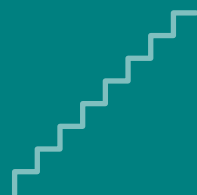




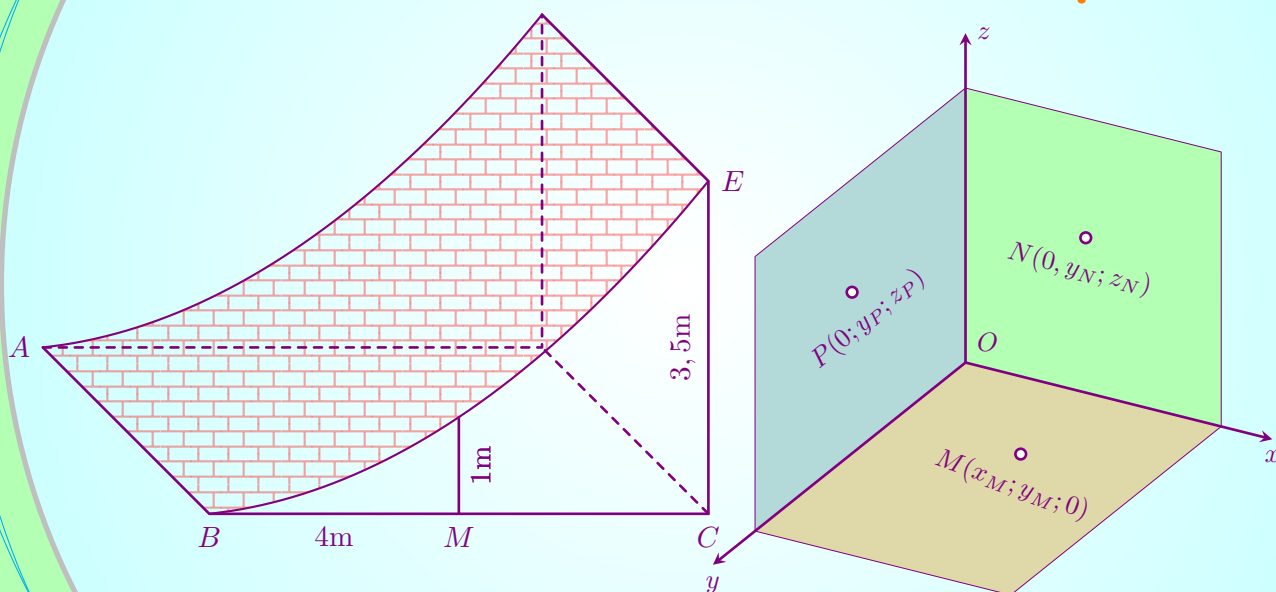
TÀI LIỆU HỌC TẬP
PHÂN DẠNG TOÁN TRẮC NGHIỆM 12



TOÁN 12

PHÂN DẠNG TRẮC NGHIỆM

TẬP II



TÀI LIỆU LƯU HÀNH NỘI BỘ

MỤC LỤC

PHẦN I GIẢI TÍCH

Bài 1. Nguyên hàm	6
Dạng 1.1: Nguyên hàm cơ bản	6
Bảng đáp án	10
Dạng 1.2: Nguyên hàm của hàm số hữu tỷ	10
Bảng đáp án	12
Dạng 1.3: Nguyên hàm thỏa điều kiện cho trước	12
Bảng đáp án	14
Dạng 1.4: Nguyên hàm của hàm số đạo hàm $f'(x)$	14
Bảng đáp án	16
Dạng 1.5: Nguyên hàm của hàm số phân nhánh	17
Bảng đáp án	17
Dạng 1.6: Phương pháp đổi biến số	18
Bảng đáp án	21
Dạng 1.7: Phương pháp từng phần	21
Bảng đáp án	24
Dạng 1.8: Nguyên hàm kết hợp đổi biến và từng phần	25
Bảng đáp án	25
Dạng 1.9: Nguyên hàm của hàm ẩn	25
Bảng đáp án	29
Bài 2. TÍCH PHÂN	29
Dạng 2.1: Tích phân sử dụng định nghĩa-tính chất	29
Bảng đáp án	33
Dạng 2.2: Tích phân cơ bản	34
Bảng đáp án	39
Dạng 2.3: Tích phân chứa trị tuyệt đối	39
Bảng đáp án	40
Dạng 2.4: Tích phân đổi biến số	40
Bảng đáp án	47
Dạng 2.5: Tích phân từng phần	48
Bảng đáp án	53
Dạng 2.6: Tích phân kết hợp đổi biến và từng phần	54
Bảng đáp án	55
Dạng 2.7: Tích phân hàm hữu tỷ	55
Bảng đáp án	56
Dạng 2.8: Tích phân hàm ẩn	56
Bảng đáp án	61
Dạng 2.9: Tích phân hàm phân nhánh	61
Bảng đáp án	62
Dạng 2.10: Tích phân dựa vào đồ thị	62
Bảng đáp án	64

Bài 3. Ứng dụng tích phân	65
(A) Diện tích hình phẳng	65
Dạng 3.1: Câu hỏi lý thuyết	65
Bảng đáp án	70
Dạng 3.2: Diện tích hình phẳng được giới hạn các hàm số	70
Bảng đáp án	90
Dạng 3.3: Bài toán chuyển động	91
Bảng đáp án	93
Dạng 3.4: Toán thực tế-ứng dụng diện tích	93
Bảng đáp án	98
(B) THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY	98
Dạng 3.5: Thể tích khối tròn xoay được giới hạn các hàm số	98
Bảng đáp án	105
Dạng 3.6: Thể tích theo mặt cắt $S(x)$	105
Bảng đáp án	107
Dạng 3.7: Bài toán thực tế ứng dụng thể tích	107
Bảng đáp án	110
Bài 4. SỐ PHỨC	111
(A) Khái niệm số phức	111
Dạng 4.1: Câu hỏi lý thuyết	111
Bảng đáp án	111
Dạng 4.2: Phần thực, phần ảo, môđun, số phức liên hợp	111
Bảng đáp án	114
Dạng 4.3: Biểu diễn số phức	114
Bảng đáp án	118
(B) Các phép toán số phức	119
Dạng 4.4: Câu hỏi lý thuyết	119
Bảng đáp án	119
Dạng 4.5: Thực hiện các phép toán trên số phức	119
Bảng đáp án	122
Dạng 4.6: Xác định các yếu tố số phức	122
Bảng đáp án	125
Dạng 4.7: Tìm số phức thỏa điều kiện	125
Bảng đáp án	128
(C) Biểu diễn hình học	128
Dạng 4.8: Biểu diễn hình học số phức qua các phép toán	128
Bảng đáp án	130
Dạng 4.9: Tập hợp số phức	131
Bảng đáp án	133
(D) Phương trình bậc hai	133
Dạng 4.10: Phương trình bậc 2 với hệ số thực-Tính toán biểu thức nghiệm	133
Bảng đáp án	137
Dạng 4.11: Định lý Vi-et trong số phức	137
Bảng đáp án	139
Dạng 4.12: Biểu diễn hình học nghiệm của phương trình bậc hai	139
Bảng đáp án	140
Dạng 4.13: Bài toán chứa tham số m	141
Bảng đáp án	142
(E) CỰC TRỊ SỐ PHỨC	142

Dạng 4.14: Sử dụng Môđun-liên hợp	142
Bảng đáp án	143
Dạng 4.15: Phương pháp hình học	143
Bảng đáp án	145
Dạng 4.16: Phương pháp đại số	145
Bảng đáp án	147

PHẦN II HÌNH HỌC

Bài 1. HỆ TRỤC TỌA ĐỘ	149
Dạng 1.1: Tọa độ điểm, tọa độ véc-tơ	149
Bảng đáp án	153
Dạng 1.2: Tích vô hướng và ứng dụng	153
Bảng đáp án	157
Dạng 1.3: Tích có hướng và ứng dụng	157
Bảng đáp án	160
Dạng 1.4: Mặt cầu	160
Bảng đáp án	164
Dạng 1.5: Phương trình mặt cầu	164
Bảng đáp án	169
Bài 2. PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG	169
Dạng 2.1: Xác định véc-tơ pháp tuyến	169
Bảng đáp án	170
Dạng 2.2: Phương trình mặt phẳng	170
Bảng đáp án	174
Dạng 2.3: Vị trí giữa hai mặt phẳng	175
Bảng đáp án	176
Dạng 2.4: Tìm tọa độ điểm liên quan mặt phẳng	176
Bảng đáp án	177
Dạng 2.5: Khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng và bài toán liên quan	177
Bảng đáp án	180
Dạng 2.6: Bài toán liên quan mặt phẳng-mặt cầu	180
Bảng đáp án	184
Dạng 2.7: Phương trình mặt cầu liên quan mặt phẳng	184
Bảng đáp án	185
Dạng 2.8: Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn	186
Bảng đáp án	188
Dạng 2.9: Phương trình mặt phẳng liên quan đến góc	188
Bảng đáp án	190
Dạng 2.10: Hình chiếu vuông góc của điểm lên mặt phẳng	190
Bảng đáp án	191
Dạng 2.11: Bài toán liên quan cực trị	191
Bảng đáp án	196
Bài 3. PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG	196
Dạng 3.1: Xác định véc-tơ chỉ phương	196
Bảng đáp án	198
Dạng 3.2: Phương trình đường thẳng	198
Bảng đáp án	206
Dạng 3.3: Phương trình mặt phẳng liên quan đường thẳng	206
Bảng đáp án	211
Dạng 3.4: Điểm liên quan đường thẳng	212
Bảng đáp án	214
Dạng 3.5: Khoảng cách-góc	215

Bảng đáp án.....	216
📁 Dạng 3.6: Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng.....	216
Bảng đáp án.....	218
📁 Dạng 3.7: Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng.....	218
Bảng đáp án.....	221
📁 Dạng 3.8: Bài toán liên quan: Mặt phẳng-đường thẳng-mặt cầu.....	221
Bảng đáp án.....	227
📁 Dạng 3.9: Hình chiếu của điểm lên đường thẳng.....	227
Bảng đáp án.....	229
📁 Dạng 3.10: Bài toán liên quan: Góc-khoảng cách.....	230
Bảng đáp án.....	233
📁 Dạng 3.11: Bài toán liên quan đến cực trị.....	233
Bảng đáp án.....	239



PHẦN I

GIẢI TÍCH

GHI CHÚ NHANH

CHỦ ĐỀ

1

NGUYÊN HÀM

DẠNG
1

Nguyên hàm cơ bản

CÂU 1. Họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 5^x$ là

- A. $\frac{5^x}{\ln 5} + C$. B. $5^x + C$. C. $x5^{x-1} + C$. D. $5^x \ln 5 + C$.

CÂU 2. Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $y = e^x + 2x$.

- A. $e^x + 2x^2 + C$. B. $e^x + x^2 + C$.
C. $e^x + 2 + C$. D. $\frac{1}{x+1}e^{x+1} + x^2 + C$.

CÂU 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{-x} \left(2 + \frac{e^x}{\cos^2 x} \right)$.

- A. $F(x) = 2e^{-x} + \tan x + C$. B. $F(x) = -\frac{2}{e^x} - \tan x + C$.
C. $F(x) = -\frac{2}{e^x} + \tan x + C$. D. $F(x) = 2e^x - \tan x + C$.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x) = 2x^4 + 3x^3 + 2x$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\int f(x) dx = 8x^3 + 9x^2 + 2 + C$. B. $\int f(x) dx = 2x^5 + 3x^4 + 2x^2 + C$.
C. $\int f(x) dx = 2x^4 + 8x^3 + 9x^2 + 2 + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2x^5}{5} + \frac{3x^4}{4} + x^2 + C$.

CÂU 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin 3x$. Chọn khẳng định đúng?

- A. $F(x) = \cos 3x$. B. $F(x) = \frac{1}{3} \cos 3x$.
C. $F(x) = -\frac{1}{3} \cos 3x$. D. $F(x) = -3 \cos 3x$.

CÂU 6. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ là

- A. $G(x) = x^3 + 1$. B. $F(x) = x^3 + x$. C. $K(x) = 3x^3$. D. $H(x) = 6x$.

CÂU 7. Cho $\int f(x) dx = x^2 - 3x + C$. Tìm $\int f(e^{-x}) dx$.

- A. $\int f(e^{-x}) dx = -2e^{-x} - 3e^{-x} + C$. B. $\int f(e^{-x}) dx = -2e^{-x} - 3x + C$.
C. $\int f(e^{-x}) dx = 2e^{-x} - 3x + C$. D. $\int f(e^{-x}) dx = e^{-2x} - 3e^{-x} + C$.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x) = x^3$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\int f(x) dx = 3x^2 + C$. B. $\int f(x) dx = 4x^4 + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^4}{4} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} + C$.

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) = 2x - 1$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $\int f(x) dx = x^2 - x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} - 2x + C$.
C. $\int f(x) dx = \frac{x^2}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = 2x - 1 + C$.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x) = \cos x + 1$. Khẳng định nào đúng?

- A. $\int f(x) dx = \cos x + x + C$. B. $\int f(x) dx = -\sin x + x + C$.
C. $\int f(x) dx = \sin x + x + C$. D. $\int f(x) dx = \sin x - x + C$.

CÂU 11. Trên khoảng $(0; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sqrt[3]{x}$ là

GHI CHÚ NHANH

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{4}x^{\frac{4}{3}} + C.$

B. $\int f(x)dx = 3x^{\frac{1}{3}} + C.$

C. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}x^{\frac{1}{3}} + C.$

D. $\int f(x)dx = \frac{3}{4}x^{\frac{4}{3}} + C.$

CÂU 12. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x + \sin 2x$ là

A. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{2}\cos 2x + 1.$

B. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 - 2\cos 2x.$

C. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2\cos 2x.$

D. $F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2}\cos 2x.$

CÂU 13. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 5x^4 + \cos x$ là

A. $x^5 - \sin x + C.$ B. $x^5 + \sin x + C.$ C. $5x^5 + \sin x + C.$ D. $5x^5 - \sin x + C.$

CÂU 14. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{3x}$ là:

A. $\int f(x)dx = \frac{1}{3}e^{3x} + C.$

B. $\int f(x)dx = 3e^{3x} + C.$

C. $\int f(x)dx = e^{3x} \ln 3 + C.$

D. $\int f(x)dx = e^{3x} + C.$

CÂU 15. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 - 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}}$ là

A. $x - x^2 - \sqrt{x} + C.$

B. $x - x^2 - \sqrt{x} + C.$

C. $1 - x^2 + \frac{\sqrt{x}}{2} + C.$

D. $1 - x^2 + \sqrt{x} + C.$

CÂU 16. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ là

A. $-\frac{1}{x^2}.$

B. $-\frac{1}{x^2} + C.$

C. $\ln x.$

D. $\ln x + C.$

CÂU 17. Họ các nguyên hàm $\int \frac{1}{(2x-1)^2} dx$ là

A. $\frac{1}{4x-2} + C.$

B. $\frac{-1}{2x-1} + C.$

C. $\frac{1}{2x-1} + C.$

D. $\frac{-1}{4x-2} + C.$

CÂU 18. Cho hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)$ là

A. $\int f(x)dx = 6x - \cos x + C.$

B. $\int f(x)dx = x^3 + \cos x + C.$

C. $\int f(x)dx = x^3 - \cos x + C.$

D. $\int f(x)dx = 6x + \cos x + C.$

CÂU 19. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 1$

A. $\int f(x)dx = xe^x + C.$

B. $\int f(x)dx = e^x - x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^{x-1} + C.$

D. $\int f(x)dx = e^x + x + C.$

CÂU 20. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x$

A. $F(x) = -\sin x + 1.$

B. $F(x) = \sin x + 3.$

C. $F(x) = -\sin x.$

D. $F(x) = 2\sin x.$

CÂU 21. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (2x-1)^4$ là:

A. $\frac{(2x-1)^3}{5} + C$, với C là hằng số.

B. $8(2x-1)^3 + C$, với C là hằng số.

C. $4(2x-1)^3 + C$, với C là hằng số.

D. $\frac{(2x-1)^3}{10} + C$, với C là hằng số.

CÂU 22. Mệnh đề nào sau đây đúng?

A. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = -\cot x + C.$

B. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \frac{1}{\cot x} + C.$

C. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot^2 x + 1.$

D. $\int \frac{1}{\sin^2 x} dx = \cot x + C.$

CÂU 23. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ bằng

A. $-\frac{\sin 2x}{2} + C.$

B. $2\sin 2x + C.$

C. $\frac{\sin 2x}{2} + C.$

D. $-2\sin 2x + C.$

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 24. Tính $\int \sin^2 2x \, dx$

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{\sin 4x}{8} + C$. **B.** $-\frac{\cos^3 2x}{3} + C$. **C.** $\frac{x}{2} - \frac{\sin 4x}{8} + C$. **D.** $\frac{\sin 4x}{8} + C$.

CÂU 25. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 - 2\cos x$ là

- A.** $F(x) = x^3 + \sin x + C$. **B.** $F(x) = x^3 - 2\sin x + C$.
C. $F(x) = 3x^3 - 2\sin x + C$. **D.** $F(x) = 3x^3 + 2\sin x + C$.

CÂU 26. Họ các nguyên hàm $\int \sin(2x+1) \, dx$ là

- A.** $-\cos x + C$. **B.** $-\frac{\cos(2x+1)}{2} + C$.
C. $\frac{\cos(2x+1)}{2} + C$. **D.** $\frac{\sin(2x+1)}{2} + C$.

CÂU 27. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + 6x$ là

- A.** $-\sin x + C$. **B.** $-\sin x + 3x^2 + C$.
C. $\sin x + 3x^2 + C$. **D.** $\sin x + 6x^2 + C$.

CÂU 28. Trong các hàm số sau, hàm số nào có một nguyên hàm là hàm số $F(x) = \ln|x|$?

- A.** $f(x) = x$. **B.** $f(x) = |x|$. **C.** $f(x) = \frac{x^3}{2}$. **D.** $f(x) = \frac{1}{x}$.

CÂU 29. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A.** $\int \frac{1}{2x+1} \, dx = \ln|2x+1| + C$. **B.** $\int \frac{1}{2x+1} \, dx = 2\ln|2x+1| + C$.
C. $\int \frac{1}{2x+1} \, dx = \frac{1}{(2x+1)^2} + C$. **D.** $\int \frac{1}{2x+1} \, dx = \frac{1}{2} \ln|6x+3| + C$.

CÂU 30. Tìm họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $y = e^x + 2x$.

- A.** $e^x + 2 + C$. **B.** $\frac{1}{x+1}e^{x+1} + x^2 + C$.
C. $e^x + x^2 + C$. **D.** $e^x + 2x^2 + C$.

CÂU 31. Cho hàm số $f(x) = x + \cos x$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A.** $\int f(x) \, dx = \frac{x^2}{2} - \sin x + C$. **B.** $\int f(x) \, dx = \frac{x^2}{2} + \sin x + C$.
C. $\int f(x) \, dx = 1 - \sin x + C$. **D.** $\int f(x) \, dx = x \sin x + \cos x + C$.

CÂU 32. Tìm họ các nguyên hàm của hàm số $y = \cos 4x$

- A.** $\int \cos 4x \, dx = 4 \sin 4x + C$. **B.** $\int \cos 4x \, dx = \sin 4x + C$.
C. $\int \cos 4x \, dx = -\frac{1}{4} \sin 4x + C$. **D.** $\int \cos 4x \, dx = \frac{1}{4} \sin 4x + C$.

CÂU 33. Tìm họ nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \cos 2x$ với

- A.** $F(x) = -2 \sin 2x + C$. **B.** $F(x) = \frac{1}{2} \sin 2x + C$.
C. $F(x) = -\frac{1}{2} \sin 2x + C$. **D.** $F(x) = 2 \sin 2x + C$.

CÂU 34. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $\int \cos x \, dx = \sin x$. **B.** $\int \cos x \, dx = \sin x + C$.
C. $\int \cos x \, dx = -\sin x$. **D.** $\int \cos x \, dx = -\sin x + C$.

CÂU 35. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^5 + 3x^2$

- A.** $5x^4 + 6x + C$. **B.** $x^5 + 3x^2 + C$. **C.** $x^6 + 3x^3 + C$. **D.** $\frac{1}{6}x^6 + x^3 + C$.

CÂU 36. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A.** $\int f'(x) \, dx = f(x) + C$. **B.** $\int \cos x \, dx = \sin x + C$.
C. $\int x^\alpha \, dx = \frac{x^{\alpha+1}}{\alpha+1} + C, \forall \alpha \neq -1$. **D.** $\int a^x \, dx = a^x \ln a + C \, (0 < a \neq 1)$.

Tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 10^{-x}$ là

- A. $-10^{-x} + C$. B. $\frac{10^{-x}}{\ln 10} + C$. C. $10^{-x} \ln 10 + C$. D. $-\frac{10^{-x}}{\ln 10} + C$.

CÂU 38. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x + \frac{1}{x}$

- A. $-\sin x + \ln|x| + C$. B. $\sin x - \frac{1}{x^2} + C$.
C. $\sin x + \ln|x| + C$. D. $-\sin x - \frac{1}{x^2} + C$.

CÂU 39. Nếu $\int f(x) dx = \sin x - e^x + C$ thì

- A. $f(x) = -\cos x - e^x + C$. B. $f(x) = -\cos x - e^x$.
C. $f(x) = \cos x - e^x$. D. $f(x) = \cos x + e^x + C$.

CÂU 40. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x$ là.

- A. $\frac{e^x}{x} + C$. B. $e^{x+1} + C$. C. $e^x + C$. D. $\frac{e^{x+1}}{x+1} + C$.

CÂU 41. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + \sin x$ là

- A. $x^3 + \cos x + C$. B. $x^3 - \cos x + C$. C. $6x + \cos x + C$. D. $6x - \cos x + C$.

CÂU 42. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên khoảng $(-\infty; 0)$ và $(0; +\infty)$.

- A. $\int f(x) dx = \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{-1}{x^2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \ln|x| + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{1}{x^2} + C$.

CÂU 43. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = 1 + \tan^2 \frac{x}{2}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \tan \frac{x}{2} + C$. B. $\int f(x) dx = 2 \tan \frac{x}{2} + C$.
C. $\int f(x) dx = \tan \frac{x}{2} + C$. D. $\int f(x) dx = -2 \tan \frac{x}{2} + C$.

CÂU 44. Trên các khoảng $(-\infty; \frac{2}{3})$ và $(\frac{2}{3}; +\infty)$, họ nguyên hàm của hàm số

$f(x) = \frac{5}{3x-2}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{5}{3} \ln(3x-2) + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{5}{3} \ln \left| x - \frac{2}{3} \right| + C$.
C. $\int f(x) dx = 5 \ln|3x-2| + C$. D. $\int f(x) dx = -\frac{5}{3} \ln|3x-2| + C$.

CÂU 45. Kết quả $\int (x + e^{2020x}) dx$ bằng

- A. $\frac{x^2}{2} + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. B. $x^2 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$.
C. $x^3 + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$. D. $x + \frac{e^{2020x}}{2020} + C$.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x) = (2x+1)^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F\left(\frac{1}{2}\right) =$

4. Hãy tính $P = F\left(\frac{3}{2}\right)$.

- A. $P = 32$. B. $P = 18$. C. $P = 30$. D. $P = 34$.

CÂU 47. Họ các nguyên hàm $\int \sin(2x+1) dx$ là

- A. $\frac{\cos(2x+1)}{2} + C$. B. $\frac{-\cos(2x+1)}{2} + C$.
C. $\frac{\sin(2x+1)}{2} + C$. D. $-\cos x + C$.

CÂU 48. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2$ là

- A. $F(x) = x^3 + x$. B. $H(x) = 6x$. C. $G(x) = x^3 + 1$. D. $K(x) = 3x^3$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 49. Nguyên hàm $I = \int \frac{1}{2x+3} dx$ bằng

- A. $-\ln|2x+3| + C.$ B. $\ln|2x+3| + C.$
C. $-\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C.$ D. $\frac{1}{2}\ln|2x+3| + C.$

CÂU 50. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3\cos x + \frac{1}{x^2}$ trên $(0; +\infty)$ là

- A. $3\cos x + \ln x + C.$ B. $3\cos x + \frac{1}{x} + C.$
C. $3\sin x - \frac{1}{x} + C.$ D. $-3\sin x + \frac{1}{x} + C.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. D	5. C	6. A	7. B	8. C	9. A	10. C
11. D	12. A	13. B	14. A	15. B	16. D	17. D	18. C	19. B	20. B
21. D	22. A	23. C	24. C	25. C	26. B	27. C	28. D	29. D	30. C
31. B	32. D	33. B	34. B	35. D	36. D	37. D	38. C	39. C	40. C
41. B	42. C	43. B	44. B	45. A	46. D	47. B	48. C	49. D	50. C

DẠNG

2

Nguyên hàm của hàm số hữu tỷ

CÂU 1. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x-2}$ là

- A. $\int \frac{dx}{5x-2} = \ln|5x-2| + C.$ B. $\int \frac{dx}{5x-2} = 5\ln|5x-2| + C.$
C. $\int \frac{dx}{5x-2} = \frac{1}{5}\ln|5x-2| + C.$ D. $\int \frac{dx}{5x-2} = -\frac{1}{2}\ln|5x-2| + C.$

CÂU 2. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^4+2}{x^2}$ là

- A. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{1}{x} + C.$ B. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{1}{x} + C.$
C. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} - \frac{2}{x} + C.$ D. $\int f(x)dx = \frac{x^3}{3} + \frac{2}{x} + C.$

CÂU 3. Tìm nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{x^2-4}$

- A. $2\ln|x^2-4| + C.$ B. $\frac{1}{2(x^2-4)} + C.$
C. $\frac{-1}{4(x^2-4)^2} + C.$ D. $\frac{1}{2}\ln|x^2-4| + C.$

CÂU 4. Tính nguyên hàm $I = \int \frac{2x^2-7x+5}{x-3} dx$

- A. $I = x^2 - x + 2\ln|x-3| + C.$ B. $I = x^2 - x - 2\ln|x-3| + C.$
C. $I = 2x^2 - x + 2\ln|x-3| + C.$ D. $I = 2x^2 - x - 2\ln|x-3| + C.$

CÂU 5. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2-x}$.

- A. $F(x) = -\ln|x| - \ln|x-1|.$ B. $F(x) = \ln|x| - \ln|x-1|.$
C. $F(x) = -\ln|x| + \ln|x-1|.$ D. $F(x) = \ln|x| + \ln|x-1|.$

CÂU 6. Xác định $\int f(x)dx$ biết $f(x) = \frac{x+3}{x^2+3x+2}$.

- A. $\int f(x)dx = 2\ln|x+2| - \ln|x+1| + C.$ B. $\int f(x)dx = 2\ln|x+1| - \ln|x+2| + C.$
C. $\int f(x)dx = 2\ln|x+1| + \ln|x+2| + C.$ D. $\int f(x)dx = \ln|x+1| + 2\ln|x+2| + C.$

CÂU 7. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4x-1}{(2x-1)^2}$ là

GHI CHÚ NHANH

A. $\ln|2x-1| - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x-1} + C.$

B. $\ln|2x-1| + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2x-1} + C.$

C. $2\ln|2x-1| - \frac{1}{2x-1} + C.$

D. $2\ln|2x-1| + \frac{1}{2x-1} + C.$

CÂU 8. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-1}{(x+1)^2}$ trên khoảng $(-1; +\infty)$ là

A. $2\ln(x+1) - \frac{2}{x+1} + C.$

B. $2\ln(x+1) + \frac{2}{x+1} + C.$

C. $2\ln(x+1) - \frac{3}{x+1} + C.$

D. $2\ln(x+1) + \frac{3}{x+1} + C.$

CÂU 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x(x-1)}$ là:

A. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C.$

B. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C.$

C. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| + C.$

D. $\int \frac{dx}{x(x-1)} = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x}{x-1} \right| + C.$

CÂU 10. Họ các nguyên hàm $\int \frac{1}{(2x-1)^2} dx$ là

A. $\frac{-1}{4x-2} + C.$

B. $\frac{1}{2x-1} + C.$

C. $\frac{-1}{2x-1} + C.$

D. $\frac{1}{4x-2} + C.$

CÂU 11. Họ các nguyên hàm $\int \frac{x^2-x+1}{x-1} dx$ bằng

A. $x + \frac{1}{x-1} + C.$

B. $x^2 + \ln|x-1| + C.$

C. $1 - \frac{1}{(x-1)^2} + C.$

D. $\frac{x^2}{2} + \ln|x-1| + C.$

CÂU 12. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{5x+4}$ là:

A. $\frac{1}{5} \ln(5x+4) + C.$

B. $\ln|5x+4| + C.$

C. $\frac{1}{\ln 5} \ln|5x+4| + C.$

D. $\frac{1}{5} \ln|5x+4| + C.$

CÂU 13. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3x-2}{(x-2)^2}$ trên khoảng $(2; +\infty)$ là

A. $3\ln(x-2) + \frac{2}{x-2} + C.$

B. $3\ln(x-2) - \frac{2}{x-2} + C.$

C. $3\ln(x-2) - \frac{4}{x-2} + C.$

D. $3\ln(x-2) + \frac{4}{x-2} + C.$

CÂU 14. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2+x-2}$ là

A. $F(x) = \ln|x^2+x-2| + C.$

B. $F(x) = \ln \left| \frac{x-1}{x+3} \right| + C.$

C. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-1}{x+2} \right| + C.$

CÂU 15. Kết quả tính $\int \frac{1}{x(x-3)} dx$ bằng

A. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+3}{x} \right| + C.$

B. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x-3}{x} \right| + C.$

C. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x+3} \right| + C.$

D. $F(x) = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x}{x-3} \right| + C.$

CÂU 16. $\int \frac{2x-1}{x^2+6x+9} dx$ bằng

A. $2\ln|x+3| - \frac{7}{x+3} + C.$

B. $-2\ln|x+3| + \frac{7}{x+3} + C.$

C. $2\ln|x+3| + \frac{7}{x+3} + C.$

D. $-2\ln|x+3| - \frac{7}{x+3} + C.$

CÂU 17. Nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x^2+4x-5}$ là:

GHI CHÚ NHANH

A. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-1}{x+5} \right| + C.$
 C. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+1}{x-5} \right| + C.$

B. $\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x+5}{x-1} \right| + C.$
 D. $-\frac{1}{6} \ln \left| \frac{x-1}{x+5} \right| + C.$

CÂU 18. Họ nguyên hàm của hàm số $\int \frac{2x+3}{2x^2-x-1} dx$ là:

A. $\frac{2}{3} \ln |2x+1| + \frac{5}{3} \ln |x-1| + C.$
 B. $-\frac{2}{3} \ln |2x+1| + \frac{5}{3} \ln |x-1| + C.$
 C. $\frac{2}{3} \ln |2x+1| - \frac{5}{3} \ln |x-1| + C.$
 D. $-\frac{1}{3} \ln |2x+1| + \frac{5}{3} \ln |x-1| + C.$

CÂU 19. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x}{1-x^2}$ là hàm số nào?

A. $\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|.$
 B. $-\frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right|.$
 C. $\frac{1}{2} \ln |x^2-1|.$
 D. $-\frac{1}{2} \ln |x^2-1|.$

CÂU 20. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{7x-1}{x^2+x-2}$ là hàm số nào?

A. $-2 \ln |x-1| - 5 \ln |x+2| + C.$
 B. $-2 \ln |x-1| + 5 \ln |x+2| + C.$
 C. $2 \ln |x-1| + 5 \ln |x+2| + C.$
 D. $2 \ln |x-1| - 5 \ln |x+2| + C.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. D	4. A	5. C	6. B	7. A	8. D	9. C	10. A
11. D	12. D	13. C	14. D	15. B	16. C	17. A	18. B	19. D	20. C

DẠNG
3

Nguyên hàm thỏa điều kiện cho trước

CÂU 1. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{-x^2-2x}{(x+1)^4}$ thỏa $F(0) = -\frac{2}{3}$.
 Tính $F(1)$.

A. $\frac{2}{3}.$
 B. $-\frac{7}{6}.$
 C. $-\frac{7}{24}.$
 D. $\frac{11}{24}.$

CÂU 2. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$ thì $F(2022)$ bằng

A. $\frac{1}{2}.$
 B. $\ln 2020.$
 C. $\ln 2.$
 D. $\ln 2021 + 1.$

CÂU 3. Cho hàm số $f(x) = (2x-3)^3$ có một nguyên hàm là $F(x)$ thỏa mãn $F(2) = \frac{9}{8}$.
 Tính $F\left(\frac{1}{2}\right)$.

A. $F\left(\frac{1}{2}\right) = -1.$
 B. $F\left(\frac{1}{2}\right) = 5.$
 C. $F\left(\frac{1}{2}\right) = 3.$
 D. $F\left(\frac{1}{2}\right) = -2.$

CÂU 4. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = 3x^2$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn điều kiện $F(1) = -1$.

A. $x^3 - 1.$
 B. $x^2 - 2.$
 C. $x^3 + 1.$
 D. $x^3 - 2.$

CÂU 5. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{4}{1+2x}$ và $F(0) = 2$. Tìm $F(2)$.

A. $F(2) = \ln 25 + 2.$
 B. $F(2) = 4 \ln 5 + 2.$
 C. $F(2) = 5(1 + \ln 2).$
 D. $F(2) = 2 \ln 5 + 4.$

CÂU 6. Tìm nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin 2x$ biết $F(0) = 1$.

A. $F(x) = 2 \cos 2x - 1.$
 B. $F(x) = \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{1}{2}.$
 C. $F(x) = -2 \cos 2x + 3.$
 D. $F(x) = -\frac{1}{2} \cos 2x + \frac{3}{2}.$

CÂU 7. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 6x + \sin 3x$ và $F(0) = \frac{2}{3}$.

Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} + 1.$ **B.** $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + \frac{2}{3}.$
C. $F(x) = 3x^2 + \frac{\cos 3x}{3} - 1.$ **D.** $F(x) = 3x^2 - \frac{\cos 3x}{3} + 1.$

CÂU 8. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x + 2x$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(2)$ bằng

- A.** $e^2 + 5.$ **B.** $e^2 + 1.$ **C.** $e^2.$ **D.** $e^2 + 4.$

CÂU 9. Cho hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = x^2$. Tính $F'(25)$.

- A.** 5. **B.** 25. **C.** 625. **D.** 125.

CÂU 10. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

- A.** 2. **B.** 6. **C.** 8. **D.** 4.

CÂU 11. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ trên $(0; +\infty)$ và $F(1) = 1$. Tính $F(3)$?

- A.** $F(3) = \ln 3.$ **B.** $F(3) = \ln 3 + C.$ **C.** $F(3) = \ln 3 + 1.$ **D.** $F(3) = \ln 3 + 3.$

CÂU 12. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2$. Biểu thức $F'(25)$ bằng

- A.** 5. **B.** 625. **C.** 25. **D.** 125.

CÂU 13. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$

- A.** $F(3) = \ln 2 - 1.$ **B.** $F(3) = \frac{1}{2}.$ **C.** $F(3) = \ln 2 + 1.$ **D.** $F(3) = \frac{7}{4}.$

CÂU 14. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và $F(0) = 0$. Giá trị của $F(\ln 3)$ bằng

- A.** 2. **B.** 6. **C.** $\frac{17}{2}.$ **D.** 4.

CÂU 15. Cho hàm số $f(x) = x^2 + \sin x + 1$, biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và $F(0) = 1$. Khi đó $F(x)$ bằng

- A.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + 2.$ **B.** $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2.$
C. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + x.$ **D.** $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2.$

CÂU 16. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x+2}$ và $F(-1) = 1$. Tính $F(3)$.

- A.** $F(3) = \ln 5 - 1.$ **B.** $F(3) = \ln 5 + 2.$ **C.** $F(3) = \ln 5 + 1.$ **D.** $F(3) = \frac{1}{5}.$

CÂU 17. Biết rằng hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\ln x}{x} \cdot \sqrt{\ln^2 x + 1}$ và thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{3}$. Giá trị của $[F(e)]^2$ bằng

- A.** $\frac{1}{3}.$ **B.** $\frac{2\sqrt{2}}{3}.$ **C.** $\frac{1}{9}.$ **D.** $\frac{8}{9}.$

CÂU 18. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số e^{2x} và $F(0) = \frac{21}{2}$. Giá trị $F\left(\frac{1}{2}\right)$ là

- A.** $\frac{e}{2} + 10.$ **B.** $2e + 10.$ **C.** $\frac{e}{2} + 50.$ **D.** $\frac{e}{2} + 11.$

CÂU 19. Cho hàm số $f(x) = x^2 + \sin x + 1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $F(0) = 1$. Tìm $F(x)$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

A. $F(x) = x^3 - \cos x + x + 2.$

B. $F(x) = \frac{x^3}{3} + \cos x + x.$

C. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + x + 2.$

D. $F(x) = \frac{x^3}{3} - \cos x + 2.$

CÂU 20. Tìm một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = ax + \frac{b}{x^2}$ ($x \neq 0$), biết rằng $F(-1) = 1, F(1) = 1$ và $f(1) = 0$.

A. $F(x) = \frac{3}{2}x^2 + \frac{3}{4x} - \frac{7}{4}.$

B. $F(x) = \frac{3}{4x^2} - \frac{3}{2x} - \frac{7}{4}.$

C. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 + \frac{3}{2x} + \frac{7}{4}.$

D. $F(x) = \frac{3}{4}x^2 - \frac{3}{2x} - \frac{1}{2}.$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. D	5. A	6. D	7. D	8. A	9. C	10. D
11. C	12. B	13. C	14. D	15. D	16. C	17. D	18. A	19. C	20. C

DẠNG

4

Nguyên hàm của hàm số đạo hàm $f'(x)$

CÂU 1. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2021$, $f(2) = 2022$. Tính $S = f(5) - f(-1)$.

A. $S = \ln 4043.$ B. $S = 1 + \ln 2.$ C. $S = \ln 2.$ D. $S = 1.$

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = e^x + 2x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = e$. Tính $F(0)$.

A. $\frac{5}{6}.$ B. $-\frac{1}{6}.$ C. $\frac{1}{6}.$ D. $-\frac{5}{6}.$

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $-3.$ B. $1.$ C. $2.$ D. $7.$

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0; 2\}$ và thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x^2 - 2x}$. Biết rằng $f(-2) + f(4) = 0$ và $f\left(\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = 2018$. Tính $T = f(-1) + f(1) + f(5)$

A. $T = \frac{1}{2} \ln 5 + 1009.$ B. $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5} + 1009.$
C. $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5} + 2018.$ D. $T = \frac{1}{2} \ln \frac{9}{5}.$

CÂU 5. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$; $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$ Tính $P = f(-1) + f(3)$

A. $P = 3 + \ln 3.$ B. $P = 3 + \ln 5.$ C. $P = 3 + \ln 15.$ D. $P = 3 - \ln 15.$

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = e^{2x} + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = \frac{3}{2}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{5}{4}$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $\frac{e^2 + 2}{4}.$ B. $\frac{e^2 + 10}{4}.$ C. $\frac{e + 1}{2}.$ D. $\frac{e + 5}{2}.$

CÂU 7. Tìm $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - 2$ trên $(-\infty; +\infty)$, biết $F(0) = -1$.

A. $F(x) = \frac{1}{e^x} - x + 1.$ B. $F(x) = \ln x - 2x - 1.$
C. $F(x) = e^x - 2x - 2.$ D. $F(x) = e^x - 2x - 1.$

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 24x^2 + 5x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

A. $-2.$ B. $-\frac{8}{3}.$ C. $-\frac{13}{2}.$ D. $-\frac{15}{2}.$

GHI CHÚ NHANH

CÂU 9. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn điều kiện $f'(x) = x \cdot e^x$. Biết $f(0) = 4$, giá trị của $f(3)$ là

- A. $4e^3 + 5$. B. $2e^3 + 5$. C. $4e^3 - 5$. D. $2e^3 - 5$.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 4 - 3\sin x$ và $f(\pi) = 5$. Tìm hàm số $f(x)$.

- A. $f(x) = 4x - 3\cos x + 8$. B. $f(x) = 4x + 3\cos x + 1$.
C. $f(x) = 4x + 3\cos x + 8$. D. $f(x) = 4x - 3\cos x + 1$.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = \sin x + x \cos x$ và $f(0) = 0$. Tính $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$.

- A. $\frac{\pi}{2} - 1$. B. $\frac{\pi}{2}$. C. $\frac{\pi}{2} - 2$. D. $\frac{\pi}{2} + 2$.

CÂU 12. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2017$ và $f(2) = 2018$. Tính $S = f(3) - f(-1)$.

- A. $S = \ln 4035$. B. $S = 4$. C. $S = \ln 2$. D. $S = 1$.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 2 - 5\sin x$ và $f(0) = 18$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $f(x) = 2x + 5\cos x + 18$. B. $f(x) = 2x - 5\cos x + 23$.
C. $f(x) = 2x + 5\cos x + 13$. D. $f(x) = 2x - 5\cos x + 18$.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $f(1) = 2$, $f(-e) = 4$.

Giá trị của $f(-2) - 2f(e^2)$ bằng

- A. $-8 + \ln 2$. B. $-5 + \ln 2$. C. $-2 + \ln 2$. D. $-1 + \ln 2$.

CÂU 15. Tìm hàm số $y = f(x)$ biết rằng $f'(x) = \sin x + 2$ và $f(0) = 1$

- A. $\cos x + 2x + 1$. B. $-\cos x + 2x + 2$. C. $-\cos x + 2x + 1$. D. $-\cos x + 2x$.

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = -20x^3 + 6x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(-1) = 2$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 3$, khi đó $F(2)$ bằng

- A. -17 . B. -1 . C. -15 . D. -74 .

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 24x^2 - 18x + 8$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 2$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = 4$, khi đó $F(-1)$ bằng

- A. -30 . B. 20 . C. -5 . D. 2 .

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x + \frac{1}{x}$, $\forall x > 0$ và $f(1) = \frac{1}{2}$. Biết

$F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $F(1) = \frac{1}{6}$, khi đó $F(2)$ bằng

- A. $\frac{2}{3} + 2\ln 2$. B. $\frac{2}{3} + \ln 4$. C. $\frac{1}{3} + \ln 2$. D. $\frac{1}{3} + \ln 4$.

CÂU 19. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 12x^2 - 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$ và $F(1) = -1$, khi đó $f(2)$ bằng

- A. 30 . B. 36 . C. -3 . D. 26 .

CÂU 20. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = e$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $3 < f(5) < 4$. B. $11 < f(5) < 12$. C. $10 < f(5) < 11$. D. $4 < f(5) < 5$.

CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1) = e$ và $f'(x) + f(x) = x$, $x \in \mathbb{R}$. Giá trị $f(2)$ bằng

- A. $\frac{2}{e}$. B. $1 - \frac{1}{e}$. C. $1 + \frac{1}{e}$. D. 2 .

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 12x^2 + 2$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng

- A. -3 . B. 1 . C. 2 . D. 7 .

GHI CHÚ NHANH

CÂU 23. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$ và $f'(x) = \cos x(6\sin^2 x - 1)$, $\forall x \in \mathbb{R}$.

Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = \frac{2}{3}$, khi đó $F\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. 1. D. 0.

CÂU 24. Cho hàm số $y = f(x)$ biết $f'(x) = \frac{\sqrt{x}+2}{2x}$, $\forall x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = 1$. Biết

$F(x)$ là một nguyên hàm $f(x)$ thỏa mãn $F(1) = -\frac{1}{3}$, khi đó $F(9)$ bằng

- A. $\frac{8}{3} + 8\ln 3$. B. $9 + 18\ln 3$. C. $9 + 27\ln 3$. D. $-\frac{8}{3} + 8\ln 3$.

CÂU 25. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \sin x + x \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(\pi) = 0$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(\pi) = 2\pi$, khi đó $F(0)$ bằng

- A. π . B. -3π . C. $-\pi$. D. 3π .

CÂU 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x-1} + 6x$, $\forall x \in (1; +\infty)$ và $f(2) = 12$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa $F(x) = 6$, khi đó giá trị biểu thức $P = F(5) - 4F(3)$ bằng

- A. 20. B. 24. C. 10. D. 25.

CÂU 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \frac{1}{x}$, $\forall x \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ và $f(1) = 2$, $f(-e) = 4$. Giá trị của $f(-2) - 2f(e^2)$ bằng

- A. $-8 + \ln 2$. B. $-5 + \ln 2$. C. $-2 + \ln 2$. D. $-1 + \ln 2$.

CÂU 28. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 6x + \sin x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 3$, khi đó $F(\pi)$ bằng

- A. $3\pi^3 + \pi$. B. $\frac{\pi^3}{3} + \pi + 3$. C. $\pi^3 + \frac{\pi}{2} + 3$. D. $\pi^3 + \pi + 3$.

CÂU 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 4x^3 + 4x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = -1$. Khi đó $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{4}{15}$. B. $\frac{26}{15}$. C. $-\frac{4}{15}$. D. 0.

CÂU 30. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$ và $f(0) = 0$, $f(2) = 2$. Khi đó $f(-1) + f(3)$ bằng:

- A. $2 - \ln 2$. B. $2 + \ln 2$. C. 2. D. $2 + 2\ln 2$.

CÂU 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \sin x - 9\cos 3x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(\pi)$ bằng

- A. -2π . B. $2 - 2\pi$. C. 2π . D. $2 + 2\pi$.

CÂU 32. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{2x-5}{x-1}$, $f(3) = 2$ và $f(0) = 4$. Giá trị của biểu thức $f(-3) - 2f(5)$ bằng

- A. -14. B. $6 - 3\ln 2$. C. $-2 - 6\ln 2$. D. 14.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. B	4. B	5. C	6. B	7. C	8. B	9. B	10. C
11. B	12. D	13. C	14. B	15. B	16. A	17. B	18. D	19. D	20. C
21. D	22. B	23. C	24. B	25. A	26. B	27. B	28. D	29. C	30. D
				31. A	32. A				

DẠNG
5

Nguyên hàm của hàm số phân nhánh

GHI CHÚ NHANH

CÂU 1. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính giá trị của biểu thức $F(-2) + 2F(3)$.

- A. 60. B. 28. C. -1. D. -48.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} x^2+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5-x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3) = 20$. Giá trị của $F(-1)$ là

- A. $-\frac{11}{3}$. B. $-\frac{14}{3}$. C. $\frac{11}{6}$. D. $\frac{17}{3}$.

CÂU 3. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+2021 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2020 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử F là một nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Tính $4F(-2) + 5F(2)$.

- A. 4051. B. -2020. C. 2021. D. 4036.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2+3 & \text{khi } x \geq 1 \\ 5-x & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(3) = 20$. Giá trị của $F(-1)$ là

- A. $-\frac{11}{3}$. B. $-\frac{14}{3}$. C. $\frac{11}{6}$. D. $\frac{17}{3}$.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{khi } 0 \leq x \leq 1 \\ 4-x^2 & \text{khi } 1 < x \leq 4 \end{cases}$. Gọi $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Tính $F(0) + F(4)$.

- A. $\frac{5}{3}$. B. $-\frac{25}{3}$. C. $\frac{11}{3}$. D. $-\frac{17}{3}$.

CÂU 6. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+3, & \text{khi } x < 2 \\ 4x^3-1, & \text{khi } x \geq 2 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(0) = 3$. Giá trị $F(3) - 5F(-5)$ bằng

- A. 12. B. 16. C. 13. D. 7.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sqrt{x}+4 & \text{khi } x \geq 1 \\ 2x+3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Biết rằng $F(0) = \frac{1}{4}$. Khi đó giá trị $F(-2) + 3F(4)$ bằng

- A. 45. B. 62. C. 63. D. 61.

CÂU 8. Cho $f(x) = \begin{cases} 4x+1 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Giả sử $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(0) = 2$. Giá trị của $F(-2) + 3F(4)$ bằng

- A. 38. B. -10. C. -104. D. 104.

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3mx^2+2x & \text{khi } x > 1 \\ \sqrt{2-x}+4m & \text{khi } x \leq 1 \end{cases}$, liên tục trên $\mathbb{R}$. Giả sử F là một nguyên hàm của hàm của hàm số f trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $F(-2) = 0$. Giá trị của biểu thức $F(-7) + F(2)$ là

- A. $\frac{40}{3}$. B. -6. C. -36. D. $-\frac{20}{3}$.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} e^{2x}+1 & \text{khi } x \geq 0 \\ 4x+2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(-2) = 5$. Biết rằng $F(1) + 3F(-1) = ae^2 + b$. Khi đó $a+b$ bằng

- A. 4. B. 5. C. 10. D. 8.

BẢNG ĐÁP ÁN

GHI CHÚ NHANH

1. B 2. B 3. A 4. B 5. B 6. A 7. D 8. D 9. B 10. B

DẠNG

6

Phương pháp đổi biến số

CÂU 1. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3\ln x + 1}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

A. $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt.$

B. $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt.$

C. $I = \int_0^1 (3t+1) dt.$

D. $I = \int_1^e (3t+1) dt.$

CÂU 2. Biết $\int \frac{(x-1)^{2020}}{(x+1)^{2022}} dx = \frac{1}{a} \cdot \left(\frac{x-1}{x+1}\right)^b + C, x \neq -1; a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính giá trị biểu thức $A = \frac{a}{b}$.

A. 2020.

B. 3.

C. 2021.

D. 2.

CÂU 3. Tìm $\int \frac{\ln x}{x} dx$ có kết quả là:

A. $\ln \frac{x^2}{2} + C.$

B. $\ln |\ln x| + C.$

C. $\frac{1}{2} \ln^2 x + C.$

D. $\frac{x^2}{2} (\ln x - 1) + C.$

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2}$ và $f'(x) = \frac{\sqrt{2} \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)}{\sin 2x + 2(1 + \sin x + \cos x)}; x \in (0; \pi)$.

Khi đó $\int_0^{\pi/2} f(x) dx$

A. $\ln 2.$

B. $\frac{-3 + 2\sqrt{2}}{2}.$

C. $\frac{1}{2} \ln 2.$

D. $\frac{4 - 3\sqrt{2}}{4}.$

CÂU 5. Cho hàm số $f(x) = \sin x \cdot \cos^3 x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x) dx = \cos^4 x + C.$

B. $\int f(x) dx = -\frac{\cos^4 x}{4} + C.$

C. $\int f(x) dx = \cos x + C.$

D. $\int f(x) dx = \frac{\cos^4 x}{4} + C.$

CÂU 6. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{\sin x}{2 \sin x + \cos x}$ là

A. $\frac{2}{5}x - \frac{1}{5} \cdot \ln |2 \sin x + \cos x| + C.$

B. $x + \ln |2 \sin x| + C.$

C. $\frac{2}{5}x + \frac{1}{5} \cdot \ln |2 \cos x - \sin x| + C.$

D. $\frac{1}{5}x + \frac{2}{5} \cdot \ln |2 \sin x + \cos x| + C.$

CÂU 7. Tính $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx = -\frac{1}{\sin x} - \sin x + C.$

B. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx = -\frac{1}{\sin x} + \cos x + C.$

C. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx = -\frac{1}{\sin x} + \sin x + C.$

D. $\int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx = \frac{1}{\sin x} + \cos x + C.$

CÂU 8. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x^2 + x + 1)(2x + 1)$ là

A. $-\frac{1}{2}(x^2 + x + 1)^2 + C.$

B. $(x^2 + x + 1)^2 + C.$

C. $\frac{1}{2}(x^2 + x + 1)^2 + C.$

D. $(2x + 1)^2 + 2(x^2 + x + 1) + C.$

CÂU 9. Khi tính nguyên hàm $\int \frac{x - 2021}{\sqrt{x+1}} dx$, bằng cách đặt $u = \sqrt{x+1}$ ta được nguyên hàm nào dưới đây?

GHI CHÚ NHANH

- A. $\int (u^2 - 2022) du.$ B. $2 \int u(u^2 - 2022) du.$
C. $2 \int (u^2 - 2021) du.$ D. $2 \int (u^2 - 2022) du.$

CÂU 10. Họ các nguyên hàm $\int x e^{x^2+1} dx$ là:

- A. $x \cdot e^{x^2+1} + C.$ B. $\frac{e^{x^2+1}}{2} + C.$ C. $e^{x^2+1} + C.$ D. $\frac{x \cdot e^{x^2+1}}{2} + C.$

CÂU 11. Nếu đặt $t = 1 + \ln x$ thì $I = \int \frac{\ln x}{x(1 + \ln x)} dx$ trở thành

- A. $I = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) e^t dt.$ B. $I = \int \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) dt.$
C. $I = \int \left(1 - \frac{1}{t}\right) dt.$ D. $I = \int \left(1 - \frac{1}{t+1}\right) e^t dt.$

CÂU 12. $\int \left((x+1)e^{x^2-5x+4} \cdot e^{7x-3} + \cos 2x\right) dx$ có dạng $\frac{a}{6}e^{(x+1)^2} + \frac{b}{2}\sin 2x + C$, trong đó a, b là hai số hữu tỉ. Tính $a + b$.

- A. 5. B. 3. C. 4. D. 6.

CÂU 13. Tính $\int x^2(2x^3 - 1)^3 dx$

- A. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{4}.$ B. $\frac{(2x^3 - 1)^4}{24} + C.$ C. $\frac{(2x^3 - 1)^4}{24}.$ D. $\frac{(2x^3 - 1)^4}{4} + C.$

CÂU 14. Hàm số $f(x) = x(1-x)^4$ có họ các nguyên hàm là

- A. $F(x) = \frac{(x-1)^6}{5} - \frac{(x-1)^5}{4} + C.$ B. $F(x) = \frac{(x-1)^6}{6} - \frac{(x-1)^5}{5} + C.$
C. $F(x) = \frac{(x-1)^6}{5} + \frac{(x-1)^5}{4} + C.$ D. $F(x) = \frac{(x-1)^6}{6} + \frac{(x-1)^5}{5} + C.$

CÂU 15. Xét nguyên hàm $\int x(2x+1)^3 dx$. Nếu đặt $t = 2x+1$ thì nguyên hàm cần tính trở thành

- A. $\int (t^4 - t^3) dt.$ B. $\frac{1}{2} \int (t^4 - t^3) dt.$ C. $2 \int (t^4 - t^3) dt.$ D. $\frac{1}{4} \int (t^4 - t^3) dt.$

CÂU 16. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^2 \cdot e^{x^3+1}$.

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} e^{x^3+1} + C.$ B. $\int f(x) dx = 3e^{x^3+1} + C.$
C. $\int f(x) dx = \frac{x^3}{3} \cdot e^{x^3+1} + C.$ D. $\int f(x) dx = e^{x^3+1} + C.$

CÂU 17. Xét $\int x^3(4x^4 - 3)^5 dx$. Bằng cách đặt $u = 4x^4 - 3$, khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $I = \int u^5 du.$ B. $I = \frac{1}{4} \int u^5 du.$ C. $I = \frac{1}{12} \int u^5 du.$ D. $I = \frac{1}{16} \int u^5 du.$

CÂU 18. Tính $G = \int \frac{2x^2 + (1 + 2\ln x) \cdot x + \ln^2 x}{(x^2 + x \ln x)^2} dx.$

- A. $G = \frac{-1}{x} - \frac{1}{x + \ln x} + C.$ B. $G = \frac{1}{x} + \frac{1}{x + \ln x} + C.$
C. $G = -\frac{1}{x} + \frac{1}{x + \ln x} + C.$ D. $G = \frac{1}{x} - \frac{1}{x + \ln x} + C.$

CÂU 19. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \sqrt{\frac{e^x}{e^x + 3}}$ và $F(0) = 1$. $F(1)$ có giá trị thuộc khoảng

- A. $\left(1; \frac{3}{2}\right).$ B. $\left(\frac{1}{2}; 1\right).$ C. $\left(\frac{3}{2}; 2\right).$ D. $\left(0; \frac{1}{2}\right).$

CÂU 20. Tìm nguyên hàm $\int 2x(x^2 + 7)^{15} dx:$

- A. $-\frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C.$ B. $\frac{1}{16}(x^2 + 7)^{16} + C.$

GHI CHÚ NHANH

C. $\frac{1}{2}(x^2 + 7)^{16} + C.$

D. $\frac{1}{16}x(x^2 + 7)^{16} + C.$

CÂU 21. Tìm nguyên hàm $\int \frac{\cos x}{2022 \sin x + 2023} dx$ bằng cách đặt $t = 2022 \sin x + 2023$. Khi đó nguyên hàm đã cho trở thành dạng nào sau đây?

A. $\frac{1}{2022} \int \frac{1}{t} dt.$

B. $\int 2022 dt.$

C. $\frac{1}{2022} \int \frac{dt}{t}.$

D. $2022 \int \frac{dt}{t}.$

CÂU 22. Tính nguyên hàm $\int x^2(2x^3 - 1)^2 dx.$

A. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{3} + C.$

B. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{6} + C.$

C. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{9} + C.$

D. $\frac{(2x^3 - 1)^3}{18} + C.$

CÂU 23. Tính $\int \frac{\ln^2 x}{x \log x} dx$ ta được kết quả nào sau đây?

A. $\frac{\ln^2 x}{2} + C.$

B. $\frac{\ln^2 x}{\ln 10} + C.$

C. $\ln 10 \cdot \frac{\ln^2 x}{2} + C.$

D. $\ln 10 \cdot \ln^2 x + C.$

CÂU 24. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^{x^2-1}$ là

A. $x^2 \cdot e^{x^2-1} + C.$

B. $\frac{1}{2}e^{x^2-1} + C.$

C. $2e^{x^2-1} + C.$

D. $e^{x^2-1} + C.$

CÂU 25. Tính nguyên hàm $\int \frac{dx}{x\sqrt{x+4}}$ bằng cách đặt $t = \sqrt{x+4}$ ta thu được nguyên hàm nào?

A. $\int \frac{2dt}{t^2-4}.$

B. $\int \frac{dt}{t^2-4}.$

C. $\int \frac{2t dt}{(t^2-4)}.$

D. $\int \frac{2dt}{(t^2-4)t}.$

CÂU 26. Họ các nguyên hàm $\int xe^{x^2+1} dx$ là

A. $\frac{xe^{x^2+1}}{2} + C.$

B. $e^{x^2+1} + C.$

C. $xe^{x^2+1} + C.$

D. $\frac{e^{x^2+1}}{2} + C.$

CÂU 27. Cho $f\left(\frac{3x-4}{3x+4}\right) = x+2$. Khi đó $I = \int f(x) dx$ bằng

A. $I = \frac{8}{3} \ln|x-1| + \frac{x}{3} + C.$

B. $I = e^{x+2} \ln \left| \frac{3x-4}{3x+4} \right| + C.$

C. $I = \frac{8}{3} \ln|x-1| + x + C.$

D. $I = -\frac{8}{3} \ln|1-x| + \frac{2}{3}x + C.$

CÂU 28. Biết $\int f(3x) dx = \cos^2 x + \ln x + C$. Khi đó $\int f(x) dx$ bằng

A. $\frac{1}{3} \cos^2 x + \frac{1}{3} \ln x + C.$

B. $\cos^2 \frac{x}{3} + \ln \frac{x}{3} + C.$

C. $\cos^2 3x + \ln 3x + C.$

D. $3 \cos^2 \frac{x}{3} + 3 \ln x + C.$

CÂU 29. Tính nguyên hàm $\int \frac{(\ln x + 2)}{x \ln x} dx$ bằng cách đặt $t = \ln x$ ta được nguyên hàm nào sau đây?

A. $\int \frac{(t+2)}{t^2} dt.$

B. $\int \left(1 + \frac{2}{t}\right) dt.$

C. $\int \frac{t}{t-2} dt.$

D. $\int (t+2) dt.$

CÂU 30. Tính nguyên hàm $\int \frac{x-1}{(x^2-2x+3)^{2021}} dx.$

A. $\frac{1}{4040(x^2-2x+3)^{2020}} + C.$

B. $\frac{-1}{4044(x^2-2x+3)^{2022}} + C.$

C. $\frac{-1}{2020(x^2-2x+3)^{2020}} + C.$

D. $\frac{-1}{4040(x^2-2x+3)^{2020}} + C.$

CÂU 31. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^3}{\sqrt{x^2+1}}$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $F(x) = \sqrt{(x^2+1)^3} - \sqrt{x^2+1}.$

B. $F(x) = \frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3} - \sqrt{x^2+1}.$

GHI CHÚ NHANH

C. $F(x) = \sqrt{(x^2+1)^3} + \sqrt{x^2+1}$.

D. $F(x) = \frac{\sqrt{(x^2+1)^3}}{3} + \sqrt{x^2+1}$.

CÂU 32. Nếu $\int \frac{e^x-1}{e^x+1} dx = 2f(x) - x + C$ thì $f(x)$ bằng

A. $e^x + 1$.

B. e^x .

C. $e^x - 1$.

D. $\ln(e^x + 1)$.

CÂU 33. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot (x^2 + 1)^{2022}$ thỏa mãn $F(0) = \frac{1}{2^{2022}}$, giá trị của $F(1)$ bằng

A. $\frac{2^{2023}}{2023}$.

B. 2^{2023} .

C. $\frac{2^{2023}}{2023}$.

D. 2^{2023} .

CÂU 34. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{2x-3}{x^2-3x+9}$ là

A. $\frac{1}{x^2-3x+9} + C$.

B. $\ln|x^2-3x+9| + C$.

C. $-\ln(x^2-2x+9) + C$.

D. $\ln(x^2-2x+9)$.

CÂU 35. Hàm số nào sau đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos x \sqrt{\sin x + 1}$?

A. $F(x) = \frac{1}{3} \sin x \sqrt{\sin x + 1}$.

B. $F(x) = \frac{1}{3} (\sin x + 1) \sqrt{\sin x + 1}$.

C. $F(x) = \frac{2}{3} (\sin x + 1) \sqrt{\sin x + 1}$.

D. $F(x) = \frac{1-2\sin x-3\sin^2 x}{2\sqrt{\sin x+1}}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. C	4. A	5. B	6. A	7. A	8. C	9. D	10. B
11. C	12. C	13. B	14. D	15. D	16. A	17. D	18. A	19. C	20. B
21. C	22. D	23. C	24. B	25. A	26. D	27. D	28. D	29. B	30. D
31. B	32. D	33. A	34. B	35. C					

DẠNG 7

Phương pháp từng phần

CÂU 1. Cho 2 hàm số $u = u(x)$ và $v = v(x)$ có đạo hàm liên tục trên khoảng K . Khẳng định nào sau đây đúng?

A. $\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx$.

B. $\int u(x)v'(x) dx = u'(x)v(x) - \int u'(x)v(x) dx$.

C. $\int u(x)v'(x) dx = u(x)v(x) - \int u(x)v(x) dx$.

D. $\int u(x)v'(x) dx = u(x)v'(x) - \int u'(x)v(x) dx$.

CÂU 2. Tìm khẳng định đúng.

A. $\int x \cos x dx = x \sin x + \int \sin x dx$.

B. $\int x \cos x dx = x \sin x - \int \sin x dx$.

C. $\int x \cos x dx = -x \sin x - \int \sin x dx$.

D. $\int x \cos x dx = -x \sin x + \int \sin x dx$.

CÂU 3. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + xe^x$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C$.

B. $4x^3 + (x+1)e^x + C$.

C. $\frac{1}{5}x^5 + xe^x + C$.

D. $\frac{1}{5}x^5 + (x+1)e^x + C$.

CÂU 4. Hàm số nào dưới đây là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = xe^x$

A. $F(x) = \frac{x^2}{2}e^x$.

B. $F(x) = xe^x - e^x$.

C. $F(x) = xe^x + e^x$.

D. $F(x) = xe^{x+1}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 5. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + x \cdot e^x$

A. $\frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C.$

B. $4x^3 + (x+1)e^x + C.$

C. $\frac{1}{5}x^5 + xe^x + C.$

D. $\frac{1}{5}x^5 + (x+1)e^x + C.$

CÂU 6. Cho hàm số $f(x) = xe^x$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $\int f(x)dx = e^x(x-1) + C.$

B. $\int f(x)dx = e^x + C.$

C. $\int f(x)dx = e^x(x+1) + C.$

D. $\int f(x)dx = xe^x + C.$

CÂU 7. Cho $\int x \cos 2x dx = a \cos 2x + b x \sin 2x + C$ với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của $2a + b$ bằng.

A. $\frac{5}{4}.$

B. $\frac{1}{4}.$

C. 0.

D. 1.

CÂU 8. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ và $\int F(x)dx = x^{2022} + C$. Chọn khẳng định đúng.

A. $\int xf(x)dx = xF(x) + x^{2022} + C.$

B. $\int xf(x)dx = xF(x) - x^{2022} - C.$

C. $\int xf(x)dx = xf(x) - x^{2022} - C.$

D. $\int xf(x)dx = xf(x) + 2022x^{2021} + C.$

CÂU 9. Họ nguyên hàm $\int x \cos x dx$ là

A. $-\cos x + x \sin x + C.$

B. $-\cos x - x \sin x + C.$

C. $\cos x - x \sin x + C.$

D. $\cos x + x \sin x + C.$

CÂU 10. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x \ln x$ là

A. $x^2 \ln x + \frac{x^2}{2} + C.$

B. $x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + 1.$

C. $x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + C.$

D. $x^2 \ln x - x + C.$

CÂU 11. Biết $\int x \ln x dx = \frac{x^2}{a} \ln x - \int \frac{x}{b} dx$ với a, b là các số nguyên. Tính $a + b$.

A. 0.

B. -4.

C. 4.

D. 1.

CÂU 12. Để tính $I = \int x \cos x dx$ theo phương pháp nguyên hàm từng phần, ta đặt $u = x, dv = \cos x dx$. Lúc đó, hãy chọn khẳng định đúng

A. $I = x \cos x + \int \sin x dx.$

B. $I = x \cos x - \int \sin x dx.$

C. $I = x \sin x - \int \sin x dx.$

D. $I = x \sin x + \int \sin x dx.$

CÂU 13. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x^4 + xe^x$ là

A. $\frac{1}{5}x^5 + xe^x + C, C$ là hằng số.

B. $4x^3 + (x-1)e^x + C, C$ là hằng số.

C. $\frac{1}{5}x^5 + (x+1)e^x + C, C$ là hằng số.

D. $\frac{1}{5}x^5 + (x-1)e^x + C, C$ là hằng số.

CÂU 14. Mệnh đề nào dưới đây đúng:

A. $\int (5x+3)e^x dx = (5x+3)e^x + \int e^x dx.$

B. $\int (5x+3)e^x dx = (5x+3)e^x + 5 \int e^x dx.$

C. $\int (5x+3)e^x dx = (5x+3)e^x - 5 \int e^x dx.$

D. $\int (5x+3)e^x dx = (5x+3)e^x - \int e^x dx.$

CÂU 15. Nguyên hàm $\int 2x \cdot e^x dx$ bằng

A. $2(x-1)e^x + C.$

B. $(2x+1)e^x + C.$

C. $(2x-1)e^x + C.$

D. $(2x-1)e^x + C.$

CÂU 16. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (5x + 1)e^x$ và $F(0) = 3$. Hãy tính $F(\ln 2)$.

- A. $F(1) = 5e - 3$. B. $F(\ln 2) = 10e - 1$.
C. $F(\ln 2) = 10\ln 2 - 1$. D. $F(\ln 2) = 5\ln 2 - 1$.

CÂU 17. Biết $\int_0^1 (2x + 1)e^x dx = a + be$. Tích ab bằng

- A. 0. B. 1. C. 2. D. -1.

CÂU 18. Tìm tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = (3x^2 + 1) \cdot \ln x$.

- A. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1)\ln x - \frac{x^3}{3} + C$. B. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} + C$.
C. $\int f(x) dx = x(x^2 + 1)\ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$. D. $\int f(x) dx = x^3 \ln x - \frac{x^3}{3} - x + C$.

CÂU 19. Nguyên hàm của $\int xe^{3x-1} dx$ là

- A. $\frac{x}{3}e^{3x-1} - \frac{1}{3}e^{3x-1} + C$. B. $\frac{x}{3}e^{3x-1} - \frac{1}{9}e^{3x-1} + C$.
C. $\frac{1}{3}e^{3x-1} - \frac{1}{9}e^{3x-1} + C$. D. $\frac{1}{3}e^{3x-1} - \frac{1}{3}e^{3x-1} + C$.

CÂU 20. Cho $F(x) = \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \sin x$, $\forall x \neq k\pi (k \in \mathbb{Z})$. Tìm $\int f'(x) \cos x dx$.

- A. $\int f'(x) \cos x dx = \cot x - \sin x + C$.
B. $\int f'(x) \cos x dx = \cot x + \sin x + C$.
C. $\int f'(x) \cos x dx = \cos x \cot x - \sin x + C$.
D. $\int f'(x) \cos x dx = \cos x \cot x + \sin x + C$.

CÂU 21. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$

- A. $\int f(x) dx = x \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = \ln x + C$.
C. $\int f(x) dx = x(\ln x - 1) + C$. D. $\int f(x) dx = e^x + C$.

CÂU 22. Tìm họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \cdot 2^x$

- A. $\int f(x) dx = 2^x \ln x + C$. B. $\int f(x) dx = 2^x(1 + x \cdot \ln 2) + C$.
C. $\int f(x) dx = \left(x - \frac{1}{\ln 2}\right) \cdot \frac{2^x}{\ln 2} + C$. D. $\int f(x) dx = \frac{2^x}{\ln^2 2} + C$.

CÂU 23. Tính $I = \int (x + 1) \cdot \ln x dx$. Bằng cách dùng nguyên hàm từng phần, ta sẽ đặt

- A. $\begin{cases} x + 1 = u \\ \ln x dx = dv \end{cases}$. B. $\begin{cases} (x + 1) \ln x = u \\ dx = dv \end{cases}$.
C. $\begin{cases} \ln x dx = u \\ x + 1 = dv \end{cases}$. D. $\begin{cases} \ln x = u \\ (x + 1) dx = dv \end{cases}$.

CÂU 24. Họ các nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \ln(x + 1)$ là

- A. $\frac{1}{2}(x^2 - 1)\ln(x + 1) - \frac{1}{2}(x - 1)^2 + C$. B. $\frac{1}{2}(x^2 - 1)\ln(x + 1) + \frac{1}{4}(x - 1)^2 + C$.
C. $\frac{1}{2}(x^2 - 1)\ln(x + 1) - \frac{1}{4}(x - 1)^2 + C$. D. $(x^2 - 1)\ln(x + 1) - \frac{1}{2}(x - 1)^2 + C$.

CÂU 25. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \ln x$ là

- A. $x \ln x + C$. B. $\ln x + C$. C. $x \ln x - x + C$. D. $\ln x - x + C$.

CÂU 26. Cho $F(x) = x \sin x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot 2022^x$. Khi đó $\int f'(x) \cdot 2022^x dx$ bằng

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

- A. $\sin x + x \cos x - x \sin x \cdot \ln 2022 + C$. B. $\sin x - x \cos x - x \sin x \cdot \ln 2022 + C$.
C. $x \cos x + \sin x - x \sin x \cdot \ln 2022 + C$. D. $\cos x - x \sin x \cdot \ln 2022 + C$.

CÂU 27. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = xe^x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 1$. Tính $\int_0^2 [f(x) - 2] dx$.

- A. 6. B. -6. C. -2. D. 2.

CÂU 28. Cho $F(x) = -x \cdot e^x$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot e^{2x}$. Tìm họ nguyên hàm của $f'(x) \cdot e^{2x}$

- A. $(x-2)e^x + C$. B. $2(1-x)e^x + C$. C. $(x-1)e^x + C$. D. $\frac{1-x}{2}e^x + C$.

CÂU 29. Tính $\int x \ln^2 x dx$. Chọn kết quả đúng?

- A. $\frac{1}{4}x^2(2\ln^2 x + 2\ln x + 1) + C$. B. $\frac{1}{4}x^2(2\ln^2 x - 2\ln x + 1) + C$.
C. $\frac{1}{2}x^2(2\ln^2 x - 2\ln x + 1) + C$. D. $\frac{1}{2}x^2(2\ln^2 x + 2\ln x + 1) + C$.

CÂU 30. Cho $F(x) = x^2$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) \cdot e^{2x}$. Tìm nguyên hàm I của hàm số $f'(x) \cdot e^{2x}$

- A. $I = -x^2 - 2x + C$. B. $I = -2x^2 + 2x + C$.
C. $I = -x^2 + x + C$. D. $I = -2x^2 + C$.

CÂU 31. Biết $\int (x+3)e^{-2x} dx = -\frac{1}{m}e^{-2x}(2x+n) + C$ với $m, n \in \mathbb{Q}$. Khi đó, tổng $m^2 + n^2$ có giá trị bằng

- A. 10. B. 65. C. 41. D. 5.

CÂU 32. Cho biết $\int x \cdot \ln[(x^2+1)^{2022}] dx = a \cdot (x^2+1) \cdot \ln(x^2+1) - bx^2 + C$ với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $a = 2b$. B. $a = b$. C. $a = b + 1$. D. $a = 2022b$.

CÂU 33. Biết $F(x) = \frac{1}{x^2}$ là một nguyên hàm của $\frac{f(x)}{x}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\int f'(x)(x^3+1) dx = 4x + \frac{2}{x^2} + C$. B. $\int f'(x)(x^3+1) dx = 4x - \frac{2}{x^2} + C$.
C. $\int f'(x)(x^3+1) dx = -4x - \frac{2}{x^2} + C$. D. $\int f'(x)(x^3+1) dx = x + \frac{2}{x^2} + C$.

CÂU 34. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{\ln(\sin x - \cos x)}{\sin^2 x}$ và $F\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

1. Hệ số tự do của $F(x)$ thuộc khoảng

- A. $\left(\frac{5}{2}; 3\right)$. B. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. C. $\left(\frac{3}{2}; 2\right)$. D. $\left(1; \frac{3}{2}\right)$.

CÂU 35. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = (x+1)e^x$, $f(0) = 0$ và $\int f(x) dx = (ax+b)e^x + c$ với a, b, c là các hằng số. Khi đó:

- A. $a+b=2$. B. $a+b=3$. C. $a+b=1$. D. $a+b=0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. A	4. B	5. A	6. A	7. D	8. B	9. D	10. C
11. C	12. C	13. D	14. C	15. A	16. C	17. B	18. C	19. B	20. D
21. C	22. C	23. D	24. C	25. C	26. A	27. D	28. C	29. B	30. B
31. B	32. B	33. B	34. A	35. D					

DẠNG

8

Nguyên hàm kết hợp đổi biến và từng phần

GHI CHÚ NHANH

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \sin x + x \cos x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(\pi) = 0$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(\pi) = 2\pi$, khi đó giá trị của $T = 2F(0) - 8F(2\pi)$ bằng

- A. 4π . B. 8π . C. 10π . D. 6π .

CÂU 2. Cho hàm số $f(x) = x\sqrt{x^2+1}$. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $g(x) = xf'(x)$ là

- A. $\frac{3}{2}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2+1} + C$. B. $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} + \sqrt{x^2+1} + C$.
C. $\frac{2}{3}(x^2+1)\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2+1} + C$. D. $(x^2+1)\sqrt{x^2+1} - \sqrt{x^2+1} + C$.

CÂU 3. $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \cos \sqrt{x}$ trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $F(\pi^2) = 1$. Biết $F\left(\frac{\pi^2}{9}\right) = \frac{\pi\sqrt{a}}{b} + c$ (a, b, c là các số nguyên dương và $a < 4$), tính $a + b + c$.

- A. $a + b + c = 7$. B. $a + b + c = 10$. C. $a + b + c = 8$. D. $a + b + c = 13$.

CÂU 4. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{\sqrt[3]{x}}$ và $F(0) = 2$. Hãy tính $F(-1)$.

- A. $6 - \frac{15}{e}$. B. $4 - \frac{10}{e}$. C. $\frac{15}{e} - 4$. D. $\frac{10}{e}$.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Tất cả các nguyên hàm của $f(x)e^{2x}$ là

- A. $(x-2)e^{2x} + e^x + C$. B. $(x+2)e^{2x} + e^x + C$.
C. $(x-1)e^x + C$. D. $(x+1)e^x + C$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C 2. C 3. C 4. C 5. D

DẠNG

9

Nguyên hàm của hàm ẩn

CÂU 1. Cho hàm số f có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và luôn nhận giá trị dương, đồng thời thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) - f^2(x) = 2e^{6x}$ với mọi x . Biết $f(0) = 1$ và $f(1) = a \cdot e^b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a + b$

- A. 4. B. 3. C. 2. D. -2.

CÂU 2. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) \neq 0$, $\forall x \in \mathbb{R}$; $f(2) = -\frac{1}{25}$ và $f'(x) = 4x^3[f(x)]^2$ với mọi $x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(1) - f(0)$ bằng

- A. $\frac{1}{90}$. B. $-\frac{1}{90}$. C. $-\frac{1}{72}$. D. $\frac{1}{72}$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và khác không với mọi x thỏa mãn $f(0) = -1$ và $f'(x) = e^x \cdot f^2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(-1)$ bằng

- A. -1. B. $-e$. C. e . D. $-\frac{1}{e}$.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) + f'(x) = e^{-x}$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x)e^{2x}$ là

- A. $xe^x + x + C$. B. $(x+1)e^x + C$. C. $xe^{-x} + x + C$. D. $(x-1)e^x + C$.

CÂU 5. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục, nhận giá trị dương trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(1) = e$, $f(x) = f'(x) \cdot \sqrt{3x+1}$, với mọi $x > 0$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $3 < f(5) < 4$. B. $11 < f(5) < 12$. C. $10 < f(5) < 11$. D. $4 < f(5) < 5$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-2; 0\}$ thỏa mãn $x \cdot (x+2) \cdot f'(x) + 2f(x) = x^2 + 2x$ và $f(1) = -6\ln 3$. Biết $f(3) = a + b \cdot \ln 5$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Giá trị của $a - b$ bằng

- A. 20. B. 10. C. $\frac{10}{3}$. D. $\frac{20}{3}$.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn: $f'(x) - (2x+3)f^2(x) = 0$ và $f(x) < 0$ với mọi $x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{6}$. Giá trị của biểu thức: $T = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(2022)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(-2; -1)$. C. $(-3; -2)$. D. $(-1; 0)$.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f(x) > -1$ và $f'(x)\sqrt{x^2+1} = 2x\sqrt{f(x)+1}$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết rằng $f(0) = 0$, khi đó $f(2)$ có giá trị bằng

- A. 0. B. 4. C. 8. D. 6.

CÂU 9. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $(x^2+1)^2 f'(x) = [f(x)]^2(x^2-1)$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Tính giá trị $f(3)$.

- A. $\frac{8}{3}$. B. 4. C. $\frac{10}{3}$. D. 5.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $(f'(x))^2 + f(x) \cdot f''(x) = x^3 - 2x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 1$. Tính $f^2(1)$.

- A. $f^2(1) = \frac{43}{15}$. B. $f^2(1) = \frac{26}{15}$. C. $f^2(1) = \frac{47}{30}$. D. $f^2(1) = \frac{73}{30}$.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x(x+1)f'(x) + (2x+1)f(x) = \frac{1}{x} - 1$ và $f(1) = 1$. Biết $f(2) = a + b \ln 2$. Khi đó $a + b$ bằng

- A. $\frac{1}{6}$. B. $\frac{3}{2}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 12. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị (C), $f(x)$ có đạo hàm xác định và liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = \ln x \cdot f^2(x)$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(x) \neq 0$, $\forall x \in (0; +\infty)$ và $f(e) = 2$. Viết phương trình tiếp tuyến với đồ thị (C) tại điểm có hoành độ $x = 1$.

- A. $y = -\frac{2}{3}x + 2$. B. $y = -\frac{2}{3}$. C. $y = \frac{2}{3}x + 1$. D. $y = \frac{2}{3}$.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x) > 0$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(1) = e^3$. Biết $f'(x) = (2x-3)f(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Hỏi phương trình $f(x) = e^{2x^4-3x+4}$ có bao nhiêu nghiệm

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 0.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm và liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - 2021 \cdot f(x) = 2021 \cdot x^{2020} \cdot e^{2021x}$ với mọi $x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2021$. Tính giá trị $f(1)$.

- A. $f(1) = 2021 \cdot e^{2021}$. B. $f(1) = 2022 \cdot e^{2021}$.
C. $f(1) = 2021 \cdot e^{-2021}$. D. $f(1) = 2020 \cdot e^{2021}$.

CÂU 15. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = 1$. Tính $f(4)$?

- A. $\frac{33}{2}$. B. $\frac{65}{2}$. C. $\frac{33}{4}$. D. $\frac{65}{4}$.

CÂU 16. Cho hàm số $f(x)$ xác định và liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = x \cdot f'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$.

- A. 15. B. 10. C. 20. D. 5.

CÂU 17. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $f(x) = x \ln x \cdot f'(x) + 2[xf(x)]^2$, $\forall x \in (0; +\infty)$. Biết $f(e) = \frac{1}{e^2}$. Tính $f(2)$

- A. $\frac{\ln 2}{4}$. B. $\frac{\ln 2}{2}$. C. $-\frac{\ln 2}{2}$. D. $\frac{\ln 2}{8}$.

CÂU 18. Cho hàm số $f(x) \neq 0$ thỏa mãn điều kiện $f'(x) = (2x+3) \cdot f^2(x)$ và $f(0) = -\frac{1}{2}$. Biết tổng $f(1) + f(2) + \dots + f(2017) + f(2021) + f(2022) = \frac{a}{b}$ với $a \in \mathbb{Z}$, $b \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Mệnh đề nào sau đây đúng?

GHI CHÚ NHANH

- A. $\frac{a}{b} < -1$. B. $\frac{a}{b} > 1$. C. $a + b = 3035$. D. $b - a = 3035$.

CÂU 19. Cho hàm số $f(x)$ xác định và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 3]$ và $f(x) \neq 0$ với mọi $x \in [1; 3]$, đồng thời $f'(x) + (1 + f(x))^2 = [(f(x))^2(x - 1)]^2$ và $f(1) = -1$. Biết rằng $\int_1^3 f(x) dx = a \ln 3 + b, a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tổng $S = a + b^2$.

- A. $S = -1$. B. $S = 2$. C. $S = 0$. D. $S = -4$.

CÂU 20. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 3$. Giá trị của $[f(1)]^2$ bằng

- A. 28. B. 22. C. $\frac{19}{2}$. D. 10.

CÂU 21. Cho hàm số $y = f(x)$ dương và liên tục trên $(0; +\infty)$, có $f(0) = \sqrt{3}$ và thỏa mãn $f^2(x) + (x+1)f'(x)f(x) = (x+1)\sqrt{f^2(x)+1} - 1$. Khi đó giá trị của $f(0) + f(2)$ bằng

- A. $1 + \sqrt{3}$. B. $3 + \sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2\ln 2 + 1, x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. Biết $f(2) = a + b \ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$.

- A. $T = \frac{21}{16}$. B. $T = \frac{3}{2}$. C. $T = \frac{-3}{16}$. D. $T = 0$.

CÂU 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $x^2 f'(x) - x f(x) = 2x^4 - 2$, với mọi $x \in (0; +\infty)$ và $f(1) = 3$. Tính $f(2)$.

- A. $\frac{19}{2}$. B. $-\frac{21}{2}$. C. $-\frac{23}{2}$. D. $\frac{21}{2}$.

CÂU 24. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và xác định trên khoảng $\left(-\frac{3}{4}; +\infty\right)$, thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{f^3(x) + f(x)}, f(0) = 1$ và $\int f^2(x) dx = \frac{1}{6}(\sqrt{4x+a})^3 + bx + c$. Tính $a + b$.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

CÂU 25. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm cấp hai liên tục trên $(0; +\infty)$ và thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f''(x) \cdot f(x) - 3(f'(x))^2 = f'(x); f'(1) = -\frac{1}{3}; f(1) = 1, f(x) > 0, \forall x \in (0; +\infty)$. Giá trị $f(2022)$ bằng:

- A. $\frac{2020}{3}$. B. $-\frac{2018}{3}$. C. 602. D. 1012.

CÂU 26. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $[f'(x)]^2 + f(x) \cdot f''(x) = 2x^2 - x + 1, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = f'(0) = 3$. Giá trị của $[f(1)]^2$ bằng

- A. 28. B. 22. C. $\frac{19}{2}$. D. 10.

CÂU 27. Cho hàm số $y = f(x)$ dương và liên tục trên $(0; +\infty)$, có $f(0) = \sqrt{3}$ và thỏa mãn $f^2(x) + (x+1)f'(x)f(x) = (x+1)\sqrt{f^2(x)+1} - 1$. Khi đó giá trị của $f(0) + f(2)$ bằng

- A. $1 + \sqrt{3}$. B. $3 + \sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $2\sqrt{3}$.

CÂU 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm cấp hai dương trên $(0; +\infty)$ đồng thời thỏa mãn $[f''(x)]^2 - 2\sqrt{x}[f''(x) + 1] - 1 = 0$ với mọi $x \in (0; +\infty)$. Biết $f'(1) = \frac{7}{3}$ và $f(1) = \frac{31}{30}$. Tính $f(4)$.

- A. $\frac{376}{15}$. B. $\frac{202}{3}$. C. $\frac{221}{15}$. D. $\frac{179}{3}$.

CÂU 29. Cho hàm số $y = f(x)$ đồng biến và có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $(f'(x))^2 = f(x)e^x, \forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2$. Khi đó $f(2)$ thuộc khoảng nào sau đây?

- A. $(12; 13)$. B. $(9; 10)$. C. $(11; 12)$. D. $(13; 14)$.

CÂU 30. Biết $g(x) = x^3 + x^2 + 2$ là một nguyên hàm của $f(x) \cdot e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$, $F(x)$ là một nguyên hàm của $f'(x)e^{-x}$ trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $F(0) = -2$, giá trị $F(1)$ bằng

GHỊ CHÚ NHANH

- A. 1. B. $-2 - e$. C. -3 . D. 5.

CÂU 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 3x + 12$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(2) = 12$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = -1$, khi đó $F(2)$ bằng

- A. -9 . B. 4. C. -7 . D. 26.

CÂU 32. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$.

- A. 5. B. 20. C. 10. D. 15.

CÂU 33. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$ và thỏa mãn $(x^2 + 1) \cdot f'(x) + 2x \cdot f(x) - x^2 - 2x - 1 = 0$ và $f(1) = \frac{43}{24}$. Khi đó $f(2)$ bằng

- A. $\frac{119}{60}$. B. $\frac{26}{15}$. C. $-\frac{119}{60}$. D. $\frac{119}{36}$.

CÂU 34. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = 2e^{2x} + e^x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 0$. Biết $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2022$, khi đó $F(1)$ bằng?

- A. $\frac{e^2}{2} + e + \frac{4035}{2}$. B. $\frac{e^2}{2} + e + \frac{4037}{2}$. C. $e^2 + e + \frac{4037}{2}$. D. $e^2 + e + 2020$.

CÂU 35. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(-1) = \frac{1}{4}$.

Khi đó $F(1)$ bằng

- A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{1}{4}$. C. 4. D. 2.

CÂU 36. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f\left(\frac{1}{2}\right) = 1$ và $f'(x) = 2[f(x)]^2$ với mọi $x \neq 1$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(2) = 3$. Khi đó $F(3)$ bằng

- A. $F(3) = -\frac{1}{2} \ln 2 + 3$. B. $F(3) = \frac{1}{2} \ln 2 + 3$.
C. $F(3) = \ln 2 + 3$. D. $F(3) = \ln 2 - 3$.

CÂU 37. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính $f(4)$?

- A. 24. B. 14. C. 4. D. 16.

CÂU 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và $f'(x) - f(x) = (x + 1)e^{3x}$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = \frac{5}{4}$, giá trị $f(1)$ bằng

- A. $\frac{5}{4}e^3 + e$. B. $\frac{3}{4}e^3 + e$. C. $\frac{3}{4}e^3 - e$. D. $\frac{5}{4}e^3 - e$.

CÂU 39. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) > 0$, $\forall x > \frac{1}{2}$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $\left(\frac{1}{2}; +\infty\right)$ thỏa mãn $f'(x) + 8xf^2(x) = 0$, $\forall x > \frac{1}{2}$ và $f(1) = \frac{1}{3}$. Tính $f(1) + f(2) + \dots + f(1011)$.

- A. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2022}{2023}$. B. $\frac{2021}{2043}$. C. $\frac{2022}{4045}$. D. $\frac{1}{2} \cdot \frac{2021}{2022}$.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và luôn nhận giá trị dương trên khoảng $(1; 3)$, thỏa mãn $f(2) = e^{-\frac{4}{3}}$ và $e^x f^3(x) + e^{-x} = 3\sqrt{f(x)} \cdot f'(x)$, $\forall x \in (1; 3)$. Khi đó $f\left(\frac{3}{2}\right)$ thuộc khoảng

- A. $\left(\frac{1}{2}; 1\right)$. B. $\left(0; \frac{1}{2}\right)$. C. $\left(2; \frac{5}{2}\right)$. D. $(1; 2)$.

CÂU 41. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $\left(0; \frac{\pi}{2}\right)$, thỏa mãn $f(x) + \tan x \cdot f'(x) = \frac{x}{\cos^3 x}$. Biết rằng $\sqrt{3}f\left(\frac{\pi}{3}\right) - f\left(\frac{\pi}{6}\right) = a\pi\sqrt{3} + b\ln 3$ trong đó $a, b \in \mathbb{Q}$. Giá trị của biểu thức $P = a + b$ bằng

- A. $\frac{14}{9}$. B. $-\frac{2}{9}$. C. $\frac{7}{9}$. D. $-\frac{4}{9}$.

CÂU 42. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn điều kiện: $f(1) = -2\ln 2$ và $x \cdot (x+1) \cdot f'(x) + f(x) = x^2 + x$. Biết $f(2) = a + b \cdot \ln 3$ ($a, b \in \mathbb{Q}$). Giá trị $2(a^2 + b^2)$ là

A. $\frac{27}{4}$. B. 9. C. $\frac{3}{4}$. D. $\frac{9}{2}$.

CÂU 43. Cho hàm số $y = f(x)$ thỏa mãn $f(x) < 0, \forall x > 0$ và có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ thỏa mãn $f'(x) = (2x+1)f^2(x), \forall x > 0$ và $f(1) = -\frac{1}{2}$. Giá trị của biểu thức $f(1) + f(2) + \dots + f(2020)$ bằng

A. $-\frac{2020}{2021}$. B. $-\frac{2015}{2019}$. C. $-\frac{2019}{2020}$. D. $-\frac{2016}{2021}$.

CÂU 44. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$ thỏa mãn $f(1) = 2\ln 2 + 1, x(x+1)f'(x) + (x+2)f(x) = x(x+1), \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{-1; 0\}$. Biết $f(2) = a + b \ln 3$, với a, b là hai số hữu tỉ. Tính $T = a^2 - b$.

A. $T = \frac{-3}{16}$. B. $T = \frac{21}{16}$. C. $T = \frac{3}{2}$. D. $T = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. B	5. C	6. D	7. D	8. B	9. C	10. D
11. C	12. D	13. C	14. B	15. D	16. C	17. A	18. D	19. A	20. A
21. D	22. C	23. D	24. B	25. B	26. A	27. D	28. A	29. B	30. D
31. A	32. B	33. A	34. B	35. A	36. A	37. D	38. B	39. A	40. B
			41. D	42. B	43. A	44. A			

CHỦ ĐỀ

2

TÍCH PHÂN

DẠNG
1

Tích phân sử dụng định nghĩa-tính chất

CÂU 1. Cho $\int_0^1 f(x) dx = -1; \int_1^3 f(x) dx = 5$. Tính $\int_0^3 f(x) dx$.

A. 1. B. 4. C. 6. D. 5.

CÂU 2. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 2$ và $\int_1^2 g(x) dx = -6$, khi đó $\int_1^2 [f(x) - g(x)] dx$ bằng

A. 8. B. -4. C. 4. D. -8.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 5]$. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 6, \int_3^5 f(x) dx = -10$ thì $\int_0^5 f(x) dx$ bằng

A. 4. B. -4. C. -60. D. 16.

CÂU 4. Cho $\int_2^4 f(x) dx = 5$. Tính $I = \int_2^4 -13f(t) dt$

A. -18. B. -65. C. 65. D. 18.

CÂU 5. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = 6$ và $\int_1^4 g(x) dx = -2$ thì $\int_1^4 [3f(x) + 5g(x)] dx$ bằng.

A. 28. B. -8. C. -28. D. 8.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 6. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 6$, $\int_2^5 f(x) dx = 1$, tính $I = \int_1^5 f(x) dx$.

- A. $I = 5$. B. $I = -5$. C. $I = 7$. D. $I = 4$.

CÂU 7. Nếu $\int_1^6 f(x) dx = 2$ và $\int_1^6 g(x) dx = -4$ thì $\int_1^6 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. -6 . B. -2 . C. 6 . D. 2 .

CÂU 8. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 6$, $\int_2^5 f(x) dx = 1$, tích phân $I = \int_1^5 f(x) dx$ bằng

- A. $I = 5$. B. $I = -5$. C. $I = 4$. D. $I = 7$.

CÂU 9. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 [4x - f(x)] dx$ bằng

- A. 4 . B. 6 . C. 10 . D. 12 .

CÂU 10. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = -2$ và $\int_3^2 f(x) dx = -1$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng

- A. 1 . B. 3 . C. -3 . D. -1 .

CÂU 11. Nếu $\int_{-2}^2 f(x) dx = 9$ và $\int_1^2 f(x) dx = 2$ thì $\int_{-2}^1 f(x) dx$ bằng

- A. 7 . B. 3 . C. 11 . D. -7 .

CÂU 12. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_1^2 f(x) dx = 3$. Tính $\int_1^5 f(x) dx$ bằng?

- A. 3 . B. 24 . C. 18 . D. -18 .

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ và $\int_0^{10} f(x) dx = 7$ và $\int_2^{10} f(x) dx =$

3. Tính $P = \int_0^2 f(x) dx$.

- A. $P = 4$. B. $P = 10$. C. $P = 7$. D. $P = -4$.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^4 f(x) dx = 10$, $\int_3^4 f(x) dx = 4$. Tính

tích phân $\int_0^3 f(x) dx$

- A. 7 . B. 3 . C. 4 . D. 6 .

CÂU 15. Biết $\int f(x) dx = F(x) + C$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào là đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$.

B. $\int_a^b f(x) dx = F(b) + F(a)$.

C. $\int_a^b f(x) dx = F(b) \cdot F(a)$.

D. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$.

CÂU 16. Nếu $\int_{-2}^3 f(x) dx = -2$ thì $\int_{-2}^3 3f(x) dx$ bằng

- A. -6 . B. 3 . C. 1 . D. -5 .

CÂU 17. Cho hàm số $f(x)$ có $f(2) = -1$, $f(3) = 5$; hàm số $f'(x)$ liên tục trên đoạn $[2; 3]$. Khi đó $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

- A. 4. B. 7. C. 9. D. 6.

CÂU 18. Cho hàm số $f(x)$ và $g(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $\int_0^1 f(x) dx = 1$, $\int_0^1 g(x) dx =$

3. Tích phân $\int_0^1 [2f(x) + 3g(x)] dx$ bằng

- A. 9. B. 5. C. 10. D. 11.

CÂU 19. Nếu $\int_0^3 f(x) dx = 3$ thì $\int_0^3 2f(x) dx$ bằng

- A. 5. B. 8. C. 9. D. 6.

CÂU 20. Nếu $\int_1^4 f(x) dx = -5$ và $\int_4^7 f(x) dx = -3$ thì $\int_1^7 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 15. C. -2. D. -8.

CÂU 21. Cho các số thực $a, b (a < b)$ và hàm số $y = f(x)$ có $f(x), f'(x)$ là các hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$. Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau

- A. $\int_a^b f(x) dx = f'(a) - f'(b)$. B. $\int_a^b f'(x) dx = f(a) - f(b)$.
C. $\int_a^b f(x) dx = f'(b) - f'(a)$. D. $\int_a^b f'(x) dx = f(b) - f(a)$.

