

Câu 1: (5,00 điểm)

a) Giải phương trình: $4x^4 + 8x^3 - 3x^2 - \frac{13}{2}x - 1 = 0$.

b) Cho tam giác ABC không cân. Gọi A, B, C là số đo theo đơn vị radian của các góc đỉnh A, B, C . Ta kí hiệu $BC = a, CA = b, AB = c$. Chứng minh:

$$\frac{A \sin A + B \sin B}{\sin A + \sin B} + \frac{B \sin B + C \sin C}{\sin B + \sin C} + \frac{C \sin C + A \sin A}{\sin C + \sin A} > \pi.$$

Câu 2: (3,00 điểm)

Tìm tất cả các giá trị của số m để tồn tại duy nhất cặp số (x, y) thỏa mãn:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 - 4x + 2y + 4 = 0 \\ \log_{x^2+y^2+2}(4x+4y-6+m^2) \geq 1 \end{cases}$$

Câu 3: (2,00 điểm)

Cho các số thực dương x, y, z thỏa mãn điều kiện $x \geq \max\{y, z\}$. Hãy tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức:

$$P(x, y, z) = \frac{x}{y} + 2\sqrt{1 + \frac{y}{z}} + 3\sqrt{1 + \frac{z}{x}}.$$

Câu 4: (5,00 điểm)

Cho tam giác ABC và D, E, F lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CA . Tia phân giác của góc $\widehat{ADC}$ cắt AC tại N , tia phân giác của góc $\widehat{BDC}$ cắt BC tại M . Gọi O là giao điểm của MN và CD , hai đường thẳng OE và AC cắt nhau tại P , hai đường thẳng OF và BC cắt nhau tại Q . Chứng minh: $\frac{1}{EF} + \frac{1}{DC} = \frac{2}{MN}$ và $CD = PQ$.

Câu 5: (5,00 điểm)

Cho dãy số nguyên dương (u_n) không là dãy hằng và thỏa mãn $(u_m - u_n)$ chia hết cho $(m - n)$, với mọi số nguyên dương m, n phân biệt. Chứng minh rằng tập hợp các số nguyên tố xuất hiện trong các phân tích thừa số nguyên tố của các số hạng của dãy số (u_n) là vô hạn.

HẾT

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.
- Giám thị **KHÔNG** giải thích thêm.

Họ và tên thí sinh: SBD: Phòng thi:

Họ, tên và chữ kí Giám thị 1:

Họ, tên và chữ kí Giám thị 2:

ĐỀ THI CHÍNH THỨC

Môn thi: **TOÁN** (Vòng 2)

Ngày thi: **23/9/2026**

Thời gian: **180 phút** (không kể thời gian phát đề)

Câu 1: (4,00 điểm)

Cho dãy số (u_n) xác định bởi $u_1 = -2$ và $u_{n+1} = \frac{u_n}{1 - u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

a) Chứng minh $u_n < 0, \forall n \in \mathbb{N}^*$.

b) Đặt $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n}, \forall n \in \mathbb{N}^*$. Chứng minh (v_n) là cấp số cộng và tính $\lim u_n$.

Câu 2: (5,00 điểm)

Tìm tất cả các hàm số $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ thỏa mãn $f(xy + f(x^2) - x^2) = xf(y)$ với mọi $x, y \in \mathbb{R}$.

Câu 3: (6,00 điểm)

Cho tam giác ABC nhọn, không cân có trục tâm H và nội tiếp trong đường tròn (O) . Điểm R thay đổi trên cung lớn BC của đường tròn (O) sao cho AR không song song với BC . Trên đường thẳng BC lấy hai điểm S, T phân biệt sao cho đường tròn ngoại tiếp các tam giác ARS và ART cùng tiếp xúc với BC . Các đường thẳng qua H vuông góc với AS và AT cắt đường tròn ngoại tiếp tam giác HBC tại điểm thứ hai theo thứ tự là M và N . Chứng minh:

a) Đường thẳng MN luôn đi qua một điểm cố định.

b) Tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác RST di chuyển trên một đường thẳng cố định.

Câu 4: (5,00 điểm)

Một công ty tổ chức đánh giá năng lực chuyên môn cho 250 công nhân bằng cách giao 5 nhiệm vụ trong một dây chuyền có 5 nhiệm vụ chuyên môn khác nhau. Kết quả cho thấy mỗi nhiệm vụ đều được ít nhất 170 công nhân hoàn thành. Chứng minh rằng luôn tìm được hai công nhân sao cho xét chung cả hai người mọi nhiệm vụ trong số 5 nhiệm vụ trên đều có ít nhất một người hoàn thành.

HẾT

- Thí sinh **KHÔNG** được sử dụng tài liệu và máy tính cầm tay.

- Giám thị **KHÔNG** giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh: SBD: Phòng thi:

Họ, tên và chữ ký Giám thị 1:

Họ, tên và chữ ký Giám thị 2: