

Câu 1 (1,0 điểm) Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 2 (1,0 điểm) Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của hàm số : $f(x) = \sqrt{2-x^2} + x$

Câu 3 (1,0 điểm)

1. Giải phương trình sau : $\log_9(x-1)^2 + \log_3(2x-3) = 0$

2. Cho số phức z thỏa mãn : $z = 1 + 2i$. Tính modun của số phức $w = 6 + z^2$.

Câu 4 (1,0 điểm) Tính tích phân sau : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin x . dx$

Câu 5 (1,0 điểm)

1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$. Chứng minh rằng : $f'(x) = 0$.

2. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu vàng.

Câu 6 (1,0 điểm) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1;1;3)$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tìm giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) .

Câu 7 (1,0 điểm)

Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Có đáy ABC là tam giác cân tại C , với $AB = a, AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của đường cao kẻ từ C của tam giác ABC . Biết cạnh $A'A$ tạo với đáy một góc là 60° . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.

Câu 8 (1,0 điểm)

Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông cân tại A , Gọi M là trung điểm cạnh AC , D là điểm thuộc cạnh BC thỏa mãn $BD = 2DC$, Hình chiếu vuông góc của D trên BM . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết $D(-2;4); H(-\frac{18}{5}; \frac{24}{5})$ và đỉnh B có hoành độ nguyên.

Câu 9 (1,0 điểm) Giải bất phương trình sau: $x^3 - 4x^2 + 10x \geq \sqrt{3x-2} + 6 + 4\sqrt{x-1}$

Câu 10 (1,0 điểm) Cho số thực x, y thỏa mãn $x \geq y \geq 1$. Chứng minh bất đẳng thức:

$$(2016^x - 2016^y) \left(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} \right) \geq (x-y) \left(2015\sqrt{1+x^2} - x + 2015\sqrt{1+y^2} - y \right).$$

.....HẾT.....

Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm. Thí sinh không được sử dụng tài liệu

Họ và tên:.....Số báo danh:.....

HƯỚNG DẪN CHẤM
KỲ THI KSCL ÔN THI THPT QUỐC GIA NĂM 2016 LẦN II
Môn: TOÁN

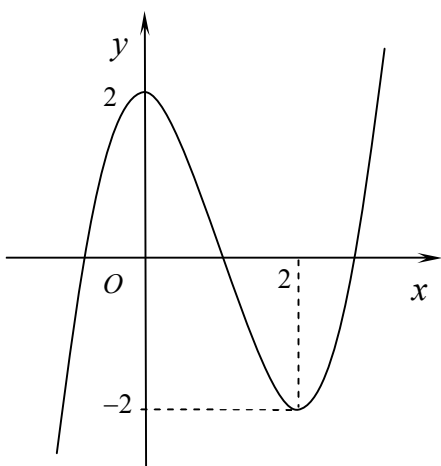
(Đáp án-thang điểm gồm 06 trang)

I) Hướng dẫn chung:

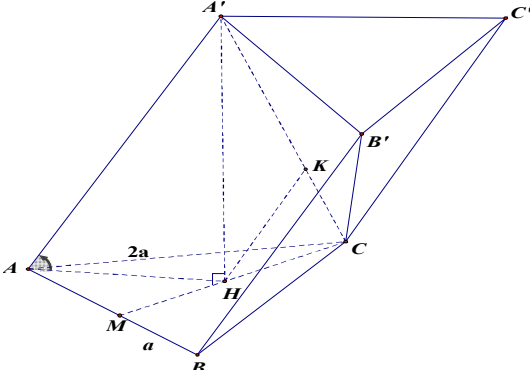
- Hướng dẫn chấm chỉ trình bày một cách giải với những ý cơ bản phải có. Khi chấm bài học sinh làm theo cách khác nếu đúng và đủ ý thì vẫn cho điểm tối đa.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.
- Với bài hình học nếu thí sinh không vẽ hình phần nào thì không cho điểm tương ứng với phần đó.