CÂU 22. Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 37$ thì $\int_0^4 [2f(x) - 3x^2] dx$ bằng

- A. 12. B. 18. C. -27. D. 10.

CÂU 23. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_3^2 f(x) dx = 1$ thì $\int_1^3 f(x) dx$ bằng

- A. 4. B. -2. C. 2. D. -4.

CÂU 24. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ và $\int_2^1 g(x) dx = 1$ thì $\int_1^2 [f(x) + 2g(x)] dx$ bằng

- A. -1. B. 5. C. 0. D. 1.

CÂU 25. Cho $I = \int_{-1}^2 f(x) dx = 3$. Khi đó $J = \int_{-1}^2 [3f(x) - 4] dx$ bằng:

- A. 2. B. -1. C. 5. D. -3.

CÂU 26. Tìm hàm số $y = f(x)$ biết rằng hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ là $f'(x) = 3e^{3x} + 2$ và $f(0) = 2$.

- A. $f(x) = e^{3x} + 2x + 1$. B. $f(x) = e^{3x} + 2$.
C. $f(x) = 3e^{3x} + 2x - 1$. D. $f(x) = 3e^{3x} - 3$.

CÂU 27. Cho $\int_{-2}^5 f(x) dx = 8$ và $\int_{-2}^5 g(x) dx = -3$. Tính $\int_{-2}^5 [f(x) - 4g(x) - 1] dx$

- A. $I = -11$. B. $I = 13$. C. $I = 27$. D. $I = 3$.

CÂU 28. Cho tích phân $\int_0^2 f(x) dx = 2$. Tích phân $I = \int_0^2 [3f(x) - 2] dx$ bằng

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

A. 2.

B. 8.

C. -6.

D. 4.

CÂU 29. Cho $\int_1^3 f(x)dx = -2$; $\int_1^3 g(x)dx = 4$. Tính tích phân $G = \int_1^3 [2f(x) - 3g(x)]dx$

A. $G = -12$.

B. $G = -16$.

C. $G = -9$.

D. $G = -8$.

CÂU 30. Nếu $\int_5^2 f(x)dx = 2$ thì $\int_2^5 3f(x)dx$ bằng

A. 3.

B. -6.

C. 12.

D. 6.

CÂU 31. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[-1; 2]$ thỏa mãn $f(-1) = 3$, $f(2) = -1$. Giá trị của tích phân $\int_{-1}^2 f'(x)dx$ bằng

A. 4.

B. -2.

C. -4.

D. 2.

CÂU 32. Xét các hàm số $f(x)$, $g(x)$ và α là một số thực bất kỳ. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $\int [f(x) - g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

B. $\int \alpha \cdot f(x)dx = \alpha \int f(x)dx$.

C. $\int f(x)g(x)dx = \int f(x)dx \cdot \int g(x)dx$.

D. $\int [f(x) + g(x)]dx = \int f(x)dx + \int g(x)dx$.

CÂU 33. Cho $\int_{-1}^2 f(x)dx = 3$ và $\int_{-1}^2 g(x)dx = -5$. Tính $I = \int_{-1}^2 [3f(x) - g(x)]dx$.

A. $I = -10$.

B. $I = -4$.

C. $I = 4$.

D. $I = 14$.

CÂU 34. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{8}} \cos^2 2x dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c}$, với a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{b}{c}$ tối giản.

Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 23$.

B. $P = 24$.

C. $P = 25$.

D. $P = 15$.

CÂU 35. Cho $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_0^1 g(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^1 [f(x) - 2g(x)]dx$ bằng

A. -8.

B. 12.

C. 1.

D. -3.

CÂU 36. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 5$ thì $\int_1^3 (2x + 1 - f(x))dx$ bằng bao nhiêu?

A. 5.

B. 15.

C. 0.

D. 8.

CÂU 37. Cho hàm số $\int_0^1 f(x)dx = 2$ và $\int_1^4 f(x)dx = 5$, khi đó $\int_0^4 f(x)dx$ bằng

A. 10.

B. -3.

C. 7.

D. 6.

CÂU 38. Nếu $\int_0^1 [f(x) + 2x]dx = 2$ thì $\int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. 1.

B. 2.

C. 0.

D. 4.

CÂU 39. Nếu $\int_2^3 f(x)dx = -3$, $\int_2^5 f(x)dx = -7$ thì $\int_3^5 [2 + f(x)]dx$ bằng

A. 4.

B. 8.

C. -4.

D. 0.

CÂU 40. Cho $\int_2^5 f(x)dx = 10$. Khi đó $\int_5^2 [2 - 4f(x)]dx$ bằng

GHI CHÚ NHANH

A. 46.

B. 32.

C. 42.

D. 34.

CÂU 41. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 5$ Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 4.

B. 5.

C. 3.

D. 7.

CÂU 42. Nếu $\int_0^1 [3f(x) + 2g(x)] dx = 10$ và $\int_0^1 g(x) dx = -1$ thì $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

A. 3.

B. 1.

C. 4.

D. 5.

CÂU 43. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = 3$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} [f(x) + 3 \sin x] dx$.

A. $I = 5 + \frac{\pi}{2}$.

B. $I = 0$.

C. $I = 3$.

D. $I = 6$.

CÂU 44. Nếu $\int_1^2 [f(x) - 3x^2] dx = 15$ thì $\int_1^2 f(x) dx$.

A. 6.

B. 22.

C. 8.

D. 24.

CÂU 45. Nếu $\int_0^2 (2x - 3f(x)) dx = 3$ thì $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

A. $-\frac{1}{3}$.

B. $\frac{5}{2}$.

C. $\frac{1}{3}$.

D. $-\frac{5}{2}$.

CÂU 46. Cho $\int_0^3 f(x) dx = 10$, $\int_0^3 g(x) dx = 5$. Giá trị của $\int_0^3 [2f(x) - 3g(x)] dx$ bằng:

A. -5.

B. 15.

C. 5.

D. -20.

CÂU 47. Biết $F(x) = x^4$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Giá trị của $\int_{-1}^2 (6x + f(x)) dx$ bằng

A. $\frac{78}{5}$.

B. 24.

C. $\frac{123}{5}$.

D. 33.

CÂU 48. Cho các hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có $\int_{-1}^5 f(x) dx = -1$;

$\int_{-1}^5 g(x) dx = 3$. Tính $\int_{-1}^5 [f(x) + 2g(x)] dx$

A. 5.

B. -1.

C. 2.

D. 1.

CÂU 49. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 9]$ thỏa mãn $\int_0^9 f(x) dx = 8$, $\int_4^7 f(x) dx =$

3. Khi đó giá trị của $P = \int_0^4 f(x) dx + \int_7^9 f(x) dx$ là

A. $P = 20$.

B. $P = 9$.

C. $P = 5$.

D. $P = 11$.

CÂU 50. Cho $\int_{-1}^2 f(x) dx = 2$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = -1$. Tính $I = \int_{-1}^2 [x + 2f(x) - 3g(x)] dx$.

A. $I = \frac{17}{2}$.

B. $I = \frac{11}{2}$.

C. $I = \frac{7}{2}$.

D. $I = \frac{5}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

GHỊ CHÚ NHANH

1. B	2. A	3. B	4. B	5. D	6. C	7. B	8. D	9. B	10. D
11. A	12. B	13. A	14. D	15. A	16. A	17. D	18. D	19. D	20. D
21. D	22. D	23. A	24. D	25. D	26. A	27. B	28. A	29. B	30. B
31. C	32. D	33. D	34. C	35. A	36. A	37. C	38. A	39. D	40. D
41. A	42. C	43. D	44. B	45. C	46. C	47. B	48. A	49. C	50. A

DẠNG
2

Tích phân cơ bản

CÂU 1. Tích phân $\int_1^2 (x+3)^2 dx$ bằng

- A. $\frac{61}{3}$. B. 61. C. 4. D. $\frac{61}{9}$.

CÂU 2. Nếu $\int_{-1}^2 f(x) dx = -8$ và $\int_{-1}^2 g(x) dx = 3$ thì $I = \int_{-1}^2 [f(x) + g(x)] dx$ bằng

- A. $I = 11$. B. $I = -5$. C. $I = 5$. D. $I = 2$.

CÂU 3. Giá trị của $\int_0^1 5 dx$ bằng

- A. 5. B. 10. C. 15. D. 20.

CÂU 4. Nếu $\int_1^3 f(x) dx = 5$, $\int_3^5 f(x) dx = -2$ thì $\int_1^5 [f(x) + 1] dx$ bằng

- A. 6. B. -1. C. 8. D. 7.

CÂU 5. Nếu $\int_1^2 f(x) dx = 3$ thì $\int_1^2 [f(x) + 4x^3] dx$ bằng

- A. 18. B. 12. C. 20. D. 10.

CÂU 6. Tích phân $\int_0^2 \frac{1}{x+3} dx$ bằng

- A. $\frac{16}{225}$. B. $\ln \frac{5}{3}$. C. $\log \frac{5}{3}$. D. $\frac{2}{15}$.

CÂU 7. Tích phân $\int_e^{2021} (e^x + 2021) dx$ bằng

- A. $e^{2021} - e^e + 2021e + 2021^2$. B. $e^{2021} + e^e + 2021e + 2021^2$.
C. $e^{2021} - e^e - 2021e + 2021^2$. D. $e^{2021} - e^e + 2021$.

CÂU 8. Nếu $\int_0^1 f(x) dx = 1$ thì $\int_0^1 [f(x) + 2x + 1] dx$ bằng

- A. 3. B. $\frac{1}{3}$. C. 0. D. 1.

CÂU 9. Tích phân $\int_1^e \frac{dx}{x}$ bằng

- A. e . B. 1. C. e^{-1} . D. -1.

CÂU 10. Biết hàm số $y = F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $y = \frac{1}{x}$ và $F(e) = e + 1$. Giá trị của $F(1)$ là

- A. 0. B. $e - 1$. C. e . D. 1.

CÂU 11. Tích phân $\int_{-3}^1 (2x - 5) dx$ bằng

GHI CHÚ NHANH

- A. 8. B. -20. C. -28. D. 4.

Tích phân $\int_0^{\pi} \sin x \, dx$ bằng

- A. 0,0861. B. 0. C. 2. D. -2.

CÂU 13. Cho tích phân $I = \int_1^3 \frac{1}{x} \, dx$. Tìm mệnh đề đúng.

- A. $I = -\frac{1}{x^2} \Big|_1^3$. B. $I = -(\ln|x|) \Big|_1^3$. C. $I = (\ln|x|) \Big|_1^3$. D. $I = \frac{1}{x^2} \Big|_1^3$.

CÂU 14. Giá trị của $\int_0^5 dx$ bằng

- A. 5. B. 6. C. -5. D. 0.

CÂU 15. Tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x \, dx$ bằng

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $-\frac{1}{2}$.

CÂU 16. Tính $I = \int_{-1}^2 2x \, dx$. Chọn kết quả đúng.

- A. $I = 6$. B. $I = -3$. C. $I = -6$. D. $I = 3$.

CÂU 17. Tính $\int_0^1 e^{2021} \, dx$.

- A. $\frac{e^{2022}}{2022}$. B. $\frac{1}{2022}$. C. e^{2022} . D. e^{2021} .

CÂU 18. Giá trị của $\int_0^1 e^{-x} \, dx$ bằng bao nhiêu?

- A. $\frac{1}{e}$. B. $\frac{1-e}{e}$. C. $e-1$. D. $\frac{e-1}{e}$.

CÂU 19. Giá trị của $I = \int_1^2 x \, dx$ là:

- A. 1. B. -1. C. $\frac{3}{2}$. D. $\frac{2}{3}$.

CÂU 20. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[-1;2]$. Biết $f(-1) = 1$, $f(2) = 8$, tính tích phân $\int_{-1}^2 [2x + f'(x)] \, dx$.

- A. 12. B. 10. C. -4. D. -2.

CÂU 21. Tích phân $\int_a^{a+1} x^2 \, dx$ với $a \in \mathbb{R}$ có giá trị bằng

- A. $\frac{a^3 - (a+1)^3}{3}$. B. $\frac{(a+1)^2 - a^2}{3}$. C. $\frac{(a+1)^3 - a^3}{3}$. D. $\frac{(a+1)^3 - a^3}{2}$.

CÂU 22. Tích phân $\int_{-1}^2 \frac{1}{2+x} \, dx$ bằng

- A. $\ln 4$. B. $\ln 2$. C. $3 \ln 4$. D. $-\ln 4$.

CÂU 23. Nếu $\int_0^{\pi} f(x) \, dx = 3$ thì $\int_0^{\pi} \left[f(x) + \sin \frac{x}{2} \right] \, dx$ bằng:

GHỊ CHÚ NHANH

A. 10.

B. 6.

C. 12.

D. 5.

CÂU 24. Cho $\int_2^5 f(x) dx = 10$. Khi đó $\int_2^5 [2 - 4f(x)] dx$ bằng

A. -36.

B. 34.

C. 36.

D. -34.

CÂU 25. Cho $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{2x+a}}$, với $a > 0$. Tìm a nguyên để $I \geq 1$.

A. Không có giá trị nào của a .

B. $a = 0$.

C. Vô số giá trị của a .

D. $a = 1$.

CÂU 26. Cho hàm số $y = f(x)$ có $f(2) = 2$, $f(3) = 5$; hàm số $y = f'(x)$ liên tục trên $[2; 3]$. Tích phân $\int_2^3 f'(x) dx$ bằng

A. 3.

B. -3.

C. 10.

D. 7.

CÂU 27. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 4$ và $f'(x) = \frac{2}{\sin^2 x} + 1$, $\forall x \in (0; \pi)$. Khi đó $\int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

A. $\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} + \pi$.

B. $\ln 2 - \frac{\pi^2}{32} + \pi$.

C. $-\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} - \pi$.

D. $\ln 2 + \frac{\pi^2}{32} - \pi$.

CÂU 28. Nếu $\int_0^{\ln 3} [f(x) + e^x] dx = 6$ thì $\int_0^{\ln 3} f(x) dx$ bằng

A. $6 + \ln 3$.

B. $6 - \ln 3$.

C. 4.

D. 8.

CÂU 29. Nếu $\int_0^3 [4f(x) - 3x^2] dx = 5$ thì $\int_0^3 f(x) dx$ bằng:

A. 18.

B. 12.

C. 8.

D. 20.

CÂU 30. Nếu $\int_0^2 f(x) dx = 5$ thì $\int_0^2 [2f(t) + 1] dt$ bằng

A. 9.

B. 11.

C. 10.

D. 12.

CÂU 31. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $\int_0^{\pi} [f(x) + \sin x] dx =$

10. Tính $I = \int_0^{\pi} f(x) dx$.

A. $I = 4$.

B. $I = 8$.

C. $I = 12$.

D. $I = 6$.

CÂU 32. Nếu $\int_{-2}^1 f(x) dx = 5$ thì $\int_{-2}^1 [f(x) + 3] dx$ bằng

A. 14.

B. 15.

C. 8.

D. 11.

CÂU 33. Gọi S là tập hợp các giá trị của tham số $m > 1$ để tích phân $\int_1^m (2x -$

$1) dx = 6$. Tổng các phần tử của S bằng

A. 5.

B. 6.

C. 3.

D. 1.

CÂU 34. Gọi là các số nguyên sao cho $\int_0^2 \sqrt{e^{x+2}} dx = 2ae^2 + be$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

A. 3.

B. 8.

C. 4.

D. 5.

CÂU 35. Cho hàm số $f(x)$. Biết $f(0) = 4$ và $f'(x) = 2 - \cos 2x, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó:

$\int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$ bằng

- A. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 4}{16}$. B. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$. C. $\frac{\pi^2 + 15\pi}{16}$. D. $\frac{\pi^2 + 16\pi - 16}{16}$.

CÂU 36. Cho tích phân $I = \int_1^4 \frac{x^2 + x\sqrt{x} - 1}{x^2} dx$, tìm khẳng định đúng?

- A. $I = \left(x + 2\sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$. B. $I = \left(x + \sqrt{x} + \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$.
C. $I = \left(x + 2\sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$. D. $I = \left(x + \sqrt{x} - \frac{1}{x}\right) \Big|_1^4$.

CÂU 37. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 3x \cdot \sin x dx$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 0. C. $-\frac{1}{2}$. D. $\frac{1}{4}$.

CÂU 38. Gọi a, b là các số nguyên sao cho $\int_0^2 \sqrt{e^{x+2}} dx = 2ae^2 + be$. Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

- A. 3. B. 8. C. 4. D. 5.

CÂU 39. Có bao nhiêu số thực b thuộc khoảng $(\pi; 3\pi)$ sao cho $\int_{\pi}^b 4 \cos 2x dx = 1$?

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 2.

CÂU 40. Biết $\int_0^1 [f(x) + 2x] dx = 5$. Khi đó $\int_0^1 f(x) dx$ bằng

- A. 7. B. 3. C. 5. D. 4.

CÂU 41. Tính tích phân $I = \int_1^2 (2x - 1) dx$

- A. 3. B. 2. C. 1. D. $\frac{5}{6}$.

CÂU 42. Tính tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx$ bằng:

- A. $1 - e$. B. $e + 1$. C. e . D. $e - 1$.

CÂU 43. Cho biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (4 - \sin x) dx = a\pi + b$, với a, b là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. 1. B. -4. C. 6. D. 3.

CÂU 44. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin x dx$.

- A. $I = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$. B. $I = \frac{\sqrt{2}}{2}$. C. $I = -\frac{\sqrt{2}}{2}$. D. $I = -1 + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 45. Cho $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{4}} \cos 4x \cos x dx = \frac{\sqrt{2}}{a} + \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên, $c < 0$ và $\frac{b}{c}$ tối giản. Tổng $a + b + c$ bằng
A. -77. **B.** 103. **C.** -17. **D.** 43.

CÂU 46. Cho $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+1}} = a\sqrt{b} - \frac{8}{3}\sqrt{a} + \frac{2}{3}$, ($a, b \in \mathbb{N}^*$). Tính $a + 2b$
A. $a + 2b = 7$. **B.** $a + 2b = 8$. **C.** $a + 2b = -1$. **D.** $a + 2b = 5$.

CÂU 47. Cho $\int_0^m (3x^2 - 2x + 1) dx = 6$. Giá trị của tham số m thuộc khoảng nào sau đây?
A. $(-1; 2)$. **B.** $(-\infty; 0)$. **C.** $(0; 4)$. **D.** $(-3; 1)$.

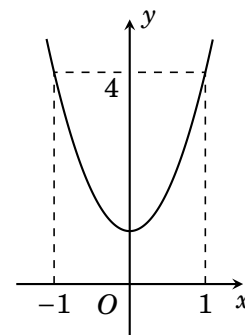
CÂU 48. Biết $\int_1^2 \left(2x + \frac{1}{x}\right) dx = a + \ln b$. Giá trị của biểu thức $T = a - b$ là
A. 1. **B.** -3. **C.** 3. **D.** -1.

CÂU 49. Cho $\int_0^3 [f(x) - 2x] dx = 1$. Khi đó $\int_0^3 f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** 9. **C.** 1. **D.** 10.

CÂU 50.

Cho hàm đa thức bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ được cho bởi hình vẽ sau. Giá trị biểu thức $f(3) - f(2)$ bằng

A. 20. **B.** 51. **C.** 64. **D.** 45.



CÂU 51. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = 8x^3 + \sin x$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 3$. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 2$, khi đó $F(1)$ bằng
A. $\frac{32}{5} + \cos 1$. **B.** $\frac{32}{5} - \cos 1$. **C.** $\frac{32}{5} - \sin 1$. **D.** $\frac{32}{5} + \sin 1$.

CÂU 52. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = \cos x + 1$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = \frac{\pi^2}{8} + 1$, khi đó $f\left(\frac{\pi}{2}\right)$ bằng
A. $\frac{\pi}{2}$. **B.** $\frac{\pi}{2} + 1$. **C.** $\frac{\pi}{2} - 1$. **D.** 1.

CÂU 53. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên khoảng $(0; +\infty)$ và thỏa mãn $2f(x) + xf\left(\frac{1}{x}\right) = x$ với mọi $x > 0$. Tính $\int_{\frac{1}{2}}^2 f(x) dx$
A. $\frac{7}{4}$. **B.** $\frac{7}{12}$. **C.** $\frac{9}{4}$. **D.** $\frac{3}{4}$.

CÂU 54. Biết $I = \int_0^4 \frac{1}{\sqrt{x^2 + 9}} dx = \ln a$, giá trị của a thuộc khoảng nào sau đây
A. $(0; 1)$. **B.** $(1; 2)$. **C.** $(2; 3)$. **D.** $(3; 4)$.

CÂU 55. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ biết $f(1) = 1$ và $f'(x) = 4x^3 + 3x^2 - 1, \forall x \in \mathbb{R}$, khi đó $\int_0^2 f(x)dx = \frac{a}{b}$, với $P = a, b$ là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là số tối giản. Tính $P = a - b$

A. 37. B. 39. C. 42. D. 47.

CÂU 56. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \sin^2 x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x)dx$ bằng

A. $\frac{\pi^2 - 3}{32}$. B. $\frac{\pi^2 - 6}{18}$. C. $\frac{3\pi^2 - 6}{112}$. D. $\frac{\pi^2 - 4}{16}$.

CÂU 57. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{x+1}{x^2}, f(-1) = 1$ và $f(1) = -1$. Giá trị của biểu thức $f(-2) + f(4)$ bằng

A. $3\ln 2 + \frac{1}{4}$. B. $\frac{6\ln 2 + 3}{4}$. C. $\frac{8\ln 2 + 3}{4}$. D. $3\ln 2 - \frac{7}{4}$.

CÂU 58. Tích phân $I = \int_1^2 \frac{1}{\sqrt{x+1} - \sqrt{x}} dx$ bằng

A. $3\sqrt{3} - 1$. B. $2\sqrt{3} - \frac{2}{3}$. C. $2\sqrt{3} + \frac{2}{3}$. D. $3\sqrt{3} + 1$.

CÂU 59. Tích phân $I = \int_0^1 \frac{2}{\sqrt{x+2} + \sqrt{x+3}} dx$ bằng

A. $\frac{8}{3}(4 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2})$. B. $\frac{4}{3}(4 - 3\sqrt{3} + \sqrt{2})$.
C. $\frac{8}{3}(4 + 2\sqrt{2} - 3\sqrt{3})$. D. $\frac{4}{3}(4 + 3\sqrt{3} - 2\sqrt{2})$.

CÂU 60. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $(0; +\infty)$. Biết x^2 là một nguyên hàm của $x^2 f'(x)$ trên $(0; +\infty)$ và $f(1) = 1$. Tính $f(e)$.

A. 2. B. 3. C. $2e + 1$. D. e .

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. B	4. D	5. A	6. B	7. C	8. A	9. B	10. C
11. C	12. C	13. C	14. A	15. C	16. D	17. D	18. D	19. C	20. B
21. C	22. A	23. D	24. D	25. A	26. A	27. A	28. C	29. C	30. D
31. B	32. A	33. C	34. B	35. A	36. A	37. D	38. D	39. A	40. D
41. B	42. D	43. A	44. A	45. C	46. B	47. C	48. A	49. D	50. A
51. C	52. B	53. D	54. B	55. A	56. D	57. A	58. B	59. A	60. B

DẠNG

3

Tích phân chứa trị tuyệt đối

CÂU 1. Tính $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1} dx$

A. $\frac{1}{2}$. B. 2. C. $\frac{5}{2}$. D. 1.

CÂU 2. Biết $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{6}} |\sin x| dx = a - \sqrt{b} (a, b \in \mathbb{Q})$. Khi đó $a + 4b$ bằng

A. 5. B. 8. C. 10. D. 7.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 3. Cho $I = \int_0^5 \frac{|x^2 - x|}{x + 3} dx = \frac{-1}{a} + b \ln \frac{c}{a}, (a, b, c \in \mathbb{N}^*)$. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 17. B. 15. C. 13. D. 16.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_0^1 f(x) dx = 6; \int_1^3 f(x) dx = 4$. Tính tích

phân $I = \int_{-1}^1 f(|2x - 1|) dx$.

A. $I = 3$. B. $I = 8$. C. $I = 14$. D. $I = 6$.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^{2024} f(x) dx = 8, \int_0^{6064} f(x) dx = 10$.

Tính $I = \int_{-2022}^{2022} f(|2x - 2020|) dx$

A. $I = 18$. B. $I = 2$. C. $I = 9$. D. $I = 5$.

CÂU 6. Tính tích các giá trị của số thực m để tích phân $I = \int_0^1 |2x - m| dx = 2$.

A. 6. B. -3. C. 2. D. -4.

CÂU 7. Tích các giá trị của m là $-1 \cdot 3 = -3$. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $\int_0^3 f(x) dx = 18, \int_0^5 f(x) dx = 3$. Giá trị của $\int_{-1}^1 f(|4x - 1|) dx$ bằng

A. $\frac{9}{4}$. B. $\frac{21}{4}$. C. 21. D. $\frac{15}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D 3. A 4. B 5. C 6. B 7. B

DẠNG
4

Tích phân đổi biến số

CÂU 1. Tích phân $I = \int_1^{2025} e^{\sqrt{x}} dx$ được tính bằng phương pháp đổi biến $t = \sqrt{x}$.

Khi đó tích phân I được viết dưới dạng nào sau đây

A. $I = 2 \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$. B. $I = \frac{1}{2} \int_1^{45} e^t dx$.
C. $I = 2 \int_1^{45} t \cdot e^t dt$. D. $I = \int_1^{2025} t \cdot e^t dt$.

CÂU 2. Cho $\int_1^3 f(x) dx = 2$, giá trị của $\int_0^1 f(2x + 1) dx$ bằng

A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.

CÂU 3. Nếu $\int_0^4 f(x) dx = 2$ thì $\int_0^2 f(2x) dx$ bằng

A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 4. Nếu $\int_0^6 f(x) dx = 18$ thì $\int_0^2 f(3x) dx$ bằng

GHI CHÚ NHANH

A. 6.

B. 12.

C. 36.

D. 54.

CÂU 5. Cho $\int_5^{12} \frac{dx}{x\sqrt{x+4}} = \frac{1}{a} \ln \frac{b}{c}$ với a, b, c là các số nguyên dương. Khẳng định nào dưới đây đúng?

A. $c = a - b$.

B. $b = 2c$.

C. $a = b - c$.

D. $b = c - a$.

CÂU 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa $\int_3^7 f(x)dx = 10$. Tính $I = \int_0^2 xf(x^2 + 3)dx$.

A. $I = 20$.

B. $I = \frac{5}{2}$.

C. $I = 10$.

D. $I = 5$.

CÂU 7. Tính $I = \int_{-1}^1 \frac{x^3}{x^2 + 2} dx$.

A. $I = 0$.

B. $I = 3$.

C. $I = 1$.

D. $I = -3$.

CÂU 8. Tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2 - 1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $I = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{u} du$.

B. $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} du$.

C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} du$.

D. $I = \int_1^2 \sqrt{u} du$.

CÂU 9. Có bao nhiêu số thực a thỏa mãn $\int_0^1 \frac{x}{x^2 + a} dx = \frac{1}{2}$?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^3 xf(x)dx = 2$. Tích phân $\int_0^1 xf(3x)dx$ bằng

A. 18.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2}{9}$.

D. 6.

CÂU 11. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_1^4 f(x)dx = 9$. Tính $I = \int_0^1 f(3x+1)dx = ?$

A. 28.

B. 27.

C. 9.

D. 3.

CÂU 12. Cho $\int_{-1}^5 f(x)dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(2x+1)dx$

A. $I = 6$.

B. $I = \frac{1}{2}$.

C. $I = 12$.

D. $I = 3$.

CÂU 13. Cho $\int_0^1 f(x)dx = -\frac{1}{2}$. Tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos x)\sin x dx$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{\pi}{2}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $-\frac{\pi}{2}$.

CÂU 14. Cho $\int_4^9 f(x)dx = 10$. Tính tích phân $J = \int_0^1 f(5x+4)dx$.

A. $J = 10$.

B. $J = 50$.

C. $J = 2$.

D. $J = 4$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 15. Cho $\int_0^1 f(x) dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} f(2 \sin x) \cos x dx$.

- A. 3. B. 6. C. -3. D. -6.

CÂU 16. Cho tích phân $I = \int_0^{2021} (1+x)^{12} dx$. Đặt $u = x+1$ ta được

- A. $I = \int_0^{2021} u^{12} du$. B. $I = \int_1^{2022} u^{12} du$.
C. $I = \int_1^{2022} (u-1)^{12} du$. D. $I = \int_0^{2021} (u-1)^{12} du$.

CÂU 17. Cho $\int_{-3}^7 f(x) dx = 12$. Tích phân $\int_0^5 f(2x-3) dx$ bằng

- A. 6. B. 21. C. 12. D. 24.

CÂU 18. Biết $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_7^{11} f(x) dx = 24$. Khi đó $\int_1^2 f(4x+3) dx$ bằng

- A. 4. B. 6. C. 8. D. 96.

CÂU 19. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_{-4}^2 f(x) dx = 2$. Tính $I = \int_0^2 f(2-3x) dx$.

- A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. $-\frac{1}{3}$.

CÂU 20. Cho $I = \int_1^6 \frac{x}{\sqrt{x+3}} dx$, đặt $t = \sqrt{x+3}$. Tìm khẳng định đúng trong các khẳng định sau?

- A. $I = \int_2^3 \frac{t^2-3}{t} dt$. B. $I = \int_2^3 \frac{t^2-3}{t} \cdot 2t dt$.
C. $I = \int_1^6 \frac{t^2-3}{t} \cdot 2t dt$. D. $I = \int_1^6 \frac{t^2-3}{t} dt$.

CÂU 21. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x \cos x dx$ nếu đặt $t = \sin x$, thì trong các khẳng định sau, khẳng định nào SAI?

- A. $dt = \cos x dx$. B. $I = \frac{t^3}{3} \Big|_0^1$. C. $I = \frac{t^3}{3} \Big|_0^{\frac{\pi}{2}}$. D. $I = \int_0^1 t^2 dt$.

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^{11} f(x) dx = 45$. Giá trị của

$\int_0^2 f(5x+1) dx$ bằng

- A. 9. B. 10. C. 90. D. 91.

CÂU 23. Cho $I = \int_1^2 x^4(1+x^5)^6 dx$. Đặt $t = 1+x^5$, mệnh đề nào dưới đây đúng?

GHI CHÚ NHANH

A. $I = \frac{1}{5} \int_1^2 t^6 dt.$ **B.** $I = 5 \int_2^{33} t^6 dt.$ **C.** $I = \int_2^{33} t^6 dt.$ **D.** $I = \frac{1}{5} \int_2^{33} t^6 dt.$

CÂU 24. Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_3^5 f(x) dx = a, (a \in \mathbb{R})$. Tích phân

$I = \int_1^2 f(2x+1) dx$ có giá trị là

A. $I = \frac{1}{2}a + 1.$ **B.** $I = 2a + 1.$ **C.** $I = \frac{1}{2}a.$ **D.** $I = 2a.$

CÂU 25. Cho $\int_1^2 f(x^2+1)x dx = 2$. Khi đó $I = \int_2^5 f(x) dx$ bằng:

A. 2. **B.** 1. **C.** -1. **D.** 4.

CÂU 26. Cho tích phân $I = \int_1^e \frac{3 \ln x + 1}{x} dx$. Nếu đặt $t = \ln x$ thì

A. $I = \int_0^1 \frac{3t+1}{e^t} dt.$ **B.** $I = \int_1^e (3t+1) dt.$
C. $I = \int_0^1 (3t+1) dt.$ **D.** $I = \int_1^e \frac{3t+1}{t} dt.$

CÂU 27. Tính tích phân $\int_0^1 x(x^2+3) dx$ bằng cách đặt ẩn phụ $t = x^2 + 3$ thì tích phân trở thành:

A. $\int_0^1 \frac{t}{2} dt.$ **B.** $\int_3^4 \frac{t}{2} dt.$ **C.** $\int_3^4 t dt.$ **D.** $-\int_0^1 t dt.$

CÂU 28. Cho a là số thực dương, a là hằng số. Giá trị của tích phân $I = \int_0^a \sqrt{4x+1} dx$ bằng

A. $I = \frac{(4a+1)\sqrt{4a+1}-1}{3}.$ **B.** $I = \frac{(4a+1)\sqrt{4a+1}-1}{6}.$
C. $I = \frac{(4a+1)-1}{3}.$ **D.** $I = \frac{2(4a+1)\sqrt{4a+1}-2}{3}.$

CÂU 29. $\int_1^2 x(x-1)^{2021} dx$ bằng

A. $\frac{1}{2021} + \frac{1}{2022}.$ **B.** $\frac{1}{2021} - \frac{1}{2022}.$ **C.** $\frac{1}{2022} + \frac{1}{2023}.$ **D.** $\frac{1}{2022} - \frac{1}{2023}.$

CÂU 30. Biết $\int_1^2 \frac{(3x+1)}{3x^2+x \ln x} dx = \ln \left(a + \frac{\ln b}{c} \right)$ với a, b, c là các số nguyên dương và $c \leq 4$. Tổng $a + b + c$ bằng

A. 6. **B.** 9. **C.** 8. **D.** 7.

CÂU 31. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 1$ và đạo hàm $f'(x) = x(x^2+1)^5$ với $\forall x \in \mathbb{R}$. Khi đó, $f(1)$ bằng.

A. $\frac{25}{4}.$ **B.** $\frac{36}{5}.$ **C.** $\frac{21}{10}.$ **D.** $\frac{26}{5}.$

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 32. Biết $\int_1^2 \frac{2x+1}{x^2+x+1} dx = \ln \frac{a}{b}$ với a, b là các số nguyên dương và phân số $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $T = a + b$.
A. 10. **B.** 7. **C.** 12. **D.** 8.

CÂU 33. Biết $\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $S = a^2 + b^2$.
A. $S = 73$. **B.** $S = 71$. **C.** $S = 65$. **D.** $S = 68$.

CÂU 34. Tính tích phân $I = \int_0^1 3e^{x^3+1} \cdot x^2 dx$ bằng cách đổi biến đặt $x^3 + 1 = u$ thì I bằng
A. $\int_1^2 e^u du$. **B.** $\int_0^1 e^u du$. **C.** $3 \int_0^1 e^u du$. **D.** $3 \int_1^2 e^u du$.

CÂU 35. Khi tính tích phân $I = \int_1^2 2x\sqrt{x^2-1} dx$ bằng cách đặt $u = x^2 - 1$ ta được tích phân nào bên dưới
A. $I = \frac{1}{2} \int_0^3 \sqrt{u} \cdot du$. **B.** $I = \int_1^2 \sqrt{u} \cdot du$.
C. $I = \int_0^3 \sqrt{u} \cdot du$. **D.** $I = 2 \int_0^3 \sqrt{u} \cdot du$.

CÂU 36. Cho tích phân $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2+\cos x} \cdot \sin x dx$. Nếu đặt $t = 2 + \cos x$ thì kết quả nào sau đây đúng?
A. $I = \int_2^3 \sqrt{t} dt$. **B.** $I = 2 \int_3^2 \sqrt{t} dt$. **C.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{t} dt$. **D.** $I = \int_3^2 \sqrt{t} dt$.

CÂU 37. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^7 x \sin x dx$ bằng cách đặt $t = \cos x$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?
A. $I = \int_0^1 t^7 dt$. **B.** $I = - \int_0^1 t^7 dt$. **C.** $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^7 dt$. **D.** $I = - \int_0^{\frac{\pi}{2}} t^7 dt$.

CÂU 38. Biết tích phân $\int_0^{\ln 6} \frac{e^x}{1+\sqrt{e^x+3}} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị của biểu thức $T = a + b + c$ là
A. $T = -1$. **B.** $T = 1$. **C.** $T = 2$. **D.** $T = 0$.

CÂU 39. Cho hai hàm số $f(x), g(x)$ liên tục trên $[0;1]$ thỏa mãn điều kiện $\int_0^1 [f(x) + g(x)] dx = 8$ và $\int_0^1 [f(x) + 2g(x)] dx = 11$. Giá trị của biểu thức $\int_{2021}^{2022} f(2022 - x) dx + 5 \int_0^{\frac{1}{3}} g(3x) dx$ bằng.
A. 10. **B.** 0. **C.** 20. **D.** 5.

CÂU 40. Giá trị của tích phân $\int_0^3 \frac{x-3}{3\sqrt{x+1}+x+3} dx = a \ln 3 - b \ln 2 + c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$.

Tổng $a + b + c$ bằng:

- A. 6. B. 9. C. -3. D. 3.

CÂU 41. Biết $I = \int_2^4 \frac{2x+1}{x^2+x} dx = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$, với a, b, c là các số nguyên.

Tính giá trị biểu thức $P = 2a + 3b + 4c$.

- A. $P = 9$. B. $P = -3$. C. $P = 1$. D. $P = 3$.

CÂU 42. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 10]$ thỏa mãn $\int_0^{10} f(x) dx = 20$ và

$$\int_8^{10} f(x) dx = 6. \text{ Tính } I = \int_0^4 f(2x) dx$$

- A. $I = 7$. B. $I = 14$. C. $I = 3$. D. $I = 12$.

CÂU 43. Cho $\int_1^e \frac{2 \ln x + 1}{x(\ln x + 2)^2} dx = \ln \frac{a}{b} - \frac{c}{d}$ với a, b, c là các số nguyên dương, biết

$\frac{a}{b}; \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị $a + b + c + d$ bằng

- A. 18. B. 15. C. 16. D. 17.

CÂU 44. Biết $\int_1^2 \frac{x}{x + \sqrt{x^2 - 1}} dx = a + b\sqrt{3}$ với a, b là các số hữu tỷ. Tính $P = 3a - 5b$.

- A. 12. B. 2. C. -2. D. $\frac{5}{3}$.

CÂU 45. Cho $\int_0^3 \frac{x}{4 + 2\sqrt{x+1}} dx = \frac{a}{3} + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Giá trị $a + b + c$ bằng

- A. 7. B. 2. C. 9. D. 1.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; +\infty)$ và $\int_0^3 f(\sqrt{x+1}) dx = 8$. Tính tích

$$\text{phân } I = \int_1^2 xf(x) dx$$

- A. 8. B. 2. C. 16. D. 4.

CÂU 47. Biết $\int_{\ln 3}^{\ln 6} \frac{dx}{e^x + 2e^{-x} - 3} = 3 \ln a - \ln b$ với a, b là hai số nguyên dương. Tích

$P = ab$ bằng

- A. $P = 10$. B. $P = -10$. C. $P = 20$. D. $P = 15$.

CÂU 48. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $\int_0^{\ln 2} f(e^x + 1)e^x dx = \frac{5}{2}$. Tính

$$\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(1 + 2 \cos x) \sin x dx.$$

- A. $\frac{5}{4}$. B. 5. C. -5. D. $-\frac{5}{4}$.

CÂU 49. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{(x+2)^{2017}}{x^{2019}} dx$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

A. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{2018}$. B. $\frac{3^{2017}}{4037} - \frac{2^{2018}}{2017}$. C. $\frac{3^{2018} - 2^{2018}}{4036}$. D. $\frac{3^{2021} - 2^{2021}}{4040}$.

CÂU 50. Cho $\int_0^1 x(x-1)^{10} dx = \frac{1}{a(a+1)}$. Giá trị của a thuộc khoảng nào sau đây?

A. (11;13). B. (9;11). C. (12;14). D. (10;12).

CÂU 51. Cho $\int_0^1 x^3 \cdot \sqrt{x^2+1} dx = \frac{a(\sqrt{b}+1)}{c}$, $a, b, c \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{c}$ là phân số tối giản. Tính $S = a + b + c$.

A. 18. B. 17. C. 16. D. 19.

CÂU 52. Cho $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4\cos^3 x}{1+\sin x} dx = a\sqrt{b} - 1$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $T = ab$.

A. $T = 1$. B. $T = 2$. C. $T = 3$. D. $T = 4$.

CÂU 53. Biết $\int_{\ln \sqrt{3}}^{\ln \sqrt{8}} \frac{1}{\sqrt{e^{2x}+1}-e^x} dx = 1 + \frac{1}{2} \ln \frac{b}{a} + a\sqrt{a} - \sqrt{b}$ với $a, b \in \mathbb{Z}^+$. Tính $P = a + b$?

A. $P = -1$. B. $P = 1$. C. $P = 3$. D. $P = 5$.

CÂU 54. Biết $I = \int_1^2 \frac{x}{2x + \sqrt{4x^2-1}} dx = a + b\sqrt{15} + c\sqrt{3}$, với a, b, c là các số hữu tỷ, tính $P = a + b + c$.

A. $\frac{14}{3}$. B. $-\frac{17}{3}$. C. $-\frac{14}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

CÂU 55. Biết $I = \int_0^{\ln 3} \frac{dx}{e^x + 3e^{-x} + 4} = \frac{1}{a}(2\ln a - \ln b)$ với a, b là các số nguyên dương và a là số nguyên tố. Tính giá trị biểu thức $P = 2a - b$.

A. $P = 4$. B. $P = -1$. C. $P = -4$. D. $P = 1$.

CÂU 56. Biết rằng $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{4\cos x - 2\sin x}{\sin x + 3\cos x} dx = \frac{a\pi}{2} + b\ln 2 - c\ln 3$, với $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Tính $P = abc$.

A. $P = \frac{3}{4}$. B. $P = \frac{3}{4}$. C. $P = 0$. D. $P = \frac{2}{3}$.

CÂU 57. Biết $\int_0^2 \frac{(x^2+1)e^x + xe^{2x} + 2x+2}{xe^x+2} dx = a + be^2 - \ln(ce^2+1)$. Tính giá trị của biểu thức $T = a^2 + 2b^2 - c^2$.

A. 12. B. -11. C. 5. D. 10.

CÂU 58. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[1;4]$ thỏa mãn $f(x) = \frac{f(2\sqrt{x}-1)}{\sqrt{x}} + \frac{\ln x}{x}$. Tính $\int_3^4 f(x) dx$.

A. $3 + 2\ln^2 2$. B. $2\ln 2$. C. $2\ln^2 2$. D. $\ln^2 2$.

CÂU 59. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^2 x \sqrt{2\sin^2 x + 3\cos^2 x}} dx = \frac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{c}$, giá trị của $2a+3b+4c$ bằng

A. 20. B. 24. C. 27. D. 35.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 60. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x f(\cos x + 1) dx = \int_1^e \frac{\ln x}{x} f(\ln^2 x) dx = \frac{3}{2}$ và $\int_0^2 f(x) dx = \frac{a}{b}$ (trong đó $a, b \in \mathbb{Z}$, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). Tính ab .

- A. 18. B. -18. C. 6. D. -6.

CÂU 61. Cho $I = \int_0^4 \sqrt{16-x^2} dx$. Đặt $x = 4 \sin t$, với $t \in \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = -16 \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$. B. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 - \cos 2t) dt$.
C. $I = 8 \int_0^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$. D. $I = 8 \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (1 + \cos 2t) dt$.

CÂU 62. Cho tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}$ đặt $x = 2 \sin t$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} dt$. B. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} t dt$. C. $I = \int_0^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{t} dt$. D. $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} dt$.

CÂU 63. Tính tích phân $\int_0^1 \sqrt{1-x^2} dx$ bằng

- A. $-\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$. B. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin t dt$. C. $\int_0^1 \cos^2 t dt$. D. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 t dt$.

CÂU 64. Nếu $\int_0^1 f(3x+1) dx = 10$ thì $\int_1^4 [f(x) - 4x] dx$ bằng

- A. -20. B. -4. C. $-\frac{80}{3}$. D. 0.

CÂU 65. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3 + 3x + 1) = x + 3$. Tính $\int_1^5 f(x) dx$.

- A. 192. B. $\frac{4}{57}$. C. $\frac{57}{4}$. D. 196.

CÂU 66. Gọi a, b là các số hữu tỉ sao cho $\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+1} dx = a \ln 2 + b\pi$. Giá trị của tích ab bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{6}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. A	4. A	5. C	6. D	7. A	8. C	9. C	10. C
11. D	12. D	13. A	14. C	15. A	16. B	17. A	18. B	19. A	20. B
21. C	22. A	23. D	24. C	25. D	26. C	27. B	28. B	29. C	30. D
31. A	32. A	33. A	34. A	35. C	36. A	37. A	38. D	39. A	40. C
41. D	42. A	43. C	44. A	45. D	46. D	47. A	48. A	49. C	50. D

GHI CHÚ NHANH

51. D

52. D

53. D

54. D

55. D

56. B

57. D

58. C

59. C

60. A

61. C

62. A

63. D

64. D

65. C

66. C

DẠNG

5

Tích phân từng phần

CÂU 1. Phát biểu nào sau đây đúng?

$$\text{A. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 \, dx.$$

$$\text{B. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \cdot \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 \, dx.$$

$$\text{C. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \cdot \ln x - \int_1^2 1 \, dx.$$

$$\text{D. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \cdot \ln x + \int_1^2 1 \, dx.$$

CÂU 2. Phát biểu nào sau đây đúng?

$$\text{A. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \ln x + \int_1^2 1 \, dx.$$

$$\text{B. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \ln x - \int_1^2 1 \, dx.$$

$$\text{C. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \ln x \Big|_1^2 - \int_1^2 1 \, dx.$$

$$\text{D. } \int_1^2 \ln x \, dx = x \ln x \Big|_1^2 + \int_1^2 1 \, dx.$$

CÂU 3. Biết $\int_0^2 2x \ln(x+1) \, dx = a \ln b$, với $a, b \in \mathbb{N}^*$. Tính $T = a + b$.

$$\text{A. } T = 6.$$

$$\text{B. } T = 8.$$

$$\text{C. } T = 7.$$

$$\text{D. } T = 5.$$

CÂU 4. Biết $\int_0^1 (1-x)f'(x) \, dx = 2$ và $f(0) = 3$. Khi đó $\int_0^1 f(x) \, dx$ bằng

$$\text{A. } 1.$$

$$\text{B. } -5.$$

$$\text{C. } 5.$$

$$\text{D. } -1.$$

CÂU 5. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x \, dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

$$\text{A. } 1.$$

$$\text{B. } 2.$$

$$\text{C. } 4.$$

$$\text{D. } 0.$$

CÂU 6. Cho tích phân $I = \int_4^9 \sqrt{x} e^{-x} \, dx$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

$$\text{A. } I = -\sqrt{x} e^{-x} \Big|_4^9 + \int_4^9 \frac{e^x}{2\sqrt{x}} \, dx.$$

$$\text{B. } I = \sqrt{x} e^{-x} \Big|_4^9 - \frac{1}{2} \int_4^9 \frac{e^{-x}}{\sqrt{x}} \, dx.$$

$$\text{C. } I = \frac{2}{3} x \sqrt{x} e^{-x} \Big|_4^9 - \frac{2}{3} \int_4^9 x \sqrt{x} \cdot e^{-x} \, dx.$$

$$\text{D. } I = -\sqrt{x} e^{-x} \Big|_4^9 + \frac{1}{2} \int_4^9 \frac{1}{e^x \cdot \sqrt{x}} \, dx.$$

CÂU 7. Cho $\int_1^e (2+x \ln x) \, dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$\text{A. } a - b = c.$$

$$\text{B. } a + b = -c.$$

$$\text{C. } a + b = c.$$

$$\text{D. } a - b = -c.$$

CÂU 8. Giả sử $\int_1^2 (2x-1) \ln x \, dx = a \ln 2 + b$, ($a, b \in \mathbb{Q}$). Tính $a + b$.

$$\text{A. } \frac{3}{2}.$$

$$\text{B. } 2.$$

$$\text{C. } 1.$$

$$\text{D. } \frac{5}{2}.$$

CÂU 9. Biết $\int_0^2 x \ln(x^2 + 4) \, dx = a \ln 2 + b$ ($a, b \in \mathbb{Z}$). Giá trị của biểu thức $T = ab$ là

GHI CHÚ NHANH

- A. $T = 8$. B. $T = -16$. C. $T = -8$. D. $T = 16$.

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0;1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$, $\int_0^1 x^2 f(x) dx = \frac{1}{3}$. Tính $\int_0^1 x^3 f'(x) dx$.

- A. -3 . B. -1 . C. 3 . D. 1 .

CÂU 11. Cho $\int_1^e x^2 \ln x dx = \frac{a}{b} e^3 + \frac{c}{d}$ với a, b, c, d là các số nguyên, $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản. Giá trị của biểu thức $P = a + 2b + 3c + 4d$ bằng

- A. 51 . B. 59 . C. 61 . D. 53 .

CÂU 12. Tích phân $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2} dx$ bằng

- A. $1 - \ln 2$. B. $1 - \frac{2}{e}$. C. $\frac{13}{50}$. D. $1 + \frac{2}{e}$.

CÂU 13. Cho $\int_1^2 (2x+1)e^x dx = a \cdot e^2 + b \cdot e$, với a, b là các số hữu tỉ. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

- A. 8 . B. 3 . C. 2 . D. 4 .

CÂU 14. Tính tích phân $I = \int_1^e \log_3 x dx$.

- A. $\frac{e}{\ln 3}$. B. $-\log_3 e$. C. $\frac{1}{\ln 3}$. D. 1 .

CÂU 15. Biết tích phân $I = \int_0^m x e^x dx = 1$, hỏi số thực m thuộc khoảng nào?

- A. $(0;2)$. B. $(-3;-1)$. C. $(-1;0)$. D. $(2;4)$.

CÂU 16. Kết quả tính tích phân $I = \int_0^1 (2x+3)e^x dx$ được viết dưới dạng $I = ae + b$, với a, b là các số nguyên. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $a^3 + b^3 = 28$. B. $a \cdot b = 3$. C. $a + 2b = 1$. D. $a - b = 2$.

CÂU 17. Tính tích phân $I = \int_4^5 (x+1) \ln(x-3) dx$ bằng

- A. $\frac{19}{4} - 10 \ln 2$. B. $10 \ln 2 + \frac{19}{4}$. C. $10 \ln 2$. D. $10 \ln 2 - \frac{19}{4}$.

CÂU 18. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{4}} x \cos 2x dx = \frac{\pi}{a} - \frac{b}{c}$. Giá trị của biểu thức $ab + c$ bằng.

- A. 12 . B. -4 . C. 4 . D. 10 .

CÂU 19. Tính $I = \int_0^1 x e^x dx$

- A. $I = e$. B. $I = e - 1$. C. $I = 1$. D. $I = 2e - 1$.

CÂU 20. Giá trị của $\int_0^{10} x e^{30x} dx$ bằng

- A. $-300 + 900e^{300}$. B. $300 - 900e^{300}$.
C. $\frac{1}{900}(299e^{300} - 1)$. D. $\frac{1}{900}(299e^{300} + 1)$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 21. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx = 5$. Tính $I =$

$$\int_0^{\pi} x f(\sin x) dx.$$

- A. $I = 10\pi$. B. $I = \frac{5}{2}\pi$. C. $I = 5\pi$. D. $I = 5$.

CÂU 22. Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 (x+1)e^x dx$

- A. $\frac{2e^3 - 1}{e}$. B. $\frac{2e^3 + 1}{e}$. C. $\frac{2e^2 + 1}{e}$. D. $\frac{2e^2 - 1}{e}$.

CÂU 23. Tính tích phân $I = \int_0^{\pi} (3x - 2)\cos x dx$

- A. -6 . B. 6 . C. π . D. $-\pi$.

CÂU 24. Biết $I = \int_1^2 (3x^2 + 2x)\ln x dx = a \ln 2 + b$ với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a + 6b$

- A. $\frac{49}{6}$. B. $-\frac{49}{6}$. C. 11 . D. -11 .

CÂU 25. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (x+1)f'(x) dx = 10$ và $2f(1) - f(0) = 2$. Tính

$$\int_0^1 f(x) dx.$$

- A. $I = 1$. B. $I = -12$. C. $I = -8$. D. $I = 10$.

CÂU 26. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trong đoạn $[1; e]$, biết $\int_1^e \frac{f(x)}{x} dx = 3$, $f(e) = 6$.

Khi đó $I = \int_1^e f'(x) \cdot \ln x dx$ bằng

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 1$. D. $I = 0$.

CÂU 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn $f\left(\frac{\pi}{2}\right) =$

$$1, \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot f'(x) dx = 3 \text{ Tính } \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x f(x) dx.$$

- A. -1 . B. 1 . C. 3 . D. -3 .

CÂU 28. Tích phân $I = \int_1^2 \ln x dx$ bằng

- A. $x \ln x|_1^2 - \int_1^2 dx$. B. $x \ln x|_1^2 + \int_1^2 dx$.
C. $x \ln x|_1^2 - \int_1^2 x dx$. D. $x|_1^2 - \int_1^2 x \ln x dx$.

CÂU 29. Cho $\int_0^1 x e^{2022x} dx = a e^{2022} + b$, $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $\frac{a}{b}$.

- A. $\frac{1}{2021}$. B. $\frac{1}{2022}$. C. 2022 . D. 2021 .

GHI CHÚ NHANH

CÂU 30. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos x \, dx$. Nếu đặt $u = x$ và $dv = \cos x \, dx$ thì ta có

- A.** $I = x \cdot \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \, dx.$ **B.** $I = -x \cdot \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx.$
C. $I = -x \cdot \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} + \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx.$ **D.** $I = x \cdot \sin x \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \, dx.$

CÂU 31. Biết $\int_1^4 \frac{\ln x}{x^2} \, dx = \frac{b}{c} + a \ln 2$. Tính giá trị của $T = 2a + 3b + c$.

- A.** $T = -12.$ **B.** $T = 13.$ **C.** $T = 12.$ **D.** $T = -13.$

CÂU 32. Cho tích phân $\int_1^3 (4x-1) \ln x \, dx = a \ln 3 + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tổng $S = a + 2b$ bằng

- A.** 9. **B.** 15. **C.** 21. **D.** 3.

CÂU 33. Với các số nguyên a, b thỏa mãn $I = \int_1^2 (2x+1) \ln x \, dx = a + \ln b$. Tính tổng $P = 2a + b$.

- A.** $P = 57.$ **B.** $P = 58.$ **C.** $P = 59.$ **D.** $P = 60.$

CÂU 34. Cho $f(x), g(x)$ là các hàm số có đạo hàm liên tục trên $[0; 1]$ và $\int_0^1 g(x) \cdot$

$f'(x) \, dx = 1, \int_0^1 g'(x) \cdot f(x) \, dx = 2$. Tính tích phân $I = \int_0^1 [f(x) \cdot g(x)]' \, dx$.

- A.** $I = 3.$ **B.** $I = 1.$ **C.** $I = 2.$ **D.** $I = -1.$

CÂU 35. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (2x+1) \cos x \, dx = a\pi + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Giá trị của biểu thức $a^2 + b^2$ bằng

- A.** 10. **B.** 4. **C.** 0. **D.** 2.

CÂU 36. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = e^x + \int_0^1 t f(t) \, dt, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính $f(\ln 2022)$.

- A.** 2022. **B.** 2021. **C.** 2023. **D.** 2024.

CÂU 37. Cho $\int_1^2 \frac{\ln(1+2x)}{x^2} \, dx = \frac{a}{2} \ln 5 + b \ln 3 + c \ln 2$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}$. Giá trị của $a + 2(b+c)$ là:

- A.** 3. **B.** 0. **C.** 9. **D.** 5.

CÂU 38. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Miền hình phẳng trong hình vẽ được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f'(x)$ và trục hoành đồng thời có diện tích $S = a$. Biết rằng $\int_0^1 (x+1) f'(x) \, dx = b$ và $f(3) = c$. Tính $I = \int_0^1 f(x) \, dx$.

Vị trí hình tại đây

- A.** $I = a - b + c.$ **B.** $I = -a + b - c.$ **C.** $I = -a + b + c.$ **D.** $I = a - b - c.$

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 39. Biết $I = \int_0^4 x \ln(2x+1) dx = \frac{a}{b} \ln 3 - c$ với a, b, c là các số nguyên và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $T = a + b + c$.
A. $T = 64$. **B.** $T = 68$. **C.** $T = 60$. **D.** $T = 70$.

CÂU 40. Cho $\int_1^e (2+x \ln x) dx = ae^2 + be + c$ với a, b, c là các số hữu tỉ. Mệnh đề nào sau đây đúng?
A. $a - b = c$. **B.** $a + b = -c$. **C.** $a + b = c$. **D.** $a - b = -c$.

CÂU 41. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\int_0^3 x f'(x) dx = 10$ và $f(3) = 6$. Tính $I = \int_0^1 f(3x) dx$.
A. $I = \frac{8}{3}$. **B.** $I = -\frac{8}{3}$. **C.** $I = \frac{10}{3}$. **D.** $I = 24$.

CÂU 42. Hàm số $f(x)$ liên tục và thỏa mãn $f(0) = 2$ và $\int_0^2 (2x-4) f'(x) dx = 0$. Tính $I = \int_0^1 f(2x) dx$.
A. $I = -2$. **B.** $I = 4$. **C.** $I = 0$. **D.** $I = 2$.

CÂU 43. Biết tích phân $I = \int_1^{10} \frac{\log x}{(x+1)^2} dx = a + b \log 2 + c \log 11$, trong đó a, b, c là các số hữu tỷ. Tính $S = 11a + 2b + 3c$.
A. 11. **B.** 9. **C.** -9. **D.** -11.

CÂU 44. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 1]$. Biết $\int_0^1 (x+2) f'(x) dx = 5$ và $f(0) = f(1) = 7$. Giá trị của $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

CÂU 45. Biết tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (1+x) \cos 2x dx = \frac{1}{a} + \frac{\pi}{b}$, $a, b \in \mathbb{N}$. Giá trị của $a + b$ bằng
A. 24. **B.** 32. **C.** 12. **D.** 4.

CÂU 46. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và có đạo hàm trên $[0; 1]$. Biết $I = \int_0^1 (x + 2) f'(x) dx = 5$ và $f(0) = f(1) = 7$. Giá trị của tích phân $\int_0^1 f(x) dx$ bằng
A. 7. **B.** 5. **C.** 2. **D.** 1.

CÂU 47. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) = 1$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_1^2 f(x) dx = a$ và $f(1) = b, f(2) = c$. Tích phân $\int_1^2 \frac{x}{f(x)} dx$ bằng
A. $2c - b - a$. **B.** $2a - b - c$. **C.** $2c - b + a$. **D.** $2a - b + c$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 48. Cho hàm số $f(x)$ có $f\left(\frac{\pi}{2}\right) = 3$ và $f'(x) = x \sin x$. Giả sử rằng $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos x \cdot f(x) dx = \frac{a}{b} - \frac{\pi^2}{c}$. Khi đó $a + b + c$ bằng.

A. 32. **B.** 5. **C.** 21. **D.** 31.

CÂU 49. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 3]$ thỏa mãn $\int_0^3 x f'(x) dx = 2$ và $f(3) = 2$. Tính $I = \int_0^3 f(x) dx$.

A. $I = 4$. **B.** $I = -3$. **C.** $I = -4$. **D.** $I = 6$.

CÂU 50. Cho tích phân $I = \int_0^1 (x+1)^2 e^x dx = ae + b$ với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tổng $S = a + b$ bằng

A. 1. **B.** -1. **C.** -3. **D.** 3.

CÂU 51. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) = \cos x - x \sin x$. Biết $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) dx = -1$. Tính $f(0)$.

A. $f(0) = 1$. **B.** $f(0) = 0$. **C.** $f(0) = 2$. **D.** $f(0) = -1$.

CÂU 52. Biết $I = \int_1^3 \frac{3 + \ln x}{(x+1)^2} dx = a(1 + \ln 3) - b \ln 2, (a, b \in \mathbb{Q})$. Tính $a^2 + b^2$.

A. $a^2 + b^2 = \frac{3}{4}$. **B.** $a^2 + b^2 = \frac{16}{9}$. **C.** $a^2 + b^2 = \frac{7}{16}$. **D.** $a^2 + b^2 = \frac{25}{16}$.

CÂU 53. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(1) = 0$ và $\int_0^1 x^{2018} f(x) dx = 2$. Giá trị của $\int_0^1 x^{2019} f'(x) dx$ bằng

A. -4038. **B.** $\frac{2}{2019}$. **C.** 4038. **D.** $-\frac{2}{2019}$.

CÂU 54. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(x) \cdot f'(x) = 1$, với mọi $x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_1^2 f(x) dx = 3a$ và $f(1) = b + 1, f(2) = c - 1$. Tích phân $\int_1^2 \frac{x}{f(x)} dx$ bằng

A. $2c - b - a - 3$. **B.** $2a - b - c - 3$. **C.** $2c - b - 3a - 3$. **D.** $2a - b + c + 3$.

CÂU 55. Cho hàm số $f(x)$ nhận giá trị dương, có đạo hàm liên tục trên $[0; 2]$. Biết $f(0) = 1$ và $f(x)f(2-x) = e^{2x^2-4x}$ với mọi $x \in [0; 2]$. Tính tích phân $I = \int_0^2 \frac{(x^3 - 3x^2)f'(x)}{f(x)} dx$

A. $I = -\frac{14}{3}$. **B.** $I = -\frac{32}{5}$. **C.** $I = -\frac{16}{5}$. **D.** $I = -\frac{16}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. A	4. C	5. B	6. D	7. A	8. A	9. B	10. B
11. D	12. B	13. C	14. C	15. A	16. C	17. D	18. A	19. C	20. D
21. C	22. B	23. A	24. D	25. C	26. B	27. A	28. A	29. D	30. D
31. C	32. D	33. C	34. A	35. D	36. D	37. D	38. A	39. D	40. A

GHI CHÚ NHANH

41.A

42.D

43.B

44.C

45.C

46.C

47.A

48.D

49.A

50.A

51.D

52.D

53.A

54.C

55.C

DẠNG

6

Tích phân kết hợp đổi biến và từng phần

CÂU 1. Cho $\int_0^1 (3x+1)f'(x)dx = 2019$, $4f(1) - f(0) = 2020$. Tính $\int_0^{\frac{1}{3}} f(3x)dx$.

A. $\frac{1}{9}$.

B. 3.

C. $\frac{1}{3}$.

D. 1.

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^1 (3x +$

$1)f'(x)dx = 2022$ và $4f(1) - f(0) = 2028$. Giá trị của $I = \int_0^{\frac{1}{4}} f(4x)dx$ là

A. $\frac{1}{2}$.B. $\frac{1}{4}$.C. $\frac{2022}{3}$.

D. 2.

CÂU 3. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $\int_0^1 f(t)dt = \frac{1}{3}$.

Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 2x f'(\sin x)dx$.

A. $I = \frac{2}{3}$.B. $I = \frac{1}{3}$.C. $I = \frac{4}{3}$.D. $I = -\frac{2}{3}$.

CÂU 4. Cho $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(2) = 16$ và $\int_0^1 f(2x)dx = 2$.

Tính tích phân $I = \int_0^2 x f'(x)dx$.

A. $I = 30$.B. $I = 28$.C. $I = 36$.D. $I = 16$.

CÂU 5. Cho biết $\int_0^1 \frac{x^2 e^x}{(x+2)^2} dx = \frac{a}{b} \cdot e + c$ với a, c là các số nguyên, b là số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tính $a - b + c$.

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. -3.

CÂU 6. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $\int_1^4 \frac{f(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 20$, $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) \cos x dx = 4$.

Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x)dx$.

A. $I = 2$.B. $I = 6$.C. $I = 4$.D. $I = 14$.

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(x) + 2 = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 (x+t)f(t)dt$ với $\forall x \in [-1; 1]$. Khi đó $I = \int_{-1}^1 f(x)dx$ bằng

A. $I = 3$.B. $I = 4$.C. $I = 2$.D. $I = 1$.

CÂU 8. Cho $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \left[\frac{\ln(\sin x + \cos x)}{\cos x} + \frac{\cos x - \sin x}{e^x \cos x + 1} \right] \cdot \frac{1}{\cos x} dx = \frac{a}{b} \ln 2 - \ln(e^{\frac{\pi}{4}} + \sqrt{c})$ với

a, b, c là các số nguyên dương, $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $S = a + b^2 - c^3$ bằng

- A. -7. B. 1. C. 9. D. -3.

CÂU 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = x^{2021} + 2022$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(1) = 1011$. Giá trị của $\int_0^2 f\left(\frac{x}{2}\right) dx$ bằng

- A. $-\frac{1}{2023}$. B. $-\frac{1}{4046}$. C. $-\frac{2}{2023}$. D. $\frac{1}{2023}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A 2. A 3. C 4. B 5. D 6. D 7. C 8. B 9. C

DẠNG

7

Tích phân hàm hữu tỷ

CÂU 1. Cho $\int_0^1 \frac{x}{(x+2)^2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số hữu tỷ. Giá trị của biểu thức $3a + b + c$ bằng

- A. -2. B. -1. C. 2. D. 1.

CÂU 2. Gọi a, b là các số nguyên dương nhỏ nhất sao cho $\int_0^1 \frac{dx}{4-x^2} = \frac{\ln a}{b}$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 12.

CÂU 3. Gọi a, b là các số hữu tỉ sao cho $\int_0^1 \frac{x+1}{x^2+1} dx = a \ln 2 + b\pi$. Giá trị của tích ab bằng

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{1}{4}$. C. $\frac{1}{8}$. D. $\frac{1}{6}$.

CÂU 4. Biết $I = \int_1^2 \frac{1}{2} \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+2} \right) dx = a \ln 2 + b \ln 3$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $T = a^2 + b^3$.

- A. $T = \frac{1}{8}$. B. $T = \frac{8}{3}$. C. $T = \frac{1}{2}$. D. $T = \frac{3}{8}$.

CÂU 5. Cho $\int_1^1 \frac{dx}{x^2+3x+2} = a \ln 2 + b \ln 3$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính tích $a \cdot b$

- A. -3. B. 6. C. 2. D. -6.

CÂU 6. Gọi a, b là các số nguyên dương nhỏ nhất sao cho $\int_0^1 \frac{1}{4-x^2} dx = \frac{\ln a}{b}$, giá trị của $a + b$ bằng

- A. 5. B. 7. C. 6. D. 12.

CÂU 7. Biết $\int_0^1 \frac{x^2-2}{x+1} dx = \frac{-1}{m} + n \ln 2$, với m, n là các số nguyên. Tính $S = m + n$.

- A. $S = 1$. B. $S = 4$. C. $S = -5$. D. $S = -1$.

CÂU 8. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{x-3}{x+1} dx$

- A. $I = \frac{7}{2} - 5 \ln 3$. B. $I = 4 \ln 3 - 1$. C. $I = 1 - 4 \ln 2$. D. $I = 2 - 5 \ln 2$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 9. Tính tích phân $I = \int_1^2 \frac{x-1}{x} dx$.

- A. $I = \frac{7}{4}$. B. $I = 1 - \ln 2$. C. $I = 1 + \ln 2$. D. $I = 2 \ln 2$.

CÂU 10. Biết $\int_1^3 \frac{x+2}{x} dx = a + b \ln c$, với $a, b, c \in \mathbb{Z}, c < 9$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = 5$. B. $S = 6$. C. $S = 7$. D. $S = 8$.

CÂU 11. Biết $\int_1^2 \frac{dx}{(x+1)(2x+1)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. Khi đó giá trị $3a + 2b - c$ bằng

- A. -1 . B. 0 . C. 1 . D. -2 .

CÂU 12. Cho $\int_0^1 \frac{2x^2 + 3x}{x^2 + 3x + 2} dx = a + b \ln 2 + c \ln 3$ với a, b, c là các số nguyên. Tổng $3a + 2b + 5c$ bằng

- A. 3 . B. 2 . C. -2 . D. -1 .

CÂU 13. Biết $\int_3^5 \frac{x^2 + x + 1}{x + 1} dx = a + \ln \frac{b}{2}$ với a và b là các số nguyên. Tính $a - 2b$.

- A. 5 . B. -2 . C. 2 . D. 10 .

CÂU 14. Tính tích phân $I = \int_3^5 \frac{4x-7}{x^2-3x+2} dx$ ta được $I = a \ln b + \ln c$ trong đó a, b, c nguyên dương, a lớn hơn 1. Giá trị của biểu thức $P = a^2 + 2b - c$ bằng

- A. 10 . B. 7 . C. 13 . D. 5 .

CÂU 15. Biết $\int_0^1 \frac{dx}{(x+1)(2x+3)} = a \ln 2 + b \ln 3 + c \ln 5$. Khi đó, giá trị $a + b + c$ bằng:

- A. -3 . B. 2 . C. 1 . D. 0 .

CÂU 16. Cho $\int_3^4 \frac{5x-8}{x^2-3x+2} dx = a \ln 3 + b \ln 2 + c \ln 5$, với a, b, c là các số hữu tỉ. Giá trị của $a - 3b + c$ bằng

- A. 12 . B. 6 . C. 3 . D. 2 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. C	4. D	5. D	6. B	7. A	8. C	9. B	10. C
		11. D	12. C	13. C	14. A	15. C	16. B		

DẠNG
8

Tích phân hàm ẩn

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$.

Biết $f'(x) \cdot \cos x + f(x) \cdot \sin x = 1, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ và $f(0) = 1$. Tính $\int_0^{\frac{\pi}{3}} f(x) dx$.

- A. $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$. D. $\frac{1-\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 2. Biết $\int_{-1}^2 f(x)dx = 2$ và $\int_1^2 f(x)dx = 5$, tích phân $\int_1^2 f(3-2x)dx$ bằng

A. 3. B. $-\frac{3}{2}$. C. -3. D. $\frac{3}{2}$.

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2x \cdot f'(x) + f(x) = 4x\sqrt{x}$. Biết $f(1) = 2$. Giá trị của $f(4)$ bằng

A. $\frac{15}{4}$. B. $\frac{17}{4}$. C. $\frac{15}{2}$. D. $\frac{17}{2}$.

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x^3 + 3x) = x^2 + 2, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính $\int_0^4 x^2 \cdot f'(x)dx$

A. $\frac{27}{4}$. B. $\frac{219}{8}$. C. $\frac{357}{4}$. D. $\frac{27}{8}$.

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$, có đạo hàm $f'(x)$ thỏa mãn $\int_0^1 (2x+1)f'(x)dx = 10$ và $f(0) = 3f(1)$. Tính $I = \int_0^1 f(x)dx$.

A. $I = -5$. B. $I = -2$. C. $I = 2$. D. $I = 5$.

CÂU 6. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn: $2\cos x \cdot f(1 + 4\sin x) - \sin 2x \cdot f(3 - 2\cos 2x) = \sin 4x + 4\sin 2x - 4\cos x, \forall x \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$. Khi đó $I = \int_1^5 f(x)dx$ bằng

A. 2. B. 0. C. 8. D. 16.

CÂU 7. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[3; 7]$ thỏa mãn $f(x) = f(10-x)$ với mọi $x \in [3; 7]$ và $\int_3^7 f(x)dx = 4$. Tích phân $I = \int_3^7 xf(x)dx$ bằng

A. 80. B. 60. C. 20. D. 40.

CÂU 8. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có $f(-2) = 2; f(0) = 1$. Tính $I = \int_{-2}^0 \frac{f'(x) - f(x)}{e^x} dx$.

A. $I = 1 - 2e^2$. B. $I = 1 - 2e^{-2}$. C. $I = 1 + 2e^2$. D. $I = 1 + 2e^{-2}$.

CÂU 9. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên đoạn $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 2, f(2) = 1$ và $\int_1^2 [xf'(x)]^2 dx = 2$. Tích phân $\int_1^2 x^2 f(x)dx$ bằng

A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ thỏa mãn $f(x) = x^2 + 12 \int_0^1 x^2 f(\sqrt{x}) dx$. Giá trị của $I = \int_0^1 f(x)dx$ bằng

A. $\frac{2}{3}$. B. $-\frac{2}{3}$. C. $\frac{3}{2}$. D. $-\frac{3}{2}$.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm là $f'(x) = \frac{2x-3}{x-2}, \forall x \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$ thỏa mãn $f(1) = 1$ và $f(3) = 2$. Giá trị của biểu thức $f(0) + 2f(4)$.

A. 3. B. 5. C. $-5 + 7\ln 2$. D. $7 + 3\ln 2$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 12. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[1; 2]$ và thỏa mãn $f(x) = \sqrt{x+2} + xf(3-x^2)$.

Tính tích phân $I = \int_{-1}^2 f(x) dx$

- A. $I = \frac{14}{3}$. B. $I = \frac{4}{3}$. C. $I = \frac{28}{3}$. D. 2.

CÂU 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và $f(4) = 2, \int_0^4 f(x) dx = 4$. Tính tích phân $I =$

$\int_0^2 x \cdot f'(2x) dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 12$. C. $I = 4$. D. $I = 17$.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết $f(5) = 1$ và $\int_0^1 xf(5x) dx =$

1, khi đó $\int_0^5 x^2 f'(x) dx$ bằng

- A. -25. B. $\frac{123}{5}$. C. 23. D. 15.

CÂU 15. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm thỏa $f(1) = e$ và $f'(x) + f(x) = x, \forall x \in \mathbb{R}$. Giá trị của $f(2)$ bằng

- A. $\frac{2}{e}$. B. $1 - \frac{1}{e}$. C. $1 + \frac{1}{e}$. D. 2.

CÂU 16. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$, thỏa mãn $f'(x) - f(x) = e^x$ và $f(0) = 1$. Tính $f(1)$.

- A. $f(1) = e$. B. $f(1) = 2e$. C. $f(1) = e + 1$. D. $f(1) = e - 1$.

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x) \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ có đạo hàm liên tục trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ thỏa mãn

$\int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(x) \cos^2 x dx = 2$ và $f(0) = 1$. Khi đó $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(x) \sin 2x dx$ bằng

- A. 3. B. 5. C. -3. D. 2.

CÂU 18. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) + f(2-x) = xe^{x^2}, \forall x \in \mathbb{R}$.

Tính tích phân $I = \int_0^2 f(x) dx$.

- A. $I = e^4 - 1$. B. $I = e^4 - 2$. C. $I = \frac{2e-1}{2}$. D. $I = \frac{e^4-1}{4}$.

CÂU 19. Cho hàm số $f(x) = 4x^3 - 4x \int_0^1 |f(x)| dx$ và $f(1) > 0$. Giá trị $f(4)$ bằng

- A. 256. B. 248. C. 240. D. 252.

CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $(0; +\infty)$ thỏa mãn $2xf'(x) + f(x) = 3x^2\sqrt{x}$. Biết $f(1) = \frac{1}{2}$. Tính $f(4)$.

- A. 16. B. 4. C. 24. D. 14.

CÂU 21. Xét hàm số $F(x) = \int_1^x \frac{t+1}{\sqrt{1+t+t^2}} dt$. Trong các giá trị dưới đây, giá trị nào là nhỏ nhất?

- A. $F(1)$. B. $F(2021)$. C. $F(0)$. D. $F(-1)$.

CÂU 22. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\left[\frac{3}{5}; 1\right]$ và thỏa mãn $3f(x) + 5f\left(\frac{3}{5x}\right) = x^2 + 1$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{3}{5}}^1 \frac{f(x)}{x} dx$

- A. $I = \frac{1}{25} + \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.
 B. $I = \frac{8}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.
 C. $I = \frac{1}{25} + \frac{1}{8} \ln \frac{5}{3}$.
 D. $I = \frac{1}{25} - \frac{1}{8} \ln \frac{3}{5}$.

CÂU 23. Xét hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 1]$ và thỏa mãn điều kiện $2f(x) - 3f(1-x) = x\sqrt{1-x}$. Tính tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = \frac{4}{75}$.
 B. $I = -\frac{1}{15}$.
 C. $I = \frac{1}{25}$.
 D. $I = -\frac{4}{15}$.

CÂU 24. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm liên tục có tích phân trên $[0; 2]$ thỏa điều kiện $f(x^2) = 6x^4 + \int_0^2 xf(x) dx$. Tính $I = \int_0^2 f(x) dx$.

- A. $I = -32$.
 B. $I = -8$.
 C. $I = -6$.
 D. $I = -24$.

CÂU 25. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$ thỏa $\int_0^1 \left[f^2(x) + 2\ln^2 \frac{2}{e} \right] dx = 2 \int_0^1 [f(x) \ln(x+1)] dx$. Tính phân $I = \int_0^1 f(x) dx$.

- A. $I = \ln \frac{e}{4}$.
 B. $I = \ln \frac{e}{2}$.
 C. $I = \ln \frac{4}{e}$.
 D. $I = \ln \frac{2}{e}$.

CÂU 26. Cho hàm số $f(x)$ là hàm số liên tục và là hàm số lẻ trên đoạn $[-1; 1]$. Biết $\int_0^1 f(x) \cdot x dx = 6$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^1 \frac{f(x)}{\sqrt{x^2 + 4} - x} dx$.

- A. $I = 12$.
 B. $I = 9$.
 C. $I = 3$.
 D. $I = 18$.

CÂU 27. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $[-1; 1]$ và thỏa mãn $f(1-x^2) = \frac{x}{x-2}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\cos^2 x) \sin 2x dx$.

- A. $I = 2$.
 B. $I = 1$.
 C. $I = \frac{1}{2}$.
 D. $I = \frac{3}{2}$.

CÂU 28. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa $f(x) + xf(x^2 + 1) = x^5 + 2x^3 + x^2 + x$. Tính giá trị của $\int_1^2 f(x) dx$ biết $\int_0^2 f(x) dx = \frac{8}{3}$.

- A. $-\frac{7}{3}$.
 B. $-\frac{7}{6}$.
 C. $\frac{7}{6}$.
 D. $\frac{7}{3}$.

CÂU 29. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[0; 4]$ thỏa mãn $f(0) = 1$ và $(2x+1)f'(x) - f(x) = (2x+1)\sqrt{2x+1}$. Tính $f(4)$.

- A. 27.
 B. 20.
 C. 10.
 D. 15.

CÂU 30. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $x^2 \cdot f^2(x) \cdot f'(x) + 1 = 4xf^3(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$ và có $f(2) = 2$. Tính phân $\frac{1}{2022} \int_0^{2022} f(x) dx$ có giá trị là:

- A. 1.
 B. 2.
 C. 1011.
 D. 2022.

CÂU 31. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $[-1; 1]$ thỏa $f(x) + 2 = \frac{3}{2} \int_{-1}^1 (x+t)f(t) dt, \forall x \in$

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

$[-1; 1]$. Tính $I = \int_{-1}^1 f(x) dx$?

- A. $I = 4$. B. $I = 3$. C. $I = 2$. D. $I = 1$.

CÂU 32. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x \cdot f(\cos^2 x) dx =$

$1, \int_e^{e^2} \frac{f(\ln^2 x)}{x \ln x} dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_{\frac{1}{4}}^2 \frac{f(2x)}{x} dx$.

- A. $I = 1$. B. $I = 2$. C. $I = 3$. D. $I = 4$.

CÂU 33. Xét hàm số $f(x) = e^x + \int_0^1 x f'(x) dx$. Giá trị của $f(\ln(2021))$ bằng

- A. 2021. B. 2022. C. e^{2021} . D. e^{2022} .

CÂU 34. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f(x) = xe^x + 2 + \int_0^1 [3f(x) + f'(x)] dx$.

Biết tích phân $I = \int_0^1 f(x) dx = ae^2 + be + c$. Tính $T = 4a^2 + 2b^2 - c^2$.

- A. -10. B. -12. C. 15. D. 8.

CÂU 35. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f\left(\frac{x}{2}\right) = 3f(x), \forall x \in \mathbb{R}$. Biết

rằng $\int_0^4 f(x) dx = 1$. Tính tích phân $I = \int_2^4 f(x) dx$

- A. $I = \frac{5}{2}$. B. $I = \frac{3}{2}$. C. $I = \frac{1}{2}$. D. $I = -\frac{1}{2}$.

CÂU 36. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f'(x) - 2022f(x) = 2022x^{2021} \cdot e^{2022x}$ với $\forall x \in \mathbb{R}$ và $f(0) = 2022$. Tính giá trị $f(1)$.

- A. $f(1) = 2022e^{2021}$. B. $f(1) = 2022 \cdot e^{-2022}$.
C. $f(1) = 2023 \cdot e^{2022}$. D. $f(1) = 2021e^{2022}$.

CÂU 37. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm dương trên $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$ và thỏa mãn $(2x + 1)[f'(x)]^3 = (f(x) + 1)^2, \forall x > -\frac{1}{2}$. Biết $f(0) = 0$. Giá trị của $\int_0^4 f(x) dx$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. (0; 3). B. (3; 7). C. (7; 10). D. (10; 15).

CÂU 38. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f(1) = \frac{9}{e}$ và $f'(x) = -3x^2 \cdot f(x) + (15x^4 + 12x) \cdot e^{-x^3}, \forall x \in \mathbb{R}$. Biết $\int_0^1 f(x) dx = a - \frac{b}{e}$, với $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $S = a^2 + b^2$

- A. $S = 14$. B. $S = 7$. C. $S = 25$. D. $S = 1$.

CÂU 39. Cho hàm đa thức $f(x)$ thỏa mãn $f(2-x) - xf'(x) = -4x^3 + 6x^2 - 18x + 14, \forall x \in \mathbb{R}$. Tích phân $\int_0^2 f(x) dx$ bằng

- A. -4. B. 10. C. 12. D. 18.

CÂU 40. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn các điều kiện $f(0) = -2$ và $(x^2 + 1)f'(x) + xf(x) = -x, \forall x \in \mathbb{R}$. Tính tích phân $I = \int_0^{\sqrt{3}} xf(x) dx$.

- A. $I = -\frac{4}{3}$. B. $I = -\frac{1}{2}$. C. $I = -\frac{3}{2}$. D. $I = -\frac{5}{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. A	5. A	6. B	7. C	8. A	9. D	10. B
11. D	12. C	13. A	14. A	15. D	16. B	17. A	18. D	19. B	20. A
21. D	22. D	23. D	24. A	25. C	26. C	27. B	28. D	29. D	30. C
31. C	32. D	33. B	34. D	35. D	36. C	37. C	38. C	39. B	40. D

DẠNG
9

Tích phân hàm phân nhánh

- CÂU 1.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x+2 & \text{khi } -3 \leq x \leq -1 \\ x^2 & \text{khi } x \geq -1 \end{cases}$. thì $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng
- A. $\frac{31}{3}$. B. $\frac{28}{3}$. C. $\frac{22}{3}$. D. $\frac{26}{3}$.
- CÂU 2.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x^2 - x & \text{khi } x < 0 \\ \sin x & \text{khi } x \geq 0 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_{-1}^{\pi} f(x) dx$
- A. $\frac{13}{6}$. B. $\frac{5}{6}$. C. $-\frac{5}{6}$. D. $\frac{19}{6}$.
- CÂU 3.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 4x^3 + 2x + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ 4x + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$, giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(1) = 2$. Giá trị của $2F(-1) + 3F(2)$ bằng.
- A. 76. B. 19. C. 21. D. 63.
- CÂU 4.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2 \ln(x+1) & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x\sqrt{x^2+3} + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết $\int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f(\ln x)}{x} dx = a\sqrt{3} + b \ln 2 + c$ với $a, b, c \in \mathbb{R}$. Giá trị của $a + b + 6c$ bằng
- A. 35. B. -14. C. -27. D. 18.
- CÂU 5.** Cho hàm số $y = f(x) = \begin{cases} e^x + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ x^2 - 2x + 2 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_{1/e}^{e^2} \frac{f(\ln x - 1)}{x} dx = \frac{a}{b} + ce$ biết $a, b, c \in \mathbb{Z}$ và $\frac{a}{b}$ tối giản. Tính $a + b + c$?
- A. 35. B. 29. C. 36. D. 27.
- CÂU 6.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 1 - x^2 & \text{khi } x \leq 3 \\ 7 - 5x & \text{khi } x > 3 \end{cases}$. Tính tích phân $\int_0^{\ln 2} f(3e^x - 1)e^x dx$.
- A. $\frac{13}{15}$. B. $-\frac{94}{9}$. C. $-\frac{102}{33}$. D. $\frac{25}{9}$.
- CÂU 7.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x + a & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2 + b & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. thỏa mãn $\int_0^2 f(x) dx = 13$. Tính $T = a + b - ab$?
- A. $T = -11$. B. $T = -5$. C. $T = 1$. D. $T = -1$.
- CÂU 8.** Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} x^2 + 1 & \text{khi } x \geq 0 \\ 2x^2 + 1 & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_{\frac{1}{e}}^e \frac{f'(\ln x) \ln x}{x} dx$ bằng
- A. $\frac{14}{3}$. B. $-\frac{14}{3}$. C. -4. D. 2.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 9. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 2x+4 & \text{khi } x \geq 1 \\ 3x^2+3 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tích phân $I = \int_0^2 (2x-4) \cdot f'(x) dx$ bằng
A. -10. **B.** 10. **C.** -8. **D.** 8.

CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $f(x) = \begin{cases} x+m & \text{khi } x \geq 0 \\ e^{2x} & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Biết $\int_{-1}^2 f(x) dx = a + \frac{b}{e^2}$ trong đó a, b là các số hữu tỉ. Tính $2a+4b^2$.
A. 10. **B.** 4. **C.** 80. **D.** 40.

CÂU 11. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} \sin x + 2 & \text{khi } x \geq 0 \\ 2\cos^2 x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Giả sử F là nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{3}\right) = \pi$. Giá trị của $F\left(-\frac{\pi}{6}\right) + 2F\left(\frac{\pi}{6}\right) - F\left(\frac{\pi}{4}\right)$ bằng
A. $\frac{1+\sqrt{3}+3\pi}{2}$. **B.** $\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{13\pi}{12}$. **C.** $\frac{13\pi+6-6\sqrt{3}}{12}$. **D.** $\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\pi}{12}$.

CÂU 12. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2+a & \text{khi } x \geq 0 \\ \sin 2x + \cos x - b & \text{khi } x < 0 \end{cases}$ liên tục và có nguyên hàm F liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $F(2) - F\left(-\frac{\pi}{2}\right) = 10$ với a, b là tham số thực. Giá trị $\int_{-\frac{\pi}{6}}^1 f(x) dx = \frac{m}{4}$, với m là một số thực. Khi đó $2m$ bằng
A. $\frac{9}{2}$. **B.** $\frac{9}{4}$. **C.** 9. **D.** 18.

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có nguyên hàm trên $\mathbb{R}$ là $F(x) = \begin{cases} x^2+5x+C_1 & \text{khi } x \geq 1 \\ x^3+4x+C_2 & \text{khi } x < 1 \end{cases}$. Tính $\int_0^2 f(x) dx$?
A. 14. **B.** 13. **C.** 15. **D.** 16.

CÂU 14. Cho hàm số $f(x) = \begin{cases} 3x^2-2x+1 & \text{khi } x \geq 0 \\ 1-2x & \text{khi } x < 0 \end{cases}$. Giả sử F là 1 nguyên hàm của f trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $2020F(-1) + 2021F(2) = -2022$. Giá trị $F(1)$ nằm trong khoảng nào?
A. $(-2; -1)$. **B.** $(-1; 0)$. **C.** $(0; 1)$. **D.** $(1; 2)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. D	4. A	5. C	6. B	7. A	8. D	9. A	10. A
11. C	12. D	13. B	14. A						

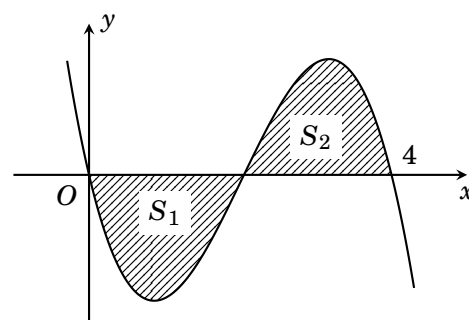
DẠNG 10

Tích phân dựa vào đồ thị

CÂU 1.

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Biết rằng các diện tích S_1, S_2 thỏa mãn $S_1 = 2S_2 = 3$.

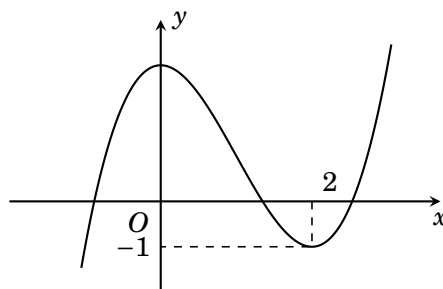
Tính tích phân $\int_0^4 f(x) dx$ bằng
A. 3. **B.** $\frac{3}{2}$. **C.** $-\frac{3}{2}$. **D.** $\frac{9}{2}$.



Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên bên. Khi đó tích phân

$$\int_0^2 |f'(x)| dx \text{ bằng}$$

- A. 5. B. -2. C. 2. D. 4.

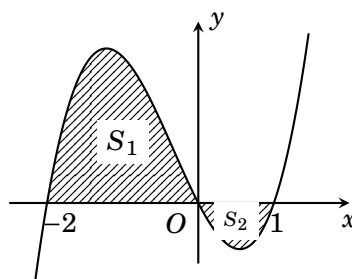


CÂU 3.

Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và trục hoành gồm hai phần, phần nằm trên trục hoành có diện tích $S_1 = \frac{8}{3}$ và phần nằm dưới trục hoành có diện tích $S_2 = \frac{5}{12}$. Tính $I =$

$$\int_{-1}^0 f(3x+1) dx$$

- A. $I = \frac{3}{4}$. B. $I = \frac{37}{36}$.
C. $I = \frac{5}{3}$. D. $I = \frac{27}{4}$.

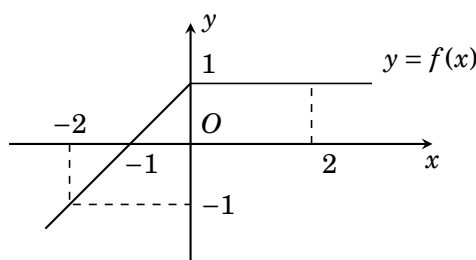


CÂU 4.

Hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ

bên. Giá trị của $\int_{-2}^2 f(x) dx$ bằng

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

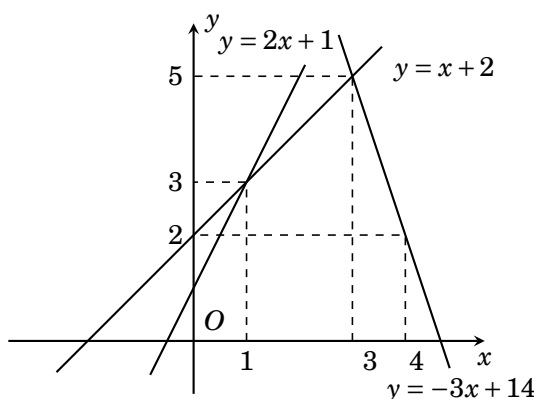


CÂU 5.

Cho hàm số $f(x)$ được xác định với mỗi số thực x , gọi $f(x)$ là giá trị nhỏ nhất trong các số $g_1(x) = 2x+1$, $g_2(x) = x+2$, $g_3(x) = -3x+14$. Tính

$$\int_0^4 f(x) dx.$$

- A. $\frac{31}{2}$. B. 30.
C. $\frac{27}{2}$. D. 36.

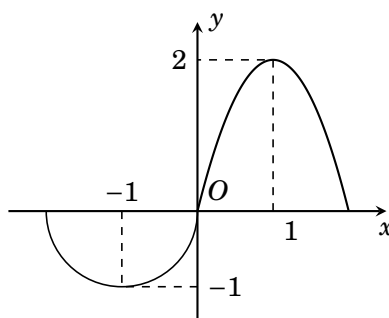


CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , gọi (C) là đường tròn tâm $I(-1;0)$ bán kính $R = 1$ và (P) là parabol có đỉnh $I(1;2)$, đi qua gốc tọa độ O . Biết đồ thị $y = f(x)$ trùng với nửa đường tròn (C) dưới trục Ox với mọi $x \in [-2;0]$ và trùng với (P) với mọi $x \in [0;2]$. Nếu

$$I = \int_{-2}^2 f(x) dx = \frac{\pi}{a} + \frac{b}{c} \text{ với } a, b, c \text{ là các số nguyên}$$

và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản, hãy tính $a+b+c$

- A. 13. B. 9. C. 10. D. 11.



GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

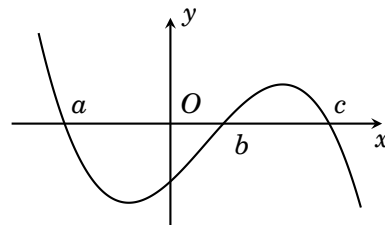
CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên khoảng $(0; +\infty)$. Biết rằng diện tích hình thang cong giới hạn bởi các đường $y = f(x); y = 0; x = 1; x = 9$ bằng 12. Tính $I = \int_1^3 xf(x^2)dx$

- A. $I = 6$. B. $I = 24$. C. $I = 122$. D. $I = 2\sqrt{3}$.

CÂU 8.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục Ox tại ba điểm có hoành độ bằng a, b, c như hình vẽ bên. Khẳng định nào dưới đây đúng?

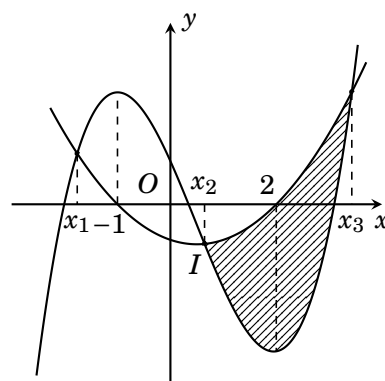
- A. $f(a) > f(c) > f(b)$. B. $f(c) > f(a) > f(b)$.
C. $f(c) > f(b) > f(a)$. D. $f(a) > f(b) > f(c)$.



CÂU 9.

Cho hàm số $f(x)$ với đồ thị là Parabol đỉnh I có tung độ bằng $-\frac{7}{12}$ và hàm số bậc ba $g(x)$. Đồ thị hai hàm số đó cắt nhau tại ba điểm phân biệt có hoành độ x_1, x_2, x_3 thỏa mãn $18x_1x_2x_3 = -55$. Diện tích miền tô đậm gần số nào nhất trong các số sau đây?

- A. 5,7. B. 5,9. C. 6,1. D. 6,3.

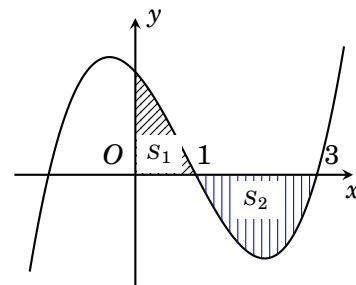


CÂU 10.

Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. S_1, S_2 tương ứng là diện tích phần hình tô đậm với $7S_1 = 2S_2 = 14$. Giá trị $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1)dx + \int_1^3 f(x)dx$

bằng

- A. -5. B. -6. C. 8. D. 9.



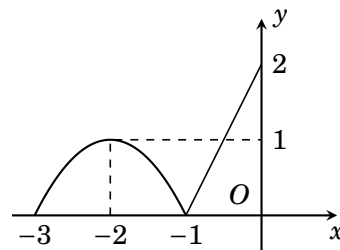
CÂU 11.

