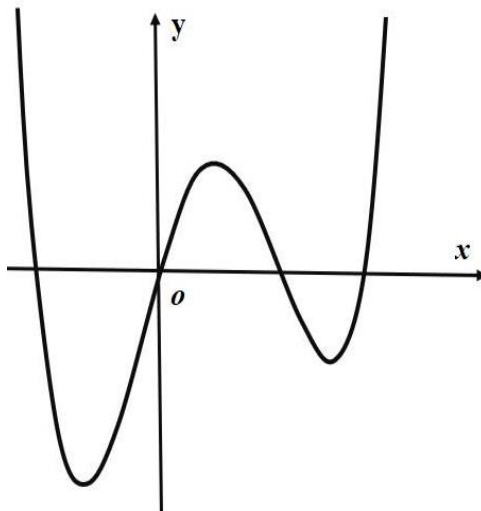




TRƯỜNG THPT CHUYÊN LÊ QUÝ ĐÔN

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

- A. 3. B. 4. C. 2. D. 1.

Câu 2. Biết trong mặt phẳng Oxy , số phức z có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$. Tìm z .

- A. $z = -2 - i$. B. $z = 1 - 2i$. C. $z = 1 + 2i$. D. $z = -2 + i$.

Câu 3. Cho hình nón có chiều cao bằng 1 và độ dài đường sinh bằng 2. Tính bán kính đáy của hình nón này

- A. $\sqrt{3}$. B. 2. C. 1. D. $\sqrt{2}$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

- A. $x = -1$. B. $y = -2$. C. $x = 1$. D. $y = 2$.

Câu 5. Tính thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng 3.

- A. 18. B. 4. C. 12. D. 6.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

- A. $A(1; 1; 1)$. B. $B(0; 1; 2)$. C. $C(1; 1; 0)$. D. $D(0; 1; 1)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3; 2; 1)$ và $B(-3; 5; 2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

- A. $S = -2$. B. $S = -4$. C. $S = -12$. D. $S = 2$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(2 - x) \leq 1$.

- A. $[0; +\infty)$. B. $[0; 2]$. C. $(-\infty; 2)$. D. $[0; 2)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1; 2; 3)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (Oxz) là

- A. 1. B. 2. C. $\sqrt{10}$. D. 3.

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA = AB = 2$ và SA vuông góc với đáy.

Gọi T là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{ST} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$. Tính thể tích khối đa diện $ABCDST$.

- A. 3. B. $2\sqrt{2}$. C. $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{10}{3}$.

Câu 11. Số đỉnh của một hình bát diện đều là

- A. 6. B. 7. C. 8. D. 12.

Câu 12. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$. Gọi α là góc giữa d và Oxy . Tính $\sin \alpha$.

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{2}{3}$. C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{1}{3}$.

Câu 13. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ với trục hoành.

- A. 4. B. 0. C. 1. D. 2.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2) \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm số điểm cực đại của hàm số đã cho.

- A. 3. B. 2. C. 1. D. 0.

Câu 15. Một khối hộp chữ nhật có hai kích thước là 2 và 3. Biết thể tích của khối hộp đó bằng 12. Khối hộp đó có bao nhiêu mặt là hình vuông?

- A. 0. B. 4. C. 6. D. 2.

Câu 16. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$ bằng cách đặt $t = e^x$, ta được

- A. $I = \int_0^1 \frac{tdt}{1+t}$. B. $I = \int_1^e \frac{dt}{t(1+t)}$. C. $I = \int_1^e \frac{dt}{1+t}$. D. $I = \int_0^1 \frac{dt}{1+t}$.

Câu 17. Tìm công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^4$ và $y = x^2$

- A. $\int_{-1}^1 (x^4 - x^2) dx$. B. $\int_0^1 (x^2 - x^4) dx$. C. $\int_{-1}^1 (x^2 - x^4) dx$. D. $\int_0^1 (x^4 - x^2) dx$.

Câu 18. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l . Tìm công thức tính thể tích khối trụ đó.

- A. $\pi r^2 l$. B. $\frac{1}{3} \pi r^2 l$. C. $\pi r l$. D. $2\pi r^2 l$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Tính bán kính của (S) .

- A. $2\sqrt{2}$. B. $\sqrt{2}$. C. 1. D. 2.

Câu 20. Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước là 1, 2 và x nội tiếp mặt cầu bán kính 3. Tìm x .