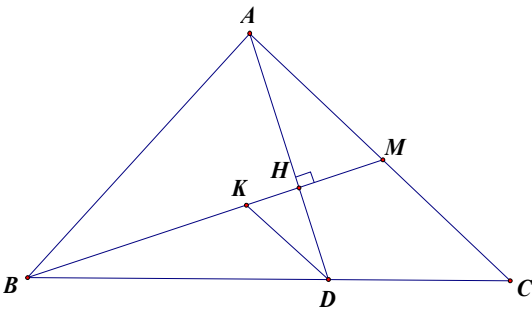
II) Nội Dung:

Câu	Nội dung	Điểm																																
1	$y = x^3 - 3x^2 + 2$. 1) Tập xác định: $\mathbb{R}$.	0,25																																
	2) Sự biến thiên: * Giới hạn tại vô cực: Ta có $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$. * Chiều biến thiên: Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$. Suy ra : hàm số đồng biến trên mỗi khoảng $(-\infty; 0), (2; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. * Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0, y_{CD} = 2$, hàm số đạt cực tiểu tại $x = 2, y_{CT} = -2$.	0,25																																
	• Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td colspan="3">0</td><td>2</td></tr><tr><td></td><td>$+\infty$</td><td colspan="4"></td></tr><tr><td>y'</td><td></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td></td><td colspan="2">$+\infty$</td><td>↗ 2 ↘</td><td colspan="2">$-\infty$</td></tr><tr><td></td><td></td><td colspan="2"></td><td></td><td colspan="2">↗ -2 ↘</td></tr></table>	x	$-\infty$	0			2		$+\infty$					y'		+	0	-	0	+	y		$+\infty$		↗ 2 ↘	$-\infty$							↗ -2 ↘	
x	$-\infty$	0			2																													
	$+\infty$																																	
y'		+	0	-	0	+																												
y		$+\infty$		↗ 2 ↘	$-\infty$																													
					↗ -2 ↘																													

	3) Đồ thị: 	0,25
2	Tìm giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức: $f(x) = \sqrt{2-x^2} + x$ TXĐ: $D = [-\sqrt{2}; \sqrt{2}]$ $f'(x) = \frac{-x}{\sqrt{2-x^2}} + 1 = \frac{-x + \sqrt{2-x^2}}{\sqrt{2-x^2}}$	0,25
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \sqrt{2-x^2} = x \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ 2-x^2 = x^2 \end{cases} \Leftrightarrow x = 1$	0,25
	$f(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2}; f(1) = 2; f(\sqrt{2}) = \sqrt{2}$	0,25
	$\max_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} f(x) = f(1) = 2, \min_{[-\sqrt{2}; \sqrt{2}]} f(x) = f(-\sqrt{2}) = -\sqrt{2}$	0,25
3	1. Giải phương trình sau : $\log_9(x-1)^2 + \log_3(2x-3) = 0$ 2. Cho số phức z thỏa mãn : $z = 1 + 2i$. Tính modun của số phức $w = 6 + z^2$.	
	1. ĐK: $x > \frac{3}{2}$ $\log_9(x-1)^2 + \log_3(2x-3) = 0 \Leftrightarrow \log_3(x-1) + \log_3(2x-3) = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \log_3(2x-3)(x-1) = 0 \Leftrightarrow 2x^2 - 5x + 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2(\text{tm}) \\ x = \frac{1}{2}(l) \end{cases}$ Vậy nghiệm của phương trình là : $x = 2$	0,25
	2 . $w = 6 + (1 + 2i)^2 = 3 + 4i$ $w = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$	0,5
4	Tính tích phân sau : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1) \sin x \cdot dx$	
	$\begin{cases} u = x+1 \\ dv = \sin x dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = dx \\ v = -\cos x \end{cases}$	0,25

