. **B.** $f(1)=-7$. **C.** $f(1)=-5$. **D.** $f(1)=-6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có hai điểm cực trị là A và B thì $\begin{cases} f(0)=2 \\ f'(0)=0 \\ f(2)=-14 \\ f'(2)=0 \end{cases}$ hay

$$\begin{cases} c=2 \\ 16a+4b+c=-14 \\ 32a+4b=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=-8 \\ c=2 \end{cases} \Rightarrow f(x)=x^4-8x^2+2.$$

Từ đó ta có $f(1)=-5$.

Câu 274: Giá trị cực tiểu của hàm số $y=x^3-3x+2$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** −1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3 \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

$y''=6x \Rightarrow y''(1)=6>0 \Rightarrow x_{CT}=1 \Rightarrow y_{CT}=0$.

Câu 275: Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-x+5$. Giá trị biểu thức $S=\frac{x_1^2-1}{x_1}+\frac{x_2^2-1}{x_2}$ bằng.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=x^2-2x-1$. $y'=0 \Leftrightarrow x_1=1-\sqrt{2}$, $x_2=1+\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$S=\frac{x_1^2-1}{x_1}+\frac{x_2^2-1}{x_2}=\frac{\left(1-\sqrt{2}\right)^2-1}{1-\sqrt{2}}+\frac{\left(1+\sqrt{2}\right)^2-1}{1+\sqrt{2}}=4.$$

Câu 276: Hàm số nào trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây không có cực trị?

A. $y=|x|$. **B.** $y=x^4$. **C.** $y=-x^3+x$. **D.** $y=\frac{2x-1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ ta có $y'=\frac{3}{(x+1)^2}>0$ với $x\neq -1$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 277: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x^2-4)$, $x\in\mathbb{R}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đã cho có 2 điểm cực trị. **B.** Hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=2$.
C. Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=-2$. **D.** Hàm số đã cho có 3 điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có phương trình $f'(x)=0$ có 2 nghiệm đơn là $x=2$ và $x=-2$ nên hàm số đã cho có 2 điểm cực trị.

Chú ý: Có thể lập bảng biến thiên của hàm số, từ đó được A

Câu 278: ÝI Hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-2x^2-3$ đạt cực đại tại x bằng bao nhiêu?

A. $\pm\sqrt{2}$. **B.** 0. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

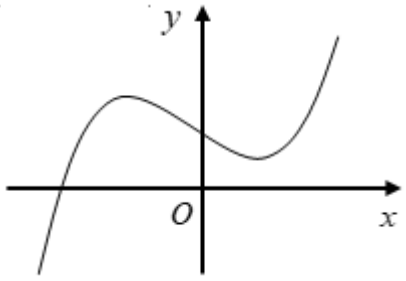
Chọn B

$y'=2x^3-4x;\ y''=6x^2-4$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

$y''(0)=-4<0$; $y''\left(\pm\sqrt{2}\right)=8>0$. Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Câu 279: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Khi đó số điểm cực trị của hàm số là:

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị trên ta thấy đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại x_0.

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựa vào bảng trên số điểm cực trị của hàm số đã cho là 1.

Câu 280: Hàm số $y=-x^4+2x^2-3$ có điểm cực đại $x_{CĐ}$ và điểm cực tiểu x_{CT} là.

A. $x_{CT}=\pm 1,\ x_{CĐ}=0$. **B.** $x_{CĐ}=\pm 2,\ x_{CT}=0$.

C. $x_{CĐ}=\pm 1,\ x_{CT}=0$. **D.** $x_{CT}=\pm 2,\ x_{CĐ}=0$.

Hướng dẫn giải

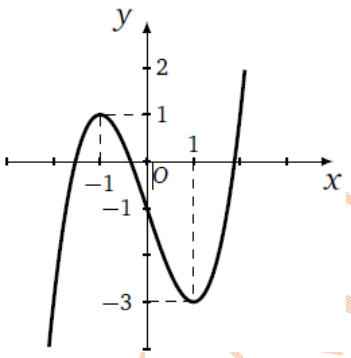
Chọn C

Ta có: $y'=-4x^3+4x$, $y'=0\Leftrightarrow -4x^3+4x=0\Leftrightarrow x=0\vee x=1\vee x=-1$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	-2	↘	-3	↗	-2	↘	$-\infty$

Từ bảng biến thiên ta có: $x_{CĐ}=\pm 1,\ x_{CT}=0$.

Câu 281: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là



A. $M(-1;1)$. **B.** $M(1;-3)$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy, $f'(x)$ đổi dấu từ "âm" sang "dương" khi đi qua $x=1$ và $f(1)=-3$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=f(x)$ là $M(1;-3)$.

Câu 282: Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^4+5x^2-2$ là

A. $y=0$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=0$. **D.** $y=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=-4x^3+10x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{\dfrac{5}{2}} \end{array}\right.$.

Lại có $y''=-12x^2+10 \Rightarrow \begin{cases} y''(0)=10>0 \\ y''\left(\pm\sqrt{\frac{5}{2}}\right)=-20<0 \end{cases} \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 283: Ê Điểm cực tiểu của hàm số $y=f(x)=x^3-3x^2+1$ là.

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=0$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1:

Lập bảng biến thiên, tìm được điểm cực tiểu của hàm số là $x=2$. **Chọn B**

Cách 2: Dùng CASIO.

Bấm máy: $y'=3x^2-6x,\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$ $\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(x^3-3x^2\right)\Big|_{x=x} : \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(3x^2-6x\right)\Big|_{x=x}$;

CALC với $x=-2;0;1;2$.

(Phương án nào có giá trị thứ nhất bằng 0 và giá trị thứ hai dương thì chọn). Vậy chọn **D**.

Câu 284: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=3$. **B.** Không tồn tại m.

C. $m=1,\ m=3$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét $y=x^3-2mx^2+m^2x+1$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-4mx+m^2$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ nên $y'(1)=0$.

Ta có $3-4m+m^2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Thử lại:

* Với $m=1$, ta có:

$y=x^3-2x^2+x+1$.

$y'=3x^2-4x+1$.

$y''=6x-4$.

$y'(1)=0$ và $y''(1)=2>0$. Do đó hàm số hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

* Với $m=3$, ta có:

$y=x^3-6x^2+9x+1$.

$I=3$.

$y''=6x-12$.

$y'(1)=0$ và $y''(1)=-6<0$. Do đó hàm số hàm số không đạt cực tiểu tại $x=1$.

Vậy với $m=1$, hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 285: Tìm giá trị cực tiểu của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x+1}$.

A. -6. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -3.

Hướng dẫn giải

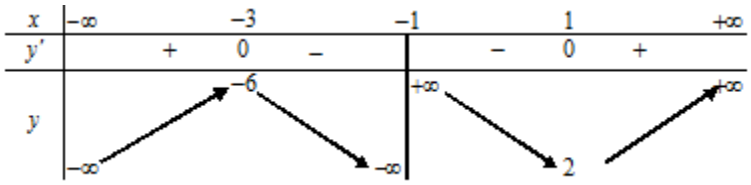
Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$y' = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2} = 0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right.$$



Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.
Vậy giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 286: Cho hàm số $y = \frac{x^2+3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=3$.
B. Hàm số có hai cực trị $y_{CD} < y_{CT}$.
C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.
D. Giá trị cực tiểu bằng -2.

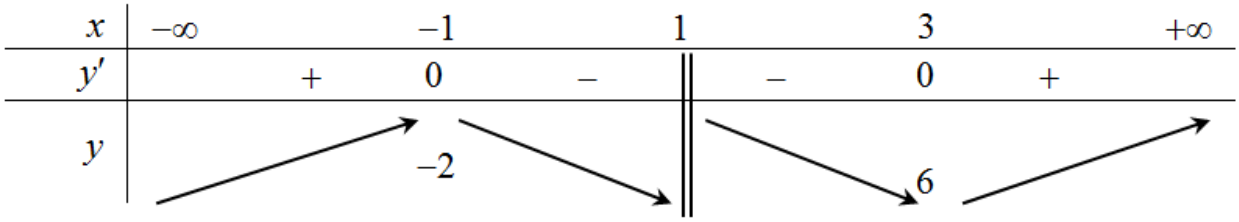
Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có: $y' = \frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$. Cho $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



.

Dựa vào bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại tại $x=-1$ và đạt cực tiểu tại $x=3$, giá trị cực tiểu bằng 6 và giá trị cực đại bằng -2.

Câu 287: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y = x^3 - 6x^2 + 9x$.

A. $(0;3)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(4;1)$. **D.** $(1;4)$.

Hướng dẫn giải

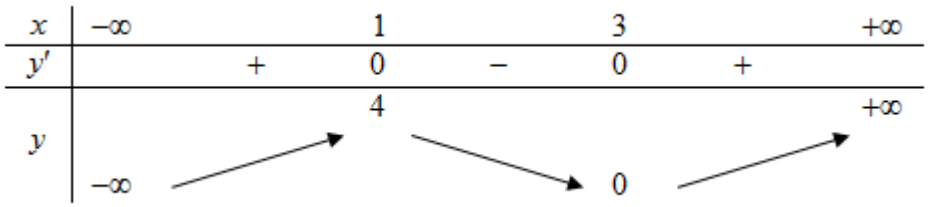
Chọn B

Cách 1: Dùng bảng biến thiên.

Ta có: $y' = 3x^2 - 12x + 9$.

$$\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2-12x+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=4 \\ x=3 \Rightarrow y=0 \end{array}\right.$$

Bảng biến thiên.



Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;0)$.

Cách 2: Sử dụng điều kiện y'' (Đúng với hàm bậc ba).

Ta có $y'=3x^2-12x+9\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=1;x=3$.

Xét $y''=6x-12;y''(1)=-6<0;y''(3)=6>0$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=3\Rightarrow y=0$.

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;0)$.

Câu 288: ỞĐÂ Điểm cực tiểu của hàm số $y=-x^3+3x+4$ là:

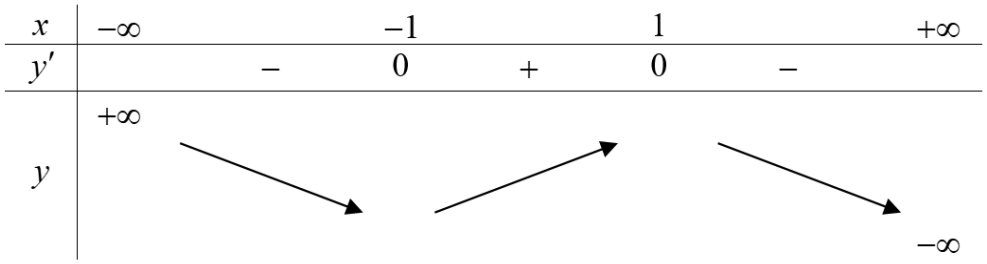
A. $x=-1$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-3$. **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=-3x^2+3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=1$ hoặc $x=-1$.

Bảng biến thiên:



Câu 289: Cho hàm số $f(x)=x^4-8x^3+1$. Chọn mệnh đề đúng.

A. Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực tiểu **B.** Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực đại

C. Nhận điểm $x=6$ làm điểm cực tiểu **D.** Nhận điểm $x=0$ làm điểm cực đại

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x)=4x^3-24x^2=4x^2(x-6)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=6\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số nhận điểm $x=6$ làm điểm cực tiểu.

Câu 290: - Hàm số $y=x^3-5x^2+7x-1$ đạt cực đại tại.

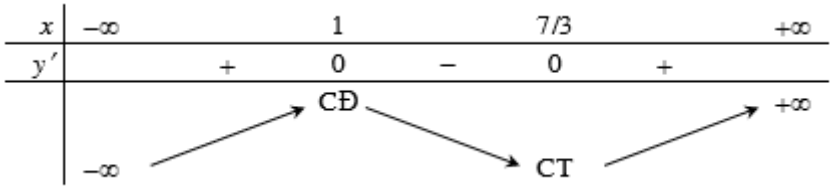
A. $x=1$. **B.** $x=\frac{7}{3}$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=-\frac{7}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=3x^2-10x+7;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{7}{3}\\x=1\end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên.



Dựa vào BBT, ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 291: Hàm số $y=x^3-3x^2-9x+4$ đạt cực trị tại x_1 và x_2 thì tích các giá trị cực trị bằng

A. -82. **B.** 1. **C.** 25. **D.** -207.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x-9,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y=9\\x=3\Rightarrow y=-23\end{array}\right.$.

Câu 292: Trong các hàm số sau đây hàm số nào có cực trị

A. $y=\frac{2x+1}{x-2}$. **B.** $y=\sqrt{x}$.

C. $y=x^4-x^2+1$. **D.** $y=\frac{x^3}{3}-x^2+3x-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 293: Tính khoảng cách d giữa hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-4x^2+1$.

A. $d=1$. **B.** $d=\sqrt{3}$. **C.** $d=\sqrt{2}$. **D.** $d=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3-8x\ \Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Tọa độ hai điểm cực tiểu là $A\left(-\sqrt{2};3\right)$ và $B\left(\sqrt{2};3\right)$ nên khoảng cách giữa hai điểm cực tiểu là $d=AB=2\sqrt{2}$.

Câu 294: Cho hàm số $y=\frac{x^2-4x+7}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng 2. **B.** Cực tiểu của hàm số bằng -1.

C. Cực tiểu của hàm số bằng -6. **D.** Cực tiểu của hàm số bằng 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có.

$$y'=\frac{(2x-4)(x-1)-(x^2-4x+7)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}..$$

$$y'=0\Rightarrow x^2-2x-3=0\Rightarrow\begin{bmatrix}x=-1(y=-6)\\x=3(y=2).\end{bmatrix}.$$

Bảng xét dấu đạo hàm:

x	$-\infty$		-1		1		3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và $y_{CT}=2$..

Câu 295: Hỏi trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây, hàm số nào **không có** cực trị?

A. $y=x^3+x^2-5x$. **B.** $y=x^3$. **C.** $y=-x^4-1$. **D.** $y=x^4-x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đáp án C và D loại vì hàm bậc 4 trùng phương luôn có cực trị.

Đáp án A và B là hàm bậc 3, mà hàm bậc 3 không có cực trị khi $y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

Đáp án B: $y=x^3\Rightarrow y'=3x^2$ có nghiệm kép nên thỏa yêu cầu đề bài.

Câu 296: Tìm tọa độ điểm cực tiểu M của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$.

A. $M(-1;0)$. **B.** $M(1;0)$. **C.** $M(-1;4)$. **D.** $M(1;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$, vì hệ số của x^3 dương nên cực tiểu ứng với nghiệm lớn hơn của y', điểm đó là $(1;0)$.

Câu 297: Đồ thị của hàm số $y=3x^4-4x^3-6x^2+12x+1$ đạt cực tiểu tại $M(x_1;y_1)$. Tính tổng x_1+y_1

A. 7. **B.** 6. **C.** 5. **D.** -11.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=12x^3-12x^2-12x+12$;

$$y'=0\Leftrightarrow x^3-x^2-x+1=0\Leftrightarrow(x+1)(x-1)^2=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=1\\x=-1\end{bmatrix}$$

Lập bảng biến thiên, ta thu được điểm cực tiểu là $M(-1;-10)\Rightarrow x_1+y_1=-11$

Câu 298: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-2$. Hãy chọn mệnh đề đúng ?

A. Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=1$. **B.** Hàm số đạt cực đại tại điểm $x=-1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$. **D.** Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3-4x$. $y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=1\\x=-1\end{bmatrix}$

Ta có bảng biến thiên

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-\infty$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$.

Câu 299: Khi đồ thị hàm số $y=x^3+bx^2+cx+d$ có hai điểm cực trị và đường thẳng nối hai điểm cực trị ấy đi qua gốc tọa độ, hãy tìm giá trị nhỏ nhất $\min T$ của biểu thức $T=bcd+bc+3d$.

A. $\min T=6$. **B.** $\min T=-6$. **C.** $\min T=4$. **D.** $\min T=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=3x^2+2bx+c$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow b^2-3c>0$

Lấy y chia cho y' ta được: $y=y'.\left(\frac{1}{3}x+\frac{1}{9}b\right)+\left(\frac{c}{3}-\frac{2b^2}{9}\right)x+d-\frac{bc}{9}$.

Suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $(d):y=\left(\frac{c}{3}-\frac{2b^2}{9}\right)x+d-\frac{bc}{9}$

$(d)\ qua\ O(0;0)$ nên $d-\frac{bc}{9}=0\Leftrightarrow bc=9d$.

Khi đó $T=bcd+bc+3d=9d^2+12d=(3d+4)^2-4\ge -4$.

Câu 300: Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x^2+8}$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. Giá trị cực đại của hàm số là 2. **B.** Điểm cực tiểu của hàm số là $x=4$.

C. Giá trị cực tiểu của hàm số là -4. **D.** Điểm cực đại của hàm số $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Có $y'(x)=\frac{-x^2-2x+8}{(x^2+8)^2}$, $y'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=2\end{array}\right.$.

Dễ thấy $y'(x)$ cùng dấu với $-x^2-2x+8$.

Khi đó $x=2$ là điểm cực đại của hàm số.

Câu 301: Các điểm cực tiểu của hàm số $y=x^4+3x^2+2$ là

A. $x=0$. **B.** $x=-1$. **C.** $x=1$ và $x=2$. **D.** $x=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3+6x=x(4x^2+6)$.

$y'=0\Leftrightarrow x(4x^2+6)=0\Leftrightarrow x=0$.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy hàm số có điểm cực tiểu là $x=0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 302: Đồ thị hàm số $y=\frac{x^4}{2}-x^2+3$ có mấy điểm cực trị.

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đạo hàm $y'=2x^3-2x=2x\left(x^2-1\right)$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow 2x\left(x^2-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Câu 303: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)=\left(x-1\right)\left(3-x\right)$. Điểm cực đại của hàm số $y=f\left(x\right)$ là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $x=3$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy $f'\left(x\right)=0$ có hai nghiệm $x=1$ và $x=3$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
f'		$-$	0	$+$	0	$-$	
f		↘		↗		↘	

Điểm cực đại của hàm số là $x=3$.

Câu 304: Ơ Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$.

A. $\left(\frac{7}{3};\frac{32}{27}\right)$. **B.** $\left(0;-3\right)$. **C.** $\left(1;0\right)$. **D.** $\left(\frac{7}{3};\frac{-32}{27}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phân tích:

Với I: ta nhẩm nhanh: $y'=\frac{1}{\left(x+1\right)^2}>0\Rightarrow$ thỏa mãn.

Với II: hàm bậc bốn trùng phương luôn có khoảng đồng biến và nghịch biến nên loại.

Với III: $y'=3x^2-3$ luôn có 2 nghiệm phân biệt (loại).

Nên chỉ I thỏa mãn.

Câu 305: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=-x^4+18x^2-1$ là

A. $\left(0;1\right)$. **B.** $\left(-1;0\right)$.

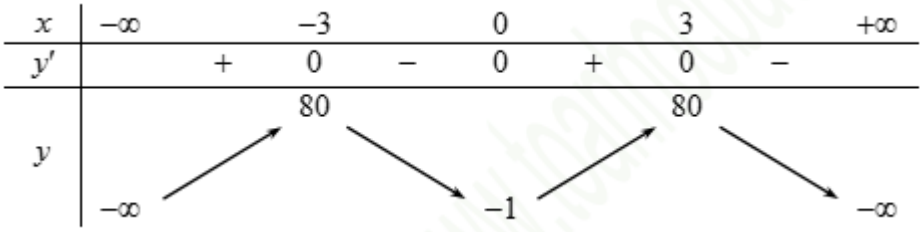
C. $\left(0;-1\right)$. **D.** $\left(-3;80\right)$ và $\left(3;80\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=-4x^3+36x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=-1\\x=\pm3\Rightarrow y=80\end{array}\right.$.



Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(0;-1)$.

Câu 306: 2017] Cho hàm số $y = x\ln x$. Chọn khẳng định **đúng** trong các khẳng định sau:

A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = e$.

B. Hàm đạt cực đại tại $x = e$.

C. Hàm đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{e}$.

D. Hàm đạt cực đại tại $x = \frac{1}{e}$.

Hướng dẫn giải

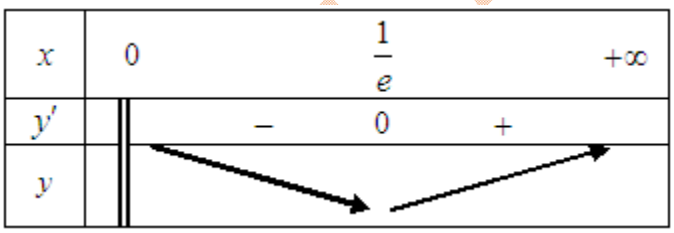
Chọn C

Tập xác định: $D = (0;+\infty)$.

$y' = \ln x + x.\frac{1}{x} = \ln x + 1$.

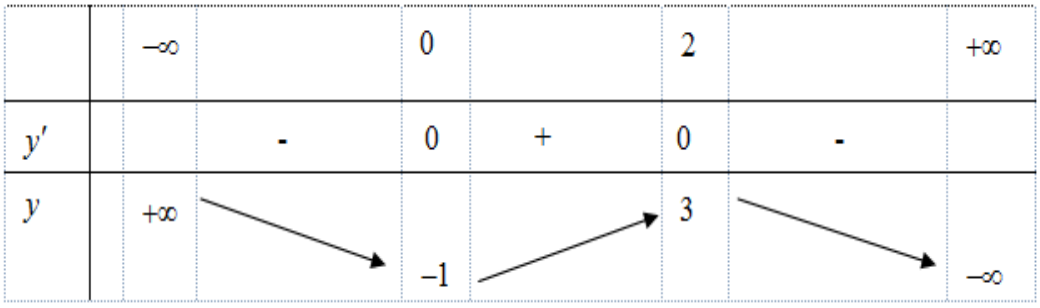
$y' = 0 \Leftrightarrow \ln x = -1 \Leftrightarrow x = \frac{1}{e}$.

Bảng biến thiên.



Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x = \frac{1}{e}$.

Câu 307: Hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây:



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

A. $y = -1$.

B. $y = 0$.

C. $x = -1$.

D. $x = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Câu 308: Cho hàm số $y = -x^4 + 6x^2 + 1$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Điểm $A(-\sqrt{3};28)$ là điểm cực đại của (C).

B. Điểm $A(0;1)$ là điểm cực đại của (C).

C. Điểm $A\left(\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực tiểu của (C). **D.** Điểm $A\left(-\sqrt{3};10\right)$ là điểm cực đại của (C).

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y=-x^4+6x^2+1\Rightarrow y'=-4x^3+12x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

Do hàm số đã cho là hàm số bậc bốn trùng phương và hệ số $a=-1<0$ nên có $y_{CT}=y(0)=1$ và $y_{CD}=y\left(\pm\sqrt{3}\right)=10$.

Vậy mệnh đề đúng là

B.

Câu 309: Hàm số $y=x^3-3x+2$ đạt cực đại đại tại điểm

A. $x=-1$. **B.** $x=0$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	4	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt cực đại $x=-1$.

Câu 310: ÁI Tìm tất cả các điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{2}\sin 2x+\cos x-2017$.

A. $\left[\begin{array}{l}x=-\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{7\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$. **B.** $\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.(k\in\mathbb{Z})$.

C. $x=-\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$. **D.** $x=\frac{\pi}{6}+\frac{k2\pi}{3}(k\in\mathbb{Z})$.

Hướng dẫn giải

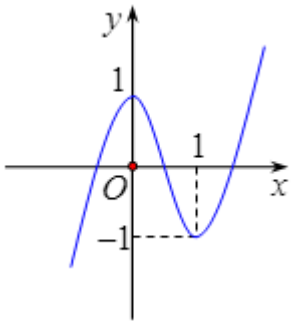
Chọn B

$y'=\cos 2x-\sin x$.

Xét. $y'=0\Leftrightarrow 1-2\sin^2 x-\sin x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\sin x=-1\\\sin x=\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{-\pi}{2}+k2\pi\\x=\frac{\pi}{6}+k2\pi\\x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi\end{array}\right.$.

Ta có $y''=-2\sin 2x-\cos x$. Ta có $y''\left(\frac{\pi}{6}+k2\pi\right)<0$; $y''\left(\frac{5\pi}{6}+k2\pi\right)>0$; $y''\left(\frac{-\pi}{2}+k2\pi\right)=0$.

Câu 311: Biết rằng hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị như hình vẽ sau



Phát biểu nào sau đây là phát biểu đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 3 cực trị.

B. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 1 cực trị.

C. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 5 cực trị..

D. Đồ thị hàm số $y=\left|4x^3-6x^2+1\right|$ có 2 cực trị.

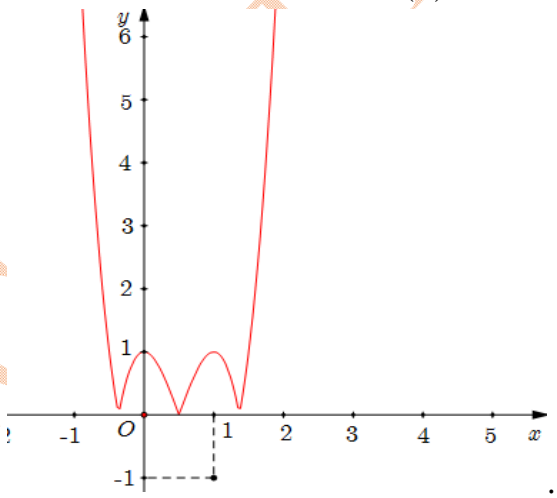
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta vẽ đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:

+) Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ phần phía trên trục hoành.

+) Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ phần phía dưới trục hoành.



Từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 5 cực trị.

Câu 312: Hàm số $y=x^3-2x$, hệ thức liên hệ giữa giá trị cực đại ($y_{CĐ}$) và giá trị cực tiểu (y_{CT}) là:

A. $y_{CT}=-y_{CĐ}$. **B.** $2y_{CT}=y_{CĐ}$. **C.** $y_{CT}=2y_{CĐ}$. **D.** $y_{CT}=\frac{3}{2}y_{CĐ}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 313: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị $\left(C\right):y=-x^3+3x+2$.

A. $x=-1$. **B.** $y=0$. **C.** $\left(1;4\right)$. **D.** $\left(-1;0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=-3x^2+3$.

$y'=0\Leftrightarrow-3x^2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$..

Vì hệ số $a<0$ nên $x_{CT}=-1\Rightarrow y_{CT}=0$..

Vậy điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(-1;0)$.

Câu 314: Hàm số $y=x^2-2|x|+2$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$y=x^2-2|x|+2=\begin{cases}x^2-2x+2, x\ge 0\\ x^2+2x+2, x<0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y'=2x-2, x\ge 0\\ y'=2x+2, x<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\\ x=-1\end{cases}.$$

Lập bảng biến thiên:

.

Hàm số có 3 điểm cực trị.

Câu 315: Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$ là điểm ?

A. $P(7;-1)$. **B.** $N(-1;\ 7)$. **C.** $Q(3;\ 1)$. **D.** $M(1;\ 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-3\Rightarrow y''=6x$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=1\Rightarrow y''(1)=6>0\\ x=-1\Rightarrow y''(-1)=-6<0\end{cases}$

$\Rightarrow$ Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và hàm số đạt cực đại tại $x=-1$.

Với $x=1\Rightarrow y=3\Rightarrow$ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+5$ là $M(1;\ 3)$.

Câu 316: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-2)^5(x+3)^3$. Số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ là:

A. 5. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

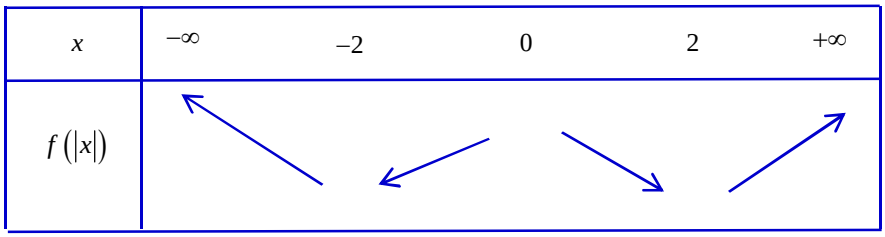
Chọn B

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}x=-1\\ x=2\\ x=-3\end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ và $f(|x|)$.

x	$-\infty$		-3		-1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗		↘		↘		↗	

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy số điểm cực trị của hàm số $f\left(|x|\right)$ là 3.

Câu 317: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2-4x-10$, với m là tham số; gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số đã cho. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-1\right)$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y'=x^2-mx-4$.

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow x^2-mx-4=0$.

Ta có $\Delta=m^2+16>0$, $\forall m\in\mathbb{R}\Rightarrow y'=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt $\forall m\in\mathbb{R}$ hay hàm số luôn có hai điểm cực trị x_1, x_2 $\forall m\in\mathbb{R}$.

Do x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của $y'=0$ nên theo định lý Viet ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m\\x_1.x_2=-4\end{cases}$.

$P=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-1\right)=\left(x_1x_2\right)^2-\left(x_1^2+x_2^2\right)+1=\left(x_1x_2\right)^2-\left(x_1+x_2\right)^2+2x_1x_2+1$

$=16-m^2-8+1=-m^2+9\le 9$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Do đó giá trị lớn nhất của biểu thức P bằng $9\Leftrightarrow m=0$.

Câu 318: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ như hình vẽ sau:

Số điểm cực trị của hàm số $y=f\left(x-2017\right)-2018x+2019$ là:

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\left[f\left(x-2017\right)-2018x+2019\right]'=f'\left(x-2017\right)-2018$.

Đồ thị hàm số $y=f'\left(x-2017\right)-2018$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$ bằng cách tịnh tiến sang phải 2017 đơn vị và tịnh tiến xuống dưới 2018 đơn vị.

Do đó đồ thị hàm số $y=f'\left(x-2017\right)-2018$ chỉ cắt trục hoành tại 1 điểm và đổi dấu qua điểm đó nên hàm số $y=f\left(x-2017\right)-2018x+2019$ có một điểm cực trị.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 319: **[2D1-2]** Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2;\ 3]$ và có bảng xét dấu đạo hàm như hình bên.

Mệnh đề nào sau đây là **đúng** về hàm số đã cho?

A. Đạt cực đại tại $x=1$.
B. Đạt cực tiểu tại $x=3$.
C. Đạt cực đại tại $x=0$.
D. Đạt cực tiểu tại $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên, ta thấy y' đổi dấu từ dương sang âm khi đi qua $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực đại; y' đổi dấu từ âm sang dương khi đi qua $x=1$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu.

Vậy hàm số đã cho đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 320: Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-12x+12$ là

A. $(2;-4)$.
B. $(-2;28)$.
C. $(4;28)$.
D. $(-2;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 321: Hàm số $y=x^3-3x$ đạt cực tiểu tại x bằng?

A. -2.
B. -1.
C. 1.
D. 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 322: Tìm hoành độ các điểm cực đại của hàm số $y=e^{x^3-\frac{5}{2}x^2+2x-1}$.

A. $x_{CĐ}=1$.
B. Không có cực đại.
C. $x_{CĐ}=\dfrac{2}{3}$.
D. $x_{CĐ}=0$.

Hướng dẫn giải

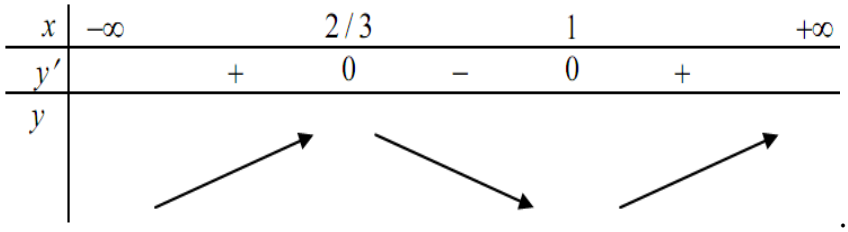
Chọn C

□Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

□Đạo hàm: $y'=\left(3x^2-5x+2\right)e^{x^3-\frac{5}{2}x^2+2x-1}$; $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-5x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

□Bảng biến thiên:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=\frac{2}{3}$.

Câu 323: Cho hàm số $y=\frac{-2x^2+x+2}{2x+1}$. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -3.
B. Cực đại của hàm số bằng 1.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6.
D. Hàm số không có cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\frac{-4x^2-4x-3}{(2x+1)^2}=\frac{-(2x+1)^2-2}{(2x+1)^2}<0,\forall x\neq-\frac{1}{2}$ nên hàm số không có cực trị.

Câu 324: **ÝÁÔ** Điểm cực đại của hàm số $y=x^3+3x^2-2$ là.

A. -2. **B.** $(0;-2)$. **C.** $(-2;2)$. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=3x^2+6x\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$. Lập bảng xét dấu,.

Câu 325: Tìm cực đại của hàm số $y=-\frac{1}{4}x^4+2x^2-1$.

A. -1. **B.** ±2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=-x^3+4x$, $y''=-3x^2+4$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y''(0)=4>0\\x=\pm2\Rightarrow y''(\pm2)=-8<0\end{array}\right.$

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=\pm2$.

Câu 326: Cho hàm số $y=\frac{x^2-4x+7}{x-1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng -6.
B. Cực tiểu của hàm số bằng 3.
C. Cực tiểu của hàm số bằng 2.
D. Cực tiểu của hàm số bằng -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có.

$y'=\frac{(2x-4)(x-1)-(x^2-4x+7)}{(x-1)^2}=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$..

$y'=0\Rightarrow x^2-2x-3=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1(y=-6)\\x=3(y=2).\end{array}\right.$.

Bảng xét dấu đạo hàm:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		-1		1		3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=3$ và $y_{CT}=2$..

Câu 327: Giá trị cực đại của hàm số $y=x^3+2x^2+x+3$ bằng

A. $\frac{77}{27}$. **B.** -1. **C.** $-\frac{1}{3}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=3x^2+4x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-\frac{1}{3}\end{array}\right.$.

$y''=6x+4$.

Ta có: $y''(-1)=-2<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=-1\Rightarrow y_{CD}=y(-1)=3$.

Câu 328: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng $(-\infty;+\infty)$. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ

Đồ thị của hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$ có bao nhiêu điểm cực đại, cực tiểu?

A. 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu. **B.** 1 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

C. 2 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu. **D.** 3 điểm cực đại, 2 điểm cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		x_1		1		x_2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$+\infty$	$\searrow$	y_1	$\nearrow$	0	$\searrow$	y_2	$\nearrow$	$+\infty$

$y=\left(f(x)\right)^2\Rightarrow y'=2f(x).f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f'(x)=0\end{array}\right.$.

Quan sát đồ thị ta có $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=3\end{array}\right.$ và $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=1\\x=x_2\end{array}\right.$ với $x_1\in(0;1)$ và $x_2\in(1;3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra $y'>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\left\{\begin{array}{l}f(x)>0\\ f'(x)>0\end{array}\right.\\ \left\{\begin{array}{l}f(x)<0\\ f'(x)<0\end{array}\right.\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x\in(3;+\infty)\\ x\in\in(0;x_1)\cup(1;x_2)\end{array}\right. \Leftrightarrow x\in(0;x_1)\cup(1;x_2)\cup(3;+\infty)$

Từ đó ta lập được bảng biến thiên của hàm số $y=\left(f(x)\right)^2$

x	$-\infty$		0		x_1		1		x_2		3		$+\infty$
$y'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗	y_1	↘		↗	y_2	↘		↗	$+\infty$

Suy ra hàm số có 2 điểm cực đại, 3 điểm cực tiểu.

Câu 329: Ơ Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^3-5x^2+7x-3$.

A. $\left(\frac{7}{3};\frac{32}{27}\right)$. **B.** $(0;-3)$. **C.** $(1;0)$. **D.** $\left(\frac{7}{3};\frac{-32}{27}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-10x+7$ $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{7}{3}\Rightarrow y=-\frac{32}{27}\\ x=1\Rightarrow y=0\end{array}\right.$.

Do $0>-\frac{32}{27}$ nên chọn.**C.**

Câu 330: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+\frac{2}{3}$ có đồ thị là (C). Tìm tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số (C).

A. $(-1;2)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $\left(3;\frac{2}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=3\end{array}\right.$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1\Rightarrow y=2$.

Câu 331: Tìm điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-24x-26$.

A. $(-4;54)$. **B.** $(-2;26)$. **C.** $(4;-10)$. **D.** $(2;-54)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y=x^3+3x^2-24x-26 \Rightarrow y'=3x^2+6x-24$

$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2+6x-24=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-4\end{array}\right.$.

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Rightarrow y=-54$.

Câu 332: Giá trị cực tiểu của hàm số $y = x^2 \ln x$ là ?

A. $y_{CT} = -\frac{1}{e}$. **B.** $y_{CT} = -\frac{1}{2e}$. **C.** $y_{CT} = \frac{1}{2e}$. **D.** $y_{CT} = \frac{1}{e}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D = (0;+\infty)$; $y' = x(2\ln x + 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{1}{\sqrt{e}}$.

Xét bảng sau:

x	0		$1/\sqrt{e}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y		↘	$-\frac{1}{2e}$	↗	

Từ bảng trên ta được $y_{CT} = -\frac{1}{2e}$.

Câu 333: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm $f'(x) = (x+2)(x-1)^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng?**

A. Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại $x = -2$. **B.** Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên $(-2;1)$.

C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên $(-2;+\infty)$. **D.** Hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tiểu $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ $D = \mathbb{R}$.

Ta có $f'(x) = (x+2)(x-1)^2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

Lập bảng biến thiên. Ta suy ra hàm số đồng biến trên $(-2;+\infty)$.

Câu 334: Hàm số $y = -\frac{1}{2}x^4 + 2x^2 - 3$ đạt cực tiểu tại x bằng

A. 0. **B.** $\pm\sqrt{2}$. **C.** $-\sqrt{2}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 335: Cho hàm số $y = x^2.e^{-x}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số chỉ có điểm cực tiểu, không có điểm cực đại.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 2$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$ và đạt cực đại tại $x = 2$.

D. Hàm số không có điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $\mathbb{R}$.

$y' = xe^{-x}(2-x)$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ và đạt cực đại tại $x=2$.

Câu 336: Gọi $x_1;x_2;x_3$ là các điểm cực trị của hàm số $y=x^4-4x^2+1$. Giá trị của biểu thức: $S=x_1^4+x_2^4+x_3^4$.

A. 0. **B.** 4. **C.** 8. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Có $y'=4x^3-8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$. Vậy $S=x_1^4+x_2^4+x_3^4=8$.

Câu 337: Tìm điểm cực tiểu của hàm $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$

A. $x=-3$ **B.** $x=3$ **C.** $x=-1$ **D.** $x=1$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=x^2-4x+3$.

$y''=2x-4$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.;\ y''(1)=-2<0$.

$y''(3)=2>0$. Vậy điểm cực tiểu của hàm $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x+1$ là $x=3$.

Câu 338: Cho hàm số $y=\frac{x^2+3x}{x-1}$. Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là.

A. $(-3;0)$. **B.** $(2;10)$. **C.** $(3;9)$. **D.** $(-1;1)$.

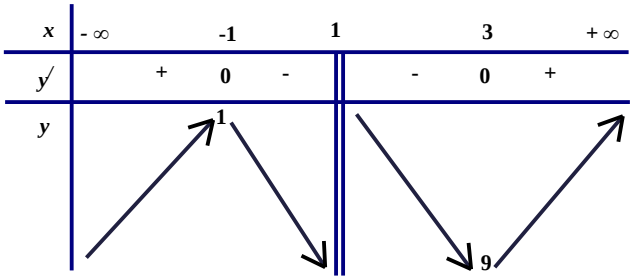
Hướng dẫn giải

Chọn D

☑ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

☑ Đạo hàm: $y'=\frac{x^2-2x-3}{(x-1)^2};\ y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

☑ Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta thấy tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là $(-1;1)$.

Câu 339: Hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+2x^2+3x-1$ có các điểm cực trị là

A. $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right.$.

C. Hàm số không có cực trị. **D.** $\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=x^2+4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=-3 \end{array}\right.$. Chọn đáp án C.

Câu 340: Hàm số $y=x^4-4x^2+4$ đạt cực tiểu tại những điểm nào ?

A. $x=\pm\sqrt{2}$. **B.** $x=-\sqrt{2}$. **C.** $x=\sqrt{2}, x=0$. **D.** $x=\pm\sqrt{2}, x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-8x=4x\left(x^2-2\right)$; $y'=0 \Leftrightarrow 4x\left(x^2-2\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

Từ bảng xét dấu ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{2}$.

Câu 341: Cho hàm số $y=-x^3+3x-3$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=1$. **B.** Hàm số có 2 điểm cực đại.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$. **D.** Hàm số có 2 điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=-3x^2+3$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=1 \end{array}\right.$.

$y''=-6x$, $y''(-1)=6>0, y''(1)=-6<0$.

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$, cực đại tại $x=1$.

Do đó, hàm số có 1 cực tiểu và 1 cực đại. $\Rightarrow$ **D** là đáp án **sai**.

Câu 342: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-2x^2+3x+\frac{2}{3}$. Toạ độ điểm cực đại của đồ thị hàm số là

A. $(1;2)$. **B.** $\left(3;\frac{2}{3}\right)$. **C.** $(1;-2)$. **D.** $(-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 343: Hàm số $y=\sin x$ đạt cực đại tại điểm nào sau đây?

A. $x=\frac{\pi}{2}$. **B.** $x=\pi$. **C.** $x=0$. **D.** $x=-\frac{\pi}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Lời giải

Chọn A

$y' = \cos x$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi \left(k \in \mathbb{Z}\right) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \frac{\pi}{2} + 2m\pi \\ x = \frac{\pi}{2} + (2m+1)\pi \end{array}\right., m \in \mathbb{Z}$.

Ta có: $y'' = -\sin x$.

$y''\left(\frac{\pi}{2} + 2m\pi\right) = y''\left(\frac{\pi}{2}\right) = -1 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại các điểm $x = \frac{\pi}{2} + m2\pi \left(m \in \mathbb{Z}\right)$.

$y''\left(\frac{\pi}{2} + (2m+1)\pi\right) = y''\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại các điểm $x = \frac{\pi}{2} + \pi + m2\pi \left(m \in \mathbb{Z}\right)$.

Nhận xét: *Ta có thể giải bài toán trên đơn giản hơn theo cách sau*

Điều kiện đủ để hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm x_0 là $\begin{cases} f'(x_0) = 0 \\ f''(x_0) > 0 \end{cases}$.

Ta có $f(x) = \sin x,\ f'(x) = \cos x,\ f''(x) = -\sin x$

Kiểm tra các giá trị của x_0 ở mỗi phương án, ta có $x_0 = \frac{\pi}{2}$ thoả mãn Điều kiện đủ nói trên.

Câu 344: Cho hàm số $y = f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right) = x^2\left(x^2 - 1\right)$. Điểm cực tiểu của hàm số $y = f\left(x\right)$ là

A. $x = 1$. **B.** $x = -1$. **C.** $y = 0$. **D.** $x = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow x^2\left(x^2 - 1\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2 = 0 \\ x^2 - 1 = 0 \end{array}\right. \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	-	0	+
$f(x)$	↗		↘		↘		↗

Vậy điểm cực tiểu của hàm số $y = f\left(x\right)$ là $x = 1$.

Câu 345: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$. Độ dài đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 5. **C.** 8. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số xác định trên tập $D = \mathbb{R}$

Ta có $y' = 3x^2 - 6x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3)$. Ta có $AB = \sqrt{2^2 + (-4)^2} = 2\sqrt{5}$.

Câu 346: Tìm tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2$.

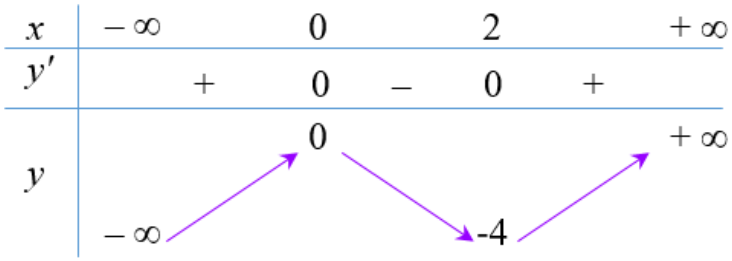
A. $(0;0)$ và $(-2;-4)$. **B.** $(0;0)$ và $(2;-4)$.

C. $(0;0)$ và $(2;4)$. **D.** $(0;0)$ và $(1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Bảng biến thiên của hàm số



Ta có các điểm cực trị của đồ thị hàm số là $(0;0)$ và $(2;-4)$.

Câu 347: Cho hàm số $y=x^4-4x^2+2$ .Khẳng định nào sau đây là **ĐÚNG** ?

A. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại hai điểm $x=-\sqrt{2}$ và $x=\sqrt{2}$.

C. Hàm số đạt cực đại tại hai điểm $(-\sqrt{2};-2)$ và $(\sqrt{2};-2)$.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $y=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Có $y'=4x^3-8x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm\sqrt{2}\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		0		$\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

.

Câu 348: Tọa độ điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=-2x^3+3x^2+1$ là:

A. $(-1;6)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

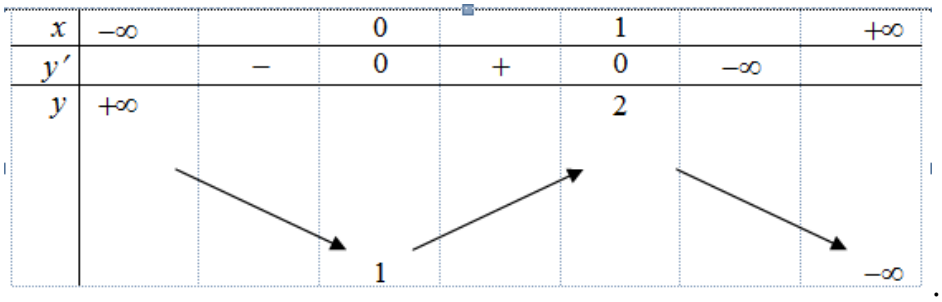
Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=-6x^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Vậy điểm cực đại là $(1;2)$.

Câu 349: Điểm cực đại $x_{CĐ}$ của hàm số $y=x^3+3x^2+6$ là:

A. $x_{CĐ}=-2$. **B.** $x_{CĐ}=2$. **C.** $x_{CĐ}=0$. **D.** $x_{CĐ}=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 350: Cho hàm số $y=-x^4+2x^2+1$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu lần lượt là y_1 và y_2. Khi đó, khẳng định nào sau đây đúng?

A. $3y_1-y_2=-5$. **B.** $3y_1-y_2=-1$. **C.** $3y_1-y_2=5$. **D.** $3y_1-y_2=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=-4x^3+4x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

$y_1=y_{CD}=y(\pm1)=2$, $y_2=y_{CT}=y(0)=1$.

Vậy $3y_1-y_2=5$.

Câu 351: Hàm số $y=x^2\ln x$ đạt cực trị tại điểm

A. $x=0$. **B.** $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$. **C.** $x=\sqrt{e}$. **D.** $x=0$; $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$.

Hướng dẫn giải

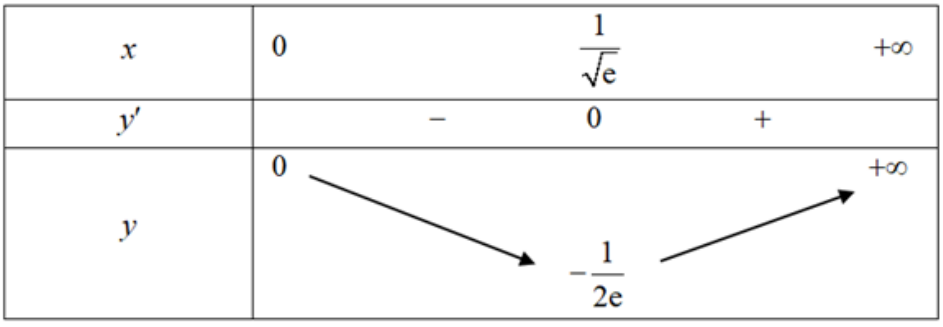
Chọn B

Tập xác định: $D=(0;+\infty)$.

Ta có: $y'=2x.\ln x+x$.

$y'=0\Leftrightarrow 2x.\ln x+x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin(0;+\infty)\\x=\frac{1}{\sqrt{e}}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:



Vậy hàm số $y=x^2\ln x$ đạt cực trị tại $x=\frac{1}{\sqrt{e}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 352: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x+1}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Cực tiểu của hàm số bằng 2.
B. Cực tiểu của hàm số bằng 1.
C. Cực tiểu của hàm số bằng -6.
D. Cực tiểu của hàm số bằng -3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1.

Ta có: $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$

Lập bảng biến thiên.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Cách 2.

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}; x=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$

$y''=\dfrac{8}{(x+1)^3}$. Khi đó: $y''(1)=1>0$; $y''(-3)=-1<0$.

Nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ và giá trị cực tiểu bằng 2.

Câu 353: Hàm số $y=x^4+x^2+2$ có điểm cực tiểu là ?

A. $x=1$. **B.** $y=2$. **C.** $x=-1$. **D.** $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3+2x=0\Leftrightarrow x=0$.

Bảng biến thiên :

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng trên ta suy ra hàm số có điểm cực tiểu là $x=0$.

Câu 354: Cho hàm số $y=|x+3|+\dfrac{1}{x+1}$, gọi S là tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số. Giá trị của S bằng

A. $S=\dfrac{7}{2}$. **B.** $S=4$. **C.** $S=\dfrac{9}{2}$. **D.** $S=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có: $y=|x+3|+\dfrac{1}{x+1}=\left\{\begin{array}{l}x+3+\dfrac{1}{x+1}\ \text{neu}\ -3\le x\ne -1\\-x-3+\dfrac{1}{x+1}\ \text{neu}\ x<-3\end{array}\right.$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$y'=\begin{cases}1-\dfrac{1}{(x+1)^2} & \text{neu } -3<x\neq -1\\ -1-\dfrac{1}{(x+1)^2} & \text{neu } x<-3\end{cases};\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		-2		-1		0		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\frac{1}{2}$	↗	0	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra tổng tất cả các giá trị cực trị của hàm số là $S=-\frac{1}{2}+0+4=\frac{7}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ

Câu 355: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0<m<\sqrt[3]{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<1$.

Câu 356: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $m<-1$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $-1<m<2$.

Câu 357: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(m+1)x+2$ có hai điểm cực trị.

A. $m>2$. **B.** $m<-4$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m<2$.

Câu 358: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu bằng 3 tại điểm $x=1$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính đạo hàm cấp một của hàm số tại $x=-3$

A. $f'(-3)=0$. **B.** $f'(-3)=2$. **C.** $f'(-3)=1$. **D.** $f'(-3)=-2$.

Câu 359: Để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x$ đạt cực đại và cực tiểu thì:

A. Không có giá trị nào của m. **B.** $\forall m$.

C. $m=3$. **D.** $m\neq 3$.

Câu 360: Cho hàm số $y=mx^4+\left(m^2-6\right)x^2+4.$ Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có 3 điểm cực trị trong đó có đúng 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 361: Cho hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-\frac{m}{2}x^2-m^2x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho ba điểm O, A, B thẳng hàng, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m=\frac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $m=0$ **C.** $m=\sqrt{3}$ **D.** $m=\sqrt[3]{24}$

Câu 362: Hàm số $y=x^4-(m+3)x^2+m^2-2$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi:

A. $m\le -3$. **B.** $m\ge 0$. **C.** $m\ge -3$. **D.** $m<-3$.

Câu 363: Cho hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m\in(-\infty;-1)\cup[0;+\infty)$. **B.** $m\in(-1;0)$.

C. $m\in(-\infty;-1]\cup[0;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(0;+\infty)$.

Câu 364: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x-1)^2\left(x^2-2x\right)$ với $\forall x\in\mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f\left(x^2-8x+m\right)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16 **B.** 18 **C.** 15. **D.** 17.

Câu 365: Cho hàm số $f(x)=x^4+4mx^3+3(m+1)x^2+1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 366: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3x^2+m-1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính m_1m_2.

A. -15. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -20.

Câu 367: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, khi đó khẳng nào sau đây là khẳng định đúng.

A. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)<f(x_1)$.

B. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Max}\, f(x)$.

C. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1\in\mathbb{R}$ sao cho $f(x_0)<f(x_1)$.

D. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0\in\mathbb{R}$ thì $f(x_0)=\underset{x\in\mathbb{R}}{Min}\, f(x)$.

Câu 368: Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn B có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu ?

A. $a>0$, $b\geq 0$. **B.** $a>0$, $b<0$. **C.** $a<0$, $b>0$. **D.** $a<0$, $b\leq 0$.

Câu 369: Đồ thị hàm số $y=x^4+(m+1)x^2+4$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

A. $m\leq -1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\geq -1$. **D.** $m>-1$.

Câu 370: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+ax+b$, $(a,b\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1;3)$. Tính giá trị của $P=4a-b$.

A. $P=3$. **B.** $P=2$. **C.** $P=4$. **D.** $P=1$.

Câu 371: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=(m-1)x^4+mx^2+2017$ (1) có đúng một cực tiểu.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in[1;+\infty)$.

C. $m\in(0;1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in[0;1]$.

Câu 372: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-3mx^2+2$ có ba điểm cực trị.

A. $m>0$ **B.** $m<0$ **C.** $m\leq 0$ **D.** $m=0$

Câu 373: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai?**

A. $\forall m>1$ thì hàm số có cực trị. **B.** $\forall m<1$ thì hàm số có hai điểm cực trị.

C. $\forall m\neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu. **D.** Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.

Câu 374: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+\frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m>1$. **B.** $-1\leq m<0$. **C.** $m<-1$. **D.** $-1\leq m\leq 0$.

Câu 375: Hàm số $y=x^3-3mx^2+6mx+m$ có hai điểm cực trị khi giá trị của m là:

A. $0<m<2$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right.$. **C.** $0<m<8$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>8 \end{array}\right.$.

Câu 376: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2-2$ có 3 điểm cực trị.

A. $0<m<1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>1 \end{array}\right.$. **D.** $0<m\le 1$.

Câu 377: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x+1)(x^2+2mx+5)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Câu 378: -2017] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau có cực trị $y=x^4-2(m+1)x^2+m$.

A. $m<-1$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $m\ne -1$. **D.** $m>-1$.

Câu 379: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^4-m^3x^2+2018$ có ba điểm cực trị

A. $m\ne 0$ **B.** Không tồn tại m

C. $m<0$ **D.** $m>0$

Câu 380: Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị.

A. $0\le m\le 1$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $m\le 0\cup m\ge 1$. **D.** $m\le 0$.

Câu 381: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m^2-3m-3)x+2016$ có 2 điểm cực trị ?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 382: Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có 3 cực trị.

A. $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 383: Cho hàm số $y=mx^4-(m-1)x^2-2$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

A. $0<m<1$. **B.** $m\le 1$.

C. $m>0$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Câu 384: Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x-1$ có cực đại, cực tiểu thỏa mãn $|x_{CĐ}+x_{CT}|=2$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-2$.

Câu 385: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}(m+1)x^3-x^2+(2m+1)x+3$ có cực trị

A. $m\in\left(-\frac{3}{2};0\right)$. **B.** $m\in\left(-\frac{3}{2};0\right)\setminus\{-1\}$.

C. $m\in\left[-\frac{3}{2};0\right]\setminus\{-1\}$. **D.** $m\in\left[-\frac{3}{2};0\right]$.

Câu 386: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+(m^2-1)x^2-1$ có ba cực trị.

A. $m<-1$. **B.** $m\in(-1;1)$.

C. $m>1$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Câu 387: Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m \le 0$. **B.** $m \ge 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m \le 0 \\ m \ge 1 \end{array}\right.$. **D.** $0 \le m \le 1$.

Câu 388: Hàm số $y = x^4 + mx^2 - m - 5$ (m là tham số) có 3 điểm cực trị khi các giá trị của m là:

A. $4 < m < 5$. **B.** $m < 0$. **C.** $m > 8$. **D.** $m = 1$.

Câu 389: Cho hàm số $y = mx^3 + 3mx^2 - (m-1)x - 4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số ***không*** có cực trị.

A. $m \ge \frac{1}{4}$. **B.** $0 \le m \le \frac{1}{3}$. **C.** $0 < m \le \frac{1}{4}$. **D.** $0 \le m \le \frac{1}{4}$.

Câu 390: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + (2m+1)x - m + 5$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right) \cup (1; +\infty)$. **B.** $m \in \left(-\frac{1}{3}; 1\right)$.

C. $m \in \left[-\frac{1}{3}; 1\right]$. **D.** $m \in \left(-\infty; -\frac{1}{3}\right] \cup [1; +\infty)$.

Câu 391: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = mx^3 - (m+1)x^2 + \left(2m - \frac{2}{3}\right)x + 1$ có cực trị.

A. $\left\{\begin{array}{l} -\frac{1}{5} < m < 1 \\ m \ne 0 \end{array}\right.$. **B.** $-\frac{1}{5} < m < 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m < -\frac{1}{5} \\ m > 1 \end{array}\right.$. **D.** $-\frac{1}{5} \le m \le 1$.

Câu 392: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2018$ có ba điểm cực trị

A. $m < 0$ **B.** $m > 0$

C. $m \ne 0$ **D.** Không tồn tại m

Câu 393: Hàm số $y = (m-1)x^4 + (m^2 - 2m)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ 1 < m < 2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} -1 < m < 1 \\ m > 2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} 0 < m < 1 \\ m > 2 \end{array}\right.$.

Câu 394: Tìm tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ không có cực trị.

A. $-1 \le m \le 2$. **B.** $m \le -1$.

C. $m \ge 2$. **D.** $m \le -1$ hoặc $m \ge 2$.

Câu 395: Cho hàm số $y = mx^4 - (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có một điểm cực đại?

A. $m \le -\frac{1}{2}$ **B.** $-\frac{1}{2} \le m \le 0$ **C.** $m \ge -\frac{1}{2}$ **D.** $-\frac{1}{2} \le m < 0$

Câu 396: Hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 + (2m+3)x^2 + m^2x - 2m + 1$ không có cực trị khi và chỉ khi.

A. $m \le -3 \vee m \ge -1$. **B.** $-3 \le m \le -1$. **C.** $m \ge -3$. **D.** $m \ge -1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 397: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\left(m^2-1\right)x^4+mx^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

A. $m\le -1$ **B.** $-1\le m\le 0$ **C.** $-1<m<0,5$ **D.** $-1,5<m\le 0$

Câu 398: Cho hàm số $y=(m+1)x^4-(m-1)x^2+1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 399: Tìm tất cả tham số thực của m để hàm số $y=\frac{1}{3}(m+2)x^3+x^2+\frac{1}{3}mx-2$ có cực đại, cực tiểu.

A. $m\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;1)$.

C. $m\in(-3;-2)\cup(-2;1)$. **D.** $m\in(-3;1)$.

DẠNG 8: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ TẠI XO (CỤ THỂ)

Câu 400: Cho hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x$. Tìm m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=0$ hoặc $m=2$.

C. $m\ne 0$ và $m\ne 2$. **D.** $m=2$.

Câu 401: Cho biết hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực trị tại điểm $x=1$, $f(3)=29$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $f(-2)=16$. **B.** $f(-2)=4$. **C.** $f(-2)=24$. **D.** $f(-2)=2$.

Câu 402: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-4\right)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-7$. **D.** $m=-1$.

Câu 403: Cho hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x=2$? Một học sinh làm như sau :

Bước 1 : $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$, $y'=\frac{x^2+2mx+m^2+1}{(x+m)^2}$.

Bước 2 : Hàm số đạt cực đại tại $x=2\Leftrightarrow y'(2)=0$ $(*)$.

Bước 3 : $(*)\Leftrightarrow m^2+4m+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=-1\end{array}\right.$.

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ bước nào ?

A. Sai từ bước 3. **B.** Sai từ bước 2. **C.** Đúng. **D.** Sai từ bước 1.

Câu 404: Để hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực đại tại $x=2$ thì m thuộc khoảng nào ?

A. $(0;2)$. **B.** $(-4;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;4)$.

Câu 405: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^3+x^2+\left(m^2-6\right)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-2$.

Câu 406: Hàm số $y=-x^4+2mx^2+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$ khi:

A. $m<-1$. **B.** $m>0$. **C.** $-1\le m<0$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 407: Tìm m để hàm số $y=mx^3-\left(m^2+1\right)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=\dfrac{3}{2}$.

Câu 408: Giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^3-\left(m^2+1\right)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 409: Có tất cả bao nhiêu số thực m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 410: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-2$.

Câu 411: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+2x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m\in[1;+\infty)$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 412: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}\left(m^2+1\right)x^2+\left(3m-2\right)x+m$ đạt cực đại tại $x=1$?

A. $m=2$ **B.** $m=-2$ **C.** $m=1$ **D.** $m=-1$

Câu 413: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+\left(6m^2-3\right)x$ đạt cực trị tại $x=1$.

A. $m=0$ hoặc $m=1$. **B.** $m=1$.

C. Không có giá trị nào của m. **D.** $m=0$.

Câu 414: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-\dfrac{1}{2}(2m+3)x^2+\left(m^2+3m-4\right)x$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-3$ hoặc $m=2$. **B.** $m=-2$ hoặc $m=3$.

C. $m=2$. **D.** $m=-3$.

Câu 415: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=-x^3+(2m-1)x^2-\left(m^2+8\right)x+2$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

A. $m=-2$. **B.** $m=-9$.

C. Không tìm được m. **D.** $m=3$.

Câu 416: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. $m\le 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m>0$.

Câu 417: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2-1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m \le -1$. **B.** $m \le -1 \vee m \ge 1$ **C.** $m < -1$. **D.** $m = -1$.

Câu 418: Cho hàm số $f(x) = x + m + \dfrac{n}{x+1}$ (với m, n là các tham số thực). Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x = -2$ và $f(-2) = -2$.

A. $m = n = 1$. **B.** $m = n = -2$.
C. $m = -1; n = 1$. **D.** Không tồn tại giá trị của m, n.

Câu 419: Hàm số $y = x^3 - 2mx^2 + m^2x - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 1$ khi.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 2$.

Câu 420: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m^2 - m - 1)x$ đạt cực đại tại $x = 1$.

A. $m \in \varnothing$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Câu 421: Tìm m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + 4x - 1$ đạt cực trị tại $x = 2$.

A. $m = 2$. **B.** $m = 0$.
C. Không tồn tại m. **D.** $m = -2$.

Câu 422: Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 2$ đạt cực tiểu tại $x = 2$ khi:

A. $m = 0$. **B.** $m < 0$. **C.** $m \ne 0$. **D.** $m > 0$.

Câu 423: Biết điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + a^2$. Tính $f(3)$.

A. $f(3) = 34$. **B.** $f(3) = 13$. **C.** $f(3) = 17$. **D.** $f(3) = 49$.

Câu 424: Gọi m_0 là giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} + mx^2 + (m^2 - 1)x + 1$ đạt cực trị tại $x_0 = 1$, các giá trị của m_0 tìm được sẽ thoả mãn điều kiện nào sau đây?

A. $m_0 \le 0$. **B.** $m_0 \ge 0$. **C.** $m_0 < -1$. **D.** $-1 < m_0 < 3$.

DẠNG 9: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, KÈM GIẢ THIẾT (THEO X)

Câu 425: Số nguyên bé nhất của tham số m sao cho hàm số $y = |x|^3 - 2mx^2 + 5|x| - 3$ có 5 điểm cực trị là:

A. 5 **B.** 0 **C.** −2 **D.** 2

Câu 426: Cho hàm số $y = mx^2 + 2(m^2 - 5)x^4 + 4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị, trong đó có đúng 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 427: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ là

A. $m = 1$. **B.** $m = \dfrac{3}{2}$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = -\dfrac{3}{2}$.

Câu 428: Cho hàm số $y = mx^4 - (m+1)x^2 + 1$. Hỏi có bao nhiêu số thực m để hàm số có cực trị và các điểm cực trị của đồ thị hàm số đều thuộc các trục tọa độ.

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 0

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 429: Với giá thực nào của tham số m thì hàm số $y=mx^3+2x^2+(m+1)x-2$ có đúng 1 cực trị?

A. $m<1$. **B.** $m>0$. **C.** $m<0$. **D.** $m=0$.

Câu 430: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y=ax+\sqrt{x^2+1}$ có cực tiểu.

A. $0\le a<1$. **B.** $-2<a<0$. **C.** $-1<a<2$. **D.** $-1<a<1$.

Câu 431: Với tham số m, đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB=5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $0<m<1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $m<0$. **D.** $m>2$.

Câu 432: Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

A. $(-\infty;2)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Câu 433: Cho hàm số $y=f(x)=x^3-(2m-1)x^2+(2-m)x+2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $-2<m<\dfrac{5}{4}$ **B.** $-\dfrac{5}{4}<m<2$ **C.** $\dfrac{5}{4}<m<2$ **D.** $\dfrac{5}{4}<m\le 2$

Câu 434: Cho hàm số $f(x)=x^3-\dfrac{3}{2}(m-1)x^2-3mx-\dfrac{3m}{2}$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-20;18)$ sao cho đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành?

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 1.

Câu 435: Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 sao cho $x_1^{\,2}+x_2^{\,2}-x_1x_2=13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0\in(-1;7)$. **B.** $m_0\in(7;10)$. **C.** $m_0\in(-15;-7)$. **D.** $m_0\in(-7;-1)$.

Câu 436: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{1}{3}x^3-(m+1)x^2-(2m-1)x+m+2$, m là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị x_1,x_2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x_1^2+x_2^2-10(x_1+x_2)$.

A. -22. **B.** 1. **C.** -18. **D.** 78.

Câu 437: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=\left|f(x)+m\right|$ có ba điểm cực trị là.

A. $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$. **B.** $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$.

C. $m=-1$ hoặc $m=3$. **D.** $1\le m\le 3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 438: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{m}{3}x^3+2x^2+mx+1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CĐ}<x_{CT}$.

A. $-2<m<0$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $0<m<2$. **D.** $m<2$.

Câu 439: Tìm tất cả m sao cho điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+mx-1$ nằm bên phải trục tung.

A. $0<m<\frac{1}{3}$. **B.** $m<\frac{1}{3}$.

C. $m<0$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 440: Giả sử hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2+2x_1x_2=0$. Giá trị của m là

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{4}{3}$.

Câu 441: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-1$, tìm giá trị của tham số m để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^2+x_2^2=3$.

A. $m=\frac{1}{2}$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

Câu 442: Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Câu 443: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

A. $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-\frac{3}{2}$. **D.** $m=1$.

Câu 444: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1+x_2=2$ bằng

A. $\frac{73}{16}$. **B.** $\frac{52}{9}$. **C.** $\frac{34}{9}$. **D.** $\frac{10}{9}$.

Câu 445: Giả sử hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-\frac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2+2x_1x_2=0$. Giá trị của m là

A. $m=2$. **B.** $m=\frac{4}{3}$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 446: Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b\in\mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$. Tính giá trị biểu thức $S=a^2+b^2$.

A. $S=34$. **B.** $S=13$. **C.** $S=25$. **D.** $S=10$.

Câu 447: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-\left(m-1\right)x^2+3\left(m-2\right)x+2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị thỏa mãn $2x_1+x_2=2$.

A. $\frac{52}{9}$. **B.** $\frac{34}{9}$. **C.** $\frac{10}{9}$. **D.** $\frac{73}{16}$.

Câu 448: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

A. $m=1$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-\frac{3}{2}$.

Câu 449: Có bao nhiêu giá trị nguyên và không âm của tham số m để hàm số $y=mx^4-\left(m-6\right)x^2-1$ có đúng một điểm cực tiểu.

A. 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 450: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$.

A. $m=\frac{2}{3}$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-\frac{2}{3}$.

Câu 451: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-mx^2+1$ có ba đỉnh lập thành một tam giác vuông.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=0$. **D.** $m=2$

Câu 452: Cho hàm số $y=\frac{x^3}{3}-ax^2-3ax+4$. Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $\frac{x_1^2+2ax_2+9a}{a^2}+\frac{a^2}{x_2^2+2ax_1+9a}=2$ thì a thuộc khoảng nào ?

A. $a\in\left(-\frac{7}{2};-3\right)$. **B.** $a\in\left(-3;-\frac{5}{2}\right)$. **C.** $a\in\left(-5;-\frac{7}{2}\right)$. **D.** $a\in\left(-2;-1\right)$.

Câu 453: Biết rằng đồ thị hàm số $f\left(x\right)=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2+x-2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m?

A. 3. **B.** 1. **C.** Không có m . **D.** 2.

Câu 454: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f\left(x\right)=mx^4-\left(m^2-1\right)x^2+2$ có một cực tiểu và không có cực đại.

A. $0<m\le1$. **B.** $0\le m\le1$. **C.** $0\le m<1$. **D.** $-1\le m\le1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 10: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, KEM GIẢ THIẾT (THEO Y)

Câu 455: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y=5x-9$. Tính tích các phần tử của S.

A. 18. **B.** -27. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 456: Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+1-m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 457: Với giá trị nào của m thì hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ nằm về hai phía so với trục hoành?

A. $m>3$. **B.** $-1<m<\sqrt{2}$. **C.** $m<3$. **D.** $2<m<3$.

Câu 458: Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}(m-1)x^2-mx+\frac{1}{3}$ có cực trị và giá trị cực tiểu bằng $\frac{1}{3}$.

A. $m\in\left\{-3;-\frac{1}{3};0\right\}$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-\frac{1}{3}$. **D.** $m\in\{0;-3\}$.

Câu 459: Cho $(C_m):y=2x^3-(3m+3)x^2+6mx-4$. Gọi T là tập giá trị của m thỏa mãn (C_m) có đúng hai điểm chung với trục hoành, tính tổng S các phần tử của T.

A. $S=\frac{2}{3}$. **B.** $S=\frac{8}{3}$. **C.** $S=6$. **D.** $S=7$.

Câu 460: Tìm giá trị nguyên của tham số để hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-2$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=2$

Câu 461: Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 0

Câu 462: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)=2x^3-6x^2-m+1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 463: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2ax+b$ có điểm cực tiểu $A(2;-2)$. Khi đó $a+b$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 464: Cho hàm số $y=x^3-3x^2-\left(m^2-2\right)x+m^2$ có đồ thị là đường cong (C). Biết rằng tồn tại hai số thực m_1, m_2 của tham số m để hai điểm cực trị của (C) và hai giao điểm của (C) với trục hoành tạo thành bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Tính $T=m_1^4+m_2^4$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $T=\dfrac{15-6\sqrt{2}}{2}$. **B.** $T=22-12\sqrt{2}$. **C.** $T=11-6\sqrt{2}$. **D.** $T=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

Câu 465: Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có 2 điểm cực trị là $A(0;2)$, $B(2;-14)$. Tính $f(1)$.

A. $f(1)=-5$. **B.** $f(1)=07$. **C.** $f(1)=-6$. **D.** $f(1)=0$.

Câu 466: Cho hàm số $f(x)=x^3-mx+2$, m là tham số. Biết rằng đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là a, b, c. Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{1}{f'(a)}+\dfrac{1}{f'(b)}+\dfrac{1}{f'(c)}$

A. 0. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** $29-3m$. **D.** $3-m$.

Câu 467: Tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-2(m^2+1)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ

Câu 355: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0<m<\sqrt[3]{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=x^4-2mx^2$ có TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=4x^3-4mx$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$. Khi đó ba điểm cực trị là $O(0;0)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2\right)$. Ta giác OBC cân tại O, với $I\left(0;-m^2\right)$ trung điểm của BC

Theo yêu cầu bài toán, ta có: $S_{ABC}=\frac{1}{2}OI.BC=\frac{1}{2}\left|-m^2\right|.2\sqrt{m}<1\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 356: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $y=(m+1)x^4+2(m-2)x^2+1$ có ba cực trị.

A. $m<-1$. **B.** $m>2$. **C.** $-1\le m\le 2$. **D.** $-1<m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=4(m+1)x^3+4(m-2)x=4x\left((m+1)x^2+m-2\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\(m+1)x^2+m-2=0\end{array}\right.$.

Hàm số có ba cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\frac{2-m}{m+1}>0\Leftrightarrow -1<m<2$.

Câu 357: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+(m+1)x+2$ có hai điểm cực trị.

A. $m>2$. **B.** $m<-4$. **C.** $m\le 2$. **D.** $m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6x+m+1$. Hàm số có hai điểm cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Delta'>0\Leftrightarrow 9-3(m+1)>0\Leftrightarrow m<2$.

Câu 358: Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu bằng 3 tại điểm $x=1$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính đạo hàm cấp một của hàm số tại $x=-3$

A. $f'(-3)=0$. **B.** $f'(-3)=2$. **C.** $f'(-3)=1$. **D.** $f'(-3)=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=f'(x)=3x^2+2ax+b$

Theo giả thiết $\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}f'(1)=0\\f(1)=-3\\f(0)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2a+b+3=0\\a+b+c+4=0\\c=2\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}a=3\\b=-9\end{array}\right.$

Thử lại $y'=f'(x)=3x^2+6x-9$ và $y''=f''(x)=6x+6\Rightarrow f''(1)=12>0$

nên hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$

Suy ra $f'(3)=3.(-3)^2+2a.(-3)+b=0$.

Câu 359: Để hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6(m-2)x$ đạt cực đại và cực tiểu thì:

A. Không có giá trị nào của m. **B.** $\forall m$.

C. $m=3$. **D.** $m\neq 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta=(m-3)^2>0\Leftrightarrow m\neq 3$.

Câu 360: Cho hàm số $y=mx^4+(m^2-6)x^2+4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có 3 điểm cực trị trong đó có đúng 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} m>0, m\in\mathbb{Z} \\ \dfrac{m^2-6}{m}<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>0, m\in\mathbb{Z} \\ -\sqrt{6}<m<\sqrt{6} \end{cases} \Leftrightarrow m\in\{1;2\}$.

Câu 361: Cho hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3-\dfrac{m}{2}x^2-m^2x+2$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B sao cho ba điểm O, A, B thẳng hàng, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ **B.** $m=0$ **C.** $m=\sqrt{3}$ **D.** $m=\sqrt[3]{24}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $y'=2x^2-mx-m^2$, hàm số có hai cực trị khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, $x_2\Leftrightarrow \Delta=9m^2>0\Leftrightarrow m\neq 0$. Khi đó $x_1=m$, $x_2=-\dfrac{m}{2}$

$\Rightarrow A\left(m;-\dfrac{5}{6}m^3+2\right)$, $B\left(-\dfrac{m}{2};\dfrac{7}{24}m^3+2\right)$, $\overrightarrow{OA}=\left(m;-\dfrac{5}{6}m^3+2\right)$, $\overrightarrow{OB}=\left(-\dfrac{m}{2};\dfrac{7}{24}m^3+2\right)$

Ta có ba điểm O, A, B thẳng hàng khi $\overrightarrow{OA}$, $\overrightarrow{OB}$ cùng phương $\Rightarrow \dfrac{m}{-\dfrac{m}{2}}=\dfrac{-\dfrac{5}{6}m^3+2}{\dfrac{7}{24}m^3+2}$

$\Leftrightarrow -2\left(\dfrac{7}{24}m^3+2\right)=-\dfrac{5}{6}m^3+2\Leftrightarrow m^3=24\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{24}$.

Cách khác: Có thể thực hiện phép chia đa thức y cho y' để tìm phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị: $d: y=-\dfrac{3}{4}m^2x-\dfrac{m^3}{12}+2$, cho $O(0;0)$ thuộc d ta cũng được $\Leftrightarrow m=\sqrt[3]{24}$.

Câu 362: Hàm số $y=x^4-(m+3)x^2+m^2-2$ có đúng một cực trị khi và chỉ khi:

A. $m\leq -3$. **B.** $m\geq 0$. **C.** $m\geq -3$. **D.** $m<-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y = x^4 - (m+3)x^2 + m^2 - 2$

$ab > 0 \Leftrightarrow -m-3 > 0 \Leftrightarrow m < -3$.

Câu 363: Cho hàm số $y = (m+1)x^4 - mx^2 + 3$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có ba điểm cực trị.

A. $m \in (-\infty;-1) \cup [0;+\infty)$. **B.** $m \in (-1;0)$.

C. $m \in (-\infty;-1] \cup [0;+\infty)$. **D.** $m \in (-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để hàm số có ba điểm cực trị thì $(m+1)m > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 0 \end{array}\right.$. Vậy $m \in (-\infty;-1) \cup (0;+\infty)$.

Câu 364: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x)$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $f(x^2-8x+m)$ có 5 điểm cực trị?

A. 16 **B.** 18 **C.** 15. **D.** 17.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $g(x) = f(x^2-8x+m)$

$f'(x) = (x-1)^2(x^2-2x) \Rightarrow g'(x) = (2x-8)(x^2-8x+m-1)^2(x^2-8x+m)(x^2-8x+m-2)$

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x^2-8x+m-1 = 0 \quad (1) \\ x^2-8x+m = 0 \quad (2) \\ x^2-8x+m-2 = 0 \quad (3) \end{array}\right.$

Các phương trình (1), (2), (3) không có nghiệm chung từng đôi một và $(x^2-8x+m-1)^2 \geq 0$ với $\forall x \in \mathbb{R}$

Suy ra $g(x)$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi (2) và (3) có hai nghiệm phân biệt khác 4

$\Leftrightarrow \begin{cases} 16-m > 0 \\ 16-m+2 > 0 \\ 16-32+m \neq 0 \\ 16-32+m-2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 16 \\ m < 18 \\ m \neq 16 \\ m \neq 18 \end{cases} \Leftrightarrow m < 16$.

m nguyên dương và $m < 16$ nên có 15 giá trị m cần tìm.

Câu 365: Cho hàm số $f(x) = x^4 + 4mx^3 + 3(m+1)x^2 + 1$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của m để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại. Tính tổng các phần tử của tập S.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 4x^3 + 12mx^2 + 6(m+1)x$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x^2 + 6mx + 3(m+1) = 0 (*) \\ x = 0 \end{array}\right.$.

Để hàm số có cực tiểu mà không có cực đại thì phương trình $(*)$ vô nghiệm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\Delta' < 0 \Leftrightarrow (3m)^2 - 2.3.(m+1) < 0 \Leftrightarrow 9m^2 - 6m - 6 < 0$

$\Leftrightarrow -0,5 \approx \frac{1-\sqrt{7}}{3} < m < \frac{1+\sqrt{7}}{3} \approx 1,2$. Vậy $S = \{0;1\}$.

Câu 366: Gọi m_1, m_2 là các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = 2x^3 - 3x^2 + m - 1$ có hai điểm cực trị là B, C sao cho tam giác OBC có diện tích bằng 2, với O là gốc tọa độ. Tính $m_1 m_2$.

A. -15. **B.** 12. **C.** 6. **D.** -20.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 6x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow y = m-1 \Rightarrow B(0;m-1) \\ x = 1 \Rightarrow y = m-2 \Rightarrow C(1;m-2) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \overrightarrow{OB} = (0;m-1) \\ \overrightarrow{OC} = (1;m-2) \end{cases}$

$\Rightarrow S_{OBC} = \frac{1}{2}\left|0.(m-2) - (m-1).1\right| = \frac{1}{2}|m-1|$.

Bài ra $S_{OBC} = 2 \Rightarrow \frac{1}{2}|m-1| = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} m = 5 \\ m = -3 \end{cases} \Rightarrow m_1 m_2 = -15$.

Câu 367: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, khi đó khẳng nào sau đây là khẳng định đúng.

A. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) < f(x_1)$.

B. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \underset{x\in\mathbb{R}}{Max} f(x)$.

C. Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1 \in \mathbb{R}$ sao cho $f(x_0) < f(x_1)$.

D. Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \underset{x\in\mathbb{R}}{Min} f(x)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \underset{x\in\mathbb{R}}{Max} f(x)$ sai vì cực đại thì chưa chắc là GTLN.
- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực đại là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) = \underset{x\in\mathbb{R}}{Min} f(x)$ sai vì cực tiểu thì chưa chắc là GTNN.
- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ và có giá trị cực đại là $f(x_1)$ với $x_1 \in \mathbb{R}$ thì $f(x_0) < f(x_1)$ sai vì giá trị cực tiểu có thể lớn hơn giá trị cực đại.
- Đáp án Nếu hàm số có giá trị cực tiểu là $f(x_0)$ với $x_0 \in \mathbb{R}$ thì tồn tại $x_1 \in \mathbb{R}$ sao cho $f(x_0) < f(x_1)$ đúng, giá trị cực tiểu sẽ nhỏ nhất trên một khoảng nào đó nên sẽ tồn tại $x_1 \in \mathbb{R}$ sao cho $f(x_0) < f(x_1)$.

Câu 368: Tìm điều kiện của a, b để hàm số bậc bốn B có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu ?

A. $a > 0$, $b \geq 0$. **B.** $a > 0$, $b < 0$. **C.** $a < 0$, $b > 0$. **D.** $a < 0$, $b \leq 0$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

* Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

* Ta có $f'(x)=4ax^3+2bx=2x\left(2ax^2+b\right)$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=-\dfrac{b}{2a}\end{array}\right.$.

* Hàm số có đúng một điểm cực trị và điểm cực trị đó là điểm cực tiểu khi và chỉ khi $\begin{cases}a>0\\-\dfrac{b}{2a}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b\ge 0\end{cases}$.

Câu 369: Đồ thị hàm số $y=x^4+(m+1)x^2+4$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi:

A. $m\le -1$. **B.** $m<-1$. **C.** $m\ge -1$. **D.** $m>-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3+2(m+1)x$. Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $4.2(m+1)<0\Leftrightarrow m<-1$.

Câu 370: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+ax+b$, $(a,b\in\mathbb{R})$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có điểm cực trị là $A(1;3)$. Tính giá trị của $P=4a-b$.

A. $P=3$. **B.** $P=2$. **C.** $P=4$. **D.** $P=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để đồ thị (C) có điểm cực trị $A(1;3)$ điều kiện là:

$$\begin{cases}y'(1)=0\\y(1)=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3.1^2-4.1+a=0\\1^3-2.1^2+a.1+b=3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=3\end{cases}\Rightarrow P=4a-b=1.$$

Câu 371: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=(m-1)x^4+mx^2+2017$ (1) có đúng một cực tiểu.

A. $m\in(0;+\infty)$. **B.** $m\in[1;+\infty)$.

C. $m\in(0;1)\cup(1;+\infty)$. **D.** $m\in[0;1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TH1: $a=0\Leftrightarrow m=1\Rightarrow(1)\Leftrightarrow y=x^2+2017$ có 1 cực tiểu.

TH2: $a\ne 0\Leftrightarrow m\ne 1$. Hàm số có đúng 1 cực tiểu $\Leftrightarrow\begin{cases}a>0\\b\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m-1>0\\m\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow m>1$..

Câu 372: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-3mx^2+2$ có ba điểm cực trị.

A. $m>0$ **B.** $m<0$ **C.** $m\le 0$ **D.** $m=0$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-6mx=2x\left(2x^2-3m\right)$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2x^2-3m=0$ có hai nghiệm phân biệt khác $0\Leftrightarrow m>0$.

Câu 373: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m-1)x-1$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là khẳng định **sai?**

A. $\forall m>1$ thì hàm số có cực trị. **B.** $\forall m<1$ thì hàm số có hai điểm cực trị.

C. $\forall m\neq 1$ thì hàm số có cực đại và cực tiểu. **D.** Hàm số luôn có cực đại và cực tiểu.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=x^2+2mx+(2m-1)=0\Leftrightarrow x^2+2mx+(2m-1)=0\quad(1)$.

Do phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt với $\forall m\neq 1$.

Câu 374: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=(m+1)x^4-mx^2+\frac{3}{2}$ chỉ có cực tiểu mà không có cực đại.

A. $m>1$. **B.** $-1\le m<0$. **C.** $m<-1$. **D.** $-1\le m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta xét hai trường hợp sau đây:

TH1: $m+1=0\Leftrightarrow m=-1$. Khi đó $y=x^2+\frac{3}{2}\Rightarrow$ hàm số chỉ có cực tiểu ($x=0$) mà không có cực đại $\Rightarrow m=-1$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

TH2: $m+1\neq 0\Leftrightarrow m\neq -1$. Khi đó hàm số đã cho là hàm số trùng phương ta có :

$y'=4(m+1)x^3-2mx=4(m+1)x\left[x^2-\frac{m}{2(m+1)}\right]$.

Hàm số chỉ có cực tiểu mà không có cực đại $\Leftrightarrow y'$ có đúng một nghiệm và đổi dấu từ âm sang dương khi x đi qua nghiệm này $\Leftrightarrow\begin{cases}4(m+1)>0\\ \frac{m}{2(m+1)}\le 0\end{cases}\Leftrightarrow -1<m\le 0$.

Kết hợp những giá trị m tìm được, ta có $-1\le m\le 0$.

Câu 375: Hàm số $y=x^3-3mx^2+6mx+m$ có hai điểm cực trị khi giá trị của m là:

A. $0<m<2$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\ m>2\end{array}\right.$. **C.** $0<m<8$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\ m>8\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=3x^2-6mx+6m;\ y'=0\Leftrightarrow x^2-2mx+2m=0$.

Hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow\Delta>0\Leftrightarrow m^2-2m>0$.

Câu 376: Tìm các giá trị của tham số m để hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2-2$ có 3 điểm cực trị.

A. $0<m<1$. **B.** $0\le m\le 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m<0\\ m>1\end{array}\right.$. **D.** $0<m\le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=mx^4+(m-1)x^2-2\Rightarrow y'=4mx^3+2(m-1)x=0$..

Hàm số có 3 cực trị $\Leftrightarrow y' = 4mx^3 + 2(m-1)x = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow 2x\left(2mx^2 + m - 1\right) = 0$ có 3 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2mx^2 + m - 1 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow -\dfrac{m-1}{2m} > 0 \Rightarrow 0 < m < 1.$.

Câu 377: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x^2(x+1)\left(x^2 + 2mx + 5\right)$. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị ?

A. 0. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x+1)\left(x^2 + 2mx + 5\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -1 \\ x^2 + 2mx + 5 = 0 \ (1) \end{array}\right.$

Để hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực trị có các trường hợp sau:

+ Phương trình (1) vô nghiệm: khi đó $m^2 - 5 < 0 \Leftrightarrow -\sqrt{5} < m < \sqrt{5}$.

+ Phương trình (1) có nghiệm kép bằng -1: khi đó $\left\{\begin{array}{l} m^2 - 5 = 0 \\ -2m + 6 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m = \pm\sqrt{5} \\ m = 3 \end{array}\right. \Rightarrow m \in \varnothing$.

+ Phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt, trong đó có một nghiệm bằng -1:

$\left\{\begin{array}{l} m^2 - 5 > 0 \\ -2m + 6 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m > \sqrt{5} \\ m < -\sqrt{5} \end{array}\right. \\ m = 3 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = 3$.

Vậy giá trị nguyên $m \in \{-2; -1; 0; 1; 2; 3\}$..

Câu 378: -2017] Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số sau có cực trị $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$.

A. $m < -1$. **B.** $\mathbb{R}$. **C.** $m \neq -1$. **D.** $m > -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nếu $ab < 0$ thì hàm số có ba cực trị.

Nếu $ab \geq 0$ thì hàm số có 1 cực trị.

Vậy hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c, (a \neq 0)$ luôn có cực trị với mọi số thực a, b, c.

Câu 379: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2018$ có ba điểm cực trị

A. $m \neq 0$ **B.** Không tồn tại m

C. $m < 0$ **D.** $m > 0$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y' = 4mx^3 - 2m^3x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4mx^3 - 2m^3x = 0 \ (*)$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, suy ra $m \neq 0$.

Câu 380: Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y = mx^4 + (m-1)x^2 + 1 - 2m$ chỉ có một cực trị.

A. $0 \leq m \leq 1$. **B.** $m \geq 1$. **C.** $m \leq 0 \cup m \geq 1$. **D.** $m \leq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $f(-3)=-4; y'=4mx^3+2(m-1)x=2x(2mx^2+m-1)$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2mx^2+m-1=0(*) \end{array}\right.$.

Hàm số chỉ có 1 cực trị suy ra (*) vô nghiệm hoặc có nghiệm kép.

$\Leftrightarrow \Delta \le 0 \Leftrightarrow -2m(m-1)\le 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le 0 \\ m\ge 1 \end{array}\right.$.

Câu 381: Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m^2-3m-3)x+2016$ có 2 điểm cực trị ?

A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=\frac{1}{3}x^3+mx^2+(2m^2-3m-3)x+2016$.

$\Rightarrow y'=x^2+2mx+2m^2-3m-3,\ \Delta'=-m^2+3m+3$.

Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \Delta'=-m^2+3m+3>0 \Leftrightarrow \frac{3-\sqrt{21}}{2}<m<\frac{3+\sqrt{21}}{2}$.

Vậy có tất cả 4 giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là $m\in S=\{0;1;2;3\}$.

Câu 382: Tìm điều kiện của tham số thực m để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2-3$ có 3 cực trị.

A. $m>0$. **B.** $m>1$. **C.** $m>-1$. **D.** $m\ge 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=4x^3-4(m+1)x$.

$YCBT \Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m+1>0 \Leftrightarrow m>-1$.

Câu 383: Cho hàm số $y=mx^4-(m-1)x^2-2$. Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

A. $0<m<1$. **B.** $m\le 1$.

C. $m>0$. **D.** $m\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phân tích: Để đường thẳng hàm số có ba điểm cực trị thì:

Ta nhớ lại dạng đồ thị mà tôi đã nhắc đi nhắc lại trong **Hướng dẫn giải** chi tiết ở bộ đề tinh túy, ta thấy hàm bậc bốn trùng phương muốn có ba điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ phải có 3 nghiệm phân biệt.

Ta cùng đến với bài toán gốc như sau: hàm số $y=ax^4+bx^2+c$.

Xét phương trình $y'=4ax^3+2bx=0$. Để phương trình có 3 nghiệm phân biệt thì $\left\{\begin{array}{l} a\ne 0 \\ \frac{b}{2a}<0 \end{array}\right.$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó áp dụng vào bài toán ta được: $\begin{cases} m \neq 0 \\ \dfrac{-(m-1)}{m} < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \left[\begin{array}{l} m > 1 \\ m < 0 \end{array}\right. \end{cases}$.

Câu 384: Với giá trị nào của tham số m thì đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6(m-2)x - 1$ có cực đại, cực tiểu thỏa mãn $|x_{CĐ} + x_{CT}| = 2$.

A. $m = 1$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -1$. **D.** $m = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2)$.

Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 + 6(m-1)x + 6(m-2) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 2 - m \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có cực đại cực tiểu thì $2 - m \neq -1 \Leftrightarrow m \neq 3$.

Theo giả thiết ta có $|x_{CĐ} + x_{CT}| = 2 \Leftrightarrow |1 - m| = 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1 - m = 2 \\ 1 - m = -2 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -1 \,(t/m) \\ m = 3 \,(loai) \end{array}\right.$.

Vậy $m = -1$.

Câu 385: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}(m+1)x^3 - x^2 + (2m+1)x + 3$ có cực trị

A. $m \in \left(-\dfrac{3}{2}; 0\right)$. **B.** $m \in \left(-\dfrac{3}{2}; 0\right) \setminus \{-1\}$.

C. $m \in \left[-\dfrac{3}{2}; 0\right] \setminus \{-1\}$. **D.** $m \in \left[-\dfrac{3}{2}; 0\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = (m+1)x^2 - 2x + 2m + 1$

Để hàm số có cực trị ta xét hai trường hợp:

↳ Trường hợp 1: $m = -1$ ta có $y' = -2x - 1$; $y' = 0 \Leftrightarrow x = -\dfrac{1}{2}$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$y_{CĐ}$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy khi $m = -1$ thì hàm số đạt cực đại tại $x = -\dfrac{1}{2}$.

Vậy $m = -1$ thoả mãn.

↳ Trường hợp 2: $m \neq -1$ để hàm số có cực trị thì $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow -2m^2 - 3m > 0 \Leftrightarrow -\dfrac{3}{2} < m < 0$ và $m \neq -1$.

Kết hợp hai trường hợp trên ta được $m\in\left(-\frac{3}{2};0\right)$.

Câu 386: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+\left(m^2-1\right)x^2-1$ có ba cực trị.

A. $m<-1$. **B.** $m\in(-1;1)$.

C. $m>1$. **D.** $m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$y'=4x^3+2\left(m^2-1\right)x=2x\left(2x^2+m^2-1\right)$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2x^2+m^2-1=0\ (*)\end{array}\right.$.

Theo yêu cầu bài toán phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow -2\left(m^2-1\right)>0\Leftrightarrow -1<m<1$.

Câu 387: Với tất cả giá trị nào của m thì hàm số $y=mx^4+(m-1)x^2+1-2m$ chỉ có một cực trị:

A. $m\le 0$. **B.** $m\ge 1$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\m\ge 1\end{array}\right.$. **D.** $0\le m\le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

* Nếu $m=0$ thì $y=-x^2+1$ là hàm bậc hai nên chỉ có duy nhất một cực trị.

* Khi $m\neq 0$, ta có: $y'=4mx^3+2(m-1)x=2x\left[2mx^2+(m-1)\right]$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\frac{1-m}{2m}\end{array}\right.$.

Để hàm số có một cực trị khi $\frac{1-m}{2m}\le 0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\m<0\end{array}\right.$.

Kết hợp hai trường hợp ta được $\left[\begin{array}{l}m\le 0\\m\ge 1\end{array}\right.$.

Câu 388: Hàm số $y=x^4+mx^2-m-5$ (m là tham số) có 3 điểm cực trị khi các giá trị của m là:

A. $4<m<5$. **B.** $m<0$. **C.** $m>8$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow a.b<0\Leftrightarrow m<0$.

Câu 389: Cho hàm số $y=mx^3+3mx^2-(m-1)x-4$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số ***không*** có cực trị.

A. $m\ge\frac{1}{4}$. **B.** $0\le m\le\frac{1}{3}$. **C.** $0<m\le\frac{1}{4}$. **D.** $0\le m\le\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TH1: Với $m=0$ ta có $y=x-4$. Khi đó hàm số không có cực trị.

TH2: Với $m\neq 0$ ta có $y'=3mx^2+6mx-(m-1)$.

Để hàm số không có cực trị thì phương trình $y'=0$ có nghiệm kép hoặc vô nghiệm.

$\Leftrightarrow\Delta'\le 0\Leftrightarrow 9m^2+3m(m-1)\le 0\Leftrightarrow 0\le m\le\frac{1}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 390: Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số $y=x^3-3mx^2+(2m+1)x-m+5$ có cực đại và cực tiểu.

A. $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

B. $m\in\left(-\frac{1}{3};1\right)$.

C. $m\in\left[-\frac{1}{3};1\right]$.

D. $m\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right]\cup[1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=x^3-3mx^2+(2m+1)x-m+5\Rightarrow y'=3x^2-6mx+2m+1$, $\Delta'=9m^2-6m-3$.

Để hàm số có hai cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow\Delta'>0\Leftrightarrow 9m^2-6m-3>0\Leftrightarrow m\in\left(-\infty;-\frac{1}{3}\right)\cup(1;+\infty)$.

Câu 391: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^3-(m+1)x^2+\left(2m-\frac{2}{3}\right)x+1$ có cực trị.

A. $\begin{cases}-\frac{1}{5}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$.

B. $-\frac{1}{5}<m<1$.

C. $\left[\begin{array}{l}m<-\frac{1}{5}\\ m>1\end{array}\right.$.

D. $-\frac{1}{5}\le m\le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

* Nếu $m=0\Rightarrow y=-x^2-\frac{2}{3}x+1$ là hàm số bậc hai nên luôn có cực trị.

* Nếu $m\neq 0$, ta có $y'=3mx^2-2(m+1)x+2m-\frac{2}{3}$.

$y'=0\Leftrightarrow 3mx^2-2(m+1)x+2m-\frac{2}{3}=0$; $\Delta'=(m+1)^2-3m\left(2m-\frac{2}{3}\right)=-5m^2+4m+1$.

Do đó, hàm số có cực trị khi và chỉ khi $-5m^2+4m+1>0\Leftrightarrow-\frac{1}{5}<m<1$. Suy ra: $\begin{cases}-\frac{1}{5}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$.

* Kết hợp với trường hợp $m=0$ suy ra $-\frac{1}{5}<m<1$ là các giá trị cần tìm.

Nhận xét: Thay $m=0$ vào hàm số suy ra hàm số có cực trị nên loại phương án A và

C. Tiếp tục thay $m=1$ thì đạo hàm là hàm bậc hai có nghiệm kép nên không đổi dấu khi qua nghiệm do đó loại tiếp phương án

B. Vậy chọn

D.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 392: Tìm các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = mx^4 - m^3x^2 + 2018$ có ba điểm cực trị

A. $m < 0$ **B.** $m > 0$

C. $m \neq 0$ **D.** Không tồn tại m

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = 4mx^3 - 2m^3x \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow 4mx^3 - 2m^3x = 0 \ (*)$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, suy ra $m \neq 0$.

Câu 393: Hàm số $y = (m-1)x^4 + (m^2 - 2m)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị khi:

A. $\left[\begin{array}{l} m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ 1 < m < 2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} -1 < m < 1 \\ m > 2 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} 0 < m < 1 \\ m > 2 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$..

$y' = 4(m-1)x^3 + 2(m^2 - 2m)x;$.

Để hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt nên:

$\dfrac{2m - m^2}{2m - 2} > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < 0 \\ 1 < m < 2 \end{array}\right.$.

Câu 394: Tìm tham số m để hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - mx^2 + (m+2)x + 2018$ không có cực trị.

A. $-1 \le m \le 2$. **B.** $m \le -1$.

C. $m \ge 2$. **D.** $m \le -1$ hoặc $m \ge 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y' = x^2 - 2mx + m + 2$

Để hàm số đã cho không có cực trị khi phương trình $y' = 0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép hay

$\Delta' \le 0 \Leftrightarrow m^2 - (m+2) \le 0 \Leftrightarrow -1 \le m \le 2$.

Câu 395: Cho hàm số $y = mx^4 - (2m+1)x^2 + 1$. Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số có một điểm cực đại?

A. $m \le -\dfrac{1}{2}$ **B.** $-\dfrac{1}{2} \le m \le 0$ **C.** $m \ge -\dfrac{1}{2}$ **D.** $-\dfrac{1}{2} \le m < 0$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với $m = 0$, $y = -x^2 + 1$ là một parabol có một điểm cực đại.

Với $m \neq 0$, $y' = 4mx^3 - 2(2m+1)x = 2x(2mx^2 - 2m - 1)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \dfrac{2m+1}{2m} \end{array}\right.$ y

hàm số là hàm trùng phương, khi đó hàm số có một điểm cực đại khi và chỉ khi $m > 0$ và phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm hoặc $m < 0$ phương trình $y' = 0$ có một nghiệm.

Trường hợp $m > 0$ và phương trình $y' = 0$ có ba nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ \dfrac{2m+1}{2m} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Trường hợp $m<0$ phương trình $y'=0$ có một nghiệm $\Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ \dfrac{2m+1}{2m}\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}\le m<0$.

Vậy với $m\ge -\dfrac{1}{2}$ thì hàm số có một điểm cực đại.

Câu 396: Hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+(2m+3)x^2+m^2x-2m+1$ không có cực trị khi và chỉ khi.

A. $m\le -3 \vee m\ge -1$. **B.** $-3\le m\le -1$. **C.** $m\ge -3$. **D.** $m\ge -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=x^2+2(2m+3)x+m^2$.

Hàm số không có cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta'\le 0 \Leftrightarrow 3m^2+12m+9\le 0 \Leftrightarrow -3\le m\le -1$.

Câu 397: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=(m^2-1)x^4+mx^2+m-2$ chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu.

A. $m\le -1$ **B.** $-1\le m\le 0$ **C.** $-1<m<0,5$ **D.** $-1,5<m\le 0$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Trường hợp $m^2-1=0\Leftrightarrow m=\pm 1$, hàm số đã cho trở thành hàm số bậc hai. Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có cực tiểu thì $m<0$, do đó $m=-1$ thỏa mãn,

Trường hợp $m^2-1\ne 0\Leftrightarrow m\ne\pm 1$, hàm số đã cho là hàm trùng phương dạng $y=ax^4+bx^2+c$.

Để đồ thị hàm số chỉ có một điểm cực đại và không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases} a<0 \\ ab>0 \end{cases}$, do đó ta có

$$\begin{cases} m^2-1<0 \\ (m^2-1).m\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1<m<1 \\ m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow -1<m\le 0.$$

Vậy với $-1\le m\le 0$ thì đồ thị hàm số đã cho chỉ có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu.

Câu 398: Cho hàm số $y=(m+1)x^4-(m-1)x^2+1$. Số các giá trị nguyên của m để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu là:

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Trường hợp $m=-1$, suy ra $y=2x^2+1\Rightarrow$ Hàm số có điểm cực tiểu mà không có điểm cực đại nên loại $m=-1$.

Trường hợp $m\ne -1$

Ta có: $y'=4(m+1)x^3-2(m-1)x=2x\left[2(m+1)x^2-(m-1)\right]$

Xét $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ g(x)=2(m+1)x^2-(m-1)=0(*) \end{array}\right.$

Vì hàm trùng phương luôn đạt cực trị tại điểm $x=0$ nên để hàm số có một điểm cực đại mà không có điểm cực tiểu thì $\begin{cases} m+1<0 \\ -m+1\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \\ m\ge 1 \end{cases}$, suy ra không tồn tại m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 399: Tìm tất cả tham số thực của m để hàm số $y=\frac{1}{3}(m+2)x^3+x^2+\frac{1}{3}mx-2$ có cực đại, cực tiểu.

A. $m\in(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;1)$.

C. $m\in(-3;-2)\cup(-2;1)$. **D.** $m\in(-3;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=(m+2)x^2+2x+\frac{1}{3}m$.

Hàm số có cực đại, cực tiểu khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ m+2\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1-\frac{1}{3}m^2-\frac{2}{3}m>0 \\ m\ne -2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -3<m<1 \\ m\ne -2 \end{cases} \Leftrightarrow -3<m<-2$ hoặc $-2<m<1$.

DẠNG 8: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ TẠI XO (CỤ THỂ)

Câu 400: Cho hàm số $f(x)=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x$. Tìm m để hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$.

A. $m=0$. **B.** $m=0$ hoặc $m=2$.

C. $m\ne 0$ và $m\ne 2$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f'(x)=3x^2-6mx+3(m^2-1)$, $f''(x)=6x-6m$.

Nếu hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x_0=1$ thì $f'(1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Với $m=2$ thì $f(x)=x^3-6x^2+9x$, $f'(x)=3x^2-12x+9$ và $f''(x)=6x-12$.

$f'(1)=0$ và $f''(1)=-6<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x_0=1$.

Với $m=0$ thì $f(x)=x^3-3x$, $f'(x)=3x^2-3$ và $f''(x)=6x$.

$f'(1)=0$ và $f''(1)=6>0$ nên hàm số đạt cực tiểu tại $x_0=1$.

Vậy $m=2$ là gía trị cần tìm.

Câu 401: Cho biết hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực trị tại điểm $x=1$, $f(3)=29$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ là 2. Tính giá trị của hàm số tại $x=-2$.

A. $f(-2)=16$. **B.** $f(-2)=4$. **C.** $f(-2)=24$. **D.** $f(-2)=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $f'(x)=3x^2+2ax+b$.

Theo đề bài ta có: $\begin{cases} f'(1)=0 \\ f(3)=29 \\ f(0)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=-3 \\ 9a+3b+c=2 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-9 \\ c=2 \end{cases}$.

$\Rightarrow f(x)=x^3+3x^2-9x+2 \Rightarrow f(-2)=24$.

Câu 402: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-4)x+3$ đạt cực đại tại $x=3$.

A. $m=5$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-7$. **D.** $m=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-4;\ y''=2x-2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=3 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(3)=0 \\ y''(3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y'(3)=0 \\ y''(3)<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5=0 \\ 6-2m<0 \end{cases} \Leftrightarrow m=5$.

Câu 403: Cho hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$. Tìm m để hàm số đạt cực đại tại $x=2$? Một học sinh làm như sau :

Bước 1 : $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$, $y'=\frac{x^2+2mx+m^2+1}{(x+m)^2}$.

Bước 2 : Hàm số đạt cực đại tại $x=2 \Leftrightarrow y'(2)=0\ (*)$.

Bước 3 : $(*) \Leftrightarrow m^2+4m+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

Bài giải trên đúng hay sai ? Nếu sai thì sai từ bước nào ?

A. Sai từ bước 3. **B.** Sai từ bước 2. **C.** Đúng. **D.** Sai từ bước 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có hàm số đạt cực đại tại $x=2 \Rightarrow y'(2)=0$ nên bước 2 là sai.

Câu 404: Để hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$ đạt cực đại tại $x=2$ thì m thuộc khoảng nào ?

A. $(0;2)$. **B.** $(-4;-2)$. **C.** $(-2;0)$. **D.** $(2;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

□Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-m\}$.

□Đạo hàm: $y'=\frac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}$.

□Hàm số đạt cực trị tại $x=2$ thì $y'(2)=0 \Rightarrow \frac{4+4m+m^2-1}{(2+m)^2}=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-1 \end{array}\right.$.

□Với $m=-3 \Rightarrow y'=\frac{x^2-6x+8}{(x-3)^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=4 \end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x=2$ nên $m=-3$ ta nhận.

□Với $m=-1\Rightarrow y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}; y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ nên $m=-1$ ta loại.

Câu 405: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=mx^3+x^2+\left(m^2-6\right)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=3mx^2+2x+m^2-6$ và $y''=6mx+2$

Để hàm số $y=mx^3+x^2+\left(m^2-6\right)x+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$ thì:

$$\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+3m-4=0\\6m+2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-4\end{array}\right.\\m>-\dfrac{1}{3}\end{cases}\Leftrightarrow m=1.$$

Thử lại: với $m=1$ ta có: $y=x^3+x^2-5x+1\Rightarrow y'=3x^2+2x-5$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-\dfrac{5}{3}\end{array}\right.$.

Vì $a=1>0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=-\dfrac{5}{3}$ và đạt cực tiểu tại $x=1$. Vậy $m=1$ thỏa mãn.

Câu 406: Hàm số $y=-x^4+2mx^2+1$ đạt cực tiểu tại $x=0$ khi:

A. $m<-1$. **B.** $m>0$. **C.** $-1\le m<0$. **D.** $m\ge 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ thì $\begin{cases}y'(0)=0\\y''(0)>0\end{cases}$.

Ta có $y'=-4x^3+4mx$ và $y''=-12x^2+4m$.

Vậy ta có $4m>0\Leftrightarrow m>0$.

Câu 407: Tìm m để hàm số $y=mx^3-\left(m^2+1\right)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-1$. **B.** $m=-\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=3mx^2-2\left(m^2+1\right)x+2$, $y''=6mx-2\left(m^2+1\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Để hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'_{(1)}=0 \\ y''_{(1)}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+3m=0 \\ -2m^2+6m-2>0 \end{cases}$

$$\begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \\ \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<m<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}.$$

Câu 408: Giá trị của tham số thực m để hàm số $y=mx^3-\left(m^2+1\right)x^2+2x-3$ đạt cực tiểu tại $x=1$ là

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=3mx^2-2\left(m^2+1\right)x+2$; $y''=6mx-2\left(m^2+1\right)$

Theo yêu cầu bài toán: $\begin{cases} y'(1)=0 \\ y''(1)>0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3m-2\left(m^2+1\right)+2=0 \\ 6m-2\left(m^2+1\right)>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2m^2+3m=0 \\ -2m^2+6m-2>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=\dfrac{3}{2} \end{array}\right. \\ \dfrac{3-\sqrt{5}}{2}<x<\dfrac{3+\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Leftrightarrow m=\frac{3}{2}.$$

Câu 409: Có tất cả bao nhiêu số thực m để hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m+1\right)x+1$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-m+1$.

Do y đạt cực đại tại $x=1$ nên $y'(1)=1 \Leftrightarrow m^2-3m+2=0 \Leftrightarrow m=1 \vee m=2$.

Ta có $y''=2x-2m$.

Với $m=1$, $y''(1)=0$ nên hàm số không đạt cực đại tại $x=1$.

Với $m=2$, $y''(1)=-2<0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$ nên ta chọn

C.

Câu 410: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^3-3x^2+mx$ đạt cực tiểu tại $x=2$.

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6x+m$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=2 \Rightarrow y'(2)=0 \Leftrightarrow m=0$.

Thử lại: với $m=0$ thì $y'=3x^2-6x \Rightarrow y''=6x-6 \Rightarrow y''(2)=6>0$ suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$.

Câu 411: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=-x^3+2x^2-mx+1$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m\in[1;+\infty)$. **B.** $m=2$. **C.** $m=1$. **D.** $m\in\varnothing$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=-3x^2+4x-m$, $y''=-6x+4$

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=1\Leftrightarrow\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m=1\\-2>0\end{cases}$

Câu 412: Tìm giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}\left(m^2+1\right)x^2+\left(3m-2\right)x+m$ đạt cực đại tại $x=1$?

A. $m=2$ **B.** $m=-2$ **C.** $m=1$ **D.** $m=-1$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-\left(m^2+1\right)x+\left(3m-2\right)$.

Nếu hàm số đạt cực đại tại $x=1$ (giả thiết), suy ra:

$y'(1)=1^2-\left(m^2+1\right).1+\left(3m-2\right)=0$

$\Leftrightarrow 1^2-\left(m^2+1\right).1+\left(3m-2\right)=0$

$\Leftrightarrow -m^2+3m-2=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=1\end{array}\right.$.

Thử lại:

Khi $m=2$ thì $y''(1)=-1<0$. Vậy khi $m=2$ thì hàm số đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 413: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3-3mx^2+\left(6m^2-3\right)x$ đạt cực trị tại $x=1$.

A. $m=0$ hoặc $m=1$. **B.** $m=1$.

C. Không có giá trị nào của m. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm: $y'=3x^2-6mx+6m^2-3\Rightarrow y'(1)=6m^2-6m$.

Điều kiện cần: Hàm số đạt cực trị tại $x=1$ thì $y'(1)=0\Leftrightarrow 6m^2-6m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$.

Điều kiện đủ:

☑ Với $m=0$ thì $y'=3x^2-3$; $y'=0\Leftrightarrow x=\pm1$. Dễ thấy hàm số đạt cực trị tại $x=1$.

☑ Với $m=1$ thì $y'=3x^2-6x+3=3\left(x-1\right)^2\geq 0,\ \forall\in\mathbb{R}$. Hàm số không có cực trị tại $x=1$.

Vậy với $m=0$ hàm số sẽ đạt cực trị tại $x=1$.

Câu 414: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}\left(2m+3\right)x^2+\left(m^2+3m-4\right)x$ đạt cực tiểu tại $x=1$.

A. $m=-3$ hoặc $m=2$. **B.** $m=-2$ hoặc $m=3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $m=2$. **D.** $m=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=x^2-(2m+3)x+(m^2+3m+4)$; $y''=2x-2m-3$.

Do phương trình $y'=0\Leftrightarrow x^2-(2m+3)x+m^2+3m+4=0$ có $\Delta=25>0$ nên phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1$ thì $\begin{cases}y'(1)=0\\y''(1)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m-6=0\\2.1-2m-3>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-3\end{array}\right.\\m<-\dfrac{1}{2}\end{cases}\Leftrightarrow m=-3$.

Câu 415: Tìm tất cả các giá trị của m để hàm số $f(x)=-x^3+(2m-1)x^2-(m^2+8)x+2$ đạt cực tiểu tại $x=-1$.

A. $m=-2$. **B.** $m=-9$.

C. Không tìm được m. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x)=-3x^2+2(2m-1)x-(m^2+8)$.

Hàm số đạt cực tiểu tại $x=-1\Rightarrow f'(-1)=0\Leftrightarrow -m^2-4m-9=0$. Phương trình vô nghiệm.

Vậy không tìm được m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 416: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4+mx^2$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. $m\le 0$. **B.** $m=0$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=x^4+mx^2\Rightarrow y'=4x^3+2mx=2x(2x^2+m)$.

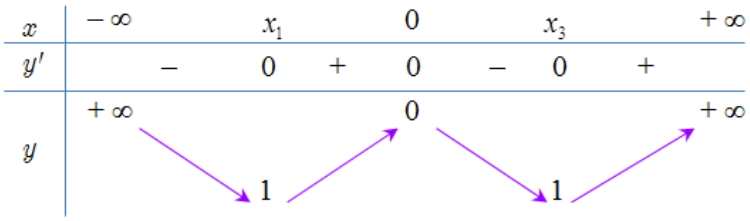
$y'=0\Rightarrow 2x(2x^2+m)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=\dfrac{-m}{2}\end{array}\right.$

• Nếu $m\ge 0$ ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

• Nếu $m<0$ ta có bảng biến thiên:



Suy ra hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$ khi $m\ge 0$.

Câu 417: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2-1$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

A. $m\le -1$. **B.** $m\le -1\vee m\ge 1$ **C.** $m<-1$. **D.** $m=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4(m+1)x$.

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4(m+1)x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=(m+1) \end{array}\right.$.

Nếu $m+1>0\Leftrightarrow m>-1$ thì $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $x_1=-\sqrt{m+1}$; $x_2=0$; $x_3=\sqrt{m+1}$ khi đó ta có y' đổi dấu từ $+$ sang $-$ ki qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực đại $\Rightarrow m>-1$ không thỏa mãn.

Nếu $m+1\le 0\Leftrightarrow m\le -1$ thì $y'=0$ có nghiệm duy nhất $x=0$ khi đó ta có y' đổi dấu từ $-$ sang $+$ khi qua điểm $x=0$ nên $x=0$ là điểm cực tiểu $\Rightarrow m\le -1$ thỏa mãn.

Câu 418: Cho hàm số $f(x)=x+m+\dfrac{n}{x+1}$ (với m, n là các tham số thực). Tìm m, n để hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và $f(-2)=-2$.

A. $m=n=1$. **B.** $m=n=-2$.

C. $m=-1;n=1$. **D.** Không tồn tại giá trị của m, n.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Có $y'=1-\dfrac{n}{(x+1)^2}$; $y''=\dfrac{2n}{(x+1)^3}$.

Theo yêu cầu bài toán, ta có: $\left\{\begin{array}{l} y'(-2)=0 \\ y''(-2)<0 \\ f(-2)=2 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 1-n=0 \\ -2n<0 \\ -2+m-n=-2 \end{array}\right.\Leftrightarrow m=n=1.$

Câu 419: Hàm số $y=x^3-2mx^2+m^2x-2$ đạt cực tiểu tại $x=1$ khi.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=3x^2-4mx+m^2$. $y'(1)=0\Leftrightarrow m=1$ hoặc $m=3$. Thử lại ta thấy $m=1$ thỏa **mãn**.

Câu 420: Tìm giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-m-1\right)x$ đạt cực đại tại $x=1$.

A. $m\in\varnothing$. **B.** $m=0$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-m-1$; $y''=2x-2m$.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ suy ra $y'(1)=0\Leftrightarrow m^2-3m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=3\end{array}\right.$.

Với $m=0$: $y''(1)=2>0\Rightarrow x=1$ là cực tiểu của hàm số

Với $m=3$: $y''(1)=-4<0\Rightarrow x=1$ là cực đại của hàm số.

Vậy $m=3$ là giá trị cần tìm.

Câu 421: Tìm m để hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+4x-1$ đạt cực trị tại $x=2$.

A. $m=2$. **B.** $m=0$.
C. Không tồn tại m. **D.** $m=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=x^2-2mx+4$; $y''=2x-2m$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=2\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}y'(2)=0\\y''(2)\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}4-4m+4=0\\4-2m\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m=2\\m\neq 2\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Vậy không tồn tại m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 422: Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-2$ đạt cực tiểu tại $x=2$ khi:

A. $m=0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6x+m$, $y''=6x-6$.

Để hàm số đạt cực tiểu tại $x=2$ thì $\left\{\begin{array}{l}y'(2)=0\\y''(2)>0\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}m=0\\6>0\end{array}\right.\Leftrightarrow m=0$.

Câu 423: Biết điểm $M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+a^2$. Tính $f(3)$.

A. $f(3)=34$. **B.** $f(3)=13$. **C.** $f(3)=17$. **D.** $f(3)=49$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=3x^2+2ax+b$ và $f''(x)=6x+2a$.

$M(0;4)$ là điểm cực đại của đồ thị hàm số $\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}f(0)=4\\f'(0)=0\\f''(0)<0\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}a^2=4\\b=0\\a<0\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}a=-2\\b=0\end{array}\right.$.

$\Rightarrow f(x)=x^3-2x^2+4$. Vậy $f(3)=13$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 424: Gọi m_0 là giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x^3}{3}+mx^2+\left(m^2-1\right)x+1$ đạt cực trị tại $x_0=1$, các giá trị của m_0 tìm được sẽ thoả mãn điều kiện nào sau đây?

A. $m_0\le 0$. **B.** $m_0\ge 0$. **C.** $m_0<-1$. **D.** $-1<m_0<3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

•Để hàm số $y(x)$ đạt cực trị tại $x_0=1 \Leftrightarrow \begin{cases} y'(x_0) \\ y'(x_0) \text{ ®æi dÊu qua } x_0 \end{cases}$.

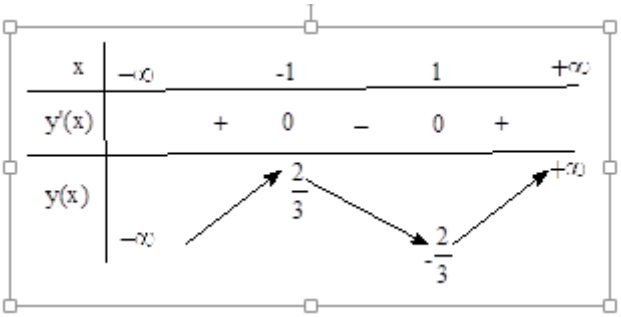
TXĐ: $\mathbb{R}$.

$y'(x)=x^2+2mx+\left(m^2-1\right)$.

$y(1)=m^2+2m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-2 \end{array}\right.$.

+) Với $m=0$, ta có $y'=x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

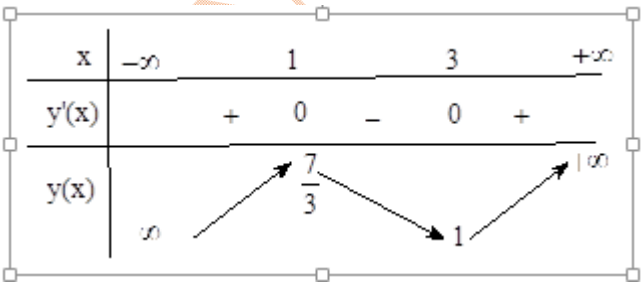
Khi đó ta có.



Vậy hàm số đạt cực tiểu tại $x=1$ nên $m=0$ thỏa mãn.

+) Với $m=-2$, ta có $y'=x^2-4x+3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Khi đó ta có.



Vậy hàm số đạt cực đại tại $x=1$ nên $m=-2$ thỏa mãn. Suy ra $m_0\le 0$.

DẠNG 9: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, KÈM GIẢ THIẾT (THEO X)

Câu 425: Số nguyên bé nhất của tham số m sao cho hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có 5 điểm cực trị là:

A. 5 **B.** 0 **C.** −2 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có 5 điểm cực trị $\Leftrightarrow$ hàm số $y=f(x)=x^3-2mx^2+5x-3$ có hai điểm cực trị dương.

Ta có $f'(x)=3x^2-4mx+5$.

$$y=f(x) \text{ có hai điểm cực trị dương } \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ S>0\\ P>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}4m^2-15>0\\ \frac{4m}{3}>0\\ \frac{5}{3}>0\end{cases} \Leftrightarrow m>\sqrt{\frac{15}{4}}.$$

Do đó giá trị nguyên bé nhất của tham số m sao cho hàm số $y=|x|^3-2mx^2+5|x|-3$ có 5 điểm cực trị là 2.

Câu 426: Cho hàm số $y=mx^2+2\left(m^2-5\right)x^4+4$. Có bao nhiêu số nguyên m để hàm số có ba điểm cực trị, trong đó có đúng 2 điểm cực tiểu và 1 điểm cực đại?

A. 4. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=4mx^3+4\left(m^2-5\right)$.

Hàm số có 2 cực tiểu và 1 cực đại $\Leftrightarrow \begin{cases}m\left(m^2-5\right)<0\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m^3-5m<0\\ m>0\end{cases} \Leftrightarrow 0<m<\sqrt{5}$.

Nên $m=1$ hoặc $m=2$.

Câu 427: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

A. $m=1$. **B.** $m=\frac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-\frac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=3x^2-6x+m$. Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi $\Delta'=9-12m>0\Leftrightarrow m<\frac{3}{4}$.

Khi đó $3=x_1^2+x_2^2=\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=2^2-2.\frac{m}{3}\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$.

Câu 428: Cho hàm số $y=mx^4-(m+1)x^2+1$. Hỏi có bao nhiêu số thực m để hàm số có cực trị và các điểm cực trị của đồ thị hàm số đều thuộc các trục tọa độ.

A. 1 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, xét $m=0$ thì $y=-x^2+1$, khi đó hàm số có một cực đại nằm trên Oy.

Xét $m\neq 0$. $y'=4mx^3-2(m+1)x$, $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\ x^2=\frac{m+1}{2m}\end{array}\right.$.

Hàm số có ba cực trị khi $\frac{m+1}{2m}>0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m>0\\ m<-1\end{array}\right.$. Khi đó $y\left(\pm\sqrt{\frac{m+1}{2m}}\right)=\frac{-m-2}{4}$.

Ycbt $\Leftrightarrow -m-2=0 \Leftrightarrow m=-2$.

Câu 429: Với giá thực nào của tham số m thì hàm số $y=mx^3+2x^2+(m+1)x-2$ có đúng 1 cực trị?

A. $m<1$. **B.** $m>0$. **C.** $m<0$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Với $m=0$, hàm số trở thành: $y=2x^2+x-2$ có 1 cực trị. Vậy $m=0$ thỏa mãn.

Với $m\neq 0$, hàm số đã cho là hàm số bậc ba nên hoặc có hai cực trị, hoặc không có cực trị. Vậy $m\neq 0$ không thỏa mãn.

Câu 430: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để hàm số $y=ax+\sqrt{x^2+1}$ có cực tiểu.

A. $0\le a<1$. **B.** $-2<a<0$. **C.** $-1<a<2$. **D.** $-1<a<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

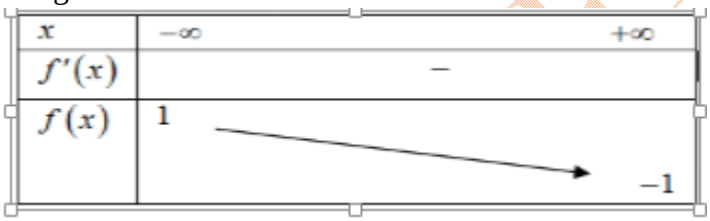
Ta có: $y'=a+\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

+ **ĐK cần**: Hàm số có cực trị khi phương trình $y'=0$ có nghiệm.

Ta có: $y'=0 \Leftrightarrow a=-\dfrac{x}{\sqrt{x^2+1}}=f(x)$, với $x\in\mathbb{R}$.

$f'(x)=-\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-1$.

Bảng biến thiên:



Do đó: Phương trình $y'=0$ có nghiệm thì có nghiệm duy nhất x_0 khi và chỉ khi $-1<a<1$.

+ **ĐK đủ**: Ta có: $y''=\dfrac{1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}>0$ với mọi x. Suy ra: $y''(x_0)>0$ nên x_0 luôn là điểm cực tiểu với mọi $a\in(-1;1)$.

Vậy $-1<a<1$.

Chú ý:

+Ta có thể làm trắc nghiệm bằng phương pháp lần lượt thử với $a=0$, $a=-\dfrac{1}{2}$, $a=\dfrac{3}{2}$ ta cũng được đáp án **A.**

+ Chỗ điều kiện đủ ta có thể dùng duy tắc 1 để kiểm tra x_0 là điểm cực tiểu như sau:

Hàm số có điểm cực tiểu x_0 khi y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua nghiệm x_0.

Ta có: $y'=\dfrac{x+a\sqrt{x^2+1}}{\sqrt{x^2+1}}$. Vì $-1<a<1$ và $x+a\sqrt{x^2+1}\to x+a|x|=(1\pm a)x$ nên hệ số bậc cao nhất của $x+a\sqrt{x^2+1}$ là hệ số dương.

Suy ra: y' đổi dấu từ âm sang dương khi qua nghiệm x_0.

Do đó: x_0 là điểm cực tiểu với mọi $a \in (-1;1)$.

Câu 431: Với tham số m, đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x^2 - mx}{x+1}$ có hai điểm cực trị A, B và $AB = 5$. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. $0 < m < 1$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$ và có đạo hàm là $y' = \dfrac{x^2 + 2x - m}{(x+1)^2}$.

Để hàm số có hai điểm cực trị ta phải có $\begin{cases} 1+m > 0 \\ 1-2-m \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m > -1$.

Gọi hai hoành độ cực trị là x_1 và x_2 ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = -2 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$.

Khi đó điểm $A(x_1, 2x_1 - m)$ và $B(x_2, 2x_2 - m)$.

$AB = \sqrt{4+4m}.\sqrt{5} = 5 \Leftrightarrow 4 + 4m = 5 \Leftrightarrow m = \dfrac{1}{4}$.

Câu 432: Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 3(m+2)x - m - 1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2$ là

A. $(-\infty; 2)$. **B.** $(1; +\infty)$. **C.** $(1; 2)$. **D.** $(-\infty; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 + 12x + 3(m+2)$; $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 + 4x + m + 2 = 0$ $(*)$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1 < -1 < x_2 \Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $(x_1 + 1)(x_2 + 1) < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 4 - (m+2) > 0 \\ x_1 x_2 + x_1 + x_2 + 1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < 2 \\ m < 1 \end{cases} \Leftrightarrow m < 1$.

Câu 433: Cho hàm số $y = f(x) = x^3 - (2m-1)x^2 + (2-m)x + 2$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị.

A. $-2 < m < \dfrac{5}{4}$ **B.** $-\dfrac{5}{4} < m < 2$ **C.** $\dfrac{5}{4} < m < 2$ **D.** $\dfrac{5}{4} < m \leq 2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - 2(2m-1)x + 2 - m$

Hàm số $y = f(|x|)$ có 5 điểm cực trị khi chi khi hàm số $f(x)$ có hai cực trị dương.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta > 0 \\ S > 0 \\ P > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (2m-1)^2 - 3(2-m) > 0 \\ \dfrac{2(2m-1)}{3} > 0 \\ \dfrac{2-m}{3} > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4m^2 - m - 5 > 0 \\ m > \dfrac{1}{2} \\ m < 2 \end{cases} \Leftrightarrow \frac{5}{4} < m < 2$$

Câu 434: Cho hàm số $f(x) = x^3 - \frac{3}{2}(m-1)x^2 - 3mx - \frac{3m}{2}$ với m là tham số thực. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(-20;18)$ sao cho đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành?

A. 18. **B.** 19. **C.** 20. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 3(m-1)x - 3m$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = m \end{array}\right.$.

Hàm số có cực trị thì $m \neq -1$.

Đồ thị của hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm cùng một phía đối với trục hoành

$\Leftrightarrow y(-1).y(m) > 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{4}m(m^2 + 3m + 3) > 0 \Leftrightarrow m < 0$.

Suy ra $m < 0$ và $m \neq -1$.

Vậy trong khoảng $(-20;18)$ có 18 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 435: Biết m_0 là giá trị của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 + mx - 1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $m_0 \in (-1;7)$. **B.** $m_0 \in (7;10)$. **C.** $m_0 \in (-15;-7)$. **D.** $m_0 \in (-7;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D = \mathbb{R}$

$y' = 3x^2 - 6x + m$.

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x + m = 0$; $\Delta' = 9 - 3m$.

Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Hai điểm cực trị $x_1; x_2$ là nghiệm của $y' = 0$ nên: $x_1 + x_2 = 2; x_1.x_2 = \frac{m}{3}$.

Để $x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2 = 13 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 3x_1.x_1 = 13$

$\Leftrightarrow 4 - m = 13 \Leftrightarrow m = -9$. Vậy $m_0 = -9 \in (-15;-7)$.

Câu 436: Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - (m+1)x^2 - (2m-1)x + m + 2$, m là tham số. Biết hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = x_1^2 + x_2^2 - 10(x_1 + x_2)$.

A. -22. **B.** 1. **C.** -18. **D.** 78.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = x^2 - 2(m+1)x - 2m + 1$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 khi và chỉ khi phương trình $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

$\Leftrightarrow \Delta' = m^2+4m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-4 \end{array}\right.$.

Theo Vi-et ta có $x_1+x_2=2(m+1), x_1x_2=1-2m$.

$T=x_1^2+x_2^2-10(x_1+x_2)=(x_1+x_2)^2-2x_1x_2-10(x_1+x_2)$.

$\Rightarrow T=4m^2-8m-18=4(m-1)^2-22\geq -22$.

Câu 437: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên.

Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị là.

A. $m\leq -1$ hoặc $m\geq 3$.
B. $m\leq -3$ hoặc $m\geq 1$.
C. $m=-1$ hoặc $m=3$.
D. $1\leq m\leq 3$.

Hướng dẫn giải

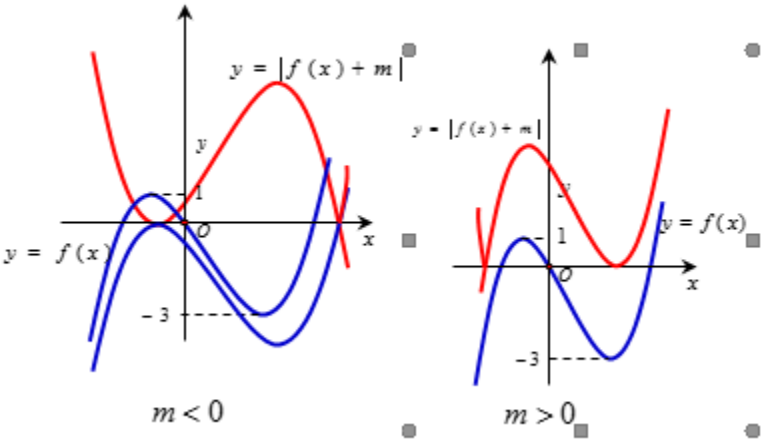
Chọn A

Nhận xét: Đồ thị hàm số $y=|f(x)+m|$ gồm hai phần:

·Phần 1 là phần đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ nằm phía trên trục hoành;

·Phần 2 là phần đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ nằm phía dưới trục hoành qua trục hoành.

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f(x)$ đã cho hình bên ta suy ra dạng đồ thị của hàm số $y=f(x)+m$.



Khi đó hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị khi và chỉ khi đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ và trục hoành tại nhiều nhất hai điểm chung.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 1+m\le 0 \\ -3+m\ge 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$.

Cách 2: Ta có.

$y=\left|f\left(x\right)+m\right|=\sqrt{\left(f\left(x\right)+m\right)^2}$; $y'=\dfrac{f'(x).\left(f\left(x\right)+m\right)}{\sqrt{\left(f\left(x\right)+m\right)^2}}$.

Để tìm cực trị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)+m\right|$, ta tìm x thỏa mãn $y'=0$ hoặc y' không xác định

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} f'(x)=0 & (1) \\ f\left(x\right)=-m & (2) \end{array}\right.$.

Dựa vào đồ thị ta có (1) có hai điểm cực trị x_1, x_2 trái dấu. Vậy để đồ thị hàm số có 3 cực trị thì (2) có một nghiệm khác x_1, x_2.

Dựa vào đồ thị ta có điều kiện: $\left[\begin{array}{l} -m\ge 1 \\ -m\le -3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m\le -1 \\ m\ge 3 \end{array}\right.$ nên chọn đáp án **A.**

Câu 438: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{m}{3}x^3+2x^2+mx+1$ có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CĐ}<x_{CT}$.

A. $-2<m<0$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $0<m<2$. **D.** $m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=mx^2+4x+m$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\ne 0 \\ 4-m^2>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\ne 0 \\ -2<m<2 \end{array}\right. (1)$.

Căn cứ vào dạng của đồ thị hàm số bậc 3, để hàm số có 2 điểm cực trị thỏa mãn $x_{CĐ}<x_{CT}$ thì $m>0$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra giá trị m cần tìm là $0<m<2$.

Câu 439: Tìm tất cả m sao cho điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+mx-1$ nằm bên phải trục tung.

A. $0<m<\dfrac{1}{3}$. **B.** $m<\dfrac{1}{3}$.

C. $m<0$. **D.** Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Để hàm số có cực tiểu, tức hàm số có hai cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt

$3x^2+2x+m=0$ (1) có hai nghiệm phân biệt $\Delta'=1-3m>0\Leftrightarrow m<\dfrac{1}{3}$.

Khi đó (1) có hai nghiệm phân biệt $x_{CĐ}$, x_{CT} là hoành độ hai điểm cực trị. Theo định lí Viet ta có

$\left\{\begin{array}{l} x_{CĐ}+x_{CT}=-\dfrac{2}{3}<0 \ (2) \\ x_{CĐ}.x_{CT}=\dfrac{m}{3} \ (3) \end{array}\right.$, trong đó $x_{CĐ}<x_{CT}$ vì hệ số của x^3 lớn hơn 0.

Để cực tiểu của đồ thị hàm số nằm bên phải trục tung thì phải có: $x_{CT}>0$, kết hợp (2) và (3) suy ra (1) có hai nghiệm trái dấu $\Leftrightarrow x_{CĐ}.x_{CT}=\dfrac{m}{3}<0\Leftrightarrow m<0$.

Câu 440: Giả sử hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-\dfrac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1+x_2+2x_1x_2=0$. Giá trị của m là

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=x^2-2x-\dfrac{1}{3}m$; $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-m=0\ (1)$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9+3m>0\Leftrightarrow m>-3$.

Theo giả thiết, ta có $x_1+x_2+2x_1x_2=0\Leftrightarrow 2-\dfrac{2m}{3}=0\Leftrightarrow m=3$ (thỏa mãn).

Câu 441: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+mx-1$, tìm giá trị của tham số m để hàm số có hai cực trị x_1, x_2 thỏa $x_1^{\,2}+x_2^{\,2}=3$.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=3x^2-6x+m$.

Hàm số có hai cực trị x_1,x_2 khi $f'(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9-3m>0\Leftrightarrow m<3$.

Theo hệ thức Vi-et, $x_1+x_2=2$, $x_1.x_2=\dfrac{m}{3}$.

Ta có: $x_1^{\,2}+x_2^{\,2}=3\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-2x_1x_2=3\Leftrightarrow 2^2-2\dfrac{m}{3}=3\Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

Câu 442: Tập hợp các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^3+6x^2+3(m+2)x-m-1$ đạt cực trị tại các điểm x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2$ là

A. $(-\infty;1)$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(-\infty;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2+12x+3(m+2)$; $y'=0\Leftrightarrow x^2+4x+m+2=0\ (*)$.

Hàm số có hai điểm cực trị x_1 và x_2 thỏa mãn $x_1<-1<x_2\Leftrightarrow$ phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt x_1 và x_2 thỏa mãn $(x_1+1)(x_2+1)<0\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=4-(m+2)>0\\ x_1x_2+x_1+x_2+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<2\\ m<1\end{cases}\Leftrightarrow m<1$.

Câu 443: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1,x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

A. $m=\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 3x^3 - 6x + m$

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2 + x_2^2 = 3$ khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $\begin{cases} \Delta_{y'} > 0 \\ (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36 - 12m > 0 \\ 4 - \dfrac{2m}{3} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow m = \dfrac{3}{2}$.

Câu 444: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}mx^3 - (m-1)x^2 + 3(m-2)x + 2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 2$ bằng

A. $\dfrac{73}{16}$. **B.** $\dfrac{52}{9}$. **C.** $\dfrac{34}{9}$. **D.** $\dfrac{10}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$.

Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $2x_1 + x_2 = 2$ thì $\begin{cases} \Delta' > 0 & (1) \\ 2x_1 + x_2 = 2 & (2) \end{cases}$.

Ta có $(1) \Leftrightarrow -2m^2 + 4m + 1 > 0 \Leftrightarrow \dfrac{2 - \sqrt{6}}{2} < m < \dfrac{2 + \sqrt{6}}{2}$ $(*)$.

Mặt khác ta có $x_1 + x_2 = \dfrac{2(m-1)}{2}$ (3).

Từ (2) và (3) ta có $x_1 = \dfrac{2}{m}$.

Vì $y'(x_1) = 0 \Leftrightarrow m\left(\dfrac{2}{m}\right)^2 - 2(m-1).\dfrac{2}{m} + 3m - 6 = 0 \Leftrightarrow 3m^2 - 10m + 8 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = \dfrac{4}{3} \end{array}\right.$ (thỏa $(*)$).

Vậy $2^2 + \left(\dfrac{4}{3}\right)^2 = \dfrac{52}{9}$.

Câu 445: Giả sử hàm số $y = \dfrac{1}{3}x^3 - x^2 - \dfrac{1}{3}mx$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0$. Giá trị của m là

A. $m = 2$. **B.** $m = \dfrac{4}{3}$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = x^2 - 2x - \dfrac{1}{3}m$; $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m = 0$ (1).

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow (1)$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 9 + 3m > 0 \Leftrightarrow m > -3$.

Theo giả thiết, ta có $x_1 + x_2 + 2x_1x_2 = 0 \Leftrightarrow 2 - \dfrac{2m}{3} = 0 \Leftrightarrow m = 3$ (thỏa mãn).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 446: Biết $\frac{a}{b}$ (trong đó $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và a, $b\in\mathbb{N}^*$) là giá trị của tham số m để hàm số $y=\frac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\frac{2}{3}$ có 2 điểm cực trị x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$. Tính giá trị biểu thức $S=a^2+b^2$.

A. $S=34$. **B.** $S=13$. **C.** $S=25$. **D.** $S=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Đạo hàm $y'=2x^2-2mx-6m^2+2$.

Hàm số có hai điểm cực trị

$$\Leftrightarrow \Delta'>0\Leftrightarrow m^2-2\left(-6m^2+2\right)>0\Leftrightarrow 13m^2-4>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m>\frac{2\sqrt{13}}{13}\\ m<-\frac{2\sqrt{13}}{13}\end{array}\right.$$

Theo định lý Viet thì $\begin{cases}x_1+x_2=m\\ x_1x_2=-3m^2+1\end{cases}$

Ta có $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1\Leftrightarrow -3m^2+1+2m=1\Leftrightarrow 3m^2-2m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=0\\ m=\frac{2}{3}\end{array}\right.$

Chỉ có giá trị $m=\frac{2}{3}$ thỏa điều kiện, khi đó $S=a^2+b^2=2^2+3^2=13$.

Câu 447: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-\left(m-1\right)x^2+3\left(m-2\right)x+2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị thỏa mãn $2x_1+x_2=2$.

A. $\frac{52}{9}$. **B.** $\frac{34}{9}$. **C.** $\frac{10}{9}$. **D.** $\frac{73}{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=mx^2-2\left(m-1\right)x+3\left(m-2\right)$.

Hàm số có hai cực trị $\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ \Delta'=\left(m-1\right)^2-3m\left(m-2\right)>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ -2m^2+4m+1>0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ m\in\left(\frac{2-\sqrt{6}}{2};\frac{2+\sqrt{6}}{2}\right)\end{cases}.$$

Theo Vi-et, ta có: $x_1+x_2=\frac{2\left(m-1\right)}{m}$ (1); $x_1x_2=\frac{3\left(m-2\right)}{m}$ (2).

Từ giả thiết $\Rightarrow x_2=2-2x_1$. Thay vào (1), ta được: $2-x_1=\frac{2m-2}{m}\Leftrightarrow x_1=\frac{2}{m}\Leftrightarrow x_2=\frac{2m-4}{m}$

Thay vào (2), ta được: $\frac{2}{m}.\frac{2m-4}{m}=\frac{3m-6}{m}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow 4m-8=3m^2-6m \Leftrightarrow 3m^2-10m+8=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=\dfrac{4}{3} \end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương tất cả các giá trị của m là: $2^2+\left(\dfrac{4}{3}\right)^2=\dfrac{52}{9}$.

Câu 448: Giá trị của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ là

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^3-6x+m$

Hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$ khi và chỉ khi $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 và $\begin{cases} \Delta_{y'}>0 \\ \left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 36-12m>0 \\ 4-\dfrac{2m}{3}=3 \end{cases} \Leftrightarrow m=\dfrac{3}{2}$.

Câu 449: Có bao nhiêu giá trị nguyên và không âm của tham số m để hàm số $y=mx^4-\left(m-6\right)x^2-1$ có đúng một điểm cực tiểu.

A. 8. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có TXD: $D=\mathbb{R}$.

TH1: $m=0 \Rightarrow y=6x^2-1$. Đây là Parabol có cực tiểu.

Vậy $m=0$ nhận.

TH2: $m\neq 0$.

$y'=4mx^3-2\left(m-6\right)x,\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=\dfrac{m-6}{2m} \end{array}\right.$.

Để hàm số có đúng một cực tiểu thì: $\left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>0 \\ \dfrac{m-6}{2m}\leq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} m<0 \\ \dfrac{m-6}{2m}>0 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} m>0 \\ m\leq 6 \end{cases} \\ \begin{cases} m<0 \\ m<6 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 0<m\leq 6 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Kết hợp với trường hợp 1 thì $m\leq 6$.

Vì m nguyên không âm nên $m\in\{0;1;2;3;4;5;6\}$.

Câu 450: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2}{3}x^3-mx^2-2\left(3m^2-1\right)x+\dfrac{2}{3}$ có hai điểm cực trị có hoành độ x_1, x_2 sao cho $x_1x_2+2\left(x_1+x_2\right)=1$.

A. $m=\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=0$. **D.** $m=-\dfrac{2}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có : $y' = 2x^2 - 2mx - 2\left(3m^2 - 1\right) = 2\left(x^2 - mx - 3m^2 + 1\right)$,

$g\left(x\right) = x^2 - mx - 3m^2 + 1$ là tam thức bậc hai có $\Delta = 13m^2 - 4$. Do đó hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi y' có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow g\left(x\right)$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > \dfrac{2\sqrt{13}}{13} \\ m < -\dfrac{2\sqrt{13}}{13} \end{array}\right. . \ (1)$$

x_1, x_2 là các nghiệm của $g\left(x\right)$ nên theo định lý Vi-ét, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1 x_2 = -3m^2 + 1 \end{cases}$.

Do đó $x_1 x_2 + 2\left(x_1 + x_2\right) = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m + 1 = 1 \Leftrightarrow -3m^2 + 2m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = \dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Đối chiếu với điều kiện (1), ta thấy chỉ $m = \dfrac{2}{3}$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 451: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - mx^2 + 1$ có ba đỉnh lập thành một tam giác vuông.

A. $m = -1$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 0$. **D.** $m = 2$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3 - 2mx$

$$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 2mx = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = 0 & \Rightarrow y = 1 \\ x = \pm\dfrac{\sqrt{2m}}{2}, (m > 0) & \Rightarrow y = 1 - \dfrac{m^2}{4} \end{array}\right.$$

Ba điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A(0;1)$; $B\left(\dfrac{\sqrt{2m}}{2}; 1 - \dfrac{m^2}{4}\right)$; $C\left(-\dfrac{\sqrt{2m}}{2}; 1 - \dfrac{m^2}{4}\right)$

Ba điểm A, B, C lập thành tam giác cân tai A. Do đó ΔABC vuông khi $\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{AC} = 0$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{\sqrt{2m}}{2}\right)\left(-\frac{\sqrt{2m}}{2}\right) + \left(-\frac{m^2}{4}\right)\left(-\frac{m^2}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow m^4 - 8m = 0 \Leftrightarrow m = 2 \ (\text{do } m > 0)$$

Câu 452: Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - ax^2 - 3ax + 4$. Để hàm số đạt cực trị tại x_1, x_2 thỏa mãn $\dfrac{x_1^2 + 2ax_2 + 9a}{a^2} + \dfrac{a^2}{x_2^2 + 2ax_1 + 9a} = 2$ thì a thuộc khoảng nào ?

A. $a \in \left(-\dfrac{7}{2}; -3\right)$. **B.** $a \in \left(-3; -\dfrac{5}{2}\right)$. **C.** $a \in \left(-5; -\dfrac{7}{2}\right)$. **D.** $a \in (-2; -1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đạo hàm : $y' = x^2 - 2ax - 3a$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2ax - 3a = 0$ (1)

Hàm số có hai cực trị x_1, x_2 khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow a < -3 \cup a > 0$.

Khi đó x_1, x_2 là nghiệm pt (1), theo định lý Viet : $\begin{cases} x_1 + x_2 = 2a \\ x_1.x_2 = -3a \end{cases}$.

Do đó : $\begin{cases} x_1^2 + 2ax_2 + 9a = x_1^2 + (x_1 + x_2)x_2 - 3x_1x_2 = (x_1 - x_2)^2 = 4a^2 + 12a \\ x_2^2 + 2ax_1 + 9a = x_2^2 + (x_1 + x_2)x_1 - 3x_1x_2 = (x_1 - x_2)^2 = 4a^2 + 12a \end{cases}$.

Theo đề bài, ta có : $\frac{4a+12}{a} + \frac{a}{4a+12} = 2 \Leftrightarrow \frac{4a+12}{a} = 1 \Leftrightarrow a = -4$.

Câu 453: Biết rằng đồ thị hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}mx^2 + x - 2$ có giá trị tuyệt đối của hoành độ hai điểm cực trị là độ dài hai cạnh của tam giác vuông có cạnh huyền là $\sqrt{7}$. Hỏi có mấy giá trị của m?

A. 3. **B.** 1. **C.** Không có m. **D.** 2.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Có $y'(x) = x^2 - mx + 1$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - mx + 1 = 0$ (1).

•Để hàm số có cực trị thì (1) phải có hai nghiệm phân biệt.

Điều này tương đương với $\Delta > 0 \Leftrightarrow m^2 - 4 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2 \\ m < -2 \end{array}\right.$.

•Gọi hai nghiệm của (1) là x_1, x_2. Khi đó, ta có $\begin{cases} x_1 + x_2 = m \\ x_1.x_2 = 1 \end{cases}$.

Độ dài hai cạnh của tam giác vuông đó là $|x_1|$, $|x_2|$. Theo bài ra ta có phương trình:

$x_1^2 + x_2^2 = 7 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 7 \Leftrightarrow m^2 - 2 = 7 \Leftrightarrow m^2 = 9 \Leftrightarrow m = \pm 3$.

Vậy có hai giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 454: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $f(x) = mx^4 - (m^2 - 1)x^2 + 2$ có một cực tiểu và không có cực đại.

A. $0 < m \le 1$. **B.** $0 \le m \le 1$. **C.** $0 \le m < 1$. **D.** $-1 \le m \le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = 4mx^3 - 2(m^2 - 1)x = 2x\left[2mx^2 - (m^2 - 1)\right]$.

+) Trường hợp 1. $m = 0 \Rightarrow \begin{cases} f(x) = x^2 + 2 \\ f'(x) = 2x \end{cases}$ suy ra hàm số có một cực tiểu và không có cực đại.

Suy ra $m = 0$ (1) thỏa yêu cầu bài toán.

+) Trường hợp 2. $m \neq 0$, hàm số $f(x) = mx^4 - (m^2 - 1)x^2 + 2$ có có một cực tiểu và không có cực đại khi và chỉ khi $\begin{cases} m > 0 \\ m(m^2 - 1) \le 0 \end{cases} \Leftrightarrow 0 < m \le 1$ (2).

Từ (1) và (2) suy ra $0 \le m \le 1$.

DẠNG 10: ĐIỀU KIỆN ĐỂ HÀM SỐ CÓ CỰC TRỊ, KEM GIẢ THIẾT (THEO Y)

Câu 455: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y=5x-9$. Tính tích các phần tử của S.

A. 18. **B.** -27. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=x^2-2mx+m^2-1=(x-m-1)(x-m+1)$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m-1 \end{array}\right.$.

Vì $m-1 \ne m+1$ với mọi giá trị m nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị là

$A\left(m+1;\frac{m^3}{3}-m-\frac{2}{3}\right)$ và $B\left(m-1;\frac{m^3}{3}-m+\frac{2}{3}\right)$.

A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $y=5x-9$.

$\Leftrightarrow A \notin d: y=5x-9$ và trung điểm $I\left(m;\frac{m^3}{3}-m\right)$ của AB thuộc d.

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \frac{m^3}{3}-m-\frac{2}{3} \ne 5m+5-9 \\ \frac{m^3}{3}-m=5m-9 \end{array}\right. \Leftrightarrow m^3-18m+27=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=3 \\ m \approx -4,9 \\ m \approx 1,9 \end{array}\right.$$

Vậy tích các phần tử của S bằng -27.

Câu 456: Số giá trị nguyên của m để hàm số $y=x^3-\frac{5}{2}x^2-2x+1-m$ có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu là

A. 3. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-5x^2-2$; Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-5x^2-2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2 \\ x=-\frac{1}{3} \end{array}\right.$.

Với $x=2$ thì $y=-5-m$.

Với $x=-\frac{1}{3}$ thì $y=\frac{73}{54}-m$.

Hàm số có giá trị cực đại và giá trị cực tiểu trái dấu khi $(-5-m)\left(\frac{73}{54}-m\right)<0 \Leftrightarrow -5<m<\frac{73}{54}$.

Do $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-4;-3;-2;-1;0;1\}$. Vậy có 6 giá trị nguyên của m thỏa mãn.

Câu 457: Với giá trị nào của m thì hai điểm cực đại và cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2+mx+m-2$ nằm về hai phía so với trục hoành?

A. $m>3$. **B.** $-1<m<\sqrt{2}$. **C.** $m<3$. **D.** $2<m<3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 + 6x + m$.

Hàm số có hai điểm cực đại và cực tiểu nên phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó $\Delta' = 9 - 3m > 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Gọi x_1, x_2 là điểm cực trị của hàm số và y_1, y_2 là các giá trị cực trị tương ứng.

Ta có: $y = x^3 + 3x^2 + mx + m - 2 = y'.\left(\frac{1}{3}x + \frac{1}{3}\right) + \left(\frac{2}{3}m - 2\right)x + \frac{2}{3}m - 2$ nên $y_1 = k\left(x_1 + 1\right)$,

$y_2 = k\left(x_2 + 1\right)$.

Yêu cầu bài toán

$\Leftrightarrow y_1.y_2 < 0 \Leftrightarrow k^2\left(x_1 + 1\right)\left(x_2 + 1\right) < 0 \Leftrightarrow x_1x_2 + x_1 + x_2 + 1 < 0 \Leftrightarrow \frac{m}{3} - 2 + 1 < 0 \Leftrightarrow m < 3$.

Vậy $m < 3$ thỏa mãn bài toán.

Câu 458: Tìm m để hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - \frac{1}{2}\left(m - 1\right)x^2 - mx + \frac{1}{3}$ có cực trị và giá trị cực tiểu bằng $\frac{1}{3}$.

A. $m \in \left\{-3; -\frac{1}{3}; 0\right\}$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = -\frac{1}{3}$. **D.** $m \in \left\{0; -3\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y' = x^2 - \left(m - 1\right)x - m$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Hàm số có cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân $\Leftrightarrow m \neq -1$.

Xét hai trường hợp :

↳ $m < -1$: ta có $y_{CT} = y\left(-1\right) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}$ (loại vì $m < -1$).

↳ $m > -1$ ta có $y_{CT} = y\left(m\right) = \frac{1}{3} \Leftrightarrow m^2\left(-m - 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \\ m = -3 \end{array}\right. \Rightarrow m = 0$ (vì $m > -1$).

Vậy $m = 0$ thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 459: Cho (C_m): $y = 2x^3 - \left(3m + 3\right)x^2 + 6mx - 4$. Gọi T là tập giá trị của m thỏa mãn $\left(C_m\right)$ có đúng hai điểm chung với trục hoành, tính tổng S các phần tử của T.

A. $S = \frac{2}{3}$. **B.** $S = \frac{8}{3}$. **C.** $S = 6$. **D.** $S = 7$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 6x^2 - 2\left(3m + 3\right)x + 6m$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 6x^2 - 2\left(3m + 3\right)x + 6m = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = m \end{array}\right.$.

Để $\left(C_m\right)$ có đúng hai điểm chung với trục hoành điều kiện là $\left(C_m\right)$ có hai điểm cực trị và một điểm cực trị nằm trên trục hoành:

□ $\left(C_m\right)$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m \neq 1$.

□ $\left(C_m\right)$ có một điểm cực trị nằm trên trục hoành

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y(1)=0 \\ y(m)=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2.1^3-(3m+3).1^2+6m.1-4=0 \\ 2.m^3-(3m+3).m^2+6m.m-4=0 \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 3m-5=0 \\ m^3-3m^2+4=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow m\in\left\{-1;\frac{5}{3}\right\}.$

Vậy $T=\left\{-1;\frac{5}{3}\right\}$, nên $S=-1+\frac{5}{3}=\frac{2}{3}$.

Câu 460: Tìm giá trị nguyên của tham số để hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-2$ **B.** $m=0$ **C.** $m=-1$ **D.** $m=2$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2+1\right)x=4x\left(x^2-m^2-1\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2=m^2+1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{m^2+1} \end{array}\right.$

Hàm số có 3 điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\in\mathbb{R}$.

Hàm số đạt cực trị tại $x=0$, $x=\pm\sqrt{m^2+1}$.

Lại có $y''=12x^2-4\left(m^2+1\right) \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} y''(0)=-4\left(m^2+1\right)<0 \\ y''\left(\pm\sqrt{m^2+1}\right)=8\left(m^2+1\right)>0 \end{array}\right.$.

Do đó hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{m^2+1}$

$\Rightarrow y_{CT}=y\left(\pm\sqrt{m^2+1}\right)=\left(m^2+1\right)^2-2\left(m^2+1\right)^2+2=-\left(m^2+1\right)^2+2\le -1+2=1.$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=0$.

Như vậy y_{CT} có giá trị lớn nhất bằng 1, đạt được khi $m=0$.

Câu 461: Tổng tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là

A. $\frac{1}{4}$ **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$ **C.** $\frac{1}{2}$ **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-6mx$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2m \end{array}\right.$.

Để hàm số có cực đại cực tiểu thì $m\neq 0$.

Khi đó các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(0;4m^3\right)$, $B(2m;0)$.

Ta có $I\left(m;2m^3\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng AB.

Đường phân giác của góc phần tư thứ nhất là $d: x-y=0$.

Do đó để điểm cực đại và cực tiểu đối xứng với nhau qua d thì:

$\left\{\begin{array}{l} 2m-4m^3=0 \\ m-2m^3=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow 1-2m^2=0 \Leftrightarrow m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy tổng tất cả các giá trị của tham số thực m là 0.

Câu 462: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để hàm số $f(x)=2x^3-6x^2-m+1$ có các giá trị cực trị trái dấu?

A. 7. **B.** 9. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=6x^2-12x=6x(x-2)$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=2\end{array}\right.$. Khi đó : $y_1=y(0)=1-m$ và $y_1=y(2)=-7-m$

Để hai giá trị cực trị trái dấu cần có : $y_1.y_2<0\Leftrightarrow(1-m)(-m-7)<0\Leftrightarrow -7<m<1$.

Mà $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-6;-5;-4;-3;-2;-1;0\}$.

Câu 463: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2ax+b$ có điểm cực tiểu $A(2;-2)$. Khi đó $a+b$ bằng

A. -4. **B.** -2. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-6x+2a$; $y''=6x-6$

Để đồ thị hàm số có điểm cực tiểu $A(2;-2)$ cần có:

$\left\{\begin{array}{l}y'(2)=0\\y''(2)>0\\y(2)=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}2a=0\\6.2-6>0\\4a+b-4=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}a=0\\b=2\end{array}\right.$. Vậy $a+b=2$.

Câu 464: Cho hàm số $y=x^3-3x^2-(m^2-2)x+m^2$ có đồ thị là đường cong (C). Biết rằng tồn tại hai số thực m_1, m_2 của tham số m để hai điểm cực trị của (C) và hai giao điểm của (C) với trục hoành tạo thành bốn đỉnh của một hình chữ nhật. Tính $T=m_1^4+m_2^4$.

A. $T=\dfrac{15-6\sqrt{2}}{2}$. **B.** $T=22-12\sqrt{2}$. **C.** $T=11-6\sqrt{2}$. **D.** $T=\dfrac{3\sqrt{2}-2}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x-m^2+2$. Ta có $\Delta'=9+3m^2-6=3m^2+3>0$ nên đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị với $\forall m\in\mathbb{R}$. Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của y'.

Ta có: $y=\left(\dfrac{x}{3}-\dfrac{1}{3}\right).y'-\dfrac{2}{3}(m^2+1)x+\dfrac{2}{3}(m^2+1)$.

Vậy hai điểm cực trị là $A\left(x_1;-\dfrac{2}{3}(m^2+1)x_1+\dfrac{2}{3}(m^2+1)\right)$ và $C\left(x_2;-\dfrac{2}{3}(m^2+1)x_2+\dfrac{2}{3}(m^2+1)\right)$

Điểm uốn: $y''=6x-6$, $y''=0\Rightarrow x=1\Rightarrow y=0$. Vậy điểm uốn $U(1;0)$.

Ta có, hai điểm cực trị luôn nhận điểm uốn U là trung điểm.

Xét phương trình $x^3-3x^2-(m^2-2)x+m^2=0\ (1)$

$\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2x-m^2)=0$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x-m^2=0 \quad (2) \end{array}\right.$.

Phương trình (2) luôn có hai nghiệm thực phân biệt x_3 và x_4. Do $U \in Ox$ nên các điểm $B(x_3;0)$ và $D(x_4;0)$ luôn đối xứng qua $U \Rightarrow ABCD$ luôn là hình bình hành.

Để $ABCD$ là hình chữ nhật thì $AC=BD$.

Ta có $AC^2=(x_1-x_2)^2+\frac{4}{9}(m^2+1)^2(x_1-x_2)^2=\left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right](x_1-x_2)^2$

$=\left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right]\left[4-\frac{4(2-m^2)}{3}\right]=\frac{4}{3}\left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right](m^2+1)$

Và $BD^2=(x_3-x_4)^2=4+4m^2$

Vậy ta có phương trình: $\frac{4}{3}\left[1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2\right](m^2+1)=4(m^2+1)$

$\Leftrightarrow 1+\frac{4}{9}(m^2+1)^2=3$

$\Leftrightarrow (m^2+1)^2=\frac{9}{2}$

$\Leftrightarrow m^2=\frac{3}{\sqrt{2}}-1$

$\Rightarrow m_1^4=m_2^4=\frac{11}{2}-3\sqrt{2}$ nên $T=11-6\sqrt{2}$.

Câu 465: Biết rằng đồ thị hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có 2 điểm cực trị là $A(0;2)$, $B(2;-14)$. Tính $f(1)$.

A. $f(1)=-5$. **B.** $f(1)=07$. **C.** $f(1)=-6$. **D.** $f(1)=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$, $y'=4ax^3+2bx$.

Đồ thị hàm số qua $A(0;2)$, $B(2;-14) \Rightarrow \begin{cases} c=2 \quad (1) \\ 16a+4b+c=-14 \quad (2) \end{cases}$.

Hàm số đạt cực trị tại $B(2;-14) \Rightarrow 32a+4b=0 \ (3)$.

Giải $(1);(2);(3)$, ta được $a=1$, $b=-8$, $c=2$.

$\Rightarrow f(x)=x^4-8x^2+2 \Rightarrow f(1)=-5$.

Câu 466: Cho hàm số $f(x)=x^3-mx+2$, m là tham số. Biết rằng đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là a, b, c. Tính giá trị biểu thức $P=\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{f'(b)}+\frac{1}{f'(c)}$

A. 0. **B.** $\frac{1}{3}$. **C.** $29-3m$. **D.** $3-m$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-mx+2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ là a, b, c khi $m>3$.

Theo định lý vi-et ta có: $\begin{cases} a+b+c=0 \\ ab+bc+ca=-m \\ abc=-2 \end{cases}$. (1)

Ta có $f'(x)=3x^2-m$, $\Rightarrow \begin{cases} f'(a)=3a^2-m \\ f'(b)=3b^2-m \\ f'(c)=3c^2-m \end{cases}$.

$$P=\frac{1}{f'(a)}+\frac{1}{f'(b)}+\frac{1}{f'(c)}=\frac{f'(a)f'(b)+f'(b)f'(c)+f'(c)f'(a)}{f'(a)f'(b)f'(c)}$$

$$=\frac{9\left(a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2\right)-6m\left(a^2+b^2+c^2\right)+3m^2}{\left(3a^2-m\right)\left(3b^2-m\right)\left(3c^2-m\right)}. \quad (2)$$

Mặt khác ta có: $\begin{cases} a^2b^2+b^2c^2+c^2a^2=(ab+bc+ca)^2+2abc(a+b+c) \\ a^2+b^2+c^2=(a+b+c)^2-2(ab+bc+ca) \end{cases}$.(3)

Từ (1), (2), (3) ta có: $P=\frac{9(-m)^2-6m(-2m)+3m^2}{\left(3a^2-m\right)\left(3b^2-m\right)\left(3c^2-m\right)}=0$.

Câu 467: Tìm giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+2$ có 3 điểm cực trị sao cho giá trị cực tiểu đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m=0$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Thấy ngay hàm số $y=x^4-2\left(m^2+1\right)x^2+2$ luôn có ba điểm cực trị.

Ta có $y'=4x^3-4\left(m^2+1\right)x$ và $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm\sqrt{m^2+1} \end{array}\right.$.

Suy ra giá trị cực tiểu của hàm số là $y_{CT}=2-\left(m^2+1\right)^2\le 1$. Rõ ràng $\max y_{CT}=1$ khi $m=0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 11: ĐƯỜNG THẲNG NỐI 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA)

Câu 468: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2+(m-3)x+m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9;-5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-5$.

Câu 469: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x^3-3x^2-mx+2$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu cách đều đường thẳng có phương trình: $y=x-1\,(d)$.

A. $m=-\dfrac{9}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\dfrac{9}{2} \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Câu 470: Hàm số $y=x^3+2ax^2+4bx-2018$, $(a,b\in\mathbb{R})$ đạt cực trị tại $x=-1$. Khi đó hiệu $a-b$ là

A. -1. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** $-\dfrac{3}{4}$.

Câu 471: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=(2m-1)x+m+3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$

A. $m=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=-\dfrac{3}{4}$. **D.** $m=\dfrac{3}{4}$.

Câu 472: Biết đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ có hai điểm cực trị A, B. Khi đó phương trình đường thẳng AB là

A. $y=2x-1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=x-2$.

Câu 473: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-2x^2+3x$:

A. $2x+3y-6=0$. **B.** $2x-3y+9=0$. **C.** $-2x+3y+6=0$. **D.** $2x+3y+9=0$.

Câu 474: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là (C). Gọi A,B là các điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn thẳng AB ?

A. $AB=4$. **B.** $AB=5\sqrt{2}$. **C.** $AB=2\sqrt{5}$. **D.** $AB=5$.

Câu 475: Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=2x^3+3(m-1)x^2+6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y=-4x$.

A. $m=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=\dfrac{2}{3}$.

Câu 476: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là

A. $y=-2x-1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 477: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(3m+1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$.

A. $\dfrac{1}{3}$. **B.** $-\dfrac{1}{6}$. **C.** $m=\dfrac{1}{6}$. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 478: Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $Q(0;-1)$. **B.** $M(1;-12)$. **C.** $P(1;0)$ **D.** $N(1;12)$.

DẠNG 12: ĐƯỜNG THẲNG NỐI 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC)

Câu 479: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-1}$.

A. $y=2x+3$. **B.** $y=2x-1$. **C.** $y=4x+1$. **D.** $y=2x$.

Câu 480: Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng

A. $x_M=1+\sqrt{2}$. **B.** $x_M=1-\sqrt{2}$. **C.** $x_M=1$. **D.** $x_M=2$.

Câu 481: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-mx+m}{x-1}$ bằng:

A. $\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Câu 482: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+1}{x+1}$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $d:y=ax+b$. Khi đó tích ab bằng.

A. 4. **B.** –8. **C.** –4. **D.** –6.

Câu 483: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{2x+1}$.

A. $y=1-x$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2x+1$.

Câu 484: Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x^2+mx+1}{x-1}$ đi qua điểm $A(-1;1)$ khi và chỉ khi m bằng

A. 1. **B.** –1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 485: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+m^2}{x-1}$ có hai điểm cực trị A,B. Khi $\angle AOB=90°$ thì tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng:

A. $\dfrac{1}{16}$. **B.** 8. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** 16.

Câu 486: Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng:

A. $x_M=1$. **B.** $x_M=1+\sqrt{2}$. **C.** $x_M=1-\sqrt{2}$. **D.** $x_M=-2$.

DẠNG 13: ĐIỀU KIỆN HÌNH HỌC VỀ 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (HÀM BẬC BA)

Câu 487: Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3m.x^2+9x-m$ đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|\le 2$. Biết $S=(a;b]$. Tính $T=b-a$.

A. $T=3-\sqrt{3}$. **B.** $T=2+\sqrt{3}$. **C.** $T=1+\sqrt{3}$. **D.** $T=2-\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 488: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$ với m là tham số thực khác 0. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $3x+3y-8=0$.

A. $m=6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=5$. **D.** $m=2$.

Câu 489: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+mx-1$ nằm bên phải trục tung. Tìm số phần tử của tập hợp $(-5;6)\cap S$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

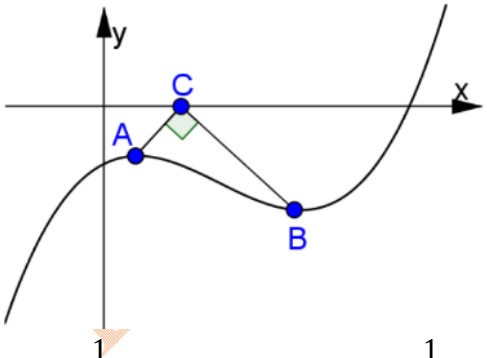
Câu 490: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3-m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2;-2)$. Tổng tất cả các số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là:

A. $\frac{20}{17}$. **B.** $\frac{4}{17}$. **C.** $\frac{14}{17}$. **D.** $-\frac{2}{17}$.

Câu 491: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$ bằng

A. $\frac{40}{9}$. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** $\frac{22}{9}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Câu 492: Xác định các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+mx-m$ có các điểm cực đại và cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại C trong đó tọa độ điểm $C\left(\frac{2}{3};0\right)$.



A. $m=\frac{1}{4}$. **B.** $m=\frac{1}{3}$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=\frac{1}{6}$.

Câu 493: Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$. Giá trị của tham số m là

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** -3.

Câu 494: Cho $y=(m-3)x^3+2(m^2-m-1)x^2+(m+4)x-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. S có bao nhiêu phần tử?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 495: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ có 2 điểm cực trị A,B. Diện tích tam giác OAB với $O(0;0)$ là gốc tọa độ bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 496: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^3-3mx^2+3m-3$ có hai điểm cực trị A,B sao cho $2AB^2-(OA^2+OB^2)=20$ (Trong đó O là gốc tọa độ).

A. $m=-1$ hoặc $m=-\frac{17}{11}$. **B.** $m=1$ hoặc $m=-\frac{17}{11}$.

C. $m=-1$. **D.** $m=1$.

Câu 497: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3+m$ có đồ thị (C) và điểm $I(1;1)$. Biết rằng có hai giá trị của tham số m (kí hiệu m_1,m_2 với $m_1<m_2$) sao cho hai điểm cực trị của (C) cùng với I tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\sqrt{5}$. Tính $P=m_1+5m_2$.

A. $P=-2$. **B.** $P=\frac{5}{3}$. **C.** $P=-\frac{5}{3}$. **D.** $P=2$.

Câu 498: Cho hàm 2018 $y=-x^3-3x^2+4$. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham 2018 m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm 2018 tiếp xúc với đường tròn $(C):\left(x-m\right)^2+\left(y-m-1\right)^2=5$. Tính tổng m_1+m_2.

A. $m_1+m_2=6$. **B.** $m_1+m_2=-6$. **C.** $m_1+m_2=0$. **D.** $m_1+m_2=10$.

Câu 499: Cho hàm 2018 $y=\frac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+\left(m^2+4m+3\right)x-3$, ($m$ là tham 2018 thực) . Tìm điều kiện của m để hàm 2018 có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm 2018 nằm bên phải của trục tung.

A. $\left[\begin{array}{l} m>-1 \\ m<-5 \end{array}\right.$. **B.** $-5<m<-1$. **C.** $-5<m<-3$. **D.** $-3<m<-1$.

Câu 500: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để đồ thị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2+\left(m^2-1\right)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tính tổng các phần tử của S.

A. 3. **B.** 6. **C.** 0. **D.** –6.

Câu 501: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA=BC$, trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m=2+2\sqrt{2}$ **B.** $m=2\pm\sqrt{2}$ **C.** $m=2\pm2\sqrt{3}$ **D.** $m=2\pm2\sqrt{2}$

Câu 502: Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+4m^3$ có hai điểm cực trị A và B thỏa $AB=\sqrt{20}$:

A. $m=\pm1$ **B.** $m=\pm2$ **C.** $m=1$ **D.** $m=2$

Câu 503: Cho hàm số $y=x^3-3mx+m^2$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m bé hơn 10 thỏa mãn đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A,B sao cho $AB\geq2\sqrt{5}$.

A. 18. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 10.

Câu 504: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ có hai điểm cực trị A,B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng: $y=x+2$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Câu 505: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3mx+2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A,B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=\dfrac{2\pm\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m=\dfrac{2\pm\sqrt{3}}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$. **D.** $m=\dfrac{2\pm\sqrt{5}}{2}$.

Câu 506: Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S=5$. **B.** $S=10$. **C.** $S=\dfrac{10}{3}$. **D.** $S=9$.

DẠNG 14: ĐIỀU KIỆN HÌNH HỌC VỀ TAM GIÁC CỰC TRỊ (HÀM TRÙNG PHƯƠNG)

Câu 507: Gọi A, B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$. Diện tích của tam giác AOB (với O là gốc tọa độ) bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 508: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S=3$. **B.** $S=\dfrac{1}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

Câu 509: Gọi (C) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm 2018 $y=\dfrac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2;24)$.

A. $m=3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=6$. **D.** $m=4$.

Câu 510: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 4.

A. $m=\pm\sqrt[5]{4}$. **B.** $m=\pm\sqrt[5]{16}$. **C.** $m=\sqrt[5]{4}$. **D.** $m=\sqrt[5]{16}$.

Câu 511: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC=4$?

A. $m=\pm\sqrt{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=\pm4$.

Câu 512: Cho hàm số $y=3x^4-2mx^2+2m+m^4$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 3.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 513: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x^4-2m^2x^2+m^4+1$ có ba điểm cực trị . Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành 1 tứ giác nội tiếp.

A. $m=-1$. **B.** $m=\pm1$.

C. $m=1$. **D.** Không tồn tại m.

Câu 514: Giả sử đồ thị hàm số $y=x^4-2(m-1)x^2+m^2-m$ có ba điểm cực trị A, B, C (A nằm trên trục tung). Tìm m để diện tích tam giác IBC bằng $2\sqrt{2}$ với $I(2;0)$.

A. $m=\sqrt[3]{27}$. **B.** $m=\sqrt[3]{3}-1$. **C.** $m=\sqrt[3]{3}$. **D.** $m=\sqrt[3]{8}$.

Câu 515: Để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị nhận gốc tọa độ O làm trực tâm thì giá trị của tham số m bằng

A. 1 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 2

Câu 516: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2m^2x^2+2m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho O, A, B, C là ba đỉnh của một hình thoi .

A. $m=1$ **B.** $m=2$ **C.** $m=3$ **D.** $m=-1$

Câu 517: Cho hàm số $y=x^4-2mx^2-2m^2+m^4$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0;-3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?

A. $m\in(2;3)$. **B.** $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$. **C.** $m\in\left(\frac{9}{5};2\right)$. **D.** $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Câu 518: Tất cả giá trị của m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-8m^2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 64 là

A. $m=\sqrt[5]{2}$; $m=-\sqrt[5]{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$; $m=-\sqrt{2}$.

C. $m=2$; $m=-2$. **D.** $m=\sqrt[3]{2}$; $m=-\sqrt[3]{2}$.

Câu 519: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0<m<1$. **B.** $m>0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<\sqrt[3]{4}$.

Câu 520: Tìm tất cả các giá trị m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4+(m+1)x^2-2m-1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng $120°$.

A. $m<-1$. **B.** $m=-1-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$, $m=-1$.

C. $m=-\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **D.** $m=-1-\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 521: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m=1;m=0$. **B.** $m=0\cdot$ **C.** $m=-1;m=0$. **D.** $m=1$.

Câu 522: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x^4-2mx^2+m$ có ba điểm cực trị . Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn hơn 1.

A. $m<-1$. **B.** $m>2$.

C. $m\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)$. **D.** Không tồn tại m .

Câu 523: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Câu 524: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 525: Cho hàm số $y=x^4-2\left(1-m^2\right)x^2+m+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất .

A. $m=1$. **B.** $m=-\frac{1}{2}$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 526: Cho hàm số $y=x^4-2\left(1-m^2\right)x^2+m+1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m=1$. **B.** $m=\frac{1}{2}$. **C.** $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Câu 527: Cho hàm số $y=x^4-8x^2+10$ có đồ thị (C). Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị (C). Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S=32$. **B.** $S=24$. **C.** $S=12$. **D.** $S=64$.

Câu 528: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S=3$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

Câu 529: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $ab\neq 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. Hàm số có ba điểm cực trị khi $ab<0$.

B. Với mọi giá trị của a,b đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác cân.

C. Hàm số có ba điểm cực trị khi $ab>0$.

D. Hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại với mọi giá trị của a,b.

Câu 530: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m<1$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $0<m<1$.

Câu 531: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp chúng bằng 1 ?

A. 3 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

Câu 532: Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2\left(m+1\right)x^2+m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

A. $m=1,\ m=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $m=1,\ m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

C. $m=0,\ m=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $m=0,\ m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

DẠNG 15: CÂU HỎI TỔNG HỢP VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ

Câu 533: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là y_1, y_2. Khi đó:

A. $y_1-y_2=-4$. **B.** $2y_1-y_2=6$. **C.** $2y_1-y_2=-6$. **D.** $y_1+y_2=4$.

Câu 534: Cho hàm số $y=(x-1)(x+2)^2$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây?

A. $2x-y+4=0$. **B.** $2x+y-4=0$. **C.** $2x-y-4=0$. **D.** $2x+y+4=0$.

Câu 535: Cho hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^2$ có đồ thị (C). Để đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị tham số m là

A. $m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $m=\pm\sqrt{2}$. **C.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $m=-\sqrt{2}$.

Câu 536: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=-x^3+3x-4$ và $M(x_0;0)$ là điểm trên trục hoành sao cho tam giác MAB có chu vi nhỏ nhất, đặt $T=4x_0+2015$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

A. $T=2016$. **B.** $T=2018$. **C.** $T=2017$. **D.** $T=2019$.

Câu 537: Biết $M(-2;20)$, $N(1;-7)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-3$.

A. $y(-3)=20$. **B.** $y(-3)=45$. **C.** $y(-3)=30$. **D.** $y(-3)=9$.

Câu 538: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

D. Hàm số có một cực tiểu và không có cực đại.

Câu 539: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	11	↘		↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f(x)-2m\right|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m\in(4;11)$. **B.** $m\in\left(2;\dfrac{11}{2}\right)$. **C.** $m=3$. **D.** $m\in\left[2;\dfrac{11}{2}\right]$.

Câu 540: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

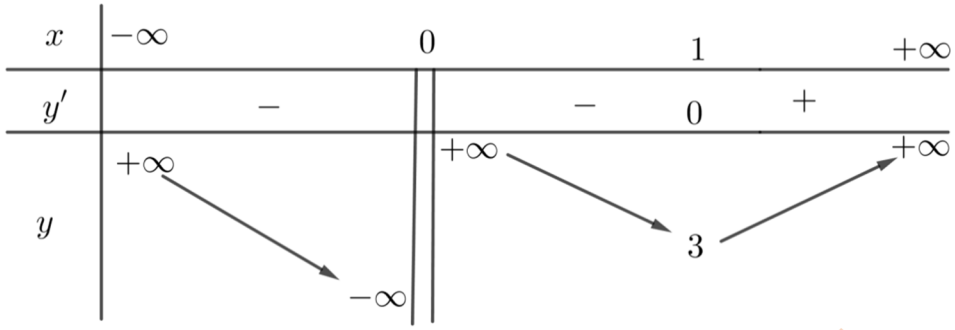
x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$. **D.** Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

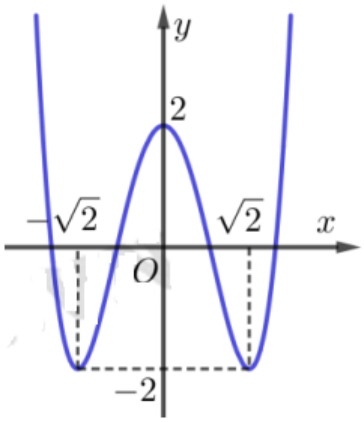
Câu 541: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Số nghiệm của phương trình $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$ là.

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 542: Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=3^{f(x)}+2^{f(x)}$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 543: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$. Chọn khẳng định **sai** ?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(0;\ 2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 544: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ biết $a>0$, $c>2017$ và $a+b+c<2017$. Số cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2017\right|$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 545: Đường thẳng qua hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-2x^2-3$ là :

A. $y=0$. **B.** $y=-5$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Câu 546: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Xét hàm số $y=g(x)=f\left(x^2\right)$ trên $\mathbb{R}$. Trong các phát biểu sau:

I. Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

II. Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

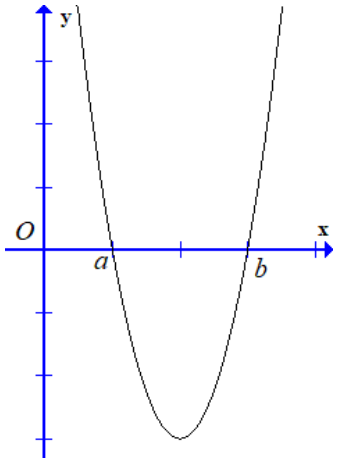
III. Hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị.

IV. $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} g(x)=f(9)$.

Số phát biểu đúng là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 547: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm m để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có đúng ba điểm cực trị. Biết rằng $f(b)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$.



A. $m<\dfrac{1}{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge\dfrac{1}{4}$.

Câu 548: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-16	$\nearrow$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -16.

B. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

C. Đồ thị của hàm số có hai tâm đối xứng.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

DẠNG 11: ĐƯỜNG THẲNG NỐI 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (ĐỒ THỊ HÀM SỐ BẬC BA)

Câu 468: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2+(m-3)x+m$ có hai điểm cực trị và điểm $M(9;-5)$ nằm trên đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị.

A. $m=3$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=-5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2+4x+m-3$, để hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'>0 \Leftrightarrow m<\frac{13}{3}(*)$

Ta có $y=y'.\left(\frac{1}{3}x+\frac{2}{9}\right)+\left(\frac{2m}{3}-\frac{26}{9}\right)x+\frac{7m}{9}+\frac{2}{3}$ nên phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y=\left(\frac{2m}{3}-\frac{26}{9}\right)x+\frac{7m}{9}+\frac{2}{3}$. Theo giả thiết, đường thẳng này đi qua $M(9;-5)$ nên $m=3$ (thỏa mãn điều kiện $(*)$).

Câu 469: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x^3-3x^2-mx+2$ có điểm cực đại và điểm cực tiểu cách đều đường thẳng có phương trình: $y=x-1\,(d)$.

A. $m=-\frac{9}{2}$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-\frac{9}{2} \end{array}\right.$. **C.** $m=2$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

[Phương pháp trắc nghiệm]

$y'=3x^2-6x-m$

Hàm số có 2 cực trị $m>-3$, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $y'=0$, ta có: $x_1+x_2=2$

Bấm máy tính:

$$x^3-3x^2-mx+2-\left(3x^2-6x-m\right)\left(\frac{x}{3}-\frac{1}{3}\right)\xrightarrow{x=i,m=A=1000}$$

$$-\frac{994}{3}-\frac{2006}{3}i=-\frac{1000-6}{3}-\frac{2000+6}{3}i=-\frac{2m+6}{3}x-\frac{m-6}{3}$$

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A\left(x_1;-\frac{2m+6}{3}x_1-\frac{m-6}{3}\right)$; $B\left(x_2;-\frac{2m+6}{3}x_2-\frac{m-6}{3}\right)$

Gọi I là trung điểm của $AB \Rightarrow I(1;-m)$

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là: $y=-\frac{2m+6}{3}x-\frac{m-6}{3}\ (\Delta)$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta\,//\,d \text{ or } \Delta\equiv d \\ I\in d \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -\frac{2m+6}{3}=1 \\ -m=1-1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-\frac{9}{2} \\ m=0 \end{array}\right.$

Kết hợp với điều kiện thì $m=0$.

Câu 470: Hàm số $y=x^3+2ax^2+4bx-2018$, $(a,b\in\mathbb{R})$ đạt cực trị tại $x=-1$. Khi đó hiệu $a-b$ là

A. -1. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** $-\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y' = 3x^2 + 4ax + 4b$.

Hàm số đạt cực trị tại $x = -1$ nên $y'(-1) = 0 \Rightarrow 3 - 4a + 4b = 0 \Rightarrow a - b = \frac{3}{4}$.

Câu 471: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = (2m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng đi qua các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$

A. $m = -\frac{1}{2}$. **B.** $m = \frac{1}{2}$. **C.** $m = -\frac{3}{4}$. **D.** $m = \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ có TXĐ: $\mathbb{R}$; $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

Suy ra đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3) \Rightarrow \overrightarrow{AB} = (2;-4)$.

Đường thẳng d đi qua hai điểm A, B có phương trình: $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{-4} \Leftrightarrow y = -2x + 1$.

Đường thẳng $y = (2m-1)x + m + 3$ song song với đường thẳng $d \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 2m - 1 = -2 \\ m + 3 \neq 1 \end{array}\right. \Leftrightarrow m = -\frac{1}{2}$.

Câu 472: Biết đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x + 1$ có hai điểm cực trị A, B. Khi đó phương trình đường thẳng AB là

A. $y = 2x - 1$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = -x + 2$. **D.** $y = x - 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Thực hiện phép chia y cho y' ta được: $y = y'.\left(\frac{1}{3}x\right) + (-2x + 1)$.

Giả sử hai điểm cực trị của đồ thị hàm số lần lượt là: $A(x_1; y_1)$ và $B(x_2; y_2)$.

Ta có: $\left\{\begin{array}{l} y_1 = y(x_1) = y'(x_1).\left(\frac{1}{3}x_1\right) + (-2x_1 + 1) = -2x_1 + 1 \\ y_2 = y(x_2) = y'(x_2).\left(\frac{1}{3}x_2\right) + (-2x_2 + 1) = -2x_2 + 1 \end{array}\right.$.

Ta thấy, toạ độ hai điểm cực trị A và B thoả mãn phương trình $y = -2x + 1$.

Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là: $y = -2x + 1$.

Câu 473: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x$:

A. $2x + 3y - 6 = 0$. **B.** $2x - 3y + 9 = 0$. **C.** $-2x + 3y + 6 = 0$. **D.** $2x + 3y + 9 = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: *TXĐ*: $D = \mathbb{R}$.

$y' = x^2 - 4x + 3$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A\left(1; \frac{4}{3}\right)$ và $B(3;0)$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị nhận vecto $\vec{n} = (2;3)$ làm vectơ pháp tuyến và đi qua điểm $B(3;0)$ nên có phương trình $2x + 3y - 6 = 0$.

Cách 2: Tính $y' = x^2 - 4x + 3;\ y'' = 2x - 4$.

Dùng máy tính, chọn *MODE* 2.

Nhập $y - \dfrac{y'.y''}{18a}$ *CALC* $X = i$ được kết quả $2 - \dfrac{2}{3}i$ nên có phương trình $y = 2 - \dfrac{2}{3}x$

$\Leftrightarrow 2x + 3y - 6 = 0$.

Câu 474: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là (C). Gọi A, B là các điểm cực trị của (C). Tính độ dài đoạn thẳng AB ?

A. $AB = 4$. **B.** $AB = 5\sqrt{2}$. **C.** $AB = 2\sqrt{5}$. **D.** $AB = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y' = 3x^2 - 6x$ suy ra $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \Rightarrow y = -2 \\ x = 0 \Rightarrow y = 2 \end{array}\right.$

Suy ra 2 điểm cực trị của đồ thị (C) là $A(2;-2)$ và $B(0;2)$.

$AB = \sqrt{(0-2)^2 + (2+2)^2} = 2\sqrt{5}$

Câu 475: Tìm tổng tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3(m-1)x^2 + 6m(1-2m)x$ song song đường thẳng $y = -4x$.

A. $m = -\dfrac{2}{3}$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = -\dfrac{1}{3}$. **D.** $m = \dfrac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 6x^2 + 6(m-1)x + 6m(1-2m),\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m \\ x = 1 - 2m \end{array}\right.$.

Để hàm số có hai cực trị thì $m \neq 1 - 2m \Leftrightarrow m \neq \dfrac{1}{3}$.

Hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $A\left(m; -7m^3 + 3m^2\right),\ B\left(1-2m; 20m^3 - 24m^2 + 9m - 1\right)$. Do đó $\overrightarrow{AB} = \left(1-3m; (3m-1)^3\right)$. Do đó AB có vectơ pháp tuyến là $\vec{n} = \left((3m-1)^2; 1\right)$.

Do đó $AB: (3m-1)^2 x + y - 2m^3 + 3m^2 - m = 0 \Leftrightarrow y = -(3m-1)^2 x + 2m^3 - 3m^2 + m$.

Để đường thẳng AB song song với đường thẳng $y = -4x$ thì:

$$\left\{\begin{array}{l} -(3m-1)^2 = -4 \\ 2m^3 - 3m^2 + m \neq 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left[\begin{array}{l} m = 1 \\ m = -\dfrac{1}{3} \end{array}\right. \\ \left\{\begin{array}{l} m \neq 0 \\ m \neq \dfrac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow m = -\frac{1}{3}.$$

Câu 476: Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ là

A. $y = -2x - 1$. **B.** $y = -2x + 1$. **C.** $y = 2x - 1$. **D.** $y = 2x + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y' = 3x^2 - 6x;\ y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Qua hai điểm này y' đổi dấu nên đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(0;1)$, $B(2;-3)$.

Đường thẳng AB nhận $\overrightarrow{AB}=(2;-4)$ là một VTCP nên nhận $\vec{n}=(2;1)$ là một VTPT

$\Rightarrow AB: 2(x-0)+1.(y-1)=0 \Leftrightarrow y=-2x+1$.

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị là $y=-2x+1$.

Câu 477: Tìm giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=(3m+1)x+3+m$ vuông góc với đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-1$.

A. $\frac{1}{3}$. **B.** $-\frac{1}{6}$. **C.** $m=\frac{1}{6}$. **D.** $-\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3-3x^2-1$

Có : $y'=3x^2-6x$, $y=\left(\frac{1}{3}x-\frac{1}{3}\right)y'-2x-1$.

Do đó, đường thẳng Δ qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số này có phương trình là $y=-2x-1$.

Để d vuông góc với Δ thì $(3m+1).(-2)=-1 \Leftrightarrow m=-\frac{1}{6}$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $m=-\frac{1}{6}$.

Câu 478: Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+9x+1$ có hai điểm cực trị A và B. Điểm nào dưới đây thuộc đường thẳng AB ?

A. $Q(0;-1)$. **B.** $M(1;-12)$. **C.** $P(1;0)$ **D.** $N(1;12)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $\mathbb{R}$

$y'=-3x^2+6x+9$

$y'=0 \Leftrightarrow -3x^2+6x+9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Do đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(-1;-4)$ và $B(3;28)$.

Suy ra đường thẳng AB có phương trình $8x-y+4=0$.

Thay $N(1;12)$ vào phương trình AB ta có $8.1-12+4=0$. Vậy N thuộc AB.

DẠNG 12: ĐƯỜNG THẲNG NỐI 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (ĐỒ THỊ HÀM PHÂN THỨC)

Câu 479: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\frac{x^2}{x-1}$.

A. $y=2x+3$. **B.** $y=2x-1$. **C.** $y=4x+1$. **D.** $y=2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Công thức nhanh: Cho hàm số $y=\frac{ax^2+bx+c}{dx+e}$, nếu đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì phương trình đường thẳng qua 2 điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y=\frac{2ax+b}{d}$.

Vậy áp dụng công thức trên ta có phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y=2x$.

Cách 2: tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$; $y'=\dfrac{2x(x-1)-x^2}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$.

$y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=0(y=0)\\x=2(y=4)\end{array}\right.$.

Vậy hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $O(0;0),A(2;4)$.

OA VTCP $\overrightarrow{OA}=(2;4)\Rightarrow VTCP\vec{n}=(-4;2)$ suy ra phương trình $-4x+2y=0\Leftrightarrow y=2x$.

Câu 480: Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+5}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng

A. $x_M=1+\sqrt{2}$. **B.** $x_M=1-\sqrt{2}$. **C.** $x_M=1$. **D.** $x_M=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị $y=\dfrac{u'(x)}{v'(x)}=\dfrac{2x-4}{1}=2x-4$.

Điểm $M\in Ox\Rightarrow y_M=0\Rightarrow x_M=2$.

Câu 481: Khoảng cách giữa hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-mx+m}{x-1}$ bằng:

A. $\sqrt{5}$. **B.** $5\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $4\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=-m\\x=2\Rightarrow y=4-m\end{array}\right.$.

Hai điểm cực trị $A(0;-m),B(2;4-m)$. $AB=2\sqrt{5}$.

Câu 482: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x+1}{x+1}$ có hai điểm cực trị thuộc đường thẳng $d:y=ax+b$. Khi đó tích ab bằng.

A. 4. **B.** -8. **C.** -4. **D.** -6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do $y'_{CT}=0\Rightarrow y=2x-4$ là đường thẳng nối hai điểm cực trị.

Vậy $a=2$, $b=-4\Rightarrow ab=-8$.

Câu 483: Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x+3}{2x+1}$.

A. $y=1-x$. **B.** $y=2x+2$. **C.** $y=x+1$. **D.** $y=2x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

□ Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

□ $y'=\dfrac{2x^2+2x-4}{(2x+1)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow 2x^2+2x-4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1(\Rightarrow y=2)\\x=-2(\Rightarrow y=-1)\end{array}\right.$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $M(1;2)$ và $N(-2;-1)$.

Vậy phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị M, N của đồ thị hàm số đã cho là: $y = x+1$.

Cách khác:

Áp dụng tính chất: Nếu x_0 là điểm cực trị của hàm số hữu tỷ $y = \dfrac{u(x)}{v(x)}$ thì giá trị cực trị tương ứng của hàm số là $y_0 = \dfrac{u(x_0)}{v(x_0)} = \dfrac{u'(x_0)}{v'(x_0)}$. Suy ra với bài toán trên ta có phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số là $y = \dfrac{\left(x^2+2x+3\right)'}{(2x+1)'} = x+1$.

Câu 484: Đường thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x^2+mx+1}{x-1}$ đi qua điểm $A(-1;1)$ khi và chỉ khi m bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho là :

$d: y = \dfrac{\left(-x^2+mx+1\right)'}{(x-1)'} = -2x+m$.

Ta có $A(-1;1) \in d \Leftrightarrow 1 = 2+m \Leftrightarrow m = -1$.

Câu 485: Gọi S là tập hợp các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+mx+m^2}{x-1}$ có hai điểm cực trị A, B. Khi $\angle AOB = 90°$ thì tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng:

A. $\dfrac{1}{16}$. **B.** 8. **C.** $\dfrac{1}{8}$. **D.** 16.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' = \dfrac{(2x+m)(x-1)-x^2-mx-m^2}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x-\left(m+m^2\right)}{(x-1)^2}$

Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B thì $y' = 0$ phải có hai nghiệm phân biệt khác $1 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1+m+m^2 > 0 \\ -1-m-m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$.

Phương trình đường thẳng đi qua 2 điểm cực đại, cực tiểu là $y_A = 2x+m$.

Gọi x_A; x_B là hoành độ của A, B khi đó x_A; x_B là nghiệm của $x^2-2x-\left(m+m^2\right)$.

Theo định lí Viet ta có $x_A + x_B = 2$; $x_A.x_B = -m^2-m$.

$y_A = 2x_A+m$; $y_B = 2x_B+m$.

$\angle AOB = 90° \Rightarrow x_A.x_B + y_A.y_B = 0 \Leftrightarrow x_Ax_B + 4x_Ax_B + 2m(x_A+x_B) + m^2 = 0$

$\Leftrightarrow 5\left(-m^2-m\right) + 4m + m^2 = 0 \Leftrightarrow -4m^2 - m = 0 \Leftrightarrow m = 0; m = -\dfrac{1}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tổng bình phương tất cả các phần tử của S bằng: $0^2+\left(-\frac{1}{4}\right)^2=\frac{1}{16}$.

Câu 486: Biết đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{x^2-2x+3}{x-1}$ có hai điểm cực trị. Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) cắt trục hoành tại điểm M có hoành độ x_M bằng:

A. $x_M=1$. **B.** $x_M=1+\sqrt{2}$. **C.** $x_M=1-\sqrt{2}$. **D.** $x_M=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị (C) có phương trình $y=2x-2$ nên $x_M=1$.

DẠNG 13: ĐIỀU KIỆN HÌNH HỌC VỀ 2 ĐIỂM CỰC TRỊ (HÀM BẬC BA)

Câu 487: Gọi S là tập các giá trị dương của tham số m sao cho hàm số $y=x^3-3m.x^2+9x-m$ đạt cực trị tại x_1,x_2 thỏa mãn $|x_1-x_2|\le 2$. Biết $S=(a;b]$. Tính $T=b-a$.

A. $T=3-\sqrt{3}$. **B.** $T=2+\sqrt{3}$. **C.** $T=1+\sqrt{3}$. **D.** $T=2-\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=3x^2-6m.x+9$

Hàm số có hai cực trị khi và chỉ khi $\Delta'>0\Leftrightarrow 9m^2-27>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>\sqrt{3}\\m<-\sqrt{3}\end{array}\right.$ (1)

Ta có: $|x_1-x_2|\le 2\Leftrightarrow(x_1-x_2)^2\le 4\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\le 4\Leftrightarrow 4m^2-12\le 4\Leftrightarrow m^2\le 16$
$\Leftrightarrow -2\le m\le 2$ (2)

Từ (1), (2) mà $m>0$ theo giả thiết ta được $S=(\sqrt{3};2]$ vậy $T=b-a=2-\sqrt{3}$.

Câu 488: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$ với m là tham số thực khác 0. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để trọng tâm tam giác OAB thuộc đường thẳng $3x+3y-8=0$.

A. $m=6$. **B.** $m=4$. **C.** $m=5$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$, $f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Tọa độ 2 điểm cực trị là $A(0;m)$; $B(2;m-4)$.

Tọa độ trọng tâm G của tam giác OAB là $G\left(\frac{2}{3};\frac{2m-4}{3}\right)$.

Điểm G thuộc đường thẳng: $3x+3y-8=0$ nên: $2+2m-4-8=0\Leftrightarrow m=5$.

Câu 489: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên của tham số m để điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3+x^2+mx-1$ nằm bên phải trục tung. Tìm số phần tử của tập hợp $(-5;6)\cap S$.

A. 5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

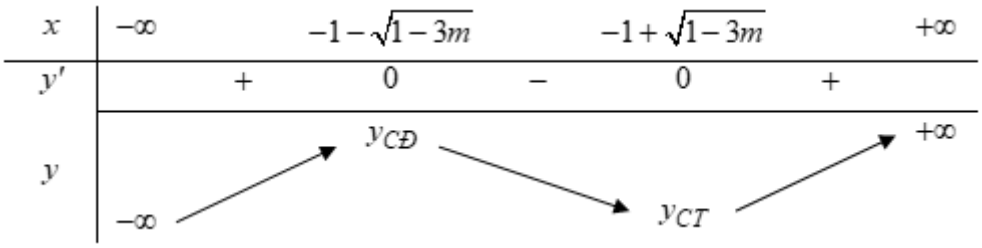
Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$; $y'=3x^2+2x+m$.

Hàm bậc ba có cực trị khi $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=1-3m>0\Leftrightarrow m<\frac{1}{3}$ (1).

Khi đó $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1-\sqrt{1-3m} \\ x=-1+\sqrt{1-3m} \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số nằm về phía bên phải trục tung khi

$$-1+\sqrt{1-3m}>0\Leftrightarrow \sqrt{1-3m}>1\Leftrightarrow m<0.$$

Kết hợp với (1) ta có $m<0$ thì điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho nằm bên phải trục tung.

Khi đó S là tập hợp tất cả các giá trị nguyên âm.

Vậy $(-5;6)\cap S=\{-4;-3;-2;-1\}\Rightarrow (-5;6)\cap S$ có 4 phần tử.

Câu 490: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3-m$, với m là tham số. Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số và $I(2;-2)$. Tổng tất cả các số m để ba điểm I, A, B tạo thành tam giác nội tiếp đường tròn có bán kính bằng $\sqrt{5}$ là:

A. $\frac{20}{17}$. **B.** $\frac{4}{17}$. **C.** $\frac{14}{17}$. **D.** $-\frac{2}{17}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-6mx+3m^2-3=3\left[(x-m)^2-1\right]$; $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=m+1 \\ x=m-1 \end{array}\right.$.

Do đó, hàm số luôn có hai cực trị với mọi m.

Giả sử $A(m+1;-4m-2)$; $B(m-1;-4m+2)$. Ta có $AB=2\sqrt{5}$, $\forall m\in\mathbb{R}$.

Mặt khác, vì ΔIAB có bán kính đường tròn ngoại tiếp là $R=\sqrt{5}$ nên từ $\frac{AB}{\sin\widehat{AIB}}=2R$ suy ra

$\sin\widehat{AIB}=\frac{AB}{2R}=1\Rightarrow \widehat{AIB}=90^o$ hay ΔAIB vuông tại I.

Gọi M là trung điểm AB, ta có $M(m;-4m)$ và $IM=\frac{1}{2}AB\Leftrightarrow IM^2=\frac{AB^2}{4}=5$

$$\Leftrightarrow (m-2)^2+(-4m+2)^2=5\Leftrightarrow 17m^2-20m+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\frac{3}{17} \end{array}\right.$$

Tổng tất cả các số m bằng $1+\frac{3}{17}=\frac{20}{17}$.

Câu 491: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}mx^3-(m-1)x^2+3(m-2)x+2018$ với m là tham số. Tổng bình phương tất cả các giá trị của m để hàm số có hai điểm cực trị $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1+2x_2=1$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{40}{9}$. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** $\frac{22}{9}$. **D.** $\frac{8}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' = mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2)$

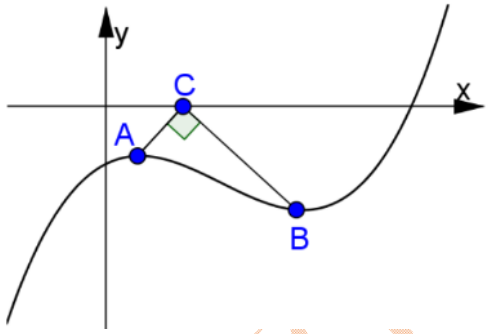
Để hàm số đã cho có hai điểm cực trị $x_1; x_2$ thì phương trình $mx^2 - 2(m-1)x + 3(m-2) = 0$ (1)

có hai nghiệm $x_1; x_2$ phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = -2m^2 + 6m + 1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \frac{3-\sqrt{11}}{2} < m < \frac{3+\sqrt{11}}{2} \end{cases}$

Ta có: $x_1 + x_2 = \frac{2(m-1)}{m}$

Theo đề ra $x_1 + 2x_2 = 1$ nên $x_2 = \frac{2-m}{m}$ thay vào (1) ta được $\frac{(2-m)(4-6m)}{m} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 2 \\ m = \frac{2}{3} \end{array}\right.$.

Câu 492: Xác định các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - x^2 + mx - m$ có các điểm cực đại và cực tiểu A và B sao cho tam giác ABC vuông tại C trong đó tọa độ điểm $C\left(\frac{2}{3}; 0\right)$.



A. $m = \frac{1}{4}$. **B.** $m = \frac{1}{3}$. **C.** $m = \frac{1}{2}$. **D.** $m = \frac{1}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = x^2 - 2x + m$.

$y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2x + m = 0$ (1).

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị A, B khi phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 1 - m > 0 \Leftrightarrow m < 1$.

Khi đó ta có $\begin{cases} x_A + x_B = 2 \\ x_A . x_B = m \end{cases}$.

Ta có $y = \left(\frac{x}{3} - \frac{1}{3}\right)y' + \frac{2}{3}(m-1)x - \frac{2m}{3}$.

$\Rightarrow y_A = \frac{2}{3}(m-1)x_A - \frac{2m}{3}; y_B = \frac{2}{3}(m-1)x_B - \frac{2m}{3}$.

$\Rightarrow y_A . y_B = \frac{4}{9}\left[(m-1)x_A - m\right]\left[(m-1)x_B - m\right] = \frac{4}{9}\left[(m-1)^2 x_A x_B - m(m-1)(x_A + x_B) + m^2\right]$.

$=\frac{4}{9}\left[(m-1)^2 m-2m(m-1)+m^2\right]=\frac{4}{9}\left(m^3-3m^2+3m\right)$.

Ta có $\overrightarrow{CA}=\left(x_A-\frac{2}{3};y_A\right);\overrightarrow{CB}=\left(x_B-\frac{2}{3};y_B\right)$.

ΔABC vuông tại C khi chỉ khi $\overrightarrow{CA}.\overrightarrow{CB}=0\Leftrightarrow\left(x_A-\frac{2}{3}\right)\left(x_B-\frac{2}{3}\right)+y_Ay_B=0$.

$\Leftrightarrow x_Ax_B-\frac{2}{3}(x_A+x_B)+\frac{4}{9}+y_Ay_B=0\Leftrightarrow m-\frac{4}{3}+\frac{4}{9}+\frac{4}{9}\left(m^3-3m^2+3m\right)=0$.

$\Leftrightarrow 4m^3-12m^2+21m-8=0\Leftrightarrow(2m-1)\left(2m^2-5m+8\right)=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m-1=0\\2m^2-5m+8=0(vn)\end{array}\right.\Leftrightarrow m=\frac{1}{2}$ (nhận). Vậy $m=\frac{1}{2}$.

Câu 493: Hàm số $y=x^3-3x^2+mx-1$ có hai điểm cực trị x_1, x_2 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2=3$. Giá trị của tham số m là

A. $-\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** -3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=3x^2-6x+m$. Để hàm số có hai điểm cực trị x_1, x_2 thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow\Delta'=9-3m>0\Leftrightarrow m<3$

Hệ thức Viét : $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=2\\x_1.x_2=\frac{m}{3}\end{array}\right.$.

Ta có $x_1^2+x_2^2=3\Leftrightarrow\left(x_1+x_2\right)^2-2x_1x_2=3\Rightarrow 4-\frac{2m}{3}=3\Leftrightarrow m=\frac{3}{2}$.

Câu 494: Cho $y=(m-3)x^3+2\left(m^2-m-1\right)x^2+(m+4)x-1$. Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy. S có bao nhiêu phần tử?

A. 6. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3(m-3)x^2+4\left(m^2-m-1\right)x+m+4$

$y'=0\Leftrightarrow 3(m-3)x^2+4\left(m^2-m-1\right)x+m+4=0$.

Để đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục Oy thì phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu.

Suy ra $\left\{\begin{array}{l}3(m-3)\neq 0\\3(m-3).(m+4)<0\end{array}\right.\Leftrightarrow -4<m<3$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m=\{-3;-2;-1;0;1;2\}$. Vậy S có 6 phần tử.

Câu 495: Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ có 2 điểm cực trị A,B. Diện tích tam giác OAB với $O(0;0)$ là gốc tọa độ bằng

A. 3. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Ta có:

$$y'=\left(x^3-3x+2\right)'=3x^2-3\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\Rightarrow A(1;0),B(-1;4)$$

$$\Rightarrow AB=2\sqrt{5},\ AB:2x+y-2=0,d(O,AB)=\frac{2}{\sqrt{5}}=>S=\frac{1}{2}AB.d(O,AB)=2$$

Câu 496: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=mx^3-3mx^2+3m-3$ có hai điểm cực trị A,B sao cho $2AB^2-(OA^2+OB^2)=20$ (Trong đó O là gốc tọa độ).

A. $m=-1$ hoặc $m=-\frac{17}{11}$. **B.** $m=1$ hoặc $m=-\frac{17}{11}$.

C. $m=-1$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=m(3x^2-6x)$

Với mọi $m\neq 0$, ta có $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=3m-3\\x=2\Rightarrow y=-m-3\end{array}\right.$. Vậy hàm số luôn có hai điểm cực trị.

Giả sử $A(0;3m-3);B(2;-m-3)$.

Ta có : $2AB^2-(OA^2+OB^2)=20\Leftrightarrow 11m^2+6m-17=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\frac{17}{11}\end{array}\right.$ (thỏa mãn)

Vậy giá trị m cần tìm là: $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=-\frac{17}{11}\end{array}\right.$.

Câu 497: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3\left(m^2-1\right)x-m^3+m$ có đồ thị (C) và điểm $I(1;1)$. Biết rằng có hai giá trị của tham số m (kí hiệu m_1,m_2 với $m_1<m_2$) sao cho hai điểm cực trị của (C) cùng với I tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp bằng $\sqrt{5}$. Tính $P=m_1+5m_2$.

A. $P=-2$. **B.** $P=\frac{5}{3}$. **C.** $P=-\frac{5}{3}$. **D.** $P=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-6mx+3\left(m^2-1\right)$.

Khi đó $\frac{y}{y'}=\frac{x}{3}-\frac{m}{3}+\frac{-2x}{y'}$ do đó đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số (C) là $y=-2x$

Lại có: $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-6mx+3m^2=3\Leftrightarrow\left(x-m\right)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=m-1\Rightarrow y_1=-2m+2\\x_2=m+1\Rightarrow y_2=-2m-2\end{array}\right.$.

Gọi $A\left(m-1;-2m+2\right)$, $B\left(m+1;-2m-2\right)\Rightarrow AB=2\sqrt{5}$ do đó AB là đường kính của đường tròn do đó $\widehat{AIB}=90^\circ$ hay $AI\perp BI\Leftrightarrow\overrightarrow{IA}.\overrightarrow{IB}=0\Leftrightarrow\left(m-2\right)m+\left(-2m+1\right)\left(-2m-3\right)=0$

$$\Leftrightarrow 5m^2+2m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\m=\frac{3}{5}\end{array}\right.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $m_1=-1,\ m_2=\dfrac{3}{5}\Rightarrow P=m_1+5m_2=2$.

Câu 498: Cho hàm 2018 $y=-x^3-3x^2+4$. Biết rằng có hai giá trị m_1, m_2 của tham 2018 m để đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm 2018 tiếp xúc với đường tròn $(C):(x-m)^2+(y-m-1)^2=5$. Tính tổng m_1+m_2.

A. $m_1+m_2=6$. **B.** $m_1+m_2=-6$. **C.** $m_1+m_2=0$. **D.** $m_1+m_2=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=-3x^2-6x$ và $y=\left(\dfrac{x}{3}+\dfrac{1}{3}\right)y'+2x+4$, suy ra phương trình đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm 2018 là $y=2x+4\Leftrightarrow 2x-y+4=0,\ (\Delta)$.

Đường tròn $(C):(x-m)^2+(y-m-1)^2=5$ có tâm $I(m;m+1)$ và bán kính $R=\sqrt{5}$.

Đường thẳng (Δ) tiếp xúc với đường tròn (C) khi và chỉ khi

$d(I,(\Delta))=R\Leftrightarrow\dfrac{|2m-m-1+4|}{\sqrt{5}}=\sqrt{5}\Leftrightarrow|m+3|=5\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-8\end{array}\right.$. Vậy $m_1+m_2=-6$.

Câu 499: Cho hàm 2018 $y=\dfrac{2}{3}x^3+(m+1)x^2+(m^2+4m+3)x-3$, ($m$ là tham 2018 thực) . Tìm điều kiện của m để hàm 2018 có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm 2018 nằm bên phải của trục tung.

A. $\left[\begin{array}{l}m>-1\\m<-5\end{array}\right.$. **B.** $-5<m<-1$. **C.** $-5<m<-3$. **D.** $-3<m<-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=2x^2+2(m+1)x+(m^2+4m+3)$.

Yêu cầu bài toán thỏa mãn $\Leftrightarrow y'=0$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m+1)^2-2(m^2+4m+3)>0\\-(m+1)>0\\\dfrac{m^2+4m+3}{2}>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-5;-1)\\m<-1\\m\in(-\infty;-3)\cup(-1;+\infty)\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-5;-3).$$

Câu 500: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2+(m^2-1)x$ có hai điểm cực trị là A và B sao cho A, B nằm khác phía và cách đều đường thẳng $d:y=5x-9$. Tính tổng các phần tử của S.

A. 3. **B.** 6. **C.** 0. **D.** −6.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=x^2-2mx+m^2-1$.

$\Delta'=m^2-(m^2-1)=1\Rightarrow y'=0$ có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị của hàm số có hai điểm cực trị A và B.

Ta có $y=\left(\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m}{3}\right)y'+\dfrac{2}{3}x+\dfrac{m(m^2-1)}{3}$ suy ra đường thẳng AB: $y=\dfrac{2}{3}x+\dfrac{m(m^2-1)}{3}$

A, B nằm khác phía và cách đều $d: y = 5x - 9 \Leftrightarrow$ Trung điểm I của đoạn AB thuộc d.

Ta có $I\left(m, \dfrac{m^3+m}{3}\right) \in d \Leftrightarrow \dfrac{m^3+m}{3} = 5m - 9 \Leftrightarrow m^3 - 14m + 27 = 0 \ (1)$. Gọi m_1, m_2, m_3 là ba nghiệm của (1).

Áp dụng định lý Viet cho phương trình bậc ba ta có $S = m_1 + m_2 + m_3 = 0$ hoặc dùng MTCT giải tính tổng ba nghiệm ta được $S = 0$.

Câu 501: Tìm m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho $OA = BC$, trong đó O là gốc tọa độ, A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.

A. $m = 2 + 2\sqrt{2}$ **B.** $m = 2 \pm \sqrt{2}$ **C.** $m = 2 \pm 2\sqrt{3}$ **D.** $m = 2 \pm 2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3 - 4(m+1)x$; Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow x\left[x^2 - (m+1)\right] = 0$.

Để hàm số có ba cực trị thì phương trình $y' = 0$ có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m > -1$.

Theo đề bài ta có A là điểm cực đại, B và C là hai điểm cực tiểu nên $A(0; m)$, $B\left(-\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1\right)$, $C\left(\sqrt{m+1}; -m^2 - m - 1\right)$.

Mặt khác $OA = BC \Leftrightarrow |m| = 2\sqrt{m+1} \Leftrightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \Leftrightarrow m = 2 \pm 2\sqrt{2} \ (t/m)$.

Câu 502: Tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 4m^3$ có hai điểm cực trị A và B thỏa $AB = \sqrt{20}$:

A. $m = \pm 1$ **B.** $m = \pm 2$ **C.** $m = 1$ **D.** $m = 2$

Hướng dẫn giải

Chọn A

+ Ta có: $y' = 3x^2 - 6mx \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2m \end{array}\right.$. Để đồ thị hàm số có hai điểm cực trị thì điều kiện cần và đủ là $m \neq 0$. Khi đó $A\left(0; 4m^3\right)$, $B(2m; 0)$. Yêu cầu bài toán trở thành $AB^2 = 20$

$\Rightarrow 4m^2 + 16m^6 = 20 \Leftrightarrow 4\left(m^2\right)^3 + \left(m^2\right) - 5 = 0 \Leftrightarrow m = \pm 1$.

Câu 503: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx + m^2$ (m là tham số). Có bao nhiêu số nguyên m bé hơn 10 thỏa mãn đồ thị hàm số đã cho có hai điểm cực trị A, B sao cho $AB \geq 2\sqrt{5}$.

A. 18. **B.** 9. **C.** 5. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y' = 3x^2 - 3m$. Để hàm số có hai điểm cực trị thì $m > 0$.

Khi đó, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 = m \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = \sqrt{m} \rightarrow y_1 = m^2 - 2m\sqrt{m} \\ x_2 = -\sqrt{m} \rightarrow y_2 = m^2 + 2m\sqrt{m} \end{array}\right.$.

Ta được: $A\left(\sqrt{m}; m^2 - 2m\sqrt{m}\right)$, $B\left(-\sqrt{m}; m^2 + 2m\sqrt{m}\right)$.

$AB \geq 2\sqrt{5} \Leftrightarrow AB^2 \geq 20 \Leftrightarrow 4m + 16m^3 \geq 20 \Leftrightarrow 4m^3 + m - 5 \geq 0 \Leftrightarrow (m-1)\left(4m^2 + 4m + 5\right) \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1$.

Do m nguyên và bé hơn 10 nên $m \in \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 504: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+6mx$ có hai điểm cực trị A,B sao cho đường thẳng AB vuông góc với đường thẳng: $y=x+2$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=-3 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=2 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m=3 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

[Phương pháp tự luận]

Ta có : $y=6x^2-6(m+1)x+6m$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=m \end{array}\right.$

Điều kiện để hàm số có 2 điểm cực trị là : $m\neq 1$

Ta có : $A(1;3m-1)$ $B(m;-m^3+3m^2)$

Hệ số góc đt AB là : $k=-(m-1)^2$

Đt AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$ khi và chỉ khi $k=-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

[Phương pháp trắc nghiệm]

Bước 1 : Bấm Mode 2 (CMPLX)

Bước 2 : $y-\dfrac{y'.y''}{18a}=2x^3-3(y+1)x^2+6yx-\dfrac{\left(6x^2-6(y+1)x+6y\right)\left(12x-6(y+1)\right)}{36}$

Bước 3 : Cacl $x=i$, $y=1000$

Kết quả : $1001000-9980001.i$. Hay : $y=1001000-9980001.x$

Vậy phương trình đt qua 2 điểm cực trị AB là : $y=m^2-m-(m-1)^2x$

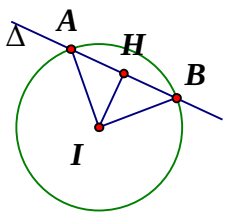
Có đt AB vuông góc với đường thẳng $y=x+2$ khi và chỉ khi $\Leftrightarrow (m-1)^2=1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$

Câu 505: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng đi qua điểm cực đại, cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^3-3mx+2$ cắt đường tròn tâm $I(1;1)$, bán kính bằng 1 tại 2 điểm phân biệt A,B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=\dfrac{2\pm\sqrt{3}}{3}$. **B.** $m=\dfrac{2\pm\sqrt{3}}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1\pm\sqrt{3}}{2}$. **D.** $m=\dfrac{2\pm\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Ta có $y'=3x^2-3m$ nên $y'=0 \Leftrightarrow x^2=m$.

Đồ thị hàm số $y=x^3-3mx+2$ có hai điểm cực trị khi và chỉ khi $m>0$.

Ta có $y=x^3-3mx+2=\dfrac{1}{3}x\left(3x^2-3m\right)-2mx+2=\dfrac{1}{3}x.y'-2mx+2$.

Đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=x^3-3mx+2$ có phương trình $\Delta: y=-2mx+2$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}.IA.IB.\sin\widehat{AIB}=\frac{1}{2}\sin\widehat{AIB}\le\frac{1}{2}$

Diện tích tam giác IAB lớn nhất bằng $\frac{1}{2}$ khi $\sin\widehat{AIB}=1\Leftrightarrow AI\perp BI$.

Gọi H là trung điểm AB ta có: $IH=\frac{1}{2}AB=\frac{\sqrt{2}}{2}=d_{(I,\Delta)}$

Mà $d_{(I,\Delta)}=\frac{|2m+1-2|}{\sqrt{4m^2+1}}$

Suy ra: $d_{(I,\Delta)}=\frac{|2m+1-2|}{\sqrt{4m^2+1}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\Leftrightarrow|4m-2|=\sqrt{2\left(4m^2+1\right)}\Leftrightarrow 8m^2-16m+2=0\Leftrightarrow m=\frac{2\pm\sqrt{3}}{2}$.

Câu 506: Đồ thị của hàm số $y=-x^3+3x^2+5$ có hai điểm cực trị A và B. Tính diện tích S của tam giác OAB với O là gốc tọa độ.

A. $S=5$. **B.** $S=10$. **C.** $S=\frac{10}{3}$. **D.** $S=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=-3x^2+6x, y'=0\Leftrightarrow-3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Nên $A(0;5),B(2;9)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(2;4)\Rightarrow AB=\sqrt{2^2+4^2}=\sqrt{20}$.

Phương trình đường thẳng AB: $y=2x+5$.

Diện tích tam giác OAB là: $S=5$.

DẠNG 14: ĐIỀU KIỆN HÌNH HỌC VỀ TAM GIÁC CỰC TRỊ (HÀM TRÙNG PHƯƠNG)

Câu 507: Gọi A, B là các điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-1$. Diện tích của tam giác AOB (với O là gốc tọa độ) bằng

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=4x^3-4x$

$y'=0\Leftrightarrow 4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$

Nên đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $C(0;-1)$, $A(-1;-2)$, $B(1;-2)$.

$d(O,AB)=2$, $AB=2$.

$S_{AOB}=\frac{1}{2}d(O,AB).AB=\frac{1}{2}.2.2=2$.

Câu 508: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S=3$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\to y=2\\x=\pm1\to y=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0;2)$, $B(-1;1)$, $C(1;1)$.

Nhận xét ΔABC cân tại A. Vì vậy $S=\frac{1}{2}|y_A-y_B|.|x_C-x_B|=\frac{1}{2}.1.2=1$.

Câu 509: Gọi (C) là đường parabol qua ba điểm cực trị của đồ thị hàm 2018 $y=\frac{1}{4}x^4-mx^2+m^2$, tìm m để (C) đi qua điểm $A(2;24)$.

A. $m=3$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=6$. **D.** $m=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=x^3-2mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2m}\end{array}\right.$ với $m>0$.

$x=0\Rightarrow y=m^2$; $x=\pm\sqrt{2m}\Rightarrow y=0$.

Giả sử $(C):y=ax^2+bx+c$.

Theo giả thiết (C) đi qua 4 điểm $M(0;m^2)$, $N(\sqrt{2m};0)$, $P(-\sqrt{2m};0)$ và $A(2;24)$ nên ta có hệ phương trình: $\left\{\begin{array}{l}c=m^2\\0=2ma+\sqrt{2m}b+c\\0=2ma-\sqrt{2m}b+c\\24=4a+2b+c\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}c=m^2\\2ma+\sqrt{2m}b+m^2=0\\2ma-\sqrt{2m}b+m^2=0\\4a+2b+m^2=24\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=-4(L)\\m=6(N)\end{array}\right.$.

Câu 510: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m+m^4$ có ba điểm cực trị là các đỉnh của một tam giác có diện tích bằng 4.

A. $m=\pm\sqrt[5]{4}$. **B.** $m=\pm\sqrt[5]{16}$. **C.** $m=\sqrt[5]{4}$. **D.** $m=\sqrt[5]{16}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

+ $y'=4x^3-4mx$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$. Khi đó các điểm cực trị của đồ thị hàm số là: $A(0;2m+m^4)$, $B(-\sqrt{m};m^4-m^2+2m)$ và $C(\sqrt{m};m^4-m^2+2m)$.

Gọi H là trung điểm BC. Khi đó $H(0;m^4-m^2+2m)$.

Ta có: $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.\sqrt{(-m^2)^2}.\sqrt{(2\sqrt{m})^2}=m^2\sqrt{m}=4$.

$\Leftrightarrow m^5=16\Leftrightarrow m=\sqrt[5]{16}$ (thỏa mãn yêu cầu bài toán).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $m=\sqrt[5]{16}$.

Câu 511: Tìm m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+1$ có ba điểm cực trị $A(0;1)$, B, C thỏa mãn $BC=4$?

A. $m=\pm\sqrt{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=\pm 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

$y'=4x^3-4mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow m>0$.

Tọa độ điểm cực trị của đồ thị hàm số: $A(0;1)$, $B\left(\sqrt{m};\ -m^2+1\right)$, $C\left(-\sqrt{m};\ -m^2+1\right)$.

$BC=4\Leftrightarrow 4m=16\Leftrightarrow m=4.$

Câu 512: Cho hàm số $y=3x^4-2mx^2+2m+m^4$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích bằng 3.

A. $m=-3$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=12x^3-4mx=4x\left(3x^2-m\right)$.

Đề đồ thị hàm số có ba điểm cực trị thì $m>0$, khi đó tọa độ các điểm cực trị là $A\left(0;2m+m^4\right)$,

$B\left(\sqrt{\frac{m}{3}};m^4-\frac{m^2}{3}+2m\right)$, $C\left(-\sqrt{\frac{m}{3}};m^4-\frac{m^2}{3}+2m\right)$.

Tam giác ABC cân tại A nên có diện tích $S_{ABC}=\frac{1}{2}.BC.d\left(A;BC\right)=\frac{1}{2}.2\sqrt{\frac{m}{3}}.\frac{m^2}{3}=\sqrt{\frac{m}{3}}.\frac{m^2}{3}$.

Theo đề bài ta có $\sqrt{\frac{m}{3}}.\frac{m^2}{3}=3\Leftrightarrow m=3$.

Câu 513: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y=x^4-2m^2x^2+m^4+1$ có ba điểm cực trị . Đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc O tạo thành 1 tứ giác nội tiếp.

A. $m=-1$. **B.** $m=\pm 1$.

C. $m=1$. **D.** Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=y=4x^3-4m^2x$

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m\neq 0$

Khi đó 3 điểm cực trị là: $A\left(0;m^4+1\right),B\left(-m;1\right),C\left(m;1\right)$

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp(nếu có) của tứ giác $ABOC$. Do tính chất đối xứng , ta có: A,O,I thẳng hàng $\Rightarrow AO$ là đường kính của đường tròn ngoại tiếp(nếu có) của tứ giác $ABOC$.

Vậy $AB\perp OB\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow m^2-m^4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=\pm 1\end{array}\right.$

Kết hợp điều kiện $m=\pm 1$ (thỏa mãn).

Câu 514: Giả sử đồ thị hàm số $y=x^4-2\left(m-1\right)x^2+m^2-m$ có ba điểm cực trị A, B, C (A nằm trên trục tung). Tìm m để diện tích tam giác IBC bằng $2\sqrt{2}$ với $I\left(2;0\right)$.

A. $m=\sqrt[3]{27}$. **B.** $m=\sqrt[3]{3}-1$. **C.** $m=\sqrt[3]{3}$. **D.** $m=\sqrt[3]{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' = 4x^3 - 4(m-1)x = 4x(x^2 - m + 1)$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m - 1 \end{array}\right.$.

Để hàm số có 3 cực trị khi và chỉ khi $m - 1 > 0 \Leftrightarrow m > 1$.

Khi đó $y' = 0$ có 3 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\sqrt{m-1} \end{array}\right.$

Gọi $A(0; m^2 - m)$, $B(-\sqrt{m-1}; m-1)$ và $C(\sqrt{m-1}; m-1)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số

Ta có phương trình đường thẳng BC là $\Delta : y - m + 1 = 0$.

$d(I, \Delta) = |m-1| = m - 1$ (vì $m > 1$).

Khi đó $S_{IBC} = \frac{1}{2} BC.d(I, \Delta) \Leftrightarrow \frac{1}{2} 2\sqrt{m-1}.(m-1) = 2\sqrt{2} \Leftrightarrow m = 3 = \sqrt[3]{27}$.

Câu 515: Để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2mx^2 + m - 1$ có ba điểm cực trị nhận gốc tọa độ O làm trực tâm thì giá trị của tham số m bằng

A. 1 **B.** $\frac{1}{2}$ **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4mx = 4x(x^2 - m)$.

Khi $m > 0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0; m-1)$, $B(-m; -m^2 + m - 1)$, $C(m; -m^2 + m - 1)$.

$\overrightarrow{AB} = (-m; -m^2)$, $\overrightarrow{OC} = (m; -m^2 + m - 1)$.

Vì hàm số đã cho là hàm trùng phương nên hiển nhiên $AO \perp BC$. Để O là trực tâm ΔABC thì $CO \perp AB \Leftrightarrow \overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OC} = 0 \Leftrightarrow -m^2 - m^2(-m^2 + m - 1) = 0 \Leftrightarrow -m^2(-m^2 + m) = 0 \Leftrightarrow m = 0$ (loại) hoặc $m = 1$ (nhận).

Câu 516: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - 2m^2x^2 + 2m$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho O, A, B, C là ba đỉnh của một hình thoi .

A. $m = 1$ **B.** $m = 2$ **C.** $m = 3$ **D.** $m = -1$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = 4x^3 - 4m^2x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm m \end{array}\right.$

Vậy với điều kiện $m \neq 0$ hàm số có 3 điểm cực trị là $A(-m; -m^4 + 2m)$, $B(0; 2m)$, $C(m; -m^4 + 2m)$.

Để O, A, B, C là ba đỉnh của một hình thoi thì

$\overrightarrow{OA} = \overrightarrow{CB} \Leftrightarrow -m^4 + 2m = m^4 \Leftrightarrow 2m(m^3 - 1) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 (l) \\ m = 1 \end{array}\right.$.

Câu 517: Cho hàm số $y = x^4 - 2mx^2 - 2m^2 + m^4$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có ba điểm cực trị A, B, C và $ABDC$ là hình thoi trong đó $D(0; -3)$, A thuộc trục tung. Khi đó m thuộc khoảng nào?

A. $m\in(2;3)$. **B.** $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$. **C.** $m\in\left(\frac{9}{5};2\right)$. **D.** $m\in\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=4x\left(x^2-m\right)\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$;

Với điều kiện $m>0$ đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là $A\left(0;m^4-2m^2\right)$; $B\left(-\sqrt{m};m^4-3m^2\right)$; $C\left(\sqrt{m};m^4-3m^2\right)$. Để $ABDC$ là hình thoi điều kiện là $BC\perp AD$ và trung điểm I của BC trùng với trung điểm J của AD. Do tính đối xứng ta luôn có $BC\perp AD$ nên chỉ cần $I\equiv J$ với $I\left(0;\ m^4-3m^2\right)$, $J\left(0;\frac{m^4-2m^2-3}{2}\right)$.

ĐK : $m^4-2m^2-3=2m^4-6m^2\Leftrightarrow m^4-4m^2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=\sqrt{3}\end{array}\right.\Leftrightarrow m\in\left(\frac{1}{2};\frac{9}{5}\right)$.

Câu 518: Tất cả giá trị của m sao cho đồ thị của hàm số $y=x^4-8m^2x^2+1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích bằng 64 là

A. $m=\sqrt[5]{2}$; $m=-\sqrt[5]{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$; $m=-\sqrt{2}$.

C. $m=2$; $m=-2$. **D.** $m=\sqrt[3]{2}$; $m=-\sqrt[3]{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có đạo hàm $y'=4x^3-16m^2x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm2m\end{array}\right.$.

Do đó với điều kiện $m\neq0$ hàm số có 3 cực trị tạo thành tam giác cân ABC với $A(0;1)$, $B\left(2m;8m^2+1\right)$ và $C\left(-2m;8m^2+1\right)$. Hai điểm này sai cô $B\left(2m;16m^4+1\right)$ và $C\left(-2m;16m^4+1\right)$.

Ta có $BC=|4m|$ và $(BC):y=16m^4+1$. Suy ra chiều cao $AH=16m^4$.

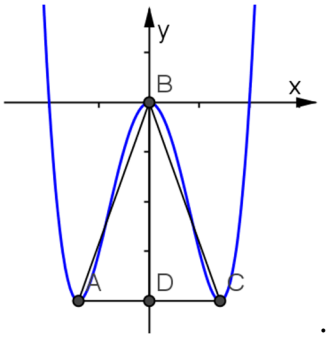
Theo đề bài thì $S_{\Delta ABC}=64\Leftrightarrow\frac{1}{2}|4m|16m^4=64\Leftrightarrow|m|^5=2\Leftrightarrow m=\pm\sqrt[5]{2}$.

Câu 519: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $0<m<1$. **B.** $m>0$. **C.** $m<1$. **D.** $0<m<\sqrt[3]{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Điều kiện để hàm số có 3 cực trị là $m>0$..

$$y' = 4x^3 - 4mx;\ y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x_1 = 0 \\ x_2 = -\sqrt{m} \\ x_3 = \sqrt{m} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} y_1 = 0 \\ y_2 = -m^2 \\ y_3 = -m^2 \end{bmatrix}.$$

Các điểm cực trị tạo thành tam giác cân có đáy bằng $2\sqrt{m}$, đường cao bằng m^2. (như hình minh họa).

Ta được $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AC.BD = \sqrt{m}.m^2$. Để tam giác có diện tích nhỏ hơn 1 thì

$\sqrt{m}.m^2 < 1 \Leftrightarrow 0 < m < 1$..

[208-BTN - 2017] Cho hàm số . Gọi là một điểm thuộc đồ thị và là tổng khoảng cách từ đến hai tiệm cận của đồ thị hàm số . Giá trị nhỏ nhất của có thể đạt được là:

A. 2.

B. 5.

C. 6.

D. 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi , ta có.

. Vậy giá trị nhỏ nhất của bằng 2.

<TRÙNG 1659>

Câu 520: Tìm tất cả các giá trị m sao cho đồ thị hàm số $y = x^4 + (m+1)x^2 - 2m - 1$ có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác có một góc bằng $120°$.

A. $m < -1$.

B. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$, $m = -1$.

C. $m = -\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

D. $m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3 + 2(m+1)x = 2x(2x^2 + m + 1)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ 2x^2 = -m - 1 \end{bmatrix}$$

Hàm số có ba điểm cực trị khi và chỉ khi $y' = 0$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow m + 1 < 0 \Leftrightarrow m < -1$.

Khi đó

$A(0; -2m - 1)$, $B\left(-\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4} - 2m - 1\right)$, $C\left(\sqrt{\frac{-m-1}{2}}; -\frac{(m+1)^2}{4} - 2m - 1\right)$, là các điểm cực trị của đồ thị.

Ta thấy $AB = AC = \sqrt{-\frac{m+1}{2} + \frac{(m+1)^4}{16}}$ nên tam giác ABC cân tại A.

Từ giả thiết suy ra $A = 120°$.

Gọi H là trung điểm BC, ta có $H\left(0; -\frac{(m+1)^2}{4} - 2m - 1\right)$

$$BH = AH \tan 60° \Leftrightarrow \frac{(m+1)^2}{4}.\sqrt{3} = \sqrt{-\frac{m+1}{2}}$$

$\Leftrightarrow \frac{3(m+1)^4}{16} = -\frac{m+1}{2} \Leftrightarrow 3(m+1)^3 = -8 \Leftrightarrow m = -1 - \frac{2}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 521: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = x^4 - 2(m+1)x^2 + m^2$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác vuông cân.

A. $m = 1; m = 0$. **B.** $m = 0 \cdot$ **C.** $m = -1; m = 0$. **D.** $m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1: Điều kiện để đồ thị hàm trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c$ có ba điểm cực trị là $ab < 0 \Leftrightarrow m > -1 \Rightarrow$ loại

B.

Khi đó ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông cân khi

$b^3 + 8a = 0 \Leftrightarrow -8(m+1)^3 + 8 = 0 \Leftrightarrow m = 0$.

Cách 2: Ta có $y' = 4x(x^2 - m - 1)$

Xét $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = m+1 \end{array}\right.$. Để đồ thị số có ba điểm cực trị thì $m > -1$ $(*)$

Tọa độ ba điểm cực trị là $A(0; m^2)$, $B(\sqrt{m+1}; -2m-1)$, $C(-\sqrt{m+1}; -2m-1)$

Gọi H là trung điểm của đoạn thẳng BC thì $H(0; -2m-1)$

Khi đó ba điểm cực trị lập thành tam giác vuông cân khi

$AH = BH \Leftrightarrow \sqrt{(m+1)^4} = \sqrt{m+1} \Leftrightarrow m = 0 : T / m(*)$.

Câu 522: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số: $y = x^4 - 2mx^2 + m$ có ba điểm cực trị . Đồng thời ba điểm cực trị đó là ba đỉnh của một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn hơn 1.

A. $m < -1$. **B.** $m > 2$.

C. $m \in (-\infty; -1) \cup (2; +\infty)$. **D.** Không tồn tại m.

Hướng dẫn giải

Chọn B

[Phương pháp tự luận]

Hàm số có 3 điểm cực trị khi $m > 0$

Ba điểm cực trị là $A(0; m), B(-\sqrt{m}; m - m^2), C(\sqrt{m}; m - m^2)$

Gọi I là trung điểm của $BC \Rightarrow I(0; m - m^2)$

$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} AI.BC = m^2\sqrt{m}$

Chu vi của ΔABC là: $2p = AB + BC + AC = 2\left(\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}\right)$

Bán kính đường tròn nội tiếp ΔABC là: $r = \frac{S_{\Delta ABC}}{p} = \frac{m^2\sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}}$

Theo bài ra: $r > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2\sqrt{m}}{\sqrt{m + m^4} + \sqrt{m}} > 1 \Leftrightarrow \frac{m^2\sqrt{m}\left(\sqrt{m + m^4} - \sqrt{m}\right)}{m^4} > 1$ (vì $m > 0$)

$\Leftrightarrow \sqrt{m}\left(\sqrt{m + m^4} - \sqrt{m}\right) > m^2 \Leftrightarrow \sqrt{m^2 + m^5} > m^2 + m \Leftrightarrow m^2 - m - 2 > 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array}\right.$

So sánh điều kiện suy ra $m > 2$ thỏa mãn.

[Phương pháp trắc nghiệm]

Sử dụng công thức $r=\dfrac{b^2}{4|a|+\sqrt{16a^2-2ab^3}}\Rightarrow r=\dfrac{4m^2}{4+\sqrt{16+16m^3}}=\dfrac{m^2}{1+\sqrt{1+m^3}}$

Theo bài ra: $r>1\Leftrightarrow\dfrac{m^2}{1+\sqrt{1+m^3}}>1\Leftrightarrow\dfrac{m^2\left(\sqrt{1+m^3}-1\right)}{m^3}>1\Leftrightarrow\sqrt{1+m^3}-1>m$

$\sqrt{1+m^3}>m+1\Leftrightarrow\Leftrightarrow\sqrt{1+m^3}>m+1\Leftrightarrow m^2-m-2>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<-1\\m>2\end{array}\right.$

So sánh điều kiện suy ra $m>2$ thỏa mãn.

Câu 523: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m^4-m$ có ba điểm cực trị đều thuộc các trục tọa độ

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$.

Xét $y'=0\Rightarrow 4x\left(x^2-m\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m\end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số đã cho có 3 điểm cực trị thì $m>0$.

Khi đó tọa độ các điểm cực trị là $A\left(0;2m^4-m\right)$, $B\left(\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right)$ và $C\left(-\sqrt{m};2m^4-m^2-m\right)$.

Ta có: $A\in Oy$. Để $B,C\in Ox$ thì $2m^4-m^2-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\2m^3-m-1=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=0\\m=1\end{array}\right.$.

Do $m>0$ nên ta được $m=1$.

Câu 524: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^4+5$ có ba điểm cực trị, đồng thời ba điểm cực trị đó cùng với gốc tọa độ O tạo thành một tứ giác nội tiếp. Tìm số phần tử của S.

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=4x^3-4m^2x$.

Hàm số có cực đại cực tiểu $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq 0$.

Gọi $A\left(0;m^4+5\right)$, $B\left(m;5\right)$, $C\left(-m;5\right)$ lần lượt là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Gọi I là tâm đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABOC$ khi đó ta có ba điểm A, I, O thẳng hàng.

Mặt khác do hai điểm B và C đối xứng nhau qua AO nên AO là đường kính của đường tròn ngoại tiếp tứ giác $ABOC\Rightarrow AB\perp OB\Leftrightarrow\overrightarrow{AB}.\overrightarrow{OB}=0$.

Trong đó $\overrightarrow{AB}=\left(m;-m^4\right)$, $\overrightarrow{OB}=\left(m;5\right)$. Ta có phương trình $m^2-5m^4=0\Leftrightarrow m=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{5}$

Câu 525: Cho hàm số $y=x^4-2\left(1-m^2\right)x^2+m+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để hàm số có cực đại, cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất .

A. $m=1$. **B.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

[Phương pháp tự luận]

$y' = 4x^3 - 4\left(1-m^2\right)x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = 1-m^2 \end{array}\right.$

Hàm số có cực đại , cực tiểu khi và chỉ khi : $|m| < 1$

Tọa độ điểm cực trị $A\left(0; m+1\right)$

$B\left(\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m\right)$

$C\left(-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m\right)$

$\overrightarrow{BC} = \left(-2\sqrt{1-m^2}; 0\right)$

Phương trình đường thẳng BC : $y + m^4 - 2m^2 - m = 0$

$d\left(A, \mathrm{BC}\right) = m^4 - 2m^2 + 1$, $BC = 2\sqrt{1-m^2}$

$\Rightarrow S_{\Delta ABC} = \dfrac{1}{2} BC.d[A, BC] = \sqrt{1-m^2}\left(m^4 - 2m^2 + 1\right) = \sqrt{\left(1-m^2\right)^5} \le 1$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

[Phương pháp trắc nghiệm]

$\overrightarrow{AB} = \left(\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1\right)$

$\overrightarrow{AC} = \left(-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 - 1\right)$

Khi đó S $= \dfrac{1}{2}\left|\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}\right| = \sqrt{1-m^2}\left(m^4 - 2m^2 + 1\right) = \sqrt{\left(1-m^2\right)^5} \le 1$

Vậy S đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow m = 0$.

Câu 526: Cho hàm số $y = x^4 - 2\left(1-m^2\right)x^2 + m + 1$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số có cực đại cực tiểu và các điểm cực trị của đồ thị hàm số lập thành tam giác có diện tích lớn nhất.

A. $m = 1$. **B.** $m = \dfrac{1}{2}$. **C.** $m = -\dfrac{1}{2}$. **D.** $m = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = 4x^3 - 4\left(1-m^2\right)x = 4x\left(x^2 - 1 + m^2\right)$.

Để hàm số có cực đại và cực tiểu thì $1 - m^2 > 0 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Với điều kiện trên thì đồ thị hàm số có các điểm cực trị là $A\left(0; m+1\right)$,

$B\left(\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m\right)$, $C\left(-\sqrt{1-m^2}; -m^4 + 2m^2 + m\right)$.

Tam giác ABC cân tại A nên có diện tích

$S_{ABC} = \dfrac{1}{2} BC.d\left(A, BC\right) = \dfrac{1}{2}.2\sqrt{1-m^2}.\left(m^4 - 2m^2 + 1\right) = \sqrt{1-m^2}.\left(1-m^2\right)^2 \le 1, \forall m \in \left(-1; 1\right)$.

Vậy diện tích tam giác ABC lớn nhất khi $m = 0$.

Câu 527: Cho hàm số $y = x^4 - 8x^2 + 10$ có đồ thị $\left(C\right)$. Gọi A, B, C là 3 điểm cực trị của đồ thị $\left(C\right)$. Tính diện tích S của tam giác ABC.

A. $S = 32$. **B.** $S = 24$. **C.** $S = 12$. **D.** $S = 64$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-16x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=10\\x=2\Rightarrow y=-6\\x=-2\Rightarrow y=-6\end{array}\right.$.

Không mất tính tổng quát giả sử $A(0;10)$, $B(2;-6)$, $C(-2;-6)$.

Tam giác ABC cân tại A. Gọi H là trung điểm của BC, khi đó $H(0;-6)$.

Diện tích tam giác ABC là $S=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{1}{2}.16.4=32$.

Câu 528: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+2$. Diện tích S của tam giác có ba đỉnh là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho có giá trị là

A. $S=3$. **B.** $S=\frac{1}{2}$. **C.** $S=1$. **D.** $S=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Ta có $y'=4x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\to y=2\\x=\pm1\to y=1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	2	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị $A(0;2)$, $B(-1;1)$, $C(1;1)$.

Nhận xét ΔABC cân tại A. Vì vậy $S=\frac{1}{2}|y_A-y_B|.|x_C-x_B|=\frac{1}{2}.1.2=1$.

Câu 529: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với $ab\neq0$. Mệnh đề nào sau đây đúng:

A. Hàm số có ba điểm cực trị khi $ab<0$.

B. Với mọi giá trị của a,b đồ thị hàm số có ba điểm cực trị là ba đỉnh của một tam giác cân.

C. Hàm số có ba điểm cực trị khi $ab>0$.

D. Hàm số có hai điểm cực tiểu và một điểm cực đại với mọi giá trị của a,b.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 530: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2$ có ba điểm cực trị tạo thành tam giác có diện tích nhỏ hơn 1.

A. $m<1$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\sqrt[3]{4}$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y=x^4-2mx^2\Rightarrow y'=4x^3-4mx$

$y'=0\Leftrightarrow4x^3-4mx=0\Leftrightarrow x=0\vee x^2=m$.

Hàm số có ba cực trị khi và chỉ khi $m>0$. Khi đó:

$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=0\Rightarrow A(0;0)\\x=-\sqrt{m}\Rightarrow y=-m^2\Rightarrow B\left(-\sqrt{m};-m^2\right)\\x=\sqrt{m}\Rightarrow y=-m^2\Rightarrow C\left(\sqrt{m};-m^2\right)\end{array}\right.$$

Diện tích tam giác $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}2\sqrt{m}.m^2<1\Leftrightarrow m<1$. So điều kiện ta được $0<m<1$.

Câu 531: Có bao nhiêu giá tri thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+m-1$ có ba điểm cực trị tạo thành một tam giác có bán kính đường tròn ngoại tiếp chúng bằng 1?

A. 3 **B.** 4 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn C.

$y'=4x^3-4mx=4x\left(x^2-m\right)$

Xét $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{m}\end{array}\right.\left(m>0\right)$

Tọa độ ba điểm cực trị: $A\left(0;m-1\right)$, $B\left(-\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$, $C\left(\sqrt{m};-m^2+m-1\right)$.

Gọi H là trung điểm của cạnh BC. Ta có $H\left(0;-m^2+m-1\right)$

$S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{AB.AC.BC}{4R}$ (do ΔABC cân tại A).

$\Leftrightarrow AB^2=2AH.R$ trong đó $\left\{\begin{array}{l}AH=m^2\\AB=\sqrt{m+m^4}\end{array}\right.$

Suy ra $m+m^4=4m^4\Leftrightarrow 3m^4=m\Leftrightarrow m=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Câu 532: Tìm tất cả các giá trị tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=x^4-2\left(m+1\right)x^2+m^2$ có ba điểm cực trị nội tiếp đường tròn bán kính bằng 1.

A. $m=1$, $m=\frac{3+\sqrt{5}}{2}$. **B.** $m=1$, $m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

C. $m=0$, $m=\frac{-3+\sqrt{5}}{2}$. **D.** $m=0$, $m=\frac{3-\sqrt{5}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=4x^3-4\left(m+1\right)x=4x\left(x^2-m-1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=m+1\end{array}\right.\left(1\right)$

Đồ thị hàm số đã cho có ba điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m>-1$.

Khi đó $\left(1\right)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=m^2\\x=\pm\sqrt{m+1}\Rightarrow y=\left(m+1\right)^2-2\left(m+1\right)^2+m^2=-2m-1\end{array}\right.$.

Như vậy $A\left(0;m^2\right)$, $B\left(\sqrt{m+1};-2m-1\right)$, $C\left(-\sqrt{m+1};-2m-1\right)$ là ba điểm cực trị của đồ thị hàm số đã cho.

Ta có $\left\{\begin{array}{l}\overrightarrow{AB}=\left(\sqrt{m+1};-m^2-2m-1\right)\\\overrightarrow{AC}=\left(-\sqrt{m+1};-m^2-2m-1\right)\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}AB=\sqrt{m+1+\left(m+1\right)^4}\\AC=\sqrt{m+1+\left(m+1\right)^4}\end{array}\right.\Rightarrow AB=AC$.

Gọi H là trung điểm của cạnh $BC\Rightarrow AH\perp BC$ và $H\left(0;-2m-1\right)$

$\Rightarrow\overrightarrow{AH}=\left(0;-m^2-2m-1\right)\Rightarrow AH=\left|-m^2-2m-1\right|=\left(m+1\right)^2$.

Ta có $S_{ABC}=\frac{1}{2}AH.BC=\frac{AB.AC.BC}{4R}\Rightarrow 2R.AH=AB.AC$.

Mà $R=1$ và $\overrightarrow{BC}=\left(-2\sqrt{m+1};0\right)\Rightarrow BC=2\sqrt{m+1}$

$\Rightarrow 2\left(m+1\right)^2=m+1+\left(m+1\right)^4\Rightarrow\left(m+1\right)^3+1=2\left(m+1\right)$

$\Rightarrow m^3+3m^2+m=0\Rightarrow m=0$, $m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{2}$ thỏa mãn.

DẠNG 15: CÂU HỎI TỔNG HỢP VỀ TÍNH ĐƠN ĐIỆU VÀ CỰC TRỊ

Câu 533: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có giá trị cực đại và cực tiểu lần lượt là y_1, y_2. Khi đó:

A. $y_1-y_2=-4$. **B.** $2y_1-y_2=6$. **C.** $2y_1-y_2=-6$. **D.** $y_1+y_2=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=-2=y_2\\x=-1\Rightarrow y=2=y_1\end{array}\right.$ (do hàm bậc ba). Vậy $2y_1-y_2=6$.

Câu 534: Cho hàm số $y=\left(x-1\right)\left(x+2\right)^2$. Trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nằm trên đường thẳng nào dưới đây?

A. $2x-y+4=0$. **B.** $2x+y-4=0$. **C.** $2x-y-4=0$. **D.** $2x+y+4=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y=x^3+3x^2-4\Rightarrow y'=3x^2+6x\Rightarrow y''=6x+6=0\Rightarrow x=-1\Rightarrow y=-2$

$\Rightarrow$ Điểm uốn $M\left(-1;-2\right)$ là trung điểm của đoạn thẳng nối hai điểm cực trị của đồ thị hàm số.

Mà $M\left(-1;-2\right)\in d:2x+y+4=0$.

Câu 535: Cho hàm số $y=x^4-2m^2x^2+m^2$ có đồ thị $\left(C\right)$. Để đồ thị $\left(C\right)$ có ba điểm cực trị A, B, C sao cho bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi (O là gốc tọa độ) thì giá trị tham số m là

A. $m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $m=\pm\sqrt{2}$. **C.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **D.** $m=-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4m^2x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=m^2\end{array}\right.$.

Điều kiện để hàm số có ba cực trị là $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m\neq0$.

Khi đó: $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm m\end{array}\right.$.

Tọa độ các điểm cực trị là $A\left(0;m^2\right)$, $B\left(m;-m^4+m^2\right)$, $C\left(m;-m^4+m^2\right)$.

Ta có $OA\perp BC$, nên bốn điểm A, B, C, O là bốn đỉnh của hình thoi điều kiện cần và đủ là OA và BC cắt nhau tại trung điểm mỗi đoạn

$\Leftrightarrow\begin{cases}x_A+x_O=x_B+x_C\\y_A+y_O=y_B+y_C\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}0=0\\m^2+0=\left(-m^4+m^2\right)+\left(-m^4+m^2\right)\end{cases}$

$\Leftrightarrow 2m^4-m^2=0\Leftrightarrow m^2=\dfrac{1}{2}\Leftrightarrow m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $m=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 536: Gọi A, B là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $f(x)=-x^3+3x-4$ và $M(x_0;0)$ là điểm trên trục hoành sao cho tam giác MAB có chu vi nhỏ nhất, đặt $T=4x_0+2015$. Trong các khẳng định dưới đây, khẳng định nào đúng ?

A. $T=2016$. **B.** $T=2018$. **C.** $T=2017$. **D.** $T=2019$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $f'(x)=-3x^2+3$.

Xét $f'(x)=0\Leftrightarrow -3x^2+3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=-2 \\ x=-1\Rightarrow y=-6 \end{array}\right.$. Đặt $A(1;-2)$ và $B(-1;-6)$.

Ta thấy hai điểm A và B nằm cùng phía với trục hoành.

Gọi $A'(1;2)$ là điểm đối xứng với điểm A qua trục hoành. Chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất khi và chỉ khi ba điểm B, M và A' thẳng hàng.

Ta có: $\overrightarrow{A'M}=(x_0-1;-2)$ và $\overrightarrow{A'B}=(-2;-8)\Rightarrow \dfrac{x_0-1}{-2}=\dfrac{-2}{-8}\Leftrightarrow x_0=\dfrac{1}{2}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

Vậy $T=4.\dfrac{1}{2}+2015=2017$.

Câu 537: Biết $M(-2;20)$, $N(1;-7)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$. Tính giá trị của hàm số tại $x=-3$.

A. $y(-3)=20$. **B.** $y(-3)=45$. **C.** $y(-3)=30$. **D.** $y(-3)=9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Vì $M(-2;20)$, $N(1;-7)$ là các điểm cực trị của đồ thị hàm số nên ta có hệ sau :

$$\left\{\begin{array}{l} 3a(-2)^2+2b(-2)+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ (-2)^3a+(-2)^2b+(-2)c+d=20 \\ a+b+c+d=-7 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 12a-4b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ -8a+4b-2c+d=20 \\ a+b+c+d=-7 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 12a-4b+c=0 \\ 3a+2b+c=0 \\ -9a+3b-3c=27 \\ a+b+c+d=-7 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} a=2 \\ b=3 \\ c=-12 \\ d=0 \end{array}\right.\Rightarrow y=2x^3+3x^2-12x.$$

Khi đó $y(-3)=2(-3)^3+3(-3)^2-12(-3)=9$.

Câu 538: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau :

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là đúng

A. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

B. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3 .
D. Hàm số có một cực tiểu và không có cực đại.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3

Câu 539: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	11	↘	4	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\left|f(x)-2m\right|$ có 5 điểm cực trị khi và chỉ khi

A. $m\in(4;11)$. **B.** $m\in\left(2;\dfrac{11}{2}\right)$. **C.** $m=3$. **D.** $m\in\left[2;\dfrac{11}{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ có hai điểm cực trị.

Để đồ thị hàm số $y=\left|f(x)-2m\right|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=2m$ tại $5-2=3$ điểm phân biệt $\Leftrightarrow 4<2m<11\Leftrightarrow 2<m<\dfrac{11}{2}$.

Câu 540: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	$-\infty$

.

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.
B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.
C. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-1;0)$.
D. Giá trị cực đại của hàm số bằng 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào Bảng biến thiên, ta thấy hàm số đạt cực tiểu tại $x_{CT}=0, y_{CT}=-1$; đạt cực đại tại $x_{CĐ}=1,\ y_{CĐ}=0$.

Câu 541: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	3	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$ là.

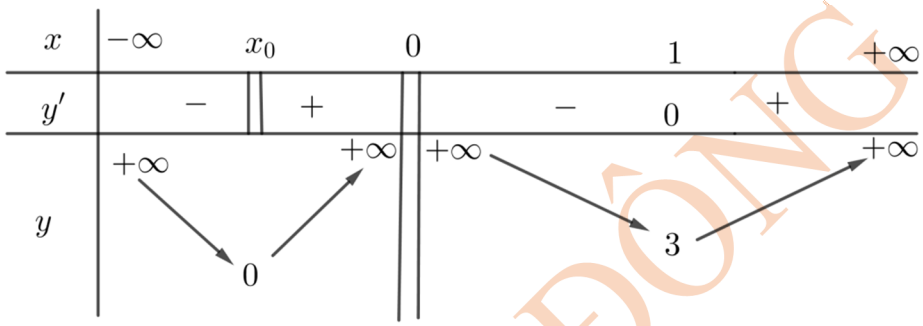
A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

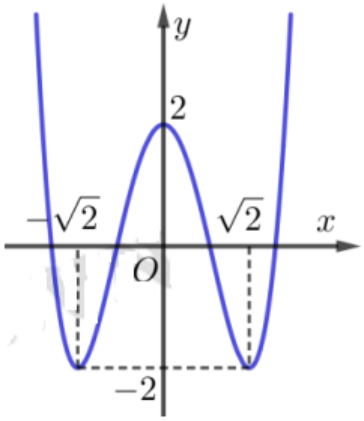
Đặt $t=2x-1$, ta có phương trình trở thành $\left|f\left(t\right)\right|=\frac{10}{3}$. Với mỗi nghiệm t thì có một nghiệm $x=\frac{t+1}{2}$ nên số nghiệm t của phương trình $\left|f\left(t\right)\right|=\frac{10}{3}$ bằng số nghiệm của $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là



Suy ra phương trình $\left|f\left(t\right)\right|=\frac{10}{3}$ có 4 nghiệm phân biệt nên phương trình $3\left|f\left(2x-1\right)\right|-10=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 542: Cho hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=3^{f(x)}+2^{f(x)}$.

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy $f'\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ nên $f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=f'\left(x\right).3^{f(x)}+f'\left(x\right).2^{f(x)}=f'\left(x\right)\left[3^{f(x)}+2^{f(x)}\right]$.

Xét $y'=0\Leftrightarrow f'\left(x\right)=0$ (do $3^{f(x)}+2^{f(x)}>0,\ \forall x\in\mathbb{R}$).

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy $f'\left(x\right)=0$ có 4 nghiệm phân biệt. Vậy $y'=0$ có 4 điểm cực trị.

Câu 543: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3$. Chọn khẳng định **sai** ?

A. Hàm số không có cực trị.

B. Hàm số có hai điểm cực trị.

C. Hàm số nghịch biến trong khoảng $(0;\ 2)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

* TXĐ : $D=\mathbb{R}$.

* Ta có : $y'=3x^2-6x \Rightarrow y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

* BBT :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Từ BBT suy ra hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 544: Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ biết $a>0$, $c>2017$ và $a+b+c<2017$. Số cực trị của hàm số $y=\left|f(x)-2017\right|$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 7. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ **xác định và liên tục trên** $D=\mathbb{R}$.

Ta có $f(0)=c>2017>0$.

$f(-1)=f(1)=a+b+c<2017$

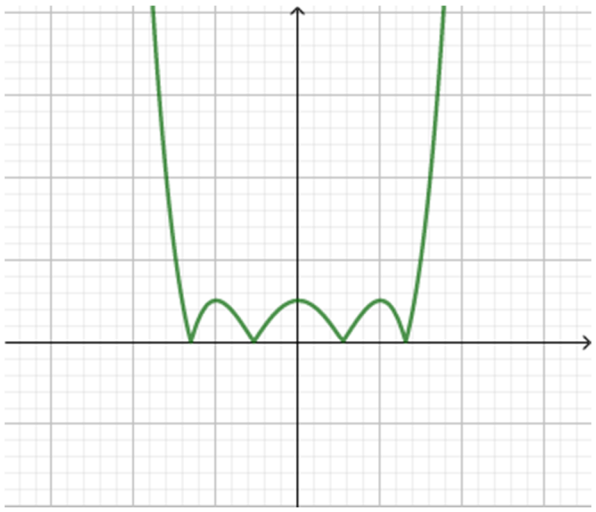
Do đó $\left[f(-1)-2017\right].\left[f(0)-2017\right]<0$ và $\left[f(1)-2017\right].\left[f(0)-2017\right]<0$

Mặt khác $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty$ nên $\exists\alpha<0$, $\beta>0$ sao cho $f(\alpha)>2017$, $f(\beta)>2017$

$\left[f(\alpha)-2017\right].\left[f(-1)-2017\right]<0$ và $\left[f(\beta)-2017\right].\left[f(1)-2017\right]<0$

Suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)-2017$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt

Đồ thị hàm số $y=\left|f(x)-2017\right|$ có dạng



Vậy **số cực trị của hàm số** $y=\left|f(x)-2017\right|$ **là** 7 .

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 545: Đường thẳng qua hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-2x^2-3$ là :

A. $y=0$. **B.** $y=-5$. **C.** $y=-3$. **D.** $x=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$y'=2x^3-4x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=-3\\x=\sqrt{2}\Rightarrow y=-5\\x=-\sqrt{2}\Rightarrow y=-5\end{array}\right.$$

Đường thẳng qua hai điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-2x^2-3$ là: $y=-5$.

Câu 546: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Xét hàm số $y=g(x)=f(x^2)$ trên $\mathbb{R}$. Trong các phát biểu sau:

I. Hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$.

II. Hàm số $y=g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$.

III. Hàm số $y=g(x)$ có 5 điểm cực trị.

IV. $\min\limits_{x\in\mathbb{R}}g(x)=f(9)$.

Số phát biểu đúng là

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $g'(x)=2xf'(x^2)=2x.x^4(x^2-9)(x^2-4)^2$.

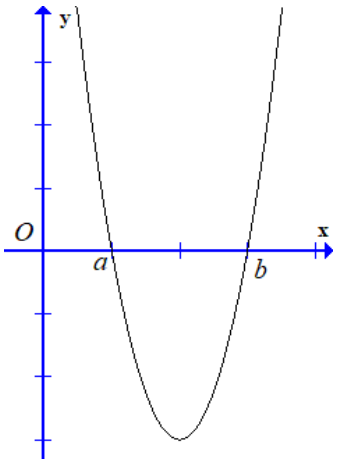
Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)$:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
g'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
g	$+\infty$	$\searrow$	$f(9)$	$\nearrow$	$f(0)$	$\searrow$	$f(9)$	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra hàm số $y=g(x)$ đồng biến trên khoảng $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$, đạt giá trị nhỏ nhất bằng $f(9)$ tại $x=\pm3$ và có 3 điểm cực trị. Tức là các phát biểu I, II, IV là đúng còn phát biểu III sai. Do đó chọn đáp án

C.

Câu 547: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị của hàm đạo hàm $f'(x)$ như hình vẽ. Tìm m để hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có đúng ba điểm cực trị. Biết rằng $f(b)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$.



A. $m<\frac{1}{4}$. **B.** $m>0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m\ge\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$

x	$-\infty$		a		b		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗		↘		↗	$+\infty$
					0		

Xét hàm số $h(x)=f^2(x)+f(x)+m$.

Ta có $h'(x)=2f(x).f'(x)+f'(x)$;

$$h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f'(x)=0 \\ f(x)=-\frac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=a;x=b \\ x=c<a\end{array}\right.$$

Ta có bảng biến thiên của hàm số $h(x)=f^2(x)+f(x)+m$:

x	$-\infty$		c		a		b		$+\infty$
$h'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$h(x)$	$+\infty$	↘	$m-\frac{1}{4}$	↗		↘	m	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $g(x)=\left|f^2(x)+f(x)+m\right|$ có đúng ba điểm cực trị khi và chỉ khi $m-\frac{1}{4}\ge 0\Leftrightarrow m\ge\frac{1}{4}$

Câu 548: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-16	$\nearrow$	0	$\searrow$	-16	$\nearrow$	$+\infty$

.

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai**?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -16.

B. Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị.

C. Đồ thị của hàm số có hai tâm đối xứng.

D. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-2;0)$ và $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị của hàm số có hai tâm đối xứng là sai.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

GIÁ TRỊ LỚN NHẤT - GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT

1. Định nghĩa.

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên tập D.

- Số M gọi là ***giá trị lớn nhất*** của hàm số $y=f(x)$ trên D nếu: $\begin{cases} f(x)\le M, \forall x\in D \\ \exists x_0\in D, f(x_0)=M \end{cases}$. Kí hiệu: $M=\max\limits_{x\in D} f(x)$.
- Số m gọi là ***giá trị nhỏ nhất*** của hàm số $y=f(x)$ trên D nếu: $\begin{cases} f(x)\ge m, \forall x\in D \\ \exists x_0\in D, f(x_0)=m \end{cases}$. Kí hiệu: $m=\min\limits_{x\in D} f(x)$.

2. Phương pháp tìm GTLN,GTNN

2.1. Tìm GTLN, GTNN của hàm số bằng cách khảo sát trực tiếp

- *Bước 1:* Tính $f'(x)$ và tìm các điểm $x_1,x_2,...,x_n\in D$ mà tại đó $f'(x)=0$ hoặc hàm số không có đạo hàm.
- *Bước 2:* Lập bảng biến thiên và từ đó suy ra giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số.

2.2. Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một đoạn

- *Bước 1:*
  - Hàm số đã cho $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a;b]$.
  - Tìm các điểm $x_1,x_2,...,x_n$ trên khoảng $(a;b)$, tại đó $f'(x)=0$ hoặc $f'(x)$ không xác định.
- *Bước 2:* Tính $f(a), f(x_1), f(x_2),..., f(x_n), f(b)$.
- *Bước 3:* Khi đó:
  - $\max\limits_{[a,b]} f(x)=\max\{f(x_1), f(x_2),..., f(x_n), f(a), f(b)\}$.
  - $\min\limits_{[a,b]} f(x)=\min\{f(x_1), f(x_2),..., f(x_n), f(a), f(b)\}$.

2.3. Tìm GTLN, GTNN của hàm số trên một khoảng

- *Bước 1:* Tính đạo hàm $f'(x)$.
- *Bước 2:* Tìm tất cả các nghiệm $x_i\in(a;b)$ của phương trình $f'(x)=0$ và tất cả các điểm $\alpha_i\in(a;b)$ làm cho $f'(x)$ không xác định.
- *Bước 3.* Tính $A=\lim\limits_{x\to a^+} f(x)$, $B=\lim\limits_{x\to b^-} f(x)$, $f(x_i)$, $f(\alpha_i)$.
- *Bước 4.* So sánh các giá trị tính được và kết luận $M=\max\limits_{(a;b)} f(x)$, $m=\min\limits_{(a;b)} f(x)$.

Nếu giá trị lớn nhất (nhỏ nhất) là A hoặc B thì ta kết luận không có giá trị lớn nhất (nhỏ nhất).

Chú ý:

- Nếu $y=f(x)$ đồng biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases} \min\limits_{[a;b]} f(x)=f(a) \\ \max\limits_{[a;b]} f(x)=f(b) \end{cases}$.
- Nếu $y=f(x)$ nghịch biến trên $[a;b]$ thì $\begin{cases} \min\limits_{[a;b]} f(x)=f(b) \\ \max\limits_{[a;b]} f(x)=f(a) \end{cases}$.
- Hàm số liên tục trên một khoảng ***có thể*** không có giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất trên khoảng đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: MAX-MIN BIẾT ĐỒ THỊ, BBT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

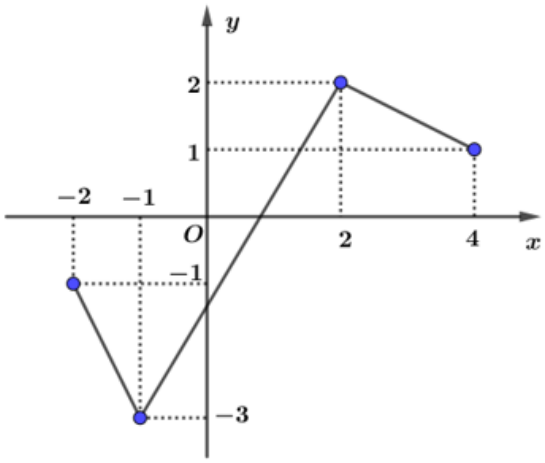
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$ **B.** $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$

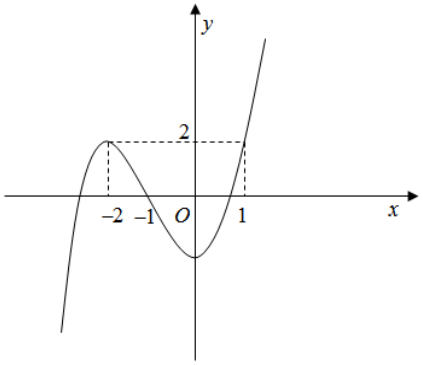
C. $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$ **D.** $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;\ 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max\limits_{[-2;\ 4]}|f(x)|$.



A. 1. **B.** $|f(0)|$. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với a, b, c, d là các số thực và $a\neq 0$ (có đồ thị như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai** ?



A. $y'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$

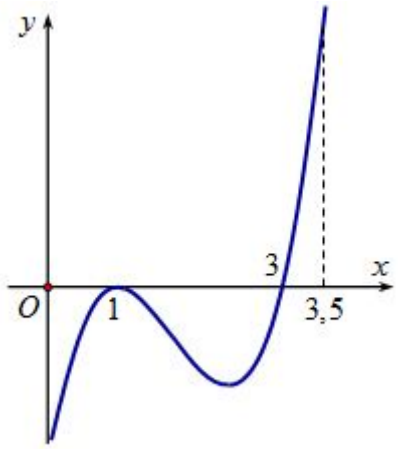
B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-2$

C. $y'<0,\forall x\in(-2;0)$

D. Đồ thị có đúng hai điểm cực trị

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;\ \dfrac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hỏi hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\ \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

A. $x_0=2$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=3$.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+5$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $m=-22$. **B.** $m=-17$. **C.** $m=-6$. **D.** $m=3$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y=f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x)=2f(x)-(x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

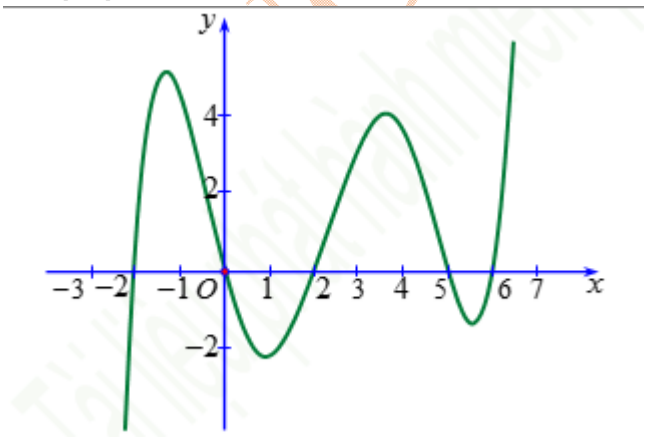
A. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[-3;3]$.

B. $\min\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$.

C. $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(1)$.

D. $\max\limits_{[-3;3]} g(x)=g(3)$.

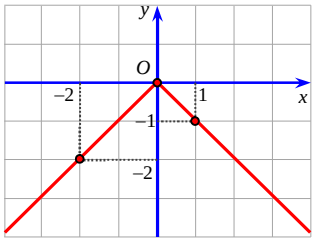
Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M=\max\limits_{[-2;6]} f(x)$, $m=\min\limits_{[-2;6]} f(x)$, $T=M+m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $T=f(5)+f(-2)$. **B.** $T=f(5)+f(6)$.

C. $T=f(0)+f(2)$. **D.** $T=f(0)+f(-2)$.

Câu 8: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

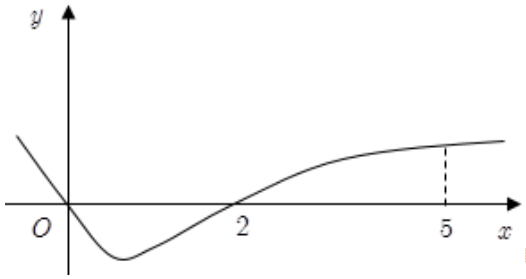
A. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(0)$.

B. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(1)$.

C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0)+f(3)=f(2)+f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là



A. $f(0), f(5)$. **B.** $f(1), f(5)$. **C.** $f(2), f(5)$. **D.** $f(2), f(0)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	5	↘	-2	↗	4	↘	-1

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(-4;4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4;4)$ như bên. Phát biểu nào sau đây đúng?

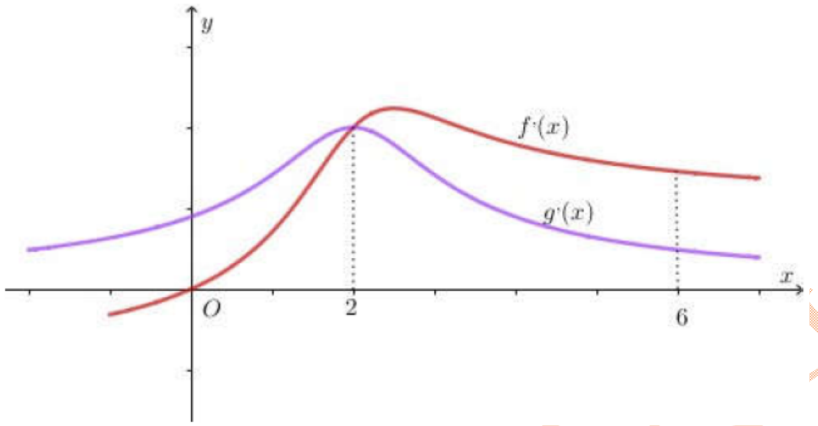
x	-4		-2		0		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-10	↗	0	↘	-4	↗	10

A. $\max\limits_{(-4;4)} y = 10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y = -10$.

B. Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

C. $\max\limits_{(-4;4)} y = 0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y = -4$. **D.** $\min\limits_{(-4;4)} y = -4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y = 10$.

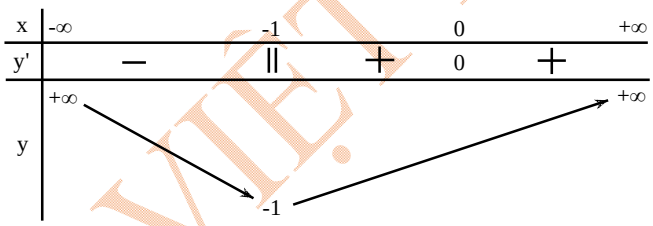
Câu 12: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0) - f(6) < g(0) - g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[0;6]$ lần lượt là:

A. $h(2), h(0)$. **B.** $h(2), h(6)$. **C.** $h(0), h(2)$. **D.** $h(6), h(2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.

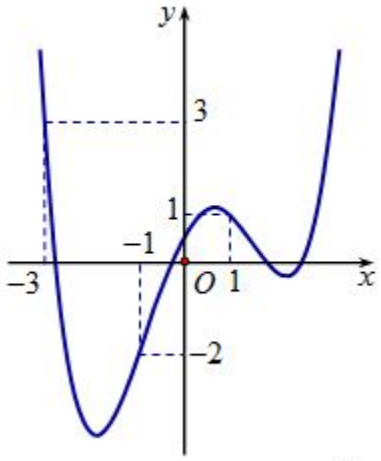


Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng hai cực trị. **B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -1.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0. **D.** Hàm số không xác định tại $x = -1$.

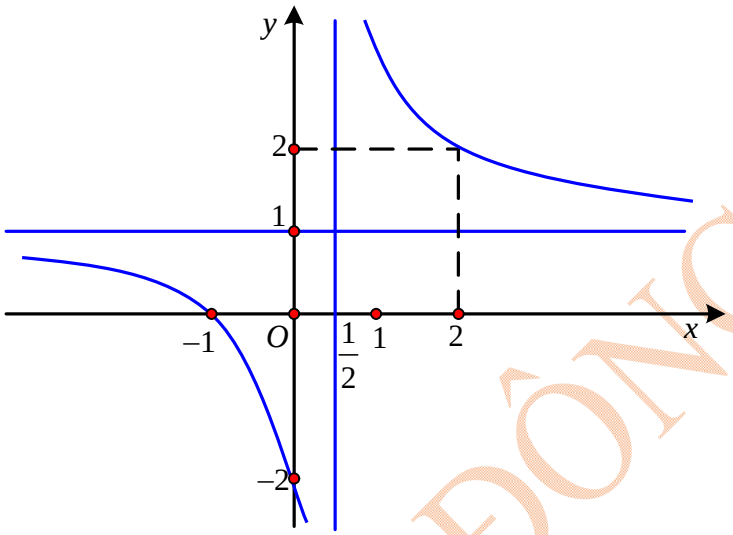
Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$ **B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = \dfrac{g(-3) + g(1)}{2}$

C. $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. **D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(1)$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\max\limits_{[3;4]} f(x) = f(4)$. **B.** $\max\limits_{[1;2]} f(x) = 2$.

C. $\max\limits_{[-2;1]} f(x) = 0$. **D.** $\max\limits_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	3	↗	4	↘	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai?**

A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 3$. **B.** Cực tiểu của hàm số là 3.

C. $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. **D.** Cực đại của hàm số là 4.

DẠNG 2: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC TRÊN ĐOẠN [a,b]

Câu 17: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \frac{13}{27}$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$.

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1;3]$.

A. 9. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 0.

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$. Kí hiệu $M = \max\limits_{x\in[0;2]} f(x)$, $m = \min\limits_{x\in[0;2]} f(x)$. Khi đó $M - m$ bằng.

A. 9. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 7.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 20: Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên $[-4;0]$ lần lượt là M và m. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{28}{3}$. **C.** -4. **D.** $-\frac{4}{3}$.

Câu 21: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Chọn phương án đúng trong các phương án sau?

A. $\max\limits_{[0;2]} y=3,\ \min\limits_{[0;2]} y=2$. **B.** $\max\limits_{[0;2]} y=11,\ \min\limits_{[0;2]} y=3$.

C. $\max\limits_{[0;2]} y=11,\ \min\limits_{[0;2]} y=2$. **D.** $\max\limits_{[0;2]} y=2,\ \min\limits_{[0;2]} y=0$.

Câu 22: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{1-x^2}+3\sqrt[3]{\left(1-x^2\right)^2}$. Hỏi điểm $A(M;m)$ thuộc đường tròn nào sau đây?

A. $x^2+(y-1)^2=1$. **B.** $(x-3)^2+(y+1)^2=20$

C. $(x-3)^2+(y-1)^2=2$. **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=1$.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2-5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. -50. **B.** -1. **C.** -197. **D.** -5.

Câu 24: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

A. 18. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 20.

Câu 25: Gọi M, N lần lượt là GTLN, TNNN của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ trên $[1;2]$. Khi đó tổng $M+N$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 0.

Câu 26: Tìm GTLN của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

A. -2. **B.** 2. **C.** 20. **D.** 18.

Câu 27: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^3-3x^2-9x+10$ trên $[-2;2]$.

A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=5$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=17$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=-15$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=15$.

Câu 28: Gọi P là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+5$ trên đoạn $[-2;2]$. Vậy giá trị của P là

A. $P=10$. **B.** $P=3$. **C.** $P=-17$.. **D.** $P=-22$.

Câu 29: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên đoạn $[-4;0]$ lần lượt là M và m. Giá trị của tổng $M+m$ bằng bao nhiêu?

A. $M+m=-\frac{28}{3}$. **B.** $M+m=\frac{4}{3}$. **C.** $M+m=-4$. **D.** $M+m=-\frac{4}{3}$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2+2x+3$ trên khoảng $[0;3]$ là:

A. 2. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 3.

Câu 31: Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+1$ trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó tổng $M+m$ có giá trị là một số thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(59;61)$. **B.** $(39;42)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(3;5)$.

Câu 32: Gọi m là giá trị để hàm số $y=\frac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;3]$ bằng -2. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|m|<5$. **B.** $|m|=5$. **C.** $3<m<5$. **D.** $m^2\neq 16$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 33: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0,2]$

A. $M=5,m=2$. **B.** $M=11,m=3$. **C.** $M=11,m=2$. **D.** $M=3,m=2$.

Câu 34: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 2 **B.** $\dfrac{3}{8}$ **C.** $\dfrac{7}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Câu 35: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$. Khi đó tổng $m+M$ bằng bao nhiêu?

A. 55. **B.** 48. **C.** 11. **D.** -1.

Câu 36: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1$ trên đoạn $[0;2018]$ là:

A. 1. **B.** -5. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{5}{3}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+m^2x-2m^2+2m-9,m$ là tham số. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ không vượt quá 3. Tìm m?

A. $S=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **B.** $S=(-3;1)$.

C. $S=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=[-3;1]$.

Câu 38: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+x^2+2x+3$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là.

A. 1 và 19. **B.** 1 và 17. **C.** -1 và 19. **D.** -1 và 17.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2. **B.** Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Câu 40: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-2x^2-15$ trên đoạn $[-3;2]$.

A. $\max\limits_{[-3;2]} y=54$. **B.** $\max\limits_{[-3;2]} y=7$. **C.** $\max\limits_{[-3;2]} y=48$. **D.** $\max\limits_{[-3;2]} y=16$.

Câu 41: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định?

A. $y=x^3-9x^2+16$. **B.** $y=\dfrac{1}{4}x^4-3x^2+1$.

C. $y=\dfrac{x-9}{2x+1}$. **D.** $y=-x^2+2$.

Câu 42: Cho hàm số $y=ax^3+cx+d\ (a\neq 0)$ có $\min\limits_{(-\infty;0)} f(x)=f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $d-16a$. **B.** $d-11a$. **C.** $2a+d$. **D.** $8a+d$.

Câu 43: Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=|x^2-2x+m|$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 5.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 44: Cho hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;2]$ lần lượt là M và m. Khi đó $S=m+M$ có giá trị là

A. $S=\dfrac{3}{5}$. **B.** $S=\dfrac{14}{3}$. **C.** $S=4$. **D.** $S=-\dfrac{14}{3}$.

Câu 45: Tìm giá trị m nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-7x^2+11x-2$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $m=0$. **B.** $m=3$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=11$.

Câu 46: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x(3-2x)^2$ trên $\left[\dfrac{1}{4};1\right]$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 47: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-12x+1$ trên đoạn $[-2;\ 3]$ lần lượt là :

A. $10;-26$. **B.** $6;-26$. **C.** $-15\ ;\ 17$. **D.** $17;-15$.

Câu 48: Gọi *M*, *N* lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số: $y=x^3-3x^2+1$ trên $[1;2]$. Khi đó tổng *M* + *N* bằng:

A. 0. **B.** -2. **C.** 2 . **D.** -4.

Câu 49: Tìm các giá trị nguyên dương $n\geq 2$ để hàm số $y=(2-x)^n+(2+x)^n$ với $x\in[-2;\ 2]$ có giá trị lớn nhất gấp 8 lần giá trị nhỏ nhất.

A. $n=5$. **B.** $n=6$. **C.** $n=2$. **D.** $n=4$.

Câu 50: Gọi m và M lần lượt là các giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\mathrm{e}^{2-3x}$ trên đoạn $[0;2]$. Mối liên hệ giữa M và m là

A. $M-m=e$. **B.** $m+M=1$. **C.** $m.M=\dfrac{1}{\mathrm{e}^2}$. **D.** $\dfrac{M}{m}=\mathrm{e}^2$.

Câu 51: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là

A. $-\dfrac{1}{3}$ và -1. **B.** $\dfrac{3}{4}$ và $\dfrac{1}{2}$. **C.** 0 và -1. **D.** 3 và -1.

Câu 52: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y=x^5-5x^4+5x^3+1$ trên $[-1;2]$?

A. $\min\limits_{x\in[1;2]} y=-7,\ \max\limits_{x\in[1;2]} y=1$. **B.** $\min\limits_{x\in[1;2]} y=-10,\ \max\limits_{x\in[1;2]} y=2$.

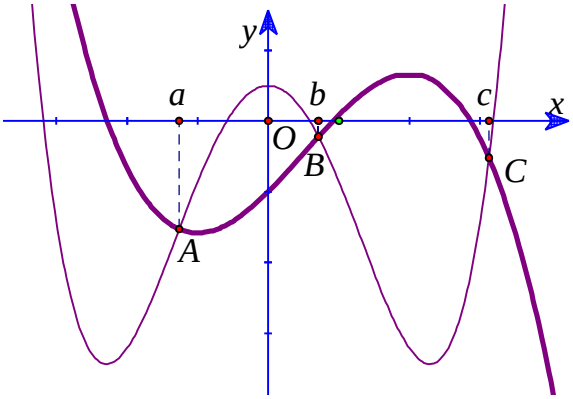
C. $\min\limits_{x\in[1;2]} y=-2,\ \max\limits_{x\in[1;2]} y=10$. **D.** $\min\limits_{x\in[1;2]} y=-10,\ \max\limits_{x\in[1;2]} y=-2$.

Câu 53: Gọi giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=x^4+2x^2-1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là *M* và *m*. Khi đó, giá trị của $M.m$ là:

A. -23. **B.** Một số lớn hơn 46

C. -2 . **D.** 46.

Câu 54: đường cong nét đậm và $y=g'(x)$ là đường cong nét mảnh như hình vẽ. Gọi ba giao điểm A,B,C của $y=f'(x)$ và $y=g'(x)$ trên hình vẽ lần lượt có hoành độ a,b,c. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-g(x)$ trên đoạn $[a;c]$?



A. $\min\limits_{[a;c]} h(x)=h(a)$. **B.** $\min\limits_{[a;c]} h(x)=h(b)$. **C.** $\min\limits_{[a;c]} h(x)=h(c)$. **D.** $\min\limits_{[a;c]} h(x)=h(0)$.

Câu 55: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho $\max\limits_{[-2;1]}\left(x^4-6mx^2+m^2\right)=16$. Số phần tử của S là ?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 56: Hàm số $y=\left(4-x^2\right)^2+1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. 12. **B.** 14. **C.** 17. **D.** 10.

Câu 57: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$ lần lượt là M, m. Tính $S=M+m$.

A. $S=6$. **B.** $S=4$. **C.** $S=7$. **D.** $S=3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

MAX – MIN CỦA HÀM SỐ

DẠNG 1: MAX-MIN BIẾT ĐỒ THỊ, BBT

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng xét dấu đạo hàm như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	0	$+$	0	$-$	

Mệnh đề nào sau đây đúng

A. $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$ **B.** $\max\limits_{(-1;1]} f(x)=f(0)$

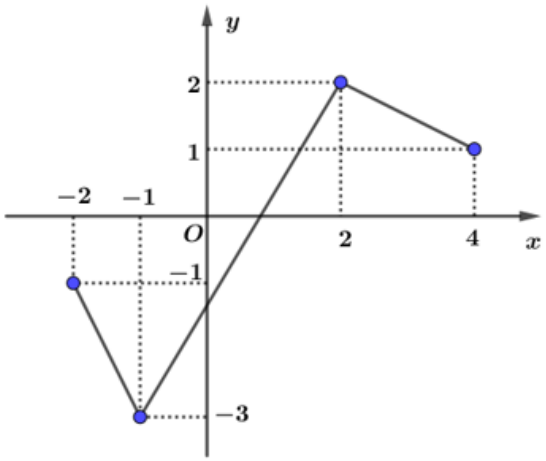
C. $\min\limits_{(-\infty;-1)} f(x)=f(-1)$ **D.** $\min\limits_{(-1;+\infty)} f(x)=f(0)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng xét dấu của đạo hàm ta có trong khoảng $(0;+\infty)$ hàm số có duy nhất một điểm cực trị và điểm đó là điểm cực đại của đồ thị hàm số. Vậy trong khoảng $(0;+\infty)$ hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ hay $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x)=f(1)$.

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;\ 4]$ như hình vẽ bên. Tìm $\max\limits_{[-2;\ 4]}|f(x)|$.



A. 1. **B.** $|f(0)|$. **C.** 2. **D.** 3.

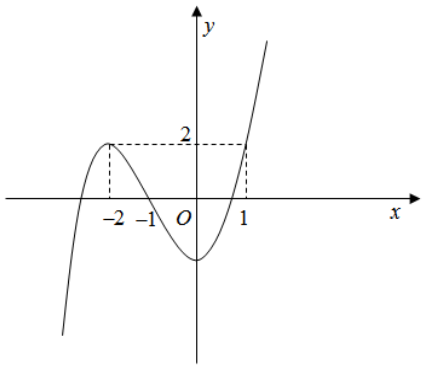
Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có: $\max\limits_{[-2;\ 4]} f(x)=2$ khi $x=2$ và $\min\limits_{[-2;\ 4]} f(x)=-3$ khi $x=-1$.

Vậy $\max\limits_{[-2;\ 4]}|f(x)|=3$ khi $x=-1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, với a, b, c, d là các số thực và $a\neq 0$ (có đồ thị như hình vẽ). Khẳng định nào sau đây **sai** ?



A. $y'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=0 \end{array}\right.$

B. Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại điểm $x=-2$

C. $y'<0, \forall x \in (-2;0)$

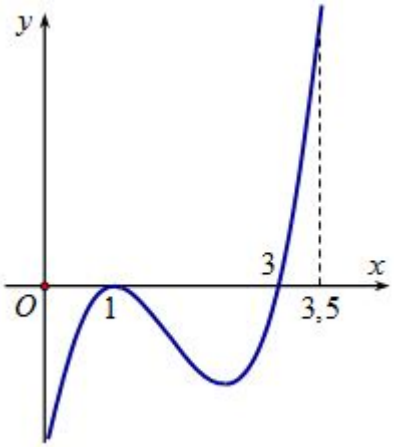
D. Đồ thị có đúng hai điểm cực trị

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 4: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[0;\ \frac{7}{2}\right]$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ.



Hỏi hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất trên đoạn $\left[0;\ \frac{7}{2}\right]$ tại điểm x_0 nào dưới đây?

A. $x_0=2$. **B.** $x_0=1$. **C.** $x_0=0$. **D.** $x_0=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$, ta có bảng biến thiên:

x	0		1		3		3,5
y'		−	0	−	0	+	
y		↘		↘		↗	

Suy ra $\min\limits_{\left[0;\frac{7}{2}\right]} y = f(3)$. Vậy $x_0 = 3$.

Câu 5: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $m = -22$. **B.** $m = -17$. **C.** $m = -6$. **D.** $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2;2]$

$y' = 3x^2 - 6x - 9$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \in [-2;2] \\ x = 3 \notin [-2;2] \end{array}\right.$

Tính $y(-2) = 3;\ y(2) = -17; y(-1) = 10$.

Vậy $m = \min\limits_{[-2;2]} y = -17$.

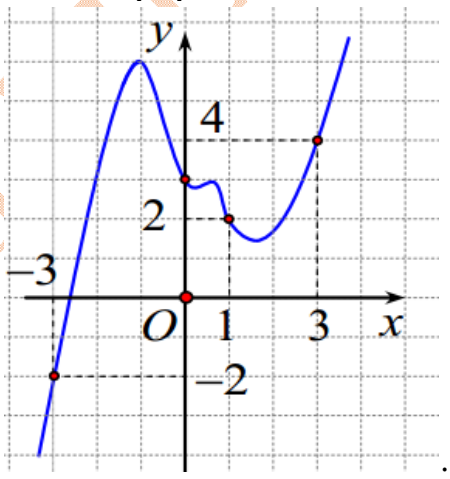
Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị $y = f'(x)$ cho như hình dưới đây. Đặt $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng.

A. Không tồn tại giá trị nhỏ nhất của $g(x)$ trên đoạn $[-3;3]$.

B. $\min\limits_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

C. $\max\limits_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

D. $\max\limits_{[-3;3]} g(x) = g(3)$.



Hướng dẫn giải

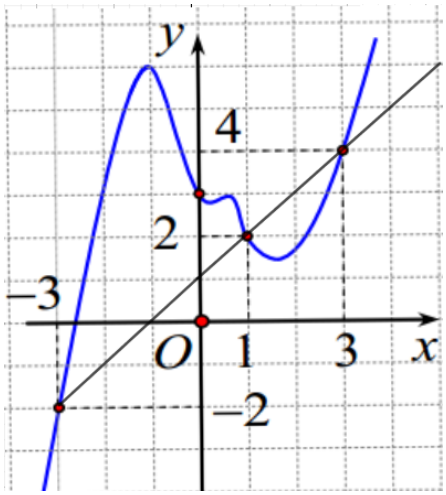
Chọn C

Ta có $g(x) = 2f(x) - (x+1)^2$

$\Rightarrow g'(x) = 2f'(x) - (2x+2) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = x+1$. Quan sát trên đồ thị ta có hoành độ giao điểm của $f'(x)$ và $y = x+1$ trên khoảng $(-3;3)$ là $x = 1$.

Vậy ta so sánh các giá trị $g(-3)$, $g(1)$, $g(3)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét $\int_{-3}^{1} g'(x)\mathrm{d}x = 2\int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x > 0$

$\Leftrightarrow g(1)-g(-3)>0 \Leftrightarrow g(1)>g(-3)$.