- A. $x = \sqrt{31}$. B. $x = \sqrt{29}$. C. $x = 1$. D. $x = 2$.

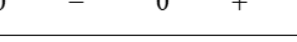
Câu 21. Cho khối cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích khối cầu đó.

- A. 36π . B. 108π . C. 12π . D. 18π .

Câu 25. Tính tích phân $I = \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

- A. $\frac{13}{3}$. B. $\frac{14}{3}$. C. 4. D. $\frac{11}{3}$.

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1			0		1		$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$+\infty$				4				$+\infty$

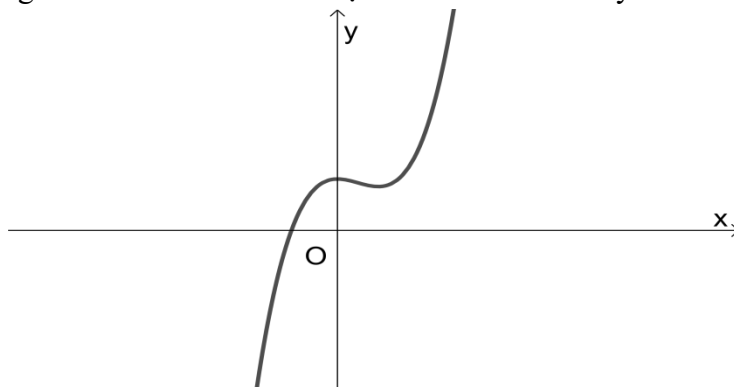
Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$.

- A. 2. B. 1. C. 4. D. 3.

Câu 27. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

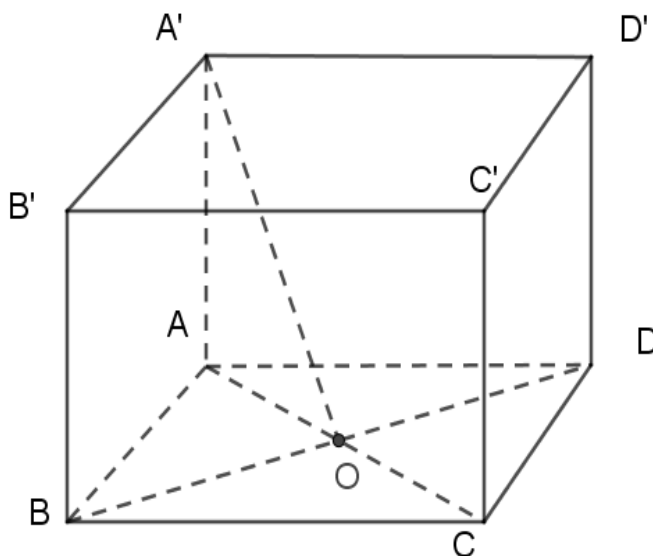
- A. 20. B. 100. C. 90. D. 45.

Câu 22. Đường cong trong hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



- A. $y = x^3 - x^2$. B. $y = x^3 - x$. C. $y = x^3 - x^2 + 1$. D. $y = x^3 - x + 1$.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'O$ và BC .



- A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$. B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$. C. $\frac{a}{2}$. D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

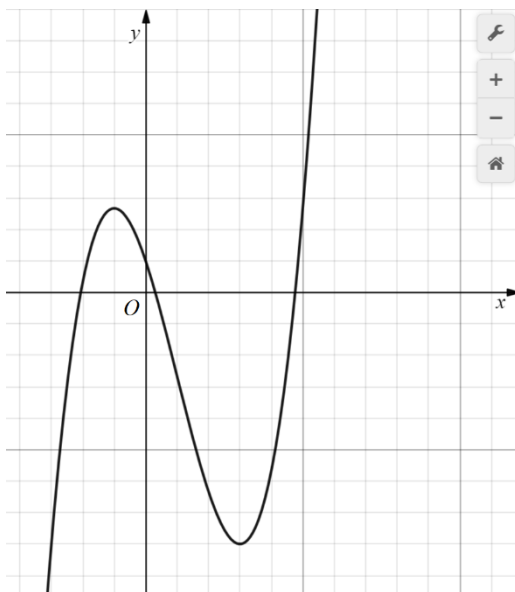
Câu 24. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + g(x) = x$; $g'(x) + f(x) = -x$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = g(0) = 1$. Tính $f(1)$.

- A. $\frac{2}{e} - 2$. B. $e + \frac{1}{e} - 2$. C. $\frac{e^2 + 2}{2e}$. D. $\frac{e^2 - 2}{2e}$.