	$I = -(x+1)\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{4} + \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos x dx}$	0,25
	$I = -(x+1)\cos x \Big _0^{\frac{\pi}{4}} + \sin x \Big _0^{\frac{\pi}{4}}$	0,25
	$I = 1 - \frac{\pi\sqrt{2}}{8}$	0,25
5	Câu 5 (1,0 điểm) 1. Cho hàm số $f(x) = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$. Chứng minh rằng $f'(x) = 0$. 2. Một hộp chứa 4 quả cầu màu đỏ, 5 quả cầu màu xanh và 7 quả cầu màu vàng. Lấy ngẫu nhiên cùng lúc ra 4 quả cầu từ hộp đó. Tính xác suất sao cho 4 quả cầu được lấy ra có đúng một quả cầu màu đỏ và không quá hai quả cầu màu vàng.	
	$1. f(x) = \sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$ $= \sqrt{(1-\cos^2 x)^2 + 4\cos^2 x} + \sqrt{(1-\sin^2 x)^2 + 4\sin^2 x}$ $= \sqrt{(1+\cos^2 x)^2} + \sqrt{(1+\sin^2 x)^2} = 2 + (\sin^2 x + \cos^2 x) = 3$	0,25
	$f'(x) = 0$ suy ra điều phải chứng minh.	0,25
	2. Số phần tử của không gian mẫu $n(\Omega) = C_{16}^4 = 1820$	0,25
	+) Gọi A là biến cố “4 quả lấy được có đúng một quả màu đỏ không quá 2 quả màu vàng. Khi đó xảy ra các khả năng sau: - Số cách lấy 1 quả đỏ, ba quả xanh là $C_4^1 C_5^3$ - Số cách lấy 1 quả đỏ, hai quả xanh, 1 quả vàng $C_4^1 C_5^2 C_7^1$ - Số cách lấy 1 quả đỏ, một quả xanh, 2 quả vàng $C_4^1 C_5^1 C_7^2$ Suy ra $n(A) = C_4^1 C_5^3 + C_4^1 C_5^2 C_7^1 + C_4^1 C_5^1 C_7^2 = 740$ Suy ra $P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{740}{1820} = \frac{37}{91}$	0,25
	Câu 6 (1,0 điểm) Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng (P) có phương trình $x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1;1;3)$ Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm M và vuông góc với mặt phẳng (P). Tìm giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P).	
6	Véc tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là $\vec{n}_p = (1; 2; -1)$	0,25
	Đường thẳng Δ đi qua điểm $M(1;1;3)$ và vuông góc với (P) nên nhận véc tơ pháp tuyến của (P) làm véc tơ chỉ phương:	
	Phương trình đường thẳng Δ : $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$	0,25
	Gọi I là giao điểm của đường thẳng Δ và mặt phẳng (P) . Vì I thuộc đường thẳng	0,25

	Δ nên tọa độ $(1+t)+2(1+2t)-(3-t)+3=0 \Leftrightarrow t=-\frac{1}{2}$		
	Vậy tọa độ điểm $I(\frac{1}{2};0;\frac{7}{2})$	0,25	
	Câu 7 (1,0 điểm) Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$. Có đáy ABC là tam giác cân tại C , với $AB=a, AC=2a$. Hình chiếu vuông góc của A' xuống mặt phẳng đáy (ABC) trùng với trung điểm của đường cao kẻ từ C của tam giác ABC . Biết cạnh $A'A$ tạo với đáy một góc là 60^0 . Tính thể tích khối lăng trụ $ABC.A'B'C'$, và khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và $B'C'$.		
7		Gọi M là trung điểm của AB, H là trung điểm của CM. Hình chiếu của AA' xuống (ABC) là AH. Vậy góc giữa cạnh bên và đáy là góc $\angle A'AH = 60^0$. Ta có: $MC = \sqrt{AC^2 - AM^2} = \sqrt{4a^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{15}}{2}$ $AH = \sqrt{AM^2 + MH^2} = \sqrt{\frac{a^2}{4} + \frac{15a^2}{16}} = \frac{a\sqrt{19}}{4}$	0,25
	$\Rightarrow A'H = AH \tan 60^0 = \frac{a\sqrt{57}}{4}$ Vậy $V_{ABCA'B'C'} = A'H.S_{\Delta ABC} = A'H.\frac{1}{2}CM.AB = \frac{3a^3\sqrt{95}}{16}$ (đvtt) . $\left(\frac{\sqrt{285}}{16}a^3\right)$	0,25	
	*Tính $d(B'C, AB)$. Ta có $AB \parallel (A'B'C)$, $B'C \subset (A'B'C)$ $\Rightarrow d(AB, B'C) = d(AB, (A'B'C)) = d(M, (A'B'C)) = 2d(H, (A'B'C))$ (H là trung điểm CM) + Gọi K là hình chiếu của H trên $A'C \Rightarrow HK \perp A'C$ (1) + Ta có: $A'B' \perp A'H$ (gt), $A'B' \perp CM$ (vì $CM \perp AB$, $AB \parallel A'B'$) $\Rightarrow A'B' \perp (A'CM)$ $\Rightarrow A'B' \perp HK$ (2). Từ (1) và (2): $HK \perp (A'B'C) \Rightarrow d(H, (A'B'C)) = HK$	0,25	
	Tam giác $A'HC$ vuông tại H, HK là đường cao ứng với cạnh huyền $\Rightarrow d(AB, B'C) = 2HK = \frac{a\sqrt{190}}{8}$	0,25	
	Câu 8 (1,0 điểm) Trong mặt phẳng với hệ trục tọa độ Oxy , cho tam giác ABC vuông cân tại A , Gọi M là trung điểm cạnh AC , D là điểm thuộc cạnh BC thỏa mãn $BD = 2DC$, H hình chiếu vuông góc của D trên BM . Tìm tọa độ các đỉnh A, B, C biết $D(-2;4); H(-\frac{18}{5}; \frac{24}{5})$ và đỉnh B có hoành độ nguyên.		