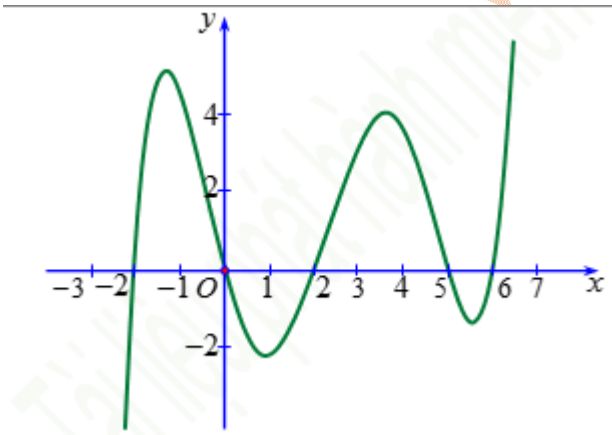
Tương tự xét $\int_{1}^{3} g'(x)\mathrm{d}x = 2\int_{1}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x < 0 \Leftrightarrow g(3)-g(1)<0 \Leftrightarrow g(3)<g(1)$.

Xét $\int_{-3}^{3} g'(x)\mathrm{d}x = 2\int_{-3}^{1}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x + 2\int_{1}^{3}\left[f'(x)-(x+1)\right]\mathrm{d}x > 0$

$\Leftrightarrow g(3)-g(-3)>0 \Leftrightarrow g(3)>g(-3)$. Vậy ta có $g(1)>g(3)>g(-3)$.

Vậy $\max\limits_{[-3;3]} g(x) = g(1)$.

Câu 7: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Đặt $M=\max\limits_{[-2;6]} f(x)$, $m=\min\limits_{[-2;6]} f(x)$, $T=M+m$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $T=f(5)+f(-2)$.

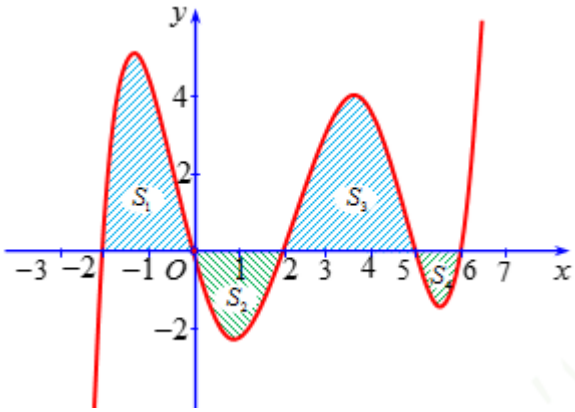
B. $T=f(5)+f(6)$.

C. $T=f(0)+f(2)$.

D. $T=f(0)+f(-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi S_1, S_2, S_3, S_4 lần lượt là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ với và trục hoành.

Quan sát hình vẽ, ta có

◈ $\int_{-2}^{0} f'(x)\mathrm{d}x > \int_{0}^{2} -f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(x)\big|_{-2}^{0} > f(x)\big|_{2}^{0}$

$\Leftrightarrow f(0)-f(-2) > f(0)-f(2) \Leftrightarrow f(-2) < f(2)$

◈ $\int_{0}^{2} -f'(x)\mathrm{d}x < \int_{2}^{5} f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(x)\big|_{2}^{0} < f(x)\big|_{2}^{5}$

$\Leftrightarrow f(0)-f(2) < f(5)-f(2)$ 0

◈ $\int_{2}^{5} f'(x)\mathrm{d}x > \int_{5}^{6} -f'(x)\mathrm{d}x \Leftrightarrow f(x)\big|_{2}^{5} > f(x)\big|_{6}^{5}$

$\Leftrightarrow f(5)-f(2) > f(5)-f(6) \Leftrightarrow f(2) < f(6)$

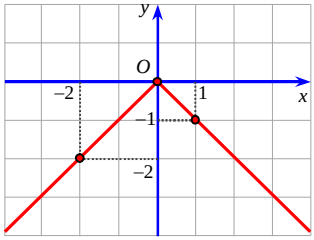
Ta có bảng biến thiên

x	-2		0		2		5		6
$f'(x)$	0	+	0	−	0	+	0	−	0
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘	$f(2)$	↗	$f(5)$	↘	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $M=\max\limits_{[-2;6]} f(x)=f(5)$ và $x=0$

Khi đó $T=f(5)+f(-2)$.

Câu 8: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(0)$.

B. Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt là $f(-2)$, $f(1)$.

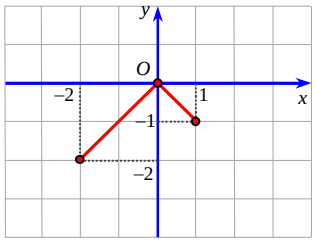
C. Hàm số không có cực trị.

D. Hàm số nhận giá trị âm với mọi $x \in \mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$,

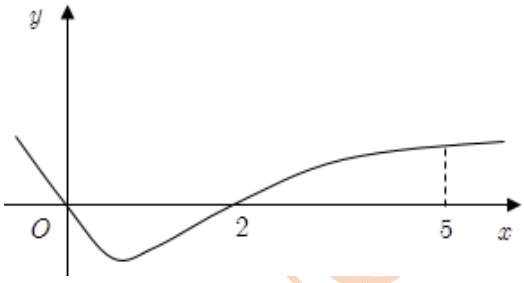


ta có bảng biến thiên

x	-2		0		1
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(0)$	↘	$f(1)$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $\max\limits_{[-2;1]} f(x) = f(0)$; $\min\limits_{[-2;1]} f(x) = f(-2)$.

Câu 9: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$. Đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ được cho như hình vẽ bên. Biết rằng $f(0) + f(3) = f(2) + f(5)$. Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của $f(x)$ trên đoạn $[0;5]$ lần lượt là



A. $f(0), f(5)$. **B.** $f(1), f(5)$. **C.** $f(2), f(5)$. **D.** $f(2), f(0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

x	0		2		5
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	CT	↗	

Từ đồ thị $y = f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$.

Suy ra $\min\limits_{[0;5]} f(x) = f(2)$.

Từ giả thiết, ta có.

$f(0) + f(3) = f(2) + f(5) \Leftrightarrow f(5) - f(3) = f(0) - f(2)$.

Hàm số $f(x)$ đồng biến trên $[2;5]$.

$\Rightarrow f(3) > f(2) \Rightarrow f(5) - f(2) > f(5) - f(3)$.

$= f(0) - f(2) \Leftrightarrow f(5) > f(0)$. Suy ra $\max\limits_{[0;5]} f(x) = f(5)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		2		$+\infty$
y'		$-$	||	$+$	0	$-$	
y	5	↘	-2	↗	4	↘	-1

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có hai điểm cực trị.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

C. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng -2.

D. Hàm số không có giá trị lớn nhất và có giá trị nhỏ nhất bằng -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số không có giá trị lớn nhất do: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 5$ và có giá trị nhỏ nhất bằng -2 tại $x = -1$.

Hàm số có hai điểm cực trị là $x = -1$ và $x = 2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 5$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = -1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là $y = 5$ và $y = -1$.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $(-4;4)$ và có bảng biến thiên trên $(-4;4)$ như bên. Phát biểu nào sau đây đúng?

x	-4		-2		0		4
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	-10	↗	0	↘	-4	↗	10

A. $\max\limits_{(-4;4)} y = 10$ và $\min\limits_{(-4;4)} y = -10$.

B. Hàm số không có GTLN, GTNN trên $(-4;4)$.

C. $\max\limits_{(-4;4)} y = 0$ và $\min\limits_{(-4;4)} y = -4$.

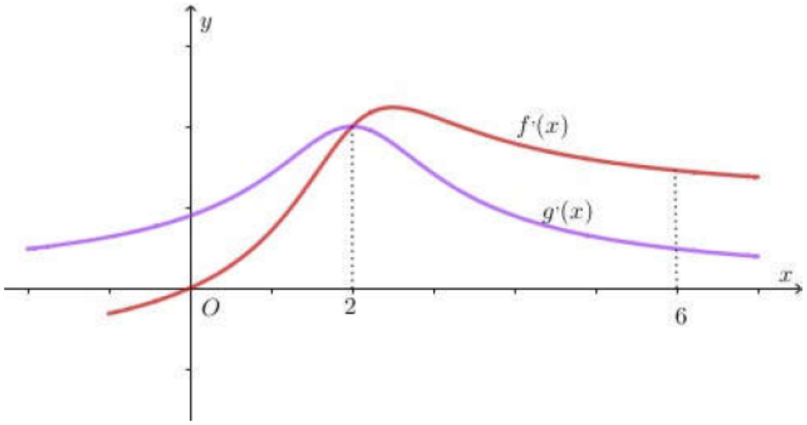
D. $\min\limits_{(-4;4)} y = -4$ và $\max\limits_{(-4;4)} y = 10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên. Ta thấy không tồn tại GTLN, GTNN trên $(-4;4)$

Câu 12: Cho hai hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$, $g'(x)$. Đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và $g'(x)$ được cho như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $f(0)-f(6)<g(0)-g(6)$. Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x)=f(x)-g(x)$ trên đoạn $[0;6]$ lần lượt là:

A. $h(2), h(0)$. **B.** $h(2), h(6)$. **C.** $h(0), h(2)$. **D.** $h(6), h(2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $h'(x)=f'(x)-g'(x)$.

$h'(x)=0 \Leftrightarrow x=2$

Từ đồ thị ta có bảng biến thiên:

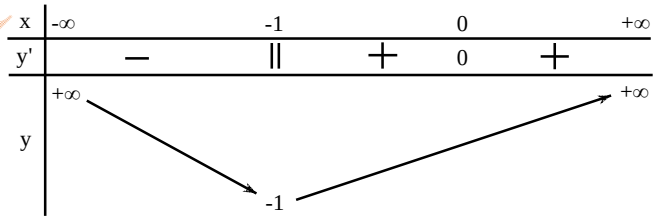
x	0		2		6
$h'(x)$		$-$	0	$+$	
$h(x)$	$h(0)$	↘	$h(2)$	↗	$h(6)$

Và $f(0)-f(6)<g(0)-g(6) \Leftrightarrow f(0)-g(0)<f(6)-g(6)$.

Hay $h(0)<h(6)$.

Vậy $\max\limits_{[0;6]} h(x)=h(6)$; $\min\limits_{[0;6]} h(x)=h(2)$.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có đúng hai cực trị. **B.** Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng –1.

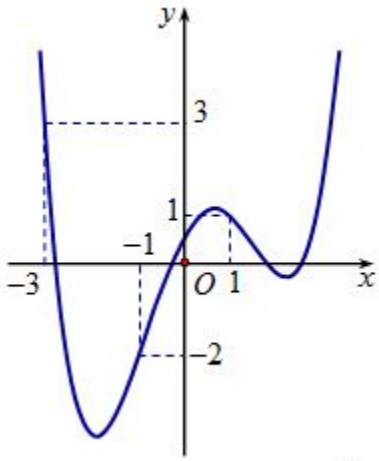
C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 0. **D.** Hàm số không xác định tại $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhìn BBT ta thấy $y=-1$ là giá trị nhỏ nhất của hàm số.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ. Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2018$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-3)$ **B.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = \dfrac{g(-3)+g(1)}{2}$

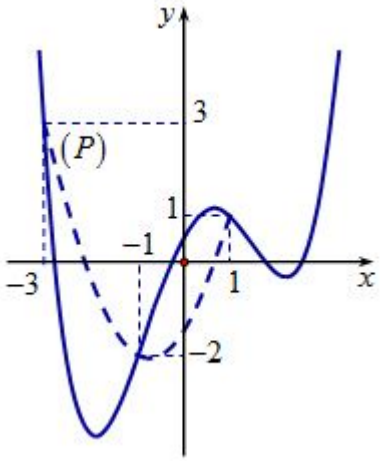
C. $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$. **D.** $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(1)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $g(x) = f(x) - \dfrac{1}{3}x^3 - \dfrac{3}{4}x^2 + \dfrac{3}{2}x + 2018 \Rightarrow g'(x) = f'(x) - x^2 - \dfrac{3}{2}x + \dfrac{3}{2}$

Căn cứ vào đồ thị $y = f'(x)$, ta có: $\begin{cases} f'(-1) = -2 \\ f'(1) = 1 \\ f'(-3) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1) = 0 \\ g'(1) = 0 \\ g'(-3) = 0 \end{cases}$



Ngoài ra, vẽ đồ thị (P) của hàm số $y = x^2 + \dfrac{3}{2}x - \dfrac{3}{2}$ trên cùng hệ trục tọa độ như hình vẽ bên , ta thấy (P) đi qua các điểm $(-3;3)$, $(-1;-2)$, $(1;1)$ với đỉnh $I\left(-\dfrac{3}{4};-\dfrac{33}{16}\right)$. Rõ ràng

oTrên khoảng $(-1;1)$ thì $f'(x) > x^2 + \dfrac{3}{2}x - \dfrac{3}{2}$, nên $g'(x) > 0 \ \ \forall x \in (-1;1)$

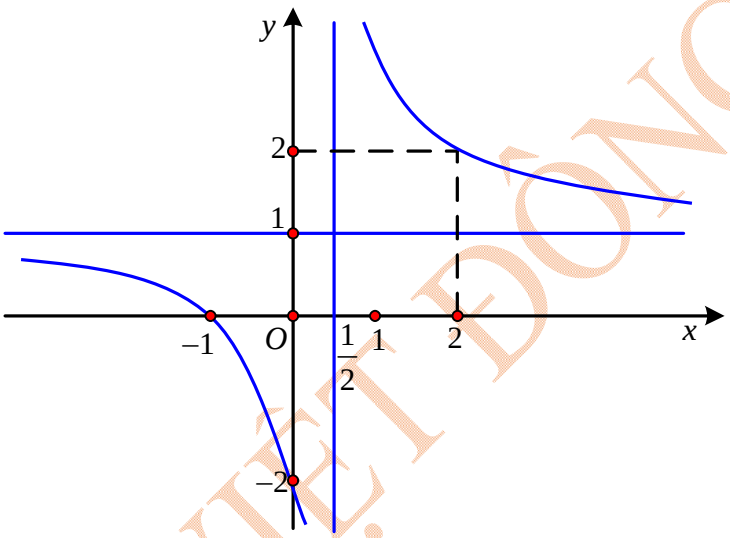
oTrên khoảng $(-3;-1)$ thì $f'(x) < x^2 + \dfrac{3}{2}x - \dfrac{3}{2}$, nên $g'(x) < 0 \ \ \forall x \in (-3;-1)$

Từ những nhận định trên, ta có bảng biến thiên của hàm $y = g'(x)$ trên $[-3;1]$ như sau:

x	-3		-1		1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗	

Vậy $\min\limits_{[-3;1]} g(x) = g(-1)$

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$. Đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường cong trong hình vẽ bên.



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

A. $\max\limits_{[3;4]} f(x) = f(4)$.

B. $\max\limits_{[1;2]} f(x) = 2$.

C. $\max\limits_{[-2;1]} f(x) = 0$.

D. $\max\limits_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$ ta thấy: Đồ thị hàm số đi xuống từ trái qua phải trên $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$ nên hàm số nghịch biến trên các khoảng $\left(-\infty;\frac{1}{2}\right)$ và $\left(\frac{1}{2};+\infty\right)$.

Trên $[1;2]$ hàm số liên tục và $f(1) > f(2) = 2$ nên loại **A.** Trên $[-2;1]$ hàm số gián đoạn tại $x = \frac{1}{2}$ nên loại

B. Trên $[3;4]$ hàm số liên tục và $f(3) > f(4)$ nên loại

D. Trên đoạn $[-3;0]$ hàm số liên tục và $f(-3) > f(0)$ nên $\max\limits_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$.

Câu 16: Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới đây.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$y'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	3	$\nearrow$	4	$\searrow$	$-\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai?**

A. $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 3$. **B.** Cực tiểu của hàm số là 3.

C. $\max\limits_{\mathbb{R}} y = 4$. **D.** Cực đại của hàm số là 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số không có giá trị nhỏ nhất trên $\mathbb{R}$.

DẠNG 2: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC TRÊN ĐOẠN [a,b]

Câu 17: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 8x^2 + 16x - 9$ trên đoạn $[1;3]$ là

A. $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 5$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = -6$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27}$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 16x + 16 \Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 16x + 16 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 4 \\ x = \dfrac{4}{3} \end{array}\right.$.

$f(1) = 0$, $f(3) = -6$, $f(4) = -9$, $f\left(\dfrac{4}{3}\right) = \dfrac{13}{27}$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x) = \dfrac{13}{27}$.

Câu 18: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1;3]$.

A. 9. **B.** 19. **C.** 25. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y = x^4 - 8x^2 + 16 \Rightarrow y' = 4x^3 - 16x$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 2 \end{array}\right.$

$y(-1) = 9; y(2) = 0; y(3) = 25$.

Vậy $\max\limits_{[-1;3]} y = 25$

Câu 19: Cho hàm số $f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$. Kí hiệu $M = \max\limits_{x \in [0;2]} f(x)$, $m = \min\limits_{x \in [0;2]} f(x)$. Khi đó $M - m$ bằng.

A. 9. **B.** 5. **C.** 1. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f(x) = x^4 - 2x^2 - 1$.

$D = \mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$f'(x)=4x^3-4x=4x\left(x^2-1\right).$

$\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

$x=0\Rightarrow f(x)=-1.$

$x=1\Rightarrow f(x)=-2=m.$

$x=2\Rightarrow f(x)=7=M.$

$\Rightarrow M-m=9..$

Câu 20: Biết giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ trên $[-4;0]$ lần lượt là M và m. Giá trị của $M+m$ bằng

A. $\frac{4}{3}$. **B.** $-\frac{28}{3}$. **C.** -4. **D.** $-\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=\frac{x^3}{3}+2x^2+3x-4$ xác định và liên tục trên $[-4;0]$.

$y'=x^2+4x+3,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1(n)\\x=-3(n)\end{array}\right.$. $f(0)=-4,\ f(-1)=-\frac{16}{3},\ f(-3)=-4,\ f(-4)=-\frac{16}{3}$.

Vậy $M=-4,\ m=-\frac{16}{3}$ nên $M+m=-\frac{28}{3}$.

Câu 21: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$. Chọn phương án đúng trong các phương án sau?

A. $\max\limits_{[0;2]}y=3,\ \min\limits_{[0;2]}y=2.$ **B.** $\max\limits_{[0;2]}y=11,\ \min\limits_{[0;2]}y=3.$

C. $\max\limits_{[0;2]}y=11,\ \min\limits_{[0;2]}y=2.$ **D.** $\max\limits_{[0;2]}y=2,\ \min\limits_{[0;2]}y=0.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm đã cho liên tục trên $[0;2]$.

$y'=4x^3-4x;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin(0;2)\\x=1\in(0;2)\\x=-1\notin(0;2)\end{array}\right.$.

$y(0)=3;\ y(1)=2;\ y(2)=11.$

Vậy $\max\limits_{[0;2]}y=11,\ \min\limits_{[0;2]}y=2.$

Câu 22: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{1-x^2}+3\sqrt[3]{\left(1-x^2\right)^2}$. Hỏi điểm $A(M;m)$ thuộc đường tròn nào sau đây?

A. $x^2+(y-1)^2=1.$ **B.** $(x-3)^2+(y+1)^2=20$

C. $(x-3)^2+(y-1)^2=2.$ **D.** $(x-1)^2+(y-1)^2=1.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=[-1;1]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đặt $t=\sqrt[6]{1-x^2}$. Vì $x\in[-1;1]\Rightarrow t\in[0;1]$.

Vậy $y=f(t)=t^3+3t^4, t\in[0;1]$.

$f'=3t^2+12t^3$, $f'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-\dfrac{1}{4}\\ t=0\end{array}\right.$.

$f(1)=4, f(0)=0$.

$\max\limits_{[-1;1]} y=\max\limits_{[-1;1]} f(x)=4; \min\limits_{[-1;1]} y=\min\limits_{[-1;1]} f(x)=0$.

Vậy điểm $A(4;0)$.

Ta có: $(4-3)^2+(0-1)^2=2\Rightarrow A\in(C):(x-3)^2+(y-1)^2=2$.

Câu 23: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=-x^4+4x^2-5$ trên đoạn $[-2;3]$ bằng

A. -50. **B.** -1. **C.** -197. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=-4x^3+8x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

$y(-2)=-5$; $y(0)=-5$; $y(\pm\sqrt{2})=-1$; $y(3)=-50$.

Vậy $\min\limits_{[-2;3]} y=y(3)=-50$.

Câu 24: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

A. 18. **B.** -2. **C.** 2. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2-6x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in[0;4]\\ x=2\in[0;4]\end{array}\right.$.

Ta có : $\begin{cases}y(0)=2\\ y(2)=-2\\ y(4)=18\end{cases}$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số bằng 18.

Câu 25: Gọi M, N lần lượt là GTLN, TNNN của hàm số $y=x^3-3x^2+1$ trên $[1;2]$. Khi đó tổng $M+N$ bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** -4. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=3x^2-6x$.

$\begin{cases}y'=0\\ x\in(1;2)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}3x^2-6x=0\\ x\in(1;2)\end{cases}$ (vô nghiệm).

Suy ra $M+N=y(1)+y(2)=1^3-3.1^2+1+2^3-3.2^2+1=-4$.

Câu 26: Tìm GTLN của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ trên đoạn $[0;4]$.

A. -2. **B.** 2. **C.** 20. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$.

Ta có $f(0) = 2$; $f(2) = -2$; $f(4) = 18$.

Câu 27: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 9x + 10$ trên $[-2; 2]$.

A. $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = 5$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = 17$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = -15$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = 15$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số liên tục và xác định trên $[-2; 2]$.

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x - 9$. Do đó $f'(x) = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6x - 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \in [-2; 2] \\ x = 3 \notin [-2; 2] \end{array}\right.$.

Khi đó $f(-1) = 15$; $f(-2) = 8$; $f(2) = -12$. Vậy $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = 15$.

Câu 28: Gọi P là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ trên đoạn $[-2; 2]$. Vậy giá trị của P là

A. $P = 10$. **B.** $P = 3$. **C.** $P = -17$.. **D.** $P = -22$.

Hướng dẫn giải.

Chọn C

Hàm số liên tục trên $[-2; 2]$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - 9$.

Trên đoạn $[-2; 2]$ phương trình $y' = 0$ có nghiệm $x = -1$.

Khi đó $y(-2) = 3$, $y(2) = -17$, $y(-1) = 10$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $P = -17$.

Câu 29: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^3}{3} + 2x^2 + 3x - 4$ trên đoạn $[-4; 0]$ lần lượt là M và m. Giá trị của tổng $M + m$ bằng bao nhiêu?

A. $M + m = -\frac{28}{3}$. **B.** $M + m = \frac{4}{3}$. **C.** $M + m = -4$. **D.** $M + m = -\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D = \mathbb{R}, y' = x^2 + 4x + 3 \Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \in [-4; 0] \\ x = -3 \in [-4; 0] \end{array}\right.$.

Ta có $f(-1) = -\frac{16}{3}$; $f(-4) = -\frac{16}{3}$; $f(0) = -4$.

$\Rightarrow M + m = -\frac{16}{3} - 4 = -\frac{28}{3}$.

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x^2 + 2x + 3$ trên khoảng $[0; 3]$ là:

A. 2. **B.** 6. **C.** 18. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = 2(x+1)$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1 \in [0; 1]$.

Nên $m = \min\limits_{[0;3]} f(x) = \min\{f(0); f(3)\} = \min\{6; 8\} = 6$. Vậy $m = f(0) = 18$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 31: Gọi M là giá trị lớn nhất, m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x^3+3x^2-12x+1$ trên đoạn $[-1;3]$. Khi đó tổng $M+m$ có giá trị là một số thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(59;61)$. **B.** $(39;42)$. **C.** $(0;2)$. **D.** $(3;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=6x^2+6x-12$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-1;3]\\x=-2\notin[-1;3]\end{array}\right.$

Mà $y(1)=-6; y(3)=46; y(-1)=14$ nên $M=46; m=-6\Rightarrow M+m=40\in(39;42)$

Câu 32: Gọi m là giá trị để hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+8}$ có giá trị nhỏ nhất trên $[0;3]$ bằng -2. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $|m|<5$. **B.** $|m|=5$. **C.** $3<m<5$. **D.** $m^2\neq 16$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+8}$.

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-8\}$.

Ta có $y'=\dfrac{8+m^2}{(x+8)^2}>0, \forall m\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;-8)$ và $(-8;+\infty)$.

Do đó trên $[0;3]$, hàm số đồng biến.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;3]$ là $y(0)=\dfrac{-m^2}{8}=-2\Leftrightarrow m^2=16\Leftrightarrow m=\pm 4$.

Câu 33: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $y=x^4-2x^2+3$ trên đoạn $[0,2]$

A. $M=5, m=2$. **B.** $M=11, m=3$. **C.** $M=11, m=2$. **D.** $M=3, m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=x^4-2x^2+3\Rightarrow y'=4x^3-4x$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 1\end{array}\right.$

$y(0)=3; y(1)=2; y(2)=11$.

Ta có $M=11, m=2$

Câu 34: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[3;5]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 2 **B.** $\dfrac{3}{8}$ **C.** $\dfrac{7}{2}$ **D.** $\dfrac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'(x)=\dfrac{-2}{(x-1)^2}<0, \forall x\in[3;5]$ do đó:

$M=\max\limits_{[3;5]} f(x)=f(3)=2;\ m=\min\limits_{[3;5]} f(x)=f(5)=\dfrac{3}{2}$

Suy ra $M-m=2-\dfrac{3}{2}=\dfrac{1}{2}$.

Câu 35: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3x^2-9x+35$ trên đoạn $[-4;4]$. Khi đó tổng $m+M$ bằng bao nhiêu?

A. 55. **B.** 48. **C.** 11. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=3x^2-6x-9;\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\ (n)\\x=3\ \ (n)\end{array}\right.$. $y(-1)=40;\ y(3)=8;\ y(4)=15;\ y(-4)=-41$.

Vậy $M=40; m=-41\Rightarrow m+M=-1$

Câu 36: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1$ trên đoạn $[0;2018]$ là:

A. 1. **B.** -5. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{5}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

Xét hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-5x+1,\ x\in[0;2018]$.

$y'=x^2+4x-5,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;2018]\\x=-5\notin[0;2018]\end{array}\right.$.

Ta có $y(0)=1,\ y(1)=-\dfrac{5}{3},\ y(2018)=2747451170$.

Vậy $\min\limits_{[0;2018]} y=y(1)=-\dfrac{5}{3}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}x^3+m^2x-2m^2+2m-9, m$ là tham số. Gọi S là tập tất cả các giá trị của m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[0;3]$ không vượt quá 3. Tìm m?

A. $S=(-\infty;-3]\cup[1;+\infty)$. **B.** $S=(-3;1)$.

C. $S=(-\infty;-3)\cup(1;+\infty)$. **D.** $S=[-3;1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=x^2+m^2, x\in\mathbb{R}$

$y'\geq 0, \forall x\in\mathbb{R}$

Do đó hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow\max\limits_{[0;3]} y=y(3)=m^2+2m$

Theo bài yêu cầu ta có $m^2+2m\leq 3\Leftrightarrow m\in[-3;1]$

Câu 38: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+x^2+2x+3$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là.

A. 1 và 19. **B.** 1 và 17. **C.** -1 và 19. **D.** -1 và 17.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=x^3+x^2+2x+3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TXĐ: $D=R$, $y'=3x^2+2x+2>0\forall x\in R$ nên hàm số không có cực trị.

Do đó, $\max\limits_{[-1;2]} y=\max\{f(-1),f(2)\}=19, \min\limits_{[-1;2]} y=\min\{f(-1),f(2)\}=1$.

Câu 39: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới đây:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	2	↘	$-\infty$

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng -2.

B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

C. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số không tồn tại GTLN và GTNN trên $\mathbb{R}$.

Câu 40: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x^4-2x^2-15$ trên đoạn $[-3;2]$.

A. $\max\limits_{[-3;2]} y=54$.

B. $\max\limits_{[-3;2]} y=7$.

C. $\max\limits_{[-3;2]} y=48$.

D. $\max\limits_{[-3;2]} y=16$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đã cho đã xác định và liên tục trên đoạn $[-3;2]$.

Ta có $\begin{cases} x\in(-3;2) \\ y'=4x^3-4x=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Tính $y(-3)=48;\ y(2)=-7;\ y(0)=-15;\ y(\pm 1)=-16 \Rightarrow \max\limits_{[-3;2]} y=y(-3)=48$.

Câu 41: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có giá trị nhỏ nhất trên tập xác định?

A. $y=x^3-9x^2+16$.

B. $y=\dfrac{1}{4}x^4-3x^2+1$.

C. $y=\dfrac{x-9}{2x+1}$.

D. $y=-x^2+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: Đồ thị hàm $y=-x^2+2$ là một parabol có bề lõm quay xuống nên chỉ có GTLN;

Hàm $y=x^3-9x^2+16$ có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên không có GTNN;

Hàm $y=\dfrac{x-9}{2x+1}$ có $\lim\limits_{x\to\left(-\frac{1}{2}\right)^+} y=-\infty$ nên cũng không có GTNN.

Câu 42: Cho hàm số $y=ax^3+cx+d\ \ (a\neq 0)$ có $\min\limits_{(-\infty;0)} f(x)=f(-2)$. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $d-16a$.

B. $d-11a$.

C. $2a+d$.

D. $8a+d$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y' = 3ax^2 + c.$

$y'' = 6ax.$

$y'' = 0 \Leftrightarrow x = 0.$ Nên đồ thị hàm số có điểm uốn là $A(0;d).$ Do đó đồ thị hàm số nhận $A(0;d)$ làm tâm đối xứng.

Do đó từ $\min\limits_{(-\infty;0)} f(x) = f(-2)$ suy ra $\max\limits_{(0;+\infty)} f(x) = f(2) \Rightarrow \max\limits_{[1;3]} f(x) = f(2) = 8a + 2c + d.$

Mà $f'(-2) = 0 \Leftrightarrow 12a + c = 0 \Rightarrow c = -12a.$

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x) = 8a - 24a + d = d - 16a.$

Câu 43: Có tất cả bao nhiêu giá trị của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = |x^2 - 2x + m|$ trên đoạn $[-1;2]$ bằng 5.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có Parabol (P) $y = x^2 - 2x + m$ có đỉnh $I(1;-1+m); y(-1) = m+3; y(2) = m$.

Trường hợp 1: $m + 3 < 0 \Leftrightarrow m < -3 \Rightarrow \min\limits_{[-1;2]} |y| = -m - 3$ (do lấy đối xứng qua Ox)

Theo giả thiết ta có: $-m - 3 = 5 \Leftrightarrow m = -8$ (thỏa $m < -3$) $\Rightarrow$ Nhận.

Trường hợp 2: $\begin{cases} m+3 > 0 \\ m-1 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3 < m < 1 \Rightarrow \min\limits_{[-1;2]} |y| = 0 \Rightarrow$ Không thỏa yêu cầu.

Trường hợp 3: $m - 1 \geq 0 \Leftrightarrow m \geq 1 \Rightarrow \min\limits_{[-1;2]} |y| = m - 1$. Theo yêu cầu ta có $m - 1 = 5 \Leftrightarrow m = 6$.

Vậy có 2 giá trị m thỏa yêu cầu.

Câu 44: Cho hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$. Gọi giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;2]$ lần lượt là M và m. Khi đó $S = m + M$ có giá trị là

A. $S = \dfrac{3}{5}$. **B.** $S = \dfrac{14}{3}$. **C.** $S = 4$. **D.** $S = -\dfrac{14}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y' = \dfrac{-8}{(x-3)^2} < 0$, $\forall x \in [0;2]$.

Suy ra:

• GTLN của hàm số là $\max\limits_{[0;2]} y = M = f(0) = \dfrac{1}{3}$.

• GTNN của hàm số là $\min\limits_{[0;2]} y = m = f(2) = -5$.

Suy ra $S = m + M = -5 + \dfrac{1}{3} = -\dfrac{14}{3}$.

Câu 45: Tìm giá trị m nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 7x^2 + 11x - 2$ trên đoạn $[0;2]$.

A. $m = 0$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 11$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hàm số xác định và liên tục trên $[0;2]$, $y' = f'(x) = 3x^2 - 14x + 11$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1\ (n) \\ x = \dfrac{11}{3}\ (l) \end{array}\right.$.

Ta có $f(1) = 3$, $f(0) = -2$, $f(2) = 0$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $m = -2$.

Câu 46: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x(3-2x)^2$ trên $\left[\dfrac{1}{4};1\right]$.

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = (3-2x)^2 + x.2.(3-2x)(-2) = 12x^2 - 24x + 9$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 12x^2 - 24x + 9 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{3}{2} \notin \left[\dfrac{1}{4};1\right] \\ x = \dfrac{1}{2} \in \left[\dfrac{1}{4};1\right] \end{array}\right.$.

Ta có $y\left(\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{25}{16}$; $y(1) = 1$; $y\left(\dfrac{1}{2}\right) = 2$. Vậy $\min\limits_{\left[\frac{1}{4};1\right]} y = 1$.

Câu 47: Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^3 - 12x + 1$ trên đoạn $[-2;\ 3]$ lần lượt là :

A. $10; -26$. **B.** $6; -26$. **C.** $-15\ ;\ 17$. **D.** $17; -15$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y = f(x) = x^3 - 12x + 1$.

$y' = 3x^2 - 12$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

$f(-2) = 17$; $f(2) = -15$; $f(3) = -8$.

$\Rightarrow \max\limits_{[-2;3]} y = f(-2) = 17$; $\min\limits_{[-2;3]} y = f(2) = -15$.

Câu 48: Gọi M, N lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số: $y = x^3 - 3x^2 + 1$ trên $[1;2]$. Khi đó tổng $M + N$ bằng:

A. 0. **B.** -2. **C.** 2 . **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Quan sát hàm số $y' = 3x^2 - 6x$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 2 \end{array}\right.$

$y(1) = -1; y(2) = -3$

Vậy $M + N = -4$

Câu 49: Tìm các giá trị nguyên dương $n \geq 2$ để hàm số $y = (2-x)^n + (2+x)^n$ với $x \in [-2;\ 2]$ có giá trị lớn nhất gấp 8 lần giá trị nhỏ nhất.

A. $n = 5$. **B.** $n = 6$. **C.** $n = 2$. **D.** $n = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y' = -n(2-x)^{n-1} + n(2+x)^{n-1} = n\left[(2+x)^{n-1} - (2-x)^{n-1}\right]$

$y' = 0 \Leftrightarrow (2+x)^{n-1} = (2-x)^{n-1}$

Trường hợp 1: n chẵn $\Leftrightarrow n-1$ lẻ $\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow (2+x) = (2-x) \Leftrightarrow x = 0$

Trường hợp 2: n lẻ $\Leftrightarrow n-1$ chẵn $\Rightarrow y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2+x = 2-x \\ 2+x = -2+x \end{array}\right. \Leftrightarrow x = 0$

Ta có bảng biên thiên:

x	-2		0		2
y'		$-$	0	$+$	
y	4^n	↘	2^{n+1}	↗	4^n

$\underset{[-2;2]}{\text{Min}} = f(0) = 2^{n+1}$; $\underset{[-2;2]}{\text{Max}} = f(2) = f(-2) = 4^n$

Theo bài ra ta có $4^n = 8.2^{n+1} \Leftrightarrow n = 4$.

Câu 50: Gọi m và M lần lượt là các giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = e^{2-3x}$ trên đoạn $[0;2]$. Mối liên hệ giữa M và m là

A. $M - m = e$. **B.** $m + M = 1$. **C.** $m.M = \frac{1}{e^2}$. **D.** $\frac{M}{m} = e^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $f(x) = e^{2-3x}$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$f'(x) = -3e^{2-3x} < 0$, $\forall x \in [0;2]$.

$f(0) = e^2$; $f(2) = \frac{1}{e^4}$. Do đó $m = \frac{1}{e^4}$ và $M = e^2$.

Khi đó :

$M - m = e^2 - \frac{1}{e^4}$;

$m + M = \frac{1}{e^4} + e^2$;

$m.M = \frac{1}{e^4}.e^2 = \frac{1}{e^2}$;

$\frac{M}{m} = \frac{e^2}{\frac{1}{e^4}} = e^6$.

Câu 51: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ trên đoạn $[1;3]$ lần lượt là

A. $-\frac{1}{3}$ và -1. **B.** $\frac{3}{4}$ và $\frac{1}{2}$. **C.** 0 và -1. **D.** 3 và -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do $y' = \frac{1}{(x+1)^2} > 0$ với mọi $x \in [1;3]$ nên hàm số $y = \frac{x}{x+1}$ đồng biến trên $[1;3]$.

Ta có $y(1) = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$; $y(3) = \frac{3}{3+1} = \frac{3}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y = y(3) = \frac{3}{4}$; $\min\limits_{[1;3]} y = y(1) = \frac{1}{2}$.

Câu 52: Tìm GTLN và GTNN của hàm số $y = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1$ trên $[-1;2]$?

A. $\min\limits_{x\in[1;2]} y = -7, \max\limits_{x\in[1;2]} y = 1$.
B. $\min\limits_{x\in[1;2]} y = -10, \max\limits_{x\in[1;2]} y = 2$.
C. $\min\limits_{x\in[1;2]} y = -2, \max\limits_{x\in[1;2]} y = 10$.
D. $\min\limits_{x\in[1;2]} y = -10, \max\limits_{x\in[1;2]} y = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y' = 5x^4 - 20x^3 + 15x^2$. Cho $y' = 0 \Leftrightarrow 5x^2\left(x^2 - 4x + 3\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{array}\right.$

Ta có : $y(-1) = -10; y(2) = -7; y(0) = 1; y(1) = 2$

Nên $\min\limits_{x\in[1;2]} y = -10, \max\limits_{x\in[1;2]} y = 2$.

Câu 53: Gọi giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^4 + 2x^2 - 1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là M và m. Khi đó, giá trị của $M.m$ là:

A. -23.
B. Một số lớn hơn 46
C. -2 .
D. 46 .

Hướng dẫn giải

Chọn A

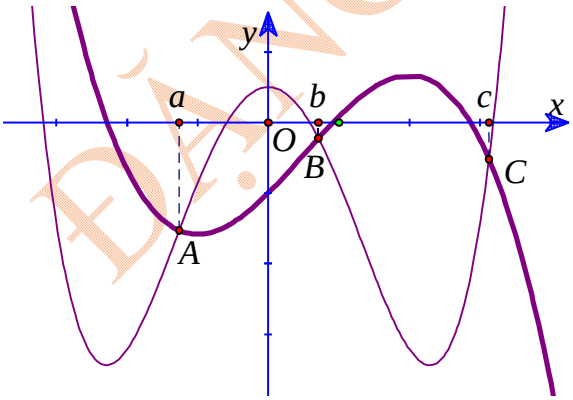
Quan sát hàm số $y' = 4x^3 + 4x$

$y' = 0 \Leftrightarrow x = 0$

$y(-1) = 2; y(2) = 23; y(0) = -1$

Vậy $M.m = -23$

Câu 54: đường cong nét đậm và $y = g'(x)$ là đường cong nét mảnh như hình vẽ. Gọi ba giao điểm A, B, C của $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ trên hình vẽ lần lượt có hoành độ a, b, c. Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $h(x) = f(x) - g(x)$ trên đoạn $[a;c]$?



A. $\min\limits_{[a;c]} h(x) = h(a)$.
B. $\min\limits_{[a;c]} h(x) = h(b)$.
C. $\min\limits_{[a;c]} h(x) = h(c)$.
D. $\min\limits_{[a;c]} h(x) = h(0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $h'(x)=f'(x)-g'(x)$, $h'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=b\\x=c\end{array}\right.$.

Trên miền $b<x<c$ thì đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nằm phía trên đồ thị hàm số $y=g'(x)$ nên $f'(x)-g'(x)>0\Leftrightarrow h'(x)>0,\forall x\in(b;c)$.

Trên miền $a<x<b$ thì đồ thị hàm số $y=f'(x)$ nằm phía dưới đồ thị hàm số $y=g'(x)$ nên $f'(x)-g'(x)<0\Leftrightarrow h'(x)<0,\forall x\in(a;b)$.

Bảng biến thiên

x	a		b		c
h'		−	0	+	
h	h(a)	↘	h(b)	↗	h(c)

Từ bảng biến thiên ta thấy $\min\limits_{[a;c]}h(x)=h(b)$.

Câu 55: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho $\max\limits_{[-2;1]}\left(x^4-6mx^2+m^2\right)=16$. Số phần tử của S là ?

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $f(x)=x^4-6mx^2+m^2$ đã xác định và liên tục trên $[-2;1]$.

Ta có $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-12mx=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=3m\end{array}\right.$.

Tính $f(0)=m^2$, $f(1)=1-6m+m^2$, $f(-2)=16-24m+m^2$.

Nhận xét: $\max\limits_{[-2;1]}\left(x^4-6mx^2+m^2\right)=16$ suy ra $f(0)=m^2\in[0;16]\Leftrightarrow m\in[-4;4]$

Khi đó $\max\limits_{[-2;1]}\left(x^4-6mx^2+m^2\right)=16\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m^2=16\\16-24m+m^2=16\\1-6m+m^2=16\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=\pm4\\m=0\\m=24\\m=3\pm2\sqrt{6}\end{array}\right.$.

Thử lại:

Với $m=0$, ta có $f(0)=0$, $f(1)=1$, $f(-2)=16\Rightarrow m=0$ thỏa mãn.

Với $m=4$, ta có $f(0)=16$, $f(1)=-7$, $f(-2)=-64\Rightarrow m=4$ thỏa mãn.

Với $m=-4$, ta có $f(-2)=128>16\Rightarrow m=-4$ không thỏa mãn.

Với $m=3-2\sqrt{6}$, ta có $f(-2)=36\sqrt{6}-23>16\Rightarrow m=3-2\sqrt{6}$ không thỏa mãn.

Như vậy ta được $m=0$, $m=4$ thỏa mãn bài toán.

Câu 56: Hàm số $y=\left(4-x^2\right)^2+1$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-1;1]$ là:

A. 12. **B.** 14. **C.** 17. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $y' = 4x^3 - 16x$, cho $y' = 0 \Rightarrow 4x^3 - 16x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \notin [-1;1] \\ x = 2 \notin [-1;1] \\ x = 0 \in [-1;1] \end{array}\right.$.

Khi đó: $f(-1) = 10$, $f(1) = 10$, $f(0) = 17$.

Vậy $\max\limits_{[-1;1]} y = f(0) = 17$.

Câu 57: Gọi giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 - 3x + 6}{x - 1}$ trên đoạn $[2;4]$ lần lượt là M, m. Tính $S = M + m$.

A. $S = 6$. **B.** $S = 4$. **C.** $S = 7$. **D.** $S = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x) = \dfrac{(2x-3)(x-1) - (x^2 - 3x + 6)}{(x-1)^2} = \dfrac{(2x^2 - 5x + 3) - (x^2 - 3x + 6)}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2 - 2x - 3}{(x-1)^2}$

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 3 \\ x = -1 \end{array}\right.$

Ta có $f(2) = 4$; $f(3) = 3$; $f(4) = \dfrac{10}{3}$.

Vậy ta có $M = f(2) = 4$ và $m = f(3) = 3 \Leftrightarrow M + m = 4 + 3 = 7$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC TRÊN K

Câu 58: Trên khoảng $(0;+\infty)$ thì hàm số $y=-x^3+3x+1$

A. có giá trị nhỏ nhất là 3.
B. có giá trị lớn nhất là -1.
C. có giá trị nhỏ nhất là -1.
D. có giá trị lớn nhất là 3.

Câu 59: Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}x^2+1$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-25;\frac{11}{10}\right)$. Tìm M.

A. $M=1$. **B.** $M=\frac{129}{250}$. **C.** $M=0$. **D.** $M=\frac{1}{2}$.

Câu 60: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng :

A. 3. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 5.

Câu 61: Trên khoảng $(0;\ +\infty)$ thì hàm số $y=-x^3+3x+1$.

A. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max}\, y=-1$.
B. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min}\, y=-1$.
C. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max}\, y=3$.
D. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min}\, y=3$.

Câu 62: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+5$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất
D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất

DẠNG 4: MAX-MIN CỦA HÀM PHÂN THỨC TRÊN ĐOẠN [A,B]

Câu 63: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. -5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\frac{10}{3}$.

Câu 64: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\max\limits_{[2;4]} y=7$. **B.** $\max\limits_{[2;4]} y=6$. **C.** $\max\limits_{[2;4]} y=\frac{11}{3}$. **D.** $\max\limits_{[2;4]} y=\frac{19}{3}$.

Câu 65: Gọi M, m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Tính $P=M+m$.

A. $P=-5$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-\frac{13}{3}$.

Câu 66: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2,4]$.

A. $\min\limits_{[2,4]} y=\frac{19}{3}$.. **B.** $\min\limits_{[2,4]} y=-1$. **C.** $\min\limits_{[2,4]} y=6$.. **D.** $\min\limits_{[2,4]} y=-2$..

Câu 67: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{16}{x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 8. **B.** $\frac{41}{5}$. **C.** 17. **D.** -8.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 68: Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

A. $\frac{37}{4}$. **B.** $\frac{29}{4}$. **C.** 8. **D.** 6.

Câu 69: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2x^2 + x - 2}{2 - x}$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt bằng:

A. 1 và -1. **B.** 2 và 0. **C.** 0 và -2. **D.** 1 và -2.

Câu 70: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \frac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$ là:

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = \frac{13}{2}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = -6$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = \frac{25}{4}$.

Câu 71: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 + 5}{x - 2}$ trên $[-2;1]$. Tính $T = M + 2m$.

A. $T = -\frac{13}{2}$ **B.** $T = -10$ **C.** $T = -\frac{21}{2}$ **D.** $T = -14$

Câu 72: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + 1 + \frac{4}{x+2}$ trên đoạn.

[-1; 5].

A. $\max\limits_{[-1;5]} y = 3$. **B.** $\max\limits_{[-1;5]} y = 4$. **C.** $\max\limits_{[-1;5]} y = -5$. **D.** $\max\limits_{[-1;5]} y = \frac{46}{7}$.

Câu 73: Tìm giá trị lớn nhất (max) và giá trị nhỏ nhất (min) của hàm số $y = x + \frac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2};3\right]$.

A. $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \frac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \frac{5}{2}$. **B.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \frac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \frac{13}{6}$.

C. $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \frac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = 2$. **D.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = \frac{16}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y = 2$.

Câu 74: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x^2 - 4x}{2x + 1}$ trên đoạn $[0;3]$.

A. $\min\limits_{[0;3]} y = -1$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y = -\frac{3}{7}$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y = -4$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y = 0$.

Câu 75: Hàm số $f(x) = \frac{mx + 5}{x - m}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 khi

A. $m = \frac{5}{7}$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

Câu 76: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M - m$.

A. $M - m = 3$. **B.** $M - m = \frac{9}{4}$. **C.** $M - m = \frac{1}{4}$. **D.** $M - m = -\frac{9}{4}$.

Câu 77: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \frac{2x - 1}{x + 1}$ trên đoạn $[1;2]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\max\limits_{[1;2]} y=-\frac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{[1;2]} y=1$. **C.** $\max\limits_{[1;2]} y=\frac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[1;2]} y=-\frac{1}{3}$.

Câu 78: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ (với $x>0$) bằng:

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 79: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

A. $\min\limits_{x\in[0;3]} y=-1$. **B.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=1$. **C.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=-3$. **D.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=\frac{1}{2}$.

Câu 80: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2-5x+1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};3\right]$ là:

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** -3. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Câu 81: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. -5. **B.** $-\frac{1}{3}$. **C.** 5. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 82: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=1+x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -6. **C.** -5. **D.** 5.

Câu 83: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=4$ **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=6$ **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=5$ **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=3$

Câu 84: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2+2x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$?

A. $\frac{8}{3}$. **B.** 0. **C.** 3. **D.** $\frac{3}{2}$.

Câu 85: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;\ 4]$

A. $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{19}{3}$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

Câu 86: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số: $y=x^2+\frac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

A. $m=5$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\frac{17}{4}$. **D.** $m=10$.

Câu 87: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\frac{1}{2}\right]$ bằng.

A. $-\frac{13}{3}$. **B.** 4. **C.** -3. **D.** $-\frac{7}{2}$.

Câu 88: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y=6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=\frac{19}{3}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 89: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-5}$ trên đoạn $[0;2]$ là.

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 2. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 90: Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ (với $m\neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ khi và chỉ khi

A. $m=-2$. **B.** $m=2$. **C.** $m<0$. **D.** $m>0$.

Câu 91: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2+3x-1}{x-2}$ trên đoạn $[-2;0]$ là:

A. $\dfrac{1}{2}$. **B.** $\dfrac{3}{4}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 92: Số các giá trị tham số m để hàm số $y=\dfrac{x-m^2-1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng -6 là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 93: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2,0]$. Giá trị biểu thức $5M+m$ bằng

A. $\dfrac{24}{5}$. **B.** $-\dfrac{24}{5}$. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{4}{5}$.

Câu 94: Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;\ 3]$ bằng.

A. $\dfrac{65}{3}$. **B.** $\dfrac{52}{3}$. **C.** 20. **D.** 6.

Câu 95: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;\ 3]$ là

A. -3. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 96: Ký hiệu a, A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị $a+A$ bằng

A. 12. **B.** 7. **C.** 18. **D.** 0.

Câu 97: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=5$ **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=4$ **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=6$ **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=3$

Câu 98: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\max\limits_{[2;4]} y=7$. **B.** $\max\limits_{[2;4]} y=6$. **C.** $\max\limits_{[2;4]} y=\dfrac{11}{3}$. **D.** $\max\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$.

Câu 99: Biết hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0;2]$. Trong các hàm số sau, hàm số nào cũng có GTLN và GTNN tương ứng là M và m?.

A. $y=f\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)$. **B.** $y=f\left(\dfrac{4x}{x^2+1}\right)$.

C. $y=f\left(\sqrt{2(\sin x+\cos x)}\right)$. **D.** $y=f\left(\sqrt{2\left(\sin^3 x+\cos^3 x\right)}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 100: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** -5. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Câu 101: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của m là:

A. $m=-\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=\dfrac{2}{3}$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-4$.

Câu 102: Hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 103: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$. Giá trị biểu thức $5M+m$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{24}{5}$. **D.** $\dfrac{24}{5}$.

Câu 104: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{8}{1+2x}+x$ trên đoạn $[1;2]$ lần lượt là

A. $\dfrac{18}{5};\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{11}{3};\dfrac{18}{5}$. **C.** $\dfrac{13}{3};\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{11}{3};\dfrac{7}{2}$.

Câu 105: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. 5. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** -5.

Câu 106: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-5+\dfrac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};5\right]$ bằng:

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** -5. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Câu 107: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

A. $\min\limits_{[0;3]} y=-3$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=1$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=-1$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 108: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2+x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là

A. $21;0$. **B.** $21;-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. **C.** $19;-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. **D.** $21;-\dfrac{4\sqrt{6}}{9}$.

Câu 109: Giá trị lớn nhất của hàm số y = $\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$ là

A. $-\dfrac{7}{2}$ **B.** $-\dfrac{13}{3}$ **C.** 1 **D.** -3

Câu 110: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\dfrac{3}{x-2}$ trên đoạn $[3;6]$ bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{3}+2$. **C.** $\dfrac{27}{4}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Câu 111: Cho $f(x)=\dfrac{1}{x^2-4x+5}-\dfrac{x^2}{4}+x$. Gọi $M=\max\limits_{[0;3]} f(x); m=\min\limits_{[0;3]} f(x)$, khi đó $M-m$ bằng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** 1.

Câu 112: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x-1}{x+5}$ trên đoạn $[-1;3]$.

A. $-\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{5}{3}$ **C.** $\frac{-3}{4}$ **D.** $\frac{5}{8}$

Câu 113: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{1-x}{2-x}$ trên $[-3;0]$ là

A. $-\frac{4}{5}$. **B.** $\frac{4}{5}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $-\frac{1}{2}$.

Câu 114: Kí hiệu m và M lần lượt là giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị của tỉ số $\frac{M}{m}$..

A. $\frac{5}{3}$. **B.** $\frac{4}{3}$. **C.** $\frac{2}{3}$. **D.** 2.

Câu 115: Hàm số $y=\frac{x^2-3x}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 116: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2-\frac{16}{x}$ trên đoạn $[-4;-1]$. Tính $T=M+m$.

A. $T=25$. **B.** $T=32$. **C.** $T=16$. **D.** $T=37$.

Câu 117: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. -5. **B.** $-\frac{11}{2}$. **C.** $-\frac{29}{5}$. **D.** -9.

Câu 118: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$ là

A. -5 **B.** 5 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{-1}{3}$

Câu 119: Cho hàm số $f(x)=\frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min\limits_{[0;3]} f(x)+\max\limits_{[0;3]} f(x)=-2$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. $m=2$. **B.** $m>2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m<-2$.

Câu 120: Cho hàm số $y=x+\frac{1}{x+2}$, giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên $[-1;2]$ là:

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{9}{4}$. **D.** $m=\frac{1}{2}$.

Câu 121: Kí hiệu M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị của $\frac{M}{m}$.

A. $\frac{5}{3}$ **B.** 2 **C.** $\frac{2}{3}$ **D.** $\frac{4}{3}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 122: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\frac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=3$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=5$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=4$.

Câu 123: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x}{x+2}$ trên đoạn $[1;4]$.

A. $\max\limits_{[1;4]} f(x)=1$. **B.** Không tồn tại. **C.** $\max\limits_{[1;4]} f(x)=\frac{1}{3}$. **D.** $\max\limits_{[1;4]} f(x)=\frac{2}{3}$.

Câu 124: Cho hàm số $y=\frac{2-x}{1-x}$. Gọi M, m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên $[2;4]$. Khi đó.

A. $M=0$, $m=\frac{-1}{2}$. **B.** $M=\frac{2}{3}$, $m=\frac{1}{2}$. **C.** $M=\frac{2}{3}$, $m=0$. **D.** $M=0$, $m=-1$.

DẠNG 5: MAX-MIN CỦA HÀM PHÂN THỨC TRÊN K

Câu 125: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ với $x>0$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 126: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2,0]$. Tính giá trị của biểu thức $5M+m$.

A. $\frac{24}{5}$. **B.** $-\frac{4}{5}$. **C.** 0. **D.** $-\frac{24}{5}$.

Câu 127: Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=\frac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ khi và chỉ khi

A. $m=-2$. **B.** $m<0$. **C.** $m=2$. **D.** $m\geq 0$.

Câu 128: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2}{x-2}$ trên $(2;6]$.

A. $\min\limits_{(2;6]} y=9$. **B.** $\min\limits_{(2;6]} y=8$. **C.** $\min\limits_{(2;6]} y=4$. **D.** $\min\limits_{(2;6]} y=3$.

Câu 129: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ (với $x>0$) bằng:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 130: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x+1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{6}{7}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Câu 131: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A=\frac{3x^2-8x+6}{x^2-2x+1}$ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Câu 132: Cho hàm số $y=\frac{3x^2+2x+3}{x^2+1}$, tập giá trị của hàm số là:

A. $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $\left[\frac{15}{2};5\right]$. **D.** $[2;3]$.

Câu 133: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\frac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=4$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=0$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 134: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{1}{x^3}-\frac{1}{x}$ khi $x>0$.

A. $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\frac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 135: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x+\frac{1}{x^2}$ trên khoảng $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 136: Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện: $3^{x^2+y^2-2}.\log_2(x-y)=\frac{1}{2}\left[1+\log_2(1-xy)\right]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=2\left(x^3+y^3\right)-3xy$.

A. 7. **B.** $\frac{17}{2}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** 3.

Câu 137: GTNN của hàm số $y=x-5+\frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2};5\right]$.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{5}{2}$. **C.** -3. **D.** -2.

Câu 138: Gọi M và m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^3+x^2+x}{(x^2+1)^2}$. Khi đó $M-m$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Câu 139: Trên khoảng $(0;1)$ hàm số $y=x^3+\frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 bằng

A. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

Câu 140: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+2m^2-m}{x-3}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2.

A. $m=-1$ hoặc $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=2$ hoặc $m=-\frac{3}{2}$.

C. $m=1$ hoặc $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=3$ hoặc $m=-\frac{5}{2}$.

Câu 141: Cho hàm số $y=\frac{3x^2+10x+20}{x^2+2x+3}$. Chọn biểu thức đúng.

A. $\underset{x\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)}{Min}\ y=\frac{5}{2}$. **B.** $\underset{x\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)}{Max}\ y=7$. **C.** $\underset{x\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)}{Min}\ y=\frac{5}{2}$. **D.** $\underset{x\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)}{Min}\ y=3$.

Câu 142: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** -1. **D.** $-\sqrt{2}$.

Câu 143: Cho hàm số $y=\frac{3x^2+2x+3}{x^2+1}$, tập hợp nào sau đây là tập giá trị của hàm số?

A. $[3;4]$. **B.** $[2;3]$. **C.** $\left[\frac{15}{2};5\right]$. **D.** $[2;4]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 144: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng:

A. $-\dfrac{7}{2}$. **B.** -3. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** -5.

Câu 145: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m?

A. $m=5$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 146: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{4}{x^2+2}$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 3.

Câu 147: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+2+\dfrac{4}{x+1}$ trên đoạn $[0;\ 3]$. Tính $P=M+m$..

A. $P=11$. **B.** $P=10$. **C.** $P=12$. **D.** $P=30$.

DẠNG 6: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ VÔ TỈ TRÊN [A,B]

Câu 148: Tìm tập giá trị T của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$..

A. $T=[-2;2]$. **B.** $T=[0;2]$. **C.** $T=\left[0;2\sqrt{2}\right]$. **D.** $T=\left[-2;2\sqrt{2}\right]$.

Câu 149: M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+1+\sqrt{2-x^2}$. Tính $M-m$?

A. $M-m=2\sqrt{2}$. **B.** $M-m=2-\sqrt{2}$. **C.** $M-m=4-\sqrt{2}$. **D.** $M-m=2+\sqrt{2}$.

Câu 150: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\left(2017+\sqrt{2019-x^2}\right)$ trên tập xác định của nó. Tính $M-m$.

A. $2019\sqrt{2019}+2017\sqrt{2017}$. **B.** 4036.

C. $4036\sqrt{2018}$. **D.** $\sqrt{2019}+\sqrt{2017}$.

Câu 151: Cho hàm số $y=x+\sqrt{12-3x^2}$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 152: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=x\sqrt{1-x^2}$.

A. $\max\limits_{[-1;1]}=f(x)=f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{R}=f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.

C. $\max\limits_{[-1;1]}=f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[-1;1]}=f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$.

Câu 153: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-\sqrt{4-x^2}$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 4. **B.** $2-\sqrt{2}$. **C.** $2\left(\sqrt{2}-1\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Câu 154: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ là

A. $\sqrt{3}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Câu 155: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=-3+\sqrt{4-x^2}$ lần lượt là.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $0;2$. **B.** $-3;-1$. **C.** $-3;0$. **D.** $-2;2$.

Câu 156: Tìm x để hàm số $y=\sqrt{x+2}+\sqrt{6-x}$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=4$.

Câu 157: Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=5\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}\right)+\sqrt{(x-1)(3-x)}$ lần lượt là m và M, tính $S=m^2+M^2$.

A. $S=170$. **B.** $S=169$. **C.** $S=172$. **D.** $S=171$.

Câu 158: Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $0\le x\le 1$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất thỏa mãn đẳng thức.

A. $y_{\max}^4+y_{\min}^4=16$. **B.** $y_{\max}^4+y_{\min}^4=4$. **C.** $y_{\max}^4+y_{\min}^4=1$. **D.** $y_{\max}^4+y_{\min}^4=8$.

Câu 159: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. -1. **B.** $-\sqrt{2}$. **C.** 0. **D.** -2.

Câu 160: Hàm số $y=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$ đạt giá trị lớn nhất tại hai giá trị x mà tích của chúng là:

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 161: Gọi m,M tương ứng là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}$. Tính tổng $m+M$.

A. 2. **B.** $2+\sqrt{2}$. **C.** $2\left(1+\sqrt{2}\right)$. **D.** $1+\sqrt{2}$.

Câu 162: Tìm x để hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\sqrt{2}$. **B.** $x=1$.. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2\sqrt{2}$.

Câu 163: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\sqrt{-x^2+6x-5}$.

A. $M=1$. **B.** $M=3$. **C.** $M=5$. **D.** $M=2$.

Câu 164: Cho hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng:

A. $\sqrt{3}$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

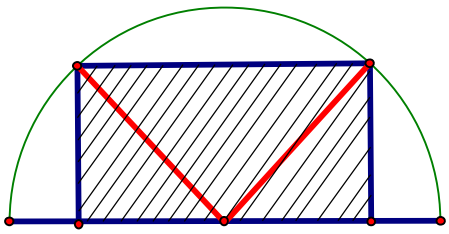
Câu 165: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 166: Cho hàm số $y=\sqrt{3x-x^3}+m$ (m là tham số). Để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ bằng $5\sqrt{2}$ thì m phải bằng :

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 167: Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R=6\,\text{cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.



A. $S_{\max}=18\ \text{cm}^2$. **B.** $S_{\max}=36\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $S_{\max}=36\,\text{cm}^2$. **D.** $S_{\max}=96\pi\ \text{cm}^2$

.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 168: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=(x-1)\sqrt{3-x^2}$. Tìm M.

A. $M=\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $M=\frac{\sqrt{6}}{4}$. **C.** $M=0$. **D.** $M=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 169: Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\sqrt{1-x^2}$. Khi đó $M+m$ bằng.

A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 170: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\sqrt{10-x^2}$ là.

A. $-3\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** Không xác định. **D.** $3\sqrt{10}$.

Câu 171: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Câu 172: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\sqrt{10-x^2}$.

A. $\sqrt{10}$. **B.** $-3\sqrt{10}$. **C.** $3\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Câu 173: Tìm tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{9-x}$

A. $T=\left[2\sqrt{2};\ 4\right]$. **B.** $T=(1;\ 9)$. **C.** $T=\left[0;\ 2\sqrt{2}\right]$. **D.** $T=[1;\ 9]$.

Câu 174: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$. Tính $M-m$..

A. $M-m=2\sqrt{2}$. **B.** $M-m=2\sqrt{2}+2$.

C. $M-m=2\sqrt{2}-2$. **D.** $M-m=4$.

Câu 175: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x^2-2x+\sqrt{8x-4x^2}$ là.

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 176: Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}-\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm khi m thuộc $[a;b]$ với a, $b\in\mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T=(a+2)\sqrt{2}+b$ là?

A. $T=0$. **B.** $T=3\sqrt{2}+2$. **C.** $T=6$. **D.** $T=8$.

Câu 177: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{2-x^2}-x$ là.

A. $2+\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2-\sqrt{2}$. **D.** 1.

Câu 178: Tìm x để hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x=2\sqrt{2}$. **B.** $x=\sqrt{2}$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 179: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{64-x}$ bằng.

A. 2. **B.** $2\sqrt[6]{32}$. **C.** $1+\sqrt[6]{65}$. **D.** $\sqrt[6]{3}+\sqrt[6]{61}$.

Câu 180: Hàm số $f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$ có tập giá trị là.

A. $\left[1;\sqrt{2}\right]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[0;1]$. **D.** $\left[-1;\sqrt{2}\right]$.

Câu 181: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x)=\sqrt{2-x^2}+x$.

A. $\begin{cases}\min=-\sqrt{3}\\ \max=2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}\min=-\sqrt{2}\\ \max=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\min=-\sqrt{2}\\ \max=2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\min=-\sqrt{2}\\ \max=4\end{cases}$.

Câu 182: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$ trên đoạn $[-1;3]$ là:

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\frac{5}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 183: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$. Tính $M-m$.

A. $M-m=2\sqrt{2}-2$. **B.** $M-m=4$.

C. $M-m=2\sqrt{2}+2$. **D.** $M-m=2\sqrt{2}$.

Câu 184: Gọi M,n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3}{x-2}$ trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M+n=\dfrac{13}{6}$. **B.** $M+n=\dfrac{8}{3}$. **C.** h. **D.** $M+n=\dfrac{4}{3}$.

Câu 185: Gọi M,N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y=x+\sqrt{4-x^2}$. Giá trị của biểu thức $M+2N$.

A. $2\sqrt{2}+4$. **B.** $2\sqrt{2}-2$. **C.** $2\sqrt{2}+2$. **D.** $2\sqrt{2}-4$.

Câu 186: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$ là:

A. 2. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Câu 187: Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=(x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0;3]$ có dạng $a-b\sqrt{c}$ với a là số nguyên và b, c là các số nguyên dương. Tính $S=a+b+c$.

A. -22. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ ĐA THỨC TRÊN K

Câu 58: Trên khoảng $(0;+\infty)$ thì hàm số $y=-x^3+3x+1$

A. có giá trị nhỏ nhất là 3.
B. có giá trị lớn nhất là -1.
C. có giá trị nhỏ nhất là -1.
D. có giá trị lớn nhất là 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=-3x^2+3$. Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

Bảng biến thiên thu gọn

x	$-\infty$		-1	0	1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	3	$\searrow$	$-\infty$

có giá trị lớn nhất là 3.

Câu 59: Cho hàm số $y=x^3-\frac{3}{2}x^2+1$. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên khoảng $\left(-25;\frac{11}{10}\right)$. Tìm M.

A. $M=1$.
B. $M=\frac{129}{250}$.
C. $M=0$.
D. $M=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=0\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-25		0		1		$\frac{11}{10}$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\frac{33123}{2}$	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$\frac{129}{250}$

Từ bảng biến thiên ta có $M=1$.

Câu 60: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=-x^3+3x+1$ trên khoảng $(0;+\infty)$ bằng :

A. 3.
B. 1.
C. -1.
D. 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 (l) \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị lớn nhất của hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$ trên khoảng $(0; +\infty)$ bằng 3.

Câu 61: Trên khoảng $(0; +\infty)$ thì hàm số $y = -x^3 + 3x + 1$.

A. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max}\, y = -1$.
B. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min}\, y = -1$.
C. Có giá trị lớn nhất là $\text{Max}\, y = 3$.
D. Có giá trị nhỏ nhất là $\text{Min}\, y = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = -3x^2 + 3$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên.

$\Rightarrow$ Hàm số có giá trị lớn nhất là $Max\, y = 3$.

Câu 62: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 5$. Khẳng định nào sau đây đúng:

A. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất
B. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất
C. Hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất
D. Hàm số không có giá trị nhỏ nhất, có giá trị lớn nhất

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: TXĐ: $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 1 \\ x = -1 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	4	$\nearrow$	5	$\searrow$	4	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số có giá trị nhỏ nhất, không có giá trị lớn nhất.

DẠNG 4: MAX-MIN CỦA HÀM PHÂN THỨC TRÊN ĐOẠN [A,B]

Câu 63: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + x + 4}{x + 1}$ trên đoạn $[0; 2]$ bằng

A. -5. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\dfrac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số luôn xác định trên $[0; 2]$.

Mặt khác $f'(x) = \dfrac{x^2 + 2x - 3}{(x+1)^2}$; $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -3 \notin [0; 2] \\ x = 1 \in [0; 2] \end{array}\right.$.

Ta có: $f(0)=4;\ f(1)=3;\ f(2)=\dfrac{10}{3}$. Vì vậy $\min\limits_{[0;2]} f(x)=f(1)=3$.

Câu 64: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\max\limits_{[2;4]} y=7$. **B.** $\max\limits_{[2;4]} y=6$. **C.** $\max\limits_{[2;4]} y=\dfrac{11}{3}$. **D.** $\max\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2};\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[2;4]\\x=3\in[2;4]\end{array}\right.$

$y(2)=7; y(3)=6; y(4)=\dfrac{19}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[2;4]} y=7$.

Câu 65: Gọi M , m thứ tự là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$.

Tính $P=M+m$.

A. $P=-5$. **B.** $P=-3$. **C.** $P=1$. **D.** $P=-\dfrac{13}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $[-2;0]$.

Ta có đạo hàm $y'=\dfrac{2x(x-1)-(x^2+3)}{(x-1)^2}=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=3\notin[-2;0]\end{array}\right.$.

$y(-2)=\dfrac{-7}{3}$;

$y(-1)=-2$;

$y(0)=-3$.

Vậy $m=-3;\ M=-2$, suy ra $m+M=-5$.

Câu 66: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2,4]$.

A. $\min\limits_{[2,4]} y=\dfrac{19}{3}$.. **B.** $\min\limits_{[2,4]} y=-1$. **C.** $\min\limits_{[2,4]} y=6$.. **D.** $\min\limits_{[2,4]} y=-2$..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2},\ y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\notin[2,4]\\x=3\in[2,4]\end{array}\right.$.

Mà $y(2)=7,\ y(3)=6,\ y(4)=\dfrac{19}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $\min\limits_{[2,4]} y = 6$.

Câu 67: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{16}{x}$ trên đoạn $[1;5]$ bằng

A. 8. **B.** $\dfrac{41}{5}$. **C.** 17. **D.** -8.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 1 - \dfrac{16}{x^2}$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 4 \in [1;5]$.

$f(1) = 17$, $f(5) = \dfrac{41}{5}$, $f(4) = 8$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là 8.

Câu 68: Tính tổng giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $\dfrac{37}{4}$. **B.** $\dfrac{29}{4}$. **C.** 8. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đã xác định và liên tục trên $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Ta có $\begin{cases} x \in \left(\dfrac{1}{2};2\right) \\ y' = 2x - \dfrac{2}{x^2} = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$.

Tính được $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{17}{4}$; $f(2) = 5$; $f(1) = 3$.

Do đó $\max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = 5$; $\min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = 3 \Rightarrow \max\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y + \min\limits_{\left[\frac{1}{2};2\right]} y = 8$.

Câu 69: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2x^2 + x - 2}{2 - x}$ trên đoạn $[-2;1]$ lần lượt bằng:

A. 1 và -1. **B.** 2 và 0. **C.** 0 và -2. **D.** 1 và -2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$y' = \frac{(4x+1)(2-x) + (2x^2 + x - 2)}{(2-x)^2} = \frac{-2x^2 + 8x}{(2-x)^2}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow -2x^2 + 8x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \in [-2;1] \\ x = 4 \notin [-2;1] \end{bmatrix}.$$

$f(-2) = 1, f(0) = -1, f(1) = 1 \Rightarrow \max\limits_{[-2;1]} f(x) = 1, \min\limits_{[-2;1]} f(x) = -1$.

Câu 70: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \dfrac{9}{x}$ trên đoạn $[2;4]$ là:

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{13}{2}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = -6$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{25}{4}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Hàm số đã cho liên tục trên đoạn $[2;4]$.

Ta có: $y'=1-\frac{9}{x^2}$. Cho $y'=0$ ta được $\left[\begin{array}{l} x=-3\notin[2;4] \\ x=3\in[2;4] \end{array}\right.$

Khi đó: $f(2)=\frac{13}{2}$, $f(3)=6$, $f(4)=\frac{25}{4}$.

Vậy $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

Câu 71: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2+5}{x-2}$ trên $[-2;1]$. Tính $T=M+2m$.

A. $T=-\frac{13}{2}$ **B.** $T=-10$ **C.** $T=-\frac{21}{2}$ **D.** $T=-14$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\frac{x^2+5}{x-2}$ có TXĐ: $\mathbb{R}\backslash\{2\}$, vậy hàm số liên tục trên $[-2;1]$.

$y'=\frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=5 \end{array}\right.$. Do $x\in[-2;1]$ nên $x=-1$.

$y(-2)=-\frac{9}{4}$, $y(-1)=-2$, $y(-2)=-6$

$\Rightarrow \min\limits_{[-2;1]} y=-6$, $\max\limits_{[-2;1]} y=-2\Rightarrow T=-14$.

Câu 72: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+1+\frac{4}{x+2}$ trên đoạn.

[-1; 5].

A. $\max\limits_{[-1;5]} y=3$. **B.** $\max\limits_{[-1;5]} y=4$. **C.** $\max\limits_{[-1;5]} y=-5$. **D.** $\max\limits_{[-1;5]} y=\frac{46}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=1-\frac{4}{(x+2)^2}=\frac{x^2+4x}{(x+2)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=0; x=-4$

Tính $f(0)=-3; f(-1)=4; f(5)=\frac{46}{7}$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;5]} y=\frac{46}{7}$.

Câu 73: Tìm giá trị lớn nhất (max) và giá trị nhỏ nhất (min) của hàm số $y=x+\frac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{3}{2};3\right]$.

A. $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{5}{2}$. **B.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{13}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=2$. **D.** $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{16}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có:

$y'=1-\frac{1}{x^2}$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin\left[\frac{3}{2};3\right] \\ x=1\notin\left[\frac{3}{2};3\right] \end{array}\right.$.

$y\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{13}{6}$, $y(3)=\frac{10}{3}$.

Suy ra $\max\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{10}{3}$, $\min\limits_{\left[\frac{3}{2};3\right]} y=\frac{13}{6}$.

Câu 74: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2-4x}{2x+1}$ trên đoạn $[0;3]$.

A. $\min\limits_{[0;3]} y=-1$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=-\frac{3}{7}$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=-4$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=0$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $y'=\frac{2x^2+2x-4}{(2x+1)^2}$

Cho $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-2 \end{array}\right.$

$y(0)=0; y(3)=-\frac{3}{7}; y(1)=-1$

Nên $\min\limits_{[0;3]} y=-1$.

Câu 75: Hàm số $f(x)=\frac{mx+5}{x-m}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -7 khi

A. $m=\frac{5}{7}$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $f(x)=\frac{mx+5}{x-m}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ nên $m\notin[0;1]$. Do đó hàm số $f(x)=\frac{mx+5}{x-m}$ xác định và liên tục trên đoạn $[0;1]$.

$f'(x)=\frac{-m^2-5}{(x-m)^2}<0$, $\forall x\in[0;1]$. Suy ra $\min\limits_{[0;1]} f(x)=f(1) \Leftrightarrow -7=\frac{m+5}{1-m} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 76: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị $M-m$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $M-m=3$. **B.** $M-m=\frac{9}{4}$. **C.** $M-m=\frac{1}{4}$. **D.** $M-m=-\frac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$.

$f'(x)=\frac{3}{(x+1)^2}>0, \forall x\in[0;3]$ nên $m=f(0)=-1$, $M=f(3)=\frac{5}{4}\Rightarrow M-m=\frac{9}{4}$.

Câu 77: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$.

A. $\max\limits_{[1;2]} y=-\frac{1}{2}$. **B.** $\max\limits_{[1;2]} y=1$. **C.** $\max\limits_{[1;2]} y=\frac{1}{2}$. **D.** $\max\limits_{[1;2]} y=-\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$y'=\frac{3}{(x+1)^2}>0$

$f(2)=1$. Vậy $\max\limits_{[1;2]} y=1$

Câu 78: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\frac{2}{x}$ (với $x>0$) bằng:

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=2x-\frac{2}{x^2}, x>0$. $y'=0\Leftrightarrow x=1$ (do $x>0$).

Ta có $f(1)=3$, $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $y=3$.

Câu 79: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

A. $\min\limits_{x\in[0;3]} y=-1$. **B.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=1$. **C.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=-3$. **D.** $\min\limits_{x\in[0;3]} y=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét trên đoạn $[0;3]$, ta có $y'=\frac{2}{(x+1)^2}>0$, $\forall x\in[0;3]$.

Hàm số luôn đồng biến trên khoảng $(0;3)$, do đó: $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y(0)=-1$.

Câu 80: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2-5x+1}{x}$ trên đoạn $\left[\frac{1}{2};3\right]$ là:

A. $-\frac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** -3. **D.** $-\frac{5}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên đoạn $\left[\frac{1}{2};3\right]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y' = \dfrac{x^2-1}{x^2} = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Khi đó $f\left(\dfrac{1}{2}\right) = -\dfrac{5}{2}$, $f(1) = -3$, $f(3) = -\dfrac{5}{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng -3.

Câu 81: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. -5. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** 5. **D.** $\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y' = \dfrac{-8}{(x-3)^2} < 0$ do đó hàm nghịch biến $\Rightarrow y_{\max} = y(0) = \dfrac{1}{3}$.

Câu 82: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 1 + x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[-3;-1]$ bằng

A. -4. **B.** -6. **C.** -5. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số y xác định và liên tục trên đoạn $[-3;-1]$.

$y' = 1 - \dfrac{4}{x^2}$

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -2 \in [-3;-1] \\ x = 2 \notin [-3;-1] \end{array}\right.$.

$y(-3) = -\dfrac{10}{3}$; $y(-2) = -3$; $y(-1) = -4$.

Vậy $\min\limits_{[-3;-1]} y = -4$ tại $x = -1$.

Câu 83: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng.

A. $\max\limits_{[1;3]} y = 4$ **B.** $\max\limits_{[1;3]} y = 6$ **C.** $\max\limits_{[1;3]} y = 5$ **D.** $\max\limits_{[1;3]} y = 3$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 1 - \dfrac{4}{x^2}$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 1 - \dfrac{4}{x^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \in [1;3] \\ x = -2 \notin [1;3] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(1) = 5$, $y(2) = 4$, $y(3) = \dfrac{13}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y = 5$.

Câu 84: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \dfrac{x^2 + 2x}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$?

A. $\dfrac{8}{3}$. **B.** 0. **C.** 3. **D.** $\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Cách 1. Ta có, $f(x)=\dfrac{x^2+2x}{x+1}=x+1-\dfrac{1}{x+1}\Rightarrow f'(x)=1+\dfrac{1}{(x+1)^2}>0,\forall x\in[0;2]$.

$\Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $(0;2)\Rightarrow GTLN_{[0;2]}\ f(x)=f(2)=\dfrac{8}{3}$..

Cách 2. Dùng chức năng lập bảng (Mode7) trên Casio.

Lưu ý: Bài này học sinh có thể để hàm số gốc như đề bài đạo hàm, giải phương trình y' = 0 (vô nghiệm), tính các giá trị hàm số tại $x=0,x=2$, sau đó so sánh rồi kết luận.

Câu 85: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;\ 4]$

A. $\min\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y=-3$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y=-2$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y=6$.

Lời giải

Chọn D

$y'=\dfrac{x^2-2x-3}{x-1}$; $y'=0\Leftrightarrow x^2-2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\notin[2;4]\end{array}\right.$

$f(2)=7$; $f(3)=6$; $f(4)=\dfrac{19}{3}$. Vậy $\min\limits_{[2;4]} y=6$

Câu 86: Tìm giá trị nhỏ nhất m của hàm số: $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

A. $m=5$. **B.** $m=3$. **C.** $m=\dfrac{17}{4}$. **D.** $m=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$.

Ta có $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow 2x^3-2=0\Leftrightarrow x=1$.

$y\left(\dfrac{1}{2}\right)=\dfrac{17}{4}$; $y(1)=3$; $y(2)=5$.

Vậy $m=3$.

Câu 87: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\dfrac{1}{2}\right]$ bằng.

A. $-\dfrac{13}{3}$. **B.** 4. **C.** -3. **D.** $-\dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$+) y' = \dfrac{(2x-3)(x-1)-(x^2-3x+3).1}{(x-1)^2} = \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$

$+) y' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \in \left[-2;\dfrac{1}{2}\right] \\ x = 2 \notin \left[-2;\dfrac{1}{2}\right] \end{array}\right.$.

$+) y(0) = -3$

$+) y(-2) = \dfrac{-13}{3}$

$+) y\left(\dfrac{1}{2}\right) = \dfrac{-7}{2}$

$\max\limits_{\left[-2;\frac{1}{2}\right]} y = -3$

Câu 88: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\min\limits_{[2;4]} y = 6$. **B.** $\min\limits_{[2;4]} y = \dfrac{19}{3}$. **C.** $\min\limits_{[2;4]} y = -2$. **D.** $\min\limits_{[2;4]} y = -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y = \dfrac{x^2+3}{x-1}$ liên tục trên đoạn $[2;4]$.

Ta có: $y' = \dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2-2x-3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \notin [2;4] \\ x = 3 \in [2;4] \end{array}\right.$.

. Vậy $\min\limits_{[2;4]} y = 6$.

Câu 89: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{2x-3}{x-5}$ trên đoạn $[0;2]$ là.

A. $\dfrac{3}{5}$. **B.** $\dfrac{1}{4}$. **C.** 2. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y' = \dfrac{-7}{(x-5)^2} < 0$ và hàm số xác định và liên tục trên $[0;2]$.

Suy ra $\min\limits_{[0;2]} y = y_{(2)} = -\dfrac{1}{3}$.

Câu 90: Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y = \dfrac{mx}{x^2+1}$ (với $m \neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = 1$ khi và chỉ khi

A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m < 0$. **D.** $m > 0$.

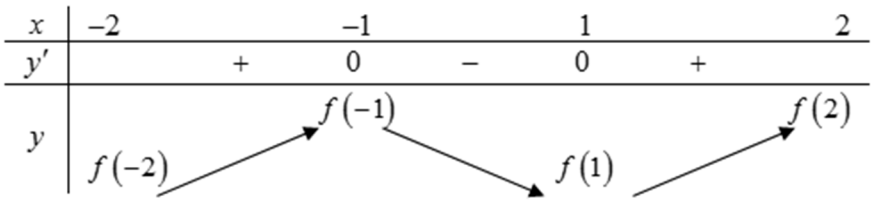
Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có $y' = \dfrac{-mx^2+m}{x^2+1}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$, $f(1) = \dfrac{m}{2}$, $f(-1) = -\dfrac{m}{2}$, $f(2) = \dfrac{2m}{5}$, $f(-2) = -\dfrac{2m}{5}$

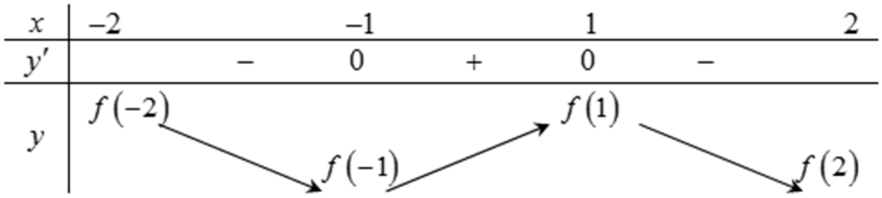
Trường hợp 1: $m < 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Do $m<0$ nên $f(1)=\frac{m}{2}<f(-2)=-\frac{2m}{5}$ suy ra hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

Trường hợp 2: $m>0$.



Hàm số không đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$.

Vậy hàm số $y=\frac{mx}{x^2+1}$ (với $m\neq 0$) đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=1$ khi và chỉ khi $m<0$.

Câu 91: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2+3x-1}{x-2}$ trên đoạn $[-2;0]$ là:

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{3}{4}$. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=\frac{x^2-4x-5}{(x-2)^2}$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=5\end{array}\right.$

$y(-2)=\frac{3}{4};y(0)=\frac{1}{2};y(-1)=1$

Vậy $\max\limits_{x\in[-2;0]}y=1$

Câu 92: Số các giá trị tham số m để hàm số $y=\frac{x-m^2-1}{x-m}$ có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng -6 là

A. 0. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải.

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

Có $y'=\frac{m^2-m+1}{(x-m)^2}>0$, $\forall x\in D$ (do $m^2-m+1=\left(m-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{3}{4}>0$, $\forall m\in\mathbb{R}$).

Do đó hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;m)$ và $(m;+\infty)$.

Suy ra $\max\limits_{[0;4]}f(x)=f(4)$

Để hàm số đã cho có giá trị lớn nhất trên $[0;4]$ bằng -6 thì

$\begin{cases} m \notin [0;4] \\ f(4) = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0;4] \\ \dfrac{3-m^2}{4-m} = -6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0;4] \\ m^2 + 6m - 27 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \notin [0;4] \\ \left[\begin{array}{l} m = 3 \\ m = -9 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow m = -9$.

Vậy có một giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 93: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2,0]$. Giá trị biểu thức $5M + m$ bằng

A. $\dfrac{24}{5}$. **B.** $-\dfrac{24}{5}$. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{4}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y = \dfrac{x+1}{2x-1}$ liên tục trên $[-2,0]$. Ta có $y' = \dfrac{-3}{(2x-1)^2} < 0, \forall x \in [-2,0]$, suy ra hàm số nghịch biến trên $[-2,0]$, do đó, $M = \max\limits_{[-2,0]} y = y(-2) = \dfrac{1}{5}$ và $m = \min\limits_{[-2,0]} y = y(0) = -1$.

Vậy $5M + m = 5\left(\dfrac{1}{5}\right) + (-1) = 0$.

Câu 94: Tích của giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x + \dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;\ 3]$ bằng.

A. $\dfrac{65}{3}$. **B.** $\dfrac{52}{3}$. **C.** 20. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

$y' = 1 - \dfrac{4}{x^2} = \dfrac{x^2-4}{x^2}; y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 2 \in [1;\ 3] \\ x = -2 \notin [1;\ 3] \end{array}\right.$

Ta có: $f(1) = 5;\ f(2) = 4;\ f(3) = \dfrac{13}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y = 5;\ \min\limits_{[1;3]} y = 4 \Rightarrow \max\limits_{[1;3]} y . \min\limits_{[1;3]} y = 20$

Câu 95: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ trên đoạn $[2;\ 3]$ là

A. -3. **B.** 3. **C.** -4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y' = \dfrac{-2}{(x-1)^2} < 0$.

Ta có $f(3) = 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất là 2.

Câu 96: Ký hiệu a, A lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;2]$. Giá trị $a + A$ bằng

A. 12. **B.** 7. **C.** 18. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$. Giải phương trình $y'=0 \Leftrightarrow x^2+2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\in[0;2] \\ x=3\notin[0;2] \end{array}\right.$.

Do $y(0)=4;\ y(1)=3;\ y(2)=\dfrac{10}{3}$ nên $\max\limits_{[0;2]} y=y(0)=4 \Rightarrow A=4;\ \min\limits_{[0;2]} y=y(1)=3 \Rightarrow a=3$.

Vậy $A+a=7$.

Câu 97: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=5$ **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=4$ **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=6$ **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=3$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=1-\dfrac{4}{x^2}$.

$y'=0 \Leftrightarrow 1-\dfrac{4}{x^2}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=2\in[1;3] \\ x=-2\notin[1;3] \end{array}\right.$.

Khi đó $y(1)=5,\ y(2)=4,\ y(3)=\dfrac{13}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} y=5$.

Câu 98: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+3}{x-1}$ trên đoạn $[2;4]$.

A. $\max\limits_{[2;4]} y=7$. **B.** $\max\limits_{[2;4]} y=6$. **C.** $\max\limits_{[2;4]} y=\dfrac{11}{3}$. **D.** $\max\limits_{[2;4]} y=\dfrac{19}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x-3}{(x-1)^2};\ y'=0 \Leftrightarrow x^2-2x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\notin(2;4) \\ x=3\in(2;4) \end{array}\right.$.

Tính các giá trị: $y(2)=7,\ y(3)=6,\ y(4)=\dfrac{19}{3}$.

Vậy $\max\limits_{[2;4]} y=f(2)=7$.

Câu 99: Biết hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0;2]$. Trong các hàm số sau, hàm số nào cũng có GTLN và GTNN tương ứng là M và m?.

A. $y=f\left(x+\sqrt{2-x^2}\right)$. **B.** $y=f\left(\dfrac{4x}{x^2+1}\right)$.

C. $y=f\left(\sqrt{2(\sin x+\cos x)}\right)$. **D.** $y=f\left(\sqrt{2\left(\sin^3 x+\cos^3 x\right)}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=\dfrac{4x}{x^2+1}$ trên $[0;2]$

Ta có: $t'_x=\dfrac{-4x^2+4}{(x^2+1)^2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$t'_x = 0 \Leftrightarrow x = 1$ trên $[0;2]$

Bảng biến thiên:

x	0		1		2
$t'(x)$		$+$	0	$-$	
$t(x)$	0	$\nearrow$	2	$\searrow$	$\frac{8}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có: $0 \le t \le 2$.

Do đó: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0;2]$ khi và chỉ khi hàm số $y = f(t)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có M và m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên đoạn $[0;2]$.

Câu 100: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$ bằng

A. 5. **B.** $\dfrac{1}{3}$. **C.** -5. **D.** $-\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y' = -\dfrac{8}{(x-3)^2} < 0$ với $\forall x \in [0;2]$. $y(0) = \dfrac{1}{3}$, $y(2) = -5$.

Vậy $\max\limits_{[0;2]} y = y(0) = \dfrac{1}{3}$.

Câu 101: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $[-1;1]$. Khi đó giá trị của m là:

A. $m = -\dfrac{2}{3}$. **B.** $m = \dfrac{2}{3}$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = -4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $f(x) = \dfrac{3x+1}{x-2}$ trên $D = [-1;1]$.

Ta có $f'(x) = \dfrac{-7}{(x-2)^2}$; $f'(x) < 0, \forall x \in D \Rightarrow f(x)$ là hàm số nghịch biến trên D.

Vậy $m = f(1) = -4$.

Câu 102: Hàm số $y = \dfrac{x^2-3x}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y = \dfrac{x^2-3x}{x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$. Ta có $-1 \notin [0;3]$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$

$y(0)=0; y(1)=-1; y(3)=0$.

Vậy $\max\limits_{[0;3]} y=0$

Câu 103: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2;0]$.

Giá trị biểu thức $5M+m$ bằng

A. -4. **B.** 0. **C.** $-\dfrac{24}{5}$. **D.** $\dfrac{24}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;0]$

Ta có $y'=\dfrac{-3}{(2x-1)^2}<0, \forall x\neq\dfrac{1}{2}$.

$\Rightarrow$ hàm số luôn nghịch biến trên đoạn $[-2;0]\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}M=\max\limits_{[-2;0]} y=y(-2)=\dfrac{1}{5}\\m=\min\limits_{[-2;0]} y=y(0)=-1\end{array}\right.$.

Khi đó $5M+m=0$.

Câu 104: Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{8}{1+2x}+x$ trên đoạn $[1;2]$ lần lượt là

A. $\dfrac{18}{5}; \dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{11}{3}; \dfrac{18}{5}$. **C.** $\dfrac{13}{3}; \dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{11}{3}; \dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[1;2]$

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{16}{(1+2x)^2}$

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{3}{2}\in[1;2]\\x=-\dfrac{5}{2}\notin[1;2]\end{array}\right.$.

Khi đó $f(1)=\dfrac{11}{3}; f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{7}{2}; f(2)=\dfrac{18}{5}$.

Vậy $\max\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=\dfrac{11}{3}; \min\limits_{[1;2]} f(x)=f\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{7}{2}$.

Câu 105: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

A. 5. **B.** $-\dfrac{1}{3}$. **C.** $\dfrac{1}{3}$. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{3x-1}{x-3}$ trên đoạn $[0;2]$.

Ta có: Hàm số liên tục trên đoạn $[0;2]$.

$y'=\dfrac{-8}{(x-1)^2}$ hàm số nghịch biến trên $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 106: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-5+\dfrac{1}{x}$ trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};5\right]$ bằng:

A. -3. **B.** $\dfrac{1}{5}$. **C.** -5. **D.** $-\dfrac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $\left[\dfrac{1}{2};5\right]$.

Đạo hàm $y'=1-\dfrac{1}{x^2}=\dfrac{x^2-1}{x^2}; y'=0\Leftrightarrow x^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\left[\dfrac{1}{2};5\right]\\x=-1\notin\left[\dfrac{1}{2};5\right]\end{array}\right.$.

Ta có $y\left(\dfrac{1}{2}\right)=-\dfrac{5}{2}; y(1)=-3; y(5)=\dfrac{1}{5}$..

Suy ra GTNN cần tìm là $y(1)=-3$..

Câu 107: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$ là:

A. $\min\limits_{[0;3]} y=-3$. **B.** $\min\limits_{[0;3]} y=1$. **C.** $\min\limits_{[0;3]} y=-1$. **D.** $\min\limits_{[0;3]} y=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=\dfrac{2}{(x+1)^2}>0$, $y(0)=-1$, $y(3)=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{[0;3]} y=-1$.

Câu 108: Giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3+3x^2+x-1$ trên đoạn $[-1;2]$ lần lượt là

A. $21;0$. **B.** $21;-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. **C.** $19;-\dfrac{\sqrt{6}}{9}$. **D.** $21;-\dfrac{4\sqrt{6}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y=x^3+3x^2+x-1\Rightarrow y'=3x^2+6x+1$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{-3+\sqrt{6}}{3}\\x=\dfrac{-3-\sqrt{6}}{3}\end{array}\right.$

$y(-1)=0; y(2)=21; y\left(\dfrac{-3+\sqrt{6}}{3}\right)=-\dfrac{4\sqrt{6}}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $21;-\frac{4\sqrt{6}}{9}$.

Câu 109: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{x^2-3x+3}{x-1}$ trên đoạn $\left[-2;\frac{1}{2}\right]$ là

A. $-\frac{7}{2}$ **B.** $-\frac{13}{3}$ **C.** 1 **D.** -3

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có

$$f'(x)=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2},\ f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\in\left[-2;\frac{1}{2}\right]\\x=2\notin\left[-2;\frac{1}{2}\right]\end{array}\right.$$

$$f(-2)=-\frac{13}{3},\ f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{7}{2},\ f(0)=-3.$$

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là -3.

Câu 110: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{3}{x-2}$ trên đoạn $[3;6]$ bằng

A. 6. **B.** $2\sqrt{3}+2$. **C.** $\frac{27}{4}$. **D.** $2\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x+\frac{3}{x-2}$ liên tục trên đoạn $[3;6]$, ta có:

$$f'(x)=1-\frac{3}{(x-2)^2}=\frac{x^2-4x+1}{(x-2)^2};\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=2+\sqrt{3}.$$

Khi đó $f(3)=6$; $f\left(2+\sqrt{3}\right)=2\sqrt{3}+2$; $f(6)=\frac{27}{4}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\frac{3}{x-2}$ trên đoạn $[3;6]$ bằng $2\sqrt{3}+2$.

Câu 111: Cho $f(x)=\frac{1}{x^2-4x+5}-\frac{x^2}{4}+x$. Gọi $M=\max\limits_{[0;3]}f(x);m=\min\limits_{[0;3]}f(x)$, khi đó $M-m$ bằng.

A. $\frac{9}{5}$. **B.** $\frac{3}{5}$. **C.** $\frac{7}{5}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$f'(x)=-\frac{2x-4}{\left(x^2-4x+5\right)^2}-\frac{x}{2}+1\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=2\in[0;3].$$

Có $m=f(0)=\frac{1}{5};f(3)=\frac{5}{4};M=f(2)=2$.

Câu 112: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x-1}{x+5}$ trên đoạn $[-1;3]$.

A. $-\frac{1}{5}$ **B.** $\frac{5}{3}$ **C.** $\frac{-3}{4}$ **D.** $\frac{5}{8}$

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Ta có $y' = \dfrac{11}{(x+5)^2} > 0$ với $\forall x \in [-1;3]$.

Do $y(-1) = \dfrac{-3}{4}$, $y(3) = \dfrac{5}{8}$ nên $\max\limits_{[-1;3]} y = y(3) = \dfrac{5}{8}$.

Câu 113: Giá trị lớn nhất của hàm số $y = \dfrac{1-x}{2-x}$ trên $[-3;0]$ là

A. $-\dfrac{4}{5}$. **B.** $\dfrac{4}{5}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $-\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y = \dfrac{1-x}{2-x} = \dfrac{x-1}{x-2} \Rightarrow y' = \dfrac{-1}{(x-2)^2} < 0$. Mặt khác trên $2 \notin [-3;0]$ nên

$y(-3) = \dfrac{4}{5}; y(0) = \dfrac{1}{2}$.

Ta có $\max\limits_{[-3;0]} y = \dfrac{4}{5}$.

Câu 114: Kí hiệu m và M lần lượt là giá trị lớn nhất giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị của tỉ số $\dfrac{M}{m}$..

A. $\dfrac{5}{3}$. **B.** $\dfrac{4}{3}$. **C.** $\dfrac{2}{3}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số đã xác định và liên tục trên đoạn $[0;3]$..

$$y' = \frac{(2x+1)(x+1) - x^2 - x - 4}{(x+1)^2} = \frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}; \begin{cases} x \in (0;3) \\ y' = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1..$$

Ta có $f(0) = 4; f(1) = 3; f(3) = 4$. Do đó $m = \min\limits_{[0;3]} f(x) = 3$; $M = \max\limits_{[0;3]} f(x) = 4 \Rightarrow \dfrac{M}{m} = \dfrac{4}{3}$..

Câu 115: Hàm số $y = \dfrac{x^2-3x}{x+1}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;3]$ là:

A. 1. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y = \dfrac{x^2-3x}{x+1} \Rightarrow y' = \dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.

Cho $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x = -3 \end{array}\right.$

$y(0) = 0; y(1) = -1; y(3) = 0$.

Ta có $\max\limits_{[0;3]} y = 0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 116: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x^2-\frac{16}{x}$ trên đoạn $[-4;-1]$. Tính $T=M+m$.

A. $T=25$. **B.** $T=32$. **C.** $T=16$. **D.** $T=37$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Ta có $f'(x)=2x+\frac{16}{x^2}$;

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 2x+\frac{16}{x^2}=0 \Leftrightarrow 2x^3+16=0 \Leftrightarrow x^3=-8 \Leftrightarrow x=-2$

Ta thấy $f(-4)=20$; $f(-1)=17$; $f(-2)=12$

Vậy $\begin{cases}M=20\\ m=12\end{cases} \Leftrightarrow T=M+m=20+12=32$.

Câu 117: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\frac{9}{x-1}$ trên đoạn $[-4;-1]$ bằng

A. -5. **B.** $-\frac{11}{2}$. **C.** $-\frac{29}{5}$. **D.** -9.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=1-\frac{9}{(x-1)^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow 1-\frac{9}{(x-1)^2}=0 \Leftrightarrow (x-1)^2-9=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\notin[-4;-1]\\ x=-2\in[-4;-1]\end{array}\right.$.

$y(-4)=\frac{-29}{5}$; $y(-2)=-5$; $y(-1)=-\frac{11}{2}$.

Vậy $\max\limits_{[-4;-1]} y=y(-2)=-5$.

Câu 118: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{3x-1}{x-3}$ trên $[0;2]$ là

A. -5 **B.** 5 **C.** $\frac{1}{3}$ **D.** $\frac{-1}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y'=\frac{-8}{(x-3)^2}<0$, $\forall x\neq 3 \Rightarrow \max\limits_{[0;2]} y=y(0)=\frac{1}{3}$.

Câu 119: Cho hàm số $f(x)=\frac{x-m}{x+1}$, với m là tham số. Biết $\min\limits_{[0;3]} f(x)+\max\limits_{[0;3]} f(x)=-2$. Hãy chọn kết luận đúng.

A. $m=2$. **B.** $m>2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m<-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$f(x)=\frac{x-m}{x+1}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$f'(x)=\frac{1+m}{(x+1)^2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vì $f'(x)$ chỉ mang một dấu trên D nên $\begin{cases}\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(0)\\ \max\limits_{[0;3]} f(x)=f(3)\end{cases}$ hoặc $\begin{cases}\min\limits_{[0;3]} f(x)=f(3)\\ \max\limits_{[0;3]} f(x)=f(0)\end{cases}$.

Do đó: $\min\limits_{[0;3]} f(x)+\max\limits_{[0;3]} f(x)=-2 \Leftrightarrow f(0)+f(3)=-2 \Leftrightarrow -m+\dfrac{3-m}{4}=-2 \Leftrightarrow m=\dfrac{11}{5}$.

Câu 120: Cho hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+2}$, giá trị nhỏ nhất m của hàm số trên $[-1;2]$ là:

A. $m=0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\dfrac{9}{4}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=x+\dfrac{1}{x+2}$ xác định và liên tục trên đoạn $[-1;2]$.

Ta có $y'=1-\dfrac{1}{(x+2)^2}=\dfrac{x^2+4x+3}{(x+2)^2}$; $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=-1\in[-1;2]\\ x=-3\notin[-1;2]\end{array}\right.$

Mà $y(-1)=0$; $y(2)=\dfrac{9}{4}$.

Vậy $\min\limits_{[-1;2]} y=y(-1)=0$.

Câu 121: Kí hiệu M và m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2+x+4}{x+1}$ trên đoạn $[0;3]$. Tính giá trị của $\dfrac{M}{m}$.

A. $\dfrac{5}{3}$ **B.** 2 **C.** $\dfrac{2}{3}$ **D.** $\dfrac{4}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=\dfrac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}$.

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\in[0;3]\\ x=-3\notin[0;3]\end{array}\right.$.

$y(1)=3$; $y(0)=4$; $y(3)=4$.

Do đó: $M=4$, $m=3$.

Vậy $\dfrac{M}{m}=\dfrac{4}{3}$.

Câu 122: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ trên đoạn $[1;3]$.

A. $\max\limits_{[1;3]} y=3$. **B.** $\max\limits_{[1;3]} y=5$. **C.** $\max\limits_{[1;3]} y=6$. **D.** $\max\limits_{[1;3]} y=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x+\dfrac{4}{x}$ trên tập $D=[1;3]$.

$f'(x)=1-\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{x^2-4}{x^2}$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=2\\ x=-2\ (L)\end{array}\right.$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$f(1)=5$, $f(1)=4$, $f(3)=\dfrac{13}{3}$. Do hàm số liên tục trên đoạn $[1;3]$ nên $\max\limits_{[1;3]} y=5$.

Câu 123: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x+2}$ trên đoạn $[1;4]$.

A. $\max\limits_{[1;4]} f(x)=1$. **B.** Không tồn tại. **C.** $\max\limits_{[1;4]} f(x)=\dfrac{1}{3}$. **D.** $\max\limits_{[1;4]} f(x)=\dfrac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số xác định $[1;4]$.

Có $f'(x)=\dfrac{2}{(x+2)^2}>0, \forall x\in[1;4]$ nên hàm số đồng biến trên $[1;4]$.

Do đó $\max\limits_{[1;4]} f(x)=f(4)=\dfrac{4}{4+2}=\dfrac{2}{3}$.

Câu 124: Cho hàm số $y=\dfrac{2-x}{1-x}$. Gọi M, m lần lượt là GTLN, GTNN của hàm số trên $[2;4]$. Khi đó.

A. $M=0$, $m=\dfrac{-1}{2}$. **B.** $M=\dfrac{2}{3}$, $m=\dfrac{1}{2}$. **C.** $M=\dfrac{2}{3}$, $m=0$. **D.** $M=0$, $m=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=\dfrac{-x+2}{-x+1}\Rightarrow y'=\dfrac{1}{(-x+1)^2}>0, \forall x\in[2;4]$.

$\Rightarrow M=y(4)=\dfrac{2}{3}; m=y(2)=0$.

DẠNG 5: MAX-MIN CỦA HÀM PHÂN THỨC TRÊN K

Câu 125: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^2+\dfrac{2}{x}$ với $x>0$ bằng

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=2x-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{2x^3-2}{x^2}$; $y'=0\Leftrightarrow x=1$.

Lập bảng biến thiên, suy ra giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng $y(1)=3$.

Câu 126: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ trên đoạn $[-2,0]$. Tính giá trị của biểu thức $5M+m$.

A. $\dfrac{24}{5}$. **B.** $-\dfrac{4}{5}$. **C.** 0. **D.** $-\dfrac{24}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x-1}$ liên tục trên $[-2,0]$. Ta có $y'=\dfrac{-3}{(2x-1)^2}<0, \forall x\in[-2,0]$, suy ra hàm số nghịch biến trên $[-2,0]$, do đó, $M=\max\limits_{[-2,0]} y=y(-2)=\dfrac{1}{5}$ và $m=\min\limits_{[-2,0]} y=y(0)=-1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $5M+m=5\left(\frac{1}{5}\right)+(-1)=0$.

Câu 127: Trên đoạn $[-2;2]$, hàm số $y=\frac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ khi và chỉ khi

A. $m=-2$. **B.** $m<0$. **C.** $m=2$. **D.** $m\geq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1: Với $m=0$ thì $y=0$ nên $\max\limits_{[-2;2]} y=0$ khi $x=1$.

Với $m\neq 0$.

Đặt $x=\tan t$, ta được $y=\frac{m}{2}.\sin 2t$. Với $x\in[-2;2]$ thì $t\in[-\arctan 2;\arctan 2]$.

Hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ tương ứng với $t=\frac{\pi}{4}$.

Khi $m>0$ thì $\max\limits_{[-\arctan 2;\arctan 2]} y=\frac{m}{2}$ khi và chỉ khi $t=\frac{\pi}{4}$.

Khi $m<0$ thì $\max\limits_{[-\arctan 2;\arctan 2]} y=\frac{m}{2}$ khi và chỉ khi $t=-\frac{\pi}{4}$.

Vậy $m\geq 0$ thỏa mãn bài toán.

Cách 2: Ta có $y'=\frac{m\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$,

TH1: $m=0\Rightarrow y=0$ là hàm hằng nên cũng coi GTLN của nó bằng 0 khi $x=1$

TH2: $m\neq 0$. Khi đó: $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\ (n)\\ x=1\ \ (n)\end{array}\right.$

Vì hàm số đã cho liên tục và xác định nên ta có hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$ khi và chỉ khi $\left\{\begin{array}{l}y(1)\geq y(-2)\\ y(1)\geq y(2)\\ y(1)\geq y(-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow m\geq 0\Rightarrow m>0$ (do $m\neq 0$)

Vậy $m\geq 0$

Chú ý: Ngoài cách trên trong TH2 $m\neq 0$, ta có thể xét $m>0$, $m<0$ rồi lập BBT cũng tìm được kết quả như trên.

Câu 128: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^2}{x-2}$ trên $(2;6]$.

A. $\min\limits_{(2;6]} y=9$. **B.** $\min\limits_{(2;6]} y=8$. **C.** $\min\limits_{(2;6]} y=4$. **D.** $\min\limits_{(2;6]} y=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số xác định và liên tục trên $(2;6]$.

Ta có $y'=\frac{x^2-4x}{(x-2)^2}$. Do đó $y'=0\Leftrightarrow x=0\vee x=4$

Trên $(2;6]$ ta có $y(4)=8$; $y(6)=9$ và $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\frac{x^2}{x-2}=+\infty$.

Do đó $\min\limits_{(2;6]} y=8$.

Câu 129: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x^2 + \frac{2}{x}$ (với $x > 0$) bằng:

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y' = 2x - \frac{2}{x^2}, x > 0$. $y' = 0 \Leftrightarrow x = 1$ (do $x > 0$).

Ta có $f(1) = 3$, $\lim\limits_{x \to 0^+} y = +\infty$, $\lim\limits_{x \to +\infty} y = +\infty$.

Vậy giá trị nhỏ nhất là $y = 3$.

Câu 130: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = \frac{x+1}{x+2}$ trên đoạn $[1;3]$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. **B.** $\frac{6}{7}$. **C.** $\frac{4}{5}$. **D.** $\frac{5}{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f'(x) = \frac{1}{(x+2)^2} > 0 \quad \forall x \in [1;3]$.

Vậy $\max\limits_{[1;3]} f(x) = f(3) = \frac{4}{5}$.

Câu 131: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $A = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$ là

A. -2. **B.** 2. **C.** 1. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét $f(x) = \frac{3x^2 - 8x + 6}{x^2 - 2x + 1}$.

$f'(x) = \frac{2(x-1)(x-2)}{(x-1)^4}$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
f	3	↗	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2	↗	3

Vậy giá trị nhỏ nhất của A là 2.

Câu 132: Cho hàm số $y = \frac{3x^2 + 2x + 3}{x^2 + 1}$, tập giá trị của hàm số là:

A. $[3;4]$. **B.** $[2;4]$. **C.** $\left[\frac{15}{2};5\right]$. **D.** $[2;3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

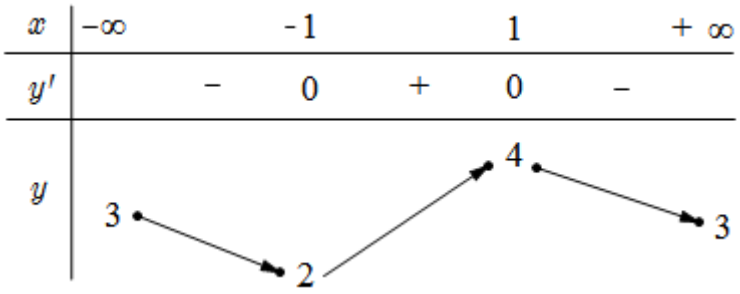
Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y'=\dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow -2x^2+2=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x^2+2x+3}{x^2+1}=3\Rightarrow y=3$ là tiệm cận ngang.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên ta có $2\le y\le 4$. Vậy tập giá trị của hàm số là $[2;4]$.

Câu 133: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\dfrac{4}{x}$ trên khoảng $(0;+\infty)$.

A. $\min\limits_{(0;+\infty)} y=4$. **B.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=0$. **C.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=3$. **D.** $\min\limits_{(0;+\infty)} y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1. Ta có $y'=1-\dfrac{4}{x^2}=\dfrac{x^2-4}{x^2}, y'=0\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên khoảng $(0;+\infty)$.

Nhận thấy hàm số chỉ đạt cực tiểu tại điểm $x=2$ và $y_{CT}=4$ nên $\min\limits_{(0;+\infty)} y=4$.

Cách 2.Áp dụng BĐT Cauchy cho 2 số $x+\dfrac{4}{x}\ge 2\sqrt{x.\dfrac{4}{x}}=4\Rightarrow \min y=4\Leftrightarrow x=2$

Câu 134: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{1}{x^3}-\dfrac{1}{x}$ khi $x>0$.

A. $-\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$. **B.** $-\dfrac{1}{4}$. **C.** 0. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số đã cho xác định và liên tục trên $(0;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{-3}{x^4}+\dfrac{1}{x^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow \dfrac{-3}{x^4}+\dfrac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow x^2=3\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{3} \\ x=-\sqrt{3} \end{array}\right.$.

Có $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$.

Lập bảng biến thiên của hàm số trên $(0;+\infty)$, ta được:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	0		$\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{-2\sqrt{3}}{9}$	$\nearrow$	0

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên $(0;+\infty)$ bằng $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$.

Câu 135: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x+\frac{1}{x^2}$ trên khoảng $\left[\frac{1}{2};+\infty\right)$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 5.

Lời giải

Chọn B

$y'=2-\frac{2}{x^3}=\frac{2x^3-2}{x^3}$. Cho $y'=0\Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên thu gọn

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'				$-$	0	$+$	
y		$\searrow$	5		3	$\nearrow$	$+\infty$

có giá trị nhỏ nhất là 3.

Câu 136: Cho x, y là các số thực thỏa mãn điều kiện: $3^{x^2+y^2-2}.\log_2(x-y)=\frac{1}{2}\left[1+\log_2(1-xy)\right]$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $M=2\left(x^3+y^3\right)-3xy$.

A. 7. **B.** $\frac{17}{2}$. **C.** $\frac{13}{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x>y\\xy<1\end{cases}$.

Biến đổi điều kiện thành $3^{(x-y)^2}.3^{2(xy-1)}.\log_2(x-y)=\frac{1}{2}\log_2\left(2(1-xy)\right)$

$\Leftrightarrow 3^{(x-y)^2}.\log_2(x-y)^2=3^{2(1-xy)}.\log_2 2(1-xy)$ $(*)$.

Xét hàm số $f(t)=3^t.\log_2 t$ với $t>0$. Ta có $f'(t)=3^t\ln 3.\log_2 t+\frac{3^t}{t\ln 2}>0$ với mọi $t>0$.

Suy ra hàm số $f(t)$ luôn đồng biến và liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$.

Từ $(*)$ ta có $(x-y)^2=2(1-xy)\Leftrightarrow x^2+y^2=2\Leftrightarrow(x+y)^2=2+2xy\Leftrightarrow xy=\frac{(x+y)^2-2}{2}$.

Đặt $u=x+y$, vì $(x+y)^2\le 2\left(x^2+y^2\right)=4$ nên $-2\le u\le 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $M=2(x+y)(x^2+y^2-xy)-3xy=2(x+y)(2-xy)-3xy=2u\left(2-\frac{u^2-2}{2}\right)-3\left(\frac{u^2-2}{2}\right)$.

Xét hàm số $g(u)=\frac{2u(6-u^2)-3(u^2-2)}{2}=-u^3-\frac{3}{2}u^2+6u+3$ với $u\le 2$.

Có $g'(u)=-3u^2-3u+6$; $g'(u)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}u=1\\u=-2\end{array}\right.$.

Ta có $g(-2)=-7$; $g(1)=\frac{13}{2}$; $g(2)=1$.

Vậy $\max M=\max_{[-2;2]}g(u)=\frac{13}{2}$ khi $u=1$ hay $\left\{\begin{array}{l}x+y=1\\x^2+y^2=2\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x+y=1\\xy=-\frac{1}{2}\end{array}\right.$ suy ra $\left\{\begin{array}{l}x=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\\y=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$ hoặc $\left\{\begin{array}{l}x=\frac{1-\sqrt{3}}{2}\\y=\frac{1+\sqrt{3}}{2}\end{array}\right.$.

Câu 137: GTNN của hàm số $y=x-5+\frac{1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2};5\right]$.

A. $\frac{1}{5}$. **B.** $-\frac{5}{2}$. **C.** -3. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\Rightarrow y'=1-\frac{1}{x^2}=\frac{x^2-1}{x^2}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.(L)$.

$f(1)=-3; f\left(\frac{1}{2}\right)=-\frac{5}{2}; f(5)=\frac{1}{5}$.

Vậy GTNN của hàm số là -3.

Câu 138: Gọi M và m tương ứng là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x^3+x^2+x}{(x^2+1)^2}$. Khi đó $M-m$ bằng:

A. $\frac{3}{2}$. **B.** 2. **C.** 1. **D.** $\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=\frac{x^3+x^2+x}{(x^2+1)^2}\Rightarrow y'=\frac{-(x-1)(x+1)^3}{(x^2+1)^3}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\Rightarrow y(-1)=-\frac{1}{4}\\x=1\Rightarrow y(1)=\frac{3}{4}\end{array}\right.$ và $\lim_{x\to\pm\infty}\frac{x^3+x^2+x}{(x^2+1)^2}=0$.

Vậy : $M=\frac{3}{4}, m=-\frac{1}{4}$ nên $M-m=1$.

Câu 139: Trên khoảng $(0;1)$ hàm số $y=x^3+\frac{1}{x}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại x_0 bằng

A. $\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$. **B.** $\frac{1}{\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1:

Do $x\in(0;1)$ nên $x^3>0$ và $\frac{1}{x}>0$.

Áp dụng bất đẳng thức Cau-chy cho bốn số dương x^3, $\frac{1}{3x}$, $\frac{1}{3x}$, $\frac{1}{3x}$ ta có

$$x^3+\frac{1}{3x}+\frac{1}{3x}+\frac{1}{3x}\ge 4\sqrt[4]{x^3.\frac{1}{3x}.\frac{1}{3x}.\frac{1}{3x}}\Leftrightarrow x^3+\frac{1}{x}\ge 4\sqrt[4]{\frac{1}{27}}.$$

Dấu "=" xảy ra khi $x^3=\frac{1}{3x}\Leftrightarrow x^4=\frac{1}{3}\Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt[3]{3}}$.

Cách 2: Ta có $y'=3x^2-\frac{1}{x^2}$;

Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow 3x^2-\frac{1}{x^2}=0\Leftrightarrow 3x^4=1\Leftrightarrow x^2=\frac{1}{\sqrt{3}}\Leftrightarrow x=\pm\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

Do $x\in(0;1)$ nên $\Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$		1
y'		$-$	0	$+$	
y		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta có hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

Câu 140: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+2m^2-m}{x-3}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng -2.

A. $m=-1$ hoặc $m=\frac{3}{2}$. **B.** $m=2$ hoặc $m=-\frac{3}{2}$.

C. $m=1$ hoặc $m=-\frac{1}{2}$. **D.** $m=3$ hoặc $m=-\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$$y=\frac{x+2m^2-m}{x-3}\Rightarrow y'=\frac{-3-2m^2+m}{(x-3)^2}<0$$

$$\Rightarrow y_{\min}=y_{(1)}=\frac{2m^2-m+1}{-2}$$

$$\Rightarrow y_{\min}=-2\Leftrightarrow\frac{2m^2-m+1}{-2}=-2\Leftrightarrow 2m^2-m+1=4$$

$$\Leftrightarrow 2m^2-m-3-0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

Câu 141: Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+10x+20}{x^2+2x+3}$. Chọn biểu thức đúng.

A. $\underset{x\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)}{Min}\, y=\dfrac{5}{2}$. **B.** $\underset{x\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)}{Max}\, y=7$. **C.** $\underset{x\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)}{Min}\, y=\dfrac{5}{2}$. **D.** $\underset{x\in\left(-\frac{1}{2};+\infty\right)}{Min}\, y=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{3x^2+10x+20}{x^2+2x+3}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$y'=\dfrac{-4x^2-22x-10}{x^2+2x+3}$, $y'=0\Leftrightarrow -4x^2-22x-10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-5\\x=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-5		$-\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	3	$\searrow$	$\frac{5}{2}$	$\nearrow$	7	$\searrow$	3

Dựa vào bảng biến thiên ta chọn được đáp án $\underset{x\in\left(-\infty;-\frac{1}{2}\right)}{Min}\, y=\dfrac{5}{2}$ là đáp án đúng.

Câu 142: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. 0. **B.** -2. **C.** -1. **D.** $-\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x(x-1)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\dfrac{x+1}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}}$

$y'=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	-1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	1

Từ bảng biến thiên ta có $\min\limits_{\mathbb{R}} y=-\sqrt{2}$.

Câu 143: Cho hàm số $y=\dfrac{3x^2+2x+3}{x^2+1}$, tập hợp nào sau đây là tập giá trị của hàm số?

A. $[3;4]$. **B.** $[2;3]$. **C.** $\left[\dfrac{15}{2};5\right]$. **D.** $[2;4]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có: $y'=\dfrac{-2x^2+2}{\left(x^2+1\right)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$. Lập bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	3	↘	2	↗	4	↘	3

Dựa vào bảng biến thiên tập giá trị $y\in[2;4]$.

Câu 144: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng:

A. $-\dfrac{7}{2}$. **B.** -3. **C.** $\dfrac{3}{4}$. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$y'=\dfrac{3}{(1-x)^2}>0\forall x\in D$. Suy ra hàm số nghịch biến trên các khoảng xác định, do đó hàm số cũng nghịch biến trên $[2;3]$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[2;3]$ bằng $y(3)=-\dfrac{7}{2}$.

Câu 145: Gọi m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-1+\dfrac{4}{x-1}$ trên khoảng $(1;+\infty)$. Tìm m?

A. $m=5$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=1-\dfrac{4}{(x-1)^2}$. Cho $y'=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\\x=-1\end{array}\right.$.

Mà $y(3)=4$; $\lim\limits_{n\to1^+}y=+\infty$ và $\lim\limits_{n\to+\infty}y=+\infty$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 4 khi $x=3$.

Câu 146: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{4}{x^2+2}$ là

A. 5. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có $x^2+2\ge2$ suy ra $\dfrac{4}{x^2+2}\le2\Leftrightarrow y\le2$ nên $\max\limits_{\mathbb{R}}y=2$.

Cách khác: dùng đạo hàm.

Câu 147: Gọi M , m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+2+\dfrac{4}{x+1}$ trên đoạn $[0;\ 3]$. Tính $P=M+m$..

A. $P=11$. **B.** $P=10$. **C.** $P=12$. **D.** $P=30$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số xác định trên $D=\mathbb{R}\supset[0;\ 3]$.

Ta có: $y'=1-\dfrac{4}{(x+1)^2}=\dfrac{(x+1)^2-4}{(x+1)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow(x+1)^2-4=0\Leftrightarrow(x+1)^2=4\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+1=2\\x+1=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[0;\ 3]\\x=-3\notin[0;\ 3]\end{array}\right.$.

$y(0)=6; y(1)=5; y(3)=6$ nên $M=6; m=5\Rightarrow P=M+m=11$.

DẠNG 6: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ VÔ TỈ TRÊN [A,B]

Câu 148: Tìm tập giá trị T của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$..

A. $T=[-2;2]$. **B.** $T=[0;2]$. **C.** $T=\left[0;2\sqrt{2}\right]$. **D.** $T=\left[-2;2\sqrt{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=[-2;2]$. Hàm số liên tục trên đoạn$[-2;2]$..

$y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$; $y'=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge0\\x^2=2\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

Ta có: $y(2)=2;\ y(-2)=-2;\ y\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$.

Vì hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$ liên tục trên đoạn$[-2;2]$ nên $\max\limits_{x\in[-2;2]}y=y\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$, $\min\limits_{x\in[-2;2]}y=y(-2)=-2;$.

Vậy tập giá trị của hàm số là $T=\left[-2;2\sqrt{2}\right]$..

Câu 149: M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+1+\sqrt{2-x^2}$. Tính $M-m$?

A. $M-m=2\sqrt{2}$. **B.** $M-m=2-\sqrt{2}$. **C.** $M-m=4-\sqrt{2}$. **D.** $M-m=2+\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

$f'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{2-x^2}}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{2-x^2}-x=0\Leftrightarrow2-x^2=x^2\ (x\ge0)$.

$\Leftrightarrow x=1$ và đạo hàm không xác định tại $x=\pm\sqrt{2}$. Ta có:

$m=f\left(-\sqrt{2}\right)=1-\sqrt{2}; f\left(\sqrt{2}\right)=1+\sqrt{2}; f(1)=3=M\Rightarrow M-m=2+\sqrt{2}$.

Câu 150: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\left(2017+\sqrt{2019-x^2}\right)$ trên tập xác định của nó. Tính $M-m$.

A. $2019\sqrt{2019}+2017\sqrt{2017}$. **B.** 4036.

C. $4036\sqrt{2018}$. **D.** $\sqrt{2019}+\sqrt{2017}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\left[-\sqrt{2019};\sqrt{2019}\right]$

Ta có $y'=2017+\sqrt{2019-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{2019-x^2}}$

$\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow 2017+\sqrt{2019-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{2019-x^2}}=0\Leftrightarrow \dfrac{2017\sqrt{2019-x^2}+2019-2x^2}{\sqrt{2019-x^2}}=0$

Trên D, đặt $t=\sqrt{2019-x^2}$, $t\ge 0$. Ta được:

$2t^2+2017t-2019=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-\dfrac{2019}{2}\end{array}\right.\Rightarrow \sqrt{2019-x^2}=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-\sqrt{2018} \\ x=\sqrt{2018}\end{array}\right.$

Khi đó $f\left(-\sqrt{2018}\right)=-2018\sqrt{2018}$; $f\left(\sqrt{2018}\right)=2018\sqrt{2018}$

$f\left(-\sqrt{2019}\right)=-2017\sqrt{2019}$; $f\left(\sqrt{2019}\right)=2017\sqrt{2019}$

Suy ra $m=\min\limits_{D} y=-2018\sqrt{2018}$, $M=\max\limits_{D} y=2018\sqrt{2018}$

Vậy $M-m=4036\sqrt{2018}$.

Câu 151: Cho hàm số $y=x+\sqrt{12-3x^2}$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng:

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\left[-2;2\right]$.

Ta có $y'=1-\dfrac{3x}{\sqrt{12-3x^2}}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow \sqrt{12-3x^2}=3x\Leftrightarrow x=1$..

Bảng biến thiên.

x	-2		1		2
y'	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$
y	-2	↗	4	↘	2

.

Suy ra giá trị lớn nhất của hàm số bằng 4.

Câu 152: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=x\sqrt{1-x^2}$.

A. $\max\limits_{[-1;1]}=f(x)=f\left(-\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.

B. $\max\limits_{R}=f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.

C. $\max\limits_{[-1;1]}=f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.

D. $\max\limits_{[-1;1]}=f\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương pháp: + Để tìm max hay min của hàm $f(x)$ với x thuộc $[a;b]$ nào đó. Ta tính giá trị của hàm số tại các điểm $f(a)$, $f(b)$ và f(cực trị) và giá trị nào là lớn nhất và nhỏ nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

+ Kết hợp với phương pháp thế x vào trong máy tính để tính toán.
+ Loại luôn D vì không thỏa mãn điều kiện của x.

Cách giải:

+ Tính được $f(1)=f(-1)=0;\ f\left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)=\frac{1}{2};\ f\left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)=-\frac{1}{2}$.

Quan sát thấy đáp án ta có thể giả sử $x=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}$ là điểm cực trị.

Tính toán $f(x)$ tại các giá trị của x như trên, so sánh các giá trị với nhau thì thấy B là phương án đúng.

Câu 153: Gọi m và M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=x-\sqrt{4-x^2}$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 4. **B.** $2-\sqrt{2}$. **C.** $2\left(\sqrt{2}-1\right)$. **D.** $2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=1+\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}$; Giải phương trình $y'=0\Leftrightarrow x+\sqrt{4-x^2}=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\le 0\\ x^2=\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=-\sqrt{2}$.

Ta có $y(2)=2;\ y(-2)=-2;\ y\left(-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}$.

Vậy $\max\limits_{[-2;2]}y=y(2)=2$; $\min\limits_{[-2;2]}y=y\left(-\sqrt{2}\right)=-2\sqrt{2}$.

Vậy $M-m=2\left(\sqrt{2}+1\right)$.

Câu 154: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ là

A. $\sqrt{3}$ **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y=\sqrt{-x^2+2x}=\sqrt{-(x-1)^2+1}\le 1$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=1\Rightarrow y_{\max}=1$.

Câu 155: Giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=-3+\sqrt{4-x^2}$ lần lượt là.

A. $0;2$. **B.** $-3;-1$. **C.** $-3;0$. **D.** $-2;2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D=[-2;2]$.

Đạo hàm: $y'=\frac{-x}{\sqrt{4-x^2}},-2<x<2;\ y'=0\Leftrightarrow x=0\in(-2;2)$.

Tính các giá trị: $y(-2)=y(2)=-3,\ y(0)=-1$.

Vậy $\underset{[-2;2]}{\text{Max}}\,y=-1$ và $\underset{[-2;2]}{\min}\,y=-3$.

Câu 156: Tìm x để hàm số $y=\sqrt{x+2}+\sqrt{6-x}$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $x=2$. **B.** $x=0$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có điều kiện: $x\in[-2;6]$, $y'=\dfrac{1}{2\sqrt{x+2}}-\dfrac{1}{2\sqrt{6-x}}$, $y'=0\Leftrightarrow x=2$.

$y(-2)=y(6)=2\sqrt{2}$, $y(2)=4$. Vậy $\max\limits_{[-2;6]}y=4$.

Câu 157: Giá trị nhỏ nhất, giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=5\left(\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}\right)+\sqrt{(x-1)(3-x)}$ lần lượt là m và M, tính $S=m^2+M^2$.

A. $S=170$. **B.** $S=169$. **C.** $S=172$. **D.** $S=171$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=[1;3]$.

Đặt $t=\sqrt{x-1}+\sqrt{3-x}$ ta có $\sqrt{2}\le t\le 2$ (dùng máy tính hoặc tìm GTLN, GTNN của t).

$\Rightarrow\sqrt{(x-1)(3-x)}=\dfrac{t^2-2}{2}$ vậy ta có hàm số $g(t)=\dfrac{t^2}{2}+5t-1$ với $\sqrt{2}\le t\le 2$.

Hàm số $g'(t)=t+5=0\Leftrightarrow t=-5\notin\left[\sqrt{2};2\right]$.

$g\left(\sqrt{2}\right)=5\sqrt{2}$, $g(2)=11$ nên $m=5\sqrt{2},M=11$.

Vậy $S=m^2+M^2=171$.

Câu 158: Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+1}}$ trên đoạn $0\le x\le 1$ có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất thỏa mãn đẳng thức.

A. $y_{max}^4+y_{min}^4=16$. **B.** $y_{max}^4+y_{min}^4=4$. **C.** $y_{max}^4+y_{min}^4=1$. **D.** $y_{max}^4+y_{min}^4=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=\dfrac{\sqrt{2}x}{\sqrt{x^2+1}}$, $y'=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{x^2+1}\left(x^2+1\right)}>0\ \forall x$.

$\min\limits_{[0;1]}y=0;\max\limits_{[0;1]}y=1\Rightarrow\left(y_{max}\right)^4+\left(y_{min}\right)^4=1$.

Câu 159: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2+1}}$ bằng

A. -1. **B.** $-\sqrt{2}$. **C.** 0. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=\dfrac{\sqrt{x^2+1}-\dfrac{x(x-1)}{\sqrt{x^2+1}}}{x^2+1}=\dfrac{x+1}{\left(x^2+1\right)\sqrt{x^2+1}}$

$y'=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	-1	$\searrow$	$-\sqrt{2}$	$\nearrow$	1

Từ bảng biến thiên ta có $\min\limits_{\mathbb{R}}y=-\sqrt{2}$.

Câu 160: Hàm số $y=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2$ đạt giá trị lớn nhất tại hai giá trị x mà tích của chúng là:

A. -1. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=4\sqrt{x^2-2x+3}+2x-x^2=4\sqrt{(x-1)^2+2}-(x-1)^2+1$.

Đặt $t=(x-1)^2\geq 0$. Xét hàm số $y=4\sqrt{t+2}-t+1$

$\Rightarrow y'(t)=\dfrac{2-\sqrt{t+2}}{\sqrt{t+2}}=0\Leftrightarrow t=2$.

Lập bảng biến thiên của hàm số

t	0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	$4\sqrt{2}+1$	↗	7	↘	$-\infty$

Ta được hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $t=2\Leftrightarrow x=1\pm\sqrt{2}$. Suy ra $x_1x_2=-1$.

Câu 161: Gọi m,M tương ứng là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{1-x}+\sqrt{1+x}$. Tính tổng $m+M$.

A. 2. **B.** $2+\sqrt{2}$. **C.** $2\left(1+\sqrt{2}\right)$. **D.** $1+\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=-\dfrac{1}{2\sqrt{1-x}}+\dfrac{1}{2\sqrt{1+x}}$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$.

Tính giá trị y tại $x\in\{\pm1;0\}$ cho thấy $\min y=\sqrt{2}=m, \max y=2=M$. Suy ra: $M+m=2+\sqrt{2}$..

Câu 162: Tìm x để hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $x=\sqrt{2}$. **B.** $x=1$.. **C.** $x=-2$. **D.** $x=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=[-2;2]$.

$y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

$f(-2)=-2$; $f(2)=2$; $f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$.

Vậy hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-2$.

Câu 163: Tìm giá trị lớn nhất M của hàm số $y=\sqrt{-x^2+6x-5}$.

A. $M=1$. **B.** $M=3$. **C.** $M=5$. **D.** $M=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $-x^2+6x-5\geq 0\Leftrightarrow 1\leq x\leq 5$

Xét hàm số $f(x)=-x^2+6x-5$ trên $[1;5]$.

$f'(x)=-2x+6$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=3$.

$f(1)=f(5)=0$; CÂU 8 .

Ta có $\max\limits_{[1;5]} f(x)=f(3)=4$ suy ra $\max\limits_{[1;5]} y=\sqrt{f(3)}=\sqrt{4}=2$.

Câu 164: Cho hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$. Giá trị lớn nhất của hàm số bằng:

A. $\sqrt{3}$. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$D=[0;2]$. $y'=\dfrac{-x+1}{\sqrt{-x^2+2x}}$ $y'=0 \Leftrightarrow x=1; y(1)=1, y(0)=y(2)=0$.

Câu 165: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt{5-4x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Khi đó $M-m$ bằng

A. 9. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số có tập xác định là $D=\left(-\infty;\dfrac{5}{4}\right]$, $[-1;1]\subset D$

Hàm số xác định và liên tục trên đoạn $[-1;1]$

Ta có $y'=\dfrac{-2}{\sqrt{5-4x}}<0 \ \ \forall x\in[-1;1]$.

$y(1)=1,\ y(-1)=3 \Rightarrow M=3, m=1 \Rightarrow M-m=2$.

Câu 166: Cho hàm số $y=\sqrt{3x-x^3}+m$ (m là tham số). Để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $\left[0;\sqrt{3}\right]$ bằng $5\sqrt{2}$ thì m phải bằng :

A. $3\sqrt{2}$. **B.** $4\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

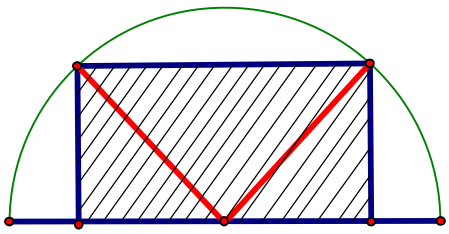
TXĐ : $D=\left(-\infty;\ -\sqrt{3}\right]\cup\left[0;\ \sqrt{3}\right]$. Hàm số xác định và liên tục trên $\left[0;\sqrt{3}\right]$.

Ta có : $y'=\dfrac{3-3x^3}{2\sqrt{3x-x^3}}$, $\forall x\in\left(0;\sqrt{3}\right)$; $y'=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$.

Ta có : $y(0)=m$, $y\left(\sqrt{3}\right)=m$, $y(1)=m+\sqrt{2}$.

Do đó : $\max\limits_{\left[0;\sqrt{3}\right]} y=5\sqrt{2} \Leftrightarrow m+\sqrt{2}=5\sqrt{2} \Leftrightarrow m=4\sqrt{2}$.

Câu 167: Tính diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của một hình chữ nhật nội tiếp trong nửa đường tròn bán kính $R=6\,\text{cm}$ nếu một cạnh của hình chữ nhật nằm dọc theo đường kính của hình tròn mà hình chữ nhật đó nội tiếp.

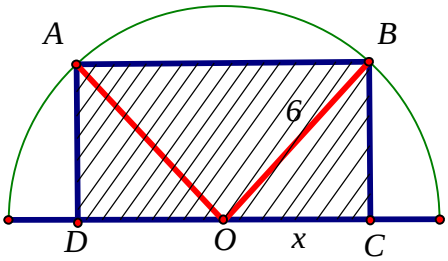


ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $S_{\max}=18\ \text{cm}^2$. **B.** $S_{\max}=36\pi\ \text{cm}^2$. **C.** $S_{\max}=36\,\text{cm}^2$. **D.** $S_{\max}=96\pi\ \text{cm}^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi hình chữ nhật cần tính diện tích là $ABCD$ có $OC=x\ (0<x<6)$, $OB=6$.

Khi đó diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là: $S=AB.BC=2x\sqrt{36-x^2}=f(x)$.

Diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ là giá trị lớn nhất của $f(x)=2x\sqrt{36-x^2}$ trên $(0;6)$.

$$f'(x)=2\sqrt{36-x^2}-\frac{2x^2}{\sqrt{36-x^2}}=\frac{-4x^2+72}{\sqrt{36-x^2}}.$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\sqrt{2}\in(0;6)\\x=-3\sqrt{2}\notin(0;6)\end{array}\right.$$

BBT

x	0		$3\sqrt{2}$		6
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	0	↗	36	↘	0

Ta có: $\max\limits_{(0;6)} f(x)=36$.

Vậy $S_{\max}=36\,\text{cm}^2$.

Câu 168: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=(x-1)\sqrt{3-x^2}$. Tìm M.

A. $M=\frac{\sqrt{3}}{4}$. **B.** $M=\frac{\sqrt{6}}{4}$. **C.** $M=0$. **D.** $M=\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\left[-\sqrt{3};\sqrt{3}\right]$.

$$y'=\sqrt{3-x^2}+(x-1)\frac{(-x)}{\sqrt{3-x^2}}=\frac{3-x^2-x^2+x}{\sqrt{3-x^2}}.$$

$$y'=0\Rightarrow -2x^2+x+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

$$y\left(-\sqrt{3}\right)=y\left(\sqrt{3}\right)=0;\ y(-1)=-2\sqrt{2};\ y\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{\sqrt{3}}{4}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy, $M=\dfrac{\sqrt{3}}{4}$.

Câu 169: Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x\sqrt{1-x^2}$. Khi đó $M+m$ bằng.

A. 0. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=[-1;1]$. Nhận xét: Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1;1]$.

$y'=\dfrac{1-2x^2}{\sqrt{1-x^2}}$; với $-1<x<1$. $y'=0\Leftrightarrow 1-2x^2=0\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

$y(\pm 1)=0; y\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}; y\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}$.

Do đó $M=\max\limits_{[-1;1]} y=y\left(\dfrac{\sqrt{2}}{2}\right)=\dfrac{1}{2}; m=\min\limits_{[-1;1]} y=y\left(\dfrac{-\sqrt{2}}{2}\right)=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow M+m=0$.

Câu 170: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\sqrt{10-x^2}$ là.

A. $-3\sqrt{10}$. **B.** 10. **C.** Không xác định. **D.** $3\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: TXĐ: $D=\left[-\sqrt{10};\sqrt{10}\right]$..

$y'=3-\dfrac{x}{\sqrt{10-x^2}}=\dfrac{3\sqrt{10-x^2}-x}{\sqrt{10-x^2}}$, $\forall x\in\left(-\sqrt{10},\sqrt{10}\right)$.

$y'=0\Leftrightarrow 3\sqrt{10-x^2}-x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ 9\left(10-x^2\right)=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=3$..

$y\left(-\sqrt{10}\right)=-3\sqrt{10}, y\left(\sqrt{10}\right)=3\sqrt{10}, y(3)=10$. Suy ra giá trị nhỏ nhất.

Câu 171: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ bằng

A. 1. **B.** 0. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $D=[0;2]$. Ta có $y'=\dfrac{-2x+2}{2\sqrt{-x^2+2x}}$, $y'=0\Leftrightarrow x=1$

$f(1)=1$, $f(0)=f(2)=0$. Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sqrt{-x^2+2x}$ bằng 1.

Câu 172: Tính giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=3x+\sqrt{10-x^2}$.

A. $\sqrt{10}$. **B.** $-3\sqrt{10}$. **C.** $3\sqrt{10}$. **D.** $2\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXD: $D=\left[-\sqrt{10};\sqrt{10}\right]$.

$y'=3-\dfrac{x}{\sqrt{10-x^2}}$.

$y'=0\Leftrightarrow 3\sqrt{10-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\ 9x^2+x-90=0\end{cases}\Leftrightarrow x\simeq\dfrac{-1+\sqrt{3241}}{18}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y\left(\sqrt{10}\right)=3\sqrt{10}, y\left(-\sqrt{10}\right)=-3\sqrt{10}, y\left(\frac{-1+\sqrt{3241}}{18}\right)\simeq 9{,}91.$

Câu 173: Tìm tập giá trị của hàm số $y=\sqrt{x-1}+\sqrt{9-x}$

A. $T=\left[2\sqrt{2};\ 4\right]$. **B.** $T=\left(1;\ 9\right)$. **C.** $T=\left[0;\ 2\sqrt{2}\right]$. **D.** $T=\left[1;\ 9\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=\left[1;\ 9\right]$

$$y'=\frac{1}{2\sqrt{x-1}}-\frac{1}{2\sqrt{9-x}}=0\Leftrightarrow\sqrt{9-x}=\sqrt{x-1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 1\\9-x=x-1\end{cases}\Leftrightarrow x=5.$$

$f\left(1\right)=f\left(9\right)=2\sqrt{2}$; $f\left(5\right)=4$

Vậy tập giá trị là $T=\left[2\sqrt{2};\ 4\right]$.

Câu 174: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f\left(x\right)=x+\sqrt{4-x^2}$. Tính $M-m.$.

A. $M-m=2\sqrt{2}$. **B.** $M-m=2\sqrt{2}+2$.

C. $M-m=2\sqrt{2}-2$. **D.** $M-m=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+Tập xác định của hàm số : $D=\left[-2;2\right]$.

+ $f'\left(x\right)=1-\frac{x}{\sqrt{4-x^2}}=\frac{\sqrt{4-x^2}-x}{\sqrt{4-x^2}};x\in\left(-2;2\right).$

+ $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\geq 0\\2x^2=4\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}.$

+ $f\left(-2\right)=-2;\ f\left(2\right)=2;\ f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$.

+ Suy ra : $M=2\sqrt{2};\ m=-2\Rightarrow M-m=2\sqrt{2}+2.$

Câu 175: Giá trị lớn nhất của hàm số $f\left(x\right)=x^2-2x+\sqrt{8x-4x^2}$ là.

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: TXĐ: $D=\left[0;2\right]$.

$$f\left(x\right)=x^2-2x+\sqrt{8x-4x^2}-2$$
$$=x^2-2x+2\sqrt{2x-x^2}-2$$
$$=-\left(\sqrt{2x-x^2}-1\right)^2-1\leq -1\quad\forall x\in\left[0;2\right]$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $\sqrt{2x-x^2}=1\Leftrightarrow x=1$.

Vậy ta có GTLN của hàm số cần tìm là -1.

Câu 176: Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}-\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm khi m thuộc $\left[a;b\right]$ với a, $b\in\mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T=\left(a+2\right)\sqrt{2}+b$ là?

A. $T=0$. **B.** $T=3\sqrt{2}+2$. **C.** $T=6$. **D.** $T=8$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

Điều kiện: $-2 \le x \le 2$.

Đặt $t = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x} \ge 0 \Rightarrow t^2 = 4 + 2\sqrt{4-x^2} \Rightarrow \sqrt{4-x^2} = \dfrac{t^2-4}{2}$.

Phương trình đã cho thành $t - \dfrac{t^2-4}{2} = m$.

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{2-x} + \sqrt{2+x}$, với $x \in [-2;2]$ ta có

$$f'(x) = -\frac{1}{2\sqrt{2-x}} + \frac{1}{2\sqrt{2+x}};\ \begin{cases} x \in (-2;2) \\ f'(x) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-2;2) \\ 2-x = 2+x \end{cases} \Leftrightarrow x = 0.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và $f(-2) = 2$; $f(2) = 2$; $f(0) = 2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{[-2;2]} f(x) = 2$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x) = 2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \le f(x) \le 2\sqrt{2} \Rightarrow t \in \left[2; 2\sqrt{2}\right]$.

Xét hàm số $f(t) = t - \dfrac{t^2-4}{2}$, với $t \in \left[2; 2\sqrt{2}\right]$ ta có $f'(t) = 1 - t < 0$, $\forall t \in \left(2; 2\sqrt{2}\right)$.

Bảng biến thiên:

t	2		$2\sqrt{2}$
$f'(t)$		$-$	
$f(t)$	2	$\searrow$	$2\sqrt{2}-2$

$y = m$

YCBT $\Leftrightarrow$ trên $[-2;2]$ đồ thị hàm số $y = f(t)$ cắt đường thẳng $y = m \Leftrightarrow 2\sqrt{2} - 2 \le m \le 2$.

Khi đó $\begin{cases} a = 2\sqrt{2} - 2 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow T = (a+2)\sqrt{2} + b = 6$.

Câu 177: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{2-x^2} - x$ là.

A. $2+\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2-\sqrt{2}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số $\left[-\sqrt{2}; \sqrt{2}\right]$.

Ta có $y' = 0 \Leftrightarrow \dfrac{-x - \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}} = 0 \Leftrightarrow -x = \sqrt{2-x^2} \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 0 \\ x^2 = 2 - x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1.$

$y(-1) = 2; y\left(-\sqrt{2}\right) = \sqrt{2}; y\left(\sqrt{2}\right) = -\sqrt{2}$. Vậy $\min y = -\sqrt{2}; \max y = 2$.

Câu 178: Tìm x để hàm số $y = x + \sqrt{4-x^2}$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $x = 2\sqrt{2}$. **B.** $x = \sqrt{2}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số là $D = [-2;2]$..

Đạo hàm $f'(x) = 1 - \dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}} = \dfrac{\sqrt{4-x^2} - x}{\sqrt{4-x^2}}, -2 < x < 2$..

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\begin{cases}-2<x<2\\ \sqrt{4-x^2}-x=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2<x<2\\ x\ge 0\\ 4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}..$$

Tính các giá trị $y(-2)=-2, y(2)=2, y\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$. Do đó $\max\limits_{[-2;2]} y=2\sqrt{2}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}..$

Câu 179: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sqrt[6]{x}+\sqrt[6]{64-x}$ bằng.

A. 2. **B.** $2\sqrt[6]{32}$. **C.** $1+\sqrt[6]{65}$. **D.** $\sqrt[6]{3}+\sqrt[6]{61}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số $D=[0;64]$.

Ta có $y'=\dfrac{1}{6\sqrt[6]{x^5}}-\dfrac{1}{6\sqrt[6]{(64-x)^5}}=\dfrac{\sqrt[6]{(64-x)^5}-\sqrt[6]{x^5}}{6\sqrt[6]{x^5(64-x)^5}}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow x=32$.

Bảng biến thiên.

x	0		32		64
y'	‖	$+$	0	$-$	‖
y	2	↗	$2\sqrt[6]{32}$	↘	2

Từ bảng biến thiên ta thấy giá trị nhỏ nhất của hàm số bằng 2.

Câu 180: Hàm số $f(x)=x+\sqrt{1-x^2}$ có tập giá trị là.

A. $\left[1;\sqrt{2}\right]$. **B.** $[-1;1]$. **C.** $[0;1]$. **D.** $\left[-1;\sqrt{2}\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện: $1-x^2>0\Leftrightarrow -1<x<1\Rightarrow D=[-1;1]$.

Ta có $f'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}=\dfrac{\sqrt{1-x^2}-x}{\sqrt{1-x^2}}$;

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}-x=0\Leftrightarrow\sqrt{1-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x>0\\ 1-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Ta có $f(-1)=1; f(-1)=-1; f\left(\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}$.

Vậy $\min\limits_{[-1;1]} f(x)=-1; \max\limits_{[-1;1]} f(x)=\sqrt{2}$ suy ra tập giá trị $\left[-1;\sqrt{2}\right]$.

Câu 181: Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $f(x)=\sqrt{2-x^2}+x$.

A. $\begin{cases}\min=-\sqrt{3}\\ \max=2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}\min=-\sqrt{2}\\ \max=3\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}\min=-\sqrt{2}\\ \max=2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}\min=-\sqrt{2}\\ \max=4\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\left[-\sqrt{2};\sqrt{2}\right]$.

$f'(x)=\dfrac{-x}{\sqrt{2-x^2}}+1=\dfrac{-x+\sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{2-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\2-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow x=1$.

$f\left(-\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2};\ f(1)=2;\ f\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}$.

$\max\limits_{[-\sqrt{2};\sqrt{2}]} f(x)=f(1)=2$, $\min\limits_{[-\sqrt{2};\sqrt{2}]} f(x)=f\left(-\sqrt{2}\right)=-\sqrt{2}$.

Câu 182: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$ trên đoạn $[-1;3]$ là:

A. $2\sqrt{3}$. **B.** $\dfrac{5}{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f'(x)=0\Leftrightarrow 2x-2=0\Leftrightarrow x=1\Rightarrow f(-1)=f(3)=2\sqrt{2}$; $f(1)=2$.

Câu 183: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=x+\sqrt{4-x^2}$. Tính $M-m$.

A. $M-m=2\sqrt{2}-2$. **B.** $M-m=4$.

C. $M-m=2\sqrt{2}+2$. **D.** $M-m=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

+Tập xác định của hàm số : $D=[-2;2]$

+ $f'(x)=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}=\dfrac{\sqrt{4-x^2}-x}{\sqrt{4-x^2}};x\in(-2;2)$

+ $f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}=x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\2x^2=4\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

+ $f(-2)=-2;\ f(2)=2;\ f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}$

+ Suy ra : $M=2\sqrt{2};\ m=-2\Rightarrow M-m=2\sqrt{2}+2$.

Câu 184: Gọi M,n lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{x^2-3}{x-2}$ trên đoạn $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $M+n=\dfrac{13}{6}$. **B.** $M+n=\dfrac{8}{3}$. **C.** h. **D.** $M+n=\dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Trên $\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]$ hàm số liên tục và có đạo hàm $y'=\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}$.

$y'=0\Leftrightarrow\dfrac{x^2-4x+3}{(x-2)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]\\x=3\notin\left[-1;\dfrac{3}{2}\right]\end{array}\right.$; $y(-1)=\dfrac{2}{3}$; $y(1)=2$; $y\left(\dfrac{3}{2}\right)=\dfrac{3}{2}$.

$M=\max\limits_{\left[-1;\frac{1}{3}\right]} y=y(1)=2;\ n=\min\limits_{\left[-1;\frac{1}{3}\right]} y=y(-1)=\dfrac{2}{3}\Rightarrow M+n=\dfrac{8}{3}.$

Câu 185: Gọi M,N lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số: $y=x+\sqrt{4-x^2}$.
Giá trị của biểu thức $M+2N$.

A. $2\sqrt{2}+4$. **B.** $2\sqrt{2}-2$. **C.** $2\sqrt{2}+2$. **D.** $2\sqrt{2}-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}$ có TXĐ là: $D=[-2;2]$.

$y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}};\ y'=0\Leftrightarrow 1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$. Khi đó:

$M=\underset{x\in[-2;2]}{Max}\ y=y\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2};\ N=\underset{x\in[-2;2]}{Min}\ y=y(-2)=-2$ suy ra $M+2N=2\sqrt{2}-4$.

Câu 186: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$ là:

A. 2. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$.

Tập xác định $\mathbb{R}$. Ta có $f'(x)=\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}};\ \begin{cases} f'(x)<0 & \text{khi} \quad x<1 \\ f'(x)>0 & \text{khi} \quad x>1 \end{cases}$.

Suy ra f(x) nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$ nên $x=1$ là điểm cực tiểu duy nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$. Bởi thế nên $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x)=f(1)=2$.

Câu 187: Tổng giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=(x-6)\sqrt{x^2+4}$ trên đoạn $[0;3]$ có dạng $a-b\sqrt{c}$ với a là số nguyên và b, c là các số nguyên dương. Tính $S=a+b+c$.

A. -22. **B.** 5. **C.** 4. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm $f(x)=(x-6)\sqrt{x^2+4}$ ta có $f'(x)=\dfrac{2x^2-6x+4}{\sqrt{x^2+4}}$

Xét $f'(x)=0\Rightarrow f'(x)=\dfrac{2x^2-6x+4}{\sqrt{x^2+4}}=0\Leftrightarrow 2x^2-6x+4=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \end{array}\right.$

Ta có: $f(0)=-12;\ f(1)=-5\sqrt{5}\ ;\ f(2)=-8\sqrt{2}\ ;\ f(3)=-3\sqrt{13}$

Vậy $m=-12\ ;\ M=-3\sqrt{13}\Rightarrow a+b+c=4$..

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: MAX-MIN CỦA HÀM LƯỢNG GIÁC TRÊN ĐOẠN [A,B]

Câu 188: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin(x)\right)$ trên $\mathbb{R}$ bằng.

A. 1. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** -1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 189: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\cos^2 2x-\sin x\cos x+4$ trên $\mathbb{R}$.

A. $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\frac{16}{5}$. **B.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\frac{7}{2}$. **C.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=3$. **D.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\frac{10}{3}$.

Câu 190: Tập giá trị của hàm 2018 $y=\frac{\cos x+1}{\sin x+1}$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là:

A. $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};2\right]$. **C.** $\left[\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 191: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^6 x+\cos^6 x$ là.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 1.

Câu 192: Hàm số $y=x\sqrt{3}-2\sin x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;2\pi]$ tại x bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** 0. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Câu 193: Cho hàm số $y=\frac{\sin x+1}{\sin^2 x+\sin x+1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $M=m+\frac{3}{2}$. **B.** $M=\frac{3}{2}m$. **C.** $M=m+1$. **D.** $M=m+\frac{2}{3}$.

Câu 194: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{2\sin x+\cos x+1}{\sin x-2\cos x+3}$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{11}{4}$. **D.** 1.

Câu 195: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^2 x+\cos x-1$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Câu 196: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\cos^2 x$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là :

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** 0. **D.** $1+\pi$.

Câu 197: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2\cos x-\frac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0;\pi]$.

A. $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=0$. **C.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{2}{3}$. **D.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{10}{3}$.

Câu 198: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{5}{4}$ là:

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{19}{5}$. **C.** $\frac{19}{6}$. **D.** $\frac{19}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 199: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=3\sin x-4\sin^3 x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ bằng:

A. 1. **B.** 3. **C.** -1. **D.** 7.

Câu 200: Cho hàm số $y=\frac{\sin x+1}{\sin^2 x+\sin x+1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

A. $M=\frac{3}{2}m$. **B.** $M=m+\frac{3}{2}$. **C.** $M=m+\frac{2}{3}$. **D.** $M=m+1$.

Câu 201: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x)=\sin x(1+\cos x)$ trên đoạn $[0;\pi]$.

A. $M=3\sqrt{3};\ m=1$. **B.** $M=\frac{3\sqrt{3}}{2};\ m=1$.

C. $M=\frac{3\sqrt{3}}{4};\ m=0$. **D.** $M=\sqrt{3};\ m=1$.

Câu 202: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$. Tính M, m.

A. $M=2$, $m=-2$. **B.** $M=1$, $m=-2$. **C.** $M=2$, $m=-1$. **D.** $M=1$, $m=-1$.

Câu 203: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x+\sin 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{2}\right]$ là.

A. $1+\frac{\pi}{2}$. **B.** π. **C.** 3π. **D.** $-1-\frac{\pi}{2}$.

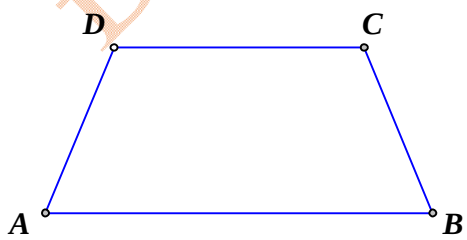
Câu 204: Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin^2 x-\cos x+1$. Khi đó giá trị của tích $M.m$ là:

A. 2. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** 0. **D.** $\frac{25}{8}$.

Câu 205: Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(2+\sqrt{3}\right)\sin x-\cos x$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $3+\sqrt{3}$. **B.** 0. **C.** $1+\sqrt{3}$. **D.** 1.

Câu 206: Bác An có ba tấm lưới mắt cáo, mỗi tấm có chiều dài 4 m. Bác muốn rào một phần vườn của nhà bác dọc theo bờ tường (bờ tường ngăn đất nhà bác An với đất nhà hàng xóm) theo hình thang cân $ABCD$ (như hình vẽ) để trồng rau, (AB là phần tường không cần phải rào). Bác An rào được phần đất vườn có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào nhất sau đây?



A. 7 m^2. **B.** 35 m^2. **C.** 21 m^2. **D.** 28 m^2.

Câu 207: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{\sin x+\cos x+1}{\sqrt{2+\sin 2x}}$. Khi đó $M+\sqrt{3}m$ bằng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $M+\sqrt{3}m=-1$ **B.** $M+\sqrt{3}m=1$

C. $M+\sqrt{3}m=2$ **D.** $M+\sqrt{3}m=1+2\sqrt{2}$

Câu 208: Cho hàm số $y=\dfrac{mx-m^2-2}{-x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[-4;-2]} y=\dfrac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $\dfrac{-1}{2}<m<0$. **B.** $m>4$. **C.** $1\le m<3$. **D.** $-3<m<\dfrac{-1}{2}$.

Câu 209: Cho hàm số $f(x)=4\sin^2(3x-1)$. Tập giá trị của hàm số $f'(x)$ là.

A. $[-2;2]$. **B.** $[0;4]$. **C.** $[-4;4]$. **D.** $[-12;12]$.

Câu 210: Cho hàm số $y=\dfrac{2\cos^2 x+|\cos x|+1}{|\cos x|+1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Khi đó $M+m$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 3. **D.** -4.

Câu 211: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x+\sqrt{2}\cos x$ trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$. Tính $M-m$.

A. $1-\dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4}-1+\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2}-\sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4}+1-\sqrt{2}$.

Câu 212: Gọi M, m lần lượt là giá lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^{2018}x+\cos^{2018}x$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó:

A. $M=1$, $m=\dfrac{1}{2^{1008}}$. **B.** $M=1$, $m=\dfrac{1}{2^{1009}}$.

C. $M=1$, $m=0$. **D.** $M=2$, $m=\dfrac{1}{2^{1008}}$.

Câu 213: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-\sin 2x$ trên đoạn $\left[-\dfrac{\pi}{2};\pi\right]$.

A. $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=-\dfrac{\pi}{6}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. **B.** $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=-\dfrac{\pi}{2}$.

C. $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=\pi$. **D.** $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=\dfrac{\pi}{6}-\dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Câu 214: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** $-\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

DẠNG 8: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ KHÁC TRÊN K

Câu 215: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{2}{x^2}-\dfrac{1}{2x-2}$ trên khoảng $(0;1)$

A. $\min\limits_{(0;1)} f(x)=\dfrac{54+25\sqrt{5}}{20}$. **B.** $\min\limits_{(0;1)} f(x)=\dfrac{11+5\sqrt{5}}{4}$.

C. $\min\limits_{(0;1)} f(x)=\dfrac{10+5\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\min\limits_{(0;1)} f(x)=\dfrac{56+25\sqrt{5}}{20}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 216: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập $D=(-\infty;-1]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$. Tính giá trị T của $m.M$.

A. $T=\dfrac{3}{2}$ **B.** $T=0$ **C.** $T=-\dfrac{3}{2}$ **D.** $T=\dfrac{1}{9}$

Câu 217: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+3}-x\ln x$. Gọi $M;N$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;2]$. Khi đó tích $M.N$ là:

A. $2\sqrt{7}-4\ln 5$. **B.** $2\sqrt{7}+4\ln 5$. **C.** $2\sqrt{7}-4\ln 2$. **D.** $2\sqrt{7}+4\ln 2$.

Câu 218: Xét a, b, $c\in(1;2]$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$P=\log_{bc}\left(2a^2+8a-8\right)+\log_{ca}\left(4b^2+16b-16\right)+\log_{ab}\left(c^2+4c-4\right)$.

A. $P_{\min}=4$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{11}{2}$.

C. $P_{\min}=\log_3\dfrac{289}{2}+\log_{\frac{9}{4}}8$. **D.** $P_{\min}=6$.

Câu 219: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=xe^{-x}$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $\max\limits_{[-2;2]}y=\dfrac{2}{e^2}$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]}y=-e$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]}y=0$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]}y=\dfrac{1}{e}$.

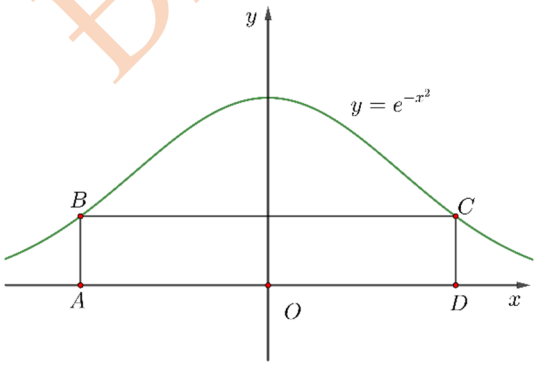
Câu 220: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x}$ trên đoạn $[-1;1]$. Tính giá trị của $S=M+m.\mathrm{e}$.

A. $S=\dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **B.** $S=\mathrm{e}^2+\dfrac{1}{\mathrm{e}}$. **C.** $S=\mathrm{e}$. **D.** $S=\mathrm{e}+1$.

Câu 221: **-2017]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\mathrm{e}^x\cos x$ trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$ là.

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}\mathrm{e}^{\frac{\pi}{4}}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{3}}{2}\mathrm{e}^{\frac{\pi}{6}}$. **C.** $\dfrac{1}{2}\mathrm{e}^{\frac{\pi}{3}}$. **D.** 1.

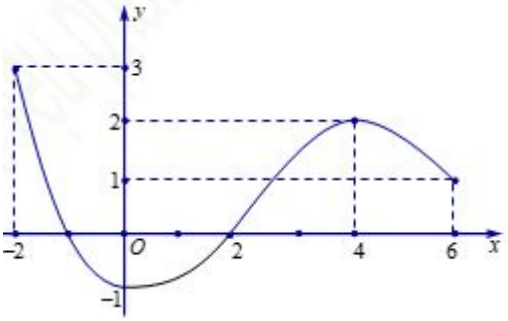
Câu 222: Cho đồ thị hàm số $y=e^{-x^2}$ như hình vẽ. $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho B và C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho. AD nằm trên trục hoành. Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là



A. $\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{\mathrm{e}}}$. **B.** $\dfrac{2}{\mathrm{e}}$. **C.** $\dfrac{\sqrt{2}}{\mathrm{e}}$. **D.** $\dfrac{2}{\sqrt{\mathrm{e}}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 223: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



A. $\max\limits_{[-2;6]} y=f(6)$ **B.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-1)$ **C.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-2)$ **D.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(2)$

Câu 224: Tính đạo hàm của hàm số $y=\log_{2017}\left(x^2+1\right)$.

A. $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)}$. **B.** $y'=\dfrac{2x}{2017}$.

C. $y'=\dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2017}$. **D.** $y'=\dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\ln 2017}$.

Câu 225: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\sqrt{x^2-2x+5}$

A. 3. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 226: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(20x^2+20x-1283\right)e^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là:

A. -1283. **B.** $-8.e^{300}$. **C.** $157.e^{320}$. **D.** $-163.e^{280}$.

DẠNG 9: MAX-MIN HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 227: Hàm số $y=\left|x^2-3x+2\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3;3]$ là.

A. 9. **B.** 11. **C.** 20. **D.** 8.

Câu 228: Xét hàm số $f(x)=\left|x^2+ax+b\right|$, với a, b là tham số. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;3]$. Khi M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a+2b$.

A. 3. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Câu 229: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$ trên $[1;2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 230: Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M\le 2m$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 3.

Câu 231: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{2}x^3-2x^2+1\right|$ trên $\left(-\dfrac{9}{8};\dfrac{10}{3}\right)$. Biết $M=\dfrac{a}{b}$ với $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a\in\mathbb{Z},b\in\mathbb{N}^*$. Tính $S=a+b^2$.

A. $S=830$. **B.** $S=2$. **C.** $S=122$. **D.** $S=127$.

Câu 232: . Cho hàm số $f(x)=\left|8\cos^4 x+a\cos^2 x+b\right|$, trong đó a, b là tham số thực. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số. Tính tổng $a+b$ khi M nhận giá trị nhỏ nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $a+b=-8$. **B.** $a+b=-9$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=-7$.

Câu 233: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số : $y=f(x)=|x|+3$ trên đoạn $[-1:1]$ là:

A. 0. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 234: Cho hàm số $f(x)=|8x^4+ax^2+b|$, trong đó a, b là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1. Hãy chọn khẳng định đúng?

A. $a>0$, $b<0$ **B.** $a<0$, $b<0$ **C.** $a>0$, $b>0$ **D.** $a<0$, $b>0$

DẠNG 10: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ DÙNG BĐT CỔ ĐIỂN

Câu 235: Cho hàm số $y=\sqrt{x+\frac{1}{x}}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0;+\infty)$ bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 236: Cho x, $y>0$ thỏa mãn $\log(x+2y)=\log(x)+\log(y)$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{1+2y}+\frac{4y^2}{1+x}$ là:

A. $\frac{29}{5}$. **B.** 6. **C.** $\frac{32}{5}$. **D.** $\frac{31}{5}$.

Câu 237: Số sản phẩm của một hãng đầu DVD sản xuất được trong 1 ngày là giá trị của hàm số: $f(m,n)=m^{\frac{2}{3}}.n^{\frac{1}{3}}$, trong đó m là số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng. Biết rằng mỗi ngày hãng đó phải trả lương cho một nhân viên là 6 *USD* và cho một lao động chính là 24 *USD*. Tìm giá trị nhỏ nhất chi phí trong 1 ngày của hãng sản xuất này.

A. 720 *USD*. **B.** 560 *USD*. **C.** 600 *USD*. **D.** 1720 *USD*.

Câu 238: Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $4x^2+y^2+9z^2=4x+12z+11$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=4x+2y+3z$.

A. 16. **B.** 20. **C.** $8+4\sqrt{3}$. **D.** $6+2\sqrt{15}$.

Câu 239: Một ông nông dân có 2400 m hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. 360000 m^2. **B.** 702000 m^2. **C.** 630000 m^2. **D.** 720000 m^2.

DẠNG 11: BÀI TOÁN THAM SỐ VỀ MAX-MIN

Câu 240: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\frac{x+m^2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng 14.

A. $m=2\sqrt{3}$. **B.** $m=\pm 2\sqrt{3}$. **C.** $m=5$. **D.** $m=\pm 5$.

Câu 241: Cho hàm số $y=\frac{5mx}{x^2+1}$ (m là tham số, $m\neq 0$). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $m>0$.

C. Không tồn tại m. **D.** $m<0$.

Câu 242: Tìm giá trị của tham số m biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2x+m}{x-1}$ trên $[2;5]$ bằng 7?

A. $m=8$ **B.** $m=-3$ **C.** $m=18$ **D.** $m=3$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 243: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thoả mãn : $\min\limits_{[1;2]} y+\max\limits_{[1;2]} y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2<m\le 4$. **B.** $0<m\le 2$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>4$.

Câu 244: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2-mx+4}{x-m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;4]$ tại một điểm $x_0\in(0;4)$.

A. $m>2$. **B.** $0<m<2$. **C.** $-2<m<0$. **D.** $-2<m<2$.

Câu 245: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2+2x+m-4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 4?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 246: Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $a=3$. **B.** $a=1$.
C. Một giá trị khác. **D.** $a=2$.

Câu 247: Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

A. $m=1$. **B.** $m=1$ và $m=0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m=0$.

Câu 248: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là

A. $m=-\sqrt{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=2\sqrt{2}$. **D.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 249: Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3mx^2+6$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 2.

A. $m=\dfrac{31}{27}$. **B.** $m>\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 250: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-14x^2+48x+m-30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng tất cả các giá trị của S là

A. 136. **B.** 120. **C.** 210. **D.** 108.

Câu 251: Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a+\log_2^3 b+\log_2^3 c\le 1$. Khi biểu thức $P=a^3+b^3+c^3-3\left(\log_2 a^a+\log_2 b^b+\log_2 c^c\right)$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của tổng $a+b+c$ là

A. 3. **B.** $3.2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}$. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 252: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $4<m\le 8$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** $m>8$. **D.** $0<m\le 2$.

Câu 253: Cho hàm số $y=x^3+3x+m$ (1), với m là tham số thực. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số (1) trên $[0;1]$ bằng 4.

A. $m=8$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Câu 254: **[2017]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2mx+1}{m-x}$ trên $[2;3]$ là $-\dfrac{1}{3}$ khi m nhận giá trị bằng.

A. 0. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -5.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 255: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{x^2+mx+1}{x+m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;2]$ tại một điểm $x_0\in(0;2)$.

A. $-1<m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m>2$.

Câu 256: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;3]$ bằng $\dfrac{5}{6}$.

A. $m=2$ hoặc $m=\dfrac{2}{5}$. **B.** $m=3$ hoặc $m=\dfrac{3}{5}$.

C. $m=3$. **D.** $m=3$ hoặc $m=\dfrac{2}{5}$.

Câu 257: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$?

A. $m<0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m>0$.

Câu 258: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+2}$ với m là tham số , $m\neq -4$. Biết $\min\limits_{x\in[0;2]} f(x)+\max\limits_{x\in[0;2]} f(x)=-8$. Giá trị của tham số m bằng

A. 8. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 10.

Câu 259: Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2018 ?

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6

Câu 260: Hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -1 khi

A. $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=1 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=-\sqrt{3} \\ m=\sqrt{3} \end{array}\right.$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=3$.

Câu 261: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Tìm tập hợp tất cả giá trị $m>0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $D=[m+1;m+2]$ luôn bé hơn 3 là:

A. $(-\infty;1)\setminus\{-2\}$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Câu 262: Tập hợp nào dưới đây chứa tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2-2x+m\right|$ trên đoạn $[-1;2]$ khi $x=-1$ bằng 5.

A. $(-5;-2)\cup(0;3)$. **B.** $(-6;-3)\cup(0;2)$.

C. $(0;+\infty)$. **D.** $(-4;3)$.

Câu 263: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1+m}{1-x}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[2;5]} y=4$. Giá trị m thuộc tập nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4]$. **C.** $(0;4]$. **D.** $(-4;0]$.

Câu 264: Tìm giá trị của m để hàm số $y=-x^3-3x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1;1]$ bằng 0 ?

A. $m=0$. **B.** $m=4$. **C.** $m=6$. **D.** $m=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 265: Cho biểu thức $P=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{a^2-ax^2-ay^2+x^2y^2}$ trong đó a là số thực dương cho trước. Biết rằng giá trị lớn nhất của P bằng 2018. Khi đó, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a\in(500;525]$. **B.** $a\in(400;500]$. **C.** $a\in(340;400]$. **D.** $a=\sqrt{2018}$.

DẠNG 12: MAX-MIN CỦA BIỂU THỨC NHIỀU BIẾN

Câu 266: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)$ bằng

A. $\frac{148}{3}$. **B.** -76. **C.** $\frac{193}{3}$. **D.** $-\frac{9476}{243}$.

Câu 267: Với $a,b>0$ thỏa mãn điều kiện $a+b+ab=1$, giá trị nhỏ nhất của $P=a^4+b^4$ bằng.

A. $\left(\sqrt{2}-1\right)^4$. **B.** $\left(\sqrt{2}+1\right)^4$. **C.** $2\left(\sqrt{2}+1\right)^4$. **D.** $2\left(\sqrt{2}-1\right)^4$.

Câu 268: Cho x, y, z là ba số thực dương và $P=\frac{3}{2x+y+\sqrt{8yz}}-\frac{8}{\sqrt{2\left(x^2+y^2+z^2\right)+4xz}+3}-\frac{1}{x+y+z}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x+y+z$.

A. 1. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 269: Cho hai số thực $x\neq 0$, $y\neq 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện $(x+y)xy=x^2+y^2-xy$. Giá trị lớn nhất M của biểu thức $A=\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}$ là:

A. $M=0$. **B.** $M=0$. **C.** $M=1$. **D.** $M=16$.

Câu 270: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y^2+2(x+1)(y+1)+8\sqrt{4-x-y}$. Khi đó, giá trị của $M+m$ bằng.

A. 41. **B.** 42. **C.** 43. **D.** 44.

Câu 271: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2+2xy+3y^2=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(x-y)^2$ là:

A. $\max P=16$. **B.** $\max P=12$. **C.** $\max P=4$. **D.** $\max P=8$.

Câu 272: Cho các số thực x, y với $x\geq 0$ thỏa mãn $5^{x+3y}+5^{xy+1}+x(y+1)+1=5^{-xy-1}+\frac{1}{5^{x+3y}}-3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+2y+1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m\in(2;3)$. **B.** $m\in(-1;0)$. **C.** $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(1;2)$.

Câu 273: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases}x^2-xy+3=0\\2x+3y-14\leq 0\end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x$

A. 0. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 274: Cho các số thực x, y thay đổi thỏa điều kiện $y\leq 0$, $x^2+x=y+12$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $M=xy+x+2y+17$ lần lượt bằng

A. $10;-6$. **B.** $5;-3$. **C.** $20;-12$. **D.** $8;-5$.

Câu 275: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2018^{2\left(x^2-y+1\right)}=\frac{2x+y}{(x+1)^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=2y-3x$.

A. $P_{\min}=\frac{7}{8}$. **B.** $P_{\min}=\frac{3}{4}$. **C.** $P_{\min}=\frac{5}{6}$. **D.** $P_{\min}=\frac{1}{2}$.

Câu 276: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y=2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(x^2+y^2\right)+15xy$.

A. $\min P=-91$. **B.** $\min P=-83$. **C.** $\min P=-63$. **D.** $\min P=-80$.

Câu 277: Cho các số thực x,y thỏa mãn $x+y=2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(x^2+y^2\right)+15xy$ là

A. $\min P=-83$. **B.** $\min P=-63$. **C.** $\min P=-80$. **D.** $\min P=-91$.

Câu 278: Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}+2-y$.

A. $P_{\min}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$. **B.** $P_{\min}=2+\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min}=2\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=\frac{191}{50}$.

Câu 279: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0\le x\le\frac{1}{2}$, $0\le y\le\frac{1}{2}$ và $\log(11-2x-y)=2y+4x-1$. Xét biểu thức $P=16yx^2-2x(3y+2)-y+5$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của P. Khi đó giá trị của $T=(4m+M)$ bằng bao nhiêu?

A. 16 **B.** 18 **C.** 17 **D.** 19

Câu 280: Cho x,y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+xy+4=4y+3x$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3\left(x^3-y^3\right)+20x^2+2xy+5y^2+39x$.

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 100. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Câu 281: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x\ge0$, $y\ge1$, $x+y=3$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^3+2y^2+3x^2+4xy-5x$ lần lượt bằng:

A. $P_{\max}=18$ và $P_{\min}=15$. **B.** $P_{\max}=15$ và $P_{\min}=13$.

C. $P_{\max}=20$ và $P_{\min}=18$. **D.** $P_{\max}=20$ và $P_{\min}=15$.

Câu 282: Xét phương trình $ax^3-x^2+bx-1=0$ với a, b là các số thực, $a\ne0$, $a\ne b$ sao cho các nghiệm đều là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{5a^2-3ab+2}{a^2(b-a)}$.

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $11\sqrt{6}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $15\sqrt{3}$.

Câu 283: Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$.

A. $P=8$. **B.** $P=10$ **C.** $P=4$. **D.** $P=6$.

Câu 284: Cho x,y là hai số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $(xy+1)\left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)\le1-x-\frac{1}{y}$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+3y^2}}-\frac{x-2y}{6(x+y)}$?

A. $\frac{\sqrt{5}+7}{30}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{7}{30}$. **C.** $\frac{7}{30}-\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{3}+\frac{7}{30}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 285: Cho $a,b\in\mathbb{R}$; $a,b>0$ thỏa mãn $2\left(a^2+b^2\right)+ab=\left(a+b\right)\left(ab+2\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)-9\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** -10. **C.** $\frac{-21}{4}$. **D.** $\frac{-23}{4}$.

Câu 286: Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=4$ và $xy+yz+zx=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ bằng:

A. 25. **B.** 15. **C.** 35. **D.** 20.

Câu 287: Cho hai số thực x,y thỏa mãn: $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-5}\right)x+\sqrt{3xy-5}=0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x^3+y^3+6xy+3\left(3x^2+1\right)\left(x+y-2\right)$

A. $\frac{296\sqrt{15}-18}{9}$. **B.** $\frac{36+296\sqrt{15}}{9}$. **C.** $\frac{36-4\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{-4\sqrt{6}+18}{9}$.

Câu 288: Cho x,y là hai số thực không âm thỏa mãn $x^2+y^2+2x-3=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2x-y-2$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

A. $-3,70$. **B.** $-3,73$. **C.** $-3,72$. **D.** $-3,71$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: MAX-MIN CỦA HÀM LƯỢNG GIÁC TRÊN ĐOẠN [A,B]

Câu 188: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin(x)\right)$ trên $\mathbb{R}$ bằng.

A. 1. **B.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** -1. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $-1\le\sin x\le 1\ \forall x\in\mathbb{R}\ \Rightarrow -\frac{\pi}{4}\le\frac{\pi}{4}\sin x\le\frac{\pi}{4}\ \Rightarrow -\frac{\sqrt{2}}{2}\le\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin x\right)\le\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin\left(\frac{\pi}{4}\sin(x)\right)$ là $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 189: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\cos^2 2x-\sin x\cos x+4$ trên $\mathbb{R}$.

A. $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\frac{16}{5}$. **B.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\frac{7}{2}$. **C.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=3$. **D.** $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\frac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $f(x)=\cos^2 2x-\sin x\cos x+4=-\sin^2 2x-\frac{1}{2}\sin 2x+5$.

Đặt $t=\sin 2x$. Ta có $x\in\mathbb{R}\Rightarrow t\in[-1;1]$.

Xét hàm số $g(t)=-t^2-\frac{1}{2}t+5$ với $t\in[-1;1]$.

$g'(t)=-2t-\frac{1}{2}$, $g'(t)=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{4}$.

$g(-1)=\frac{9}{2}$, $g\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{81}{16}$, $g(1)=\frac{7}{2}$.

Suy ra: $\min\limits_{x\in\mathbb{R}} f(x)=\min\limits_{t\in[-1;1]} g(t)=\frac{7}{2}$.

Câu 190: Tập giá trị của hàm 2018 $y=\frac{\cos x+1}{\sin x+1}$ trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là:

A. $\left(\frac{1}{2};2\right)$. **B.** $\left(\frac{1}{2};2\right]$. **C.** $\left[\frac{1}{2};2\right)$. **D.** $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y=\frac{\cos x+1}{\sin x+1}$.

Vì $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ nên $\sin x\in[0;1]$. Do đó hàm 2018 đã cho xác định trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

$y=\frac{\cos x+1}{\sin x+1}\Rightarrow y'=\frac{-\sin^2 x-\cos^2 x}{(\sin x+1)^2}=\frac{-1}{(\sin x+1)^2}<0$, $\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Suy ra hàm 2018 luôn nghịch biến trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do đó: $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = y(0) = 2$; $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} y = \frac{1}{2}$.

Vậy tập giá trị của hàm 2018 đã cho là $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Câu 191: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sin^6 x + \cos^6 x$ là.

A. $\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{3}{4}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y = \sin^6 x + \cos^6 x = 1 - \frac{3}{4}\sin^2(2x)$

Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\frac{1}{4}$ khi $\sin^2 2x = 1$.

Câu 192: Hàm số $y = x\sqrt{3} - 2\sin x$ đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;2\pi]$ tại x bằng:

A. $\frac{\pi}{6}$. **B.** 0. **C.** π. **D.** $\frac{\pi}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Sử dụng MTCT thay các giá trị của đáp án vào ta được.

$y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{6}\right) \approx -0,621, y\left(\frac{\pi}{3}\right) \approx 0,081, y(\pi) \approx 5,568, y(2\pi) = 2\pi\sqrt{3}$.

Rõ ràng giá trị nhỏ nhất của hàm số đạt tại $x = \frac{\pi}{6}$.

Câu 193: Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề **đúng**.

A. $M = m + \frac{3}{2}$. **B.** $M = \frac{3}{2}m$. **C.** $M = m + 1$. **D.** $M = m + \frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $\sin x = t$, $(-1 \le t \le 1)$ ta được $y = \frac{t+1}{t^2 + t + 1}$.

Xét hàm số $y = \frac{t+1}{t^2 + t + 1}$ trên đoạn $[-1;1]$ ta có $y' = \frac{-t^2 - 2t}{\left(t^2 + t + 1\right)^2}$.

Giải phương trình $y' = 0 \Leftrightarrow -t^2 - 2t = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \ (t/m) \\ t = -2 \ (loai) \end{array}\right.$.

Vì $y(-1) = 0$; $y(0) = 1$; $y(1) = \frac{2}{3}$ nên

$\max\limits_{[-1;1]} y = y(0) = 1 \Rightarrow M = 1$; $\min\limits_{[-1;1]} y = y(-1) = 0 \Rightarrow m = 0$.

Vậy $M = m + 1$.

Câu 194: Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{2\sin x + \cos x + 1}{\sin x - 2\cos x + 3}$ trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$ là.

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{11}{4}$. **D.** 1.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi y_0 là một giá trị của hàm số trên $\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]$.

$\Rightarrow$ Phương trình $y_0=\frac{2\sin x+\cos x+1}{\sin x-2\cos x+3}$ (1) phải có nghiệm.

$(1)\Leftrightarrow (2-y_0)\sin x+(1+2y_0)\cos x=-1+3y_0$.

(1) có nghiệm khi $(2-y_0)^2+(1+2y_0)^2\ge(-1+3y_0)^2\Leftrightarrow -\frac{1}{2}\le y_0\le 2$.

$\Rightarrow \min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]} y=-\frac{1}{2}$ và $\max\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right]} y=2$.

Câu 195: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\sin^2 x+\cos x-1$ là

A. $\frac{3}{4}$. **B.** $\frac{1}{4}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y=\sin^2 x+\cos x-1=1-\cos^2 x+\cos x-1=-\cos^2 x+\cos x$.

Đặt $t=\cos x$ $(t\in[-1;1])$.

Ta tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=-t^2+t$ trên $[-1;1]$.

Ta có: $y'=-2t+1$.

$y'=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}$ (nhận).

$y(-1)=-2$.

$y(1)=0$.

$y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{4}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số đã cho là $\frac{1}{4}$.

Câu 196: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)=x+\cos^2 x$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là :

A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{4}$. **C.** 0. **D.** $1+\pi$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $f(x)=x+\cos^2 x$.

$f'(x)=1-2\cos x\sin x=(\sin x+\cos x)^2$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow \cos x=\sin x\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}+k\pi$.

Khi $k=1$ nhận $x=\frac{\pi}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$f(0)=1$; $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}+\frac{1}{2}$; $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$.

$\Rightarrow \max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{2}\right]} f(x)=\frac{\pi}{2}$.

Câu 197: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=2\cos x-\frac{4}{3}\cos^3 x$ trên $[0;\pi]$.

A. $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{2\sqrt{2}}{3}$. **B.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=0$. **C.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{2}{3}$. **D.** $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{10}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt: $t=\cos x \Rightarrow t\in[-1;1] \Rightarrow y=2t-\frac{4}{3}t^3$.

$y'=2-4t^2$ $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{-1}{\sqrt{2}}\in[-1;1] \\ x=\frac{1}{\sqrt{2}}\in[-1;1] \end{array}\right.$.

Tính: $y(-1)=\frac{-2}{3}$, $y\left(\frac{-1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{-2\sqrt{2}}{3}$, $y\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)=\frac{2\sqrt{2}}{3}$, $y(1)=\frac{2}{3}$.

Vậy: $\max\limits_{[0;\pi]} y=\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

Câu 198: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{1}{4}\cos 2x+\frac{5}{4}$ là:

A. $\frac{1}{6}$. **B.** $\frac{19}{5}$. **C.** $\frac{19}{6}$. **D.** $\frac{19}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Có $y=\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{1}{4}\cos 2x-2\cos x+\frac{5}{4}$

$=\frac{1}{3}\cos^3 x+\frac{1}{2}\cos^2 x-2\cos x+1.$

Đặt $t=\cos x$ ta có hàm số $f(t)=\frac{1}{3}t^3+\frac{1}{2}t^2-2t+1$ xác định trên $[-1;1]$.

$f'(t)=t^2+t-2$.

$f'(t)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=-2\left(\notin[-1;1]\right) \end{array}\right.$

$f(-1)=\frac{19}{6}; f(1)=-\frac{1}{6}$.

$\Rightarrow \max\limits_{\mathbb{R}} f(x)=\max\limits_{[-1;1]} f(t)=f(-1)=\frac{19}{6}$.

Câu 199: Giá trị lớn nhất của hàm số $y=3\sin x-4\sin^3 x$ trên khoảng $\left(-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right)$ bằng:

A. 1. **B.** 3. **C.** −1. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Cách 1: đặt $\sin x = t \Rightarrow t \in (-1;1)$ Khi đó $f'(t) = -12t^2 + 3$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \pm\frac{1}{2}$. So sánh $f\left(\frac{1}{2}\right)$ và $f\left(-\frac{1}{2}\right)$ ta thấy GTLN là $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$.

Câu 200: Cho hàm số $y = \frac{\sin x + 1}{\sin^2 x + \sin x + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Chọn mệnh đề đúng.

A. $M = \frac{3}{2}m$. **B.** $M = m + \frac{3}{2}$. **C.** $M = m + \frac{2}{3}$. **D.** $M = m + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t = \sin x, -1 \le t \le 1 \Rightarrow y = f(t) = \frac{t+1}{t^2+t+1}$, $f'(t) = \frac{-t^2-2t}{\left(t^2+t+1\right)^2}$

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \in [-1;1] \\ t = -2 \notin [-1;1] \end{array}\right. \Rightarrow f(0) = 1,\ f(-1) = 0,\ f(1) = \frac{2}{3}$. Vậy $M = 1, m = 0$

Câu 201: Tìm giá trị lớn nhất M và giá trị nhỏ nhất m của hàm số $f(x) = \sin x(1 + \cos x)$ trên đoạn $[0;\pi]$.

A. $M = 3\sqrt{3};\ m = 1$. **B.** $M = \frac{3\sqrt{3}}{2};\ m = 1$.

C. $M = \frac{3\sqrt{3}}{4};\ m = 0$. **D.** $M = \sqrt{3};\ m = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x) = \sin x + \frac{1}{2}\sin 2x \Rightarrow f'(x) = \cos x + \cos 2x = 2\cos^2 x + \cos x - 1$.

$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \cos x = \frac{1}{2} \\ \cos x = -1 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm\frac{\pi}{3} + 2k\pi \\ x = \pi + 2k\pi \end{array}\right.$.

Vì $x \in [0;\pi] \Rightarrow x = \frac{\pi}{3}$ hoặc $x = \pi$.

Ta có $f\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{3\sqrt{3}}{4}$, $f(0) = 0$, $f(\pi) = 0$.

Vậy $M = \frac{3\sqrt{3}}{4};\ m = 0$.

Câu 202: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = 2\sin x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$. Tính M, m.

A. $M = 2,\ m = -2$. **B.** $M = 1,\ m = -2$. **C.** $M = 2,\ m = -1$. **D.** $M = 1,\ m = -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y' = 2\cos x = 0 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi,\ k \in \mathbb{Z}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Với $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$ suy ra: $x=\frac{\pi}{2}$.

$y\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-1,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=2,\ y\left(\frac{5\pi}{6}\right)=1$.

Vậy: $M=2$ và $m=-1$.

Câu 203: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2x+\sin 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{2}\right]$ là.

A. $1+\frac{\pi}{2}$. **B.** π. **C.** 3π. **D.** $-1-\frac{\pi}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$y'=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}+k\pi\left(k\in Z\right),\ x\in\left[-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{2}\right]\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=\frac{\pi}{2}\\x=\frac{3\pi}{2}\end{array}\right.$$

$y\left(\frac{-\pi}{4}\right)=\frac{-\pi}{2}-1,\ y\left(\frac{\pi}{2}\right)=\pi,\ y\left(\frac{3\pi}{2}\right)=3\pi\Rightarrow\underset{\left[-\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{2}\right]}{Min}\ y=y\left(\frac{-\pi}{4}\right)=\frac{-\pi}{2}-1$.

Câu 204: Gọi M và m là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=2\sin^2 x-\cos x+1$. Khi đó giá trị của tích $M.m$ là:

A. 2. **B.** $\frac{25}{4}$. **C.** 0. **D.** $\frac{25}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=2\sin^2 x-\cos x+1=2\left(1-\cos^2 x\right)-\cos x+1=-2\cos^2 x-\cos x+3.$

Đặt $t=\cos x$ ta có $y=g\left(t\right)=-2t^2-t+3$ với $t\in\left[-1;1\right]$.

$g'\left(t\right)=-4t-1=0\Leftrightarrow t=-\frac{1}{4}\in\left[-1;1\right]$.

Mà $g\left(-1\right)=2;\ g\left(1\right)=0;\ g\left(-\frac{1}{4}\right)=\frac{25}{8}$.

Vậy $M.m=\frac{25}{8}.0=0$.

Câu 205: Giả sử M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\left(2+\sqrt{3}\right)\sin x-\cos x$. Khi đó $M+m$ bằng

A. $3+\sqrt{3}$. **B.** 0. **C.** $1+\sqrt{3}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

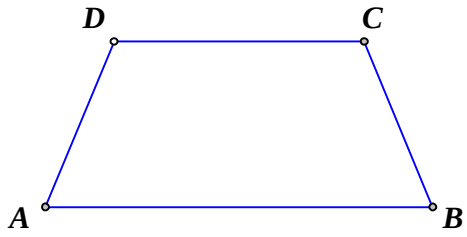
Chọn B

Ta có: $-\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2+1}\le\left(2+\sqrt{3}\right)\sin x-\cos x\le\sqrt{\left(2+\sqrt{3}\right)^2+1}$.

Vậy $M+m=0$.

Câu 206: Bác An có ba tấm lưới mắt cáo, mỗi tấm có chiều dài 4 m. Bác muốn rào một phần vườn của nhà bác dọc theo bờ tường (bờ tường ngăn đất nhà bác An với đất nhà hàng xóm) theo hình thang cân $ABCD$ (như hình vẽ) để trồng rau, (AB là phần tường không cần phải rào). Bác An rào được phần đất vườn có diện tích lớn nhất gần với giá trị nào nhất sau đây?

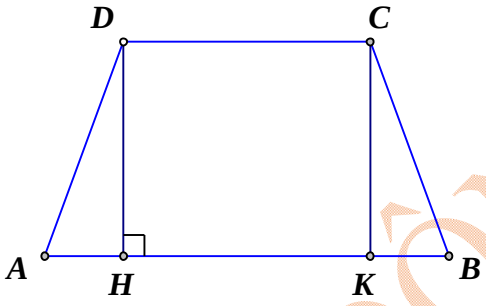
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $7\ \text{m}^2$. **B.** $35\ \text{m}^2$. **C.** $21\ \text{m}^2$. **D.** $28\ \text{m}^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi H là hình chiếu vuông góc của D trên cạnh AB. Đặt $\widehat{DAB}=\alpha$ với $0<\alpha<\dfrac{\pi}{2}$.

Ta có $DH=\sin\alpha.AD=4\sin\alpha$ và $AH=\cos\alpha.AD=4\cos\alpha$, suy ra $AB=4+8\cos\alpha$.

Vậy $S_{ABCD}=\dfrac{1}{2}(8+8\cos\alpha)4\sin\alpha=16\sin\alpha(1+\cos\alpha)=16\sin\alpha+8\sin 2\alpha$.

Suy ra $S'=16\cos\alpha+16\cos 2\alpha=16\left(2\cos^2\alpha+\cos\alpha-1\right)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\cos\alpha=-1\\ \cos\alpha=\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Rightarrow\alpha=60°$.

Lập bảng biến thiên của hàm $S(\alpha)$ ta tìm được $\max\limits_{\left(0;\frac{\pi}{2}\right)}S(\alpha)=S\left(\dfrac{\pi}{3}\right)=12\sqrt{3}\approx 20,78$.

Câu 207: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sin x+\cos x+1}{\sqrt{2+\sin 2x}}$. Khi đó $M+\sqrt{3}m$ bằng?

A. $M+\sqrt{3}m=-1$ **B.** $M+\sqrt{3}m=1$

C. $M+\sqrt{3}m=2$ **D.** $M+\sqrt{3}m=1+2\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=\sin x+\cos x\Rightarrow\begin{cases}-\sqrt{2}\le t\le\sqrt{2}\\ t^2=1+\sin 2x\end{cases}$.

Khi đó: $f(t)=\dfrac{t+1}{\sqrt{t^2+1}}$; $f'(t)=\dfrac{1-t}{\left(t^2+1\right)\sqrt{t^2+1}}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=1$.

Ta có: $f\left(-\sqrt{2}\right)=\dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; $f\left(\sqrt{2}\right)=\dfrac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; $f(1)=\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra $M = f(1) = \sqrt{2}$; $m = f\left(-\sqrt{2}\right) = \dfrac{1-\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$. Vậy $M + \sqrt{3}m = 1$

Câu 208: Cho hàm số $y = \dfrac{mx - m^2 - 2}{-x+1}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[-4;-2]} y = \dfrac{-1}{3}$. Mệnh đề nào sau dưới đây đúng?

A. $\dfrac{-1}{2} < m < 0$. **B.** $m > 4$. **C.** $1 \le m < 3$. **D.** $-3 < m < \dfrac{-1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{-m^2 + m - 2}{(-x+1)^2} < 0$ với $\forall x \in [-4;-2] \Rightarrow$ hàm số $y = \dfrac{mx - m^2 - 2}{-x+1}$ nghịch biến trên $[-4;-2] \Rightarrow \max\limits_{[-4;-2]} y = y(-4) = \dfrac{-m^2 - 4m - 2}{5}$.

Theo đề bài ta có $\max\limits_{[-4;-2]} y = \dfrac{-1}{3} \Leftrightarrow \dfrac{-m^2 - 4m - 2}{5} = -\dfrac{1}{3} \Leftrightarrow 3m^2 + 12m + 1 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = \dfrac{-6+\sqrt{33}}{3} \\ m = \dfrac{-6-\sqrt{33}}{3} \end{array}\right.$.

Câu 209: Cho hàm số $f(x) = 4\sin^2(3x-1)$. Tập giá trị của hàm số $f'(x)$ là.

A. $[-2;2]$. **B.** $[0;4]$. **C.** $[-4;4]$. **D.** $[-12;12]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$f'(x) = 8\sin(3x-1).3\cos(3x-1) = 12\sin(6x-2)$.

Do $-1 \le \sin(6x-2) \le 1 \Rightarrow -12 \le 12\sin(6x-2) \le 12$.

Câu 210: Cho hàm số $y = \dfrac{2\cos^2 x + |\cos x| + 1}{|\cos x| + 1}$. Gọi M là giá trị lớn nhất và m là giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho. Khi đó $M+m$ bằng

A. -5. **B.** -6. **C.** 3. **D.** -4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Đặt $t = |\cos x|, 0 \le t \le 1 \Rightarrow y = f(t) = \dfrac{2t^2 + t + 1}{t+1}, 0 \le t \le 1$

$f'(t) = \dfrac{2t^2 + 4t}{(t+1)^2}$; $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = -2 \notin [0;1] \end{array}\right. \Rightarrow f(0) = 1, f(1) = 2$

Vậy $\min\limits_{\mathbb{R}} y = 1, \max\limits_{\mathbb{R}} y = 2$

Câu 211: Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = x + \sqrt{2}\cos x$ trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$. Tính $M - m$.

A. $1 - \dfrac{\pi}{4}$. **B.** $\dfrac{\pi}{4} - 1 + \sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{\pi}{2} - \sqrt{2}$. **D.** $\dfrac{\pi}{4} + 1 - \sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số liên tục và xác định trên $\left[0;\dfrac{\pi}{2}\right]$. Ta có $f'(x) = 1 - \sqrt{2}\sin x$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$f'(x)=0 \Leftrightarrow \sin x=\frac{\sqrt{2}}{2} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\frac{\pi}{4}+k2\pi \\ x=\frac{3\pi}{4}+k2\pi \end{array}\right., (k\in\mathbb{Z})$. (1).

Vì $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ nên (1) suy ra $x=\frac{\pi}{4}$.

Ta có $f\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\pi}{4}+1$, $f(0)=\sqrt{2}$, $f\left(\frac{\pi}{2}\right)=\frac{\pi}{2}$. Do đó $M=1+\frac{\pi}{4}, m=\sqrt{2}$.

Vậy: $M-m=1+\frac{\pi}{4}-\sqrt{2}$.

Câu 212: Gọi M, m lần lượt là giá lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\sin^{2018}x+\cos^{2018}x$ trên $\mathbb{R}$. Khi đó:

A. $M=1$, $m=\frac{1}{2^{1008}}$.

B. $M=1$, $m=\frac{1}{2^{1009}}$.

C. $M=1$, $m=0$.

D. $M=2$, $m=\frac{1}{2^{1008}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y=\sin^{2018}x+\cos^{2018}x=\left(\sin^2 x\right)^{1009}+\left(1-\sin^2 x\right)^{1009}$.

Đặt $t=\sin^2 x$, $0\le t\le 1$ thì hàm số đã cho trở thành $y=t^{1009}+(1-t)^{1009}$.

Xét hàm số $f(t)=t^{1009}+(1-t)^{1009}$ trên đoạn $[0;1]$.

Ta có: $f'(t)=1009.t^{1008}-1009.(1-t)^{1008}$

$f'(t)=0 \Leftrightarrow 1009t^{1008}-1009(1-t)^{1008}=0$

$\Leftrightarrow\left(\frac{1-t}{t}\right)^{1008}=1 \Leftrightarrow \frac{1-t}{t}=1 \Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$

Mà $f(1)=f(0)=1$, $f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2^{1008}}$.

Suy ra $\max\limits_{[0;1]} f(t)=f(0)=f(1)=1$, $\min\limits_{[0;1]} f(t)=f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{2^{1008}}$

Vậy $M=1$, $m=\frac{1}{2^{1008}}$.

Câu 213: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x-\sin 2x$ trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

A. $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=-\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2}$.

B. $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=-\frac{\pi}{2}$.

C. $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=\pi$.

D. $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]} y=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$.

Ta có: $f'(x)=1-2\cos 2x$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow \cos 2x=\frac{1}{2}=\cos\frac{\pi}{3}$

$\Leftrightarrow 2x=\pm\frac{\pi}{3}+k2\pi\Leftrightarrow x=\pm\frac{\pi}{6}+k\pi$.

Vì $x\in\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]$ nên $x=\pm\frac{\pi}{6};x=\frac{5\pi}{6}$.

Ta có: $f\left(\frac{\pi}{6}\right)=\frac{\pi}{6}-\frac{\sqrt{3}}{2};f\left(-\frac{\pi}{6}\right)=-\frac{\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2};$

$f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=\frac{5\pi}{6}+\frac{\sqrt{3}}{2};f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\pi}{2}$.

và $f(\pi)=\pi$.

Vậy $\min\limits_{\left[-\frac{\pi}{2};\pi\right]}f(x)=f\left(-\frac{\pi}{2}\right)=-\frac{\pi}{2}$.

Câu 214: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)=\sin x-\sqrt{3}\cos x$ trên khoảng $(0;\pi)$.

A. 1. **B.** 2. **C.** $-\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$f'(x)=\cos x+\sqrt{3}\sin x,\ f'(x)=0$

$\Leftrightarrow 1+\sqrt{3}\tan x=0\Leftrightarrow x=-\frac{\pi}{6}+k\pi\ (k\in\mathbb{Z})$.

Vì $x\in(0;\pi)$ nên $x=\frac{5\pi}{6}$.

$y''=-\sin x+\sqrt{3}\cos x,\ y''\left(\frac{5\pi}{6}\right)=-2<0\Rightarrow x=\frac{5\pi}{6}$ là điểm cực đại.

Vậy, giá trị lớn nhất của hàm số là $f\left(\frac{5\pi}{6}\right)=2$.

DẠNG 8: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ KHÁC TRÊN K

Câu 215: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{2}{x^2}-\frac{1}{2x-2}$ trên khoảng $(0;1)$

A. $\min\limits_{(0;1)}f(x)=\frac{54+25\sqrt{5}}{20}$. **B.** $\min\limits_{(0;1)}f(x)=\frac{11+5\sqrt{5}}{4}$.

C. $\min\limits_{(0;1)}f(x)=\frac{10+5\sqrt{5}}{4}$. **D.** $\min\limits_{(0;1)}f(x)=\frac{56+25\sqrt{5}}{20}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số xác định và liên tục trên $(0;1)$ và có $f'(x)=-\frac{4}{x^3}+\frac{1}{2(x-1)^2}$.

Giải phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow x^3-8x^2+16x-8=0\Leftrightarrow(x-2)(x^2-6x+4)=0$

$\Rightarrow x=3-\sqrt{5}$ (do $x\in(0;1)$).

Lập bảng biến thiên

x	0		$3-\sqrt{5}$		1
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{11+5\sqrt{5}}{4}$	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta có $\min\limits_{(0;1)} f(x)=\dfrac{11+5\sqrt{5}}{4}$.

Câu 216: Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$ trên tập $D=(-\infty;-1]\cup\left[1;\dfrac{3}{2}\right]$. Tính giá trị T của $m.M$.

A. $T=\dfrac{3}{2}$ **B.** $T=0$ **C.** $T=-\dfrac{3}{2}$ **D.** $T=\dfrac{1}{9}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=\dfrac{\sqrt{x^2-1}}{x-2}$. Tập xác định $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)\setminus\{2\}$.

$$y'=\frac{\dfrac{x(x-2)}{\sqrt{x^2-1}}-\sqrt{x^2-1}}{(x-2)^2}=\frac{-2x+1}{\sqrt{x^2-1}(x-2)^2}$$

$y'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}$

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		1		$\frac{3}{2}$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$		$\nearrow$	-1					$\searrow$	$-\sqrt{5}$

Từ bảng biến thiên suy ra $M=0;\ m=-\sqrt{5}$

Vậy $M.m=0$

Câu 217: Cho hàm số $y=\sqrt{x^2+3}-x\ln x$. Gọi $M;N$ lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[1;2]$. Khi đó tích $M.N$ là:

A. $2\sqrt{7}-4\ln 5$. **B.** $2\sqrt{7}+4\ln 5$. **C.** $2\sqrt{7}-4\ln 2$. **D.** $2\sqrt{7}+4\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=(0;+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+3}}-(\ln x+1)=\dfrac{x-\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}-\ln x$.

Do $\sqrt{x^2+3}>|x|\Rightarrow x-\sqrt{x^2+3}<x-|x|\le 0\Leftrightarrow\dfrac{x-\sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}}<0$.

Và $x \ge 1 \Rightarrow \ln x \ge 0 \Rightarrow -\ln x \le 0$.

Do đó $y' = \dfrac{x - \sqrt{x^2+3}}{\sqrt{x^2+3}} - \ln x < 0$. Nên hàm số nghịch biến trên $[1;2]$.

Khi đó $M = y(1) = 2; N = y(2) = \sqrt{7} - 2\ln 2$.

Vậy $M.N = 2\sqrt{7} - 4\ln 2$.

Câu 218: Xét a, b, $c \in (1;2]$, tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$P = \log_{bc}\left(2a^2 + 8a - 8\right) + \log_{ca}\left(4b^2 + 16b - 16\right) + \log_{ab}\left(c^2 + 4c - 4\right)$.

A. $P_{\min} = 4$. **B.** $P_{\min} = \dfrac{11}{2}$.

C. $P_{\min} = \log_3 \dfrac{289}{2} + \log_{\frac{9}{4}} 8$. **D.** $P_{\min} = 6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $a \in (1;2] \Rightarrow (a+2)(a-2)(a-1) \le 0 \Leftrightarrow a^3 - a^2 - 4a + 4 \le 0 \Leftrightarrow a^2 + 4a - 4 \ge a^3$

Tương tự $b^2 + 4b - 4 \ge b^3, c^2 + 4c - 4 \ge c^3$ Suy ra $P \ge \log_{bc}(2a^3) + \log_{ca}(4b^3) + \log_{ab} c^3$

$\Rightarrow P \ge \log_{bc} 2 + \log_{ca} 4 + 3(\log_{bc} a + \log_{ca} b + \log_{ab} c)$

Lại có $bc \le 4, ac \le 4 \Rightarrow \log_{bc} 2 \ge \log_4 2 = \dfrac{1}{2}, \log_{ca} 4 \ge 1$

Suy ra $P \ge \dfrac{3}{2} + 3\left(\dfrac{\ln a}{\ln(bc)} + \dfrac{\ln b}{\ln(ca)} + \dfrac{\ln c}{\ln(ab)}\right) = \dfrac{3}{2} + 3\left(\dfrac{\ln a}{\ln b + \ln c} + \dfrac{\ln b}{\ln c + \ln a} + \dfrac{\ln c}{\ln a + \ln b}\right)$

Đặt $x = \ln a, y = \ln b, z = \ln c \Rightarrow x, y, x > 0$

Ta có $P \ge \dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{x}{y+z} + \dfrac{y}{z+y} + \dfrac{z}{x+y}\right) = \dfrac{3}{2} + \dfrac{3}{2}\left(\dfrac{x}{y+z} + \dfrac{y}{z+y} + \dfrac{z}{x+y}\right) \ge \dfrac{3}{2} + \dfrac{9}{2} = 6$

$\left(\dfrac{x}{y+z} + \dfrac{y}{z+x} + \dfrac{z}{x+y} \ge \dfrac{3}{2} \forall x, y, z > 0\right)$, Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases} b = 2 \\ c = 2 \\ a = 2 \\ x = y = z \end{cases} \Leftrightarrow a = b = c = 2 \Rightarrow \min P = 6$

.

Câu 219: Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $y = xe^{-x}$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $\max\limits_{[-2;2]} y = \dfrac{2}{e^2}$. **B.** $\max\limits_{[-2;2]} y = -e$. **C.** $\max\limits_{[-2;2]} y = 0$. **D.** $\max\limits_{[-2;2]} y = \dfrac{1}{e}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn D

Cách 1.

Hàm số liên tục trên đoạn $[-2;2]$..

$y' = e^{-x} - xe^{-x}$.

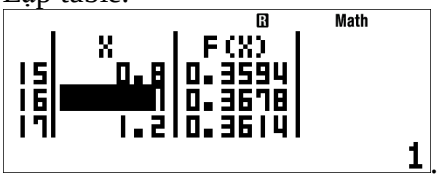
Cho $y'=0\Leftrightarrow e^{-x}(1-x)=0\Leftrightarrow x=1$.

$f(-2)=-2e^2$, $f(2)=\frac{2}{e^2}$, $f(1)=\frac{1}{e}$.

Vậy $\max\limits_{[-2;2]} y=\frac{1}{e}$.

Cách 2.

Lập table.



Câu 220: Gọi M,m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{x^2}{e^x}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Tính giá trị của $S=M+m.e$.

A. $S=\frac{1}{e}$. **B.** $S=e^2+\frac{1}{e}$. **C.** $S=e$. **D.** $S=e+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Có $f'(x)=\frac{2xe^x-x^2e^x}{e^{2x}}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

Xét $f(-1)=\frac{(-1)^2}{e^{-1}}=e$; $f(0)=\frac{(0)^2}{e^0}=0$; $f(1)=\frac{(1)^2}{e^1}=\frac{1}{e}$.

Vậy $M=e,m=0$, suy ra $S=e$.

Câu 221: -2017] Giá trị lớn nhất của hàm số $y=e^x\cos x$ trên đoạn $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$ là.

A. $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}e^{\frac{\pi}{6}}$. **C.** $\frac{1}{2}e^{\frac{\pi}{3}}$. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số liên tục trên $\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

Ta có: $y=e^x\cos x\Rightarrow y'=e^x(\cos x-\sin x)$.

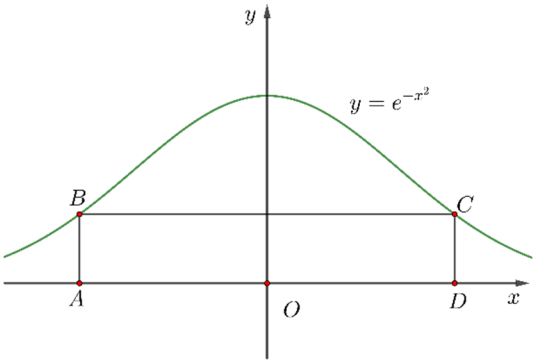
$y'=0\Leftrightarrow\cos x-\sin x=0\Leftrightarrow\tan x=1\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{4}$, do $x\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.

$y'(0)=1$, $y'\left(\frac{\pi}{2}\right)=0$, $y'\left(\frac{\pi}{4}\right)=\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{\frac{\pi}{4}}$.

Câu 222: Cho đồ thị hàm số $y=e^{-x^2}$ như hình vẽ. $ABCD$ là hình chữ nhật thay đổi sao cho B và C luôn thuộc đồ thị hàm số đã cho. AD nằm trên trục hoành. Giá trị lớn nhất của diện tích hình chữ nhật $ABCD$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$. **B.** $\frac{2}{e}$. **C.** $\frac{\sqrt{2}}{e}$. **D.** $\frac{2}{\sqrt{e}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử điểm $C\left(x;e^{-x^2}\right)$ với $x>0$.

Diện tích của hình chữ nhật $ABCD$ là $f(x)=2x.e^{-x^2}$.

Ta có $f'(x)=2e^{-x^2}-4x^2e^{-x^2}=2e^{-x^2}\left(1-2x^2\right)$.

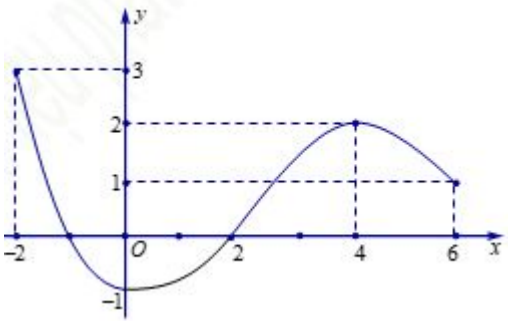
$f'(x)=0 \Rightarrow x=\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$		↗	$\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$	↘	

Vậy $\max S=\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{e}}$.

Câu 223: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình vẽ. Tìm khẳng định đúng.



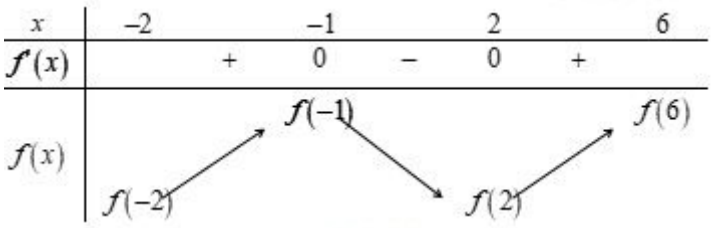
A. $\max\limits_{[-2;6]} y=f(6)$ **B.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-1)$ **C.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(-2)$ **D.** $\max\limits_{[-2;6]} y=f(2)$

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Ta có bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $\max\limits_{[-2;6]} y = \max\left\{ f(-1); f(6) \right\}$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$ và $x = 2$ là

$S_1 = -\int\limits_{-1}^{2} f'(x)\,\mathrm{d}x = -f(x)\Big|_{-1}^{2} = f(-1) - f(2)$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 2$ và $x = 6$ là

$S_2 = \int\limits_{2}^{6} f'(x)\,\mathrm{d}x = f(x)\Big|_{2}^{6} = f(6) - f(2)$.

Từ hình vẽ suy ra $S_2 > S_1 \Rightarrow f(6) - f(2) > f(-1) - f(2) \Leftrightarrow f(6) > f(-1)$.

Vậy $\max\limits_{[-2;6]} y = \max\left\{ f(-1); f(6) \right\} = f(6)$.

Câu 224: Tính đạo hàm của hàm số $y = \log_{2017}\left(x^2 + 1\right)$.

A. $y' = \dfrac{1}{\left(x^2+1\right)}$. **B.** $y' = \dfrac{2x}{2017}$.

C. $y' = \dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2017}$. **D.** $y' = \dfrac{1}{\left(x^2+1\right)\ln 2017}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y' = \left(\log_{2017}\left(x^2+1\right)\right)' = \dfrac{2x}{\left(x^2+1\right)\ln 2017}$.

Câu 225: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$

A. 3. **B.** 2. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 5}$.

Tập xác định $\mathbb{R}$. Ta có $f'(x) = \dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+5}}$; $\begin{cases} f'(x) < 0 & \text{khi} \quad x < 1 \\ f'(x) > 0 & \text{khi} \quad x > 1 \end{cases}$.

Suy ra $f(x)$ nghịch biến trên $(-\infty;1)$ và đồng biến trên $(1;+\infty)$ nên $x = 1$ là điểm cực tiểu duy nhất của hàm số trên $\mathbb{R}$. Bởi thế nên $\min\limits_{\mathbb{R}} f(x) = f(1) = 2$.

Câu 226: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left(20x^2 + 20x - 1283\right)\mathrm{e}^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là:

A. -1283. **B.** $-8.\mathrm{e}^{300}$. **C.** $157.\mathrm{e}^{320}$. **D.** $-163.\mathrm{e}^{280}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Ta có $y' = (40x+20)\mathrm{e}^{40x} + 40\left(20x^2+20x-1283\right)\mathrm{e}^{40x} = 20\mathrm{e}^{40x}\left(40x^2+42x-2565\right)$.

$$y' = 0 \Leftrightarrow 40x^2+42x-2565 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \dfrac{15}{2} \\ x = -\dfrac{171}{20} \end{array}\right.$$

Đặt $y_1 = y\left(-\dfrac{171}{20}\right)$; $y_2 = y\left(\dfrac{15}{2}\right)$.

$y(7) = -163.\mathrm{e}^{280}$; $y(8) = 157.\mathrm{e}^{320}$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$-\frac{171}{20}$		$\frac{15}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	y_1	↘	y_2	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \left(20x^2+20x-1283\right)\mathrm{e}^{40x}$ trên tập hợp các số tự nhiên là $-163.\mathrm{e}^{280}$.

DẠNG 9: MAX-MIN HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI

Câu 227: Hàm số $y = \left|x^2-3x+2\right|$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-3;3]$ là.

A. 9. **B.** 11. **C.** 20. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta sử dụng MTCT bấm Mode 7 rồi bấm Shift, nhập $f(X) = \left|X^2-3X+2\right|$ chọn Start -3 End 3 Step 0.5. Máy cho ra một bảng có các giá trị của $f(X)$ trong đó giá trị lớn nhất của $f(X)$ là 20 khi $X = -3$.

Câu 228: Xét hàm số $f(x) = \left|x^2+ax+b\right|$, với a, b là tham số. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số trên $[-1;3]$. Khi M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được, tính $a+2b$.

A. 3. **B.** 4. **C.** -4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\max\{|A|,|B|\} \ge \dfrac{|A+B|}{2}$ (1). Dấu $=$ xảy ra khi $A = B$.

Ta có $\max\{|A|,|B|\} \ge \dfrac{|A-B|}{2}$ (2). Dấu $=$ xảy ra khi $A = -B$.

Xét hàm số $g(x) = x^2+ax+b$, có $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = \dfrac{-a}{2}$.

Trường hợp 1: $\dfrac{-a}{2} \notin [-1;3] \Leftrightarrow a \notin [-6;2]$. Khi đó $\mathrm{M} = \max\{|1-a+b|,|9+3a+b|\}$.

Áp dụng bất đẳng thức (1) ta có $\mathrm{M} \ge |4+2a| > 8$.

Trường hợp 2: $\frac{-a}{2}\in[-1;3]\Leftrightarrow a\in[-6;2]$. Khi đó $M=\max\left\{\left|1-a+b\right|,\left|9+3a+b\right|,\left|b-\frac{a^2}{4}\right|\right\}$.

Áp dụng bất đẳng thức (1) và (2) ta có

$M\ge\max\left\{\left|5+a+b\right|,\left|b-\frac{a^2}{4}\right|\right\}\Leftrightarrow M\ge\frac{1}{8}\left|20+4a+a^2\right|\Leftrightarrow M\ge\frac{1}{8}\left|16+(a+2)^2\right|$.

Suy ra $M\ge 2$.

Vậy M nhận giá trị nhỏ nhất có thể được là $M=2$ khi $\begin{cases}a=-2\\5+a+b=\frac{-a^2}{2}-b\\1-a+b=9+3a+b\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=-2\\b=-1\end{cases}$.

Do đó $a+2b=-4$.

Câu 229: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{x^2+mx+m}{x+1}\right|$ trên $[1;2]$ bằng 2. Số phần tử của S là

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Xét hàm số: $y=\frac{x^2+mx+m}{x+1}$.

$y'=\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}$; $y'=0\Leftrightarrow\frac{x^2+2x}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\notin[1;2]\\x=-2\notin[1;2]\end{array}\right.$.

$y'>0\forall x\in[1;2]$ nên $\underset{[1;2]}{\text{Max}}\,y=y(2)=\left|m+\frac{4}{3}\right|$

$\underset{[1;2]}{\text{Max}}\,y=2\Leftrightarrow\left|m+\frac{4}{3}\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m+\frac{4}{3}=2\\m+\frac{4}{3}=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{2}{3}\\m=-\frac{10}{3}\end{array}\right.$

Câu 230: Cho hàm số $f(x)=\left|x^4-4x^3+4x^2+a\right|$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số đã cho trên đoạn $[0;2]$. Có bao nhiêu số nguyên a thuộc đoạn $[-3;3]$ sao cho $M\le 2m$?

A. 5. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=x^4-4x^3+4x^2+a$.

$g'(x)=4x^3-12x^2+8x$; $g'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-12x^2+8x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	0		1		2
$g'(x)$		$+$	0	$-$	
$g(x)$	a	↗	$a+1$	↘	a

Do $2m \ge M > 0$ nên $m > 0$ suy ra $g(x) \ne 0 \ \forall x \in [0;2]$.

Suy ra $\left[\begin{array}{l} a+1<0 \\ a>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a<-1 \\ a>0 \end{array}\right.$.

Nếu $a<-1$ thì $M=-a$, $m=-a-1 \Rightarrow 2(-a-1) \ge -a \Leftrightarrow a \le -2$.

Nếu $a>0$ thì $M=a+1$, $m=a \Rightarrow 2a \ge a+1 \Leftrightarrow a \ge 1$.

Do đó $a \le -2$ hoặc $a \ge 1$, do a nguyên và thuộc đoạn $[-3;3]$ nên $a \in \{-3;-2;1;2;3\}$.

Vậy có 5 giá trị của a thỏa mãn đề bài.

Câu 231: Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{2}x^3-2x^2+1\right|$ trên $\left(-\frac{9}{8};\frac{10}{3}\right)$. Biết $M=\frac{a}{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản và $a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $S=a+b^2$.

A. $S=830$. **B.** $S=2$. **C.** $S=122$. **D.** $S=127$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=\frac{1}{2}x^3-2x^2+1$ trên $\left(-\frac{9}{8};\frac{10}{3}\right)$.

Ta có $f'(x)=\frac{3}{2}x^2-4x=x\left(\frac{3}{2}x-4\right)$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\frac{8}{3} \end{array}\right.$.

Suy ra bảng biến thiên của $f(x)$ trên $\left(-\frac{9}{8};\frac{10}{3}\right)$ là

x	$-\frac{9}{8}$		0		$\frac{8}{3}$		$\frac{10}{3}$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\frac{2297}{1024}$	↗	1	↘	$-\frac{101}{27}$	↗	$-\frac{73}{27}$

Suy ra $M=\frac{101}{27}$ do đó $S=101+27^2=830$.

Câu 232: . Cho hàm số $f(x)=\left|8\cos^4 x+a\cos^2 x+b\right|$, trong đó a, b là tham số thực. Gọi M là giá trị lớn nhất của hàm số. Tính tổng $a+b$ khi M nhận giá trị nhỏ nhất.

A. $a+b=-8$. **B.** $a+b=-9$. **C.** $a+b=0$. **D.** $a+b=-7$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=\cos^2 x$, $t \in [0;1]$, ta có hàm số $g(t)=\left|8t^2+at+b\right|$. Khi đó $M=\max\limits_{[0;1]} g(t)$.

Do đó

$M \ge g(0) = |b|$;

$M \ge g(1) = |8+a+b|$;

$M \ge g\left(\frac{1}{2}\right) = \left|2+\frac{1}{2}a+b\right| \Rightarrow 2M \ge |4+a+2b|$;

Từ đó ta có

$4M \ge |b| + |8+a+b| + |-4-a-2b| \ge |b+(8+a+b)+(-4-a-2b)| = 4$

Hay $M \ge 1$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $|b| = |8+a+b| = \frac{|-4-a-2b|}{2} = 1$ và b, $(8+a+b)$, $(-4-a-2b)$ cùng dấu $\Leftrightarrow \begin{cases} a=-8 \\ b=1 \end{cases}$.

Khi đó $a+b=-7$.

Câu 233: Tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số : $y = f(x) = |x| + 3$ trên đoạn $[-1:1]$ là:

A. 0. **B.** 7. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$f(x) = |x| + 3 = \begin{cases} x+3 \, khix > 0 \\ -x+3 \, khix < 0 \\ 3 \, khix = 0 \end{cases} \Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 1 \, khix > 0 \\ -1 \, khix < 0 \end{cases}.$$

Hàm số không có đạo hàm tại $x=0$.

$f(-1)=4$, $f(1)=4$; $f(0)=3$.

$\min\limits_{[-1;1]} f(x) = f(0) = 3$. $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = f(1) = 4$.

Câu 234: Cho hàm số $f(x) = |8x^4 + ax^2 + b|$, trong đó a, b là tham số thực. Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1;1]$ bằng 1. Hãy chọn khẳng định đúng?

A. $a>0$, $b<0$ **B.** $a<0$, $b<0$ **C.** $a>0$, $b>0$ **D.** $a<0$, $b>0$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1.

Xét $g(x) = 8x^4 + ax^2 + b$, $g'(x) = 32x^3 + 2ax = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2 = -\frac{a}{16} \end{array}\right.$.

Ta có $\max\limits_{[-1;1]} f(x) = 1 \Rightarrow g(0) = b \in [-1;1]$.

TH1. $a>0$. Ta có $g(1) = g(-1) = 8+a+b > 1$. Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} f(x) > 1$ không thỏa YCBT.

TH2. $a<0$.

Nếu $-\frac{a}{16} > 1 \Leftrightarrow a < -16$. Ta có $g(1) = g(-1) = 8+a+b < -1$. Suy ra $\max\limits_{[-1;1]} f(x) > 1$ không thỏa YCBT.

Nếu $-\frac{a}{16} < 1 \Leftrightarrow a > -16$.

Ta có BBT

x	-1		$-\frac{\sqrt{-a}}{4}$		0		$\frac{\sqrt{-a}}{4}$		1
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$8+a+b$	↘	$b-\frac{a^2}{32}$	↗	b	↘	$b-\frac{a^2}{32}$	↗	$8+a+b$

- $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=b=1$. Khi đó YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} 1-\frac{a^2}{32}\ge -1 \\ 8+a+b\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a^2\le 64 \\ a\le -8 \end{cases} \Leftrightarrow a=-8$ (thỏa $a>-16$)
- $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=8+a+b=1$. Khi đó, YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} b\le 1 \\ b-\frac{a^2}{32}\ge -1 \end{cases}$

$\Rightarrow \begin{cases} a\ge -8 \\ \frac{a^2}{32}+a+6\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\ge -8 \\ -24\le a\le -8 \end{cases} \Leftrightarrow a=-8 \Rightarrow b=1$.

- $\max\limits_{[-1;1]} f(x)=\left|b-\frac{a^2}{32}\right|=1$. Khi đó, YCBT $\Leftrightarrow \begin{cases} b-\frac{a^2}{32}=-1 \\ 8+a+b\le 1 \\ b\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=\frac{a^2}{32}-1 \\ 6+a+\frac{a^2}{32}\le 0 \\ a\ge -8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-8 \\ b=1 \end{cases}$.

Vậy $a=-8$, $b=1$ thỏa YCBT.

Cách 2.

Đặt $t=x^2$ khi đó ta có $g(t)=8t^2+at+b$.

Vì $x\in[-1;1]$ nên $t\in[0;1]$.

Theo yêu cầu bài toán thì ta có: $0\le g(t)\le 1$ với mọi $t\in[0;1]$ và có dấu bằng xảy ra.

Đồ thị hàm số $g(t)$ là một parabol có bề lõm quay lên trên do đó điều kiện trên dẫn đến hệ điều kiện sau xảy ra :

$$\begin{cases} -1\le g(0)\le 1 \\ -1\le g(1)\le 1 \\ -1\le \frac{-\Delta}{32}\le 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le b\le 1 \\ -1\le 8+a+b\le 1 \\ -32\le 32b-a^2\le 32 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -1\le b\le 1 & (1) \\ -1\le 8+a+b\le 1 & (2) \\ -32\le a^2-32b\le 32 & (3) \end{cases}$$

Lấy $(1)+32(3)$ ta có : $-64\le a^2\le 64$ do đó $-8\le a\le 8$.

Lấy $(3)+32(2)$ ta có : $-64\le a^2+32a+256\le 64$

Suy ra : $a^2+32a+192\le 0 \Leftrightarrow -24\le a\le -8$.

Khi đó ta có $a=-8$ và $b=1$.

Kiểm tra : $g(t)=8t^2-8t+1=2(2t-1)^2-1$

Vì $0\le t\le 1$ nên $-1\le 2t-1\le 1\Rightarrow 0\le(2t-1)^2\le 1\Rightarrow -1\le g(t)=2(2t-1)^2-1\le 1$.

Vậy $\max|g(t)|=1$ khi $t=1\Rightarrow x=\pm 1$ (t/m).

DẠNG 10: MAX-MIN CỦA HÀM SỐ DÙNG BĐT CỔ ĐIỂN

Câu 235: Cho hàm số $y=\sqrt{x+\frac{1}{x}}$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(0;+\infty)$ bằng

A. 1. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$x+\frac{1}{x}\ge 2\Rightarrow y\ge\sqrt{2}$. Vậy giá trị nhỏ nhất của hàm số là $\sqrt{2}$.

Câu 236: Cho x, $y>0$ thỏa mãn $\log(x+2y)=\log(x)+\log(y)$. Khi đó, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{x^2}{1+2y}+\frac{4y^2}{1+x}$ là:

A. $\frac{29}{5}$. **B.** 6. **C.** $\frac{32}{5}$. **D.** $\frac{31}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta sử dụng bất đăng thức phụ sau:

$\frac{x^2}{a}+\frac{y^2}{b}\ge\frac{(x+y)^2}{a+b}$

$\log(x+2y)=\log(x)+\log(y)\Rightarrow\log(x+2y)=\log(x.y)\Rightarrow x+2y=x.y$ ĐK $x;y>0$

Áp dụng bất đẳng thức cô si ta có:

$\Rightarrow x+2y\ge 2\sqrt{x.2y}\Rightarrow x+2y\ge 8$

$P=\frac{x^2}{1+2y}+\frac{4y^2}{1+x}\ge\frac{(x+2y)^2}{2+x+2y}$

Đặt $t=x+2y(t\ge 8)$

Xét $f(t)=\frac{t^2}{2+t}(t\ge 8)$ có $f'(t)=\frac{4t+t^2}{(2+t)^2}=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=-4\end{array}\right.$

x	8		$+\infty$
y'		$+$	
y	$\frac{32}{5}$	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa trên bảng biến thiên ta có hàm số đồng biến trên $[8;+\infty]$ nên

$\min f(t)=f(8)=\frac{32}{5}\Rightarrow P\ge\frac{32}{5}$.

Câu 237: Số sản phẩm của một hãng đầu DVD sản xuất được trong 1 ngày là giá trị của hàm số: $f(m,n)=m^{\frac{2}{3}}.n^{\frac{1}{3}}$, trong đó m là số lượng nhân viên và n là số lượng lao động chính. Mỗi ngày hãng phải sản xuất được ít nhất 40 sản phẩm để đáp ứng nhu cầu khách hàng. Biết rằng mỗi ngày hãng đó phải trả lương cho một nhân viên là 6 *USD* và cho một lao động chính là 24 *USD*. Tìm giá trị nhỏ nhất chi phí trong 1 ngày của hãng sản xuất này.

A. 720 *USD*. **B.** 560 *USD*. **C.** 600 *USD*. **D.** 1720 *USD*.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có giả thiết: $m^{\frac{2}{3}}.n^{\frac{1}{3}} \ge 40 \Leftrightarrow m^2 n \ge 64000$ với $m,n \in \mathbb{N}$.

Tổng số tiền phải chi trong một ngày là $6m+24n = 3m+3m+24n \ge 3\sqrt[3]{216m^2 n} \ge 720$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $3m = 24n \Leftrightarrow m = 8n$

Do đó, $m^2 n \ge 64000 \Leftrightarrow 64n^3 \ge 64000 \Leftrightarrow n \ge 10$

Ta chọn $n = 10 \Rightarrow m = 80$.

Vậy chi phí thấp nhất để trả cho 80 nhân viên và 10 lao động chính để sản xuất đạt yêu cầu là 720 USD.

Câu 238: Cho ba số thực x, y, z thỏa mãn $4x^2+y^2+9z^2 = 4x+12z+11$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = 4x+2y+3z$.

A. 16. **B.** 20. **C.** $8+4\sqrt{3}$. **D.** $6+2\sqrt{15}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $4x^2+y^2+9z^2 = 4x+12z+11 \Leftrightarrow (2x-1)^2+y^2+(3z-2)^2 = 16$.

Áp dụng BĐT Bunhiacopski ta có

$$\left[(2x-1)^2+y^2+(3z-2)^2\right]\left(2^2+2^2+1^2\right) \ge \left[2(2x-1)+2y+(3z-2)\right]^2$$

$$\Rightarrow (4x+2y+3z-4)^2 \le 16.9 \Rightarrow 4x+2y+3z-4 \le 12 \Rightarrow P \le 16 \Rightarrow P_{\max} = 16.$$

Câu 239: Một ông nông dân có 2400 m hàng rào và muốn rào lại cánh đồng hình chữ nhật tiếp giáp với một con sông. Ông không cần rào cho phía giáp bờ sông. Hỏi ông có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. 360000 m^2. **B.** 702000 m^2. **C.** 630000 m^2. **D.** 720000 m^2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi hai kích thước của hình chữ nhật là x và y, với $2x+y = 2400$ $(0 < x, y < 2400)$.

Diện tích của mảnh vườn hình chữ nhật là: $S = xy = \frac{1}{2}2x.y \overset{AM-GM}{\le} \frac{(2x+y)^2}{8} = \frac{2400^2}{8} = 720000$.

Vậy ông nông dân có thể rào được cánh đồng với diện tích lớn nhất là 720000 m^2.

DẠNG 11: BÀI TOÁN THAM SỐ VỀ MAX-MIN

Câu 240: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \frac{x+m^2}{x-1}$ trên đoạn $[2;3]$ bằng 14.

A. $m = 2\sqrt{3}$. **B.** $m = \pm 2\sqrt{3}$. **C.** $m = 5$. **D.** $m = \pm 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{1\}$.

Ta có $y' = \frac{-1-m^2}{(x-1)^2} < 0$, $\forall x \in D$.

Do đó hàm số nghịch biến trên đoạn $[2;3]$.

$$\min_{[2;3]} y = y(3) = \frac{3+m^2}{3-1} = 14 \Leftrightarrow m = \pm 5.$$

Câu 241: Cho hàm số $y=\dfrac{5mx}{x^2+1}$ (m là tham số, $m\neq 0$). Tìm tất cả các giá trị thực của m để hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$.

A. $m\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$. **B.** $m>0$.

C. Không tồn tại m. **D.** $m<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=\dfrac{-5mx^2+5m}{(x^2+1)^2}=\dfrac{5m(1-x^2)}{(x^2+1)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[-2;2]\\x=-1\in[-2;2]\end{array}\right.$.

Hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$ khi BBT phải có dạng.

x	-2		-1		1		2
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$y(-2)$	↘	$y(-1)$	↗	$y(1)$	↘	$y(2)$

.

Vậy $\left\{\begin{array}{l}-5m<0\\y(1)>y(-2)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m>0\\\dfrac{5m}{2}>\dfrac{-10m}{5}\end{array}\right.\Leftrightarrow m>0$.

Câu 242: Tìm giá trị của tham số m biết giá trị lớn nhất của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-1}$ trên $[2;5]$ bằng 7?

A. $m=8$ **B.** $m=-3$ **C.** $m=18$ **D.** $m=3$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $x=1\notin[2;5]$.

Mặt khác $y'=\dfrac{-2-m}{(x-1)^2}$

Trường hợp 1: $y'>0\Rightarrow m<-2$ nên hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định.

Khi đó $\max\limits_{x\in[2;5]}y=y(5)=\dfrac{10+m}{4}=7\Rightarrow m=18$ (loại).

Trường hợp 2: $y'<0\Rightarrow m>-2$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Khi đó $\max\limits_{x\in[2;5]}y=y(2)=\dfrac{4+m}{1}=7\Rightarrow m=3$ (nhận).

Câu 243: Cho hàm số $y=\dfrac{x+m}{x+1}$ (m là tham số thực) thoả mãn : $\min\limits_{[1;2]}y+\max\limits_{[1;2]}y=\dfrac{16}{3}$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $2<m\leq 4$. **B.** $0<m\leq 2$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $m>4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$y'=\dfrac{1-m}{(x+1)^2}$.

TH1: $m=1\Rightarrow y=1$ là hàm hằng .

TH2: $m\neq 1\Rightarrow$ Hàm số đơn điệu trên từng khoảng xác định $(-\infty;-1),(-1;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Rightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}\min\limits_{[1;2]} y = y(1)\\ \max\limits_{[1;2]} y = y(2)\end{cases}\\ \begin{cases}\min\limits_{[1;2]} y = y(2)\\ \max\limits_{[1;2]} y = y(1)\end{cases}\end{array}\right. \Rightarrow \min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = y(1)+y(2) = \frac{2+m}{3}+\frac{1+m}{2}.$$

Theo giả thiết:

$$\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{2+m}{3}+\frac{1+m}{2} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow 6+2m+3+3m = 32 \Leftrightarrow m = \frac{23}{5}.$$

Sửa lại

$$\min_{[1;2]} y + \max_{[1;2]} y = \frac{16}{3} \Leftrightarrow \frac{2+m}{3}+\frac{1+m}{2} = \frac{16}{3} \Leftrightarrow 4+2m+3+3m = 32 \Leftrightarrow 5m = 25 \Rightarrow m = 5.$$

Câu 244: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \dfrac{x^2 - mx + 4}{x - m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;4]$ tại một điểm $x_0 \in (0;4)$.

A. $m > 2$. **B.** $0 < m < 2$. **C.** $-2 < m < 0$. **D.** $-2 < m < 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = \dfrac{x^2 - 2mx + m^2 - 4}{(x-m)^2}$, $y' = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2mx + m^2 - 4 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = m+2\\ x = m-2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		$m-2$		m		$m+2$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y		↗	$m-4$	↘	$\|\|$	↘	$m+4$	↗	

Yêu cầu bài toán được thỏa mãn khi chỉ khi $\begin{cases} m < 0\\ 0 < m+2 < 4\end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < 0$.

Câu 245: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|x^2 + 2x + m - 4\right|$ trên đoạn $[-2;1]$ bằng 4?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$f(x) = x^2 + 2x + m - 4$ có $f'(x) = 2x + 2$, $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = -1$. Do đó

$$\max_{[-2;1]} \left|x^2 + 2x + m - 4\right| = \max\left\{|m-1|;|m-4|;|m-5|\right\}.$$

Ta thấy $m-5 < m-4 < m-1$ với mọi $m \in \mathbb{R}$, suy ra $\max\limits_{[-2;1]} y$ chỉ có thể là $|m-5|$ hoặc $|m-1|$.

Nếu $\max\limits_{[-2;1]} y = |m-5|$ thì $\begin{cases}|m-5| = 4\\ |m-5| \ge |m-1|\end{cases} \Leftrightarrow m = 1$.

Nếu $\max\limits_{[-2;1]} y = |m-1|$ thì $\begin{cases}|m-1| = 4\\ |m-1| \ge |m-5|\end{cases} \Leftrightarrow m = 5$.

Vậy $m \in \{1;5\}$.

Câu 246: Cho hàm số $y=\left|x^2+2x+a-4\right|$. Tìm a để giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2;1]$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $a=3$. **B.** $a=1$.

C. Một giá trị khác. **D.** $a=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=\left|x^2+2x+a-4\right|=\left|(x+1)^2+a-5\right|$. Đặt $u=(x+1)^2$ khi đó $\forall x\in[-2;1]$ thì $u\in[0;4]$ Ta được hàm số $f(u)=|u+a-5|$. Khi đó.

$\max\limits_{x\in[-2;1]} y=\max\limits_{u\in[0;4]} f(u)=\max\{f(0),f(4)\}=\max\{|a-5|;|a-1|\}$.

Trường hợp 1: $|a-5|\ge|a-1|\Leftrightarrow a\le 3\Rightarrow \max\limits_{u\in[0;4]} f(u)=5-a\ge 2\Leftrightarrow a=3$.

Trường hợp 2: $|a-5|\le|a-1|\Leftrightarrow a\ge 3\Rightarrow \max\limits_{u\in[0;4]} f(u)=a-1\ge 2\Leftrightarrow a=3$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $\max\limits_{x\in[-2;1]} y=2\Leftrightarrow a=3$.

Câu 247: Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ đạt giá trị lớn nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng 1 khi

A. $m=1$. **B.** $m=1$ và $m=0$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+1}$ có đạo hàm $y'=\dfrac{2+m}{(x+1)^2}$ và $y_{(0)}=-m$; $y_{(1)}=\dfrac{2-m}{2}$.

Trên đoạn $[0;1]$.

Nếu $2+m>0\Leftrightarrow m>-2$, giá trị lớn nhất của hàm số là $\dfrac{2-m}{2}=1\Leftrightarrow m=0$ (nhận).

Nếu $2+m<0\Leftrightarrow m<-2$, giá trị lớn nhất của hàm số là $-m=1\Leftrightarrow m=-1$ (loại).

Câu 248: Biết rằng giá trị lớn nhất của hàm số $y=x+\sqrt{4-x^2}+m$ là $3\sqrt{2}$. Giá trị của m là

A. $m=-\sqrt{2}$. **B.** $m=\sqrt{2}$. **C.** $m=2\sqrt{2}$. **D.** $m=\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=[-2;\ 2]$

$y'=1-\dfrac{x}{\sqrt{4-x^2}}=0\Leftrightarrow\sqrt{4-x^2}-x=0\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\4-x^2=x^2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x=\pm\sqrt{2}\end{cases}\Leftrightarrow x=\sqrt{2}$.

$f(2)=2+m$; $f(-2)=-2+m$; $f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}+m$

Nên giá trị lớn nhất là: $2\sqrt{2}+m=3\sqrt{2}\Leftrightarrow m=\sqrt{2}$.

Câu 249: Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=x^3-3mx^2+6$ trên đoạn $[0;3]$ bằng 2.

A. $m=\dfrac{31}{27}$. **B.** $m>\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. Ta có $y'=3x^2-6mx=3x(x-2m)$; $y'=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=0\\x=2m\end{bmatrix}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TH1: Nếu $m \le 0$, $\min y = y(0) = 6$ (không thỏa).

x	$-\infty$		$2m$		0	3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘	6	↗	

TH2: Nếu $0 < 2m \le 3 \Leftrightarrow 0 < m \le \dfrac{3}{2}$, $\min y = y(2m) = -4m^3 + 6$.

x	$-\infty$		0		$2m$	3	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘	$-4m^3+6$	↗	

YCBT: $\Leftrightarrow -4m^3 + 6 = 2 \Leftrightarrow m = 1$ (thỏa).

TH3: Nếu $2m > 3 \Leftrightarrow m > \dfrac{3}{2}$, $\min y = y(3) = 33 - 27m$.

x	$-\infty$		0		3	$2m$	$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↗		↘	$33-27m$	↘	$-4m^3+6$ ↗

YCBT $\Leftrightarrow 33 - 27m = 2 \Leftrightarrow m = \dfrac{31}{27}$ (không thỏa).

Câu 250: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số thực m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y = \left|\dfrac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 30. Tổng tất cả các giá trị của S là

A. 136. **B.** 120. **C.** 210. **D.** 108.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x) = \dfrac{1}{4}x^4 - 14x^2 + 48x + m - 30$

$g'(x) = x^3 - 28x + 48$

$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} x = -6 & (L) \\ x = 4 & (L) \\ x = 2 & (TM) \end{array}\right.$$

$$\max_{[0;2]} f(x) = \max_{[0;2]} \{|g(0)|;|g(2)|\} = \max_{[0;2]} \{|m-30|;|m+14|\} \le 30$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |m-30| \le 30 \\ |m+14| \le 30 \end{cases} \Leftrightarrow 0 \le m \le 16$$

Suy ra $S = \sum_{x=1}^{16} x = 136$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 251: Cho a, b, c là các số thực thuộc đoạn $[1;2]$ thỏa mãn $\log_2^3 a+\log_2^3 b+\log_2^3 c\le 1$. Khi biểu thức $P=a^3+b^3+c^3-3\left(\log_2 a^a+\log_2 b^b+\log_2 c^c\right)$ đạt giá trị lớn nhất thì giá trị của tổng. $a+b+c$ là

A. 3. **B.** $3.2^{\frac{1}{\sqrt[3]{3}}}$. **C.** 4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải.

Chọn C

Đặt $x=\log_2 a; y=\log_2 b; z=\log_2 c$. Vì $a,b,c\in[1;2]$ nên $x,\ y,\ z\in[0;1]$.

$$\begin{aligned}P&=a^3+b^3+c^3-3\left(\log_2 a^a+\log_2 b^b+\log_2 c^c\right)\\&=a^3+b^3+c^3-3\left(a\log_2 a+b\log_2 b+c\log_2 c\right).\\&=a^3+b^3+c^3-3\left(ax+by+cz\right).\end{aligned}$$

Ta chứng minh $a^3-3ax\le x^3+1$. Thật vậy:

Xét hàm số $f(a)=a-\log_2 a, a\in[1;2]\Rightarrow f'(a)=1-\dfrac{1}{a\ln 2}\Rightarrow f'(a)=0\Leftrightarrow a=\dfrac{1}{\ln 2}$.

Trên đoạn $[1;2]$ ta có $f(a)\le \text{Max}\left\{f(1), f(2), f\left(\dfrac{1}{\ln 2}\right)\right\}=1\Rightarrow a-\log_2 a\le 1$.

hay $a-x\le 1\Leftrightarrow a-x-1\le 0$. Do đó.

Xét: $a^3-3ax-x^3-1=(a-x-1)\left(a^2+x^2+1+a+ax-x\right)\le 0$.

(Vì theo trên ta có $a-x-1\le 0$ và $a^2+\left(x^2-x+1\right)+a+ax>0,\ \forall a\in[1;2],\ \forall x\in[0;1]$).

Vậy $a^3-3ax-x^3-1\le 0\Leftrightarrow a^3-3ax\le x^3+1$. Tương tự $b^3-3by\le y^3+1; c^3-3cz\le z^3+1$.

Do đó $P=a^3+b^3+c^3-3(ax+by+cz)\le x^3+y^3+z^3+3\le 1+3=4$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $x=y=0, z=1$ và các hoán vị, tức là $a=b=1, c=2$ và các hoán vị. Khi đó $a+b+c=4$.

Câu 252: Biết rằng giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=mx+\dfrac{36}{x+1}$ trên $[0;3]$ bằng 20. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $4<m\le 8$. **B.** $2<m\le 4$. **C.** $m>8$. **D.** $0<m\le 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$y=mx+\frac{36}{x+1}\Rightarrow y'=m-\frac{36}{(x+1)^2}$$

Trường hợp 1: $m=0$, ta có $y'=-\dfrac{36}{(x+1)^2}<0, \forall x\ne -1$. Khi đó $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y(3)=9$ (loại).

Trường hợp 2: $m\ne 0$

□ Nếu $m<0$, ta có $y'<0$, $\forall x\ne -1$ Khi đó $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y(3)\Leftrightarrow 20=3m+9\Leftrightarrow m=\dfrac{11}{3}$ (loại).

□ Nếu $m>0$, khi đó $y'=0\Leftrightarrow m-\dfrac{36}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow (x+1)^2=\dfrac{36}{m}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{6}{\sqrt{m}}-1\\ x=-\dfrac{6}{\sqrt{m}}-1\ (l)\end{array}\right.$.

□ $0<\dfrac{6}{\sqrt{m}}-1\le 3\Leftrightarrow \dfrac{4}{9}<m\le 36$, $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y\left(\dfrac{6}{\sqrt{m}}-1\right)=12\sqrt{m}-m=20\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\ m=100(l)\end{array}\right.$.

$\square$ $\frac{6}{\sqrt{m}}-1>3\Leftrightarrow m<\frac{9}{4}$, $\min\limits_{x\in[0;3]} y=y(3)\Leftrightarrow 20=3m+9\Leftrightarrow m=\frac{11}{3}(l)$.

Câu 253: Cho hàm số $y=x^3+3x+m$ (1), với m là tham số thực. Tìm m để giá trị lớn nhất của hàm số (1) trên $[0;1]$ bằng 4.

A. $m=8$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y'=3x^2+3>0\ \ \forall x\in\mathbb{R}$.

$\Rightarrow$ Hàm số luôn đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Vậy $\max\limits_{[0;1]} y=y(1)\Leftrightarrow 4+m=4\Leftrightarrow m=0$.

Câu 254: **[2017]** Giá trị lớn nhất của hàm số $y=\frac{2mx+1}{m-x}$ trên $[2;3]$ là $-\frac{1}{3}$ khi m nhận giá trị bằng.

A. 0. **B.** 1. **C.** -2. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số $y=\frac{2mx+1}{m-x}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{m\}$.

$y'=\frac{2m^2+1}{(m-x)^2}>0\ \forall m$.

Hàm số đạt giá trị lớn nhất trên $[2;3]$ tại $x=3$ và $y(3)=\frac{6m+1}{m-3}$.

$\frac{6m+1}{m-3}=-\frac{1}{3}\Leftrightarrow 19m=0\Leftrightarrow m=0$.

Câu 255: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\frac{x^2+mx+1}{x+m}$ liên tục và đạt giá trị nhỏ nhất trên $[0;2]$ tại một điểm $x_0\in(0;2)$.

A. $-1<m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m>2$.

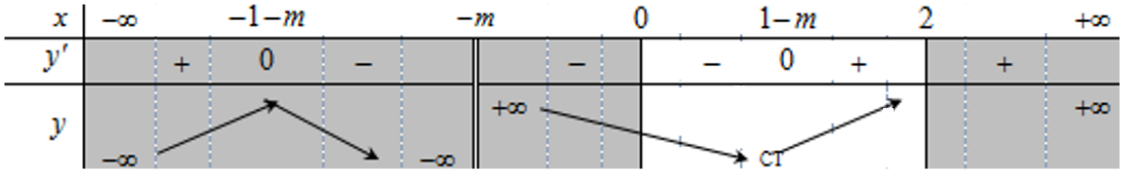
Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $x\neq -m$. Ta có: $y'=\frac{x^2+2mx+m^2-1}{(x+m)^2}=\frac{(x+m)^2-1}{(x+m)^2}$

$y'=0\Leftrightarrow (x+m)^2=1\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1-m>-m \\ x=-1-m<-m \end{array}\right.$

Do hệ số x^2 là số dương và theo yêu cầu đề bài ta có bảng biến thiên như sau:



Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x_0=1-m\in(0;2)$ nên $0<-m+1<2\Leftrightarrow -1<m<1$.

Kết hợp điều kiện để hàm số liên tục trên $[0;2]$ thì $-m\notin[0;2]\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -m<0 \\ -m>2 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>0 \\ m<-2 \end{array}\right.$

Ta được : $0<m<1$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 256: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y=\dfrac{mx+1}{x+m^2}$ có giá trị lớn nhất trên đoạn $[-2;3]$ bằng $\dfrac{5}{6}$.

A. $m=2$ hoặc $m=\dfrac{2}{5}$. **B.** $m=3$ hoặc $m=\dfrac{3}{5}$.

C. $m=3$. **D.** $m=3$ hoặc $m=\dfrac{2}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=\dfrac{m^3-1}{\left(x+m^2\right)^2}$

Ta có $f(-2)=\dfrac{1-2m}{m^2-2}$; $f(3)=\dfrac{1+3m}{3+m^2}$

Giá trị $m=\dfrac{3}{5}$ không đúng. Theo mình đáp án là

D.

Hàm số xác định trên $[-2;3]$ khi $-m^2\notin[-2;3]\Leftrightarrow m^2>2$

Tính $y'=\dfrac{m^3-1}{\left(x+m^2\right)^2}$.

Xét 2 trường hợp:

Nếu $m^3-1>0\Leftrightarrow m>1$ hàm số đồng biến trên $[-2;3]$, nên $\max\limits_{[-2;3]}y=y(3)$.

$\dfrac{1+3m}{3+m^2}=\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow 6+18m=15+5m^2\Leftrightarrow 5m^2-18m+9=0\Leftrightarrow m=3, m=\dfrac{3}{5}$. Vậy $m=3$.

Nếu $m^3-1<0\Leftrightarrow m<1$, hàm số nghịch biến trên $[-2;3]$ nên $\max\limits_{[-2;3]}y=y(-2)$.

$\dfrac{1-2m}{m^2-2}=\dfrac{5}{6}\Leftrightarrow 6-12m=5m^2-10\Leftrightarrow 5m^2+12m-16=0\Leftrightarrow m=\dfrac{-6\pm 2\sqrt{29}}{5}$.

Dựa vào điều kiện không có giá trị m thỏa điều kiện.

Vậy $m=3$.

Câu 257: Tìm m để hàm số $y=\dfrac{mx}{x^2+1}$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$?

A. $m<0$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giải.

Ta có $y'=\dfrac{m\left(1-x^2\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=1\end{array}\right.$.

Vì hàm số đã cho liên tục và xác định nên ta có hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$ trên đoạn $[-2;2]$ khi.

$y(1)>y(-2); y(1)>y(2); y(1)>y(-1)$ hay $m>0$.

Câu 258: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-m}{x+2}$ với m là tham số, $m\neq -4$. Biết $\min\limits_{x\in[0;2]}f(x)+\max\limits_{x\in[0;2]}f(x)=-8$. Giá trị của tham số m bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 8. **B.** 9. **C.** 12. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số xác định trên tập $D=[0;2]$

Ta có $y'=\dfrac{4+m}{(x+2)^2}$. Nhận xét $\forall\, m\neq -4$ hàm số luôn đồng biến hoặc nghịch biến trên $[0;2]$ nên giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $[0;2]$ luôn đạt được tại $x=0$, $x=2$.

Theo bài ra ta có $f(0)+f(2)=-8\Leftrightarrow \dfrac{-m}{2}+\dfrac{4-m}{4}=-8\Leftrightarrow m=12$.

Câu 259: Có bao nhiêu giá trị của m để giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng 2018?

A. 0 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 6

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y=\left|-x^4+8x^2+m\right|=\left|x^4-8x^2-m\right|=\left|\left(x^2-4\right)^2-16-m\right|$.

Đặt $t=\left(x^2-4\right)^2$, vì $x\in[-1;3]$ suy ra $t\in[0;25]$.

Khi đó $y=f(t)=|t-16-m|$.

Ta có $\max\limits_{x\in[-1;3]} y(x)=\max\limits_{t\in[0;25]} y(t)=\max\{|16+m|;|9-m|\}$.

Trường hợp 1 : $\begin{cases}|16+m|>|9-m|\\ |16+m|=2018\end{cases}\Leftrightarrow m=2002$.

Trường hợp 2 : $\begin{cases}|16+m|<|9-m|\\ |9-m|=2018\end{cases}\Leftrightarrow m=2009$.

Trường hợp 3 : $\begin{cases}|16+m|=|9-m|\\ |9-m|=2018\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing$.

Vậy có 2 giá trị m cần tìm.

Câu 260: Hàm số $y=\dfrac{x-m^2}{x+1}$ có giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[0;1]$ bằng -1 khi

A. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=1\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=-\sqrt{3}\\ m=\sqrt{3}\end{array}\right.$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=\dfrac{1+m^2}{(x+1)^2}>0$.

Ta có $f(0)=\dfrac{0-m^2}{0+1}=-1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-1\end{array}\right.$

Câu 261: Cho hàm số $y=x^3-3x+1$. Tìm tập hợp tất cả giá trị $m>0$ để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $D=[m+1;m+2]$ luôn bé hơn 3 là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $(-\infty;1)\setminus\{-2\}$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-3$. Xét $y'=0\Rightarrow 3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow y=-1\\x=-1\Rightarrow y=3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Ta có: $y(2)=3$. Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Vì $m>0\Rightarrow 1<m+1<m+2$ do đó hàm số đồng biến trên $D=[m+1;m+2]$.

Suy ra $\min\limits_{[m+1;m+2]} y=y(m+1)$. Để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $D=[m+1;m+2]$ luôn bé hơn $3\Leftrightarrow y(m+1)<3=y(2)\Leftrightarrow m+1<2\Leftrightarrow m<1$

Suy ra: $m\in(0;1)$.

Câu 262: Tập hợp nào dưới đây chứa tất cả các giá trị của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|x^2-2x+m\right|$ trên đoạn $[-1;2]$ khi $x=-1$ bằng 5.

A. $(-5;-2)\cup(0;3)$. **B.** $(-6;-3)\cup(0;2)$.

C. $(0;+\infty)$. **D.** $(-4;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=x^2-2x+1=(x-1)^2$ với $x\in[-1;2]\Rightarrow t\in[0;4]$. Ta có $y=f(t)=|t+m-1|$.

Khi đó $\max\limits_{[-1;2]} y\Leftrightarrow\max\limits_{t\in[0;4]} f(t)=\max\limits_{t\in[0;4]}\{f(0),\ f(4)\}=\max\limits_{t\in[0;4]}\{|m-1|,\ |m+3|\}$.

TH1. Với $\max\limits_{[-1;2]} y=|m-1|$, ta được $\left\{\begin{array}{l}|m-1|\ge|m+3|\\|m-1|=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}|m-1|\ge|m+3|\\m=-4\vee m=6\end{array}\right.\Leftrightarrow m=-4$.

TH2. Với $\max\limits_{[-1;2]} y=|m+3|$, ta được $\left\{\begin{array}{l}|m+3|\ge|m-1|\\|m+3|=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}|m+3|\ge|m-1|\\m=2\vee m=-8\end{array}\right.\Leftrightarrow m=2$.

Vậy các giá trị m tìm được thỏa mãn tập hợp $(-5;-2)\cup(0;3)$.

Câu 263: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1+m}{1-x}$ (m là tham số thực) thỏa mãn $\max\limits_{[2;5]} y=4$. Giá trị m thuộc tập nào dưới đây?

A. $(4;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-4]$. **C.** $(0;4]$. **D.** $(-4;0]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{2+m}{(1-x)^2}$

Trường hợp 1: $2+m>0\Leftrightarrow m>-2\rightarrow$ hàm số đồng biến

$\Leftrightarrow \max\limits_{[2;5]} y = f(5) = \dfrac{6+m}{-4} = 4 \Leftrightarrow m = -22$ (loại)

Trường hợp 2: $2+m<0 \Leftrightarrow m<-2 \rightarrow$ hàm số nghịch biến

$\Leftrightarrow \max\limits_{[2;5]} y = f(2) = \dfrac{3+m}{-1} = 4 \Leftrightarrow m = -7$ (thỏa mãn)

Vậy $m=-7$ chọn đáp án A.

Câu 264: Tìm giá trị của m để hàm số $y=-x^3-3x^2+m$ có giá trị nhỏ nhất trên $[-1;1]$ bằng 0?

A. $m=0$. **B.** $m=4$. **C.** $m=6$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=-3x^2-6x;\ y'=0 \Leftrightarrow -3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\in[-1;1] \\ x=-2\notin[-1;1] \end{array}\right.$.

Với $x=0 \Rightarrow y=m$.

Với $x=1 \Rightarrow y=m-4$. Từ đó dễ thấy $y=m-4$ là GTNN cần tìm, cho $m-4=0$ hay $m=4$.

Câu 265: Cho biểu thức $P=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{a^2-ax^2-ay^2+x^2y^2}$ trong đó a là số thực dương cho trước. Biết rằng giá trị lớn nhất của P bằng 2018. Khi đó, mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a\in(500;525]$. **B.** $a\in(400;500]$. **C.** $a\in(340;400]$. **D.** $a=\sqrt{2018}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $P=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{a^2-ax^2-ay^2+x^2y^2}$.

$=3x\sqrt{a-y^2}-3y\sqrt{a-x^2}+4xy+4\sqrt{(a-x^2)(a-y^2)}$.

Đặt $x=\sqrt{a}\sin m,\ m\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \sqrt{a-x^2}=\sqrt{a}\cos m$.

$y=\sqrt{a}\sin n,\ n\in\left[-\dfrac{\pi}{2};\dfrac{\pi}{2}\right] \Rightarrow \sqrt{a-y^2}=\sqrt{a}\cos n$.

Thay vào biểu thức P ta được:

$P=3a.\sin m\cos n-3a.\sin n\cos m+4a\sin m\sin n+4a\cos m\cos n$

$=3a\sin(m-n)+4a\cos(m-n)\le 5a$

Vậy $\max P=5a=2018 \Rightarrow a=\dfrac{2018}{5}$.

DẠNG 12: MAX-MIN CỦA BIỂU THỨC NHIỀU BIẾN

Câu 266: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right)$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3\left(x^2+y^2\right)$ bằng

A. $\dfrac{148}{3}$. **B.** -76. **C.** $\dfrac{193}{3}$. **D.** $-\dfrac{9476}{243}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x\ge 2; y\ge -3$.

$x+y+1=2\left(\sqrt{x-2}+\sqrt{y+3}\right) \Leftrightarrow (x+y+1)^2=4\left(x+y+1+2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\right).(*)$

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\le x+y+1$ nên từ (*) suy ra $(x+y+1)^2\le 8(x+y+1)\Leftrightarrow x+y\le 7$.

Vì $2\sqrt{x-2}\sqrt{y+3}\ge 0$ nên từ (*) suy ra

$$(x+y+1)^2\ge 4(x+y+1)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y+1\le 0\\ x+y+1\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y+1=0\\ x+y+1\ge 4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x+y=-1\\ x+y\ge 3\end{array}\right.$$

Do $x\ge 2$ nên $x^2\ge 2x$, $y^2+1\ge 2y$, suy ra $x^2+y^2+1\ge 2(x+y)$. Từ đó ta có

$$M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3(x^2+y^2)\le 3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-6(x+y)+3.$$

Đặt $t=x+y$ với $t=-1$ hoặc $3\le t\le 7$.

Xét hàm số $f(t)=3^{t-4}+(t+1)2^{7-t}-6t+3$, ta có $f(-1)=\dfrac{2188}{243}$.

$f'(t)=3^{t-4}\ln 3+2^{7-t}-(t+1).2^{7-t}\ln 2-6$.

$f''(t)=3^{t-4}\ln^2 3+\left[(t+1)\ln 2-2\right]2^{7-t}.\ln 2>0,\ \forall t\in[3;7]$.

Suy ra $f'(t)$ đồng biến trên $(3;7)$, mà $f'(t)$ liên tục trên $[3;7]$ và $f'(3).f'(7)<0$ nên phương trình $f'(t)=0$ có nghiệm duy nhất $t_0\in(3;7)$.

t	3		t_o		7
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$\frac{148}{3}$	↘	$f(t_o)$	↗	-4

Suy ra $M=3^{x+y-4}+(x+y+1).2^{7-x-y}-3(x^2+y^2)\le\dfrac{148}{3}$. Đẳng thức xảy ra khi $x=2$, $y=1$.

Câu 267: Với $a,b>0$ thỏa mãn điều kiện $a+b+ab=1$, giá trị nhỏ nhất của $P=a^4+b^4$ bằng.

A. $\left(\sqrt{2}-1\right)^4$. **B.** $\left(\sqrt{2}+1\right)^4$. **C.** $2\left(\sqrt{2}+1\right)^4$. **D.** $2\left(\sqrt{2}-1\right)^4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$P=a^4+b^4=\left(a^2+b^2\right)^2-2(a.b)^2=\left[(a+b)^2-2ab\right]^2-2(ab)^2$.

$\Rightarrow P=\left[(1-ab)^2-2ab\right]-2(ab)^2=\left(1-4x+x^2\right)^2-2x^2$ với $ab=x\Rightarrow x>0$.

$\Rightarrow P=x^4+16x^2+1+2x^2-8x^3-8x-2x^2=x^4-8x^3+16x^2-8x+1$.

Ta có $a+b=1-ab\ge 2\sqrt{ab}$.

$\Rightarrow x+2\sqrt{x}-1\le 0\Leftrightarrow 0\le\sqrt{x}\le\sqrt{2}-1\Rightarrow 0\le x\le 3-2\sqrt{2}$.

$P'=4x^3-24x^2+32x-1$.

Bảng biến thiên.

x	0		$3-2\sqrt{3}$
P'		$-$	
P	$P(0)$	↘	$P\left(3-2\sqrt{2}\right)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\min P = P\left(3-2\sqrt{2}\right) = 2\left(\sqrt{2}-1\right)^4$.

Câu 268: Cho x, y, z là ba số thực dương và $P = \dfrac{3}{2x+y+\sqrt{8yz}} - \dfrac{8}{\sqrt{2\left(x^2+y^2+z^2\right)+4xz}+3} - \dfrac{1}{x+y+z}$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $x+y+z$.

A. 1. **B.** $\dfrac{3}{2}$. **C.** 3. **D.** $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$2x+y+\sqrt{8yz} = 2x+y+2\sqrt{y.2z} \le 2x+y+y+2z = 2\left(x+y+z\right)$

$2\left(x^2+y^2+z^2\right)+4xz = 2\left(x+z\right)^2+2y^2 = 2\left[\left(x+z\right)^2+y^2\right] \ge \left(x+y+z\right)^2$

$\Rightarrow P \ge \dfrac{3}{2\left(x+y+z\right)} - \dfrac{8}{x+y+z+3} - \dfrac{1}{x+y+z} = \dfrac{1}{2\left(x+y+z\right)} - \dfrac{8}{x+y+z+3}$

Đặt $t = x+y+z \Rightarrow t > 0$.

Xét hàm số $f\left(t\right) = \dfrac{1}{2t} - \dfrac{8}{t+3}$ trên $\left(0;+\infty\right)$

Ta có $f'\left(t\right) = -\dfrac{1}{2t^2} + \dfrac{8}{\left(t+3\right)^2} = \dfrac{\left(3t-3\right)\left(3+5t\right)}{2t^2\left(t+3\right)^2}$; $f'\left(t\right) = 0 \Leftrightarrow t = 1$

Bảng biến thiên

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘	$-\dfrac{3}{2}$	↗	

Vậy $\min P = -\dfrac{3}{2} \Leftrightarrow x+y+z = 1$. Khi đó, $x = z = \dfrac{1}{4}$ và $y = \dfrac{1}{2}$.

Câu 269: Cho hai số thực $x \ne 0$, $y \ne 0$ thay đổi và thỏa mãn điều kiện $(x+y)xy = x^2+y^2-xy$. Giá trị lớn nhất M của biểu thức $A = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{y^3}$ là:

A. $M = 0$. **B.** $M = 0$. **C.** $M = 1$. **D.** $M = 16$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$A = \dfrac{1}{x^3} + \dfrac{1}{y^3} = \dfrac{x^3+y^3}{x^3y^3} = \dfrac{(x+y)(x^2-xy+y^2)}{x^3y^3} = \left(\dfrac{x+y}{xy}\right)^2 = \left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)^2$.

Đặt $x = ty$. Từ giả thiết ta có: $(x+y)xy = x^2+y^2-xy \Rightarrow (t+1)ty^3 = (t^2-t+1)y^2$

Do đó $y = \dfrac{t^2-t+1}{t^2+t}; x = ty = \dfrac{t^2-t+1}{t+1}$. Từ đó $A = \left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{1}{y}\right)^2 = \left(\dfrac{t^2+2t+1}{t^2-t+1}\right)^2$.

Xét hàm số $f(t) = \dfrac{t^2+2t+1}{t^2-t+1} \Rightarrow f'(t) = \dfrac{-3t^2+3}{\left(t^2-t+1\right)^2}$.

Lập bảng biến thiên ta tìm giá trị lớn nhất của A là: 16 đạt được khi $x = y = \dfrac{1}{2}$.

Câu 270: Cho x, y là các số thực thỏa mãn $x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P=x^2+y^2+2(x+1)(y+1)+8\sqrt{4-x-y}$. Khi đó, giá trị của $M+m$ bằng.

A. 41. **B.** 42. **C.** 43. **D.** 44.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$P=x^2+y^2+2(x+1)(y+1)+8\sqrt{4-x-y}=(x+y)^2+2(x+y)+2+8\sqrt{4-x-y}$.

Đặt $t=x+y\Rightarrow P=t^2+2t+2+8\sqrt{4-t}$.

Theo giả thiết $x+y=\sqrt{x-1}+\sqrt{2y+2}$.

$\Leftrightarrow (x+y)^2=x+2y+1+2\sqrt{2(x-1)(y+1)}\le x+2y+1+2(x-1)+y+1=3(x+y)$.

$\Rightarrow t\le 3t\Leftrightarrow t^2-3t\le 0\Leftrightarrow 0\le t\le 3$.

Xét $f(t)=t^2+2t+2+8\sqrt{4-t}$ trên $[0;3]$.

$f'(t)=2t+2-\dfrac{4}{\sqrt{4-t}}$; $f'(t)=0\Leftrightarrow (2t+2)\sqrt{4-t}=4\Leftrightarrow (t+1)\sqrt{4-t}=2$.

$\Leftrightarrow (t^2+2t+1)(4-t)=4\Leftrightarrow -t^3+2t^2+7t=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=1+2\sqrt{2}\notin[0;3]. \\ t=1-2\sqrt{2}\notin[0;3] \end{array}\right.$

Ta có $f(0)=18$; $f(3)=25\Rightarrow \min P=18$, $\max(P)=25$.

Vậy $M+m=25+18=43$.

Câu 271: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x^2+2xy+3y^2=4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=(x-y)^2$ là:

A. $\max P=16$. **B.** $\max P=12$. **C.** $\max P=4$. **D.** $\max P=8$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét $y=0$ thì $x^2+2xy+3y^2=4\Leftrightarrow x^2=4\Rightarrow P=4$.

Xét $y\ne 0$ thì $\dfrac{P}{4}=\dfrac{x^2-2xy+y^2}{x^2+2xy+3y^2}=\dfrac{t^2-2t+1}{t^2+2t+3}=u$ với $t=\dfrac{x}{y}$.

Do đó $t^2-2t+1=u(t^2+2t+3)\Leftrightarrow (u-1)t^2+2(u+1)t+3u-1=0$. (1)

Nếu $u=1$ thì $(1)\Rightarrow t=-\dfrac{1}{2}$.

Nếu $u\ne 1$ thì (1) có nghiệm khi $(u+1)^2-(u-1)(3u-1)\ge 0\Leftrightarrow -2u^2+6u\ge 0\Leftrightarrow 0\le u\le 3$.

Vậy $0\le\dfrac{P}{4}\le 3\Leftrightarrow 0\le P\le 12$ hay $\max P=12$.

Câu 272: Cho các số thực x, y với $x\ge 0$ thỏa mãn $5^{x+3y}+5^{xy+1}+x(y+1)+1=5^{-xy-1}+\dfrac{1}{5^{x+3y}}-3y$. Gọi m là giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=x+2y+1$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. $m\in(2;3)$. **B.** $m\in(-1;0)$. **C.** $m\in(0;1)$. **D.** $m\in(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $5^{x+3y}+5^{xy+1}+x(y+1)+1=5^{-xy-1}+\frac{1}{5^{x+3y}}-3y$

$\Leftrightarrow 5^{x+3y}-5^{-x-3y}+x+3y=5^{-xy-1}-5^{xy+1}-xy-1$.

Xét hàm số $f(t)=5^t-5^{-t}+t$ có $f'(t)=5^t\ln 5+5^{-t}\ln 5+1>0$, $\forall t\in\mathbb{R}$.

Do đó hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\mathbb{R}\Rightarrow f(x+3y)=f(-xy-1)\Leftrightarrow x+3y=-xy-1$

$\Leftrightarrow y(3+x)=-x-1\Leftrightarrow y=\frac{-x-1}{3+x}$ (do $x\ge 0$ nên $x+3\ne 0$) $\Leftrightarrow x+2y+1=x+\frac{-2x-2}{x+3}+1$

$=\frac{x^2+2x+1}{x+3}$.

Xét hàm số $g(x)=\frac{x^2+2x+1}{x+3}$ với $x\ge 0$ có $g'(x)=\frac{x^2+6x+5}{(x+3)^2}>0$, $\forall x\ge 0$.

Do đó: $g(x)\ge g(0)=\frac{1}{3}$, $\forall x\ge 0$ hay $x+2y+1\ge\frac{1}{3}$, $\forall x\ge 0$. Vậy $m=\frac{1}{3}\in(0;1)$.

Câu 273: Cho x, y là các số thực dương thỏa mãn điều kiện: $\begin{cases}x^2-xy+3=0\\2x+3y-14\le 0\end{cases}$. Tính tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=3x^2y-xy^2-2x^3+2x$

A. 0. **B.** 12. **C.** 4. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo giả thiết ta có $x^2-xy+3=0\Rightarrow y=\frac{x^2+3}{x}$

Từ bất phương trình $2x+3y-14\le 0\Leftrightarrow\frac{5x^2-4x+9}{x}\le 0\Leftrightarrow 1\le x\le\frac{9}{5}$.

Mặt khác ta có $\begin{cases}x^2=xy-3\\xy=x^2+3\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^3=x^2y-3x\\xy^2=x^2y+3y\end{cases}$

Thay vào ta được $P=-3y+8x=-3\left(\frac{x^2+3}{x}\right)+8x=5x-\frac{9}{x}$.

Xét hàm số $f(x)=5x-\frac{9}{x}$ trên đoạn $\left[1;\frac{9}{5}\right]$.

Ta có $f'(x)=5+\frac{9}{x^2}\ge 0,\ \forall x\in\left[1;\frac{9}{5}\right]$ do đó $\min\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]}=f(1)=-4$ và $\max\limits_{\left[1;\frac{9}{5}\right]}=f\left(\frac{9}{5}\right)=4$.

Suy ra tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức P bằng 0.

Câu 274: Cho các số thực x, y thay đổi thỏa điều kiện $y\le 0$, $x^2+x=y+12$. Giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của biểu thức $M=xy+x+2y+17$ lần lượt bằng

A. $10;-6$. **B.** $5;-3$. **C.** $20;-12$. **D.** $8;-5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=x^2+x-12$. Do đó: $y\le 0\Leftrightarrow x^2+x-12\le 0\Leftrightarrow -4\le x\le 3$.

Mặt khác, $M=xy+x+2y+17=x(x^2+x-12)+x+2(x^2+x-12)+17=x^3+3x^2-9x-7$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x-7$ với $-4\le x\le 3$.

Ta có: $f'(x)=3x^2+6x-9$. Do đó: $f'(x)=0\Leftrightarrow x=1\vee x=-3$.

Khi đó: $f(-3)=20, f(1)=-12, f(-4)=13, f(3)=20$.

Vậy $\max M=20, \min m=-12$.

Câu 275: Xét các số thực dương x, y thỏa mãn $2018^{2\left(x^2-y+1\right)}=\dfrac{2x+y}{(x+1)^2}$. Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của $P=2y-3x$.

A. $P_{\min}=\dfrac{7}{8}$. **B.** $P_{\min}=\dfrac{3}{4}$. **C.** $P_{\min}=\dfrac{5}{6}$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: Ta có $2018^{2\left(x^2-y+1\right)}=\dfrac{2x+y}{(x+1)^2} \Leftrightarrow 2\left(x^2-y+1\right)=\log_{2018}\dfrac{2x+y}{(x+1)^2}$

$\Leftrightarrow 2(x+1)^2-2(2x+y)=\log_{2018}(2x+y)-\log_{2018}(x+1)^2$

$\Leftrightarrow 2(x+1)^2+\log_{2018}(x+1)^2=2(2x+y)+\log_{2018}(2x+y)$

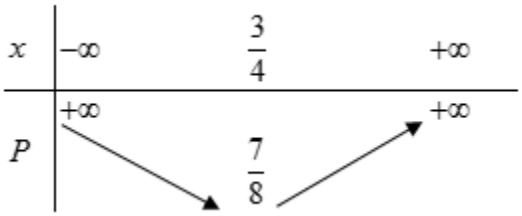
Có dạng $f\left[(x+1)^2\right]=f(2x+y)$ với $f(t)=2t+\log_{2018}t$, $(\forall t>0)$.

Xét hàm số $f(t)=2t+\log_{2018}t$, $(\forall t>0)$, ta có $f'(t)=2+\dfrac{1}{t.\ln 2018}>0$ $(\forall t>0)$ nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$. Khi đó $f\left[(x+1)^2\right]=f(2x+y) \Leftrightarrow (x+1)^2=2x+y$

$\Leftrightarrow y=x^2+1$.

Ta có $P=2y-3x=2\left(x^2+1\right)-3x=2x^2-3x+2$.

Bảng biến thiên



Vậy $P_{\min}=\dfrac{7}{8}$ khi $x=\dfrac{3}{4}$.

Cách 2: Ta có $2018^{2\left(x^2-y+1\right)}=\dfrac{2x+y}{(x+1)^2} \Leftrightarrow 2018^{2\left(x^2+2x+1-2x-y\right)}=\dfrac{2x+y}{(x+1)^2} \Leftrightarrow \dfrac{2018^{2\left(x^2+2x+1\right)}}{2018^{2(2x+y)}}=\dfrac{2x+y}{(x+1)^2}$

$\Leftrightarrow \dfrac{2018^{2(x+1)^2}}{2018^{2(2x+y)}}=\dfrac{2x+y}{(x+1)^2}$.

Đặt $u=(x+1)^2$, $v=2x+y$ với u, $v>0$. Phương trình trên có dạng: $\dfrac{2018^{2u}}{2018^{2v}}=\dfrac{v}{u}$

$\Leftrightarrow u.2018^{2u}=v.2018^{2v}$ (1) với u, $v>0$.

Xét hàm đặc trưng $f(t)=t.2018^t$ có $f'(t)=2018^t+t.2018^t.\ln 2018>0$ với $(\forall t>0)$, suy ra hàm số $f(t)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$. Do đó phương trình (1) có dạng $f(u)=f(v) \Leftrightarrow u=u$

$\Leftrightarrow (x+1)^2 = 2x+y \Leftrightarrow y = x^2+1$. Khi đó $P = 2y-3x = 2(x^2+1)-3x = 2x^2-3x+2$ có đồ thị là một đường cong Parabol, đỉnh là điểm thấp nhất có tọa độ $I\left(\frac{3}{4};\frac{7}{8}\right)$. Do vậy, $P_{\min} = \frac{7}{8}$ khi $x = \frac{3}{4}$.

Câu 276: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y = 2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2+y^2)+15xy$.

A. $\min P = -91$. **B.** $\min P = -83$. **C.** $\min P = -63$. **D.** $\min P = -80$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases} x \ge 3 \\ y \ge -3 \end{cases}$.

Ta có $x+y = 2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right) \Leftrightarrow (x+y)^2 = 4(x+y)+8\sqrt{x-3}.\sqrt{y+3} \ge 4(x+y)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y \ge 4 \\ x+y \le 0 \end{array}\right. (1)$.

Mặt khác áp dụng bất đẳng thức Bunhiacopski ta được:

$x+y = 2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right) \le 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x+y \le 8 \ (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $x+y \in [4;8]$

Ta lại có $(x+3)(y+3) \ge 0 \Leftrightarrow xy \ge -3(x+y)-9$.

Đặt $t = x+y$ suy ra $P = = 4(x^2+y^2)+15xy = 4(x+y)^2+7xy \ge 4t^2-21t-63$.

Xét hàm số $f(t) = 4t^2-21t-63$, với $t \in [4;8]$

Ta có $f'(t) = 8t-21 = 0 \Leftrightarrow t = \frac{21}{8} \notin [4;8]$. Do đó $\min\limits_{[4;8]} f(t) = f(4) = -83$.

Do đó $P \ge -83$ suy ra $\min P = -83$ khi $\begin{cases} x+y = 4 \\ x+y = 2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 7 \\ y = -3 \end{cases}$.

Câu 277: Cho các số thực x, y thỏa mãn $x+y = 2\left(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}\right)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = 4(x^2+y^2)+15xy$ là

A. $\min P = -83$. **B.** $\min P = -63$. **C.** $\min P = -80$. **D.** $\min P = -91$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $x+y = 2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}) \Leftrightarrow (x+y)^2 = 4(x+y)+8\sqrt{x-3}.\sqrt{y+3} \ge 4(x+y) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x+y \ge 4 \\ x+y \le 0 \end{array}\right.$

Mặt khác $x+y = 2(\sqrt{x-3}+\sqrt{y+3}) \le 2\sqrt{2(x+y)} \Leftrightarrow x+y \le 8 \Rightarrow x+y \in [4;8]$

Xét biểu thức $P = 4(x^2+y^2)+15xy = 4(x+y)^2+7xy \ge 16(x+y)+7xy = 7x(y+3)+16y-5x$.

Mà $\begin{cases} y+3 \ge 0 \\ y \ge 4-x \end{cases} \Rightarrow P \ge 16(4-x)-5x = 64-21x$.

Kết hợp với $x+y \ge 4 \Rightarrow x \in [3;7] \Rightarrow 64-21x \ge -83$

Vậy giá trị nhỏ nhất của biểu thức P là -83

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 278: Tìm giá trị nhỏ nhất $P_{\min}$ của biểu thức $P=\sqrt{(x-1)^2+y^2}+\sqrt{(x+1)^2+y^2}+2-y$.

A. $P_{\min}=\sqrt{5}+\sqrt{2}$. **B.** $P_{\min}=2+\sqrt{3}$. **C.** $P_{\min}=2\sqrt{2}$. **D.** $P_{\min}=\dfrac{191}{50}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Áp dụng bất đẳng thức MinCopxki ta có.

$P\ge\sqrt{(1-x+1-x)^2+(2y)^2}+2-y=2\sqrt{1+y^2}+2-y$.

Xét hàm số $f(y)=2\sqrt{1+y^2}+2-y$. Ta có $f'(y)=\dfrac{2y}{\sqrt{1+y^2}}-1$. $f'(y)=0\Leftrightarrow y=\dfrac{1}{\sqrt{3}}$.

y	$-\infty$		$\dfrac{1}{\sqrt{3}}$		$+\infty$
$f'(y)$		$-$	0	$+$	
$f(y)$	$+\infty$	$\searrow$	$2+\sqrt{3}$	$\nearrow$	$+\infty$

Ta thấy $\min f(y)=2+\sqrt{3}$. Do đó $P_{\min}=2+\sqrt{3}$.

Câu 279: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $0\le x\le\dfrac{1}{2}$, $0\le y\le\dfrac{1}{2}$ và $\log(11-2x-y)=2y+4x-1$. Xét biểu thức $P=16yx^2-2x(3y+2)-y+5$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của P. Khi đó giá trị của $T=(4m+M)$ bằng bao nhiêu?

A. 16 **B.** 18 **C.** 17 **D.** 19

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có

$\log(11-2x-y)=2y+4x-1\Leftrightarrow 2(2x+y)-\log(11-(2x+y))-1=0$

Đặt $t=2x+y$, $0<t<11$. Phương trình trở thành: $2t-\log(11-t)-1=0$. (1)

Xét hàm số $f(t)=2t-\log(11-t)-1$ trên khoảng $(0;11)$.

Có $y'=2+\dfrac{1}{11-t}>0$, $\forall t\in(0;11)$. Do đó hàm số $f(t)$ luôn đồng biến.

Dễ thấy (1) có nghiệm $t=1$. Do đó $t=1$ là nghiệm duy nhất của (1).

Suy ra $2x=1-y$. Khi đó $P=16y\dfrac{(1-y)^2}{4}-(1-y)(3y+2)-y+5=4y^3-5y^2+2y+3$.

Xét hàm số $g(y)=4y^3-5y^2+2y+3$ trên $\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$, có

$g'(y)=12y^2-10y+2>0$, $\forall y\in\left[0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Do đó, $\min\limits_{\left[0;\frac{1}{2}\right]}g(y)=g(0)=3$, $\max\limits_{\left[0;\frac{1}{2}\right]}g(y)=g(1)=4$.

Suy ra $m=3$, $m=4$.

Vậy $T=4.3+4=16$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 280: Cho x, y là hai số thực thỏa mãn điều kiện $x^2+y^2+xy+4=4y+3x$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=3\left(x^3-y^3\right)+20x^2+2xy+5y^2+39x$.

A. $\frac{\sqrt{5}}{5}$. **B.** $\sqrt{5}$. **C.** 100. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$x^2+y^2+xy+4=4y+3x \Leftrightarrow y^2+y(x-4)+x^2-3x+4=0$

$\Delta=(x-4)^2-4\left(x^2-3x+4\right)=-3x^2+4x\geq 0 \Leftrightarrow 0\leq x\leq \frac{4}{3}$.

$x^2+y^2+xy+4=4y+3x \Leftrightarrow x^2+y^2+xy=4y+3x-4$

$P=3\left(x^3-y^3\right)+20x^2+2xy+5y^2+39x=3(x-y)\left(x^2+y^2+xy\right)+20x^2+2xy+5y^2+39x$

$=29x^2-7y^2+5xy+27x+12y \leq -7y^2+5.\frac{4}{3}y+27.\frac{4}{3}+12y+29.\left(\frac{4}{3}\right)^2=-7\left(y-\frac{4}{3}\right)^2+100$.

Vậy giá trị lớn nhất của hàm số là 100 khi $x=y=\frac{4}{3}$.

Câu 281: Cho hai số thực x, y thỏa mãn $x\geq 0$, $y\geq 1$, $x+y=3$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=x^3+2y^2+3x^2+4xy-5x$ lần lượt bằng:

A. $P_{\max}=18$ và $P_{\min}=15$. **B.** $P_{\max}=15$ và $P_{\min}=13$.

C. $P_{\max}=20$ và $P_{\min}=18$. **D.** $P_{\max}=20$ và $P_{\min}=15$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ $x+y=3 \Leftrightarrow y=3-x$, do $y\geq 1$ nên $3-x\geq 1 \Leftrightarrow x\leq 2$. Vậy $x\in[0;2]$.

Ta có $P=x^3+2(3-x)^2+3x^2+4x(3-x)-5x=x^3+x^2-5x+18=f(x)$.

$f'(x)=3x^2+2x-5$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-\frac{5}{3}(L) \end{array}\right.$.

$f(0)=18$; $f(1)=15$; $f(2)=20$.

Vậy $P_{\max}=20$ và $P_{\min}=15$.

Câu 282: Xét phương trình $ax^3-x^2+bx-1=0$ với a, b là các số thực, $a\neq 0$, $a\neq b$ sao cho các nghiệm đều là số thực dương. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=\frac{5a^2-3ab+2}{a^2(b-a)}$.

A. $8\sqrt{2}$. **B.** $11\sqrt{6}$. **C.** $12\sqrt{3}$. **D.** $15\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $ax^3-x^2+bx-1=0 \Leftrightarrow x^3-\frac{1}{a}x^2+\frac{b}{a}x-\frac{1}{a}=0$.

Theo định lý Vi-et cho phương trình bậc 3: $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2+x_3=\frac{1}{a} \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{b}{a} \\ x_1x_2x_3=\frac{1}{a} \end{array}\right.$

Đặt $c=\frac{1}{a}$, ta có: $x_1x_2x_3=x_1+x_2+x_3\ge 3\sqrt[3]{x_1x_2x_3}$ hay $\left(x_1x_2x_3\right)^3\ge 27x_1x_2x_3$.

Suy ra $c^3\ge 27c\Rightarrow c\ge 3\sqrt{3}$.

Ta lại có: $P=\frac{5a^2-3ab+2}{a^2\left(b-a\right)}=\frac{a^2\left(5-3\frac{b}{a}+\frac{2}{a^2}\right)}{a^3\left(\frac{b}{a}-1\right)}=\frac{1}{a}\frac{\left(5-3\frac{b}{a}+\frac{2}{a^2}\right)}{\frac{b}{a}-1}=\frac{c\left(5-3bc+2c^2\right)}{bc-1}$.

Mà: $\left(x_1+x_2+x_3\right)^2\ge 3\left(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1\right)$ nên $c^2\ge 3bc$.

Vậy $P=\frac{c\left(5-3bc+2c^2\right)}{bc-1}\ge\frac{c\left(5-c^2+2c^2\right)}{\frac{c^2}{3}-1}=\frac{3c\left(c^2+5\right)}{c^2-3}$.

Xét $f\left(c\right)=\frac{3c\left(c^2+5\right)}{c^2-3}$, $c\ge 3\sqrt{3}$, ta có: $f'\left(c\right)=\frac{3c^4-42c^2-45}{\left(c^2-3\right)^2}>0,\ \forall c\ge 3\sqrt{3}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $f\left(3\sqrt{3}\right)=12\sqrt{3}$.

Câu 283: Cho hai số thực x, y thỏa mãn: $2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=x+2y$.

A. $P=8$. **B.** $P=10$ **C.** $P=4$. **D.** $P=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$2y^3+7y+2x\sqrt{1-x}=3\sqrt{1-x}+3\left(2y^2+1\right)$.

$\Leftrightarrow 2\left(y^3-3y^2+3y-1\right)+\left(y-1\right)=2\left(1-x\right)\sqrt{1-x}+3\sqrt{1-x}-2\sqrt{1-x}$.

$\Leftrightarrow 2\left(y-1\right)^3+\left(y-1\right)=2\left(\sqrt{1-x}\right)^3+\sqrt{1-x}\ \left(1\right)$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=2t^3+t$ trên $\left[0;+\infty\right)$.

Ta có: $f'\left(t\right)=6t^2+1>0$ với $\forall t\ge 0\Rightarrow f\left(t\right)$ luôn đồng biến trên $\left[0;+\infty\right)$.

Vậy $\left(1\right)\Leftrightarrow y-1=\sqrt{1-x}\Leftrightarrow y=1+\sqrt{1-x}$.

$\Rightarrow P=x+2y=x+2+2\sqrt{1-x}$ với $\left(x\le 1\right)$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=2+x+2\sqrt{1-x}$ trên $\left(-\infty;1\right]$.

Ta có: $g'\left(x\right)=1-\frac{1}{\sqrt{1-x}}=\frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}}$. $g'\left(x\right)=0\Rightarrow x=0$.

Bảng biến thiên $g\left(x\right)$:

x	$-\infty$		0		1
$g'\left(x\right)$		$+$	0	$-$	
$g\left(x\right)$		↗	4	↘	

Từ bảng biến thiên của hàm số $g\left(x\right)$ suy ra giá trị lớn nhất của P là: $\max\limits_{\left(-\infty;1\right]}g\left(x\right)=4$.

Câu 284: Cho x, y là hai số thực dương thay đổi thỏa mãn điều kiện $(xy+1)\left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)\le 1-x-\frac{1}{y}$.

Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P=\frac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+3y^2}}-\frac{x-2y}{6(x+y)}$?

A. $\frac{\sqrt{5}+7}{30}$. **B.** $\frac{\sqrt{5}}{3}-\frac{7}{30}$. **C.** $\frac{7}{30}-\frac{\sqrt{5}}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{5}}{3}+\frac{7}{30}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$(xy+1)\left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)\le 1-x-\frac{1}{y}$

$\Leftrightarrow y(xy+1)\left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)+\left(\sqrt{xy+1}^2-\sqrt{y}^2\right)\le 0$

$\Leftrightarrow \left(\sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\right)\left[y(xy+1)+\left(\sqrt{xy+1}+\sqrt{y}\right)\right]\le 0$

$\Leftrightarrow \sqrt{xy+1}-\sqrt{y}\le 0 \Leftrightarrow xy+1\le y$

$\Leftrightarrow \frac{x}{y}\le -\frac{1}{y^2}+\frac{1}{y}=\frac{1}{4}-\left(\frac{1}{y}-\frac{1}{2}\right)^2$

$\Rightarrow 0<\frac{x}{y}\le\frac{1}{4}$. Dấu bằng đạt được khi $y=2$, $x=\frac{1}{2}$.

$P=\frac{x+y}{\sqrt{x^2-xy+3y^2}}-\frac{x-2y}{6(x+y)}=\frac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}}-\frac{t-2}{6(t+1)}$ với $t=\frac{x}{y}$ và $t\in\left(0;\frac{1}{4}\right]$.

Ta có $\frac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}}\le\frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7)$ với mọi $t\in\left(0;\frac{1}{4}\right]$

Thật vậy $\frac{t+1}{\sqrt{t^2-t+3}}\le\frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7)\Leftrightarrow -\frac{1}{729}\frac{(4t-1)^2(20t^2+25t+6)}{t^2-t+3}\le 0$ với mọi $t\in\left(0;\frac{1}{4}\right]$.

$P\le\frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7)-\frac{t-2}{6t+6}=f(t)$.

Khi đó $f'(t)=\frac{1}{54}.\frac{16\sqrt{5}t^2+32\sqrt{5}t+16\sqrt{5}-27}{(t+1)^2}>0$ với mọi $t\in\left(0;\frac{1}{4}\right]$.

Vậy $P\le\frac{\sqrt{5}}{27}(8t+7)-\frac{t-2}{6t+6}=f(t)\le f\left(\frac{1}{4}\right)=\frac{7+10\sqrt{5}}{30}$, dấu bằng đạt được khi $x=\frac{1}{2}$, $y=2$.

Câu 285: Cho $a,b\in\mathbb{R}$; $a,b>0$ thỏa mãn $2(a^2+b^2)+ab=(a+b)(ab+2)$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=4\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)-9\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)$ bằng

A. $\frac{23}{4}$. **B.** -10. **C.** $\frac{-21}{4}$. **D.** $\frac{-23}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=\frac{a}{b}+\frac{b}{a}$ $(t\ge 2)$. Ta có:

$P=4\left(\frac{a^3}{b^3}+\frac{b^3}{a^3}\right)-9\left(\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}\right)=4\left[\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^3-3.\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\right]-9\left[\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)^2-2.\frac{a}{b}.\frac{b}{a}\right]$

$=4t^3-9t^2-12t+18$.

Ta có

$2\left(a^2+b^2\right)+ab=(a+b)(ab+2)\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)\left(1+\frac{2}{ab}\right)$

$\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1=(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)$

Theo bất đẳng thức Cô-si ta có

$(a+b)+2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)\ge 2\sqrt{(a+b).2\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}\right)}=2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}$

Suy ra $\Leftrightarrow 2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)+1\ge 2\sqrt{2\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}+2\right)}\Rightarrow \frac{a}{b}+\frac{b}{a}\ge\frac{5}{2}$.