Câu 28. Tính tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^3 - x$ trên đoạn $[0; 2]$.

- A. 7. B. 6. C. 5. D. -1.

Câu 29. Cho hàm bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$. Biết hàm số $y = f(-x)$ có đồ thị như hình sau.



Hỏi trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 30. Biết phương trình $z^3 - 8 = 0$ có ba nghiệm phức, trong đó có một nghiệm có phần ảo âm là z_0 . Tính $|z_0 + i\sqrt{3}|$.

- A. 1. B. $2\sqrt{3}$. C. $\sqrt{3}$. D. 2.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$. Biết M là điểm thuộc d và có hoành độ bằng 2. Tìm tung độ của M .

- A. -4. B. -6. C. 2. D. -2.

Câu 32. Cho x là số thực dương bất kì. Chọn khẳng định đúng

- A. $\log(10x^2) = 1 + \log x$. B. $\log(10x^2) = 1 + 2\log x$.
C. $\log(10x^2) = 10 + 2\log x$. D. $\log(10x^2) = 2 + \log x$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$ và $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

- A. 90° . B. 60° . C. 45° . D. 30° .

Câu 34. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

- A. $6x$. B. $3x^3 + x$. C. $x^3 + 1$. D. $x^3 + x$.

Câu 35. Tìm nghiệm của phương trình $2^{x-1} \cdot 3^x = 18$ bằng

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

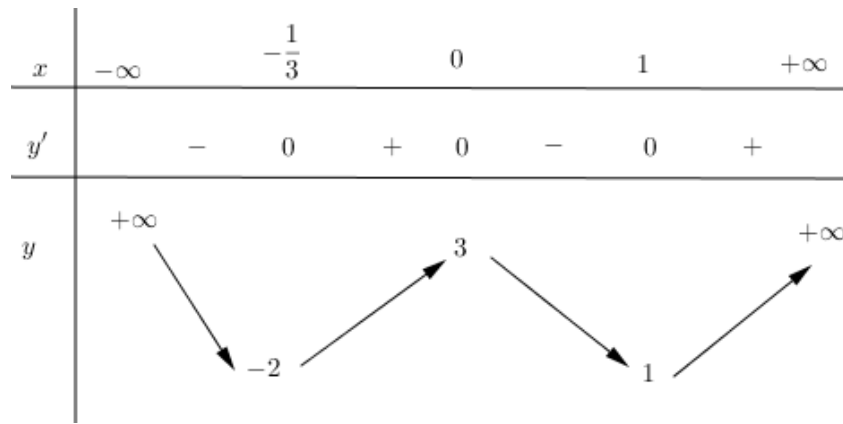
Câu 36. Cho số phức z thỏa $i(z-i) = 3i+5$. Tính môđun của z

- A. 3. B. $\sqrt{10}$. C. $\sqrt{13}$. D. 5.

Câu 37. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 + 2i| = |z_2 + 1 - 2i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $T = |2z_1 - iz_2|$.

- A. 8. B. 7. C. 5. D. 6.

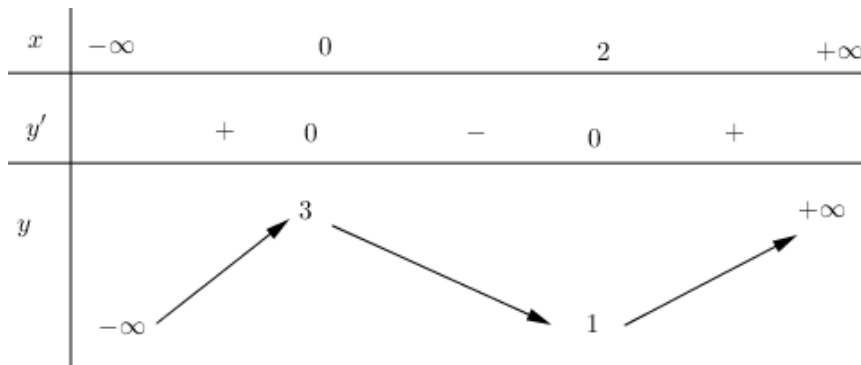
Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(3x-1)$ có bảng biến thiên như hình bên.



Tìm số nghiệm của phương trình $f(x^3 - 3x) = 1$.

- A. 7. B. 8. C. 6. D. 3.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(0; 2)$. B. $(-1; 0)$. C. $(2; 4)$. D. $(1; 3)$.

