

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số: $y = -x^3 + 3x^2$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$f(x) = \frac{2\sin x - \cos x}{2\sin x + 2\cos x + 4} \text{ trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$$

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho số phức $z = 1 - i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $w = \frac{z^2 + z + 1}{\bar{z}}$

b) Giải phương trình: $\log_3 x \log_5 x + 6 = \log_5 x^3 + \log_{\sqrt{3}} x$

Câu 4 (1,0 điểm). Tính tích phân sau: $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^6 x + \cos^6 x) dx$

Câu 5 (1,0 điểm). Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho hai đường thẳng d_1, d_2 lần lượt có phương trình: $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-9}{-1}$ và $d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt d_1, d_2 và trục Ox lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho B là trung điểm của AC .

Câu 6 (1,0 điểm).

a) Giải phương trình: $2\sin x + \sin 2x = 2\cos^2 \frac{x}{2}$

b) Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm mang số chia hết cho 10.

Câu 7 (1,0 điểm). Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB = 2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SC sao cho BM vuông góc với DN . Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và DN .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy , cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là: $x - 2y - 4 = 0$. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AC , AI với I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết $D(2; 2)$, $E(-1; -4)$ và điểm B có hoành độ âm.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải bất phương trình: $x\sqrt{12-x} + (11-x)\sqrt{x+1} \geq 25$

Câu 10 (1,0 điểm). Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P = \frac{(1+a)^2(1+b)^2}{1+c^2} + \frac{(1+b)^2(1+c)^2}{1+a^2} + \frac{(1+c)^2(1+a)^2}{1+b^2}$$

-----Hết-----

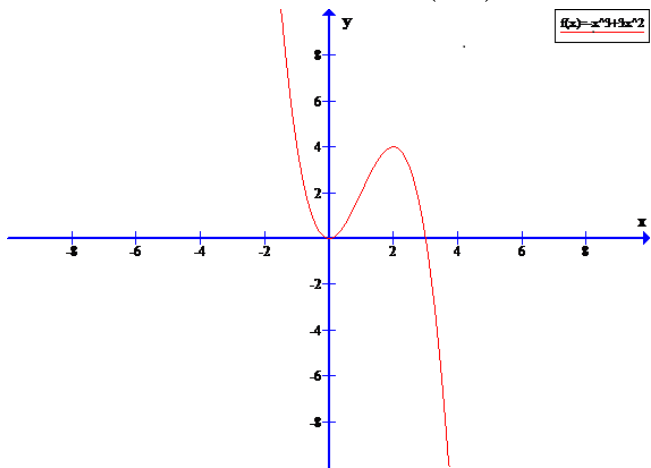
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

I. LƯU Ý CHUNG:

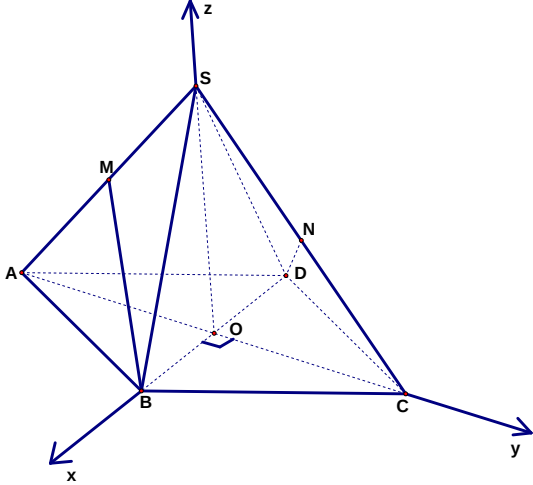
- Đáp án trình bày một cách giải gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Trong lời giải câu 7, câu 8 nếu học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.