Do đó: $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(2x-1)dx + \int_1^3 f(x)dx = 1 - 7 = -6$. Cho

hàm số $y = f(x)$. Đồ thị $y = f'(x)$ trên đoạn như hình vẽ bên (phần đường cong của đồ thị là một phần của parabol $y = ax^2 + bx + c$). Cho

$\int_{-e^3}^1 \frac{f(\ln x)}{x} dx = \frac{2}{3}$, giá trị $f(0)$ bằng

- A. 1. B. $-\frac{7}{9}$. C. 2. D. $\frac{14}{9}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. C 2. D 3. A 4. A 5. C 6. B 7. A 8. A 9. A 10. B
11. D

CHỦ ĐỀ

3

ỨNG DỤNG TÍCH PHÂN

A

DIỆN TÍCH HÌNH PHẪNG

DẠNG
1

Câu hỏi lý thuyết

CÂU 1. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức

A. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

B. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

C. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

CÂU 2. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ được tính theo công thức

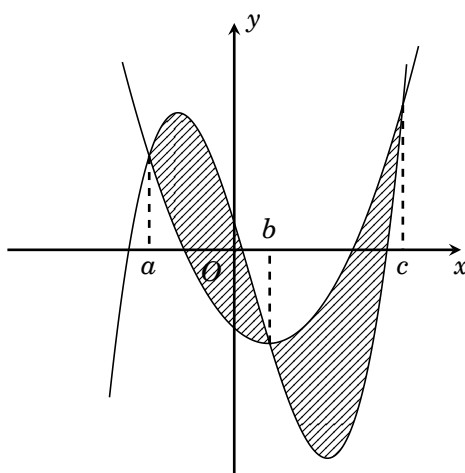
A. $\int_b^a |f(x)| dx.$

B. $\left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

C. $\int_a^b |f(x)| dx.$

D. $\int_a^b f(x) dx.$

CÂU 3. Cho hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của phần gạch chéo trong hình vẽ trên được tính bằng công thức

A. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx.$

B. $S = \int_a^c |f(x) - g(x)| dx.$

C. $S = \left| \int_a^c [f(x) - g(x)] dx \right|.$

D. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx.$

CÂU 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) được tính theo công thức

A. $S = \int_a^b \pi |f(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

C. $S = \int_a^b f(x) dx.$

D. $S = \int_a^b f^2(x) dx.$

CÂU 5. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ là

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ B. $S = \int_a^b f(x) dx.$ C. $S = \int_b^a f(x) dx.$ D. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|.$

CÂU 6. Viết công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo ra khi quay hình thang cong, giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a; x = b (a < b)$, quay xung quanh trục Ox .

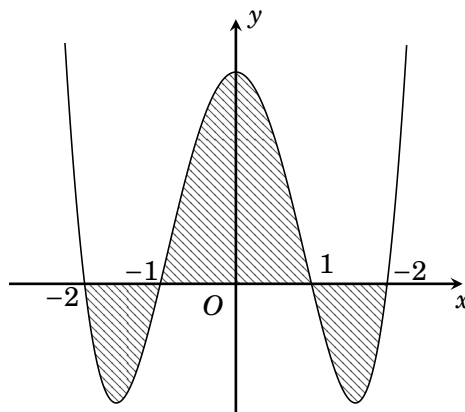
A. $V = \pi \int_a^b f^2(x) \cdot dx.$

B. $V = \pi \int_a^b f(x) \cdot dx.$

C. $V = \int_a^b f^2(x) \cdot dx.$

D. $V = \int_a^b |f(x)| \cdot dx.$

CÂU 7. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị như hình vẽ.



Diện tích S của phần được gạch chéo như hình vẽ bên được tính theo công thức nào?

A. $S = 2 \int_{-2}^0 |f(x)| dx.$

B. $S = \left| \int_{-2}^2 f(x) dx \right|.$

C. $S = \int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = 2 \left[\int_0^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx \right].$

CÂU 8. Thể tích khối tròn xoay do hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 4$ quay quanh trục Ox là:

A. $V = \pi \int_4^0 f^2(x) dx.$

B. $V = \pi \int_0^4 |f(x)| dx.$

C. $V = \pi \int_0^4 f(x) dx.$

D. $V = \pi \int_0^4 f^2(x) dx.$

CÂU 9. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a; x = b (a < b)$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

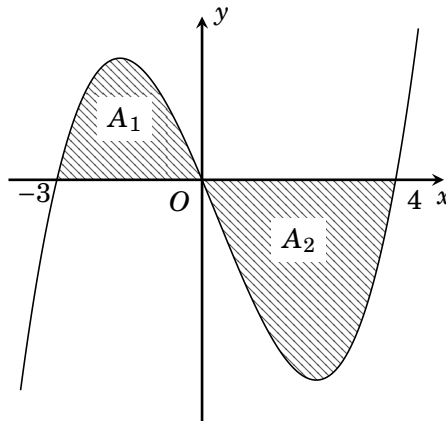
A. $V = 2\pi \int_a^b f^2(x) dx.$

B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

CÂU 10. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là hình bên dưới.



Gọi $A_1; A_2$ là các số dương biểu diễn cho diện tích của các phần tô đậm phía trên và phía dưới Ox . Khi đó $\int_{-3}^4 f(x) dx$ bằng

- A.** $2A_1 - A_2.$ **B.** $A_1 + A_2.$ **C.** $A_1 - A_2.$ **D.** $A_2 - A_1.$

CÂU 11. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[1; 2]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$ có diện tích là

- A.** $S = \int_2^1 f(x) dx.$ **B.** $S = \int_2^1 |f(x)| dx.$ **C.** $S = \int_1^2 f(x) dx.$ **D.** $S = \int_1^2 |f(x)| dx.$

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho vật thể (H) giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = a$ và $x = b$ ($a < b$). Gọi $S(x)$ là diện tích thiết diện của (H) bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ là x , với $a \leq x \leq b$. Giả sử hàm số $y = S(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi đó, thể tích V của vật thể (H) được tính bởi công thức

- A.** $V = \int_a^b S^2(x) dx.$ **B.** $V = \int_a^b S(x) dx.$
C. $V = \pi \int_a^b S^2(x) dx.$ **D.** $V = \pi \int_a^b S(x) dx.$

CÂU 13. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Thể tích vật thể tròn xoay sinh ra khi cho hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = a, x = b$ quay quanh trục hoành là

- A.** $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$ **B.** $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$
C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$ **D.** $V = \pi \int_a^b f(x) dx.$

CÂU 14. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = e^x, y = -3, x = 0, x = 2$ được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A.** $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3)^2 dx.$ **B.** $S = \int_0^2 (e^x - 3) dx.$
C. $S = \int_0^2 (e^x + 3) dx.$ **D.** $S = \pi \int_0^2 (e^x + 3) dx.$

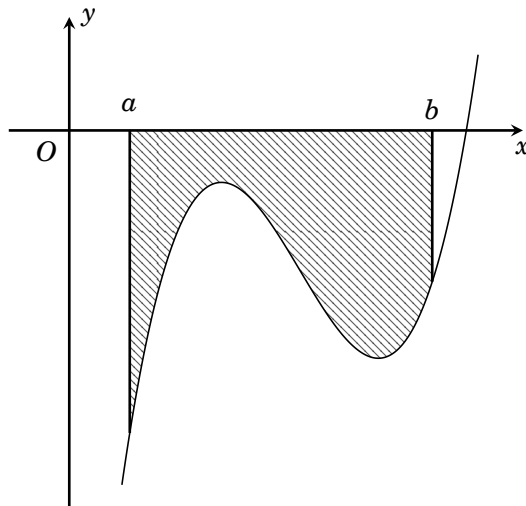
GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 15. Cho hình phẳng D giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = \pi$, $y = 0$ và $y = -\sin 2x$. Thể tích của khối tròn xoay thu được khi quay hình D quanh trục Ox bằng

- A.** $\pi \int_0^{\pi} \sin^2 2x \, dx$. **B.** $\pi \int_0^{\pi} |\sin 2x| \, dx$. **C.** $\int_0^{\pi} \sin^2 2x \, dx$. **D.** $\int_0^{\pi} |\sin 2x| \, dx$.

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, đường thẳng $x = a$, $x = b$ và trục hoành quanh Ox ta được khối tròn xoay có thể tích là



- A.** $\pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$. **B.** $\int_a^b [f(x)]^2 \, dx$.
C. $-\pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$. **D.** $-\int_a^b f(x) \, dx$.

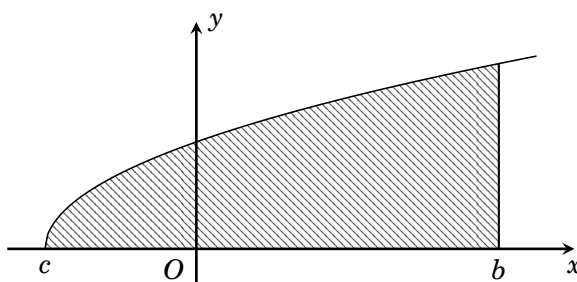
CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[0; 1]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0; x = 1$ bằng

- A.** $\int_0^1 f(x) \, dx$. **B.** $\pi \int_0^1 f^2(x) \, dx$. **C.** $-\int_0^1 f(x) \, dx$. **D.** $\int_0^1 |f(x)| \, dx$.

CÂU 18. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $f(x) \leq 0, \forall x \in [a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính bằng công thức nào sau đây?

- A.** $S = \int_a^b f(x) \, dx$. **B.** $S = -\int_a^b f(x) \, dx$.
C. $S = \pi \int_a^b f(x) \, dx$. **D.** $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 \, dx$.

CÂU 19. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và đường thẳng $x = b$ quay xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào dưới đây?



GHI CHÚ NHANH

A. $V = \int_b^c [f(x)]^2 dx.$

B. $V = \int_c^b |f(x)| dx.$

C. $V = \pi \int_c^b [f(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_b^c [f(x)] dx.$

CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành được tính theo công thức?

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx.$

B. $V = \pi^2 \int_a^b f(x) dx.$

C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx.$

D. $V = \pi^2 \int_a^b f^2(x) dx.$

CÂU 21. Diện tích của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x, y = 2x^2, x = 0, x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_0^1 |2x^2 - x| dx.$

B. $S = \int_0^1 (2x^2 - x) dx.$

C. $S = \int_0^1 (x - 2x^2) dx.$

D. $S = \int_0^1 |2x^2 + x| dx.$

CÂU 22. Trong mặt phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[1; 3]$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1, x = 3$ quay quanh trục Ox , ta được khối tròn xoay. Thể tích của khối tròn xoay này được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \int_1^3 f(x) dx.$

B. $V = \int_1^3 [f(x)]^2 dx.$

C. $V = \pi \int_1^3 [f(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_1^3 f(x) dx.$

CÂU 23. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = \int_a^b f(x) dx.$

B. $S = \pi \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx.$

D. $S = - \int_a^b f(x) dx.$

CÂU 24. Cho $f(x)$ là hàm số liên tục trên đoạn $[a; b]$ và $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\int_a^b f(x) dx = f(b) - f(a).$

B. $\int_a^b f(x) dx = -F(b) - F(a).$

C. $\int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b).$

D. $\int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a).$

CÂU 25. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b$ được tính theo công thức:

GHI CHÚ NHANH

A. $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$. **C.** $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. **D.** $S = \int_a^b f(|x|) dx$.

CÂU 26. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và $x = a$, $x = b$ là:

A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. **B.** $V = \int_a^b f(x) dx$.
C. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$.

CÂU 27. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ được tính theo công thức

A. $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. **B.** $S = \int_a^b f(x) dx$. **C.** $\int_b^a |f(x)| dx$. **D.** $\int_a^b |f(x)| dx$.

CÂU 28. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$; $y = 0$; $x = a$; $x = b$ ($a < b$) quanh trục hoành bằng

A. $\int_a^b f(x) dx$. **B.** $\int_a^b f^2(x) dx$. **C.** $\int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $\pi \int_a^b f^2(x) dx$.

CÂU 29. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$; $x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \int_b^a |f(x)| dx$. **B.** $S = \left| \int_a^b f(x) dx \right|$. **C.** $S = \int_a^b |f(x)| dx$. **D.** $S = \int_a^b f(x) dx$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. B	4. B	5. A	6. A	7. D	8. D	9. C	10. C
11. D	12. B	13. C	14. C	15. A	16. A	17. D	18. B	19. C	20. C
21. A	22. C	23. A	24. D	25. A	26. D	27. D	28. D	29. C	

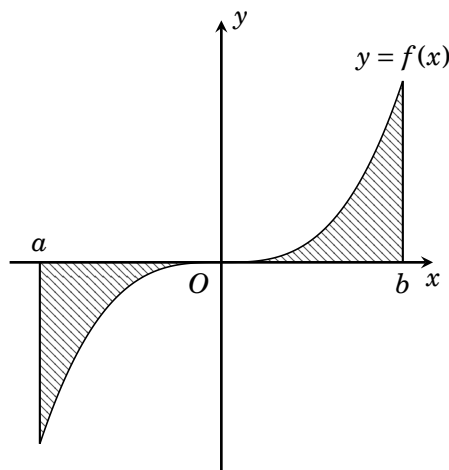
DẠNG
2

Diện tích hình phẳng được giới hạn các hàm số

CÂU 1. Tính diện tích S hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 2x^2$, $y = -1$, $x = 0$ và $x = 1$.

A. $S = \frac{1}{3}$. **B.** $S = \frac{47}{15}$. **C.** $S = \frac{5}{3}$. **D.** $S = \frac{5\pi}{3}$.

CÂU 2. Diện tích phần gạch chéo trong hình bên được tính theo công thức



GHI CHÚ NHANH

A. $\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

B. $-\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

C. $-\int_a^0 f(x) dx - \int_0^b f(x) dx.$

D. $\int_a^0 f(x) dx + \int_0^b f(x) dx.$

CÂU 3. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường thẳng $y = x^2$, $y = -1$, $x = 0$, $x = 1$ được tính bởi công thức nào sau đây?

A. $S = \int_0^1 (x^2 + 1) dx.$

B. $S = \pi \int_0^1 (x^2 + 1) dx.$

C. $S = \int_0^1 (x^2 + 1)^2 dx.$

D. $S = \pi \int_0^1 |x^2 - 1| dx.$

CÂU 4. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đường cong $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ là

A. $S = 10.$

B. $S = 12.$

C. $S = 8.$

D. $S = 9.$

CÂU 5. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3 - 4x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 3$ bằng

A. $\pi \int_0^3 |x^3 - 4x| dx.$

B. $\int_0^3 |x^3 - 4x| dx.$

C. $\pi \int_0^3 (x^3 - 4x)^2 dx.$

D. $\int_0^3 (x^3 - 4x) dx.$

CÂU 6. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - 2$, trục Ox và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ được tính bằng công thức nào sau đây?

A. $\pi \int_1^2 (x^2 - 2)^2 dx.$

B. $\left| \int_1^2 (x^2 - 2) dx \right|.$

C. $\int_1^2 (x^2 - 2) dx.$

D. $\int_1^2 |x^2 - 2| dx.$

CÂU 7. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đường cong $(C): y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 1$ được tính bằng công thức

A. $2 \int_0^1 f(x) dx.$

B. $\int_{-1}^1 |f(x)| dx.$

C. $\int_{-1}^1 f(x) dx.$

D. $\int_1^{-1} f(x) dx.$

CÂU 8. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ ($a < b$) là

A. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$

B. $S = \int_a^b f(x) dx.$

C. $S = \int_a^b |f(x)| dx.$

D. $S = \int_b^a f(x) dx.$

GHI CHÚ NHANH

Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = a, x = b (a < b)$ là

A. $S = \int_b^a |f(x)| dx.$ **B.** $S = \int_a^b |f(x)| dx.$ **C.** $S = \int_b^a f(x) dx.$ **D.** $S = \int_a^b f(x) dx.$

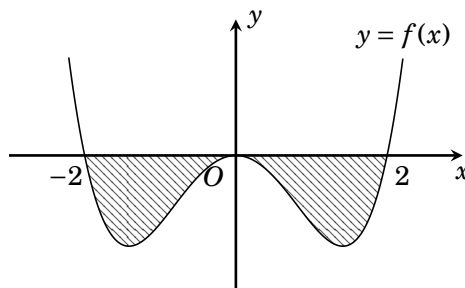
CÂU 10. Cho hàm số $f(x)$ liên tục và không âm trên đoạn $[5; 6]$. Diện tích hình thang cong giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 5; x = 6$ được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $S = - \int_5^6 f(x) dx.$ **B.** $S = \int_5^6 f(x) dx.$
C. $S = \pi \int_5^6 [f(x)]^2 dx.$ **D.** $S = \pi \int_5^6 f(x) dx.$

CÂU 11. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 + 2x, y = 0, x = -2, x = -1$ được tính bởi biểu thức nào dưới đây?

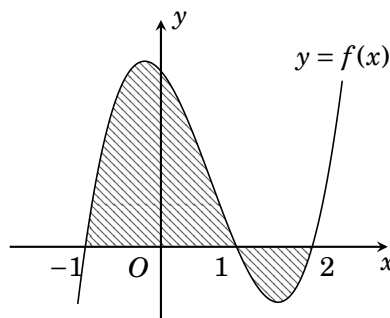
A. $S = \int_{-2}^{-1} (x^3 + 2x) dx.$ **B.** $S = \int_{-2}^{-1} (-x^3 - 2x) dx.$
C. $S = \int_{-2}^{-1} (x^3 + 2x) dx.$ **D.** $S = \int_{-2}^{-1} |-x^3 - 2x| dx.$

CÂU 12. Hình vẽ bên dưới biểu diễn trục hoành cắt đồ thị hàm số $y = f(x)$ tại ba điểm có hoành độ $-2; 0; 2$. Gọi S là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và trục hoành, khẳng định nào sau đây **sai**?



A. $S = \int_{-2}^0 f(x) dx + \int_0^2 f(x) dx.$ **B.** $S = - \int_{-2}^0 f(x) dx - \int_0^2 f(x) dx.$
C. $S = \int_{-2}^2 |f(x)| dx.$ **D.** $S = \left| \int_{-2}^0 f(x) dx \right| + \left| \int_0^2 f(x) dx \right|.$

CÂU 13. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x), y = 0, x = -1, x = 2$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

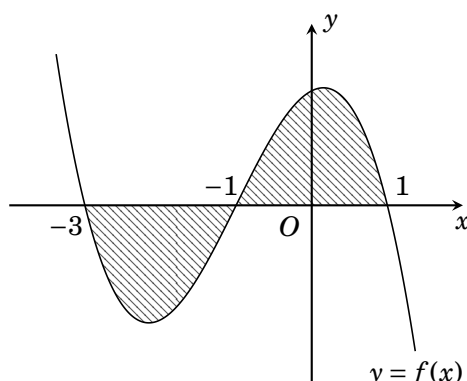


A. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$ **B.** $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

C. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^2 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^2 f(x) dx.$

CÂU 14. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -3$, $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?



A. $S = \int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$

B. $S = -\int_{-3}^{-1} f(x) dx + \int_{-1}^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx.$

D. $S = -\int_{-3}^{-1} f(x) dx - \int_{-1}^1 f(x) dx.$

CÂU 15. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^3$, $y = x$ và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 1$ được tính theo công thức nào dưới đây?

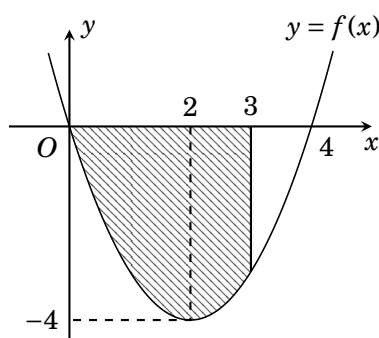
A. $S = \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx.$

B. $S = \int_{-1}^1 (x - x^3) dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 |x^3 - x| dx.$

D. $S = \left| \int_{-1}^1 (x^3 - x) dx \right|.$

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới. Diện tích S của miền được tô đậm như hình vẽ được tính theo công thức nào sau đây?



A. $S = -\int_0^3 f(x) dx.$

B. $S = -\int_0^4 f(x) dx.$

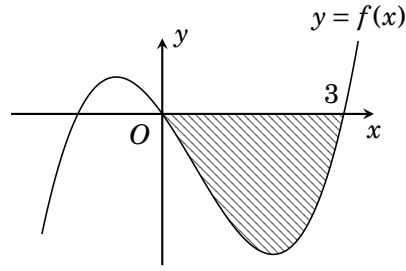
C. $S = \int_0^3 f(x) dx.$

D. $S = \int_0^4 f(x) dx.$

CÂU 17. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên. Diện tích hình phẳng gạch chéo được tính theo công thức nào dưới đây ?

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH



A. $S = \int_0^3 [f(x)]^2 dx.$

B. $S = - \int_0^3 f(x) dx.$

C. $S = \pi \int_0^3 [f(x)]^2 dx.$

D. $S = \int_0^3 f(x) dx.$

CÂU 18. Cho S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị $y = x^2 + 3$ và $y = 4x$. Xác định mệnh đề đúng.

A. $S = \int_1^3 |x^2 + 4x + 3| dx.$

B. $S = \int_1^3 |x^2 - 4x + 3| dx.$

C. $S = \int_1^3 (x^2 - 4x + 3) dx.$

D. $S = \int_1^3 (|x^2 + 3| - |4x|) dx.$

CÂU 19. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$, đồ thị hàm số $y = x$ và trục Ox là:

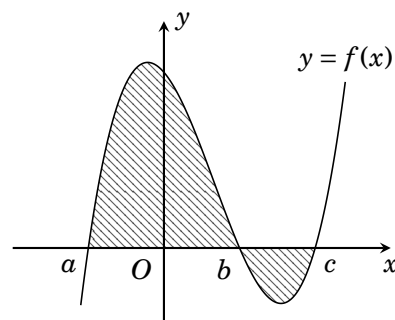
A. $S = \frac{1}{4}.$

B. $S = 2.$

C. $S = 1.$

D. $S = \frac{1}{2}.$

CÂU 20. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ bên. Hình phẳng được đánh dấu trong hình bên dưới có diện tích là



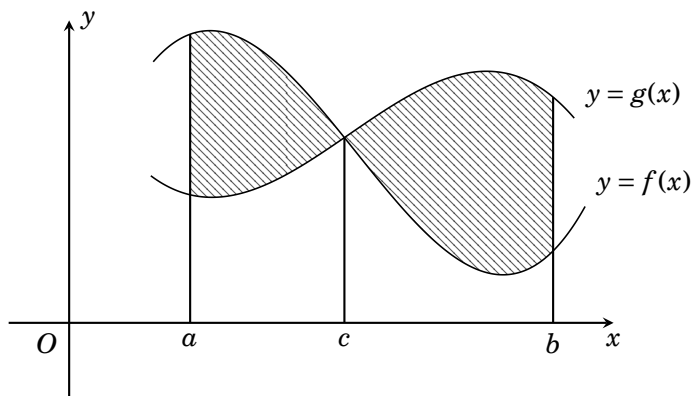
A. $\int_a^b f(x) dx + \int_c^b f(x) dx.$

B. $\int_a^b f(x) dx - \int_c^b f(x) dx.$

C. $\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$

D. $-\int_a^b f(x) dx + \int_b^c f(x) dx.$

CÂU 21. Công thức tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ và hai đường thẳng $x = a$, $x = b$ như hình vẽ bên dưới



GHI CHÚ NHANH

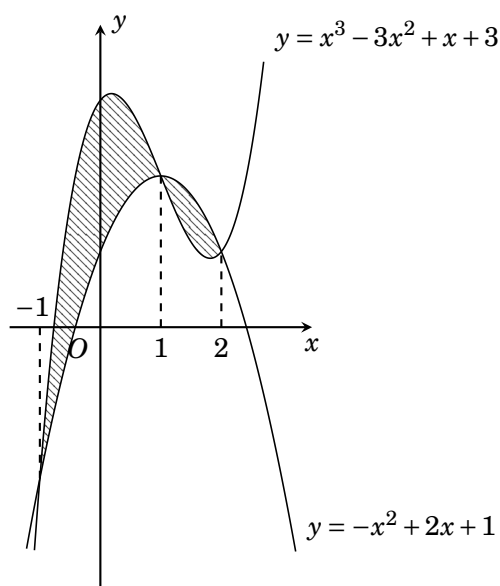
A. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx + \int_c^b [g(x) - f(x)] dx.$

B. $S = \left| \int_a^b [g(x) - f(x)] dx \right|.$

C. $S = \int_a^c [g(x) - f(x)] dx + \int_c^b [f(x) - g(x)] dx.$

D. $S = \left| \int_a^b [f(x) - g(x)] dx \right|.$

CÂU 22. Cho đồ thị hai hàm số $y = x^3 - 3x^2 + x + 3$ và $y = -x^2 + 2x + 1$ như hình sau



Diện tích phần hình phẳng được gạch sọc tính theo công thức nào dưới đây?

A. $\int_{-1}^1 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx + \int_1^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx.$

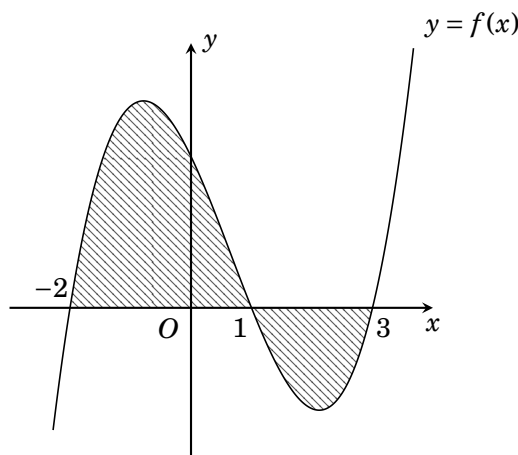
B. $\int_{-1}^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx.$

C. $\int_{-1}^1 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx + \int_1^2 (x^3 - 2x^2 - x + 2) dx.$

D. $\int_{-1}^2 (-x^3 + 2x^2 + x - 2) dx.$

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 23. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và trục Ox .



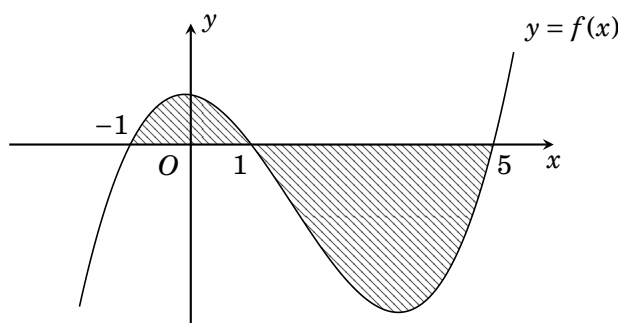
A. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_1^3 f(x) dx.$

B. $S = \int_{-2}^1 f(x) dx + \int_3^1 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-2}^3 f(x) dx.$

D. $S = \left| \int_{-2}^3 f(x) dx \right|.$

CÂU 24. Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ như hình vẽ. Tìm diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = f(x)$ và trục Ox .



Hãy chọn mệnh đề sai trong các mệnh đề sau

A. $S = \left| \int_{-1}^1 f(x) dx \right| + \left| \int_1^5 f(x) dx \right|.$

B. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx + \int_1^5 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-1}^1 f(x) dx - \int_1^5 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-1}^5 |f(x)| dx.$

CÂU 25. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2$ và $y = x$ bằng

A. $\frac{1}{6}.$

B. $\frac{125\pi}{6}.$

C. $\frac{\pi}{6}.$

D. $\frac{125}{6}.$

CÂU 26. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x+2}$, trục hoành và đường thẳng $x = 2$ là

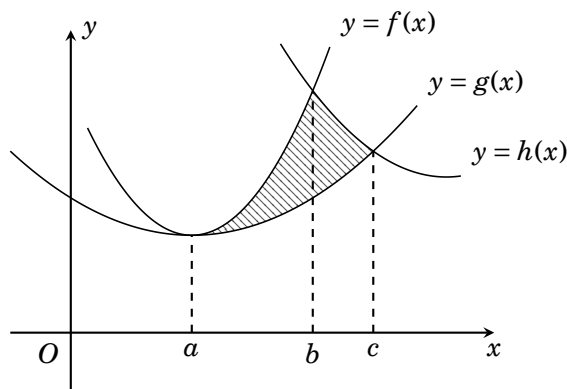
A. $3 - 2\ln 2.$

B. $3 - \ln 2.$

C. $3 + 2\ln 2.$

D. $3 + \ln 2.$

CÂU 27. Cho hình phẳng (D) giới hạn bởi đồ thị của ba hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$, $y = h(x)$ như hình bên dưới. Diện tích hình phẳng (D) là S . Mệnh đề nào sau đây đúng?



GHI CHÚ NHANH

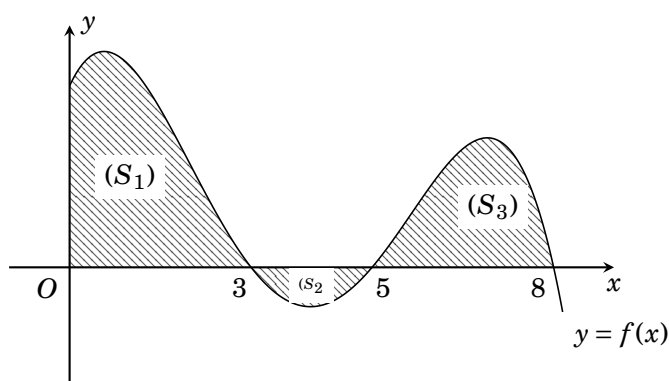
A. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx - \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

B. $S = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

C. $S = \int_a^c [f(x) - g(x)] dx.$

D. $S = \int_a^b [f(x) - h(x)] dx + \int_b^c [g(x) - h(x)] dx.$

CÂU 28. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[0; 8]$ và có đồ thị như hình vẽ.



Trong các giá trị sau, giá trị nào lớn nhất?

A. $\int_0^3 f(x) dx.$ B. $\int_3^8 f(x) dx.$ C. $\int_0^8 f(x) dx.$ D. $\int_0^5 f(x) dx.$

CÂU 29. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ là

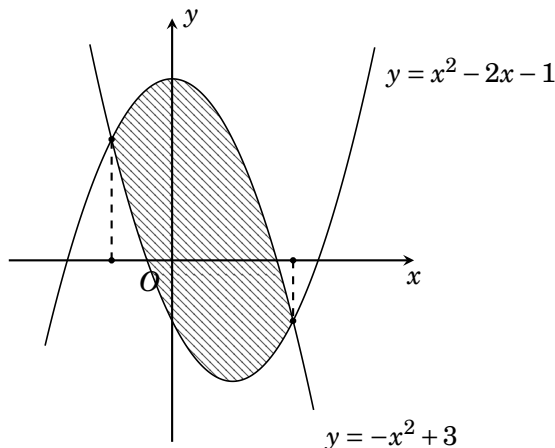
A. $\frac{27}{4}.$ B. $\frac{189}{4}.$ C. 6. D. $\frac{3}{4}.$

CÂU 30. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ bằng

A. $\frac{1}{2}.$ B. $\frac{1}{4}.$ C. 1. D. $\frac{1}{3}.$

CÂU 31. Diện tích phần hình phẳng gạch chéo trong hình vẽ bên được tính theo công thức nào dưới đây?

GHỊ CHÚ NHANH



A. $\int_{-1}^2 (-2x + 2) dx.$

B. $\int_{-1}^2 (2x - 2) dx.$

C. $\int_{-1}^2 (2x^2 - 2x - 4) dx.$

D. $\int_{-1}^2 (-2x^2 + 2x + 4) dx.$

CÂU 32. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x^2 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ là

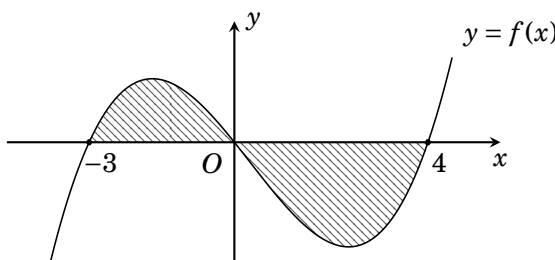
A. $S = 11.$

B. $S = 12.$

C. $S = 10.$

D. $S = 9.$

CÂU 33. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Diện tích S của phần hình phẳng gạch chéo trong hình được tính theo công thức nào?

A. $S = \int_0^{-3} f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx.$

B. $S = \int_0^{-3} f(x) dx + \int_0^4 f(x) dx.$

C. $S = \int_{-3}^4 f(x) dx.$

D. $S = \int_{-3}^0 f(x) dx - \int_0^4 f(x) dx.$

CÂU 34. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 2x - 2$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0; x = 3$ là

A. 16.

B. 6.

C. 3.

D. -6.

CÂU 35. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $f(x) = x^4 + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1, x = 2$. Tìm mệnh đề đúng.

A. $S = \int_1^2 (x^4 + 1) dx.$

B. $S = \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx.$

C. $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1) dx.$

D. $S = \pi \int_1^2 (x^4 + 1)^2 dx.$

CÂU 36. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và đường thẳng $x = 1$ bằng

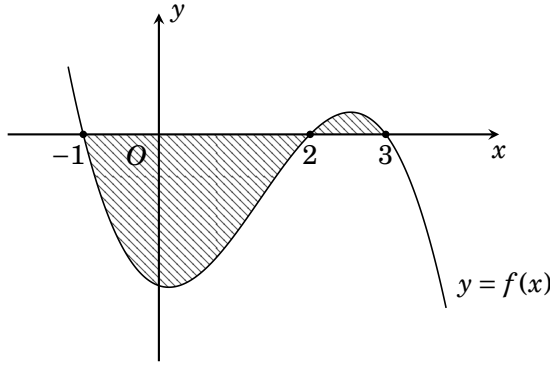
A. $\frac{1}{2}.$

B. $\frac{1}{4}.$

C. 1.

D. $\frac{1}{3}.$

Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, $y = 0$, $x = -1$ và $x = 3$. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



- A. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$.
 B. $S = \int_{-1}^2 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$.
 C. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx - \int_2^3 f(x) dx$.
 D. $S = -\int_{-1}^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx$.

CÂU 38. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -x^2 + 4x + 1$ và đường thẳng $y = 2x + 1$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$.
 B. $\frac{16}{3}$.
 C. 4.
 D. $\frac{20}{3}$.

CÂU 39. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$ và đường thẳng $y = 3x - 2$ là

- A. $\frac{1}{3}$.
 B. $\frac{1}{6}$.
 C. $\frac{1}{4}$.
 D. $\frac{1}{5}$.

CÂU 40. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường: $y = x^3$; $y = 4x$; $x = -2$; $x = 2$ là

- A. 5.
 B. 4.
 C. 1.
 D. 8.

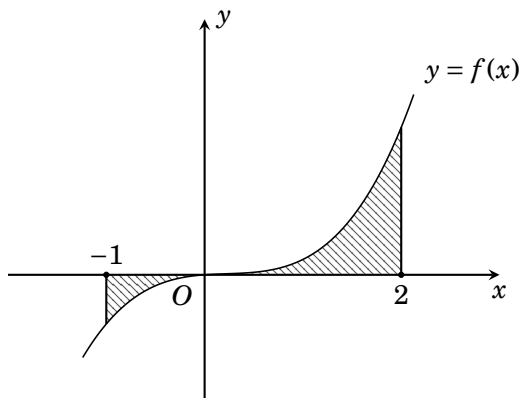
CÂU 41. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = -x^2 + 4x - 3$, $x = 0$, $x = 3$ và trục Ox là.

- A. $\frac{10}{3}$.
 B. $\frac{8}{3}$.
 C. $\frac{2}{3}$.
 D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 42. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^3$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$; $x = 1$ bằng

- A. $\frac{2}{3}$.
 B. $\frac{1}{2}$.
 C. $\frac{1}{3}$.
 D. 1.

CÂU 43. Gọi S là diện tích hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$ trong hình vẽ bên.



Đặt $a = \int_{-1}^0 f(x) dx$, $b = \int_0^2 f(x) dx$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

A. $S = a + b$.

B. $S = -a - b$.

C. $S = a - b$.

D. $S = b - a$.

Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + 1$ và $y = x^2 + 1$ bằng

A. $\frac{189}{4}$.

B. $\frac{27}{4}$.

C. 6.

D. $\frac{3}{4}$.

CÂU 45. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị $f(x) = x^3 - 3x - 3$; $g(x) = x - 3$ là:

A. $S = 8$.

B. $S = 4$.

C. $S = 12$.

D. $S = 16$.

CÂU 46. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = x^2 - x + 1$, $y = x + 1$ là

A. $\frac{4}{5}$.

B. $\frac{4}{3}$.

C. 1.

D. $\frac{2}{3}$.

CÂU 47. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của các hàm số $y = x^2 + 1$, $y = 0$ và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 1$ bằng

A. 2.

B. 8π .

C. $\frac{4}{3}$.

D. $\frac{28}{15}\pi$.

CÂU 48. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 - x$ và trục hoành là

A. $\frac{1}{6}\pi$.

B. $\frac{1}{6}$.

C. $\frac{1}{36}$.

D. $-\frac{1}{6}$.

CÂU 49. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = \frac{3}{x}$ và $y = 4 - x$. Tính S .

A. $\frac{4}{3}$.

B. $3\ln 3 - \frac{10}{3}$.

C. $\frac{4}{3}\pi$.

D. $4 - 3\ln 3$.

CÂU 50. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x^2$, $y = x + 2$ và các đường thẳng $x = -2$; $x = 2$ được tính theo công thức

A. $S = \int_{-2}^2 (x^2 - x - 2) dx$.

B. $S = \int_{-2}^2 |x^2 - x - 2| dx$.

C. $S = \int_{-2}^2 (x + 2 - x^2) dx$.

D. $S = \int_{-2}^{-1} (x^2 - x - 2) dx + \int_{-1}^2 (x^2 - x - 2) dx$.

CÂU 51. Diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 4x^2 + 3x - 1$, $y = -2x + 1$ bằng

A. $S = 3$.

B. $S = 2$.

C. $S = \frac{1}{12}$.

D. $S = \frac{1}{2}$.

CÂU 52. Diện tích hình phẳng S giới hạn bởi đồ thị của hai hàm số $y = x^4$ và $y = 32 - x^4$ được xác định bởi công thức nào sau đây?

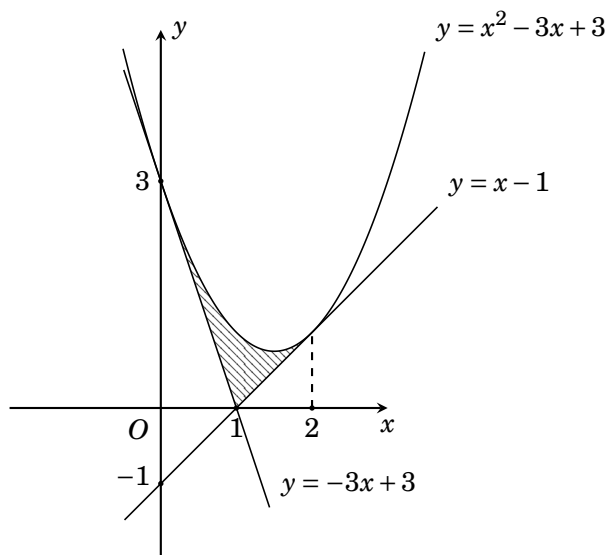
A. $S = 2 \int_{-2}^2 (x^4 - 16) dx$.

B. $S = \int_{-2}^2 (16 - x^4) dx$.

C. $S = 4 \int_0^2 (16 - x^4) dx$.

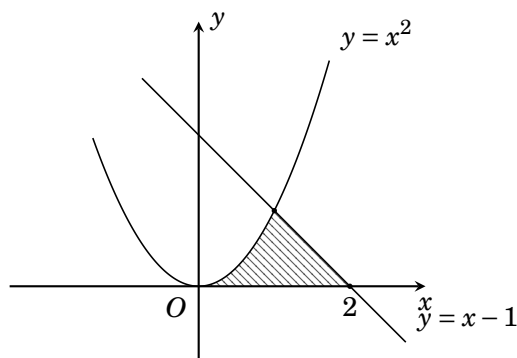
D. $S = 2 \int_0^2 (16 - x^4) dx$.

CÂU 53. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị ba hàm số $y = x^2 - 3x + 3$, $y = -3x + 3$, $y = x - 1$.



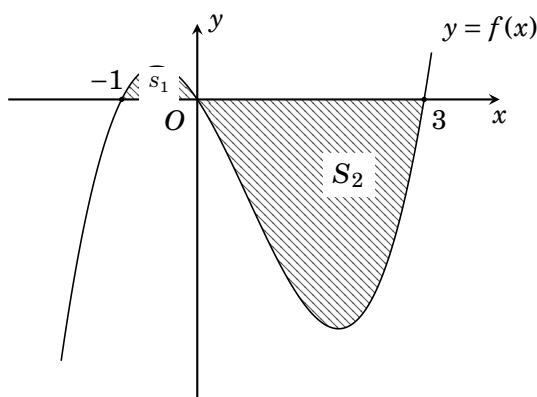
- A. $S = \frac{2}{3}$. B. $S = \frac{7}{6}$. C. $S = \frac{8}{3}$. D. $S = \frac{13}{6}$.

CÂU 54. Tính diện tích S của hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2$, đường thẳng $y = -x + 2$ và trục hoành trên đoạn $[0; 2]$.



- A. $S = \frac{1}{6}$. B. $S = 3$. C. $S = \frac{2}{3}$. D. $S = \frac{5}{6}$.

CÂU 55. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Biết các diện tích $S_1 = \frac{7}{12}$ và $S_2 = \frac{45}{4}$. Tính tích phân $I = \int_{-1}^3 f(x) dx$.



- A. $I = \frac{32}{3}$. B. $I = \frac{71}{6}$. C. $I = -\frac{71}{6}$. D. $I = -\frac{32}{3}$.

CÂU 56. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$ và $y = 2x - 3$ bằng

- A. $\frac{4}{3}$. B. 2. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{16}{15}$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 57. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3 - 6x$ và $y = x^2$ bằng

- A. $\frac{125}{12}$. B. $\frac{253}{12}$. C. $\frac{63}{4}$. D. $\frac{16}{3}$.

CÂU 58. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \frac{1}{3}x^2$ với nửa đường tròn $y = \sqrt{4 - x^2}$ bằng

- A. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{2\pi + \sqrt{3}}{6}$. C. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{6}$.

CÂU 59. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x \ln x$ với $y = x$ và đường thẳng $x = 3$ bằng

- A. $\frac{9}{4} \ln 3 + \frac{e^2 - 27}{2}$. B. $\frac{9}{2} \ln 3 - \frac{e^2 + 27}{4}$.
C. $\frac{9}{2} \ln 3 + \frac{e^2 - 27}{4}$. D. $-\frac{9}{2} \ln 3 + \frac{e^2 + 27}{4}$.

CÂU 60. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2 + 2x$ và đồ thị hàm số $y = 5x - 2$. Khi đó, diện tích S bằng

- A. $S = \frac{6}{5}$. B. $S = \frac{1}{6}$. C. $S = \frac{4}{5}$. D. $S = \frac{5}{2}$.

CÂU 61. Gọi S là diện tích của hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -3x^2 + 3$ và đồ thị hàm số $y = (x^2 - 1)^2$. Khi đó, diện tích S bằng

- A. $S = \frac{22}{15}$. B. $S = \frac{44}{15}$. C. $S = \frac{5}{2}$. D. $S = \frac{11}{2}$.

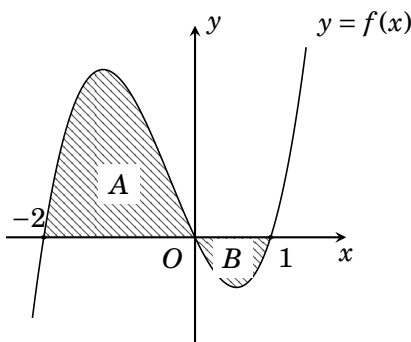
CÂU 62. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2x + 1$, $y = x + 1$, $x = 0$, $x = m (m > 0)$ bằng $\frac{28}{6}$. Khi đó giá trị m bằng:

- A. $\frac{3}{2}$. B. 2. C. -1. D. 1.

CÂU 63. Tính diện tích S của hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường cong $y = -x^3 + 12x$ và $y = -x^2$.

- A. $S = \frac{937}{12}$. B. $S = \frac{343}{12}$. C. $S = \frac{793}{4}$. D. $S = \frac{397}{4}$.

CÂU 64. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hai phần A, B lần lượt bằng 11 và 2.



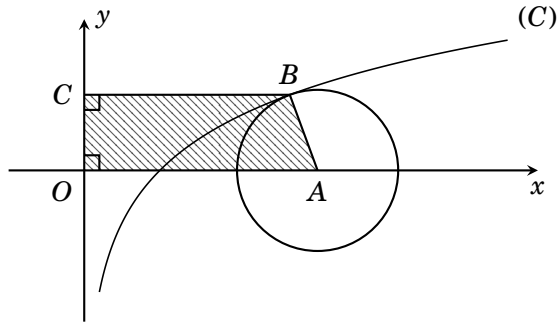
Giá trị của $I = \int_{-1}^0 f(3x + 1) dx$ bằng

- A. $\frac{13}{3}$. B. 3. C. 9. D. 13.

CÂU 65. Cho hàm số $y = f(x) = ax^4 + bx^2 + c$ có đồ thị (C) và cắt trục hoành tại điểm có hoành độ bằng -1. Tiếp tuyến d tại điểm có hoành độ $x = -1$ của (C) cắt (C) tại 2 điểm khác có hoành độ lần lượt là 0 và 2. Gọi S_1, S_2 là diện tích các phần hình phẳng giới hạn bởi d và (C). Tỷ số $\frac{S_1}{S_2}$ bằng

- A. $\frac{1}{14}$. B. $\frac{1}{28}$. C. $\frac{2}{25}$. D. $\frac{1}{5}$.

Cho hàm số $y = \ln x$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Đường tròn tâm A có duy nhất một điểm chung B với (C) . Biết $C(0; 1)$, diện tích của hình thang $ABCO$ gần nhất với số nào sau đây.

- A. 3, 01. B. 2, 91. C. 3, 09. D. 2, 98.

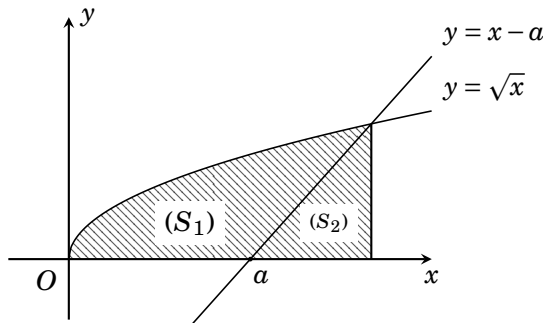
CÂU 67. Cho hàm số $f(x) = x^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ ($b, c, d, e \in \mathbb{R}$) có các giá trị cực trị là 1, 4 và 9. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $g(x) = \frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}$ và trục hoành bằng

- A. 4. B. 6. C. 2. D. 8.

CÂU 68. Biết đồ thị (C) của hàm số $f(x) = x^4 + bx^2 + c$ ($b, c \in \mathbb{R}$) có cực trị là $A(1; 0)$. Gọi (P) là parabol có đỉnh $I(0; -1)$ và đi qua điểm $B(2; 3)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi (C) và (P) thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 1)$. B. $(2; 3)$. C. $(3; 4)$. D. $(1; 2)$.

CÂU 69. Cho đường thẳng $y = x - a$ và đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên.



Khi $S_1 = \frac{5}{3}S_2$ thì a thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $\left(\frac{5}{2}; \frac{8}{3}\right)$. B. $\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{5}\right)$. C. $\left(\frac{9}{5}; \frac{5}{2}\right)$. D. $\left(\frac{2}{3}; \frac{3}{2}\right)$.

CÂU 70. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và nhận giá trị không âm trên $[1; 2]$ và thỏa mãn $f(x) = f(1 - x)$, $\forall x \in [-1; 2]$. Đặt $S_1 = \int_{-1}^2 xf(x)dx$, S_2 là diện tích hình phẳng được giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = -1$, $x = 2$. Khẳng định nào dưới đây là đúng?

- A. $S_1 = 2S_2$. B. $S_1 = 3S_2$. C. $2S_1 = S_2$. D. $3S_1 = S_2$.

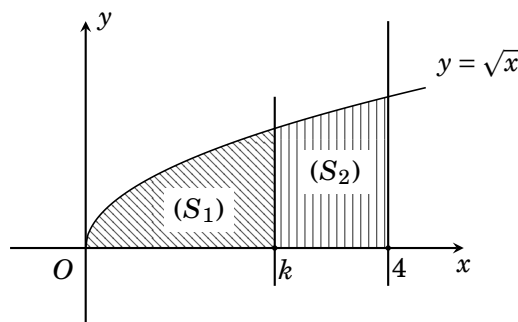
CÂU 71. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - 4$ và $g(x) = dx^2 + ex + 2$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 2$. Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{316}{15}$. B. $\frac{191}{9}$. C. $\frac{253}{12}$. D. $\frac{97}{6}$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 72. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 4$. Đường thẳng $x = k$ ($0 < k < 4$) chia hình (H) thành hai phần có diện tích là S_1 và S_2 như hình vẽ. Để $S_1 = 4S_2$ thì giá trị k thuộc khoảng nào sau đây?



- A. (3, 1; 3, 3). B. (3, 7; 3, 9). C. (3, 3; 3, 5). D. (3, 5; 3, 7).

CÂU 73. Cho hàm số $f(x) = x^5 + ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + 36$. Biết đồ thị hàm số $y = f(x)$, $y = f'(x)$ và Ox giao nhau tại hai điểm phân biệt có hoành độ lần lượt là 2, 3. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và Ox bằng $\frac{m}{n}$ là một phân số tối giản với $m, n \in \mathbb{N}^*$. Tổng $m + n$ bằng

- A. 846. B. 845. C. 848. D. 847.

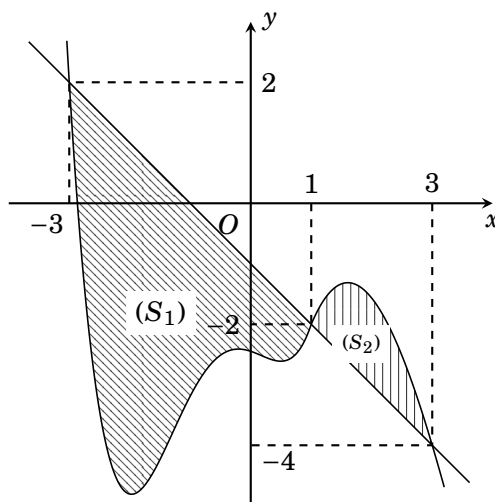
CÂU 74. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x + 1$ và đường thẳng $y = (m + 1)x + 5$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{48}{3}$. C. $\frac{64}{3}$. D. $\frac{32}{3}$.

CÂU 75. Cho hai hàm số $f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + 3x$ và $g(x) = mx^3 + nx^2 - x$ với $a, b, c, m, n \in \mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(x) - g(x)$ có ba điểm cực trị là -3; 1 và 4. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f'(x)$ và $y = g'(x)$ bằng

- A. $\frac{935}{36}$. B. $\frac{941}{36}$. C. $\frac{937}{36}$. D. $\frac{939}{36}$.

CÂU 76. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[-3; 3]$. Biết diện tích hình phẳng S_1, S_2 giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$ và đường thẳng $y = -x - 1$ lần lượt là M, m . Tính tích phân $\int_{-3}^3 f(x) dx$ bằng?



- A. $6 + m - M$. B. $6 - m - M$. C. $M - m + 6$. D. $m - M - 6$.

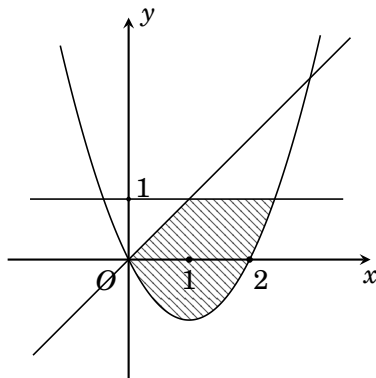
CÂU 77. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và các đường thẳng $y = m; x = 0; x = 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-4040; -3]$ để $S \leq 2021$.

- A. 2019. B. 2020. C. 2021. D. 2018.

CÂU 78. Gọi S là diện tích hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 + 2x - 1$ và các đường thẳng $y = m$; $x = 0$; $x = 1$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số $m \in [-4040; -3]$ để $S \leq 2021$.

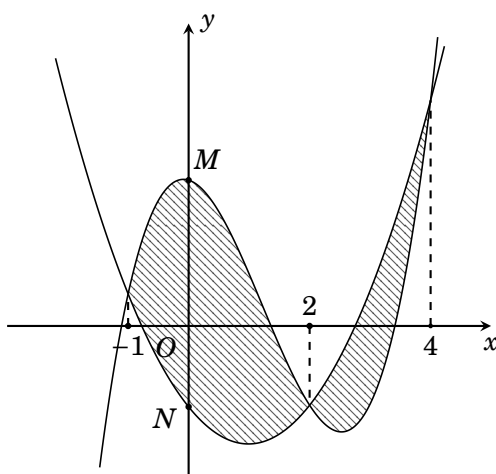
- A. 2019. B. 2020. C. 2021. D. 2018.

CÂU 79. Cho hình phẳng D được giới hạn bởi các đường $y = x^2 - 2x$; $y = 1$; $y = x$, như hình vẽ. Diện tích của D là



- A. $\frac{7+8\sqrt{2}}{6}$. B. $\frac{7-2\sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{7+2\sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{7-3\sqrt{2}}{6}$.

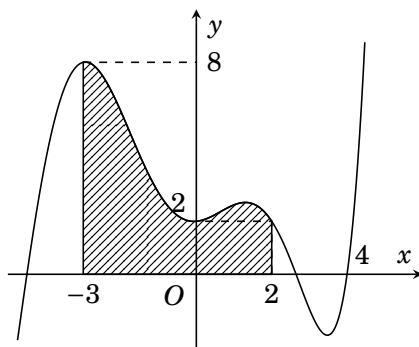
CÂU 80. Cho hai hàm đa thức $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g(x) = mx^2 + nx + p$. Biết rằng đồ thị hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại ba điểm có hoành độ lần lượt là $-1; 2; 4$ đồng thời cắt trục tung lần lượt tại M, N sao cho $MN = 6$.



Hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hai hàm số đã cho có diện tích bằng

- A. $\frac{125}{8}$. B. $\frac{253}{24}$. C. $\frac{253}{16}$. D. $\frac{253}{12}$.

CÂU 81. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ có đồ thị như hình vẽ.



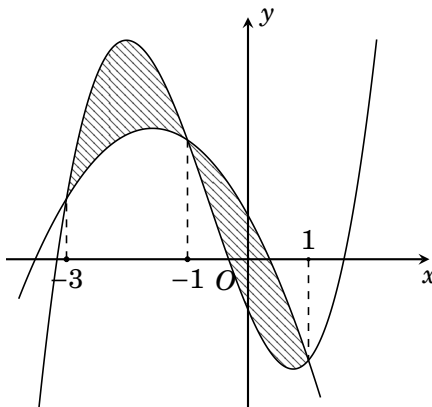
GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

Giả sử diện tích phần kẻ dọc trên hình vẽ có diện tích bằng a . Tính theo a giá trị của tích phân $I = \int_{-3}^2 (2x+1)f'(x)dx$?

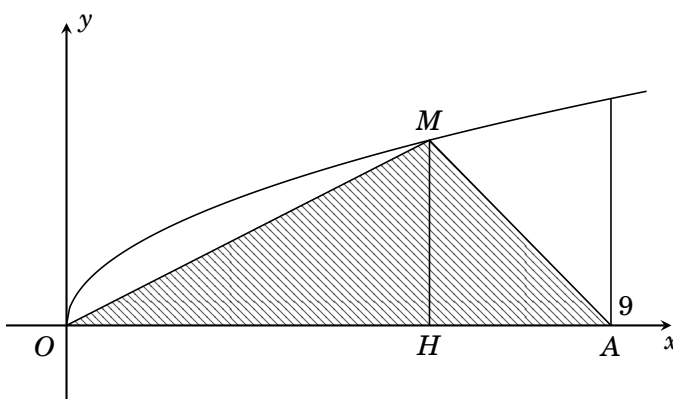
- A. $I = 50 - 2a$. B. $I = 50 - a$. C. $I = -30 - 2a$. D. $I = -30 + 2a$.

CÂU 82. Cho hai hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx - \frac{1}{2}$ và $g(x) = dx^2 + ex + 1$ ($a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$). Biết rằng đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ cắt nhau tại 3 điểm có hoành độ lần lượt là $-3; -1; 1$. Hình phẳng giới hạn bởi 2 đồ thị đã cho có diện tích bằng



- A. 8. B. 5. C. $\frac{9}{2}$. D. 4.

CÂU 83. Cho đồ thị $(C): y = f(x) = \sqrt{x}$. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) , đường thẳng $x = 9$ và trục Ox . Cho điểm M thuộc (C) và điểm $A(9;0)$. Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay khi cho (H) quay quanh trục Ox , V_2 là thể tích khối tròn xoay khi cho tam giác AOM quay quanh trục Ox . Biết rằng $V_1 = 2V_2$. Tính diện tích S phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị (C) và đường thẳng OM .

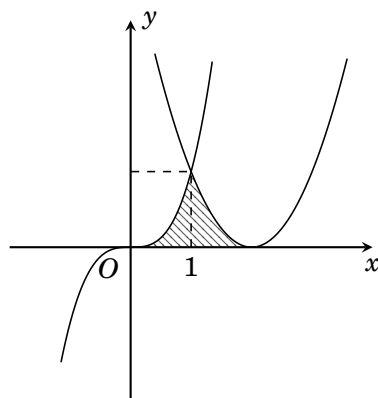


- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{27\sqrt{3}}{16}$. C. 3. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 84. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 - 36x + c$ ($a \neq 0; a, b, c \in \mathbb{R}$) có hai điểm cực trị là -6 và 2 . Gọi $y = g(x)$ là đường thẳng đi qua hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = f(x)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng

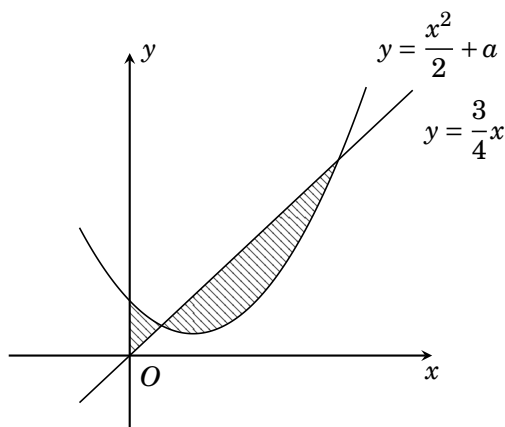
- A. 160. B. 128. C. 64. D. 672.

CÂU 85. Cho hình (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = x^2 - 4x + 4$, đường cong $y = x^3$ và trục hoành. Tính diện tích S của hình (H) .



- A. $S = \frac{11}{2}$. B. $S = \frac{7}{12}$. C. $S = -\frac{11}{2}$. D. $S = \frac{20}{3}$.

CÂU 86. Cho đường thẳng $y = \frac{3}{4}x$ và parabol $y = \frac{1}{2}x^2 + a$. Gọi S_1, S_2 lần lượt là diện tích của hai hình phẳng được gạch chéo trong hình vẽ bên. Khi $S_1 = S_2$ thì a thuộc khoảng nào sau đây

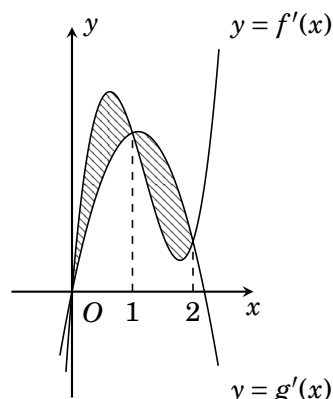


- A. $\left(0; \frac{3}{16}\right)$. B. $\left(\frac{3}{16}; \frac{7}{32}\right)$. C. $\left(\frac{1}{4}; \frac{9}{32}\right)$. D. $\left(\frac{7}{32}; \frac{1}{4}\right)$.

CÂU 87. Cho biết hình phẳng giới hạn bởi ba đường $y = \ln x$, $y = 1 + e - x$ và trục hoành có diện tích là $S = \frac{m}{n}$ ở đó $\frac{m}{n}$ là phân số tối giản và $m, n \in \mathbb{N}$. Tổng $m + n$ bằng

- A. 13. B. 12. C. 7. D. 5.

CÂU 88. Cho hai hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$, biết rằng hàm số $f'(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ và $g'(x) = qx^2 + nx + p$ với $a, q \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ và diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $f'(x)$ và $g'(x)$ bằng 10 và $f(2) = g(2)$. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi hai đồ thị hàm số $y = f(x)$ và $y = g(x)$ bằng $\frac{a}{b}$. Tính $P = a + b$.



GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

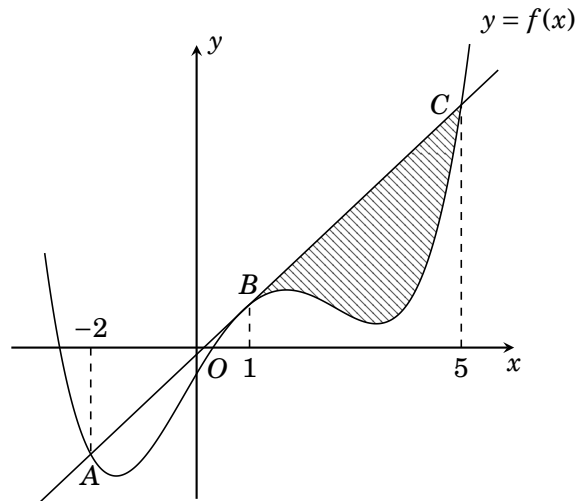
A. $P = 11$.

B. $P = 19$.

C. $P = 24$.

D. $P = 21$.

CÂU 89. Cho hàm số bậc bốn $y = f(x)$ có đồ thị (C) như hình vẽ.



Đường thẳng $d: y = kx + \frac{1}{4}$ có đúng ba điểm chung với (C) là A, B, C và $BC - AB = \frac{5}{4}$. Biết diện tích hình phẳng S là $\frac{24}{5}$. Giá trị của $\int_{-2}^5 f(x) dx$ bằng

A. -2.

B. $-\frac{321}{160}$.

C. $-\frac{161}{80}$.

D. $-\frac{159}{160}$.

CÂU 90. Diện tích hình phẳng giới hạn bởi ba đồ thị hàm số $y = 2^x$, $y = -\frac{1}{2}x + 1$, $y = -2x + 4$ bằng

A. $\log_2 e$.

B. $\log_2 e + 1$.

C. $\log_2 e - 1$.

D. $2\log_2 e$.

CÂU 91. Diện tích miền phẳng giới hạn bởi các đường: $y = 2^x$, $y = -x + 3$ và $y = 1$ là:

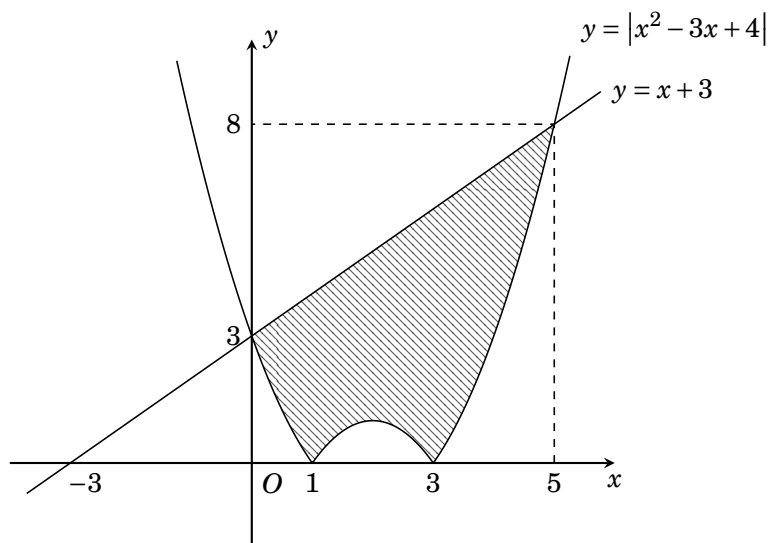
A. $S = \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{2}$.

B. $S = \frac{1}{\ln 2} + 1$.

C. $S = \frac{47}{50}$.

D. $S = \frac{1}{\ln 2} + 3$.

CÂU 92. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = |x^2 - 4x + 3|$, $y = x + 3$. Diện tích của (H) bằng



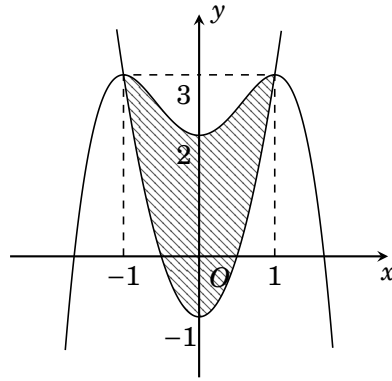
A. $\frac{37}{2}$.

B. $\frac{109}{6}$.

C. $\frac{454}{25}$.

D. $\frac{91}{5}$.

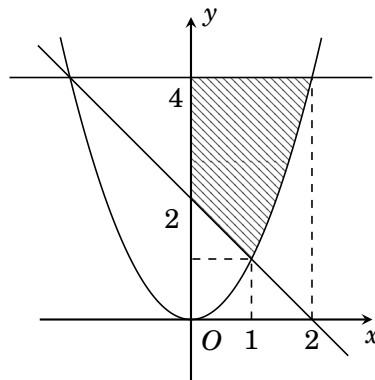
CÂU 93. Cho hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ ($a \neq 0$) và hàm số $y = mx^2 + nx + p$ ($m \neq 0$) có đồ thị là các đường cong như hình vẽ bên.



Gọi S là diện tích của hình phẳng được tô đậm. Khẳng định nào sau đây đúng?

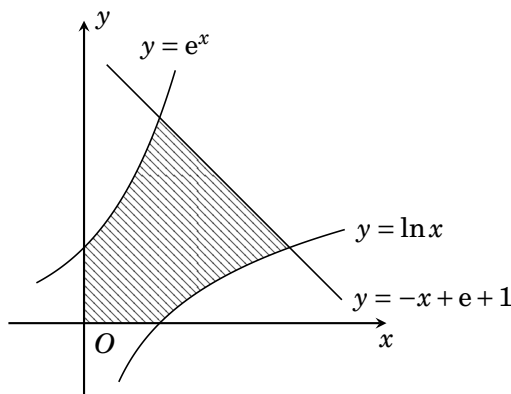
- A. $S \in \left(\frac{62}{15}; \frac{64}{15}\right)$. B. $S \in \left(\frac{21}{5}; \frac{13}{3}\right)$. C. $S \in \left(4; \frac{21}{5}\right)$. D. $S \in \left(\frac{13}{3}; \frac{67}{15}\right)$.

CÂU 94. Trong mặt phẳng Oxy , cho parabol $(P): y = ax^2 + bx + c (a \neq 0)$ và đường thẳng $d: y = mx + n (m \neq 0)$. Tính diện tích hình phẳng (D) giới hạn bởi (P) , d và đường thẳng $\Delta: y = 4$ như hình vẽ bên.



- A. $\frac{25}{6}$. B. $\frac{16}{3}$. C. $\frac{19}{6}$. D. $\frac{10}{3}$.

CÂU 95. Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, $y = \ln x$, $y = -x + e + 1$ với các trục tọa độ.



- A. $\frac{e^2 + 2e - 5}{2}$. B. $\frac{e^2}{2}$. C. $\frac{2e^2 + e - 4}{3}$. D. $\frac{e^2}{3}$.

CÂU 96. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x^2$ và đường thẳng $y = mx$ với $m \neq 0$. Hỏi có bao nhiêu số nguyên dương m để diện tích hình phẳng (H) là số nhỏ hơn 20.

- A. 5. B. 4. C. 6. D. 3.

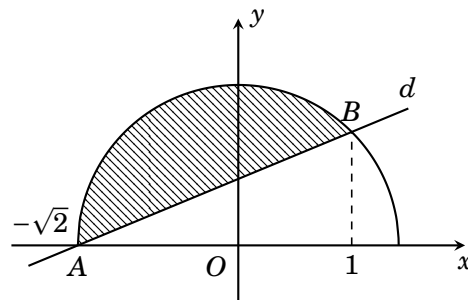
CÂU 97.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

Tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi nửa đường tròn $y = \sqrt{2-x^2}$ và đường thẳng d đi qua hai điểm $A(-\sqrt{2};0)$ và $B(1;1)$.

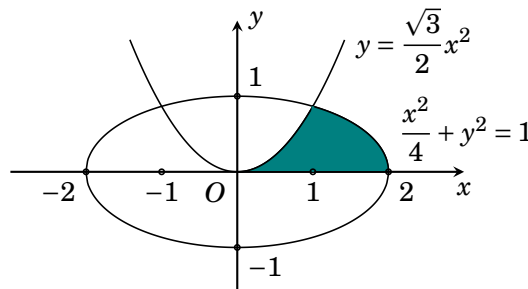
- A. $\frac{\pi + 2\sqrt{2}}{4}$. B. $\frac{3\pi + 2\sqrt{2}}{4}$.
C. $\frac{\pi - 2\sqrt{2}}{4}$. D. $\frac{3\pi - 2\sqrt{2}}{4}$.



CÂU 98.

Cho hình phẳng giới hạn bởi Elip $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$, parabol $y = \frac{\sqrt{3}}{2}x^2$ và trục hoành có diện tích $T = \frac{a}{b}\pi + \frac{c}{d}\sqrt{3}$.
Tính $S = a + b + c + d$.

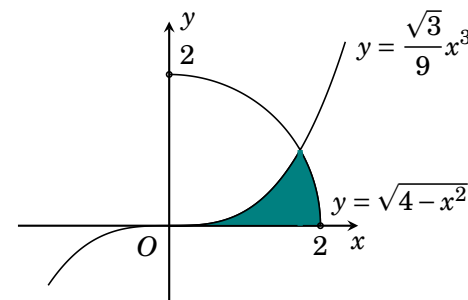
- A. $S = 32$. B. $S = 10$.
C. $S = 15$. D. $S = 21$.



CÂU 99.

Cho hình (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3}}{9}x^3$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4-x^2}$. Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành là $V = \left(-\frac{a}{b}\sqrt{3} + \frac{c}{d}\right)\pi$, trong đó $a, b, c, d \in \mathbb{N}^*$ và $\frac{a}{b}, \frac{c}{d}$ là các phân số tối giản.
Tính $P = a + b + c + d$.

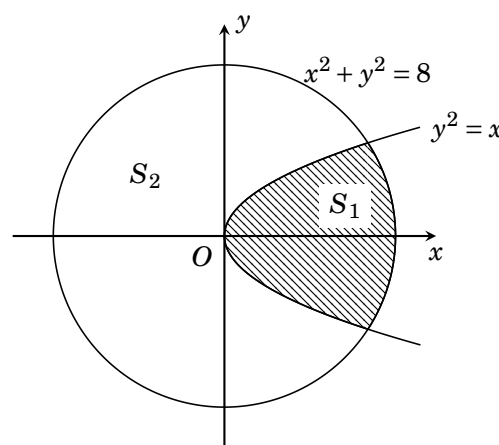
- A. $P = 52$. B. $P = 40$.
C. $P = 46$. D. $P = 34$.



CÂU 100.

Biết rằng đường Parabol $(P): y^2 = 2x$ chia đường tròn $(C): x^2 + y^2 = 8$ thành hai phần lần lượt có diện tích là S_1, S_2 (hình bên). Khi đó $S_1 - S_2 = a\pi 0 \frac{b}{c}$ với a, b, c nguyên dương và $\frac{b}{c}$ là phân số tối giản. Tổng $a + b + c$ bằng

- A. 13. B. 14. C. 15. D. 16.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. A	5. B	6. D	7. B	8. C	9. B	10. B
11. D	12. A	13. C	14. C	15. C	16. A	17. B	18. B	19. D	20. A
21. A	22. A	23. C	24. C	25. A	26. A	27. A	28. C	29. A	30. B
31. D	32. C	33. D	34. B	35. A	36. B	37. D	38. A	39. B	40. D
41. B	42. B	43. D	44. B	45. A	46. B	47. C	48. B	49. D	50. B
51. C	52. C	53. A	54. D	55. D	56. A	57. B	58. C	59. C	60. B
61. B	62. B	63. A	64. B	65. B	66. B	67. B	68. B	69. C	70. C

71.C	72.C	73.D	74.D	75.C	76.D	77.D	78.D	79.A	80.C
81.A	82.D	83.B	84.B	85.B	86.B	87.D	88.B	89.B	90.A
91.A	92.B	93.B	94.A	95.A	96.B	97.D	98.C	99.C	100.C

DẠNG
3

Bài toán chuyển động

CÂU 1. Một chất điểm chuyển động thẳng theo phương trình $S(t) = t^3 + t^2 - 3t + 2$, trong đó t tính bằng giây (s) và S được tính bằng mét (m). Gia tốc của chất điểm tại thời điểm $t = 2$ s bằng

- A. 16 m/s^2 . B. 14 m/s^2 . C. 12 m/s^2 . D. 6 m/s^2 .

CÂU 2. Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$. Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ đến thời điểm mà vật dừng lại.

- A. 810m. B. 9m. C. 160m. D. 180m.

CÂU 3. Một xe ô tô đang đi với vận tốc 10 m/s thì người lái xe bắt đầu đạp phanh, từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t$ (m/s), ở đó t tính bằng giây. Quãng đường ô tô dịch chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn bằng

- A. 5m. B. 10m. C. 6m. D. 12m.

CÂU 4. Một vật chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 180 - 20t$ (m/s). Tính quãng đường mà vật di chuyển được từ thời điểm $t = 0$ (s) đến thời điểm mà vật dừng lại.

- A. 810m. B. 9m. C. 180m. D. 160m.

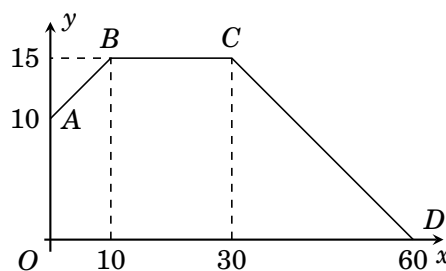
CÂU 5. Một xe ô tô đang đi với vận tốc 10(m/s) thì người lái xe bắt đầu đạp phanh, từ thời điểm đó xe chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = 10 - 5t$ (m/s), ở đó t tính bằng giây. Quãng đường ô tô dịch chuyển từ lúc đạp phanh đến lúc dừng hẳn bằng

- A. 5m. B. 10m. C. 6m. D. 12m.

CÂU 6.

Một vật chuyển động thẳng có đồ thị vận tốc-thời gian như hình vẽ sau. Tính quãng đường vật chuyển động trong 60.

- A. 620(m). B. 630(m).
C. 250(m). D. 650(m).



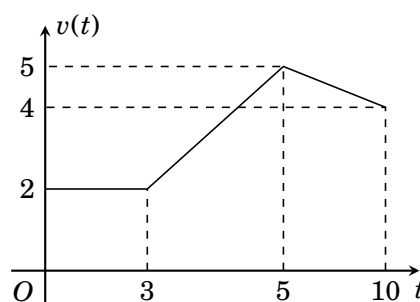
CÂU 7. Một ô tô đang chạy với vận tốc 20(m/s) thì người lái xe đạp phanh. Từ thời điểm đạp phanh, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -5t + 20$ (m/s), trong đó t là thời gian tính bằng giây. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn thì ô tô đi được bao nhiêu mét?

- A. 10m. B. 40m. C. 20m. D. 30m.

CÂU 8.

Một vật chuyển động trong 10 giây với vận tốc v (m/s) phụ thuộc vào thời gian t (s) có đồ thị như hình vẽ. Quãng đường vật chuyển động được trong 10 giây bằng

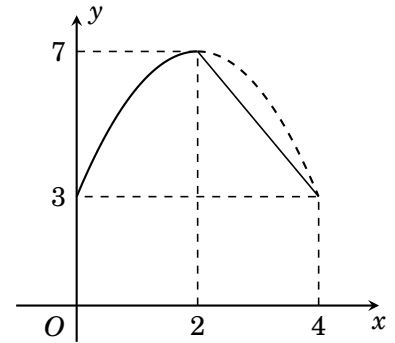
- A. $\frac{63}{2}$ m. B. $\frac{67}{2}$ m.
C. $\frac{61}{2}$ m. D. $\frac{65}{2}$ m.



GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 9. Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc $v(\text{km/h})$ phụ thuộc thời gian $t(\text{h})$ có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 2 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;7)$ và trục đối xứng của parabol song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là đoạn thẳng IA . Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 4 giờ đó.



- A. $s = 15,81(\text{km})$. B. $s = 17,33(\text{km})$.
C. $s = 23,33(\text{km})$. D. $s = 21,33(\text{km})$.

CÂU 10. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t(\text{m/s})$. Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75(\text{m/s}^2)$. Quãng đường $S(\text{m})$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. $S = 94,00(\text{m})$. B. $S = 166,7(\text{m})$. C. $110,7(\text{m})$. D. $S = 95,70(\text{m})$.

CÂU 11. Một ô tô bắt đầu chuyển động nhanh dần đều với vận tốc $v_t = 8t(\text{m/s})$. Đi được 5(s), người lái xe phát hiện chướng ngại vật và phanh gấp, ô tô tiếp tục chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -75(\text{m/s}^2)$. Quãng đường $S(\text{m})$ đi được của ô tô từ lúc bắt đầu chuyển bánh cho đến khi dừng hẳn gần nhất với giá trị nào dưới đây?

- A. $S = 94,0(\text{m})$. B. $S = 166,7(\text{m})$. C. $S = 110,7(\text{m})$. D. $S = 95,7(\text{m})$.

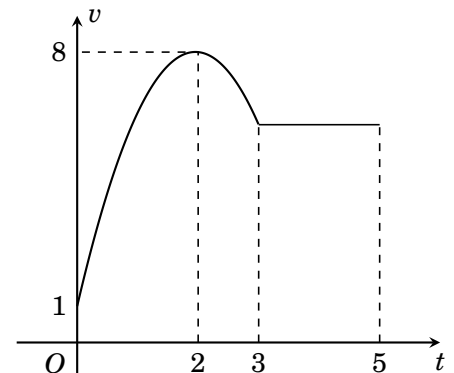
CÂU 12. Hàng ngày anh An đi làm bằng xe máy trên cùng một cung đường từ nhà đến cơ quan mất 15 phút. Hôm nay khi đang di chuyển trên đường với vận tốc v_0 thì bất chợt anh gặp một chướng ngại vật nên anh đã hãm phanh và chuyển động chậm dần đều với gia tốc $a = -6\text{m/s}^2$. Biết rằng tổng quãng đường từ lúc anh nhìn thấy chướng ngại vật và quãng đường anh đã đi được trong 3s đầu tiên kể từ lúc hãm phanh là 35,5m. Tính v_0 .

- A. $v_0 = 45\text{km/h}$. B. $v_0 = 40\text{km/h}$. C. $v_0 = 60\text{km/h}$. D. $v_0 = 50\text{km/h}$.

CÂU 13. Một ô tô đang chạy với vận tốc 12 m/s thì người lái đạp phanh; từ thời điểm đó, ô tô chuyển động chậm dần đều với vận tốc $v(t) = -4t + 12$, trong đó t là khoảng thời gian tính bằng giây, kể từ lúc bắt đầu đạp phanh. Hỏi từ lúc đạp phanh đến khi dừng hẳn, ô tô còn di chuyển bao nhiêu mét?

- A. 20 m. B. 10 m. C. 16 m. D. 18 m.

CÂU 14. Một vật chuyển động trong 5 giờ với vận tốc v phụ thuộc thời gian t có đồ thị của vận tốc như hình dưới. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của đường parabol có đỉnh $I(2;8)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành. Tính quãng đường s mà vật di chuyển được trong 5 giờ đó.

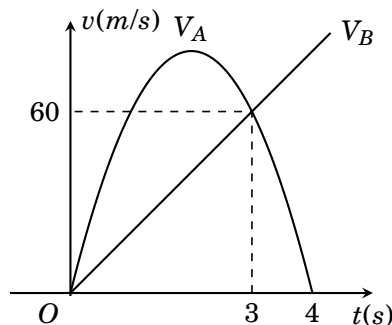


- A. $s = 18,75\text{km}$. B. $s = 31,5\text{km}$.
C. $s = 12,5\text{km}$. D. $s = 31,25\text{km}$.

CÂU 15. Cho đồ thị biểu thị vận tốc của hai chất điểm A và B xuất phát cùng

lúc, bên cạnh nhau và cùng trên một con đường. Biết đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm A là một parabol, đồ thị biểu diễn vận tốc của chất điểm B là một đường thẳng như hình vẽ sau: Hỏi sau khi đi được 3 giây, khoảng cách của hai chất điểm là bao nhiêu mét?

- A. 90m. B. 125m.
C. 270m. D. 190m.



BẢNG ĐÁP ÁN

- | | | | | | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|------|------|------|------|------|-------|
| 1. B | 2. A | 3. B | 4. A | 5. B | 6. D | 7. B | 8. B | 9. D | 10. C |
| 11. C | 13. D | 14. D | 15. A | | | | | | |

DẠNG

4

Toán thực tế-ứng dụng diện tích

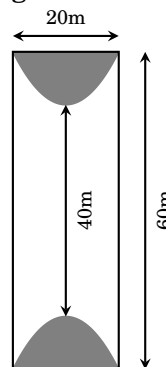
CÂU 1. Ông X muốn làm cửa rào sắt có hình dạng và kích thước như hình vẽ bên, biết đường cong phía trên là một Parabol, chất liệu làm là inox. Giá $1m^2$ vật tư và công làm là $1.300.000$ đồng. Hỏi ông X phải trả bao nhiêu tiền để làm cái cửa sắt như vậy.

Vị trí hình tại đây

- A. 13.050.000 đồng. B. 36.630.000 đồng.
C. 19.520.000 đồng. D. 21.077.330 đồng.

CÂU 2. Một mảnh đất hình chữ nhật có chiều dài 60m, chiều rộng 20m. Người ta muốn trồng cỏ ở hai đầu của mảnh đất hai hình bằng nhau giới hạn bởi hai đường Parabol có hai đỉnh cách nhau 40m. Phần còn lại của mảnh đất người ta lát gạch với chi phí là $200.000đ/m^2$. Tính tổng số tiền để lát gạch

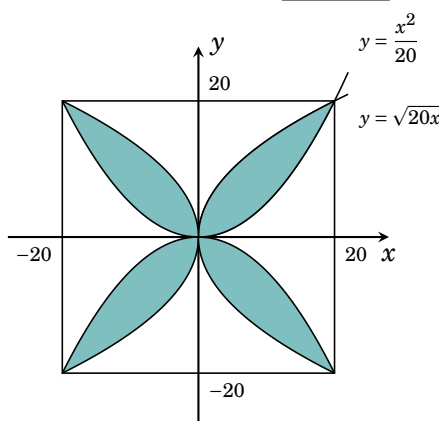
- A. 133.334.000 đồng. B. 213.334.000 đồng.
C. 53.334.000 đồng. D. 186.667.000 đồng.



CÂU 3.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm được thiết kế như hình bên dưới. Diện tích mỗi cánh hoa bằng

- A. $\frac{800}{3}cm^2$. B. $\frac{400}{3}cm^2$.
C. $250cm^2$. D. $800cm^2$.



CÂU 4. Một mảnh vườn hình elip có trục lớn bằng 100m, trục nhỏ bằng 80m được chia thành 2 phần bởi một đoạn thẳng nối hai đỉnh liên tiếp của elip. Phần nhỏ hơn trồng cây con và phần lớn hơn trồng rau. Biết lợi nhuận thu

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

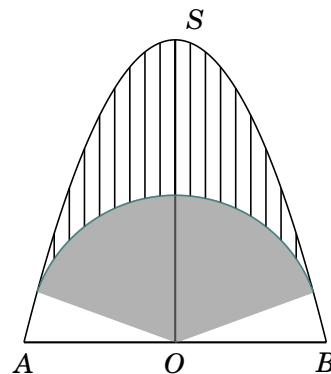
được là 2000 mỗi m^2 trồng cây con và 4000 mỗi m^2 trồng rau. Hỏi thu nhập từ cả mảnh vườn là bao nhiêu?

- A. 31904000. B. 23991000. C. 10566000. D. 17635000.

CÂU 5.

Trên bức tường cần trang trí một hình phẳng dạng parabol đỉnh S như hình vẽ, biết $OS = AB = 4m$, O là trung điểm của AB . Parabol trên được chia thành ba phần để sơn ba màu khác nhau với mức chi phí: phần trên là phần kẻ sọc 140000 đồng/ m^2 , phần giữa là hình quạt tâm O , bán kính 2m được tô đậm 150000 đồng/ m^2 , phần còn lại 160000 đồng/ m^2 . Tổng chi phí để sơn cả 3 phần gần nhất với số nào sau đây?

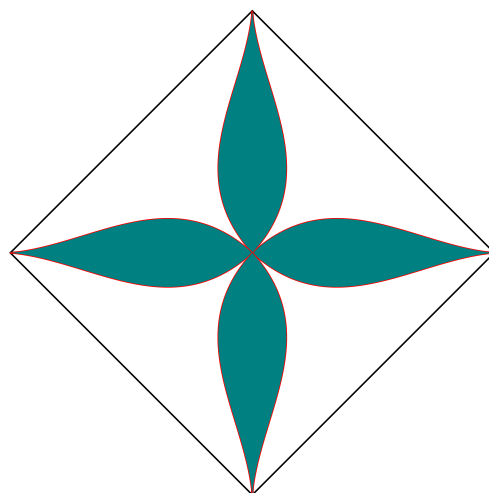
- A. 1.597.000 đồng. B. 1.625.000 đồng.
C. 1.575.000 đồng. D. 1.600.000 đồng.



CÂU 6. Một công ty có ý định thiết kế một logo hình vuông có độ dài nửa

đường chéo bằng 4. Biểu tượng 4 chiếc lá được tạo thành bởi các đường cong đối xứng với nhau qua tâm của hình vuông và qua các đường chéo. Một trong số các đường cong ở nửa bên phải của logo là một phần của đồ thị hàm số bậc ba dạng $y = ax^3 + bx^2 - x$ với hệ số $a < 0$. Để kỷ niệm ngày thành lập $\frac{2}{3}$, công ty thiết kế để tỉ số diện tích được tô màu so với phần không được tô màu bằng $\frac{2}{3}$. Tính $a + b$.

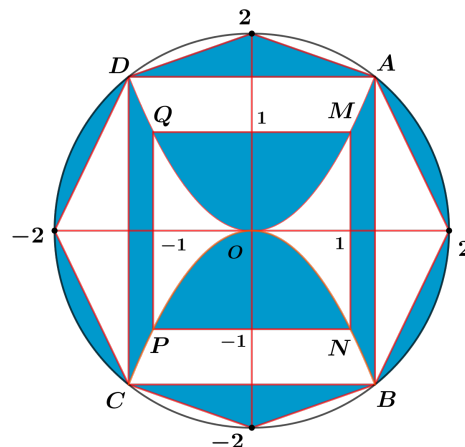
- A. $\frac{41}{80}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{2}{5}$. D. $\frac{9}{10}$.



CÂU 7. Một biển quảng cáo có dạng hình tròn tâm O , phía trong được trang

trí bởi hình chữ nhật $ABCD$; hình vuông $MNPQ$ có cạnh $MN = 2$ và hai đường parabol đối xứng nhau chung đỉnh O như hình vẽ. Biết chi phí để sơn phần tô đậm là 300.000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 250.000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào dưới đây?

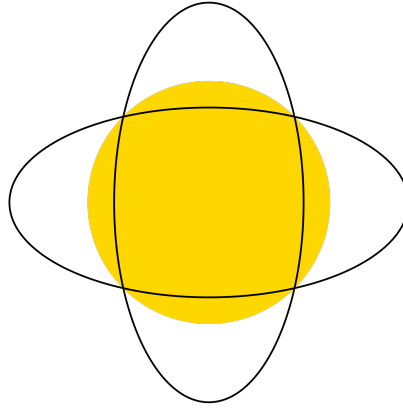
- A. 3.439.000 đồng.
B. 3.628.000 đồng.
C. 3.580.000 đồng.
D. 3.363.000 đồng.



CÂU 8. Hướng tới kỉ niệm ngày thành lập trường Đoàn TNCS Hồ Chí Minh. Khối 12 thiết kế bồn hoa gồm hai Elip bằng nhau có độ dài trục lớn bằng 8m

và độ dài trục nhỏ bằng 4m đặt chồng lên nhau sao cho trục lớn của Elip này trùng với trục nhỏ của Elip kia và ngược lại. Phần diện tích nằm trong đường tròn đi qua 4 giao điểm của hai Elip dùng để trồng cỏ, phần diện tích bốn cánh hoa nằm giữa hình tròn và Elip dùng để trồng hoa. Biết kinh phí để trồng hoa là $150 \cdot 000$ đồng / m^2 , kinh phí để trồng cỏ là $100 \cdot 000$ đồng / m^2 . Tổng số tiền dùng để trồng hoa và trồng cỏ cho bồn hoa gần với số nào nhất trong các số sau?

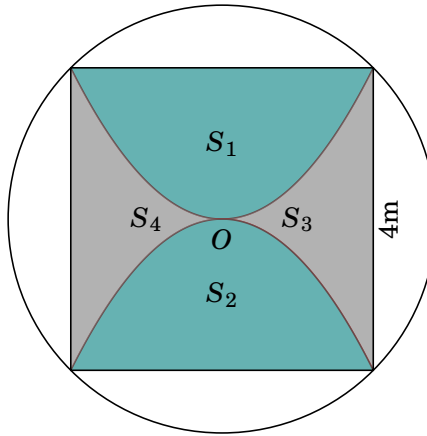
- A. $4 \cdot 100 \cdot 000$ đồng. B. $4 \cdot 550 \cdot 000$ đồng.
C. $3 \cdot 100 \cdot 000$ đồng. D. $4 \cdot 300 \cdot 000$ đồng.



CÂU 9. Sân trường có một bồn hoa hình tròn tâm O . Một nhóm học sinh lớp 12 được giao thiết kế bồn hoa, nhóm này định chia bồn hoa thành bốn phần

bởi hai đường parabol có cùng đỉnh O và đối xứng nhau qua O . Hai đường parabol này cắt đường tròn tại bốn điểm A, B, C, D tạo thành một hình vuông có cạnh bằng 4m. Phần diện tích S_1, S_2 dùng để trồng hoa, phần diện tích S_3, S_4 dùng để trồng cỏ. Biết kinh phí trồng hoa là 150.000 đồng/ m^2 , kinh phí để trồng cỏ là 100.000 đồng/ m^2 . Hỏi nhà trường cần bao nhiêu tiền để trồng bồn hoa đó?

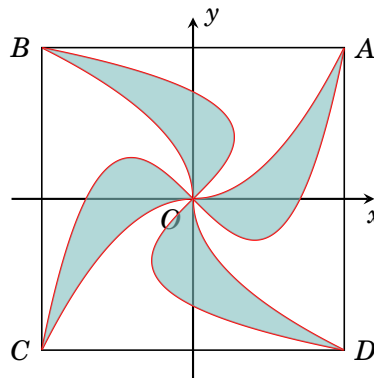
- A. $6.060.000$ đồng. B. $5.790.000$ đồng.
C. $3.270.000$ đồng. D. $3.000.000$ đồng.



CÂU 10. Mặt sàn của một thang máy có dạng hình vuông $ABCD$ cạnh 2m

được lát gạch màu trắng và trang trí bởi một hình 4 cánh giống nhau màu sẫm. Khi đặt trong hệ trục tọa độ Oxy với O là tâm hình vuông sao cho $A(1;1)$ như hình vẽ bên thì các đường cong OA có phương trình $y = x^2$ và $y = ax^3 + bx$. Tính giá trị $a \cdot b$ biết rằng diện tích trang trí màu sẫm chiếm $\frac{1}{3}$ diện tích mặt sàn.

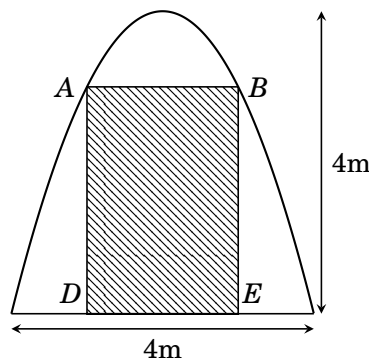
- A. 2. B. -2. C. -3. D. 3.



CÂU 11.

Trong đợt hội trại “Xuân” được tổ chức tại trường THPTX, Đoàn trường có thực hiện một dự án ảnh trưng bày trên một pano có dạng parabol như hình vẽ. Biết rằng Đoàn trường sẽ yêu cầu các lớp gửi hình dự thi và dán lên khu vực hình chữ nhật $ABCD$, phần còn lại sẽ được trang trí hoa văn cho phù hợp. Chi phí dán hoa văn là $200 \cdot 000$ đồng cho một m^2 bảng. Hỏi chi phí thấp nhất cho việc hoàn tất hoa văn trên pano sẽ là bao nhiêu?

- A. $900 \cdot 000$ đồng. B. $1 \cdot 232 \cdot 000$ đồng.
C. $902 \cdot 000$ đồng. D. $1 \cdot 230 \cdot 000$ đồng.

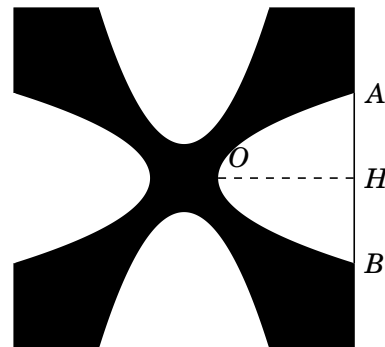


CÂU 12.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

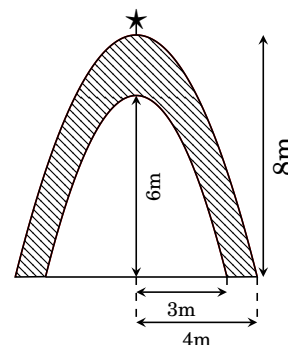
Một hoa văn trang trí được tạo ra từ một miếng bìa mỏng hình vuông cạnh bằng 10cm bằng cách khoét đi bốn phần bằng nhau có hình dạng parabol như hình bên. Biết $AB = 5\text{cm}$, $OH = 4\text{cm}$. Tính diện tích bề mặt hoa văn đó



- A. $\frac{160}{3}\text{cm}^2$. B. $\frac{140}{3}\text{cm}^2$.
C. $\frac{14}{3}\text{cm}^2$. D. 50cm^2 .

CÂU 13.

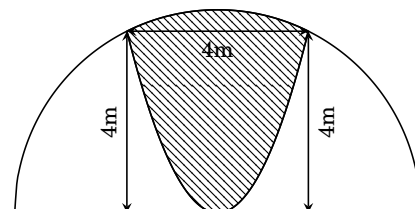
Nhà ông An cần sơn mặt trước của cổng có dạng như hình bên, các đường cong có dạng là Parabol với các kích thước được cho như hình. Biết giá thuê nhân công là $100 \cdot 000$ đồng / m^2 . Hỏi ông An phải trả cho bên thi công bao nhiêu tiền để sơn cổng?



- A. 1668653 đồng. B. 1775361 đồng.
C. 1866667 đồng. D. 2468650 đồng.

CÂU 14. Một khuôn viên dạng nửa hình tròn có đường kính bằng $4\sqrt{5}\text{m}$. Trên đó người thiết kế hai phần để trồng hoa có dạng của một cánh hoa hình Parabol có đỉnh trùng với tâm nửa hình tròn và hai đầu mút của cánh hoa nằm trên nửa đường tròn (phần tô màu), cách nhau một khoảng bằng 4m phần còn lại của khuôn viên (phần không tô màu) dành để trồng cỏ Nhật Bản. Biết các kích

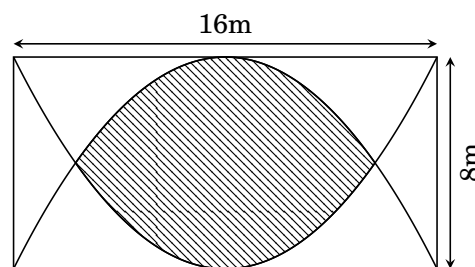
thước cho như hình vẽ và kinh phí để trồng cỏ Nhật Bản là 100000 đồng/ m^2 . Hỏi cần bao nhiêu tiền để trồng cỏ Nhật Bản trên phần đất đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).



- A. 1194000 đồng. B. 1948000 đồng.
C. 2388000 đồng. D. 3895000 đồng.