Hay $t=\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{a}\right)\ge\frac{5}{2}$.

Xét hàm số $f(t)=4t^3-9t^2-12t+18$ với $t\ge\frac{5}{2}$.

Ta có $f'(t)=12t^2-18t-12$; $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=2<\frac{5}{2}\\ t=-\frac{1}{2}<\frac{5}{2}\end{array}\right.$.

Ta có $f'(t)>0,\ \forall t\ge\frac{5}{2}$, nên hàm số $f(t)$ đồng biến trên $\left[\frac{5}{2};+\infty\right)$.

Bởi vậy: $\min\limits_{\left[4\sqrt{2}-1;+\infty\right)} f(t)=f\left(\frac{5}{2}\right)=-\frac{23}{4}$.

Hay $\min P=\frac{-23}{4}$ khi $a=2;b=1$ hoặc $a=1;b=2$.

Câu 286: Xét các số thực dương x, y, z thỏa mãn $x+y+z=4$ và $xy+yz+zx=5$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)$ bằng:

A. 25. **B.** 15. **C.** 35. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\left\{\begin{array}{l}x+y+z=4\\ xy+yz+zx=5\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}x+y=4-z\\ xy=5-z(x+y)=5-4z+z^2\end{array}\right.$.

Lại có: $(x+y)^2\ge 4xy\Rightarrow(4-z)^2\ge 4\left(5-4z+z^2\right)\Rightarrow\frac{2}{3}\le z\le 2$. Dấu "=" xảy ra khi $x=y$.

Và $(x+y+z)^3=x^3+y^3+z^3+3(x+y+z)(x+y)z+3xy(x+y)$

$\Rightarrow x^3+y^3+z^3=4^3-12(x+y)z-3xy(x+y)=64-3(4-z)\left(5+z^2\right)$.

Ta có: $P=\left(x^3+y^3+z^3\right)\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}+\frac{1}{z}\right)=\left(3z^3-12z^2+15z+4\right)\left(\frac{5}{z^3-4z^2+5z}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đặt $t=z^3-4z^2+5z$, với $\frac{2}{3}\le z\le 2\Rightarrow \frac{50}{27}\le t\le 2$.

Do đó xét hàm số $f(t)=5\left(\frac{4}{t}+3\right)$, với $\frac{50}{27}\le t\le 2$.

Ta có $f'(t)=\frac{-20}{t^2}<0,\ \forall t\in\left[\frac{50}{27};2\right]$ nên hàm số $f(t)$ liên tục và nghịch biến.

Do đó $P_{\min}=f(2)=25$ đạt tại $x=y=1,\ z=2$.

Câu 287: Cho hai số thực x,y thỏa mãn: $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-5}\right)x+\sqrt{3xy-5}=0$

Tìm giá trị nhỏ nhất của $P=x^3+y^3+6xy+3\left(3x^2+1\right)(x+y-2)$

A. $\frac{296\sqrt{15}-18}{9}$. **B.** $\frac{36+296\sqrt{15}}{9}$. **C.** $\frac{36-4\sqrt{6}}{9}$. **D.** $\frac{-4\sqrt{6}+18}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $9x^3+\left(2-y\sqrt{3xy-5}\right)x+\sqrt{3xy-5}=0$

$\Leftrightarrow 27x^3+6x=(3xy-5)\sqrt{3xy-5}+2\sqrt{3xy-5}$.

Xét hàm $f(t)=t^3+2t$ với $t\in(0;+\infty)$

có $f'(t)=3t^2+2>0\forall t\in(0;+\infty)$ nên hàm số liên tục và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Khi đó ta có $3x=\sqrt{3xy-5}\Rightarrow x\ge 0$ và $9x^2=3xy-5$.

Với $x=0$ thì $0=-5(l)$.

với $x>0$ thì $P=x^3+y^3+6xy+3\left(3x^2+1\right)(x+y-2)$

$=x^3+y^3+6xy+\left(9x^2+3\right)(x+y-2)$

$=x^3+y^3+6xy+(3xy-2)(x+y-2)$

$=x^3+y^3+3x^2y+3xy^2-2(x+y)+4$

$=(x+y)^3-2(x+y)+4$

Mà $x+y=x+\frac{9x^2+5}{3x}=4x+\frac{5}{3x}\ge 2\sqrt{4x.\frac{5}{3x}}=\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Đặt $t=x+y$ thì $t\ge\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Xét $f(t)=t^3-2t+4$ với $t\ge\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$. Khi đó $f'(t)=3t^2-2>0$ với $\forall t\ge\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}$.

Do đó $f(t)\ge f\left(\frac{4\sqrt{5}}{\sqrt{3}}\right)=\frac{36+296\sqrt{15}}{9}$

Suy ra $P\ge\frac{36+296\sqrt{15}}{9}$. Vậy GTNN của P là $\frac{36+296\sqrt{15}}{9}$.

Câu 288: Cho x,y là hai số thực không âm thỏa mãn $x^2+y^2+2x-3=0$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=2x-y-2$ (làm tròn đến hai chữ số thập phân).

A. $-3,70$. **B.** $-3,73$. **C.** $-3,72$. **D.** $-3,71$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Theo giả thiết ta có $\begin{cases} x^2+y^2+2x-3=0 \\ x\ge 0 \\ y\ge 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 0\le x\le 1 \\ y\ge 0 \\ y=\sqrt{3-x^2-2x} \end{cases}$.

Suy ra $P=2x-\sqrt{3-2x-x^2}-2$.

Xét hàm số $f(x)=2x-\sqrt{3-2x-x^2}-2,\ x\in[0;1]$.

$f'(x)=2-\dfrac{-1-x}{\sqrt{3-2x-x^2}}>0\ \forall x\in[0;1]$. Suy ra $f(x)$ đồng biến trên $[0;1]$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của P là $f(0)=-\sqrt{3}-2\approx -3,73$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 13: ỨNG DỤNG MAX-MIN GIẢI TOÁN THAM SỐ

Câu 289: Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2+3x+3}{x+1} \ge m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;1]$.

A. $m \le 3$. **B.** $m \le \frac{7}{2}$. **C.** $m \ge \frac{7}{2}$. **D.** $m \ge 3$.

Câu 290: Cho hàm số $y = \frac{m\sin x + 1}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1.

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 6

Câu 291: Tập tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt là một nửa khoảng $(a;b]$. Tính $b-\frac{5}{7}a$.

A. $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$. **B.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{7}$. **C.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{35}$. **D.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{35}$.

Câu 292: Cho $x, y \in [0;+\infty)$, $x+y=1$. Biết $m \in [a;b]$ thì phương trình $\left(5x^2+4y\right)\left(5y^2+4x\right)+40xy=m$ có nghiệm thực. Tính $T = 25a + 16b$.

A. $T = 829$. **B.** $T = 825$. **C.** $T = 816$. **D.** $T = 820$.

Câu 293: Tìm tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{2x+m-1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 1.

A. $m = 3$. **B.** $m = 0$. **C.** $m = 1$. **D.** $m = 2$.

DẠNG 14: CÂU HỎI TỔNG HỢP ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ MAX-MIN

Câu 294: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0) = 3$, $f'(2) = -2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y = f(x+2017) + 2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-2017;0)$ **B.** $(2017;+\infty)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-\infty;-2017)$

Câu 295: Tìm m để phương trình $x^6+6x^4-m^3x^3+\left(15-3m^2\right)x^2-6mx+10=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

A. $\frac{11}{5} < m < 4$. **B.** $2 < m \le \frac{5}{2}$. **C.** $0 < m < \frac{9}{4}$. **D.** $\frac{7}{5} \le m < 3$.

Câu 296: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là:

A. 74 triệu đồng. **B.** 75 triệu đồng. **C.** 76 triệu đồng. **D.** 77 triệu đồng.

Câu 297: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\frac{1}{4}x^4-\frac{19}{2}x^2+30x+m-20\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 20. Tổng các phần tử của S bằng

A. 105 **B.** 300 **C.** 210 **D.** −195

Câu 298: - 2017] Từ một tờ giấy hình tròn bán kính R, ta có thể cắt ra một hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{3R^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi R^2}{2}$. **C.** $2R^2$. **D.** R^2.

Câu 299: Hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $y=f'(x)$ như hình vẽ.

Xét hàm số $g(x)=f(x)-\frac{1}{3}x^3-\frac{3}{4}x^2+\frac{3}{2}x+2017$

Trong các mệnh đề dưới đây

(I) $g(0)<g(1)$.

(II) $\min\limits_{x\in[-3;1]}g(x)=g(-1)$.

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$.

(IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]}g(x)=\max\{g(-3),g(1)\}$.

Số mệnh đề đúng là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 300: Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2-4x-10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-9\right)$ là.

A. 49. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 301: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x)-1}=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?

A. 4 nghiệm. **B.** 9 nghiệm. **C.** 6 nghiệm. **D.** 5 nghiệm.

Câu 302: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

B. Hàm số có đúng 2 cực trị.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 303: Cho (C_m) là đồ thị của hàm số $y=x^3+3mx+1$ (với $m\in(-\infty;0)$ là tham số thực). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C_m). Tìm số các giá trị của m để đường thẳng d cắt đường tròn tâm $I(-1;0)$ bán kính $R=3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 304: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	↘	$-\frac{1}{3}$	↗	1	↘	-1

Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1, nhỏ nhất bằng $-\frac{1}{3}$

B. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành

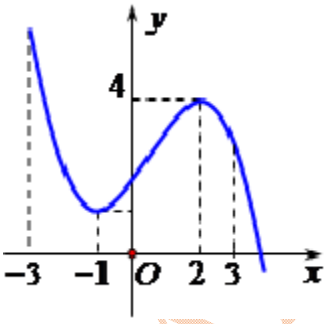
C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3

D. Hàm số có hai điểm cực trị

Câu 305: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2-4x+m=2\sqrt{5+4x-x^2}+5$ có nghiệm.

A. $0\le m\le 15$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $-1\le m\le 2\sqrt{3}$.

Câu 306: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đồ thị là đường cong ở hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng trên đoạn $[-3;3]$.



A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=4$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 13: ỨNG DỤNG MAX-MIN GIẢI TOÁN THAM SỐ

Câu 289: Tìm các giá trị của tham số m để bất phương trình $\frac{x^2+3x+3}{x+1} \ge m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;1]$.

A. $m \le 3$. **B.** $m \le \frac{7}{2}$. **C.** $m \ge \frac{7}{2}$. **D.** $m \ge 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $f(x) = \frac{x^2+3x+3}{x+1}$. Bất phương trình $\frac{x^2+3x+3}{x+1} \ge m$ nghiệm đúng với mọi $x \in [0;1]$ khi và chỉ khi $m \le \min\limits_{[0;1]} f(x)$.

Ta có $f'(x) = \frac{x^2+2x}{(x+1)^2} \ge 0$ với mọi $x \in [0;1] \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $[0;1]$.

$\Rightarrow \min\limits_{[0;1]} f(x) = f(0) = 3$. Vậy $m \le 3$.

Câu 290: Cho hàm số $y = \frac{m\sin x + 1}{\cos x + 2}$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-5;5]$ để giá trị nhỏ nhất của y nhỏ hơn -1.

A. 5 **B.** 3 **C.** 4 **D.** 6

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do $\cos x + 2 > 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên hàm số xác định trên $\mathbb{R}$.

Ta có $y = \frac{m\sin x + 1}{\cos x + 2} \Leftrightarrow m\sin x - y\cos x = 2y - 1$.

Do phương trình có nghiệm nên

$$m^2 + y^2 \ge (2y-1)^2 \Leftrightarrow 3y^2 - 4y + 1 - m^2 \le 0 \Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{3m^2+1}}{3} \le y \le \frac{2+\sqrt{3m^2+1}}{3}.$$

Vậy GTNN của y bằng $\frac{2-\sqrt{3m^2+1}}{3}$.

Do đó yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \frac{2-\sqrt{3m^2+1}}{3} < -1 \Leftrightarrow 3m^2+1 > 25 \Leftrightarrow m^2 > 8 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m > 2\sqrt{2} \\ m < -2\sqrt{2} \end{array}\right.$.

Do m thuộc đoạn $[-5;5]$ nên $m \in \{-5;-4;-3;3;4;5\}$.

Câu 291: Tập tất cả các giá trị của tham số thực m để phương trình $m\left(\sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}+3\right)+2\sqrt{1-x^2}-5=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt là một nửa khoảng $(a;b]$.

Tính $b - \frac{5}{7}a$.

A. $\frac{12-5\sqrt{2}}{7}$. **B.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{7}$. **C.** $\frac{12-5\sqrt{2}}{35}$. **D.** $\frac{6-5\sqrt{2}}{35}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = \sqrt{1+x}+\sqrt{1-x}$ với $-1 \le x \le 1$.Khi đó: $t^2 = 2 + 2\sqrt{1-x^2} \Leftrightarrow 2\sqrt{1-x^2} = t^2 - 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow t' = \dfrac{1}{2\sqrt{1+x}} - \dfrac{1}{2\sqrt{1-x}} = 0 \Leftrightarrow \sqrt{1-x} = \sqrt{1+x} \Leftrightarrow x = 0$.

x	-1		0		1
t'		$+$	0	$-$	
t	$\sqrt{2}$	↗	2	↘	$\sqrt{2}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $\sqrt{2} \le t \le 2$.

Ta có phương trình: $m(t+3) + t^2 - 7 = 0 \Leftrightarrow m = \dfrac{-t^2+7}{t+3}$.

Xét hàm số: $f(t) = \dfrac{-t^2+7}{t+3}, t \in \left[\sqrt{2}; 2\right] \Rightarrow f'(t) = \dfrac{-t^2-6t-7}{(t+3)^2}$.

$f'(t) = 0 \Leftrightarrow t = -3 \pm \sqrt{2} \notin \left[\sqrt{2}; 2\right]$.

Ta có bảng biến thiên:

t	$\sqrt{2}$		2
$f'(t)$	0	$-$	
$f(t)$	$\dfrac{5(3-\sqrt{2})}{7}$	↘	$\dfrac{3}{5}$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy để phương trình có đúng hai nghiệm phân biệt thì $\sqrt{2} \le t \le 2$.

Khi đó $\dfrac{3}{5} < f(t) \le \dfrac{5(3-\sqrt{2})}{7}$ hay $\dfrac{3}{5} < m \le \dfrac{5(3-\sqrt{2})}{7}$

$\Rightarrow a = \dfrac{3}{5}$, $b = \dfrac{5(3-\sqrt{2})}{7} \Rightarrow b - \dfrac{5}{7}a = \dfrac{12-5\sqrt{2}}{7}$.

Câu 292: Cho $x, y \in [0; +\infty)$, $x + y = 1$. Biết $m \in [a; b]$ thì phương trình $(5x^2+4y)(5y^2+4x) + 40xy = m$ có nghiệm thực. Tính $T = 25a + 16b$.

A. $T = 829$. **B.** $T = 825$. **C.** $T = 816$. **D.** $T = 820$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $m = 25(xy)^2 + 20(x^3+y^3) + 56xy = 25(xy)^2 + 20\left[(x+y)^3 - 3xy(x+y)\right] + 56xy$

$= 25(xy)^2 - 4xy + 20 = 25t^2 - 4t + 20$, với $t = xy \le \dfrac{(x+y)^2}{4} = \dfrac{1}{4}$.

Xét hàm số $f(t) = 25t^2 - 4t + 20$ trên đoạn $\left[0; \dfrac{1}{4}\right]$.

Ta có: $f'(t) = 50t - 4$. Xét $f'(t) = 0 \Rightarrow t = \dfrac{2}{25}$.

Ta có: $f(0) = 20$, $f\left(\dfrac{2}{25}\right) = \dfrac{496}{25}$ và $f\left(\dfrac{1}{4}\right) = \dfrac{329}{16}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do đó để phương trình có nghiệm thực thì $m \in \left[\frac{496}{25};\frac{329}{16}\right] \Rightarrow a=\frac{496}{25}, b=\frac{329}{16}$ suy ra $T=825$.

Câu 293: Tìm tất cả giá trị của m để giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)=\frac{2x+m-1}{x+1}$ trên đoạn $[1;2]$ bằng 1.

A. $m=3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=\frac{3-m}{(x+1)^2}$

Nếu $m<3$: $f'(x)=\frac{3-m}{(x+1)^2}>0$ nên hàm số đồng biến trên $(1;2)$,

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x)=f(1)=1$. Vậy $\min\limits_{[1;2]} f(x)=1 \Leftrightarrow f(1)=1 \Leftrightarrow \frac{m+1}{2}=1 \Leftrightarrow m=1$ (nhận)

Nếu $m>3$: $f'(x)=\frac{3-m}{(x+1)^2}<0$ nên hàm số nghịch biến trên $(1;2)$,

$\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x)=f(2)=1$. Vậy $\Rightarrow \min\limits_{[1;2]} f(x)=1 \Leftrightarrow f(2)=1 \Leftrightarrow \frac{3+m}{3}=1 \Leftrightarrow m=0$ (loại)

DẠNG 14: CÂU HỎI TỔNG HỢP ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ MAX-MIN

Câu 294: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Biết $f'(0)=3$, $f'(2)=-2018$ và bảng xét dấu của $f''(x)$ như sau:

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

Hàm số $y=f(x+2017)+2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm x_0 thuộc khoảng nào sau đây?

A. $(-2017;0)$ **B.** $(2017;+\infty)$ **C.** $(0;2)$ **D.** $(-\infty;-2017)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

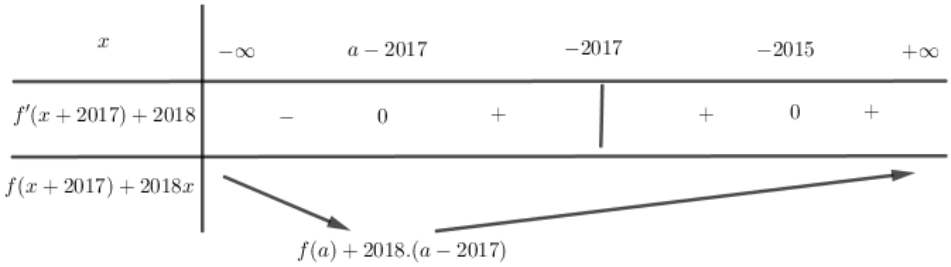
Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f''(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f'(x)$		↗	3	↘	-2018	↗	

$y=f(x+2017)+2018x \Rightarrow y'=f'(x+2017)+2018$.

$y'=0 \Leftrightarrow f'(x+2017)=-2018 \Leftrightarrow \begin{cases} x+2017=2 \\ x+2017=a<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2015 \\ x=a-2017<-2017 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên



Hàm số $y = f\left(x+2017\right)+2018x$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0 = a-2017 \in \left(-\infty;-2017\right)$.

Câu 295: Tìm m để phương trình $x^6+6x^4-m^3x^3+\left(15-3m^2\right)x^2-6mx+10=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

A. $\frac{11}{5}<m<4$. **B.** $2<m\le\frac{5}{2}$. **C.** $0<m<\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{7}{5}\le m<3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có

$x^6+6x^4-m^3x^3+\left(15-3m^2\right)x^2-6mx+10=0 \Leftrightarrow \left(x^2+2\right)^3+3\left(x^2+2\right)=\left(mx+1\right)^3+3\left(mx+1\right)$

$\Leftrightarrow f\left(x^2+2\right)=f\left(mx+1\right)(*)$

Xét hàm số $f\left(t\right)=t^3+3t$.

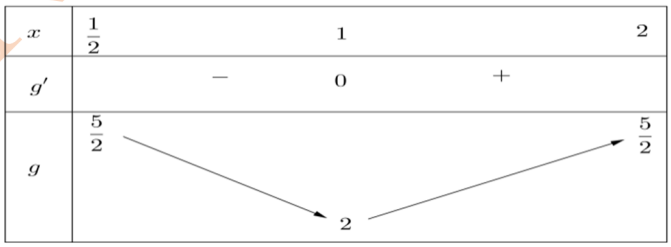
Với $f'\left(t\right)=3t^2+3>0,\forall t\in\mathbb{R}$ $\Rightarrow$ hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nên $(*)\Leftrightarrow x^2+2=mx+1 \Leftrightarrow x^2-mx+1=0\Rightarrow m=\frac{x^2+1}{x}$ (vì $x=0$ không là nghiệm của phương trình(*))

Xét hàm số $g\left(x\right)=\frac{x^2+1}{x}$ trên $\left[\frac{1}{2};2\right]$.

Ta có $g'\left(x\right)=1-\frac{1}{x^2}\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=\pm1$

Bảng biến thiên



Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\frac{1}{2};2\right]$ khi và chỉ khi $2<m\le\frac{5}{2}$.

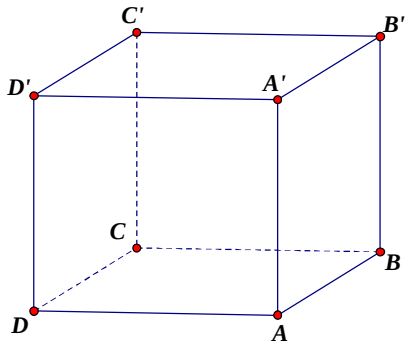
Câu 296: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500.000 đồng/m^2. Hãy xác định kích thước của hồ nước sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất và chi phí đó là:

A. 74 triệu đồng. **B.** 75 triệu đồng. **C.** 76 triệu đồng. **D.** 77 triệu đồng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử khối hộp chữ nhật là $ABCD.A'B'C'D'$ và $AB=x$, $AD=2x$ và $AA'=h$ $(x,h>0)$.

Ta có $V=x.2x.h \Leftrightarrow 2x^2h=\dfrac{500}{3} \Leftrightarrow h=\dfrac{250}{3x^2}$.

Diện tích cần xây là $S=2x^2+2\left(xh+2xh\right)=2x^2+6xh$.

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $S=2x^2+\dfrac{500}{x}$ với $x>0$.

Ta có $2x^2+\dfrac{250}{x}+\dfrac{250}{x}\ge 3\sqrt[3]{2x^2.\dfrac{250}{x}.\dfrac{250}{x}} \Leftrightarrow 2x^2+\dfrac{250}{x}+\dfrac{250}{x}\ge 150$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi $2x^2=\dfrac{250}{x} \Leftrightarrow x=5$.

S nhỏ nhất là 150 khi $x=5$.

Số tiền chi phí là $150.500000=75000000$ hay 75 triệu đồng.

Câu 297: Gọi S là tập tất cả các giá trị nguyên của tham số m sao cho giá trị lớn nhất của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{19}{2}x^2+30x+m-20\right|$ trên đoạn $[0;2]$ không vượt quá 20. Tổng các phần tử của S bằng

A. 105 **B.** 300 **C.** 210 **D.** –195

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=\dfrac{1}{4}x^4-\dfrac{19}{2}x^2+30x+m-20$ trên đoạn $[0;2]$

Ta có $g'(x)=x^3-19x+30$; $g'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-5\notin[0;2] \\ x=2 \\ x=3\notin[0;2] \end{array}\right.$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-5		0		2		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	0	$-$	
$g(x)$					$g(0)$	$\nearrow$	$g(2)$				

$g(0)=m-20$; $g(2)=m+6$.

Để $\max\limits_{[0;2]}\left|g(x)\right|\le 20$ thì $\left\{\begin{array}{l} g(0)\le 20 \\ g(2)\le 20 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} \left|m-20\right|\le 20 \\ \left|m+6\right|\le 20 \end{array}\right. \Leftrightarrow 0\le m\le 14$.

Mà $m\in\mathbb{Z}$ nên $m\in\{0;1;2;...;14\}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

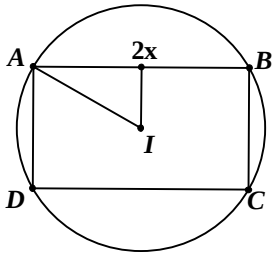
Vậy tổng các phần tử của S là 105.

Câu 298: - 2017] Từ một tờ giấy hình tròn bán kính R, ta có thể cắt ra một hình chữ nhật có diện tích lớn nhất là bao nhiêu?

A. $\frac{3R^2}{2}$. **B.** $\frac{\pi R^2}{2}$. **C.** $2R^2$. **D.** R^2.

Hướng dẫn giải

Chọn C



.

Đặt $AB = 2x$, ta có: $AD = 2\sqrt{R^2 - x^2}$.

$S_{ABCD} = 4x\sqrt{R^2 - x^2} = 4\sqrt{x^2\left(R^2 - x^2\right)} \le 4\frac{x^2 + R^2 - x^2}{2} = 2R^2$.

Dấu bằng xảy ra khi $x^2 = \frac{R^2}{2} \Leftrightarrow x = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Câu 299: Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $y = f'(x)$ như hình vẽ.

Xét hàm số $g(x) = f(x) - \frac{1}{3}x^3 - \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2}x + 2017$

Trong các mệnh đề dưới đây

(I) $g(0) < g(1)$.

(II) $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x) = g(-1)$.

(III) Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$.

(IV) $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x) = \max\{g(-3), g(1)\}$

.

Số mệnh đề đúng là

A. 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $g'(x) = f'(x) - x^2 - \frac{3}{2}x + \frac{3}{2} = f'(x) - (x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2})$ Căn cứ vào đồ thị ta

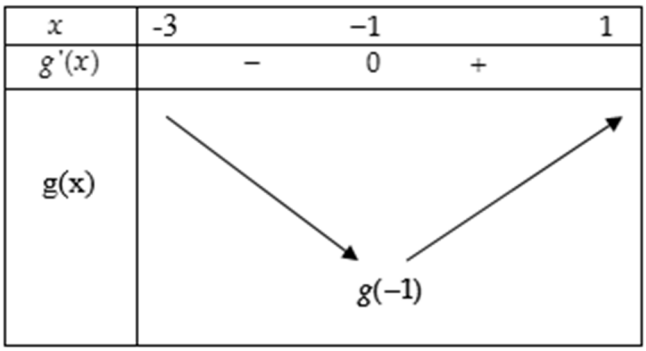
có: $\begin{cases} f'(-1) = -2 \\ f'(1) = 1 \\ f'(-3) = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} g'(-1) = 0 \\ g'(1) = 0 \\ g'(-3) = 0 \end{cases}$

Vẽ Parabol (P): $y = x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ trên cùng hệ trục với đồ thị của hàm số $y = f'(x)$

Ta có: Trên $(-3;-1)$ thì $f'(x) < x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ nên $g'(x) < 0 \forall x \in (-3;-1)$

Trên $(-1;1)$ thì $f'(x) > x^2 + \frac{3}{2}x - \frac{3}{2}$ nên $g'(x) > 0 \forall x \in (-1;1)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Khi đó BBT của hàm số $g(x)$ trên đoạn $[-3;1]$:

Vậy: $\min\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=g(-1)$, $g(0)<g(1)$,

hàm số $g(x)$ nghịch biến trên $(-3;-1)$

và $\max\limits_{x\in[-3;1]} g(x)=\max\{g(-3),g(-1)\}$.

Câu 300: **[2017]** Gọi x_1, x_2 là các điểm cực trị của hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-\frac{1}{2}mx^2-4x-10$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $S=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-9\right)$ là.

A. 49. **B.** 1 . **C.** 0. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

☑ Tập xác định: $D=\mathbb{R}$.

☑ Đạo hàm: $y'=x^2-mx-4$.

☑ Hàm số có hai điểm cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, $x_2\Leftrightarrow\Delta=m^2+16>0$.

☑ Theo định lý Vi – et ta có $x_1x_2=4\Rightarrow x_2=\frac{4}{x_1}$.

☑ Theo đề $S=\left(x_1^2-1\right)\left(x_2^2-9\right)=\left(x_1^2-1\right)\left(\frac{16}{x_1^2}-9\right)=25-\left(9x_1^2+\frac{16}{x_1^2}\right)\le 25-2\sqrt{9x_1^2.\frac{16}{x_1^2}}=1.$

☑ Vậy giá trị lớn nhất của S bằng 1.

Câu 301: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f\left(f(x)\right)}{2f(x)-1}=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?

A. 4 nghiệm. **B.** 9 nghiệm. **C.** 6 nghiệm. **D.** 5 nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1:

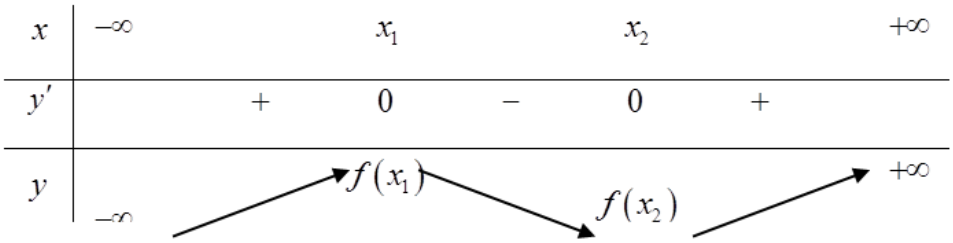
Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x+1$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\frac{3-\sqrt{6}}{3}\Rightarrow f(x_1)=\frac{9+8\sqrt{6}}{18}\\ x_2=\frac{3+\sqrt{6}}{3}\Rightarrow f(x_2)=\frac{9-8\sqrt{6}}{18}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét phương trình $\frac{f\left(f\left(x\right)\right)}{2f\left(x\right)-1}=1$.

Đặt $t=f\left(x\right)$. Khi đó phương trình trở thành

$\frac{f\left(t\right)}{2t-1}=1\Leftrightarrow f\left(t\right)=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2+t+\frac{3}{2}=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2-t+\frac{5}{2}=0\left(*\right)$.

Nhận xét: phương trình (*) có tối đa 3 nghiệm.

Xét hàm số $g\left(t\right)=t^3-3t^2-t+\frac{5}{2}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

+ Ta có $g\left(3\right).g\left(4\right)=\left(-\frac{1}{2}\right).\frac{29}{2}<0$ nên phương trình $\left(*\right)$ có một nghiệm $t=t_1\in\left(3;4\right)$.

Khi đó dựa vào bảng biến thiên ở trên thì phương trình $f\left(x\right)=t_1$ với $t_1>3>f\left(x_1\right)=\frac{9+8\sqrt{6}}{18}$ có một nghiệm.

+ Ta có $g\left(1\right).g\left(\frac{1}{2}\right)=\left(-\frac{1}{2}\right).\frac{11}{8}<0$ nên phương trình $\left(*\right)$ có một nghiệm $t=t_2\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Khi đó dựa vào bảng biến thiên ở trên thì phương trình $f\left(x\right)=t_2$ với $f\left(x_2\right)=\frac{9-8\sqrt{6}}{18}<\frac{1}{2}<t_2<1<f\left(x_1\right)=\frac{9+8\sqrt{6}}{18}$ có ba nghiệm phân biệt.

+ Ta có $g\left(-\frac{4}{5}\right).g\left(-1\right)=\frac{217}{250}.\left(-\frac{1}{2}\right)<0$ nên phương trình $\left(*\right)$ có một nghiệm $t=t_3\in\left(-1;-\frac{4}{5}\right)$.

Khi đó dựa vào bảng biến thiên ở trên thì phương trình $f\left(x\right)=t_3$ với $t_3<-\frac{4}{5}<f\left(x_2\right)=\frac{9-8\sqrt{6}}{18}$ có một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thực.

Cách 2:

Đặt $t=f\left(x\right)$. Khi đó phương trình trở thành

$\frac{f\left(t\right)}{2t-1}=1\Leftrightarrow f\left(t\right)=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2+t+\frac{3}{2}=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2-t+\frac{5}{2}=0\left(*\right)$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t_1\approx3,05979197\\t_2\approx0,8745059057\\t_3\approx-0,9342978758\end{array}\right.$.

+ Xét phương trình $x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}=t_1\approx3.05979197$. Bấm máy tính ta được 1 nghiệm.

+ Xét phương trình $x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}=t_2\approx0,8745059057$. Bấm máy tính ta được 3 nghiệm.

+ Xét phương trình $x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}=t_3\approx-0,9342978758$. Bấm máy tính ta được 1 nghiệm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thực.

Câu 302: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai**?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.

B. Hàm số có đúng 2 cực trị.

C. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng -1.

D. Hàm số đạt cực đại tại $x=0$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số không tồn tại giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

Câu 303: Cho (C_m) là đồ thị của hàm số $y=x^3+3mx+1$ (với $m\in(-\infty;0)$ là tham số thực). Gọi d là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của (C_m). Tìm số các giá trị của m để đường thẳng d cắt đường tròn tâm $I(-1;0)$ bán kính $R=3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho diện tích tam giác IAB đạt giá trị lớn nhất.

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=x^3+3mx+1\Rightarrow y'=3x^2+3m$.

Vì $m\in(-\infty;0)$ nên phương trình $y'=0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Do đó hàm số có hai điểm cực trị $\forall m\in(-\infty;0)$.

Giả sử hàm số có hai điểm cực trị lần lượt là $A(x_1;y_1)$ và $B(x_2;y_2)$, với x_1, x_2 là nghiệm của phương trình $y'=0$.

Thực hiện phép chia y cho y' ta được : $y=y'.\frac{1}{3}x+2mx+1$.

Khi đó ta có: $\begin{cases} y_1=y(x_1)=y'(x_1)\frac{1}{3}x_1+2mx_1+1=2mx_1+1 \\ y_2=y(x_2)=y'(x_2)\frac{1}{3}x_2+2mx_2+1=2mx_2+1 \end{cases}$.

Ta thấy, toạ độ hai điểm A và B thoả mãn phương trình $y=2mx+1$.

Do đó, phương trình đường thẳng qua hai điểm cực trị là $\Delta: y=2mx+1$.

Ta thấy $\Delta: y=2mx+1$ luôn qua $M(0;1)$.

Đặt $x=d(I,\Delta)$ $\left(0\le x\le\sqrt{2}=IM\right)$.

$S_{\Delta IAB}=x\sqrt{9-x^2}$.

Xét hàm số $f(x)=x\sqrt{9-x^2}$, $x\in\left[0;\sqrt{2}\right]$.

$f'(x)=\sqrt{9-x^2}-\dfrac{x^2}{\sqrt{9-x^2}}=\dfrac{9-2x^2}{\sqrt{9-x^2}}>0,\ \forall x\in\left[0;\sqrt{2}\right]$.

Suy ra hàm số f liên tục và đồng biến trên $\left[0;\sqrt{2}\right]$.

Do đó $\max\limits_{[0;\sqrt{2}]} f(x)=f\left(\sqrt{2}\right)$.

Vậy $S_{\Delta IAB}$ đạt giá trị lớn nhất $\Leftrightarrow x=\sqrt{2}\Leftrightarrow d(I;\Delta)=\sqrt{2}\Leftrightarrow\dfrac{|-2m+1|}{\sqrt{4m^2+1}}=\sqrt{2}\Leftrightarrow m=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 304: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	2	↘	$-\frac{1}{3}$	↗	1	↘	-1

Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1, nhỏ nhất bằng $-\dfrac{1}{3}$

B. Đồ thị hàm số không cắt trục hoành

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3

D. Hàm số có hai điểm cực trị

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số có hai điểm cực trị là $x=1$ và $x=3$.

Câu 305: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^2-4x+m=2\sqrt{5+4x-x^2}+5$ có nghiệm.

A. $0\le m\le 15$. **B.** $m\ge -1$. **C.** $m\ge 0$. **D.** $-1\le m\le 2\sqrt{3}$.

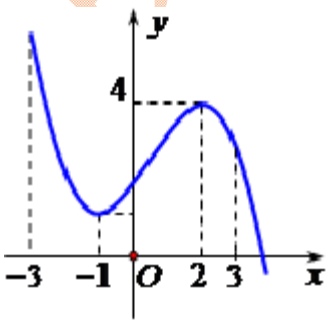
Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện: $5+4x-x^2\ge 0\Leftrightarrow x\in[-1;5]$, đặt $t=\sqrt{5+4x-x^2}=\sqrt{9-(x-2)^2}\Rightarrow t\in[0;3]$.

Khi đó phương trình trở thành $m=2t+t^2$. Tìm GTLN – GTNN của hàm $g(t)=t^2+2t, t\in[0;3]\Rightarrow 0\le g(t)\le 15$.

Câu 306: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3;3]$ và có đồ thị là đường cong ở hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng trên đoạn $[-3;3]$.



A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;3)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=4$.

C. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

D. Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đáp án A sai, vì: Hàm số $y=f(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x=-3$.

Đáp án B sai, vì: Hàm số $y=f(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

Đáp án C sai, vì: Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;2)$.

Đáp án D đúng, vì: Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a;+\infty),(-\infty;b)$ hoặc $(-\infty;+\infty)$). Đường thẳng $y=y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=y_0$, $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=y_0$

2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x=x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y=f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^+} f(x)=-\infty$, $\lim\limits_{x\to x_0^-} f(x)=+\infty$

Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ $(c\neq 0;\ ad-bc\neq 0)$ luôn có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}$ và tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$.

3. Dấu hiệu:

+) Hàm phân thức mà nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử có tiệm cận đứng.

+) Hàm phân thức mà bậc của tử ≤ bậc của mẫu có TCN.

+) Hàm căn thức dạng: $y=\sqrt{f(x)}-\sqrt{g(x)}, y=\sqrt{f(x)}-g(x), y=g(x)-\sqrt{f(x)}$ có TCN. (Dùng liên hợp)

+) Hàm $y=a^x,(0<a\neq 1)$ có TCN $y=0$

+) Hàm số $y=\log_a x,(0<a\neq 1)$ có TCĐ $x=0$

4. Cách tìm:

+) TCĐ: Tìm nghiệm của mẫu không là nghiệm của tử.

+) TCN: Tính 2 giới hạn: $\lim\limits_{x\to+\infty} y$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y$

5. Chú ý:

+) Nếu $x\to+\infty\Rightarrow x>0\Rightarrow\sqrt{x^2}=|x|=x$

+) Nếu $x\to-\infty\Rightarrow x<0\Rightarrow\sqrt{x^2}=|x|=-x$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: LÝ THUYẾT VỀ ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của (C).

B. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C).

C. Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (C).

D. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận ngang của (C).

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $y=\dfrac{x+1}{4^x}$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Câu 3: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-4x}{-2x+1}$ là:

A. $x-2=0$ **B.** $y+\dfrac{3}{2}=0$ **C.** $y-2=0$ **D.** $x+2=0$

Câu 4: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ bất kì có nhiều nhất hai đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{|x|}$ chỉ có đúng một đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=1$.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ không xác định tại x_0 thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=x_0$.

Câu 5: Trong các phát biểu sau đây, đâu là phát biểu **đúng**?

A. Các đường tiệm cận không bao giờ cắt đồ thị của nó.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì đồ thị của nó không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị của hàm số dạng phân thức luôn có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c\neq 0$, $ad-cb\neq 0$ luôn có hai đường tiệm cận.

Câu 6: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{\pi}{x^2-x+1}$. **C.** $y=e^x$. **D.** $y=\log_2(x^2+1)$

.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x=1$ và $x=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -1^-} f(x)=+\infty$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Câu 10: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Câu 11: Đường thẳng $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

A. $y=\dfrac{2-2x}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{2+x}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+2}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x+1}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai** ?

A. Hàm số không có điểm cực trị.

B. Đồ thị (C) nhận $I(-1;0)$ làm tâm đối xứng.

C. Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-2x+1}{2x+1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên khi và chỉ khi

A. $m=8$. **B.** $m=0$. **C.** $m\neq 4$. **D.** $m\neq 8$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\pm\infty$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên nửa khoảng $(-2;1)$ và có $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$. Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=3$ và $x=-3$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=3$ và $y=-3$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 2: NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

Câu 18: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+x-3}{4x^2+bx+1}$ có một đường tiệm cận ngang là $y=c$ và chỉ có một đường tiệm cận đứng. Tính $\dfrac{a}{bc}$ biết rằng a là số thực dương và $ab=4$?

A. $\dfrac{a}{bc}=4$. **B.** $\dfrac{a}{bc}=2$. **C.** $\dfrac{a}{bc}=1$. **D.** $\dfrac{a}{bc}=\dfrac{1}{4}$.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=x^4+x^2$. **B.** $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$.

C. $y=-x^3+3x^2+3x+1$. **D.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘ $+\infty$		↗	$+\infty$
					0		

Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

C. Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$. **D.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang.

A. $y=\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$. **C.** $y=\dfrac{1+2x^2}{x}$. **D.** $y=\dfrac{1+2x}{x}$.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên :

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
y	1	↘	-1	↘ 7		↗ $+\infty$		↗ -1	
					5		-4		

A. Đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

B. Đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm ngang của đồ thị hàm số đã cho.

C. Đường thẳng $x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

D. Đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

DẠNG 3: TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN (BIẾT BBT, ĐỒ THỊ)

Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

A. Đường thẳng $x=2$.
B. Đường thẳng $y=1$.
C. Đường thẳng $x=1$.
D. Đường thẳng $y=2$.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ (C) có các đường tiệm cận là

A. $y=1$ và $x=-1$.
B. $y=-1$ và $x=2$.
C. $y=2$ và $x=1$.
D. $y=1$ và $x=2$.

Câu 25: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}$.

A. $x=2$.
B. $x=\dfrac{2}{3}$ và $x=2$.
C. $x=-\dfrac{2}{3}$ và $x=-2$.
D. $x=-2$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=-3$; $x=3$.
B. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-3$; $y=3$.
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

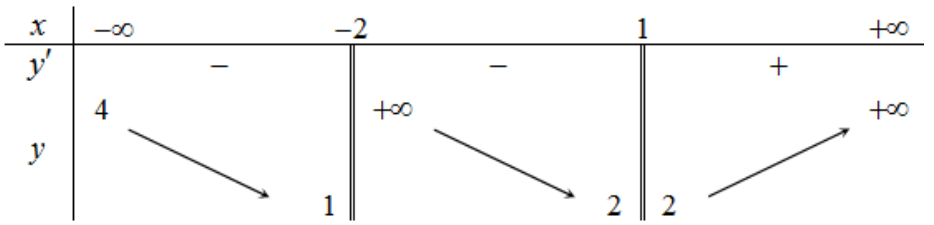
Câu 27: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x^2-4x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x=-1; x=-3$ và $y=0$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=0$.
C. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x=1; x=3$ và $y=0$.
D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x=1; x=3$ và không có tiệm cận ngang.

Câu 28: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang ?

A. 3.
B. 4.
C. 2.
D. 1.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:



Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là

A. $x=-2$.
B. $x=1$.
C. $x=-2$ và $x=1$.
D. không tồn tại tiệm cận đứng.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)=x^2-x-\ln x$. Biết trên đoạn $[1;\mathrm{e}]$ hàm số có GTNN là m, và có GTLN là M. Hỏi $M+m$ bằng:

A. $2\mathrm{e}^2-\mathrm{e}-1$.
B. $\mathrm{e}^2-\mathrm{e}$.
C. $\mathrm{e}^2-\mathrm{e}+1$.
D. $\mathrm{e}^2-\mathrm{e}-1$.

Câu 31: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. (C) có đúng 1 tiệm cận đứng.
B. (C) có đúng 1 tiệm cận ngang.
C. (C) có đúng 1 trục đối xứng.
D. (C) có đúng 1 tâm đối xứng.

DẠNG 4: TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN (BIẾT Y)

Câu 32: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng $x=2$ làm đường tiệm cận:

A. $y=x-2-\dfrac{2}{x}$. **B.** $y=2$. **C.** $y=\dfrac{2x}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x-2}$.

Câu 33: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-5x+6}$ là ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 34: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây ?

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=3$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=2$.

Câu 35: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(m^2+m\right)x-1}{x-2}$ có đường tiệm cận ngang qua điểm $A(-3;2)$ khi:

A. $m=1$ hoặc $m=-2$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=2$.
C. $m=-1$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=1$ hoặc $m=2$.

Câu 36: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

B. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và có một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

D. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Câu 38: Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$. Tìm tọa độ điểm I.

A. $(-1;2)$. **B.** $I(1;2)$. **C.** $I(2;-1)$. **D.** $I(2;1)$.

Câu 39: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{16-x^4}}$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 40: Trong bốn hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$, $y=3^x$, $y=\log_3 x$, $y=\sqrt{x^2+x+1}-x$. Có mấy hàm số mà đồ thị của nó có đường tiệm cận.

A. 2 **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 41: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x+1}$?

A. $y=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 42: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 43: Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $k(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$. **B.** $f(x)=3^x$. **C.** $g(x)=\log_3 x$. **D.** $h(x)=\dfrac{1}{1+x}$.

Câu 44: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x-1}$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x^2+1}$.

Câu 45: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

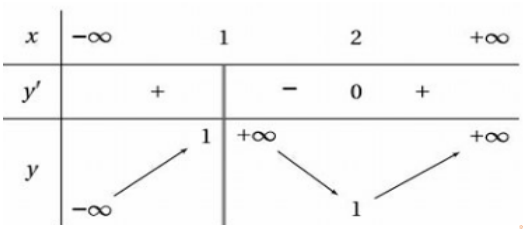
A. $y=x+\sqrt{1-x^2}$. **B.** $y=x^2+x+1$. **C.** $y=x+\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x}$.

Câu 46: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{-3x+2}$ là.

A. $y=-\dfrac{1}{3}$ **B.** $x=\dfrac{2}{3}$ **C.** $y=\dfrac{2}{3}$ **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ là bao nhiêu?



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{2}{x-2}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Câu 49: Cho ba hàm số: $y=\dfrac{3x}{2-x}\ (C_1), y=\dfrac{-x^2}{x+2}\ (C_2),\ y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\ (C_3)$.

Hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng.

A. Chỉ $(C_1),(C_2)$. **B.** Chỉ $(C_1),(C_3)$. **C.** Chỉ (C_2). **D.** Chỉ (C_1).

Câu 50: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x+3}$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 51: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 52: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là.

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-2$.

Câu 53: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{-x-2}{x-1}$ có phương trình là.

A. $x=-1;\ y=-1$. **B.** $x=1;\ y=-1$. **C.** $x=1;\ y=1$. **D.** $x=-1;\ y=1$.

Câu 54: Đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là.

A. $x=-3; y=1$. **B.** $x=-1; y=3$. **C.** $x=1; y=1$. **D.** $x=1; y=-3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 55: Khẳng định nào sau đây là đúng? Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có.

A. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCĐ : $y=2$.

B. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCĐ : $x=-3$

.

C. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCN : $y=-6$.

D. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCN : $y=-3$

.

Câu 56: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là

A. $x=2$ **B.** $x=1$ **C.** $y=1$ **D.** $y=2$

Câu 57: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{-x+2}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x=2; y=2$. **B.** $x=-2; y=-2$. **C.** $x=2; y=-2$. **D.** $x=-2; y=2$.

Câu 58: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 59: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tiệm cận ngang là

A. $y=1$. **B.** $x=1$ và $x=-1$.

C. $y=1$ và $y=-1$. **D.** $x=1$.

Câu 60: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số có **đúng** một đường tiệm cận ngang là $y=1$, hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x=2$, $x=-2$.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

Câu 61: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$, chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=0$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số chỉ có tiệm cận đứng $x=1$.

D. Đồ thị hàm số chỉ có tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 62: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{3x+9}$ có đường tiệm cận đứng là $x=a$ và đường tiệm cận ngang là $y=b$. Giá trị của số nguyên m nhỏ nhất thỏa mãn $m\ge a+b$ là

A. 0. **B.** −3. **C.** −1. **D.** −2.

Câu 63: **Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?**

A. $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+1}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 64: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$.

A. $y=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Câu 65: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 66: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Câu 67: Đường thẳng nào sau đây la tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

A. $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 68: Trong các hàm số sau, hàm số nào không có tiệm cận ?

A. $y=2^{x+2017}$. **B.** $y=\sin(x+2017)$.

C. $y=\log_2(x+2017)$. **D.** $y=\dfrac{x+2^{2017}}{x-\log_2 2017}$.

Câu 69: Tìm tất cả các đường tiệm cận ngang của đồ thị $(H): y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1}$.

A. $y=1$ và $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=0$ và $y=2$. **D.** $y=1$ và $y=2$.

Câu 70: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$ có tiệm cận đứng là:

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 71: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$.

A. 0. **B.** 3 **C.** 1. **D.** 2.

Câu 72: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$?

A. $x=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Câu 73: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$. **B.** $x=3$.

C. $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=-3$ và $x=-2$.

Câu 74: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 75: Đồ thị hàm số nào dưới đây **không có** tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$.

C. $y=\dfrac{\sqrt{16x^2+1}}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2017x-2018}{2018x-2019}$.

Câu 76: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ lần lượt là:

A. $x=1;\ y=2$. **B.** $x=2;\ y=1$. **C.** $x=2;\ y=-1$. **D.** $x=-2;\ y=1$.

Câu 77: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$?

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Câu 78: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x+1}$?

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{3}{2}$.

Câu 79: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x+1}$ có đồ thị là (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (C) có tiệm cận đứng là $x=1$. **B.** (C) chỉ có một tiệm cận.

C. (C) có tiệm cận ngang là $y=3$. **D.** (C) có tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 80: Cho hàm số $y=\dfrac{2}{1-x}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào đưới đây là *đúng*?

A. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$.

B. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

C. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

D. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

Câu 81: Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{1-x}$.

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-1$.

Câu 82: Cho hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$. Khẳng định nào sau đây khẳng định *đúng*?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=\dfrac{3}{2}$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{3}{2}$

.

Câu 83: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$ và tiệm cận đứng là $x=-1$..

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$ và không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$ và không có tiệm cận ngang.

Câu 84: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^3}{x^2+2}$. **C.** $y=\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$.

Câu 85: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm phía trên trục hoành.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y=0$.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 86: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 87: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x=2$, $x=-2$.

C. Đồ thị hàm số có **đúng** một đường tiệm cận ngang là $y=1$, hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

Câu 88: Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là:

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-1$.

Câu 89: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

Câu 90: **- 2017]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}$ có tiệm cận đứng là.

A. $x=2$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Câu 91: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 92: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Câu 93: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là:

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2$.

Câu 94: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+2x}$ là

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 95: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+1}{x-1}$.

Câu 96: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-x^2}-3x^2-2x+3}{x^2-4x+3}$.

A. $x=3$. **B.** Không có. **C.** $x=1$. **D.** $x=1$ và $x=3$.

Câu 97: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1-\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3}$.

A. $x=3$. **B.** $x=1$ và $x=-3$.

C. $x=-3$. **D.** $x=-1$ và $x=3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 98: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 99: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$?

A. $x=1$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Câu 100: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ là:

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Câu 101: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ là :

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 102: Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là:

A. 1. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 9. **D.** 5.

Câu 103: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có phương trình là:

A. $x=2;\ y=1$. **B.** $x=1;\ y=1$. **C.** $x=1;\ y=-2$. **D.** $x=-2;\ y=1$.

Câu 104: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{-3x+2}$ là?

A. $x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=\dfrac{2}{3}$.

Câu 105: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $ad-bc\neq 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị hàm số luôn có tâm đối xứng.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận.
D. Hàm số luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định.

Câu 106: Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}$.

Câu 107: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}$ có tiệm cận đứng là.

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\pm 2$.

Câu 108: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 109: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là

A. $I(1;3)$. **B.** $I(-1;1)$. **C.** $I(3;1)$. **D.** $I(-1;3)$.

Câu 110: Tìm tất cả các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{x}$

A. $y=-1$ và $y=1$. **B.** $y=-1$.
C. $x=-1$ và $x=1$. **D.** $y=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 111: Cho hàm số $y=\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là *đúng*?

A. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

B. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và có một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

D. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Câu 112: Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang

A. $y=\dfrac{x+2}{x^2-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ **C.** $y=x+\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$

Câu 113: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x^2-x-6}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=-3$ và $x=2$.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=3$ và $x=-2$.

C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=1$.

D. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

Câu 114: Tìm phương trình tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

A. $x=-1$ **B.** $y=1$ **C.** $y=-1$ **D.** $x=1$

Câu 115: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-4}{3-2x-5x^2}$.

A. $x=-1\vee x=\dfrac{3}{5}$. **B.** $x=1\vee x=\dfrac{3}{5}$. **C.** $x=\dfrac{3}{5}$. **D.** $x=-1$.

Câu 116: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=2;y=1$ **B.** $x=2;y=\dfrac{1}{2}$ **C.** $x=2;y=-1$ **D.** $x=1;y=2$

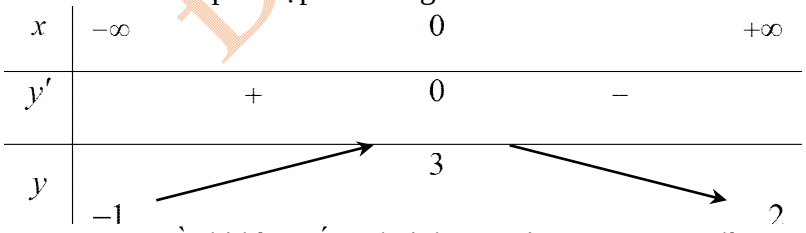
Câu 117: Đồ thị nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\sqrt{2x^2+3}$. **B.** $y=x^3-x-1$. **C.** $y=\dfrac{x^3+1}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{3x^2+2x-1}{4x^2+5}$

.

DẠNG 5: ĐẾM SỐ TIỆM CẬN (BIẾT BBT, ĐỒ THỊ)

Câu 118: hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?



A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1;y=2$.

B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$..

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 119: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là.

A. $x=1$ và $y=-2$. **B.** $x=-1$ và $y=2$.

C. $x=1$ và $y=2$. **D.** $x=-1$ và $y=-2$.

Câu 120: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-2	↗	-1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	0

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 121: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biên thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↗	2	↘	$-\infty$

Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

B. $\text{Min}f(x)=-2;\ \text{Max}f(x)=2$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Câu 122: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	0	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 123: Đồ thị hàm số sau có bao nhiêu đường tiệm cận: $y=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 124: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	-2

.

A. 2 . **B.** 1. **C.** 4 . **D.** 3 .

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TIỆM CẬN

DẠNG 1: LÝ THUYẾT VỀ ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 1: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong (C) và các giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^+} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to 2^-} f(x)=1$; $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=2$; $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=2$. Hỏi mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của (C).

B. Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C).

C. Đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của (C).

D. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận ngang của (C).

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=2\\ \lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=2\end{cases}\Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của (C).

Câu 2: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là ***đúng***?

A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=1$ và $y=\dfrac{x+1}{4^x}$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$.

$\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=-1$ nên đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-1$.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

Câu 3: Phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3-4x}{-2x+1}$ là:

A. $x-2=0$ **B.** $y+\dfrac{3}{2}=0$ **C.** $y-2=0$ **D.** $x+2=0$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$$\lim_{x\to +\infty}\frac{3-4x}{-2x+1}=\lim_{x\to +\infty}\frac{\frac{3}{x}-4}{-2+\frac{1}{x}}=2.$$

Câu 4: Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ bất kì có nhiều nhất hai đường tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{|x|}$ chỉ có đúng một đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to -\infty} f(x)=1$.

D. Nếu hàm số $y=f(x)$ không xác định tại x_0 thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=x_0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang $y=1$ khi và chỉ khi $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ sai vì chỉ cần 1 trong hai giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1; \lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=1$ tồn tại đã suy được đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=1$.

Nếu hàm số $y=f(x)$ không xác định tại x_0 thì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận đứng $x=x_0$ sai ví dụ hàm $y=\sqrt{x^3-1}$ không xác định tại -2, nhưng $\lim\limits_{x\to-2^+} y, \lim\limits_{x\to-2^-} y$ không tồn tại nên $x=2$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{|x|}$ có 2 đường tiệm cận ngang là $y=\pm1$ nên sai.

Câu 5: Trong các phát biểu sau đây, đâu là phát biểu **đúng**?

A. Các đường tiệm cận không bao giờ cắt đồ thị của nó.

B. Nếu hàm số $y=f(x)$ có tập xác định là $\mathbb{R}$ thì đồ thị của nó không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị của hàm số dạng phân thức luôn có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c\neq0,\ ad-cb\neq0$ luôn có hai đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì điều kiện $ad-bc\neq0\Rightarrow\dfrac{a}{c}\neq\dfrac{b}{d}$ nên hàm không suy biến nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với $c\neq0,\ ad-cb\neq0$ luôn có hai đường tiệm cận.

Câu 6: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Trong 4 đáp án trên chỉ có đáp án $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$ thoả $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-2}{x+2}=2$.

Câu 7: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{2x}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{\pi}{x^2-x+1}$. **C.** $y=e^x$. **D.** $y=\log_2(x^2+1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là $x=1$ và $x=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-1$ suy ra đồ thị hàm số đã cho có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

Câu 9: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)=+\infty$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=1$ và $x=-1$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Câu 10: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$?

A. $y=-1$. **B.** $x=-1$. **C.** $y=2$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to-1^+} y=\lim\limits_{x\to-1^+}\dfrac{2x+1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=\lim\limits_{x\to-1^-}\dfrac{2x+1}{x+1}=+\infty$ suy ra đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$.

Câu 11: Đường thẳng $y=-2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

A. $y=\dfrac{2-2x}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{2x+3}{2+x}$. **C.** $y=\dfrac{-2x+2}{1-x}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{2-2x}{x+2}=-2$ nên $y=-2$ là TCN của hàm số $y=\dfrac{2-2x}{x+2}$ nên ta có đáp án**B.**

Câu 12: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x+1}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào sau đây là mệnh đề **sai** ?

A. Hàm số không có điểm cực trị.

B. Đồ thị (C) nhận $I(-1;0)$ làm tâm đối xứng.

C. Đồ thị (C) không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng xác định.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số đã cho có $y'=-\dfrac{3}{(x+1)^2}<0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ nên hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định và không có cực trị $\Rightarrow$ A và D đúng.

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$; $\lim\limits_{x\to-1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang và đứng lần lượt là $y=0$; $x=-1$ $\Rightarrow$ C đúng, B sai.

Câu 13: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-2x+1}{2x+1}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên khi và chỉ khi

A. $m=8$. **B.** $m=0$. **C.** $m\neq4$. **D.** $m\neq8$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $g(x)=mx^2-2x+1$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng và tiệm cận xiên $\Leftrightarrow g\left(-\frac{1}{2}\right)\neq 0\Leftrightarrow m\neq -8$.

Câu 14: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=2$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)=+\infty$ nên đồ thi hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 15: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\pm\infty$. Chọn mệnh đề đúng?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận đứng.

B. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $y=2$ và $y=-2$.

D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận đứng là các đường thẳng $x=2$ và $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ $\lim\limits_{x\to -2} f(x)=\pm\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2} f(x)=\pm\infty$.

Ta có: Hàm số $f(x)$ có tiệm cận đứng tại $x=2$ và $x=-2$.

Câu 16: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên nửa khoảng $(-2;1)$ và có $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=2$, $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=-\infty$.

Khẳng định nào dưới đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đúng một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$ và một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số $y=f(x)$ có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$ nếu $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x)=-\infty$.

Câu 17: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-3$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=3$ và $x=-3$.

C. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=3$ và $y=-3$.

D. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn C

☑ Áp dụng định nghĩa về đường tiệm cận ngang.

DẠNG 2: NHẬN DẠNG BBT, NHẬN DẠNG HÀM SỐ

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 18: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+x-3}{4x^2+bx+1}$ có một đường tiệm cận ngang là $y=c$ và chỉ có một đường tiệm cận đứng. Tính $\dfrac{a}{bc}$ biết rằng a là số thực dương và $ab=4$?

A. $\dfrac{a}{bc}=4$. **B.** $\dfrac{a}{bc}=2$. **C.** $\dfrac{a}{bc}=1$. **D.** $\dfrac{a}{bc}=\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Do đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax^2+x-3}{4x^2+bx+1}$ có một đường tiệm cận ngang là $y=c$ nên $c=\dfrac{a}{4}\Rightarrow\dfrac{a}{bc}=\dfrac{4}{b}$ và chỉ có một đường tiệm cận đứng nên:

Th1: $4x^2+bx+1=0$ có nghiệm kép $\Rightarrow b=\pm4\Rightarrow b=4(a>0,ab=4)$ thay vào hàm số thõa mãn nên $\dfrac{a}{bc}=1$.

Th2: $4x^2+bx+1=0$ và $ax^2+x-3=0$ có nghiệm chung. Thay $\dfrac{a}{bc}$ lần lượt bằng $\dfrac{1}{4};2;4$ ta thấy không thõa mãn.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=x^4+x^2$. **B.** $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$.

C. $y=-x^3+3x^2+3x+1$. **D.** $y=\dfrac{x^2+x+1}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=3$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=3$.

Câu 20: Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	2	↘	$+\infty$	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là ***sai***?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. **B.** Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

C. Hàm số không có đạo hàm tại $x=-1$. **D.** Hàm số đã cho đạt cực tiểu tại $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=+\infty$ nên hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$.

Câu 21: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang.

A. $y=\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{x}}$. **B.** $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$. **C.** $y=\dfrac{1+2x^2}{x}$. **D.** $y=\dfrac{1+2x}{x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2x^2}{x}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+2x^2}{x}=-\infty \Rightarrow y=\dfrac{1+2x^2}{x}$ không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2x}{x}=2$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1+2x}{x}=2 \Rightarrow y=\dfrac{1+2x}{x}$ có tiệm cận ngang là $y=2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{x}}=+\infty \Rightarrow y=\dfrac{1+2x^2}{\sqrt{x}}$ không có tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x}$ không tồn tại.

Câu 22: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{1;3\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên :

Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

x	$-\infty$		1		2		3		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$		$+$	
y	1	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	7	↗	$-\infty$ | -4	↗	-1

A. Đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
B. Đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm ngang của đồ thị hàm số đã cho.
C. Đường thẳng $x=3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.
D. Đường thẳng $y=1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có :

$\lim\limits_{x\to-\infty}y=1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=-1$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

$\lim\limits_{x\to3^-}y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

DẠNG 3: TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN (BIẾT BBT, ĐỒ THỊ)

Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là:

A. Đường thẳng $x=2$. **B.** Đường thẳng $y=1$.
C. Đường thẳng $x=1$. **D.** Đường thẳng $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$.

Vậy $x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 24: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ (C) có các đường tiệm cận là

A. $y=1$ và $x=-1$. **B.** $y=-1$ và $x=2$.

C. $y=2$ và $x=1$. **D.** $y=1$ và $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\backslash\{2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-} y=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x-2}=-\infty$ nên $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Mặt khác $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x-2}=1$ nên $y=1$là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 25: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}$.

A. $x=2$. **B.** $x=\dfrac{2}{3}$ và $x=2$.

C. $x=-\dfrac{2}{3}$ và $x=-2$. **D.** $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}$. TXĐ: $D=\mathbb{R}\backslash\left\{\dfrac{2}{3};2\right\}$.

$\square$ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{3x-2}{(x-2)(3x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{1}{(x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}=\infty\Rightarrow$ $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\square$ $\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{2x-\sqrt{4x^2-3x+2}}{3x^2-8x+4}=\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{3x-2}{(x-2)(3x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}$

$=\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{1}{(x-2)\left(2x+\sqrt{4x^2-3x+2}\right)}=-\dfrac{32}{9}\Rightarrow$ $x=\dfrac{2}{3}$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 26: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $x=-3$; $x=3$.

B. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-3$; $y=3$.

D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=3$ nên đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang là $y=3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 27: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-6}{x^2-4x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x=-1;x=-3$ và $y=0$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=0$.

C. Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận là các đường thẳng $x=1;x=3$ và $y=0$.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng $x=1;x=3$ và không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=\dfrac{2x-6}{x^2-4x+3}=\dfrac{2(x-3)}{(x-3)(x-1)}=\dfrac{2}{x-1}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

$\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Theo em nên trình bày như sau

Điều kiện: $\begin{cases}x\neq1\\x\neq3\end{cases}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to1^+}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}y=-\infty$ suy ra đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to3^+}y=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{2x-6}{x^2-4x+3}=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{2}{x-1}=1$ nên đường thẳng $x=3$ không là đường tiệm cận đứng.

Câu 28: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang ?

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+7}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x^2\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{x^2\left(1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}}=0$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+7}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x^2\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{x^2\left(1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{1-\dfrac{5}{x}+\dfrac{6}{x^2}}=0$.

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Xét $x^2-5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$.

$\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{(x-2)(x+2)}}{(x-2)(x-3)}=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{x-2}(x-3)}=-\infty$.

$\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ không tồn tại.

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=2$.

$\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{(x-2)(x-3)}=+\infty$.

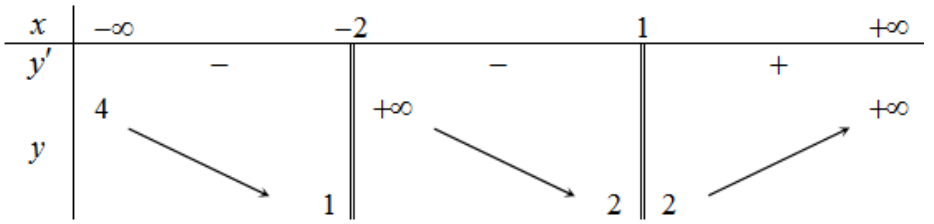
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}=\lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{(x-2)(x-3)}=-\infty$.

Nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Câu 29: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên:



Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình là

A. $x=-2$. **B.** $x=1$.

C. $x=-2$ và $x=1$. **D.** không tồn tại tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì $\lim\limits_{x\to(-2)^+}y=+\infty$ nên $x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 30: Cho hàm số $f(x)=x^2-x-\ln x$. Biết trên đoạn $[1;e]$ hàm số có GTNN là m, và có GTLN là M. Hỏi $M+m$ bằng:

A. $2e^2-e-1$. **B.** e^2-e. **C.** e^2-e+1. **D.** e^2-e-1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $f(x)=x^2-x-\ln x$ có $f'(x)=2x-1-\dfrac{1}{x}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\in[1;e]\\ x=\dfrac{-1}{2}\notin[1;e]\end{array}\right.$; $f(1)=0$,

$f(e)=e^2-e-1$, suy ra $M=e^2-e-1$, $m=0$ và $M+m=e^2-e-1$.

Câu 31: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x-3}$. Trong các mệnh đề sau, tìm mệnh đề sai.

A. (C) có đúng 1 tiệm cận đứng. **B.** (C) có đúng 1 tiệm cận ngang.

C. (C) có đúng 1 trục đối xứng. **D.** (C) có đúng 1 tâm đối xứng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

↳ $\lim\limits_{x\to 3^-}y=-\infty\Rightarrow x=3$ là tiệm cận đứng của (C).

↳ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang của (C).

Khi đó đồ thị (C) nhận điểm $I(3;2)$ làm tâm đối xứng.

Do đó B sai.

DẠNG 4: TÌM ĐƯỜNG TIỆM CẬN (BIẾT Y)

Câu 32: Đồ thị hàm số nào sau đây nhận đường thẳng $x=2$ làm đường tiệm cận:

A. $y=x-2-\dfrac{2}{x}$. **B.** $y=2$. **C.** $y=\dfrac{2x}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{2x}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Chỉ có đáp án C hàm số không xác định tại $x=2$ nên đáp án C đúng.

Câu 33: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-5x+6}$ là ?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện $\begin{cases}4-x^2\ge 0\\ x^2-5x+6\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-2\le x\le 2\\ x\ne 2,\ x\ne 3\end{cases}$

Ta có $x^2-5x+6=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\ x=3\end{array}\right.$

Tuy nhiên $x=3$ không thỏa mãn $4-x^2\ge 0$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-5x+6}=+\infty\Rightarrow(C)$ có một tiệm cận đứng $x=2$.

Lại có $\begin{cases}-2\le x\le 2\\ x\ne 2,\ x\ne 3\end{cases}$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y\Rightarrow(C)$ không có tiệm cận ngang.

Tóm lại (C) có 1 tiệm cận đứng duy nhất là $x=2$.

Câu 34: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng nào sau đây ?

A. $x=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=3$. **C.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm phân thức $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-3}$ có tiệm cận đứng là $x=3$.

Câu 35: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(m^2+m\right)x-1}{x-2}$ có đường tiệm cận ngang qua điểm $A(-3;2)$ khi:

A. $m=1$ hoặc $m=-2$. **B.** $m=-1$ hoặc $m=2$.
C. $m=-1$ hoặc $m=-2$. **D.** $m=1$ hoặc $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường tiệm cận ngang: $y=m^2+m$..

Đường tiệm cận ngang đi qua $A(-3;2)$ nên $m=1\vee m=-2$..

Câu 36: Đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số nào dưới đây?

A. $y=\dfrac{2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{1+x}{1-2x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 37: Cho hàm số $y=\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là đúng ?

A. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

B. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và có một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

D. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}-\dfrac{2}{x}\right)}{x^2\left(1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}-\dfrac{2}{x}\right)}{x^2\left(1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)}=-1$$

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to-1^+}\frac{x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+2x+1\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}\lim_{x\to-1^+}\frac{x(x-1)}{(x+1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-1^-}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to-1^-}\frac{x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+2x+1\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}\lim_{x\to-1^-}\frac{x(x-1)}{(x+1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}=-\infty$$

Vậy đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

Câu 38: Gọi I là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$. Tìm tọa độ điểm I.

A. $(-1;\,2)$. **B.** $I(1;\,2)$. **C.** $I(2;-1)$. **D.** $I(2;\,1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng: $x=2$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang: $y=-1$.

$\Rightarrow I(2;-1)$.

Câu 39: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{16-x^4}}$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện: $16-x^4>0\Leftrightarrow -2<x<2$.

Tập xác định $D=(-2;2)$.

Từ tập xác định D suy ra đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{(2-x)(2+x)(4+x^2)}}=\dfrac{\sqrt{x+2}}{\sqrt{(2-x)(4+x^2)}}\to+\infty$ khi $x\to 2^-$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=2$.

Vậy tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang là 1.

Câu 40: Trong bốn hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$, $y=3^x$, $y=\log_3 x$, $y=\sqrt{x^2+x+1}-x$. Có mấy hàm số mà đồ thị của nó có đường tiệm cận.

A. 2 **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Ta có ba hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ đồ thị có tiệm cận đứng $x=2$, tiệm cận ngang $y=1$.

$y=3^x$ đồ thị có tiệm cận ngang $y=0$.

$y=\log_3 x$ đồ thị có tiệm cận đứng $x=0$.

Kiểm tra hàm số thứ tư $y=\sqrt{x^2+x+1}-x$ có tập xác định là $D=\mathbb{R}$.

☑ $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+x+1}-x\right)$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+x+1}+x}=\dfrac{1}{2}$.

Suy ra đồ thị hàm số có có đường tiệm cận ngang bên phải $y=\dfrac{1}{2}$.

Câu 41: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x+1}$?

A. $y=\dfrac{3}{2}$. **B.** $x=\dfrac{3}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $x=-\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-1}{2x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3-\frac{1}{x}}{2+\frac{1}{x}}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 42: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-4}$ có bao nhiêu tiệm cận.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=\dfrac{x-2}{x^2-4}=\dfrac{1}{x+2}$. Do đó đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x+2}$ có 2 đường tiệm cận là $x=-2$ và $y=0$.

Câu 43: Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận ngang?

A. $k(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{2x+3}$. **B.** $f(x)=3^x$. **C.** $g(x)=\log_3 x$. **D.** $h(x)=\dfrac{1}{1+x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $g(x)=\log_3 x$ có tập xác định là $D=(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ nên đồ thị không có tiệm cận ngang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 44: Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=x^4-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x-1}$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{2x^2+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số đa thức không có tiệm cận nên loại các đáp án **A.** và **C.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ không có tiệm cận ngang vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$. Loại đáp án **D.**

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x^2+1}$ có tiệm cận ngang là $y=0$ vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$. Chọn đáp án **B.**

Câu 45: Đồ thị của hàm số nào sau đây có tiệm cận ngang?

A. $y=x+\sqrt{1-x^2}$. **B.** $y=x^2+x+1$. **C.** $y=x+\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-x+1}{x}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $y=x+\sqrt{x^2+1}$ ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-1}{x-\sqrt{x^2+1}}=0$.

Đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=0$ làm tiệm cận ngang bên trái.

Câu 46: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{-3x+2}$ là.

A. $y=-\dfrac{1}{3}$ **B.** $x=\dfrac{2}{3}$ **C.** $y=\dfrac{2}{3}$ **D.** $x=-\dfrac{1}{3}$

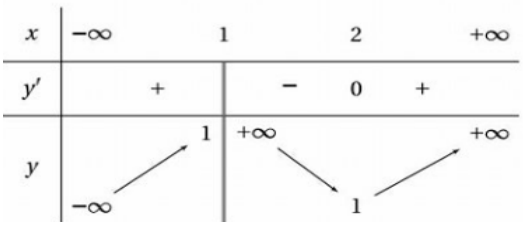
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có : $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{-3x+2}=-\dfrac{1}{3}$. Vậy $y=-\dfrac{1}{3}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 47: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ dưới.

Hỏi số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ là bao nhiêu?



A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét $e^{f^2(x)}-2=0 \Leftrightarrow f^2(x)=\ln 2 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=\sqrt{\ln 2} \\ f(x)=-\sqrt{\ln 2}\end{array}\right.$.

Dựa vào bbt ta thấy:

Đường thẳng $y=\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Đường thẳng $y=-\sqrt{\ln 2}$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại 1 điểm.

Nên phương trình $e^{f^2(x)}-2=0$ có 2 nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{e^{f^2(x)}-2}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{2}{x-2}$. Tìm đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

A. $y=2$. **B.** $y=0$. **C.** $y=-1$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{x-2}=0$ Suy ra: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là $y=0$.

Câu 49: Cho ba hàm số: $y=\dfrac{3x}{2-x}\ (C_1), y=\dfrac{-x^2}{x+2}\ (C_2),\ y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}\ (C_3)$.

Hàm số nào có đồ thị nhận đường thẳng $x=2$ làm tiệm cận đứng.

A. Chỉ $(C_1),(C_2)$. **B.** Chỉ $(C_1),(C_3)$. **C.** Chỉ (C_2). **D.** Chỉ (C_1).

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y=\dfrac{3}{2-x}(C_1)$ có tiệm cận đứng $x=2$; $y=\dfrac{x^2}{x+2}(C_2)$ có tiệm cận đứng $x=-2$ và $y=\dfrac{x-2}{x^2-3x+2}=\dfrac{x-2}{(x-1)(x-2)}(C_3)$ nên có một tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 50: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x+3}$ là:

A. 1. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x+2\ge 0\\ x+3\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge -2$.

Vì $\lim\limits_{x\to-3} f(x)$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+2}}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}{x\left(1+\dfrac{3}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}{1+\dfrac{3}{x}}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ không tồn tại.

Câu 51: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định: $D=[-1;+\infty)\setminus\{0;2\}$.

• $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{5}{x}+\dfrac{1}{x^2}-\sqrt{\dfrac{1}{x^3}+\dfrac{1}{x^4}}}{x^2-2x}=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x} = +\infty$ và $\lim\limits_{x\to 2^-} y = \lim\limits_{x\to 2^-} \dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x} = -\infty \Rightarrow x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to 0} y = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{5x+1-\sqrt{x+1}}{x^2-2x} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{(5x+1)^2-x-1}{(x^2-2x)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{25x^2+9x}{(x^2-2x)(5x+1+\sqrt{x+1})}$

$= \lim\limits_{x\to 0} \dfrac{25x+9}{(x-2)(5x+1+\sqrt{x+1})} = \dfrac{-9}{4} \Rightarrow x=0$ **không** là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tất cả 2 đường tiệm cận.

Câu 52: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là.

A. $x=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=2$. **D.** $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} \dfrac{x^2+x-2}{x-2} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to 2-} \dfrac{x^2+x-2}{x-2} = -\infty$

Suy ra hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 53: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \dfrac{-x-2}{x-1}$ có phương trình là.

A. $x=-1;\ y=-1$. **B.** $x=1;\ y=-1$. **C.** $x=1;\ y=1$. **D.** $x=-1;\ y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{-x-2}{x-1} = -\infty$, $\lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{-x-2}{x-1} = +\infty$ nên tiệm cận đứng có phương trình $x=1$.

và $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{-x-2}{x-1} = -1$, $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{-x-2}{x-1} = -1$ nên tiệm cận ngang của đồ thị có phương trình $y=-1$.

Câu 54: Đồ thị hàm số: $y = \dfrac{x+3}{x-1}$ có tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là.

A. $x=-3; y=1$. **B.** $x=-1; y=3$. **C.** $x=1; y=1$. **D.** $x=1; y=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to +\infty} y = \lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x+3}{x-1} = 1 \Rightarrow y=1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to +1} y = \lim\limits_{x\to +1} \dfrac{x+3}{x-1} = +\infty \Rightarrow x=1$ là tiệm cận đứng.

Câu 55: Khẳng định nào sau đây là đúng? Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có.

A. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCĐ : $y=2$. **B.** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCĐ : $x=-3$.

C. Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCN : $y=-6$. **D.** Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-\dfrac{1}{3}x}$ có TCN : $y=-3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ : $D=\mathbb{R}\setminus\{3\}$.

$\lim\limits_{x\to3^+} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to3^-} y=+\infty$. Suy ra TCĐ : $x=3$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=-3$. Suy ra TCN : $y=-3$.

Câu 56: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ là

A. $x=2$ **B.** $x=1$ **C.** $y=1$ **D.** $y=2$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{x+1}{x-2}=-\infty$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 57: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{-x+2}$ có tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là:

A. $x=2;y=2$. **B.** $x=-2;y=-2$. **C.** $x=2;y=-2$. **D.** $x=-2;y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty} y=-2$; $\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to2^-} y=-\infty$.

Câu 58: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có:

• $\lim\limits_{x\to4^+} y=\lim\limits_{x\to4^+}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{5}{8}$; $\lim\limits_{x\to4^-} y=\lim\limits_{x\to4^-}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=\dfrac{5}{8}$.

Suy ra $x=4$ không là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

• $\lim\limits_{x\to-4^+} y=\lim\limits_{x\to-4^+}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-4^-} y=\lim\limits_{x\to-4^-}\dfrac{x^2-3x-4}{x^2-16}=+\infty$.

Suy ra $x=-4$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng.

Câu 59: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tiệm cận ngang là

A. $y=1$. **B.** $x=1$ và $x=-1$.

C. $y=1$ và $y=-1$. **D.** $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)}}=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}x=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{\left(1-\dfrac{1}{x^2}\right)}}=-1.$

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

Câu 60: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số có **đúng** một đường tiệm cận ngang là $y=1$, hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x=2$, $x=-2$.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus[-2;2]$.

$\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-2^-} y=-\infty$. $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{x\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=-1\Rightarrow$ Đồ thị có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$, $y=-1$.

Câu 61: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x-1}}$, chọn phát biểu đúng trong các phát biểu sau.

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$ và tiệm cận ngang $y=0$.

B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

C. Đồ thị hàm số chỉ có tiệm cận đứng $x=1$.

D. Đồ thị hàm số chỉ có tiệm cận ngang $y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

◎Tập xác định của hàm số là $D=(1;+\infty)$.

◎Do $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=0$.

◎Do $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 62: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{3x+9}$ có đường tiệm cận đứng là $x=a$ và đường tiệm cận ngang là $y=b$. Giá trị của số nguyên m nhỏ nhất thỏa mãn $m\ge a+b$ là

A. 0. **B.** −3. **C.** −1. **D.** −2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có đường tiệm cận đứng là $x=-3$ và đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{1}{3}$

Nên $a=-3, b=\dfrac{1}{3}$

Do đó $m \ge a+b \Leftrightarrow m \ge -\dfrac{8}{3} \Rightarrow m=-2$

Câu 63: **Đồ thị hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?**

A. $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2}{x^2+1}$. **C.** $y=\sqrt{x^2-1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x^2+3x+2}{x-1}=+\infty \Rightarrow$ đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng.

Câu 64: Tìm phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$.

A. $y=1$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$..

$\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$ nên $x=-2$ là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$.

Câu 65: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ là:

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}$ có TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=\dfrac{1}{4}$ và $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{(x-1)(x-2)}{(x-2)(x+2)}=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}=+\infty$.

Vậy đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận đứng là $x=-2$.

Câu 66: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}$ là

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}}{2-\dfrac{1}{x}}=\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{2x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}}{2-\dfrac{1}{x}}=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=-\dfrac{1}{2}$.

Vậy số đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là 3.

Câu 67: Đường thẳng nào sau đây la tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$

A. $y=2$. **B.** $y=-2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 68: Trong các hàm số sau, hàm số nào không có tiệm cận ?

A. $y=2^{x+2017}$. **B.** $y=\sin(x+2017)$.

C. $y=\log_2(x+2017)$. **D.** $y=\dfrac{x+2^{2017}}{x-\log_2 2017}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2^{2017}}{x-\log_2 2017}$.có đường tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1$, đường tiệm cận đứng là đường thẳng $x=\log_2 2017$.

Đồ thị hàm số $y=2^{x+2017}$ nhận trục Ox làm tiệm cận ngang.

Đồ thị hàm số $y=\log_2(x+2017)$ nhận đường thẳng $x=-2017$ làm tiệm cận đứng.

Đồ thị hàm số $y=\sin(x+2017)$không có tiệm cận.

Câu 69: Tìm tất cả các đường tiệm cận ngang của đồ thị $(H): y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1}$.

A. $y=1$ và $y=-1$. **B.** $y=1$. **C.** $y=0$ và $y=2$. **D.** $y=1$ và $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có.

$$\lim_{x\to+\infty} y=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x+x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x-1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{1+1\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x}}=2.$$

$\Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị khi $x\to+\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty} y=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+\sqrt{x^2+1}}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x+|x|\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x-x\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{x-1}=\lim_{x\to-\infty}\frac{1-1\sqrt{1+\frac{1}{x^2}}}{1-\frac{1}{x}}=0.$$

$\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị $x\to-\infty$.

Câu 70: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$ có tiệm cận đứng là:

A. $x=\dfrac{1}{2}$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2}\right\}$.

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}y=\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\dfrac{x+1}{1-2x}=-\infty$ (Vì $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}(x+1)=\dfrac{3}{2}>0$ và $x\to\left(\dfrac{1}{2}\right)^+\Rightarrow 1-2x<0$).

Và $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}y=\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{x+1}{1-2x}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-2x}$ có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{1}{2}$.

Câu 71: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-3x+2}$.

A. 0. **B.** 3 **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có tập xác định của hàm số $D=\mathbb{R}\setminus\{1,2\}$.

$y=\dfrac{(x-2)(x-3)}{(x-1)(x-2)}$ hay $y=\dfrac{x-3}{x-1}$.

$\lim\limits_{x\to1^+}y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-3}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to1^-}y=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-3}{x-1}=+\infty$ $\Rightarrow$Đồ thị có một đường tiệm cận đứng $x=1$.

Câu 72: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$?

A. $x=-1$. **B.** $y=-2$. **C.** $y=1$. **D.** $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-2x}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-2}{1+\frac{1}{x}}=-2$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-2x}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\frac{1}{x}-2}{1+\frac{1}{x}}=-2$.

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-2$.

Câu 73: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}$.

A. $x=-3$. **B.** $x=3$.
C. $x=3$ và $x=2$. **D.** $x=-3$ và $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2;3\}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\lim_{x\to 2^+}\frac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=\lim_{x\to 2^+}\frac{(2x-1)^2-\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2-5x+6\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{(2x-1)^2-\left(x^2+x+3\right)}{\left(x^2-5x+6\right)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}.$$

$$=\lim_{x\to 2^+}\frac{(3x+1)}{(x-3)\left(2x-1+\sqrt{x^2+x+3}\right)}=-\frac{7}{6}$$

Tương tự $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\dfrac{7}{6}$. Suy ra đường thẳng $x=2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

$\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to 3^-}\dfrac{2x-1-\sqrt{x^2+x+3}}{x^2-5x+6}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 74: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}1-x^2\ge 0\\ x^2+2x\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 1\\ x\ne 0\\ x\ne -2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\le x\le 1\\ x\ne 0\end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to(0)^+}y=\lim\limits_{x\to(0)^+}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=+\infty;\ \lim\limits_{x\to(0)^-}y=\lim\limits_{x\to(0)^-}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=-\infty$.

Suy ra đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 75: Đồ thị hàm số nào dưới đây **không có** tiệm cận ngang?

A. $y=\dfrac{2}{x}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$.

C. $y=\dfrac{\sqrt{16x^2+1}}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2017x-2018}{2018x-2019}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$ có TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(x+5+\dfrac{13}{x-2}\right)=\pm\infty$

$\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x-2}$ không có tiệm cận ngang.

Câu 76: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ lần lượt là:

A. $x=1;\ y=2$. **B.** $x=2;\ y=1$. **C.** $x=2;\ y=-1$. **D.** $x=-2;\ y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty$ nên $x=2$ là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Và: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+1}{x-2}=1$ nên $y=1$ là phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 77: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$?

A. $x=2$. **B.** $y=2$. **C.** $x=1$. **D.** $y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=2$.

$\Rightarrow$ đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang.

Câu 78: Đường thẳng nào dưới đây là tiệm cân ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1}{2x+1}$?

A. $x=\dfrac{3}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-1}{2x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3-\dfrac{1}{x}}{2+\dfrac{1}{x}}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 79: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x+1}$ có đồ thị là (C). Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. (C) có tiệm cận đứng là $x=1$. **B.** (C) chỉ có một tiệm cận.

C. (C) có tiệm cận ngang là $y=3$. **D.** (C) có tiệm cận ngang là $y=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y=\dfrac{3}{x+1}\Rightarrow\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 80: Cho hàm số $y=\dfrac{2}{1-x}$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào đưới đây là *đúng*?

A. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $x=1$.

B. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=0$.

C. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

D. (C) có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2}{1-x}=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{1-x}=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của (C)..

Câu 81: Tìm phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{1-x}$.

A. $x=1$. **B.** $y=-1$. **C.** $y=1$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{1-x}=-1;\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x+2}{1-x}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho.

Câu 82: Cho hàm số $y=\dfrac{3x+1}{2x-1}$. Khẳng định nào sau đây khẳng định *đúng*?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $y=\dfrac{3}{2}$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{2x-1}=\dfrac{3}{2}\Rightarrow y=\dfrac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 83: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x}}{x+1}$, khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$ và tiệm cận đứng là $x=-1$..

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$ và không có tiệm cận đứng.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$ và không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐK: $x\ge 0$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=0$ và không có tiệm cận đứng.

Câu 84: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng

A. $y=\dfrac{x+2}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x^3}{x^2+2}$. **C.** $y=\sqrt{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+2}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x+2}{x-1}=-\infty$ nên đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Câu 85: Cho hàm số $y=f(x)$ có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ nằm phía trên trục hoành.

B. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận đứng là đường thẳng $y=0$.

C. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ có một tiệm cận ngang là trục hoành.

D. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ một tiệm cận đứng là trục hoành.

Câu 86: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2} = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{1-\dfrac{4}{x}-\dfrac{5}{x^2}}{1-\dfrac{3}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=1$ suy ra đồ thị hàm số có đường thẳng $y=1$ tiệm cận ngang.

Ta có $y=\dfrac{x^2-4x-5}{x^2-3x+2}=\dfrac{(x+1)(x-5)}{(x-1)(x-2)}$.

suy ra $\lim\limits_{x\to1^-} y=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to2^+} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có hai đường thẳng $x=1$ và $x=2$ là tiệm cận đứng. Vậy hàm số có ba tiệm cận.

Câu 87: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-4}}$. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận ngang là $x=2$, $x=-2$.

C. Đồ thị hàm số có **đúng** một đường tiệm cận ngang là $y=1$, hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

D. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$, $y=-1$ và hai đường tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}/[-2;2]$.

$\lim\limits_{x\to2^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-2^-} y=-\infty$. $\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng là $x=2$, $x=-2$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{x\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{1-\dfrac{4}{x^2}}}=-1 \Rightarrow$ Đồ thị có hai đường tiệm cận ngang là $y=1$, $y=-1$.

Câu 88: Đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{2x-3}{x+1}$ có đường tiệm cận đứng là:

A. $x=-1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to(-1)^-} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\dfrac{2x-3}{x+1}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\dfrac{2x-3}{x+1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 89: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}$. Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

A. $x=1$. **B.** $x=2$. **C.** $y=2$. **D.** $y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x-2}{x-1}=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{x-2}{x-1}=+\infty$ đo đó $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 90: **- 2017]** Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}$ có tiệm cận đứng là.

A. $x=2$. **B.** $x=\pm 2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2;2\}$.

$\lim\limits_{x\to 2} y=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x-3}{x+2}=-\dfrac{1}{4}$ và $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}=-\infty$ nên đồ thị hàm số chỉ có 1 tiệm cận đứng là $x=-2$.

Câu 91: Tìm số tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-2x-3}{x^2-9}$

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-3;3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 3} y=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{x+1}{x+3}=\dfrac{2}{3}$.

$\Rightarrow x=3$ không phải tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Và $\lim\limits_{x\to -3^-} y=\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{(x+1)(x-3)}{(x-3)(x+3)}=\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x+1}{x+3}=+\infty$.

$\Rightarrow x=-3$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng.

Câu 92: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$. **B.** $y=\dfrac{1}{x^4+1}$. **C.** $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x^2+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Các hàm số $y=\dfrac{1}{x^4+1}$, $y=\dfrac{1}{x^2+1}$, $y=\dfrac{1}{x^2+x+1}$ đều có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên đồ thị không có tiệm cận đứng.

Hàm số $y=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ có tập xác định $D=(0;+\infty)$ và $\lim\limits_{x\to 0^+} y=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng là $x=0$.

Câu 93: Đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$ là:

A. $y=2$. **B.** $x=-2$. **C.** $x=2$. **D.** $y=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2+x-2}{x-2}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2+x-2}{x-2}=-\infty$

Suy ra hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 94: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2-x}{1+2x}$ là

A. $y=-\dfrac{1}{2}$. **B.** $y=1$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có.

C1: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-x}{1+2x}=\dfrac{-1}{2}\Rightarrow y=-\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận ngang.

C2: $y=\dfrac{a}{c}=-\dfrac{1}{2}$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 95: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có đường tiệm cận ngang?

A. $y=x^4-2x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+1}{x-1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y=x^4-2x^2+2$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{4x^2+1}}{x-2}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-2$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\pm 2$.

Hàm số $y=\dfrac{x^2+1}{x-1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 96: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{5-x^2}-3x^2-2x+3}{x^2-4x+3}$.

A. $x=3$. **B.** Không có. **C.** $x=1$. **D.** $x=1$ và $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định của hàm số $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]\setminus\{1\}$.

$$\lim_{x\to1} y=\lim_{x\to1}\left(\frac{\sqrt{5-x^2}-2}{x^2-4x+3}+\frac{-3x^2-2x+5}{x^2-4x+3}\right)=\lim_{x\to1}\left(\frac{-(1+x)}{(x-3)\left(\sqrt{5-x^2}+2\right)}+\frac{-3x-5}{x-3}\right)=\frac{17}{4}.$$

Suy ra $x=1$ không phải là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 97: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x-1-\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3}$.

A. $x=3$. **B.** $x=1$ và $x=-3$.
C. $x=-3$. **D.** $x=-1$ và $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $x^2+2x-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Xét $\lim\limits_{x\to-3^+} y=\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{3x-1-\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3}=+\infty$ nên $x=-3$ là một tiệm cận đứng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét

$$\lim_{x\to 1} y = \lim_{x\to 1}\frac{3x-1-\sqrt{x+3}}{x^2+2x-3} = \lim_{x\to 1}\frac{(3x-1)^2-(x+3)}{(x-1)(x+3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)} = \lim_{x\to 1}\frac{(x-1)(9x+2)}{(x-1)(x+3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)}$$

$$= \lim_{x\to 1}\frac{(9x+2)}{(x+3)\left(3x-1+\sqrt{x+3}\right)} = \frac{11}{8}.$$

Nên $x=1$ không là tiệm cận đứng.

Câu 98: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2-3x+2}$.

A. 0 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

$$y=\frac{x^2-1}{x^2-3x+2}=\frac{x+1}{x-2}.$$

Ta có:

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x-2}=1$ nên $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to 2^+} y = \lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x+1}{x-2}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to 2^-} y = \lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+1}{x-2}=-\infty\end{array}\right\}$ nên $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận.

Câu 99: Đường thẳng nào sau đây là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$?

A. $x=1$. **B.** $x=-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-1$. **D.** $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2 \Rightarrow y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 100: Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+2}{x-1}$ là:

A. $x=2$. **B.** $x=1$. **C.** $x=-2$. **D.** $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{3x+2}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{3x+2}{x-1}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là: $x=1$.

Câu 101: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{x}$ là :

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}=0$ nên $y=0$ là tiệm cận ngang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{1}{x}=+\infty$ nên $x=0$ là tiệm cận đứng.

Câu 102: Khoảng cách từ điểm $A(-5;1)$ đến đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}$ là:

A. 1. **B.** $\sqrt{26}$. **C.** 9. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định của hàm số $D=[-1;1]\setminus\{0\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^+}y=\lim\limits_{x\to 0^+}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 0^-}y=\lim\limits_{x\to 0^-}\dfrac{\sqrt{1-x^2}}{x^2+2x}=-\infty$.

$\Rightarrow$ Đường thẳng $x=0$ (trục Oy) là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy $d(A,Oy)=|-5|=5$.

Câu 103: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+2}$ có phương trình là:

A. $x=2;\ y=1$. **B.** $x=1;\ y=1$. **C.** $x=1;\ y=-2$. **D.** $x=-2;\ y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{x+2}=1$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $y=1$ làm tiệm cận ngang.

Vì $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x-1}{x+2}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{x-1}{x+2}=+\infty$ nên đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=-2$ làm tiệm cận đứng.

Câu 104: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{-3x+2}$ là?

A. $x=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $x=\dfrac{2}{3}$. **D.** $y=\dfrac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x-1}{-3x+2}=-\dfrac{1}{3}$ nên đường thẳng $y=-\dfrac{1}{3}$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 105: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$, $ad-bc\neq 0$. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị hàm số luôn có tâm đối xứng.
B. Hàm số không có cực trị.
C. Đồ thị hàm số luôn có hai đường tiệm cận.
D. Hàm số luôn đơn điệu trên từng khoảng xác định.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì khi $c=0$ thì $y=\dfrac{ax+b}{d}$ khi đó đồ thị hàm số không có hai đường tiệm cận.

Câu 106: Đồ thị hàm số nào dưới đây **không** có tiệm cận đứng?

A. $y=\dfrac{x-1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x^2+1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}=\dfrac{(x+2)(x+1)}{x+1}=x+2$. Suy ra hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+2}{x+1}$ không có tiệm cận đứng.

Câu 107: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}$ có tiệm cận đứng là.

A. $x=-2$. **B.** $x=2$. **C.** $x=1$. **D.** $x=\pm 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}=-\dfrac{1}{4}$.

$\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}=-\dfrac{1}{4}$

$\lim\limits_{x\to -2^\pm}\dfrac{x^2-5x+6}{x^2-4}=\infty$ nên $x=-2$ là tiệm cận đứng.

Câu 108: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$. Ta có:

$y=\dfrac{x^2-5x+4}{x^2-1}=\dfrac{x-4}{x+1}$ nên đồ thị có đường tiệm cận đứng $x=-1$ và đường tiệm cận ngang $y=1$.

Vậy đồ thị hàm số chỉ có hai tiệm cận.

Câu 109: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ có tâm đối xứng là

A. $I(1;3)$. **B.** $I(-1;1)$. **C.** $I(3;1)$. **D.** $I(-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to 1^+}y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{3x+1}{x-1}=+\infty$ và $\lim\limits_{x\to 1^-}y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{3x+1}{x-1}=-\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Lại có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x+1}{x-1}=3$ nên đường thẳng $y=3$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Giao điểm của hai đường tiệm cận là tâm đối xứng của đồ thị. Do đó $I(1;3)$.

Câu 110: Tìm tất cả các tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{x}$

A. $y=-1$ và $y=1$. **B.** $y=-1$.

C. $x=-1$ và $x=1$. **D.** $y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{x}=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+3}}{x}=-1$.

Vậy hàm số có hai tiệm cận ngang là $y=-1$ và $y=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 111: Cho hàm số $y=\dfrac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}$ có đồ thị (C). Khẳng định nào sau đây là *đúng*?

A. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

B. Đồ thị (C) không có tiệm cận đứng và có một tiệm cận ngang.

C. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

D. Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}-\dfrac{2}{x}\right)}{x^2\left(1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)}=1$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to+\infty}\frac{-x^2\left(\sqrt{1+\dfrac{3}{x^2}}-\dfrac{2}{x}\right)}{x^2\left(1+\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}\right)}=-1$$

$$\lim_{x\to-1^+}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to-1^+}\frac{x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+2x+1\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}\lim_{x\to-1^+}\frac{x(x-1)}{(x+1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-1^-}\frac{x\left(\sqrt{x^2+3}-2\right)}{x^2+2x+1}=\lim_{x\to-1^-}\frac{x\left(x^2-1\right)}{\left(x^2+2x+1\right)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}\lim_{x\to-1^-}\frac{x(x-1)}{(x+1)\left(\sqrt{x^2+3}+2\right)}=-\infty$$

Vậy đồ thị (C) có một tiệm cận đứng và hai tiệm cận ngang.

Câu 112: Đồ thị hàm số nào sau đây không có tiệm cận ngang

A. $y=\dfrac{x+2}{x^2-1}$ **B.** $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ **C.** $y=x+\sqrt{x^2-1}$ **D.** $y=\dfrac{x+2}{x-1}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có TCN $y=1$, $y=\dfrac{x+2}{x^2-1}$ có TCN $y=0$

Xét $y=x+\sqrt{x^2-1}=\dfrac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x-\sqrt{x^2-1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1}{x\left(1+\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}\right)}=0$

$\Rightarrow y=0$ là TCN của đồ thị hàm số $y=x+\sqrt{x^2-1}$.

Câu 113: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x^2-x-6}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **đúng**?

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=-3$ và $x=2$.

B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng là $x=3$ và $x=-2$.

C. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=1$.

D. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận đứng và một đường tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{3;-2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 3^+}\dfrac{x+2}{x^2-x-6}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{x+2}{x^2-x-6}=\lim\limits_{x\to 2^-}\dfrac{1}{x-3}=-1$ nên đồ thị hàm số sẽ có một đường tiệm cận đứng là $x=3$.

Và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+2}{x^2-x-6}=0$ nên đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=0$.

Câu 114: Tìm phương trình tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

A. $x=-1$ **B.** $y=1$ **C.** $y=-1$ **D.** $x=1$

Hướng dẫn giải

Chọn A

* TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

* Ta có: $\lim\limits_{x\to -1^+}y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{x-1}{x+1}=-\infty\Rightarrow x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 115: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2-4}{3-2x-5x^2}$.

A. $x=-1\vee x=\dfrac{3}{5}$. **B.** $x=1\vee x=\dfrac{3}{5}$. **C.** $x=\dfrac{3}{5}$. **D.** $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Câu 116: Đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-x}{-x+2}$ có phương trình lần lượt là

A. $x=2;y=1$ **B.** $x=2;y=\dfrac{1}{2}$ **C.** $x=2;y=-1$ **D.** $x=1;y=2$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: + $\lim\limits_{x\to 2^+}y=+\infty;\lim\limits_{x\to 2^-}y=-\infty\Rightarrow$ Tiệm cận đứng là $x=2$.

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=1\Rightarrow$ Tiệm cận ngang là $y=1$

Câu 117: Đồ thị nào dưới đây có tiệm cận ngang?

A. $y=\sqrt{2x^2+3}$. **B.** $y=x^3-x-1$. **C.** $y=\dfrac{x^3+1}{x^2+1}$. **D.** $y=\dfrac{3x^2+2x-1}{4x^2+5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{3x^2+2x-1}{4x^2+5}=\dfrac{3}{4}\Rightarrow y=\dfrac{3}{4}$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

DẠNG 5: ĐẾM SỐ TIỆM CẬN (BIẾT BBT, ĐỒ THỊ)

Câu 118: hàm số phù hợp với bảng biến thiên sau. Phát biểu nào sau đây là **đúng**?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y	-1	↗	3	↘	2

A. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=-1; y=2$.
B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng.
C. Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$..
D. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn A

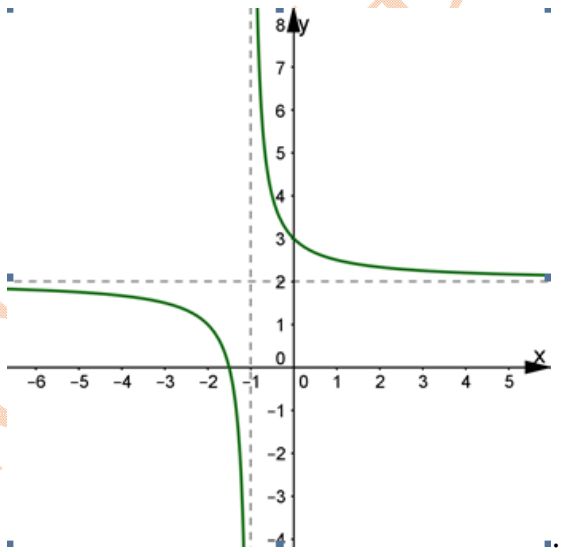
Dựa vào bảng biến thiên ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2; \lim\limits_{x\to-\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=2; y=-1$.

Câu 119: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị lần lượt là.

A. $x=1$ và $y=-2$.
B. $x=-1$ và $y=2$.
C. $x=1$ và $y=2$.
D. $x=-1$ và $y=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Nhìn vào đồ thị ta suy ra ngay tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng $x=-1; y=2$.

Câu 120: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	
$f(x)$	-2	↗	-1	↘	$+\infty$	↘	0
					$-\infty$		

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)+3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 2.
B. 0.
C. 2.
D. 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ bảng biến thiên ta suy ra phương trình $f(x)=-\frac{3}{2}$ có hai nghiệm phân biệt a và b (với $a<0$ và $0<b<1$.

Nên, tập xác định của hàm số $y=\frac{1}{2f(x)+3}$ là $\mathbb{R}\setminus\{1;a;b\}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to a^-}\frac{1}{2f(x)+3}=-\infty$;

$\lim\limits_{x\to b^-}\frac{1}{2f(x)+3}=+\infty$;

$\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{1}{2f(x)+3}=0$;

$\lim\limits_{x\to 1^+}\frac{1}{2f(x)+3}=0$.

Do đó, đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2f(x)+3}$ có 2 đường tiệm cận đứng.

Câu 121: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$+\infty$ $\|\|$ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

Kết luận nào sau đây là đúng?

A. Hàm số đồng biến trên $(0;2)$.

B. $\text{Min}f(x)=-2;\ \text{Max}f(x)=2$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)\cup(2;+\infty)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

B. Sai vì Hàm số đồng biến trên $(0;1)$ và $(1;2)$.

C. Sai vì $f_{CT}(x)=-2;\ f_{CD}(x)=2$.

D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

Câu 122: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y=\frac{1}{f(3-x)-2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy $f(x)=2$ có 3 nghiệm $\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{f(3-x)-2}$ có 3 tiệm cận đứng.

Câu 123: Đồ thị hàm số sau có bao nhiêu đường tiệm cận: $y=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}$?

A. 4. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

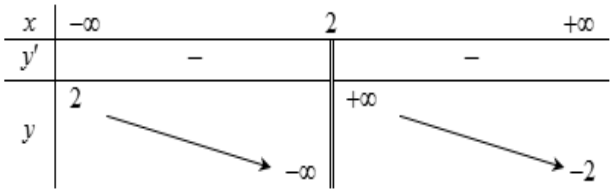
Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}$ xác định trên $[2;+\infty)\setminus\{3\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}=0 \Rightarrow$ Đường tiệm cận ngang : $y=0$.

Mặt khác : $\lim\limits_{x\to3^+}\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}=+\infty$; $\lim\limits_{x\to3^-}\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-4x+3}=-\infty \Rightarrow$ Đường tiệm cận đứng : $x=3$.

Câu 124: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau. Hỏi đồ thị hàm số đó có mấy tiệm cận.



.

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có.

- $\lim\limits_{x\to-\infty}y=2\Rightarrow y=2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-2\Rightarrow y=-2$ là tiệm cận ngang.
- $\lim\limits_{x\to2^-}y=-\infty,\ \lim\limits_{x\to2^+}y=+\infty\Rightarrow x=2$ lả tiệm cận đứng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 6: ĐẾM SỐ TIỆM CẬN (BIẾT Y)

Câu 125: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 126: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 127: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 128: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2017}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. $m>2$ hoặc $m<-1$. **B.** $2<m<3$.
C. $2\le m\le 3$. **D.** $m<2$.

Câu 129: Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 130: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 131: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}$.

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Câu 132: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 133: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

A. $x=2$ và $y=1$. **B.** $x=-1$ và $y=-3$.
C. $x=-1$ và $y=3$. **D.** $x=1$ và $y=2$.

Câu 134: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để (C) có đúng 2 đường tiệm cận

A. $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right]$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

Câu 135: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Câu 136: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x(x-16)}$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 137: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có đường tiệm cận ?

A. $y=\dfrac{x^2-2x+3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{x-1}$. **C.** $y=x^4-2016$. **D.** $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4}}$.

Câu 138: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2016}{\sqrt{x^2-5}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 139: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$.

A. bốn. **B.** một. **C.** ba. **D.** hai.

Câu 140: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 141: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-4x+3}$.

A. $x=1$. **B.** $x=1$ và $x=3$. **C.** $x=3$. **D.** $y=1$.

Câu 142: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 143: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 144: Cho hàm số $y=\dfrac{2018}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là

A. 1. **B.** 2 **C.** 0. **D.** 3.

Câu 145: Giả sử a,b là số tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\begin{cases}a=0\\b=1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a=1\\b=1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a=0\\b=2\end{cases}$.

Câu 146: Tìm tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{4x^2+1}}$.

A. $y=\pm 1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Câu 147: Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 148: Đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 149: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 150:] Số tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x}}$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 151: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 152: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{-1}{x+1}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là.

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 0 . **D.** 3 .

Câu 153: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|+1}{|x|-1}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Câu 154: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là:

A. $x=2;\ y=-1$. **B.** $x=1;\ y=2$. **C.** $x=2;\ y=1$. **D.** $x=-1;\ y=2$.

Câu 155: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sin x}{x^3-4x}$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 156: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2}$. Hỏi tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 157: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đúng một đường tiệm cận (gồm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang).

A. $y=x^3-2x+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=\sqrt{x^2+1}-x$.

Câu 158: Cho hàm số $y=\dfrac{4x+3}{x-1}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 159: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{2-x-x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 160: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 161: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:.

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘		↗	$+\infty$	$-\infty$	↗	↘	$-\infty$
			2				3		

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 162: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 163: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 164: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3 . **D.** 0.

Câu 165: Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

A. $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$ **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$ **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$

Câu 166: Đường cong $y=\dfrac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 167: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 168: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-2x-8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 169: Cho các hàm số $y=2^x$, $y=\log_2 x$, $y=\dfrac{1}{2x}$, $y=x^2$. Chọn phát biểu **sai**.

A. Có 2 đồ thị có tiệm cận ngang. **B.** Có 2 đồ thị có tiệm cận đứng.
C. Có đúng 2 đồ thị có tiệm cận. **D.** Có 2 đồ thị có chung một đường tiệm cận.

Câu 170: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 171: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^4-2}}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 172: Hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 173: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x+3}$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 174: Đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 175: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 176: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x-2}$.Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 177: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}-x}$ là.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 178: Cho hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x)\neq g(x)\neq 0$, có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số có thể có nhiều hơn một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

Câu 179: 2018 đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm 2018 $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 180: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x-2}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 181: Số tiệm cận của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 182: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 183:] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số : $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là :

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 184: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x^2+2}}{\sqrt{2x+1}-x}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận (gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 3.. **B.** 2. **C.** 1.. **D.** 4..

Câu 185: Cho hàm số $y=\dfrac{2017}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 186: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x-2}$?

A. 2.. **B.** 0.. **C.** 3. **D.** 1..

DẠNG 7: BIỆN LUẬN SỐ ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 187: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+m^2+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) có tiệm cận đứng.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\neq 0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in\varnothing$.

Câu 188: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ

thị (C) có đúng 3 đường tiệm cận?

A. $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\m<-2\end{array}\right.\\m\neq-\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<-2\\m>2\end{array}\right.$. **C.** $\begin{cases}m<-2\\m\neq-\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **D.** $m>2$.

Câu 189: Số các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+1}$ không có tiệm cận đứng là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 190: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases}m\neq0\\m\neq-1\\m<\dfrac{1}{5}\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\neq0\\m\neq-1\\m<\dfrac{1}{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m\neq0\\m<\dfrac{1}{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m\neq0\\m<\dfrac{1}{5}\end{cases}$.

Câu 191: Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+mx-1}}{2x+1}$ có hai tiệm cận ngang.

A. $m>0$. **B.** $m=0$.
C. Không có giá trị m. **D.** $m<0$.

Câu 192: Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{(1-m)x^2+3x-1}}$ có tiệm cận ngang thì điều kiện của m là.

A. $m<1$. **B.** $m\neq1$. **C.** $m>1$. **D.** $0<m<1$.

Câu 193: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị $(C_m):y=\dfrac{mx+3}{1-x}$ có tiệm cận và tâm đối xứng của (C_m) thuộc đường thẳng $d:2x-y+1=0$?

A. 0 **B.** 2 **C.** vô số **D.** 1

Câu 194: Tìm m đề đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có 2 tiệm cận đứng.

A. $m<1$ và $m\neq-8$. **B.** $m>1$ và $m\neq-8$.
C. $m\neq1$ và $m\neq-8$. **D.** $m>1$.

Câu 195: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng.

A. $m\leq-2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\neq2$. **D.** $m\neq-2$.

Câu 196: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

A. 9. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 2.

Câu 197: Để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{mx^3-2}{x^2-3x+2}$ có hai tiệm cận đứng thì.

A. $\begin{cases}m\neq0\\m\neq1\end{cases}$. **B.** $m\neq0$. **C.** $\begin{cases}m\neq1\\m\neq2\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m\neq2\\m\neq\dfrac{1}{4}\end{cases}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 198: Các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=ax+\sqrt{4x^2+1}$ có tiệm cận ngang là:

A. $a=\pm\frac{1}{2}$. **B.** $a=\pm 2$.

C. $a=\pm 1$. **D.** $a=-2$ và $a=\frac{1}{2}$.

Câu 199: Tính tổng S tất cả các giá trị nguyên dương m sao cho đồ thị hàm số $y=\frac{\sqrt{(4-m)x^2+2mx-3-m}}{x-2}$ có 2 tiệm cận ngang.

A. $S=3$. **B.** $S=10$. **C.** $S=6$. **D.** $S=5$.

Câu 200: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{(mx^2-2x+1)(4x^2+4mx+1)}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

A. $(-\infty;-1)\cup\{0\}\cup(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $\varnothing$ **D.** $\{0\}$.

Câu 201: Với điều kiện nào của tham số m dưới đây, đồ thị $(C_m):y=\frac{x-2}{x^2-3x+m^2}$ chỉ có 1 tiệm cận đứng.

A. $m\in(-1;+\infty)$. **B.** Không có m. **C.** $\forall m$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Câu 202: Tìm m để đồ thị $(H):y=\frac{(m+1)x-2m+1}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Câu 203: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị $(C):y=\frac{mx-3}{\sqrt{m^2x^2+2016}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m=0$.

Câu 204: Với giá trị nào của m, đồ thị hàm số $y=\frac{x+1-\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m\geq 1\\ m\leq -2\end{array}\right.\\ m\neq -3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\leq -2\\ m\neq -3\end{cases}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\geq 1\\ m\leq -2\end{array}\right.$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Câu 205: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

A. $\left[\frac{1}{4};\frac{1}{2}\right]$. **B.** $\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(0;\frac{1}{2}\right]$. **D.** $(0;+\infty)$.

Câu 206: Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $m=4$. **B.** $m\in\{-1;-4\}$. **C.** $m=-1$. **D.** $m\in\{1;4\}$.

Câu 207: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. $m=0$ **B.** $m<0$ **C.** $m<1$ **D.** $\begin{cases}m<0\\ m\neq 1\end{cases}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 208: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng.

A. $m<1$. **B.** $\begin{cases}m>1\\ m\neq 8\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m<1\\ m\neq -8\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m\neq 1\\ m\neq -8\end{cases}$.

Câu 209: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $a\neq 0, a\neq \pm 1$. **B.** $a>0$. **C.** $a<0, a\neq -1$. **D.** $a\neq 0, a\neq -1$.

Câu 210: Tìm giá trị của tham số m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m-1}$ đi qua điểm $A(5;2)$.

A. $m=-4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=6$. **D.** $m=4$.

Câu 211: Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận ?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 212: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+1}{\sqrt{x^2-x+1}}$ có đúng một đường tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị nào của m thỏa mãn. **B.** $\forall m\in\mathbb{R}$.
C. $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 213: Cho hàm số $y=\dfrac{5x-3}{x^2+4x-m}$ với m là tham số thực. Chọn khẳng định **sai:**

A. Với mọi m hàm số luôn có hai tiệm cận đứng.
B. Nếu $m<-4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.
C. Nếu $m>-4$ đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.
D. Nếu $m=-4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

Câu 214: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $m\geq 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m>\sqrt{5}$. **D.** $m>0$.

Câu 215: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có tiệm cận đứng là $x=2$, tiệm cận ngang là $y=-3$. Khi đó $a+b$ bằng.

A. 1. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Câu 216: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$?

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Câu 217: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2m+4}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m\neq -1$.

Câu 218: Để đường cong $(C): y=\dfrac{x^2+3x+6}{x^2-ax+a}$ có đúng 1 đường tiệm cận đứng thì giá trị của a là.

A. $\left[\begin{array}{l}a=0\\ a=4\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}a=1\\ a=2\end{array}\right.$. **C.** $a=1$. **D.** $a=2$.

Câu 219: Cho hàm số: $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \\ m < \dfrac{1}{5} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m < \dfrac{1}{5} \\ m \neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m \neq -1 \\ m < \dfrac{1}{3} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m \neq 0 \\ m < \dfrac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 220: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 + a}{x^3 + ax^2}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $a \neq 0, a \neq -1$. **B.** $a \neq 0, a \neq \pm 1$. **C.** $a < 0, a \neq -1$. **D.** $a > 0$.

Câu 221: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-4}{x^2 - mx + 4}$ có hai đường tiệm cận đứng

A. $m \neq 5$. **B.** $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty) \setminus \{5\}$.

C. $m \in (-\infty; -4) \cup (4; +\infty)$. **D.** $m \in (-\infty; -4] \cup [4; +\infty)$.

Câu 222: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2 + 4}}$ có hai tiệm cận đứng:

A. $m < 0$. **B.** $m = 0$. **C.** $\begin{cases} m < 0 \\ m \neq -1 \end{cases}$. **D.** $m < 1$.

Câu 223: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx + 2}{1 - x}$ luôn có tiệm cận ngang.

A. $\forall m \neq \dfrac{1}{2}$. **B.** $\forall m \in \mathbb{R}$. **C.** $\forall m \neq -2$. **D.** $\forall m \neq 2$.

Câu 224: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{mx + \sqrt{x^2 - 2x + 3}}{2x - 1}$ có một tiệm cận ngang là $y = 2$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Câu 225: Tìm m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x-2}{x^2 - 2x + m}$ có ba đường tiệm cận?

A. $m \leq 1$. **B.** $m < 1$.

C. $m < 1$ và $m \neq 0$. **D.** $m \leq 1$ và $m \neq 0$.

Câu 226: Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 2mx - m}$ có 3 tiệm cận là

A. $m \neq -1$ và $m \neq \dfrac{1}{3}$. **B.** $-1 < m < 0$ và $m \neq \dfrac{1}{3}$.

C. $m < -1 \vee m > 0$. **D.** $m < -1 \vee m > 0$ và $m \neq \dfrac{1}{3}$.

DẠNG 8: TIỆM CẬN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN

Câu 227: Biết rằng hai đường tiệm cận của đồ thị hàm 2018 $y = \dfrac{2x+1}{x-m}$ (m là tham 2018 thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m = 1$. **B.** $m = \pm 1$. **C.** $m = \pm 2$. **D.** $m = 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 228: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}$ có đồ thị (C) (a,b là các hằng số dương, $ab=4$). Biết rằng (C) có tiệm cận ngang $y=c$ và có đúng 1 tiệm cận đứng. Tính tổng $T=3a+b-24c$

A. $T=4.$ **B.** $T=7.$ **C.** $T=11.$ **D.** $T=1.$

Câu 229: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(4a-b)x^2+ax+1}{x^2+ax+b-12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm cận thì giá trị $a+b$ bằng:

A. 2. **B.** -10. **C.** 10. **D.** 15.

Câu 230: Tìm m để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2}{3x+4}$ cắt đường thẳng $2x-3y+5=0$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=10$. **D.** $m=7$.

Câu 231: Biết đồ thị $y=\dfrac{(a-2b)x^2+bx+1}{x^2+x-b}$ có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=0$. Tính $a+2b$.

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.

Câu 232: Cho hàm số $y=2x+m-\dfrac{1}{x+1}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;1)$ khi m bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 233: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m^2x-m-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng.

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1;-\dfrac{2}{3}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1;-3\}$

Câu 234: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x+m}$ đi qua điểm $A(1;2)$.

A. $m=4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=2$.

DẠNG 9: TỔNG HỢP TIỆM CẬN VỚI DIỆN TÍCH, GÓC, KHOẢNG CÁCH

Câu 235: Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+4x+3}{x-2}$ có đồ thị (C). Tích các khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên đồ thị (C) đến các đường tiệm cận của nó bằng.

A. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Câu 236: Biết các đường tiệm cận của đường cong (C): $y=\dfrac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}$ và trục tung cắt nhau tạo thành một đa giác (H). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

B. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 4.

C. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 25.

D. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 10.

Câu 237: Tổng khoảng cách từ điểm $M(1;-2)$ đến 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 4. **B.** -3. **C.** -4. **D.** 3.

Câu 238: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 239: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-2}{x-2}$ có đồ thị là (C), M là điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB=2\sqrt{5}$. Gọi S là tổng các hoành độ của tất cả các điểm M thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của S.

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Câu 240: Cho hàm số $y=\dfrac{1-3x}{3-x}$ có đồ thị (C). Điểm M nằm trên (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của (C). Khoảng cách từ M đến tâm đối xứng của (C) bằng

A. 5. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 4.

Câu 241: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}(C)$. Gọi M là điểm bất kỳ trên (C), d là tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (C). Giá trị nhỏ nhất của d là

A. 10 . **B.** 6 . **C.** 2. **D.** 5 .

Câu 242: Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{2m+1-x}$ cùng với hai trụ tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tìm m.

A. $m=1;\ m=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=-1;\ m=3$.

C. $m=1;\ m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=-1;\ m=-\dfrac{3}{2}$.

Câu 243: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Câu 244: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 trục tọa độ và đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là.

A. $S=6$. **B.** $S=3$. **C.** $S=\sqrt{13}$. **D.** $S=5$.

Câu 245: Cho đồ thị hai hàm số $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$ và $g(x)=\dfrac{ax+1}{x+2}$ với $a\neq\dfrac{1}{2}$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 4.

A. $a=3$. **B.** $a=6$. **C.** $a=1$. **D.** $a=4$.

Câu 246: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ (C). Gọi S là diện tích hình chữ nhật được tạo bởi 2 trục tọa độ và 2 đường tiệm cận của (C).Khi đó giá trị của S là.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 247: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x^2-x}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 2. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** $\frac{1}{4}$.

Câu 248: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2x-3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $d=\sqrt{5}$. **B.** $d=\frac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $d=1$. **D.** $d=\sqrt{2}$.

DẠNG 10: CÂU HỎI TỔNG HỢP TÍNH ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ TIỆM CẬN

Câu 249: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ | $-\infty$	↗	-1	↘	$-\infty$

Chọn khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

C. Cực đại của hàm số bằng 1.

D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Câu 250: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	↘	$+\infty$ | $-\infty$	↘	2

Nhìn vào bảng biến thiên ta có.

A. $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$, tiệm cận đứng $x=1$.

C. $\lim\limits_{x\to 2} y=-\infty$.

D. Hàm số giảm trên miền xác định.

Câu 251: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$. **B.** Hàm số có cực trị.

C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$. **D.** Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 252: Cho hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$. Xét các phát biểu sau đây:

i) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng.

ii) Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

iii) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là điểm $A(0;-2)$.

iv) Tiệm cận đứng là $y=1$ và tiệm cận ngang là $x=-1$.

Trong các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu đúng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 253: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{1-x^2}}$. Xét các mệnh đề sau đây:

(I). Hàm số có tập xác định $D=(-1;1)$.

(II). Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

(III). Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=-1$.

(IV). Hàm số có một cực trị.

Số mệnh đề đúng là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 254: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-2m}$ có 2 đường tiệm cận và 2 đường tiệm cận đó cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 1.

A. $m=-\dfrac{1}{6}$. **B.** $m=\dfrac{1}{6}$. **C.** $m=\pm\dfrac{1}{6}$. **D.** $m=\pm\dfrac{1}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 6: ĐẾM SỐ TIỆM CẬN (BIẾT Y)

Câu 125: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 126: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-3x-4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện: $\begin{cases}9-x^2\ge 0\\ x^2-3x-4\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-3\le x\le 3\\ x\ne 4\\ x\ne -1\end{cases}\Rightarrow D=[-3;3]\setminus\{-1\}$.

Ta có.

$$\lim\limits_{x\to(-1)^-}y=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{\sqrt{9-x^2}}{(x+1)(x-4)}=\lim\limits_{x\to(-1)^-}\frac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+1}=+\infty.$$

$$\lim\limits_{x\to(-1)^+}y=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{\sqrt{9-x^2}}{(x+1)(x-4)}=\lim\limits_{x\to(-1)^+}\frac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+1}=-\infty$$

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$.

Câu 127: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}$ là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}}$.

Vậy $\Rightarrow\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\left(1+\dfrac{1}{x}\right)}{|x|\sqrt{2-\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x^2}}}=\dfrac{-1}{\sqrt{2}}$.

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang

Phía phải là $x=1$ và phía trái $x=-1$

Xét $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}=\dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}$

$\Rightarrow\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}=+\infty$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Và $\lim\limits_{x\to -\frac{1}{2}^-}\dfrac{x+1}{\sqrt{2x^2-x-1}}=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{\sqrt{(x-1)(2x+1)}}=+\infty$

Vậy đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng $x=1$ và $x=-\dfrac{1}{2}$.

Câu 128: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x-1}+2017}{\sqrt{x^2-2mx+m+2}}$ có đúng ba đường tiệm cận?

A. $m>2$ hoặc $m<-1$. **B.** $2<m<3$.

C. $2\le m\le 3$. **D.** $m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$, đồ thị hàm số luôn có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$.

Để ĐTHS có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow$ ĐTHS có đúng 2 đường tiệm cận đứng

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^2-2mx+m+2=0$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 lớn hơn 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\(x_1-1)(x_2-1)>0\\(x_1-1)+(x_2-1)>0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-2>0\\x_1x_2-(x_1+x_2)+1>0\\x_1+x_2-2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\in(-\infty;-1)\cup(2;+\infty)\\m+2-2m+1>0\\2m-2>0\end{cases}\Leftrightarrow 2<m<3$$

Câu 129: Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}{x-2}=-1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}{x-2}=1\Rightarrow$ Hàm số có 2 tiệm cận ngang.

Không tồn tại $\lim\limits_{x\to 2^{\pm}}\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}$ nên hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy tổng có 2 tiệm cận.

Câu 130: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1;-3\}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=0\Rightarrow TCN: y=0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty;\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty\Rightarrow TCĐ: x=1$

$\lim\limits_{x\to -3^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty;\lim\limits_{x\to -3^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty\Rightarrow TCĐ: x=-3$

Vậy đồ thị hàm số có 3 tiệm cận.

Câu 131: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}$.

A. 3 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D=(-\infty;-2]\cup(1;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}=1\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=1$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}=-1\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là: $y=-1$.

$\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{x^2+x-2}}{x-1}=1=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{\sqrt{(x-1)(x+2)}}{x-1}=\lim\limits_{x\to 1^+}\sqrt{\dfrac{x+2}{x-1}}=+\infty\Rightarrow$ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là: $x=1$.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 132: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}$

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=(-\infty;-3)\cup(3;+\infty)$.

Do $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\frac{3}{x}}{-\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=-1$ nên đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1-\frac{3}{x}}{\sqrt{1-\frac{9}{x^2}}}=1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to(-3)^-}y=\lim\limits_{x\to(-3)^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}-\infty$ nên đường thẳng $x=-3$ là tiệm cận đứng.

Do $\lim\limits_{x\to(3)^+}y=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}}=\lim\limits_{x\to(3)^+}\dfrac{\sqrt{(x-3)}}{\sqrt{(x+3)}}=0$

và $\lim\limits_{x\to(3)^-}y=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{x-3}{\sqrt{x^2-9}}=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{-\sqrt{(x-3)(x-3)}}{\sqrt{(x-3)(x+3)}}=\lim\limits_{x\to(3)^-}\dfrac{-\sqrt{(x-3)}}{\sqrt{(x+3)}}=0$ nên đường thẳng $x=3$ không là đường tiệm cận đứng.

Vậy đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận.

Câu 133: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ có các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $x=2$ và $y=1$. **B.** $x=-1$ và $y=-3$.

C. $x=-1$ và $y=3$. **D.** $x=1$ và $y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-3}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to1^+} y=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x-3}{x-1}=-\infty$ suy ra đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng.

Câu 134: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2-3x+m}$. Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để (C) có đúng 2 đường tiệm cận

A. $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right]$. **B.** $\{2\}$. **C.** $\left(-\infty;\dfrac{9}{4}\right)$. **D.** $\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$ với mọi giá trị m. Dó để đồ thị (C) có đúng một đường tiệm cận $\Leftrightarrow x^2-3x+m=0$ (1) có đúng một nghiệm khác 1 hay (1) có nghiệm kép khác 1 hoặc có hai nghiệm phân biệt trong đó có 1 nghiệm bằng 1.

Trường hợp 1. $\Delta=0\Leftrightarrow 9-4m=0\Leftrightarrow m=\dfrac{4}{9}$, nghiệm kép $x=\dfrac{3}{2}$ thỏa mãn bài toán.

Trường hợp 2. (1) có nghiệm $x=1\Leftrightarrow m=2$, nghiệm còn lại $x=2$ thỏa mãn bài toán.

Vậy $m\in\left\{2;\dfrac{9}{4}\right\}$.

Câu 135: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}$ có bao nhiêu tiệm cận đứng?

A. 4 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ: $\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{2};2\right\}$.

$\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{(3x-1)(x-2)}{(2x-1)(x-2)}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x-1}{2x-1}=\dfrac{5}{3}$ nên $x=2$ không là tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}$.

$\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^+}\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to\left(\frac{1}{2}\right)^-}\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}=-\infty$ nên $x=\dfrac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{3x^2-7x+2}{2x^2-5x+2}$.

Câu 136: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x(x-16)}$ là

A. 0. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện xác định của hàm số là $\begin{cases} x \neq 0 \\ -4 \le x \le 4 \end{cases}$.

Do $\lim\limits_{x\to 0^-} y = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x(x-16)} = -\infty$; $\lim\limits_{x\to 0^+} y = \lim\limits_{x\to 0^+} \dfrac{\sqrt{16-x^2}}{x(x-16)} = +\infty$ nên đường thẳng $x=0$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có 1 đường tiệm cận.

(THPT Thăng Long – Hà Nội – Lần 1 – 2018) Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a, (S) là mặt cầu tiếp xúc với sáu cạnh của tứ diện $ABCD$. M là một điểm thay đổi trên (S).

Tính tổng $T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2$.

A. $\dfrac{3a^2}{8}$.

B. a^2.

C. $4a^2$.

D. $2a^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi I là tâm mặt cầu (S), theo giả thiết thì I là tâm của tứ diện đều $ABCD$.Gọi O là tâm tam giác BCD thì $AI = \dfrac{3}{4}AO = \dfrac{3}{4}.\dfrac{a\sqrt{6}}{3} = \dfrac{a\sqrt{6}}{4}$; $R = \sqrt{AI^2 - \dfrac{AB^2}{4}} = \dfrac{a\sqrt{2}}{4}$.

Ta có $T = MA^2 + MB^2 + MC^2 + MD^2 = \overrightarrow{MA}^2 + \overrightarrow{MB}^2 + \overrightarrow{MC}^2 + \overrightarrow{MD}^2$

$= \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IA}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IB}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{IC}\right)^2 + \left(\overrightarrow{MI} + \overrightarrow{ID}\right)^2$

$= 4MI^2 + 2\overrightarrow{MI}\left(\overrightarrow{IA} + \overrightarrow{IB} + \overrightarrow{IC} + \overrightarrow{ID}\right) + 4IA^2$

$= 4\left(R^2 + IA^2\right)$

$= 2a^2$.

Câu 137: Đồ thị của hàm số nào dưới đây không có đường tiệm cận ?

A. $y = \dfrac{x^2 - 2x + 3}{x-1}$. **B.** $y = \dfrac{x+3}{x-1}$. **C.** $y = x^4 - 2016$. **D.** $y = \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+4}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}} = \pm 1$. Nên hàm số có hai tiệm cận ngang $y = 1; y = -1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x+3}{x-1} = 1; \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{x+3}{x-1} = +\infty; \lim\limits_{x\to 1^-} \dfrac{x+3}{x-1} = -\infty$ Nên hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$, tiệm cận đứng $x = 1$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \left(x^4 - 2016\right) = +\infty$. Nên hàm số không có tiệm cận ngang.

Câu 138: Đồ thị hàm số $y = \dfrac{x + 2016}{\sqrt{x^2 - 5}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x+2016}{\sqrt{x^2-5}} = \pm 1 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y=1 \\ y=-1 \end{array}\right.$ là 2 tiệm cận ngang.

Lại có: $\left\{\begin{array}{l} \lim\limits_{x\to\sqrt{5}^+} y=+\infty \\ \lim\limits_{x\to\sqrt{5}^-} y=+\infty \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=\sqrt{5} \\ x=-\sqrt{5} \end{array}\right.$ là tiệm cận đứng.

Câu 139: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$.

A. bốn. **B.** một. **C.** ba. **D.** hai.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số xác định khi $x<0$ hoặc $x>2$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to 0^-} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}} = +\infty$ nên $x=0$ là đường tiện cận đứng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$.

$= \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}{-1} = -2$.

Nên hàm số có tiệm cận ngang $y=-2$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$.

$= \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \left(\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}\right) = 2$.

Nên hàm số có tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 140: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+1}}{|x|-1}$.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=(-1;1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có:

$\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x}} . \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{1+\dfrac{1}{\sqrt{x}}}}{1-\dfrac{1}{x}} = 0$

$\Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y = \lim\limits_{x\to 1^+} \dfrac{\sqrt{x+1}}{x-1} = +\infty$ vì $\lim\limits_{x\to 1^+} \sqrt{x+1} = \sqrt{2} > 0$; $\lim\limits_{x\to 1^+} (|x|-1) = \lim\limits_{x\to 1^+} (x-1) = 0$ và $x-1>0$.

$\Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -1^+} y = \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{\sqrt{x+1}}{-x-1} = -\lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{1}{\sqrt{x+1}} = -\infty \Rightarrow x=-1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy đồ thị hàm có 3 đường tiệm cận.

Câu 141: Tìm tất cả các tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-4x+3}$.

A. $x=1$. **B.** $x=1$ và $x=3$. **C.** $x=3$. **D.** $y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $x^2-4x+3\neq 0\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\ x\neq 3\end{cases}$.

Khi đó $y=\dfrac{x^2+2x-3}{x^2-4x+3}=\dfrac{(x-1)(x+3)}{(x-1)(x-3)}=\dfrac{x+3}{x-3}$..

Ta có $\lim\limits_{x\to 3^-}y=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to 3^+}y=+\infty$ nên $x=3$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 142: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{x^2+1}$.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=0,\ \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x^2+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\dfrac{2}{x}}{1+\dfrac{1}{x^2}}=0.$.

Suy ra đường thẳng $y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 143: Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}$ có bao nhiêu tiệm cận ?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=0$; $\lim\limits_{x\to-3^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to-3^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty$

$\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{x+1}{x^2+2x-3}=+\infty$

Nên đồ thị hàm số có ba tiệm cận.

Câu 144: Cho hàm số $y=\dfrac{2018}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là

A. 1. **B.** 2 **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$D=(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang của (H).

$\lim\limits_{x\to 2^-}y=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 2^+}y=+\infty\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng của (H).

Vậy (H) có hai đường tiệm cận.

Câu 145: Giả sử a,b là số tiệm cận ngang, tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\begin{cases} a=0 \\ b=1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a=0 \\ b=2 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=\dfrac{x+1}{x^2+4x+3}=\dfrac{x+1}{(x+1)(x+3)}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$, $\lim\limits_{x\to -1} y=\dfrac{1}{2}$, $\lim\limits_{x\to -3^+} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to -3^-} y=-\infty$.

$\Rightarrow$ Hàm số có 2 đường tiệm cận lần lượt là $x=-3;\ y=0$.

Câu 146: Tìm tất cả các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\sqrt{4x^2+1}}$.

A. $y=\pm 1$. **B.** $x=1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì TXĐ của hàm số là $\mathbb{R}$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Lại có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{4x^2+1}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}=1$ và $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-1}{\sqrt{4x^2+1}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2-\frac{1}{x}}{-\sqrt{4+\frac{1}{x^2}}}=-1$.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\pm 1$.

Chọn A.

Câu 147: Tổng số tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}$.

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-x\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}{x-2}=-1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{x\sqrt{1-\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}}}{x-2}=1\Rightarrow$ Hàm số có 2 tiệm cận ngang.

Không tồn tại $\lim\limits_{x\to 2^{\pm}}\dfrac{\sqrt{x^2-2x-3}}{x-2}$ nên hàm số không có tiệm cận đứng.

Vậy tổng có 2 tiệm cận.

Câu 148: Đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3}+\sqrt{4x^2+1}}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{4+\dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{x^2}}+\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}}=1$ suy ra đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

Ta có

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3}+\sqrt{4x^2+1}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4+\dfrac{2}{x}}{-\sqrt{4+\dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}}=-1$ suy ra đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang.

Câu 149: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-1}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 150:] Số tiệm cận của đồ thị hàm số $f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x}}$ là:

A. 2. **B.** 5. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $\begin{cases}x^2-2x>0\\x^2-x>0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x>2\\x<0\end{array}\right.$.

$f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}}-\dfrac{1}{\sqrt{x^2-x}}=\dfrac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{x^2-2x}}{\sqrt{x^2-x}.\sqrt{x^2-2x}}=\dfrac{x}{\sqrt{x^2-x}.\sqrt{x^2-2x}\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2-2x}\right)}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0\Rightarrow y=0$.

Ta có: +) $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang,.

+) $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{x}{\sqrt{x^2-x}.\sqrt{x^2-2x}\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2-2x}\right)}$.

$=\lim\limits_{x\to0^-}\dfrac{-1}{\sqrt{1-x}.\sqrt{2-x}\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2-2x}\right)}=-\infty$.

$\Rightarrow x=0$ là tiệm cận đứng.

+) $\lim\limits_{x\to2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{x}{\sqrt{x^2-x}.\sqrt{x^2-2x}\left(\sqrt{x^2-x}+\sqrt{x^2-2x}\right)}=+\infty\Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng.

Câu 151: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2-1}}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận đứng và tiệm cận ngang?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tập xác định hàm số $D=(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1+\dfrac{1}{x}}{\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}}=1$. Đồ thị có tiệm cận ngang $y=1$.

Tương tự $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1\Rightarrow$đồ thị có tiệm cận ngang là $y=-1$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to1^+}(x+1)=2>0$; $\lim\limits_{x\to1^+}\sqrt{x^2-1}=0$ và $\sqrt{x^2-1}>0,\ \forall x>1$ nên $\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty$

$\Rightarrow$đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to-1^-} y=\lim\limits_{x\to-1^-}\left(-\sqrt{\dfrac{x+1}{x-1}}\right)=0$.

Kết luận : Đồ thị hàm số có tất cả 3 đường tiệm cận gồm tiệm cận đứng và ngang.

Câu 152: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{-1}{x+1}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số là.

A. 2 . **B.** 1 . **C.** 0 . **D.** 3 .

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=0$.

Câu 153: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{|x|+1}{|x|-1}$ có bao nhiêu tiệm cận?

A. 1. **B.** 2 . **C.** 4 . **D.** 3 .

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số: $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C), TXĐ: $D=R\setminus\{1\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=1\Rightarrow$ tiệm cận ngang $y=1$..

$\lim\limits_{x\to1^+} y=+\infty\Rightarrow$ tiệm cận đứng là $x=1$.

Vì hàm số $y=\dfrac{|x|+1}{|x|-1}$ là hàm số chẵn nên đồ thị của hàm số này được suy ra từ đồ thị (C) bằng cách giữ nguyên phần đồ thị bên phải trục tung, lấy đối xứng qua trục tung phần đồ thị nằm bên phải trục tung.

Do đó, hàm số $y=\dfrac{|x|+1}{|x|-1}$ sẽ có 3 đường tiệm cận là $x=1, x=-1; y=1$.

Câu 154: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là:

A. $x=2;\ y=-1$. **B.** $x=1;\ y=2$. **C.** $x=2;\ y=1$. **D.** $x=-1;\ y=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác đinh $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{x+1}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2-\dfrac{1}{x}}{1+\dfrac{1}{x}}=2$, suy ra $y=2$ là tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to -1^+} y=\lim\limits_{x\to -1^+}\dfrac{2x-1}{x+1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^-} y=\lim\limits_{x\to -1^-}\dfrac{2x-1}{x+1}=+\infty$, suy ra $x=-1$ là tiệm cận đứng.

Câu 155: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sin x}{x^3-4x}$ là:

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{0;-2;2\}$.

$\lim\limits_{x\to 0} y=\lim\limits_{x\to 0}\left[\left(\dfrac{x^2-3x+2}{x^2-4}\right)\left(\dfrac{\sin x}{x}\right)\right]=\dfrac{0^2-3.0+2}{0^2-4}.1=-\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to -2^{\pm}} y=\lim\limits_{x\to -2^{\pm}}\left[\dfrac{\left(x^2-3x+2\right)\sin x}{x\left(x^2-4\right)}\right]=\lim\limits_{x\to -2^{\pm}}\left[\dfrac{(x-1)(x-2)\sin x}{x(x-2)}.\dfrac{1}{(x+2)}\right]$

$=\lim\limits_{x\to -2^{\pm}}\left[\dfrac{(x-1)\sin x}{x}.\dfrac{1}{(x+2)}\right]$

oVì $\lim\limits_{x\to -2^+}\left[\dfrac{(x-1)\sin x}{x}\right]=-\dfrac{3\sin 2}{2}<0$ và $\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{1}{(x+2)}=+\infty$ nên $\lim\limits_{x\to -2^+} y=-\infty$

oVì $\lim\limits_{x\to -2^-}\left[\dfrac{(x-1)\sin x}{x}\right]=-\dfrac{3\sin 2}{2}<0$ và $\lim\limits_{x\to -2^-}\dfrac{1}{(x+2)}=-\infty$ nên $\lim\limits_{x\to -2^-} y=+\infty$

Vậy đường thẳng $x=-2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to 2} y=\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{(x-1)\sin x}{x(x+2)}=\dfrac{\sin 2}{6}$.

Vậy ĐTHS có 1 đường tiệm cận đứng.

Câu 156: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x^2+2}$. Hỏi tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là bao nhiêu?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 157: Trong các hàm số sau, hàm số nào có đúng một đường tiệm cận (gồm các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang).

A. $y=x^3-2x+1$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **C.** $y=x^4+x^2+1$. **D.** $y=\sqrt{x^2+1}-x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: Tập xác định của hàm số là $\mathbb{R}$ và:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2+1}+x}\right)=0$; $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{x^2+1}-x\right)=0$.

Vậy đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

Câu 158: Cho hàm số $y=\dfrac{4x+3}{x-1}$. Số tiệm cận của đồ thị hàm số là

A. 0. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

+ $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=4$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường $y=4$.

+ $\lim\limits_{x\to 1^+} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường $x=1$.

Vậy số tiệm cận của đồ thị hàm số là 2.

Câu 159: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{2-x-x^2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ?

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 1^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty \Rightarrow x=1$ là đường tiệm cận đứng.

$\lim\limits_{x\to(-2)^+} y=-\infty;\ \lim\limits_{x\to(-2)^-} y=+\infty \Rightarrow x=-2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 160: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{2-x}$ là:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 161: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau:.

x	$-\infty$		-2		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$ $-\infty$

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 4. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào BBT, phương trình $2f(x)-5=0 \Leftrightarrow f(x)=\dfrac{5}{2}$ có 4 nghiệm phân biệt thuộc các khoảng $(-\infty;-2)$, $(-2;1)$, $(1;2)$, $(2;+\infty)$ nên đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2f(x)-5}$ có 4 đường tiệm cận đứng.

Câu 162: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x\ge -2 \\ x\ne 2 \end{cases}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1-\dfrac{1}{x}}{1-\sqrt{\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}}} = 1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

Vì $\lim\limits_{x\to2^+} y = \lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}} = \lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{(x-1)\left(x+\sqrt{x+2}\right)}{x^2-x-2} = +\infty;$

$\lim\limits_{x\to2^-} y = \lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{x-1}{x-\sqrt{x+2}} = \lim\limits_{x\to2^-} \dfrac{(x-1)\left(x+\sqrt{x+2}\right)}{x^2-x-2} = -\infty.$

Nên đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 163: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}}$.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện xác định: $\begin{cases} x^2-2x\ge 0 \\ x^2-x\ge 0 \\ \sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\in(-\infty;0]\cup[2;+\infty) \\ x\in(-\infty;0]\cup[1;+\infty) \\ x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow x\in(-\infty;0)\cup[2;+\infty)$

Khi đó: $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}} = \lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{1}{\sqrt{-x(2-x)}-\sqrt{-x(1-x)}}$

$= \lim\limits_{x\to0^-} \dfrac{1}{\sqrt{-x}} . \dfrac{1}{\sqrt{2-x}-\sqrt{1-x}} = +\infty.$

$\Rightarrow x=0$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to2^+} y = \lim\limits_{x\to2^+} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}} = -\dfrac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow x=2$ không là đường tiệm cận của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to+\infty} y = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}+\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}{-1} = -2$

$\Rightarrow y=-2$ là một đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Có $\lim\limits_{x\to-\infty} y = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{\sqrt{x^2-2x}-\sqrt{x^2-x}} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\sqrt{x^2-2x}+\sqrt{x^2-x}}{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{-\sqrt{1-\dfrac{2}{x}}-\sqrt{1-\dfrac{1}{x}}}{-1} = 2$

$\Rightarrow y=2$ là một đường tiệm cận ngag của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 đường tiệm cận.

Câu 164: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+1}}{2x-3}$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3 . **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=1 \Rightarrow y=1$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=0 \Rightarrow y=0$ là đường tiệm cận ngang.

Câu 165: Đồ thị hàm số nào dưới đây có 3 tiệm cận?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}$ **B.** $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}$ **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ và đồ thị có một tiệm cận đứng $x=-1$ và một tiệm cận ngang $y=1$ (loại A).

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-5x+6}{x-2}=\dfrac{(x-2)(x-3)}{x-2}=x-3\ (\forall x\neq 2)$ không có tiệm cận (loại B).

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-5x+6}=\dfrac{x-2}{(x-3)(x-2)}=\dfrac{1}{x-3}\ (\forall x\neq 2)$ có một tiệm cận đứng $x=3$ và một tiệm cận ngang $y=0$ (loại C).

Hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+3}}{x^2+5x+6}=\dfrac{\sqrt{x+3}}{(x+2)(x+3)}$ có tập xác định $D=(-3;+\infty)\setminus\{-2\}$ và đồ thị có hai tiệm cận đứng $x=-2;\ x=-3$ và một tiệm cận ngang $y=0$ (thỏa mãn).

Câu 166: Đường cong $y=\dfrac{x-2}{x^2-9}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng: $x=\pm 3$.

Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang: $y=0$.

Câu 167: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng:

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 168: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-2x-8}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

TXĐ: $D=[-3;3]\setminus\{-2\}$.

Do đó không tồn tại $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

+) $\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-2x-8}=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{(x+2)(x-4)}=\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2}$

Ta thấy $\begin{cases}\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}=-\dfrac{\sqrt{5}}{6}<0\\ \lim\limits_{x\to(-2)^-}(x+2)=0,x\to(-2)^-\Rightarrow x+2<0\end{cases}$ nên $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2}=+\infty$.

Hay $\lim\limits_{x\to(-2)^-} y=+\infty$.

+) $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y = \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x^2-2x-8} = \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{(x+2)(x-4)} = \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2}$

Ta thấy $\begin{cases} \lim\limits_{x\to(-2)^+} \dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4} = -\dfrac{\sqrt{5}}{6} < 0 \\ \lim\limits_{x\to(-2)^+} (x+2) = 0, x\to(-2)^+ \Rightarrow x+2>0 \end{cases}$ nên $\lim\limits_{x\to(-2)^-} \dfrac{\dfrac{\sqrt{9-x^2}}{x-4}}{x+2} = -\infty$.

Hay $\lim\limits_{x\to(-2)^+} y = -\infty$.

Câu 169: Cho các hàm số $y=2^x$, $y=\log_2 x$, $y=\dfrac{1}{2x}$, $y=x^2$. Chọn phát biểu **sai**.

A. Có 2 đồ thị có tiệm cận ngang. **B.** Có 2 đồ thị có tiệm cận đứng.
C. Có đúng 2 đồ thị có tiệm cận. **D.** Có 2 đồ thị có chung một đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số $y=2^x$ nhận trục hoành $y=0$ làm tiệm cận ngang.

Hàm số $y=\log_2 x$ nhận trục tung $x=0$ làm tiệm cận đứng.

Xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{1}{2x}$ có.

$\lim\limits_{x\to0^+} f(x)=+\infty$, $\lim\limits_{x\to0^-} f(x)=-\infty$, suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2x}$ có tiệm cận đứng $x=0$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=0$, suy ra đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2x}$ có tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó đáp án A, B, C đúng và D sai.

Câu 170: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=(-\infty;1]$.

Ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\dfrac{1}{x}-\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{1}{x}}}{1} = 0$.

Do đó, đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang là $y=0$.

$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\sqrt{1-x}}{x} = \lim\limits_{x\to0} \dfrac{x}{x\left(1+\sqrt{1-x}\right)} = \lim\limits_{x\to0} \dfrac{1}{\left(1+\sqrt{1-x}\right)} = \dfrac{1}{2}$

Do đó, đồ thị hàm số không có đường tiệm cận đứng.

Vậy số đường tiệm cận ngang và đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là 1.

Câu 171: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^4-2}}{x^2-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{x^4-2}}{x^2-4}=1$ suy ra đường thẳng $y=1$ là TCN.

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-2^-}\dfrac{\sqrt{x^4-2}}{x^2-4}=+\infty\\ \lim\limits_{x\to-2^+}\dfrac{\sqrt{x^4-2}}{x^2-4}=-\infty\end{array}\right\}\Rightarrow$ đường thẳng $x=-2$ là TCĐ.

$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{\sqrt{x^4-2}}{x^2-4}=-\infty\\ \lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{\sqrt{x^4-2}}{x^2-4}=+\infty\end{array}\right\}\Rightarrow$ đường thẳng $x=2$ là TCĐ. Vậy đồ thị hàm số đã cho có 3 TC.

Câu 172: Hàm số $y=\dfrac{x+\sqrt{x^2+x+1}}{x-1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 173: Số tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x+2}}{x+3}$ là:

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện xác định: $\begin{cases}x+2\ge0\\ x+3\ne0\end{cases}\Leftrightarrow x\ge-2$.

Vì $\lim\limits_{x\to-3}f(x)$ không tồn tại nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{x+2}}{x+3}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}{x\left(1+\dfrac{3}{x}\right)}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x}+\dfrac{2}{x^2}}}{1+\dfrac{3}{x}}=0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ không tồn tại.

Câu 174: Đồ thị hàm số $y=\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}$ có bao nhiêu tiệm cận ngang?

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Ta có

$\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3}+\sqrt{4x^2+1}}$

$=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{4+\dfrac{2}{x}}{\sqrt{4+\dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{x^2}}+\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}}=1$ suy ra đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(\sqrt{4x^2+4x+3}-\sqrt{4x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4x+2}{\sqrt{4x^2+4x+3}+\sqrt{4x^2+1}}$

$=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{4+\dfrac{2}{x}}{-\sqrt{4+\dfrac{4}{x}+\dfrac{3}{x^2}}-\sqrt{4+\dfrac{1}{x^2}}}=-1$ suy ra đường thẳng $y=-1$ là tiệm cận ngang.

Vậy đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang.

Câu 175: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}$ có mấy đường tiệm cận.

A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=\dfrac{x^2+2x}{x^2-4}=\dfrac{x}{x-2}$. Có TCN $y=1$, TCĐ $x=2$.

Câu 176: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x-2}$.Số tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 177: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}-x}$ là.

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{-x\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-x}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{-\sqrt{1+\dfrac{1}{x^2}}-1}=-1$. Tiệm cận ngang : $y=-1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)}{x^2+1-x^2}=\lim\limits_{x\to+\infty}2x\left(\sqrt{x^2+1}+x\right)=+\infty$.

Câu 178: Cho hàm số $y=\dfrac{f(x)}{g(x)}$ với $f(x)\neq g(x)\neq 0$, có $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=-1$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Đồ thị hàm số có thể có nhiều hơn một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=1$ và $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận ngang.

D. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)}{\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)}=\dfrac{1}{-1}=-1$ suy ra $y=-1$ là tiệm cận ngang. Rõ ràng đồ thị hàm số có thể nhiều hơn một tiệm cận.

Câu 179: 2018 đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm 2018 $y=\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $x\in(-\infty;-2]\cup[2;+\infty)$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{x^2-4}}{2x^2-5x+2}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{4}{x^4}}}{2-\dfrac{5}{x}+\dfrac{2}{x^2}}=0$. Suy ra đths có đường tiệm cận ngang $y=0$.

Xét $2x^2-5x+2=0\Leftrightarrow x=2\vee x=\dfrac{1}{2}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x+2}}{(2x-1)\sqrt{x-2}}=+\infty$. Do đó đồ thị hàm 2018 có đường tiệm cận đứng $x=2$.

Do hàm 2018 không xác định tại lân cận trái (phải) tại $x=\dfrac{1}{2}$ nên không có các giới hạn $\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^+} y$;

$\lim\limits_{x\to\frac{1}{2}^-} y$. Vậy đồ thị hàm 2018 có 2 đường tiệm cận.

Câu 180: Cho hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+x+1}}{x-2}$. Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số bằng:

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=1;\lim\limits_{x\to-\infty} y=-1;\lim\limits_{x\to 2^+} y=+\infty;\lim\limits_{x\to 2^-} y=-\infty$.

Đồ thị hàm số có 2 tiệm cận ngang và 1 tiệm cận đứng.

Câu 181: Số tiệm cận của đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ là

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$;

$\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2+\dfrac{1}{x}}{1-\dfrac{1}{x}}=2$ nên đường thẳng $y=2$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$; $\lim\limits_{x\to 1^+} y=\lim\limits_{x\to 1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$ nên đường thẳng $x=1$ là đường tiệm cận đứng.

Câu 182: Số đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{2x-3}{\sqrt{x^2+1}}$ là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-2;\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang.

Câu 183:] Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số : $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ là :

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x^2-4}$ có hai tiệm cận đứng là $x=\pm 2$ và một tiệm cận ngang $y=0$.

Do đó số tiệm cận của đồ thị hàm số là 3.

Câu 184: Hỏi đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{3x^2+2}}{\sqrt{2x+1}-x}$ có tất cả bao nhiêu tiệm cận (gồm tiệm cận đứng và tiệm cận ngang)?

A. 3.. **B.** 2. **C.** 1.. **D.** 4..

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐKXĐ: $\begin{cases} x\ge -\dfrac{1}{2} \\ \sqrt{2x+1}-x\ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x\ge -\dfrac{1}{2} \\ x\ne 1+\sqrt{2} \end{cases}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{3x^2+2}}{\sqrt{2x+1}-x}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x\sqrt{3+\dfrac{2}{x^2}}}{x\left(\sqrt{\dfrac{2}{x}+\dfrac{1}{x^2}}-1\right)}=-\sqrt{3} \Rightarrow y=-\sqrt{3}$ là phương trình đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to\left(1+\sqrt{2}\right)^+}\dfrac{\sqrt{3x^2+2}}{\sqrt{2x+1}-x}=+\infty$ hoặc $\lim\limits_{x\to\left(1+\sqrt{2}\right)^-}\dfrac{\sqrt{3x^2+2}}{\sqrt{2x+1}-x}=-\infty$

Do đó: $x=1+\sqrt{2}$ là phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Câu 185: Cho hàm số $y=\dfrac{2017}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là?

A. 0. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị (H) có tiệm cận đứng là $x=2$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2017}{x-2}=0\Rightarrow(H)$ có tiệm cận ngang là $y=0$.

Vậy số đường tiệm cận của (H) là 2

Câu 186: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số hàm số $y=\dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x-2}$?

A. 2.. **B.** 0.. **C.** 3. **D.** 1..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=(-\infty;-2]\cup[0;+\infty)\setminus\{2\}$

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sqrt{1+\dfrac{2}{x}}}{1-\dfrac{2}{x}}=1$; $\lim\limits_{x\to-\infty}y=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{-\sqrt{1+\dfrac{2}{x}}}{1-\dfrac{2}{x}}=-1 \Rightarrow y=1$, $y=-1$ là 2 tiệm cận ngang.

$\lim\limits_{x\to 2^+}y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{\sqrt{x^2+2x}}{x-2}=+\infty \Rightarrow x=2$ là tiệm cận đứng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: BIỆN LUẬN SỐ ĐƯỜNG TIỆM CẬN

Câu 187: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-2x+m^2+1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để (C) có tiệm cận đứng.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\neq 0$. **C.** $m=0$. **D.** $m\in\varnothing$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$. Đồ thị (C) có tiệm cận đứng khi và chỉ khi $x=1$ không là nghiệm của $g(x)=x^2-2x+m^2+1\Leftrightarrow g(1)\neq 0\Leftrightarrow m^2\neq 0\Leftrightarrow m\neq 0$.

Câu 188: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị (C) có đúng 3 đường tiệm cận?

A. $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>2\\ m<-2\end{array}\right.\\ m\neq -\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m<-2\\ m>2\end{array}\right.$. **C.** $\begin{cases}m<-2\\ m\neq -\dfrac{5}{2}\end{cases}$. **D.** $m>2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=\dfrac{x+1}{x^2-2mx+4}$; Xét $x^2-2mx+4=0$ có $\Delta'=m^2-4$.

+ Nếu $\Delta'<0\Leftrightarrow m^2-4<0\Leftrightarrow -2<m<2$ thì đồ thị hàm số chỉ có một đường tiệm cận ngang $y=0$ (do $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0$).

+ Nếu $m=2$ hoặc $m=-2$ hoặc $m=-\dfrac{5}{2}$ thì đồ thị hàm số chỉ có hai đường tiệm cận.

+Nếu $m\in(-\infty;-2)\setminus\left\{-\dfrac{5}{2}\right\}$ hoặc $m\in(2;+\infty)$ thì đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

Câu 189: Số các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+m}{mx+1}$ không có tiệm cận đứng là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

☑ TH1: $m=0\Rightarrow y=x$: Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

☑ TH2: $x=-\dfrac{1}{m}$ là nghiệm của tử số $\Leftrightarrow -\dfrac{1}{m}+m=0\Leftrightarrow m=\pm 1$.

Câu 190: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq -1.\\ m<\dfrac{1}{5}\end{cases}$ **B.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq -1.\\ m<\dfrac{1}{3}\end{cases}$ **C.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m<\dfrac{1}{3}.\end{cases}$ **D.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m<\dfrac{1}{5}.\end{cases}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B

• $m=0$: Đồ thị có hai tiệm cận nên loại.

• $m\neq 0\Rightarrow \lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0$: đồ thị có một tiệm cận ngang.

Bài toán trở thành : Tìm m để đồ thị hàm số có 2 tiệm cận đứng.

$\Leftrightarrow mx^2-2x+3=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=1-3m>0\\ m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}m<\dfrac{1}{3}\\ m\neq -1\end{cases}$.

Câu 191: Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{mx^2+mx-1}}{2x+1}$ có hai tiệm cận ngang.

A. $m>0$. **B.** $m=0$.

C. Không có giá trị m. **D.** $m<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện $\begin{cases}mx^2+mx-1\geq 0\ (1)\\ x\neq -\dfrac{1}{2}\end{cases}$.

Để hàm số có hai tiệm cận ngang thì tập xác định của hàm số phải có dạng $(-\infty;a)\cup(b;+\infty)$.

Với $m=0$ thì không tồn tại hàm số.

Với $m<0$ thì tập nghiệm của bất phương trình (1) sẽ có dạng $[a;b]$ nên không có tiệm cận ngang.

Với $m>0$ thì tập nghiệm của BPT sẽ có nghiệm thỏa mãn yêu cầu.

Khi đó ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\dfrac{\sqrt{m}}{2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{\sqrt{m}}{2}$ nên đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang là $y=\pm\dfrac{\sqrt{m}}{2}$.

Câu 192: Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{\sqrt{(1-m)x^2+3x-1}}$ có tiệm cận ngang thì điều kiện của m là.

A. $m<1$. **B.** $m\neq 1$. **C.** $m>1$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang nếu $\lim\limits_{x\to+\infty} y=y_0$ hoặc $\lim\limits_{x\to-\infty} y=y_0\Leftrightarrow 1-m>0\Leftrightarrow m<1$.

Câu 193: Có bao nhiêu giá trị của tham số m để đồ thị $(C_m):y=\dfrac{mx+3}{1-x}$ có tiệm cận và tâm đối xứng của (C_m) thuộc đường thẳng $d:2x-y+1=0$?

A. 0 **B.** 2 **C.** vô số **D.** 1

Hướng dẫn giải

Chọn A

Để đồ thị hàm số $(C_m):y=\dfrac{mx+3}{1-x}$ có đường tiệm cận thì $m+3\neq 0\Leftrightarrow m\neq -3$.

Gọi $I(1;-m)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận thì I là tâm đối xứng của đồ thị hàm số (C_m).

Theo giả thiết ta có $I \in d: 2x-y+1=0$ nên $2.1+m+3=0 \Leftrightarrow m=-3$ (loại).
Vậy không có giá trị nào của m thỏa mãn.

Câu 194: Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có 2 tiệm cận đứng.

A. $m<1$ và $m\neq -8$. **B.** $m>1$ và $m\neq -8$.
C. $m\neq 1$ và $m\neq -8$. **D.** $m>1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow x^2-2x+m=0$ có 2 nghiệm phân biệt khác nghiệm của $x^2+x-2=0$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} 1-m>0 \\ 1-2+m\neq 0 \\ 4+4+m\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<1 \\ m\neq -8 \end{cases}$.

Câu 195: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+2}{x-1}$ có tiệm cận đứng.

A. $m\leq -2$. **B.** $m<2$. **C.** $m\neq 2$. **D.** $m\neq -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số có tiệm cận đứng $\Rightarrow \lim\limits_{x\to 1^{\pm}} \dfrac{mx+2}{x-1}=\infty \Rightarrow m.1+2\neq 0 \Leftrightarrow m\neq -2$.

Câu 196: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(2m-n)x^2+mx+1}{x^2+mx+n-6}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai đường tiệm cận. Tính $m+n$.

A. 9. **B.** -6. **C.** 8. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $g(x)=(2m-n)x^2+mx+1$, $f(x)=x^2+mx+n-6$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=2m-n$. Suy ra tiệm cận ngang là $y=2m-n$.

Theo giả thiết ta có tiệm cận ngang là $y=0$. Do đó ta có $2m-n=0$. (1).

Mặt khác, tiệm cận đứng của đồ thị là $x=0$ suy ra $f(0)=0 \Leftrightarrow n-6=0 \Leftrightarrow n=6$.

Khi đó $g(0)=1\neq 0$.

Từ (1) và (2) suy ra $n=6$ và $m=3$.
Vậy $m+n=9$.

Câu 197: Để đồ thị của hàm số $y=\dfrac{mx^3-2}{x^2-3x+2}$ có hai tiệm cận đứng thì.

A. $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \end{cases}$. **B.** $m\neq 0$. **C.** $\begin{cases} m\neq 1 \\ m\neq 2 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m\neq 2 \\ m\neq \dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$. Đặt $g(x)=mx^3-2$. Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow \begin{cases} g(1)\neq 0 \\ g(2)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 2 \\ m\neq \dfrac{1}{4} \end{cases}$.

Câu 198: Các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=ax+\sqrt{4x^2+1}$ có tiệm cận ngang là:

A. $a=\pm\frac{1}{2}$. **B.** $a=\pm 2$.

C. $a=\pm 1$. **D.** $a=-2$ và $a=\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Trường hợp 1.

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(ax+\sqrt{4x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\left(a^2-4\right)x^2-1}{ax-\sqrt{4x^2+1}}$ là hữu hạn khi $\begin{cases}a^2-4=0\\ a\neq 2\end{cases}\Rightarrow a=-2$.

Trường hợp 2.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\left(ax+\sqrt{4x^2+1}\right)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\left(a^2-4\right)x^2-1}{ax-\sqrt{4x^2+1}}$ là hữu hạn khi $\begin{cases}a^2-4=0\\ a\neq -2\end{cases}\Rightarrow a=2$.

Vậy các giá trị thỏa mãn là: $a=\pm 2$..

Câu 199: Tính tổng S tất cả các giá trị nguyên dương m sao cho đồ thị hàm số $y=\dfrac{\sqrt{(4-m)x^2+2mx-3-m}}{x-2}$ có 2 tiệm cận ngang.

A. $S=3$. **B.** $S=10$. **C.** $S=6$. **D.** $S=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $f(x)=(4-m)x^2+2mx-3-m$.

Để đồ thị hàm số đã cho có 2 tiệm cận ngang thì $\begin{cases}4-m>0\\ f(2)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<4\\ -m+13\neq 0\end{cases}$.

Suy ra các giá trị nguyên dương của m là $m\in\{1;2;3\}$.

Vậy tổng các giá trị nguyên dương cần tìm của m là 6.

Câu 200: Tập hợp các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{\left(mx^2-2x+1\right)\left(4x^2+4mx+1\right)}$ có đúng 1 đường tiệm cận là

A. $(-\infty;-1)\cup\{0\}\cup(1;+\infty)$. **B.** $(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $\varnothing$ **D.** $\{0\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=0$. Nên hàm số luôn có 1 đường tiệm cận ngang $y=0$. Vậy ta tìm điều kiện để hàm số không có tiệm cận đứng .

Xét phương trình: $\left(mx^2-2x+1\right)\left(4x^2+4mx+1\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}mx^2-2x+1=0\quad(1)\\ 4x^2+4mx+1=0\quad(2)\end{array}\right.$

TH1: Xét $m=0$, ta được $y=\dfrac{2x-1}{(-2x+1)\left(4x^2+1\right)}=-\dfrac{1}{4x^2+1}$ (thỏa ycbt)

TH2: Xét $m\neq 0$. Có: $\Delta_1=1-m$ và $\Delta_2=4m^2-4$

Th2a. Cả 2 phương trình (1) và (2) đều vô nghiệm: $\Leftrightarrow\begin{cases}1-m<0\\ 4m^2-4<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\ -1<m<1\end{cases}\Leftrightarrow m\in\varnothing$

Th2b: (1) vô nghiệm, (2) có nghiệm kép $x=\frac{1}{2}$: ta thấy trường hợp này vô lí (vì $m>1$)

Th2c: (2) vô nghiệm, (1) có nghiệm kép $x=\frac{1}{2}$: ta thấy trường hợp này vô lí (vì $-1<m<1$)

Câu 201: Với điều kiện nào của tham số m dưới đây, đồ thị $(C_m): y=\frac{x-2}{x^2-3x+m^2}$ chỉ có 1 tiệm cận đứng.

A. $m\in(-1;+\infty)$. **B.** Không có m. **C.** $\forall m$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số có một tiệm cận đứng khi phương trình $x^2-3x+m^2=0$ có nghiệm kép hay có một nghiệm bằng 2.

$TH1: 9-4m^2=0\Leftrightarrow m=\pm\frac{3}{2}$.

$TH2: 2^2-3.2+m^2=0\Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$.

Câu 202: Tìm m để đồ thị $(H): y=\frac{(m+1)x-2m+1}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=-1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để hàm số không có tiệm cận đứng.

$\Rightarrow m-2=0$.

$\Rightarrow m=2$..

Câu 203: Tìm các giá trị của tham số m để đồ thị $(C): y=\frac{mx-3}{\sqrt{m^2x^2+2016}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $m>0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\neq 0$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nếu $m=0$ thì (C) là đồ thị hàm số $y=\frac{-3}{\sqrt{2016}}$ nên là một đường thẳng (không có tiệm cận).

Với $m\neq 0$, ta có $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{mx-3}{\sqrt{m^2x^2+2016}}=\frac{m}{|m|}$ và $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{mx-3}{\sqrt{m^2x^2+2016}}=-\frac{m}{|m|}$.

Do $\frac{m}{|m|}\neq-\frac{m}{|m|}$ nên khi $m\neq 0$ đồ thị hàm số luôn có 2 đường tiệm cận ngang.

Câu 204: Với giá trị nào của m, đồ thị hàm số $y=\frac{x+1-\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$ có đúng hai đường tiệm cận?

A. $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m\geq 1\\ m\leq -2\end{array}\right.\\ m\neq -3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\leq -2\\ m\neq -3\end{cases}$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m\geq 1\\ m\leq -2\end{array}\right.$. **D.** $m\in\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y=\dfrac{x+1-\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}$. Hàm số xác định khi: $\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x\le -3\\ x\ge 0\end{array}\right.\\ x\ne 1\\ x\ne -m-2\end{cases}$.

Ta có

$$y=\frac{x+1-\sqrt{x^2+3x}}{x^2+(m+1)x-m-2}=\frac{-x+1}{(x-1)(x+m+2)\left(x+1+\sqrt{x^2+3x}\right)}=\frac{-1}{(x+m+2)\left(x+1+\sqrt{x^2+3x}\right)}.$$

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Rightarrow y=0$ là tiệm cận ngang.

Hàm số có hai tiệm cận khi có một tiệm cận đứng $\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}-m-2\le -3\\ -m-2\ge 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m\ge 1\\ m\le -2\end{array}\right.$.

Câu 205: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{1+\sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2-mx-3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

A. $\left[\dfrac{1}{4};\dfrac{1}{2}\right]$. **B.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$. **D.** $(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=[-1;+\infty)$.

Ta có $\sqrt{x^2-mx-3m}=0\Leftrightarrow x^2-mx-3m=0\ (1)\Leftrightarrow x^2=m(x+3)\Leftrightarrow\dfrac{x^2}{x+3}=m$

YBCT $\Leftrightarrow(1)$ có 2 nghiệm phân biệt lớn hơn hoặc bằng -1

Đặt $f(x)=\dfrac{x^2}{x+3}$ với $x\in[-1;+\infty)$. Ta có $f'(x)=\dfrac{x^2+6x}{(x+3)^2}$;

Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=-6\notin[-1;+\infty)\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	-1		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên, ta có: YCBT $\Leftrightarrow 0<m\le\dfrac{1}{2}$.

Câu 206: Tìm tất cả các giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $m=4$. **B.** $m\in\{-1;-4\}$. **C.** $m=-1$. **D.** $m\in\{1;4\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=\dfrac{x^2+m}{x^2-3x+2}=\dfrac{x^2+m}{(x-1)(x-2)}$.

Nhận xét: đồ thì hàm số nếu có tiệm cận đứng chỉ có thể có nhận đường thẳng $x=1$ hoặc $x=2$ hoặc cả hai đường thẳng đó.

Vậy đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận nếu pt $x^2+m=0$ nhận nghiệm $x=1$ hoặc $x=2$.

Khi đó: $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-4 \end{array}\right.$.

Với $m=-1$ có một tiệm cận đứng $x=2$.

Với $m=-4$ có một tiệm cận đứng $x=1$.

Vậy $m\in\{-1;-4\}$.

Câu 207: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng.

A. $m=0$ **B.** $m<0$ **C.** $m<1$ **D.** $\left\{\begin{array}{l} m<0 \\ m\neq 1 \end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $D=\mathbb{R}$.

Hàm số có 2 tiệm cận đứng khi $m(x+1)^2+4=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1.

TH1. $m=0$ phương trình vô nghiệm

TH2. $m\neq 0$ phương trình có dạng $(x+1)^2=-\dfrac{4}{m}$ có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} -\dfrac{4}{m}>0 \\ -\dfrac{4}{m}\neq 4 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} m<0 \\ m\neq -1 \end{array}\right.$.

Câu 208: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng.

A. $m<1$. **B.** $\left\{\begin{array}{l} m>1 \\ m\neq 8 \end{array}\right.$. **C.** $\left\{\begin{array}{l} m<1 \\ m\neq -8 \end{array}\right.$. **D.** $\left\{\begin{array}{l} m\neq 1 \\ m\neq -8 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x^2-2x+m}$ có hai tiệm cận đứng khi và chỉ khi phương trình $f(x)=x^2-2x+m$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 và -2.

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} \Delta'>0 \\ f(1)\neq 0 \\ f(-2)\neq 0 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} 1-m>0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -8 \end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l} m<1 \\ m\neq -8 \end{array}\right.$.

Câu 209: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $a\neq 0, a\neq \pm 1$. **B.** $a>0$. **C.** $a<0, a\neq -1$. **D.** $a\neq 0, a\neq -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{0,-a\}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2} = 0$ nên $y=0$ là một tiệm cận ngang.

Để hàm số $y=\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}$ có hai tiệm cận đứng thì $a\neq 0$ và $(-a)^2+a\neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ a\neq -1 \end{cases}$.

Câu 210: Tìm giá trị của tham số m để tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+m-1}$ đi qua điểm $A(5;2)$.

A. $m=-4$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=6$. **D.** $m=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Để đường thẳng $x=1-m$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số thì $x=1-m$ không phải là nghiệm của phương trình $x+3=0$.

$\Leftrightarrow 1-m+3\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 4$.

Đường thẳng $x=1-m$ đi qua điểm $A(5;2)$.

$\Leftrightarrow 5=1-m \Leftrightarrow m=-4$.

Câu 211: Có bao nhiêu giá trị m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2}$ có đúng 2 đường tiệm cận ?

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{1;2\}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{mx^2-1}{x^2-3x+2} = m$

Do đó đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=m$.

Để hàm số có đúng hai đường tiệm cận thì đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng.

Khi đó $\left[\begin{array}{l} m-1=0 \\ 4m-1=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=1 \\ m=\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$.

Câu 212: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+1}{\sqrt{x^2-x+1}}$ có đúng một đường tiệm cận ngang.

A. Không có giá trị nào của m thỏa mãn. **B.** $\forall m\in\mathbb{R}$.

C. $m=1$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$m-1=0\Leftrightarrow m=1$ Ta có $y=0$ là tiệm cận ngang duy nhất của đồ thị hàm số đã cho.

$\left[\begin{array}{l} m-1>0 \\ m-1<0 \end{array}\right. \Rightarrow y=\pm(m-1)$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

Câu 213: Cho hàm số $y=\dfrac{5x-3}{x^2+4x-m}$ với m là tham số thực. Chọn khẳng định **sai:**

A. Với mọi m hàm số luôn có hai tiệm cận đứng.

B. Nếu $m<-4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang.

C. Nếu $m>-4$ đồ thị hàm số có ít nhất một tiệm cận đứng và một tiệm cận ngang.

D. Nếu $m=-4$ đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang và một tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét phương trình $x^2+4x-m=0$, với $\Delta'=4+m<0\Leftrightarrow m<-4$ thì phương trình này vô nghiệm nên đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng.

Câu 214: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. $m\geq 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m>\sqrt{5}$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{m+\dfrac{3}{x}}{\sqrt{m-\dfrac{5}{x}}}$.

$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{m+\dfrac{3}{x}}{-\sqrt{m-\dfrac{5}{x}}}$.

Để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+3}{\sqrt{mx^2-5}}$ có hai đường tiệm cận ngang thì $m>0$.

Câu 215: Biết rằng đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có tiệm cận đứng là $x=2$, tiệm cận ngang là $y=-3$. Khi đó $a+b$ bằng.

A. 1. **B.** -2. **C.** -1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=\dfrac{ax+1}{x-b}$.

$x-b=0\Leftrightarrow x=b\Rightarrow$ TCĐ: $x=b\Rightarrow b=2$.

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{ax+1}{x-b}=a\Rightarrow y=a$ là TCN $a=-3$..

Câu 216: Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx-1}{2x+m}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$?

A. $m=0$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m}{2}\right\}$.

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{m}{2}$ suy ra $-\dfrac{m}{2}=-1\Leftrightarrow m=2$.

Câu 217: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2m+4}{x-1}$ không có tiệm cận đứng.

A. $m=-1$. **B.** $m=1$. **C.** $m\neq 1$. **D.** $m\neq -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2m+4}{x-1}$ không có tiệm cận đứng $\Leftrightarrow 2m+4=-(m-1)\Leftrightarrow m=-1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 218: Để đường cong $(C): y=\dfrac{x^2+3x+6}{x^2-ax+a}$ có đúng 1 đường tiệm cận đứng thì giá trị của a là.

A. $\left[\begin{array}{l} a=0 \\ a=4 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} a=1 \\ a=2 \end{array}\right.$. **C.** $a=1$. **D.** $a=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Yêu cầu bài toán $x^2-ax+a=0$ có nghiệm kép $\Leftrightarrow \Delta=a^2-4a=0 \Leftrightarrow a=0 \vee a=4$.
Hoặc thử *a= 0* và *a=4* ta thấy có đúng một tiệm cận đứng.

Câu 219: Cho hàm số: $y=\dfrac{x-1}{mx^2-2x+3}$. Tìm các giá trị của m để đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận.

A. $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \\ m<\dfrac{1}{5} \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m<\dfrac{1}{5} \\ m\neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \\ m<\dfrac{1}{3} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m\neq 0 \\ m<\dfrac{1}{3} \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có ba đường tiệm cận $\Leftrightarrow mx^2-2x+3=0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ \Delta'>0 \\ m.1^2-2.1+3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m<\dfrac{1}{3} \\ m\neq -1 \end{cases}.$$

Câu 220: Tìm tất cả các giá trị của tham số a để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}$ có 3 đường tiệm cận.

A. $a\neq 0, a\neq -1$. **B.** $a\neq 0, a\neq \pm 1$. **C.** $a<0, a\neq -1$. **D.** $a>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số có tập xác định là $D=\mathbb{R}\setminus\{0,-a\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}=0$ nên $y=0$ là một tiệm cận ngang.

Để hàm số $y=\dfrac{x^2+a}{x^3+ax^2}$ có hai tiệm cận đứng thì $a\neq 0$ và $(-a)^2+a\neq 0 \Rightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ a\neq -1 \end{cases}$.

Câu 221: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-4}{x^2-mx+4}$ có hai đường tiệm cận đứng

A. $m\neq 5$. **B.** $m\in(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)\setminus\{5\}$.

C. $m\in(-\infty;-4)\cup(4;+\infty)$. **D.** $m\in(-\infty;-4]\cup[4;+\infty)$.

Câu 222: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{\sqrt{m(x-1)^2+4}}$ có hai tiệm cận đứng:

A. $m<0$. **B.** $m=0$. **C.** $\begin{cases} m<0 \\ m\neq -1 \end{cases}$. **D.** $m<1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $g(x)=m(x-1)^2+4=mx^2-2mx+4+m$.

Để đồ thị hàm số có hai tiệm cận đứng thì cần tìm m để phương trình $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

ĐK: $\begin{cases} m\neq 0 \\ \Delta=m^2-m(4+m)>0 \\ g(-1)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<0 \\ m\neq -1 \end{cases}$

Câu 223: Tìm tất cả các giá trị của tham số thực m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+2}{1-x}$ luôn có tiệm cận ngang.

A. $\forall m\neq\dfrac{1}{2}$. **B.** $\forall m\in\mathbb{R}$. **C.** $\forall m\neq -2$. **D.** $\forall m\neq 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Để đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$ phải tồn tại.

Nếu $m=-2$ thì $y=-1$ khi đó đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=-1$.

Nếu $m\neq -2$ thì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{mx+2}{1-x}=-m$, đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $y=-m$.

Vậy đồ thị hàm số luôn có tiệm cận ngang $\forall m\in\mathbb{R}$..

Câu 224: Có bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+\sqrt{x^2-2x+3}}{2x-1}$ có một tiệm cận ngang là $y=2$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$. Ta có: $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\dfrac{m+1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=\dfrac{m-1}{2}$.

Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận ngang là $y=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\dfrac{m+1}{2}=2\\ \dfrac{m-1}{2}=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\ m=5\end{array}\right.$.

Câu 225: Tìm m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-2}{x^2-2x+m}$ có ba đường tiệm cận?

A. $m\leq 1$. **B.** $m<1$.
C. $m<1$ và $m\neq 0$. **D.** $m\leq 1$ và $m\neq 0$.

Câu 226: Tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-1}{x^2+2mx-m}$ có 3 tiệm cận là

A. $m\neq -1$ và $m\neq\dfrac{1}{3}$. **B.** $-1<m<0$ và $m\neq\dfrac{1}{3}$.

C. $m<-1\vee m>0$. **D.** $m<-1\vee m>0$ và $m\neq\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 8: TIỆM CẬN THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN

Câu 227: Biết rằng hai đường tiệm cận của đồ thị hàm 2018 $y=\dfrac{2x+1}{x-m}$ (m là tham 2018 thực) tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 2. Giá trị của m bằng bao nhiêu?

A. $m=1$. **B.** $m=\pm 1$. **C.** $m=\pm 2$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=2$ là đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm 2018.

$x=m$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm 2018.

Tiệm cận ngang của đồ thị giao với Oy tại $A(0;2)$, tiệm cận đứng của đồ thị giao với Ox tại $B(m;0)$.

Hai đường tiệm cận giao nhau tại $I(m;2)$.

$S_{OAIB}=OA.OB=2.|m| \Rightarrow 2.|m|=2 \Leftrightarrow m=\pm 1$.

Câu 228: Cho hàm số $y=\dfrac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}$ có đồ thị (C) (a,b là các hằng số dương, $ab=4$). Biết rằng (C) có tiệm cận ngang $y=c$ và có đúng 1 tiệm cận đứng. Tính tổng $T=3a+b-24c$

A. $T=4$. **B.** $T=7$. **C.** $T=11$. **D.** $T=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\dfrac{a}{4}$. Tiệm cận ngang $y=c \Rightarrow \dfrac{a}{4}=c$.

(C) có một tiệm cận đứng nên phương trình $4x^2+bx+9=0$ có nghiệm kép.

$\Delta=0 \Leftrightarrow b^2-144=0 \Leftrightarrow b=\pm 12$. Vì $b>0 \Rightarrow b=12 \Rightarrow a=\dfrac{1}{3} \Rightarrow c=\dfrac{1}{12}$.

Vậy $T=11$.

Câu 229: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{(4a-b)x^2+ax+1}{x^2+ax+b-12}$ nhận trục hoành và trục tung làm hai tiệm cận thì giá trị $a+b$ bằng:

A. 2. **B.** -10. **C.** 10. **D.** 15.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Do đồ thị nhận trục hoành làm tiệm cận ngang mà $\lim\limits_{x\to+\infty} y=4a-b=0 \Rightarrow b=4a$.

Do đồ thị nhận trục tung làm tiệm cận đứng $\Rightarrow$ Biểu thức $x^2+ax+b-12$ nhận $x=0$ làm nghiệm.

$\Rightarrow b=12 \Rightarrow a=3 \Rightarrow a+b=15$.

Câu 230: Tìm m để tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{(m-1)x+2}{3x+4}$ cắt đường thẳng $2x-3y+5=0$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $m=2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=10$. **D.** $m=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{(m-1)x+2}{3x+4}=\dfrac{m-1}{3}$, tiệm cận ngang là: $y=\dfrac{m-1}{3}$.

Vì tiệm cận ngang cắt đường thẳng $2x-3y+5=0$ tại điểm có hoành độ bằng 2 nên ta có:

$2.2-3.\dfrac{m-1}{3}+5=0 \Leftrightarrow m=10$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 231: Biết đồ thị $y=\dfrac{(a-2b)x^2+bx+1}{x^2+x-b}$ có tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=0$. Tính $a+2b$.

A. 6. **B.** 8. **C.** 7. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo giả thiết ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=0\Leftrightarrow a-2b=0$ và $\lim\limits_{x\to 1} y=\pm\infty\Leftrightarrow b=2, a=4$.

Vậy $a+2b=6$.

Câu 232: Cho hàm số $y=2x+m-\dfrac{1}{x+1}$. Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số đã cho đi qua điểm $A(0;1)$ khi m bằng

A. 2. **B.** -2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[y-(2x+m)\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{-1}{x+1}=0$.

Vậy $d: y=2x+m$ là đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số.

Vì $A(0;1)\in d$ nên : $1=2.0+m\Leftrightarrow m=1$.

Câu 233: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2+m^2x-m-1}{x+2}$ có tiệm cận đứng.

A. $\mathbb{R}\setminus\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$ **B.** $\mathbb{R}$ **C.** $\mathbb{R}\setminus\left\{1;-\dfrac{2}{3}\right\}$ **D.** $\mathbb{R}\setminus\{1;-3\}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thay $x=-2$ vào tử số ta được $3-2m^2-m$. Ta có $3-2m^2-m=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} m=1\\ m=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$.

Với $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{1;-\dfrac{3}{2}\right\}$ thì $\lim\limits_{x\to -2} y=\infty$. Do đó đồ thị hàm số có TCĐ.

Với $m=1$ ta có $\lim\limits_{x\to -2^+} y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x^2+x-2}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2^+}(x-1)=-3$. Đồ thị hàm số không có TCĐ.

Với $m=-\dfrac{3}{2}$ ta có $\lim\limits_{x\to -2^+} y=\lim\limits_{x\to -2^+}\dfrac{x^2+\frac{9}{4}x+\frac{1}{2}}{x+2}=\lim\limits_{x\to -2^+}\left(x+\dfrac{1}{4}\right)=-\dfrac{7}{4}$. Đồ thị hàm số không có TCĐ.

Câu 234: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{2x+m}$ đi qua điểm $A(1;2)$.

A. $m=4$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=-4$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{m}{2}\right\}$. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng khi $m\neq 2$.

Phương trình tiệm cận đứng: $(d): x=-\dfrac{m}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Yêu cầu bài toán $\Rightarrow -\frac{m}{2}=1\Rightarrow m=-2$ (thoả mãn).

DẠNG 9: TỔNG HỢP TIỆM CẬN VỚI DIỆN TÍCH, GÓC, KHOẢNG CÁCH

Câu 235: Cho hàm số $y=\frac{-x^2+4x+3}{x-2}$ có đồ thị (C). Tích các khoảng cách từ một điểm bất kỳ trên đồ thị (C) đến các đường tiệm cận của nó bằng.

A. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **D.** $\frac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta thấy $x-2=0\Leftrightarrow x=2$ và $-2^2+4.2+3\neq 0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=2\ (d_1)$.

Ta có $y=-x+2+\frac{7}{x-2}$ nên $y=-x+2\ (d_2)$ là tiệm cận xiên của đồ thị hàm số (C).

Lấy $I\left(0;-\frac{3}{2}\right)\in(C)$. Ta có $d\left(I\left(d_1\right)\right).d\left(I;\left(d_2\right)\right)=\frac{|-2|}{1}.\frac{\left|-\frac{3}{2}-2\right|}{\sqrt{2}}=\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Câu 236: Biết các đường tiệm cận của đường cong $(C): y=\frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}$ và trục tung cắt nhau tạo thành một đa giác (H). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 8.

B. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 4.

C. (H) là một hình vuông có diện tích bằng 25.

D. (H) là một hình chữ nhật có diện tích bằng 10.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}=\lim_{x\to+\infty}\frac{35x^2+12x+3}{(x-5)\left(6x+1+\sqrt{x^2-2}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(35+\frac{12}{x}+\frac{3}{x}\right)}{x^2\left(1-\frac{5}{x}\right)\left(6+\frac{1}{x}+\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}\right)}$$

$$=\lim_{x\to+\infty}\frac{35+\frac{12}{x}+\frac{3}{x}}{\left(1-\frac{5}{x}\right)\left(6+\frac{1}{x}+\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}\right)}=\frac{35}{7}=5.$$

$$\lim_{x\to-\infty}\frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5}=\lim_{x\to-\infty}\frac{35x^2+12x+3}{(x-5)\left(6x+1+\sqrt{x^2-2}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2\left(35+\frac{12}{x}+\frac{3}{x}\right)}{x^2\left(1-\frac{5}{x}\right)\left(6+\frac{1}{x}-\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}\right)}$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$= \lim_{x\to+\infty} \frac{35+\frac{12}{x}+\frac{3}{x}}{\left(1-\frac{5}{x}\right)\left(6+\frac{1}{x}-\sqrt{1-\frac{2}{x^2}}\right)} = 7.$$

Đường cong có hai tiệm cận ngang là: $y = 5$; $y = 7$.

$\lim\limits_{x\to5^+} \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to5^-} \frac{6x+1-\sqrt{x^2-2}}{x-5} = -\infty$ nên đường cong có tiệm cận đứng là.

$x = 5$. (H) là một hình chữ nhật có chiều dài là 5 và chiều rộng là 2 nên diện tích bằng 10.

Câu 237: Tổng khoảng cách từ điểm $M(1;-2)$ đến 2 đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x-1}$ bằng

A. 4. **B.** -3. **C.** -4. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: TCĐ: $x-1=0(d_1)$; TCN: $y-2=0(d_2)$..

$d(M,d_1) = \frac{|1-1|}{1} = 0; d(M,d_2) = \frac{|-2-2|}{1} = 4 \Rightarrow d(M,d_1)+d(M,d_2) = 4$.

Câu 238: Các đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng

A. 3. **B.** 6. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y = \frac{2x+3}{x-1}$ có các đường tiệm cận là $x = 1, y = 2$.

Do vậy tạo với trục tọa độ hình chữ nhật diện tích bằng 2.

Câu 239: Cho hàm số $y = \frac{2x-2}{x-2}$ có đồ thị là (C), M là điểm thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 2\sqrt{5}$. Gọi S là tổng các hoành độ của tất cả các điểm M thỏa mãn bài toán. Tìm giá trị của S.

A. 8. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = \frac{-2}{(x-2)^2}$. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận là $x = 2$ và $y = 2$.

Gọi $M\left(m;\frac{2m-2}{m-2}\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Phương trình tiếp tuyến d của (C) tại M : $y = \frac{-2}{(m-2)^2}(x-m)+\frac{2m-2}{m-2}$.

Đồ thị hàm số cắt hai đường tiệm cận tại các điểm $A\left(2;\frac{2m}{m-2}\right)$ và $B(2m-2;2)$.

$AB = 2\sqrt{5} \Leftrightarrow (2m-4)^2 + \frac{16}{(m-2)^2} = 20$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Leftrightarrow (m-2)^4-5(m-2)^2+4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(m-2)^2=1\\(m-2)^2=4\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=3\\m=1\\m=4\\m=0\end{array}\right.$$

Vậy $S=8$.

Câu 240: Cho hàm số $y=\dfrac{1-3x}{3-x}$ có đồ thị (C). Điểm M nằm trên (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của (C). Khoảng cách từ M đến tâm đối xứng của (C) bằng

A. 5. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử $M\left(t;\dfrac{3t-1}{t-3}\right)\in(C)\ (t\neq 3)$.

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $d_1: x=3$ và tiệm cận ngang $d_2: y=3$.

Đồ thị (C) có tâm đối xứng $I(3;3)$.

Ta có $d(M;d_1)=2d(M;d_2)\Leftrightarrow |t-3|=2\left|\dfrac{3t-1}{t-3}-3\right|$

$\Leftrightarrow |t-3|=2\left|\dfrac{8}{t-3}\right| \Leftrightarrow (t-3)^2=16 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}t=7\\t=-1\end{array}\right.$ thỏa mãn $t\neq 3$.

+ Với $t=7\Rightarrow M(7;5)\Rightarrow \overrightarrow{IM}=(4;2)\Rightarrow IM=2\sqrt{5}$.

+ Với $t=-1\Rightarrow M(-1;-1)\Rightarrow \overrightarrow{MI}=(4;4)\Rightarrow MI=4\sqrt{2}$.

Câu 241: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}(C)$. Gọi M là điểm bất kỳ trên (C), *d* là tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của đồ thị (*C*). Giá trị nhỏ nhất của *d* là

A. 10. **B.** 6. **C.** 2. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tọa độ điểm M có dạng $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-3}{x_0-2}\right)$ với $x_0\neq 2$

Phương trình tiệm cận đứng, ngang lần lượt là $x-2=0\ (d_1)$, $y-2=0\ (d_2)$.

Ta có $d=d(M,d_1)+d(M,d_2)=|x_0-2|+\dfrac{1}{|x_0-2|}\geq 2$

Câu 242: Đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y=\dfrac{mx+1}{2m+1-x}$ cùng với hai trụ tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 3. Tìm m.

A. $m=1;\ m=-\dfrac{3}{2}$. **B.** $m=-1;\ m=3$.

C. $m=1;\ m=\dfrac{3}{2}$. **D.** $m=-1;\ m=-\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{mx+1}{2m+1-x}=-m$; $\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\dfrac{mx+1}{2m+1-x}=\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\dfrac{m(2m+1)+1}{2m+1-x}=\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\dfrac{2m^2+m+1}{2m+1-x}$

$\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\left(2m^2+m+1\right)=2m^2+m+1>0$; $\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\left(2m+1-x\right)=0$ và $2m+1-x<0\,\forall x>2m+1$.

$\Rightarrow\lim\limits_{x\to(2m+1)^+}\dfrac{mx+1}{2m+1-x}=-\infty$.

Vậy đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận $x=2m+1$ và $y=-m$.

Hai đường tiệm cận tạo với hai trục tọa độ một hình chữ nhật có diện tích bằng 3 suy ra

$$|2m+1|.|m|=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m^2+m=3\\2m^2+m=-3\left(PTVN\right)\end{array}\right.\Leftrightarrow 2m^2+m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\m=\dfrac{-3}{2}\end{array}\right.$$

Câu 243: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là:

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $3\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$. Giao điểm hai tiệm cận của đồ thị hàm số là $I(-1;1)$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A\left(a;\dfrac{a+2}{a+1}\right)\in(C)$ là:

$$y=\frac{-1}{(a+1)^2}(x-a)+\frac{a+2}{a+1}\Leftrightarrow x+(a+1)^2y-a^2-4a-2=0.$$

Khoảng cách từ $I(-1;1)$ đến tiếp tuyến là : $d=\dfrac{\left|-1+(a+1)^2.1-a^2-4a-2\right|}{\sqrt{1+(a+1)^4}}=\dfrac{|-2a-2|}{\sqrt{1+(a+1)^4}}$

Vì $\sqrt{1+(a+1)^4}\ge\sqrt{2.(a+1)^2}=\sqrt{2}|a+1|$ nên $d\le\dfrac{2|a+1|}{\sqrt{2}|a+1|}=\sqrt{2}$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=0$ hoặc $a=-2$.

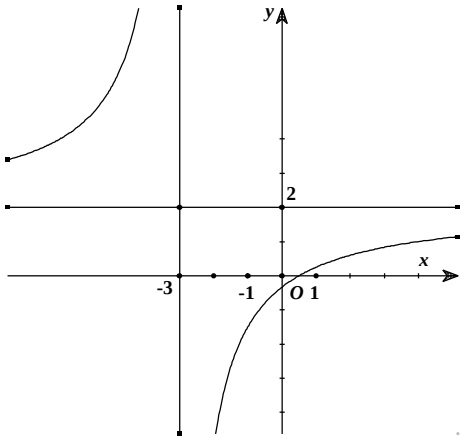
Câu 244: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi 2 trục tọa độ và đường tiệm cận của đồ thị hàm số đã cho là.

A. $S=6$. **B.** $S=3$. **C.** $S=\sqrt{13}$. **D.** $S=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hình phẳng giới hạn bởi 2 trục tọa độ và hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số là một hình chữ nhật có chiều dài bằng 3, chiều rộng bằng 2.
Diện tích hình chữ nhật là: $S = 2.3 = 6$.

Câu 245: Cho đồ thị hai hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$ và $g(x) = \dfrac{ax+1}{x+2}$ với $a \neq \dfrac{1}{2}$. Tìm tất cả các giá trị thực dương của a để các tiệm cận của hai đồ thị hàm số tạo thành một hình chữ nhật có diện tích là 4.

A. $a = 3$. **B.** $a = 6$. **C.** $a = 1$. **D.** $a = 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm số $f(x) = \dfrac{2x+1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận là $x = -1$ và $y = 2$.

Đồ thị hàm số $g(x) = \dfrac{ax+1}{x+2}$ có hai đường tiệm cận là $x = -2$ và $y = a$.

Hình chữ nhật được tạo thành từ bốn đường tiệm cận của hai đồ thị trên có hai kích thước là 1 và $|a-2|$.

Theo giả thiết, ta có $|a-2|.1 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a = 6 \\ a = -2 \end{array}\right.$. Vì $a > 0$ nên chọn $a = 6$.

Câu 246: Cho hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ (C). Gọi S là diện tích hình chữ nhật được tạo bởi 2 trục tọa độ và 2 đường tiệm cận của (C).Khi đó giá trị của S là.

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

(C) có hai tiệm cận $x = 1; y = 2$.
Vậy $S = 2$.

Câu 247: Đường tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x^2 - x}{x-1}$ tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng

A. 2. **B.** 1. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y = \dfrac{2x^2 - x}{x-1} = 2x + 1 + \dfrac{1}{x-1}$ và $\lim\limits_{x\to\infty} y = 2x+1$ nên ĐTHS có tiệm cận xiên là $y = 2x+1$.

TCX cắt Ox tại $A(-\dfrac{1}{2};0)$, cắt trục Oy tại $B(0;1)$ nên $S_{OAB} = \dfrac{1}{4}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 248: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x-3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $d=\sqrt{5}$. **B.** $d=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$. **C.** $d=1$. **D.** $d=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tọa độ giao điểm $I\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

Gọi tọa độ tiếp điểm là $\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{2x_0+3}\right)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị hàm số tại điểm $\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{2x_0+3}\right)$ là:

$$y=-\frac{1}{(2x_0-3)^2}(x-x_0)+\frac{x_0-1}{2x_0-3}\Leftrightarrow x+(2x_0-3)^2y-2x_0^2+4x_0-3=0.$$

Khi đó: $d(I,\Delta)=\dfrac{\left|\dfrac{3}{2}+\dfrac{1}{2}(2x_0-3)^2-2x_0^2+4x_0-3\right|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}}=\dfrac{|-2x_0+3|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}}\le\dfrac{|2x_0-3|}{\sqrt{2(2x_0-3)^2}}=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$

(Theo bất đẳng thức Cô si)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $(2x_0-3)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x_0-3=1\\2x_0-3=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\x_0=1\end{array}\right.$.

Vậy $\max d(I,\Delta)=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

DẠNG 10: CÂU HỎI TỔNG HỢP TÍNH ĐƠN ĐIỆU, CỰC TRỊ VÀ TIỆM CẬN

Câu 249: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$	$\nearrow$	-1	$\searrow$	$-\infty$

Chọn khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng $x=0$.

C. Cực đại của hàm số bằng 1.

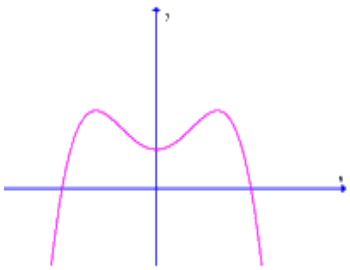
D. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cực đại của hàm số bằng 1.

Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0,\ b>0,\ c>0$.

B. $a<0,\ b>0,\ c<0$.

C. $a>0,\ b<0,\ c>0$.

D. $a<0,\ b<0,\ c>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có, đồ thị 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu nên: $a<0,\ b>0$. Mà đồ thị cắt Oy phía trên Ox nên $c>0$. Vậy $a<0,\ b>0,\ c>0$.

Câu 250: Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$-$	
y	2	↘	$+\infty$ ‖ $-\infty$	↘	2

Nhìn vào bảng biến thiên ta có.

A. $\lim\limits_{x\to 1^-} y=+\infty$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=2$, tiệm cận đứng $x=1$.

C. $\lim\limits_{x\to 2} y=-\infty$.

D. Hàm số giảm trên miền xác định.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 251: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

B. Hàm số có cực trị.

C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x+1}{x-2}=+\infty$ nên hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 252: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Xét các phát biểu sau đây:

i) Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng.

ii) Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

iii) Giao điểm của đồ thị với trục hoành là điểm $A(0;-2)$.

iv) Tiệm cận đứng là $y=1$ và tiệm cận ngang là $x=-1$.

Trong các phát biểu trên, có bao nhiêu phát biểu đúng

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = \lim\limits_{x\to\pm\infty} \dfrac{x-2}{x+1} = 1$ nên đường thẳng $y=1$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số.

$\lim\limits_{x\to -1^-} y = \lim\limits_{x\to -1^-} \dfrac{x-2}{x+1} = +\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^+} y = \lim\limits_{x\to -1^+} \dfrac{x-2}{x+1} = -\infty$ nên đường thẳng $x=-1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Do đó, đồ thị hàm số nhận giao điểm của hai tiệm cận $I(-1;1)$ làm tâm đối xứng. (đúng)

Hàm số đồng biến trên tập $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$ là khẳng định sai vì hàm số chỉ đồng biến trên từng khoảng của tập xác định.

Giao điểm của đồ thị với trục hoành là điểm $A(0;-2)$ là khẳng định sai vì điểm $A(0;-2)$ không nằm trên trục hoành.

Tiệm cận đứng là $y=1$ và tiệm cận ngang là $x=-1$ là khẳng định sai. (theo kết quả trên).

Câu 253: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{\sqrt{1-x^2}}$. Xét các mệnh đề sau đây:

(I). Hàm số có tập xác định $D=(-1;1)$.

(II). Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận ngang là $y=1$ và $y=-1$.

(III). Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=-1$.

(IV). Hàm số có một cực trị.

Số mệnh đề đúng là:

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đk để hàm số xác định là: $1-x^2>0 \Leftrightarrow -1<x<1 \to D=(-1;1)$. Vậy mệnh đề (I) đúng.

Do hàm số có tập xác định $D=(-1;1)$ nên không tồn tại $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y$ do đó đồ thị hàm số này không có đường tiệm cận ngang. Vậy mệnh đề (II) **sai**.

Do $\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)=+\infty$; $\lim\limits_{x\to -1^+} f(x)=+\infty$ nên đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x=1$ và $x=-1$. Vậy (III) đúng.

Ta có $y'=\dfrac{(x+2)'\sqrt{1-x^2}-\left(\sqrt{1-x^2}\right)'.(x+2)}{1-x^2}=\dfrac{\sqrt{1-x^2}+\dfrac{x(x+2)}{\sqrt{1-x^2}}}{1-x^2}=\dfrac{2x+1}{(1-x^2)\sqrt{1-x^2}}$.

Do y' bị đổi dấu qua $x=-\dfrac{1}{2}$ nên hàm số có một cực trị. Vậy mệnh đề (IV) đúng.

Do đó số mệnh đề đúng là 3.

Câu 254: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-2m}$ có 2 đường tiệm cận và 2 đường tiệm cận đó cùng với hai trục tọa độ tạo thành một hình chữ nhật có diện tích bằng 1.

A. $m=-\dfrac{1}{6}$. **B.** $m=\dfrac{1}{6}$. **C.** $m=\pm\dfrac{1}{6}$. **D.** $m=\pm\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

+ Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2m\}$..

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=-3$.

+ Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2m \Leftrightarrow -3.2m+1\neq 0 \Leftrightarrow m\neq \frac{1}{6}$..

+ Tiệm cận ngang cắt Oy tại $B(0;\ -3) \Rightarrow OB=3$.

+ Tiệm cận đứng cắt Ox tại $A(2m;\ 0) \Leftrightarrow OA=|2m|$.

+ Diện tích hình chữ nhật bằng 1.

$$\Rightarrow OA.OB=1 \Leftrightarrow 3.|2m|=1 \Leftrightarrow |2m|=\frac{1}{3} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m=\frac{1}{3} \\ 2m=-\frac{1}{3} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{1}{6}\ (L) \\ m=-\frac{1}{6} \end{array}\right. .$$

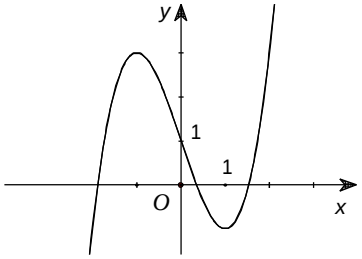
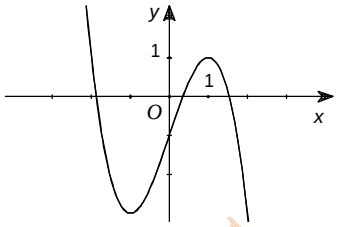
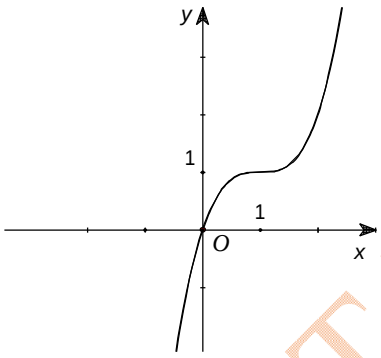
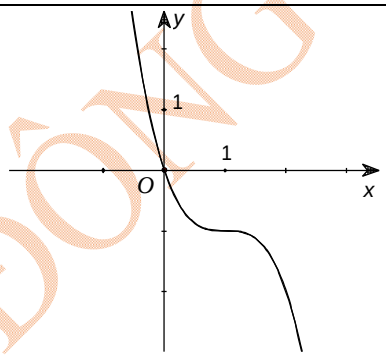
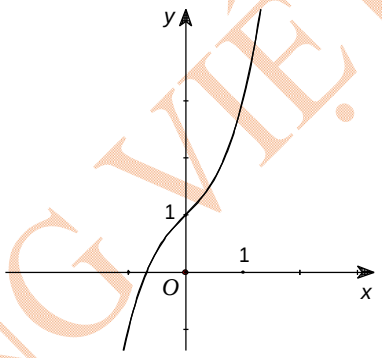
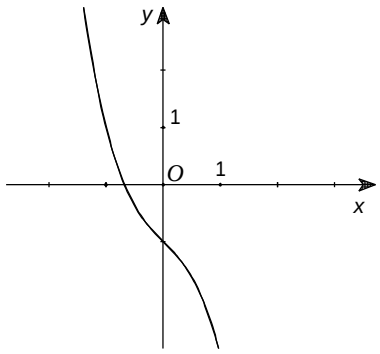
Vậy $m=-\frac{1}{6}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

KHẢO SÁT SỰ BIẾN THIÊN VÀ VẼ ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Khảo sát một số hàm đa thức và hàm phân thức

1.1. Hàm số bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d \quad (a \neq 0)$

TRƯỜNG HỢP	$a > 0$	$a < 0$
Phương trình $y' = 0$ có 2 nghiệm phân biệt		
Phương trình $y' = 0$ có nghiệm kép		
Phương trình $y' = 0$ vô nghiệm		

1.2. Hàm số trùng phương $y = ax^4 + bx^2 + c \quad (a \neq 0)$

+) Đạo hàm: $y' = 4ax^3 + 2bx = 2x\left(2ax^2 + b\right)$, $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ 2ax^2 + b = 0 \end{array}\right.$

+) Để hàm số có 3 cực trị: $ab < 0$

- Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b < 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và 2 cực tiểu

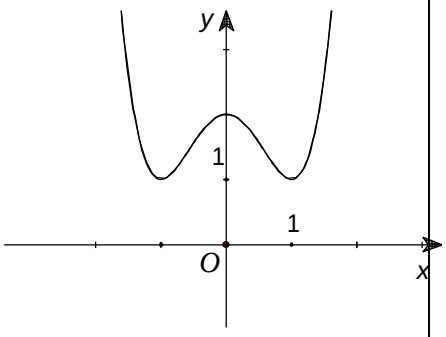
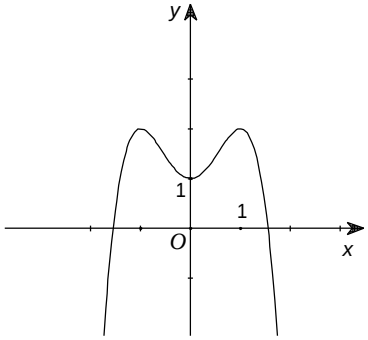
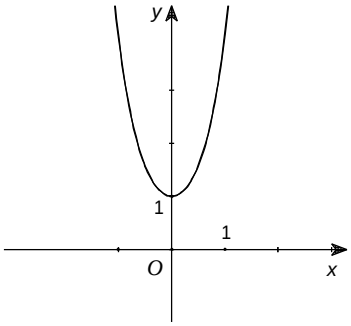
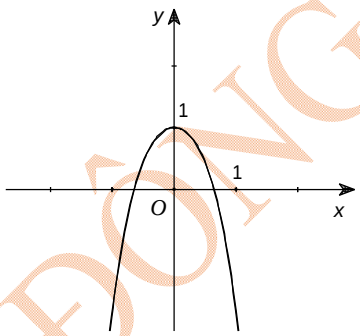
- Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b > 0 \end{cases}$ hàm số có 2 cực đại và 1 cực tiểu

+) Để hàm số có 1 cực trị $ab \geq 0$

- Nếu $\begin{cases} a > 0 \\ b \geq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực tiểu và không có cực đại

- Nếu $\begin{cases} a < 0 \\ b \leq 0 \end{cases}$ hàm số có 1 cực đại và không có cực tiểu

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TRƯỜNG HỢP	$a>0$	$a<0$
Phương trình $y'=0$ *có 3 nghiệm phân biệt* (ab<0)		
Phương trình $y'=0$ *có 1 nghiệm.*		

1.3. Hàm số nhất biến $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\quad (c\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$

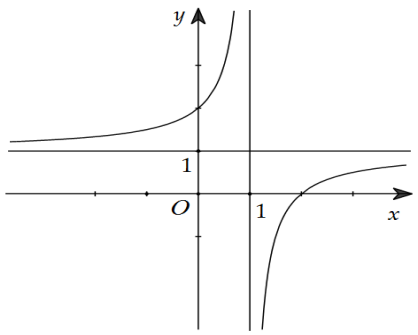
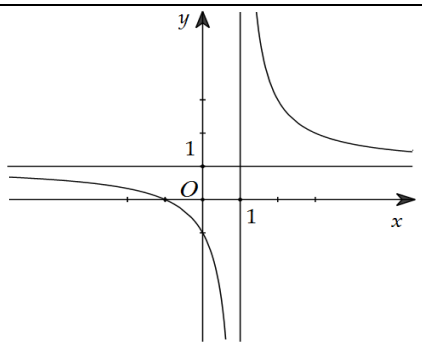
+) Tập xác định: $D=R\setminus\left\{-\dfrac{d}{c}\right\}$

+) Đạo hàm: $y=\dfrac{ad-bc}{(cx+d)^2}$

- Nếu $ad-bc>0$ hàm số đồng biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 2 và 4.
- Nếu $ad-bc<0$ hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định. Đồ thị nằm góc phần tư 1 và 3.

+) Đồ thị hàm số có: TCĐ: $x=-\dfrac{d}{c}$ và TCN: $y=\dfrac{a}{c}$

+) Đồ thị có tâm đối xứng: $I\left(-\dfrac{d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$

$D=ad-bc>0$	$D=ad-bc<0$
	

2. Một số phép biến đổi đồ thị

2.1. Dạng 1

Từ đồ thị $(C):y=f(x)$ suy ra đồ thị $(C'):y=f(|x|)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có: $y = f(|x|) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \ge 0 \\ f(-x) & \text{khi } x < 0 \end{cases}$

và $y = f(|x|)$ là *hàm chẵn* nên đồ thị (C') nhận Oy làm trục đối xứng.

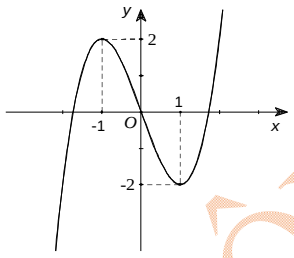
***8 Cách vẽ (C') từ (C):**

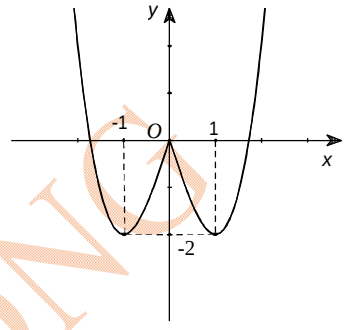
- *Giữ nguyên* phần đồ thị bên phải Oy của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- *Bỏ* phần đồ thị bên trái Oy của (C), **lấy đối xứng phần đồ thị** *được giữ* qua Oy.

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$.

Biến đổi (C):

- Bỏ phần đồ thị của (C) bên trái Oy, giữ nguyên (C) bên phải Oy.
- Lấy đối xứng phần đồ thị được giữ qua Oy.





$(C'): y = |x|^3 - 3|x|$

2.2. Dạng 2

Từ đồ thị $(C): y = f(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |f(x)|$.

Ta có: $y = |f(x)| = \begin{cases} f(x) & \text{khi } f(x) \ge 0 \\ -f(x) & \text{khi } f(x) < 0 \end{cases}$

*** Cách vẽ (C') từ (C):**

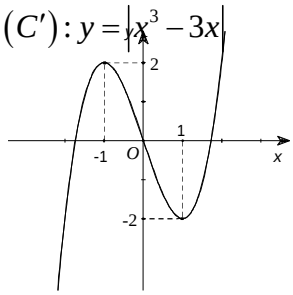
- *Giữ nguyên* phần đồ thị phía trên Ox của đồ thị (C): $y = f(x)$.
- *Bỏ* phần đồ thị phía dưới Ox của (C), **lấy đối xứng phần đồ thị *bị bỏ*** qua Ox.

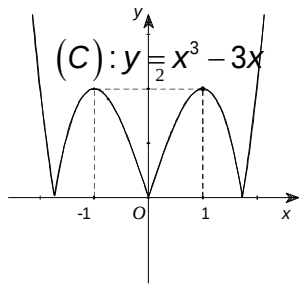
Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = |x^3 - 3x|$.

Biến đổi (C):

- Bỏ phần đồ thị của (C) dưới Ox, giữ nguyên (C) phía trên Ox.
- Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua Ox.

$(C'): y = |x^3 - 3x|$



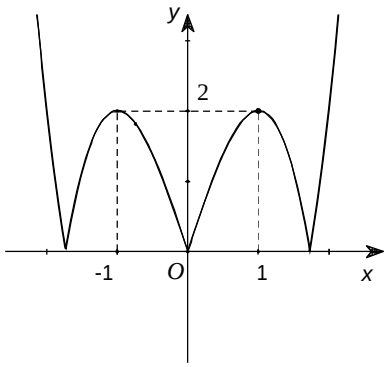


$(C): y = x^3 - 3x$

Chú ý với dạng: $y = |f(|x|)|$ ta lần lượt biến đổi 2 đồ thị $y = f(|x|)$ và $y = |f(x)|$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ví dụ: Từ đồ thị $(C): y = f(x) = x^3 - 3x$ suy ra đồ thị $y = \left||x|^3 - 3|x|\right|$. Biến đổi (C) để được đồ thị $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$. Biến đổi $(C'): y = |x|^3 - 3|x|$ ta được đồ thị $(C''): y = \left||x|^3 - 3|x|\right|$.



2.3. Dạng 3

Từ đồ thị $(C): y = u(x).v(x)$ suy ra đồ thị $(C'): y = |u(x)|.v(x)$.

Ta có: $y = |u(x)|.v(x) = \begin{cases} u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) \ge 0 \\ -u(x).v(x) = f(x) & \text{khi } u(x) < 0 \end{cases}$

*** Cách vẽ (C') từ (C):**

- *Giữ nguyên* phần đồ thị trên miền $u(x) \ge 0$ của đồ thị $(C): y = f(x)$.
- *Bỏ* phần đồ thị trên miền $u(x) < 0$ của (C), **lấy đối xứng phần đồ thị *bị bỏ*** qua *Ox*.

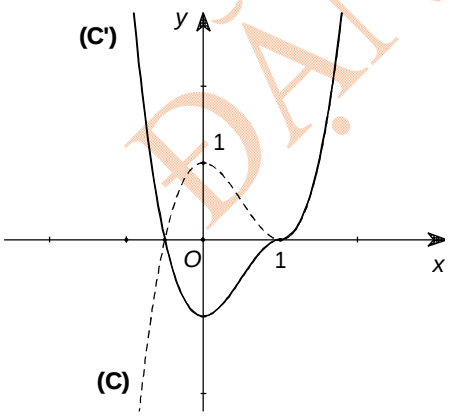
Ví dụ

a) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = 2x^3 - 3x^2 + 1$ suy ra đồ thị $(C'): y = |x-1|(2x^2 - x - 1)$

$y = |x-1|(2x^2 - x - 1) = \begin{cases} f(x) & \text{khi } x \ge 1 \\ -f(x) & \text{khi } x < 1 \end{cases}$

Đồ thị (C'):

- Giữ nguyên (C) với $x \ge 1$.
- Bỏ (C) với $x < 1$. Lấy *đối xứng phần đồ thị bị bỏ* qua *Ox*.

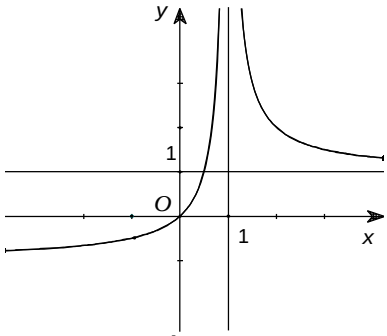


Nhận xét: Trong quá trình thực hiện phép suy đồ thị nên *lấy đối xứng các điểm đặc biệt* của (C): giao điểm với *Ox*, *Oy*, CĐ, CT…

b) Từ đồ thị $(C): y = f(x) = \dfrac{x}{x-1}$ suy ra đồ thị $(C'): y = \dfrac{x}{|x-1|}$

$y = \dfrac{x}{|x-1|} = \begin{cases} \dfrac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (1;+\infty) \\ -\dfrac{x}{x-1} & \text{khi } x \in (-\infty;1) \end{cases}$. Đồ thị (C'):

- Bỏ phần đồ thị của (C) với $x < 1$, giữ nguyên (C) với $x > 1$.
- Lấy đối xứng phần đồ thị bị bỏ qua *Ox*.



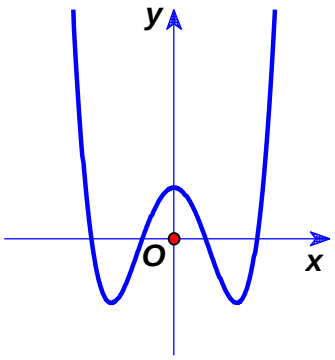
Nhận xét: Đối với hàm phân thức thì nên *lấy đối xứng các đường tiệm cận* để thực hiện phép suy đồ thị một cách tương đối chính xác.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐỌC ĐỒ THỊ - BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

DẠNG 1: NHẬN DẠNG 3 HÀM SỐ THƯỜNG GẶP (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 1. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?



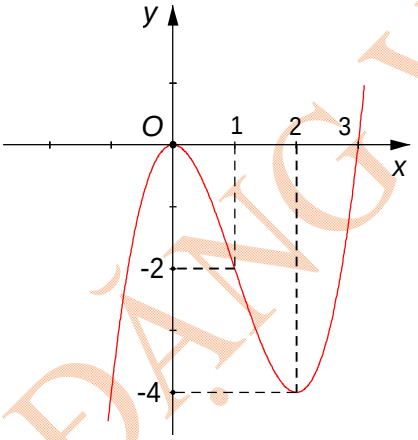
A. $y=-x^4+3x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x^2+1$ **C.** $y=x^4+3x^2+1$ **D.** $y=x^4-3x^2+1$

Câu 2. Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

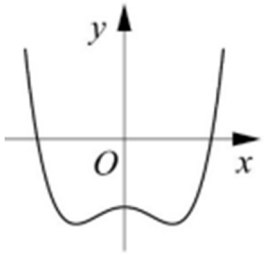
A. $y=x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới ?



A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^3+3x^2$.

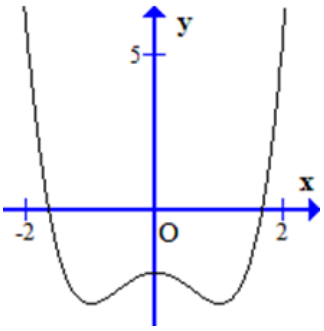
Câu 4. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=2x^4-x^2-1$. **B.** $y=-x^4+x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-3x^3+x^2-1$.

Câu 5. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong số bốn hàm số sau đây?

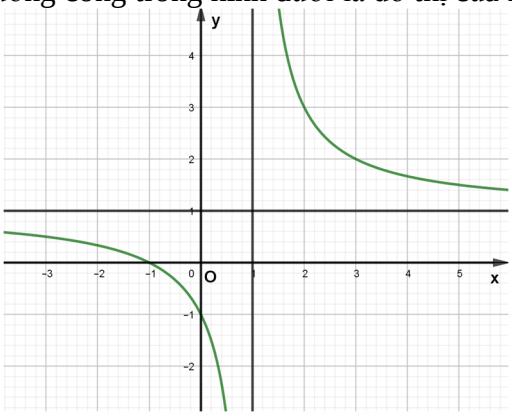
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+2$.

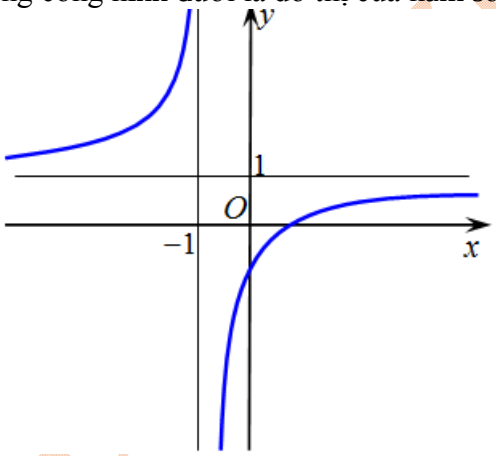
C. $y=-2x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-2$.

Câu 6. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



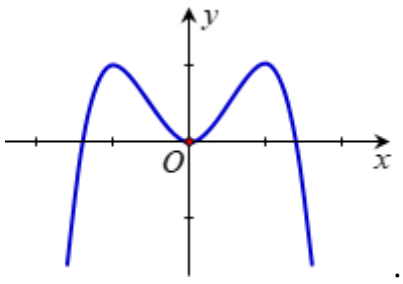
A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 7. Đường cong hình dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f(x)$ là một trong bốn phương án A, B, C, D đưa ra dưới đây.

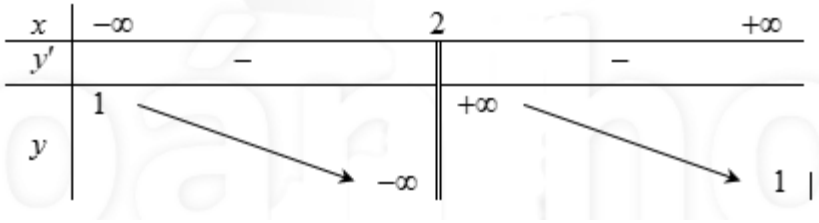


Tìm $f(x)$.

A. $f(x)=x^4+2x^2$. **B.** $f(x)=-x^4+2x^2$.

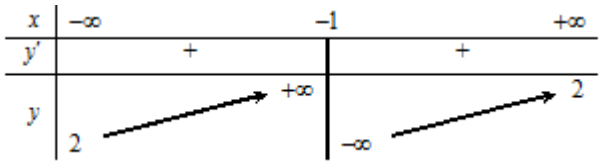
C. $f(x)=-x^4+2x^2-1$. **D.** $f(x)=x^4-2x^2$.

Câu 9. Biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



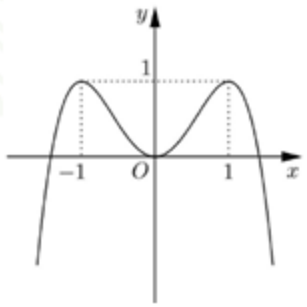
A. $y=\dfrac{2x+5}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

Câu 10. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.



A. $y=\dfrac{-2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$.

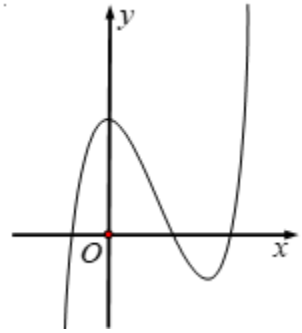
Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3+2x^2-x-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$.

C. $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^2+2x$.

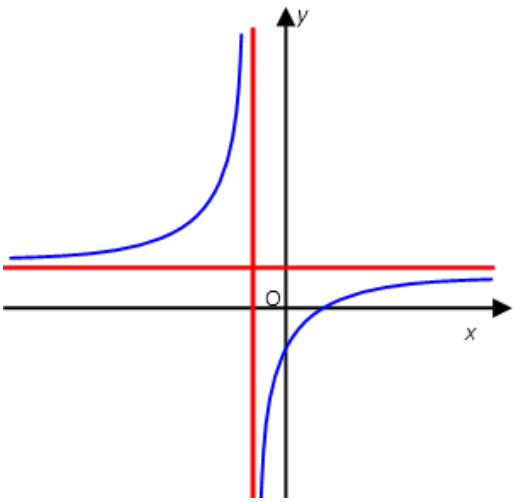
Câu 12. Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\dfrac{1}{3}x^3-x^2-2$ **B.** $y=x^3-3x^2+3$

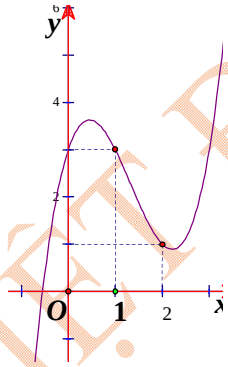
C. $y=2x^3+3x+2$ **D.** $y=-3x^3+2x^2+2$

Câu 13. Hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 14. Biết rằng đồ thị cho ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong 4 hàm số cho trong 4 phương án A, B, C, D.

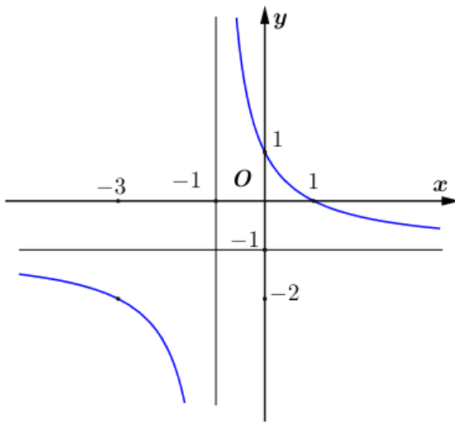


Đó là hàm số nào?

A. $y=2x^3+9x^2-11x+3$ **B.** $y=x^3-4x^2+3x+3$

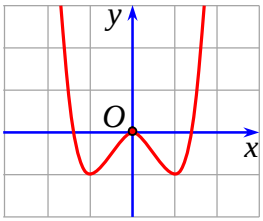
C. $y=2x^3-6x^2+4x+3$ **D.** $y=x^3-5x^2+4x+3$

Câu 15. Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$.

Câu 16. Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$

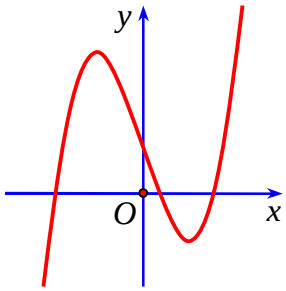
.

Câu 17. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$+\infty$	$\searrow$	2
		$-\infty$			

A. $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.

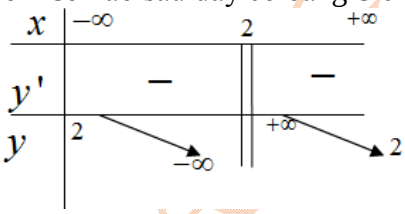
Câu 18. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$

.

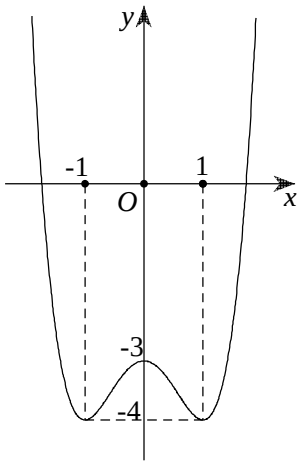
Câu 19. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$.

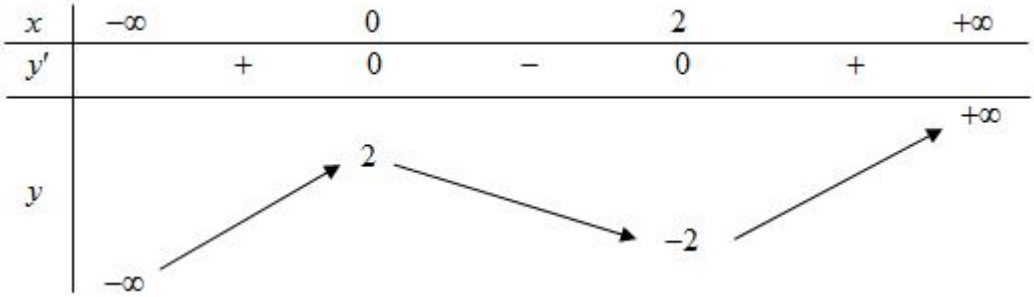
Câu 20. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



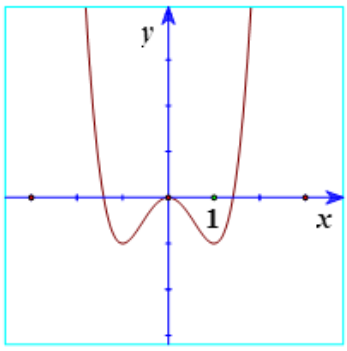
A. $y=x^4+2x^2-3$ **B.** $y=x^4-2x^2-3$ **C.** $y=-x^4-2x^2+3$ **D.** $y=-x^4+2x^2+3$

Câu 21. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ



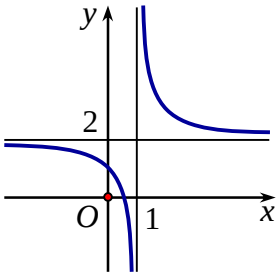
A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3+3x^2-1$.

Câu 22. Đồ thị trong hình sau là của hàm số nào dưới đây ?



A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

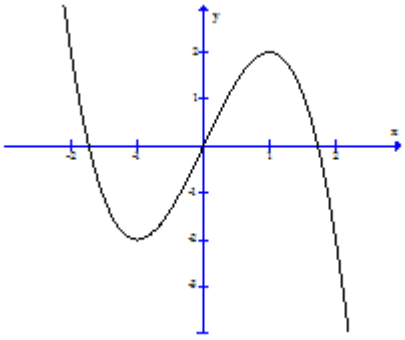
Câu 23. Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,\ b=1, c=-1$. **B.** $a=2,\ b=1, c=1$.

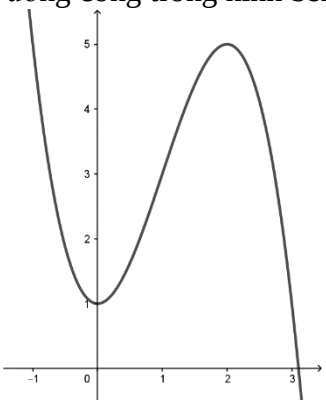
C. $a=2,\ b=2,c=-1.$ **D.** $a=2,\ b=-1,c=1.$

Câu 24. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án $A,\ B,\ C,\ D$ dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



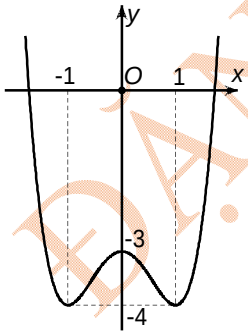
A. $y=-x^3+3x.$ **B.** $y=x^4-x^2+2.$ **C.** $y=-x^3+3x+2.$ **D.** $y=x^3-3x.$

Câu 25. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1.$ **B.** $y=-x^3-3x^2+1.$ **C.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+1.$ **D.** $y=x^3-3x^2+1.$

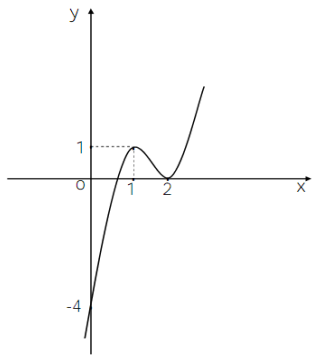
Câu 26. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2-3$ **B.** $y=x^3-3x^2+2$ **C.** $y=x^4-2x^2$ **D.** $y=-x^4+2x^2-3$

Câu 27. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số đã cho được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

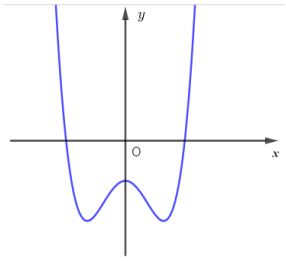
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



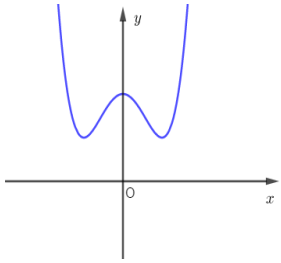
A. $y=x^3-3x-4$ **B.** $y=x^4-3x^2-4$

C. $y=2x^3-9x^2+12x-4$ **D.** $y=-2x^3+9x^2-12x-4$

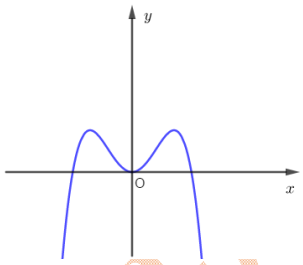
Câu 28. Hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có dạng đồ thị nào trong các đồ thị sau đây ?



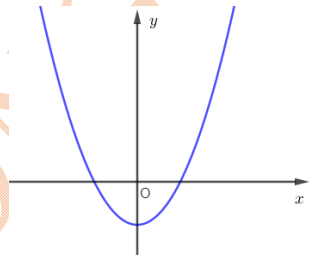
1.



2.



3.



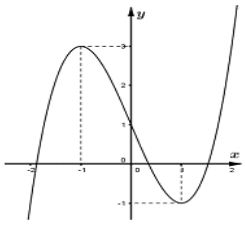
4.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 29. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=3x^4-x^2+1$. **C.** $y=2x^4+x^2$. **D.** $y=x^2$.

Câu 30. Chọn hàm số có đồ thị như hình vẽ bên:

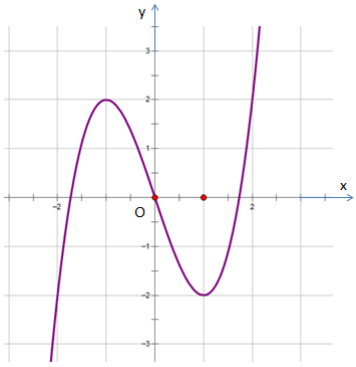


.

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$

.

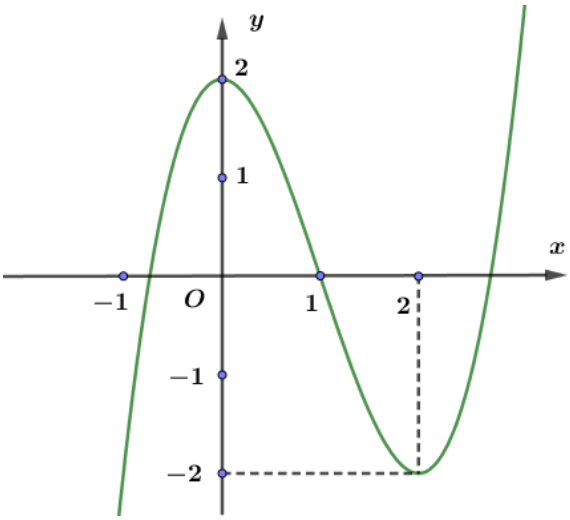
Câu 31. Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây.



A. $f(x)=-x^3+3x$. **B.** $f(x)=x^3-3x$.

C. $f(x)=x^3-3x+1$. **D.** $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

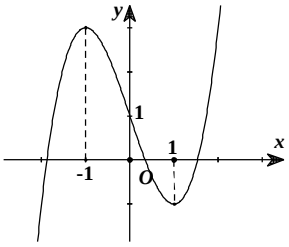
Câu 32. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$.

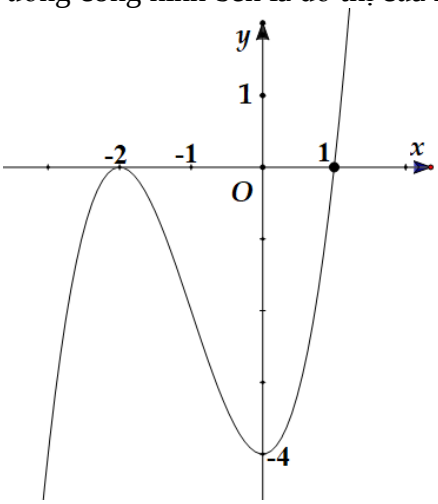
C. $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=x^3+3x^2+2$.

Câu 33. Đồ thị sau là của một trong bốn hàm số đã cho, đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 34. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3-3x^2-4$. **B.** $y=x^3+3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+3x^2-4$. **D.** $y=x^3-3x^2+4$.

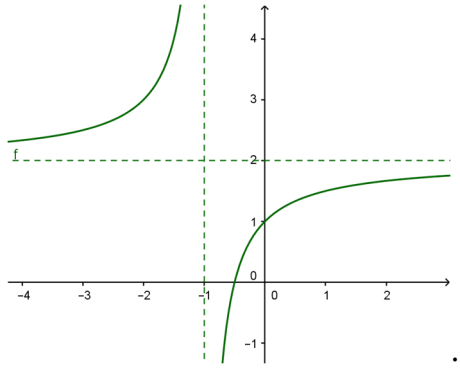
Câu 35. Đường cong bên dưới là đồ thị hàm số nêu dưới đây.

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+3x+1$.

C. $y=x^3+3x^2-3x+1$. **D.** $y=-x^3-2x^2+x-2$.

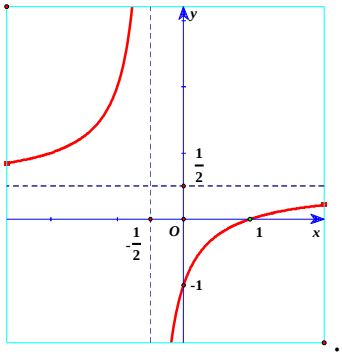
Câu 36. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

VIỆT ĐÔNG



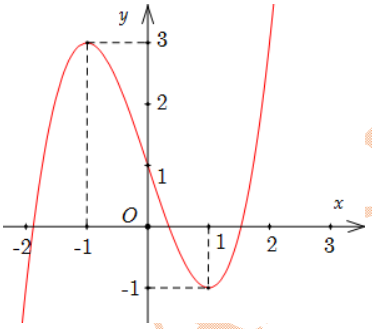
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 37. Đồ thị trong hình bên là của hàm số nào sau đây:



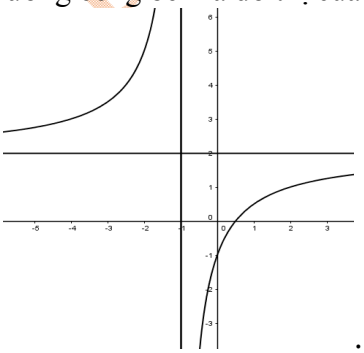
A. $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$.

Câu 38. Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số đó là



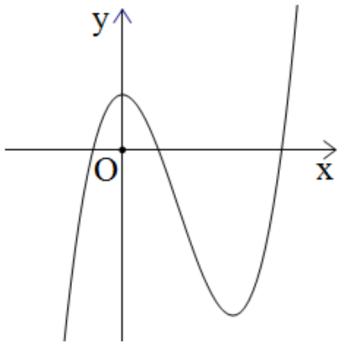
A. $y=-x^3+3x-1$ **B.** $y=x^3+3x+1$ **C.** $y=x^3-3x+1$ **D.** $y=-x^3-3x+1$

Câu 39. Đường cong bên là đồ thị của hàm số:



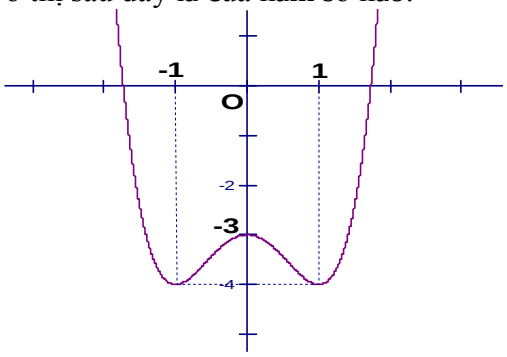
A. $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=\dfrac{x^4}{4}-2x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Câu 40. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3+3x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

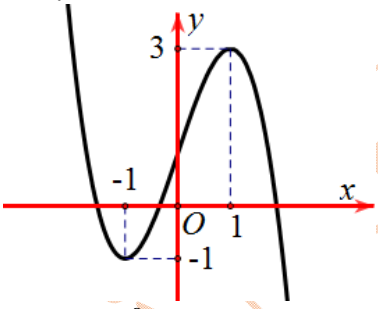
Câu 41. Đồ thị sau đây là của hàm số nào.



A. $y=x^4+2x^2-3$. **B.** $y=x^4-3x^2-3$.

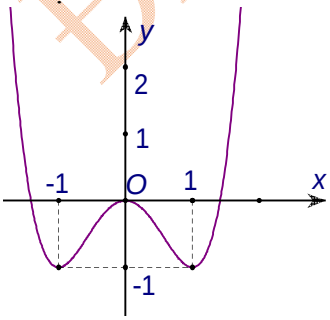
C. $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=\frac{-1}{4}x^4+3x^2-3$.

Câu 42. Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^3-3x+1$ **B.** $y=x^3-3x+1$ **C.** $y=-x^3+3x^2+1$ **D.** $y=-x^3+3x+1$

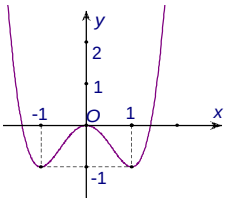
Câu 43. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$.

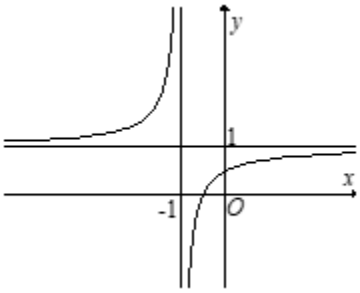
C. $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Câu 44. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



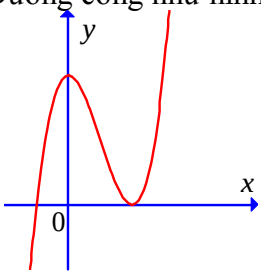
A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Câu 45. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?



A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2(x+1)}$ **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{2x+7}{2(x+1)}$

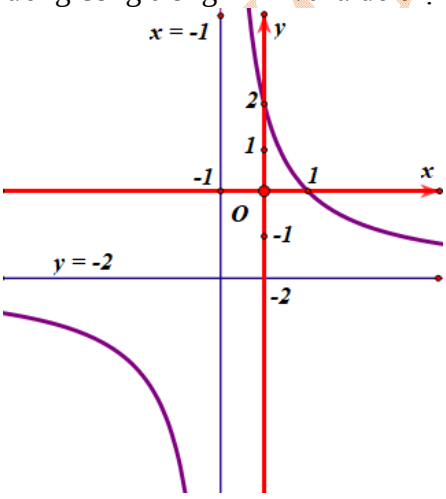
Câu 46. Đường cong như hình vẽ bên dưới là dạng đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-(x+1)(x-2)^2$ **B.** $y=x^3-3x^2+4$

C. $y=(x-3)^3$ **D.** $y=x^4-2x^2+1$

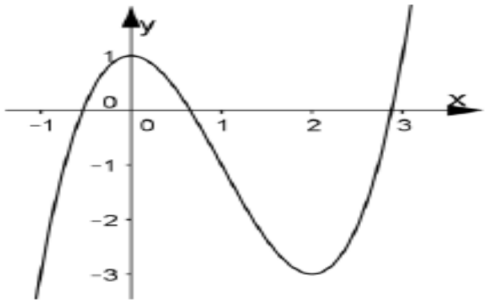
Câu 47. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$.

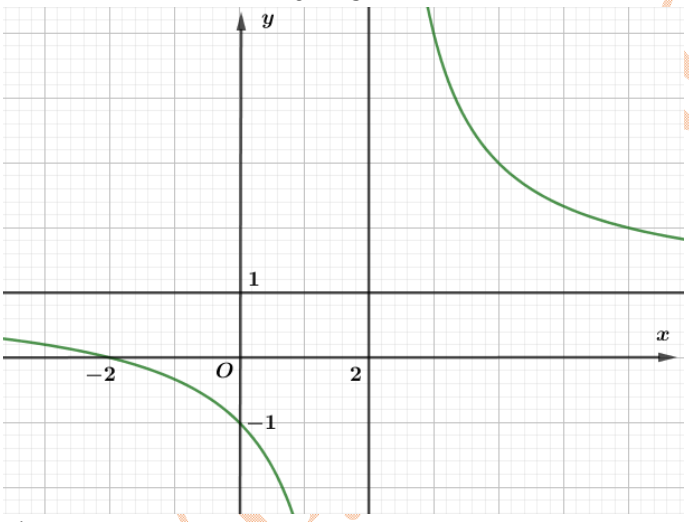
Câu 48. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?

G VIỆT ĐÔNG



A. $y=-x^3-3x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

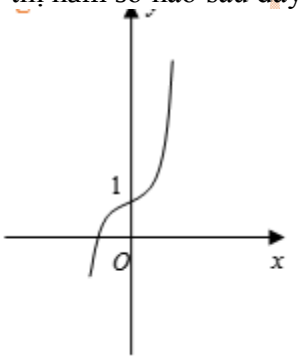
Câu 49. Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

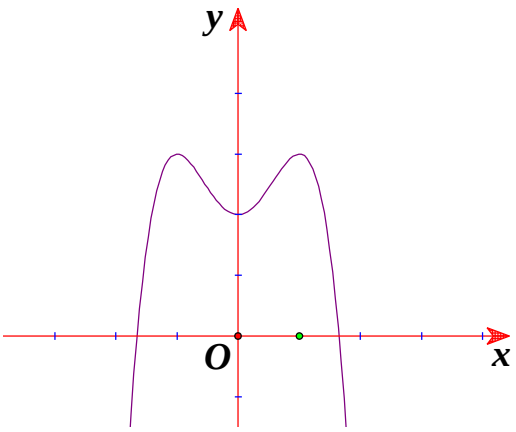
A. $a=1;\ b=-2;\ c=1$. **B.** $a=1;\ b=2;\ c=1$. **C.** $a=1;\ b=1;\ c=-1$. **D.** $a=2;\ b=2;\ c=-1$.

Câu 50. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới.



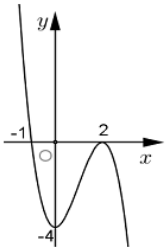
A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Câu 51. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^4-2x^2+2$ **B.** $y=-x^3+3x^2+2$ **C.** $y=-x^4+2x^2+2$ **D.** $y=x^3-3x^2+2$

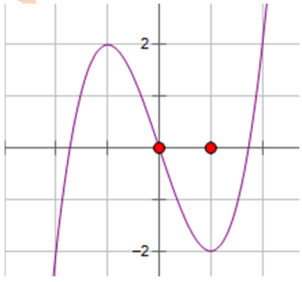
Câu 52. Đường cong ở hình dưới đây của một đồ thị hàm số.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A. $y=-x^3-4$ **B.** $y=x^3-3x^2-4$ **C.** $y=-x^3+3x-2$ **D.** $y=-x^3+3x^2-4$

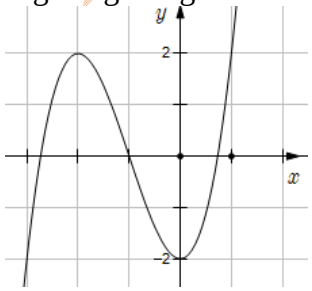
Câu 53. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

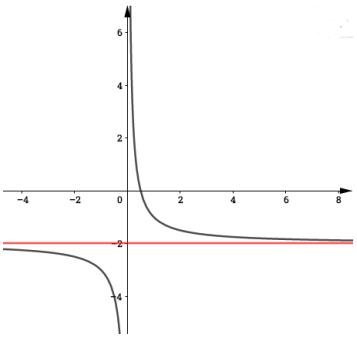
A. $y=x^3-x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

Câu 54. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



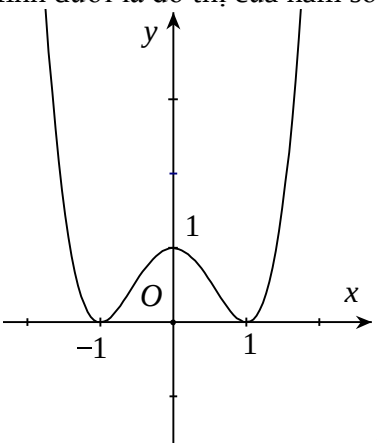
A. $y=2x^3+6x^2-2$ **B.** $y=x^3+3x^2-2$ **C.** $y=-x^3-3x^2-2$ **D.** $y=x^3-3x^2-2$

Câu 55. Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



A. $y=\dfrac{-2x+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{2x}$.

Câu 56. Hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây:



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-2x^4+3x^2-1$.

C. $y=-x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 57. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=x^4-x^2-1$

.

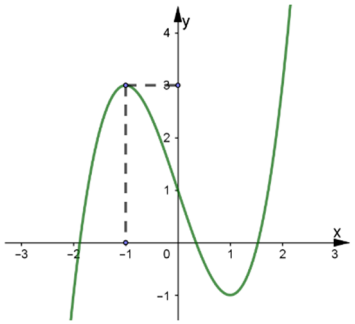
Câu 58. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	6	↘	$-\infty$

A. $y=-x^3+6x-2$. **B.** $y=-3x^3+9x^2-2$.

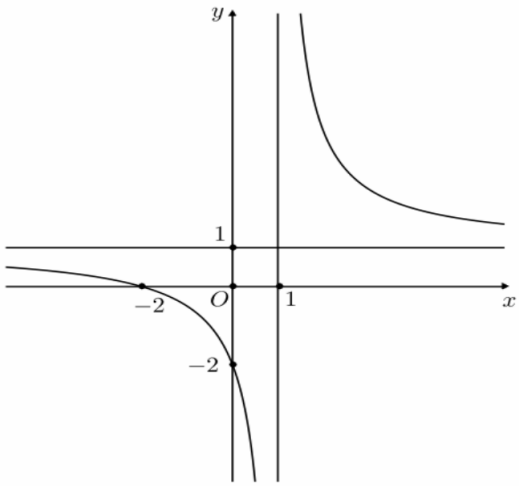
C. $y=2x^3-3x^2+2x-2$. **D.** $y=-2x^3+6x^2-2$.

Câu 59. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



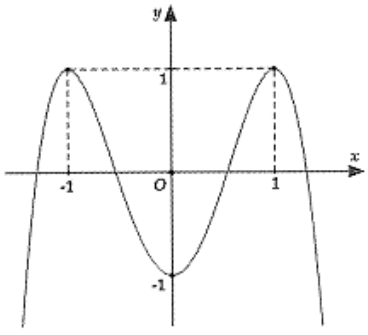
A. $y=-x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Câu 60. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $b<0<a$. **B.** $a<b<0$. **C.** $a<0;\ b<0$. **D.** $0<b<a$.

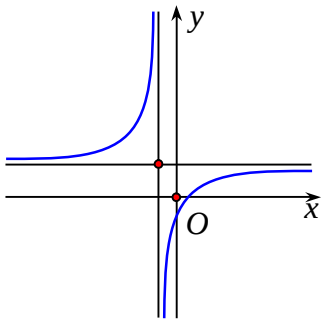
Câu 61. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$.

C. $y=-2x^4+4x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Câu 62. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.

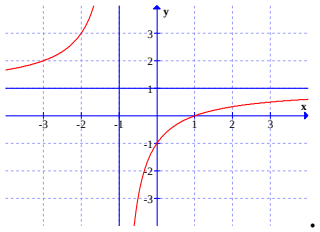


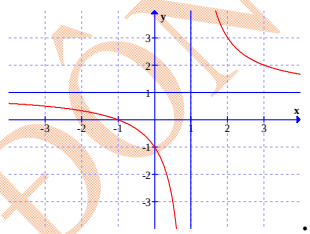
Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

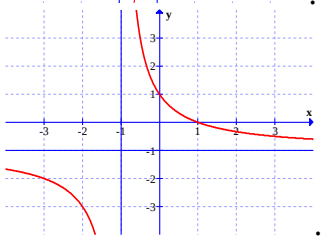
A. $bd>0$, $ad>0$. **B.** $ad>0$, $ab<0$. **C.** $bd<0$, $ab>0$. **D.** $ab<0$, $ad<0$.

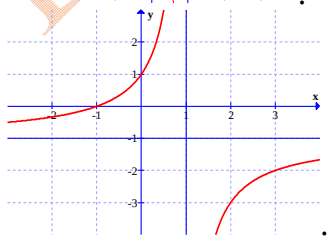
DẠNG 2: NHẬN DẠNG 3 ĐỒ THỊ THƯỜNG GẶP (BIẾT HÀM SỐ)

Câu 63. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ có dạng:

A.  .

B.  .

C.  .

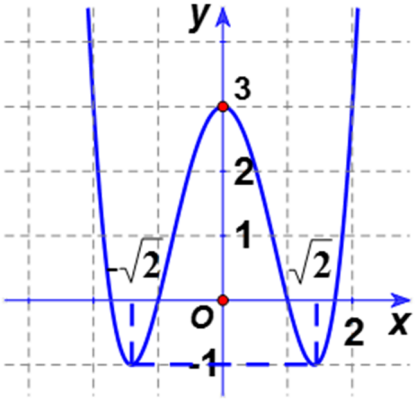
D.  .

Câu 64. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y=-x^3-7x^2-x-1$. **B.** $y=-x^4-4x^2+1$.

C. $y=x^4+5x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Câu 65. Hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



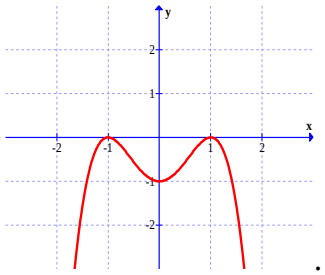
Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A. $y=\left(x^2-2\right)^2-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+3$.

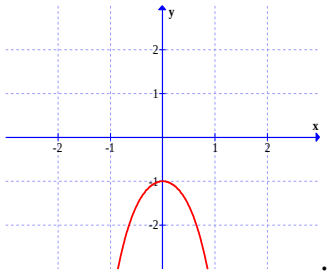
C. $y=-x^4+4x^2+3$. **D.** $y=\left(x^2-2\right)^2+1$.

Câu 66. Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ có dạng.

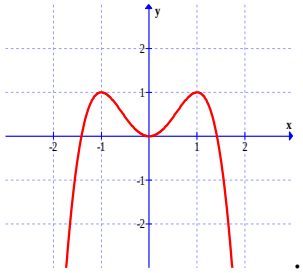
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 

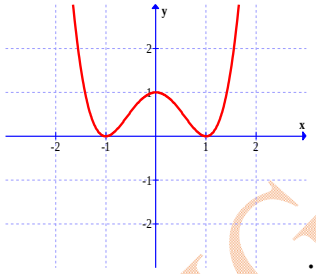
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Câu 67. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y=x^4+5x^2-1.$ **B.** $y=-x^3-7x^2-x-1.$

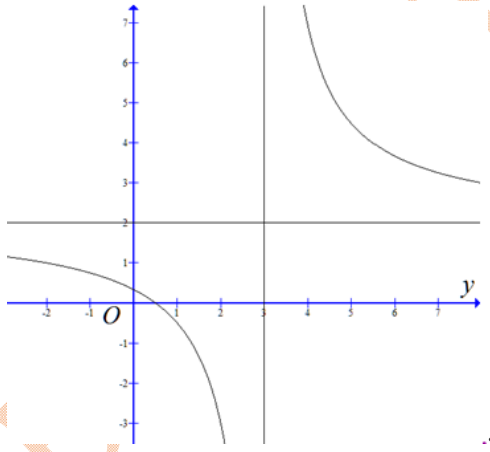
C. $y=-x^4+2x^2-2.$ **D.** $y=-x^4-4x^2+1.$

Câu 68. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

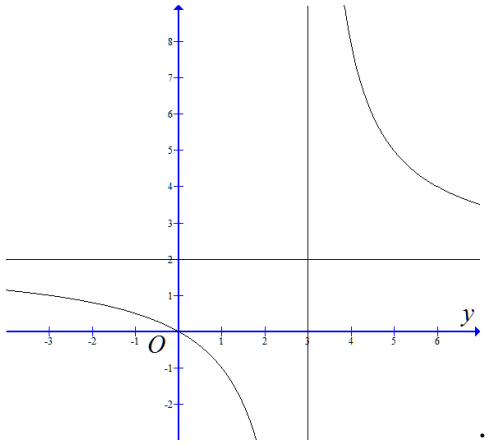
A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$. **B.** Hàm số có cực trị.

C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$. **D.** Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

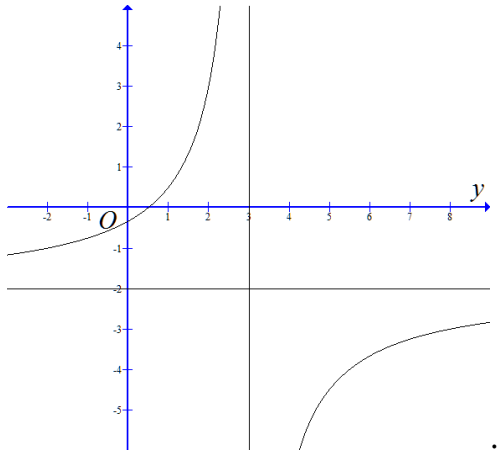
Câu 69. Tìm đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ trong các hàm dưới đây.

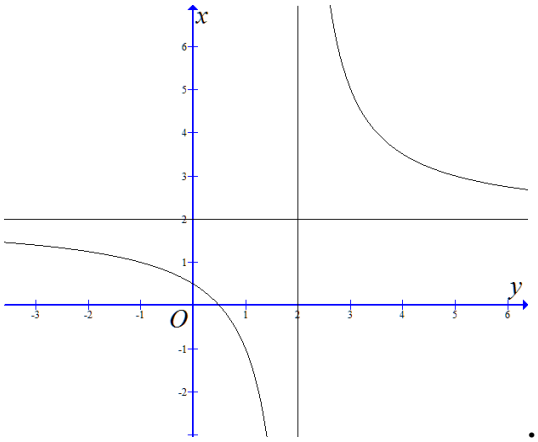
A. 

.

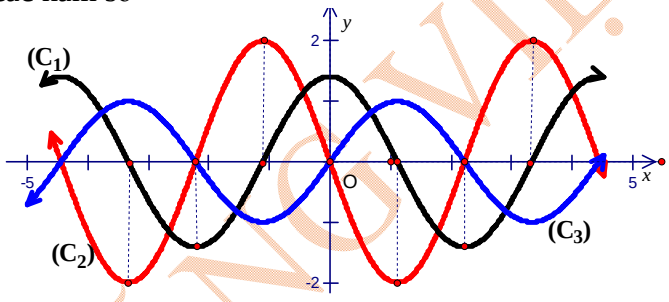
B. 

.

C. 

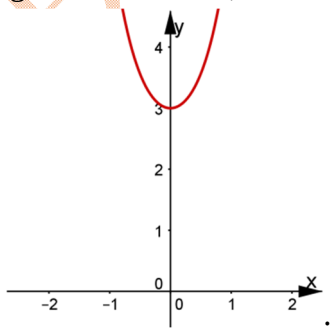
D. 

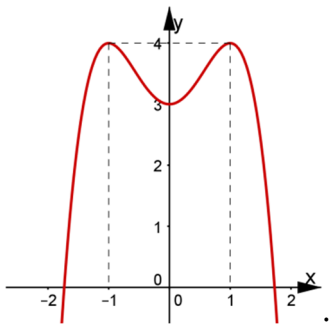
Câu 70. Cho các hàm số $f(x), f'(x), f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $(C_1),(C_2),(C_3)$ thứ tự là đồ thị các hàm số



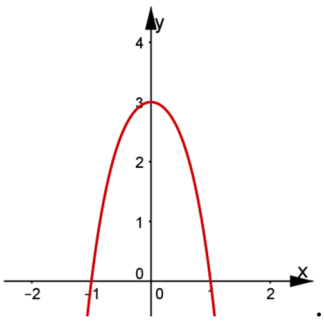
A. $f''(x), f(x), f'(x)$.
B. $f(x), f'(x), f''(x)$.
C. $f'(x), f(x), f''(x)$.
D. $f'(x), f''(x), f(x)$.

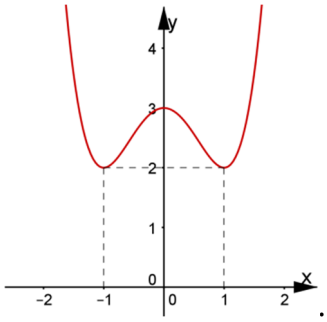
Câu 71. Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+3$.

A. 

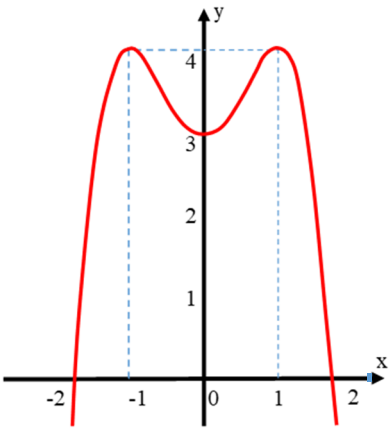
B. 

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. 

D. 

Câu 72. Đường cong bên là điểm biểu diễn của đồ thị hàm số nào sau đây



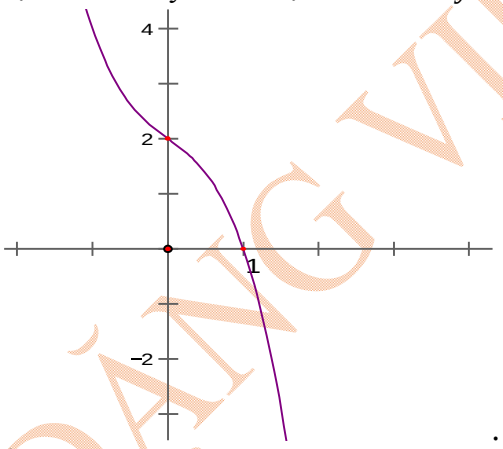
A. $y=-x^3+3x+3$.

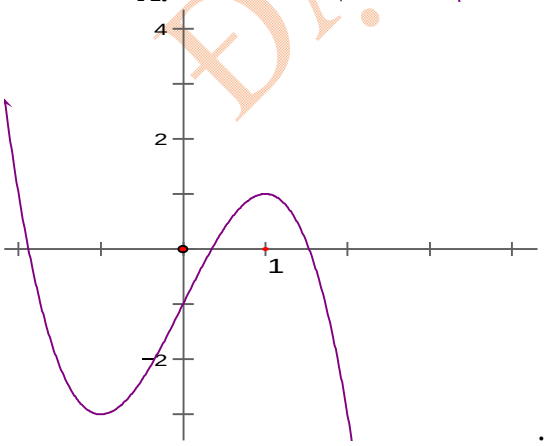
B. $y=-x^4+2x^2+3$.

C. $y=-x^4+4x^2+3$.

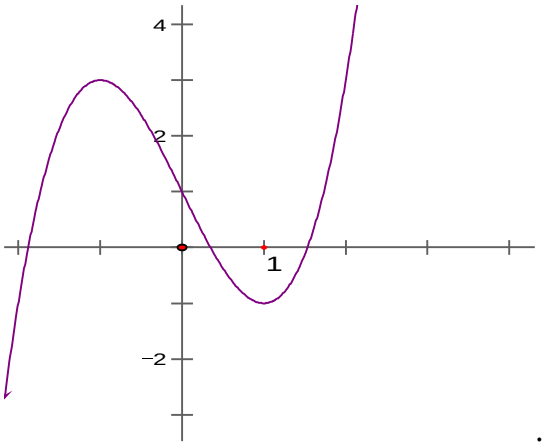
D. $y=x^4-2x^2+3$.

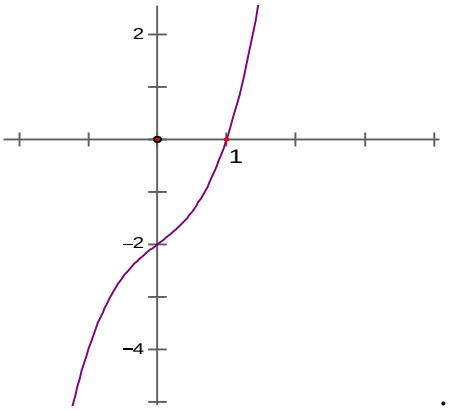
Câu 73. Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y=x^3+x-2$.

A. 

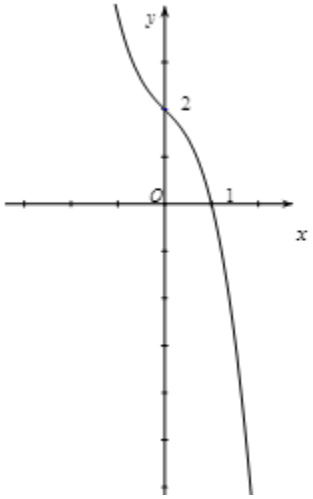
B. 

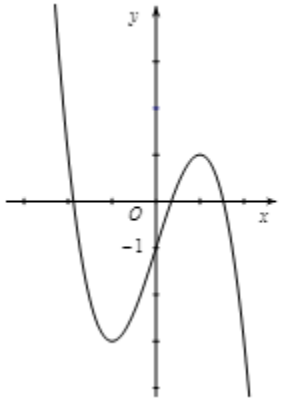
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

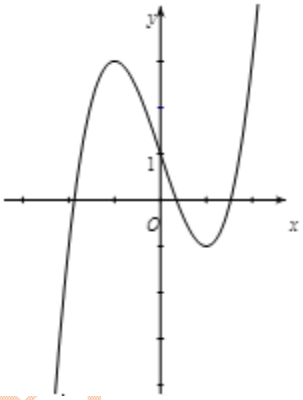
C. 

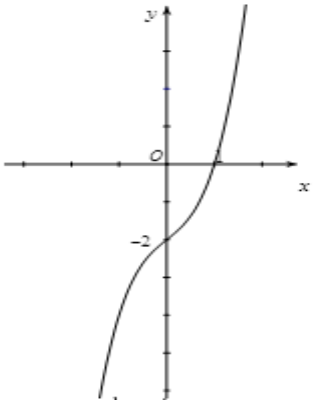
D. 

Câu 74.] Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$.

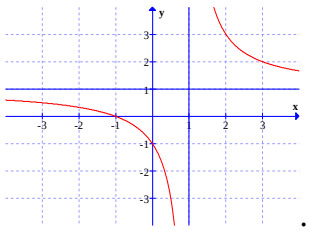
A. 

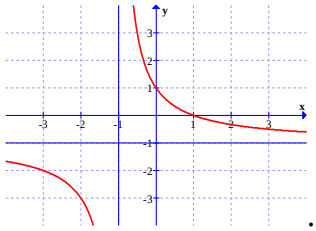
B. 

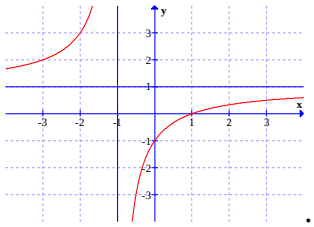
C. 

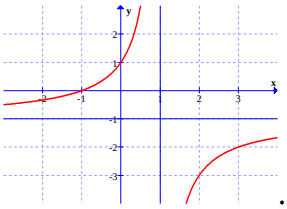
D. 

Câu 75. Trong các đồ thị dưới đây, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-x}$?

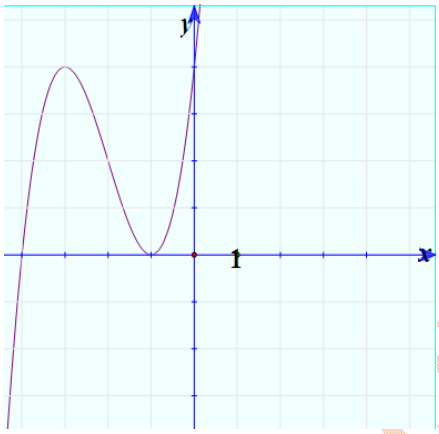
A. 

B. 

C.  .

D.  .

Câu 76. Cho hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+4$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

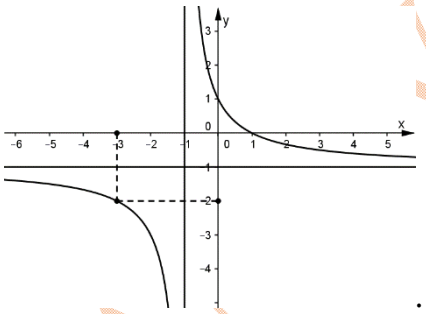
A. $y=x^3-3x^2+2$.

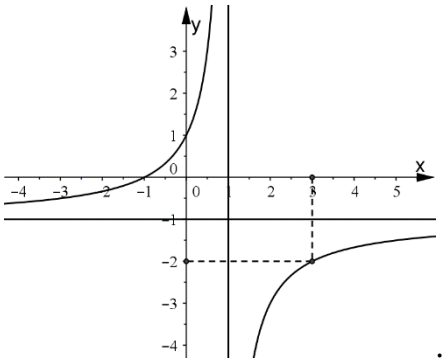
B. $y=x^3+6x^2+9x+4$.

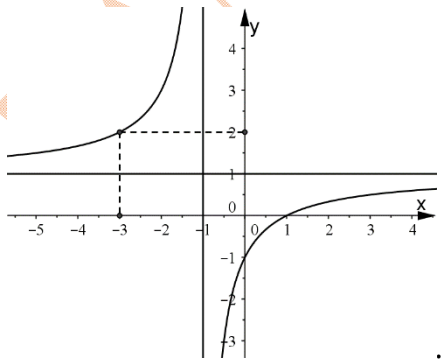
C. $y=x^3-6x^2+9x+4$.

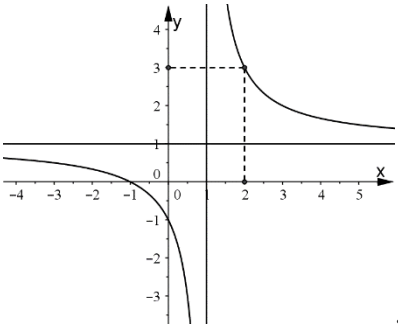
D. $y=x^3+3x^2+2$.

Câu 77. Tìm đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ trong các đồ thị hàm số dưới đây:

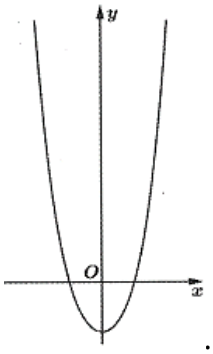
A.  .

B.  .

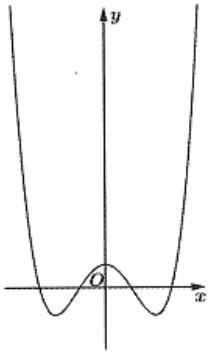
C.  .

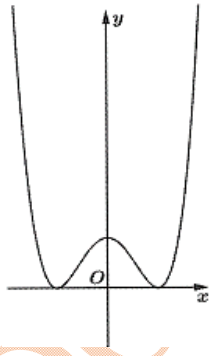
D.  .

Câu 78. Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ có đồ thị nào sau đây ?

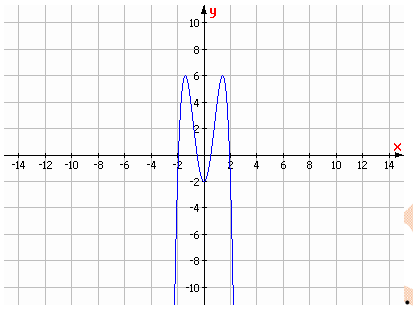
A. 

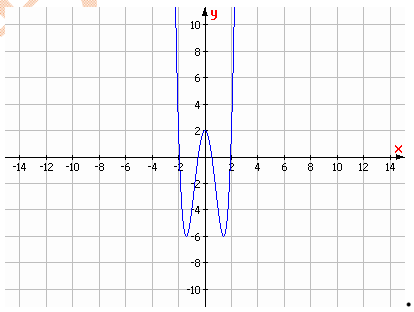
B.

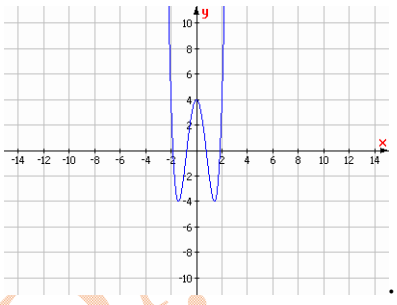
C. 

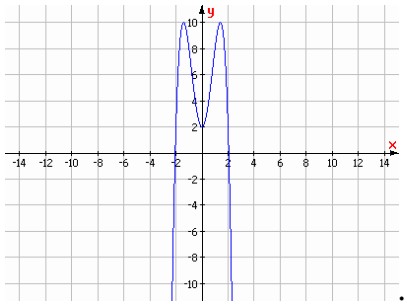
D. 

Câu 79.] Đâu là hình dạng của đồ thị $y = 2x^4 - 8x^2 + 2$.

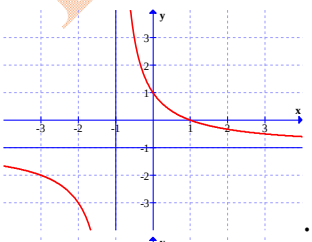
A. 

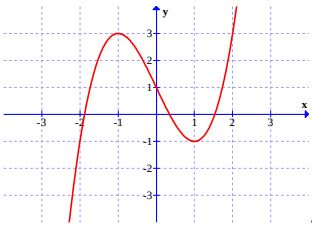
B. 

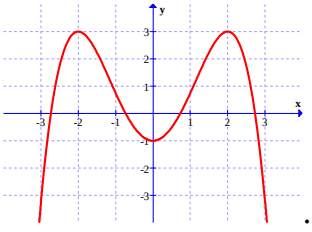
C. 

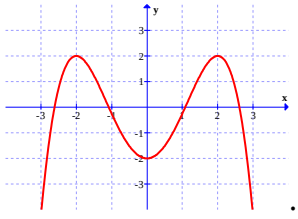
D. 

Câu 80. Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 1$?

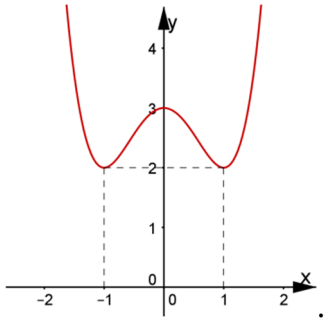
A. 

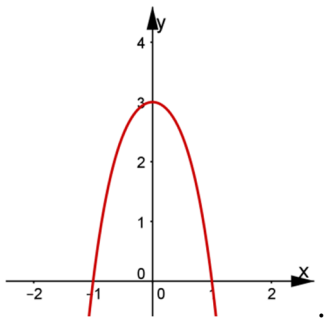
B. 

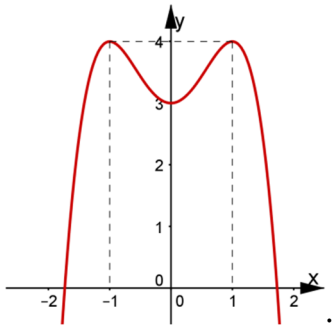
C. 

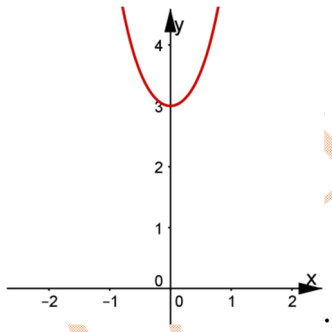
D. 

Câu 81. Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+3$.

A. 

B. 

C. 

D. 

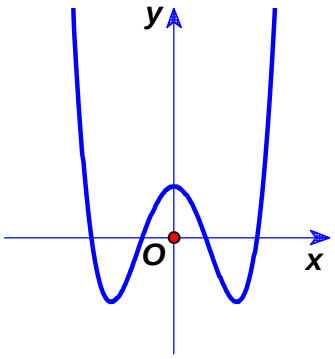
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

HƯỚNG DẪN GIẢI

ĐỌC ĐỒ THỊ - BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

DẠNG 1: NHẬN DẠNG 3 HÀM SỐ THƯỜNG GẶP (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 1. Đường cong hình bên là đồ thị của một trong các hàm số sau, hỏi đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+3x^2+1$ **B.** $y=x^3-3x^2+1$ **C.** $y=x^4+3x^2+1$ **D.** $y=x^4-3x^2+1$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào dạng đồ thị ta thấy đường cong hình bên là đồ thị hàm số bậc 4 với $a>0$.

Hàm số có 3 cực trị $\Rightarrow a.b<0\Rightarrow b<0$.

Suy ra đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$.

Câu 2. Hàm số nào trong bốn hàm số sau có bảng biến thiên như hình vẽ sau?

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y=x^3+3x^2-1$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=x^3-3x^2+2$. **D.** $y=-x^3+3x^2-1$.

Lời giải

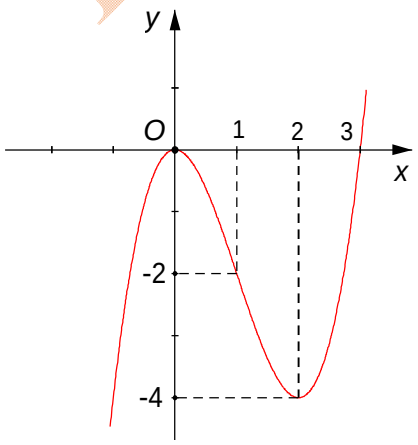
Chọn C

Xét $y=x^3-3x^2+2$.

Ta có $y'=3x^2-6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. Khi $x=0\Rightarrow y=2; x=2\Rightarrow y=-2$

Hàm số này thỏa mãn các tính chất trên bảng biến thiên.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới ?



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=x^3+3x$. **B.** $y=x^3-3x^2$. **C.** $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^3+3x^2$.

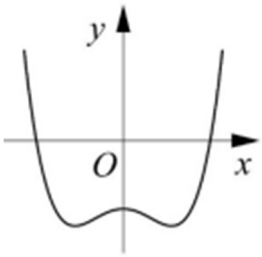
Lời giải

Chọn B

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(1;-2)$ nên loại B và C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm có tọa độ $(2;-4)$ nên loại A và D đúng.

Câu 4. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



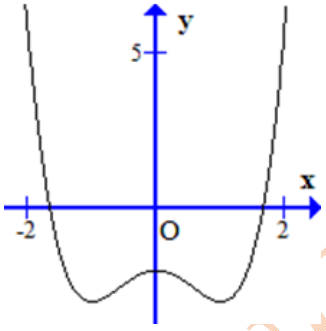
A. $y=2x^4-x^2-1$. **B.** $y=-x^4+x^2-1$. **C.** $y=x^3-x^2-1$. **D.** $y=-3x^3+x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên loại **A**, **B** và ham số có $a>0$ nên loại **D**, chọn **C**.

Câu 5. Đường cong ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số nào trong số bốn hàm số sau đây?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=-x^4+2x^2+2$.

C. $y=-2x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-2$.

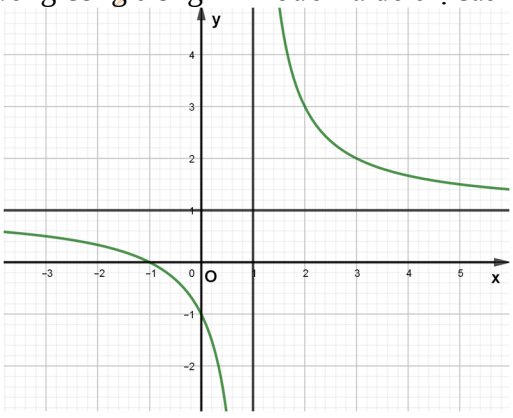
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hàm số là đồ thị của hàm trùng phương $\Rightarrow$ Loại C và D

Mà $\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty \Rightarrow$ hệ số $a>0$..

Câu 6. Đường cong trong hình dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây ?



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^3-3x+2$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

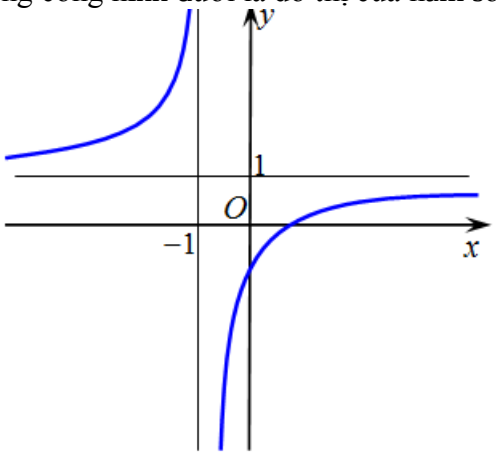
Lời giải

Chọn A

Căn cứ vào đồ thị ta xác định được $y'<0$.

Chỉ duy nhất hàm số ở câu B thỏa mãn nên đáp án đúng là B.

Câu 7. Đường cong hình dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{x-1}$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

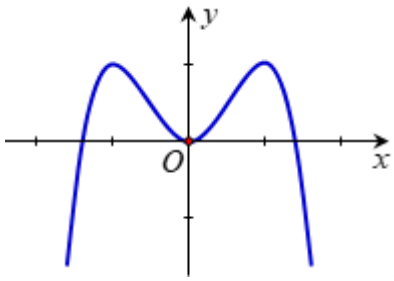
Lời giải

Chọn D

Ta loại được ngay đáp án A và C.

Nhận thấy đồ thị hàm số nhận $x=-1$ làm tiệm cận đứng nên chỉ có thể là hàm số ở B.

Câu 8. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng $f(x)$ là một trong bốn phương án A, B, C, D đưa ra dưới đây.



Tìm $f(x)$.

A. $f(x)=x^4+2x^2$. **B.** $f(x)=-x^4+2x^2$.

C. $f(x)=-x^4+2x^2-1$. **D.** $f(x)=x^4-2x^2$.

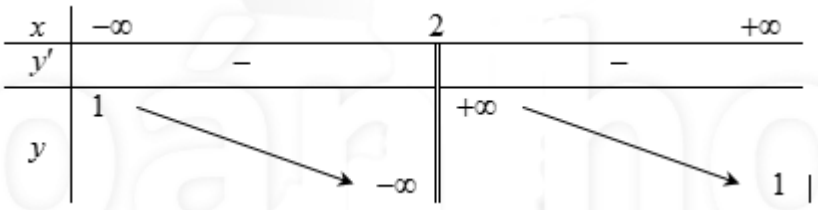
Lời giải

Chọn B

Ta có: $\begin{cases}a.b<0\\c=0\end{cases}$ nên đồ thị hàm số có một cực tiểu và hai cực đại, đồng thời đi qua gốc tọa độ.

Câu 9. Biết rằng bảng biến thiên sau là bảng biến thiên của một hàm số trong các hàm số được liệt kê ở các phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



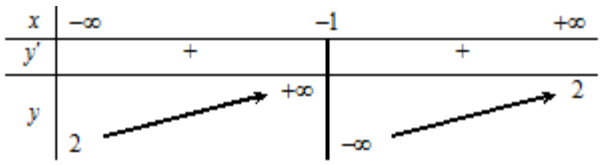
A. $y=\dfrac{2x+5}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{x-3}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{x+1}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$.

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ có $y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}<0,\forall x\neq 2$ và có $\lim\limits_{x\to 2} y=\pm\infty$, $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=1$ (thoả bảng biến thiên). Các hàm số còn lại đều không thoả.

Câu 10. Bảng biến thiên ở hình dưới là của một trong bốn hàm số được liệt kê dưới đây. Hãy tìm hàm số đó.



A. $y=\dfrac{-2x-3}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{-x+1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$.

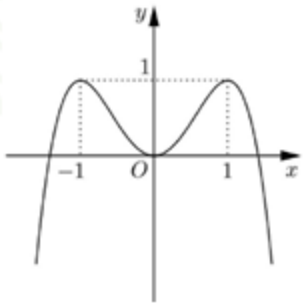
Lời giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$

$y'=\dfrac{5}{(x+1)}>0$.

Câu 11. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số nào sau đây?



A. $y=x^3+2x^2-x-1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$.

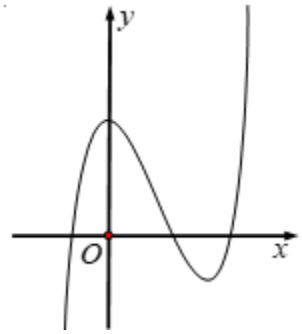
C. $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^2+2x$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị ta có đây là đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương với hệ số $a<0$.

Câu 12. Đường cong như hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?



A. $y=\frac{1}{3}x^3-x^2-2$ **B.** $y=x^3-3x^2+3$

C. $y=2x^3+3x+2$ **D.** $y=-3x^3+2x^2+2$

Lời giải

Chọn B

* Đồ thị đã cho là đồ thị của hàm số có phương trình dạng: $y=ax^3+bx^2+cx+d,\ (a\neq 0)$.

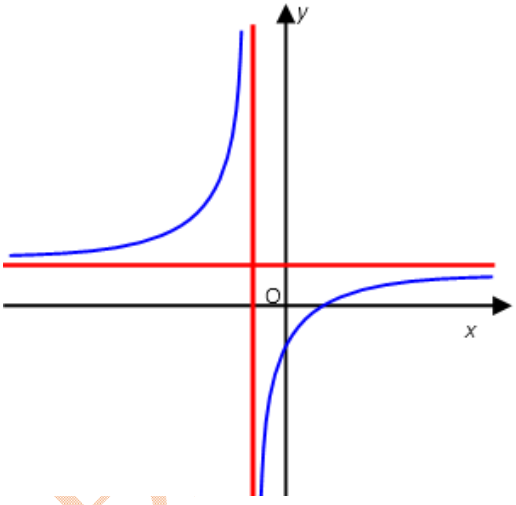
* Nhánh đầu tiên của đồ thị đi lên $\Rightarrow a>0$ ta loại đáp án C.

* Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại $y=d>0$ ta loại đáp án D.

* Hàm số có hai điểm cực trị không âm nên ta loại đáp án B.

Đáp án đúng là A.

Câu 13. Hình bên là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^3-3x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2+1$. **C.** $y=\frac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\frac{x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị hàm số ta thấy đây là đồ thị hàm $y=\frac{ax+b}{cx+d}\Rightarrow$ loại **B,**

D.

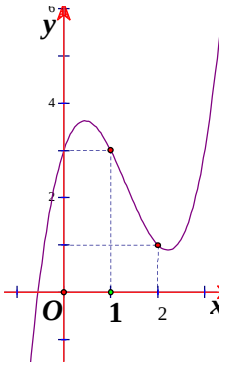
Từ trái sang phải, hàm số đi lên $\Rightarrow$ hàm số đồng biến

Xét Chọn D**,** ta có $y'=\frac{2}{(x+1)^2}>0\Rightarrow$ hàm số đồng biến

Xét Chọn D**,** ta có $y'=\frac{-1}{(x+1)^2}<0\Rightarrow$ hàm số $y=\frac{x+2}{x+1}$ nghịch biến $\rightarrow$ loại

C.

Câu 14. Biết rằng đồ thị cho ở hình vẽ dưới đây là đồ thị của một trong 4 hàm số cho trong 4 phương án A, B, C, D.



Đó là hàm số nào?

A. $y=2x^3+9x^2-11x+3$ **B.** $y=x^3-4x^2+3x+3$

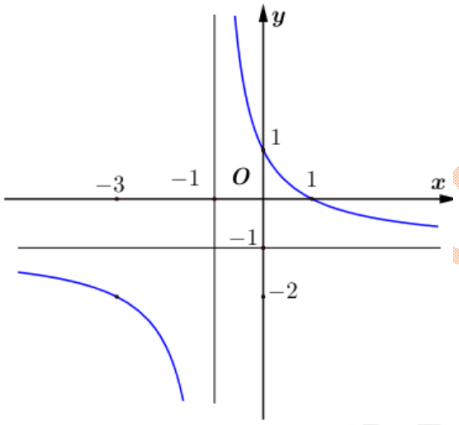
C. $y=2x^3-6x^2+4x+3$ **D.** $y=x^3-5x^2+4x+3$

Lời giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ở hình 3 ta thấy hàm số cần tìm đi qua các điểm $(0;3)$, $(1;3)$ và $(2;1)$ thay vào bốn phương án ta thấy phương án B là thỏa mãn.

Câu 15. Đồ thị hình dưới đây là của hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x+2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{-2x+1}{2x+1}$.

Lời giải

Chọn C

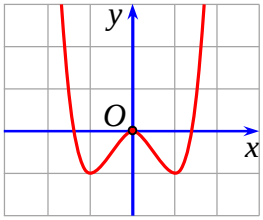
Dựa vào hình vẽ:

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$. Vậy loại phương án **C.**

Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=1$. Vậy loại phương án **A, D.**

Vậy ta chọn phương án **B.**

Câu 16. Biết hình dưới đây là đồ thị của một trong bốn hàm số sau, hỏi đó là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=x^4-2x^2$. **B.** $y=x^4-2x^2+1$. **C.** $y=x^4+2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy

❍ Đồ thị có 3 điểm cực trị và đi qua gốc tọa độ O nên loại đáp án B, C.

❍ Nhánh cuối là một đường đi lên nên $a>0 \Rightarrow$ chọn đáp án A.

Câu 17. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	
y	2	$\searrow$	$-\infty$ / $+\infty$	$\searrow$	2

A. $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$.

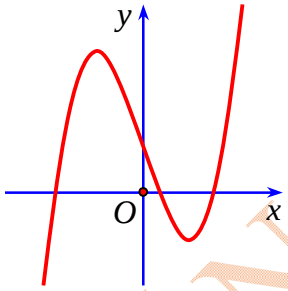
Lời giải

Chọn B

Ta có: Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là: $x=2$ và tiệm cận ngang $y=2$. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;2),(2;+\infty)$ nên $y'<0,\forall x\in(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

Nên chọn đáp án A : $y=\dfrac{2x-1}{x-2}\Rightarrow y'=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$.

Câu 18. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào ?



A. $y=-x^4-4x^2+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=-x^3+3x-1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

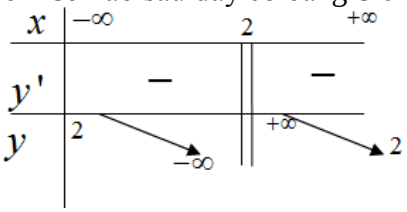
Lời giải

Chọn D

Đây là đồ thị hàm bậc ba có hệ số a dương nên loại đáp án B, D.

Đồ thị hàm bậc ba có hai điểm cực trị nên loại A.