Câu 40. Tìm phần ảo của số phức $z = i(2 - i)$

- A. -1 . B. 2 . C. 1 . D. -2 .

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \tan^4 x + \tan^2 x \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$

- A. $\frac{1}{12}$. B. $\frac{1 - \ln 2}{6}$. C. $\frac{1}{6}$. D. $\frac{1 - \ln 2}{3}$.

Câu 42. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

- A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x$. B. $y = \log x$. C. $y = \log_2 x$. D. $y = \ln x$.

Câu 43. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x + 4) + \log_2(x - 2) < 4$.

- A. $(-4; 4)$. B. $(-6; 2)$. C. $(2; 4)$. D. $(-6; 4)$.

Câu 44. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a \geq 1, b \geq 1$ và $ab \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{2a} 2 + \log_{2b} 2 + \log_{\frac{4}{ab}} 2$.

- A. $\frac{9}{4}$. B. 3 . C. $\frac{19}{8}$. D. $\frac{5}{2}$.

Câu 45. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + mx^2 + 3x + 1$ có cực đại

- A. 2 . B. 0 . C. 1 . D. 3 .

Câu 46. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i, z_2 = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $z = 2z_1 + z_2$

- A. -3 . B. 2 . C. 4 . D. 3 .

- Câu 47.** Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0;1;2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) . Biết $A(a;b;0) \in d$. Tính $a + b$.
- A. 1. B. 4. C. 2. D. 3.
- Câu 48.** Cho $x, y, 2, 3$ là cấp số cộng. Tính $y - x$.
- A. $\frac{3}{2}$. B. $\frac{1}{2}$. C. 1. D. 2.
- Câu 49.** Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi $F(x^2)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?
- A. $f(x^2)$. B. $2x \cdot f(x^2)$. C. $2x \cdot f(x)$. D. $x \cdot f(x^2)$.
- Câu 50.** Tính tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - \sqrt{x - 2}}{x^2 - 9}$.
- A. 2. B. 3. C. 1. D. 4.

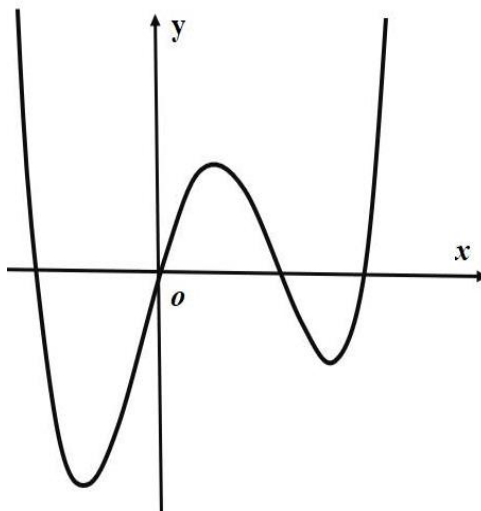
----- Hết -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
B	B	A	D	C	A	C	D	B	D	A	B	D	C	D	B	C	A	B	A	A	B	D	D	C
26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
B	B	C	D	A	A	B	B	D	C	D	A	C	A	B	B	A	C	D	A	D	B	C	B	A

LỜI GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$

A. 3.

B. 4.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn B

Từ đồ thị hàm số $y = f'(x)$ ta có đồ thị hàm số $y = f'(x)$ cắt trục hoành tại 4 điểm phân biệt. Do đó, phương trình $f'(x) = 0$ có 4 nghiệm phân biệt. Qua các nghiệm này $f'(x)$ đều đổi dấu nên số cực trị của hàm số $y = f(x)$ là 4 cực trị.

Câu 2. Biết trong mặt phẳng Oxy , số phức z có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$. Tìm z .

A. $z = -2 - i$.

B. $z = 1 - 2i$.

C. $z = 1 + 2i$.

D. $z = -2 + i$.

Lời giải

Chọn B

Số phức z có điểm biểu diễn là $M(1; -2)$ nên số phức $z = 1 - 2i$.

Câu 3. Cho hình nón có chiều cao bằng 1 và độ dài đường sinh bằng 2. Tính bán kính đáy của hình nón này

A. $\sqrt{3}$.

B. 2.

C. 1.

D. $\sqrt{2}$.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $r = \sqrt{l^2 - h^2} = \sqrt{2^2 - 1^2} = \sqrt{3}$.

Câu 4. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-2}{x+1}$ có tiệm cận ngang là

A. $x = -1$.

B. $y = -2$.

C. $x = 1$.

D. $y = 2$.

Lời giải

Chọn D

Ta có: $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$ và $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-2}{x+1} = 2$ nên đồ thị hàm số có 1 tiệm cận ngang là $y = 2$.

Câu 5. Tính thể tích khối lăng trụ tứ giác đều có cạnh đáy bằng 2 và cạnh bên bằng 3.

A. 18.

B. 4.

C. 12.

D. 6.

Lời giải

Chọn C

Ta có: $V = Bh = 2^2 \cdot 3 = 12$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): x - 2y + 2z - 1 = 0$. Điểm nào dưới đây thuộc (P) ?

A. $A(1;1;1)$.

B. $B(0;1;2)$.

C. $C(1;1;0)$.

D. $D(0;1;1)$.

Lời giải

Chọn A

Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào phương trình mặt phẳng (P) nếu tọa độ điểm nào thỏa mãn phương trình thì điểm đó thuộc mặt phẳng.

Ta có: $1 - 2 \cdot 1 + 2 \cdot 1 - 1 = 0 \Rightarrow A \in (P)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt phẳng $(P): ax + by + cz - 27 = 0$ qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng $(Q): 3x + y + z + 4 = 0$. Tính tổng $S = a + b + c$.

A. $S = -2$.

B. $S = -4$.

C. $S = -12$.

D. $S = 2$.

Lời giải

Chọn C

Ta có $\vec{u}_{(P)} = (a; b; c), \vec{u}_{(Q)} = (3; 1; 1)$.

Mặt phẳng (P) qua hai điểm $A(3;2;1)$ và $B(-3;5;2)$ và vuông góc với mặt phẳng (Q)

$$\begin{cases} 3a + 2b + c = 27 \\ -3a + 5b + 2c = 27 \\ 3a + b + c = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = 6 \\ b = 27 \\ c = -45 \end{cases}.$$

Vậy $S = a + b + c = -12$.

Câu 8. Tìm tập nghiệm của bất phương trình: $\log_2(2-x) \leq 1$.

A. $[0; +\infty)$.

B. $[0; 2]$.

C. $(-\infty; 2)$.

D. $[0; 2)$.

Lời giải

Chọn D

Tập xác định $D = (-\infty; 2)$.

$$\log_2(2-x) \leq 1 \Leftrightarrow 2-x \leq 2 \Leftrightarrow x \geq 0.$$

Vậy $S = [0; 2)$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $A(-1;2;3)$. Khoảng cách từ A đến mặt phẳng (Oxz) là

A. 1.

B. 2.

C. $\sqrt{10}$.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng $(Oxz): y = 0$.

$$d(A, (Oxz)) = |y_A| = 2.$$

Câu 10. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông, $SA = AB = 2$ và SA vuông góc với đáy.

Gọi T là điểm thỏa mãn $\vec{ST} = \frac{1}{2} \vec{AB}$. Tính thể tích khối đa diện $ABCDST$.

A. 3.

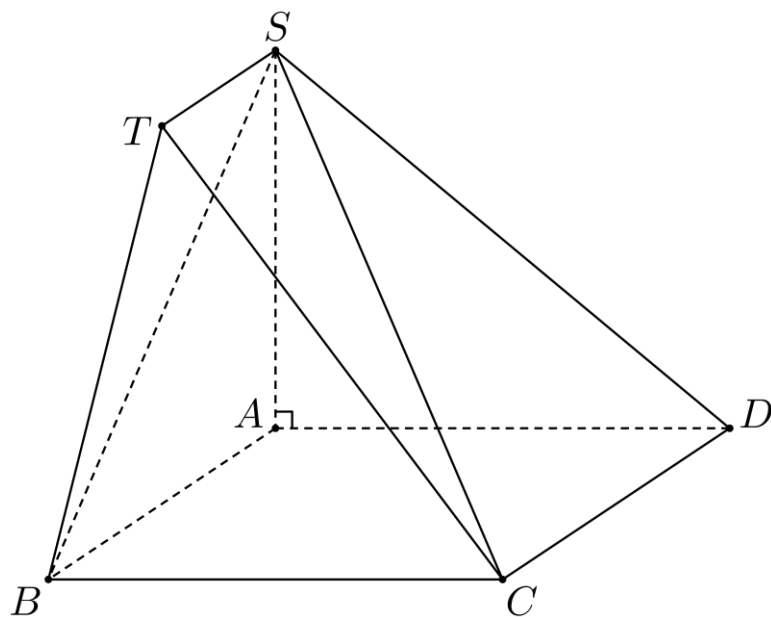
B. $2\sqrt{2}$.

C. $\frac{8+2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{10}{3}$.

Lời giải

Chọn D



Vì $\overrightarrow{ST} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB}$ nên $ST = \frac{AB}{2} = \frac{2}{2} = 1$.

Ta có $\begin{cases} BC \perp AB \\ BC \perp SA \end{cases} \Rightarrow BC \perp STBA$ và $V_{ABCDST} = V_{S.ABCD} + V_{C.BTS}$.

- $V_{S.ABCD} = \frac{1}{3}SA.S_{ABCD} = \frac{1}{3}.2.2^2 = \frac{8}{3}$ (đvtt)

- $V_{C.BTS} = \frac{1}{3}CB.S_{BTS} = \frac{1}{3}CB.\frac{1}{2}ST.d_{B,ST} = \frac{1}{6}CB.ST.SA = \frac{1}{6}.2.1.2 = \frac{2}{3}$ (đvtt).

Vậy $V_{ABCDST} = \frac{8}{3} + \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ (đvtt).

Câu 11. Số đỉnh của một hình bát diện đều là

A. 6.

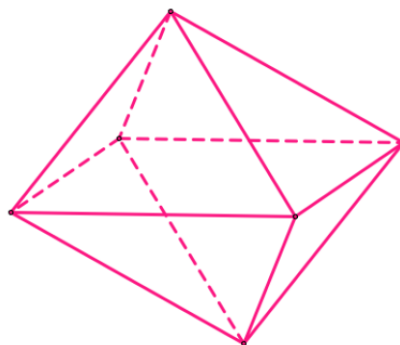
B. 7.

C. 8.

D. 12.

Lời giải

Chọn A



Số đỉnh của một hình bát diện đều là 6.

Câu 12. Trong không gian Oxyz, cho đường thẳng $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z}{2}$. Gọi α là góc giữa d và Oxy. Tính $\sin \alpha$.

A. $\frac{1}{2}$.

B. $\frac{2}{3}$.

C. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$.

D. $\frac{1}{3}$.

Lời giải

Chọn B

Mặt phẳng Oxy có VTPT $\vec{n} = \vec{k} = 0; 0; 1$.

Đường thẳng d có VTCP $\vec{u} = 1; 2; 2$.

$$\text{Vậy } \sin \alpha = \sin d, Oxy = |\cos \vec{n}, \vec{u}| = \frac{|0.1 + 0.2 + 1.2|}{\sqrt{0^2 + 0^2 + 1^2} \cdot \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2}} = \frac{2}{3}.$$

Câu 13. Tìm số giao điểm của đồ thị hàm số $y = x^4 + x^2 - 2$ với trục hoành.

A. 4.

B. 0.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Phương trình hoành độ giao điểm: } x^4 + x^2 - 2 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 1 \\ x^2 = -2 \end{cases} \Leftrightarrow x = \pm 1.$$

Số nghiệm của phương trình hoành độ bằng số giao điểm của đồ thị và trục hoành nên số giao điểm là 2.

Câu 14. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)(x-2) \forall x \in \mathbb{R}$. Tìm số điểm cực đại của hàm số đã cho.

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x(x-1)(x-2) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng xét dấu:

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$		
y'	-	0	+	0	-	0	+

Từ bảng xét dấu hàm số có 1 cực đại.

Câu 15. Một khối hộp chữ nhật có hai kích thước là 2 và 3. Biết thể tích của khối hộp đó bằng 12. Khối hộp đó có bao nhiêu mặt là hình vuông?

A. 0.

B. 4.

C. 6.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Gọi a là kích thước còn lại của khối hộp ($a > 0$). Theo đề bài ta có: $2.3.a = 12 \Leftrightarrow a = 2$. Vậy hình hộp chữ nhật có 2 mặt là hình vuông.

Câu 16. Tính tích phân $I = \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x}$ bằng cách đặt $t = e^x$, ta được

A. $I = \int_0^1 \frac{tdt}{1+t}.$

B. $I = \int_1^e \frac{dt}{t(1+t)}.$

C. $I = \int_1^e \frac{dt}{1+t}.$

D. $I = \int_0^1 \frac{dt}{1+t}.$

Lời giải

Chọn B

Đặt $t = e^x$, ta có $dt = e^x dx$.