CÂU 15. Một mảnh vườn toán học có dạng hình chữ nhật, chiều dài là 16m và chiều rộng là 8m. Các nhà Toán học dùng hai đường Parabol, mỗi Parabol có đỉnh là trung điểm của một cạnh dài và đi qua hai mút của cạnh đối diện, phần mảnh vườn nằm ở miền trong của cả hai Parabol (phần tô đậm như hình vẽ)

được trồng hoa hồng. Biết chi phí để trồng hoa hồng là 45000 đồng/ m^2 . Hỏi các nhà Toán học phải chi bao nhiêu tiền để trồng hoa trên phần mảnh vườn đó? (Số tiền được làm tròn đến hàng nghìn).

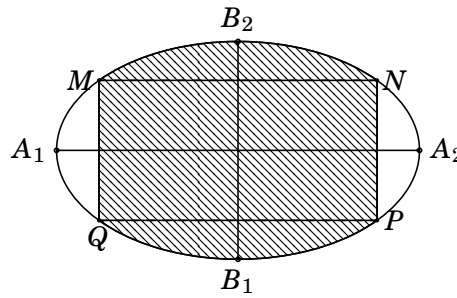


- A. 1920000 đồng. B. 2159000 đồng.
C. 2715000 đồng. D. 3322000 đồng.

CÂU 16. Một biển quảng cáo có dạng hình Elip với bốn đỉnh A_1, A_2, B_1, B_2 như hình vẽ bên. Biết chi phí sơn phần tô đậm là 200000 đồng/ m^2 và phần còn lại là 100000 đồng/ m^2 . Hỏi số tiền để sơn theo cách trên gần nhất với số tiền nào

dưới đây, biết $A_1A_2 = 8\text{m}$, $B_1B_2 = 6\text{m}$ và tứ giác $MNPQ$ là hình chữ nhật có $MQ = 3\text{m}$?

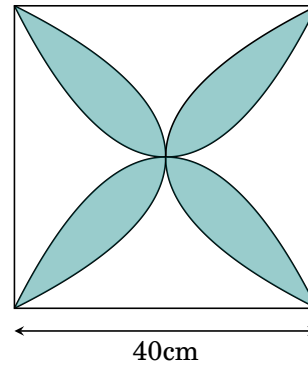
- A. $5 \cdot 526 \cdot 000$ đồng.
- B. $5 \cdot 782 \cdot 000$ đồng.
- C. 7213000 đồng.
- D. 7322000 đồng.



CÂU 17.

Một viên gạch hoa hình vuông cạnh 40cm . Người thiết kế đã sử dụng bốn đường Parabol có chung đỉnh tại tâm của viên gạch để tạo ra bốn cánh hoa (được tô màu như hình bên). Diện tích mỗi cánh hoa của viên gạch bằng

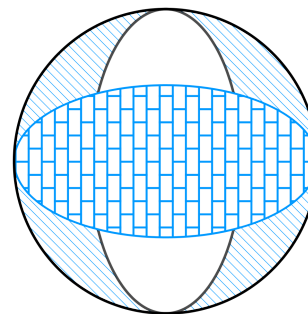
- A. 250cm^2 .
- B. $\frac{400}{3}\text{cm}^2$.
- C. $\frac{800}{3}\text{cm}^2$.
- D. $\frac{1600}{3}\text{cm}^2$.



CÂU 18.

Cho đường tròn có đường kính bằng 4 và 2 Elip lần lượt nhận 2 đường kính vuông góc nhau của đường tròn làm trục lớn, trục bé của mỗi Elip đều bằng 1. Diện tích S phần hình phẳng ở bên trong đường tròn và bên ngoài 2 Elip (phần gạch caro trên hình vẽ) gần với kết quả nào nhất trong 4 kết quả dưới đây?

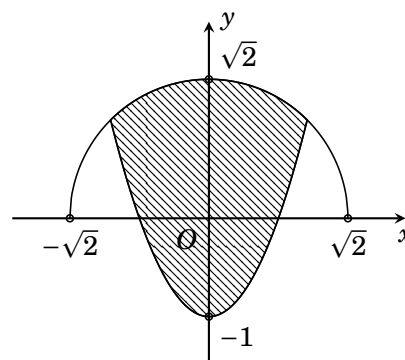
- A. $S = 4, 8$.
- B. $S = 3, 9$.
- C. $S = 3, 7$.
- D. $S = 3, 4$.



CÂU 19. Người ta cần trồng một vườn hoa Cẩm Tú Cầu. Biết rằng phần gạch chéo là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = 2x^2 - 1$ và nửa trên của đường tròn có tâm là gốc tọa độ và bán kính bằng $\sqrt{2}(\text{m})$. Tính số tiền tối thiểu để

trồng xong vườn hoa Cẩm Tú Cầu, biết rằng để trồng mỗi m^2 hoa cần ít nhất là 250000 đồng.

- A. $\frac{3\pi - 2}{6} \times 250000$.
- B. $\frac{3\pi + 10}{6} \times 250000$.
- C. $\frac{3\pi + 10}{3} \times 250000$.
- D. $\frac{3\pi + 2}{6} \times 250000$.



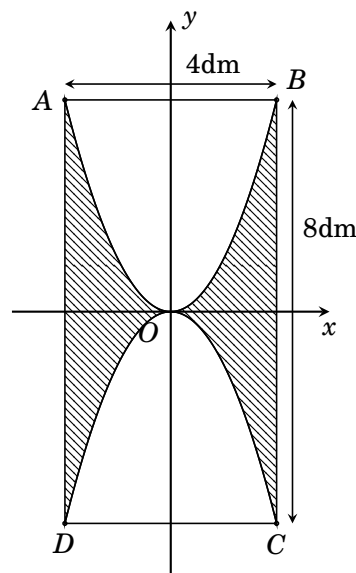
CÂU 20.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

Một họa tiết hình cánh bướm như hình vẽ bên. Phần tô đậm được đính đá với giá thành $500 \cdot 000/m^2$. Phần còn lại được tô màu với giá thành $250 \cdot 000/m^2$. Cho $AB = 4dm; BC = 8dm$. Hỏi để trang trí 1000 họa tiết như vậy cần số tiền gần nhất với số nào sau đây.

- A. 105660667. B. 106666667.
C. 107665667. D. 108665667.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. B	4. B	5. C	6. C	7. A	8. D	9. C	10. B
11. C	12. B	13. C	14. B	15. C	16. D	17. B	18. C	19. B	20. B

B

THỂ TÍCH KHỐI TRÒN XOAY

DẠNG
5

Thể tích khối tròn xoay được giới hạn các hàm số

CÂU 1. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$, $y = 0$, $x = 0$, $x = 2$.

Quay hình phẳng (H) quanh trục hoành tạo nên một khối tròn xoay có thể tích bằng

- A. $\frac{\pi}{2}(\sqrt{3}-1)$. B. $\pi \ln \sqrt{3}$. C. $\frac{8\pi}{9}$. D. $\pi \ln 3$.

CÂU 2. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường thẳng $y = 3^{2x}$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \int_1^2 3^{4x} dx$. B. $V = \pi \int_1^2 3^{4x} dx$. C. $V = \pi \int_1^2 3^{2x} dx$. D. $V = \pi \int_1^2 6^{2x} dx$.

CÂU 3. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x$, $x = -1$, $x = 1$ và trục hoành bằng?

- A. $\frac{2\pi}{3}$. B. $\frac{1}{3}$. C. $\frac{2}{3}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

CÂU 4. Công thức tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi xoay hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = f(x)$, trục hoành, $x = a$, $x = b$ quay quanh trục hoành là:

- A. $V = \int_a^b [f(x)]^2 dx$. B. $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.
C. $V = \pi \int_a^b |f(x)| dx$. D. $V = \int_a^b |f(x)| dx$.

CÂU 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên đoạn $[a; b]$ và có đồ thị là (C) . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi (C) trục hoành, đường thẳng $x = a$ và $x = b$ bằng

- A. $\pi \int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b f^2(x) dx$. C. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $\int_a^b |f(x)| dx$.

CÂU 6. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đường cong $(C): y = e^x$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0, x = \ln 2$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng

- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{3\pi}{2}$. C. 1. D. π .

CÂU 7. Công thức tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = f(x)$, trục Ox và hai đường thẳng $x = a; x = b (a < b)$ xung quanh trục Ox là:

- A. $V = \int_a^b |f(x)| dx$. B. $V = \pi \int_a^b f(x) dx$.
C. $V = \pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $V = \int_a^b f^2(x) dx$.

CÂU 8. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[a; b]$ và có đồ thị là (C) . Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi (C) , trục hoành, đường thẳng $x = a$ và $x = b$ bằng

- A. $\pi \int_a^b f(x) dx$. B. $\int_a^b f^2(x) dx$. C. $\pi \int_a^b f^2(x) dx$. D. $\int_a^b |f(x)| dx$.

CÂU 9. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 3, y = 0, x = 0, x = 1$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 3)^2 dx$. B. $V = \pi \int_0^1 (x^2 + 3) dx$.
C. $V = \int_0^1 (x^2 + 3) dx$. D. $V = \int_0^1 (x^2 + 3)^2 dx$.

CÂU 10. Thể tích của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = 3\sqrt{x}$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 1; x = 4$ quanh trục hoành được tính bởi công thức nào dưới đây?

- A. $V = 3\pi^2 \int_1^4 x dx$. B. $V = 3\pi \int_1^4 \sqrt{x} dx$.
C. $V = 9\pi \int_1^4 x dx$. D. $V = 3 \int_1^4 |\sqrt{x}| dx$.

CÂU 11. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 0, x = 0$ và $x = 1$. Khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) xung quanh trục hoành có thể tích V bằng

- A. $V = \frac{\pi}{3}$. B. $V = \frac{\pi}{5}$. C. $V = \frac{1}{3}$. D. $V = \frac{1}{5}$.

CÂU 12. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng D giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x-1}$, trục hoành, $x = 2$ và $x = 5$ quanh trục Ox bằng

- A. $\frac{14\pi}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{15\pi}{2}$. D. $\frac{15}{2}$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 13. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi hình phẳng giới hạn bởi các đồ thị hàm số $y = x + 1$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 0$, $x = 2$ quay quanh Ox được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_0^2 (x+1)^2 dx.$

B. $V = \int_0^2 (x+1)^2 dx.$

C. $V = \pi \int_0^2 (x^2 + 1) dx.$

D. $V = \int_0^2 |x+1| dx.$

CÂU 14. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 2$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay được tạo thành khi quay (H) quanh trục Ox . Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $V = \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$

B. $V = \int_1^2 (x^2 + 2) dx.$

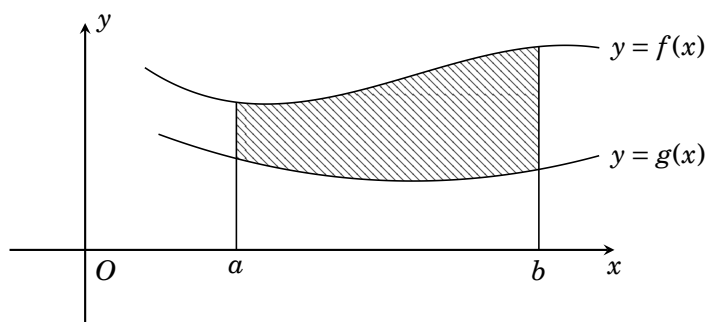
C. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2) dx.$

D. $V = \pi \int_1^2 (x^2 + 2)^2 dx.$

CÂU 15. Cho hình thang cong (H) giới hạn bởi các đường $y = e^x$, $y = 0$, $x = -1$, $x = 1$. Thể tích của vật thể tròn xoay được tạo thành khi cho hình (H) quay quanh trục hoành được tính theo công thức nào dưới đây?

A. $V = \pi \int_{-1}^1 e^{2x} dx.$ **B.** $V = \pi \int_{-1}^1 e^x dx.$ **C.** $V = \int_{-1}^1 e^{2x} dx.$ **D.** $V = \int_{-1}^1 e^x dx.$

CÂU 16. Cho hàm số $y = f(x)$, $y = g(x)$ xác định và liên tục trên đoạn $[a; b]$. Gọi H là hình phẳng được tô đậm trong hình, khi quay H quanh trục Ox ta thu được khối tròn xoay có thể tích V . Tìm mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau đây?



A. $V = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

B. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)] dx.$

C. $V = \pi \int_a^b [f(x) - g(x)]^2 dx.$

D. $V = \pi \int_a^b [f^2(x) - g^2(x)] dx.$

CÂU 17. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành là

A. $V = \pi - 1.$

B. $V = \pi + 1.$

C. $V = \pi(\pi + 1).$

D. $V = \pi(\pi - 1).$

CÂU 18. Gọi D là phần hình phẳng giới hạn bởi các đường $x = -1$; $y = 0$; $y = x^3$. Thể tích khối tròn xoay tạo nên khi quay D quanh trục Ox bằng

A. $\frac{\pi}{7}.$

B. $\frac{2\pi}{7}.$

C. $\frac{\pi}{6}.$

D. $\frac{\pi}{8}.$

GHI CHÚ NHANH

CÂU 19. Cho hình phẳng (D) được giới hạn bởi các đường $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ và $y = \sqrt{2x+1}$. Thể tích V của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng (D) xung quanh trục Ox được tính theo công thức nào sau đây?

A. $V = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx.$

B. $V = \int_0^1 (2x+1) dx.$

C. $V = \pi \int_0^1 (2x+1) dx.$

D. $V = \pi \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx.$

CÂU 20. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = 3x - x^2$ và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh ra khi cho (H) quay quanh trục Ox .

A. $V = \frac{81}{10}\pi.$

B. $V = \frac{81}{10}.$

C. $V = \frac{9}{2}.$

D. $V = \frac{9}{2}\pi.$

CÂU 21. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x^2+1}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 1$, $x = 4$. Khi (H) quay quanh trục Ox tạo thành một khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $24\pi.$

B. $24.$

C. $8, 15.$

D. $8, 15\pi.$

CÂU 22. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$; $y = 0$; $x = 2$. Thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay (H) quanh trục Ox là

A. $V = 4\pi.$

B. $V = \frac{32\pi}{5}.$

C. $V = \frac{8\pi}{3}.$

D. $V = \frac{3\pi}{5}.$

CÂU 23. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = e^x$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = 1$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay D quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

A. $V = \frac{e^2-1}{2}.$

B. $V = \frac{\pi(e^2+1)}{2}.$

C. $V = \frac{\pi(e^2-1)}{2}.$

D. $V = \frac{\pi e^2}{2}.$

CÂU 24. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x} - 2$, trục hoành và đường thẳng $x = 9$. Khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) quanh trục hoành có thể tích V bằng:

A. $V = \frac{5\pi}{6}.$

B. $V = \frac{7\pi}{6}.$

C. $V = \frac{11\pi}{6}.$

D. $V = \frac{13\pi}{6}.$

CÂU 25. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, trục hoành và hai đường thẳng $x = 1$, $x = 4$ quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{14\pi}{3}.$

B. $\frac{15\pi}{2}.$

C. $\frac{14}{3}.$

D. $\frac{15}{2}.$

CÂU 26. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi đồ thị các hàm số $y = -x^2 + 3x$ và $y = 0$ khi quay quanh trục Ox bằng

A. $\frac{81}{10}.$

B. $\frac{9}{2}.$

C. $\frac{9\pi}{2}.$

D. $\frac{81\pi}{10}.$

CÂU 27. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị của hàm số $y = e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0$; $x = 1$. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục Ox là

A. $\frac{\pi}{2}(e^2-1).$

B. $\pi(e^2-1).$

C. $\frac{\pi}{2}(e^2+1).$

D. $\pi(e^2+1).$

CÂU 28. Giả sử D là hình phẳng giới hạn bởi đường parabol $y = x^2 - 3x + 2$ và trục hoành. Quay D quanh trục hoành ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $V = \frac{\pi}{30}.$

B. $V = \frac{1}{6}.$

C. $V = \frac{\pi}{6}.$

D. $V = \frac{1}{30}.$

CÂU 29. Thể tích V của khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x$, trục hoành Ox và các đường thẳng $x = 1$, $x = 2$ quanh trục Ox là

A. $V = \frac{7\pi}{3}.$

B. $V = \frac{8\pi}{3}.$

C. $V = 7\pi.$

D. $V = 8\pi.$

GHI CHÚ NHANH

CÂU 30. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = e^x$, trục Ox và hai đường thẳng $x = 0, x = 1$. Thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay (H) xung quanh trục Ox là

- A. $\frac{\pi}{2}(e^2 - 1)$. B. $\pi(e^2 + 1)$. C. $\frac{\pi}{2}(e^2 + 1)$. D. $\pi(e^2 - 1)$.

CÂU 31. Tìm công thức tính thể tích của khối tròn xoay khi cho hình phẳng giới hạn bởi parabol $(P): y = x^2$ và đường thẳng $d: y = 2x$ quay xung quanh trục Ox .

- A. $\pi \int_0^2 (x^2 - 2x)^2 dx$. B. $\pi \int_0^2 4x^2 dx - \pi \int_0^2 x^4 dx$.
C. $\pi \int_0^2 4x^2 dx + \pi \int_0^2 x^4 dx$. D. $\pi \int_0^2 (2x - x^2) dx$.

CÂU 32. Tính thể tích vật thể tròn xoay tạo ra khi quay phần hình phẳng giới hạn bởi đồ thị $y = x^2 - x$, trục Ox quanh trục Ox .

- A. $\frac{5}{6}$. B. $\frac{\pi}{30}$. C. $\frac{1}{30}$. D. $\frac{5\pi}{6}$.

CÂU 33. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = -x^2 - 2x + 3$ và trục Ox quanh trục Ox là:

- A. $\frac{16}{15}$. B. $\frac{512\pi}{15}$. C. $\frac{16\pi^3}{15}$. D. $\frac{16\pi}{15}$.

CÂU 34. Thể tích khối tròn xoay khi quay hình phẳng giới hạn bởi $y = x^2$ và $y = 2x + 3$ quanh trục Ox là:

- A. $\frac{1088\pi}{15}$. B. $\frac{138\pi}{5}$. C. $\frac{9\pi}{2}$. D. $\frac{72\pi}{5}$.

CÂU 35. Thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay quanh trục hoành hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^3$ và $y = 2x^2$ là:

- A. $\frac{1}{3}\pi$. B. $\frac{3}{2}\pi$. C. $\frac{256\pi}{35}$. D. $\frac{32}{15}\pi$.

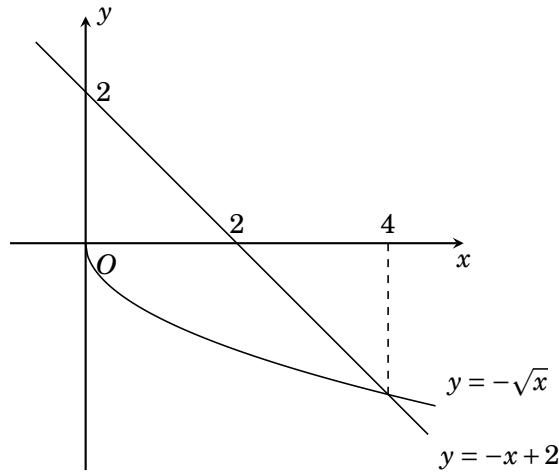
CÂU 36. Thể tích của khối tròn xoay do hình phẳng giới hạn bởi hai đường $y = x^2 - 3x + 5, y = x + 2$ quay quanh trục Ox là

- A. $\frac{16\pi}{15}$. B. $\frac{16}{15}$. C. $\frac{48}{5}$. D. $\frac{48\pi}{5}$.

CÂU 37. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2 + 1$, trục tung và tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^2 + 1$ tại điểm $(1; 2)$. Khi quay hình (H) quanh trục Ox tạo thành khối tròn xoay có thể tích V bằng

- A. $V = \frac{4}{5}\pi$. B. $V = \frac{28}{15}\pi$. C. $V = \frac{8}{15}\pi$. D. $V = \pi$.

CÂU 38. Cho hình phẳng (H) giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = -\sqrt{x}$, đường thẳng $y = -x + 2$ và trục hoành. Khối tròn xoay tạo ra khi (H) quay quanh Ox có thể tích V được xác định bằng công thức nào sau đây?



GHI CHÚ NHANH

A. $V = \pi \left[\int_0^2 x dx + \int_2^4 (2-x)^2 dx \right]$.

C. $V = \pi \left[\int_0^2 x dx + \int_2^4 (x-2)^2 dx \right]$.

B. $V = \pi \left[\int_0^2 x dx - \int_2^4 (2-x)^2 dx \right]$.

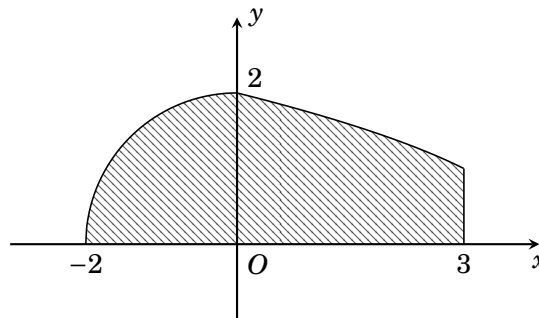
D. $V = \pi \left[\int_0^4 x dx - \int_2^4 (2-x)^2 dx \right]$.

CÂU 39. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi $\frac{1}{4}$ cung tròn có bán kính $R = 2$,

đường cong $y = \sqrt{4-x}$ và trục hoành, $x = 3$. Tính thể tích V khối tạo thành khi cho (H) quay quanh Ox .

A. $V = \frac{77\pi}{6}$. **B.** $V = \frac{53\pi}{6}$.

C. $V = \frac{67\pi}{6}$. **D.** $V = \frac{66\pi}{7}$.



CÂU 40. Quay xung quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = (3x-1)\sqrt{\ln x}$, trục Ox và đường thẳng $x = 2$ ta thu được khối tròn xoay có thể tích bằng

A. $\int_{\frac{1}{3}}^2 (3x-1)^2 \ln x dx$. **B.** $\pi \int_{\frac{1}{3}}^2 (3x-1)^2 \ln x dx$.

C. $\pi \int_1^2 (3x-1)^2 \ln x dx$. **D.** $\int_1^2 (3x-1)^2 \ln x dx$.

CÂU 41. Ký hiệu (H) là hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{(x-1)e^{x^2-2x}}$, $y = 0$; $x = 2$. Tính thể tích V của khối tròn xoay thu được khi quay hình (H) xung quanh trục hoành.

A. $V = \frac{\pi(2e-1)}{2e}$. **B.** $V = \frac{\pi(2e-3)}{2e}$. **C.** $V = \frac{\pi(e-1)}{2e}$. **D.** $V = \frac{\pi(e-3)}{2e}$.

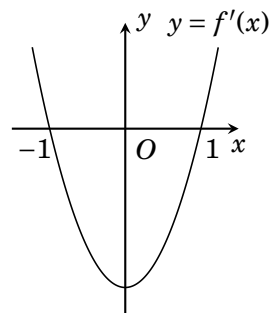
CÂU 42. Thể tích khối tròn xoay thu được khi quay quanh trục Ox hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{3x+1}}{x+1}$ trục hoành và đường thẳng $x = 1$ là

A. $3\pi \ln 3$. **B.** $\pi(3 \ln 3 - 2)$. **C.** $3 \ln 3 - 1$. **D.** $\pi(3 \ln 3 - 1)$.

CÂU 43. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$, $(a, b, c, d \in \mathbb{R})$ có đồ thị (C) .

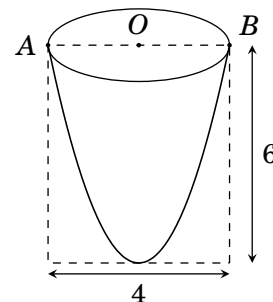
GHI CHÚ NHANH

Biết rằng đồ thị (C) tiếp xúc với đường thẳng $y = 4$ tại điểm có hoành độ âm và đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cho bởi hình vẽ dưới đây. Tính thể tích vật thể tròn xoay được tạo thành khi quay hình phẳng H giới hạn bởi đồ thị (C) và trục hoành khi quay xung quanh trục Ox .



- A. $\frac{725}{35}\pi$. B. $\frac{729}{35}\pi$.
C. 6π . D. $\frac{1}{35}\pi$.

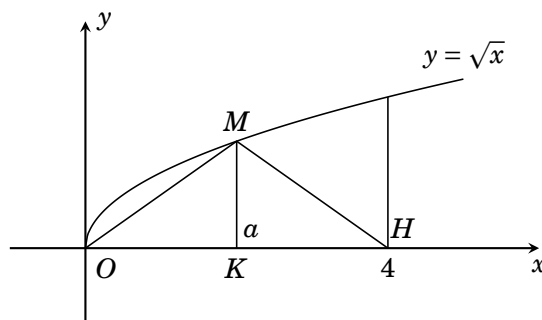
CÂU 44. Có một vật thể là hình tròn xoay có dạng giống một cái ly như hình vẽ dưới đây. Người ta đo được đường kính miệng ly là 4cm và chiều cao là 6cm. Biết rằng thiết diện của chiếc ly cắt bởi mặt phẳng đối xứng là một parabol. Tính thể tích V (cm^3) của vật thể đã cho.



- A. $\frac{12\pi}{72}$. B. $\frac{12}{72}$.
C. $\frac{5}{5}$. D. $\frac{5}{5}$.

CÂU 45. Gọi V là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay hình phẳng

giới hạn bởi các đường $y = \sqrt{x}$, $y = 0$ và $x = 4$ quanh trục Ox . Đường thẳng $x = a$ ($0 < a < 4$) cắt đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$ tại M . Gọi V_1 là thể tích khối tròn xoay tạo thành khi quay tam giác OMH quanh trục Ox . Tìm a sao cho $V = 2V_1$



- A. $a = \frac{3}{2}$. B. $a = 2\sqrt{2}$.
C. $a = \frac{5}{2}$. D. $a = 3$.

CÂU 46. Cho (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = \sqrt{3}x$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{4 - x^2}$ và trục hoành. Diện tích hình (H) bằng

- A. $\frac{4\pi + \sqrt{3}}{12}$. B. $\frac{4\pi + 2\sqrt{3} - 3}{6}$. C. $\frac{5\sqrt{3} - 2\pi}{3}$. D. $\frac{4\pi - \sqrt{3}}{6}$.

CÂU 47. Cho hình phẳng D giới hạn bởi đường cong $y = \sqrt{2 + \cos x}$, trục hoành và các đường thẳng $x = 0$, $x = \frac{\pi}{2}$. Khối tròn xoay tạo thành khi D quay quanh trục hoành có thể tích V bằng bao nhiêu?

- A. $V = (\pi + 1)\pi$. B. $V = (\pi - 1)\pi$. C. $V = \pi + 1$. D. $V = \pi - 1$.

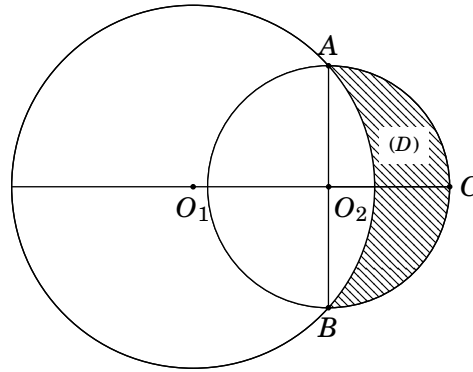
CÂU 48. Gọi V là thể tích của khối tròn xoay giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = x\sqrt{a}$ và $y = \sqrt{a(2 - a)x}$, $0 < a < 2$, khi quay quanh trục Ox . Giá trị của a để V đạt giá trị lớn nhất là

- A. $a = 1$. B. $a = \frac{1}{2}$. C. $a = \frac{3}{2}$. D. $a = \frac{3}{4}$.

CÂU 49. Cho hai đường tròn $(O_1; 10)$ và $(O_2; 6)$ cắt nhau tại hai điểm A, B

sao cho AB là một đường kính của đường tròn $(O_2; 6)$. Gọi (D) là hình phẳng được giới hạn bởi hai đường tròn. Quay (D) quanh trục O_1O_2 ta được một khối tròn xoay. Tính thể tích V của khối tròn xoay được tạo thành.

- A. $V = 36\pi$. B. $V = \frac{68\pi}{3}$.
C. $V = \frac{320}{3}$. D. $V = \frac{320\pi}{3}$.

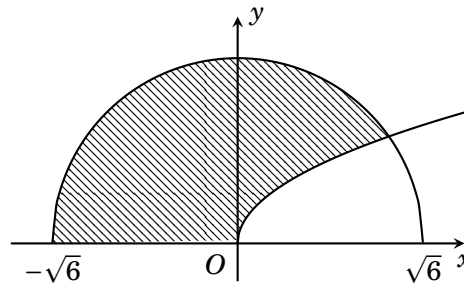


CÂU 50. Gọi (H) là hình phẳng giới hạn bởi parabol $y = x^2 - 4x + 4$, đường thẳng $y = 4x - 12$ và trục hoành. Biết thể tích của khối tròn xoay tạo thành khi quay hình (H) quanh trục hoành bằng $\frac{a}{b}\pi$ (a, b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản). giá trị của $a + b$ bằng

- A. 31. B. 5. C. 36. D. 37.

CÂU 51. Gọi D là hình phẳng giới hạn bởi đồ thị hàm số $y = \sqrt{x}$, cung tròn có phương trình $y = \sqrt{6 - x^2}$ ($-\sqrt{6} \leq x \leq \sqrt{6}$) và trục hoành. Tính thể tích V của vật thể tròn xoay sinh bởi khi quay hình phẳng D quanh trục Ox .

- A. $V = 8\pi\sqrt{6} - 2\pi$.
B. $V = 8\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.
C. $V = 8\pi\sqrt{6} - \frac{22\pi}{3}$.
D. $V = 4\pi\sqrt{6} + \frac{22\pi}{3}$.



BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. A	4. B	5. C	6. B	7. C	8. C	9. A	10. C
11. B	12. C	13. A	14. D	15. A	16. D	17. C	18. A	19. C	20. A
21. A	22. B	23. C	24. C	25. B	26. D	27. A	28. A	29. A	30. A
31. B	32. B	33. B	34. A	35. C	36. D	37. C	38. D	39. A	40. C
41. C	42. B	43. B	44. A	45. D	46. D	47. A	48. B	49. D	50. A

51. D

DẠNG

6

Thể tích theo mặt cắt $S(x)$

CÂU 1. Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-2; 2]$) là một hình vuông có cạnh bằng $\sqrt{4 - x^2}$. Thể tích của vật thể (T) bằng

- A. π . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

CÂU 2. Cho vật thể (T) được giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = -2$ và $x = 2$. Biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , ($x \in [-2; 2]$) là một hình vuông có cạnh $\sqrt{4 - x^2}$. Thể tích vật thể (T) bằng

- A. π . B. $\frac{32}{3}$. C. $\frac{32\pi}{3}$. D. $\frac{8}{3}$.

CÂU 3. Tính thể tích V của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \pi$) là một tam giác đều cạnh $2\sqrt{\sin x}$.

GHI CHÚ NHANH

A. $2\pi\sqrt{3}$.

B. 3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. 3π .

CÂU 4. Xét vật thể (T) nằm giữa hai mặt phẳng $x = -1$ và $x = 1$. Biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 1$) là một hình vuông có cạnh bằng $2\sqrt{1-x^2}$. Thể tích vật thể (T) bằng

A. $\frac{16}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. π .

D. $\frac{16\pi}{3}$.

CÂU 5. Thể tích của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 0$ và $x = 3$, có thiết diện bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq 3$) là một hình chữ nhật có hai kích thước bằng x và $2\sqrt{9-x^2}$ bằng

A. $V = 3$.

B. $V = 18$.

C. $V = 22$.

D. $V = 20$.

CÂU 6. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai đường thẳng $x = 1$ và $x = 3$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) là hình vuông có cạnh $\sqrt{4-x}$.

A. $V = 4\pi$.

B. $V = 2\pi$.

C. $V = 2$.

D. $V = 4$.

CÂU 7. Trong không gian, cắt vật thể bởi hai mặt phẳng (P): $x = -1$ và (Q): $x = 2$. Biết một mặt phẳng tùy ý vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($-1 \leq x \leq 2$) cắt theo thiết diện là một hình vuông có cạnh bằng $6-x$. Thể tích của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng (P), (Q) bằng:

A. 93π .

B. $\frac{33}{2}$.

C. 93.

D. $\frac{33}{2}\pi$.

CÂU 8. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 3$ biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) là hình vuông có cạnh $\sqrt{3-x}$.

A. $V = 1$.

B. $V = 2$.

C. $V = \pi$.

D. $V = 2\pi$.

CÂU 9. Tính thể tích V của vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 1$ và $x = 3$, biết rằng thiết diện của vật thể cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($1 \leq x \leq 3$) là hình vuông có cạnh $\sqrt{3-x}$.

A. 1.

B. 2.

C. π .

D. 2π .

CÂU 10. Cho phần vật thể B giới hạn bởi hai mặt phẳng có phương trình $x = 0$ và $x = \frac{\pi}{3}$. Cắt phần vật thể B bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x ($0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$) ta được thiết diện là một tam giác vuông có độ dài hai cạnh góc vuông lần lượt là $2x$ và $\cos x$. Thể tích vật thể B bằng:

A. $\frac{\sqrt{3}\pi + 3}{6}$.

B. $\frac{\sqrt{3}\pi - 3}{3}$.

C. $\frac{\sqrt{3}\pi - 3}{6}$.

D. $\frac{\sqrt{3}\pi}{6}$.

CÂU 11. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 2$ và $x = 3$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($2 \leq x \leq 3$) thì được thiết diện là một hình vuông có độ dài cạnh là $\sqrt{x^2 - 3}$.

A. $\frac{10}{3}$.

B. $\frac{8}{3}$.

C. $\frac{10\pi}{3}$.

D. $\frac{8\pi}{3}$.

CÂU 12. Tính thể tích V của phần vật thể giới hạn bởi hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 4$, biết rằng khi cắt vật thể bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x bất kì ($1 \leq x \leq 4$) thì được thiết diện là một nửa lục giác đều có độ dài cạnh là $2x$.

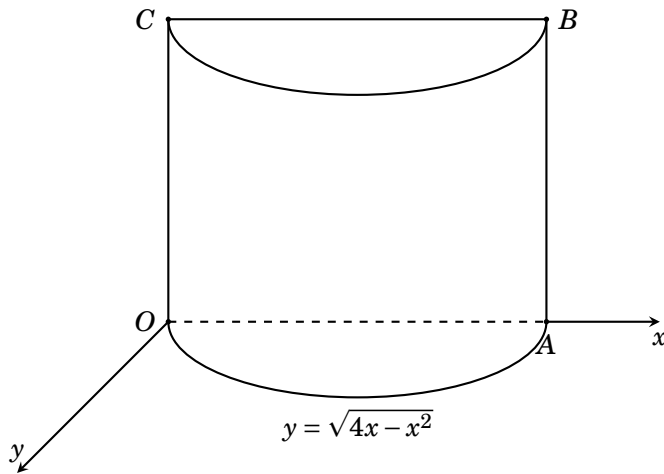
A. $21\sqrt{3}$.

B. 21.

C. $63\sqrt{3}$.

D. 63.

CÂU 13. Cho khối V giới hạn bởi hình chữ nhật $OABC$ nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy, mặt cong và hai đáy song song bằng nhau. Biết phương trình đường cong trong mặt phẳng (Oxy) là $y = \sqrt{4x - x^2}$, chiều cao $OC = 3$. Tính thể tích của V .



GHI CHÚ NHANH

- A. 6π . B. 4π . C. 5π . D. 3π .

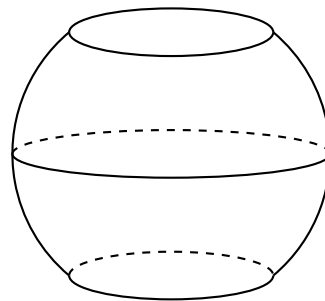
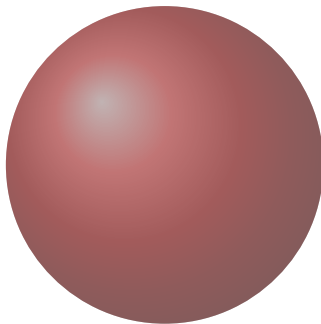
BẢNG ĐÁP ÁN

1. B 2. B 3. C 4. A 5. B 6. D 7. C 8. B 9. B 10. C
11. A 12. C 13. A

DẠNG
7

Bài toán thực tế ứng dụng thể tích

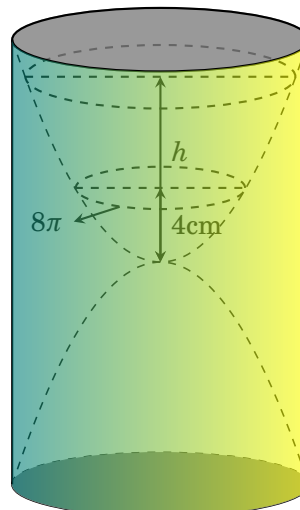
CÂU 1. Một khối cầu có bán kính là 5dm, người ta cắt bỏ hai phần của khối cầu bằng hai mặt phẳng song song cùng vuông góc đường kính và cách tâm một khoảng 3dm để làm một chiếc lu đựng nước. Tính thể tích mà chiếc lu chứa được



- A. $\frac{100}{3}\pi\text{dm}^3$. B. $\frac{43}{3}\pi\text{dm}^3$. C. $41\pi\text{dm}^3$. D. $132\pi\text{dm}^3$.

CÂU 2. Một chiếc đồng hồ cát như hình vẽ, gồm hai phần đối xứng nhau qua mặt phẳng nằm ngang và đặt trong một hình trụ. Thiết diện thẳng đứng qua mặt của nó là hai parabol chung đỉnh và đối xứng với nhau qua mặt nằm ngang. Ban đầu lượng cát dồn hết ở phần trên của đồng hồ thì chiều cao h của mực cát bằng $\frac{3}{4}$ chiều cao của bên đó. Cát chảy từ trên xuống dưới với lưu lượng không đổi $2,90\text{cm}^3/\text{phút}$. Khi chiều cao cát còn 4cm thì bề mặt trên cùng của cát tạo thành một đường tròn chu vi $8\pi\text{cm}$. Biết sau 30 phút thì cát chảy hết xuống bên dưới của đồng hồ. Hỏi chiều cao của khối trụ bên ngoài là bao nhiêu cm?

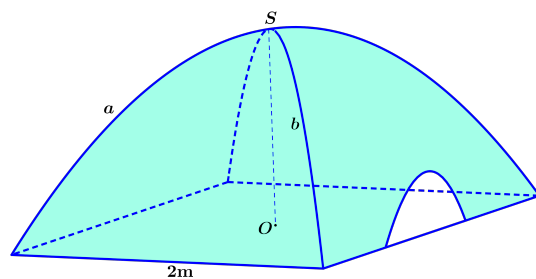
- A. 8cm. B. 12cm. C. 10cm. D. 9cm.



GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 3.

Một chiếc lều vải du lịch dạng hình cong như hình bên. Khung chính bao gồm đáy là hình vuông cạnh 2m và hai xương dây a, b nằm trên các đường parabol đỉnh S . Biết chiều cao của lều là $SO = 135\text{cm}$, O là tâm của đáy. Tính thể tích chiếc lều.



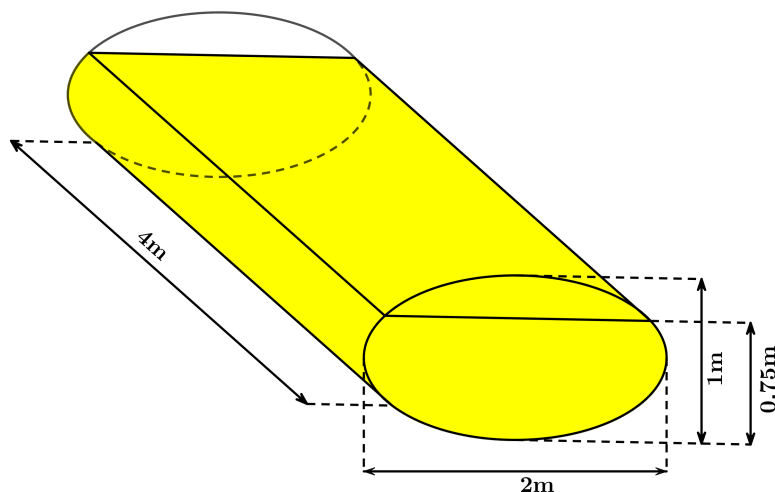
A. $\frac{27}{10}$.

B. $\frac{26}{9}$.

C. 3.

D. $\frac{30}{11}$.

CÂU 4. Một thùng đựng dầu có thiết diện ngang là một hình elip có độ dài trục lớn bằng 2m, độ dài trục bé bằng 1m, chiều dài mặt trong của thùng bằng 4m. Thùng được đặt sao cho trục bé của elip nằm theo phương thẳng đứng. Biết chiều cao của mức dầu hiện có trong thùng là 0,75m. Thể tích dầu hiện có trong thùng gần nhất với giá trị nào sau đây?



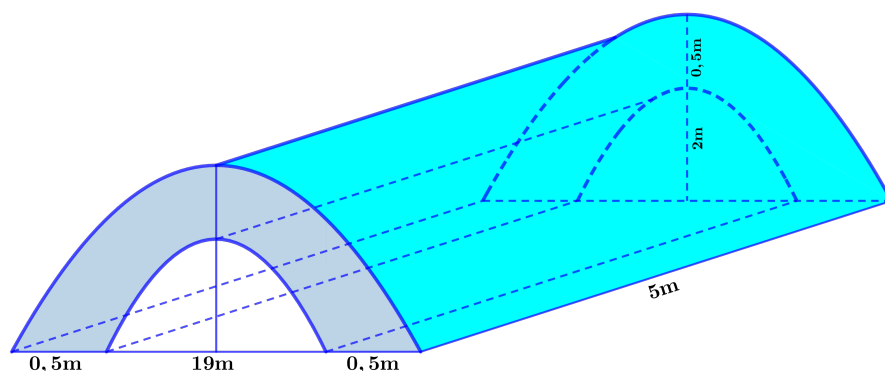
A. $4,94\text{m}^3$.

B. $5,05\text{m}^3$.

C. $4,94\text{m}^2$.

D. $5,17\text{m}^3$.

CÂU 5. Trong chương trình nông thôn mới, tại một xã X có xây một cây cầu bằng bê tông như hình vẽ. Tính thể tích khối bê tông để đổ đủ cây cầu.



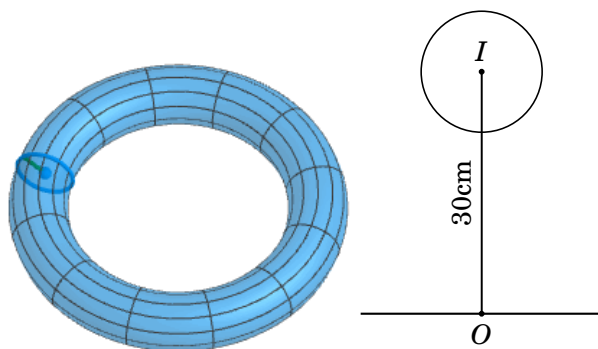
A. 19m^3 .

B. 21m^3 .

C. 18m^3 .

D. 40m^3 .

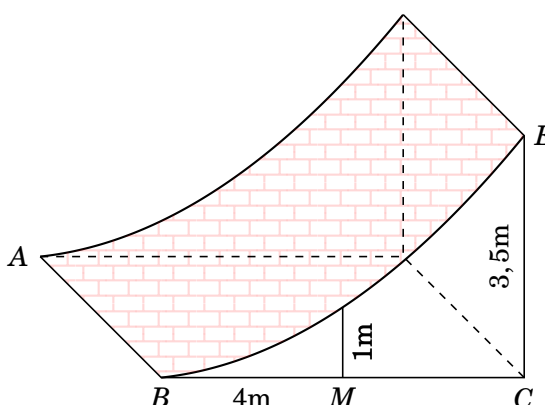
CÂU 6. Người ta làm một chiếc phao bơi như hình vẽ. Biết rằng $OI = 30\text{cm}$, $R = 5\text{cm}$. Tính thể tích V của chiếc phao



- A. $V = 1500\pi^2 \text{cm}^3$.
 B. $V = 9000\pi^2 \text{cm}^3$.
 C. $V = 1500\pi \text{cm}^3$.
 D. $V = 9000\pi \text{cm}^3$.

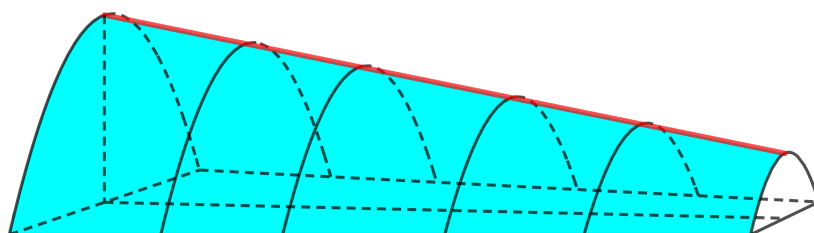
CÂU 7. Chướng ngại vật “tường cong” trong một sân thi đấu X-Game là một khối bê tông có chiều cao từ mặt đất lên là 3,5m. Giao của mặt tường cong và mặt đất là đoạn thẳng $AB = 2\text{m}$.

Thiết diện của khối tường cong cắt bởi mặt phẳng vuông góc với AB tại A là một hình tam giác vuông cong ACE với $AC = 4\text{m}$, $CE = 3,5\text{m}$ và cạnh cong AE nằm trên một đường parabol có trục đối xứng vuông góc với mặt đất. Tại vị trí M là trung điểm của AC thì tường cong có độ cao 1m. Tính thể tích bê tông cần sử dụng để tạo nên khối tường cong đó.



- A. $9,75\text{m}^3$.
 B. $10,5\text{m}^3$.
 C. 10m^3 .
 D. $10,25\text{m}^3$.

CÂU 8. Cho một mô hình 3-D mô phỏng một đường hầm như hình vẽ bên.



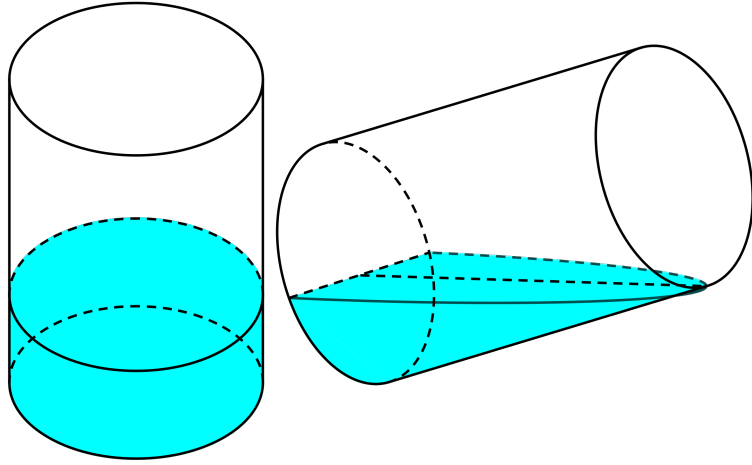
Biết rằng đường hầm mô hình có chiều dài 5(cm); khi cắt hình này bởi mặt phẳng vuông góc với đáy của nó, ta được thiết diện là một hình parabol có độ dài đáy gấp đôi chiều cao parabol. Chiều cao của mỗi thiết diện parabol cho bởi công thức $y = 3 - \frac{2}{5}x$ (cm), với x (cm) là khoảng cách tính từ lối vào lớn hơn của đường hầm mô hình. Tính thể tích không gian bên trong đường hầm mô hình

- A. 29.
 B. 27.
 C. 31.
 D. 33.

CÂU 9. Có một cốc nước thủy tinh hình trụ, bán kính trong lòng đáy cốc là 6cm, chiều cao lòng cốc là 10cm đang đựng một lượng nước.

GHI CHÚ NHANH

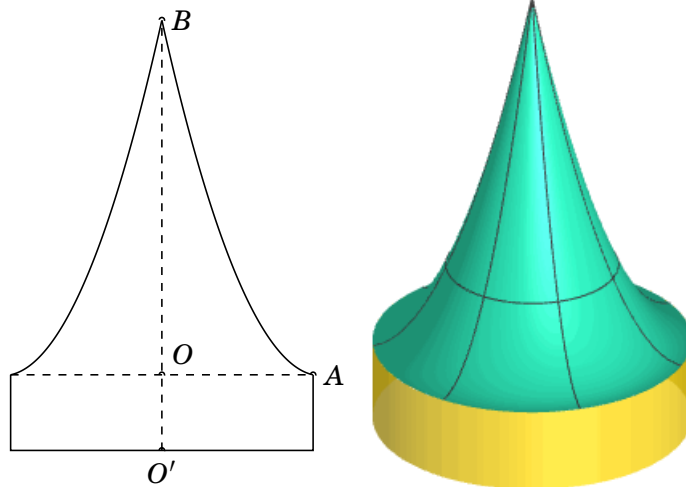
GHI CHÚ NHANH



Tính thể tích lượng nước trong cốc, biết khi nghiêng cốc nước vừa lúc khi nước chạm miệng cốc thì đáy mực nước trùng với đường kính đáy.

- A.** 240cm^3 . **B.** $240\pi\text{cm}^3$. **C.** 120cm^3 . **D.** $120\pi\text{cm}^3$.

CÂU 10. Chuẩn bị cho đêm hội diễn văn nghệ chào đón năm mới, bạn An đã làm một chiếc mũ “cách điệu” cho ông già Noel có dáng một khối tròn xoay. Mặt cắt qua trục của chiếc mũ như hình vẽ bên dưới.



Biết rằng $OO' = 5\text{ cm}$, $OA = 10\text{ cm}$, $OB = 20\text{ cm}$, đường cong AB là một phần của parabol có đỉnh là điểm A . Thể tích của chiếc mũ bằng

- A.** $\frac{2750\pi}{3} (\text{cm}^3)$. **B.** $\frac{2500\pi}{3} (\text{cm}^3)$. **C.** $\frac{2050\pi}{3} (\text{cm}^3)$. **D.** $\frac{2250\pi}{3} (\text{cm}^3)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

- 1. D** **2. C** **3. A** **4. B** **5. D** **6. A** **7. C** **8. A** **9. A** **10. B**

CHỦ ĐỀ

4

SỐ PHỨC

A

KHÁI NIỆM SỐ PHỨC

DẠNG

1

Câu hỏi lý thuyết

CÂU 1. Trong các số phức sau, số phức nào là số thuần ảo?

- A. $-1-i$. B. $-3i$. C. 2 . D. -5 .

CÂU 2. Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. Số $2021i$ là số thuần ảo.
 B. Số 0 là số phức có môđun nhỏ nhất.
 C. Số phức z và số phức $\bar{z}$ là hai số đối nhau.
 D. Số phức z và số phức $\bar{z}$ có môđun bằng nhau.

CÂU 3. Môđun của số phức $z = a + bi$ với $a, b \in \mathbb{R}$ là

- A. $\sqrt{a^2 + b^2}$. B. b . C. $\sqrt{a^2 - b^2}$. D. a .

CÂU 4. Số nào dưới đây là một căn bậc hai của -25 ?

- A. $5-i$. B. -5 . C. $-5i$. D. $5+i$.

CÂU 5. Trong các phát biểu sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng? a) Một số phức là biểu thức có dạng $a + bi$, với $a, b \in \mathbb{R}$.b) Đơn vị ảo i là số thỏa mãn: $i = (-1)^2$.

c) Tồn tại một số thực không thuộc tập số phức.

d) Hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$ gọi là bằng nhau nếu $a = a'$ và $b = b'$

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 6. Tích của hai số phức $z = a + bi$ và $z' = a' + b'i$ là

- A. $zz' = aa' - bb'$. B. $zz' = ab' + a'bi$.
 C. $zz' = \sqrt{a^2 + b^2} \cdot \sqrt{a'^2 + b'^2}$. D. $zz' = aa' - bb' + (ab' + a'b)i$.

CÂU 7. Cho 2 số thực a và b thỏa mãn $2a + (b + 18i)i = a + 2 + 19i$ với i là đơn vị ảo. Tính giá trị biểu thức $P = a + b$?

- A. 19. B. 17. C. 39. D. 37.

CÂU 8. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$). Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $|z| = \sqrt{a^2 - b^2}$. B. $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$. C. $|z| = a^3 + b^3$. D. $|z| = a^2 + b^2$.

CÂU 9. Số phức liên hợp của số phức $z = a - bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức

- A. $\bar{z} = a - bi$. B. $\bar{z} = a + bi$. C. $\bar{z} = -a - bi$. D. $\bar{z} = b - ai$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B 2. C 3. A 4. C 5. B 6. D 7. C 8. B 9. B

DẠNG

2

Phần thực, phần ảo, môđun, số phức liên hợp

CÂU 1. Số phức $z = 6 + 21i$ có số phức liên hợp $\bar{z}$ là

- A. $\bar{z} = 21 - 6i$. B. $\bar{z} = -6 - 21i$. C. $\bar{z} = -6 + 21i$. D. $\bar{z} = 6 - 21i$.

CÂU 2. Số phức $z = 6 + 9i$ có phần ảo là

- A. -9 . B. $9i$. C. 9 . D. 6 .

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 3. Modun của số phức $z = 5 - 2i$ bằng:

- A. $\sqrt{21}$. B. $\sqrt{29}$. C. 29. D. 3.

CÂU 4. Phần ảo của số phức $z = -7 + 6i$ bằng:

- A. $-6i$. B. -6 . C. 6. D. $6i$.

CÂU 5. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần ảo của số phức liên hợp của z .

- A. -2 . B. $2i$. C. 2. D. $-2i$.

CÂU 6. Môđun của số phức $z = 2 + \sqrt{3}i$ bằng

- A. 7. B. 5. C. $\sqrt{7}$. D. $\sqrt{5}$.

CÂU 7. Môđun của số phức $z = 4 - 3i$ bằng

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 7$. C. $|z| = \sqrt{7}$. D. $|z| = 25$.

CÂU 8. Cho số phức $z = 2021i - 2022$. Số phức liên hợp của số phức z là

- A. $\bar{z} = -2021 - 2022i$. B. $\bar{z} = 2021i + 2022$.
C. $\bar{z} = -2021i - 2022$. D. $\bar{z} = -2021i + 2022$.

CÂU 9. Cho số phức $z = 3 + i$. Số phức $\bar{z}$ là

- A. $3 - i$. B. $-3 - i$. C. $-3 + i$. D. $1 - 3i$.

CÂU 10. Cho số phức $z = 1 - 2i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ là?

- A. 2. B. -2 . C. $2i$. D. $-2i$.

CÂU 11. Cho số phức $z = 2 + 3i$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. 3. B. 2. C. -2 . D. -3 .

CÂU 12. Môđun của số phức $z = 2\sqrt{2} - i$ là

- A. $\sqrt{3}$. B. 3. C. $\sqrt{7}$. D. 7.

CÂU 13. Cho số phức $z = 2 - 3i$, khi đó $\bar{z}$ bằng

- A. $3 - 2i$. B. $3 + 2i$. C. $2 + 3i$. D. $-2 + 3i$.

CÂU 14. Cho số phức $z = -3 + 5i$. Phần ảo của số phức z bằng

- A. $5i$. B. 5. C. 3. D. -3 .

CÂU 15. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} = 4 - 5i$. Phần ảo của z bằng

- A. -4 . B. 5. C. -5 . D. 4.

CÂU 16. Phần ảo của số thực $z = 2 - 5i$ là

- A. 5. B. -5 . C. $-5i$. D. $5i$.

CÂU 17. Số phức liên hợp của $z = 3 - 2i$ là:

- A. $\bar{z} = -3 + 2i$. B. $\bar{z} = 3 - 2i$. C. $\bar{z} = 3 + 2i$. D. $\bar{z} = -3 - 2i$.

CÂU 18. Cho số phức $z = 6 + 7i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 7 - 6i$. B. $\bar{z} = -7 + 6i$. C. $\bar{z} = 6 - 7i$. D. $\bar{z} = -6 - 7i$.

CÂU 19. Số phức liên hợp của $z = 2 - 5i$ là

- A. $\bar{z} = -2 - 5i$. B. $\bar{z} = -2 + 5i$. C. $\bar{z} = -5 + 2i$. D. $\bar{z} = 2 + 5i$.

CÂU 20. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức z .

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{10}$. D. $\sqrt{5}$.

CÂU 21. Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$, biết $z(1 - i) = (1 + i)3i$.

- A. 3. B. -3 . C. 0. D. -1 .

CÂU 22. Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

- A. $1 + 3i$. B. $-1 - 3i$. C. $1 - 3i$. D. $-1 + 3i$.

CÂU 23. Cho số phức $z = 5 - 3i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$

- A. Phần thực bằng -5 và Phần ảo bằng $3i$.
B. Phần thực bằng -5 và Phần ảo bằng -3 .
C. Phần thực bằng 5 và Phần ảo bằng $3i$.
D. Phần thực bằng 5 và Phần ảo bằng 3.

CÂU 24. Phần thực và phần ảo của số phức $z = 1 + 2i$ lần lượt là:

- A. 2 và 1. B. 1 và 2. C. 1 và $2i$. D. 1 và i .

Tìm phần ảo của số phức $2 - 3i$.

- A. $-3i$. B. 3. C. -3 . D. 2.

CÂU 26. Tìm môđun của số phức $z = 3 + 2i$.

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{5}$. C. 13. D. 5.

CÂU 27. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$.

- A. $12i$. B. 12. C. $-12i$. D. -12 .

CÂU 28. Xác định phần ảo của số phức $z = 18 - 12i$

- A. $12i$. B. 12. C. $-12i$. D. -12 .

CÂU 29. Số phức z thỏa mãn $z = 6 - 4i$ có phần ảo là

- A. -4 . B. 4. C. 6. D. $-4i$.

CÂU 30. Cho số phức $z = 2 - 4i$. Số phức liên hợp của z là

- A. $\bar{z} = 2 + 4i$. B. $\bar{z} = -2 - 4i$. C. $\bar{z} = -2 + 4i$. D. $\bar{z} = 4 - 2i$.

CÂU 31. Cho số phức $z = 6 - 8i$. Môđun của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. 100. B. 14. C. $\sqrt{10}$. D. 10.

CÂU 32. Số phức có phần thực bằng -3 và phần ảo bằng 5 là

- A. $-3 + 5i$. B. $5 + 3i$. C. $3 + 5i$. D. $3 - 5i$.

CÂU 33. Số phức có phần thực bằng 1 và phần ảo bằng 3 là

- A. $1 - 3i$. B. $-1 + 3i$. C. $1 + 3i$. D. $-1 - 3i$.

CÂU 34. Số phức liên hợp của số phức $z = 1 - 2i$ là

- A. $\bar{z} = 1 + 2i$. B. $\bar{z} = 2 - i$. C. $\bar{z} = -1 + 2i$. D. $\bar{z} = -1 - 2i$.

CÂU 35. Tìm phần ảo của số phức $z = 3 - 4i$

- A. $4i$. B. -4 . C. 5. D. 3.

CÂU 36. Cho số phức z thỏa mãn $\overline{2 - i} \cdot (z + 1) = 1 + 3i$. Phần thực của z bằng

- A. -2 . B. 0. C. 2. D. 1.

CÂU 37. Tìm các số thực x, y biết $x + 2y + 3i = 4x - 5y + (6 - y)i$.

- A. $x = 3; y = 7$. B. $x = 1; y = -2$. C. $x = 7; y = 3$. D. $x = -2; y = 1$.

CÂU 38. Cho số phức $z_1 = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) và $z_2 = -2 + 5i$. Biết $z_1 = z_2$, Khi đó tổng $a + b$ bằng

- A. -7 . B. -3 . C. 3. D. 5.

CÂU 39. Môđun của số phức $z = 3 - i$ bằng

- A. 8. B. $\sqrt{10}$. C. 10. D. $2\sqrt{2}$.

CÂU 40. Cho số phức $z = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $w = z - 1$.

- A. $|w| = \sqrt{13}$. B. $|w| = 4$. C. $|w| = \sqrt{10}$. D. $|w| = 2\sqrt{5}$.

CÂU 41. Giá trị các số thực a, b thỏa mãn $2a + (b + 1 + i)i = 1 + 2i$ là

- A. $a = 0; b = 1$. B. $a = \frac{1}{2}; b = 0$. C. $a = 1; b = 1$. D. $a = \frac{1}{2}; b = 1$.

CÂU 42. Cho số phức z thỏa mãn $z + 3\bar{z} = 12 + 4i$. Môđun của số phức z là

- A. 5. B. $\sqrt{5}$. C. 13. D. $\sqrt{13}$.

CÂU 43. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Số phần tử của S là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

CÂU 44. Cho số phức $z = 3 - 2i$. Tìm phần thực và phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. Phần thực bằng -3 và phần ảo bằng -2 .
B. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng 2.
C. Phần thực bằng 3 và phần ảo bằng -2 .
D. Phần thực bằng 2 và phần ảo bằng 3.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 45. Môđun của số phức $z = 2 - i$ là

- A. $|z| = 2$. B. $|z| = 1$. C. $|z| = 5$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

CÂU 46. Cho số phức z thỏa mãn $z = 2i(4 + 3i)$. Phần ảo của số phức $\bar{z}$ bằng

- A. 6. B. 8. C. -8. D. 10.

CÂU 47. Môđun của số phức $z = \sqrt{7} - 3i$ là.

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 10$. C. $|z| = 16$. D. $|z| = 4$.

CÂU 48. Tìm môđun của số phức z biết $(i - 2)z - 3 + 4i = 0$

- A. $\sqrt{2}$. B. 1. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

CÂU 49. Số phức $z = -1 - 2i$ có phần thực và phần ảo lần lượt là

- A. -1 và 2. B. -1 và -2. C. 1 và 2. D. 1 và -2.

CÂU 50. Cho số phức $z = 2 + 4i$, môđun của số phức $w = z + 1$ bằng

- A. 5. B. $2\sqrt{5} + 1$. C. $2\sqrt{5}$. D. 7.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. B	4. C	5. C	6. C	7. A	8. C	9. A	10. A
11. D	12. B	13. C	14. B	15. B	16. B	17. C	18. C	19. D	20. A
21. C	22. A	23. D	24. B	25. C	26. A	27. D	28. D	29. A	30. A
31. D	32. A	33. C	34. A	35. B	36. B	37. C	38. C	39. B	40. C
41. C	42. D	43. C	44. B	45. D	46. C	47. D	48. D	49. B	50. A

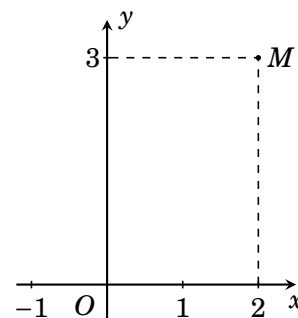
DẠNG
3

Biểu diễn số phức

CÂU 1.

Điểm M trong hình biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ bằng

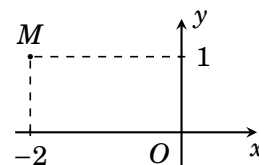
- A. $2 - 3i$. B. $3 - 2i$. C. $2 + 3i$. D. $3 + 2i$.



CÂU 2.

Điểm M trong hình vẽ là điểm biểu diễn số phức

- A. $z = -2 + i$. B. $z = -2 + i$.
C. $z = -2 + i$. D. $z = -2 + i$.



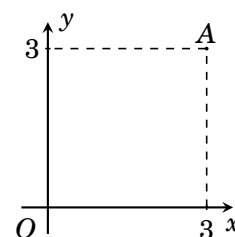
CÂU 3. Trên mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, biết $M(-1; 2)$ là điểm biểu diễn số phức z , phần thực của z bằng

- A. -1. B. 2. C. 1. D. -2.

CÂU 4.

Điểm A trong hình vẽ bên biểu diễn cho số phức z . Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Phần thực là 3, phần ảo là $3i$.
B. Phần thực là 3, phần ảo là 3.
C. Phần thực là -3, phần ảo là 3.
D. Phần thực là -3, phần ảo là $3i$.



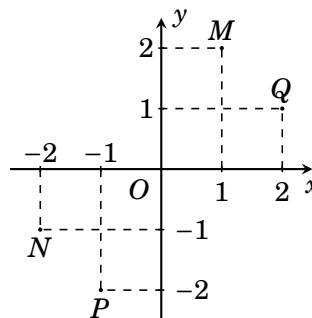
CÂU 5. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = 1 - 2i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $M(1; 2)$. B. $N(1; -2)$. C. $Q(-1; -2)$. D. $P(-1; 2)$.

CÂU 6.

Cho số phức $z = -2 + i$. Trong hình bên, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là

- A. M. B. Q. C. P. D. N.



CÂU 7. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $z = -1 + 2i$ là điểm nào dưới đây?

- A. $P(-1; 2)$. B. $N(1; -2)$. C. $M(-1; -2)$. D. $Q(1; 2)$.

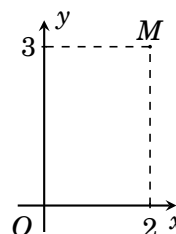
CÂU 8. Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(-1; 3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Môđun của số phức z bằng

- A. 10. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{10}$. D. 8.

CÂU 9.

Trong mặt phẳng tọa độ, cho điểm M là điểm biểu diễn số phức z như hình vẽ sau: Phần thực của số phức z bằng

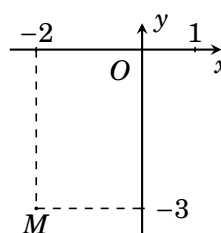
- A. -3. B. -2. C. 2. D. 3.



CÂU 10.

Trên mặt phẳng tọa độ, điểm M là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$. Số phức z bằng

- A. $z = -2 - 3i$. B. $z = 2 - 3i$.
C. $z = 2 + 3i$. D. $z = -2 + 3i$.



CÂU 11. Cho số phức $z = 5 - 4i$. Số phức $-z$ có điểm biểu diễn hình học là

- A. $(-5; 4)$. B. $(5; -4)$. C. $(-5; -4)$. D. $(5; 4)$.

CÂU 12. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(-3; 1)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. -3. B. 3. C. 1. D. -1.

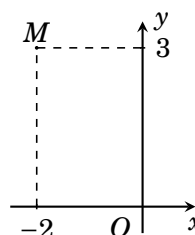
CÂU 13. Cho số phức $z = 2i(1 + i)$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z .

- A. $P(2; 2)$. B. $Q(-2; 2)$. C. $M(2; 2i)$. D. $N(-2; 2i)$.

CÂU 14.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn của số phức z . Môđun của số phức z bằng

- A. $\sqrt{13}$. B. $\sqrt{5}$. C. 13. D. 5.



CÂU 15. Trong mặt phẳng Oxy , cho $M(1; -2)$ là điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$, khi đó số phức z là

- A. $2 + i$. B. $2 - i$. C. $1 + 2i$. D. $1 - 2i$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 16. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = -3 + 2i$ có tọa độ là

- A. $(-3; 2)$. B. $(3; 2)$. C. $(2; 3)$. D. $(2; -3)$.

CÂU 17. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = 5i$ có tọa độ là

- A. $(-5; 0)$. B. $(0; 5)$. C. $(1; 5)$. D. $(5; 0)$.

CÂU 18. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm nào sau đây biểu diễn cho số phức $z = 3 - 5i$?

- A. $P(3; -5)$. B. $M(-5; 3)$. C. $N(-3; -5)$. D. $Q(3; 5)$.

CÂU 19. Cho số phức $z = 3 - 7i$. Trên mặt phẳng tọa độ, số phức liên hợp của z có điểm biểu diễn là

- A. $(-3; 7)$. B. $(3; 7)$. C. $(-3; -7)$. D. $(3; -7)$.

CÂU 20. Cho số phức $z = 4 - 5i$. Điểm biểu diễn của số phức $\bar{z}$ có tọa độ là:

- A. $(4; 5)$. B. $(-4; 5)$. C. $(5; -4)$. D. $(-4; -5)$.

CÂU 21. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = 2i$ được biểu diễn bởi điểm nào sau đây?

- A. $Q(0; -2)$. B. $M(2; 0)$. C. $N(-2; 0)$. D. $P(0; 2)$.

CÂU 22. Điểm biểu diễn số phức $z = 4 - 3i$ là:

- A. $N(4; -3)$. B. $Q(-3; 4)$. C. $P(3; 4)$. D. $M(4; 3)$.

CÂU 23. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm $M(4; -5)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $4 - 5i$. B. $-5 - 4i$. C. $4 + 5i$. D. $-5 + 4i$.

CÂU 24. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $M(2; 3)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần thực của z bằng

- A. 2. B. 3. C. -3. D. -2.

CÂU 25. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm $M(1; 6)$ biểu diễn số phức nào sau đây

- A. $z = 6 - i$. B. $z = 1 - 6i$. C. $z = 6 + i$. D. $z = 1 + 6i$.

CÂU 26. Số phức $z = 2 - 3i$ có điểm biểu diễn là

- A. $N(-2; 3)$. B. $B(-2; -3)$. C. $A(2; 3)$. D. $M(2; -3)$.

CÂU 27. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(2; -3)$ là điểm biểu diễn số phức nào dưới đây?

- A. $z = 2 - 3i$. B. $z = -3 + 2i$. C. $z = -2 + 3i$. D. $z = 3 - 2i$.

CÂU 28. Biểu diễn hình học của số phức $z = 2021 - 2022i$ là điểm nào sau đây?

- A. $(2022, -2021)$. B. $(2021, -2022)$. C. $(2021, 2022)$. D. $(2022, 2021)$.

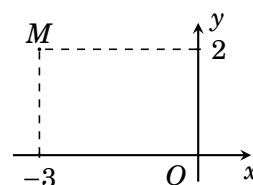
CÂU 29. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho $M(3; -2)$ là điểm biểu diễn số phức z . Phần ảo của z bằng

- A. -2. B. 3. C. -3. D. 2.

CÂU 30.

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm M ở hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức

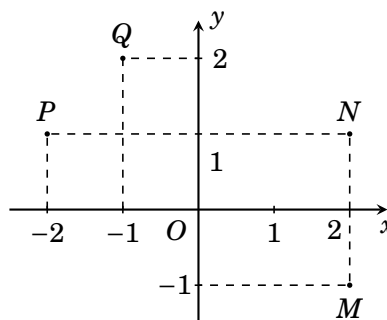
- A. $3 + 2i$. B. $-3 + 2i$. C. $-3 - 2i$. D. $2 - 3i$.



CÂU 31.

Trong mặt phẳng tọa độ, điểm nào trong hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - i$?

- A. Q. B. P. C. M. D. N.



CÂU 32. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn của số phức $z = 2 - 3i$ là

- A. Q(-3; -2). B. N(-3; 2). C. P(2; 3). D. M(2; -3).

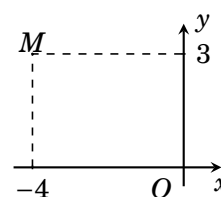
CÂU 33. Trên mặt phẳng tọa độ, cho $N(4; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức z . Môđun của z bằng

- A. 25. B. 5. C. $\sqrt{12}$. D. 1.

CÂU 34.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm M là điểm biểu diễn số phức z . Tìm số phức z .

- A. $z = 3 - 4i$. B. $z = 3 + 4i$.
C. $z = -4 + 3i$. D. $z = 4 - 3i$.



CÂU 35. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm $M(-3; 5)$ là điểm biểu diễn cho số phức z . Tìm số phức z .

- A. $z = -3 + 5i$. B. $z = 5 - 3i$. C. $z = 3 - 5i$. D. $z = 5 + 3i$.

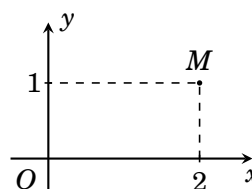
CÂU 36. Số phức $z = -3i(2 + 5i)$ có điểm biểu diễn là điểm nào dưới đây

- A. M(-6; 15). B. N(6; 15). C. P(15; 6). D. Q(15; -6).

CÂU 37.

Điểm M trong hình vẽ bên biểu diễn phức nào sau đây?

- A. $z_1 = 2 + i$. B. $z_2 = 2 - i$.
C. $z_3 = 1 + 2i$. D. $z_4 = 1 - 2i$.



CÂU 38. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , số phức $z = -2i$ được biểu diễn bởi điểm

- A. M(-2; 0). B. N(0; -2). C. P(0; 2). D. Q(2; 0).

CÂU 39. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $N(5; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z_2 = 3 - 5i$. B. $z_3 = -5 + 3i$. C. $z_4 = 5 - 3i$. D. $z_1 = -3 + 5i$.

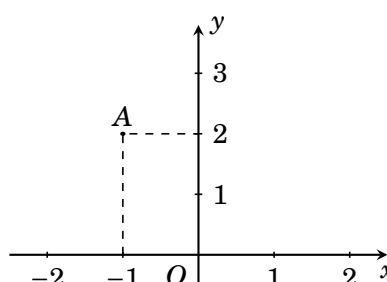
CÂU 40. Cho số phức $z = 1 + 9i$. Trên mặt phẳng tọa độ, tìm tọa độ điểm M biểu diễn số phức đã cho.

- A. M(1; -9). B. M(-1; 9). C. M(-1; -9). D. M(1; 9).

CÂU 41.

Điểm A trên mặt phẳng phức như hình vẽ bên dưới là điểm biểu diễn cho số phức nào?

- A. $-1 + 2i$. B. $2 + i$.
C. $2 - i$. D. $1 - 2i$.



GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

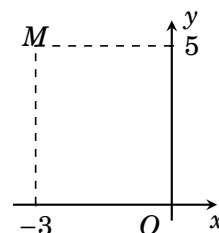
CÂU 42. Cho số phức z được biểu diễn bởi điểm $A(-4; -2)$. Số phức liên hợp của số phức z bằng

- A. $\bar{z} = -4 - 2i$. B. $\bar{z} = 4 - 2i$. C. $\bar{z} = 4 + 2i$. D. $\bar{z} = -4 + 2i$.

CÂU 43.

Điểm M trong hình vẽ bên dưới biểu diễn số phức z . Chọn kết luận đúng về số phức $\bar{z}$.

- A. $\bar{z} = 3 + 5i$. B. $\bar{z} = -3 + 5i$.
C. $\bar{z} = 3 - 5i$. D. $\bar{z} = -3 - 5i$.



CÂU 44. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $z = 1 - i$?

- A. $K(1; -1)$. B. $L(-1; 1)$. C. $M(1; 1)$. D. $N(-1; -1)$.

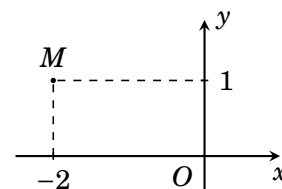
CÂU 45. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-4; 3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào sau đây?

- A. $z_1 = -4 + 3i$. B. $z_4 = 4 + 3i$. C. $z_2 = 4 - 3i$. D. $z_3 = -4 - 3i$.

CÂU 46.

Điểm 1 trong hình vẽ bên là điểm biểu diễn số phức

- A. $z = -2 + i$. B. $z = 1 - 2i$.
C. $2 + i$. D. $z = 1 + 2i$.



CÂU 47. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-3; 2)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z_3 = 3 + 2i$. B. $z_4 = -3 - 2i$. C. $z_1 = -3 + 2i$. D. $z_2 = 2 - 3i$.

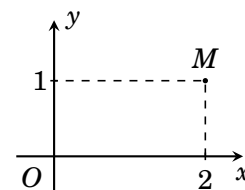
CÂU 48. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm $M(-1; -3)$ là điểm biểu diễn của số phức nào dưới đây?

- A. $z_3 = -1 + 3i$. B. $z_1 = -3 - i$. C. $z_2 = -1 - 3i$. D. $z_4 = 1 + 3i$.

CÂU 49.

Trong hình vẽ bên, điểm M biểu diễn số phức z . Số phức $\bar{z}$ là

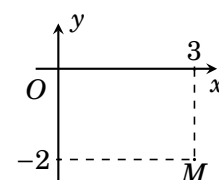
- A. $2 - i$. B. $1 + 2i$. C. $1 - 2i$. D. $2 + i$.



CÂU 50.

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho điểm M là điểm biểu diễn của số phức z . Tìm phần ảo của số phức $\bar{z}$.

- A. $-2i$. B. 2 . C. $2i$. D. -2 .



BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. A	4. B	5. B	6. D	7. A	8. C	9. C	10. D
11. A	12. A	13. B	14. A	15. C	16. A	17. B	18. A	19. B	20. A
21. D	22. A	23. A	24. A	25. D	26. D	27. A	28. B	29. A	30. B
31. C	32. D	33. B	34. C	35. A	36. D	37. A	38. B	39. C	40. D
41. A	42. D	43. D	44. A	45. A	46. A	47. C	48. C	49. A	50. B

B

CÁC PHÉP TOÁN SỐ PHỨC

DẠNG
4

Câu hỏi lý thuyết

CÂU 1. Xét hai số phức z_1, z_2 tùy ý. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $\overline{z_1 z_2} = \overline{z_1} \cdot \overline{z_2}$. B. $|z_1 z_2| = |z_1| \cdot |z_2|$.
C. $\overline{z_1 + z_2} = \overline{z_1} + \overline{z_2}$. D. $|z_1 + z_2| = |z_1| + |z_2|$.

CÂU 2. Cho số phức $z = -2 + 3i$, khi đó $i \cdot z$ bằng

- A. $-3 - 2i$. B. $3 + 2i$. C. $-3 + 2i$. D. $3 - 2i$.

CÂU 3. Cho số phức $z = a + bi$. Trong các phát biểu sau, có bao nhiêu mệnh đề đúng?

- a) Số phức liên hợp của z là $\bar{z} = a - bi$.
b) Môđun của số phức z là $|z| = \sqrt{a^2 + b^2}$.
c) Số nghịch đảo của z là $z^{-1} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}i$.
d) Tích của z và nghịch đảo của số đó bằng 1.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 4. Cho hai số phức $z_1 = a + bi, z_2 = c + di$. Phần ảo của tổng $z_1 + z_2$ bằng

- A. $b + d$. B. $a + c$. C. $b + c$. D. $a + d$.

CÂU 5. Cho hai số phức $z = a + bi, \bar{z} = a - bi$. Tổng $z + \bar{z}$ bằng:

- A. $2b$. B. $-2b$. C. $2a$. D. $-2a$.

CÂU 6. Cho hai số phức $z = a + bi, z' = c + di$. Hiệu $z - z'$ bằng

- A. $(a + b) - (c + d)i$. B. $(a - b) + (c - d)i$.
C. $(a + c) - (b + d)i$. D. $(a - c) + (b - d)i$.

CÂU 7. Cho hai số phức $z = a + bi, z' = c + di$. Tích zz' bằng

- A. $(ac - bd) + (ad + bc)i$. B. $(ac + bd) + (ad - bc)i$.
C. $(ac + bd) - (ad - bc)i$. D. $(ac - bd) - (ad + bc)i$.

CÂU 8. Cho số phức $z = a + bi, (a, b \in \mathbb{R})$ khi đó $z - \bar{z}$ bằng

- A. a . B. $2a$. C. $2bi$. D. $2b$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D 2. A 3. C 4. A 5. C 6. D 7. A 8. C

DẠNG
5

Thực hiện các phép toán trên số phức

CÂU 1. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 7i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 + z_2$.

- A. $z = 3 - 10i$. B. $z = 1 - 10i$. C. $z = 3 + 3i$. D. $z = 5 - 4i$.

CÂU 2. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 2i, z_2 = 2 + 6i$. Tích $z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. $-10 + 2i$. B. $2 - 12i$. C. $14 - 10i$. D. $14 + 2i$.

CÂU 3. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$.

- A. $z = 3 + 6i$. B. $z = -3 - 6i$. C. $z = 11$. D. $z = -1 - 10i$.

CÂU 4. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 3. B. $4i$. C. -3 . D. 4.

CÂU 5. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$ và $w = 1 - 4i$. Số phức $z + w$ bằng

- A. $1 - i$. B. $3 + 7i$. C. $1 + i$. D. $3 - 7i$.

CÂU 6. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 3i; z_2 = 4 + i$, số phức $z = z_1 - z_2$ bằng

- A. $-2 - 4i$. B. $2 - 2i$. C. $6 + 2i$. D. $2 - 4i$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 7. Cho số phức $z_1 = 2 - i$; $z_2 = 1 - 2i$. Số phức $z_1 z_2$ bằng

- A. $-5i$. B. $4 - 5i$. C. $-4 + 5i$. D. 5.

CÂU 8. Cho $z_1 = -2 - 3i$, $z_2 = 4 + 5i$. Khi đó $z_1 + z_2$ bằng:

- A. $-2 - 2i$. B. $2 + 2i$. C. $-2 + 2i$. D. $2 - 2i$.

CÂU 9. Cho số phức $z = -4 + 3i$, khi đó số phức $2z$ bằng

- A. $-8 + 6i$. B. $8 - 6i$. C. $-4 + 6i$. D. $-8 + 3i$.

CÂU 10. Cho số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = -5 + 4i$, khi đó $z_1 + z_2$ bằng

- A. $-8 + 6i$. B. $2 - 2i$. C. $8 - 6i$. D. $-2 + 2i$.

CÂU 11. Rút gọn biểu thức $P = (2 + 3i) + (1 - 2i)$.

- A. $P = 3 + i$. B. $P = 3 + 5i$. C. $P = 1 + 3i$. D. $P = 1 + i$.

CÂU 12. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $-1 - 4i$. B. $-3 - 2i$. C. $1 + 4i$. D. $3 + 2i$.

CÂU 13. Cho hai số phức $z_1 = 4 - 3i$ và $z_2 = 7 + 3i$. Tìm số phức $z = z_1 - z_2$

- A. $z = 3 + 6i$. B. $z = 11$. C. $z = -1 - 10i$. D. $z = -3 - 6i$.

CÂU 14. Tìm tất cả giá trị thực x, y sao cho $-x - 1 + yi = -y - (2x + 5)i$.

- A. $x = 3, y = 2$. B. $x = 2, y = 1$. C. $x = -2, y = 9$. D. $x = -2, y = -1$.

CÂU 15. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $2\bar{z} + i$

- A. $4 - 9i$. B. $4 + 10i$. C. $2 + 11i$. D. $4 + 11i$.

CÂU 16. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 7i$, $z_2 = -2 + 4i$. Khi đó số phức $z_1 - z_2$ là

- A. $-5 + 11i$. B. $5 + 11i$. C. $-5 - 11i$. D. $5 - 11i$.

CÂU 17. Cho hai số phức $z_1 = -2 + 5i$ và $z_2 = 4 - 8i$. Số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. $2 - 3i$. B. $2 + 3i$. C. $2 + 13i$. D. $-2 - 3i$.

CÂU 18. Cho hai số phức $z_1 = 1 - 6i$ và $z_2 = 2i$. Số phức $z_1 z_2$ bằng

- A. $-12 + 2i$. B. $12 + 2i$. C. $-10i$. D. $2 - 12i$.

CÂU 19. Nghịch đảo $\frac{1}{z}$ của số phức $z = 1 + i$ bằng

- A. $1 - i$. B. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. C. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$. D. $\frac{1}{2} - i$.

CÂU 20. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 5i$ và $z_2 = 5 - i$. Phần thực của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ bằng

- A. 1. B. $\frac{5}{13}$. C. -1. D. 0.

CÂU 21. Trong mặt phẳng tọa độ, cho số phức z có điểm biểu diễn là $M(3; -4)$. Số phức nghịch đảo của số phức z là

- A. $\frac{1}{z} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}i$. B. $\frac{1}{z} = -\frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.
C. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} - \frac{4}{25}i$. D. $\frac{1}{z} = \frac{3}{25} + \frac{4}{25}i$.

CÂU 22. Cho hai số phức $z_1 = 5 - 6i$ và $z_2 = 2 + 3i$. Số phức $3z_1 - 4z_2$ bằng

- A. $7 - 30i$. B. $-14 + 33i$. C. $26 - 15i$. D. $23 - 6i$.

CÂU 23. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 3 - 2i$. Tìm số phức $w = \frac{z_1}{z_2}$

- A. $w = \frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$. B. $w = \frac{3}{7} - \frac{4}{7}i$.
C. $w = \frac{5}{13} + \frac{12}{13}i$. D. $w = -\frac{5}{13} - \frac{12}{13}i$.

CÂU 24. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = -2 + 3i$. Số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. $-4 + 2i$. B. $4 - 2i$. C. $-2i$. D. $4i$.

CÂU 25. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = -3 + i$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = z_1 \cdot z_2$ có tọa độ là

- A. $(-5; -5)$. B. $(-2; 3)$. C. $(-1; -6)$. D. $(1; -5)$.

GHI CHÚ NHANH

Cho $z_1 = 3 + 6i$, $z_2 = 9 - 7i$. Số phức $z_1 + z_2$ có phần thực là

- A. 27. B. 12. C. -1. D. 1.

CÂU 27. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 - i)\bar{z} = 2 + i$. Mô-đun của số phức z bằng

- A. $\frac{\sqrt{10}}{2}$. B. 3. C. 2. D. $\sqrt{10}$.

CÂU 28. Cho hai số thực x và y thỏa mãn $(3x + yi) + (4 - 2i) = 5x + 2i$ với i là đơn vị ảo. Giá trị của biểu thức $T = 2x + y$ bằng

- A. 2. B. 8. C. -6. D. 4.

CÂU 29. Cho số phức $z = -3 + 2i$, số phức $(1 - i)\bar{z}$ bằng

- A. $-1 - 5i$. B. $5 - i$. C. $1 - 5i$. D. $-5 + i$.

CÂU 30. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$ và $\bar{z}_2 = 4i + 2$. Số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

- A. $-2 - 5i$. B. $6 + 11i$. C. $-2 + 11i$. D. $6 - 5i$.

CÂU 31. Cho hai số thực x, y thỏa phương trình $2x + 3 + (1 + 2y)i = 2(2 - i) + 3yi + x$. Khi đó $P = x^2 - 2xy + 3y$ có giá trị là

- A. -4. B. 4. C. 5. D. -6.

CÂU 32. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)z - 1 + 5i = 0$. Tính $A = z \cdot \bar{z}$.

- A. $A = 26$. B. $A = \sqrt{13}$. C. $A = 13$. D. $A = 1 + \sqrt{13}$.

CÂU 33. Cho $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = -3i$. Kết quả phép tính $z_1 \cdot z_2$ là

- A. $6 - 3i$. B. $6 + 3i$. C. $-6 + 3i$. D. $-6 - 3i$.

CÂU 34. Tìm số phức nghịch đảo của số phức $z = 3 + 2i$.

- A. $3 - 2i$. B. $\frac{3}{13} - \frac{2}{13}i$. C. $\frac{3}{13} + \frac{2}{13}i$. D. $-3 - 2i$.

CÂU 35. Cho hai số thực x và y thỏa mãn $(2x - 3yi) + (1 - 3i) = x + 6i$ với i là đơn vị ảo. Khi đó $x + 2y$ bằng

- A. -4. B. -6. C. 5. D. -7.

CÂU 36. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 1 - i$. Số phức $\frac{z}{w}$ bằng?

- A. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. B. $-\frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$. C. $-\frac{1}{5} - \frac{3}{5}i$. D. $-\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

CÂU 37. Cho số phức z thỏa mãn $(2i + 1)z + 10i = 5$. Khi đó z bằng

- A. $-3 - 4i$. B. $3 + 4i$. C. $-2 - i$. D. $-2 + i$.

CÂU 38. Số phức z thỏa mãn $2z - 3(1 + i) = iz + 7 - 3i$ là

- A. $z = \frac{14}{5} + \frac{8}{5}i$. B. $z = 4 - 2i$. C. $z = \frac{14}{5} - \frac{8}{5}i$. D. $z = 4 + 2i$.

CÂU 39. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 1 - i$. Số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $-1 + 3i$. B. $\frac{3}{2} - \frac{1}{2}i$. C. $-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$. D. $\frac{1}{2} - \frac{3}{2}i$.

CÂU 40. Cho hai số phức $z_1 = 4 + 2i$ và $z_2 = 3 + 5i$. Tìm số phức $z_1 - \bar{z}_2$.

- A. $1 - 3i$. B. $1 + 3i$. C. $1 + 7i$. D. $1 - 7i$.

CÂU 41. Cho số phức $z = 4 - i$. Số phức $(1 - 3i)\bar{z}$ bằng

- A. $7 + 11i$. B. $1 - 11i$. C. $1 + 11i$. D. $7 - 11i$.

CÂU 42. Cho số phức $z = i(2 - i)(3 + i)$, khi đó $z + i$ bằng

- A. $2 + 5i$. B. $1 + 8i$. C. $5i$. D. $1 + 7i$.

CÂU 43. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - 4i$. Số phức $2z_1 + 3z_2 - z_1z_2$ là số phức nào sau đây?

- A. $10i$. B. $-10i$. C. $11 + 8i$. D. $11 - 10i$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 44. Cho số phức $z = 1 - \sqrt{3}i$. Tìm số phức $w = \bar{z} + \frac{1}{z}$.

A. $w = \frac{5}{4} - \frac{5\sqrt{3}}{4}i$.

B. $w = \frac{3}{4} + \frac{5\sqrt{3}}{4}i$.

C. $w = \frac{5}{4} + \frac{5\sqrt{3}}{4}i$.

D. $w = -\frac{3}{4} + \frac{5\sqrt{3}}{4}i$.

CÂU 45. Cho hai số phức $z_1 = 3 + 4i$ và $z_2 = -1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = 2z_1 - 5z_2$ bằng

A. 2.

B. -2.

C. 11.

D. $-2i$.

CÂU 46. Cho hai số phức $z = 5 + 2i$ và $w = 1 + 3i$. Số phức $z - iw$ bằng

A. $2 + i$.

B. $4 + 5i$.

C. $8 + i$.

D. $4 - 2i$.

CÂU 47. Cho hai số phức $z = 2 - 3i$, $w = 1 + i$. Số phức $iz - 2w$ bằng

A. 1.

B. $5 - 7i$.

C. $-5 + 7i$.

D. -5 .

CÂU 48. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 + i$. Số phức $z - iw$ bằng

A. $2 - i$.

B. $2 + i$.

C. $-2 + i$.

D. $-2 - i$.

CÂU 49. Cho hai số phức $z = 2 - i$ và $w = 3 - 2i$. Số phức $w - z$ bằng

A. $1 - i$.

B. $1 - 3i$.

C. $5 - 3i$.

D. $-1 + i$.

CÂU 50. Cho số phức $z = 2 + 5i$. Tìm số phức $w = iz + \bar{z}$.

A. $w = 7 - 3i$.

B. $w = -3 - 3i$.

C. $w = 3 + 7i$.

D. $w = -7 - 7i$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. D	5. D	6. A	7. A	8. B	9. A	10. D
11. A	12. D	13. D	14. D	15. A	16. D	17. A	18. B	19. C	20. D
21. D	22. A	23. C	24. B	25. A	26. B	27. A	28. B	29. D	30. D
31. B	32. C	33. A	34. B	35. D	36. A	37. A	38. D	39. C	40. C
41. D	42. B	43. B	44. C	45. B	46. C	47. A	48. A	49. A	50. B

DẠNG
6

Xác định các yếu tố số phức

CÂU 1. Cho hai số phức thỏa $z_1 = 3 + 2i$, $z_2 = 1 + i$. Giá trị của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ bằng

A. 5.

B. $\sqrt{55}$.

C. $\sqrt{61}$.

D. 6.

CÂU 2. Cho hai số phức $z = 1 + 2i$ và $w = 3 - 4i$. Tính $|z \cdot w|$

A. 125.

B. $\sqrt{5}$.

C. 5.

D. $5\sqrt{5}$.

CÂU 3. Cho số phức $z = (1 - i)^5$. Tìm phần ảo của số phức $w = iz$.

A. -4.

B. 4.

C. $4i$.

D. $-4i$.

CÂU 4. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $z = (1 - i)^2$ là điểm nào dưới đây

A. (0; 2).

B. (0; -2).

C. (-2; 0).

D. (2; 0).

CÂU 5. Tìm số phức liên hợp của số phức $z = \frac{6 - 8i}{1 - i} + 5i(2 - 3i)$

A. $\bar{z} = 10 + 14i$.

B. $\bar{z} = 9 - 22i$.

C. $\bar{z} = 22 - 9i$.

D. $\bar{z} = 14 + 18i$.

CÂU 6. Môđun của số phức $z = (-4 + 3i) \cdot i$ bằng

A. $\sqrt{7}$.

B. 5.

C. 3.

D. 4.

CÂU 7. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - i)\bar{z} = 5 + i$. Số phức $w = 2z + i$ là

A. $w = 4 - 5i$.

B. $w = 4 + 5i$.

C. $w = 4 + 7i$.

D. $w = 4 - 7i$.

CÂU 8. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Môđun của số phức $z_1 + z_2$ bằng

A. 1.

B. $\sqrt{13}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

CÂU 9. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 2 - 3i$. Tính môđun của số phức $z_1 + z_2$.

- A. $|z_1 + z_2| = \sqrt{13}$. B. $|z_1 + z_2| = \sqrt{5}$. C. $|z_1 + z_2| = 1$. D. $|z_1 + z_2| = 5$.

CÂU 10. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$ và $z_2 = 3 - 4i$. Phần ảo của số phức $\frac{z_1}{z_2}$ là

- A. $-\frac{1}{5}i$. B. $\frac{2}{5}i$. C. $\frac{2}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

CÂU 11. Cho số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 - 3i$. Tìm số phức liên hợp của số phức $w = z_1 + z_2$.

- A. $\bar{w} = -1 + 4i$. B. $\bar{w} = 3 - 2i$. C. $\bar{w} = 1 - 4i$. D. $\bar{w} = 3 + 2i$.

CÂU 12. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 3 - 2i$. Phần thực của số phức $z_1 + 2z_2$ là

- A. 7. B. 2. C. -2. D. 4.

CÂU 13. Cho hai số phức $z_1 = 2 + i$ và $z_2 = 1 + 3i$. Phần ảo của số phức $z_1 + z_2$ bằng

- A. 2. B. 3. C. 4. D. $4i$.

CÂU 14. Cho số phức z thỏa mãn $\bar{z} + \sqrt{3} + i = 0$. Môđun của số phức z bằng

- A. $\sqrt{2}$. B. 4. C. 1. D. 2.

CÂU 15. Cho hai số phức $z_1 = 3 - 2i$ và $z_2 = -1 + 5i$. Phần ảo của số phức $z_1 - z_2$ bằng

- A. 3. B. 7. C. -7. D. 4.

CÂU 16. Cho $z_1 = -7 - 2i$ và $z_2 = 3 - 5i$. Gọi $w = z_1 + z_2$, khi đó phần thực và phần ảo của w lần lượt là:

- A. -4; -7. B. -4; 3. C. -10; -7. D. 4; -7.

CÂU 17. Cho hai số phức $z_1 = -1 + 2i$ và $z_2 = 4 - i$. Khi đó số phức liên hợp của $z_1 + z_2$ là

- A. $-3 - i$. B. $-3 + i$. C. $3 + i$. D. $3 - i$.

CÂU 18. Cho hai số phức $z_1 = 1 + i$ và $z_2 = 1 + 2i$. Phần ảo của số phức $w = z_1 z_2$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. -1.

CÂU 19. Cho hai số phức $z_1 = 2 + 3i$, $z_2 = -4 - i$. Số phức $z = z_1 - z_2$ có môđun là

- A. $\sqrt{13}$. B. $2\sqrt{2}$. C. $2\sqrt{13}$. D. $2\sqrt{17}$.

CÂU 20. Cho số phức z thỏa mãn $2(z + 1 - 2i) = 9 - 5i$. Môđun của z bằng

- A. 5. B. $\sqrt{2}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $\frac{5\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 21. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $x + 2i = 3 + 4yi$.

- A. $x = 3, y = 2$. B. $x = 3, y = -\frac{1}{2}$. C. $x = 3, y = \frac{1}{2}$. D. $x = -3, y = \frac{1}{2}$.

CÂU 22. Số phức liên hợp của số phức $z = i(2i + 1)$ là

- A. $-2 + i$. B. $2 - i$. C. $2 + i$. D. $-2 - i$.