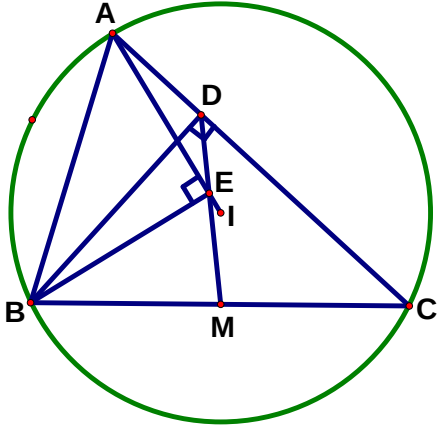
II. ĐÁP ÁN:

Câu	Ý	Nội dung trình bày	Điểm																								
1		1.Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số : $y = -x^3 + 3x^2$	1,0																								
		* Tập xác định: $\mathbb{R}$ * Chiều biến thiên: Ta có $y' = -3x^2 + 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$ Suy ra hàm số nghịch biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; đồng biến trên $(0; 2)$.	0,25																								
		* Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 2 \Rightarrow y_{CD} = 4$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0 \Rightarrow y_{CT} = 0$. * Giới hạn: Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$.	0,25																								
		* Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>0</td><td></td><td>2</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td></td></tr><tr><td>y</td><td>$+\infty$</td><td></td><td></td><td></td><td>4</td><td></td><td>$-\infty$</td></tr></table> $\nearrow \quad \searrow \quad \nearrow \quad \searrow$	x	$-\infty$		0		2		$+\infty$	y'		-	0	+	0	-		y	$+\infty$				4		$-\infty$	0,25
	x	$-\infty$		0		2		$+\infty$																			
y'		-	0	+	0	-																					
y	$+\infty$				4		$-\infty$																				
	– Đồ thị: Đồ thị hàm số qua gốc tọa độ và cắt Ox tại điểm $A(3;0)$, nhận điểm uốn $I(1;2)$ làm tâm đối xứng. 	0,25																									

2		2. Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số : $f(x) = \frac{2\sin x - \cos x}{2\sin x + 2\cos x + 4} \text{ trên đoạn } \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	1,0
		Xét hàm số $f(x) = \frac{2\sin x - \cos x}{2\sin x + 2\cos x + 4}$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	0,25
		Ta có $f'(x) = \frac{6 + 4\sin x + 8\cos x}{(2\sin x + 2\cos x + 4)^2} > 0, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	0,25
		Suy ra hàm số $f(x)$ đồng biến trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	0,25
		Do đó $\min_{x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f(0) = -\frac{1}{6}; \max_{x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]} f(x) = f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{3}$	0,25
3	3.a	Cho số phức $z = 1 - i$. Tìm phần thực và phần ảo của $w = \frac{z^2 + z + 1}{\bar{z}}$	0,5
		Ta có $w = \frac{(1-i)^2 + (1-i) + 1}{(1+i)} = \frac{2-3i}{1+i} = \frac{(2-3i)(1-i)}{2} = -\frac{1}{2} - \frac{5}{2}i$	0,25
		Vậy w có phần thực bằng $-\frac{1}{2}$, phần ảo bằng $-\frac{5}{2}$	0,25
	3.b	Giải phương trình : $\log_3 x \log_5 x + 6 = \log_5 x^3 + \log_{\sqrt{3}} x$	0,5
		Điều kiện $x > 0$. Phương trình tương đương với $\log_3 x \log_5 x + 6 = 3\log_5 x + 2\log_3 x \Leftrightarrow (\log_3 x - 3)(\log_5 x - 2) = 0$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_3 x = 3 \\ \log_5 x = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 27 \\ x = 25 \end{cases}$ Vậy phương trình có hai nghiệm $x = 27; x = 25$	0,25
4		Tính tích phân sau : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin^6 x + \cos^6 x) dx$	1,0
		Ta có $\sin^6 x + \cos^6 x = (\sin^2 x + \cos^2 x)^3 - 3\sin^2 x \cdot \cos^2 x \cdot (\sin^2 x + \cos^2 x)$	0,25
		$= 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2x = 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \cos 4x}{2} \right) = \frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x$	0,25
		Vậy $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{5}{8} + \frac{3}{8} \cos 4x \right) dx = \left(\frac{5}{8}x + \frac{3}{32} \sin 4x \right) \Big _0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{5\pi}{16}$	0,25
		Đáp số : $I = \frac{5\pi}{16}$	0,25
		Trong không gian với hệ tọa độ (Oxyz), cho hai đường thẳng $d_1; d_2$ lần lượt có phương trình: $d_1: \frac{x-7}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-9}{-1}, d_2: \frac{x-3}{-7} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Viết phương trình đường thẳng Δ cắt $d_1; d_2$ và trục Ox lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho B là trung điểm của AC.	1,0

		Gọi $A(7+a; 4+2a; 9-a) \in d_1, B(3-7b; 1+2b; 1+3b) \in d_2$ và $C(c; 0; 0) \in Ox$	0,25
5		Do B là trung điểm của AC nên : $\begin{cases} 7+a+c=2(3-7b) \\ 4+2a=2(1+2b) \\ 9-a=2(1+3b) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a+14b+c+1=0 \\ 2a-4b+2=0 \\ a+6b-7=0 \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=1 \\ c=-16 \end{cases}$. Vậy $A(8; 6; 8) \in d_1, B(-4; 3; 4) \in d_2, C(-16; 0; 0)$	0,25
		Phương trình $\Delta: \frac{x-8}{12} = \frac{y-6}{3} = \frac{z-8}{4}$	0,25
6	6.a	Giải phương trình : $2\sin x + \sin 2x = 2\cos^2 \frac{x}{2}$	0,5
		Pt $\Leftrightarrow 2\sin x(1+\cos x) = 1+\cos x \Leftrightarrow \begin{cases} 1+\cos x=0 \\ 2\sin x=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \cos x=-1 \\ \sin x=\frac{1}{2} \end{cases}$	0,25
		$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos x=-1 \\ \sin x=\frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=\pi+k2\pi \\ x=\frac{\pi}{6}+k2\pi \vee x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi \end{cases} (k \in \mathbb{Z})$ Vậy phương trình có ba họ nghiệm là $x=\pi+k2\pi; x=\frac{\pi}{6}+k2\pi; x=\frac{5\pi}{6}+k2\pi, (k \in \mathbb{Z})$	0,25
	6.b	Có 30 tấm thẻ đánh số từ 1 đến 30. Chọn ngẫu nhiên ra 10 tấm thẻ. Tính xác suất để có 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm mang số chia hết cho 10	0,5
		Gọi A là biến cố “ Lấy được 5 tấm thẻ mang số lẻ, 5 tấm thẻ mang số chẵn trong đó chỉ có 1 tấm mang số chia hết cho 10” Chọn 10 tấm thẻ trong 30 tấm thẻ có : C_{30}^{10} cách chọn $\Rightarrow n(\Omega) = C_{30}^{10}$	0,25
		Ta phải chọn : 5 tấm thẻ mang số lẻ trong 15 tấm thẻ mang số lẻ có C_{15}^5 cách chọn 1 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 trong 3 tấm thẻ mang số chia hết cho 10 có C_3^1 cách chọn 4 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10 trong 12 tấm thẻ mang số chẵn không chia hết cho 10 chia hết cho 10 có C_3^1 cách chọn Theo quy tắc nhân , số cách chọn thuận lợi để xảy ra biến cố A là $\Rightarrow n(A) = C_{15}^5 C_3^1 C_{12}^4$ Xác suất cần tìm là $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{15}^5 C_3^1 C_{12}^4}{C_{30}^{10}} = \frac{99}{667}$	0,25

	Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có $AB=2$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh bên SA, SC sao cho BM vuông góc với DN. Tính thể tích khối chóp $S.ABCD$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và DN.	1,0
7	$AC \cap BD = \{O\}$. Ta chọn hệ trục tọa độ $(Oxyz)$, gốc O, trục Ox cùng hướng tia DB, trục Oy cùng hướng tia AC, trục Oz cùng hướng tia OS. Đặt $SO = h > 0$, từ đó có : $O(0;0;0), A(-\sqrt{2};0;0)$, $B(0;\sqrt{2};0), C(\sqrt{2};0;0)$, $D(0;-\sqrt{2};0), S(0;0;h)$  $\Rightarrow M\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};0;\frac{h}{2}\right), N\left(\frac{\sqrt{2}}{2};0;\frac{h}{2}\right) \Rightarrow \overrightarrow{BM} = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2};-\sqrt{2};\frac{h}{2}\right), \overrightarrow{DN} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2};\sqrt{2};\frac{h}{2}\right)$ Do $BM \perp DN \Rightarrow \overrightarrow{BM} \cdot \overrightarrow{DN} = 0 \Rightarrow -\frac{2}{4} - 2 + \frac{h^2}{4} = 0 \Rightarrow h = \sqrt{10}$ Mặt khác $S_{ABCD} = 2^2 = 4$. Vậy $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SO \cdot S_{ABCD} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{10} \cdot 4 = \frac{4\sqrt{10}}{3}$ đvtt $AB \parallel CD \Rightarrow AB \parallel (SCD) \supset DN \Rightarrow d(AB, DN) = d(AB, (SCD)) = 2d(O, (SCD))$ Phương trình $(SCD): \frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{-\sqrt{2}} + \frac{z}{\sqrt{10}} = 1 \Leftrightarrow (SCD): \sqrt{5}x - \sqrt{5}y + z - \sqrt{10} = 0$ $\Rightarrow d(O, (SCD)) = \frac{ \sqrt{5} \cdot 0 - \sqrt{5} \cdot 0 + 0 - \sqrt{10} }{\sqrt{10}} = 1 \Rightarrow d(AB, DN) = 2$	0,25 0,25 0,25 0,25
8	Trong mặt phẳng với hệ tọa độ Oxy, cho tam giác ABC có phương trình đường thẳng chứa cạnh BC là: $x - 2y - 4 = 0$. Gọi D, E lần lượt là hình chiếu vuông góc của B lên AC, AI với I là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ các điểm A, B, C biết $D(2;2), E(-1;-4)$ và điểm B có hoành độ âm.. Gọi M là trung điểm của BC, ta chứng minh D, M, E thẳng hàng. Các tứ giác $ADEB, BEIM$ nội tiếp đường tròn $\Rightarrow \angle DEB = 180^\circ - \angle BAD$ (1) $\angle BEM = \angle BIM$ (chấn cung BM) (2), $\angle BIM = \frac{1}{2} \angle BIC = \angle BAD$ (3) (1), (2), (3) $\Rightarrow \angle DEB + \angle BEM = 180^\circ \Rightarrow D, E, M$ thẳng hàng. Phương trình $DE: 2x - y - 2 = 0, \{M\} = DE \cap BC$ $\Rightarrow$ Tọa độ M là nghiệm hệ $\begin{cases} 2x - y - 2 = 0 \\ x - 2y - 4 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = -2 \end{cases} \Rightarrow M(0; -2)$	1,0 0,25