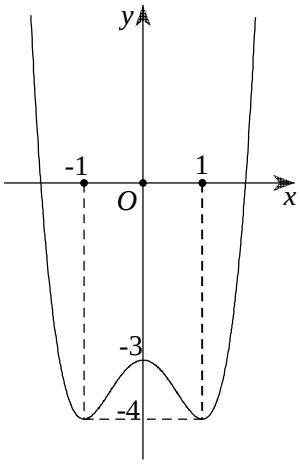
Câu 19. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình bên



A. $y=\dfrac{2x-1}{x-2}$. **B.** $y=\dfrac{2x-3}{x+2}$. **C.** $y=\dfrac{x+3}{x-2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-5}{x-2}$.

Câu 20. Đường cong trong hình sau là đồ thị của hàm số nào?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $y=x^4+2x^2-3$ **B.** $y=x^4-2x^2-3$ **C.** $y=-x^4-2x^2+3$ **D.** $y=-x^4+2x^2+3$

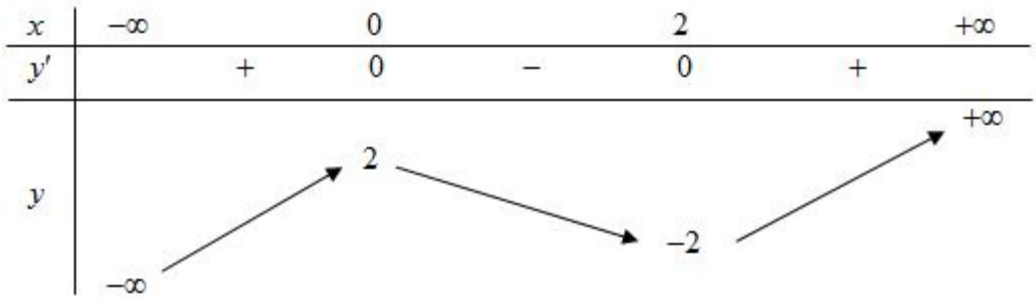
Lời giải

Chọn B

Theo hình vẽ, đồ thị của hàm số trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ với $a>0$, loại đáp án C, D.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$, loại đáp án A.

Câu 21. Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ



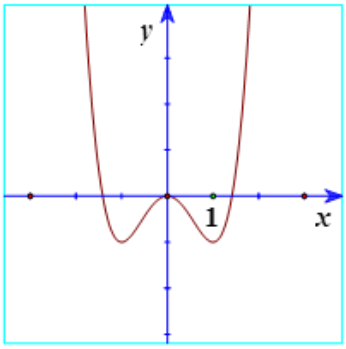
A. $y=x^3-3x^2+2$. **B.** $y=x^3-3x^2-2$. **C.** $y=-x^3+3x^2-1$. **D.** $y=x^3+3x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y(0)=2$ nên chỉ có hàm số $y=x^3-3x^2+2$ là thỏa mãn.

Câu 22. Đồ thị trong hình sau là của hàm số nào dưới đây ?



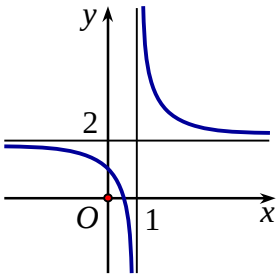
A. $y=-x^2+x-1$. **B.** $y=x^3-3x+1$. **C.** $y=-x^4+2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

Chọn D

Từ đồ thị đi qua gốc toạ độ $O(0;0)$, ta chọn hàm số $y=x^4-2x^2$.

Câu 23. Xác định a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax-1}{bx+c}$ có đồ thị như hình vẽ bên. Chọn đáp án đúng?



A. $a=2,\ b=1,c=-1.$ **B.** $a=2,\ b=1,c=1.$

C. $a=2,\ b=2,c=-1.$ **D.** $a=2,\ b=-1,c=1.$

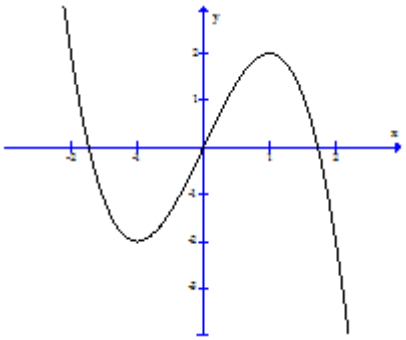
Lời giải

Chọn A

Nhận xét: đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng $x=\dfrac{-b}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{b}$.

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases}\dfrac{-b}{c}=1\\ \dfrac{a}{b}=2\\ M\left(0;1\right)\in\left(C\right):y=\dfrac{ax-1}{bx+c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=0\\ a=2b\\ 1=\dfrac{-1}{c}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}b+c=0\\ a=2b\\ c=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=2b=2\\ b=-c=1\\ c=-1\end{cases}.$

Câu 24. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



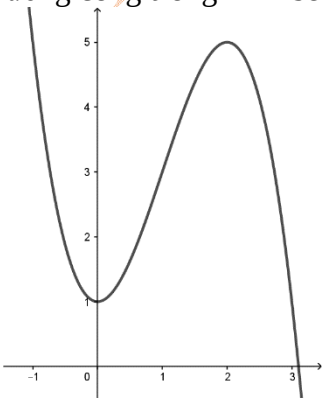
A. $y=-x^3+3x.$ **B.** $y=x^4-x^2+2.$ **C.** $y=-x^3+3x+2.$ **D.** $y=x^3-3x.$

Lời giải:

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy, hàm số đã cho là hàm số bậc ba, đi qua gốc tọa độ và có hệ số $a<0$.

Câu 25. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số dưới đây?



A. $y=-x^3+3x^2+1$. **B.** $y=-x^3-3x^2+1$. **C.** $y=\frac{1}{3}x^3-x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào hình dạng đồ thì, ta thấy đây là đồ thị của hàm số bậc 3 với hệ số $a<0$. Nên loại A, **B**.

Đồ thị hàm số đạt cực tiểu tại $x_1=0$ và $x_2>0$.

+ Xét $y=-x^3-3x^2+1$.

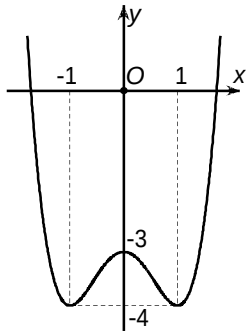
Ta có $y'=-3x^2-6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=-2\end{array}\right.$. Loại

D.

+ Xét $y=-x^3+3x^2+1$.

Ta có $y'=-3x^2+6x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=2\end{array}\right.$.

Câu 26. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



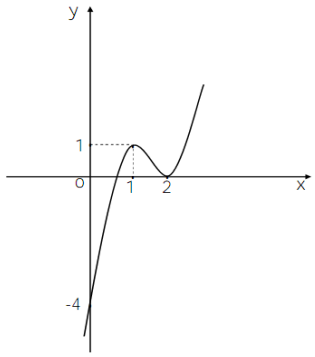
A. $y=x^4-2x^2-3$ **B.** $y=x^3-3x^2+2$ **C.** $y=x^4-2x^2$ **D.** $y=-x^4+2x^2-3$

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có: Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-3)$ đồng thời $\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ vì vậy đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2-3$.

Câu 27. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số đã cho được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x-4$ **B.** $y=x^4-3x^2-4$

C. $y=2x^3-9x^2+12x-4$ **D.** $y=-2x^3+9x^2-12x-4$

Lời giải

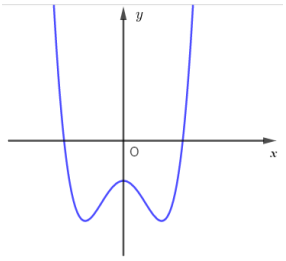
Chọn C

Đồ thị đã cho có dạng hàm số bậc ba có hệ số $a>0$ nên loại C và **A.**

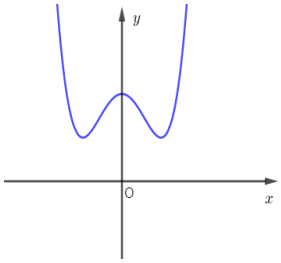
Hàm số đạt cực trị tại $x=2$ nên loại

B.

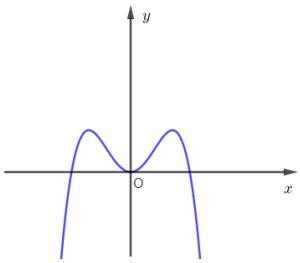
Câu 28. Hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có dạng đồ thị nào trong các đồ thị sau đây ?



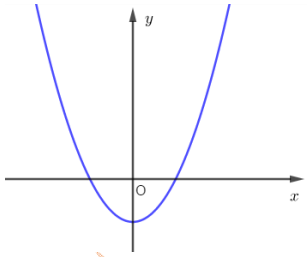
1.



2.



3.



4.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

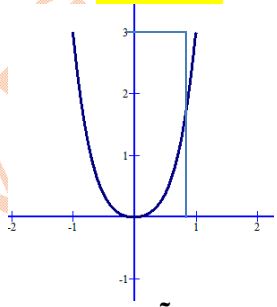
Lời giải

Chọn D

Hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có $a=1>0$; $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt là $\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$ và đồ thị đi qua điểm có tọa độ $(0;-1)$ nên hàm số có dạng đồ thị số 1.

Câu 29. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào sau đây?

A. $y=-x^4+4x^2$. **B.** $y=3x^4-x^2+1$. **C.** $y=2x^4+x^2$. **D.** $y=x^2$.



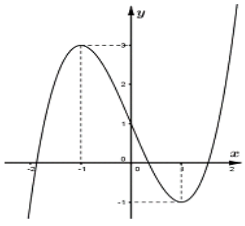
Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường cong trên đi qua điểm $(0;0)$ và $(1;3)$ và có bề lõm hướng lên nên $a>0$.

Vậy đồ thị của hàm số $y=2x^4+x^2$ thỏa yêu cầu.

Câu 30. Chọn hàm số có đồ thị như hình vẽ bên:



.

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3+3x+1$. **C.** $y=-x^3-3x+1$. **D.** $y=x^3-3x+1$.

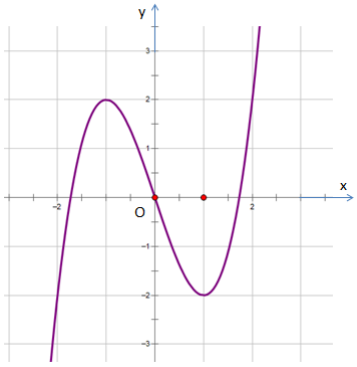
Lời giải

Chọn D

Đồ thị hướng lên nên hệ số $a>0$. Suy ra chỉ có **A, C** thỏa mãn.

Đồ thị đi qua $(1;-1);(-1;3)$ chỉ có **A** thỏa mãn.

Câu 31. Đồ thị như hình vẽ là của hàm số nào trong các hàm số đã cho dưới đây.



A. $f(x)=-x^3+3x$.

B. $f(x)=x^3-3x$.

C. $f(x)=x^3-3x+1$.

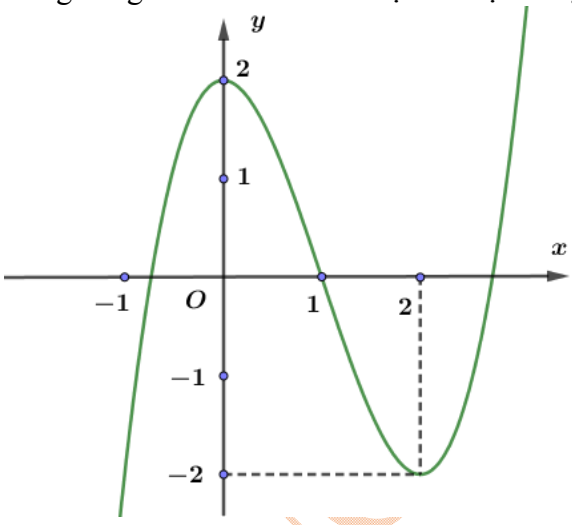
D. $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$.

Lời giải

Chọn B

Đồ thị đi qua gốc tọa độ và có điểm cực đại $(-1;2)$ và điểm cực tiểu $(1;-2)$.

Câu 32. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^3+3x^2+2$.

B. $y=x^3-3x^2+1$.

C. $y=x^3-3x^2+2$.

D. $y=x^3+3x^2+2$.

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy: $y(0)=2$ và $y(1)=0$.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có $y(0)=2$ và $y(1)=0$.

Xét hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có $y(0)=2$ và $y(1)=6$. Vậy loại

B.

Xét hàm số $y=-x^3+3x^2+2$ có $y(0)=2$ và $y(1)=4$. Vậy loại

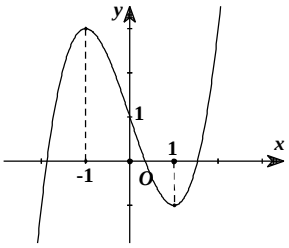
C.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2+1$ có $y(0)=1$ và $y(1)=-1$. Vậy loại

D.

Vậy chọn đáp án A.

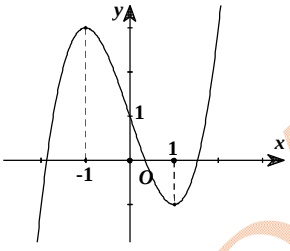
Câu 33. Đồ thị sau là của một trong bốn hàm số đã cho, đó là hàm số nào?



A. $y=x^3-3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=x^4-2x^2+1$.

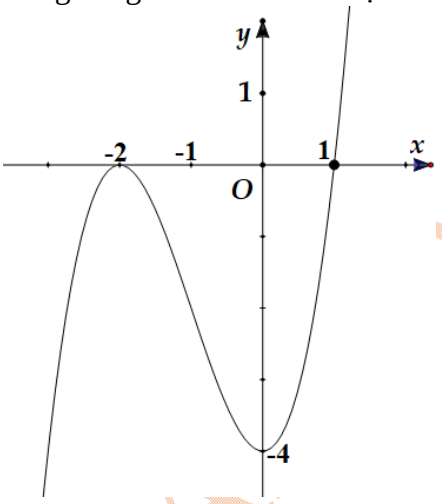
Lời giải

Chọn A



Đồ thị trên là đồ thị của hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d, a\neq 0$ với hệ số $a>0$..

Câu 34. Đường cong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3-3x^2-4$. **B.** $y=x^3+3x^2-4$. **C.** $y=-x^3+3x^2-4$. **D.** $y=x^3-3x^2+4$.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số ta thấy đây là hàm bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a>0$, $d<0$

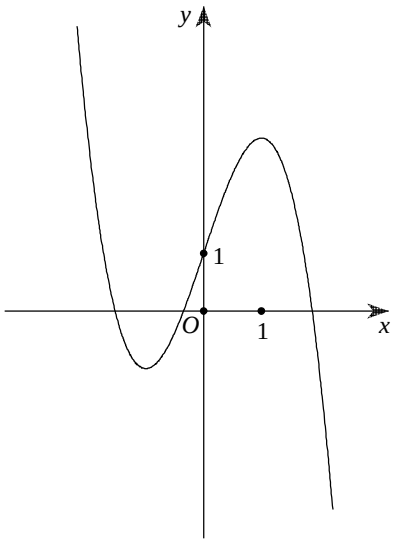
Và $y'=0$ có hai nghiệm $x=\{-2;1\}$. Ta thấy có hàm số $y=x^3+3x-4$ thỏa mãn.

Câu 35. Đường cong bên dưới là đồ thị hàm số nêu dưới đây.

A. $y=-x^3+3x+1$. **B.** $y=x^3+3x^2+3x+1$.

C. $y=x^3+3x^2-3x+1$. **D.** $y=-x^3-2x^2+x-2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hướng dẫn giải

Chọn A

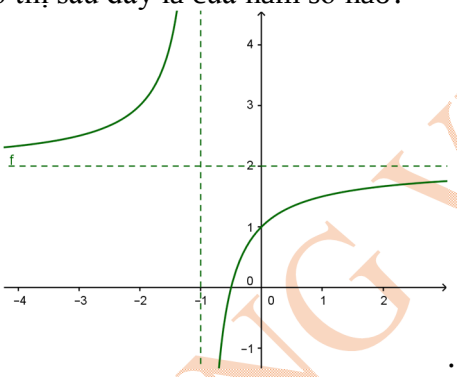
Đồ thị đã cho là đồ thị hàm số bậc ba $y=ax^3+bx^2+cx+d$ với hệ số $a<0$, do đó loại đáp án A và

D.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 1 nên $d=1$, do đó loại đáp án

B.

Câu 36. Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



.

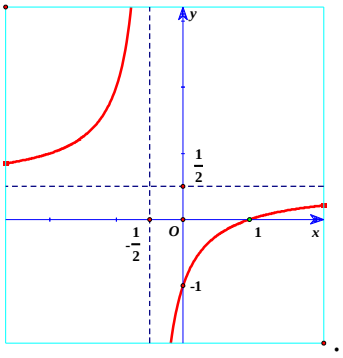
A. $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. **B.** $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

Chọn C

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=2,$ tiệm cận đứng là $x=-1$ và đi qua $(0;1)$..

Câu 37. Đồ thị trong hình bên là của hàm số nào sau đây:



.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=\dfrac{x+1}{2x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{2x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{1-2x}$.

Lời giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{1}{2}$, tiệm cận ngang $y=\dfrac{1}{2}$. Đồ thị đi qua $(1;0)$ và $(0;-1)$.

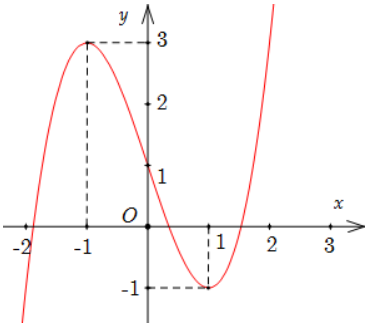
Phương án A có tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$ suy ra loại phương án A.

Phương án B có tiệm cận đứng $x=\dfrac{1}{2}$ suy ra loại phương án B.

Phương án C cắt trục hoành tại $(-1;0)$ suy ra loại phương án C.

Chọn D.

Câu 38. Hình bên là đồ thị của một hàm số được liệt kê ở bốn phương án **A, B, C, D** dưới đây. Hàm số đó là



A. $y=-x^3+3x-1$ **B.** $y=x^3+3x+1$ **C.** $y=x^3-3x+1$ **D.** $y=-x^3-3x+1$

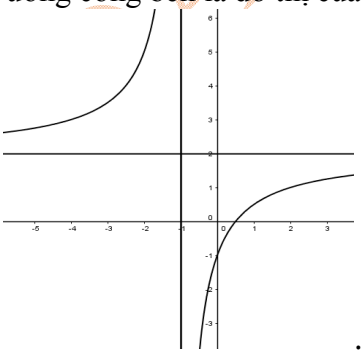
Lời giải

Chọn C

Nhìn đồ thị lại biết hàm số có tính chất $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên chọn A hoặc D.

Đồ thị hàm số đi qua $(1;-1)$ nên chọn A.

Câu 39. Đường cong bên là đồ thị của hàm số:



.

A. $y=\dfrac{1-2x}{x+1}$. **B.** $y=x^3-3x+2$. **C.** $y=\dfrac{x^4}{4}-2x^2+2$. **D.** $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$.

Lời giải

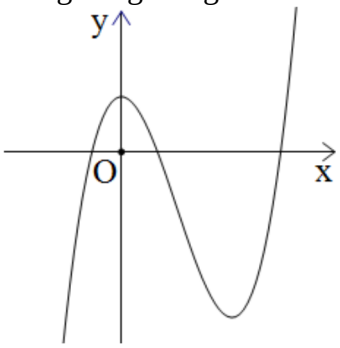
Chọn D

Đồ thị trên không phải là của hàm bậc 3 và bậc 4 nên loại **A** và

C.

Hàm số của phương án:**C.** có $y' = \dfrac{3}{(x+1)^2} > 0$ nên hàm số tăng trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$ và $(-1;+\infty)$..

Câu 40. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$. **B.** $y = -x^3 - 3x^2 + 1$. **C.** $y = x^3 + 3x^2 + 1$. **D.** $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

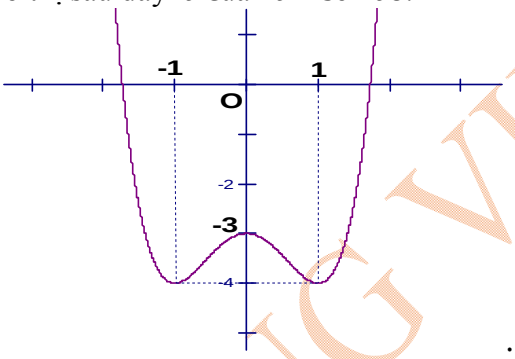
Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta có hàm số là hàm bậc ba $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có hệ số $a > 0$. Đồng thời $y' = 0$ có nghiệm $x_1 = 0$ và nghiệm $x_2 > 0$.

Do đó, ta có hàm số thỏa mãn là $y = x^3 - 3x^2 + 1$.

Câu 41. Đồ thị sau đây là của hàm số nào.



A. $y = x^4 + 2x^2 - 3$. **B.** $y = x^4 - 3x^2 - 3$.

C. $y = x^4 - 2x^2 - 3$. **D.** $y = \dfrac{-1}{4}x^4 + 3x^2 - 3$.

Lời giải

Chọn C

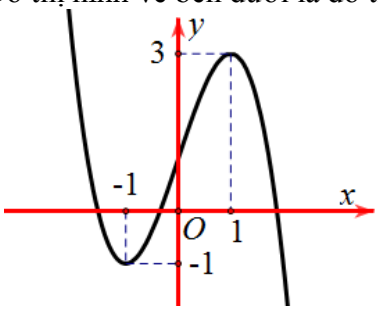
Đồ thị hàm số có dạng $y = ax^4 + bx^2 + c\,(a \neq 0)$.

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow a > 0$ loại

B.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;4)$ và $(1;4)$ thay vào chỉ có C thỏa.

Câu 42. Đồ thị hình vẽ bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

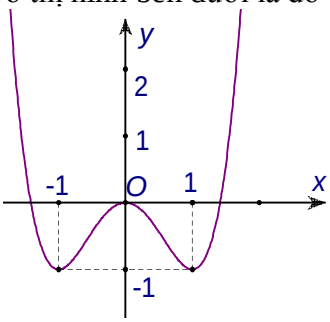
A. $y=-x^3-3x+1$ **B.** $y=x^3-3x+1$ **C.** $y=-x^3+3x^2+1$ **D.** $y=-x^3+3x+1$

Lời giải

Chọn D

Ta thấy đồ thị hàm số đã cho là đồ thị hàm số bậc ba, $a<0$ và có hai điểm cực trị $(-1;-1)$ và $(1;3)$.

Câu 43. Đồ thị hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào sau đây?

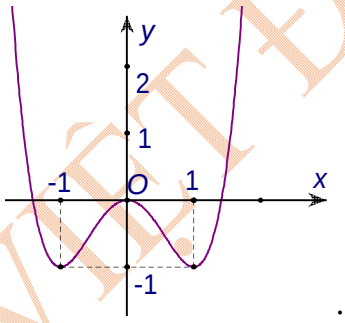


A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-3$.

C. $y=x^4-2x^2-3$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Lời giải

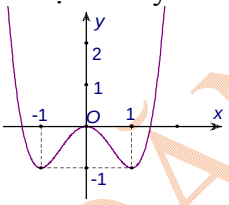
Chọn D



.

Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị có tọa độ (0;0), (-1;-1), (1;-1) thỏa mãn hàm số $y=x^4-2x^2$.

Câu 44. Đồ thị sau đây là đồ thị của hàm số nào?



.

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=-x^4+2x^2+1$.

Lời giải

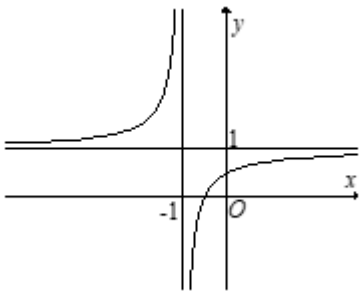
Chọn C

Ta thấy đồ thị quay lên, suy ra hệ số $a>0$. Ta loại C và **D**.

Mặt khác đồ thị đi qua gốc toạ độ $O(0;0)$ thoả hàm số $y=x^4-2x^2$ và không thoả hàm số $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 45. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Đó là hàm số nào?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



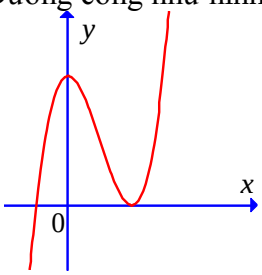
A. $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ **B.** $y=\dfrac{2x+1}{2(x+1)}$ **C.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ **D.** $y=\dfrac{2x+7}{2(x+1)}$

Lời giải

Chọn B

Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x_0\in(-1;0)$ nên loại phương án **A**, **B**, **D**.

Câu 46. Đường cong như hình vẽ bên dưới là dạng đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-(x+1)(x-2)^2$ **B.** $y=x^3-3x^2+4$

C. $y=(x-3)^3$ **D.** $y=x^4-2x^2+1$

Lời giải

Chọn B

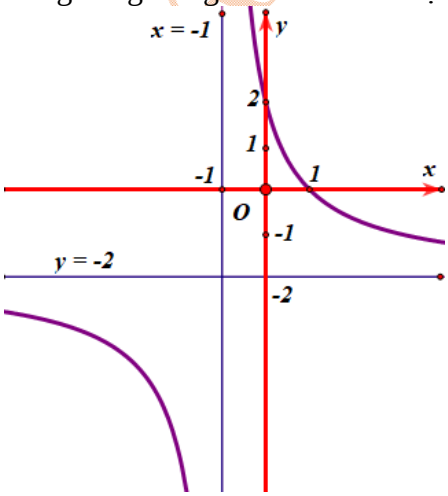
Loại **A** do đồ thị không phải dạng đồ thị hàm trùng phương.

Loại **B** do $a<0$.

Xét $y=(x-3)^3$ có $y'=3(x-3)^2$; $y'=0\Leftrightarrow x=3$ (nghiệm kép), do đó loại **D**.

Vậy chọn **C**.

Câu 47. Đường cong trong hình vẽ là đồ thị của hàm số nào trong bốn hàm số sau



A. $y=\dfrac{x-2}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{-x+2}{x+2}$. **D.** $y=\dfrac{2x-2}{x+1}$.

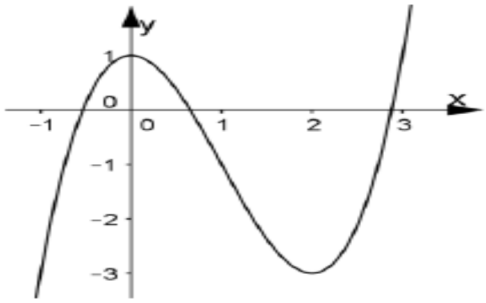
Lời giải

Chọn B

Ta có từ đồ thị hàm số ta thấy hàm số giảm, có tiệm cận ngang là $y=-2$, tiệm cận đứng là $x=-1$, giao với Ox tại điểm $(1;0)$, giao với Oy tại điểm $(0;2)$.

Vậy hàm số cần tìm là $y=\dfrac{-2x+2}{x+1}$.

Câu 48. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=-x^3-3x^2+1$. **B.** $y=x^3-3x^2+1$. **C.** $y=x^3-2x^2+1$. **D.** $y=x^3-3x^2+2$.

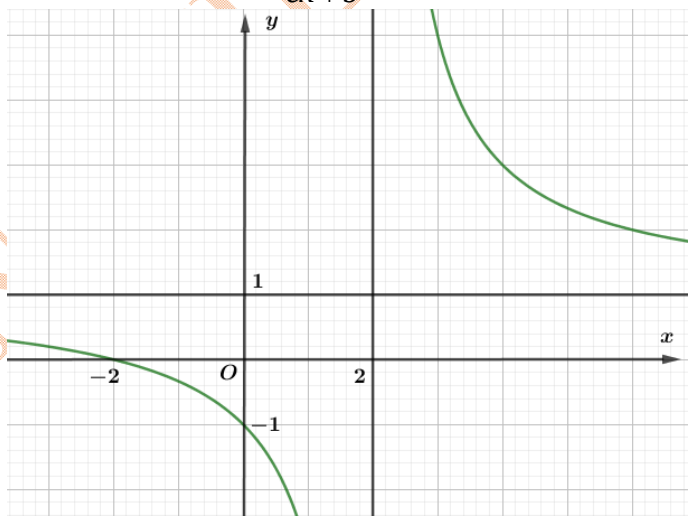
Lời giải

Chọn B

Ta có: $y(0)=1$. Loại

C. Vì $y(2)=-3$ nên chọn A.

Câu 49. Đường cong ở hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ với a, b, c là các số thực.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a=1;\ b=-2;\ c=1$. **B.** $a=1;\ b=2;\ c=1$. **C.** $a=1;\ b=1;\ c=-1$. **D.** $a=2;\ b=2;\ c=-1$.

Lời giải

Chọn A

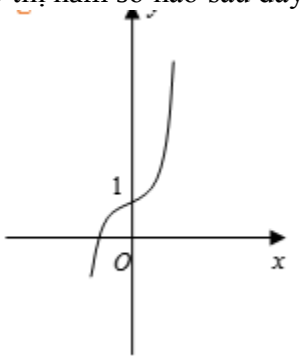
Đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại điểm có tọa độ $(-2;0)$ nên ta có:

$\dfrac{-2a+2}{-2c+b}=0\Rightarrow a=1$. Vậy loại A

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=1\Rightarrow\dfrac{a}{c}=1\Rightarrow c=a=1$. Vậy loại D

Đồ thị hàm số đã cho có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=2\Rightarrow -\frac{b}{c}=2\Rightarrow b=-2c=-2$.

Câu 50. Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên dưới.



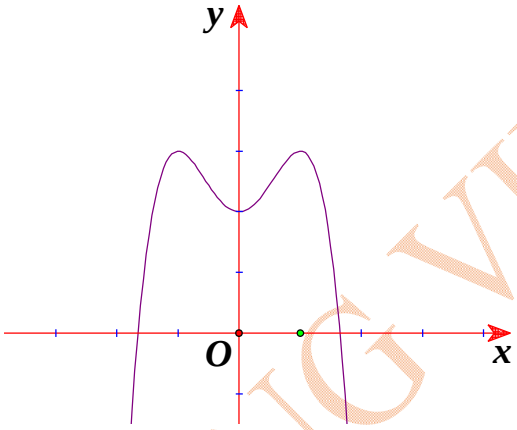
A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3+3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3-3x+1$.

Lời giải

Chọn A

Dựa và đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên R và cắt trục hoành tại 1 điểm nên chọn hàm số $y=x^3+3x+1$.

Câu 51. Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



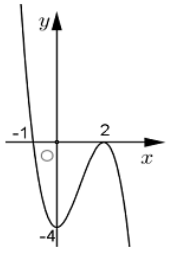
A. $y=x^4-2x^2+2$ **B.** $y=-x^3+3x^2+2$ **C.** $y=-x^4+2x^2+2$ **D.** $y=x^3-3x^2+2$

Lời giải

Chọn C

Từ đồ thị và các phương án lựa chọn ta thấy, hình dạng trên là dạng đồ thị hàm số bậc 4 trùng phương có hệ số $a<0$. Do đó chỉ có phương án **C.** thỏa mãn.

Câu 52. Đường cong ở hình dưới đây của một đồ thị hàm số.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào trong các hàm số sau đây:

A. $y=-x^3-4$ **B.** $y=x^3-3x^2-4$ **C.** $y=-x^3+3x-2$ **D.** $y=-x^3+3x^2-4$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

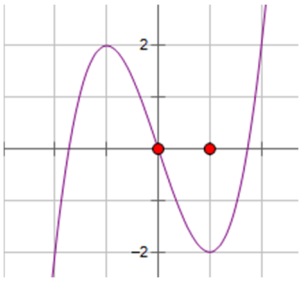
Lời giải

Chọn D

Nhìn vào đồ thị ta thấy hàm số có hai cực trị và hệ số của x^3 âm loại A và B.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại $A(0;-4)$ loại C.

Câu 53. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây.



Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

A. $y=x^3-x^2$. **B.** $y=-x^3+3x$. **C.** $y=x^4-2x^2$. **D.** $y=x^3-3x$.

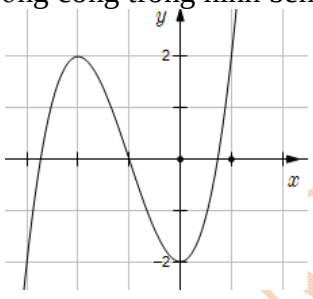
Lời giải

Chọn D

Ta có nhánh sau hướng lên trên nên $a>0$.

$y'=3x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$ thỏa đồ thị hàm số.

Câu 54. Đường cong trong hình bên là đồ thị của hàm số nào dưới đây?



A. $y=2x^3+6x^2-2$ **B.** $y=x^3+3x^2-2$ **C.** $y=-x^3-3x^2-2$ **D.** $y=x^3-3x^2-2$

Lời giải

Chọn B

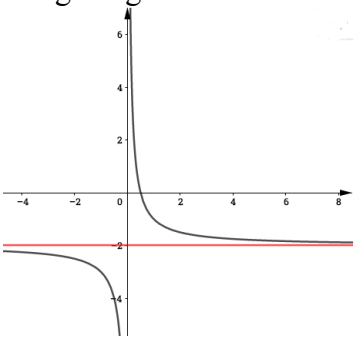
Từ đồ thị hàm số ta có:

Đồ thị trong hình là của hàm số bậc 3, có hệ số $a>0$.

Đồ thị hàm số đạt cực trị tại các điểm $A(-2;2);B(0;-2)$.

Vậy chọn đáp án **B**.

Câu 55. Đường cong hình bên là đồ thị hàm số nào dưới đây



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=\dfrac{-2x+1}{x}$. **B.** $y=\dfrac{2x}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x+1}{x}$. **D.** $y=\dfrac{-x+1}{2x}$.

Lời giải

Chọn A

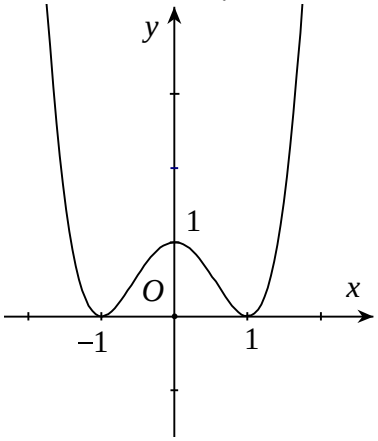
Ta thấy đây là đồ thị hàm số phân thức bậc nhất chia bậc nhất có tiệm cận đứng $x=0$ và tiệm cận ngang $y=-2$

Tổng quát: Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có tiệm cận đứng là $x=\dfrac{-d}{c}$ và tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$

Nhìn vào bốn đáp án dễ thấy đáp án đúng là

D.

Câu 56. Hình dưới là đồ thị của hàm số nào trong các hàm số sau đây:



A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-2x^4+3x^2-1$.

C. $y=-x^4-2x^2+1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Lời giải

Chọn A

Bề lõm của đồ thị hàm số quay lên.

Đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm có hoành độ dương.

Chọn $y=x^4-2x^2+1$.

Câu 57. Bảng biến thiên sau là của hàm số nào?

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-2	↗	-1	↘	-2	↗	$+\infty$

A. $y=x^4-2x^2+1$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$. **C.** $y=x^4-2x^2-1$. **D.** $y=x^4-x^2-1$.

Lời giải

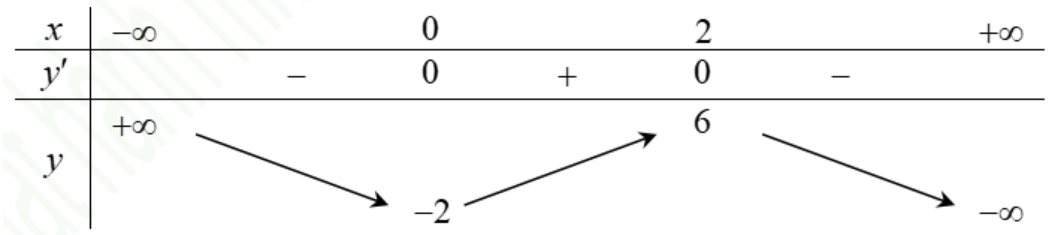
Chọn C

Từ BBT ta có $a>0$ vậy loại **D**

Với $x=0\Rightarrow y=-1$ vậy loại **A**

Với $x=\pm1\Rightarrow y=-2$ vậy loại **C**

Câu 58. Bảng biến thiên sau đây là của hàm số nào?



A. $y=-x^3+6x-2.$ **B.** $y=-3x^3+9x^2-2.$

C. $y=2x^3-3x^2+2x-2.$ **D.** $y=-2x^3+6x^2-2.$

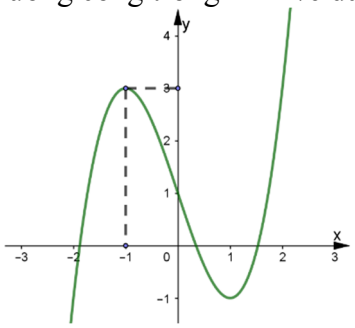
Lời giải

Chọn D

Giả sử $y=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$.

Ta có $\begin{cases} y(0)=-2 \\ y'(0)=0 \\ y(2)=6 \\ y'(2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-2 \\ c=0 \\ 8a+4b+2c+d=6 \\ 12a+4b+c=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-2 \\ c=0 \\ a=-2 \\ b=6 \end{cases} \Rightarrow y=-2x^3+6x^2-2.$

Câu 59. Đường cong trong hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số nào?



A. $y=-x^3-3x+1.$ **B.** $y=-x^3+3x+1.$ **C.** $y=x^3-3x+1.$ **D.** $y=x^3-3x^2+1.$

Lời giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị ta thấy $a>0$ nên loại câu **A**, **D.**

Xét hàm số $y=x^3-3x+1 \Rightarrow y'=3x^2-3.$

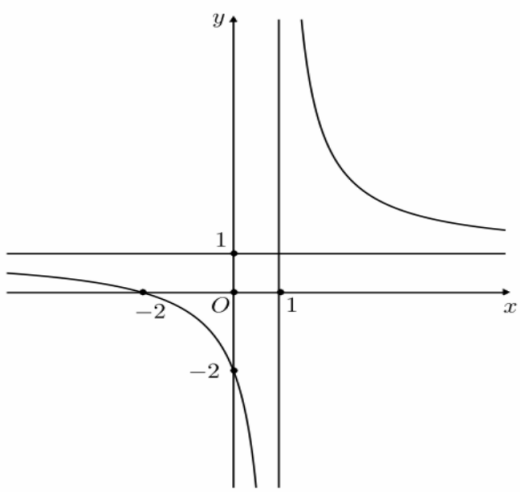
$y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-3=0 \Leftrightarrow x=\pm 1.$

Với $x=1 \Rightarrow y=-1.$

Với $x=-1 \Rightarrow y=3.$

Câu 60. Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $b<0<a$. **B.** $a<b<0$. **C.** $a<0;\ b<0$. **D.** $0<b<a$.

Lời giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị ta có:

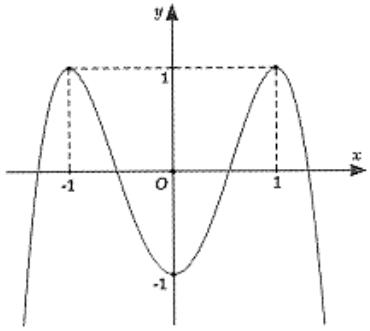
+ Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a=1>0$.

+ Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2)\Rightarrow b=-2<0$.

+ Hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $y'<0\Rightarrow -a+b<0\Rightarrow b<a$.

Vậy $b<0<a$.

Câu 61. Biết đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án *A, B, C, D* dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=-x^4+2x^2$. **B.** $y=-x^4+2x^2-1$.

C. $y=-2x^4+4x^2-1$. **D.** $y=x^4-2x^2-1$.

Lời giải

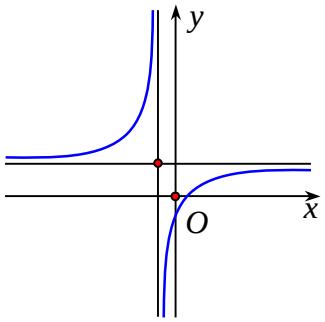
Chọn B

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$ nên $a<0\Rightarrow$ loại đáp án $y=x^4-2x^2-1$.

Vì $f(0)=-1$ => loại đáp án $y=-x^4+2x^2$..

Mặt khác $f(1)=1\Rightarrow$ loại đáp án $y=-2x^4+4x^2-1$.

Câu 62. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$.



Mệnh đề nào sau đây là **đúng**?

A. $bd>0,\ ad>0$. **B.** $ad>0,\ ab<0$. **C.** $bd<0,\ ab>0$. **D.** $ab<0,\ ad<0$.

Lời giải

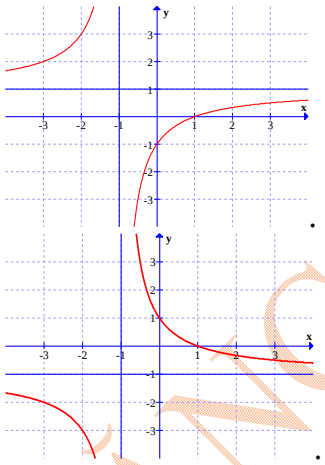
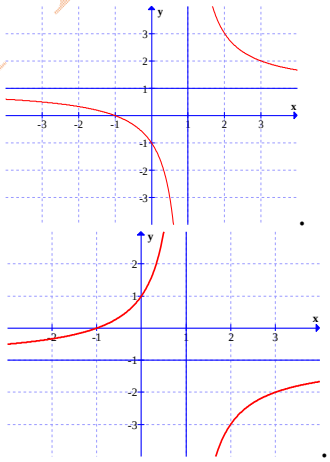
Chọn B

Tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}<0\Leftrightarrow cd>0$, Tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow ac>0\ \Rightarrow ad>0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy giao điểm của đồ thị với trụ hoành là $x=-\dfrac{b}{a}>0\Leftrightarrow ab<0$.

DẠNG 2: NHẬN DẠNG 3 ĐỒ THỊ THƯỜNG GẶP (BIẾT HÀM SỐ)

Câu 63. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ có dạng:

A.  . **B.**  .

C. . **D.** .

Lời giải

Chọn A

Dựa vào TCN – TCĐ và điểm mà đồ thị đi qua (giao điểm trục hoành, trục tung).

Câu 64. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y=-x^3-7x^2-x-1$. **B.** $y=-x^4-4x^2+1$.

C. $y=x^4+5x^2-1$. **D.** $y=-x^4+2x^2-2$.

Lời giải

Chọn D

Cách 1:

Loại đáp án B do đây là hàm trùng phương có hệ số $a=1>0$.

Loại đáp án D do đây là hàm bậc ba.

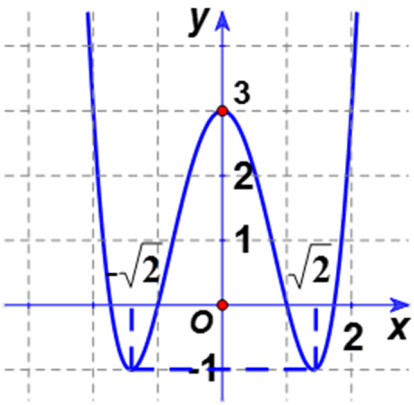
Loại đáp án A vì đây là hàm trùng phương có hệ số $c=1>0$.

Cách 2:

Ta có: $y=-x^4+2x^2-2=-\left(x^2-1\right)^2-3<0;\forall x\in R$ nên đồ thị hàm số nằm phía dưới trục Ox.

Câu 65. Hàm số $y=f\left(x\right)=ax^4+bx^2+c\ \ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ sau:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A. $y=\left(x^2-2\right)^2-1$.

B. $y=-x^4+2x^2+3$.

C. $y=-x^4+4x^2+3$.

D. $y=\left(x^2-2\right)^2+1$.

Lời giải

Chọn A

Từ đồ thị ta có: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=+\infty \Rightarrow a>0$.

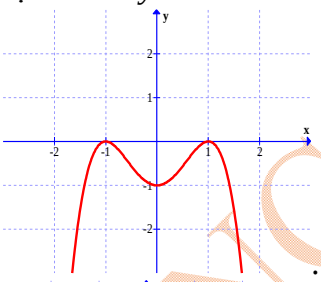
Hàm số đạt cực đại tại $x=0$, $y_{CĐ}=3$.

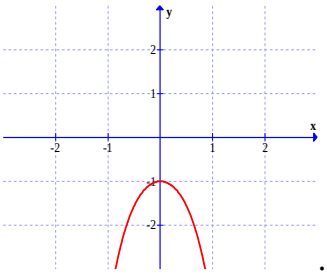
Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm\sqrt{2}$, $y_{CT}=-1$.

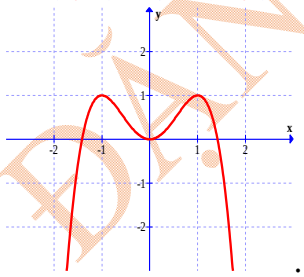
Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị $\Rightarrow ab<0$.

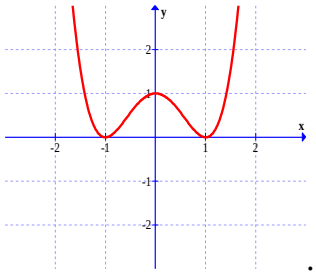
Vậy $y=\left(x^2-2\right)^2-1=x^4-4x^2+3$.

Câu 66. Đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2$ có dạng.

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

Chọn C

Hàm số $y=-x^4+2x^2$ có hệ số $a<0$, hệ số c =0..

Do đó đồ thì là hình chữ M, cắt trục tung tại gốc tọa độ.

Câu 67. Đồ thị hàm số nào sau đây nằm phía dưới trục hoành?

A. $y=x^4+5x^2-1$.

B. $y=-x^3-7x^2-x-1$.

C. $y=-x^4+2x^2-2$.

D. $y=-x^4-4x^2+1$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $y=-\left(x^2-1\right)^2-1\le -1, \forall x\in\mathbb{R}$. Do đó đồ thị của hàm số này nằm dưới Ox.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Nhận xét có thể lập bảng biến thiên và kết luận.

Câu 68. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-2}$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2$.
B. Hàm số có cực trị.
C. Đồ thị hàm số đi qua điểm $A(1;3)$.
D. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty;2)\cup(2;+\infty)$.

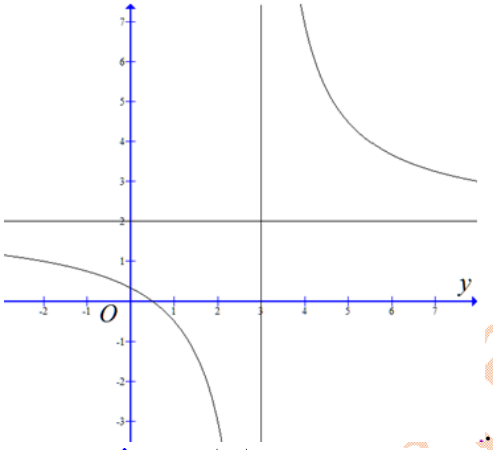
Lời giải

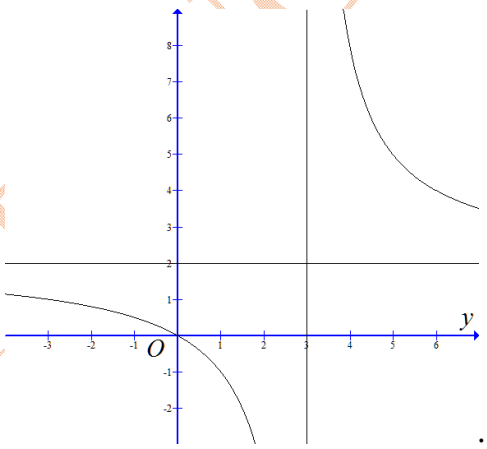
Chọn A

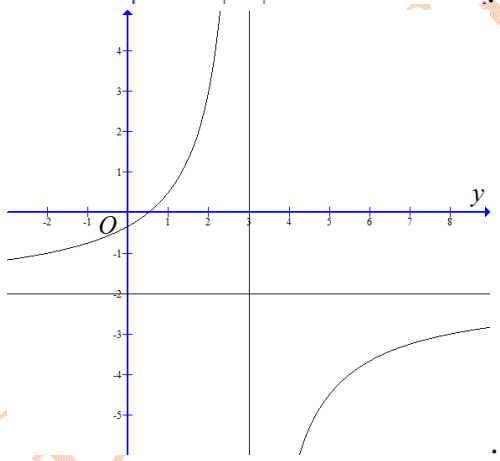
Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

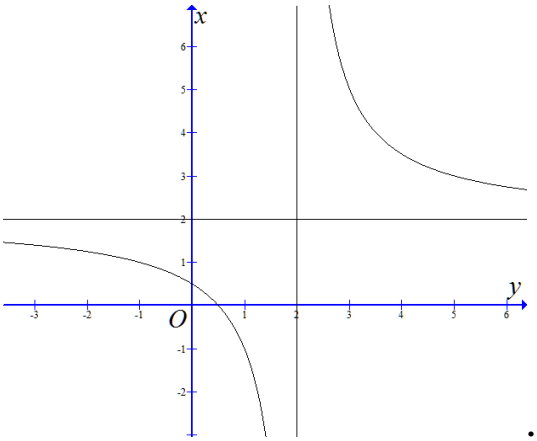
Ta có $\lim\limits_{x\to 2^+} y=\lim\limits_{x\to 2^+}\dfrac{2x+1}{x-2}=+\infty$ nên hàm số đã cho có tiệm cận đứng là $x=2$.

Câu 69. Tìm đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ trong các hàm dưới đây.

A. 

B. 

C. 

D. 

Lời giải

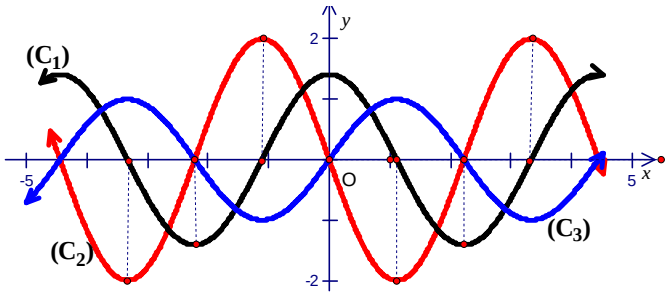
Chọn A

Hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ có:

$y'=\dfrac{-5}{(x-3)^2}\Rightarrow$ đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-3}$ nghịch biến.

tiệm cận đứng $x=3$, tiệm cận ngang $y=2$ và cắt hệ trục tại $\left(0;\dfrac{1}{3}\right),\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

Câu 70. Cho các hàm số $f(x), f'(x), f''(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Khi đó $(C_1),(C_2),(C_3)$ thứ tự là đồ thị các hàm số



A. $f''(x), f(x), f'(x)$.
B. $f(x), f'(x), f''(x)$.
C. $f'(x), f(x), f''(x)$.
D. $f'(x), f''(x), f(x)$.

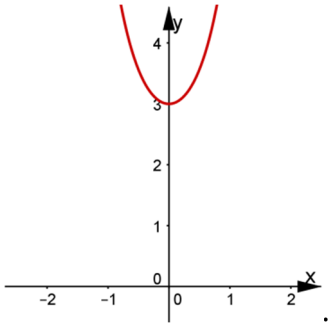
Lời giải

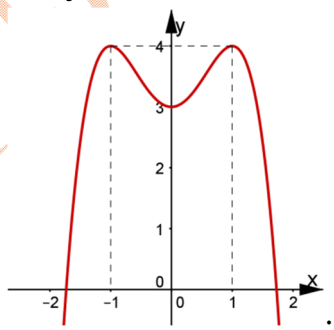
Chọn C

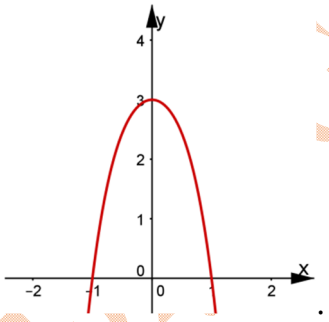
Ta thấy tại các điểm cực trị của hàm số ở đường cong (C_2) khi gióng xuống trục hoành ta được các giao điểm của đường cong (C_1), Ta thấy tại các điểm cực trị của hàm số ở đường cong (C_1) khi gióng xuống trục hoành ta được các giao điểm của đường cong (C_3).

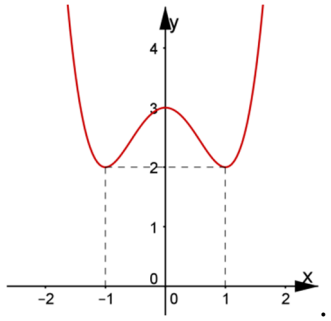
Vậy đáp án đúng là đáp án
D.

Câu 71. Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn của đồ thị hàm số $y=-x^4+2x^2+3$.

A. 

B. 

C. 

D. 

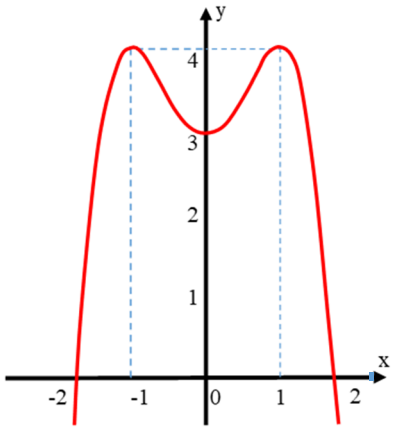
Lời giải

Chọn B

Vì $a=-1<0$ nên loại B,C

Vì $ab=-2<0$ nên hàm số có 3 cực trị, vậy loạiD

Câu 72. Đường cong bên là điểm biểu diễn của đồ thị hàm số nào sau đây



A. $y=-x^3+3x+3$.
B. $y=-x^4+2x^2+3$.
C. $y=-x^4+4x^2+3$.
D. $y=x^4-2x^2+3$.

Lời giải

Chọn B

Nhìn vào đồ thị ta thấy, đây là đồ thị hàm trùng phương $y=ax^4+bx^2+c$ $\rightarrow$ loại C

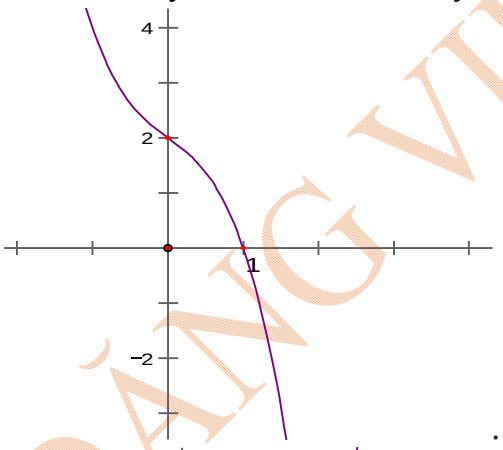
Đồ thị có 2 cực đại và một cực tiểu nên hệ số $a<0$ $\rightarrow$ loại B

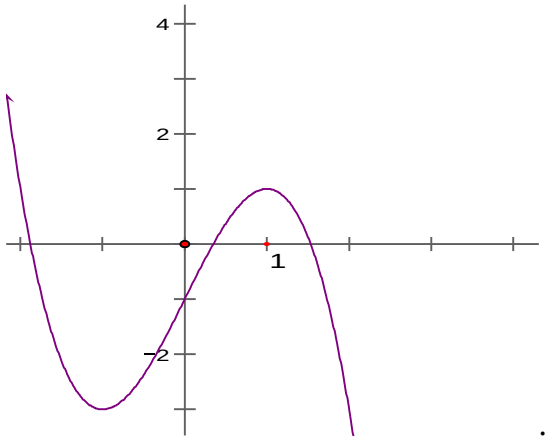
Đồ thị hàm số điểm cực trị là $(1;0)$ $\Leftrightarrow y'_{(1)}=0$

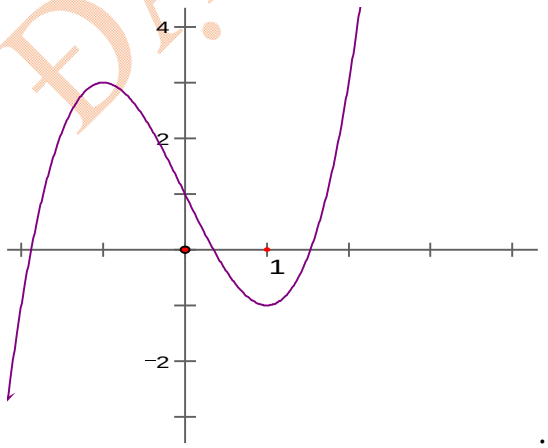
Đáp án A: $y'_{(1)}=-4.(1)^3+8.1=4\neq 0$ $\rightarrow$ Loại

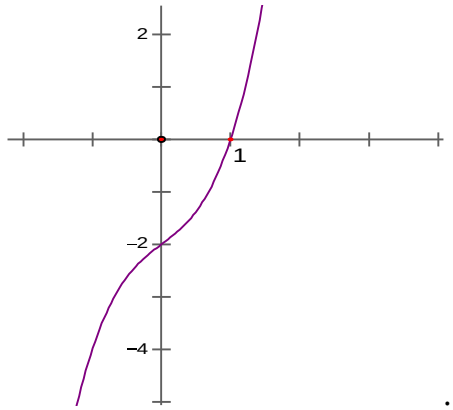
Đáp án D: $y'_{(1)}=-4.(1)^3+4.1=0$ $\rightarrow$ Thỏa mãn

Câu 73. Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y=x^3+x-2$.

A.


B.


C.


D.


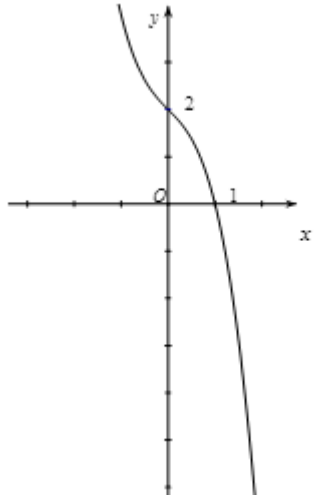
Lời giải

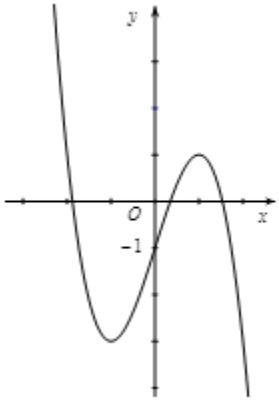
Chọn D

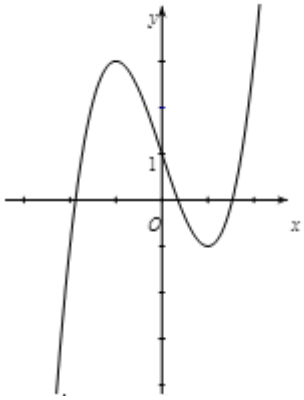
$y'=3x^2+1>0$ $\forall x\in R$.

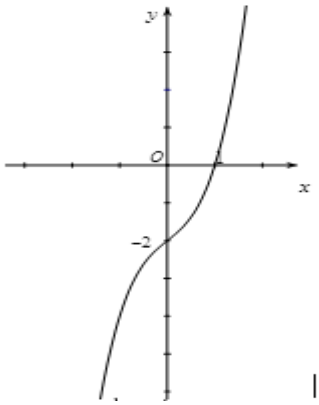
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 74.] Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = x^3 + x - 2$.

A. 

B. 

C. 

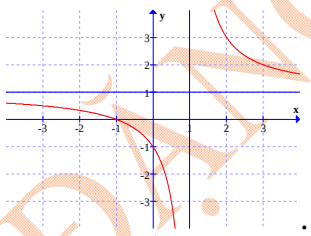
D. 

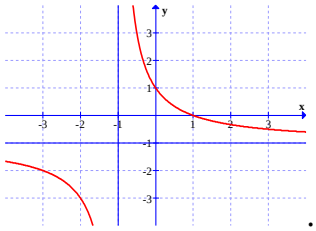
Lời giải

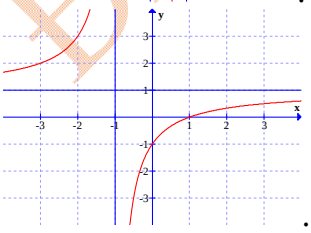
Chọn D

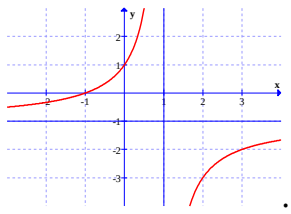
Vì đồ thị hàm số cắt trục Oy tại điểm $M(0;-2)$ nên chọn.

Câu 75. Trong các đồ thị dưới đây, đồ thị nào là đồ thị của hàm số $y = \dfrac{x+1}{1-x}$?

A. 

B. 

C. 

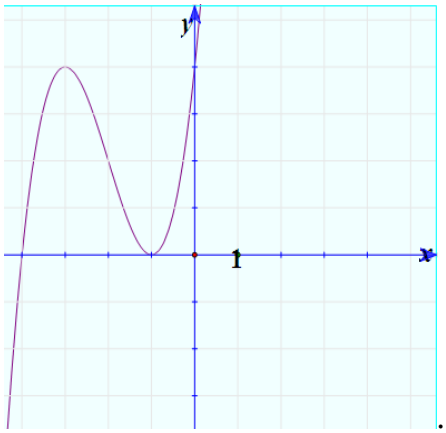
D. 

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = \dfrac{2}{(1-x)^2} > 0$ nên hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty;1)$, $(1;+\infty)$ và có đường tiệm cận $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -1$.

Câu 76. Cho hàm số $y = f(x) = x^3 + ax^2 + bx + 4$ có đồ thị như hình vẽ.



Hàm số $y=f(x)$ là hàm số nào trong bốn hàm số sau:

A. $y=x^3-3x^2+2$.

B. $y=x^3+6x^2+9x+4$.

C. $y=x^3-6x^2+9x+4$.

D. $y=x^3+3x^2+2$.

Lời giải

Chọn B

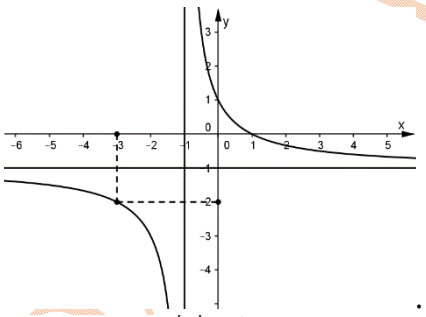
Vì đồ thị hàm số $y=f(x)=x^3+ax^2+bx+4$ đi qua các điểm $(0;4),(-1;0),(-2;2)$ nên ta có

hệ: $\begin{cases}0^3+6.0^2+9.0+4=0\\(-1)^3+a(-1)^2+b(-1)+4=0\\(-2)^2+a(-2)^2+b(-2)+4=2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a-b=-3\\4a-2b=6\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=6\\b=9\end{cases}$.

Vậy $y=x^3+6x^2+9x+4$.

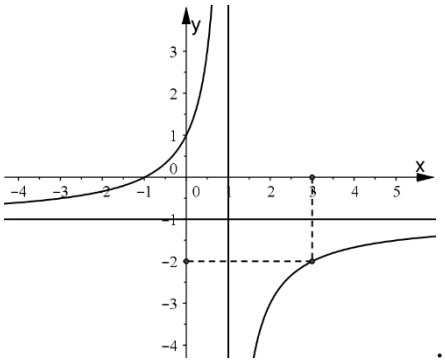
Câu 77. Tìm đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{1-x}$ trong các đồ thị hàm số dưới đây:

A.



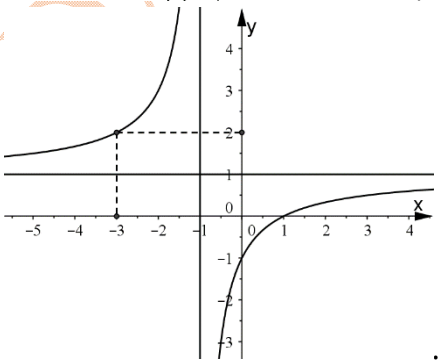
.

B.



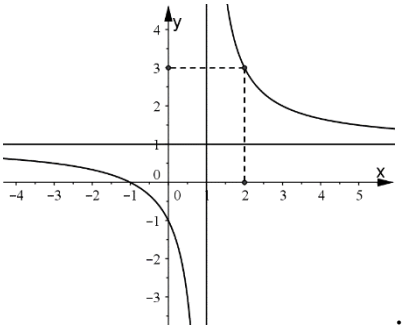
.

C.



.

D.



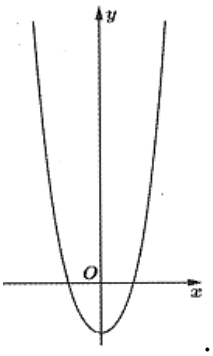
.

Lời giải

Chọn B

Tiệm cận đứng là $x=1$ và tiệm cận ngang là $y=-1$.

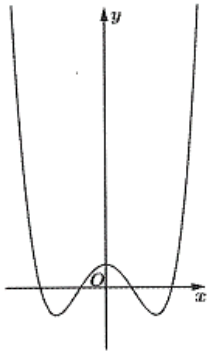
Câu 78. Hàm số $y=x^4+2x^2-1$ có đồ thị nào sau đây ?

A. 

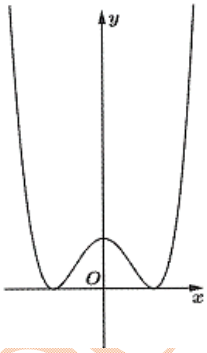
.

B.

.

C. 

.

D. 

.

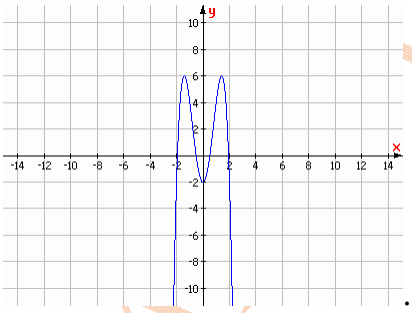
Lời giải

Chọn A

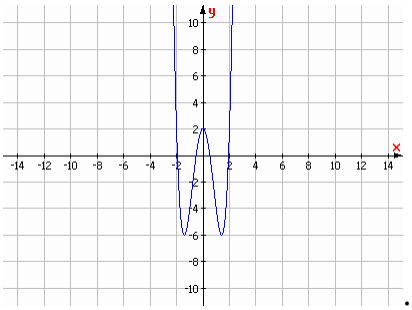
- Ta có $y' = 4x^3 + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0$, do đó hàm số chỉ có 1 cực trị loại A, B.

- Mà $x = 0 \Rightarrow y = -1$ nên loại C.

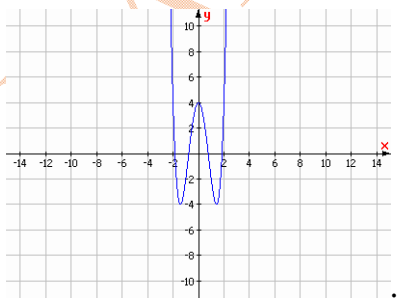
Câu 79.] Đâu là hình dạng của đồ thị $y = 2x^4 - 8x^2 + 2$.

A. 

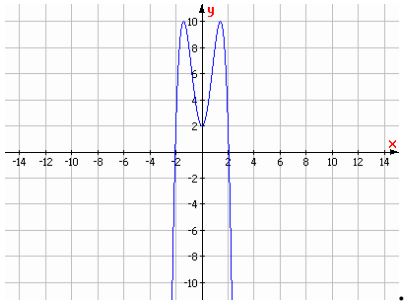
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Lời giải

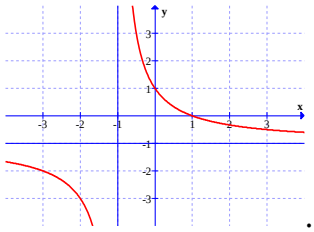
Chọn B

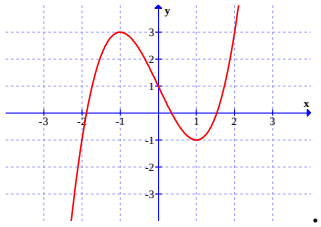
Dựa vào hàm số ta thấy $a > 0 \Rightarrow$ loại phương án **C;**

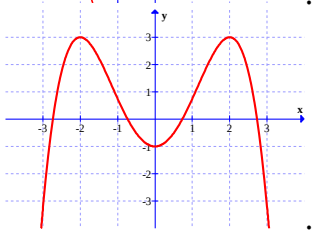
D.

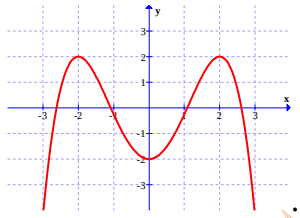
Một yếu tố khác là đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ $y = 2 \Rightarrow$ chọn phương án **A.**

Câu 80. Đồ thị nào sau đây là đồ thị của hàm số $y = -\frac{x^4}{4} + 2x^2 - 1$?

A.  .

B.  .

C.  .

D.  .

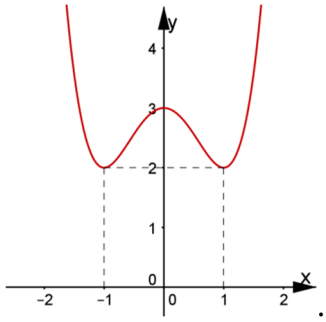
Lời giải

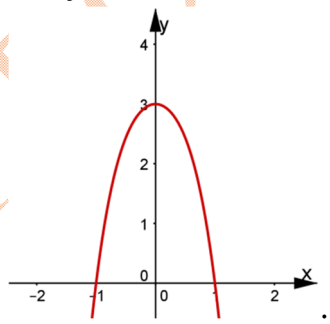
Chọn C

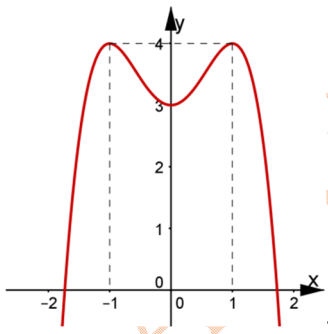
Ta có B là đồ thị hàm bậc 3, C là đồ thị hàm phân thức.

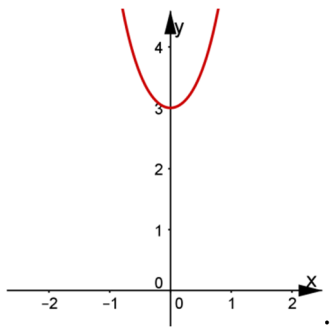
Đồ thị hàm số $y=-\frac{x^4}{4}+2x^2-1$ cắt trục Oy tại điểm có tung độ bằng -1 nên loại D.

Câu 81. Trong các hình vẽ sau, hình nào biểu diễn đồ thị của hàm số $y=-x^4+2x^2+3$.

A.  .

B.  .

C.  .

D.  .

Lời giải

Chọn C

* Vì hệ số $a=-1<0$ nên loại **A,**

D.

Ta có: $y'=-4x^3+4x$.

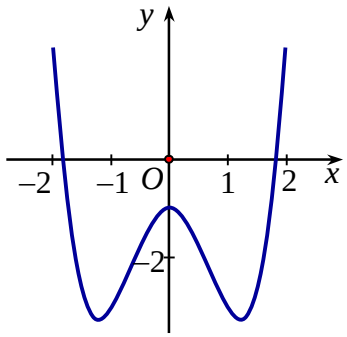
$$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1.\\x=0\end{array}\right.$$

Do đó hàm số có ba cực trị.

---------- **HẾT** ----------

DẠNG 3: XÉT DẤU HỆ SỐ CỦA BIỂU THỨC (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

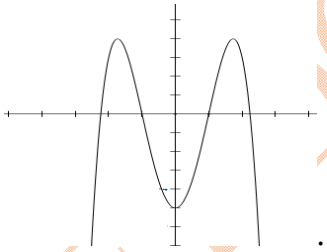
Câu 82: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a>0,b<0,c<0.$ **B.** $a>0,b>0,c<0.$ **C.** $a<0,b>0,c<0.$ **D.** $a>0,b<0,c>0.$

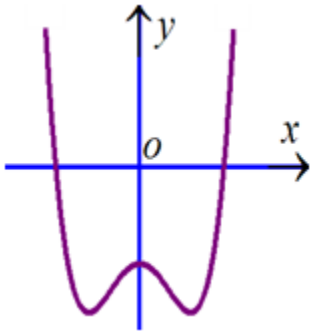
Câu 83: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

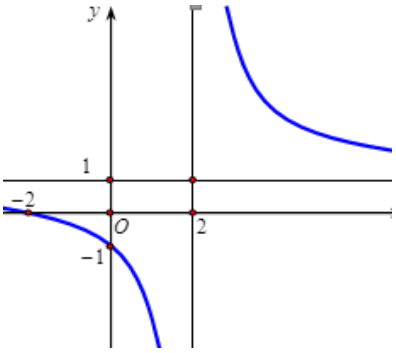
A. $a>0,b<0,c<0.$ **B.** $a<0,b<0,c<0.$ **C.** $a>0,b<0,c>0.$ **D.** $a<0,b>0,c<0.$

Câu 84: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0$, $b<0$, $c>0$. **B.** $a<0$, $b>0$, $c<0$. **C.** $a<0$, $b<0$, $c<0$. **D.** $a>0$, $b<0$, $c<0$.

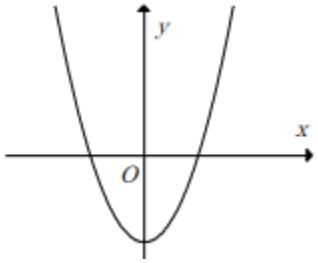
Câu 85: Tìm a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $a=1; b=1; c=-1$. **B.** $a=1; b=-2; c=1$.

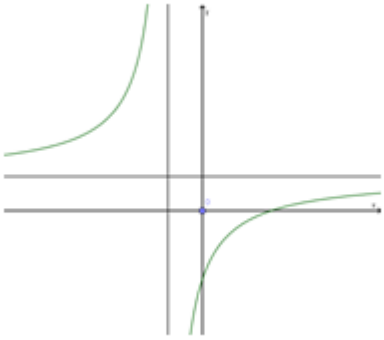
C. $a=1; b=2; c=1$. **D.** $a=2; b=-2; c=-1$.

Câu 86: Hàm số $y=ax^4+bx^2+c, (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



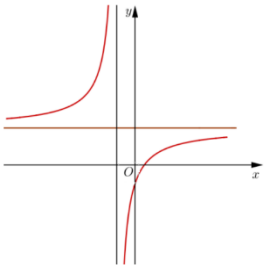
A. $a>0, b<0, c\leq 0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$. **C.** $a>0, b\geq 0, c>0$. **D.** $a>0, b\geq 0, c<0$.

Câu 87: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là **đúng**?



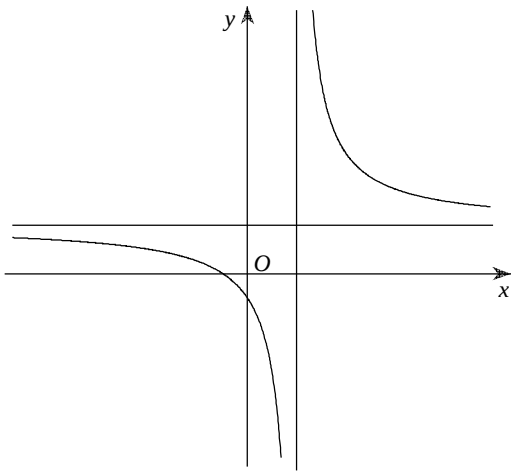
A. $ac>0,\ ab>0$. **B.** $ad<0,\ bc>0$. **C.** $cd<0,\ bd>0$. **D.** $ad>0,\ bc<0$.

Câu 88: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



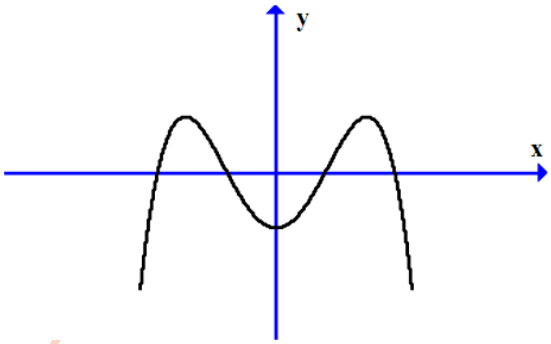
A. $bd<0,\ ab>0$. **B.** $ad>0,\ ab<0$. **C.** $ab<0,\ ad<0$. **D.** $bd>0,\ ad>0$.

Câu 89: Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\neq 0$ và a, b, $c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c-ab<0$. **B.** $a<0$, $b>0$, $c-ab<0$. **C.** $a<0$, $b<0$, $c-ab>0$. **D.** $a>0$, $b<0$, $c-ab<0$.

Câu 90: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây

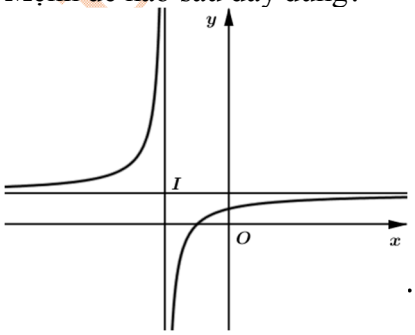


Dấu của a, b và c là

A. $a>0, b<0, c<0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a<0, b>0, c<0$.

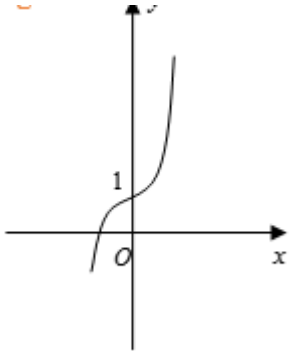
Câu 91: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0>b$. **B.** $a>b>0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $a<0<b$.

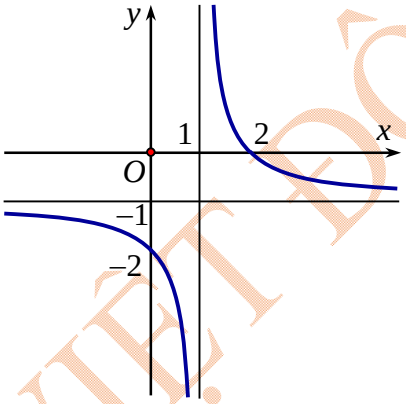
Câu 92: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên.



.

A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

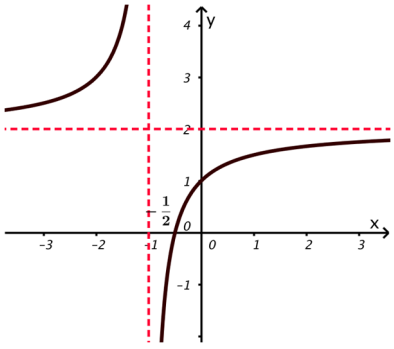
Câu 93: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Câu 94: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?

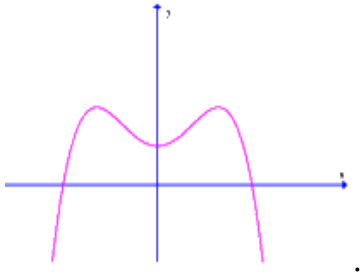


Chọn đáp án đúng.

A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Câu 95: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.

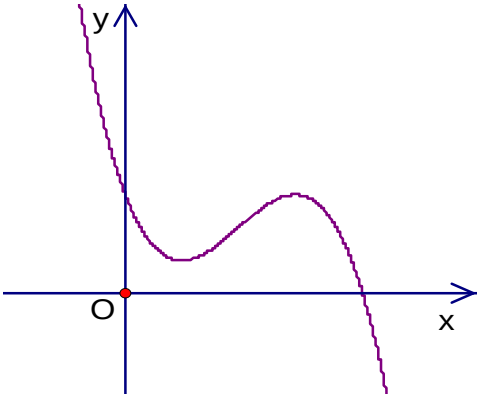
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Mệnh đề nào sau đây đúng?

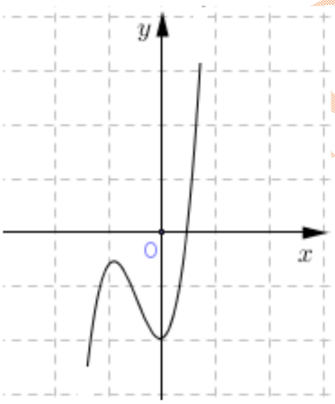
A. $a<0,\ b<0,\ c>0$. **B.** $a<0,\ b>0,\ c>0$. **C.** $a<0,\ b>0,\ c<0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c>0$.

Câu 96: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a<0,\ c>0,\ d>0$. **C.** $a<0,\ c<0,\ d<0$. **D.** $a<0,\ c<0,\ d>0$.

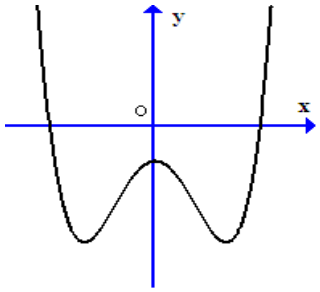
Câu 97: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,b>0,c=0,d<0$. **B.** $a>0,b=0,c<0,d<0$.

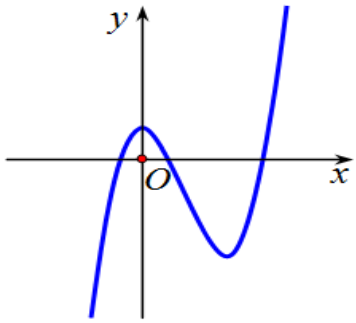
C. $a>0,b=0,c>0,d<0$. **D.** $a>0,b<0,c=0,d<0$.

Câu 98: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a,b,c.



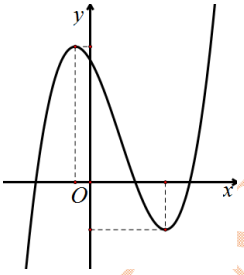
A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Câu 99: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a\neq 0)$ có đồ thị sau



A. $a>0;\ b>0;\ c>0;\ d\ >\ 0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c=0;\ d\ >\ 0$.
C. $a>0;\ b>0;\ c=0;\ d\ >\ 0$. **D.** $a>0;\ b<0;\ c>0;\ d\ >\ 0$.

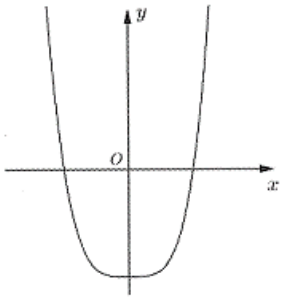
Câu 100: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a>0,b<0,c>0,d>0$. **B.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.
C. $a>0,b<0,c<0,d>0$. **D.** $a<0,b>0,c<0,d>0$.

Câu 101: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ (với $ab\neq 0$).

Chọn điều kiện đúng của $a,\ b$ để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.

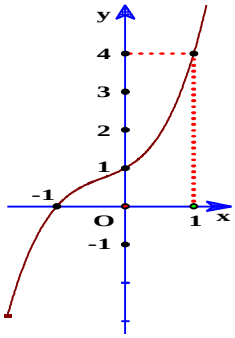


A. $\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

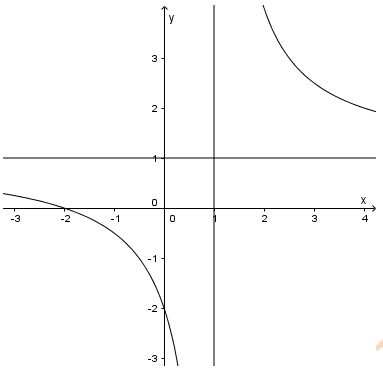
Câu 102: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$.

Xét các phát biểu sau:
$a = -1$ .2. $ad < 0$ .3. $ad > 0$ .4. $d = -1$ .5. $a + c = b + 1$.



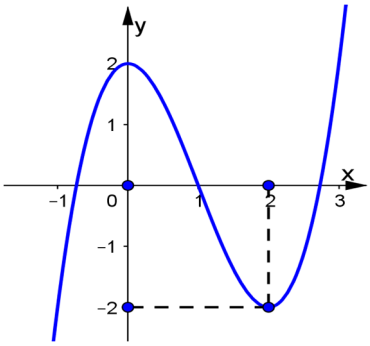
Số phát biểu *sai* là
A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Câu 103: Giá trị của a, b để hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ là



A. $a = 1,\ b = 2$. **B.** $a = -1,\ b = -2$. **C.** $a = -1,\ b = 2$. **D.** $a = 1,\ b = -2$.

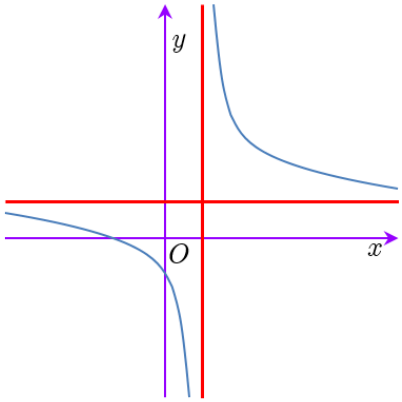
Câu 104: Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tính tổng $S = a + b + c + d$.
A. $S = -4$. **B.** $S = 2$. **C.** $S = 0$. **D.** $S = 6$.

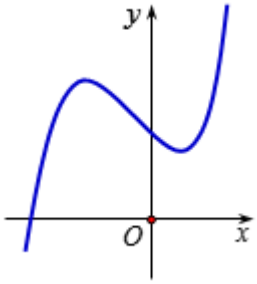
Câu 105: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



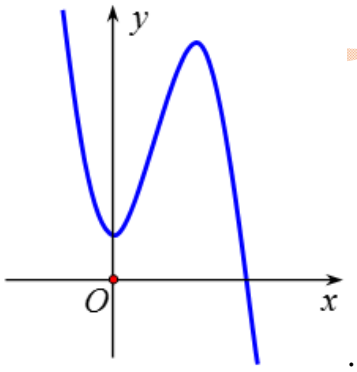
A. $ab<0,\ cd<0$. **B.** $bc>0,\ ad<0$. **C.** $ac>0,\ bd>0$. **D.** $bd<0,\ ad>0$.

Câu 106: Cho biết hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ b^2-3ac>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ b^2-3ac<0\end{cases}$.

Câu 107: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

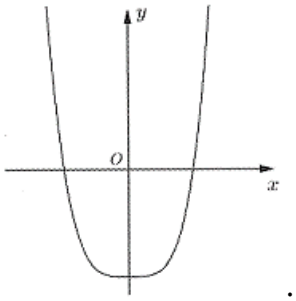


A. $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d>0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.
C. $a<0,\ b>0,\ c=0,\ d>0$. **D.** $a<0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$.

Câu 108: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ (với $ab\neq 0$).

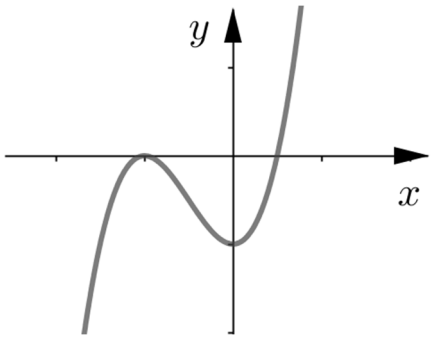
Chọn điều kiện đúng của $a,\ b$ để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.

ĐÔNG VIỆT



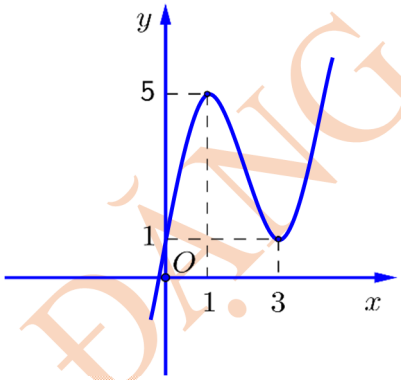
A. $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ b<0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \end{cases}$.

Câu 109: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a, b, c, d \in \mathbb{R}, a \neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c=0$, $d<0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c=0$, $d<0$. **C.** $a>0$, $b>0$, $c>0$ $d<0$. **D.** $a<0$, $b<0$, $c=0$, $d<0$.

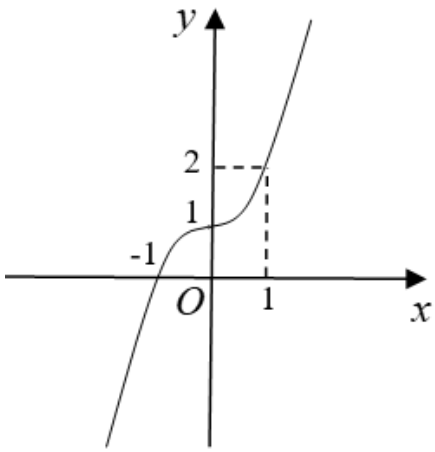
Câu 110: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c>0$, $d>0$. **B.** $a>0$, $b<0$, $c>0$, $d>0$. **C.** $a<0$, $b<0$, $c>0$, $d<0$. **D.** $a>0$, $b>0$, $c<0$, $d>0$.

Câu 111: Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



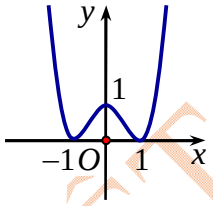
Xét các mệnh đề sau:

$(I)\ a=-1.(II)\ ad>0.(III)\ d=-1.(IV)\ a+c=b+1.$

Tìm số mệnh đề **sai**.

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 112: Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.

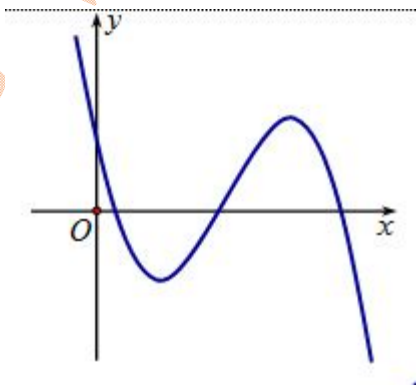


Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a<0, b>0, c=1.$ **B.** $a>0, b>0, c>0.$

C. $a>0, b<0, c=1.$ **D.** $a>0, b>0, c=1.$

Câu 113: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0,b<0,c<0,d>0.$ **B.** $a<0,b>0,c>0,d>0.$

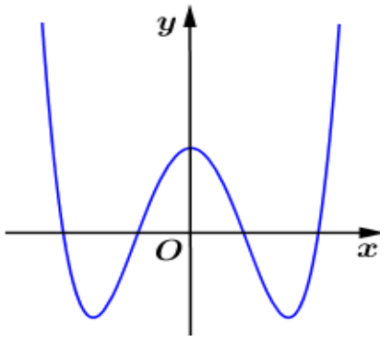
C. $a<0,b>0,c<0,d>0.$ **D.** $a>0,b>0,c<0,d>0.$

Câu 114: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $y'>0,\ \forall x\neq 1.$ **B.** $y'<0,\ \forall x\neq 1.$ **C.** $y'>0,\ \forall x\neq 2.$ **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 2.$

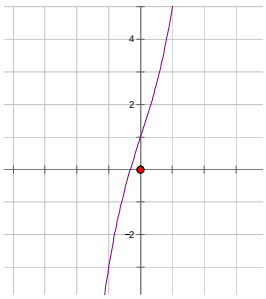
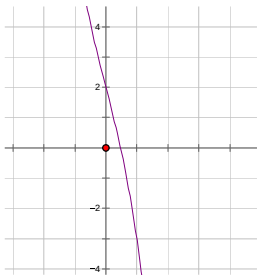
Câu 115: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**

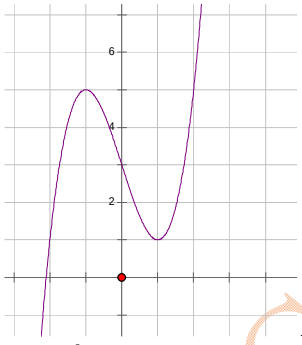
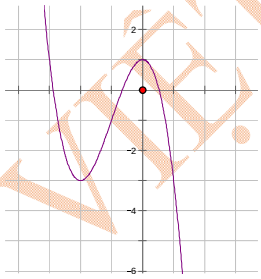
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Câu 116: Cho các dạng đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ như sau

A.  *B*. 

C.  *D*. 

và các điều kiện.

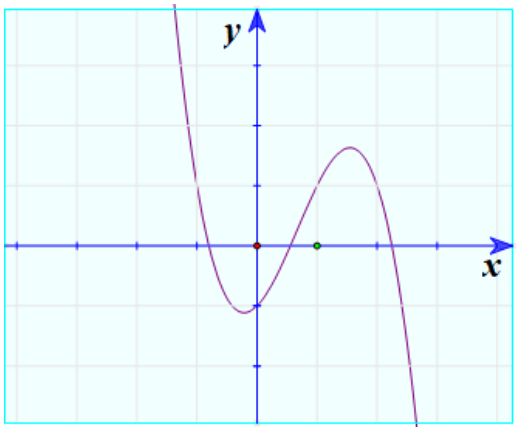
1. $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac>0\end{cases}$ 2. $\begin{cases}a>0\\b^2-3ac<0\end{cases}$ 3. $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac>0\end{cases}$ 4. $\begin{cases}a<0\\b^2-3ac<0\end{cases}$.

Hãy chọn sự tương ứng đúng giữa các dạng đồ thị và điều kiện.

A. $A\to 1;B\to 3;C\to 2;D\to 4$. **B.** $A\to 2;B\to 4;C\to 1;D\to 3$.

C. $A\to 3;B\to 4;C\to 2;D\to 1$. **D.** $A\to 1;B\to 2;C\to 3;D\to 4$.

Câu 117: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



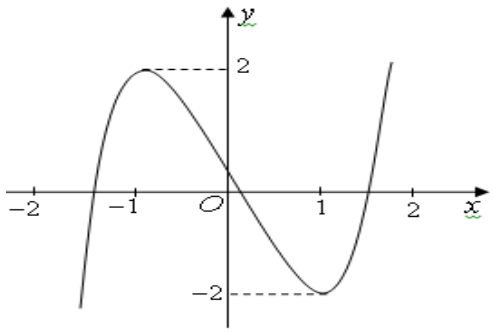
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b>0,c>0,d<0$. **B.** $a<0,b<0,c<0,d<0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d<0$. **D.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Câu 118: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(f(x))=0$ có bao nhiêu nghiệm thực ?

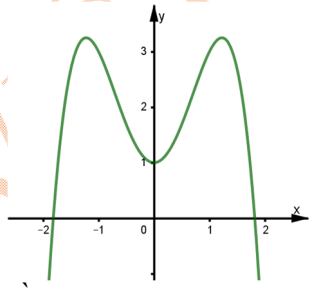
A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Câu 119: Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0;b>0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$.

C. $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b<0;c<0$.

Câu 120: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ với $a\neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a<0;\ b>0;\ c>0$. **B.** $a>0;\ b<0;\ c>0$. **C.** $a<0;\ b<0;\ c>0$. **D.** $a<0;\ b>0;\ c<0$.

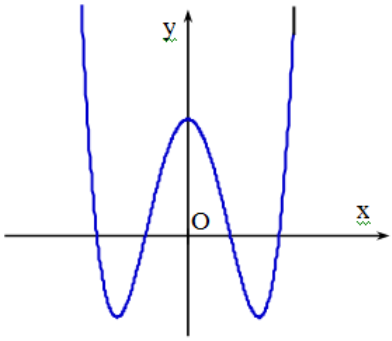
Câu 121: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ \ (a\neq 0)$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	c	$\nearrow$	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a>0$ và $b\leq 0$. **B.** $a<0$ và $b\geq 0$. **C.** $a>0$ và $b\geq 0$. **D.** $a<0$ và $b\leq 0$.

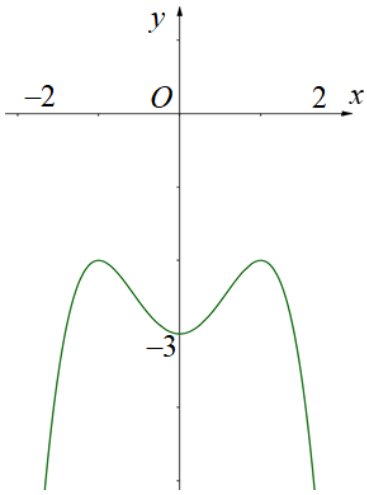
Câu 122: - 2017] Cho hàm số $y=ax^4-bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

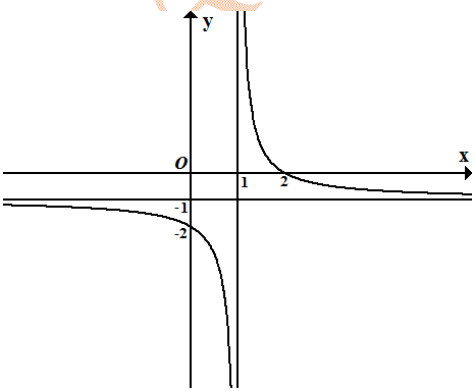
Câu 123: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

DẠNG 4: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC (BIẾT ĐỒ THỊ)

Câu 124: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$?



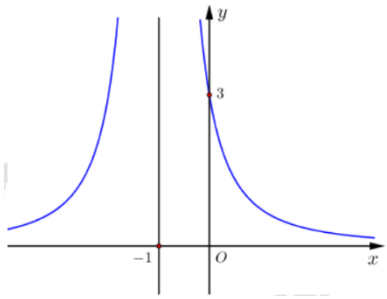
A. $T=-9$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=12$. **D.** $T=10$.

Câu 125: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=x+m-2$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=4$.

ĐÔNG VIỆT ĐÔNG

A. $m=5\pm2\sqrt{5}$. **B.** $m=10\pm2\sqrt{7}$. **C.** $m=10\pm2\sqrt{5}$. **D.** $m=5\pm2\sqrt{7}$.

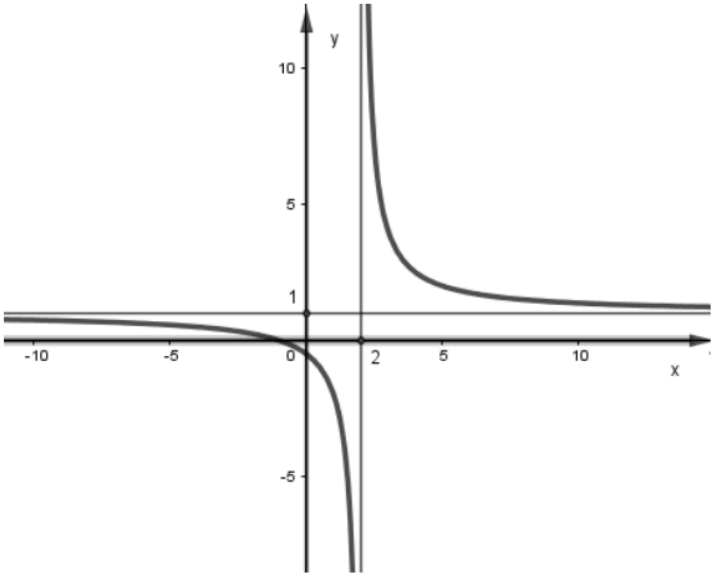
Câu 126: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

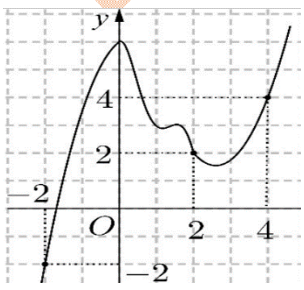
A. $f(1)=2$. **B.** $f(2)=\dfrac{11}{2}$. **C.** $f(1)=\dfrac{7}{2}$. **D.** $f(2)=6$.

Câu 127: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T=a+b$.



A. $T=3$ **B.** $T=0$ **C.** $T=2$ **D.** $T=-1$

Câu 128: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x)=f(x)-x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

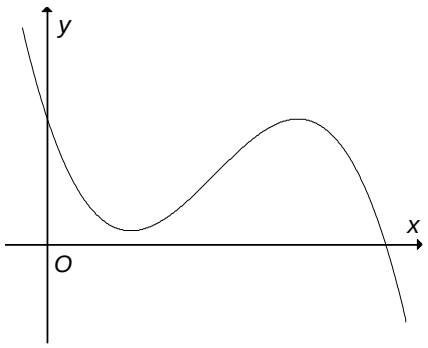


A. $h(0)=h(4)+2<h(2)$. **B.** $h(-1)<h(0)<h(2)$.

C. $h(2)<h(4)<h(0)$. **D.** $h(1)+1=h(4)<h(2)$.

DẠNG 5: ĐỌC DỒ THỊ CỦA DẠO HAM (CAC CẤP)

Câu 129: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.

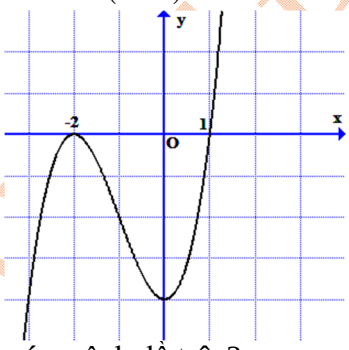


Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Câu 130: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ và các mệnh đề sau:

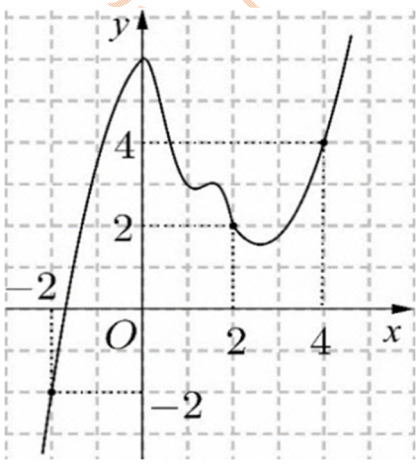
I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.
II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.
III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.
IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.
V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.



Có bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 131: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Đặt $h(x)=f(x)-\dfrac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số $y=h(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

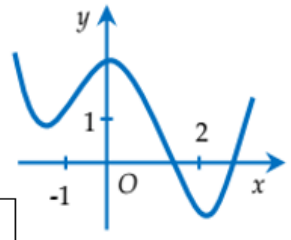
B. Hàm số $y=h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

C. Hàm số $y=h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

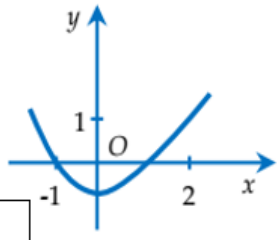
D. Hàm số $y=h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

Câu 132: Một trong các đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0)=0$; $f''(x)<0$, $\forall x\in(-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

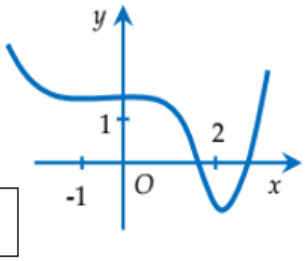
H1



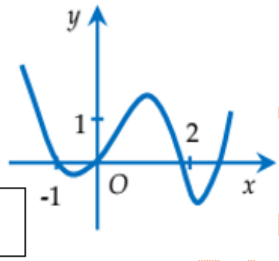
H2



H3



H4



A. H1. **B.** H4. **C.** H2. **D.** H3.

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?

A. 4 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Câu 134: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

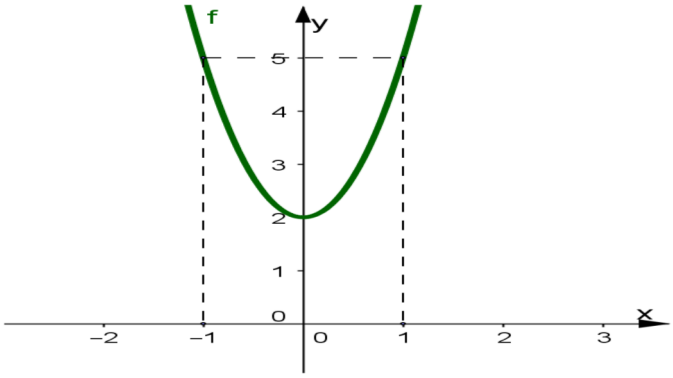
A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.

Câu 135: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c\in R, a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) đi qua $A(1;4)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ.

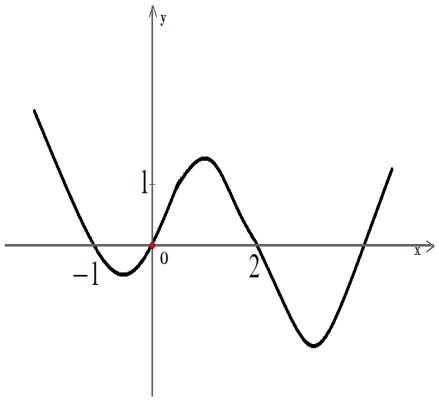


Giá trị $f(3)-2f(1)$ là

A. 30. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 27.

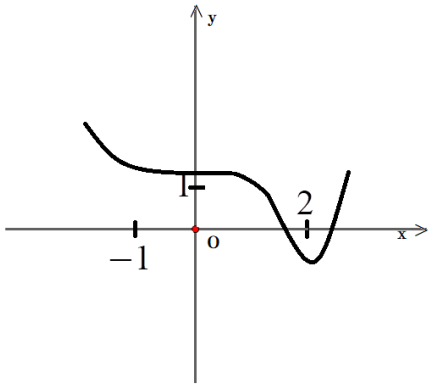
Câu 136: Một trong các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0)=0$ và $f''(x)<0, \forall x \in (-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

A.



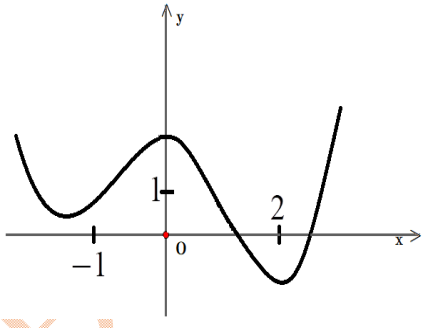
.

B.



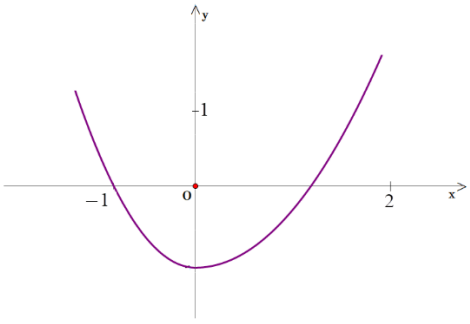
.

C.



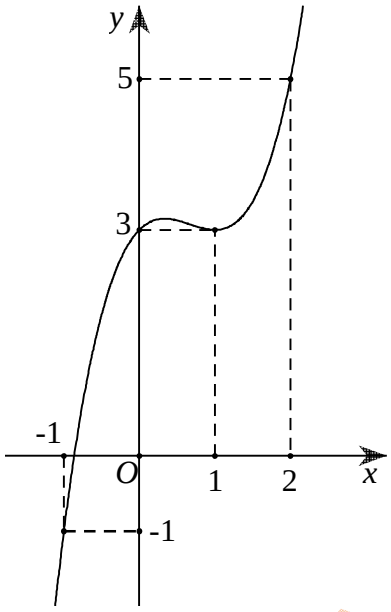
.

D.



.

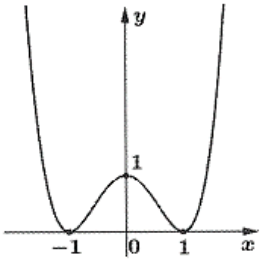
Câu 137: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình 2 dưới đây.



Lập hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $g(1)>g(2)$ **B.** $g(-1)=g(1)$ **C.** $g(1)=g(2)$ **D.** $g(-1)>g(1)$

Câu 138: Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f\,(a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây là đúng ?



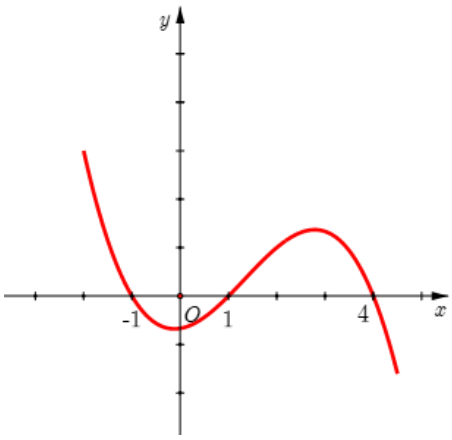
A. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực đại.

B. Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

C. Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực tiểu.

D. Hàm số $f(x)$ có ba cực trị.

Câu 139: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

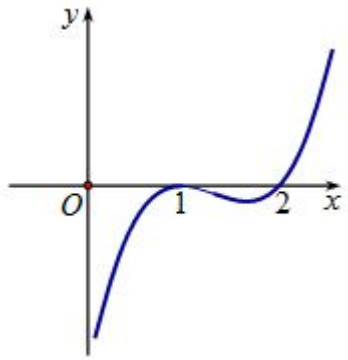
Hàm số $y=f\left(x^2\right)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Câu 140: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H=f(4)-f(2)$?

A. $H=64$. **B.** $H=51$. **C.** $H=58$. **D.** $H=45$.

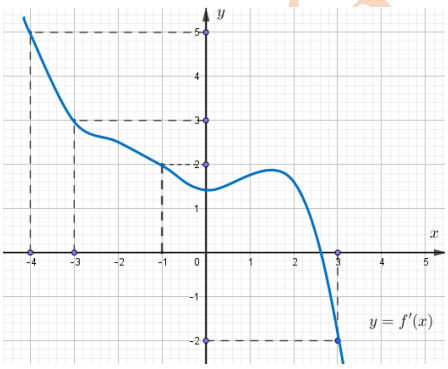
Câu 141: Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$.

C. $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

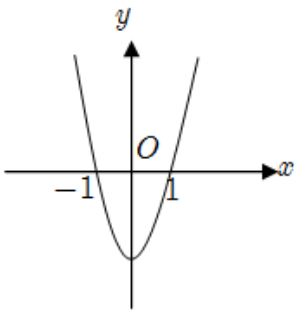
Câu 142: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4;3]$, hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



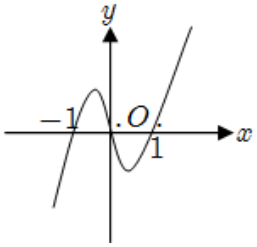
A. $x_0=-3$. **B.** $x_0=-4$. **C.** $x_0=-1$. **D.** $x_0=3$.

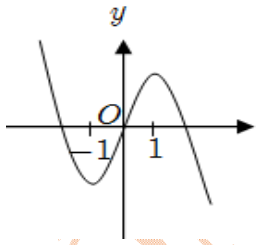
Câu 143: Hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$.

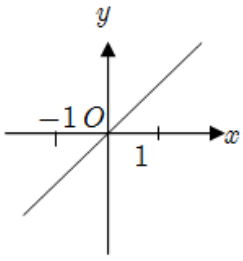
ĐÔNG VIỆT ĐÔNG

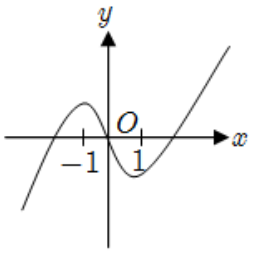


Hỏi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ là hình nào sau đây?

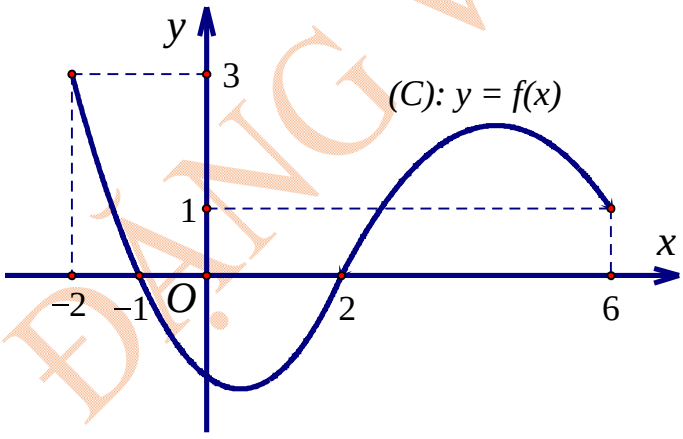
A. 

B. 

C. 

D. 

Câu 144: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?

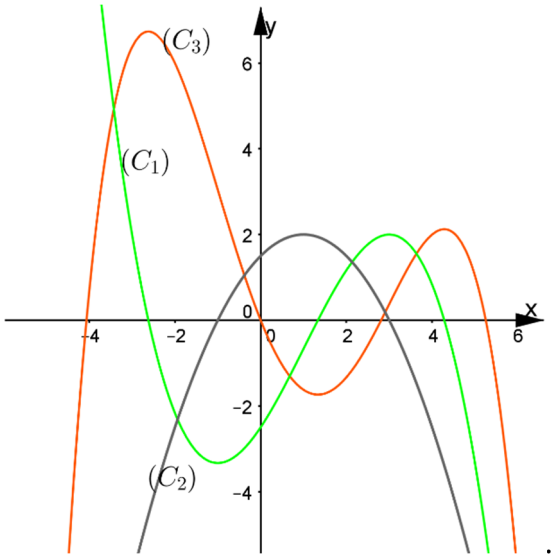


A. $f(2)<f(-2)<f(-1)<f(6)$.
B. $f(-2)<f(2)<f(-1)<f(6)$.
C. $f(6)<f(2)<f(-2)<f(-1)$.
D. $f(-2)<f(-1)<f(2)<f(6)$.

Câu 145: Cho hàm số $y=f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

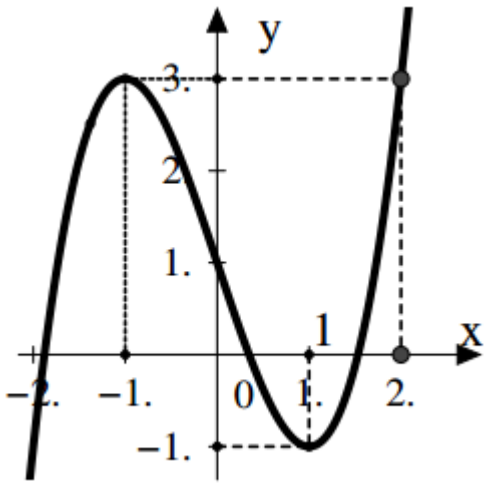
A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 146: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y=f(x), y=f'(x), y=f''(x)$ lần lượt là đường cong nào trong hình bên?



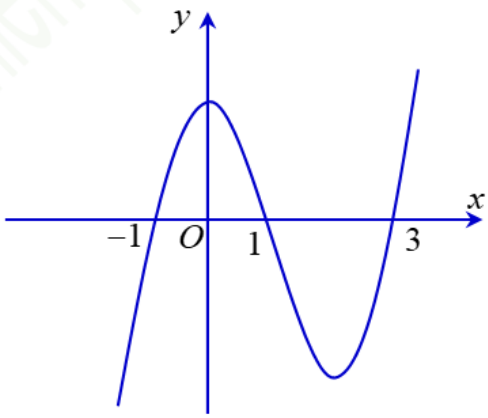
A. $(C_3),(C_2),(C_1)$. **B.** $(C_1),(C_3),(C_2)$. **C.** $(C_3),(C_1),(C_2)$. **D.** $(C_1),(C_2),(C_3)$.

Câu 147: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y=g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Tìm m để $\max\limits_{[0;1]} g(x)=-10$



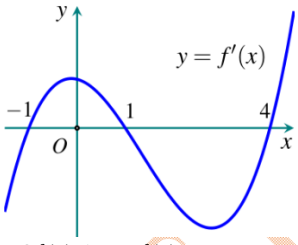
A. $m=-1$ **B.** $m=3$ **C.** $m=-12$ **D.** $m=-13$

Câu 148: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$ là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

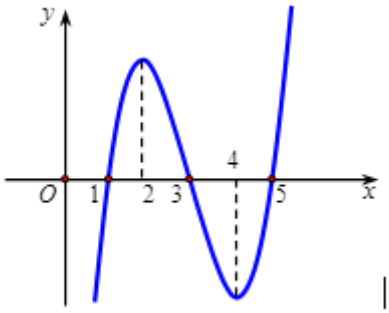
Câu 149: Cho hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = e^{2f(x)+1} + 5^{f(x)}$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 150: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Kết luận nào sau đây là đúng?



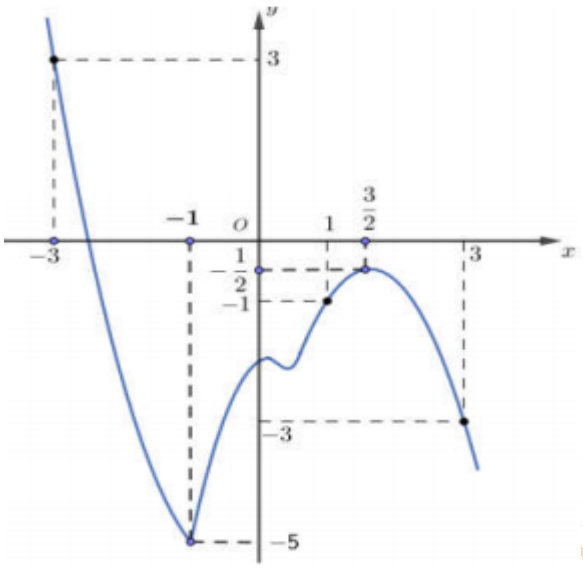
A. Hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.

B. Đồ thị của hàm số $y = f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

C. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

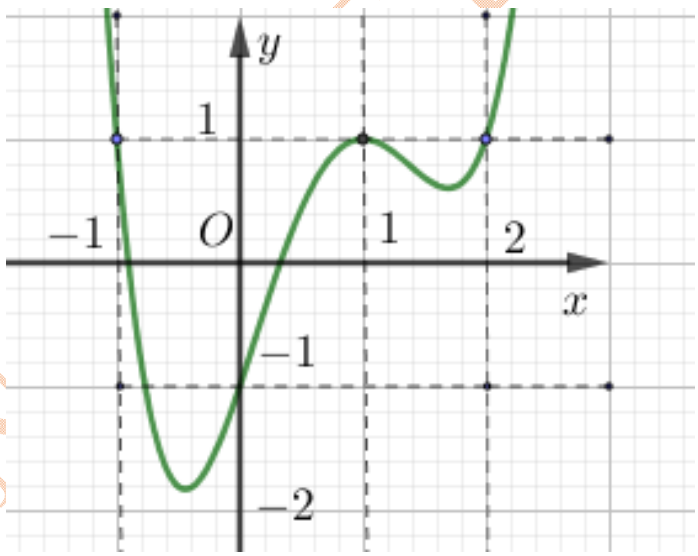
Câu 151: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Hàm số $y=f\left(1-x\right)+\dfrac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-2;0\right)$ **B.** $\left(1;3\right)$ **C.** $\left(-1;\dfrac{3}{2}\right)$ **D.** $\left(-3;1\right)$

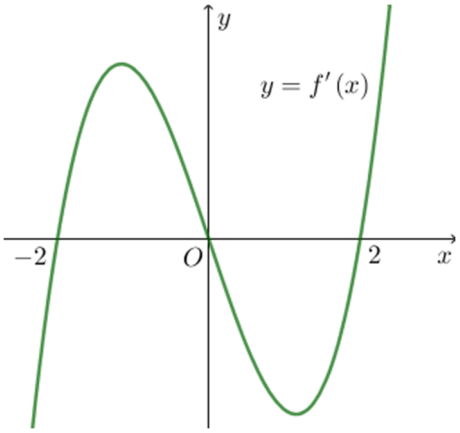
Câu 152: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình sau



Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$, hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Câu 153: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y=f'\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=0$.

B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=-1$.

C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=\pm 2$.

D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x=1$.

Câu 154: Cho hàm số $y=f(x)$ .Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.Biết phương trình $f'(x)=0$ có 4 nghiệm phân biệt $a,0,b,c$ với $a<0<b<c$ .Mệnh đề nào dưới đây đúng?

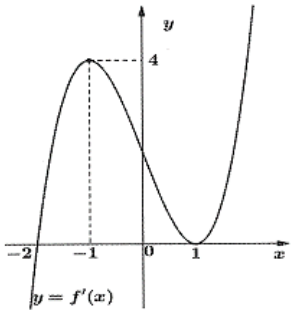
A. $f(b)>f(c)>f(a)$.

B. $f(c)>f(a)>f(b)$.

C. $f(c)>f(b)>f(a)$.

D. $f(b)>f(a)>f(c)$.

Câu 155: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e(a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây **sai** ?



.

A. Trên khoảng $(-2;1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn tăng.

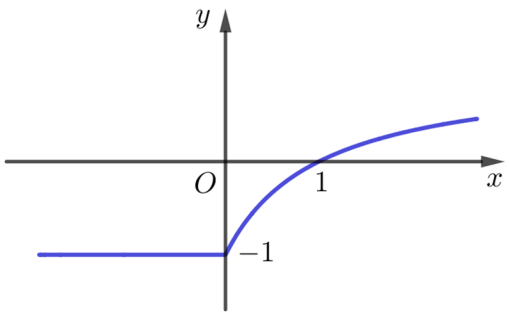
B. Hàm số $f(x)$ giảm trên đoạn có độ dài bằng 2.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

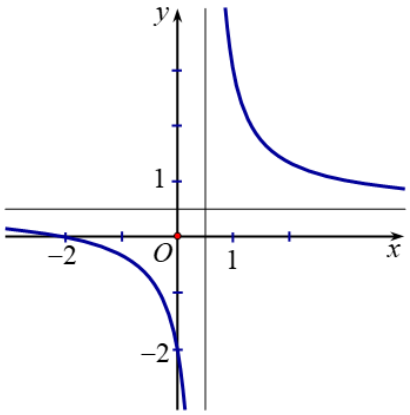
DẠNG 6: NHẬN DẠNG HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI (BIẾT ĐỒ THỊ)

Câu 156: Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?

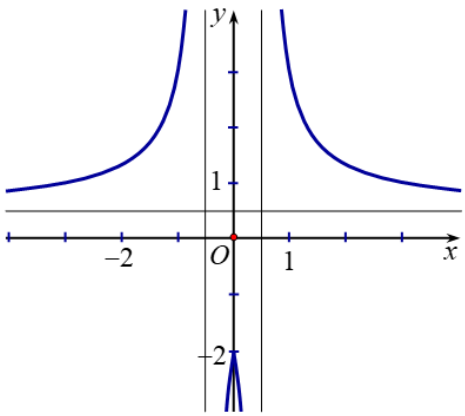


A. $y=\dfrac{-x-1}{|x|+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{|x|+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{|x+1|}$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

Câu 157: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



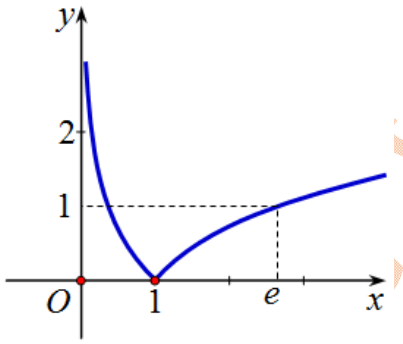
Hình 1



Hình 2

A. $y=\dfrac{x+2}{|2x-1|}$. **B.** $y=\dfrac{|x+2|}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{|x|+2}{2|x|-1}$. **D.** $y=\left|\dfrac{x+2}{2x-1}\right|$.

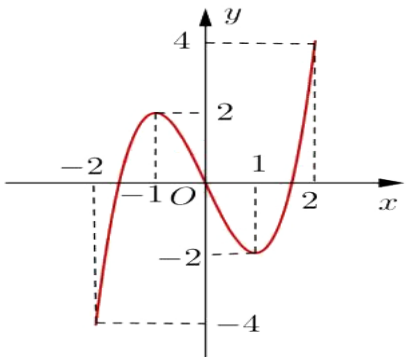
Câu 158: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=\left|\ln(x+1)\right|-\ln 2$. **B.** $y=|\ln x|$.

C. $y=\ln|x+1|-\ln 2$. **D.** $y=\ln|x|$.

Câu 159: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt là



A. $0<m<2$. **B.** $m<0$. **C.** $m>2$. **D.** $0\le m\le 2$.

Câu 160: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị là (C). Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là:

A. $x+2y+1=0$. **B.** $2x+y+1=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

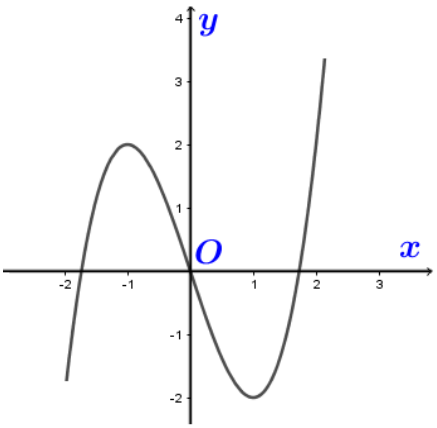
Câu 161: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

A. $y=2\left|x^3\right|-3x^2-3$. **B.** $y=2x^4-4x^2-3$.

C. $y=2|x|^3-3|x|-3$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2-3$.

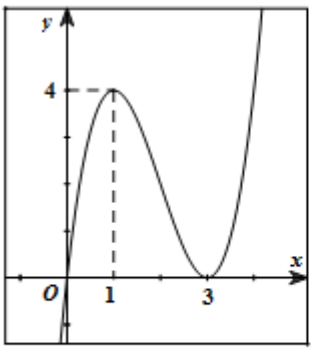
Câu 162: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.



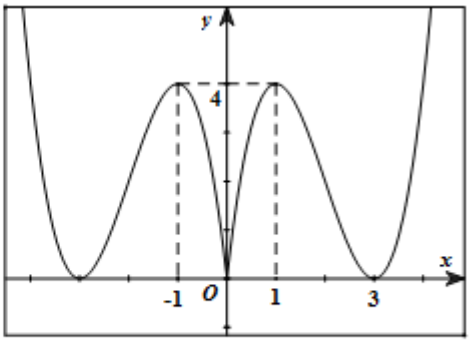
A. $-2<m<0$. **B.** $0\le m\le 2$. **C.** $0<m<2$. **D.** $-2\le m\le 0$.

DẠNG 7: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ (BIẾT HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 163: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=\left|x^3-6x^2+9x\right|$. **B.** $y=\left|x\right|^3-6x^2+9\left|x\right|$.

C. $y=-x^3+6x^2-9x$. **D.** $y=\left|x\right|^3+6\left|x\right|^2+9\left|x\right|$.

Câu 164: Cho hàm số $y=\log\left|x\right|$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

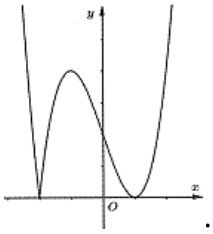
A. Phương trình $\log\left|x\right|=m$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt.

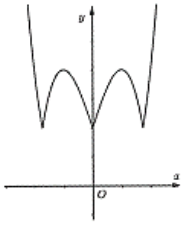
B. Hàm số xác định với $\forall x\neq 0$.

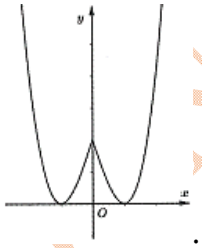
C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

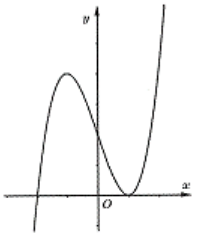
D. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}\ (x\neq 0)$.

Câu 165: Hàm số $y=\left|x^3-3x+2\right|$ có đồ thị nào dưới đây:

A. 

. **B.** 

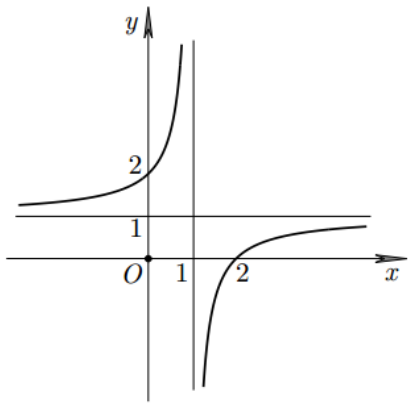
. **C.** 

. **D.** 

.

DẠNG 8: CÂU HỎI GIẢI BẰNG HÌNH DÁNG CỦA ĐỒ THỊ

Câu 166: Cho hàm số $f\left(x\right)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.

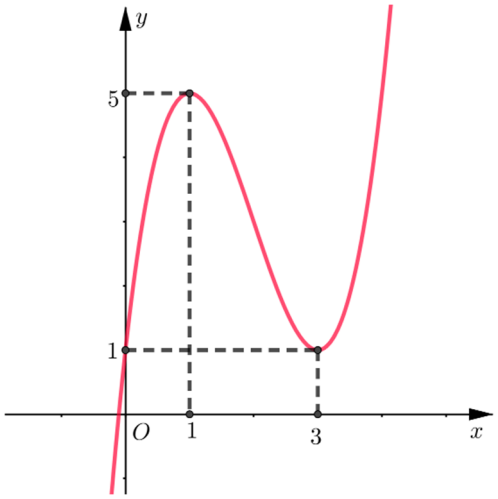


.

A. $m>0$. **B.** $m>2$.

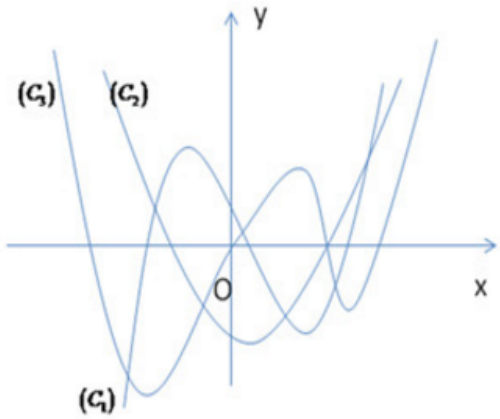
C. $m>1$. **D.** $m>0;m\neq 1$.

Câu 167: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



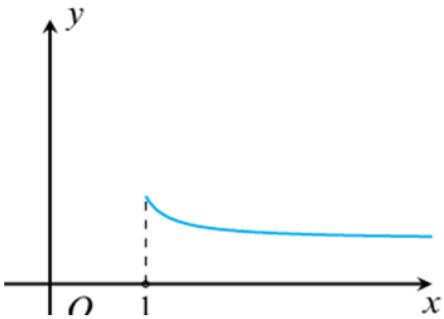
A. $m=1,\ m=5$. **B.** $1<m<5$.
C. $m>5,\ 0<m<1$. **D.** $m<1$.

Câu 168: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ lần lượt là các đường cong trong hình vẽ bên



A. $(C_1),(C_2),(C_3)$. **B.** $(C_1),(C_3),(C_2)$. **C.** $(C_3),(C_2),(C_1)$. **D.** $(C_3),(C_1),(C_2)$.

Câu 169: Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a;b)$ để hàm số $y=\dfrac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $(1;+\infty)$ như hình vẽ dưới đây?



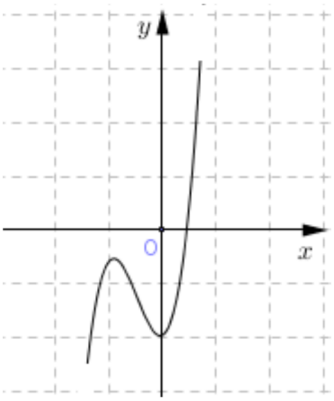
A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 170: Đồ thị hàm số nào dưới đây nằm phía dưới trục hoành.

A. $y=-x^3-7x^2-x-1$ **B.** $y=-x^4-4x^2+1$

C. $y=-x^4+2x^2-2$ **D.** $y=x^4+5x^2-1$

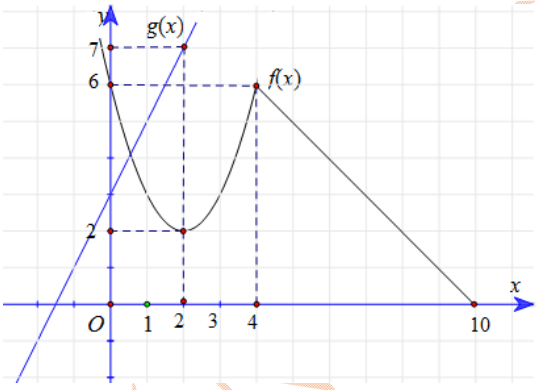
Câu 171: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,b=0,c>0,d<0$. **B.** $a>0,b>0,c=0,d<0$.

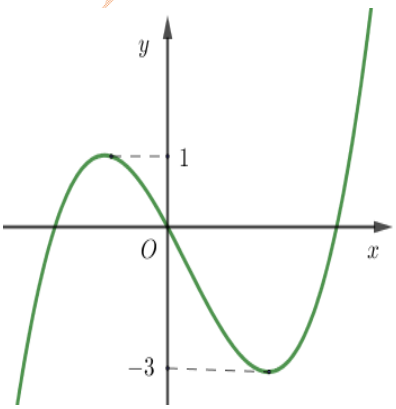
C. $a>0,b<0,c=0,d<0$. **D.** $a>0,b=0,c<0,d<0$.

Câu 172: Cho hàm số $f(x)$, $g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $h(x)=\dfrac{f(x)}{g(x)}$. Tính $h'(2)$ (đạo hàm của hàm số $h(x)$ tại $x=2$).



A. $h'(2)=-\dfrac{2}{7}$. **B.** $h'(2)=\dfrac{4}{49}$. **C.** $h'(2)=-\dfrac{4}{49}$. **D.** $h'(2)=\dfrac{2}{7}$.

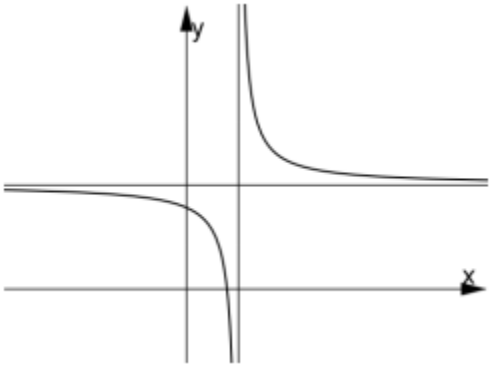
Câu 173: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tham số m để hàm số $y=\left|f(x)+m\right|$ có ba điểm cực trị?



A. $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$. **B.** $1\le m\le 3$.

C. $m=-1$ hoặc $m=3$. **D.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

Câu 174: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

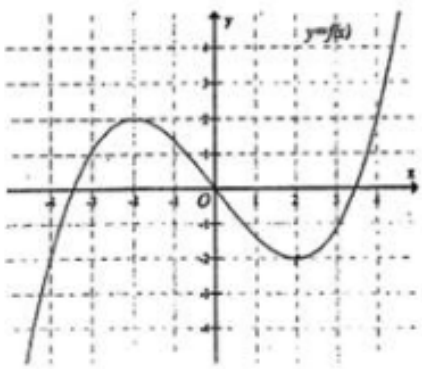


A. $bc<0$. **B.** $ad>0$. **C.** $ac>0$. **D.** $cd<0$.

Câu 175: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^4+4x^2-3$ là:

A. Đường thẳng $x=-1$. **B.** Trục hoành.
C. Trục tung. **D.** Đường thẳng $x=2$.

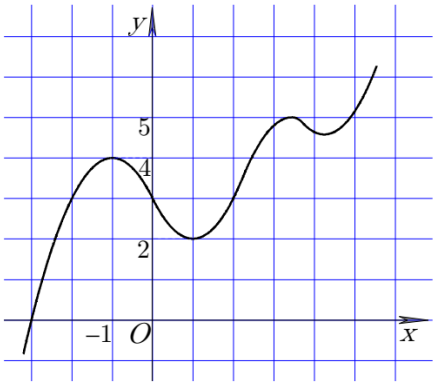
Câu 176: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\dfrac{\pi}{6};\dfrac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f(2\sin x+2)=1$?

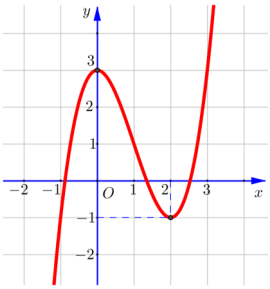
A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 177: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f(x^2-2x)=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\dfrac{3}{2};\dfrac{7}{2}\right]$.



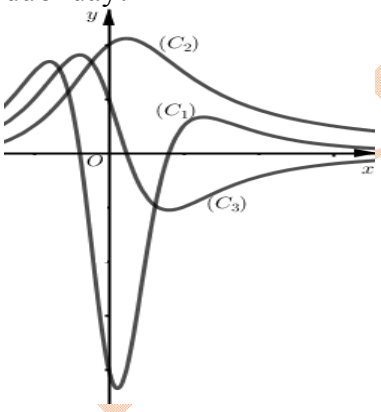
A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 178: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



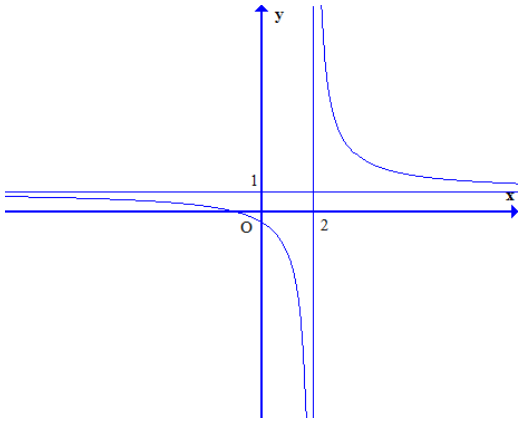
A. Giá trị cực đại của hàm số là 0. **B.** Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.
C. Điểm cực tiểu của hàm số là -1. **D.** Điểm cực đại của hàm số là 3.

Câu 179: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp một $f'(x)$ và đạo hàm cấp hai $f''(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ là một trong các đường cong (C_1), (C_2), (C_3) ở hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ lần lượt theo thứ tự nào dưới đây?



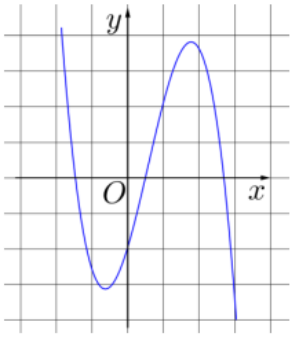
A. (C_2), (C_3), (C_1). **B.** (C_3), (C_1), (C_2). **C.** (C_2), (C_1), (C_3). **D.** (C_1), (C_3), (C_2).

Câu 180: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a,b,c,d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.



A. $y'<0,\forall x\neq 2$. **B.** $y'<0,\forall x\neq 1$. **C.** $y'>0,\forall x\neq 2$. **D.** $y'>0,\forall x\neq 1$.

Câu 181: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



.

A. $a<0,b>0,c>0,d<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0,d>0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d<0$. **D.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

DẠNG 9: TỔNG HỢP CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

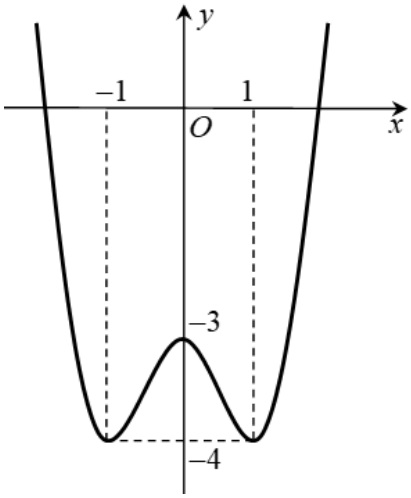
Câu 182: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2018	$\nearrow$	2018	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi phương trình $\left|f(x+2017)-2018\right|=2019$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Câu 183: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



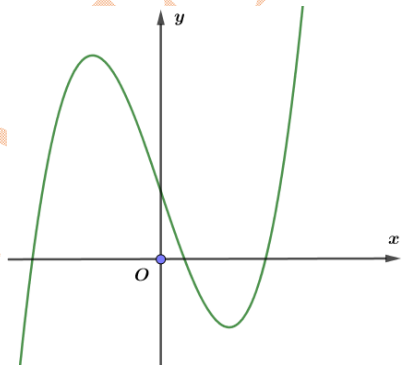
Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $3<m<4$. **B.** $0<m<3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $0<m<4$.

Câu 184: Cho đồ thị (C) có phương trình $y=\dfrac{x+2}{x-1}$, biết rằng ĐTHS $y=f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là

A. $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $f(x)=-\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $f(x)=-\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$.

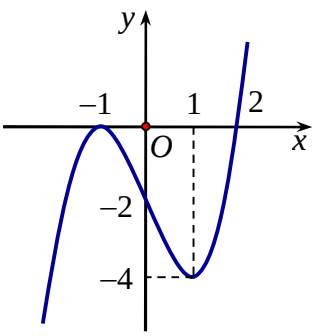
Câu 185: Hàm số $f\left(x\right)$ có đạo hàm $f'\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'\left(x\right)$ trên $\mathbb{R}$.



Hỏi hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)+2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 186: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'\left(x\right)$, ($y=f'\left(x\right)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g\left(x\right)=f\left(x^2-2\right)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

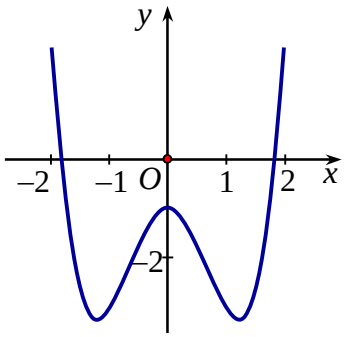
C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: XÉT DẤU HỆ SỐ CỦA BIỂU THỨC (BIẾT ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 82: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0.$ **B.** $a > 0, b > 0, c < 0.$ **C.** $a < 0, b > 0, c < 0.$ **D.** $a > 0, b < 0, c > 0.$

Hướng dẫn giải

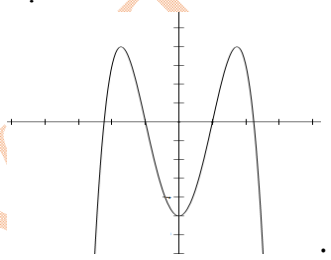
Chọn A

Do đồ thị cắt Oy tại $M(0;c)$ nằm dưới trục Ox nên $c < 0$.

Vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = +\infty$ nên $a > 0$.

Hàm số có ba điểm cực trị nên $ab < 0 \Rightarrow b < 0$

Câu 83: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ bên.



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a > 0, b < 0, c < 0.$ **B.** $a < 0, b < 0, c < 0.$ **C.** $a > 0, b < 0, c > 0.$ **D.** $a < 0, b > 0, c < 0.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} = -\infty \Rightarrow a < 0$.

$y(0) < 0$ mà $y(0) = c \Rightarrow c < 0$.

$y' = 4ax^3 + 2bx = 2x(2ax^2 + b)$.

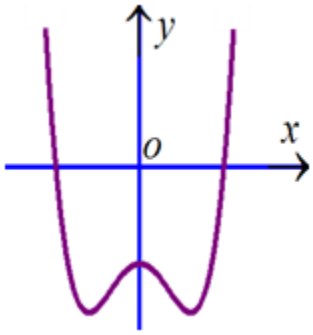
$$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 = \dfrac{-b}{2a} \end{array}\right.$$

Hàm số có ba điểm cực trị nên y' = 0 có ba nghiệm phân biệt.

Do đó $\dfrac{-b}{2a} > 0 \Leftrightarrow b > 0$ (vì $a < 0$). Vậy $a < 0, b > 0, c < 0$.

Câu 84: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với a, b, c là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $a>0,\ b<0,\ c>0$. **B.** $a<0,\ b>0,\ c<0$. **C.** $a<0,\ b<0,\ c<0$. **D.** $a>0,\ b<0,\ c<0$.

Hướng dẫn giải

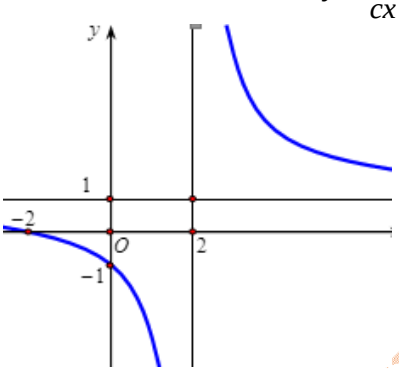
Chọn D

Đồ thị hàm số có nhanh cuối cùng hướng lên nên $a>0$.

Đồ thị hàm số có 3 cực trị nên $ab<0$ mà $a>0$ nên $b<0$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ âm nên $c<0$.

Câu 85: Tìm a, b, c để hàm số $y=\dfrac{ax+2}{cx+b}$ có đồ thị như hình vẽ sau:



A. $a=1;\ b=1;\ c=-1$. **B.** $a=1;\ b=-2;\ c=1$.

C. $a=1;\ b=2;\ c=1$. **D.** $a=2;\ b=-2;\ c=-1$.

Hướng dẫn giải

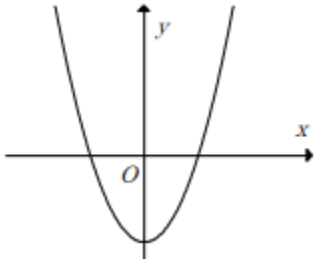
Chọn B

Để đường tiệm cận đứng là $x=2$ thì $-\dfrac{b}{c}=2\Leftrightarrow b=-2c$.

Để đường tiệm cận ngang là $y=1$ thì $\dfrac{a}{c}=1\Leftrightarrow a=c$.

Khi đó $y=\dfrac{cx+2}{cx-2c}$. Để đồ thị hàm số đi qua điểm $(-2\ ;0)$ thì $c=1$. Vậy ta có $a=1;b=-2;c=1$.

Câu 86: Hàm số $y=ax^4+bx^2+c,(a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0,b<0,c\leq 0$. **B.** $a<0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b\geq 0,c>0$. **D.** $a>0,b\geq 0,c<0$.

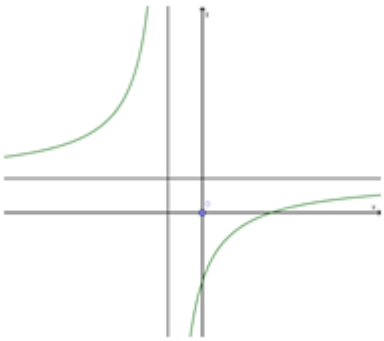
Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựa vào đồ thị ta có $\begin{cases} a>0 \\ a.b\ge 0 \\ c<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a>0 \\ b\ge 0 \\ c<0 \end{cases}$.

Câu 87: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào trong các mệnh đề dưới đây là **đúng**?



A. $ac>0,\ ab>0$. **B.** $ad<0,\ bc>0$. **C.** $cd<0,\ bd>0$. **D.** $ad>0,\ bc<0$.

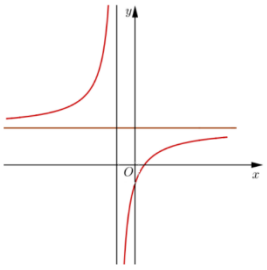
Hướng dẫn giải

Chọn D

Quan sát đồ thị ta có: TCĐ $x=-\dfrac{d}{c}<0\Rightarrow \dfrac{d}{c}>0\Rightarrow c,\ d$ cùng dấu. Lại có TCN $y=\dfrac{a}{c}>0\Rightarrow a,\ c$ cùng dấu. Suy ra $a,\ c,\ d$ cùng dấu. Lại có $x=0\Rightarrow y=\dfrac{b}{d}<0$, suy ra $b,\ d$ trái dấu.

Suy ra: $ad>0,\ bc<0$.

Câu 88: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$. Mệnh đề nào sau đây là đúng?



A. $bd<0,\ ab>0$. **B.** $ad>0,\ ab<0$. **C.** $ab<0,\ ad<0$. **D.** $bd>0,\ ad>0$.

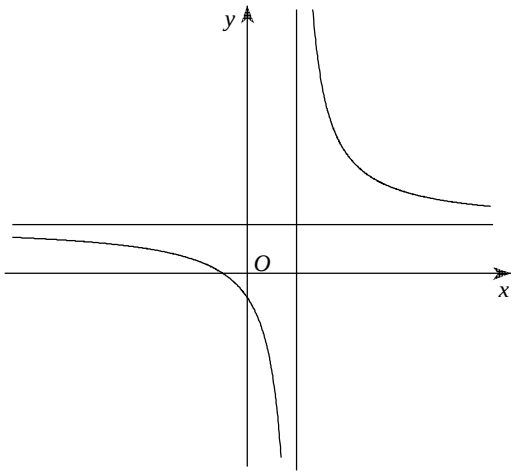
Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị cắt trục Ox tại điểm $\left(\dfrac{-b}{a};0\right)$. Ta có $\dfrac{-b}{a}>0\Rightarrow ab<0$.

Mặt khác $TCN\ y=\dfrac{a}{c}>0$, TCĐ $x=\dfrac{-d}{c}<0\Rightarrow ad>0$.

Câu 89: Cho hàm số $y=\dfrac{bx-c}{x-a}$ ($a\ne 0$ và $a,\ b,\ c\in\mathbb{R}$) có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?



A. $a>0$, $b>0$, $c-ab<0$. **B.** $a<0$, $b>0$, $c-ab<0$. **C.** $a<0$, $b<0$, $c-ab>0$. **D.** $a>0$, $b<0$, $c-ab<0$.

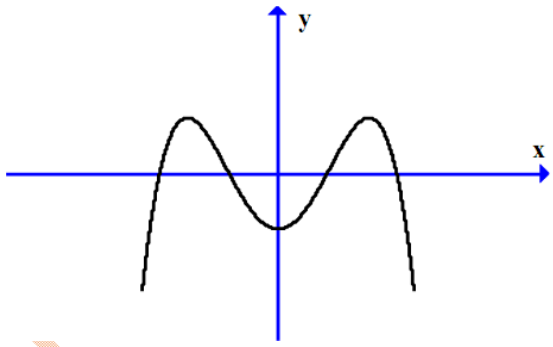
Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào hình vẽ, đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=b>0$, tiệm cận đứng $x=a>0$.

Hàm số nghịch biến trên từng khoảng của tập xác định nên $c-ab<0$, đáp án B đúng.

Câu 90: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ như hình vẽ dưới đây



Dấu của a, b và c là

A. $a>0, b<0, c<0$. **B.** $a<0, b<0, c<0$. **C.** $a>0, b<0, c<0$. **D.** $a<0, b>0, c<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

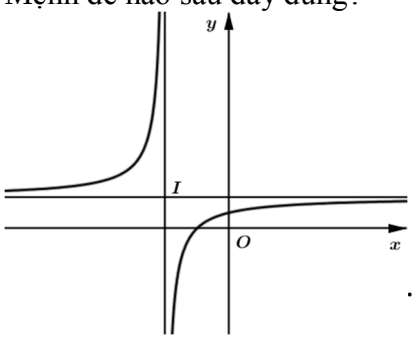
Nhìn vào đồ thị ta có $a<0$ và $c<0$.

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị nên b và a trái dấu $\Rightarrow b>0$.

Vậy $a<0, b>0, c<0$.

Câu 91: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+1}{x-b}$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây đúng?



.

A. $a>0>b$. **B.** $a>b>0$. **C.** $a<b<0$. **D.** $a<0<b$.

Hướng dẫn giải

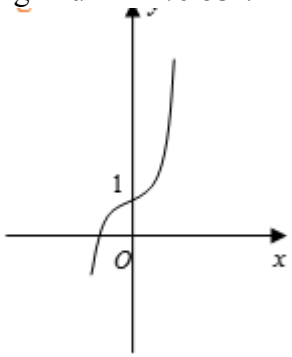
Chọn A

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x=b$. Theo như hình vẽ thì $b<0$.

Đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y=a$. Theo như hình vẽ thì $a>0$.

Do đó ta có $a>0>b$.

Câu 92: Đồ thị hàm số nào sau đây có hình dạng như hình vẽ bên.



.

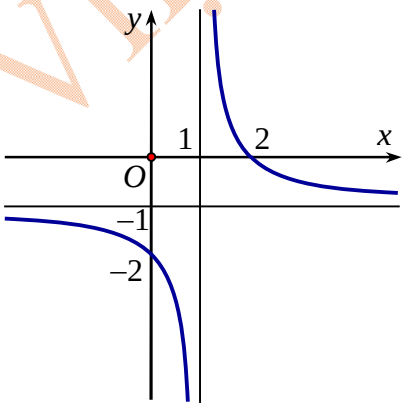
A. $y=x^3+3x+1$. **B.** $y=-x^3-3x+1$. **C.** $y=x^3-3x+1$. **D.** $y=-x^3+3x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa và đồ thị ta thấy hàm số đồng biến trên R và cắt trục hoành tại 1 điểm nên chọn hàm số $y=x^3+3x+1$.

Câu 93: Cho hàm số $y=\dfrac{ax-b}{x-1}$ có đồ thị như hình dưới.



Khẳng định nào dưới đây là đúng?

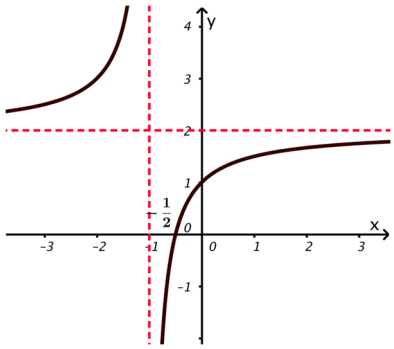
A. $b<0<a$. **B.** $0<b<a$. **C.** $b<a<0$. **D.** $0<a<b$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy : Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=a$ và tiệm cận đứng $x=1$.Đồ thị cắt trục hoành tại điểm có hoành độ $x=\dfrac{b}{a}>1$. Ta có : $\begin{cases}\dfrac{a}{-1}=1\\ \dfrac{b}{a}>1\end{cases}\Leftrightarrow b<a=-1<0$.

Câu 94: Đồ thị sau đây là của hàm số nào?



Chọn đáp án đúng.

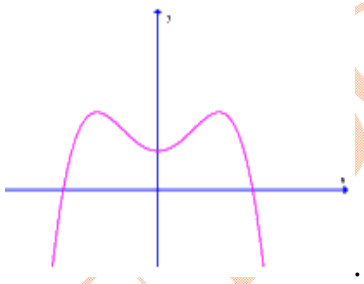
A. $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$. **B.** $y=\dfrac{x+3}{1-x}$. **C.** $y=\dfrac{x+2}{x+1}$. **D.** $y=\dfrac{x-1}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=-1$, tiệm cận ngang $y=2$.

Câu 95: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây đúng?

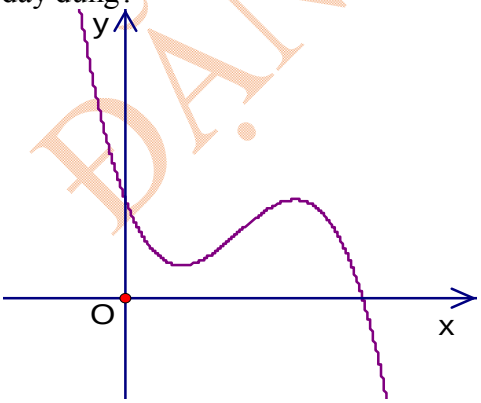
A. $a<0, b<0, c>0$. **B.** $a<0, b>0, c>0$. **C.** $a<0, b>0, c<0$. **D.** $a>0, b<0, c>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có, đồ thị 2 điểm cực đại, 1 điểm cực tiểu nên: $a<0$, $b>0$. Mà đồ thị cắt Oy phía trên Ox nên $c>0$. Vậy, $a<0, b>0, c>0$.

Câu 96: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a>0, c>0, d>0$. **B.** $a<0, c>0, d>0$. **C.** $a<0, c<0, d<0$. **D.** $a<0, c<0, d>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào hình dạng đồ thị: đồ thị hàm bậc ba có hệ số $a<0$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ dương nên $d>0$.

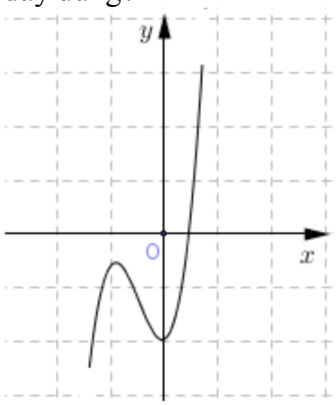
Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$. Đồ thị có hai điểm cực trị cùng nằm bên phải trục tung nên

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y'=0$ có 2 nghiệm dương phân biệt.

Suy ra $\begin{cases} a\neq 0 \\ b^2-3ac>0 \\ -\dfrac{2b}{3a}>0 \\ \dfrac{c}{3a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a\neq 0 \\ b^2-3ac>0 \\ b>0 \\ c>0 \end{cases}$.

Câu 97: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,b>0,c=0,d<0$.
B. $a>0,b=0,c<0,d<0$.
C. $a>0,b=0,c>0,d<0$.
D. $a>0,b<0,c=0,d<0$.

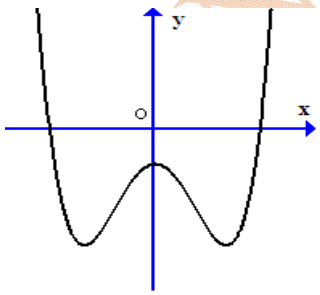
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Do cực tiểu của hàm số thuộc trục tung và có giá trị âm nên $d<0$ và $x=0$ là nghiệm của phương trình $y'=0\Rightarrow c=0$. Lại có

$3ax^2+2bx \Leftrightarrow =0 \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{2b}{3a}\Rightarrow -\dfrac{2b}{3a}<0\Rightarrow a>0,b>0. \end{array}\right.$

Câu 98: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị như hình bên. Xác định dấu của a,b,c.



.

A. $a<0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c<0$. **D.** $a>0,b>0,c<0$.

Hướng dẫn giải

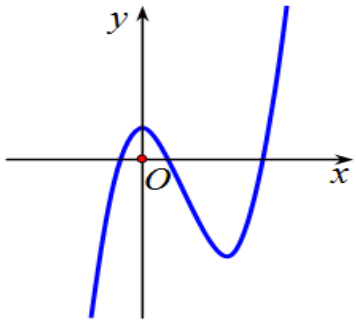
Chọn C

Dựa vào đồ thị $\Rightarrow a>0$.

Đồ thị có 3 điểm cực trị $\Rightarrow a$ và b trái dấu $\Rightarrow b<0$.

Điểm cực đại có tọa độ $\left(0;c\right)$, dựa vào đồ thị $\Rightarrow c<0$..

Câu 99: Hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$, $\left(a\neq 0\right)$ có đồ thị sau

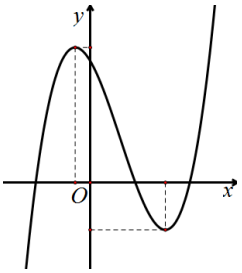


A. $a>0;\ b>0;\ c>0;\ d\ >\ 0$.
B. $a>0;\ b<0;\ c=0;\ d\ >\ 0$.
C. $a>0;\ b>0;\ c=0;\ d\ >\ 0$.
D. $a>0;\ b<0;\ c>0;\ d\ >\ 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

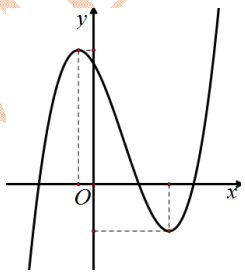
Câu 100: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình bên. Khẳng định nào sau đây đúng?



A. $a>0,b<0,c>0,d>0$.
B. $a>0,b>0,c<0,d>0$.
C. $a>0,b<0,c<0,d>0$.
D. $a<0,b>0,c<0,d>0$.

Hướng dẫn giải

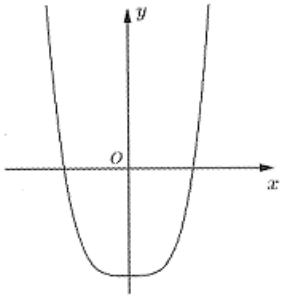
Chọn B



Đồ thị đã cho là hàm bậc 3. Vì khi $x\to+\infty, y\to+\infty\Rightarrow a>0$.
(hay phía bên phải đồ thị hàm bậc 3 đồ thị đi lên nên $a>0$).
Xét $y'=3ax^2+2bx+c, y'=0$ có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên suy ra $a.c<0\Rightarrow c<0$.
Loại được đáp án C và D.
Xét $y''=6ax+2b=0\Leftrightarrow x=\dfrac{-b}{3a}$, dựa vào đồ thị ta thấy hoành độ của điểm uốn dương.
$\Rightarrow\dfrac{-b}{3a}>0\Rightarrow b<0$. Suy ra $a>0,b<0,c<0,d>0$.

Câu 101: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ (với $ab\neq0$).
Chọn điều kiện đúng của $a,\ b$ để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $\begin{cases} a<0 \\ b>0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} a>0 \\ b<0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} a<0 \\ b<0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} a>0 \\ b>0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

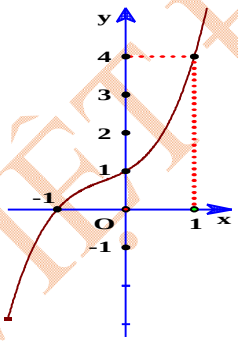
Chọn D

Hàm bậc 4 trùng phương có hướng quay lên thì $a>0$. Đồ thị chỉ có một cực trị nên phương trình $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ 2ax^2+b=0 \end{array}\right.$ chỉ có một nghiệm, do đó $ab>0 \Rightarrow b>0$.

Câu 102: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$.

Xét các phát biểu sau:

$a=-1$.2. $ad<0$.3. $ad>0$.4. $d=-1$.5. $a+c=b+1$.



Số phát biểu *sai* là

A. 1. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

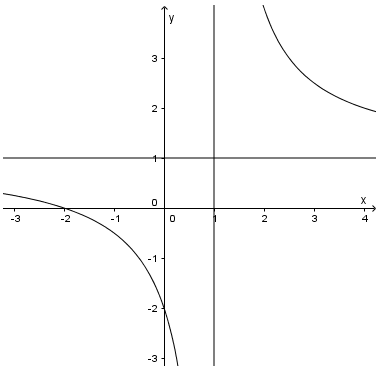
Do $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty \Rightarrow a>0 \Rightarrow$ phát biểu $a=-1$: Sai.

Do $y(0)=d=1>0 \Rightarrow$ phát biểu $d=-1$ và phát biểu $ad<0$ đều Sai.

Do $y(-1)=0 \Rightarrow -a+b-c+d=0 \Rightarrow a+c=b+d=b+1$ (Đúng), Phát biểu $ad>0$ đúng.

Vậy các phát biểu $1,2,4$ sai $\Rightarrow$ có 3 phát biểu sai.

Câu 103: Giá trị của a, b để hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-1}$ có đồ thị như hình vẽ là



A. $a=1,\ b=2$. **B.** $a=-1,\ b=-2$. **C.** $a=-1,\ b=2$. **D.** $a=1,\ b=-2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

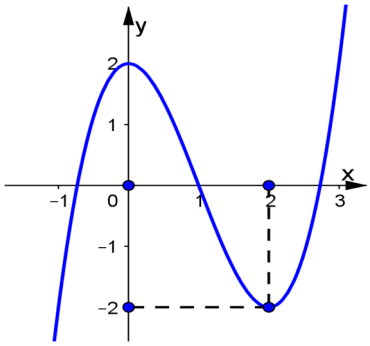
Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=1$ nên suy ra $a=1$.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;-2)$ nên $-2=\dfrac{a.0+b}{0-1}\Leftrightarrow b=2$.

Câu 104: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ.



Tính tổng $S=a+b+c+d$.

A. $S=-4$. **B.** $S=2$. **C.** $S=0$. **D.** $S=6$.

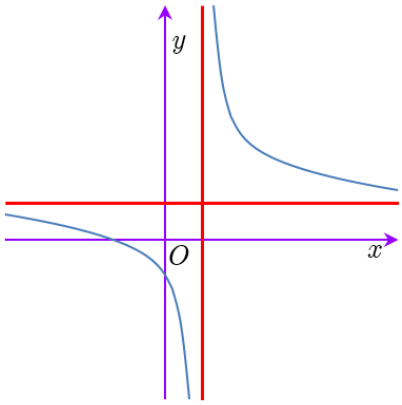
Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(x)=3ax^2+2bx+c$. Hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ liên tục trên $\mathbb{R}$; đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $(2;-2)$ và $(0;2)$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}f(2)=-2\\f'(2)=0\\f(0)=2\\f'(0)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}8a+4b+2c+d=-2\\12a+4b+c=0\\d=2\\c=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a=1\\b=-3\\c=0\\d=2\end{cases}\Rightarrow S=0.$$

Câu 105: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $ab<0$, $cd<0$. **B.** $bc>0$, $ad<0$. **C.** $ac>0$, $bd>0$. **D.** $bd<0$, $ad>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì hàm số nghịch biến trên từng khoảng xác định nên $ad-bc<0$, với mọi $x\neq-\dfrac{d}{c}$ nên $ad<bc$.

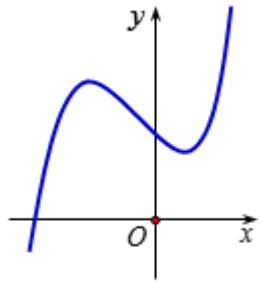
Mặt khác $(C)\cap Ox=A\left(-\dfrac{b}{a};0\right)$ và $-\dfrac{b}{a}<0$ nên $ab>0$ (1) $\Rightarrow$ **Loại A**

Và $(C)\cap Oy = B\left(0;\frac{b}{d}\right)$ và $\frac{b}{d}<0$ nên $bd<0$ $(2)\Rightarrow$ **Loại C**

Từ (1) và (2) ta có $ad<0$ $\Rightarrow$ **Loại D**

Mặt khác, phương trình đường tiệm cận đứng $x=-\frac{d}{c}>0$ nên $cd<0$. Suy ra $bc>0$. **Chọn B**

Câu 106: Cho biết hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?



A. $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac<0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac>0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a>0\\ b^2-3ac>0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\ b^2-3ac<0\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

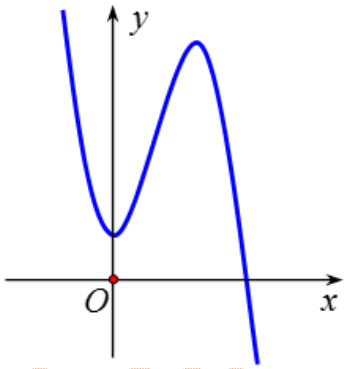
Chọn C

$y'=3ax^2+2bx+c$.

$\Delta=b^2-3ac$.

Dựa vào đồ thị ta có $a>0$ và hàm số có hai cực trị nên $\Delta>0$.

Câu 107: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a<0, b<0, c=0, d>0$. **B.** $a>0, b<0, c>0, d>0$.

C. $a<0, b>0, c=0, d>0$. **D.** $a<0, b>0, c>0, d>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ hình dáng đồ thị ta suy ra hệ số $a<0, d>0$ loại đáp án **C**.

Ta có: $y'=3ax^2+2bx+c$.

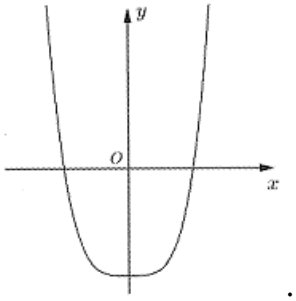
Vì hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$ nên $y'(0)=0\Rightarrow c=0$ loại đáp án **A.**

Khi đó: $y'=0\Leftrightarrow 3ax^2+2bx=0\Leftrightarrow x=0\vee x=-\frac{2b}{3a}$.

Do hoành độ điểm cực đại dương nên $-\frac{2b}{3a}>0$, mà $a<0\Rightarrow b>0$.

Câu 108: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^2+c$ (với $ab\neq 0$).

Chọn điều kiện đúng của $a,\ b$ để hàm số đã cho có dạng đồ thị như hình bên.



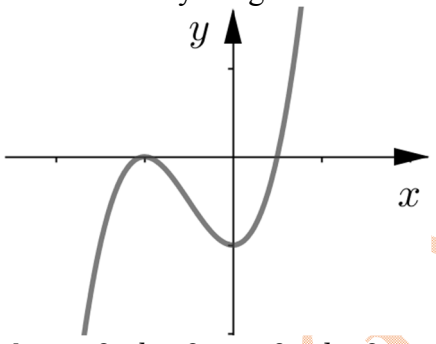
A. $\begin{cases}a<0\\b>0\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}a>0\\b<0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}a<0\\b<0\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm bậc 4 trùng phương có hướng quay lên thì $a>0$. Đồ thị chỉ có một cực trị nên phương trình $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\2ax^2+b=0\end{array}\right.$ chỉ có một nghiệm, do đó $ab>0\Rightarrow b>0$.

Câu 109: Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ $(a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R},\ a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



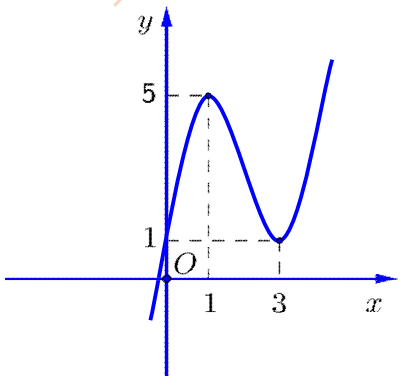
A. $a>0,\ b>0,\ c=0,\ d<0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c=0,\ d<0$. **C.** $a>0,\ b>0,\ c>0\ d<0$. **D.** $a<0,\ b<0,\ c=0,\ d<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị suy ra $a>0$ và $d<0$, $f'(x)=0$ có một nghiệm âm và một nghiệm bằng 0 nên suy ra $c=0$ và $b>0$.

Câu 110: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ ở bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $a>0,\ b>0,\ c>0,\ d>0$. **B.** $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$. **C.** $a<0,\ b<0,\ c>0,\ d<0$. **D.** $a>0,\ b>0,\ c<0,\ d>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy nhánh cuối cùng bên phải hướng lên trên suy ra $a>0$.

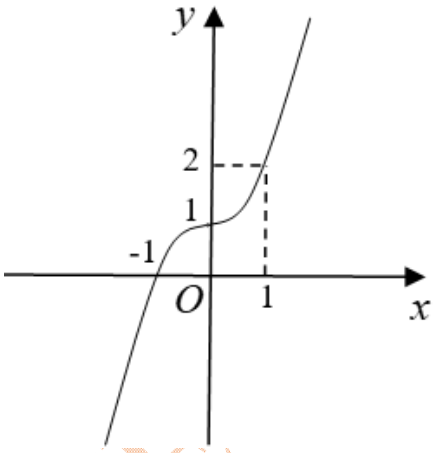
Đồ thị cắt trục tung tại điểm $x=1\Rightarrow d=1>0$.

Hàm số có 2 điểm cực trị $x_1=1>0, x_2=3>0\Rightarrow x_1+x_2>0\Rightarrow -\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b<0$.

$x_1x_2>0\Rightarrow \dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c>0$.

Vậy $a>0,\ b<0,\ c>0,\ d>0$.

Câu 111: Đường cong hình bên dưới là đồ thị hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$.



Xét các mệnh đề sau:

$(I)\ a=-1.(II)\ ad>0.(III)\ d=-1.(IV)\ a+c=b+1.$

Tìm số mệnh đề **sai**.

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

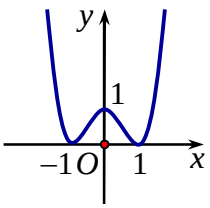
Dựa vào đồ thị ta thấy $a>0$. Mệnh đề (I) sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0;1)\Rightarrow d=1>0\Rightarrow ad>0$. Mệnh đề (II) đúng, mệnh đề (III) sai.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(-1;0)\Rightarrow a+c=b+1$. Mệnh đề (IV) đúng.

Vậy có hai mệnh đề sai là (I) và (III).

Câu 112: Giả sử hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị là hình bên dưới.



Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a<0, b>0, c=1$. **B.** $a>0, b>0, c>0$.

C. $a>0, b<0, c=1$. **D.** $a>0, b>0, c=1$.

Hướng dẫn giải

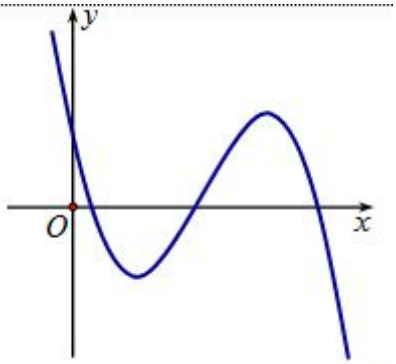
Chọn C

Dựa vào đồ thị ta có:

+ Đồ thị hướng lên nên $a>0$, loại đáp án

C.
+Với $x=0 \Rightarrow y=c=1$ nên loại đáp án
D.
+Có 3 cực trị nên $ab<0$ suy ra $b<0$.

Câu 113: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ



Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $a<0,b<0,c<0,d>0$. **B.** $a<0,b>0,c>0,d>0$.
C. $a<0,b>0,c<0,d>0$. **D.** $a>0,b>0,c<0,d>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C
Do đồ thị ở nhánh phải đi xuống nên $a<0$. Loại phương án
B.

Do hai điểm cực trị dương nên $x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow ab<0$ và $a<0\Rightarrow b>0$. Loại

C.

$x_1x_2=\dfrac{c}{3a}>0\Rightarrow c<0$. Loại phương án D

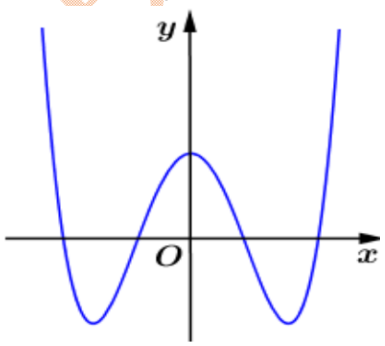
Câu 114: Đường cong hình bên là đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $y'>0,\ \forall x\neq 1.$ **B.** $y'<0,\ \forall x\neq 1.$ **C.** $y'>0,\ \forall x\neq 2.$ **D.** $y'<0,\ \forall x\neq 2.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nghịch biến và có tiệm cận đứng $x=2$ nên $y'<0,\ \forall x\neq 2$.

Câu 115: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là **đúng**



A. $a>0,b<0,c<0$. **B.** $a>0,b>0,c>0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

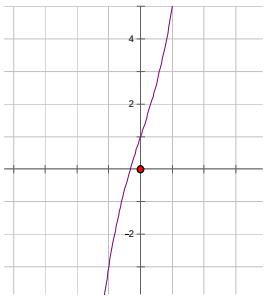
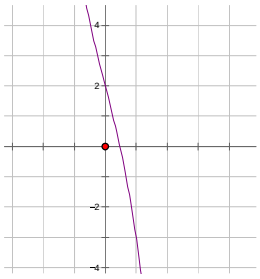
Hướng dẫn giải

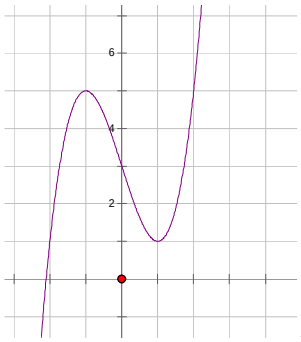
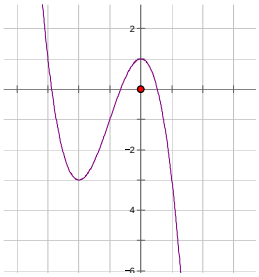
Chọn C

Do đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=+\infty \Rightarrow a>0, b<0$.

Mặt khác điểm cực đại của đồ thị hàm số có tung độ dương $\Rightarrow c>0$.

Câu 116: Cho các dạng đồ thị của hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ như sau

A.  B. 

C.  D. 

và các điều kiện.

1. $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac<0 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases}$ 4. $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac<0 \end{cases}$.

Hãy chọn sự tương ứng đúng giữa các dạng đồ thị và điều kiện.

A. $A\to 1; B\to 3; C\to 2; D\to 4$.
B. $A\to 2; B\to 4; C\to 1; D\to 3$.
C. $A\to 3; B\to 4; C\to 2; D\to 1$.
D. $A\to 1; B\to 2; C\to 3; D\to 4$.

Hướng dẫn giải

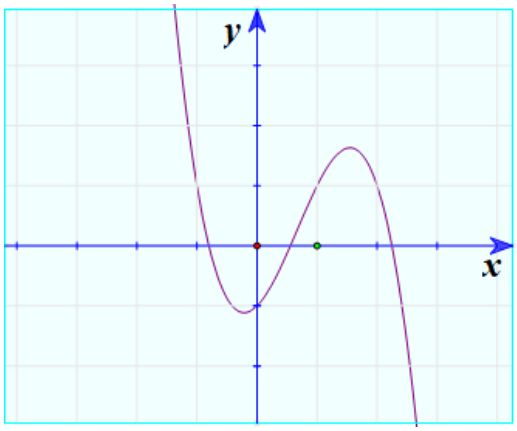
Chọn B

1. $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có chiều đi lên và có 2 cực trị ứng với C.

2. $\begin{cases} a>0 \\ b^2-3ac<0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có chiều đi lên và không có cực trị ứng với A.

3. $\begin{cases} a<0 \\ b^2-3ac>0 \end{cases} \Rightarrow$ Hàm số có chiều đi xuống và có 2 cực trị ứng với D.

Câu 117: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên.



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $a<0,b>0,c>0,d<0$. **B.** $a<0,b<0,c<0,d<0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d<0$. **D.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Hướng dẫn giải

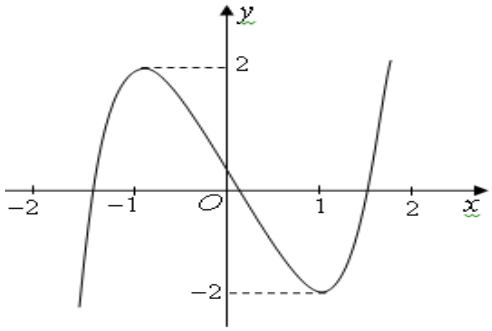
Chọn A

$y=ax^3+bx^2+cx+d\Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$.

Từ đồ thị ta có: hàm số có hai điểm cực trị $\begin{cases}x_1<0<x_2\\|x_1|<x_2\end{cases}$, đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ âm và $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$.

Suy ra $\begin{cases}a<0\\d<0\\x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0\\x_1.x_2=\dfrac{c}{3a}<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a<0\\d<0\\b>0\\c>0\end{cases}$.

Câu 118: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị như hình vẽ.



Phương trình $f(f(x))=0$ có bao nhiêu nghiệm thực ?

A. 3. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số đã cho trong hình vẽ ta có phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt x_1, x_2 và x_3 thuộc khoảng $(-2;2)$ hay $f(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_1\\x=x_2\\x=x_3\end{array}\right.$ với x_1, x_2 và x_3 thuộc khoảng $(-2;2)$.

Đặt $t=f(x)$ ta có $f(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_1\\t=t_2\\t=t_3\end{array}\right.$ hay $\left[\begin{array}{l}f(x)=t_1\\f(x)=t_2\\f(x)=t_3\end{array}\right.$ với t_1, t_2 và t_3 thuộc khoảng $(-2;2)$

Dựa vào đồ thị ta thấy ba đường thẳng phân biệt $y=t_1$, $y=t_2$ và $y=t_3$ mỗi đường thẳng luôn cắt đồ thị hàm số tại ba điểm.

Vậy phương trình $f(f(x))=0$ có 9 nghiệm.

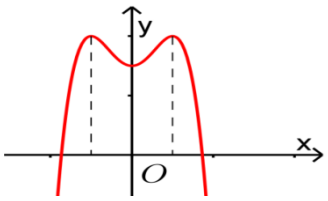
Câu 119: Hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $a<0;b>0;c<0$. **B.** $a<0;b>0;c>0$.

C. $a<0;b<0;c<0$. **D.** $a>0;b<0;c<0$.

Hướng dẫn giải

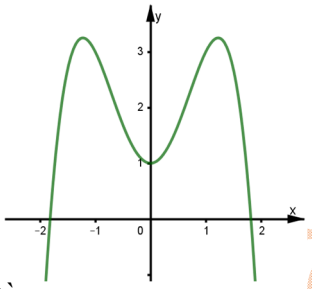
Chọn B



Ta có $\lim\limits_{x\to\pm\infty} = -\infty \Rightarrow a < 0$ nên C loại.

Đồ thị hàm số cắt Oy tại điểm có tung độ dương nên $c > 0$ nên A, B, C loại.

Câu 120: Cho hàm số $f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau?

A. $a < 0;\ b > 0;\ c > 0$. **B.** $a > 0;\ b < 0;\ c > 0$. **C.** $a < 0;\ b < 0;\ c > 0$. **D.** $a < 0;\ b > 0;\ c < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có nhánh bên phải đồ thị đi xuống, suy ra $a < 0$.

Mặt khác do đồ thị có ba cực trị suy ra $ab < 0$ mà $a < 0 \Rightarrow b > 0$.

Mà giao điểm của đồ thị với trục Oy tại điểm có tung độ $y = c > 0$.

Vậy chọn đáp án A.

Câu 121: Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ $(a \neq 0)$ và có bảng biến thiên như hình sau:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	c	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $a > 0$ và $b \leq 0$. **B.** $a < 0$ và $b \geq 0$. **C.** $a > 0$ và $b \geq 0$. **D.** $a < 0$ và $b \leq 0$.

Hướng dẫn giải

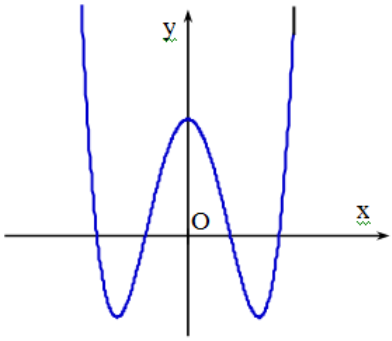
Chọn C

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	c	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow a > 0$.

Hàm số có một cực trị $\Rightarrow a.b \geq 0 \Rightarrow b \geq 0$. Vậy KĐ "$a > 0$ và $b \geq 0$" là đúng.

Câu 122: - 2017] Cho hàm số $y = ax^4 - bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ sau.



Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $a>0,b>0,c>0$. **B.** $a>0,b<0,c>0$. **C.** $a>0,b>0,c<0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4ax^3-2bx=0$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $a>0$ và $y'=0$ có 3 nghiệm phân biệt nên.

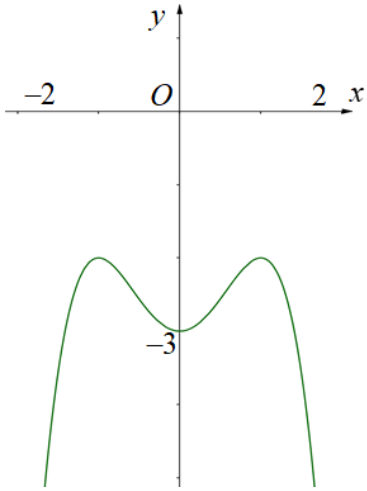
$$y'=0\Leftrightarrow 2x\left(2ax^2-b\right)=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\sqrt{\dfrac{b}{2a}} \\ x=-\sqrt{\dfrac{b}{2a}} \end{array}\right.$$ với $a>0,\ b>0$ loại B và

C.

Thay $x=0\Rightarrow y=c>0$ loại

D.

Câu 123: Cho hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào sau đây đúng?



A. $a<0,b>0,c<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0$. **C.** $a>0,b<0,c>0$. **D.** $a<0,b>0,c>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

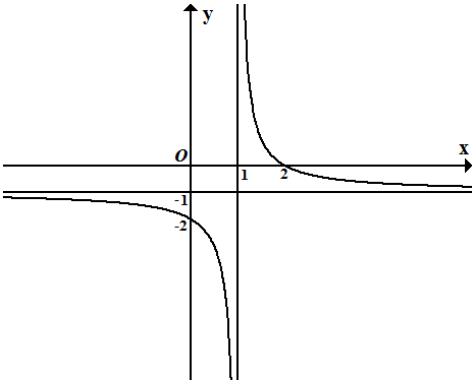
Đồ thị có 2 cực đại 1 cực tiểu đại nên $a<0,b>0$; $y(0)=c=-3$ nên $c<0$.

Nhận xét: Với đáp án cho như trên thì chỉ cần nhận xét về a và c là đủ kết luận.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: TÍNH GIÁ TRỊ BIỂU THỨC (BIẾT ĐỒ THỊ)

Câu 124: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên với $a,b,c\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của biểu thức $T=a-3b+2c$?



A. $T=-9$. **B.** $T=-7$. **C.** $T=12$. **D.** $T=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số có $x=1$ là tiệm cận đứng nên $c=-1$.

Đồ thị hàm số có $y=-1$ là tiệm cận ngang nên $a=-1$.

Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng -2 nên $\dfrac{b}{c}=-2$ do đó $b=2$.

Vậy $T=a-3b+2c=-1-3.2+2(-1)=-9$.

Câu 125: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=x+m-2$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho $AB=4$.

A. $m=5\pm2\sqrt{5}$. **B.** $m=10\pm2\sqrt{7}$. **C.** $m=10\pm2\sqrt{5}$. **D.** $m=5\pm2\sqrt{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $\dfrac{2x-1}{x+1}=x+m-2$ với $x\neq-1$

$\Leftrightarrow g(x)=x^2+(m-3)x+m-1=0$.

Để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_g>0\\ g(-1)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}(m-3)^2-4(m-1)>0\\ 1+3-m+m-1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m>5+2\sqrt{3}\\ m<5-2\sqrt{3}\end{array}\right.$.

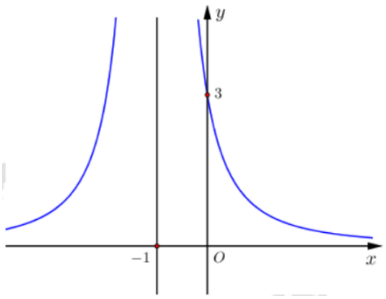
Ta có $A(x_1;x_1+m-2)$, $B(x_2;x_2+m-2)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;x_2-x_1)$.

Vậy $AB=4\Leftrightarrow\sqrt{2(x_1-x_2)^2}=4\Leftrightarrow2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=16\Leftrightarrow(m-3)^2-4(m-1)=8$

$\Leftrightarrow m^2-10m+5=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=5+2\sqrt{5}\\ m=5-2\sqrt{5}\end{array}\right.$ (thỏa mãn).

Câu 126: Cho hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị hàm số $f'(x)$ như trong hình vẽ dưới đây:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Biết rằng đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua điểm $A(0;4)$. Khẳng định nào dưới đây là **đúng**?

A. $f(1)=2$. **B.** $f(2)=\frac{11}{2}$. **C.** $f(1)=\frac{7}{2}$. **D.** $f(2)=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $f(x)$ đi qua $A(0;4)$ nên $b=4d\ (1)$.

Ta có: $f'(x)=\frac{ad-bc}{(cx+d)^2}$.

Căn cứ theo đồ thị hàm số $f'(x)$ ta có $-\frac{d}{c}=-1\Rightarrow c=d\ (2)$.

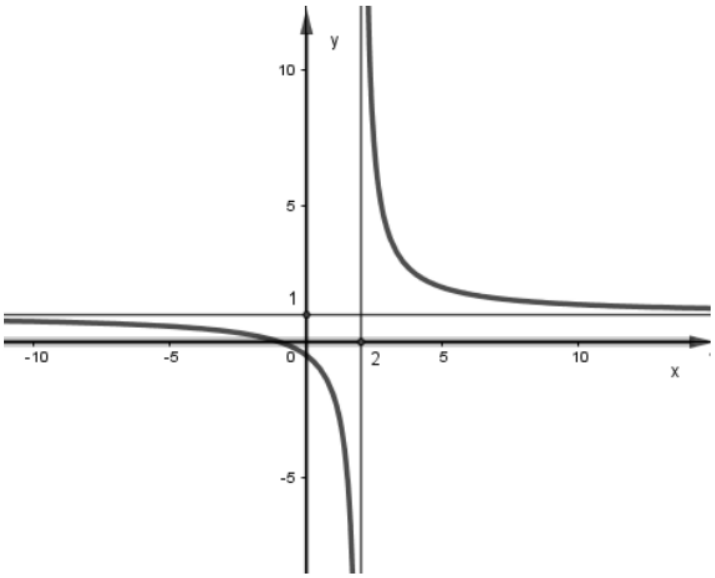
Đồ thị hàm số $f'(x)$ đi qua $(0;3)$ nên $\frac{ad-bc}{d^2}=3\Rightarrow ad-bc=3d^2\ (3)$.

Thay (1), (2) vào (3) ta được $ad-4d^2=3d^2\Rightarrow a=7d\ (d\neq 0)$ vì nếu $d=0$ thì $a=b=c=d=0$ (vô lí).

Do đó $f(x)=\frac{7dx+4d}{dx+d}=\frac{7x+4}{x+1}$.

Vậy $f(2)=6$.

Câu 127: Cho hàm số $y=\frac{ax+1}{bx-2}$ có đồ thị như hình vẽ. Tính $T=a+b$.



A. $T=3$ **B.** $T=0$ **C.** $T=2$ **D.** $T=-1$

Hướng dẫn giải

Chọn C

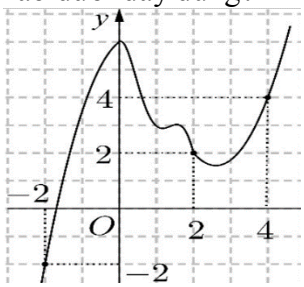
$y' = \dfrac{-2a-b}{(bx-2)^2}$.

Dựa vào đồ thị hàm số $\Rightarrow$ hàm số nghịch biến trên tập xác định $\Rightarrow -2a-b<0$ $(*)$.

Đồ thị có hai đường tiệm cận: $x=2$ và $y=1$.

Khi đó $\begin{cases}\dfrac{a}{b}=1\\ \dfrac{2}{b}=2\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}a=1\\ b=1\end{cases}$ Thỏa mãn $(*)$. Vậy $T=2$.

Câu 128: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ. Đặt $h(x)=f(x)-x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $h(0)=h(4)+2<h(2)$.
B. $h(-1)<h(0)<h(2)$.
C. $h(2)<h(4)<h(0)$.
D. $h(1)+1=h(4)<h(2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $h(x)=f(x)-x$ trên đoạn $[-1;4]$.

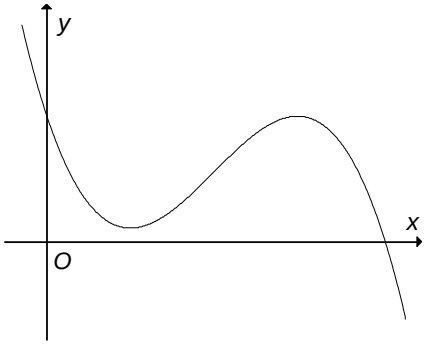
Ta có $h'(x)=f'(x)-1$. Dựa vào đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[-1;4]$ ta được $h'(x)>0$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $[-1;4]$. Ta chọn.

C.

DẠNG 5: ĐỌC DỒ THỊ CỦA DẠO HAM (CAC CẤP)

Câu 129: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$.

A. 0 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 1

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta thấy $f'(x)$ đổi dấu một lần (cắt trục Ox tại một điểm) do đó số điểm cực trị của hàm số $f(x)$ là 1.

Câu 130: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$ và các mệnh đề sau:

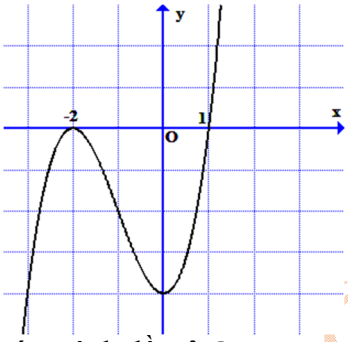
I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$.

IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$.

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.



Có bao nhiêu mệnh đề **đúng** trong các mệnh đề trên?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $g(x)=f(x^2-3)$.

Có $g'(x)=\left(x^2-3\right)'.f'\left(x^2-3\right)=2x.f'\left(x^2-3\right)$

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\f'\left(x^2-3\right)=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2-3=-2\\x^2-3=1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right..$$

Ta lại có $x>1$ thì $f'(x)>0$. Do đó $x^2>4$ thì $f'\left(x^2-3\right)>0$.

$x<1$ thì $f'(x)<0$. Do đó $x^2<4$ thì $f'\left(x^2-3\right)<0$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của $g(x)$ như sau

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
x		$-$		$-$		$-$	0	$+$		$+$		$+$	
$f'\left(x^2-3\right)$		$+$	0	$-$	0	$-$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

I. Hàm số $g(x)$ có 3 điểm cực trị . LÀ MỆNH ĐỀ ĐÚNG.

II. Hàm số $g(x)$ đạt cực tiểu tại $x=0$. LÀ MỆNH ĐỀ SAI.

III. Hàm số $g(x)$ đạt cực đại tại $x=2$. LÀ MỆNH ĐỀ SAI.

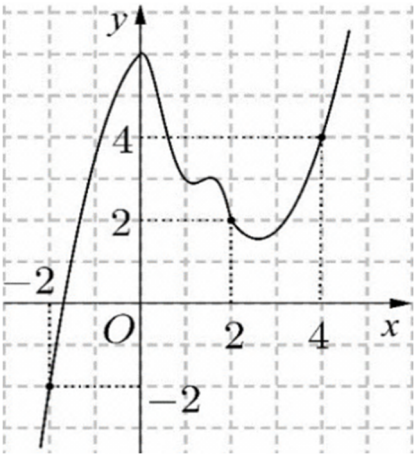
IV. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;0)$. LÀ MỆNH ĐỀ ĐÚNG.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

V. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$. LÀ MỆNH ĐỀ SAI.

Vậy có hai mệnh đề đúng.

Câu 131: Cho hàm số $y=f(x)$. Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình bên.



Đặt $h(x)=f(x)-\frac{x^2}{2}$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

A. Hàm số $y=h(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;3)$.

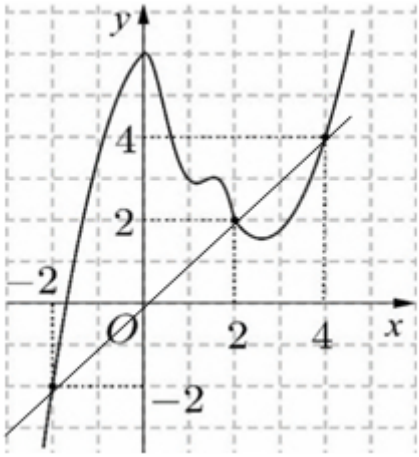
B. Hàm số $y=h(x)$ đồng biến trên khoảng $(0;4)$.

C. Hàm số $y=h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

D. Hàm số $y=h(x)$ nghịch biến trên khoảng $(2;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

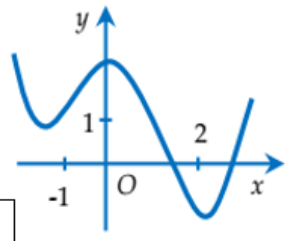


Ta có $h'(x)=f'(x)-x$.

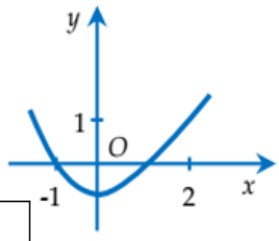
Từ đồ thị của $f'(x)$ và đường thẳng $y=x$ ta suy ra trên khoảng $(2;4)$ thì đồ thị $f'(x)$ nằm dưới đường thẳng $y=x$. Do đó $h'(x)<0$ trên $(2;4)$. Suy ra **Chọn D**

Câu 132: Một trong các đồ thị ở hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0)=0$; $f''(x)<0$, $\forall x\in(-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

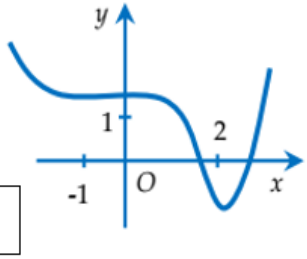
H1



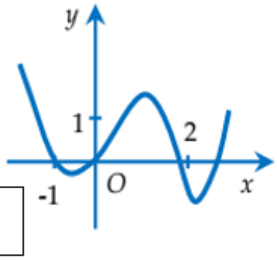
H2



H3



H4



A. H1. **B.** H4. **C.** H2. **D.** H3.

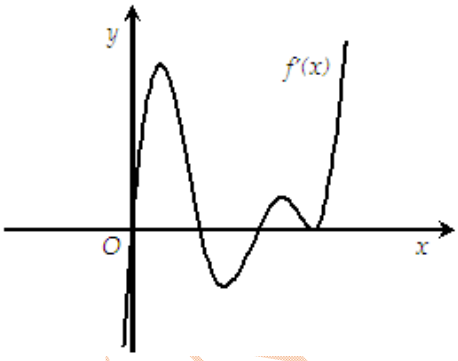
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $f'(0)=0$ và $f''(x)<0,\ \forall x\in(-1;2)$ nên hàm số đạt cực đại và không đạt cực tiểu trong khoảng $(-1;2)$. Chọn đáp án

D.

Câu 133: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Hàm số $f(x)$ có mấy điểm cực trị?



A. 4 . **B.** 1. **C.** 2 . **D.** 3 .

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo đồ thị ta có $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

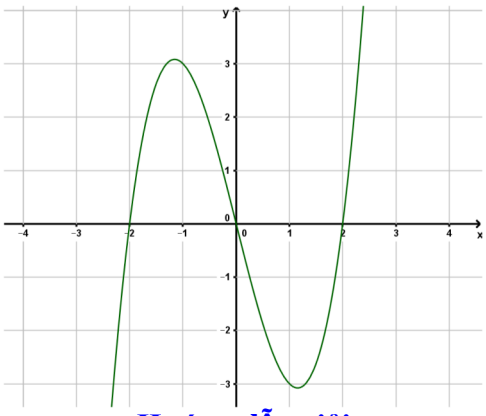
Câu 134: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

B. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2;1)$.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;2)$.



Hướng dẫn giải

Chọn A

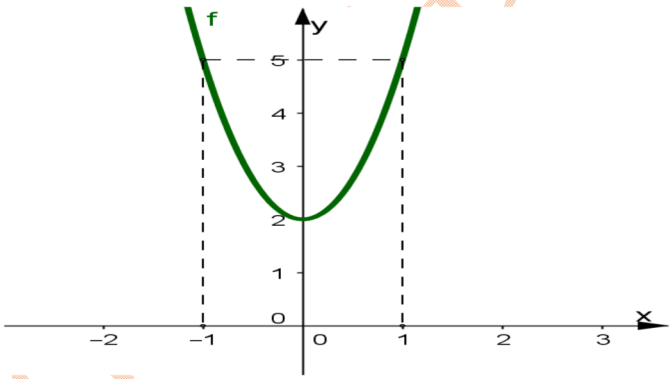
Dựa vào đồ thị hàm số $y=f'(x)$ ta có:

$f'(x)>0 \Leftrightarrow x\in(-2;0)\cup(2;+\infty)$ và $f'(x)<0 \Leftrightarrow x\in(-\infty;-2)\cup(0;2)$.

Khi đó, hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên các khoảng $(-2;0)$, $(2;+\infty)$.

hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-2)$, $(0;2)$.

Câu 135: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c\in R, a\neq 0)$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) đi qua $A(1;4)$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ.



Giá trị $f(3)-2f(1)$ là

A. 30. **B.** 24. **C.** 26. **D.** 27.

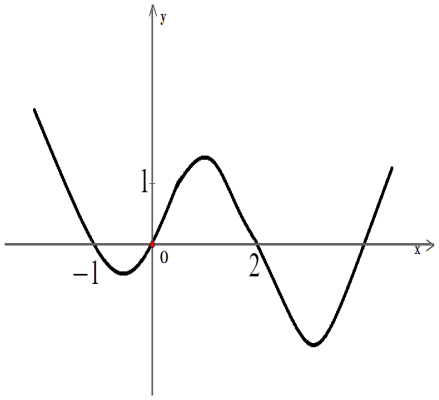
Hướng dẫn giải

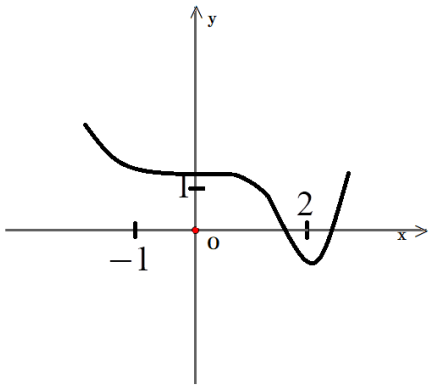
Chọn C.

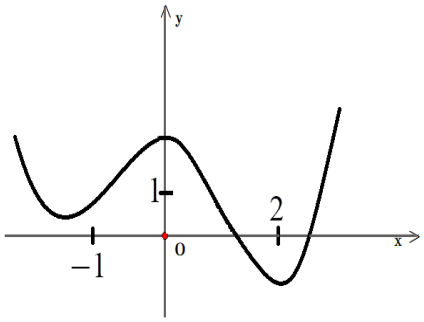
Từ đồ thị của $y=f'(x)\Rightarrow f(x)=x^3+2x+d$. Do đồ thị (C) đi qua $A(1;4)$ nên $d=1$ $\Rightarrow y=f(x)=x^3+2x+1$.

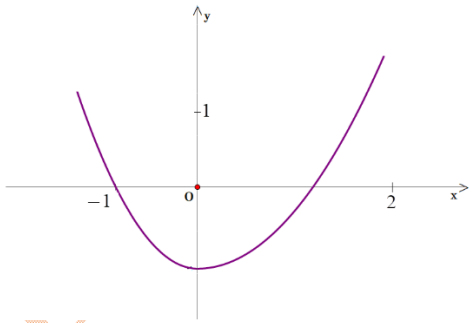
Vậy $f(3)-2f(1)=26$.

Câu 136: Một trong các đồ thị dưới đây là đồ thị của hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(0)=0$ và $f''(x)<0,\forall x\in(-1;2)$. Hỏi đó là đồ thị nào?

A. 

B. 

C. 

D. 

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f'(0)=0$; $f''(0)<0, \forall x\in(-1;2)$

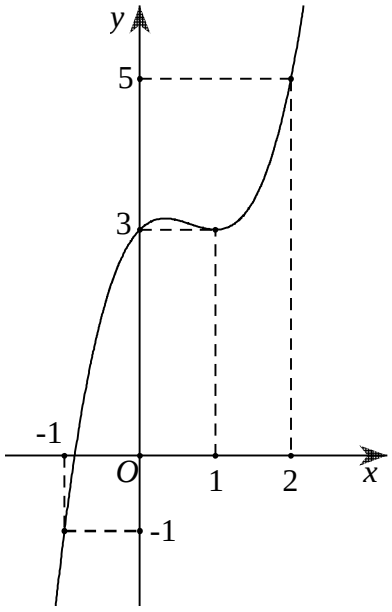
$\Rightarrow f'(x)$ là hàm giảm trên khoảng $(-1;2)$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x)>f'(0), \forall x\in(-1;0) \\ f'(x)<f'(0), \forall x\in(0;2) \end{cases}$$

Suy ra $f(x)$ tăng trên khoảng $(-1;0)$, giảm trên khoảng $(0;2)$ và đạt cực đại tại $x=0$.

Chỉ có đáp án **C** thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 137: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình 2 dưới đây.



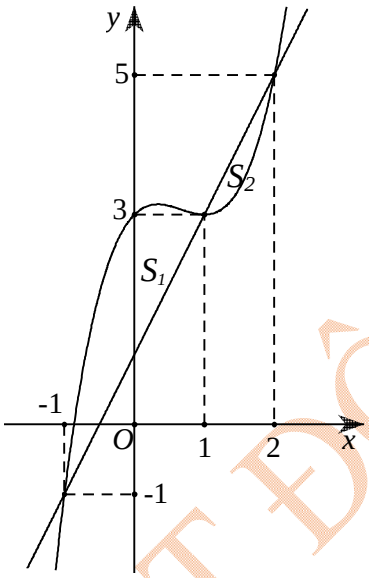
Lập hàm số $g(x)=f(x)-x^2-x$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $g(1)>g(2)$ **B.** $g(-1)=g(1)$ **C.** $g(1)=g(2)$ **D.** $g(-1)>g(1)$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $h(x)=f'(x)-(2x+1)$. Khi đó hàm số $h(x)$ liên tục trên các đoạn $[-1;1]$, $[1;2]$ và có $g(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y=h(x)$.



Do đó diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=-1 \\ x=1 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$$S_1=\int_{-1}^{1}\left|f'(x)-(2x+1)\right|dx=\int_{-1}^{1}\left[f'(x)-(2x+1)\right]dx=g(x)\Big|_{-1}^{1}=g(1)-g(-1).$$

Vì $S_1>0$ nên $g(1)>g(-1)$.

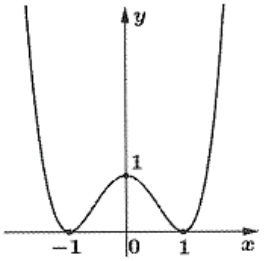
Diện tích hình phẳng giới hạn bởi $\begin{cases} x=1 \\ x=2 \\ y=f'(x) \\ y=2x+1 \end{cases}$ là

$$S_2=\int_{1}^{2}\left|f'(x)-(2x+1)\right|dx=\int_{1}^{2}\left[(2x+1)-f'(x)\right]dx=-g(x)\Big|_{1}^{2}=g(1)-g(2).$$

Vì $S_2>0$ nên $g(1)>g(2)$.

Câu 138: Cho hàm số $f(x)=ax^5+bx^4+cx^3+dx^2+ex+f\,(a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây là đúng ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. Đồ thị hàm số $f(x)$ có đúng một điểm cực đại.

B. Hàm số $f(x)$ không có cực trị.

C. Đồ thị hàm số $f(x)$ có hai điểm cực tiểu.

D. Hàm số $f(x)$ có ba cực trị.

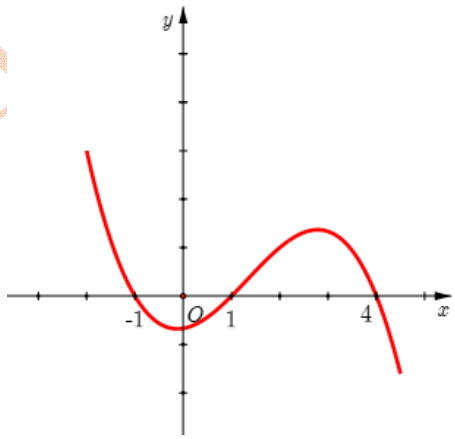
Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta suy ra $f'(x)\ge 0;\forall x\in\mathbb{R}$ nên $f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-2)$	↗	$f(1)$	↗	$+\infty$

Câu 139: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Hàm số $y=f(x^2)$ đồng biến trên khoảng

A. $(0;2)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **C.** $(-2;-1)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$\left(f(x^2)\right)'=2x.f'(x^2)$. Ta có $\left(f(x^2)\right)'=0\Leftrightarrow 2x.f'(x^2)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2=1\\x^2=4\end{array}\right.$.

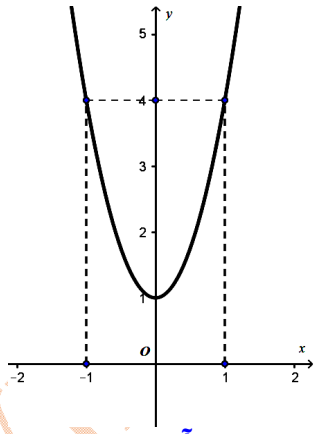
Bảng xét dấu

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↗		↘		↗		↘		↗		↘	

Chọn B

Câu 140: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có đồ thị là (C). Biết rằng đồ thị (C) đi qua gốc tọa độ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cho bởi hình vẽ bên. Tính giá trị $H=f(4)-f(2)$?

A. $H=64$. **B.** $H=51$. **C.** $H=58$. **D.** $H=45$.



Hướng dẫn giải

Chọn C

Theo bài ra $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d\ (a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ do đó $y=f'(x)$ là hàm bậc hai có dạng $y=f'(x)=a'x^2+b'x+c'$.

Dựa vào đồ thị ta có: $\begin{cases}c'=1\\a'-b'+c'=4\\a'+b'+c'=4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}a'=3\\b'=0\\c'=1\end{cases}\Rightarrow y=f'(x)=3x^2+1.$

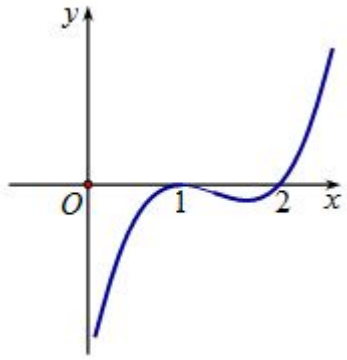
Gọi S là diện tích phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $y=f'(x)$, trục Ox, $x=4$, $x=2$.

Ta có $S=\int_2^4\left(3x^2+1\right)\mathrm{d}x=58$.

Lại có: $S=\int_2^4 f'(x)\mathrm{d}x=f(x)\Big|_2^4=f(4)-f(2)$.

Do đó: $H=f(4)-f(2)=58$.

Câu 141: Hình bên là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0;1)$ và $(2;+\infty)$. **B.** $(2;+\infty)$.

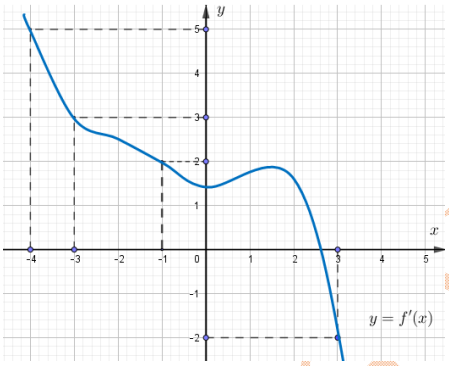
C. $(1;2)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải.

Chọn B

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có $f'(x)>0$ khi $x\in(2;+\infty)\Rightarrow$ hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$

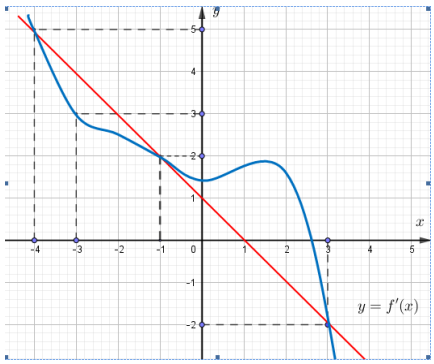
Câu 142: Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình bên. Trên đoạn $[-4;3]$, hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



A. $x_0=-3$. **B.** $x_0=-4$. **C.** $x_0=-1$. **D.** $x_0=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có

$g'(x)=2f'(x)-2(1-x)$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow 2f'(x)-2(1-x)=0\Leftrightarrow f'(x)=1-x$.

Dựa vào hình vẽ ta có: $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-4\\x=-1\\x=3\end{array}\right.$.

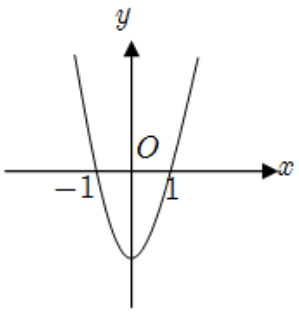
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Và ta có bảng biến thiên

x	-4		-1		3
g'		$-$	0	$+$	
g		$\searrow$		$\nearrow$	

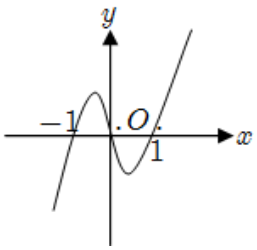
Suy ra hàm số $g(x)=2f(x)+(1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x_0=-1$.

Câu 143: Hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=f'(x)$.

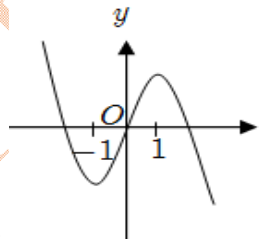


.

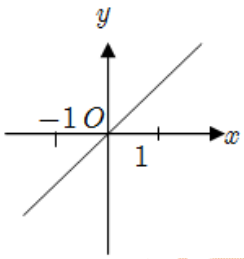
Hỏi đồ thị của hàm số $y=f(x)$ là hình nào sau đây?

A. 

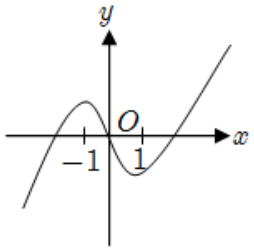
.

B. 

.

C. 

.

D. 

.

Hướng dẫn giải

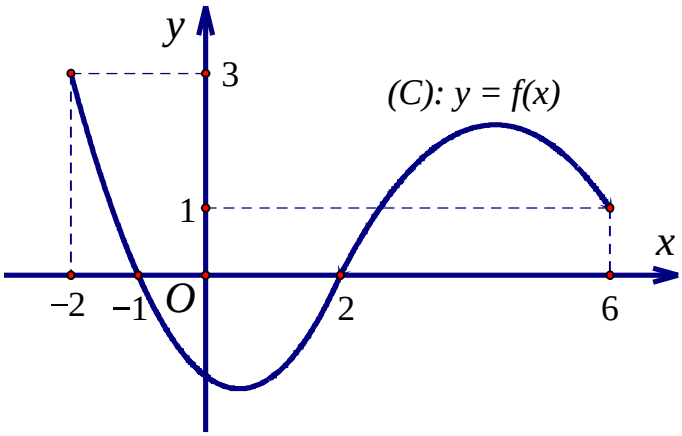
Chọn B

Vì đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ là một Parabol có bề lõm hướng xuống dưới nên hàm số $y=f(x)$ là hàm số bậc 3 có hệ số $a>0$. Hơn nữa điểm cực trị của hàm số $y=f(x)$ là $x=\pm 1$ nên ta chọn đáp án

C.

Câu 144: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và đồ thị của $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như hình bên dưới. Khẳng định nào dưới đây đúng?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $f(2)<f(-2)<f(-1)<f(6)$.
B. $f(-2)<f(2)<f(-1)<f(6)$.
C. $f(6)<f(2)<f(-2)<f(-1)$.
D. $f(-2)<f(-1)<f(2)<f(6)$.

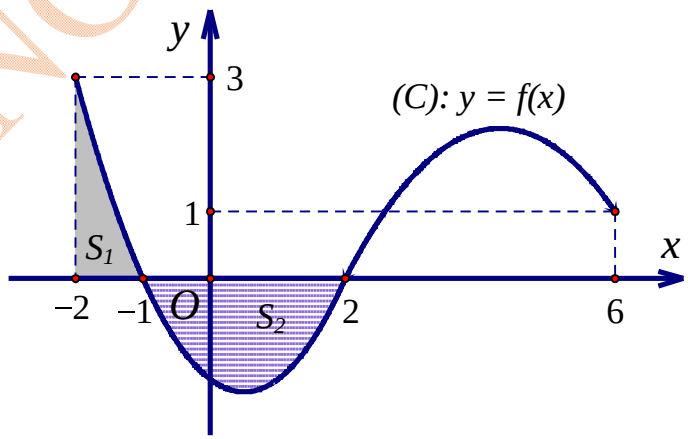
Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào đồ thị của hàm $f'(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-2;6]$ như sau:

x	-2		-1		2		6
$f'(x)$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$f(-2)$	↗	$f(-1)$	↘	$f(2)$	↗	$f(6)$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $\begin{cases} f(-2)<f(-1) \\ f(2)<f(-1) \\ f(2)<f(6) \end{cases}$ nên A, D sai.



Chỉ cần so sánh $f(-2)$ và $f(2)$ nữa là xong.

Gọi S_1, S_2 là diện tích hình phẳng được tô đậm như trên hình vẽ.

Ta có:

$$S_1=\int_{-2}^{-1}\left|f'(x)\right|\mathrm{d}x=\int_{-2}^{-1}f'(x)\,dx=f(-1)-f(-2).$$

$S_2 = \int_{-1}^{2} |f'(x)|dx = -\int_{-1}^{2} f'(x)dx = f(-1) - f(2)$.

Dựa vào đồ thị ta thấy $S_1 < S_2$ nên $f(-1) - f(-2) < f(-1) - f(2) \Leftrightarrow f(-2) > f(2)$.

Câu 145: Cho hàm số $y = f(x) = x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x) = x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9) = (x^3-x)(x^4-13x^2+36) = x^7-14x^5+49x^3-36x$.

$f'(x) = 7x^6 - 70x^4 + 147x^2 - 36$.

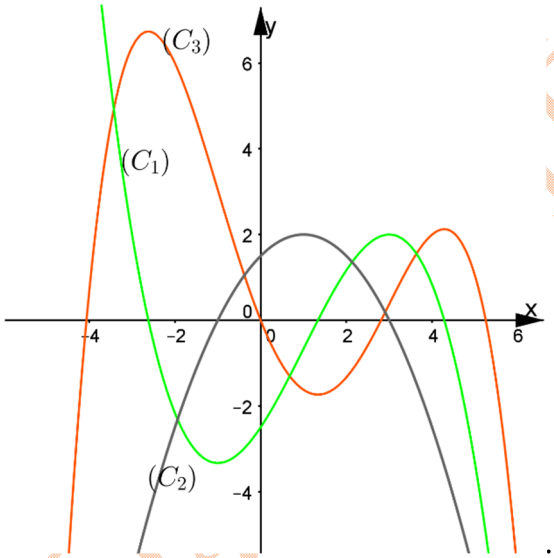
Đặt $t = x^2, t \ge 0$.

Xét hàm $g(t) = 7t^3 - 70t^2 + 147t - 36$.

Do phương trình $g'(t) = 21t^2 - 140t + 147 = 0$ có hai nghiệm dương phân biệt và $g(0) = -36 < 0$ nên $g(t) = 0$ có 3 nghiệm dương phân biệt .

Do đó $f'(x) = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 146: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y = f(x), y = f'(x), y = f''(x)$ lần lượt là đường cong nào trong hình bên?



A. $(C_3),(C_2),(C_1)$. **B.** $(C_1),(C_3),(C_2)$. **C.** $(C_3),(C_1),(C_2)$. **D.** $(C_1),(C_2),(C_3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

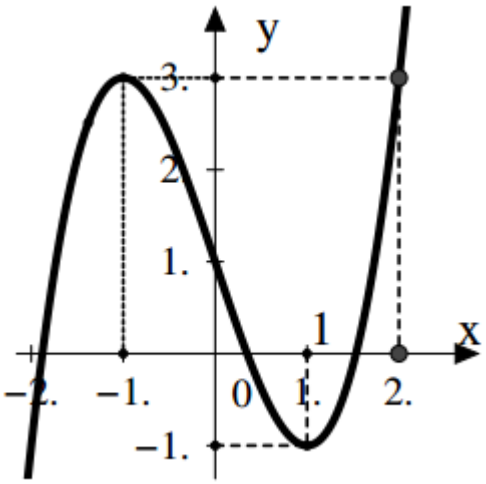
Gọi hàm số của các đồ thị $(C_1);(C_2);(C_3)$ tương ứng là $f_1(x), f_2(x), f_3(x)$.

Ta thấy đồ thị (C_3) có các điểm cực trị có hoành độ là nghiệm của phương trình $f_1(x) = 0$ nên hàm số $y = f_1(x)$ là đạo hàm của hàm số $y = f_3(x)$.

Đồ thị (C_1) có các điểm cực trị có hoành độ là nghiệm của phương trình $f_2(x) = 0$ nên hàm số $y = f_1(x)$ là đạo hàm của hàm số $y = f_2(x)$.

Vậy, đồ thị các hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và $y = f''(x)$ theo thứ tự, lần lượt tương ứng với đường cong $(C_3);(C_1);(C_2)$.

Câu 147: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ. Đặt hàm số $y=g(x)=f\left(2x^3+x-1\right)+m$. Tìm m để $\max\limits_{[0;1]}g(x)=-10$



A. $m=-1$ **B.** $m=3$ **C.** $m=-12$ **D.** $m=-13$

Hướng dẫn giải

Chọn D

$g'(x)=\left[f\left(2x^3+x-1\right)+m\right]'=f'\left(2x^3+x-1\right)\left(6x^2+1\right)$

$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'\left(2x^3+x-1\right)=0\\6x^2+1=0(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x^3+x-1=1\\2x^3+x-1=-1\end{array}\right.$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=a\\x=0\end{array}\right.$

Ta có bảng biến thiên như sau :

x	0	a	1
$g'(x)$	$-$	0	$+$
$g(x)$	$g(0)$ ↘		↗ $g(1)$

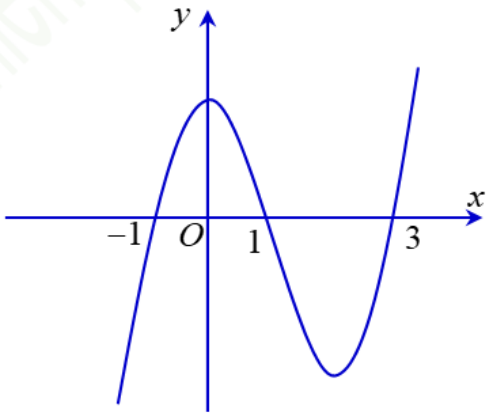
Vậy hàm số đạt giá trị lớn nhất tại $x=0$ hoặc $x=1$

$g(0)=f(-1)+m=m+3$

$g(1)=f(2)+m=m+3$.

Có $\max\limits_{[0;1]}g(x)=-10\Leftrightarrow m+3=-10\Leftrightarrow m=-13$.

Câu 148: Cho hàm số bậc bốn $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số điểm cực đại của hàm số $y=f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)$ là



A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ đồ thị của $y=f'(x)$ ta chọn $f'(x)=(x+1)(x-1)(x-3)$.

Áp dụng công thức $y=\left[f(u)\right]'=u'f'(u)$ với $u=\sqrt{x^2+2x+2}$

Ta có

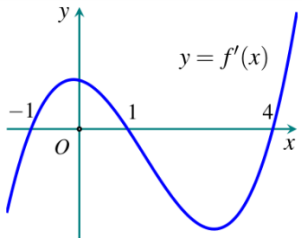
$$y'=\left[f\left(\sqrt{x^2+2x+2}\right)\right]'=\frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}}.\left(\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}-1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}-3\right)$$

$$=\frac{(x+1)\left(\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)(x+1)^2\left(x^2+2x-7\right)}{\sqrt{x^2+2x+2}\left(\sqrt{x^2+2x+2}+1\right)\left(\sqrt{x^2+2x+2}+3\right)}\Rightarrow y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=-1+2\sqrt{2}\\x=-1-2\sqrt{2}\end{array}\right.$$

x	$-\infty$		$-1-2\sqrt{2}$		-1		$-1+2\sqrt{2}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Từ bảng biến thiên ta thấy hàm số có một điểm cực đại.

Câu 149: Cho hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y=e^{2f(x)+1}+5^{f(x)}$.

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

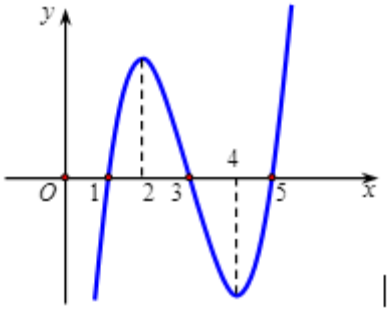
Ta có $y=e^{2f(x)+1}+5^{f(x)}$

$y'=2f'(x).e^{2f(x)+1}+f'(x).5^{f(x)}\ln 5=f'(x)\left(2e^{2f(x)+1}+5^{f(x)}\ln 5\right)$.

Nhận xét $2e^{2f(x)+1}+5^{f(x)}\ln 5>0,\forall x$ làm cho $f(x)$ xác định nên dấu của y' phụ thuộc hoàn toàn vào $f'(x)$.

Vì vậy do $f'(x)$ đổi dấu 3 lần nên số điểm cực trị của hàm số $y=e^{2f(x)+1}+5^{f(x)}$ là 3.

Câu 150: Cho hàm số $y=f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Kết luận nào sau đây là đúng?



A. Hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị.

B. Đồ thị của hàm số $y=f(x)$ chỉ có hai điểm cực trị và chúng nằm về hai phía của trục hoành.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;2)$.

D. Hàm số $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $y'=0$ có ba nghiệm phân biệt nên hàm số hàm số $y=f(x)$ có ba điểm cực trị. Do đó loại hai phương án A và

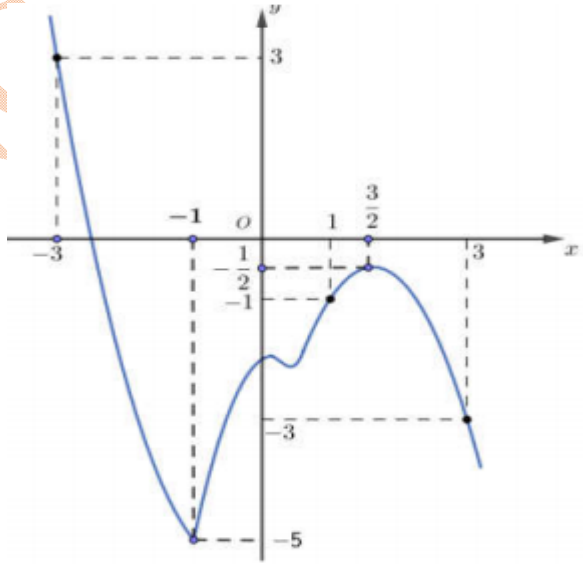
D.

Vì trên $(-\infty;2)$ thì $f'(x)$ có thể nhận cả dấu âm và dương nên loại phương án

C.

Vì trên $(1;3)$ thì $f'(x)$ chỉ mang dấu dương nên $y=f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;3)$.

Câu 151: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



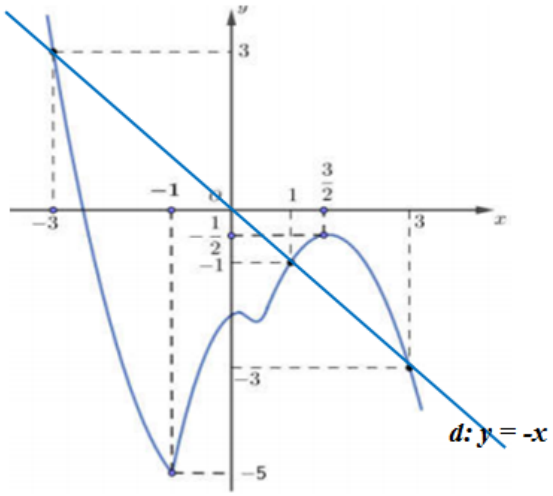
Hàm số $y=f(1-x)+\frac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng

A. $(-2;0)$ **B.** $(1;3)$ **C.** $\left(-1;\frac{3}{2}\right)$ **D.** $(-3;1)$

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét hàm số $y=f\left(1-x\right)+\frac{x^2}{2}-x$ có $y'=-f'\left(1-x\right)+x-1$.

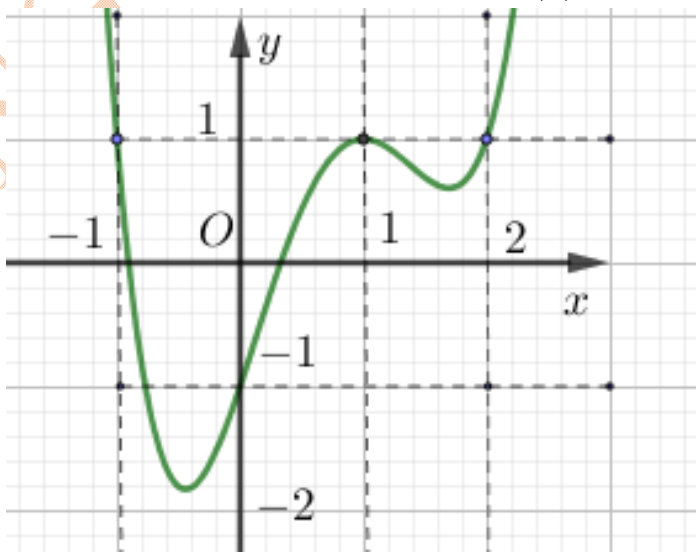
$$y'=0\Leftrightarrow -f'\left(1-x\right)+x-1=0\Leftrightarrow f'\left(1-x\right)=-\left(1-x\right)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-x=-3\\1-x=1\\1-x=3\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=4\\x=0\\x=-2\end{array}\right..$$

Ta có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		4		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘		↗		↘		↗	$+\infty$

Do đó Hàm số $y=f\left(1-x\right)+\frac{x^2}{2}-x$ nghịch biến trên khoảng $\left(1;3\right)$.

Câu 152: Cho hàm số $f\left(x\right)$ xác định trên tập số thực $\mathbb{R}$ và có đồ thị $f'\left(x\right)$ như hình sau



Đặt $g\left(x\right)=f\left(x\right)-x$, hàm số $g\left(x\right)$ nghịch biến trên khoảng

A. $\left(-1;2\right)$. **B.** $\left(2;+\infty\right)$. **C.** $\left(-\infty;-1\right)$. **D.** $\left(1;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

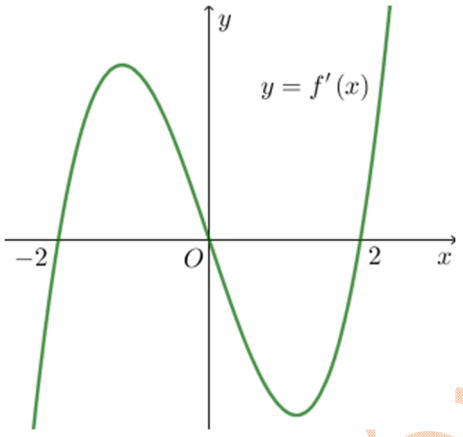
Chọn A

Ta có $g'\left(x\right)=f'\left(x\right)-1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Dựa vào đồ thị đã cho ta thấy $\forall x \in (1;2)$ thì $f'(x) < 1 \Leftrightarrow g'(x) < 0$ và $g'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$ nên hàm số $y = g(x)$ nghịch biến trên $(-1;2)$.

Câu 153: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

B. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = -1$.

C. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = \pm 2$.

D. $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

BBT

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↘		↗	

Vậy hàm số đạt cực đại tại $x = 0$.

Câu 154: Cho hàm số $y = f(x)$ .Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây.Biết phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt $a, 0, b, c$ với $a < 0 < b < c$ .Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $f(b) > f(c) > f(a)$.

B. $f(c) > f(a) > f(b)$.

C. $f(c) > f(b) > f(a)$.

D. $f(b) > f(a) > f(c)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

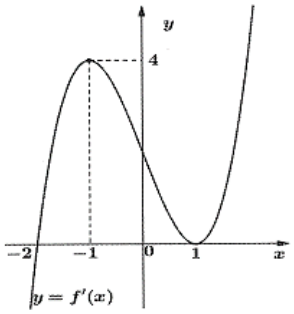
x	$-\infty$		a		0		b		c		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$		↗	$f(a)$	↘		↗	$f(b)$	↘	$f(c)$	↗	

Theo BBT ta có $f(c) < f(a); f(c) < f(b)$

Ta có $\int_a^0 -f'(x)dx < \int_0^b f'(x)dx \Leftrightarrow -f(0)+f(a) < f(b)-f(0) \Leftrightarrow f(a) < f(b)$

Vậy $f(b) > f(a) > f(c)$

Câu 155: Cho hàm số $f(x)=ax^4+bx^3+cx^2+dx+e(a\neq 0)$. Biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x)$ và hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Khi đó nhận xét nào sau đây **sai** ?



A. Trên khoảng $(-2;1)$ thì hàm số $f(x)$ luôn tăng.

B. Hàm số $f(x)$ giảm trên đoạn có độ dài bằng 2.

C. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

D. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

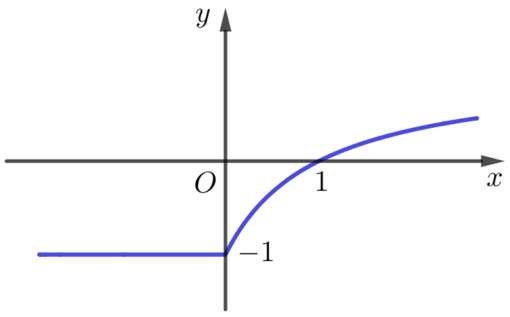
Chọn B

x	$-\infty$		-2		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$f(-2)$	↗	$f(1)$	↗	$+\infty$

Dựa vào đồ thị của hàm số suy ra bảng biến thiên của hàm số như hình vẽ bên. Suy ra đáp án Hàm số $f(x)$ giảm trên đoạn có độ dài bằng 2 sai.

DẠNG 6: NHẬN DẠNG HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI (BIẾT ĐỒ THỊ)

Câu 156: Hình vẽ bên là một phần của đồ thị hàm số nào?



A. $y=\dfrac{-x-1}{|x|+1}$. **B.** $y=\dfrac{x-1}{|x|+1}$. **C.** $y=\dfrac{x-1}{|x+1|}$. **D.** $y=\dfrac{x}{|x|+1}$.

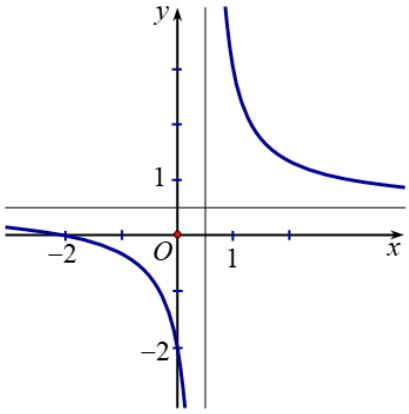
Hướng dẫn giải

Chọn B

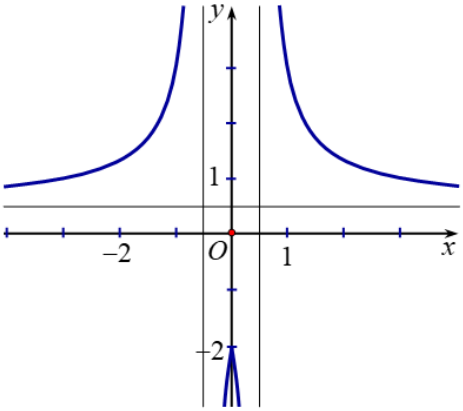
+) Từ đồ thị, ta có tập xác định hàm số $D=\mathbb{R}$ nên loại phương án **B**.

+) Đồ thị hàm số đi qua điểm $(1;0)$ nên loại phương án C, **D**.

Câu 157: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x-1}$ có đồ thị như hình 1. Đồ thị hình 2 là đồ thị của hàm số nào sau đây?



Hình 1



Hình 2

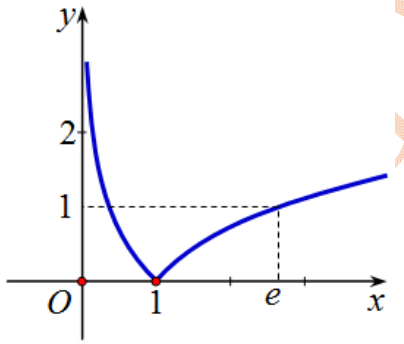
A. $y=\dfrac{x+2}{|2x-1|}$. **B.** $y=\dfrac{|x+2|}{2x-1}$. **C.** $y=\dfrac{|x|+2}{2|x|-1}$. **D.** $y=\left|\dfrac{x+2}{2x-1}\right|$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Sử dụng cách suy đồ thị của hàm số $y=f(|x|)$ từ đồ thị $f(x)$.

Câu 158: Đường cong trong hình bên dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



A. $y=|\ln(x+1)|-\ln 2$. **B.** $y=|\ln x|$.

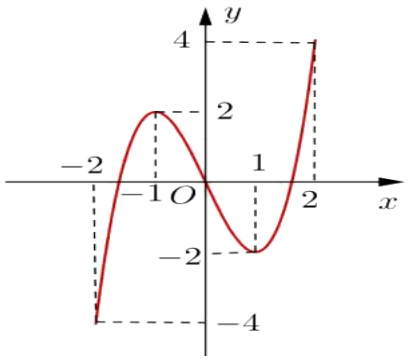
C. $y=\ln|x+1|-\ln 2$. **D.** $y=\ln|x|$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y=|\ln x|=\begin{cases}\ln x, & x\ge 1\\ -\ln x, & x<1\end{cases}$.

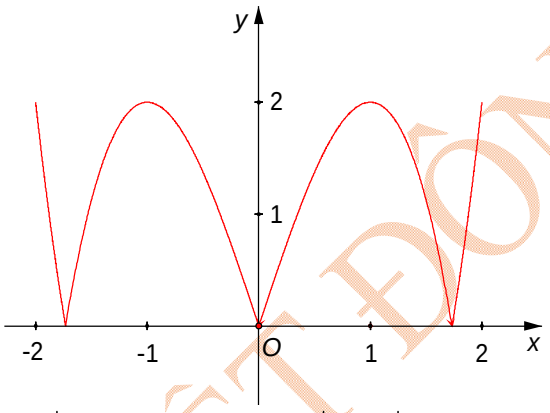
Câu 159: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt là



A. $0<m<2$. **B.** $m<0$. **C.** $m>2$. **D.** $0\le m\le 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Từ đồ thị của hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ ta có phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $0<m<2$.

Câu 160: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có đồ thị là $\left(C\right)$. Tiếp tuyến của $\left(C\right)$ tại giao điểm của đồ thị với trục tung có phương trình là:

A. $x+2y+1=0$. **B.** $2x+y+1=0$. **C.** $x-2y-1=0$. **D.** $2x-y-1=0$.

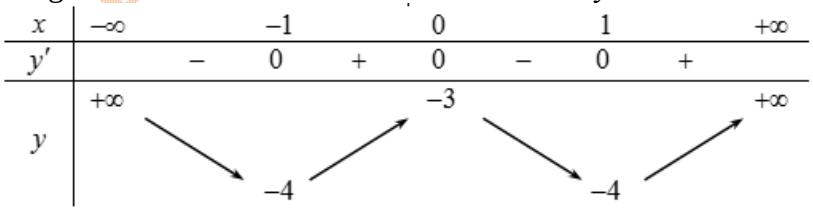
Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ có TXĐ $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, $y'=\dfrac{2}{\left(x-1\right)^2}$. Giao điểm của đồ thị hàm số với tục tung có tọa độ là $A(0;-1)$ nên phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại $A(0;-1)$ là:

$y=f'(0)(x-0)-1\Leftrightarrow y=2x-1\Leftrightarrow 2x-y-1=0$

Câu 161: Bảng biến thiên sau là của hàm số nào dưới đây.



A. $y=2\left|x^3\right|-3x^2-3$. **B.** $y=2x^4-4x^2-3$.

C. $y=2\left|x\right|^3-3\left|x\right|-3$. **D.** $y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2-3$.

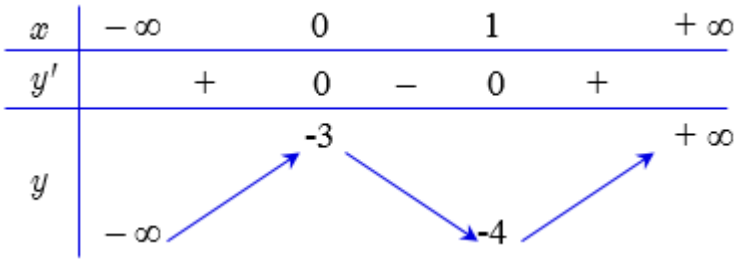
Hướng dẫn giải

Chọn A

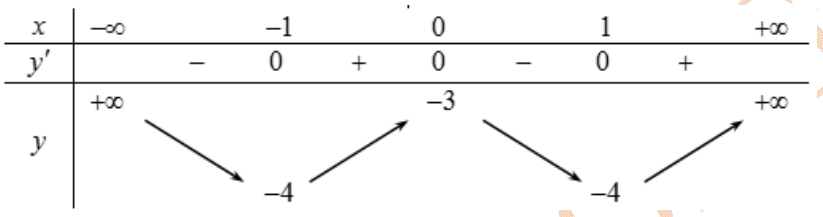
Cách 1

Xét $f(x)=2x^3-3x^2-3$; $f'(x)=6x^2-6x$; $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)=2x^3-3x^2-3$:



Từ đó suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=2|x^3|-3x^2-3$ là:



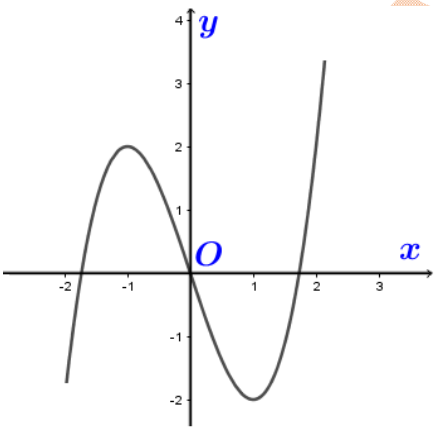
Cách 2

Từ bảng biến thiên ta có:

□ $y(\pm1)=-4$ nên loại **A** và **B**.

□ $y'(1)=0$ nên loại **C**.

Câu 162: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như vẽ. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.



A. $-2<m<0$. **B.** $0\le m\le 2$. **C.** $0<m<2$. **D.** $-2\le m\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

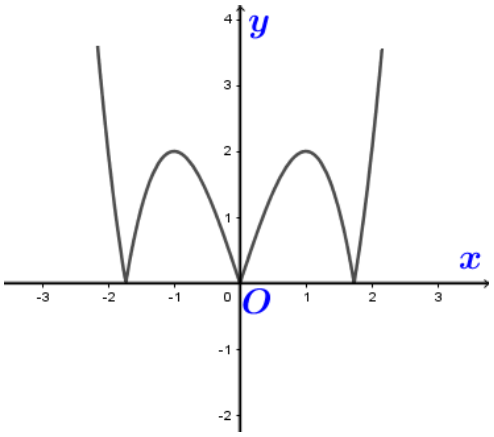
Phương trình $|f(x)|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ và đường thẳng $y=m$ (cùng phương Ox).

Ta có: $y=|f(x)|=\begin{cases}f(x) & khi\ f(x)\ge 0\\ -f(x) & khi\ f(x)<0\end{cases}$ suy ra: đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ gồm hai phần:

+ Phần 1: Giữ nguyên đồ thị hàm số $y=f(x)$ phía trên Ox.

+ Phần 2: Lấy đối xứng đồ thị hàm số $y=f(x)$ phí dưới Ox qua trục Ox.

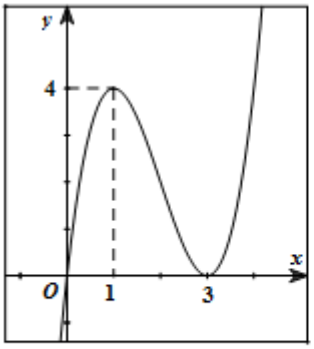
Ta được đồ thị:



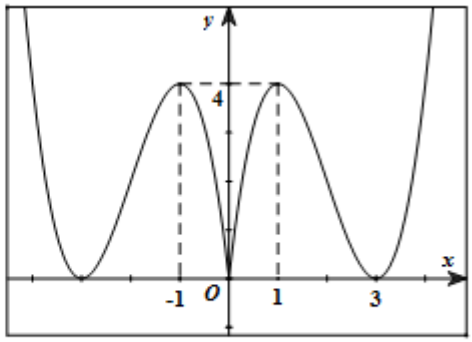
Quan sát đồ thị hàm số, ta có: để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<2$.

DẠNG 7: NHẬN DẠNG ĐỒ THỊ (BIẾT HÀM SỐ CHỨA DẤU TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 163: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x$ có đồ thị như Hình 1. Khi đó đồ thị Hình 2 là của hàm số nào dưới đây?



Hình 1



Hình 2

A. $y=\left|x^3-6x^2+9x\right|$.

B. $y=\left|x\right|^3-6x^2+9\left|x\right|$.

C. $y=-x^3+6x^2-9x$.

D. $y=\left|x\right|^3+6\left|x\right|^2+9\left|x\right|$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm số ở hình 2 nhận làm trục đối xứng nên là hàm số chẵn. Loại đi 2 phương án $y=-x^3+6x^2-9x.$ và $y=\left|x^3-6x^2+9x\right|..$

Mặt khác, với $x=1,$ ta có $y\left(1\right)=4$ (nhìn vào đồ thị) nên chọn phương án $y=\left|x\right|^3-6x^2+9\left|x\right|..$

Câu 164: Cho hàm số $y=\log\left|x\right|$. Chọn mệnh đề **sai** trong các mệnh đề sau:

A. Phương trình $\log\left|x\right|=m$ (m là tham số) có hai nghiệm phân biệt.

B. Hàm số xác định với $\forall x\neq 0$.

C. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

D. $y'=\dfrac{1}{x\ln 10}\left(x\neq 0\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

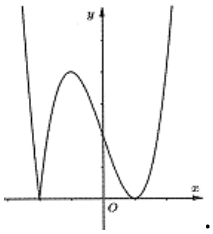
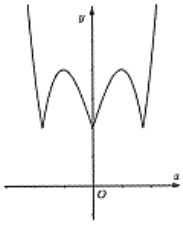
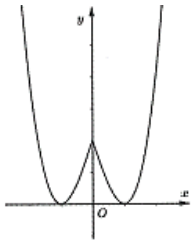
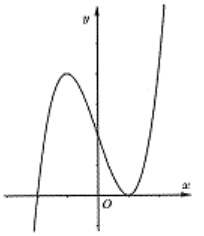
$y=\log|x|=\begin{cases}\log x & khi\ \ x>0\\ \log(-x) & khi\ \ x<0\end{cases}$.

Hàm số $y=\log|x|$ có đồ thị như hình vẽ.

Vậy hàm số không đồng biến trên mỗi khoảng xác định.

Phương án B sai.

Câu 165: Hàm số $y=\left|x^3-3x+2\right|$ có đồ thị nào dưới đây:

A.  . **B.**  . **C.**  . **D.**  .

Hướng dẫn giải

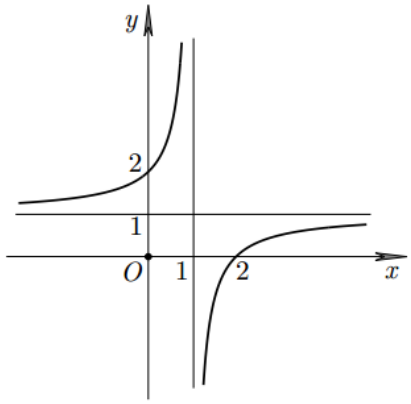
Chọn A

- Chúng ta thấy rằng $y=\left|x^3-3x+2\right|\ge 0$ nên đồ thị phải nằm trên trục hoành, loại đáp án B.

- Đáp án A,D hai đồ thị nhận trục tung làm trục đối xứng là hàm chẵn mà hàm số đề bài cho không phải là hàm chẵn nên loại A,D.

DẠNG 8: CÂU HỎI GIẢI BẰNG HÌNH DÁNG CỦA ĐỒ THỊ

Câu 166: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



.

A. $m>0$. **B.** $m>2$.

C. $m>1$. **D.** $m>0;m\neq 1$.

Hướng dẫn giải

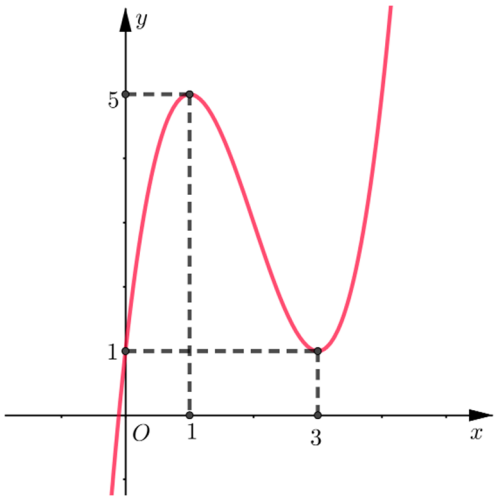
Chọn D

Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nằm bên trên trục hoành, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị còn lại qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$.

Lại có: số nghiệm phương trình $\left|f(x)\right|=m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=\left|f(x)\right|$.

Vậy phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi $m>0;m\neq 1$.

Câu 167: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt.



A. $m=1,\ m=5$.
B. $1<m<5$.
C. $m>5,\ 0<m<1$.
D. $m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Từ đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị (C') của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như sau:

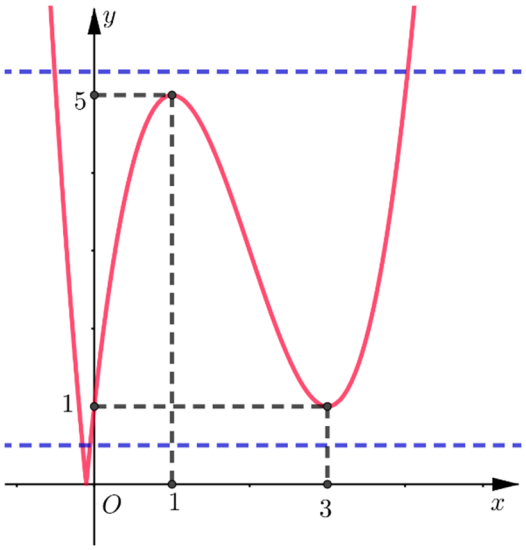
- Giữ nguyên phần đồ thị (C) ở phía trên trục hoành.
- Lấy đối xứng qua trục hoành phần đồ thị (C) ở phía dưới trục hoành.

Khi đó, đồ thị (C') là hợp của hai phần trên.

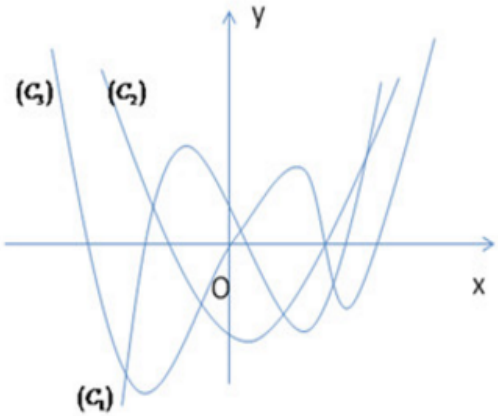
Ta có: $\left|f(x)\right|=m$ là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C') và đường thẳng $(d):y=m$ (song song hoặc trùng với trục hoành).

Dựa vào đồ thị (C'), ta có phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có đúng hai nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $\left[\begin{array}{l}0<m<1\\ m>5\end{array}\right.$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Câu 168: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai trên $\mathbb{R}$. Đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ lần lượt là các đường cong trong hình vẽ bên



A. $(C_1),(C_2),(C_3)$. **B.** $(C_1),(C_3),(C_2)$. **C.** $(C_3),(C_2),(C_1)$. **D.** $(C_3),(C_1),(C_2)$.

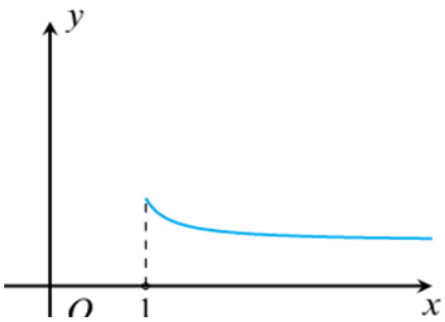
Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị ta thấy: (C_2) có một cực trị, (C_1) có hai cực trị và (C_3) có ba cực trị.

Nên suy ra đồ thị của các hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ lần lượt là (C_3), (C_1), (C_2).

Câu 169: Hỏi có bao nhiêu cặp số nguyên dương $(a;b)$ để hàm số $y=\dfrac{2x-a}{4x-b}$ có đồ thị trên $(1;+\infty)$ như hình vẽ dưới đây?



A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số không xác định tại điểm $x=\frac{b}{4}$. Theo đồ thị ta có tiệm cận đứng nhỏ hơn 1

$\Leftrightarrow \frac{b}{4}<1\Leftrightarrow b<4$. Do b nguyên dương nên $b\in\{1,2,3\}$.

Ta có $y'=\frac{4a-2b}{(4x-b)^2}$. Hàm số nghịch biến nên $4a-2b<0 \Leftrightarrow b>2a$. Do a là số nguyên dương và $b\in\{1,2,3\}$ nên ta có một cặp (a,b) thỏa mãn là $(1,3)$.

Câu 170: Đồ thị hàm số nào dưới đây nằm phía dưới trục hoành.

A. $y=-x^3-7x^2-x-1$ **B.** $y=-x^4-4x^2+1$

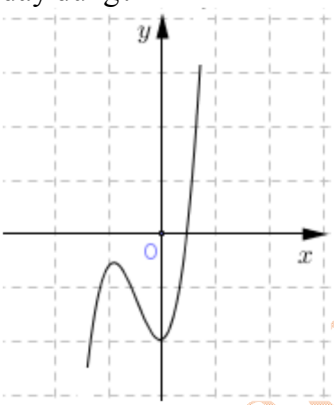
C. $y=-x^4+2x^2-2$ **D.** $y=x^4+5x^2-1$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có : $y=-x^4+2x^2-2=-\left(x^2-1\right)^2-1<0$ với mọi $x\in\mathbb{R}$ nên đồ thị nằm dưới trục hoành.

Câu 171: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



A. $a>0,b=0,c>0,d<0$. **B.** $a>0,b>0,c=0,d<0$.

C. $a>0,b<0,c=0,d<0$. **D.** $a>0,b=0,c<0,d<0$.

Hướng dẫn giải

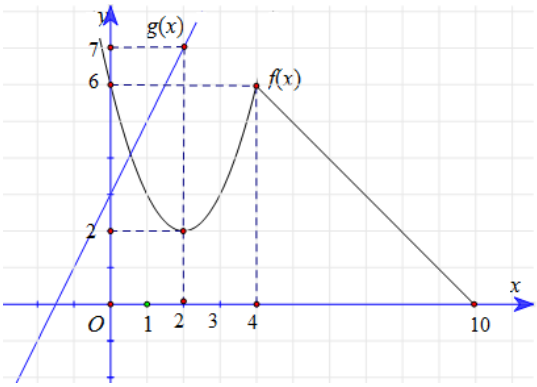
Chọn B

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$. Do cực tiểu của hàm số thuộc trục tung và có giá trị âm nên $d<0$ và $x=0$ là nghiệm của phương trình $y'=0\Rightarrow c=0$. Lại có

$$3ax^2+2bx\Leftrightarrow=0\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-\frac{2b}{3a}\end{array}\right.\Rightarrow -\frac{2b}{3a}<0\Rightarrow a>0,b>0.$$

Câu 172: Cho hàm số $f(x)$, $g(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Đặt $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}$. Tính $h'(2)$ (đạo hàm của hàm số $h(x)$ tại $x=2$).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $h'(2)=-\frac{2}{7}$. **B.** $h'(2)=\frac{4}{49}$. **C.** $h'(2)=-\frac{4}{49}$. **D.** $h'(2)=\frac{2}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét $x\in(-\infty;4)$.

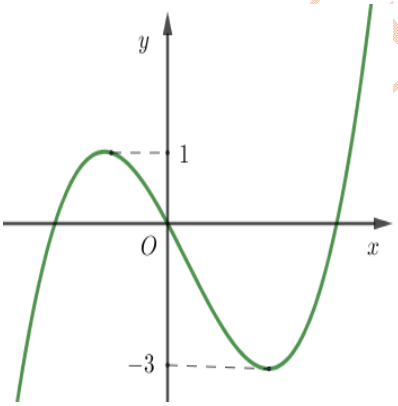
Ta có đồ thị $y=g(x)$ là đường thẳng nên $g(x)$ có dạng $g(x)=ax+b$ và đồ thị $y=g(x)$ đi qua hai điểm $(0;3)$ và $(2;7)$ nên $g(x)=2x+3$.

Ta có đồ thị $y=f(x)$ là Parabol nên $f(x)$ có dạng $f(x)=cx^2+dx+e$ và đồ thị $y=f(x)$ đi qua điểm $(0;6)$ và có đỉnh là $(2;2)$ nên $f(x)=x^2-4x+6$.

Suy ra $h(x)=\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{x^2-4x+6}{2x+3}$ khi $x\in(-\infty;4)$,

Ta có $h'(x)=\frac{(2x-4)(2x+3)-2(x^2-4x+6)}{(2x+3)^2}$ mà $2\in(-\infty;4)$ nên $h'(2)=-\frac{4}{49}$.

Câu 173: Cho hàm số bậc ba $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tham số m để hàm số $y=|f(x)+m|$ có ba điểm cực trị?



A. $m\le -3$ hoặc $m\ge 1$. **B.** $1\le m\le 3$.
C. $m=-1$ hoặc $m=3$. **D.** $m\le -1$ hoặc $m\ge 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ là đồ thị $y=f(x)$ tịnh tiến lên trên một đoạn bằng m khi $m>0$, tịnh tiến xuống dưới một đoạn bằng $|m|$ khi $m<0$.

Hơn nữa đồ thị $y=|f(x)+m|$ là:

+) Phần đồ thị của $y=f(x)+m$ nằm phía trên trục Ox.

+) Lấy đối xứng phần đồ thị của $y=f(x)+m$ nằm dưới Ox qua Ox và bỏ đi phần đồ thị của $y=f(x)+m$ nằm dưới Ox.

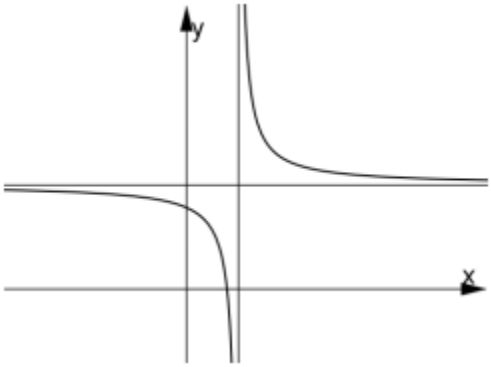
Vậy để đồ thị hàm số $y=\left|f(x)+m\right|$ có ba điểm cực trị thì đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ xảy ra hai trường hợp:

+) Đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ nằm phía trên trục hoành hoặc có điểm cực tiểu thuộc trục Ox và cực đại dương. Khi đó $m\geq 3$.

+) Đồ thị hàm số $y=f(x)+m$ nằm phía dưới trục hoành hoặc có điểm cực đại thuộc trục Ox và cực tiểu dương. Khi đó $m\leq -1$.

Vậy giá trị m cần tìm là $m\leq -1$ hoặc $m\geq 3$.

Câu 174: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị như hình vẽ bên.



A. $bc<0$. **B.** $ad>0$. **C.** $ac>0$. **D.** $cd<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Theo như đồ thị, ta có đường tiệm cận đứng là $x=-\dfrac{d}{c}>0$ (nằm bên phải trục Oy)

$\Rightarrow cd<0$ (1);

Đường tiệm cận ngang là $y=\dfrac{a}{c}>0$ (nằm trên trục Ox) $\Rightarrow ac>0$ (2).

Ngoài ra đồ thị cắt trục Ox tại điểm có hoành độ $x=-\dfrac{b}{a}>0\Rightarrow ab<0$ mà $ac>0\Rightarrow bc<0$.

Từ (1), (2) ta có $ad<0$.

Câu 175: Trục đối xứng của đồ thị hàm số $y=f(x)=-x^4+4x^2-3$ là:

A. Đường thẳng $x=-1$. **B.** Trục hoành.

C. Trục tung. **D.** Đường thẳng $x=2$.

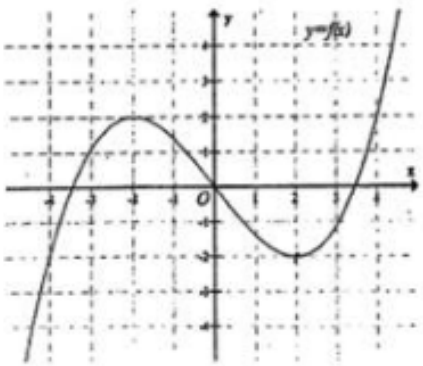
Hướng dẫn giải

Chọn C

* Do hàm số là hàm chẵn nên trục đối xứng của đồ thị hàm số là trục tung.

Câu 176: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tìm số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f\left(2\sin x+2\right)=1$?

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

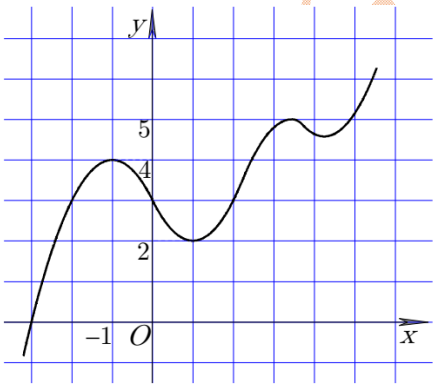
Đặt $t=2\sin x+2$, $x\in\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]\Rightarrow t\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$.

Phương trình $f\left(2\sin x+2\right)=1\Rightarrow f\left(t\right)=1$.

Từ đồ thị hàm số $f\left(x\right)$ ta suy ra phương trình $f\left(t\right)=1$ không có nghiệm $t\in\left[-\frac{1}{2};1\right]$.

Vậy số nghiệm thuộc $\left[-\frac{\pi}{6};\frac{5\pi}{6}\right]$ của phương trình $f\left(2\sin x+2\right)=1$ là 0.

Câu 177: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm số giá trị nguyên của m để phương trình $f\left(x^2-2x\right)=m$ có đúng 4 nghiệm thực phân biệt thuộc đoạn $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.



A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=x^2-2x$, $x\in\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$

Bảng biến thiên:

x	$-\frac{3}{2}$		-1		$\frac{3}{2}$
t'		$-$	0	$+$	
t	$\frac{21}{4}$	↘	-1	↗	$\frac{21}{4}$

Dựa vào bảng biến thiên $\Rightarrow t \in \left[-1;\frac{21}{4}\right]$.

Ta có: $f\left(x^2-2x\right)=m\ \ (1) \Leftrightarrow f(t)=m\ \ (2)$.

Ta thấy, với mỗi giá trị $t \in \left(-1;\frac{21}{4}\right]$ ta tìm được hai giá trị của $x \in \left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$.

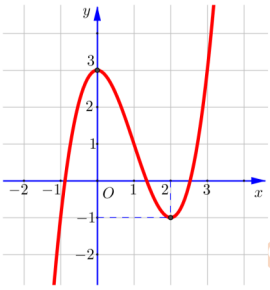
Do đó, phương trình (1) có 4 nghiệm thực phân biệt thuộc $\left[-\frac{3}{2};\frac{7}{2}\right]$

$\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm thực phân biệt thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$

$\Leftrightarrow$ Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(t)$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ thuộc $\left(-1;\frac{21}{4}\right]$.

Dựa vào đồ thị ta thấy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu là $m=3$ và $m=5$.

Câu 178: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?



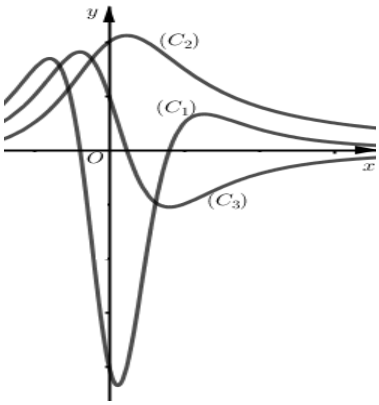
A. Giá trị cực đại của hàm số là 0.
B. Giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.
C. Điểm cực tiểu của hàm số là -1.
D. Điểm cực đại của hàm số là 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số suy ra giá trị cực tiểu của hàm số bằng -1.

Câu 179: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm cấp một $f'(x)$ và đạo hàm cấp hai $f''(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết đồ thị của hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ là một trong các đường cong (C_1), (C_2), (C_3) ở hình vẽ bên. Hỏi đồ thị của hàm số $y=f(x)$, $y=f'(x)$, $y=f''(x)$ lần lượt theo thứ tự nào dưới đây?



A. $(C_2), (C_3), (C_1)$. **B.** $(C_3), (C_1), (C_2)$. **C.** $(C_2), (C_1), (C_3)$. **D.** $(C_1), (C_3), (C_2)$.

Hướng dẫn giải

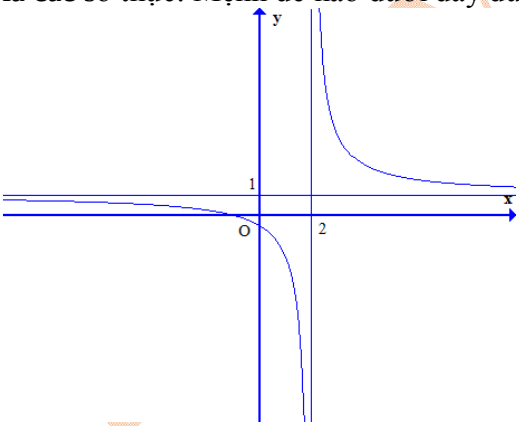
Chọn A

Dựa vào đồ thị ta thấy

Hàm số có đồ thị (C_1) nhận giá trị dương (đồ thị (C_1) nằm phía trên trục hoành) thì hàm số có đồ thị (C_3) đồng biến trên khoảng đó. Do đó hàm số có đồ thị (C_1) là đạo hàm của hàm số có đồ thị (C_3).

Hàm số có đồ thị (C_3) nhận giá trị dương (đồ thị (C_3) nằm phía trên trục hoành) thì hàm số có đồ thị (C_2) đồng biến trên khoảng đó. Do đó hàm số có đồ thị (C_3) là đạo hàm của hàm số có đồ thị (C_2).

Câu 180: Đường cong ở hình bên dưới là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ với a, b, c, d. là các số thực. Mệnh đề nào dưới đây đúng?.



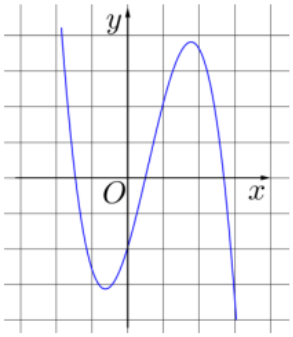
A. $y'<0, \forall x\neq 2$. **B.** $y'<0, \forall x\neq 1$. **C.** $y'>0, \forall x\neq 2$. **D.** $y'>0, \forall x\neq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số giảm trên $(-\infty;2)$ và $(2;+\infty)$ nên $y'<0, \forall x\neq 2$.

Câu 181: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây đúng ?



A. $a<0,b>0,c>0,d<0$. **B.** $a>0,b<0,c<0,d>0$.

C. $a<0,b>0,c<0,d<0$. **D.** $a<0,b<0,c>0,d<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào dáng điệu của đồ thị suy ra hệ số $a<0\Rightarrow$ **loại phương án C**.

$y'=3ax^2+2bx+c=0$ có 2 nghiệm x_1,x_2 trái dấu $\Rightarrow 3a.c<0\Rightarrow c>0\Rightarrow$ **loại phương án D**.

$x_1+x_2=-\dfrac{2b}{3a}>0\Rightarrow b>0$.

DẠNG 9: TỔNG HỢP CÁC PHÉP BIẾN ĐỔI ĐỒ THỊ

Câu 182: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2018	$\nearrow$	2018	$\searrow$	$-\infty$

Hỏi phương trình $\left|f(x+2017)-2018\right|=2019$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét đồ thị hàm số $y=f(x+2017)-2018$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ song song với trục Ox sang trái 2017 đơn vị, rồi sau đó tịnh tiến song song với trục Oy xuống dưới 2018 đơn vị.

Ta được bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)=f(x+2017)-2018$ như sau

x	$-\infty$		-2017		-2016		$+\infty$
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4036	$\nearrow$	0	$\searrow$	$-\infty$

Khi đó đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x+2017\right)-2018\right|$ gồm hai phần:

+ Phần đồ thị của hàm số $y=g\left(x\right)=f\left(x+2017\right)-2018$ nằm phía trên trục hoành.

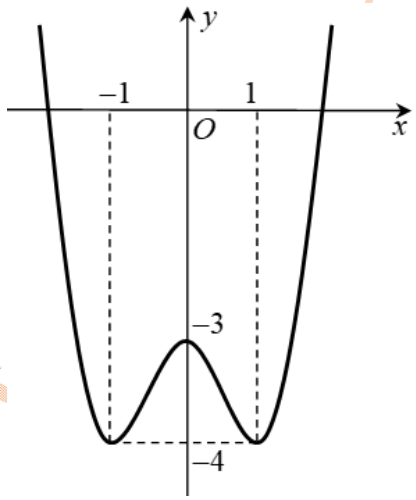
+ Và phần đối xứng của đồ thị $y=g\left(x\right)=f\left(x+2017\right)-2018$ nằm phía dưới trục hoành.

Do đó ta có được bảng biến thiên của hàm số $y=\left|g\left(x\right)\right|$ như sau

x	$-\infty$	x_0	-2017	-2016	$+\infty$
$\left\|g\left(x\right)\right\|$	$+\infty$	0	4036	0	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $\left|f\left(x+2017\right)-2018\right|=2019$ có 4 nghiệm.

Câu 183: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ.



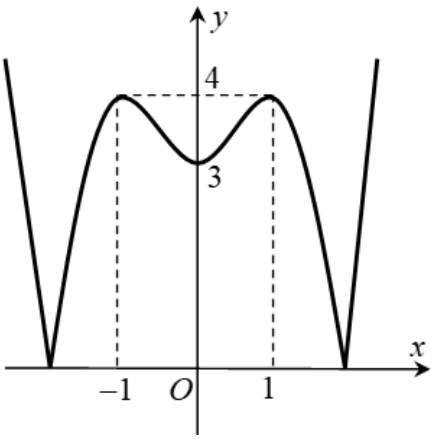
Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt.

A. $3<m<4$. **B.** $0<m<3$. **C.** $-4<m<-3$. **D.** $0<m<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ ta suy ra được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như hình bên dưới.



Dựa và đồ thị suy ra để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 6 nghiệm phân biệt thì $3<m<4$.

Câu 184: Cho đồ thị (C) có phương trình $y=\dfrac{x+2}{x-1}$, biết rằng ĐTHS $y=f(x)$ đối xứng với (C) qua trục tung. Khi đó $f(x)$ là

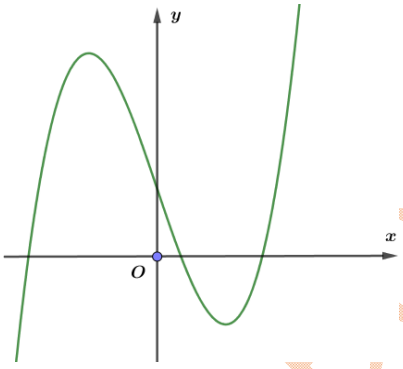
A. $f(x)=\dfrac{x+2}{x+1}$. **B.** $f(x)=-\dfrac{x+2}{x-1}$. **C.** $f(x)=-\dfrac{x-2}{x+1}$. **D.** $f(x)=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $M(x;y)\in f(x)\Rightarrow N(-x;y)\in(C)$, ta có $y=\dfrac{-x+2}{-x-1}=\dfrac{x-2}{x+1}$.

Câu 185: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$.



Hỏi hàm số $y=f(|x|)+2018$ có bao nhiêu điểm cực trị?

A. 2. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1: Từ đồ thị hàm số của $f'(x)$ ta thấy $f(x)$ có hai cực trị dương nên hàm số $y=f(|x|)$ lấy đối xứng phần đồ thị hàm số bên phải trục tung qua trục tung ta được bốn cực trị, cộng thêm giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(|x|)+2018$ với trục tung nữa ta được tổng cộng là 5 cực trị.

Cách 2: Ta có: $y=f(|x|)+2018=f\left(\sqrt{x^2}\right)+2018$.

Đạo hàm: $y'=f'\left(\sqrt{x^2}\right)\left(\sqrt{x^2}\right)'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}.f'(|x|)$.

Từ đồ thị hàm số của $f'(x)$ suy ra $f'(x)$ cùng dấu với $(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$ với $x_1<0$, $0<x_2<x_3$.

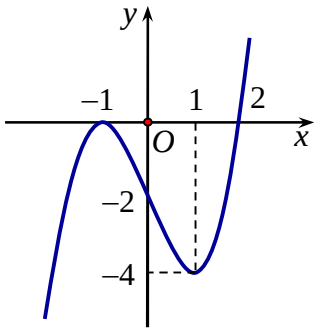
Suy ra: $f'(|x|)$ cùng dấu với $(|x|-x_1)(|x|-x_2)(|x|-x_3)$.

Do $|x|-x_1>0$ nên $y'=f'\left(\sqrt{x^2}\right)\left(\sqrt{x^2}\right)'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}f'(|x|)$ cùng dấu với $(|x|-x_2)(|x|-x_3).\dfrac{x}{\sqrt{x^2}}$.

Vậy hàm số $y=f(|x|)+2018$ có 5 cực trị.

Câu 186: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$. Đường cong trong hình vẽ bên là đồ thị hàm số $y=f'(x)$, ($y=f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$). Xét hàm số $g(x)=f\left(x^2-2\right)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;0)$.

B. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0;2)$.

C. Hàm số $g(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-2)$.

D. Hàm số $g(x)$ đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Từ đồ thị thấy $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=2\end{array}\right.$ và $f'(x)>0\Leftrightarrow x>2$.

Xét $g(x)=f\left(x^2-2\right)$ có TXĐ $D=\mathbb{R}$.

$g'(x)=2xf'(t)$ với $t=x^2-2$.

$$g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\t=x^2-2=-1\\t=x^2-2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\\x=\pm2\end{array}\right.$$

Có $f'(t)>0\Leftrightarrow t=x^2-2>2\Leftrightarrow x<-2\vee x>2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Hàm số $g(x)$ đồng biến trên $(-2;0)$. Vậy C sai.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

SỰ TƯƠNG GIAO CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1 - Tọa độ giao điểm của hai đồ thị hàm số:

Phương pháp:

Cho 2 hàm số $y=f(x), y=g(x)$ có đồ thị lần lượt là (C) và (C').

+) Lập phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (C'): $f(x)=g(x)$

+) Giải phương trình tìm x từ đó suy ra y và tọa độ giao điểm.

+) Số nghiệm của (*) là số giao điểm của (C) và (C').

2 - Tương giao của đồ thị hàm bậc 3

Phương pháp 1: Bảng biến thiên (PP đồ thị)

+) Lập phương trình hoành độ giao điểm dạng $F(x,m)=0$ (phương trình ẩn x tham số m)

+) Cô lập m đưa phương trình về dạng $m=f(x)$

+) Lập BBT cho hàm số $y=f(x)$.

+) Dựa và giả thiết và BBT từ đó suy ra m.

***) Dấu hiệu:** Sử dụng PP bảng biến thiên khi m độc lập với x.

Phương pháp 2: Nhẩm nghiệm – tam thức bậc 2.

+) Lập phương trình hoành độ giao điểm $F(x,m)=0$

+) Nhẩm nghiệm: (Khử tham số). Giả sử $x=x_0$ là 1 nghiệm của phương trình.

+) Phân tích: $F(x,m)=0\Leftrightarrow(x-x_0).g(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=x_0\\g(x)=0\end{array}\right.$ (là $g(x)=0$ là phương trình bậc 2 ẩn x tham số m).

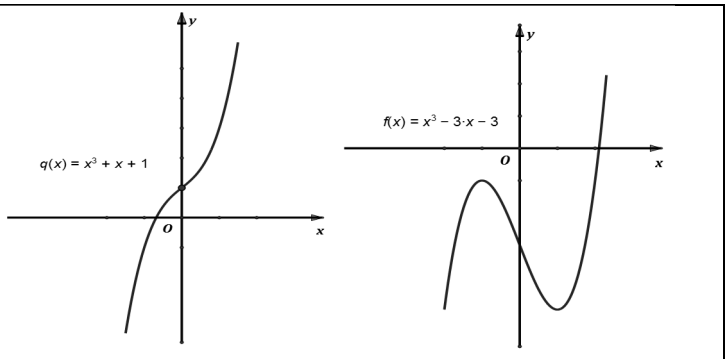
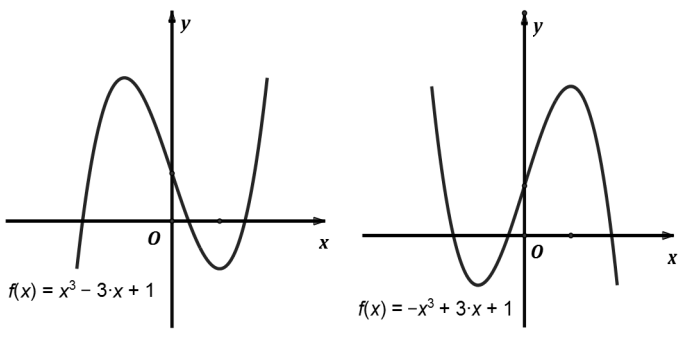
+) Dựa vào yêu cầu bài toán đi xử lý phương trình bậc 2 $g(x)=0$.

Phương pháp 3: Cực trị

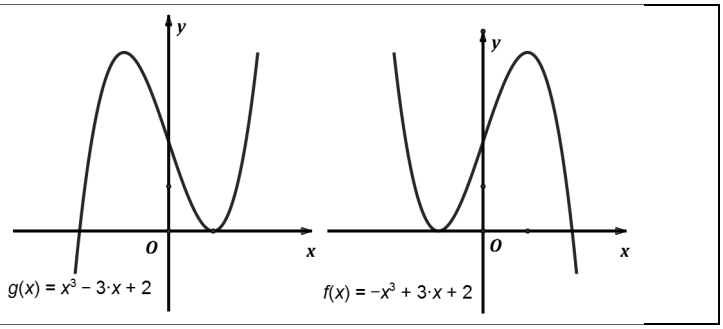
***) Nhận dạng:** Khi bài toán không cô lập được m và cũng không nhẩm được nghiệm.

***) Quy tắc:**

+) Lập phương trình hoành độ giao điểm $F(x,m)=0$ (1). Xét hàm số $y=F(x,m)$

+) Để (1) có đúng 1 nghiệm thì đồ thị $y=F(x,m)$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm. (2TH) - Hoặc hàm số luôn đơn điệu trên R $\Leftrightarrow$ hàm số không có cực trị $\Leftrightarrow y'=0$ hoặc vô nghiệm hoặc có nghiệm kép $\Leftrightarrow\Delta_{y'}\le 0$ - Hoặc hàm số có CĐ, CT và $y_{cd}.y_{ct}>0$ (hình vẽ)	
+) Để (1) có đúng 3 nghiệm thì đồ thị $y=F(x,m)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{cd}.y_{ct}<0$	

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

+) Để (1) có đúng 2 nghiệm thì đồ thị $y = F(x,m)$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Hàm số có cực đại, cực tiểu và $y_{cd}.y_{ct} = 0$	

Bài toán: Tìm m để đồ thị hàm bậc 3 cắt trục hoành tại 3 điểm lập thành 1 cấp số cộng:

1. Định lí vi ét:

*) Cho bậc 2: Cho phương trình $ax^2+bx+c=0$ có 2 nghiệm x_1, x_2 thì ta có: $x_1+x_2=-\frac{b}{a}, x_1x_2=\frac{c}{a}$

*) Cho bậc 3: Cho phương trình $ax^3+bx^2+cx+d=0$ có 3 nghiệm x_1, x_2, x_3 thì ta có:

$x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}, x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=\frac{c}{a}, x_1x_2x_3=-\frac{d}{a}$

2.Tính chất của cấp số cộng:

+) Cho 3 số a,b,c theo thứ tự đó lập thành 1 cấp số cộng thì: $a+c=2b$

3. Phương pháp giải toán:

+) Điều kiện cần: $x_0=-\frac{b}{3a}$ là 1 nghiệm của phương trình. Từ đó thay vào phương trình để tìm m.

+) Điều kiện đủ: Thay m tìm được vào phương trình và kiểm tra.

3 - Tương giao của hàm số phân thức

Phương pháp

Cho hàm số $y=\frac{ax+b}{cx+d}(C)$ và đường thẳng $d: y=px+q$. Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$\frac{ax+b}{cx+d}=px+q \Leftrightarrow F(x,m)=0$ (phương trình bậc 2 ẩn x tham số m).

*) Các câu hỏi thường gặp:

1. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt khác $-\frac{d}{c}$.

2. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh phải của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $:-\frac{d}{c}<x_1<x_2$.

3. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt cùng thuộc nhánh trái của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1<x_2<-\frac{d}{c}$.

4. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt thuộc 2 nhánh của (C) $\Leftrightarrow (1)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 và thỏa mãn $x_1<-\frac{d}{c}<x_2$.

5. Tìm m để d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A và B thỏa mãn điều kiện hình học cho trước:

+) Đoạn thẳng $AB=k$

+) Tam giác ABC vuông.

+) Tam giác ABC có diện tích S_0

*** Quy tắc:**

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

+) Tìm điều kiện tồn tại A, B $\Leftrightarrow$ (1) có 2 nghiệm phân biệt.
+) Xác định tọa độ của A và B (chú ý Vi ét)
+) Dựa vào giả thiết xác lập phương trình ẩn m. Từ đó suy ra m.

***) Chú ý:** Công thức khoảng cách:

+) $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B): AB=\sqrt{(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2}$

+) $\begin{cases} M(x_0;y_0) \\ \Delta: Ax_0+By_0+C=0 \end{cases} \Rightarrow d(M,\Delta)=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$

4 - Tương giao của hàm số bậc 4

NGHIỆM CỦA PHƯƠNG TRÌNH BẬC 4 TRÙNG PHƯƠNG: $ax^4+bx^2+c=0$ **(1)**

1. Nhẩm nghiệm:

- Nhẩm nghiệm: Giả sử $x=x_0$ là một nghiệm của phương trình.
- Khi đó ta phân tích: $f(x,m)=(x^2-x_0^2)g(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm x_0 \\ g(x)=0 \end{array}\right.$
- Dựa vào giả thiết xử lý phương trình bậc 2 $g(x)=0$

2. Ẩn phụ - tam thức bậc 2:

- Đặt $t=x^2,(t\ge 0)$. Phương trình: $at^2+bt+c=0$ (2).
- Để (1) có đúng 1 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn: $\left[\begin{array}{l} t_1<0=t_2 \\ t_1=t_2=0 \end{array}\right.$
- Để (1) có đúng 2 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn: $\left[\begin{array}{l} t_1<0<t_2 \\ 0<t_1=t_2 \end{array}\right.$

- Để (1) có đúng 3 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn: $0=t_1<t_2$
- Để (1) có đúng 4 nghiệm thì (2) có nghiệm t_1,t_2 thỏa mãn: $0<t_1<t_2$

3. Bài toán: Tìm m để (C): $y=ax^4+bx^2+c$ (1) **cắt (Ox) tại 4 điểm có hoành độ lập thành cấp số cộng.**

- Đặt $t=x^2,(t\ge 0)$. Phương trình: $at^2+bt+c=0$ (2).
- Để (1) cắt (Ox) tại 4 điểm phân biệt thì (2) phải có 2 nghiệm dương $t_1,t_2\,(t_1<t_2)$ thỏa mãn $t_2=9t_1$.
- Kết hợp $t_2=9t_1$ với định lý vi – ét tìm được m.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ (ĐẾM) GIAO ĐIỂM

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=15x^4-3x^2-2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 2 điểm. **B.** 3 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 4 điểm.

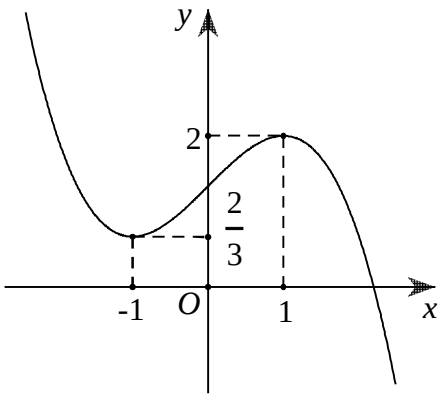
Câu 2. Đường thẳng $y=2x-1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$.



A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị (C). Giả sử a,b,c thay đổi nhưng luôn thỏa mãn điều kiện $b+1<a+c<-(b+1)$. Khi đó (C) cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Câu 7. Đường thẳng $y=4x-2$ và đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x$ có tất cả bao nhiêu giao điểm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 8. Cho đồ thị (C): $y=2x^4-3x^2+2x+2$ và đường thẳng $d: y=2x+1$. Hỏi d và (C) có bao nhiêu giao điểm nằm bên trái trục tung.

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 9. Gọi M,N là các giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x-2$ và $y=\dfrac{7x-14}{x+2}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Tìm hoành độ điểm I.

A. 7. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** 3. **D.** $-\dfrac{7}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

A. $I(2;-2)$. **B.** $I(-2;-2)$. **C.** $I(-2;2)$. **D.** $I(2;2)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11. Biết đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{7x-17}{2x-5}$ tại 2 điểm phân biệt, gọi A là giao điểm thuộc nhánh bên phải đường tiệm cận đứng của (C), kí hiệu $(x_A;y_A)$ là tọa độ của điểm A. Tìm x_A+y_A ?

A. $x_A+y_A=3$. **B.** $x_A+y_A=5$. **C.** $x_A+y_A=7$. **D.** $x_A+y_A=13$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d:y=2x-3$. Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{11}{4}\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{7}{2}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{13}{4}\right)$. **D.** $I\left(-\dfrac{1}{8};-\dfrac{13}{4}\right)$.

Câu 13. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $(d):y=x-1$ và đường cong $(C):y=\dfrac{2x-1}{x+5}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng:

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại tất cả bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 1. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 7.

Câu 15. Đồ thị của hàm số $y=4x^4-2x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2+x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 16. Biết rằng đường thẳng $y=-2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt; hoành độ các giao điểm là

A. -1 và 3. **B.** -1 và 0. **C.** -2 và 3. **D.** -2 và 0.

Câu 17. Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ tại hai điểm. Tìm tổng tung độ các giao điểm đó.

A. 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Câu 18. Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+\dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Câu 19. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $f(x)=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$, ($m$ là tham số khác $-\dfrac{3}{4}$) và $g(x)=-x^4+x^2$ là.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 20. Gọi A, B là các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y=-x-1$. Tính AB.

A. $AB=4$. **B.** $AB=\sqrt{2}$. **C.** $AB=2\sqrt{2}$. **D.** $AB=4\sqrt{2}$.

Câu 21. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-5$ và trục hoành.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 22. Gọi M,N là giao điểm của đường thẳng $(d):y=x+1$ và đường cong $(C):y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng:

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{5}{2}$. **D.** 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 23. Cho hàm số $y=x^4-4x^2-2$ có đồ thị (C) và đồ thị (P): $y=1-x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 24. Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị của hàm số $y=-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Câu 25. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại ba điểm. **D.** (C) không cắt trục hoành.

Câu 26. Biết rằng đường thẳng $d: y=-x+m$ luôn cắt đường cong $(C): y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 4. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $3\sqrt{6}$.

Câu 27. Diện tích tam giác được cắt ra bởi các trục tọa độ và tiếp tuyến của đồ thị $y=\ln x$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là:

A. $S=\dfrac{2}{3}$. **B.** $S=\dfrac{2}{5}$. **C.** $S=\dfrac{1}{2}$. **D.** $S=\dfrac{1}{4}$.

Câu 28. Đồ thị của hàm số $y=x^3-x^2-2x+3$ và đồ thị của hàm số $y=x^2-x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-x+4$ với đường thẳng $y=4$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 30. Cho hai hàm số $y=x^2-2x$ và $y=\dfrac{2x^2-7x+6}{x-2}$. Tổng tung độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 31. Tìm tọa độ giao điểm M của đồ thị $(C): y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y=3$.

A. $M(4;3)$. **B.** $M(3;4)$. **C.** $M(-4;3)$. **D.** $M(3;-4)$.

Câu 32. Với điều kiện $\begin{cases} ac(b^2-4ac)>0 \\ ab<0 \end{cases}$ thì đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 33. Đường thẳng $d: y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x-1}$ tại mấy điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 34. Đường thẳng $(d): y=12x+m(m<0)$ là tiếp tuyến của đường cong $(C): y=x^3+2$. Khi đó đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm A, B. Tính diện tích ΔOAB.

A. $\dfrac{49}{8}$. **B.** $\dfrac{49}{4}$. **C.** $\dfrac{49}{2}$. **D.** 49.

Câu 35. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ $x_1; x_2$. Khi đó x_1+x_2 bằng :

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 0.

Câu 36. Gọi A là giao điểm của đồ thị các hàm số $y=x^4-7x^2-6$ và $y=x^3-13x$ có hoành độ nhỏ nhất khi đó tung độ của A là.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 12. **B.** -12. **C.** -18. **D.** 18.

Câu 37. Đồ thị các hàm số $y=\dfrac{4x+4}{x-1}$ và $y=x^2-1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 38. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m: y=-x+m$. Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m là:

A. $m=2$. **B.** Không tồn tại m.

C. $m=1$. **D.** $m=0$.

Câu 39. Tìm số giao điểm n của đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ và đường thẳng $y=10$.