CÂU 23. Cho số phức z thỏa mãn $z \cdot i + 3\bar{z} = 1 - 5i$. Xác định môđun của số phức z

- A. $|z| = 5$. B. $|z| = 3$. C. $|z| = \sqrt{3}$. D. $|z| = \sqrt{5}$.

CÂU 24. Tính môđun của số phức z thỏa $(1 - 2i)z - 3 + 2i = 5$.

- A. $|z| = \frac{2\sqrt{85}}{5}$. B. $|z| = \frac{4\sqrt{85}}{5}$. C. $|z| = \frac{\sqrt{85}}{5}$. D. $|z| = \frac{3\sqrt{85}}{5}$.

CÂU 25. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + i) \cdot \bar{z} = 7 + 3i$. Phần ảo của $i \cdot z$ bằng?

- A. 2. B. 5. C. -5. D. -2.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

- CÂU 26.** Cho số phức z thỏa mãn $2iz - 5 + i = i - (z - 2i)$. Mô-đun của số phức $w = z - \frac{1}{5} + \frac{3}{5}i$ là
A. $\frac{4}{5} + \frac{3}{5}i$. **B.** 1. **C.** $\frac{1}{5}$. **D.** $\frac{9}{5}$.
- CÂU 27.** Cho số phức z thỏa mãn: $(3 + 2i)\bar{z} + (2 - i)^2 = 4 + i$. Tổng phần thực và phần ảo của số phức z bằng
A. 3. **B.** 0. **C.** 2. **D.** 1.
- CÂU 28.** Cho số phức z thỏa mãn $z(1 + i) = 3 - 5i$. Tính mô-đun của z .
A. $|z| = 4$. **B.** $|z| = 16$. **C.** $|z| = \sqrt{17}$. **D.** $|z| = 17$.
- CÂU 29.** Cho 2 số phức $z_1 = m + i$ và $z_2 = m + (m + 2)i$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị dương của tham số m để $z_1 z_2$ là một số thuần ảo?
A. 0. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.
- CÂU 30.** Tính mô-đun của số phức z biết $\bar{z} = (4 - 3i)(1 + i)$.
A. $|z| = 50$. **B.** $|z| = 5\sqrt{2}$. **C.** $|z| = 7\sqrt{2}$. **D.** $|z| = 25\sqrt{2}$.
- CÂU 31.** Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Mô-đun của z bằng
A. 5. **B.** $\sqrt{3}$. **C.** 3. **D.** $\sqrt{5}$.
- CÂU 32.** Tìm các số thực x và y thỏa mãn $2 - x + (2y - 1)i = 3x - 2 + (2 - y)i$ với i là đơn vị ảo.
A. $x = 1$ và $y = -1$. **B.** $x = 1$ và $y = 1$.
C. $x = 1$ và $y = 3$. **D.** $x = -1$ và $y = -1$.
- CÂU 33.** Cho số phức z thỏa mãn $z = \frac{(1 + \sqrt{3}i)^3}{1 - i}$. Tính mô-đun của $\bar{z} - iz$.
A. $8\sqrt{2}$. **B.** 8. **C.** 4. **D.** $4\sqrt{2}$.
- CÂU 34.** Cho số phức z thỏa mãn $|z| - z = 1 + 3i$. Tính tích của phần thực và phần ảo của z .
A. 7. **B.** -12. **C.** -7. **D.** 12.
- CÂU 35.** Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng
A. $\sqrt{6}$. **B.** $3\sqrt{6}$. **C.** 8. **D.** $2\sqrt{6}$.
- CÂU 36.** Cho số phức z thỏa mãn $z + \frac{\bar{z}}{1 + i} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2}i$. Tổng bình phương phần thực và phần ảo của số phức z bằng
A. 19. **B.** 25. **C.** 7. **D.** 5.
- CÂU 37.** Cho số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng
A. $3\sqrt{6}$. **B.** 8. **C.** $2\sqrt{6}$. **D.** $\sqrt{6}$.
- CÂU 38.** Cho số phức z thỏa mãn $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$. Khi đó mô-đun số phức z bằng
A. $\frac{1}{9}$. **B.** $\frac{2}{9}$. **C.** $\frac{1}{3}$. **D.** $\frac{\sqrt{2}}{3}$.
- CÂU 39.** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $\frac{5(\bar{z} + i)}{z + 1} = 2 - i$. Mô-đun của số phức $\omega = 1 + z + z^2$ bằng
A. 2. **B.** $\sqrt{13}$. **C.** $\sqrt{2}$. **D.** 13.
- CÂU 40.** Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $2\bar{z} + (1 - i)z = 5 + i$. Phần ảo của số phức z bằng:
A. -4. **B.** $-4i$. **C.** 4. **D.** 3.
- CÂU 41.** Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa $z\bar{z} + 2022|z| + (z - \bar{z}) = 2023 + i$. Phần thực của số z bằng:
A. $-\frac{1}{2}$. **B.** $\frac{\sqrt{3}}{2}$. **C.** $\pm \frac{\sqrt{3}}{2}$. **D.** $\frac{1}{2}$.

CÂU 42. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $|(2+i)z - (1-2i)z| = |1+3i|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Tính $M = |2z_1 + 5z_2|$.

- A. $M = \sqrt{19}$. B. $M = \sqrt{39}$. C. $M = 7$. D. $M = 39$.

CÂU 43. Tính mô đun của số phức z biết $(1+2i)z^2 = 3+4i$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z| = 2\sqrt{5}$. C. $|z| = 5$. D. $|z|^4 = 5$.

CÂU 44. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn các điều kiện $|z_1| = |z_2| = 2$ và $|z_1 + 2z_2| = 4$. Giá trị của $|2z_1 - z_2|$ bằng?

- A. $\sqrt{6}$. B. $2\sqrt{6}$. C. $3\sqrt{6}$. D. 2.

CÂU 45. Cho số phức z thỏa số phức $w = \frac{z \cdot |z|}{iz - |z|}$ có phần ảo bằng -1 . Tìm mô đun của số phức z .

- A. 1. B. 2. C. 4. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 46. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|zi - (2+i)| = 2$. Biết $|z_1 - z_2| = 2$, tính giá trị biểu thức $A = |z_1 + z_2 - 2 + 4i|$.

- A. $A = 2\sqrt{3}$. B. $A = \sqrt{3}$. C. $A = \frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $A = \frac{\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 47. Tính mô đun của số phức z biết $(1+2i)z^2 = 3+4i$.

- A. $|z| = \sqrt{5}$. B. $|z|^4 = 5$. C. $|z| = 2\sqrt{5}$. D. $|z| = 5$.

CÂU 48. Tính giá trị của biểu thức $P = \frac{|z|}{1+|z|^2}$.

- A. $P = \frac{1}{3}$. B. $P = 2$. C. $P = \frac{1}{5}$. D. $P = \frac{1}{2}$.

CÂU 49. Có bao nhiêu số phức z thỏa $|z - 5 + 3i| = |\bar{z} - 7 + 3i|$ và $\frac{z-3i}{\bar{z}+2i}$ là một số thực?

- A. 0. B. 1. C. 4. D. 2.

CÂU 50. Cho số phức z biết $\bar{z} = 3 - i + \frac{i}{2+i}$. Phần ảo của số phức z^2 là

- A. $-\frac{96}{25}i$. B. $-\frac{247}{25}i$. C. $-\frac{96}{25}$. D. $\frac{247}{25}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. D	3. A	4. B	5. C	6. B	7. A	8. B	9. A	10. C
11. D	12. A	13. C	14. D	15. C	16. A	17. D	18. C	19. C	20. D
21. C	22. D	23. D	24. A	25. B	26. B	27. B	28. C	29. D	30. B
31. D	32. B	33. A	34. D	35. D	36. B	37. C	38. D	39. B	40. A
41. C	42. B	43. D	44. B	45. B	46. A	47. B	48. D	49. B	50. C

DẠNG

7

Tìm số phức thỏa điều kiện

CÂU 1. Cho hai số phức $z = (x - y + 3) + (2y + 1)i$, $z' = 2x + (2x - y + 5)i$. Ta có $z = z'$ khi

- A. $x = -\frac{5}{3}; y = \frac{4}{3}$. B. $x = 1; y = 3$. C. $x = 1; y = 2$. D. $x = \frac{5}{3}; y = 0$.

CÂU 2. Cho số phức $z = x + yi$ thỏa mãn $(z - 1)|z| = 2i(z + 1)$. Tính xy .

- A. $-\frac{12}{5}$. B. $-\frac{12}{25}$. C. $\frac{12}{5}$. D. $\frac{12}{25}$.

CÂU 3. Tìm các số thực x, y thỏa mãn $(1 - 3i)x - 2y + (1 + 2y)i = -3 - 6i$.

- A. $x = 5; y = 4$. B. $x = -5; y = -4$. C. $x = -5; y = 4$. D. $x = 5; y = -4$.

CÂU 4. Tìm số phức z thỏa mãn $z + 2\bar{z} = 6 - 3i$ là

- A. $z = 2 - 3i$. B. $z = -2 + 3i$. C. $z = -2 - 3i$. D. $z = 2 + 3i$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 5. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 5$ và $|z + 2| = |z + 2 - 10i|$. Môđun của $z - 1 - 3i$ bằng

- A. $\sqrt{53}$. B. $\sqrt{5}$. C. $\sqrt{17}$. D. $\sqrt{10}$.

CÂU 6. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $(1 + i)\bar{z} - 1 - 3i = 0$ với i là đơn vị ảo. Môđun số phức $w = 1 - z + i\bar{z}$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{13}$. C. 3. D. $2\sqrt{3}$.

CÂU 7. Cho số phức $z = 1 - i$. Số giá trị nguyên m để số phức $z_1 = mz + 1$ có môđun nhỏ hơn 5 là

- A. 5. B. 6. C. 2. D. 9.

CÂU 8. Biết $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức thỏa mãn $(3 - 2i)z - 2i\bar{z} = 15 - 8i$. Tổng $2a + b$ là

- A. $2a + b = 5$. B. $2a + b = 14$. C. $2a + b = 9$. D. $2a + b = 12$.

CÂU 9. Cho số phức $2z + i\bar{z} = 5 - 2i$. Phần ảo của z bằng

- A. 3. B. -2. C. -3. D. 2.

CÂU 10. Cho số phức z thỏa mãn $(1 - 2i)(z - 2 + 5i) = 4 + 3i$. Môđun của z bằng

- A. $\frac{52}{5}$. B. $\frac{2\sqrt{65}}{25}$. C. $\frac{2\sqrt{85}}{5}$. D. $\frac{2\sqrt{65}}{5}$.

CÂU 11. Cho số phức z thỏa mãn $z - (2 + 3i)\bar{z} = 1 - 9i$. Tích phần thực và phần ảo của số phức z bằng

- A. 2. B. -1. C. -2. D. 1.

CÂU 12. Cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + 2i)\bar{z} + z = 3 - 4i$. Tính giá trị của biểu thức $S = 3x - 2y$.

- A. $S = -12$. B. $S = -11$. C. $S = -10$. D. $S = -13$.

CÂU 13. Cho số phức z thỏa mãn $(3 - i)z = 2 + i - (1 - 2i)^2i$. Số phức liên hợp của z bằng

- A. $-1 - i$. B. $2 + i$. C. $-1 - i$. D. $2 + 2i$.

CÂU 14. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $(1 + i)z - 3\bar{z} = 1 + 2i$. Tính $P = a + b$.

- A. $-\frac{11}{7}$. B. $\frac{11}{7}$. C. $\frac{1}{7}$. D. $-\frac{1}{7}$.

CÂU 15. Cho số phức z thỏa mãn $(1 + 2i)z + \bar{z} = i$. Tìm số phức z .

- A. $\frac{1}{2} + \frac{1}{2}i$. B. $1 + 2i$. C. $2 - i$. D. $\frac{1}{2} - \frac{1}{2}i$.

CÂU 16. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1| = |z - i|$. Tỉ số phần thực và phần ảo của số phức z là

- A. 1. B. -1. C. $\frac{1}{2}$. D. $-\frac{1}{\sqrt{5}}$.

CÂU 17. Khi đó tỉ số phần thực và phần ảo của số phức z bằng -1. Cho số phức z thỏa mãn $3(\bar{z} - i) - (2 + 3i)z = 7 - 16i$. Môđun của số phức z bằng

- A. 3. B. $\sqrt{3}$. C. 5. D. $\sqrt{5}$.

CÂU 18. Biết rằng có đúng một số phức z thỏa mãn $|z - 2i| = |\bar{z} + 2 + 4i|$ và $\frac{z - i}{\bar{z} + i}$ là số thuần ảo. Tính tổng phần thực và phần ảo của z .

- A. 4. B. -4. C. -1. D. 1.

CÂU 19. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 1 - 2i| = 2$ và $|\bar{z} + 4| + |z - 4| = 10$?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 4.

CÂU 20. . Gọi z_1, z_2 là hai trong các số phức thỏa mãn $|z - 3 + 5i| = 5$ và $|z_1 - z_2| = 6$. Môđun của số phức $\omega = z_1 + z_2 - 6 + 10i$ là

- A. $|\omega| = 10$. B. $|\omega| = 32$. C. $|\omega| = 16$. D. $|\omega| = 8$.

CÂU 21. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2$ và $w = (z + 3 - i)(\bar{z} + 1 + 3i)$ là số thực?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

CÂU 22. Có bao nhiêu số phức $z = x + yi$, ($x, y \in \mathbb{Z}$) thỏa mãn $z \cdot \bar{z} \leq 4$.

- A. vô số. B. 5. C. 9. D. 13.

CÂU 23. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z|(z - 8 - i) + 2i = (9 - i)z$

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

CÂU 24. Giả sử z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $|(2 + i)z - (1 - 2i)z| = |1 + 3i|$ và $|z_1 - z_2| = 1$. Giá trị của biểu thức $P = |4z_1 + 5z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{61}$. B. $\sqrt{21}$. C. $2\sqrt{5}$. D. 9.

CÂU 25. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 2 + i - |z|(1 + i) = 0$ và $|z| > 2$. Tính $P = a + b$.

- A. 5. B. 7. C. 1. D. -5.

CÂU 26. Có tất cả bao nhiêu số phức w thỏa mãn điều kiện $2w \cdot \bar{w} = 1$ và $\frac{w}{w^2}$ là số thuần ảo?

- A. 4. B. 6. C. 3. D. 2.

CÂU 27. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của tham số m để tồn tại duy nhất số phức z thỏa mãn $z \cdot \bar{z} = 1$ và $|z - \sqrt{3} + i| = m$. Số phần tử của S là

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

CÂU 28. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo?

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 3.

CÂU 29. Có bao nhiêu số phức z có phần thực và phần ảo là các số nguyên dương, đồng thời thỏa các điều kiện $|z + 1 + 3i|^2 + |iz + 4 - i|^2 + |z - 3 - 2i|^2 \leq 46$ và $|z| \leq 3$?

- A. 1. B. 6. C. 4. D. 9.

CÂU 30. Số nghiệm của hệ phương trình $\begin{cases} |iz + 2 - i| = 2 \\ |\bar{z} - 3 - 2i| = 4 \end{cases}$ là:

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 31. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - 2| = |z|$ và $(z + 1)(\bar{z} - i)$ là số thuần ảo?

- A. 1. B. 3. C. 0. D. 2.

CÂU 32. Cho số phức $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z + 1 + 3i - |z|i = 0$. Tính $S = a + 3b$.

- A. $S = \frac{7}{3}$. B. $S = -5$. C. $S = 5$. D. $S = -\frac{7}{3}$.

CÂU 33. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}, a > 0$) thỏa $z \cdot \bar{z} - 12|z| + (z - \bar{z}) = 13 - 10i$. Giá trị $S = a + b$ là

- A. $S = 7$. B. $S = 5$. C. $S = -17$. D. $S = 17$.

CÂU 34. Gọi S là tập hợp các số thực m sao cho với mỗi $m \in S$ có đúng một số phức z thỏa $|z - m| = 4$ và $\frac{z}{z - 6}$ là số thuần ảo. Tính tích các phần tử của S .

- A. -16. B. -320. C. -40. D. -8.

CÂU 35. Tìm mô đun của số phức z biết $(2z - 1)(1 + i) + (\bar{z} + 1)(1 - i) = 2 - 2i$.

- A. $\frac{1}{9}$. B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{2}{9}$. D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 36. Cho các số phức z_1, z_2 thỏa mãn điều kiện $|z| = \sqrt{10}$, phần thực bằng 3 lần phần ảo. Tính giá trị biểu thức $T = z_1 + 2z_2$, biết số phức z_1 có phần âm.

- A. $1 - i$. B. $3 + i$. C. $-3 - i$. D. $1 + i$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 37. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn điều kiện $|z \cdot \bar{z} - z| = 2$ và $|z| = 2$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 38. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z + 2 - i| = 2\sqrt{2}$ và $(z - 1)^2$ là số thuần ảo?

- A. 0. B. 4. C. 3. D. 2.

CÂU 39. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - (a - 3)z + a^2 + a = 0$ (a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của a để phương trình có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 2. B. 4. C. 3. D. 1.

CÂU 40. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $z - 4 = (1 + i)|z| - (4 + 3z)i$. Giá trị của biểu thức $P = a - 3b$ bằng

- A. $P = -6$. B. $P = -2$. C. $P = 2$. D. $P = 6$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. D	5. B	6. B	7. B	8. B	9. C	10. D
11. C	12. D	13. A	14. D	15. A	16. B	17. D	18. D	19. C	20. D
21. B	22. D	23. B	24. A	25. B	26. B	27. C	28. D	29. C	30. C
31. C	32. B	33. A	34. A	35. B	36. B	37. A	38. C	39. B	40. D

C

BIỂU DIỄN HÌNH HỌC

DẠNG
8

Biểu diễn hình học số phức qua các phép toán

CÂU 1. Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{1}{2 - 3i}$ là

- A. $(-2; 3)$. B. $(3; -2)$. C. $\left(\frac{2}{13}; \frac{3}{13}\right)$. D. $(4; -1)$.

CÂU 2. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $z = (1 + i)^3$ là

- A. $(-2; 2)$. B. $(2; -2)$. C. $(2; 2)$. D. $(-2; 4)$.

CÂU 3. Cho hai số phức $z_1 = 2 - 5i$ và $z_2 = 3 + 2i$. Trong mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $w = \bar{z}_1 \cdot z_2$ có tọa độ là

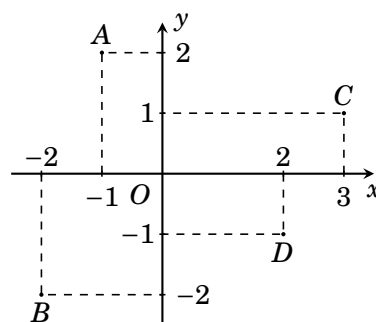
- A. $(4; 19)$. B. $(-4; 19)$. C. $(19; -4)$. D. $(4; -19)$.

CÂU 4.

Điểm nào trong hình vẽ dưới đây là điểm biểu

diễn của số phức $z = \frac{i - 3}{1 + i}$?

- A. Điểm B. B. Điểm D.
C. Điểm C. D. Điểm A.

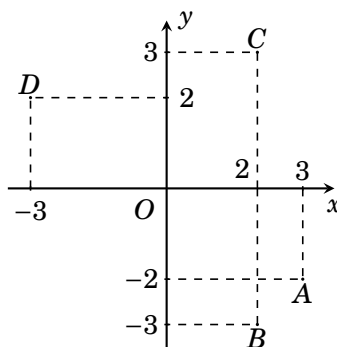
**CÂU 5.** Điểm biểu diễn của số phức $z = \frac{2i}{1 - i}$ có hoành độ bằng

- A. -1. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 6.

Cho số phức z thỏa mãn $(3+i)z = 9-7i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức z

- A. Điểm A. B. Điểm B.
C. Điểm C. D. Điểm D.



CÂU 7. Cho $z_1 = 3+2i$; $z_2 = 5-3i$. Điểm nào dưới đây biểu diễn số phức $z = z_1 + z_2$?

- A. $(-1; 8)$. B. $(-8; -1)$. C. $(1; 8)$. D. $(8; -1)$.

CÂU 8. Cho số phức $z = 3+2i$. Điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là điểm nào sau đây?

- A. $Q(-3; -2)$. B. $M(3; 2)$. C. $N(-3; 2)$. D. $P(3; -2)$.

CÂU 9. Cho số phức $z = 2-3i$. Điểm biểu diễn số phức $w = 2z + (1+i) \cdot \bar{z}$ trên mặt phẳng phức là

- A. $M(3; 1)$. B. $N(1; 3)$. C. $P(3; -1)$. D. $Q(-3; -1)$.

CÂU 10. Cho số phức $z = 1-2i$ và $w = -3+i$. Điểm biểu diễn số phức $z-w$ là

- A. $N(-2; -1)$. B. $Q(-3; 4)$. C. $P(4; -3)$. D. $M(4; -1)$.

CÂU 11. Cho số phức z thỏa mãn phương trình $i\bar{z} + (1+i)z = 2+3i$. Điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ là

- A. $P(3; -4)$. B. $Q(2; -1)$. C. $N(2; 1)$. D. $M(3; 4)$.

CÂU 12. Cho số phức $z = 1+2i$. Điểm nào dưới đây là điểm biểu diễn của số phức $w = z + i\bar{z}$ trên mặt phẳng tọa độ?

- A. $P(-3; 3)$. B. $Q(3; 2)$. C. $N(2; 3)$. D. $M(3; 3)$.

CÂU 13. Cho số phức z thỏa mãn $(3+2i)z = 1+5i$. Tìm tọa độ của điểm M biểu diễn số phức $\bar{z}$.

- A. $M(1; 1)$. B. $M(1; -1)$. C. $M(-1; 1)$. D. $M(-1; -1)$.

CÂU 14. Cho số phức z thỏa mãn: $z(1-i) - 12i = 3$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức $\bar{z}$ có tọa độ là:

- A. $\left(\frac{9}{2}; \frac{15}{2}\right)$. B. $\left(\frac{9}{2}; -\frac{15}{2}\right)$. C. $\left(-\frac{9}{2}; -\frac{15}{2}\right)$. D. $\left(-\frac{9}{2}; \frac{15}{2}\right)$.

CÂU 15. Cho số phức $z = \frac{25}{3+4i}$. Điểm biểu diễn hình học của số phức liên hợp của z trên mặt phẳng Oxy là

- A. $N(15; -20)$. B. $Q(3; 4)$. C. $P(-15; 20)$. D. $M(3; -4)$.

CÂU 16. Cho hai số phức $z_1 = 1-i$ và $z_2 = 1+2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $3z_1 + z_2$

- A. $(1; 4)$. B. $(-1; 4)$. C. $(4; 1)$. D. $(4; -1)$.

CÂU 17. Cho $z_1 = 5-2i$ và $z_2 = 2+i$. Điểm nào sau đây biểu diễn số phức $w = z_1 \cdot z_2$?

- A. $N(12; 1)$. B. $M(12; -1)$. C. $Q(-12; 1)$. D. $P(-12; -1)$.

CÂU 18. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , cho số phức $z = -1-4i$. Điểm nào sau đây là điểm biểu diễn của số phức $z - \bar{z}$?

- A. $M(-2; 0)$. B. $M(0; -2)$. C. $M(-8; 0)$. D. $M(0; -8)$.

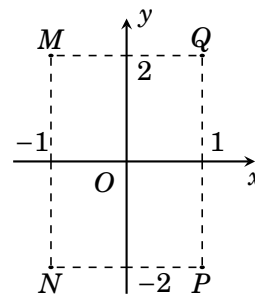
CÂU 19.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

Cho số phức z thỏa mãn $(2-i)z = 4+3i$. Hỏi điểm biểu diễn của z là điểm nào trong các điểm M, N, P, Q ở hình dưới đây?

- A. Điểm Q . B. Điểm M .
C. Điểm N . D. Điểm P .



CÂU 20. Cho hai số phức $z = 3+5i$ và $w = 2-i$. Điểm biểu diễn của số phức $\frac{z}{w}$ là

- A. $\left(\frac{1}{5}; -\frac{13}{5}\right)$. B. $\left(\frac{1}{3}; \frac{13}{3}\right)$. C. $\left(\frac{1}{5}; \frac{13}{5}\right)$. D. $\left(\frac{11}{5}; \frac{13}{5}\right)$.

CÂU 21. Cho số phức z thỏa mãn $\frac{z}{-i} - 2 + 3i = 0$. Điểm biểu diễn số phức liên hợp của z có tọa độ là

- A. $(3; -2)$. B. $(3; 2)$. C. $(-3; -2)$. D. $(-3; 2)$.

CÂU 22. Trong mặt phẳng Oxy , gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1 = -3i, z_2 = 2-2i, z_3 = -5-i$. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó điểm G biểu diễn số phức

- A. $z = -1-i$. B. $z = -1-2i$. C. $z = 1-2i$. D. $z = 2-i$.

CÂU 23. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1+i)\bar{z} = 3-5i$.

- A. $M(-1; 4)$. B. $M(-1; -4)$. C. $M(1; 4)$. D. $M(1; -4)$.

CÂU 24. Cho hai số phức $z_1 = 2-i$ và $z_2 = 1+i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn của số phức $2z_1 - z_2$ có tọa độ là

- A. $(3; 2)$. B. $(3; 1)$. C. $(3; 2)$. D. $(1; 3)$.

CÂU 25. Giả sử A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn trên mặt phẳng phức của các số phức $z_1 = 1+i, z_2 = (1+i)^2, z_3 = a-i$ trong đó $a \in \mathbb{Z}$. Để tam giác ABC vuông tại B thì giá trị của a là?

- A. $a = 1$. B. $a = -3$. C. $a = -2$. D. $a = -4$.

CÂU 26. Tìm tọa độ điểm M là điểm biểu diễn số phức z biết z thỏa mãn phương trình $(1+i)\bar{z} = 3-5i$.

- A. $M(-1; 4)$. B. $M(-1; -4)$. C. $M(1; 4)$. D. $M(1; -4)$.

CÂU 27. Cho hai số phức $z_1 = 1-i$ và $z_2 = 2+2i$. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm biểu diễn số phức $2z_1 + z_2$ có tọa độ là

- A. $(0; 4)$. B. $(4; 1)$. C. $(1; 4)$. D. $(4; 0)$.

CÂU 28. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho hai điểm $A(2; -1); B(-3; 4)$ và điểm $M(a; b)$ biểu diễn số phức z . Biết số phức $w = (z+2i)(\bar{z}-4)$ là số thực và M nằm trên trung trực của AB . Tổng $S = a + b$ là

- A. $S = -14$. B. $S = 2$. C. $S = -2$. D. $S = \frac{10}{3}$.

CÂU 29. Cho số phức w có $|w| = \sqrt{3}$. Một tam giác có một đỉnh là điểm biểu diễn của w và hai đỉnh còn lại biểu diễn hai nghiệm của phương trình $\frac{1}{z+w} = \frac{1}{z} + \frac{1}{w}$.

Diện tích của tam giác đó bằng

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$. C. $\frac{9\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{4}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. A	3. B	4. D	5. A	6. B	7. D	8. D	9. C	10. C
11. C	12. D	13. B	14. C	15. B	16. D	17. A	18. D	19. A	20. C
21. D	22. B	23. A	24. B	25. B	26. A	27. D	28. A	29. C	

DẠNG
9

Tập hợp số phức

CÂU 1. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 5i| = \sqrt{10}$ và $w = 2z(1 - 3i) + 9 - 14i$. Khẳng định nào đúng trong các khẳng định sau?

- A. Tập hợp điểm biểu diễn của số phức w là đường tròn tâm $I(-33; -14)$.
- B. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $I(33; 14)$.
- C. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có tâm $I(-33; 14)$.
- D. Tập hợp điểm biểu diễn số phức w là đường tròn có bán kính $R = 10$.

CÂU 2. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + i| = |z + 2|$. Trong mặt phẳng phức, quỹ tích điểm biểu diễn các số phức z

- A. là đường thẳng $3x - y - 1 = 0$.
- B. là đường thẳng $3x - y + 1 = 0$.
- C. là đường thẳng $3x + y + 1 = 0$.
- D. là đường thẳng $3x + y - 1 = 0$.

CÂU 3. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|5z| = |(4 + 3i)z - 25|$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $8x - 6y - 25 = 0$.
- B. $8x - 6y + 25 = 0$.
- C. $8x + 6y + 25 = 0$.
- D. $8x - 6y = 0$.

CÂU 4. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn $|z + 1 - 2i| = 4$ là

- A. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $r = 16$.
- B. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $r = 9$.
- C. Đường tròn tâm $I(1; 2)$, bán kính $r = 9$.
- D. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $r = 4$.

CÂU 5. Xét các số phức z thỏa mãn $(\bar{z} - 4i)(z + 4)$ là số thuần ảo. Trên mặt phẳng tọa độ, tập hợp tất cả các điểm biểu diễn hình học của z là một đường tròn có bán kính bằng

- A. $2\sqrt{2}$.
- B. $\sqrt{2}$.
- C. 2.
- D. 4.

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm M biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + i - 1| = 2$ là

- A. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 2$.
- B. Đường tròn tâm $I(1; -1)$, bán kính $R = 4$.
- C. Đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 2$.
- D. Đường tròn tâm $I(-1; 1)$, bán kính $R = 4$.

CÂU 7. Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , tập hợp điểm biểu diễn các số phức z thỏa mãn điều kiện $|zi - (2 + i)| = 2$ là:

- A. $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$.
- B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 = 4$.
- C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 = 4$.
- D. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 9$.

CÂU 8. Tập hợp tất cả các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|(1 + i)z - 5 + i| = 2$ là một đường tròn tâm I và bán kính R lần lượt là

- A. $I(2; -3)$, $R = 2$.
- B. $I(-2; 3)$, $R = \sqrt{2}$.
- C. $I(2; -3)$, $R = \sqrt{2}$.
- D. $I(-2; 3)$, $R = 2$.

CÂU 9. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|\bar{z} + 1 - i| = 2$ là đường tròn có phương trình

- A. $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.
- B. $(x + 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$.
- C. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$.
- D. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 = 4$.

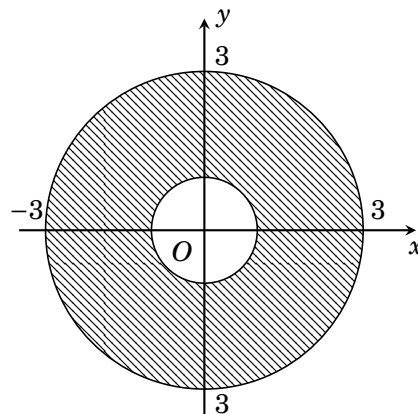
CÂU 10.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

Phần gạch chéo trong hình vẽ trên là tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện nào?

- A. $|z| \geq 1$. B. $|z| \leq 3$.
C. $1 \leq |z| \leq \sqrt{3}$. D. $1 \leq |z| \leq 3$.



CÂU 11. Tập hợp các điểm trên mặt phẳng tọa độ biểu diễn số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - i + 2| = 2$ là

- A. Đường tròn tâm $I(1; -2)$, bán kính $R = 2$.
B. Đường tròn tâm $I(-2; 1)$, bán kính $R = 2$.
C. Đường tròn tâm $I(2; -1)$, bán kính $R = 2$.
D. Đường tròn tâm $I(-1; 2)$, bán kính $R = 2$.

CÂU 12. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 1 - i| = |z - 1 + 2i|$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức z trên mặt phẳng tọa độ là đường thẳng có phương trình

- A. $4x - 6y - 3 = 0$. B. $4x + 6y - 3 = 0$. C. $4x - 6y + 3 = 0$. D. $4x + 6y + 3 = 0$.

CÂU 13. Cho Gọi (C) là tập hợp điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $|z + \bar{z} - 4| + 4|z - \bar{z}| = 8$. Diện tích hình phẳng được giới hạn bởi (C) là

- A. 24. B. 4. C. 16. D. 8.

CÂU 14. Trong mặt phẳng tọa độ, tập hợp các điểm biểu diễn cho số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|1 + z| = |i - z|$ là

- A. $x - y = 0$. B. $x + y - 1 = 0$. C. $x - y + 1 = 0$. D. $x + y = 0$.

CÂU 15. Gọi H là hình biểu diễn tập hợp các số phức z trong mặt phẳng tọa độ Oxy sao cho $|2z - 3\bar{z}| \leq 5$, và số phức z có phần thực không âm. Tính diện tích hình H .

- A. 2π . B. 5π . C. $\frac{5\pi}{2}$. D. $\frac{5\pi}{4}$.

CÂU 16. Cho số phức z thỏa mãn điều kiện $|z - 1 + 2i| \leq 3$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = z(1 + i)$ trong mặt phẳng tọa độ (Oxy) là hình phẳng (H) có diện tích bằng

- A. $S = 9\pi$. B. $S = 9$. C. $S = 18\pi$. D. $S = 18$.

CÂU 17. Xét các số phức z thỏa mãn $\frac{z - 1 - i}{(z + \bar{z})i + 1}$ là số thực. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = 3z$ là một parabol có đỉnh

- A. $I\left(-\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$. B. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{9}{2}\right)$. C. $I\left(\frac{3}{4}; -\frac{33}{8}\right)$. D. $I\left(\frac{3}{2}; -\frac{9}{2}\right)$.

CÂU 18. Cho số phức $w = (1 + i)z + 2$ với $|1 + iz| = |z - 2i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn số phức w là đường thẳng Δ . Khoảng cách từ điểm $A(1; -2)$ đến Δ bằng

- A. 0. B. $2\sqrt{2}$. C. 2. D. $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

CÂU 19. Cho z_1 và z_2 là hai trong các số phức z thỏa mãn $|z - 5 - 3i| = 5$, đồng thời $|z_1 - z_2| = 8$. Tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = z_1 + z_2$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có phương trình dạng $(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$ ($r > 0$). Tính giá trị của biểu thức $T = (a + b)r$.

- A. $T = 96$. B. $T = 64$. C. $T = 6$. D. $T = 12$.

CÂU 20. Biết phương trình $z^2 + mz + m^2 - 2 = 0$ (m là tham số thực) có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn các số phức z_1, z_2 và $z_0 = i$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để diện tích tam giác ABC bằng 1?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 6.

CÂU 21. Cho các số phức z thỏa mãn $|iz - 1| = |1 + \sqrt{2}i|$. Biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn các số phức z là đường tròn (C). Tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn (C) lần lượt là

- A. $I(0; 1); R = 3$. B. $I(0; 1); R = \sqrt{3}$.
C. $I(0; -1); R = \sqrt{3}$. D. $I(0; -1); R = 3$.

CÂU 22. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 6 - 2i| = 4$. Biết rằng tập hợp điểm trong mặt phẳng tọa độ biểu diễn các số phức z là một đường tròn. Tìm tọa độ tâm I và bán kính R của đường tròn đó.

- A. $I(-6; 2), R = 16$. B. $I(6; -2), R = 4$.
C. $I(6; -2), R = 16$. D. $I(-6; 2), R = 4$.

CÂU 23. Cho số phức z có $|z - 1| = 2$ và $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức $w = (1 + \sqrt{3}i)z + 2$ là một đường tròn, tâm và bán kính đường tròn đó là

- A. $I(-3; \sqrt{3}), R = 4$. B. $I(3; -\sqrt{3}), R = 2$.
C. $I(\sqrt{3}; \sqrt{3}), R = 4$. D. $I(3; \sqrt{3}), R = 4$.

CÂU 24. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2| = 2$, biết rằng tập hợp các điểm biểu diễn của số phức $w = (1 - i)z + i$ là một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó.

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2}$. D. 4.

CÂU 25. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 2$. Tập hợp điểm biểu diễn số phức $w = \frac{\bar{z}}{1 - i}$ trong mặt phẳng tọa độ Oxy là đường tròn có tâm là

- A. $I\left(-\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$. B. $I\left(\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right)$. C. $I\left(-\frac{3}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. D. $I\left(\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

CÂU 26. Tập hợp các điểm biểu diễn số phức z thỏa mãn $\left|\frac{z + 1 - 2i}{\bar{z} - 2 + 3i}\right| = \sqrt{2}$ là

- A. Đường tròn tâm $I(5; -8)$ bán kính $2\sqrt{17}$.
B. Đường tròn tâm $I(-5; 8)$ bán kính $2\sqrt{17}$.
C. Đường tròn tâm $I(5; 4)$ bán kính $2\sqrt{5}$.
D. Đường tròn tâm $I(-5; 4)$ bán kính $2\sqrt{5}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. D	5. A	6. A	7. C	8. C	9. C	10. D
11. B	12. A	13. D	14. D	15. C	16. C	17. D	18. B	19. A	20. C
21. C	22. D	23. D	24. B	26. C					

D

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

DẠNG 10

Phương trình bậc 2 với hệ số thực-Tính toán biểu thức nghiệm

CÂU 1. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng

- A. 16. B. 10. C. 36. D. 20.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 2. Phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$ có hai nghiệm là z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1 - z_2|$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 3. D. 4.

Số phức $z = 3 - 2i$ là một nghiệm của phương trình nào dưới đây?

- A. $z^2 - 6z + 13 = 0$. B. $z^2 - 6z + 5 = 0$.
C. $z^2 + 6z - 13 = 0$. D. $z^2 + 6z + 13 = 0$.

CÂU 4. Phương trình nào dưới đây nhận hai số phức $1 + \sqrt{2}i$ và $1 - \sqrt{2}i$ làm nghiệm?

- A. $z^2 - 2z - 3 = 0$. B. $z^2 + 2z - 3 = 0$. C. $z^2 + 2z + 3 = 0$. D. $z^2 - 2z + 3 = 0$.

CÂU 5. Nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$ là

- A. $1 + 2i$. B. $-1 + 2i$. C. $-1 - 2i$. D. $1 - 2i$.

CÂU 6. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - 8z + 12 = 0$. Tính $S = z_1 + z_2$.

- A. $S = 4$. B. $S = \frac{8}{3}$. C. $P = -4$. D. $S = -\frac{8}{3}$.

CÂU 7. Tập nghiệm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$ trên tập số phức là

- A. $S = \{-2 + i; 2 - i\}$. B. $S = \{-2 + i; -2 - i\}$.
C. $S = \{2 + i; 2 - i\}$. D. $S = \{2 + i; -2 - i\}$.

CÂU 8. Số phức nào dưới đây là nghiệm của phương trình $z^2 + 5 = 0$?

- A. $z = -\sqrt{5}i$. B. $z = -5$. C. $z = \sqrt{5} + i$. D. $z = \sqrt{5} - i$.

CÂU 9. Tất cả các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$ là

- A. $1 - 4i; 1 + 4i$. B. $4i$. C. $2 + 4i; 2 - 4i$. D. $-16i$.

CÂU 10. Số phức nào dưới đây là nghiệm của phương trình $z^2 + 1 = 0$?

- A. $z = 1 + i$. B. $z = i$. C. $z = 1 - i$. D. $z = -1$.

CÂU 11. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 8z + 25 = 0$. Số phức liên hợp của $z_1 = 2 - z_0$ là

- A. $-2 - 3i$. B. $2 + 3i$. C. $4 - 3i$. D. $-2 + 3i$.

CÂU 12. Gọi z_1 và z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 + 6z + 5 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo âm. Điểm nào dưới đây có điểm biểu diễn của số phức $z_1 + 3z_2$?

- A. $Q(6; 1)$. B. $M(-6; 1)$. C. $N(-1; -6)$. D. $P(-6; -1)$.

CÂU 13. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + bz + c = 0$, ($c \neq 0$). Tính $P = \frac{1}{z_1^2} + \frac{1}{z_2^2}$ theo b, c .

- A. $P = \frac{b^2 - 2c}{c^2}$. B. $P = \frac{b^2 - 2c}{c}$. C. $P = \frac{b^2 + 2c}{c^2}$. D. $P = \frac{b^2 + 2c}{c}$.

CÂU 14. Gọi z_1, z_2 là các nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 17 = 0$. Giá trị của biểu thức $3(z_1 + z_2) - z_1 \cdot z_2$ bằng

- A. -11 . B. -8 . C. 16 . D. 23 .

CÂU 15. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 6z + 13 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Giá trị của $3z_1 + z_2$ bằng

- A. $4 + 12i$. B. $-12 - 4i$. C. $4 - 12i$. D. $-12 + 4i$.

CÂU 16. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Biểu thức $|z_1 - z_2|$ có giá trị bằng

- A. 6. B. 2. C. $6i$. D. $2i$.

CÂU 17. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 + 2z + 4 = 0$. Khi đó $|z_1|^2 + |z_2|^2$ có giá trị là

- A. 4. B. 8. C. 20. D. 14.

CÂU 18. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $2z^2 - 2z + 5 = 0$. Tính $|z_1| + |z_2|$.

- A. $\sqrt{5}$. B. $2\sqrt{5}$. C. $\sqrt{10}$. D. $2\sqrt{10}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 19. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $2z^2 + 4z + 10 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo dương. Số phức $w = z_1 - iz_2$ có mô đun là

- A. $3\sqrt{2}$. B. 37. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

CÂU 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 4z + 6 = 0$ trong đó z_2 có phần ảo dương. Số phức $3z_1 - z_2$ bằng

- A. $-4 - 4\sqrt{2}i$. B. $-4 + 4\sqrt{2}i$. C. $4 + 4\sqrt{2}i$. D. $4 - 4\sqrt{2}i$.

CÂU 21. Gọi z_0 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 4z + 5 = 0$. Phần ảo của số phức $(3 - 2i)z_0$ bằng

- A. -8. B. 7. C. 1. D. -4.

CÂU 22. Số phức nào dưới đây là một nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$?

- A. $-1 - i$. B. $1 + 5i$. C. $1 - i$. D. $1 + 2i$.

CÂU 23. Trong tập hợp số phức $\mathbb{C}$. Phương trình bậc hai nào dưới đây nhận hai số phức $2 - 3i$ và $2 + 3i$ làm nghiệm?

- A. $z^2 + 4z + 13 = 0$. B. $z^2 + 4z + 3 = 0$.
C. $z^2 - 4z + 3 = 0$. D. $z^2 - 4z + 13 = 0$.

CÂU 24. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phân biệt của phương trình $z^2 + 3z + 4 = 0$ trên tập số phức. Tính giá trị của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$.

- A. $4\sqrt{2}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. 4.

CÂU 25. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$, trong đó z_1 có phần ảo âm. Số phức $z_1 + 2z_2$ bằng

- A. 2. B. $3 - i$. C. $2 + i$. D. $3 + i$.

CÂU 26. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 10 = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. 20. B. 21. C. 25. D. 18.

CÂU 27. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Số phức $\frac{1}{z_1}$ có phần thực bằng

- A. $\frac{1}{5}$. B. $\frac{2}{5}$. C. $-\frac{2}{5}$. D. $-\frac{1}{5}$.

CÂU 28. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm của phương trình $z^2 - 2z + 2^{2022} = 0$. Giá trị của biểu thức $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 2^{1011} . B. 2^{2022} . C. 2^{1012} . D. 0.

CÂU 29. Cho phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Gọi A, B là hai điểm biểu diễn hai nghiệm của phương trình đã cho. Tính độ dài AB .

- A. $\sqrt{2}$. B. 2. C. 4. D. 1.

CÂU 30. Gọi z_1, z_2 là 2 nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + 3 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 6. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

CÂU 31. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 2z + 8 = 0$. Khi đó $|z_1| + |z_2|$ bằng

- A. 4. B. $4\sqrt{2}$. C. $4\sqrt{3}$. D. 16.

CÂU 32. Phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Giá trị của $|z_1|^2 + |z_2|^2$ bằng

- A. 10. B. 20. C. 5. D. 4.

CÂU 33. Số phức $z_0 = 2 + i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tìm phần ảo của số phức $bz_0 - a$.

- A. 5. B. 14. C. $14i$. D. $5i$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 34. Trên tập hợp các số phức, phương trình $az^2 + bz + c = 0$, với $a, b, c \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$ có các nghiệm z_1, z_2 đều không là số thực. Đặt $P = |z_1 + z_2|^2 + |z_1 - z_2|^2$, khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $P = \frac{b^2 - 2ac}{a^2}$. B. $P = \frac{2c}{a}$. C. $P = \frac{4c}{a}$. D. $P = \frac{2b^2 - 4ac}{a^2}$.

CÂU 35. Cho phương trình $z^2 - 2mz + 6m - 8 = 0$. (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \bar{z}_1 = z_2 \bar{z}_2$?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

CÂU 36. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$?

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

CÂU 37. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz - m + 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 38. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 4 + 3i| = 1$ và $|z_2 - 8 - 6i| = 4$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $5b + c = -12$. B. $5b + c = 4$. C. $5b + c = -4$. D. $5b + c = 12$.

CÂU 39. Biết phương trình $z^2 + az + b = 0$ ($a, b \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $z_1 = 3i$ và nghiệm còn lại là z_2 . Mô đun của số phức $(a - b)z_2$ bằng

- A. 10. B. 9. C. 18. D. 27.

CÂU 40. Có bao nhiêu số nguyên m để phương trình $z^2 + 2mz + 1 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 3| = |z_2 + 3|$.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 41. Có bao nhiêu giá trị m nguyên và $m \in [-2022; 2022]$ để phương trình $z^2 - 2z + 1 - 3m = 0$ có hai nghiệm phức thỏa mãn $z_1 \cdot \bar{z}_1 = z_2 \cdot \bar{z}_2$.

- A. 4045. B. 2021. C. 2022. D. 2023.

CÂU 42. Có bao nhiêu giá trị dương của số thực a sao cho phương trình $z^2 + \sqrt{3}z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = \sqrt{3}$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 4.

CÂU 43. Trên tập hợp các số phức, gọi S là tổng các giá trị thực của m để phương trình $mz^2 + 2(m+1)z - m + 6 = 0$ có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 1$. Tính S .

- A. 3. B. -4. C. 1. D. -2.

CÂU 44. Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình $z^2 - 2mz + 9m - 8 = 0$ có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$.

- A. 4. B. 5. C. 6. D. 7.

CÂU 45. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $(z - 1 - a)(z + 1 - a) = 6z$ (a là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của a để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 + |z_2|^2 = 42$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 46. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 4(m+1)z + 4m^2 + 2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 4$?

- A. 1. B. 3. C. 4. D. 2.

CÂU 47. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+4)z + m^2 - 8 = 0$ (m là tham số thực). Tính tổng các giá trị của m để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 3$?

GHI CHÚ NHANH

- A. $\sqrt{17}$. B. 6. C. $6 + \sqrt{17}$. D. $6 - \sqrt{17}$.

CÂU 48. Tìm tổng các giá trị của số thực a sao cho phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$.

- A. 0. B. 2. C. 6. D. 4.

CÂU 49. Cho các số thực b, c sao cho phương trình $z^2 + bz + c = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 với phần thực là số nguyên và thỏa mãn $|z_1 + 3 - 2i| = 1$ và $(z_1 - 2i)(z_2 + 2)$ là số thuần ảo. Khi đó, $b + c$ bằng

- A. -1. B. 12. C. 4. D. -12.

CÂU 50. Trong tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m - 1)z + 2m - 2 = 0$ (m là tham số thực). Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Tổng các phần tử của tập S là

- A. 3. B. 1. C. 6. D. 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. A	4. D	5. A	6. B	7. B	8. A	9. A	10. B
11. D	12. D	13. A	14. A	15. B	16. B	17. B	18. C	19. A	20. A
21. C	22. D	23. D	24. D	25. D	26. A	27. D	28. C	29. B	30. C
31. B	32. A	33. A	34. C	35. D	36. D	37. B	38. A	39. D	40. B
41. D	42. B	43. D	44. D	45. B	46. B	47. D	48. D	49. B	50. B

DẠNG 11

Định lý Vi-et trong số phức

CÂU 1. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 6z + 10 = 0$. Giá trị $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

- A. 36. B. 56. C. 16. D. 20.

CÂU 2. Cho z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $3z^2 - 7z + 27 = 0$. Giá trị của $z_1|z_2| + z_2|z_1|$ bằng

- A. 3. B. 7. C. 6. D. 9.

CÂU 3. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$. Giá trị của biểu thức $z_1^2 + z_2^2$ bằng:

- A. -6. B. 4. C. 6. D. 5.

CÂU 4. Với giá trị nào của tham số m thì phương trình $z^2 + z + m = 0$ nhận $z = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ làm nghiệm?

- A. $m = -1$. B. $m = 1$. C. $m = 2$. D. $m = 3$.

CÂU 5. Biết $z = -\frac{1}{2} + \frac{3}{2}i$ là một nghiệm của phương trình $az^2 + 2z + b = 0$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính tổng $a + b$

- A. 10. B. 7. C. 5. D. 2.

CÂU 6. Trên tập số phức, phương trình $z^2 - 6z + 2021^{2022} + 9 = 0$ có một nghiệm là:

- A. $z = 3 - 2021^{2022}i$. B. $z = -3 - 2021^{1011}i$.
C. $z = 3 + 2021^{1011}i$. D. $z = 3 + 2021^{2022}i$.

CÂU 7. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w + i$ và $3 - 2w$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tổng $S = a + b$ bằng

- A. -3. B. 3. C. 9. D. 7.

CÂU 8. Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình: $4z^2 + 4(m - 1)z + m^2 - 3m = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 2$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 9. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết $z_1 = w + 2i$ và $z_2 = 2w - 3$ là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính giá trị của $T = |z_1| + |z_2|$.

- A. $T = 2\sqrt{13}$. B. $T = 4\sqrt{13}$. C. $T = \frac{2\sqrt{97}}{3}$. D. $T = \frac{2\sqrt{85}}{3}$.

CÂU 10. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2az + b^2 - 20 = 0$ (1) với a, b là các tham số nguyên dương. Khi phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn: $z_1 + 3iz_2 = 7 + 5i$ thì giá trị của biểu thức $7a + 5b$ bằng

- A. 19. B. 17. C. 32. D. 40.

CÂU 11. Trên tập hợp số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + m^2 - 2m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị thực của m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 2$

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 12. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

CÂU 13. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 8m - 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 4$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 14. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a-3)z + a^2 + a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 15. Cho số phức w và hai số thực b, c . Biết rằng $w + 2$ và $3w - 4i$ là hai nghiệm của phương trình $2022z^2 + bz + c = 0$. Tính giá trị biểu thức $P = b + c$ bằng

- A. $P = -4044$. B. $P = 8088$. C. $P = 4044$. D. $P = -8088$.

CÂU 16. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - z + 2 = 0$. Phần ảo của số phức $[(z_1 - i)(z_2 - i)]^{2022}$ là

- A. -2^{1011} . B. 2^{2022} . C. -2^{2022} . D. 2^{1011} .

CÂU 17. Cho phương trình $4z^4 + mz^2 + 4 = 0$ trong tập số phức và m là tham số thực. Gọi z_1, z_2, z_3, z_4 là bốn nghiệm của phương trình đã cho. Tìm tất cả các giá trị của m để $(z_1^2 + 4)(z_2^2 + 4)(z_3^2 + 4)(z_4^2 + 4) = 324$.

- A. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -15 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 15 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 1 \\ m = -35 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = 35 \end{cases}$.

CÂU 18. Tổng các giá trị nguyên của tham số a để phương trình $z^2 - 2(a+2)z + a^2 + 3a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$?

- A. 4. B. -3. C. 3. D. -4.

CÂU 19. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w + i$ và $2w - 1$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tính tổng $S = a + b$

- A. $\frac{13}{9}$. B. $\frac{-13}{9}$. C. $\frac{-5}{9}$. D. $\frac{5}{9}$.

CÂU 20. Kí hiệu z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 + z + m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để $|z_1| + |z_2| = 2$.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

CÂU 21. Cho số phức w và hai số thực a, b . Biết rằng $w + i$ và $3 - 2w$ là hai nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$. Tổng $S = a + b$ bằng

- A. -3. B. 3. C. 9. D. 7.

CÂU 22. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - mz + m + 1 = 0$. Tính tổng các giá trị của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1^2 + z_2^2 = z_1 z_2 + 1$.

- A. -1. B. -4. C. 3. D. 5.

CÂU 23. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 4m - 3 = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên dương của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = 8$?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1.

CÂU 24. Trên tập các số phức, xét phương trình $z^2 - mz + m + 8 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm z_1, z_2 phân biệt thỏa mãn $|z_1(z_1^2 + mz_2)| = (m^2 - m - 8)|z_2|$?

- A. 12. B. 6. C. 5. D. 11.

CÂU 25. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (1) (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc khoảng $(0; 20)$ để phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$?

- A. 20. B. 11. C. 12. D. 10.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. B	5. B	6. C	7. B	8. B	9. C	10. C
11. D	12. A	13. A	14. D	15. B	16. D	17. D	18. B	19. C	20. C
21. B	22. C	23. D	24. C	25. D					

DẠNG
12

Biểu diễn hình học nghiệm của phương trình bậc hai

CÂU 1. Gọi z_1 là nghiệm phức có phần ảo âm của phương trình $z^2 - 2z + 5 = 0$. Tìm tọa độ điểm biểu diễn z_1 trên mặt phẳng phức?

- A. $Q(2; -1)$. B. $P(1; 2)$. C. $N(1; -2)$. D. $M(-1; -2)$.

CÂU 2. Gọi z là nghiệm phức có phần ảo dương của phương trình $z^2 - 2z + 2 = 0$. Số phức $(2i - 1)z$ có điểm biểu diễn là

- A. $M(1; 1)$. B. $M(3; 1)$. C. $M(-3; 1)$. D. $M(1; -1)$.

CÂU 3. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho M, N, P, Q là điểm biểu diễn của các số phức z thỏa mãn phương trình $(z^2 - 3 + 4i)(z^2 + 3 - 4i) = 0$. Tính diện tích tứ giác $MNPQ$.

- A. $\sqrt{10}$. B. 10. C. 20. D. $2\sqrt{5}$.

CÂU 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho A, B, C là điểm biểu diễn của các số phức z thỏa mãn phương trình $(z^2 - 2z - 3)(z - 1 - 2i) = 0$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. 8. B. 4. C. 2. D. 1.

CÂU 5. Cho phương trình $z^2 - 2(m - 2)z + m^2 - 5 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của tham số m để phương trình có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|^2 + |z_2|^2 \leq 8$?

- A. 5. B. 7. C. 2. D. 1.

CÂU 6. Biết phương trình $z^2 + mz + m^2 - 2 = 0$ (m là tham số) có hai nghiệm phức z_1, z_2 . Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2 và $z_0 = i$. Có bao nhiêu giá trị của tham số m để diện tích tam giác ABC bằng 1?

- A. 2. B. 3. C. 4. D. 1.

CÂU 7. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z - m + 2 = 0$ (m là tham số thực). Gọi T là tập hợp các giá trị của m để phương trình trên có hai nghiệm phân biệt được biểu diễn hình học bởi hai điểm A, B trên mặt phẳng tọa độ sao cho diện tích tam giác ABC bằng $2\sqrt{2}$, với $C(-1; 1)$. Tổng các phần tử trong T bằng

- A. 8. B. 4. C. 9. D. -1.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 8. Trên tập hợp các số phức, cho biết phương trình $z^2 - 2z + \frac{c}{d} = 0$ có hai nghiệm z_1, z_2 . Gọi A, B lần lượt là các điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 trên mặt phẳng Oxy . Biết tam giác OAB đều, tính giá trị của $P = c + 4d$.

- A. $P = 19$. B. $P = 16$. C. $P = 22$. D. $P = 14$.

CÂU 9. Biết rằng phương trình $z^2 + 2az + b = 0$ (a, b là các số thực dương) có hai nghiệm phức liên hợp z_1, z_2 . Gọi A, B, C lần lượt là các điểm biểu diễn của số phức $w = 2, z_1, z_2$. Tính giá trị của biểu thức $T = b - 4a$ biết rằng ba điểm A, B, C tạo thành một tam giác vuông có diện tích bằng 9.

- A. 6. B. -8. C. 9. D. 14.

CÂU 10. Kí hiệu z_0 là nghiệm phức có phần thực và phần ảo đều âm của phương trình $z^2 + 2z + 5 = 0$ Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , điểm M nào dưới đây là điểm biểu diễn số phức $w = i^3 \bar{z}_0$?

- A. $M(2; 1)$. B. $M(-2; -1)$. C. $M(2; -1)$. D. $M(-1; 2)$.

CÂU 11. Trên tập hợp các số phức, phương trình $z^2 + (a - 2)z + 2a - 3 = 0$ (a là tham số thực) có 2 nghiệm z_1, z_2 . Gọi M, N là điểm biểu diễn của z_1, z_2 trên mặt phẳng tọa độ. Biết rằng có 2 giá trị của tham số a để tam giác OMN có một góc bằng 120° . Tổng các giá trị đó bằng bao nhiêu?

- A. 6. B. -4. C. 4. D. -6.

CÂU 12. Biết số phức $z = -3 + 4i$ là một nghiệm của phương trình $z^2 + az + b = 0$, trong đó a, b là các số thực. Giá trị của $a - b$ bằng:

- A. 1. B. -19. C. -31. D. -11.

CÂU 13. Trên tập hợp các số phức, cho phương trình $z^2 + az + b = 0$, ($a, b \in \mathbb{R}$). Biết phương trình đã cho có hai nghiệm là $z_1 = 2 - i$ và z_2 , khi đó giá trị của $|az_1 - bz_2|$ bằng

- A. $6\sqrt{10}$. B. 18. C. $15\sqrt{3}$. D. $5\sqrt{13}$.

CÂU 14. Số nghiệm phức của phương trình $z^2 + |z| = 0$ là

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

CÂU 15. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 5m - 6 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |\bar{z}_2|$?

- A. 5. B. 1. C. 3. D. 4.

CÂU 16. Gọi T là tổng các giá trị thực của tham số m để phương trình $4z^2 + 6z + 1 + 2m = 0$ có các nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính T

- A. $\frac{15}{2}$. B. $\frac{-17}{2}$. C. $\frac{-19}{2}$. D. $\frac{-29}{2}$.

CÂU 17. Trong tập các số phức, cho phương trình $z^2 - 6z + m = 0$, $m \in \mathbb{R}(1)$. Gọi m_0 là một giá trị của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \bar{z}_1 = z_2 \cdot \bar{z}_2$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

- A. 10. B. 12. C. 11. D. 13.

CÂU 18. Có bao nhiêu số nguyên a để phương trình $z^2 - (a - 3)z + a^2 + a = 0$ có hai nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$.

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

CÂU 19. Gọi S là tập hợp các số nguyên dương x sao cho phương trình $z + \frac{m}{z} - 2 = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z_0| = 1$. Tổng các phần tử S bằng.

- A. -2. B. -4. C. 1. D. 2.

CÂU 20. Gọi z_1, z_2, z_3 là các nghiệm phức của phương trình $z^3 - 5z^2 + 17z - 13 = 0$. Gọi A, B, C lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2, z_3 . Tính diện tích tam giác ABC

- A. $S_{\Delta ABC} = 3$. B. $S_{\Delta ABC} = \frac{5}{2}$. C. $S_{\Delta ABC} = 4$. D. $S_{\Delta ABC} = 6$.

BẢNG ĐÁP ÁN

GHI CHÚ NHANH

1. C	2. C	3. B	4. B	5. C	6. A	7. A	8. B	9. A	10. A
11. A	12. B	13. D	14. A	15. B	16. C	17. A	18. A	19. A	20. A

DẠNG
13

Bài toán chứa tham số m

CÂU 1. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m+1)z + m + 3 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0 + 2| = 6$?

- A. 3. B. 4. C. 1. D. 2.

CÂU 2. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(2m-1)z + 4m^2 - 5m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0^2 + (1-4m)z_0 + 4m^2 - 5m - 3| = 10$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

CÂU 3. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 2m^2 - 2m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-10; 10)$ để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 2| = |z_2 - 2|$?

- A. 15. B. 18. C. 16. D. 17.

CÂU 4. Trong tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m-1)z + 4 = 0$. Gọi S là tập hợp các giá trị nguyên của m để phương trình có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| = |z_2|$. Tính tổng các phần tử của tập S

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 5.

CÂU 5. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2mz + 3m + 10 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm z_1, z_2 không phải số thực thỏa mãn $|z_1| + |z_2| \leq 8$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 6. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz + m + 1 = 0$ (1) (m là tham số thực thỏa $m^2 - m - 1 < 0$); z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình (1); A, B lần lượt là điểm biểu diễn của hai nghiệm phức đó trên mặt phẳng Oxy . Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để ΔOAB vuông tại O ?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 4.

CÂU 7. Biết phương trình $z^2 + mz + n = 0$ ($m, n \in \mathbb{R}$) có một nghiệm là $1 - 3i$. Tính $n + 3m$

- A. 4. B. 6. C. $V = 3$. D. 16.

CÂU 8. Gọi S là tổng các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S .

- A. $S = -3$. B. $S = 7$. C. $S = 10$. D. $S = 6$.

CÂU 9. Trên tập số phức, xét phương trình $z^2 - 2(m-4)z + m^2 - 4m + 1 = 0$, m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị m để phương trình đã cho có hai nghiệm phức phân biệt z_1, z_2 thỏa điều kiện $|z_1 + z_2 - 2z_1z_2| = |z_1|$.

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 3.

CÂU 10. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$. Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình đó có nghiệm phức z_0 thỏa mãn $|z_0| = 2$?

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

CÂU 11. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình: $z^2 - 2(m+1)z + m^2 - 3m + 5 = 0$ (m là tham số thực). Hỏi tổng các giá trị của m để phương trình trên có nghiệm z_0 thỏa mãn $|\overline{z_0}|^3 - 12 = 5|z_0|$?

- A. 9. B. 12. C. 10. D. 8.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 12. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình: $z^2 - 2(m+1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của m để phương trình trên có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 6$?

- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

CÂU 13. Gọi S là tổng bình phương tất cả các số thực m để phương trình $z^2 - 2z + 1 - m = 0$ có nghiệm phức z thỏa mãn $|z| = 2$. Tính S .

- A. 82. B. 81. C. 91. D. 90.

CÂU 14. Tìm tổng các giá trị của số thực a sao cho phương trình $z^2 + 3z + a^2 - 2a = 0$ có nghiệm phức z_0 thỏa $|z_0| = 2$.

- A. 0. B. 2. C. 4. D. 6.

CÂU 15. Cho S là tập hợp các số nguyên của tham số m để phương trình $z^2 - (m-3)z + m^2 + m = 0$ có 2 nghiệm phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + z_2| = |z_1 - z_2|$. Số tập con của S là

- A. 16. B. 8. C. 4. D. 1.

CÂU 16. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 2(2m-1)z + 4m^2 - 5m = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị của tham số m để phương trình có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0 + 3| = 10$?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

CÂU 17. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2(m-1)z + m^2 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị m dương để phương trình đó có nghiệm z_0 thỏa mãn $|z_0| = 4$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

CÂU 18. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là một giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

- A. 13. B. 11. C. 12. D. 10.

CÂU 19. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 - 6z + m = 0$ (m là tham số thực). Gọi m_0 là một giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $z_1 \cdot \overline{z_1} = z_2 \cdot \overline{z_2}$. Hỏi trong khoảng $(0; 20)$ có bao nhiêu giá trị $m_0 \in \mathbb{N}$?

- A. 13. B. 11. C. 12. D. 10.

CÂU 20. Trên tập hợp các số phức, xét phương trình $z^2 + 2mz - m + 12 = 0$ (m là tham số thực). Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình đó có hai nghiệm phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1| + |z_2| = \sqrt{2}|z_1 - z_2|$?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. C	4. A	5. D	6. B	7. A	8. B	9. C	10. B
11. D	12. B	13. C	14. C	15. A	16. D	17. A	18. D	19. D	20. C

E

CỰC TRỊ SỐ PHỨC

DẠNG 14

Sử dụng Mô đun-liên hợp

CÂU 1. Cho số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $\frac{z+2}{z+2i}$ là một số thuần ảo. Khi số phức z có mô đun nhỏ nhất, hãy tính $a + b$.

- A. $a + b = 0$. B. $a + b = 2\sqrt{2} - 1$.
C. $a + b = 4$. D. $a + b = 2\sqrt{2}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 2. Cho số phức z thỏa mãn $|z + 3 - 4i| = 3$ và $w = 2z + 3 - 2i$. Khi đó $|w|$ có giá trị lớn nhất bằng

- A. $6 - 3\sqrt{5}$. B. $6 + 3\sqrt{5}$. C. 7. D. $3\sqrt{5}$.

CÂU 3. Cho hai số phức z và w thỏa mãn $|z| = 4$, $|w| = 2$. Khi $|z + \bar{w} + 5 + 12i|$ đạt giá trị lớn nhất, phần thực của $z + iw$ bằng

- A. $\frac{30}{13}$. B. $-\frac{4}{13}$. C. $\frac{44}{13}$. D. $\frac{58}{13}$.

CÂU 4. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z^2 - z + 1|$. Giá trị của $M \cdot m$ bằng

- A. $\frac{13\sqrt{3}}{4}$. B. $\frac{13\sqrt{3}}{8}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{8}$.

CÂU 5. Gọi z_1, z_2 là các số phức thỏa mãn điều kiện $|z_1 + 3z_2| = 3$ và $|3z_1 - z_2| = 1$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1| + |z_2|$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{4}{9}$. C. $\sqrt{2}$. D. 1.

CÂU 6. Giả sử z_1, z_2 là hai số phức z thỏa $(z - 6)(8 - i\bar{z})$ là 1 số thực. Biết rằng $|z_1 - z_2| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $|z_1 + 3z_2|$ bằng

- A. $5 - \sqrt{21}$. B. $20 - 4\sqrt{21}$. C. $-5 + \sqrt{73}$. D. $20 - 2\sqrt{73}$.

CÂU 7. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = 2$ và $|i \cdot \bar{w}| = 1$. Khi $|iz + w + 3 - 4i|$ đạt giá trị nhỏ nhất, $|z - w|$ bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{5}$. C. 3. D. $\frac{\sqrt{221}}{5}$.

CÂU 8. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = |w| = |z - 2w|$. Hỏi giá trị lớn nhất của biểu thức $T = \frac{|z|}{1 + |z + w|^2}$ thuộc tập nào trong các tập dưới đây?

- A. $[0, 1]$. B. $(1; 2]$. C. $(2; 3]$. D. $(3; 5]$.

CÂU 9. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z + 2 + 2i| = 1$ và $|w - 1 + 2i| = |w - 3i|$. Khi $|z - w| + |w - 3 + 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z + 2w|$.

- A. $2\sqrt{13}$. B. 7. C. $2\sqrt{5}$. D. $\sqrt{61}$.

CÂU 10. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{z + 3}{z + 1}$ có phần thực bằng 2. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|3z_1 - 4z_2| = 2$, giá trị lớn nhất của $P = |z_1 - 3i|^2 - |z_2 - 4i|^2$ bằng

- A. 16. B. 8. C. 4. D. 32.

CÂU 11. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|iz - 1 + i| = 2$ và $|z_1 - z_2| = \sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 + z_2 + 1 + 2i|$ có dạng $a + \sqrt{b}$. Khi đó $a^2 + b$ có giá trị là

- A. 18. B. 15. C. 19. D. 17.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A 2. B 3. C 4. A 5. C 6. D 7. A 8. A 9. D 10. C
11. B

DẠNG
15

Phương pháp hình học

CÂU 1. Cho số phức z thỏa mãn $|z| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z + 1| + |z - i|$

- A. $\sqrt{8 - 4\sqrt{2}}$. B. 2. C. $2\sqrt{2 + \sqrt{2}}$. D. $2\sqrt{2}$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 2. Gọi z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z - 1 - i| = \frac{2\sqrt{5}}{5}$; $|z - 2 - mi| = |z + m|$ với m là số thực tùy ý. Gọi A, B lần lượt là điểm biểu diễn hình học của z_1, z_2 . Gọi S là tập các giá trị của m để diện tích tam giác IAB là lớn nhất với $I(1;1)$. Tổng bình phương các phần tử S bằng

A. $\frac{17}{4}$. B. 65. C. $\frac{5}{4}$. D. 80.

CÂU 3. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|z_1 = 4|z_2|z_2$. Biết rằng M, N lần lượt là các điểm biểu diễn số phức $z_1, \bar{z}_2$ trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn tam giác MON có diện tích bằng 32, khi đó giá trị nhỏ nhất của $|z_1 + z_2|$ bằng

A. $8\sqrt{2}$. B. $12\sqrt{2}$. C. 12. D. 16.

CÂU 4. Gọi M là điểm biểu diễn số phức $z_1 = a + (a^2 - 2a + 2)i$ và N là điểm biểu diễn cho số phức z_2 biết $|z_2 - 2 - i| = |\bar{z}_2 - 6 - i|$. Tìm khoảng cách ngắn nhất giữa hai điểm M, N .

A. $2\sqrt{5}$. B. 5. C. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. D. 1.

CÂU 5. Gọi M, N, P lần lượt là điểm biểu diễn của các số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn điều kiện $|5z_1 + 9 - 3i| = |5z_1|$, $|z_2 - 2| = |z_2 - 3 - i|$, $|z_3 + 1| + |z_3 - 3| = 4$. Khi M, N, P là ba đỉnh của một tam giác thì giá trị nhỏ nhất của chu vi tam giác MNP bằng

A. $\frac{9\sqrt{10}}{10}$. B. $\frac{6\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{12\sqrt{5}}{5}$. D. $13\sqrt{5}$.

CÂU 6. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 1 + 2i| = 2\sqrt{5}$ và số phức w thỏa $(5 + 10i)\bar{w} = (3 - 4i)z - 25i$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |w|$ bằng

A. 4. B. $2\sqrt{10}$. C. $4\sqrt{5}$. D. 6.

CÂU 7. Cho số phức z thay đổi nhưng luôn thỏa mãn $|z + \sqrt{5}| + |z - \sqrt{5}| = 6$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |(1 + i)z - 4 + 4i|$ bằng

A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. 5. D. $5\sqrt{2}$.

CÂU 8. Cho số phức z thỏa mãn $|z + i + 1| = |\bar{z} - 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z|$ bằng

A. $\sqrt{2}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. 2. D. 1.

CÂU 9. Xét các số phức $z = x + yi, (x, y \in \mathbb{R})$ thỏa mãn $|z - 2 - 4i| = |z - 2i|$ và $|z|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tìm $P = 3x - 2y$.

A. -2. B. 10. C. 4. D. 2.

CÂU 10. Xét các số phức z thỏa mãn $|z - 2 - 3i| = 1$. Giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |\bar{z} + 1 + i|$ lần lượt là

A. $\sqrt{13} + 2$ và $\sqrt{13} - 2$. B. $\sqrt{13} + 3$ và $\sqrt{13} - 3$.
C. $\sqrt{13} + 1$ và $\sqrt{13} - 1$. D. $\sqrt{13} + 4$ và $\sqrt{13} - 4$.

CÂU 11. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z - 1 - 3i| \leq |z + 2i|$ và $|w + 1 + 3i| \leq |w - 2i|$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P = |z - w|$ là

A. $\frac{\sqrt{13} + 1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{26}}{4}$. C. $\frac{3}{13}$. D. $\frac{3\sqrt{26}}{13}$.

CÂU 12. Cho số phức z_1, z_2 thỏa $|z_1 - 1 - 2i| = 2$ và $|z_2 + 2 + 3i| = |z_2 - 1 - i|$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ bằng

A. $\frac{33}{10}$. B. $\frac{29}{10}$. C. $\frac{9}{10}$. D. $\frac{13}{10}$.

CÂU 13. Cho số phức z_1 thỏa $|z_1 - 4 - 3i| = 1$ và z_2 thỏa mãn $(z_2 - 4)(\bar{z}_2 - 2i)$ là số thuần ảo. Gọi M và m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$. Tính $M + m$.

A. $4\sqrt{5}$. B. $3\sqrt{5}$. C. $3\sqrt{5} + 1$. D. $4\sqrt{5} - 1$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 14. Cho ba số phức u, v, w thỏa mãn các điều kiện $|u + 4 - 2i| = 2$, $|3v - 1 + i| = |2v + 1 - i|$ và $|w| = |\bar{w} + 2 + 2i|$. Biết rằng biểu thức $T = |u - w| + |v - w|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $P = |u - v| + |w|$

- A. $P = \sqrt{34} + \sqrt{2} - 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$. B. $P = \sqrt{34} - \sqrt{2} - 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$.
C. $P = \sqrt{34} + \frac{\sqrt{10}}{2}$. D. $P = \sqrt{34} + 2 + \frac{\sqrt{10}}{2}$.

CÂU 15. Xét các số phức z, w thỏa mãn $|z| = |w| = 1$. Khi $|z - 2w - 3 - 4i|$ đạt giá trị lớn nhất thì $|z - w|$ bằng

- A. $5\sqrt{5}$. B. 8. C. 3. D. 2.

CÂU 16. Cho biểu thức $P = |z - 1 - 2i| + |z - 3 - 4i| + |z - 5 - 6i|$ và xét các số phức z thỏa mãn điều kiện $|z + 2| = |1 + 2i|$. Biết $\min P = a\sqrt{b}$ với $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản.

Giá trị của $P = a + b$ bằng

- A. $P = 10$. B. $P = 11$. C. $P = 12$. D. $P = 13$.

CÂU 17. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $\left| \frac{z_1 - i}{z_1 + 2 - 3i} \right| = 1$; $\left| \frac{z_2 + i}{z_2 - 1 + i} \right| = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $|z_1 - z_2|$ là

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. $\sqrt{2} - 1$. D. 1.

CÂU 18. Gọi S là tập hợp tất cả các số phức z sao cho số phức $w = \frac{z + 3i - 1}{z + 3 + i}$ là thuần ảo. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = 2$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 3i|^2 - |z_2 - 3i|^2$ bằng

- A. $2\sqrt{26}$. B. $4\sqrt{26}$. C. 20. D. 10.

CÂU 19. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $5|z_1 - i| = |z_1 + 1 + i| + 3|z_1 - 1 - 3i|$ và $|z_2 + i| = 5$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 + z_2 - 2 - 4i|$ bằng

- A. $5 + 3\sqrt{5}$. B. $2 + \sqrt{13}$. C. 9. D. $5 + 4\sqrt{5}$.

CÂU 20. Cho 2 số phức z, w thỏa mãn $|z + w| = 2\sqrt{5}$; $w = (1 + i)z - 3 - 4i$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của $P = |z - 2i|^2 - |z - 2 + i|^2$. Tính $T = M + m$.

- A. $8\sqrt{13}$. B. $2 + 4\sqrt{13}$. C. $3 + 4\sqrt{13}$. D. 2.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. B	4. C	5. C	6. B	7. B	8. B	9. D	10. C
11. D	12. D	13. A	14. B	15. D	16. B	17. A	18. B	19. D	20. D

DẠNG

16

Phương pháp đại số

CÂU 1. Xét các số phức $z = a + bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z - 4 - 3i| = 2\sqrt{5}$. Tính giá trị của $a^2 + b^2$ khi biểu thức $P = |z + 4 - 7i| + 2|\bar{z} - 2 + 9i|$ đạt giá trị nhỏ nhất

- A. 25. B. 85. C. 65. D. 53.

CÂU 2. Trong tất cả các số phức $z = a + bi$, $a, b \in \mathbb{R}$ thỏa mãn hệ thức $|z - 2 + 5i| = |z - i|$. Biết rằng $|z + 1 - i|$ nhỏ nhất. Tính $P = a \cdot b$.

- A. $\frac{13}{100}$. B. $-\frac{23}{100}$. C. $-\frac{5}{16}$. D. $\frac{9}{25}$.

CÂU 3. Cho số phức z thỏa mãn $|z - 2 + i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = 3|z - 2| + 4|z - 2 + 2i|$.

- A. $4\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{7}$. C. 10. D. 5.

CÂU 4. Gọi S là tập hợp tất cả số phức z thỏa mãn $|z - 3 - 4i| = \sqrt{5}$. Xét các số phức $z_1, z_2 \in S$ thỏa mãn $|z_1 - z_2| = \frac{3}{2}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 1 - 2i|^2 - |z_2 - 1 - 2i|^2$ bằng:

- A. $\sqrt{5}$. B. $6\sqrt{2}$. C. $3\sqrt{13}$. D. $3\sqrt{2}$.

GHI CHÚ NHANH

Cho số phức z thỏa mãn $(z+1-i)(\bar{z}+1+i)=5$ và $P=|z-2i|^2-|z+1|^2$. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của P bằng

- A. -9. B. 11. C. 2. D. 20.

CÂU 6. Gọi z_1, z_2 là các số phức thỏa điều kiện $|z_1+3z_2|=3$ và $|3z_1-z_2|=1$. Tính giá trị lớn nhất của $P=|z_1|+|z_2|$.

- A. $P=\sqrt{5}$. B. $P=\frac{4}{9}$. C. $P=\sqrt{2}$. D. $P=1$.

CÂU 7. Cho hai số phức phân biệt z_1, z_2 thỏa mãn $\frac{z_1+z_2}{z_1-z_2}$ là số ảo và $|z_1-1|=1$. Giá trị lớn nhất $|z_1-z_2|$ bằng

- A. $2\sqrt{2}$. B. 4. C. 2. D. 1.

CÂU 8. Trong tất cả các số phức z thỏa mãn $|z+2|=\left|\frac{z+\bar{z}}{2}+4\right|$, gọi số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là số phức có môđun nhỏ nhất. Tính $S=a+b^2$.

- A. 5. B. 4. C. 3. D. 2.

CÂU 9. Cho z_1, z_2 là hai số phức thỏa mãn $|z-1+i|=2$ và $|z_1-z_2|=\sqrt{5}$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z_1+z_2-6+5i|$ có dạng $a+\sqrt{b}$. Khi đó a^2+b có giá trị là

- A. 126. B. 36. C. 28. D. 42.

CÂU 10. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1|=|z_2|=2021$ và $|z_1+z_2|=|(1+i)z_1|$. Số phức $z=z_1-z_2-\sqrt{2}-i\sqrt{7}$ có môđun lớn nhất bằng $a\sqrt{2}+b$; $a, b \in \mathbb{Z}$. Tính $a+b$.

- A. 2021. B. 2024. C. 2023. D. 2030.

CÂU 11. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=\sqrt{3}$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z+i|+|z-2-i|$ bằng $a\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a+b$.

- A. 7. B. 9. C. 12. D. 15.

CÂU 12. Cho số phức z thỏa mãn $|z-1|=\sqrt{3}$. Biết giá trị lớn nhất của biểu thức $P=|z+i|+|z-2-i|$ bằng $a\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên dương. Tính $a+b$.

- A. 7. B. 9. C. 12. D. 15.

CÂU 13. Biết số phức z thỏa mãn đồng thời hai điều kiện $|z-3-4i|=\sqrt{5}$ và biểu thức $M=|z+2|^2-|z-i|^2$ đạt giá trị lớn nhất. Tính môđun của số phức $z+i$.

- A. $|z+i|=\sqrt{61}$. B. $|z+i|=5\sqrt{2}$. C. $|z+i|=3\sqrt{5}$. D. $|z+i|=2\sqrt{41}$.

CÂU 14. Cho số phức z thỏa mãn $|z|=2$. Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=|z+1|+|z^2-z+4|$. Tính giá trị của biểu thức M^2-m^2

- A. 45. B. 384. C. 85. D. 115.

CÂU 15. Cho số phức z thỏa mãn $|z-5+7i|=\sqrt{197}$. Giá trị lớn nhất của $|z-4-7i|+|z-6+21i|$ thuộc tập hợp nào sau đây?

- A. $(20; \sqrt{197})$. B. $[30; 40]$.
C. $[\sqrt{197}; 2\sqrt{394}]$. D. $(2\sqrt{394}; 40)$.

CÂU 16. Cho số phức $z=a+bi$ ($a, b \in \mathbb{R}$) thỏa mãn $|z-3-4i|=\sqrt{5}$. Hỏi nếu biểu thức $P=|z+i-3|+|z-i+1|$ đạt giá trị lớn nhất thì biểu thức $Q=a^2+b^2$ có giá trị bằng bao nhiêu?

- A. 45. B. 12. C. 52. D. 4.

CÂU 17. Cho ba số phức z_1, z_2, z_3 thỏa mãn $|z_1|=1, |z_2|=\sqrt{7}, |z_1-z_2|=\sqrt{2}$ và giá trị lớn nhất của $|3z_1+2z_2+z_3|$ bằng 78. Giá trị $|z_3|$ bằng

- A. $78-\sqrt{53}$. B. 25. C. $78-\sqrt{73}$. D. 5.

CÂU 18. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z|=|w|=1, |z+w|=\sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $P=|zw+2i(z+w)-4|$ bằng

- A. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{1+5\sqrt{2}}{4}$. C. $5-2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{5}$.

CÂU 19. Xét các số phức z và w thỏa mãn $|z + 2 + 2i| = 1$ và $|w + 2 - i| = |w - 3i|$. Khi $|z - w| + |w - 3 + 3i|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $|z + 2w|$

- A. $2\sqrt{5}$. B. 7. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{61}$.

CÂU 20. Xét hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 + 2z_2| = 2$ và $|2z_1 - 3z_2 - 7i| = 4$. Giá trị lớn nhất của biểu thức $P = |z_1 - 2i| + |z_2 + i|$ là

- A. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $4\sqrt{3}$. D. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. C	4. B	5. C	6. C	7. B	8. D	9. B	10. B
11. A	12. A	13. A	14. D	15. B	16. C	17. C	18. A	19. D	20. A

GHI CHÚ NHANH



PHẦN II

HÌNH HỌC

CHỦ ĐỀ

1

HỆ TRỤC TỌA ĐỘ

DẠNG

1

Tọa độ điểm, tọa độ véc-tơ

GHI CHÚ NHANH

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u}(2;4;-1)$. Đẳng thức nào đúng trong các đẳng thức sau?

- A. $\vec{u} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - \vec{k}$. B. $\vec{u} = -2\vec{i} - 4\vec{j} + \vec{k}$.
C. $|\vec{u}| = 2 + 4 - 1$. D. $|\vec{u}| = 2^2 + 4^2 - 1^2$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1;2;-3)$, $B(3;-5;2)$. Tìm tọa độ vectơ $\vec{AB}$.

- A. $\vec{AB} = (2;-7;-5)$. B. $\vec{AB} = (-2;-7;5)$.
C. $\vec{AB} = (-2;7;-5)$. D. $\vec{AB} = (2;-7;5)$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1;1;3)$ và $\vec{v} = (-2;1;-3)$. Tính độ dài $|2\vec{u} - 3\vec{v}|$

- A. $\sqrt{242}$. B. $\sqrt{216}$. C. $\sqrt{152}$. D. $\sqrt{322}$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{k} - 3\vec{j}$. Tọa độ của $\vec{a}$ là

- A. $(-2;1;3)$. B. $(2;-3;1)$. C. $(2;1;3)$. D. $(2;1;-3)$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $A(1;2;3)$ trên mặt phẳng Oyz là

- A. $M(0;2;3)$. B. $N(1;0;3)$. C. $P(1;0;0)$. D. $Q(0;2;0)$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3)$ và $B(-3;4;5)$. Tìm tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB .

- A. $I(-1;3;1)$. B. $I(-1;-3;1)$. C. $I(-2;1;4)$. D. $I(2;-1;-4)$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(a;b;c)$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{OM}$ là

- A. $(a;b;c)$. B. $(-a;b;c)$. C. $(-a;-b;-c)$. D. $(-a;b;-c)$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;3;4)$, $B(2;-1;0)$, $C(3;1;2)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G\left(3;\frac{2}{3};3\right)$. B. $G(2;-1;2)$. C. $G(2;1;2)$. D. $G(6;3;6)$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{k}$. Tọa độ $\vec{a}$ là

- A. $(1;0;2)$. B. $(1;0;-2)$. C. $(1;2;0)$. D. $(1;-2;0)$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3;-1;1)$ trên trục Oz có tọa độ là

- A. $(3;0;0)$. B. $(3;-1;0)$. C. $(0;0;1)$. D. $(0;-1;0)$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ hình chiếu vuông góc của $A(4;-3;2)$ lên trục Oz là

- A. $(0;0;2)$. B. $(4;-3;0)$. C. $(4;0;0)$. D. $(0;-3;0)$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (5;7;2)$, $\vec{b} = (3;0;1)$, $\vec{c} = (-6;1;-1)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{m} = 3\vec{a} - 2\vec{b} + \vec{c}$.

- A. $\vec{m}(3;-22;3)$. B. $\vec{m}(3;22;-3)$. C. $\vec{m}(-3;22;-3)$. D. $\vec{m}(3;22;3)$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;3;-2)$ và $\vec{v} = (2;1;-1)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} - \vec{v}$ là

- A. $(3;4;-3)$. B. $(-1;2;-3)$. C. $(-1;2;-1)$. D. $(1;-2;1)$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$ cho $\vec{u} = 2\vec{j} - 3\vec{i} - 4\vec{k}$. Tọa độ của $\vec{u}$ là

- A. $(2;-3;-4)$. B. $(-3;2;-4)$. C. $(-3;2;4)$. D. $(3;-2;4)$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 1)$ trên trục Oz là điểm

- A. $B(0; -1; 0)$. B. $D(3; 0; 0)$. C. $C(0; 0; 1)$. D. $A(3; -1; 0)$.

CÂU 16. Gọi $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ lần lượt là vectơ đơn vị của các trục Ox, Oy, Oz . Toạ độ của vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{k}$ là

- A. $(3; 0; 2)$. B. $(2; 3; 0)$. C. $(2; 0; 3)$. D. $(0; 2; 3)$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; 1; 4)$ trên trục $x'Ox$ là điểm M' có toạ độ

- A. $M'(0; 1; 0)$. B. $M'(3; 1; 0)$. C. $M'(0; 1; 4)$. D. $M'(3; 0; 0)$.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, toạ độ điểm H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; 1; -1)$ lên trục Oy là

- A. $H(2; 0; 0)$. B. $H(2; 0; -1)$. C. $H(0; 1; -1)$. D. $H(0; 1; 0)$.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (-1; 3; -3)$ và $\vec{b} = (2; 1; -2)$. Toạ độ của vectơ $\vec{b} - \vec{a}$ là

- A. $(3; 2; -1)$. B. $(1; 4; -5)$. C. $(1; -2; 3)$. D. $(3; -2; 1)$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm M thỏa mãn hệ thức $\vec{OM} = 2\vec{i} + \vec{k}$. Toạ độ của điểm M là

- A. $(2; 0; 1)$. B. $(0; 2; 1)$. C. $(1; 2; 0)$. D. $(2; 1; 0)$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (1; -1; 2)$, $\vec{b} = (3; 0; -1)$ và $\vec{c} = (-2; 5; 1)$. Vectơ $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ có toạ độ là

- A. $(6; 0; -6)$. B. $(0; 6; -6)$. C. $(6; -6; 0)$. D. $(-6; 6; 0)$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 3)$. Tìm toạ độ điểm A là hình chiếu vuông góc của M lên mặt phẳng (Oyz) .

- A. $A(1; -2; 3)$. B. $A(1; -2; 0)$. C. $A(1; 0; 3)$. D. $A(0; -2; 3)$.

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4; -1; 3)$, $B(2; 1; 1)$. Toạ độ của vectơ $\vec{AB}$ là

- A. $(2; -2; 2)$. B. $(-1; 1; -1)$. C. $(-2; 2; -2)$. D. $(1; -1; 1)$.

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; 2)$ và điểm $B(3; -1; 4)$. Toạ độ trung điểm của đoạn thẳng AB là

- A. $(2; -3; 2)$. B. $\left(2; \frac{1}{2}; 3\right)$. C. $(-2; 3; -2)$. D. $\left(1; \frac{-3}{2}; 1\right)$.

CÂU 25. Trong không gian với hệ trục toạ độ $Oxyz$, cho hai điểm A, B với $\vec{OA} = (2; -1; 3)$, $\vec{OB} = (5; 2; -1)$. Tìm toạ độ của vectơ $\vec{AB}$

- A. $\vec{AB} = (-3; -3; 4)$. B. $\vec{AB} = (3; 3; -4)$.
C. $\vec{AB} = (7; 1; 2)$. D. $\vec{AB} = (2; -1; 3)$.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 1; 0)$ và $\vec{v} = (2; 0; -1)$. Tính độ dài $|\vec{u} + 2\vec{v}|$.

- A. $\sqrt{30}$. B. 2. C. $2\sqrt{2}$. D. $\sqrt{22}$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$ cho vectơ $\vec{a} = 2\vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$, với $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ là các vectơ đơn vị trên các trục. Toạ độ của vectơ $\vec{a}$ là

- A. $(2; -3; 1)$. B. $(2; 3; 1)$. C. $(1; 2; -3)$. D. $(1; -3; 2)$.

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = 2\vec{j} - 3\vec{k}$, $\vec{b} = 4\vec{i} + \vec{j} + \vec{k}$. Tính độ dài của $\vec{v} = 2\vec{a} - \vec{b}$

- A. $\sqrt{74}$. B. $3\sqrt{6}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $\sqrt{42}$.

CÂU 29. Trong không gian với hệ toạ độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 3)$, $D(1; 2; 3)$. Tìm toạ độ trọng tâm G của tứ diện $ABCD$

- A. $G\left(\frac{1}{4}; \frac{1}{2}; \frac{3}{4}\right)$. B. $G\left(\frac{1}{2}; 1; \frac{3}{2}\right)$. C. $G\left(\frac{2}{3}; \frac{4}{3}; 2\right)$. D. $G(2; 4; 6)$.

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; -1; 5)$, $B(5; -5; 7)$, $M(x; y; 1)$. Khi A, B, M thẳng hàng thì giá trị của $x; y$ là

- A. $x = 4; y = -7$. B. $x = -4; y = 7$. C. $x = 4; y = 7$. D. $x = -4; y = -7$.

GHI CHÚ NHANH

Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 4)$. Tọa độ của điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng Oyz là

- A. $(2; 5; 4)$. B. $(2; -5; -4)$. C. $(2; 5; -4)$. D. $(-2; -5; 4)$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu vuông góc của điểm $M(3; -1; 2)$ trên trục Oy có tọa độ là

- A. $(3; -1; 0)$. B. $(0; -1; 2)$. C. $(3; 0; 2)$. D. $(0; -1; 0)$.

CÂU 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -2)$ và $B(3; 1; 4)$. Tọa độ của vectơ $\overrightarrow{AB}$ là

- A. $(2; -1; 6)$. B. $(-2; 1; -6)$. C. $(4; 3; 2)$. D. $(3; 2; -8)$.

CÂU 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ với $A(1; -4; 2)$, $B(2; 1; -3)$, $C(3; 0; -2)$ và $D(2; -5; -1)$. Điểm G thỏa mãn $\overrightarrow{GA} + \overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GD} = \vec{0}$ có tọa độ là:

- A. $G(2; -1; -1)$. B. $G(2; -2; -1)$. C. $G(0; -1; -1)$. D. $G(6; -3; -3)$.

CÂU 35. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tam giác ABC có trọng tâm G . Biết $A(1; -2; -3)$, $B(3; 4; -1)$, $G(2; 1; -1)$. Tọa độ điểm C là

- A. $C(1; 2; -1)$. B. $C(-2; 1; 3)$. C. $C(1; 1; -1)$. D. $C(2; 1; 1)$.

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -5; 4)$. Tọa độ điểm M' đối xứng với M qua mặt phẳng (Oyz) là

- A. $(2; 5; 4)$. B. $(2; -5; -4)$. C. $(2; 5; -4)$. D. $(-2; -5; 4)$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$, $C(-3; 5; 1)$. Tọa độ điểm D sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành là

- A. $(-2; 2; 5)$. B. $(-4; 8; -5)$. C. $(-4; 8; -3)$. D. $(-2; 8; -3)$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; -1; -2)$ và trọng tâm $G(2; 1; -3)$. Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$ là

- A. $(3; 6; 3)$. B. $(3; 6; -3)$. C. $(3; -3; 6)$. D. $(3; 2; 1)$.

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1; 2; -3)$, $B(1; 0; 2)$, $C(x; y; -2)$ thẳng hàng. Khi đó tổng $x + y$ bằng bao nhiêu?

- A. $x + y = 17$. B. $x + y = \frac{11}{5}$. C. $x + y = 1$. D. $x + y = -\frac{11}{5}$.

CÂU 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1; 2; 1)$, $B(2; -1; 0)$, $C(-2; 1; 3)$. Tìm tọa độ điểm D sao cho $ABCD$ là hình bình hành.

- A. $D(3; 0; -2)$. B. $D(-5; 4; 4)$. C. $D(-1; 2; 4)$. D. $D\left(-\frac{1}{3}; \frac{2}{3}; \frac{4}{3}\right)$.

CÂU 41. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(2; -1; 3)$. Tìm tọa độ điểm I thỏa mãn $\overrightarrow{IA} + 2\overrightarrow{IB} = \vec{0}$.

- A. $I\left(-\frac{5}{3}; 0; \frac{5}{3}\right)$. B. $I\left(\frac{5}{3}; \frac{5}{3}; 0\right)$. C. $I\left(\frac{5}{3}; 0; \frac{5}{3}\right)$. D. $I\left(0; \frac{5}{3}; \frac{5}{3}\right)$.

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $E(1; 3; 2)$, $F(0; -1; 5)$, $K(2; 4; -1)$ và tam giác ABC thỏa mãn $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$ là

- A. $G(1; 2; 2)$. B. $G(-1; -4; 3)$. C. $G(2; 2; 1)$. D. $G(1; 1; -3)$.

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $E(1; 3; 2)$, $F(0; -1; 5)$, $K(2; 4; -1)$ và tam giác ABC thỏa mãn $\overrightarrow{AE} + \overrightarrow{BF} + \overrightarrow{CK} = \vec{0}$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác $\triangle ABC$ là

- A. $G(1; 2; 2)$. B. $G(-1; -4; 3)$. C. $G(2; 2; 1)$. D. $G(1; 1; -3)$.

CÂU 44. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\overrightarrow{PQ} = (0; 1; -2)$, $\overrightarrow{PR} = (-2; -1; 0)$ và điểm $M(1; -2; 2)$ trung điểm của đoạn QR . Tọa độ điểm Q là

- A. $(-1; 1; -2)$. B. $(-2; 2; -3)$. C. $(0; 1; 3)$. D. $(2; -1; 1)$.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 2; 0)$, $C(0; 0; 2)$ và $D(2; 2; 2)$. Gọi M và N lần lượt là trung điểm của AB và CD . Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng MN là:

GHỊ CHÚ NHANH

- A. $I(1;1;0)$. B. $I\left(\frac{1}{2};\frac{1}{2};1\right)$. C. $I(1;1;1)$. D. $I(1;-1;2)$.

CÂU 46. Cho vectơ $\vec{a}(1;-3;4)$, tìm vectơ $\vec{b}$ cùng phương với vectơ $\vec{a}$.

- A. $\vec{b} = (2;-6;-8)$. B. $\vec{b} = (-2;-6;8)$. C. $\vec{b} = (-2;6;8)$. D. $\vec{b} = (-2;6;-8)$.

CÂU 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-2;3;3)$. Điểm $M(a;b;c)$ là đỉnh thứ tư của hình bình hành $ABCM$, khi đó $P = a^2 + b^2 - c^2$ có giá trị bằng

- A. 42. B. -50. C. -48. D. 44.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;1;3)$ và điểm $B(4;-3;1)$. Tọa độ trung điểm I của đoạn thẳng AB là

- A. $(6;-2;4)$. B. $(3;-1;2)$. C. $(1;-2;-1)$. D. $(2;-4;-2)$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;2;1)$, $B(-2;-1;4)$. Điểm $M(a;b;c)$ thỏa mãn $\vec{AM} + 3\vec{BM} = \vec{0}$. Khi đó $2a + b + c$ bằng

- A. 2. B. 3. C. $\frac{5}{2}$. D. 6.

CÂU 50. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (3;4;2)$; $\vec{b} = (-5;0;3)$; $\vec{c} = (1;2;-4)$. Tìm tọa độ của vectơ $\vec{u} = 3\vec{a} + 2\vec{b} - \vec{c}$:

- A. $\vec{u} = (-2;10;16)$. B. $\vec{u} = (2;10;-16)$.
C. $\vec{u} = (-1;5;8)$. D. $\vec{u} = (-2;-10;16)$.