		Gọi $B(2b+4;b) \in BC \Rightarrow C(-2b-4;-4-b)$ (do M là trung điểm của BC) $IM : \begin{cases} \text{qua } M(0;-2) \\ \text{vtpt } \vec{n} = \vec{u}_{BC} = (2;1) \end{cases} \Rightarrow IM : 2x + y + 2 = 0$. Gọi $I(a;-2a-2) \in IM$ $\begin{cases} \vec{IE} = (-1-a; 2a-2), \vec{BE} = (-2b-5; -b-4) \\ \vec{CD} = (2b+6; b+6), \vec{BD} = (-2b-2; 2-b) \end{cases}, \begin{cases} IE \perp BE \\ CD \perp BD \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \vec{IE} \cdot \vec{BE} = 0 \\ \vec{CD} \cdot \vec{BD} = 0 \end{cases}$	0,25
		$\begin{cases} (-1-a)(-2b-5) + (2a-2)(-4-b) = 0 \\ (2b+6)(-2b-2) + (b+6)(2-b) = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} -3a + 4b + 13 = 0 \\ 5b(b+4) = 0 \end{cases}$ $\Rightarrow \begin{cases} -3a + 4b + 13 = 0 \\ b = 0 \text{ (loại)}, b = -4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -4 \end{cases}$ $\Rightarrow B(-4;-4), C(4;0), I(-1;0)$ 	0,25
		Đường thẳng AC đi qua $C, D \Rightarrow$ phương trình AC là $x + y - 4 = 0$ Tọa độ A là nghiệm hệ $\begin{cases} x+1=0 \\ x+y-4=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=-1 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow A(-1;5)$ Vậy tọa độ các điểm cần tìm là $A(-1;5), B(-4;-4), C(4;0)$	0,25
9		Giải bất phương trình : $x\sqrt{12-x} + (11-x)\sqrt{x+1} \geq 25$	1,0
		Điều kiện $-1 \leq x \leq 12$ Hi đó bất phương trình $\Leftrightarrow 5x\sqrt{12-x} + 5(11-x)\sqrt{x+1} \geq 125$	0,25
		$\Leftrightarrow x[5\sqrt{12-x} - (18-x)] + (11-x)[5\sqrt{x+1} - (x+7)] \geq 2(x^2 - 11x + 24)$ $\Leftrightarrow \frac{x(-x^2 + 11x - 24)}{5\sqrt{12-x} + (18-x)} + \frac{(11-x)(-x^2 + 11x - 24)}{5\sqrt{x+1} + (x+7)} \geq 2(x^2 - 11x + 24)$	0,25
		$\Leftrightarrow (x^2 - 11x + 24) \left(\underbrace{2 + \frac{x}{5\sqrt{12-x} + (18-x)} + \frac{11-x}{5\sqrt{x+1} + (x+7)}}_A \right) \leq 0 (*)$ Mặt khác $A = 1 + \frac{x}{5\sqrt{12-x} + (18-x)} + 1 + \frac{11-x}{5\sqrt{x+1} + (x+7)}$ $= \frac{5\sqrt{12-x} + 18}{5\sqrt{12-x} + (18-x)} + \frac{5\sqrt{x+1} + 18}{5\sqrt{x+1} + (x+7)} > 0, \forall x \in [-1;12]$	0,25
		Do đó bất phương trình $(*) \Leftrightarrow x^2 - 11x + 24 \leq 0 \Leftrightarrow 3 \leq x \leq 8$, kết hợp điều kiện suy ra $3 \leq x \leq 8$. Vậy tập nghiệm của bất phương trình là $S = [3;8]$	0,25

10		Cho a, b, c là các số dương thỏa mãn $a + b + c = 3$. Tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức : $P = \frac{(1+a)^2(1+b)^2}{1+c^2} + \frac{(1+b)^2(1+c)^2}{1+a^2} + \frac{(1+c)^2(1+a)^2}{1+b^2}$	1,0
		Áp dụng bất đẳng thức AM-GM ta có $(1+a)^2(1+b)^2 = [(1+ab) + (a+b)]^2 \geq 4(1+ab)(a+b) = 4[a(1+b^2) + b(1+a^2)]$	0,25
		$\Rightarrow P \geq 4 \left[\underbrace{\frac{a(1+b^2) + b(1+a^2)}{1+c^2} + \frac{b(1+c^2) + c(1+b^2)}{1+a^2} + \frac{c(1+a^2) + a(1+c^2)}{1+b^2}}_M \right]$	0,25
		Sử dụng bất AM-GM một lần nữa, ta có $M = \sum_{cyc} \frac{a(1+b^2)}{1+c^2} + \sum_{cyc} \frac{b(1+a^2)}{1+c^2} = \sum_{cyc} a \cdot \left(\frac{1+b^2}{1+c^2} + \frac{1+c^2}{1+b^2} \right) \geq 2 \sum_{cyc} a = 6$ Suy ra $P \geq 4.M \geq 24$. Dấu đẳng thức xảy ra khi chỉ khi $a = b = c = 1$	0,25
		Vậy $\min P = 24 \Leftrightarrow a = b = c = 1$	0,25

----- HẾT -----