A. $n=0$. **B.** $n=2$. **C.** $n=4$. **D.** $n=3$.

Câu 40. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-4x+1$ và đường thẳng $y=2$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 41. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+4)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới dây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại một điểm. **B.** (C) không cắt trục hoành.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 42. Gọi M,N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó, tìm tọa độ trung điểm I của MN.

A. $I(2;3)$. **B.** $I(1;3)$. **C.** $I(-2;-3)$. **D.** $I(1;2)$.

Câu 43. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4-2x^2-1$ với trục Ox là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 44. Cho hàm số $y=x^4+2mx^2+m$. Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt đường thẳng $y=-3$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2 còn ba điểm kia có hoành độ nhỏ hơn 1, là khoảng $(a;b)$. Khi đó, $15ab$ nhận giá trị nào sau đây?

A. -95. **B.** -63. **C.** 63. **D.** 95.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với k là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^5(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

A. 363. **B.** 122. **C.** 120. **D.** 365.

Câu 46. Tọa độ giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là:

A. $(-1;3)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(1;1)$.

Câu 47. Tọa độ giao điểm của $(C): y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ và $(d): y=-x+1$ là

A. $(-1;0),(1;2)$. **B.** $(1;-2)$. **C.** $(1;1),(-1;2)$. **D.** $(1;0),(-1;2)$.

Câu 48. Tìm giao điểm của đồ thị $(C): y=\dfrac{4x}{x+1}$ và đường thẳng $\Delta: y=x+1$.

A. $(1;3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 49. Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-1$ cắt đường thẳng $y=-1$. Tại các giao điểm có tọa độ là.

A. $(0;-1),(1;-1),(-1;-1)$. **B.** $(0;-1),(-1;-1)$.

C. $(0;-1),(1;1)$. **D.** $(1;-1);(-1;-1)$.

Câu 50. Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có tọa độ là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $(-1;0),(2;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;-1),(2;1)$.

DẠNG 2: ĐẾM SỐ NGHIỆM PT CỤ THỂ (CHO ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 51. Cho bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

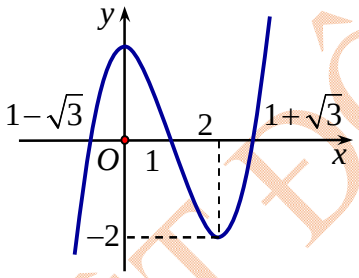
Cho các hàm số:

1) $y=x^4-2x^2-3$. 2) $y=x^2-2|x|-3$. 3) $y=-x^4+2x^2-3$. 4) $y=|x^2-1|-4$.

Số hàm số có bảng biến thiên trên là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 52. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Câu 53. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm khẳng định sai.

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1 ‖ $-\infty$	$\nearrow$	2	$\searrow$	$-\infty$

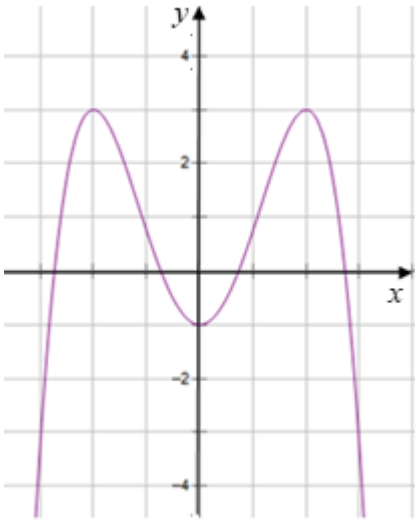
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0,1)$.

B. Phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực khi $m<2$.

C. Hàm số đạt một cực đại tại $x=1$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

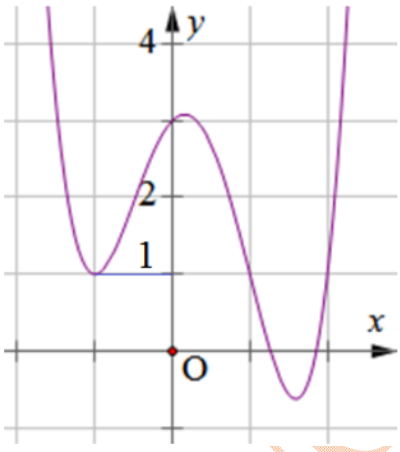
Câu 54. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\frac{1-f(x)}{1+f(x)}=2$ là:

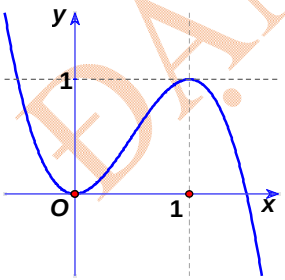
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 55. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

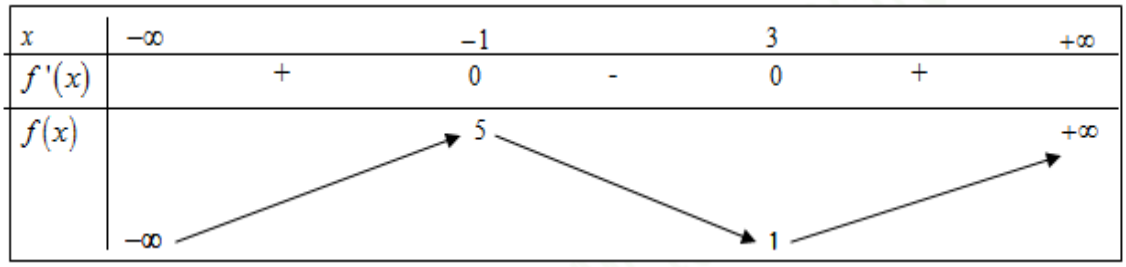
Câu 56. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x)=x$.



A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Câu 57. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

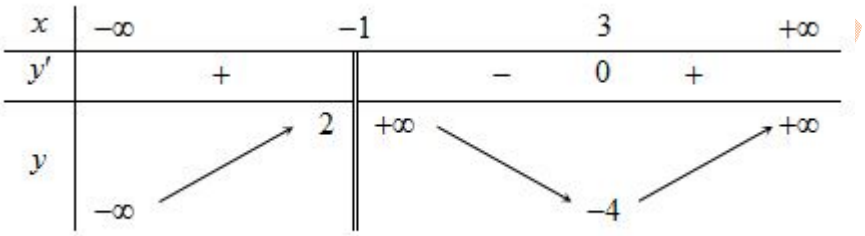
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|-2=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

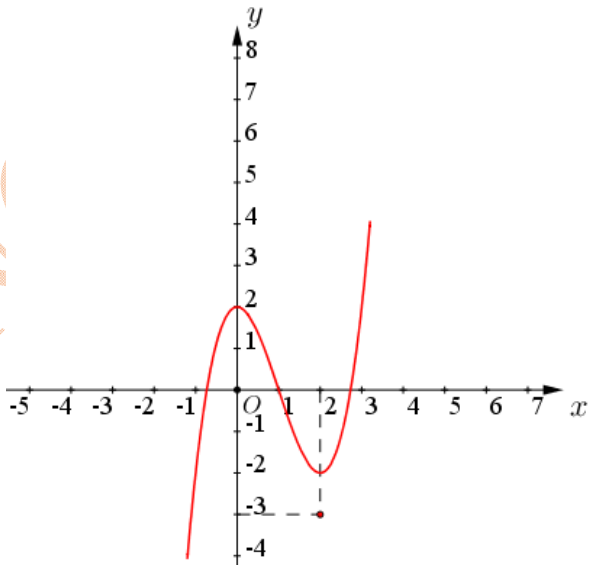
Câu 58. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f\left(x\right)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. $\left(-4;2\right)$. **B.** $\left[-4;2\right)$. **C.** $\left(-4;2\right]$. **D.** $\left(-\infty;2\right]$.

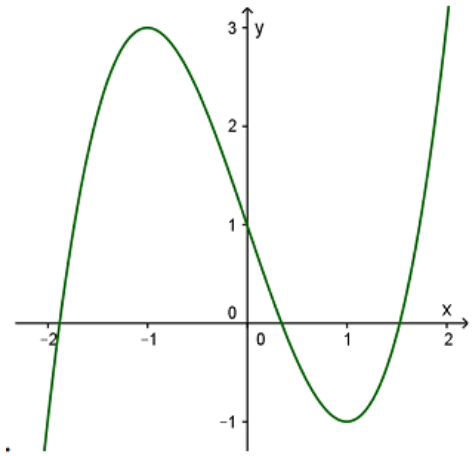
Câu 59. Hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?

A. 9. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

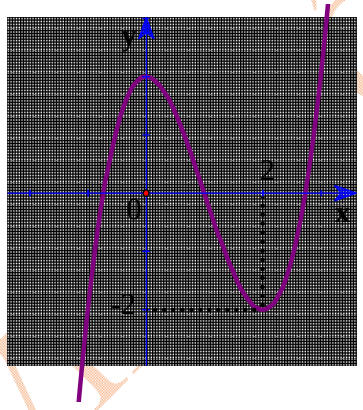
Câu 60. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thi (C) như hình vẽ



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ là :

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 61. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 62. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với k là số tự nhiên lớn hơn 1. Tính số nghiệm của phương trình $f^5(x)=0$.

A. 120. **B.** 122. **C.** 363. **D.** 365.

Câu 63. Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$-$	
$g(x)$	0	$\searrow$ $-\infty$	$+\infty$ $\searrow$ 0

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

B. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có 2 nghiệm với mọi $m>0$.

C. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có nghiệm với mọi m.

D. Phương trình $f(x)=g(x)-1$ không có nghiệm.

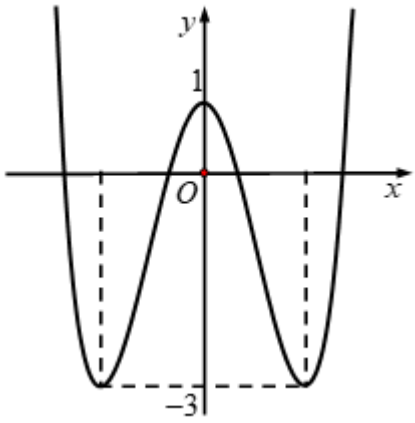
Câu 64. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	5	↘	-3	↗	$+\infty$

Phương trình $\left|f(1-3x)+1\right|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

Câu 65. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 66. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-1	↗	$+\infty$

Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

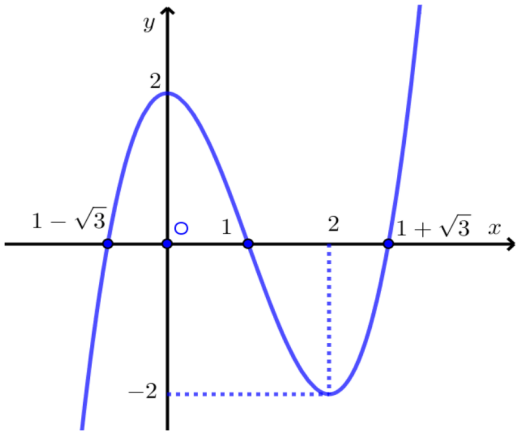
Câu 67. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(-3;1)$.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



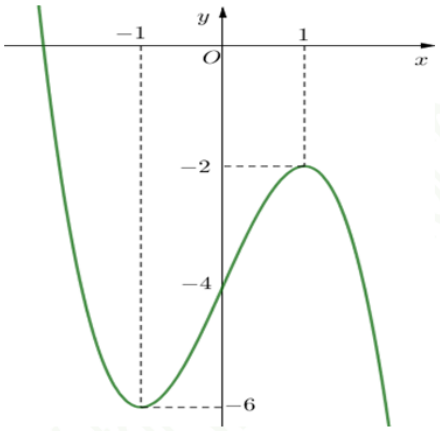
Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?

A. 5. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 3.

Câu 69. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với k là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^6(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt.

A. 1092. **B.** 363. **C.** 365. **D.** 1094.

Câu 70. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)=-3$ có số nghiệm là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

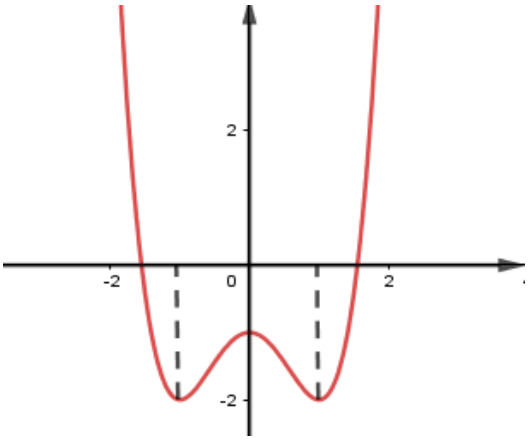
Câu 71. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	

Tìm số nghiệm của phương trình $2\left|f(x)\right|-1=0$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 72. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 73. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m>4$. **B.** $m<-2$. **C.** $-2<m<4$. **D.** $-2\le m\le 4$.

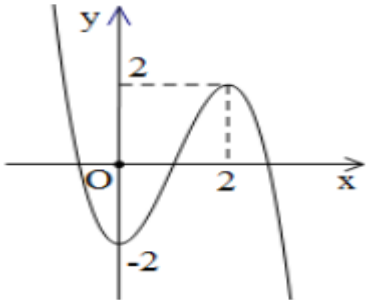
Câu 74. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

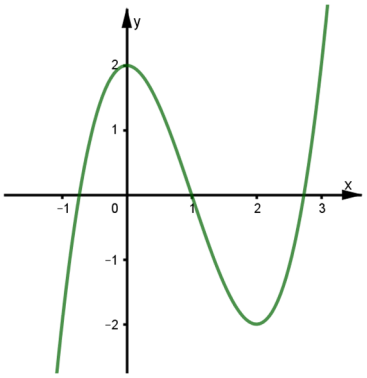
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Câu 75. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 76. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình v



Gọi m là số nghiệm của phương trình $f\left(f\left(x\right)\right)=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m=7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=9$. **D.** $m=6$.

Câu 77. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+3=0$ là:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 78. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Phương trình $f\left(x\right)=1$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 4 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 3

Câu 79. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f\left(x\right)-1=m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m=-2,\ m\geq -1$. **B.** $m>0,\ m=-1$. **C.** $m=-2,\ m>-1$. **D.** $-2<m<-1$.

Câu 80. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình.

A. $f(x)+g(x)=0$. **B.** $f(x)-g(x)=0$. **C.** $f(x)=0$. **D.** $g(x)=0$.

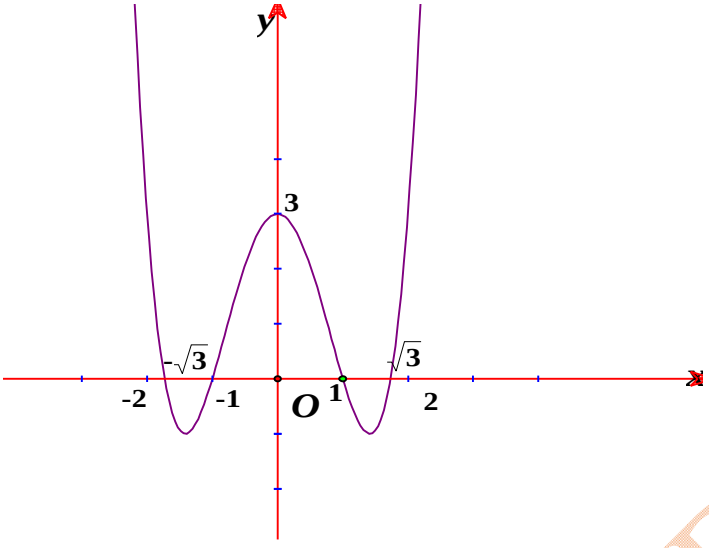
Câu 81. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	-1	↗	2	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

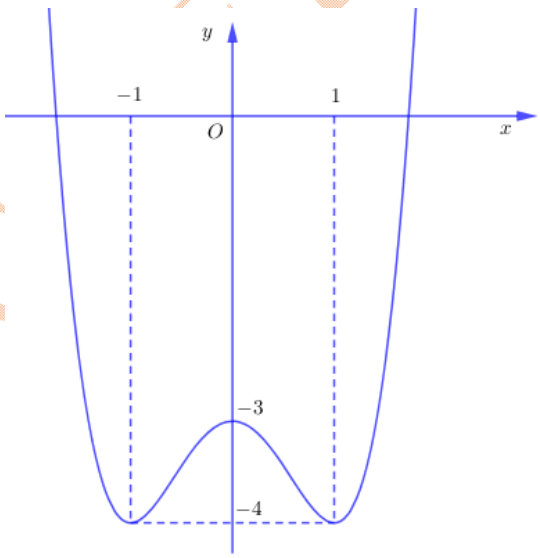
A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 82. Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $\left(x^4-4x^2+3\right)^4-4\left(x^4-4x^2+3\right)^2+3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?



A. 0. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 4.

Câu 83. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+m-2018=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

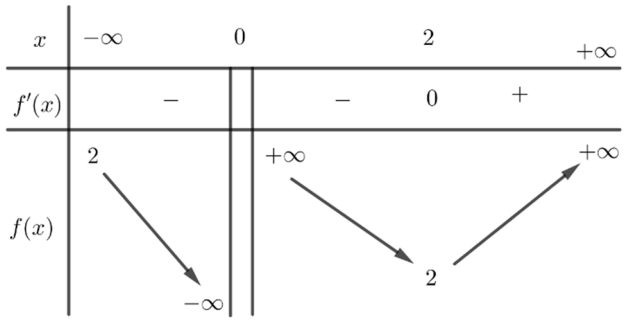


A. $\left[\begin{array}{l} m>2022 \\ m<2021 \end{array}\right.$ **B.** $2021\le m\le 2022$ **C.** $2021<m<2022$ **D.** $\left[\begin{array}{l} m\ge 2022 \\ m\le 2021 \end{array}\right.$

Câu 84. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Biết $f(a)>0$, hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

A. 4 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 3 điểm.

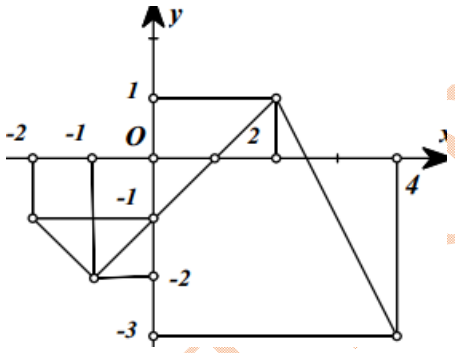
Câu 85. Cho hàm 2018 $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới



Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 nghiệm. **B.** 3 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 1 nghiệm.

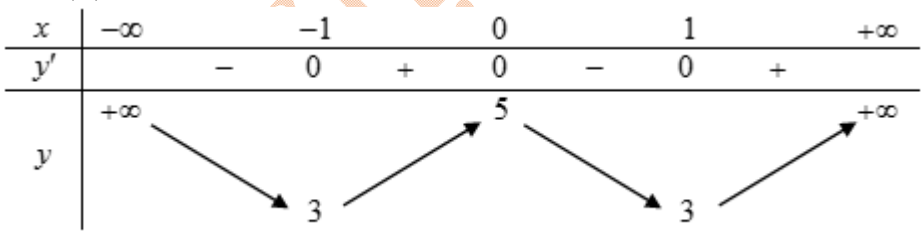
Câu 86. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên đoạn $\left[-2;4\right]$ như hình vẽ dưới đây.



Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $\left[-2;4\right]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Câu 87. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

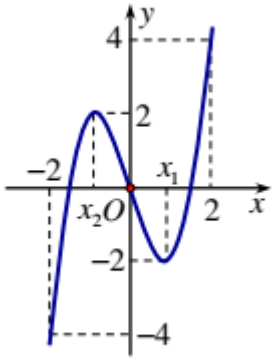


Tìm m để phương trình $f\left(x\right)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m<-1$ hoặc $m>-\frac{1}{3}$. **B.** $-1<m<-\frac{1}{3}$.

C. $m=-\frac{1}{3}$. **D.** $m\le -1$.

Câu 88. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[-2;2\right]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-2;2\right]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Câu 89. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ bằng.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

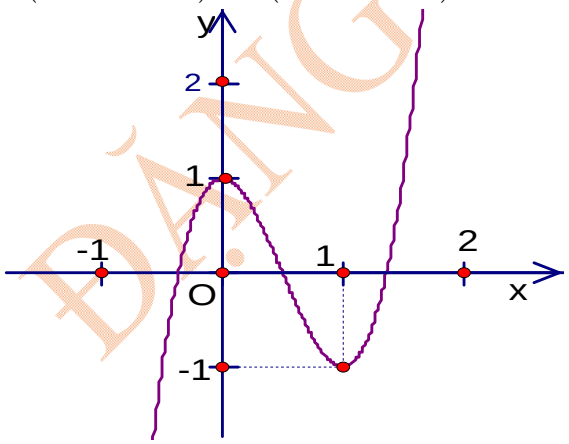
Câu 90. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	↘	1	↗	5	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(\left|x\right|\right)=2018$ là

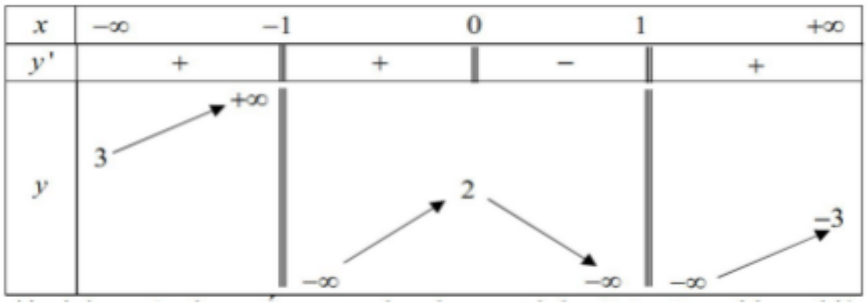
A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Câu 91. Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực.



A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Câu 92. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ xác định trên $R\setminus\left\{-1;1\right\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biên thiên sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $A=\sqrt{7}$. **D.** $-1<m<\dfrac{-2}{3}$.

Câu 93. Hàm số nào dưới đây có đồ thị cắt trục hoành tại duy nhất một điểm?

A. $y=-x^3+3x^2-4x+2$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$.

C. $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TƯƠNG GIAO – ĐIỀU KIỆN CÓ NGHỆM

DẠNG 1: TÌM TỌA ĐỘ (ĐẾM) GIAO ĐIỂM

Câu 1. Đồ thị hàm số $y=15x^4-3x^2-2018$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm?

A. 2 điểm. **B.** 3 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 4 điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm đồ thị hàm số và trục hoành:

$15x^4-3x^2-2018=0\ (*)$.

Đặt $x^2=t$, $t\ge 0$. Phương trình tương đương $15t^2-3t-2018=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=\dfrac{3+\sqrt{121089}}{30}>0 \\ t=\dfrac{3-\sqrt{121089}}{30}<0 \end{array}\right.$.

$\Rightarrow t=\dfrac{3+\sqrt{121089}}{30}$ nên $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 2. Đường thẳng $y=2x-1$ có bao nhiêu điểm chung với đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$.

A. 3. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $d: y=2x-1$ và đồ thị

$(C): y=\dfrac{x^2-x-1}{x+1}$

$\dfrac{x^2-x-1}{x+1}=2x-1 \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x\ne -1 \\ x^2-x-1=(2x-1)(x+1) \ (2) \end{array}\right.$

Ta có $(2) \Leftrightarrow x^2+2x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$

Suy ra d và (C) có hai điểm chung.

Câu 3. Đồ thị hàm số nào sau đây cắt trục tung tại điểm có tung độ âm?

A. $y=\dfrac{4x+1}{x+2}$. **B.** $y=\dfrac{-2x+3}{x+1}$. **C.** $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. **D.** $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$.

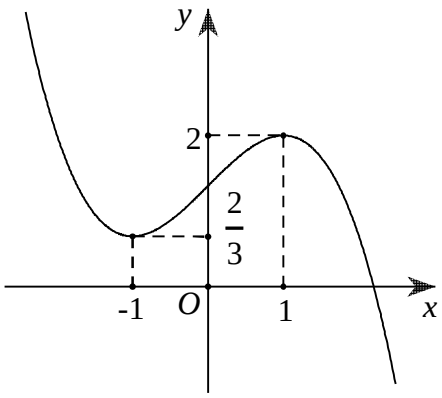
Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+4}{x-1}$ cắt trục tung tại điểm $(0;-4)$.

Câu 4. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x+2018)=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số $y=f\left(x+2018\right)$ có được bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ sang trái 2018 đơn vị. Do đó số nghiệm của phương trình $f\left(x+2018\right)=1$ cũng là số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)=1$. Theo hình vẽ ta có số nghiệm là 3.

Câu 5. Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ có đồ thị $\left(C\right)$. Giả sử a,b,c thay đổi nhưng luôn thỏa mãn điều kiện $b+1<a+c<-\left(b+1\right)$. Khi đó $\left(C\right)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $b+1<a+c<-\left(b+1\right)\Leftrightarrow\begin{cases}a-b+c-1>0\\a+b+c+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}f\left(-1\right)>0\\f\left(1\right)<0\end{cases}$. Mặt khác hàm số đã cho liên tục đồng thời $\lim\limits_{x\to-\infty}y=-\infty;\lim\limits_{x\to+\infty}y=+\infty$ do đó theo nguyên lý của hàm số liên tục, tồn tại các giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ với trục hoành trong các khoảng: $\left(-\infty;-1\right);\left(-1;1\right);\left(1;+\infty\right)$. Vậy có 3 giao điểm.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y=2x^4-3x^2$ và đồ thị hàm số $y=-x^2+2$ có bao nhiêu điểm chung?

A. 4 **B.** 2 **C.** 1 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$2x^4-3x^2=-x^2+2\Leftrightarrow x^4-x^2-1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\x^2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}}.$$

Phương trình trên có hai nghiệm phân biệt. Do đó số giao điểm của hai đồ thị hàm số là 2.

Câu 7. Đường thẳng $y=4x-2$ và đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x$ có tất cả bao nhiêu giao điểm?

A. 2. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số giao điểm của hai đồ thị bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-2x^2+3x=4x-2 \Leftrightarrow x^3-2x^2-x+2=0$

$\Leftrightarrow (x-1)(x+1)(x-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Suy ra đường thẳng $y=4x-2$ và đồ thị hàm số $y=x^3-2x^2+3x$ có ba giao điểm.

Câu 8. Cho đồ thị (C): $y=2x^4-3x^2+2x+2$ và đường thẳng $d: y=2x+1$. Hỏi d và (C) có bao nhiêu giao điểm nằm bên trái trục tung.

A. 2. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $2x^4-3x^2+2x+2=2x+1$

$\Leftrightarrow 2x^4-3x^2+1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^2=1 \\ x^2=\dfrac{1}{2} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=\pm 1 \\ x=\pm\dfrac{\sqrt{2}}{2} \end{array}\right.$.

Ta có giao điểm nằm bên trái trục tung thì ứng với hoành độ là số âm nên nhận $x=-1$, $x=-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

Vậy có 2 điểm thỏa đề bài.

Câu 9. Gọi M, N là các giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=x-2$ và $y=\dfrac{7x-14}{x+2}$. Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng MN. Tìm hoành độ điểm I.

A. 7. **B.** $\dfrac{7}{2}$. **C.** 3. **D.** $-\dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x-2=\dfrac{7x-14}{x+2} \overset{x\neq -2}{\Rightarrow} x^2-4=7x-14 \Leftrightarrow x^2-7x+10=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=5 \\ x=2 \end{array}\right. \Rightarrow M(2;0); N(5;3)$.

Do I là trung điểm của đoạn thẳng MN nên ta có $x_I=\dfrac{x_M+x_N}{2}=\dfrac{2+5}{2}=\dfrac{7}{2}$.

Câu 10. Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

A. $I(2;-2)$. **B.** $I(-2;-2)$. **C.** $I(-2;2)$. **D.** $I(2;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-2\}$

Tiệm cận đứng $x=-2$ vì $\lim\limits_{x\to(-2)^-}\dfrac{2x-1}{x+2}=+\infty$, $\lim\limits_{x\to(-2)^+}\dfrac{2x-1}{x+2}=-\infty$

Tiệm cận ngang $y=2$ vì $\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{2x-1}{x+2}=2$.

Vậy $I(-2;2)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11. Biết đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{7x-17}{2x-5}$ tại 2 điểm phân biệt, gọi A là giao điểm thuộc nhánh bên phải đường tiệm cận đứng của (C), kí hiệu $(x_A;y_A)$ là tọa độ của điểm A. Tìm x_A+y_A ?

A. $x_A+y_A=3$. **B.** $x_A+y_A=5$. **C.** $x_A+y_A=7$. **D.** $x_A+y_A=13$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có hoành độ giao điểm là nghiệm của : $x+1=\dfrac{7x-17}{2x-5}\Leftrightarrow 2x^2-10x+12=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=2\\x=3\end{array}\right.$.

Mặt khác tiệm cận đứng của (C)là $x=\dfrac{5}{2}$, A là giao điểm thuộc nhánh bên phải đường tiệm cận đứng của (C) nên $x_A=3\Rightarrow y_A=4\Rightarrow x_A+y_A=7$.

Câu 12. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+3}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d:y=2x-3$. Đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm A và B. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB.

A. $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{11}{4}\right)$. **B.** $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{7}{2}\right)$. **C.** $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{13}{4}\right)$. **D.** $I\left(-\dfrac{1}{8};-\dfrac{13}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm là $\dfrac{2x+3}{x+3}=2x-3\Leftrightarrow 2x^2+x-12=0(1)(x\neq -3)$.

Gọi x_1, x_2 là hoành độ của A và B. Theo định lí Viet suy ra: $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=-\dfrac{1}{2}\\x_1.x_2=-6\end{array}\right.$.

Ta có: $x_I=\dfrac{x_1+x_2}{2}=\dfrac{-1}{4}$. Suy ra $y_I=2x_I-3=-\dfrac{7}{2}$.

Vậy $I\left(-\dfrac{1}{4};-\dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 13. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $(d):y=x-1$ và đường cong $(C):y=\dfrac{2x-1}{x+5}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng:

A. -2. **B.** 2. **C.** -1. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $x-1=\dfrac{2x-1}{x+5}\Leftrightarrow x^2+5x-x-5=2x-1\Leftrightarrow x^2-2x-4=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=1+\sqrt{5}\\x_2=1-\sqrt{5}\end{array}\right.\Rightarrow x_I=\dfrac{1+\sqrt{5}+1-\sqrt{5}}{2}=1.$

Câu 14. Cho hàm số $f(x)=x(x-1)(x-2)(x-3)(x-4)(x-5)(x-6)(x-7)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại tất cả bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 1. **B.** 6. **C.** 0. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f(x)=0$ có các nghiệm: $0;1;2;3;4;5;6;7$.

Áp dụng định lý Lagrange lần lượt trên các đoạn: $[0;1];[1;2];[2;3];[3;4];[4;5];[5;6];[6;7]$.

Chẳng hạn xét trên đoạn $[0;1]$ thì tồn tại x_1 sao cho:

$f'(x_1)=\dfrac{f(1)-f(0)}{1-0} \Leftrightarrow f'(x_1)=f(1)-f(0)=0$. Suy ra $x=x_1$ là một nghiệm của phương trình $f'(x)=0$.

Làm tương tự vậy các khoảng còn lại ta suy ra $f'(x)=0$ có 7 nghiệm phân biệt hay đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại 7 điểm phân biệt.

Câu 15. Đồ thị của hàm số $y=4x^4-2x^2+1$ và đồ thị của hàm số $y=x^2+x+1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $4x^4-2x^2+1=x^2+x+1 \Leftrightarrow 4x^4-3x^2-x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \\ x=\dfrac{-1}{2} \end{array}\right.$.

Câu 16. Biết rằng đường thẳng $y=-2x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt; hoành độ các giao điểm là

A. -1 và 3. **B.** -1 và 0. **C.** -2 và 3. **D.** -2 và 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $2x^2+4x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-2 \end{array}\right.$.

Câu 17. Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ tại hai điểm. Tìm tổng tung độ các giao điểm đó.

A. 0. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3-x^2+x-1=x-1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=1 \end{array}\right.$.

Do đó đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-x^2+x-1$ tại 2 điểm phân biệt $(0;-1)$ và $(1;0)$.

Vậy tổng tung độ các giao điểm là -1.

Câu 18. Đồ thị hàm số $y=-\dfrac{x^4}{2}+x^2+\dfrac{3}{2}$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 4 **B.** 3 **C.** 2 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số đã cho và trục hoành:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$-\frac{x^4}{2}+x^2+\frac{3}{2}=0\Leftrightarrow x^4-2x^2-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=-1\\x^2=3\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{3}$.

Vậy phương trình có 2 nghiệm nên đồ thị cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 19. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $f(x)=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$, ($m$ là tham số khác $-\frac{3}{4}$) và $g(x)=-x^4+x^2$ là.

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1:Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là.

$-x^4+x^2=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$.

$\Leftrightarrow -x^2(x^2-1)=2m(x^3+x^2-x-1)+2x^3-2x$.

$\Leftrightarrow -x^2(x^2-1)=2m(x^2-1)(x+1)+2x(x^2-1)$

$\Leftrightarrow (x^2-1)\left[(x^2+2(m+1)x+2m\right]=0$.

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2-1=0(1)\\g(x)=x^2+2(m+1)x+2m(2)\end{array}\right.$

Xét (2) có: $\left\{\begin{array}{l}\Delta=m^2+1>0\forall m\\g(-1)=-1\neq 0\forall m\\g(1)=4m+3\neq 0\forall\neq-\frac{3}{4}\end{array}\right.$ $\Rightarrow$ PT (2) luôn có 2 nghiệm phân biệt $\neq\pm1$.

Vậy PT đã cho có 4 nghiệm phân biệt.

Cách 2:Ta có phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là.

$-x^4+x^2=2(m+1)x^3+2mx^2-2(m+1)x-2m$

$\Leftrightarrow x^4+2(m+1)x^3+(2m-1)x^2-2(m+1)x-2m=0$ (1).

Từ đề bài ta thấy chắc chắn với mọi $m\neq-\frac{3}{4}$ hai đồ thị luôn có cùng số giao điểm, tức là phương trình (1) luôn có cùng số nghiệm $\forall m\neq-\frac{3}{4}$.

Thay $m=-1$ vào phương trình (1) ta được: $x^4-3x^2+2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\pm1\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Vậy số giao điểm của hai đồ thị là 4.

Câu 20. Gọi A, B là các giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ và đường thẳng $y=-x-1$. Tính AB.

A. $AB=4$. **B.** $AB=\sqrt{2}$. **C.** $AB=2\sqrt{2}$. **D.** $AB=4\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tọa độ các điểm A, B là nghiệm của hệ phương trình:

$$\left\{\begin{array}{l}y=-x-1\\\frac{2x+1}{x+1}=-x-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}y=-x-1\\x^2+4x+2=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}y=-x-1\\x=-2\pm\sqrt{2}\end{array}\right.\Rightarrow\left\{\begin{array}{l}A\left(-2-\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)\\B\left(-2+\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)\end{array}\right.$$

$\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(2\sqrt{2};-2\sqrt{2}\right)\Rightarrow AB=4$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-5$ và trục hoành.

A. 2. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình $x^4-3x^2-5=0(1)$. Đặt $t=x^2$, $t\ge 0$ ta được phương trình $t^2-3t-5=0$ (2). Ta thấy $t_1.t_2=-5<0$ nên phương trình (2) có 2 nghiệm trái dấu. Vậy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt nên đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

Câu 22. Gọi M,N là giao điểm của đường thẳng $(d):y=x+1$ và đường cong $(C):y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng:

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** 1. **C.** $-\dfrac{5}{2}$. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C): $x+1=\dfrac{2x+4}{x-1}$, với $x\ne 1$.

$\Leftrightarrow x^2-2x-5=0$ $(*)$

Vì $(*)$ có $ac<0$ nên $(*)$ luôn có hai nghiệm trái dấu

$\Rightarrow (d)$ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N.

Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là $x_I=-\dfrac{b}{2a}=1$.

Câu 23. Cho hàm số $y=x^4-4x^2-2$ có đồ thị (C) và đồ thị (P): $y=1-x^2$. Số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là

A. 1. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (P) và (C): $x^4-4x^2-2=1-x^2\Leftrightarrow x^4-3x^2-3=0,(1)$.

Đặt $t=x^2$ ta được phương trình trung gian: $t^2-3t-3=0,(2)$.

Vì (2) có hai nghiệm phân biệt trái dấu nên (1) sẽ có hai nghiệm phân biệt.

Vậy số giao điểm của (P) và đồ thị (C) là 2 giao điểm.

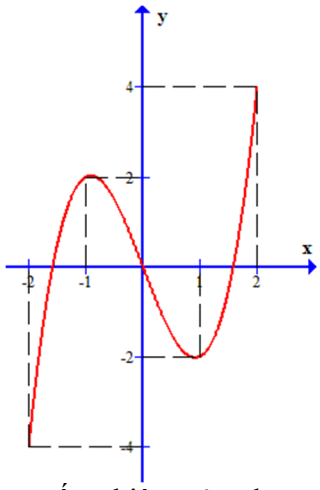
Câu 24. Đồ thị của hàm số $y=x^4-2x^2+2$ và đồ thị của hàm số $y=-x^2+4$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Số giao điểm của hai đồ thị chính bằng số nghiệm của phương trình hoành độ giao điểm.

Ta có phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-2x^2+2=-x^2+4\Leftrightarrow x^4-x^2-2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\sqrt{2}\\x=-\sqrt{2}\end{array}\right.$.

Vậy hai đồ thị có tất cả 2 giao điểm.

Câu 25. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.

C. (C) cắt trục hoành tại ba điểm. **D.** (C) không cắt trục hoành.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dễ thấy phương trình $(x-2)(x^2+1)=0$ có 1 nghiệm $x=2\Rightarrow(C)$ cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 26. Biết rằng đường thẳng $d:y=-x+m$ luôn cắt đường cong $(C):y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất bằng bao nhiêu?

A. 4. **B.** $\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $3\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

PT HĐGĐ: $\dfrac{2x+1}{x+2}=-x+m\Leftrightarrow x^2+(4-m)x+1-2m=0\ (*)$.

Do d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt nên $(*)$ luôn có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2.

Khi đó $A(x_1;-x_1+m)$ và $B(x_2;-x_2+m)$.

Ta có $AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(-x_2+x_1)^2}=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2\left[(x_2+x_1)^2-4x_1x_2\right]}$.

Theo định lý Vi – et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=m-4\\x_1.x_2=1-2m\end{cases}$.

Do đó $AB=\sqrt{2\left[(m-4)^2-4(1-2m)\right]}=\sqrt{2m^2+24}\ge 2\sqrt{6}$.

Vậy $AB_{\min}=2\sqrt{6}\Leftrightarrow m=0$.

Câu 27. Diện tích tam giác được cắt ra bởi các trục tọa độ và tiếp tuyến của đồ thị $y=\ln x$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là:

A. $S=\dfrac{2}{3}$. **B.** $S=\dfrac{2}{5}$. **C.** $S=\dfrac{1}{2}$. **D.** $S=\dfrac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $\ln x = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Ta có: $y' = (\ln x)' = \frac{1}{x'}.y'(1) = 1$.

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị $y = \ln x$ tại giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox là: $y = 1(x-1) + 0$ hay $y = x - 1$.

Đường thẳng $y = x - 1$ cắt Ox tại điểm $A(1;0)$ và cắt Oy tại điểm $B(0;-1)$.

Tam giác vuông OAB có $OA = 1, OB = 1 \Rightarrow S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2}OA.OB = \frac{1}{2}$.

Câu 28. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 - 2x + 3$ và đồ thị của hàm số $y = x^2 - x + 1$ có tất cả bao nhiêu điểm chung?

A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

☑ Phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x^2 - 2x + 3 = x^2 - x + 1 \Rightarrow x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = \pm 1 \\ x = 2 \end{array}\right.$$

Câu 29. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^3 - x + 4$ với đường thẳng $y = 4$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm:

$$x^3 - x + 4 = 4 \Leftrightarrow x^3 - x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{array}\right.$$

Nên số giao điểm là 3 và ta có đáp án C.

Câu 30. Cho hai hàm số $y = x^2 - 2x$ và $y = \frac{2x^2 - 7x + 6}{x - 2}$. Tổng tung độ các giao điểm của hai đồ thị hàm số đã cho bằng:

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm $x^2 - 2x = \frac{2x^2 - 7x + 6}{x - 2}(x \neq 2)$.

$\Leftrightarrow (x-1)(x-3) = 0 \Leftrightarrow x = 1 \vee x = 2 \vee x = 3$ suy ra các tung độ giao điểm là $y = -1 \vee y = 0 \vee y = 3$.

Câu 31. Tìm tọa độ giao điểm M của đồ thị $(C): y = \frac{2x+1}{x-1}$ và đường thẳng $d: y = 3$.

A. $M(4;3)$. **B.** $M(3;4)$. **C.** $M(-4;3)$. **D.** $M(3;-4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

PTHĐGĐ: $\frac{2x+1}{x-1} = 3 \ (x \neq 1) \Leftrightarrow x = 4$. Vậy giao điểm là $M(4;3)$.

Câu 32. Với điều kiện $\begin{cases} ac(b^2 - 4ac) > 0 \\ ab < 0 \end{cases}$ thì đồ thị hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ cắt trục hoành tại mấy điểm?

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét: $ac\left(b^2-4ac\right)>0 \Leftrightarrow ab^2c-4\left(ac\right)^2>0$ vì $4\left(ac\right)^2>0 \Rightarrow ab^2c>4\left(ac\right)^2>0$ hay $a.c>0$.

Vì $ac\left(b^2-4ac\right)>0 \Rightarrow b^2-4ac>0$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm: $ax^4+bx^2+c=0$.

Đặt $x^2=t;\ \ (t\ge 0)$.Phương trình theo t : $at^2+bt+c=0$ (1).

Ta có: $\begin{cases}\Delta=b^2-4ac>0\\ t_1+t_2=\dfrac{-b}{a}>0\\ t_1.t_2=\dfrac{c}{a}>0\end{cases}$ $\Rightarrow$ Phương trình (2) hai nghiệm dương phân biệt.

$\Rightarrow ax^4+bx^2+c=0$ có bốn nghiệm phân biệt. Vậy đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt.

Câu 33. Đường thẳng $d: y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2-3x}{x-1}$ tại mấy điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x^2-3x}{x-1}=-x+m \Leftrightarrow 2x^2-\left(m+4\right)x+m=0$.

$\Delta=\left(m+4\right)^2-8m=m^2+16>0, \forall m$ suy ra có 2 nghiệm phân biệt.

Vậy d cắt hàm số tại 2 điểm.

Câu 34. Đường thẳng $\left(d\right): y=12x+m\left(m<0\right)$ là tiếp tuyến của đường cong $\left(C\right): \mathrm{y}=x^3+2$. Khi đó đường thẳng $\left(d\right)$ cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm A, B. Tính diện tích ΔOAB.

A. $\dfrac{49}{8}$. **B.** $\dfrac{49}{4}$. **C.** $\dfrac{49}{2}$. **D.** 49.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\left(d\right)$ là tiếp tuyến của đường cong $\left(C\right)$ nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases}12x+m=x^3+2\\ 3x^2=12\end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{cases}x=-2\\ m=18\end{cases}\left(L\right)\right. \ldots \left[\begin{cases}x=2\\ m=-14\end{cases}\right.$$

$\Rightarrow \left(d\right): y=12x-14 \Rightarrow A\left(\dfrac{7}{2};0\right), B\left(0;-14\right)$. Vậy $S_{\Delta OAB}=\dfrac{1}{2}OA.OB=\dfrac{49}{2}$.

Câu 35. Đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt trục hoành tại 2 điểm có hoành độ $x_1; x_2$. Khi đó x_1+x_2 bằng :

A. -2. **B.** -1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3-3x+2=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=1\\ x=-2\end{array}\right.$.

Khi đó $x_1+x_2=-1$.

Câu 36. Gọi A là giao điểm của đồ thị các hàm số $y=x^4-7x^2-6$ và $y=x^3-13x$ có hoành độ nhỏ nhất khi đó tung độ của A là.

A. 12. **B.** -12. **C.** -18. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của 2 đồ thị hàm số:

$x^4-7x^2-6=x^3-13x \Leftrightarrow x^4-x^3-7x^2+13x-6=0$.

$\Leftrightarrow (x-1)(x^3-7x+6)=0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-2)(x+3)=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=2 \\ x=-3=x_A \end{array}\right.$.

$y_A=x_A{}^3-13x_A=-27+39=12.$

Câu 37. Đồ thị các hàm số $y=\dfrac{4x+4}{x-1}$ và $y=x^2-1$ cắt nhau tại bao nhiêu điểm?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{4x+4}{x-1}=x^2-1 \ (x\neq 1)$

$\Leftrightarrow 4x+4=(x-1)(x^2-1) \Leftrightarrow x^3-x^2-5x-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Vậy đồ thị hai hàm số trên cắt nhau tại hai điểm phân biệt.

Câu 38. Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m: y=-x+m$. Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m là:

A. $m=2$. **B.** Không tồn tại m.

C. $m=1$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của d_m và (C):

$\dfrac{x-2}{x-1}=-x+m \Leftrightarrow x^2-mx+m-2=0 (*)$ (vì $x=1$ không phải là nghiệm).

Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt:

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

$\Leftrightarrow \Delta=m^2-4(m-2)=(m-2)^2+4>0, \forall m\in\mathbb{R}$.

Khi đó $A(x_1;-x_1+m)$, $B(x_2;-x_2+m)$.

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(-x_2+m+x_1-m)^2}=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_1x_2}$.

$=\sqrt{2}\sqrt{m^2-4m+8}=\sqrt{2}\sqrt{(m-2)^2+4}\geq 2\sqrt{2}$.

AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB=2\sqrt{2} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 39. Tìm số giao điểm n của đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ và đường thẳng $y=10$.

A. $n=0$. **B.** $n=2$. **C.** $n=4$. **D.** $n=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-8x^2+3=10 \Leftrightarrow x^4-8x^2-7=0 \Leftrightarrow x=\pm\sqrt{4+\sqrt{23}}$.

Vậy có 2 giao điểm.

Câu 40. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+2x^2-4x+1$ và đường thẳng $y=2$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm:

$x^3+2x^2-4x+1=2 \Leftrightarrow x^3+2x^2-4x-1=0$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+2x^2-4x-1$ ta có: $f'(x)=3x^2+4x-4$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x=\dfrac{2}{3} \end{array}\right.$.

Mà $f(-2).f\left(\dfrac{2}{3}\right)=7.\left(-\dfrac{67}{27}\right)<0$ suy ra đồ thị $f(x)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

Cách khác: Dùng Casio giải phương trình bậc ba, máy cho ra kết quả 3 nghiệm phân biệt.

Câu 41. Cho hàm số $y=(x-2)(x^2+4)$ có đồ thị (C). Mệnh đề nào dưới dây đúng?

A. (C) cắt trục hoành tại một điểm. **B.** (C) không cắt trục hoành.

C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành

$(x-2)(x^2+4)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-2=0 \\ x^2+4=0 \end{array}\right. \Rightarrow x=2$.

Do phương trình hoành độ giao điểm có một nghiệm nên đồ thị (C) cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 42. Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đường cong $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó, tìm tọa độ trung điểm I của MN.

A. $I(2;3)$. **B.** $I(1;3)$. **C.** $I(-2;-3)$. **D.** $I(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm : $\dfrac{2x+4}{x-1}=x+1$ $(x\neq 1)$.

$\Rightarrow x^2-1=2x+4 \Leftrightarrow x^2-2x-5=0$.

Theo định lí Vi-et, ta có : $x_1+x_2=1$.

Khi đó tọa độ trung điểm I của MN : $I\left(\dfrac{x_M+x_N}{2};\dfrac{y_M+y_N}{2}\right)$ hay $I(1;2)$.

Câu 43. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^4-2x^2-1$ với trục Ox là

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình $-x^4-2x^2-1=0 \Leftrightarrow x^2=-1$ (vô nghiệm).

Câu 44. Cho hàm số $y=x^4+2mx^2+m$. Tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số đã cho cắt

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

đường thẳng $y=-3$ tại bốn điểm phân biệt, trong đó có một điểm có hoành độ lớn hơn 2 còn ba điểm kia có hoành độ nhỏ hơn 1, là khoảng $(a;b)$. Khi đó, $15ab$ nhận giá trị nào sau đây?

A. -95. **B.** -63. **C.** 63. **D.** 95.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4+2mx^2+m=-3$. Đặt $x^2=t$, $t\ge 0$. Khi đó phương trình trở thành $t^2+2mt+m+3=0\ (1)$ và đặt $f(t)=t^2+2mt+m+3$.

Để đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=-3$ tại 4 điểm phân biệt thì phương trình (1) có hai nghiệm thỏa mãn $0<t_1<t_2$ và khi đó hoành độ bốn giao điểm là $-\sqrt{t_2}<-\sqrt{t_1}<\sqrt{t_1}<\sqrt{t_2}$.

Do đó, từ điều kiện của bài toán suy ra $\begin{cases}\sqrt{t_2}>2\\ \sqrt{t_1}<1\end{cases}$ hay $0<t_1<1<4<t_2$.

Điều này xảy ra khi và chỉ khi $\begin{cases}f(0)>0\\ f(1)<0\\ f(4)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+3>0\\ 3m+4<0\\ 9m+19<0\end{cases}\Leftrightarrow -3<m<-\dfrac{19}{9}$.

Vậy $a=-3$, $b=-\dfrac{19}{9}$ nên $15ab=95$.

Câu 45. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với k là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^5(x)=0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt ?

A. 363. **B.** 122. **C.** 120. **D.** 365.

Hướng dẫn giải

Chọn B

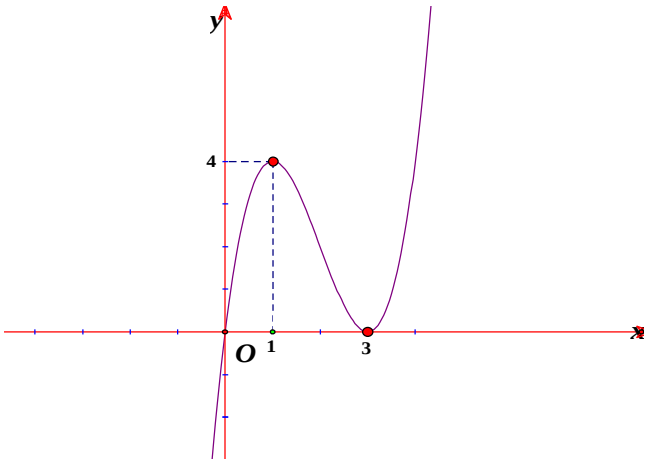
Nhận xét:

+ Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ như sau:

$f'(x)=3x^2-12x+9=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow f(1)=4\\ x=3\Rightarrow f(3)=0\end{array}\right.$. Lại có $\begin{cases}f(0)=0\\ f(4)=4\end{cases}$.

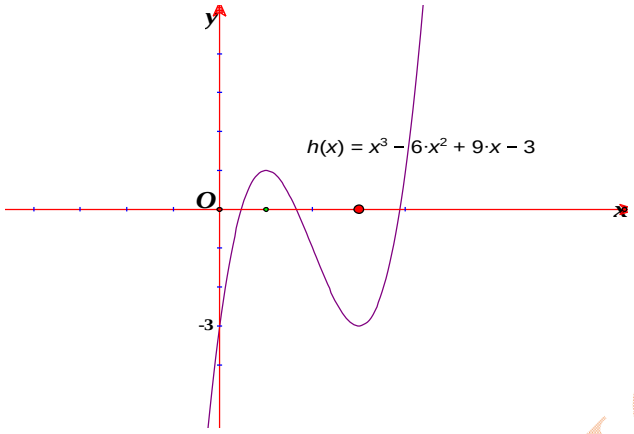
- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn đi qua gốc tọa độ.

- Đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ luôn tiếp xúc với trục Ox tại điểm $(3;0)$.



+ Xét hàm số $g(x)=f(x)-3$ có $g'(x)=f'(x)$ nên $g(x)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ và $g(0)=-3$ nên bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới 3 đơn vị ta

được đồ thị hàm số $y=g(x)$. Suy ra phương trình $g(x)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.



+ Tổng quát: xét hàm số $h(x)=f(x)-a$, với $0<a<4$.

Lập luận tương tự như trên:

- $h(0)=-a<0$ và $h(1)>0$; $h(4)<4$.

- Tịnh tiến đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ xuống dưới a đơn vị ta được đồ thị hàm số $y=h(x)$. Suy ra phương trình $h(x)=0$ luôn có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$.

Khi đó,

+ Ta có $f(x)=x^3-6x^2+9x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=3\end{array}\right.$.

+ $f^2(x)=f(f(x))=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f(x)=0\\f(x)=3\end{array}\right.$. Theo trên, phương trình $f(x)=3$ có có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Nên phương trình $f^2(x)=0$ có $3+2$ nghiệm phân biệt.

+ $f^3(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^2(x)=0\\f^2(x)=3\end{array}\right.$.

$f^2(x)=0$ có $3+2$ nghiệm.

$f^2(x)=f(f(x))=3$ có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f(x)=a$, với $a\in(0;4)$ lại có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^2(x)=3$ có tất cả 9 nghiệm phân biệt.

Suy ra phương trình $f^3(x)=0$ có 3^2+3+2 nghiệm phân biệt.

+ $f^4(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f^3(x)=0\\f^3(x)=3\end{array}\right.$.

$f^3(x)=0$ có $9+3+2$ nghiệm.

$f^3(x)=f(f^2(x))=3$ có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^2(x)=b$, với $b\in(0;4)$ lại có 9 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^3(x)=3$ có tất cả 9.3 nghiệm phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

+ $f^5(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^4(x)=0 \\ f^4(x)=3 \end{array}\right.$.

$f^4(x)=0$ có $3^3+9+3+2$ nghiệm.

$f^4(x)=f\left(f^3(x)\right)=3$ có ba nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Mỗi phương trình $f^3(x)=c$, với $c\in(0;4)$ lại có 27 nghiệm dương phân biệt thuộc khoảng $(0;4)$. Do đó phương trình $f^4(x)=3$ có tất cả 27.3 nghiệm phân biệt.

Vậy $f^5(x)$ có $3^4+3^3+3^2+3+2=122$ nghiệm.

Câu 46. Tọa độ giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ là:

A. $(-1;3)$. **B.** $(1;-1)$. **C.** $(3;-1)$. **D.** $(1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm.

$x^3-2x^2+x-1=1-2x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0 \Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-x+2\right)=0 \Leftrightarrow x=1.$

Do đó 2 hàm số có giao điểm là $(1;-1)$.

Câu 47. Tọa độ giao điểm của $(C): y=\dfrac{x-1}{2x+1}$ và $(d): y=-x+1$ là

A. $(-1;0),(1;2)$. **B.** $(1;-2)$. **C.** $(1;1),(-1;2)$. **D.** $(1;0),(-1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\begin{cases} x-1=(2x+1)(-x+1) \\ x\neq -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2x^2+2=0 \\ x\neq -\dfrac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1\Rightarrow(-1;2) \\ x=1\Rightarrow(1;0) \end{array}\right.$$

Câu 48. Tìm giao điểm của đồ thị $(C): y=\dfrac{4x}{x+1}$ và đường thẳng $\Delta: y=x+1$.

A. $(1;3)$. **B.** $(2;3)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và Δ: $\dfrac{4x}{x+1}=x+1 \Leftrightarrow \begin{cases} x\neq -1 \\ x^2-2x+1=0 \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$

Vậy toạ độ giao điểm là $(1;2)$.

Câu 49. Đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-1$ cắt đường thẳng $y=-1$. Tại các giao điểm có tọa độ là.

A. $(0;-1),(1;-1),(-1;-1)$. **B.** $(0;-1),(-1;-1)$.

C. $(0;-1),(1;1)$. **D.** $(1;-1);(-1;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $x^4-x^2-1=-1 \Leftrightarrow x=0; x=\pm 1$.

Câu 50. Đường thẳng $y=x-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại các điểm có tọa độ là:

A. $(-1;0)$, $(2;1)$. **B.** $(0;2)$. **C.** $(1;2)$. **D.** $(0;-1)$, $(2;1)$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x-1=\dfrac{2x-1}{x+1}\ (x\neq -1)$.

$\Leftrightarrow x^2-2x=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0\Rightarrow y=-1 \\ x=2\Rightarrow y=1 \end{array}\right.$.

Vậy toạ độ giao điểm là $(0;-1)$ và $(2;1)$.

DẠNG 2: ĐẾM SỐ NGHIỆM PT CỤ THỂ (CHO ĐỒ THỊ, BBT)

Câu 51. Cho bảng biến thiên sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Cho các hàm số:

1) $y=x^4-2x^2-3$. 2) $y=x^2-2|x|-3$. 3) $y=-x^4+2x^2-3$. 4) $y=|x^2-1|-4$.

Số hàm số có bảng biến thiên trên là

A. 3. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

❍ Hàm số $y=x^2-2|x|-3$ không có đạo hàm tại $x=0$ vì $y'(0^-)=2$ còn $y'(0^+)=-2$

❍ Hàm số $y=|x^2-1|-4$ không có đạo hàm tại $x=\pm 1$ vì $\lim\limits_{x\to 1^+}y=-4$ còn $\lim\limits_{x\to 1^-}y=-3$

❍ Hàm số $y=-x^4+2x^2-3$ có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=-\infty$

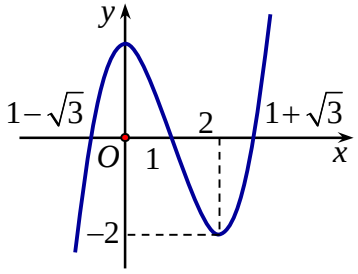
❍ Hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có $\lim\limits_{x\to\pm\infty}y=+\infty$ và $y'=4x(x-1)(x+1)$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$

Nên có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$	-3	$\searrow$	-4	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy chỉ có hàm số $y=x^4-2x^2-3$ có bảng biến thiên phù hợp với bảng biến thiên đã cho.

Câu 52. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



Hỏi phương trình $(x^3-3x^2+2)^3-3(x^3-3x^2+2)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt?

A. 6. **B.** 5. **C.** 7. **D.** 9.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn C

Xét phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0\ \ (1)$

Đặt $t=x^3-3x^2+2$ (*) thì (1) trở thành $t^3-3t^2+2=0\ \ (2)$

Theo đồ thị ta có (2) có ba nghiệm phân biệt $\left[\begin{array}{l} t=1 \\ t=1-\sqrt{3} \\ t=1+\sqrt{3} \end{array}\right.$

Từ đồ thị hàm số ta có

+ $t=1\in(-2;2)$ (*) có ba nghiệm phân biệt

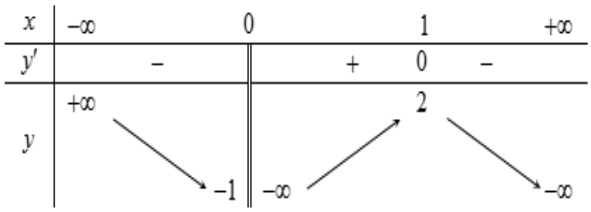
+ $t=1-\sqrt{3}\in(-2;2)$ nên (*) có ba nghiệm phân biệt (khác ba nghiệm khi $t=1$)

+ $t=1+\sqrt{3}>2$ nên (*) có đúng một nghiệm

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm phân biệt

Nhận xét: Với mỗi giá trị t, học sinh có thể sử dụng máy tính bỏ túi để thử nghiệm

Câu 53. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau. Tìm khẳng định sai.



.

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0,1)$.

B. Phương trình $f(x)=m$ có đúng 2 nghiệm thực khi $m<2$.

C. Hàm số đạt một cực đại tại $x=1$.

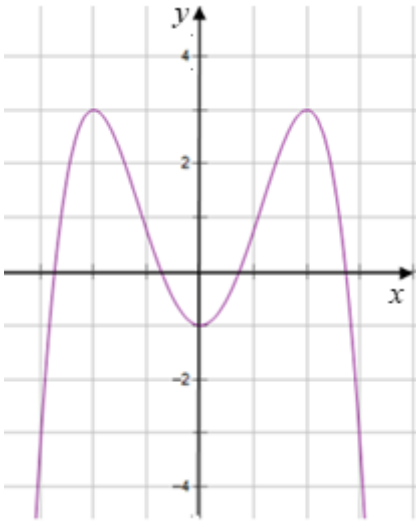
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nếu $-1<m<2$ thì phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

Câu 54. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình sau:



Số nghiệm của phương trình $\dfrac{1-f(x)}{1+f(x)}=2$ là:

A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

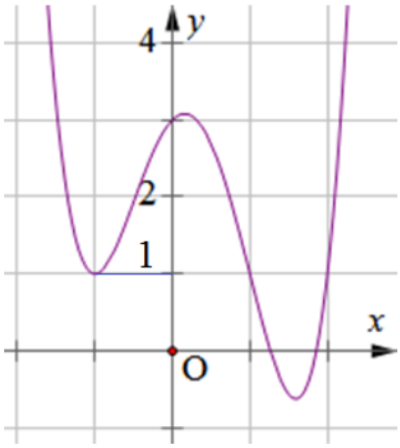
Chọn B

Ta có $\frac{1-f(x)}{1+f(x)}=2\Rightarrow 1-f(x)=2+2f(x)\Leftrightarrow f(x)=-\frac{1}{3}$

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=-\frac{1}{3}$ tại bốn điểm phân biệt.

Vậy phương trình đã cho có bốn nghiệm.

Câu 55. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong hình dưới. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm ?



A. 2. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 3.

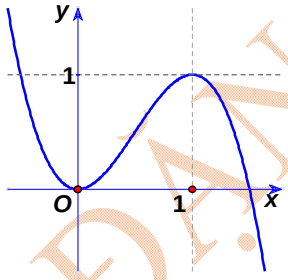
Hướng dẫn giải

Chọn D

Số nghiệm phương trình $f(x)=1$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $f(x)=1$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 56. Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Tìm số nghiệm của phương trình $f(x)=x$.

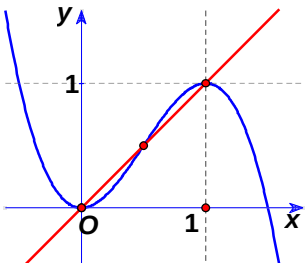


A. 2 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 1

Hướng dẫn giải

Chọn B

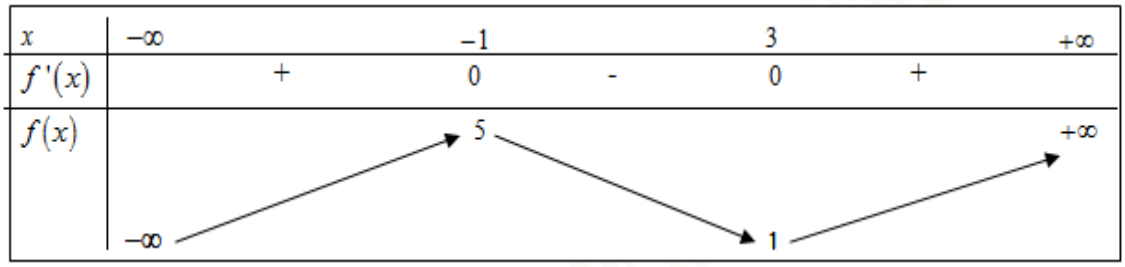
Số nghiệm của phương trình $f(x)=x$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=x$.



Dựa và hình vẽ suy ra phương trình $f(x)=x$ có 3 nghiệm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 57. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:



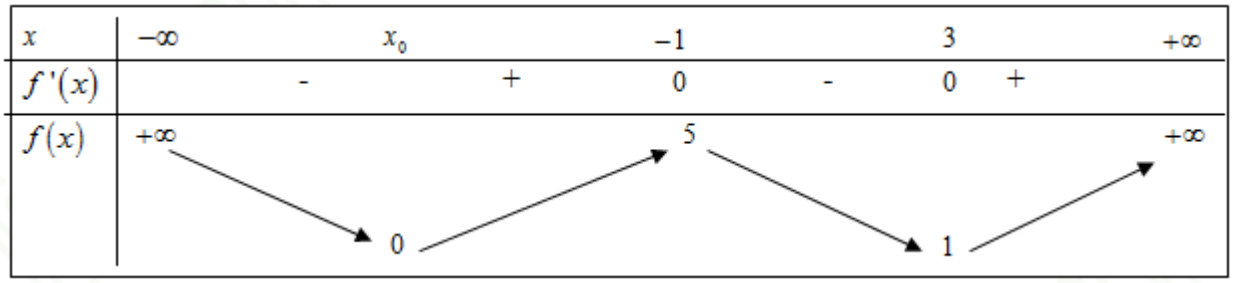
Số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là

A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

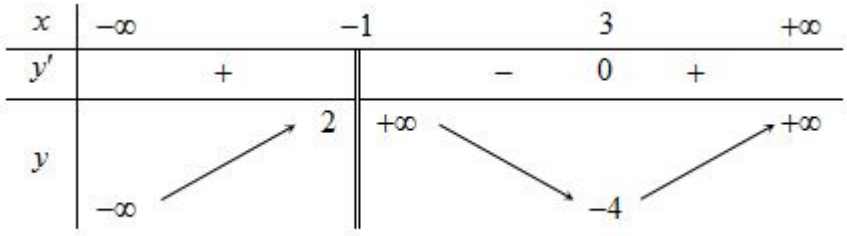
Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:



Gọi x_0 là giá trị thỏa mãn $f(x_0)=0$.

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ ta đưa ra kết luận về số nghiệm của phương trình $|f(x)|-2=0$ là 4 nghiệm.

Câu 58. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình sau



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt

A. $(-4;2)$. **B.** $[-4;2)$. **C.** $(-4;2]$. **D.** $(-\infty;2]$.

Hướng dẫn giải.

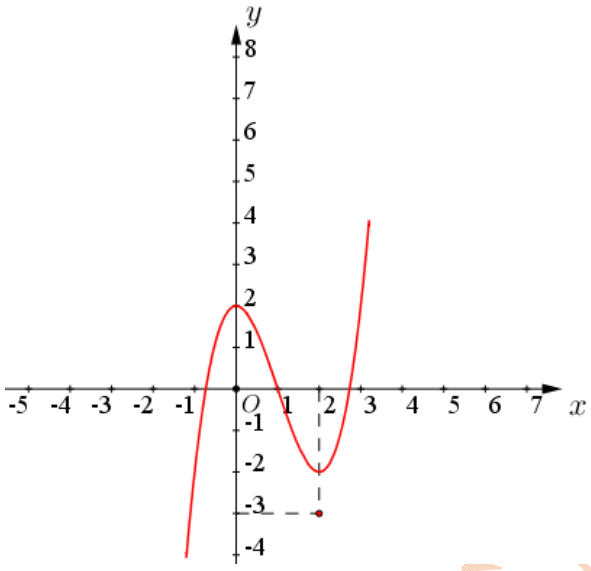
Chọn A

Số nghiệm phương trình $f(x)=m$ là số giao điểm của hai đường $y=f(x)$ và $y=m$: là đường thẳng song song với trục Ox cắt Oy tại điểm có tung độ m.

Phương trình có 3 nghiệm thực phân biệt khi đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên có $m\in(-4;2)$.

Câu 59. Hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên dưới



Phương trình $\left(x^3 - 3x^2 + 2\right)^3 - 3\left(x^3 - 3x^2 + 2\right) + 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?

A. 9. **B.** 6. **C.** 5. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi a, 1, b với $-1 < a < 0$ và $2 < b < 3$ là hoành độ của ba giao điểm của đồ thị và trục Ox.

Ta có $\left(x^3 - 3x^2 + 2\right)^3 - 3\left(x^3 - 3x^2 + 2\right) + 2 = 0 (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x^3 - 3x^2 + 2 = a \\ x^3 - 3x^2 + 2 = 1 \\ x^3 - 3x^2 + 2 = b \end{array}\right.$.

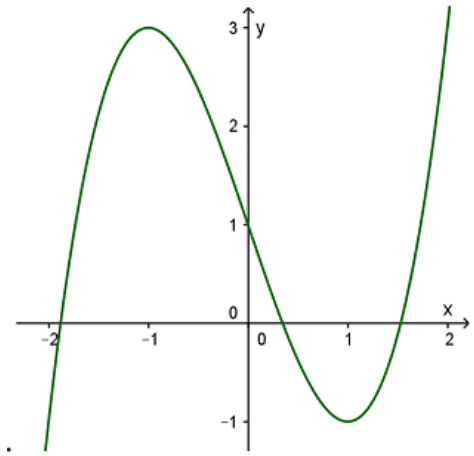
$x^3 - 3x^2 + 2 = a$ có ba nghiệm phân biệt.

$x^3 - 3x^2 + 2 = 1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

$x^3 - 3x^2 + 2 = b$ có một nghiệm thực.

Vậy phương trình (1) có 7 nghiệm.

Câu 60. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thi (C) như hình vẽ



Số nghiệm phân biệt của phương trình $f(x) = \dfrac{1}{2}$ là :

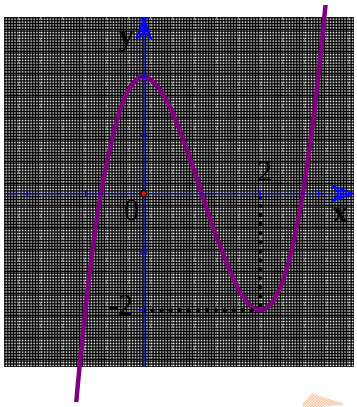
A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng $y=\frac{1}{2}$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=\frac{1}{2}$ luôn có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 61. Cho hàm số $f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.

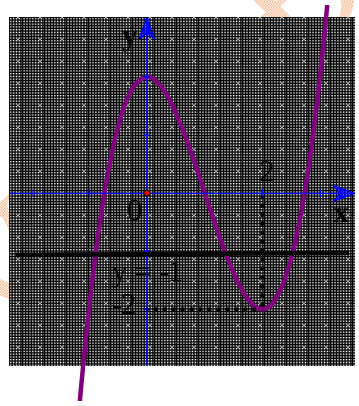


Số nghiệm của phương trình $f(x)+1=0$ là

A. 3. **B.** 0. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Ta có $f(x)+1=0\Leftrightarrow f(x)=-1$.

Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=-1$ cắt đồ thị hàm số $f(x)$ tại 3 điểm phân biệt nên phương trình đã cho có 3 nghiệm.

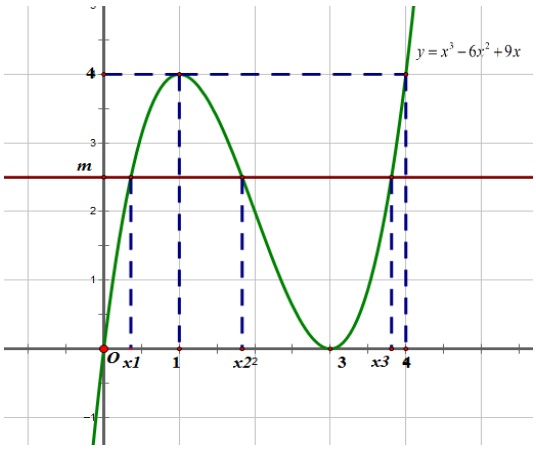
Câu 62. Cho hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$. Đặt $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với k là số tự nhiên lớn hơn 1. Tính số nghiệm của phương trình $f^5(x)=0$.

A. 120. **B.** 122. **C.** 363. **D.** 365.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có đồ thị hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ như sau:



*) Gọi a_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x)=0$;

Gọi b_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x)=3$;

*) $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=3 \end{array}\right. \Rightarrow a_1=2$.

$f(x)=3$ có ba nghiệm phân biệt là $x_1, x_2, x_3 \in (0;4)\setminus\{1;3\} \Rightarrow b_1=3$.

*) Với $k>1$, ta có: $f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^{k-1}(x)=0 \\ f^{k-1}(x)=3 \end{array}\right.$.

Suy ra: $a_k=a_{k-1}+b_k$

$f^k(x)=f\left(f^{k-1}(x)\right)=3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^{k-1}(x)=m_1 \\ f^{k-1}(x)=m_2 \\ f^{k-1}(x)=m_3 \end{array}\right.$ với $m_1, m_2, m_3 \in (0;4)\setminus\{1;3\}$.

Mỗi phương trình trên có ba nghiệm phân biệt thuộc khoảng $(0;4)\setminus\{1;3\}$.

Do đó: $b_k=3b_{k-1} \Rightarrow (b_k)$ là cấp số nhân có công bội là $q=3$, số hạng đầu $b_1=3$

$\Rightarrow b_k=3.3^{k-1}=3^k$.

Suy ra: $a_k=a_{k-1}+b_{k-1}$

$=a_{k-2}+b_{k-2}+b_{k-1}$

$=...$

$=a_1+b_1+b_2+...+b_{k-1}$

$=2+3+3^2+...+3^{k-1}$

$=2+3.\dfrac{3^{k-1}-1}{3-1}=\dfrac{3^k+1}{2}$.

Vậy $a_5=122$.

Câu 63. Cho các hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ liên tục trên mỗi khoảng xác định của chúng và có bảng biến thiên được cho như hình vẽ dưới đây

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$g'(x)$	$-$	$-$	
$g(x)$	0 ↘ $-\infty$		$+\infty$ ↘ 0

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0

Mệnh đề nào sau đây **sai**?

A. Phương trình $f(x)=g(x)$ không có nghiệm thuộc khoảng $(-\infty;0)$.

B. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có 2 nghiệm với mọi $m>0$.

C. Phương trình $f(x)+g(x)=m$ có nghiệm với mọi m.

D. Phương trình $f(x)=g(x)-1$ không có nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Trong khoảng $(-\infty;0)$, ta có $f(x)>0, g(x)<0$ nên phương trình $f(x)=g(x)$ vô nghiệm suy ra A đúng.

Đặt $h(x)=f(x)+g(x)\Rightarrow h'(x)=f'(x)+g'(x)<0, \forall x\neq 0$. Ta có bảng biến thiên như sau. Từ bảng biến thiên ta có B, C đúng.

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$h'(x)$		$-$		$-$	
$h(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$-\infty$ $\mid$ $+\infty$	$\searrow$	0

Xét trên khoảng $(0;+\infty)$, ta có bảng biến thiên

x	0		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	
$f(x)$	y_0	$\searrow$	0

x	0		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	
$g(x)-1$	$+\infty$	$\searrow$	-1

Suy ra phương trình $f(x)=g(x)-1$ có ít nhất một nghiệm.

Vậy D sai.

Câu 64. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Phương trình $\left|f(1-3x)+1\right|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 6 **B.** 5 **C.** 4 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $g(x)=f(1-3x)+1$.

Ta có $g'(x)=-3f'(1-3x)$ suy ra $g'(x)=0 \Leftrightarrow f'(1-3x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}1-3x=-1\\1-3x=3\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=\frac{2}{3}\\x=-\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

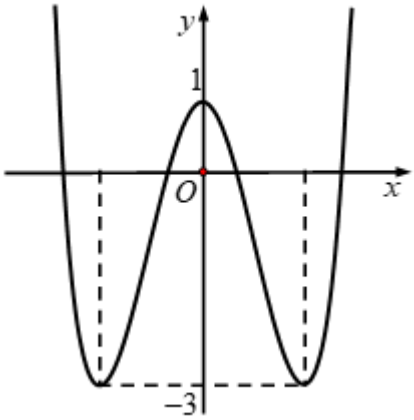
$g\left(\frac{2}{3}\right)=f(-1)+1=6$; $g\left(-\frac{2}{3}\right)=f(3)+1=-2$.

Suy ra bảng biến thiên của hàm số $g(x)$

x	$-\infty$		$-\frac{2}{3}$		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
$g'(x)$		-	0	+	0	-	
$g(x)$	$+\infty$	↘	-2	↗	6	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $\left|f(1-3x)+1\right|=3$ có 4 nghiệm.

Câu 65. Cho hàm số $y=f(x)=ax^4+bx^2+c$ có đồ thị như hình vẽ sau



Số nghiệm của phương trình $f(x)-1=0$ là

A. 4. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 1.

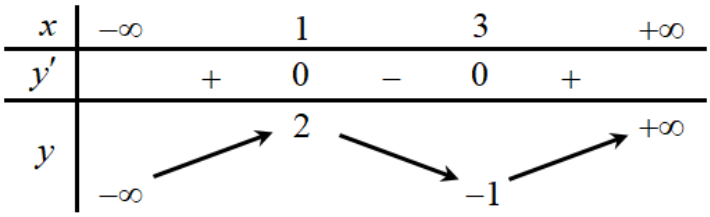
Hướng dẫn giải

Chọn C

* Ta có $f(x)-1=0 \Leftrightarrow f(x)=1$.

* Số nghiệm của phương trình đã cho bằng số giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng $y=1$. Từ đồ thị hàm số ta suy ra đồ thị hàm số cắt đường thẳng $y=1$ tại ba điểm nên phương trình đã cho có ba nghiệm.

Câu 66. Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình dưới:



Phương trình $f(x)=0$ có bao nhiêu nghiệm?

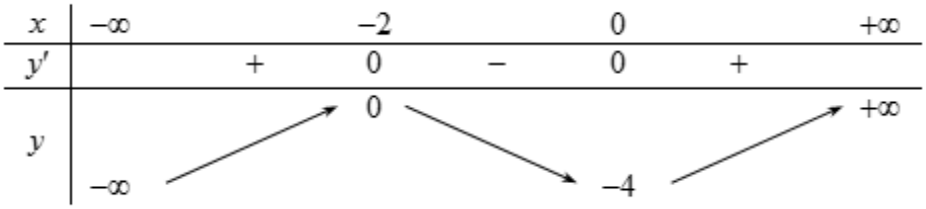
A. 1 **B.** 2 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm do đồ thị hàm số có hai điểm cực trị nằm về hai phía của trục hoành.

Câu 67. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $\mathbb{R}$. **B.** $[-3;1]$. **C.** $(-4;0)$. **D.** $(-3;1)$.

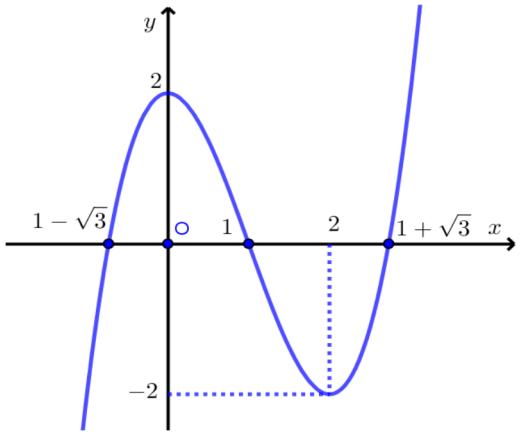
Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x)=m-1$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m-1$ và đồ thị hàm số $y=f(x)$.

Dựa vào bảng trên suy ra phương trình $f(x)=m-1$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-4<m-1<0 \Leftrightarrow -3<m<1$.

Câu 68. Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên.



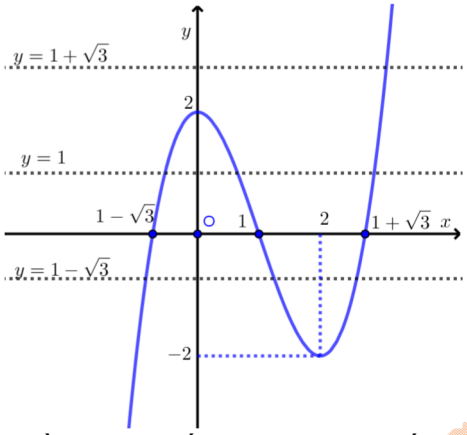
Hỏi phương trình $\left(x^3-3x^2+2\right)^3-3\left(x^3-3x^2+2\right)^2+2=0$ có bao nhiêu nghiệm thực dương phân biệt?

A. 5. **B.** 7. **C.** 1. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t = x^3 - 3x^2 + 2$, ta có phương trình $t^3 - 3t^2 + 2 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 1 \\ t = 1+\sqrt{3} \\ t = 1-\sqrt{3} \end{array}\right.$.



Với $t = 1 \Rightarrow f(x) = 1$. Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = 1$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ dương nên phương trình $t = 1$ có hai nghiệm x dương phân biệt.

Với $t = 1+\sqrt{3}$. Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = 1+\sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại một điểm và là điểm có hoành độ dương nên phương trình $t = 1+\sqrt{3}$ có một nghiệm x dương.

Với $t = 1-\sqrt{3}$. Quan sát đồ thị hàm số $y = f(x)$, ta thấy đường thẳng $y = 1-\sqrt{3}$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt trong đó có hai điểm có hoành độ dương nên phương trình $t = 1-\sqrt{3}$ có hai nghiệm x dương phân biệt.

Vậy phương trình bài ra có 5 nghiệm phân biệt dương.

Câu 69. Cho hàm số $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$. Đặt $f^k(x) = f\left(f^{k-1}(x)\right)$ với k là số nguyên lớn hơn 1. Hỏi phương trình $f^6(x) = 0$ có tất cả bao nhiêu nghiệm phân biệt.

A. 1092. **B.** 363. **C.** 365. **D.** 1094.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách 1.

Giả sử: a_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x) = 0$

b_k là số nghiệm của phương trình $f^k(x) = 3$

Với mọi $c \in (0;4)$, ta có: $f(x) = c$ có đúng 3 nghiệm thuộc $(0;4) \Rightarrow b_k = 3b_{k-1} \Rightarrow b_n = 3^n$ $(b_1 = 3)$

Ta có: $f(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 3 \end{array}\right. \Rightarrow f^k(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f^{k-1}(x) = 0 \\ f^{k-1}(x) = 3 \end{array}\right.$

$\Rightarrow a_k = a_{k-1} + b_{k-1} = a_1 + b_1 + b_2 + ... + b_{k-1} = \dfrac{3^k + 1}{2}$

Khi đó: phương trình $f^6(x) = 0$ có số nghiệm là $a_6 = \dfrac{3^6 + 1}{2} = 365$

Cách 2.

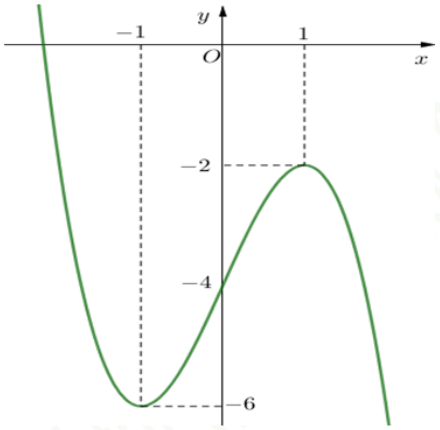
$$f^6(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f^5(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f^4(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f^3(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f^2(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} f(x)=0\\ f(x)=3\end{array}\right.\\ f^2(x)=3\end{array}\right.\\ f^3(x)=3\end{array}\right.\\ f^4(x)=3\end{array}\right.\\ f^5(x)=3\end{array}\right.$$

Số nghiệm của phương trình $f^6(x)=0$ bằng tổng số nghiệm của các phương trình $f(x)=0, f(x)=3, f^2(x)=3,..., f^6(x)=3$

Mặt khác số nghiệm của phương trình $f^k(x)=3$ gấp 3 lần số nghiệm của $f^{k-1}(x)=3$

Vậy số nghiệm của phương trình $f^6(x)=0$ là $2+3+3^2+3^3+3^4+3^5=365$

Câu 70. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $f(x)=-3$ có số nghiệm là



A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị, đường thẳng $y=-3$ cắt đồ thị tại 3 điểm nên phương trình $f(x)=-3$ có 3 nghiệm phân biệt.

Câu 71. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	

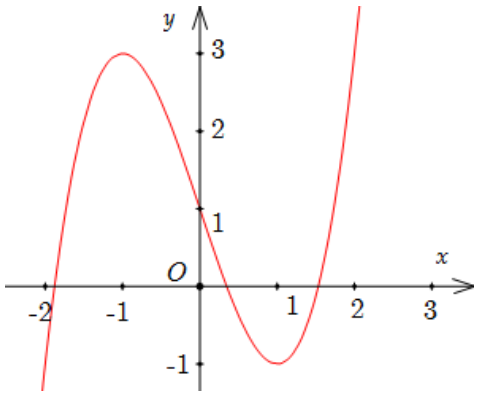
Tìm số nghiệm của phương trình $2|f(x)|-1=0$.

A. 6. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

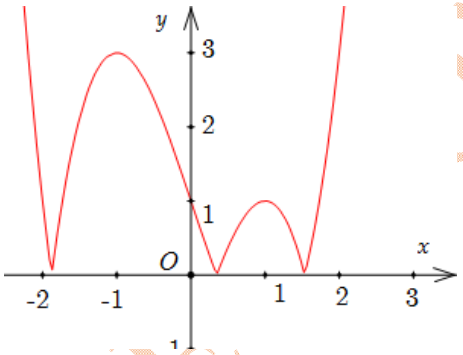
Chọn A

Từ bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số như sau



Số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-1=0$ là sô giao điểm của đường thẳng $y=\dfrac{1}{2}$ và đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.

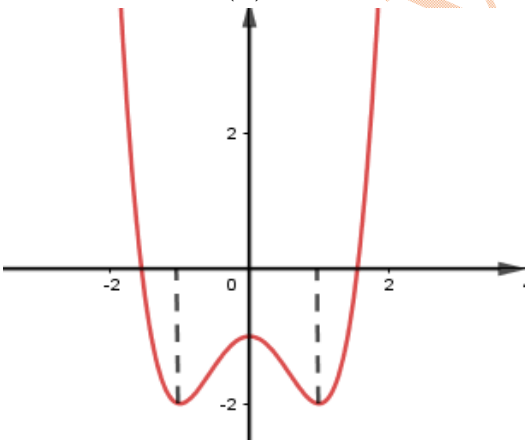
Ta có đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$.



Nhìn vào đồ thị ta thấy phương trình đã cho có 6 nghiệm.

Chú ý: (đồ thị hàm số chỉ cần xác định một cách thương đối thông qua giá trị cực đại, cực tiểu).

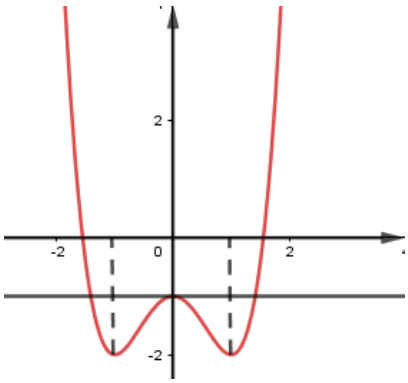
Câu 72. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Số nghiệm của phương trình $f\left(x\right)+1=0$ là



A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Giả sử hàm số $y=f(x)$ có đồ thị (C).

Ta có: $f(x)+1=0 \Leftrightarrow f(x)=-1$ là phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng $d: y=-1$. Do đó số nghiệm của phương trình chính là số giao điểm của (C) và (d).

Dựa vào đồ thị hai hàm số ta có (C) và (d) có 3 điểm chung nên phương trình có 3 nghiệm.

Câu 73. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m>4$. **B.** $m<-2$. **C.** $-2<m<4$. **D.** $-2\le m\le 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có số nghiệm của phương trình $f(x)=m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$.

Do đó, dựa vào bảng biến thiên ta thấy, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $-2<m<4$.

Câu 74. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

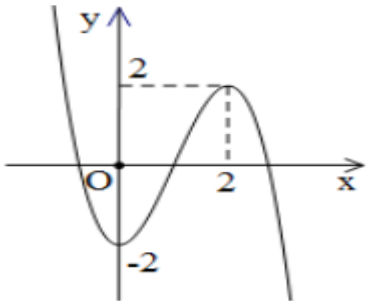
Chọn D

Ta có $f^2(x)-4=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=2 \\ f(x)=-2 \end{array}\right.$.

Dựa vào BBT, phương trình $f(x)=2$ có 3 nghiệm phân biệt, phương trình $f(x)=-2$ có 2 nghiệm phân biệt (khác 3 nghiệm trên).

Vậy số nghiệm của phương trình $f^2(x)-4=0$ là 5.

Câu 75. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trong hình bên. Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.



A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

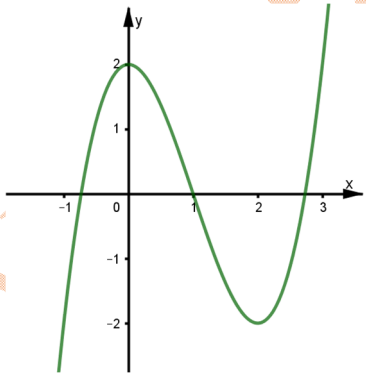
Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng $y=1$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm trong đó có đúng một điểm có hoành độ lớn hơn 2.

Vậy phương trình $f(x)=1$ có đúng 1 nghiệm thực phân biệt lớn hơn 2.

Câu 76. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình v



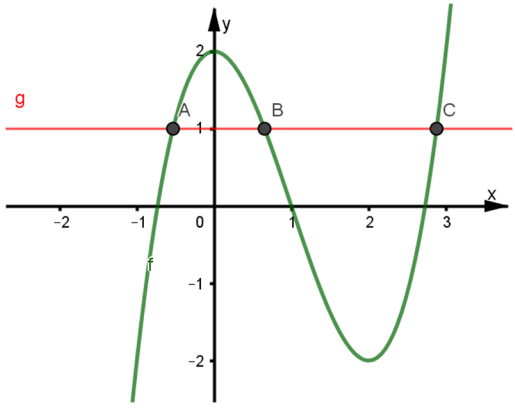
Gọi m là số nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m=7$. **B.** $m=5$. **C.** $m=9$. **D.** $m=6$.

Hướng dẫn giải

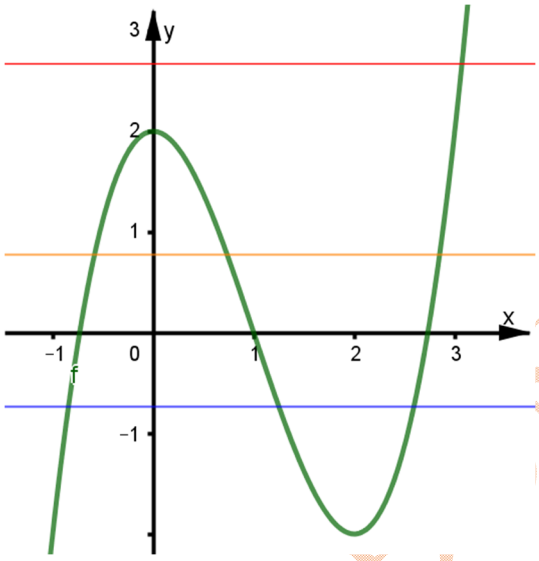
Chọn A

Đặt $f(x)=u$ khi đó nghiệm của phương trình $f(f(x))=1$ chính là hoành độ giao điểm của đồ thị $f(u)$ với đường thẳng $y=1$.



Dựa vào đồ thị ta có ba nghiệm $\left[\begin{array}{l} f(x)=u_1 \\ f(x)=u_2 \\ f(x)=u_3 \end{array}\right.$ với $u_1\in(-1;0)$, $u_2\in(0;1)$, $u_3\in\left(\frac{5}{2};3\right)$.

Tiếp tục xét số giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ với từng đường thẳng $y=u_1$, $y=u_2$, $y=u_3$.



Dựa vào đồ thị ta có được 7 giao điểm. Suy ra phương trình ban đầu $f(f(x))=1$ có 7 nghiệm.

Câu 77. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình bên. Số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	-3	↗	$+\infty$

A. 1. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=f(x)+3$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f(x)$ theo chiều dương trục tung 3 đơn vị.

Bảng biến thiên của đồ thị hàm số $y=f(x)+3$ là

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	5	↘	0	↗	$+\infty$

Vậy số nghiệm của phương trình $f(x)+3=0$ là 2.

Câu 78. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	0	↗	2	↘	0	↗	$+\infty$

Phương trình $f(x)=1$ có bao nhiêu nghiệm.

A. 4 **B.** 2 **C.** 5 **D.** 3

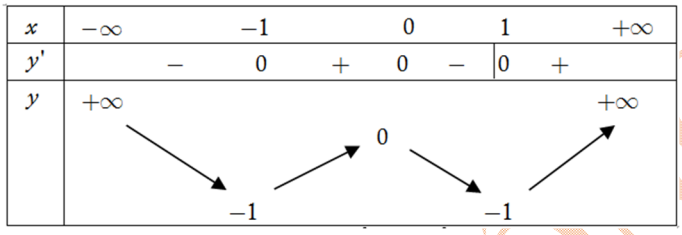
Hướng dẫn giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $f(x)=1$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=1$.

Từ bảng biến thiên suy ra đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt đường thẳng $y=1$ tại bốn điểm phân biệt nên phương trình $f(x)=1$ có bốn nghiệm.

Câu 79. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-1=m$ có đúng hai nghiệm.

A. $m=-2,\ m\geq -1$. **B.** $m>0,\ m=-1$. **C.** $m=-2,\ m>-1$. **D.** $-2<m<-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $f(x)-1=m \Leftrightarrow f(x)=m+1$.

Dựa vào bảng biến thiên, để phương trình có đúng hai nghiệm thì $\left[\begin{array}{l} m+1=-1 \\ m+1>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-2 \\ m>-1 \end{array}\right.$

Câu 80. Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình.

A. $f(x)+g(x)=0$. **B.** $f(x)-g(x)=0$. **C.** $f(x)=0$. **D.** $g(x)=0$.

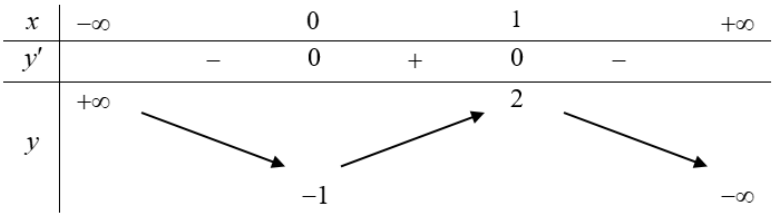
Hướng dẫn giải

Chọn B

Số giao điểm của hai đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=g(x)$ bằng số nghiệm của phương trình.

$f(x)=g(x) \Leftrightarrow f(x)-g(x)=0$.

Câu 81. Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Số nghiệm của phương trình $f(2-x)-1=0$ là

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=2-x$ thì phương trình $f(2-x)-1=0$ trở thành $f(t)=1$.

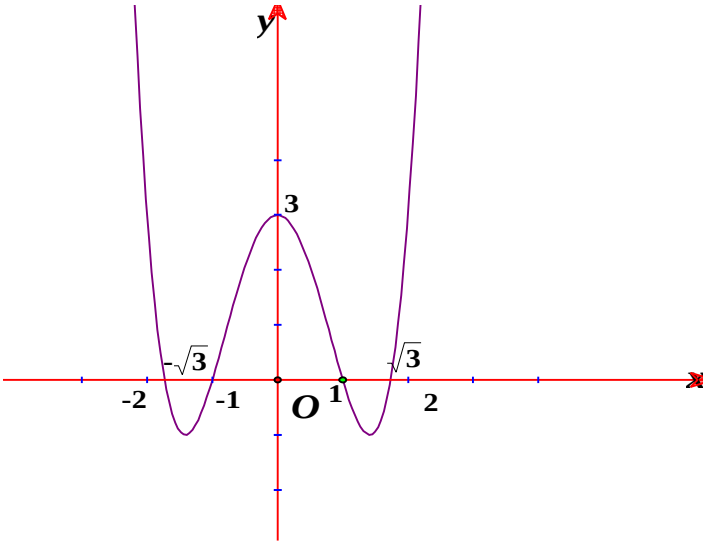
Dựa vào BBT ta thấy phương trình $f(t)=1$ có ba nghiệm phân biệt.

Mà mỗi giá trị của t cho duy nhất một giá trị của x $(x=2-t)$.

Vậy phương trình $f(2-x)-1=0$ cũng có ba nghiệm phân biệt. **B** là đáp án đúng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 82. Cho hàm số $f(x)=x^4-4x^2+3$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Hỏi phương trình $\left(x^4-4x^2+3\right)^4-4\left(x^4-4x^2+3\right)^2+3=0$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?



A. 0. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

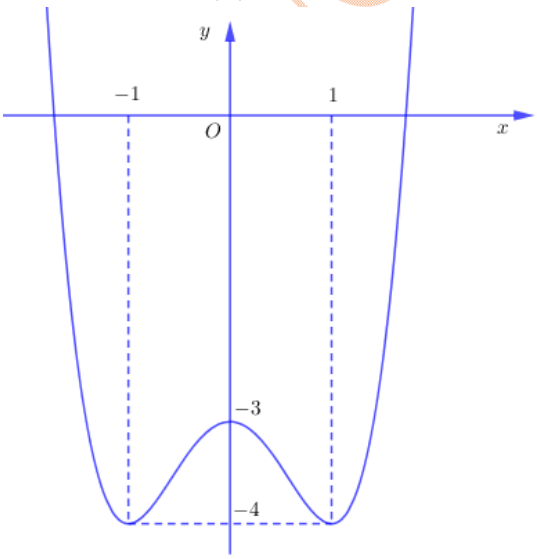
Đặt $t=x^4-2x^2+3$. Khi đó ta có phương trình $t^4-4t^2+3=0$ (2).

Nghiệm của phương trình (2) là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành

Dựa vào đồ thị ta thấy: phương trình có 4 nghiệm

$$\begin{bmatrix} t=-\sqrt{3} \\ t=-1 \\ t=1 \\ t=\sqrt{3} \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x^4-2x^2+3=-\sqrt{3} \\ x^4-2x^2+3=-1 \\ x^4-2x^2+3=1 \\ x^4-2x^2+3=\sqrt{3} \end{bmatrix}$$ (vô nghiệm).

Câu 83. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)+m-2018=0$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $\begin{bmatrix} m>2022 \\ m<2021 \end{bmatrix}$ **B.** $2021\le m\le 2022$ **C.** $2021<m<2022$ **D.** $\begin{bmatrix} m\ge 2022 \\ m\le 2021 \end{bmatrix}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

$f(x)+m-2018=0 \Leftrightarrow f(x)=2018-m\ (1)$

Số nghiệm của phương trình (1) là số giao điểm của đồ thị $(C): y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=2018-m$ (d vuông góc với Oy).

Để phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt thì d cắt (C) tại 4 điểm phân biệt

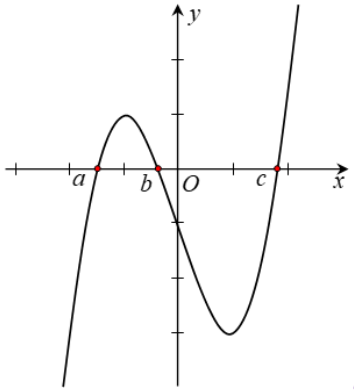
$-4<2018-m<-3 \Leftrightarrow 2021<m<2022$.

Câu 84. Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình bên. Biết $f(a)>0$, hỏi đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất bao nhiêu điểm?

A. 4 điểm. **B.** 2 điểm. **C.** 1 điểm. **D.** 3 điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Theo hình vẽ ta có : $\int_a^b f'(x)\mathrm{d}x=\left[f(x)\right]_a^b=f(b)-f(a)>0$.

Hay : $f(b)>f(a)>0$.

Tương tự : $f(c)<f(b)$.

Hàm số có $f'(a)=f'(b)=f'(c)=0$ hay hàm số có 3 điểm cực trị tại $x=a, x=b, x=c$.

Tóm lại, hàm số $f(x)$ phải thỏa mãn các điều kiện sau:

Hàm số có 3 điểm cực trị tại $x=a, x=b, x=c$ thỏa $a<b<c$.

$f(b)>f(a)>0$.

$f(c)<f(b)$.

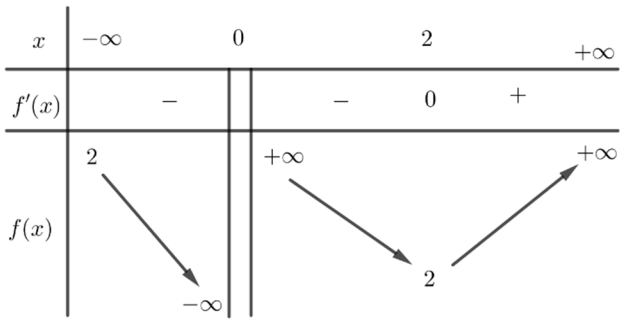
Là hàm số bậc bốn có hệ số $a>0$.

Từ đó, ta có thể lập được bảng biến thiên như sau :

x	$-\infty$		a		b		c		$+\infty$
y'		-	0	+	0	-	0	+	
y	$+\infty$	↘	$f(a)>0$	↗	$f(b)>0$	↘	$f(c)$	↗	$+\infty$

Vậy đồ thị hàm số $y=f(x)$ cắt trục hoành tại nhiều nhất 2 điểm.

Câu 85. Cho hàm 2018 $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình dưới



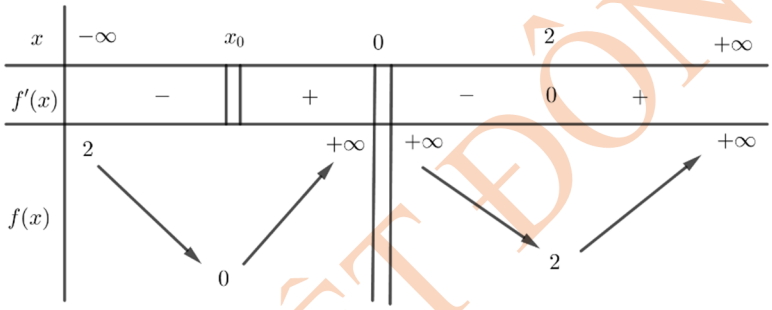
Hỏi phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=3$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 2 nghiệm. **B.** 3 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 1 nghiệm.

Hướng dẫn giải

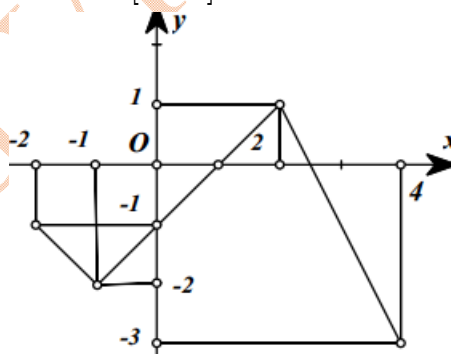
Chọn B

Ta có bảng biến thiên của hàm 2018 $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=3$ có 3 nghiệm.

Câu 86. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị trên đoạn $\left[-2;4\right]$ như hình vẽ dưới đây.



Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=2$ có tất cả bao nhiêu nghiệm thực thuộc đoạn $\left[-2;4\right]$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào đồ thị, ta có: $\left|f\left(x\right)\right|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=2\\f\left(x\right)=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\\x=\alpha\in\left(2;4\right)\\x=4\end{array}\right.$.

Vậy phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=2$ có tất cả là ba nghiệm thực thuộc đoạn $\left[-2;4\right]$.

Câu 87. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như hình vẽ:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	3	$\nearrow$	5	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm m để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m<-1$ hoặc $m>-\dfrac{1}{3}$. **B.** $-1<m<-\dfrac{1}{3}$.

C. $m=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m\le -1$.

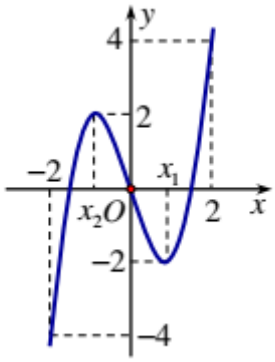
Hướng dẫn giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $f(x)=2-3m$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=2-3m$.

Để phương trình $f(x)=2-3m$ có bốn nghiệm phân biệt thì $3<2-3m<5\Leftrightarrow -1<m<-\dfrac{1}{3}$..

Câu 88. Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên đoạn $[-2;2]$, và có đồ thị là đường cong như trong hình vẽ bên.



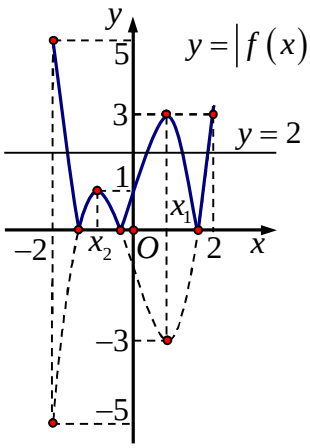
Hỏi phương trình $|f(x)-1|=2$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên đoạn $[-2;2]$.

A. 3. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

* Từ hàm số $y=f(x)$ ta suy ra đồ thị hàm số: $y=|f(x)-1|$.



* Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=2$ bằng số giao điểm của đồ thị hàm số: $y=\left|f\left(x\right)-1\right|$ và đường thẳng $y=2$.

* Dựa đồ thị ta có phương trình $\left|f\left(x\right)-1\right|=2$ có 4 nghiệm phân biệt trên đoạn $\left[-2;2\right]$.

Câu 89. Số giao điểm của đường cong $y=x^3-2x^2+x-1$ và đường thẳng $y=1-2x$ bằng.

A. 0. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoàn độ giao điểm $x^3-2x^2+x-1=1-2x \Leftrightarrow x^3-2x^2+3x-2=0 \Rightarrow x=1$.

Vậy phương trình có một nghiệm thực suy ra số giao điểm 1.

Câu 90. Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $f\left(\left|x\right|\right)=2018$ là

A. 0 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 4

Hướng dẫn giải

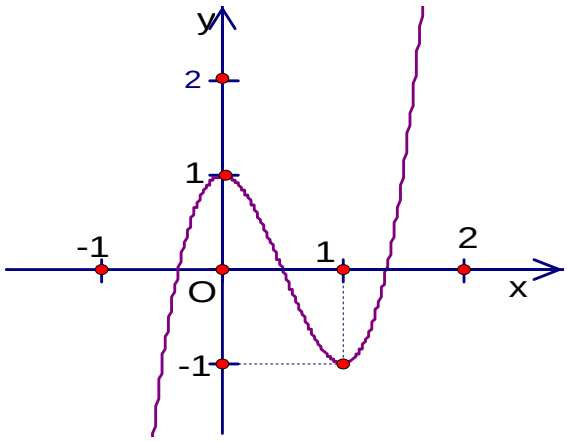
Chọn A

Từ bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$, ta có bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(\left|x\right|\right)$

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	5	$\searrow$	1	$\nearrow$	5	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $f\left(\left|x\right|\right)=2018$ vô nghiệm.

Câu 91. Cho hàm số $y=4x^3-6x^2+1$ có đồ thị là đường cong trong hình dưới đây. Khi đó phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$ có bao nhiêu nghiệm thực.



A. 9. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét phương trình $4\left(4x^3-6x^2+1\right)^3-6\left(4x^3-6x^2+1\right)^2+1=0$

Đặt $t=4x^3-6x^2+1$, ta có phương trình $4t^3-6t^2+1=0\ (*)$

Dựa vào đồ thị thì $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt với $-1<t_1<t_2<1$ và $1<t_3<2$.

Khi đó phương trình:

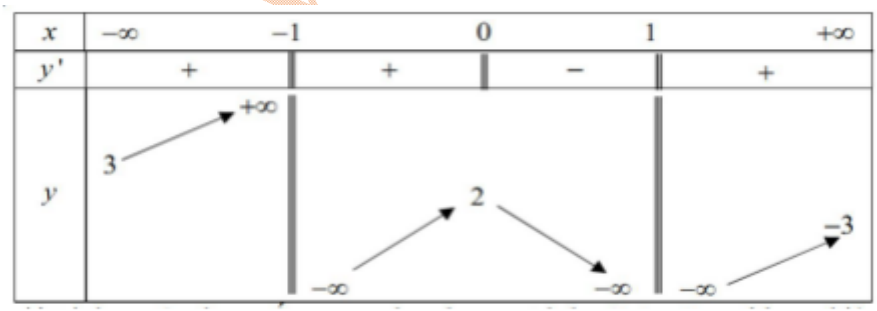
$4x^3-6x^2+1=t_1$ có ba nghiệm phân biệt.

$4x^3-6x^2+1=t_2$ có ba nghiệm phân biệt.

$4x^3-6x^2+1=t_3$ có duy nhất một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 7 nghiệm thực.

Câu 92. Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $R\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên từng khoảng xác định và có bảng biên thiên sau



Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $A=\sqrt{7}$. **D.** $-1<m<\dfrac{-2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biên thiên ta có $f(x)=3m$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 3m\le -3\Leftrightarrow x\le -1$

Câu 93. Hàm số nào dưới đây có đồ thị cắt trục hoành tại duy nhất một điểm?

A. $y=-x^3+3x^2-4x+2$. **B.** $y=-x^4-2x^2+3$.

C. $y=x^3-3x$. **D.** $y=x^4-2x^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm ta có.

+ $y=-x^4-2x^2+3$: $-x^4-2x^2+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=1\\x^2=-3\end{array}\right.\Leftrightarrow x=\pm 1.$

+ $y=-x^3+3x^2-4x+2$: $-x^3+3x^2-4x+2=0\Leftrightarrow(x-1)\left(-x^2+2x-2\right)=0\Leftrightarrow x=1.$

+ $y=x^3-3x$: $x^3-3x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{3}\end{array}\right.$.

+ $y=x^4-2x^2$: $x^4-2x^2=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x^2=0\\x^2=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\sqrt{2}\end{array}\right.$.

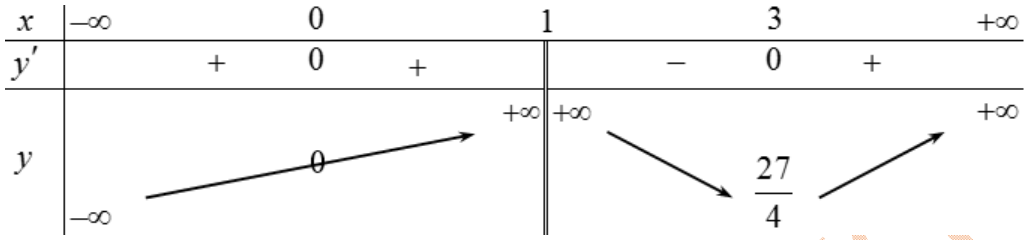
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM (KHÔNG CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 94: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^3-6x^2+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 34 **B.** 31. **C.** 32. **D.** 21.

Câu 95: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\frac{27}{4}$. **D.** $m>\frac{27}{4}$.

Câu 96: Xác định m để đường thẳng $y=mx-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2-x}{2+x}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m<-1$ hoặc $m>6$. **B.** $m<1$ hoặc $m>2$.
C. $m<0$ hoặc $m>2$. **D.** $m<-4$ hoặc $m>0$.

Câu 97: Cho hàm số $y=\frac{x^4}{2}-3x^2+\frac{5}{2}$, có đồ thị là (C) và điểm $M\in(C)$ có hoành độ $x_M=a$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác M.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

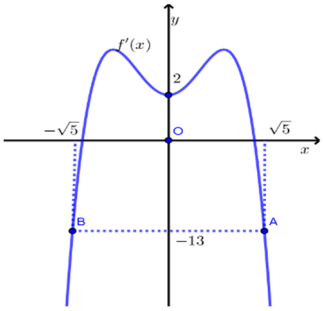
Câu 98: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d):y=m+1$ (m là tham số). Đường thẳng (d) cắt (C) tại 4 điểm phân biệt khi các giá trị của m là:

A. $1<m<2$. **B.** $-1<m<0$. **C.** $-5<m<-3$. **D.** $3<m<5$.

Câu 99: Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{4x-m^2}{x-1}$ tại đúng một điểm. Tìm tích các phần tử của S.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 20.

Câu 100: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là số thực. Để $g(x)\le 0$ $\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ thì điều kiện của m là

A. $m\ge\frac{2}{3}f(\sqrt{5})$. **B.** $m\le\frac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $m \le \frac{2}{3} f(0) - 2\sqrt{5}$. **D.** $m \ge \frac{2}{3} f\left(-\sqrt{5}\right) - 4\sqrt{5}$.

Câu 101: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

A. $m > \frac{1}{2}$. **B.** $m \le \frac{1}{2}$. **C.** $m > -\frac{1}{2}; m \ne 4$. **D.** $m > -\frac{1}{2}$.

Câu 102: Với giá trị nào của m thì đường cong $(C): y = x^3 + 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $(d): y = 5^m$ tại ba điểm phân biệt?

A. Không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

B. $0 < m < 5$.

C. $1 < m < 5$.

D. $0 < m < 1$.

Câu 103: Tìm tất cả giá trị thực của m để phương trình: $x^4 - 2x^2 = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $0 < m < 1$. **B.** $-2 < m < 2$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m < 1$.

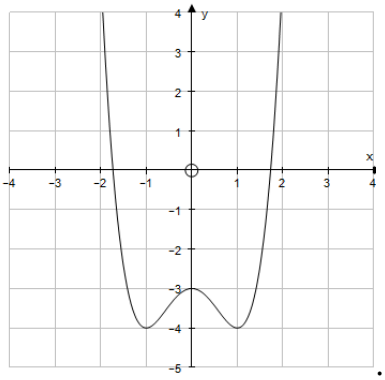
Câu 104: Tất cả giá trị của m sao cho phương trình $x^3 - 3x = 2m$ có ba nghiệm phân biệt là

A. $-1 < m < 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. **C.** $-2 < m < 2$. **D.** $m < 1$.

Câu 105: Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $-x^3 - 3x^2 + 2 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

A. $m \in (-2;1)$ **B.** $m \in [-2;2]$ **C.** $m \in (-2;2)$ **D.** $m \in \varnothing$

Câu 106: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in \{-4;-3\}$. **B.** $-4 < m < -3$. **C.** $-2 < m < 2$. **D.** $-4 \le m \le -3$.

Câu 107: Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 12x + m - 2 = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

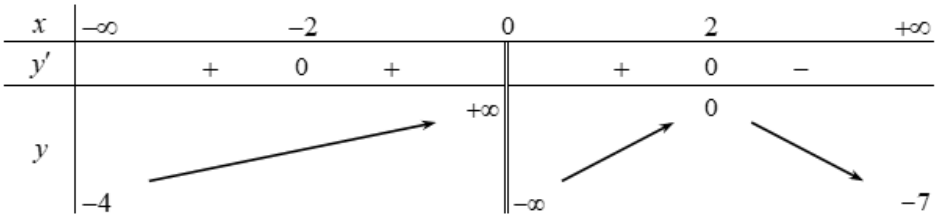
A. $-14 < m < 18$ **B.** $-4 < m < 4$ **C.** $-16 < m < 16$ **D.** $-18 < m < 14$

Câu 108: Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3 - 3x + 2m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m \in (-1;1)$. **B.** $m \in (-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$.

C. $m \in (-2;+\infty)$. **D.** $m \in (-2;2)$.

Câu 109: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $-4<m<0$. **B.** $-4<m\le 0$. **C.** $-7<m<0$. **D.** $-4\le m<0$.

Câu 110: Cho hàm số $y=x^4-3x^2-2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m=1$. **B.** $m=\dfrac{3}{2}$. **C.** $m=3$. **D.** $m=2$.

Câu 111: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y=x^4-2x^2+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm là

A. $-1\le m<0$. **B.** $0\le m<1$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m<1$.

Câu 112: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{2|x|-1}{|x|+2}=m$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $m\in(0;3)$. **B.** $m\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $m\in\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 113: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^3-3x+4\ge m\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}+1\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\ge 1$.

A. $m\in(-\infty;0]$. **B.** $m\in(-\infty;1]$. **C.** $m\in(-\infty;-1]$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

Câu 114: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x+m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Câu 115: Các giá trị m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-x^2+3$ tại 4 điểm phân biệt là:

A. $\dfrac{5}{2}<m<3$. **B.** $\dfrac{1}{2}<m<3$. **C.** $m>3$. **D.** $\dfrac{1}{2}<m<\dfrac{5}{2}$.

Câu 116: Cho hàm số $y=x^2+m\left(\sqrt{2018-x^2}+1\right)-2021$ với m là tham số thực. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng hai điểm phân biệt. Tính S.

A. 986. **B.** 984. **C.** 990. **D.** 960.

Câu 117: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{4-x}=\sqrt{-x^2+4x+m}$ có nghiệm thực.

A. $m\ge 5$. **B.** $4<m<5$. **C.** $4\le m\le 5$. **D.** $m\le 4$.

Câu 118: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $5x^2+12x+16=m(x+2)\sqrt{x^2+2}$ có hai nghiệm thực phân biệt thỏa mãn điều kiện $2017^{2x+\sqrt{x+1}}-2017^{2+\sqrt{x+1}}+2018x\le 2018$.

A. $m\in\left(2\sqrt{6};3\sqrt{3}\right]$. **B.** $m\in\left[2\sqrt{6};3\sqrt{3}\right]$.

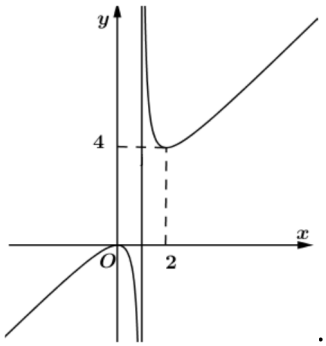
C. $m\in\left(3\sqrt{3};\dfrac{11}{3}\sqrt{3}\right)\cup\left\{2\sqrt{6}\right\}$. **D.** $m\in\left(2\sqrt{6};\dfrac{11}{3}\sqrt{3}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 119: Cho phương trình $2x^2-2(m+1)x+4-m=0$ với m là tham số thực. Biết rằng đoạn $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm thực thuộc đoạn $\left[0;\frac{3}{2}\right]$. Tính $a+b$.

A. $3+\sqrt{11}$. **B.** $2+\sqrt{11}$. **C.** $2+3\sqrt{11}$. **D.** $2-\sqrt{11}$.

Câu 120: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hỏi với giá trị thực nào của m thì đường thẳng $y=2m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.



A. $m=2$. **B.** $m=0$. **C.** $0<m<2$. **D.** $m<0 \vee m>2$.

Câu 121: Tìm tất cả các giá trị m nguyên để phương trình $x^4-2x^2+4-m=0$ có bốn nghiệm thực.

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m=1$.

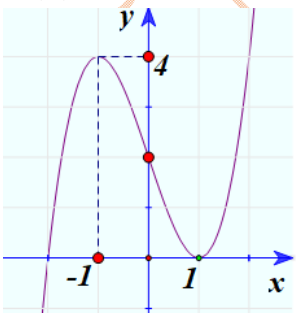
Câu 122: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc m. Giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

A. $m<\frac{15}{4}, m\neq 24$. **B.** $m>\frac{15}{4}, m\neq 24$. **C.** $m<\frac{15}{4}$. **D.** $m\geq\frac{15}{4}$.

Câu 123: Biết đường thẳng $d: y=2x+m$ (m là tham số thực) cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M và N. Giá trị của m sao cho độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất là

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Câu 124: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực m để phương trình $f(x)+1=m$ có ba nghiệm phân biệt.



A. $1<m<5$. **B.** $-1<m<4$. **C.** $0<m<4$. **D.** $0<m<5$.

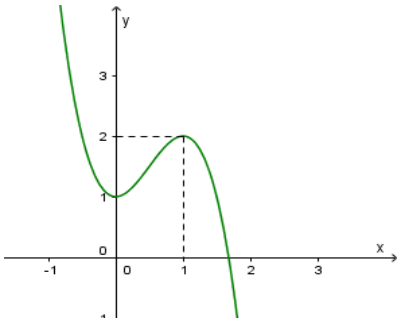
Câu 125: Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt[4]{x^2+1}-\sqrt{x}=m$ có nghiệm là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(0;1)$.

Câu 126: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2+3+2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt:

A. $3<m<4$. **B.** $\frac{-3}{2}<m<2$. **C.** $-2<m<\frac{-3}{2}$. **D.** $-2\leq m\leq\frac{-3}{2}$.

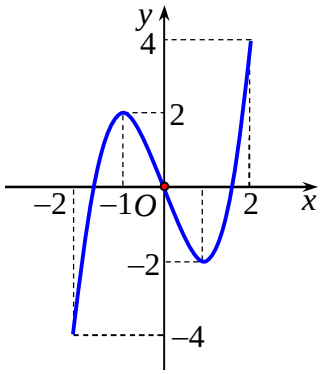
Câu 127: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2.\left|f(x-1)\right|-3=0$ là:

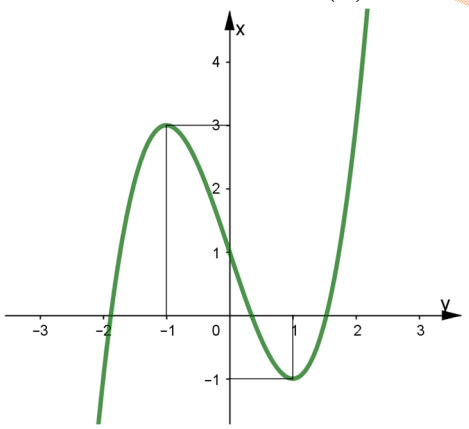
A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Câu 128: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt là:



A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in[-2;2]$. **C.** $m\in(-2;3)$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Câu 129: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)=\log_2 m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?



A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Câu 130: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3;20)$ và có hệ số góc là m. Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt:

A. $\begin{cases} m<\dfrac{15}{4} \\ m\neq 24 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m<\dfrac{1}{5} \\ m\neq 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m>\dfrac{15}{4} \\ m\neq 24 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m>\dfrac{1}{5} \\ m\neq 1 \end{cases}$.

Câu 131: Cho đồ thị $(C_m): y=x^3-12x+m-2$. Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt?

A. $-14<m<18$. **B.** $-18<m<14$. **C.** $-4<m<4$. **D.** $-16<m<16$.

VIỆT ĐÔNG

Câu 132: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$		$+$	
y	-2	$\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ $+\infty$	$-\infty$	$\nearrow$ 2	

Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in[-2;2]$. **B.** $m\in(2;+\infty)$. **C.** $m\in(-2;2)$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Câu 133: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S

A. $T=-10$. **B.** $T=12$. **C.** $T=10$. **D.** $T=-12$.

Câu 134: **Tất** cả các giá trị của m để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số (C) $y=x^4-8x^2+3$ tại 4 phân biệt là.

A. $-\frac{13}{4}<m<\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{13}{4}\le m\le\frac{3}{4}$. **C.** $-13<m<3$. **D.** $-13\le m\le 3$.

Câu 135: Phương trình $x^3+x(x+1)=m(x^2+1)^2$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

A. $-\frac{1}{4}\le m\le\frac{3}{4}$. **B.** $-1\le m\le\frac{14}{25}$. **C.** $m\le\frac{4}{3}$. **D.** $-6\le m\le\frac{3}{4}$.

Câu 136: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x+1=m\sqrt{2x^2+1}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m>\frac{\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $m<\frac{\sqrt{2}}{2}$.

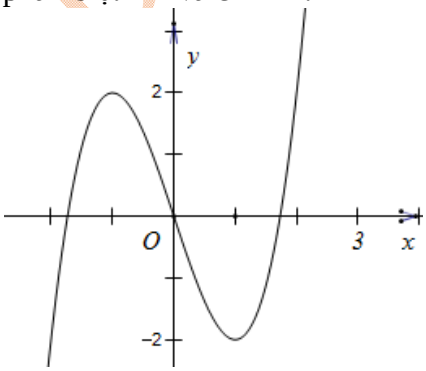
Câu 137: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^3+3m^2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m\in(-1;3)$. **B.** $m\in(-1;+\infty)$.

C. $m\in(-1;3)\setminus\{0,2\}$. **D.** $m=2$.

DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM (CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 138: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|x^3-3x|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:

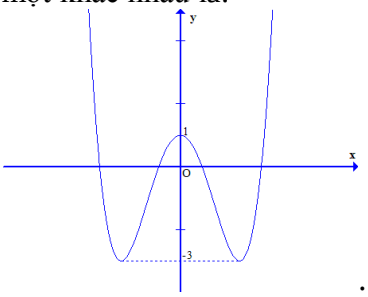


A. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$. **B.** $m>0$.

C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $-1<m<0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 139: Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:

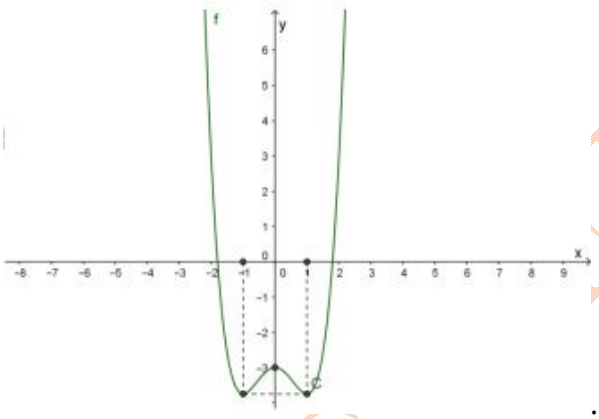


A. $1<m<3$. **B.** $m=0,\ m=3$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m=0$.

Câu 140: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|2x^4-4x^2+1|=m$ có 8 nghiệm phân biệt. Tìm S?

A. $S=(1;2)$ **B.** $S=(0;2)$ **C.** $S=(0;1)$ **D.** $S=(-1;1)$

Câu 141: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.

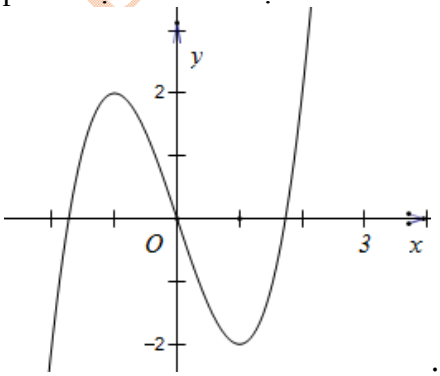


A. $-4<m<0$. **B.** $m>4; m=0$. **C.** $3<m<4$. **D.** $0<m<3$.

Câu 142: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\dfrac{-5}{2}$.

Câu 143: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|x^3-3x|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi m thuộc



A. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$. **B.** $-1<m<0$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $m>0$.

Câu 144: Số các giá trị của m để phương trình $x^4-2=m\left(1-|x|\right)$ có đúng 1 nghiệm là.

A. 3. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 0.

Câu 145: Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left|-2x^3-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{k}{2}-1\right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

A. $k\in\varnothing$. **B.** $k\in\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)$.

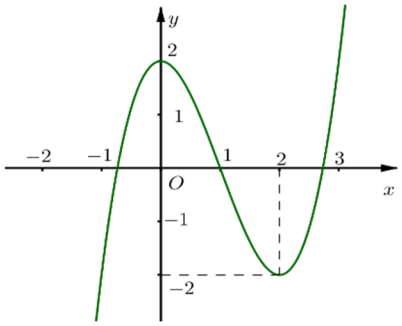
C. $k\in\left(\frac{19}{4};5\right)$. **D.** $k\in(-2;-1)\cup\left(1;\frac{19}{4}\right)$.

Câu 146: Biết đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là

A. $3<m<4$. **B.** $m>6$ hoặc $m<5$.

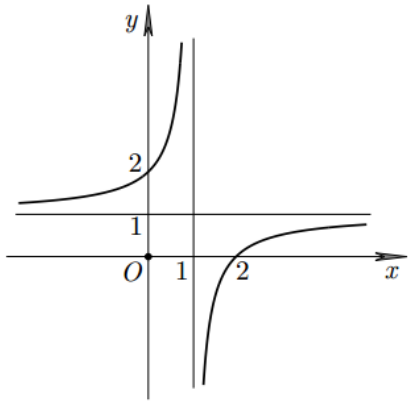
C. $4<m<5$. **D.** $5<m<6$.

Câu 147: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



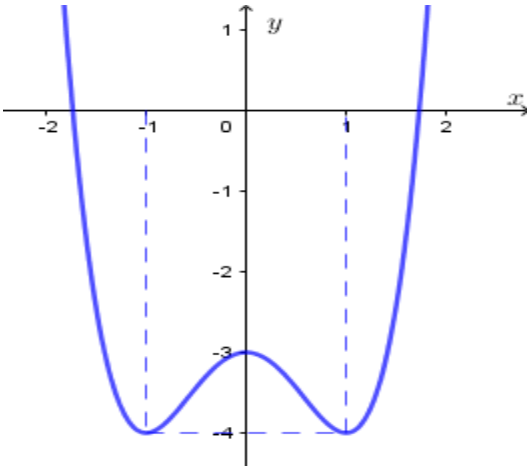
A. $-2\le m\le 2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $0\le m\le 2$. **D.** $0<m<2$.

Câu 148: Cho hàm số $f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



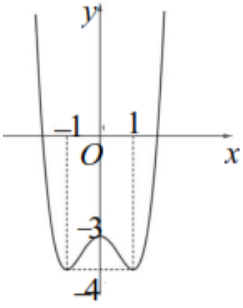
A. $m>0;m\neq 1$. **B.** $m>2$. **C.** $m>1$. **D.** $m>0$.

Câu 149: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt:



A. $-4<m<-3$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $3<m<4$.

Câu 150: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\left|f(x)\right|+1=m$ có 6 nghiệm phân biệt?



A. $0<m<4$ **B.** $-4<m<-3$ **C.** $4<m<5$ **D.** $m>5$

Câu 151: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ có điểm chung với trục hoành là $[a;b]$ (với $a;b\in\mathbb{R}$). Tính giá trị của $S=2a+b$.

A. $S=7$. **B.** $S=5$. **C.** $S=\dfrac{23}{3}$. **D.** $S=\dfrac{19}{3}$.

Câu 152: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị (C) có hoành độ x_1, x_2 thỏa $x_1<1<x_2$. Giá trị nhỏ nhất của AB là

A. $\sqrt{8\sqrt{2}+8}$. **B.** $12\sqrt[3]{4}$. **C.** $8\sqrt{2}-8$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Câu 153: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

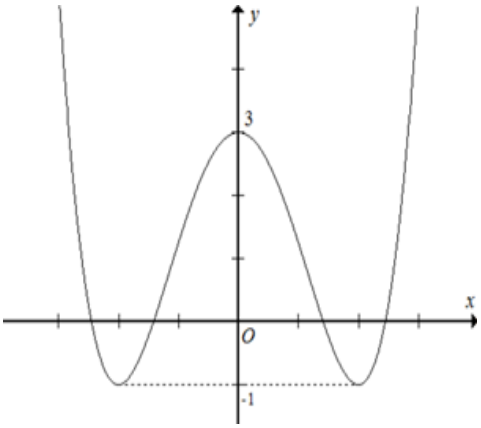
x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m>-3$ **B.** $-3<m<2$. **C.** $-3\le m\le 2$. **D.** $m<-2$.

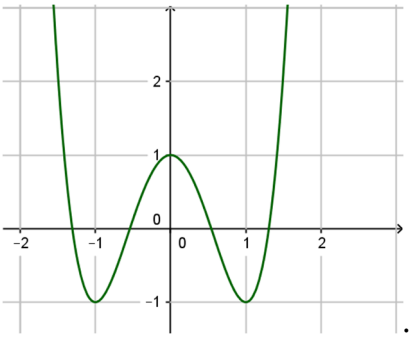
Câu 154: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+3$ có đồ thị như hình dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|x^4-8x^2+12\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt là:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



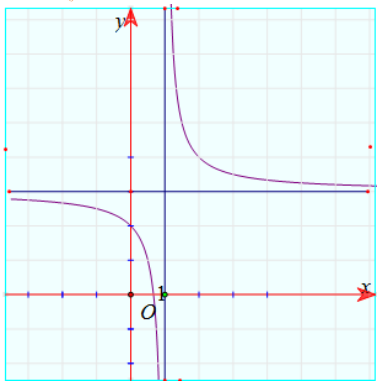
A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 10.

Câu 155: Hình bên là đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2+\frac{1}{2}\right|=2m$ có 8 nghiệm phân biệt.



A. $0<m<\frac{1}{2}$. **B.** $0<m<\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{1}{4}<m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge\frac{1}{4}$.

Câu 156: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1}=m$ có hai nghiệm thực dương?

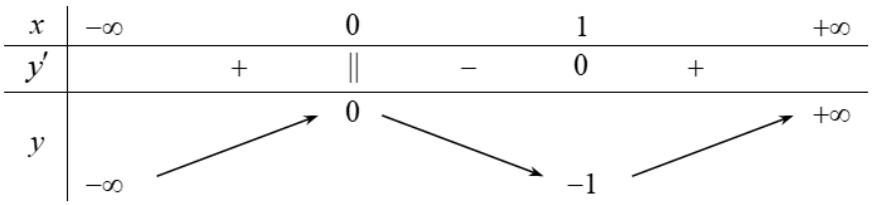
A. $m>3$. **B.** $m<-3$. **C.** $0<m<3$. **D.** $-2<m<0$.

Câu 157: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x)-1}=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?

A. 5 nghiệm. **B.** 9 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 6 nghiệm.

Câu 158: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)| = m+2$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $-3 < m < -2$ **B.** $-3 \le m \le -2$. **C.** $-2 \le m \le -1$. **D.** $-2 < m < -1$.

Câu 159: Phương trình $|\sin x - \cos x| + \sin 2x = m$ có nghiệm khi và chỉ khi.

A. $1 \le m \le \dfrac{5}{4}$. **B.** $\sqrt{2}-1 \le m \le 1$.

C. $\sqrt{2}-1 \le m \le \dfrac{5}{4}$. **D.** $m = 1$ hoặc $m = \dfrac{5}{4}$.

Câu 160: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\dfrac{||x|-2|}{|x|+1} = m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $[0;2)$. **B.** $[1;2] \cup \{0\}$. **C.** $[1;2)$. **D.** $[1;2) \cup \{0\}$.

Câu 161: Giá trị của m để phương trình:

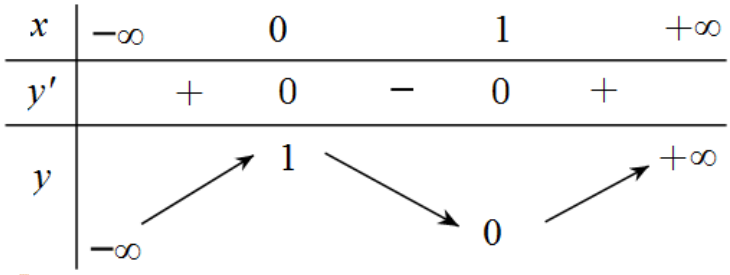
$$\sqrt{x} + 2\sqrt[4]{x} + \sqrt{6-x} + 2\sqrt[4]{6-x} = m.$$

có hai nghiệm phân biệt là.

A. $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6} \le m < 2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$. **B.** $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6} < m < 2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$.

C. $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6} < m \le 2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$. **D.** $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6} \le m \le 2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$.

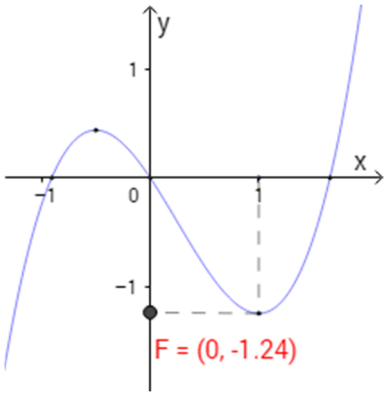
Câu 162: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có bảng biến thiên như sau:



Khi đó $|f(x)| = m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1 < x_2 < x_3 < \dfrac{1}{2} < x_4$ khi và chỉ khi.

A. $0 < m \le 1$. **B.** $\dfrac{1}{2} \le m < 1$. **C.** $\dfrac{1}{2} < m < 1$. **D.** $0 < m < 1$.

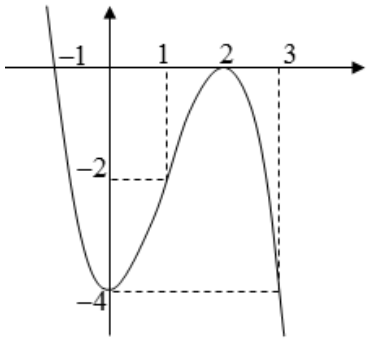
Câu 163: Cho hàm số $y = x^3 - \dfrac{3}{4}x^2 - \dfrac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4|x^3| - 3x^2 - 6|x| = m^2 - 6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt.



A. $1<m<6$. **B.** $m=0$ hoặc $m=6$.

C. $m>0$ hoặc $m<6$. **D.** $0<m<3$.

Câu 164: Đồ thị sau đây là của hàm số $y=f(x)=-x^3+3x^2-4$.



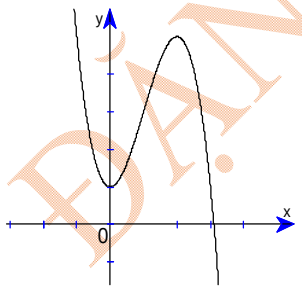
Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)|=m+1$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $-4<m\le 0$. **B.** $0<m<4$.

C. $-1<m<3$. **D.** $m\le -4$ *hay* $m>0$.

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM THUỘC K (KHÔNG CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 165: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại 3 điểm phân biệt.



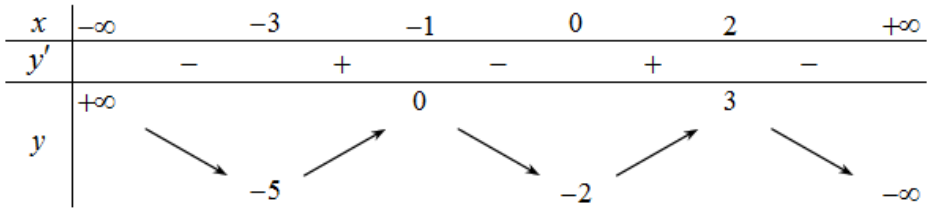
A. $1\le m<5$. **B.** $0<m<4$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1<m\le 5$.

Câu 166: Xác định a để đường thẳng $y=-2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2ax^2-x+1$ tại ba điểm phân biệt.

A. $|a|>\sqrt{2}$. **B.** $|a|>1$.

C. $a>2$. **D.** $a>-2$ và $a\ne 0$.

Câu 167: -2017] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.



Tìm m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm nằm ở hai phía trục tung?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $m=3$.

C. $m=-5$ và $m=3$. **D.** $m=-5$.

Câu 168: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

A. $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right]\cup\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{3}\right)\cup\left(5+2\sqrt{3};+\infty\right)$

C. $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$ **D.** $\left(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3}\right)$

Câu 169: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ có đồ thị là (C). Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;5)$. Tìm tất cả các giá trị của k để đường thẳng (d) cắt đường cong (C) tại 3 điểm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l}k<0\\k=1\end{array}\right.$. **B.** $\left\{\begin{array}{l}k<0\\k\neq -1\end{array}\right.$. **C.** $\left\{\begin{array}{l}k<0\\k=1\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}k<0\\k\neq -1\end{array}\right.$.

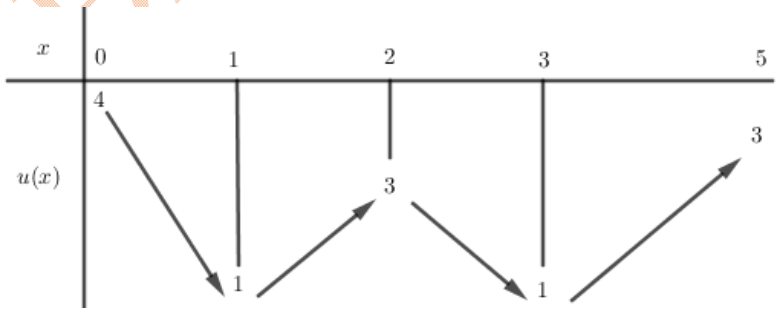
Câu 170: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=4x-5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-(m+2)x+2m-1$ tại ba điểm phân biệt.

A. $\left\{\begin{array}{l}m>-1\\m\neq 2\end{array}\right.$. **B.** $m>-1$. **C.** $\left\{\begin{array}{l}m>-3\\m\neq 6\end{array}\right.$. **D.** $m>-3$.

Câu 171: Tìm m để phương trình $x^6+6x^4-m^3x^3+\left(15-3m^2\right)x^2-6mx+10=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$..

A. $\dfrac{11}{5}<m<4$. **B.** $2<m\leq\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{5}\leq m<3$. **D.** $0<m<\dfrac{9}{4}$.

Câu 172: Cho hàm số $u(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$?



A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 173: Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+4x+2017$. Định m để phương trình $y'=m^2-m$ có đúng hai ngiệm thuộc đoạn $[0;m]$

A. $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{3};2\right)$. **B.** $\left(\frac{1-2\sqrt{2}}{2};2\right)$. **C.** $\left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2};2\right]$. **D.** $\left(\frac{1+\sqrt{2}}{3};2\right)$.

Câu 174: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+m}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

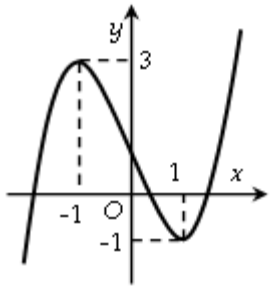
A. $-2<m<-1$. **B.** $m<-1$. **C.** $-2<m<1$. **D.** $m<1$.

Câu 175: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị của hàm số $y=\frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $(-\infty;0)$. **B.** $(-\infty;0)\cup(16;+\infty)$.

C. $(-\infty;0]\cup[16;+\infty)$. **D.** $(16;+\infty)$.

Câu 176: Cho đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$. Tìm giá trị của m để phương trình $x^3-3x-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.



.

A. $-2<m<3$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2\le m<2$.

Câu 177: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ cắt đường thẳng $d: y=2m-7$ tại bốn điểm phân biệt.

A. $-3<m<5$. **B.** $m>-3$. **C.** $m=5$. **D.** $-6<m<10$.

Câu 178: Tìm tất cả số thực của tham số m để phương trình $2x-1=m(x-1)$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;0]$.

A. $1\le m\le\frac{3}{2}$. **B.** $1\le m\le 2$. **C.** $m\le\frac{3}{2}$. **D.** $m\ge 1$.

Câu 179: Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^3+3m^2=0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $\begin{cases}-1<m<3\\ m\neq 0\wedge m\neq 2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}-1<m<3\\ m\neq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}-3<m<1\\ m\neq -2\end{cases}$. **D.** $-3<m<1$.

Câu 180: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{x^2-4x+5}=m+4x-x^2$ có đúng 2 nghiệm dương?

A. $-3<m<\sqrt{5}$. **B.** $-\sqrt{5}<m<3$. **C.** $-3\le m<3$. **D.** $1\le m\le 3$.

Câu 181: Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}-\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm khi m thuộc $[a;b]$ với a, $b\in\mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T=(a+2)\sqrt{2}+b$ là?

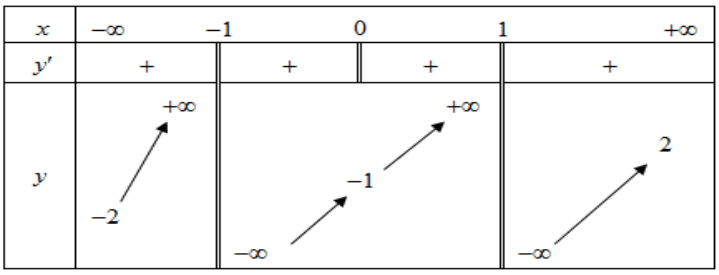
A. $T=8$. **B.** $T=0$. **C.** $T=3\sqrt{2}+2$. **D.** $T=6$.

Câu 182: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x=m^2+m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $1<m<2$. **B.** $-2<m<-1$. **C.** $-1<m<2$. **D.** $-2<m<1$.

Câu 183: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

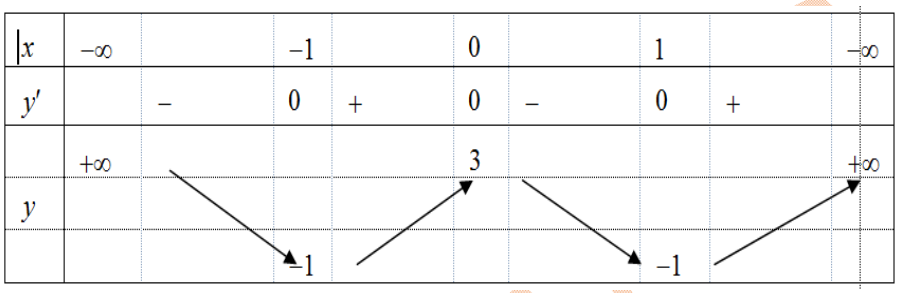
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

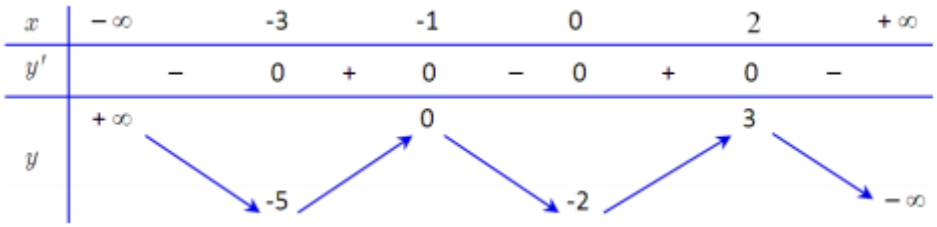
Câu 184: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[-1;3]$.

Câu 185: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau



Tìm m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung.

A. $m=-5$ và $m=3$. **B.** $m=-2$ và $m=0$.

C. $m=-2$ và $m=3$. **D.** $m=-5$ và $m=0$.

Câu 186: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin 2x-m\cos 2x=2m\sin x-2\cos x$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$.

A. $\left[0;\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\right]$. **B.** $[0;1]$. **C.** $\left[\dfrac{2+\sqrt{2}}{2};2\right]$. **D.** $[1;2]$.

Câu 187: Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+4x+2017$. Định m để phương trình $y'=m^2-m$ có đúng hai ngiệm thuộc đoạn $[0;m]$.

A. $\left(\dfrac{1-2\sqrt{2}}{2};2\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1-2\sqrt{2}}{3};2\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{3};2\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2};2\right]$.

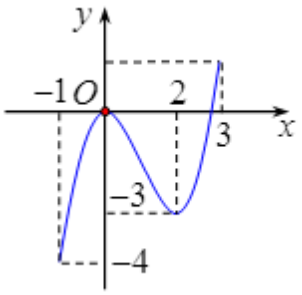
Câu 188: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases}\sqrt{x}+\sqrt{y}=2\\ x^3+y^3=m\end{cases}$.

A. $m \ge 2$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m \le 64$. **D.** $2 \le m \le 64$.

Câu 189: Tìm các giá trị của m để phương trình $x^3 - 6x^2 + 9x - 3 - m = 0$ có ba nghiệm thực phân biệt trong đó hai nghiệm lớn hơn 2.

A. $-3 < m < 1$. **B.** $-1 < m < 1$. **C.** $m > 0$. **D.** $-3 < m < -1$.

Câu 190: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;3]$ là.



A. $T = (-3;0)$. **B.** $T = (-4;1)$. **C.** $T = [-3;0]$. **D.** $T = [-4;1]$.

Câu 191: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 2$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $m > 2$. **B.** $2 < m < 3$. **C.** $1 < m < 2$. **D.** $m < 2$.

Câu 192: Tìm m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $0 < m < 1$. **B.** $2 < m < 3$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m < 1$.

DẠNG 6: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM THUỘC K (CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 193: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$	↗	3	↘	$-\infty$

Với các giá trị thực của tham số m, phương trình $f(|x| + m) = 0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 194: Cho hàm số $y = \sqrt{1 - x^2} + 2|x| - m$ có thị là (C), với m là một số thực bất kì. Khi đó khẳng định nào sau đây là khẳng định là đúng?

A. Nếu $m \le 1$ thì đồ thị (C) không cắt trục Ox.

B. Nếu $1 < m < 2$ thì đồ thị (C) cắt trục Ox tại ba điểm.

C. Nếu $m > 1$ thì đồ thị (C) có thể cắt trục Ox tại duy nhất một điểm.

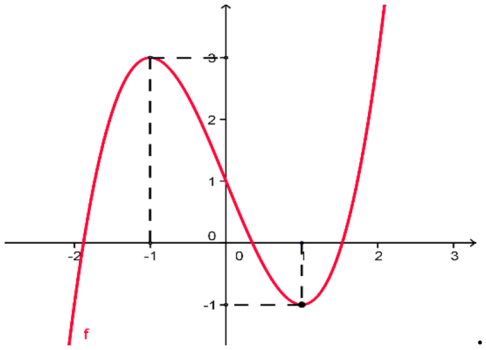
D. Nếu $m \le 3$ thì đồ thị (C) có thể cắt trục Ox tại duy nhất một điểm.

Câu 195: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 196: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt.



A. $1<m<3$. **B.** $0<m<3$.

C. Không có giá trị nào của m. **D.** $1<m\le 3$.

Câu 197: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x-1$. Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|x^3-3x-1\right|=m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là

A. $1<m<3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=0,\ m=3$. **D.** $-3<m<1$.

Câu 198: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^3-3\left|x\right|+1\right|=m-1$ có 6 nghiệm là một khoảng có dạng $\left(a;b\right)$. Tính tổng $S=a^2+b^2$.

A. 5. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 1.

Câu 199: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm thực?

A. $m\ge 2$. **B.** $m\le 2$. **C.** $m\ge 3$. **D.** $m\le 3$.

Câu 200: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Câu 201: Sau đây là bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$:

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$-$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 202: -2017] Tìm m để phương trình $|x|^3-3x^2+1=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $(1;3)$. **B.** $(-3;1)\setminus\{0\}$. **C.** $(-3;1)$. **D.** $(1;3)\cup\{0\}$.

Câu 203: Biết đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là

A. $3<m<4$. **B.** $m>6$ hoặc $m<5$.

C. $4<m<5$. **D.** $5<m<6$.

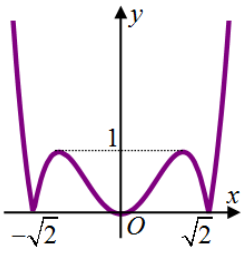
Câu 204: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Khi đó $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m\le 1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $\frac{1}{2}\le m<1$. **D.** $0<m<1$.

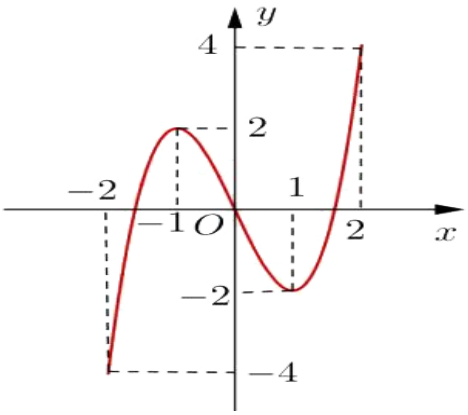
Câu 205: Cho hàm số $y=\left|x^4-2x^2\right|$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m=0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m=1$.

Câu 206: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Xác định giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có số nghiệm thực nhiều nhất.



A. 5. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 4.

Câu 207: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-14;15]$ sao cho đường thẳng $y=mx+3$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

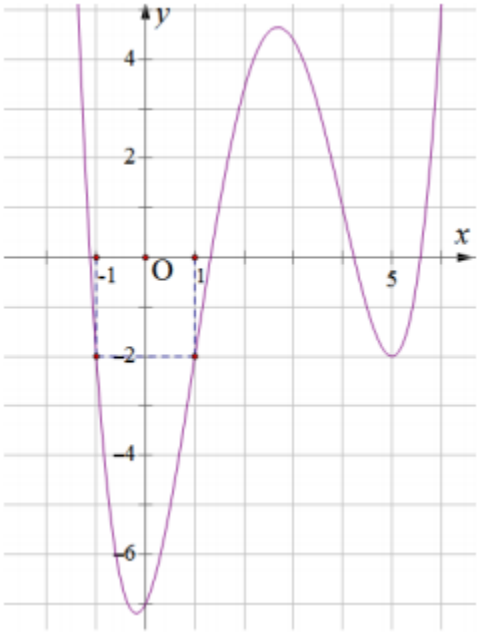
A. 20. **B.** 17. **C.** 16. **D.** 15.

Câu 208: Giá trị của m để phương trình $4|x|^3-3|x|-1=mx+m$ có 4 nghiệm phân biệt là :

A. $m\in\left(9-6\sqrt{3};6\sqrt{3}-9\right)$. **B.** $m\in\left(9-6\sqrt{3};-1\right)$.

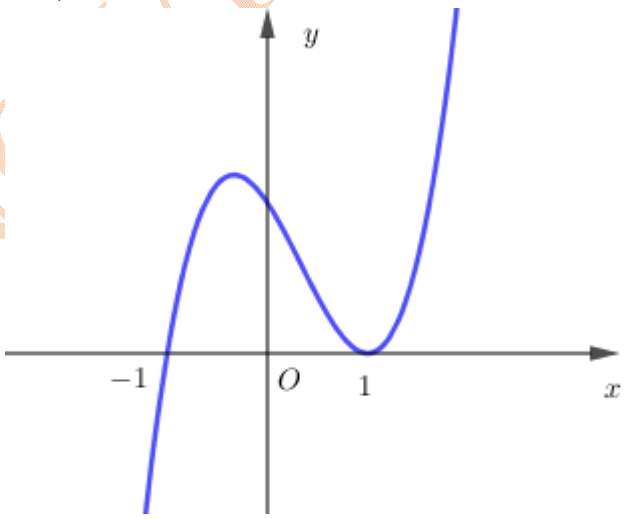
C. $m\in\left(9-6\sqrt{3};1\right)$. **D.** $m\in\left(1;6\sqrt{3}-9\right)$.

Câu 209: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tồn tại bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$?



A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Câu 210: Cho hàm số $y=f(x)(x-1)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình 4 dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)|x-1|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$.

A. $m>0$ **B.** $m>1$ hoặc $m<0$

C. $m<1$ **D.** $0<m<1$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 3: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM (KHÔNG CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 94: Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $x^3-6x^2+m=0$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. 34 **B.** 31. **C.** 32. **D.** 21.

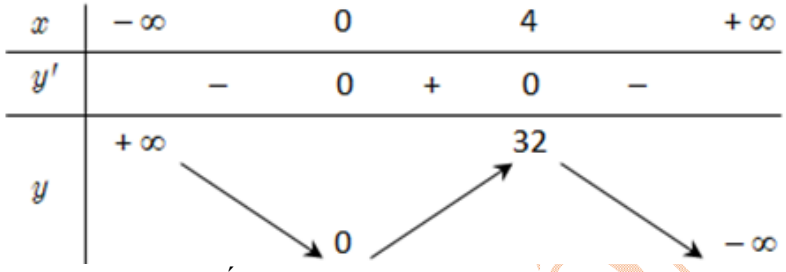
Hướng dẫn giải

Chọn B

$x^3-6x^2+m=0\Leftrightarrow m=-x^3+6x^2\ (*)$

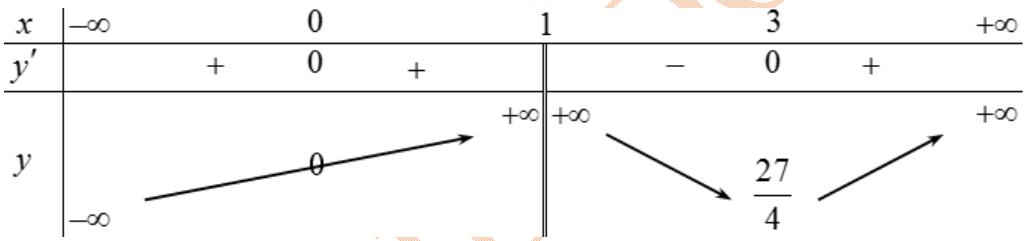
Phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi $(*)$ có 3 nghiệm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên phương trình đã cho có 3 nghiệm phân biệt khi $0<m<32$.



Vậy có 31 giá trị nguyên của tham số m.

Câu 95: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$ và có bảng biến thiên như sau



Tìm điều kiện của m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt.

A. $m<0$. **B.** $m>0$. **C.** $0<m<\frac{27}{4}$. **D.** $m>\frac{27}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thì đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt.

Qua bảng biến thiên ta thấy, đường thẳng $y=m$ phải cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại ba điểm phân biệt khi $m>\frac{27}{4}$.

Câu 96: Xác định m để đường thẳng $y=mx-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2-x}{2+x}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m<-1$ hoặc $m>6$. **B.** $m<1$ hoặc $m>2$.

C. $m<0$ hoặc $m>2$. **D.** $m<-4$ hoặc $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số là:

$\frac{2-x}{2+x}=mx-1\Leftrightarrow mx^2+2mx-4=0(*)$ (vì $x=-2$ không phải là nghiệm).

Đường thẳng $y=mx-1$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ \Delta' = m^2 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m < -4 \\ m > 0 \end{cases}$.

Câu 97: Cho hàm số $y = \frac{x^4}{2} - 3x^2 + \frac{5}{2}$, có đồ thị là (C) và điểm $M \in (C)$ có hoành độ $x_M = a$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để tiếp tuyến của (C) tại M cắt (C) tại hai điểm phân biệt khác M.

A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'(a) = 2a^3 - 6a$. Suy ra phương trình tiếp tuyến tại M là

$\Delta : y = (2a^3 - 6a)(x - a) + \frac{a^4}{2} - 3a^2 + \frac{5}{2}$.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C) là

$x^4 - 6x^2 - 2(2a^3 - 6a)(x - a) - a^4 + 6a^2 = 0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (a - x)^2 = 0 \\ x^2 + 2ax + 3a^2 - 6 = 0, (*) \end{cases}$

Để thỏa yêu cầu đề bài khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác a

$\begin{cases} a^2 - 3a^2 + 6 > 0 \\ 6a^2 \neq 6 \end{cases} \Leftrightarrow a \in (-\sqrt{3}; \sqrt{3}) \setminus \{\pm 1\}$. Theo yêu cầu đề bài ta tìm được $a = 0$.

Câu 98: Cho hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = m + 1$ (m là tham số). Đường thẳng (d) cắt (C) tại 4 điểm phân biệt khi các giá trị của m là:

A. $1 < m < 2$. **B.** $-1 < m < 0$. **C.** $-5 < m < -3$. **D.** $3 < m < 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2 + 1$ có $y' = 4x^3 - 4x$, $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có đường thẳng (d) cắt (C) tại 4 điểm phân biệt khi $0 < m + 1 < 1 \Leftrightarrow -1 < m < 0$.

Câu 99: Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{4x - m^2}{x - 1}$ tại đúng một điểm. Tìm tích các phần tử của S.

A. $\sqrt{5}$. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 20.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{4x - m^2}{x - 1} = x + 1, (x \neq 1) \Leftrightarrow x^2 - 4x + m^2 - 1 = 0$ $(*)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Để đường thẳng cắt đồ thị tại đúng một điểm thì pt (*) có nghiệm kép $x\neq 1$ hoặc pt $(*)$ có hai nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=1$.

TH1: Pt $(*)$ có nghiệm kép $x\neq 1 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'=0\\ -\dfrac{b}{2a}\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}5-m^2=0\\ 2\neq 1\end{cases} \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{5}$.

TH2: Pt $(*)$ có 2 nghiệm phân biệt trong đó có một nghiệm $x=1 \Leftrightarrow \begin{cases}\Delta'>0\\ 1^2-4.1+m^2-1=0\end{cases}$

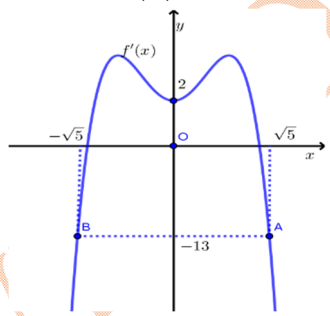
$\Leftrightarrow \begin{cases}5-m^2>0\\ 1^2-4.1+m^2-1=0\end{cases}$.

$\Leftrightarrow \begin{cases}-\sqrt{5}<m<\sqrt{5}\\ m=\pm 2\end{cases} \Leftrightarrow m=\pm 2$.

$\Rightarrow S=\left\{\sqrt{5};-\sqrt{5};2;-2\right\}$.

Vậy tích các phần tử của S là: $\sqrt{5}.\left(-\sqrt{5}\right).2.(-2)=20$.

Câu 100: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ:



Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là số thực. Để $g(x)\leq 0 \quad \forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ thì điều kiện của m là

A. $m\geq\dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

B. $m\leq\dfrac{2}{3}f\left(\sqrt{5}\right)$.

C. $m\leq\dfrac{2}{3}f(0)-2\sqrt{5}$.

D. $m\geq\dfrac{2}{3}f\left(-\sqrt{5}\right)-4\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

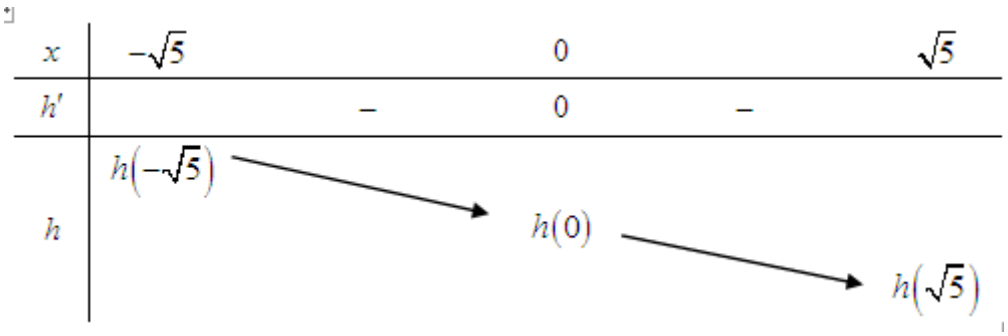
$g(x)\leq 0\Leftrightarrow g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}\leq 0$

$\Leftrightarrow 3m\geq 2f(x)+2x^3-4x-6\sqrt{5}$.

Đặt $h(x)=2f(x)+2x^3-4x-6\sqrt{5}$. Ta có $h'(x)=2f'(x)+6x^2-4$. Suy ra

$$\begin{cases}h'\left(-\sqrt{5}\right)=2f'\left(-\sqrt{5}\right)+6.5-4=0\\ h'\left(\sqrt{5}\right)=2f'\left(\sqrt{5}\right)+6.5-4=0\\ h'(0)=2f'(0)+0-4=0\\ h'(1)=2f'(1)+6.1-4>0\\ h'(-1)=2f'(-1)+6.1-4>0\end{cases}$$

Từ đó ta có bảng biến thiên



Từ bảng biến thiên ta có $3m \ge h(\sqrt{5}) \Leftrightarrow m \ge \frac{2}{3} f(\sqrt{5})$.

Câu 101: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đồ thị của hàm số $y = 2x^3 - (2+m)x + m$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt.

A. $m > \frac{1}{2}$. **B.** $m \le \frac{1}{2}$. **C.** $m > -\frac{1}{2}; m \ne 4$. **D.** $m > -\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị với trục hoành ta có.

$2x^3 - (2+m)x + m = 0 \Leftrightarrow 2x(x^2-1) - m(x-1) = 0 \Leftrightarrow (x-1)(2x^2+2x-m) = 0$.

Vậy phương trình luôn có một nghiệm $x = 1$.

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt thì phương trình: $2x^2 + 2x - m = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 1 + 2m > 0 \\ 2.1^2 + 2.1 - m \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{1}{2} < m \ne 4 \end{cases}$.

Câu 102: Với giá trị nào của m thì đường cong $(C): y = x^3 + 3x^2 + 1$ cắt đường thẳng $(d): y = 5^m$ tại ba điểm phân biệt?

A. Không có giá trị nào của m thỏa mãn yêu cầu của đề bài.

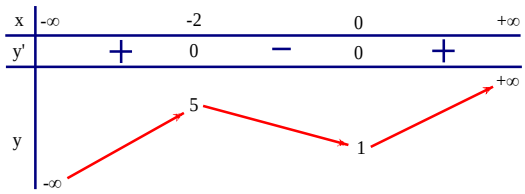
B. $0 < m < 5$.

C. $1 < m < 5$.

D. $0 < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



$(C): y = x^3 + 3x^2 + 1$.

$D = \mathbb{R}$.

$y' = 3x^2 + 6x;\ y' = 0 \Rightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ x = -2 \end{bmatrix}$.

Để (C) cắt $(d): y = 5^m$ tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 1 < 5^m < 5 \Leftrightarrow 0 < m < 1$.

Câu 103: Tìm tất cả giá trị thực của m để phương trình: $x^4 - 2x^2 = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $0 < m < 1$. **B.** $-2 < m < 2$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $-1 < m < 1$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

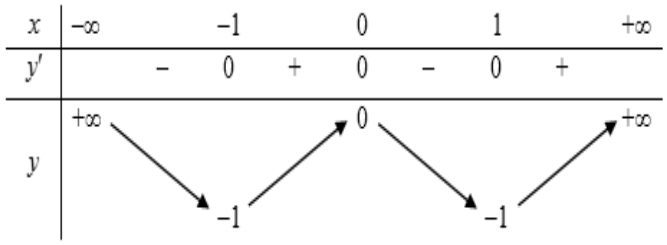
Chọn C

Xét hàm số $y = x^4 - 2x^2$ có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

$y' = 4x^3 - 4x$.

$y' = 0 \Leftrightarrow 4x^3 - 4x = 0 \Leftrightarrow x = 0; x = \pm 1$.

Bảng biến thiên.



Phương trình: $x^4 - 2x^2 = m$ có 4 nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $-1 < m < 0$.

Câu 104: Tất cả giá trị của m sao cho phương trình $x^3 - 3x = 2m$ có ba nghiệm phân biệt là

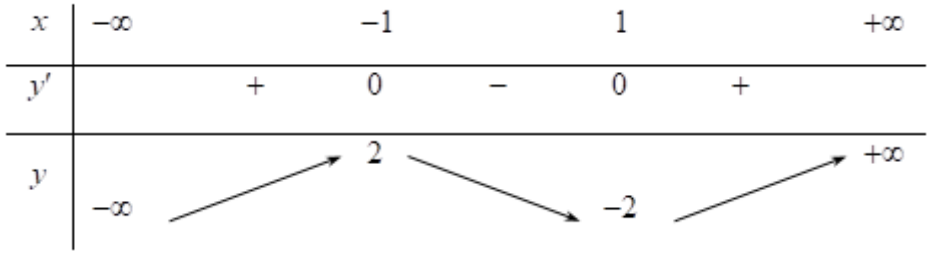
A. $-1 < m < 1$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 1 \end{array}\right.$. **C.** $-2 < m < 2$. **D.** $m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x$ với $x \in \mathbb{R}$ có $f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$.

Bảng biến thiên:



YCBT $\Leftrightarrow$ đường $y = 2m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm phân biệt

$\Leftrightarrow -2 < 2m < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Câu 105: Tìm các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $-x^3 - 3x^2 + 2 = m$ có ba nghiệm thực phân biệt?

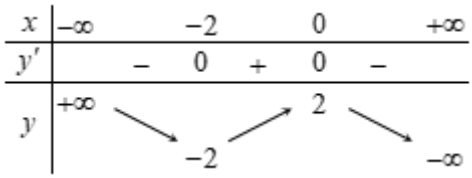
A. $m \in (-2;1)$ **B.** $m \in [-2;2]$ **C.** $m \in (-2;2)$ **D.** $m \in \varnothing$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ trên $\mathbb{R}$, ta có $y' = -3x^2 - 6x = 0 \Leftrightarrow x = 0 \vee x = -2$.

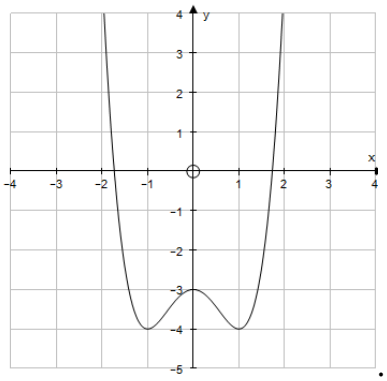
Bảng biến thiên:



Số nghiệm của phương trình $-x^3 - 3x^2 + 2 = m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = -x^3 - 3x^2 + 2$ và đường thẳng $y = m$.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -2 < m < 2$.

Câu 106: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên R và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in\{-4;-3\}$. **B.** $-4<m<-3$. **C.** $-2<m<2$. **D.** $-4\le m\le -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta thấy $-4<m<-3$ là giá trị cần tìm.

Câu 107: Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-12x+m-2=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $-14<m<18$ **B.** $-4<m<4$ **C.** $-16<m<16$ **D.** $-18<m<14$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $x^3-12x+m-2=0 \Leftrightarrow -x^3+12x+2=m$.

Xét hàm số $f(x)=-x^3+12x+2$ trên $\mathbb{R}$

có $f'(x)=-3x^2+12$; $f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	-14	↗	18	↘	$-\infty$

Số nghiệm của phương trình $x^3-12x+m-2=0$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=-x^3+12x+2$ và đường thẳng $y=m$ .Dựa vào BBT, ta thấy phương trình có ba nghiệm khi $-14<m<18$.

Câu 108: Tìm tất các các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x+2m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in(-1;1)$. **B.** $m\in(-\infty;-1)\cup(1;+\infty)$.

C. $m\in(-2;+\infty)$. **D.** $m\in(-2;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

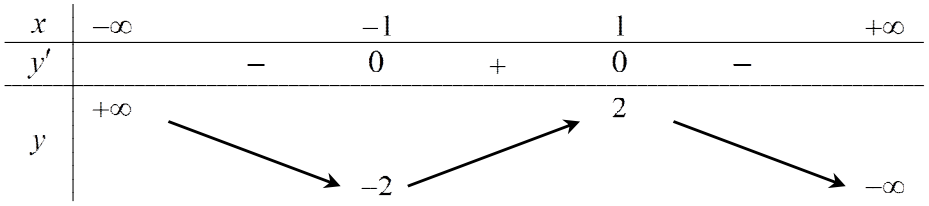
Ta có: $x^3-3x+2m=0 \Leftrightarrow -x^3+3x=2m \quad (*)$

Xét hàm số $y=-x^3+3x$ có đồ thị là (C) và đường thẳng $d: y=2m$.

Số nghiệm của phương trình $(*)$ phụ thuộc vào số giao điểm của đồ thị hàm số (C) và đường thẳng d

Ta có: $y' = -3x^2 + 3$, cho $y' = 0 \Leftrightarrow -3x^2 + 3 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x = 1 \end{array}\right.$.

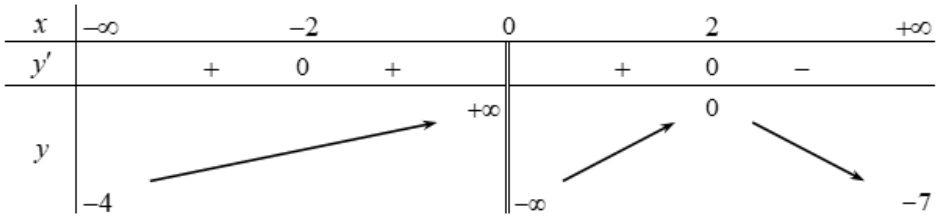
Bảng biến thiên



Nhìn bảng biến thiên suy ra:

Phương trình $(*)$ có ba nghiệm phân biệt khi $-2 < 2m < 2 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Câu 109: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên các khoảng $(-\infty;0)$, $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $-4 < m < 0$. **B.** $-4 < m \le 0$. **C.** $-7 < m < 0$. **D.** $-4 \le m < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên, đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại 3 điểm phân biệt khi $-4 < m < 0$.

Câu 110: Cho hàm số $y = x^4 - 3x^2 - 2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m = 1$. **B.** $m = \dfrac{3}{2}$. **C.** $m = 3$. **D.** $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$x^4 - 3x^2 - 2 = m \Leftrightarrow x^4 - 3x^2 - 2 - m = 0 \quad (1)$.

Vì $m > 0 \Leftrightarrow -2 - m < 0$ hay phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:

$x^2 = \dfrac{3 + \sqrt{4m + 17}}{2} \Rightarrow x_1 = \sqrt{\dfrac{3 + \sqrt{4m + 17}}{2}}$ và $x_2 = -\sqrt{\dfrac{3 + \sqrt{4m + 17}}{2}}$.

Khi đó: $A(x_1;m)$, $B(x_2;m)$.

Ta có tam giác OAB vuông tại O, trong đó O là gốc tọa độ $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB} = 0 \Leftrightarrow x_1.x_2 + m^2 = 0$.

$\Leftrightarrow \dfrac{3 + \sqrt{4m + 17}}{2} = m^2 \Leftrightarrow \begin{cases} 2m^2 - 3 \ge 0 \\ 4m^4 - 12m^2 - 4m - 8 = 0 \end{cases} \xleftarrow[2m^2 - 3 \ge 0]{m > 0} m = 2$.

Vậy $m = 2$ là giá trị cần tìm.

Câu 111: Tất cả các giá trị của tham số m để hàm số $y = x^4 - 2x^2 + m$ cắt trục hoành tại 4 điểm là

A. $-1 \le m < 0$. **B.** $0 \le m < 1$. **C.** $-1 < m < 0$. **D.** $0 < m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-2x^2+m=0 \Leftrightarrow x^4-2x^2=-m$.

Vẽ đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2$, ta thấy để phương trình trên có 4 điểm phân biệt thì $-1<m<0$.

Suy ra $0<m<1$.

Câu 112: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\dfrac{2|x|-1}{|x|+2}=m$ có 2 nghiệm phân biệt.

A. $m\in(0;3)$. **B.** $m\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$. **C.** $m\in\left(1;\dfrac{5}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\dfrac{2|x|-1}{|x|+2}=m \Leftrightarrow 2|x|-1=m(|x|+2) \Leftrightarrow |x|(2-m)=2m+1 \ (1)$

+ Xét $m=2$ thì phương trình (1) vô nghiệm.

+ Xét $m\neq 2$, phương trình $(1) \Leftrightarrow |x|=\dfrac{2m+1}{2-m}$. Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\dfrac{2m+1}{2-m}>0 \Leftrightarrow -\dfrac{1}{2}<m<2$. Vậy $m\in\left(-\dfrac{1}{2};2\right)$.

Câu 113: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để bất phương trình $x^3-3x+4\geq m\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}+1\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\geq 1$.

A. $m\in(-\infty;0]$. **B.** $m\in(-\infty;1]$. **C.** $m\in(-\infty;-1]$. **D.** $m\in(-\infty;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=\dfrac{x^3-3x+4}{\sqrt{x}-\sqrt{x-1}+1}$ trên $[1,+\infty)$.

Ta có $y'=\dfrac{3x^2-3}{-\sqrt{x-1}+\sqrt{x}+1}+\dfrac{\left(\dfrac{1}{2\sqrt{x-1}}-\dfrac{1}{2\sqrt{x}}\right)\left(x^3-3x+4\right)}{\left(-\sqrt{x-1}+\sqrt{x}+1\right)^2}>0, \forall x\geq 1$.

Suy ra hàm số đồng biến trên $[1,+\infty)$ và $\min\limits_{[1,+\infty)} y=y(1)=1$.

Do đó, bất phương trình $x^3-3x+4\geq m\left(\sqrt{x}-\sqrt{x-1}+1\right)$ nghiệm đúng với mọi $x\geq 1$ khi chỉ khi $m\leq 1$.

Câu 114: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x+m$ cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt.

A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in(-2;2)$. **C.** $m\in\mathbb{R}$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=x^3-3x+m$.

Ta có $y'=3x^2-3=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1\Rightarrow y=m-2 \\ x=-1\Rightarrow y=m+2 \end{array}\right.$.

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 3 điểm phân biệt điều kiện cần và đủ là $y_{CĐ}.y_{CT}<0 \Leftrightarrow (m-2).(m+2)<0 \Leftrightarrow m\in(-2;2)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 115: Các giá trị m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-x^2+3$ tại 4 điểm phân biệt là:

A. $\frac{5}{2}<m<3$. **B.** $\frac{1}{2}<m<3$. **C.** $m>3$. **D.** $\frac{1}{2}<m<\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{1}{2}x^4-x^2+3=m\Leftrightarrow\frac{1}{2}x^4-x^2+3-m=0(1)$.

Đặt $t=x^2, t\ge 0$. (1) trở thành $\frac{1}{2}t^2-t+3-m=0(2)$.

Để hai đồ thị cắt nhau tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow(1)$ có 4 nghiệm phân biệt.

$\Leftrightarrow(2)$ có 2 nghiệm dương phân biệ $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\P>0\\S>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}1-2(3-m)>0\\3-m>0\\2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{5}{2}\\m<3\end{cases}\Leftrightarrow\frac{5}{2}<m<3$.

Câu 116: Cho hàm số $y=x^2+m\left(\sqrt{2018-x^2}+1\right)-2021$ với m là tham số thực. Gọi S là tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số đã cho cắt trục hoành tại đúng hai điểm phân biệt. Tính S.

A. 986. **B.** 984. **C.** 990. **D.** 960.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $\sqrt{2018-x^2}=t; 0\le t\le\sqrt{2018}$

Khi đó $y=x^2+m\left(\sqrt{2018-x^2}+1\right)-2021=-t^2+m(t+1)-3=-t^2+mt+m-3(*)$;

Theo đề bài, để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt thì phương trình $(*)$cần có 1 nghiệm dương thỏa mãn $0\le t\le\sqrt{2018}$

TH1: $(*)$ có 1 nghiệm kép. $\Delta=m^2-4m+12=0$

TH2: $(*)$ có 2 nghiệm trái dấu. $\begin{cases}\Delta=m^2-4m+12>0\\P=\frac{m-3}{-1}<0\end{cases}\Rightarrow m>3\ (1)$

$(*)$ có 1 nghiệm dương trên khoảng $0\le t\le\sqrt{2018}$ nên ta xét GTLN của m với $0\le t\le\sqrt{2018}$

$y=0\Leftrightarrow-t^2+mt+m-3=0\Leftrightarrow m=\frac{t^2+3}{t+1}\forall t\in\left[0;\sqrt{2018}\right]$

Xét hàm $y=\frac{x^2+3}{x+1}$, $\forall x\in\left[0;\sqrt{2018}\right]$, ta có $y'=\frac{x^2+2x-3}{(x+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-3\\x=1\end{array}\right.$

Lập BBT ta có

x	$-\infty$		-1		0		1		$\sqrt{2018}$
y'		$-$	‖	$-$		$-$	0	$+$	
y			‖	3		$\searrow$	2	$\nearrow$	$\frac{2021}{\sqrt{2018}+1}$

$\Rightarrow 3 < m < \dfrac{2021}{\sqrt{2018}+1} \approx 44,009 \Rightarrow S = \sum_{i=4}^{44} i = 984$

Câu 117: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sqrt{x}+\sqrt{4-x} = \sqrt{-x^2+4x+m}$ có nghiệm thực.

A. $m \ge 5$. **B.** $4 < m < 5$. **C.** $4 \le m \le 5$. **D.** $m \le 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t = \sqrt{x}+\sqrt{4-x}, t \in \left[2;2\sqrt{2}\right] \Rightarrow \left(\dfrac{t^2-4}{2}\right)^2 = 4x - x^2$, phương trình đã cho thành:

$t = \sqrt{\left(\dfrac{t^2-4}{2}\right)^2 + m}, t \in \left[2;2\sqrt{2}\right] \Leftrightarrow t^4 - 12t^2 + 16 = -4m, t \in \left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Xét hàm số.

$f(t) = t^4 - 12t^2 + 16, t \in \left[2;2\sqrt{2}\right] \Rightarrow (\ ) f'(t) = 4t^3 - 24t = 0 \Leftrightarrow t = \sqrt{6} \in \left[2;2\sqrt{2}\right]$.

$f(2) = -16; f\left(\sqrt{6}\right) = -20$

Suy ra $-20 \le f(t) \le -16$. Phương trình đã cho có nghiệm thực khi và chỉ khi

$-20 \le -4m \le -16 \Leftrightarrow 4 \le m \le 5$.

Câu 118: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $5x^2+12x+16 = m(x+2)\sqrt{x^2+2}$ có hai nghiệm thực phân biệt thỏa mãn điều kiện $2017^{2x+\sqrt{x+1}} - 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \le 2018$.

A. $m \in \left(2\sqrt{6};3\sqrt{3}\right]$. **B.** $m \in \left[2\sqrt{6};3\sqrt{3}\right]$.

C. $m \in \left(3\sqrt{3};\dfrac{11}{3}\sqrt{3}\right) \cup \left\{2\sqrt{6}\right\}$. **D.** $m \in \left(2\sqrt{6};\dfrac{11}{3}\sqrt{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $2017^{2x+\sqrt{x+1}} - 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 2018x \le 2018$

$\Leftrightarrow 2017^{2x+\sqrt{x+1}} + 1009\left(2+\sqrt{x+1}\right) \le 2017^{2+\sqrt{x+1}} + 1009\left(2+\sqrt{x+1}\right)$

$\Leftrightarrow f\left(2x+\sqrt{x+1}\right) \le f\left(2+\sqrt{x+1}\right)$.

Xét hàm số $f(u) = 2017^u + 1009u$

Ta có $f'(t) = 2017^u \ln 2017 + 1009 > 0, \forall u \Rightarrow f(u)$ đồng biến.

Nên $2x+\sqrt{x+1} \le 2+\sqrt{x+1} \Leftrightarrow -1 \le x \le 1$.

Ta lại có $5x^2+12x+16 = m(x+2)\sqrt{x^2+2} \Leftrightarrow 3(x+2)^2 + 2\left(x^2+2\right) = m(x+2)\sqrt{x^2+2}$

$\Rightarrow 3\left(\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}\right)^2 + 2 = m.\dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+2}}$.

Xét $t = \dfrac{x+2}{\sqrt{x^2+2}} \Rightarrow t'(x) = \dfrac{2-2x}{\left(\sqrt{x^2+2}\right)^3} \ge 0, \forall x \in [-1;1]$

Nên $\dfrac{\sqrt{3}}{3} \le t \le \sqrt{3}$.

Khi đó phương trình trở thành $3t^2 + 2 = mt \Leftrightarrow 3t + \dfrac{2}{t} = m$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét hàm số $f(t)=3t+\frac{2}{t}$. ta có $f'(t)=3-\frac{2}{t^2}=\frac{3t^2-2}{t^2}$.

Cho $f'(t)=0\Rightarrow t=\frac{\sqrt{6}}{3}$.

Bảng biến thiên

x	$\frac{\sqrt{3}}{3}$		$\frac{\sqrt{6}}{3}$		$\sqrt{3}$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	$3\sqrt{3}$	$\searrow$	$2\sqrt{6}$	$\nearrow$	$\frac{11\sqrt{3}}{3}$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra $2\sqrt{6}<m\le 3\sqrt{3}$.

Câu 119: Cho phương trình $2x^2-2(m+1)x+4-m=0$ với m là tham số thực. Biết rằng đoạn $[a;b]$ là tập hợp tất cả các giá trị của m để phương trình đã cho có nghiệm thực thuộc đoạn $\left[0;\frac{3}{2}\right]$. Tính $a+b$.

A. $3+\sqrt{11}$. **B.** $2+\sqrt{11}$. **C.** $2+3\sqrt{11}$. **D.** $2-\sqrt{11}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$2x^2-2(m+1)x+4-m=0\ (1)$.

$(1)\Leftrightarrow 2x^2-2x+4-(2x+1)m=0\Leftrightarrow \frac{2x^2-2x+4}{2x+1}=m$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{2x^2-2x+4}{2x+1}$, $x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]$.

$f'(x)=\frac{4x^2+4x-10}{(2x+1)^2}=0\Leftrightarrow x=\frac{-1\pm\sqrt{11}}{2}$.

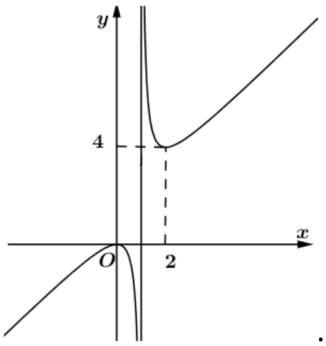
$f(0)=4$; $f\left(\frac{3}{2}\right)=\frac{11}{8}$; $f\left(\frac{-1+\sqrt{11}}{2}\right)=-2+\sqrt{11}$.

$\Rightarrow \min\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]} f(x)=-2+\sqrt{11}$; $\max\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]} f(x)=4$.

Để phương trình (1) có nghiệm thực thì $\min\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]} f(x)\le m\le \max\limits_{x\in\left[0;\frac{3}{2}\right]} f(x)\Leftrightarrow -2+\sqrt{11}\le m\le 4$

$\Rightarrow m\in\left[-2+\sqrt{11};4\right]\Rightarrow\begin{cases}a=-2+\sqrt{11}\\ b=4\end{cases}\Rightarrow a+b=2+\sqrt{11}$.

Câu 120: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau. Hỏi với giá trị thực nào của m thì đường thẳng $y=2m$ cắt đồ thị hàm số đã cho tại hai điểm phân biệt.



A. $m=2$. **B.** $m=0$. **C.** $0<m<2$. **D.** $m<0 \vee m>2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

YCBT $\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2m<0 \\ 2m>4 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<0 \\ m>2 \end{array}\right.$.

Câu 121: Tìm tất cả các giá trị m nguyên để phương trình $x^4-2x^2+4-m=0$ có bốn nghiệm thực.

A. $m=2$. **B.** $m=3$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $x^4-2x^2+4-m=0(1)$.

Đặt $t=x^2\,(t\ge 0)$ ta được phương trình $t^2-2t+4-m=0(2)$.

(1) có bốn nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'>0 \\ -\dfrac{b}{a}>0 \\ \dfrac{c}{a}>0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>3 \\ 2>0 \\ 4-m>0 \end{cases} \quad 3<m<4.$$

Vậy $m\in\varnothing$.

Câu 122: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc m. Giá trị của m để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt.

A. $m<\dfrac{15}{4}, m\ne 24$. **B.** $m>\dfrac{15}{4}, m\ne 24$. **C.** $m<\dfrac{15}{4}$. **D.** $m\ge\dfrac{15}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương pháp: + $(d): y=mx+a$. Thay điểm $A(3;20)$ vào ta được $y=mx+20-3m$.

+ Nhận thấy đồ thị (C) cũng đi qua điểm.

Cách giải: Để d cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt thì phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

$x^3-(3+m)x+3m-18=0 \Leftrightarrow m(x-3)=x^3-3x-18$.

$(x-3)(x^2+3x+6-m)=0$.

Thì phương trình $x^2+3x+3-m=0$ có 3 nghiệm phân biệt khác -3.

Điều kiện: $\Delta>0$ và $m\ne 24$.

$\Delta=3^2-4.(6-m)>0 \Leftrightarrow m>\dfrac{15}{4}$.

Câu 123: Biết đường thẳng $d: y=2x+m$ (m là tham số thực) cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt M và N. Giá trị của m sao cho độ dài đoạn thẳng MN ngắn nhất là

A. $m=1$. **B.** $m=2$. **C.** $m=3$. **D.** $m=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Xét phương trình $2x+m=\dfrac{x+3}{x+1} \Leftrightarrow 2x^2+(m+1)x+m-3=0 \quad (1)$.

Phương trình có hai nghiệm phân biệt $x\neq -1$ khi $\begin{cases}\Delta=(m+1)^2-8(m-3)>0\\ 2-m-1+m-3=-2\neq 0\end{cases}$

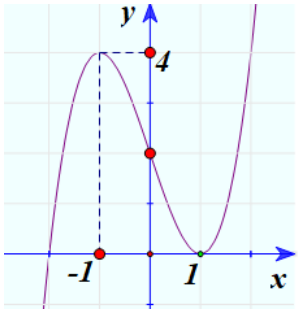
$\Rightarrow m^2-6m+25>0, \forall m\in\mathbb{R}$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1) thì $M(x_1;2x_1+m)$, $N(x_2;2x_2+m)$

Khi đó $MN^2=(x_1-x_2)^2+4(x_1-x_2)^2=5\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=\dfrac{5}{4}\left[(m-3)^2+16\right]\geq 20$.

Vậy $MN_{\min}=2\sqrt{5}$ khi $m=3$.

Câu 124: Cho đồ thị hàm số $y=f(x)$ như hình vẽ. Tìm tất cả các giá trị thực m để phương trình $f(x)+1=m$ có ba nghiệm phân biệt.



A. $1<m<5$. **B.** $-1<m<4$. **C.** $0<m<4$. **D.** $0<m<5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình $f(x)+1=m \Leftrightarrow f(x)=m-1$ có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m-1<4$

$\Leftrightarrow 1<m<5$.

Câu 125: Tập tất cả các giá trị của m để phương trình $\sqrt[4]{x^2+1}-\sqrt{x}=m$ có nghiệm là

A. $(-\infty;0]$. **B.** $(1;+\infty)$. **C.** $(0;1]$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t=\sqrt{x}\geq 0$.

Ta có $m=g(t)=\sqrt[4]{t^4+1}-t=\dfrac{1}{\left(\sqrt[4]{t^4+1}\right)^3+\left(\sqrt[4]{t^4+1}\right)^2 t+\left(\sqrt[4]{t^4+1}\right)t^2+t^3}$

Hàm $g(t)$ giảm và có $g(0)=1$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} y=0$. Vậy $0<m\leq 1$.

Câu 126: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $-x^4+2x^2+3+2m=0$ có 4 nghiệm phân biệt:

A. $3<m<4$. **B.** $\dfrac{-3}{2}<m<2$. **C.** $-2<m<\dfrac{-3}{2}$. **D.** $-2\leq m\leq\dfrac{-3}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương pháp: +Cô lập m: $2m = x^4 - 2x^2 - 3 = f(x)$.

+ Giải phương trình $y' = 4x^3 - 4x^2 = 0$.

+ Lập bảng biến thiên để xác định m.

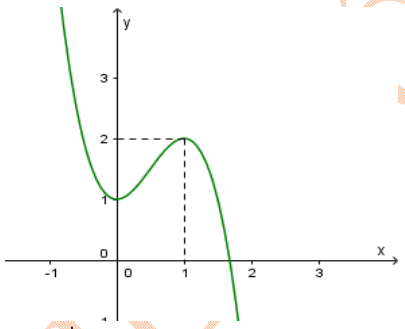
Cách giải: $y' = 0$ khi $x_1 = 0; x_2 = 1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		0		-1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-4	↗	-3	↘	-4	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên ta thấy $-3 > 2m > -4 \Leftrightarrow \dfrac{-3}{2} > m > -2$.

Câu 127: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ sau:



Số nghiệm của phương trình $2.|f(x-1)| - 3 = 0$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

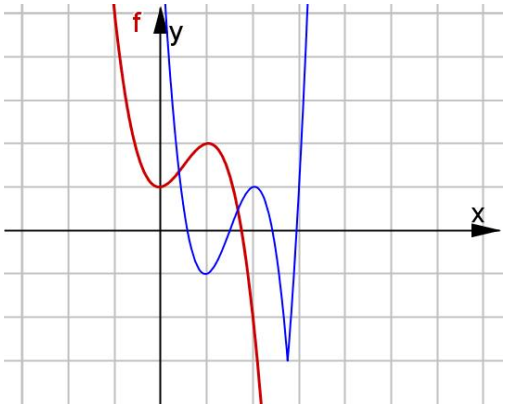
Từ đồ thị hàm số $y = f(x)$. Ta thực hiện các thao tác sau:

✓Tịnh tiến qua trái 1 đơn vị.

✓Lấy đối xứng qua trục Ox.

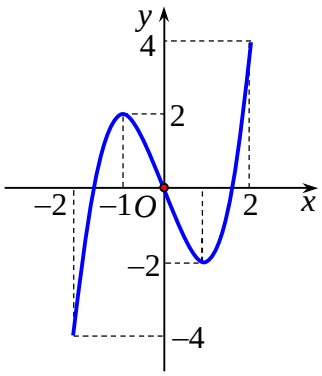
✓Tịnh tiến xuống dưới 3 đơn vị.

Ta được đồ thị hàm số $g(x) = 2.|f(x-1)| - 3$.



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $2.|f(x-1)| - 3 = 0$ có 4 nghiệm.

Câu 128: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x) = m$ có 3 nghiệm phân biệt là:



A. $m\in(2;+\infty)$. **B.** $m\in[-2;2]$. **C.** $m\in(-2;3)$. **D.** $m\in(-2;2)$.

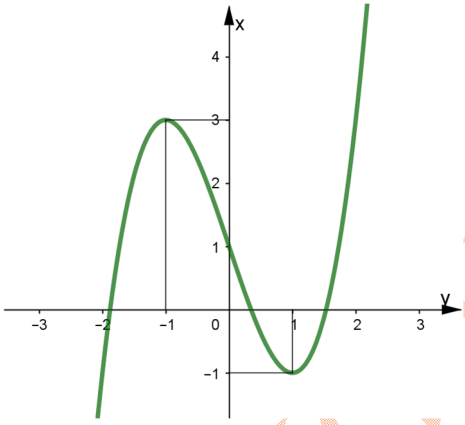
Hướng dẫn giải

Chọn D

Số nghiệm của PT: $f(x)=m$ bằng số điểm chung của đồ thị hàm số $y=f(x)$ (hình vẽ) và đường thẳng $y=m$.

Nhìn vào đồ thị ta thấy: Để PT có 3 nghiệm phân biệt thì $m\in(-2;2)$

Câu 129: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để phương trình $f(x)=\log_2 m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt?



A. 6. **B.** 7. **C.** 5. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình $f(x)=\log_2 m$ có đúng ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases}m>0\\-1<\log_2 m<3\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>0\\\dfrac{1}{2}<m<8\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}<m<8$.

Do m là số nguyên dương nên $m\in\{1;2;3;4;5;6;7\}$.

Câu 130: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$ có đồ thị (C). Gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A(3;20)$ và có hệ số góc là m. Với giá trị nào của m thì d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt:

A. $\begin{cases}m<\dfrac{15}{4}\\m\neq 24\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m<\dfrac{1}{5}\\m\neq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m>\dfrac{15}{4}\\m\neq 24\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m>\dfrac{1}{5}\\m\neq 1\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình đường thẳng d đi qua $A(3;20)$ và có hệ số góc m là $y=m(x-3)+20$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là

$$x^3-3x+2=m(x-3)+20 \Leftrightarrow (x-3)(x^2+3x+6-m)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}(x-3)=0\\ x^2+3x+6-m=0 \quad (*)\end{array}\right.$$

Để đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt thì phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt

$$x\neq 3 \Leftrightarrow \begin{cases}3^2+3.3+6-m\neq 0\\ \Delta>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 24\\ 9+4m-24>0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}m\neq 24\\ m>\dfrac{15}{4}\end{cases}.$$

Câu 131: Cho đồ thị $(C_m): y=x^3-12x+m-2$. Tìm m để (C_m) cắt trục Ox tại 3 điểm phân biệt?

A. $-14<m<18$. **B.** $-18<m<14$. **C.** $-4<m<4$. **D.** $-16<m<16$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục

Ox: $x^3-12x+m-2=0 \Leftrightarrow x^3-12x=-m+2(1)$.

Số giao điểm của (C_m) và trục Ox là số nghiệm của pt (1).

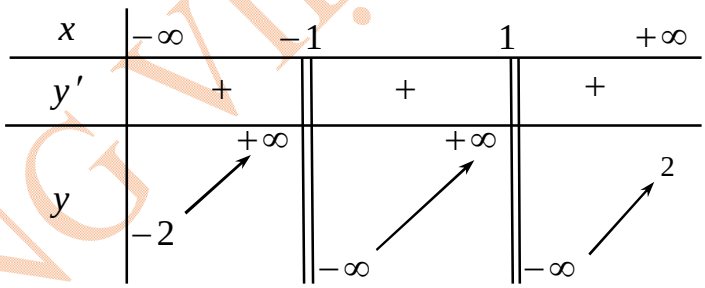
Xét hàm số: $y=x^3-12x$. TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

$y'=3x^2-12=0 \Leftrightarrow x=\pm 2$.

$y(2)=-16;\ y(-2)=16$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y=\pm\infty$.

Lập bảng biến thiên suy ra: $-16<-m+2<16 \Leftrightarrow -14<m<18$.

Câu 132: Hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ.



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

A. $m\in[-2;2]$. **B.** $m\in(2;+\infty)$. **C.** $m\in(-2;2)$. **D.** $m\in(-\infty;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta có

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-2$, $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=2$ suy ra hàm số có hai đường tiệm cận ngang $y=\pm 2$.

Do đó phương trình $f(x)=m$ chỉ có 2 phân biệt khi $m=\pm 2 \Rightarrow$ loại

C.

Nếu $m>2$ đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt $\Rightarrow$ loại

D.

Nếu $m<-2$ đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 2 điểm phân biệt $\Rightarrow$ loại

B.

Vậy $m\in(-2;2)$ thì phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm thực phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 133: Gọi S là tập tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt. Tính tổng T của các phần tử thuộc tập S

A. $T=-10$. **B.** $T=12$. **C.** $T=10$. **D.** $T=-12$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục Ox là nghiệm của phương trình $x^3+3x^2-9x+2m+1=0\Leftrightarrow x^3+3x^2-9x+1=-2m$.

Xét hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$ ta có $f'(x)=3x^2+6x-9\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-3		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	28	↘	-4	↗	$+\infty$

Để đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-9x+2m+1$ và trục Ox có đúng hai điểm chung phân biệt

$\Leftrightarrow$ phương trình $x^3+3x^2-9x+2m+1=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=-2m$ cắt đồ thị hàm số $f(x)=x^3+3x^2-9x+1$ tại hai điểm phân biệt.

Từ bảng biến thiên ta có điều kiện là: $\left[\begin{array}{l}-2m=-4\\-2m=28\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=-14\end{array}\right.\Rightarrow S=\{2;-14\}\Rightarrow T=-12.$

Câu 134: **Tất** cả các giá trị của m để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số (C) $y=x^4-8x^2+3$ tại 4 phân biệt là.

A. $-\frac{13}{4}<m<\frac{3}{4}$. **B.** $-\frac{13}{4}\le m\le\frac{3}{4}$. **C.** $-13<m<3$. **D.** $-13\le m\le 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=4x^3-16x$.

Cho $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm 2\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-13	↗	3	↘	-13	↗	$+\infty$

.

YCBT tương đương với $-13<4m<3\Leftrightarrow\frac{-13}{4}<m<\frac{3}{4}$.

Câu 135: Phương trình $x^3+x(x+1)=m\left(x^2+1\right)^2$ có nghiệm thực khi và chỉ khi

A. $-\frac{1}{4}\le m\le\frac{3}{4}$. **B.** $-1\le m\le\frac{14}{25}$. **C.** $m\le\frac{4}{3}$. **D.** $-6\le m\le\frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình đã cho tương đương $\frac{x^3+x(x+1)}{(x^2+1)^2}=m(*)$.

Xét hàm số $f(x)=\frac{x^3+x(x+1)}{(x^2+1)^2}$.

TXĐ: $\mathbb{D}=\mathbb{R}$.

Ta có $f'(x)=\frac{-(x-1)(x+3)^3}{(x^2+1)^3}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	
y	0	$\searrow$	$-\frac{1}{4}$	$\nearrow$	$\frac{3}{4}$	$\searrow$	0

Từ bảng biến thiên, suy ra để phương trình để phương trình đã cho có nghiệm thực thì $-\frac{1}{4}\le m\le\frac{3}{4}$.

Câu 136: Tìm tất cả các giá trị của m để phương trình $x+1=m\sqrt{2x^2+1}$ có hai nghiệm phân biệt.

A. $m>\frac{\sqrt{6}}{6}$. **B.** $\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{2}$. **C.** $-\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{6}$. **D.** $m<\frac{\sqrt{2}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$x+1=m\sqrt{2x^2+1}\Leftrightarrow m=\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$.

Đặt $f(x)=\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}$, $f'(x)=\frac{1-2x}{(2x^2+1)\sqrt{2x^2+1}}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{1}{2}\Rightarrow f\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Giới hạn $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{x+1}{\sqrt{2x^2+1}}=-\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Ta có BBT

x	$-\infty$		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y'	$-\frac{1}{\sqrt{2}}$	$\nearrow$	$\frac{\sqrt{6}}{2}$	$\searrow$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$

Phương trình có 2 nghiệm phân biệt khi $\frac{\sqrt{2}}{2}<m<\frac{\sqrt{6}}{2}$.

Câu 137: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^3+3m^2=0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m\in(-1;3)$. **B.** $m\in(-1;+\infty)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $m\in(-1;3)\setminus\{0,2\}$. **D.** $m=2$.

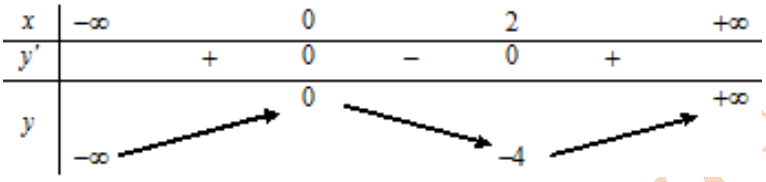
Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình tương đương $x^3-3x^2=m^3-3m^2$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $d:\ y=m^3-3m^2$ có ba điểm chung với đồ thị hàm số $f(x)=x^3-3x^2$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$.

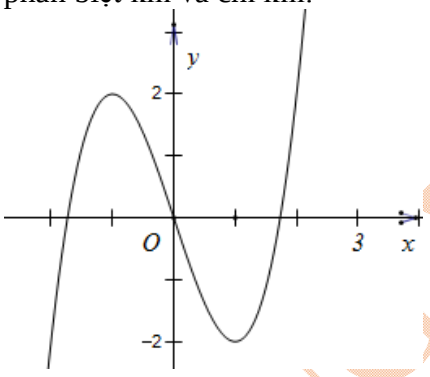
Bảng biến thiên:



Ta có $f(-1)=4$ và $f(3)=0$. Phương trình có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4<m^3-3m^2<0$ $\Leftrightarrow -4<f(m)<0$. Dựa vào bảng biến thiên ta được: $m\in(-1;3)\setminus\{0,2\}$.

DẠNG 4: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM (CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 138: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi:



A. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$. **B.** $m>0$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $-1<m<0$.

Hướng dẫn giải

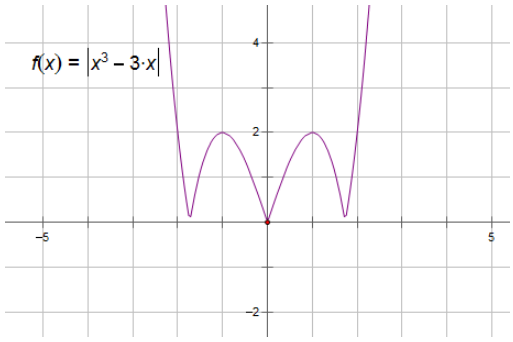
Chọn A

Phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|(C')$ với đường thẳng $y=m^2+m(d)$.

Đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x\right|(C')$ được suy ra từ đồ thị $y=x^3-3x(C)$ bằng cách:

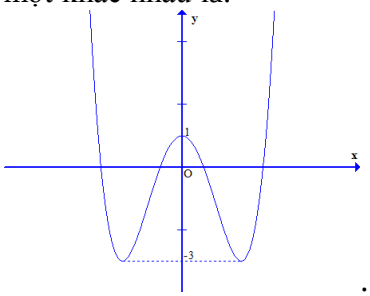
- Giữ lại phần (C) nằm trên trục Ox.
- Lấy đối xứng phần (C) nằm dưới Ox qua trục Ox.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựa vào hình vẽ ta suy ra phương trình $\left|x^3-3x\right|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m^2+m<2 \Leftrightarrow -2<m<-1$ hoặc $0<m<1$.

Câu 139: Hình vẽ bên là đồ thị hàm trùng phương. Giá trị m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m$ có 4 nghiệm đôi một khác nhau là:

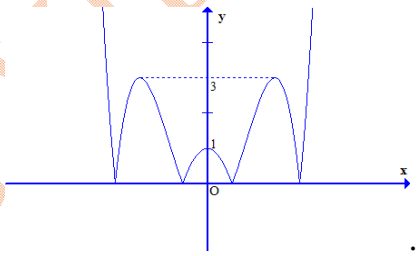


A. $1<m<3$. **B.** $m=0,\ m=3$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ là :



Phương trình có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow m=0\vee m=3$.

Câu 140: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|2x^4-4x^2+1\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt. Tìm S ?

A. $S=\left(1;2\right)$ **B.** $S=\left(0;2\right)$ **C.** $S=\left(0;1\right)$ **D.** $S=\left(-1;1\right)$

Hướng dẫn giải

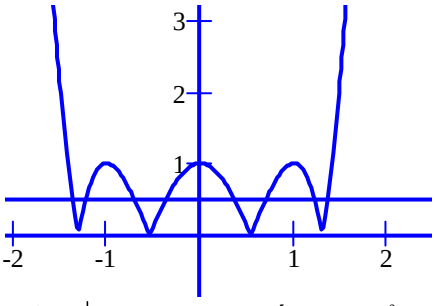
Chọn C

Xét hàm số: $y=2x^4-4x^2+1$. $y'=8x^3-8x$, $y'=0\Leftrightarrow 8x^3-8x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x=0\\x=1\\x=-1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

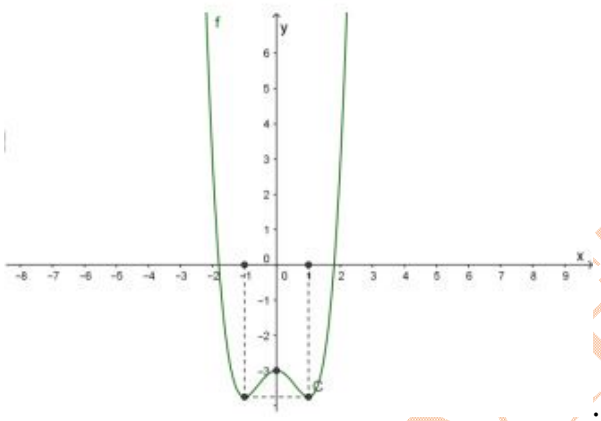
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-1	$\nearrow$	1	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Suy ra đồ thị hàm số $y=\left|2x^4-4x^2+1\right|$



Nghiệm của phương trình $\left|2x^4-4x^2+1\right|=m$ chính là số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồthị hàm số $y=\left|2x^4-4x^2+1\right|$. Dựa vào đồ thị ta có khi $0<m<1$ thì phương trình đã cho có 8 nghiệm phân biệt.

Câu 141: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Xác định tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có đúng 2 nghiệm thực phân biệt.



A. $-4<m<0$. **B.** $m>4; m=0$. **C.** $3<m<4$. **D.** $0<m<3$.

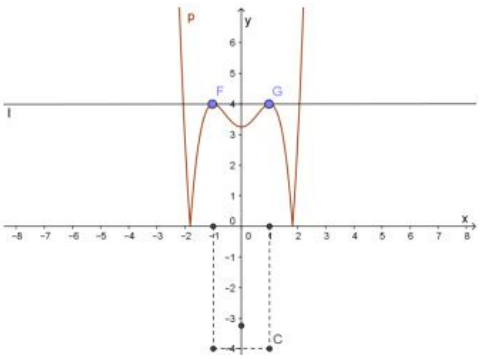
Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào các điểm cực trị ta tìm được hàm số.

Ban đầu là $y=\frac{3}{4}x^4-\frac{3}{2}x^2-\frac{13}{4}=f(x)$.

Dựng đồ thị hàm số $m=\left|f(x)\right|$.



Ta được $m>4$ và $m=0$.

Câu 142: Gọi M, N là giao điểm của đường thẳng $y=x+1$ và đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$. Khi đó hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN bằng

A. 2. **B.** -1. **C.** 1. **D.** $\frac{-5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

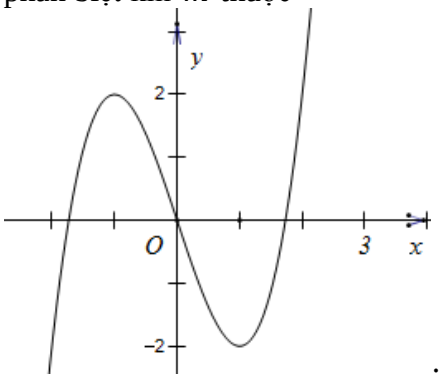
Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+4}{x-1}=x+1\Leftrightarrow x^2-2x-5=0\ (*)$

Vì $ac<0$ nên phương trình $(*)$ luôn có hai nghiệm trái dấu.

$\Rightarrow d$ luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt M, N.

Khi đó: hoành độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là: $x_I=\frac{1}{2}(x_M+x_N)=\frac{-b}{2a}=1$

Câu 143: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị như hình vẽ bên. Phương trình $|x^3-3x|=m^2+m$ có 6 nghiệm phân biệt khi m thuộc



A. $-2<m<-1$ hoặc $0<m<1$. **B.** $-1<m<0$.
C. $m<-2$ hoặc $m>1$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Số nghiệm của phương trình $|x^3-3x|=m^2+m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=|x^3-3x|$ với đường thẳng $y=m^2+m$ (luôn song song với trục hoành).

Từ đồ thị hàm số $y=x^3-3x$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=|x^3-3x|$ như sau:

Giữ nguyên phần đồ thị phía trên trục hoành, lấy đối xứng phần đồ thị phía dưới trục hoành qua trục hoành rồi bỏ phần phía dưới đi. Ta được đồ thị như hình vẽ.

Từ đồ thị ta có : để phương trình có 6 nghiệm thì $0<m^2+m<2\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m<2\\0<m^2+m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{bmatrix}-2<m<-1\\0<m<1\end{bmatrix}$.

Câu 144: Số các giá trị của m để phương trình $x^4-2=m(1-|x|)$ có đúng 1 nghiệm là.

A. 3. **B.** 1. **C.** Vô số. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$x^4-2-m(1-|x|)=0$.

Đặt $t=|x|$, $t\ge 0$. Phương trình trở thành: $t^4-2-m(1-t)=0\ \ (1)$.

Vậy phương trình đã cho có đúng 1 nghiệm khi và chỉ khi.

phương trình (1) có nghiệm $t=0$, các nghiệm còn lại đều âm.

Vì $t=0$ là nghiệm nên $-2-m=0\Leftrightarrow m=-2$.

Thử lại, thay $m=-2$ vào phương trình (1): $t^4-2+2(1-t)=0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow t\left(t^3-2\right)=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t=0 \\ t=\sqrt[3]{2} \end{array}\right.$ (không thỏa điều kiện).

Vậy không có giá trị nào của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 145: Tìm tất cả các giá trị thực k để phương trình $\left|-2x^3-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}\right|=\left|\frac{k}{2}-1\right|$ có đúng 4 nghiệm phân biệt.

A. $k\in\varnothing$.

B. $k\in\left(-2;-\frac{3}{4}\right)\cup\left(\frac{19}{4};6\right)$.

C. $k\in\left(\frac{19}{4};5\right)$.

D. $k\in(-2;-1)\cup\left(1;\frac{19}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

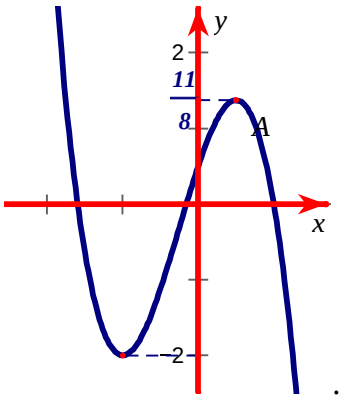
Chọn B

Đặt $f(x)=-2x^3-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}$.

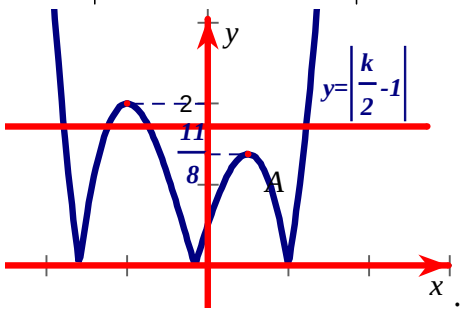
$f'(x)=-6x^2-3x+3$, $f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=-1 \\ x=\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

BBT.

x	$-\infty$		-1		$\frac{1}{2}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-2	$\nearrow$	$\frac{11}{8}$	$\searrow$	$-\infty$



Suy ra đồ thị của hàm trị tuyệt đối $y=\left|-2x^3-\frac{3}{2}x^2+3x+\frac{1}{2}\right|$ bằng cách lấy đối xứng qua trục Ox.



Vậy để PT có đúng 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{11}{8} < \left|\frac{k}{2}-1\right| < 2 \Leftrightarrow \frac{121}{64} < \frac{k^2}{4}-k+1 < 4$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{k^2}{4}-k-\frac{57}{64}>0 \\ \frac{k^2}{4}-k-3<0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} k<-\frac{3}{4} \\ k>\frac{19}{4} \end{array}\right. \\ -2<k<6 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} -2<k<-\frac{3}{4} \\ \frac{19}{4}<k<6 \end{array}\right..$$

Câu 146: Biết đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là

A. $3<m<4$. **B.** $m>6$ hoặc $m<5$.

C. $4<m<5$. **D.** $5<m<6$.

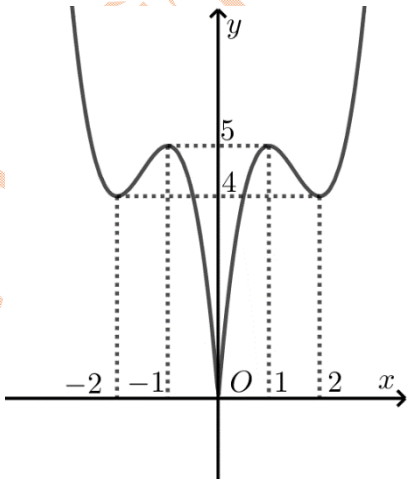
Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung Oy làm trục đối xứng. Bởi vậy, đồ thị (C_1) hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=2x^3-9x^2+12x$ như sau:

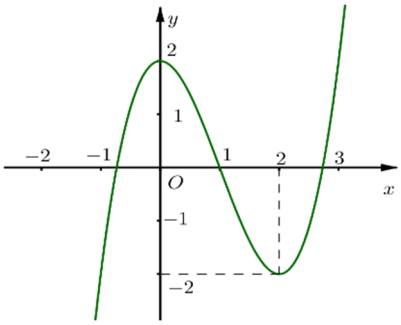
- Đồ thị (C_1) ứng với $x\ge 0$ là phần đồ thị (C) bên phải trục tung.
- Lấy đối xứng với phần trên qua trục tung ta được đồ thị (C_1) ứng với $x<0$.

Đồ thị (C_1) có hình dạng như sau:



Từ đồ thị (C_1) hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$, suy ra đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị (C_1) tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $4<m-1<5 \Leftrightarrow 5<m<6$.

Câu 147: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+2$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $-2\le m\le 2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $0\le m\le 2$. **D.** $0<m<2$.

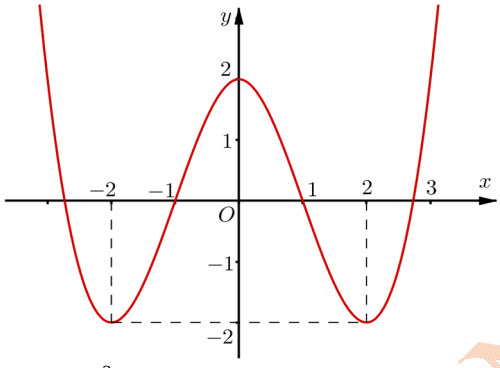
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có hàm số $g(x)=|x|^3-3x^2+2$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục Oy làm trục đối xứng.

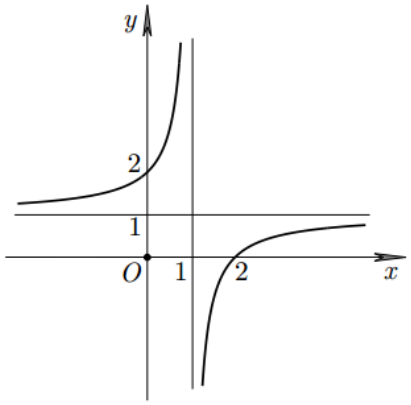
Khi $x\ge 0$, $g(x)=x^3-3x^2+2$.

$\Rightarrow$ Đồ thị hàm số $g(x)=|x|^3-3x^2+2$ có dạng như hình vẽ.



Dựa vào đồ thị suy ra phương trình $|x|^3-3x^2+2=m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi và chỉ khi $-2<m<2$.

Câu 148: Cho hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có đồ thị là đường cong như hình bên. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất.



A. $m>0;m\neq 1$. **B.** $m>2$. **C.** $m>1$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

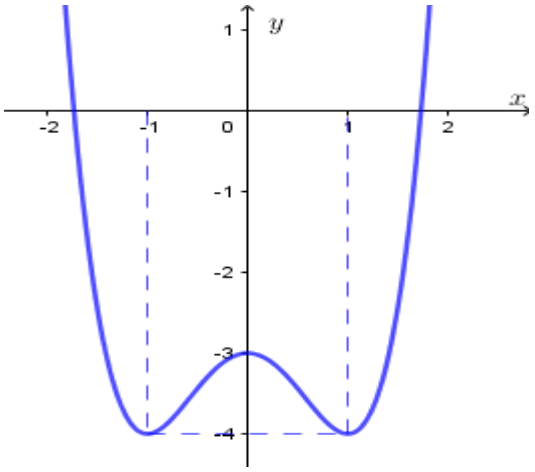
Chọn A

Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ nằm bên trên trục hoành, sau đó lấy đối xứng phần đồ thị còn lại qua trục hoành ta được đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Lại có: số nghiệm phương trình $|f(x)|=m$ bằng số giao điểm của đường thẳng $y=m$ và đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Vậy phương trình $|f(x)|=m$ có nhiều nghiệm thực nhất khi $m>0;m\neq 1$.

Câu 149: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như đường cong trong hình dưới đây. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có 6 nghiệm phân biệt:

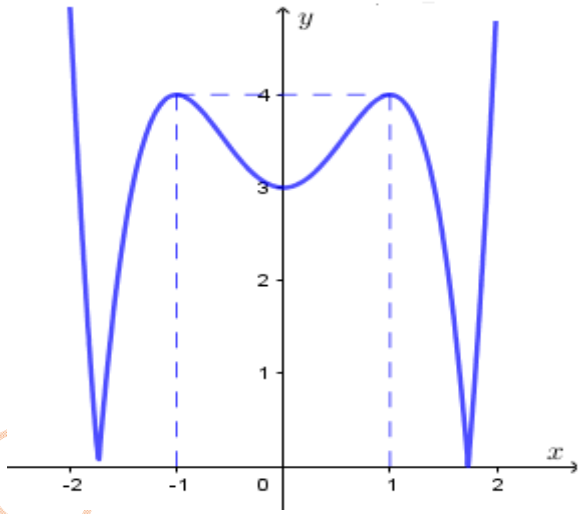


A. $-4<m<-3$. **B.** $0<m<3$. **C.** $m>4$. **D.** $3<m<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

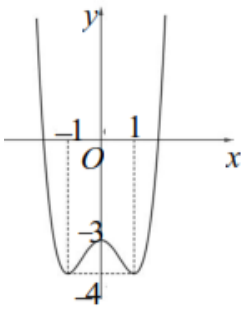
Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có được bằng cách: giữ nguyên phần đồ thị hàm số $y=f\left(x\right)$ nằm trên trục hoành, lấy đối xứng phần dưới trục hoành qua trục hoành.



Số nghiệm của phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị hàm số, phương trình có 6 nghiệm khi $3<m<4$.

Câu 150: Cho hàm số $y=f\left(x\right)$ có đồ thị như đường cong trong hình vẽ dưới đây. Tìm giá trị của tham số m để phương trình $\left|f\left(x\right)\right|+1=m$ có 6 nghiệm phân biệt?

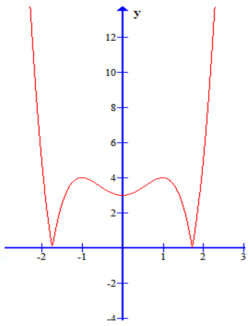


A. $0<m<4$ **B.** $-4<m<-3$ **C.** $4<m<5$ **D.** $m>5$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Sử dụng phép suy đồ thị ta vẽ được đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ như sau:



Phương trình $\left|f\left(x\right)\right|+1=m$ có 6 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 6 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 3<m-1<4\Leftrightarrow 4<m<5$.

Câu 151: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ có điểm chung với trục hoành là $\left[a;b\right]$ (với $a;b\in\mathbb{R}$). Tính giá trị của $S=2a+b$.

A. $S=7$. **B.** $S=5$. **C.** $S=\dfrac{23}{3}$. **D.** $S=\dfrac{19}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số : $D=\left[-2;2\right]$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ và trục hoành là

$x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7=0\Leftrightarrow m\left(\sqrt{4-x^2}+1\right)=7-x^2\Leftrightarrow m=\dfrac{7-x^2}{\sqrt{4-x^2}+1}\ (1)$.

Đặt $t=\sqrt{4-x^2}$, $t\in\left[0;2\right]$, phương trình (1) trở thành $m=\dfrac{t^2+3}{t+1}\ (2)$.

Đồ thị hàm số đã cho có điểm chung với trục hoành khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm $t\in\left[0;2\right]$.

Xét hàm số $f\left(t\right)=\dfrac{t^2+3}{t+1}$ trên $\left[0;2\right]$.

Hàm số $f\left(t\right)$ liên tục trên $\left[0;2\right]$.

Ta có $f'\left(t\right)=\dfrac{t^2+2t-3}{\left(t+1\right)^2}$, $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\in\left(0;2\right)\\t=-3\notin\left(0;2\right)\end{array}\right.$.

$f\left(0\right)=3$, $f\left(1\right)=2$, $f\left(2\right)=\dfrac{7}{3}$.

Do đó $\min\limits_{\left[0;2\right]}f\left(t\right)=2$ và $\max\limits_{\left[0;2\right]}f\left(t\right)=3$.

Bởi vậy, phương trình (2) có nghiệm $t\in\left[0;2\right]$ khi và chỉ khi

$\min\limits_{\left[0;2\right]}f\left(t\right)\le m\le\max\limits_{\left[0;2\right]}f\left(t\right)\Leftrightarrow 2\le m\le 3$.

Từ đó suy ra $a=2$, $b=3$, nên $S=2a+b=2.2+3=7$.

Câu 152: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Gọi A, B là hai điểm phân biệt trên đồ thị (C) có hoành độ x_1, x_2 thỏa $x_1<1<x_2$. Giá trị nhỏ nhất của AB là

A. $\sqrt{8\sqrt{2}+8}$. **B.** $12\sqrt[3]{4}$. **C.** $8\sqrt{2}-8$. **D.** $2\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}=x+\dfrac{1}{x-1}$. Giả sử $A\left(x_1;\ x_1+\dfrac{1}{x_1-1}\right)$, $B\left(x_2;\ x_2+\dfrac{1}{x_2-1}\right)$ với $x_1<1<x_2$.

Đặt $\begin{cases}x_1=1-a(a>0)\\ x_2=1+b(b>0)\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}y_1=1-a-\dfrac{1}{a}\\ y_2=1+b+\dfrac{1}{b}\end{cases}\Rightarrow\overrightarrow{AB}=\left(b+a;b+a+\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}\right)$.

$AB^2=(a+b)^2+\left(a+b+\dfrac{1}{a}+\dfrac{1}{b}\right)^2=(a+b)^2\left(2+\dfrac{2}{ab}+\dfrac{1}{a^2b^2}\right)\overset{Cosi}{\geq}4ab\left(2+\dfrac{2}{ab}+\dfrac{1}{a^2b^2}\right)$.

$=8ab+\dfrac{4}{ab}+8\overset{Cosi}{\geq}2\sqrt{8ab.\dfrac{4}{ab}}+8=8\sqrt{2}+8$. Vậy $AB_{min}=\sqrt{8\sqrt{2}+8}$.

Câu 153: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-3		0		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	2	$\searrow$	3	$\nearrow$	$+\infty$

Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)-m=0$ có bốn nghiệm phân biệt.

A. $m>-3$ **B.** $-3<m<2$. **C.** $-3\leq m\leq 2$. **D.** $m<-2$.

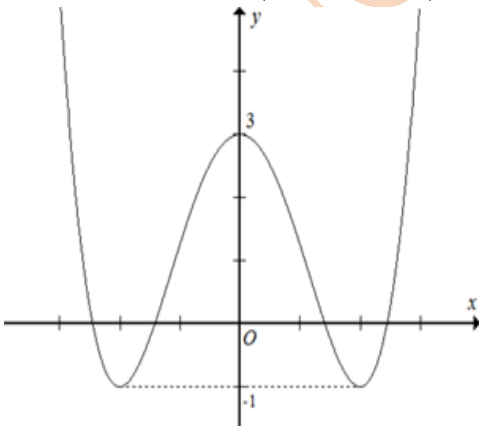
Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình $f(x)-m=0$ có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi đường thẳng $d:y=m$ cắt đồ thị $(C):y=f(x)$ tại bốn điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy, $-3<m<2$ thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 154: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+3$ có đồ thị như hình dưới. Tổng tất cả các giá trị nguyên của tham số m để phương trình $\left|x^4-8x^2+12\right|=m$ có 8 nghiệm phân biệt là:



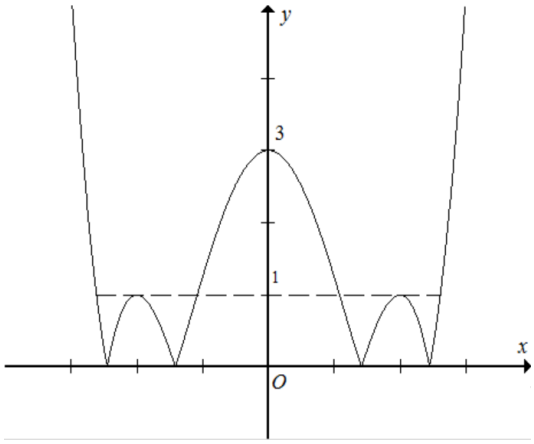
A. 0. **B.** 3. **C.** 6. **D.** 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\left|x^4-8x^2+12\right|=m\Leftrightarrow\left|\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+3\right|=\dfrac{m}{4}$ (*).

Ta có đồ thị của hàm số $y=\left|\dfrac{1}{4}x^4-2x^2+3\right|$:

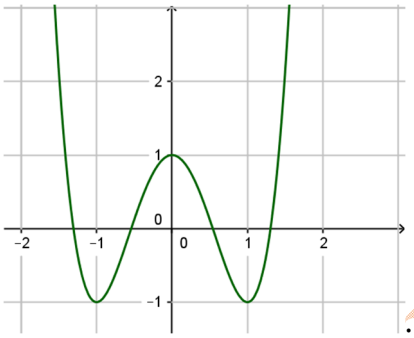


Suy ra để phương trình (*) có 8 nghiệm phân biệt thì ta phải có $0<\frac{m}{4}<1\Leftrightarrow 0<m<4$.

Suy ra các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là $1,\ 2,\ 3$.

Do đó tổng các giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán là bằng 6.

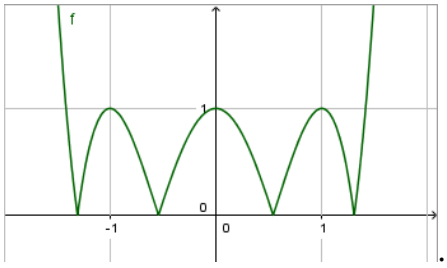
Câu 155: Hình bên là đồ thị hàm số $y=2x^4-4x^2+1$. Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2+\frac{1}{2}\right|=2m$ có 8 nghiệm phân biệt.



A. $0<m<\frac{1}{2}$. **B.** $0<m<\frac{1}{4}$. **C.** $-\frac{1}{4}<m<\frac{1}{2}$. **D.** $m\ge\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



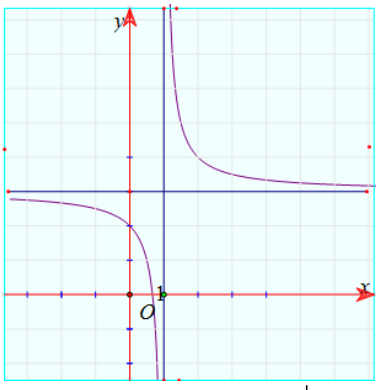
Dựa vào đồ thị của hàm số $y=2x^4-4x^2+1$ ta suy ra được đồ thị (C') của hàm số $y=\left|2x^4-4x^2+1\right|$ như hình vẽ bên.

Số nghiệm của phương trình $\left|x^4-2x^2+\frac{1}{2}\right|=2m\Leftrightarrow\left|2x^4-4x^2+1\right|=4m$ là số giao điểm của đồ thị (C') và đường thẳng $d:y=4m$.

Phương trình có 8 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<4m<1\Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{4}$.

Câu 156: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=\frac{3x-2}{x-1}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1}=m$ có hai nghiệm thực dương?

A. $m>3$. **B.** $m<-3$. **C.** $0<m<3$. **D.** $-2<m<0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

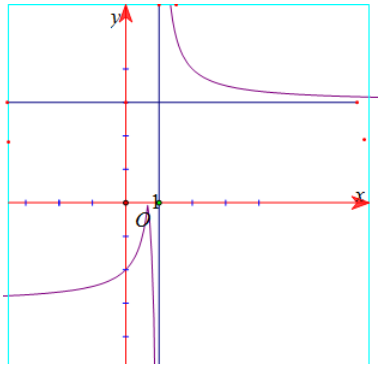
Số nghiệm của phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1}=m$ bằng số giao điểm của đồ thị $y=\frac{|3x-2|}{x-1}$ (C') và đường thẳng $y=m$ (d).

Do $\frac{|3x-2|}{x-1}=\begin{cases}\frac{3x-2}{x-1} \text{ khi } x\ge\frac{2}{3}\\ -\frac{3x-2}{x-1} \text{ khi } x<\frac{2}{3}\end{cases}$ nên đồ thị (C') có được bằng cách

Giữ nguyên phần đồ thị $y=\frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x\ge\frac{2}{3}$.

Lấy đối xứng qua trục Ox phần đồ thị $y=\frac{3x-2}{x-1}$ ứng với phần $x<\frac{2}{3}$.

Hợp của hai phần đồ thị là (C').



Từ đồ thị ta có phương trình $\frac{|3x-2|}{x-1}=m$ có hai nghiệm dương phân biệt khi $-2<m<0$

Câu 157: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}$. Phương trình $\frac{f(f(x))}{2f(x)-1}=1$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt ?

A. 5 nghiệm. **B.** 9 nghiệm. **C.** 4 nghiệm. **D.** 6 nghiệm.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1:

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}$.

Ta có $f'(x)=3x^2-6x+1$.

$$f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=\dfrac{3-\sqrt{6}}{3}\Rightarrow f(x_1)=\dfrac{9+8\sqrt{6}}{18}\\ x_2=\dfrac{3+\sqrt{6}}{3}\Rightarrow f(x_2)=\dfrac{9-8\sqrt{6}}{18}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$f(x_1)$	↘	$f(x_2)$	↗	$+\infty$

Xét phương trình $\dfrac{f(f(x))}{2f(x)-1}=1$.

Đặt $t=f(x)$. Khi đó phương trình trở thành.

$$\frac{f(t)}{2t-1}=1\Leftrightarrow f(t)=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2+t+\frac{3}{2}=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2-t+\frac{5}{2}=0(*).$$

Xét hàm số $g(t)=t^3-3t^2-t+\dfrac{5}{2}$ liên tục trên $\mathbb{R}$.

+ Ta có $g(3).g(4)=\left(-\dfrac{1}{2}\right).\dfrac{29}{2}<0$ nên phương trình $(*)$ có một nghiệm $t=t_1\in(3;4)$.

Khi đó dựa vào bảng biến thiên ở trên thì phương trình $f(x)=t_1$ với $t_1>3>f(x_1)=\dfrac{9+8\sqrt{6}}{18}$ có một nghiệm.

+ Ta có $g(1).g\left(\dfrac{1}{2}\right)=\left(-\dfrac{1}{2}\right).\dfrac{11}{8}<0$ nên phương trình $(*)$ có một nghiệm $t=t_2\in\left(\dfrac{1}{2};1\right)$.

Khi đó dựa vào bảng biến thiên ở trên thì phương trình $f(x)=t_2$ với

$f(x_2)=\dfrac{9-8\sqrt{6}}{18}<\dfrac{1}{2}<t_2<1<f(x_1)=\dfrac{9+8\sqrt{6}}{18}$ có ba nghiệm phân biệt.

+ Ta có $g\left(-\dfrac{4}{5}\right).g(-1)=\dfrac{217}{250}.\left(-\dfrac{1}{2}\right)<0$ nên phương trình $(*)$ có một nghiệm $t=t_3\in\left(-1;-\dfrac{4}{5}\right)$.

Khi đó dựa vào bảng biến thiên ở trên thì phương trình $f(x)=t_3$ với $t_3<-\dfrac{4}{5}<f(x_2)=\dfrac{9-8\sqrt{6}}{18}$ có một nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thực.

Cách 2:

Đặt $t=f(x)$. Khi đó phương trình trở thành.

$$\frac{f(t)}{2t-1}=1\Leftrightarrow f(t)=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2+t+\frac{3}{2}=2t-1\Leftrightarrow t^3-3t^2-t+\frac{5}{2}=0(*).$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t_1\approx 3,05979197\\ t_2\approx 0,8745059057\\ t_3\approx -0,9342978758\end{array}\right.$$

+ Xét phương trình $x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}=t_1\approx 3.05979197$. Bấm máy tính ta được 1 nghiệm.

+ Xét phương trình $x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}=t_2\approx 0,8745059057$. Bấm máy tính ta được 3 nghiệm.

+ Xét phương trình $x^3-3x^2+x+\frac{3}{2}=t_3\approx -0,9342978758$. Bấm máy tính ta được 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 5 nghiệm thực.

Câu 158: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-1	↗	$+\infty$

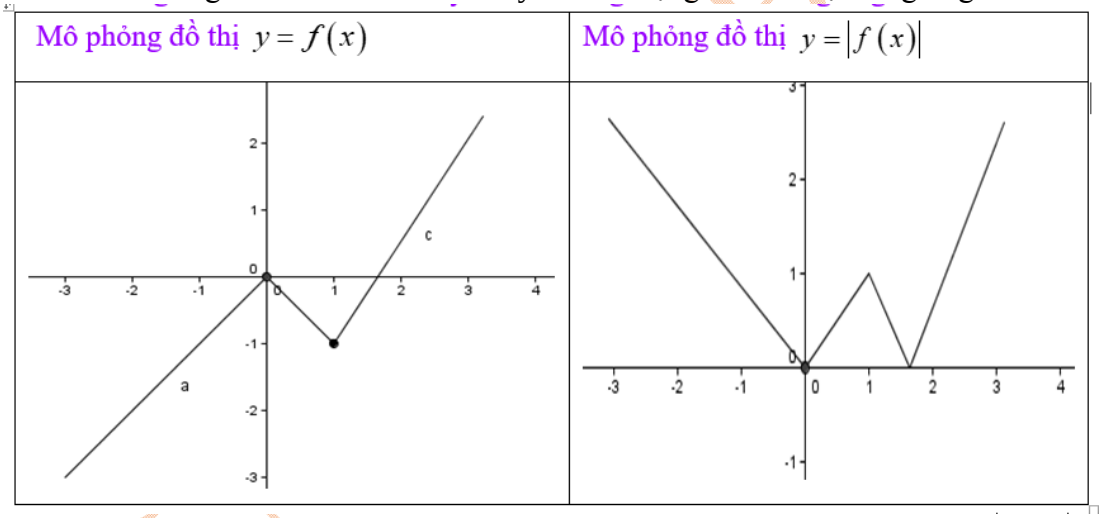
Tìm các giá trị thực của tham số m để phương trình $\left|f(x)\right|=m+2$ có bốn nghiệm phân biệt

A. $-3<m<-2$ **B.** $-3\le m\le -2$. **C.** $-2\le m\le -1$. **D.** $-2<m<-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1. Từ bảng biến thiên đã cho ta suy ra hình dạng của đồ thị tương ứng



Số nghiệm của phương trình $\left|f(x)\right|=m+2$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f(x)\right|$ và đường thẳng $y=m+2$. Dựa vào đồ thị thì phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m+2<1\Leftrightarrow -2<m<-1$.

Cách 2. Gọi $x_1\in(1;+\infty)$ thỏa mãn $f(x_1)=0$

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ ta suy ra bbt của hàm số $y=\left|f(x)\right|$ như bảng 1 hoặc bảng 2

Bảng 1:

x	$-\infty$		0		1		x_1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Bảng 2:

x	$-\infty$		0		1		x_1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x\right)\right|=m+2$ chính là số giao điểm của đồ thị $y=\left|f\left(x\right)\right|$ và đường thẳng $y=m+2$. Dựa vào bảng biến thiên thì phương trình có bốn nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $0<m+2<1\Leftrightarrow -2<m<-1$.

Câu 159: Phương trình $\left|\sin x-\cos x\right|+\sin 2x=m$ có nghiệm khi và chỉ khi.

A. $1\le m\le \frac{5}{4}$.

B. $\sqrt{2}-1\le m\le 1$.

C. $\sqrt{2}-1\le m\le \frac{5}{4}$.

D. $m=1$ hoặc $m=\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $t=\left|\sin x-\cos x\right|\Rightarrow \sin 2x=1-t^2\left(0\le t\le \sqrt{2}\right)$.

Ta có: $m=1+t-t^2$ với $\left(0\le t\le \sqrt{2}\right)$.

Đặt $m=g\left(t\right)=1+t-t^2$ với $\left(0\le t\le \sqrt{2}\right)$. Ta có $g'\left(t\right)=1-2t=0\Leftrightarrow t=\frac{1}{2}$.

Khi đó: $\begin{cases} g\left(0\right)=1 \\ g\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{5}{4} \\ g\left(\sqrt{2}\right)=\sqrt{2}-1 \end{cases}$ và vì $g\left(t\right)$ liên tục ta có $\sqrt{2}-1\le g\left(t\right)\le \frac{5}{4}$ với $\left(0\le t\le \sqrt{2}\right)$.

Vậy để phương trình ban đầu có nghiệm thì $\sqrt{2}-1\le m\le \frac{5}{4}$.

Câu 160: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số thực m sao cho phương trình $\frac{\left||x|-2\right|}{|x|+1}=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt.

A. $\left[0;2\right)$.

B. $\left[1;2\right]\cup\left\{0\right\}$.

C. $\left[1;2\right)$.

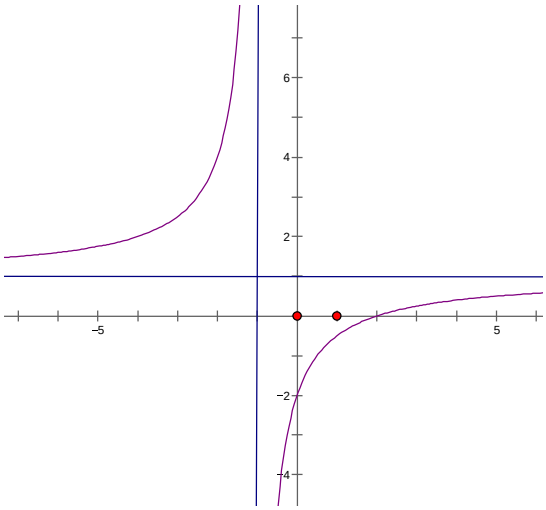
D. $\left[1;2\right)\cup\left\{0\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

+ Vẽ đồ thị $\left(C\right)$ hàm số $y=\frac{x-2}{x+1}$

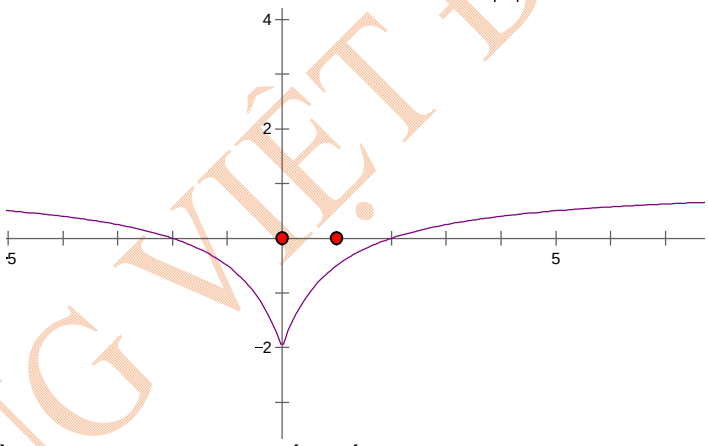
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



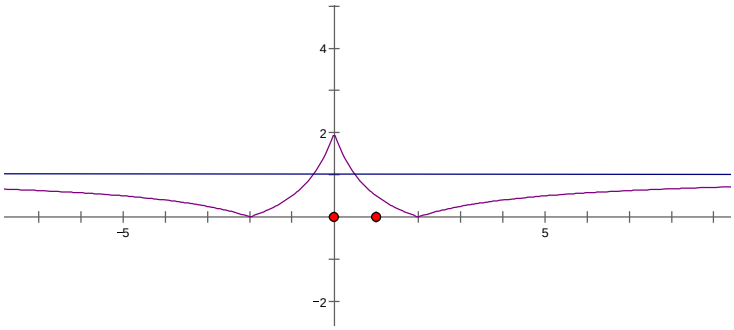
.

+ Đồ thị của hàm số $y=\dfrac{\big||x|-2\big|}{|x|+1}$ được suy ra từ đồ thị (C) như sau:

- Giữ phần đồ thị (C) bên phải trục Oy (bỏ phần bên trái). Lấy đối xứng của nhánh đồ thị (C) của phần đồ thị khi $x\ge 0$ qua trục Oy, ta được đồ thị $(C'):y=\dfrac{|x|-2}{|x|+1}$.



- Phần đồ thị (C') nằm dưới trục hoành, lấy đối xứng qua trục Ox ta được đồ thị của hàm số $y=\dfrac{\big||x|-2\big|}{|x|+1}$.



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Số nghiệm của phương trình $\frac{||x|-2|}{|x|+1}=m$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\frac{||x|-2|}{|x|+1}$ và đường thẳng $y=m$. Dựa vào đồ thị ta thấy đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{||x|-2|}{|x|+1}$ tại hai điểm phân biệt khi $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$.

Vậy phương trình $\frac{||x|-2|}{|x|+1}=m$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt khi $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ 1\le m<2 \end{array}\right.$.

Câu 161: Giá trị của m để phương trình:

$$\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x}+\sqrt{6-x}+2\sqrt[4]{6-x}=m.$$

có hai nghiệm phân biệt là.

A. $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}\le m<2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$.
B. $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}<m<2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$.
C. $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}<m\le 2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$.
D. $\sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}\le m\le 2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét $f(x)=\sqrt{x}+2\sqrt[4]{x}+\sqrt{6-x}+2\sqrt[4]{6-x}\quad x\in[0;6]$.

Có $f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{x}}+\frac{1}{2\sqrt[4]{x^3}}-\frac{1}{2\sqrt{6-x}}-\frac{1}{2\sqrt[4]{(6-x)^3}}=\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{6-x}}\right)+\frac{1}{2}\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}-\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}}\right)$.

Có $u(x)=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{6-x}}\right)$; $v(x)=\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}-\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}}\right)$ thỏa $u(2)=0;\ v(2)=0\Rightarrow f'(2)=0$.

Và $u(x)=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{6-x}}\right)$; $v(x)=\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}-\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}}\right)$ cùng âm trên $(3;6)$.

$u(x)=\left(\frac{1}{\sqrt{x}}-\frac{1}{\sqrt{6-x}}\right)$; $v(x)=\left(\frac{1}{\sqrt[4]{x^3}}-\frac{1}{\sqrt[4]{(6-x)^3}}\right)$ cùng dương trên $(0;3)$.

Lập bảng biến thiên.

Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow \sqrt{6}+2\sqrt[4]{6}\le m<2\sqrt{3}+4\sqrt[4]{3}$.

Câu 162: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

.

Khi đó $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi.

A. $0<m\le 1$.
B. $\frac{1}{2}\le m<1$.
C. $\frac{1}{2}<m<1$.
D. $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=0 \\ f'(0)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=1 \end{cases}$, suy ra $y=f(x)=2x^3-3x^2+1.$

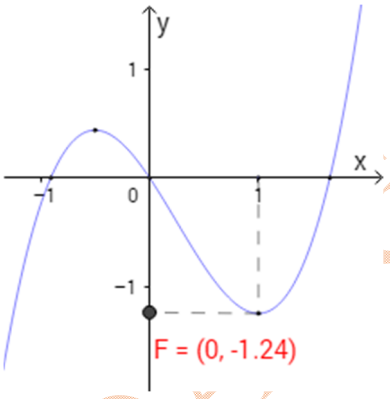
NX: $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\dfrac{1}{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1<x_2<x_3<\dfrac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi $\dfrac{1}{2}<m<1$.

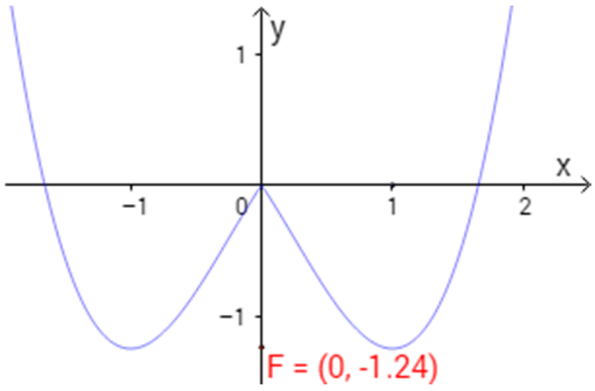
Câu 163: Cho hàm số $y=x^3-\dfrac{3}{4}x^2-\dfrac{3}{2}x$ có đồ thị như hình vẽ sau. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $4|x^3|-3x^2-6|x|=m^2-6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt.



A. $1<m<6$.
B. $m=0$ hoặc $m=6$.
C. $m>0$ hoặc $m<6$.
D. $0<m<3$.

Hướng dẫn giải

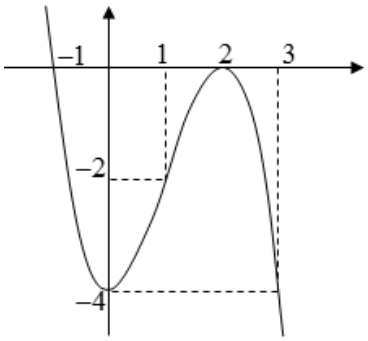
Chọn B



Ta có $4|x^3|-3x^2-6|x|=m^2-6m \Leftrightarrow |x^3|-\frac{3x^2}{4}-\frac{3|x|}{2}=\frac{m^2-6m}{4}$.

Dựa vào đồ thị ta thấy phương trình phương trình $4|x^3|-3x^2-6|x|=m^2-6m$ có đúng ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \frac{m^2-6m}{4}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=6 \end{array}\right.$

Câu 164: Đồ thị sau đây là của hàm số $y=f(x)=-x^3+3x^2-4$.



Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $|f(x)|=m+1$ có 4 nghiệm thực phân biệt.

A. $-4<m\le 0$. **B.** $0<m<4$.

C. $-1<m<3$. **D.** $m\le -4$ *hay* $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

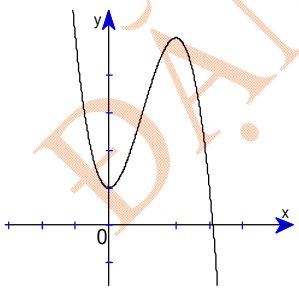
Từ đồ thị hàm số $y=f(x)$ suy ra đồ thị hàm số $y=|f(x)|$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=|f(x)|$ (hoặc lập BBT), ta có:

YCBT $\Leftrightarrow 0<m+1<4 \Leftrightarrow -1<m<3$. **Chọn C**

DẠNG 5: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM THUỘC K (KHÔNG CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 165: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ cắt đường thẳng $y=m-1$ tại 3 điểm phân biệt.



A. $1\le m<5$. **B.** $0<m<4$. **C.** $1<m<5$. **D.** $1<m\le 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm $y=f(x)=x^3-3x+2$ trên $\mathbb{R}$. Ta có $f'(x)=3x^2-3=3(x^2-1)$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\pm 1$. Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(t)$	$-\infty$	↗	4	↘	0	↗	$+\infty$

Từ bảng biến thiên suy ra đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x+2$ tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi $0<m-1<4\Leftrightarrow 1<m<5$.

Câu 166: Xác định a để đường thẳng $y=-2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2ax^2-x+1$ tại ba điểm phân biệt.

A. $|a|>\sqrt{2}$. **B.** $|a|>1$.

C. $a>2$. **D.** $a>-2$ và $a\neq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng và đồ thị hàm số là:

$$x^3+2ax^2-x+1=-2x+1\Leftrightarrow x^3+2ax^2+x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x^2+2ax+1=0\,(*)\end{array}\right.$$

Đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt khác 0.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=a^2-1>0\\0^2+2a.0+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow a^2>1\Leftrightarrow|a|>1.$$

Câu 167: -2017] Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		-3		-1		0		2		$+\infty$
y'		$-$		$+$		$-$		$+$		$-$	
y	$+\infty$	↘	-5	↗	0	↘	-2	↗	3	↘	$-\infty$

Tìm m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm nằm ở hai phía trục tung?

A. $\mathbb{R}$. **B.** $m=3$.

C. $m=-5$ và $m=3$. **D.** $m=-5$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Dựa vào BBT $f'(x)=0$ có 3 nghiệm mà $y_{(-3)}=-5<0$; $y_{(-1)}=0$; $y_{(2)}=3>0$.

Và $\lim\limits_{x\to-\infty}y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to+\infty}y=-\infty$.

Nên hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm nằm ở hai phía trục tung khi $m=-5$ và $m=3$.

Câu 168: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

A. $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right]\cup\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right)$ **B.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{3}\right)\cup\left(5+2\sqrt{3};+\infty\right)$

C. $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$ **D.** $\left(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3}\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét phương trình: $-2x+m=\dfrac{x+1}{x-2}\Leftrightarrow 2x^2-(3+m)x+2m+1=0$ (1) với $x\neq 2$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 2

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=m^2-10m+1>0\\ 2.2^2-(3+m).2+2m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;5-2\sqrt{6})\cup(5+2\sqrt{6};+\infty)$.

Câu 169: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2+1$ có đồ thị là (C). Gọi k là hệ số góc của đường thẳng (d) đi qua điểm $A(-1;5)$. Tìm tất cả các giá trị của k để đường thẳng (d) cắt đường cong (C) tại 3 điểm phân biệt.

A. $\begin{bmatrix}k<0\\ k=1\end{bmatrix}$. **B.** $\begin{cases}k<0\\ k\neq -1\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}k<0\\ k=1\end{cases}$. **D.** $\begin{bmatrix}k<0\\ k\neq -1\end{bmatrix}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình $(d): y=kx+k+5$. Phương trình hoành độ giao điểm:

$-x^3+3x^2+1=kx+k+5\Leftrightarrow(x+1)(x^2-4x+k+4)=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=-1\\ x^2-4x+k+4=0\,(*)\end{bmatrix}$.

Để (d) cắt (C) tại ba điểm khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_{(*)}=16-4(k+4)>0\\ (-1)^2-4(-1)+k+4\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}k<0\\ k\neq -1\end{cases}$.

Câu 170: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=4x-5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-(m+2)x+2m-1$ tại ba điểm phân biệt.

A. $\begin{cases}m>-1\\ m\neq 2\end{cases}$. **B.** $m>-1$. **C.** $\begin{cases}m>-3\\ m\neq 6\end{cases}$. **D.** $m>-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét phương trình hoành độ: $x^3-(m+2)x+2m-1=4x-5$ (*).

$\Leftrightarrow x^3-(m+6)x+2m+4=0\Leftrightarrow\begin{bmatrix}x=2\\ x^2+2x-m-2=0\,(**)\end{bmatrix}$.

Đường thẳng $y=4x-5$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-(m+2)x+2m-1$ tại ba điểm phân biệt.

khi và chỉ khi phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt, tức là phương trình (**) có hai nghiệm phân biệt khác 2. Khi đó: $\begin{cases}\Delta=m+3>0\\ 2^2+2.2-m-2\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>-3\\ m\neq 6\end{cases}$.

Câu 171: Tìm m để phương trình $x^6+6x^4-m^3x^3+(15-3m^2)x^2-6mx+10=0$ có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$..

A. $\dfrac{11}{5}<m<4$. **B.** $2<m\leq\dfrac{5}{2}$. **C.** $\dfrac{7}{5}\leq m<3$. **D.** $0<m<\dfrac{9}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $x^6+6x^4-m^3x^3+(15-3m^2)x^2-6mx+10=0\Leftrightarrow(x^2+2)^3+3(x^2+2)=(mx+1)^3+3(mx+1)$.

$\Leftrightarrow f\left(x^2+2\right)=f\left(mx+1\right)(*)$ với $f\left(t\right)=t^3+3t$.

Do $f'\left(t\right)=3t^2+3>0,\forall t\in\mathbb{R}$ hàm số $f\left(t\right)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Nên $(*)\Leftrightarrow x^2+2=mx+1\Leftrightarrow x^2-mx+1=0\Leftrightarrow m=\dfrac{x^2+1}{x}$.

Xét hàm số $g\left(x\right)=\dfrac{x^2+1}{x}$ trên $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$..

Ta có $g'\left(x\right)=1-\dfrac{1}{x^2}\Rightarrow g'\left(x\right)=0\Leftrightarrow x=1$.

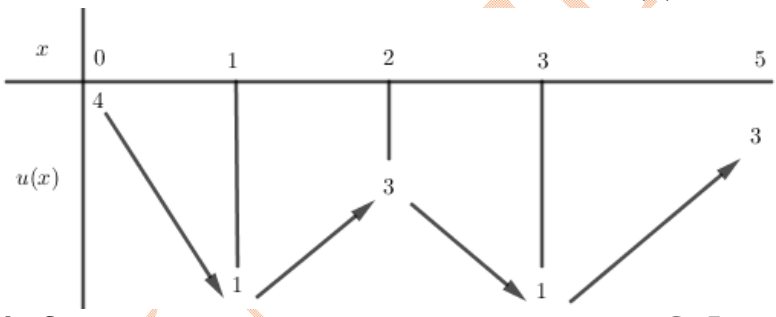
Bảng biến thiên.

x	$\frac{1}{2}$		1		2
g'		$-$	0	$+$	
g	$\frac{5}{2}$	↘	2	↗	$\frac{5}{2}$

.

Dựa và bảng biến thiên suy ra phương trình đã cho có đúng hai nghiệm phân biệt thuộc $\left[\dfrac{1}{2};2\right]$ khi và chỉ khi $2<m\le\dfrac{5}{2}$..

Câu 172: Cho hàm số $u\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0;5\right]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u\left(x\right)$ có nghiệm trên đoạn $\left[0;5\right]$?



A. 6. **B.** 4. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

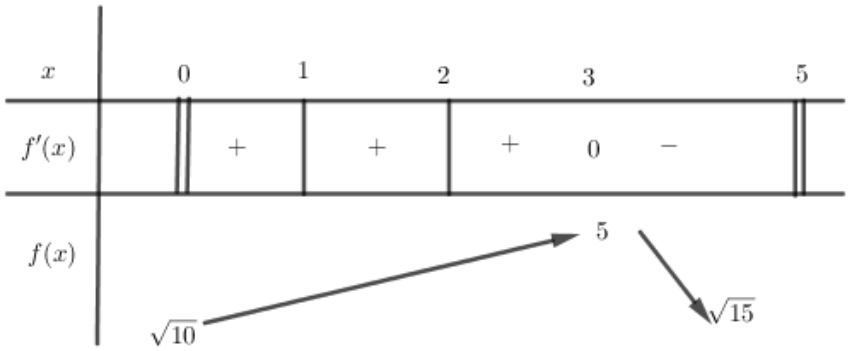
Theo bảng biến thiên ta có trên $\left[0;5\right]$ thì $1\le u\left(x\right)\le 4\ \ (1)$,

Ta có $\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}=m.u\left(x\right)\Leftrightarrow\dfrac{\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}}{u\left(x\right)}=m$

Xét hàm số $f\left(x\right)=\sqrt{3x}+\sqrt{10-2x}$ trên $\left[0;5\right]$

Ta có $f'\left(x\right)=\dfrac{\sqrt{3}}{2\sqrt{x}}-\dfrac{2}{2\sqrt{10-2x}}$; $f'\left(x\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{3}\sqrt{10-2x}=2\sqrt{x}\Leftrightarrow 3\left(10-2x\right)=4x\Leftrightarrow x=3$.

Bảng biến thiên



Do đó ta có trên $[0;5]$ thì $\sqrt{10} \le f(x) \le 5 \quad (2)$.

Từ (1) và (2) ta có $\begin{cases} \max f(x) = f(3) = 5 \\ \min u(x) = u(3) = 1 \end{cases}$ và $\begin{cases} \min f(x) = f(0) = \sqrt{10} \\ \max u(x) = u(0) = 4 \end{cases}$

Do đó $\dfrac{\sqrt{10}}{4} \le \dfrac{f(x)}{u(x)} \le 5$ với mọi $x \in [0;5]$.

Để phương trình $\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x} = m.u(x)$ có nghiệm trên đoạn $[0;5]$ $\Leftrightarrow$ phương trình $\dfrac{\sqrt{3x} + \sqrt{10-2x}}{u(x)} = m$ có nghiệm trên đoạn $[0;5] \Leftrightarrow \dfrac{\sqrt{10}}{4} \le m \le 5$.

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{1;2;3;4;5\}$.

Câu 173: Cho hàm số $y = \dfrac{x^3}{3} - \dfrac{3}{2}x^2 + 4x + 2017$. Định m để phương trình $y' = m^2 - m$ có đúng hai ngiệm thuộc đoạn $[0;m]$

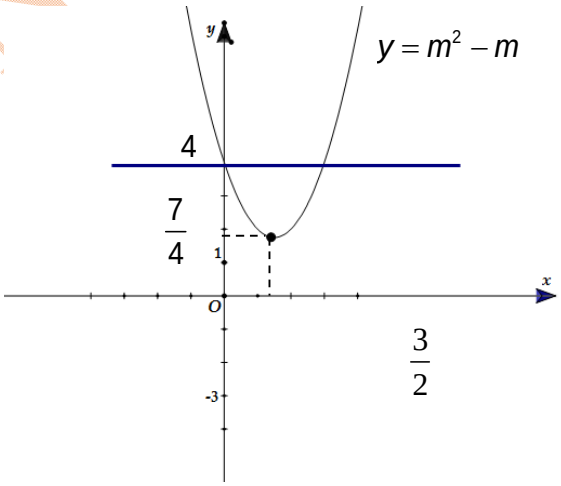
A. $\left(\dfrac{1-2\sqrt{2}}{3};2\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1-2\sqrt{2}}{2};2\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2};2\right]$. **D.** $\left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{3};2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = m^2 - m \Leftrightarrow x^2 - 3x + 4 = m^2 - m$

Đặt $f(x) = x^2 - 3x + 4 \quad (P)$



Yêu cầu bài toán :

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ \frac{7}{4} < m^2 - m \le m^2 - 3m + 4 \\ m^2 - m \le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ \frac{7}{4} < m^2 - m \\ m^2 - m \le m^2 - 3m + 4 \\ m^2 - m \le 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{3}{2} < m \\ \left[\begin{array}{l} m < \frac{1-2\sqrt{2}}{2} \\ m > \frac{1+2\sqrt{2}}{2} \end{array} \right. \\ m \le 2 \\ 0 < m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2}; 2 \right]$$

Câu 174: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y = x + 1$ cắt đồ thị hàm số $y = \frac{2x+m}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $-2 < m < -1$. **B.** $m < -1$. **C.** $-2 < m < 1$. **D.** $m < 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số xác định khi $x \ne 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm là $x + 1 = \frac{2x+m}{x-1} \Leftrightarrow x^2 - 2x - 1 - m = 0 \ (1) \ (x \ne 1)$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm dương phân biệt và khác 1.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2 + m > 0 \\ 1 > 0 \\ -1 - m > 0 \\ -2 - m \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m < -1 \\ m \ne -2 \end{cases} \Leftrightarrow -2 < m < -1.$$

Câu 175: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $y = mx + 1$ cắt đồ thị của hàm số $y = \frac{x-3}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $(-\infty; 0)$. **B.** $(-\infty; 0) \cup (16; +\infty)$.

C. $(-\infty; 0] \cup [16; +\infty)$. **D.** $(16; +\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Phương trình hoành độ giao điểm: $mx + 1 = \frac{x-3}{x+1} \Leftrightarrow (mx+1)(x+1) = x - 3 \ (1) \ (x \ne -1)$.

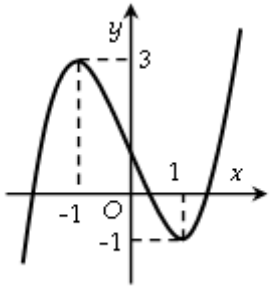
$\Leftrightarrow mx^2 + mx + 4 = 0$ (vì $x = -1$ không là nghiệm của (1)).

YCBT $\Leftrightarrow$ $mx^2 + mx + 4 = 0$ có hai nghiệm phân biệt.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a \ne 0 \\ \Delta > 0 \\ g(-1) \ne 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \ne 0 \\ m^2 - 16m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow m < 0 \vee m > 16..$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

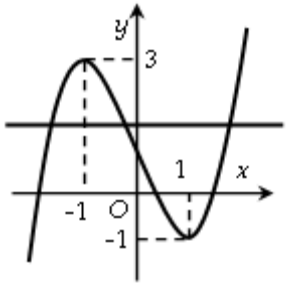
Câu 176: Cho đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$. Tìm giá trị của m để phương trình $x^3-3x-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt.



A. $-2<m<3$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $-1<m<3$. **D.** $-2\le m<2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



- $x^3-3x-m=0\Leftrightarrow x^3-3x+1=m+1$.
- Số nghiệm phương trình là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3-3x+1$ và đường thẳng $y=m+1$.
- Phương trình có 3 nghiệm phân biệt khi $-1<m+1<3\Leftrightarrow -2<m<2$.

Câu 177: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ cắt đường thẳng $d: y=2m-7$ tại bốn điểm phân biệt.

A. $-3<m<5$. **B.** $m>-3$. **C.** $m=5$. **D.** $-6<m<10$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=4x^3-16x$, $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 2$ và $x=0$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-13	$\nearrow$	3	$\searrow$	-13	$\nearrow$	$+\infty$

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng d là nghiệm của phương trình.

$x^4-8x^2+3=2m-7\quad (1)$.

Để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt ta có $-13<2m-7<3\Leftrightarrow -3<m<5$.

Câu 178: Tìm tất cả số thực của tham số m để phương trình $2x-1=m(x-1)$ có nghiệm thuộc đoạn $[-1;0]$.

A. $1\le m\le \frac{3}{2}$. **B.** $1\le m\le 2$. **C.** $m\le \frac{3}{2}$. **D.** $m\ge 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Với $x\in[-1;0]$, ta có $2x-1=m(x-1)\Leftrightarrow\dfrac{2x-1}{x-1}=m$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{2x-1}{x-1}$ trên $[-1;0]$, ta có hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1;0]$ và

$f'(x)=\dfrac{-1}{(x-1)^2}<0,\forall x\in[-1;0]\Rightarrow$ Hàm số nghịch biến trên $[-1;0]$. Suy ra phương trình

$f(x)=m$ có nghiệm trên $[-1;0]\Leftrightarrow f(0)\le m\le f(-1)\Leftrightarrow 1\le m\le\dfrac{3}{2}$.

Câu 179: Tìm tất cả giá trị của tham số m để phương trình $x^3-3x^2-m^3+3m^2=0$ có ba nghiệm phân biệt?

A. $\begin{cases}-1<m<3\\ m\neq 0\wedge m\neq 2\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}-1<m<3\\ m\neq 0\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}-3<m<1\\ m\neq -2\end{cases}$. **D.** $-3<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$x^3-3x^2=m^3-3m^2\quad(1)$.

Xét hàm số $y=x^3-3x^2$.

$y'=3x^2-6x$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=0\\ x=2\Rightarrow y=-4\end{array}\right.$.

Phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt khi $-4<m^3-3m^2<0\Leftrightarrow\begin{cases}-1<m<3\\ m\neq 0\wedge m\neq 2\end{cases}$..

Cách 2:

$x^3-3x^2-m^3+3m^2=0$.

$\Leftrightarrow(x-m)(x^2+xm+m^2)-3(x-m)(x+m)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=m\\ x^2+(m-3)x+m^2-3m=0\end{array}\right.$.

Thỏa mãn yêu cầu bài toán khi $\begin{cases}\Delta=-3m^2+6m+9>0\\ g(m)=3m^2-6m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-1;3)\setminus\{0;2\}$.

Câu 180: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $\sqrt{x^2-4x+5}=m+4x-x^2$ có đúng 2 nghiệm dương?

A. $-3<m<\sqrt{5}$. **B.** $-\sqrt{5}<m<3$. **C.** $-3\le m<3$. **D.** $1\le m\le 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=f(x)=\sqrt{x^2-4x+5}$. Ta có $f'(x)=\dfrac{x-2}{\sqrt{x^2-4x+5}}$. $f'(x)=0\Leftrightarrow x=2$

Xét $x>0$ ta có bảng biến thiên

x	0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$\sqrt{5}$	$\searrow$	1	$\nearrow$	$+\infty$

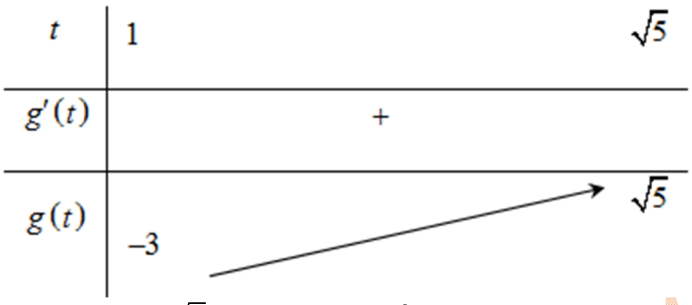
Khi đó phương trình đã cho trở thành $m=t^2+t-5\Leftrightarrow t^2+t-5-m=0$ (1).

Nếu phương trình (1) có nghiệm t_1,t_2 thì $t_1+t_2=-1$. (1) có nhiều nhất 1 nghiệm $t\ge 1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy phương trình đã cho có đúng 2 nghiệm dương khi và chỉ khi phương trình (1) có đúng 1 nghiệm $t \in \left(1;\sqrt{5}\right)$. Đặt $g(t)=t^2+t-5$. Ta đi tìm m để phương trình $g(t)=m$ có đúng 1 nghiệm $t \in \left(1;\sqrt{5}\right)$. Ta có $g'(t)=2t+1>0, \forall t \in \left(1;\sqrt{5}\right)$.

Bảng biến thiên:



Từ bảng biến thiên suy ra $-3<m<\sqrt{5}$ là các giá trị cần tìm.

Câu 181: Biết rằng phương trình $\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}-\sqrt{4-x^2}=m$ có nghiệm khi m thuộc $[a;b]$ với a, $b \in \mathbb{R}$. Khi đó giá trị của $T=(a+2)\sqrt{2}+b$ là?

A. $T=8$. **B.** $T=0$. **C.** $T=3\sqrt{2}+2$. **D.** $T=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện: $-2 \le x \le 2$.

Đặt $t=\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x} \ge 0 \Rightarrow t^2=4+2\sqrt{4-x^2} \Rightarrow \sqrt{4-x^2}=\dfrac{t^2-4}{2}$.

Phương trình đã cho thành $t-\dfrac{t^2-4}{2}=m$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{2-x}+\sqrt{2+x}$, với $x \in [-2;2]$ ta có

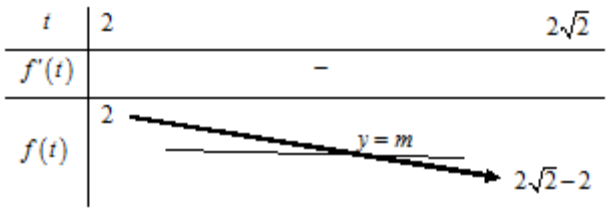
$$f'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{2-x}}+\frac{1}{2\sqrt{2+x}};\ \begin{cases} x \in (-2;2) \\ f'(x)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \in (-2;2) \\ 2-x=2+x \end{cases} \Leftrightarrow x=0.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và $f(-2)=2$; $f(2)=2$; $f(0)=2\sqrt{2}$

$\Rightarrow \min\limits_{[-2;2]} f(x)=2$ và $\max\limits_{[-2;2]} f(x)=2\sqrt{2} \Rightarrow 2 \le f(x) \le 2\sqrt{2} \Rightarrow t \in \left[2;2\sqrt{2}\right]$.

Xét hàm số $f(t)=t-\dfrac{t^2-4}{2}$, với $t \in \left[2;2\sqrt{2}\right]$ ta có $f'(t)=1-t<0$, $\forall t \in \left(2;2\sqrt{2}\right)$.

Bảng biến thiên:



YCBT $\Leftrightarrow$ trên $[-2;2]$ đồ thị hàm số $y=f(t)$ cắt đường thẳng $y=m \Leftrightarrow 2\sqrt{2}-2 \le m \le 2$.

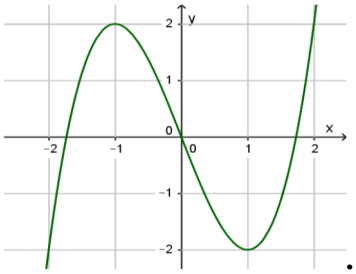
Khi đó $\begin{cases} a=2\sqrt{2}-2 \\ b=2 \end{cases} \Rightarrow T=(a+2)\sqrt{2}+b=6$.

Câu 182: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $x^3-3x=m^2+m$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $1<m<2$. **B.** $-2<m<-1$. **C.** $-1<m<2$. **D.** $-2<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $x^3-3x=m^2+m$ (*).

Số nghiệm của phương trình (*) bằng số giao điểm của hai đồ thị: $\begin{cases} y=x^3-3x \\ y=m^2+m \end{cases}$.

Phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt $-2<m^2+m<2 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+m-2<0 \\ m^2+m+2>0 \end{cases} \Leftrightarrow -2<m<1.$

Câu 183: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{\pm 1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'	$+$		$+$		$+$		$+$		
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$ $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ $-\infty$	$\nearrow$	2

Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt.

A. $(2;+\infty)$. **B.** $[-2;2]$. **C.** $(-\infty;+\infty)$. **D.** $(-2;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

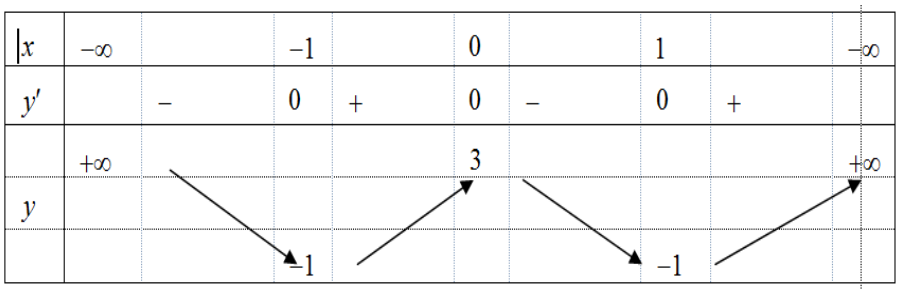
x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'	$+$		$+$		$+$		$+$		
y	-2	$\nearrow$	$+\infty$ $-\infty$	$\nearrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$ $-\infty$	$\nearrow$	2

Phương trình $f(x)=m$ chính là phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $d: y=m$ cùng phương với trục Ox.

Do đó, phương trình $f(x)=m$ có ba nghiệm thực phân biệt khi và chỉ khi d cắt đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại 3 điểm phân biệt.

Dựa vào bảng biến thiên ta có: $-2<m<2$.

Câu 184: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$, và có bảng biến thiên như sau:



Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m sao cho phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

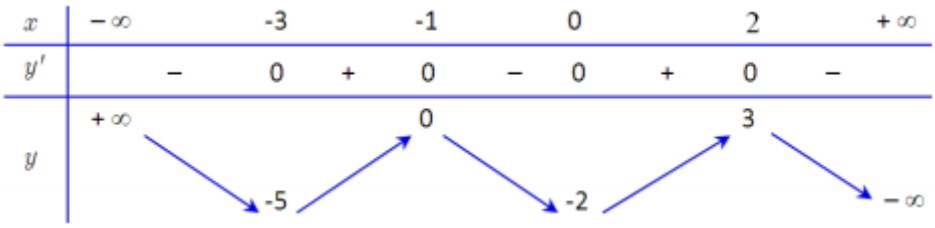
A. $(-1;+\infty)$. **B.** $(-1;3)$. **C.** $(3;+\infty)$. **D.** $[-1;3]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số $y=f(x)$ và đường thẳng $y=m$ để phương trình $f(x)=m$ có 4 nghiệm phân biệt thì $m\in(-1;3)$.

Câu 185: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên sau



Tìm m để đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung.

A. $m=-5$ và $m=3$. **B.** $m=-2$ và $m=0$.

C. $m=-2$ và $m=3$. **D.** $m=-5$ và $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta có đồ thị hàm số $y=f(x)$ và $y=m$ cắt nhau tại hai điểm phân biệt, đồng thời hai điểm này nằm ở hai nửa mặt phẳng có bờ là trục tung khi và chỉ khi $m=-5$ và $m=3$.

Câu 186: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $\sin 2x-m\cos 2x=2m\sin x-2\cos x$ có nghiệm thuộc đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$.

A. $\left[0;\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}\right]$. **B.** $[0;1]$. **C.** $\left[\dfrac{2+\sqrt{2}}{2};2\right]$. **D.** $[1;2]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\sin 2x-m\cos 2x=2m\sin x-2\cos x\Leftrightarrow \sin 2x+2\cos x=m(2\sin x+\cos 2x)$ (1).

Với $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$ thì $(1)\Leftrightarrow m=\dfrac{\sin 2x+2\cos x}{2\sin x+\cos 2x}$ (2).

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\sin 2x+2\cos x}{2\sin x+\cos 2x}$ liên tục trên đoạn $\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{(2\cos 2x-2\sin x)(2\sin x+\cos 2x)-(\sin 2x+2\cos x)(2\cos x-2\sin 2x)}{(2\sin x+\cos 2x)^2}$.

$= \dfrac{2\left(\sin 2x.\cos x+\cos 2x.\sin x-1\right)}{\left(2\sin x+\cos 2x\right)^2} = \dfrac{2\left(\sin 3x-1\right)}{\left(2\sin x+\cos 2x\right)^2}$.

$\Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow \sin 3x-1=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{\pi}{6}+k\dfrac{2\pi}{3}; k\in\mathbb{Z}$.

Vì $x\in\left[0;\dfrac{\pi}{4}\right]$ nên $x=\dfrac{\pi}{6}$.

Ta có: $f(0)=2$; $f\left(\dfrac{\pi}{4}\right)=\dfrac{2+\sqrt{2}}{2}$; $f\left(\dfrac{\pi}{6}\right)=1$.

Vậy $\min\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=1$; $\max\limits_{\left[0;\frac{\pi}{4}\right]} f(x)=2$.

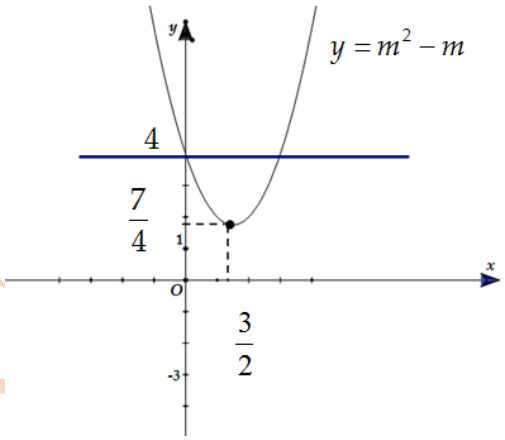
Do đó phương trình (2) có nghiệm $\Leftrightarrow 1\le m\le 2$.

Câu 187: Cho hàm số $y=\dfrac{x^3}{3}-\dfrac{3}{2}x^2+4x+2017$. Định m để phương trình $y'=m^2-m$ có đúng hai ngiệm thuộc đoạn $[0;m]$.

A. $\left(\dfrac{1-2\sqrt{2}}{2};2\right)$. **B.** $\left(\dfrac{1-2\sqrt{2}}{3};2\right)$. **C.** $\left(\dfrac{1+\sqrt{2}}{3};2\right)$. **D.** $\left(\dfrac{1+2\sqrt{2}}{2};2\right]$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Ta có: $y'=m^2-m \Leftrightarrow x^2-3x+4=m^2-m$.

Đặt $f(x)=x^2-3x+4$ (P).

Yêu cầu bài toán:

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{2}<m \\ \dfrac{7}{4}<m^2-m\le m^2-3m+4 \\ m^2-m\le 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{2}<m \\ \dfrac{7}{4}<m^2-m \\ m^2-m\le m^2-3m+4 \\ m^2-m\le 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \dfrac{3}{2} < m \\ \left[\begin{array}{l} m < \dfrac{1-2\sqrt{2}}{2} \\ m > \dfrac{1+2\sqrt{2}}{2} \end{array}\right. \\ m \le 2 \\ 0 < m \le 2 \end{cases} \Leftrightarrow m \in \left(\frac{1+2\sqrt{2}}{2}; 2\right].$$

Câu 188: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hệ phương trình có nghiệm $\begin{cases} \sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \\ x^3+y^3=m \end{cases}$.

A. $m \ge 2$. **B.** $m \ge 0$. **C.** $m \le 64$. **D.** $2 \le m \le 64$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

☑ Điều kiện: $x \ge 0$, $y \ge 0$.

☑ Ta có $\sqrt{x}+\sqrt{y}=2 \Leftrightarrow \sqrt{y}=2-\sqrt{x}$. Do $y \ge 0 \Rightarrow 2-\sqrt{x} \ge 0 \Leftrightarrow x \le 4$.

☑ Khi đó $x^3+y^3=m$ thành $x^3+\left(2-\sqrt{x}\right)^3=m$ với $0 \le x \le 4$.

☑ Xét hàm số $f(x)=x^3+\left(2-\sqrt{x}\right)^3$ trên miền $0 \le x \le 4$.

• Đạo hàm: $f'(x)=3x^2-\dfrac{3\left(2-\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x}}=\dfrac{3x^2\sqrt{x}-3x+12\sqrt{x}-12}{\sqrt{x}}=\dfrac{3t^5-3t^2+12t-12}{t}$, với $t=\sqrt{x}$ và $0 \le t \le 2$.

• Ta có $f'(x)=0 \Rightarrow t=1 \Rightarrow x=1 \in [0;4]$.

• Bảng biến thiên:

x	0		1		4
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	8	↘	2	↗	64

.

☑ Từ bảng biến thiên ta thấy $2 \le m \le 64$.

Câu 189: Tìm các giá trị của m để phương trình $x^3-6x^2+9x-3-m=0$ có ba nghiệm thực phân biệt trong đó hai nghiệm lớn hơn 2.

A. $-3<m<1$. **B.** $-1<m<1$. **C.** $m>0$. **D.** $-3<m<-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$x^3-6x^2+9x-3-m=0 \Leftrightarrow m=x^3-6x^2+9x-3$.

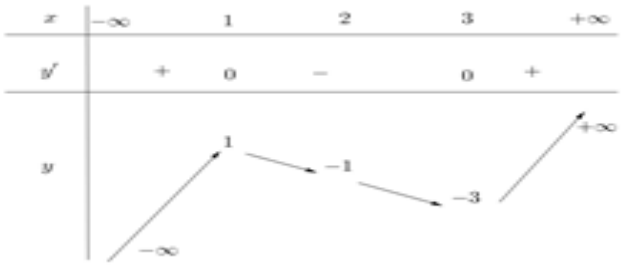
Khảo sát hàm số $y=x^3-6x^2+9x-3$.

Có $y'=3x^2-12x+9$, $y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \Rightarrow y=1 \\ x=3 \Rightarrow y=-3 \end{array}\right.$.

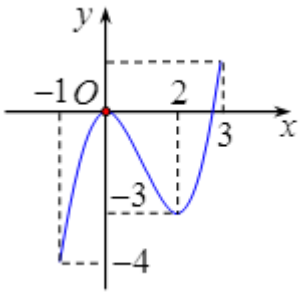
Lại có $x=2\Rightarrow y=-1$.

Lập bảng biến thiên.

Từ bảng biến thiên. Yêu cầu đề bài $\Leftrightarrow m\in(-3;-1)$.



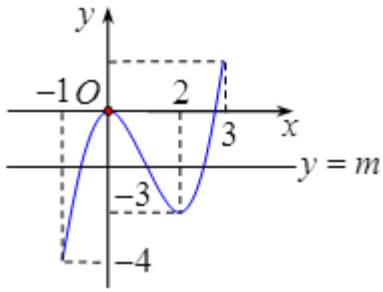
Câu 190: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;3]$ là.



A. $T=(-3;0)$. **B.** $T=(-4;1)$. **C.** $T=[-3;0]$. **D.** $T=[-4;1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Dựa vào đồ thì hàm số đã cho, phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;3]$ thì $-3<m<0$ hay $m\in(-3;0)$.

Câu 191: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+2$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $m>2$. **B.** $2<m<3$. **C.** $1<m<2$. **D.** $m<2$.

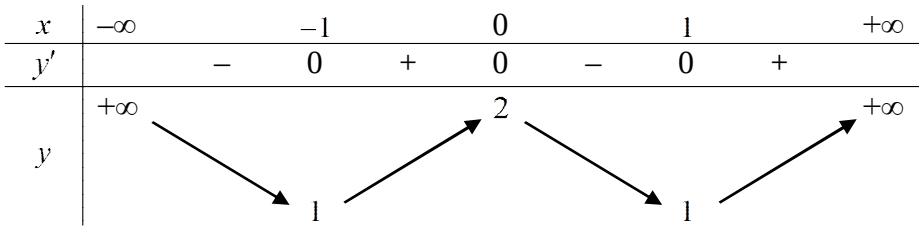
Hướng dẫn giải

Chọn C

TXĐ: $D=\mathbb{R}$. $y'=4x^3-4x$, $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\Rightarrow y=2\\x=\pm1\Rightarrow y=1\end{array}\right.$.

Ta có BBT:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Dựa vào BBT, ycbt $\Leftrightarrow 1<m<2$.

Câu 192: Tìm m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $0<m<1$. **B.** $2<m<3$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $-1<m<1$.

Hướng dẫn giải

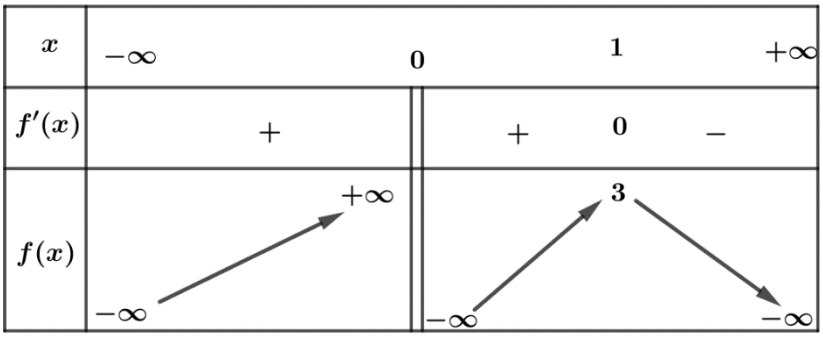
Chọn B

$y'=4x^3-4x, y'=0\Leftrightarrow x=0; x=-1; x=1$.

$y(0)=3; y(1)=y(-1)=2\Rightarrow 2<m<3$.

DẠNG 6: ĐIỀU KIỆN ĐỂ F(X)=G(M) CÓ N- NGHIỆM THUỘC K (CHỨA TRỊ TUYỆT ĐỐI)

Câu 193: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên như sau



Với các giá trị thực của tham số m, phương trình $f(|x|+m)=0$ có nhiều nhất bao nhiêu nghiệm?

A. 6. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $g(x)=f(|x|+m)$. Ta có $g'(x)=(|x|+m)'.f'(|x|+m)=\frac{x}{|x|}.f'(|x|+m)$.

$g'(x)$ không xác định tại $x=0$ và $|x|+m=0$.

$g'(x)=0\Leftrightarrow |x|+m=1$ suy ra $g'(x)$ đổi dấu tối đa 5 lần. Suy ra $g(x)=0$ có tối đa 5 nghiệm.

Câu 194: Cho hàm số $y=\sqrt{1-x^2}+2|x|-m$ có thị là (C), với m là một số thực bất kì. Khi đó khẳng định nào sau đây là khẳng định là đúng?

A. Nếu $m\le 1$ thì đồ thị (C) không cắt trục Ox.

B. Nếu $1<m<2$ thì đồ thị (C) cắt trục Ox tại ba điểm.

C. Nếu $m>1$ thì đồ thị (C) có thể cắt trục Ox tại duy nhất một điểm.

D. Nếu $m\le 3$ thì đồ thị (C) có thể cắt trục Ox tại duy nhất một điểm.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{1-x^2}+2|x|-m=0\Leftrightarrow \sqrt{1-x^2}+2|x|=m$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{1-x^2}+2x, \forall x\in[0;1]$, ta có $f'(x)=\dfrac{-x}{\sqrt{1-x^2}}+2$.

Khi đó $f'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{x}{\sqrt{1-x^2}}=2\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{\sqrt{5}}$.

Ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\sqrt{1-x^2}+2|x|$ (như hình vẽ bên). Dựa vào BBT ta suy ra Nếu $m\le 3$ thì đồ thị (C) có thể cắt trục Ox tại duy nhất một điểm là đáp án đúng.

x	-1		$-\dfrac{2}{\sqrt{5}}$		0		$\dfrac{2}{\sqrt{5}}$		1
y'		$+$	0	$-$	$\|\|$	$+$	0	$-$	
y	2	↗	$\sqrt{5}$	↘	1	↗	$\sqrt{5}$	↘	2

Chú ý: Ở đây có một số bạn sẽ thắc mắc vì sao có thể dựa vào bảng biến thiên mà không dùng đồ thị lại có thể suy ra được, vì trên bảng biến thiên đã thể hiện rõ dạng của đồ thị. Khi lập bảng biến thiên ta nên biểu thị các giá trị của y nếu lớn hơn ở vị trí cao hơn thì ta có thể dùng nó để biện luận số nghiệm của phương trình.

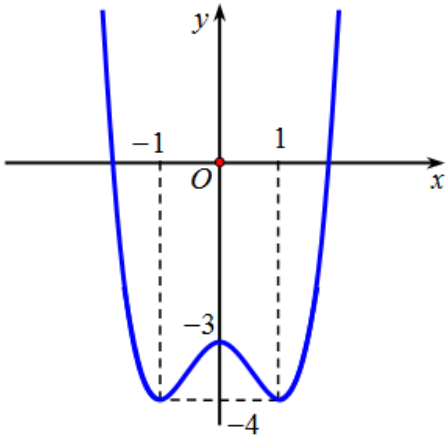
Câu 195: Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:

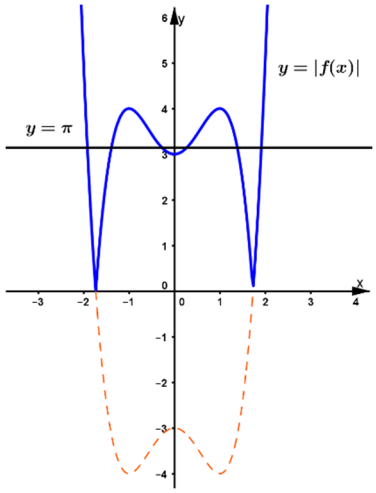
Phương trình $|f(x)|=\pi$ có bao nhiêu nghiệm thực phân biệt.

A. 6. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

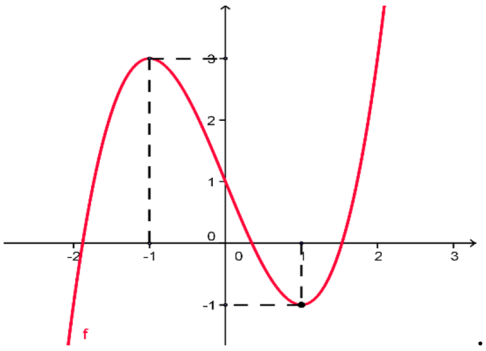
Chọn A





Số nghiệm của phương trình $|f(x)|=\pi$ cũng là số giao điểm của đường thẳng $y=\pi$ và đồ thị hàm số $y=|f(x)|$. Dựa vào đồ thị ta có số giao điểm là 6.