CÂU 51. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(3;0;4)$, $B(1;2;3)$, $C(9;6;4)$ là ba đỉnh của hình bình hành $ABCD$. Tọa độ đỉnh D là

- A. $D(11;-4;-5)$. B. $D(11;4;-5)$. C. $D(11;4;5)$. D. $D(11;-4;5)$.

CÂU 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3;5;2)$, $\vec{b} = (0;-1;3)$, $\vec{c} = (1;-1;1)$ thì tọa độ $\vec{v} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 15\vec{c}$ là

- A. $\vec{v} = (-9;2;10)$. B. $\vec{v} = (9;-1;10)$. C. $\vec{v} = (9;2;10)$. D. $\vec{v} = (9;-2;10)$.

CÂU 53. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(0;-2;-1)$ và $B(1;-1;2)$. Tìm tọa độ điểm M sao cho $\vec{MA} = 2\vec{MB}$?

- A. $M\left(\frac{2}{3};-\frac{4}{3};1\right)$. B. $M\left(\frac{1}{2};-\frac{3}{2};\frac{1}{2}\right)$. C. $M(2;0;5)$. D. $M(-1;-3;-4)$.

CÂU 54. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(2;2;1)$, $B\left(-\frac{8}{3};\frac{4}{3};\frac{8}{3}\right)$. Biết $I(a;b;c)$ là tâm đường tròn nội tiếp của tam giác OAB . Tính $S = a + b + c$.

- A. $S = 0$. B. $S = -1$. C. $S = 2$. D. $S = 1$.

CÂU 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-2;2)$, $B(-5;6;4)$ và $C(0;1;-2)$. Độ dài đường phân giác trong của góc A của ΔABC là:

- A. $\frac{3}{2\sqrt{74}}$. B. $\frac{2}{3\sqrt{74}}$. C. $\frac{2\sqrt{74}}{3}$. D. $\frac{3\sqrt{74}}{2}$.

CÂU 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1;2;-1)$, $B(2;-1;3)$, $C(-4;7;5)$. Tọa độ chân đường phân giác trong góc B của tam giác ABC là

- A. $\left(\frac{2}{3};\frac{11}{3};\frac{1}{3}\right)$. B. $\left(-\frac{2}{3};\frac{11}{3};1\right)$. C. $\left(\frac{11}{3};-2;1\right)$. D. $(-2;11;1)$.

CÂU 57. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1;4;2)$, $B(3;2;1)$, $C(-2;0;2)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và diện tích hình thang $ABCD$ gấp ba lần diện tích tam giác ABC .

- A. $D(9;8;0)$. B. $D(-11;0;4)$ và $D(9;8;0)$.
C. $D(-11;0;4)$. D. $D(11;0;-4)$ và $D(-9;-8;0)$.

CÂU 58. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(0;0;3)$, $B(0;0;-1)$, $C(1;0;-1)$. Tìm tọa độ tâm I của đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC .

- A. $I(1;0;2)$. B. $I\left(\frac{1}{2};0;1\right)$. C. $I(0;0;1)$. D. $I\left(\frac{1}{2};0;0\right)$.

CÂU 59. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;5;6); B(1;3;2)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A lên mặt phẳng (Oyz) . Gọi C là điểm nằm trên trục Oz sao cho BC và AH là hai đường thẳng cắt nhau. Xác định tọa độ điểm C .

- A. $C(0;0;2)$. B. $C\left(0;0;-\frac{2}{3}\right)$. C. $C(0;0;4)$. D. $C(0;0;-4)$.

CÂU 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1), B(2;1;0), C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{\triangle ABC}$

- A. $D(8;7;-1)$. B. $\begin{cases} D(-8;-7;1) \\ D(12;1;-3) \end{cases}$.
C. $\begin{cases} D(8;7;-1) \\ D(-12;-1;3) \end{cases}$. D. $D(-12;-1;3)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. A	4. B	5. A	6. A	7. A	8. C	9. B	10. C
11. A	12. D	13. C	14. B	15. C	16. C	17. D	18. D	19. D	20. A
21. C	22. D	23. C	24. B	25. B	26. A	27. A	28. A	29. B	30. B
31. D	32. D	33. A	34. B	35. D	36. D	37. C	38. B	39. C	40. B
41. C	42. A	43. A	44. D	45. C	46. D	47. D	48. B	49. A	50. A
51. C	52. D	53. C	54. C	55. C	56. B	57. B	58. B	59. D	60. D

DẠNG

2

Tích vô hướng và ứng dụng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (1;2;0)$ và $\vec{b} = (-1;3;0)$. Tính góc giữa hai véc tơ đó.

- A. 45° . B. 135° . C. 30° . D. 60° .

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (-1;3;2), \vec{v} = (-3;-1;2)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 10.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (-1;3;2)$ và $\vec{v} = (-3;-1;2)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 10. D. 4.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{u} = (1;-2;3)$ và $\vec{v} = (2;-2;1)$. Tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. 9. B. 1. C. 3. D. -1.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;-1)$ và $B(1;2;3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. 18. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{22}$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-2;3)$ và $\vec{v} = (0;1;-1)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. -5. B. 5. C. $2\sqrt{7}$. D. -2.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1;1;0), \vec{b} = (1;1;0), \vec{c} = (1;1;1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào **sai**?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. C. $\vec{a} \perp \vec{b}$. D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;-2;3)$ và $\vec{v} = (0;1;-1)$. Khi đó $\vec{u} \cdot \vec{v}$ bằng

- A. $2\sqrt{7}$. B. -2. C. 5. D. -5.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$. Giá trị của tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 2. D. -2.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1; 2; 0)$ và $\vec{v} = (2; 1; -1)$. Độ dài của vectơ $\vec{u} + \vec{v}$ bằng

- A. $\sqrt{3}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{19}$. D. $\sqrt{5}$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 1; -2)$ và $B(0; 1; -4)$. Độ dài của đoạn thẳng AB bằng

- A. 37. B. $\sqrt{5}$. C. 5. D. $\sqrt{37}$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (3; -1; 5)$ và $\vec{v} = (2; 4; -1)$. Tích vô hướng của $\vec{u} \cdot \vec{v}$ là kết quả nào sau đây?

- A. -4. B. -7. C. -3. D. 7.

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; 2; 1)$, $B(-1; 3; 2)$, $C(2; 4; -3)$. Tính tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$.

- A. -6. B. 10. C. -2. D. 2.

CÂU 14. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-1; 2; 1)$. Giá trị của tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. 3. B. -3. C. 2. D. -2.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(2; 1; -2\sqrt{2})$, $N(0; 3; -2\sqrt{2})$. Độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. $\sqrt{5}$. B. $\sqrt{20}$. C. 4. D. $2\sqrt{2}$.

CÂU 16. Trong không gian Oxy , cho hai điểm $A(2; -1; 5)$ và $B(-3; 4; 1)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $\sqrt{66}$. B. $5\sqrt{2}$. C. $\sqrt{86}$. D. $\sqrt{42}$.

CÂU 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho 2 vectơ $\vec{u} = (1; -2; 3)$, $\vec{v} = (0; -1; 2)$. Tích vô hướng của hai vectơ $\vec{u}$ và $\vec{v}$ là

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (0; 2; 6)$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 8$.
C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = (-1; 1; -1)$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 9$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 2; 1)$. Tính độ dài đoạn thẳng OA .

- A. $OA = 4$. B. $OA = 9$. C. $OA = 5$. D. $OA = 3$.

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(3; -2; 1)$, $N(0; 1; -1)$. Độ dài của đoạn thẳng MN bằng

- A. $MN = \sqrt{22}$. B. $MN = 10$. C. $MN = \sqrt{10}$. D. $MN = 22$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (2; 1; -1)$; $\vec{b} = (1; 3; m)$. Tìm m để $(\vec{a}; \vec{b}) = 90^\circ$.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = 1$. D. $m = -2$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{b} = (-1; -1; 0)$ và $\vec{b} = (-1; -1; 0)$ bằng

- A. 60° . B. 135° . C. 30° . D. 45° .

CÂU 22. Góc tạo bởi hai vectơ $\vec{a} = (2; 2; 4)$, $\vec{b} = (2\sqrt{2}; -2\sqrt{2}; 0)$ bằng

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 135° .

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (0; -1; 0)$ và $\vec{v} = (\sqrt{3}; 1; 0)$. Góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng

- A. 30° . B. 120° . C. 60° . D. 90° .

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (4; -3; 1)$. Độ dài của vectơ $\vec{u}$ là

- A. $|\vec{u}| = 2\sqrt{2}$. B. $|\vec{u}| = \sqrt{26}$. C. $|\vec{u}| = 2$. D. $|\vec{u}| = 2\sqrt{13}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ΔABC có $A(2;1;-2)$, $B(-1;1;2)$, $C(7;-1;2)$. Độ dài trung tuyến AM là

- A. $5\sqrt{3}$. B. $2\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{2}$. D. $4\sqrt{2}$.

Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;1;-3)$ và $\vec{v} = (1;0;2)$. Tính độ dài $|2\vec{u} - \vec{v}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{69}$. D. $\sqrt{26}$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-2;2;1)$. Độ dài của vectơ $\vec{a}$ bằng

- A. 3. B. 1. C. 9. D. -3.

CÂU 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a}(-3;0;1)$ và $\vec{b}(-1;5;m)$. Tìm m để $\vec{a} \perp \vec{b}$

- A. $m = -8$. B. $m = 3$. C. $m = -3$. D. $m = 8$.

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (5;0;1)$ và $\vec{v} = (2;1;0)$. Tính tích vô hướng $\vec{u} \cdot \vec{v}$.

- A. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 12$. B. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 10$. C. $\vec{u} \cdot \vec{v} = 0$. D. $\vec{u} \cdot \vec{v} = -10$.

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{j}$ và $\vec{u} = (0;-\sqrt{3};1)$ là

- A. 30° . B. 120° . C. 150° . D. 60° .

CÂU 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (2;1;-3)$, $\vec{b} = (-4;-2;6)$. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. $|\vec{b}| = 2|\vec{a}|$. B. $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$.
C. $\vec{a}$ ngược hướng với $\vec{b}$. D. $\vec{b} = -2\vec{a}$.

CÂU 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{u} = (x;0;1)$, $\vec{v} = (\sqrt{2};\sqrt{2};0)$. Tìm x để góc giữa $\vec{u}$ và $\vec{v}$ bằng 60° .

- A. $x = 1$. B. $x = 0$. C. $x = \pm 1$. D. $x = -1$.

CÂU 33. Trong không gian $Oxyz$, góc giữa hai vectơ $\vec{j}$ và vectơ $\vec{u} = (0;-\sqrt{3};1)$ là

- A. 150° . B. 30° . C. 60° . D. 120° .

CÂU 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;0)$, $B(1;2;-1)$, $C(0;1;1)$. Tính góc giữa hai vectơ $\vec{AB}$ và $\vec{AC}$.

- A. 60° . B. 120° . C. 30° . D. 150° .

CÂU 35. Cho $\vec{a} = (-2;2;-3)$, $\vec{b} = (1;m;2)$. Vectơ $\vec{a}$ vuông góc với $\vec{b}$ khi

- A. $m = -8$. B. $m = -4$. C. $m = 4$. D. $m = 2$.

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho vectơ $\vec{a} = (-m;2;m)$ và $\vec{b} = (m;1;0)$ với $m \in \mathbb{R}$. Gọi S là tập hợp tất cả các giá trị thực của m để góc giữa hai vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ có số đo bằng 90° . Tích các phần tử của S bằng

- A. -2. B. $-\sqrt{2}$. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

CÂU 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a} = (3;-2;m)$, $\vec{b} = (2;m;-1)$. Tìm giá trị tham số m để góc giữa hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ bằng 90° .

- A. $m = 1$. B. $m = 2$. C. $m = -1$. D. $m = -2$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$ cho ba điểm $M(2;3;-1)$, $N(-1;1;1)$ và $P(1;m+1;2)$. Biết tam giác MNP vuông tại N . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = -4$.

CÂU 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$ thỏa mãn $|\vec{a}| = 2\sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 3$ và $(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$. Độ dài của vectơ $3\vec{a} - 2\vec{b}$ bằng

- A. -54. B. 6. C. 9. D. 54.

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;2-m;m)$ và $\vec{v} = (-4;m+1;2)$. Tìm các giá trị của m để $\vec{u}$ vuông góc với $\vec{v}$.

- A. $m = \pm 1$. B. $m = \pm 2$. C. $m = -1$. D. $m = 1, m = 2$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, góc tạo bởi hai véc tơ $\vec{a} = (-2; 1; 2)$ và $\vec{b} = (1; -1; 0)$ là?

- A. 30° . B. 45° . C. 90° . D. 135° .

CÂU 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 0; 0)$ và $B(-\sqrt{3}; 1; 0)$. Số đo góc $\widehat{AOB}$ của tam giác OAB bằng

- A. 30° . B. 120° . C. 150° . D. 60° .

CÂU 43. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = -6$. B. $m = 0$. C. $m = -4$. D. $m = 2$.

CÂU 44. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc tơ $\vec{a} = (2; 1; -2)$, $\vec{b} = (0; -\sqrt{2}; \sqrt{2})$. Tất cả giá trị của m để hai véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} + 3m\vec{b}$ và $\vec{v} = m\vec{a} - \vec{b}$ vuông góc với nhau là

- A. $\frac{11\sqrt{2} \pm \sqrt{26}}{18}$. B. $\frac{\pm\sqrt{26} + \sqrt{2}}{6}$. C. $\frac{\pm 26 + \sqrt{2}}{6}$. D. $\frac{26 \pm \sqrt{2}}{6}$.

CÂU 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho ba điểm $M(2; 3; -1)$, $N(-1; 1; 1)$ và $P(1; m - 1; 2)$. Tìm m để tam giác MNP vuông tại N .

- A. $m = 2$. B. $m = -6$. C. $m = 0$. D. $m = -4$.

CÂU 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(4; 1; 2)$. Chu vi của tam giác ABC bằng:

- A. $\sqrt{29} + 2\sqrt{5}$. B. $\sqrt{29} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$.
C. $\sqrt{13} + \sqrt{5} + \sqrt{10}$. D. $2 + 2\sqrt{5}$.

CÂU 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 1; 1)$, $B(-1; 1; 0)$, $C(4; 1; 2)$. Chu vi của tam giác GBC với G là trọng tâm tam giác là

- A. $\frac{\sqrt{29} + \sqrt{58}}{3} + \sqrt{73}$. B. $\frac{\sqrt{73} + \sqrt{58}}{3} + \sqrt{29}$.
C. $\frac{\sqrt{73} + \sqrt{29}}{3} + \sqrt{58}$. D. $\frac{\sqrt{29} + \sqrt{55}}{3} + \sqrt{58}$.

CÂU 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(7; 1; 1)$, $B(-1; 3; 0)$, $C(2; 3; 2)$. Biết điểm D là điểm sao cho tứ giác $ABCD$ là hình bình hành. Chu vi tam giác DBC là

- A. $\sqrt{69} + \sqrt{134} + \sqrt{13}$. B. $\sqrt{69} + \sqrt{13} + \sqrt{13}$.
C. $\sqrt{69} + \sqrt{134} + \sqrt{134}$. D. $\sqrt{139} + \sqrt{134} + \sqrt{13}$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, gọi M , N , E lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm $S(-1; 2; -2)$ trên các mặt phẳng tọa độ. G là trọng tâm tam giác MNE . Chu vi của tam giác GEN là.

- A. $\frac{2\sqrt{5} + \sqrt{26}}{3} + \sqrt{5}$. B. $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{26}}{3} + \sqrt{7}$.
C. $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{23}}{3} + \sqrt{5}$. D. $\frac{2\sqrt{3} + \sqrt{21}}{3} + \sqrt{5}$.

CÂU 50. Cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$ có $A(0; 0; 0)$, $B(1; 2; 0)$, $D(2; -1; 0)$, $A'(5; 2; 3)$. Chu vi tam giác $AC'B$ là

- A. $\sqrt{82} + \sqrt{19} + \sqrt{5}$. B. $\sqrt{82} + \sqrt{59} + \sqrt{5}$.
C. $\sqrt{17} + \sqrt{6} + \sqrt{5}$. D. $\sqrt{82} + \sqrt{57} + \sqrt{5}$.

CÂU 51. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho véc tơ $\vec{u}(1; 1; -2)$, $\vec{v}(1; 0; m)$. Tìm tất cả giá trị của m để góc giữa $\vec{u}$, $\vec{v}$ bằng 45° .

- A. $m = 2 - \sqrt{6}$. B. $m = 2 \pm \sqrt{6}$. C. $m = 2 + \sqrt{6}$. D. $m = 2$.

CÂU 52. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; -2; 3)$, $\vec{v} = (2; 3; -1)$, α là góc giữa hai vectơ. Chọn mệnh đề đúng.

- A. $2\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{3} - 1$. B. $2\cot \alpha + \cos \alpha = 0$.
C. $2\sin \alpha + \tan \alpha = 0$. D. $\sin \alpha + \cos \alpha = 1 + \sqrt{3}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 53. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;1;0)$, $B(-3;0;4)$, $C(0;7;3)$. Khi đó $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ bằng:

- A. $\frac{\sqrt{798}}{57}$. B. $-\frac{\sqrt{798}}{57}$. C. $\frac{14\sqrt{118}}{354}$. D. $\frac{2\sqrt{2}}{21}$.

CÂU 54. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a}$, $\vec{b}$ có độ dài lần lượt là 1 và 2. Biết $|\vec{a} + \vec{b}| = 3$ khi đó góc giữa 2 vectơ $\vec{a}$, $\vec{b}$ là

- A. 0. B. $-\frac{\pi}{3}$. C. $\frac{4\pi}{3}$. D. $\frac{\pi}{3}$.

CÂU 55. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai vectơ $\vec{a} = (2; -1; 4)$; $\vec{b} = (-3; 0; 2)$. Khi đó $\cos(\vec{a}; \vec{b})$ bằng

- A. $\frac{2}{\sqrt{273}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{273}}$. C. $-\frac{1}{\sqrt{273}}$. D. $-\frac{2}{\sqrt{273}}$.

CÂU 56. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(3;1;-4)$; $B(2;0;-3)$ và $C(-1;2;1)$. Tính diện tích tam giác ABC ?

- A. $\frac{13}{2}$. B. 5. C. $\sqrt{62}$. D. $\frac{\sqrt{62}}{2}$.

CÂU 57. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có tọa độ các đỉnh $A(2;-1;4)$, $B(0;-1;0)$, $C(3;-2;m+2)$. Tìm m để tam giác ABC vuông tại A .

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{3}{2}$. C. 6. D. 2.

CÂU 58. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u} = (1;1;-3)$ và $\vec{v} = (1;0;2)$. Tính độ dài $|2\vec{u} - \vec{v}|$.

- A. $\sqrt{11}$. B. $\sqrt{6}$. C. $\sqrt{69}$. D. $\sqrt{26}$.

CÂU 59. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1;m;-1)$ và $\vec{b} = (2;1;3)$. Tìm giá trị của m để $\vec{a} \perp \vec{b}$.

- A. $m = -2$. B. $m = 2$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

CÂU 60. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các véc tơ $\vec{u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$, $\vec{v} = (m;2;m+1)$ với m là tham số thực. Có bao nhiêu giá trị của m để $|\vec{u}| = |\vec{v}|$.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. D	4. A	5. B	6. A	7. A	8. D	9. B	10. C
11. B	12. C	13. D	14. B	15. D	16. A	17. B	18. D	19. A	20. B
21. B	22. C	23. B	24. B	25. C	26. C	27. A	28. C	29. B	30. C
31. B	32. A	33. A	34. B	35. C	36. A	37. B	38. A	39. B	40. D
41. D	42. C	43. B	44. B	45. C	46. B	47. B	48. A	49. D	50. B
51. A	52. C	53. D	54. A	55. A	56. C	57. B	58. C	59. D	60. C

DẠNG

3

Tích có hướng và ứng dụng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (x_0, y_0, z_0)$, $\vec{b} = (x_1, y_1, z_1)$. Tọa độ $[\vec{a}, \vec{b}]$ là

- A. $(y_0z_1 - y_1z_0; x_0z_1 - x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$.
 B. $(y_0z_1 - y_1z_0; -x_0z_1 + x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$.
 C. $(y_0z_1 + y_1z_0; x_0z_1 + x_1z_0; x_0y_1 + x_1y_0)$.
 D. $(y_0z_1 - y_1z_0; -x_0z_1 - x_1z_0; x_0y_1 - x_1y_0)$.

CÂU 2. Cho $\vec{a} = (1, 2, -1)$, $\vec{b} = (-2, -1, 3)$. Tính $\vec{a} \wedge \vec{b}$

- A. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, 1, -3)$. B. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, 1, 3)$.
 C. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (-5, -1, -3)$. D. $\vec{a} \wedge \vec{b} = (5, -1, 3)$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; 2; 3)$, $\vec{v} = (0; -1; 1)$. Tích có hướng của hai véc tơ $\vec{u}$, $\vec{v}$ có tọa độ là

- A. $(5; 1; -1)$. B. $(5; -1; -1)$. C. $(-1; -1; 5)$. D. $(-1; -1; -1)$.

CÂU 4. Cho $\vec{a} = (-2; 0; 1)$, $\vec{b} = (1; 3; -2)$. Khẳng định nào dưới đây đúng?

- A. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-1; -1; 2)$. B. $[\vec{a}, \vec{b}] = (3; 3; -6)$.
C. $[\vec{a}, \vec{b}] = (1; 1; -2)$. D. $[\vec{a}, \vec{b}] = (-3; -3; -6)$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai véc-tơ $\vec{m} = (4; 3; 1)$ và $\vec{n} = (0; 0; 1)$. Gọi $\vec{p}$ là véc-tơ cùng hướng với $[\vec{m}, \vec{n}]$ và $|\vec{p}| = 15$. Tọa độ của véc-tơ $\vec{p}$ là

- A. $(0; 9; -12)$. B. $(-9; 12; 0)$. C. $(0; -9; 12)$. D. $(9; -12; 0)$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có thể tích bằng 5. Biết $A(2; -1; 0)$, $B(3; 0; 0)$, $C(1; -9; 0)$, $D \in Oz$. Tính tổng cao độ của các vị trí điểm D tìm được

- A. 4. B. 2. C. -4. D. 0.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 2; 1)$, $B(3; -1; 1)$ và $C(1; 1; 1)$. Tính diện tích tam giác ABC .

- A. $S = \frac{1}{2}$. B. $S = \sqrt{3}$. C. $S = 1$. D. $\sqrt{2}$.

CÂU 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 2)$, $B(2; -1; -2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{19}}{2}$.

CÂU 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho $A(-1; 2; 2)$, $B(2; -1; -2)$. Diện tích tam giác OAB bằng

- A. $\frac{\sqrt{15}}{2}$. B. $\frac{\sqrt{17}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{19}}{2}$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(2; 2; 2)$, $B(0; 1; 1)$, $C(-1; -2; -3)$. Tính diện tích S của tam giác ABC .

- A. $S = 5\sqrt{3}$. B. $S = \frac{5\sqrt{2}}{2}$. C. $S = \frac{5\sqrt{3}}{2}$. D. $S = 5\sqrt{2}$.

CÂU 11. Biết ba vectơ $\vec{u} = (2; -1; 1)$, $\vec{v} = (1; 2; 1)$ và $\vec{w} = (m; 3; -1)$ đồng phẳng. Tìm m .

- A. $m = \frac{3}{8}$. B. $m = -\frac{3}{8}$. C. $m = \frac{8}{3}$. D. $m = -\frac{8}{3}$.

CÂU 12. Tìm m để bốn điểm $A(1; 1; 4)$, $B(5; -1; 3)$, $C(2; 2; m)$, $D(3; 1; 5)$ đồng phẳng

- A. $m = 6$. B. $m = 4$. C. $m = -4$. D. $m = -6$.

CÂU 13. Cho hai điểm $A(1; 2; -1)$, $B(0; -2; 3)$. Tính diện tích tam giác OAB với O là gốc tạo độ.

- A. $\frac{\sqrt{29}}{6}$. B. $\frac{\sqrt{29}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{78}}{2}$. D. $\frac{7}{2}$.

CÂU 14. Tính diện tích tam giác ABC với $A(1; 0; 0)$, $B(0; 0; 1)$ và $C(2; 1; 1)$.

- A. $\sqrt{6}$. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 15. Tính diện tích hình bình hành $ABCD$ với $A(2; 1; -3)$, $B(0; -2; 5)$, $C(1; 1; 3)$.

- A. $2\sqrt{87}$. B. $\sqrt{349}$. C. $\sqrt{87}$. D. $\frac{\sqrt{349}}{2}$.

CÂU 16. Tính thể tích tứ diện $ABCD$ với $A(1; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$, $C(0; 0; 1)$, $D(-2; 1; -1)$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. 1. C. 2. D. $\frac{1}{3}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 17. Cho tứ diện $ABCD$ có $A(a; -1; 6)$, $B(-3; -1; -4)$, $C(5; -1; 0)$, $D(1; 2; 1)$. Tìm a để thể tích của tứ diện đã cho bằng 30.

- A. $a \in \{1; 32\}$. B. $a \in \{1; 2\}$. C. $a \in \{2; 32\}$. D. $a \in \{32\}$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 0; 1)$, $B(2; 1; 2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I\left(\frac{3}{2}; 0; \frac{3}{2}\right)$. Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng:

- A. $\sqrt{2}$. B. 7. C. $\frac{4}{7}$. D. $\frac{7}{4}$.

CÂU 19. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 2; -1)$; $B(2; 0; 4)$. Điểm $G(0; -1; 2)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng:

- A. $4\sqrt{170}$. B. $3\sqrt{170}$. C. $5\sqrt{170}$. D. $2\sqrt{170}$.

CÂU 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(1; 3; 2)$, $B(-2; -1; 2)$ và giao điểm của hai đường chéo là $I(1; 0; 1)$. Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng:

- A. $\sqrt{106}$. B. $2\sqrt{106}$. C. $3\sqrt{106}$. D. $4\sqrt{106}$.

CÂU 21. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ với $A(4; 0; -3)$; $B(-2; 1; 0)$. Điểm $G(1; 1; -2)$ là trọng tâm của tam giác ABC . Diện tích của hình bình hành $ABCD$ bằng:

- A. $\sqrt{22}$. B. $2\sqrt{22}$. C. $3\sqrt{22}$. D. $4\sqrt{22}$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(2; 0; 2)$, $B(1; -1; -2)$, $C(-1; 1; 0)$, $D(-2; 1; 2)$. Thể tích của khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. $\frac{42}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. $\frac{21}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 0)$, $B(2; 0; 3)$, $C(-2; 1; 3)$ và $D(0; 1; 1)$. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ bằng

- A. 6. B. 8. C. 12. D. 4.

CÂU 24. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$. Biết rằng $\vec{AB} = (1; 3; 4)$, $\vec{AD} = (-2; 3; 5)$ và $\vec{AC'} = (1; 1; 1)$. Tính thể tích hình hộp $ABCD \cdot A'B'C'D'$.

- A. $V_{ABCD \cdot A'B'C'D'} = 6$. B. $V_{ABCD \cdot A'B'C'D'} = 12$.
C. $V_{ABCD \cdot A'B'C'D'} = 1$. D. $V_{ABCD \cdot A'B'C'D'} = 3$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; 0; -1)$, $B(-2; 1; 1)$, $C(3; 1; 0)$ và $D(-2; -2; 1)$. Trong các khẳng định dưới đây có bao nhiêu khẳng định đúng? (1): Bốn điểm A, B, C, D đồng phẳng; (2): Bốn điểm A, B, C, D là bốn đỉnh của một tứ diện; (3): AB vuông góc với CD ; (4): Ba điểm A, B, C thẳng hàng.

- A. 0. B. 1. C. 2. D. 3.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; 3; -2)$, $\vec{b} = (-2; 1; m)$. Tìm m để hai vectơ $\vec{a}, \vec{b}$ vuông góc với nhau.

- A. $m = 2$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -2$. D. $m = -\frac{1}{2}$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-3; -1; 1)$, $\vec{b} = (4; 1; 2)$, $\vec{c} = (1; 0; m + 2)$. Tìm m để ba vectơ $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ đồng phẳng.

- A. $m = -5$. B. $m = 5$. C. $m = -1$. D. $m = 1$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $A(1; -2; 0)$; $B(1; 0; -1)$; $C(0; -1; 2)$ và $D(0; 3; m)$. Giá trị của m thuộc khoảng nào sau đây để bốn điểm trên đồng phẳng?

- A. $(-2; -1)$. B. $(-1; 1)$. C. $(1; 2)$. D. $(5; 7)$.

CÂU 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho tứ diện $ABCD$ có $A(1; 0; 0)$; $B(0; 1; 0)$; $C(0; 0; 1)$ và $D(1; 3; 1)$. Tính thể tích của khối tứ diện $ABCD$?

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{1}{3}$. D. 1.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 30. Không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hình thang $ABCD$ có hai đáy AB , CD ; có tọa độ ba đỉnh $A(1;2;1)$, $B(2;0;-1)$, $C(6;1;0)$. Biết hình thang có diện tích bằng $6\sqrt{2}$. Chu vi tam giác ACD là

- A. $4 + \sqrt{23}$. B. $3 + \sqrt{22}$. C. $1 + 3\sqrt{3} + \sqrt{22}$. D. $3 + \sqrt{23}$.

CÂU 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $C(4;0;0)$ và $B(2;0;0)$. Tìm tọa độ điểm M thuộc trục tung sao cho diện tích tam giác MBC bằng 3.

- A. $y = \pm 3$. B. $y = \pm 1$. C. $y = 3$. D. $y = 1$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(-2;3;1)$, $B(2;1;0)$, $C(-3;-1;1)$. Tìm tất cả các điểm D sao cho $ABCD$ là hình thang có đáy AD và $S_{ABCD} = 3S_{ABC}$.

- A. $\begin{cases} D(-7;-1;2) \\ D(-3;5;0) \end{cases}$. B. $D(-7;-1;2)$. C. $D(-3;5;0)$. D. $\begin{cases} D(-7;1;2) \\ D(3;5;0) \end{cases}$.

CÂU 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(2;-1;1)$, $B(3;0;-1)$, $C(2;-1;3)$, $D \in Oy$ và thể tích tứ diện $ABCD$ bằng 5. Tổng tung độ của các điểm D thỏa mãn yêu cầu bài toán bằng

- A. -6 . B. 2 . C. 7 . D. -4 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. B	4. D	5. D	6. D	7. C	8. B	9. B	10. A
11. D	12. A	13. B	14. C	15. B	16. A	17. C	18. A	19. A	20. B
21. C	22. D	23. D	24. C	25. B	26. B	27. D	28. B	29. B	30. C
31. A	32. D	33. A							

DẠNG
4

Mặt cầu

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 6z + 5 = 0$. Hãy xác định tọa độ tâm I , bán kính R của mặt cầu?

- A. $I(-1;2;3)$, $R = 3$. B. $I(1;-2;-3)$, $R = 3$.
C. $I(1;-2;-3)$, $R = 9$. D. $I(-1;2;3)$, $R = \sqrt{14}$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9$. Xác định tọa độ tâm I .

- A. $I(2;1;3)$. B. $I(2;-1;3)$. C. $I(-2;1;-3)$. D. $I(-2;-1;-3)$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tìm tọa độ tâm và bán kính của mặt cầu (S) .

- A. $I(-4;1;0)$ và $R = 4$. B. $I(4;-1;0)$ và $R = 2$.
C. $I(-4;1;0)$ và $R = 2$. D. $I(4;-1;0)$ và $R = 4$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) : $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 16$ có tâm và bán kính là

- A. $I(1;-3;-2)$ và $R = 4$. B. $I(-1;3;2)$ và $R = 4$.
C. $I(1;-3;-2)$ và $R = 16$. D. $I(-1;3;2)$ và $R = 16$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng?

- A. 3 . B. 9 . C. $\sqrt{15}$. D. $\sqrt{7}$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 8x + 2y + 1 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) có tọa độ là

- A. $(8;-2;0)$. B. $(4;-1;0)$. C. $(-8;2;0)$. D. $(-4;1;0)$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 6z + 9 = 0$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu.

- A. $I(2;4;-6)$. B. $I(-2;-4;6)$. C. $I(-1;-2;3)$. D. $I(1;2;-3)$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 9$ có bán kính bằng

- A. 3. B. 81. C. 9. D. 6.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$ có tọa độ là

- A. $(1;1;-2)$. B. $(0;1;2)$. C. $(0;-1;2)$. D. $(0;1;-2)$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm của mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + z^2 = 9$ là

- A. $(2;-1;0)$. B. $(1;1;1)$. C. $(-1;2;0)$. D. $(2;-1;3)$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2y + 4z - 2 = 0$. Bán kính mặt cầu bằng

- A. 1. B. $\sqrt{7}$. C. $2\sqrt{2}$. D. 7.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, tâm I của mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 4$ có tọa độ là:

- A. $I(0;-2;1)$. B. $I(0;-2;-1)$. C. $I(0;2;-1)$. D. $I(0;2;1)$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(-2;1;-3); R=3$. B. $I(-2;1;-3); R=9$.
C. $I(2;-1;-3); R=3$. D. $I(2;-1;-3); R=9$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$ có tâm và bán kính lần lượt là

- A. $I(1;2;-3), R=2$. B. $I(-1;-2;3), R=4$.
C. $I(1;2;-3), R=4$. D. $I(-1;-2;3), R=2$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$ là

- A. $I(-1;2;-4), R=5\sqrt{2}$. B. $I(1;-2;4), R=20$.
C. $I(1;-2;4), R=2\sqrt{5}$. D. $I(-1;2;-4), R=2\sqrt{5}$.

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 25$ có tọa độ tâm là

- A. $I(-1;3;2)$. B. $I(1;3;2)$. C. $I(-1;3;-2)$. D. $I(1;-3;-2)$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$ có bán kính bằng

- A. 25. B. 5. C. 14. D. 225.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, tâm mặt cầu $(S): (x-3)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 16$ có tọa độ là

- A. $(-3;0;-5)$. B. $(3;0;-5)$. C. $(3;0;5)$. D. $(-3;0;5)$.

CÂU 19. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 6y + 4z - 3 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(-2;6;4), R=\sqrt{59}$. B. $I(2;-6;4), R=\sqrt{59}$.
C. $I(1;-3;2), R=\sqrt{17}$. D. $I(-1;3;-2), R=\sqrt{17}$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 9$. Tâm của (S) có tọa độ là

- A. $(-2;4;-1)$. B. $(2;4;1)$. C. $(2;-4;1)$. D. $(-2;-4;-1)$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z - 1 = 0$ có tâm là

- A. $I(1;-2;3)$. B. $I(2;-4;6)$. C. $I(-1;2;-3)$. D. $I(-2;4;-6)$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu có phương trình $(x-1)^2 + (y+3)^2 + z^2 = 9$. Tìm tọa độ tâm I của mặt cầu đã cho.

- A. $I(-1;3;0)$. B. $I(1;-3;0)$. C. $I(1;3;0)$. D. $I(-1;-3;0)$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 16$ có bán kính bằng

- A. 32. B. 16. C. 4. D. 8.

CÂU 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tìm tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 20$

- A. $I(-1; 2; -4), R = 5\sqrt{2}$. B. $I(-1; 2; -4), R = 2\sqrt{5}$.
C. $I(1; -2; 4), R = 20$. D. $I(1; -2; 4), R = 2\sqrt{5}$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 1 = 0$ có bán kính bằng

- A. 1. B. $\sqrt{3}$. C. $\sqrt{2}$. D. 2.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, tâm của mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 1 = 0$ có tọa độ là

- A. $(-2; 4; -6)$. B. $(-2; 1; 3)$. C. $(1; -2; 3)$. D. $(-1; 2; -3)$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z}{2}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+3z=0$, $(Q): x-2y+3z+4=0$. Mặt cầu có tâm thuộc đường thẳng Δ và tiếp xúc cả hai mặt phẳng (P) và (Q) có bán kính bằng.

- A. $\frac{1}{7}$. B. $\frac{\sqrt{7}}{7}$. C. $\sqrt{\frac{2}{7}}$. D. $\frac{2}{7}$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 2z - 34 = 0$. Diện tích của mặt cầu đã cho bằng

- A. 144π . B. 36π . C. 12π . D. 288π .

CÂU 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(-3; 2; -4), R = 5$. B. $I(-3; 2; -4), R = 25$.
C. $I(3; -2; 4), R = 5$. D. $I(3; -2; 4), R = 25$.

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y + 6z - 1 = 0$. Tọa độ tâm I của mặt cầu (S) là

- A. $I(-2; 1; 3)$. B. $I(2; -1; -3)$. C. $I(2; -1; 3)$. D. $I(2; 1; -3)$.

CÂU 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 6y - 8z + 1 = 0$. Tọa độ tâm I và bán kính R của mặt cầu (S) là

- A. $I(2; -6; 8), R = \sqrt{103}$. B. $I(-1; 3; -4), R = 5$.
C. $I(1; -3; 4), R = 5$. D. $I(1; -3; 4), R = 25$.

CÂU 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 2 = 0$ và điểm $I(1; 2; -3)$. Bán kính của mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) bằng:

- A. $\frac{11}{3}$. B. 1. C. 3. D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 33. Điều kiện của m để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 4z + m = 0$ là phương trình một mặt cầu là

- A. $m < 6$. B. $m \geq 6$. C. $m > 6$. D. $m \leq 6$.

CÂU 34. Phương trình $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2z + m - 5 = 0$ là phương trình một mặt cầu, khi đó diện tích của khối cầu là:

- A. $S = 4\pi(7 - m)$. B. $S = \pi(7 - m)$.
C. $S = 16\pi(m - 7)$. D. $S = 4\pi(m - 7)$.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$. Có bao nhiêu giá trị nguyên của $m \in (-25; 15)$ thì phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2(m+1)z - 20m = 0$ là phương trình mặt cầu.

- A. 18. B. 15. C. 6. D. 21.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2(m+2)x + 4my - 2mz + 5m^2 + 9 = 0$. Tìm m để phương trình đó là phương trình của một mặt cầu.

- A. $-5 < m < 5$. B. $m < -5$ hoặc $m > 1$.
C. $m < -5$. D. $m > 1$.

CÂU 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 5 = 0$. Diện tích mặt cầu (S) là

- A. 9π . B. 36π . C. 12π . D. 42π .

CÂU 38. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-1;0;0)$, $B(0;0;2)$, $C(0;-3;0)$. Bán kính mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ là:

- A. $\frac{\sqrt{14}}{4}$. B. $\frac{\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{14}}{3}$. D. $\sqrt{14}$.

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, có bao nhiêu giá trị nguyên của m thuộc $[-2021; 2021]$ để phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 2mx + 4y + z + 4m + 1 = 0$ là phương trình của một mặt cầu?

- A. 4042. B. 4043. C. 2021. D. 2023.

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình là $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y + 13 = 0$. Mặt cầu (S) có tọa độ tâm I và bán kính R là

- A. $I(2; -5; 10); R = 2\sqrt{29}$. B. $I(2; -5; 0); R = 4$.
C. $I(-2; 5; 0); R = 4$. D. $I(4; 10; 0); R = \sqrt{103}$.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0$. Đường kính của mặt cầu (S) là

- A. 4. B. $2\sqrt{14}$. C. 8. D. $\sqrt{14}$.

CÂU 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 6x + 4y - 8z + 4 = 0$. Tìm tọa độ tâm I và tính bán kính R của mặt cầu (S) .

- A. $I(3; -2; 4), R = 25$. B. $I(-3; 2; -4), R = 5$.
C. $I(3; -2; 4), R = 5$. D. $I(-3; 2; -4), R = 25$.

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) có phương trình: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 3y + 5z - 7 = 0$. Tâm của mặt cầu (S) là

- A. $I\left(1; \frac{3}{2}; \frac{5}{2}\right)$. B. $I\left(1; -\frac{3}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. C. $I(-2; 3; 5)$. D. $I(2; -3; -5)$.

CÂU 44. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(2; -2; 1)$ và tâm thuộc trục Oy có đường kính bằng

- A. $\sqrt{43}$. B. $\frac{\sqrt{43}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{69}}{2}$. D. $\sqrt{69}$.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 2z - 7 = 0$. Bán kính của mặt cầu đã cho bằng

- A. $\sqrt{15}$. B. $\sqrt{7}$. C. 3. D. 9.

CÂU 46. Cho $A(1; 2; 3)$, $B(2; 3; 4)$. Mặt cầu (S) có bán kính R và (S) tiếp xúc với đồng thời cả ba mặt phẳng Oxy , Oyz , Oxz . Khối cầu (S) chứa đoạn thẳng AB . Tính tổng các giá trị nguyên mà R có thể nhận được?

- A. 7. B. 3. C. 1. D. 5.

CÂU 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi $I(a; b; 0)$ và r lần lượt là tâm và bán kính mặt cầu đi qua $A(2; 3; -3)$, $B(2; -2; 2)$, $C(3; 3; 4)$. Khi đó, giá trị của $T = a + b + r^2$ bằng:

- A. $T = 36$. B. $T = 35$. C. $T = 34$. D. $T = 37$.

CÂU 48. Trong không gian tọa độ cho hai điểm $A(-1; 0; 2)$, $B(3; 2; -2)$. Biết tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = 30$ là một mặt cầu. Bán kính mặt cầu đó bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. 6. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 49. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 1$ và mặt phẳng $(P): x + y + z - 1 = 0$. Gọi (S') là mặt cầu chứa đường tròn giao tuyến của (S) và (P) đồng thời tiếp xúc với mặt phẳng $(Q): x + 1 = 0$. Gọi $I(a; b; c)$ là tâm của mặt cầu (S') , tính giá trị $T = a + b + c$.

- A. 3. B. 2. C. 6. D. 0.

CÂU 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(-3; 1; 1)$, $B(1; -1; 5)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 11 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Biết C luôn thuộc một đường tròn (T) cố định. Tìm bán kính r của đường tròn (T) .

- A. $r = 4$. B. $r = 2$. C. $r = \sqrt{3}$. D. $r = \sqrt{2}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. D	4. B	5. A	6. B	7. C	8. A	9. D	10. A
11. B	12. A	13. A	14. A	15. C	16. A	17. B	18. B	19. D	20. C
21. C	22. B	23. C	24. D	25. B	26. C	27. C	28. A	29. C	30. B
31. C	32. C	33. A	34. A	35. A	36. B	37. B	38. B	39. A	40. B
41. C	42. C	43. B	44. D	45. C	46. A	47. A	48. A	49. D	50. A

DẠNG
5

Phương trình mặt cầu

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -3)$ và bán kính $R = 5$ là

- A. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$. B. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 5$.
C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 25$. D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 25$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1; 4; 0)$. Mặt cầu (S) tâm I và đi qua $M(1; 4; -2)$ có phương trình là

- A. $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 4$. B. $(x - 1)^2 + (y - 4)^2 + z^2 = 2$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 4$. D. $(x + 1)^2 + (y + 4)^2 + z^2 = 2$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-2; 1; 5)$. Phương trình mặt cầu tâm A , bán kính AB là

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 14$. B. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 14$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 30$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 3)^2 = 30$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho hai điểm $M(6; 2; -5)$, $N(-4; 0; 7)$. Mặt cầu đường kính MN có phương trình dạng:

- A. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 31$. B. $(x + 1)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 62$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 62$. D. $(x + 5)^2 + (y + 1)^2 + (z - 6)^2 = 124$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $I(2; 1; 2)$ có bán kính bằng 3 là

- A. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 3$. B. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 2)^2 = 9$.
C. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 9$. D. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 2)^2 = 3$.

CÂU 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt cầu tâm $O(0; 0; 0)$ bán kính bằng 2 là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 = 2$. B. $x^2 + y^2 = 4$.
C. $x + y + z = 2$. D. $x^2 + y^2 + z^2 = 4$.

CÂU 7. Phương trình mặt cầu (S) có tâm $I(1; 0; -1)$ và đi qua điểm $A(2; 2; -3)$ là

- A. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 3$.
C. $(x + 1)^2 + y^2 + (z - 1)^2 = 9$. D. $(x - 1)^2 + y^2 + (z + 1)^2 = 9$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai điểm $A(-1; 1; 2)$, $M(1; 2; 1)$. Mặt cầu tâm A đi qua M có phương trình là

GHI CHÚ NHANH

A. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 1$.

B. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 6$.

C. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 6$.

D. $(x+1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = \sqrt{6}$.

CÂU 9. Cho tam giác ABC có $A(2;2;0)$, $B(1;0;2)$, $C(0;4;4)$. Mặt cầu (S) có tâm A và đi qua trọng tâm G của tam giác ABC có phương trình là

A. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.

B. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.

C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

D. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;1;0)$, $B(2;-1;2)$. Phương trình của mặt cầu có đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{24}$.

B. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = \sqrt{6}$.

C. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 24$.

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 6$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và đi qua điểm $A(1;-1;2)$ có phương trình

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 5$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = \sqrt{5}$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 5$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 5$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;2)$ và $B(-1;2;-2)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $x^2 + y^2 + z^2 = 3$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 36$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho các phương trình, phương trình nào không phải là phương trình mặt cầu?

A. $x^2 + y^2 + z^2 + x - 2y + 4z - 3 = 0$.

B. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 - x - y - 3z = 0$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 4z + 11 = 0$.

D. $2x^2 + 2y^2 + 2z^2 + 4x + 8y + 6z + 3 = 0$.

CÂU 14. Mặt cầu tâm $I(-1;2;-3)$ và đi qua điểm $A(-2;0;0)$ có phương trình:

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 14$.

B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = \sqrt{14}$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;1)$ và bán kính $R = 4$. Phương trình của (S) là

A. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 16$.

B. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 16$.

C. $(x+2)^2 + (y-3)^2 + (z-1)^2 = 4$.

D. $(x-2)^2 + (y+3)^2 + (z+1)^2 = 4$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;-3;5)$, $B(0;1;-1)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 14$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 14$.

C. $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 56$.

D. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 14$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu đi qua hai điểm $A(-1;2;4)$, $B(2;-2;1)$ và tâm thuộc trục Oy có đường kính bằng

A. $\frac{\sqrt{43}}{2}$.

B. $\sqrt{69}$.

C. $\frac{\sqrt{69}}{2}$.

D. $\sqrt{43}$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-2;-2)$; $B(3;2;0)$. Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 20$.

B. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 5$.

C. $(x+3)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 20$.

D. $(x-3)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 5$.

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;-3)$ và $A(2;-3;-4)$. Mặt cầu tâm I đi qua A có phương trình là

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 9$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 9$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 3$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(3;1;-2)$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với trục Oy là

A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 169$.

B. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 13$.

C. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 13$.

D. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 169$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 21. Trong không gian $(Oxyz)$ cho điểm $I(6; -3; -2)$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu tâm I và đi qua gốc tọa độ O ?

- A.** $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 49.$ **B.** $(x-6)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 49.$
C. $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 7.$ **D.** $(x+6)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 7.$

CÂU 22. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm $I(1; 4; 2)$ và có thể tích $V = 972\pi$. Khi đó phương trình mặt cầu (S) là:

- A.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z+2)^2 = 81.$ **B.** $(x+1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$
C. $(x-1)^2 + (y-4)^2 + (z-2)^2 = 81.$ **D.** $(x-1)^2 + (y+4)^2 + (z-2)^2 = 81.$

CÂU 23. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(2; 4; -3)$; $B(6; 9; 6)$; $C(-3; 5; 9)$ và có tâm thuộc mặt phẳng Oyz là:

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 10z + 13 = 0.$ **B.** $x^2 + y^2 + z^2 - 14y - 6z + 9 = 0.$
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 12y - 2z + 1 = 0.$ **D.** $x^2 + y^2 + z^2 + 2y - 4z - 4 = 0.$

CÂU 24. Cho mặt cầu (S) tâm $I(1; 2; -4)$ và có thể tích bằng 36π . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 9.$ **B.** $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-4)^2 = 9.$
C. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+4)^2 = 3.$ **D.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-4)^2 = 9.$

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; 0; 0)$, $B(0; -4; 0)$. Tọa độ điểm I là tâm đường tròn ngoại tiếp của tam giác OAB . Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** $I\left(-\frac{3}{2}; -2; 0\right).$ **B.** $I\left(\frac{3}{2}; 2; 0\right).$ **C.** $I\left(-\frac{3}{2}; 2; 0\right).$ **D.** $I(-3; -4; 0).$

CÂU 26. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(3; -1; 2)$, $B(1; 1; -2)$ và có tâm I thuộc trục Oz là

- A.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 10 = 0.$ **B.** $(x-1)^2 + y^2 + z^2 = 11.$
C. $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 11.$ **D.** $x^2 + y^2 + z^2 - 2y - 11 = 0.$

CÂU 27. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; 3)$, $B(4; -6; 2)$ và có tâm I thuộc trục Ox là

- A.** $(S): (x-7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$ **B.** $(S): (x+7)^2 + y^2 + z^2 = 36.$
C. $(S): (x+7)^2 + y^2 + z^2 = 6.$ **D.** $(S): (x-7)^2 + y^2 + z^2 = 49.$

CÂU 28. Phương trình mặt cầu (S) đi qua $A(1; 2; -4)$, $B(1; -3; 1)$, $C(2; 2; 3)$ và tâm $I \in (Oxy)$ là

- A.** $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26.$ **B.** $(x+2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9.$
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 26.$ **D.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 9.$

CÂU 29. Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(1; 3; 1)$; $B(3; 2; 2)$ và có tâm thuộc trục Oz .

- A.** $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14.$ **B.** $x^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 14.$
C. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 14.$ **D.** $(x-3)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 14.$

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ mặt cầu (S) có bán kính bằng $\sqrt{2}$ đi qua điểm $A(3; 1; 1)$ và có tâm nằm trên tia Ox . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A.** $(x+3)^2 + y^2 + z^2 = 2.$ **B.** $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = \sqrt{2}.$
C. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 2.$ **D.** $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 4.$

CÂU 31. Viết phương trình mặt cầu đi qua hai điểm $A(1; 3; 1)$; $B(3; 2; 2)$ và có tâm thuộc trục Oz .

- A.** $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 14.$ **B.** $x^2 + (y-3)^2 + (z-3)^2 = 14.$
C. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 14.$ **D.** $(x-3)^2 + (y-3)^2 + z^2 = 14.$

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm là điểm $M(2 \mid 1 - 3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) . Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A.** $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 9.$ **B.** $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 9.$
C. $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 5.$ **D.** $(x+2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5.$

GHI CHÚ NHANH

CÂU 33. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;2;1)$, $B(0;2;0)$, $C(-1;1;2)$, $D(2;3;1)$. Tính bán kính của mặt cầu ngoại tiếp tứ diện $ABCD$?

- A. $R = \frac{\sqrt{73}}{2}$. B. $R = \frac{\sqrt{83}}{2}$. C. $R = \frac{\sqrt{53}}{2}$. D. $R = \frac{\sqrt{43}}{2}$.

CÂU 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm nằm trên mặt phẳng Oxy và đi qua ba điểm $A(2;3;-3)$, $B(2;-2;2)$, $C(3;3;4)$. Tọa độ tâm I của mặt cầu là:

- A. $(2;-1;0)$. B. $(6;1;0)$. C. $(6;-1;0)$. D. $(-6;-1;0)$.

CÂU 35. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;2;3)$, $B(4;3;-2)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc Ox và đi qua hai điểm A , B có bán kính bằng:

- A. $\sqrt{13}$. B. $3\sqrt{2}$. C. $\sqrt{14}$. D. $2\sqrt{5}$.

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Phương trình mặt cầu (S_2) đối xứng với mặt cầu (S_1) qua mặt phẳng (Oxy) là?

- A. $(S_2): (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. B. $(S_2): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 4$.
C. $(S_2): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 4$. D. $(S_2): (x-1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$.

CÂU 37. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;2)$, $B(2;3;-3)$. Mặt cầu (S) có tâm I thuộc trục Oy và đi qua hai điểm A , B có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 - 8y + 2 = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 + 8y + 2 = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 - 4y + 2 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 8y - 2 = 0$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-1;3;2)$ và tiếp xúc mặt phẳng (Oyz) . Phương trình của (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 2$. B. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 1$.
C. $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z+2)^2 = 1$. D. $(x+1)^2 + (y-3)^2 + (z-2)^2 = 2$.

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;0)$ và đường kính bằng 8. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 64$. B. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 64$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 16$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 16$.

CÂU 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có tâm I nằm trên trục Oy và đi qua 2 điểm $A(1;1;2)$, $B(3;2;-3)$ có phương trình là:

- A. $x^2 + (y-8)^2 + z^2 = \frac{15}{2}$. B. $x^2 + (y-8)^2 + z^2 = 54$.
C. $x^2 + (y-8)^2 + z^2 = 27$. D. $(x-1)^2 + (y+8)^2 + z^2 = 54$.

CÂU 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt cầu (S) có bán kính bằng 3, tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) và có tâm nằm trên tia Oz . Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $x^2 + y^2 + (z+3)^2 = 3$. B. $(x-3)^2 + y^2 + z^2 = 9$.
C. $x^2 + (y-3)^2 + z^2 = 9$. D. $x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 9$.

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) nhận $N(0;0;3)$ làm tâm và đi qua gốc tọa độ O có phương trình là

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 6z = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 6z + 9 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 - 6z - 9 = 0$.

CÂU 43. Trong bốn phương trình mặt cầu sau đây, tìm phương trình mặt cầu tiếp xúc với trục Oz .

- A. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 5$. B. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 12$.
C. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 10$. D. $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 13$.

CÂU 44. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;2)$, $B(3;2;-2)$. Biết tập hợp các điểm M thỏa mãn $MA^2 + MB^2 = 30$ là một mặt cầu. Bán kính mặt cầu đó bằng

- A. $\sqrt{6}$. B. 6. C. 2. D. $\sqrt{2}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(0;0;1)$, $B(0;2;0)$, $C(3;0;0)$. Gọi H , G lần lượt là trực tâm, trọng tâm tam giác ABC . Viết phương trình mặt cầu tâm G và đi qua H .

- A.** $(x+1)^2 + \left(y + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{362}{441}$. **B.** $(x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{362}{441}$.
C. $(x+1)^2 + \left(y + \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{362}{21}$. **D.** $(x-1)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{362}{21}$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(-2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-2)$. D là điểm khác O sao cho DA , DB , DC đôi một vuông góc. $I(a;b;c)$ là tâm mặt cầu ngoại tứ diện $ABCD$. Tính $S = a + b + c$.

- A.** -4. **B.** -1. **C.** -2. **D.** -3.

CÂU 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, tứ diện $OABC$ có tọa độ đỉnh $A(m;m;0)$, $B(0;m;m)$, $C(m;0;m)$. Tìm m để tứ diện $OABC$ có bán kính mặt cầu (S) nội tiếp bằng $\frac{\sqrt{3}}{3}$. Khi đó viết phương trình mặt cầu (S) .

- A.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{3}$. **B.** $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+1)^2 = \frac{1}{3}$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = \frac{1}{3}$. **D.** $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = \frac{1}{3}$.

CÂU 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(2;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;2)$, $D(2;2;2)$. Gọi (S) là mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$. Viết phương trình mặt cầu (S) .

- A.** $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{2}{3}\right)^2 = 1$. **B.** $\left(x - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{2}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{2}{3}\right)^2 = \frac{1}{3}$.
C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = \frac{1}{3}$. **D.** $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 1$.

CÂU 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có tọa độ đỉnh $A(3;0;0)$, $B(0;3;0)$, $C(0;0;3)$, $D(x;y;z)$, $x > 0$. Tìm tọa độ điểm D để tứ diện $ABCD$ là tứ diện đều. Khi đó viết phương trình mặt cầu (S) nội tiếp tứ diện $ABCD$.

- A.** $\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{3}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{3}\right)^2 = 3$. **B.** $\left(x + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(y + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = 3$.
C. $\left(x - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$. **D.** $\left(x + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{3}{4}$.

CÂU 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(1;1;1)$, $B(1;2;1)$, $C(1;1;2)$, $D(2;2;1)$. Phương trình mặt cầu nội tiếp tứ diện $ABCD$ là

- A.** $\left(x - \frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}-1}{2}\right)^2$.
B. $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \left(\frac{\sqrt{2}+2}{2}\right)^2$.
C. $\left(x - \frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z - \frac{\sqrt{2}+1}{2}\right)^2 = \frac{7-4\sqrt{2}}{4}$.
D. $\left(x + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{3}{2}\right)^2 + \left(z + \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = \frac{13+8\sqrt{2}}{4}$.

CÂU 51. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu (S) đi qua bốn điểm $A(0;0;0)$, $B(-2;0;0)$, $C(0;4;0)$, $D(0;0;6)$ có phương trình là

- A.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 56$. **B.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 56$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 14$.

CÂU 52. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z+2=0$, $(Q): x+2y-2z+14=0$. Mặt cầu (S) có tâm $I(a;b;c)$ ($a < 0$) thuộc d , đồng thời (S) tiếp xúc với (P) và (Q) . Bán kính R của (S) bằng

GHI CHÚ NHANH

A. 5.

B. 10.

C. 2.

D. 9.

CÂU 53. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Phương trình mặt cầu (S_2) có tâm O tiếp xúc với mặt cầu (S_1) là:

A. $(S_2): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 1$.

B. $(S_2): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 2$.

C. $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 = 1$.

D. $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 = 2$.

CÂU 54. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;3;-4)$, $B(1;-1;-2)$ và mặt cầu $(S): (x+5)^2 + (y+6)^2 + (z-1)^2 = 9$. Phương trình mặt cầu (S') đối xứng với mặt cầu (S) qua đường thẳng AB là

A. $(x+7)^2 + \left(y - \frac{32}{5}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{5}\right)^2 = 9$.

B. $(x+27)^2 + \left(y - \frac{61}{10}\right)^2 + \left(z - \frac{3}{5}\right)^2 = 9$.

C. $(x-7)^2 + \left(y + \frac{32}{5}\right)^2 + \left(z - \frac{1}{5}\right)^2 = 9$.

D. $(x-27)^2 + \left(y + \frac{61}{10}\right)^2 + \left(z + \frac{3}{5}\right)^2 = 9$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. A	3. A	4. C	5. C	6. D	7. D	8. C	9. D	10. D
11. D	12. D	13. C	14. A	15. B	16. C	17. B	18. D	19. A	20. C
21. B	22. C	23. B	24. A	25. A	26. A	27. D	28. A	29. A	30. C
31. A	32. A	33. B	34. B	35. C	36. B	37. A	38. B	39. C	40. B
41. D	42. B	43. A	44. A	45. B	46. B	47. A	48. C	49. C	50. A
			51. D	52. D	53. C	54. C			

CHỦ ĐỀ

2

PHƯƠNG TRÌNH MẶT PHẪNG

DẠNG

1

Xác định véc-tơ pháp tuyến

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (3; 1; -7)$ là một vectơ pháp tuyến?

A. $3x + z + 7 = 0$.

B. $3x - y - 7z + 1 = 0$.

C. $3x + y - 7 = 0$.

D. $3x + y - 7z - 3 = 0$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$ mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-1} = 1$, có một véc-tơ pháp tuyến là?

A. $\vec{n}_3 = (2; 2; -1)$.

B. $\vec{n}_4 = (1; 1; -2)$.

C. $\vec{n}_1 = (2; -2; -1)$.

D. $\vec{n}_2 = (-2; -2; 1)$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 3x + 2y - z + 2 = 0$. Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ pháp tuyến của (P) ?

A. $\vec{n}_2 = (2; -1; 2)$.

B. $\vec{n}_4 = (3; 2; 1)$.

C. $\vec{n}_3 = (3; 2; 2)$.

D. $\vec{n}_1 = (3; 2; -1)$.

CÂU 4. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(-1; 2; 0)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (4; 0; -5)$ là

A. $4x - 5y - 4 = 0$.

B. $4x - 5z + 4 = 0$.

C. $4x - 5z - 4 = 0$.

D. $4x - 5y + 4 = 0$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + y - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

A. $\vec{n}_3 = (1; 2; 0)$.

B. $\vec{n}_2 = (2; 1; -1)$.

C. $\vec{n}_1 = (-2; -1; 1)$.

D. $\vec{n}_4 = (2; 1; 0)$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x + 2y - 4z + 1 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (α) ?

A. $\vec{n}_2 = (3; 2; 4)$.

B. $\vec{n}_3 = (2; -4; 1)$.

C. $\vec{n}_4 = (3; 2; -4)$.

D. $\vec{n}_1 = (3; -4; 1)$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 3y - z - 4 = 0$. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P)

- A. $\vec{n}_2 = (2; -3; 1)$. B. $\vec{n}_3 = (2; 3; -1)$. C. $\vec{n}_1 = (2; 3; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (-2; 3; 1)$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 5x - 7y - z + 2 = 0$ nhận vectơ nào sau đây làm vectơ pháp tuyến?

- A. $\vec{n}_3 = (5; -7; 1)$. B. $\vec{n}_1 = (5; 7; 1)$.
C. $\vec{n}_4 = (-5; -7; 1)$. D. $\vec{n}_2 = (-5; 7; 1)$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 3y + 4z - 1 = 0$ có một vectơ pháp tuyến là

- A. $\vec{n}_4 = (-1; 2; -3)$. B. $\vec{n}_3 = (-3; 4; -1)$.
C. $\vec{n}_2 = (2; -3; 4)$. D. $\vec{n}_1 = (2; 3; 4)$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây nhận $\vec{n} = (3; 1; -7)$ là một vectơ pháp tuyến?

- A. $3x + z + 7 = 0$. B. $3x - y - 7z + 1 = 0$.
C. $3x + y - 7 = 0$. D. $3x + y - 7z - 3 = 0$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D 2. B 3. D 4. B 5. D 6. C 7. B 8. D 9. C 10. D

DẠNG

2

Phương trình mặt phẳng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (Oxz) là

- A. $y = 0$. B. $x = 0$. C. $z = 0$. D. $x + z = 0$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(-1; 1; -2)$, $C(1; 2; 2)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là:

- A. $-2x + y + 4z - 16 = 0$. B. $2x + y + 4z - 16 = 0$.
C. $2x - y + 4z - 16 = 0$. D. $2x + y + 4z + 16 = 0$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -5; -3)$ và $B(1; 3; -1)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng AB có phương trình là

- A. $-2x + 5y + 3z + 21 = 0$. B. $-x + 8y + 2z - 32 = 0$.
C. $-x + 8y + 2z + 48 = 0$. D. $-x + 8y - 2z + 16 = 0$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 0; 1)$, $B(2; 1; 0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua A và vuông góc với AB .

- A. $(P): 3x + y - z + 4 = 0$. B. $(P): 3x + y - z - 4 = 0$.
C. $(P): 3x + y - z = 0$. D. $(P): 2x + y - z + 1 = 0$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2; 2; 1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5; 2; -3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

- A. $5x + 2y - 3z - 17 = 0$. B. $2x + 2y + z - 11 = 0$.
C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$. D. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

- A. $y = 0$. B. $z = 0$. C. $y + z = 0$. D. $x = 0$.

CÂU 7. Phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(3; 3; 3)$ và nhận $\overrightarrow{OH}$ làm vectơ pháp tuyến là

- A. $(P): x + y + z = 9$. B. $(P): x - y + z = 9$.
C. $(P): x + y - z = 9$. D. $(P): x - y - z = 9$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng đi qua A và song song với (P) có phương trình là

- A. $3x - y + 2z + 7 = 0$. B. $3x - y + 2z - 3 = 0$.
C. $3x - y + 2z + 3 = 0$. D. $3x - y + 2z - 7 = 0$.

CÂU 9. Trong mặt phẳng $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; -1; 2)$ và có vec tơ pháp tuyến $\vec{n} = (2; 2; 1)$

- A. $2x + 2y + z - 2 = 0$. B. $2x + 2y + 2z + 2 = 0$.
C. $x - y + 2z - 2 = 0$. D. $x - y + 2z = 0$.

CÂU 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(-1; 2; 1)$ và nhận vec tơ $\vec{n} = (2; -1; -1)$ làm vec tơ pháp tuyến là

- A. $2x - y - z + 5 = 0$. B. $2x - y - z - 5 = 0$.
C. $-x + 2y - z + 5 = 0$. D. $-x + 2y - z + 5 = 0$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho 3 điểm $A(1; 2; -3)$, $B(2; -2; 1)$, $C(-1; 3; 4)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với BC có phương trình là

- A. $x - 4y + 4z - 3 = 0$. B. $3x - 5y - 3z - 2 = 0$.
C. $2x - y - 7z + 3 = 0$. D. $3x - 5y - 3z + 2 = 0$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -1; 0)$ và vectơ $\vec{n} = (1; -2; 2)$. Mặt phẳng đi qua A , nhận $\vec{n}$ làm vectơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $3x - y + 5 = 0$. B. $x - 2y + 2z - 5 = 0$.
C. $x - 2y + 2z + 5 = 0$. D. $3x - y - 5 = 0$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng đi qua $A(1; 2; -3)$ và có vectơ pháp tuyến $\vec{n}(2; -1; 3)$.

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $x - 2y - 4 = 0$.
C. $2x - y + 3z - 4 = 0$. D. $2x - y + 3z + 4 = 0$.

CÂU 14. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(-1; 2; 1)$ và nhận vectơ $\vec{n} = (2; -1; -1)$ làm vectơ pháp tuyến là

- A. $2x - y - z + 5 = 0$. B. $2x - y - z - 5 = 0$.
C. $-x + 2y - z + 5 = 0$. D. $-x + 2y - z - 5 = 0$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1; 0; -1)$ và có một vec tơ pháp tuyến là $\vec{n} = (1; 2; -1)$ có phương trình là

- A. $x - z = 0$. B. $x - z - 2 = 0$.
C. $x + 2y - z - 2 = 0$. D. $2x + y - z = 0$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; -2)$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z + 4 = 0$. Mặt phẳng đi qua M và song song với (α) có phương trình là

- A. $3x - y + 2z - 14 = 0$. B. $3x - y - 2z - 6 = 0$.
C. $3x - y - 2z + 6 = 0$. D. $3x - y + 2z - 6 = 0$.

CÂU 17. Mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 2; 3)$ và nhận $\vec{n} = (2; -1; 1)$ làm vectơ pháp tuyến là

- A. $2x - y + z + 3 = 0$. B. $2x - y + z - 3 = 0$.
C. $2x + y + z + 3 = 0$. D. $2x - y - z - 3 = 0$.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $M(2; -3; 4)$ và nhận $\vec{n}(-2; 4; 1)$ làm một vec tơ pháp tuyến có phương trình là

- A. $-2x + 4y + z + 11 = 0$. B. $2x - 4y - z - 12 = 0$.
C. $-2x + 4y + z - 12 = 0$. D. $2x - 4y - z + 10 = 0$.

CÂU 19. Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(0; 1; 3)$ và $(P) \parallel (Q): 2x - 3z + 1 = 0$

- A. $(P): 2x - 3z + 9 = 0$. B. $(P): 2x - 3z - 9 = 0$.
C. $(P): 2x - 3z + 3 = 0$. D. $(P): 2x - 3z - 3 = 0$.

CÂU 20. Phương trình mặt phẳng (P) qua $A(2; -1; 2)$ và $(P) \parallel (Q): 2x - y + 3z + 2 = 0$ là

- A. $2x - y + 3z - 9 = 0$. B. $2x - y + 3z + 11 = 0$.
C. $2x - y - 3z + 11 = 0$. D. $2x - y + 3z - 11 = 0$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 2 điểm $M(-1; 0; 3)$, $N(1; -1; -2)$ và đồng thời vuông góc với mặt phẳng $(Q): 2x + y + z - 2022 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

A. $-x - 3y + z - 4 = 0$.

C. $x - 3y + z + 2 = 0$.

B. $-x - 3y + z - 2 = 0$.

D. $x - 3y + z - 2 = 0$.

CÂU 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai điểm $A(1;0;1)$, $B(-1;2;2)$ và song song với trục Ox có phương trình là

A. $y - 2z + 2 = 0$.

B. $x + 2z - 3 = 0$.

C. $2y - z + 1 = 0$.

D. $x + y - z = 0$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(Q_1): 3x - y + 4z + 2 = 0$ và $(Q_2): 3x - y + 4z + 8 = 0$. Phương trình mặt phẳng (P) song song và cách đều hai mặt phẳng (Q_1) và (Q_2) là:

A. $(P): 3x - y + 4z + 10 = 0$.

B. $(P): 3x - y + 4z + 5 = 0$.

C. $(P): 3x - y + 4z - 10 = 0$.

D. $(P): 3x - y + 4z - 5 = 0$.

CÂU 24. : Mặt phẳng (P) đi qua ba điểm $A(1;-4;2)$, $B(2;-2;1)$, $C(0;-4;3)$ có phương trình là

A. $y + z - 3 = 0$.

B. $x + z - 3 = 0$.

C. $x + y + 3 = 0$.

D. $-x + z - 1 = 0$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 9$. Phương trình mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $M(0;-1;3)$ là

A. $x + 2y - 2z + 8 = 0$.

B. $x + 2y - 2z - 4 = 0$.

C. $-y + 3z + 8 = 0$.

D. $-y + 3z - 8 = 0$.

CÂU 26. Trong không gian $(Oxyz)$, mặt phẳng (α) đi qua hai điểm $A(2;-1;4)$, $B(3;2;-1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(\beta): x + y + 2z - 3 = 0$ có phương trình là

A. $11x - 7y - 2z - 21 = 0$.

B. $11x + 7y - 2z + 7 = 0$.

C. $11x - 7y - 2z + 21 = 0$.

D. $11x + 7y - 2z - 7 = 0$.

CÂU 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3;1;4)$ và gọi A , B , C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox , Oy , Oz . Phương trình nào dưới đây là phương trình của mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) ?

A. $4x - 12y - 3z + 12 = 0$.

B. $3x + 12y - 4z + 12 = 0$.

C. $3x + 12y - 4z - 12 = 0$.

D. $4x - 12y - 3z - 12 = 0$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;4;1)$, $B(-1;1;3)$ và mặt phẳng $(P): x - 3y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) đi qua hai điểm A , B và vuông góc với mặt phẳng (P) .

A. $(Q): 2y + 3z - 10 = 0$.

B. $(Q): 2x + 3z - 11 = 0$.

C. $(Q): 2y + 3z - 12 = 0$.

D. $(Q): 2y + 3z - 11 = 0$.

CÂU 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2;4;2)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua 3 điểm M_1 , M_2 , M_3 lần lượt là hình chiếu của M trên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz .

A. $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 0$.

B. $(P): \frac{x}{2} + \frac{y}{-4} + \frac{z}{-2} = 1$.

C. $(P): \frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1$.

D. $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{2} = 1$.

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;1;1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 1 = 0$, $(Q): y = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) chứa A , vuông góc với cả hai mặt phẳng (P) và (Q) .

A. $3x - y + 2z - 4 = 0$.

B. $3x + y - 2z - 2 = 0$.

C. $3x - 2z = 0$.

D. $3x - 2z - 1 = 0$.

CÂU 31. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng tiếp xúc với $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z - 2 = 0$ và song song với $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$.

A. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $A(2;0;0)$, $B(0;-2;0)$, $C(0;0;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

A. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 0.$

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$

B. $\frac{x}{-2} + \frac{y}{2} + \frac{z}{1} = 1.$

D. $\frac{x}{2} + \frac{y}{-2} + \frac{z}{-1} = 1.$

CÂU 33. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua $M(1;2;1)$, lần lượt cắt các tia Ox , Oy , Oz tại các điểm A, B, C sao cho hình chóp $O \cdot ABC$ đều.

A. (P): $x - y + z = 0.$

B. (P): $x + y + z - 4 = 0.$

C. (P): $x - y + z - 4 = 0.$

D. (P): $x + y + z - 1 = 0.$

CÂU 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1;-2;3)$, $B(0;2;-1)$, $C(3;0;-2)$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua A , trọng tâm G của tam giác ABC và vuông góc với (ABC) là

A. $3x - 2y - z + 4 = 0.$

B. $12x + 13y + 10z - 16 = 0.$

C. $3x - 2y - z - 4 = 0.$

D. $12x + 13y + 10z + 16 = 0.$

CÂU 35. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$ là trực tâm của $\triangle ABC$ với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

A. $3x + y + 2z - 9 = 0.$

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0.$

C. $3x + 2y + z - 10 = 0.$

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

CÂU 36. Trong không gian với trục hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;3)$ là trực tâm của $\triangle ABC$ với A, B, C là ba điểm lần lượt nằm trên các trục Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm A, B, C là

A. $3x + y + 2z - 9 = 0.$

B. $x + 2y + 3z - 14 = 0.$

C. $3x + 2y + z - 10 = 0.$

D. $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1.$

CÂU 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(-1;-2;0)$, $B(0;-4;0)$, $C(0;0;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) nào dưới đây đi qua A , gốc tọa độ O và cách đều hai điểm B và C ?

A. (P): $2x - y + 3z = 0.$

B. (P): $6x - 3y + 5z = 0.$

C. (P): $2x - y - 3z = 0.$

D. (P): $-6x + 3y + 4z = 0.$

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $2x + y - 2z + 1 = 0$ và hai điểm $A(1;-2;3)$, $B(3;2;-1)$. Phương trình mặt phẳng (Q) qua A, B và vuông góc với (P) là

A. (Q): $2x + 2y + 3z - 7 = 0.$

B. (Q): $2x - 2y + 3z - 7 = 0.$

C. (Q): $2x + 2y + 3z - 9 = 0.$

D. (Q): $x + 2y + 3z - 7 = 0.$

CÂU 39. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua hai điểm $A(0;1;0)$, $B(2;3;1)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q): $x + 2y - z = 0$ phương trình là

A. $4x + 3y - 2z - 3 = 0.$

B. $4x - 3y - 2z + 3 = 0.$

C. $x - 2y - 3z - 11 = 0.$

D. $x + 2y - 3z + 7 = 0.$

CÂU 40. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-1;5)$ và $B(0;0;1)$. Mặt phẳng (P) chứa A, B và song song với trục Oy có phương trình là

A. $4x + y - z + 1 = 0.$

B. $2x + z - 5 = 0.$

C. $4x - z + 1 = 0.$

D. $y + 4z - 1 = 0.$

CÂU 41. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;1)$ và $B(0;2;2)$ đồng thời cắt các tia Ox, Oy lần lượt tại 2 điểm M, N sao cho $OM = 2ON$.

A. (P): $3x + y + 2z - 6 = 0.$

B. (P): $2x + 3y - z - 4 = 0.$

C. (P): $2x + y + z - 4 = 0.$

D. (P): $x + 2y - z - 2 = 0.$

CÂU 42. Viết phương trình mặt phẳng (P) song song với (Q): $2x - y - 2z + 4 = 0$ và cách điểm $A(-1;2;-3)$ một khoảng bằng 2.

A. (P): $2x - y + 2z = 0.$

B. (P): $2x - y - 2z - 4 = 0.$

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

C. $(P): 2x - y - 2z + 8 = 0$.

D. $(P): 2x - y + 2z - 8 = 0$.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng (P) và (Q) lần lượt có phương trình là $x + y - z = 0$, $x - 2y + 3z = 4$ và điểm $M(1; -2; 5)$. Tìm phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm M đồng thời vuông góc với hai mặt phẳng (P) , (Q) .

A. $5x + 2y - z + 14 = 0$.

B. $x - 4y - 3z + 6 = 0$.

C. $x - 4y - 3z - 6 = 0$.

D. $5x + 2y - z + 4 = 0$.

CÂU 44. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): ax - y + 2z + b = 0$ đi qua giao tuyến của hai mặt phẳng $(P): x - y - z + 1 = 0$ và $(Q): x + 2y + z - 1 = 0$. Tính $a + 4b$.

A. 8.

B. -8.

C. 0.

D. -16.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 2)^2 + (y - 3)^2 + (z + 1)^2 = 16$ và điểm $A(-1; -1; -1)$. Xét các điểm M thuộc (S) sao cho đường thẳng AM tiếp xúc với (S) . M luôn thuộc một mặt phẳng cố định có phương trình là

A. $6x + 8y + 11 = 0$.

B. $6x + 8y - 11 = 0$.

C. $3x + 4y - 2 = 0$.

D. $3x + 4y + 2 = 0$.

CÂU 46. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 2; -1)$; $B(-1; 0; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (Q) qua điểm $M(1; 0; 1)$, song song với đường thẳng AB và vuông góc với (P) .

A. $2x - y + 3 = 0$.

B. $x + z - 2 = 0$.

C. $-x + y + z = 0$.

D. $x + z + 2 = 0$.

CÂU 47. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(-1; 0; 1)$; $B(-2; 1; -2)$ và $(P): x - 2y + 3z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng (Q) đi qua 2 điểm A, B và vuông góc (P) là

A. $(Q): 3x - z + 4 = 0$.

B. $(Q): x - 2y + z = 0$.

C. $(Q): 3x + z + 2 = 0$.

D. $(Q): x - 2y - z - 2 = 0$.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt phẳng đối xứng với mặt phẳng (P) qua mặt phẳng Oxy là

A. $2x + y + 2z - 1 = 0$.

B. $3x + y + 2z - 1 = 0$.

C. $2x + y + 2z + 1 = 0$.

D. $x - 2y + 2z - 1 = 0$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2by - 6z - 2 = 0$ và mặt phẳng $(\alpha): 4x + 3y - 12z + 10 = 0$. Tâm I của mặt cầu có tung độ dương cách điểm $A(1; -2; 0)$ một khoảng bằng 5. Viết phương trình mặt phẳng (β) tiếp xúc với mặt cầu (S) và song song với mặt phẳng (α) .

A. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z - 78 = 0 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z - 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 4x + 3y - 12z + 26 = 0 \\ 4x + 3y - 12z + 78 = 0 \end{cases}$

CÂU 50. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho ba mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 1 = 0$, $(\beta): 2x + y - z - 3 = 0$ và $(\lambda): ax + by + z + 2 = 0$. Biết rằng ba mặt phẳng đã cho cùng chứa một đường thẳng. Giá trị của biểu thức $a + b$ bằng

A. -3.

B. 0.

C. 3.

D. 6.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. C	3. C	4. A	5. C	6. D	7. A	8. D	9. A	10. A
11. B	12. B	13. A	14. A	15. C	16. D	17. B	18. B	19. A	20. D
21. D	22. A	23. B	24. B	25. A	26. A	27. D	28. D	29. D	30. D
31. C	32. D	33. B	34. C	35. B	36. B	37. D	38. A	39. B	40. C
41. D	42. D	43. B	44. D	45. C	46. B	47. A	48. C	49. C	50. A

DẠNG
3

Vị trí giữa hai mặt phẳng

GHI CHÚ NHANH

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x+7y-z-1=0$. Mặt phẳng nào dưới đây song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $(P): 2x+7y-z+10=0$. B. $(Q): x+y+9z-2=0$.
C. $(R): 2x-7y-z+1=0$. D. $(S): 2x+7y+z+1=0$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ tọa độ Oxy , cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x+2y-z+1=0$ và $(\alpha'): 3x+2y-z-1=0$. Vị trí tương đối của hai mặt phẳng (α) và (α') là

- A. Vuông góc với nhau.
B. Song song với nhau.
C. Trùng nhau.
D. Cắt nhau nhưng không vuông góc nhau.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-3y+4z+20=0$ và $(Q): 4x-13y-6z+40=0$. Vị trí tương đối của (P) và (Q) là

- A. song song với nhau. B. trùng nhau.
C. cắt nhau. D. vuông góc nhau.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x-3y+z+10=0$ và $(Q): 4x-6y+2z+5=0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (P) cắt và vuông góc với (Q) .
B. (P) cắt và không vuông góc với (Q) .
C. $(P) \equiv (Q)$.
D. $(P) \parallel (Q)$.

CÂU 5. Tìm giá trị của tham số m để hai mặt phẳng $(P): mx+(2m+3)y-2z+5=0$ và $(Q): x-y+2z-1=0$ song song với nhau?

- A. $m > -1$. B. $m \neq -1$. C. $m = 1$. D. $m = -1$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x-3y+z-3=0$. Mặt phẳng nào sau đây song song với mặt phẳng (α) ?

- A. $(Q): 2x+3y+z+3=0$. B. $(\beta): x-3y+z-3=0$.
C. $(\gamma): 2x-3y+z+2=0$. D. $(P): 2x-3y+z-3=0$.

CÂU 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x+2y-z+3=0$ và $(Q): x-4y+(m-1)z+1=0$ với m là tham số. Tìm giá trị của tham số thực m để mặt phẳng (P) vuông góc với mặt phẳng (Q) .

- A. $m = -6$. B. $m = -3$. C. $m = 1$. D. $m = 2$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): 3x+(m-1)y+4z-2=0$, $(\beta): nx+(m+2)y+2z+4=0$. Với giá trị thực của m, n bằng bao nhiêu để (α) song song (β) ?

- A. $m = -5; n = \frac{3}{2}$. B. $m = 3; n = 6$.
C. $m = -3; n = 6$. D. $m = -3; n = -6$.

CÂU 9. Biết rằng hai mặt phẳng $(P): x+2y+3z+1=0$ và $(Q): (m+1)x+(m+3)y+6z+1=0$ song song với nhau. Giá trị của m bằng

- A. 0. B. -1. C. 1. D. 2.

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(\alpha): x+y-z+1=0$ và $(\beta): -2x+my+2z-2=0$. Tìm m để (α) song song với (β) .

- A. $m = 5$. B. $m = -2$.
C. không tồn tại m . D. $m = 2$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;6)$ và mặt phẳng (α) có phương trình $x+2y+2z-1=0$. Viết phương trình mặt phẳng (β) đi qua điểm M và song song với mặt phẳng (α) .

- A. $x+2y+2z+15=0$. B. $x+2y+2z-15=0$.
C. $x+2y+2z-13=0$. D. $x+2y+2z+13=0$.

GHI CHÚ NHANH

Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + (m+1)y - 2z + m = 0$ và $(Q): 2x - y + 3 = 0$, với m là tham số thực. Để (P) và (Q) vuông góc nhau thì giá trị của m bằng bao nhiêu?

- A. $m = -5$. B. $m = -1$. C. $m = 1$. D. $m = 3$.

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 3x - ay + 6z - 10 = 0$ và $(Q): (b-1)x - y + 2z - 2022 = 0$, với $a, b \in \mathbb{R}$. Biết rằng mặt phẳng (P) song song với mặt phẳng (Q) , tính giá trị biểu thức $T = a + b$.

- A. 5. B. 3. C. 2. D. 4.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 6; -3)$ và các mặt phẳng $(\alpha): x - 2 = 0$, $(\beta): y - 6 = 0$, $(\gamma): z + 3 = 0$. Mệnh đề nào sau đây sai?

- A. $(\alpha) \perp (\beta)$. B. $(\gamma) \parallel Oz$. C. (α) qua I . D. $(\beta) \parallel (xOz)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. C	4. D	5. D	6. C	7. A	8. A	9. C	10. C
			11. C	12. C	13. A	14. B			

DẠNG

4

Tìm tọa độ điểm liên quan mặt phẳng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x + y - z + 3 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $Q(-1; 1; 1)$. B. $P(1; 1; 1)$. C. $M(1; 1; -1)$. D. $N(-1; -1; 1)$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + z - 10 = 0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (α) ?

- A. $P(0; 5; 20)$. B. $M(2; -3; 2)$. C. $N(4; -1; 1)$. D. $Q(-2; 3; 18)$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - y + z - 2 = 0$. Điểm nào sau đây thuộc (α) ?

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $P(2; -1; -1)$. D. $M(1; 1; -1)$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây nằm trên mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 2 = 0$.

- A. $Q(1; -2; 2)$. B. $N(1; -1; -1)$. C. $M(1; 1; -1)$. D. $P(2; -1; -1)$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(a; b; 1)$ thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z + 3 = 0$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $2a + b = -4$. B. $2a + b = 2$. C. $2a + b = -2$. D. $2a + b = 4$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$. Điểm nào sau đây không thuộc mặt phẳng (P) ?

- A. $Q\left(-1; 3; \frac{9}{2}\right)$. B. $M\left(1; 1; \frac{5}{2}\right)$. C. $N(-4; 1; 0)$. D. $P(-2; 1; 2)$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 5y + 3z - 6 = 0$. Giao điểm của mặt phẳng (α) và trục Ox là điểm

- A. $M(3; 0; 0)$. B. $N(2; 0; 0)$. C. $P(-6; 0; 0)$. D. $Q(6; 0; 0)$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, điểm nào dưới đây thuộc mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 3z - 2 = 0$?

- A. $M(1; -2; 3)$. B. $N(1; -2; -1)$. C. $P(1; -2; 1)$. D. $Q(-1; 2; 1)$.

CÂU 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 5 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $M(1; 1; 6)$. B. $N(-5; 0; 0)$. C. $P(0; 0; -5)$. D. $Q(2; -1; 5)$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 4 = 0$ đi qua điểm nào trong các điểm dưới đây?

- A. $M(1; -2; 3)$. B. $N(1; 2; -3)$. C. $P(1; 0; 1)$. D. $Q(-2; 3; -4)$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 3y + 4z + 6 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $A(2;0;-5)$. B. $C(1;5;2)$. C. $D(2;-5;-5)$. D. $B(2;5;9)$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 2 = 0$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $M(1;1;2)$. B. Điểm $N(-1;0;1)$.
C. Điểm $Q(3;1;1)$. D. Điểm $P(-2;1;-1)$.

CÂU 13. Mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$ cắt trục Oz tại điểm có tọa độ.

- A. $(3;5;0)$. B. $(0;0;2)$. C. $(0;0;-2)$. D. $(3;5;-1)$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(0;0;2)$?

- A. $(\alpha_4): 2x - 3y - z - 3 = 0$. B. $(\alpha_3): 2x - 3y - z + 2 = 0$.
C. $(\alpha_1): x + 2y - 3z - 1 = 0$. D. $(\alpha_2): x - 2y - 3z + 9 = 0$.

CÂU 15. Cho 4 điểm $A(-2;-1;3)$, $B(2;3;1)$, $C(1;2;3)$, $D(-4;1;3)$. Hỏi có bao nhiêu điểm trong bốn điểm đã cho thuộc mặt phẳng $(\alpha): x + y + 3z - 6 = 0$?

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(2;3;4)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $2x + 3y + z - 17 = 0$. Tìm tọa độ của điểm M thuộc trục Oz cách đều điểm A và mặt phẳng (P)

- A. $(0;0;2)$. B. $(0;0;-3)$. C. $(0;0;3)$. D. $(3;0;0)$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+2)^2 + y^2 + (z+5)^2 = 24$ cắt mặt phẳng $(P): x + y + 4 = 0$ theo giao tuyến là đường tròn (C) . Điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ M đến $A(4;-12;1)$ nhỏ nhất có tung độ bằng

- A. -6. B. -4. C. 0. D. 2.

CÂU 18. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 11 = 0$. Xét điểm M di động trên (P) , các điểm A, B, C phân biệt di động trên (S) sao cho MA, MB, MC là các tiếp tuyến của (S) . Mặt phẳng (ABC) đi qua điểm cố định nào dưới đây?

- A. $E(0;3;-1)$. B. $F\left(\frac{1}{4}; -\frac{1}{2}; -\frac{1}{2}\right)$. C. $G(0;-1;3)$. D. $H\left(\frac{3}{2}; 0; 2\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. B	4. B	5. C	6. D	7. A	8. B	9. A	10. C
11. B	12. C	13. C	14. B	15. B	16. A	17. B	18. A		

DẠNG

5

Khoảng cách từ 1 điểm đến mặt phẳng và bài toán liên quan

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M_0(x_0; y_0; z_0)$ và mặt phẳng $(\alpha): Ax + By + Cz + D = 0$. Khoảng cách từ điểm M_0 đến mặt phẳng (α) bằng

- A. $\frac{Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$. B. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}$.
C. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{A^2 + B^2 + C^2}$. D. $\frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A + B + C}}$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, tính khoảng cách từ $M(1;2;-3)$ đến mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z - 10 = 0$

- A. 3. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{11}{3}$.

CÂU 3. Khoảng cách từ điểm $M(2;-5;0)$ đến mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 3 = 0$ là

- A. 4. B. 3. C. 1. D. $\frac{4}{3}$.

GHI CHÚ NHANH

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Tính bán kính r của mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 3 = 0$.

- A. $r = 1$. B. $r = 2$. C. $r = \frac{2}{3}$. D. $r = \frac{4}{3}$.

CÂU 5. Khoảng cách từ điểm $A(1;1;3)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z - 1 = 0$ là:

- A. $\frac{5}{3}$. B. 0. C. $\frac{4}{3}$. D. 1.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(2;1;-1)$ và tiếp xúc với mp (P) có phương trình: $2x - 2y - z + 3 = 0$. Bán kính của mặt cầu (S) là:

- A. $R = \frac{2}{9}$. B. $R = \frac{2}{3}$. C. $R = \frac{4}{3}$. D. $R = 2$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 3y + z + 4 = 0$ và điểm $A(1;-2;3)$. Khoảng cách từ A đến (P) bằng

- A. $\frac{15}{14}$. B. $\frac{11}{\sqrt{14}}$. C. $\frac{\sqrt{15}}{15}$. D. $\frac{15}{\sqrt{14}}$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(-1;0;3)$ đến mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 1 = 0$ bằng

- A. 3. B. 2. C. $\frac{8}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 1 = 0$ và $(Q): x - 2y - 2z + 7 = 0$. Khoảng cách giữa hai mặt phẳng (P) và (Q) bằng

- A. 8. B. $\frac{8}{3}$. C. 6. D. 2.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng 1 và (P) không qua O . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y + 2z + 1 = 0$. B. $x + 2y + 2z = 0$.
C. $x + 2y + 2z - 6 = 0$. D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z - 11 = 0$ và điểm $M(-1;0;0)$. Khoảng cách từ điểm M tới mặt phẳng (P) là

- A. $3\sqrt{3}$. B. 36. C. 12. D. 4.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, hai mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và $(Q): -x - 2y + 2z - 12 = 0$ lần lượt chứa hai mặt bên của một hình lập phương. Thể tích khối lập phương đó bằng

- A. 125. B. 81. C. 64. D. 27.

CÂU 13. Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$ và mặt phẳng $(Q): 2x - y + 2z + 4 = 0$. Tính khoảng cách giữa hai mặt phẳng đó.

- A. 3. B. 1. C. $\frac{1}{5}$. D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $A(1;3;-2)$ đến mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z - 3 = 0$ bằng

- A. 3. B. 5. C. 4. D. 2.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;0;0)$, $B(0;1;0)$, $C(0;0;-3)$. Gọi H là trực tâm tam giác ABC . Tính độ dài OH .

- A. $\frac{3}{4}$. B. $\frac{6}{7}$. C. $\frac{7}{6}$. D. $\frac{1}{3}$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, khoảng cách từ điểm $M(1;-3;2)$ đến mặt phẳng $(\alpha): x - 2y + 2z + 5 = 0$ bằng

- A. $\frac{16}{3}$. B. $\frac{8}{3}$. C. $\frac{4}{3}$. D. $\frac{16}{9}$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 6 = 0$. Khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng:

GHI CHÚ NHANH

- A. 0. B. 6. C. 3. D. 2.

Khoảng cách giữa hai mặt phẳng $2x - y + 2z + 1 = 0$ và $2x - y + 2z - 1 = 0$

- A. 0. B. $\frac{3}{2}$. C. 1. D. $\frac{2}{3}$.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1011; 1; 0)$ và mặt phẳng $(Q): x - y - \sqrt{7}z + 2 = 0$. Biết $(P) \parallel (Q)$ và (P) có dạng $x + by + cz + m = 0$. Tính tổng các giá trị của m sao cho $d(A; (P)) = 1$?

- A. 2020. B. 2026. C. -2020. D. -2026.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho khoảng cách giữa hai mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 9 = 0$ và $(P): x - 2y + 2z - m = 0$ (m là tham số thực) bằng 2. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?

- A. $\begin{cases} m = -9 \\ m = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m = -6 \\ m = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} m = 15 \\ m = 3 \end{cases}$. D. $\begin{cases} m = 12 \\ m = 6 \end{cases}$.

CÂU 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình của các mặt phẳng song song với mặt phẳng $(\beta): x + y - z + 3 = 0$ và cách (β) một khoảng bằng $\sqrt{3}$.

- A. $x + y - z + 6 = 0; x + y - z = 0$. B. $x + y - z + 6 = 0$.
C. $x - y - z + 6 = 0; x - y - z = 0$. D. $x + y + z + 6 = 0; x + y + z = 0$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + 3z + 2 = 0$, $(Q): x + 3z - 4 = 0$.

Mặt phẳng song song và cách đều (P) và (Q) có phương trình là:

- A. $x + 3z - 1 = 0$. B. $x + 3z - 2 = 0$. C. $x + 3z - 6 = 0$. D. $x + 3z + 6 = 0$.

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(\alpha): 2x - 4y + 4z - 1 = 0$ và $(\beta): x - 2y + 2z + 7 = 0$. Khoảng cách từ mặt phẳng (α) đến mặt phẳng (β) là

- A. $\frac{5}{2}$. B. $\frac{15}{2}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{5}{6}$.

CÂU 24. Trong hệ trục tọa độ cho các điểm $M(0; 2; 0)$, $N(0; 0; -1)$, $P(-1; 0; 3)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua hai điểm M, N và có khoảng cách từ P đến (α) bằng 2.

- A. $x - 2y - 2z + 3 = 0$. B. $2x - y + 2z + 2 = 0$.
C. $-2x + y - 2z + 3 = 0$. D. $2x - y + 2z - 1 = 0$.

CÂU 25. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 25$ có tâm I và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + 7 = 0$. Thể tích của khối nón có đỉnh I và đáy là đường tròn giao tuyến của mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) bằng

- A. 12π . B. 48π . C. 24π . D. 36π .

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) song song và cách mặt phẳng $(Q): x + 2y + 2z - 3 = 0$ một khoảng bằng 1 và (P) không qua gốc tọa độ O . Phương trình của mặt phẳng (P) là

- A. $x + 2y + 2z - 6 = 0$. B. $x + 2y + 2z + 1 = 0$.
C. $x + 2y + 2z = 0$. D. $x + 2y + 2z + 3 = 0$.

CÂU 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$, $(Q): x - y + z - 1 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (R) vuông góc với cả (P) và (Q) sao cho khoảng cách từ điểm O đến mặt phẳng (R) bằng $\sqrt{2}$.

- A. $\begin{cases} x - z + 2 = 0 \\ x - z - 2 = 0 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x - z + 4 = 0 \\ x - z - 4 = 0 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x - y + 2 = 0 \\ x - y - 2 = 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x - y + 4 = 0 \\ x - y - 4 = 0 \end{cases}$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(8; -8; 8)$. Gọi M là điểm sao cho $MA = 3MO$. Khoảng cách từ điểm M đến mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 19 = 0$ đạt giá trị nhỏ nhất là

- A. $6 + 3\sqrt{3}$. B. $3\sqrt{3}$. C. $6 - 3\sqrt{3}$. D. 6.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;1;3)$, $B(-1;3;2)$, $C(-1;2;3)$. Tính khoảng cách từ điểm $M(1;-2;4)$ đến mặt phẳng (ABC) .

- A. $\frac{4}{3}$. B. $\frac{1}{2}$. C. $\frac{5}{3}$. D. $\frac{7}{3}$.

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_2) có tâm $I_2(2;1;5)$, bán kính bằng 2 và mặt cầu (S_1) có phương trình: $(x-2)^2+(y-1)^2+(z-1)^2=16$. Mặt phẳng (P) thay đổi và luôn tiếp xúc với 2 mặt cầu trên. Khoảng cách nhỏ nhất từ O đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $\sqrt{15}$. B. $\frac{9-\sqrt{15}}{2}$. C. $\frac{9+\sqrt{15}}{2}$. D. $\frac{9\sqrt{3}+\sqrt{15}}{2}$.