Khi $x = 0$ thì $t = 1$, khi $x = 1$ thì $t = e$.

$$\text{Vậy } I = \int_0^1 \frac{dx}{1+e^x} = \int_1^e \frac{dt}{t(1+t)}.$$

Câu 17. Tìm công thức tính diện tích hình phẳng giới hạn bởi các đường $y = x^4$ và $y = x^2$

- A.** $\int_{-1}^1 (x^4 - x^2) dx$. **B.** $\int_0^1 (x^2 - x^4) dx$. **C.** $\int_{-1}^1 (x^2 - x^4) dx$. **D.** $\int_0^1 (x^4 - x^2) dx$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } x^4 - x^2 = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 1) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}.$$

Nhận xét: $x^2 > x^4$, với $\forall x \in (-1; 1)$.

$$\text{Vậy } S = \int_{-1}^1 (x^2 - x^4) dx.$$

Câu 18. Cho khối trụ có bán kính đáy bằng r và độ dài đường sinh bằng l . Tìm công thức tính thể tích khối trụ đó.

- A.** $\pi r^2 l$. **B.** $\frac{1}{3} \pi r^2 l$. **C.** $\pi r l$. **D.** $2\pi r^2 l$.

Lời giải

Chọn A

Thể tích khối trụ đã cho là $V = \pi r^2 l$.

Câu 19. Trong không gian $Oxyz$, cho mặt cầu $(S): x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0$. Tính bán kính của (S) .

- A.** $2\sqrt{2}$. **B.** $\sqrt{2}$. **C.** 1. **D.** 2.

Lời giải

Chọn B

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 2y = 0 \Leftrightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2 \cdot 1 \cdot x - 2 \cdot 1 \cdot y + 0 = 0$$

$$\Rightarrow a = 1, b = 1, c = d = 0.$$

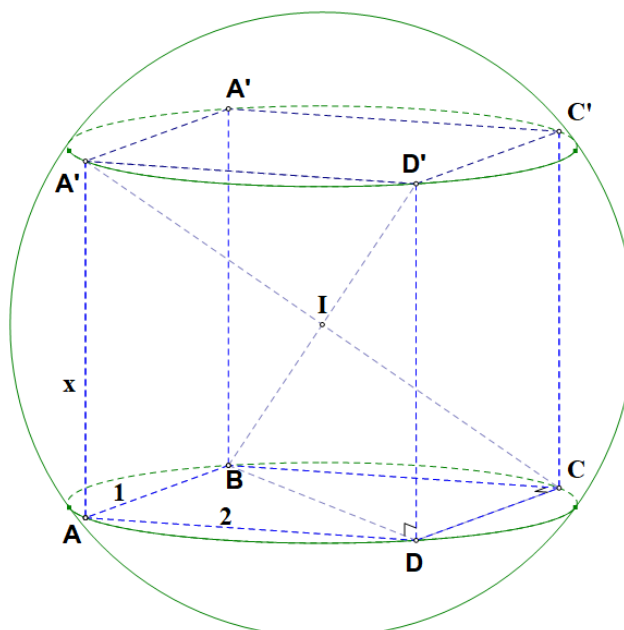
Tâm: $I(1; 1; 0)$, bán kính $R = \sqrt{1^2 + 1^2 + 0^2 - 0} = \sqrt{2}$.

Câu 20. Cho hình hộp chữ nhật có các kích thước là 1, 2 và x nội tiếp mặt cầu bán kính 3. Tìm x .

- A.** $x = \sqrt{31}$. **B.** $x = \sqrt{29}$. **C.** $x = 1$. **D.** $x = 2$.

Lời giải

Chọn A



Bán kính mặt cầu ngoại tiếp hình hộp chữ nhật:

$$R = \frac{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}}{2} \Leftrightarrow 3 = \frac{\sqrt{1^2 + 2^2 + x^2}}{2} \Leftrightarrow x = \sqrt{31}.$$

Câu 21. Cho khối cầu có bán kính bằng 3. Tính thể tích khối cầu đó.

- A.** 36π . **B.** 108π . **C.** 12π . **D.** 18π .

Lời giải

Chọn A

$$\text{Thể tích khối cầu } V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 3^3 = 36\pi.$$

Câu 25. Tính tích phân $I = \int_1^4 \sqrt{x} dx$.