Câu 196: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Tìm tất cả các giá trị thực của m để phương trình $|f(x)|=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

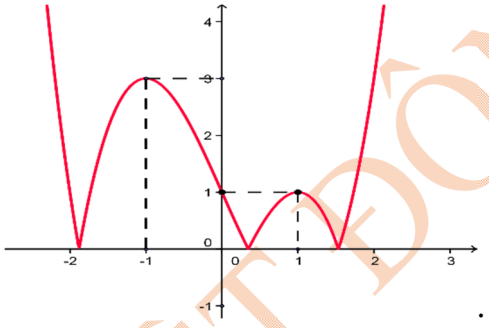


A. $1<m<3$. **B.** $0<m<3$.
C. Không có giá trị nào của m. **D.** $1<m\le 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ có dạng:



Do đó, để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|f\left(x\right)\right|$ tại 4 điểm phân biệt thì $1<m<3$.

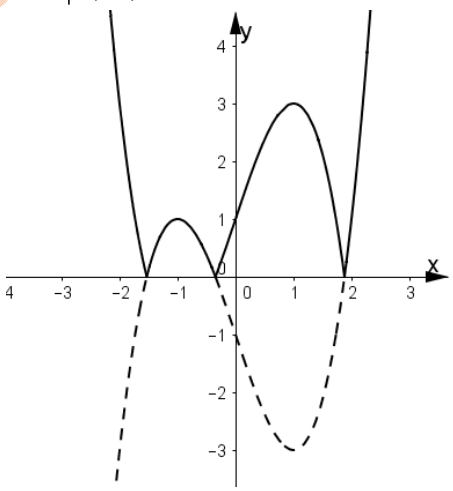
Câu 197: Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $y=x^3-3x-1$. Tất cả các giá trị của m để phương trình $\left|x^3-3x-1\right|=m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau là

A. $1<m<3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=0$, $m=3$. **D.** $-3<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cách vẽ đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x-1\right|$ $\left(C_1\right)$ từ đồ thị hàm số $y=x^3-3x-1\left(C\right)$.



+ Giữ nguyên phần đồ thị $\left(C\right)$ phía trên trục hoành.

+ Lấy đối xứng phần đồ thị $\left(C\right)$ phía dưới trục hoành qua trục hoành và bỏ phần đồ thị phía dưới trụ hoành.

+ Hợp hai phần đồ thị trên ta được đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x-1\right|$ $\left(C_1\right)$ (như hình vẽ).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Để phương trình $\left|x^3-3x-1\right|=m$ có 3 nghiệm đôi một khác nhau thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|x^3-3x-1\right|$ (C_1) tại 3 điểm phân biệt.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Câu 198: Biết rằng tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^3-3\left|x\right|+1\right|=m-1$ có 6 nghiệm là một khoảng có dạng $(a;b)$. Tính tổng $S=a^2+b^2$.

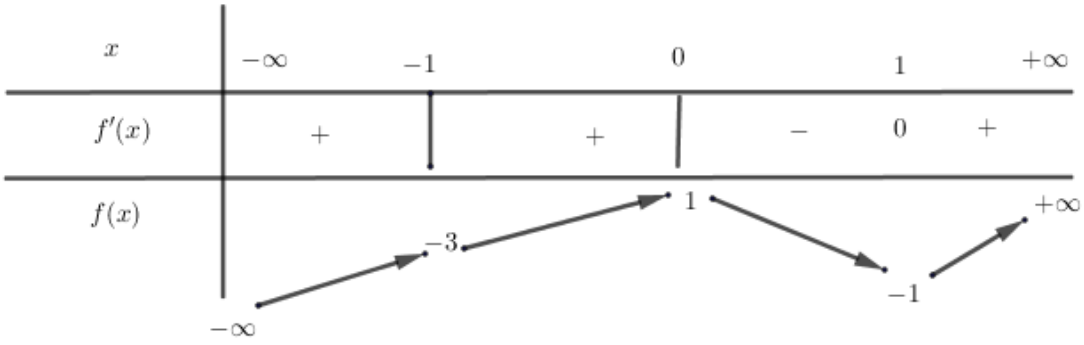
A. 5. **B.** 25. **C.** 10. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

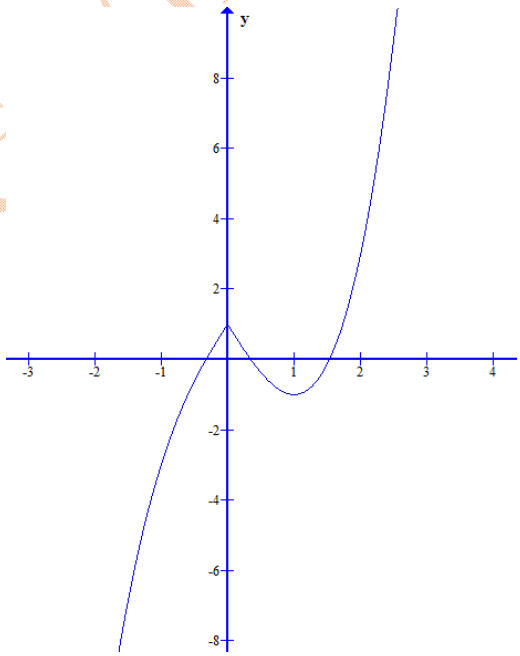
Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-3\left|x\right|+1=\begin{cases} x^3-3x+1 \ \ khi\, x\ge 0 \\ x^3+3x+1 \ \ khi\, x<0 \end{cases}$

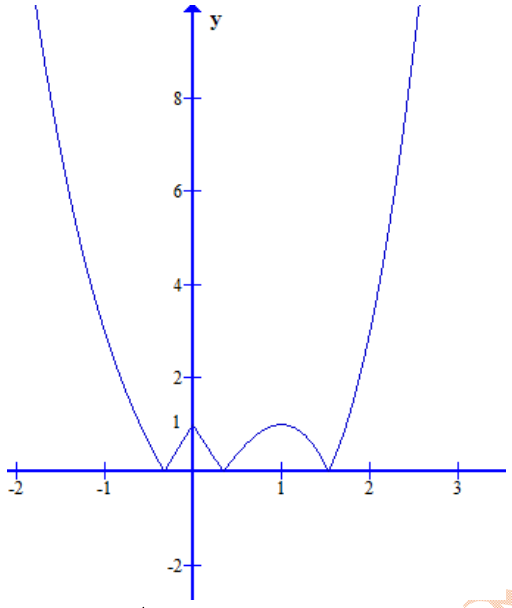
Ta có bảng biến thiên



Do đó ta có đồ thị của hàm số $f(x)=x^3-3\left|x\right|+1$.



Suy ra đồ thị hàm số $(C): y=f(x)=\left|x^3-3\left|x\right|+1\right|$



Số nghiệm của phương trình $\left|x^3-3|x|+1\right|=m-1$ là số giao điểm của đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=m-1$.

Để phương trình $\left|x^3-3|x|+1\right|=m-1$ có 6 nghiệm thì d cắt (C) tại 6 điểm

$0<m-1<1\Leftrightarrow 1<m<2$. Vậy $\begin{cases}a=1\\b=2\end{cases}$ suy ra $S=a^2+b^2=5$.

Câu 199: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $2\sqrt{x+1}=x+m$ có nghiệm thực?

A. $m\geq 2$. **B.** $m\leq 2$. **C.** $m\geq 3$. **D.** $m\leq 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=\sqrt{x+1}, t\geq 0$. Phương trình thành: $2t=t^2-1+m\Leftrightarrow m=-t^2+2t+1$

Xét hàm số $f(t)=-t^2+2t+1, t\geq 0; f'(t)=-2t+2$

Bảng biến thiên của $f(t)$:

t	0		1		$+\infty$
$f'(t)$		$+$	0	$-$	
$f(t)$	1	↗	2	↘	$-\infty$

Từ đó suy ra phương trình có nghiệm khi $m\leq 2$.

Câu 200: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	4	↘	-2	↗	$+\infty$

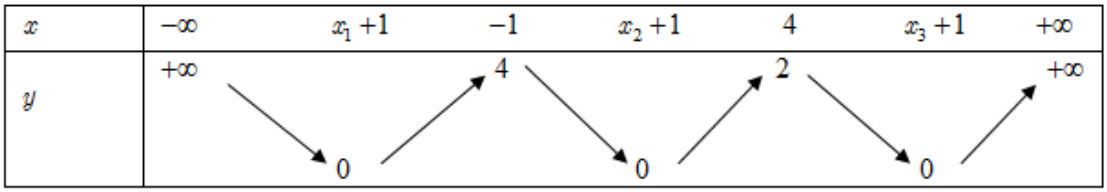
Số nghiệm của phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

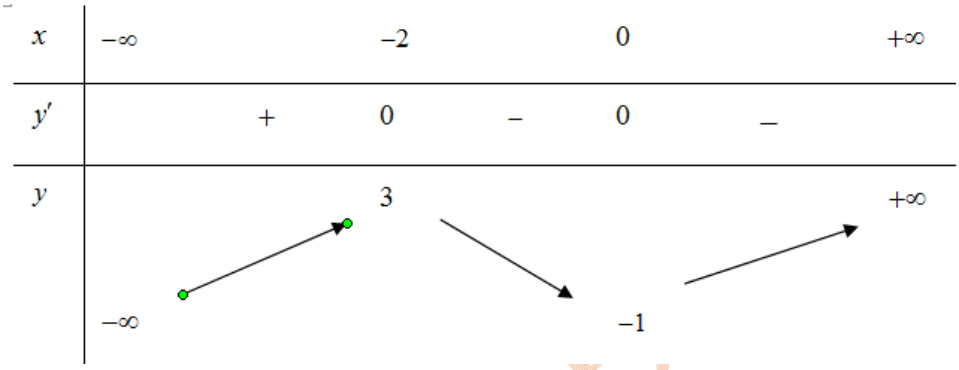
Chọn B

Từ bảng biến thiên của hàm số đã cho ta suy ra bảng biến thiên của hàm số $y=\left|f\left(x-1\right)\right|$ như sau :



Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $\left|f\left(x-1\right)\right|=2$ có 5 nghiệm.

Câu 201: Sau đây là bảng biến thiên của hàm số $y=f\left(x\right)$:



Số nghiệm của phương trình $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ là

A. 3. **B.** 5. **C.** 6. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0\Leftrightarrow\left|f\left(x\right)\right|=\frac{3}{2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f\left(x\right)=\frac{3}{2}\\f\left(x\right)=-\frac{3}{2}\end{array}\right.$.

Dựa vào BBT suy ra:

Với $f\left(x\right)=\frac{3}{2}\Rightarrow$ Phương trình có 3 nghiệm phân biệt.

Với $f\left(x\right)=-\frac{3}{2}\Rightarrow$ Phương trình có 1 nghiệm phân biệt.

Nên $2\left|f\left(x\right)\right|-3=0$ có 4 nghiệm phân biệt.

Câu 202: -2017] Tìm m để phương trình $\left|x\right|^3-3x^2+1=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $\left(1;3\right)$. **B.** $\left(-3;1\right)\backslash\left\{0\right\}$. **C.** $\left(-3;1\right)$. **D.** $\left(1;3\right)\cup\left\{0\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét phương trình $\left|x\right|^3-3x^2+1=m\Leftrightarrow\left[\begin{array}{ll}x^3-3x^2+1=m & \text{khi } x\geq0\\-x^3-3x^2+1=m & \text{khi } x<0\end{array}\right.$ $\left(*\right)$.

Đặt $\left(C\right)$: $y=\left|x\right|^3-3x^2+1=\left\{\begin{array}{ll}x^3-3x^2+1 & \text{khi } x\geq0\\-x^3-3x^2+1 & \text{khi } x<0\end{array}\right.$ và $d:y=m$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-2		$\frac{4}{3}$		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào BBT ta có số giao điểm của (C) và d chính là số nghiệm của phương trình $(*)$ khi $m\in(-3;1)$.

Câu 203: Biết đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ tại 6 điểm phân biệt. Tất cả giá trị của tham số m là

A. $3<m<4$. **B.** $m>6$ hoặc $m<5$.

C. $4<m<5$. **D.** $5<m<6$.

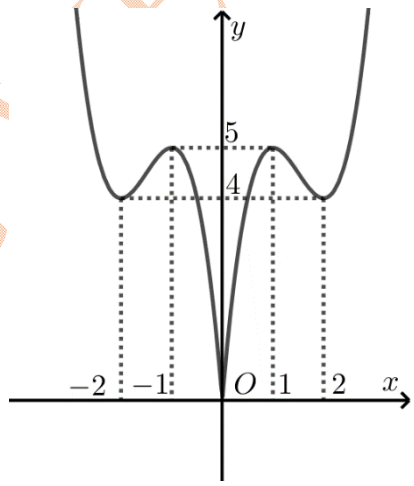
Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ là hàm số chẵn nên đồ thị nhận trục tung Oy làm trục đối xứng. Bởi vậy, đồ thị (C_1) hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$ được suy ra từ đồ thị hàm số $y=2x^3-9x^2+12x$ như sau:

- Đồ thị (C_1) ứng với $x\ge 0$ là phần đồ thị (C) bên phải trục tung.
- Lấy đối xứng với phần trên qua trục tung ta được đồ thị (C_1) ứng với $x<0$.

Đồ thị (C_1) có hình dạng như sau:



Từ đồ thị (C_1) hàm số $y=2|x|^3-9x^2+12|x|$, suy ra đường thẳng $y=m-1$ cắt đồ thị (C_1) tại 6 điểm phân biệt khi và chỉ khi $4<m-1<5\Leftrightarrow 5<m<6$.

Câu 204: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		1		$+$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	1	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+$

Khi đó $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi

A. $0<m\le 1$. **B.** $\frac{1}{2}<m<1$. **C.** $\frac{1}{2}\le m<1$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\begin{cases} f(0)=1 \\ f(1)=0 \\ f'(0)=0 \\ f'(1)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=-3 \\ c=0 \\ d=1 \end{cases}$, suy ra $y=f(x)=2x^3-3x^2+1$.

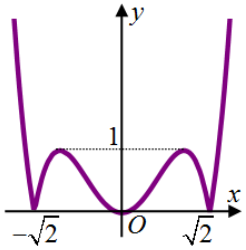
NX: $f(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=-\frac{1}{2} \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $y=|f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$		$-\frac{1}{2}$		0		$\frac{1}{2}$		1		$+\infty$
y'		$-$	‖	$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	$\frac{1}{2}$	↘	0	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$ khi và chỉ khi $\frac{1}{2}<m<1$.

Câu 205: Cho hàm số $y=\left|x^4-2x^2\right|$ có đồ thị như hình vẽ:



Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $\left|x^4-2x^2\right|=m$ có 4 nghiệm phân biệt.

A. $m=0$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

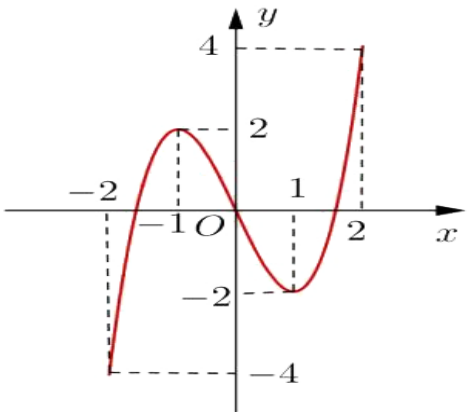
Chọn D

Số nghiệm của phương trình trên là số giao điểm của đồ thị hàm số $y=\left|x^4-2x^2\right|$ và đường thẳng $y=m$.

Dựa vào đồ thị hàm số $y=\left|x^4-2x^2\right|$, để 2 đồ thị cắt nhau tại 4 điểm phân biệt $\Leftrightarrow 0<m<1$.

Câu 206: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới. Xác định giá trị của tham số m để phương trình $\left|f(x)\right|=m$ có số nghiệm thực nhiều nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

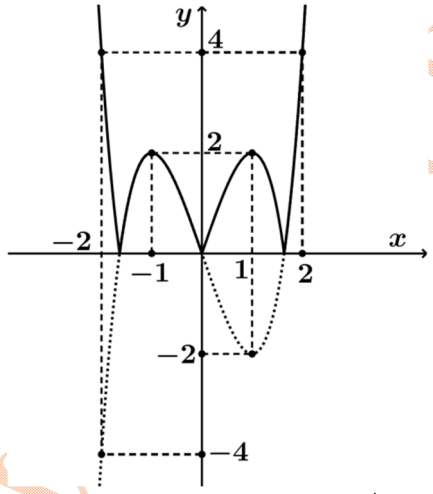


A. 5. **B.** 3 . **C.** 6 . **D.** 4 .

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào đồ thị ta có đồ thị của hàm số $y=|f(x)|$ là:



Từ đồ thị ta thấy rằng, với m thỏa $0<m<2$ thì phương trình $|f(x)|=m$ có số nghiệm nhiều nhất là 6.

Câu 207: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc đoạn $[-14;15]$ sao cho đường thẳng $y=mx+3$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. 20 . **B.** 17 . **C.** 16 . **D.** 15 .

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1}=mx+3$

$\Leftrightarrow\ g(x)=mx^2+(1-m)x-4=0$

Để đường thẳng cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình trên có 2 nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\(1-m)^2+16m>0\\m+1-m-4\neq 0\end{cases}$

$\Leftrightarrow\ m<-7-4\sqrt{3}$ hoặc $m>-7+4\sqrt{3}$.

Mà $m\in[-14;15]\ \Rightarrow\ m\in\{-14;1;2;3;4;.....;15\}\ \Rightarrow$ có 16 giá trị m.

Câu 208: Giá trị của m để phương trình $4|x|^3-3|x|-1=mx+m$ có 4 nghiệm phân biệt là :

A. $m\in\left(9-6\sqrt{3};6\sqrt{3}-9\right)$. **B.** $m\in\left(9-6\sqrt{3};-1\right)$.

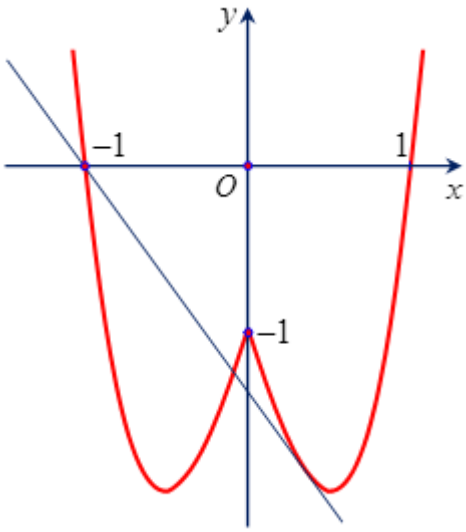
C. $m\in\left(9-6\sqrt{3};1\right)$. **D.** $m\in\left(1;6\sqrt{3}-9\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số nghiệm của phương trình $4|x|^3-3|x|-1=mx+m$ chính là số giao điểm của đồ thị hàm số $(C):y=4|x|^3-3|x|-1$ và $(d):y=mx+m$

Xét hàm số $y=4|x|^3-3|x|-1$ có đồ thị như hình vẽ.



Đường thẳng $y=mx+m$ luôn đi qua điểm $M(-1;0)$.

Xét $x<0$, (d) cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt khi $m<-1$.

Xét $x\ge 0$,

Đường thẳng (d') đi qua M và tiếp xúc với (C)

$$\Leftrightarrow 4x^3-3x-1=\left(12x^2-3\right)(x+1)\Leftrightarrow 8x^3+12x^2-2=0\Leftrightarrow x=\frac{-1+\sqrt{3}}{2}\Rightarrow y=\frac{-9+3\sqrt{3}}{2}.$$

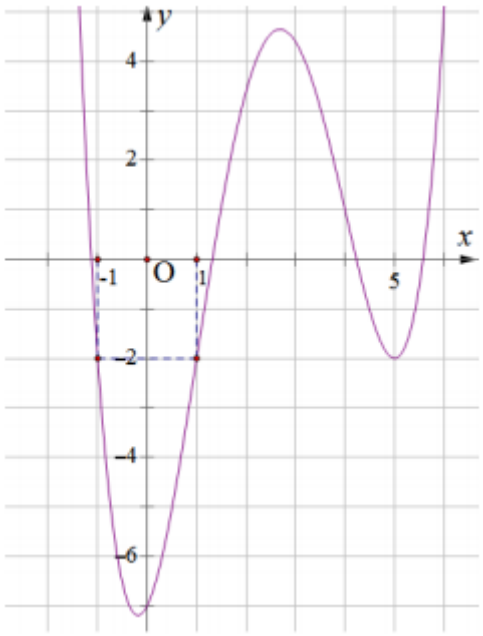
Suy ra $d':y=\left(9-6\sqrt{3}\right)x+9-6\sqrt{3}$.

Khi đó (d') cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng $9-6\sqrt{3}$.

Ta có (d) cắt đồ thị hàm số (C) tại hai điểm phân biệt khi $9-6\sqrt{3}<m<-1$.

Vậy (d) cắt (C) tại bốn điểm phân biệt khi $9-6\sqrt{3}<m<-1$.

Câu 209: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình bên. Tồn tại bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $f(\sin x)=m$ có đúng hai nghiệm thuộc đoạn $[0;\pi]$?



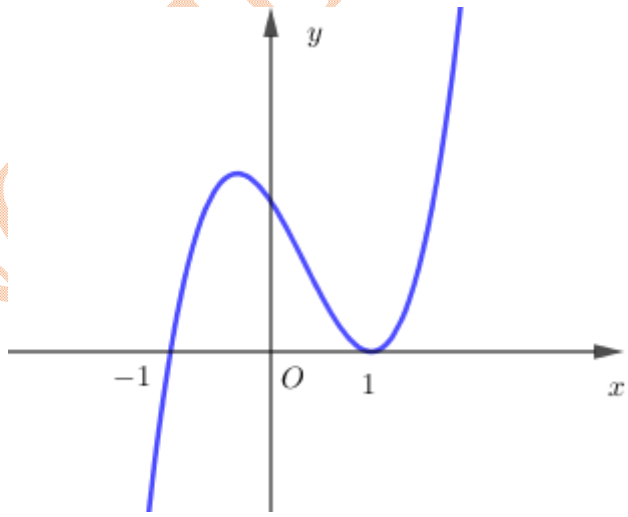
A. 5. **B.** 6. **C.** 4. **D.** 7.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=\sin x$, để phương trình $f(\sin x)=m$ có đúng hai nghiệm $x\in[0;\pi]$ thì phương trình $f(t)=m$ có đúng một nghiệm $t\in[0;1)$. Dựa vào đồ thị ta có $m\in[-7;-2)$, do m nguyên nên $m\in\{-7;-6;-5;-4;-3\}$. Vậy có 5 giá trị.

Câu 210: Cho hàm số $y=f(x)(x-1)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình 4 dưới đây.



Tìm tất cả các giá trị của m đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)|x-1|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$.

A. $m>0$ **B.** $m>1$ hoặc $m<0$

C. $m<1$ **D.** $0<m<1$

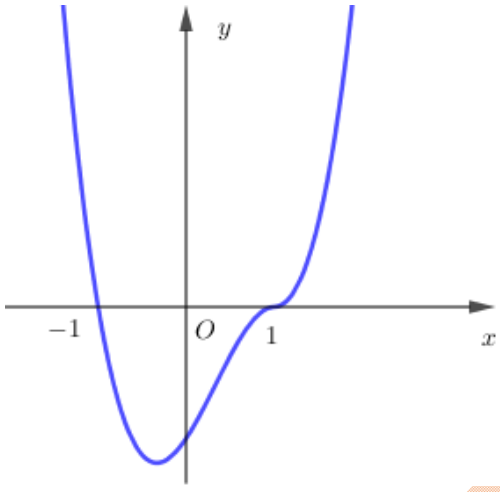
Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y=f(x)|x-1|=\begin{cases}f(x)(x-1) & \text{khi } x\geq 1\\ -f(x)(x-1) & \text{khi } x<1\end{cases}$ nên hàm số $y=f(x)|x-1|$ có đồ thị:

+) Giữ nguyên phần đồ thị của hàm số $y=f(x)(x-1)$ ứng với miền $x\geq 1$.

+) Lấy đối xứng qua Ox phần đồ thị của hàm số $y=f(x)(x-1)$ ứng với miền $x<1$ và bỏ phần đồ thị của hàm số $y=f(x)(x-1)$ ứng với miền $x<1$ nằm trên trục Ox.



Để đường thẳng $y=m^2-m$ cắt đồ thị hàm số $y=f(x)|x-1|$ tại 2 điểm có hoành độ nằm ngoài đoạn $[-1;1]$ thì đường thẳng $y=m^2-m$ nằm hoàn toàn trên trục hoành. Khi đó

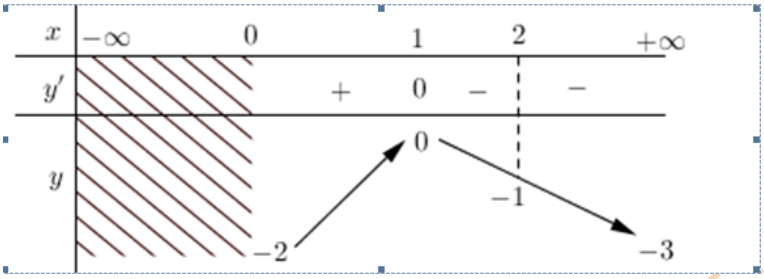
$m^2-m>0 \Leftrightarrow m>1$ hoặc $m<0$.

---------- **HẾT** ----------

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: ĐIỀU KIÊN ĐỂ BPT CÓ NGHIỆM, VN, NGHIỆM ĐÚNG TRÊN K

Câu 211: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $[0;+\infty)$, liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau.



Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm x_1,x_2 thỏa mãn $x_1\in(0;2)$ và $x_2\in(2;+\infty)$..

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(-2;0)$.

Câu 212: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình sau có nghiệm:

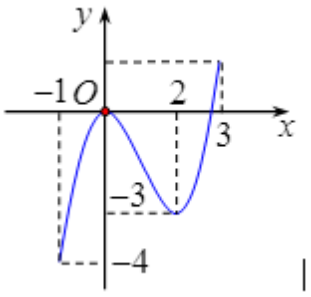
$\sqrt{x+5}+\sqrt{4-x}\ge m$.

A. $\left(-\infty;3\sqrt{2}\right]$. **B.** $\left(-\infty;3\sqrt{2}\right)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $\left(3\sqrt{2};+\infty\right)$.

Câu 213: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho mọi nghiệm của bất phương trình: $x^2-3x+2\le 0$ cũng là nghiệm của bất phương trình $mx^2+(m+1)x+m+1\ge 0$?

A. $m\ge -1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m\le -\frac{4}{7}$. **D.** $m\ge -\frac{4}{7}$.

Câu 214: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;3]$ là.



A. $T=(-4;1)$. **B.** $T=[-3;0]$. **C.** $T=(-3;0)$. **D.** $T=[-4;1]$.

Câu 215: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $-x^3+3mx-2<-\frac{1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x\ge 1$?

A. $-\frac{1}{3}\le m\le\frac{3}{2}$. **B.** $m<\frac{2}{3}$. **C.** $m\ge\frac{2}{3}$. **D.** $m\ge\frac{3}{2}$.

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R},a\neq 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\frac{1}{2}<x_4$.

A. $\frac{1}{2}\le m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $\frac{1}{2}<m<1$. **D.** $0<m\le 1$.

Câu 217: Tìm m để bất phương trình $x+2\sqrt{(2-x)(2x+2)}>m+4\left(\sqrt{2-x}+\sqrt{2x+2}\right)$ có nghiệm?

A. $m<-7$. **B.** $-8<m<-7$. **C.** $m<-8$. **D.** $m<-1-4\sqrt{3}$.

DẠNG 8: ĐIỀU KIEN DỂ (C) VA D CẮT NHAU TẠI N-DIỂM

Câu 218: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ cắt đường thẳng $d:y=2m-7$ tại bốn điểm phân biệt.

A. $m>-3$. **B.** $m=5$. **C.** $-3<m<5$. **D.** $-6<m<10$.

Câu 219: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3+(m+2)x^2+(m^2-m-3)x-m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 220: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|)+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt ?

A. 0 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Câu 221: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}a+c>b+1\\a+b+c+1<0\end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Câu 222: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ (C) và đường thẳng $d_m:y=x+m$. Tìm m để (C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔOAB vuông tại O.

A. $m=\frac{2}{3}$. **B.** $m=\frac{1}{3}$. **C.** $m=\frac{4}{3}$. **D.** $m=-\frac{1}{3}$.

Câu 223: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $-3<m<0$. **B.** $m>-3$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 224: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+m}{x-1}$.

A. $-\dfrac{3}{2}<m\ne -1$. **B.** $m\ge -\dfrac{3}{2}$. **C.** $m>-\dfrac{3}{2}$. **D.** $-\dfrac{3}{2}\le m\ne -1$.

Câu 225: Đồ thị hàm số $y=x^3+6x^2+9x+3$ cắt đường thẳng $y=-m$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi tham số m thỏa mãn điều kiện.

A. $-2<m<-1$. **B.** $1<m<2$. **C.** $-3<m<1$. **D.** $-1<m<3$.

Câu 226: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d:2x-y-1=0$. Biết d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1;y_1)$ và $N(x_2;y_2)$. Tính y_1+y_2.

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 5.

Câu 227: Cho hàm số $(C):y=\dfrac{x-2}{x+1}$. Đường thẳng $d:y=x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A,B phân biệt và $AB=2\sqrt{2}$ khi m nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A. $m=-2$. **B.** $m=1$. **C.** $m=8$. **D.** $m=5$.

Câu 228: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{1-x}(C)$ và đường thẳng $d:y=x+m$. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $m<-5$. **B.** $m\in(-\infty;-5)\cup(-1;+\infty)$.
C. $-5<m<-1$. **D.** $m>-1$.

Câu 229: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. Với mọi m. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m\le 3$.

Câu 230: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}(C)$. Tìm giá trị m để đường thẳng $d:y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt sao cho tam giác OAB vuông tại A hoặc B.

A. $m=1\pm\sqrt{5}$. **B.** $m=1\pm\sqrt{2}$. **C.** $m=1\pm\sqrt{6}$. **D.** $m=1\pm\sqrt{3}$.

Câu 231: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+2$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $m<0;m>4$. **B.** $0<m\le 4$. **C.** $0<m<4$. **D.** $0\le m<4$.

Câu 232: Giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+mx+4$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng là.

A. $-3<m<3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$.. **D.** $m=-3$.

Câu 233: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|x^4-2x^2\right|$ tại 6 điểm phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $-1<m<1$. **B.** $-1\le m\le 1$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m<1$.

Câu 234: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm a để đồ thị hàm số $y=x^3+(a+10)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?.

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Câu 235: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y=m(x-4)$ cắt đồ thị của hàm số $y=(x^2-1)(x^2-9)$ tại bốn điểm phân biệt?

A. 7. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Câu 236: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị $(C):y=(x-2)(x^2-2mx+m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $m\in(1;+\infty)\setminus\left\{\frac{4}{3}\right\}$. **B.** $m\in(0;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0)\cup\left(1;\frac{4}{3}\right)\cup\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $m\in(1;+\infty)$.

Câu 237: Tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=(mx+1)(x^2-2x-3)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là.

A. $\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq -1\\ m\neq 3\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq 1\\ m\neq -\frac{1}{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m\neq 0\\ m\neq 1\\ m\neq -3\end{cases}$. **D.** $m\neq 0$.

Câu 238: Tìm m để đường thẳng $d:y=-1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2.

A. $\begin{cases}-\frac{1}{3}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $\begin{cases}-\frac{1}{3}<m\le 1\\ m\neq 0\end{cases}$.

Câu 239: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ tại bốn điểm phân biệt?

A. $m\ge -\frac{13}{4}$. **B.** $-\frac{13}{4}<m<\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{13}{4}\le m\le\frac{3}{4}$. **D.** $m\le\frac{3}{4}$.

Câu 240: Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $y=x$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x-5}{x+m}$ tại hai điểm A và B sao cho $AB=4\sqrt{2}$ là.

A. 5. **B.** 7. **C.** 2. **D.** -5.

Câu 241: Cho hàm số $y=\frac{x}{x-1}$. Với giá trị m để đường thẳng $(d):y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m<1\vee m>4$. **B.** $m<0\vee m>2$. **C.** $m<0\vee m>4$. **D.** $1<m<4$.

Câu 242: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

A. $\left(-\infty;5-2\sqrt{3}\right)\cup\left(5+2\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right]\cup\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

C. $\left(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3}\right)$. **D.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

Câu 243: Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-1$ hoặc $m>3$. **B.** $-1<m<3$.

C. $-1\le m\le 3$. **D.** $m=1$.

Câu 244: - 2017] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt?

A. $m>1$. **B.** Với mọi $m\in\mathbb{R}$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m\le 3$.

Câu 245: Tìm các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-(4m+2)x^2+4m+1$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ $x_1,x_2,x_3,x_4(x_1<x_2<x_3<x_4)$ lập thành cấp số cộng.

A. $m=3$. **B.** $m=0,m=2$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=2$.

Câu 246: Cho hàm số $y=(x-1)\left(x^2+mx+m^2-3\right)$ có đồ thị (C_m), với giá trị nào của m thì (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt:

A. $-2\le m\le 2$. **B.** $-2<m<2$. **C.** $\begin{cases}-2<m\le 2\\ m\ne 1\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}-2<m<2\\ m\ne 1\end{cases}$.

Câu 247: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số (C): $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m=4$.

C. $-1<m<4$. **D.** $-1<m$ hoặc $m>4$.

Câu 248: Cho hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+4$ có đồ thị (C_m), với m là tham số thực. Tìm tập hợp T gồm tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt Ox tại bốn điểm phân biệt.

A. $T=(0;2)$. **B.** $T=(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

C. $T=(-\infty;0)$. **D.** $T=(4;+\infty)$.

DẠNG 9: ĐỒ THỊ HÀM BẬC BA CẮT D, THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN THEO X

Câu 249: Cho hàm số $y=x^3-\dfrac{9}{2}x^2+6x+m$ (m là tham số) có đồ thị (C). Biết rằng (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2, x_3 với $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<x_1<1<x_2<2<x_3<3$. **B.** $x_1<0<x_2<1<x_3<2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $1<x_1<2<x_2<3<x_3$. **D.** $1<x_1<x_2<2<x_3<3$.

Câu 250: Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d: y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$.

A. $m\geq -2$. **B.** $m>-3$. **C.** $m>-2$. **D.** $m\geq -3$.

Câu 251: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C (B nằm giữa A và C) sao cho $AB=2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S

A. -2. **B.** -4. **C.** 0. **D.** $\frac{7-\sqrt{7}}{7}$.

Câu 252: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ (C), với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **B.** $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.
C. $1<x_1<x_2<3<x_3<4$. **D.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

Câu 253: Cho hàm số $y=x^3-2009x$ có đồ thị là (C). M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1=1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1, tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2, …, tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại M_n khác M_{n-1} $(n=4;5;...)$, gọi $(x_n;y_n)$ là tọa độ điểm M_n. Tìm n để: $2009x_n+y_n+2^{2013}=0$.

A. $n=685$. **B.** $n=679$. **C.** $n=672$. **D.** $n=675$.

Câu 254: Cho đồ thị $(C_m): y=x^3-2x^2+(1-m)x+m$. Tất cả giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^3=4$ là

A. $m=1$. **B.** $m\neq 0$.
C. $m=2$. **D.** $m>-\frac{1}{4}$ và $m\neq 0$.

Câu 255: Cho hàm số $y=x^3-3x$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả giá trị thực của k để đường thẳng $d: y=k(x+1)+2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Biết $M(-1;2)$, tính tích tất cả các phần tử của tập S.

A. -1. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $-\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Câu 256: Cho hàm số : $y=\frac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\frac{2}{3}$ có đồ thị (C_m). Tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2>15$ là

A. $m>1$. **B.** $m<-1$.
C. $m>0$. **D.** $m>1$ hoặc $m<-1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 257: Cho hàm số $y=x^3+mx^2-x-m$ (C_m). Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

Câu 258: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ (C), với m là tham ố. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1<x_1<x_2<3<x_3<4$. **B.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.
C. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **D.** $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

DẠNG 10: ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3 CẮT D, THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN THEO Y

Câu 259: Cho hàm số $y=f(x)=2^{2018}x^3+3.2^{2018}x^2-2018$ có đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức: $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$

A. $P=2^{2018}$. **B.** $P=0$. **C.** $P=-2018$. **D.** $P=3.2^{2018}-1$

.

Câu 260: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

A. $m=-\sqrt{2}$. **B.** $m=2$.
C. $m=-\sqrt{2}$; $m=\sqrt{2}$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Câu 261: Cho đồ thị hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$.

A. $P=0$. **B.** $P=b+c+d$. **C.** $P=3+2b+c$. **D.** $P=\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{c}$.

DẠNG 11: ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3 CẮT D, THỎA ĐK HÌNH HỌC

Câu 262: Đường thẳng $d:y=x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;4)$, B và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1;3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

A. $m=2$ hoặc $m=3$. **B.** $m=-2$ hoặc $m=3$.
C. $m=3$. **D.** $m=-2$ hoặc $m=-3$.

Câu 263: Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị (C). Đường thẳng $d:y=-x+2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $A(0;2)$, B và C. Với $M(3;1)$, giá trị của tham số m để tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{6}$ là

A. $m=-1$ hoặc $m=4$. **B.** $m=4$.
C. Không tồn tại m. **D.** $m=-1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 264: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A,B. Tính diện tích S của tam giác OAB.

A. 6. **B.** $S=\dfrac{1}{6}$. **C.** 3. **D.** $S=\dfrac{1}{12}$.

Câu 265: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1;0)$. **B.** $\left(\dfrac{3}{2};2\right)$. **C.** $\left(1;\dfrac{3}{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Câu 266: Tổng bình phương các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d):y=-x+m$ cắt đồ thị $(C):y=\dfrac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với $AB=2\sqrt{2}$ là

A. 84. **B.** 5. **C.** 50. **D.** 2.

Câu 267: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thỏa mãn phần hình phẳng hữu hạn giới hạn bởi đồ thị $y=x^3-3mx^2-4x+m^2+1$ và trục hoành bao gồm hai miền: miền nằm trên trục hoành và miền nằm dưới trục hoành có diện tích bằng nhau.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 268: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(\dfrac{3}{2};2)$. **B.** $(-1;0)$. **C.** $(1;\dfrac{3}{2})$. **D.** $(0;1)$.

Câu 269: Đường thẳng $d:y=x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;4),B$ và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1;3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

A. $m=2$ hoặc $m=3$. **B.** $m=3$.
C. $m=-2$ hoặc $m=-3$. **D.** $m=-2$ hoặc $m=3$.

Câu 270: Đường thẳng $(d):y=12x+m(m<0)$ là tiếp tuyến của đường cong $(C):y=x^3+2$. Khi đó đường thẳng (d) cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm A,B. Tính diện tích ΔOAB.

A. $\dfrac{49}{8}$. **B.** $\dfrac{49}{4}$. **C.** $\dfrac{49}{2}$. **D.** 49.

Câu 271: Cho hàm số $y=x^3-mx^2+3x+1$ và $M(1;-2)$. Biết có 2 giá trị của m là m_1 và m_2 để đường thẳng $\Delta:y=x+1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt $A(0;1)$, B và C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Hỏi tổng $m_1^2+m_2^2$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $(31;33)$. **B.** $(16;18)$. **C.** $(15;17)$. **D.** $(3;5)$.

Câu 272: Đường thẳng $y=k(x+2)+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-1$ (1) tại 3 điểm phân biệt, tiếp tuyến với đồ thị (1) tại 3 giao điểm đó lại cắt nhau tai 3 điểm tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $0<k\le 3$. **B.** $k>3$. **C.** $k\le -2$. **D.** $-2<k\le 0$.

Câu 273: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-mx+2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $m\in(-\infty;3)$.

Câu 274: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x-6m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Câu 275: Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ có đồ thị (C_m) và điểm $I(1;3)$. Tìm m để đường thẳng $d: y=x+4$ cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $A(0;4)$, B, C sao cho tam giác IBC có diện tích bằng 4.

A. $m<3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=3$. **D.** $m>0$.

Câu 276: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2-1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y=x+m$. Biết rằng đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau, hỏi m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $m\in(-5;-3)$. **B.** $m\in(-3;-1)$. **C.** $m\in(-1;1)$. **D.** $m\in(1;3)$.

Câu 277: Tìm m để đồ thị (C): $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $y=mx+m$ cắt nhau tại 3 đểm phân biệt.

$A(-1;0)$, B, C sao cho tam giac OBC có diện tích bằng 8.

A. $m=1$. **B.** $m=3$. **C.** $m=4$. **D.** $m=2$.

Câu 278: Để đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $y=mx+m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1;0)$, B, C sao cho ΔOBC có diện tích bằng 8 thì:

A. m là một số chẵn. **B.** m là một số vô tỉ.
C. m là một số nguyên tố. **D.** m là một số chia hết cho 3.

Câu 279: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho B là trung điểm của AC. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $m\in(-\infty;-4)$. **B.** $m\in(-4;0)$. **C.** $m\in(-4;-2)$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

DẠNG 12: ĐỒ THỊ HÀM NHẤT BIẾN CẮT D, THỎA MÃN ĐK THEO X

Câu 280: Tìm m để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m\in\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)\setminus\{0\}$. **B.** $m\in(0;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0)$. **D.** $m=0$.

Câu 281: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua $A(0;2)$ có hệ số góc m cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của đồ thị?

A. $m<-5$. **B.** $m>0$ hoặc $m<-5$.

C. $m>0$. **D.** $m\ge 0$.

Câu 282: Tìm m để đường thẳng $y=x+m\,(d)$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}\,(C)$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị (C).

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $m>-\frac{1}{2}$. **D.** $m<-\frac{1}{2}$.

DẠNG 13: ĐỒ THỊ HAM NHẤT BIẾN CẮT D, THỎA MÃN DK THEO Y

Câu 283: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=4$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=3 \end{array}\right.$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=3 \end{array}\right.$.

Câu 284: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d: y=x+m-1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $m=4\pm\sqrt{3}$ **B.** $m=4\pm\sqrt{10}$ **C.** $m=2\pm\sqrt{10}$ **D.** $m=2\pm\sqrt{3}$

DẠNG 14: ĐỒ THỊ HÀM NHẤT BIẾN CẮT D, THỎA ĐK HÌNH HỌC

Câu 285: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=\sqrt{17}$. **B.** $AB=\sqrt{34}$. **C.** $AB=8$. **D.** $AB=6$.

Câu 286: Giá trị của m để đường thẳng $d: x+3y+m=0$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ tại 2 điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại điểm $A(1;0)$ là

A. $m=-4$. **B.** $m=6$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-6$.

Câu 287: Giá trị của m để đường thẳng $d: x+3y+m=0$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại điểm $A(1;0)$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m=6$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-6$.

Câu 288: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2mx+m-2}{x+1}$ cắt đường thẳng $(d):y=x+3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 3, với $I(-1;1)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -10.

Câu 289: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2mx+m-2}{x+1}$ cắt đường thẳng $(d):y=x+3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 3, với $I(-1;1)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -10.

Câu 290: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ (C) và đường thẳng $d_m:y=x+m$. Tìm m để (C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔOAB vuông tại O.

A. $m=-\dfrac{1}{3}$. **B.** $m=\dfrac{2}{3}$. **C.** $m=\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=\dfrac{4}{3}$.

Câu 291: Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B và $AB\le 4$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 6.

Câu 292: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=\sqrt{17}$. **B.** $AB=\sqrt{34}$. **C.** $AB=8$. **D.** $AB=6$.

Câu 293: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=x+m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $m=2\pm\sqrt{10}$. **B.** $m=4\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=2\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 294: Cho điểm $A(0;5)$ và đường thẳng Δ đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc k. Có tất cả bao nhiêu giá trị của k để đường thẳng Δ cắt đồ thị $(C):y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông tại A?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 295: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $(d): y=-x+m$ cắt đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB là ngắn nhất.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{5}{9}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=5$.

Câu 296: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-5;5)$. Tìm m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

A. $\left[\begin{array}{l} m=0 \\ m=2 \end{array}\right.$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=0$.

Câu 297:] Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m: y=-x+m$ Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt A , B sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m là

A. $m=0$. **B.** Không tồn tại m.
C. $m=2$. **D.** $m=1$.

Câu 298: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m: y=-x+m$. Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m là

A. Không tồn tại m. **B.** $m=1$.
C. $m=0$. **D.** $m=2$.

Câu 299: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-1;1)$. Tìm m để đường thẳng $d: y=mx-m-1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M , N sao cho AM^2+AN^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=1$.

Câu 300: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân là

A. $y=x-2$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=-x-2$. **D.** $y=x+2$.

DẠNG 15: ĐỒ THỊ HÀM TRÙNG PHƯƠNG CẮT D, THỎA ĐK THEO X

Câu 301: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $-1<m<1$ **B.** $m<-4$ **C.** $-4<m<-3$ **D.** $m>-1$

Câu 302: Cho hàm số $y=x^4-2(2m+1)x^2+4m^2$ (C). Các giá trị của tham số thực m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 thoả mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=6$ là

A. $m=\frac{1}{4}$. **B.** $m\ge\frac{1}{4}$. **C.** $m=-\frac{1}{4}$. **D.** $m=1$.

Câu 303: Biết đồ thị hàm số $y=x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1$ cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt. Khi đó m thuộc khoảng:

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Câu 304: Tìm m để đường thẳng $d:y=-1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2.

A. $\begin{cases}-\frac{1}{3}<m<1\\ m\ne 0\end{cases}$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $\begin{cases}-\frac{1}{3}<m\le 1\\ m\ne 0\end{cases}$.

DẠNG 16: ĐỒ THỊ HÀM TRÙNG PHƯƠNG CẮT D, THỎA ĐK HÌNH HỌC

Câu 305: Cho hàm số $y=x^4-3x^2-2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\frac{3}{2}$.

Câu 306: Biết đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+2m+1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt A,B,C,D sao cho $AB=BC=CD$. Tổng các giá trị của tham số m bằng

A. $\frac{32}{9}$. **B.** $\frac{44}{9}$. **C.** 4. **D.** 5.

Câu 307: Đường thẳng $y=m^2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m^2\in(0;1)$ **B.** $m^2\in(5;7)$ **C.** $m^2\in(3;5)$ **D.** $m^2\in(1;3)$

Câu 308: Gọi m là số thực dương sao cho đường thẳng $y=m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-2$ tại hai điểm A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ). Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **B.** $m\in\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$. **C.** $m\in\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{7}{4};\frac{9}{4}\right)$.

DẠNG 17: LIÊN HỆ GIỮA SỰ TƯƠNG GIAO

Câu 309: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases}-8+4a-2b+c>0\\ 8+4a+2b+c<0\end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

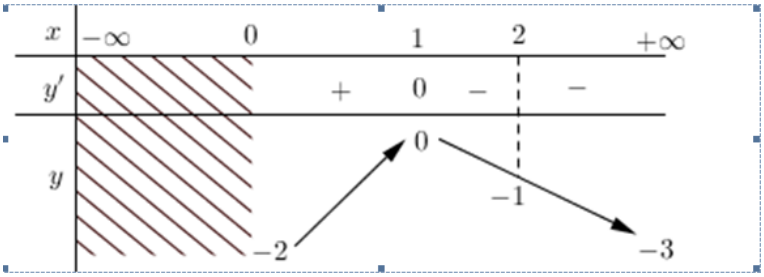
Câu 310: Cho hàm số $y=-x^3+ax^2+bx+c$. Biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$ và có điểm cực đại là $M(2;3)$. Tính $Q=a+2b+c$.

A. $Q=2$. **B.** $Q=-4$. **C.** $Q=0$. **D.** $Q=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 7: ĐIỀU KIÊN ĐỂ BPT CÓ NGHIỆM, VN, NGHIỆM ĐÚNG TRÊN K

Câu 211: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $[0;+\infty)$, liên tục trên khoảng $(0;+\infty)$ và có bảng biến thiên như sau.

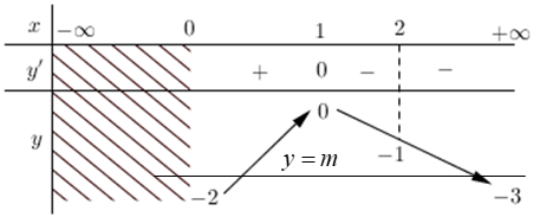


Tìm tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho phương trình $f(x)=m$ có hai nghiệm x_1, x_2 thỏa mãn $x_1\in(0;2)$ và $x_2\in(2;+\infty)$..

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(-3;-1)$. **D.** $(-2;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



.

Đường thẳng $y=m$ có vị trí như trên thì thỏa điều kiện bài toán.

Vậy $-2<m<-1$ là giá trị cần tìm.

Câu 212: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của tham số m sao cho bất phương trình sau có nghiệm: $\sqrt{x+5}+\sqrt{4-x}\ge m$.

A. $\left(-\infty;3\sqrt{2}\right]$. **B.** $\left(-\infty;3\sqrt{2}\right)$. **C.** $(-\infty;3]$. **D.** $\left(3\sqrt{2};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

BPT $\sqrt{x+5}+\sqrt{4-x}\ge m$ có nghiệm $\Leftrightarrow m\le \max\limits_{[-5;4]}\left(\sqrt{x+5}+\sqrt{4-x}\right)$.

Xét hàm số $f(x)=\sqrt{x+5}+\sqrt{4-x}$ trên $D=[-5,4]$.

.

$$f'(x)=\frac{1}{2\sqrt{5+x}}-\frac{1}{2\sqrt{4-x}}$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{5+x}=\sqrt{4-x}\Leftrightarrow x=-\frac{1}{2}.$$

Mà $f(-5)=f(4)=3, f(-\frac{1}{2})=3\sqrt{2}\Rightarrow\max\limits_{[-5;4]}f(x)=3\sqrt{2}$.

$\Rightarrow m\le 3\sqrt{2}$ là giá trị m cần tìm.

Câu 213: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho mọi nghiệm của bất phương trình: $x^2-3x+2\le 0$ cũng là nghiệm của bất phương trình $mx^2+(m+1)x+m+1\ge 0$?

A. $m\ge -1$. **B.** $m\le -1$. **C.** $m\le -\frac{4}{7}$. **D.** $m\ge -\frac{4}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

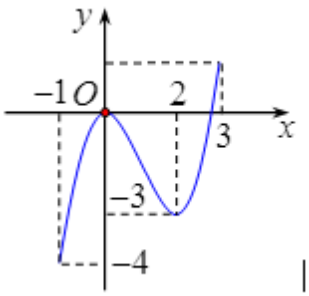
Bất phương trình $x^2-3x+2\le 0\Leftrightarrow 1\le x\le 2$.

Bất phương trình $mx^2+(m+1)x+m+1\ge 0\Leftrightarrow m(x^2+x+1)\ge -x-2\Leftrightarrow m\ge \dfrac{-x-2}{x^2+x+1}$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{-x-2}{x^2+x+1}$ với $1\le x\le 2$. Có $f'(x)=\dfrac{x^2+4x+1}{(x^2+x+1)^2}>0,\forall x\in[1;2]$

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow m\ge \max\limits_{[1;2]} f(x)\Leftrightarrow m\ge -\dfrac{4}{7}$

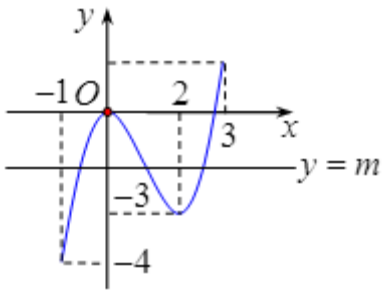
Câu 214: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-1;3]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Tập hợp T tất cả các giá trị thực của tham số m để phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;3]$ là.



A. $T=(-4;1)$. **B.** $T=[-3;0]$. **C.** $T=(-3;0)$. **D.** $T=[-4;1]$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Dựa vào đồ thị hàm số đã cho, phương trình $f(x)=m$ có 3 nghiệm phân biệt thuộc đoạn $[-1;3]$ thì $-3<m<0$ hay $m\in(-3;0)$.

Câu 215: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho bất phương trình: $-x^3+3mx-2<-\dfrac{1}{x^3}$ nghiệm đúng $\forall x\ge 1$?

A. $-\dfrac{1}{3}\le m\le \dfrac{3}{2}$. **B.** $m<\dfrac{2}{3}$. **C.** $m\ge \dfrac{2}{3}$. **D.** $m\ge \dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Bpt $\Leftrightarrow 3mx<x^3-\dfrac{1}{x^3}+2,\forall x\ge 1\Leftrightarrow 3m<x^2-\dfrac{1}{x^4}+\dfrac{2}{x}=f(x),\forall x\ge 1$.

Ta có $f'(x)=2x+\dfrac{4}{x^5}-\dfrac{2}{x^2}\ge 2\sqrt{2x\left(\dfrac{4}{x^5}\right)}-\dfrac{2}{x^2}=\dfrac{4\sqrt{2}-2}{x^2}>0$ suy ra $f(x)$ tăng.

Ycbt $\Leftrightarrow f(x)>3m, \forall x\ge 1 \Leftrightarrow \min\limits_{x\ge 1} f(x)=f(1)=2>3m \Leftrightarrow \dfrac{2}{3}>m$

Câu 216: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $(a,b,c,d\in\mathbb{R}, a\ne 0)$ có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	0	↗	$+\infty$

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\dfrac{1}{2}<x_4$.

A. $\dfrac{1}{2}\le m<1$. **B.** $0<m<1$. **C.** $\dfrac{1}{2}<m<1$. **D.** $0<m\le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

• Ta đi tìm biểu thức xác định của hàm số $f(x)$.

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$.

Hàm số đạt cực trị tại các điểm $x=0$, $x=1$ nên ta có $\begin{cases}y'(0)=0\\y'(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}c=0\\3a+2b=0\end{cases}(1)$

Tọa độ các điểm cực trị là $(0;1)$ và $(1;0)$ nên ta có $\begin{cases}y(0)=1\\y(1)=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}d=1\\a+b=-1\end{cases}(2)$

Từ (1) và (2) ta suy ra $a=2$, $b=-3$, $c=0$, $d=1$.

Như vậy $f(x)=2x^3-3x^2+1$.

• Xét phương trình $2x^3-3x^2+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-\dfrac{1}{2}\\x=1\end{array}\right.$.

Từ đó ta có bảng biến thiên của hàm số $g(x)=|f(x)|$ như sau:

x	$-\infty$		$-\dfrac{1}{2}$		0		$\dfrac{1}{2}$		1		$+\infty$
y	$+\infty$	↘	0	↗	1	↘	0	↗	1	↘	$+\infty$

• Từ bảng biến thiên trên ta suy ra phương trình $|f(x)|=m$ có bốn nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3<\dfrac{1}{2}<x_4$ thì điều kiện của m là $\dfrac{1}{2}<m<1$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $\dfrac{1}{2}<m<1$.

Câu 217: Tìm m để bất phương trình $x+2\sqrt{(2-x)(2x+2)}>m+4\left(\sqrt{2-x}+\sqrt{2x+2}\right)$ có nghiệm?

A. $m<-7$. **B.** $-8<m<-7$. **C.** $m<-8$. **D.** $m<-1-4\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A

•Điều kiện: $x\in[-1;2]$.

Xét hàm số $g(x)=\sqrt{2-x}+\sqrt{2x+2}$ trên đoạn $[-1;2]$.

Có $g'(x)=-\frac{1}{2\sqrt{2-x}}+\frac{1}{\sqrt{2x+2}}$, $g'(x)=0\Leftrightarrow x=1$.

$g(-1)=\sqrt{3}$, $g(1)=3$, $g(2)=\sqrt{6}$.

Suy ra $\max\limits_{[-1;2]} g(x)=3$, $\min\limits_{[-1;2]} g(x)=\sqrt{3}$.

•Đặt $t=\sqrt{2-x}+\sqrt{2x+2}$, $t\in\left[\sqrt{3};3\right]\Rightarrow t^2=x+4+2\sqrt{(2-x)(2x+2)}$.

Bất phương trình đã cho trở thành: $t^2-4>m+4t\Leftrightarrow t^2-4t-4>m$.

Xét hàm số $f(t)=t^2-4t-4$ trên đoạn $\left[\sqrt{3};3\right]$.

Có $f'(t)=2t-4$, $f'(t)=0\Leftrightarrow t=2$.

$f\left(\sqrt{3}\right)=-4\sqrt{3}-1$, $f(2)=-8$, $f(3)=-7$.

Suy ra $\max\limits_{[\sqrt{3};3]} f(t)=-7$.

Để bất phương trình đã cho có nghiệm thì $m<\max\limits_{[\sqrt{3};3]} f(t)$ hay $m<-7$.

Vậy $m<-7$.

DẠNG 8: ĐIỀU KIEN DỂ (C) VA D CẮT NHAU TẠI N-DIỂM

Câu 218: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ cắt đường thẳng $d: y=2m-7$ tại bốn điểm phân biệt.

A. $m>-3$. **B.** $m=5$. **C.** $-3<m<5$. **D.** $-6<m<10$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=4x^3-16x$, $y'=0\Leftrightarrow x=\pm 2$ và $x=0$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	-13	↗	3	↘	-13	↗	$+\infty$

Tọa độ giao điểm của đồ thị hàm số và đường thẳng d là nghiệm của phương trình.

$x^4-8x^2+3=2m-7\quad(1)$.

Để phương trình (1) có bốn nghiệm phân biệt ta có $-13<2m-7<3\Leftrightarrow -3<m<5$.

Câu 219: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đồ thị của hàm số $y=x^3+(m+2)x^2+(m^2-m-3)x-m^2$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 3. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị và trục hoành:

$x^3+(m+2)x^2+(m^2-m-3)x-m^2=0\quad(1)$

$\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2+(m+3)x+m^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x^2+(m+3)x+m^2=0\quad(2)\end{array}\right.$

Đồ thị cắt Ox tại 3 điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ pt có 3 nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow$ pt có 2 nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 0 \\ \Delta > 0 \\ 1+m+3+m^2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow -3m^2+6m+9>0 \Leftrightarrow -1<m<3$

Các giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán là: $0,1,2$.

Câu 220: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để đồ thị hàm số $g(x)=f(|x|)+m$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt ?

A. 0 **B.** 4 **C.** 2 **D.** 3

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$f(x)=x^3-3x^2 \Rightarrow f'(x)=3x^2-6x=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=2 \end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		2		3		$+\infty$
$f'(\|x\|)$		$-$	0	$+$	0	$-$		$+$	
$f(\|x\|)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

BBT thiếu giá trị $f'(|x|)$ tại $x=3$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $0<-m<4 \Leftrightarrow -4<m<0$

$m \in \mathbb{Z} \Rightarrow m \in \{-3;-2;-1\}$.

Vậy có 3 giá trị của m thỏa mãn bài ra.

Câu 221: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} a+c>b+1 \\ a+b+c+1<0 \end{cases}$. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox.

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì hàm số đã cho là hàm đa thức bậc ba nên đồ thị hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và số giao điểm của đồ thị hàm số với trục Ox nhiều nhất là 3.

Theo đề bài ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$

$y(-1)=a+c-b-1>0$, $y(1)=a+b+c+1<0$,

Do đó hàm số đã cho có ít nhất một nghiệm trên mỗi khoảng $(-\infty;-1)$, $(-1;1)$, $(1;+\infty)$.

Từ đó suy ra số giao điểm cần tìm là 3.

Câu 222: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ (C) và đường thẳng $d_m: y=x+m$. Tìm m để (C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔOAB vuông tại O.

A. $m=\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{4}{3}$. **D.** $m=-\dfrac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+1}{x+1}=x+m$ với $x\neq -1$.

$\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m-1=0$ (*).

(C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5>0 \\ 1-m+1+m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>5$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-m+1 \\ x_1x_2=m-1 \end{cases}$.

Gọi $A(x_1;x_1+m)$ và $B(x_2;x_2+m)$.

Khi đó: $\overrightarrow{OA}=(x_1;x_1+m)$ và $\overrightarrow{OB}=(x_2;x_2+m)$.

ΔOAB vuông tại $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow x_1x_2+(x_1+m)(x_2+m)=0$.

$\Leftrightarrow 2x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2=0$.

$\Leftrightarrow 2(m-1)+m(-m+1)+m^2=0 \Leftrightarrow 3m-2=0 \Leftrightarrow m=\frac{2}{3}$.

Câu 223: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất.

A. $-3<m<0$. **B.** $m>-3$. **C.** $m<-3$. **D.** $m\geq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành là

$x^3+mx+2=0 \Leftrightarrow m=-\frac{2}{x}-x^2$ (do $x=0$ không là nghiệm của phương trình).

Xét hàm số $g(x)=-\frac{2}{x}-x^2$

$D=\mathbb{R}\setminus\{0\}$.

$g'(x)=\frac{2}{x^2}-2x$.

$g'(x)=0 \Leftrightarrow x=1$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$		$+$	0	$-$	
y	$-\infty$	$\nearrow$	$+\infty$ | $-\infty$	$\nearrow$	-3	$\searrow$	$-\infty$

Dựa vào đồ thị ta có, để đồ thị hàm số $y=x^3+mx+2$ cắt trục hoành tại một điểm duy nhất thì $m>-3$.

Câu 224: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đường thẳng $y=2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x+m}{x-1}$.

A. $-\frac{3}{2}<m\neq -1$. **B.** $m\geq -\frac{3}{2}$. **C.** $m>-\frac{3}{2}$. **D.** $-\frac{3}{2}\leq m\neq -1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Với $x \neq 1$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đường thẳng $y = 2x+1$ và đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$ là:

$\dfrac{x+m}{x-1} = 2x+1 \Leftrightarrow x+m = (2x+1)(x-1) \Leftrightarrow 2x^2 - 2x - m - 1 = 0 .(x \neq 1).$

Đường thẳng $y = 2x+1$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{x+m}{x-1}$.

$\Leftrightarrow$ phương trình $2x^2 - 2x - m - 1 = 0$ có nghiệm $x \neq 1$.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' \geq 0 \\ 2 - 2 - m - 1 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 1 - 2(-m-1) \geq 0 \\ m \neq -1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq -\dfrac{3}{2} \\ m \neq -1 \end{cases}.$

Câu 225: Đồ thị hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$ cắt đường thẳng $y = -m$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi tham số m thỏa mãn điều kiện.

A. $-2 < m < -1$. **B.** $1 < m < 2$. **C.** $-3 < m < 1$. **D.** $-1 < m < 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 3x^2 + 12x + 9$.

$y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = -1 \\ x = -3 \Rightarrow y = 3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		-3		-1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Đồ thị hàm số $y = x^3 + 6x^2 + 9x + 3$ cắt đường thẳng $y = -m$ tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi $-1 < -m < 3 \Leftrightarrow -3 < m < 1$.

Câu 226: Cho hàm số $y = \dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: 2x - y - 1 = 0$. Biết d cắt (C) tại hai điểm phân biệt $M(x_1; y_1)$ và $N(x_2; y_2)$. Tính $y_1 + y_2$.

A. -2. **B.** -4. **C.** 2. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{x+1}{x-1} = 2x - 1 (x \neq 1)$

$\Leftrightarrow 2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1 = 0 \Rightarrow y_1 = -1 \\ x_2 = 2 \Rightarrow y_2 = 3 \end{array}\right.$. Vậy $y_1 + y_2 = 2$

Câu 227: Cho hàm số $(C): y = \dfrac{x-2}{x+1}$. Đường thẳng $d: y = x + m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm A, B phân biệt và $AB = 2\sqrt{2}$ khi m nhận giá trị nào trong các giá trị sau đây?

A. $m = -2$. **B.** $m = 1$. **C.** $m = 8$. **D.** $m = 5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

☑ Phương trình hoành độ giao điểm.

$$\frac{x-2}{x+1}=x+m\Rightarrow x-2=x^2+(m+1)x+m\Rightarrow x^2+mx+m+2=0, x\neq -1.$$

Ta có $\begin{cases}x_1+x_2=-m\\ x_1x_2=m+2\end{cases}$ mà $AB=|x_1-x_2|\sqrt{2}$.

$\Rightarrow AB^2=(S^2-4P).2\Rightarrow m^2-4(m+2)=4\Rightarrow m^2-4m-12=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l}m=6\\ m=-2\end{array}\right.$ (nhận hết).

Do điều kiện $\Delta=m^2-4m-8>0$.

Câu 228: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{1-x}(C)$ và đường thẳng $d: y=x+m$. Với giá trị nào của tham số m thì đường thẳng cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $m<-5$. **B.** $m\in(-\infty;-5)\cup(-1;+\infty)$.

C. $-5<m<-1$. **D.** $m>-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{1-x}=x+m$.

Đường thẳng cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi $\frac{2x-1}{1-x}=x+m$ có hai nghiệm phân biệt.

Ta có $\frac{2x-1}{1-x}=x+m\Leftrightarrow\begin{cases}2x-1=(x+m)(1-x)\\ x\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+(m+1)x-m-1=0\\ x\neq 1\end{cases}$.

Do đó đường thẳng cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt khi phương trình có hai nghiệm phân biệt khác 1 tức là $\begin{cases}(m+1)^2+4(m+1)>0\\ 1+(m+1)-m-1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2+6m+5>0\Leftrightarrow m\in(-\infty;-5)\cup(-1;+\infty)$.

Câu 229: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt.

A. Với mọi m. **B.** $0<m<1$. **C.** $m>1$. **D.** $m\leq 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$x+m=\frac{2x-1}{x-1}\Leftrightarrow x^2+(m-3)x-m+1=0(*)$.

$(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác $1\Leftrightarrow(m-3)^2+4m-4>0\Leftrightarrow m^2-2m+5>0$ (đúng với mọi m).

Câu 230: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}(C)$. Tìm giá trị m để đường thẳng $d: y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt sao cho tam giác OAB vuông tại A hoặc B.

A. $m=1\pm\sqrt{5}$. **B.** $m=1\pm\sqrt{2}$. **C.** $m=1\pm\sqrt{6}$. **D.** $m=1\pm\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x-1}{x-1}=x+m\Leftrightarrow x^2+(m-3)x+1-m=0\ (*)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Ta có d cắt (C) tại hai điểm phân biệt khi chỉ khi $\begin{cases}\Delta = m^2-2m+5>0\\ (1)^2+(m-3).1+1-m\neq 0\end{cases}$ (luôn đúng với mọi m).

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình $(*)$, ta có $\begin{cases}x_1+x_2=3-m\\ x_1x_2=1-m\end{cases}$ và (C) cắt d tại $A(x_1;x_1+m)$, $B(x_2;x_2+m)$.

Vectơ $\overrightarrow{AB}=(x_2-x_1;x_2-x_1)$ cùng phương với vectơ $\vec{u}=(1;1)$.

Tam giác OAB vuông tại A khi chỉ khi $\overrightarrow{OA}.\vec{u}=0\Leftrightarrow 2x_1+m=0$.

Ta có hệ phương trình $\begin{cases}x_1+x_2=3-m\\ x_1x_2=1-m\\ 2x_1=-m\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}2x_1=-m\\ 2x_2=6-m\\ -m(6-m)=4-4m\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=1+\sqrt{5}\\ m=1-\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Câu 231: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=-x^3+3x+2$ tại 3 điểm phân biệt.

A. $m<0;m>4$. **B.** $0<m\le 4$. **C.** $0<m<4$. **D.** $0\le m<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y=-x^3+3x+2\Rightarrow y'=-3x^2+3=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

$\Rightarrow y/c\Leftrightarrow y(-1)<m<y(1)$.

$\Leftrightarrow 0<m<4$.

Câu 232: Giá trị của m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+mx+4$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng là.

A. $-3<m<3$. **B.** $m=-2$. **C.** $m=3$.. **D.** $m=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Điều kiện cần: $x_1+x_2+x_3=3x_2=-\dfrac{b}{a}=3\Leftrightarrow x_2=1$.

Suy ra, $x=1$ là một nghiệm của phương trình hay $2+m=0\Leftrightarrow m=-2$.

Điều kiện đủ. Với $m=-2$ hàm số trở thành: $y=x^3-3x-2x+4$.

Cắt Ox tại các điểm có hoành độ là nghiệm của phương trình $x^3-3x-2x+4=0\Leftrightarrow(x-1)(x^2-2x-4)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ x=1\pm\sqrt{5}\end{array}\right.$.

Mà ba số $1-\sqrt{5};1;1+\sqrt{5}$ theo thứ tự là cấp số cộng, suy ra $m=-2$ thỏa mãn đề bài.

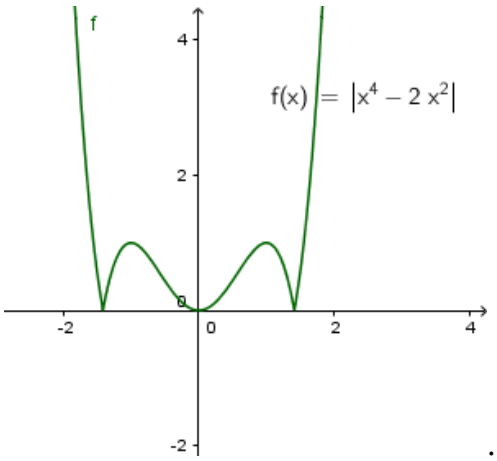
Câu 233: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=\left|x^4-2x^2\right|$ tại 6 điểm phân biệt.

A. $-1<m<1$. **B.** $-1\le m\le 1$. **C.** $-1<m<0$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét phương trình hoành độ giao điểm $\left|x^4-2x^2\right|=m$.

Dựa vào đồ thị, để đường thẳng cắt đồ thị tại 6 điểm phân biệt khi $0<m<1$.

Câu 234: Có bao nhiêu giá trị nguyên âm a để đồ thị hàm số $y=x^3+(a+10)x^2-x+1$ cắt trục hoành tại đúng 1 điểm?.

A. 8. **B.** 9. **C.** 10. **D.** 11.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^3+(a+10)x^2-x+1=0 \Leftrightarrow \dfrac{x^3-x+1}{x^2}=-a-10$

Xét hàm số $y=\dfrac{x^3-x+1}{x^2}$

$y'=\dfrac{x^3+x-2}{x^3}=0 \Leftrightarrow x=1$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		0		1		$+\infty$
y'		$+$	‖	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$+\infty$ ‖ $+\infty$	↘	1	↗	$+\infty$

Để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại đúng 1 điểm thì $-a-10<1 \Leftrightarrow a>-11$

Vậy có 10 giá trị nguyên âm của a

Câu 235: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để đường thẳng $y=m(x-4)$ cắt đồ thị của hàm số $y=(x^2-1)(x^2-9)$ tại bốn điểm phân biệt?

A. 7. **B.** 1. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có phương trình hoành độ giao điểm

$(x^2-1)(x^2-9)=m(x-4) \Rightarrow \dfrac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-4)}=m \quad (1),\ (x\neq 4).$

Số nghiệm của (1) bằng số giao điểm của 2 đồ thị hàm số $y=f(x)=\dfrac{(x^2-1)(x^2-9)}{(x-4)}$ và $y=m$.

Ta có:

$$f'(x)=\frac{2x(x^2-9)(x-4)+2x(x^2-1)(x-4)-(x^2-9)(x^2-1)}{(x-4)^2}=\frac{3x^4-16x^3-10x^2+80x-9}{(x-4)^2}$$

$$f'(x)=0 \Rightarrow 3x^4-16x^3-10x^2+80x-9=0$$

Giải phương trình bằng MTBT ta được 4 nghiệm $\left[\begin{array}{l} x_1\approx -2,169 \\ x_2\approx 0,114 \\ x_3\approx 2,45 \\ x_4\approx 4,94 \end{array}\right.$. Các nghiệm này đã được lưu chính xác ở trong bộ nhớ của MTBT.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		x_1		x_2		x_3		4		x_4		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$2,58$	↘	$-2,28$	↗	$9,67$	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	$383,5$	↗	$+\infty$

Từ BBT và $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-2;-1;0;1;2\}$.

Câu 236: Tìm tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị $(C):y=(x-2)(x^2-2mx+m)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương.

A. $m\in(1;+\infty)\setminus\left\{\frac{4}{3}\right\}$. **B.** $m\in(0;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0)\cup\left(1;\frac{4}{3}\right)\cup\left(\frac{4}{3};+\infty\right)$. **D.** $m\in(1;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C) và trục hoành:

$$(x-2)(x^2-2mx+m)=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x=2 \\ x^2-2mx+m=0 \quad (*) \end{array}\right.$$

Đặt: $g(x)=x^2-2mx+m$.

Đồ thị (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ dương khi và chỉ khi phương trình (*) có 2 nghiệm dương phân biệt khác 2.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta=m^2-m>0\\ S=m>0\\ P=m>0\\ g(2)=2^2-2m.2+m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m<0\vee m>1\\ m>0\\ m\neq\frac{4}{3}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>1\\ m\neq\frac{4}{3}\end{cases}.$$

Vậy giá trị m cần tìm là: $m>1;\ m\neq\frac{4}{3}$..

Câu 237: Tất cả các giá trị thực của m để đồ thị hàm số $y=(mx+1)(x^2-2x-3)$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt là.

A. $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq -1 \\ m\neq 3 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -\dfrac{1}{3} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -3 \end{cases}$. **D.** $m\neq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=(mx+1)(x^2-2x-3)$ và trục hoành là nghiệm của phương trình $(mx+1)(x^2-2x-3)=0(1)\Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=3 \\ mx=-1 \end{cases}$.

Số nghiệm của phương trình (1) bằng số giao điểm của đồ thị hàm số đã cho với trục hoành.

Do đó đồ thị hàm số đã cho cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt.

Tức là phương trình $mx=-1$ có 1 nghiệm và nghiệm đó khác $-1,3.$.

Suy ra $\begin{cases} m\neq 0 \\ m\neq 1 \\ m\neq -\dfrac{1}{3} \end{cases}$.

Câu 238: Tìm m để đường thẳng $d:y=-1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2.

A. $\begin{cases} -\dfrac{1}{3}<m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $\begin{cases} -\dfrac{1}{3}<m\leq 1 \\ m\neq 0 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-(3m+2)x^2+3m+1=0$. Đặt $u=x^2\,(u\geq 0)$, ta được $f(u)=u^2-(3m+2)u+3m+1=0(1),\ \Delta=9m^2$.

Cách 1: Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thỏa $0<u_1<u_2<4$.

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ a.f(0)>0 \\ a.f(4)>0 \\ 0<\dfrac{u_1+u_2}{2}<4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 9m^2>0 \\ 3m+1>0 \\ -9m+9>0 \\ 0<3m+2<8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq 0 \\ m>-\dfrac{1}{3} \\ m<1 \\ -\dfrac{2}{3}<m<2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{3}<m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}.$$

Cách 2: Phương trình (1) có hai nghiệm $u_1=1;\ u_2=3m+1$ suy ra đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt và

$$0<u_2\neq 1<4\Leftrightarrow \begin{cases} -\dfrac{1}{3}<m<1 \\ m\neq 0 \end{cases}.$$

Câu 239: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ tại bốn điểm phân biệt?

A. $m\ge -\frac{13}{4}$. **B.** $-\frac{13}{4}<m<\frac{3}{4}$. **C.** $-\frac{13}{4}\le m\le \frac{3}{4}$. **D.** $m\le \frac{3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Có $y'=4x^3-16x$, $y'=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 2 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-13	$\nearrow$	3	$\searrow$	-13	$\nearrow$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên trên, để để đường thẳng $y=4m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-8x^2+3$ tại bốn điểm phân biệt thì $-13<4m<3\Leftrightarrow -\frac{13}{4}<m<\frac{3}{4}$.

Vậy giá trị cần tìm của m là $-\frac{13}{4}<m<\frac{3}{4}$.

Câu 240: Tổng các giá trị của tham số m sao cho đường thẳng $y=x$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{x-5}{x+m}$ tại hai điểm A và B sao cho $AB=4\sqrt{2}$ là.

A. 5. **B.** 7. **C.** 2. **D.** -5.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm:

$$\left\{\begin{array}{l} x(x+m)=x-5 \\ x\ne -m \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} x^2+(m-1)x+5=0=f(x) \\ x\ne -m \end{array}\right..$$

Đường thẳng cắt đồ thị tại 2 điểm A và B khi và chỉ khi:

$$\left\{\begin{array}{l} \Delta_f>0 \\ f(-m)\ne 0 \end{array}\right.\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m^2-2m-19>0 \\ m\ne -5 \end{array}\right..$$

Gọi: $A(x_1;x_1), B(x_2;x_2)$. Với $x_1;x_2$ là 2 nghiệm của phương trình $f(x)=0$.

$$AB=4\sqrt{2}\Leftrightarrow |x_2-x_1|=4\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=16\Leftrightarrow m^2-2m-35=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=7 \\ m=-5 \end{array}\right..$$

So với điều kiện ta nhận $m=7$.

Câu 241: Cho hàm số $y=\frac{x}{x-1}$. Với giá trị m để đường thẳng $(d): y=-x+m$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt.

A. $m<1\vee m>4$. **B.** $m<0\vee m>2$. **C.** $m<0\vee m>4$. **D.** $1<m<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Xét phương trình hoành độ giao điểm $\frac{x}{x-1}=-x+m\Leftrightarrow x^2-mx+m=0(1)$.

(d) cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow \Delta = m^2-4m>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>4 \\ m<0 \end{array}\right.$.

Câu 242: Tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-2x+m$ cắt đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ tại hai điểm phân biệt là.

A. $\left(-\infty;5-2\sqrt{3}\right)\cup\left(5+2\sqrt{3};+\infty\right)$. **B.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right]\cup\left[5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

C. $\left(5-2\sqrt{3};5+2\sqrt{3}\right)$. **D.** $\left(-\infty;5-2\sqrt{6}\right)\cup\left(5+2\sqrt{6};+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $x\neq 2$

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x+1}{x-2}=-2x+m \Leftrightarrow 2x^2-(m+3)x+2m+1=0(*)$.

Theo yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow (*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 2.

$\Leftrightarrow \begin{cases} (m+3)^2-4.2(2m+1)>0 \\ 8-2(m+3)+2m+1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-10m+1>0 \\ 3\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<5-2\sqrt{6}$ hoặc $m>5+2\sqrt{6}$.

Câu 243: Tìm tất cả các giá trị m để phương trình $x^3-3x-m+1=0$ có ba nghiệm phân biệt.

A. $m<-1$ hoặc $m>3$. **B.** $-1<m<3$.

C. $-1\le m\le 3$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình đã cho có ba nghiệm khi đồ thị (C) hàm số $f(x)=x^3-3x+1$ có ba điểm chung với đường thẳng $d: y=m$.

Ta có $f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-1		1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên d cắt (C) tại ba điểm khi $-1<m<3$.

Vậy phương trình có ba nghiệm phân biệt khi $-1<m<3$

Câu 244: - 2017] Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt?

A. $m>1$. **B.** Với mọi $m\in\mathbb{R}$. **C.** $0<m<1$. **D.** $m\le 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $x+m=\dfrac{2x-1}{x-1}$ (1).

Vì $x=1$ không là nghiệm của (1) nên.

$(1) \Leftrightarrow (x+m)(x-1) = 2x-1 \Leftrightarrow x^2 + (m-3)x - m + 1 = 0 \ (2)$.

Đường thẳng $y = x+m$ cắt đồ thị hàm số $y = \dfrac{2x-1}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi.

(2) có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta > 0 \Leftrightarrow (m-3)^2 - 4(-m+1) > 0$.

$\Leftrightarrow m^2 - 2m + 5 > 0 \Leftrightarrow \forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 245: Tìm các giá trị nguyên của tham số m để đồ thị hàm số $y = x^4 - (4m+2)x^2 + 4m + 1$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ $x_1, x_2, x_3, x_4 (x_1 < x_2 < x_3 < x_4)$ lập thành cấp số cộng.

A. $m = 3$. **B.** $m = 0, m = 2$. **C.** $m = -3$. **D.** $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t = x^2 (t \ge 0)$.

Đồ thị hàm số cắt Ox tại 4 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $t^2 - (4m+2)t + 4m + 1 = 0$ có 2 nghiệm dương.

$\Leftrightarrow \Delta' > 0 \Leftrightarrow 4m^2 > 0 \Leftrightarrow m \ne 0$.

Mặt khác x_1, x_2, x_3, x_4 lập thành một cấp số cộng nên $x_1 = 3x_2$.

Suy ra $t_1 = 9t_2$. Theo vi ét lại ta có $\begin{cases} t_1 + t_2 = 4m+2 \\ t_1 . t_2 = 4m+1 \end{cases}$.

$\Rightarrow 9\left(\dfrac{4m+2}{10}\right)^2 = 4m+1 \Leftrightarrow m = 2$.

Câu 246: Cho hàm số $y = (x-1)(x^2 + mx + m^2 - 3)$ có đồ thị (C_m), với giá trị nào của m thì (C_m) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt:

A. $-2 \le m \le 2$. **B.** $-2 < m < 2$. **C.** $\begin{cases} -2 < m \le 2 \\ m \ne 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \ne 1 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$(x-1)(x^2 + mx + m^2 - 3) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 + mx + m^2 - 3 = 0 (1) \end{array}\right.$.

Pt (1) có 2 nghiệmphân biệt khác 1 $\Rightarrow \left[\begin{array}{l} -3m^2 + 12 > 0 \\ m^2 + m - 2 \ne 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < m < 2 \\ m \ne 1 \end{cases}$.

Câu 247: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d: y = -x + m$ cắt đồ thị hàm số (C): $y = \dfrac{2x+1}{x+2}$ tại hai điểm phân biệt.

A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m = 4$.

C. $-1 < m < 4$. **D.** $-1 < m$ hoặc $m > 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm.

$\dfrac{2x+1}{x+2} = -x + m \Rightarrow 2x + 1 = (-x+m)(x+2) \Leftrightarrow -x^2 + (m-4)x + 2m - 1 = 0 (*)$.

Để (C) và d cắt nhau tại 2 điểm phân biệt thì pt (*) có hai nghiệm phân biệt khác -2. Tìm được $m \in \mathbb{R}$.

Câu 248: Cho hàm số $y=x^4+2(m-2)x^2+4$ có đồ thị (C_m), với m là tham số thực. Tìm tập hợp T gồm tất cả các giá trị của tham số m để (C_m) cắt Ox tại bốn điểm phân biệt.

A. $T=(0;2)$. **B.** $T=(-\infty;0)\cup(4;+\infty)$.

C. $T=(-\infty;0)$. **D.** $T=(4;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị (C_m) và trục Ox là: $x^4+2(m-2)x^2+4=0$..

Đặt $t=x^2,(t\ge 0)$.

Phương trình thành $t^2+2(m-2)t+4=0,\ (1)$

(C_m) cắt Ox tại bốn điểm phân biệt khi (1) có hai nghiệm dương phân biệt.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'>0\\P>0\\S>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-4m>0\\4>0\\-2m+4>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>4\\m<0\end{array}\right.\\m<2\end{cases}\Leftrightarrow m<0..$$

Vậy $T=(-\infty;0)$.

DẠNG 9: ĐỒ THỊ HÀM BẬC BA CẮT D, THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN THEO X

Câu 249: Cho hàm số $y=x^3-\frac{9}{2}x^2+6x+m$ (m là tham số) có đồ thị (C). Biết rằng (C) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ tương ứng là x_1, x_2, x_3 với $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $0<x_1<1<x_2<2<x_3<3$. **B.** $x_1<0<x_2<1<x_3<2$.

C. $1<x_1<2<x_2<3<x_3$. **D.** $1<x_1<x_2<2<x_3<3$.

Hướng dẫn giải.

Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

Có $y'=3x^2-9x+6,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=2\end{array}\right.$.

Vì hàm số có $a=1>0$ nên hàm số đạt cực đại tại $x=1$, đạt cực tiểu $x=2$ và $x_1<1<x_2<2<x_3$. (1)

Lưu ý: *Nếu làm trắc nghiệm đến đây ta đã có thể chọn được đáp án đúng là đáp án* ***C.***

Mặt khác (C) cắt Ox tại ba điểm phân biệt nên $\begin{cases}f(1)>0\\f(2)<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m+\frac{5}{2}>0\\m+2<0\end{cases}\Leftrightarrow m\in\left(-\frac{5}{2};-2\right)$.

Đặt $f(x)=x^3-\frac{9}{2}x^2+6x+m$. Hàm số này liên tục trên các khoảng $(0;1)$ và $(2;3)$. Ta có:

$f(0)=m<0$, $f(1)>0$ nên $f(0).f(1)<0$. Suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(0;1)$. (2)

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

□ $f(2)<0$, $f(3)=m+\frac{9}{2}>0$ nên $f(2).f(3)<0$. Suy ra phương trình $f(x)=0$ có ít nhất một nghiệm trên khoảng $(2;3)$. (3).

Từ (1), (2), (3) ta suy ra $0<x_1<1<x_2<2<x_3<3$.

Câu 250: Tìm giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+2$ cắt đường thẳng $d: y=m(x-1)$ tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2>5$.

A. $m\ge -2$. **B.** $m>-3$. **C.** $m>-2$. **D.** $m\ge -3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

PT hoành độ giao điểm: $x^3-3x^2+2=m(x-1)$

$$\Leftrightarrow (x-1)\left(x^2-2x-2-m\right)=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=1 \\ x^2-2x-2-m=0 \quad (1) \end{array}\right.$$

Cần có hai nghiệm phân biệt x_2, x_3 khác $x_1=1$ và thỏa mãn $1+x_2^2+x_3^2>5$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=m+3>0 \\ 1-2-2-m\ne 0 \\ 1+S^2-2P>5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m+3>0 \\ -3-m\ne 0 \\ 1+4+4+2m>5 \end{cases} \Leftrightarrow m>-2.$$

Câu 251: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2$ tại 3 điểm phân biệt A, B, C (B nằm giữa A và C) sao cho $AB=2BC$. Tính tổng các phần tử thuộc S

A. -2. **B.** -4. **C.** 0. **D.** $\frac{7-\sqrt{7}}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2=m\Leftrightarrow x^3-3x^2-m=0(1)$.

Giả sử x_1; x_2; x_3 và giả sử $A(x_1;m)$, $B(x_2;m)$, $C(x_3;m)$.

Áp dụng định lý Vi-et cho phương trình bậc 3 ta có : $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=3 \quad (1) \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0 \quad (2) \\ x_1x_2x_3=m \quad (3) \end{cases}$. Mặt khác

$$AB=2BC\Rightarrow x_2-x_1=2(x_3-x_2)\Leftrightarrow 3x_2-x_1-2x_3=0 \quad (4)$$

Từ (4) và (1) ta có $\begin{cases} x_1=6-5x_2 \\ x_3=4x_2-3 \end{cases}$ thay vào phương trình (2) ta có :

$$(6-5x_2)x_2+x_2(4x_2-3)+(4x_2-3)(6-5x_2)=0\Leftrightarrow 7{x_2}^2-14x_2+6=0 \left[\begin{array}{l} x_2=\frac{7-\sqrt{7}}{7} \\ x_2=\frac{7+\sqrt{7}}{7} \end{array}\right.$$

Với $x_2=\frac{7-\sqrt{7}}{7}$ ta có $x_1=\frac{7+5\sqrt{7}}{7}$ và $x_3=\frac{7-4\sqrt{7}}{7}$ thay vào (3) ta được $m=\frac{-98+20\sqrt{7}}{49}$.

Thử lại vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Với $x_2=\frac{7+\sqrt{7}}{7}$ ta có $x_1=\frac{7-5\sqrt{7}}{7}$ và $x_3=\frac{7+4\sqrt{7}}{7}$ thay vào (3) ta được $m=\frac{-98-20\sqrt{7}}{49}$.

Thử lại vào phương trình ta thấy thỏa mãn.

Vậy tổng hai giá trị của m là $\frac{-98+20\sqrt{7}}{49}-\frac{98+20\sqrt{7}}{49}=-4$.

Câu 252: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m\ (C)$, với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **B.** $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

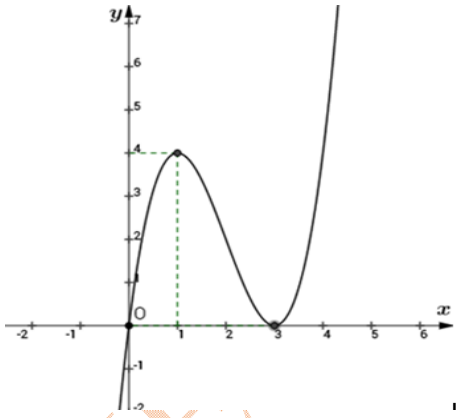
C. $1<x_1<x_2<3<x_3<4$. **D.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x)=x^3-6x^2+9x$ nghiệm của phương trình là hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $f(x)$ và đường thẳng $y=-m$.

Vẽ đồ thị hàm $f(x)$ ta có:



Nếu phương trình $f(x)=-m$ có 3 nghiệm phân biệt thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. thì.

$0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

Câu 253: Cho hàm số $y=x^3-2009x$ có đồ thị là (C). M_1 là điểm trên (C) có hoành độ $x_1=1$. Tiếp tuyến của (C) tại M_1 cắt (C) tại điểm M_2 khác M_1, tiếp tuyến của (C) tại M_2 cắt (C) tại điểm M_3 khác M_2, …, tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại M_n khác M_{n-1} $(n=4;5;...)$, gọi $(x_n;y_n)$ là tọa độ điểm M_n. Tìm n để: $2009x_n+y_n+2^{2013}=0$.

A. $n=685$. **B.** $n=679$. **C.** $n=672$. **D.** $n=675$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và tiếp tuyến là

$x^3-2009x=(3x_1^2-2009)(x-x_1)+x_1^3-2009x_1\ (1)$.

Phương trình (1) có một nghiệm kép $x_1=1$ và một nghiệm x_2.

Ta có: $(1)\Leftrightarrow x^3-3x+2=0$.

Áp dụng định lí Viét cho phương trình bậc ba, ta có:

$$\begin{cases}2x_1+x_2=0\\ x_1^2+2x_1x_2=-3\Leftrightarrow x_2=-2x_1.\\ x_1^2.x_2=-2\end{cases}$$

Vậy hoành độ giao điểm còn lại có đặc điểm: bằng hoành độ tiếp tiếp trước nhân với (-2), thoả điều kiện cấp số nhân với công bội $q=-2$.

Suy ra: $x_1=1$, $x_2=-2$, $x_3=4$, …, $x_n=(-2)^{n-1}$.

Ta có: $2009x_n + y_n + 2^{2013} = 0 \Leftrightarrow 2009x_n + x_n{}^3 - 2009x_n + 2^{2013} = 0 \Leftrightarrow (-2)^{3n-3} = -2^{2013}$

$\Leftrightarrow 3n-3 = 2013 \Leftrightarrow n = 672$.

Câu 254: Cho đồ thị $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m$. Tất cả giá trị của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2 + x_2^2 + x_3^3 = 4$ là

A. $m = 1$. **B.** $m \neq 0$.

C. $m = 2$. **D.** $m > -\frac{1}{4}$ và $m \neq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành:

$x^3 - 2x^2 + (1-m)x + m = 0 \Leftrightarrow (x-1)(x^2 - x - m) = 0$ (1)

(C_m) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt

$(x-1)(x^2 - x - m) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 1 \\ x^2 - x - m = 0 \quad (2) \end{array}\right.$

Phương trình (1) có 3 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có 2 nghiệm đều khác 1 hay

$\begin{cases} 1^2 - 1 - m \neq 0 \\ \Delta = 1 + 4m > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 0 \\ m > -\frac{1}{4} \end{cases}$

Phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2, $\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_1 x_2 = -m \end{cases}$, $x_3 = 1 \Rightarrow x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 4$

$\Leftrightarrow x_1^2 + x_2^2 = 3 \Leftrightarrow (x_1 + x_2)^2 - 2x_1x_2 = 3 \Leftrightarrow 1^2 - 2(-m) = 3 \Leftrightarrow m = 1$ (tm)

Câu 255: Cho hàm số $y = x^3 - 3x$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả giá trị thực của k để đường thẳng $d: y = k(x+1) + 2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt M, N, P sao cho các tiếp tuyến của (C) tại N và P vuông góc với nhau. Biết $M(-1;2)$, tính tích tất cả các phần tử của tập S.

A. -1. **B.** $\frac{1}{9}$. **C.** $-\frac{2}{9}$. **D.** $\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d:

$x^3 - 3x = k(x+1) + 2 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - x - 2 - k) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \Rightarrow y = 2 \\ x^2 - x - 2 - k = 0 (1) \end{array}\right.$.

d cắt (C) tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác -1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_{(1)} > 0 \\ g(-1) \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} k > -\frac{9}{4}. \\ k \neq 0 \end{cases}$

Khi đó, d cắt (C) tại $M(-1;2)$, $N(x_1;y_1)$, $P(x_2;y_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1).

Theo định lý vietè: $\begin{cases} S = x_1 + x_2 = 1 \\ P = x_1x_2 = -k - 2 \end{cases}$.

Tiếp tuyến tại N và P vuông góc với nhau $\Leftrightarrow y'(x_1).y'(x_2) = -1 \Leftrightarrow (3x_1^2 - 3)(3x_2^2 - 3) = -1$

$\Leftrightarrow 9x_1^2x_1^2-9\left(x_1^2+x_2^2\right)+9=-1\Leftrightarrow 9P^2+18P-9S^2+9=-1$

$\Leftrightarrow 9k^2+18k+1=0\Leftrightarrow k=\dfrac{-3\pm 2\sqrt{3}}{3}.$

Vậy tích các phần tử trong S là $\dfrac{1}{9}$.

Câu 256: Cho hàm số $:y=\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\dfrac{2}{3}$ có đồ thị $\left(C_m\right)$. Tất cả các giá trị của tham số m để $\left(C_m\right)$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa $x_1^2+x_2^2+x_3^2>15$ là

A. $m>1$. **B.** $m<-1$.

C. $m>0$. **D.** $m>1$ hoặc $m<-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương pháp tự luận:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và đường thẳng d:

$\dfrac{1}{3}x^3-mx^2-x+m+\dfrac{2}{3}=0\Leftrightarrow(x-1)\left[x^2+(-3m+1)x-3m-2\right]=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\ \underbrace{x^2+(-3m+1)x-3m-2=0}_{g(x)}\quad(1)\end{array}\right.$$

$\left(C_m\right)$ cắt Ox tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta_g>0\\ g(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2+6m+9>0\\ -6m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m\neq 0.$$

Gọi $x_1=1$ còn x_2,x_3 là nghiệm phương trình (1) nên theo Viet ta có $\begin{cases}x_2+x_3=3m-1\\ x_2x_3=-3m-2\end{cases}$.

Vậy

$$x_1^2+x_2^2+x_3^2>15\Leftrightarrow 1+\left(x_2+x_3\right)^2-2x_2x_3>15$$

$$\Leftrightarrow(3m-1)^2+2(3m+2)-14>0\Leftrightarrow 9m^2-9>0\Leftrightarrow m>1\vee m<-1$$

Vậy chọn $m>1\vee m<-1$.

Phương pháp trắc nghiệm: Ta kiểm tra ngay trên đáp án

+Với $m=-2$, ta giải phương trình bậc ba: $\dfrac{1}{3}x^3+2x^2-x-\dfrac{4}{3}=0$ thu được 3 nghiệm $x_1=-6.37...,x_2=1,x_3=-0.62...$ Ta chọn những giá trị nhỏ hơn các nghiệm này và kiểm tra điều kiện của bài toán.

Cụ thể ta tính $(-6.4)^2+1^2+(-0.63)^2=42.3569>15\Rightarrow$ loại C,

D.

+Với $m=2$, ta làm tương tự thu được 3 nghiệm $x_1=6.27...,x_2=1,x_3=-1.27...$

Tính $6.2^2+1^2+(-1.3)^2=41.13>15\Rightarrow$ loại

B.

Vậy chọn $m>1\vee m<-1$.

Câu 257: Cho hàm số $y=x^3+mx^2-x-m$ $\left(C_m\right)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị của m để đồ thị hàm số $\left(C_m\right)$ cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt có hoành độ lập thành cấp số cộng.

A. 3 **B.** 1 **C.** 0 **D.** 2

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và Ox: $x^3+mx^2-x-m=0$

$\Leftrightarrow (x+m)(x^2-1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-m \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Để (C_m) cắt trục Ox tại ba điểm phân biệt thì $m\neq \pm 1$.

TH1: $-m$, -1, 1 lập thành CSC khi $-m+1=-2 \Leftrightarrow m=3$.

TH2: -1, $-m$, 1 lập thành CSC khi $-1+1=-2m \Leftrightarrow m=0$.

TH3: -1, 1, $-m$ lập thành CSC khi $-m-1=2 \Leftrightarrow m=-3$.

Thử lại thấy có 3 giá trị của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 258: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x+m$ (C), với m là tham số. Giả sử đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $1<x_1<x_2<3<x_3<4$. **B.** $x_1<0<1<x_2<3<x_3<4$.

C. $1<x_1<3<x_2<4<x_3$. **D.** $0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm là $x^3-6x^2+9x+m=0 \Leftrightarrow m=-x^3+6x^2-9x(1)$.

Xét hàm số $f(x)=-x^3+6x^2-9x$. Tập xác định $D=\mathbb{R}$.

$f'(x)=-3x^2+12x-9=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$.

Bảng biến thiên.

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	-4	$\nearrow$		$\searrow$	$-\infty$

(C) cắt Ox tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi (1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow -4<m<0$. Khi đó hoành độ giao điểm thỏa mãn $x_1<x_2<x_3$, mà $f(0)=0$ và

$f(4)=-4 \Rightarrow 0<x_1<1<x_2<3<x_3<4$.

DẠNG 10: ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3 CẮT D, THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN THEO Y

Câu 259: Cho hàm số $y=f(x)=2^{2018}x^3+3.2^{2018}x^2-2018$ có đồ thị cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức: $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$

A. $P=2^{2018}$. **B.** $P=0$. **C.** $P=-2018$. **D.** $P=3.2^{2018}-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=3.2^{2018}(x^2+2x)$.

Do đồ thị hàm số $y=f(x)=2^{2018}x^3+3.2^{2018}x^2-2018$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 nên theo định lý vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-3 \\ x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1=0 \\ x_1x_1x_3=\dfrac{2018}{2^{2018}} \end{cases}$ (1).

Ta có $f'(x_1)f'(x_2)=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_1x_2)^2+2x_1x_2(x_1+x_2)+4x_1x_2\right]$.

$f'(x_2)f'(x_3)=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_2x_3)^2+2x_2x_3(x_2+x_3)+4x_2x_3\right]$

$f'(x_1)f'(x_3)=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_1x_3)^2+2x_1x_3(x_1+x_3)+4x_1x_3\right]$

$\Rightarrow f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)$

$=\left(3.2^{2018}\right)^2\left[(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_2)^2+4(x_1x_2+x_2x_3+x_3x_1)\right]$ (2).

Thay (1) vào (2) ta có $f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)=0$ (3).

Mặt khác $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}=\dfrac{f'(x_1)f'(x_2)+f'(x_2)f'(x_3)+f'(x_3)f'(x_1)}{f'(x_1)f'(x_2)f'(x_2)}$ (4).

Thay (3) vào (4) ta có $P=0$.

Câu 260: Tìm tất cả giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3mx^2+2$ có hai điểm cực trị A và B sao cho các điểm A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng.

A. $m=-\sqrt{2}$. **B.** $m=2$.

C. $m=-\sqrt{2}$; $m=\sqrt{2}$. **D.** $m=\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-6mx$; $y'=0 \Leftrightarrow 3x^2-6mx=0 \Leftrightarrow x=0$, $x=2m$.

Đồ thị hàm số có hai điểm cực trị khi và chỉ khi phương trình $y'=0$ có hai nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ $2m\neq 0 \Leftrightarrow m\neq 0$.

Khi đó hai điểm cực trị là $A(0;2)$, $B\left(2m;2-4m^3\right)$.

Ta có $\overrightarrow{MA}=(-1;4)$, $\overrightarrow{MB}=\left(2m-1;4-4m^3\right)$.

Ba điểm A, B và $M(1;-2)$ thẳng hàng $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{MA}$, $\overrightarrow{MB}$ cùng phương

$\Leftrightarrow \dfrac{2m-1}{-1}=\dfrac{4-4m^3}{4} \Leftrightarrow \dfrac{2m-1}{-1}=\dfrac{1-m^3}{1} \Leftrightarrow 2m-1=m^3-1 \Leftrightarrow m^3=2m$

$\Leftrightarrow m^2=2 \Leftrightarrow m=\pm\sqrt{2}$ (do $m\neq 0$).

Câu 261: Cho đồ thị hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3. Tính giá trị biểu thức $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}$.

A. $P=0$. **B.** $P=b+c+d$. **C.** $P=3+2b+c$. **D.** $P=\dfrac{1}{2b}+\dfrac{1}{c}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do đồ thị hàm số $f(x)=x^3+bx^2+cx+d$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 nên $f(x)=(x-x_1)(x-x_2)(x-x_3)$.

$\Rightarrow f'(x)=(x-x_2)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_3)+(x-x_1)(x-x_2)$.

Ta có $P=\dfrac{1}{f'(x_1)}+\dfrac{1}{f'(x_2)}+\dfrac{1}{f'(x_3)}=\dfrac{1}{(x_1-x_2)(x_1-x_3)}+\dfrac{1}{(x_2-x_1)(x_2-x_3)}+\dfrac{1}{(x_3-x_1)(x_3-x_2)}$

$=\dfrac{(x_2-x_3)-(x_3-x_1)+(x_1-x_2)}{(x_1-x_2)(x_2-x_3)(x_3-x_1)}=0$. Vậy $P=0$.

DẠNG 11: ĐỒ THỊ HÀM BẬC 3 CẮT D, THỎA ĐK HÌNH HỌC

Câu 262: Đường thẳng $d:y=x+4$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;4), B$ và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1;3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

A. $m=2$ hoặc $m=3$. **B.** $m=-2$ hoặc $m=3$.

C. $m=3$. **D.** $m=-2$ hoặc $m=-3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị (C): $x^3+2mx^2+(m+3)x+4=4$

$\Leftrightarrow x^3+2mx^2+(m+2)x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ \varphi(x)=x^2+2mx+m+2=0\end{array}\right.$ (1)

Với $x=0$, ta có giao điểm là $A(0;4)$.

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\varphi(0)=m+2\neq 0\\ \Delta'=m^2-m-2>0\end{array}\right.$ (*)

Ta gọi các giao điểm của d và (C) lần lượt là $A, B(x_B;x_B+2), C(x_C;x_C+2)$ với x_B, x_C là nghiệm của phương trình (1).

Theo định lí Viet, ta có: $\left\{\begin{array}{ll}x_B+x_C & =-2m\\ x_B.x_C & =m+2\end{array}\right.$

Ta có diện tích của tam giác MBC là $S=\dfrac{1}{2}\cdot BC\cdot d(M,BC)=4$.

Phương trình d được viết lại là: $d:y=x+4\Leftrightarrow x-y+4=0$.

Mà $d(M,BC)=d(M,d)=\dfrac{|1-3+4|}{\sqrt{1^2+(-1)^2}}=\sqrt{2}$.

Do đó: $BC=\dfrac{8}{d(M,BC)}=\dfrac{8}{\sqrt{2}}\Leftrightarrow BC^2=32$

Ta lại có: $BC^2=(x_C-x_B)^2+(y_C-y_B)^2=2(x_C-x_B)^2=32$

$\Leftrightarrow(x_B+x_C)^2-4x_B.x_C=16\Leftrightarrow(-2m)^2-4(m+2)=16$

$\Leftrightarrow 4m^2-4m-24=0\Leftrightarrow m=3; m=-2$.

Đối chiếu với điều kiện, loại đi giá trị $m=-2$.

Câu 263: Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+3(m-1)x+2$ có đồ thị (C). Đường thẳng $d:y=-x+2$ cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt $A(0;2)$, B và C. Với $M(3;1)$, giá trị của tham số m để tam giác MBC có diện tích bằng $2\sqrt{6}$ là

A. $m=-1$ hoặc $m=4$. **B.** $m=4$.
C. Không tồn tại m. **D.** $m=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của (C) và d là nghiệm của phương trình

$x^3+2mx^2+3(m-1)x+2=-x+2$

$\Leftrightarrow x^3+2mx^2+(3m-2)x=0$

$\Leftrightarrow x(x^2+2mx+3m-2)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+3m-2=0\ (*) \end{array}\right.$

Để (C) cắt d tại ba điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác 0

$$\Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} 3m-2\neq 0 \\ m^2-3m+2>0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left\{\begin{array}{l} m\neq \dfrac{2}{3} \\ \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right. \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m<1 \\ m>2 \end{array}\right.$$

Giả sử toạ độ giao điểm của là $A(0;2)$, $B(x_B;y_B), C(x_C;y_C)$ với x_B; x_C là nghiệm của $(*)$

Khi đó, ta có $\left\{\begin{array}{l} x_B+x_C=-2m \\ x_B.x_C=3m-2 \end{array}\right.$ và $\left\{\begin{array}{l} y_B=-x_B+2 \\ y_C=-x_C+2 \end{array}\right.$

Suy ra $BC=\sqrt{2(x_B-x_C)^2}=\sqrt{2\left[(x_B+x_C)^2-4x_Bx_C\right]}=\sqrt{2\left[4m^2-4(3m-2)\right]}$

Mà $d(M;d)=\dfrac{|3+1-2|}{\sqrt{1^2+1^2}}=\sqrt{2}$.

Ta có $S_{\Delta MBC}=\dfrac{1}{2}d(M;d).BC$

$\Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.\sqrt{2}.\sqrt{2\left[4m^2-4(3m-2)\right]}=2\sqrt{6}$

$\Leftrightarrow 4m^2-4(3m-2)=24$

$\Leftrightarrow m^2-3m-4=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=4 \end{array}\right.$).

Câu 264: Biết đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ cắt trục Ox, Oy lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B. Tính diện tích S của tam giác OAB.

A. 6. **B.** $S=\dfrac{1}{6}$. **C.** 3. **D.** $S=\dfrac{1}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ cắt trục Ox tại $A\left(\dfrac{1}{2};0\right)\Rightarrow OA=\dfrac{1}{2}$.

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+3}$ cắt trục Oy tại $B\left(0;-\dfrac{1}{3}\right)\Rightarrow OB=\dfrac{1}{3}$.

Do tam giác OAB vuông tại O nên $S_{OAB}=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{12}$.

Câu 265: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x+6m+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây ?

A. $(-1;0)$. **B.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **C.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **D.** $(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2=0$.

Yêu cầu bài toán tương đương tìm m để $(C_m):y=f(x)=x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2$ cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt lập thành cấp số cộng.

Gọi x_1, x_2, x_3 là 3 nghiệm của phương trình $x^3-3x^2-(3m-1)x-6m-2=0$.

Không mất tính tổng quát, giả sử x_1, x_2, x_3 theo thứ tự lập thành một cấp số cộng.

Ta có $\begin{cases}x_1+x_3=2x_2\\ x_1+x_2+x_3=-\frac{b}{a}=3\end{cases}\Rightarrow 3x_2=3\Rightarrow x_2=1$.

Với $x_2=1$ ta có $\Leftrightarrow f(1)=0\Leftrightarrow -9m-3=0\Leftrightarrow m=-\frac{1}{3}$.

Thử lại, với $m=-\frac{1}{3}$ ta có $x^3-3x^2+2x=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=2\end{array}\right.$

Rõ ràng 0; 1; 2 lập thành một cấp số cộng nên $m=-\frac{1}{3}$ thỏa mãn.

Câu 266: Tổng bình phương các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d):y=-x+m$ cắt đồ thị $(C):y=\frac{-2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B với $AB=2\sqrt{2}$ là

A. 84. **B.** 5. **C.** 50. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C):

$\frac{-2x+1}{x+1}=-x+m\Leftrightarrow -2x+1=(-x+m)(x+1)$ (Do $x=-1$ không là nghiệm phương trình này)

$\Leftrightarrow x^2-(m+1)x+1-m=0\ (1)$.

(1) phải có hai nghiệm phân biệt. Điều này tương đương với

$\Delta>0\Leftrightarrow m^2+6m-3>0\ (*)$.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (1). Giả sử $A(x_1;-x_1+m)$, $B(x_2;-x_2+m)$.

Khi đó, ta có:

$AB^2=2(x_1-x_2)^2\Leftrightarrow 2(x_1-x_2)^2=8\Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2=4\Leftrightarrow m^2+6m-7=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=1\\ m=-7\end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương các giá trị của tham số m là 50.

Câu 267: Có tất cả bao nhiêu giá trị thực của tham số m thỏa mãn phần hình phẳng hữu hạn giới hạn bởi đồ thị $y=x^3-3mx^2-4x+m^2+1$ và trục hoành bao gồm hai miền: miền nằm trên trục hoành và miền nằm dưới trục hoành có diện tích bằng nhau.

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$y' = 3x^2 - 6mx - 4$ có $\Delta' = 9m^2 + 4 > 0, \forall m \in R.$ Suy ra đồ thị hàm số luôn có hai điểm cực trị.

$y'' = 6x - 6m,\ y'' = 0 \Leftrightarrow x = m \Rightarrow$ Điểm uốn $I\left(m; -2m^3 + m^2 - 4m + 1\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị.

Để 2 phần hình phẳng hữu hạn giới hạn bởi đồ thị $y = x^3 - 3mx^2 - 4x + m^2 + 1$ và trục hoành có. diện tích bằng nhau thì điểm I phải thuộc trục hoành. Hay: $-2m^3 + m^2 - 4m + 1 = 0$ (*).

Xét hàm số $f(m) = -2m^3 + m^2 - 4m + 1$ có $f'(m) = -6m^2 + 2m - 4 < 0, \forall m \in R.$.

Khi đó phương trình (*) có nghiệm duy nhất.

Câu 268: Biết đường thẳng $y = (3m-1)x + 6m + 3$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(\frac{3}{2}; 2)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(1; \frac{3}{2})$. **D.** $(0; 1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Yêu cầu bài toán tương đương phương trình sau có ba nghiệm phân biệt lập thành cấp số cộng.

$x^3 - 3x^2 + 1 = (3m-1)x + 6m + 3 \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - (3m-1)x - 6m - 2 = 0$.

Giả sử phương trình $x^3 - 3x^2 - (3m-1)x - 6m - 2 = 0$ có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_2 = \frac{x_1 + x_3}{2}$ (1).

Mặt khác theo viet ta có $x_1 + x_2 + x_3 = 3$ (2). Từ (1) và (2) suy ra $x_2 = 1$. Tức $x = 1$ là một nghiệm của phương trình trên. Thay $x = 1$ vào phương trình ta được $m = -\frac{1}{3}$.

Thử lại $m = -\frac{1}{3}$ thỏa mãn đề bài.

Câu 269: Đường thẳng $d: y = x + 4$ cắt đồ thị hàm số $y = x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4$ tại 3 điểm phân biệt $A(0;4), B$ và C sao cho diện tích tam giác MBC bằng 4, với $M(1;3)$. Tìm tất cả các giá trị của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

A. $m = 2$ hoặc $m = 3$. **B.** $m = 3$.

C. $m = -2$ hoặc $m = -3$. **D.** $m = -2$ hoặc $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của d và đồ thị (C): $x^3 + 2mx^2 + (m+3)x + 4 = 4$.

$\Leftrightarrow x^3 + 2mx^2 + (m+2)x = 0 \Leftrightarrow \begin{bmatrix} x = 0 \\ \varphi(x) = x^2 + 2mx + m + 2 = 0 \quad (1) \end{bmatrix}$.

Với $x = 0$, ta có giao điểm là $A(0;4)$..

d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \varphi(0) = m + 2 \neq 0 \\ \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \end{cases}$ (*).

Ta gọi các giao điểm của d và (C) lần lượt là $A, B(x_B; x_B + 2), C(x_C; x_C + 2)$ với x_B, x_C là nghiệm của phương trình (1).

Theo định lí Viet, ta có: $\begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B x_C = m+2 \end{cases}$.

Ta có diện tích của tam giác MBC là $S = \frac{1}{2} \cdot BC \cdot d\left(M, BC\right) = 4$.

Phương trình d được viết lại là: $d : y = x + 4 \Leftrightarrow x - y + 4 = 0$.

Mà $d\left(M, BC\right) = d\left(M, d\right) = \frac{\left|1 - 3 + 4\right|}{\sqrt{1^2 + \left(-1\right)^2}} = \sqrt{2}$.

Do đó: $BC = \frac{8}{d\left(M, BC\right)} = \frac{8}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow BC^2 = 32$.

Ta lại có: $BC^2 = \left(x_C - x_B\right)^2 + \left(y_C - y_B\right)^2 = 2\left(x_C - x_B\right)^2 = 32$.

$\Leftrightarrow \left(x_B + x_C\right)^2 - 4x_B x_C = 16 \Leftrightarrow \left(-2m\right)^2 - 4\left(m+2\right) = 16$.

$\Leftrightarrow 4m^2 - 4m - 24 = 0 \Leftrightarrow m = 3 \vee m = -2$.

Đối chiếu với điều kiện, loại đi giá trị $m = -2$.

Câu 270: Đường thẳng $\left(d\right): y = 12x + m\left(m < 0\right)$ là tiếp tuyến của đường cong $\left(C\right): y = x^3 + 2$. Khi đó đường thẳng $\left(d\right)$ cắt trục hoành và trục tung tại hai điểm A, B. Tính diện tích ΔOAB.

A. $\frac{49}{8}$. **B.** $\frac{49}{4}$. **C.** $\frac{49}{2}$. **D.** 49.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vì $\left(d\right)$ là tiếp tuyến của đường cong $\left(C\right)$ nên hoành độ tiếp điểm là nghiệm của hệ phương trình

$$\begin{cases} 12x + m = x^3 + 2 \\ 3x^2 = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x = -2 \\ m = 18 \end{cases} \left(L\right) \\ \begin{cases} x = 2 \\ m = -14 \end{cases} \end{array}\right. .$$

$\Rightarrow \left(d\right): y = 12x - 14 \Rightarrow A\left(\frac{7}{2}; 0\right), B\left(0; -14\right)$. Vậy $S_{\Delta OAB} = \frac{1}{2} OA.OB = \frac{49}{2}$.

Câu 271: Cho hàm số $y = x^3 - mx^2 + 3x + 1$ và $M\left(1; -2\right)$. Biết có 2 giá trị của m là m_1 và m_2 để đường thẳng $\Delta : y = x + 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt $A\left(0; 1\right)$, B và C sao cho tam giác MBC có diện tích bằng $4\sqrt{2}$. Hỏi tổng $m_1^2 + m_2^2$ thuộc khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $\left(31; 33\right)$. **B.** $\left(16; 18\right)$. **C.** $\left(15; 17\right)$. **D.** $\left(3; 5\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có phương trình hoành độ giao điểm $x^3 - mx^2 + 2x = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x^2 - mx + 2 = 0 \end{array}\right.$.

Suy ra hoành độ B và C là nghiệm phương trình $x^2 - mx + 2 = 0$, có $\Delta = m^2 - 8$ và $S = m$, $P = 2$.

Để đường thẳng $\Delta : y = x + 1$ cắt đồ thị tại 3 điểm phân biệt $A\left(0; 1\right)$, B và C khi phương trình $x^2 - mx + 2 = 0$ có hai nghiệm phân biệt khác 0 hay $\Delta = m^2 - 8 > 0 \Leftrightarrow \left|m\right| > 2\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khi đó $d(M,\Delta)=2\sqrt{2}$, $BC=|x_1-x_2|.\sqrt{2}$ với x_1, x_2 là hai nghiệm phương trình $x^2-mx+2=0$.

Thay vào $S_{\Delta MBC}=\frac{1}{2}d(M,\Delta).BC=\frac{1}{2}.2\sqrt{2}.|x_1-x_2|.\sqrt{2}=4\sqrt{2}$

$\Leftrightarrow S^2-4P=8\Leftrightarrow m^2-8=8\Leftrightarrow m=\pm 4$. Vậy chọn đáp án

C.

Câu 272: Đường thẳng $y=k(x+2)+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-1$ (1) tại 3 điểm phân biệt, tiếp tuyến với đồ thị (1) tại 3 giao điểm đó lại cắt nhau tai 3 điểm tạo thành một tam giác vuông. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

A. $0<k\le 3$. **B.** $k>3$. **C.** $k\le -2$. **D.** $-2<k\le 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $x^3+3x^2-1=k(x+2)+3$

$\Leftrightarrow (x+2)(x^2+x-2)=k(x+2)\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-2 \\ x^2+x-2-k=0 \quad (2) \end{array}\right.$.

Đường thẳng $y=k(x+2)+3$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-1$ tại 3 điểm phân biệt

$\Leftrightarrow (2)$ có hai nghiệm phân biệt khác $-2\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=1+4(2+k)>0 \\ (-2)^2-2-2-k\ne 0 \end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases} k>-\frac{9}{4} \quad (*) \\ k\ne 0 \end{cases}$

Giả sử x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của (2), theo hệ thức Viet thì $\begin{cases} x_1+x_2=-1 \\ x_1x_2=-k-2 \end{cases}$.

Ta có $y'=3x^2+6x\Rightarrow \begin{cases} y'(-2)=0 \\ y'(x_1)=3x_1^2+6x_1 \\ y'(x_2)=3x_2^2+6x_2 \end{cases}$.

Bài ra ta có $\left[\begin{array}{l} y'(-2).y'(x_1)=-1 \\ y'(-2).y'(x_2)=-1 \\ y'(x_1).y'(x_2)=-1 \end{array}\right.\Leftrightarrow (3x_1^2+6x_1)(3x_2^2+6x_2)=-1$

$\Leftrightarrow 9(x_1x_2)^2+18x_1x_2(x_1+x_2)+36x_1x_2=-1$

$\Leftrightarrow 9(k+2)^2+18(k+2)-36(k+2)=-1\Leftrightarrow k=\frac{-3\pm 2\sqrt{2}}{3}$.

Kết hợp với $(*)$ ta được $k=\frac{-3\pm 2\sqrt{2}}{3}$ thỏa mãn.

Câu 273: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=-mx$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2-mx+2$ tại ba điểm phân biệt A, B, C sao cho $AB=BC$.

A. $m\in(1;+\infty)$. **B.** $m\in(-\infty;+\infty)$. **C.** $m\in(-\infty;-1)$. **D.** $m\in(-\infty;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm $-mx=x^3-3x^2-mx+2\Leftrightarrow (x-1)(x^2-2x+m-2)=0$.

Hai đồ thị hàm số cắt nhau tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi

$(x-1)(x^2-2x+m-2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x^2-2x+m-2=0 \quad (2) \end{array}\right.$ có ba nghiệm phân biệt

$\Leftrightarrow x^2-2x+m-2=0(2)$ có hai nghiệm phân biệt khác 1 $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta'=1-m+2>0 \\ 1-2+m-2\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<3.$

Ta có $AB=BC \Leftrightarrow B$ là trung điểm của AC.

Mà phương trình (2) luôn có $S=2=2.1$, nghĩa là luôn có $x_A+x_C=2x_B$ hay B luôn là trung điểm của AC với mọi $m<3$.

Vậy $m<3$.

Chú ý: Ngoài cách trên ta có thể giải như sau

Ta có $y=x^3-3x^2-mx+2 \Rightarrow y'=3x^2-6x-m \Rightarrow y''=6x-6$

$y''=0 \Leftrightarrow x_u=1 \Rightarrow y_u=-m.$

$YCBT \Leftrightarrow x_u \in d: y=-mx \Leftrightarrow -m=-m \ \forall m\in\mathbb{R}$. So điều kiện ta được $m\in(-\infty;3)$.

Câu 274: Biết đường thẳng $y=(3m-1)x-6m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ tại ba điểm phân biệt sao cho một giao điểm cách đều hai giao điểm còn lại. Khi đó m thuộc khoảng nào dưới đây?

A. $(0;1)$. **B.** $\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{3}{2};2\right)$. **D.** $(-1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: Phương trình hoành độ giao điểm: $(3m-1)x-6m+1=x^3-3x^2+1$

$\Leftrightarrow x^3-3x^2-(3m-1)x+6m=0.$

Giả sử phương trình có ba nghiệm x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $x_2=\frac{x_1+x_3}{2}$, khi đó theo Viet ta có $x_1+x_2+x_3=3$ suy ra $3x_2=3\Leftrightarrow x_2=1$ hay $x=1$ là nghiệm của phương trình $\Rightarrow m=\frac{1}{3}$.

Thử lại thấy $m=\frac{1}{3}$ thỏa yêu cầu bài toán.

Cách 2: Tọa độ điểm uốn của đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+1$ là $I(1;-1)$ thuộc đường thẳng $y=(3m-1)x-6m+1 \Rightarrow -1=3m-1-6m+1 \Leftrightarrow m=\frac{1}{3}$. Sau đó thử lại.

Câu 275: Cho hàm số $y=x^3+2mx^2+(m+3)x+4$ có đồ thị (C_m) và điểm $I(1;3)$. Tìm m để đường thẳng $d: y=x+4$ cắt (C_m) tại 3 điểm phân biệt $A(0;4), B, C$ sao cho tam giác IBC có diện tích bằng 4.

A. $m<3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=3$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1:

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và $d: x^3+2mx^2+(m+3)x+4=x+4 \quad (1)$.

$\Leftrightarrow x(x^2+2mx+m+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x^2+2mx+m+2=0 \quad (2) \end{array}\right.$.

(1) có 3 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow (2)$ có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = m^2 - m - 2 > 0 \\ m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} m < -1 \\ m > 2 \end{array} \right. \\ m \neq -2 \end{cases} \quad (*).$

Khi đó x_B, x_C là các nghiệm của (2) nên $\begin{cases} x_B + x_C = -2m \\ x_B . x_C = m + 2 \end{cases}$ (Định lí Vi-et).

$S_{\Delta IBC} = 4 \Leftrightarrow \frac{1}{2} d(I;d).BC = 4 \Leftrightarrow \sqrt{(x_B - x_C)^2} = 4 \Leftrightarrow (x_B + x_C)^2 - 4x_B.x_C - 16 = 0.$

$\Leftrightarrow m^2 - m - 6 = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = -2 \\ m = 3 \end{array} \right.$. Kết hợp ĐK (*) ta được $m = 3$. Vậy **Chọn A.**

Cách 2: Dùng CASIO.

Thử với $m = 0$, bấm máy thấy pt (1) chỉ có 1 nghiệm $x = 0$. Loại đáp án **A**, **B.**

Thử với $m = 1$, bấm máy thấy pt (1) chỉ có 1 nghiệm $x = 0$. Loại đáp án **C.** Vậy chọn **D.**

Câu 276: Cho hàm số $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$ có đồ thị (C) và đường thẳng $(d): y = x + m$. Biết rằng đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau, hỏi m thuộc khoảng nào trong các khoảng sau:

A. $m \in (-5;-3)$. **B.** $m \in (-3;-1)$. **C.** $m \in (-1;1)$. **D.** $m \in (1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $f'(x) = 3x^2 - 6x$, $f''(x) = 6x - 6$, $f''(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Đồ thị (C) nhận $I(1;-3)$ làm tâm đối xứng.

Đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tạo thành hai phần hình phẳng có diện tích bằng nhau $\Leftrightarrow$ đường thẳng $(d): y = x + m$ đi qua $I(1;-3) \Leftrightarrow m = -4$.

Câu 277: Tìm m để đồ thị (C): $y = x^3 - 3x^2 + 4$ và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 đểm phân biệt. $A(-1;0), B, C$ sao cho tam giac OBC có diện tích bằng 8.

A. $m = 1$. **B.** $m = 3$. **C.** $m = 4$. **D.** $m = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm là:

$x^3 - 3x^2 + 4 = mx + m \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 - mx - m + 4 = 0 \Leftrightarrow (x+1)(x^2 - 4x - m + 4) = 0.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x + 1 = 0 \\ x^2 - 4x - m + 4 = 0 \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = -1 \\ x^2 - 4x - m + 4 = 0 (*) \end{array} \right.$.

Để đồ thị (C) và đường thẳng $y = mx + m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt thì (*) phải có 2 nghiệm phân biệt khác $-1 \Leftrightarrow \begin{cases} 4 - (-m + 4) > 0 \\ 1 + 4 - m + 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$.

Khi $\begin{cases} m > 0 \\ m \neq 9 \end{cases}$ thì đường thẳng $y = mx + m$ cắt đồ thị (C) tại 3 điểm phân biệt:

$A(-1;0); B\left(2 + \sqrt{m}; 3m + m\sqrt{m}\right); C\left(2 - \sqrt{m}; 3m - m\sqrt{m}\right).$

Ta có: $\overrightarrow{BC}=\left(-2\sqrt{m};-2m\sqrt{m}\right) \Rightarrow BC=\sqrt{4m^3+4m}=2\sqrt{m\left(m^2+1\right)}$.

Đường thẳng $BC:\dfrac{x-2-\sqrt{m}}{-2\sqrt{m}}=\dfrac{y-3m-m\sqrt{m}}{-2m\sqrt{m}} \Leftrightarrow mx-y+m=0$.

Khoảng cách: $d\left(O;BC\right)=\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+1}}$.

Diện tích ΔOBC bằng 8, suy ra: $S=8 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.2\sqrt{m\left(m^2+1\right)}.\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+1}}=8$.

$\Leftrightarrow \sqrt{m}.|m|=8 \Leftrightarrow m^3=64 \Leftrightarrow m=4$.

Câu 278: Để đồ thị (C) của hàm số $y=x^3-3x^2+4$ và đường thẳng $y=mx+m$ cắt nhau tại 3 điểm phân biệt $A(-1;0)$, B, C sao cho ΔOBC có diện tích bằng 8 thì:

A. m là một số chẵn. **B.** m là một số vô tỉ.

C. m là một số nguyên tố. **D.** m là một số chia hết cho 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$x^3-3x^2+4=m(x+1) \Leftrightarrow (x+1)\left(x^2-4x+4-m\right)=0$.

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=-1 \\ (x-2)^2=m\ (*) \end{array}\right.$.

Đường thẳng d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt khi $(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$\Leftrightarrow m>0, m\neq 9$.

Với điều kiện trên, d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt

$A(-1;0), B\left(2-\sqrt{m};m\left(2-\sqrt{m}\right)+m\right), C\left(2+\sqrt{m};m\left(2+\sqrt{m}\right)+m\right)$.

Ta có $d\left(O;d\right)=\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+1}}$; $BC=\sqrt{4m+4m^3}$.

$S_{\Delta OBC}=8 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}d\left(O;d\right).BC=8 \Leftrightarrow \dfrac{1}{2}.\dfrac{|m|}{\sqrt{m^2+1}}.\sqrt{4m+4m^3}=8 \Leftrightarrow m^2=8 \Leftrightarrow m=\sqrt{8}$.

Câu 279: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+m$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt A, B, C sao cho B là trung điểm của AC. Phát biểu nào sau đây đúng?

A. $m\in(-\infty;-4)$. **B.** $m\in(-4;0)$. **C.** $m\in(-4;-2)$. **D.** $m\in(0;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Do tính chất đặc trưng của hàm số bậc ba nên trung điểm B của AC là tâm đối xứng của đồ thị, do đó hoành độ điểm B là nghiệm của $y''=0 \Leftrightarrow 6x+6=0 \Leftrightarrow x=-1 \Rightarrow y=m+2$.

Do B thuộc trục hoành nên $m+2=0 \Leftrightarrow m=-2$. Thử lại thấy $m=-2$ thỏa ycbt do (C) cắt trục hoành tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-1-\sqrt{3}$, -1, $-1+\sqrt{3}$.

DẠNG 12: ĐỒ THỊ HÀM NHẤT BIẾN CẮT D, THỎA MÃN ĐK THEO X

Câu 280: Tìm m để đường thẳng $y=mx+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ tại hai điểm thuộc hai nhánh của đồ thị.

A. $m\in\left(-\frac{1}{4};+\infty\right)\setminus\{0\}$. **B.** $m\in(0;+\infty)$.

C. $m\in(-\infty;0)$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm

$$mx+1=\frac{x+1}{x-1}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\(mx+1)(x-1)=x+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 1\\mx^2-mx-2=0\end{cases}\quad(1)$$

YCBT $\Leftrightarrow(1)$ có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 thỏa mãn $(x_1-1)(x_2-1)<0$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\\Delta=m^2+8m>0\\m.1^2-m.1-2\neq 0\\x_1x_2-(x_1+x_2)+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\\left[\begin{array}{l}m>0\\m<-8\end{array}\right.\\m\in\mathbb{R}\\-\frac{2}{m}-1+1<0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m>0\\m<-8\end{array}\right.\\\frac{2}{m}>0\end{cases}\Leftrightarrow m>0.$$

Câu 281: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}$ có đồ thị là (C). Tìm tất cả giá trị của m để đường thẳng (d) đi qua $A(0;2)$ có hệ số góc m cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của đồ thị?

A. $m<-5$. **B.** $m>0$ hoặc $m<-5$.

C. $m>0$. **D.** $m\geq 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng (d) đi qua $A(0;2)$ có phương trình là: $y=mx+2$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{2x+1}{x-2}=mx+2\,(x\neq 2)$.

$\Leftrightarrow f(x)=mx^2-2mx-5=0$, ta có $\Delta'=m^2+5m$. Để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại 2 điểm thuộc 2 nhánh của đồ thị (C) thì: $\begin{cases}m\neq 0\\m^2+5m>0\\m.f(2)<0\end{cases}\Leftrightarrow m>0$.

Câu 282: Tìm m để đường thẳng $y=x+m\,(d)$ cắt đồ thị hàm số $y=\frac{2x+1}{x-2}\,(C)$ tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị (C).

A. $m\in\mathbb{R}$. **B.** $m\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $m>-\frac{1}{2}$. **D.** $m<-\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $x+m=\frac{2x+1}{x-2}\,(x\neq 2)$

$\Leftrightarrow x^2-2x+mx-2m=2x+1\Leftrightarrow x^2+(m-4)x-2m-1=0\ (1)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

(d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt thuộc hai nhánh của đồ thị (C) khi:

(1) có hai nghiệm phân biệt $x_1;x_2$ thỏa mãn $x_1<2<x_2$.

Khi đó $\begin{cases}\Delta=(m-4)^2+4(2m+1)>0\\ x_1<2<x_2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+20>0 & (\forall m\in\mathbb{R})\\ x_1-2<0<x_2-2\end{cases}$.

$(x_1-2)(x_2-2)<0\Leftrightarrow x_1x_2-2(x_1+x_2)+4<0\ \ (2)$

Áp dụng định lí Vi-et trong phương trình (1), ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=4-m\\ x_1x_2=-2m-1\end{cases}$.

Thay vào (2), được $-2m-1-2(4-m)+4<0\Leftrightarrow -5<0\ \ (\forall m)$.

Vậy (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt với mọi $m\in\mathbb{R}$.

DẠNG 13: ĐỒ THỊ HAM NHẤT BIẾN CẮT D, THỎA MÃN DK THEO Y

Câu 283: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $d:y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=4$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=3\end{array}\right.$. **B.** $m=4$. **C.** $m=-1$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=0\\ m=3\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x-1}{x-1}=x+m\Leftrightarrow x^2+(m-3)x+1-m=0(*),(x\neq 1)$.

Khi đó x_A, x_B là hai nghiệm phân biệt khác 1 của $(*)$. Suy ra: $x_A+x_B=3-m$ và $x_Ax_B=1-m$.

Ta có:

$AB=4\Leftrightarrow AB^2=16\Leftrightarrow(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=16\Leftrightarrow 2(x_B-x_A)^2=16\Leftrightarrow(x_B-x_A)^2=8$.

Suy ra: $(x_B+x_A)^2-4x_Ax_B=8\Rightarrow(3-m)^2-4(1-m)=8\Leftrightarrow m^2-2m-3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-1\\ m=3\end{array}\right.$.

TH1: $m=-1$. Suy ra $(*)$ trở thành $x^2-4x+2=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}+2$ (nhận).

TH2: $m=3$. Suy ra $(*)$ trở thành $x^2-2=0\Leftrightarrow x=\pm\sqrt{2}$ (nhận).

Câu 284: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Tìm các giá trị của tham số m để đường thẳng $d:y=x+m-1$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $m=4\pm\sqrt{3}$ **B.** $m=4\pm\sqrt{10}$ **C.** $m=2\pm\sqrt{10}$ **D.** $m=2\pm\sqrt{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là:

$\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1\Leftrightarrow x^2+(m-2)x+m-2=0\,(*)\ \ (x\neq -1)$

d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, $B\Leftrightarrow(*)$ có hai nghiệm phân biệt khác -1

$\Leftrightarrow(m-2)^2-4(m-2)>0\Leftrightarrow(m-2)(m-6)>0\Leftrightarrow m>6\vee m<2.$

Khi đó, giao điểm của d và (C) là $A(x_1;x_1+m-1)$, $B(x_2;x_2+m-1)$ với x_1, x_2 là hai nghiệm của $(*)$.

Ta có: $AB^2=2(x_2-x_1)^2=2\left[(x_1+x_2)^2-4x_1x_2\right]=2\left[(m-2)^2-4(m-2)\right]=2m^2-16m+24$

Theo giả thiết: $AB^2=\left(2\sqrt{3}\right)^2\Leftrightarrow 2m^2-16m+24=12\Leftrightarrow m^2-8m+6=0\Leftrightarrow m=4\pm\sqrt{10}$ (nhận)

DẠNG 14: ĐỒ THỊ HÀM NHẤT BIẾN CẮT D, THỎA ĐK HÌNH HỌC

Câu 285: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=\sqrt{17}$. **B.** $AB=\sqrt{34}$. **C.** $AB=8$. **D.** $AB=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x+3}{x-1}=x+1\Leftrightarrow x^2-x-4=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$.

Khi đó $A\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{2};\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$, $B\left(\dfrac{1-\sqrt{17}}{2};\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$

Vậy $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{17};-\sqrt{17}\right)\Rightarrow AB=\sqrt{34}$.

Câu 286: Giá trị của m để đường thẳng $d:x+3y+m=0$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại 2 điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại điểm $A(1;0)$ là

A. $m=-4$. **B.** $m=6$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $d:y=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m}{3}$.

Hoành độ giao điểm của d và (H) là nghiệm của phương trình.

$\dfrac{2x-3}{x-1}=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m}{3}\Leftrightarrow x^2+(m+5)x-m-9=0, x\neq 1(1)$.

Ta có: $\Delta=(m+7)^2+12>0,\forall m.M(x_1;y_1),N(x_2;y_2)$.

Ta có: $\overrightarrow{AM}=(x_1-1;y_1),\overrightarrow{AN}=(x_2-1;y_2)$. Tam giác AMN vuông tại $A(1;0)$.

$\Leftrightarrow\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}\Leftrightarrow(x_1-1)(x_2-1)+y_1y_2=0\Leftrightarrow(x_1-1)(x_2-1)+\dfrac{1}{9}(x_1+m)(x_2+m)=0$.

$\Leftrightarrow 10x_1x_2+(m-9)(-m-5)+m^2+9=0(2)$.

Áp dụng định lý viet $x_1+x_2=-m-5; x_1x_2=-m-9$. Ta có:

$10(-m-9)+(m-9)(-m-5)+m^2+9=0\Leftrightarrow m=-6$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 287: Giá trị của m để đường thẳng $d: x+3y+m=0$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-1}$ tại hai điểm M, N sao cho tam giác AMN vuông tại điểm $A(1;0)$ là

A. $m=6$. **B.** $m=-4$. **C.** $m=4$. **D.** $m=-6$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đường thẳng d viết lại $y=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m}{3}$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x-3}{x-1}=-\dfrac{1}{3}x-\dfrac{m}{3}\Leftrightarrow x^2+(m+5)x-m-9=0$ (*).

Do $\Delta=(m+7)^2+12>0,\forall m\in\mathbb{R}$ nên d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt.

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của (*).

Theo Viet, ta có: $\begin{cases}x_1+x_2=-(m+5)\\ x_1.x_2=-(m+9)\end{cases}$.

Giả sử $M(x_1;y_1), N(x_2;y_2)$. Tam giác AMN vuông tại A nên $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=0$.

$\Leftrightarrow(x_1-1)(x_2-1)+y_1y_2=0\Leftrightarrow(x_1-1)(x_2-1)+\dfrac{1}{9}(x_1+m)(x_2+m)=0$.

$\Leftrightarrow 10x_1x_2+(m-9)(x_1+x_2)+m^2+9=0$.

$\Leftrightarrow 10(-m-9)+(m-9)(-m-5)+m^2+9=0$.

$\Leftrightarrow -60m-36=0\Leftrightarrow m=-6$.

Câu 288: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\dfrac{2mx+m-2}{x+1}$ cắt đường thẳng $(d): y=x+3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 3, với $I(-1;1)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $\dfrac{7}{2}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -10.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{2mx+m-2}{x+1}=x+3\Leftrightarrow f(x)=x^2+(4-2m)x+5-m=0$ $(x\neq -1)$. Đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2mx+m-2}{x+1}$ cắt đường thẳng $(d): y=x+3$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $\begin{cases}\Delta_f'>0\\ f(-1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-3m-1>0\\ m\neq -2\end{cases}$ $(*)$. (C) cắt d tại A, B suy ra x_A, x_B là nghiệm của phương trình $f(x)=0$, theo định lí Vi-ét ta có $\begin{cases}x_A+x_B=2m-4\\ x_Ax_B=5-m\end{cases}$.

$A(x_A;x_A+3)$, $B(x_B;x_B+3)$ suy ra.

$AB=\sqrt{2\left(x_A-x_B\right)^2}=\sqrt{2\left(x_A+x_B\right)^2-4x_Ax_B}=\sqrt{8m^2-28m+12}$. Ta có $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}d_{(I;d)}.AB=3$

$\Leftrightarrow AB^2=72\Leftrightarrow 8m^2-28m-60=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-\frac{3}{2}\\m=5\end{array}\right.$, kết hợp với $(*)$ suy ra $\left[\begin{array}{l}m=-\frac{3}{2}\\m=5\end{array}\right.$ thỏa suy ra

tổng các phần tử của S là $\frac{7}{2}$.

Câu 289: Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=\frac{2mx+m-2}{x+1}$ cắt đường thẳng $(d):y=x+3$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 3, với $I(-1;1)$. Tính tổng tất cả các phần tử của S.

A. $\frac{7}{2}$. **B.** 3. **C.** 5. **D.** -10.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2mx+m-2}{x+1}=x+3\Leftrightarrow f(x)=x^2+(4-2m)x+5-m=0$ $(x\neq -1)$. Đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{2mx+m-2}{x+1}$ cắt đường thẳng $(d):y=x+3$ tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi $\left\{\begin{array}{l}\Delta_f'>0\\f(-1)\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m^2-3m-1>0\\m\neq -2\end{array}\right.$ $(*)$. (C) cắt d tại A, B suy ra x_A, x_B là nghiệm của phương trình $f(x)=0$, theo định lí Vi-ét ta có $\left\{\begin{array}{l}x_A+x_B=2m-4\\x_Ax_B=5-m\end{array}\right.$.

$A(x_A;x_A+3)$, $B(x_B;x_B+3)$ suy ra.

$AB=\sqrt{2\left(x_A-x_B\right)^2}=\sqrt{2\left(x_A+x_B\right)^2-4x_Ax_B}=\sqrt{8m^2-28m+12}$. Ta có $S_{\Delta IAB}=\frac{1}{2}d_{(I;d)}.AB=3$

$\Leftrightarrow AB^2=72\Leftrightarrow 8m^2-28m-60=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-\frac{3}{2}\\m=5\end{array}\right.$, kết hợp với $(*)$ suy ra $\left[\begin{array}{l}m=-\frac{3}{2}\\m=5\end{array}\right.$ thỏa suy ra

tổng các phần tử của S là $\frac{7}{2}$.

Câu 290: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ (C) và đường thẳng $d_m:y=x+m$. Tìm m để (C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt A, B sao cho ΔOAB vuông tại O.

A. $m=-\frac{1}{3}$. **B.** $m=\frac{2}{3}$. **C.** $m=\frac{1}{3}$. **D.** $m=\frac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $\frac{2x+1}{x+1}=x+m$ với $x\neq -1$.

$\Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m-1=0$ (*).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

(C) cắt d_m tại hai điểm phân biệt $\Leftrightarrow \begin{cases} m^2-6m+5>0 \\ 1-m+1+m-1\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow m<1$ hoặc $m>5$.

Theo Vi-et ta có: $\begin{cases} x_1+x_2=-m+1 \\ x_1x_2=m-1 \end{cases}$.

Gọi $A(x_1;x_1+m)$ và $B(x_2;x_2+m)$.

Khi đó: $\overrightarrow{OA}=(x_1;x_1+m)$ và $\overrightarrow{OB}=(x_2;x_2+m)$.

ΔOAB vuông tại $O \Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0 \Leftrightarrow x_1x_2+(x_1+m)(x_2+m)=0$.

$\Leftrightarrow 2x_1x_2+m(x_1+x_2)+m^2=0$.

$\Leftrightarrow 2(m-1)+m(-m+1)+m^2=0 \Leftrightarrow 3m-2=0 \Leftrightarrow m=\dfrac{2}{3}$.

Câu 291: Có bao nhiêu số nguyên dương m sao cho đường thẳng $y=x+m$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B và $AB\leq 4$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 7. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị:

$\dfrac{2x-1}{x+1}=x+m \Leftrightarrow 2x-1=(x+m)(x+1) \Leftrightarrow x^2+(m-1)x+m+1=0$ (1)

(vì $x=-1$ không là nghiệm của phương trình)

Hai đồ thị cắt nhau tại hai điểm phân biệt A, $B \Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt và khác $(-1) \Leftrightarrow \Delta=(m-1)^2-4(m+1)>0 \Leftrightarrow m^2-6m-3>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m>3+2\sqrt{3} \\ m<3-2\sqrt{3} \end{array}\right.$ (*)

Gọi $A(x_1;x_1+m)$, $B(x_2;x_2+m)$. Theo định lý Vi-et: $\begin{cases} x_1+x_2=1-m \\ x_1.x_2=m+1 \end{cases}$.

$AB\leq 4 \Leftrightarrow \sqrt{2(x_1-x_2)^2}\leq 4 \Leftrightarrow 2(x_1-x_2)^2\leq 16 \Leftrightarrow (x_1+x_2)^2-4x_1x_2\leq 8$

$\Leftrightarrow (1-m)^2-4(m+1)\leq 8 \Leftrightarrow m^2-6m-11\leq 0 \Leftrightarrow 3-2\sqrt{5}\leq m\leq 3+2\sqrt{5}$, kết hợp điều kiện (*) và m nguyên dương nên có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 292: Đường thẳng $y=x+1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A, B. Tính độ dài đoạn thẳng AB.

A. $AB=\sqrt{17}$. **B.** $AB=\sqrt{34}$. **C.** $AB=8$. **D.** $AB=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm $\dfrac{x+3}{x-1}=x+1 \Leftrightarrow x^2-x-4=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{1\pm\sqrt{17}}{2}$.

Khi đó $A\left(\dfrac{1+\sqrt{17}}{2};\ \dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right)$, $B\left(\dfrac{1-\sqrt{17}}{2};\ \dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\right)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy $\overrightarrow{AB}=\left(-\sqrt{17};-\sqrt{17}\right)\Rightarrow AB=\sqrt{34}$.

Câu 293: Tìm tất cả các giá trị thực của m để đường thẳng $y=x+m-1$ cắt đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB=2\sqrt{3}$.

A. $m=2\pm\sqrt{10}$. **B.** $m=4\pm\sqrt{3}$. **C.** $m=2\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=4\pm\sqrt{10}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hoành độ giao điểm là nghiệm PT: $\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m-1\Leftrightarrow\begin{cases}f(x)=x^2+(m-2)x+m-2=0\\x\neq-1\end{cases}$.

Đường thẳng $y=x+m-1$ cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $f(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1, hay

$\begin{cases}\Delta>0\\f(-1)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-8m+12>0\\1\neq0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m<2\\m>6\end{array}\right.(*)$.

Khi đó, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $f(x)=0$ ta có $\begin{cases}x_1+x_2=2-m\\x_1x_2=m-2\end{cases}$ (Viète).

Giả sử $A(x_1;x_1+m-1)$, $B(x_2;x_2+m-1)\Rightarrow AB=\sqrt{2}|x_2-x_1|$.

Theo giả thiết

$AB=2\sqrt{3}\Leftrightarrow\sqrt{2}|x_2-x_1|=2\sqrt{3}\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=6\Leftrightarrow m^2-8m+6=0\Leftrightarrow m=4\pm\sqrt{10}$.

Kết hợp với điều kiện $(*)$ ta được $m=4\pm\sqrt{10}$.

Câu 294: Cho điểm $A(0;5)$ và đường thẳng Δ đi qua điểm $I(1;2)$ với hệ số góc k. Có tất cả bao nhiêu giá trị của k để đường thẳng Δ cắt đồ thị $(C):y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ tại hai điểm M và N sao cho tam giác AMN vuông tại A?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $x\neq1$. Phương trình của đường thẳng $\Delta:y=k(x-1)+2$.

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x+1}{x-1}=k(x-1)+2\Leftrightarrow k(x-1)^2=3$ (*).

Để Δ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt thì (*) có hai nghiệm phân biệt. Khi đó $k>0$.

Giả sử $M(a,k(a-1)+2)$, $N(b,k(b-1)+2)$. Khi đó a,b là nghiệm của phương trình (*).

Do đó $\begin{cases}a+b=2\\ab=\dfrac{k-3}{k}\end{cases}$. $\overrightarrow{AM}=(a,k(a-1)+3)$, $\overrightarrow{BM}=(b,k(b-1)+3)$.

Để tam giác AMN vuông tại A thì $\overrightarrow{AM}.\overrightarrow{AN}=0\Leftrightarrow ab+k^2(a-1)(b-1)+3k(a+b-2)+9=0$

$\Leftrightarrow\dfrac{k-3}{k}+k^2.\left(\dfrac{k-3}{k}-2+1\right)=0\Leftrightarrow3k^2-10k+3=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}k=3\\k=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$.

Vậy có 2 số k thỏa mãn.

Câu 295: Tìm tất cả các giá trị của m để đường thẳng $(d): y=-x+m$ cắt đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho độ dài đoạn thẳng AB là ngắn nhất.

A. $m=\dfrac{1}{2}$. **B.** $m=\dfrac{5}{9}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=5$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C) là:

$$-x+m=\frac{x-1}{2x}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\2x(-x+m)=x-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq 0\\g(x)=2x^2+(1-2m)x-1=0\end{cases}.$$

Đường thẳng (d) cắt (C) tại hai điểm A, B phân biệt.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}g(0)\neq 0\\\Delta_g=(1-2m)^2+8>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-1\neq 0\\(1-2m)^2+8>0\end{cases}$$ luôn đúng với $\forall m\in\mathbb{R}$.

Khi đó tọa độ hai giao điểm là:

$A(x_1;-x_1+m), B(x_2;-x_2+m)$ với $x_1;x_2$ là hai nghiệm của $g(x)$.

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(x_1-x_2)^2}=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2}.\sqrt{(x_1+x_2)^2-4x_1x_2}.$$

$$=\sqrt{2}.\sqrt{\left(\frac{2m-1}{2}\right)^2-4\left(\frac{-1}{2}\right)}=\sqrt{2}.\sqrt{\frac{(2m-1)^2+8}{4}}=\frac{\sqrt{2}}{2}\sqrt{(2m-1)^2+8}\geq\frac{\sqrt{2}.\sqrt{8}}{2}=2.$$

Suy ra AB nhỏ nhất khi dấu bằng ở trên xảy ra nghĩa là $m=\dfrac{1}{2}$.

Câu 296: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-4}{x+1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-5;5)$. Tìm m để đường thẳng $y=-x+m$ cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M và N sao cho tứ giác $OAMN$ là hình bình hành (O là gốc tọa độ).

A. $\left[\begin{array}{l}m=0\\m=2\end{array}\right.$. **B.** $m=2$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm: $\dfrac{2x-4}{x+1}=-x+m\Leftrightarrow x^2+(3-m)x-4-m=0\ (1)$

Theo yêu cầu bài toán: (1) phải có hai nghiệm phân biệt khác -1.

$$\begin{cases}(3-m)^2-4(-4-m)>0\\1+(3-m)(-1)-4-m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m^2-2m+25>0,\forall m.$$

Gọi $M(x_1;-x_1+m)$ và $N(x_2;-x_2+m)$

tứ giác $OAMN$ là hình bình hành $\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{NM}\Leftrightarrow\begin{cases}x_2-x_1=-5\\x_1-x_2=5\end{cases}\Leftrightarrow x_1-x_2=5$

$$\Leftrightarrow(x_1-x_2)^2=25\Leftrightarrow(x_1+x_2)^2-4x_1x_2=25\Leftrightarrow(m-3)^2-4(-4-m)=25$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow m^2-2m+25=25 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=2 \\ m=0 \end{array}\right.$.

Câu 297:] Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m: y=-x+m$ Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt A , B sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m là

A. $m=0$. **B.** Không tồn tại m.

C. $m=2$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và $d: x^2-mx+m-2=0$.

Điều kiện để d cắt (C) tại hai điểm phân biệt A; B là $m^2-4m+8>0, \forall m$.

Tức là d luôn cắt (C) tại hai điểm phân biệt A; B.

Khi đó gọi $A(a;m-a)$ và $B(b;b-m)$ là giao điểm của (C) và d.

Vì $AB=\sqrt{2(m-2)^2+8} \geq 2\sqrt{2}$ nên độ dài AB nhỏ nhất là $2\sqrt{2}$ khi $m=2$.

Câu 298: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x-1}(C)$ và đường thẳng $d_m: y=-x+m$. Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt $A,\ B$ sao cho độ dài AB ngắn nhất thì giá trị của m là

A. Không tồn tại m. **B.** $m=1$.

C. $m=0$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình hoành độ giao điểm của d_m và (C):

$\dfrac{x-2}{x-1}=-x+m \Leftrightarrow x^2-mx+m-2=0 (*)$ (vì $x=1$ không phải là nghiệm).

Đường thẳng d_m cắt (C) tại hai điểm phân biệt:

$\Leftrightarrow$ Phương trình (*) có hai nghiệm phân biệt x_1, x_2.

$\Leftrightarrow \Delta=m^2-4(m-2)=(m-2)^2+4>0, \forall m \in \mathbb{R}$.

Khi đó $A(x_1;-x_1+m)$, $B(x_2;-x_2+m)$.

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(-x_2+m+x_1-m)^2}=\sqrt{2(x_2-x_1)^2}=\sqrt{2}\sqrt{(x_2+x_1)^2-4x_1x_2}$.

$=\sqrt{2}\sqrt{m^2-4m+8}=\sqrt{2}\sqrt{(m-2)^2+4} \geq 2\sqrt{2}$.

AB nhỏ nhất $\Leftrightarrow AB=2\sqrt{2} \Leftrightarrow m=2$.

Câu 299: Cho hàm số $y=\dfrac{x}{1-x}$ có đồ thị (C) và điểm $A(-1;1)$. Tìm m để đường thẳng $d: y=mx-m-1$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt M , N sao cho AM^2+AN^2 đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $m=-2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-3$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và d là $\frac{x}{1-x}=mx-m-1$,

$(x\neq 1)\Leftrightarrow mx^2-2mx+m+1=0$ (*).

Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại hai điểm phân biệt M, N thì phương trình (*) phải có hai nghiệm phân biệt $x\neq 1$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq 0\\ \Delta'>0\\ m.1-2m.1+m+1\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow m<0.$

Gọi $M(x_1;mx_1-m-1)$, $N(x_2;mx_2-m-1)$ lần lượt là hai giao điểm của (C) và d.

Theo định lý vi-et ta có $\begin{cases}x_1+x_2=1\\ x_1x_2=\frac{m+1}{m}\end{cases}$.

Gọi I là trung điểm của MN thì $I(1;-1)$.

Ta có $AM^2+AN^2=\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IM}\right)^2+\left(\overrightarrow{AI}+\overrightarrow{IN}\right)^2=2AI^2+IM^2+IN^2$.

Do IA không đổi nên AM^2+AN^2 nhỏ nhất $\Leftrightarrow IM^2+IN^2$ nhỏ nhất.

$IM^2+IN^2=(m^2+1)\left[(x_1+x_2)^2-2(x_1+x_2)-2x_1x_2+2\right]=(m^2+1)\left(2^2-2.2-2.\frac{m+1}{m}+2\right)$

$=\frac{-2(m^2+1)}{m}=-2m-\frac{2}{m}$.

Do $m<0$ nên $-2m-\frac{2}{m}\leq 4$. Dấu "=" xảy ra khi $-2m=-\frac{2}{m}\Leftrightarrow m^2=1\Leftrightarrow m=\pm 1$. Do $m<0$ nên $m=-1$.

Câu 300: Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}$ biết tiếp tuyến đó cắt trục tung và cắt trục hoành tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB cân là

A. $y=x-2$. **B.** $y=-x+2$. **C.** $y=-x-2$. **D.** $y=x+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{2x+3}$.

Gọi $M\left(m;\frac{m+2}{2m+3}\right)\in(C)$, $m\neq-\frac{3}{2}$.

Ta có $y'=-\frac{1}{(2x+3)^2}\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến d của (C) tại M là:

$y=-\frac{1}{(2m+3)^2}(x-m)+\frac{m+2}{2m+3}\Leftrightarrow y=-\frac{1}{(2m+3)^2}x+\frac{2m^2+8m+6}{(2m+3)^2}$.

$d\cap Oy=A\left(0;\frac{2m^2+8m+6}{(2m+3)^2}\right)$

$d\cap Ox=B(2m^2+8m+6;0)$.

Ba điểm O, A, B tạo thành tam giác $\Rightarrow \begin{cases} A \neq O \\ B \neq O \end{cases} \Rightarrow 2m^2+8m+6 \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} m \neq -1 \\ m \neq -3 \end{cases}$.

Ta thấy ΔOAB vuông tại O nên theo giả thiết ΔOAB cân tại O

$\Leftrightarrow OA = OB$

$\Leftrightarrow \dfrac{\left|2m^2+8m+6\right|}{\left(2m+3\right)^2} = \left|2m^2+8m+6\right|$.

Vì $2m^2+8m+6 \neq 0$ nên phương trình tương đương với

$\left(2m+3\right)^2 = 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1\left(L\right) \\ m=-2\left(TM\right) \end{array}\right.$.

Khi đó, $d: y=-x-2$.

DẠNG 15: ĐỒ THỊ HÀM TRÙNG PHƯƠNG CẮT D, THỎA ĐK THEO X

Câu 301: Cho hàm số $y=x^3+\left(3-m\right)x^2-\left(3m+4\right)x+4m$. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 3 điểm phân biệt, trong đó có hai điểm nằm bên phải đường thẳng $x=\dfrac{1}{2}$.

A. $m<\dfrac{1}{2}$. **B.** $\begin{cases} m>\dfrac{1}{2} \\ m \neq 1 \end{cases}$. **C.** $m>\dfrac{1}{2}$. **D.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m \neq -4 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành:

$x^3+\left(3-m\right)x^2-\left(3m+4\right)x+4m=0\left(1\right)$

$\Leftrightarrow \left(x-1\right)\left(x^2+\left(4-m\right)x-4m\right)=0$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1>\dfrac{1}{2} \\ g\left(x\right)=x^2+\left(4-m\right)x-4m=0 \qquad \left(2\right) \end{array}\right.$

Số giao điểm của đồ thị hàm số và trục hoành bằng số nghiệm của $\left(1\right)$.

Yêu cầu bài toán thỏa khi và chỉ phương trình $\left(2\right)$ có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2 khác 1 và

$x_1<\dfrac{1}{2}<x_2$

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta_g=\left(4-m\right)^2-4\left(-4m\right)>0 \\ \left(x_1-\dfrac{1}{2}\right)\left(x_2-\dfrac{1}{2}\right)=P-\dfrac{S}{2}+\dfrac{1}{4}<0 \\ g\left(1\right)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2+8m+16>0 \\ -18m+9<0 \\ -5m+5\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m\neq -4 \\ m>\dfrac{1}{2} \\ m\neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m>\dfrac{1}{2} \\ m\neq 1 \end{cases}$

Chú ý: Ngoài ra khi $x_1<\dfrac{1}{2}<x_2$ có thể tương đương

$$\text{.}\begin{cases}\Delta_g=(4-m)^2-4(-4m)>0\\ a.g\left(\frac{1}{2}\right)<0\\ g(1)\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+8m+16>0\\ -18m+9<0\\ -5m+5\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq -4\\ m>\frac{1}{2}\\ m\neq 1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m>\frac{1}{2}.\\ m\neq 1\end{cases}$$

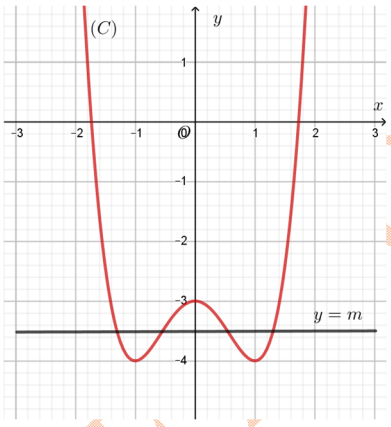
Câu 302: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ tại 4 điểm phân biệt.

A. $-1<m<1$ **B.** $m<-4$ **C.** $-4<m<-3$ **D.** $m>-1$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: Đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-2x^2-3$ và đường thẳng $y=m$ như hình vẽ sau:



Suy ra: Đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2-3$ tại 4 điểm phân biệt khi $-4<m<-3$.

Câu 303: Cho hàm số $y=x^4-2(2m+1)x^2+4m^2$ (C). Các giá trị của tham số thực m để đồ thị (C) cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3, x_4 thoả mãn $x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=6$ là

A. $m=\frac{1}{4}$. **B.** $m\geq\frac{1}{4}$. **C.** $m=-\frac{1}{4}$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $t=x^2\geq 0$ nên $t^2-2(2m+1)t+4m^2=0$ (1) có 4 nghiệm khi và chỉ khi.

(1) có 2 nghiệm dương phân biệt $\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\ S>0\\ P>0\end{cases}$.

Ta có 4 nghiệm $x_{1,2,3,4}=\pm\sqrt{t_1};\ \pm\sqrt{t_2}$.

$\Rightarrow x_1^2+x_2^2+x_3^2+x_4^2=t_1+t_2+t_1+t_2=6\Leftrightarrow t_1+t_2=3\Leftrightarrow 2(2m+1)=3\Leftrightarrow m=\frac{1}{4}$.

Câu 304: Biết đồ thị hàm số $y=x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1$ cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt. Khi đó m thuộc khoảng:

A. $(-1;0)$. **B.** $(-2;-1)$. **C.** $(0;1)$. **D.** $(1;2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1:

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1=0\ (1)$.

Đặt $x^2=t$ với $t\ge 0$. Phương trình (1) trở thành $t^2-(m-1)t+m^2-m-1=0\ (2)$.

Đồ thị hàm số $y=x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1$ cắt trục hoành tại đúng ba điểm phân biệt khi và chỉ khi phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt t_1, t_2 thỏa mãn

$$\begin{cases}t_1=0\\t_2>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m^2-m-1=0\\t_1+t_2=m-1>0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\\m=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\end{array}\right.\\m>1\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Do đó $m\in(1;2)$.

Cách 2: Đồ thị hàm số $y=ax^4+bx^2+c\ (a\ne 0)$ cắt trục hoành tại ba điểm phân biệt khi và chỉ khi đồ thị hàm số có ba điểm cực trị và một điểm cực trị là $(0;0)\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{b}{2a}>0\\c=0\end{cases}$.

Áp dụng: Với $y=x^4-(m-1)x^2+m^2-m-1$ ta được:

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m-1>0\\m^2-m-1=0\end{cases}\Leftrightarrow m=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Câu 305: Tìm m để đường thẳng $d:y=-1$ cắt đồ thị (C) của hàm số $y=x^4-(3m+2)x^2+3m$ tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2.

A. $\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<m<1\\m\ne 0\end{cases}$. **B.** $0<m<1$. **C.** $m\in\varnothing$. **D.** $\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<m\le 1\\m\ne 0\end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm $x^4-(3m+2)x^2+3m+1=0$. Đặt $u=x^2\ (u\ge 0)$, ta được $f(u)=u^2-(3m+2)u+3m+1=0\ (1)$, $\Delta=9m^2$.

Cách 1: Để đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt thỏa $0<u_1<u_2<4$.

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta>0\\a.f(0)>0\\a.f(4)>0\\0<\dfrac{u_1+u_2}{2}<4\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2>0\\3m+1>0\\-9m+9>0\\0<3m+2<8\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}m\ne 0\\m>-\dfrac{1}{3}\\m<1\\-\dfrac{2}{3}<m<2\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<m<1\\m\ne 0\end{cases}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Cách 2: Phương trình (1) có hai nghiệm $u_1=1;\ u_2=3m+1$ suy ra đường thẳng d cắt đồ thị (C) tại bốn điểm phân biệt có hoành độ nhỏ hơn 2 thì phương trình (1) có 2 nghiệm phân biệt và

$$0<u_2\neq 1<4\Leftrightarrow\begin{cases}-\dfrac{1}{3}<m<1\\ m\neq 0\end{cases}.$$

DẠNG 16: ĐỒ THỊ HÀM TRÙNG PHƯƠNG CẮT D, THỎA ĐK HÌNH HỌC

Câu 306: Cho hàm số $y=x^4-3x^2-2$. Tìm số thực dương m để đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại 2 điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông tại O, trong đó O là gốc tọa độ.

A. $m=3$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=\dfrac{3}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hoành độ giao điểm của hai đồ thị hàm số là nghiệm của phương trình:

$x^4-3x^2-2=m\Leftrightarrow x^4-3x^2-2-m=0\quad(1)$.

Vì $m>0\Leftrightarrow -2-m<0$ hay phương trình (1) luôn có hai nghiệm phân biệt thỏa mãn:

$$x^2=\frac{3+\sqrt{4m+17}}{2}\Rightarrow x_1=\sqrt{\frac{3+\sqrt{4m+17}}{2}}\ \text{và}\ x_2=-\sqrt{\frac{3+\sqrt{4m+17}}{2}}.$$

Khi đó: $A(x_1;m)$, $B(x_2;m)$.

Ta có tam giác OAB vuông tại O, trong đó O là gốc tọa độ $\Leftrightarrow \overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow x_1.x_2+m^2=0$.

$$\Leftrightarrow\frac{3+\sqrt{4m+17}}{2}=m^2\Leftrightarrow\begin{cases}2m^2-3\geq 0\\ 4m^4-12m^2-4m-8=0\end{cases}\xleftrightarrow[2m^2-3\geq 0]{m>0}m=2.$$

Vậy $m=2$ là giá trị cần tìm.

Câu 307: Biết đồ thị hàm số $y=x^4-2(m+1)x^2+2m+1$ cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt A,B,C,D sao cho $AB=BC=CD$. Tổng các giá trị của tham số m bằng

A. $\dfrac{32}{9}$. **B.** $\dfrac{44}{9}$. **C.** 4. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^4-2(m+1)x^2+2m+1=0$

Đặt $t=x^2(t\geq 0)\Rightarrow t^2-2(m+1)t+2m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\\ t=2m+1\end{array}\right.\left(m\geq\dfrac{-1}{2}\right)$

Suy ra $x=\pm 1;\ x=\pm\sqrt{2m+1}$. Theo đề ta có

+ TH1: $-1;-\sqrt{2m+1};\sqrt{2m+1};1$ lập thành cấp số cộng. Khi đó $m=-\dfrac{4}{9}$.

+TH2: $-\sqrt{2m+1};-1;1;\sqrt{2m+1}$ lập thành cấp số cộng. Khi đó $m=4$.

Vậy $S=4-\dfrac{4}{9}=\dfrac{32}{9}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 308: Đường thẳng $y=m^2$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-x^2-10$ tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB vuông (O là gốc tọa độ). Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $m^2\in(0;1)$ **B.** $m^2\in(5;7)$ **C.** $m^2\in(3;5)$ **D.** $m^2\in(1;3)$

Hướng dẫn giải

Chọn D

$$y'=4x^3-2x=2x\left(2x^2-1\right);\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\end{array}\right.$$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$-\frac{1}{\sqrt{2}}$		0		$\frac{1}{\sqrt{2}}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$-\frac{41}{4}$	↗	-10	↘	$-\frac{41}{4}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy đường thẳng $y=m^2\ge 0$ luôn phía trên trục hoành

Nên nó luôn cắt đồ thị hàm số tại hai điểm phân biệt A, B.

Gọi $A\left(\sqrt{a};m^2\right)$ và $B\left(-\sqrt{a};m^2\right)$ là giao điểm của hai đồ thị đã cho, với $a>0$

Ta có

❍ $A\in(C)\Leftrightarrow a^2-a-10=m^2\ (1)$

❍ Tam giác OAB cân tại O nên tam giác OAB vuông tại $O\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow m^4=a\quad(2)$

Từ (1) và (2) ta có $\Leftrightarrow m^8-m^4-m^2-10=0\Leftrightarrow t^4-t^2-t-10=0$, với $t=m^2>0$.

$\Leftrightarrow(t-2)\left(t^3+2t^2+3t+5\right)=0\Leftrightarrow t=2\Leftrightarrow m^2=2\in(1;3)$.

Câu 309: Gọi m là số thực dương sao cho đường thẳng $y=m+1$ cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-2$ tại hai điểm A, B thỏa mãn tam giác OAB vuông tại O (O là gốc tọa độ). Kết luận nào sau đây là đúng?

A. $m\in\left(\frac{1}{2};\frac{3}{4}\right)$. **B.** $m\in\left(\frac{3}{4};\frac{5}{4}\right)$. **C.** $m\in\left(\frac{5}{4};\frac{7}{4}\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{7}{4};\frac{9}{4}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $x^4-3x^2-2=m+1\Leftrightarrow x^4-3x^2-3-m=0$.

Đặt $x^2=t$, $(t\ge 0)$ ta có phương trình $t^2-3t-m-3=0$ (*).

Theo giả thiết ta có $m>0$ nên phương trình (*) luôn có hai nghiệm trái dấu $\Rightarrow$ đường thẳng $y=m+1$ luôn cắt đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2-2$ tại hai điểm A, B.

Vì A, B đối xứng với nhau qua Oy nên $A(x;m+1)$ và $B(-x;m+1)$.

Tam giác OAB vuông tại $O\Leftrightarrow\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0\Leftrightarrow x^2=(m+1)^2$.

Thay $x^2=(m+1)^2$ vào phương trình $x^4-3x^2-3-m=0$ ta được

$m^4+4m^3+3m^2-3m-5=0\Leftrightarrow(m-1)\left(m^3+5m^2+8m+5\right)=0\Leftrightarrow m=1$ (do $m>0$).

Câu 310: Tổng bình phương các giá trị của tham số m để đường thẳng $(d):y=-x-m$ cắt đồ thị $(C):y=\dfrac{x-2}{x-1}$ tại hai điểm phân biệt A,B với $AB=\sqrt{10}$ là

A. 5. **B.** 10. **C.** 17. **D.** 13.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm: $\frac{x-2}{x-1}=-x-m \Leftrightarrow x-2=-x^2-mx+x+m$

$\Leftrightarrow x^2+mx-2-m=0,\ \Delta=m^2-4(-2-m)=m^2+4m+8$

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=\frac{-m+\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \\ x_2=\frac{-m-\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} y_1=\frac{-m-\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \\ y_2=\frac{-m+\sqrt{m^2+4m+8}}{2} \end{array}\right.$

Gọi $A(x_1;y_1)$, $B(x_2;y_2)$, khi đó:

$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}=\sqrt{\left(-\sqrt{m^2+4m+8}\right)^2+\left(\sqrt{m^2+4m+8}\right)^2}=\sqrt{2m^2+8m+16}$

Mặt khác: $AB=\sqrt{10} \Leftrightarrow 2m^2+8m+6=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=-1 \\ m=-3 \end{array}\right.$.

Vậy tổng bình phương cần tìm là: $(-1)^2+(-3)^2=10$.

DẠNG 17: LIÊN HỆ GIỮA SỰ TƯƠNG GIAO

Câu 311: Cho các số thực a, b, c thỏa mãn $\begin{cases} -8+4a-2b+c>0 \\ 8+4a+2b+c<0 \end{cases}$. Số giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox là

A. 2. **B.** 3. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$.

Mà $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$ nên tồn tại số $M>2$ sao cho $y(M)>0$; $\lim\limits_{x\to-\infty} y=-\infty$ nên tồn tại số $m<-2$ sao cho $y(m)<0$; $y(-2)=-8+4a-2b+c>0$ và $y(2)=8+4a+2b+c<0$.

Do $y(m).y(-2)<0$ suy ra phương trình $y=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(m;-2)$.

$y(-2).y(2)<0$ suy ra phương trình $y=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(-2;2)$.

$y(2).y(M)<0$ suy ra phương trình $y=0$ có ít nhất một nghiệm thuộc khoảng $(2;M)$.

Vậy đồ thị hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$ và trục Ox có 3 điểm chung.

Câu 312: Cho hàm số $y=-x^3+ax^2+bx+c$. Biết rằng đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$ và có điểm cực đại là $M(2;3)$. Tính $Q=a+2b+c$.

A. $Q=2$. **B.** $Q=-4$. **C.** $Q=0$. **D.** $Q=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Vì đồ thị hàm số đi qua điểm $A(0;-1)$ nên: $-1=-(0)^3+a(0)^2+b(0)+c \Leftrightarrow c=-1(1)$.

Vì điểm $M(2;3)$ là điểm cực đại của đồ thị nên: $\begin{cases} y(2)=3 \\ y'(2)=0 \end{cases}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow \begin{cases} -(2)^3 + a.(2)^2 + 2b + c = 3 \\ -3.2^2 + 2a.2 + b = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4a + 2b + c = 11 (2) \\ 4a + b = 12 (3) \end{cases}$.

Từ (1), (2), (3) suy ra: $a = 3; b = 0; c = -1$. Vậy $Q = a + 2b + c = 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TIẾP TUYẾN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1 - Tiếp tuyến tại điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị hàm số:

Cho hàm số $(C): y=f(x)$ và điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$. Viết phương trình tiếp tuyến với (C) tại M.

- Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm hệ số góc của tiếp tuyến là $f'(x_0)$

- phương trình tiếp tuyến tại điểm M là: $y=f'(x)(x-x_0)+y_0$

2 - Tiếp tuyến có hệ số góc k cho trước

- Gọi (Δ) là tiếp tuyến cần tìm có hệ số góc k.

- Giả sử $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Khi đó x_0 thỏa mãn: $f'(x_0)=k$ (*).

- Giải (*) tìm x_0. Suy ra $y_0=f(x_0)$.

- Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=k(x-x_0)+y_0$

3 - Tiếp tuyến đi qua điểm

Cho hàm số và điểm . Viết phương trình tiếp tuyến với (C) biết tiếp tuyến đi qua A.

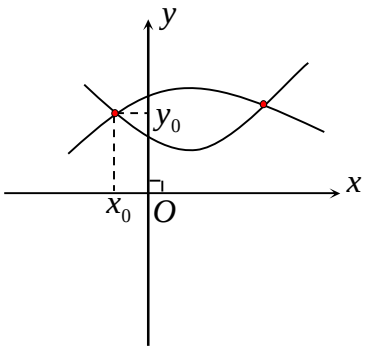
- Gọi là đường thẳng qua A và có hệ số góc k. Khi đó (*)

- Để là tiếp tuyến của (C) có nghiệm.

- Thay (2) vào (1) ta có phương trình ẩn x. Tìm x thay vào (2) tìm k thay vào (*) ta có phương trình tiếp tuyến cần tìm.

4 - Điều kiện tiếp xúc

Cho hai hàm số $(C): y=f(x)$ và $(C'): y=g(x)$. Đồ thị (C) và (C') tiếp xúc nhau *khi chỉ khi* hệ phương trình: $\begin{cases} f(x)=g(x) \\ f'(x)=g'(x) \end{cases}$ có nghiệm.



*** Chú ý:**

1. Hệ số góc của tiếp tuyến với (C) tại điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc (C) là: $k=f'(x_0)$

2. Cho đường thẳng $(d): y=k_d x+b$

+) $(\Delta)//(d)\Rightarrow k_\Delta=k_d$ +) $(\Delta)\perp(d)\Rightarrow k_\Delta.k_d=-1\Leftrightarrow k_\Delta=-\dfrac{1}{k_d}$

+) $(\Delta,d)=\alpha\Rightarrow\tan\alpha=\left|\dfrac{k_\Delta-k_d}{1+k_\Delta.k_d}\right|$ +) $(\Delta,Ox)=\alpha\Rightarrow k_\Delta=\pm\tan\alpha$

3. Tiếp tuyến tại các điểm cực trị của đồ thị (C) có phương song song hoặc trùng với trục hoành.

4. Cho hàm số bậc 3: $y=ax^3+bx^2+cx+d,(a\neq 0)$

+) Khi $a>0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc nhỏ nhất.

+) Khi $a<0$: Tiếp tuyến tại tâm đối xứng của (C) có hệ số góc lớn nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN (KHÔNG THAM SỐ)

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị là (C). Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ (với $x_0>1$) là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính $S=x_0-4y_0$.

A. $S=-2$. **B.** $S=\dfrac{7}{4}$. **C.** $S=\dfrac{13}{4}$. **D.** $S=2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=x^3-2018x$ có đồ thị là (C). $M_1(x_1;y_1)\in(C)$ có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến của (C) tại $M_1(x_1;y_1)$ cắt (C) tại $M_2(x_2;y_2)$ khác M_1. Tiếp tuyến của (C) tại $M_2(x_2;y_2)$ cắt (C) tại $M_3(x_3;y_3)$ khác M_2…Tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại $M_n(x_n;y_n)$ khác M_{n-1}. Tính $\dfrac{y_{2018}}{x_{2018}}$?

A. $2^{2017}-2018$. **B.** $4^{2017}-2018$. **C.** $(-2)^{2017}-2018$. **D.** $(-4)^{2017}-2018$.

Câu 3: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-2$. Tìm trên đường thẳng $(d):y=2$ các điểm mà từ đó kẻ được 3 tiếp tuyến phân biệt với đồ thị.

A. $M(m;2)\in d$ với $\begin{cases}m<-1\vee m>\dfrac{5}{3}\\ m\neq 2\end{cases}$. **B.** $M(m;2)\in d$ với $m<-7$.

C. $M(m;2)\in d$ với $\begin{cases}m<-3\vee m>\dfrac{4}{3}\\ m\neq 2\end{cases}$. **D.** $M(m;2)\in d$ với $\begin{cases}m<-2\vee m>\dfrac{1}{3}\\ m\neq 2\end{cases}$.

Câu 4: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết khoảng cách từ tâm đối xứng I đến tiếp tuyến tạo lớn nhất.

A. $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{13}{4}$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{13}{4}$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{4}$.

C. $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{4}$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{5}{4}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{4}x+1$ và $y=-\dfrac{1}{4}x+5$.

Câu 5: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$, có đồ thị là (C). Tìm trên đồ thị (C) điểm B mà tiếp tuyến với (C) tại điểm đó song song với tiếp tuyến với (C) tại điểm $A(1;2)$.

A. $B\left(\sqrt{2};3\right)$. **B.** $B(1;2)$. **C.** $B(0;3)$. **D.** $B(-1;3)$.

Câu 6: Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị $(C):y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ tại M cắt các đường tiệm cận tại hai điểm phân biệt A,B. Tìm tọa độ điểm M sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất, với I là giao điểm hai tiệm cận.

A. $M\left(4;\dfrac{5}{3}\right)$ $M(3;3)$ **B.** $M(1;1)$ $M\left(4;\dfrac{5}{3}\right)$

C. $M(1;1)$ $M(3;3)$ **D.** $M(1;1)$ $M\left(-1;\dfrac{5}{3}\right)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 7: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Tìm trên đường thẳng $d: y=4$ các điểm mà từ đó kẻ được đúng 2 tiếp tuyến với (C).

A. $(-1;4)$; $\left(-\frac{2}{3};4\right)$; $(2;4)$. **B.** $(-1;4)$; $(7;4)$; $(9;4)$. **C.** $(-2;4)$; $(-5;4)$; $(2;4)$. **D.** $(-1;4)$; $(7;4)$; $(2;4)$.

Câu 8: Cho hàm số: $y=x^4-2x^2$ có đồ thị là (C). Tìm những điểm M trên trục Oy để từ M kẻ được 4 tiếp tuyến đến (C).

A. $M(0;m)$ với $0<m<\frac{1}{3}$. **B.** $M(0;m)$ với $-1<m<\frac{1}{3}$.

C. $M(0;m)$ với $0<m<\frac{2}{3}$. **D.** $M(0;m)$ với $0<m<1$.

Câu 9: Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$ $(x_0\neq 0)$. Biết rằng khoảng cách từ $I(-2;2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2x_0+y_0=-4$. **B.** $2x_0+y_0=2$. **C.** $2x_0+y_0=-2$. **D.** $2x_0+y_0=0$.

Câu 10: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-5$

A. Song song với trục hoành. **B.** Có hệ số góc bằng -1.
C. Song song với đường thẳng $x=1$. **D.** Có hệ số góc dương.

Câu 11: Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C). Giả sử tồn tại phương trình tiếp tuyến của (C), biết khoảng cách từ tâm đối xứng đến tiếp tuyến lớn nhất, thì hoành độ tiếp điểm lúc này là:

A. $x_0=1, x_0=-3$. **B.** $x_0=0, x_0=-3$. **C.** $x_0=1, x_0=-4$. **D.** $x_0=0, x_0=-4$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x$ có đồ thị là (C). Tìm phương trình các đường thẳng đi qua điểm $A\left(\frac{4}{9};\frac{4}{3}\right)$ và tiếp xúc với đồ thị (C) của hàm số.

A. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}x\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{8}{81}\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=3x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}x+1\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{128}{81}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{1}{81}\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=3x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{128}{81}\end{array}\right.$

Câu 13: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tạo với hai tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x+3$ và $y=-\frac{1}{4}x+1$.

C. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+1$. **D.** $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$.

Câu 14: Cho hàm số : $y=x^4-2x^2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ.

A. $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3):y=\frac{\sqrt{6}}{9}x$. **B.** $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{4\sqrt{6}}{7}x;\ (t_3):y=\frac{4\sqrt{6}}{7}x$.

C. $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{4}{9}x;\ (t_3):y=\frac{4}{9}x$. **D.** $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{4\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3):y=\frac{4\sqrt{6}}{9}x$.

Câu 15: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y=(4\ln 2)x-8\ln 2+4$. **B.** $y=4(1+\ln 2)x-8\ln 2-4$.

C. $y=2x$. **D.** $y=4x-4$.

Câu 16: Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C). Tiếp tuyến của (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B. Giá trị nhỏ nhất của chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB bằng

A. 4π. **B.** $4\sqrt{2}\pi$. **C.** 8π. **D.** 2π.

Câu 17: Cho hàm số $y=\frac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tạo với hai tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

A. $\Delta:y=-x-3$ và $\Delta:y=-x+2$. **B.** $\Delta:y=-x-1$ và $\Delta:y=-x+17$.

C. $\Delta:y=-x-1$ và $\Delta:y=-x+7$. **D.** $\Delta:y=-x-21$ và $\Delta:y=-x+7$.

Câu 18: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tiếp xúc với (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $y=-2$. **B.** $y=-4$. **C.** $y=-2x$. **D.** $y=-2x+1$.

Câu 19: Cho hàm số: $y=x^4-2x^2$ có đồ thị là (C). Tìm những điểm N trên đường thẳng $(d):y=3$ để từ N kẻ được 4 tiếp tuyến đến (C).

A. $N(n;3), n>\sqrt{2}$. **B.** $N(n;3), |n|<\sqrt{13}$.

C. $N(n;3), |n|>\sqrt{3}$. **D.** $N(n;3), n>\sqrt{3}$.

Câu 20: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Biết khoảng cách từ $I(-1;2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất thì tung độ của điểm M nằm ở góc phần tư thứ hai, gần giá trị nào nhất?

A. $2e$. **B.** e. **C.** $4e$. **D.** $3e$.

Câu 21: Cho hàm số $y=-x^3+3x-2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y=2x+1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-3x-2$. **D.** $y=3x-2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm M thuộc (C) biết tiếp tuyến đó cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A, B sao cho côsin góc $\widehat{ABI}$ bằng $\dfrac{4}{\sqrt{17}}$, với $I(2;2)$.

A. $y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$.
B. $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{7}{2}$.
C. $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$.
D. $y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{7}{2}$.

Câu 23: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{4x-3}{2x+1}$ cùng với 2 tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng:
A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 24: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm I của hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến tùy ý của đồ thị (C). Khi đó giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là
A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Một tiếp tuyến của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B và $AB=2\sqrt{2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng
A. $-\sqrt{2}$. **B.** -2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** -1.

Câu 26: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$, có đồ thị là (C). Tìm trên đường thẳng $y=2$ những điểm mà qua đó ta kẻ được 4 tiếp tuyến phân biệt với đồ thị (C).
A. $M(0;2), M(1;2)$.
B. $M(0;2), M(3;2)$.
C. $M(5;2), M(1;2)$.
D. Không tồn tại.

Câu 27: Trong 3 đường thẳng $(d_1): y=7x-9$, $(d_2): y=5x+29$, $(d_3): y=-5x-5$ có bao nhiêu đường thẳng là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2x-4$.
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Câu 28: Viết phương trình tiếp tuyến của (C): $y=-x^4+4x^2-3$ đi qua điểm cực tiểu của đồ thị.
A. $y=-3; y=-\dfrac{16}{3\sqrt{3}}x-\dfrac{5}{9}; y=\dfrac{16}{3\sqrt{3}}x-\dfrac{59}{9}$.
B. $y=-9; y=-\dfrac{16}{\sqrt{3}}x-\dfrac{5}{9}; y=\dfrac{16}{3\sqrt{3}}x-\dfrac{59}{9}$
.
C. $y=-3; y=-\dfrac{16}{3\sqrt{3}}x-\dfrac{59}{9}; y=\dfrac{16}{3\sqrt{3}}x-\dfrac{59}{9}$.
D. $y=-3; y=-\dfrac{16}{\sqrt{3}}x-\dfrac{59}{9}; y=\dfrac{16}{3\sqrt{3}}x-\dfrac{59}{9}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$, $c<0$ có đồ thị (C) cắt Oy ở A và có đúng hai điểm chung với trục Ox là M và N. Tiếp tuyến với đồ thị tại M đi qua A. Tìm $a;b;c$ để $S_{AMN}=1$.
A. $a=4, b=5, c=-2$.
B. $a=4, b=5, c=2$.
C. $a=-4, b=6, c=-2$.
D. $a=-4, b=5, c=-2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 30: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2}{x+2}$ có đồ thị là (C). Tìm trên đường thẳng $y=x$ những điểm mà từ đó có thể kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C), đồng thời 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. $m=-6\pm\sqrt{23}$. **B.** $m=-5\pm\sqrt{23}$. **C.** $m=-5\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=-5\pm\sqrt{53}$

.

Câu 31: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(-1;3)$.

A. $y=3;y=-3x$. **B.** $y=13;y=-3x$.

C. $y=3;y=-3x+1$. **D.** $y=3x-1;y=-3x$.

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị (C). Gọi $M(x_0;y_0)$ (với $x_0>1$) là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính giá trị của $S=x_0+4y_0$.

A. $S=\dfrac{23}{4}$. **B.** $S=2$. **C.** $S=8$. **D.** $S=\dfrac{17}{4}$.

Câu 33: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2}{2-x}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}x+1$.

A. $(d):y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{2},y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$. **B.** $(d):y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{2},y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

C. $(d):y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{7}{2},y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$. **D.** $(d):y=-\dfrac{3}{4}x,y=-\dfrac{3}{4}x-1$.

Câu 34: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=x^4-1$ và d là một tiếp tuyến của (C), d cắt hai trục tọa độ tại A và B. Viết phương trình tiếp tuyến d khi tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất (O là gốc tọa độ).

A. $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{12}}x-\dfrac{8}{5}$. **B.** $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{5}}x-\dfrac{7}{5}$.

C. $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{125}}x-\dfrac{8}{5}$. **D.** $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{15}}x-\dfrac{8}{5}$.

Câu 35: Cho hàm số $y=-\dfrac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Gọi M là một điểm thuộc (C) có khoảng cách từ M đến trục hoành bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục tung, M không trùng với gốc tọa độ O. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại M.

A. $y=-12$. **B.** $y=-8$. **C.** $y=-9$. **D.** $y=-64$.

Câu 36: Cho hàm số $y=\dfrac{x^4}{4}-2x^2+4$, có đồ thị là (C). Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hoành độ $x=a$. Tìm a để (d) cắt lại (C) tại hai điểm E,F khác M và trung điểm I của đoạn EF nằm trên parabol $(P'):y=-x^2+4$.

A. $a=0$. **B.** $a=-1$. **C.** $a=2$. **D.** $a=1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 37: Gọi S là tập hợp các điểm thuộc đường thẳng $y=2$ mà qua mỗi điểm thuộc S đều kẻ được hai tiếp tuyến phân biệt tới đồ thị hàm số $y=\dfrac{x^2}{x-1}$ đồng thời hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau. Tính tổng hoành độ T của tất cả các điểm thuộc S.

A. $T=2$. **B.** $T=3$. **C.** $T=-1$. **D.** $T=2\sqrt{3}$.

Câu 38: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua giao điểm hai đường tiệm cận của (C).

A. Không tồn tại. **B.** $y=3x-2$. **C.** $y=4x-3$. **D.** $y=2x-1$.

Câu 39: Cho hàm số $y=-\dfrac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(2;-2)$.

A. $y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{5}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$. **C.** $y=-\dfrac{3}{4}x+\dfrac{1}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{7}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+1=0$.

A. $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{3}{4}; y=\dfrac{3}{4}x+1$. **B.** $y=\dfrac{3}{4}x-3; y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$.

C. $y=\dfrac{3}{4}x-9; y=\dfrac{3}{4}x+7$. **D.** $y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{3}{4}; y=\dfrac{3}{4}x+\dfrac{5}{4}$.

Câu 41: **– 2017]** Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(2;5)$ cắt hai đường tiệm cận tại E và F. Khi đó độ dài EF bằng.

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Câu 42: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2x-3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $d=\sqrt{5}$. **B.** $d=1$. **C.** $d=\sqrt{2}$. **D.** $d=\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 43: Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{1}{3}x-5$ và tiếp điểm có hoành độ dương.

A. $y=-3x-2$. **B.** $y=-3x+10$. **C.** $y=-3x+2$. **D.** $y=-3x+6$.

Câu 44: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C). Gọi điểm $M(x_0;y_0)$ với $x_0>-1$ là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A, B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d: 4x+y=0$. Hỏi giá trị của x_0+2y_0 bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{5}{2}$. **C.** $-\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 45: Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến tại M cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Giá trị của $4x_0+y_0$ bằng

A. -1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 1.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$, $(a\in K)$.

A. $y=f(a)(x-a)+f'(a)$. **B.** $y=f'(a)(x-a)-f(a)$.

C. $y=f'(a)(x-a)+f(a)$. **D.** $y=f'(a)(x+a)+f(a)$.

Câu 47: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với IM, I là tâm đối xứng của (C).

A. $y=-x+1, y=-x+4$. **B.** $y=-x+3, y=-x+5$.

C. $y=-x+1, y=-x+3$. **D.** $y=-x+1, y=-x+5$.

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

A. $y=x-2$. **B.** $y=-x-2$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=-x+1$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $[f(1+2x)]^2=x-[f(1-x)]^3$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=-x+\dfrac{6}{7}$. **B.** $y=\dfrac{1}{7}x-\dfrac{8}{7}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{8}{7}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{7}x-\dfrac{6}{7}$.

Câu 50: Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+x+1$.

A. $y=x+1$ **B.** $y=-2x+1$ **C.** $y=-x+1$ **D.** $y=2x+1$

Câu 51: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến tại một điểm M bất kỳ của (C) luôn cắt hai tiệm cận của (C) tại A và B. Độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 4.

Câu 52: Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d có hệ số góc dương **B.** d song song với đường thẳng $y=3$

C. d song song với đường thẳng $x=3$ **D.** d có hệ số góc âm

Câu 53: Cho hàm số $y=x^4+2x^2+1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(1;4)$ là:

A. $y=x+3$. **B.** $y=8x+4$. **C.** $y=-8x+12$. **D.** $y=8x-4$.

Câu 54: Cho hàm số $y=-x^3+3x+2$ có đồ thị là (C). Đồ thị (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng?

A. 3. **B.** -1. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 55: Gọi M là giao điểm của trục tung với đồ thị hàm số $(C): y=\sqrt{x^2+x+1}$. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y=\dfrac{1}{2}x+1$. **B.** $y=-\dfrac{1}{2}x+1$. **C.** $y=-x+1$. **D.** $y=x+1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 56: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị hàm số (C) tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị (C) đến Δ bằng?

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Câu 57: Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}$ và d_1, d_2 là hai tiếp tuyến của (C) song song với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa d_1 và d_2 là

A. 3. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\left[f(2x+1)\right]^2+\left[f(1-x)\right]^3=x$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=\dfrac{1}{7}x-\dfrac{5}{7}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{6}{7}$. **C.** $y=\dfrac{1}{7}x-\dfrac{6}{7}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{8}{7}$.

Câu 59: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3-4x+1$ tại điểm có hoành độ bằng 2 có phương trình là:

A. $y=8x+15$. **B.** $y=8x-15$. **C.** $y=-8x+17$. **D.** $y=8x-16$.

Câu 60: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{2}x^4-3x^2+\dfrac{3}{2}$ (C). Tìm phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $A\left(0;\dfrac{3}{2}\right)$ và tiếp xúc với đồ thị (C).

A. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\dfrac{3}{2}\\ \Delta: y=-2\sqrt{2}x+\dfrac{3}{2}\\ \Delta: y=2\sqrt{2}x+\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\dfrac{3}{2}x\\ \Delta: y=-\sqrt{2}x+\dfrac{3}{2}\\ \Delta: y=\sqrt{2}x+\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\dfrac{3}{2}x+1\\ \Delta: y=-2x+\dfrac{1}{2}\\ \Delta: y=2x+\dfrac{1}{2}\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\dfrac{3}{2}\\ \Delta: y=-\sqrt{2}x+\dfrac{3}{2}\\ \Delta: y=2x+\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$

Câu 61: Viết phương trình tiếp tuyến d tiếp xúc với đồ thị (H): $y=\left(x^2-1\right)^2$ của hàm số tại đúng 2 điểm phân biệt.

A. $y=0$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2x$.

Câu 62: Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng $d: y=-x+1$ một góc α thỏa $\cos\alpha=\dfrac{5}{\sqrt{41}}$.

A. Đáp án khác.

B. $y=-\dfrac{1}{9}\left(x-\dfrac{9\pm\sqrt{321}}{9}\right)+34$.

C. $y=-\dfrac{1}{9}\left(x-\dfrac{9\pm\sqrt{321}}{9}\right)+7$.

D. $y=-\dfrac{1}{9}\left(x-\dfrac{9\pm\sqrt{321}}{9}\right)+9$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 63: Cho hàm số: $y=-4x^3+3x+2$, có đồ thị là (C). Tìm những điểm trên đường thẳng $y=3$ để từ đó có thể vẽ được ba đường thẳng tiếp xúc với đồ thị (C).

A. $m<-1$ hoặc $\frac{1}{3}<m\neq 2$. **B.** $m<-1$ hoặc $\frac{1}{3}<m\neq\frac{1}{2}$.

C. $m<-2$ hoặc $\frac{1}{3}<m\neq\frac{1}{2}$. **D.** $m<-3$ hoặc $1<m\neq\frac{1}{2}$.

Câu 64: Cho hàm số $y=-\frac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(2;9)$.

A. $y=-x+2$. **B.** $y=-8x+5$. **C.** $y=x+25$. **D.** $y=-8x+25$.

Câu 65: Cho hàm số $y=-\frac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất.

A. $y=5x-\frac{25}{12}$. **B.** $y=\frac{9}{4}x-\frac{25}{12}$. **C.** $y=\frac{7}{2}x+\frac{5}{12}$. **D.** $y=\frac{9}{2}x-\frac{25}{12}$.

Câu 66: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+6x+5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $y=3x+3$. **B.** $y=3x+12$. **C.** $y=3x+6$. **D.** $y=3x+9$.

Câu 67: Cho đường cong (C) có phương trình $y=\frac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y=-2x-1$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=2x-1$. **D.** $y=x-2$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN (CÓ THAM SỐ)

Câu 68: Tìm m để $(C_m):y=\frac{x^3}{3}-\frac{1}{2}(m+2)x^2+2mx+1$ tiếp xúc với đường thẳng $y=1$.

A. $m\in\{0;4;6\}$. **B.** $m\in\left\{0;\frac{2}{3};6\right\}$. **C.** $m\in\left\{0;\frac{2}{3};2\right\}$. **D.** $m\in\left\{4;\frac{2}{3};6\right\}$.

Câu 69: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y=2x+m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y=\frac{2x-3}{x-1}$.

A. $m\neq\pm 2$. **B.** $m=\pm 2\sqrt{2}$. **C.** $m\neq 2\sqrt{2}$. **D.** $m=\pm\frac{\sqrt{2}}{2}+1$.

Câu 70: Cho hàm số $y=\frac{x^4}{4}-2x^2+4$, có đồ thị là (C). Tìm tham số m để đồ thị (C) tiếp xúc với parabol $(P):y=x^2+m$.

A. $m=4;m=2$. **B.** $m=4;m=20$. **C.** $m=124;m=2$. **D.** $m=14;m=20$.

Câu 71: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(m^2-1)x-m^3$, với m là tham số; gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Xác định hệ số góc k của đường thẳng d.

A. $k=-3$. **B.** $k=3$. **C.** $k=-\frac{1}{3}$. **D.** $k=\frac{1}{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 72: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + 2m$ (C_m). Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để từ điểm $M(1;2)$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến với (C_m). Tổng tất cả các phần tử của tập S là? :

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{81}{109}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{217}{81}$

Câu 73: Cho hàm số $y = \frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm trên (C) những điểm M sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A,B sao cho AB ngắn nhất.

A. $M(4;\frac{5}{2})$ hoặc $M(-1;\frac{5}{3})$. **B.** $M(3;3)$ hoặc $M(1;1)$.

C. $M(3;3)$ hoặc $M(-1;\frac{5}{3})$. **D.** $M(-1;\frac{5}{3})$ hoặc $M(1;1)$.

Câu 74: Cho hàm số $y = x^3 + 3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m;0)$ sao cho từ M vẽ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C), trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng.

A. $m \in \left(-\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $m \in \left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m \in \left(-1;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $m \in \left(\frac{1}{2};1\right)$.

Câu 75: Cho hàm số $y = \frac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C), đường thẳng $d: y = x + m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A, B. Gọi k_1, k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A, B. Tìm m để tổng $k_1 + k_2$ đạt giá trị lớn nhất.

A. $m = -5$. **B.** $m = -1$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = 3$.

Câu 76: Cho hàm số $(C_m): y = x^3 - 2x^2 + (m-1)x + 2m$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để từ điểm $M(1;2)$ có thể vẽ đến (C_m) đúng hai tiếp tuyến.

A. $\frac{4}{3} < m < \frac{109}{81}$. **B.** $m > \frac{109}{81}$.

C. $m = \frac{4}{3}$ hoặc $m = \frac{109}{81}$. **D.** $m < \frac{4}{3}$.

Câu 77: Tìm tham số m để đồ thị (C_m) của hàm số $y = x^3 - 4mx^2 + 7mx - 3m$ tiếp xúc với parabol $(P): y = x^2 - x + 1$.

A. $m \in \left\{2;-\frac{1}{4};1\right\}$. **B.** $m \in \left\{5;-\frac{1}{4};78\right\}$. **C.** $m \in \left\{2;-\frac{3}{4};1\right\}$. **D.** $m \in \{2;-7;1\}$.

Câu 78: Cho hàm số $y = \frac{2mx+3}{x-m}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Tìm m để tiếp tuyến tại một diểm bất kì của (C) cắt hai tiệm cận tại A và B sao cho ΔIAB có diện tích $S = 22$.

A. $m = \pm 5$. **B.** $m = \pm 6$. **C.** $m = \pm 7$. **D.** $m = \pm 4$.

Câu 79: Cho hàm số $y = \frac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ có đồ thị là (C_m). Tìm các giá trị m sao cho trên đồ thị (C_m) tồn tại đúng hai điểm có hoành độ dương mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $(d): x + 2y - 3 = 0$.

A. $m \in \left(0;\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$. **B.** $m \in \left(0;\frac{1}{2}\right) \cup \left(\frac{1}{2};\frac{5}{3}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $m\in\left(0;\frac{1}{2}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{8}{3}\right)$. **D.** $m\in\left(0;\frac{1}{3}\right)\cup\left(\frac{1}{2};\frac{2}{3}\right)$.

Câu 80: Đường thẳng $x+y=2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y=-x^3+2x+4$ khi m bằng

A. 1 hoặc 3. **B.** -1 hoặc 3. **C.** -3 hoặc -1. **D.** -3 hoặc 1.

Câu 81: Cho hàm số $y=\frac{x+b}{ax-2}\ (ab\neq -2)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d:3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -2.

Câu 82: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(m-1)x+2m$ có đồ thị là (C_m). Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta:y=3x+2018$.

A. $m=2$. **B.** $m=-\frac{1}{3}$. **C.** $m=\frac{7}{3}$. **D.** $m=1$.

Câu 83: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=x^4-(m+1)x^2+4m$. Tìm tham số m để (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $(d):y=3$ tại hai điểm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=13\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=13\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=16\end{array}\right.$.

Câu 84: Tìm m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$ tiếp xúc với parabol $y=x^2+m$.

A. $m=-2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=3$.

Câu 85: Cho đồ thị $(C):y=x^3-3x^2-9x+10$ và điểm $A(m;-10)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để có đúng 2 tiếp tuyến của (C) qua A. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\frac{19}{4}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Câu 86: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng $d:y=mx-m-3$ cắt đồ thị $(C):y=2x^3-3x^2-2$ tại ba điểm phân biệt A, B, $I(1;-3)$ mà tiếp tuyến với (C) tại A và tại B vuông góc với nhau. Tính tổng các phần tử của S.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Câu 87: Tìm tham số m để đồ thị $(C):y=-x^3+2(m+1)x^2-5mx+2m$ của hàm số tiếp xúc với trục hoành.

A. $m\in\left\{0;1;2;\frac{4}{3}\right\}$. **B.** $m\in\{0;1;2\}$. **C.** $m\in\left\{1;2;\frac{4}{3}\right\}$. **D.** $m\in\left\{0;1;\frac{4}{3}\right\}$.

Câu 88: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+1-m$. Có bao nhiêu giá trị thực của m để đồ thị tiếp xúc với Ox

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Câu 89: Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C) và điểm $A(0;m)$. Xác định m để từ A kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm tương ứng nằm về hai phía đối với trục Ox.

A. $\begin{cases}m\neq 1\\m>-1\end{cases}$. **B.** $\begin{cases}m\neq 1\\m>-\frac{2}{3}\end{cases}$. **C.** $\begin{cases}m\neq 1\\m>-\frac{1}{3}\end{cases}$. **D.** $\begin{cases}m\neq 1\\m>-\frac{2}{5}\end{cases}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 90: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d\ (a\neq 0)$ có đồ thị (C), tiếp tuyến của (C) có hệ số góc đạt giá trị bé nhất khi nào?

A. $a>0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\dfrac{b}{3a}$ **B.** $a>0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\dfrac{b}{3a}$

C. $a<0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\dfrac{b}{3a}$ **D.** $a<0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\dfrac{b}{3a}$

Câu 91: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=x^4-3(m+1).x^2+3m+2$, m là tham số. Tìm các giá trị ***dương*** của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt và tiếp tuyến của (C_m) tại giao điểm có hoành độ lớn nhất hợp với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 24.

A. $m=\dfrac{2}{3}$. **B.** $m=7$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\dfrac{1}{3}$.

Câu 92: Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x}{2}+\sqrt{x^2+x+1}$. Gọi $M(0;m)$ là điểm nằm trên trục tung mà từ đó kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị (C). Biết tập hợp các giá trị của m là nửa khoảng $(a;b]$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 1. **B.** $-\dfrac{1}{2}$. **C.** $\dfrac{1}{2}$. **D.** -1.

Câu 93: Đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đồ thị (C): $y=-2x^4+4x^2-1$ tại hai điểm phân biệt. Tìm tung độ tiếp điểm.

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 94: Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+(m+1)x+1$ có đồ thị (C). Biết rằng khi $m=m_0$ thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng $x_0=-1$ đi qua $A(1;3)$. Khẳng định nào sâu đây đúng?

A. $0<m_0<1$ **B.** $1<m_0<2$ **C.** $-2<m_0<-1$ **D.** $-1<m_0<0$

Câu 95: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-(m+3)x^2+(3m+2)x-2m$ tiếp xúc với trục Ox.

A. $m=-2;\ m=-1$. **B.** $m=-2;\ m=1$.

C. $m=2;\ m=1$. **D.** $m=2;\ m=1$.

Câu 96: Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox. Tìm tổng các phần tử của S.

A. -2. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 3.

Câu 97: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+mx+m+1$ và (d) là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x=-1$. Tìm m để (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{8}{3}$.

A. $\left[\begin{array}{l} m=0\vee m=\dfrac{5}{3} \\ m=\dfrac{-19\pm\sqrt{73}}{6} \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=0\vee m=-\dfrac{5}{3} \\ m=\dfrac{-9\pm\sqrt{3}}{6} \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=0\vee m=-\dfrac{5}{3} \\ m=\dfrac{-19\pm\sqrt{73}}{6} \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=0\vee m=-\dfrac{5}{3} \\ m=\dfrac{-9\pm\sqrt{73}}{6} \end{array}\right.$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 98: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C). Cho điểm $A(0;a)$. Tìm a để từ A kẻ được 2 tiếp tuyến tới đồ thị (C) sao cho 2 tiếp điểm tương ứng nằm về 2 phía của trục hoành.

A. $-\dfrac{1}{3}<a\neq 1$. **B.** $-\dfrac{2}{3}<a\neq 2$. **C.** $-1<a\neq 1$. **D.** $-\dfrac{2}{3}<a\neq 1$.

Câu 99: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}mx^3+(m-1)x^2+(4-3m)x+1$ có đồ thị là (C_m). Tìm các giá trị m sao cho trên đồ thị (C_m) tồn tại một điểm duy nhất có hoành độ âm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $(d):x+2y-3=0$.

A. $m<12$ hoặc $m>\dfrac{2}{3}$. **B.** $m<0$ hoặc $m>1$.

C. $m<1$ hoặc $m>\dfrac{1}{3}$. **D.** $m<0$ hoặc $m>\dfrac{2}{3}$.

Câu 100: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+mx+m+1$ và (d) là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x=-1$. Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;8)$.

A. $m=3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Câu 101: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $(C_m):y=\dfrac{x^2-x+m}{x-1}$ với $m\neq 0$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt A,B sao cho tiếp tuyến tại 2 điểm A,B vuông góc với nhau.

A. $m=-\dfrac{4}{7}$. **B.** $m=-\dfrac{1}{5}$. **C.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **D.** $m=\dfrac{1}{5}$.

Câu 102: Cho hàm số $y=\dfrac{x+3}{x-1}$, có đồ thị là (C). Tìm trên đường thẳng $d:y=2x+1$ các điểm từ đó kẻ được duy nhất một tiếp tuyến tới (C).

A. $\left[\begin{array}{l}M(4;9)\\M(-1;-1)\\M(2;5)\\M(1;3)\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}M(0;1)\\M(-1;-1)\\M(3;7)\\M(-2;-3)\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}M(0;1)\\M(-1;-1)\\M(2;5)\\M(1;3)\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}M(5;11)\\M(-1;-1)\\M(7;15)\\M(1;3)\end{array}\right.$.

Câu 103: Cho hàm số $y=f(x)=-x^3+6x^2+2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m;2)$. Gọi S là tập các giá trị thực của m để qua M kẻ được đúng hai tiếp tuyến với đồ thị (C). Tổng các phần tử của S là

A. $\dfrac{12}{3}$ **B.** $\dfrac{20}{3}$ **C.** $\dfrac{19}{3}$ **D.** $\dfrac{23}{3}$

Câu 104: Cho đồ thị $(C):y=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$?

A. 16. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 17.

Câu 105: Tìm m để đồ thị hai đồ thị hàm số $(C_1):y=mx^3+(1-2m)x^2+2mx$ và $(C_2):y=3mx^3+3(1-2m)x+4m-2$ tiếp xúc với nhau.

A. $m=\dfrac{1}{2},m=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{12}$. **B.** $m=\dfrac{1}{2},m=\dfrac{8\pm\sqrt{6}}{12}$.

C. $m=\dfrac{5}{2},m=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{12}$. **D.** $m=\dfrac{1}{2},m=\dfrac{3\pm\sqrt{6}}{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 106: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{2x+m}{x-2}$, m là tham số khác -4 và (d) là một tiếp tuyến của (C). Tìm m để (d) tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 2.

A. $\left[\begin{array}{l} m=-6 \\ m=-5 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=5 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=6 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-5 \end{array}\right.$.

Câu 107: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến với (C) tại A và B lần lượt có hệ số góc là k_1, k_2 thoả mãn $\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}+2\left(k_1+k_2\right)=2018 k_1^{2018} k_2^{2018}$. Tổng các giá trị của tất cả các phần tử của S bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2018

Câu 108: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của d và (C). Khi đó $k_1.k_2$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\dfrac{1}{4}$.

Câu 109: Tìm tất cả các điểm trên Oy sao cho từ đó ta có thể vẽ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y=x+\sqrt{4x^2+2x+1}$.

A. $M(0;m)$ với $-1<m\le 5$. **B.** $M(0;m)$ với $-2<m\le 1$.

C. $M(0;m)$ với $-\dfrac{1}{2}<m\le 5$. **D.** $M(0;m)$ với $-\dfrac{1}{2}<m\le 1$.

Câu 110: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ có đồ thị (C) và điểm $A(m;2)$. Tìm tập hợp S là tập tất cả các giá trị thực của m để có ba tiếp tuyến của (C) đi qua A.

A. $S=(-\infty;-1)\cup\left(\dfrac{5}{3};3\right)\cup(3;+\infty)$. **B.** $S=(-\infty;-1)\cup\left(\dfrac{4}{3};2\right)\cup(2;+\infty)$.

C. $S=(-\infty;-2)\cup\left(\dfrac{5}{3};2\right)\cup(2;+\infty)$. **D.** $S=(-\infty;-1)\cup\left(\dfrac{5}{3};2\right)\cup(2;+\infty)$.

Câu 111: Cho hàm số $y=\dfrac{2x}{x+2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), để khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị (C) đến tiếp tuyến là lớn nhất.

A. $y=x$ và $y=x+9$. **B.** $y=3x$ và $y=x+8$.

C. $y=x$ và $y=x+8$. **D.** $y=2x$ và $y=x+8$.

Câu 112: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Tìm trên hai nhánh của đồ thị (C), các điểm M , N sao cho các tiếp tuyến tại M và N cắt hai đường tiệm cận tại 4 điểm lập thành một hình thang.

A. $M\left(3;\dfrac{7}{2}\right), N\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $M(2;5), N\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$.

C. Với mọi M , N. **D.** $M(2;5), N(0;-1)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 113: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$. $M(0;m)$ là một điểm thuộc trục Oy. Tìm tất cả các giá trị nào của m để luôn tồn tại ít nhất một tiếp tuyến của (C) đi qua M và tiếp điểm của tiếp tuyến này với (C) có hoành độ dương.

A. $m\ge 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>0$.

Câu 114: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến với (C) tại A và B lần lượt có hệ số góc là k_1, k_2 thoả mãn $\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}+2(k_1+k_2)=2018k_1^{2018}k_2^{2018}$. Tổng các giá trị của tất cả các phần tử của S bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2018

Câu 115: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2018;2018]$ để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành?

A. 2017. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2019.

Câu 116: Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị $y=x^3-mx+m-1$ tại điểm M có hoành độ $x=-1$ cắt đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2+(y-3)^2=4$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $m=6$. **B.** $m=8$. **C.** $m=2$. **D.** $m=3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN, SỰ TIẾP XÚC

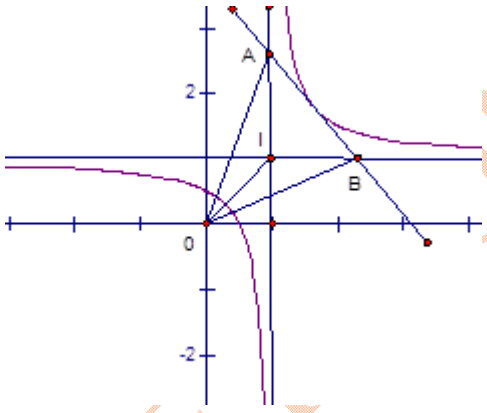
DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN (KHÔNG THAM SỐ)

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị là (C). Gọi $M\left(x_0;y_0\right)$ (với $x_0>1$) là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính $S=x_0-4y_0$.

A. $S=-2$. **B.** $S=\dfrac{7}{4}$. **C.** $S=\dfrac{13}{4}$. **D.** $S=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



(Vì $\widehat{OIA}=\widehat{OIB}$)

Ta có $S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}OI.IB.\sin\widehat{OIB}=8\dfrac{1}{2}OI.IA.\sin\widehat{OIA}\Leftrightarrow IB=8IA\Leftrightarrow\dfrac{IA}{IB}=\dfrac{1}{8}$.

Suy ra hệ số góc của tiếp tuyến tại M là $|k|=\dfrac{1}{8}\Rightarrow y'=\dfrac{-2}{(2x-2)^2}=-\dfrac{1}{8}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=3\Rightarrow y=\dfrac{5}{4}\\x=-1\Rightarrow y=\dfrac{3}{4}\end{array}\right.$.

Với $x_\circ=3,y_\circ=\dfrac{5}{4}\Rightarrow S=x_\circ-4y_\circ=3-5=-2$.

Câu 2: Cho hàm số $y=x^3-2018x$ có đồ thị là (C). $M_1(x_1;y_1)\in(C)$ có hoành độ bằng 1. Tiếp tuyến của (C) tại $M_1(x_1;y_1)$ cắt (C) tại $M_2(x_2;y_2)$ khác M_1. Tiếp tuyến của (C) tại $M_2(x_2;y_2)$ cắt (C) tại $M_3(x_3;y_3)$ khác M_2…Tiếp tuyến của (C) tại M_{n-1} cắt (C) tại $M_n(x_n;y_n)$ khác M_{n-1}. Tính $\dfrac{y_{2018}}{x_{2018}}$?

A. $2^{2017}-2018$. **B.** $4^{2017}-2018$. **C.** $(-2)^{2017}-2018$. **D.** $(-4)^{2017}-2018$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y'=3x^2-2018$.

Phương trình tiếp tuyến Δ_k với (C) tại $M_k(x_k;y_k)$: $y=\left(3x_k^2-2018\right)(x-x_k)+x_k^3-2018x_k$.

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ_k và (C) là:

$x^3-2018x=(3x_k^2-2018)(x-x_k)+x_k^3-2018x_k \Leftrightarrow (x-x_k)^2(x+2x_k)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_k \\ x=-2x_k \end{array}\right.$.

Khi đó, ta có: (x_n) là cấp số nhân với công bội $q=-2$, $x_1=1 \Rightarrow x_{2018}=(-2)^{2017}$

Suy ra $\dfrac{y_{2018}}{x_{2018}}=\dfrac{x_{2018}^3-2018x_{2018}}{x_{2018}}=x_{2018}^2-2018=4^{2017}-2018$.

Nhận xét: Xét hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+d$ (C).

Tiếp tuyến Δ với (C) tại điểm $M_1(x_1;y_1)$ có phương trình $y=y'(x_1)(x-x_1)+ax_1^3+bx_1^2+cx_1+d$

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C):

$ax^3+bx^2+cx+d=y'(x_1)(x-x_1)+ax_1^3+bx_1^2+cx_1+d \Leftrightarrow a(x-x_1)^2(x-x_2)=0$ (1).

Áp dụng hệ thức Vi-ét ta có: $x_1+x_1+x_2=-\dfrac{b}{a} \Rightarrow x_2=-\dfrac{b}{a}-2x_1$.

Vậy tiếp tuyến Δ với (C) tại điểm $M_1(x_1;y_1)$ cắt (C) tại điểm $M_2(x_2;y_2)$ thì $x_2=-\dfrac{b}{a}-2x_1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-2$. Tìm trên đường thẳng $(d): y=2$ các điểm mà từ đó kẻ được 3 tiếp tuyến phân biệt với đồ thị.

A. $M(m;2)\in d$ với $\begin{cases} m<-1 \vee m>\dfrac{5}{3} \\ m\neq 2 \end{cases}$.

B. $M(m;2)\in d$ với $m<-7$.

C. $M(m;2)\in d$ với $\begin{cases} m<-3 \vee m>\dfrac{4}{3} \\ m\neq 2 \end{cases}$.

D. $M(m;2)\in d$ với $\begin{cases} m<-2 \vee m>\dfrac{1}{3} \\ m\neq 2 \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $M(m;2)\in(d)$.

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M có dạng: $y=k(x-m)+2$.

Δ là tiếp tuyến của $(C) \Leftrightarrow$ hệ phương trình sau có nghiệm x:

$\begin{cases} -x^3+3x^2-2=k(x-m)+2 & (1) \\ -3x^2+6x=k & (2) \end{cases}$ $(*)$.

Thay (2) và (1) ta được: $2x^3-3(m+1)x^2+6mx-4=0$

$\Leftrightarrow (x-2)\left[2x^2-(3m-1)x+2\right]=0 \Leftrightarrow x=2$ hoặc $f(x)=2x^2-(3m-1)x+2=0$ (3).

Từ M kẻ được 3 tiếp tuyến đến đồ thị $(C) \Leftrightarrow$ hệ $(*)$ có nghiệm x phân biệt đồng thời (2) có 3 giá trị k khác nhau $\Leftrightarrow (3)$ có hai nghiệm phân biệt khác 2 và có giá trị x thỏa phương trình (2) có 3 giá trị k khác nhau $\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta>0 \\ f(2)\neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m<-1 \vee m>\dfrac{5}{3} \\ m\neq 2 \end{cases}$.

Vậy $M(m;2)\in d$ với $\begin{cases} m<-1 \vee m>\dfrac{5}{3} \\ m\neq 2 \end{cases}$ có thể kẻ được 3 tiếp tuyến với (C).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 4: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết khoảng cách từ tâm đối xứng I đến tiếp tuyến tạo lớn nhất.

A. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$. **B.** $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$.

C. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$. **D.** $y=-\frac{1}{4}x+1$ và $y=-\frac{1}{4}x+5$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Phương trình tiếp tuyến Δ tại M

$y=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0-1}{x_0-1}$.

Gọi H là hình chiếu của I lên Δ. Ta có $d(I,\Delta)=IH$

Trong tam giác vuông IAB ta có: $\frac{1}{IH^2}=\frac{1}{IA^2}+\frac{1}{IB^2}\geq\frac{2}{IA.IB}=\frac{1}{2}$

Suy ra $IH\leq\sqrt{2}$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow IA=IB$.

Từ đó ta tìm được tiếp tuyến là: $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$.

Câu 5: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$, có đồ thị là (C). Tìm trên đồ thị (C) điểm B mà tiếp tuyến với (C) tại điểm đó song song với tiếp tuyến với (C) tại điểm $A(1;2)$.

A. $B\left(\sqrt{2};3\right)$. **B.** $B(1;2)$. **C.** $B(0;3)$. **D.** $B(-1;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $A(1;2)$ là $y=3$. Do đó $B(0;3)$.

Câu 6: Gọi (d) là tiếp tuyến của đồ thị $(C):y=\frac{2x-3}{x-2}$ tại M cắt các đường tiệm cận tại hai điểm phân biệt A,B. Tìm tọa độ điểm M sao cho đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích nhỏ nhất, với I là giao điểm hai tiệm cận.

A. $M\left(4;\frac{5}{3}\right)$ $M(3;3)$ **B.** $M(1;1)$ $M\left(4;\frac{5}{3}\right)$

C. $M(1;1)$ $M(3;3)$ **D.** $M(1;1)$ $M\left(-1;\frac{5}{3}\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)\Rightarrow y_0=\frac{2x_0-3}{x_0-2}$ và $y'_0=-\frac{1}{(x_0-2)^2}$

Phương trình tiếp tuyến (d) của (C) tại $M:y=\frac{-1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0-3}{x_0-2}$

(d) cắt hai đường tiệm cận tại hai điểm phân biệt $A\left(2;\frac{2x_0-2}{x_0-2}\right)$, $B(2x_0-2;2)$.

Dễ thấy M là trung điểm AB và $I(2;2)$ là giao điểm hai đường tiệm cận.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tam giác IAB vuông tại I nên đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB có diện tích

$$S=\pi IM^2=\pi\left[\left(x_0-2\right)^2+\left(\frac{2x_0-3}{x_0-2}-2\right)^2\right]=\pi\left[\left(x_0-2\right)^2+\frac{1}{\left(x_0-2\right)^2}\right]\geq 2\pi$$

Dấu đẳng thức xảy ra khi $\left(x_0-2\right)^2=\frac{1}{\left(x_0-2\right)^2}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=1\Rightarrow y_0=1\\x_0=3\Rightarrow y_0=3\end{array}\right.$

Vậy $M\left(1;1\right)$ $M\left(3;3\right)$ thỏa mãn bài toán.

Bài toán có thể mở rộng : Tìm những điểm trên $\left(C\right)$ có hoành độ $x>2$ sao cho tiếp tuyến tại đó tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

HD: theo trên ta có : $A\left(2;\frac{2x_0-2}{x_0-2}\right),B\left(2x_0-2;2\right)\Rightarrow IA,IB$.Chu vi tam giác AIB là

$$P=IA+IB+AB=IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}\geq 2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2.IA.IB}$$

Đẳng thức xảy ra khi $IA=IB$

Nếu trường hợp tam giác AIB không vuông thì $P=IA+IB+AB$, để tính AB ta cần đến định lý hàm số cosin $AB^2=IA^2+IB^2-2IA.IB\cos\left(\widehat{IA,IB}\right)$.

$$P=IA+IB+\sqrt{AB^2}\geq 2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{IA^2+IB^2-2IA.IB\cos\left(\widehat{IA,IB}\right)}$$

$P\geq 2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2IA.IB-2IA.IB\cos\left(\widehat{IA,IB}\right)}$. Đẳng thức xảy ra khi $IA=IB$.

Câu 7: Cho hàm số $y=x^3-3x+2$. Tìm trên đường thẳng $d:y=4$ các điểm mà từ đó kẻ được đúng 2 tiếp tuyến với $\left(C\right)$.

A. $(-1;4)$; $\left(-\frac{2}{3};4\right)$; $(2;4)$. **B.** $(-1;4)$; $(7;4)$; $(9;4)$. **C.** $(-2;4)$; $(-5;4)$; $(2;4)$. **D.** $(-1;4)$; $(7;4)$; $(2;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $M\left(m;4\right)\in d$. Phương trình đường thẳng Δ qua M có dạng: $y=k\left(x-m\right)+4$.

Δ là tiếp tuyến của $\left(C\right)\Leftrightarrow$ hệ phương trình sau có nghiệm x:

$$\begin{cases}x^3-3x+2=k(x-m)+4 & (1)\\3x^2-3=k & (2)\end{cases}(*).$$

Thay (2) vào (1) ta được: $(x+1)\left[2x^2-(3m+2)x+3m+2\right]=0\ (3)$.

$\Leftrightarrow x=-1$ hoặc $2x^2-(3m+2)x+3m+2=0\ (4)$.

Theo bài toán $\Leftrightarrow(*)$ có nghiệm x, đồng thời (2) có 2 giá trị k khác nhau, tức là phương trình (3) có nghiệm x phân biệt thỏa mãn 2 giá trị k khác nhau.

+ TH1: (4) có 2 nghiệm phân biệt, trong đó có 1 nghiệm bằng $-1\Leftrightarrow m=-1$.

+ TH2: (4) có nghiệm kép khác $-1\Leftrightarrow m=-\frac{2}{3}$ hoặc $m=2$.

Vậy các điểm cần tìm là: $(-1;4)$; $\left(-\frac{2}{3};4\right)$; $(2;4)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 8: Cho hàm số: $y=x^4-2x^2$ có đồ thị là (C). Tìm những điểm M trên trục Oy để từ M kẻ được 4 tiếp tuyến đến (C).

A. $M(0;m)$ với $0<m<\frac{1}{3}$. **B.** $M(0;m)$ với $-1<m<\frac{1}{3}$.

C. $M(0;m)$ với $0<m<\frac{2}{3}$. **D.** $M(0;m)$ với $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$M\in Oy\Rightarrow M(0;m); B\in(C)\Rightarrow B(x_0;y_0)$.

Phương trình tiếp tuyến (T) của (C) tại B là $y-(x_0^4-2x_0^2)=(4x_0^3-4x_0)(x-x_0)$.

(T) đi qua $M(0;m)$ nên $m-(x_0^4-2x_0^2)=(4x_0^4-4x_0)(-x_0)\Leftrightarrow 3x_0^4-2x_0^2+m=0$ $(*)$.

Do hệ số góc của tiếp tuyến là $k=4x_0^3-4x_0$ nên hai giá trị khác nhau của x_0 cho hai giá trị khác nhau của k nên cho hai tiếp tuyến khác nhau.

Vậy từ $M(0;m)$ kẻ được 4 tiếp tuyến đến đồ thị (C) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt.

Đặt $X=x_0^2$ ta có phương trình $3X^2-2X+m=0$ $(**)$

Phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $(**)$ có 2 nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\Delta'=1-3m>0\\ P=\frac{m}{3}>0\\ S=\frac{2}{3}>0\end{cases}\Leftrightarrow 0<m<\frac{1}{3}$$

Vậy từ những điểm $M(0;m)$ với $0<m<\frac{1}{3}$ kẻ được 4 tiếp tuyến đến đồ thị (C) của hàm số đã cho.

Câu 9: Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C) và điểm $M(x_0;y_0)\in(C)$ $(x_0\neq 0)$. Biết rằng khoảng cách từ $I(-2;2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất, mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $2x_0+y_0=-4$. **B.** $2x_0+y_0=2$. **C.** $2x_0+y_0=-2$. **D.** $2x_0+y_0=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có dạng $d: y=y'(x_0).(x-x_0)+y_0$.

Ta có $M(x_0;y_0)\in(C)\Rightarrow y_0=\frac{2x_0}{x_0+2}$

Lại có $y'=\frac{4}{(x+2)^2}\Rightarrow y'(x_0)=\frac{4}{(x_0+2)^2}$.

Do đó $d: y=\frac{4}{(x_0+2)^2}.(x-x_0)+\frac{2x_0}{x_0+2}$

$\Rightarrow d: y(x_0+2)^2=4x-4x_0+2x_0(x_0+2)\Rightarrow d: 4x-(x_0+2)^2y+2x_0^2=0$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Rightarrow d(I;d)=\frac{\left|-8-2(x_0+2)^2+2x_0^2\right|}{\sqrt{4^2+(x_0+2)^4}}=\frac{\left|-16-8x_0\right|}{\sqrt{(x_0+2)^4+16}}=\frac{8}{\sqrt{(x_0+2)^2+\frac{16}{(x_0+2)^2}}}.$$

Áp dụng bất đẳng thức Côsi ta có

$$(x_0+2)^2+\frac{16}{(x_0+2)^2}\geq 2\sqrt{(x_0+2)^2.\frac{16}{(x_0+2)^2}}=8>0\Rightarrow d(I;d)\leq 1.$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow (x_0+2)^2=\frac{16}{(x_0+2)^2}\Leftrightarrow (x_0+2)^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=-4\end{array}\right.$

Bài ra $x_0\neq 0$ nên $x_0=-4\Rightarrow y_0=4\Rightarrow 2x_0+y_0=-4$.

Câu 10: Tiếp tuyến tại điểm cực tiểu của đồ thị hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x-5$

A. Song song với trục hoành. **B.** Có hệ số góc bằng -1.
C. Song song với đường thẳng $x=1$. **D.** Có hệ số góc dương.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=x^2-4x+3,\ y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$. Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số là $(3;-5)$.

Suy ra tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm cực tiểu có phương trình là $y=-5$.

Chú ý: Gọi x_0 là điểm cực trị của hàm số. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm cực trị của đồ thị hàm số có hệ số góc là $k=y'(x_0)=0$ nên tiếp tuyến luôn song song (hoặc trùng) với trục hoành.

Câu 11: Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị (C). Giả sử tồn tại phương trình tiếp tuyến của (C), biết khoảng cách từ tâm đối xứng đến tiếp tuyến lớn nhất, thì hoành độ tiếp điểm lúc này là:

A. $x_0=1,x_0=-3$. **B.** $x_0=0,x_0=-3$. **C.** $x_0=1,x_0=-4$. **D.** $x_0=0,x_0=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số xác định với mọi $x\neq -2$.

Ta có: $y'=\frac{4}{(x+2)^2}$

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$. Tiếp tuyến Δ của (C) tại M có phương trình

$$y=\frac{4}{(x_0+2)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0}{x_0+2}=\frac{4}{(x_0+2)^2}x+\frac{2x_0^2}{(x_0+2)^2}$$

Ta có tâm đối xứng $I(-2;2)$

Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến $\Delta:\frac{4}{(x_0+2)^2}x-y+\frac{2x_0^2}{(x_0+2)^2}=0$:

$$d=\frac{8|x_0+2|}{\sqrt{(x_0+2)^4+16}}=8\sqrt{\frac{t}{t^2+16}},\text{ với } t=(x_0+2)^2\geq 0$$

Do $\frac{t}{t^2+16}\leq\frac{t}{2\sqrt{16t^2}}=\frac{1}{16}\Rightarrow d\leq 2$

Đẳng thức xảy ra khi $t^2=16\Leftrightarrow t=4\Leftrightarrow(x_0+2)^2=4\Leftrightarrow x_0=0,x_0=-4$.

Câu 12: Cho hàm số $y=\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x$ có đồ thị là (C). Tìm phương trình các đường thẳng đi qua điểm $A\left(\frac{4}{9};\frac{4}{3}\right)$ và tiếp xúc với đồ thị (C) của hàm số.

A. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}x\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{8}{81}\end{array}\right.$.

B. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=3x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}x+1\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{128}{81}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{1}{81}\end{array}\right.$

D. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=3x\\ \Delta: y=\frac{4}{3}\\ \Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{128}{81}\end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng Δ đi qua A với hệ số góc k có dạng: $y=k\left(x-\frac{4}{9}\right)+\frac{4}{3}$

Δ tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ x khi hệ phương trình

$\left\{\begin{array}{ll}\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x=k\left(x-\frac{4}{9}\right)+\frac{4}{3} & (1)\\ x^2-4x+3=k & (2)\end{array}\right.$ có nghiệm x

Thế (2) vào (1), được: $\frac{1}{3}x^3-2x^2+3x=(x^2-4x+3)\left(x-\frac{4}{9}\right)+\frac{4}{3}\Leftrightarrow x(3x^2-11x+8)=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\overset{(2)}{\Rightarrow}k=3\Rightarrow\Delta: y=3x\\ x=1\overset{(2)}{\Rightarrow}k=0\Rightarrow\Delta: y=\frac{4}{3}\\ x=\frac{8}{3}\overset{(2)}{\Rightarrow}k=-\frac{5}{9}\Rightarrow\Delta: y=-\frac{5}{9}x+\frac{128}{81}\end{array}\right.$

Câu 13: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tạo với hai tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

A. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$.

B. $y=-\frac{1}{4}x+3$ và $y=-\frac{1}{4}x+1$.

C. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+1$.

D. $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Phương trình tiếp tuyến Δ tại M

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y=\frac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0-1}{x_0-1}$.

Tiếp tuyến Δ cắt tiệm cận đứng tại $A(1;\frac{2x_0}{x_0-1})$, cắt đường tiệm cận ngang tại $B(2x_0-1;2)$.

Tâm đối xứng $I(1;2)$

Suy ra $IA=\frac{2}{|x_0-1|}, IB=2|x_0-1| \Rightarrow IA.IB=4$

Chu vi tam giác IAB: $p=AB+IA+IB=\sqrt{IA^2+IB^2}+IA+IB$

Mặt khác: $IA^2+IB^2\geq 2IA.IB=8$; $IA+IB\geq 2\sqrt{IA.IB}=4$

Nên $p\geq 2\sqrt{2}+4$. Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow IA=IB$

$\Leftrightarrow (x_0-1)^2=4\Leftrightarrow x_0=3, x_0=-1$.

Từ đó ta tìm được tiếp tuyến là: $y=-\frac{1}{4}x+\frac{13}{4}$ và $y=-\frac{1}{4}x+\frac{5}{4}$.

Câu 14: Cho hàm số : $y=x^4-2x^2$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) biết tiếp tuyến đi qua gốc tọa độ.

A. $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3):y=\frac{\sqrt{6}}{9}x$. **B.** $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{4\sqrt{6}}{7}x;\ (t_3):y=\frac{4\sqrt{6}}{7}x$.

C. $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{4}{9}x;\ (t_3):y=\frac{4}{9}x$. **D.** $(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{4\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3):y=\frac{4\sqrt{6}}{9}x$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $A(x_0;y_0)\in(C)$. Phương trình tiếp tuyến (t) của (C) tại A là:

$y-(x_0^4-2x_0^2)=(4x_0^3-4x_0)(x-x_0)$. (t) đi qua $O(0;0)$ nên

$-(x_0^4-2x_0^2)=(4x_0^4-4x_0)(-x_0)\Leftrightarrow 3x_0^4-2x_0^2=0\Leftrightarrow x_0=0, x_0=\pm\frac{\sqrt{6}}{3}$

Thay các giá trị của x_0 vào phương trình của (t) ta được 3 tiếp tuyến của (C) kẻ từ $O(0;0)$ là:

$(t_1):y=0;(t_2):y=-\frac{4\sqrt{6}}{9}x;\ (t_3):y=\frac{4\sqrt{6}}{9}x$.

Câu 15: Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)=x^x$ tại điểm có hoành độ bằng 2.

A. $y=(4\ln 2)x-8\ln 2+4$. **B.** $y=4(1+\ln 2)x-8\ln 2-4$.

C. $y=2x$. **D.** $y=4x-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số $y=f(x)=x^x$ xác định trên khoảng $(0;+\infty)$.

Ta có $y=f(x)=x^x\Rightarrow \ln f(x)=\ln x^x\Rightarrow \ln f(x)=x\ln x$.

Lấy đạo hàm hai vế, ta có

$\frac{f'(x)}{f(x)} = 1+\ln x \Rightarrow f'(x) = f(x)(1+\ln x)$

$\Rightarrow f'(x) = x^x(1+\ln x) \Rightarrow f'(2) = 2^2(1+\ln 2) = 4(1+\ln 2)$.

Ta có $f(2) = 2^2 = 4$.

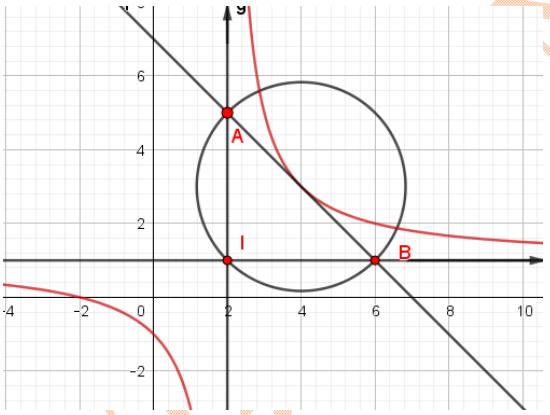
Vậy, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho tại điểm có hoành độ bằng 2 là $y = f'(2)(x-2)+f(2)$ hay $y = 4(1+\ln 2)x - 8\ln 2 - 4$.

Câu 16: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-2}$ có đồ thị (C). Gọi I là giao điểm hai đường tiệm cận của (C). Tiếp tuyến của (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B. Giá trị nhỏ nhất của chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB bằng

A. 4π. **B.** $4\sqrt{2}\pi$. **C.** 8π. **D.** 2π.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Tập xác định: $D = \mathbb{R}\setminus\{2\}$; $y' = \frac{-4}{(x-2)^2}$.

$\lim\limits_{x\to 2^+} y = +\infty \Rightarrow$ tiệm cận đứng là đường thẳng $x = 2$; $\lim\limits_{x\to\pm\infty} y = 1 \Rightarrow$ tiệm cận ngang là đường thẳng $y = 1$, suy ra $I(2;1)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) có dạng: $d: y = \frac{-4}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+\frac{x_0+2}{x_0-2}$

Tiếp tuyến của (C) cắt hai đường tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B nên $A\left(2;\frac{x_0+1}{x_0-2}\right)$, $B(2x_0-2;1)$.

Do tam giác IAB vuông tại I nên bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác là $R = \frac{AB}{2}$.

Chu vi đường tròn ngoại tiếp tam giác IAB là: $P = AB.\pi$

Chu vi bé nhất khi AB nhỏ nhất

Ta có $\overrightarrow{AB} = \left(4-2x_0;\frac{8}{x_0-2}\right)$; $AB = \sqrt{4(2-x_0)^2+\left(\frac{8}{x_0-2}\right)^2} = \sqrt{4(x_0-2)^2+\left(\frac{8}{x_0-2}\right)^2}$

$\geq \sqrt{2\sqrt{4.64}} = 4\sqrt{2}$

Vậy $P_{\min} = 4\sqrt{2}.\pi$.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tạo với hai tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất.

A. $\Delta: y=-x-3$ và $\Delta: y=-x+2$. **B.** $\Delta: y=-x-1$ và $\Delta: y=-x+17$.

C. $\Delta: y=-x-1$ và $\Delta: y=-x+7$. **D.** $\Delta: y=-x-21$ và $\Delta: y=-x+7$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hàm số xác định với mọi $x\neq 1$.

Ta có: $y'=\dfrac{-4}{(x-1)^2}$

Tiệm cận đứng: $x=1$; tiệm cận ngang: $y=2$; tâm đối xứng $I(1;2)$

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm, suy ra phương trình tiếp tuyến của (C):

$$\Delta: y=\frac{-4}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0+2}{x_0-1}.$$

Tiếp tuyến cắt tiệm cận đứng tại

$$A:\begin{cases}x=1\\ y=\dfrac{-4}{(x_0-1)^2}(1-x_0)+\dfrac{2x_0+2}{x_0-1}\end{cases}\Rightarrow A\left(1;\frac{2x_0+6}{x_0-1}\right)$$

Tiếp tuyến cắt tiệm ngang tại

$$B:\begin{cases}y=2\\ 2=\dfrac{-4}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0+2}{x_0-1}\Rightarrow B(2x_0-1;2)\end{cases}$$

Suy ra: $IA=\dfrac{8}{|x_0-1|}$; $IB=2|x_0-1|\Rightarrow IA.IB=16$

Chu vi tam giác IAB: $P=IA+IB+AB=IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}$

Mà $IA+IB\geq 2\sqrt{IA.IB}=8$; $IA^2+IB^2\geq 2IA.IB=32$

Nên $P\geq 8+\sqrt{32}=8+4\sqrt{2}$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow IA=IB\Leftrightarrow (x_0-1)^2=4\Leftrightarrow x_0=3, x_0=-1$

Vậy ta có hai tiếp tuyến thỏa yêu cầu bài toán: $\Delta: y=-x-1$ và $\Delta: y=-x+7$.

Câu 18: Cho hàm số $y=x^4-2x^2-1$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tiếp xúc với (C) tại hai điểm phân biệt.

A. $y=-2$. **B.** $y=-4$. **C.** $y=-2x$. **D.** $y=-2x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=4x^3-4x$

Gọi $A(x_0;y_0)\in(C)$. Tiếp tuyến của (C) tại A có phương trình

$\Delta: y=(4x_0^3-4x_0)(x-x_0)+y_0$

Giả sử Δ là tiếp tuyến tiếp xúc với (C) tại hai điểm phân biệt

$M(m;m^4-2m^2-1)$ và $N(n;n^4-2n^2-1)$ với $m\neq n$.

Ta có phương trình $\Delta: y=y'(m)(x-m)+y(m)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Delta: y = y'(n)(x-n)+y(n)$

Suy ra $\begin{cases} y'(m) = y'(n) \\ -m.y'(m)+y(m) = -n.y'(n)+y(n) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 4n^3-4n = 4m^3-4m \\ -3m^4+2m^2-1 = -3n^4+2n^2-1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} (n-m)(n^2+mn+n^2)-(n-m)=0 \\ 3(n^2-m^2)(n^2+m^2)-2(n^2-m^2)=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} n^2+mn+n^2-1=0 \\ (n+m)\left[3(n^2+m^2)-2\right]=0 \quad (*) \end{cases}$

Từ (*) ta có: $m+n=0$ hoặc $n^2+m^2=\dfrac{2}{3}$.

- $m+n=0 \Rightarrow m=-n \Rightarrow n^2=1 \Leftrightarrow n=\pm 1$
- $m^2+n^2=\dfrac{2}{3} \Rightarrow \begin{cases} mn=\dfrac{1}{3} \\ (m+n)^2=\dfrac{4}{3} \end{cases}$ vô nghiệm.

Vậy $y=-2$ là tiếp tuyến cần tìm.

Câu 19: Cho hàm số: $y=x^4-2x^2$ có đồ thị là (C). Tìm những điểm N trên đường thẳng $(d): y=3$ để từ N kẻ được 4 tiếp tuyến đến (C).

A. $N(n;3), n>\sqrt{2}$. **B.** $N(n;3), |n|<\sqrt{13}$.

C. $N(n;3), |n|>\sqrt{3}$. **D.** $N(n;3), n>\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$N \in (d): y=3 \Rightarrow N(n;3); I \in (C) \Rightarrow I(x_0;y_0)$.

Phương trình tiếp tuyến (Δ) của (C) tại I là: $y-\left(x_0^4-2x_0^2\right)=\left(4x_0^3-4x_0\right)(x-x_0)$.

(Δ) đi qua $N(n;3)$ nên $3-\left(x_0^4-2x_0^2\right)=\left(4x_0^4-4x_0\right)(n-x_0) \Leftrightarrow 3x_0^4-4nx_0^2-2x_0^2+4nx_0+3=0$

$\Leftrightarrow 3\left(x_0^4+1\right)-4n\left(x_0^3-x_0\right)-2x_0^2=0 (*)$

Do $x_0=0$ không phải là nghiệm của $(*)$.

Phương trình $(*) \Leftrightarrow 3\left(x_0^2-\dfrac{1}{x_0^2}\right)-4n\left(x_0-\dfrac{1}{x_0}\right)-2=0 (**)$

Đặt $t=x_0-\dfrac{1}{x_0} \Leftrightarrow x_0^2-tx_0-1=0$ luôn có hai nghiệm phân biệt với mọi t.

Ta có phương trình $(**) \Leftrightarrow 3t^2-4nt+4=0 (***)$

Do hệ số góc của tiếp tuyến là $k=4x_0^3-4x_0$ nên hai giá trị khác nhau của x_0 cho hai giá trị khác nhau của k nên cho hai tiếp tuyến khác nhau.

Vậy từ N kẻ được 4 tiếp tuyến đến đồ thị (C) khi và chỉ khi phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi $(**)$ có 4 nghiệm phân biệt khi và chỉ khi phương trình $(***)$ có 2 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow \Delta'=4n^2-12>0 \Leftrightarrow n^2-3>0 \Leftrightarrow |n|>\sqrt{3}$. Vậy từ những điểm N trên đường thẳng $y=3$ với $|n|>\sqrt{3}$ kẻ được 4 tiếp tuyến đến đồ thị (C) của hàm số đã cho.

Câu 20: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}$ có đồ thị (C). Biết khoảng cách từ $I(-1;2)$ đến tiếp tuyến của (C) tại M là lớn nhất thì tung độ của điểm M nằm ở góc phần tư thứ hai, gần giá trị nào nhất?

A. $2e$. **B.** e. **C.** $4e$. **D.** $3e$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương pháp tự luận

Ta có $y'=\dfrac{3}{(x+1)^2}$.

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-1}{x_0+1}\right)\in(C),(x_0\neq -1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M là

$$y=\frac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0-1}{x_0+1}\Leftrightarrow 3x-(x_0+1)^2y+2x_0^2-2x_0-1=0.$$

$$d(I,\Delta)=\frac{6|x_0+1|}{\sqrt{9+(x_0+1)^4}}=\frac{6}{\sqrt{\dfrac{9}{(x_0+1)^2}+(x_0+1)^2}}\le\frac{6}{\sqrt{2\sqrt{9}}}=\sqrt{6}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi

$$\frac{9}{(x_0+1)^2}=(x_0+1)^2\Leftrightarrow(x_0+1)^2=3\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1+\sqrt{3}\Rightarrow y_0=2-\sqrt{3}(L)\\x_0=-1-\sqrt{3}\Rightarrow y_0=2+\sqrt{3}(N)\end{array}\right.$$

Tung độ này gần với giá trị e nhất trong các đáp án.

Phương pháp trắc nghiệm

Ta có $IM\perp\Delta\Rightarrow cx_0+d=\pm\sqrt{|ad-bc|}\Rightarrow x_0+1=\pm\sqrt{|2+1|}$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1+\sqrt{3}\Rightarrow y=2-\sqrt{3}(L)\\x_0=-1-\sqrt{3}\Rightarrow y=2+\sqrt{3}(N)\end{array}\right.$$

Câu 21: Cho hàm số $y=-x^3+3x-2$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục tung.

A. $y=2x+1$. **B.** $y=-2x+1$. **C.** $y=-3x-2$. **D.** $y=3x-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $(C)\cap Oy=A(0;-2)$; $y'(0)=3$.

Tiếp tuyến tại $A(0;-2)$ có dạng: $y=3(x-0)-2=3x-2$.

Câu 22: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến tại điểm M thuộc (C) biết tiếp tuyến đó cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A,B sao cho côsin góc $\widehat{ABI}$ bằng $\dfrac{4}{\sqrt{17}}$, với $I(2;2)$.

A. $y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{7}{2}$.

C. $y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x+\dfrac{7}{2}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{3}{2};\ y=-\dfrac{1}{4}x-\dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$I(2;2)$, gọi $M\left(x_0;\dfrac{2x_0-3}{x_0-2}\right)\in(C)$, $x_0\neq 2$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Phương trình tiếp tuyến Δ tại M: $y=-\frac{1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+\frac{2x_0-3}{x_0-2}$

Giao điểm của Δ với các tiệm cận: $A\left(2;\frac{2x_0-2}{x_0-2}\right)$, $B(2x_0-2;2)$.

Do $\cos\widehat{ABI}=\frac{4}{\sqrt{17}}$ nên $\tan\widehat{ABI}=\frac{1}{4}=\frac{IA}{IB}\Leftrightarrow IB^2=16.IA^2\Leftrightarrow(x_0-2)^4=16\Leftrightarrow x_0=0$ hoặc $x_0=4$

Tại $M\left(0;\frac{3}{2}\right)$ phương trình tiếp tuyến: $y=-\frac{1}{4}x+\frac{3}{2}$.

Tại $M\left(4;\frac{5}{3}\right)$ phương trình tiếp tuyến: $y=-\frac{1}{4}x+\frac{7}{2}$.

Câu 23: Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{4x-3}{2x+1}$ cùng với 2 tiệm cận tạo thành một tam giác có diện tích bằng:

A. 4. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm nằm trên đồ thị hàm số , $x_0\neq-\frac{1}{2}$.

$y'=\frac{10}{(2x+1)^2}$

Phương trình tiếp tuyến tại $M: y=f'(x_0)(x-x_0)+y_0\Rightarrow y=\frac{10}{(2x_0+1)^2}(x-x_0)+\frac{4x_0-3}{2x_0+1}$

Tiệm cận đứng: $x=-\frac{1}{2}$, tiệm cận ngang: $y=2$

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow x_A=-\frac{1}{2}$

$\Rightarrow y_A=\frac{10}{(2x_0+1)^2}\left(-\frac{1}{2}-x_0\right)+\frac{4x_0-3}{2x_0+1}=\frac{4x_0-8}{2x_0+1}$. Vậy $A\left(-\frac{1}{2};\frac{4x_0-8}{2x_0+1}\right)$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận ngang $\Rightarrow y_B=2$

$\Rightarrow 2=\frac{10}{(2x_0+1)^2}(x_B-x_0)+\frac{4x_0-3}{2x_0+1}\Rightarrow x_B=2x_0+\frac{1}{2}$. Vậy $B\left(\frac{4x_0+1}{2};2\right)$

Giao điểm 2 tiệm cận là $I\left(-\frac{1}{2};2\right)$

Ta có: $\overrightarrow{IA}=\left(0;-\frac{10}{2x_0+1}\right)\Rightarrow IA=\left|\frac{10}{2x_0+1}\right|$

$\overrightarrow{IB}=(2x_0+1;0)\Rightarrow IB=|2x_0+1|$

Tam giác IAB vuông tại I nên $S_{IAB}=\frac{1}{2}IA.IB=\frac{1}{2}\left|\frac{10}{2x_0+1}\right|.|2x_0+1|=5$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 24: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm I của hai tiệm cận của đồ thị (C) đến một tiếp tuyến tùy ý của đồ thị (C). Khi đó giá trị lớn nhất của d có thể đạt được là

A. $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $3\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $I(-1;1)$. $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$.

Giả sử $M\left(x_0;\dfrac{x_0+2}{x_0+1}\right)$ là một điểm thuộc $(C), x_0\neq -1$. Suy ra: $y'(x_0)=\dfrac{-1}{(x_0+1)^2}$.

Khi đó phương trình tiếp tuyến tại M là:

$y=\dfrac{-1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+2}{x_0+1}\Leftrightarrow \dfrac{x}{(x_0+1)^2}+y-\dfrac{{x_0}^2+4x_0+2}{(x_0+1)^2}=0$.

$\Leftrightarrow x+y(x_0+1)^2-({x_0}^2+4x_0+2)=0\ \ (d)$.

Suy ra: $d_{(I;d)}=\dfrac{\left|-1+(x_0+1)^2-({x_0}^2+4x_0+2)\right|}{\sqrt{1+(x_0+1)^4}}=\dfrac{\left|-2(x_0+1)\right|}{\sqrt{1+(x_0+1)^4}}=\dfrac{2|x_0+1|}{\sqrt{1+(x_0+1)^4}}$.

Theo bất đẳng thức Cô-si: $1+(x_0+1)^4\geq 2\sqrt{1.(x_0+1)^4}=2(x_0+1)^2$.

Dấu đẳng thức xảy ra khi: $1=(x_0+1)^4\Leftrightarrow x_0=0$.

Suy ra: $d_{(I;d)}\leq\dfrac{2|x_0+1|}{\sqrt{2(x_0+1)^2}}=\sqrt{2}$. Vậy $\max d_{(I;d)}=\sqrt{2}$ khi $x_0=0;y_0=2$.

Câu 25: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Một tiếp tuyến của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại hai điểm A, B và $AB=2\sqrt{2}$. Hệ số góc của tiếp tuyến đó bằng

A. $-\sqrt{2}$. **B.** -2. **C.** $-\dfrac{1}{2}$. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(x-2)^2}$ Đường tiệm cận đứng là $x=2$; đường tiệm cận ngang là $y=2$.

Gọi $M\left(x_0;2+\dfrac{1}{x-2}\right)\in(C)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình $d: y=-\dfrac{1}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+2+\dfrac{1}{x_0-2}$.

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận đứng thì $A\left(2;2+\dfrac{2}{x_0-2}\right)$.

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với đường tiệm cận ngang thì. $B(2x_0-2;2)$.

Theo đề bài ta có $AB=2\sqrt{2}$ nên $(2x_0-4)^2+\left(\dfrac{2}{x_0-2}\right)^2=8\Leftrightarrow(x_0-2)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=3\\x_0=1\end{array}\right.$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Với $x_0=3$ thì $y'(3)=-1$.

Với $x_0=1$ thì $y'(1)=-1$.

Vậy hệ số góc của tiếp tuyến là $k=-1$.

Câu 26: Cho hàm số $y=x^4-2x^2+3$, có đồ thị là (C). Tìm trên đường thẳng $y=2$ những điểm mà qua đó ta kẻ được 4 tiếp tuyến phân biệt với đồ thị (C).

A. $M(0;2), M(1;2)$. **B.** $M(0;2), M(3;2)$.

C. $M(5;2), M(1;2)$. **D.** Không tồn tại.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $M(m;2)$ là điểm thuộc đường thẳng $y=2$. Phương trình đường thẳng đi qua $M(m;2)$ có hệ số góc là k và (d): $y=k(x-m)+2$.

(d) tiếp xúc (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases} x_0^4-2x_0^2+3=k(x_0-m)+2 \ (1) \\ 4x_0^3-4x_0=k \quad (2) \end{cases}$ có nghiệm x_0

Suy ra phương trình: $(x_0^2-1)(3x_0^2-4ax_0+1)=0 \ (*)$ có nghiệm x_0.

Qua M kẻ được 4 tiếp tuyến đến (C) khi phương trình $(*)$ có 4 nghiệm phân biệt và phương trình (2) có 4 giá trị k khác nhau.

Dễ thấy $x_0^2-1=0 \Rightarrow k(-1)=k(1)$, do đó không thể tồn tại 4 giá trị k khác nhau để thỏa bài toán. Tóm lại, không có tọa độ M thỏa bài toán.

Câu 27: Trong 3 đường thẳng $(d_1): y=7x-9$, $(d_2): y=5x+29$, $(d_3): y=-5x-5$ có bao nhiêu đường thẳng là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+3x^2-2x-4$.

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

+ Xét $(d_1): y=7x-9$.

(d_1) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3+3x^2-2x-4=7x-9 \\ 3x^2+6x-2=7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+3x^2-9x+5=0 \\ 3x^2+6x-9=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-5 \end{array}\right. \\ \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-3 \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x=1.$$

Vậy (d_1) là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_2): y=5x+29$.

(d_2) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3+3x^2-2x-4=5x+29 \\ 3x^2+6x-2=5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+3x^2-7x-33=0 \\ 3x^2+6x-7=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=3 \\ \left[\begin{array}{l} x=\dfrac{-3+\sqrt{30}}{3} \\ x=\dfrac{-3-\sqrt{30}}{3} \end{array}\right. \end{cases} \Leftrightarrow x \in \varnothing.$$

Vậy (d_2) không là tiếp tuyến của đồ thị.

+ Xét $(d_3): y=-5x-5$.

(d_3) là tiếp tuyến của đồ thị khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases} x^3+3x^2-2x-4=-5x-5 \\ 3x^2+6x-2=-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^3+3x^2+3x+1=0 \\ 3x^2+6x+3=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=-1 \\ x=-1 \end{cases} \Leftrightarrow x=-1.$$

Vậy (d_3) là tiếp tuyến của đồ thị.

Câu 28: Viết phương trình tiếp tuyến của (C): $y=-x^4+4x^2-3$ đi qua điểm cực tiểu của đồ thị.

A. $y=-3; y=-\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{5}{9}; y=\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}$. **B.** $y=-9; y=-\frac{16}{\sqrt{3}}x-\frac{5}{9}; y=\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}$.

C. $y=-3; y=-\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}; y=\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}$. **D.** $y=-3; y=-\frac{16}{\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}; y=\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điểm cực tiểu của (C) là $A(0;-3)$.

Phương trình tiếp tuyến d của (C) có dạng : $y=y'(x_0)(x-x_0)+y(x_0)$

(trong đó x_0 là hoành độ tiếp điểm của d với (C))

$y=(-4x_0^3+8x_0)(x-x_0)-x_0^4+4x_0^2-3 \ =(-4x_0^3+8x_0)x+3x_0^4-4x_0^2-3$

$A(0;-3)\in d \Leftrightarrow -3=3x_0^4-4x_0^2-3 \Leftrightarrow 3x_0^4-4x_0^2=0 \Leftrightarrow x_0=0$ hoặc $x_0=\pm\frac{2}{\sqrt{3}}$

Với $x_0=0$ thì phương trình d: $y=-3$

Với $x_0=-\frac{2}{\sqrt{3}}$ thì phương trình d: $y=-\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}$

Với $x_0=\frac{2}{\sqrt{3}}$ thì phương trình d: $y=\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}$

Vậy, tiếp tuyến cần tìm là: $y=-3, y=-\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}, y=\frac{16}{3\sqrt{3}}x-\frac{59}{9}$.

Câu 29: Cho hàm số $y=x^3+ax^2+bx+c$, $c<0$ có đồ thị (C) cắt Oy ở A và có đúng hai điểm chung với trục Ox là M và N. Tiếp tuyến với đồ thị tại M đi qua A. Tìm $a;b;c$ để $S_{AMN}=1$.

A. $a=4,b=5,c=-2$. **B.** $a=4,b=5,c=2$.

C. $a=-4,b=6,c=-2$. **D.** $a=-4,b=5,c=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử (C) cắt Ox tại $M(m;0)$ và $N(n;0)$ cắt Oy tại $A(0;c)$

Tiếp tuyến tại M có phương trình: $y=(3m^2+2am+b)(x-m)$.

Tiếp tuyến đi qua A nên ta có: $3m^3+2am^2+bm+c=0$

$\Leftrightarrow 2m^3+am^2=0 \Leftrightarrow m=-\frac{a}{2}$ (do $m^3+am^2+bm+c=0$)

Mà (C) cắt Ox tại hai điểm nên (C) tiếp xúc với Ox.

Nếu M là tiếp điểm thì suy ra Ox đi qua A vô lí nên ta có (C) tiếp xúc

với Ox tại N. Do đó: $y=x^3+ax^2+bx+c=(x-n)^2(x-m)$

Suy ra $\begin{cases} m+2n=-a \\ 2mn+n^2=b \\ mn^2=-c \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m=-\dfrac{a}{2}, n=-\dfrac{a}{4} \\ a^3=32c \\ 5a^2=16b \end{cases}$ (1).

Mặt khác $S_{\Delta AMN}=1 \Leftrightarrow -c\left|n-m\right|=2 \Leftrightarrow -c\left|a\right|=8$

- $a>0$ ta có: $\begin{cases} a^3=32c \\ ac=-8 \\ 5a^2=16b \end{cases}$ vô nghiệm.
- $a<0$ ta có: $\begin{cases} a^3=32c \\ ac=8 \\ 5a^2=16b \end{cases} \Leftrightarrow a=-4, b=5, c=-2$.

Câu 30: Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2}{x+2}$ có đồ thị là (C). Tìm trên đường thẳng $y=x$ những điểm mà từ đó có thể kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C), đồng thời 2 tiếp tuyến đó vuông góc với nhau.

A. $m=-6\pm\sqrt{23}$. **B.** $m=-5\pm\sqrt{23}$. **C.** $m=-5\pm\sqrt{3}$. **D.** $m=-5\pm\sqrt{53}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng (d) đi qua điểm $M(m;m)$ có hệ số góc là k, phương trình có dạng: $y=k(x-m)+m$.

(d) tiếp xúc (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ: $\begin{cases} \dfrac{2x_0^2}{x_0+2}=k(x_0-m)+m \\ \dfrac{2x_0^2+8x_0}{(x_0+2)^2}=k \end{cases}$ có nghiệm x_0, từ đây ta tìm được $m=-5\pm\sqrt{23}$.

Câu 31: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) xuất phát từ $M(-1;3)$.

A. $y=3; y=-3x$. **B.** $y=13; y=-3x$.

C. $y=3; y=-3x+1$. **D.** $y=3x-1; y=-3x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến d với (C)

$d: y=\dfrac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}$

Cách 1: $M\in d \Leftrightarrow 3=\dfrac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}(-1-x_0)+\dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}$

$\Leftrightarrow 3(x_0-1)^2=(x_0^2-2x_0)(-x_0-1)+(x_0-1)(x_0^2-x_0+1)$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Leftrightarrow 2x_0^2-5x_0+2=0 \Leftrightarrow x_0=2, x_0=\dfrac{1}{2}$

- Với $x_0=2 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y=3$.
- Với $x_0=\dfrac{1}{2} \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y=-3x$.

Cách 2: Gọi d là đường thẳng đi qua $M(-1;3)$, có hệ số góc k, khi đó phương trình d có dạng: $y=k(x+1)+3$.

d tiếp xúc đồ thị (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ phương trình sau có nghiệm x_0:

$$\begin{cases} \dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}=k(x_0+1)+3 \quad (1) \\ \dfrac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}=k \qquad\qquad (2) \end{cases}$$

Thế (2) vào (1) ta được: $\dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}=\dfrac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}(x_0+1)+3$

$\Leftrightarrow 2x_0^2-5x_0+2=0 \Leftrightarrow x_0=2, x_0=\dfrac{1}{2}$.

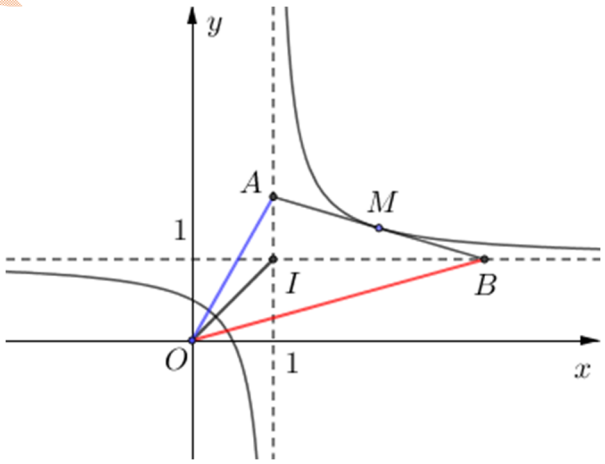
- Với $x_0=2 \Rightarrow k=0 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y=3$.
- Với $x_0=\dfrac{1}{2} \Rightarrow k=-3 \Rightarrow$ Phương trình tiếp tuyến $y=-3x$.

Câu 32: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{2x-2}$ có đồ thị (C). Gọi $M(x_0;y_0)$ (với $x_0>1$) là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại M cắt tiệm cận đứng và tiệm cận ngang lần lượt tại A và B sao cho $S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}$ (trong đó O là gốc tọa độ, I là giao điểm hai tiệm cận). Tính giá trị của $S=x_0+4y_0$.

A. $S=\dfrac{23}{4}$. **B.** $S=2$. **C.** $S=8$. **D.** $S=\dfrac{17}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Ta có $y'=\dfrac{-2}{(2x-2)^2}$, TCĐ: $x=1$ (d_1), TCN: $y=1$ (d_2), $I(1;1)$.

Phương trình tiếp tuyến Δ tại điểm $M(x_0;y_0)$ có dạng $y=\dfrac{-2}{(2x_0-2)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0-1}{2x_0-2}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$A=\Delta\cap d_1\Rightarrow A\left(1;\dfrac{x_0}{x_0-1}\right)$, $B=\Delta\cap d_2\Rightarrow B(2x_0-1;1)$. $\overrightarrow{IB}=(2x_0-2;0)$, $\overrightarrow{IA}=\left(0;\dfrac{1}{x_0-1}\right)$.

$S_{\Delta OIB}=8S_{\Delta OIA}\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}.1.IB=8.\dfrac{1}{2}.1.IA\Leftrightarrow IB=8IA\Leftrightarrow|2x_0-2|=8\left|\dfrac{1}{x_0-1}\right|\Leftrightarrow(x_0-1)^2=4\Leftrightarrow x_0=3$

(do $x_0>1$) $\Rightarrow y_0=\dfrac{5}{4}\Rightarrow S=x_0+4y_0=3+4.\dfrac{5}{4}=8$.

Câu 33: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x^2}{2-x}$. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) vuông góc với đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}x+1$.

A. $(d):y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{2},y=\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

B. $(d):y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{2},y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

C. $(d):y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{7}{2},y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

D. $(d):y=-\dfrac{3}{4}x,y=-\dfrac{3}{4}x-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tiếp tuyến (d) của (C) vuông góc đường thẳng $y=\dfrac{4}{3}x+1$ suy ra phương trình (d) có dạng : $y=-\dfrac{3}{4}x+m$.

(d) tiếp xúc (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases}\dfrac{x_0^2}{2-x_0}=-\dfrac{3}{4}x_0+m\\ \dfrac{-x_0^2+4x_0}{(2-x_0)^2}=-\dfrac{3}{4}\end{cases}$ có nghiệm x_0

$\Rightarrow\dfrac{-x_0^2+4x_0}{(2-x_0)^2}=-\dfrac{3}{4}\Leftrightarrow x_0=6\vee x_0=-2\Rightarrow(d):y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{9}{2},y=-\dfrac{3}{4}x-\dfrac{1}{2}$.

Câu 34: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=x^4-1$ và d là một tiếp tuyến của (C), d cắt hai trục tọa độ tại A và B. Viết phương trình tiếp tuyến d khi tam giác OAB có diện tích nhỏ nhất (O là gốc tọa độ).

A. $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{12}}x-\dfrac{8}{5}$.

B. $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{5}}x-\dfrac{7}{5}$.

C. $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{125}}x-\dfrac{8}{5}$.

D. $y=\pm\dfrac{4}{\sqrt[4]{15}}x-\dfrac{8}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình tiếp tuyến d có dạng : $y=4x_0^3(x-x_0)+x_0^4-1=4x_0^3x-3x_0^4-1$ trong đó x_0 là hoành độ tiếp điểm của d với (C).

A là giao điểm của d với trục $Ox\Rightarrow A\left(\dfrac{3x_0^4+1}{4x_0^3};0\right)$

B là giao điểm của (C) với trục $Oy\Rightarrow B(0;-3x_0^4-1)$.

Diện tích của tam giác vuông OAB:

$$S=\frac{1}{2}OA.OB=\frac{1}{2}|x_A||y_B|=\frac{1}{2}\left|\frac{(3x_0^4+1)^2}{4x_0^3}\right|=\frac{1}{8}\frac{(3x_0^4+1)^2}{|x_0|^3}$$

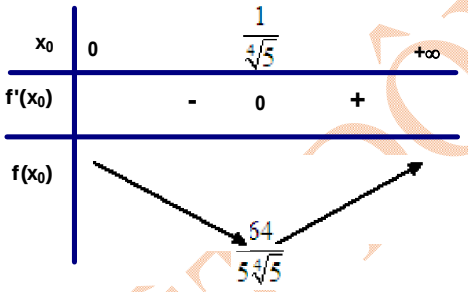
Xét trường hợp $x_0>0$, khi đó $S=\frac{1}{8}.\frac{(3x_0^4+1)^2}{x_0^3}$.

Xét hàm số $f(x_0)=\frac{(3x_0^4+1)^2}{x_0^3}$, $x_0\in(0;+\infty)$.

$$f'(x_0)=\frac{2(3x_0^4+1)12x_0^3.x_0^3-(3x_0^4+1)^2.3x_0^2}{x_0^6}=\frac{3(3x_0^4+1)(5x_0^4-1)}{x_0^4}.$$

$$f'(x_0)=0\Leftrightarrow x_0^4=\frac{1}{5}\Leftrightarrow x_0=\frac{1}{\sqrt[4]{5}}\ (do\ x_0>0)$$

Bảng biến thiên của $f(x_0)$



Từ bảng biến thiên suy ra $\min f(x_0)=\frac{64}{5\sqrt[4]{5}}$ đạt được khi và chỉ khi $x_0=\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$

Suy ra $\min S=\frac{8}{5\sqrt[4]{5}}\Leftrightarrow x_0=\frac{1}{\sqrt[4]{5}}$.

Khi đó phương trình của (d) là $y=\frac{4}{\sqrt[4]{125}}x-\frac{8}{5}$.

Vì trục Oy là trục đối xứng của (C) nên trong trường hợp $x_0<0$, phương trình của d là

$y=-\frac{4}{\sqrt[4]{125}}x-\frac{8}{5}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là $y=\pm\frac{4}{\sqrt[4]{125}}x-\frac{8}{5}$.

Câu 35: Cho hàm số $y=-\frac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Gọi M là một điểm thuộc (C) có khoảng cách từ M đến trục hoành bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục tung, M không trùng với gốc tọa độ O. Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại M.

A. $y=-12$. **B.** $y=-8$. **C.** $y=-9$. **D.** $y=-64$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$$\begin{cases}M\in(C)\\ d(M,Ox)=2d(M,Oy)\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y_M=\frac{x_M^2}{2-x_M}\\ |y_M|=2|x_M|\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y_M=\frac{x_M^2}{2-x_M}\\ y_M=\pm2x_M\end{cases}$$

$$(*)\begin{cases} y_M = \dfrac{x_M^2}{2-x_M} \\ y_M = 2x_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 2x_M \\ 2x_M = \dfrac{x_M^2}{2-x_M} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = 2x_M \\ 3x_M^2 - 4x_M = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 0 \\ y_M = 0 \end{cases} \vee \begin{cases} x_M = \dfrac{4}{3} \\ y_M = \dfrac{8}{3} \end{cases}$$

Vì M không trùng với gốc tọa độ O nên chỉ nhận $M\left(\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$.

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $y = 8x - 8$.

$$(*)\begin{cases} y_M = \dfrac{x_M^2}{2-x_M} \\ y_M = -2x_M \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = -2x_M \\ -2x_M = \dfrac{x_M^2}{2-x_M} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y_M = -2x_M \\ x_M^2 - 4x_M = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_M = 4 \\ y_M = -8 \end{cases} (\text{do } M \neq O).$$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại M là $y = -8$.

Câu 36: Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4$, có đồ thị là (C). Gọi (d) là tiếp tuyến của (C) tại điểm M có hoành độ $x = a$ .Tìm a để (d) cắt lại (C) tại hai điểm E, F khác M và trung điểm I của đoạn EF nằm trên parabol $(P'): y = -x^2 + 4$.

A. $a = 0$. **B.** $a = -1$. **C.** $a = 2$. **D.** $a = 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình tiếp tuyến (d):

$$y = y'(a)(x-a) + \frac{a^4}{4} - 2a^2 + 4 = (a^3 - 4a)(x-a) + \frac{a^4}{4} - 2a^2 + 4 = (a^3 - 4a)x - \frac{3a^4}{4} + 2a^2 + 4.$$

Phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d):

$$\frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4 = (a^3 - 4a)x - \frac{3a^4}{4} + 2a^2 + 4 \Leftrightarrow x^4 - 8x^2 - 4(a^3 - 4a)x + 3a^4 - 8a^2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (x-a)^2(x^2 + 2ax + 3a^2 - 8) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = a \\ x^2 + 2ax + 3a^2 - 8 = 0 \ (3) \end{cases}$$

(d) cắt (C) tại hai điểm E, F khác M $\Leftrightarrow$ Phương trình (3) có hai nghiệm phân biệt khác a

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = a^2 - 3a^2 + 8 > 0 \\ 6a^2 - 8 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -2 < a < 2 \\ a \neq \pm\dfrac{2}{\sqrt{3}} \end{cases} .(*)$$

Tọa độ trung điểm I của đoạn EF:

$$\begin{cases} x_I = \dfrac{x_E + x_F}{2} = -a \\ y_I = (a^3 - 4a)(-a) - \dfrac{3a^4}{4} + 2a^2 + 4 \quad (do\ I \in (d)) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_I = -a \\ y_I = -\dfrac{7a^4}{4} + 6a^2 + 4 \end{cases}$$

$$I \in (P): y = -x^2 + 4 \Leftrightarrow -\frac{7a^4}{4} + 6a^2 + 4 = -a^2 + 4 \Leftrightarrow 7a^2\left(1 - \frac{a^2}{4}\right) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = \pm 2 \end{cases}.$$

So với điều kiện (*) nhận $a = 0$.

Câu 37: Gọi S là tập hợp các điểm thuộc đường thẳng $y = 2$ mà qua mỗi điểm thuộc S đều kẻ được hai tiếp tuyến phân biệt tới đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-1}$ đồng thời hai tiếp tuyến đó vuông góc với nhau. Tính tổng hoành độ T của tất cả các điểm thuộc S.

A. $T=2.$ **B.** $T=3.$ **C.** $T=-1.$ **D.** $T=2\sqrt{3}.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=\dfrac{x^2}{x-1}=x+1+\dfrac{1}{x-1}$

Gọi điểm $A(a;2)\in(d):y=2$. Đường thẳng đi qua A có dạng $y=k(x-a)+2$

Điều kiện tiếp xúc: $\begin{cases}\dfrac{x^2}{x-1}=k(x-a)+2\\ \dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}=k\end{cases}\Rightarrow (1-a)^2k^2-4k-4=0$

Để 2 tiếp tuyến vuông góc nhau $\Rightarrow \dfrac{-4}{(1-a)^2}=-1\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=3\\ a=-1\end{array}\right.$

Vậy tổng hai hoành độ là: 2.

Câu 38: Cho hàm số $y=\dfrac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua giao điểm hai đường tiệm cận của (C).

A. Không tồn tại. **B.** $y=3x-2.$ **C.** $y=4x-3.$ **D.** $y=2x-1.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=\dfrac{x^2-2x}{(x-1)^2}$. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến d với (C)

$d:y=\dfrac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}.$

Đồ thị có hai tiệm cận $x=1$ và $y=x$, suy ra giao điểm của hai tiệm cận là $I(1;1)$.

Cách 1: $I\in d\Leftrightarrow 1=\dfrac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}(1-x_0)+\dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}$

$\Leftrightarrow x_0-1=-x_0^2+2x_0+x_0^2-x_0+1\Leftrightarrow 2=0$ vô nghiệm.

Vậy không có tiếp tuyến nào đi qua I.

Cách 2: Gọi (d) là đường thẳng đi qua I, có hệ số góc $k\Rightarrow d:y=k(x-1)+1.$

(d) tiếp xúc với đồ thị tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases}\dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}=k(x_0-1)+1\\ \dfrac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}=k\end{cases}$ có nghiệm x_0

Thế k vào phương trình thứ hai ta được: $\dfrac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}=\dfrac{x_0^2-2x_0}{x_0-1}+1$

$\Leftrightarrow x_0^2-x_0+1=x_0^2-2x_0+x_0-1$ (phương trình vô nghiệm).

Vậy không có tiếp tuyến nào đi qua I.

Câu 39: Cho hàm số $y=-\dfrac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(2;-2)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $y=-\frac{3}{4}x-\frac{5}{2}$. **B.** $y=-\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$. **C.** $y=-\frac{3}{4}x+\frac{1}{2}$. **D.** $y=-\frac{3}{4}x-\frac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình tiếp tuyến (d) của (C) đi qua $A(2;-2)$ có dạng: $y=k(x-2)-2$.

(d) tiếp xúc (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases}\frac{x_0^2}{2-x_0}=k(x_0-2)-2 \ (1)\\ \frac{-x_0^2+4x_0}{(2-x_0)^2}=k\end{cases}$ có nghiệm x_0.

$\Rightarrow \frac{x_0^2}{2-x_0}=\frac{-x_0^2+4x_0}{(2-x_0)^2}(x_0-2)-2 \Leftrightarrow x_0=-2 \Rightarrow y=-\frac{3}{4}x-\frac{1}{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến song song với đường thẳng $\Delta: 3x-4y+1=0$.

A. $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}; y=\frac{3}{4}x+1$. **B.** $y=\frac{3}{4}x-3; y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$.

C. $y=\frac{3}{4}x-9; y=\frac{3}{4}x+7$. **D.** $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}; y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=\frac{x^2-2x}{(x-1)^2}$. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tọa độ tiếp điểm của tiếp tuyến d với (C)

$d: y=\frac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\frac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}$

Vì d song song với đường thẳng $\Delta: y=\frac{3}{4}x+\frac{1}{4}$, nên ta có:

$\frac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}=\frac{3}{4} \Leftrightarrow x_0^2-2x_0-3=0 \Leftrightarrow x_0=-1, x_0=3$.

- $x_0=-1$ phương trình tiếp tuyến: $y=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}$.
- $x_0=3 \Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến: $y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{4}$.

Câu 41: **– 2017]** Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Tiếp tuyến với đồ thị (C) tại $M(2;5)$ cắt hai đường tiệm cận tại E và F. Khi đó độ dài EF bằng.

A. $2\sqrt{13}$. **B.** $\sqrt{10}$. **C.** $2\sqrt{10}$. **D.** $\sqrt{13}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tiệm cận đứng của đồ thị (C) là: $x=1$.

Tiệm cận ngang của đồ thị (C) là: $y=1$.

Ta có $y'=\frac{-3}{(x-1)^2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Tiếp tuyến với (C) tại $M(2;5)$ là: $y=y'(2)(x-2)+5 \Leftrightarrow y=\frac{-3}{(2-1)^2}(x-2)+5$

$\Leftrightarrow y=-3x+11$.

Gọi E là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng suy ra $E(1;8)$.

Gọi F là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận ngang suy ra $F(3;2)$.

Vậy $EF=\sqrt{(3-1)^2+(2-8)^2}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$.

Câu 42: Cho hàm số $y=\frac{x-1}{2x-3}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của đồ thị hàm số. Khoảng cách từ I đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số đã cho đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $d=\sqrt{5}$. **B.** $d=1$. **C.** $d=\sqrt{2}$. **D.** $d=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tọa độ giao điểm $I=\left(\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$.

Gọi tọa độ tiếp điểm là $\left(x_0;\frac{x_0-1}{2x_0+3}\right)$. Khi đó phương trình tiếp tuyến Δ với đồ thị hàm số tại điểm $\left(x_0;\frac{x_0-1}{2x_0+3}\right)$ là:

$y=-\frac{1}{(2x_0-3)^2}(x-x_0)+\frac{x_0-1}{2x_0-3} \Leftrightarrow x+(2x_0-3)^2y-2x_0^2+4x_0-3=0$.

Khi đó: $d(I,\Delta)=\frac{\left|\frac{3}{2}+\frac{1}{2}(2x_0-3)^2-2x_0^2+4x_0-3\right|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}}=\frac{|-2x_0+3|}{\sqrt{1+(2x_0-3)^4}}\le\frac{|2x_0-3|}{\sqrt{2(2x_0-3)^2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$

(Theo bất đẳng thức Cô si)

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $(2x_0-3)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x_0-3=1\\2x_0-3=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\x_0=1\end{array}\right.$.

Vậy $\max d(I,\Delta)=\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 43: Tìm phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$, biết tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=\frac{1}{3}x-5$ và tiếp điểm có hoành độ dương.

A. $y=-3x-2$. **B.** $y=-3x+10$. **C.** $y=-3x+2$. **D.** $y=-3x+6$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm $(x_0>0)$.

Vì tiếp tuyến vuông góc với đường thẳng $y=\frac{1}{3}x-5$ nên ta có: $y'(x_0)=-3$

$\Leftrightarrow\frac{-3}{(x_0-1)^2}=-3\Leftrightarrow(x_0-1)^2=1\Leftrightarrow x_0^2-2x_0=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\ (\text{loại})\\x_0=2\end{array}\right.\Leftrightarrow x_0=2\Rightarrow y_0=4$.

Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=-3(x-2)+4=-3x+10$.

Câu 44: Cho hàm số $y=\dfrac{x-1}{2(x+1)}$ có đồ thị là (C). Gọi điểm $M(x_0;y_0)$ với $x_0>-1$ là điểm thuộc (C), biết tiếp tuyến của (C) tại điểm M cắt trục hoành, trục tung lần lượt tại hai điểm phân biệt A,B và tam giác OAB có trọng tâm G nằm trên đường thẳng $d:4x+y=0$. Hỏi giá trị của x_0+2y_0 bằng bao nhiêu?

A. $\dfrac{5}{2}$. **B.** $-\dfrac{5}{2}$. **C.** $-\dfrac{7}{2}$. **D.** $\dfrac{7}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M\left(x_0;\dfrac{x_0-1}{2(x_0+1)}\right)\in(C)$ với $x_0\neq-1$ là điểm cần tìm.

Gọi Δ tiếp tuyến của (C) tại M ta có phương trình.

$$\Delta: y=f'(x_0)(x-x_0)+\frac{x_0-1}{2(x_0+1)}=\frac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)+\frac{x_0-1}{2(x_0+1)}.$$

Gọi $A=\Delta\cap Ox\Rightarrow A\left(-\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{2};0\right)$ và $B=\Delta\cap Oy\Rightarrow B\left(0;\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{2(x_0+1)^2}\right)$.

Khi đó Δ tạo với hai trục tọa độ ΔOAB có trọng tâm là

$$G\left(-\frac{x_0^2-2x_0-1}{6};\frac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}\right).$$

Do G thuộc đường thẳng $4x+y=0\Rightarrow -4.\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{6}+\dfrac{x_0^2-2x_0-1}{6(x_0+1)^2}=0$

$\Leftrightarrow 4=\dfrac{1}{(x_0+1)^2}$ (vì A,B không trùng O nên $x_0^2-2x_0-1\neq 0$)

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0+1=\dfrac{1}{2}\\ x_0+1=-\dfrac{1}{2}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-\dfrac{1}{2}\\ x_0=-\dfrac{3}{2}\end{array}\right.$$

Vì $x_0>-1$ nên chỉ chọn $x_0=-\dfrac{1}{2}\Rightarrow M\left(-\dfrac{1}{2};-\dfrac{3}{2}\right)\Rightarrow x_0+2y_0=-\dfrac{7}{2}$.

Câu 45: Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị của hàm số $y=\dfrac{1}{x-1}$ sao cho tiếp tuyến tại M cùng với các trục tọa độ tạo thành một tam giác có diện tích bằng 2. Giá trị của $4x_0+y_0$ bằng

A. -1. **B.** -7. **C.** 7. **D.** 1.

Lời giải

Chọn D

- Ta có : $y'=-\dfrac{1}{(x-1)^2}\Rightarrow$ phương trình tiếp tuyến tại $M(x_0;y_0)$ của đồ thị hàm số là

$y=-\dfrac{1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\dfrac{1}{x_0-1}$, với $x_0\neq 1$ và $y_0=\dfrac{1}{x_0-1}$.

- Gọi A, B là giao điểm của tiếp tuyến với các trục tọa độ, ta có:

$A=(2x_0-1;0)$, $B=\left(0;\dfrac{2x_0-1}{(x_0-1)^2}\right)$.

- Khi đó: $S_{\triangle OAB}=2\Leftrightarrow\dfrac{1}{2}OA.OB=2\Leftrightarrow|2x_0-1|.\left|\dfrac{2x_0-1}{(x_0-1)^2}\right|=4\Leftrightarrow\dfrac{(2x_0-1)^2}{(x_0-1)^2}=4$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2x_0-1=2(x_0-1)\\2x_0-1=-2(x_0-1)\end{array}\right.\Leftrightarrow x_0=\dfrac{3}{4}\Rightarrow y_0=-4$.

Vậy $4x_0+y_0=-1$.

Câu 46: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K và có đồ thị là đường cong (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$, $(a\in K)$.

A. $y=f(a)(x-a)+f'(a)$. **B.** $y=f'(a)(x-a)-f(a)$.

C. $y=f'(a)(x-a)+f(a)$. **D.** $y=f'(a)(x+a)+f(a)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(a;f(a))$ có dạng

$y-f(a)=f'(a)(x-a)\Leftrightarrow y=f'(a)(x-a)+f(a)$.

Câu 47: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ có đồ thị là (C). Tìm điểm M thuộc (C) sao cho tiếp tuyến của (C) tại M vuông góc với IM, I là tâm đối xứng của (C).

A. $y=-x+1, y=-x+4$. **B.** $y=-x+3, y=-x+5$.

C. $y=-x+1, y=-x+3$. **D.** $y=-x+1, y=-x+5$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm. Phương trình tiếp tuyến Δ tại M

$y=\dfrac{-1}{(x_0-1)^2}(x-x_0)+\dfrac{2x_0-1}{x_0-1}$.

Đường thẳng Δ có VTCP $\vec{u}=\left(1;\dfrac{-1}{(x_0-1)^2}\right)$, $\overrightarrow{IM}=(x_0-1;\dfrac{1}{x_0-1})$.

$IM\perp\Delta\Leftrightarrow x_0-1-\dfrac{1}{(x_0-1)^3}=0\Leftrightarrow x_0=0, x_0=2$.

Từ đó ta tìm được tiếp tuyến: $y=-x+1, y=-x+5$.

Câu 48: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến với đồ thị hàm số tại giao điểm của đồ thị (C) với trục tung là

A. $y=x-2$. **B.** $y=-x-2$. **C.** $y=-x+2$. **D.** $y=-x+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M(a;b)$ là giao điểm của đồ thị (C) với trục tung.

Ta có $M\in(C)\Rightarrow b=\dfrac{a+2}{a+1}$ và $M\in Oy\Rightarrow a=0\Rightarrow b=2\Rightarrow M(0;2)$.

Phương trình cần tìm có dạng $d: y=y'(0).(x-0)+2$.

Lại có $y'=\dfrac{-1}{(x+1)^2}\Rightarrow y'(0)=-1\Rightarrow d: y=-x+2$.

Câu 49: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $[f(1+2x)]^2=x-[f(1-x)]^3$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=-x+\dfrac{6}{7}$. **B.** $y=\dfrac{1}{7}x-\dfrac{8}{7}$. **C.** $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{8}{7}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{7}x-\dfrac{6}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ giả thiết $[f(1+2x)]^2=x-[f(1-x)]^3$, đặt $f(1)=a$ và $f'(1)=b$.

Ta cho $x=0\Rightarrow a^2=-a^3\Rightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\a=-1\end{array}\right.$.

Đạo hàm 2 vế ta được $4f(1+2x).f'(1+2x)=1+3\left[f(1-x)\right]^2 f'(1-x)$.

Cho $x=0$ ta có $4ab=1+3a^2b$.

☑ Xét $a=0$ thay vào $4ab=1+3a^2b$ vô lý.

☑ Xét $a=-1$ thay vào $-4b=1+3b\Leftrightarrow b=-\dfrac{1}{7}$. Vậy phương trình tiếp tuyến cần tìm là

$y=-\dfrac{1}{7}(x-1)-1=-\dfrac{1}{7}x-\dfrac{6}{7}$.

Câu 50: Đường thẳng nào sau đây là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=x^3+x+1$.

A. $y=x+1$ **B.** $y=-2x+1$ **C.** $y=-x+1$ **D.** $y=2x+1$

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y'=3x^2+1$.

Dựa vào các đáp án, ta xét đường thẳng d có dạng $y=kx+1$.

d là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $\Leftrightarrow$ hệ phương trình $\begin{cases}x^3+x+1=kx+1 & (1)\\ 3x^2+1=k & (2)\end{cases}$ có nghiệm.

Thay (1) vào (2) ta được: $x^3+x+1=x(3x^2+1)+1\Leftrightarrow 2x^3=0\Leftrightarrow x=0\Rightarrow k=1$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số là $y=x+1$.

Câu 51: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Biết rằng tiếp tuyến tại một điểm M bất kỳ của (C) luôn cắt hai tiệm cận của (C) tại A và B. Độ dài ngắn nhất của đoạn thẳng AB là

A. $\sqrt{2}$. **B.** 2. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Lấy điểm $M\left(m;2+\dfrac{1}{m-2}\right)\in(C)$ với $m\neq 2$. Ta có $y'(m)=-\dfrac{1}{(m-2)^2}$.

Tiếp tuyến tại M có phương trình $d: y=-\dfrac{1}{(m-2)^2}(x-m)+2+\dfrac{1}{m-2}$.

Giao điểm của d với tiệm cận đứng là $A\left(2;2+\dfrac{2}{m-2}\right)$.

Giao điểm của d với tiệm cận ngang là $B(2m-2;2)$.

Ta có $AB^2 = 4\left[(m-2)^2 + \dfrac{1}{(m-2)^2}\right] \geq 8$, suy ra $AB \geq 2\sqrt{2}$. Dấu "=" xảy ra khi $(m-2)^2 = 1$, nghĩa là $m = 3$ hoặc $m = -1$.

Câu 52: Gọi d là tiếp tuyến tại điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. d có hệ số góc dương **B.** d song song với đường thẳng $y = 3$

C. d song song với đường thẳng $x = 3$ **D.** d có hệ số góc âm

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y = x^4 - 3x^2 + 2 \Rightarrow y' = 4x^3 - 6x$, $y' = 4x^3 - 6x \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = \pm\dfrac{\sqrt{6}}{2} \end{array}\right.$.

Vậy điểm cực đại của đồ thị hàm số là: $A(0;2)$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^4 - 3x^2 + 2$ có hệ số góc: $k = y'(0) = 0$.

Vậy phương trình tiếp tuyến d là: $y = 2$. Suy ra d song song với đường thẳng $y = 3$.

Câu 53: Cho hàm số $y = x^4 + 2x^2 + 1$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(1;4)$ là:

A. $y = x + 3$. **B.** $y = 8x + 4$. **C.** $y = -8x + 12$. **D.** $y = 8x - 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = 4x^3 + 4x$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Do $x_0 = 1 \Rightarrow y'(x_0) = y'(1) = 8$. Nên phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại $M(1;4)$ là:

$y = 8(x-1) + 4 = 8x - 4$.

Câu 54: Cho hàm số $y = -x^3 + 3x + 2$ có đồ thị là (C). Đồ thị (C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ bằng?

A. 3. **B.** −1. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hệ phương trình : $\begin{cases} -x^3 + 3x + 2 = 0 \\ -3x^2 + 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = -1$

Vậy (C) tiếp xúc với Ox tại điểm có hoành độ $x = -1$.

Câu 55: Gọi M là giao điểm của trục tung với đồ thị hàm số $(C): y = \sqrt{x^2 + x + 1}$. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y = \dfrac{1}{2}x + 1$. **B.** $y = -\dfrac{1}{2}x + 1$. **C.** $y = -x + 1$. **D.** $y = x + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y' = \dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2 + x + 1}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$x_0 = 0 \Rightarrow \begin{cases} y'(0) = \dfrac{1}{2} \\ y_0 = 1 \end{cases}$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(0;1)$ có dạng

$y = \dfrac{1}{2}(x-0)+1 \Leftrightarrow y = \dfrac{1}{2}x+1.$

Câu 56: Cho hàm số $y = \dfrac{x-2}{x+1}$ có đồ thị (C). Phương trình tiếp tuyến Δ của đồ thị hàm số (C) tạo với hai đường tiệm cận một tam giác có bán kính đường tròn nội tiếp lớn nhất. Khi đó, khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị (C) đến Δ bằng?

A. $\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{6}$. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương pháp tự luận

Gọi $M\left(x_0; \dfrac{x_0-2}{x_0+1}\right) \in (C)$, $(x_0 \neq -1)$, $I(-1;1)$. Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng

$$\Delta : y = \frac{3}{(x_0+1)^2}(x-x_0) + \frac{x_0-2}{x_0+1}.$$

Giao điểm của Δ với tiệm cận đứng là $A\left(-1; \dfrac{x_0-5}{x_0+1}\right)$.

Giao điểm của Δ với tiệm cận ngang là $B(2x_0+1;1)$.

Ta có $IA = \dfrac{6}{|x_0+1|}$, $IB = 2|x_0+1| \Rightarrow IA.IB = 12$. Bán kính đường tròn ngoại tiếp ΔIAB là

$S_{IAB} = pr$, suy ra

$$r = \frac{S_{IAB}}{p} = \frac{IA.IB}{IA+IB+AB} = \frac{IA.IB}{IA+IB+\sqrt{IA^2+IB^2}} \le \frac{IA.IB}{2\sqrt{IA.IB}+\sqrt{2.IA.IB}} = 2\sqrt{3}-\sqrt{6}.$$

Suy ra $r_{\max} = 2\sqrt{3}-\sqrt{6} \Leftrightarrow IA = IB \Leftrightarrow |x_0-1|^2 = 3 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_M = -1+\sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 1-\sqrt{3} \\ x_M = -1-\sqrt{3} \Rightarrow y_0 = 1+\sqrt{3} \end{array}\right.$.

$\overrightarrow{IM}\left(\sqrt{3};-\sqrt{3}\right) \Rightarrow \left|\overrightarrow{IM}\right| = \sqrt{6}$.

Phương pháp trắc nghiệm

$IA = IB \Rightarrow \Delta IAB$ vuông cân tại $I \Rightarrow IM \perp \Delta$.

$cx_M + d = \pm\sqrt{|ad-bc|} \Rightarrow x_M + 1 = \pm\sqrt{|1+2|} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_M = -1+\sqrt{3} \Rightarrow y_M = 1-\sqrt{3} \\ x_M = -1-\sqrt{3} \Rightarrow y_M = 1+\sqrt{3} \end{array}\right.$

$\Rightarrow \left|\overrightarrow{IM}\right| = \sqrt{6}$.