CÂU 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(a;0;0)$, $B(0;b;0)$, $C(0;0;c)$ với a, b, c dương. Biết A, B, C di động trên các tia Ox, Oy, Oz sao cho $a+b+c=2$. Biết rằng khi a, b, c thay đổi thì quỹ tích tâm hình cầu ngoại tiếp tứ diện $OABC$ thuộc mặt phẳng (P) cố định. Khoảng cách từ $M(0;2023;0)$ tới mặt phẳng (P) bằng

- A. 2022. B. $\frac{2023}{\sqrt{3}}$. C. $\frac{2021}{3}$. D. $674\sqrt{3}$.

CÂU 32. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $M(0;8;2)$, $N(9;-7;23)$ và mặt cầu $(S): (x-5)^2+(y+3)^2+(z-7)^2=72$. Mặt phẳng $(P): x+by+cz+d=0$ đi qua điểm M và tiếp xúc với mặt cầu (S) sao cho khoảng cách từ N đến mặt phẳng (P) lớn nhất. Khi đó tổng $b+c+d$ có giá trị bằng

- A. $b+c+d=2$. B. $b+c+d=-1$. C. $b+c+d=-5$. D. $b+c+d=4$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. B	4. B	5. C	6. D	7. D	8. A	9. D	10. C
11. D	12. D	13. B	14. D	15. B	16. A	17. D	18. D	19. C	20. C
21. A	22. A	23. A	24. B	25. A	26. A	27. A	28. C	29. A	30. B
				31. D	32. C				

DẠNG

6

Bài toán liên quan mặt phật phẳng-mặt cầu

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2+(y+2)^2+(z-3)^2=25$ và mặt phẳng $(P): x+2y-2z-3=0$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo đường tròn có bán kính bằng

- A. $\sqrt{21}$. B. 4. C. 5. D. 3.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-3;5;2)$ và mặt cầu (S) có tâm $I(-5;6;-2)$. Mặt phẳng tiếp xúc với mặt cầu (S) tại A có phương trình là

- A. $3x-5y+2z+30=0$. B. $2x-y+4z+3=0$.
C. $2x-y+4z-3=0$. D. $2x-y-4z+19=0$.

CÂU 3. Trong không gian Oxy , cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+(y-4)^2+(z-6)^2=49$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với mặt cầu (S) tại điểm $A(-4;1;4)$.

- A. $6x+3y+2z-17=0$. B. $2x-5y-10z+53=0$.
C. $6x+3y+2z+13=0$. D. $9x+16z-73=0$.

CÂU 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2+y^2+(z+1)^2=9$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z-3=0$. Biết mặt phẳng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) . Tính bán kính r của (C) .

- A. $r=\sqrt{2}$. B. $r=2\sqrt{2}$. C. $r=2$. D. $r=\sqrt{5}$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2+(y-2)^2+(z-3)^2=4$ và mặt phẳng $(P): x+2y+2z+m=0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có điểm chung?

GHI CHÚ NHANH

- A. 12. B. 13. C. 15. D. 14.

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z - m^2 - 3m = 0$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 1)^2 + (z - 1)^2 = 9$. Tìm tất cả các giá trị của m để (P) tiếp xúc với (S) .

- A. $\begin{cases} m = 2 \\ m = -5 \end{cases}$ B. $m = 2$. C. $m = -5$. D. $\begin{cases} m = -2 \\ m = 5 \end{cases}$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 2 = 0$ và điểm $I(-1; 2; -1)$. Xét (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng 5. Phương trình của (S) là

- A. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 34$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 34$.
C. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 25$. D. $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 16$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 5$. Mặt cầu (S) cắt mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 3 = 0$ theo một đường tròn có bán kính bằng

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

CÂU 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(-2; 1; 3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 10 = 0$. Tính bán kính R của mặt cầu (S) có tâm I và cắt (P) theo một đường tròn (T) có chu vi bằng 10π .

- A. $R = \sqrt{5}$. B. $R = 34$. C. $R = 5$. D. $R = \sqrt{34}$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1; 2; -2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có chu vi bằng 8π . Mặt cầu (S) tiếp xúc với mặt phẳng nào sau đây

- A. $(\alpha_1): 2x + 2y + z + 11 = 0$. B. $(\alpha_2): 2x + 2y + z - 1 = 0$.
C. $(\alpha_3): 2x + 2y + z + 21 = 0$. D. $(\alpha_4): x + 2y + 2z + 7 = 0$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -3; 4)$, mặt phẳng $(P): x + y + z - 4 = 0$ cắt mặt cầu (S') theo giao tuyến là một đường tròn (C) có tâm $H(1; 3; 0)$ và bán kính $r = 2$. Tìm bán kính R của mặt cầu (S) qua điểm A và đường tròn (C) .

- A. $R = \frac{\sqrt{70}}{2}$. B. $R = \frac{\sqrt{35}}{2}$. C. $R = \frac{\sqrt{70}}{4}$. D. $R = \frac{\sqrt{35}}{4}$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1; -3; 2)$, mặt phẳng Oyz cắt mặt cầu (S_1) theo giao tuyến là một đường tròn (C) có tâm $H(0; -1; 3)$ và bán kính đường tròn $r = 2\sqrt{2}$. Tìm tâm I của mặt cầu (S) qua điểm M và đường tròn (C) .

- A. $I(-1; -1; 3)$. B. $I(1; -1; 3)$. C. $I(-1; -1; 3)$. D. $I(-1; 1; 3)$.

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1; 3; 3)$, mặt phẳng Oxy cắt mặt cầu (S_1) theo giao tuyến là một đường tròn (C) có tâm $H(1; 2; 0)$ và bán kính đường tròn $r = \sqrt{5}$. Tìm phương trình mặt cầu (S) qua điểm M và đường tròn (C) .

- A. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + \left(z - \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$.
B. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = \frac{29}{2}$.
C. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + z^2 = \frac{29}{2}$.
D. $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + \left(z + \frac{3}{2}\right)^2 = \frac{29}{4}$.

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-3; 2; 3)$, mặt phẳng $(P): 6x + 3y - 2z + 24 = 0$ cắt mặt cầu (S_1) có tâm $I_1(2; 5; 1)$ theo giao tuyến là một đường tròn (C) có diện tích là 2π . Tìm phương trình mặt cầu (S) qua điểm M và đường tròn (C) .

- A. $(S): \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{4}\right)^2 + \left(z - \frac{19}{6}\right)^2 = \frac{337}{144}$.

GHỊ CHÚ NHANH

$$\begin{aligned} \text{B. } (S): \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{7}{4}\right)^2 + \left(z - \frac{19}{6}\right)^2 &= \frac{337}{144}. \\ \text{C. } (S): \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y + \frac{7}{4}\right)^2 + \left(z - \frac{19}{6}\right)^2 &= \frac{337}{12}. \\ \text{D. } (S): \left(x + \frac{9}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{7}{4}\right)^2 + \left(z - \frac{19}{6}\right)^2 &= \frac{337}{12}. \end{aligned}$$

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;2;-2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$. Gọi (S) là mặt cầu tâm I và cắt mặt phẳng (P) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích bằng 16π . Tính bán kính mặt cầu (S) .

- A. 5. B. 6. C. 3. D. 4.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-1)^2 = 10$ và mặt phẳng $(P): 2x + y + 2z + 2 = 0$. Mặt cầu (S) cắt (P) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính bằng

- A. 1. B. 3. C. $\sqrt{7}$. D. $\sqrt{10}$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 2z + m = 0$. Có bao nhiêu giá trị nguyên m để mặt cầu (S) và mặt phẳng (P) có điểm chung?

- A. 12. B. 13. C. 15. D. 14.

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 1$ và mặt phẳng $(\alpha): 3x + 4z + 12 = 0$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. Mặt phẳng (α) tiếp xúc mặt cầu (S) .
B. Mặt phẳng (α) cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn.
C. Mặt phẳng (α) đi qua tâm của mặt cầu (S) .
D. Mặt phẳng (α) không cắt mặt cầu (S) .

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 16$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 6 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (P) không cắt mặt cầu (S) . B. (P) tiếp xúc mặt cầu (S) .
C. (P) đi qua tâm mặt cầu (S) . D. (P) cắt mặt cầu (S) .

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y + 8z - 2 = 0$. Mặt phẳng (P) đi qua tâm I và cắt mặt cầu theo giao tuyến là một đường tròn. Tính bán kính của đường tròn đó

- A. 3. B. 5. C. $\sqrt{21}$. D. $\sqrt{23}$.

CÂU 21. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 2m - 3 = 0$ không có điểm chung với mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z + 1 = 0$.

- A. $\begin{cases} m < \frac{3}{2} \\ m > \frac{15}{2} \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < -1 \\ m > 3 \end{cases}$. C. $\frac{3}{2} < m < \frac{15}{2}$. D. $-1 < m < 3$.

CÂU 22. Tìm tất cả các giá trị của m để mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 3m - 3 = 0$ cắt mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4z = 0$ theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính bằng 1

- A. $\begin{cases} m = 1 \\ m = 5 \end{cases}$. B. $\begin{cases} m < 1 \\ m > 5 \end{cases}$. C. $1 < m < 5$. D. $\begin{cases} m = -1 \\ m = -5 \end{cases}$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(1;-2;3)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 5 = 0$. Mặt cầu (S) có tâm I cắt mặt phẳng (P) theo một đường tròn có chu vi 12π có phương trình.

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 61$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 61$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 34$. D. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 34$.

CÂU 24. Trong hệ trục $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 49$ và $(S_2): (x-10)^2 + (y-9)^2 + (z-2)^2 = 400$ và mặt phẳng $(P): 4x - 3y + mz + 22 = 0$. Có

bao nhiêu số nguyên m để mặt phẳng cắt 2 mặt cầu $(S_1), (S_2)$ theo giao tuyến là hai đường tròn không có tiếp tuyến chung?

- A. Vô số. B. 5. C. 11. D. 6.

CÂU 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ thỏa mãn $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Biết rằng mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là 4. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

CÂU 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm I nằm trên tia Ox , đi qua $A(1;2;-3)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(\alpha): x+2y+3z-16=0$. Khoảng cách từ I đến điểm $M(2;-4;2)$ là:

- A. $IM = \sqrt{5}$. B. $IM = 3\sqrt{5}$. C. $IM = 2\sqrt{5}$. D. $IM = 4\sqrt{5}$.

CÂU 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x+y-2z+4=0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 25$. Mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn. Đường tròn giao tuyến này có bán kính r bằng

- A. $r = 3$. B. $r = 5$. C. $r = 4$. D. $r = 1$.

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$, mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y + 6z + 1 = 0$ cắt mặt phẳng (Oyz) theo một đường tròn có chu vi bằng

- A. 12π . B. $4\pi\sqrt{3}$. C. $2\pi\sqrt{3}$. D. $2\pi\sqrt{13}$.

CÂU 29. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 10y - 2z - 6 = 0$. Cho m là số thực thỏa mãn giao tuyến của của hai mặt phẳng lần lượt có phương trình $y-m=0$ và $x+z-3=0$ tiếp xúc với mặt cầu (S) . Tích các giá trị mà m có thể nhận được bằng:

- A. -5. B. -11. C. -10. D. -8.

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;4)$ và $B(-1;3;2)$. Gọi (S) là mặt cầu có phương trình: $(x-1)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 25$. Tập hợp các điểm M thuộc mặt cầu (S) và cách đều hai điểm A và B là đường tròn có bán kính bằng

- A. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$. B. $\frac{5}{2}$. C. $\frac{5\sqrt{6}}{3}$. D. $\frac{10\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;-1;-1)$ và hai mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-1=0$ và $(Q): 2x-y+2z+5=0$. Có bao nhiêu mặt cầu (S) đi qua A và tiếp xúc với hai mặt phẳng $(P), (Q)$?

- A. 2. B. 0. C. 1. D. Vô số.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 2z - 3 = 0$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+2z-14=0$, điểm $A(2;5;3), B \in (S); C \in (P)$. Khi đó giá trị nhỏ nhất của $CA+CB$ là

- A. $\sqrt{114}-3$. B. $2\sqrt{29}-3$. C. $\sqrt{114}+3$. D. $2\sqrt{29}+3$.

CÂU 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, xét ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$ thỏa mãn $\frac{1}{a} - \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 1$. Biết rằng mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y-1)^2 + (z-3)^2 = 25$ cắt mặt phẳng (ABC) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính là 4. Giá trị của biểu thức $a+b+c$ là

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 5.

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 9$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-6}{-3} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-2}{2}$. Phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(4;3;4)$ song song với đường thẳng Δ và tiếp xúc với mặt cầu (S) là

- A. $2x+2y+z-18=0$. B. $2x-y-2z-10=0$.
C. $2x+y+2z-19=0$. D. $2x-y-2z+3=0$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 35. Trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, có bao nhiêu điểm M trên trục hoành có hoành độ nguyên sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến đến mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 1$ và song song với $(Q): 2x + y + 2z = 0$.
A. 4. **B.** 1. **C.** 3. **D.** 2.

CÂU 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;11;-5)$ và mặt phẳng $(P): 2mx + (m^2 + 1)y + (m^2 - 1)z - 10 = 0$. Biết rằng khi m thay đổi, tồn tại hai mặt cầu cố định tiếp xúc với mặt phẳng (P) và cùng đi qua A . Tìm tổng bán kính của hai mặt cầu đó.
A. $7\sqrt{2}$. **B.** $12\sqrt{2}$. **C.** $2\sqrt{2}$. **D.** $5\sqrt{2}$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-3)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 1$. Có bao nhiêu điểm M thuộc mặt cầu (S) sao cho tiếp diện của (S) tại M cắt các trục Ox, Oy lần lượt tại các điểm $A(a;0;0), B(0;b;0)$ mà a, b là các số nguyên dương và $\widehat{AMB} = 90^\circ$?
A. 4. **B.** 3. **C.** 2. **D.** 1.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(2;2;2)$. Từ A kẻ được các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) . Biết các tiếp điểm luôn thuộc mặt phẳng (α) có phương trình $ax + by + cz - 5 = 0$. Khi đó $a + b + 2c$ nhận giá trị bằng
A. 5. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 6.

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;-1)$, mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z + 3 = 0$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 25$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua M , vuông góc với mặt phẳng (α) đồng thời cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Mặt phẳng (P) đi qua điểm nào sau đây?
A. $A(-3;1;7)$. **B.** $B(-1;3;1)$. **C.** $C(5;2;9)$. **D.** $D(1;-9;2)$.

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 6x - 2y + 2z + 6 = 0$ và mặt phẳng $(P): x - 2z = 0$. Có bao nhiêu điểm M trên (P) với M có các tọa độ nguyên sao cho có ít nhất hai tiếp tuyến của (S) qua M và vuông góc với nhau
A. 1. **B.** 2. **C.** 3. **D.** 7.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. C	3. C	4. B	5. B	6. A	7. A	8. B	9. D	10. A
11. A	12. A	13. A	14. A	15. A	16. A	17. B	18. D	19. A	20. D
21. A	22. A	23. B	24. D	25. B	26. C	27. C	28. B	29. B	30. C
31. C	32. A	33. B	34. C	35. D	36. B	37. C	38. D	39. D	40. D

DẠNG
7

Phương trình mặt cầu liên quan mặt phẳng

CÂU 1. Viết phương trình mặt cầu tâm $I(1;-2;0)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.
A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 4$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + z^2 = 2$. **D.** $(x+1)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu có tâm $I(3;1;-2)$ và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) là
A. $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 4$. **B.** $(x-3)^2 + (y-1)^2 + (z+2)^2 = 9$.
C. $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 1$. **D.** $(x+3)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 4$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 4 = 0$. Mặt cầu (S) tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là
A. $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. **B.** $(x+1)^2 + y^2 + (z+2)^2 = 9$.
C. $(x+1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 3$. **D.** $(x-1)^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

GHI CHÚ NHANH

Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(7; -1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 6 = 0$. Mặt cầu (S) tâm A và tiếp xúc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $(x + 7)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = \frac{49}{9}$. B. $(x + 7)^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = \frac{7}{3}$.
C. $(x - 7)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = \frac{49}{9}$. D. $(x - 7)^2 + (y + 1)^2 + (z - 2)^2 = \frac{7}{3}$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$?

- A. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 2$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 4$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 4$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = \sqrt{2}$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn có diện tích 2π . Mặt cầu (S) có phương trình là

- A. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$. B. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$.
C. $x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. D. $x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 2$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 1 = 0$. Phương trình mặt cầu tâm I tiếp xúc với mặt phẳng (P) là

- A. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 2$. B. $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 + (z - 1)^2 = 4$.
C. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 2$. D. $(x + 2)^2 + (y + 1)^2 + (z + 1)^2 = 4$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$.
C. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$. D. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(2; 0; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$. Viết phương trình mặt cầu có tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (P) .

- A. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 9$. B. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 9$.
C. $(x - 2)^2 + y^2 + (z - 3)^2 = 3$. D. $(x + 2)^2 + y^2 + (z + 3)^2 = 3$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, phương trình nào dưới đây là phương trình mặt cầu có tâm $I(1; 2; -1)$ và tiếp xúc mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 8 = 0$?

- A. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 9$.
C. $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$. D. $(x + 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 9$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(0; -2; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Biết mặt phẳng (P) cắt mặt cầu (S) theo giao tuyến là một đường tròn và hình tròn giới hạn bởi đường tròn này có diện tích bằng 2π . Viết phương trình mặt cầu (S)

- A. $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z - 1)^2 = 3$. B. $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 1$.
C. $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 3$. D. $(S): x^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = 2$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hình chóp $S.ABC$, có các đỉnh $S(1; 2; -2)$, $A(-1; 0; -2)$, $C(3; -4; 0)$. Tam giác ABC vuông tại B có độ dài cạnh $BC = 3\sqrt{3}$ đồng thời mặt phẳng (ABC) vuông góc với (SAC) . Gọi I là trung điểm của AC . Mặt cầu tâm I và tiếp xúc với mặt phẳng (SBC) có phương trình là

- A. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = \frac{18}{17}$. B. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = \frac{72}{17}$.
C. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = \frac{18}{11}$. D. $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z + 1)^2 = \frac{72}{11}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. A	3. D	4. C	5. B	6. C	7. B	8. D	9. B	10. B
				11. A	12. A				

GHI CHÚ NHANH

DẠNG

8

Phương trình mặt phẳng theo đoạn chắn

CÂU 1. Viết phương trình mặt phẳng đi qua ba điểm $A(0;2;0)$, $B(3;0;0)$, $C(0;0;4)$

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 0$. **B.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 0$. **C.** $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{4} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $M(2;0;0)$, $N(0;1;0)$, $P(0;0;-2)$. Mặt phẳng (MNP) có phương trình là

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 0$. **B.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = -1$.
C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} - \frac{z}{2} = 1$. **D.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{-1} + \frac{z}{2} = 1$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-3;2;4)$. Gọi A , B , C lần lượt là hình chiếu của M trên các trục Ox , Oy , Oz . Mặt phẳng đi qua ba điểm A , B , C có phương trình là

- A.** $4x - 6y - 3z + 12 = 0$. **B.** $4x - 6y - 3z - 12 = 0$.
C. $3x - 6y - 4z + 12 = 0$. **D.** $6x - 4y - 3z - 12 = 0$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;4;-5)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua M và cắt các trục tọa độ lần lượt tại A , B , C sao cho tam giác ABC nhận M làm trọng tâm.

- A.** $\frac{x}{2} + \frac{y}{4} + \frac{z}{5} = 1$. **B.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y-4}{4} = \frac{z+5}{-5}$.
C. $x + y + z - 1 = 0$. **D.** $2x + 4y - 5z - 45 = 0$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;2)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên các trục tọa độ Ox , Oy , Oz theo thứ tự là M , N , P . Phương trình mặt phẳng (MNP) là:

- A.** $3x - 4y + 6z - 12 = 0$. **B.** $\frac{x}{4} - \frac{y}{3} + \frac{z}{2} + 1 = 0$.
C. $2x - 3y + 4z - 1 = 0$. **D.** $4x - 3y + 2z - 5 = 0$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua các điểm là hình chiếu của điểm $A(1;2;3)$ lần lượt lên các trục Ox , Oy , Oz .

- A.** $x - 2y - 3z = 1$. **B.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 0$. **C.** $\frac{x}{1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{3} = 1$. **D.** $x + 2y + 3z = 1$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi A , B , C là hình chiếu của điểm $M(-1;2;-2)$ lên các trục tọa độ. Tìm phương trình mặt phẳng (P) đi qua các điểm A , B , C .

- A.** $-2x + y - z - 2 = 0$. **B.** $-2x + y - z + 2 = 0$.
C. $-2x + y + z - 2 = 0$. **D.** $-2x - y - z + 2 = 0$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $M(1;1;1)$. Gọi A , B , C lần lượt là hình chiếu vuông góc của điểm M lên các trục Ox , Oy , Oz . Viết phương trình mặt phẳng (ABC) .

- A.** $x + y + z = 1$. **B.** $x + y + z = 0$.
C. $x + y + z + 1 = 0$. **D.** $x + y + z = 3$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$ cho $M(-1;2;-3)$. Gọi A , B , C là hình chiếu của M trên trục Ox , Oy , Oz . Trong các mặt phẳng sau, tìm mặt phẳng song song với mặt phẳng (ABC) .

- A.** $6x - 3y + 2z + 15 = 0$. **B.** $6x + 3y + 2z + 1 = 0$.
C. $6x - 3y - 2z - 2 = 0$. **D.** $-6x + 3y + 2z - 3 = 0$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $G(1;-2;4)$. Mặt phẳng (P) đi qua điểm G và cắt các trục tọa độ Ox , Oy , Oz lần lượt tại A , B , C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC . Khi đó, phương trình mặt phẳng (P) là

- A.** $(P): 4x - 2y + z - 12 = 0$. **B.** $(P): 4x + 2y + z - 12 = 0$.
C. $(P): 4x + 2y - z + 12 = 0$. **D.** $(P): 4x - 2y + z + 12 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, biết mặt phẳng (P) cắt 3 trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm $A(2;0;0), B(0;3;0), C(0;0;6)$. Trong các điểm sau, điểm nào nằm trên (P) ?

- A. $E(2;3;6)$. B. $F(-2;-3;6)$. C. $M(2;3;-6)$. D. $F(-2;-3;-6)$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(2;1;1)$. Viết phương trình mặt phẳng qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho H là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $2x + y + z - 6 = 0$. B. $2x + y + z + 6 = 0$.
C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{1} + \frac{z}{1} = 1$. D. $x - y - z = 0$.

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, (P) là mặt phẳng đi qua điểm $M(1;2;3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại A, B, C sao cho M là trọng tâm tam giác ABC . Biết mặt phẳng (P) có phương trình $ax + by + cz - 14 = 0$. Tính tổng $T = a + b + c$.

- A. 8. B. 14. C. 6. D. 11.

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0), C(0;0;c)$, trong đó $a > 0, b > 0, c > 0$. Mặt phẳng (ABC) đi qua $I(2;1;9)$ sao cho thể tích khối chóp $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là:

- A. $18x + 9y + 2z - 63 = 0$. B. $2x + 9y + 18z - 175 = 0$.
C. $18x + 2y + 9z - 119 = 0$. D. $9x + 18y + 2z - 54 = 0$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $H(2;1;3)$ và cắt các trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trọng tâm tam giác ABC .

- A. $(P): \frac{x}{7} + \frac{y}{14} + \frac{z}{14} = 1$. B. $(P): 2x + y + 3z - 1 = 0$.
C. $(P): 2x + y + 6z - 14 = 0$. D. $(P): 2x + y + 3z - 14 = 0$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x - y + 3z - 3 = 0; (Q): x - y + 2z - 3 = 0$. Phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến của $(P), (Q)$ và cắt tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C sao cho $V_{OABC} = 6$ đi qua điểm nào sau đây

- A. $A(1;1;1)$. B. $B(1;2;1)$. C. $C(1;-2;1)$. D. $D(1;-2;-1)$.

CÂU 17. Mặt phẳng (P) đi qua $A(2;1;2), B(3;0;3)$ sao cho $(P): ax + by + cz + d = 0$ ($a, c \in \mathbb{Z}; \frac{a}{c}$ tối giản) cắt các trục tọa độ Ox, Oz lần lượt tại hai điểm phân biệt P, Q thỏa mãn: $3OP = 2OQ$. Giá trị nhỏ nhất của $a + b + c + d$.

- A. -1. B. -5. C. -10. D. 0.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $H(1;2;1), M(1;2;3)$. Mặt phẳng (α) đi qua H và cắt các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho H là trọng tâm của tam giác ABC . Tính khoảng cách từ điểm M đến (α) .

- A. $d(M;(\alpha)) = \sqrt{6}$. B. $d(M;(\alpha)) = \frac{5}{3}$.
C. $d(M;(\alpha)) = \sqrt{3}$. D. $d(M;(\alpha)) = \frac{\sqrt{6}}{3}$.

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (P) đi qua điểm $G(-1;2;-3)$, cắt 3 trục tọa độ Ox, Oy, Oz lần lượt tại 3 điểm A, B, C sao cho G là trọng tâm của tam giác ABC có phương trình là:

- A. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{-9} = 0$. B. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 1$.
C. $\frac{x}{-3} + \frac{y}{6} + \frac{z}{-9} = 1$. D. $\frac{x}{-1} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-3} = 0$.

CÂU 20. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(a;0;0), B(0;b;0); C(0;0;c)$. Mặt phẳng (ABC) đi qua $I(3;4;7)$ sao cho thể tích khối chóp $OABC$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó phương trình mặt phẳng (ABC) là

- A. $21x + 28y + 12z - 259 = 0$. B. $12x + 21y + 28z - 316 = 0$.

GHỊ CHÚ NHANH

C. $28x + 21y + 12z - 252 = 0$.

D. $28x + 12y + 21z - 279 = 0$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$ cho $(P): x + 3y - 2z - 5 = 0; (Q): 2x + y + z - 6 = 0$. Lập phương trình mặt phẳng (α) chứa giao tuyến chung của 2 mặt phẳng $(P); (Q)$, cắt các trục tọa độ lần lượt tại A, B, C sao cho hình chóp $I \cdot^A BC$ là hình chóp đều, với $I(1;2;3)$

A. $x + y + z - 4 = 0$.

B. $x - y + z - 4 = 0$.

C. $x + y - z - 4 = 0$.

D. $x - y - z + 4 = 0$.

CÂU 22. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua $M(2;4;5)$ và cắt ba tia Ox, Oy, Oz lần lượt tại ba điểm sao cho thể tích tứ diện $OABC$ nhỏ nhất là $ax + by + cz - 60 = 0$. Tính $a + b + c$.

A. 19.

B. 32.

C. 30.

D. 51.

CÂU 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Viết phương trình mặt phẳng đi qua M và cắt trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = 2OB = 3OC$

A. $x - 2y - 3z + 12 = 0$.

B. $x - 2y - 3z - 12 = 0$.

C. $x - 2y + 3z + 12 = 0$.

D. $x + 2y - 3z + 12 = 0$.

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;1;2)$. Hỏi có bao nhiêu mặt phẳng (P) đi qua M và cắt các trục $x'Ox, y'Oy, z'Oz$ lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA = OB = OC \neq 0$?

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 5.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2;5;3)$ và cắt chiều dương của các trục Ox, Oy, Oz lần lượt tại các điểm A, B, C sao cho $OA + OB + OC$ nhỏ nhất. Mặt phẳng (α) có phương trình là:

A. $\frac{x}{2} + \frac{y}{5} + \frac{z}{3} = 1$.

B. $\frac{x}{\sqrt{2}} + \frac{y}{\sqrt{5}} + \frac{z}{\sqrt{3}} = 1$.

C. $\frac{x}{2 + \sqrt{15} + \sqrt{10}} + \frac{y}{3 + \sqrt{10} + \sqrt{6}} + \frac{z}{5 + \sqrt{6} + \sqrt{15}} = 1$.

D. $\frac{x}{2 + \sqrt{6} + \sqrt{10}} + \frac{y}{5 + \sqrt{10} + \sqrt{15}} + \frac{z}{3 + \sqrt{15} + \sqrt{6}} = 1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. A	4. D	5. A	6. C	7. A	8. A	9. A	10. A
11. C	12. A	13. C	14. D	15. D	16. A	17. B	18. D	19. C	20. C
			21. D	22. A	23. A	24. B	25. D		

DẠNG
9

Phương trình một phẳng liên quan đến góc

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tứ diện $ABCD$ có $A(0;2;0), B(2;0;0), C(0;0;\sqrt{2})$ và $D(0;-2;0)$. Số đo góc của hai mặt phẳng (ABC) và (ACD) là:

A. 30° .

B. 45° .

C. 60° .

D. 90° .

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, biết rằng mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 1 = 0$ với $c < 0$ đi qua hai điểm $A(1;0;0), B(0;1;0)$ và tạo với mặt phẳng (Oyz) một góc 60° . Khi đó $a + b + c$ bằng

A. $1 - \sqrt{2}$.

B. 5.

C. $1 + \sqrt{2}$.

D. $2 - \sqrt{2}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;1;-1), B(-1;1;1)$ và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc α biết $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}}$.

GHI CHÚ NHANH

- A. $(P): x + y + z - 1 = 0$ hoặc $(P): x - y - z - 1 = 0$.
 B. $(P): x - y + z - 1 = 0$ hoặc $(P): x - y + z + 1 = 0$.
 C. $(P): x + y + z + 1 = 0$ hoặc $(P): x - y + z + 1 = 0$.
 D. $(P): x + y + z - 1 = 0$ hoặc $(P): x - y + z + 1 = 0$.

CÂU 4. Trong không gian cho hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hình lập phương $ABCD \cdot A'B'C'D'$ với $A(0;0;0); B(1;0;0); D(0;1;0); A'(0;0;1)$. Viết phương trình mặt phẳng chứa $A'C$ và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc α biết $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{6}}$.

- A. $(Q): 2x - y + z + 1 = 0$ hoặc $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.
 B. $(Q): 2x - y + z - 1 = 0$ hoặc $(Q): x - 2y - z + 1 = 0$.
 C. $(Q): 2x - y + z - 1 = 0$ hoặc $(Q): x - 2y - z - 1 = 0$.
 D. $(Q): 2x - y - z - 1 = 0$ hoặc $(Q): x - 2y - z - 1 = 0$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;0;-1), B(1;-2;0)$. Phương trình mặt phẳng (P) chứa hai điểm A, B và tạo với Ox một góc 30° là

- A. $x - 5y - 2z + 19 = 0$.
 B. $(6 - \sqrt{6})x + 6y + (-6 + 3\sqrt{6})z + 6 + \sqrt{6} = 0$.
 C. $x + y - z + 2 = 0$.
 D. $3x - 2y + z + 13 = 0$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;0;0), B(0;1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai điểm A, B và tạo với Oy một góc 45°

- A. $x + y + 1 = 0$.
 B. $x + y - z - 2 = 0$.
 C. $x + y - 1 = 0$.
 D. $x - y + z + 1 = 0$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;0;-1), B(0;-2;0)$ và

$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai điểm A, B và tạo với d một góc 60°

- A. $(P): (14 - 3\sqrt{6})x - 10y + (6 + 3\sqrt{6})z + 20 = 0; (P): (14 - 3\sqrt{6})x + 10y + (6 + 3\sqrt{6})z + 20 = 0$.
 B. $(P): (14 - 3\sqrt{6})x + 10y + (6 + 3\sqrt{6})z + 20 = 0; (P): (14 + 3\sqrt{6})x + 10y + (6 - 3\sqrt{6})z + 20 = 0$.
 C. $(P): (14 + 3\sqrt{6})x + 10y + (6 - 3\sqrt{6})z + 20 = 0; (P): (14 + 3\sqrt{6})x + 10y + (6 - 3\sqrt{6})z - 20 = 0$.
 D. $(P): (14 - 3\sqrt{6})x + 10y - (6 - 3\sqrt{6})z + 20 = 0; (P): (14 + 3\sqrt{6})x - 10y + (6 - 3\sqrt{6})z - 20 = 0$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;0), B(2;-2;1)$ và

$d: \begin{cases} x = 1 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Viết phương trình mặt phẳng (P) chứa hai điểm A, B và tạo với d một góc 30°

- A. $x - y - 1 = 0; 2x + 5y + 4z - 7 = 0$.
 B. $x + y - z - 2 = 0; 29x + 5y + 4z - 34 = 0$.
 C. $2x - z - 2 = 0; 9x + y + 14z - 10 = 0$.
 D. $x - z - 1 = 0; 29x + 51y + 124z - 80 = 0$.

CÂU 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, gọi (α) là mặt phẳng đi qua hai điểm $A(\sqrt{3};0;0), D(0;2;1)$ và tạo với trục Ox một góc bằng 30° . Biết phương trình mặt phẳng (α) có dạng $5 \cdot x + m\sqrt{3} \cdot y + n\sqrt{3} \cdot z + p\sqrt{3} = 0$. Tính giá trị biểu thức $T = m + n + p$.

- A. $T = 12$.
 B. $T = -4$.
 C. $T = 1$.
 D. $T = 17$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 4 = 0$ và các điểm $A(2;1;2), B(3;-2;2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho

GHI CHÚ NHANH

các đường thẳng MA, MB luôn tạo với mặt phẳng (P) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Tìm tọa độ tâm của đường tròn (C) .

- A. $\left(\frac{74}{27}; -\frac{97}{27}; \frac{62}{27}\right)$. B. $\left(\frac{10}{3}; -3; \frac{14}{3}\right)$. C. $\left(\frac{17}{21}; -\frac{17}{21}; \frac{17}{21}\right)$. D. $\left(\frac{32}{9}; -\frac{49}{9}; \frac{2}{9}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C 2. D 3. D 4. B 5. B 6. C 7. B 8. D 9. B 10. A

DẠNG
10

Hình chiếu vuông góc của điểm lên mặt phẳng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; 2; -1)$. Khi đó điểm đối xứng với M qua mặt phẳng (yOz) có tọa độ

- A. $M_1(3; 0; 0)$. B. $M_2(3; -2; 1)$. C. $M_4(0; 2; -1)$. D. $M_3(-3; 2; -1)$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; -2; 4)$. Hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxz) là điểm nào trong các điểm sau?

- A. $Q(1; -2; 0)$. B. $S(1; 0; 4)$. C. $N(0; -2; 4)$. D. $P(1; 0; 0)$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1; 2; 3)$ trên mặt phẳng (Oxy) là điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $(1; 2; 0)$. B. $(0; 1; 2)$. C. $(2; 3; 0)$. D. $(0; 0; 3)$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 1; 8)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của M trên mặt phẳng (Oxy) . Tọa độ của điểm H là

- A. $H(0; 1; 8)$. B. $H(-2; 1; 0)$. C. $H(0; 0; 8)$. D. $H(-2; 0; 8)$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - z + 3 = 0$ và điểm $M(1; 1; 0)$. Gọi điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) . Tính $2a + b - c$.

- A. -2 . B. 0 . C. 2 . D. 4 .

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và điểm $M(0; 1; 3)$. Gọi điểm $H(a; b; c)$ là hình chiếu vuông góc của điểm M trên (P) . Tính $a + b + c$.

- A. -4 . B. -2 . C. 4 . D. 6 .

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 4 = 0$ và điểm $M(1; 1; 0)$. Tìm tọa độ điểm M' là điểm đối xứng với M qua (P) .

- A. $M'(3; -3; 0)$. B. $M'(-2; 1; 3)$. C. $M'(0; 2; -1)$. D. $M'(-2; 3; 1)$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; -1)$, $B(1; -2; 3)$, $C(0; 1; 2)$. Tìm tọa độ điểm O' là điểm đối xứng với gốc tọa độ O qua mặt phẳng (ABC) .

- A. $O'\left(1; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. B. $O'(2; 1; 1)$.
C. $O'(-10; -5; -5)$. D. $O'\left(2; \frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$ và điểm $M(1; -2; 4)$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm M trên mặt phẳng (P)

- A. $(5; 2; 2)$. B. $(0; 0; -3)$. C. $(3; 0; 3)$. D. $(1; 1; 3)$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H là hình chiếu vuông góc của điểm $A(2; -1; -1)$ trên mặt phẳng $(\alpha): 16x - 12y - 15z - 4 = 0$. Tính độ dài đoạn thẳng AH .

- A. 55 . B. $\frac{11}{5}$. C. $\frac{11}{25}$. D. $\frac{22}{5}$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ gọi A' là điểm đối xứng của điểm $A(2; -1; -1)$ qua mặt phẳng $(\alpha): x - y - z - 7 = 0$. Tọa độ điểm A' là

- A. $(8; -5; -5)$. B. $(3; -2; -2)$. C. $(5; -3; -3)$. D. $(4; -3; -3)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D 2. B 3. A 4. B 5. A 6. C 7. A 8. B 9. C 10. B
11. D

DẠNG
11

Bài toán liên quan cực trị

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + (y - 1)^2 + (z + 2)^2 = 2022$. Mặt phẳng (P) qua O cắt mặt cầu (S) theo thiết diện là đường tròn có bán kính bé nhất. Khi đó điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng.

- A. $K(-2; 0; 3)$. B. $M(0; 2; 1)$. C. $Q(2; 0; -1)$. D. $N(1; 2; 3)$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 2; 3)$, $B(0; 1; 0)$, $C(1; 0; -2)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 2 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (P) thỏa mãn hệ thức $MA^2 + 2MB^2 + 3MC^2$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a - b + 9c$ bằng

- A. $\frac{13}{9}$. B. $-\frac{13}{9}$. C. 13. D. -13.

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z = 0$ và điểm $M(0; 1; 0)$. Mặt phẳng (P) đi qua M và cắt (S) theo đường tròn (C) có chu vi nhỏ nhất. Gọi $N(x_0; y_0; z_0)$ là điểm thuộc đường tròn (C) sao cho $ON = \sqrt{6}$. Tính y_0 .

- A. 3. B. 1. C. 2. D. 4.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 3)$ và $B(2; -3; -5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x - 1)^2 + (y - 1)^2 + (z + 3)^2 = 25$ với $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

- A. $8\sqrt{2}$. B. $\sqrt{78 - 2\sqrt{13}}$. C. 34. D. $\sqrt{78 - \sqrt{13}}$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 27$. Gọi (α) là mặt phẳng đi qua 2 điểm $A(0; 0; -4)$, $B(2; 0; 0)$ và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm (S) , là hình tròn (C) có thể tích lớn nhất. Biết mặt phẳng (α) có phương trình dạng $ax + by - z + c = 0$, khi đó $a - 2b + 3c$ bằng

- A. 10. B. -8. C. 0. D. -14.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, gọi $(P): ax + by + cz - 3 = 0$ là mặt phẳng đi qua hai điểm $M(0; -1; 2)$, $N(-1; 1; 3)$ và không đi qua điểm $H(0; 0; 2)$. Biết rằng khoảng cách từ H đến mặt phẳng (P) đạt giá trị lớn nhất. Tổng $T = a - 2b + 3c + 12$ bằng

- A. 12. B. 8. C. -16. D. 16.

CÂU 7. Mặt phẳng (P) đi qua $M(1; 2; 3)$ và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại các điểm A, B, C sao cho $T = \frac{1}{OA^2} + \frac{1}{OB^2} + \frac{1}{OC^2}$ đạt giá trị nhỏ nhất có dạng $x + ay + bz + c = 0$. Giá trị của $A = a + b + c$ là

- A. 19. B. 6. C. -5. D. -9.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(10; 2; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{3}$. Gọi (P) là mặt phẳng đi qua điểm A , song song với đường thẳng d sao cho khoảng cách giữa d và (P) lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(-1; 2; 3)$ đến mặt phẳng (P) bằng

- A. $\frac{2\sqrt{13}}{13}$. B. $\frac{97\sqrt{3}}{15}$. C. $\frac{533}{\sqrt{2765}}$. D. $\frac{76\sqrt{790}}{790}$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;3;-1)$, $B(1;-4;0)$, $C(3;-2;4)$. Điểm $M(a;b;c)$ thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $|\overrightarrow{2MA} + \overrightarrow{MB} - \overrightarrow{CM}|$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Khi đó $2a + b + c$ bằng

- A. $\frac{11}{2}$. B. 1. C. -4. D. -1.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi mặt phẳng $(P): 7x + by + cz + d = 0$ đi qua điểm $A(1;3;5)$. Biết mặt phẳng (P) song song với trục Oy và khoảng cách từ gốc tọa độ đến mặt phẳng (P) bằng $3\sqrt{2}$. Tính $T = b + c + d$.

- A. $T = -4$. B. $T = 78$. C. $T = 61$. D. $T = 7$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;4)$, $B(-3;3;-1)$, $C(-1;-1;-1)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z + 8 = 0$. Xét điểm M thay đổi thuộc (P) , tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = 2MA^2 + MB^2 - MC^2$.

- A. 30. B. 102. C. 107. D. 105.

CÂU 12. Cho mặt phẳng $(\alpha): x - y + 2z - 1 = 0$ và hai điểm $A(0;-1;1)$; $B(1;1;-2)$. Biết $M \in (\alpha)$ sao cho $MA + MB$ đạt giá trị nhỏ nhất. Khi đó, hoành độ x_M của điểm M là

- A. $x_M = \frac{1}{3}$. B. $x_M = -1$. C. $x_M = -2$. D. $x_M = \frac{2}{7}$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;-2;0)$, $B(2;1;-1)$ và mặt phẳng (P) có phương trình $x - y + z + 1 = 0$. Biết mặt phẳng (α) đi qua hai điểm A , B đồng thời tạo với mặt phẳng (P) một góc nhỏ nhất có phương trình là $ax - y + cz + d = 0$ với $a, c, d \in \mathbb{R}$. Khi đó, giá trị $2a - c + d$ bằng

- A. 9. B. 1. C. 19. D. 3.

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d là đường thẳng đi qua điểm $A\left(\frac{5}{3}; 1; \frac{-1}{3}\right)$, song song với mặt phẳng $(P): x - y - z - 2022 = 0$ và có tổng khoảng cách từ các điểm $M(3;-1;-3)$, $N(-1;5;5)$ tới đường thẳng đó đạt giá trị nhỏ nhất. Gọi $\vec{u} = (1;b;c)$ là một vectơ chỉ phương của d . Tính $2b + 3c$.

- A. $2b + 3c = -9$. B. $2b + 3c = 3$. C. $2b + 3c = 4$. D. $2b + 3c = 6$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;-2;2)$, $B(-2;2;0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Xét các điểm M, N di động trên (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $2MA^2 + 3NB^2$ bằng

- A. 49, 8. B. 45. C. 53. D. 55, 8.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(1;2;-1)$, $B(3;1;-2)$, $C(2;3;-3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$. $M(a;b;c)$ là điểm thuộc mặt phẳng (P) sao cho biểu thức $MA^2 + MB^2 + MC^2$ có giá trị nhỏ nhất. Xác định $a + b + c$.

- A. -3. B. -2. C. 2. D. 3.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 5 = 0$ và 2 mặt cầu $(S_1): (x-2)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 1$, $(S_2): (x+4)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 4$. Gọi $M, A(a;b;c), B$ lần lượt thuộc (P) , (S_1) , (S_2) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất. Tính $a - b + c$?

- A. 3. B. -3. C. 1. D. -1.

CÂU 18. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;5;-2)$, $B(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x + y - 2z + 9 = 0$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với (P) tại điểm C . Gọi M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của độ dài đoạn OC . Giá trị $M^2 + m^2$ bằng

- A. 78. B. 76. C. 74. D. 72.

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(a;b;c)$ với a, b, c là các số thực dương thỏa mãn $5(a^2 + b^2 + c^2) = 9(ab + 2bc + ca)$ và $Q = \frac{a}{b^2 + c^2} - \frac{1}{(a+b+c)^3}$ có giá trị lớn nhất. Gọi M, N, P lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên các tia Ox, Oy, Oz . Phương trình mặt phẳng (MNP) là

GHI CHÚ NHANH

A. $3x + 12y + 12z - 1 = 0$.

B. $x + 4y + 4z - 12 = 0$.

C. $3x + 12y + 12z + 1 = 0$.

D. $x + 4y + 4z = 0$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - y + 2z + 16 = 0$ và mặt cầu (S) : $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 + (z - 3)^2 = 21$. Một khối hộp chữ nhật (H) có bốn đỉnh nằm trên mặt phẳng (P) và bốn đỉnh còn lại nằm trên mặt cầu (S) . Khi (H) có thể tích lớn nhất, thì mặt phẳng chứa bốn đỉnh của (H) nằm trên mặt cầu (S) là (Q) : $2x + by + cz + d = 0$. Giá trị $b + c + d$ bằng

A. -15.

B. -13.

C. -14.

D. -7.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; -5)$, $I(2; 0; -1)$ và mặt phẳng (P) : $2x - y - 2z + 5 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $IM = 5$ và độ dài đoạn AM lớn nhất. Khi đó giá trị của biểu thức $T = a + b + 2c$ bằng

A. 11.

B. 6.

C. -1.

D. $-\frac{1}{3}$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; -2)$ và $B(3; 4; 1)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu (S_1) : $(x + 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 1)^2 = 16$ với (S_2) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2x + 4y - 10 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

A. $\sqrt{34} - 1$.

B. $\sqrt{34}$.

C. 5.

D. 4.

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $mx - 3y - (2m - 3)z - 9 = 0$ (m là tham số thực) và mặt cầu (S) : $(x - 1)^2 + (y - 1)^2 + z^2 = 16$. Biết rằng (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất, khi đó khoảng cách từ điểm $A(-1; 2; 3)$ đến (P) bằng

A. $\sqrt{11}$.

B. $\frac{13\sqrt{11}}{11}$.

C. $\frac{\sqrt{11}}{11}$.

D. $\frac{2\sqrt{11}}{11}$.

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 4)$, $B(-1; -2; 2)$ và (P) : $z - 1 = 0$. Điểm $M(a; b; c)$ nằm trên mặt phẳng (P) sao cho tam giác MAB vuông tại M và diện tích tam giác MAB nhỏ nhất. Tính $a^3 + b^3 + c^3$.

A. 1.

B. 10.

C. -1.

D. 0.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 3)$ và $B(3; 2; 5)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2023$. Tìm giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$.

A. $2\sqrt{17}$.

B. $\sqrt{65}$.

C. $25\sqrt{97}$.

D. $205\sqrt{97}$.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $I(2; 1; 1)$ có bán kính bằng 4 và mặt cầu (S_2) có tâm $J(2; 1; 5)$ có bán kính bằng 2. (P) là mặt phẳng thay đổi tiếp xúc với hai mặt cầu (S_1) , (S_2) . Đặt M, m lần lượt là giá trị lớn nhất, giá trị nhỏ nhất của khoảng cách từ điểm O đến (P) . Giá trị $M + m$ bằng

A. 8.

B. 9.

C. $8\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{15}$.

CÂU 27. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 4; -2)$ và mặt phẳng (P) : $(m^2 + 1)x - (m^2 - 1)y + 2mz + 4 = 0$. Biết rằng, khi tham số thay đổi thì mặt phẳng (P) luôn tiếp xúc với hai mặt cầu cố định cùng đi qua A là (S_1) , (S_2) . Gọi M và N lần lượt là hai điểm nằm trên (S_1) và (S_2) . Tìm giá trị lớn nhất của MN .

A. $16\sqrt{2}$.

B. $8 + 8\sqrt{2}$.

C. $8\sqrt{2}$.

D. $8 + 6\sqrt{2}$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$, cho hai điểm $A(2; -1; -1)$, $B(0; 1; -2)$ và mặt phẳng (P) : $2x + y - 2z - 2 = 0$. Điểm M thuộc mặt phẳng (P) sao cho $\widehat{AMB}$ lớn nhất thì giá trị của $\cos \widehat{AMB}$ bằng

A. $-\frac{5}{13}$.

B. $-\frac{12}{13}$.

C. $\frac{12}{13}$.

D. $\frac{5}{13}$.

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(13; -7; -13)$, $B(1; -1; 5)$, $C(1; 1; -3)$. Xét các mặt phẳng (P) đi qua C sao cho A, B nằm cùng phía so với (P) . Khi $d(A, (P)) + 2d(B, (P))$ đạt giá trị lớn nhất thì (P) có dạng $ax + by + cz + 3 = 0$. Giá trị của $a + b + c$ bằng

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

GHI CHÚ NHANH

: Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(2; -1; 3)$ bán kính $R = 4$ và mặt cầu $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 6z - 2 = 0$. Biết mặt phẳng (P) là giao của hai mặt cầu (S) và (S_1) . Gọi M, N là hai điểm thay đổi thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MN = \sqrt{2}$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng $\sqrt{a - b\sqrt{2}}$, với $a, b \in \mathbb{R}$ và $A(0; 5; 0)$, $B(3; -2; -4)$. Tính giá trị gần đúng của $\frac{b}{a}$.

- A. 0, 05. B. 0, 07. C. 0, 11. D. 0, 13.

CÂU 31. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 4; -1)$, $B(3; 2; 2)$, $C(0; 3; -2)$ và mặt phẳng $(\beta): x - y + 2z + 1 = 0$. Gọi M là điểm tùy ý chạy trên mặt phẳng (β) . Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T = MA + MB + MC$ bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. $\sqrt{13} + \sqrt{14}$. C. $6\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{2} + \sqrt{6}$.

CÂU 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $(x - 1)^2 + (y + 2)^2 + (z - 3)^2 = 12$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z - 3 = 0$. Viết phương trình mặt phẳng song song với (P) và cắt (S) theo thiết diện là đường tròn (C) sao cho khối nón có đỉnh là tâm mặt cầu và đáy là hình tròn có thể tích lớn nhất.

- A. $2x + 2y - z + 2 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 8 = 0$.
B. $2x + 2y - z - 1 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 11 = 0$.
C. $2x + 2y - z - 6 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 3 = 0$.
D. $2x + 2y - z + 2 = 0$ hoặc $2x + 2y - z + 2 = 0$.

CÂU 33. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) tâm $I(0; 0; -3)$ bán kính $R = 3$ và hai điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 1; 0)$. Mặt phẳng (α) đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính r lớn nhất. Khoảng cách từ điểm $M(1; -2; 3)$ đến mặt phẳng (α) bằng

- A. 3. B. $\frac{3\sqrt{14}}{2}$. C. $\frac{15}{7}$. D. $\frac{15\sqrt{14}}{14}$.

CÂU 34. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) có phương trình: $(P): x + 2y - z + 2 = 0$ và hai điểm $A(1; 1; -1)$, $B(2; 0; 1)$. Điểm $M(a; b; c)$ thuộc mặt phẳng (P) sao cho $MA + MB$ nhỏ nhất khi đó $a + b + c$ bằng:

- A. $\frac{1}{3}$. B. $-\frac{5}{3}$. C. -1. D. 1.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $A(1; 2; 3)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và cách điểm A một khoảng cách lớn nhất. Vectơ nào dưới đây là một vectơ pháp tuyến của (P) ?

- A. $\vec{n}_1 = (1; 0; 2)$. B. $\vec{n}_2 = (1; 0; -2)$. C. $\vec{n}_3 = (1; 1; 1)$. D. $\vec{n}_4 = (1; 1; -1)$.

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3; 2; -1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Phương trình mặt phẳng (P) chứa d sao cho khoảng cách từ A đến (P) là lớn nhất là

- A. $x + 2y - z - 1 = 0$. B. $2x + y - 3z + 3 = 0$.
C. $3x + 2y - z + 1 = 0$. D. $2x - y - 3z + 3 = 0$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A\left(\frac{5+\sqrt{3}}{2}; \frac{7-\sqrt{3}}{2}; 3\right)$, $B\left(\frac{5-\sqrt{3}}{2}; \frac{7+\sqrt{3}}{2}; 3\right)$ và mặt cầu $(S): (x - 1)^2 + (y - 2)^2 + (z - 3)^2 = 6$. Xét mặt phẳng $(P): ax + by + cz + d = 0$, $(a, b, c, d \in \mathbb{Z}, a > 0, d > -4)$ là mặt phẳng thay đổi luôn đi qua hai điểm A, B . Gọi (N) là hình nón có đỉnh là tâm của mặt cầu (S) và đường tròn đáy là đường tròn giao tuyến của (P) và (S) . Khi thiết diện qua trục của hình nón (N) có diện tích lớn nhất, giá trị của $T = |a + b + c + d|$ bằng

- A. $T = 4$. B. $T = 6$. C. $T = 2$. D. $T = 12$.

CÂU 38. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; 3)$, $B(6; 5; 5)$. Gọi (S) là mặt cầu có đường kính AB . Mặt phẳng (P) vuông góc với đoạn AB

tại H sao cho khối nón đỉnh A và đáy là hình tròn tâm H có thể tích lớn nhất, biết rằng mặt phẳng (P) có phương trình $2x + by + cz + d = 0$ với $b, c, d \in \mathbb{Z}$. Tính $S = b + c + d$.

- A. $R = 18$. B. $S = -14$. C. $S = -18$. D. $S = 14$.

CÂU 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-2)^2 = 9$ và hai điểm $M(4; -4; 2)$, $N(6; 0; 6)$. Gọi E là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $EM + EN$ đạt giá trị lớn nhất. Viết phương trình tiếp diện của mặt cầu (S) tại E .

- A. $x - 2y + 2z + 8 = 0$. B. $2x + y - 2z - 9 = 0$.
C. $2x + 2y + z + 1 = 0$. D. $2x - 2y + z + 9 = 0$.

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 2)$, $B(-2; 2; 0)$ và mặt phẳng $(P): 2x - y + 2z - 3 = 0$. Xét các điểm M, N di động trên (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $2MA^2 + 3NB^2$ bằng

- A. 49, 8. B. 45. C. 53. D. 55, 8.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; -3; 1)$ và $B(-4; 1; -2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 3$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A. $\sqrt{85}$. B. $\sqrt{68}$. C. $5\sqrt{2}$. D. $3\sqrt{13}$.

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; 1; -3)$ và điểm $B(1; -3; 2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 3$. Giá trị lớn nhất của $|AM - BN|$ bằng

- A. $\sqrt{29}$. B. $\sqrt{26}$. C. $\sqrt{65}$. D. $\sqrt{91}$.

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 13 = 0$, $(Q): 2x + 2y + z - 5 = 0$ và hai điểm $A(4; 2; 2)$, $B(3; 7; 3)$. Xét hai điểm thay đổi $M \in (P)$ và $N \in (Q)$ sao cho $MN = 6$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + NB$ bằng

- A. $9\sqrt{3}$. B. $6 + 3\sqrt{11}$. C. $3\sqrt{11}$. D. $3\sqrt{3}$.

CÂU 44. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(0; 0; 3)$ và $B(2; -3; -5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường tròn giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z+3)^2 = 25$ với $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 14 = 0$. M, N là hai điểm thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

- A. $8\sqrt{2}$. B. $\sqrt{78 - 2\sqrt{13}}$. C. 34. D. $\sqrt{78 - \sqrt{13}}$.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{u} = (1; -1; 0)$ và hai điểm $P(-4; 7; 3)$, $Q(4; 4; 5)$. Giả sử A, B là hai điểm thay đổi trong mặt phẳng (Oxy) sao cho $\vec{AB}$ cùng hướng với $\vec{u}$ và $AB = 5\sqrt{2}$. Giá trị lớn nhất của $|PA - QB|$ bằng

- A. $\sqrt{7}$. B. $\sqrt{77}$. C. $7\sqrt{2}$. D. $\sqrt{17}$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-4; -6; 1)$ và mặt phẳng $(P): x - 1 = 0$. Xét hai điểm M và N thay đổi lần lượt thuộc mặt phẳng (P) và mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

- A. 8. B. 10. C. $\sqrt{19}$. D. $\sqrt{17}$.

CÂU 47. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S_m): (x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-m)^2 = \frac{m^2}{4}$ và hai điểm $A(2; 3; 5)$, $B(1; 2; 4)$. Tìm giá trị nhỏ nhất của m để trên (S_m) tồn tại điểm M sao cho $MA^2 - MB^2 = 9$.

- A. $m = 1$. B. $m = 3 - \sqrt{3}$. C. $m = 8 - 4\sqrt{3}$. D. $m = \frac{4 - \sqrt{3}}{2}$.

CÂU 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; -2; 0)$ và $B(3; 4; 5)$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa giao tuyến của hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-3)^2 = 4$ và $(S_2): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 6z + 7 = 0$. Xét hai điểm M, N là hai điểm bất kì thuộc (P) sao cho $MN = 1$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

- A. $72 - 2\sqrt{34}$. B. $\sqrt{72 - 2\sqrt{34}}$. C. $72 + 2\sqrt{34}$. D. $\sqrt{72 + 2\sqrt{34}}$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

CÂU 49. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho bốn điểm $A(1; -2; 1), B(2; 1; 0), C(2; 1; -5), D(a; b; c)$. Biết rằng có vô số mặt phẳng đi qua A, B và cách đều C, D . Tính $P = 2022a - 2023b + c$ khi $Q = a^2 - 2b^2 + 26c$ đạt giá trị lớn nhất.

- A.** $P = 5$. **B.** $P = 6064$. **C.** $P = 1$. **D.** $P = 10$.

CÂU 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; -2; 6), B(0; 1; 0)$ và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 25$. Mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 2 = 0$ đi qua A, B và cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn có bán kính nhỏ nhất. Tính $M = a - 2b + 3c$.

- A.** $M = -4$. **B.** $M = -3$. **C.** $M = -2$. **D.** $M = -1$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. D	3. C	4. B	5. D	6. D	7. D	8. C	9. A	10. C
11. B	12. D	13. B	14. B	15. A	16. D	17. C	18. B	19. A	20. B
21. A	22. C	23. B	24. C	25. D	26. B	27. B	28. A	29. A	30. D
31. D	32. B	33. A	34. D	35. C	36. B	37. C	38. C	39. D	40. A
41. B	42. C	43. A	44. B	45. D	46. B	47. C	48. B	49. A	50. B

CHỦ ĐỀ

3

PHƯƠNG TRÌNH ĐƯỜNG THẲNG

DẠNG
1

Xác định véc-tơ chỉ phương

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = -3 \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ có một vectơ chỉ phương là

- A.** $(2; 0; -3)$. **B.** $(1; -3; 2)$. **C.** $(-2; 0; -3)$. **D.** $(-2; -3; 3)$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, vectơ $\vec{u} = (1; -1; 2)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng nào sau đây?

A. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{2}$.

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = -1 + t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

D. $\frac{x-1}{1} = \frac{1-y}{-1} = \frac{z-2}{-2}$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{-2}$, vectơ nào dưới đây là một vectơ chỉ phương của đường thẳng d ?

A. $\vec{u}_1 = (-1; 3; -2)$.

B. $\vec{u}_1 = (1; 3; 2)$.

C. $\vec{u}_2 = (1; -3; -2)$.

D. $\vec{u}_2 = (-1; -3; 2)$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{4}$ có một vectơ chỉ phương là

A. $\vec{p}(3; 0; -1)$.

B. $\vec{m}(-2; 5; 4)$.

C. $\vec{n}(2; -5; 4)$.

D. $\vec{q}(2; -5; -4)$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, một vectơ chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $A(1; 2; 2), B(3; -2; 0)$ là

A. $\vec{u} = (2; 3; -5)$.

B. $\vec{u} = (1; 2; -1)$.

C. $\vec{u} = (2; 4; -2)$.

D. $\vec{u} = (1; -2; -1)$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 \\ z = -1 + 2t \end{cases}$.

vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng d ?

- A.** $\vec{u}_3 = (1; 0; 2)$. **B.** $\vec{u}_4 = (-1; 3; 2)$. **C.** $\vec{u}_2 = (1; 3; -1)$. **D.** $\vec{u}_1 = (1; 0; -2)$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

Véc-tơ nào dưới đây là một véc-tơ chỉ phương của (Δ)

- A.** $\vec{u} = (2; 3; -1)$. **B.** $\vec{u} = (2; -3; -1)$. **C.** $\vec{u} = (2; 3; 1)$. **D.** $\vec{u} = (2; -3; 1)$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 - t \\ z = 3 + t \end{cases}$. Một véc-tơ chỉ

phương của d có tọa độ là

- A.** $(2; 1; 1)$. **B.** $(2; -1; 1)$. **C.** $(1; 2; 3)$. **D.** $(2; 0; 0)$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-5}{3}$ có một vector chỉ phương là

- A.** $\vec{u}_2 = (3; -3; 2)$. **B.** $\vec{u}_3 = (2; -3; 3)$. **C.** $\vec{u}_4 = (2; 3; 3)$. **D.** $\vec{u}_1 = (3; -1; 5)$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 1)$, $B(4; 6; -5)$. Đường thẳng đi qua hai điểm A, B có một vector chỉ phương là

- A.** $\vec{a}_1 = (-1; -3; 2)$. **B.** $\vec{a}_2 = (5; 3; -4)$.
C. $\vec{a}_3 = (1; -3; -2)$. **D.** $\vec{a}_1 = (3; 9; 6)$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 \\ z = -2 - 5t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Vector

nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng (d) ?

- A.** $\vec{u}_3 = (3; 4; -2)$. **B.** $\vec{u}_2 = (1; 4; -5)$. **C.** $\vec{u}_4 = (1; 0; -5)$. **D.** $\vec{u}_1 = (1; 0; 5)$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, vector nào dưới đây là một vector chỉ phương của đường thẳng đi qua hai điểm $M(2; 3; -1)$ và $N(4; 5; 3)$?

- A.** $\vec{u}_1 = (3; 4; 1)$. **B.** $\vec{u}_4 = (1; 1; 1)$. **C.** $\vec{u}_3 = (1; 1; 2)$. **D.** $\vec{u}_2 = (3; 4; 2)$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, tìm vector chỉ phương của đường thẳng d biết

d vuông góc với 2 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 2 - 3t \\ y = 3 + t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{5} = \frac{z+3}{3}$.

- A.** $(-7; 13; -17)$. **B.** $(-7; -13; 17)$. **C.** $(-2; 1; -5)$. **D.** $(-2; 1; 7)$.

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $\vec{OA} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$; $\vec{OB} = -2\vec{j} - 4\vec{k}$. Tìm một vector chỉ phương của đường thẳng AB .

- A.** $\vec{u} = (2; 5; -1)$. **B.** $\vec{u} = (2; 3; -5)$.
C. $\vec{u} = (-2; -5; -1)$. **D.** $\vec{u} = (2; 5; -9)$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-3}$. Hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (Oyz) là một đường thẳng có vector chỉ phương là

- A.** $\vec{u} = (0; 1; 3)$. **B.** $\vec{u} = (0; 1; -3)$. **C.** $\vec{u} = (2; 1; -3)$. **D.** $\vec{u} = (2; 0; 0)$.

CÂU 16. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và điểm $A(1; -1; 2)$. Đường thẳng Δ đi qua A cắt đường thẳng d và mặt phẳng lần lượt tại M, N sao cho A là trung

GHỊ CHÚ NHANH

điểm của MN , biết rằng Δ có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (a; b; 4)$. Khi đó, tổng $T = a + b$ bằng:

- A. $T = 5$. B. $T = 10$. C. $T = -5$. D. $T = 0$.

CÂU 17. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2; -1; 2)$ và $B(5; -1; 1)$. Đường thẳng d' là hình chiếu của đường thẳng AB lên mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 2 = 0$ có một vectơ $\vec{u} = (a; b; 2)$. Tính $S = a + b$.

- A. -4 . B. -2 . C. 2 . D. 4 .

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{-1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-4}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 2021 = 0$. Gọi Δ là đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho $AB = 3\sqrt{2}$. Biết $\vec{u} = (a; b; 1)$ một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ khi đó $T = a^{2021} + b^{2021}$ bằng

- A. 2^{2021} . B. 3^{2021} . C. $2^{2021} + 3^{2021}$. D. 1 .

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng $(\alpha): x + y + z - 3 = 0$ đồng thời đi qua điểm $M(1; 2; 0)$ và cắt đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Một vectơ chỉ phương của Δ là

- A. $\vec{u} = (1; 1; -2)$. B. $\vec{u} = (1; 0; -1)$. C. $\vec{u} = (1; -1; -2)$. D. $\vec{u} = (1; -2; 1)$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho lăng trụ tam giác đều $ABC \cdot A_1B_1C_1$ có $A_1(\sqrt{3}; -1; 1)$, hai đỉnh B, C thuộc trục Oz và $AA_1 = 1$ (C không trùng O). Biết $\vec{u} = (a; b; 1)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng A_1C . Giá trị của $a^2 + b^2$ bằng

- A. 16 . B. 5 . C. 9 . D. 4 .

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. D	4. C	5. D	6. D	7. D	8. B	9. B	10. A
11. C	12. C	13. A	14. A	15. B	16. B	17. A	18. D	19. A	20. D

DẠNG
2

Phương trình đường thẳng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1; -2; 3)$ và nhận vectơ $\vec{u} = (2; 4; -3)$ làm vectơ chỉ phương có phương trình chính tắc là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-3}$. B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+3}{3}$.
C. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+4}{-2} = \frac{z-3}{3}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{4} = \frac{z+3}{-3}$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng d đi qua $M(1; -4; 3)$ và có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (5; 4; -2)$, phương trình của đường thẳng d là

- A. $\begin{cases} x = 5 + t \\ y = 4 - 4t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = -4 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1 + 5t \\ y = 4 + 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1 - 5t \\ y = -4 - 4t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

CÂU 3. Viết phương trình đường thẳng đi qua hai điểm $A(2; 1; -3), B(3; 0; 1)$.

- A. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 3 - t \\ y = t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = -1 - t \\ z = 5 + 4t \end{cases}$.

CÂU 4. Viết phương trình đường thẳng đi qua $A(1; -2; 0)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z + 1 = 0$.

- A. $x - 2y + 2z + 3 = 0$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{2}$.
C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z}{2}$. D. $x - 2y + 2z - 3 = 0$.

Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $A(1;4;-7)$ và vuông góc với mặt phẳng $x+2y-2z-3=0$ có phương trình là

- A. $\frac{x+1}{1} = \frac{y+4}{4} = \frac{z-7}{-7}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-7}{-2}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z+7}{-2}$.
 D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-4}{2} = \frac{z+7}{-2}$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;2)$ và mặt phẳng $(P): 2x-y+z+5=0$. Đường thẳng đi qua M và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3+t \\ z = 2+t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 3-t \\ z = 2+t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = 2-t \\ y = -1+3t \\ z = 1+2t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = -3-t \\ z = -2+t \end{cases}$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$. Phương trình tham số của đường thẳng d là

- A. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1-t \\ z = -1+t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1-t \\ z = -1-t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = 2+2t \\ y = -1-t \\ z = 1-t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = 2-2t \\ y = 1-t \\ z = -1-t \end{cases}$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $M(1;-3;2)$ và mặt phẳng $(P): x+3y-5z+4=0$. Đường thẳng đi qua $M(1;-3;2)$ và vuông góc với (P) có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{4}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-2}{-5}$.
 C. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{-5}$.
 D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+2}{4}$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC , với $A(2;-1;-2)$, $B(1;2;-3)$ và $C(2;3;0)$. Đường cao đi qua A có phương trình là:

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{3}$.
 B. $\frac{x-2}{5} = \frac{y+1}{-17} = \frac{z+2}{4}$.
 C. $x+y+3z+5=0$.
 D. $x+y-3z-7=0$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(-1;2;1)$, $B(2;-1;3)$ và $C(-2;1;2)$. Đường thẳng đi qua A đồng thời vuông góc với BC và trục Oy có phương trình là:

- A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 2 \\ z = 1+4t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = -1-t \\ y = 0 \\ z = 1-4t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 2t \\ z = 1+4t \end{cases}$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(3;-1;2)$, $B(-1;3;5)$, $C(3;1;-3)$. Đường trung tuyến AM của ΔABC có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 1-2t \\ y = 2-3t \\ z = 1+t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-3t \\ z = 1+t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2+3t \\ z = 1+t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = 3+2t \\ y = -1+3t \\ z = 2+t \end{cases}$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1\ 2\ 3)$ và mặt phẳng $(P): 3x-4y+7z+2=0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với mặt phẳng (P) có phương trình là

- A. $\begin{cases} x = 3+t \\ y = -4+2t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 7+3t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = 1+3t \\ y = 2-4t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3+7t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = 1-3t \\ y = 2-4t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3+7t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = 1-4t \\ y = 2+3t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3+7t \end{cases}$.

GHI CHÚ NHANH

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2;1;-1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{-3} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

A. $3x - 2y - z + 7 = 0$. **B.** $-2x + y - z + 7 = 0$.
C. $3x - 2y - z - 7 = 0$. **D.** $-2x + y - z - 7 = 0$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho $(P): x + y - 2z + 3 = 0$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;0;1)$ vuông góc với mặt phẳng (P) là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = t \\ y = 2 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(1;0;0)$, $B(0;2;0)$, $C(0;0;4)$. Viết phương trình đường thẳng Δ đi qua trực tâm H của ΔABC và vuông góc với mặt phẳng (ABC) .

A. $\Delta: \frac{x-1}{-4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. **B.** $\Delta: \frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$.
C. $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y}{2} = \frac{z}{1}$. **D.** $\Delta: \frac{x}{4} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+1}{1}$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2;-2;3)$, $B(1;3;4)$, $C(3;-1;5)$. Đường thẳng đi qua A và song song với BC có phương trình là

A. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$. **B.** $\frac{x+2}{2} = \frac{y-2}{-4} = \frac{z+3}{1}$.
C. $\frac{x-2}{4} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-3}{9}$. **D.** $\frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{1}$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua $A(-1;1;3)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): 6x + 3y - 2z + 18 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = -6 - t \\ y = -3 + t \\ z = 2 + 3t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -1 + 6t \\ y = 1 + 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 6t \\ y = -1 + 3t \\ z = -3 - 2t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 6 - t \\ y = 3 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$

CÂU 18. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y - 2z - 1 = 0$. Phương trình tham số của đường thẳng đi qua điểm $I(-3;0;1)$ và vuông góc với (P) là

A. $\begin{cases} x = -3 - t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2t \\ z = 1 - t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -3 + t \\ y = t \\ z = 1 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = -3 - 2t \\ y = -2t \\ z = 1 - t \end{cases}$

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;1;-2)$. Đường thẳng đi qua A và song song với đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 3 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = -2 + t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -1 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 + t \end{cases}$

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(2;1;-1)$; $B(-1;0;1)$; $C(2;2;3)$. Đường thẳng đi qua trọng tâm tam giác ABC và vuông góc với (ABC) có phương trình là:

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z-1}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{1} = \frac{z-1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+1}{1}$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3;-1;2)$, $B(0;1;3)$ và $C(-1;1;1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$. **B.** $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$. **D.** $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(3; -1; 2)$, $B(0; 1; 3)$ và $C(-1; 1; 1)$. Đường thẳng đi qua C và song song với đường thẳng AB có phương trình là:

A. $\frac{x+3}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{1}$.

C. $\frac{x-1}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{-3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{1}$.

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng tọa độ (Oxz) . Viết phương trình đường thẳng d' .

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 0 \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

B. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -3 + 2t \\ z = 0 \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; 0; 0)$, $B(0; -1; 0)$ và $C(0; 0; 1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua điểm B và vuông góc với mặt phẳng (ABC) là

A. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 + t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

B. $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

C. $\begin{cases} x = t \\ y = -1 - t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

D. $\begin{cases} x = t \\ y = 1 - t \\ z = t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$. Đường thẳng nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình

A. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-1}{1}$.

B. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{-1}$.

C. $\frac{x+2}{3} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+3}{1}$.

D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y+1}{4} = \frac{z-3}{1}$.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 - 3t \end{cases}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 2y + z - 1 = 0$. Đường thẳng (d') đi qua $M(2; 1; 1)$ vuông góc với (d) và song song với (P) có phương trình là

A. $(d'): \frac{x+3}{5} = \frac{y+10}{11} = \frac{z+6}{7}$.

B. $(d'): \frac{x-2}{5} = \frac{y-1}{-11} = \frac{z-1}{-7}$.

C. $(d'): \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{-11} = \frac{z+1}{-7}$.

D. $(d'): \frac{x+2}{5} = \frac{y+1}{11} = \frac{z+1}{7}$.

CÂU 27. Trong không gian Oxy , cho ba điểm $A(1; -2; 0)$, $B(4; -1; 3)$, $C(0; -1; 1)$. Đường trung tuyến AM của tam giác ABC có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 + t \\ z = 2t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 - t \\ z = 2t \end{cases}$

CÂU 28. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình đường thẳng d đi qua $A(1; 2; 1)$ và vuông góc với mặt phẳng $(P): x - 2y - z - 1 = 0$.

A. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-1}{-1}$.

B. $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z+1}{-1}$.

GHỊ CHÚ NHANH

C. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{1}.$

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{-1}.$

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -1; 5)$. Đường thẳng đi qua M và song song với Oy có phương trình là

A. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1 \\ z=5+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=3 \\ y=-1 \\ z=5+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=3+t \\ y=-1 \\ z=5 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=3 \\ y=-1+t \\ z=5 \end{cases}$

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng nào dưới đây đi qua điểm $A(1; -2; 3)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{-2}.$

B. $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{-2}.$

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{-2}.$

D. $\frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{1}.$

CÂU 31. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x+2y+z-4=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}.$

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}.$

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}.$

CÂU 32. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 3)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-4}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{-2}$, $d_2: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , vuông góc với đường thẳng d_1 và cắt đường thẳng d_2 .

A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$

B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}.$

C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{1}.$

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{-1}.$

CÂU 33. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{-1}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z-2}{-2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với $(P): x+y+z-7=0$ và cắt d_1, d_2 lần lượt tại hai điểm A, B sao cho AB ngắn nhất. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x=12-t \\ y=5 \\ z=-9+t \end{cases}$

B. $\begin{cases} x=6 \\ y=\frac{5}{2}-t \\ z=-\frac{9}{2}+t \end{cases}$

C. $\begin{cases} x=6-2t \\ y=\frac{5}{2}+t \\ z=-\frac{9}{2}+t \end{cases}$

D. $\begin{cases} x=6-t \\ y=\frac{5}{2} \\ z=-\frac{9}{2}+t \end{cases}$

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; -3; 4)$ và mặt phẳng $(P): -x+2y+z=0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Ox và song song với (P) có phương trình là:

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-4}{-3}.$

B. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{-4}.$

C. $\frac{x}{-2} = \frac{y+3}{-3} = \frac{z}{4}.$

D. $\frac{x+2}{1} = \frac{y+11}{2} = \frac{z-16}{-3}.$

CÂU 35. Do đó: $\overrightarrow{AM} = (2; 3; -4)$ và phương trình đường thẳng (d) là: $\frac{x-2}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-4}{-4}$. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 0; 1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{3}$. Đường thẳng đi qua M , vuông góc với d và cắt Oz có phương trình là

GHI CHÚ NHANH

A. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 0 \\ z = 1 + t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = t \\ z = 1 + t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 - 3t \\ y = 0 \\ z = 1 - t \end{cases}$

CÂU 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; -2; 3)$ và hai mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$, $(Q): x - y + z - 2 = 0$. Phương trình nào dưới đây là phương trình đường thẳng đi qua A , song song với (P) và (Q) ?

A. $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -2 \\ z = 3 + 2t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2 \\ z = 3 - t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 \\ z = -3 - t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1 \\ y = -2 \\ z = 3 - 2t \end{cases}$

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z-2}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 3y + 2z + 2 = 0$. Đường thẳng Δ song song với (P) , đi qua $M(2; 2; 4)$ và cắt đường thẳng d có phương trình là

A. $\frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{6}$ B. $\frac{x-2}{9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$ C. $\frac{x-2}{-9} = \frac{y-2}{-7} = \frac{z-4}{6}$ D. $\frac{x+2}{9} = \frac{y+2}{-7} = \frac{z+4}{-6}$

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ và

mặt phẳng $(P): x - 2y + z - 1 = 0$, Gọi Δ là đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) , đồng thời cắt và vuông góc với đường thẳng d . Phương trình đường thẳng Δ là

A. $\frac{x-3}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$ B. $\frac{x}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{-1}$ C. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$ D. $\frac{x-2}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{-1}$

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-4; -3; 3)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$. Đường thẳng đi qua A , cắt trục Oz và song song với (P) có phương trình là

A. $\frac{x-4}{4} = \frac{y-3}{3} = \frac{z-3}{-7}$ B. $\frac{x+4}{4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ C. $\frac{x+4}{-4} = \frac{y+3}{3} = \frac{z-3}{1}$ D. $\frac{x+8}{4} = \frac{y+6}{3} = \frac{z-10}{-7}$

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 4 \end{cases}$

và $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$. Đường thẳng qua A , cắt đường thẳng d_1, d_2 có phương trình là

A. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-2}{1}$ C. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-2}{1}$ D. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-1}$

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho ba đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y+7}{2} = \frac{z-3}{3}$, $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+3}{-2}$ và $d_2: \frac{x+2}{1} = \frac{y-3}{-3} = \frac{z}{2}$. Gọi Δ là đường thẳng song song với d đồng thời cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 . Đường thẳng Δ đi qua điểm nào sau đây?

A. $(3; -12; 10)$ B. $(4; 1; -7)$ C. $(4; 10; 17)$ D. $(1; -6; 6)$

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$ viết phương trình chính tắc của đường thẳng d nằm trong mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ cắt và vuông góc với đường thẳng

$\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{3}$

GHI CHÚ NHANH

A. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{-5} = \frac{z-4}{1}$.
C. $\frac{x+1}{7} = \frac{y+2}{-5} = \frac{z+4}{1}$.

B. $\frac{x-7}{1} = \frac{y+5}{2} = \frac{z-1}{4}$.
D. $\frac{x-1}{7} = \frac{y-2}{5} = \frac{z-4}{1}$.

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$, song song với mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$ đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2+t \\ z = 3 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1-t \\ y = 2-t \\ z = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 2-t \\ z = 3-t \end{cases}$.

CÂU 44. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Đường thẳng d' đối xứng với d qua mặt phẳng (Oyz) có phương trình là

A. $\frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z}{-1}$.
C. $\frac{x}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-4}{1}$. Phương trình đường thẳng Δ qua $A(1;2;1)$, cắt (P) và d lần lượt tại B và C sao cho C là trung điểm của AB là

A. $\frac{x-1}{-8} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z-1}{1}$. B. $\frac{x+15}{8} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+1}{1}$.
C. $\frac{x-1}{8} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+15}{8} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z+1}{1}$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $(d_1): \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$, $(d_2): \begin{cases} x = 2-t \\ y = 3+t \\ z = 4+t \end{cases}$ (t là tham số) và mặt phẳng $(P): x - y + z - 6 = 0$. Đường thẳng (d) song song (P) , cắt (d_1) và (d_2) lần lượt tại A và B sao cho $AB = 3\sqrt{6}$. Phương trình của (d) là

A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+4}{-2}$. B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-4}{-1}$. D. $\frac{x-4}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{-2}$.

CÂU 47. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(-1;1;2)$ song song với mặt phẳng $(P): x + 4y + z - 6 = 0$ và cắt đường thẳng $(d): \frac{x-3}{-1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-2}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x = -1+t \\ y = 1-t \\ z = 2+3t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -1+3t \\ y = 1-t \\ z = 2+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = -1+11t \\ y = 1-3t \\ z = 2+t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = -1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2+2t \end{cases}$.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - z + 3 = 0$. Đường thẳng nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với Δ có phương trình là:

A. $\begin{cases} x = 1 \\ y = 1-t \\ z = 2+2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = -3 \\ y = -t \\ z = 2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-2t \\ z = 2+3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$.

CÂU 49. Trong không gian Oxy , cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-2}$. Đường thẳng Δ nằm trong (P) , cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-3}{4} = \frac{y+3}{-1} = \frac{z+3}{2}$. B. $\frac{x-3}{5} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z+3}{-1}$.

GHI CHÚ NHANH

C. $\frac{x-1}{4} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+2}{2}$.

D. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-4} = \frac{z+2}{-1}$.

CÂU 50. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x+y-2z-2=0$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-2}{1}$. Đường thẳng Δ' là hình chiếu vuông góc của đường thẳng Δ trên mặt phẳng (α) có phương trình là

A. $\frac{x+8}{3} = \frac{y-6}{5} = \frac{z+2}{4}$.

B. $\frac{x+8}{3} = \frac{y-6}{-5} = \frac{z+2}{4}$.

C. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{-5} = \frac{z+1}{1}$.

D. $\frac{x+1}{7} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+1}{1}$.

CÂU 51. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): \frac{x}{2} - \frac{y}{3} + \frac{z}{6} = 1$ và điểm $A(1;1;-4)$. Phương trình đường thẳng d đi qua A song song với mặt phẳng (P) và cắt trục Ox là

A. $\begin{cases} x=1+7t \\ y=1+2t \\ z=-4-8t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1-27t \\ y=1-2t \\ z=-4-8t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+21t \\ y=1+2t \\ z=-4-8t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1-2t \\ y=1-t \\ z=-4+4t \end{cases}$.

CÂU 52. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng đi qua điểm $M(1;2;2)$ song song với mặt phẳng $(P): x-y+z+3=0$ đồng thời cắt đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{1}$ có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-1-t \\ y=-2-t \\ z=-2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2+t \\ z=2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1+t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1-t \\ y=2-t \\ z=2 \end{cases}$.

CÂU 53. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x-y+2z+3=0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-2}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$. B. $\frac{x-1}{-4} = \frac{y+1}{-6} = \frac{z+3}{1}$. C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y+1}{6} = \frac{z+2}{-1}$. D. $\frac{x+3}{4} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-2}{-1}$.

CÂU 54. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(3;2;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-5}{-2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+3}{2}$. Đường thẳng Δ đi qua A , vuông góc với d và cắt trục Oz có phương trình là

A. $\begin{cases} x=-3+3t \\ y=2+2t \\ z=1-2t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=3t \\ y=2t \\ z=-1+2t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=2t \\ y=t \\ z=1+3t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=3+3t \\ y=2+2t \\ z=1+t \end{cases}$.

CÂU 55. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(2,-2,3); B(1,3,4); C(3,-1,4)$. Phương trình đường phân giác góc BAC là.

A. $\frac{x}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y+6}{4} = \frac{z-1}{2}$. C. $\frac{x-3}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-1}{2}$. D. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{2}$.

CÂU 56. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x=1+t \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$ và mặt phẳng

$(\alpha): x+y+z-3=0$. Phương trình đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (α) , cắt và vuông góc với đường thẳng d là

A. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-2t \\ z=1+t \end{cases}$. C. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1+2t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x=1 \\ y=1-t \\ z=1-t \end{cases}$.

GHỊ CHÚ NHANH

Trong không gian $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = -2 + 4t' \\ z = 2 + 3t' \end{cases}$ và

$d_3: \frac{x+4}{5} = \frac{y+7}{9} = \frac{z}{1}$. Viết phương trình đường thẳng d song song với d_1 và cắt 2 đường thẳng $d_2; d_3$

A. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = -2 + 4t \\ z = 2 + t \end{cases}$

B. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 1 - t \end{cases}$

C. $d: \begin{cases} x = 2 \\ y = 2 + 4t \\ z = 5 - t \end{cases}$

D. $d: \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 + 4t \\ z = 2 - t \end{cases}$

CÂU 58. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 2y - z + 1 = 0$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = -2 + t \\ y = 2 + t \\ z = -t \end{cases}, d_2: \begin{cases} x = 2t' \\ y = 3 + t' \\ z = 1 \end{cases}$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong

mặt phẳng (α) và cắt cả hai đường thẳng d_1, d_2 . Đường thẳng Δ có phương trình là

A. $\frac{x-6}{1} = \frac{y-6}{-3} = \frac{z-1}{8}$

B. $\frac{x-5}{1} = \frac{y-9}{3} = \frac{z+7}{8}$

C. $\frac{x-6}{5} = \frac{y-6}{9} = \frac{z-1}{-7}$

D. $\frac{x-5}{6} = \frac{y-9}{6} = \frac{z+7}{1}$

CÂU 59. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$, mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z - 7 = 0$ và điểm $A(1;1;3)$. Đường thẳng Δ đi qua M cắt đường thẳng d và mặt phẳng (P) lần lượt tại M, N sao cho M là trung điểm của AN , biết đường thẳng Δ có một véc tơ chỉ phương là $\vec{u}(a;b;6)$. Khi đó giá trị biểu thức $T = 14a - 5b$ bằng

A. $T = 81$.

B. $T = 72$.

C. $T = -81$.

D. $T = -63$.

CÂU 60. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 2y + z - 4 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{3}$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) đồng thời cắt và vuông góc với d có phương trình là

A. $\frac{x-1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

B. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-2}$

C. $\frac{x-1}{5} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-3}$

D. $\frac{x+1}{5} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{-3}$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. B	3. D	4. B	5. D	6. B	7. C	8. B	9. B	10. B
11. B	12. B	13. A	14. D	15. C	16. D	17. B	18. A	19. A	20. A
21. D	22. D	23. A	24. C	25. D	26. A	27. C	28. A	29. D	30. A
31. C	32. D	33. D	34. B	35. A	36. B	37. B	38. C	39. D	40. C
41. C	42. A	43. C	44. A	45. D	46. D	47. D	48. A	49. D	50. C
51. D	52. D	53. D	54. B	55. D	56. A	57. B	58. A	59. A	60. C

DẠNG
3

Phương trình mặt phẳng liên quan đường thẳng

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(2;1;1)$ và vuông góc với trục tung là

A. $x = 2$.

B. $2x + y + z - 4 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

C. $z = 1$.

D. $y = 1$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = -1 + t \\ y = 2 - 3t \\ z = t \end{cases}$ và điểm $A(2;3;1)$.

Mặt phẳng (P) đi qua điểm A vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

A. $2x + 3y + z + 6 = 0$.

B. $x - 3y + z + 6 = 0$.

C. $x - 3y + z - 6 = 0$.

D. $-x + 3y - z + 5 = 0$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{4} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{3}$ vuông góc với mặt phẳng (P) . Vec tơ nào dưới đây là vec tơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) ?

A. $\vec{n}_3 = (3; -1; 2)$.

B. $\vec{n}_2 = (4; 1; 3)$.

C. $\vec{n}_4 = (4; -1; 3)$.

D. $\vec{n}_1 = (3; 1; 2)$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-2;3;2)$ và $B(2;1;0)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB có phương trình là

A. $2x - y - z + 3 = 0$.

B. $2x + y + z - 3 = 0$.

C. $4x - 2y - 2z + 3 = 0$.

D. $4x - 2y + 2z - 6 = 0$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt phẳng (α) đi qua điểm O và

vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = -5 + t \end{cases}$ có dạng là

A. $x + 2y + z = 0$.

B. $x + y + z = 0$.

C. $x + 2y - z = 0$.

D. $x + y - z = 0$.

CÂU 6. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;5;1)$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua A và vuông góc với trục Ox .

A. $x - 2 = 0$.

B. $y - 5 = 0$.

C. $z - 1 = 0$.

D. $x + y + z = 0$.

CÂU 7. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $B(-2;3;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) đi qua B và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{-2} = \frac{y+5}{1} = \frac{z-7}{3}$.

A. $2x - y - 3z + 10 = 0$.

B. $-x + 5y - 7z = 0$.

C. $-2x + y - 3z + 10 = 0$.

D. $x - 5y - 7z - 10 = 0$.

CÂU 8. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;-1;-1)$, $B(1;0;4)$, $C(0;-2;-1)$. Viết phương trình mặt phẳng (α) qua A và vuông góc với đường thẳng BC .

A. $x + 2y + 5z + 6 = 0$.

B. $x + 2y + 5z - 5 = 0$.

C. $x - 2y - 5z - 6 = 0$.

D. $x - 2y - 5z + 6 = 0$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M_1(2;3;4)$, $M_2(4;-1;0)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực (α) của đoạn M_1M_2 .

A. $(\alpha): x - 2y - 2z = 0$.

B. $(\alpha): x - 2y - 2z - 5 = 0$.

C. $(\alpha): x + 2y - 2z - 3 = 0$.

D. $(\alpha): 2x - 4y - 4z + 3 = 0$.

CÂU 10. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;1;0)$, $B(-4;-3;2)$. Viết phương trình mặt phẳng trung trực của AB ?

A. $3x + 2y - z + 6 = 0$.

B. $6x - 4y + 4z + 3 = 0$.

C. $3x - 2y - 2z + 4 = 0$.

D. $6x + 4y + 4z + 1 = 0$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng (α) vuông góc với mặt phẳng (Oxy) , đồng thời (α) song song và cách đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-3}{-3}$ một khoảng bằng $\sqrt{5}$ có phương trình là

A. $2x - y + 7 = 0$ hoặc $2x - y - 3 = 0$.

B. $2x + y + 7 = 0$ hoặc $2x + y - 3 = 0$.

C. $2x - y + 7 = 0$ hoặc $2x - y + 5 = 0$.

D. $2x + y + 7 = 0$ hoặc $2x + y - 5 = 0$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;1;0)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{4} = \frac{z+1}{-2}$. Mặt phẳng (α) đi qua M và chứa đường thẳng Δ có phương trình là

- A. $4x - y + 4z - 7 = 0$. B. $4x + y + 4z - 9 = 0$.
C. $4x - y - 4z - 7 = 0$. D. $4x + y + 4z + 9 = 0$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2;-5;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{2} = \frac{y+2}{4} = \frac{z-3}{-1}$. Mặt phẳng đi qua M và vuông góc với d có phương trình là

- A. $2x - 5y + 3z - 38 = 0$. B. $2x + 4y - z + 19 = 0$.
C. $2x + 4y - z - 19 = 0$. D. $2x + 4y - z + 11 = 0$.

CÂU 14. Trong không gian với hệ tọa độ $(Oxyz)$ cho hai điểm $A(1;2;3)$, $B(-3;0;1)$. Mặt cầu đường kính AB có phương trình là:

- A. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z = 0$. B. $x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y - 4z = 0$.
C. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 6 = 0$. D. $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 2y - 4z - 12 = 0$.

CÂU 15. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(4;-3;5)$ và $B(2;-5;1)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua trung điểm I của đoạn thẳng AB và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+1}{3} = \frac{y-5}{-2} = \frac{z+9}{13}$.

- A. $3x + 2y + 13z + 56 = 0$. B. $3x - 2y - 13z + 56 = 0$.
C. $3x + 2y + 13z - 56 = 0$. D. $3x - 2y + 13z - 56 = 0$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1;-2;0)$, $N(-1;0;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z}{2}$. Mặt phẳng đi qua M, N và song song với d có phương trình là

- A. $4x - y - 3z - 2 = 0$. B. $4x - y - 3z - 6 = 0$.
C. $4x + y - 3z - 2 = 0$. D. $4x + y - 3z + 2 = 0$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(1;2;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{3}$ có phương trình là

- A. $2x - y + 3z + 9 = 0$. B. $2x - y + 3z - 4 = 0$.
C. $2x - y + 3z + 4 = 0$. D. $x - 2y - 4 = 0$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình của mặt phẳng (P) đi qua điểm $B(2;1;-3)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-3}$.

- A. $4x + 5y - 3z + 22 = 0$. B. $4x - 5y - 3z - 12 = 0$.
C. $2x - y + z = 0$. D. $4x + 5y - 3z - 22 = 0$.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+2}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+3}{2}$ và điểm $A(1;-2;3)$. Mặt phẳng đi qua A và vuông góc với đường thẳng d có phương trình là:

- A. $x - 2y + 3z - 14 = 0$. B. $x - y + 2z + 9 = 0$.
C. $x - y + 2z - 9 = 0$. D. $x - 2y + 3z - 9 = 0$.

CÂU 20. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;-4)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng OA có phương trình là?

- A. $x - 2y - 5z = 0$. B. $x - 2z - 10 = 0$. C. $x - 2z - 5 = 0$. D. $x - 2y - 5 = 0$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (α) đi qua điểm $A(-1;0;1)$ và vuông góc với đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 4 - 3t \\ z = -1 + 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ có phương trình là:

- A. $x - 3y - 2z - 1 = 0$. B. $x - 3y + 2z - 1 = 0$.
C. $x - 3y + 2z + 1 = 0$. D. $x + 3y + 2z + 1 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng vuông góc với đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z}{3}$ và đi qua điểm $A(3; -4; 5)$ có phương trình là

A. $-3x + 4y - 5z - 26 = 0.$ **B.** $3x - 4y + 5z - 26 = 0.$
C. $-x + 2y - 3z + 26 = 0.$ **D.** $x - 2y + 3z + 26 = 0.$

CÂU 23. Viết phương trình mặt phẳng đi qua điểm $M(1; 1; 0)$ và song song với hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{2}, d_2: \frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-2}{-1}.$

A. $x + 7y - 4z + 8 = 0.$ **B.** $3x - 5y + 4z - 2 = 0.$
C. $x + 7y - 4z - 8 = 0.$ **D.** $3x - 5y + 4z + 2 = 0.$

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(Q): 2x - y + 3z - 2021 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 - t \\ y = -1 - 2t \\ z = 4 + 5t \end{cases}$. Gọi (P) là mặt phẳng chứa d và vuông góc với (Q) . Phương trình của mặt phẳng (P) là

A. $x - 13y - 5z + 5 = 0.$ **B.** $x + 5y + z - 13 = 0.$
C. $2x - y + 3z - 17 = 0.$ **D.** $-x - 2y + 5z - 20 = 0.$

CÂU 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua $M(2; 1; -1)$, vuông góc với $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{3} = \frac{z}{2}$ và song song với $(\alpha): x + y + z - 1 = 0$ có phương trình tham số là

A. $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = -2 - t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 + t \\ z = -1 - 2t \end{cases}$

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1; -3; 4)$ và $B(3; 1; -2)$. Mặt phẳng trung trực của đoạn thẳng AB là

A. $x + 2y - 3z - 3 = 0.$ **B.** $x + 2y - 3z + 3 = 0.$
C. $x + 2y + 3z - 3 = 0.$ **D.** $x + 2y + 3z + 3 = 0.$

CÂU 27. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1; 0; -2)$ và song song với hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}.$

A. $6x - y - 2z - 10 = 0.$ **B.** $6x + y - 2z - 10 = 0.$
C. $6x - y + 2z - 10 = 0.$ **D.** $6x - y - 2z + 10 = 0.$

CÂU 28. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -3; 4)$ và song song với hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = -t \end{cases}$ và trục Oz .

A. $3x + 2y + 6 = 0.$ **B.** $3x - 2y - 6 = 0.$ **C.** $3x + 2y - 6 = 0.$ **D.** $3x - 2y + 6 = 0.$

CÂU 29. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(0; -3; 4)$ và song song với hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -t \end{cases}$ và trục Oy .

A. $x - z + 4 = 0.$ **B.** $3x - 2y - z - 2 = 0.$
C. $x - 3y + z - 13 = 0.$ **D.** $2x - 3y - 9 = 0.$

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(0; 2; -3)$ và $B(4; -4; 1)$. Gọi M là trung điểm của AB . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của OM ?

A. $2x + y + z + 3 = 0.$ **B.** $2x + y - z + 3 = 0.$

GHỊ CHÚ NHANH

C. $2x - y - z - 3 = 0$.

D. $2x - y + z + 1 = 0$.

CÂU 31. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm A và B . Gọi I là trung điểm của AB . Viết phương trình mặt phẳng trung trực của AB biết tọa độ điểm $A(1;2;0)$ và $I(-2;1;1)$?

A. $x + y - z + 1 = 0$.

B. $3x + y - z + 6 = 0$.

C. $3x - y + z - 1 = 0$.

D. $x - y + z + 1 = 0$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) đi qua điểm $M(2;2;1)$ và có một vectơ pháp tuyến $\vec{n} = (5;2;-3)$. Phương trình mặt phẳng (P) là

A. $5x + 2y - 3z - 17 = 0$.

B. $2x + 2y + z - 11 = 0$.

C. $5x + 2y - 3z - 11 = 0$.

D. $2x + 2y + z - 17 = 0$.

CÂU 33. Trong không gian hệ tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P)

đi qua điểm $N(-1;0;-2)$ và song song với đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và đường

thẳng AB với $A(1;-2;0), B(0;-1;2)$

A. $5x + y + 2z + 9 = 0$.

B. $5x - y + 2z + 9 = 0$.

C. $5x + y - 2z + 1 = 0$.

D. $5x - y - 2z + 1 = 0$.

CÂU 34. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{-2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-4}{3}$ và $\frac{x+1}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+2}{3}$ có phương trình

A. $-2x - 2y + 9z - 36 = 0$.

B. $2x - y - z = 0$.

C. $6x + 9y + z + 8 = 0$.

D. $6x + 9y + z - 8 = 0$.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng chứa hai đường thẳng cắt nhau $\frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{-1}$ và $\frac{x}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-4;0;0)$.