8		Viết được phương trình đường thẳng DH là: $x + 2y - 6 = 0$. Đường thẳng BM đi qua H và vuông góc với DH là: $2x + y - 12 = 0$	0,25
	Chứng minh được 3 điểm A, H, D thẳng hàng từ đó xác định được mối liên hệ giữa vecto $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{HD}$? <i>(Thí sinh chứng minh được phần này được 0,5 điểm)</i>		
	Ta có $BD = 2DC$ nên suy ra $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC}$ $\overrightarrow{DB} = -2\overrightarrow{DC} \Leftrightarrow \overrightarrow{DA} = \frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}$ và vecto $\overrightarrow{BM} = \overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AM} = \overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}$. Vậy vecto $\overrightarrow{DA} \cdot \overrightarrow{BM} = (\frac{2}{3}\overrightarrow{CA} + \frac{1}{3}\overrightarrow{BA})(\overrightarrow{BA} - \frac{1}{2}\overrightarrow{CA}) = \frac{1}{3}\overrightarrow{BA}^2 - \frac{1}{3}\overrightarrow{CA}^2 = 0$ (do tam giác ABC vuông cân tại A) nên được 3 điểm A, H, D thẳng hàng và $\overrightarrow{AH}, \overrightarrow{HD}$ cùng hướng.	0,25	
	Từ D kẻ $DK // AC (K \in MB)$. Tam giác $\triangle HKD \sim \triangle HMA \Rightarrow \frac{HD}{HA} = \frac{KD}{MA} = \frac{KD}{MC} \text{ (do : } MA = MC \text{)} \quad (1)$ $\triangle BKD \sim \triangle BMC \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{KD}{MC} \quad (2)$ Từ (1) và (2) suy ra $\frac{HD}{HA} = \frac{BD}{BC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \overrightarrow{HA} = \frac{3}{2}\overrightarrow{HD}$	0,25	
	Gọi $A(x_A; y_A)$ vậy $\begin{cases} -\frac{18}{5} - x_A = \frac{3}{2}(-2 + \frac{18}{5}) \\ \frac{24}{5} - y_A = \frac{3}{2}(4 - \frac{24}{5}) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x_A = -6 \\ y_A = 6 \end{cases}$. Vậy $A(-6; 6)$ Đặt $AB = AC = a, (a > 0) \Rightarrow BC = a\sqrt{2}; BD = \frac{2a\sqrt{2}}{3}$ Áp dụng định lý hàm số cosin trong tam giác BAD ta tính được $AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2 \cdot AB \cdot BD \cos 45^\circ \Leftrightarrow a^2 = 36$ Do B thuộc đường thẳng BM, nên $B(b; 2b + 12)$: $BA^2 = 36 \Leftrightarrow 5b^2 + 36b + 36 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b = -6 \\ b = -\frac{6}{5} \end{cases} \text{ (l)} \text{ , } B(-6; 0)$ Ta có $\overrightarrow{DC} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{DB} \Rightarrow C(0; 6)$, vậy tọa độ 3 điểm là $A(-6; 6) B(-6; 0) C(0; 6)$	0,25	
	Câu 9 (1,0 điểm) Giải bất phương trình sau: $x^3 - 4x^2 + 10x \geq \sqrt{3x - 2} + 6 + 4\sqrt{x - 1}$		
9	Đặt $x \geq 1$.Bất phương trình tương đương với:		0,5