Câu 57: Cho đồ thị $(C): y = \dfrac{x-1}{2x}$ và d_1, d_2 là hai tiếp tuyến của (C) song song với nhau. Khoảng cách lớn nhất giữa d_1 và d_2 là

A. 3. **B.** $2\sqrt{3}$. **C.** 2. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Do $(C): y=\dfrac{x-1}{2x}, y'(x)=\dfrac{1}{2x^2}\ \ \forall x\neq 0$.

d_1, d_2 là hai tiếp tuyến của (C) song song với nhau lần lượt có các hoành độ tiếp điểm là x_1, x_2 $(x_1\neq x_2)$, nên ta có $y'(x_1)=y'(x_2)\Leftrightarrow \dfrac{1}{2x_1^2}=\dfrac{1}{2x_2^2}\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x_1=x_2 \\ x_1=-x_2 \end{array}\right. \Rightarrow x_1=-x_2$.

Gọi $M\left(x_1;\dfrac{x_1-1}{2x_1}\right)$; $N\left(-x_1;\dfrac{x_1+1}{2x_1}\right)$.

PTTT d_1 tại $M\left(x_1;\dfrac{x_1-1}{2x_1}\right): y=\dfrac{1}{2x_1^2}(x-x_1)+\dfrac{x_1-1}{2x_1}\Leftrightarrow \dfrac{1}{2x_1^2}(x-x_1)-y+\dfrac{x_1-1}{2x_1}=0$.

Khi đó $d_{(d_1,\,d_2)}=d_{(N;d_1)}=\dfrac{\left|\dfrac{2}{x_1}\right|}{\sqrt{\dfrac{1}{4x_1^4}+1}}=\dfrac{4}{\sqrt{4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}}}$.

Áp dụng BĐT Cô-Si ta có $4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}\geq 2\sqrt{4x_1^2.\dfrac{1}{x_1^2}}=4\Rightarrow d_{(d_1;\,d_2)}=\dfrac{4}{\sqrt{4x_1^2+\dfrac{1}{x_1^2}}}\leq \dfrac{4}{2}=2$.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\left[f(2x+1)\right]^2+\left[f(1-x)\right]^3=x$. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=f(x)$ tại điểm có hoành độ bằng 1.

A. $y=\dfrac{1}{7}x-\dfrac{5}{7}$. **B.** $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{6}{7}$. **C.** $y=\dfrac{1}{7}x-\dfrac{6}{7}$. **D.** $y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{8}{7}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Từ $\left[f(2x+1)\right]^2+\left[f(1-x)\right]^3=x$ (*), cho $x=0$ ta có $\left[f(1)\right]^2+\left[f(1)\right]^3=0\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(1)=0 \\ f(1)=-1 \end{array}\right.$

Đạo hàm hai vế của (*) ta được $4.f(2x+1).f'(2x+1)-3\left[f(1-x)\right]^2.f'(1-x)=1$.

Cho $x=0$ ta được $4f(1).f'(1)-3.\left[f(1)\right]^2.f'(1)=1\Leftrightarrow f(1).f'(1).\left[4-3f(1)\right]=1$ (**).

Nếu $f(1)=0$ thì (**) vô lý, do đó $f(1)=-1$, khi đó (**) trở thành

$-f'(1).[4+3]=1\Leftrightarrow f'(1)=-\dfrac{1}{7}$

Phương trình tiếp tuyến $y=-\dfrac{1}{7}(x-1)+1\Leftrightarrow y=-\dfrac{1}{7}x+\dfrac{8}{7}$.

Câu 59: Tiếp tuyến với đồ thị hàm số $y=x^3-4x+1$ tại điểm có hoành độ bằng 2 có phương trình là:

A. $y=8x+15$. **B.** $y=8x-15$. **C.** $y=-8x+17$. **D.** $y=8x-16$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đạo hàm: $y'=3x^2-4$. Suy ra: $y'(2)=8$. Ta có: $y(2)=1$.

Phương trình tiếp tuyến cần tìm là: $y=8(x-2)+1\Leftrightarrow y=8x-15$.

Câu 60: Cho hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-3x^2+\frac{3}{2}$ (C). Tìm phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $A\left(0;\frac{3}{2}\right)$ và tiếp xúc với đồ thị (C).

A. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\frac{3}{2}\\ \Delta: y=-2\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\\ \Delta: y=2\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\end{array}\right.$ **B.** $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\frac{3}{2}x\\ \Delta: y=-\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\\ \Delta: y=\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\end{array}\right.$

C. $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\frac{3}{2}x+1\\ \Delta: y=-2x+\frac{1}{2}\\ \Delta: y=2x+\frac{1}{2}\end{array}\right.$ **D.** $\left[\begin{array}{l}\Delta: y=\frac{3}{2}\\ \Delta: y=-\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\\ \Delta: y=2x+\frac{3}{2}\end{array}\right.$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm A và có hệ số góc k có đạng: $y=kx+\frac{3}{2}$.

Δ tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ x khi hệ phương trình :

$$\begin{cases}\frac{1}{2}x^4-3x^2+\frac{3}{2}=kx+\frac{3}{2} & (1)\\ 2x^3-6x=k & (2)\end{cases}$$ có nghiệm x

Thế (2) vào (1), ta có: $\frac{1}{2}x^4-3x^2+\frac{3}{2}=(2x^3-6x)x+\frac{3}{2}\Leftrightarrow x^2(x^2-2)=0$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\overset{(2)}{\Rightarrow}k=0\Rightarrow\Delta: y=\frac{3}{2}\\ x=\sqrt{2}\overset{(2)}{\Rightarrow}k=-2\sqrt{2}\Rightarrow\Delta: y=-2\sqrt{2}x+\frac{3}{2}.\\ x=-\sqrt{2}\overset{(2)}{\Rightarrow}k=2\sqrt{2}\Rightarrow\Delta: y=2\sqrt{2}x+\frac{3}{2}\end{array}\right.$$

Câu 61: Viết phương trình tiếp tuyến d tiếp xúc với đồ thị (H): $y=\left(x^2-1\right)^2$ của hàm số tại đúng 2 điểm phân biệt.

A. $y=0$. **B.** $y=2x+1$. **C.** $y=1$. **D.** $y=2x$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình của đường thẳng (d) đi qua M có hệ số góc k: $y=kx+m$.

Giả sử d là đường thẳng tiếp xúc với (H) tại điểm $M\left(m;\left(m^2-1\right)^2\right)$. Khi đó đường thẳng d có phương trình: $y=2m\left(m^2-1\right)(x-m)+\left(m^2-1\right)^2$.

Đường thẳng d tiếp xúc với (H) tại 2 điểm phân biệt khi và chỉ khi hệ phương trình:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\begin{cases}\left(x^2-1\right)^2=2m\left(m^2-1\right)(x-m)+\left(m^2-1\right)^2\\ 2x\left(x^2-1\right)=2m\left(m^2-1\right)\end{cases}$ có đúng một nghiệm khác m

tức hệ $\begin{cases}(x-m)\left[x\left(x^2+mx+m^2\right)-m^3-2x\right]=0\\ (x-m)\left(x^2+mx+m^2-1\right)=0\end{cases}$ có đúng một nghiệm khác m

hay $\begin{cases}x=-m^3\\ x^2+mx+m^2-1=0\end{cases}$ có nghiệm $x=1,m=-1$ hoặc $x=-1,m=1$.

Vậy $y=0$ thỏa đề bài.

Câu 62: Cho hàm số $y=x^3-3x^2-9x+1$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C), biết tiếp tuyến tạo với đường thẳng $d: y=-x+1$ một góc α thỏa $\cos\alpha=\frac{5}{\sqrt{41}}$.

A. Đáp án khác.

B. $y=-\frac{1}{9}\left(x-\frac{9\pm\sqrt{321}}{9}\right)+34$.

C. $y=-\frac{1}{9}\left(x-\frac{9\pm\sqrt{321}}{9}\right)+7$.

D. $y=-\frac{1}{9}\left(x-\frac{9\pm\sqrt{321}}{9}\right)+9$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=3(x^2-2x-3)$. Gọi $M(x_0;y_0)$ là tiếp điểm

Phương trình tiếp tuyến Δ tại M : $y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0$

Hay $kx-y+b=0$, Với $k=y'(x_0)$

Theo bài ra ta có: $\cos\alpha=\frac{|k-1|}{\sqrt{k^2+1}.\sqrt{2}}=\frac{5}{\sqrt{41}}$

$\Leftrightarrow 41(k-1)^2=50(k^2+1)\Leftrightarrow 9k^2+82k+9=0\Leftrightarrow k=-9,k=-\frac{1}{9}$.

- $k=-9\Leftrightarrow x_0^2-2x_0=0\Leftrightarrow x_0=0,x_0=2$

Từ đó ta tìm được hai tiếp tuyến: $y=-9x+1$ và $y=-9x-3$

- $k=-\frac{1}{9}\Leftrightarrow 27x_0^2-54x_0-80=0\Leftrightarrow x_0=\frac{9\pm\sqrt{321}}{9}$

Từ đó ta tìm được hai tiếp tuyến là: $y=-\frac{1}{9}\left(x-\frac{9\pm\sqrt{321}}{9}\right)+y(x_0)$.

Câu 63: Cho hàm số: $y=-4x^3+3x+2$, có đồ thị là (C). Tìm những điểm trên đường thẳng $y=3$ để từ đó có thể vẽ được ba đường thẳng tiếp xúc với đồ thị (C).

A. $m<-1$ hoặc $\frac{1}{3}<m\neq 2$.

B. $m<-1$ hoặc $\frac{1}{3}<m\neq\frac{1}{2}$.

C. $m<-2$ hoặc $\frac{1}{3}<m\neq\frac{1}{2}$.

D. $m<-3$ hoặc $1<m\neq\frac{1}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử $M(m;3)$ là điểm cần tìm và d là đường thẳng qua M có hệ số góc là k, phương trình có dạng: $y=k(x-m)+3$.

Đường thẳng d tiếp xúc với đồ thị (C) tại điểm $N(x_0;y_0)$ khi hệ:

$\begin{cases}-4x_0^3+3x_0+2=k(x_0-m)+3\\(-4x_0^3+3x_0+2)'=[k(x_0-m)+3]'\end{cases}$ có nghiệm x_0, từ hệ suy ra

$(2x_0-1)[4x_0^2-2(3m-1)x_0-3m+1]=0$ (1) có nghiệm x_0.

Qua M kẻ được 3 đường thẳng tiếp xúc với (C) khi và chỉ khi phương trình (1) có 3 nghiệm x_0, tức phương trình $4x_0^2-2(3m-1)x_0-3m+1=0$ (2) có hai nghiệm phân biệt khác $\frac{1}{2}$ hay $m<-1$ hoặc $\frac{1}{3}<m\neq\frac{1}{2}$.

Câu 64: Cho hàm số $y=-\frac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $A(2;9)$.

A. $y=-x+2$. **B.** $y=-8x+5$. **C.** $y=x+25$. **D.** $y=-8x+25$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng (d) đi qua điểm $A(2;9)$ có hệ số góc k là $y=k(x-2)+9$.

(d) tiếp xúc với (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases}-\frac{2x_0^3}{3}+x_0^2+4x_0-2=k(x_0-2)+9 & (1)\\-2x_0^2+2x_0+4=k & (2)\end{cases}$ có nghiệm x_0.

Thay (2) vào (1) ta được: $-\frac{2x_0^3}{3}+x_0^2+4x_0-2=(-2x_0^2+2x_0+4)(x_0-2)+9$

$\Leftrightarrow 4x_0^3-15x_0^2+12x_0-9=0\Leftrightarrow x_0=3$.

Thay $x_0=3$ vào (2) ta được $k=-8$.

Vậy phương trình tiếp tuyến (d) là $y=-8x+25$.

Câu 65: Cho hàm số $y=-\frac{2x^3}{3}+x^2+4x-2$, gọi đồ thị của hàm số là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của (C) có hệ số góc lớn nhất.

A. $y=5x-\frac{25}{12}$. **B.** $y=\frac{9}{4}x-\frac{25}{12}$. **C.** $y=\frac{7}{2}x+\frac{5}{12}$. **D.** $y=\frac{9}{2}x-\frac{25}{12}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi (d) là tiếp tuyến cần tìm phương trình và x_0 là hoành độ tiếp điểm của (d) với (C) thì hệ số góc của (d): $k=y'(x_0)=-2x_0^2+2x_0+4=\frac{9}{2}-\left(x_0-\frac{1}{2}\right)^2\le\frac{9}{2}$; $k=\frac{9}{2}\Leftrightarrow x_0=\frac{1}{2}$.

Vậy $\max k=\frac{9}{2}$ đạt được khi và chỉ khi $x_0=\frac{1}{2}$.

Suy ra phương trình tiếp tuyến $(d): y = \frac{9}{2}\left(x - \frac{1}{2}\right) + y\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{9}{2}x - \frac{25}{12}$.

Câu 66: Cho hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 6x + 5$. Tiếp tuyến của đồ thị hàm số có hệ số góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $y = 3x + 3$. **B.** $y = 3x + 12$. **C.** $y = 3x + 6$. **D.** $y = 3x + 9$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - 6x + 6 = 3(x-1)^2 + 3 \geq 3$. Dấu "=" xảy ra khi $x = 1 \Rightarrow y = 9$.

Do đó, tiếp tuyến của đồ thị có hệ số góc nhỏ nhất bằng 3 và là tiếp tuyến tại điểm $M(1;9)$.

Phương trình tiếp tuyến là: $y = 3(x-1) + 9 \Leftrightarrow y = 3x + 6$.

Câu 67: Cho đường cong (C) có phương trình $y = \frac{x-1}{x+1}$. Gọi M là giao điểm của (C) với trục tung. Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là

A. $y = -2x - 1$. **B.** $y = 2x + 1$. **C.** $y = 2x - 1$. **D.** $y = x - 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $M(0;-1)$, $y' = \frac{2}{(x+1)^2} \Rightarrow y'(0) = 2$.

Tiếp tuyến của (C) tại M có phương trình là: $y = 2x - 1$.

DẠNG 2: CÁC BÀI TOÁN TIẾP TUYẾN (CÓ THAM SỐ)

Câu 68: Tìm m để $(C_m): y = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{2}(m+2)x^2 + 2mx + 1$ tiếp xúc với đường thẳng $y = 1$.

A. $m \in \{0;4;6\}$. **B.** $m \in \left\{0;\frac{2}{3};6\right\}$. **C.** $m \in \left\{0;\frac{2}{3};2\right\}$. **D.** $m \in \left\{4;\frac{2}{3};6\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

(C_m) tiếp xúc đường thẳng $y = 1$ tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ sau có nghiệm x_0

$$\begin{cases} \frac{x_0^3}{3} - \frac{1}{2}(m+2)x_0^2 + 2mx_0 + 1 = 1 \ (a) \\ x_0^2 - (m+2)x_0 + 2m = 0 \ (b) \end{cases}$$

Ta có: $(b) \Leftrightarrow x_0 = 2 \vee x_0 = m$.

Thay $x_0 = 2$ vào (a) ta được: $m = \frac{2}{3}$.

Thay $x_0 = m$ vào (a) ta được: $-\frac{m^3}{6} + m^2 = 0 \Leftrightarrow m = 0 \vee m = 6$.

(C_m) tiếp xúc đường thẳng $y = 1 \Leftrightarrow m \in \left\{0;\frac{2}{3};6\right\}$.

Câu 69: Với giá trị nào của m thì đường thẳng $y = 2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m \neq \pm 2$. **B.** $m = \pm 2\sqrt{2}$. **C.** $m \neq 2\sqrt{2}$. **D.** $m = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đường thẳng $y = 2x + m$ tiếp xúc với đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases} (2x+m)' = \left(\frac{2x-3}{x-1}\right)' \\ 2x + m = \frac{2x-3}{x-1} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 = \frac{1}{(x-1)^2} \quad (1) \\ m = \frac{2x-3}{x-1} - 2x \quad (2) \end{cases}$$

Ta có $(1) \Leftrightarrow (x-1)^2 = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$.

□Với $x = \frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ thay vào (2) ta được $m = -2\sqrt{2}$.

□Với $x = -\frac{\sqrt{2}}{2} + 1$ thay vào (2) ta được $m = 2\sqrt{2}$.

Do đó, giá trị cần tìm của m là : $m = \pm 2\sqrt{2}$.

Câu 70: Cho hàm số $y = \frac{x^4}{4} - 2x^2 + 4$, có đồ thị là (C). Tìm tham số m để đồ thị (C) tiếp xúc với parabol $(P): y = x^2 + m$.

A. $m = 4; m = 2$. **B.** $m = 4; m = 20$. **C.** $m = 124; m = 2$. **D.** $m = 14; m = 20$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

(C) tiếp xúc $(P): y = x^2 + m$ tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ sau có nghiệm x_0:

$$\begin{cases} \frac{x_0^4}{4} - 2x_0^2 + 4 = x_0^2 + m \\ x_0^3 - 4x_0 = 2x_0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0 = 0 \\ m = 4 \end{cases} \vee \begin{cases} x_0 = 6 \\ m = 20 \end{cases}.$$

Câu 71: Cho hàm số $y = x^3 - 3mx^2 + 3(m^2 - 1)x - m^3$, với m là tham số; gọi (C) là đồ thị của hàm số đã cho. Biết rằng khi m thay đổi, điểm cực đại của đồ thị (C) luôn nằm trên một đường thẳng d cố định. Xác định hệ số góc k của đường thẳng d.

A. $k = -3$. **B.** $k = 3$. **C.** $k = -\frac{1}{3}$. **D.** $k = \frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định $D = \mathbb{R}$.

Ta có $y' = 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1)$ và $y'' = 6x - 6m$.

Khi đó $y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 6mx + 3(m^2 - 1) = 0$.

$\Delta' = 9m^2 - 9(m^2 - 1) = 9$ nên hàm số luôn có hai điểm cực trị $x = \frac{3m+3}{3} = m + 1$ và $x = \frac{3m-3}{3} = m - 1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y''(m-1)=6(m-1)-6m=-6<0\Rightarrow x=m-1$ là điểm cực đại của hàm số

$\Rightarrow A(m-1;-3m+2)$ là điểm cực đại của đồ thị (C).

Ta có $\begin{cases}x_A=m-1\\y_A=-3m+2\end{cases}\Rightarrow y_A=-3x_A-1$

$\Rightarrow A$ luôn thuộc đường thẳng d có phương trình $y=-3x-1$.

Do đó hệ số góc k của đường thẳng d là -3.

Câu 72: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(m-1)x+2m$ (C_m). Gọi S là tập tất cả các giá trị của m để từ điểm $M(1;2)$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến với (C_m). Tổng tất cả các phần tử của tập S là? :

A. $\frac{4}{3}$ **B.** $\frac{81}{109}$ **C.** $\frac{3}{4}$ **D.** $\frac{217}{81}$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y'=3x^2-4x+(m-1)$.

Phương trình tiếp tuyến đi qua điểm $M(1;2)$ là: $y=kx-k+2$.

Điều kiện tiếp xúc của (C_m) và tiếp tuyến là:

$$\begin{cases}x^3-2x^2+(m-1)x+2m=kx-k+2 & (1)\\3x^2-4x+(m-1)=k & (2)\end{cases}.$$

Thay (2) vào (1) ta có:

$x^3-2x^2+(m-1)x+2m=3x^3-4x^2+(m-1)x-3x^2+4x-(m-1)+2$.

$\Leftrightarrow 2x^3-5x^2+4x-3(m-1)=0(*)$.

Để qua $M(1;2)$ kẻ được đúng 2 tiếp tuyến với (C_m) thì phương trình $(*)$ có đúng 2 nghiệm phân biệt.

$(*)$ là phương trình hoành độ giao điểm của hai đồ thị $\begin{cases}y=2x^3-5x^2+4x\\y=3(m-1)\end{cases}$

Xét $y=2x^3-5x^2+4x$:

$y'=6x^2-10x+4$.

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		1		$\frac{2}{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	1	↘	$\frac{28}{27}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên: để $(*)$ có đúng 2 nghiệm phân biệt thì: $\left[\begin{array}{l}3(m-1)=1\\3(m-1)=\frac{28}{27}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\frac{4}{3}\\m=\frac{109}{81}\end{array}\right.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Do đó: $S=\left\{\frac{4}{3};\frac{109}{81}\right\}$.

Vậy tổng các phần tử của S là: $\frac{217}{81}$.

Câu 73: Cho hàm số $y=\frac{2x-3}{x-2}$ có đồ thị (C). Tìm trên (C) những điểm M sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt hai tiệm cận của (C) tại A,B sao cho AB ngắn nhất.

A. $M(4;\frac{5}{2})$ hoặc $M(-1;\frac{5}{3})$. **B.** $M(3;3)$ hoặc $M(1;1)$.

C. $M(3;3)$ hoặc $M(-1;\frac{5}{3})$. **D.** $M(-1;\frac{5}{3})$ hoặc $M(1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Lấy điểm $M\left(m;\ 2+\frac{1}{m-2}\right)\in(C)$. Ta có: $y'(m)=-\frac{1}{(m-2)^2}$

Tiếp tuyến (d) tại M có phương trình: $y=-\frac{1}{(m-2)^2}(x-m)+2+\frac{1}{m-2}$

Giao điểm của (d) với tiệm cận đứng là: $A\left(2;2+\frac{2}{m-2}\right)$

Giao điểm của (d) với tiệm cận ngang là: $B(2m-2;2)$

Ta có: $AB^2=4\left[(m-2)^2+\frac{1}{(m-2)^2}\right]\geq 8$. Đẳng thức xảy ra khi $m=1$ hoặc $m=3$.

Vậy, điểm M cần tìm có tọa độ là: $M(3;3)$ hoặc $M(1;1)$.

Câu 74: Cho hàm số $y=x^3+3x^2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m;0)$ sao cho từ M vẽ được ba tiếp tuyến đến đồ thị (C), trong đó có hai tiếp tuyến vuông góc với nhau. Khi đó khẳng định nào sau đây đúng.

A. $m\in\left(-\frac{1}{2};0\right)$. **B.** $m\in\left(0;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $m\in\left(-1;-\frac{1}{2}\right)$. **D.** $m\in\left(\frac{1}{2};1\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=3x^2+6x$.

Gọi $A\left(a;a^3+3a^2\right)$ thuộc đồ thị hàm số.

Phương trình tiếp tuyến d của đồ thị hàm số tại A là: $y=\left(3a^2+6a\right)(x-a)+a^3+3a^2$.

$M(m;0)\in d\Leftrightarrow\left(3a^2+6a\right)(m-a)+a^3+3a^2=0\Leftrightarrow 2a^3-3(m-1)a^2-6ma=0$

$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=0\\2a^2-3(m-1)a-6m=0\ \ (1)\end{array}\right.$.

Khi $a=0$ ta có phương trình tiếp tuyến $y=0$.

Đối với đồ thị hàm số không có tiếp tuyến nào vuông góc với $y=0$ nên yêu cầu bài toán tương đương phương trình (1) có hai nghiệm a_1 và a_2 khác 0 thỏa $y'(a_1).y'(a_2)=-1$

$\Leftrightarrow\left(3a_1^2+6a_1\right)\left(3a_2^2+6a_2\right)=-1\Leftrightarrow 9a_1.a_2\left[a_1.a_2+2\left(a_1+a_2\right)+4\right]+1=0$

$\Leftrightarrow 9(-3m)\left[-3m+3(m-1)+4\right]+1=0\Leftrightarrow -27m+1=0\Leftrightarrow m=\frac{1}{27}$.

Thay $m=\dfrac{1}{27}$ vào (1) thử lại có 2 nghiệm phân biệt khác 0.

Câu 75: Cho hàm số $y=\dfrac{-x+1}{2x-1}$ có đồ thị là (C), đường thẳng $d: y=x+m$. Với mọi m ta luôn có d cắt (C) tại 2 điểm phân biệt A,B. Gọi k_1,k_2 lần lượt là hệ số góc của các tiếp tuyến với (C) tại A,B. Tìm m để tổng k_1+k_2 đạt giá trị lớn nhất.

A. $m=-5$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=-2$. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Phương trình hoành độ giao điểm của d và (C) là

$$\frac{-x+1}{2x-1}=x+m\Leftrightarrow\begin{cases}x\neq\dfrac{1}{2}\\ g(x)=2x^2+2mx-m-1=0\ (*)\end{cases}.$$

Theo định lí Viet ta có $x_1+x_2=-m;\ x_1x_2=\dfrac{-m-1}{2}$. Giả sử $A(x_1;y_1),B(x_2;y_2)$.

Ta có $y'=\dfrac{-1}{(2x-1)^2}$, nên tiếp tuyến của (C) tại A và B có hệ số góc lần lượt là

$k_1=-\dfrac{1}{(2x_1-1)^2}$ và $k_2=-\dfrac{1}{(2x_2-1)^2}$. Vậy

$$k_1+k_2=-\frac{1}{(2x_1-1)^2}-\frac{1}{(2x_2-1)^2}=-\frac{4(x_1^2+x_2^2)-4(x_1+x_2)+2}{\left[4x_1x_2-2(x_1+x_2)+1\right]^2}$$

$$=-\left(4m^2+8m+6\right)=-4(m+1)^2-2\le -2$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m=-1$.

Vậy k_1+k_2 đạt giá trị lớn nhất bằng -2 khi $m=-1$.

Câu 76: Cho hàm số $(C_m): y=x^3-2x^2+(m-1)x+2m$, với m là tham số thực. Tìm tất cả các giá trị của m để từ điểm $M(1;2)$ có thể vẽ đến (C_m) đúng hai tiếp tuyến.

A. $\dfrac{4}{3}<m<\dfrac{109}{81}$. **B.** $m>\dfrac{109}{81}$.

C. $m=\dfrac{4}{3}$ hoặc $m=\dfrac{109}{81}$. **D.** $m<\dfrac{4}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=3x^2-4x+m-1$. Giả sử $A\left(a;a^3-2a^2+(m-1)a+2m\right)$ là tiếp điểm của tiếp tuyến.

Phương trình tiếp tuyến tại A là: $y=\left(3a^2-4a+m-1\right)(x-a)+a^3-2a^2+(m-1)a+2m$.

Do tiếp tuyến qua $M(1;2)$ nên: $2=\left(3a^2-4a+m-1\right)(1-a)+a^3-2a^2+(m-1)a+2m$

$\Leftrightarrow -2a^3+5a^2-4a+3m-3=0$ (*).

Để từ M kẻ được hai tiếp tuyến đến đồ thị (C_m) thì (*) có đúng hai nghiệm.

Xét hàm số $g(a)=-2a^3+5a^2-4a+3m-3$, $g'(a)=-6a^2+10a-4$, $g'(a)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=1\\ a=\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$.

Do đó $y_{CT}=3m-\frac{109}{27}$, $y_{CĐ}=3m-4$.

Để (*) có đúng hai nghiệm thì $\left[\begin{array}{l} y_{CT}=0 \\ y_{CĐ}=0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\frac{4}{3} \\ m=\frac{109}{81} \end{array}\right.$.

Câu 77: Tìm tham số m để đồ thị (C_m) của hàm số $y=x^3-4mx^2+7mx-3m$ tiếp xúc với parabol $(P): y=x^2-x+1$.

A. $m\in\left\{2;-\frac{1}{4};1\right\}$. **B.** $m\in\left\{5;-\frac{1}{4};78\right\}$. **C.** $m\in\left\{2;-\frac{3}{4};1\right\}$. **D.** $m\in\{2;-7;1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

(C_m) tiếp xúc với (P) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ

$\begin{cases} x_0^3-4mx_0^2+7mx_0-3m=x_0^2-x_0+1 \ (1) \\ 3x_0^2-8mx_0+7m=2x_0-1 \end{cases}$ (A) có nghiệm x_0.

Giải hệ (A), $(1)\Leftrightarrow x_0^3-(4m+1)x_0^2+(7m+1)x_0-3m-1=0$

$\Leftrightarrow (x_0-1)(x_0^2-4mx_0+3m+1)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0^2-4mx_0+3m+1=0 \end{array}\right.$.

Vậy $(A)\Leftrightarrow \begin{cases} x_0=1 \\ 3x_0^2-2(4m+1)x_0+7m+1=0 \ (2) \end{cases} \vee \begin{cases} x_0^2-4mx_0+3m+1=0 \\ 3x_0^2-2(4m+1)x_0+7m+1=0 \ (2) \end{cases}$.

Thay $x_0=1$ vào (2) ta được $m=2$.

Hệ $\begin{cases} 3x_0^2-2(4m+1)x_0+7m+1=0 \ (2) \\ x_0^2-4mx_0+3m+1=0 \ (3) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_0^2-2(4m+1)x_0+7m+1=0 \ (2) \\ 3x_0^2-12mx_0+9m+3=0 \ (4) \end{cases}$

Trừ hai phương trình (2) và (4),vế với vế ta được:

$4mx_0-2x_0-2m-2=0\Leftrightarrow (2m-1)x_0=m+1\ (5)$

Khi $m=\frac{1}{2}$ thì (5) trở thành $0=\frac{3}{2}$ (sai), do đó $(5)\Leftrightarrow x_0=\frac{m+1}{2m-1}$.

Thay $x_0=\frac{m+1}{2m-1}$ vào phương trình (3),ta được:

$\left(\frac{m+1}{2m-1}\right)^2-4m\left(\frac{m+1}{2m-1}\right)+3m+1=0 \Leftrightarrow 4m^3-11m^2+5m+2=0\Leftrightarrow m=2\vee m=-\frac{1}{4}\vee m=1$.

Vậy các giá trị m cần tìm là $m\in\left\{2;-\frac{1}{4};1\right\}$.

Câu 78: Cho hàm số $y=\frac{2mx+3}{x-m}$. Gọi I là giao điểm của hai tiệm cận của (C). Tìm m để tiếp tuyến tại một diểm bất kì của (C) cắt hai tiệm cận tại A và B sao cho ΔIAB có diện tích $S=22$.

A. $m=\pm 5$. **B.** $m=\pm 6$. **C.** $m=\pm 7$. **D.** $m=\pm 4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

(C) có tiệm cận đứng $x=m$, tiệm cận ngang $y=2m$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Giao điểm 2 tiệm cận là $I(m;2m)$ và $M\left(x_0;\dfrac{2mx_0+3}{x_0-m}\right)\in(C)$.

Phương trình tiếp tuyến Δ của (C) tại M : $y=\dfrac{2m^2+3}{(x_0-m)^2}(x-x_0)+\dfrac{2mx_0+3}{x_0-m}$.

Δ cắt TCĐ tại $A\left(m;\dfrac{2mx_0+2m^2+6}{x_0-m}\right)$, cắt TCN tại $B(2x_0-m;2m)$.

Ta có: $IA=\left|\dfrac{4m^2+6}{x_0+m}\right|$; $IB=2\left|x_0-m\right|\Rightarrow S_{IAB}=\dfrac{1}{2}IA.IB=4m^2+6=22\Leftrightarrow m=\pm4$.

Câu 79: Cho hàm số $y=\dfrac{1}{3}mx^3+(m-1)x^2+(4-3m)x+1$ có đồ thị là (C_m). Tìm các giá trị m sao cho trên đồ thị (C_m) tồn tại đúng hai điểm có hoành độ dương mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $(d):x+2y-3=0$.

A. $m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)$. **B.** $m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{5}{3}\right)$.

C. $m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{8}{3}\right)$. **D.** $m\in\left(0;\dfrac{1}{3}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=mx^2+2(m-1)x+4-3m$; $d:y=-\dfrac{1}{2}x+\dfrac{3}{2}$.

Theo yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $y'=2$ có đúng 2 nghiệm dương phân biệt

$\Leftrightarrow mx^2+2(m-1)x+2-3m=0$ có đúng 2 nghiệm dương phân biệt

$$\Leftrightarrow\begin{cases}m\neq0\\\Delta'>0\\S>0\\P>0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}0<m<\dfrac{1}{2}\\\dfrac{1}{2}<m<\dfrac{2}{3}\end{array}\right.$$

Vậy, với $m\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right)\cup\left(\dfrac{1}{2};\dfrac{2}{3}\right)$ thỏa mãn bài toán.

Câu 80: Đường thẳng $x+y=2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y=-x^3+2x+4$ khi m bằng

A. 1 hoặc 3. **B.** -1 hoặc 3. **C.** -3 hoặc -1. **D.** -3 hoặc 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đường thẳng $x+y=2m$ là tiếp tuyến của đường cong $y=-x^3+2x+4$ khi và chỉ khi hệ phương trình $\begin{cases}-x^3+2x+4=2m-x\\-3x^2+2=-1\end{cases}$ có nghiệm.

Ta có $\begin{cases}-x^3+2x+4=2m-x\\-3x^2+2=-1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=1\\x=-1\end{array}\right.\\-x^3+2x+4=2m-x\end{cases}\Rightarrow\left[\begin{array}{l}m=3\\m=1\end{array}\right.$.

Câu 81: Cho hàm số $y=\dfrac{x+b}{ax-2}\ (ab\neq -2)$. Biết rằng a và b là các giá trị thỏa mãn tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $A(1;-2)$ song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$. Khi đó giá trị của $a-3b$ bằng

A. 5. **B.** 4. **C.** -1. **D.** -2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y'=\dfrac{-2-ab}{(ax-2)^2}\Rightarrow y'(1)=\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}$.

Do tiếp tuyến song song với đường thẳng $d: 3x+y-4=0$ nên: $y'(1)=-3\Leftrightarrow\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}=-3$.

Mặt khác $A(1;-2)$ thuộc đồ thị hàm số nên $-2=\dfrac{1+b}{a-2}\Leftrightarrow b=-2a+3$.

Khi đó ta có $\dfrac{-2-ab}{(a-2)^2}=-3\Leftrightarrow -2-a(-2a+3)=-3a^2+12a-12,\ a\neq 2$.

$\Leftrightarrow 5a^2-15a+10=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}a=2(loai)\\a=1\end{array}\right.$.

Với $a=1\Rightarrow b=1\Rightarrow a-3b=-2$.

Câu 82: Cho hàm số $y=x^3-2x^2+(m-1)x+2m$ có đồ thị là (C_m). Tìm m để tiếp tuyến có hệ số góc nhỏ nhất của đồ thị (C_m) vuông góc với đường thẳng $\Delta: y=3x+2018$.

A. $m=2$. **B.** $m=-\dfrac{1}{3}$. **C.** $m=\dfrac{7}{3}$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y'=3x^2-4x+m-1=\left(x\sqrt{3}-\dfrac{2}{\sqrt{3}}\right)^2+m-\dfrac{7}{3}\geq m-\dfrac{7}{3}$, dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\dfrac{2}{3}$.

Tiếp tuyến d của (C_m) có hệ số góc nhỏ nhất là $m-\dfrac{7}{3}$.

Bài ra $d\perp\Delta$ nên $\left(m-\dfrac{7}{3}\right).3=-1\Leftrightarrow m=2$.

Vậy $m=2$.

Câu 83: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=x^4-(m+1)x^2+4m$. Tìm tham số m để (C_m) tiếp xúc với đường thẳng $(d): y=3$ tại hai điểm phân biệt.

A. $\left[\begin{array}{l}m=2\\m=13\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=13\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=3\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=1\\m=16\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

(C_m) tiếp xúc với (d) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases}x_0^4-(m+1)x_0^2+4m=3\ \ (1)\\4x_0^3-2(m+1)x_0=0\ \ (2)\end{cases}$ (A) có nghiệm x_0.

Giải hệ (A), $(2)\Leftrightarrow x_0=0$ hoặc $x_0^2=\dfrac{m+1}{2}$.

Thay $x_0=0$ vào (1) ta được $m=\frac{3}{4}$.

Thay $x_0^2=\frac{m+1}{2}$ vào (1) ta được $\left(\frac{m+1}{2}\right)^2-\frac{(m+1)^2}{2}+4m=3$

$\Leftrightarrow m^2-14m+13=0\Leftrightarrow m=1\vee m=13.$

Khi $m=\frac{3}{4}$ thì (C_m) tiếp xúc với (d) tại chỉ một điểm $(0;3)$ nên $m=\frac{3}{4}$ không thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Khi $m=1$ thì $x_0^2=1\Leftrightarrow x_0=\pm1$, suy ra (C_m) tiếp xúc với (d) tại hai điểm $(\pm1;3)$.

Khi $m=13$ thì $x_0^2=7\Leftrightarrow x_0=\pm\sqrt{7}$,suy ra (C_m) tiếp xúc với (d) tại hai điểm $\left(\pm\sqrt{7};3\right)$.

Vậy các giá trị m cần tìm là $m=1;m=13$.

Câu 84: Tìm m để đồ thị hàm số $y=\frac{x^2-x+1}{x-1}$ tiếp xúc với parabol $y=x^2+m$.

A. $m=-2$. **B.** $m=0$. **C.** $m=-1$. **D.** $m=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Hai đường cong đã cho tiếp xúc nhau tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ phương trình:

$$\begin{cases}\frac{x_0^2-x_0+1}{x_0-1}=x_0^2+m & (1)\\ \frac{x_0^2-2x_0}{(x_0-1)^2}=2x_0 & (2)\end{cases}$$ có nghiệm x_0.

Ta có: $(2)\Leftrightarrow x_0(2x_0^2-5x_0+4)=0\Leftrightarrow x=0$ thay vào (1) ta được $m=-1$.

Vậy $m=-1$ là giá trị cần tìm.

Câu 85: Cho đồ thị $(C):y=x^3-3x^2-9x+10$ và điểm $A(m;-10)$. Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của m để có đúng 2 tiếp tuyến của (C) qua A. Tổng giá trị tất cả các phần tử của S bằng

A. 3. **B.** 5. **C.** $\frac{19}{4}$. **D.** $\frac{5}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi d là đường thẳng qua $A(m;-10)$ có hệ số góc k.

Suy ra $d:y=k(x-m)-10$.

d là tiếp tuyến của (C) khi hệ phương trình sau có nghiệm

$$\begin{cases}x^3-3x^2-9x+10=k(x-m)-10 & (1)\\ 3x^2-6x-9=k\end{cases}$$

Thế k vào (1), ta được $2x^3-(3m+3)x^2+6mx+9m-20=0$ (*).

Để có đúng 2 tiếp tuyến của (C) qua A thì phương trình (*) có 2 nghiệm.

Suy ra đồ thị hàm số $f(x)=2x^3-(3m+3)x^2+6mx+9m-20$ có 2 cực trị, trong đó có 1 cực trị thuộc trục hoành.

Ta có $f'(x)=6x^2-2(3m+3)x+6m$.

$f'(x)=0\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\Rightarrow f(1)=12m-21\\ x=m\Rightarrow f(m)=-m^3+3m^2+9m-20\end{array}\right.$.

Khi đó $\left[\begin{array}{l}12m-21=0\\ -m^3+3m^2+9m-20=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{7}{4}\\ m=4\\ m=\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2}\end{array}\right.$.

Vậy $S=\left\{\dfrac{7}{4};4;\dfrac{-1\pm\sqrt{21}}{2}\right\}$. Suy ra $T=\dfrac{7}{4}+4+\dfrac{-1+\sqrt{21}}{2}+\dfrac{-1-\sqrt{21}}{2}=\dfrac{19}{4}$.

Câu 86: Gọi S là tập tất cả các giá trị thực của tham số m sao cho đường thẳng $d: y=mx-m-3$ cắt đồ thị $(C): y=2x^3-3x^2-2$ tại ba điểm phân biệt A, B, $I(1;-3)$ mà tiếp tuyến với (C) tại A và tại B vuông góc với nhau. Tính tổng các phần tử của S.

A. 5. **B.** 1. **C.** 2. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và (d): $2x^3-3x^2-2=mx-m-3$

$\Leftrightarrow(x-1)(2x^2-x-m-1)=0$ (*)

Để đường thẳng (d) cắt đồ thị (C) tại ba điểm phân biệt thì phương trình (*) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow 2x^2-x-m-1=0$ có hai nghiệm phân biệt $x\neq 1$.

$\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}\Delta>0\\ 2.1^2-1-m-1\neq 0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left\{\begin{array}{l}m>\dfrac{-9}{8}\\ m\neq 0\end{array}\right.$.

Do tiếp tuyến với (C) tại A và tại B vuông góc với nhau nên $k_1.k_2=-1$.

Với k_1 là hệ số góc tiếp tuyến với (C) tại A, k_2 là hệ số góc tiếp tuyến với (C) tại B.

Ta có $y'=6x^2-6x\Rightarrow k_1=(6x_1^2-6x_1);\Rightarrow k_2=(6x_2^2-6x_2)$.

Do $k_1.k_2=-1$ nên $(6x_1^2-6x_1)(6x_2^2-6x_2)=-1\Leftrightarrow 36(x_1x_2)^2-36x_1x_2(x_1+x_2)+36x_1x_2+1=0$.

Theo định lý vi-et ta có $\left\{\begin{array}{l}x_1+x_2=\dfrac{1}{2}\\ x_1x_2=-\dfrac{m+1}{2}\end{array}\right.$

khi đó ta có $\Leftrightarrow 36\left(-\dfrac{m+1}{2}\right)^2-36\left(-\dfrac{m+1}{2}\right)\dfrac{1}{2}+36\left(-\dfrac{m+1}{2}\right)+1=0$

$\Leftrightarrow 9m^2+9m+1=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{6}\\ m=\dfrac{-3-\sqrt{5}}{6}\end{array}\right.$. Vậy $S=\dfrac{-3+\sqrt{5}}{6}+\dfrac{-3-\sqrt{5}}{6}=-1$.

Câu 87: Tìm tham số m để đồ thị $(C): y=-x^3+2(m+1)x^2-5mx+2m$ của hàm số tiếp xúc với trục hoành.

A. $m\in\left\{0;1;2;\dfrac{4}{3}\right\}$. **B.** $m\in\{0;1;2\}$. **C.** $m\in\left\{1;2;\dfrac{4}{3}\right\}$. **D.** $m\in\left\{0;1;\dfrac{4}{3}\right\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

(C) tiếp xúc với trục hoành tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases} -x_0^3+2(m+1)x_0^2-5mx_0+2m=0 \\ -3x_0^2+4(m+1)x_0-5m=0 \end{cases}$ (A) có nghiệm x_0.

Giải hệ (A).

$(A) \Leftrightarrow \begin{cases} (x_0-2)(x_0^2-2mx_0+m)=0 \\ 3x_0^2-4(m+1)x_0+5m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=2 \\ 3x_0^2-4(m+1)x_0+5m=0 \ (1) \end{cases}$

Hoặc $\begin{cases} x_0^2-2mx_0+m=0 \\ 3x_0^2-4(m+1)x_0+5m=0 \end{cases}$. Thay $x_0=2$ vào (1) ta được $m=\frac{4}{3}$.

Hệ $\begin{cases} x_0^2-2mx_0+m=0 \ (2) \\ 3x_0^2-4(m+1)x_0+5m=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x_0^2-6mx_0+3m=0 \ (3) \\ 3x_0^2-4(m+1)x_0+5m=0 \ (1) \end{cases}$

Trừ hai phương trình (1) và (3), vế với vế ta được: $(m-2)x_0=-m \Leftrightarrow x_0=-\frac{m}{m-2}$.

Thay $x_0=-\frac{m}{m-2}$ vào (1), ta được: $\frac{m^2}{(m-2)^2}+\frac{2m^2}{m-2}+m=0$

$\Leftrightarrow m^3-3m^2+2m=0 \Leftrightarrow m=0 \vee m=1 \vee m=2$. Vậy $m \in \left\{0;1;2;\frac{4}{3}\right\}$.

Câu 88: Cho hàm số $y=x^3-3x^2+3mx+1-m$. Có bao nhiêu giá trị thực của m để đồ thị tiếp xúc với Ox

A. 3 **B.** 1 **C.** 2 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì hàm số đã cho là hàm số bậc ba nên đồ thị hàm số đã cho tiếp xúc với trục hoành khi phương trình $x^3-3x^2+3mx+1-m=0$ có hai nghiệm phân biệt $\frac{x^3-3x^2+1}{1-3x}=m$ có hai nghiệm phân biệt

($x=\frac{1}{3}$ không thỏa mãn phương trình)

Đặt $f(x)=\frac{x^3-3x^2+1}{1-3x}$, $f'(x)=\frac{-6x^3+12x^2-6x+3}{(1-3x)^2}$, $f'(x)=0$ có đúng 1 nghiệm $x_0 \approx 1,565$

Bảng biến thiên

x	$-\infty$		$1/3$		x_0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$	↗	$f(x_0)$	↘	$-\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, chỉ có 1 giá trị của m thỏa mãn bài toán.

Câu 89: Cho hàm số $y=\frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C) và điểm $A(0;m)$. Xác định m để từ A kẻ được 2 tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm tương ứng nằm về hai phía đối với trục Ox.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\begin{cases} m \neq 1 \\ m > -1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{2}{3} \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{1}{3} \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{2}{5} \end{cases}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1: Gọi điểm $M(x_0; y_0) \in (C)$. Tiếp tuyến Δ tại M của (C) có phương trình:

$y = \frac{-3}{(x_0-1)^2}(x - x_0) + \frac{x_0+2}{x_0-1}$.

$A \in \Delta \Leftrightarrow m = \frac{3x_0}{(x_0-1)^2} + \frac{x_0+2}{x_0-1} \Leftrightarrow m(x_0-1)^2 = 3x_0 + (x_0+2)(x_0-1) = 0$ (với $x_0 \neq 1$)

$\Leftrightarrow (m-1)x_0^2 - 2(m+2)x_0 + m + 2 = 0$ (*).

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ (*) có hai nghiệm a, b khác 1 sao cho

$\frac{(a+2)(b+2)}{(a-1)(b-1)} = \frac{ab + 2(a+b) + 4}{ab - (a+b) + 1} < 0$ hay là: $\begin{cases} \Delta' = 3(m+2) > 0 \\ m - 1 \neq 0 \\ -3m - 2 < 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{2}{3} \end{cases}$.

Vậy $\begin{cases} m \neq 1 \\ m > -\frac{2}{3} \end{cases}$ là những giá trị cần tìm.

Cách 2: Đường thẳng d đi qua A, hệ số góc k có phương trình: $y = kx + m$.

d tiếp xúc đồ thị tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases} \frac{x_0+2}{x_0-1} = kx_0 + m \\ \frac{-3}{(x_0-1)^2} = k \end{cases}$ có nghiệm x_0.

Thế k vào phương trình thứ nhất, ta được:

$\frac{x_0+2}{x_0-1} = \frac{-3x_0}{(x_0-1)^2} + m \Leftrightarrow (m-1)x_0^2 - 2(m+2)x_0 + m + 2 = 0$ (*).

Để từ A kẻ được hai tiếp tuyến thì (*) có hai nghiệm phân biệt khác 1

$\Leftrightarrow \begin{cases} \Delta' = 3(m+2) > 0 \\ m \neq 1 \\ m - 1 - 2(m+2) + m + 2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m > -2 \\ m \neq 1 \end{cases}$ (i)

Khi đó tọa độ hai tiếp điểm là: $M_1(x_1; y_1)$, $M_2(x_2; y_2)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (*) và $y_1 = \frac{x_1+2}{x_1-1}$; $y_2 = \frac{x_2+2}{x_2-1}$.

Để M_1, M_2 nằm về hai phía Ox thì $y_1.y_2 < 0 \Leftrightarrow \frac{x_1x_2 + 2(x_1+x_2) + 4}{x_1x_2 - (x_1+x_2) + 1} < 0$ (1)

Áp dụng định lí Viet: $x_1 + x_2 = \frac{2(m+2)}{m-1}$; $x_1x_2 = \frac{m+2}{m-1} \Rightarrow$ (1) $\Leftrightarrow \frac{9m+6}{-3} < 0 \Leftrightarrow m > -\frac{2}{3}$.

Kết hợp với (i) ta có $\begin{cases} m > -\frac{2}{3} \\ m \neq 1 \end{cases}$ là những giá trị cần tìm.

Câu 90: Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ $(a \neq 0)$ có đồ thị (C), tiếp tuyến của (C) có hệ số góc đạt giá trị bé nhất khi nào?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $a>0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$ **B.** $a>0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$

C. $a<0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $\frac{b}{3a}$ **D.** $a<0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc $y'=3ax^2+2bx+c \Rightarrow y''=6ax+2b$.

Tiếp tuyến của (C) có hệ số góc đạt giá trị bé nhất khi $3a>0$ và hoành độ tiếp điểm là nghiệm của phương trình $y''=0 \Leftrightarrow a>0$ và hoành độ tiếp điểm bằng $-\frac{b}{3a}$.

Câu 91: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=x^4-3(m+1).x^2+3m+2$, m là tham số. Tìm các giá trị ***dương*** của tham số m để (C_m) cắt trục hoành tại bốn điểm phân biệt và tiếp tuyến của (C_m) tại giao điểm có hoành độ lớn nhất hợp với hai trục toạ độ một tam giác có diện tích bằng 24.

A. $m=\frac{2}{3}$. **B.** $m=7$. **C.** $m=1$. **D.** $m=\frac{1}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình hoành độ giao điểm của (C_m) và trục hoành là

$x^4-3(m+1).x^2+3m+2=0$ (1)

Đặt $t=x^2, t\ge 0$. Phương trình (1) trở thành : $t^2-3(m+1).t+3m+2=0$ (2)

(C_m) cắt trục Ox tại bốn điểm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (1) có 4 nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ Phương trình (2) có hai nghiệm dương phân biệt .

Vì (2) luôn có hai nghiệm là $t=1,\ t=3m+2$ với mọi m và vì $m>0$ (giả thiết) nên ta có $1<3m+2$, suy ra với mọi tham số $m>0$, (C_m) cắt Ox tại 4 điểm phân biệt và nếu gọi A là giao điểm có hoành độ lớn nhất thì hoành độ A là $x_A=\sqrt{3m+2}$.

Gọi $f(x)=x^4-3(m+1).x^2+3m+2$, phương trình tiếp tuyến d của (C_m) tại A là

$y=f'(x_A)(x-x_A)+f(x_A)=[4x_A^3-6(m+1)x_A](x-x_A)$ (vì $f(x_A)=0$)

$=[4(3m+2)\sqrt{3m+2}-6(m+1)\sqrt{3m+2}](x-\sqrt{3m+2})$

$=(6m+2)\sqrt{3m+2}\left(x-\sqrt{3m+2}\right)$

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến d với trục Oy thì $B\left(0;(6m+2)(3m+2)\right)$. Tam giác mà tiếp tuyến d tạo với hai trục toạ độ là tam giác vuông OAB (vuông tại O), theo giả thiết ta có :

$S_{OAB}=24 \Leftrightarrow OA.OB=48 \Leftrightarrow |x_A||y_B|=48$

$\Leftrightarrow \sqrt{3m+2}(6m+2)(3m+2)=48$ (3).

Gọi $f(m)=\sqrt{3m+2}(6m+2)(3m+2)=\sqrt{3m+2}(18m^2+22m+4)$

$f'(m)=\frac{3}{2\sqrt{3m+2}}(18m^2+22m+4)+(36m+22)\sqrt{3m+2}>0$ với mọi $m>0$.

Suy ra hàm số $f(m)$ đồng biến trên $(0;+\infty)$ và vì $f\left(\frac{2}{3}\right)=24$, do đó phương trình (3) chỉ có một nghiệm là $m=\frac{2}{3}$ trên $(0;+\infty)$.

Câu 92: Cho đồ thị $(C): y=\frac{x}{2}+\sqrt{x^2+x+1}$. Gọi $M(0;m)$ là điểm nằm trên trục tung mà từ đó kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị (C). Biết tập hợp các giá trị của m là nửa khoảng $(a;b]$. Giá trị của $a+b$ bằng

A. 1. **B.** $-\frac{1}{2}$. **C.** $\frac{1}{2}$. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

- Ta có: $y'=\frac{1}{2}+\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}$
- Gọi Δ là đường thẳng đi qua $M(0;m)$ và có hệ số góc là $k \Rightarrow \Delta: y=kx+m$
- Đường thẳng Δ là tiếp tuyến của (C) khi và chỉ khi hệ phương trình sau có nghiệm:

$$\begin{cases}\frac{x}{2}+\sqrt{x^2+x+1}=kx+m\\ k=\frac{1}{2}+\frac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}\end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{x}{2}+\sqrt{x^2+x+1}=\frac{x}{2}+\frac{2x^2+x}{2\sqrt{x^2+x+1}}+m \Leftrightarrow \frac{x+2}{2\sqrt{x^2+x+1}}=m \quad (1).$$

Hệ phương trình trên có nghiệm khi và chỉ khi (1) có nghiệm.

- Xét hàm số: $f(x)=\frac{x+2}{2\sqrt{x^2+x+1}}$ trên $\mathbb{R}$,

có $f'(x)=\frac{-3x}{4(x^2+x+1)\sqrt{x^2+x+1}} \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=0$.

BBT:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		↗	1	↘	

Dựa vào BBT ta thấy: phương trình (1) có nghiệm $-\frac{1}{2}<m\le 1$ hay $m\in\left(-\frac{1}{2};1\right]$

$\Rightarrow \begin{cases}a=-\frac{1}{2}\\ b=1\end{cases}$. Vậy $a+b=\frac{1}{2}$.

Câu 93: Đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đồ thị (C): $y=-2x^4+4x^2-1$ tại hai điểm phân biệt. Tìm tung độ tiếp điểm.

A. 1. **B.** -1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Để đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đường cong (C): $y=-2x^4+4x^2-1$ khi hệ sau có nghiệm.

$$\begin{cases}-2x^4+4x^2-1=m & (1)\\ -8x^3+8x=0 & (2)\end{cases}$$

$$(2)\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\ x=1\\ x=-1\end{array}\right.$$

Với $x=0$ thay vào (1) ta được $m=-1$.

Với $x=1$ thay vào (1) ta được $m=1$.

Với $x=-1$ thay vào (1) ta được $m=1$.

Do đó đường thẳng $y=m$ tiếp xúc với đồ thị (C): $y=-2x^4+4x^2-1$ tại hai điểm phân biệt khi $m=1$. Hay tung độ tiếp điểm bằng 1.

Câu 94: Cho hàm số $y=x^3+3mx^2+(m+1)x+1$ có đồ thị (C). Biết rằng khi $m=m_0$ thì tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ bằng $x_0=-1$ đi qua $A(1;3)$. Khẳng định nào sâu đây đúng?

A. $0<m_0<1$ **B.** $1<m_0<2$ **C.** $-2<m_0<-1$ **D.** $-1<m_0<0$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'=3x^2+6mx+m+1$.

Với $x_0=-1$ thì $y_0=2m-1$, gọi $B(-1;2m-1)\Rightarrow\overrightarrow{AB}=(-2;2m-4)$.

Tiếp tuyến tại B đi qua A nên hệ số góc của tiếp tuyến là $k=-m+2$.

Mặt khác: hệ số góc của tiếp tuyến là $k=y'(x_0)$.

Do đó ta có: $3(x_0)^2+6m_0x_0+m_0+1=-m_0+2$

$$\Leftrightarrow 3-6m_0+m_0+1=-m_0+2\Leftrightarrow -4m_0=-2\Leftrightarrow m_0=\frac{1}{2}.$$

Câu 95: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-(m+3)x^2+(3m+2)x-2m$ tiếp xúc với trục Ox.

A. $m=-2;\ m=-1$. **B.** $m=-2;\ m=1$.

C. $m=2;\ m=1$. **D.** $m=2;\ m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y=(x-2)\left[x^2-(1-m)x+m\right]$.

Đồ thị hàm số tiếp xúc với trục $Ox\Leftrightarrow$ Hệ phương trình sau có nghiệm $\begin{cases}y=0\\ y'=0\end{cases}$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}(x-2)\left[x^2-(1+m)x+m\right]=0\\ x^2-(1+m)x+m+(x-2)(2x-1-m)=0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x-2=0\\ x^2-(1+m)x+m=0\end{cases}\\ \begin{cases}x^2-(1+m)x+m=0\\ x=\dfrac{1+m}{2}\end{cases}\end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\m=1\end{cases}\\\begin{cases}x=\dfrac{1+m}{2}\\(1+m)^2-4m=0\end{cases}\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}\begin{cases}x=2\\m=2\end{cases}\\\begin{cases}x=1\\m=1\end{cases}\end{array}\right.$$

Vậy $m=2$ hoặc $m=1$ đồ thị hàm số tiếp xúc Ox lần lượt tại các điểm $A(2;0)$, $B(1;0)$.

* Tổng quát: Đồ thị hàm số bậc ba có điểm chung với trục Ox tại điểm $A(a;0)$ và tiếp xúc với Ox thì ta có cách giải tổng quát:

+ Phân tích $y=(x-a)(Ax^2+Bx+C)$

+ Đồ thị hàm số tiếp xúc $Ox \Leftrightarrow$ Phương trình $Ax^2+Bx+C=0$ có nghiệm kép hoặc nhận $x=a$ làm nghiệm.

Câu 96: Gọi S là tập các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2x^2+m-2$ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox. Tìm tổng các phần tử của S.

A. -2. **B.** 5. **C.** -5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $M\left(x_0;x_0^4-2x_0^2+m-2\right)$ là tiếp điểm.

Hệ số góc tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại M có dạng: $k=4x_0^3-4x_0$.

Tiếp tuyến của đồ thị hàm số song song với trục Ox thì $k=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x_0=0\\x_0=1\\x_0=-1\end{array}\right.$.

Tại $A(0;m-2)$ thì phương trình tiếp tuyến là (d_1): $y=m-2$.

Tại $B(1;m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là (d_2): $y=m-3$.

Tại $C(-1;m-3)$ thì phương trình tiếp tuyến là (d_3): $y=m-3$.

Theo đề, chỉ có đúng một tiếp tuyến song song với trục Ox nên: $\left[\begin{array}{l}m-2=0\\m-3=0\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=2\\m=3\end{array}\right.$.

Vậy $S=\{2;3\}$ do đó ta chọn phương án.

B.

Câu 97: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+mx+m+1$ và (d) là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x=-1$. Tìm m để (d) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng $\dfrac{8}{3}$.

A. $\left[\begin{array}{l}m=0\vee m=\dfrac{5}{3}\\m=\dfrac{-19\pm\sqrt{73}}{6}\end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l}m=0\vee m=-\dfrac{5}{3}\\m=\dfrac{-9\pm\sqrt{3}}{6}\end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l}m=0\vee m=-\dfrac{5}{3}\\m=\dfrac{-19\pm\sqrt{73}}{6}\end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l}m=0\vee m=-\dfrac{5}{3}\\m=\dfrac{-9\pm\sqrt{73}}{6}\end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y' = 6x^2 - 6(m+1)x + m$, suy ra phương trình tiếp tuyến (d) là:

$y = y'(-1)(x+1) + y(-1) = (12+7m)(x+1) - 3m - 4 \Leftrightarrow y = (12+7m)x + 4m + 8$.

Gọi P, Q lần lượt là giao điểm của (d) với trục Ox và Oy thì $P\left(-\dfrac{4m+8}{12+7m}; 0\right), Q(0; 4m+8)$.

Diện tích $\Delta OPQ: S = \dfrac{1}{2}OP.OQ = \dfrac{1}{2}\left|-\dfrac{4m+8}{12+7m}\right||4m+8| = \dfrac{|8m^2+32+32m|}{|12+7m|}$.

$S = \dfrac{8}{3} \Leftrightarrow |8m^2+32m+32| = \dfrac{8}{3}|12+7m|$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 8m^2+32m+32 = \dfrac{8}{3}(12+7m) \\ 8m^2+32m+32 = -\dfrac{8}{3}(12+7m) \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m^2 + \dfrac{5}{3}m = 0 \\ 3m^2+19m+24 = 0 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m = 0 \vee m = -\dfrac{5}{3} \\ m = \dfrac{-19 \pm \sqrt{73}}{6} \end{array}\right.$

Câu 98: Cho hàm số $y = \dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là (C). Cho điểm $A(0;a)$. Tìm a để từ A kẻ được 2 tiếp tuyến tới đồ thị (C) sao cho 2 tiếp điểm tương ứng nằm về 2 phía của trục hoành.

A. $-\dfrac{1}{3} < a \neq 1$. **B.** $-\dfrac{2}{3} < a \neq 2$. **C.** $-1 < a \neq 1$. **D.** $-\dfrac{2}{3} < a \neq 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phương trình đường thẳng (d) đi qua $A(0;a)$ và có hệ số góc $k: y = kx + a$.

(d) tiếp xúc (C) tại điểm có hoành độ x khi hệ: $\begin{cases} \dfrac{x+2}{x-1} = kx + a \\ k = \dfrac{-3}{(x-1)^2} \end{cases}$ có nghiệm x.

$\Rightarrow (1-a)x^2 + 2(a+2)x - (a+2) = 0 \ (1)$ có nghiệm $x \neq 1$.

Để qua A có 2 tiếp tuyến thì (1) phải có 2 nghiệm phân biệt x_1, x_2

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ \Delta' = 3a + 6 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ a > -2 \end{cases} \ (2)$

Khi đó ta có: $x_1 + x_2 = \dfrac{2(a+2)}{a-1}$, $x_1 x_2 = \dfrac{a+2}{a-1}$ và $y_1 = 1 + \dfrac{3}{x_1 - 1}$, $y_2 = 1 + \dfrac{3}{x_2 - 1}$

Để 2 tiếp điểm nằm về 2 phía đối với trục hoành thì $y_1.y_2 < 0$

$\Leftrightarrow \left(1 + \dfrac{3}{x_1 - 1}\right).\left(1 + \dfrac{3}{x_2 - 1}\right) < 0 \Leftrightarrow \dfrac{x_1.x_2 + 2(x_1 + x_2) + 4}{x_1.x_2 - (x_1 + x_2) + 1} < 0 \Leftrightarrow 3a + 2 > 0 \Leftrightarrow a > -\dfrac{2}{3}$

Đối chiếu với điều kiện (2) ta được: $-\dfrac{2}{3} < a \neq 1$.

Câu 99: Cho hàm số $y = \dfrac{1}{3}mx^3 + (m-1)x^2 + (4-3m)x + 1$ có đồ thị là (C_m). Tìm các giá trị m sao cho trên đồ thị (C_m) tồn tại một điểm duy nhất có hoành độ âm mà tiếp tuyến tại đó vuông góc với đường thẳng $(d): x + 2y - 3 = 0$.

A. $m<12$ hoặc $m>\frac{2}{3}$. **B.** $m<0$ hoặc $m>1$.

C. $m<1$ hoặc $m>\frac{1}{3}$. **D.** $m<0$ hoặc $m>\frac{2}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

(d) có hệ số góc $-\frac{1}{2}\Rightarrow$ tiếp tuyến có hệ số góc $k=2$. Gọi x là hoành độ tiếp điểm thì:

$y'=2\Leftrightarrow mx^2+2(m-1)x+(4-3m)=2\Leftrightarrow mx^2+2(m-1)x+2-3m=0\ (*)$

Theo bài toán, phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm âm.

Nếu $m=0$ thì $(*)\Leftrightarrow -2x=-2\Leftrightarrow x=1$ (không thỏa)

Nếu $m\neq 0$ thì dễ thấy phương trình $(*)$ có 2 nghiệm là $x=1$ hay $x=\frac{2-3m}{m}$.

Do đó để $(*)$ có một nghiệm âm thì $\frac{2-3m}{m}<0\Leftrightarrow m<0$ hoặc $m>\frac{2}{3}$.

Câu 100: Gọi (C_m) là đồ thị của hàm số $y=2x^3-3(m+1)x^2+mx+m+1$ và (d) là tiếp tuyến của (C_m) tại điểm có hoành độ $x=-1$. Tìm m để (d) đi qua điểm $A(0;8)$.

A. $m=3$. **B.** $m=0$. **C.** $m=1$. **D.** $m=2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=6x^2-6(m+1)x+m$, suy ra phương trình tiếp tuyến (d) là:

$y=y'(-1)(x+1)+y(-1)=(12+7m)(x+1)-3m-4\Leftrightarrow y=(12+7m)x+4m+8$.

$A(0;8)\in(d)\Leftrightarrow 8=4m+8\Leftrightarrow m=0$.

Câu 101: Tìm tham số m để đồ thị hàm số $(C_m):y=\frac{x^2-x+m}{x-1}$ với $m\neq 0$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt A,B sao cho tiếp tuyến tại 2 điểm A,B vuông góc với nhau.

A. $m=-\frac{4}{7}$. **B.** $m=-\frac{1}{5}$. **C.** $m=-\frac{1}{3}$. **D.** $m=\frac{1}{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số cắt trục hoành thại hai điểm phân biệt A,B có hệ số góc là $k=\frac{2x+1}{x+1}$.

Ta có: $y'=\frac{x^2+2x-m-1}{(x+1)^2}$, đặt $g(x)=x^2+2x-m-1$.

Theo bài toán, $g(x)=0$ có hai nghiệm phân biệt khác -1.

Theo đề, tiếp tuyến tại A và B vuông góc nhau tức $k_A.k_B=-1$, tìm được $m=-\frac{1}{5}$.

Câu 102: Cho hàm số $y=\frac{x+3}{x-1}$, có đồ thị là (C). Tìm trên đường thẳng $d:y=2x+1$ các điểm từ đó kẻ được duy nhất một tiếp tuyến tới (C).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\left[\begin{array}{l} M(4;9) \\ M(-1;-1) \\ M(2;5) \\ M(1;3) \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} M(0;1) \\ M(-1;-1) \\ M(3;7) \\ M(-2;-3) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} M(0;1) \\ M(-1;-1) \\ M(2;5) \\ M(1;3) \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} M(5;11) \\ M(-1;-1) \\ M(7;15) \\ M(1;3) \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M(m;2m+1) \in d$.

Phương trình đường thẳng Δ qua M có hệ số góc k có dạng: $y = k(x-m)+2m+1$

Phương trình hoành độ giao điểm của Δ và (C): $k(x-m)+2m+1 = \dfrac{x+3}{x-1}$

$\Leftrightarrow kx^2 - \left[(m+1)k-2m\right]x + \left[mk-(2m+4)\right] = 0\,(*)$

Δ tiếp xúc với (C) $\Leftrightarrow$ (*) có nghiệm kép

$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ \Delta = \left[(m+1)k-2m\right]^2 - 4k\left[mk-(2m+4)\right] = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} k \neq 0 \\ g(k) = (m-1)^2k^2 - 4(m^2-m-4)k + 4m^2 = 0 \end{cases}$

Qua $M(m;2m+1) \in d$ kẻ được đúng 1 tiếp tuyến đến (C)

$\Leftrightarrow g(k) = 0$ có đúng 1 nghiệm $k \neq 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \Delta' = -32(m^2-m-2) > 0; g(0) = 4m^2 = 0 \\ \Delta' = -32(m^2-m-2) > 0; g(0) = 4m^2 = 0 \\ m-1 = 0 \Rightarrow 16k+4 = 0 \Rightarrow k = -\dfrac{1}{4} \end{array}\right.$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{ll} m = 0 & \Rightarrow M(0;1) \\ m = -1 & \Rightarrow M(-1;-1) \\ m = 2 & \Rightarrow M(2;5) \\ m = 1 & \Rightarrow M(1;3) \end{array}\right.$.

Câu 103: Cho hàm số $y = f(x) = -x^3 + 6x^2 + 2$ có đồ thị (C) và điểm $M(m;2)$. Gọi S là tập các giá trị thực của m để qua M kẻ được đúng hai tiếp tuyến với đồ thị (C). Tổng các phần tử của S là

A. $\dfrac{12}{3}$ **B.** $\dfrac{20}{3}$ **C.** $\dfrac{19}{3}$ **D.** $\dfrac{23}{3}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $f'(x) = -3x^2 + 12x$.

Phương trình tiếp tuyến tại $M(x_o;y_o)$ có dạng: $(\Delta): y = f'(x_o)(x-x_o) + f(x_o)$.

Do tiếp tuyến qua $M(m;2)$ nên ta có:

$2 = (-3x_o^2 + 12x_o)(m-x_o) + (-x_o^3 + 6x_o^2 + 2) \Leftrightarrow 2x_o^3 - (3m+6)x_o^2 + 12mx_o = 0 \;\; (1)$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_o = 0 \\ 2x_o^2 - (3m+6)x_o + 12m = 0 \;\; (2) \end{array}\right.$

Để kẻ được đúng hai tiếp tuyến từ M thì phương trình (1) có 2 nghiệm.

Trường hợp 1: Phương trình (2) có nghiệm kép khác 0.

Ta có: $\begin{cases}(3m+6)^2-4.2.12m=0\\ 2.0^2-(3m+6).0+12m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2-60m+36=0\\ m\neq 0\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=6\\ m=\frac{2}{3}\end{array}\right.$.

Trường hợp 2: Phương trình (2) có hai nghiệm phân biệt và có một nghiệm bằng 0.

Ta có: $\begin{cases}(3m+6)^2-4.2.12m>0\\ m=0\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}9m^2-60m+36>0\\ m=0\end{cases}\Leftrightarrow m=0$.

Vậy các giá trị thỏa yêu cầu bài toán là $\left\{0;\frac{2}{3};6\right\}$.

Do đó, tổng các giá trị bằng $0+\frac{2}{3}+6=\frac{20}{3}$.

Câu 104: Cho đồ thị $(C): y=x^3-3x^2$. Có bao nhiêu số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$?

A. 16. **B.** 2. **C.** 9. **D.** 17.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi x_0 là hoành độ tiếp điểm, phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số (C) có dạng:

$y=\left(3x_0^2-6x_0\right)(x-x_0)+x_0^3-3x_0^2$.

Tiếp tuyến đi qua điểm $B(0;b)$ khi và chỉ khi:

$b=\left(3x_0^2-6x_0\right)(0-x_0)+x_0^3-3x_0^2\Leftrightarrow -2x_0^3+3x_0^2=b\ (*)$

Xét hàm số $f(x_0)=-2x_0^3+3x_0^2$.

Ta có $f'(x_0)=-6x_0^2+6x_0$; $f'(x_0)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=0\\ x_0=1\end{array}\right.$.

Ta có bảng biến thiên:

x_0	$-\infty$		0		1		$+\infty$
$f'(x_0)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x_0)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	1	$\searrow$	$-\infty$

Để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$ điều kiện là phương trình $(*)$ có đúng một nghiệm x_0. Từ bảng biến thiên, ta có điều kiện của b là $b\in(-\infty;0)\cup(1;+\infty)$.

Do đó, các số nguyên $b\in(-10;10)$ để có đúng một tiếp tuyến của (C) đi qua điểm $B(0;b)$ là $\{-9;-8;-7;-6;-5;-4;-3;-2;-1;2;3;4;5;6;7;8;9\}$. Hay có 17 giá trị nguyên của $b\in(-10;10)$.

Câu 105: Tìm m để đồ thị hai đồ thị hàm số $(C_1): y=mx^3+(1-2m)x^2+2mx$ và $(C_2): y=3mx^3+3(1-2m)x+4m-2$ tiếp xúc với nhau.

A. $m=\frac{1}{2}, m=\frac{3\pm\sqrt{6}}{12}$. **B.** $m=\frac{1}{2}, m=\frac{8\pm\sqrt{6}}{12}$.

C. $m=\frac{5}{2}, m=\frac{3\pm\sqrt{6}}{12}$. **D.** $m=\frac{1}{2}, m=\frac{3\pm\sqrt{6}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

(C_1) và (C_2) tiếp xúc nhau tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ phương trình sau có nghiệm x_0:

$$\begin{cases} mx_0^3+(1-2m)x_0^2+2mx_0=3mx_0^3+3(1-2m)x_0+4m-2 \\ 3mx_0^2+2(1-2m)x_0+2m=9mx_0^2+3(1-2m) \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 2mx_0^3-(1-2m)x_0^2+(3-8m)x_0+4m-2=0 \quad (1) \\ 6mx_0^2-2(1-2m)x_0+3-8m=0 \quad (2) \end{cases} \text{ có nghiệm } x_0$$

Ta có: $(1)\Leftrightarrow (x_0-1)(2mx_0^2-(1-4m)x_0-4m+2)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ 2mx_0^2-(1-4m)x_0-4m+2=0 \end{array}\right.$.

- Với $x_0=1$ thay vào (2), ta có: $m=\frac{1}{2}$.
- Với $2mx_0^2-(1-4m)x_0-4m+2=0$ (*) ta có :

$$(2)\Leftrightarrow 4mx_0^2-x_0+1-4m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=1 \\ x_0=\frac{1-4m}{4m} \end{array}\right. \ (m\neq 0 \text{ vì } m=0 \text{ hệ vô nghiệm})$$

Thay $x_0=\frac{1-4m}{4m}$ vào (*) ta được: $\frac{(1-4m)^2}{8m}-\frac{(1-4m)^2}{4m}+2-4m=0$

$\Leftrightarrow 48m^2-24m+1=0 \Leftrightarrow m=\frac{3\pm\sqrt{6}}{12}$

Vậy $m=\frac{1}{2}, m=\frac{3\pm\sqrt{6}}{12}$ là những giá trị cần tìm.

Câu 106: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\frac{2x+m}{x-2}$, m là tham số khác – 4 và (d) là một tiếp tuyến của (C). Tìm m để (d) tạo với hai đường tiệm cận của (C) một tam giác có diện tích bằng 2.

A. $\left[\begin{array}{l} m=-6 \\ m=-5 \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} m=3 \\ m=5 \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=6 \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} m=-3 \\ m=-5 \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hai đường tiệm cận đứng và ngang của (C) có phương trình lần lượt là x = 2, y = 2 ,suy ra giao điểm của chúng là $I(2;2)$.

Tịnh tiến $\overrightarrow{OI}$. Hệ trục $Oxy \Rightarrow$ Hệ trục IXY.

Công thức chuyển hệ tọa độ : $\begin{cases} x=X+x_I=X+2 \\ y=Y+y_I=Y+2 \end{cases}$

Đối với hệ trục IXY.

Hai đường tiệm cận đứng và ngang của (C) có phương trình lần lượt là $X=0$, $Y=0$.

(C) có phương trình là $Y+2=\frac{2(X+2)+m}{X+2-2} \Rightarrow Y=F(X)=\frac{4+m}{X}$.

Gọi X_0 là hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến d với (C) thì phương trình d là

$$Y=-\frac{m+4}{X_0^2}(X-X_0)+\frac{m+4}{X_0}=-\frac{m+4}{X_0^2}X+\frac{2m+8}{X_0}.$$

Gọi A là giao điểm của (C) với đường tiệm cận đứng của nó thì $A\left(0;\frac{2m+8}{X_0}\right)$

Gọi B là giao điểm của (C) với đường tiệm cận ngang của nó thì $B(2X_0;0)$

Diện tích tam giác vuông IAB do (d) tạo với hai đường tiệm cận là

$$S=\frac{1}{2}IA.IB=\frac{1}{2}|Y_A||X_B|=\frac{1}{2}\left|\frac{2m+8}{X_0}\right||2X_0|=|2m+8|.$$

$$S=2\Leftrightarrow|2m+8|=2\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}2m+8=2\\2m+8=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=-3\\m=-5\end{array}\right.$$

Câu 107: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d): y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tiếp tuyến với (C) tại A và B lần lượt có hệ số góc là k_1, k_2 thoả mãn $\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+2(k_1+k_2)=2018k_1^{2018}k_2^{2018}$. Tổng các giá trị của tất cả các phần tử của S bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2018

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của (d) và (C) là nghiệm của phương trình $\frac{2x+1}{x+1}=x+m$

$\Leftrightarrow g(x)=x^2+(m-1)x+m-1=0,\ x\neq-1\quad(*)$

Để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác -1 thì: $\begin{cases}\Delta>0\\g(-1)\neq0\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$ thì: $A(x_1;x_1+m)$, $B(x_2;x_2+m)$

$x_1+x_2=1-m$

$x_1x_2=m-1$

Ta có: $k_1=f'(x_1)=\frac{1}{(x_1+1)^2}$, $k_2=f'(x_2)=\frac{1}{(x_2+1)^2}$

Suy ra:

$$k_1k_2=\frac{1}{(x_1+1)^2}\times\frac{1}{(x_2+1)^2}=\frac{1}{(x_1+1)^2(x_2+1)^2}=\frac{1}{(x_1x_2+x_1+x_2+1)^2}=\frac{1}{(m-1-m+1+1)^2}=1$$

Theo bài ra: $\frac{1}{k_1}+\frac{1}{k_2}+2(k_1+k_2)=2018k_1^{2018}k_2^{2018}\Leftrightarrow(k_1+k_2)\left(\frac{1}{k_1k_2}+2\right)=2018(k_1k_2)^{2018}$

$\Leftrightarrow 3(k_1+k_2)=2018$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$\Leftrightarrow 3\left[\frac{1}{(x_1+1)^2}+\frac{1}{(x_2+1)^2}\right]=2018$$

$$\Leftrightarrow 3\frac{(x_1+1)^2+(x_2+1)^2}{(x_1+1)^2(x_2+1)^2}=2018$$

$$\Leftrightarrow 3\frac{x_1^2+x_2^2+2(x_1+x_2)+2}{(x_1x_2+x_1+x_2+1)^2}=2018$$

$$\Leftrightarrow 3\left[(x_1+x_2)^2+2(x_1+x_2)-2x_1x_2+2\right]=2018$$

$$\Rightarrow 3(m-1)^2-12(m-1)-2012=0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=\dfrac{9-\sqrt{24180}}{3} \\ m=\dfrac{9+\sqrt{24180}}{3} \end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện cho ta hai giá trị của m thoả mãn bài ra: $m=\frac{9-\sqrt{24180}}{3}$, $m=\frac{9+\sqrt{24180}}{3}$

Do đó tổng của các giá trị của tất cả các phần tử của S bằng 6.

Câu 108: Cho hàm số $y=\frac{x+1}{x+2}$ có đồ thị (C) và đường thẳng $d: y=-2x+m-1$ (m là tham số thực). Gọi k_1, k_2 là hệ số góc của tiếp tuyến tại giao điểm của d và (C). Khi đó $k_1.k_2$ bằng

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** $\frac{1}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y=\frac{x+1}{x+2}\Rightarrow y'=\frac{1}{(x+2)^2}$.

Hoành độ giao điểm của d và (C) là nghiệm của phương trình:

$\frac{x+1}{x+2}=-2x+m-1\Leftrightarrow 2x^2+(6-m)x+3-m=0$. (1) (luôn có hai nghiệm phân biệt).

Gọi x_1, x_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình (1) thì $\left\{\begin{array}{l} x_1+x_2=\frac{1}{2}(m-6) \\ x_1x_2=\frac{1}{2}(3-2m) \end{array}\right.$.

Khi đó hệ số góc $k_1=y'(x_1)=\frac{1}{(x_1+2)^2}$, $k_2=y'(x_2)=\frac{1}{(x_2+2)^2}$.

Nên $k_1.k_2=\frac{1}{\left[(x_1+2)(x_2+2)\right]^2}=\frac{1}{\left(\frac{3}{2}-m+m-6+4\right)^2}=4$.

Câu 109: Tìm tất cả các điểm trên Oy sao cho từ đó ta có thể vẽ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị hàm số $y=x+\sqrt{4x^2+2x+1}$.

A. $M(0;m)$ với $-1<m\le 5$. **B.** $M(0;m)$ với $-2<m\le 1$.

C. $M\left(0;m\right)$ với $-\frac{1}{2}<m\le 5$.

D. $M\left(0;m\right)$ với $-\frac{1}{2}<m\le 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Xét $M(0;m)\in Oy$. Đường thẳng d đi qua M, hệ số góc k có phương trình: $y=kx+m$.

d tiếp xúc đồ thị $\left(C\right)$ tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ $\begin{cases} x_0+\sqrt{4x_0^2+2x_0+1}=kx_0+m \\ 1+\frac{4x_0+1}{\sqrt{4x_0^2+2x_0+1}}=k \end{cases}$ có nghiệm x_0.

Thay k vào phương trình thứ nhất ta được:

$$x_0+\sqrt{4x_0^2+2x_0+1}=x_0+\frac{4x_0^2+x_0}{\sqrt{4x_0^2+2x_0+1}}+m \Leftrightarrow 4x_0^2+2x_0+1=4x_0^2+x_0+m\sqrt{4x_0^2+2x_0+1}$$

$$\Leftrightarrow m=\frac{x_0+1}{\sqrt{4x_0^2+2x_0+1}}=f(x_0)\ (*)$$

Để từ M kẻ được ít nhất một tiếp tuyến đến đồ thị $\Leftrightarrow$ (*) có ít nhất một nghiệm.

Xét hàm số $f\left(x_0\right)$, ta có: $f'(x_0)=\frac{-3x_0}{(\sqrt{4x_0^2+2x_0+1})^3} \Rightarrow f'(x_0)=0\Leftrightarrow x_0=0$

Mặt khác: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x_0)=\frac{1}{2}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x_0)=-\frac{1}{2}$.

Bảng biến thiên:

x_0	$-\infty$ 0 $+\infty$
$f'(x_0)$	$+$ 0 $-$
$f(x_0)$	1; $-\frac{1}{2}$; $\frac{1}{2}$

(*) có nghiệm $\Leftrightarrow -\frac{1}{2}<m\le 1$.

Vậy $M\left(0;m\right)$ với $-\frac{1}{2}<m\le 1$ là những điểm cần tìm.

Câu 110: Cho hàm số $y=-x^3+3x^2-2$ có đồ thị $\left(C\right)$ và điểm $A\left(m;2\right)$. Tìm tập hợp S là tập tất cả các giá trị thực của m để có ba tiếp tuyến của $\left(C\right)$ đi qua A.

A. $S=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(\frac{5}{3};3\right)\cup\left(3;+\infty\right)$.

B. $S=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(\frac{4}{3};2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

C. $S=\left(-\infty;-2\right)\cup\left(\frac{5}{3};2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

D. $S=\left(-\infty;-1\right)\cup\left(\frac{5}{3};2\right)\cup\left(2;+\infty\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

* Phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ là:

$$y=\left(-3{x_0}^2+6x_0\right)\left(x-x_0\right)-{x_0}^3+3{x_0}^2-2.$$

* Để tiếp tuyến đi qua $A\left(m;2\right)$ điều kiện là: $2=\left(-3x_0^2+6x_0\right)\left(m-x_0\right)-x_0^3+3x_0^2-2$

$\Leftrightarrow \left(3x_0^2-6x_0\right)m=2x_0^3-3x_0^2-4 \ \ (1) \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=2 \\ 2x_0^2+(1-3m)x_0+2=0 \ \ (2) \end{array}\right.$

Để có ba tiếp tuyến của (C) đi qua A điều kiện là phương trình (1) có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (2) có 2 nghiệm phân biệt đều khác $2 \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta=9m^2-6m-15>0 \\ m\neq 2 \end{cases}$

$\Leftrightarrow m\in S=(-\infty;-1)\cup\left(\frac{5}{3};2\right)\cup(2;+\infty)$.

Câu 111: Cho hàm số $y=\frac{2x}{x+2}$ có đồ thị là (C). Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C), để khoảng cách từ tâm đối xứng của đồ thị (C) đến tiếp tuyến là lớn nhất.

A. $y=x$ và $y=x+9$. **B.** $y=3x$ và $y=x+8$.

C. $y=x$ và $y=x+8$. **D.** $y=2x$ và $y=x+8$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tiếp tuyến (d) của đồ thị (C) tại điểm M có hoành độ $a\neq -2$ thuộc (C) có phương trình:

$y=\frac{4}{(a+2)^2}(x-a)+\frac{2a}{a+2} \Leftrightarrow 4x-(a+2)^2y+2a^2=0$

Tâm đối xứng của (C) là $I(-2;2)$.

$d(I,d)=\frac{8|a+2|}{\sqrt{16+(a+2)^4}}\le\frac{8|a+2|}{\sqrt{2.4.(a+2)^2}}=\frac{8|a+2|}{2\sqrt{2}|a+2|}=2\sqrt{2}$

$d(I,d)$ lớn nhất khi $(a+2)^2=4 \Leftrightarrow a=-4$ hoặc $a=0$.

Từ đó suy ra có hai tiếp tuyến $y=x$ và $y=x+8$.

Câu 112: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Tìm trên hai nhánh của đồ thị (C), các điểm M , N sao cho các tiếp tuyến tại M và N cắt hai đường tiệm cận tại 4 điểm lập thành một hình thang.

A. $M\left(3;\frac{7}{2}\right),N\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $M(2;5),N\left(-1;\frac{1}{2}\right)$.

C. Với mọi M , N. **D.** $M(2;5),N(0;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M(m;y_M)$, $N(n;y_N)$ là 2 điểm thuộc 2 nhánh của (C).

Tiếp tuyến tại M cắt hai tiệm cận tại A,B . Tiếp tuyến tại N cắt hai tiệm cận tại C,D .

Phương trình tiếp tuyến tại M có dạng: $y=y'(m).(x-m)+y_M$

$\Rightarrow A\left(1;\frac{2m+4}{m-1}\right),B(2m-1;2)$. Tương tự: $C\left(1;\frac{2n+4}{n-1}\right),D(2n-1;2)$.

Hai đường thẳng AD và BC đều có hệ số góc: $k=\frac{-3}{(m-1)(n-1)}$ nên AD // BC.

Vậy mọi điểm M , N thuộc 2 nhánh của (C) đều thoả mãn bài toán.

Câu 113: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x-1}$. $M(0;m)$ là một điểm thuộc trục Oy. Tìm tất cả các giá trị nào của m để luôn tồn tại ít nhất một tiếp tuyến của (C) đi qua M và tiếp điểm của tiếp tuyến này với (C) có hoành độ dương.

A. $m\ge 0$. **B.** $m<0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $m>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Phương trình của đường thẳng (d) đi qua M có hệ số góc k: $y=kx+m$.

(d) tiếp xúc (C) tại điểm có hoành độ x_0 khi hệ sau $\begin{cases}\dfrac{x_0-2}{2x_0-1}=kx_0+m\ (1)\\ \dfrac{3}{(2x_0-1)^2}=k\ (2)\end{cases}$ có nghiệm x_0.

Thay (2) vào (1) ta được: $\dfrac{x_0-2}{2x_0-1}=\dfrac{3x_0}{(2x_0-1)^2}+m\Leftrightarrow (x_0-2)(2x_0-1)=3x+m(2x_0-1)^2\ (3)$

Do $x_0=\dfrac{1}{2}$ không phải là nghiệm của (3) nên $(1)\Leftrightarrow (4m-2)x_0^2-4(m-2)x_0+m-2=0\ (4)$.

Yêu cầu của bài toán $\Leftrightarrow$ Phương trình (4) có ít nhất một nghiệm dương với mọi $m\le 0$. Vì $m\le 0$ nên $4m-2<0$ suy ra (4) có nghiệm $\Leftrightarrow \Delta'=4(m-2)^2-(4m-2)(m-2)\ge 0\Leftrightarrow m-2\le 0$. Bất đẳng thức này đúng với mọi $m\le 0$.

Khi đó gọi x_1,x_2 là hai nghiệm của phương trình (4).

Ta có $\forall m\le 0$, $\begin{cases}x_1+x_2=\dfrac{4(m-2)}{4m-2}>0\\ x_1x_2=\dfrac{m-2}{4m-2}>0\end{cases}\Rightarrow x_1>0,x_2>0$.

Vậy, với mọi $m\le 0$ luôn tồn tại ít nhất một tiếp tuyến của (C) đi qua M và hoành độ tiếp điểm của tiếp tuyến với (C) là số dương.

Câu 114: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+1}$ có đồ thị (C). Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để đường thẳng $(d):y=x+m$ cắt (C) tại hai điểm phân biệt A,B sao cho tiếp tuyến với (C) tại A và B lần lượt có hệ số góc là k_1,k_2 thoả mãn $\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}+2(k_1+k_2)=2018k_1^{2018}k_2^{2018}$. Tổng các giá trị của tất cả các phần tử của S bằng

A. 6 **B.** 3 **C.** 0 **D.** 2018

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hoành độ giao điểm của (d) và (C) là nghiệm của phương trình $\dfrac{2x+1}{x+1}=x+m$

$\Leftrightarrow g(x)=x^2+(m-1)x+m-1=0,\ x\ne -1\quad (*)$

Để (d) cắt (C) tại hai điểm phân biệt A, B thì phương trình $(*)$ phải có hai nghiệm phân biệt khác -1 thì: $\begin{cases}\Delta>0\\ g(-1)\ne 0\end{cases}\Leftrightarrow m\in(-\infty;1)\cup(5;+\infty)$

Khi đó, gọi x_1, x_2 là hai nghiệm của phương trình $(*)$ thì: $A(x_1;x_1+m)$, $B(x_2;x_2+m)$

$x_1+x_2=1-m$

$x_1x_2=m-1$

Ta có: $k_1=f'(x_1)=\dfrac{1}{(x_1+1)^2}$, $k_2=f'(x_2)=\dfrac{1}{(x_2+1)^2}$

Suy ra:

$$k_1k_2=\frac{1}{(x_1+1)^2}\times\frac{1}{(x_2+1)^2}=\frac{1}{(x_1+1)^2(x_2+1)^2}=\frac{1}{(x_1x_2+x_1+x_2+1)^2}=\frac{1}{(m-1-m+1+1)^2}=1$$

Theo bài ra: $\dfrac{1}{k_1}+\dfrac{1}{k_2}+2(k_1+k_2)=2018k_1^{2018}k_2^{2018}\Leftrightarrow(k_1+k_2)\left(\dfrac{1}{k_1k_2}+2\right)=2018(k_1k_2)^{2018}$

$$\Leftrightarrow 3(k_1+k_2)=2018$$

$$\Leftrightarrow 3\left[\frac{1}{(x_1+1)^2}+\frac{1}{(x_2+1)^2}\right]=2018$$

$$\Leftrightarrow 3\frac{(x_1+1)^2+(x_2+1)^2}{(x_1+1)^2(x_2+1)^2}=2018$$

$$\Leftrightarrow 3\frac{x_1^2+x_2^2+2(x_1+x_2)+2}{(x_1x_2+x_1+x_2+1)^2}=2018$$

$$\Leftrightarrow 3\left[(x_1+x_2)^2+2(x_1+x_2)-2x_1x_2+2\right]=2018$$

$$\Rightarrow 3(m-1)^2-12(m-1)-2012=0$$

$$\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=\dfrac{9-\sqrt{24180}}{3}\\ m=\dfrac{9+\sqrt{24180}}{3}\end{array}\right.$$

Kết hợp điều kiện cho ta hai giá trị của m thoả mãn bài ra: $m=\dfrac{9-\sqrt{24180}}{3}$, $m=\dfrac{9+\sqrt{24180}}{3}$

Do đó tổng của các giá trị của tất cả các phần tử của S bằng 6.

Câu 115: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ có đồ thị (C) và điểm $A(0;a)$. Hỏi có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của a trong đoạn $[-2018;2018]$ để từ điểm A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) sao cho hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành?

A. 2017. **B.** 2020. **C.** 2018. **D.** 2019.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đường thẳng d đi qua điểm $A(0;a)$, hệ số góc k có phương trình: $y=kx+a$.

Để d là tiếp tuyến của (C) thì hệ phương trình $\begin{cases}\dfrac{x+2}{x-1}=kx+a\\ \dfrac{-3}{(x-1)^2}=k\end{cases}$ có nghiệm.

Suy ra phương trình: $\dfrac{x+2}{x-1}=\dfrac{-3x}{x-1}+a\Leftrightarrow(a-1)x^2-2(a+2)x+a+2=0$ với $x\neq 1$. (1)

Do từ A kẻ được hai tiếp tuyến đến (C) nên phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác 1.

$\Leftrightarrow \begin{cases} a \neq 1 \\ \Delta' = 3(a+2) > 0 \\ a-1-2(a+2)+a+2 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a > -2 \\ a \neq 1 \end{cases}. \ (2)$

Khi đó toạ độ hai tiếp điểm là $M\left(x_1; \dfrac{x_1+2}{x_1-1}\right)$ và $N\left(x_2; \dfrac{x_2+2}{x_2-1}\right)$ với x_1, x_2 là nghiệm của (1) do đó $x_1+x_2 = \dfrac{2(a+2)}{a-1}$, $x_1x_2 = \dfrac{a+2}{a-1}$.

Hai tiếp điểm nằm về hai phía của trục hoành khi

$\dfrac{x_1+2}{x_1-1}.\dfrac{x_2+2}{x_2-1} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{x_1x_2+2(x_1+x_2)+4}{x_1x_2-(x_1+x_2)+1} < 0 \Leftrightarrow \dfrac{9a+6}{-3} < 0 \Leftrightarrow a > -\dfrac{2}{3}.$

Kết hợp điều kiện (2) suy ra $\begin{cases} a > -\dfrac{2}{3} \\ a \neq 1 \end{cases}$ nên trên đoạn $[-2018; 2018]$ số giá trị nguyên của a thỏa yêu cầu bài toán là 2018.

Câu 116: Tìm m để tiếp tuyến của đồ thị $y = x^3 - mx + m - 1$ tại điểm M có hoành độ $x = -1$ cắt đường tròn (C) có phương trình $(x-2)^2 + (y-3)^2 = 4$ theo một dây cung có độ dài nhỏ nhất.

A. $m = 6$. **B.** $m = 8$. **C.** $m = 2$. **D.** $m = 3$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y' = 3x^2 - m \Rightarrow y'(-1) = 3 - m$; $y(-1) = 2m - 2$. (C) có tâm $I(2;3), R = 2$.

Phương trình đường thẳng d tại $M(-1; 2m-2)$: $y = (3-m)x + m + 1$

$\Leftrightarrow (3-m)x - y + m + 1 = 0$

$$d(I,d) = \frac{|4-m|}{\sqrt{(3-m)^2+1}} = \frac{|1+(3-m)|}{\sqrt{(3-m)^2+1}} \le \frac{\sqrt{2}.\sqrt{(3-m)^2+1}}{\sqrt{(3-m)^2+1}} = \sqrt{2} < R$$

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow m = 2$. Dó đó $d(I,d)$ đạt lớn nhất $\Leftrightarrow m = 2$

Tiếp tuyến d cắt (C) tại 2 điểm A, B sao cho AB ngắn nhất $\Leftrightarrow d(I,d)$ đạt lớn nhất $\Leftrightarrow m = 2$, suy ra $d: y = x + 3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐIỂM ĐẶC BIỆT CỦA HỌ ĐƯỜNG CONG

1. Bài toán tìm điểm cố định của họ đường cong

Xét họ đường cong (C_m) có phương trình $y = f(x,m)$, trong đó f là hàm đa thức theo biến x với m là tham số sao cho bậc của m không quá 2. Tìm những điểm cố định thuộc họ đường cong khi m thay đổi?

Phương pháp giải:

- *Bước 1:* Đưa phương trình $y = f(x,m)$ về dạng phương trình theo ẩn m có dạng sau: $Am + B = 0$ hoặc $Am^2 + Bm + C = 0$.
- *Bước 2:* Cho các hệ số bằng 0, ta thu được hệ phương trình và giải hệ phương trình: $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \end{cases}$ hoặc $\begin{cases} A = 0 \\ B = 0 \\ C = 0 \end{cases}$.
- *Bước 3:* Kết luận:

- Nếu hệ vô nghiệm thì họ đường cong (C_m) không có điểm cố định.

- Nếu hệ có nghiệm thì nghiệm đó là điểm cố định của (C_m).

2. Bài toán tìm điểm có tọa độ nguyên

Cho đường cong (C) có phương trình $y = f(x)$ (hàm phân thức). Hãy tìm những điểm có tọa độ nguyên của đường cong?

Những điểm có tọa độ nguyên là những điểm sao cho cả hoành độ và tung độ của điểm đó đều là số nguyên.

Phương pháp giải:

- *Bước 1:* Thực hiện phép chia đa thức chia tử số cho mẫu số.
- *Bước 2:* Lập luận để giải bài toán.

3. Bài toán tìm điểm có tính chất đối xứng

Cho đường cong (C) có phương trình $y = f(x)$. Tìm những điểm đối xứng nhau qua một điểm, qua đường thẳng.

Bài toán 1: *Cho đồ thị* $(C): y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$ *trên đồ thị* (C) *tìm những cặp điểm đối xứng nhau qua điểm* $I(x_I, y_I)$.

Phương pháp giải:

- Gọi $M\left(a; Aa^3 + Ba^2 + Ca + D\right)$, $N\left(b; Ab^3 + Bb^2 + Cb + D\right)$ là hai điểm trên (C) đối xứng nhau qua điểm I.
- Ta có $\begin{cases} a + b = 2x_I \\ A(a^3 + b^3) + B\left(a^2 + b^2\right) + C(a + b) + 2D = 2y_I \end{cases}$.

Giải hệ phương trình tìm được a, b từ đó tìm được toạ độ *M, N*.

Bài toán 2: *Cho đồ thị* $(C): y = Ax^3 + Bx^2 + Cx + D$. *Trên đồ thị* (C) *tìm những cặp điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ.*

Phương pháp giải:

- Gọi $M\left(a, Aa^3 + Ba^2 + Ca + D\right), N\left(b, Ab^3 + Bb^2 + Cb + D\right)$ là hai điểm trên (C) đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

- Ta có $\begin{cases} a+b=0 \\ A(a^3+b^3)+B\left(a^2+b^2\right)+C\left(a+b\right)+2D=0 \end{cases}$.
- Giải hệ phương trình tìm được a,b từ đó tìm được toạ độ M,N.

Bài toán 3: *Cho đồ thị* $(C): y=Ax^3+Bx^2+Cx+D$ *trên đồ thị* (C) *tìm những cặp điểm đối xứng nhau qua đường thẳng* $d: y=A_1x+B_1$.

Phương pháp giải:

- Gọi $M\left(a;Aa^3+Ba^2+Ca+D\right)$, $N\left(b;Ab^3+Bb^2+Cb+D\right)$ là hai điểm trên (C) đối xứng nhau qua đường thẳng d.
- Ta có: $\begin{cases} I\in d & (1) \\ \overrightarrow{MN}.\vec{u}_d=0 & (2) \end{cases}$ (với I là trung điểm của MN và $\vec{u}_d$ là vectơ chỉ phương của đường thẳng d).
- Giải hệ phương trình tìm được *M, N.*

4. Bài toán tìm điểm đặc biệt, khoảng cách

4.1. Lý thuyết:

- Cho hai điểm $A\left(x_1;y_1\right);B\left(x_2;y_2\right) \Rightarrow AB=\sqrt{\left(x_2-x_1\right)^2+\left(y_2-y_1\right)^2}$
- Cho điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ và đường thẳng $d: Ax+By+C=0$, thì khoảng cách từ M đến d là $h\left(M;d\right)=\dfrac{\left|Ax_0+By_0+C\right|}{\sqrt{A^2+B^2}}$.
- Cho hàm phân thức: $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ tiếp tuyến tại *M* cắt *TCĐ, TCN* ở *A* và *B* thì *M* là trung điểm của *AB*. Thì diện tích tam giác MAB không đổi: $S_{MAB}=\dfrac{2}{c^2}\left|ad-bc\right|$.

4.2. Các bài toán thường gặp

Bài toán 1: *Cho hàm số* $y=\dfrac{ax+b}{cx+d}\left(c\neq 0,\ ad-bc\neq 0\right)$ *có đồ thị* (C). *Hãy tìm trên* (C) *hai điểm* A *và* B *thuộc hai nhánh đồ thị hàm số sao cho khoảng cách* AB *ngắn nhất.*

Phương pháp giải:

- (C) có tiệm cận đứng $x=-\dfrac{d}{c}$ do tính chất của hàm phân thức, đồ thị nằm về hai phía của tiệm cận đứng. Nên gọi hai số α,β là hai số dương.
- Nếu A thuộc nhánh trái: $x_A<-\dfrac{d}{c}\Rightarrow x_A=-\dfrac{d}{c}-\alpha<-\dfrac{d}{c}$; $y_A=f(x_A)$.
- Nếu B thuộc nhánh phải: $x_B>-\dfrac{d}{c}\Rightarrow x_B=-\dfrac{d}{c}+\beta>-\dfrac{d}{c}$; $y_B=f(x_B)$.
- Sau đó tính:

  $AB^2=\left(x_B-x_A\right)^2+\left(y_B-y_A\right)^2=\left[\left(a+\beta\right)-\left(a-\alpha\right)\right]^2+\left(y_B-y_A\right)^2$.
- Áp dụng bất đẳng thức Cauchy sẽ tìm ra kết quả.

Bài toán 2: *Cho đồ thị hàm số* (C) *có phương trình* $y=f(x)$. *Tìm tọa độ điểm* M *thuộc* (C) *để tổng khoảng cách từ* M *đến hai trục tọa độ nhỏ nhất.*

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Phương pháp giải:

- Gọi $M(x;y)$ và tổng khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ là d thì $d=|x|+|y|$.
- Xét các khoảng cách từ M đến hai trục tọa độ khi M nằm ở các vị trí đặc biệt: Trên trục hoành, trên trục tung.
- Sau đó xét tổng quát, những điểm M có hoành độ, hoặc tung độ lớn hơn hoành độ hoặc tung độ của M khi nằm trên hai trục thì loại đi không xét đến.
- Những điểm còn lại ta đưa về tìm giá trị nhỏ nhất của đồ thi hàm số dựa vào đạo hàm rồi tìm được giá trị nhỏ nhất của d.

Bài toán 3: *Cho đồ thị (C) có phương trình $y=f(x)$. Tìm điểm M trên (C) sao cho khoảng cách từ M đến Ox bằng k lần khoảng cách từ M đến trục Oy.*

Phương pháp giải:

Theo đầu bài ta có $|y|=k|x| \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=kx \\ y=-kx \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} f(x)=kx \\ f(x)=-kx \end{array}\right.$.

Bài toán 4: *Cho đồ thị hàm số (C) có phương trình $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}\ (c\neq 0,\ ad-bc\neq 0)$. Tìm tọa độ điểm M trên (C) sao cho độ dài MI ngắn nhất (với I là giao điểm hai tiệm cận).*

Phương pháp giải:

- Tiệm cận đứng $x=\dfrac{-d}{c}$; tiệm cận ngang $y=\dfrac{a}{c}$.
- Ta tìm được tọa độ giao điểm $I\left(\dfrac{-d}{c};\dfrac{a}{c}\right)$ của hai tiệm cận.
- Gọi $M(x_M;y_M)$ là điểm cần tìm, thì: $IM^2=\left(x_M+\dfrac{d}{c}\right)^2+\left(y_M-\dfrac{a}{c}\right)^2=g(x_M)$
- Sử dụng phương pháp tìm GTLN - GTNN cho hàm số g để thu được kết quả.

Bài toán 5: *Cho đồ thị hàm số (C) có phương trình $y=f(x)$ và đường thẳng $d: Ax+By+C=0$. Tìm điểm I trên (C) sao cho khoảng cách từ I đến d là ngắn nhất.*

Phương pháp giải:

- Gọi I thuộc $(C)\Rightarrow I(x_0;y_0);\ y_0=f(x_0)$.
- Khoảng cách từ I đến d là $g(x_0)=h(I;d)=\dfrac{|Ax_0+By_0+C|}{\sqrt{A^2+B^2}}$
- Khảo sát hàm số $y=g(x)$ để tìm ra điểm I thỏa mãn yêu cầu.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 1: TÌM ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN

Câu 1. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ và có khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y=3x+6$ nhỏ nhất. Tìm giá trị của biểu thức $T=3a^2+b^2$.

A. $T=10$ **B.** $T=4$ **C.** $T=3$ **D.** $T=9$

Câu 2. Tọa độ điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ cách đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số một khoảng bằng 1 là

A. $(-1;0);(2;7)$. **B.** $(0;1);(2;-7)$. **C.** $(0;-1);(2;7)$. **D.** $(0;-1);(-2;7)$.

Câu 3. Tìm trên mỗi nhánh của đồ thị (C): $y=\dfrac{4x-9}{x-3}$ các điểm M_1; M_2 để độ dài M_1M_2 đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng:

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{1-x}$ có đồ thị (C), gọi d là tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $M(0;1)$. Tìm trên (C) những điểm N có hoành độ lớn hơn 1 mà khoảng cách từ N đến d ngắn nhất.

A. $N(0;1)$. **B.** $N\left(\dfrac{3}{2};-8\right)$. **C.** $N(2;-5)$. **D.** $N\left(3;\dfrac{7}{2}\right)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\dfrac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có hai điểm phân biệt M, N và tổng khoảng cách từ M hoặc N tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó MN có giá trị bằng:

A. $MN=4\sqrt{2}$. **B.** $MN=6$. **C.** $MN=4\sqrt{3}$. **D.** $MN=6\sqrt{2}$.

Câu 6. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn: điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{1}{1+x}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của hàm số là nhỏ nhất.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 7. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y=-x^3-3x+3$ cách giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung một khoảng bằng $\sqrt{17}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$, điểm trên đồ thị mà tiếp tuyến tại đó lập với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất thì có hoành độ bằng.

A. $2\pm\sqrt[4]{10}$. **B.** $2\pm\sqrt[4]{12}$. **C.** $2\pm\sqrt[4]{8}$. **D.** $2\pm\sqrt[4]{6}$.

Câu 9. Cho $(P): y=x^2$ và $A\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc (P). Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Câu 10. Biết $A(x_A;y_A), B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $P=y_A^2+y_B^2-x_Ax_B$.

A. $P=10$. **B.** $P=6-2\sqrt{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=10-\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 11. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm bất kỳ thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là.

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Câu 12. Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. Tọa độ điểm M nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất là

A. $M(0;-2)$ hoặc $M(2;6)$. **B.** $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

C. $M(-1;0)$ hoặc $M(0;-2)$. **D.** $M(2;6)$ hoặc $M(3;4)$.

Câu 13. Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ sao cho đoạn thẳng AB có độ dài nhỏ nhất. Tính: $P=x_A^2+x_B^2+y_Ay_B$.

A. $P=5$. **B.** $P=5+\sqrt{2}$. **C.** $P=6+\sqrt{2}$. **D.** $P=6$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+2}$ có đồ thị (C). Tổng khoảng cách từ một điểm M thuộc (C) đến hai hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất bằng ?

A. $\dfrac{3}{2}$. **B.** $\dfrac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 15. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $(C):y=\dfrac{x^2+3x+3}{x+1}$

A. $(2;1)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(0;3)$.

Câu 16. Cho hàm số $y=x^3-2x+1$. Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng 1.

A. $M(0;1)$ hoặc $M(2;-1)$. **B.** $M(2;-1)$.

C. $M(1;0)$ hoặc $M(-1;2)$. **D.** $M(1;0)$.

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$. Điểm trên đồ thị mà khoảng cách từ giao điểm của hai tiệm cận đến tiếp tuyến tại đó lớn nhất có hoành độ bằng.

A. $2\pm\sqrt[4]{6}$. **B.** $2\pm\sqrt[4]{8}$. **C.** $3\pm\sqrt[4]{8}$. **D.** $1\pm\sqrt[4]{8}$.

Câu 18. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Câu 19. Tìm tất cả các điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có khoảng cách đến trục hoành bằng 1.

A. $M(0;-1),N(-1;-1)$. **B.** $N(-2;1)$.

C. $M(0;-1)$. **D.** $M(0;-1),N(-2;1)$.

Câu 20. Cho hàm số $(C):y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. Gọi M là một điểm thuộc đồ thị và d là tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của đồ thị hàm số (C). Giá trị nhỏ nhất của d có thể đạt được là:

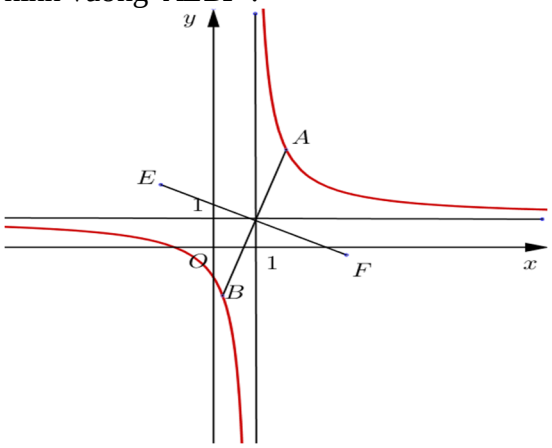
A. 6. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 5.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21. Gọi $M(a;\ b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ mà có khoảng cách đến đường thẳng $d: y=3x+6$ nhỏ nhất. Khi đó

A. $a+2b=3$. **B.** $a+2b=1$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=-2$.

Câu 22. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Giả sử A, B là hai điểm thuộc (C). và đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận. Dựng hình vuông $AEBF$. Tìm diện tích nhỏ nhất của hình vuông $AEBF$.



A. $S_{\min}=4\sqrt{2}$ **B.** $S_{\min}=8$ **C.** $S_{\min}=16$ **D.** $S_{\min}=8\sqrt{2}$

Câu 23. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+2$ có tâm đối xứng là:

A. $I(0;2)$. **B.** $I(1;0)$. **C.** $I(2;-2)$. **D.** $I(-1;-2)$.

Câu 24. Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{9}{x+2}$. Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) đạt giá trị nhỏ nhất là.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** 6.

Câu 25. Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Tìm điểm M trên (C) để khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox.

A. $\left[\begin{array}{l} M(0;-1) \\ M(4;3) \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} M(1;-1) \\ M(4;3) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} M(0;-1) \\ M(4;5) \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} M(0;1) \\ M(4;3) \end{array}\right.$.

Câu 26. Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x-3}{x+1}$. Biết rằng, có hai điểm phân biệt thuộc đồ thị (C) và cách đều hai trục toạ độ. Giả sử các điểm đó lần lượt là M và N. Tìm độ dài của đoạn thẳng MN.

A. $MN=3\sqrt{5}$. **B.** $MN=3$. **C.** $MN=4\sqrt{2}$. **D.** $MN=2\sqrt{2}$.

Câu 27. Cho $y=\dfrac{x+2}{x-2}(C)$. Tìm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận nhỏ nhất.

A. $M(2;2)$. **B.** $M(4;3)$. **C.** $M(1;-3)$. **D.** $M(0;-1)$.

Câu 28. Tính tổng các hoành độ của những điểm thuộc đồ thị $(C): y=x^3-3x^2+2$ cách đều hai điểm $A(12;1)$, $B(-6;3)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 29. Tìm điểm M trên đồ thị (C): $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ: $x+3y-3=0$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $M\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(3;\dfrac{7}{2}\right)$. **C.** $M(-2;1)$. **D.** $M(2;5)$.

Câu 30. Gọi *(H)* là đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+3}{x+1}$. Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc *(H)* có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất, với $x_0<0$ khi đó x_0+y_0 bằng?

A. 0. **B.** 3. **C.** -2. **D.** -1.

Câu 31. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=x\left(x^2-3\right)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt (C) và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt A (khác M) và B sao cho M là trung điểm của AB?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

DẠNG 2: ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐI QUA ĐIỂM CHO TRƯỚC

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m$ đi qua điểm $N(-2;0)$..

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\dfrac{8}{3}$. **D.** $m=1$.

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m$ đi qua điểm $N(-2;0)$.

A. $m=\dfrac{8}{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Câu 34. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$?

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\dfrac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

DẠNG 3: ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA HỌ ĐỒ THỊ

Câu 35. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+mx+m$ (m là tham số) luôn đi qua một điểm M cố định có tọa độ là

A. $M(-1;-4)$. **B.** $M(1;-4)$. **C.** $M(-1;2)$. **D.** $M(1;-2)$.

Câu 36. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+(6-m)x+2}{mx+2}$ có đồ thị là (C_m). Hỏi đồ thị hàm số luôn đi qua bao nhiêu điểm cố định ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Câu 37. Cho họ đồ thị (C_m): $y=x^4+mx^2-m-1$. Tọa độ các điểm mà mọi đồ thị của họ (C_m) luôn đi qua với mọi giá tri thực của m là

A. $(2;1),(0;1)$. **B.** $(1;0),(0;1)$. **C.** $(-2;1),(-2;3)$. **D.** $(-1;0),(1;0)$.

Câu 38. Biết đồ thị (C_m) của hàm số $y=x^4-mx^2+m+2018$ luôn luôn đi qua hai điểm M và N cố định khi m thay đổi. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

A. $I(0;2018)$. **B.** $I(0;2019)$. **C.** $\mathrm{I}(1;2018)$. **D.** $I(0;1)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 4: CẶP ĐIỂM ĐỐI XỨNG

Câu 39. Đồ thị hàm số $y=2x^3+3mx^2-3m+2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ O khi m là

A. $m<-\frac{1}{3}, m>0$. **B.** $m<0, m\geq\frac{2}{3}$. **C.** $m>-\frac{1}{3}$. **D.** $m<0$.

Câu 40. Cho hàm số $y=\frac{3x-1}{2x+1}$ có đồ thị là (C). Tìm tọa độ tâm đối xứng của đồ thị (C).

A. $\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Câu 41. -2017] Đồ thị hàm số $y=\frac{x-1}{-x+2}$ có tâm đối xứng là điểm có tọa độ.

A. $I(2;-1)$. **B.** $I(-2;1)$. **C.** $I(2;1)$. **D.** $I(2;-1)$.

Câu 42. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\frac{5x+1}{x-1}$ là điểm nào trong các điểm có tọa độ dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(-1;10)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(1;-1)$.

Câu 43. Đồ thị hàm số $y=-x^3+(m-2)x^2-3m+3$ có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O khi giá trị của m là

A. $m<1,\ m>2$. **B.** $m<-1,\ m>1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>-1$.

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

A. $m>1$. **B.** $m>0$. **C.** $m\leq 0$. **D.** $0<m<1$.

DẠNG 5: ĐIỂM CÓ TỌA ĐỘ NGUYÊN

Câu 45. Trên đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{x+10}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 4.

Câu 46. Trên đồ thị hàm số $y=\frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. 0. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 2.

Câu 47. Có bao nhiêu đường thẳng cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\frac{3x-2}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt mà hai giao điểm đó có hoành độ và tung độ là các số nguyên?

A. 6 **B.** 2 **C.** 15 **D.** 4

Câu 48. Số điểm có tọa độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\frac{x+3}{x+2}$ là

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 49. Trên đồ thị hàm số $y=\frac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Câu 50. Số điểm có tọa độ là các số nguyên của đồ thị hàm số: $y=\frac{2x+3}{x-1}$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Câu 51. Số điểm có toạ độ nguyên trên đồ thị hàm số $y=\frac{2x+4}{x-1}$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 52. Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-5}{x-1}$ có đồ thị là (C). Hỏi trên đồ thị (C) có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 53. Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

ĐIỂM ĐẶC BIỆT CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

DẠNG 1: TÌM ĐIỂM THUỘC ĐỒ THỊ THỎA MÃN ĐIỀU KIỆN

Câu 1. Gọi $M(a;b)$ là điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ và có khoảng cách từ M đến đường thẳng $d: y=3x+6$ nhỏ nhất. Tìm giá trị của biểu thức $T=3a^2+b^2$.

A. $T=10$ **B.** $T=4$ **C.** $T=3$ **D.** $T=9$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $d(M;d)=\dfrac{|3a-b+6|}{\sqrt{10}}$ suy ra $d(M;d)$ nhỏ nhất khi $|3a-b+6|$ nhỏ nhất.

Vì $Oxyz$ nên $|3a-b+6|=\left|3a-\dfrac{2a+1}{a+2}+6\right|=\left|3a+4+\dfrac{3}{a+2}\right|=\left|3(a+2)+\dfrac{3}{a+2}-2\right|$.

Nếu $a>-2$ thì $\left|3(a+2)+\dfrac{3}{a+2}-2\right|\geq|6-2|=4$.

Nếu $a<-2$ thì $\left|3(a+2)+\dfrac{3}{a+2}-2\right|=\left|-3(a+2)+\dfrac{3}{-(a+2)}+2\right|\geq 6+2=8$.

Vậy $d(M;d)$ nhỏ nhất bằng 4 khi $\begin{cases}a=-1\\b=-1\end{cases}$. Vậy $T=3a^2+b^2=4$.

Câu 2. Tọa độ điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$ cách đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số một khoảng bằng 1 là

A. $(-1;0);(2;7)$. **B.** $(0;1);(2;-7)$. **C.** $(0;-1);(2;7)$. **D.** $(0;-1);(-2;7)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi (C) là đồ thị hàm số $y=\dfrac{3x+1}{x-1}$; (C) có tiệm cận đứng $x=1$.

$M\in(C)\Rightarrow M\left(m;\dfrac{3m+1}{m-1}\right),\ m\neq 1.$

Khoảng cách từ M tới đường tiệm cận đứng bằng $d=|m-1|\Leftrightarrow|m-1|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=2\\m=0\end{array}\right.$.

Vậy $M(0;-1)$ hoặc $M(2;7)$.

Câu 3. Tìm trên mỗi nhánh của đồ thị (C): $y=\dfrac{4x-9}{x-3}$ các điểm M_1; M_2 để độ dài M_1M_2 đạt giá trị nhỏ nhất, giá trị nhỏ nhất đó bằng:

A. $2\sqrt{6}$. **B.** $3\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{5}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Lấy $M_1\left(x_1+3;4+\dfrac{3}{x_1}\right)$, $x_1>0$; $M_2\left(x_2+3;4+\dfrac{3}{x_2}\right)$, $x_2<0$

Khi đó $M_1M_2{}^2=(x_1-x_2)^2\left(1+\dfrac{9}{x_1^2x_2^2}\right)$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô Si ta có $(x_1-x_2)^2 \ge 4|x_1x_2|$ và $1+\frac{9}{x_1^2x_2^2} \ge \frac{6}{|x_1x_2|}$.

Suy ra $M_1M_2{}^2 \ge 24 \Rightarrow M_1M_2 \ge 2\sqrt{6}$.

Độ dài M_1M_2 đạt giá trị nhỏ nhất bằng $2\sqrt{6}$ khi $\begin{cases} x_1=-x_2 \\ x_1^4=9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{3} \\ x_2=-\sqrt{3} \end{cases}$.

Câu 4. Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{1-x}$ có đồ thị (C), gọi d là tiếp tuyến của (C) tại tiếp điểm $M(0;1)$. Tìm trên (C) những điểm N có hoành độ lớn hơn 1 mà khoảng cách từ N đến d ngắn nhất.

A. $N(0;1)$. **B.** $N\left(\frac{3}{2};-8\right)$. **C.** $N(2;-5)$. **D.** $N\left(3;\frac{7}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y'=\frac{3}{(1-x)^2} \Rightarrow y'(0)=3$ nên phương trình tiếp tuyến $\Delta: y=3x+1 \Leftrightarrow 3x-y+1=0$.

Gọi $N\left(n,\frac{2n+1}{1-n}\right)$ với $n>1$.

Ta có: $d(N,\Delta)=\frac{\left|3n-\frac{2n+1}{1-n}+1\right|}{\sqrt{3^2+(-1)^2}}=\frac{3n^2}{(n-1)\sqrt{10}}$ vì $n>1$.

Xét hàm số $f(n)=\frac{3n^2}{\sqrt{10}(n-1)}$ với $n>1$.

Ta có: $f'(n)=\frac{3n^2-6n}{\sqrt{10}(n-1)}$, cho $f'(n)=0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} n=0 \\ n=2 \end{array}\right.$.

Lập BBT suy ra $\min\limits_{(1;+\infty)} f(n)=\frac{6\sqrt{10}}{5}$ khi $n=2$.

Vậy $N(2;-5)$.

Câu 5. Cho hàm số $y=\frac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị (C). Biết đồ thị (C) có hai điểm phân biệt M, N và tổng khoảng cách từ M hoặc N tới hai tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó MN có giá trị bằng:

A. $MN=4\sqrt{2}$. **B.** $MN=6$. **C.** $MN=4\sqrt{3}$. **D.** $MN=6\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

- Giả sử $M=\left(m;\frac{4m-3}{m-3}\right) \in (C)$, với $m \ne 3$.

- Tiệm cận đứng là: $x=3$, riệm cận ngang là: $y=4$.

Do đó tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận là:

$$d=|m-3|+\left|\frac{4m-3}{m-3}-4\right|=|m-3|+\frac{9}{|m-3|} \ge 2.\sqrt{|m-3|.\frac{9}{|m-3|}}=6$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $|m-3|=\frac{9}{|m-3|} \Leftrightarrow (m-3)^2=9 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m-3=3 \\ m-3=-3 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} m=6 \\ m=0 \end{array}\right.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow \left[\begin{array}{l} M=(6;7) \\ M=(0;1) \end{array}\right.$. Một cách tương tự ta có các điểm $\left[\begin{array}{l} N=(6;7) \\ N=(0;1) \end{array}\right.$.

Do M, N phân biệt nên $MN=6\sqrt{2}$.

Câu 6. Có bao nhiêu điểm M thỏa mãn: điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{1}{1+x}$ sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai đường tiệm cận của hàm số là nhỏ nhất.

A. 2. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $M\left(a;\dfrac{1}{1+a}\right)\in(C)(a\neq -1)$. Đồ thị (C) có TCN là: $y=0$, TCĐ là: $x=-1$.

Khi đó $d_{(M,TCD)}+d_{(M,TCN)}=|a+1|+\left|\dfrac{1}{1+a}\right|\geq 2\Leftrightarrow |a+1|=1\Leftrightarrow a=0\vee a=-2$.

Vậy có 2 điểm thỏa mãn.

Câu 7. Có bao nhiêu điểm thuộc đồ thị hàm số $y=-x^3-3x+3$ cách giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung một khoảng bằng $\sqrt{17}$?

A. 2. **B.** 1. **C.** 0. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi A là giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung suy ra $A(0;3)$..

Gọi $M\left(x_0,-x_0{}^3-3x_0+3\right)$ là cần tìm. Ta có:

$AM=\sqrt{17}\Leftrightarrow AM^2=17\Leftrightarrow x_0^2+\left(-x_0^3-3x_0\right)^2=17\Leftrightarrow x_0^6+6x_0^4+10x_0^2-17=0$.

$\Leftrightarrow x_0^2=1\Leftrightarrow x_0=\pm 1$..

Vậy có hai điểm thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 8. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$, điểm trên đồ thị mà tiếp tuyến tại đó lập với hai đường tiệm cận một tam giác có chu vi nhỏ nhất thì có hoành độ bằng.

A. $2\pm\sqrt[4]{10}$. **B.** $2\pm\sqrt[4]{12}$. **C.** $2\pm\sqrt[4]{8}$. **D.** $2\pm\sqrt[4]{6}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$.

Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=2\Leftrightarrow x-2=0$.

Gọi tiệm cận xiên của đồ thị hàm số có dạng $y=ax+b$.

Khi đó $a=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{f(x)}{x}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2+x-2}{x(x-2)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{x^2\left(1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}\right)}{x^2\left(1-\dfrac{2}{x^2}\right)}=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{\left(1+\dfrac{1}{x}-\dfrac{2}{x^2}\right)}{\left(1-\dfrac{2}{x^2}\right)}=1$.

$b=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left[f(x)-ax\right]=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\left(\dfrac{x^2+x-2}{x-2}-x\right)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}\dfrac{3x-2}{x-2}=3$.

Vậy tiệm cận xiên: $y=x+3$.

Gọi $M(x_0;y_0)$ thuộc đồ thị hàm số.

$y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}\Rightarrow y'=\dfrac{x^2-4x}{(x-2)^2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M\left(x_0;y_0\right)$ là.

$y=y'\left(x_0\right)\left(x-x_0\right)+y_0 \Leftrightarrow y=\dfrac{x_0^2-4x_0}{\left(x_0-2\right)^2}\left(x-x_0\right)+\dfrac{x_0^2+x_0-2}{x_0-2}$.

Gọi A là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận đứng $\Rightarrow A\left(2;\dfrac{5x_0-2}{x_0-2}\right)$.

Gọi B là giao điểm của tiếp tuyến với tiệm cận xiên $\Rightarrow B\left(2x-2;2x_0+1\right)$.

Giao của hai tiệm cận $I\left(2;5\right)$.

Ta có $IA=\dfrac{8}{\left|x_0-2\right|}$, $IB=2\sqrt{2}\left|x_0-2\right|$, $AB=\sqrt{\left(2x_0-4\right)^2+\left(\dfrac{2x_0^2-8x_0}{x_0-2}\right)^2}$.

Chu vi

$P=IA+AB+IB=\dfrac{8}{\left|x_0-2\right|}+2\sqrt{2}\left|x_0-2\right|+\sqrt{\left(2x_0-4\right)^2+\left(\dfrac{2x_0^2-8x_0}{x_0-2}\right)^2}\geq 8\sqrt{2}+2\sqrt{32\sqrt{2}-32}$.

Dấu bằng xảy ra $\Leftrightarrow x=2\pm\sqrt[4]{8}$.

Câu 9. Cho $\left(P\right):y=x^2$ và $A\left(-2;\dfrac{1}{2}\right)$. Gọi M là một điểm bất kì thuộc $\left(P\right)$. Khoảng cách MA bé nhất là

A. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$. **C.** $\dfrac{5}{4}$. **D.** $\dfrac{2\sqrt{3}}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $M\in\left(P\right)\Rightarrow M\left(t;t^2\right)$, $t\in\mathbb{R}$.

$MA=\sqrt{\left(t+2\right)^2+\left(t^2-\dfrac{1}{2}\right)^2}=\sqrt{t^4+4t+\dfrac{17}{4}}$.

Đặt: $f\left(t\right)=t^4+4t+\dfrac{17}{4}$.

$\Rightarrow f'\left(t\right)=4t^3+4$; $f'\left(t\right)=0\Leftrightarrow t=-1$.

Bảng biến thiên:

t	$-\infty$		-1		$+\infty$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$		↘	$\dfrac{5}{4}$	↗	

Suy ra: $f\left(t\right)\geq\dfrac{5}{4}\Rightarrow AM\geq\dfrac{\sqrt{5}}{2}$

Vậy: Khoảng cách MA bé nhất bằng $\dfrac{\sqrt{5}}{2}$ khi $M\left(-1;1\right)$.

Câu 10. Biết $A\left(x_A;y_A\right),B\left(x_B;y_B\right)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $P=y_A^2+y_B^2-x_Ax_B$.

A. $P=10$. **B.** $P=6-2\sqrt{3}$. **C.** $P=6$. **D.** $P=10-\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $x_A=-1+t; x_B=-1-t\,(t>0)$, khhi đó

Ta có $A\left(-1+t;\dfrac{t+3}{t}\right); B\left(-1-t;\dfrac{-t+3}{-t}\right)$, khi đó $AB=\sqrt{4t^2+\left(\dfrac{t+3}{t}+\dfrac{-t+3}{t}\right)^2}=\sqrt{4t^2+\dfrac{36}{t^2}}$

$\geq\sqrt{2.\sqrt{4t^2.\dfrac{36}{t^2}}}=\sqrt{2.2.6}=2\sqrt{6}$.

Dấu bằng xảy ra khi $t^4=9\Leftrightarrow t=\sqrt{3}$, suy ra $A\left(-1+\sqrt{3};1+\sqrt{3}\right); B\left(-1-\sqrt{3};1-\sqrt{3}\right)$.

Khi đó $P=\left(1+\sqrt{3}\right)^2+\left(1-\sqrt{3}\right)^2-\left(-1+\sqrt{3}\right)\left(-1-\sqrt{3}\right)=10$.

Câu 11. Khoảng cách nhỏ nhất giữa hai điểm bất kỳ thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x-1}$ là.

A. $2\sqrt{5}$. **B.** 1. **C.** $2\sqrt{3}$. **D.** $2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y=\dfrac{2x-1}{x-1}=2+\dfrac{1}{x-1}$ và đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$ nên xét hai điểm $A\left(1-a;2-\dfrac{1}{a}\right)$ và $A\left(1+b;2+\dfrac{1}{b}\right)$ thuộc đồ thị hàm số, với $a;b>0$.

Khi đó $AB^2=(a+b)^2+\left(\dfrac{1}{b}+\dfrac{1}{a}\right)^2\geq 4a^2b^2+\dfrac{4}{a^2b^2}\geq 8$.

Đẳng thức xảy ra khi $\begin{cases}a=b\\4a^2b^2=\dfrac{4}{a^2b^2}\end{cases}\Leftrightarrow a=b=1.$

Vậy $\min AB=2\sqrt{2}\Leftrightarrow\begin{cases}A(0;1)\\B(2;3)\end{cases}$.

Câu 12. Cho đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$. Tọa độ điểm M nằm trên (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) nhỏ nhất là

A. $M(0;-2)$ hoặc $M(2;6)$. **B.** $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

C. $M(-1;0)$ hoặc $M(0;-2)$. **D.** $M(2;6)$ hoặc $M(3;4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có tiệm cận đứng: $x=1$, tiệm cận ngang $y=2$.

Gọi $M(x_0;y_0)\in(C)$ với $x_0\neq 1$ thì $y_0=\dfrac{2x_0+2}{x_0-1}=2+\dfrac{4}{x_0-1}$.

Gọi A, B lần lượt là hình chiếu của M trên tiệm cận đứng và tiệm cận ngang.

Ta có $MA=|x_0-1|$, $MB=|y_0-2|=\left|\dfrac{4}{x_0-1}\right|$.

Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có: $MA+MB\geq 2\sqrt{MA.MB}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\Rightarrow MA+MB\ge 2\sqrt{\left|x_0-1\right|.\left|\frac{4}{x_0-1}\right|}=4$.

Do đó $MA+MB$ nhỏ nhất bằng 4 khi và chỉ khi $\left|x_0-1\right|=\frac{4}{\left|x_0-1\right|}$

$\Leftrightarrow \left|x_0-1\right|^2=4\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0=3\Rightarrow y_0=4 \\ x_0=-1\Rightarrow y_0=0 \end{array}\right.$.

Vậy có hai điểm cần tìm là $M(-1;0)$ hoặc $M(3;4)$.

Câu 13. Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số: $y=\frac{x+1}{x-1}$ sao cho đoạn thẳng AB có độ dài nhỏ nhất. Tính: $P=x_A^2+x_B^2+y_Ay_B$.

A. $P=5$. **B.** $P=5+\sqrt{2}$. **C.** $P=6+\sqrt{2}$. **D.** $P=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Do A,B là hai điểm nằm ở hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\frac{x+1}{x-1}$ nên gọi

$A\left(1+a;\frac{2+a}{a}\right)$, $B\left(1-b;\frac{2-b}{-b}\right)$ với a,b là hai số dương.

Khi đó $AB^2=(a+b)^2+\frac{4(a+b)^2}{a^2b^2}\ge 2\sqrt{\frac{4(b+a)^4}{a^2b^2}}\ge 2\sqrt{\frac{64a^2b^2}{a^2b^2}}=16$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=b=\sqrt{2}$.

Suy ra $A\left(1+\sqrt{2};1+\sqrt{2}\right)$, $B\left(1-\sqrt{2};1-\sqrt{2}\right)$

Vậy $P=x_A^2+x_B^2+y_Ay_B=5$.

Câu 14. Cho hàm số $y=\frac{x^2+3x+3}{x+2}$ có đồ thị (C). Tổng khoảng cách từ một điểm M thuộc (C) đến hai hai trục tọa độ đạt giá trị nhỏ nhất bằng ?

A. $\frac{3}{2}$. **B.** $\frac{1}{2}$. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điểm $M\left(0,\frac{3}{2}\right)$ nằm trên trục Oy. Khoảng cách từ M đến hai trục là $d=\frac{3}{2}$.

Xét những điểm M có hoành độ lớn hơn $\frac{3}{2}\Rightarrow d=|x|+|y|>\frac{3}{2}$.

Xét những điểm M có hoành độ nhỏ hơn $\frac{3}{2}$:

□Với $0<x<\frac{3}{2}\Rightarrow y>\frac{3}{2}\Rightarrow d=|x|+|y|>\frac{3}{2}$

□Với $-\frac{3}{2}<x<0;y>0\Rightarrow d=-x+x+1+\frac{1}{x+2}=1+\frac{1}{x+2};d'=-\frac{1}{(x+2)^2}<0$.

Chứng tỏ hàm số nghịch biến. Suy ra $\min d=y(0)=\frac{3}{2}$.

Câu 15. Điểm nào sau đây thuộc đồ thị hàm số $(C):y=\frac{x^2+3x+3}{x+1}$

A. $(2;1)$. **B.** $(3;0)$. **C.** $(-2;1)$. **D.** $(0;3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vì $x=0\Rightarrow y=3$.

Câu 16. Cho hàm số $y=x^3-2x+1$. Tìm tất cả các điểm M thuộc đồ thị hàm số sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng 1.

A. $M(0;1)$ hoặc $M(2;-1)$. **B.** $M(2;-1)$.

C. $M(1;0)$ hoặc $M(-1;2)$. **D.** $M(1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $M(x_M,y_M)$ với $y_M=x_M^3-2x_M+1$.

Nên $d(M,Oy)=|x_M|=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_M=1\mapsto y_M=0\\x_M=-1\mapsto y_M=2\end{array}\right.$..

Vậy $M(1;0)$ hoặc $M(-1;2)$..

Câu 17. Cho hàm số $y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}$. Điểm trên đồ thị mà khoảng cách từ giao điểm của hai tiệm cận đến tiếp tuyến tại đó lớn nhất có hoành độ bằng.

A. $2\pm\sqrt[4]{6}$. **B.** $2\pm\sqrt[4]{8}$. **C.** $3\pm\sqrt[4]{8}$. **D.** $1\pm\sqrt[4]{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y=\dfrac{x^2+x-2}{x-2}=x+3+\dfrac{4}{x-2}$.

Hàm số có hai đường tiệm cận đứng và xiên lần lượt có phương trình là.

$x=2$ và $y=x+3\Rightarrow$Tọa độ giao điểm của hai tiệm cân la điểm $I(2;5)$.

Gọi $M\left(a;\dfrac{a^2+a-2}{a-2}\right)$ là tiếp điểm của đồ thị hàm số và tiếp tuyến (d).

Tiếp tuyến (d) tại: $y=y'(a)(x-a)+\dfrac{a^2+a-2}{a-2}$.

$\Leftrightarrow(a^2-4a)x-(a-2)^2y+3a^2-4a+4=0\ (\Delta)$.

$d(A;\Delta)=\dfrac{8|a-2|}{\sqrt{(a^2-4a)^2+(a-2)^4}}=\dfrac{8|a-2|}{\sqrt{[a(a-4)]^2+(a-2)^4}}$.

Đặt $a-2=t$.

$\Rightarrow d(A;\Delta)=\dfrac{8|t|}{\sqrt{[(t+2)(t-2)]+t^4}}=\dfrac{8|t|}{\sqrt{2t^4-8t^2+16}}=\dfrac{8}{\sqrt{2}}\sqrt{\dfrac{t^2}{t^4-8t^2+16}}$.

Để $d(A;\Delta)$ max thì $f(t)=\dfrac{t^2}{t^4-8t^2+16}$ max.

$f'(t)=\dfrac{-2t^5+16t}{(t^4-8t^2+16)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\\t=\pm\sqrt[4]{8}\end{array}\right.$ CĐ.

Bảng biến thiên.

t	$-\infty$	-2	$-\sqrt[4]{8}$		0		$\sqrt[4]{8}$	2	$+\infty$
y'	$+$	$\|\|$ $+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$ $\|\|$ $-$	
y	0	↗	$y\left(-\sqrt[4]{8}\right)$	↘	$y(0)$	↗	$y\left(\sqrt[4]{8}\right)$	↘	0

Suy ra $f(t)\max$ tại $t=\pm\sqrt[4]{8}\Rightarrow a-2=\pm\sqrt[4]{8}\Leftrightarrow a=2\pm\sqrt[4]{8}$.

Câu 18. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+2}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến trục tung bằng hai lần khoảng cách từ M đến trục hoành.

A. 3. **B.** 2. **C.** 1. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$M\in(C)\Rightarrow M\left(m;\dfrac{m+2}{m-1}\right)(m\neq 1)$.

Theo bài ra $d(M,Oy)=2d(M,Ox)\Leftrightarrow|m|=2\left|\dfrac{m+2}{m-1}\right|$.

$\Leftrightarrow|m^2-m|=2|m+2|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m^2-m=2m+4\\m^2-m=-2m-4(VN)\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}m=4\\m=-1\end{array}\right.$.

Vậy có 2 điểm M.

Câu 19. Tìm tất cả các điểm thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ có khoảng cách đến trục hoành bằng 1.

A. $M(0;-1),N(-1;-1)$. **B.** $N(-2;1)$.

C. $M(0;-1)$. **D.** $M(0;-1),N(-2;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi M là điểm thuộc đồ thị hàm số, nên $M\left(x;\dfrac{2x+1}{x-1}\right)$.

$d(M,Ox)=1\Leftrightarrow\left|\dfrac{2x+1}{x-1}\right|=1$.

$\Leftrightarrow|2x+1|=|x-1|\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=-2\\x=0\end{array}\right.$.

Câu 20. Cho hàm số $(C):y=\dfrac{2x-3}{x-1}$. Gọi M là một điểm thuộc đồ thị và d là tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của đồ thị hàm số (C). Giá trị nhỏ nhất của d có thể đạt được là:

A. 6. **B.** 10. **C.** 2. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M\left(a;\dfrac{2a-3}{a-1}\right)\in(C)$, ta có.

$d=|a-1|+\left|\dfrac{2a-3}{a-1}-2\right|=|a-1|+\dfrac{1}{|a-1|}\geq 2$. Vậy giá trị nhỏ nhất của d bằng 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 21. Gọi $M(a;\ b)$ là điểm trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x+2}$ mà có khoảng cách đến đường thẳng $d: y=3x+6$ nhỏ nhất. Khi đó

A. $a+2b=3$. **B.** $a+2b=1$. **C.** $a+b=2$. **D.** $a+b=-2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

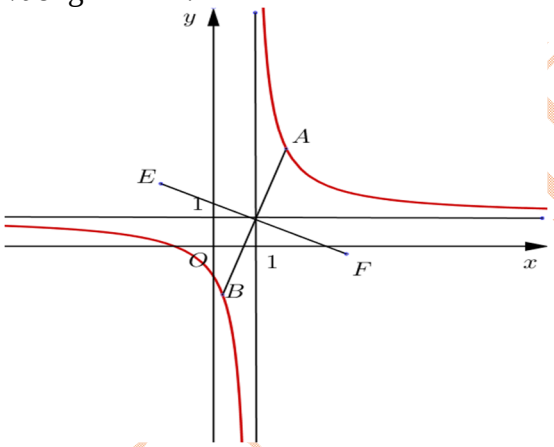
Gọi $M\left(x_0;\dfrac{2x_0+1}{x_0+2}\right)\in(C)$, ta có $d(M,d)=\dfrac{\left|3x_0-\dfrac{2x_0+1}{x_0+2}+6\right|}{\sqrt{1^2+3^2}}=\dfrac{\left|3x_0-2+\dfrac{3}{x_0+2}+6\right|}{\sqrt{1^2+3^2}}$

$d(M,d)=\dfrac{\left|3(x_0+2)+\dfrac{3}{x_0+2}-2\right|}{\sqrt{1^2+3^2}}\ge\dfrac{|6-2|}{\sqrt{10}}=\dfrac{4}{\sqrt{10}}$ (Áp dụng bất đẳng thức Côsi).

Dấu bằng xảy ra: $x_0+2=\dfrac{1}{x_0+2}\Leftrightarrow(x_0+2)^2=1\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0+2=1\\x_0+2=-1\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=-1,y_0=-1\\x_0=-3,y_0=5\end{array}\right.$

Khi đó: $M(-1;-1)$ thỏa $a+b=-2$.

Câu 22. Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-1}$ có đồ thị (C). Giả sử A,B là hai điểm thuộc (C). và đối xứng với nhau qua giao điểm của hai đường tiệm cận. Dựng hình vuông $AEBF$. Tìm diện tích nhỏ nhất của hình vuông $AEBF$.



A. $S_{\min}=4\sqrt{2}$ **B.** $S_{\min}=8$ **C.** $S_{\min}=16$ **D.** $S_{\min}=8\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y=\dfrac{x+1}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}$.

Gọi $A\left(a;1+\dfrac{2}{a-1}\right)$, $a\ne1$ là một điểm bất kỳ thuộc đồ thị (C).

Gọi $I(1;1)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận, ta có $IA^2=(1-a)^2+\dfrac{4}{(1-a)^2}$.

Theo giả thiết ta có $AEBF$ là hình vuông nên $S_{AEBF}=AE^2\Rightarrow S_{AEBF}$ nhỏ nhất khi AE^2 nhỏ nhất.

Với $AE=AI\sqrt{2}\Rightarrow AE^2=2AI^2=2(1-a)^2+\dfrac{8}{(1-a)^2}$.

Mặt khác ta lại có $2(1-a)^2+\dfrac{8}{(1-a)^2}\ge2\sqrt{2(1-a)^2.\dfrac{8}{(1-a)^2}}\Leftrightarrow2(1-a)^2+\dfrac{8}{(1-a)^2}\ge8$

Hay $AE^2 \ge 8$. Dấu "=" xảy ra khi $(1-a)^2 = 4 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} a=-1 \\ a=3 \end{array}\right.$.

Vậy diện tích hình vuông $AEBF$ nhỏ nhất bằng 8.

Câu 23. Đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$ có tâm đối xứng là:

A. $I(0;2)$. **B.** $I(1;0)$. **C.** $I(2;-2)$. **D.** $I(-1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm số bậc ba nhận điểm uốn làm tâm đối xứng.

Ta có: $y'' = 6x - 6$; $y'' = 0 \Leftrightarrow x = 1 \Rightarrow y = 0 \Rightarrow I(1;0)$ là tâm đối xứng.

Câu 24. Gọi M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{9}{x+2}$. Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) đạt giá trị nhỏ nhất là.

A. $2\sqrt{3}$. **B.** 9. **C.** $6\sqrt{3}$. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số $y = \dfrac{9}{x+2}$ có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.

Tiệm cận đứng $x = -2$; Tiệm cận ngang $y = 0$.

M là điểm bất kì thuộc đồ thị (C) của hàm số $y = \dfrac{9}{x+2} \Rightarrow M\left(x; \dfrac{9}{x+2}\right)$.

Tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) là.

$d = |x+2| + \left|\dfrac{9}{x+2}\right| \ge 2\sqrt{|x+2|\left|\dfrac{9}{x+2}\right|} \Rightarrow d \ge 6$.

Vậy tổng khoảng cách từ M đến hai tiệm cận của (C) đạt giá trị nhỏ nhất là 6.

Câu 25. Cho hàm số $y = \dfrac{2x+1}{x-1}$. Tìm điểm M trên (C) để khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng của đồ thị (C) bằng khoảng cách từ M đến trục Ox.

A. $\left[\begin{array}{l} M(0;-1) \\ M(4;3) \end{array}\right.$. **B.** $\left[\begin{array}{l} M(1;-1) \\ M(4;3) \end{array}\right.$. **C.** $\left[\begin{array}{l} M(0;-1) \\ M(4;5) \end{array}\right.$. **D.** $\left[\begin{array}{l} M(0;1) \\ M(4;3) \end{array}\right.$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $M(x_0;y_0), (x_0 \ne 1), y_0 = \dfrac{2x_0+1}{x_0-1}$. Ta có $d(M,\Delta_1) = d(M,\text{Ox}) \Leftrightarrow |x_0 - 1| = |y_0|$.

$\Leftrightarrow |x_0 - 1| = \left|\dfrac{2x_0+1}{x_0-1}\right| \Leftrightarrow (x_0-1)^2 = |2x_0+1|$.

Với $x_0 \ge -\dfrac{1}{2}$, ta có: $x_0^2 - 2x_0 + 1 = 2x_0 + 1 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0 = 0 \\ x_0 = 4 \end{array}\right.$.

Suy ra $M(0;-1), M(4;3)$.

Với $x_0 < -\dfrac{1}{2}$, ta có phương trình: $x_0^2 - 2x_0 + 1 = -2x_0 - 1 \Leftrightarrow x_0^2 + 2 = 0$ (vô nghiệm).

Vậy $M(0;-1), M(4;3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 26. Cho đồ thị $(C): y=\dfrac{x-3}{x+1}$. Biết rằng, có hai điểm phân biệt thuộc đồ thị (C) và cách đều hai trục toạ độ. Giả sử các điểm đó lần lượt là M và N. Tìm độ dài của đoạn thẳng MN.

A. $MN=3\sqrt{5}$. **B.** $MN=3$. **C.** $MN=4\sqrt{2}$. **D.** $MN=2\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M\left(m;\dfrac{m-3}{m+1}\right)$, ta có $d(M,Ox)=d(M,Oy)\Leftrightarrow |m|=\left|\dfrac{m-3}{m+1}\right|\Rightarrow \begin{cases}M(1;-1)\\ N(-3;3)\end{cases}$.

Câu 27. Cho $y=\dfrac{x+2}{x-2}(C)$. Tìm M có hoành độ dương thuộc (C) sao cho tổng khoảng cách từ M đến 2 tiệm cận nhỏ nhất.

A. $M(2;2)$. **B.** $M(4;3)$. **C.** $M(1;-3)$. **D.** $M(0;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{2\}$..

$y'=\dfrac{-4}{(x-2)^2}$.

$M\in(C)\Rightarrow M\left(m;\dfrac{m+2}{m-2}\right)(m>0)$.

Ta có 2 tiệm cận của (C) là: $d_1: x=2;\ d_2: y=1$..

$d(m,d_1)+d(M,d_2)=\dfrac{|m-2|}{1}+\dfrac{\left|\dfrac{m+2}{m-2}-1\right|}{1}=|m-2|+\left|\dfrac{4}{m-2}\right|$..

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy cho 2 số dương $|m-2|$ và $\left|\dfrac{4}{m-2}\right|$, ta có:

$|m-2|+\left|\dfrac{4}{m-2}\right|\ge 2\sqrt{4}=4$.

Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow |m-2|=\left|\dfrac{4}{m-2}\right|\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m-2=2\\ m-2=-2\end{array}\right.\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}m=4\\ m=0\end{array}\right.\Leftrightarrow m=4$..

Vậy $M(4;3)$..

Câu 28. Tính tổng các hoành độ của những điểm thuộc đồ thị $(C): y=x^3-3x^2+2$ cách đều hai điểm $A(12;1)$, $B(-6;3)$.

A. 3. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Phương trình đường trung trực đoạn AB là $x+9y-21=0$.

Gọi $M(x;y)\in(C)$ thỏa mãn $MA=MB$.

M là giao điểm của đường trung trực đoạn AB và đồ thị (C). Hoành độ các điểm M là nghiệm của phương trình $x^3-3x^2+2=\dfrac{21-x}{9}\Leftrightarrow 9x^3-27x^2+x-3=0\Leftrightarrow x=3$.

Câu 29. Tìm điểm M trên đồ thị (C): $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ sao cho khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ: $x+3y-3=0$ đạt giá trị nhỏ nhất.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $M\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **B.** $M\left(3;\frac{7}{2}\right)$. **C.** $M(-2;1)$. **D.** $M(2;5)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $M\left(m;\frac{2m+1}{m-1}\right)$ là tọa độ điểm cần tìm $(m\neq 1)$.

Khoảng cách từ M đến đường thẳng Δ là: $d=\frac{\left|m+3\left(\frac{2m+1}{m-1}\right)-3\right|}{\sqrt{1^2+3^2}}$ hay $d=\frac{1}{\sqrt{10}}.\frac{m^2+2m+6}{|m-1|}$

Xét hàm số: $f(m)=\frac{m^2+2m+6}{|m-1|}=\begin{cases}\frac{m^2+2m+6}{-(m-1)} & khi\ \ m<1\\ \frac{m^2+2m+6}{m-1} & khi\ \ m>1\end{cases}$

Ta có: $f'(m)=0\Leftrightarrow m=-2$ thỏa $m<1$ hoặc $m=4$ thỏa $m>1$.

Lập bảng biến thiên suy ra $\min d=\frac{2}{\sqrt{10}}$ khi $m=-2$ tức $M(-2;1)$.

Tiếp tuyến tại M là $y=-\frac{1}{3}x+\frac{1}{3}$, tiếp tuyến này song song với Δ.

Câu 30. Gọi *(H)* là đồ thị hàm số $y=\frac{2x+3}{x+1}$. Điểm $M(x_0;y_0)$ thuộc *(H)* có tổng khoảng cách đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất, với $x_0<0$ khi đó x_0+y_0 bằng?

A. 0. **B.** 3. **C.** −2. **D.** −1.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định. $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Dễ có tiệm cận đứng $d_1: x=-1$ và tiệm cận ngang $d_2: y=2$.

Ta có $d(M,d_1)+d(M,d_2)=|x_0+1|+\left|\frac{2x_0+3}{x_0+1}-1\right|=|x_0+1|+\left|\frac{1}{x_0+1}\right|\geq 2$.

Đẳng thức xảy ra khi và chỉ khi $|x_0+1|=\left|\frac{1}{x_0+1}\right|\Leftrightarrow x_0=0\vee x_0=-2$. Vì $x_0<0$ nên

$x_0=-2\Rightarrow y_0=1\Rightarrow x_0+y_0=-1$.

Câu 31. Có bao nhiêu điểm M thuộc đồ thị (C) của hàm số $y=x(x^2-3)$ sao cho tiếp tuyến tại M của (C) cắt (C) và trục hoành lần lượt tại hai điểm phân biệt A (khác M) và B sao cho M là trung điểm của AB?

A. 0. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: y.

$y=x(x^2-3)=x^3-3x\ \Rightarrow y'=3x^2-3$.

Phương trình tiếp tuyến (d) tại $M(x_0;x_0^3-3x_0)$ của (C) là

$y=(3x_0^2-3)(x-x_0)+x_0^3-3x_0\Rightarrow y=(3x_0^2-3)x-2x_0^3$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (d) và (C):

$$\left(3x_0^2-3\right)x-2x_0^3=x^3-3x \Leftrightarrow x^3-3x_0^2x+2x_0^3=0 \Leftrightarrow \left(x-x_0\right)^2\left(x+2x_0\right)=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=x_0 \\ x=-2x_0 \end{array}\right.$$

$\Rightarrow x_A=-2x_0$, vì A khác M nên $x_0\neq 0$.

Phương trình hoành độ giao điểm của (d) và trục hoành:

$$\left(3x_0^2-3\right)x-2x_0^3=0 \Leftrightarrow x=\frac{2x_0^3}{3x_0^2-3} \quad \left(x_0\neq 1,\ x_0\neq -1\right).$$

Khi đó $x_A=-2x_0$, $x_B=\frac{2x_0^3}{3x_0^2-3}$, $x_M=x_0$, $x_0\in\mathbb{R}\setminus\{-1;0;1\}$.

Do A, B và M thẳng hàng nên để M là trung điểm của AB thì

$$x_A+x_B=2x_M \Rightarrow -2x_0+\frac{2x_0^3}{3x_0^2-3}=2x_0 \Rightarrow 10x_0^2-12=0 \Leftrightarrow x_0=\pm\sqrt{\frac{6}{5}}.$$

Vậy có 2 điểm M thỏa mãn bài toán.

DẠNG 2: ĐỒ THỊ HÀM SỐ ĐI QUA ĐIỂM CHO TRƯỚC

Câu 32. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m$ đi qua điểm $N(-2;0)$..

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{8}{3}$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đồ thị hàm số đi qua điểm $N(-2;0)\Leftrightarrow 0=(-2)^4-2m(-2)^2+2m \Leftrightarrow 0=16-6m \Leftrightarrow m=\frac{8}{3}$..

Câu 33. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^4-2mx^2+2m$ đi qua điểm $N(-2;0)$.

A. $m=\frac{8}{3}$. **B.** $m=1$. **C.** $m=2$. **D.** $m=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị hàm số đi qua điểm $N(-2;0)\Leftrightarrow 0=(-2)^4-2m(-2)^2+2m \Leftrightarrow 0=16-6m \Leftrightarrow m=\frac{8}{3}$..

Câu 34. Với giá trị nào của m thì đồ thị hàm số: $y=\frac{2x^2+6mx+4}{mx+2}$ đi qua điểm $A(-1;4)$?

A. $m=2$. **B.** $m=-1$. **C.** $m=\frac{1}{2}$. **D.** $m=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đồ thị hàm số qua điểm $A(-1;4)$ nên ta có:

$$4=\frac{2-6m+4}{-m+2} \Leftrightarrow 4(-m+2)=6-6m \Leftrightarrow 2m=-2 \Leftrightarrow m=-1..$$

DẠNG 3: ĐIỂM CỐ ĐỊNH CỦA HỌ ĐỒ THỊ

Câu 35. Đồ thị của hàm số $y=x^3-3x^2+mx+m$ (m là tham số) luôn đi qua một điểm M cố định có tọa độ là

A. $M(-1;-4)$. **B.** $M(1;-4)$. **C.** $M(-1;2)$. **D.** $M(1;-2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định mà họ đồ thị luôn đi qua $\forall m$.

$\Rightarrow y_0=x_0^3-3x_0^2+mx_0+m \ \ \forall m \Rightarrow m(x_0+1)+x_0^3-3x_0^2-y_0=0 \ \ \forall m$

$\Rightarrow \begin{cases} x_0+1=0 \\ x_0^3-3x_0^2-y_0=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_0=-1 \\ y_0=x_0^3-3x_0^2=-4 \end{cases} \Rightarrow M(-1;-4)$.

Câu 36. Cho hàm số $y=\dfrac{2x^2+(6-m)x+2}{mx+2}$ có đồ thị là (C_m). Hỏi đồ thị hàm số luôn đi qua bao nhiêu điểm cố định ?

A. 2. **B.** 0. **C.** 3. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=\dfrac{2x^2+(6-m)x+2}{mx+2} \Leftrightarrow mx(y+1)=2x^2+6x+2-2y \left(x\neq\dfrac{-2}{m}\right)$.

Khi đó tọa độ điểm cố định mà đồ thị hàm số đi qua là nghiệm của hệ phương trình sau:

$$\begin{cases} x(y+1)=0 \\ 2x^2+6x+2-2y=0 \end{cases} \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x=0 \\ y=1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-1 \\ y=-1 \end{cases} \\ \begin{cases} x=-2 \\ y=-1 \end{cases} \end{array}\right.$$ suy ra có 3 điểm cố định.

Câu 37. Cho họ đồ thị $(C_m): y=x^4+mx^2-m-1$. Tọa độ các điểm mà mọi đồ thị của họ (C_m) luôn đi qua với mọi giá tri thực của m là

A. $(2;1),(0;1)$. **B.** $(1;0),(0;1)$. **C.** $(-2;1),(-2;3)$. **D.** $(-1;0),(1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $y=x^4+mx^2-m-1=x^4-1+m(x^2-1)$.

Điểm mà mọi đồ thị của họ (C_m) đi qua là điểm có tọa độ không phụ thuộc và tham số m nên có hoành độ thỏa mãn: $x^2-1=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=-1 \end{array}\right.$. Vậy có hai điểm thỏa mãn bài toán là: $(1;0);(-1;0)$.

Câu 38. Biết đồ thị (C_m) của hàm số $y=x^4-mx^2+m+2018$ luôn luôn đi qua hai điểm M và N cố định khi m thay đổi. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là

A. $I(0;2018)$. **B.** $I(0;2019)$. **C.** $\mathrm{I}(1;2018)$. **D.** $I(0;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử $M(x_0;y_0)$ là điểm cố định của họ (C_m). Khi đó

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$y_0 = x_0^4 - mx_0^2 + m + 2018, \forall m$

$\Leftrightarrow \left(-x_0^2+1\right)m + x_0^4 - y_0 + 2018 = 0, \forall m \Leftrightarrow \begin{cases} -x_0^2+1=0 \\ x_0^4 - y_0 + 2018 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \left[\begin{array}{l} x_0 = 1 \\ x_0 = -1 \end{array}\right. \\ x_0^4 - y_0 + 2018 = 0 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} \begin{cases} x_0 = 1 \\ y_0 = 2019 \end{cases} \\ \begin{cases} x_0 = -1 \\ y_0 = 2019 \end{cases} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} M\left(1;2019\right) \\ N\left(-1;2019\right) \end{array}\right.$.

Suy ra tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN có tọa độ là $I\left(0;2019\right)$.

DẠNG 4: CẶP ĐIỂM ĐỐI XỨNG

Câu 39. Đồ thị hàm số $y = 2x^3 + 3mx^2 - 3m + 2$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ O khi m là

A. $m < -\frac{1}{3}, m > 0$. **B.** $m < 0, m \ge \frac{2}{3}$. **C.** $m > -\frac{1}{3}$. **D.** $m < 0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Giả sử $M\left(x_0;y_0\right)$ và $N\left(-x_0;-y_0\right)$ là cặp điểm đối xứng nhau qua O, nên ta có :

$\begin{cases} y_0 = 2x_0^3 + 3mx_0^2 - 3m + 2 \quad (1) \\ -y_0 = -2x_0^3 + 3mx_0^2 - 3m + 2 \, (2) \end{cases}$.

Lấy (1) cộng với (2)vế với vế,ta có : $6mx_0^2 - 6m + 4 = 0 \quad (3)$.

Xét $m = 0$ ta có (3) vô nghiệm.

Xét $m \ne 0$ ta có $x_0^2 = \frac{6m-4}{6m} = \frac{3m-2}{3m} \ge 0 \Rightarrow m \in \left(-\infty;0\right) \cup \left[\frac{2}{3};+\infty\right)$.

Câu 40. Cho hàm số $y = \frac{3x-1}{2x+1}$ có đồ thị là (C). Tìm tọa độ tâm đối xứng của đồ thị (C).

A. $\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$. **B.** $\left(-\frac{1}{2};-\frac{3}{2}\right)$. **C.** $\left(\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$. **D.** $\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có: $\begin{cases} \lim\limits_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^+} y = -\infty \\ \lim\limits_{x \to \left(-\frac{1}{2}\right)^-} y = +\infty \end{cases} \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ là tiệm cận đứng của đồ thị (C).

$\lim\limits_{x \to \pm\infty} y = \frac{3}{2}$ nên $y = \frac{3}{2}$ là tiệm cận ngang của đồ thị (C).

Vậy $I\left(-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right)$ là tâm đối xứng của đồ thị (C).

Câu 41. -2017] Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{-x+2}$ có tâm đối xứng là điểm có tọa độ.

A. $I(2;-1)$. **B.** $I(-2;1)$. **C.** $I(2;1)$. **D.** $I(2;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x-1}{-x+2}$ là giao điểm hai tiệm cận của nó.

Mà đồ thị hàm số có TCĐ $x=2$ và TCN $y=-1$.

Câu 42. Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$ là điểm nào trong các điểm có tọa độ dưới đây?

A. $(1;2)$. **B.** $(-1;10)$. **C.** $(1;5)$. **D.** $(1;-1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số $y=\dfrac{5x+1}{x-1}$.

Ta có: $\lim\limits_{x\to 1^-} y=\lim\limits_{x\to 1^-}\dfrac{5x+1}{x-1}=+\infty$ nên đồ thị có tiệm cận đứng $x=1$.

$\lim\limits_{x\to+\infty} y=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{5x+1}{x-1}=5$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y=5$.

Giao của hai đường tiệm cận là $I(1;5)$.

Câu 43. Đồ thị hàm số $y=-x^3+(m-2)x^2-3m+3$ có hai điểm phân biệt đối xứng với nhau qua gốc tọa độ O khi giá trị của m là

A. $m<1,\ m>2$. **B.** $m<-1,\ m>1$. **C.** $m<0$. **D.** $m>-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Giả sử $M(x_1;y_1)$ và $N(-x_1;-y_1)$ là hai điểm thuộc đồ thị hàm số đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

Khi đó:

$-x_1^3+(m-2)x_1^2-3m+3=-\left[x_1^3+(m-2)x_1^2-3m+3\right]\Leftrightarrow 2(m-2)x_1^2=6(m-1)$.

$\Leftrightarrow x_1^2=\dfrac{3(m-1)}{m-2}$ (vì $m=2$ không thỏa).

Vì $x_1^2>0$ nên $\dfrac{3(m-1)}{m-2}>0\Leftrightarrow m<1\vee m>2$..

Câu 44. Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^3-3x^2+m$ có hai điểm phân biệt đối xứng nhau qua gốc tọa độ.

A. $m>1$. **B.** $m>0$. **C.** $m\le 0$. **D.** $0<m<1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

TXĐ: $D=\mathbb{R}$.

Gọi tọa độ hai điểm đối xứng nhau qua gốc tọa độ lần lượt là $A(x;y), B(-x;-y)$.

Vì hai điểm cùng thuộc đồ thị nên ta có:

$\begin{cases} y=x^3-3x^2+m \\ -y=-x^3-3x^2+m \end{cases}\Leftrightarrow m=3x^2\ (1)$.

Với $m<0$ thì (1) vô nghiệm, không thỏa mãn.

Với $m=0$ thì (1) có nghiệm duy nhất $(0;0)$, không thỏa mãn.

Với $m>0$ thì (1) có nghiệm là $\left(\sqrt{\dfrac{m}{3}};\dfrac{m\sqrt{m}}{27}\right)$ và $\left(-\sqrt{\dfrac{m}{3}};-\dfrac{m\sqrt{m}}{27}\right)$ thỏa mãn.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

DẠNG 5: ĐIỂM CÓ TỌA ĐỘ NGUYÊN

Câu 45. Trên đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{x+10}{x+1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 6. **B.** 2. **C.** 10. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=\dfrac{x+10}{x+1}=1+\dfrac{9}{x+1}$.

Điểm trên đồ thị hàm số có tọa độ nguyên nghĩa là $x\in\mathbb{Z};y\in\mathbb{Z}$.

Để $y\in\mathbb{Z}\Rightarrow 9\vdots(x+1)\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x+1=\pm1\\x+1=\pm3\\x+1=\pm9\end{array}\right.$.

Vậy trên đồ thị hàm số có 6 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 46. Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. 0. **B.** 4. **C.** Vô số. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

Ta có $y=\dfrac{2x-5}{3x-1}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{6x-15}{3x-1}=\dfrac{1}{3}\left(2-\dfrac{13}{3x-1}\right)\Rightarrow 3y=\left(2-\dfrac{13}{3x-1}\right)$

Ta có $y\in\mathbb{Z}$ nên $3y\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x-1=1\\3x-1=-1\\3x-1=13\\3x-1=-13\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}\notin\mathbb{Z}\\x=0\in\mathbb{Z}\\x=\dfrac{14}{3}\notin\mathbb{Z}\\x=-4\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$.

Thử lại $x=0$ và $x=-4$ thỏa mãn.

Vậy có hai điểm có tọa độ nguyên $(0;5)$ và $(-4;1)$.

Câu 47. Có bao nhiêu đường thẳng cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt mà hai giao điểm đó có hoành độ và tung độ là các số nguyên?

A. 6 **B.** 2 **C.** 15 **D.** 4

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có $y=\dfrac{3x-2}{x+1}\Rightarrow y=3-\dfrac{5}{x+1}$. Suy ra các điểm có hoành độ và tung độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số là $(0;-2)$; $(-2;8)$; $(4;2)$; $(-6;4)$.

Ta nhận thấy các điểm trên không có ba điểm nào thẳng hàng.

Vậy số đường thẳng cắt đồ thị (C) của hàm số $y=\dfrac{3x-2}{x+1}$ tại hai điểm phân biệt mà hai giao điểm đó có hoành độ và tung độ là các số nguyên là $C_4^2=6$.

Câu 48. Số điểm có tọa độ là các số nguyên thuộc đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+3}{x+2}$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $y=\dfrac{x+3}{x+2}=\dfrac{x+2}{x+2}+\dfrac{1}{x+2}=1+\dfrac{1}{x+2}$.

Để y là số nguyên thì $x+2$ là ước của 1. Mà 1 có hai ước nguyên là ± 1 vậy có 2 giá trị của x thỏa mãn, hay tồn tại hai điểm có tọa độ nguyên.

Câu 49. Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-5}{3x-1}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ là các số nguyên?

A. Vô số. **B.** 2. **C.** 0. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}\setminus\left\{\dfrac{1}{3}\right\}$

Ta có $y=\dfrac{2x-5}{3x-1}=\dfrac{1}{3}.\dfrac{6x-15}{3x-1}=\dfrac{1}{3}\left(2-\dfrac{13}{3x-1}\right)\Rightarrow 3y=\left(2-\dfrac{13}{3x-1}\right)$

Ta có $y\in\mathbb{Z}$ nên $3y\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}3x-1=1\\3x-1=-1\\3x-1=13\\3x-1=-13\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=\dfrac{2}{3}\notin\mathbb{Z}\\x=0\in\mathbb{Z}\\x=\dfrac{14}{3}\notin\mathbb{Z}\\x=-4\in\mathbb{Z}\end{array}\right.$.

Thử lại $x=0$ và $x=-4$ thỏa mãn.

Vậy có hai điểm có tọa độ nguyên $(0;5)$ và $(-4;1)$.

Câu 50. Số điểm có tọa độ là các số nguyên của đồ thị hàm số: $y=\dfrac{2x+3}{x-1}$ là:

A. 3. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

Ta có $y=\dfrac{2x+3}{x-1}=2+\dfrac{5}{x-1}$ suy ra số điểm có tọa độ nguyên của đồ thị hàm số là 4 điểm tương ứng hoành độ $x\in\{0;2;-4;6\}$.

Câu 51. Số điểm có toạ độ nguyên trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+4}{x-1}$ là

A. 8. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$y=2+\dfrac{6}{x-1}$, $y\in\mathbb{Z}\Leftrightarrow x-1$ là ước nguyên của 6.

$x-1\in\{\pm 1;\ \pm 2;\ \pm 3;\pm 6\}$, $x\in\{-5;\ -2;\ -1;\ 0;\ 2;\ 3;\ 4;\ 7\}$.

Vậy có 8 điểm có toạ độ nguyên trên đồ thị.

Câu 52. Cho hàm số $y=\dfrac{-x^2+2x-5}{x-1}$ có đồ thị là (C). Hỏi trên đồ thị (C) có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 3. **B.** 5. **C.** 4. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Ta có: $y=\dfrac{-x^2+2x-5}{x-1}=-x+1-\dfrac{4}{x-1}$. Gọi $M\left(x_0;y_0\right)\in\left(C\right)$ suy ra $y_0=-x_0+1-\dfrac{4}{x_0-1}$, ta có

$$x_0,y_0\in Z\Rightarrow\frac{4}{x_0-1}\left[\begin{array}{l}x_0-1=\pm1\\x_0-1=\pm2\\x_0-1=\pm4\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_0=2\\x_0=0\\x_0=3\\x_0=-1\\x_0=-3\\x_0=5\end{array}\right.$$

. Vậy có 6 điểm có tọa độ nguyên.

Câu 53. Trên đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}$ có bao nhiêu điểm có tọa độ nguyên?

A. 4. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 0.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $y=\dfrac{2x-1}{3x+4}=\dfrac{2}{3}-\dfrac{11}{3\left(3x+4\right)}\Rightarrow3y=2-\dfrac{11}{3x+4}$.

Để $y\in\mathbb{Z}$ thì $\left[\begin{array}{l}3x+4=1\\3x+4=-1\\3x+4=11\\3x+4=-11\end{array}\right.\Rightarrow\left[\begin{array}{l}x=-1\rightarrow y=-3\\x=-\dfrac{5}{3}\left(l\right)\\x=\dfrac{7}{3}\left(l\right)\\x=-5\rightarrow y=1\end{array}\right.$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN TỔNG HỢP VỀ HÀM SỐ

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN TỔNG HỢP VỀ HÀM SỐ

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x=-\dfrac{1}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

C. Hàm số không xác định tại điểm $x=1$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 2: Biết rằng bất phương trình $m\left(|x|+\sqrt{1-x^2}+1\right)\le 2\sqrt{x^2-x^4}+\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}+2$ có nghiệm khi và chỉ khi $m\in\left(-\infty;a\sqrt{2}+b\right]$, với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của $T=a+b$.

A. $T=3$. **B.** $T=2$. **C.** $T=0$. **D.** $T=1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	$+\infty$ / $-\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(-3)>f(-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

Câu 4: Gọi (T) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ (C) tại điểm có tung độ dương, đồng thời (T) cắt hai tiệm cận của (C) lần lượt tại A và B sao cho độ dài AB nhỏ nhất. Khi đó (T) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

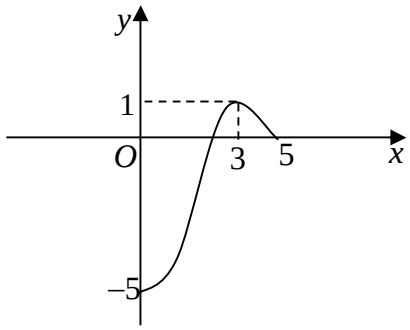
A. $0,5$. **B.** $2,5$. **C.** $12,5$. **D.** 8.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)\neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x)=(2x+3)f^2(x)$ và $f(0)=-\dfrac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1)+f(2)+f(3)+...+f(2017)+f(2018)=\dfrac{a}{b}$ với $(a\in\mathbb{Z},\ b\in\mathbb{N}^*)$ và $\dfrac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a+b=1010$. **B.** $b-a=3029$. **C.** $\dfrac{a}{b}<-1$. **D.** $\dfrac{a}{b}>1$.

Câu 6: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và đồ thị hàm số $y=f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ được cho như hình bên.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tìm mệnh đề đúng

A. $f(3)<f(0)=f(5)$.

B. $f(3)<f(0)<f(5)$.

C. $f(3)<f(5)<f(0)$.

D. $f(0)=f(5)<f(3)$.

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{3-x}$ là:

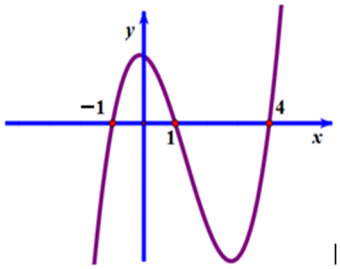
A. $D=(3;+\infty)$.

B. $D=(-\infty;3)$.

C. $D=\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

D. $D=\mathrm{R}$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến trên khoảng ?



A. $(-1;1)$.

B. $(1;2)$.

C. $(2;+\infty)$.

D. $(-\infty;1)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là:

A. $\sqrt{6}$.

B. $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. $\sqrt{3}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=x^3+(m-1)x^2+3x+2$ .Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$

A. $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$.

B. $(-2;4)$.

C. $(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$.

D. $[-2;4]$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	$-\infty$ | $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khẳng định nào sau đây đúng?

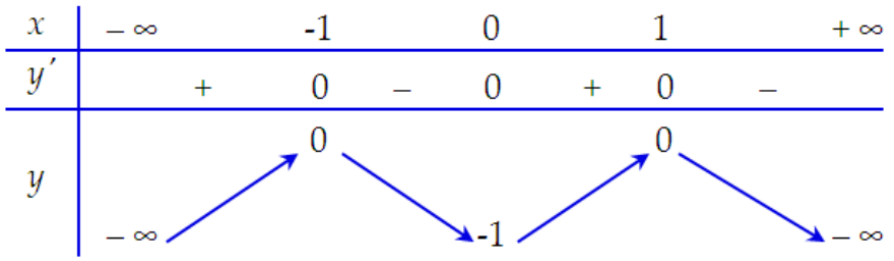
A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. $f(-5)>f(-4)$.

C. Đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Phát biểu nào sau đây là **sai**?

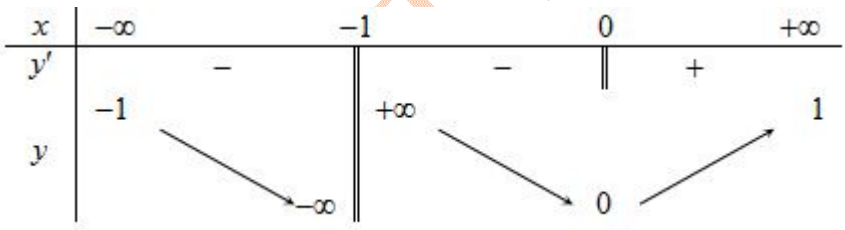
A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây



Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây

A. $y=\dfrac{|x|}{x+1}$. **B.** $y=|x|(x+1)$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x+1|}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x(x+1)}$.

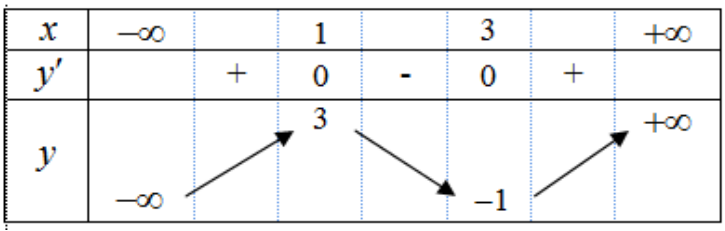
Câu 14: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ và các mệnh đề sau:

(1)Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

(2)Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

(3)Hàm số có $y_{CD}+3y_{CT}=0$.

(4)Hàm số có bảng biến thiên và đồ thị như hình vẽ



Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1

Câu 15: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(2;0)$.

D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 16: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		0		x_1		x_2		$+\infty$
y'		$-$		$-$	0	$+$	0	$-$	
y		↘		↘		↗		↘	

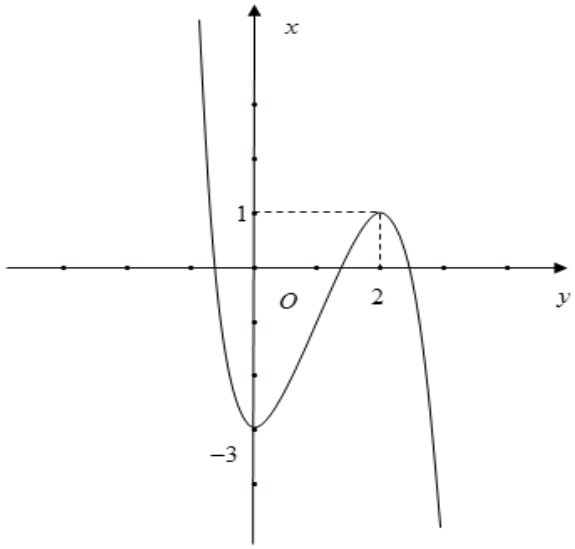
Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b>0,c<0$. **B.** $b>0,c>0$. **C.** $b<0,c<0$. **D.** $b<0,c>0$.

Câu 17: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Một tiếp tuyến bất kỳ với (C) cắt đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của (C) lần lượt tại A và B, biết $I(1;2)$. Giá trị lớn nhất của bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB là

A. $4-2\sqrt{2}$ **B.** $8-3\sqrt{2}$ **C.** $7-3\sqrt{2}$ **D.** $8-4\sqrt{2}$

Câu 18: Cho hàm 2018 $y=ax^3+bx^2+cx+d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1;-1)$ như hình vẽ.



Tỷ 2018 $\dfrac{b}{a}$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Câu 19: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đồ thị hàm số $y=x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

B. Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên trên $[0;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ có trục đối xứng là trục Ox.

D. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y=1$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $\left(8\sin^3 x-m\right)^3=162\sin x+27m$ có nghiệm thỏa mãn $0<x<\dfrac{\pi}{3}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Câu 21: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x=-\dfrac{1}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

C. Hàm số không xác định tại điểm $x=1$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)x+1$. Với giá trị nào của m thì $f'(x)-6x>0$ với mọi $x>2$

A. $m<-\dfrac{1}{2}$ **B.** $m>1$ **C.** $m\le 0$ **D.** $m>\dfrac{1}{2}$

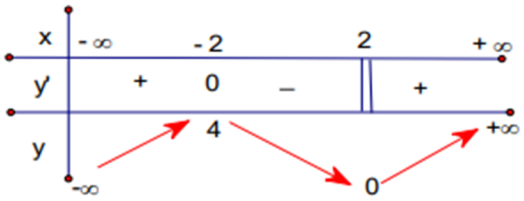
Câu 23: Cho hàm số $y=\dfrac{ax+b}{x-2}$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) nhận đường thẳng $y=3$ làm tiệm cận ngang và (C) đi qua điểm $A(3;1)$. Tính giá trị của biểu thức $P=a+b$.

A. $P=-5$. **B.** $P=-8$. **C.** $P=5$. **D.** $P=3$.

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-3;0)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -2.

D. Hàm số có GTLN bằng 4 và GTNN bằng 0.

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=(x^2-2x+2)\mathrm{e}^x$. Chọn mệnh đề **sai?**

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

B. $f(-1)=\dfrac{5}{\mathrm{e}}$.

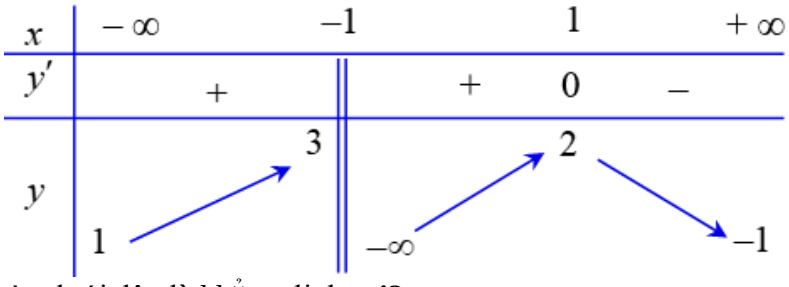
C. Hàm số có 1 điểm cực trị.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=(x+1)\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^2\ldots\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$, với $n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị $f'(0)$ bằng?

A. n. **B.** $\dfrac{1}{n}$. **C.** 0. **D.** 1.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên



Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?

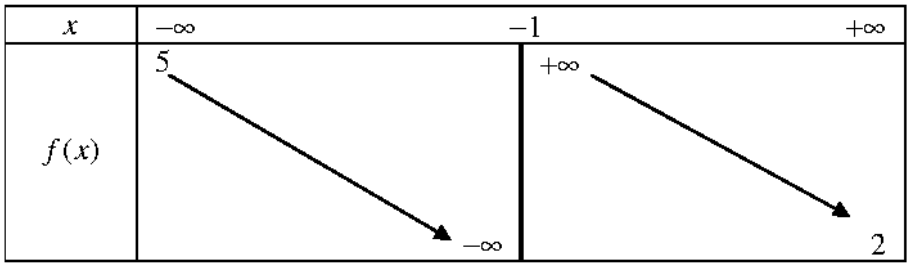
A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.

B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.

C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.

D. Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.



.

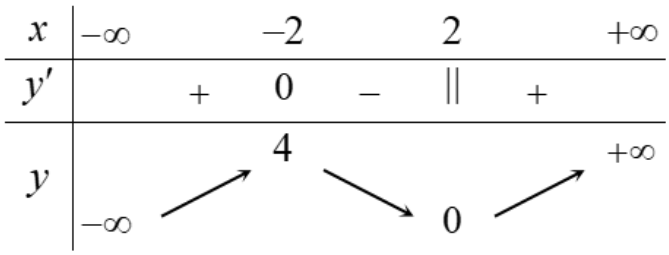
A. Cả A và B đều đúng.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=2$, $y=5$ và một tiệm cận đứng $x=-1$.

C. Trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng 2.

D. Phương trình $f(x)-4=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -2.

D. Hàm số có GTLN bằng 4 và GTNN bằng 0.

Câu 31: Cho hàm số $y=x^4+2\sqrt[3]{2}x^2-4$. Mệnh đề đúng là.

A. Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm trục đối xứng.

B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng -4.

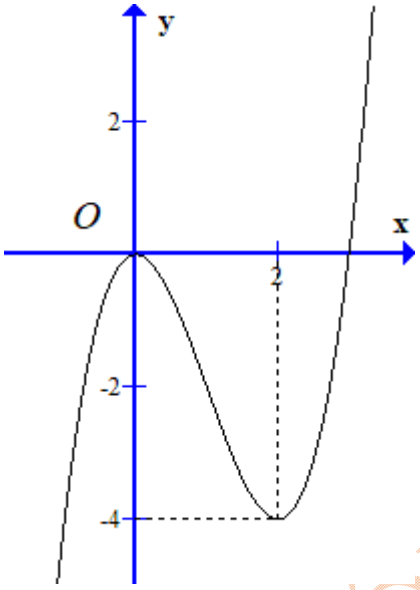
C. Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Câu 32: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ có điểm chung với trục hoành là $[a;b]$ (với $a;b\in\mathbb{R}$). Tính giá trị của $S=a+b$.

A. $S=5$. **B.** $S=3$. **C.** $S=\dfrac{16}{3}$. **D.** $S=\dfrac{13}{3}$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Xét hàm số $g(x)=f\left[f(x)\right]$. Trong các mệnh đề dưới đây:

(I) $g(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

(II) hàm số $g(x)$ có bốn điểm cực trị.

(III) $\max\limits_{[-1;1]} g(x)=0$.

(IV) phương trình $g(x)=0$ có ba nghiệm.

Số mệnh đề đúng là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Câu 34: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Hàm số có một cực trị.

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1. **B.** Hàm số đạt cực trị tại $x=-2$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $a\neq 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$. **B.** Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$. **D.** Hàm số luôn có cực trị.

Câu 37: Cho $f(x)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f\left(f(x)+1\right)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Câu 38: Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Hàm số $y=x^3+3x-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số $y=3x^4+5x^2-1$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

C. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ nhận giao điểm hai đường tiệm cận là tâm đối xứng.

D. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-1}$ có 2 đường tiệm cận.

Câu 39: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm 2 tiệm cận của (C) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (C). Giá trị lớn nhất d có thể đạt được là:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Câu 40: Cho hàm số $y=\dfrac{2x-1}{x+1}(C)$. Các phát biểu sau, phát biểu nào **sai?**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

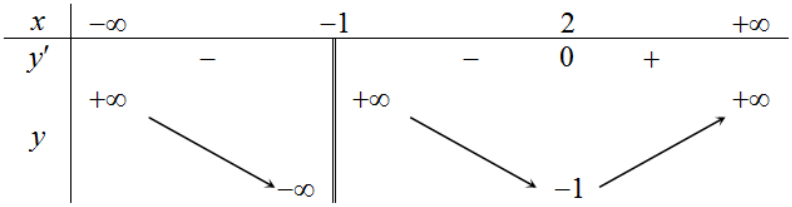
C. Đồ thị hàm số (C) có giao điểm với Oy tại điểm có hoành độ là $x=\dfrac{1}{2}$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng của tập xác định của nó.

Câu 41: A và B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x}{x-2}$. Khi đó độ dài đoạn AB ngắn nhất bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=2$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$. **D.** Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$. Khi đó.

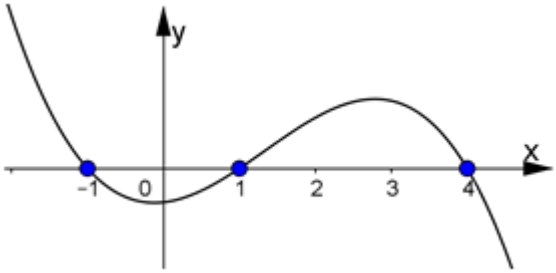
A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right),\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

B. Không có tiếp tuyến nào của đồ thị hàm số đi qua điểm $I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0;-2)$ và cắt trục hoành tại điểm $B(2;0)$.

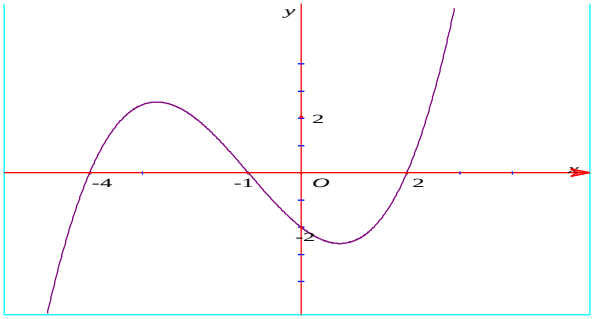
D. Cả 3 ý còn lại đều đúng.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ đồng thời có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Tìm tổng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f(x^2)$ trên $[-2;2]$?



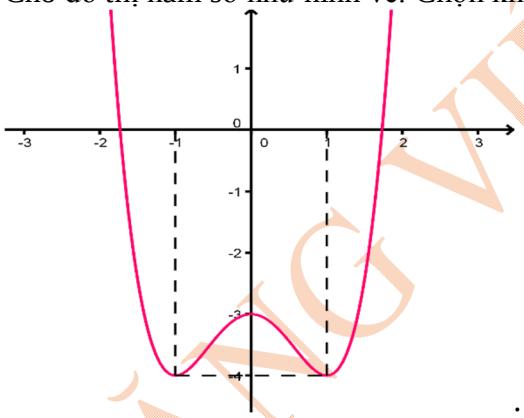
A. $f(0)+f(1)$ **B.** $f(1)+f(2)$ **C.** $f(1)+f(4)$ **D.** $f(0)+f(4)$

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x^2-5)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Câu 46: Cho đồ thị hàm số như hình vẽ. Chọn khẳng định sai?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=\pm 1$.
B. Hàm số có 3 điểm cực trị.
C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0;-3)$.
D. Với $-4<m\le -3$ thì đường thẳng $y=m$ cắt đồ thị hàm số tại bốn điểm phân biệt.

Câu 47: Cho hàm số $y=\sqrt{\log_2 \ln x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đặt cực tiểu tại $x=e$. **B.** Tập xác định của hàm số là $[1;+\infty)$.
C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;e)$. **D.** Hàm số đồng biến trên khoảng $(e;+\infty)$.

Câu 48: Xét hàm số $y=x+1-\dfrac{3}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$.
B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$ và đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.
C. Hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$.
D. Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1;1)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 49: Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình $x^2+(m+2)x+4=(m-1)\sqrt{x^3+4x}$ có nghiệm là ?

A. 2011. **B.** 2010. **C.** 2012. **D.** 2014.

Câu 50: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ và các mệnh đề sau:

(1)Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

(2)Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

(3)Hàm số có $y_{CD}+3y_{CT}=0$.

(4)Hàm số có bảng biến thiên và đồ thị như hình vẽ

x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	3	↘	-1	↗	$+\infty$

Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Câu 51: Cho hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-x^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

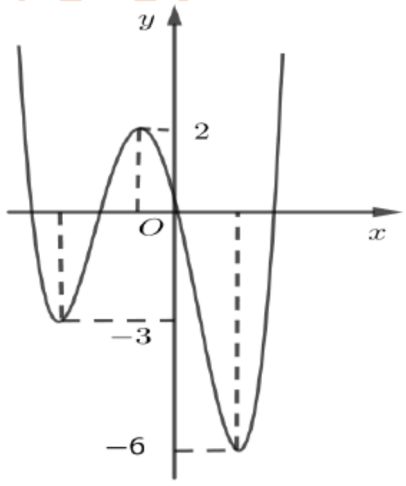
A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng với giá trị cực tiểu.

B. Hàm số đạt cực đại tại các điểm $x=1;\ x=-1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng với giá trị cực đại.

Câu 52: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Câu 53: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số luôn có cực trị.

B. Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$.

D. Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

Câu 54: Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\frac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $P=y_A^2+y_B^2-x_A.x_B$.

A. $P=6-2\sqrt{3}$. **B.** $P=10-\sqrt{3}$. **C.** $P=10$. **D.** $P=6$.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

Câu 56: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đồ thị đi qua điểm $M(1;0)$?

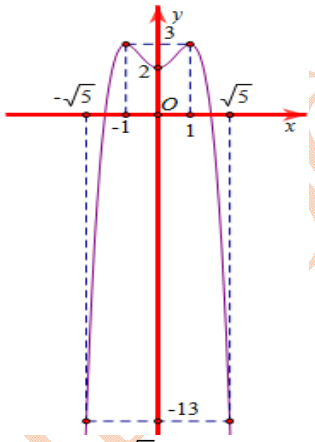
A. $y=\dfrac{2x-2}{x^2-1}$. **B.** $y=(x-1)\sqrt{x-2}$.

C. $y=x^3+3x^2-3$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$, $f(1)=-3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=9$. **B.** $T=1$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=-4$.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x)\le 0$, $\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là

A. $m\ge\dfrac{2}{3}f(\sqrt{5})$. **B.** $m\ge\dfrac{2}{3}f(-\sqrt{5})$. **C.** $m\ge\dfrac{2}{3}f(0)$. **D.** $m\le\dfrac{2}{3}f(\sqrt{5})$.

Câu 59: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

B. $f(x)=x^3+3x^2-4$.

C. Đường thẳng $y=-2$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số có điểm cực tiểu là $x=-2$.

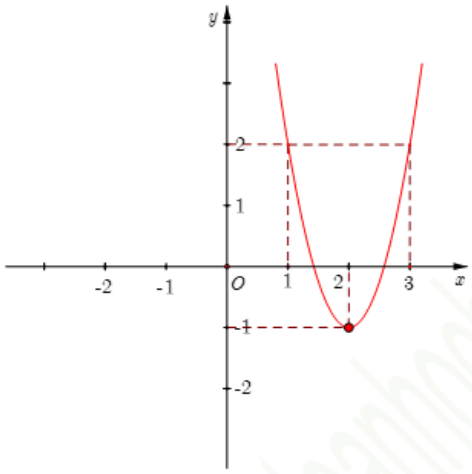
Câu 60: Một chất điểm chuyển động có phương trình $S=2t^4+6t^2-3t+1$ với t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t=3(s)$ bằng bao nhiêu?

A. 76 $\left(\text{m/s}^2\right)$. **B.** 64 $\left(\text{m/s}^2\right)$. **C.** 228 $\left(\text{m/s}^2\right)$. **D.** 88 $\left(\text{m/s}^2\right)$.

Câu 61: Cho hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-3}$. Chọn phát biểu **sai**.

A. Hàm số có tiệm cận ngang là $y=-3$.
B. Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số không có cực trị.
D. Hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

Câu 62: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?

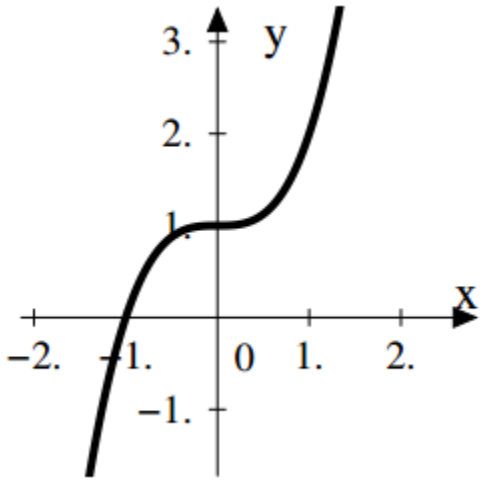


A. $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$.
B. $(2;+\infty)$.
C. $(-\infty;2)$.
D. $(-1;1)$.

Câu 63: Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2>b_1\ge 1$ và hàm số $f(x)=x^3-3x$ sao cho $f(\log_2(b_2))+2=f(\log_2(b_1))$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n>5^{100}$ bằng:

A. 234.
B. 229.
C. 333.
D. 292.

Câu 64: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(6\sin x+8\cos x)=f(m(m+1))$ có nghiệm $x\in\mathbb{R}$



A. 4
B. 6
C. 5
D. 2

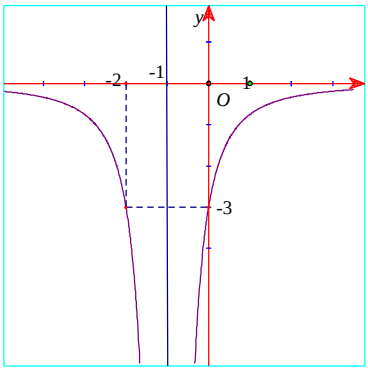
Câu 65: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=x^2+2x+1$, M là điểm di động trên (C); Mt, Mz là các đường thẳng đi qua M sao cho Mt song song với trục tung đồng thời tiếp tuyến tại M là phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz. Khi M di chuyển trên (C) thì Mz luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $M_0\left(-1;\frac{1}{4}\right)$. **B.** $M_0\left(-1;\frac{1}{2}\right)$. **C.** $M_0(-1;1)$. **D.** $M_0(-1;0)$.

Câu 66: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 7 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 9

Câu 67: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$, $(a,\ b,\ c,\ d\in\mathbb{R},\ c\neq 0,\ d\neq 0)$ có đồ thị (C). Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Biết (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là



A. $x+3y+2=0$. **B.** $x+3y-2=0$. **C.** $x-3y-2=0$. **D.** $x-3y+2=0$.

Câu 68: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-5;5]$ để số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng 3:

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

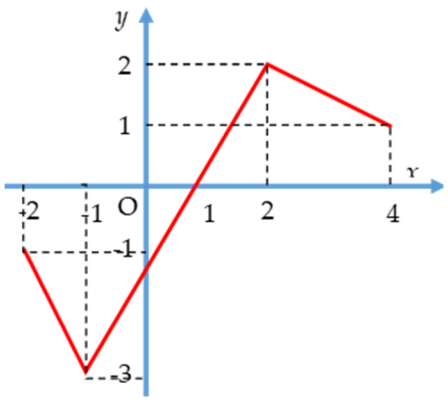
Câu 69: Gọi x_1, x_2 lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số $f(x)=\int_{e^x}^{e^{2x}} t\ln t\,dt$. Tính $S=x_1+x_2$.

A. 0. **B.** $\ln 2e$. **C.** $\ln 2$. **D.** $-\ln 2$.

Câu 70: Phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi;2017\pi]$?

A. vô nghiệm. **B.** 2017. **C.** 2022. **D.** 2023.

Câu 71: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào trong 4 mệnh đề sau đây là đúng?



A. $\min\limits_{[-2;4]} f(x)=-2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

B. Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm trên đoạn $[-2;4]$.

C. $f'\left(-\frac{3}{2}\right).f(3)>0$.

D. $\max\limits_{[-2;4]} f(x)=4$.

Câu 72: Đồ thị hàm số nào sau đây luôn nằm dưới trục hoành?

A. $y=-x^4+2x^2-2$. **B.** $y=x^4+3x^2-1$.

C. $y=-x^3-2x^2+x-1$. **D.** $y=-x^4-4x^2+1$.

Câu 73: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-1		1		2		$+\infty$
y'		$-$	$\|\|$	$+$	0	$+$	$\|\|$	$-$	
y	$+\infty$	$\searrow$	-3	$\nearrow$			2	$\searrow$	-4

Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Câu 74: Cho M là giao điểm của đồ thị $(C):y=\frac{2x-1}{2x+3}$ với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận là.

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8..

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

TOÁN TỔNG HỢP VỀ HÀM SỐ

DẠNG 1: CÁC BÀI TOÁN TỔNG HỢP VỀ HÀM SỐ

Câu 1: Cho hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x=-\dfrac{1}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

C. Hàm số không xác định tại điểm $x=1$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Phát biểu đúng là hàm số nghịch biến trên từng khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

Câu 2: Biết rằng bất phương trình $m\left(|x|+\sqrt{1-x^2}+1\right)\le 2\sqrt{x^2-x^4}+\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}+2$ có nghiệm khi và chỉ khi $m\in\left(-\infty;a\sqrt{2}+b\right]$, với $a,b\in\mathbb{Z}$. Tính giá trị của $T=a+b$.

A. $T=3$. **B.** $T=2$. **C.** $T=0$. **D.** $T=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Điều kiện $-1\le x\le 1$.

□ Xét hàm số $g(x)=\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}$ trên đoạn $[-1;1]$.

Ta có : $g'(x)=x\left(\dfrac{1}{\sqrt{x^2}}-\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}\right)$, $g'(x)=0\Leftrightarrow\sqrt{x^2}=\sqrt{1-x^2}\Leftrightarrow x=\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}$.

$g(\pm1)=1$, $g\left(\pm\dfrac{1}{\sqrt{2}}\right)=\sqrt{2}$.

Suy ra $1\le g(x)\le\sqrt{2}$.

□ Đặt $t=\sqrt{x^2}+\sqrt{1-x^2}$, $1\le t\le\sqrt{2}$. Bất phương trình trở thành :

$m(t+1)\le t^2+t+1\Leftrightarrow m\le t+\dfrac{1}{t+1}$ (Do $1\le t\le\sqrt{2}$ nên $t+1>0$).

□ Xét hàm số $f(t)=t+\dfrac{1}{t+1}$ trên đoạn $\left[1;\sqrt{2}\right]$.

Có $f'(t)=1-\dfrac{1}{(t+1)^2}$, $f'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=0\notin\left[1;\sqrt{2}\right]\\ t=-2\notin\left[1;\sqrt{2}\right]\end{array}\right.$.

$f(1)=\dfrac{3}{2}$, $f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$. Do đó, $\max\limits_{[1;\sqrt{2}]}f(t)=f\left(\sqrt{2}\right)=2\sqrt{2}-1$.

Suy ra bất phương trình đã cho có nghiệm khi $m\le\max\limits_{[1;\sqrt{2}]}f(t)$ hay $m\le 2\sqrt{2}-1$.

Do đó, $a=2$, $b=-1$.

Vậy $T=1$.

Câu 3: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định và liên tục trên $(-\infty;0)$ và $(0;+\infty)$ có bảng biến thiên như hình bên.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	2	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $f(-3)>f(-2)$.

B. Hàm số đồng biến trên khoảng $(2;+\infty)$.

C. Đường thẳng $x=2$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo bảng biến thiên hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)\Rightarrow f(-3)>f(-2)$.

Câu 4: Gọi (T) là tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+1}{x+2}$ (C) tại điểm có tung độ dương, đồng thời (T) cắt hai tiệm cận của (C) lần lượt tại A và B sao cho độ dài AB nhỏ nhất. Khi đó (T) tạo với hai trục tọa độ một tam giác có diện tích bằng bao nhiêu?

A. $0,5$. **B.** $2,5$. **C.** $12,5$. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C

$y'=\dfrac{1}{(x+2)^2}$; gọi điểm $M\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{x_0+2}\right)\in(C)$.

Phương trình tiếp tuyến: $y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2}$.

Ta có tiệm cận đứng: $d_1: x=-2$ và tiệm cận ngang: $d_2: y=1$.

$A=(T)\cap d_1$ nên tọa độ điểm A là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2} \\ x=-2 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=-2 \\ y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(-2-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2}=\dfrac{x_0}{x_0+2} \end{cases}$$

$B=(T)\cap d_2$ nên tọa độ điểm B là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} y=\dfrac{1}{(x_0+2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0+2} \\ y=1 \end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases} x=2x_0+2 \\ y=1 \end{cases}$$

$AB=\sqrt{(2x_0+4)^2+\left(\dfrac{2}{2+x_0}\right)^2}$; $AB^2=4(2+x_0)^2+\dfrac{4}{(2+x_0)^2}\geq 2\sqrt{16}=8$.

AB min bằng $8\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l} x_0=-1 \\ x_0=-3 \end{array}\right.$. Vì $y_0>0\Rightarrow x_0=-3$.

Suy ra $A(-2;3)$, $B(-4;1)$ nên ta có phương trình AB: $y=(x+3)+2\Leftrightarrow y=x+5$.

$M=AB\cap Ox$ nên tọa độ điểm M là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} y = x+5 \\ y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -5 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow M(-5;0)$.

$N = AB \cap Oy$ nên tọa độ điểm N là nghiệm của hệ:

$\begin{cases} y = x+5 \\ x = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 5 \end{cases} \Rightarrow N(0;5)$.

Vậy $S_{\Delta OMN} = \frac{1}{2}.5.5 = 12,5$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x) \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = (2x+3) f^2(x)$ và $f(0) = -\frac{1}{2}$. Biết rằng tổng $f(1) + f(2) + f(3) + ... + f(2017) + f(2018) = \frac{a}{b}$ với $(a \in \mathbb{Z}, b \in \mathbb{N}^*)$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

A. $a+b = 1010$. **B.** $b-a = 3029$. **C.** $\frac{a}{b} < -1$. **D.** $\frac{a}{b} > 1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x) = (2x+3) f^2(x) \Leftrightarrow \frac{f'(x)}{f^2(x)} = 2x+3$

$\Leftrightarrow \int \frac{f'(x)}{f(x)} dx = \int (2x+3) dx \Leftrightarrow -\frac{1}{f(x)} = x^2 + 3x + C$.

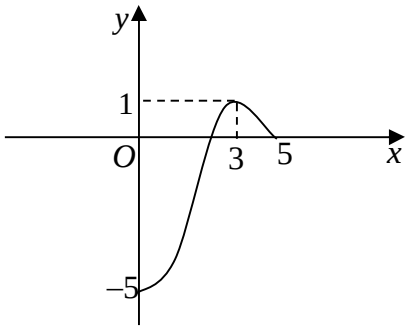
Vì $f(0) = -\frac{1}{2} \Rightarrow C = 2$.

Vậy $f(x) = -\frac{1}{(x+1)(x+2)} = \frac{1}{x+2} - \frac{1}{x+1}$.

Do đó $f(1) + f(2) + f(3) + ... + f(2017) + f(2018) = \frac{1}{2020} - \frac{1}{2} = -\frac{1009}{2020}$.

Vậy $a = -1009$; $b = 2020$. Do đó $b - a = 3029$.

Câu 6: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[0;5]$ và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ trên đoạn $[0;5]$ được cho như hình bên.



Tìm mệnh đề đúng

A. $f(3) < f(0) = f(5)$. **B.** $f(3) < f(0) < f(5)$.

C. $f(3) < f(5) < f(0)$. **D.** $f(0) = f(5) < f(3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $\int_3^5 f'(x) dx = f(5) - f(3) > 0$, do đó $f(5) > f(3)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$\int_0^3 f'(x)\mathrm{d}x = f(3)-f(0)<0$, do đó $f(3)<f(0)$

$\int_0^5 f'(x)\mathrm{d}x = f(5)-f(0)<0$, do đó $f(5)<f(0)$

Câu 7: Tập xác định của hàm số $y=\dfrac{\sqrt{2x+1}}{3-x}$ là:

A. $D=(3;+\infty)$. **B.** $D=(-\infty;3)$.

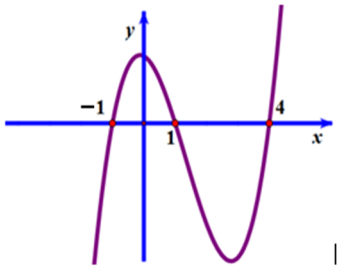
C. $D=\left[-\dfrac{1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$. **D.** $D=\mathrm{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định của hàm số là: $D=\left[\dfrac{-1}{2};+\infty\right)\setminus\{3\}$.

Câu 8: Cho hàm số $y=f(x)$. Hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến trên khoảng ?



A. $(-1;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(2;+\infty)$. **D.** $(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f'(x)=k(x+1)(x-1)(x-4)$ với $k>0$

$\Rightarrow f'(3-2x)=k[(3-2x)+1][(3-2x)-1][(3-2x)-4]$.

Hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến khi $y'=-2.f'(3-2x)<0$

$\Leftrightarrow f'(3-2x)>0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}3-2x>4\\-1<3-2x<1\end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l}x<-\dfrac{1}{2}\\1<x<2\end{array}\right.$.

Vậy hàm số $y=f(3-2x)+2018$ nghịch biến trên $(1;2)$ và $\left(-\infty;\dfrac{1}{2}\right)$.

Câu 9: Cho hàm số $y=\dfrac{x+1}{x-2}$ (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị đến một tiếp tuyến của (C). Giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là:

A. $\sqrt{6}$. **B.** $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$. **C.** $\sqrt{5}$. **D.** $\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y'(x)=\dfrac{-3}{(x-2)^2}$ $\forall x\neq 2$. Gọi I là giao của hai tiệm cận $\Rightarrow I(2;1)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi $M(x_0;y_0)=M\left(x_0;\dfrac{x_0+1}{x_0-2}\right)\in(C)$.

Khi đó tiếp tuyến tại $M(x_0;y_0)$ có phương trình:

$\Delta: y=y'(x_0)(x-x_0)+y_0$.

$\Leftrightarrow y=\dfrac{-3}{(x_0-2)^2}(x-x_0)+\dfrac{x_0+1}{x_0-2}\Leftrightarrow \dfrac{-3}{(x_0-2)^2}.x-y+\dfrac{3x_0}{(x_0-2)^2}+\dfrac{x_0+1}{x_0-2}=0$.

Khi đó ta có: $d(I;\Delta)=\dfrac{\left|\dfrac{-6}{(x_0-2)^2}-1+\dfrac{3x_0}{(x_0-2)^2}+\dfrac{x_0+1}{x_0-2}\right|}{\sqrt{1+\dfrac{9}{(x_0-2)^4}}}$.

$\Leftrightarrow d(I;\Delta)=\dfrac{|6x_0-12|}{\sqrt{(x_0-2)^4+9}}$.

Áp dụng BĐT: $a^2+b^2\geq 2ab\quad \forall a,b$.

Tacó: $9+(x_0-2)^4\geq 2.3.(x_0-2)^2\Leftrightarrow\sqrt{9+(x_0-2)^4}\geq\sqrt{6(x_0-2)^2}$

$\Rightarrow d(I;\Delta)\leq\dfrac{|6x_0-12|}{\sqrt{(x_0-2)^4+9}}\leq\dfrac{|6x_0-12|}{\sqrt{6(x_0-2)^2}}=\sqrt{6}$.

Vậy giá trị lớn nhất mà d có thể đạt được là: $\sqrt{6}$.

Câu 10: Cho hàm số $f(x)=x^3+(m-1)x^2+3x+2$ .Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để $f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}$

A. $(-\infty;-2]\cup[4;+\infty)$. **B.** $(-2;4)$.

C. $(-\infty;-2)\cup(4;+\infty)$. **D.** $[-2;4]$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $f'(x)=3x^2+2(m-1)x+3$

$f'(x)>0,\forall x\in\mathbb{R}\Leftrightarrow\Delta'<0\Leftrightarrow(m-1)^2-9<0\Leftrightarrow m^2-2m-8<0\Leftrightarrow -2<m<4$.

Câu 11: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{0\}$ và có bảng biến thiên như hình bên dưới

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$	$-$		$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	2	$\searrow$	$\|\|$	$+\infty$	$\searrow$	$\nearrow$	$+\infty$
		$-\infty$	$\|\|$		2		

Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(0;+\infty)$.

B. $f(-5)>f(-4)$.

C. Đường thẳng $x=2$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

D. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng 2.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

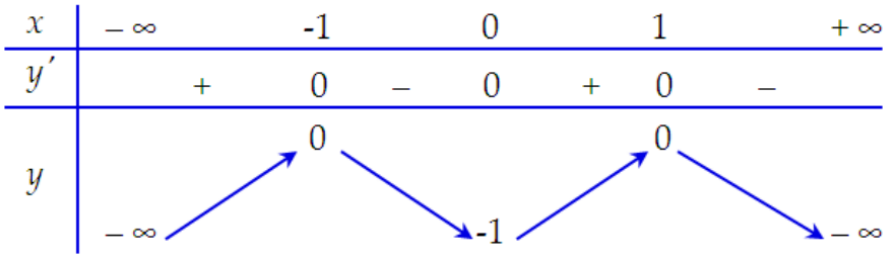
Hướng dẫn giải

Chọn B

Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-\infty;0)$.

Ta có: $-5<-4 \Rightarrow f(-5)>f(-4)$.

Câu 12: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:



Phát biểu nào sau đây là **sai**?

A. Đồ thị hàm số $y=f(x)$ không có đường tiệm cận.

B. Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng -1.

C. Hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên các khoảng $(-1;0)$ và $(1;+\infty)$.

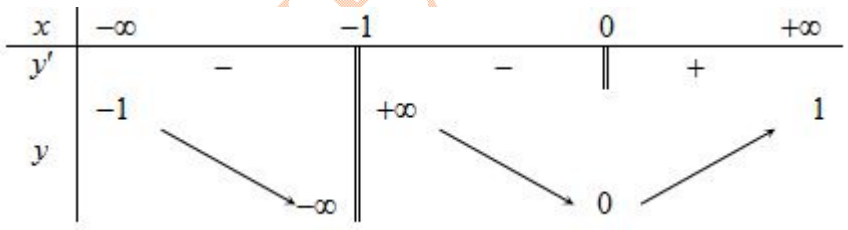
D. Giá trị lớn nhất của hàm số $y=f(x)$ trên tập $\mathbb{R}$ bằng 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $\lim\limits_{x\to\pm\infty} f(x)=-\infty$ nên phát biểu A sai.

Câu 13: Cho hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên dưới đây



Hàm số $y=f(x)$ có bảng biến thiên trên là hàm số nào dưới đây

A. $y=\dfrac{|x|}{x+1}$. **B.** $y=|x|(x+1)$. **C.** $y=\dfrac{x}{|x+1|}$. **D.** $y=\dfrac{1}{x(x+1)}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Hàm số không xác định tại $x=-1$ nên loại đáp án

B.

Hàm số xác định tại $x=0$ nên loại đáp án **A.**

Nhận xét $\lim\limits_{x\to(-1)^+} f(x)=+\infty$ nên loại đáp án

C. .

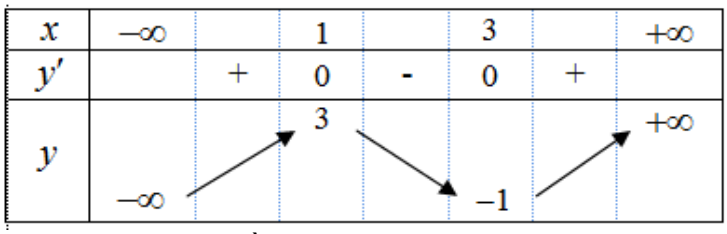
Câu 14: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ và các mệnh đề sau:

(1)Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

(2)Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

(3)Hàm số có $y_{CD}+3y_{CT}=0$.

(4)Hàm số có bảng biến thiên và đồ thị như hình vẽ



Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 3 **B.** 2 **C.** 4 **D.** 1

Hướng dẫn giải

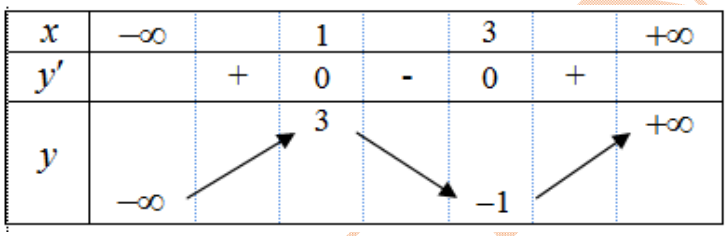
Chọn A

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-12x+9$

$y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=1\\x=3\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



$\Rightarrow$ (4) đúng.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3)\Rightarrow$ (1) đúng.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3\Rightarrow$ (2) sai.

$y_{CD}+3y_{CT}=3-3.1=0\Rightarrow$ (3) đúng.

Vậy số mệnh đề đúng là 3.

Câu 15: Cho hàm số $y=x^3+3x^2+2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;+\infty)$.

B. Đồ thị hàm số có đúng 1 đường tiệm cận.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $(2;0)$.

D. Hàm số có hai điểm cực trị.

Hướng dẫn giải

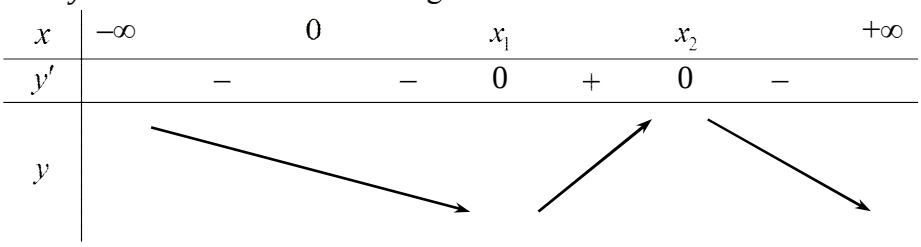
Chọn D

Hàm số $y=x^3+3x^2+2$ có tập xác định $D=\mathbb{R}$ nên đồ thị không có tiệm cận.

Đồ thị cắt trục tung tại $x=0;y=2$.

Đạo hàm $y'=3x^2+6x$; $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-2\end{array}\right.$ nên hàm số có hai điểm cực trị.

Câu 16: Cho hàm số $y=ax^3+bx^2+cx+1$ có bảng biến thiên như sau:



Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $b>0,c<0$. **B.** $b>0,c>0$. **C.** $b<0,c<0$. **D.** $b<0,c>0$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình $y' = 3ax^2 + 2bx + c = 0$ có hai nghiệm phân biệt dương.

$$\Rightarrow \begin{cases} b^2 - 3ac > 0 \\ x_1 + x_2 = -\dfrac{2b}{3a} > 0 \text{ và hệ số } a < 0 \text{ do } \lim\limits_{x \to +\infty} \left(ax^3 + bx^2 + cx + d\right) = -\infty . \\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a} > 0 \end{cases}$$

Từ đó suy ra $c < 0, b > 0$.

Câu 17: Cho hàm số $y = \dfrac{2x+2}{x-1}$ có đồ thị (C). Một tiếp tuyến bất kỳ với (C) cắt đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của (C) lần lượt tại A và B, biết $I(1;2)$. Giá trị lớn nhất của bán kính đường tròn nội tiếp tam giác IAB là

A. $4-2\sqrt{2}$ **B.** $8-3\sqrt{2}$ **C.** $7-3\sqrt{2}$ **D.** $8-4\sqrt{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đồ thị (C) có tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

$y' = \dfrac{-4}{(x-1)^2}, \forall x \neq 1.$

Phương trình tiếp tuyến của (C) tại điểm có hoành độ x_0 là $y = -\dfrac{4}{(x_0-1)^2}x + \dfrac{2x_0^2 + 4x_0 - 2}{(x_0-1)^2}$, $x_0 \neq 1$.

Tọa độ điểm $A\left(1; \dfrac{2x_0+6}{x_0-1}\right)$, $B(2x_0 - 1; 2)$.

Tam giác IAB vuông tại I có $IA.IB = 16$.

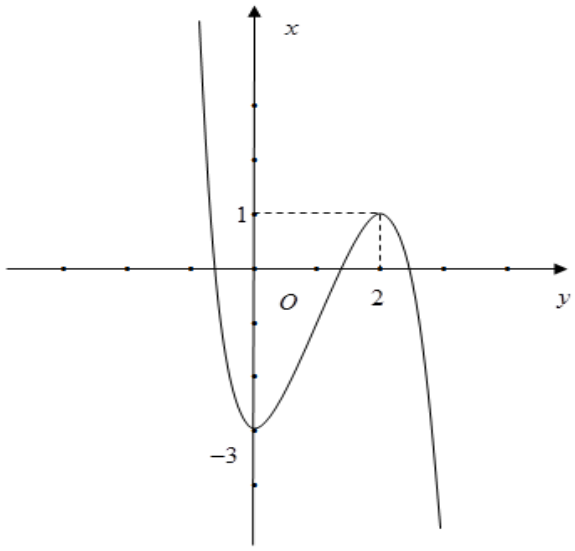
Gọi p là nửa chu vi tam giác IAB. Ta có

$$r = \frac{S}{p} = \frac{IA.IB}{IA + IB + \sqrt{IA^2 + IB^2}} \leq \frac{IA.IB}{2\sqrt{IA.IB} + \sqrt{2IA.IB}} = \frac{16}{2\sqrt{16} + \sqrt{32}} = 4 - 2\sqrt{2}.$$

Đẳng thức xảy ra khi $IA = IB = 4$ hay $x_0 = 3$.

Câu 18: Cho hàm 2018 $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1;-1)$ như hình vẽ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Tỷ 2018 $\frac{b}{a}$ bằng

A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y=ax^3+bx^2+cx+d \Rightarrow y'=3ax^2+2bx+c$.

Đồ thị cắt trục tung tại điểm có tung độ -3; hoành độ điểm cực đại là 2 và đi qua điểm $(1;-1)$ nên ta có:

$$\begin{cases} d=-3 \\ y'(2)=0 \\ y(2)=1 \\ y(1)=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-3 \\ 12a+4b+c=0 \\ 8a+4b+2c+d=1 \\ a+b+c+d=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} d=-3 \\ 12a+4b+c=0 \\ 8a+4b+2c=4 \\ a+b+c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=-1 \\ b=3 \\ c=0 \\ d=-3 \end{cases} \Rightarrow \frac{b}{a}=-3.$$

Câu 19: Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **đúng**?

A. Đồ thị hàm số $y=x^3$ có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

B. Hàm số $y=\log_2 x$ đồng biến trên trên $[0;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+1$ có trục đối xứng là trục Ox.

D. Đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $y=1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đáp án A sai, vì: Hàm số $y=x^4-3x^2+1$ là hàm số chẵn nên đồ thị có trục đối xứng là trục Oy.

Đáp án B sai, vì: Hàm số $y=\frac{x}{x-1}$ có tiệm cận đứng là $x=1$.

Đáp án C đúng, vì: Hàm số $y=x^3$ cólà hàm lẻ nên có tâm đối xứng là gốc tọa độ.

Đáp án D sai, vì: Hàm số $y=\log_2 x$ có tập xác định là $D=(0;+\infty)$ và đồng biến trên $(0;+\infty)$.

Câu 20: Có bao nhiêu giá trị nguyên m để phương trình $(8\sin^3 x-m)^3=162\sin x+27m$ có nghiệm thỏa mãn $0<x<\frac{\pi}{3}$?

A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** Vô số.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đặt $t=2\sin x$, với $0<x<\frac{\pi}{3}$ thì $t\in\left(0;\sqrt{3}\right)$.

Phương trình đã cho trở thành $\left(t^3-m\right)^3=81t+27m$.

Đặt $u=t^3-m\Rightarrow t^3=u+m$.

Khi đó ta được $\begin{cases}u^3=27\left(3t+m\right)\\(3t)^3=27\left(u+m\right)\end{cases}\Rightarrow u^3-(3t)^3=27\left(3t-u\right)\Leftrightarrow u^3+27u=(3t)^3+27.3t\ \ (*)$

Xét hàm số $f(v)=v^3+27v$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có nên hàm số đồng biến.

Do đó $(*)\Leftrightarrow u=3t\Rightarrow t^3-3t=m\ \ (1)$

Xét hàm số $f(t)=t^3-3t$ trên khoảng $\left(0;\sqrt{3}\right)$.

có $f'(t)=3t^2-3$; $f'(t)=0\Leftrightarrow t=1$ (vì $t>0$).

Bảng biến thiên

t	0		1		$\sqrt{3}$
$f'(t)$		$-$	0	$+$	
$f(t)$	0	↘	-2	↗	0

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy phương trình (1) có nghiệm khi .

Vậy có hai giá trị nguyên của m thỏa yêu cầu bài toán.

Câu 21: Cho hàm số $y=\frac{2x+1}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai ?

A. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng $x=-\frac{1}{2}$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=1$.

C. Hàm số không xác định tại điểm $x=1$.

D. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

Câu 22: Cho hàm số $y=x^3-3mx^2+3(2m-1)x+1$. Với giá trị nào của m thì $f'(x)-6x>0$ với mọi $x>2$

A. $m<-\frac{1}{2}$ **B.** $m>1$ **C.** $m\le 0$ **D.** $m>\frac{1}{2}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $f'(x)=3x^2-6mx+6m-3$

$f'(x)-6x>0,\forall x>2$

$\Leftrightarrow 3x^2-6mx+6m-3-6x>0,\forall x>2$

$\Leftrightarrow x^2-2mx+2m-1-2x>0,\forall x>2$

$\Leftrightarrow \dfrac{x^2-2x-1}{2x-2} > m, \forall x > 2$

$\Rightarrow m < \min\limits_{x>2} \dfrac{x^2-2x-1}{2x-2} \Leftrightarrow m < -\dfrac{1}{2}$

Câu 23: Cho hàm số $y = \dfrac{ax+b}{x-2}$ có đồ thị (C). Đồ thị (C) nhận đường thẳng $y=3$ làm tiệm cận ngang và (C) đi qua điểm $A(3;1)$. Tính giá trị của biểu thức $P = a+b$.

A. $P=-5$. **B.** $P=-8$. **C.** $P=5$. **D.** $P=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

$\begin{cases} A(3;1) \in (C) \\ TCN: y=3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a+b=1 \\ a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-8 \end{cases} \Rightarrow P=-5.$

Câu 24: Cho hàm số $y=f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$. Khi đó hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng nào?

A. $(3;+\infty)$. **B.** $(-2;2)$. **C.** $(-\infty;-3)$. **D.** $(-3;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $y=f(x^2) \Rightarrow y'=(x^2)' f'(x^2)$, hay $y'=2xf'(x^2)$.

Mặt khác $f'(x)=x^2(x-9)(x-4)^2$ nên $y'=2xf'(x^2)=2x.(x^2)^2(x^2-9)(x^2-4)^2$.

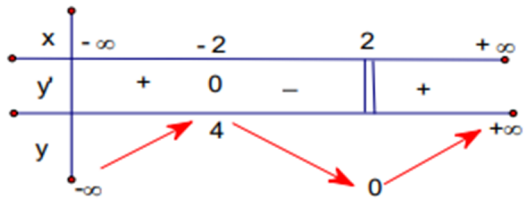
Do đó $y'=2x^5(x-3)(x+3)(x-2)^2(x+2)^2$.

Ta có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$		-3		-2		0		2		3		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	0	$-$	0	$+$	
y		↘		↗		↗		↘		↘		↗	

Từ bảng biến thiên suy ra hàm số $y=f(x^2)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty;-3)$ và $(0;3)$.

Câu 25: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -2.

D. Hàm số có GTLN bằng 4 và GTNN bằng 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đáp án A sai vì giá trị cực đại bằng 2.

Đáp án B sai vì không có GTNN và GTLN

Đáp án C sai vì có hai cực trị do $f'(x)=0$ hoặc không xác định tại x_0 và qua x_0 đổi dấu

Câu 26: Cho hàm số $f(x)=\left(x^2-2x+2\right)\mathrm{e}^x$. Chọn mệnh đề **sai?**

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất.

B. $f(-1)=\dfrac{5}{\mathrm{e}}$.

C. Hàm số có 1 điểm cực trị.

D. Hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Tập xác định: $D=\mathbb{R}$. Đạo hàm: $f'(x)=\mathrm{e}^x\left(2x-2+x^2-2x+2\right)=\mathrm{e}^x x^2$.

Phương trình $f'(x)=0\Leftrightarrow \mathrm{e}^x x^2=0$ có nghiệm kép $x=0$ và $f'(x)\ge 0,\ \forall x\in\mathbb{R}$.

Suy ra hàm số đã cho đồng biến trên $\mathbb{R}$ và không có cực trị.

Vậy A sai và B đúng.

Ta có: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=0$ và $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ nên hàm số đã cho không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất. Vậy C đúng.

Ta có: $f(-1)=\left[(-1)^2-2.(-1)+2\right]\mathrm{e}^{-1}=\dfrac{5}{\mathrm{e}}$. Vậy D đúng.

Câu 27: Cho hàm số $f(x)=(x+1)\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^2\ldots\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$, với $n\in\mathbb{N}^*$. Giá trị $f'(0)$ bằng?

A. n. **B.** $\dfrac{1}{n}$. **C.** 0. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét với $x\ge 0$.

Ta có $f(x)=(x+1)\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^2\ldots\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n\Leftrightarrow \ln f(x)=\ln\left[(x+1)\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^2\ldots\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n\right]$

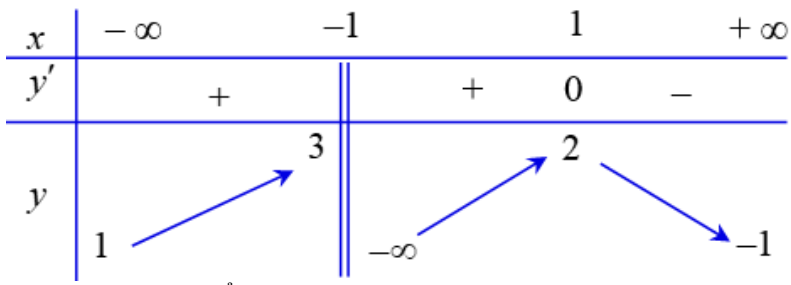
$\Leftrightarrow \ln f(x)=\ln(x+1)+\ln\left(1+\dfrac{x}{2}\right)^2+\ldots+\ln\left(1+\dfrac{x}{n}\right)^n$.

Lấy đạo hàm hai vế ta được:

$$\frac{f'(x)}{f(x)}=\frac{1}{x+1}+\frac{1}{1+\frac{x}{2}}+\ldots+\frac{1}{1+\frac{x}{n}}\Rightarrow f'(0)=\underbrace{(1+1+\ldots+1)}_{n}.f(0)=n.$$

Vậy $f'(0)=n$.

Câu 28: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên



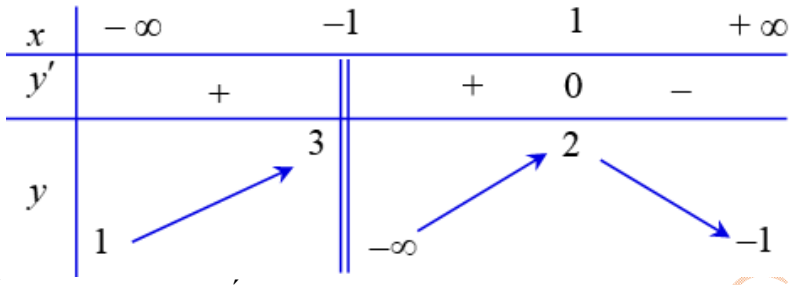
Hỏi khẳng định nào dưới đây là khẳng định **sai**?

A. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.

B. Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.
C. Đồ thị hàm số đã cho không có tiệm cận đứng.
D. Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

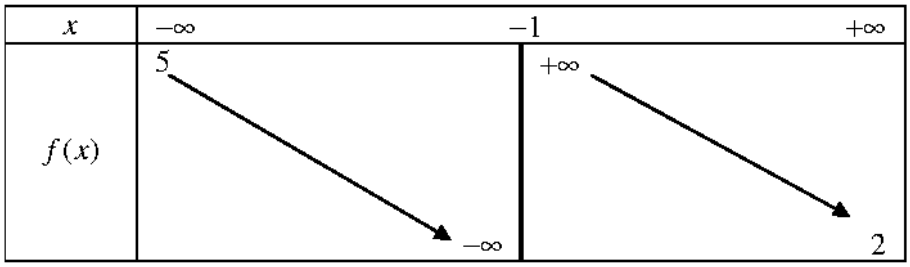
Hướng dẫn giải

Chọn C



Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có:
* Hàm số đã cho không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.
* Hàm số đã cho đạt cực đại tại điểm $x=1$.
* $\lim\limits_{x\to-\infty} y=1$, $\lim\limits_{x\to+\infty} y=-1$ nên đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang là các đường thẳng $y=-1$ và $y=1$.
* $\lim\limits_{x\to(-1)^+} y=-\infty$ nên đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

Câu 29: Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, có bảng biến thiên như sau.



A. Cả A và B đều đúng.
B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang $y=2, y=5$ và một tiệm cận đứng $x=-1$.
C. Trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, hàm số có giá trị lớn nhất bằng 5 và giá trị nhỏ nhất bằng 2.
D. Phương trình $f(x)-4=0$ có đúng hai nghiệm thực phân biệt trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

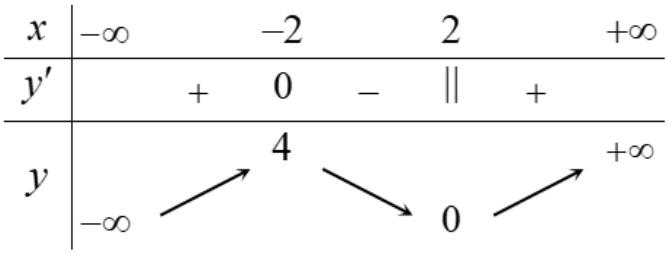
$f(x)=4$.

Dựa vào bbt, $\Rightarrow f(x)$ cắt đường thẳng $y=4$ tại 2 điểm phân biệt trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}\Rightarrow$ A đúng.

B Đúng vì $\lim\limits_{x\to-\infty} y=5$; $\lim\limits_{x\to+\infty} y=2$; $\lim\limits_{x\to-1^+} y=+\infty$; $\lim\limits_{x\to-1^-} y=-\infty$.

Sai vì $f(x)$ không có GTLN và GTNN.

Câu 30: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và xác định trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên sau:



Khẳng định nào sau đây là **đúng**?

A. Hàm số có đúng một cực trị.

B. Hàm số đạt cực đại tại $x=-2$ và đạt cực tiểu tại $x=2$.

C. Hàm số có giá trị cực đại bằng -2.

D. Hàm số có GTLN bằng 4 và GTNN bằng 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Câu 31: Cho hàm số $y=x^4+2\sqrt[3]{2}x^2-4$. Mệnh đề đúng là.

A. Đồ thị hàm số nhận trục hoành làm trục đối xứng.

B. Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại điểm có tung độ bằng -4.

C. Đồ thị hàm số có ba điểm cực trị.

D. Hàm số đạt cực tiểu tại $x=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $y=x^4+2\sqrt[3]{2}x^2-4$ là hàm bậc 4 trùng phương có $\begin{cases}a>0\\b>0\end{cases}$ suy ra hàm số có một cực tiểu tại $x=0$.

Câu 32: Tập hợp tất cả các giá trị của tham số m để đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ có điểm chung với trục hoành là $[a;b]$ (với $a;b\in\mathbb{R}$). Tính giá trị của $S=a+b$.

A. $S=5$. **B.** $S=3$. **C.** $S=\dfrac{16}{3}$. **D.** $S=\dfrac{13}{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Tập xác định của hàm số : $D=[-2;2]$.

Phương trình hoành độ giao điểm của đồ thị hàm số $y=x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7$ và trục hoành là

$$x^2+m\sqrt{4-x^2}+m-7=0\Leftrightarrow m\left(\sqrt{4-x^2}+1\right)=7-x^2\Leftrightarrow m=\frac{7-x^2}{\sqrt{4-x^2}+1}\ (1).$$

Đặt $t=\sqrt{4-x^2}$, $t\in[0;2]$, phương trình (1) trở thành $m=\dfrac{t^2+3}{t+1}\ (2)$.

Đồ thị hàm số đã cho có điểm chung với trục hoành khi và chỉ khi phương trình (2) có nghiệm $t\in[0;2]$.

Xét hàm số $f(t)=\dfrac{t^2+3}{t+1}$ với $t\in[0;2]$.

Ta có $f'(t)=\dfrac{t^2+2t-3}{(t+1)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=1\in(0;2)\\t=-3\notin(0;2)\end{array}\right.$.

$f(0)=3$, $f(1)=2$, $f(2)=\dfrac{7}{3}$.

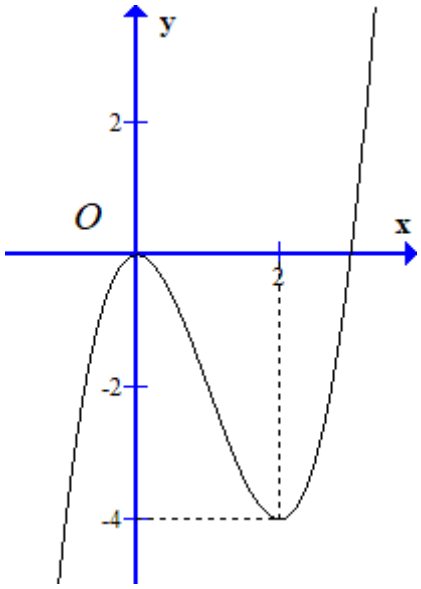
Do đó $\min\limits_{[0;2]}f(t)=2$ và $\max\limits_{[0;2]}f(t)=3$.

Bởi vậy, phương trình (2) có nghiệm $t\in[0;2]$ khi và chỉ khi $\min\limits_{[0;2]}f(t)\le m\le\max\limits_{[0;2]}f(t)\Leftrightarrow 2\le m\le 3$.

Từ đó suy ra $a=2$, $b=3$, nên $S=2+3=5$.

Câu 33: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Xét hàm số $g(x)=f\left[f(x)\right]$. Trong các mệnh đề dưới đây:

(I) $g(x)$ đồng biến trên $(-\infty;0)$ và $(2;+\infty)$.

(II) hàm số $g(x)$ có bốn điểm cực trị.

(III) $\max\limits_{[-1;1]} g(x)=0$.

(IV) phương trình $g(x)=0$ có ba nghiệm.

Số mệnh đề đúng là

A. 1. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $g'(x)=f'(x).f'\left[f(x)\right]$.

Suy ra $g'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}f'(x)=0\\f'\left[f(x)\right]=0\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;x=2\\f(x)=0;f(x)=2\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0;x=2\\x=3\\x=a>3\end{array}\right.$.

Bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f\left[f(x)\right]$ là

x		0		2		3		a	
$g'(x)$	+	0	–	0	+	0	–	0	+
$g(x)$	↗		↘		↗		↘		↗

Từ bảng biến thiên của hàm số $g(x)=f\left[f(x)\right]$ ta suy ra các mệnh đề (II), (III), (IV) đúng.

Câu 34: Cho hàm số $y=\dfrac{3}{x-1}$. Khẳng định nào sau đây là **đúng?**

A. Hàm số nghịch biến trên $\mathbb{R}\setminus\{1\}$.

B. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty;1)$ và $(1;+\infty)$.

C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận.

D. Hàm số có một cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Cách 1: $y'=\dfrac{-3}{(x-1)^2}<0;\forall x\in D..$

Tiệm cận đứng: $x=1$; Tiệm cận ngang: $y=0$. **Chọn C**

Cách 2: Dùng CASIO.

Bấm máy: $\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}x}\left(\dfrac{3}{x-1}\right)\Big|_{x=0}$; KQ: $-3<0$, loại đáp án A, B,

C. **Chọn C**

Câu 35: Cho hàm số $y=f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		-1		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗		↗	1	↘	-1	↗	$+\infty$

Mệnh đề nào dưới đây đúng ?

A. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1.

B. Hàm số đạt cực trị tại $x=-2$.

C. Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

☑ Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ sai vì trên khoảng $(-1;1)$ hàm số nghịch biến.

☑ Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang đúng vì $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ và $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

☑ Hàm số đạt cực trị tại $x=-2$ sai vì khi x qua -2 đạo hàm không đổi dấu.

☑ Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 1 vì $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

Câu 36: Cho hàm số $y=f(x)=ax^3+bx^2+cx+d$, $a\neq0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$.

B. Đồ thị hàm số luôn cắt trục hoành.

C. Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$.

D. Hàm số luôn có cực trị.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $y'=3ax^2+2bx+c$ và $\lim\limits_{x\to\pm\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\pm\infty}x^3\left(a+\dfrac{b}{x}+\dfrac{c}{x^2}+\dfrac{d}{x^3}\right)=\begin{cases}\pm\infty \text{ khi } a>0\\ \mp\infty \text{ khi } a<0\end{cases}$

Khi đó

↳ Mệnh đề A sai khi $a>0$.

↳ Mệnh đề B đúng.

↳ Mệnh đề C sai khi $\begin{cases}a<0\\ b^2-3ac\le0\end{cases}$.

↳ Mệnh đề D sai khi $b^2-3ac\le0$.

Câu 37: Cho $f(x)=x^3-3x^2-6x+1$. Phương trình $\sqrt{f\left(f(x)+1\right)+1}=f(x)+2$ có số nghiệm thực là

A. 9. **B.** 6. **C.** 7. **D.** 4.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $t=f(x)+1\Rightarrow t=x^3-3x^2-6x+1$.

Khi đó $\sqrt{f\left(f(x)+1\right)+1}=f(x)+2$ trở thành:

$$\sqrt{f(t)+1}=t+1\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\\ f(t)+1=t^2+2t+1\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\\ t^3-4t^2-8t+1=0\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}t\ge -1\\ \left[\begin{array}{l}t=t_1\in(-2;-1)\\ t=t_2\in(-1;1)\\ t=t_3\in(1;6)\end{array}\right.\end{cases}\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=t_2\in(-1;1)\\ t=t_3\in(5;6)\end{array}\right.$$

Vì $g(t)=t^3-4t^2-8t+1$; $g(-2)=-7$; $g(-1)=4$; $g(1)=-10$; $g(5)=-14$; $g(6)=25$.

Xét phương trình $t=x^3-3x^2-6x+1$ là pt hoành độ giao điểm của ...

Ta có

x	$-\infty$		$1-\sqrt{3}$		$1+\sqrt{3}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	$-7+6\sqrt{3}$	↘	$-7-6\sqrt{3}$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có

+ Với $t=t_2\in(-1;1)$, ta có d cắt (C) tại 3 điểm phân biệt, nên phương trình có 3 nghiệm.

+ Với $t=t_3\in(5;6)$, ta có d cắt (C) tại 1 điểm, nên phương trình có 1 nghiệm.

Vậy phương trình đã cho có 4 nghiệm.

Câu 38: Khẳng định nào sau đây là khẳng định sai?

A. Hàm số $y=x^3+3x-2$ đồng biến trên $\mathbb{R}$.

B. Đồ thị hàm số $y=3x^4+5x^2-1$ cắt trục hoành tại 2 điểm phân biệt.

C. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x-1}$ nhận giao điểm hai đường tiệm cận là tâm đối xứng.

D. Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-1}$ có 2 đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=\dfrac{2x+1}{x^2-1}$ có 3 đường tiệm cận $(y=0;x=\pm 1)$.

Câu 39: Cho hàm số $y=\dfrac{x+2}{x+1}$ có đồ thị là (C). Gọi d là khoảng cách từ giao điểm 2 tiệm cận của (C) đến một tiếp tuyến bất kỳ của (C). Giá trị lớn nhất d có thể đạt được là:

A. $3\sqrt{3}$. **B.** $2\sqrt{2}$. **C.** $\sqrt{3}$. **D.** $\sqrt{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tiệm cận đứng là $x=-1$; tiệm cận ngang $y=1$ nên $I(-1;1)$.

Gọi $M_0\left(x_0;\dfrac{x_0+2}{x_0+1}\right)\in(C)$; $f'(x)=-\dfrac{1}{(x+1)^2}$ nên phương trình tiếp tuyến của (C) là:

$$y-\frac{x_0+2}{x_0+1}=-\frac{1}{(x_0+1)^2}(x-x_0)\Leftrightarrow\frac{1}{(x_0+1)^2}x+y-\frac{x_0^2+4x_0+2}{(x_0+1)^2}=0.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$d(I,\Delta)=\frac{\left|-\frac{1}{(x_0+1)^2}+1-\frac{x_0^2+4x_0+2}{(x_0+1)^2}\right|}{\sqrt{\frac{1}{(x_0+1)^2}+1}}=\frac{2|x_0+1|}{\sqrt{(x_0+1)^4+1}}\le 2\sqrt{\frac{(x_0+1)^2}{2\sqrt{(x_0+1)^4}}}=\sqrt{2}.$$

Câu 40: Cho hàm số $y=\frac{2x-1}{x+1}(C)$. Các phát biểu sau, phát biểu nào **sai?**

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là đường thẳng $x=-1$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là đường thẳng $y=2$.

C. Đồ thị hàm số (C) có giao điểm với Oy tại điểm có hoành độ là $x=\frac{1}{2}$.

D. Hàm số luôn đồng biến trên từng khoảng của tập xác định của nó.

Hướng dẫn giải

Chọn C

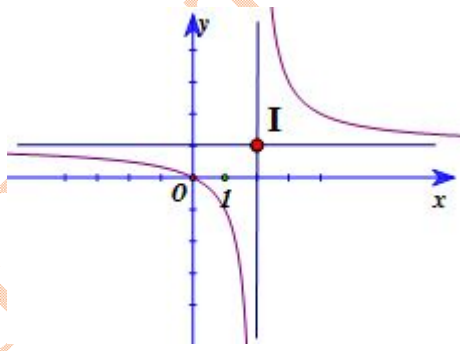
Hoành độ giao điểm với trục tung là $x=0$.

Câu 41: A và B là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\frac{x}{x-2}$. Khi đó độ dài đoạn AB ngắn nhất bằng

A. 1. **B.** 2. **C.** 4. **D.** 8.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Lấy $A\left(a;\frac{a}{a-2}\right)$, $B\left(b;\frac{b}{b-2}\right)$ thuộc hai nhánh của (C) $(a<2<b)$

$$\overrightarrow{AB}=\left(b-a;\frac{b}{b-2}-\frac{a}{a-2}\right)=\left(b-a;\frac{2(b-a)}{(b-2)(2-a)}\right).$$

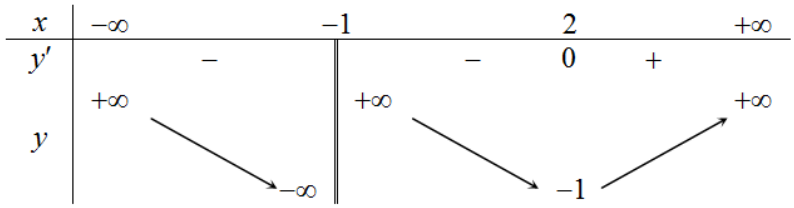
Ta có: $(b-2)(2-a)\le\frac{(b-a)^2}{4}$

Suy ra $AB^2=(b-a)^2+\frac{4(b-a)^2}{\left[(b-2)(2-a)\right]^2}\ge(b-a)^2+\frac{64}{(b-a)^2}\ge 2\sqrt{64}=16\Rightarrow AB\ge 4$.

Dấu bằng xảy ra khi $a=2-\sqrt{2}$, $b=2+\sqrt{2}$.

Vậy $AB_{\min}=4$.

Câu 42: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Hỏi mệnh đề nào dưới đây sai?



A. Hàm số đạt cực trị tại điểm $x=2$. **B.** Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y=-1$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x=-1$. **D.** Hàm số không có đạo hàm tại điểm $x=-1$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vì $\lim\limits_{x\to+\infty} y=+\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty} y=+\infty$ nên đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang, **Chọn A**.

Câu 43: Cho hàm số $y=\dfrac{x-2}{2x+1}$. Khi đó.

A. Hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $\left(-\infty;-\dfrac{1}{2}\right),\left(-\dfrac{1}{2};+\infty\right)$.

B. Không có tiếp tuyến nào của đồ thị hàm số đi qua điểm $I\left(-\dfrac{1}{2};\dfrac{1}{2}\right)$.

C. Đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm $A(0;-2)$ và cắt trục hoành tại điểm $B(2;0)$.

D. Cả 3 ý còn lại đều đúng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

A Đúng vì $f'(x)=\dfrac{5}{(2x+1)^2}>0,\forall x\in\mathbb{R}\setminus\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}$.

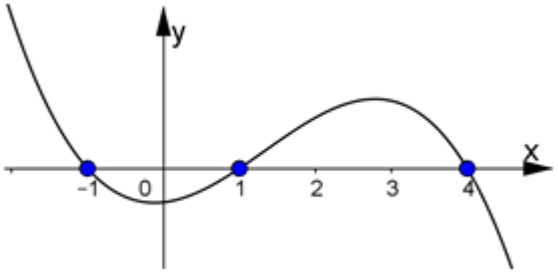
B Đúng vì $f'(x)=\dfrac{5}{(2x+1)^2}$ không xác định với $x=\dfrac{-1}{2}$.

C Đúng vì:

Thay $A(0;-2)$ vào $f(x)\Rightarrow -2=\dfrac{0-2}{0+1}=-2\Rightarrow A\in$ ĐTHS.

Thay $B(2;0)$ vào $f(x)\Rightarrow \dfrac{2-2}{2.2+1}=0\Rightarrow B\in$ ĐTHS.

Câu 44: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ đồng thời có đồ thị hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ bên. Tìm tổng của giá trị lớn nhất và nhỏ nhất của hàm số $y=f\left(x^2\right)$ trên $[-2;2]$?



A. $f(0)+f(1)$ **B.** $f(1)+f(2)$ **C.** $f(1)+f(4)$ **D.** $f(0)+f(4)$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Để giải bài toán này ta cần lập được bảng biến thiên của hàm số $y=g(x)=f(x^2)$.

Cách 1: $g'(x)=2xf'(x^2)>0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\f'(x^2)>0\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\f'(x^2)<0\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}\begin{cases}x>0\\1<x^2<4\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\x^2>4\end{cases}\\\begin{cases}x<0\\-1<x^2<1\end{cases}\end{array}\right.\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}1<x<2\\x<-2\\-1<x<0\end{array}\right.$.

Cách 2: Đây là mẹo vặt, chỉ sử dụng với mục đích tham khảo thêm:

Giả sử $f'(x)=-k(x+1)(x-1)(x-4)=-k(x^3-4x^2-x+4)$ với $k>0$.

Khi đó $f(x)=-k\left(\frac{1}{4}x^4-\frac{4}{3}x^3-\frac{1}{2}x^2+4x+C\right)$ nên

$g(x)=f(x^2)=-k\left(\frac{1}{4}x^8-\frac{4}{3}x^6-\frac{1}{2}x^4+4x^2+C\right)$

$\Rightarrow g'(x)=-2kx(x^6-4x^4-x^2+4)=-2kx(x^2+1)(x-1)(x+1)(x-2)(x+2)$.

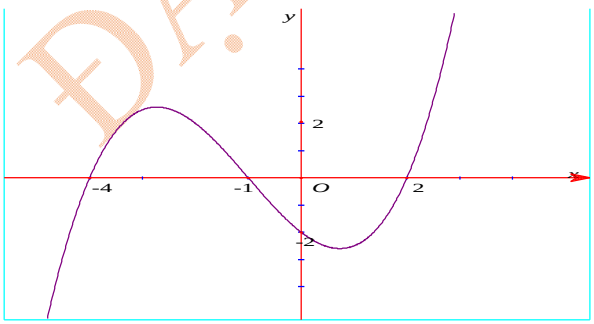
Từ hai cách xét đạo hàm trên ta suy ra bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$		-2		-1		0		1		2		$+\infty$
$g'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	
$g(x)$			$g(-2)$	$\searrow$	$g(-1)$	$\nearrow$	$g(0)$	$\searrow$	$g(1)$	$\nearrow$	$g(2)$		

Như vậy giá trị nhỏ nhất là $g(-1)=g(1)=f(1)$ nhưng giá trị lớn nhất là $g(-2)=g(2)=f(4)$ hoặc $g(0)=f(0)$. Ta chú ý rằng: $\int_0^1(-f'(x))dx<\int_1^4 f'(x)dx\Leftrightarrow f(0)-f(1)<f(4)-f(1)$.

Vậy $\max\limits_{[-2;2]}f(x^2)=f(4)$; $\min\limits_{[-2;2]}f(x^2)=f(1)$.

Câu 45: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $y=f(x^2-5)$ nghịch biến trên khoảng nào sau đây?



A. $(0;1)$. **B.** $(1;2)$. **C.** $(-1;0)$. **D.** $(-1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $y=f(x^2-5)$

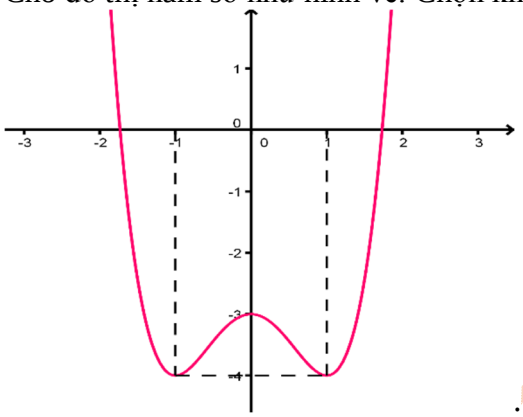
Ta có $y' = 2x.f'\left(x^2-5\right)$, $y' = 0 \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x^2-5=-4 \\ x^2-5=-1 \\ x^2-5=2 \end{array}\right. \Rightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \\ x=\pm 2 \\ x=\pm\sqrt{7} \end{array}\right.$.

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$		$-\sqrt{7}$		-2		-1		0		1		2		$\sqrt{7}$		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	

Từ bảng xét dấu ta có hàm số nghịch biến trên khoảng $(0;1)$.

Câu 46: Cho đồ thị hàm số như hình vẽ. Chọn khẳng định sai?



A. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = \pm 1$.

B. Hàm số có 3 điểm cực trị.

C. Đồ thị hàm số có điểm cực đại là $(0;-3)$.

D. Với $-4 < m \le -3$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại bốn điểm phân biệt.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tại $m = -3$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại ba điểm phân biệt nên "Với $-4 < m \le -3$ thì đường thẳng $y = m$ cắt đồ thị hàm số tại bốn điểm phân biệt" là khẳng định SAI.

Câu 47: Cho hàm số $y = \sqrt{\log_2 \ln x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Hàm số đặt cực tiểu tại $x = e$.

B. Tập xác định của hàm số là $[1;+\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1;e)$.

D. Hàm số đồng biến trên khoảng $(e;+\infty)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

TXĐ: $D = [e;+\infty)$.

$$y' = \frac{\left(\log_2 \ln x\right)'}{2\sqrt{\log_2 \ln x}} = \frac{(\ln x)'}{\ln x.\ln 2.2\sqrt{\log_2 \ln x}} = \frac{1}{2x\ln 2.\ln x.\sqrt{\log_2 \ln x}} > 0,\ \forall x \in (e;+\infty).$$

Vậy hàm số đồng biến trên khoảng $(e;+\infty)$.

Câu 48: Xét hàm số $y = x+1-\frac{3}{x+2}$ trên đoạn $[-1;1]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. Hàm số không có giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất trên đoạn $[-1;1]$.

B. Hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x = -1$ và đạt giá trị lớn nhất tại $x = 1$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. Hàm số nghịch biến trên đoạn $[-1;1]$.

D. Hàm số có cực trị trên khoảng $(-1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=1+\dfrac{3}{(x+2)^2}>0$ suy ra hàm số luôn đồng biến

Do đó hàm số đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=-1$ và đạt giá trị lớn nhất tại $x=1$.

Câu 49: Số các giá trị nguyên của tham số m thuộc đoạn $[-2018;2018]$ để phương trình $x^2+(m+2)x+4=(m-1)\sqrt{x^3+4x}$ có nghiệm là ?

A. 2011. **B.** 2010. **C.** 2012. **D.** 2014.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Điều kiện: $x^3+4x\ge 0\Leftrightarrow x\ge 0\Leftrightarrow x\in[0;+\infty)$.

Chia cả hai vế phương trình cho x^2+4 ta có

$$(m+2)\left(\sqrt{\frac{x}{x^2+4}}\right)^2-(m-1)\sqrt{\frac{x}{x^2+4}}+1=0.$$

Đặt $t=\sqrt{\dfrac{x}{x^2+4}}$ ta được $(m+2)t^2-(m-1)t+1=0\ (1)$

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{x}{x^2+4}$ trên $[0;+\infty)$ ta có $f'(x)=\dfrac{4-x^2}{(x^2+4)^2}\Rightarrow f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 2$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		-2		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$					0	↗	$\frac{1}{4}$	↘	0

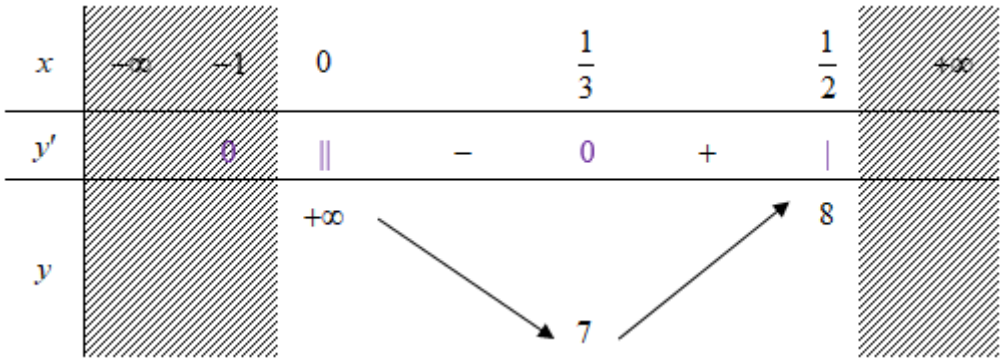
Suy ra $t\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$; $\forall x\in[0;+\infty)$, do $t=0$ không phải nghiệm của phương trình (1).

Phương trình $(1)\Leftrightarrow\dfrac{-2t^2-t-1}{t^2-t}=m\ \ (2)$.

Để phương trình đã cho có nghiệm $x\in[0;+\infty)$ điều kiện là (2) có nghiệm $t\in\left(0;\dfrac{1}{2}\right]$.

Xét hàm số $g(t)=\dfrac{-2t^2-t-1}{t^2-t}$ trên $\left(0;\dfrac{1}{2}\right]\Rightarrow g'(t)=\dfrac{3t^2+2t-1}{(t^2-t)^2}\Rightarrow g'(t)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}t=-1\\t=\dfrac{1}{3}\end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



Từ bảng suy ra $m \ge 7$ mà m là số nguyên thuộc đoạn $[-2018;2018]$ nên có tất cả $2018-6=2012$ giá trị nguyên của m.

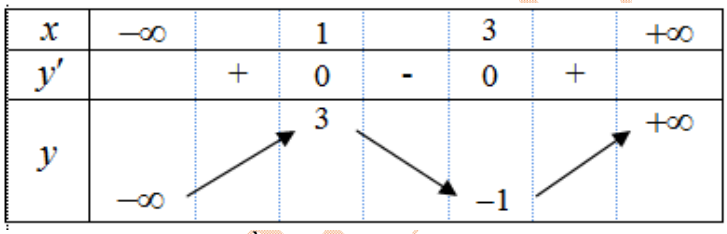
Câu 50: Cho hàm số $y=x^3-6x^2+9x-1$ và các mệnh đề sau:

(1)Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3)$.

(2)Hàm số đạt cực đại tại $x=3$ và đạt cực tiểu tại $x=1$.

(3)Hàm số có $y_{CD}+3y_{CT}=0$.

(4)Hàm số có bảng biến thiên và đồ thị như hình vẽ



Tìm số mệnh đề đúng trong các mệnh đề trên.

A. 4 **B.** 3 **C.** 1 **D.** 2

Hướng dẫn giải

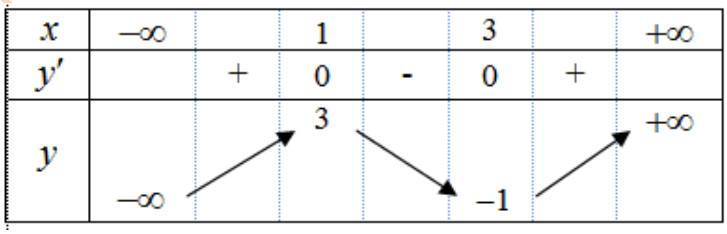
Chọn B

Tập xác định $D=\mathbb{R}$

$y'=3x^2-12x+9$

$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ x=3 \end{array}\right.$

Bảng biến thiên:



$\Rightarrow$ (4) đúng.

Hàm số đồng biến trên khoảng $(-\infty;1)$ và $(3;+\infty)$, nghịch biến trên khoảng $(1;3) \Rightarrow$ (1) đúng.

Hàm số đạt cực đại tại $x=1$ và đạt cực tiểu tại $x=3 \Rightarrow$ (2) sai.

$y_{CD}+3y_{CT}=3-3.1=0 \Rightarrow$ (3) đúng.

Vậy số mệnh đề đúng là 3.

Câu 51: Cho hàm số $y=\frac{1}{2}x^4-x^2$. Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng với giá trị cực tiểu.

B. Hàm số đạt cực đại tại các điểm $x=1;\ x=-1$.

C. Hàm số đạt cực tiểu tại điểm $x=0$.

D. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng với giá trị cực đại.

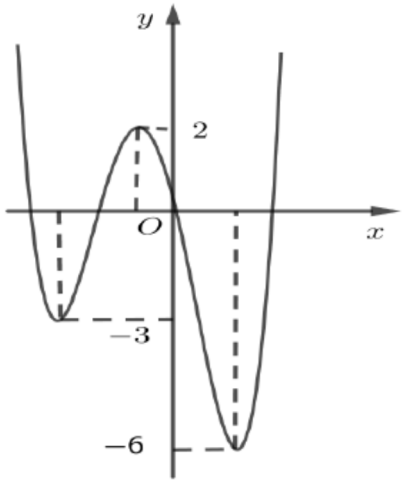
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $y=\frac{1}{2}x^4-x^2 \Rightarrow y'=2x^3-2x;\ y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=0 \\ x=\pm 1 \end{array}\right.$.

Do $a>0$ nên hàm số có giá trị nhỏ nhất bằng với giá trị cực tiểu.

Câu 52: Hình vẽ dưới đây là đồ thị của hàm số $y=f(x)$.



Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị ?

A. 2 **B.** 1 **C.** 3 **D.** 0

Hướng dẫn giải

Chọn C

+ Đồ thị của hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ được suy ra từ đồ thị (C) ban đầu như sau:

-Tịnh tiến (C) sang phải một đơn vị, sau đó tịnh tiến lên trên (hay xuống dưới) m đơn vị. Ta được đồ thị $(C'): y=f(x+1)+m$.

-Phần đồ thị (C') nằm dưới trục hoành, lấy đối xứng qua trục Ox ta được đồ thị của hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$.

Ta được bảng biến thiên của của hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ như sau

x	$-\infty$		-2		0		3		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	↘	$-3+m$	↗	$2+m$	↘	$-6+m$	↗	$+\infty$

Để hàm số $y=\left|f(x+1)+m\right|$ có 5 điểm cực trị thì đồ thị của hàm số $(C'): y=f(x+1)+m$ phải cắt trục Ox tại 2 hoặc 3 giao điểm.

+ TH1: Tịnh tiến đồ thị $(C'): y=f(x+1)+m$ lên trên . Khi đó $\left\{\begin{array}{l} m>0 \\ -3+m\geq 0 \\ -6+m<0 \end{array}\right. \Leftrightarrow 3\leq m<6$.

+ TH2: Tịnh tiến đồ thị $(C'): y = f(x+1)+m$ xuống dưới . Khi đó $\begin{cases} m<0 \\ 2+m\le 0 \end{cases} \Leftrightarrow m \le -2$.

Vậy có ba giá trị m nguyên dương.

Câu 53: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$. Mệnh đề nào sau đây sai?

A. Hàm số luôn có cực trị. **B.** Đồ thị của hàm số luôn cắt trục hoành.

C. $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$. **D.** Đồ thị của hàm số luôn có tâm đối xứng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Mệnh đề sai là "Hàm số luôn có cực trị". Vì hàm bậc ba có thể không có cực trị nào (trường hợp y' có $\Delta<0$ hay $\Delta\le 0$). Ba mệnh đề còn lại đều đúng.

Câu 54: Biết $A(x_A;y_A)$, $B(x_B;y_B)$ là hai điểm thuộc hai nhánh khác nhau của đồ thị hàm số $y=\dfrac{x+4}{x+1}$ sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $P=y_A^2+y_B^2-x_A.x_B$.

A. $P=6-2\sqrt{3}$. **B.** $P=10-\sqrt{3}$. **C.** $P=10$. **D.** $P=6$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi A là điểm thuộc thuộc nhánh trái của đồ thị hàm số, nghĩa là $x_A<-1\Rightarrow$ với số $\alpha>0$, đặt $x_A=-1-\alpha$, suy ra $y_A=1+\dfrac{3}{x_A+1}=1+\dfrac{3}{-1-\alpha+1}=1-\dfrac{3}{\alpha}$ (1).

Tương tự gọi B là điểm thuộc nhánh phải, nghĩa là $x_B>-1\Rightarrow$ với số $\beta>0$, đặt $x_B=-1+\beta$, suy ra $y_B=1+\dfrac{3}{x_B+1}=1+\dfrac{3}{-1+\beta+1}=1+\dfrac{3}{\beta}$ (2).

Vậy $AB^2=(x_B-x_A)^2+(y_B-y_A)^2=\left[(-1+\beta)-(-1-\alpha)\right]^2+\left[\left(1+\dfrac{3}{\beta}\right)-\left(1-\dfrac{3}{\alpha}\right)\right]^2$.

Xét hàm $g(\alpha;\beta)=(\alpha+\beta)^2+\left(\dfrac{3}{\alpha}+\dfrac{3}{\beta}\right)^2=(\alpha+\beta)^2+(3)^2(\alpha+\beta)^2\left(\dfrac{1}{\alpha\beta}\right)^2$

$=(\alpha^2+\beta^2+2\alpha\beta)\left(1+\dfrac{9}{\alpha^2\beta^2}\right)$.

Dùng bất đẳng thức Cauchy, ta có

$$g(\alpha;\beta)\ge(2\alpha\beta+2\alpha\beta)\left(1+\frac{9}{\alpha^2\beta^2}\right)=4\alpha\beta+\frac{36}{\alpha\beta}\ge 2\sqrt{4.36}=24.$$

Vậy $AB\ge\sqrt{24}=2\sqrt{6}$. Dấu đẳng thức xảy ra khi vả chỉ khi

$$\begin{cases}\alpha=\beta\\ 4\alpha\beta=\dfrac{36}{\alpha\beta}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}\alpha=\beta\\ (\alpha\beta)^2=9\end{cases}\Rightarrow\alpha=\beta=\sqrt{3}.$$

Suy ra $\begin{cases}x_A=-1-\sqrt{3}\\ y_A=-1+\sqrt{3}\end{cases}$ và $\begin{cases}x_B=1-\sqrt{3}\\ y_B=1+\sqrt{3}\end{cases}$.

Vậy $P=y_A^2+y_B^2-x_A.x_B=10$.

Câu 55: Cho hàm số $y=f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)$. Hỏi đồ thị hàm số $y=f'(x)$ cắt trục hoành tại bao nhiêu điểm phân biệt?

A. 4. **B.** 3. **C.** 5. **D.** 6.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f(x)=x(x^2-1)(x^2-4)(x^2-9)=(x^3-x)(x^4-13x^2+36)=x^7-14x^5+49x^3-36x$

$f'(x)=7x^6-70x^4+147x^2-36$

Đặt $t=x^2, t\ge 0$

Xét hàm $g(t)=7t^3-70t^2+147t-36$

Do phương trình $g'(t)=21t^2-140t+147=0$ có hai nghiệm dương phân biệt và

$g(0)=-36<0$ nên $g(t)=0$ có 3 nghiệm dương phân biệt

Do đó $f'(x)=0$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 56: Trong các hàm số dưới đây, hàm số nào có đồ thị đi qua điểm $M(1;0)$?

A. $y=\dfrac{2x-2}{x^2-1}$. **B.** $y=(x-1)\sqrt{x-2}$.

C. $y=x^3+3x^2-3$. **D.** $y=x^4-3x^2+2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đồ thị hàm số $y=x^4-3x^2+2$ đi qua điểm $M(1;0)$.

Câu 57: Cho hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$, $f(1)=-3$ và đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tính $T=a+b+c$.

A. $T=9$. **B.** $T=1$. **C.** $T=-2$. **D.** $T=-4$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

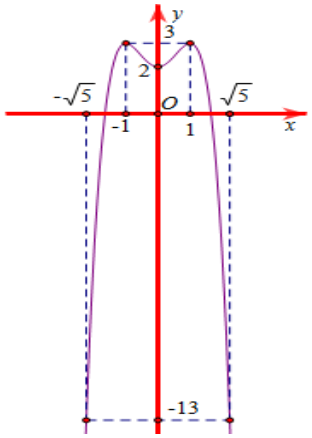
Ta có $f(x)=x^3+ax^2+bx+c \Rightarrow f'(x)=3x^2+2ax+b$, $f''(x)=6x+2a$

Hàm số $f(x)=x^3+ax^2+bx+c$ đạt cực tiểu tại điểm $x=1$

Theo giả thiết ta có hệ $\begin{cases} f'(1)=0 \\ f(1)=-3 \\ f(0)=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2a+b=-3 \\ a+b+c=-4 \\ c=2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=3 \\ b=-9 \\ c=2 \end{cases}$

Thử lại ta thấy thỏa mãn. Vậy $T=a+b+c=-4$.

Câu 58: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ như hình vẽ



Xét hàm số $g(x)=2f(x)+2x^3-4x-3m-6\sqrt{5}$ với m là tham số thực. Điều kiện cần và đủ để $g(x)\le 0$, $\forall x\in\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $m \ge \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$. **B.** $m \ge \frac{2}{3} f\left(-\sqrt{5}\right)$. **C.** $m \ge \frac{2}{3} f\left(0\right)$. **D.** $m \le \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$.

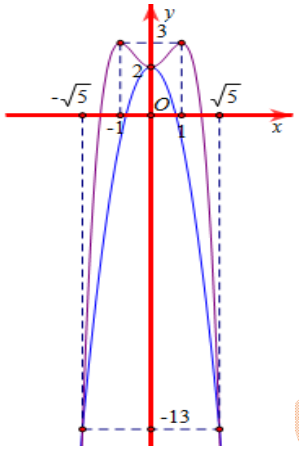
Hướng dẫn giải

Chọn A.

Ta có $g'(x) = 2f'(x) + 6x^2 - 4$;

$g'(x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = -3x^2 + 2$

$\Leftrightarrow x = 0 \vee x = \pm\sqrt{5}$



Ta thấy $g'(x) \ge 0$,

$\forall x \in \left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ nên hàm số

$g(x)$ đồng biến trên $\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$.

Do đó, để $g(x) \le 0$,

$\forall x \in \left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]$ thì

$\max\limits_{\left[-\sqrt{5};\sqrt{5}\right]} g(x) \le 0 \Leftrightarrow g\left(\sqrt{5}\right) \le 0 \Leftrightarrow$

$m \ge \frac{2}{3} f\left(\sqrt{5}\right)$.

Câu 59: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$ và bảng biến thiên sau.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	0	↘	-4	↗	$+\infty$

.

Khẳng định nào sau đây **sai?**

A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-2;0)$.

B. $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$.

C. Đường thẳng $y = -2$ cắt đồ thị hàm số tại 3 điểm phân biệt.

D. Hàm số có điểm cực tiểu là $x = -2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1:

$y' = 3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -2 \end{array}\right.$.

Từ bảng biến thiên ta có điểm cực tiểu là $x = 0$.

Cách 2: Dùng CASIO.

Tương tự câu 1).

Câu 60: Một chất điểm chuyển động có phương trình $S = 2t^4 + 6t^2 - 3t + 1$ với t tính bằng giây (s) và S tính bằng mét (m). Hỏi gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t = 3(s)$ bằng bao nhiêu?

A. 76 $\left(\text{m/s}^2\right)$. **B.** 64 $\left(\text{m/s}^2\right)$. **C.** 228 $\left(\text{m/s}^2\right)$. **D.** 88 $\left(\text{m/s}^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có vận tốc tức thời của chuyển động được tính theo công thức:

$v(t)=\left(S(t)\right)'=8t^3+12t-3$.

Khi đó gia tốc tức thời của chuyển động được tính theo công thức:

$a(t)=24t^2+12 \Rightarrow a(3)=24.3^2+12=228\left(\text{m/s}^2\right)$.

Vậy gia tốc của chuyển động tại thời điểm $t=3(s)$ là $228\left(\text{m/s}^2\right)$.

Câu 61: Cho hàm số $y=\dfrac{-3x+1}{x-3}$. Chọn phát biểu **sai**.

A. Hàm số có tiệm cận ngang là $y=-3$.

B. Hàm số luôn tăng trên $\mathbb{R}$.

C. Hàm số không có cực trị.

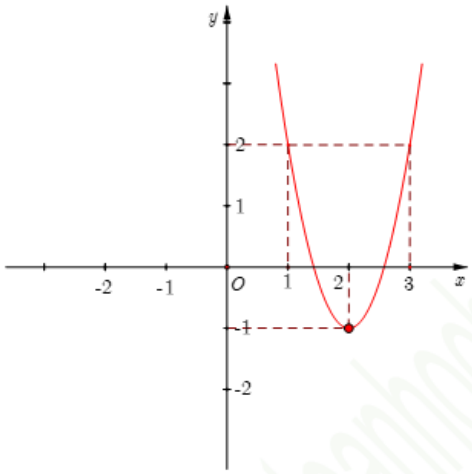
D. Hàm số có tiệm cận đứng là $x=3$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

$y'=\dfrac{8}{(x-3)^2}>0\ \forall x\neq 3 \Rightarrow$ Hàm số đã cho luôn tăng trên hai khoảng $(-\infty;3)$ và $(3;+\infty)$.

Câu 62: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là hàm số $f'(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng hàm số $y=f'(x-2)+2$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng nào?



A. $\left(\dfrac{3}{2};\dfrac{5}{2}\right)$.

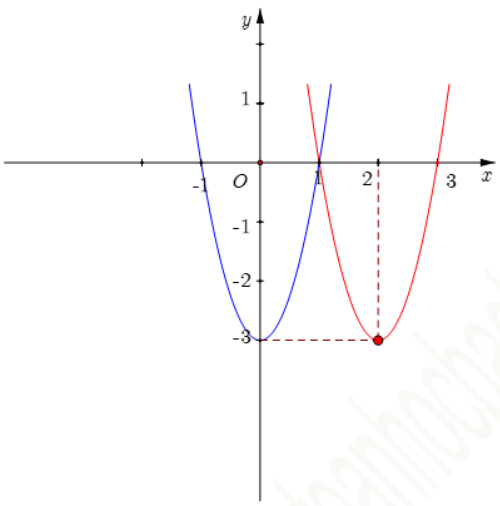
B. $(2;+\infty)$.

C. $(-\infty;2)$.

D. $(-1;1)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Từ đồ thị hàm số $y=f'(x-2)+2$ ta suy ra đồ thị hàm số $y=f'(x-2)$ (đường màu đỏ) bằng cách tịnh tiến xuống dưới 2 đơn vị.

Suy ra đồ thị hàm số $y=f'(x)$ (đường màu xanh) bằng cách tịnh tiến đồ thị hàm số $y=f'(x-2)$ sang trái 2 đơn vị.

Do đó hàm số $y=f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1;1)$.

Câu 63: Cho cấp số nhân (b_n) thỏa mãn $b_2>b_1\geq 1$ và hàm số $f(x)=x^3-3x$ sao cho $f(\log_2(b_2))+2=f(\log_2(b_1))$. Giá trị nhỏ nhất của n để $b_n>5^{100}$ bằng:

A. 234. **B.** 229. **C.** 333. **D.** 292.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Xét hàm số $f(x)=x^3-3x$.

Có $f'(x)=3x^2-3$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\pm 1$.

x	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$		$-$	0	$+$	
y	$-\infty$	↗	2	↘	0	↘	-2	↗	$+\infty$

Mặt khác, ta có $b_1>b_2\geq 1$.

Đặt $a=\log_2 b_2>\log_2 b_1=b\geq 0$.

Ta có: $a^3-3a+2=b^3-3b\ (1)$.

Nếu $b>1\Rightarrow a>b>1\Rightarrow a^3-3a>b^3-3b\Rightarrow (1)$ vô nghiệm.

Nếu $0\leq b\leq 1\Rightarrow -2<b^3-3b\leq 0\Rightarrow a^3-3a+2\leq 0\Rightarrow (a-1)^2(a+2)\leq 0$.

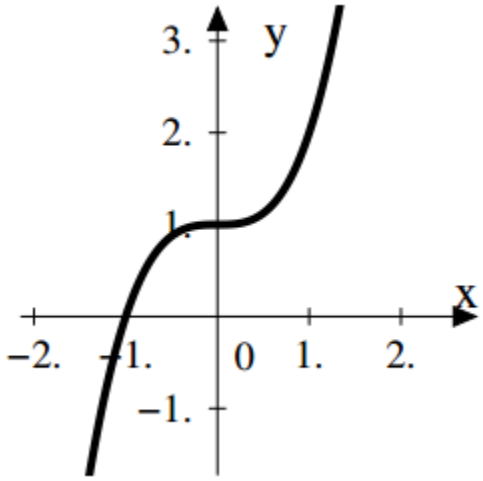
Suy ra $a=1\Rightarrow b=0$.

Khi đó $\begin{cases}b_1=2^0=1\\ b_2=2^1=2\end{cases}\Rightarrow b_n=2^{n-1}>5^{100}\ \ n-1>100\log_2 5\Rightarrow n\geq 234$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của n là 234.

Câu 64: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình $f(6\sin x+8\cos x)=f(m(m+1))$ có nghiệm $x\in\mathbb{R}$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. 4 **B.** 6 **C.** 5 **D.** 2

Hướng dẫn giải

Chọn B

Nhận thấy hàm số $y=f(x)$ là hàm số đồng biến trên $\mathbb{R}$

$f(6\sin x+8\cos x)=f\left(m(m+1)\right)\Leftrightarrow 6\sin x+8\cos x=m(m+1)$

Đặt $y=6\sin x+8\cos x$.

Có : $6^2+8^2\geq y^2\Leftrightarrow -10\leq y\leq 10$

Vậy phương trình có nghiệm $\Leftrightarrow -10\leq m(m+1)\leq 10$

$\Leftrightarrow\begin{cases}m^2+m-10\leq 0\\ m^2+m+10\geq 0\end{cases}\Leftrightarrow\dfrac{-1-\sqrt{41}}{2}\leq m\leq\dfrac{-1+\sqrt{41}}{2}$

Vì $m\in\mathbb{Z}\Rightarrow m\in\{-3;-1;-1;0;1;2\}$.

Vậy có 6 số nguyên thỏa yêu cầu bài toán .

Câu 65: Gọi (C) là đồ thị của hàm số $y=x^2+2x+1$, M là điểm di động trên (C); Mt, Mz là các đường thẳng đi qua M sao cho Mt song song với trục tung đồng thời tiếp tuyến tại M là phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz . Khi M di chuyển trên (C) thì Mz luôn đi qua điểm cố định nào dưới đây?

A. $M_0\left(-1;\dfrac{1}{4}\right)$. **B.** $M_0\left(-1;\dfrac{1}{2}\right)$. **C.** $M_0(-1;1)$. **D.** $M_0(-1;0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi tọa độ điểm M là: $M\left(x_0;(x_0+1)^2\right)$.

Phương trình đường thẳng Mz có dạng: $y=k(x-x_0)+(x_0+1)^2\Leftrightarrow kx-y-kx_0+(x_0+1)^2=0$.

Phương trình đường thẳng Mt là: $x=x_0\Leftrightarrow x-x_0=0$.

Phương trình đường phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz là:

$\dfrac{x-x_0}{1}-\dfrac{kx-y-kx_0+(x_0+1)^2}{\sqrt{k^2+1}}=0$ hoặc $\dfrac{x-x_0}{1}+\dfrac{kx-y-kx_0+(x_0+1)^2}{\sqrt{k^2+1}}=0$

$\Leftrightarrow y=\left(k+\sqrt{k^2+1}\right)x+kx_0-x_0\sqrt{k^2+1}+(x_0+1)^2$

hoặc $y=\left(k-\sqrt{k^2+1}\right)x+kx_0+x_0\sqrt{k^2+1}+(x_0+1)^2$.

Mặt khác tiếp tuyến tại M là phân giác của góc tạo bởi hai đường thẳng Mt, Mz nên:

$$\left[\begin{array}{l} y'(x_0)=k+\sqrt{k^2+1} \\ y'(x_0)=k-\sqrt{k^2+1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} 2x_0+2=k+\sqrt{k^2+1} \\ 2x_0+2=k-\sqrt{k^2+1} \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x_0+1=\frac{1}{2}\left(k+\sqrt{k^2+1}\right) \\ x_0+1=\frac{1}{2}\left(k-\sqrt{k^2+1}\right) \end{array}\right. (*).$$

Thay (*) vào phương trình đường thẳng Mz ta có:

+) Với $x_0+1=\frac{1}{2}\left(k+\sqrt{k^2+1}\right)$ ta có:

$Mz: kx-y-kx_0+(x_0+1)^2=0 \Leftrightarrow y=kx+k-k(x_0+1)+(x_0+1)^2$

$\Leftrightarrow y=kx+k-k.\frac{1}{2}\left(k+\sqrt{k^2+1}\right)+\left[\frac{1}{2}\left(k+\sqrt{k^2+1}\right)\right]^2 \Leftrightarrow y=kx+k+\frac{1}{4}.$

+) Với $x_0+1=\frac{1}{2}\left(k-\sqrt{k^2+1}\right)$ ta có:

$Mz: kx-y-kx_0+(x_0+1)^2=0 \Leftrightarrow y=kx+k-k(x_0+1)+(x_0+1)^2$

$\Leftrightarrow y=kx+k-k.\frac{1}{2}\left(k-\sqrt{k^2+1}\right)+\left[\frac{1}{2}\left(k-\sqrt{k^2+1}\right)\right]^2 \Leftrightarrow y=kx+k+\frac{1}{4}.$

Do đó phương trình đường thẳng $Mz:\ y=kx+k+\frac{1}{4}.$

Gọi $M_0(x_0;y_0)$ là tọa độ điểm cố định mà Mz luôn đi qua ta có: $y_0=kx_0+k+\frac{1}{4}\forall k\in\mathbb{R}$.

$$\Leftrightarrow k(x_0+1)+\frac{1}{4}-y_0=0\ \forall k\in\mathbb{R} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0+1=0 \\ \frac{1}{4}-y_0=0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_0=-1 \\ y_0=\frac{1}{4} \end{cases} \Rightarrow M_0\left(-1;\frac{1}{4}\right).$$

Vậy Mz luôn đi qua điểm cố định $M_0\left(-1;\frac{1}{4}\right)$.

Câu 66: Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m\in[-10;10]$ để hàm số $y=\left|mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m\right|$ có 5 điểm cực trị?

A. 7 **B.** 10 **C.** 11 **D.** 9

Hướng dẫn giải

Chọn B

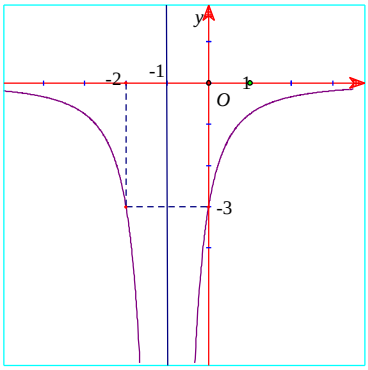
Xét hàm số $f(x)=mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m$.

Ta có: $mx^3-3mx^2+(3m-2)x+2-m=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=1 \\ mx^2-2mx+m-2=0\ (1) \end{array}\right.$.

Yêu cầu bài toán $\Leftrightarrow$ phương trình $f(x)=0$ có ba nghiệm phân biệt $\Leftrightarrow$ phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt khác $1 \Leftrightarrow \begin{cases} m^2-m(m-2)>0 \\ m-2m+m-2\neq 0 \end{cases}$.

Vì m nguyên và $m\in[-10;10]$ nên $m\in\{1;2;...;10\}$.

Câu 67: Cho hàm số $y=f(x)=\frac{ax+b}{cx+d}$, (a, b, c, $d\in\mathbb{R}$, $c\neq 0$, $d\neq 0$) có đồ thị (C). Đồ thị của hàm số $y=f'(x)$ như hình vẽ dưới đây. Biết (C) cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2. Tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) với trục hoành có phương trình là



A. $x+3y+2=0$. **B.** $x+3y-2=0$. **C.** $x-3y-2=0$. **D.** $x-3y+2=0$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét hàm số $y=f(x)=\dfrac{ax+b}{cx+d}$ có $f'(x)=\dfrac{(ad-bc)^2}{(cx+d)^2}$.

Ta có đồ thị hàm số cắt trục tung tại điểm có tung độ bằng 2 nên $f(0)=2\Leftrightarrow\dfrac{b}{d}=2\Leftrightarrow b=2d$.

Từ đồ thị $y=f'(x)$ nhận đường thẳng $x=-1$ làm tiệm cận đứng nên $-\dfrac{d}{c}=-1\Leftrightarrow d=c\Rightarrow f'(x)=\dfrac{ad-2d^2}{(dx+d)^2}=\dfrac{a-2d}{d(x+1)^2}$.

Mặt khác ta lại có đồ thị $y=f'(x)$ đi qua điểm $(-2;-3)$ nên $f'(2)=3\Rightarrow\dfrac{a-2d}{d}=-3\Leftrightarrow a=-d$.

Vậy $f(x)=\dfrac{-dx+2d}{dx+d}=\dfrac{-x+2}{x+1}$.

Đồ thị (C) cắt trục Ox tại điểm $(2;0)$ và $f'(2)=-\dfrac{1}{3}$.

Vậy phương trình tiếp tuyến của (C) tại giao điểm của (C) và trục Ox là $y=-\dfrac{1}{3}(x-2)\Leftrightarrow x+3y-2=0$.

Câu 68: Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)=(x+1)^4(x-m)^5(x+3)^3$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m trong đoạn $[-5;5]$ để số điểm cực trị của hàm số $f(|x|)$ bằng 3:

A. 4. **B.** 2. **C.** 5. **D.** 3.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nếu $m=-1$ thì hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=-1<0$ và $x=-3<0$. Khi đó, hàm số $f(|x|)$ chỉ có 1 cực trị. Do đó, $m=-1$ không thỏa yêu cầu đề bài.

Nếu $m=-3$ thì hàm số $f(x)$ không có cực trị. Khi đó, hàm số $f(|x|)$ chỉ có 1 cực trị. Do đó, $m=-3$ không thỏa yêu cầu đề bài.

Khi $m\neq-1$ và $m\neq-3$ thì hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị là $x=m$ và $x=-3<0$.

Để hàm số $f(|x|)$ có 3 điểm cực trị thì hàm số $f(x)$ phải có hai điểm cực trị trái dấu $\Leftrightarrow m>0$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vì $m\in\mathbb{Z}$ và $m\in[-5;5]$ nên m nhận các giá trị 1, 2, 3, 4, 5.

Câu 69: Gọi x_1, x_2 lần lượt là điểm cực đại và điểm cực tiểu của hàm số $f(x)=\int\limits_{e^x}^{e^{2x}} t\ln t\,dt$. Tính $S=x_1+x_2$.

A. 0. **B.** $\ln 2e$. **C.** $\ln 2$. **D.** $-\ln 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $g'(t)=t\ln t$. Ta có $f(x)=\int\limits_{e^x}^{e^{2x}} t\ln t\,dt=g\left(e^{2x}\right)-g\left(e^x\right)$

Ta có $f'(x)=\left(e^{2x}\right)'.g'\left(e^{2x}\right)-\left(e^x\right)'.g'\left(e^x\right)=2e^{2x}.e^{2x}.\ln e^{2x}-e^x.e^x.\ln e^x$

$=4xe^{4x}-xe^{2x}=xe^{2x}\left(4e^{2x}-1\right)$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x_1=0\\x_2=-\ln 2\end{array}\right.$.

$x_1+x_2=-\ln 2$.

Câu 70: Phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có bao nhiêu nghiệm thực trong $[-5\pi;2017\pi]$?

A. vô nghiệm. **B.** 2017. **C.** 2022. **D.** 2023.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có hàm số $y=2017^{\sin x}-\sin x-\sqrt{2-\cos^2 x}$ tuần hoàn với chu kỳ $T=2\pi$.

Xét hàm số $y=2017^{\sin x}-\sin x-\sqrt{2-\cos^2 x}$ trên $[0;2\pi]$.

Ta có

$$y'=\cos x.2017^{\sin x}.\ln 2017-\cos x-\frac{2\sin x.\cos x}{2\sqrt{2-\cos^2 x}}=\cos x.\left(2017^{\sin x}.\ln 2017-1-\frac{\sin x}{\sqrt{1+\sin^2 x}}\right)$$

Do vậy trên $[0;2\pi]$, $y'=0\Leftrightarrow\cos x=0\Leftrightarrow x=\frac{\pi}{2}\vee x=\frac{3\pi}{2}$.

$y\left(\frac{\pi}{2}\right)=2017-1-\sqrt{2}>0$; $y\left(\frac{3\pi}{2}\right)=\frac{1}{2017}-1-\sqrt{2}<0$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{\pi}{2}$		$\frac{3\pi}{2}$		2π
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	0	↗	$y\left(\frac{\pi}{2}\right)$	↘	$y\left(\frac{3\pi}{2}\right)$	↗	0

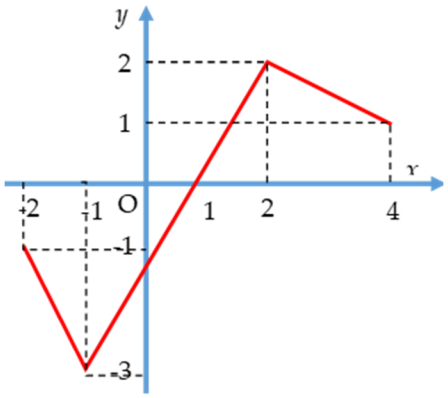
Vậy trên $[0;2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có đúng ba nghiệm phân biệt.

Ta có $y(\pi)=0$, nên trên $[0;2\pi]$ phương trình $2017^{\sin x}=\sin x+\sqrt{2-\cos^2 x}$ có ba nghiệm phân biệt là 0, π, 2π.

Suy ra trên $[-5\pi;2017\pi]$ phương trình có đúng $2017-(-5)+1=2023$ nghiệm.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 71: Cho hàm số $y=f(x)$ có đồ thị trên đoạn $[-2;4]$ như hình vẽ bên. Mệnh đề nào trong 4 mệnh đề sau đây là đúng?



A. $\min\limits_{[-2;4]} f(x)=-2$.

B. Phương trình $f(x)=0$ có 3 nghiệm trên đoạn $[-2;4]$.

C. $f'\left(-\frac{3}{2}\right).f(3)>0$.

D. $\max\limits_{[-2;4]} f(x)=4$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Nhìn vào đồ thị ta thấy đồ thị cắt Ox tại 1 điểm duy nhất $\rightarrow$ **Đáp án A sai.**

Ta thấy $-\frac{3}{2}\in(-2;1)$ là khoảng nghịch biến của hàm số $\Rightarrow f'\left(-\frac{3}{2}\right)<0$, tương tự ta có $3\in(2;4)$ cũng là khoảng nghịch biến của hàm số $\Rightarrow f'(3)<0$

$\Rightarrow f'\left(-\frac{3}{2}\right).f'(3)>0$ $\rightarrow$ **Đáp án B đúng.**

$\max\limits_{[-2;4]} f(x)=2\rightarrow$ **Đáp án C sai.**

$\min\limits_{[-2;4]} f(x)=-3\rightarrow$ **Đáp án D sai.**

Câu 72: Đồ thị hàm số nào sau đây luôn nằm dưới trục hoành?

A. $y=-x^4+2x^2-2$.

B. $y=x^4+3x^2-1$.

C. $y=-x^3-2x^2+x-1$.

D. $y=-x^4-4x^2+1$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Dễ dàng loại được hai hàm số $y=-x^3-2x^2+x-1$ và $y=x^4+3x^2-1$ vì đồ thị của hai hàm số này luôn có phần nằm phía trên trục hoành.

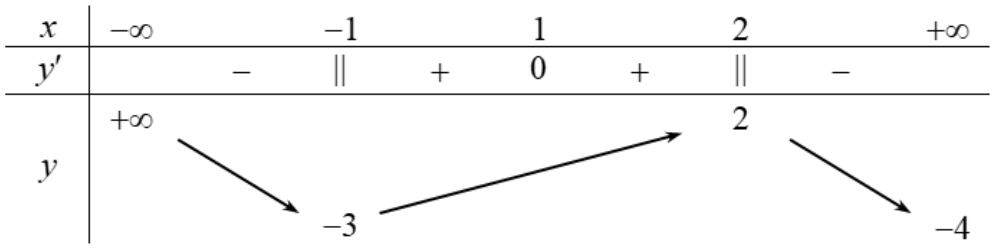
Hàm số $y=-x^4-4x^2+1$ có $y'=-4x^3-8x$, $y'=0\Leftrightarrow x=0$ do đó $y_{CĐ}=y(0)=1>0$. Vậy đồ thị hàm số có phần nằm trên trục hoành.

Hàm số $y=-x^4+2x^2-2$ có $y'=-4x^3+4x$ suy ra $y'=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=\pm1\end{array}\right.$.

Do đó giá trị lớn nhất của hàm số cũng là $y_{CĐ}=y(\pm1)=-1<0$. Vậy đồ thị nằm hoàn toàn phía dưới trục hoành.

Câu 73: Cho hàm số $y=f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

A. Đồ thị hàm số có đúng một đường tiệm cận.

B. Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty;-1)$, $(2;+\infty)$.

C. Hàm số có hai điểm cực trị.

D. Hàm số đạt giá trị lớn nhất bằng 2 và giá trị nhỏ nhất bằng -3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Dựa vào bảng biến thiên của hàm số ta có $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$, nên hàm số không có giá trị lớn nhất.

Câu 74: Cho M là giao điểm của đồ thị $(C):y=\dfrac{2x-1}{2x+3}$ với trục hoành. Khi đó tích các khoảng cách từ điểm M đến hai đường tiệm cận là.

A. 6. **B.** 4. **C.** 2. **D.** 8..

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: Tiệm cận đứng $x=\dfrac{-3}{2}$ và tiệm cận ngang $y=1$.

Tọa độ giao điểm của (C) và trục Ox: Với $y=0\Rightarrow\dfrac{2x-1}{2x+3}=0\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{2}\Rightarrow M\left(\dfrac{1}{2};0\right)$.

Ta có: khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng là $d_1=1$ và khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang là $d_1=2$.