B. $B(0;2;8)$.

C. $C(0;0;-8)$.

D. $A(1;1;8)$.

CÂU 36. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng đi qua điểm $A(2;0;0)$ và chứa

đường thẳng $d: \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 + 3t \\ z = 4t \end{cases}$ có phương trình là

A. $\frac{x}{3} + \frac{y}{2} + \frac{z}{-4} = 1$.

B. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{-4} = 1$.

C. $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{4} = 1$.

D. $\frac{x}{-4} + \frac{y}{3} + \frac{z}{2} = 1$.

CÂU 37. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng song song $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{3}$ và $d_2: \frac{x-4}{3} = \frac{y-1}{6} = \frac{z-3}{9}$. Mặt phẳng (P) chứa hai đường thẳng d_1 và d_2 có phương trình là

A. $(P): x - 2y + z + 10 = 0$.

B. $(P): x + 2y + 3z + 5 = 0$.

C. $(P): x - 2y + z - 5 = 0$.

D. $(P): x + z + 5 = 0$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng (P) chứa đường

thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 \\ y = 1 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và song song với đường thẳng $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{2}$.

A. $-6x + y + 2z + 3 = 0$.

B. $-6x + y - 2z + 3 = 0$.

C. $-6x + y + 2z - 3 = 0$.

D. $6x + y + 2z + 3 = 0$.

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{2} = \frac{y}{-2} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(Q): x - y + 3z = 0$. Viết phương trình mặt phẳng (P) đi qua điểm $A(1;2;0)$, song song với đường thẳng Δ và vuông góc với mặt phẳng (Q) .

A. $x + y + 1 = 0$.

B. $2x - 2y + z + 2 = 0$.

C. $x - y + 3z + 1 = 0$.

D. $x + y - 3 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{-1} = \frac{y}{-2} = \frac{z-4}{3}$. Phương trình mặt phẳng (α) đi qua gốc tọa độ O , vuông góc với (P) và song song với d là

- A. $2x + 4y + 5z = 0$. B. $4x + 2y + 5z = 0$.
C. $2x + 5y + 4z = 0$. D. $5x + 2y + 4z = 0$.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$ cho điểm $N(1; -2; 0)$ và mặt phẳng $(Q): 2x - 2y + z + 2022 = 0$. Mặt phẳng (α) đi qua N , song song với trục Oy và vuông góc với (Q) có phương trình dạng $ax + by + cz + d = 0$. Khi đó giá trị $b - c + d$ bằng

- A. 3. B. 2. C. 0. D. 1.

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 2022 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+6}{-2}$. Mặt phẳng $(Q): ax + by + cz - 14 = 0$ với $a, b, c \in \mathbb{Z}$ đi qua $M(0; 2; -6)$ song song d và vuông góc với mặt phẳng (P) . Tính $a + b + c$

- A. $a + b + c = -12$. B. $a + b + c = 6$. C. $a + b + c = 12$. D. $a + b + c = -9$.

CÂU 43. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, viết phương trình mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z - 2 = 0$ và chứa đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

- A. $x + y + z - 1 = 0$. B. $3x + y - z + 3 = 0$.
C. $x - y + z - 3 = 0$. D. $2x + y - z + 3 = 0$.

CÂU 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; -1; 2); B(2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + y + z + 1 = 0$. Mặt phẳng (Q) chứa A, B và vuông góc với mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) có phương trình là:

- A. $-x + y = 0$. B. $3x - 2y - z + 3 = 0$.
C. $x + y + z - 2 = 0$. D. $3x - 2y - z - 3 = 0$.

CÂU 45. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng (P) chứa đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-1}$ và vuông góc với mặt phẳng (Oxy) có phương trình là

- A. $2x + y - 2 = 0$. B. $x - 2y - 1 = 0$. C. $2x - y - 2 = 0$. D. $2x - y + 2 = 0$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1; -1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+1}{2}$. Viết phương trình mặt phẳng (α) biết (α) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d .

- A. $15x - y - 6z - 4 = 0$. B. $15x + y - 6z + 4 = 0$.
C. $3x - y - 6z + 8 = 0$. D. $x - 15y - 6z + 10 = 0$.

CÂU 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(0; 1; 2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+1}{1}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d có phương trình $ax + 4y + cz + d = 0$. Tính $2a + c - d$.

- A. 4. B. -2. C. 6. D. 0.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-1}{1}$. Mặt phẳng (α) đi qua điểm A và chứa đường thẳng d có phương trình $ax + by + cz - 1 = 0$. Tính $a + 2b + 3c$.

- A. 0. B. -1. C. 3. D. 1.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-2)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 35$ và hai điểm $M(6; -14; 7)$ và $N(10; 8; 9)$. Với A là điểm thuộc mặt cầu (S) sao cho $AM + AN$ đạt giá trị lớn nhất, khi đó tiếp diện của mặt cầu (S) tại điểm A có phương trình là

- A. $3x + y + 5z - 35 = 0$. B. $3x - y + 5z + 38 = 0$.
C. $3x - y - 5z + 42 = 0$. D. $3x - y + 5z - 45 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. B	3. C	4. A	5. A	6. A	7. A	8. A	9. B	10. A
11. B	12. B	13. C	14. A	15. D	16. C	17. A	18. D	19. C	20. C
21. B	22. C	23. C	24. A	25. D	26. B	27. A	28. A	29. A	30. C
31. B	32. C	33. A	34. C	35. A	36. B	37. C	38. A	39. D	40. C
41. D	42. A	43. A	44. D	45. C	46. A	47. C	48. B	49. B	

DẠNG
4

Điểm liên quan đường thẳng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z}{2}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(3; -1; 0)$. B. $M(3; -1; 2)$. C. $M(-1; 3; 0)$. D. $M(1; -3; 0)$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $A(2; -1; 3)$. B. $C(-1; 2; 0)$. C. $D(1; -2; 0)$. D. $B(0; 2; -1)$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z-2}{-3}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $N(1; -3; 2)$. B. Điểm $Q(1; -3; -2)$.
C. Điểm $P(1; 3; 2)$. D. Điểm $M(-1; 3; 2)$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A. Điểm $N(0; 0; 3)$. B. Điểm $M(2; 4; 2)$.
C. Điểm $P(1; 2; -3)$. D. Điểm $Q(2; 2; 3)$.

CÂU 5. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y+2}{-4} = \frac{z-3}{-5}$ đi qua điểm nào sau đây?

- A. $(1; -2; 3)$. B. $(-1; 2; -3)$. C. $(3; -4; -5)$. D. $(-3; 4; 5)$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-3} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi M là giao điểm của Δ với mặt phẳng $(P): x + 2y - 3z + 2 = 0$. Tọa độ điểm M là

- A. $M(2; 0; -1)$. B. $M(5; -1; -3)$. C. $M(1; 0; 1)$. D. $M(-1; 1; 1)$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và hai điểm $A(5; 3; -1)$, $B(3; 1; -2)$. Tọa độ điểm C thuộc d sao cho tam giác ABC vuông ở B là

- A. $(4; 1; 0)$. B. $(3; 2; -2)$. C. $(2; 3; -4)$. D. $(5; 0; 2)$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $B(1; 1; -2)$, $C(1; 0; -1)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y+3}{3} = \frac{z+1}{-1}$. Tìm tọa độ A thuộc đường thẳng d sao cho A cách đều B , C .

- A. $A(0; 1; -1)$. B. $A(-1; -3; -1)$. C. $A(3; 3; -3)$. D. $A(1; 0; -2)$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1, -1, -2)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y - 3z + 4 = 0$. Đường thẳng đi qua A và vuông góc với (P) đi qua điểm nào dưới đây?

- A. $M(2; -3; 5)$. B. $P(-2; 3; 5)$. C. $N(2; -3; -5)$. D. $Q(2; 3; -5)$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 10. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho điểm $A(-3;2;3)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Điểm nào sau đây không thuộc đường thẳng Δ đi qua

A , vuông góc và cắt đường thẳng d .

- A.** $(2;1;-1)$. **B.** $(-3;2;3)$. **C.** $(-8;3;5)$. **D.** $(2;1;1)$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ tìm tâm mặt cầu (S) đi qua 2 điểm $A(1;3;1); B(3;2;2)$ và có tâm nằm trên đường thẳng Δ đi qua $N(1;-1;2)$ đồng

thời vuông góc với cả hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = t \\ y = 1 - 4t \\ z = 6 + 6t \end{cases}$ và $d_2: \frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+2}{-5}$ có

phương trình

- A.** $I(-\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4})$. **B.** $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{2}; \frac{17}{2})$. **C.** $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; \frac{17}{4})$. **D.** $I(\frac{9}{2}; \frac{13}{4}; -\frac{17}{4})$.

CÂU 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(-4;-2;4)$ và đường thẳng (d) có phương trình: $\frac{x+3}{2} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z+1}{4}$ Viết phương trình đường thẳng đi qua A ; cắt và vuông góc với (d) .

- A.** $\Delta: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2t \\ z = 3 - t \end{cases}$. **B.** $\Delta: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.
C. $\Delta: \begin{cases} x = t \\ y = 2 - 6t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$. **D.** $\Delta: \begin{cases} x = 1 \\ y = -6t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 3 + 3t \\ z = 2t \end{cases}$, mặt phẳng

$(\alpha): x + y - z + 3 = 0$ và điểm $A(1;2;-1)$. Đường thẳng Δ qua điểm A , cắt d và song song với (α) đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $P(3;-2;1)$. **B.** $N(3;-2;-3)$. **C.** $P(3;-2;1)$. **D.** $Q(2;-2;0)$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-1}{-1}$ đi qua điểm nào dưới đây?

- A.** $M(1;3;-1)$. **B.** $M(-3;5;3)$. **C.** $M(3;5;3)$. **D.** $M(1;2;-3)$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, giao điểm của hai đường thẳng

$d: \begin{cases} x = -3 + 2t \\ y = -2 + 3t \\ z = 6 + 4t \end{cases}$ và $d': \begin{cases} x = 5 + t' \\ y = -1 - 4t' \\ z = 2 - 8t' \end{cases}$ có tọa độ là

- A.** $(-3;-2;6)$. **B.** $(3;7;18)$. **C.** $(5;-1;20)$. **D.** $(3;-2;1)$.

CÂU 16. Cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{3}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 3 = 0$. Điểm M nằm trên d và cách (P) một đoạn bằng 2 có tọa độ là

- A.** $M(-1;-3;-5)$. **B.** $M(-2;-3;-1)$. **C.** $M(-1;-5;-7)$. **D.** $M(-2;-5;-8)$.

CÂU 17. Tìm điểm M trên đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$ sao cho $AM = \sqrt{6}$, với

$A(0;2;-2)$.

- A.** $M(1;1;0)$ hoặc $M(-1;3;-4)$.
B. $M(-1;3;-4)$ hoặc $M(2;1;-1)$.
C. Không có điểm M nào thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

GHI CHÚ NHANH

D. $M(1;1;0)$ hoặc $M(2;1;-1)$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y + z - 10 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-1}$. Đường thẳng Δ cắt (P) và d lần lượt tại M và N sao cho $A(3;2;1)$ là trung điểm của MN . Tính độ dài đoạn MN .

A. $MN = 4\sqrt{6}$. B. $MN = 2\sqrt{6}$. C. $MN = 6\sqrt{2}$. D. $MN = 2\sqrt{14}$.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, Cho điểm $A(1;2;-1)$, đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 2z + 1 = 0$. Điểm B thuộc mặt phẳng (P) thỏa mãn đường thẳng AB vừa cắt và vừa vuông góc với d . Tọa độ của điểm B là

A. $(0;3;-2)$. B. $(3;-2;-1)$. C. $(-3;8;-3)$. D. $(6;-7;0)$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;2;3)$. Đường thẳng d đi qua điểm M , d cắt tia Ox tại A và cắt mặt phẳng (Oyz) tại B sao cho $MA = 2MB$. Độ dài đoạn AB bằng

A. $\frac{3\sqrt{17}}{2}$. B. $\frac{5\sqrt{17}}{2}$. C. $\sqrt{17}$. D. $\frac{\sqrt{17}}{2}$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, hình chiếu của điểm $M(1;0;3)$ trên đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z-4}{1}$ có tọa độ là

A. $(-3;5;3)$. B. $(-1;3;4)$. C. $(1;1;5)$. D. $(3;-1;6)$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;-1;3)$, đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + y - 2z + 6 = 0$. Gọi B là điểm thuộc (P) sao cho đường thẳng AB cắt và vuông góc với d . Hoành độ của điểm B bằng

A. -5 . B. 8 . C. 3 . D. 1 .

CÂU 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\frac{x-2}{1} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z}{-1}$ và $\frac{x-3}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{-1}$. Gọi M là trung điểm đoạn vuông góc chung của hai đường thẳng đó. Tính độ dài đoạn thẳng OM .

A. $OM = \sqrt{5}$. B. $OM = 2\sqrt{35}$. C. $OM = \frac{\sqrt{14}}{2}$. D. $OM = \sqrt{35}$.

CÂU 24. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng d có phương trình $\frac{x-12}{4} = \frac{y-9}{3} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): 3x + 5y - z - 2 = 0$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) . Khi đó d' đi qua điểm nào sau đây?

A. $A(62;-25;63)$. B. $B(62;-25;59)$.
C. $C(-62;25;-59)$. D. $D(62;-25;-63)$.

CÂU 25. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(3;3;-2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x+1}{-1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{4}$. Đường thẳng d đi qua M cắt d_1, d_2 lần lượt tại A và B . Độ dài đoạn thẳng AB bằng

A. $\sqrt{6}$. B. 3 . C. 4 . D. 2 .

CÂU 26. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho điểm $A(1;2;3)$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-3}{1}$. Tìm tọa độ điểm A' đối xứng với điểm A qua đường thẳng d .

A. $\left(\frac{8}{3}; -\frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$. B. $\left(\frac{8}{3}; \frac{5}{3}; \frac{10}{3}\right)$. C. $\left(\frac{13}{3}; \frac{16}{3}; \frac{11}{3}\right)$. D. $\left(\frac{13}{3}; -\frac{16}{3}; \frac{11}{3}\right)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. B	3. A	4. B	5. A	6. D	7. C	8. D	9. C	10. A
11. C	12. A	13. C	14. B	15. B	16. A	17. A	18. B	19. A	20. A
21. C	22. C	24. B	25. B	26. D					

GHI CHÚ NHANH

DẠNG
5

Khoảng cách-góc

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;3;-4)$. Tính khoảng cách từ M đến trục Oy .

- A. $\sqrt{29}$. B. 3. C. $2\sqrt{5}$. D. 2.

CÂU 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(-1;3;-2)$ và đường thẳng d có phương trình $\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 3 - 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$. Tính khoảng cách từ điểm M đến đường

thẳng Δ .

- A. 2. B. $2\sqrt{2}$. C. 3. D. $2\sqrt{3}$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d_1: \frac{x-2}{2} = \frac{y+5}{-1} = \frac{z+2}{1}$ và $d_2: \frac{x-4}{1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z+1}{-2}$. Khoảng cách giữa hai đường thẳng d_1 và đường thẳng d_2 là

- A. $\frac{\sqrt{87}}{15}$. B. $\frac{\sqrt{21}}{7}$. C. $\frac{11\sqrt{10}}{10}$. D. $\frac{5\sqrt{3}}{3}$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 2 = 0$ và hai điểm $A(2;0;1)$, $B(1;1;2)$. Gọi d là đường thẳng nằm trong (α) và cắt đường thẳng AB , thỏa mãn góc giữa hai đường thẳng AB và d bằng góc giữa đường thẳng AB và mặt phẳng (α) . Khoảng cách từ điểm A đến đường thẳng d bằng

- A. 2. B. $\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. $\frac{\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 5. Cho tứ diện $O \cdot ABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau, $OA = a$ và $OB = OC = 2a$. Gọi M là trung điểm của BC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng OM và AB bằng

- A. $\frac{\sqrt{2}a}{2}$. B. a . C. $\frac{2\sqrt{5}a}{5}$. D. $\frac{\sqrt{6}a}{3}$.

CÂU 6. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(0;-1;-1)$, $B(-2;1;1)$, $C(-1;3;0)$, $D(1;1;1)$. Tính cosin của góc giữa hai đường thẳng AB và CD ?

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3}$. B. $-\frac{\sqrt{6}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{\sqrt{6}}{2}$.

CÂU 7. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - z + 2 = 0$ và hai đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$; $d': \begin{cases} x = 3 - t' \\ y = 1 + t' \\ z = 1 - 2t' \end{cases}$. Biết rằng có 2 đường

thẳng có các đặc điểm: song song với (P) ; cắt d , d' và tạo với d góc 30° . Tính cosin góc tạo bởi hai đường thẳng đó.

- A. $\frac{1}{\sqrt{5}}$. B. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. C. $\sqrt{\frac{2}{3}}$. D. $\frac{1}{2}$.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi d đi qua $A(-1;0;-1)$, cắt $\Delta_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+2}{-1}$, sao cho góc giữa d và $\Delta_2: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+3}{2}$ là nhỏ nhất. Phương trình đường thẳng d là

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{-1}$. B. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{5} = \frac{z+1}{-2}$.
C. $\frac{x+1}{4} = \frac{y}{-5} = \frac{z+1}{-2}$. D. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+1}{1}$.

GHI CHÚ NHANH

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C 2. D 3. D 4. B 5. D 6. C 7. D 8. C

DẠNG

6

Vị trí tương đối giữa hai đường thẳng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho phương trình của hai đường thẳng: $d_1: \frac{x}{2} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{1}$ và $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$. Vị trí tương đối của hai đường thẳng d_1 và d_2 là

- A. d_1, d_2 cắt nhau. B. d_1, d_2 chéo nhau.
C. d_1, d_2 song song. D. d_1, d_2 trùng nhau.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z+2}{4}$ và đường thẳng $d': \frac{x-2}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z-m}{m^2}$. Số giá trị của tham số m để hai đường thẳng d, d' song song với nhau

- A. 1. B. 0. C. Vô số. D. 2.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-m}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+1}{2m+3}$, ở đó $m \neq -\frac{3}{2}$ là tham số. Với giá trị nào của m thì đường thẳng d_1 vuông góc với đường thẳng d_2 ?

- A. $m = -\frac{1}{2}$. B. $m = \frac{1}{2}$. C. $m = -\frac{11}{4}$. D. $m = -\frac{15}{4}$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 2t \\ z = 3t \end{cases} \text{ và } \Delta: \begin{cases} x = 1 + t' \\ y = 3 - 2t' \\ z = 1 \end{cases}. \text{ Chọn mệnh đề đúng trong các mệnh đề sau.}$$

- A. d và Δ song song. B. d và Δ chéo nhau.
C. d và Δ cắt nhau. D. d và Δ trùng nhau.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -3 + t \\ z = 4 - 2t \end{cases} \text{ và } d': \frac{x-4}{9} = \frac{y+1}{3} = \frac{z}{-6}. \text{ Xác định vị trí tương đối của hai đường thẳng.}$$

- A. Cắt nhau. B. Vuông góc. C. Song song. D. Trùng nhau.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$(d_1): \begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 3 + t \end{cases} \text{ và } (d_2): \begin{cases} x = 2 + 2t' \\ y = -1 - t' \\ z = 3 + t' \end{cases}. \text{ Vị trí tương đối của hai đường thẳng } (d_1) \text{ và } (d_2) \text{ là}$$

- A. Chéo nhau. B. Trùng nhau. C. Song song. D. Cắt nhau.

CÂU 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = -t \\ z = 1 - 2t \end{cases}, \text{ và } d_2: \frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-3}{2}. \text{ Vị trí tương đối của } d_1 \text{ và } d_2 \text{ là}$$

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

CÂU 8. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3}$ và $d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 - t \\ z = 0 \end{cases}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

$$d_1: \frac{x}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{-3} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = 2t \\ y = -3 - t \\ z = 0 \end{cases}$$

- A. d_1 song song d_2 .
 B. d_1 và d_2 chéo nhau.
 C. d_1 cắt d_2 và vuông góc với nhau.
 D. d_1 vuông góc d_2 và không cắt nhau.

CÂU 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = 3 - 2t \end{cases} \text{ và } d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-5}{-2}. \text{ Vị trí tương đối của } d_1 \text{ và } d_2 \text{ là}$$

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{-6}$ và $d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{3}$. Vị trí tương đối của d_1 và d_2 là

$$d_1: \frac{x-3}{-2} = \frac{y-1}{4} = \frac{z}{-6} \text{ và } d_2: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-5}{3}$$

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d_1: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - t \\ z = 2t \end{cases} \text{ và } d_2: \begin{cases} x = -2 - s \\ y = s \\ z = 3 - 2s \end{cases}. \text{ Vị trí tương đối của } d_1 \text{ và } d_2 \text{ là}$$

- A. Song song. B. Trùng nhau. C. Cắt nhau. D. Chéo nhau.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + 3t \\ z = 3 + 4t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 3 + 4t' \\ y = 5 + 6t' \\ z = 7 + 8t' \end{cases}. \text{ Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào đúng?}$$

- A. $d \perp d'$. B. $d \equiv d'$.
 C. $d \parallel d'$. D. d và d' chéo nhau.

CÂU 13. Trong không gian $Oxyz$ cho hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = a + 2t \\ y = -1 - 2t \\ z = 3 + bt \end{cases}$ và $d_2: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-1}{1}$.

$$\frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{1} \text{ Tìm các giá trị của } a, b \text{ để } d_1 \text{ trùng với } d_2.$$

- A. $a = 2, b = 5$. B. $a = -2, b = 5$. C. $a = 5, b = 2$. D. $a = -5, b = 2$.

CÂU 14. Trong không gian $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC} \Rightarrow C(a; a; 0) \Rightarrow C'(a; a; b) \Rightarrow M\left(a; a; \frac{b}{2}\right)$ cho đường $\overrightarrow{MB} = \left(0; -a; -\frac{b}{2}\right)$. Và $\overrightarrow{BD} = (-a; a; 0)$. Xét vị trí tương đối của d và d' .

- A. $d \parallel d'$. B. $d \equiv d'$. C. d cắt d' . D. d chéo d' .

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng

$$d: \begin{cases} x = 2 + at \\ y = 1 - bt \\ z = 2 - t \end{cases} \text{ và } d': \begin{cases} x = 2 + 3t' \\ y = 3 - t' \\ z = t' \end{cases}. \text{ Giá trị của } a \text{ và } b \text{ sao cho } d \text{ và } d' \text{ song song với nhau là}$$

- A. $a = -2; b = -1$. B. $a = 3; b = 2$. C. $a = -3; b = -1$. D. $a = 3; b = 1$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 3; 1)$, $N(-1; 2; 3)$ và $P(2; -1; 1)$. Phương trình đường thẳng d đi qua M và song song với NP là

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

A. $\begin{cases} x = 3 - 2t \\ y = -3 + 3t \\ z = -2 - t \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = -1 + 3t \\ y = 2 - 3t \\ z = 3 - 2t \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = -1 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = -2 + 3t \\ y = 3 - 3t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$

CÂU 17. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(0; -1; 2)$ và hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{2}$, $d_2: \frac{x+1}{2} = \frac{y-4}{-1} = \frac{z-2}{4}$. Phương trình đường thẳng đi qua M cắt hai đường thẳng d_1 và d_2 là

A. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{16}$ B. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{9} = \frac{z-2}{16}$
C. $\frac{x}{3} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z-2}{4}$ D. $\frac{x}{9} = \frac{y+1}{-9} = \frac{z-2}{-16}$

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có phương trình cạnh $AC: \begin{cases} x = 4 + t \\ y = 3 \\ z = 6 + 7t \end{cases}$, đường cao $AH: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{1} = \frac{z}{3}$, đường trung tuyến

$CM: \frac{x-3}{3} = \frac{y-3}{8} = \frac{z+1}{-11}$. Biết $B(a; b; c)$, tổng $a + b + c$ bằng

A. -3. B. 3. C. 5. D. -1.

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(2; 1; 1)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 1 \\ z = 2 - t \end{cases}$, $d_2: \begin{cases} x = 3 + 2t' \\ y = 3 + t' \\ z = 0 \end{cases}$. Đường thẳng đi qua A , vuông góc với d_1

và cắt d_2 đi qua điểm $M(2; a; b)$. Tính $T = 2a + b$.

A. $T = 1$. B. $T = 2$. C. $T = -3$. D. $T = 3$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(3; -4; -5)$ và các đường thẳng $d_1: \frac{x+4}{-5} = \frac{y-4}{2} = \frac{z-2}{3}$; $d_2: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z+5}{-2}$. Đường thẳng d đi qua M và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B . Diện tích tam giác OAB bằng

A. $\frac{5\sqrt{3}}{2}$. B. $5\sqrt{3}$. C. $3\sqrt{5}$. D. $\frac{3\sqrt{5}}{2}$.

CÂU 21. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $a: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-2}$; $b: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y - z = 0$. Viết phương trình đường thẳng d song song với (P) , cắt a và b lần lượt tại M và N sao cho $MN = \sqrt{2}$.

A. $d: \frac{x-\frac{4}{3}}{-3} = \frac{y-\frac{4}{8}}{8} = \frac{z+\frac{8}{-5}}{-5}$ B. $d: \frac{x-\frac{4}{3}}{3} = \frac{y-\frac{4}{8}}{8} = \frac{z+\frac{8}{-5}}{-5}$
C. $d: \frac{x-\frac{4}{3}}{3} = \frac{y+\frac{4}{7}}{8} = \frac{z+\frac{8}{-5}}{-5}$ D. $d: \frac{x+\frac{4}{7}}{-3} = \frac{y-\frac{4}{7}}{8} = \frac{z+\frac{8}{-5}}{-5}$

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. A	3. C	4. B	5. D	6. C	7. A	8. D	9. B	10. A
11. A	12. B	13. C	14. C	15. C	16. D	17. A	18. A	19. D	20. A
21. C									

DẠNG
7

Vị trí tương đối giữa đường thẳng và mặt phẳng

CÂU 1. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 3z - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

GHI CHÚ NHANH

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d vuông góc với (P) .
C. d song song với (P) . D. d nằm trong (P) .

CÂU 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + 3y - 1 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (P) song song với Oy . B. (P) chứa Oz .
C. (P) song song với Oz . D. (P) chứa Oy .

CÂU 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -x + 2z = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (P) song song với Oy . B. (P) chứa Oz .
C. (P) song song với Oz . D. (P) chứa Oy .

CÂU 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2z - 3 = 0$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. (P) song song với Oz . B. (P) song song với Ox và Oy .
C. (P) chứa Oz . D. (P) chứa Ox và Oy .

CÂU 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x+3}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{-2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trong (P) .

CÂU 6. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trong (P) .

CÂU 7. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): -y + 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trong (P) .

CÂU 8. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - z + 2 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-4}{1}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trong (P) .

CÂU 9. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = -2t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trong (P) .

CÂU 10. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y - 2z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = -1 \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trong (P) .

CÂU 11. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): y - 2z + 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = 2 + t \\ z = 1 - 2t \end{cases}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. d cắt và không vuông góc với (P) . B. d song song với (P) .
C. d vuông góc với (P) . D. d nằm trong (P) .

GHI CHÚ NHANH

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - y + 2z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-3}{m}$. Giá trị của m để d vuông góc với (P) là
A. 2. **B.** -4. **C.** 0. **D.** 1.

CÂU 13. Để d thuộc mặt phẳng (P) thì giá trị thực của m bằng bao nhiêu?
A. Không tồn tại m . **B.** $m = -4$.
C. $m = -1$. **D.** $m = 1$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+6}{3} = \frac{z}{-5}$ và mặt phẳng $(P): x + y + 5z + 5 = 0$. Tọa độ giao điểm của Δ và (P) là
A. $\left(0; -\frac{15}{2}; -\frac{5}{2}\right)$. **B.** $\left(0; \frac{15}{2}; \frac{5}{2}\right)$. **C.** $(-1; 6; 0)$. **D.** $(1; -6; 0)$.

CÂU 15. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; -1)$ và hai mặt phẳng $(\alpha): x + y - 2z + 5 = 0$, $(\beta): x - y + z + 3 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua A và song song với cả hai mặt phẳng (α) và (β) . Gọi (P) là mặt phẳng chứa đường thẳng d và đường giao tuyến của hai mặt phẳng (α) và (β) . Tìm tọa độ giao điểm M của mặt phẳng (P) với trục Oy ?
A. $M\left(0; \frac{17}{11}; 0\right)$. **B.** $M\left(0; -\frac{17}{11}; 0\right)$. **C.** $M(0; 11; 0)$. **D.** $M(0; -11; 0)$.

CÂU 16. Tìm giá trị của m để mặt phẳng (P) vuông góc với đường thẳng Δ .
A. $m = -2$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -52$. **D.** $m = 52$.

CÂU 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + my - 3z + m - 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 3t \end{cases}$. Tất cả các giá trị thực của $\vec{u} = (2; -2; 1)$ để d cắt (P) là
A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \in \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$. **C.** $m \in \{-1\}$. **D.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (S) và mặt phẳng 6π . Tổng tất cả các giá trị thực của $\vec{u} = (2; -2; 1)$ để d song song với (P) là
A. 5. **B.** -7. **C.** 7. **D.** -5.

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-3}{3}$ và mặt phẳng $(P): 3x + my - (n-1)z + 7 = 0$. Biết $\Delta \subset (P)$, tính giá trị biểu thức $T = m + 3n$.
A. 4. **B.** 7. **C.** 9. **D.** 11.

CÂU 20. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{2}$ nằm trong mặt phẳng $mx + ny + 3z + 3 = 0$. Tổng $m + n$ bằng
A. 1. **B.** 2. **C.** -2. **D.** -1.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{3} = \frac{z+3}{2}$ vuông góc với mặt phẳng $(\alpha): mx + (2m-1)y - 2z - 5 = 0$ (m là tham số thực). Giá trị của m bằng
A. 3. **B.** -3. **C.** 1. **D.** -1.

CÂU 22. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): mx + y - 3z + m - 2 = 0$. Tất cả các giá trị thực của $\vec{u} = (2; -2; 1)$ để Oy cắt (P) là
A. $m \in \mathbb{R}$. **B.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{2\}$. **C.** $m \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$. **D.** $m \in \emptyset$.

CÂU 23. Có bao nhiêu số phức z thỏa mãn $|z - \bar{z} + 1 - i| = \sqrt{10}$ và $(z-3)(i + \bar{z})$ là số thuần ảo?
A. 2. **B.** 4. **C.** 3. **D.** 1.

CÂU 24. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z - 3 = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{-1}$. Hình chiếu của d trên (P) là đường thẳng Δ . Trong các điểm sau điểm nào thuộc đường thẳng Δ ?

A. $N(-1;3;-1)$. **B.** $N(1;3;-1)$. **C.** $N(2;5;-4)$. **D.** $N(2;7;-6)$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. C	2. C	3. D	4. B	5. C	6. A	7. B	8. D	9. C	10. D
11. A	12. B	13. A	14. D	15. A	16. B	17. D	18. D	19. C	20. D
			21. D	22. A	23. B	24. C			

DẠNG 8

Bài toán liên quan: Mặt phẳng-đường thẳng-mặt cầu

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 2m = 0$ (m là tham số) và đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}$. Biết đường thẳng Δ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho $AB = 8$. Giá trị của m là

A. $m = 6$. **B.** $m = 12$. **C.** $m = -12$. **D.** $m = -6$.

CÂU 2. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x - 2y + 10z - 14 = 0$. Mặt phẳng $(P): -x + 4z + 5 = 0$ cắt mặt cầu (S) theo một đường tròn (C) . Tọa độ tâm H của (C) là

A. $H(-3;1;-2)$. **B.** $H(-7;1;-3)$. **C.** $H(9;1;1)$. **D.** $H(1;1;-1)$.

CÂU 3. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): 2x + 6y + z - 3 = 0$ cắt trục Oz và đường thẳng $d: \frac{x-5}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-6}{-1}$ lần lượt tại A và B . Phương trình mặt cầu đường kính AB là

A. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 36$. **B.** $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 9$.
C. $(x+2)^2 + (y-1)^2 + (z+5)^2 = 9$. **D.** $(x-2)^2 + (y+1)^2 + (z-5)^2 = 36$.

CÂU 4. Cho điểm $I(1;-2;3)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z+3}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm I , tiếp xúc với d là:

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 50$. **B.** $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 5\sqrt{2}$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 5\sqrt{2}$. **D.** $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 50$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0;1;4)$, $B(-1;1;0)$, $C(2;-3;1)$. Phương trình mặt cầu có tâm A và tiếp xúc với đường thẳng BC là:

A. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = \sqrt{\frac{393}{26}}$. **B.** $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = \sqrt{\frac{393}{26}}$.
C. $x^2 + (y-1)^2 + (z-4)^2 = \frac{393}{26}$. **D.** $x^2 + (y+1)^2 + (z+4)^2 = \frac{393}{26}$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Gọi (S) là mặt cầu có bán kính $R = 5$, có tâm I thuộc đường thẳng d và tiếp xúc với trục Oy . Biết rằng I có tung độ dương. Điểm nào sau đây thuộc mặt cầu (S) ?

A. $M(-1;-2;1)$. **B.** $N(3;2;-1)$. **C.** $P(-5;2;-7)$. **D.** $Q(5;-2;7)$.

CÂU 7. Cho đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{3}$. Viết phương trình mặt cầu (S) có bán kính bằng 1, tâm I nằm trên đường thẳng Δ ($x_I < 0$) và tiếp xúc với mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

GHI CHÚ NHANH

A. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 1$.

B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z-2)^2 = 1$.

C. $x^2 + y^2 + (z-5)^2 = 1$.

D. $(x+2)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 1$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x}{2} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{1}$ và hai mặt phẳng $(P): x-2y+2z=0$; $(Q): x-2y+3z-5=0$. Mặt cầu (S) có tâm I là giao điểm của đường thẳng (d) và mặt phẳng (P) . Mặt phẳng (Q) tiếp xúc với mặt cầu (S) . Viết phương trình mặt cầu (S) .

A. $(S): (x+2)^2 + (y+4)^2 + (z+3)^2 = 1$.

B. $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = 6$.

C. $(S): (x-2)^2 + (y-4)^2 + (z-3)^2 = \frac{2}{7}$.

D. $(S): (x-2)^2 + (y+4)^2 + (z+4)^2 = 8$.

CÂU 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): z+2=0$, $K(0;0;-2)$, đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$. Phương trình mặt cầu tâm thuộc đường thẳng d và cắt mặt phẳng (P) theo thiết diện là đường tròn tâm K , bán kính $r = \sqrt{5}$ là

A. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 16$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = 16$.

C. $x^2 + y^2 + (z-2)^2 = 9$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = 9$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 2-t \\ z = 3t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và mặt phẳng $(P): 2x-y-2z+1=0$. Tọa độ các điểm nằm trên d sao cho khoảng cách từ mỗi điểm đó đến mặt phẳng (P) bằng 3 là

A. $M(21;-8;30)$ hoặc $M(-15;10;-24)$.

B. $M(21;8;30)$ hoặc $M(15;10;-24)$.

C. $M(21;-6;30)$ hoặc $M(-15;12;-24)$.

D. $M(21;10;30)$ hoặc $M(-15;12;-24)$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng chéo nhau $d: \frac{x-2}{2} = \frac{y-3}{3} = \frac{z+4}{-5}$ và $d': \frac{x+1}{3} = \frac{y-4}{-2} = \frac{z-4}{-1}$. Phương trình mặt cầu có bán kính nhỏ nhất tiếp xúc với cả hai đường thẳng d, d' là

A. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 3$.

B. $(x+1)^2 + (y+1)^2 + (z+2)^2 = 3$.

C. $(x-1)^2 + (y-1)^2 + (z-2)^2 = 12$.

D. $x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 3$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2t \\ y = 1+t \\ z = 2-t \end{cases}$. Số điểm chung của đường thẳng d và mặt cầu (S) là

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

CÂU 13. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho điểm $I(3;-4;1)$. Viết phương trình mặt cầu (S) tâm I cắt trục Oz tại hai điểm A, B sao cho tam giác IAB có diện tích bằng 15.

A. $(x+3)^2 + (y-4)^2 + (z+1)^2 = 34$.

B. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 34$.

C. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 6$.

D. $(x-3)^2 + (y+4)^2 + (z-1)^2 = 26$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(2;0;1)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{3}$. Mặt phẳng (P) đi qua $A(2;0;1)$ và chứa đường thẳng d . Điểm nào sau đây thuộc mặt phẳng (P) ?

A. $M(1;2;3)$.

B. $N(3;2;-1)$.

C. $P(0;1;4)$.

D. $Q(0;-2;1)$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+3}{-4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung, với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

A. 9.

B. 26.

C. 14.

D. 7.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 12y + 6z + 24 = 0$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN = 8$ và $OM^2 - ON^2 = -112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng:

- A. 4. B. 3. C. $2\sqrt{3}$. D. $\sqrt{3}$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;1), B(3;-2;-2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho các đường thẳng MA, MB luôn tạo với mặt phẳng (Oxz) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Bán kính R của đường tròn (C) là

- A. $R = 1$. B. $R = 2\sqrt{2}$. C. $R = 8$. D. $R = 2$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0, (Q): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên mặt cầu (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

- A. $3 + 5\sqrt{3}$. B. 28. C. $9 + 5\sqrt{3}$. D. 14.

CÂU 19. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}; d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng Δ vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại M và N . Diện tích tam giác OMN bằng

- A. $\frac{\sqrt{28}}{2}$. B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$. C. $3\sqrt{3}$. D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) tiếp xúc với (S) lần lượt tại M và N sao cho $MN = 6$ và $\widehat{MIN} > 90^\circ$. Biết hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ có phương trình $\frac{x-15}{6} = \frac{y+4}{-8} = \frac{z-1}{-2}$. Phương trình mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 37$. B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 37$.
C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 90$. D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π . Tìm bán kính của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua điểm $M(1;1;1)$.

- A. $R = 5$. B. $R = \frac{\sqrt{265}}{4}$. C. $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}$. D. $R = 4$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π . Tìm bán kính của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua $M(1;1;1)$.

- A. $R = 5$. B. $R = \frac{\sqrt{265}}{4}$. C. $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}$. D. $R = 4$.

CÂU 23. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$, điểm

A nằm trên đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 2 \end{cases}$ và nằm ngoài mặt cầu

(S) . Từ A kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) . Gọi (P_m) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm, biết mặt phẳng (P_m) luôn đi qua một đường thẳng d cố định. Phương trình đường thẳng d là:

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = -2 \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$. C. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$.

CÂU 24. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-1)$ là tâm của mặt cầu (S) và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho

GHỊ CHÚ NHANH

$AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 10$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 10$.

CÂU 25. Trong không gian hệ trục $Oxyz$, cho $(\alpha): 2x + 2y - z - 6 = 0$. Gọi mặt phẳng $(\beta): x + y + cz + d = 0$ không qua O , song song với mặt phẳng (α) và $d((\alpha), (\beta)) = 2$. Tính $c \cdot d$?

- A. $c \cdot d = 3$. B. $c \cdot d = 12$. C. $c \cdot d = 6$. D. $c \cdot d = 0$.

CÂU 26. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 3^2$, mặt phẳng (P): $x - y + z + 3 = 0$ và điểm $N(1; 0; -4)$ thuộc (P). Một đường thẳng Δ đi qua N nằm trong (P) cắt (S) tại hai điểm A, B thỏa mãn $AB = 4$. Gọi $\vec{u} = (1; b; c)$, ($c > 0$) là một véc tơ chỉ phương của Δ , tổng $b + c$ bằng

- A. 1. B. 45. C. 3. D. -1.

CÂU 27. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng (P): $x + y - z - 3 = 0$ và hai điểm $M(1; 1; 1)$, $N(-3; -3; -3)$. Mặt cầu (S) đi qua M, N và tiếp xúc với mặt phẳng (P) tại điểm Q . Biết rằng Q luôn thuộc một đường tròn cố định. Tìm bán kính của đường tròn đó.

- A. $R = \frac{2\sqrt{11}}{3}$. B. $R = 6$. C. $R = \frac{2\sqrt{33}}{3}$. D. $R = 4$.

CÂU 28. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z}{2}$, $d_2: \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 3 \\ z = t \end{cases}$. Viết phương trình mặt cầu có đường kính là đoạn

vuông góc chung của d_1 và d_2 ?

- A. (S): $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{5}{6}$.
B. (S): $\left(x + \frac{1}{9}\right)^2 + \left(y + \frac{8}{9}\right)^2 + \left(z + \frac{41}{9}\right)^2 = \frac{5}{6}$.
C. (S): $\left(x - \frac{11}{6}\right)^2 + \left(y - \frac{13}{6}\right)^2 + \left(z + \frac{1}{3}\right)^2 = \frac{185}{9}$.
D. (S): $\left(x + \frac{1}{9}\right)^2 + \left(y - \frac{8}{9}\right)^2 + \left(z + \frac{41}{9}\right)^2 = \frac{185}{9}$.

CÂU 29. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt cầu (S): $(x-1)^2 + (y+1)^2 + (z-2)^2 = 9$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S).
B. Đường thẳng d tiếp xúc mặt cầu (S).
C. Đường thẳng d không cắt mặt cầu (S).
D. Đường thẳng d qua tâm mặt cầu (S).

CÂU 30. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng (d): $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + 2t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$, $t \in \mathbb{R}$ và mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 8x - 2y - 3 = 0$. Tìm giao điểm của đường thẳng (d) với mặt cầu (S).

- A. $M(-2; 1; 0)$ và $N\left(-\frac{56}{17}; -\frac{39}{17}; -\frac{118}{17}\right)$. B. $M(0; 1; -2)$ và $N\left(\frac{56}{17}; \frac{73}{17}; \frac{50}{17}\right)$.
C. $M(-2; 1; 0)$ và $N\left(\frac{56}{17}; \frac{39}{17}; \frac{118}{17}\right)$. D. $M(0; 1; -2)$ và $N\left(-\frac{56}{17}; -\frac{73}{17}; -\frac{50}{17}\right)$.

CÂU 31. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(4; -3; 2)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x+2}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{-1}$. Phương trình mặt cầu tâm M và cắt đường thẳng Δ tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$ là

GHI CHÚ NHANH

- A. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 6$. B. $(x+4)^2 + (y-3)^2 + (z+2)^2 = 3$.
C. $(x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 36$. D. $(x-4)^2 + (y+3)^2 + (z-2)^2 = 9$.

CÂU 32. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{-1}$. Gọi (S) là mặt cầu có tâm I , tiếp xúc với đường thẳng d . Bán kính của (S) bằng

- A. $\frac{5}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{5}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{30}}{3}$. D. $\frac{4\sqrt{2}}{3}$.

CÂU 33. Trong không gian hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = 2 + t \\ z = 2 - t \end{cases}$

và mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. Đường thẳng d cắt mặt cầu (S) .
B. Đường thẳng d tiếp xúc mặt cầu (S) .
C. Đường thẳng d không cắt mặt cầu (S) .
D. Đường thẳng d qua tâm mặt cầu (S) .

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1), (S_2)$ có phương trình lần lượt là $(S_1): x^2 + y^2 + z^2 = 25$, $(S_2): x^2 + y^2 + (z-1)^2 = 4$. Một đường thẳng d vuông góc với véc tơ $\vec{u} = (1; -1; 0)$ tiếp xúc với mặt cầu (S_2) và cắt mặt cầu (S_1) theo một đoạn thẳng có độ dài bằng 8. Véc tơ nào sau đây là véc tơ chỉ phương của d ?

- A. $\vec{u}_1 = (1; 1; \sqrt{3})$. B. $\vec{u}_2 = (1; 1; \sqrt{6})$.
C. $\vec{u}_3 = (1; 1; 0)$. D. $\vec{u}_4 = (1; 1; -\sqrt{3})$.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1;0;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-5}{-3}$. Đường thẳng Δ đi qua M , cắt d và vuông góc với d có phương trình là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-2}$. B. $\frac{x+1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$.
C. $\frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{1}$.

CÂU 36. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+2}{-3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-3}{-1}$, $d_2: \frac{x-3}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z-6}{-1}$ và mặt phẳng $(P): 11x - 8y - z + 9 = 0$. Đường thẳng Δ nằm trong mặt phẳng (P) cắt cả hai đường thẳng d_1 và d_2 đi qua điểm nào sau đây?

- A. $M(3;4;10)$. B. $N(1;1;6)$. C. $E(1;2;1)$. D. $F(3;1;6)$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có tâm $I(-2;3;0)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 4 + 2t \\ y = 3 + t \\ z = 3 + 2t \end{cases}, t \in \mathbb{R}$. Biết đường thẳng d cắt mặt cầu (S) tại hai điểm

phân biệt A, B sao cho $AB = 8$. Mặt cầu (S) có phương trình là

- A. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y - 12 = 0$. B. $(S): x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 6y + 1 = 0$.
C. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y - 1 = 0$. D. $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 6y + 12 = 0$.

CÂU 38. Trong không gian $Oxyz$, phương trình mặt cầu (S) có tâm nằm trên đường thẳng $\Delta: \begin{cases} x = 3 + t \\ y = 2t \\ z = -1 + t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$ và tiếp xúc với các mặt phẳng tọa độ là

- A. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + (z+2)^2 = 4$. B. $(x-2)^2 + (y+2)^2 + z^2 = 4$.
C. $(x-2)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 4$. D. $(x-4)^2 + (y-4)^2 + z^2 = 16$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 39. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 2x - 3y + z + 2 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - t \ (t \in \mathbb{R}) \\ x = 3 + t \end{cases}$. Phương trình đường thẳng Δ là hình chiếu

vuông góc của đường thẳng d lên mặt phẳng (α) là

A. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 1u \\ y = 2 + 2u \ (u \in \mathbb{R}) \\ z = 2 - 4u \end{cases}$

B. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 1u \\ y = 2 + 2u \ (u \in \mathbb{R}) \\ z = 4 + 2u \end{cases}$

C. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 1u \\ y = 2 + 2u \ (u \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + 4u \end{cases}$

D. $\Delta: \begin{cases} x = 1 + 1u \\ y = 2 - 2u \ (u \in \mathbb{R}) \\ z = 2 + 4u \end{cases}$

CÂU 40. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;2)$, $B(-2;0;5)$, $C(0;-1;7)$. Trên đường thẳng d vuông góc với mặt phẳng (ABC) tại A lấy một điểm S . Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của A lên SB, SC . Biết khi S di động trên d thì đường thẳng HK luôn đi qua D cố định. Khi đó độ dài đoạn thẳng AD bằng

A. $AD = 3\sqrt{3}$.

B. $AD = 6\sqrt{2}$.

C. $AD = 3\sqrt{6}$.

D. $AD = 6\sqrt{3}$.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 25$ và đường thẳng $d: \frac{x}{3} = \frac{y-2}{5} = \frac{z+3}{-4}$. Có bao nhiêu điểm M thuộc trục tung, với tung độ là số nguyên, mà từ M kẻ được đến (S) hai tiếp tuyến cùng vuông góc với d ?

A. 9.

B. 26.

C. 14.

D. 7.

CÂU 42. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 12y + 6z + 24 = 0$. Hai điểm M, N thuộc (S) sao cho $MN = 8$ và $OM^2 - ON^2 = -112$. Khoảng cách từ O đến đường thẳng MN bằng:

A. 4.

B. 3.

C. $2\sqrt{3}$.

D. $\sqrt{3}$.

CÂU 43. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3;1;1)$, $B(3;-2;-2)$. Điểm M thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho các đường thẳng MA, MB luôn tạo với mặt phẳng (Oxz) các góc bằng nhau. Biết rằng điểm M luôn thuộc đường tròn (C) cố định. Bán kính R của đường tròn (C) là

A. $R = 1$.

B. $R = 2\sqrt{2}$.

C. $R = 8$.

D. $R = 2$.

CÂU 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt phẳng $(P): x - y + z + 3 = 0$, $(Q): x + 2y - 2z - 5 = 0$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 11 = 0$. Gọi M là điểm di động trên mặt cầu (S) và N là điểm di động trên (P) sao cho MN luôn vuông góc với (Q) . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn thẳng MN bằng

A. $3 + 5\sqrt{3}$.

B. 28.

C. $9 + 5\sqrt{3}$.

D. 14.

CÂU 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x-3}{-1} = \frac{y-3}{-2} = \frac{z+2}{1}$; $d_2: \frac{x-5}{-3} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + 3z - 5 = 0$. Đường thẳng (Δ) vuông góc với (P) , cắt d_1 và d_2 lần lượt tại M và N . Diện tích tam giác OMN bằng

A. $\frac{\sqrt{28}}{2}$.

B. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.

C. $3\sqrt{3}$.

D. $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) có tâm $I(1;-2;3)$. Hai mặt phẳng (P) và (Q) tiếp xúc với (S) lần lượt tại M và N sao cho $MN = 6$ và $\widehat{MIN} > 90^\circ$. Biết hai mặt phẳng (P) và (Q) cắt nhau theo giao tuyến Δ có phương trình $\frac{x-15}{6} = \frac{y+4}{-8} = \frac{z-1}{-2}$. Phương trình mặt cầu (S) là

A. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+3)^2 = 37$.

B. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 37$.

C. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 90$.

D. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-3)^2 = 10$.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 47. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π . Tìm bán kính của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua điểm $M(1;1;1)$.

- A. $R = 5$. B. $R = \frac{\sqrt{265}}{4}$. C. $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}$. D. $R = 4$.

CÂU 48. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x + 2y + z + 5 = 0$ và mặt cầu (S) có tâm $I(1;2;-2)$. Biết (P) cắt (S) theo giao tuyến là đường tròn (C) có chu vi 8π . Tìm bán kính của mặt cầu (T) chứa đường tròn (C) và (T) đi qua điểm $M(1;1;1)$.

- A. $R = 5$. B. $R = \frac{\sqrt{265}}{4}$. C. $R = \frac{5\sqrt{5}}{4}$. D. $R = 4$.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + (z+2)^2 = 16$, điểm

A nằm trên đường thẳng Δ có phương trình: $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1+t \\ z = 2 \end{cases}$ và nằm ngoài mặt cầu

(S) . Từ A kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu (S) . Gọi (P_m) là mặt phẳng chứa các tiếp điểm, biết mặt phẳng (P_m) luôn đi qua một đường thẳng d cố định. Phương trình đường thẳng d là:

- A. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 2 \end{cases}$

CÂU 50. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $I(1;0;-1)$ là tâm của mặt cầu (S) và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z}{-1}$ cắt mặt cầu (S) tại hai điểm A, B sao cho $AB = 6$. Phương trình của mặt cầu (S) là

- A. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 8$. B. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 8$.
C. $(x-1)^2 + y^2 + (z+1)^2 = 10$. D. $(x+1)^2 + y^2 + (z-1)^2 = 10$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. D	2. D	3. B	4. A	5. C	6. B	7. A	8. C	9. D	10. A
11. A	12. D	13. B	14. D	15. D	16. B	17. D	18. C	19. D	20. D
21. B	22. B	23. C	24. C	25. A	26. B	27. B	28. A	29. A	30. B
31. C	32. C	33. C	34. C	35. D	36. A	37. A	38. A	39. C	40. C
41. D	42. B	43. D	44. C	45. D	46. D	47. B	48. B	49. C	50. C

DẠNG
9

Hình chiếu của điểm lên đường thẳng

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$, tìm tọa độ điểm M' đối xứng với $M(-1;2;0)$ qua trục Ox ?

- A. $(-1;-2;0)$. B. $(-1;2;0)$. C. $(1;2;0)$. D. $(0;-2;1)$.

CÂU 2. Cho điểm $A(1;1;1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6-4t \\ y = -2-t \\ z = -1+2t \end{cases}$. Hình chiếu của A

trên d có tọa độ là

- A. $(2;-3;-1)$. B. $(2;3;1)$. C. $(-2;3;1)$. D. $(2;-3;1)$.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $M(2;-6;3)$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 1+3t \\ y = -2-2t \\ z = t \end{cases}$. Tọa độ hình chiếu vuông góc của M lên d là

GHỊ CHÚ NHANH

- A.** $(1; -2; 0)$. **B.** $(-8; 4; -3)$. **C.** $(1; 2; 1)$. **D.** $(4; -4; 1)$.

Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{2}$ và điểm $A = (-1; 2; 0)$. Hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng d có hoành độ là:

- A.** $\frac{15}{7}$. **B.** $\frac{4}{7}$. **C.** $-\frac{16}{7}$. **D.** $-\frac{1}{7}$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ Cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(2; 0; 3)$. Tọa độ điểm A' đối xứng với A qua đường thẳng d tương ứng là

- A.** $(\frac{8}{3}; -\frac{2}{3}; \frac{7}{3})$. **B.** $(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}; \frac{5}{3})$. **C.** $(\frac{10}{2}; -\frac{4}{3}; \frac{5}{3})$. **D.** $(2; -3; 1)$.

CÂU 6. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, tìm điểm đối xứng của $M(-2; 1; 0)$ qua đường thẳng $d: \frac{x}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z+7}{-2}$?

- A.** $M'(1; 2; 3)$. **B.** $M'(1; 2; -3)$. **C.** $M'(-1; -2; -3)$. **D.** $M'(6; -3; -10)$.

CÂU 7. Cho điểm $A(1; 1; 1)$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 6 - 4t \\ y = -2 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$. Tọa độ điểm đối xứng của A qua d có tọa độ là

- A.** $(2; -3; -1)$. **B.** $(2; 3; 1)$. **C.** $(3; -7; 1)$. **D.** $(-3; 5; 1)$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(0; 0; 1)$, $B(-3; 2; 0)$, $C(2; -2; 3)$. Đường cao kẻ từ B của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A.** $P(-1; 2; -2)$. **B.** $M(-1; 3; 4)$. **C.** $N(0; 3; -2)$. **D.** $Q(-5; 3; 3)$.

CÂU 9. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(2; 0; 0)$, $B(0; 3; 1)$, $C(-1; 4; 2)$. Phương trình đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC là:

- A.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = -t \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 \\ z = -1 \end{cases}$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 1; 1)$, $B(6; -2; -1)$, $C(2; -3; 1)$. Phương trình đường cao hạ từ đỉnh A của tam giác ABC là:

- A.** $\begin{cases} x = 1 + t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} x = 1 - 4t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 1 + 4t \\ z = 1 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x = -1 + t \\ y = 4 + t \\ z = t \end{cases}$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho $A(1; 0; 2)$, $B(0; 1; -1)$, $C(1; 0; -1)$. Đường cao kẻ từ A của tam giác ABC đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A.** $P(1; 0; 5)$. **B.** $M(0; 1; 5)$. **C.** $N(0; 2; 5)$. **D.** $Q(5; 0; 1)$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 1; 6)$ và đường thẳng

$\Delta: \begin{cases} x = 2 + t \\ y = 1 - 2t \\ z = 2t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Tìm tọa độ hình chiếu vuông góc của điểm A lên đường thẳng Δ .

- A.** $(3; -1; 2)$. **B.** $(11; -17; 18)$. **C.** $(1; 3; -2)$. **D.** $(2; 1; 0)$.

CÂU 13. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, gọi H hình chiếu vuông góc của $M(2; 0; 1)$ lên đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{2} = \frac{z-2}{1}$. Tìm tọa độ điểm H .

- A.** $H(2; 2; 3)$. **B.** $H(0; -2; 1)$. **C.** $H(1; 0; 2)$. **D.** $H(-1; -4; 0)$.

CÂU 14. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $H(1; 4; 6)$ và đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$. Hình chiếu vuông góc của điểm H trên đường thẳng Δ có tọa độ là

GHI CHÚ NHANH

- A. $(2; 1; 0)$. B. $\left(\frac{13}{9}; \frac{19}{9}; -\frac{10}{9}\right)$. C. $\left(\frac{23}{9}; -\frac{1}{9}; \frac{10}{9}\right)$. D. $\left(\frac{19}{9}; \frac{7}{9}; \frac{2}{9}\right)$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(1; 3; 3)$ và đường thẳng

$$\Delta: \begin{cases} x = 1 - 2t \\ y = t \\ z = 3 - t \end{cases}. \text{ Điểm } M_1 \text{ đối xứng với } M \text{ qua đường thẳng } \Delta \text{ có tọa độ là:}$$

- A. $M_1(-1; -2; 2)$. B. $M_1\left(0; \frac{1}{2}; \frac{5}{2}\right)$. C. $M_1(1; 1; 2)$. D. $M_1(-1; 1; 2)$.

CÂU 16. Cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+1}{-3}$ và điểm $A(2; -5; -6)$. Gọi H là hình chiếu vuông góc của A trên d . Tọa độ của H là.

- A. $H(-1; -3; 2)$. B. $H(-3; -1; 4)$. C. $H(3; -1; -4)$. D. $H(-3; 1; 4)$.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(d): \frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-3} = \frac{z+1}{-2}$ và điểm $M(2; 3; 0)$. Điểm M' đối xứng với M qua đường thẳng d là:

- A. $M'(0; 1; 2)$. B. $M'(3; -4; -3)$. C. $M'(1; 2; 1)$. D. $M'(4; -11; -6)$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ trục $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z + 1 = 0$ và điểm $A(3; 0; -1)$. Gọi $H(a; b; c)$ là hình chiếu của A trên mặt phẳng (P) . Tính $T = a + b + c$.

- A. $T = -3$. B. $T = 1$. C. $T = -1$. D. $T = 3$.

CÂU 19. Tìm tọa độ điểm đối xứng của $M_0(-3; 1; -1)$ qua đường thẳng d là giao tuyến của hai mặt phẳng $(\alpha): 4x - 3y - 13 = 0$ và $(\beta): y - 2z + 5 = 0$.

- A. $(5; -3; -7)$. B. $(5; 5; 3)$. C. $(5; -7; 3)$. D. $(-3; 5; 7)$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \begin{cases} x = 2 + mt \\ y = 1 + 2t \\ z = -1 + (m+1)t \end{cases}$ và mặt

phẳng $(P): 2x - y + z - 6 = 0$, hai điểm $A(0; -1; 5)$, $B(2; 1; 3)$ thuộc (P) . Tất cả các giá trị thực của m để AB vuông góc với hình chiếu của d trên (P) là

- A. $m \in \{-4; -3\}$. B. $m \in \mathbb{R}$.
C. $m \in \mathbb{R} \setminus \{-4; -3\}$. D. $m \in \emptyset$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{-1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình

- A. $\frac{x}{1} = \frac{y-3}{2} = \frac{z+2}{1}$. B. $\frac{x}{1} = \frac{y+3}{-2} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{1}$. D. $\frac{x}{1} = \frac{y+3}{2} = \frac{z-2}{-1}$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{-1} = \frac{z-1}{2}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 2 = 0$. Hình chiếu vuông góc của d trên (P) là đường thẳng có phương trình:

- A. $\frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{8}$. B. $\frac{x}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z+1}{3}$.
C. $\frac{x}{14} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{8}$. D. $\frac{x}{-2} = \frac{y}{4} = \frac{z-1}{3}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. A	2. D	3. D	4. B	5. C	6. D	7. C	8. A	9. C	10. C
11. A	12. A	13. C	14. C	15. A	16. C	17. A	18. D	19. C	20. D
				21. C	22. A				

GHỊ CHÚ NHANH

DẠNG
10

Bài toán liên quán: Góc-khoảng cách

CÂU 1. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt phẳng $(P): x - y + z - 1 = 0$ và đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z}{3}$. Gọi d'_1 là hình chiếu của d_1 lên (P) . Đường thẳng d_2 nằm trên (P) và tạo với d_1, d'_1 các góc bằng nhau. Biết d_2 có véc-tơ chỉ phương $\vec{u}_2 = (a; b; c)$, tính giá trị biểu thức $\frac{3a-b}{c}$.

- A. $\frac{11}{3}$. B. $-\frac{11}{3}$. C. 4. D. $-\frac{13}{3}$.

CÂU 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{2} = -y - 1 = -z$ và điểm $M(1; -1; -1)$. Gọi Δ là đường thẳng đi qua M , cắt d và tạo với mặt phẳng (Oxy) một góc lớn nhất. Giả sử $\vec{u} = (1; a; b)$ là một vectơ chỉ phương của Δ . Tổng $a + b$ bằng

- A. 2. B. -1. C. 1. D. 0.

CÂU 3. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$. Cho hai điểm $A(2; 1; 1); B(-1; 2; 3)$ và mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 5 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d đi qua điểm A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d nhỏ nhất.

- A. $(d): \begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$. B. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 1 - 4t \end{cases}$.
C. $\begin{cases} x = 2 + 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$. D. $\begin{cases} x = 2 - 2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 4t \end{cases}$.

CÂU 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-2}{-1} = y - 3 = \frac{z-1}{2}$ và điểm $A(2; -1; 1)$. Đường thẳng d đi qua A , cắt Δ tại điểm có tọa độ nguyên, tạo với Δ một góc α thỏa $\cos \alpha = \frac{\sqrt{5}}{3}$. Phương trình của đường thẳng d là

- A. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-1}{2}$. B. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{5} = \frac{z+1}{2}$.
C. $\frac{x-2}{-1} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-1}{1}$. D. $\frac{x+2}{-1} = \frac{y-1}{3} = \frac{z+1}{1}$.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3; -3; 4)$. Đường thẳng d đi qua A , cắt trục hoành tại điểm có hoành độ dương và tạo với trục hoành một góc 45° . Đường thẳng d nhận vectơ nào dưới đây làm vectơ chỉ phương?

- A. $\vec{n} = (5; 3; -4)$. B. $\vec{m} = (2; 3; -4)$. C. $\vec{p} = (-5; 3; -4)$. D. $\vec{q} = (-2; 3; -4)$.

CÂU 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-2}{m} = \frac{z-1}{n}$ và $\Delta: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-4}{3}$. Biết d cắt và hợp với Δ một góc bằng α thỏa $\cos \alpha = \frac{9}{14}$, khi đó $m + n$ bằng

- A. 2. B. -4. C. 4. D. -3.

CÂU 7. Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(0; -1; -2)$ và cắt đường thẳng $d: \begin{cases} x = -2t \\ y = 1 + t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$, tạo với mặt phẳng $(\alpha): x + 2y - z - 10 = 0$ một góc bằng 30° là

- A. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z+2}{1}$. B. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{1}$.
C. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$. D. $\frac{x}{-2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z+2}{1}$.

GHI CHÚ NHANH

Phương trình đường thẳng Δ đi qua điểm $A(1;0;-1)$ và cắt đường thẳng $d: \begin{cases} x=2+t \\ y=t \\ z=1-t \end{cases}$

tạo với mặt phẳng $(\alpha): 3x+4y+5z-10=0$ một góc bằng 60° là

- A. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{1}$.
 B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{1}$.
 C. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$.
 D. $\frac{x}{2} = \frac{y+1}{2} = \frac{z+2}{1}$.

CÂU 9. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, phương trình đường thẳng (đi qua điểm $A(0;1;-2)$, vuông góc với đường thẳng $d: \frac{x+3}{1} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z}{1}$ và tạo với mặt phẳng $(P): 2x+y-z+5=0$ một góc $\alpha = 30^\circ$ là

- A. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-2-2t \end{cases}$.
 B. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1+t \\ z=-2-2t \end{cases}$.
 C. $\Delta: \begin{cases} x=-t \\ y=1-t \\ z=-2-2t \end{cases}$.
 D. $\Delta: \begin{cases} x=t \\ y=1-t \\ z=-2 \end{cases}$.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+1}{2}$. Phương trình đường thẳng Δ đi qua $M(-10;13;-21)$, nằm trong mặt phẳng

$(P): x+4y+2z=0$ và hợp với đường thẳng d một góc (sao cho $\cos \alpha = \frac{5}{6}$ là

- A. $\Delta: \frac{x+10}{6} = \frac{y+13}{-1} = \frac{z+21}{-1}$.
 B. $\Delta: \frac{x+10}{2} = \frac{y-13}{5} = \frac{z+21}{-11}$.
 C. $\Delta: \frac{x+10}{6} = \frac{y-13}{1} = \frac{z+21}{-1}$.
 D. $\Delta: \frac{x+10}{2} = \frac{y-13}{-5} = \frac{z+21}{11}$.

CÂU 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(3;-1;1)$, đường thẳng $\Delta: \frac{x}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z}{2}$ và mặt phẳng $(P): x-y+z-5=0$. Phương trình tham số của đường thẳng d đi qua A , nằm trong (P) và hợp với đường thẳng Δ một góc 45° là

- A. $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=-1-t \\ z=t \end{cases}$.
 B. $d: \begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1+15t \end{cases}$.
 C. $d: \begin{cases} x=3+7t \\ y=-1-8t \\ z=1-15t \end{cases}$.
 D. $d: \begin{cases} x=3+t \\ y=1-t \\ z=1 \end{cases}$.

CÂU 12. Trong không gian $Oxyz$ cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-5}{2}$ và mặt phẳng $(P): 2x+y+z-3=0$. Đường thẳng Δ đi qua điểm $A(2;-1;3)$, cắt đường thẳng d và tạo với mặt phẳng (P) góc 30° có phương trình:

- A. $\frac{x+2}{22} = \frac{y-1}{-13} = \frac{z+3}{8}$.
 B. $\frac{x-2}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z-3}{2}$.
 C. $\frac{x-2}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$.
 D. $\frac{x-2}{-11} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-3}{2}$.

CÂU 13. Trong hệ tọa độ $Oxyz$, lập phương trình đường vuông góc chung Δ của

hai đường thẳng $d_1: \frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-2}{2}$ và $d_2: \begin{cases} x=-3t \\ y=t \\ z=-1-3t \end{cases}$.

- A. $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z-4}{-2}$.
 B. $\frac{x-3}{-1} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-2}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{3} = \frac{y-3}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
 D. $\frac{x}{1} = \frac{y}{6} = \frac{z+1}{1}$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 1 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$. Đường thẳng Δ đi qua $M(0; -1; 1)$,

cắt d và tạo với mp (P) một góc α với $\sin \alpha = \frac{1}{12}$. Phương trình của đường thẳng Δ là

A. $\begin{cases} x = 0 \\ y = 1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -1 + t \\ z = 1 + t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -1 + 4t \\ z = 2 + 2t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 0 \\ y = -2 + t \\ z = -t \end{cases}$ và $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}$.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(-2; 1; 1)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z = 0$. Đường thẳng đi qua M , cắt trục Ox tại điểm A có hoành độ dương sao cho $d(A, (P)) = \sqrt{6}$:

A. $\frac{x-22}{-8} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{1}$.

B. $\frac{x+2}{8} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

C. $\frac{x+2}{4} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$.

D. $\frac{x-6}{-4} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-3}{-1}$.

CÂU 16. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{-1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-2}{1}$ và mặt phẳng $(P): 2x - y - 2z - 3 = 0$. Viết phương trình tham số của đường thẳng d' nằm trên (P) , cắt và vuông góc với d .

A. $d': \begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 2 + t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$.

B. $d': \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = -3 - t \\ z = 1 - 2t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$.

C. $d': \begin{cases} x = 1 - t \\ y = -3 + 2t \\ z = 1 + t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$.

D. $d': \begin{cases} x = t \\ y = -3 \\ z = t \end{cases}; t \in \mathbb{R}$.

CÂU 17. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC có $AB = 2AC$ và điểm $M(2; 0; 4)$. Biết điểm B thuộc đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z}{1}$, điểm C thuộc mặt phẳng $(P): 2x + y - z - 2 = 0$ và AM là phân giác trong của tam giác ABC kẻ từ $A(M \in BC)$. Phương trình đường thẳng BC là

A. $\begin{cases} x = 2 - t \\ y = t \\ z = 4 + t \end{cases}$.

B. $\begin{cases} x = 2 \\ y = t \\ z = 4 - t \end{cases}$.

C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 + t \\ z = -2 + 3t \end{cases}$.

D. $\begin{cases} x = 2 \\ y = 2 - t \\ z = 2 + t \end{cases}$.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, đường thẳng d đi qua $A(1; -1; 2)$, song song với mặt phẳng $(P): 2x - y - z + 3 = 0$, đồng thời tạo với đường thẳng $\Delta: \frac{x+1}{1} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z}{2}$ một góc nhỏ nhất có phương trình là

A. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{3}$.

B. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{7}$.

C. $d: \frac{x-1}{4} = \frac{y+1}{-5} = \frac{z-2}{3}$.

D. $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{5} = \frac{z-2}{7}$.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - z - 3 = 0$. Gọi d' là hình chiếu vuông góc của d trên mặt phẳng (P) . Tập hợp các điểm thuộc mặt phẳng (P) và cách d' một khoảng bằng $\sqrt{11}$ là đường thẳng có phương trình

A. $\frac{x}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+5}{-1}$.

GHI CHÚ NHANH

- B. $\frac{x-9}{7} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z}{-1}$.
 C. $\frac{x}{7} = \frac{y+1}{-4} = \frac{z+5}{-1}$ và $\frac{x-9}{7} = \frac{y+3}{-4} = \frac{z}{-1}$.
 D. $\frac{x+9}{7} = \frac{y-3}{-4} = \frac{z}{-1}$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x + y + z = 0$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{2} = \frac{y+1}{1} = \frac{z-3}{1}$. Mặt phẳng (Q) đi qua d và tạo với mặt phẳng (P) một góc α . Viết phương trình đường giao tuyến giữa (P) và (Q) khi góc α có số đo lớn nhất.

- A. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{-1}$.
 B. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{-1}$.
 C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-2}{1}$.
 D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{-1} = \frac{z+2}{1}$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. B	3. A	4. A	5. A	6. A	7. C	8. B	9. A	10. B
11. C	12. D	13. A	14. B	15. A	16. D	17. C	18. B	19. C	20. A

DẠNG

11

Bài toán liên quan đến cực trị

CÂU 1. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai đường thẳng $d_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$; $d_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$ và mặt phẳng $(P): x + y - 2z + 5 = 0$. Lập phương trình đường thẳng song song với mặt phẳng (P) và cắt d_1, d_2 lần lượt tại A, B sao cho độ dài đoạn AB đạt giá trị nhỏ nhất.

- A. $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
 B. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.
 C. $\frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{-1}$.
 D. $\frac{x+1}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

CÂU 2. Trong không gian $Oxyz$, cho ba điểm $A(1;1;1), B(1;2;2), I(0;0;4)$. Mặt cầu (S) đi qua hai điểm A, B và tiếp xúc với mặt phẳng (Oxy) tại điểm C . Giá trị lớn nhất của độ dài đoạn IC bằng

- A. $3\sqrt{2}$.
 B. $2\sqrt{3}$.
 C. 5.
 D. 4.

CÂU 3. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;2;-3), B(-2;-2;1)$ và mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$. Gọi M là điểm thay đổi trên (P) sao cho $\angle AMB = 90^\circ$. Khi khoảng cách MB lớn nhất, phương trình đường thẳng MB là

- A. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.
 B. $\begin{cases} x = -2 - t \\ y = -2 + 2t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.
 C. $\begin{cases} x = -2 + 2t \\ y = -2 - t \\ z = 1 + 2t \end{cases}$.
 D. $\begin{cases} x = -2 + t \\ y = -2 - t \\ z = 1 \end{cases}$.

CÂU 4. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(-2;-2;1), A(1;2;-3)$ và đường thẳng $d: \frac{x+1}{2} = \frac{y-5}{2} = \frac{z}{-1}$. Gọi $\vec{u} = (1;a;b)$ là một vectơ chỉ phương của đường thẳng Δ đi qua M , Δ vuông góc với đường thẳng d đồng thời cách điểm A một khoảng nhỏ nhất. Giá trị $a + 2b$ là

- A. 2.
 B. 3.
 C. 1.
 D. 4.

CÂU 5. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x+1}{-2} = \frac{y}{1} = \frac{z-1}{1}$ và điểm $M(1;2;3)$. Mặt phẳng (P) chứa đường thẳng d sao cho khoảng cách từ M đến (P) là lớn nhất. Khi đó, tọa độ của vectơ pháp tuyến của mặt phẳng (P) là:

- A. $(1;2;3)$.
 B. $(-2;1;1)$.
 C. $(-1;0;1)$.
 D. $(1;1;1)$.

GHỊ CHÚ NHANH

CÂU 6. Tìm m để khoảng cách từ điểm $A(1;2;3)$ đến đường thẳng $(d): \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 - 2m + (m - 1)t \\ z = 3 + 2m - mt \end{cases}$ đạt giá trị lớn nhất?

A. $m = \frac{1}{2}$. **B.** $m = 2$. **C.** $m = -2$. **D.** $m = -\frac{1}{2}$.

CÂU 7. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;0;4)$ và đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{-1} = \frac{z}{3}$. Điểm $B(a;b;c)$ thuộc đường thẳng d sao cho độ dài đoạn thẳng AB nhỏ nhất. Tính $a+b+c$.

A. $a+b+c=0$. **B.** $a+b+c=7$. **C.** $a+b+c=3$. **D.** $a+b+c=-6$.

CÂU 8. Trong không gian $Oxyz$ cho $A(0;0;1)$, $B(1;2;3)$ và mặt phẳng $(P): x+y+z-1=0$. Δ là đường thẳng nằm trong (P) và đi qua A sao cho khoảng cách từ B đến Δ đạt giá trị lớn nhất. Một VTCP của Δ là

A. $(0;1;1)$. **B.** $(-1;0;1)$. **C.** $(-1;1;0)$. **D.** $(0;-1;1)$.

CÂU 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;-3)$, $B(-2;3;1)$. Xét hai điểm M, N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxz) sao cho $MN=2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM+BN$ bằng

A. 4. **B.** 7. **C.** 6. **D.** 5.

CÂU 10. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai điểm $A(1;1;1)$, $B(2;0;1)$ và mặt phẳng $(P): x+y+2z+2=0$. Viết phương trình chính tắc của đường thẳng d đi qua A , song song với mặt phẳng (P) sao cho khoảng cách từ B đến d lớn nhất.

A. $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{-2}$. **B.** $d: \frac{x}{2} = \frac{y}{2} = \frac{z+2}{-2}$.
C. $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z}{-1}$. **D.** $d: \frac{x-1}{3} = \frac{y-1}{-1} = \frac{z-1}{-1}$.

CÂU 11. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(1;3;0)$ và hai đường thẳng $d_1: \begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = -4 + t \end{cases}$ $\mathbb{R}$, $d_2: \frac{x-1}{2} = \frac{y+3}{1} = \frac{z}{-1}$. Đường thẳng Δ đi qua A , cắt đường thẳng d_1 đồng thời Δ tạo với d_2 một góc lớn nhất có phương trình là:

- A.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = -1 - 4t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 2 + 2t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = -t \\ y = 2 + 4t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = -2 + 2t \end{cases}$
C. $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 3 + t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = -t \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x = 2 + t \\ y = 4 + t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 3 + 3t \end{cases}$

CÂU 12. Trong không gian $(Oxyz)$ cho mặt phẳng $(P): 2x-y+z-10=0$, $A(3;0;4)$ thuộc (P) và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + t \\ y = t \\ z = -2t \end{cases} \ (t \in \mathbb{R})$. Gọi Δ là đường thẳng nằm trong (P) và đi qua A sao cho khoảng cách giữa hai đường thẳng d và Δ lớn nhất. Véc tơ nào dưới đây là véc tơ chỉ phương của đường thẳng Δ .

A. $\vec{u}(3;1;-5)$. **B.** $\vec{u}(3;-1;-7)$. **C.** $\vec{u}(1;1;-1)$. **D.** $\vec{u}(1;-3;-5)$.

CÂU 13. Cho $(P): x+3y-z-9=0$, $A(2;4;5)$, $B(3;1;1)$. Viết phương trình đường thẳng d nằm trong (P) , đi qua điểm A và $d(B;d)$ là nhỏ nhất.

A. $\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 + 7t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 + 16t \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x = 2 + 5t \\ y = 4 + 7t \ (t \in \mathbb{R}). \\ z = 5 + 16t \end{cases}$

GHI CHÚ NHANH

C.
$$\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 - 7t \\ z = 5 + 16t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

D.
$$\begin{cases} x = 2 - 5t \\ y = 4 - 7t \\ z = 5 - 16t \end{cases} \quad (t \in \mathbb{R}).$$

CÂU 14. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho 3 đường thẳng $(d_1), (d_2),$

(d_3) có phương trình $(d_1): \begin{cases} x = 1 + 2t_1 \\ y = 1 + t_1 \\ z = 1 - 2t_1 \end{cases}, (d_2): \begin{cases} x = 3 + t_2 \\ y = -1 + 2t_2 \\ z = 2 + 2t_2 \end{cases}, (d_3): \begin{cases} x = 4 + 2t_3 \\ y = 4 - 2t_3 \\ z = 1 + t_3 \end{cases}.$

$S(I;R)$ là mặt cầu tâm I bán kính R tiếp xúc với 3 đường thẳng đó. Giá trị nhỏ nhất của R gần số nào nhất trong các số sau:

- A. 2,1. B. 2,2. C. 2,3. D. 2,4.

CÂU 15. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $\Delta: \frac{x-1}{2} = \frac{y}{1} = \frac{z-2}{2}$ và điểm $M(2;5;3)$. Mặt phẳng (P) chứa Δ sao cho khoảng cách từ M đến (P) lớn nhất có phương trình là

- A. $x - 4y + z - 3 = 0$. B. $x + 4y - z + 1 = 0$.
C. $x - 4y - z + 1 = 0$. D. $x + 4y + z - 3 = 0$.

CÂU 16. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(4;-2;4), B(-2;6;4)$ và đường

thẳng $d: \begin{cases} x = 5 \\ y = -1 \\ z = t \end{cases}$. Gọi M là điểm di động thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $\widehat{AMB} =$

90° và N là điểm di động thuộc d . Tìm giá trị nhỏ nhất của MN .

- A. $5\sqrt{3}$. B. $\sqrt{73}$. C. 8. D. 2.

CÂU 17. Trong không gian $Oxyz$, $(S): x^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$. Đường thẳng Δ thay đổi cắt (S) tại M, N sao cho $MN = 1, P = OM^2 - ON^2$. Khi P đạt giá trị nhỏ nhất thì $d(O, \Delta) = \frac{\sqrt{a}}{b}$ với $a, b \in \mathbb{N}, a \leq 10$. Giá trị của $a + b$ bằng

- A. 5. B. 3. C. 11. D. 8.

CÂU 18. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, từ điểm $A(1;1;0)$ ta kẻ các tiếp tuyến đến mặt cầu có tâm $I(-1;1;1), R = 1$. Gọi $M(a;b;c)$ là một trong các tiếp điểm ứng với các tiếp tuyến trên. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức: $T = |2a - b + 2c|$

- A. $\frac{3+2\sqrt{41}}{5}$. B. $\frac{3+2\sqrt{41}}{15}$. C. $\frac{3+\sqrt{41}}{5}$. D. $\frac{3+\sqrt{41}}{15}$.

CÂU 19. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1;-5;2), B(3;3;-2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{1}$; hai điểm C, D thay đổi trên $d: CD = 6\sqrt{3}$. Biết rằng khi $C(a,b,c)(b < 2)$ thì tổng diện tích tất cả các mặt của tứ diện đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$.

- A. $a + b + c = -4$. B. $a + b + c = -7$. C. $a + b + c = 2$. D. $a + b + c = -1$.

CÂU 20. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $(\Delta): \frac{x-m}{1} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z+m^2}{3}$ và hai điểm $M(-1;-2;3), N(2;-1;2)$. Gọi M', N' lần lượt là hình chiếu vuông góc của M, N trên (Δ) . Khi m thay đổi, thể tích khối tứ diện $MN'N'M'$ có giá trị nhỏ nhất bằng

- A. $\frac{335}{1176}$. B. $7\sqrt{13}$. C. $\frac{125\sqrt{3}}{4}$. D. $\frac{79}{471}$.

CÂU 21. Trong không gian $Oxyz$, cho hai đường thẳng $\Delta_1: \frac{x+1}{1} = \frac{y+2}{2} = \frac{z}{1}$ $\Delta_2: \frac{x-2}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-1}{1}$. Tìm phương trình của đường thẳng d song song với $(P): x + y - 2z + 5 = 0$ và cắt hai đường thẳng Δ_1, Δ_2 lần lượt tại A, B sao cho AB ngắn nhất.

- A. $x - 1 = y - 2 = z - 2$. B. $x + 1 = y + 2 = z + 2$.

GHỊ CHÚ NHANH

C. $\frac{x+1}{2} = \frac{y+2}{1} = \frac{z+2}{1}$.

D. $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{1}$.

CÂU 22. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) : $x^2 + (y-1)^2 + z^2 = 25$ và mặt phẳng (P) : $2x + 2y - z + 15 = 0$. Gọi $M_1(a; b; c)$, $M_2(d; e; f)$ là hai điểm thuộc (S) sao cho $d(M_1, (P))$ đạt giá trị lớn nhất và $d(M_2, (P))$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giá trị của $T = a + 3b + c + d - 3e + f$ là

A. 10.

B. 20.

C. -6.

D. $\frac{17}{3}$.

CÂU 23. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng (d) : $\begin{cases} x = -1 + 2t \\ y = 1 - t \\ z = 2t \end{cases}$.

và hai điểm $A(1; 5; 0)$, $B(3; 3; 6)$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm trên (d) sao cho chu vi tam giác MAB đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $P = a + b + c$.

A. $P = 1$.

B. $P = -3$.

C. $P = -1$.

D. $P = 3$.

CÂU 24. Với $P = a + b + c = 3$. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng (P) : $2x - y + 2z - 1 = 0$ và mặt phẳng (Q) : $4x - 4y + 3z - 2 = 0$. Đường thẳng Δ song song với mặt phẳng (P) , có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (m; n; 1)$. Khi Δ tạo với (Q) một góc lớn nhất thì sin của góc tạo bởi đường thẳng Δ và mặt phẳng (Q) bằng bao nhiêu?

A. $\frac{2\sqrt{41}}{41}$.

B. 1.

C. $\frac{\sqrt{41}}{41}$.

D. $\frac{\sqrt{205}}{41}$.

CÂU 25. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S) : $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5; 3; -2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M , N . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = AM + 4AN$.

A. $S_{\min} = 30$.

B. $S_{\min} = 20$.

C. $S_{\min} = \sqrt{34} - 3$.

D. $S_{\min} = 5\sqrt{34} - 9$.

CÂU 26. Cho mặt cầu (S) : $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$ và điểm $A \in (S)$. Gọi $B(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AB}$ cùng phương với $\vec{u} = (1; -1; 2)$ và $2a - b + 3c + 5 = 0$. Độ dài đoạn thẳng AB lớn nhất bằng

A. $\frac{4\sqrt{21} + 14\sqrt{6}}{9}$.

B. $\frac{4\sqrt{21} + 14\sqrt{3}}{9}$.

C. $\frac{2\sqrt{21} + 7\sqrt{6}}{9}$.

D. $\frac{2\sqrt{21} + 7\sqrt{3}}{9}$.

CÂU 27. Cho mặt cầu (S) : $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+5)^2 = 9$ và đường thẳng d : $\begin{cases} x = 2 + 4t \\ y = 2 + t \\ z = -1 - 3t \end{cases}$.

Gọi A là một điểm di động trên mặt cầu (S) . Biết rằng có 2 mặt phẳng (P) , (P') cùng chứa d và tiếp xúc với mặt (S) lần lượt tại B , C . Diện tích tam giác ABC lớn nhất bằng

A. $\frac{144}{25}$.

B. $\frac{288}{25}$.

C. $\frac{144}{5}$.

D. $\frac{288}{5}$.

CÂU 28. Trong không gian $Oxyz$ cho mặt cầu (S_1) : $x^2 + y^2 + z^2 = 1$. Từ điểm S bất kỳ trên mặt cầu (S_1) kẻ ba đường thẳng cắt mặt cầu tại các điểm A , B , C sao cho $SA = SB = SC$ và $\widehat{ASB} = \widehat{BSC} = \widehat{CSA}$. Khi thể tích của khối chóp $S.ABC$ lớn nhất, viết phương trình mặt cầu (S_2) đi qua tâm của (S_1) và tiếp xúc với (ABC) .

A. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{8}$.

B. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{27}$.

C. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{4}$.

D. $x^2 + y^2 + z^2 = \frac{1}{9}$.

CÂU 29. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu (S_1) có tâm $A(1; 2; 1)$, $R_1 = 2$ và mặt cầu (S_2) có tâm $B(-2; -2; 1)$, $R_2 = 3$. Viết phương trình mặt phẳng (P) tiếp xúc với cả hai mặt cầu (S_1) , (S_2) đồng thời (P) cách điểm $M(7; 10; 1)$ một khoảng lớn nhất.

A. $(P): 3x + 4y + 29 = 0$.

B. $(P): 3x + 4y - 21 = 0$.

GHI CHÚ NHANH

C. (P): $3x + 4y - 1 = 0$.

D. (P): $3x + 4y - 61 = 0$.

CÂU 30. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(0\ 8\ 2)$ và mặt cầu có phương trình (S): $(x - 5)^2 + (y + 3)^2 + (z - 7)^2 = 72$ và điểm $B(9 - 7\ 23)$. Viết phương trình mặt phẳng (P) qua A và tiếp xúc với (S) sao cho khoảng cách từ B đến (P) lớn nhất. Giả sử $\vec{n} = (1\ m\ n)$ là một véc tơ pháp tuyến của (P), hãy tính tích $m \cdot n$ biết m, n là các số nguyên.

A. $m \cdot n = 2$.

B. $m \cdot n = -2$.

C. $m \cdot n = 4$.

D. $m \cdot n = -4$.

CÂU 31. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+2}{-1}$ và mặt phẳng (α): $2x + 2y - z - 4 = 0$. Tam giác ABC có $A(-1; 2; 1)$ và trọng tâm G nằm trên đường thẳng d. Khi các đỉnh B, C di động trên (α) sao cho độ dài đường cao kẻ từ đỉnh A của tam giác ABC đạt giá trị lớn nhất, một véc tơ chỉ phương của đường thẳng BC là

A. $(3; -2; 2)$.

B. $(3; -1; 4)$.

C. $(1; -2; -2)$.

D. $(0; 1; 2)$.

CÂU 32. Cho mặt cầu (S): $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5; 3; 1)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N, (M nằm giữa A và N). Tính giá trị nhỏ nhất của $S = 8AM + AN$.

A. 20.

B. 18.

C. 16.

D. $16\sqrt{2}$.

CÂU 33. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-3; -2; 5)$ và điểm $B(1; 2; -3)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. 8.

B. $4\sqrt{6}$.

C. $2\sqrt{23}$.

D. $2\sqrt{25 - 4\sqrt{2}}$.

CÂU 34. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 4; 5)$ và điểm $B(5; 12; 0)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc trục Oz sao cho $MN = 2$ và có $z_M > z_N$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. 18.

B. $3\sqrt{37}$.

C. $\sqrt{93}$.

D. $\sqrt{219}$.

CÂU 35. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -5; 2)$, $B(3; 3; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{1}$; hai điểm C, D thay đổi trên d sao cho $CD = 6\sqrt{3}$. Biết rằng khi $C(a; b; c)$ ($b < 2$) thì tổng diện tích của tất cả các mặt của tứ diện ABCD đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$.

A. $a + b + c = 2$.

B. $a + b + c = -1$.

C. $a + b + c = -4$.

D. $a + b + c = -7$.

CÂU 36. Suy ra $a + b + c = -7$. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; 2; 5)$ và $B(3; -1; 2)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oxy) sao cho $MN = 2$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. $6\sqrt{5}$.

B. $\sqrt{34}$.

C. $\sqrt{63}$.

D. $\sqrt{58}$.

CÂU 37. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(2; 1; 1)$. Xét hai điểm M và N thay đổi thuộc mặt phẳng (Oyz) sao cho $MN = 4$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ bằng

A. $\sqrt{29}$.

B. $\sqrt{41}$.

C. $\sqrt{34}$.

D. $5\sqrt{2}$.

CÂU 38. Trong không gian tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(0\ 0\ 2)$, $B(0\ 2\ -3)$ và mặt phẳng (α): $x - 2y + z = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua $M(0\ -2\ 7)$, song song với mặt phẳng (α) và tổng khoảng cách từ A, B đến đường thẳng d đạt giá trị nhỏ nhất. Biết d có một vectơ chỉ phương $\vec{u} = (1\ b\ c)$, tính $T = b + c$

A. 27.

B. -3.

C. 3.

D. -27.

CÂU 39. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $M(1; 4; 3)$, $N(4; 2; -1)$ và đường thẳng d có phương trình $\frac{x+2}{3} = \frac{y-8}{-2} = \frac{z-6}{-4}$. Trên đường thẳng d lấy điểm P sao cho $MP + NP$ nhỏ nhất. Gọi $G(a; b; c)$ là trọng tâm $\triangle MNP$. Giá trị của biểu thức $T = 2a + 3b - 6c$ bằng

A. 12.

B. 13.

C. 14.

D. 15.

GHI CHÚ NHANH

CÂU 40. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}; 0\right)$ và mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 = 8$. Đường thẳng d thay đổi, đi qua điểm M , cắt mặt cầu (S) tại hai điểm phân biệt A, B sao cho tam giác OAB có diện tích lớn nhất. Khi đó giá trị $\sin \widehat{AOB}$ bằng

- A. $\frac{\sqrt{7}}{4}$. B. 1. C. $\frac{1}{2}$. D. $\frac{\sqrt{2}}{4}$.

CÂU 41. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(\alpha): 3x - y + 2z - 5 = 0$ và hai điểm $A(8; -3; 3), B(11; -2; 13)$. Gọi M, N là hai điểm thuộc mặt phẳng (α) sao cho $MN = \sqrt{6}$. Giá trị nhỏ nhất của $AM + BN$ là

- A. $2\sqrt{33}$. B. $\sqrt{53}$. C. $2\sqrt{13}$. D. $4\sqrt{33}$.

CÂU 42. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x+4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 16$, $(S_2): (x+4)^2 + (y-1)^2 + z^2 = 36$ và điểm $A(6; 3; 0)$. Đường thẳng d đi động nhưng luôn tiếp xúc với (S_1) , đồng thời cắt (S_2) tại hai điểm B, C . Tam giác ABC có diện tích lớn nhất là

- A. $4\sqrt{5} \cdot (\sqrt{26} + 2)$. B. $8\sqrt{5} \cdot (\sqrt{26} + 2)$. C. $4\sqrt{130}$. D. $8\sqrt{26}$.

CÂU 43. Trong mặt phẳng tọa độ $Oxyz$, cho tam giác ABC với $A(1; 0; -1), B(2; 3; -1), C(-2; 1; 1)$ và điểm $M(2; 3; -6)$. Gọi là mặt cầu tâm I qua 3 điểm A, B, C và thỏa mãn diện tích tam giác IAM nhỏ nhất. Tính bán kính R của mặt cầu.

- A. $R = 2\sqrt{2}$. B. $R = \sqrt{6}$. C. $R = 3$. D. $R = 2\sqrt{5}$.

CÂU 44. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu (S) có phương trình $x^2 + y^2 + z^2 - 4x + 2y - 2z - 3 = 0$ và điểm $A(5; 3; -2)$. Một đường thẳng d thay đổi luôn đi qua A và luôn cắt mặt cầu tại hai điểm phân biệt M, N . Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $S = AM + 4AN$.

- A. $S_{\min} = 30$. B. $S_{\min} = 20$.
C. $S_{\min} = \sqrt{34} - 3$. D. $S_{\min} = 5\sqrt{34} - 9$.

CÂU 45. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho điểm $A(1; 2; -3)$, mặt phẳng $(P): 2x + 2y - z + 9 = 0$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 3t \\ y = 2 + 4t \\ z = -3 - 4t \end{cases}$. Gọi B là giao điểm của

đường thẳng d và mặt phẳng (P) và điểm M thay đổi trong (P) sao cho M luôn nhìn đoạn AB dưới góc 90° . Khi độ dài MB lớn nhất, đường thẳng MB đi qua điểm nào trong các điểm sau?

- A. $V(-2; -1; 3)$. B. $N(-1; -2; 3)$. C. $Q(3; 0; 15)$. D. $T(-3; 2; 7)$.

CÂU 46. Trong không gian $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-7)^2 + (y+7)^2 + (z-5)^2 = 24$; $(S_2): (x-3)^2 + (y+5)^2 + (z-1)^2 = \frac{3}{2}$ và mặt phẳng $(P): 3x - 4y - 20 = 0$. Gọi A, M, N lần lượt là các điểm thuộc $(P); (S_1)$ và (S_2) . Đặt $d = AM + AN$. Tính giá trị nhỏ nhất của d .

- A. $\frac{2\sqrt{6}}{5}$. B. $\frac{3\sqrt{6}}{5}$. C. $\frac{4\sqrt{6}}{5}$. D. $\frac{11\sqrt{6}}{10}$.

CÂU 47. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): (x-1)^2 + y^2 + (z-3)^2 = 1$ và đường thẳng $d: \begin{cases} x = 1 + 2t \\ y = mt \\ z = (1-m)t \end{cases} (t \in \mathbb{R})$. Gọi (P) và (Q) là hai mặt phẳng chứa d và tiếp xúc với (S) tại M, N . Khi m thay đổi, độ dài đoạn thẳng MN đạt giá trị nhỏ nhất là

- A. $\frac{1}{\sqrt{2}}$. B. $\sqrt{3}$. C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$. D. $\sqrt{2}$.

CÂU 48. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho hai mặt cầu $(S_1): (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 4$, $(S_2): (x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+2)^2 = 9$ và mặt phẳng $(P): x + 2y + z + 4 = 0$. Gọi M, N, K lần lượt là các điểm nằm mặt phẳng (P) và mặt cầu (S_1) ;

(S_2) sao cho $MN + MK$ đạt giá trị nhỏ nhất. Giả sử $M(a; b; c)$, khi đó $2a + b + c$ là

- A. -5. B. -4. C. 5. D. 4.

CÂU 49. Trong không gian $Oxyz$ cho hai điểm $A(0; -1; 2)$, $B(2; 5; 4)$ và mặt phẳng $(P): 2x - 2y + z + 3 = 0$. Gọi $M(a; b; c)$ là điểm thỏa mãn biểu thức $MA^2 + MB^2 = 40$ và khoảng cách từ M đến (P) nhỏ nhất. Khi đó giá trị $a \cdot b \cdot c$ bằng:

- A. 0. B. -8. C. 7. D. -9.

CÂU 50. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(-1; -5; 2)$, $B(3; 3; -2)$ và đường thẳng $d: \frac{x-3}{1} = \frac{y+3}{1} = \frac{z+4}{1}$; hai điểm C, D thay đổi trên d sao cho $CD = 6\sqrt{3}$. Biết rằng khi $C(a; b; c) (b < 2)$ thì tổng diện tích tất cả các mặt của tứ diện đạt giá trị nhỏ nhất. Tính tổng $a + b + c$

- A. $a + b + c = 2$. B. $a + b + c = -1$. C. $a + b + c = -4$. D. $a + b + c = -7$.

BẢNG ĐÁP ÁN

1. B	2. C	3. A	4. D	5. D	6. B	7. C	8. D	9. D	10. C
11. D	12. A	13. C	14. A	15. A	16. D	17. A	18. A	19. B	20. A
21. A	22. B	23. D	24. D	25. D	26. A	27. B	28. D	29. C	30. D
31. B	32. B	33. D	34. B	35. D	36. D	37. C	38. B	39. A	40. A
41. D	42. A	43. B	44. D	45. B	46. D	47. B	48. A	49. B	50. D

GHI CHÚ NHANH