	$x^3 - 4x^2 + 10x - 12 - 4(\sqrt{x-1} - 1) - (\sqrt{3x-2} - 2) \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-2)(x^2 - 2x + 6) - \frac{4(x-2)}{\sqrt{x-1}+1} - \frac{3(x-2)}{\sqrt{3x-2}+2} \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-2) \left[x^2 - 2x + 6 - \frac{4}{\sqrt{x-1}+1} - \frac{3}{\sqrt{3x-2}+2} \right] \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-2) \left[(x-1)^2 + 4 - \frac{4}{\sqrt{x-1}+1} + 1 - \frac{3}{\sqrt{3x-2}+2} \right] \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-2) \left[(x-1)^2 + 4 - \frac{4}{\sqrt{x-1}+1} + 1 - \frac{3}{\sqrt{3x-2}+2} \right] \geq 0$ $\Leftrightarrow (x-2) \left[(x-1)^2 + \frac{4\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{\sqrt{3x-2}-1}{\sqrt{3x-2}+2} \right] \geq 0$	
	$\Leftrightarrow (x-2) \left[(x-1)^2 + \frac{4\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{3(x-1)}{(\sqrt{3x-2}+2)(\sqrt{3x-2}+1)} \right] \geq 0$ $(x-2)\sqrt{x-1} \left[(x-1)\sqrt{x-1} + \frac{4}{\sqrt{x-1}+1} + \frac{3\sqrt{x-1}}{(\sqrt{3x-2}+2)(\sqrt{3x-2}+1)} \right] \geq 0$	0,25
	Với $x \geq 1$. Biểu thức trong ngoặc [...] > 0 vậy bất phương trình tương đương với: $(x-2)\sqrt{x-1} \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$ Vậy nghiệm của bất phương trình là: $\begin{cases} x = 1 \\ x \geq 2 \end{cases}$	0,25
	Câu 10 (1,0 điểm) Cho số thực x, y thỏa mãn $x \geq y \geq 1$. Chứng minh bất đẳng thức: $(2016^x - 2016^y) \left(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} \right) \geq (x-y) \left(2015\sqrt{1+x^2} - x + 2015\sqrt{1+y^2} - y \right).$	
10	Chia cả 2 vế của Bất đẳng thức cần chứng minh cho $\left(\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2} \right)$, ta được Bất đẳng thức tương đương $2016^x - 2016^y \geq (x-y) \left(2015 - \frac{x+y}{\sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2}} \right)$	0,25
	$\Leftrightarrow 2016^x - 2016^y \geq (x-y) \left(2015 - \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1+y^2}}{x-y} \right)$ $\Leftrightarrow 2016^x - 2016^y \geq 2015x - 2015y - \sqrt{1+x^2} + \sqrt{1+y^2}$ $\Leftrightarrow 2016^x - 2015x + \sqrt{1+x^2} \geq 2016^y - 2015y + \sqrt{1+y^2} \quad (*)$	0,25
	Xét hàm số $f(t) = 2016^t - 2015t + \sqrt{1+t^2}$, với $t \geq 1$, ta có $f'(t) = (2016^t \ln 2016 - 2015) + \frac{\sqrt{1+t^2} + t}{\sqrt{1+t^2}}$ Vì $t \geq 1$ nên	0,25

	$2016^t \ln 2016 - 2016 \geq 2016 \ln 2016 - 2016 > 0, \sqrt{1+t^2} + t > t + t \geq 0, \forall t$; do đó $f'(t) > 0, \forall t \geq 1$ chứng tỏ $f(t)$ là hàm số đồng biến trên nửa đoạn $[1; +\infty)$.	
	Mà theo giả thiết $x \geq y \geq 1$ nên $f(x) \geq f(y)$, do vậy từ (*) suy ra điều phải c. minh.	0,25

.....**HẾT**.....