Vậy tích hai khoảng cách là $d_1.d_2=1.2=2$.

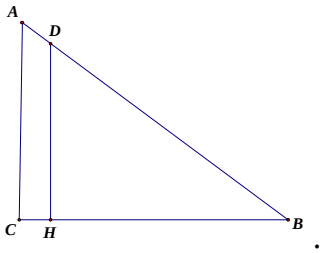
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ MAX-MIN

Câu 1: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là $a(m)$ thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào. Vậy để rào khu đất ấy theo hình chữ nhật sao cho có diện tích lớn nhất thì giá trị lớn nhất đó tính theo a bằng.

A. $\frac{a^2}{8}(m^2)$. **B.** $\frac{a^2}{12}(m^2)$. **C.** $\frac{a^2}{4}(m^2)$. **D.** $\frac{a^2}{6}(m^2)$.

Câu 2: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua một cột đỡ DH cao $4m$ song song và cách tường $CH = 0,5m$ là:



A. Xấp xỉ $5,5902$. **B.** Xấp xỉ $6,5902$. **C.** Xấp xỉ $5,4902$. **D.** Xấp xỉ $5,602$.

Câu 3: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $f(x) = 0,025x^2(30-x)$, trong đó x (miligam) là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân. Khi đó, liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là

A. 30 miligam. **B.** 10 miligam. **C.** 15 miligam. **D.** 20 miligam.

Câu 4: Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3000 lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500 000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

A. 6490123 đồng. **B.** 7500000 đồng. **C.** 5151214 đồng. **D.** 6500000 đồng.

Câu 5: Bên trong một căn nhà bỏ hoang hình lập phương thể tích 1000 m^3 có 3 chú nhện con rất hay cãi vã nên phải sống riêng. Mùa đông đến, vì đói rét nên chúng đành quyết định hợp tác với nhau giăng lưới để bắt mồi. Ba chú nhện tính toán sẽ giăng một mảnh lưới hình tam giác theo cách sau: Mỗi chú nhện sẽ đứng ở mép tường bất kì (có thể mép giữa 2 bức tường, giữa tường với trần, hoặc giữa tường với nền) rồi phóng những sợi tơ làm khung đến vị trí cũng 2 con nhện còn lại rồi sau đó mới phóng tơ dính đan phần lưới bên trong. Nhưng vì vốn đã có hiềm khích từ lâu, nên trước khi bắt đầu, chúng quy định để tránh xô xát, không có bất kì 2 con nhện nào cùng nằm trên một mặt tường, nền hoặc trần nhà. Tính chu vi nhỏ nhất của mảnh lưới được giăng (biết các sợi tơ khung căng và không nhùn).

A. $10\sqrt{2}$ mét **B.** $15\sqrt{6}$ mét **C.** $2\sqrt{30}$ mét **D.** $12\sqrt{10}$ mét

Câu 6: Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích 48 cm^2, hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng:

A. $8\sqrt{3}\,cm$. **B.** $4\sqrt{3}\,cm$. **C.** 24 cm. **D.** $16\sqrt{3}\,cm$.

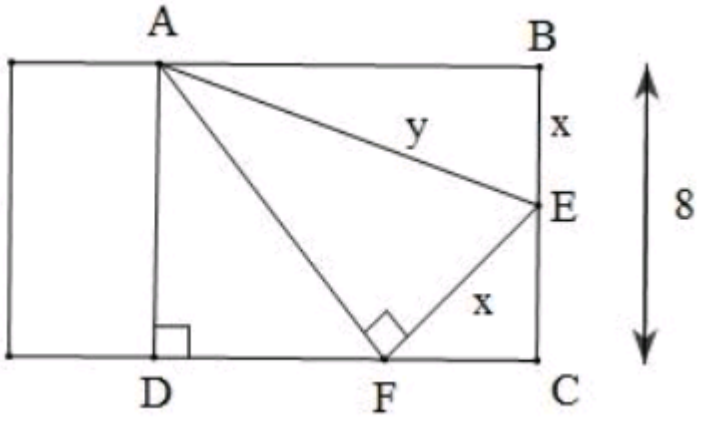
Câu 7: Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là $2\pi m^3$. Hỏi bán kính đáy R và chiều cao h của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất ?

A. $R = \frac{1}{2}$ m, $h = 8$ m. **B.** $R = 1$ m, $h = 2$ m.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

C. $R=2$ m, $h=\frac{1}{2}$ m. **D.** $R=4$ m, $h=\frac{1}{5}$ m.

Câu 8: Cho một tờ giấy hình chữ nhật với chiều dài 12 cm và chiều rộng 8 cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh của góc đó chạm đáy dưới như hình vẽ. Để độ dài nếp gấp là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?



A. $6\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $6\sqrt{5}$. **D.** 6.

Câu 9: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x)=0,025x^2(30-x)$, trong đó $x>0$ (miligam) là liều thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng.

A. 30 mg. **B.** 10 mg. **C.** 20 mg. **D.** 15 mg.

Câu 10: Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in…) được cho bởi $C(x)=0,0001x^2-0,2x+10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ 2018 $M(x)=\frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

A. 20.000 đ. **B.** 15.000 đ. **C.** 10.000 đ. **D.** 22.000 đ.

Câu 11: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=60cm$, $AB=40cm$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng

A. $400\sqrt{3}\ (cm^3)$ **B.** $4000\sqrt{2}\ (cm^3)$ **C.** $4000\sqrt{3}\ (cm^3)$ **D.** $2000\sqrt{3}\ (cm^3)$

Câu 12: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(cm)$, chiều cao $h(cm)$ và có thể tích là $500(cm^3)$. Hãy tìm độ dài cạnh của hình vuông sao cho chiếc hộp được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.

A. 5 cm. **B.** 10 cm. **C.** 2 cm. **D.** 3 cm.

Câu 13: Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA=SB=SC=AB=BC=a$. Giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Câu 14: Một người nuôi cá thì nghiệm trong hồ.Người đó thấy rằng nếu mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mõi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n\,(gam)$ .Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 12. **B.** 18. **C.** 10. **D.** 14.

Câu 15: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở

C. khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới đất mất 3000 USD. Hỏi diểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.

A. $\frac{19}{4}$

B. $\frac{15}{4}$ **km**

C. $\frac{13}{4}$ **km**

D. khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới đất mất 3000 USD. Hỏi diểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.

Câu 16: Một nhà máy cần thiết kế một chiếc bể đựng nước hình trụ bằng tôn có nắp, có thể tích là $64\pi\left(m^3\right)$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.

A. $r=\sqrt[3]{32}\,(m)$. **B.** $r=4(m)$. **C.** $r=3(m)$. **D.** $r=\sqrt[3]{16}\,(m)$.

Câu 17: Một tấm bìa carton dạng tam giác ABC diện tích là S. Tại một điểm D thuộc cạnh BC người ta cắt theo hai đường thẳng lần lượt song song với hai canh AB và AC để phần bìa còn lại là một hình bình hành có một đỉnh là A diện tích hình bình hành lớn nhất bằng

A. $\frac{S}{3}$. **B.** $\frac{S}{2}$. **C.** $\frac{2S}{3}$. **D.** $\frac{S}{4}$.

Câu 18: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t)=\frac{t}{t^2+1}$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ. **B.** 1 giờ. **C.** 3 giờ. **D.** 2 giờ.

Câu 19: Chi phí nhiên liệu của một chiếc tầu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v=10(km/giô)$ thì phần thứ hai bằng 30 nghìn ñoøng/ giô . Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên).

A. $25(km/giô)$. **B.** $10(km/giô)$. **C.** $20(km/giô)$. **D.** $15(km/giô)$.

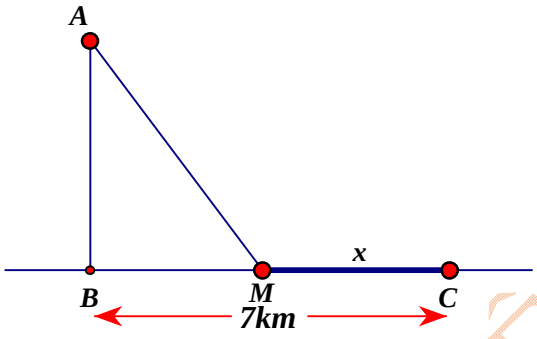
Câu 20: Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là $384cm^2$. Lề trên, lề dưới là 3cm; lề phải, lề trái là 2cm. Khi đó chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là:

A. $22,2cm,\ 27cm.$ **B.** $24cm,\ 25cm.$ **C.** $15cm,\ 40cm.$ **D.** $20cm,\ 30cm.$

Câu 21: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $300km$. Vận tốc của dòng nước là $6km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$. Trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun . Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. $15km/h$. **B.** $12km/h$. **C.** $9km/h$. **D.** $6km/h$.

Câu 22: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB=4(km)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC=7(km)$. Người canh hải đăng phải chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $6(km/h)$ rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc $10(km/h)$ (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.



A. $9km$. **B.** $6km$. **C.** $3km$. **D.** $4km$.

Câu 23: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiế**c.** Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 40.000 đồng. **B.** 43.000 đồng. **C.** 39.000 đồng. **D.** 42.000 đồng.

Câu 24: Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 USD/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 USD/người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 USD/người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình.Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

A. 14 USD/người. **B.** 25 USD/người. **C.** 18 USD/người. **D.** 19 USD/người.

Câu 25: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên(làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 106,25 triệu đồng. **B.** 120 triệu đồng.

C. 114,64 triệu đồng. **D.** 164,92 triệu đồng.

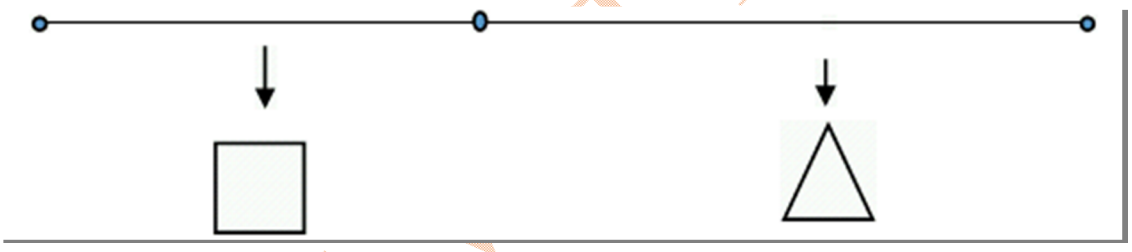
Câu 26: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $180(\text{m/s})$. **B.** $36(\text{m/s})$. **C.** $144(\text{m/s})$. **D.** $24(\text{m/s})$.

Câu 27: Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}\text{m}^3$. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100.000 đồng/m^2. Tìm kích thước của hồ để chi phí thuê nhân công ít nhất. Khi đó chi phí thuê nhân công là

A. 13 triệu đồng. **B.** 17 triệu đồng. **C.** 15 triệu đồng. **D.** 11 triệu đồng.

Câu 28: Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



A. $\frac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m) **B.** $\frac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}$ (m) **C.** $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}$ (m) **D.** $\frac{12}{4+\sqrt{3}}$ (m)

Câu 29: Một người bán buôn Thanh Long Đỏ ở Lập Thạch – Vĩnh Phúc nhận thấy rằng: Nếu bán với giá 20000 nghìn/kg thì mỗi tuần có 90 khách đến mua và mỗi khách mua trung bình 60 kg. Cứ tăng giá 2000 nghìn /kg thì khách mua hàng tuần giảm đi 1 và khi đó khách lại mua ít hơn mức trung bình 5 kg, và như vậy cứ giảm giá 2000 nghìn /kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm 1 và khi đó khách lại mua nhiều hơnmức trung bình 5 kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là 2200 nghìn /kg. (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 16000 nghìn /kg. **B.** 24000 nghìn /kg.

C. 22000 nghìn /kg. **D.** 12000 nghìn /kg.

Câu 30: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và $y(-2)=22$ (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 216 (m/s). **B.** 30 (m/s). **C.** 400 (m/s). **D.** 54 (m/s).

Câu 31: Anh Phong có một cái ao với diện tích $50m^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua, anh nuôi với mật độ $20\text{con}/m^2$ và thu được $1,5$ tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình anh thấy cứ thả giảm đi $8\ \text{con}/m^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5kg$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh nên mua bao nhiêu cá giống để thả ? (giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

A. 488 con. **B.** 512 con. **C.** 658 con. **D.** 342 con.

Câu 32: Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là $384cm^2$. Lề trên, lề dưới là $3\,\text{cm}$; lề phải, lề trái là 2 cm. Khi đó chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là:

A. $24cm,\ 25cm$. **B.** $20cm,\ 30cm$. **C.** $22,2cm,\ 27cm$. **D.** $15cm,\ 40cm$.

Câu 33: Một thợ xây muốn sử dụng 1 tấm sắt có chiều dài là $4m$, chiều rộng $1m$ để uốn thành $2m$ khung đúc bê tông, 1 khung hình trụ có đáy là hình vuông và 1 khung hình trụ có đáy là hình tròn. Hỏi phải chia tấm sắt thành 2 phần (theo chiều dài) như thế nào để tổng thể tích 2 khung là nhỏ nhất ?

A. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4}, \frac{4\pi}{\pi+4}$.

B. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4}{\pi+4}, \frac{2}{\pi+4}$.

C. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4\pi+14}{\pi+4}, \frac{2}{\pi+4}$

.

D. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4}, \frac{4\pi+14}{\pi+4}$

.

Câu 34: Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $5\sqrt{2}$ thì diện tích của nó lớn nhất là:

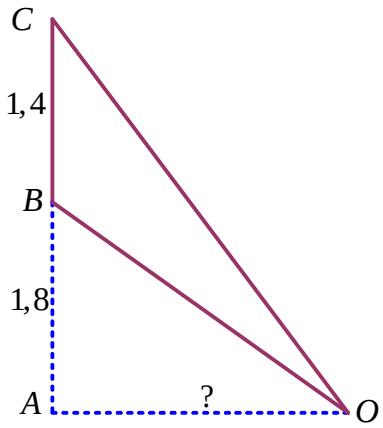
A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{25}{2}$. **C.** 25. **D.** $\frac{25}{8}$.

Câu 35: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $300km$. Vận tốc của dòng nước là $6km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$. Trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. $12km/h$. **B.** $6km/h$. **C.** $15km/h$. **D.** $9km/h$.

Câu 36: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4$ m được đặt ở độ cao $1,8$ m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh bao nhiêu sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định khoảng cách đó.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $2,46$ m. **B.** $2,21$ m. **C.** $2,4$ m. **D.** $2,42$ m.

Câu 37: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 39.000 đồng. **B.** 42.000 đồng. **C.** 43.000 đồng. **D.** 40.000 đồng.

Câu 38: Một tạp chí bán được 25 nghìn đồng một cuốn. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức $C(x)=0,0001x^2-0,2x+11000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 6 nghìn đồng. Các khoản thu khi bán tạp chí bao gồm tiền bán tạp chí và 100 triệu đồng nhận được từ quảng cáo. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết. Tính số tiền lãi lớn nhất có thể có được khi bán tạp chí.

A. 71.000.000 đồng. **B.** 100.000.000 đồng.

C. 100.500.000 đồng. **D.** 100.250.000 đồng.

Câu 39: Trên cánh đồng cỏ có 2 con bò được cột vào 2 cây cọc khác nhau. Biết khoảng cách giữa 2 cọc là 4 mét còn 2 sợi dây cột 2 con bò dài 3 mét và 2 mét. Tính phần diện tích mặt cỏ lớn nhất mà 2 con bò có thể ăn chung (lấy giá trị gần đúng nhất).

A. $1,034\,\text{m}^2$ **B.** $1,574\,\text{m}^2$ **C.** $1,989\,\text{m}^2$ **D.** $2,824\,\text{m}^2$

Câu 40: Một chất điểm chuyển động có phương trình vận tốc là $v(t)=\text{e}+\text{e}^{t^2-2t}\ (\text{m/s})$ (t: giây là thời gian chuyển động). Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên, vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là bao nhiêu?

A. $v=\text{e}+\frac{1}{\text{e}^2}\ (\text{m/s})$. **B.** $v=\text{e}+\frac{1}{\text{e}}\ (\text{m/s})$. **C.** $v=\text{e}+\frac{1}{\text{e}^4}\ (\text{m/s})$. **D.** $v=\text{e}+1\ (\text{m/s})$

.

Câu 41: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng : Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n$ (gam). Số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất là

A. 13. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 12.

Câu 42: Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà g**A.** Quãng đường $s(mét)$ đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian $t\ (giây)$, hàm số đó là $s=6t^2-t^3$. Thời điểm $t\ (giây)$ mà tại đó vận tốc $v\ (m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t=2s$. **B.** $t=6s$. **C.** $t=8s$. **D.** $t=4s$.

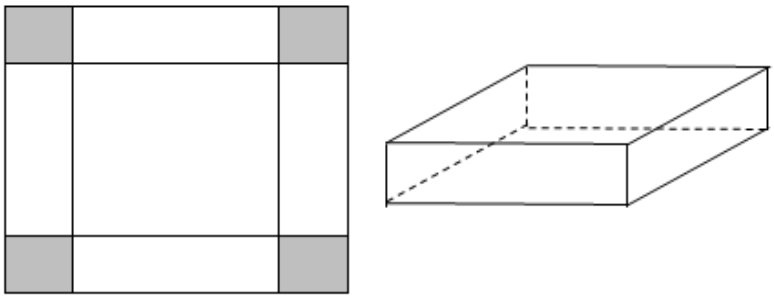
Câu 43: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không cần nắp, có thể tích là $\frac{500}{3}\text{m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê công nhân xây hồ là 500000 đồng trên 1m^2. Hãy xác định kích thước của hồ sao cho chi phí thuê công nhân thấp nhất. Chi phí đó là.

A. 74 triệu đồng. **B.** 77 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 76 triệu đồng.

Câu 44: Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng $10\ m^3$. Thùng tôn là hình hộp chữ nhật có chiều dài đáy bằng hai lần chiều rộng và không có nắp. Trên thị trường giá tôn làm đáy thùng là $75.000/m^2$ và giá tôn làm thành xung quanh thùng là $55.000/m^2$. Tính chi phí thấp nhất để làm thùng đựng gạo. (Làm tròn đến hàng nghìn)

A. 1.417.000 đồng. **B.** 1.418.000 đồng. **C.** 1.403.000 đồng. **D.** 1.402.000 đồng.

Câu 45: **[THPT Lý Thái Tổ - 2017]** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $2016(cm)$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được



có thể tích lớn nhất.

A. $x=336$. **B.** $x=504$. **C.** $x=672$. **D.** $x=1008$.

Câu 46: Chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in…) được cho bởi $C(x)=0,0001x^2-0,2x+10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x)=\frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

A. 10.000 đồng. **B.** 22.000 đồng. **C.** 20.000 đồng. **D.** 15.000 đồng.

Câu 47: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá $2\,000\,000$ đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm $50\,000$ đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty đã tìm ra phương án cho thuê đạt lợi nhuận lớn nhất. Hỏi thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là bao nhiêu?

A. 115 250 000. **B.** 101 250 000. **C.** 100 000 000. **D.** 100 250 000.

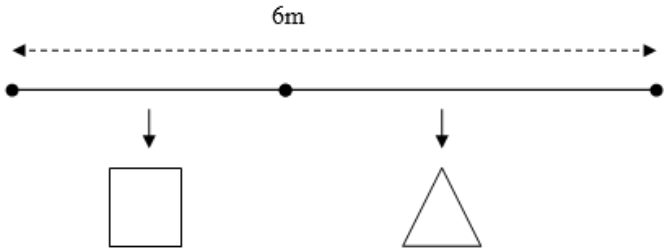
Câu 48: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nhiên liệu làm vỏ lon là thấp nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất. Muốn thể tích của khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì nhà thiết kế phải thiết kế hình trụ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{\frac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{V}{2\pi}}$. **C.** $\sqrt{\frac{V}{\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{V}{\pi}}$.

Câu 49: Một sợi dây kim loại dài 1 m được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất có độ dài l_1 uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai có độ dài l_2 uốn thành đường tròn. Tính tỷ số $k=\frac{l_1}{l_2}$ để tổng diện tích hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất.

A. $k=\frac{4}{\pi}$. **B.** $k=\frac{\pi}{4}$. **C.** $k=\frac{1}{2(4+\pi)}$. **D.** $k=\frac{1}{2\pi}$.

Câu 50: Một sợi dây có chiều dài $6m$, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



.

A. $\frac{12}{9+4\sqrt{3}}(m)$. **B.** $\frac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}(m)$. **C.** $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}(m)$. **D.** $\frac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}(m)$.

Câu 51: Cho hai vị trí A, B cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về

B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

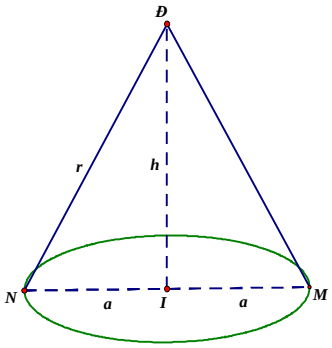
A. **741,2m**

B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

C. **569,5m**

D. **779,8m**

Câu 52: Cần phải đặt một ngọn điện ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C=k\frac{\sin\alpha}{r^2}$ (α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng).



.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h=\dfrac{a}{2}$. **C.** $h=\dfrac{3a}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Câu 53: Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\ \left(m^2\right)$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\ \left(m^2\right)$. **C.** $1\ \left(m^2\right)$. **D.** $3\sqrt{3}\ \left(m^2\right)$.

Câu 54: Nhà của ba bạn A, B, C nằm ở ba vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B như hình vẽ, biết $AB=10$ km, $BC=25$ km và ba bạn tổ chức họp mặt tại nhà bạn C. Bạn B hẹn chở bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC. Giả sử luôn có xe buýt đi thẳng từ A đến M. Từ nhà bạn A đi xe buýt thẳng đến điểm hẹn M với tốc độ 30 km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C theo đoạn đường MC bằng xe máy với vận tốc 50 km/h. Hỏi $5MB+3MC$ bằng bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?

A. 100 km. **B.** 85 km. **C.** 90 km. **D.** 95 km.

Câu 55: Một công ty kinh doanh nghiên cứu thị trường trước khi tung ra sản phẩm và nhận thấy để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm loại A và B thì mất lần lượt là 2000 USD và 4000 USD. Nếu sản xuất được x sản phẩm loại A và y sản phẩm loại B thì lợi nhuận mà công ty thu được là $L(x,y)=8000x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$ USD. Giả sử chi phí để sản xuất hai loại sản phẩm A, B là 40000 USD. Gọi x_0, y_0 lần lượt là số phẩm loại A, B để lợi nhuận lớn nhất. Tính $x_0^2+y_0^2$..

A. 3637. **B.** 8288. **C.** 17319. **D.** 8119.

Câu 56: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông không nắp có thể tích là 4 lít. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau.

A. Cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. **B.** Cạnh đáy bằng 4, chiều cao bằng 3.
C. Cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 1. **D.** Cạnh đáy bằng 3, chiều cao bằng 4.

Câu 57: Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AB và hai cạnh bên đều có độ dài bằng 1. Tìm diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình thang.

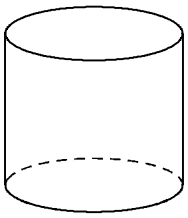
A. $S_{\max}=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $S_{\max}=\dfrac{4\sqrt{2}}{9}$ **C.** $S_{\max}=\dfrac{3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $S_{\max}=\dfrac{8\sqrt{2}}{9}$

Câu 58: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Người ta cần xác định một ví trí D trên AC để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ADB. Tính khoảng cách AD để số tiền chi phí thấp nhất, biết rằng giá để lắp đặt mỗi km đường ống trên bờ là 100.000.000 đồng và dưới nước là 260.000.000 đồng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 6.5 km. **B.** 6 km. **C.** 7.5 km. **D.** 7 km.

Câu 59: Một người thợ xây, muốn xây dựng một bồn chứa thóc hình trụ tròn với thể tích là $150m^3$ (như hình vẽ bên). Đáy làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn và nắp bể làm bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để bồn chứa thóc (làm tròn đến hàng nghìn). Biết giá thành các vật liệu như sau: bê tông 100 nghìn đồng một m^2, tôn 90 nghìn một m^2 và nhôm 120 nghìn đồng một m^2.



.

A. 15038000 đồng. **B.** 15037000 đồng. **C.** 15039000 đồng. **D.** 15040000 đồng.

Câu 60: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $F(x)=\frac{1}{40}x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là.

A. 30 mg. **B.** 50 mg. **C.** 20 mg. **D.** 40 mg.

Câu 61: Trong lĩnh vực thuỷ lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thuỷ động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, ℓ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, ℓ - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thuỷ động học nếu với S xác định, ℓ là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thuỷ động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)

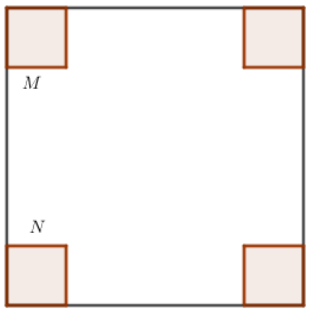
A. $x=\sqrt{4S}, y=\sqrt{\frac{S}{2}}$ **B.** $x=\sqrt{2S}, y=\sqrt{\frac{S}{4}}$

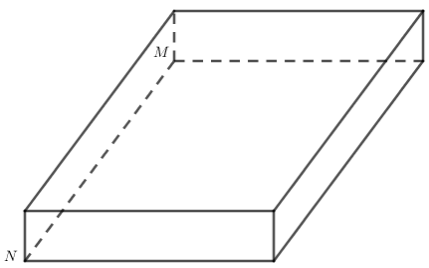
C. $x=\sqrt{2S}, y=\sqrt{\frac{S}{2}}$ **D.** $x=\sqrt{4S}, y=\sqrt{\frac{S}{4}}$

Câu 62: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r=\sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **B.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **C.** $r=\sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **D.** $r=\sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 63: Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông có cạnh $12(\text{cm})$ rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là $4800(\text{cm}^3)$ thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?





A. $36(\text{cm})$ **B.** $42(\text{cm})$ **C.** $38(\text{cm})$ **D.** $44(\text{cm})$

Câu 64: Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a > 0$)?

A. $\frac{2a^2}{9}$. **B.** $\frac{a^2}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a^2}{9}$.

Câu 65: Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm Hải Vân (Đà Nẵng) được cho bởi công thức $f(v)=\frac{290,4\,v}{0,36v^2+13,2v+264}$ (xe/giây), trong đó $v(km/h)$ là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm. Tính lưu lượng xe là lớn nhất. Kết quả thu được gần với giá trị nào sau đây nhất ?

A. $8,7$. **B.** $8,8$. **C.** 9. **D.** $8,9$.

Câu 66: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4m$ và đặt ở độ cao $1,4m$ so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó ? Biết rằng góc $\widehat{BOC}$ nhọn.

A. $AO=2,4m$. **B.** $AO=2,6m$. **C.** $AO=2m$. **D.** $AO=3m$.

Câu 67: Một người dự định làm một bể chứa nước hình trụ bằng inốc có nắp đậy với thể tích 1 (m^3). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi người đó **Chọn B**án kính bể là bao nhiêu để chi phí làm bể ít nhất?

A. $\sqrt[3]{2\pi}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$.

Câu 68: Một công ty dự kiến chi 1 tỉ đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Biết rằng chi phí để làm mặt xung quanh của thùng đó là 100.000 đ/m^2, chi phí để làm mặt đáy là 120.000 đ/m^2. Hãy tính số thùng sơn tối đa mà công ty đó sản xuất đượ**C.** (giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể).

A. 58135 thùng. **B.** 18209 thùng. **C.** 12525 thùng. **D.** 57582 thùng.

Câu 69: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $400(\text{km})$. Vận tốc dòng nước là $10(\text{km/h})$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. $18(\text{km/h})$. **B.** $12(\text{km/h})$. **C.** $15(\text{km/h})$. **D.** $20(\text{km/h})$.

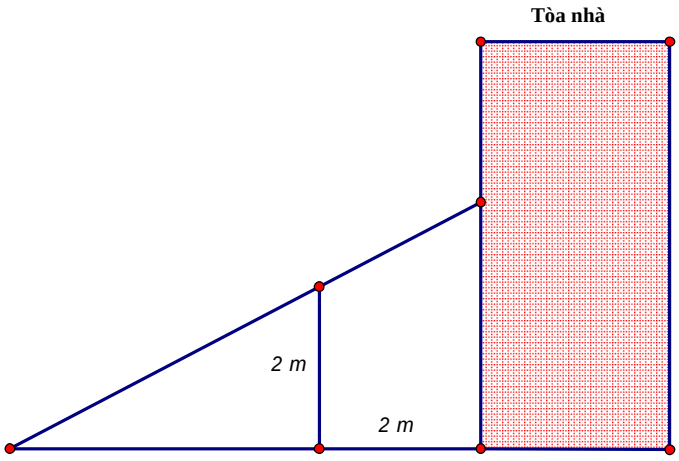
Câu 70: Có hai chiếc cọc cao $10m$ và $30m$ lần lượt đặt tại hai vị trí A,B. Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng $24m$. Người ta chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân cột để giang dây nối đến hai đỉnh C và D của cọc (như hình vẽ). Hỏi ta phải đặt chốt ở vị trí nào để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất?

A. $AM=4m,\ BM=20m.$ **B.** $AM=12m,\ BM=12m.$

C. $AM=6m,\ BM=18m.$ **D.** $AM=7m,\ BM=17m.$

Câu 71: Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $4\sqrt{2}$m. **B.** 6m. **C.** $3\sqrt{5}$m. **D.** $\frac{5\sqrt{13}}{3}$m.

Câu 72: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4$ m được đặt ở độ cao $1,8$ m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Tính khoảng cách từ vị trí đó đến màn ảnh.

A. $\frac{84}{193}$ m. **B.** $1,8$ m. **C.** $1,4$ m. **D.** $2,4$ m.

Câu 73: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên(làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 120 triệu đồng. **B.** 164,92 triệu đồng.

C. 114,64 triệu đồng. **D.** 106,25 triệu đồng.

Câu 74: Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng $8\,\text{m}^3$, thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000/\text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000/\text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

A. 1 m. **B.** 3 m. **C.** 1,5 m. **D.** 2 m.

Câu 75: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Câu 76: Doanh nghiệp Alibaba cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là x^3+2x (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y-27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp Alibaba cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

A. 9. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

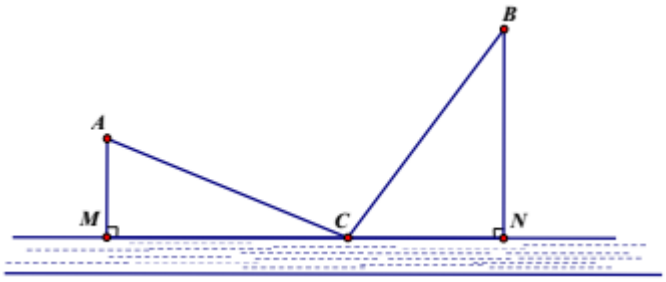
Câu 77: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếC. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 42.000 đồng. **B.** 40.000 đồng. **C.** 43.000 đồng. **D.** 39.000 đồng.

Câu 78: Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B. Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB = 3\sqrt{17}$ km, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM = 3$km, $BN = 6$km (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B. Tìm giá trị nhỏ nhất của T.



A. 15,56km. **B.** 16km. **C.** 15km. **D.** 14,32km.

Câu 79: Một viên phấn bảng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5cm$, chiều dài $6cm$. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước $6cm \times 5cm \times 6cm$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

A. 15. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 17.

Câu 80: Một cửa hàng cà phê sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sa khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20.000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18.000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất?

A. 31.000 đồng. **B.** 29.000 đồng. **C.** 22.000 đồng. **D.** 25.000 đồng.

Câu 81: Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3} m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là 500.000 đồng/m^2. Chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. 100triệu đồng. **B.** 150 triệu đồng. **C.** 60 triệu đồng. **D.** 75 triệu đồng.

Câu 82: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng 200m, góc $\widehat{ASB} = 15°$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40$m. Hỏi khi đó cần dung ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí?

A. $40\sqrt{31}+40$ mét. **B.** $40\sqrt{111}+40$ mét.

C. $40\sqrt{67}+40$ mét. **D.** $20\sqrt{111}+40$ mét.

Câu 83: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x) = 0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

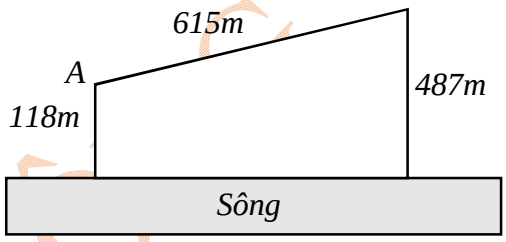
A. $x = 8$. **B.** $x = 10$. **C.** $x = 15$. **D.** $x = 7$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 84: Gia đình ông An xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp dung tích là 2018 lít, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng được làm bằng bê tông có giá 250.000 đồng/ m^2, thân bể được xây bằng gạch có giá 200.000 đồng/ m^2 và nắp bể được làm bằng tôn có giá 100.000 đồng/ m^2. Hỏi chi phí thấp nhất gia đình ông An bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu ? (làm tròn đến hàng đơn vị).

A. 2.017.331 đồng. **B.** 2.017.333 đồng. **C.** 2.017.334 đồng. **D.** 2.017.000 đồng.

Câu 85: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về



B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

A. 569,5 m.

B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

C. 779,8 m.

D. 741,2 m.

Câu 86: Chiều dài ngắn nhất của cái thang AB để nó có thể dựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua cột đỡ DE cao $4(m)$, song song và cách tường một khoảng $CE = 0,5(m)$ là.

A. Xấp xỉ $6,5902(m)$. **B.** Xấp xỉ $5,602(m)$.

C. Xấp xỉ $5,4902(m)$. **D.** Xấp xỉ $5,5902(m)$.

Câu 87: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thể 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu ?

A. 2.450.000. **B.** 2.250.000. **C.** 2.550.000. **D.** 2.350.000.

Câu 88: **- 2107]** Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích 96000 cm^3 Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2 Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 83200 VNĐ. **B.** 832000 VNĐ. **C.** 32000 VNĐ. **D.** 320000 VNĐ

.

Câu 89: Anh Phong có một cái ao với diện tích $50m^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua, anh nuôi với mật độ $20con/m^2$ và thu được $1,5$ tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình anh thấy cứ thả giảm đi 8 con / m^2 thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5kg$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh nên mua bao nhiêu cá giống để thả? (giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi)

A. 488 con. **B.** 658 con. **C.** 342 con. **D.** 512 con.

Câu 90: Người ta muốn thiết kế một bể cá theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính, thể tích $8\ m^3$. Giá mỗi m^2 kính là 600.000 đồng/ m^2. Gọi t là số tiền tối thiểu phải trả. Giá trị t xấp xỉ với giá trị nào sau đây ?

A. 4.800.000 đồng. **B.** 14.400.000 đồng.

C. 11.400.000 đồng. **D.** 6.790.000 đồng.

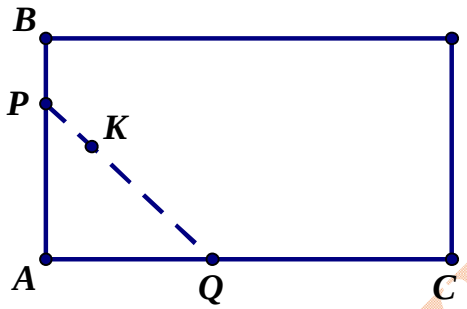
Câu 91: Người ta xây một bể chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 600.000 *đồng*/m^2. Hãy xác định kích thước của bể sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất. Chi phí đó là.

A. 75 triệu đồng. **B.** 85 triệu đồng. **C.** 90 triệu đồng. **D.** 86 triệu đồng.

Câu 92: Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức: $f(t)=1000+30t^2-t^3 \quad (0\le t\le 30)$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

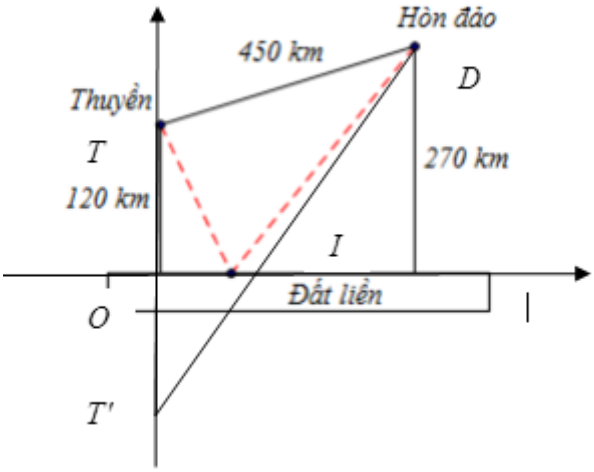
A. 10 phút. **B.** 20 phút. **C.** 30 phút. **D.** 25 phút.

Câu 93: Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là 1 m và cách bờ AC là 8 m, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bèo (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB, AC và cây cọc K (bỏ qua đường kính của sào).



A. $5\sqrt{5}$. **B.** $9\sqrt{2}$. **C.** $\frac{5\sqrt{71}}{4}$. **D.** $\frac{5\sqrt{65}}{4}$.

Câu 94: Một con thuyền đang ở ngoài khơi cách đất liền 120*km* và cách hòn đảo 450*km*. Hòn đảo cách đất liền 270*km*. Con thuyền cần cập bến để tiếp nhiên liệu rồi mang quà Tết ra đảo. Tìm quãng đường ngắn nhất mà con thuyền đó đi (làm tròn đến hàng đơn vị).



A. 576 *km*. **B.** 584 *km*. **C.** 711 *km*. **D.** 623 *km*.

Câu 95: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S=3t^2-t^3$. Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc $v(\text{m/s})$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t=2$. **B.** $t=5$. **C.** $t=1$. **D.** $t=3$.

Câu 96: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $R=\sqrt[3]{\dfrac{3}{2\pi}}$. **B.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$. **C.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}$. **D.** $R=\sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$.

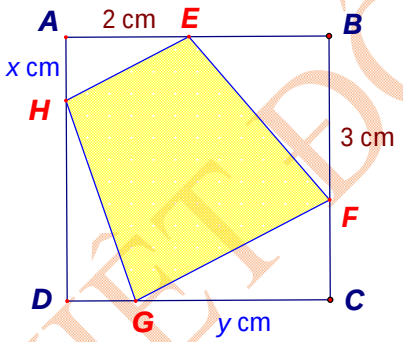
Câu 97: Người ta cần chế tạo một ly dạng hình cầu tâm O, đường kính $2R$. Trong hình cầu có một hình trụ tròn xoay nội tiếp trong hình cầu. Nước chỉ chứa được trong hình trụ. Hãy tìm bán kính đáy r của hình trụ để ly chứa được nhiều nước nhất.

A. $r=\dfrac{R}{\sqrt{3}}$. **B.** $r=\dfrac{R\sqrt{6}}{3}$. **C.** $r=\dfrac{2R}{3}$. **D.** $r=\dfrac{2R}{\sqrt{3}}$.

Câu 98: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của $m\ (m<10)$ để với mọi bộ ba số phân biệt a, b, $c\in[1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là ba cạnh của một tam giác ?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 1.

Câu 99: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.



Tìm tổng $x+y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\dfrac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** 7. **D.** 5.

Câu 100: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thể 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

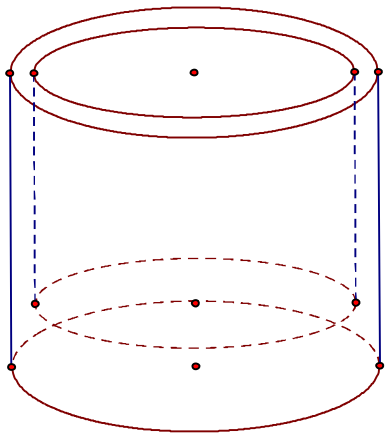
A. $2.550.000$. **B.** $2.350.000$. **C.** $2.450.000$. **D.** $2.250.000$.

Câu 101: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 3 giờ. **B.** 2 giờ. **C.** 4 giờ. **D.** 1 giờ.

Câu 102: Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày $1,5$ cm, thành xung quanh cốc dày $0,2$ cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là 480π cm^3 thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $70,16\pi$ cm^3. **B.** $80,16\pi$ cm^3. **C.** $85,66\pi$ cm^3. **D.** $75,66\pi$ cm^3.

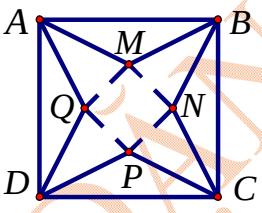
Câu 103: Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia sở y tế TP.HCM ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=15t^2-t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

A. Ngày thứ 25. **B.** Ngày thứ 20. **C.** Ngày thứ 5. **D.** Ngày thứ 10.

Câu 104: Bạn A có một đoạn dây mềm và dẻo không đàn hồi $20\,m$, bạn chia đoạn dây thành hai phần, phần đầu gấp thành một tam giác đều. Phần còn lại gập thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu (m) để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

A. $\dfrac{40}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **B.** $\dfrac{180}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **C.** $\dfrac{60}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **D.** $\dfrac{120}{9+4\sqrt{3}}\,m$.

Câu 105: Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $MA^2=MB^2+MC^2$, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB, $R=3$, CPD và DQA. Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất ?



A. $\left(2+\dfrac{3n}{2}\right).2^n=1600$. **B.** $2\sqrt{2}$ dm.

C. $\dfrac{5\sqrt{2}}{2}$dm. **D.** $\dfrac{3\sqrt{2}}{2}$dm.

Câu 106: Cần phải làm cái cửa sổ mà, phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là $a(m)$ (a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi độ dài cạnh hình chữ nhật là dây cung của hình bán nguyệt). Hãy xác định các kích thước của nó để diện tích cửa sổ là lớn nhất?

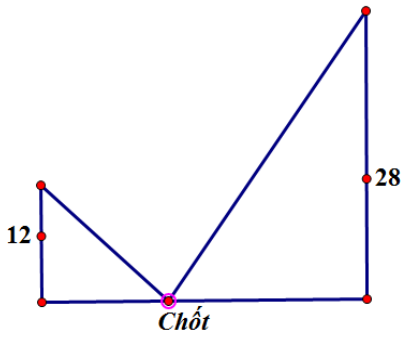
A. chiều rộng bằng $a(4+\pi)$, chiều cao bằng $2a(4+\pi)$

B. chiều rộng bằng $a(4-\pi)$, chiều cao bằng $2a(4-\pi)$

C. chiều rộng bằng $\frac{2a}{4+\pi}$, chiều cao bằng $\frac{a}{4+\pi}$

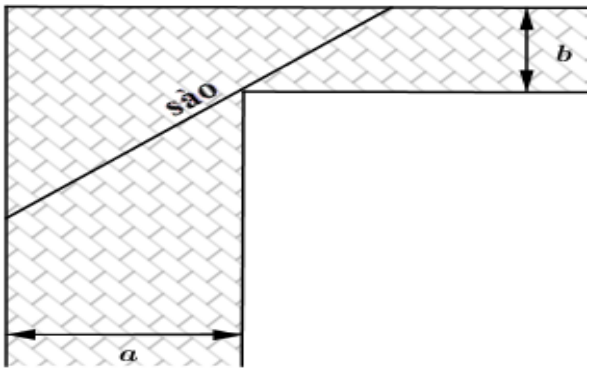
D. chiều rộng bằng $\frac{a}{4+\pi}$, chiều cao bằng $\frac{2a}{4+\pi}$

Câu 107: Có hai chiếc cọc cao *12m* và *28m*, đặt cách nhau *30m* (xem hình minh họa dưới đây). Chúng được buộc bởi hai sợi dây từ một cái chốt trên mặt đất nằm giữa hai chân cột tới đỉnh của mỗi cột. Gọi *x (m)* là khoảng cách từ chốt đến chân cọc ngắn. Tìm *x* để tổng độ dài hai dây ngắn nhất.



A. $x=11$. **B.** $x=12$. **C.** $x=9$. **D.** $x=10$.

Câu 108: Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a=24$ và $b=3$, hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu?



A. $27\sqrt{5}$. **B.** $15\sqrt{5}$.

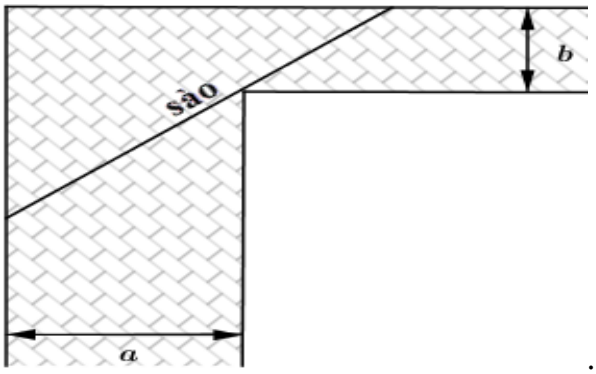
C. $12\sqrt{5}$. **D.** $18\sqrt{5}$.

Câu 109: Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng, trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là

A. 15 ngày. **B.** 4 ngày. **C.** 10 ngày. **D.** 20 ngày.

Câu 110: Để chặn đường hành lang hình chữ L người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết rằng $a=24$ và $b=3$, hỏi cái sào thỏa mãn điều trên có chiều dài l tối thiểu là bao nhiêu ?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $15\sqrt{5}$. **B.** $\frac{51\sqrt{5}}{2}$. **C.** $11\sqrt{5}$. **D.** $27\sqrt{5}$.

Câu 111: Một người nuôi cá thì nghiệm trong hồ. Người đó thấy rằng nếu mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n\,(gam)$. Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 12. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 18.

Câu 112: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ $5km$, trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng $7km$. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc $6km/h$. Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất.

A. $2\sqrt{5}$ km. **B.** $\frac{7}{3}km$. **C.** $\frac{7}{2}km$. **D.** $3\sqrt{2}\,km$.

Câu 113: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $64(m/s)$. **B.** $18(m/s)$. **C.** $108(m/s)$. **D.** $24(m/s)$.

Câu 114: Một ngôi nhà có nền dạng tam giác đều ABC cạnh dài $10(m)$ được đặt song song và cách mặt đất $h(m)$. Nhà có 3 trụ tại A, B, C vuông góc với (ABC). Trên trụ A người ta lấy hai điểm M, N sao cho $AM=x, AN=y$ và góc giữa (MBC) và (NBC) bằng 90° để là mái và phần chứa đồ bên dưới. Xác định chiều cao thấp nhất của ngôi nhà.

A. 10. **B.** 12. **C.** $5\sqrt{3}$. **D.** $10\sqrt{3}$.

Câu 115: Ông Bình xây một hồ nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 18 m^3, đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500 000 đồng cho mỗi mét vuông. Chi phí thấp nhất để xây hồ là

A. 19 triệu đồng. **B.** 18 triệu đồng. **C.** 16 triệu đồng. **D.** 20 triệu đồng.

Câu 116: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là $60cm$, thể tích $96000cm^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 83200 VNĐ. **B.** 320000 VNĐ. **C.** 832000 VNĐ. **D.** 32000 VNĐ.

Câu 117: Mỗi chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3-\frac{x}{40}\right)^2\ (USD)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.

D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).

Câu 118: Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

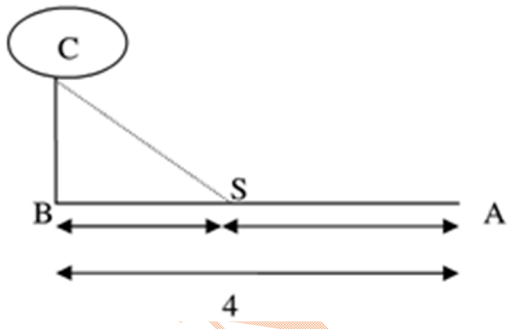
A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).

B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

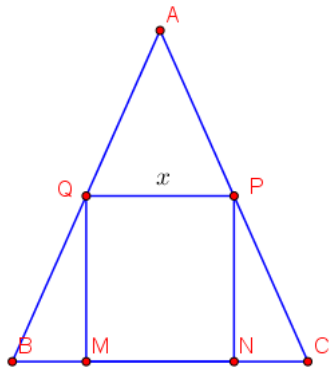
D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.

Câu 119: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở địa điểm A đến một hòn đảo ở địa điểm C. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là $1(km)$. Khoảng cách từ B đến A là $4(km)$. Hỏi điểm S cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồiđến C là ít tốn kém nhất, biết rằng mỗi km dây điện đặt từ A đến S mất 3000 USD, mỗi km dây điện đặt từ S đến C mất 5000 USD.



A. $\frac{14}{3}(km)$. **B.** $\frac{13}{3}(km)$. **C.** $\frac{8}{3}(km)$. **D.** $\frac{10}{3}(km)$.

Câu 120: Một miếng bìa hình tam giác đều ABC, cạnh bằng 16. Học sinh Trang cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M, N thuộc cạnh BC; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB). Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $34\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $32\sqrt{3}$.

Câu 121: chứa tối đa mỗi phòng học là 200 em HS. Nếu một phòng học có x HS thì học phí cho mỗi HS là $\left(9-\frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 200 HS.
B. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 4.320 (nghìn đồng).
C. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 360 HS.
D. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 3.200 (nghìn đồng).

Câu 122: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng $800(m)$. Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

A. Đáp án khác **B.** $200m \times 200m$ **C.** $300m \times 100m$ **D.** $250m \times 150m$

Câu 123: Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy $A4$ trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy trong mỗi lần in là 50000 đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n+5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ giấy $A4$ thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được nhiều lãi nhất?

A. 6 máy. **B.** 5 máy. **C.** 4 máy. **D.** 7 máy.

Câu 124: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách $300km$ (tới nơi sinh sản). Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\ km/h$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng:

A. $12\ km/h$. **B.** $8\ km/h$. **C.** $10\ km/h$. **D.** $9\ km/h$.

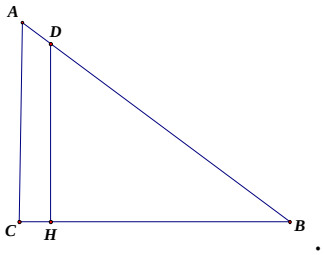
Câu 125: Từ một tờ giấy hình tròn bán kính R, ta có thể cắt ra một hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $2R^2$. **B.** $\frac{\pi R^2}{2}$. **C.** R^2. **D.** $4R^2$.

Câu 126: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên cạnh BC. Hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định độ dài đoạn BM sao cho hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất.

A. $BM=\frac{a}{4}$. **B.** $BM=\frac{a}{6}$. **C.** $BM=\frac{a}{3}$. **D.** $BM=\frac{a}{2}$.

Câu 127: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua một cột đỡ DH cao $4m$ song song và cách tường $CH = 0,5m$ là



A. Xấp xỉ $5,602$. **B.** Xấp xỉ $6,5902$. **C.** Xấp xỉ $5,4902$. **D.** Xấp xỉ $5,5902$

.

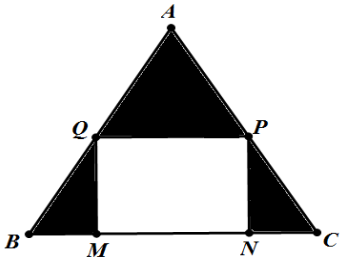
Câu 128: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0.025x^2(30-x)$ trong đó $x(mg)$ và $x > 0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng cần tiêm cho bệnh nhân bằng:

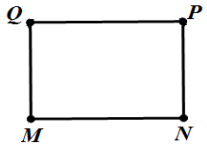
A. $100(mg)$. **B.** $20(mg)$. **C.** $15(mg)$. **D.** Đáp án khác.

Câu 129: Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thánh hình vuông $(a > x > 0)$. Tìm x để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

A. $x = \dfrac{2a}{\pi+4}(\text{cm})$. **B.** $x = \dfrac{\pi a}{\pi+4}(\text{cm})$. **C.** $x = \dfrac{4a}{\pi+4}(\text{cm})$. **D.** $x = \dfrac{a}{\pi+4}(\text{cm})$.

Câu 130: Cho một tấm nhôm hình tam giác đều có cạnh bằng $20(cm)$. Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật *MNPQ*. Tìm độ dài đoạn *MB* để hình chữ nhật *MNPQ* có diện tích lớn nhất.





.

A. $5(cm)$. **B.** $4(cm)$. **C.** $2(cm)$. **D.** $10(cm)$.

Câu 131: Vòng quay mặt trời – Sun Wheel tại Công viên Châu Á, Đà Nẵng có đường kính 100 m, quay hết một vòng trong khoảng thời gian 15 phút. Lúc bắt đầu quay, một người ở cabin thấp nhất(độ cao 0 m). Hỏi người đó đạt được độ cao 85 m lần đầu tiên sau bao nhiêu giây (làm tròn đến 1/10 giây)?

A. $336,1$ s. **B.** $382,5$ s. **C.** $380,1$ s. **D.** $350,5$ s.

Câu 132: Mỗi chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3-\dfrac{x}{40}\right)^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây đúng.

A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.
B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).

D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

Câu 133: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đ một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100000 đ một tháng thì sẽ có 2 căn hộ bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng?

A. 2100000 đ. **B.** 2225000 đ. **C.** 2250000 đ. **D.** 2200000 đ.

Câu 134: Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s=-t^3+6t^2+17t$, với $t(s)$ là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $s(m)$ là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 8 giây đầu tiên, vận tốc $v(m/s)$ của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $29m/s$. **B.** $26m/s$. **C.** $17m/s$. **D.** $36m/s$.

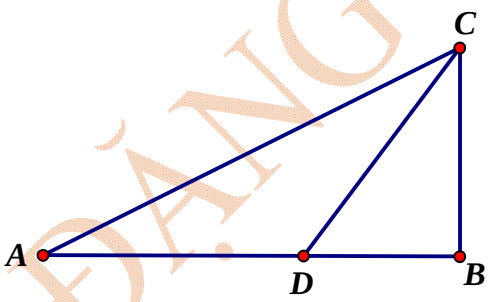
Câu 135: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s=-t^3+6t^2+17t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc $v(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng:

A. $26m/s$. **B.** $29m/s$. **C.** $17m/s$. **D.** $36m/s$.

Câu 136: Ông Bình xây một hồ nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 18 m^3, đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Chi phí thấp nhất để xây hồ là

A. 19 triệu đồng. **B.** 18 triệu đồng. **C.** 16 triệu đồng. **D.** 20 triệu đồng.

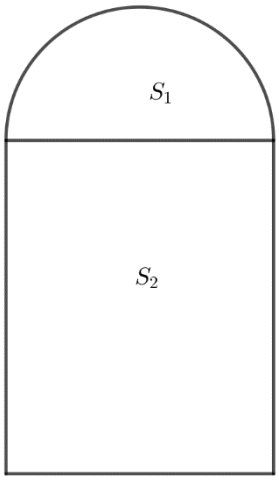
Câu 137: Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB=40\text{km}, BC=10\text{km}$)



A. $\frac{15}{2}$km. **B.** 10km. **C.** $\frac{65}{2}$km. **D.** 40km.

Câu 138: Cần phải làm cái cửa sổ mà phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là a mét (a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi đường kính của hình bán nguyệt). Gọi d là đường kính của hình bán nguyệt. Hãy xác định d để diện tích cửa sổ là lớn nhất.

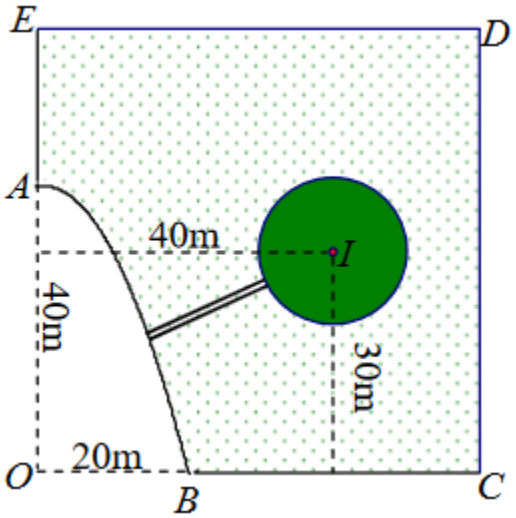
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $d=\dfrac{2a}{4+\pi}$. **B.** $d=\dfrac{a}{4+\pi}$. **C.** $d=\dfrac{2a}{2+\pi}$. **D.** $d=\dfrac{a}{2+\pi}$.

Câu 139: Một cái ao hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10(m)$. Người ta muốn bắc một câu cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 m và 20 m;
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt 40 m và 30m.



A. $l\approx 15,7$ m. **B.** $l\approx 17,7$ m. **C.** $l\approx 25,7$ m. **D.** $l\approx 27,7$ m.

BÀI TOÁN THỰC TẾ VỀ MAX-MIN

Câu 1: Người ta muốn rào quanh một khu đất với một số vật liệu cho trước là $a(m)$ thẳng hàng rào. Ở đó người ta tận dụng một bờ giậu có sẵn để làm một cạnh của hàng rào. Vậy để rào khu đất ấy theo hình chữ nhật sao cho có diện tích lớn nhất thì giá trị lớn nhất đó tính theo a bằng.

A. $\frac{a^2}{8}(m^2)$. **B.** $\frac{a^2}{12}(m^2)$. **C.** $\frac{a^2}{4}(m^2)$. **D.** $\frac{a^2}{6}(m^2)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi x là chiều dài cạnh song song bờ giậu và y là chiều dài cạnh vuông góc với bờ giậu.

Theo đề: $x+2y=a\Rightarrow x=a-2y, 0<y<\frac{a}{2}$.

Diện tích miếng đất: $S=xy=y(a-2y)$.

Đặt $f(y)=y(a-2y), \forall y\in\left(0;\frac{a}{2}\right)$.

Cách 1:

Ta có: $f'(y)=a-4y\Rightarrow f'(y)=0\Leftrightarrow y=\frac{a}{4}$ và $f''(y)=-4<0, \forall y\in\left(0;\frac{a}{2}\right)$.

Do đó: $\max S=\max f(y)=\frac{a^2}{8}\Leftrightarrow y=\frac{a}{4}\Rightarrow x=\frac{a}{2}$.

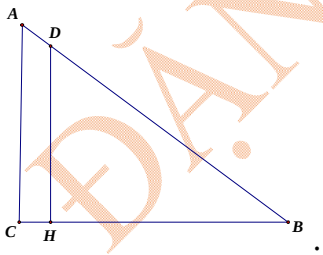
Cách 2:

Áp dụng bất đẳng thức Cauchy có:

$$S=xy=y(a-2y)=\frac{1}{2}2y(a-2y)\le\frac{1}{2}\frac{(2y+a-2y)^2}{4}=\frac{a^2}{8}..$$

Dấu $"="\Leftrightarrow 2y=a-2y\Leftrightarrow y=\frac{a}{4}\Rightarrow x=\frac{a}{2}..$

Câu 2: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua một cột đỡ DH cao $4m$ song song và cách tường $CH=0,5m$ là:



A. Xấp xỉ $5,5902$. **B.** Xấp xỉ $6,5902$. **C.** Xấp xỉ $5,4902$. **D.** Xấp xỉ $5,602$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $CB=x, CA=y$ khi đó ta có hệ thức:

$$\frac{1}{2x}+\frac{4}{y}=1\Leftrightarrow\frac{4}{y}=\frac{2x-1}{2x}\Leftrightarrow y=\frac{8x}{2x-1}.$$

Ta có: $AB=x^2+y^2$.

Bài toán quy về tìm min của $A=x^2+y^2=x^2+\left(\frac{8x}{2x-1}\right)^2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Khảo sát hàm số và lập bảng biến thiên ta thấy GTNN đạt tại $x=\frac{5}{2};y=5$.

hay $AB\ \min=\frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Câu 3: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $f(x)=0,025x^2(30-x)$, trong đó x (miligam) là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân. Khi đó, liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là

A. 30 miligam. **B.** 10 miligam. **C.** 15 miligam. **D.** 20 miligam.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f(x)=0,025x^2(30-x)=0,0125x.x.(60-2x)\le 0,0125.\left(\frac{x+x+60-2x}{3}\right)^3=100$.

Dấu "=" xảy ra khi $x=60-2x\Leftrightarrow x=20$ miligam.

Câu 4: Ông An muốn xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp với dung tích 3000 lít. Đáy bể là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Hỏi chi phí thấp nhất ông An cần bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu?

A. 6490123 đồng. **B.** 7500000 đồng. **C.** 5151214 đồng. **D.** 6500000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi x là chiều rộng bể, chiều dài bể là $2x\Rightarrow$ diện tích đáy là $2x^2$.

Do thể tích bể là $V=3000(l)=3(m^3)$ nên chiều cao bể là $\frac{3}{2x^2}$.

Diện tích xây dựng là diện tích toàn phần của bể là

$S=2\left(2x^2+x.\frac{3}{2x^2}+2x.\frac{3}{2x^2}\right)=2\left(2x^2+\frac{9}{2x}\right)=4x^2+\frac{9}{2x}+\frac{9}{2x}\ge 3\sqrt[3]{81}$.

Vậy diện tích xây dựng ít nhất là $S=9\sqrt[3]{3}$ khi $4x^2=\frac{9}{2x}\Leftrightarrow x=\frac{\sqrt[3]{9}}{2}$.

Chí phí xây dựng ít nhất là $9\sqrt[3]{3}.500000=6490123$ đồng.

Câu 5: Bên trong một căn nhà bỏ hoang hình lập phương thể tích 1000 m^3 có 3 chú nhện con rất hay cãi vã nên phải sống riêng. Mùa đông đến, vì đói rét nên chúng đành quyết định hợp tác với nhau giăng lưới để bắt mồi. Ba chú nhện tính toán sẽ giăng một mảnh lưới hình tam giác theo cách sau: Mỗi chú nhện sẽ đứng ở mép tường bất kì (có thể mép giữa 2 bức tường, giữa tường với trần, hoặc giữa tường với nền) rồi phóng những sợi tơ làm khung đến vị trí cũng 2 con nhện còn lại rồi sau đó mới phóng tơ dính đan phần lưới bên trong. Nhưng vì vốn đã có hiềm khích từ lâu, nên trước khi bắt đầu, chúng quy định để tránh xô xát, không có bất kì 2 con nhện nào cùng nằm trên một mặt tường, nền hoặc trần nhà. Tính chu vi nhỏ nhất của mảnh lưới được giăng (biết các sợi tơ khung căng và không nhùn).

A. $10\sqrt{2}$ mét **B.** $15\sqrt{6}$ mét **C.** $2\sqrt{30}$ mét **D.** $12\sqrt{10}$ mét

Hướng dẫn giải

Chọn B

Bài toán này ta sẽ giải quyết bằng cách ứng dụng phương pháp tọa độ trong không gian.

Đặt hệ trục tọa độ như hình vẽ. Không mất tính tổng quát, và dựa vào yêu cầu về vị trí 3 con nhện ta xác định là các điểm M,N,P nằm trên các cạnh $A'B',CC',AD$ như hình vẽ.

Yêu cầu bài toán là cần tìm tọa độ của 3 điểm M,N,P để chu vi tam giác MNP nhỏ nhất.

Đặt $M\left(x;10;0\right),P\left(0;0;z\right),N\left(10;y;10\right)$. Chu vi tam giác MNP là:

$$MN+NP+PQ=\sqrt{\left(x-10\right)^2+\left(y-10\right)^2+10^2}+\sqrt{10^2+y^2+\left(z-10\right)^2}+\sqrt{x^2+10^2+z^2}$$
$$=\sqrt{\left(10-x\right)^2+\left(y-10\right)^2+10^2}+\sqrt{y^2+\left(z-10\right)^2+10^2}+\sqrt{z^2+\left(-x\right)^2+10^2}$$

Áp dụng bất đẳng thức vecto :

$$\Rightarrow MN+NP+PM\ge\sqrt{\left(10-x+y\right)^2+\left(y+z-20\right)^2+20^2}+\sqrt{z^2+\left(-x\right)^2+10^2}$$
$$\ge\sqrt{\left(10-x+y+z\right)^2+\left(y-10+z-10-x\right)^2+\left(10+10+10\right)^2}$$
$$=\sqrt{2\left(y+z-x-5\right)^2+450+\left(10+10+10\right)^2}\ge15\sqrt{6}$$

Dấu bằng xảy ra khi $\begin{cases}y+z-x=5\\\dfrac{10-x}{y}=\dfrac{y-10}{z-10}=\dfrac{10}{10}\\\dfrac{10-x+y}{z}=\dfrac{y+z-20}{-x}=\dfrac{20}{10}\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}y=z\\2y-x=5\\x+y=10\end{cases}\Leftrightarrow x=y=z=5$

Vậy giá trị cần tìm là $15\sqrt{6}$.

Câu 6: Trong tất cả các hình chữ nhật có cùng diện tích 48 cm^2, hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng:

A. $8\sqrt{3}$ *cm.* **B.** $4\sqrt{3}$ *cm.* **C.** 24 *cm.* **D.** $16\sqrt{3}$ *cm.*

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cách 1

Gọi cạnh của hình chữ nhật: a, b; $0<a,b\le 48$

Ta có: $ab=48\Leftrightarrow b=\dfrac{48}{a}$. Chu vi: $P(a)=2\left(a+\dfrac{48}{a}\right)$

$P'(a)=2\left(1-\dfrac{48}{a^2}\right)$; $P'(a)=0\Leftrightarrow a=4\sqrt{3}$

Bảng biến thiên:

a	0	$4\sqrt{3}$	48
$P'(a)$		$-\quad 0\quad +$	
$P(a)$		$16\sqrt{3}$	

Cách 2

Áp dụng bất đẳng thức Côsi: $a+b\ge2\sqrt{ab}\Leftrightarrow a+b\ge2\sqrt{48}=8\sqrt{3}$

$\Leftrightarrow$ chu vi nhỏ nhất: $2(a+b)=16\sqrt{3}$

Hình chữ nhật có chu vi nhỏ nhất bằng $16\sqrt{3}$ khi cạnh bằng $4\sqrt{3}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 7: Người ta làm chiếc thùng phi dạng hình trụ, kín hai đáy, với thể tích theo yêu cầu là $2\pi \text{m}^3$. Hỏi bán kính đáy R và chiều cao h của thùng phi bằng bao nhiêu để khi làm thì tiết kiệm vật liệu nhất ?

A. $R=\frac{1}{2}\text{m},\ h=8\text{m}.$ **B.** $R=1\text{m},\ h=2\text{m}.$

C. $R=2\text{m},\ h=\frac{1}{2}\text{m}.$ **D.** $R=4\text{m},\ h=\frac{1}{5}\text{m}.$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Từ giả thiết ta có: $V=\pi R^2 h=2\pi \Rightarrow h=\frac{2}{R^2}$.

Diện tích toàn phần của thùng phi là:

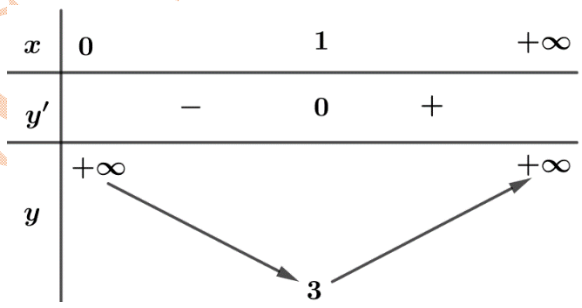
$$S_{tp}=2\pi Rh+2\pi R^2=2\pi\left(R^2+\frac{2}{R}\right).$$

Xét hàm số $f(R)=R^2+\frac{2}{R}$ với $R\in(0;+\infty)$. Ta có:

$$f'(R)=2R-\frac{2}{R^2}=\frac{2(R^3-1)}{R^2}$$

$$f'(R)=0\Leftrightarrow R=1$$

Bảng biến thiên

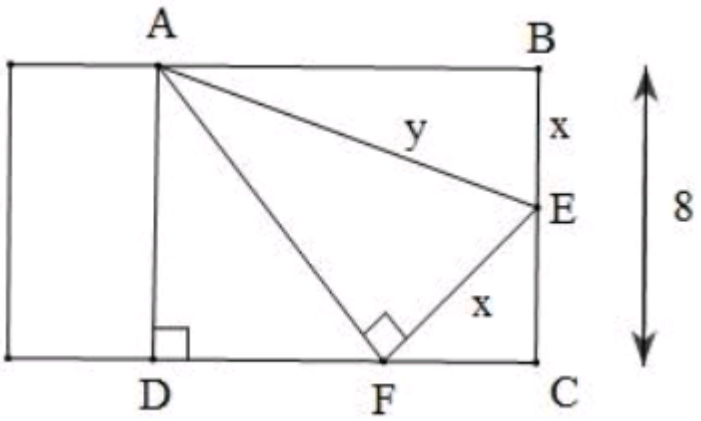


Suy ra diện tích toàn phần đạt giá trị nhỏ nhất khi $R=1\Rightarrow h=2$.

Vậy để tiết kiệm vật liệu nhất khi làm thùng phi thì $R=1\text{m}, h=2\text{m}$.

Câu 8: Cho một tờ giấy hình chữ nhật với chiều dài 12 cm và chiều rộng 8 cm. Gấp góc bên phải của tờ giấy sao cho sau khi gấp, đỉnh của góc đó chạm đáy dưới như hình vẽ. Để độ dài nếp gấp là nhỏ nhất thì giá trị nhỏ nhất đó bằng bao nhiêu?

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $6\sqrt{3}$. **B.** $6\sqrt{2}$. **C.** $6\sqrt{5}$. **D.** 6.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Đặt $EF=x, EC=8-x \Rightarrow FC=\sqrt{x^2-(8-x)^2}=\sqrt{16x-64}$.

Ta có $\Delta ADF \sim \Delta FCE\,(g.g) \Rightarrow \dfrac{EF}{AF}=\dfrac{CF}{AD}$.

$AF=\dfrac{EF.AD}{FC}=\dfrac{8x}{\sqrt{16x-64}}$.

$y=AE=\sqrt{AF^2+EF^2}=\sqrt{\dfrac{64x^2}{16x-64}+x^2}=\sqrt{\dfrac{16x^3}{16x-64}}$.

$f(x)=\dfrac{16x^3}{16x-64}\ x\in(0;8)$.

$f'(x)=\dfrac{48x^2(16x-64)-16.16x^3}{(16x-64)^2}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 768x^3-3072x^2-256x^3=0 \Leftrightarrow 512x^3-3072x^2=0 \Leftrightarrow x=6$.

BBT:

x	0		6		8
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖
$f(x)$	‖	↘	108	↗	‖

$y=\sqrt{f(x)} \Rightarrow y_{\min}=\sqrt{f_{\min}}=\sqrt{108}=6\sqrt{3}$.

Câu 9: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x)=0,025x^2(30-x)$, trong đó $x>0$ (miligam) là liều thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì cần tiêm cho bệnh nhân một liều lượng bằng.

A. 30 mg. **B.** 10 mg. **C.** 20 mg. **D.** 15 mg.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $G'(x)=0,025\left(60x-3x^2\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ (ktm)\\x=20\end{array}\right.$.

$G''(x)=\frac{3}{2}-\frac{3}{20}x\Rightarrow G''(20)=-\frac{3}{2}<0\Rightarrow x=20mg$.

Câu 10: Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in…) được cho bởi $C(x)=0,0001x^2-0,2x+10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ 2018 $M(x)=\frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

A. 20.000 đ. **B.** 15.000 đ. **C.** 10.000 đ. **D.** 22.000 đ.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Theo giả thiết, ta có $T(x)=C(x)+0,4x=0,0001x^2+0,2x+10000$.

$M(x)=\frac{T(x)}{x}=0,0001x+\frac{10000}{x}+0,2\ge 2+0,2=2,2$ vạn đồng $=22.000$ đồng.

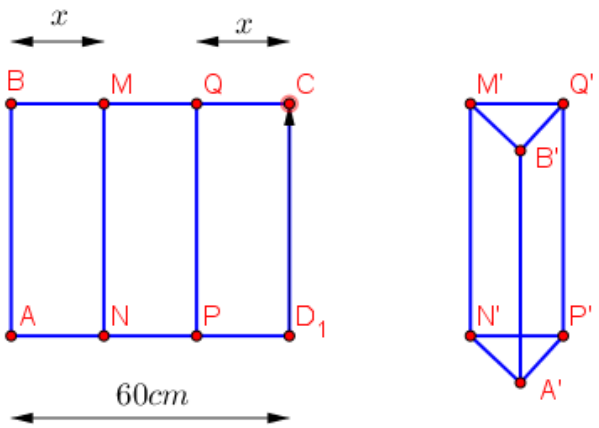
Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow 0,0001x=\frac{10000}{x}\Leftrightarrow x=10000$.

Câu 11: Cho một tấm nhôm hình chữ nhật $ABCD$ có $AD=60cm$, $AB=40cm$. Ta gập tấm nhôm theo hai cạnh MN và PQ vào phía trong cho đến khi AB và DC trùng nhau như hình vẽ bên để được một hình lăng trụ khuyết hai đáy. Khi đó có thể tạo được khối lăng trụ với thể tích lớn nhất bằng

A. $400\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **B.** $4000\sqrt{2}\ \left(cm^3\right)$ **C.** $4000\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$ **D.** $2000\sqrt{3}\ \left(cm^3\right)$

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đáy của lăng trụ là tam giác cân có cạnh bên bằng x, cạnh đáy bằng $60-2x$

Đường cao tam giác đó là $AH=\sqrt{x^2-\left(\frac{60-2x}{2}\right)^2}=\sqrt{60x-900}$, với H là trung điểm NP

Diện tích đáy là

$S = S_{ANP} = \frac{1}{2}AH.NP = \sqrt{60x-900}.(30-x) = \frac{1}{30}\sqrt{(60x-900)(900-30x)(900-30x)}$

$\Rightarrow S \le \frac{1}{30}\sqrt{\left(\frac{900}{3}\right)^3} = 100\sqrt{3}\left(cm^2\right)$

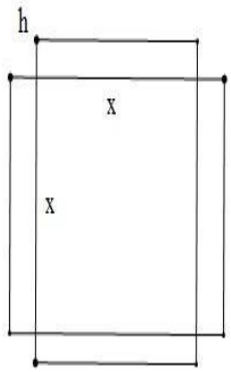
Diện tích đáy lớn nhất là $100\sqrt{3}cm^2$ nên thể tích lớn nhất là $V = 40.100\sqrt{3} = 4000\sqrt{3}\left(cm^3\right)$.

Câu 12: Một hộp không nắp được làm từ một mảnh các tông theo hình mẫu. Hộp có đáy là một hình vuông cạnh $x(cm)$, chiều cao $h(cm)$ và có thể tích là $500\left(cm^3\right)$. Hãy tìm độ dài cạnh của hình vuông sao cho chiếc hộp được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.

A. 5 cm. **B.** 10 cm. **C.** 2 cm. **D.** 3 cm.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Để tốn ít nhiên liệu nhất thì diện tích toàn phần phải nhỏ nhất.

$V = x^2.h = 500 \Rightarrow h = \frac{500}{x^2}$.

$S = x^2 + 4xh = x^2 + \frac{2000}{x}$.

$\Rightarrow f'(x) = 2x - \frac{2000}{x^2}\left(x \in \left(0;10\sqrt{5}\right)\right) \Rightarrow x = 10$ (thỏa mãn).

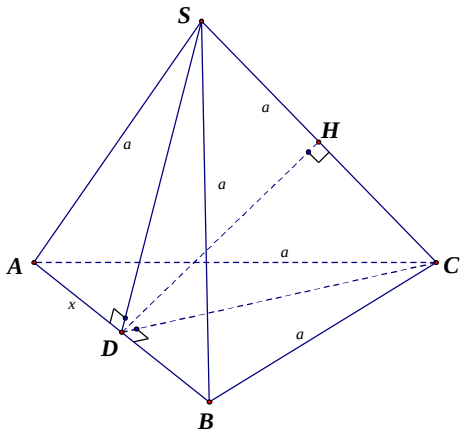
x	0	10	$10\sqrt{5}$
$f(x)$	‖	300	589

Câu 13: Xét các hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = BC = a$. Giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ bằng

A. $\frac{a^3}{8}$. **B.** $\frac{a^3}{4}$. **C.** $\frac{a^3}{4}$. **D.** $\frac{3\sqrt{3}a^3}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Gọi D là trung điểm của cạnh AB. Theo giải thiết $\Rightarrow \begin{cases} SD \perp AB \\ CD \perp AB \end{cases} \Rightarrow AB \perp (SCD)$.

Gọi H là trung điểm của cạnh SC thì $DH \perp SC$.

Ta có $V_{S.ABC} = 2V_{S.ADC} = 2.\frac{1}{3}S_{\Delta SDC}.AD = \frac{1}{3}SC.DH.AD$.

Đặt $B \Rightarrow SD^2 = a^2 - x^2$.

Xét tam giác vuông SHD có $HD^2 = SD^2 - SH^2 = \frac{3a^2}{4} - x^2 \Rightarrow HD = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - x^2}$.

Ta có $V_{S.ABC} = \frac{1}{3}AD.SC.DH = \frac{2}{3}a.x\sqrt{\frac{3a^2}{4} - x^2} \le \frac{1}{3}a.\frac{x^2 + \frac{3a^2}{4} - x^2}{2} = \frac{a^3}{8}$.

Dấu "=" xảy ra khi $ABCD \Leftrightarrow x = a\sqrt{\frac{3}{8}}$

Vậy giá trị lớn nhất của khối chóp $S.ABC$ là $\frac{a^3}{8}$.

Câu 14: Một người nuôi cá thì nghiệm trong hồ.Người đó thấy rằng nếu mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n) = 480 - 20n$ (gam).Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 12. **B.** 18. **C.** 10. **D.** 14.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: Thế đáp án:

Số cá trên mỗi đơn vị diện tích	12	14	10	18
Số cân nặng: $(480-20n)n(gam)$	2880	2800	2800	2160

Vậy chọn đáp án A.

Cách 2:

Số cân nặng của n con cá là:

$f(n)=(480-20n)n=-20n^2+480n=-20(n-12)^2+2880\le 2880$.

Vậy giá trị lớn nhất của $f(n)$ là 2880 đạt được khi $n=12$.

Câu 15: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở **C.** khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới đất mất 3000 US**D.** Hỏi diểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.

A. $\frac{19}{4}$

B. $\frac{15}{4}$ **km**

C. $\frac{13}{4}$ **km**

D. khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là 1 km. Khoảng cách từ B đến A là 4. Mỗi km dây điện đặt dưới nước là mất 5000 USD, còn đặt dưới đất mất 3000 US**D.** Hỏi diểm S trên bờ cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồi đến C là ít tốn kém nhất.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Trước tiên, ta xây dựng hàm số $f(x)$ là hàm số tính tổng chi phí sử dụng.

Đặt $BS=x$ thì ta được: $SA=4-x,\ CS=\sqrt{x^2+1}$. Theo đề bài, mỗi km dây điện đặt dưới nước mất 5000USD, còn đặt dưới đất mất 3000USD, như vậy ta có hàm số $f(x)$ được xác định như sau:

$f(x)=3000.(4-x)+5000.\sqrt{x^2+1}$ với $x\in[0;4]$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ để có được số tiền ít nhất cần sử dụng và từ đó xác định được vị trí điểm S.

$f'(x)=-3000+5000.\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$f'(x)=0\Leftrightarrow -3000+5000.\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}=0\Leftrightarrow -3000\sqrt{x^2+1}+5000x=0$$

$$\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2+1}=5x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases}16x^2=9\\ x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow \begin{cases}x=\pm\frac{3}{4}\\ x\ge 0\end{cases}\Leftrightarrow x=\frac{3}{4}.$$

Hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;4]$.

Ta có: $f(0)=17000,\ f\left(\frac{3}{4}\right)=16000,\ f(4)=20615,52813.$

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ là 16000 và tại $x=\frac{3}{4}$. Khi đó chi phí là thấp nhất và điểm S nằm cách A một đoạn $SA=4-x=4-\frac{3}{4}=\frac{13}{4}$.

Câu 16: Một nhà máy cần thiết kế một chiếc bể đựng nước hình trụ bằng tôn có nắp, có thể tích là $64\pi(m^3)$. Tìm bán kính đáy r của hình trụ sao cho hình trụ được làm ra tốn ít nhiên liệu nhất.

A. $r=\sqrt[3]{32}(m)$. **B.** $r=4(m)$. **C.** $r=3(m)$. **D.** $r=\sqrt[3]{16}(m)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi hình trụ có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r.

Ta có: $V=\pi r^2h\Rightarrow h=\frac{64\pi}{\pi r^2}=\frac{64}{r^2}\Rightarrow l=\frac{64}{r^2}$

Để tốn ít nhiên liệu nhất thì diện tích toàn phần nhỏ nhất.

Ta có: $S_{tp}=2S_{day}+S_{xq}=2\pi r^2+2\pi rl=2\pi r^2+\frac{128\pi}{r}$.

Xét hàm số $f(r)=2\pi r^2+\frac{128}{r}$ với $r>0$.

Ta có $f'(r)=4\pi r-\frac{128\pi}{r^2};\ f'(r)=0\Leftrightarrow r=\sqrt[3]{32}$.

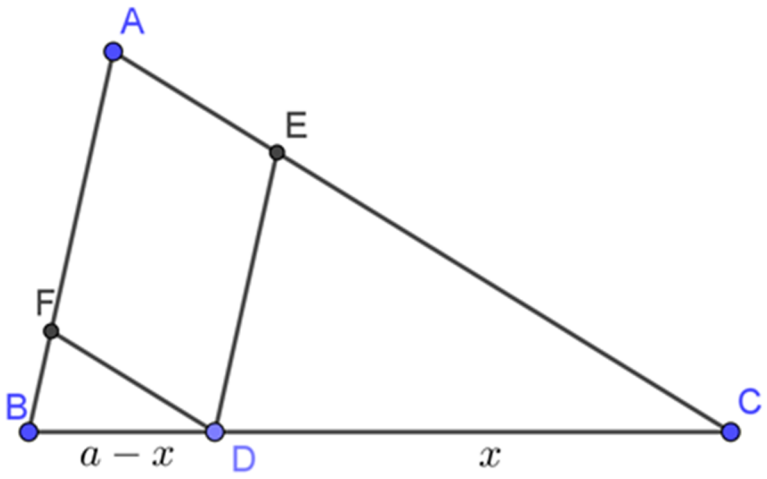
Lập bảng biến thiên ta có $f(r)$ đạt GTNN khi $r=\sqrt[3]{32}$.

Câu 17: Một tấm bìa carton dạng tam giác ABC diện tích là S. Tại một điểm D thuộc cạnh BC người ta cắt theo hai đường thẳng lần lượt song song với hai canh AB và AC để phần bìa còn lại là một hình bình hành có một đỉnh là A diện tích hình bình hành lớn nhất bằng

A. $\frac{S}{3}$. **B.** $\frac{S}{2}$. **C.** $\frac{2S}{3}$. **D.** $\frac{S}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Giả sử độ dài đoạn thẳng BC là a và độ dài đoạn thẳng CD là x với $0<x<a$

Vì $DE//AB \Rightarrow \Delta CDE \sim \Delta CBA \Rightarrow \dfrac{CE}{CA}=\dfrac{CD}{CB}=\dfrac{x}{a} \Rightarrow \dfrac{S_{CDE}}{S_{CBA}}=\dfrac{x^2}{a^2} \Rightarrow S_{CDE}=\dfrac{x^2}{a^2}S_{CBA}$

Vì

$DF//AB \Rightarrow \Delta BDF \sim \Delta BCA \Rightarrow \dfrac{BD}{BC}=\dfrac{BF}{BA}=\dfrac{a-x}{a} \Rightarrow \dfrac{S_{BDF}}{S_{BCA}}=\dfrac{(a-x)^2}{a^2} \Rightarrow S_{BDF}=\dfrac{(a-x)^2}{a^2}S_{BCA}$

Vậy $\Rightarrow S_{AEDF}=S_{ABC}-S_{BDF}-S_{CDE}=S_{ABC}\left(1-\dfrac{x^2}{a^2}-\dfrac{(a-x)^2}{a^2}\right)$

Để S_{AEDF} lớn nhất thì $\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{(a-x)^2}{a^2}$ nhỏ nhất

Xét $f(x)=\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{(a-x)^2}{a^2}=\dfrac{a^2-2ax+2x^2}{a^2}=\dfrac{2\left(x-\dfrac{a}{2}\right)^2+\dfrac{a^2}{2}}{a^2} \geq \dfrac{\left(\dfrac{a^2}{2}\right)}{a^2}=\dfrac{1}{2}$

$\Rightarrow f(x)=\dfrac{x^2}{a^2}+\dfrac{(a-x)^2}{a^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất là $\dfrac{1}{2}$ khi $x=\dfrac{a}{2}$

Với $x=\dfrac{a}{2} \Rightarrow S_{AEDF}=\dfrac{1}{2}S_{ABC}=\dfrac{S}{2}$.

Câu 18: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}$. Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 4 giờ. **B.** 1 giờ. **C.** 3 giờ. **D.** 2 giờ.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Với $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}$, $t>0$ ta có $c'(t)=\dfrac{-t^2+1}{(t^2+1)^2}$.

Cho $c'(t)=0 \Leftrightarrow \dfrac{-t^2+1}{(t^2+1)^2}=0 \Leftrightarrow t=1$.

Bảng biến thiên

t	0		1		$+\infty$
$c'(t)$		$+$	0	$-$	
$c(t)$		↗	$\frac{1}{2}$	↘	

Vậy $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t)=\dfrac{1}{2}$ khi $t=1$.

Cách 2 :

Với $t>0$, ta có $t^2+1\geq 2t$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t=1$.

Do đó, $c(t)=\dfrac{t}{t^2+1}\leq \dfrac{t}{2t}=\dfrac{1}{2}$. Vậy $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t)=\dfrac{1}{2}$ khi $t=1$.

Câu 19: Chi phí nhiên liệu của một chiếc tầu chạy trên sông được chia làm hai phần. Phần thứ nhất không phụ thuộc vào vận tốc và bằng 480 nghìn đồng trên 1 giờ. Phần thứ hai tỉ lệ thuận với lập phương của vận tốc, khi $v=10(km/giô)$ thì phần thứ hai bằng 30 nghìn ñong/ giô. Hãy xác định vận tốc của tàu để tổng chi phí nguyên liệu trên 1km đường sông là nhỏ nhất (kết quả làm tròn đến số nguyên).

A. $25(km/giô)$. **B.** $10(km/giô)$. **C.** $20(km/giô)$. **D.** $15(km/giô)$.

zzzzz.

zzzzz.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $x(km/h)$ là vận tốc của tàu, $x>0$.

Thời gian tàu chạy quãng đường 1km là: $\dfrac{1}{x}$ (giờ).

+) Chi phí tiền nhiên liệu cho phần thứ nhất là: $\dfrac{1}{x}\cdot 480=\dfrac{480}{x}$. (ngàn đồng).

+) Hàm chi phí cho phần thứ hai là $p=kx^3$ (ngàn đồng/ giờ).

Mà khi $x=10\Rightarrow p=30\Rightarrow k=0,03$. Nên $p=0,03x^3$ (ngàn đồng/ giờ).

Do đó chi phí phần 2 để chạy 1 km là: $\dfrac{1}{x}\cdot 0,03x^3=0,03x^2$. (ngàn đồng).

Vậy tổng chi phí: $f(x)=\dfrac{480}{x}+0,03x^2=\dfrac{240}{x}+\dfrac{240}{x}+0,03x^2\geq 3\sqrt[3]{1728}=36..$

Dấu ''='' xảy ra khi $x=20$.

Câu 20: Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là $384cm^2$. Lề trên, lề dưới là 3cm; lề phải, lề trái là 2cm. Khi đó chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là:

A. $22,2cm,\ 27cm$. **B.** $24cm,\ 25cm$. **C.** $15cm,\ 40cm$. **D.** $20cm,\ 30cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Gọi $a,b\left(cm\right)\left(a>0,b>0\right)$ là độ dài chìu dọc và chìu ngang của trang chữ suy ra kích thước trang giấy là $a+6,b+4$

Ta có: $ab=384\Rightarrow b=\frac{384}{a}\left(1\right)$

Diện tích trang sách là: $S=\left(a+6\right)\left(b+4\right)\Leftrightarrow S=4a+\frac{2304}{a}+408$

Theo bất đẳng thức CAUCHY ta có: $\Leftrightarrow S\geq 2\sqrt{4a.\frac{2304}{a}}+408=600$

Suy ra $MinS=600\Leftrightarrow 4a=\frac{2304}{a}\Leftrightarrow a=24$, suy ra chiều dọc và chiều ngang tối ưu là: $30cm,20cm$

Câu 21: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $300km$. Vận tốc của dòng nước là $6km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\left(km/h\right)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E\left(v\right)=cv^3t$. Trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. $15km/h$. **B.** $12km/h$. **C.** $9km/h$. **D.** $6km/h$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Vận tốc của cá bơi khi ngược dòng là: $v-6$ (km/h).

Thời gian để cá bơi vượt khoảng cách 300km là $t=\frac{300}{v-6}$.

Năng lượng tiêu hao của cá để vượt khoảng cách đó là:

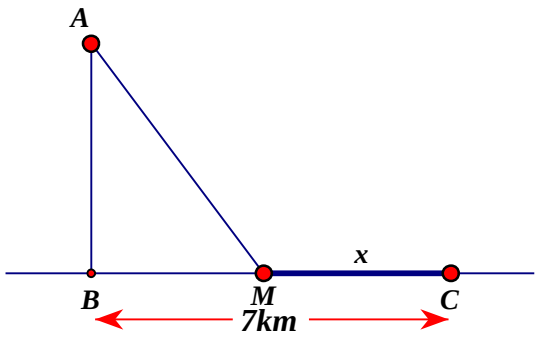
$E\left(v\right)=cv^3.\frac{300}{v-6}=300c.\frac{v^3}{v-6}\left(jun\right),v>6$.

$E'\left(v\right)=600cv^2\frac{v-9}{\left(v-6\right)^2}\Leftrightarrow E'\left(v\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=0\left(loai\right)\\v=9\end{array}\right.$.

v	6		9		$+\infty$
$E'(v)$		$-$	0	$+$	
$E(v)$		↘	$E(9)$	↗	

$\Rightarrow E_{\min}\Leftrightarrow v=9$

Câu 22: Một ngọn hải đăng đặt tại vị trí A cách bờ biển một khoảng $AB=4\left(km\right)$. Trên bờ biển có một cái kho ở vị trí C cách B một khoảng $BC=7\left(km\right)$. Người canh hải đăng phải chèo đò từ vị trí A đến vị trí M trên bờ biển với vận tốc $6\left(km/h\right)$ rồi đi xe đạp từ M đến C với vận tốc $10\left(km/h\right)$ (hình vẽ bên). Xác định khoảng cách từ M đến C để người đó đi từ A đến C là nhanh nhất.



.

A. $9km$. **B.** $6km$. **C.** $3km$. **D.** $4km$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Quãng đường $AM=\sqrt{AB^2+BM^2}=\sqrt{16+(7-x)^2}$ $\Rightarrow$ thời gian đi quãng đường AM là $\frac{\sqrt{16+(7-x)^2}}{6}$ (giờ). Quãng đường $MC=x$ $\Rightarrow$ thời gian đi quãng đường MC là $\frac{x}{10}$ (giờ).

Tổng thời gian đi từ A đến C là $y=\frac{1}{6}\sqrt{16+(7-x)^2}+\frac{1}{10}x$ (với $0\le x\le 7$).

Đạo hàm $y'=\frac{1}{6}.\frac{x-7}{\sqrt{16+(7-x)^2}}+\frac{1}{10}$; $y'=0\Leftrightarrow 6\sqrt{16+(7-x)^2}=10(7-x)\Leftrightarrow x=4$.

Giá trị $y(0)=\frac{1}{6}\sqrt{65}$, $y(7)=\frac{41}{30}$, $y(4)=\frac{17}{15}$.

Vậy GTNN là $y(4)=\frac{17}{15}$, tức là khoảng cách $x=4$ (km).

Câu 23: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 40.000 đồng. **B.** 43.000 đồng. **C.** 39.000 đồng. **D.** 42.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng).

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm $100x$ chiếc. Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là: $3000-100x$ chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là: $12+x$ (nghìn đồng). Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là: $f(x)=(3000-100x)(12+x)$ (nghìn đồng).

Xét hàm số $f(x)=(3000-100x)(12+x)$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có: $f(x)=-100x^2+1800x+36000=-100(x-9)^2+44100\le 44100$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=9$.

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9.000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39.000 đồng.

Câu 24: Giám đốc một nhà hát A đang phân vân trong việc xác định mức giá vé xem các chương trình được trình chiếu trong nhà hát. Việc này rất quan trọng nó sẽ quyết định nhà hát thu được bao nhiêu lợi nhuận từ các buổi trình chiếu. Theo những cuốn sổ ghi chép của mình, ông ta xác định được rằng: nếu giá vé vào cửa là 20 USD/người thì trung bình có 1000 người đến xem. Nhưng nếu tăng thêm 1 USD/người thì sẽ mất 100 khách hàng hoặc giảm đi 1 USD/người thì sẽ có thêm 100 khách hàng trong số trung bình.Biết rằng, trung bình, mỗi khách hàng còn đem lại 2 USD lợi nhuận cho nhà hát trong các dịch vụ đi kèm. Hãy giúp giám đốc nhà hát này xác định xem cần tính giá vé vào cửa là bao nhiêu để thu nhập là lớn nhất.

A. 14 USD/người. **B.** 25 USD/người. **C.** 18 USD/người. **D.** 19 USD/người.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi giá vé sau khi điều chỉnh là $20+x\ \ (x+20>0)$

Số khách là: $1000-100x$

Tổng thu nhập

$f(x)=(20+x.1+2)(1000-100x)=(22+x)(1000-100x)=-100x^2-1200x+22000$

Bảng biến thiên

x	-20		-6		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$f(-6)$	↘	$-\infty$

$\max\limits_{(-20;+\infty)} f(x)=f(-6)$.Suy ra giá vé là: $x+20=20-6=14$ USD

Câu 25: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên(làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. $106,25$ triệu đồng. **B.** 120 triệu đồng.

C. $114,64$ triệu đồng. **D.** $164,92$ triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi M là điểm trên đoạn AB để lắp đặt đường dây điện ra biển nối với điểm C.

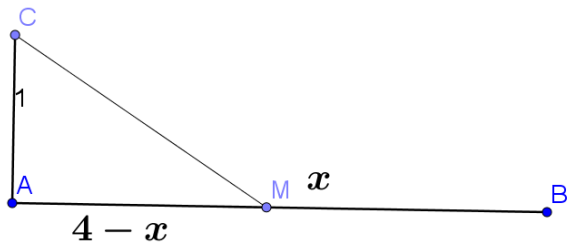
Đặt $BM=x\Rightarrow AM=4-x\Rightarrow CM=\sqrt{1+(4-x)^2}=\sqrt{17-8x+x^2}, x\in[0;4]$.

Khi đó tổng chi phí lắp đặt là : $y=x.20+40\sqrt{x^2-8x+17}$ đơn vị là triệu đồng.

$y'=20+40.\dfrac{x-4}{\sqrt{x^2-8x+17}}=20.\dfrac{\sqrt{x^2-8x+17}+2(x-4)}{\sqrt{x^2-8x+17}}$.

$y'=0\Leftrightarrow\sqrt{x^2-8x+17}=2(4-x)\Leftrightarrow x=\dfrac{12-\sqrt{3}}{2}$.

Ta có $y\left(\frac{12-\sqrt{3}}{3}\right)=80+20\sqrt{3}\approx 114,64; y(0)=40\sqrt{17}\approx 164,92; y(4)=120$.



Câu 26: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{3}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 7 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $180(\text{m/s})$. **B.** $36(\text{m/s})$. **C.** $144(\text{m/s})$. **D.** $24(\text{m/s})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $v(t)=s'(t)=-t^2+12t$. Ta tìm GTLN của $v(t)$ trên $[0;7]$.

$v'(t)=-2t+12$, $v'(t)=0\Leftrightarrow t=6$. Khi đó $v(6)=36$, $v(0)=0$, $v(7)=35$.

Vậy vận tốc lớn nhất đạt được bằng $36(\text{m/s})$.

Câu 27: Người ta muốn xây một chiếc bể chứa nước có hình dạng là một khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}\text{m}^3$. Biết đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng và giá thuê thợ xây là 100.000 đồng/m^2. Tìm kích thước của hồ để chi phí thuê nhân công ít nhất. Khi đó chi phí thuê nhân công là

A. 13 triệu đồng. **B.** 17 triệu đồng. **C.** 15 triệu đồng. **D.** 11 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $x(x>0)$ là chiều rộng của đáy suy ra thể tích bể nước bằng

$$V=2x^2.h=\frac{500}{3}\Leftrightarrow h=\frac{250}{3x^2}$$

Diện tích xung quanh hồ và đáy bể là $S=6x.h+2x^2=\frac{500}{x}+2x^2\ (x>0)$

Xét hàm số $f(x)=\frac{500}{x}+2x^2$ với $x>0$.

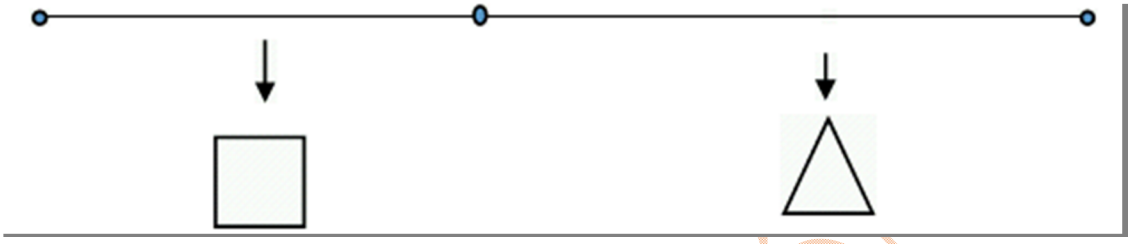
$$f'(x)=-\frac{500}{x^2}+4x=0\Leftrightarrow x=5$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0;+\infty)$ ta thấy hàm số đạy giá trị nhỏ nhất khi

$x=5$

Vậy chi phí thuê nhân công là: $150*100.000=15.10^6$.

Câu 28: Một sợi dây có chiều dài là 6 m, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



A. $\frac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}(\text{m})$ **B.** $\frac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}(\text{m})$ **C.** $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}(\text{m})$ **D.** $\frac{12}{4+\sqrt{3}}(\text{m})$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $x\ (\text{m})$ là cạnh của tam giác đều, $(0<x<2)$.

Suy ra cạnh hình vuông là $\frac{6-3x}{4}(\text{m})$.

Gọi S là tổng diện tích của hai hình thu được.

$S(x)=x^2.\frac{\sqrt{3}}{4}+\left(\frac{6-3x}{4}\right)^2$.

Ta có : $S'(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}x+2\frac{6-3x}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right)$.

$S'(x)=0\Leftrightarrow\frac{\sqrt{3}}{2}x+2\frac{6-3x}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right)=0\Leftrightarrow x=\frac{18}{9+4\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{18}{9+4\sqrt{3}}$		2
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, S đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\frac{18}{9+4\sqrt{3}}(\text{m})$.

Câu 29: Một người bán buôn Thanh Long Đỏ ở Lập Thạch – Vĩnh Phúc nhận thấy rằng: Nếu bán với giá 20000 nghìn/kg thì mỗi tuần có 90 khách đến mua và mỗi khách mua trung bình 60 kg. Cứ tăng giá 2000 nghìn /kg thì khách mua hàng tuần giảm đi 1 và khi đó khách lại mua ít hơn mức

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

trung bình 5 kg, và như vậy cứ giảm giá 2000 nghìn /kg thì số khách mua hàng tuần tăng thêm 1 và khi đó khách lại mua nhiều hơnmức trung bình 5 kg. Hỏi người đó phải bán với giá mỗi kg là bao nhiêu để lợi nhuận thu được hàng tuần là lớn nhất, biết rằng người đó phải nộp tổng các loại thuế là 2200 nghìn /kg. (Kết quả làm tròn đến hàng nghìn)

A. 16000 nghìn /kg. **B.** 24000 nghìn /kg.

C. 22000 nghìn /kg. **D.** 12000 nghìn /kg.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $2000x$ nghìn /kg là mức giá thay đổi tăng hoặc giảm so với giá bán bình quân.

Giá bán sau khi thay đổi là $20000+2000x$ nghìn /kg.

Số lượng người mua sau khi thay đổi giá là $90-x$.

Khối lượng khách mua trung bình sau khi giảm giá là $60-5x$ kg.

Số tiền thuế phải nộp sau khi thay đổi giá: $2200(90-x)(60-5x)$.

Số tiền thu được sau khi thay đổi giá là

$T(x)=(90-x)(60-5x)(20000+2000x)-2200(90-x)(60-5x)$

$=(17800+2000x)(90-x)(60-5x)=(10x^3-931x^2+1722x+96120).1000$.

Điều kiện $\begin{cases} x\le 90 \\ x\le 12 \\ x\ge 8,9 \end{cases} \Leftrightarrow 8,9\le x\le 12$.

Ta có $T'(x)=(30x^2-1862x+1722).1000$.

$T'(x)=0\Leftrightarrow 15x^2-931x+861=0\Rightarrow \left[\begin{array}{l} x\approx 0,94(N) \\ x\approx 61,13(L) \end{array}\right.$.

$T\left(\frac{89}{10}\right)=T(12)=0$, $T(0,94)=96924000$

Do đó $x\approx 1$ thì lợi nhuận cao nhất.

Do đó giá bán tốt nhất là 22000 nghìn /kg.

Câu 30: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+9t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc bắt đầu chuyển động và $y(-2)=22$ (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây, kể từ lúc bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. 216 (m/s). **B.** 30 (m/s). **C.** 400 (m/s). **D.** 54 (m/s).

Lời giải

Chọn D

Vận tốc tại thời điểm t là $v(t)=s'(t)=-\frac{3}{2}t^2+18t.$

Do đó vận tốc lớn nhất của vật đạt được khi $v'(t)=-3t+18=0\Leftrightarrow t=6$.

vận tốc lớn nhất của vật là 54 (m/s)

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 31: Anh Phong có một cái ao với diện tích $50m^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua, anh nuôi với mật độ $20\text{con}/m^2$ và thu được $1,5$ tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình anh thấy cứ thả giảm đi $8\ \text{con}/m^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5kg$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh nên mua bao nhiêu cá giống để thả ? (giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi).

A. 488 con. **B.** 512 con. **C.** 658 con. **D.** 342 con.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số cá anh Phong thả trong vụ vừa qua là $50.20=1000$ (con).

Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phẩn là $\frac{1500}{1000}=1,5kg/con$.

Gọi $x>0$ là số cá anh cần thả ít đi cho vụ tới nên sẽ tăng $0,0625x$ kg/con.

Ta có phương trình tổng khối lượng cá thu được $T=f(x)=(1000-x)(1,5+0,0625x)$.

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x)=-0,125x+61=0\Rightarrow x=488 \\ f''(x)=-0,125 \end{cases} \Rightarrow \max f(x)=16384 \Leftrightarrow x=488.$$

Vậy ở vụ sau anh chỉ cần thả $1000-488=512$ con cá giống.

Câu 32: Một trang chữ của một tạp chí cần diện tích là $384cm^2$. Lề trên, lề dưới là 3cm; lề phải, lề trái là 2 cm. Khi đó chiều ngang và chiều dọc tối ưu của trang giấy lần lượt là:

A. $24cm,\ 25cm$. **B.** $20cm,\ 30cm$. **C.** $22,2cm,\ 27cm$. **D.** $15cm,\ 40cm$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi $a,b(cm)(a>0,b>0)$ là độ dài chìu dọc và chìu ngang của trang chữ suy ra kích thước trang giấy là $a+6,b+4$.

Ta có: $a.b=384\Rightarrow b=\frac{384}{a}(1)$.

Diện tích trang sách là: $S=(a+6)(b+4)\Leftrightarrow S=4a+\frac{2304}{a}+408$.

Theo bất đẳng thức CAUCHY ta có: $\Leftrightarrow S\ge 2\sqrt{4a.\frac{2304}{a}}+408=600$.

Suy ra $MinS=600\Leftrightarrow 4a=\frac{2304}{a}\Leftrightarrow a=24$, suy ra chiều dọc và chiều ngang tối ưu là: $30cm,20cm$.

Câu 33: Một thợ xây muốn sử dụng 1 tấm sắt có chiều dài là $4m$, chiều rộng $1m$ để uốn thành $2m$ khung đúc bê tông, 1 khung hình trụ có đáy là hình vuông và 1 khung hình trụ có đáy là hình tròn. Hỏi phải chia tấm sắt thành 2 phần (theo chiều dài) như thế nào để tổng thể tích 2 khung là nhỏ nhất ?

A. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4},\frac{4\pi}{\pi+4}$.

B. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4}{\pi+4},\frac{2}{\pi+4}$.

C. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{4\pi+14}{\pi+4},\frac{2}{\pi+4}$.

D. Khung có đáy là hình vuông, khung có đáy là hình tròn lần lượt có chiều dài là $\frac{2}{\pi+4},\frac{4\pi+14}{\pi+4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi V_1, V_2 lần lượt là thể tích của khung hình trụ có đáy là hình vuông và khung hình trụ có đáy là hình tròn. Gọi a là chiều dài của cạnh hình vuông và r là bán kính của hình tròn. Ta có: $V_1+V_2=a^2+\pi r^2$ (đơn vị thể tích).

Mà $4a+2\pi r=4\Leftrightarrow a=\frac{1}{2}(2-\pi r), 0<r<\frac{2}{\pi}$. Suy ra $V(r)=V_1+V_2=\pi r^2+\frac{1}{4}(2-\pi r)^2$.

$V'(r)=2\pi r-\frac{1}{4}\pi(2-\pi r)$, $V'(r)=0\Leftrightarrow r=\frac{2}{(\pi+4)}$. Lập bảng biến thiên suy ra $V_{\min}=\left(\frac{4}{\pi+4}\right)$.

Vậy, phải chia tấm sắt thành 2 phần: phần làm lăng trụ có đáy là hình vuông là $\frac{4\pi}{(\pi+4)}(m)$.

Câu 34: Một tam giác vuông có cạnh huyền bằng $5\sqrt{2}$ thì diện tích của nó lớn nhất là:

A. $\frac{25}{4}$. **B.** $\frac{25}{2}$. **C.** 25. **D.** $\frac{25}{8}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi một cạnh góc vuông là x $\left(0<x<5\sqrt{2}\right)$ nên cạnh còn lại $\sqrt{50-x^2}$.

Diện tích tam giác vuông là: $S=\frac{1}{2}x\sqrt{50-x^2}$.

Ta có $S=\frac{1}{2}x\sqrt{50-x^2}\le\frac{1}{2}\frac{x^2+50-x^2}{2}=\frac{25}{2}$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow x=\sqrt{50-x^2}\Leftrightarrow x=5$.

Diện tích lớn nhất khi: $x=5\Rightarrow S=\frac{25}{2}$.

Câu 35: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $300km$. Vận tốc của dòng nước là $6km/h$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(km/h)$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$. Trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. $12km/h$. **B.** $6km/h$. **C.** $15km/h$. **D.** $9km/h$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Vận tốc của cá bơi khi ngược dòng là: $v-6$ (km/h).

Thời gian để cá bơi vượt khoảng cách $300km$ là $t=\frac{300}{v-6}$.

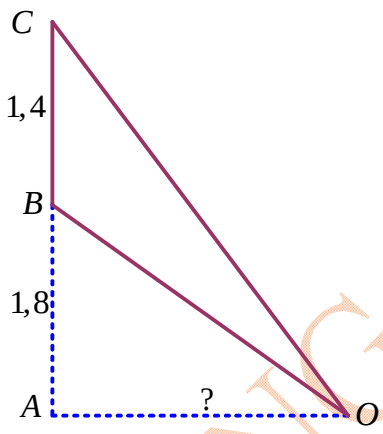
Năng lượng tiêu hao của cá để vượt khoảng cách đó là:

$$E(v)=cv^3.\frac{300}{v-6}=300c.\frac{v^3}{v-6}(jun),v>6.$$

V	6	9	$+\infty$
$E'(v)$	-	+	
E(v)	↘	E(9)	↗

$$E'(v)=600cv^2\frac{v-9}{(v-6)^2}\Leftrightarrow E'(v)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}v=0(loai)\\v=9\end{array}\right.$$

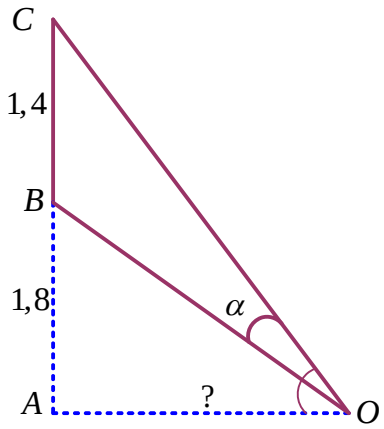
Câu 36: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4$ m được đặt ở độ cao $1,8$ m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng cách màn ảnh bao nhiêu sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định khoảng cách đó.



A. $2,46$ m. **B.** $2,21$ m. **C.** $2,4$ m. **D.** $2,42$ m.

Hướng dẫn giải

Chọn C.



ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Đặt $\widehat{BOC}=\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$, $\widehat{AOC}=a$, $\widehat{AOB}=b$, $x=OA$. Khi đó ta có $\tan a=\frac{AC}{x}=\frac{3,2}{x}$,

$\tan b=\frac{AB}{x}=\frac{1,8}{x}$, $\tan\alpha=\tan(a-b)=\frac{\tan a-\tan b}{1+\tan a.\tan b}=\frac{\frac{3,2}{x}-\frac{1,8}{x}}{1+\frac{5,76}{x^2}}=\frac{1,4x}{x^2+5,76}$. Ta có hàm $\tan\alpha$ là hàm đồng biến khi $\alpha\in\left(0;\frac{\pi}{2}\right)$ nên α càng lớn thì $\tan\alpha=\frac{1,4x}{x^2+5,76}$ càng lớn.

Xét $\tan\alpha=\frac{1,4x}{x^2+5,76}$: Áp dụng bất đẳng thức cô si với hai số thực dương ta có

$x^2+5,76\geq 2x.2,4$

Suy ra $\tan\alpha=\frac{1,4x}{x^2+5,76}\leq\frac{1,4x}{2x.2,4}=\frac{7}{24}$. Dấu "=" xảy ra khi $x=\sqrt{5,76}=2,4$.

Câu 37: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếc. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 39.000 đồng. **B.** 42.000 đồng. **C.** 43.000 đồng. **D.** 40.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng).

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm $100x$ chiếc. Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là: $3000-100x$ chiếc.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là: $12+x$ (nghìn đồng). Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là: $f(x)=(3000-100x)(12+x)$ (nghìn đồng).

Xét hàm số $f(x)=(3000-100x)(12+x)$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có: $f(x)=-100x^2+1800x+36000=-100(x-9)^2+44100\leq 44100$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=9$.

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9.000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39.000 đồng.

Câu 38: Một tạp chí bán được 25 nghìn đồng một cuốn. Chi phí xuất bản x cuốn tạp chí được cho bởi công thức $C(x)=0,0001x^2-0,2x+11000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 6 nghìn đồng. Các khoản thu khi bán tạp chí bao gồm tiền bán tạp chí và 100 triệu đồng nhận được từ quảng cáo. Giả sử số cuốn in ra đều được bán hết. Tính số tiền lãi lớn nhất có thể có được khi bán tạp chí.

A. 71.000.000 đồng. **B.** 100.000.000 đồng.

C. 100.500.000 đồng. **D.** 100.250.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Tổng thu khi bán hết x cuốn tạp chí là $T(x)=25x+100000$ nghìn đồng.

Tổng chi phí cho x cuốn tạp chí là $f(x)=0,001x^2-2x+110000+6x=0,001x^2+4x+110000$ nghìn đồng.

Số tiền lãi thu được là $25x+100000-0,001x^2-4x-110000=-0,001x^2+21x-10000=g(x)$ nghìn đồng.

Dễ thấy $g(x)$ là hàm số bậc hai, hệ số $a=-0,001<0$ nên $g(x)$ đạt GTLN khi $x=\dfrac{21}{2.0,001}=10500$ và $\max g(x)=100250$ nghìn đồng.

Câu 39: Trên cánh đồng cỏ có 2 con bò được cột vào 2 cây cọc khác nhau. Biết khoảng cách giữa 2 cọc là 4 mét còn 2 sợi dây cột 2 con bò dài 3 mét và 2 mét. Tính phần diện tích mặt cỏ lớn nhất mà 2 con bò có thể ăn chung (lấy giá trị gần đúng nhất).

A. $1,034\,\text{m}^2$ **B.** $1,574\,\text{m}^2$ **C.** $1,989\,\text{m}^2$ **D.** $2,824\,\text{m}^2$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Diện tích mặt cỏ ăn chung sẽ lớn nhất khi 2 sợi dây được kéo căng và là phần giao của 2 đường tròn.

Xét hệ trục tọa độ như hình vẽ, gọi O,M là vị trí của cọc. Bài toán đưa về tìm diện tích phần được tô màu.

Ta có phương trình đường tròn tâm $(O):x^2+y^2=3^2$ và phương trình đường tròn tâm $(M):(x-4)^2+y^2=2^2$

Phương trình các đường cong của đường tròn nằm phía trên trục Ox là: $y=\sqrt{9-x^2}$ và $y=\sqrt{4-(x-4)^2}$

Phương trình hoành độ giao điểm: $\sqrt{4-(x-4)^2}=\sqrt{9-x^2}\Leftrightarrow 4+8x-16=9\Leftrightarrow x=\dfrac{21}{8}$

Diện tích phần được tô màu là: $S=2\left[\int\limits_{2}^{\frac{21}{8}}\sqrt{4-(x-4)^2}dx+\int\limits_{\frac{21}{8}}^{3}\sqrt{9-x^2}dx\right]\approx 1,989$. Ta có thể giải tích phân này bằng phép thế lượng giác, tuy nhiên để tiết kiệm thời gian nên bấm máy.

Câu 40: Một chất điểm chuyển động có phương trình vận tốc là $v(t)=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{t^2-2t}\ (\mathrm{m/s})$ (t: giây là thời gian chuyển động). Hỏi trong khoảng thời gian 10 giây đầu tiên, vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là bao nhiêu?

A. $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}^2}\ (\mathrm{m/s})$. **B.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}}\ (\mathrm{m/s})$. **C.** $v=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}^4}\ (\mathrm{m/s})$. **D.** $v=\mathrm{e}+1\ (\mathrm{m/s})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có: $v'(t)=(2t-2)\mathrm{e}^{t^2-2t}=0\Leftrightarrow 2t-2=0\Leftrightarrow t=1$

Bảng biến thiên:

t	0		1		10
$v'(t)$		−	0	+	
$v(t)$		↘	$v(1)$	↗	

Vậy vận tốc nhỏ nhất của chất điểm là: $v(1)=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{1^2-2.1}=\mathrm{e}+\mathrm{e}^{-1}=\mathrm{e}+\frac{1}{\mathrm{e}}$.

Câu 41: Khi nuôi cá thí nghiệm trong hồ, một nhà sinh vật học thấy rằng : Nếu trên mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n$ (gam). Số con cá phải thả trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều gam cá nhất là

A. 13. **B.** 14. **C.** 15. **D.** 12.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Cân nặng của n con cá là : $f(n)=n.P(n)=480n-20n^2$.

Xét hàm số $f(n)=-20n^2+480n$ trên $(0;+\infty)$.

$f'(n)=-40n+480=0\Leftrightarrow n=12$.

Lập bảng biến thiên :

n	0		12		$+\infty$
$f'(n)$		+	0	−	
$f(n)$	0	↗	2880	↘	$-\infty$

Vậy thu hoạch sản lượng cá nhiều nhất thì phải thả trên mặt hồ 12 con cá.

Câu 42: Một đoàn tàu chuyển động thẳng khởi hành từ một nhà g**A.** Quãng đường $s(mét)$ đi được của đoàn tàu là một hàm số của thời gian $t\ (giây)$, hàm số đó là $s=6t^2-t^3$. Thời điểm $t\ (giây)$ mà tại đó vận tốc $v\ (m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $t=2s$. **B.** $t=6s$. **C.** $t=8s$. **D.** $t=4s$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

• Hàm số vận tốc là $v=s'(t)=-3t^2+12t$, có GTLN là $v_{\max}=12$ tại $t=2$

Câu 43: Người ta cần xây một hồ chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không cần nắp, có thể tích là $\frac{500}{3}\text{m}^3$. Đáy hồ là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng, giá thuê công nhân xây hồ là 500000 đồng trên 1m^2. Hãy xác định kích thước của hồ sao cho chi phí thuê công nhân thấp nhất. Chi phí đó là.

A. 74 triệu đồng. **B.** 77 triệu đồng. **C.** 75 triệu đồng. **D.** 76 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

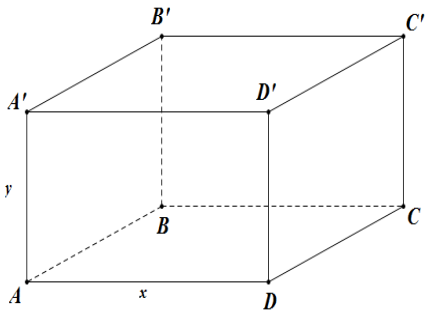
Chọn C

Gọi $x, y\ (x, y>0)$ lần lượt là chiều rộng và chiều cao của hồ.

Theo đề bài, ta có.

Chiều dài của hồ bằng $2x$.

Thể tích của hồ $V=2x^2y=\frac{500}{3}\Rightarrow y=\frac{250}{3x^2}$.



Diện tích cần xây

$S=S_{ABCD}+2S_{AA'B'B}+2S_{AA'D'D}=2x^2+2(2x).y+2xy=2x^2+6xy=2x^2+\frac{500}{x}$.

Xét hàm số $f(x)=2x^2+\frac{500}{x}$ trên $(0,+\infty)$.

Ta có $f'(x)=4x-\frac{500}{x^2}=\frac{4x^3-500}{x^2}$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 4x^3-500=0\Leftrightarrow x=5$.

Bảng biến thiên.

x	0		5		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	150	↗	$+\infty$

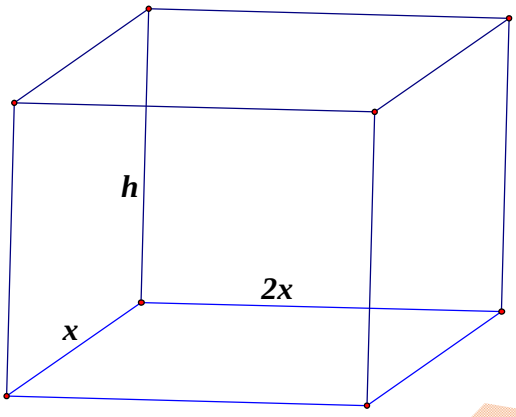
Khi đó, chi phí là $150.500000=75\,000\,000$.

Câu 44: Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng $10\ m^3$. Thùng tôn là hình hộp chữ nhật có chiều dài đáy bằng hai lần chiều rộng và không có nắp. Trên thị trường giá tôn làm đáy thùng là $75.000/m^2$ và giá tôn làm thành xung quanh thùng là $55.000/m^2$. Tính chi phí thấp nhất để làm thùng đựng gạo. (Làm tròn đến hàng nghìn)

A. 1.417.000 đồng. **B.** 1.418.000 đồng. **C.** 1.403.000 đồng. **D.** 1.402.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Gọi x là chiều rộng của đáy thùng, $x>0$, đơn vị m.

$\Rightarrow$ chiều dài của đáy thùng là: $2x$.

Ta có $V=x.2x.h=10 \Rightarrow h=\dfrac{5}{x^2}$.

Chi phí làm đáy thùng là: $2x^2.75=150x^2$ (đơn vị nghìn đồng).

Chi phí làm diện tích xung quanh là : $\left(2x.\dfrac{5}{x^2}+2.2x.\dfrac{5}{x^2}\right).55=\dfrac{1650}{x}$ (đơn vị nghìn đồng).

$\Rightarrow$ Chi phí làm thùng là : $T=150x^2+\dfrac{1650}{x}$ (đơn vị nghìn đồng).

Xét hàm số $T=150x^2+\dfrac{1650}{x}$, với $x>0$.

Ta có $T'(x)=300x-\dfrac{1650}{x^2}$; $T'(x)=0 \Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{11}{2}}$.

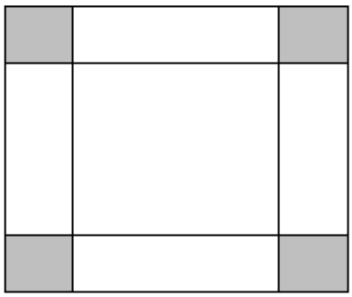
Bảng biến thiên

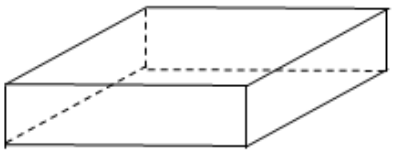
x	0		$\sqrt[3]{\dfrac{11}{2}}$		$+\infty$
$T'(x)$		$-$	0	$+$	
$T(x)$		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên $T(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\sqrt[3]{\dfrac{11}{2}}$.

Vậy chi phí ít nhất bằng $T=150\sqrt[3]{\dfrac{11}{2}}^2+\dfrac{1650}{\sqrt[3]{\dfrac{11}{2}}}=1.402.127$ đồng.

Câu 45: **[THPT Lý Thái Tổ - 2017]** Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh $2016(cm)$. Người ta cắt ở bốn góc của tấm nhôm đó bốn hình vuông bằng nhau, mỗi hình vuông có cạnh bằng $x(cm)$, rồi gập tấm nhôm lại như hình vẽ dưới đây để được một cái hộp không nắp. Tìm x để hộp nhận được có





thể tích lớn nhất.

A. $x=336$. **B.** $x=504$. **C.** $x=672$. **D.** $x=1008$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Điều kiện: $0<x<1008$, ta có.

$V=h.B=x(2016-2x)^2=f(x)$.

Cách 1. Áp dụng BĐT Côsi cho 3 số không âm $4x;2016-2x;2016-2x$.

$$V=x(2016-2x)^2=\frac{1}{4}.4x.(2016-2x).(2016-2x)\le\frac{1}{4}.\left(\frac{4x+(2016-2x)+(2016-2x)}{3}\right)^3.$$

Dấu "=" xảy ra khi $4x=2016-2x\Leftrightarrow x=336$. Vậy $x=336$ thì thể tích lớn nhất.

Cách 2. Xét hàm số $f(x)=x(2016-2x)^2=x(a-2x)^2, a=2016..$

Với $x\in(0;1008)$, ta có: $f'(x)=12x^2-8ax+a^2; f'(x)=0\Leftrightarrow x=336$.

BBT:

x	0		336		1008
y'		$+$	0	$-$	
y		↗		↘	

Suy ra V đạt giá trị lớn nhất khi $x=336..$

Vậy để thể tích hộp lớn nhất, cần cắt bốn góc bốn hình vuông có cạnh $x=336$.

Câu 46: Chi phí cho xuất bản x cuốn tạp chí (bao gồm: lương cán bộ, công nhân viên, giấy in…) được cho bởi $C(x)=0,0001x^2-0,2x+10000$, $C(x)$ được tính theo đơn vị là vạn đồng. Chi phí phát hành cho mỗi cuốn là 4 nghìn đồng. Tỉ số $M(x)=\frac{T(x)}{x}$ với $T(x)$ là tổng chi phí (xuất bản và phát hành) cho x cuốn tạp chí, được gọi là chi phí trung bình cho một cuốn tạp chí khi xuất bản x cuốn. Khi chi phí trung bình cho mỗi cuốn tạp chí $M(x)$ thấp nhất, tính chi phí cho mỗi cuốn tạp chí đó.

A. 10.000 đồng. **B.** 22.000 đồng. **C.** 20.000 đồng. **D.** 15.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $T(x)=C(x).10000+4000x=x^2+2000x+100000000$ (đồng).

Suy ra $M(x)=\dfrac{T(x)}{x}=\dfrac{x^2+2000x+100000000}{x}=x+2000+\dfrac{100000000}{x}$ (đồng).

Lại có $M(x)=x+2000+\dfrac{100000000}{x}\ge 2\sqrt{x.\dfrac{100000000}{x}}+2000=22000$ (đồng).

Câu 47: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đồng một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ thêm 50000 đồng một tháng thì có thêm một căn hộ bị bỏ trống. Công ty đã tìm ra phương án cho thuê đạt lợi nhuận lớn nhất. Hỏi thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là bao nhiêu?

A. 115 250 000. **B.** 101 250 000. **C.** 100 000 000. **D.** 100 250 000.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi x (đồng/tháng) $(x>0)$ là giá cho thuê mới.

$\Rightarrow$ Số căn hộ bị bỏ trống là $\dfrac{x}{50\ 000}$ căn hộ

$\Rightarrow$ Số tiền công ty thuê được $T(x)=(2\ 000\ 000+x)\left(50-\dfrac{x}{50\ 000}\right)$

Khảo sát hàm số $T(x)$ trên $(0;+\infty)$

$\Rightarrow T'(x)=10-\dfrac{x}{25\ 000}\Rightarrow T'(x)=0\Leftrightarrow x=250\ 000$.

Bảng biến thiên

x	0		250000		$+\infty$
$T'(x)$		$+$	0	$-$	
$T(x)$		$\nearrow$	101250000	$\searrow$	

Vậy thu nhập cao nhất công ty có thể đạt được trong 1 tháng là: $T=101\ 250\ 000$.

Câu 48: Khi sản xuất vỏ lon sữa bò hình trụ, các nhà thiết kế luôn đặt mục tiêu sao cho chi phí nhiên liệu làm vỏ lon là thấp nhất, tức là diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất. Muốn thể tích của khối trụ đó bằng V và diện tích toàn phần của hình trụ nhỏ nhất thì nhà thiết kế phải thiết kế hình trụ có bán kính bằng bao nhiêu?

A. $\sqrt{\dfrac{V}{2\pi}}$. **B.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$. **C.** $\sqrt{\dfrac{V}{\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\dfrac{V}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi hình trụ có chiều cao h, độ dài đường sinh l, bán kính đáy r.

Ta có: $S_{tp}=2S_{day}+S_{xq}=2\pi r^2+2\pi rl \quad (1)$. Mặt khác $V=\pi r^2 h\Rightarrow h=\dfrac{V}{\pi r^2}\Rightarrow l=\dfrac{V}{\pi r^2}$.

Thay vào công thức (1) ta được: $S_{tp}=2\pi r^2+\dfrac{2V}{r}$.

Xét hàm số $f(x)=2\pi x^2+\dfrac{2V}{x}$ với $x>0$. Ta có $f'(x)=4\pi x-\dfrac{2V}{x^2}$; $f'(x)=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Bảng biến thiên:

Từ bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Hay S_{tp} đạt giá trị nhỏ nhất khi $r=\sqrt[3]{\dfrac{V}{2\pi}}$.

Câu 49: Một sợi dây kim loại dài 1 m được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất có độ dài l_1 uốn thành hình vuông, đoạn dây thứ hai có độ dài l_2 uốn thành đường tròn. Tính tỷ số $k=\dfrac{l_1}{l_2}$ để tổng diện tích hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất.

A. $k=\dfrac{4}{\pi}$. **B.** $k=\dfrac{\pi}{4}$. **C.** $k=\dfrac{1}{2(4+\pi)}$. **D.** $k=\dfrac{1}{2\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Diện tích hình vuông là $\dfrac{1}{16}(l_1)^2$ và diện tích hình tròn là $\dfrac{1}{4\pi}(l_2)^2$.

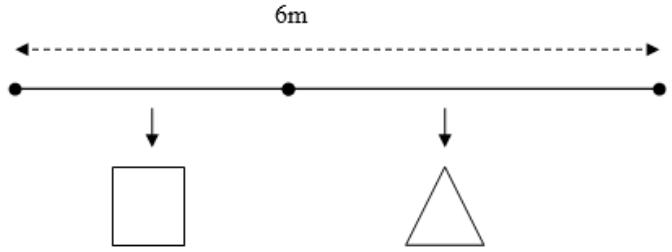
Theo giả thiết $l_1+l_2=1$ và $k=\dfrac{l_1}{l_2}$ nên $\begin{cases} l_2=\dfrac{1}{1+k} \\ l_1=\dfrac{k}{1+k} \end{cases}$.

Vậy tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là: $\dfrac{1}{16}\left(\dfrac{k}{1+k}\right)^2+\dfrac{1}{4\pi}\left(\dfrac{1}{1+k}\right)^2=f(k)$.

Ta có $f'(k)=\dfrac{k}{8(1+k)^3}-\dfrac{1}{2\pi(1+k)^3}$ suy ra $f'(k)=0\Leftrightarrow k=\dfrac{4}{\pi}$.

Suy ra tại $k=\dfrac{4}{\pi}$ thì tổng diện tích đạt nhỏ nhất.

Câu 50: Một sợi dây có chiều dài $6m$, được chia thành hai phần. Phần thứ nhất được uốn thành hình tam giác đều, phần thứ hai uốn thành hình vuông. Hỏi độ dài của cạnh hình tam giác đều bằng bao nhiêu để tổng diện tích hai hình thu được là nhỏ nhất?



.

A. $\frac{12}{9+4\sqrt{3}}(m)$. **B.** $\frac{18\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}(m)$. **C.** $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}(m)$. **D.** $\frac{36\sqrt{3}}{4+\sqrt{3}}(m)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Giả sử cạnh tam giác có độ dài bằng x, $x\in(0;2)$. Vậy cạnh hình vuông có độ dài $\frac{6-3x}{4}$.

Ta có $S_{\Delta}=\frac{1}{2}x^2\frac{\sqrt{3}}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2$; $S_{\square}=\frac{(6-3x)^2}{16}$. $\Rightarrow S_{\Delta}+S_{\square}=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{(6-3x)^2}{16}$.

Đặt :

$$f(x)=\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{(6-3x)^2}{16};\ f'(x)=\left[\frac{\sqrt{3}}{4}x^2+\frac{(6-3x)^2}{16}\right]'=\frac{\sqrt{3}}{2}x-\frac{3(6-3x)}{8}=\frac{\left(4\sqrt{3}+9\right)x-18}{8}.$$

$$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\frac{18}{\left(4\sqrt{3}+9\right)}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$		$\frac{18}{4\sqrt{3}+9}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$+\infty$

Vậy tổng diện tích hai hình là nhỏ nhất nếu độ dài cạnh tam giác bằng $\frac{18}{9+4\sqrt{3}}(m)$.

Câu 51: Cho hai vị trí *A*, *B* cách nhau $615m$, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ *A* và từ *B* đến bờ sông lần lượt là $118m$ và $487m$. Một người đi từ *A* đến bờ sông để lấy nước mang về

B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

A. 741,2m

B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

C. 569,5m

D. 779,8m

Hướng dẫn giải

Chọn D

Giả sử người đó đi từ A đến M để lấy nước và đi từ M về **B**.

dễ dàng tính được $BD = 369,\ EF = 492.$ Ta đặt $EM = x,$ khi đó ta được:

$$MF = 492 - x,\ AM = \sqrt{x^2 + 118^2}, BM = \sqrt{\left(492 - x\right)^2 + 487^2}.$$

Như vậy ta có hàm số $f\left(x\right)$ được xác định bằng tổng quãng đường AM và MB:

$$f\left(x\right) = \sqrt{x^2 + 118^2} + \sqrt{\left(492 - x\right)^2 + 487^2} \text{ với } x \in \left[0; 492\right]$$

Ta cần tìm giá trị nhỏ nhất của $f\left(x\right)$ để có được quãng đường ngắn nhất và từ đó xác định được vị trí điểm M.

$$f'\left(x\right) = \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{\left(492 - x\right)^2 + 487^2}}.$$

$$f'\left(x\right) = 0 \Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} - \frac{492 - x}{\sqrt{\left(492 - x\right)^2 + 487^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\sqrt{x^2 + 118^2}} = \frac{492 - x}{\sqrt{\left(492 - x\right)^2 + 487^2}}$$

$$\Leftrightarrow x\sqrt{\left(492 - x\right)^2 + 487^2} = \left(492 - x\right)\sqrt{x^2 + 118^2}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x^2\left[\left(492 - x\right)^2 + 487^2\right] = \left(492 - x\right)^2\left(x^2 + 118^2\right) \\ 0 \le x \le 492 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \left(487x\right)^2 = \left(58056 - 118x\right)^2 \\ 0 \le x \le 492 \end{cases}$$

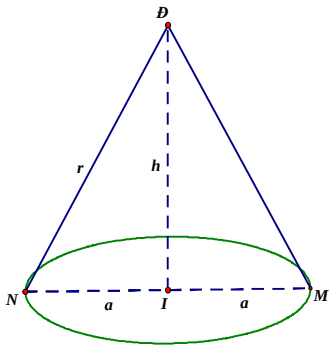
$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{58056}{605} \ hay \ x = -\frac{58056}{369} \Leftrightarrow x = \frac{58056}{605} \\ 0 \le x \le 492 \end{cases}$$

Hàm số $f\left(x\right)$ liên tục trên đoạn $\left[0; 492\right]$. So sánh các giá trị của $f(0),\ f\left(\frac{58056}{605}\right),\ f\left(492\right)$ ta có giá trị nhỏ nhất là $f\left(\frac{58056}{605}\right) \approx 779,8m$

Khi đó quãng đường đi ngắn nhất là xấp xỉ 779,8m.

Câu 52: Cần phải đặt một ngọn điện ở phía trên và chính giữa một cái bàn hình tròn có bán kính a. Hỏi phải treo ở độ cao bao nhiêu để mép bàn được nhiều ánh sáng nhất. Biết rằng cường độ sáng C được biểu thị bởi công thức $C = k\frac{\sin\alpha}{r^2}$ (α là góc nghiêng giữa tia sáng và mép bàn, k là hằng số tỷ lệ chỉ phụ thuộc vào nguồn sáng).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



.

A. $h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$. **B.** $h=\dfrac{a}{2}$. **C.** $h=\dfrac{3a}{2}$. **D.** $h=\dfrac{a\sqrt{3}}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta có: $r=a^2+h^2$ (Định lý Py-ta-go).

$\sin\alpha=\dfrac{h}{R}=\dfrac{h}{\sqrt{a^2+h^2}}$.

$\Rightarrow C=k.\dfrac{\sin\alpha}{R^2}=k\dfrac{h}{\sqrt{a^2+h^2}\left(a^2+h^2\right)}$.

Xét hàm $f\left(h\right)=\dfrac{h}{\left(\sqrt{a^2+h^2}\right)^3}\left(h>0\right)$, ta có:

$f'\left(h\right)=\dfrac{\sqrt{\left(a^2+h^2\right)^3}-2h^2.\dfrac{3}{2}\sqrt{a^2+h^2}}{\left(a^2+h^2\right)^3}$.

$f'\left(h\right)=0\Leftrightarrow\sqrt{\left(h^2+a^2\right)^3}=3.h^2.\sqrt{a^2+h^2}$.

$\Leftrightarrow h^2+a^2=3h^2\Leftrightarrow h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

Bảng biến thiên:

h	0		$\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$		$+\infty$
$f'(h)$		$+$	0	$-$	
$f(h)$		$\nearrow$		$\searrow$	

.

Từ bảng biến thiên suy ra: $f\left(h\right)_{\max}\Leftrightarrow h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}\Rightarrow C=k.f\left(h\right)_{\max}\Leftrightarrow h=\dfrac{a\sqrt{2}}{2}$.

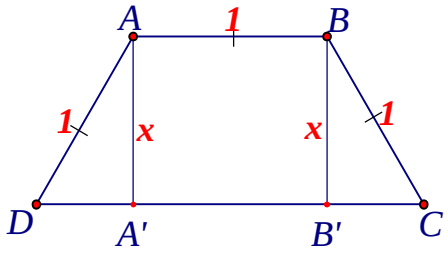
Câu 53: Cho hình thang cân có độ dài đáy nhỏ và hai cạnh bên đều bằng 1 mét. Khi đó hình thang đã cho có diện tích lớn nhất bằng?

A. $\dfrac{3\sqrt{3}}{2}\left(m^2\right)$. **B.** $\dfrac{3\sqrt{3}}{4}\left(m^2\right)$. **C.** $1\left(m^2\right)$. **D.** $3\sqrt{3}\left(m^2\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Kí hiệu x là độ dài đường cao suy ra $0<x\le 1$. Tính được đáy lớn bằng $1+2\sqrt{1-x^2}$.

Diện tích hình thang $S=\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)x$. Xét hàm số $f(x)=\left(1+\sqrt{1-x^2}\right)x$ trên $(0;1]$.

Ta có: $f'(x)=\dfrac{-2x^2+1+\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^2}}$.

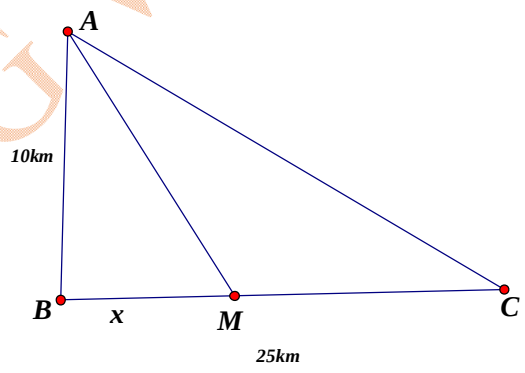
$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\dfrac{\sqrt{3}}{2}$. Lập bảng biến thiên. Suy ra $\max\limits_{(0;1]} f(x)=f\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)=\dfrac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 54: Nhà của ba bạn A, B, C nằm ở ba vị trí tạo thành một tam giác vuông tại B như hình vẽ, biết $AB=10$ km, $BC=25$ km và ba bạn tổ chức họp mặt tại nhà bạn C. Bạn B hẹn chở bạn A tại vị trí M trên đoạn đường BC. Giả sử luôn có xe buýt đi thẳng từ A đến M. Từ nhà bạn A đi xe buýt thẳng đến điểm hẹn M với tốc độ 30 km/h và từ M hai bạn A, B di chuyển đến nhà bạn C theo đoạn đường MC bằng xe máy với vận tốc 50 km/h. Hỏi $5MB+3MC$ bằng bao nhiêu km để bạn A đến nhà bạn C nhanh nhất?

A. 100 km. **B.** 85 km. **C.** 90 km. **D.** 95 km.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Đặt $BM=x$, $0<x<25$.

Ta có: $AM=\sqrt{100+x^2}$; $MC=25-x$.

Thời gian bạn A đi từ nhà đến nhà bạn C là: $T=\dfrac{\sqrt{100+x^2}}{30}+\dfrac{(25-x)}{50}$.

Xét hàm số $f(x)=\dfrac{\sqrt{100+x^2}}{30}+\dfrac{(25-x)}{50}$, với $0<x<25$.

Ta có $f'(x)=\dfrac{1}{30}\dfrac{x}{\sqrt{100+x^2}}-\dfrac{1}{50}$.

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\dfrac{15}{2}$ (do $x>0$).

Bảng biến thiên

x	0		$\dfrac{15}{2}$		25
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy $f(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{15}{2}$.

Do đó $5MB+3MC=5.\dfrac{15}{2}+3.\dfrac{35}{2}=90$.

là $x=-2$ và $x=2$.

Câu 55: Một công ty kinh doanh nghiên cứu thị trường trước khi tung ra sản phẩm và nhận thấy để sản xuất ra một đơn vị sản phẩm loại A và B thì mất lần lượt là 2000 USD và 4000 USD. Nếu sản xuất được x sản phẩm loại A và y sản phẩm loại B thì lợi nhuận mà công ty thu được là $L(x,y)=8000x^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$ USD. Giả sử chi phí để sản xuất hai loại sản phẩm A, B là 40000 USD. Gọi x_0, y_0 lần lượt là số phẩm loại A, B để lợi nhuận lớn nhất. Tính $x_0^2+y_0^2$..

A. 3637. **B.** 8288. **C.** 17319. **D.** 8119.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi x, y lần lượt là số phẩm loại A, B.

Theo đề bài ta có: $x.2000+y.4000=40000 \Leftrightarrow x+2y=20 \Leftrightarrow x=20-2y$.

Ta có $L=8000(20-2y)^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$.

Xét hàm $y=(20-2y)^{\frac{1}{3}}y^{\frac{1}{2}}$. Tập xác định $D=(0;10)$.

$$y'=-\frac{2}{3}(20-2y)^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{1}{2}}+\frac{1}{2}y^{\frac{-1}{2}}(20-2y)^{\frac{1}{3}}=(20-2y)^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{-1}{2}}\left(-\frac{2}{3}y+\frac{1}{2}(20-2y)\right).$$

$$=(20-2y)^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{-1}{2}}\left(-\frac{5}{3}y+10\right).$$

$$y'=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} y=0 \notin D \\ y=6 \in D \end{array}\right.$$

Nhận xét: $(20-2y)^{-\frac{2}{3}}y^{\frac{-1}{2}}>0$ nên dấu của y' là dấu của biểu thức $-\dfrac{5}{3}y+10$.

Do đó hàm số đạt giá trị lớn nhất khi $y=6 \Rightarrow x=8$.

Vậy $x_0^2+y_0^2=6^2+8^2=100$. (Không có đáp án).

Câu 56: Người ta muốn mạ vàng cho một cái hộp có đáy hình vuông không nắp có thể tích là 4 lít. Tìm kích thước của hộp đó để lượng vàng dùng mạ là ít nhất. Giả sử độ dày của lớp mạ tại mọi nơi trên mặt ngoài hộp là như nhau.

A. Cạnh đáy bằng 1, chiều cao bằng 2. **B.** Cạnh đáy bằng 4, chiều cao bằng 3.

C. Cạnh đáy bằng 2, chiều cao bằng 1. **D.** Cạnh đáy bằng 3, chiều cao bằng 4.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi x là cạnh của đáy hộp.

h là chiều cao của hộp.

$S(x)$ là diện tích phần hộp cần mạ.

Khi đó, khối lượng vàng dùng mạ tỉ lệ thuận với S(x).

Ta có: $S(x)=x^2+4xh(1)$; $V=x^2h=4\Rightarrow h=4/x^2(2)$..

Từ (1) và (2), ta có $S(x)=x^2+\frac{16}{x}$.

Dựa vào BBT, ta có $S(x)$ đạt GTNN khi $x=2$.

Câu 57: Cho hình thang cân $ABCD$ có đáy nhỏ AB và hai cạnh bên đều có độ dài bằng 1. Tìm diện tích lớn nhất $S_{\max}$ của hình thang.

A. $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$ **B.** $S_{\max}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$ **C.** $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{2}$ **D.** $S_{\max}=\frac{8\sqrt{2}}{9}$

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi H,K lần lượt là hình chiếu của A,B trên cạnh CD.

Đặt $\widehat{ADC}=\alpha\Rightarrow DH=\sin\alpha, DH=\cos\alpha$

$S_{ABCD}=\frac{1}{2}AH.(AB+CD)=\frac{1}{2}\sin\alpha(2+2\cos\alpha)=f(\alpha)$

$f'(\alpha)=\cos\alpha+2\cos^2\alpha-1=0\Leftrightarrow\alpha=\frac{\pi}{3}$ x

x	0	0	$\frac{\pi}{2}$
$f'(x)$		+ 0	−
$f(x)$		↗	↘

Vậy $S_{\max}=\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

Câu 58: Một công ty muốn làm một đường ống dẫn dầu từ một kho A ở trên bờ biển đến một vị trí B trên một hòn đảo. Hòn đảo cách bờ biển 6 km. Gọi C là điểm trên bờ sao cho BC vuông góc với bờ biển. Khoảng cách từ A đến C là 9 km. Người ta cần xác định một ví trí D trên AC để lắp ống dẫn theo đường gấp khúc ADB. Tính khoảng cách AD để số tiền chi phí thấp nhất, biết rằng giá để lắp đặt mỗi km đường ống trên bờ là 100.000.000 đồng và dưới nước là 260.000.000 đồng.

A. 6.5 km. **B.** 6 km. **C.** 7.5 km. **D.** 7 km.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn A

Đặt $AD = x$ km, $x > 0$. $CD = 9 - x$; $BD = \sqrt{36 + (9-x)^2}$

Giá thành lắp đặt là: $100.10^6 x + \sqrt{36+(9-x)^2}.260.10^6 = 10^7\left[10x + 26\sqrt{36+(9-x)^2}\right]$

Xét hàm số $f(x) = 10x + \sqrt{36+(9-x)^2}.26 \ (0 < x < 9)$

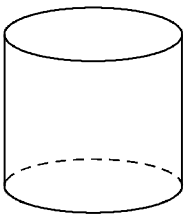
$$f'(x) = 10 - 26.\frac{9-x}{\sqrt{36+(9-x)^2}} = 0$$

$$\Leftrightarrow 10\sqrt{36+(9-x)^2} - 26(9-x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x \le 9 \\ -576x^2 + 10368x - 43056 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow x = \frac{13}{2}.$$

Lập bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0;9)$ ta thấy hàm số đạy giá trị nhỏ nhất khi $x = \frac{13}{2}$.

Vậy $AD = 6.5$ km.

Câu 59: Một người thợ xây, muốn xây dựng một bồn chứa thóc hình trụ tròn với thể tích là $150m^3$ (như hình vẽ bên). Đáy làm bằng bê tông, thành làm bằng tôn và nắp bể làm bằng nhôm. Tính chi phí thấp nhất để bồn chứa thóc (làm tròn đến hàng nghìn). Biết giá thành các vật liệu như sau: bê tông 100 nghìn đồng một m^2, tôn 90 nghìn một m^2 và nhôm 120 nghìn đồng một m^2.



A. 15038000 đồng. **B.** 15037000 đồng. **C.** 15039000 đồng. **D.** 15040000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi $r, h(m^2)(r > 0, h > 0)$ lần lượt là bán kính đường tròn đáy và đường cao của hình trụ theo đề ta có $\pi r^2 h = 150 \Leftrightarrow h = \frac{150}{\pi r^2}$.

Khi đó chi phí làm nên bồn chứa thóc được xác định theo hàm số :

$$f(r) = 220\pi r^2 + 90.2\pi r.\frac{150}{\pi r^2} = 220\pi r^2 + \frac{2700}{r} \text{ (nghìn đồng).}$$

$$f'(r) = 440\pi r - \frac{27000}{r^2},\ f'(r) = 0 \Leftrightarrow r = \sqrt[3]{\frac{675}{11\pi}} = a.$$

BBT:

r	0		a		$+\infty$
$f'(r)$		$-$	0	$+$	
$f(r)$	$\searrow$		$f(a)$	$\nearrow$	

Dựa vào BBT ta suy ra chi phí thấp nhất là $f(a)=f\left(\sqrt[3]{\dfrac{675}{11\pi}}\right)\approx 15038,38797$ nghìn đồng.

Câu 60: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $F(x)=\dfrac{1}{40}x^2(30-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất là.

A. 30 mg. **B.** 50 mg. **C.** 20 mg. **D.** 40 mg.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Xét hàm số : $F(x)=\dfrac{1}{40}x^2(30-x)\quad (x>0)$.

$\Rightarrow F'(x)=\dfrac{1}{40}.2x(30-x)-\dfrac{1}{40}x^2=\dfrac{1}{40}(-3x^2+60x)$.

$F'(x)=0\Leftrightarrow\dfrac{1}{40}(-3x^2+60x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\ \text{(loại)}\\ x=20\end{array}\right.$.

BBT.

x	0		2		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	
y		$\nearrow$	25	$\searrow$	

Dựa vào BBT ta thấy để huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân là $x=20$.

Câu 61: Trong lĩnh vực thuỷ lợi, cần phải xây dựng nhiều mương dẫn nước dạng "Thuỷ động học" (Ký hiệu diện tích tiết diện ngang của mương là S, ℓ là độ dài đường biên giới hạn của tiết diện này, ℓ - đặc trưng cho khả năng thấm nước của mương; mương được gọi là có dạng thuỷ động học nếu với S xác định, ℓ là nhỏ nhất). Cần xác định các kích thước của mương dẫn nước như thế nào để có dạng thuỷ động học? (nếu mương dẫn nước có tiết diện ngang là hình chữ nhật)

A. $x=\sqrt{4S},y=\sqrt{\dfrac{S}{2}}$ **B.** $x=\sqrt{2S},y=\sqrt{\dfrac{S}{4}}$

C. $x=\sqrt{2S},y=\sqrt{\dfrac{S}{2}}$ **D.** $x=\sqrt{4S},y=\sqrt{\dfrac{S}{4}}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi x, y lần lượt là chiều rộng, chiều cao của mương. Theo bài ra ta có: S = xy;

$\ell = 2y + x = \frac{2S}{x} + x$. Xét hàm số $\ell(x) = \frac{2S}{x} + x$. Ta có $\ell'(x) = \frac{-2S}{x^2} + 1 = \frac{x^2 - 2S}{x^2}$.

$\ell'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2 - 2S = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt{2S}$, khi đó $y = \frac{S}{x} = \sqrt{\frac{S}{2}}$.

Dễ thấy với x, y như trên thì mương có dạng thuỷ động học, vậy các kích thước của mương là $x = \sqrt{2S}$, $y = \sqrt{\frac{S}{2}}$ thì mương có dạng thuỷ động học.

Câu 62: Một công ty sản xuất một loại cốc giấy hình nón có thể tích $27cm^3$ với chiều cao là h và bán kính đáy là r để lượng giấy tiêu thụ là ít nhất thì giá trị của r là:

A. $r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$. **B.** $r = \sqrt[4]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **C.** $r = \sqrt[6]{\frac{3^6}{2\pi^2}}$. **D.** $r = \sqrt[4]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Thể tích của cốc: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = 27 \Rightarrow r^2 h = \frac{81}{\pi} \Rightarrow h = \frac{81}{\pi}.\frac{1}{r^2}$.

Lượng giấy tiêu thụ ít nhất khi và chỉ khi diện tích xung quanh nhỏ nhất.

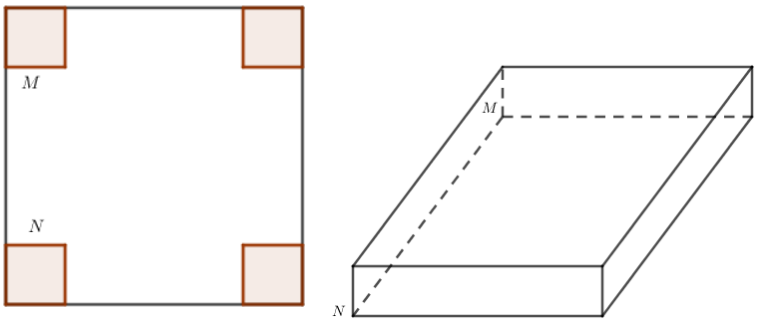
$S_{xq} = 2\pi rl = 2\pi r\sqrt{r^2 + h^2} = 2\pi r\sqrt{r^2 + \frac{81^2}{\pi^2}\frac{1}{r^4}} = 2\pi\sqrt{r^4 + \frac{81^2}{\pi^2}\frac{1}{r^2}}$.

$= 2\pi\sqrt{r^4 + \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2} + \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}} \geq 2\pi\sqrt{3\sqrt[3]{r^4.\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}.\frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2}}}$.

$= 2\sqrt{3}\pi\sqrt[6]{\frac{81^4}{4\pi^4}}$ (theo BĐT Cauchy).

S_{xq} nhỏ nhất $\Leftrightarrow r^4 = \frac{81^2}{2\pi^2}\frac{1}{r^2} \Leftrightarrow r^6 = \frac{3^8}{2\pi^2} \Leftrightarrow r = \sqrt[6]{\frac{3^8}{2\pi^2}}$.

Câu 63: Với một tấm bìa hình vuông, người ta cắt bỏ ở mỗi góc tấm bìa một hình vuông có cạnh $12(\text{cm})$ rồi gấp lại thành một hình hộp chữ nhật không có nắp (hình vẽ). Giả sử thể tích của cái hộp đó là $4800(\text{cm}^3)$ thì cạnh của tấm bìa ban đầu có độ dài là bao nhiêu?



A. $36(\text{cm})$ **B.** $42(\text{cm})$ **C.** $38(\text{cm})$ **D.** $44(\text{cm})$

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi x là độ dài của tấm bìa ban đầu $(x > 24)$. Khi đó thể tích của cái hộp là $V = 12(x-24)^2$.

Theo giả thiết ta có $12(x-24)^2=4800 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x-24=20 \\ x-24=-20 \end{array}\right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=44 \\ x=4(l) \end{array}\right.$.

Vậy $x=44$.

Câu 64: Tam giác vuông có diện tích lớn nhất là bao nhiêu nếu tổng của một cạnh góc vuông và cạnh huyền bằng hằng số a ($a>0$)?

A. $\frac{2a^2}{9}$. **B.** $\frac{a^2}{3\sqrt{3}}$. **C.** $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$. **D.** $\frac{a^2}{9}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Cạnh góc vuông $x, 0<x<\frac{a}{2}$; cạnh huyền: $a-x$

Cạnh góc vuông còn lại là: $\sqrt{(a-x)^2-x^2}$

Diện tích tam giác $S(x)=\frac{1}{2}x\sqrt{a^2-2ax}$. $S'(x)=\frac{a(a-3x)}{2\sqrt{a^2-2ax}}$; $S'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{a}{3}$

Bảng biến thiên:

x	0		$\frac{a}{3}$		$\frac{a}{2}$
$S'(x)$		$+$	0	$-$	
$S(x)$		↗	$\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$	↘	

Tam giác có diện tích lớn nhất bằng $\frac{a^2}{6\sqrt{3}}$ khi cạnh góc vuông $\frac{a}{3}$, cạnh huyền $\frac{2a}{3}$.

Câu 65: Lưu lượng xe ô tô vào đường hầm Hải Vân (Đà Nẵng) được cho bởi công thức $f(v)=\frac{290,4v}{0,36v^2+13,2v+264}$ (xe/giây), trong đó $v(km/h)$ là vận tốc trung bình của các xe khi vào đường hầm. Tính lưu lượng xe là lớn nhất. Kết quả thu được gần với giá trị nào sau đây nhất ?

A. $8,7$. **B.** $8,8$. **C.** 9. **D.** $8,9$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $f'(v)=\frac{290,4(-0,36v^2+264)}{(0,36v^2+13,2v+264)^2}$ với $v>0$. $f'(v)=0 \Leftrightarrow v=\frac{\sqrt{264}}{0,6}$.

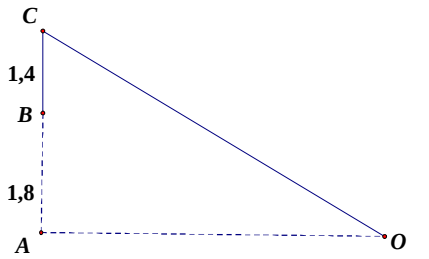
Khi đó $\underset{v\in(0;+\infty)}{Max} f(v)=f\left(\frac{\sqrt{264}}{0,6}\right)\approx 8,9$ (xe/giây).

Câu 66: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4m$ và đặt ở độ cao $1,4m$ so với tầm mắt (tính từ đầu mép dưới của màn hình). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Hãy xác định vị trí đó ? Biết rằng góc $\widehat{BOC}$ nhọn.

A. $AO=2,4m$. **B.** $AO=2,6m$. **C.** $AO=2m$. **D.** $AO=3m$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt độ dài cạnh $AO = x(m), (x > 0)$.

Suy ra $BO = \sqrt{3,24 + x^2}, CO = \sqrt{10,24 + x^2}$.

Ta sử dụng định lí cosin trong tam giác OBC ta có:

$$\cos\widehat{BOC} = \frac{OB^2 + OC^2 - BC^2}{2OB.OC} = \frac{(3,24 + x^2) + (10,24 + x^2) - 1,96}{2\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}} = \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}.$$

Vì góc $\widehat{BOC}$ nên bài toán trở thành tìm x để $F(x) = \frac{5,76 + x^2}{\sqrt{(3,24 + x^2)(10,24 + x^2)}}$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Đặt $(3,24 + x^2) = t, (t > 3,24)$. Suy ra $F(t) = \frac{t + \frac{63}{25}}{\sqrt{t(t+7)}} = \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}}$.

Ta đi tìm t để F(t) đạt giá trị nhỏ nhất.

$$F'(t) = \frac{25t + 63}{25\sqrt{t(t+7)}} = \frac{1}{25}\left(\frac{25\sqrt{t(t+7)} - (25t + 63)\left(\frac{2t+7}{2\sqrt{t(t+7)}}\right)}{t(t+7)}\right).$$

$$= \frac{1}{25}\left(\frac{50(t^2 + 7t) - (25t + 63)(2t + 7)}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}}\right) = \frac{1}{25}\left(\frac{49t - 441}{2t(t+7)\sqrt{t(t+7)}}\right).$$

$F'(t) = 0 \Leftrightarrow t = 9$.

Bảng biến thiên.

t	3,24		9		$+\infty$
$F'(t)$		-	0	+	
$F(t)$		↘	F_{min}	↗	

Thay vào đặt ta có: $(3,24 + x^2) = 9 \Leftrightarrow x^2 = \frac{144}{25} \Leftrightarrow x = 2,4\,\text{m}$.

Vậy để nhìn rõ nhất thì $AO = 2,4m$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 67: Một người dự định làm một bể chứa nước hình trụ bằng inốc có nắp đậy với thể tích 1 (m^3). Chi phí mỗi m^2 đáy là 600 nghìn đồng, mỗi m^2 nắp là 200 nghìn đồng và mỗi m^2 mặt bên là 400 nghìn đồng. Hỏi người đó **Chọn B**án kính bể là bao nhiêu để chi phí làm bể ít nhất?

A. $\sqrt[3]{2\pi}$. **B.** $\sqrt[3]{\frac{1}{2}}$. **C.** $\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$. **D.** $\sqrt[3]{\frac{1}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi R và h lần lượt là bán kính và chiều cao của bể chứa nước.

Ta có thể tích bể chứa nước là: $V=1\Rightarrow \pi R^2h=1\Leftrightarrow h=\frac{1}{\pi R^2}$.

Diện tích nắp và mặt đáy bể chứa nước là: $S_1=\pi R^2$.

Diện tích xung quanh của bể chứa nước là: $S_2=2\pi Rh=2\pi R.\frac{1}{\pi R^2}=\frac{2}{R}$.

Chi phí làm bể chứa nước là: $f(R)=6\pi R^2+2\pi R^2+4.\frac{2}{R}=8\pi R^2+\frac{8}{R}$ (trăm nghìn đồng).

Ta có: $f'(R)=16\pi R-\frac{8}{R^2}$. Xét $f'(R)=0\Leftrightarrow 16\pi R-\frac{8}{R^2}=0\Leftrightarrow 2\pi R^3-1=0\Leftrightarrow R=\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$.

Bảng biến thiên:

R	0		$\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$		$+\infty$
$f'(R)$		$-$	0	$+$	
$f(R)$		↘	CT	↗	

Dựa vào bảng biến thiên, ta thấy chi phí làm bể chứa nước thấp nhất khi $R=\sqrt[3]{\frac{1}{2\pi}}$.

Câu 68: Một công ty dự kiến chi 1 tỉ đồng để sản xuất các thùng đựng sơn hình trụ có dung tích 5 lít. Biết rằng chi phí để làm mặt xung quanh của thùng đó là 100.000 đ/m^2, chi phí để làm mặt đáy là 120.000 đ/m^2. Hãy tính số thùng sơn tối đa mà công ty đó sản xuất đượ**C.** (giả sử chi phí cho các mối nối không đáng kể).

A. 58135 thùng. **B.** 18209 thùng. **C.** 12525 thùng. **D.** 57582 thùng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi chiều cao hình trụ là $h(h>0)$ (m).

Bán kính đáy hình trụ là $x(x>0)$ (m).

Thể tích khối trụ là: $V=\pi x^2h=\frac{5}{1000}\Rightarrow h=\frac{5}{1000\pi x^2}$ (m).

Diện tích mặt xung quanh là: $S_{xp}=2\pi xh=\frac{1}{100x}$.

Diện tích hai đáy là: $S_d=2\pi x^2$

Số tiền cần làm một thùng sơn là: $f(x)=\frac{1000}{x}+240000\pi x^2\,(x>0)$

Ta có: $f'(x)=\frac{-1000}{x}+480000\pi x \Rightarrow f'(x)=0 \Leftrightarrow x=\frac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}$.

Bảng biến thiên:

x	0	$\frac{1}{\sqrt[3]{480\pi}}$	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$
$f(x)$	↘	≈ 17201.05	↗

Vậy với số tiền 1 tỉ đồng thì công ty có thể sản xuất tối đa là: $\frac{10^9}{17201.05}\approx 58135$ thùng.

Câu 69: Một con cá hồi bơi ngược dòng để vượt một khoảng cách là $400(\text{km})$. Vận tốc dòng nước là $10(\text{km/h})$. Nếu vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v(\text{km/h})$ thì năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ được cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$, trong đó c là một hằng số, E được tính bằng jun. Tìm vận tốc của cá khi nước đứng yên để năng lượng tiêu hao là ít nhất.

A. $18(\text{km/h})$. **B.** $12(\text{km/h})$. **C.** $15(\text{km/h})$. **D.** $20(\text{km/h})$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Với vận tốc tự thân là v (km/h), vận tốc dòng nước là 10 (km/h) thì.

Vận tốc di chuyển ngược dòng của con cá hồi là : $v-10$ (km/h).

Thời gian để con cá hồi vượt 400 (km) ngược dòng nước là : $t=\frac{400}{v-10}$ (km) $(v>10)$.

Như thế lượng năng lượng tiêu hao của con cá hồi là: $E(v)=cv^3t=400c\cdot\frac{v^3}{v-10}$ (jun).

Xét hàm số $f(v)=\frac{v^3}{v-10}$ với $v>10$ ta có $f'(v)=\frac{2v^2(v-15)}{(v-10)^2}$.

Bảng biến thiên của $f(v)$ trên khoảng $(10;+\infty)$.

v	10	15	$+\infty$
$f'(v)$	‖	$-$ 0 $+$	
$f(v)$	‖ ↘	$f(15)$	↗

$E(v)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow f(v)$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow v=15$.

Vậy nếu vận tốc tự thân của cá hồi là 15 (km/h) thì năng lượng tiêu hao của nó thấp nhất.

Cách 2: Dùng bất đẳng thức Côsi.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$$f(v)=\frac{v^3}{v-10}=v^2+10v+100+\frac{1000}{v-10}=(v-10)^2+30(v-10)+\frac{1000}{v-10}+300.$$

$$=(v-10)^2+6.5(v-10)+8.\frac{125}{v-10}+300\geq 15\sqrt[15]{5^6.125^8}+300=675.$$

Dấu bằng đạt được khi $(v-10)^2=5(v-10)=\frac{125}{v-10}\Rightarrow v=15$.

Câu 70: Có hai chiếc cọc cao $10m$ và $30m$ lần lượt đặt tại hai vị trí A,B. Biết khoảng cách giữa hai cọc bằng $24m$. Người ta chọn một cái chốt ở vị trí M trên mặt đất nằm giữa hai chân cột để giang dây nối đến hai đỉnh C và D của cọc (như hình vẽ). Hỏi ta phải đặt chốt ở vị trí nào để tổng độ dài của hai sợi dây đó là ngắn nhất?

A. $AM=4m, BM=20m.$ **B.** $AM=12m, BM=12m.$

C. $AM=6m, BM=18m.$ **D.** $AM=7m, BM=17m.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

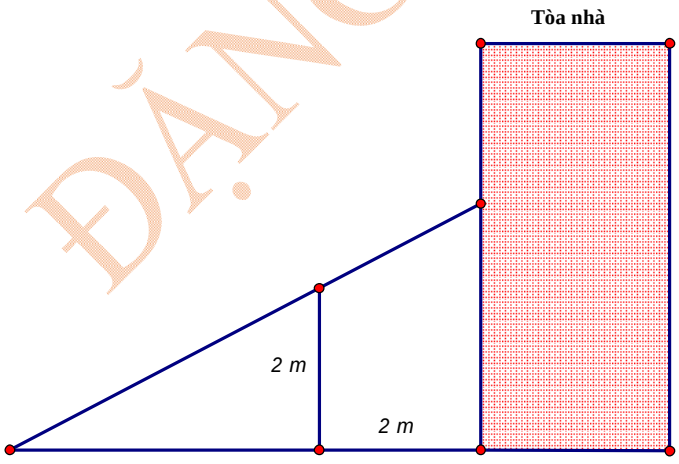
Đặt $AM=x(0<x<24)\Rightarrow BM=24-x$. Ta có $CM=\sqrt{CA^2+AM^2}=\sqrt{x^2+100}$

$MD=\sqrt{MB^2+BD^2}=\sqrt{(24-x)^2+900}$.Suy ra tổng độ dài hai sợi dây là:

$$CM+MD=\sqrt{(24-x)^2+900}+\sqrt{x^2+100}=f(x),(0<x<24)$$

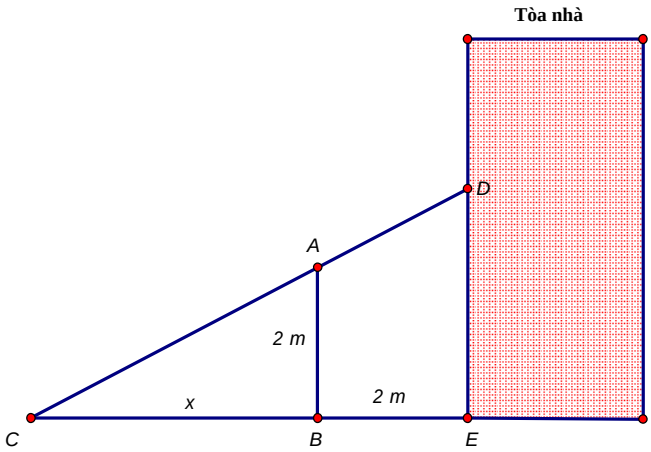
Khảo sát hàm ta được: $x=6(m)=>BM=18(m)$.

Câu 71: Một bức tường cao 2m nằm song song với tòa nhà và cách tòa nhà 2m. Người ta muốn chế tạo một chiếc thang bắc từ mặt đất bên ngoài bức tường, gác qua bức tường và chạm vào tòa nhà (xem hình vẽ). Hỏi chiều dài tối thiểu của thang bằng bao nhiêu mét ?



A. $4\sqrt{2}$m. **B.** 6m. **C.** $3\sqrt{5}$m. **D.** $\frac{5\sqrt{13}}{3}$m.

Hướng dẫn giải



Chọn A

Đặt $BC = x(x>0)$. Ta cần tìm x để độ dài CD đạt GTNN.

Ta có $\frac{BC}{CE} = \frac{x}{x+2} = \frac{AC}{CD} \Rightarrow CD = AC\frac{x+2}{x} = \sqrt{x^2+4}.\frac{x+2}{x}$.

Đặt $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x}$.

Cách 1: Ta có $f'(x) = \frac{x}{\sqrt{x^2+4}} - \frac{8}{x^2\sqrt{x^2+4}}$. $f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 2$.

BBT

x	0		2		3
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	↘	$4\sqrt{2}$	↗	$+\infty$

Vậy **Chọn B**

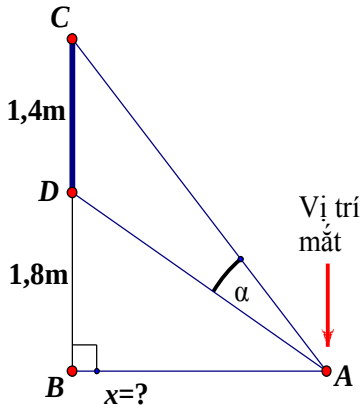
Cách 2: $f(x) = \frac{\sqrt{x^2+4}(x+2)}{x} \geq \frac{\sqrt{4x}.2\sqrt{2x}}{x} = 4\sqrt{2}$.

Câu 72: Một màn ảnh hình chữ nhật cao $1,4$ m được đặt ở độ cao $1,8$ m so với tầm mắt (tính đầu mép dưới của màn ảnh). Để nhìn rõ nhất phải xác định vị trí đứng sao cho góc nhìn lớn nhất. Tính khoảng cách từ vị trí đó đến màn ảnh.

A. $\frac{84}{193}$ m. **B.** $1,8$ m. **C.** $1,4$ m. **D.** $2,4$ m.

Hướng dẫn giải

Chọn D



☑ Đặt $AB = x$ là khoảng cách cần tìm (hình vẽ) ta có:

$BC = BD + DC = 1,8m + 1,4m = 3,2m$.

$AD = \sqrt{x^2 + (1,8)^2}$, $AC = \sqrt{x^2 + (3,2)^2}$.

Áp dụng hệ quả của định lý Cô-Sin cho tam giác ACD ta có:

$$\cos\alpha = \frac{AD^2 + AC^2 - CD^2}{2AD.AC} = \frac{x^2 + (1,8)^2 + x^2 + (3,2)^2 - (1,4)^2}{2\sqrt{x^2 + (1,8)^2}\sqrt{x^2 + (3,2)^2}}.$$

$$= \frac{x^2 + (2,4)^2}{\sqrt{x^2 + (1,8)^2}\sqrt{x^2 + (3,2)^2}}$$

Sử dụng chức năng CALC trên máy tính cầm tay bấm SHIFT → $\cos : \cos^{-1}\left(\frac{x^2 + 2.4^2}{\sqrt{x^2 + 1.8^2}\sqrt{x^2 + 3.2^2}}\right)$ lần lượt thử các phương án ta thấy khi $x = 2,4m$ thì góc α lớn nhất.

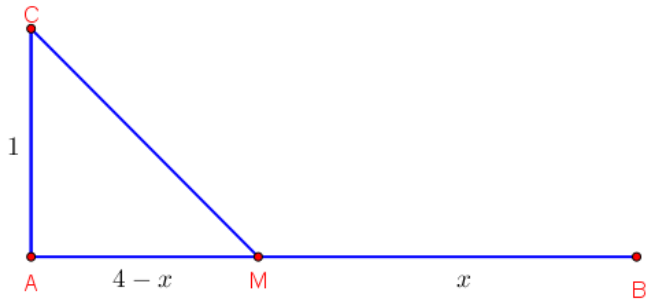
Câu 73: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở A đến một hòn đảo ở C như hình vẽ. Khoảng cách từ C đến B là 1 km. Bờ biển chạy thẳng từ A đến B với khoảng cách là 4 km. Tổng chi phí lắp đặt cho 1 km dây điện trên biển là 40 triệu đồng, còn trên đất liền là 20 triệu đồng. Tính tổng chi phí nhỏ nhất để hoàn thành công việc trên(làm tròn đến hai chữ số sau dấu phẩy).

A. 120 triệu đồng. **B.** 164,92 triệu đồng.

C. 114,64 triệu đồng. **D.** 106,25 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi M là điểm trên đoạn AB để lắp đặt đường dây điện ra biển nối với điểm C.

Đặt $BM = x \Rightarrow AM = 4 - x \Rightarrow CM = \sqrt{1 + (4 - x)^2} = \sqrt{17 - 8x + x^2}, x \in [0;4]$

Khi đó tổng chi phí lắp đặt là: $y = x.20 + 40\sqrt{x^2 - 8x + 17}$ đơn vị là triệu đồng.

$$y' = 20 + 40.\frac{x-4}{\sqrt{x^2-8x+17}} = 20.\frac{\sqrt{x^2-8x+17} + 2(x-4)}{\sqrt{x^2-8x+17}}.$$

$$y' = 0 \Leftrightarrow \sqrt{x^2-8x+17} = 2(4-x) \Leftrightarrow x = \frac{12-\sqrt{3}}{2}$$

Ta có $y\left(\frac{12-\sqrt{3}}{3}\right) = 80 + 20\sqrt{3} \approx 114,64; y(0) = 40\sqrt{17} \approx 164,92; y(4) = 120$.

Vậy ta chọn đáp án

D.

Câu 74: Một người bán gạo muốn đóng một thùng tôn đựng gạo có thể tích không đổi bằng $8\,\text{m}^3$, thùng tôn hình hộp chữ nhật có đáy là hình vuông, không nắp. Trên thị trường, giá tôn làm đáy thùng là $100000/\text{m}^2$, giá tôn làm thành xung quanh thùng là $50000/\text{m}^2$. Hỏi người bán gạo đó cần đóng thùng đựng gạo với cạnh đáy là bao nhiêu để chi phí mua nguyên liệu là nhỏ nhất?

A. $1\,\text{m}$. **B.** $3\,\text{m}$. **C.** $1,5\,\text{m}$. **D.** $2\,\text{m}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi cạnh đáy và cạnh bên của thùng tôn là a và b (điều kiện: $a > 0$ và $b > 0$).

Ta có thể tích thùng tôn là: $V = a^2 b = 8$. Suy ra: $b = \frac{8}{a^2}$.

Chi phí để sản xuất thùng tôn là: $4ab.50000 + 100000a^2 = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$.

Cách 1: Áp dụng bất đẳng thức cô-si cho ba số dương ta có:

$$\frac{1600000}{a} + 100000a^2 = \frac{800000}{a} + \frac{800000}{a} + 100000a^2 \geq 3\sqrt[3]{\frac{800000}{a}.\frac{800000}{a}.100000a^2} = 12.10^5.$$

Dấu bằng xảy ra khi $\frac{800000}{a} = 100000a^2 \Leftrightarrow a = 2$.

Cách 2: Khảo sát hàm $y = \frac{1600000}{a} + 100000a^2$ với $a > 0$.

Suy ra: $y' = -\frac{1600000}{a^2} + 200000a = 0 \Leftrightarrow a = 2$. Khi đó, ta có bảng biến thiên sau:

x	0		2		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$	↘	$y(2)$	↗	$+\infty$

Dựa vào bảng biến thiên ta có $y_{\min} \Leftrightarrow a = 2$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Câu 75: Một sợi dây kim loại dài 60cm được cắt thành hai đoạn. Đoạn dây thứ nhất uốn thành hình vuông cạnh a, đoạn dây thứ hai uốn thành đường tròn đường kính r. Để tổng diện tích của hình vuông và hình tròn là nhỏ nhất thì tỉ số $\frac{a}{r}$ nào sau đây đúng?

A. 3. **B.** 4. **C.** 1. **D.** 2.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Độ dài đoạn dây bằng 60cm, cạnh hình vuông bằng a, bán kính đường tròn bằng r nên ta có: $4a+2\pi r=60 \Leftrightarrow r=\frac{30-2a}{\pi}(1)$.

Gọi S là tổng diện tích của hình vuông và hình tròn, suy ra $S=a^2+\pi r^2(2)$.

Thay (1) vào (2) ta được $S=a^2+\frac{(30-2a)^2}{\pi}$.

Khi đó $S'=2a-\frac{4(30-2a)}{\pi}=\frac{(2\pi+8)a-120}{\pi}$.

Cho $S'=0 \Leftrightarrow a=\frac{60}{\pi+4}$.

Bảng biến thiên.

x	0		$\frac{60}{\pi+4}$		60
S'		$-$	0	$+$	
S		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy S nhỏ nhất khi $a=\frac{60}{\pi+4} \Rightarrow r=\frac{30}{\pi+4}$. Vậy $\frac{a}{r}=2$.

Câu 76: Doanh nghiệp Alibaba cần sản xuất một mặt hàng trong đúng 10 ngày và phải sử dụng hai máy A và B. Máy A làm việc trong x ngày và cho số tiền lãi là x^3+2x (triệu đồng), máy B làm việc trong y ngày và cho số tiền lãi là $326y-27y^3$ (triệu đồng). Hỏi doanh nghiệp Alibaba cần sử dụng máy A trong bao nhiêu ngày sao cho số tiền lãi là nhiều nhất? (Biết rằng hai máy A và B không đồng thời làm việc, máy B làm việc không quá 6 ngày).

A. 9. **B.** 4. **C.** 6. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Theo đề ta có $x+y=10 \Leftrightarrow y=10-x \quad (1)$.

Và $0<y\le 6 \Rightarrow 4\le x<10$.

Số tiền lãi $f(x)=x^3+2x+326(10-x)-27(10-x)^3$ (thay (1) vào).

$\Leftrightarrow f(x)=28x^3-810x^2+7776x-23740$ với $x\in[4;10)$.

Ta có $f'(x)=84x^2-1620x+7776$. $f'(x)=0 \Leftrightarrow 84x^2-1620x+7776=0 \Leftrightarrow x=9 \vee x=\frac{72}{7}$.

Chỉ có $x=9\in[4;10)$.

Bảng biến thiên.

x	4		9		$\frac{72}{7}$		$+\infty$
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$f(4)$	↗	$f(9)$	↘	$f\left(\frac{72}{7}\right)$	↗	$+\infty$

Câu 77: Một cơ sở sản xuất khăn mặt đang bán mỗi chiếc khăn với giá 30.000 đồng một chiếc và mỗi tháng cơ sở bán được trung bình 3000 chiếc khăn. Cơ sở sản xuất đang có kế hoạch tăng giá bán để có lợi nhận tốt hơn. Sau khi tham khảo thị trường, người quản lý thấy rằng nếu từ mức giá 30.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì mỗi tháng sẽ bán ít hơn 100 chiếC. Biết vốn sản xuất một chiếc khăn không thay đổi là 18.000. Hỏi cơ sở sản xuất phải bán với giá mới là bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất.

A. 42.000 đồng. **B.** 40.000 đồng. **C.** 43.000 đồng. **D.** 39.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi số tiền cần tăng giá mỗi chiếc khăn là x (nghìn đồng).

Vì cứ tăng giá thêm 1 (nghìn đồng) thì số khăn bán ra giảm 100 chiếc nên tăng x (nghìn đồng) thì số xe khăn bán ra giảm $100x$ chiếC. Do đó tổng số khăn bán ra mỗi tháng là: $3000-100x$ chiếC.

Lúc đầu bán với giá 30 (nghìn đồng), mỗi chiếc khăn có lãi 12 (nghìn đồng). Sau khi tăng giá, mỗi chiếc khăn thu được số lãi là: $12+x$ (nghìn đồng). Do đó tổng số lợi nhuận một tháng thu được sau khi tăng giá là: $f(x)=(3000-100x)(12+x)$ (nghìn đồng).

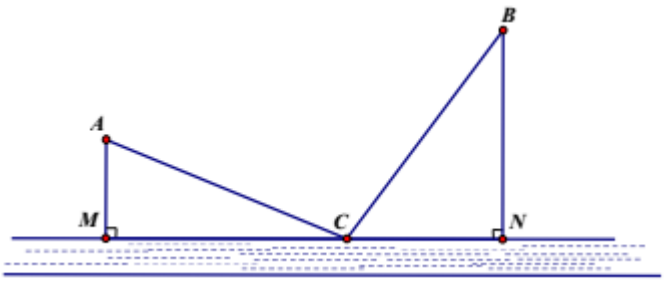
Xét hàm số $f(x)=(3000-100x)(12+x)$ trên $(0;+\infty)$.

Ta có: $f(x)=-100x^2+1800x+36000=-100(x-9)^2+44100\le 44100$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $x=9$.

Như vậy, để thu được lợi nhuận cao nhất thì cơ sở sản xuất cần tăng giá bán mỗi chiếc khăn là 9.000 đồng, tức là mỗi chiếc khăn bán với giá mới là 39.000 đồng.

Câu 78: Thành phố Hải Đông dự định xây dựng một trạm nước sạch để cung cấp cho hai khu dân cư A và B. Trạm nước sạch đặt tại vị trí C trên bờ sông. Biết $AB=3\sqrt{17}$ km, khoảng cách từ A và B đến bờ sông lần lượt là $AM=3$ km, $BN=6$ km (hình vẽ). Gọi T là tổng độ dài đường ống từ trạm nước đến A và B. Tìm giá trị nhỏ nhất của T.

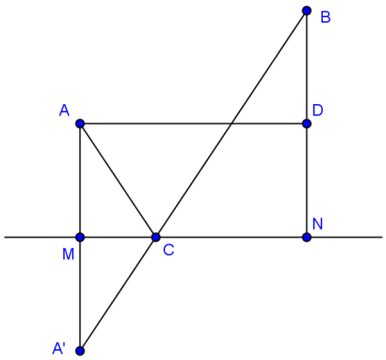


ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. $15,56\,\text{km}$. **B.** $16\,\text{km}$. **C.** $15\,\text{km}$. **D.** $14,32\,\text{km}$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi A' đối xứng với A qua MN, D là trung điểm của NB.
Do A cố định nên A' cũng cố định.
Ta có: $T = CA + CB = CA' + CB \geq A'B$ **(không đổi)**.
Đẳng thức xảy ra khi $\{C\} = MN \cap A'B$.

Khi đó: $\dfrac{MC}{NC} = \dfrac{MA'}{NB} = \dfrac{MA}{NB} = \dfrac{1}{2}$ **(1)**

Mặt khác, $MN = AD = \sqrt{AD^2 + DB^2} = \sqrt{153+9} = 9\sqrt{2}\,\text{km}$ **(2)**

Từ **(1)** và **(2)** suy ra $MC = 3\sqrt{2}\,km$, $NC = 6\sqrt{2}\,\text{km}$.

Vậy $T = CA + CB = \sqrt{AM^2 + MC^2} + \sqrt{BN^2 + NC^2} = \sqrt{9+18} + \sqrt{36+72} = 9\sqrt{3} \simeq 15,56\,\text{km}$.

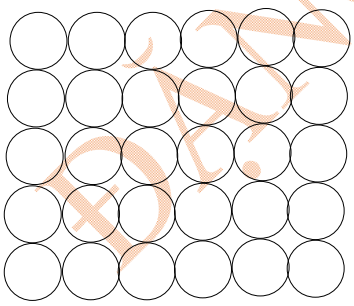
Câu 79: Một viên phấn bảng có dạng một khối trụ với bán kính đáy bằng $0,5cm$, chiều dài $6cm$. Người ta làm một hình hộp chữ nhật bằng carton đựng các viên phấn đó với kích thước $6cm \times 5cm \times 6cm$. Hỏi cần ít nhất bao nhiêu hộp kích thước như trên để xếp 460 viên phấn?

A. 15. **B.** 16. **C.** 18. **D.** 17.

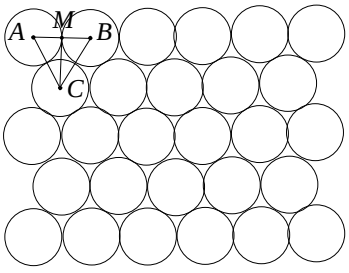
Hướng dẫn giải

Chọn B

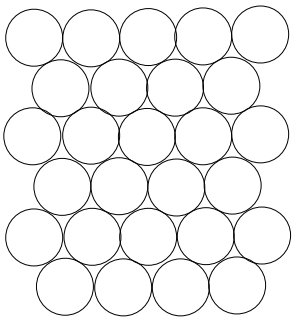
Có 3 cách xếp phấn theo hình vẽ dưới đây:



H 1



H 2



H 3

□ Nếu xếp theo hình $H1$: vì đường kính viên phấn là $2.0,5 = 1cm$ nên mỗi hộp xếp được tối đa số viên phấn là: $6.5 = 30$.

□ Nếu xếp theo hình $H2$: hàng 6 viên xen kẽ hàng 5 viên. Gọi số hàng xếp được là $n+1, n \in \mathbb{Z}_+$.

Ta có ΔABC đều cạnh bằng $1 \Rightarrow CM = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$.

Ta phải có $2.0,5+n.\frac{\sqrt{3}}{2}\le 5\Rightarrow n\le \frac{8}{\sqrt{3}}$ $\Rightarrow$ xếp tối đa được 5 hàng $\Rightarrow$ mỗi hộp xếp được tối đa số viên phấn là: $3.6+2.5=28$.

□ Nếu xếp theo hình $H3$:hàng 5 viên xen kẽ hàng 4 viên. Gọi số hàng xếp được là $m+1, m\in\mathbb{Z}_+$.

Ta phải có $2.0,5+m.\frac{\sqrt{3}}{2}\le 6\Rightarrow m\le \frac{10}{\sqrt{3}}$ $\Rightarrow$ xếp tối đa được 6 hàng $\Rightarrow$ nên mỗi hộp xếp được tối đa số viên phấn là: $3.5+3.4=27$.

Vậy, xếp theo hình $H1$ thì xếp được nhiều phấn nhất, nên cần ít hộp nhất.

Ta có $460:30\approx 15,3$ $\Rightarrow$ cần ít nhất 16 hộp để xếp hết 460 viên phấn.

Câu 80: Một cửa hàng cà phê sắp khai trương đang nghiên cứu thị trường để định giá bán cho mỗi cốc cà phê. Sa khi nghiên cứu, người quản lý thấy rằng nếu bán với giá 20.000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc. Biết chi phí nguyên vật liệu để pha một cốc cà phê không thay đổi là 18.000 đồng. Hỏi cửa hàng phải bán mỗi cốc cà phê với giá bao nhiêu để đạt lợi nhuận lớn nhất?

A. 31.000 đồng. **B.** 29.000 đồng. **C.** 22.000 đồng. **D.** 25.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Cách 1: + Gọi $x(x\ge 20.000)$ là giá một cốc cà phê, $(0<y\le 2.000)$ là số cốc cà phê bán trong một tháng.

+ Vì nếu bán với giá 20.000 đồng một cốc thì mỗi tháng trung bình sẽ bán được 2000 cốc, còn từ mức giá 20.000 đồng mà cứ tăng giá thêm 1000 đồng thì sẽ bán ít đi 100 cốc nên ta có

$\frac{x-20000}{y-2000}=\frac{21000-20000}{1900-2000}\Leftrightarrow \frac{x-20000}{y-2000}=-10\Leftrightarrow x=40000-10y$.

+ Ta lại có lợi nhuận là: $L=xy-18000y=(40000-10y)y-18000y=22000y-10y^2$

$L=22000-20y$ $L=0\Leftrightarrow y=1100(tm)\Rightarrow x=29.000(tm)$.

Cách 2: Gọi số tiền tăng là x (nghìn đồng).

Lợi nhuận thu được tính theo hàm số sau:

$f(x)=(20+x)(2-0,1x)-18(2-0,1x)=(2-0,1x)(2+x)=-0,1x^2+1,8x+4$.

$f'(x)=-0,2x+1,8$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=9$.

Lập BBT ta thấy được tại $x=9$ thì $f(x)$ đạt giá trị lớn nhất, hay lợi nhuận cao nhất.

Vậy số tiền bán để đạt lợi nhuận cao nhất là: 20+9=29 nghìn.

Cách 3: Thử từng giá trị.

Câu 81: Người ta muốn xây một cái bể chứa nước dạng hình hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3$, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công xây bể là 500.000 đồng/m^2. Chi phí thuê nhân công thấp nhất là:

A. 100 triệu đồng. **B.** 150 triệu đồng. **C.** 60 triệu đồng. **D.** 75 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi $x(m)$ là chiều rộng của đáy bể, khi đó chiều dài của đáy bể là $2x(m)$ và $h(m)$ là chiều cao bể. Bể có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3 \Leftrightarrow 2x^2h = \frac{500}{3} \Leftrightarrow h = \frac{250}{3x^2}$..

Diện tích cần xây là: $S = 2(xh + 2xh) + 2x^2 = 6x\frac{250}{3x^2} + 2x^2 = \frac{500}{x} + 2x^2$..

Xét hàm $S(x) = \frac{500}{x} + 2x^2, (x > 0) \Rightarrow S'(x) = \frac{-500}{x^2} + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Lập bảng biến thiên suy ra $S_{\min} = S(5) = 150$..

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích xây dựng là nhỏ nhất và bằng $S_{\min} = 150$..

Vậy giá thuê nhân công thấp nhất là: $150.500000 = 75000000$ đồng.

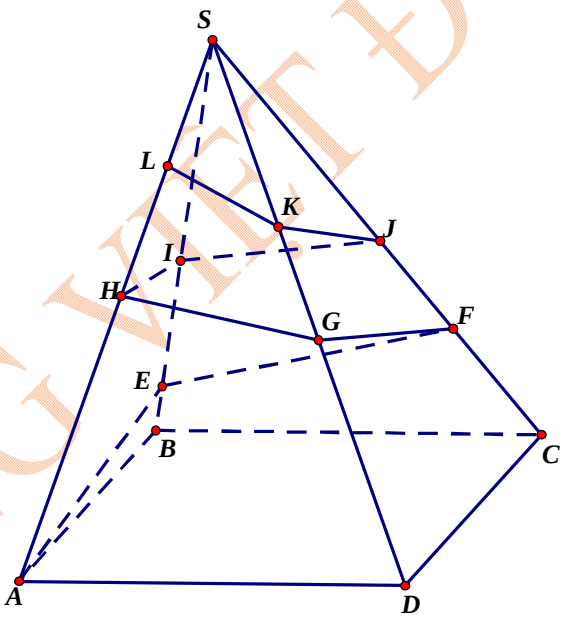
Câu 82: Người ta cần trang trí một kim tự tháp hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ cạnh bên bằng $200\,\text{m}$, góc $\widehat{ASB} = 15°$ bằng đường gấp khúc dây đèn led vòng quanh kim tự tháp $AEFGHIJKLS$. Trong đó điểm L cố định và $LS = 40\,\text{m}$. Hỏi khi đó cần dung ít nhất bao nhiêu mét dây đèn led để trang trí?

A. $40\sqrt{31} + 40$ mét.

B. $40\sqrt{111} + 40$ mét.

C. $40\sqrt{67} + 40$ mét.

D. $20\sqrt{111} + 40$ mét.



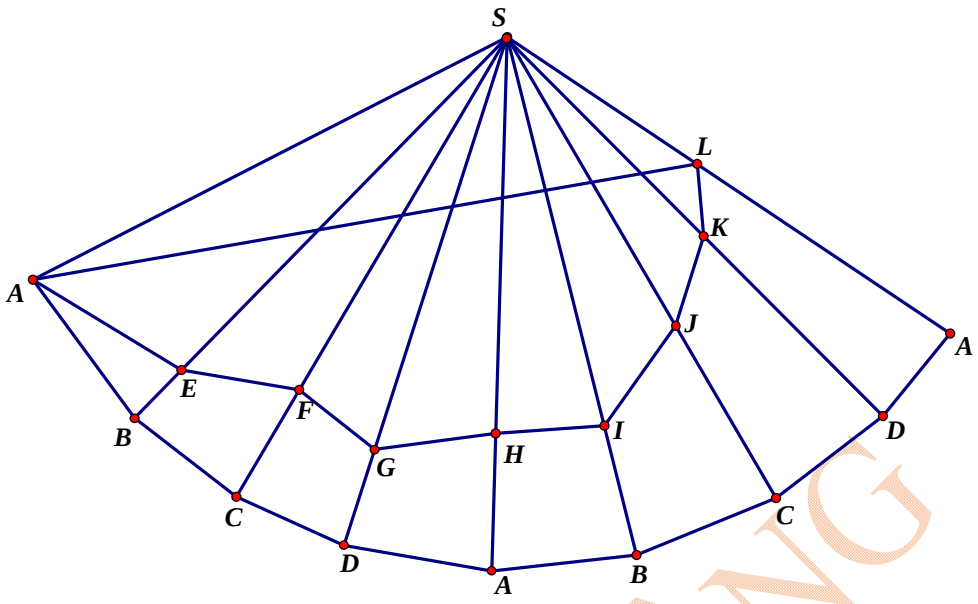
Hướng dẫn giải

Chọn A

Ta sử dụng phương pháp trải đa diện

Cắt hình chóp theo cạnh bên SA rồi trải ra mặt phẳng hai lần, ta có hình vẽ sau

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Từ đó suy ra chiều dài dây đèn led ngắn nhất là bằng $AL+LS$.

Từ giả thiết về hình chóp đều $S.ABCD$ ta có $\widehat{ASL}=120°$.

Ta có $AL^2=SA^2+SL^2-2SA.SL.\cos\widehat{ASL}=200^2+40^2-2.200.40.\cos120°=49600$.

Nên $AL=\sqrt{49600}=40\sqrt{31}$.

Vậy, chiều dài dây đèn led cần ít nhất là $40\sqrt{31}+40$ mét.

Câu 83: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được cho bởi công thức $G(x)=0,035x^2(15-x)$, trong đó x là liều lượng thuốc được tiêm cho bệnh nhân (x được tính bằng miligam). Tính liều lượng thuốc cần tiêm (đơn vị miligam) cho bệnh nhân để huyết áp giảm nhiều nhất.

A. $x=8$. **B.** $x=10$. **C.** $x=15$. **D.** $x=7$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Đk: $x\in[0;15]$. (vì độ giảm huyết áp không thể là số âm)

Có $G'(x)=0,035\left[2x(15-x)-x^2\right]=0,105x(10-x)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=10\end{array}\right.$.

$G(0)=0$; $G(10)=\dfrac{35}{2}$; $G(15)=0$.

Bảng biến thiên:

x	0		10		15
$G'(x)$		+	0	−	
$G(x)$	0	↗	$\dfrac{35}{2}$	↘	0

Vậy huyết áp bệnh nhân giảm nhiều nhất khi tiêm cho bệnh nhân liều $x=10$ miligam.

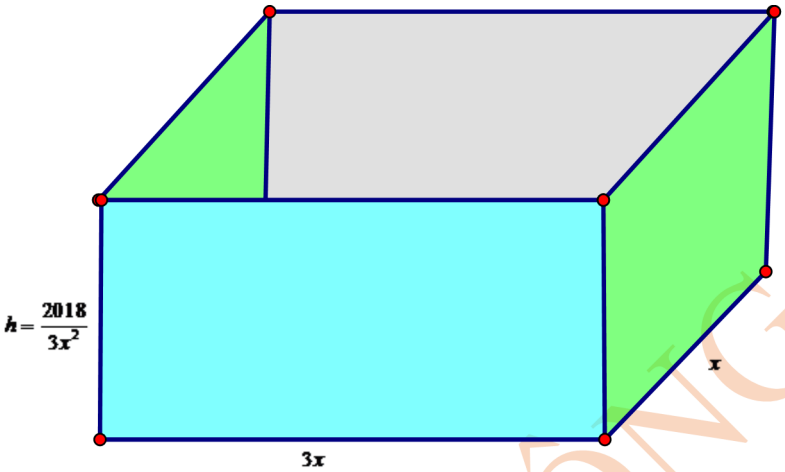
Câu 84: Gia đình ông An xây một bể nước dạng hình hộp chữ nhật có nắp dung tích là 2018 lít, đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng được làm bằng bê tông có giá 250.000 đồng/m^2, thân bể được xây bằng gạch có giá 200.000 đồng/m^2 và nắp bể được làm bằng tôn có giá 100.000 đồng/m^2. Hỏi chi phí thấp nhất gia đình ông An bỏ ra để xây bể nước là bao nhiêu ? (làm tròn đến hàng đơn vị).

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

A. 2.017.331 đồng. **B.** 2.017.333 đồng. **C.** 2.017.334 đồng. **D.** 2.017.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đổi $2018\,(\text{lít}) = 2,018 m^3$.

Gọi chiều cao của hình hộp là h, chiều rộng là x, chiều dài là $3x$.

Theo giả thiết ta có $V = x.3x.h = 2,018 \Rightarrow h = \dfrac{2,018}{3x^2}$.

Xét hàm số $f(x) = 250.x.3x + 200.\left(2.3x.\dfrac{2,018}{3x^2} + 2.x.\dfrac{2,018}{3x^2}\right) + 100.3x.x$

$= \dfrac{15750x^3 + 16144}{15x} \to \min$.

Suy ra $f'(x) = \dfrac{15750.3.x^2.15x - 15\left(15750x^3 + 16144\right)}{(15x)^2} = \dfrac{472500x^3 - 242160}{225x^2}$

$\Rightarrow f'(x) = 0 \Leftrightarrow 472500x^3 - 242160 = 0 \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{\dfrac{242160}{472500}}$.

Vậy chi phí thấp nhất gia đình ông An bỏ ra để xây bể nước là

$\dfrac{15750.\dfrac{242160}{472500} + 16144}{15.\sqrt[3]{\dfrac{242160}{472500}}} \approx 2017.333$ (nghìn) ≈ 2017333 (đồng).

Câu 85: Cho hai vị trí A, B cách nhau 615m, cùng nằm về một phía bờ sông như hình vẽ. Khoảng cách từ A và từ B đến bờ sông lần lượt là 118m và 487m. Một người đi từ A đến bờ sông để lấy nước mang về

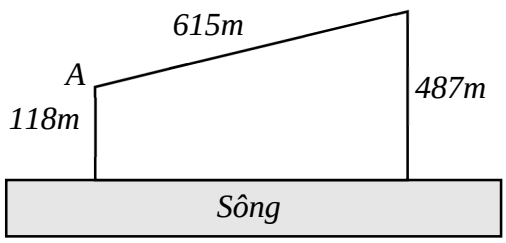
B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

A. 569,5 m.

B. Đoạn đường ngắn nhất mà người đó có thể đi là:

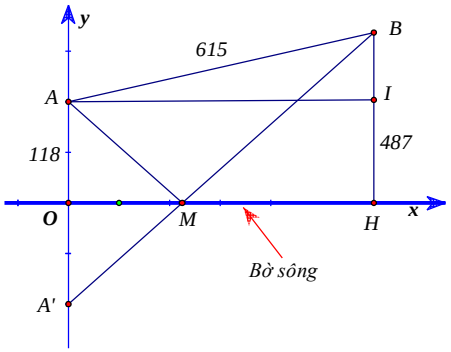
C. 779,8 m.

D. 741,2 m.



Hướng dẫn giải

Chọn C



Chọn hệ trục như hình vẽ. Ta có: $BI = BH - IH = 487 - 118 = 369$

$AI = \sqrt{AB^2 - BI^2} = 492$.

Gọi A' là điểm đối xứng của A qua trục Ox. Ta có $A'(0;-118)$ và $B(492;487)$. Chứng minh được M giao điểm của $A'B$ và trục Ox là vị trí cần tìm.

$MA + MB = MA' + MB = \left|\overrightarrow{A'B}\right|$. Ta có $\overrightarrow{A'B} = (492;605)$

$\left|\overrightarrow{A'B}\right| = \sqrt{492^2 + 605^2} \approx 779,8$.

Câu 86: Chiều dài ngắn nhất của cái thang AB để nó có thể dựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua cột đỡ DE cao $4(m)$, song song và cách tường một khoảng $CE = 0,5(m)$ là.

A. Xấp xỉ $6,5902(m)$.

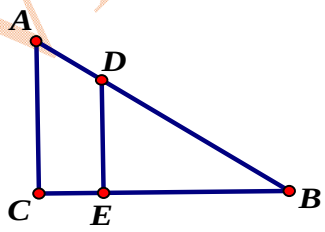
B. Xấp xỉ $5,602(m)$.

C. Xấp xỉ $5,4902(m)$.

D. Xấp xỉ $5,5902(m)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Xét tam giác ABC vuông tại C và tam giác BDE vuông tại E, ta có:

$$\cot B = \frac{BE}{DE} = \frac{BC}{AC} \Leftrightarrow BE.AC = DE.BC \Leftrightarrow (BC - 0.5)AC = 4BC \Leftrightarrow BC = \frac{0.5AC}{AC - 4}.$$

Mặt khác, theo định lí Pitago cho tam giác ABC vuông tại C ta có: $AB^2 = AC^2 + \frac{0.25AC^2}{(AC-4)^2}$.

Xét hàm số $f(x) = x^2 + \frac{0.25x^2}{(x-4)^2}$ với $x \in (4;+\infty)$ ta có:

$f'(x) = 2x - \frac{2x^2 - 8x}{(x-4)^4}$. Cho $f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = 4 \\ x = 5 \end{array}\right.$. Loại $x = 0, x = 4$. Khi đó, ta có:

$\min\limits_{x\in(4;+\infty)} f(x) = f(5) = \frac{125}{4}$. Vậy độ dài AB nhỏ nhất là $AB = \frac{5\sqrt{5}}{2} \approx 5.5902\ (m)$.

Câu 87: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thể 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu ?

A. 2.450.000. **B.** 2.250.000. **C.** 2.550.000. **D.** 2.350.000.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi x là giá cho thuê thực tế của mỗi căn hộ, (x – đồng; $x \ge 2000.000$ đồng).

Số căn hộ cho thuê được ứng với giá cho thuê:

$$50-\frac{1}{50000}(x-2000000)=-\frac{1}{50.000}x+90,(1).$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được khi cho thuê các căn hộ, ($F(x)$: đồng).

Ta có $F(x)=\left(-\frac{1}{50.000}x+90\right)x=-\frac{1}{50.000}x^2+90x$.

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $F(x)=-\frac{1}{50.000}x^2+90x$ với điều kiện $x \ge 2000.000$.

$$F'(x)=-\frac{1}{25.000}x+90.$$

$$F'(x)=0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25.000}x+90=0 \Leftrightarrow x=2.250.000.$$

Ta lập bảng biến thiên:

x	2000.000		2.250.000		$+\infty$
$F'(x)$		+	0	−	
$F(x)$		↗	F_{max}	↘	

Suy ra $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x=2.250.000$.

Vậy công ty phải cho thuê với giá 2.250.000 đồng mỗi căn hộ thì được lãi lớn nhất.

Nhận xét: Làm sao ta có thể tìm được hệ số $\frac{1}{50000}$ trong biểu thức (1) ?

Ta có thể hiểu đơn giản như sau: Số căn hộ cho thuê mỗi tháng ứng với số tiền cho thuê;

$50-m(x-2000.000)x=2.000.000$ thì số căn hộ được thuê là 50. Nếu số tiền cho thuê tăng lên là $x=2.100.000$ thì có 2 căn hộ để trống, nghĩa là có 48 người thuê. Ta có:

$$50-m(2.100.000-2.000.000)=48 \Leftrightarrow m=\frac{1}{50000}.$$

Câu 88: **- 2107]** Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là 60 cm, thể tích 96000 cm^3 Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2 Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 83200 VNĐ. **B.** 832000 VNĐ. **C.** 32000 VNĐ. **D.** 320000 VNĐ.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Chiều cao khối hộp: $h = 60\,cm = 0,6\,m$;

Thể tích khối hộp: $V = 96\,000\,cm^3 = 0,096\,m^3$.

Diện tích đáy bể $S = 0,16\,m^2$.

Để có bể cá với chi phí thấp nhất thì mặt đáy của bể có diện tích lớn nhất.

Tức là đáy bể là hình vuông có cạnh bằng $0,4\,m$.

Khi đó:

Giá thành để có mặt đáy là $0,16\,m^2 \times 100\,000 = 16\,000$ VNĐ.

Giá của 4 mặt bên là $4 \times 0,4\,m \times 0,6\,m \times 70\,000 = 67\,200$ VNĐ.

Vậy chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là 83200 VNĐ.

Câu 89: Anh Phong có một cái ao với diện tích $50m^2$ để nuôi cá diêu hồng. Vụ vừa qua, anh nuôi với mật độ $20con/m^2$ và thu được $1,5$ tấn cá thành phẩm. Theo kinh nghiệm nuôi cá của mình anh thấy cứ thả giảm đi $8\ con/m^2$ thì mỗi con cá thành phẩm thu được tăng thêm $0,5kg$. Để tổng năng suất cao nhất thì vụ tới anh nên mua bao nhiêu cá giống để thả? (giả sử không có hao hụt trong quá trình nuôi)

A. 488 con. **B.** 658 con. **C.** 342 con. **D.** 512 con.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số cá anh Phong thả trong vụ vừa qua là $50.20 = 1000$ (con)

Khối lượng trung bình mỗi con cá thành phẩn là $\dfrac{1500}{1000} = 1,5kg/con$

Gọi $x > 0$ là số cá anh cần thả ít đi cho vụ tới nên sẽ tăng $0,0625x$ kg/con

Ta có phương trình tổng khối lượng cá thu được $T = f(x) = (1000 - x)(1,5 + 0,0625x)$

$$\Rightarrow \begin{cases} f'(x) = -0,125x + 61 = 0 \Rightarrow x = 488 \\ f''(x) = -0,125 \end{cases} \Rightarrow \max f(x) = 16384 \Leftrightarrow x = 488$$

Vậy ở vụ sau anh chỉ cần thả $1000 - 488 = 512$ con cá giống.

Câu 90: Người ta muốn thiết kế một bể cá theo dạng khối lăng trụ tứ giác đều, không có nắp trên, làm bằng kính, thể tích $8\,m^3$. Giá mỗi m^2 kính là 600.000 đồng/m^2. Gọi t là số tiền tối thiểu phải trả. Giá trị t xấp xỉ với giá trị nào sau đây ?

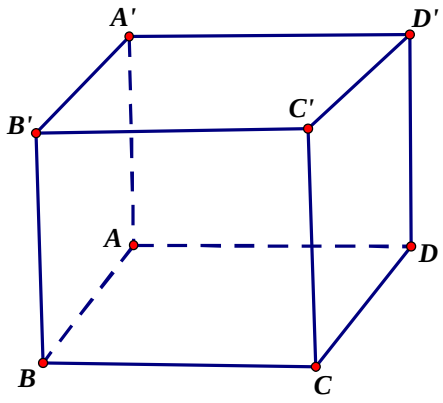
A. 4.800.000 đồng. **B.** 14.400.000 đồng.

C. 11.400.000 đồng. **D.** 6.790.000 đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn C

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



Gọi $AB = x > 0$, ta có $V = hx^2 = 8 \Leftrightarrow h = \frac{8}{x^2}$.

Diện tích xung quanh của bể cá :

$S_{xq} = 4xh + x^2 = 4x\frac{8}{x^2} + x^2 = x^2 + \frac{32}{x}$

$= x^2 + \frac{16}{x} + \frac{16}{x} \ge 3\sqrt[3]{x^2.\frac{16}{x}.\frac{16}{x}} = 3\sqrt[3]{256}$.

Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi : $x^2 = \frac{16}{x} \Leftrightarrow x = \sqrt[3]{16}$.

Số tiền tối thiểu để làm tủ kính là : $\left[\left(\sqrt[3]{16}\right)^2 + \frac{32}{\sqrt[3]{16}}\right].600.000 = 11429287,57$ đồng.

Câu 91: Người ta xây một bể chứa nước với dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3$. Đáy bể là hình chữ nhật có chiều dài gấp đôi chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây bể là 600.000 *đồng/*m^2. Hãy xác định kích thước của bể sao cho chi phí thuê nhân công thấp nhất. Chi phí đó là.

A. 75 triệu đồng. **B.** 85 triệu đồng. **C.** 90 triệu đồng. **D.** 86 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $x(m)$ là chiều rộng của đáy bể, khi đó chiều dài của đáy bể là $2x(m)$ và $h(m)$ là chiều cao bể. Bể có thể tích bằng $\frac{500}{3}m^3 \Leftrightarrow 2x^2h = \frac{500}{3} \Leftrightarrow h = \frac{250}{3x^2}$..

Diện tích cần xây là: $S = 2(xh + 2xh) + 2x^2 = 6x\frac{250}{3x^2} + 2x^2 = \frac{500}{x} + 2x^2$..

Xét hàm $S(x) = \frac{500}{x} + 2x^2, (x > 0) \Rightarrow S'(x) = \frac{-500}{x^2} + 4x = 0 \Leftrightarrow x = 5$.

Lập bảng biến thiên suy ra $S_{\min} = S(5) = 150$..

Chi phí thuê nhân công thấp nhất khi diện tích xây dựng là nhỏ nhất và bằng $S_{\min} = 150$..

Vậy giá thuê nhân công thấp nhất là: $150.500000 = 75000000$ đồng.

Câu 92: Người ta giới thiệu một loại thuốc kích thích sự sinh sản của một loại vi khuẩn. Sau t phút, số vi khuẩn được xác định theo công thức: $f(t) = 1000 + 30t^2 - t^3 \quad (0 \le t \le 30)$. Hỏi sau bao nhiêu phút thì số vi khuẩn lớn nhất?

A. 10 phút. **B.** 20 phút. **C.** 30 phút. **D.** 25 phút.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

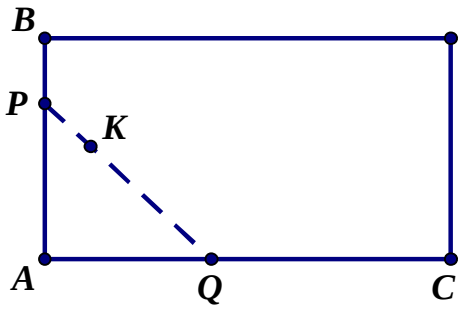
Hướng dẫn giải

Chọn B

$f'(t) = -3t^2 + 60t$, $f'(t) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} t = 0 \\ t = 20 \end{array}\right.$.

$f(0) = f(30) = 1000$, $f(20) = 5000$. Vậy $\max\limits_{[0;30]} f(t) = 5000$ tại $t = 20$ (phút).

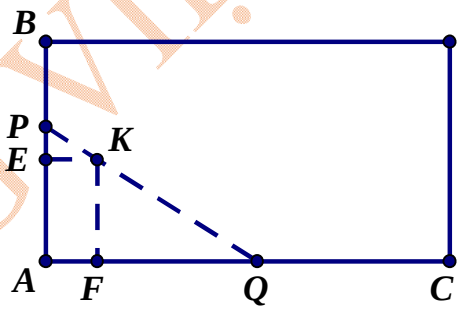
Câu 93: Một cái hồ rộng có hình chữ nhật. Tại một góc nhỏ của hồ người ta đóng một cái cọc ở vị trí K cách bờ AB là $1\,\text{m}$ và cách bờ AC là $8\,\text{m}$, rồi dùng một cây sào ngăn một góc nhỏ của hồ để thả bèo (như hình vẽ). Tính chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB, AC và cây cọc K (bỏ qua đường kính của sào).



A. $5\sqrt{5}$. **B.** $9\sqrt{2}$. **C.** $\dfrac{5\sqrt{71}}{4}$. **D.** $\dfrac{5\sqrt{65}}{4}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $AP = a$; $AQ = b$ $(a, b > 0)$.

Gọi E và F lần lượt là hình chiếu vuông góc của K xuống AB và AC. Suy ra $KE = 1, KF = 8$.

Ta có: $\dfrac{KE}{AQ} = \dfrac{PK}{PQ}; \dfrac{KF}{AP} = \dfrac{QK}{PQ} \Rightarrow \dfrac{KF}{AP} + \dfrac{KE}{AQ} = 1$ hay là $\dfrac{8}{a} + \dfrac{1}{b} = 1$.

(Hoặc có thể dùng phép tọa độ hóa: Gán $A = (0;0), P = (0;a), Q = (b;0)$. Khi đó $K = (1;8)$.

Phương trình đường thẳng $PQ: \dfrac{x}{b} + \dfrac{y}{a} = 1$. Vì PQ đi qua K nên $\dfrac{1}{b} + \dfrac{8}{a} = 1$.)

Cách 1:

Ta có: $PQ^2 = a^2 + b^2$. Vì $\dfrac{8}{a} + \dfrac{1}{b} = 1 \Rightarrow \dfrac{8k}{a} + \dfrac{k}{b} = k \ \forall k > 0$.

$$a^2 + b^2 + k = \left(a^2 + \frac{8k}{a}\right) + \left(b^2 + \frac{k}{b}\right) = \left(a^2 + \frac{4k}{a} + \frac{4k}{a}\right) + \left(b^2 + \frac{k}{2b} + \frac{k}{2b}\right) \geq 3\sqrt[3]{16k^2} + 3\sqrt[3]{\frac{k^2}{4}}.$$

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Suy ra PQ nhỏ nhất $\Leftrightarrow a^2+b^2$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow \begin{cases} a^2=\dfrac{4k}{a} \\ b^2=\dfrac{2k}{b} \\ \dfrac{8}{a}+\dfrac{1}{b}=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} k=250 \\ a=10 \\ b=5 \end{cases}$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của PQ là $\sqrt{a^2+b^2}=\sqrt{125}=5\sqrt{5}$. Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB, AC và cây cọc K là $5\sqrt{5}$.

Cách 2:

Vì $\dfrac{8}{a}+\dfrac{1}{b}=1\Rightarrow b=\dfrac{a}{a-8}$ với $a>8$. Khi đó $PQ^2=a^2+b^2=a^2+\left(\dfrac{a}{a-8}\right)^2$ với $a>8$.

Xét hàm số $f(a)=a^2+\left(\dfrac{a}{a-8}\right)^2$ với $a>8$.

Ta có $f'(a)=2a+\dfrac{2a}{a-8}.\dfrac{-8}{(a-8)^2}=\dfrac{2a\left[(a-8)^3-8\right]}{(a-8)^3}$; $f'(a)=0\Rightarrow a=10$.

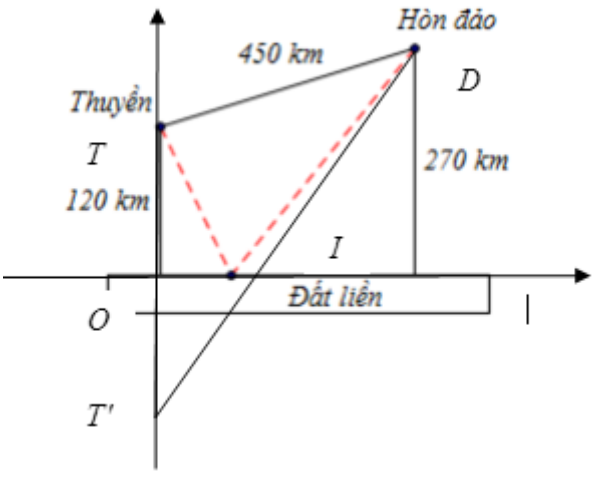
BBT của $f(a)$:

a	8		10		$+\infty$
$f'(a)$	‖	$-$	0	$+$	
$f(a)$	$+\infty$	↘	125	↗	$+\infty$

Vậy GTNN của $f(a)$ là 125 khi $a=10$.

Từ đó suy ra chiều dài ngắn nhất của cây sào để cây sào có thể chạm vào 2 bờ AB, AC và cây cọc K là $\sqrt{125}=5\sqrt{5}$.

Câu 94: Một con thuyền đang ở ngoài khơi cách đất liền $120km$ và cách hòn đảo $450km$. Hòn đảo cách đất liền $270km$. Con thuyền cần cập bến để tiếp nhiên liệu rồi mang quà Tết ra đảo. Tìm quãng đường ngắn nhất mà con thuyền đó đi (làm tròn đến hàng đơn vị).



.

A. 576 km. **B.** 584 km. **C.** 711 km. **D.** 623 km.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Chọn hệ trục tọa độ như hình vẽ.

Gọi vị trí thuyền và đảo lần lượt là $T; D.$.

Gọi T' là điểm đối xứng với T qua trục $Ox.$.

Khi đó quãng đường thuyền phải đi là: $TI + ID = T'I + ID$ ngắn nhất là $T'D$.

Ta có: $T'(0;-120); D\left(\sqrt{450^2-150^2};270\right) \Rightarrow T'D = 576.$

Câu 95: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $S = 3t^2 - t^3$. Thời điểm t (giây) tại đó vận tốc $v(\text{m/s})$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất là

A. $t = 2.$ **B.** $t = 5.$ **C.** $t = 1.$ **D.** $t = 3.$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có $v = S' \Leftrightarrow v = 6t - 3t^2 \Leftrightarrow v = -3\left(t^2 - 2t + 1\right) + 3 \Leftrightarrow v = -3(t-1)^2 + 3 \le 3,\ \forall t \in \mathbb{R}$.

Giá trị lớn nhất của $v = 3$ khi $t = 1$.

Câu 96: Người ta cần làm một cái bồn chứa dạng hình trụ có thể tích 1000 lít bằng inox để chứa nước, tính bán kính R của hình trụ đó sao cho diện tích toàn phần của bồn chứa đạt giá trị nhỏ nhất:

A. $R = \sqrt[3]{\dfrac{3}{2\pi}}$. **B.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}}$. **C.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{2}{\pi}}$. **D.** $R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{\pi}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi h và R lần lượt là chiều cao và bán kính đáy (đơn vị: mét).

Ta có: $V = h\pi R^2 = 1 \to h = \dfrac{1}{\pi R^2}$.

$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R\dfrac{1}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \dfrac{2}{R}\left(R > 0\right).$

Cách 1: Khảo sát hàm số, thu được $f(R)_{\min} \Leftrightarrow R = \sqrt[3]{\dfrac{1}{2\pi}} \Rightarrow h = \dfrac{1}{\pi\sqrt[3]{\dfrac{1}{4\pi^2}}}$.

Cách 2: Dùng bất đẳng thức:

$S_{tp} = 2\pi R^2 + 2\pi Rh = 2\pi R^2 + 2\pi R\dfrac{1}{\pi R^2} = 2\pi R^2 + \dfrac{1}{R} + \dfrac{1}{R} \ge 3\sqrt[3]{2\pi R^2.\dfrac{1}{R}.\dfrac{1}{R}} = 3\sqrt[3]{2\pi}$.

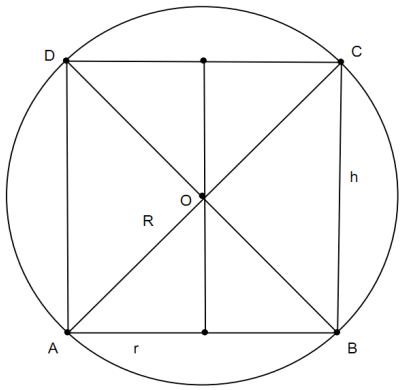
Dấu bằng xảy ra khi và chỉ khi $R^3 = \dfrac{1}{2\pi}$.

Câu 97: Người ta cần chế tạo một ly dạng hình cầu tâm O, đường kính $2R$. Trong hình cầu có một hình trụ tròn xoay nội tiếp trong hình cầu. Nước chỉ chứa được trong hình trụ. Hãy tìm bán kính đáy r của hình trụ để ly chứa được nhiều nước nhất.

A. $r = \dfrac{R}{\sqrt{3}}$. **B.** $r = \dfrac{R\sqrt{6}}{3}$. **C.** $r = \dfrac{2R}{3}$. **D.** $r = \dfrac{2R}{\sqrt{3}}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi h và r là chiều cao và bán kính đáy của hình trụ. Bài toán quy về việc tính h và r phụ thuộc theo R khi hình chữ nhật $ABCD$ nội tiếp trong hình tròn (O,R) thay đổi về $V=\pi r^2h$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có: $AC^2=AB^2+BC^2\Leftrightarrow 4R^2=4r^2+h^2$.

$V=\pi\left(R^2-\frac{1}{4}h^2\right)h=\pi\left(-\frac{1}{4}h^3+R^2h\right)\left(0<h<2\mathrm{R}\right)$.

$V'=\pi\left(-\frac{3}{4}h^2+R^2\right)\Leftrightarrow h=\pm\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

x	0		$\frac{2\mathrm{R}}{\sqrt{3}}$		2R
y'		+	0	-	
y					

Vậy $V=V_{\max}=\frac{4}{9}\pi R^3\sqrt{3}\Leftrightarrow h=\frac{2R}{\sqrt{3}}$.

Lúc đó $r^2=R^2-\frac{1}{4}.\frac{4\mathrm{R}^2}{3}=\frac{2\mathrm{R}^2}{3}\Rightarrow r=\frac{R\sqrt{6}}{3}$.

Câu 98: Cho hàm số $f(x)=x^3-3x^2+m$. Hỏi có bao nhiêu giá trị nguyên của m $(m<10)$ để với mọi bộ ba số phân biệt a, b, $c\in[1;3]$ thì $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là ba cạnh của một tam giác ?

A. 3. **B.** 1. **C.** 2. **D.** 1.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $f(a)$, $f(b)$, $f(c)$ là ba cạnh của một tam giác nên $f(a)+f(b)>f(c)$

$\Rightarrow a^3-3a^2+m+b^3-3b^2+m>c^3-3c^2+m$ với mọi a, b, $c\in[1;3]$

$\Rightarrow\left(a^3-3a^2\right)+\left(b^3-3b^2\right)-\left(c^3-3c^2\right)>-m$ với mọi a, b, $c\in[1;3]$

Do đó $\mathrm{Min}\left[\left(a^3-3a^2\right)+\left(b^3-3b^2\right)-\left(c^3-3c^2\right)\right]>-m$ với mọi a, b, $c\in[1;3]$

Ta cần tìm $\mathrm{Min}\left[\left(a^3-3a^2\right)+\left(b^3-3b^2\right)\right]$ và $\mathrm{Max}\left(c^3-3c^2\right)$ với mọi a, b, $c\in[1;3]$

Xét hàm $f(x)=x^3-3x^2$ với $x\in[1;3]$

$f'(x)=3x^2-6x$, $f'(x)=0\Leftrightarrow 3x^2-6x-0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=2\end{array}\right.$. Do $x\in[1;3]$ nên $x=2$.

Ta có $f(1)=-2$, $f(2)=-4$, $f(3)=0$.

$\underset{[1;3]}{\text{Max}} f(x)=f(3)=0$, $\underset{[1;3]}{\text{Min}} f(x)=f(2)=-4$.

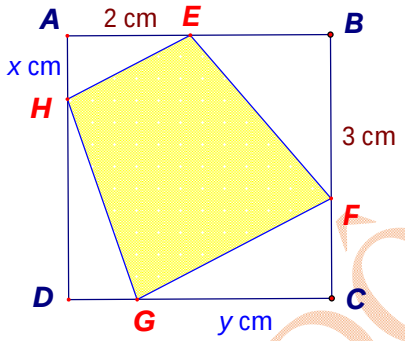
Suy ra $\text{Min}\left[\left(a^3-3a^2\right)+\left(b^3-3b^2\right)-\left(c^3-3c^2\right)\right]=-4.2=-8$.

Đẳng thức xảy ra khi $a=b=2$, $c=3$ hoặc $a=c=2$, $b=3$ hoặc $b=c=2$, $a=3$.

Do đó $-8>-m\Rightarrow m>8$. Mà $m<10$ và m nguyên nên $m=9$.

Có 1 giá trị m thỏa mãn.

Câu 99: Cho một tấm nhôm hình vuông cạnh 6 cm. Người ta muốn cắt một hình thang như hình vẽ.



Tìm tổng $x+y$ để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất.

A. $4\sqrt{2}$. **B.** $\frac{7\sqrt{2}}{2}$. **C.** 7. **D.** 5.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Ta có $S_{EFGH}=S_{ABCD}-\left(S_{AHE}+S_{DHG}+S_{GCF}+S_{EBF}\right)$.

Để diện tích hình thang $EFGH$ đạt giá trị nhỏ nhất thì $S_{AHE}+S_{DHG}+S_{GCF}$ đạt giá trị lớn nhất.

Ta có $S_{AHE}=\frac{1}{2}AE.AH=\frac{1}{2}.2.x=x$; $S_{DHG}=\frac{1}{2}DH.DG$ \$SC\$; $S_{CGF}=\frac{1}{2}CG.CF=\frac{1}{2}3y$.

Đặt $S=S_{AHE}+S_{DHG}+S_{GCF}$ thì $S=\frac{1}{2}\left(2x+3y+36-6x-6y+xy\right)=\frac{1}{2}\left(36+xy-4x-3y\right)$ (1).

Mặt khác ta lại có $\Delta AEH\backsim\Delta CGF\Rightarrow\frac{AH}{CF}=\frac{AE}{CG}\Rightarrow xy=6$ (2).

Thay (2) vào (1) ta có $S=\frac{1}{2}\left[42-\left(4x+\frac{18}{x}\right)\right]$.

Ta có S lớn nhất khi $4x+\frac{18}{x}$ nhỏ nhất $\Leftrightarrow 4x=\frac{18}{x}\Leftrightarrow x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$.

Khi $x=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ thì $y=2\sqrt{2}$. Vậy $x+y=\frac{7\sqrt{2}}{2}$.

Câu 100: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000.000 đồng mỗi tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ mỗi lần tăng giá cho thuê mỗi căn hộ 100.000 đồng mỗi tháng thì có thể 2 căn hộ bị bỏ trống. Muốn có thu nhập cao nhất, công ty đó phải cho thuê với giá mỗi căn hộ là bao nhiêu?

A. 2.550.000. **B.** 2.350.000. **C.** 2.450.000. **D.** 2.250.000.

Hướng dẫn giải

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Chọn D

Gọi x là giá cho thuê thực tế của mỗi căn hộ, (x – đồng; $x \ge 2000.000$ đồng).

Số căn hộ cho thuê được ứng với giá cho thuê:

$$50 - \frac{1}{50000}(x - 2000000) = -\frac{1}{50.000}x + 90, (1)$$

Gọi $F(x)$ là hàm lợi nhuận thu được khi cho thuê các căn hộ, ($F(x)$: đồng).

Ta có $F(x) = \left(-\frac{1}{50.000}x + 90\right)x = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của $F(x) = -\frac{1}{50.000}x^2 + 90x$ với điều kiện $x \ge 2000.000$

$$F'(x) = -\frac{1}{25.000}x + 90$$

$$F'(x) = 0 \Leftrightarrow -\frac{1}{25.000}x + 90 = 0 \Leftrightarrow x = 2.250.000$$

Ta lập bảng biến thiên:

Suy ra $F(x)$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 2.250.000$

Vậy công ty phải cho thuê với giá $2.250.000$ đồng mỗi căn hộ thì được lãi lớn nhất.

Nhận xét: Làm sao ta có thể tìm được hệ số $\frac{1}{50000}$ trong biểu thức (1)?

Ta có thể hiểu đơn giản như sau: Số căn hộ cho thuê mỗi tháng ứng với số tiền cho thuê; $50 - m(x - 2000.000)x = 2.000.000$ thì số căn hộ được thuê là 50. Nếu số tiền cho thuê tăng lên là $x = 2.100.000$ thì có 2 căn hộ để trống, nghĩa là có 48 người thuê. Ta có:

$$50 - m(2.100.000 - 2.000.000) = 48 \Leftrightarrow m = \frac{1}{50000}.$$

Câu 101: Một loại thuốc được dùng cho một bệnh nhân và nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân được giám sát bởi bác sĩ. Biết rằng nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân sau khi tiêm vào cơ thể trong t giờ được tính theo công thức $c(t) = \frac{t}{t^2+1}$ (mg/L). Sau khi tiêm thuốc bao lâu thì nồng độ thuốc trong máu của bệnh nhân cao nhất?

A. 3 giờ. **B.** 2 giờ. **C.** 4 giờ. **D.** 1 giờ.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Với $c(t) = \frac{t}{t^2+1}$, $t > 0$ ta có $c'(t) = \frac{-t^2+1}{(t^2+1)^2}$.

Cho $c'(t) = 0 \Leftrightarrow \frac{-t^2+1}{(t^2+1)^2} = 0 \Leftrightarrow t = 1$.

Bảng biến thiên

t		0		1		$+\infty$
$c'(t)$			$+$	0	$-$	
$c(t)$			↗	$\frac{1}{2}$	↘	

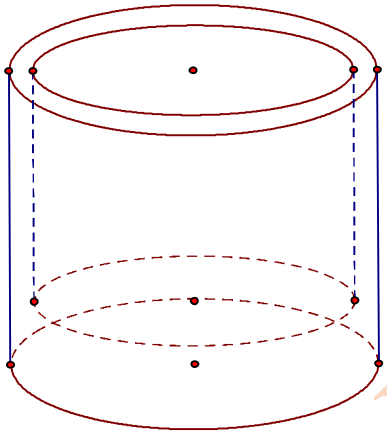
Vậy $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t)=\frac{1}{2}$ khi $t=1$.

Cách 2 :

Với $t>0$, ta có $t^2+1\geq 2t$. Dấu "=" xảy ra $\Leftrightarrow t=1$.

Do đó, $c(t)=\frac{t}{t^2+1}\leq\frac{t}{2t}=\frac{1}{2}$. Vậy $\max\limits_{(0;+\infty)} c(t)=\frac{1}{2}$ khi $t=1$.

Câu 102: Để làm một chiếc cốc bằng thủy tinh dạng hình trụ với đáy cốc dày $1,5$ cm, thành xung quanh cốc dày $0,2$ cm và có thể tích thật (thể tích nó đựng được) là 480π cm^3 thì người ta cần ít nhất bao nhiêu cm^3 thủy tinh ?



A. $70,16\pi$ cm^3. **B.** $80,16\pi$ cm^3. **C.** $85,66\pi$ cm^3. **D.** $75,66\pi$ cm^3.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi bán kính và chiều cao hình trụ bên trong lần lượt là $\Rightarrow$, h ta có: $y\Rightarrow h=\frac{480}{r^2}$.

Thể tích hình trụ bên ngoài là: $V=\pi(r+0,2)^2.(h+1,5)=\pi(r+0,2)^2.\left(\frac{480}{r^2}+1,5\right)$.

Thể tích thủy tinh là: $\pi(r+0,2)^2.\left(\frac{480}{r^2}+1,5\right)-480\pi$.

Xét $f(r)=\pi(r+0,2)^2.\left(\frac{480}{r^2}+1,5\right)$, $r>0$.

$\Rightarrow f'(r)=2\pi(r+0,2)\left(\frac{480}{r^2}+1,5\right)+\pi(r+0,2)^2.\left(-\frac{960}{r^3}\right)$

$f'(r)=0\Leftrightarrow 2\left(\frac{480}{r^2}+1,5\right)=(r+0,2).\frac{960}{r^3}\Leftrightarrow 3=\frac{192}{r^3}\Leftrightarrow r=4$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

r	0		4		$+\infty$
$f'(r)$		$-$	0	$+$	
$f(r)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{27783}{50}\pi$	$\nearrow$	$+\infty$

Vậy thể tích thủy tinh người ta cần ít nhất là $\frac{27783}{50}\pi - 480\pi \approx 75,66\pi \left(\text{cm}^3\right)$.

Câu 103: Sau khi phát hiện ra dịch bệnh vi rút Zika, các chuyên gia sở y tế TP.HCM ước tính số người nhiễm bệnh kể từ khi xuất hiện bệnh nhân đầu tiên đến ngày thứ t là $f(t)=15t^2-t^3$. Ta xem $f'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (người/ngày) tại thời điểm t. Tốc độ truyền bệnh sẽ lớn nhất vào ngày thứ bao nhiêu?

A. Ngày thứ 25. **B.** Ngày thứ 20. **C.** Ngày thứ 5. **D.** Ngày thứ 10.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Ta có: $f(t)=15t^2-t^3$.

$f'(t)=30t-3t^2=-3(t-5)^2+75\le 75$.

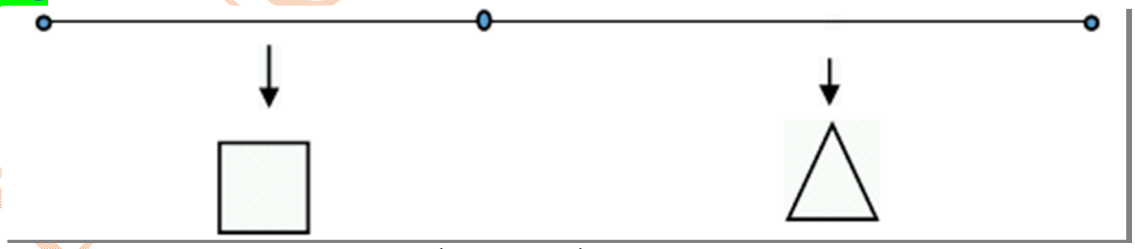
Suy ra $f'(t)_{\max}=75\Leftrightarrow t=5$.

Câu 104: Bạn A có một đoạn dây mềm và dẻo không đàn hồi $20\,m$, bạn chia đoạn dây thành hai phần, phần đầu gấp thành một tam giác đều. Phần còn lại gập thành một hình vuông. Hỏi độ dài phần đầu bằng bao nhiêu (m) để tổng diện tích hai hình trên là nhỏ nhất?

A. $\frac{40}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **B.** $\frac{180}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **C.** $\frac{60}{9+4\sqrt{3}}\,m$. **D.** $\frac{120}{9+4\sqrt{3}}\,m$.

Hướng dẫn giải

Chọn C



Gọi $x\ (m)$ là cạnh của tam giác đều, $\left(0<x<\frac{20}{3}\right)$.

Suy ra cạnh hình vuông là $\frac{20-3x}{4}\ (m)$.

Gọi S là tổng diện tích của hai hình.

$S(x)=x^2.\frac{\sqrt{3}}{4}+\left(\frac{20-3x}{4}\right)^2$.

Ta có : $S'(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}x+2\frac{20-3x}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right)$.

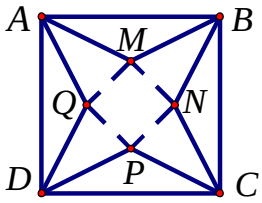
$S'(x)=0 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}x+2\frac{20-3x}{4}.\left(-\frac{3}{4}\right)=0 \Leftrightarrow x=\frac{60}{9+4\sqrt{3}}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{60}{9+4\sqrt{3}}$		$\frac{20}{3}$
$S'(x)$		$-$	0	$+$	
$S(x)$		↘		↗	

Dựa vào bảng biến thiên, S đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\frac{60}{9+4\sqrt{3}}$ m.

Câu 105: Từ một tấm bìa hình vuông $ABCD$ có cạnh bằng $MA^2=MB^2+MC^2$, người ta cắt bỏ bốn tam giác cân bằng nhau là AMB, $R=3$, CPD và DQA. Với phần còn lại, người ta gấp lên và ghép lại để thành hình chóp tứ giác đều. Hỏi cạnh đáy của khối chóp bằng bao nhiêu để thể tích của nó là lớn nhất ?



A. $\left(2+\frac{3n}{2}\right).2^n=1600$.

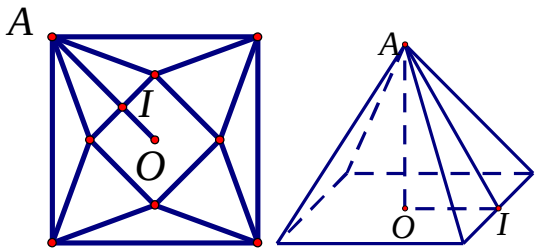
B. $2\sqrt{2}$ dm.

C. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$dm.

D. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$dm.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Gọi cạnh đáy của mô hình là x (cm) với $x>0$. Ta có $AI=AO-IO=25\sqrt{2}-\frac{x}{2}$.

Chiều cao của hình chóp $h=\sqrt{AI^2-OI^2}=\sqrt{\left(25\sqrt{2}-\frac{x}{2}\right)^2-\left(\frac{x}{2}\right)^2}=\sqrt{1250-25\sqrt{2}x}$.

Thể tích của khối chóp bằng $V=\frac{1}{3}.x^2.\sqrt{1250-25\sqrt{2}x}=\frac{1}{3}.\sqrt{1250x^4-25\sqrt{2}x^5}$.

Điều kiện $1250-25\sqrt{2}x>0 \Rightarrow x<25\sqrt{2}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Xét hàm số $y=\frac{1}{3}.\sqrt{1250x^4-25\sqrt{2}x^5}$ với $0<x<25\sqrt{2}$.

Ta có $y'=\frac{1}{3}.\frac{5000x^3-125\sqrt{2}x^4}{2\sqrt{1250x^4-25\sqrt{2}x^3}}$.

Có $y'=0\Rightarrow 5000x^3-125\sqrt{2}x^4=0\Rightarrow x=20\sqrt{2}$.

Bảng biến thiên

x	0		$20\sqrt{2}$		$25\sqrt{2}$
y'		$+$	0	$-$	
y	0	↗	$\frac{4000\sqrt{10}}{3}$	↘	0

Vậy để mô hình có thể tích lớn nhất thì cạnh đáy của mô hình bằng $20\sqrt{2}$ cm $=2\sqrt{2}$ dm.

Câu 106: Cần phải làm cái cửa sổ mà, phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là $a(m)$(a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi độ dài cạnh hình chữ nhật là dây cung của hình bán nguyệt). Hãy xác định các kích thước của nó để diện tích cửa sổ là lớn nhất?

A. chiều rộng bằng $a(4+\pi)$, chiều cao bằng $2a(4+\pi)$

B. chiều rộng bằng $a(4-\pi)$, chiều cao bằng $2a(4-\pi)$

C. chiều rộng bằng $\frac{2a}{4+\pi}$, chiều cao bằng $\frac{a}{4+\pi}$

D. chiều rộng bằng $\frac{a}{4+\pi}$, chiều cao bằng $\frac{2a}{4+\pi}$

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi x là bán kính của hình bán nguyệt. Ta có chu vi của hình bán nguyệt là πx, tổng ba cạnh của hình chữ nhật là $a-\pi x$. Diện tích cửa sổ là:

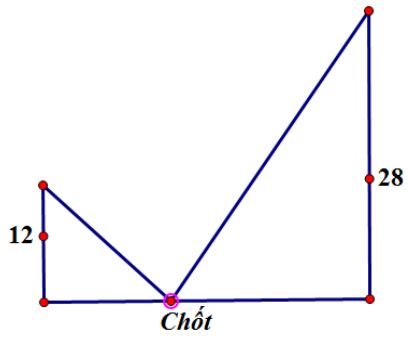
$$S=S_1+S_2=\frac{\pi x^2}{2}+2x\frac{a-\pi x-2x}{2}=ax-(\frac{\pi}{2}+2)x^2=(\frac{\pi}{2}+2)x(\frac{a}{\frac{\pi}{2}+2}-x).$$

Dễ thấy S lớn nhất khi $x=\frac{a}{\frac{\pi}{2}+2}-x$ hay $x=\frac{a}{4+\pi}$.(Có thể dùng đạo hàm hoặc đỉnh Parabol)

Vậy để S_{max} thì các kích thước của nó là: chiều cao bằng $\frac{a}{4+\pi}$; chiều rộng bằng $\frac{2a}{4+\pi}$

Câu 107: Có hai chiếc cọc cao *12m* và *28m*, đặt cách nhau *30m* (xem hình minh họa dưới đây). Chúng được buộc bởi hai sợi dây từ một cái chốt trên mặt đất nằm giữa hai chân cột tới đỉnh của mỗi cột. Gọi *x (m)* là khoảng cách từ chốt đến chân cọc ngắn. Tìm *x* để tổng độ dài hai dây ngắn nhất.

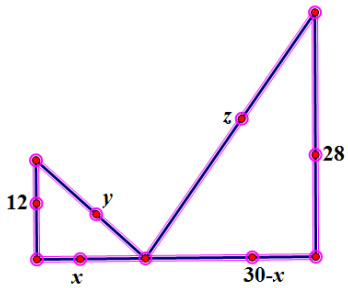
ĐẶNG VIỆT ĐÔNG



A. $x=11$. **B.** $x=12$. **C.** $x=9$. **D.** $x=10$.

Hướng dẫn giải

Chọn D



Kí hiệu x là khoảng cách từ chân cột thấp tới chốt buộc; y,z là độ dài hai sợi dây như hình vẽ. Khi đó khoảng cách từ chốt buộc tối chân cột thứ hai là $30-x$.

Điều kiện $0<x<30; y,z>0$. Gọi d là tổng độ dài hai sợi dây. Khi đó $d=y+z$.

Theo Pitago, ta có

$$x^2+12^2=y^2\Rightarrow y=\sqrt{x^2+144};\left(30-x\right)^2+28^2=z^2$$

$$\Rightarrow y=\sqrt{x^2+144}+\sqrt{x^2-60x+1684}\quad\left(0<x<30\right).$$

Ta có $d'=\dfrac{x}{\sqrt{x^2+144}}+\dfrac{x-30}{\sqrt{x^2-30x+1684}}$.

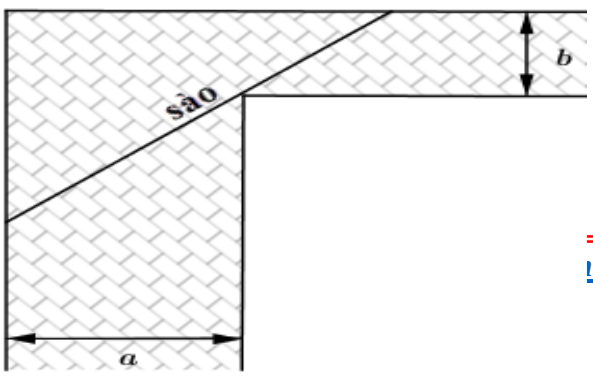
$$d'=0\Leftrightarrow x\sqrt{x^2-60x+1684}=\left(30-x\right)\sqrt{x^2+144}$$

$$\Leftrightarrow x^2\left(x^2-60x+1684\right)=\left(30-x\right)^2\left(x^2+144\right)$$

$$\Leftrightarrow 640x^2-8640x-129600=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=0\\x=-22,5\notin\left(0;30\right)\end{array}\right.$$

Lập BBT ta có $\min\limits_{(0;30)}d=d\left(9\right)=50$.

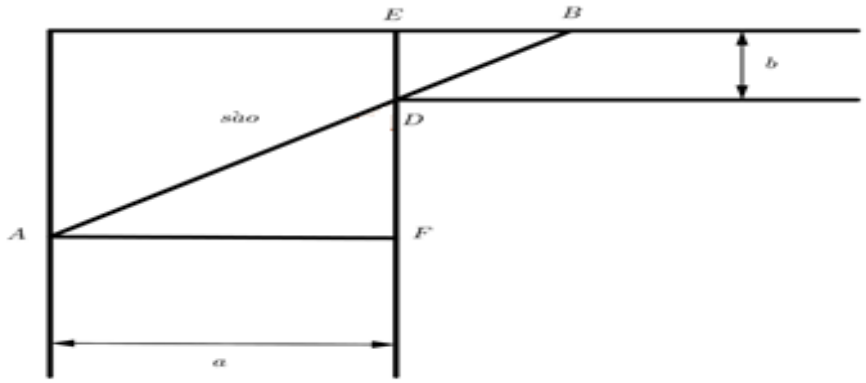
Câu 108: Để chặn đường hành lang hình chữ L, người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết $a=24$ và $b=3$, hỏi cái sào thỏa mãn điều kiện trên có chiều dài tối thiểu là bao nhiêu?



A. $27\sqrt{5}$. **D.** $18\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Đặt các điểm như hình vẽ.

Đặt $DF=x$, $x>0$, ta có ΔADF đồng dạng với ΔBED nên $\frac{EB}{ED}=\frac{AF}{DF}\Rightarrow EB=\frac{ab}{x}$.

Gọi l là chiều dài của que sào, ta có $l^2=AB^2=(x+b)^2+\left(a+\frac{ab}{x}\right)^2=f(x)$.

$$f'(x)=2(x+b)-2\frac{ab}{x^2}\left(a+\frac{ab}{x}\right)=2(x+b)\left(1-\frac{a^2b}{x^3}\right);\ f'(x)=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{a^2b}=12.$$

Xét bảng sau:

x	0		12		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	1125	↗	

Vậy giá trị nhỏ nhất của que sào là $l=\sqrt{1125}=15\sqrt{5}$.

Câu 109: Nhà xe khoán cho hai tài xế An và Bình mỗi người lần lượt nhận 32 lít và 72 lít xăng trong một tháng. Biết rằng, trong một ngày tổng số xăng cả hai người sử dụng là 10 lít. Tổng số ngày ít nhất để hai tài xế sử dụng hết số xăng được khoán là

A. 15 ngày. **B.** 4 ngày. **C.** 10 ngày. **D.** 20 ngày.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Gọi x (lít) $(0<x<10)$ là số xăng An sử dụng trong 1 ngày.

Khi đó: $10-x$ (lít) là số xăng Bình sử dụng trong 1 ngày.

Suy ra $f(x)=\frac{32}{x}+\frac{72}{10-x}$, $x\in(0;10)$ là tổng số ngày An và Bình sử dụng hết số xăng được khoán.

Ta có: $f(x)=\frac{32}{x}+\frac{72}{10-x}\Rightarrow f'(x)=-\frac{32}{x^2}+\frac{72}{(10-x)^2}$.

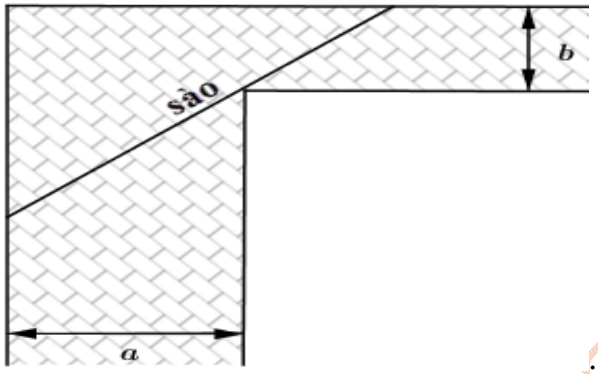
Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow -\frac{32}{x^2}+\frac{72}{(10-x)^2}=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=4\\x=-20\notin(0;10)\end{array}\right.$

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)=\frac{32}{x}+\frac{72}{10-x}$, $x\in(0;10)$

x	0		4		10
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	‖
$f(x)$	‖ $+\infty$	$\searrow$	20	$\nearrow$	$+\infty$ ‖

Theo BBT: ít nhất 20 ngày thì An và Bình sử dụng hết lượng xăng được khoán.

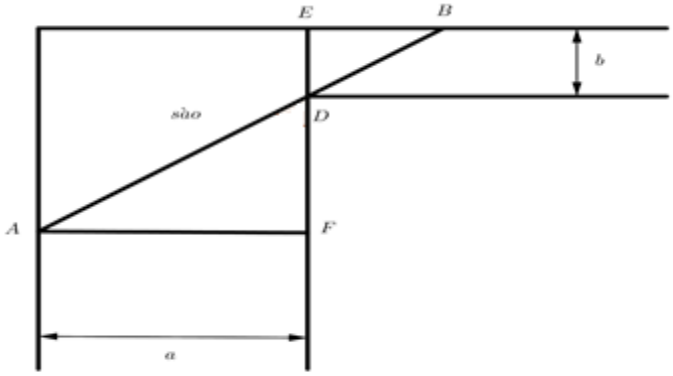
Câu 110: Để chặn đường hành lang hình chữ L người ta dùng một que sào thẳng dài đặt kín những điểm chạm với hành lang (như hình vẽ). Biết rằng $a=24$ và $b=3$, hỏi cái sào thỏa mãn điều trên có chiều dài l tối thiểu là bao nhiêu ?



A. $15\sqrt{5}$. **B.** $\frac{51\sqrt{5}}{2}$. **C.** $11\sqrt{5}$. **D.** $27\sqrt{5}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt các điểm như hình vẽ.

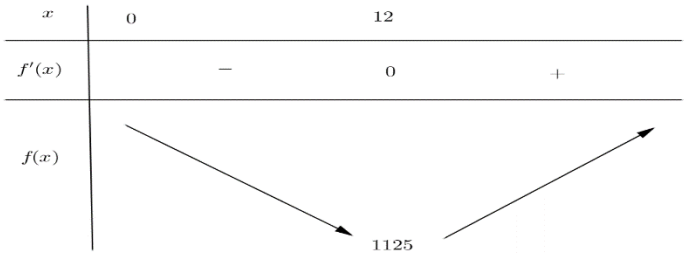
Đặt $DF=x$, $x>0$. Ta có ΔADF đồng dạng với ΔBDE nên $\frac{EB}{ED}=\frac{AF}{DF}\Rightarrow EB=\frac{ab}{x}$.

$l^2=AB^2=(x+b)^2+\left(a+\frac{ab}{x}\right)^2=f(x),.$

$f'(x)=2(x+b)-2\frac{ab}{x^2}\left(a+\frac{ab}{x}\right)=2(x+b)\left(1-\frac{a^2b}{x^3}\right).$

$f'(x)=0\Leftrightarrow x=\sqrt[3]{a^2b}=12$.

Bảng biến thiên.



Vậy giá trị nhỏ nhất của l là $\sqrt{1125}=15\sqrt{5}$.

Câu 111: Một người nuôi cá thì nghiệm trong hồ. Người đó thấy rằng nếu mỗi đơn vị diện tích của mặt hồ có n con cá thì trung bình mỗi con cá sau một vụ cân nặng $P(n)=480-20n\,(gam)$. Hỏi phải thả bao nhiêu cá trên một đơn vị diện tích của mặt hồ để sau một vụ thu hoạch được nhiều cá nhất?

A. 12. **B.** 14. **C.** 10. **D.** 18.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Cách 1: Thế đáp án:

Số cá trên mỗi đơn vị diện tích	12	14	10	18
Số cân nặng: $(480-20n)n(gam)$	2880	2800	2800	2160

Cách 2: Số cân nặng của n con cá là:

$f(n)=(480-20n)n=-20n^2+480n=-20(n-12)^2+2880\le 2880$

Vậy giá trị lớn nhất của $f(n)$ là 2880 đạt được khi $n=12$.

Chú ý: hàm f như một hàm số theo biến số thực, chứ không phải biến số nguyên dương

Câu 112: Một ngọn hải đăng đặt ở vị trí A cách bờ $5km$, trên bờ biển có một kho hàng ở vị trí C cách B một khoảng $7km$. Người canh hải đăng có thể chèo thuyền từ A đến M trên bờ biển với vận tốc $4km/h$ rồi đi bộ từ M đến C với vận tốc $6km/h$. Xác định độ dài đoạn BM để người đó đi từ A đến C nhanh nhất.

A. $2\sqrt{5}$ km. **B.** $\frac{7}{3}km$. **C.** $\frac{7}{2}km$. **D.** $3\sqrt{2}\,km$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $BM=x\ (km)$, $0\le x\le 7$. Khi đó: $AM=\sqrt{25+x^2}$ và $MC=7-x$.

Theo đề bài ta có: $f(x)=\frac{\sqrt{x^2+25}}{4}+\frac{7-x}{6}$.

$f'(x)=\frac{3x-2\sqrt{25+x^2}}{4\sqrt{25+x^2}}$.

Cho $f'(x)=0\Leftrightarrow 2\sqrt{25+x^2}=3x\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x^2=20\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x\ge 0\\x=\pm 2\sqrt{5}\end{cases}\Leftrightarrow x=2\sqrt{5}$.

Khi đó: $f(0)=\frac{29}{12}$, $f(7)=\frac{\sqrt{74}}{4}$ và $f\left(2\sqrt{5}\right)=\frac{14-\sqrt{5}}{12}$.

Vậy $\min\limits_{x\in[0;7]} f(x)=f\left(2\sqrt{5}\right)=\frac{14-\sqrt{5}}{12}$.

Câu 113: Một vật chuyển động theo quy luật $s=-\frac{1}{2}t^3+6t^2$ với t (giây) là khoảng thời gian tính từ khi vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật di chuyển được trong khoảng thời gian đó. Hỏi trong khoảng thời gian 6 giây, kể từ khi bắt đầu chuyển động, vận tốc lớn nhất của vật đạt được bằng bao nhiêu?

A. $64(m/s)$. **B.** $18(m/s)$. **C.** $108(m/s)$. **D.** $24(m/s)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Ta có $v(t)=s'(t)=-\frac{3t^2}{2}+12t$;

$v'(t)=-3t+12$; $v'(t)=0\Leftrightarrow t=4$.

$v(0)=0; v(4)=24; v(6)=18$. Suy ra vận tốc lớn nhất của vật đạt được trong 6 giây đầu là $24(m/s)$.

Câu 114: Một ngôi nhà có nền dạng tam giác đều ABC cạnh dài $10(m)$ được đặt song song và cách mặt đất $h(m)$. Nhà có 3 trụ tại A, B, C vuông góc với (ABC). Trên trụ A người ta lấy hai điểm M, N sao cho $AM=x, AN=y$ và góc giữa (MBC) và (NBC) bằng 90° để là mái và phần chứa đồ bên dưới. Xác định chiều cao thấp nhất của ngôi nhà.

A. 10. **B.** 12. **C.** $5\sqrt{3}$. **D.** $10\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Để nhà có chiều cao thấp nhất ta phải chọn N nằm trên mặt đất. Chiều cao của nhà là $NM=x+y$.

Gọi I là trung điểm của BC. Ta có ΔABC đều $\Rightarrow AI\perp BC$, vì

$MN\perp(ABC)\Rightarrow MN\perp BC$, từ đó suy ra $\Rightarrow BC\perp(MNI)\Rightarrow\begin{cases}MI\perp BC\\ NI\perp BC\end{cases}\Rightarrow\widehat{MIN}=90^0$

ΔIMN vuông tại I nhận AI là đường cao nên $\Rightarrow AM.AN=AI^2\Rightarrow xy=\left(\frac{10\sqrt{3}}{2}\right)^2=75$

Theo bất đẳng thức Côsi: $x+y\ge 2\sqrt{xy}=2.\sqrt{75}=10\sqrt{3}\Leftrightarrow x=y=5\sqrt{3}$

Do đó chiều cao thấp nhất của nhà là $10\sqrt{3}$.

Câu 115: Ông Bình xây một hồ nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 18 m^3, đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500 000 đồng cho mỗi mét vuông. Chi phí thấp nhất để xây hồ là

A. 19 triệu đồng. **B.** 18 triệu đồng. **C.** 16 triệu đồng. **D.** 20 triệu đồng.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi chiều rộng của đáy hồ nước là $x \Rightarrow$ chiều dài của đáy hồ nước là $3x\,(m)$, với $0<x<\sqrt{6}$.

Suy ra chiều cao của hồ nước là $h=\dfrac{6}{x^2}\ (m)$

Tổng diện tích cần xây là $S(x)=S_{xq}+S_{đ}=2xh+2.3xh+3x^2=8xh+3x^2$ hay $S(x)=\dfrac{48}{x}+3x^2$.

Do đó $S(x)=\dfrac{24}{x}+\dfrac{24}{x}+3x^2\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{24}{x}.\dfrac{24}{x}.3x^2}=36$, với mọi $0<x<\sqrt{6}$.

Vậy $S_{\min}=36\,(m^2)$ khi $\dfrac{24}{x}=3x^2$ hay $x=2$. Vậy chi phí xây hồ là 18 triệu đồng.

Câu 116: Để thiết kế một chiếc bể cá hình hộp chữ nhật có chiều cao là $60cm$, thể tích $96000cm^3$. Người thợ dùng loại kính để sử dụng làm mặt bên có giá thành 70000 VNĐ/m^2 và loại kính để làm mặt đáy có giá thành 100000 VNĐ/m^2. Tính chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá.

A. 83200 VNĐ. **B.** 320000 VNĐ. **C.** 832000 VNĐ. **D.** 32000 VNĐ.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi $x, y\,(m)\ (x>0, y>0)$ là chiều dài và chiều rộng của đáy bể, khi đó theo đề ta suy ra

$0,6xy=0,096\Leftrightarrow y=\dfrac{0,16}{x}$. Giá thành của bể cá được xác định theo hàm số sau:

$f(x)=2.0,6\left(x+\dfrac{0,16}{x}\right).70000+100000x\dfrac{0,16}{x}\Leftrightarrow f(x)=84000\left(x+\dfrac{0,16}{x}\right)+16000$ (VNĐ).

$f'(x)=84000\left(1-\dfrac{0,16}{x^2}\right)$, $f'(x)=0\Leftrightarrow x=0,4$.

Ta có bảng biến thiên sau:

x	0		$0,4$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘	$f(0,4)$	↗	

Dựa vào bảng biến thiên suy ra chi phí thấp nhất để hoàn thành bể cá là $f(0,4)=83200$ VNĐ.

Câu 117: Mỗi chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3-\dfrac{x}{40}\right)^2\ (USD)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.

D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).

Hướng dẫn giải

Chọn A

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Số tiền thu được là: $y = x\left(3-\frac{x}{40}\right)^2 \Rightarrow y' = 9-\frac{3}{10}x+\frac{3x^2}{1600} = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=40 \\ x=120 \end{array}\right.$ $0 \le x \le 60$.

$\Rightarrow y_{\max} = 160 \Leftrightarrow x = 40$.

Câu 118: Một chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Nếu một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$ (USD). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 135 (USD).

B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng 160 (USD).

D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Số tiền thu được khi có x khách là

$f(x) = x\left(3-\frac{x}{40}\right)^2$

Ta có $f'(x) = \left(3-\frac{x}{40}\right)^2 - 2.\frac{1}{40}\left(3-\frac{x}{40}\right)x = \left(3-\frac{x}{40}\right)\left(3-\frac{x}{40}-\frac{x}{20}\right) = \left(3-\frac{x}{40}\right)\left(3-\frac{3x}{40}\right)$

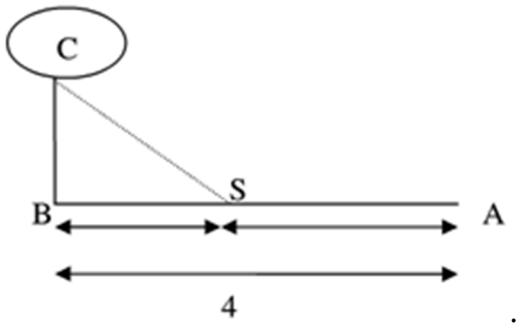
$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \left(3-\frac{x}{40}\right)\left(3-\frac{3x}{40}\right) = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=120 \\ x=40 \end{array}\right.$

$f(40) = 160$

$f(60) = 135$

Vậy $\max\limits_{x\in[0;60]} f(x) = f(40) = 160$.

Câu 119: Một đường dây điện được nối từ một nhà máy điện ở địa điểm A đến một hòn đảo ở địa điểm C. Khoảng cách ngắn nhất từ C đến B là $1(km)$. Khoảng cách từ B đến A là $4(km)$. Hỏi điểm S cách A bao nhiêu để khi mắc dây điện từ A qua S rồiđến C là ít tốn kém nhất, biết rằng mỗi km dây điện đặt từ A đến S mất 3000 USD, mỗi km dây điện đặt từ S đến C mất 5000 USD.



A. $\frac{14}{3}(km)$. **B.** $\frac{13}{3}(km)$. **C.** $\frac{8}{3}(km)$. **D.** $\frac{10}{3}(km)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C

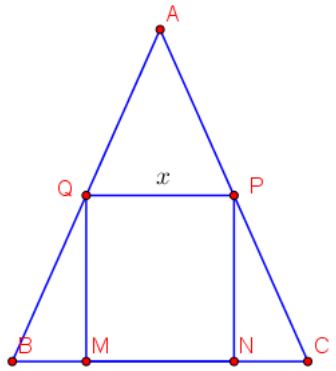
Đặt $BS = x \Rightarrow SA = 4-x, CS = \sqrt{x^2+1}$ với $0 < x < 4$.

Tổng số tiền $f(x)$ để mắc dây là.

$f(x)=3000(4-x)+5000\sqrt{x^2+1}$.

Khảo sát hàm số ta được $f(x)$ nhỏ nhất khi $x=\frac{4}{3}\Rightarrow SA=\frac{8}{3}km$.

Câu 120: Một miếng bìa hình tam giác đều ABC, cạnh bằng 16. Học sinh Trang cắt một hình chữ nhật $MNPQ$ từ miếng bìa trên để làm biển trông xe cho lớp trong buổi ngoại khóa (với M,N thuộc cạnh BC; P, Q lần lượt thuộc cạnh AC và AB). Diện tích hình chữ nhật $MNPQ$ lớn nhất bằng bao nhiêu?



A. $34\sqrt{3}$. **B.** $16\sqrt{3}$. **C.** $8\sqrt{3}$. **D.** $32\sqrt{3}$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $MN=x,(0<x<16)\Rightarrow BM=\frac{16-x}{2}$

$\Rightarrow \tan 60^\circ=\frac{QM}{BM}\Rightarrow QM=\frac{\sqrt{3}}{2}(16-x)$

Xét hàm số $S(x)=\frac{\sqrt{3}}{2}x(16-x)=\frac{\sqrt{3}}{2}(-x^2+16x)\Rightarrow \max S=32\sqrt{3}$ khi $x=8$.

Câu 121: chứa tối đa mỗi phòng học là 200 em HS. Nếu một phòng học có x HS thì học phí cho mỗi HS là $\left(9-\frac{x}{40}\right)^2$ (nghìn đồng). Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 200 HS.
B. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 4.320 (nghìn đồng).
C. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất khi có 360 HS.
D. Một buổi học thu được số tiền học phí cao nhất bằng 3.200 (nghìn đồng).

Hướng dẫn giải

Chọn B

Số tiền thu được khi có x HS là :

$f(x)=x\left(9-\frac{x}{40}\right)^2$.

Ta có $f'(x)=\left(9-\frac{x}{40}\right)^2-2.\frac{1}{40}\left(9-\frac{x}{40}\right)x=\left(9-\frac{x}{40}\right)\left(9-\frac{x}{40}-\frac{x}{20}\right)=\left(9-\frac{x}{40}\right)\left(9-\frac{3x}{40}\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

$f'(x)=0\Leftrightarrow\left(9-\frac{x}{40}\right)\left(9-\frac{3x}{40}\right)=0\Leftrightarrow\left[\begin{array}{l}x=360\\x=120\end{array}\right.$.

$f(120)=4.320; f(200)=3.200$.

Vậy $\max\limits_{x\in[0;200]} f(x)=f(120)=4.320$.

Câu 122: Một lão nông chia đất cho con trai để người con canh tác riêng, biết người con sẽ được chọn miếng đất hình chữ nhật có chu vi bằng $800(m)$. Hỏi anh ta chọn mỗi kích thước của nó bằng bao nhiêu để diện tích canh tác lớn nhất?

A. Đáp án khác **B.** $200m\times 200m$ **C.** $300m\times 100m$ **D.** $250m\times 150m$

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi chiều dài và chiều rộng của miếng đất lần lượt là: và

Diện tích miếng đất:

Theo đề bài thì: hay. Do đó: với

Đạo hàm:. Cho.

Lập bảng biến thiên ta được: khi.

Kết luận: Kích thước của miếng đất hình chữ nhật là (là hình vuông).

Lưu ý: Có thể đánh giá bằng BĐT Cô-Sy.

Câu 123: Một xưởng in có 8 máy in, mỗi máy in được 4000 bản in khổ giấy $A4$ trong một giờ. Chi phí để bảo trì, vận hành một máy trong mỗi lần in là 50000 đồng. Chi phí in ấn của n máy chạy trong một giờ là $20(3n+5)$ nghìn đồng. Hỏi nếu in 50000 bản in khổ giấy $A4$ thì phải sử dụng bao nhiêu máy để thu được nhiều lãi nhất?

A. 6 máy. **B.** 5 máy. **C.** 4 máy. **D.** 7 máy.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi số giờ cần in là x thì n máy in được $4000.n.x$ bản in trong x giờ.

Ta có $4000.n.x=50000\Rightarrow nx=\frac{25}{2}$

Chi phí của n máy chạy trong x giờ là $20x(3n+5)$ nghìn đồng.

Chi phí để bảo trì n máy là $50n$ nghìn đồng.

Tổng chi phí là $f(n)=20x(3n+5)+50n=60xn+100x+50n=750+\frac{1250}{n}+50n$

$f'(n)=-\frac{1250}{n^2}+50$, $f'(n)=0\Leftrightarrow n=5$.

Ta có BBT

n	1		5		8
$f'(n)$		$-$	0	$+$	
$f(n)$		↘	$f(5)$	↗	

Để thu được tiền lãi cao nhất cần chi phí thấp nhất, vậy $n=5$ thỏa ycbt.

Câu 124: Một con cá hồi bơi ngược dòng (từ nơi sinh sống) để vượt khoảng cách $300km$ (tới nơi sinh sản). Vận tốc dòng nước là $6km/h$. Giả sử vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên là $v\ km/h$ thì

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

năng lượng tiêu hao của cá trong t giờ cho bởi công thức $E(v)=cv^3t$ trong đó c là hằng số cho trước. E tính bằng Jun. Vận tốc bơi của cá khi nước đứng yên để năng lượng của cá tiêu hao ít nhất bằng:

A. 12 km/h. **B.** 8 km/h. **C.** 10 km/h. **D.** 9 km/h.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Thời gian cá bơi: $t=\dfrac{300}{v-6}\Rightarrow E=cv^3t=cv^3.\dfrac{300}{v-6}$.

Xét hàm số $E(v)=cv^3.\dfrac{300}{v-6}$ với $v\in(6;+\infty)$.

$E'(v)=\dfrac{-300.c.v^3}{(v-6)^2}+\dfrac{900cv^2}{v-6}=0\Rightarrow v=9$.

Dựa vào bảng biến thiên:

v	6		9		$+\infty$
$E'(v)$		$-$	0	$+$	
$E(v)$		↘	$E(9)$	↗	

$\Rightarrow E_{\min}\Leftrightarrow v=9$.

Câu 125: Từ một tờ giấy hình tròn bán kính R, ta có thể cắt ra một hình chữ nhật có diện tích lớn nhất bằng bao nhiêu?

A. $2R^2$. **B.** $\dfrac{\pi R^2}{2}$. **C.** R^2. **D.** $4R^2$.

Hướng dẫn giải

Chọn A

Gọi a,b là 2 cạnh của hình chữ nhật nội tiếp đường tròn bán kính R.

Ta có: $a^2+b^2=4R^2$.

Áp dụng bất đẳng thức Cô-si ta có:

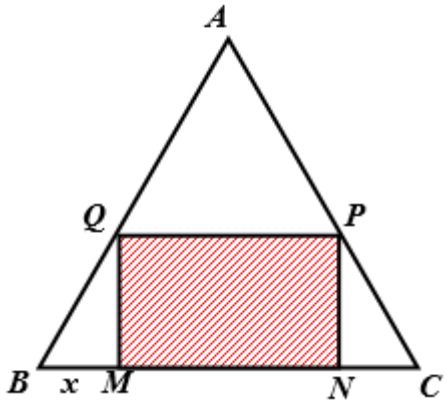
$S=a.b\le\dfrac{a^2+b^2}{2}=2R^2$ Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $a=b$.

Câu 126: Cho tam giác đều ABC cạnh a. Người ta dựng một hình chữ nhật $MNPQ$ có cạnh MN nằm trên cạnh BC. Hai đỉnh P và Q theo thứ tự nằm trên hai cạnh AC và AB của tam giác. Xác định độ dài đoạn BM sao cho hình chữ nhật $MNPQ$ có diện tích lớn nhất.

A. $BM=\dfrac{a}{4}$. **B.** $BM=\dfrac{a}{6}$. **C.** $BM=\dfrac{a}{3}$. **D.** $BM=\dfrac{a}{2}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



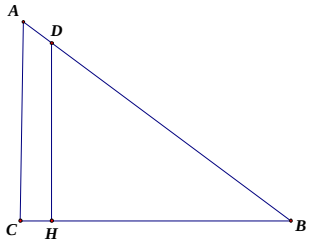
Đặt $BM = x$.

Độ dài $MN = a - 2x$ và $QM = BM.\tan 60° = x\sqrt{3}$.

Khi đó, diện tích $MNPQ = MN.QM = x\sqrt{3}(a-2x) = \sqrt{3}\left(-2x^2 + ax\right) = -2\sqrt{3}\left(x - \frac{a}{4}\right)^2 + \frac{a^2\sqrt{3}}{8}$.

Vậy diện tích $MNPQ$ lớn nhất bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{8}$ khi $x = BM = \frac{a}{4}$.

Câu 127: Chiều dài bé nhất của cái thang AB để nó có thể tựa vào tường AC và mặt đất BC, ngang qua một cột đỡ DH cao $4m$ song song và cách tường $CH = 0,5m$ là



A. Xấp xỉ $5,602$. **B.** Xấp xỉ $6,5902$. **C.** Xấp xỉ $5,4902$. **D.** Xấp xỉ $5,5902$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Đặt $CB = x, CA = y$ khi đó ta có hệ thức:

$\frac{1}{2x} + \frac{4}{y} = 1 \Leftrightarrow \frac{4}{y} = \frac{2x-1}{2x} \Leftrightarrow y = \frac{8x}{2x-1}$.

Ta có: $AB = x^2 + y^2$.

Bài toán quy về tìm min của $A = x^2 + y^2 = x^2 + \left(\frac{8x}{2x-1}\right)^2$.

Khảo sát hàm số và lập bảng biến thiên ta thấy GTNN đạt tại $x = \frac{5}{2}; y = 5$.

hay AB min $= \frac{5\sqrt{5}}{2}$.

Câu 128: Độ giảm huyết áp của một bệnh nhân được đo bởi công thức $G(x) = 0.025x^2(30-x)$ trong đó $x(mg)$ và $x > 0$ là liều lượng thuốc cần tiêm cho bệnh nhân. Để huyết áp giảm nhiều nhất thì liều lượng cần tiêm cho bệnh nhân bằng:

A. $100(mg)$. **B.** $20(mg)$. **C.** $15(mg)$. **D.** Đáp án khác.

Hướng dẫn giải

Chọn D

$G(x)=0.025x^2(30-x)$ trong đó $x(mg)$ và $x>0$ Để huyết áp giảm nhiều nhất thì $G(x)$.

Đạt giá trị nhỏ nhất: $G(x)=0.025x^2(30-x)\Rightarrow G'(x)=1,5x-2,25x^2=0$.

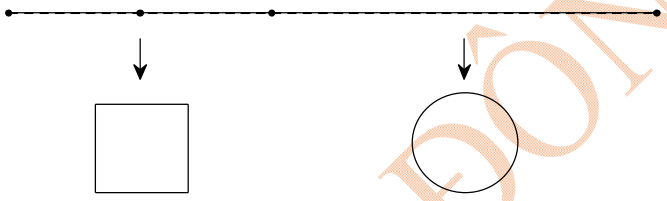
$G'(x)=1,5x-2,25x^2=0\Leftrightarrow x=0\vee x=\dfrac{2}{3}$.

Câu 129: Một sợi dây kim loại dài a (cm). Người ta cắt đoạn dây đó thành hai đoạn có độ dài x (cm) được uốn thành đường tròn và đoạn còn lại được uốn thánh hình vuông $(a>x>0)$. Tìm x để hình vuông và hình tròn tương ứng có tổng diện tích nhỏ nhất.

A. $x=\dfrac{2a}{\pi+4}(\text{cm})$. **B.** $x=\dfrac{\pi a}{\pi+4}(\text{cm})$. **C.** $x=\dfrac{4a}{\pi+4}(\text{cm})$. **D.** $x=\dfrac{a}{\pi+4}(\text{cm})$.

Hướng dẫn giải

Chọn B



Do x là độ dài của đoạn dây cuộn thành hình tròn $(0<x<a)$.

Suy ra chiều dài đoạn còn lại là $a-x$.

Chu vi đường tròn: $2\pi r=x\Rightarrow r=\dfrac{x}{2\pi}$.

Diện tích hình tròn: $S_1=\pi.r^2=\dfrac{x^2}{4\pi}$.

Diện tích hình vuông: $S_2=\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2$.

Tổng diện tích hai hình: $S=\dfrac{x^2}{4\pi}+\left(\dfrac{a-x}{4}\right)^2=\dfrac{(4+\pi).x^2-2a\pi x+\pi a^2}{16\pi}$.

Đạo hàm: $S'=\dfrac{(4+\pi).x-a\pi}{8\pi}$; $S'=0\Leftrightarrow x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

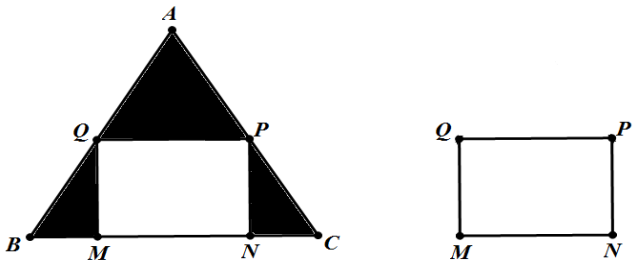
x	0		$\dfrac{a\pi}{4+\pi}$		a
S'		$-$	0	$+$	
S		↘	y_{CT}	↗	

Suy ra hàm S chỉ có một cực trị và là cực tiểu tại $x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

Do đó S đạt giá trị nhỏ nhất tại $x=\dfrac{a\pi}{4+\pi}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

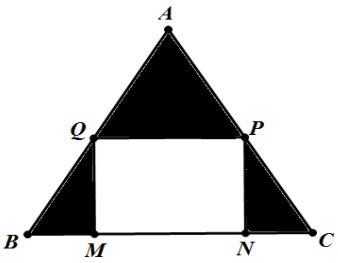
Câu 130: Cho một tấm nhôm hình tam giác đều có cạnh bằng $20(cm)$. Người ta cắt ở ba góc của tấm nhôm đó ba tam giác như hình vẽ dưới đây để được hình chữ nhật *MNPQ*. Tìm độ dài đoạn *MB* để hình chữ nhật *MNPQ* có diện tích lớn nhất.

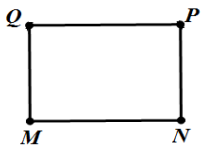


A. $5(cm)$. **B.** $4(cm)$. **C.** $2(cm)$. **D.** $10(cm)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A





Giả sử $MB = x \Rightarrow NC = x$ nên $MN = 20 - 2x$.

Ta có $MQ = x\sqrt{3}$ nên $S = (20-2x)x\sqrt{3} = 2\sqrt{3}(10-x)x \le 2\sqrt{3}\left(\dfrac{10-x+x}{2}\right)^2 = 50\sqrt{3}$.

Dấu bằng xảy ra khi $10 - x = x \Leftrightarrow x = 5$.

Câu 131: Vòng quay mặt trời – Sun Wheel tại Công viên Châu Á, Đà Nẵng có đường kính 100 m, quay hết một vòng trong khoảng thời gian 15 phút. Lúc bắt đầu quay, một người ở cabin thấp nhất(độ cao 0 m). Hỏi người đó đạt được độ cao 85 m lần đầu tiên sau bao nhiêu giây (làm tròn đến 1/10 giây)?

A. $336,1$ s. **B.** $382,5$ s. **C.** $380,1$ s. **D.** $350,5$ s.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Xét trong thời gian một vòng quay của cabin đang ở vị trí thấp nhất.

Ta có thời gian để cabin đạt vị trí cao nhất 100 m là $\dfrac{15}{2}.60 = 450$ s.

Suy ra $f(x) = \dfrac{450}{100}x = \dfrac{9}{2}x$ là thời gian để cabin đạt đến độ cao x m, $(0 \le x \le 100)$.

Nên cabin đạt độ cao 85 m lần đầu tiên sau $f(85) = \dfrac{9}{2}.85 = 382,5$ s.

Câu 132: Mỗi chuyến xe buýt có sức chứa tối đa là 60 hành khách. Một chuyến xe buýt chở x hành khách thì giá tiền cho mỗi hành khách là $\left(3 - \dfrac{x}{40}\right)^2 (USD)$. Khẳng định nào sau đây đúng.

A. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 45 hành khách.

B. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất khi có 60 hành khách.

C. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng $135\ (USD)$.

D. Một chuyến xe buýt thu được lợi nhuận cao nhất bằng $160\ (USD)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D

Số tiền thu được là: $y=x\left(3-\frac{x}{40}\right)^2 \Rightarrow y'=9-\frac{3}{10}x+\frac{3x^2}{1600}=0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x=40 \\ x=120 \end{array}\right. \quad 0\le x\le 60$.

$\Rightarrow y_{\max}=160 \Leftrightarrow x=40$.

Câu 133: Một công ty bất động sản có 50 căn hộ cho thuê. Biết rằng nếu cho thuê mỗi căn hộ với giá 2000000 đ một tháng thì mọi căn hộ đều có người thuê và cứ tăng thêm giá cho thuê mỗi căn hộ 100000 đ một tháng thì sẽ có 2 căn hộ bỏ trống. Hỏi muốn có thu nhập cao nhất thì công ty đó phải cho thuê mỗi căn hộ với giá bao nhiêu một tháng?

A. 2100000 đ. **B.** 2225000 đ. **C.** 2250000 đ. **D.** 2200000 đ.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Gọi số căn hộ bỏ trống là $2x$ (với $0\le x\le 25$) thì giá cho thuê căn hộ là $2000+100x$ (nghìn đồng). Khi đó thu nhập là $f(x)=(2000+100x)(50-2x)$

Ta có $f(x)=\frac{1}{50}(2000+100x)(2500-100x)\le \frac{1}{50}.\left(\frac{4500}{2}\right)^2$

Đẳng thức xảy ra $\Leftrightarrow x=\frac{5}{2}$.

Vậy số căn hộ cho thuê là 45, với giá 2250 nghìn đồng, tức 2250000 đồng.

Câu 134: Một chất điểm chuyển động có phương trình chuyển động là $s=-t^3+6t^2+17t$, với $t(s)$ là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và $s(m)$ là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Trong khoảng thời gian 8 giây đầu tiên, vận tốc $v(m/s)$ của chất điểm đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $29m/s$. **B.** $26m/s$. **C.** $17m/s$. **D.** $36m/s$.

Hướng dẫn giải

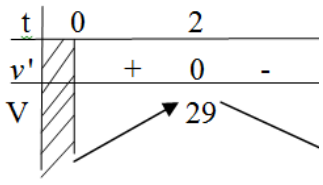
Chọn A

Có: $v=s'=-3t^2+12t+17$

Ta đi tìm giá trị lớn nhất của $v=-3t^2+12t+17$ trên Khoảng $(0;8)$

$v'=-6t^2+12$, $v'=0\Rightarrow t=2$

BBT:



Vậy vận tốc lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên là: $29m/s$.

Câu 135: Một chất điểm chuyển động theo quy luật $s=-t^3+6t^2+17t$, với t (giây) là khoảng thời gian tính từ lúc vật bắt đầu chuyển động và s (mét) là quãng đường vật đi được trong khoảng thời gian đó. Khi đó vận tốc $v\,(m/s)$ của chuyển động đạt giá trị lớn nhất trong khoảng 8 giây đầu tiên bằng:

A. $26m/s$. **B.** $29m/s$. **C.** $17m/s$. **D.** $36m/s$.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Vận tốc của chất điểm là $v=s'=-3t^2+12t+17=-3(t-2)^2+29\le 29$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

Vậy vận tốc của chuyển động đạt giá trị lớn nhất bằng 29 khi $t=2$.

Câu 136: Ông Bình xây một hồ nước dạng khối hộp chữ nhật không nắp có thể tích bằng 18 m^3, đáy hồ là một hình chữ nhật có chiều dài gấp ba lần chiều rộng. Giá thuê nhân công để xây hồ là 500000 đồng cho mỗi mét vuông. Chi phí thấp nhất để xây hồ là

A. 19 triệu đồng. **B.** 18 triệu đồng. **C.** 16 triệu đồng. **D.** 20 triệu đồng.

Hướng dẫn giải

Chọn B

Gọi chiều rộng của đáy hồ nước là $x \Rightarrow$ chiều dài của đáy hồ nước là $3x\,(m)$, với $0<x<\sqrt{6}$.

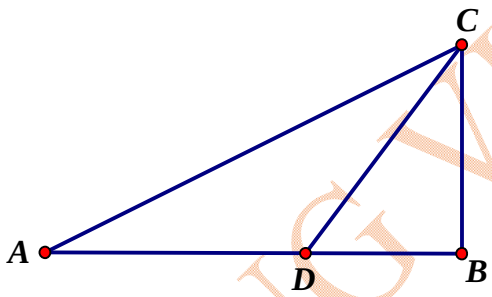
Suy ra chiều cao của hồ nước là $h=\dfrac{6}{x^2}\ (m)$

Tổng diện tích cần xây là $S(x)=S_{xq}+S_{đ}=2xh+2.3xh+3x^2=8xh+3x^2$ hay $S(x)=\dfrac{48}{x}+3x^2$.

Do đó $S(x)=\dfrac{24}{x}+\dfrac{24}{x}+3x^2\ge 3\sqrt[3]{\dfrac{24}{x}.\dfrac{24}{x}.3x^2}=36$, với mọi $0<x<\sqrt{6}$.

Vậy $S_{\min}=36\,(m^2)$ khi $\dfrac{24}{x}=3x^2$ hay $x=2$. Vậy chi phí xây hồ là 18 triệu đồng.

Câu 137: Một người cần đi từ khách sạn A bên bờ biển đến hòn đảo C. Biết rằng khoảng cách từ đảo C đến bờ biển là 10km, khoảng cách từ khách sạn A đến điểm B trên bờ gần đảo C nhất là 40km. Người đó có thể đi đường thủy hoặc đi đường bộ rồi đi đường thủy (như hình vẽ bên). Biết kinh phí đi đường thủy là 5 USD/km, đi đường bộ là 3 USD/km. Hỏi người đó phải đi đường bộ một khoảng bao nhiêu để kinh phí nhỏ nhất? ($AB=40$km, $BC=10$km)



A. $\dfrac{15}{2}$km. **B.** 10km. **C.** $\dfrac{65}{2}$km. **D.** 40km.

Hướng dẫn giải

Chọn C

Đặt $AD=x$km, $x\in[0;40]\Rightarrow BD=40-x\Rightarrow CD=\sqrt{(40-x)^2+10^2}$.

Tổng kinh phí đi từ A đến C là $f(x)=x.3+\sqrt{(40-x)^2+10^2}.5$.

$f(x)=3x+5\sqrt{x^2-80x+1700}$.

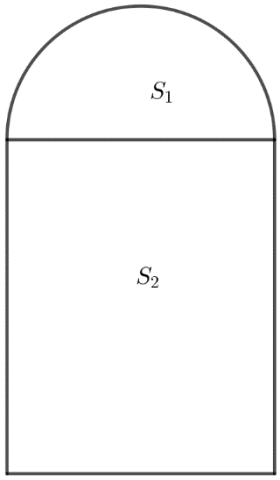
$f'(x)=3+5\dfrac{2x-80}{2\sqrt{x^2-80x+1700}}\Leftrightarrow f'(x)=\dfrac{3\sqrt{x^2-80x+1700}+5x-200}{\sqrt{x^2-80x+1700}}$.

$f'(x)=0\Leftrightarrow 3\sqrt{x^2-80x+1700}=200-5x\Leftrightarrow x=\dfrac{65}{2}$.

Bảng biến thiên

x	0		$\frac{65}{2}$		40
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$		↘		↗	

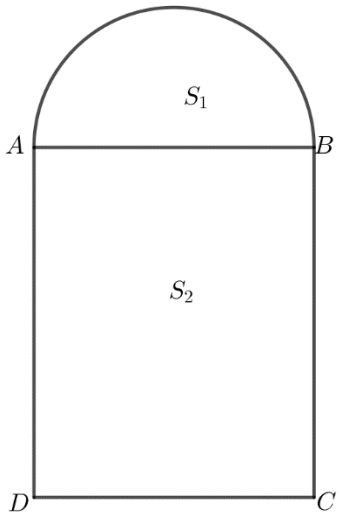
Câu 138: Cần phải làm cái cửa sổ mà phía trên là hình bán nguyệt, phía dưới là hình chữ nhật, có chu vi là a mét (a chính là chu vi hình bán nguyệt cộng với chu vi hình chữ nhật trừ đi đường kính của hình bán nguyệt). Gọi d là đường kính của hình bán nguyệt. Hãy xác định d để diện tích cửa sổ là lớn nhất.



A. $d=\frac{2a}{4+\pi}$. **B.** $d=\frac{a}{4+\pi}$. **C.** $d=\frac{2a}{2+\pi}$. **D.** $d=\frac{a}{2+\pi}$.

Hướng dẫn giải

Chọn A



Đặt $BC=x\ (x>0)$.

Chu vi cửa sổ là $a=\pi\frac{d}{2}+2x+d \Rightarrow x=\frac{a}{2}-\frac{d}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG

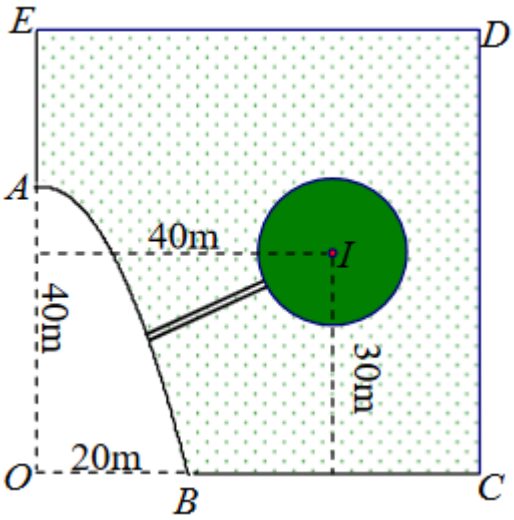
Diện tích cửa sổ là $f(d)=d.x+\frac{1}{2}\pi.\frac{d^2}{4}=\frac{ad}{2}-\frac{d^2}{2}\left(\frac{\pi}{2}+1\right)+\pi.\frac{d^2}{8}=\frac{ad}{2}-\frac{d^2(\pi+4)}{8}$.

$f(d)$ có đồ thị là một Parabol với bề lõm quay xuống và có hoành độ đỉnh là $d=\frac{2a}{\pi+4}$.

Do đó diện tích cửa sổ lớn nhất khi $d=\frac{2a}{\pi+4}$.

Câu 139: Một cái ao hình $ABCDE$, ở giữa ao có một mảnh vườn hình tròn có bán kính $10(m)$. Người ta muốn bắc một câu cầu từ bờ AB của ao đến vườn. Tính gần đúng độ dài tối thiểu l của cây cầu biết:

- Hai bờ AE và BC nằm trên hai đường thẳng vuông góc với nhau, hai đường thẳng này cắt nhau tại điểm O;
- Bờ AB là một phần của một parabol có đỉnh là điểm A và có trục đối xứng là đường thẳng OA;
- Độ dài đoạn OA và OB lần lượt là 40 m và 20 m;
- Tâm I của mảnh vườn lần lượt cách đường thẳng AE và BC lần lượt 40 m và 30m.

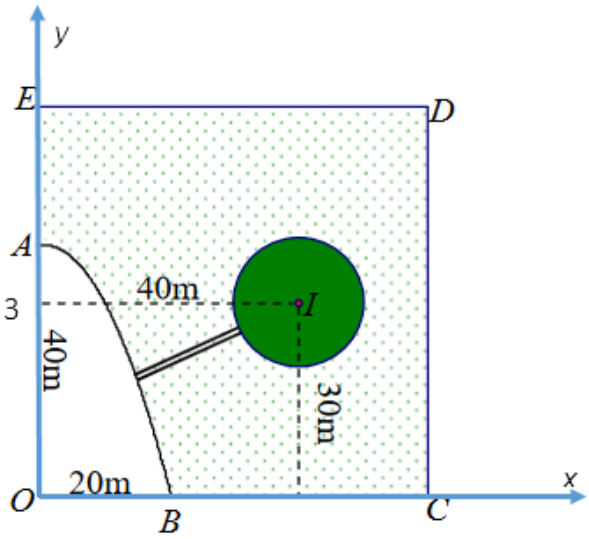


A. $l\approx 15,7$ m. **B.** $l\approx 17,7$ m. **C.** $l\approx 25,7$ m. **D.** $l\approx 27,7$ m.

Hướng dẫn giải

:

Chọn B



Gán trục tọa độ Oxy sao cho $\begin{cases} A \in Oy \\ B \in Ox \end{cases}$ cho đơn vị là 10.

Khi đó mảnh vườn hình tròn có phương trình $(C):(x-4)^2+(y-3)^2=1$ có tâm $I(4;3)$

Bờ AB là một phần của Parabol $(P):y=4-x^2$ ứng với $x \in [0;2]$

Vậy bài toán trở thành tìm MN nhỏ nhất với $\begin{cases} M \in (P) \\ N \in (C) \end{cases}$.

Đặt trường hợp khi đã xác định được điểm N thì $MN+MI \geq IM$, vậy MN nhỏ nhất khi $MN+MI=IM \Leftrightarrow N$; M; I thẳng hàng.

Bây giờ, ta sẽ xác định điểm N để IN nhỏ nhất

$N \in (P) \Leftrightarrow N(x;4-x^2)$ $IN=\sqrt{(4-x)^2+(1-x^2)^2} \Leftrightarrow IN^2=(4-x)^2+(1-x^2)^2$

$\Leftrightarrow IN^2=x^4-x^2-8x+17$

Xét $f(x)=x^4-x^2-8x+17$ trên $[0;2] \Leftrightarrow f'(x)=4x^3-2x-8$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow x \approx 1,3917$ là nghiệm duy nhất và $1,3917 \in [0;2]$

Ta có $f(1,3917)=7,68$; $f(0)=17$; $f(2)=13$.

Vậy giá trị nhỏ nhất của $f(x)$ trên $[0;2]$ gần bằng $7,68$ khi $x \approx 1,3917$

Vậy $\min IN \approx \sqrt{7,68} \approx 2,77 \Leftrightarrow IN=27,7\,\text{m} \Leftrightarrow MN=IN-IM=27,7-10=17,7\,\text{m}$.

ĐẶNG VIỆT ĐÔNG