- A.** $\frac{13}{3}$. **B.** $\frac{14}{3}$. **C.** 4. **D.** $\frac{11}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } I = \int_1^4 \sqrt{x} dx = \int_1^4 x^{\frac{1}{2}} dx = \frac{2}{3} x\sqrt{x} \Big|_1^4 = \frac{2}{3} (4\sqrt{4} - 1) = \frac{14}{3}.$$

Câu 26. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'		$-$	0	$+$	
y	$+\infty$		4		$+\infty$

Tìm số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$.

- A.** 2. **B.** 1. **C.** 4. **D.** 3.

Lời giải

Chon D

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ là số giao điểm của đồ thị hàm số $y = f(x)$ với đường thẳng $y = 3$.

Từ bảng biến thiên suy ra phương trình có 3 nghiệm.

Câu 27. Có bao nhiêu cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh?

- A.** 20. **B.** 100. **C.** 90. **D.** 45.

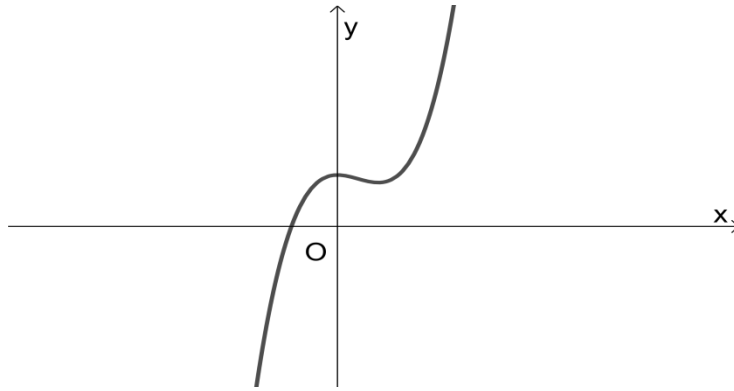
Lời giải

Chon D

Mỗi cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh là một tổ hợp chập 2 của 10.

Số cách chọn 2 học sinh từ một nhóm gồm 10 học sinh là $C_{10}^2 = 45$.

Câu 22. Đường cong trong hình vẽ bên là của đồ thị hàm số nào dưới đây?



A. $y = x^3 - x^2$.

B. $y = x^3 - x$.

C. $y = x^3 - x^2 + 1$.

D. $y = x^3 - x + 1$.

Lời giải

Chọn C

* Dựa vào đồ thị ta thấy, đồ thị hàm số không đi qua điểm $O(0;0)$ nên loại đáp án A, B.

* Xét hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$ có :

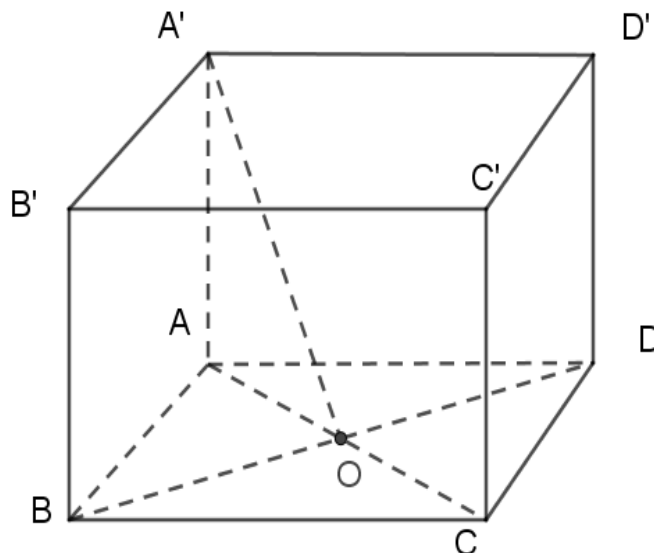
$$- y' = 0 \Leftrightarrow 3x^2 - 2x = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \frac{2}{3} \end{cases}$$

Khi đó hàm số có hai cực trị là $x = 0$; $x = \frac{2}{3}$.

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy hàm số có 2 cực trị $x = 0$; $x = \frac{2}{3}$.

Vậy đồ thị hàm số trên là đồ thị của hàm số $y = x^3 - x^2 + 1$.

Câu 23. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh $AB = a$. Gọi O là tâm của hình vuông $ABCD$. Tính khoảng cách giữa hai đường thẳng $A'O$ và BC .



A. $\frac{a\sqrt{2}}{2}$.

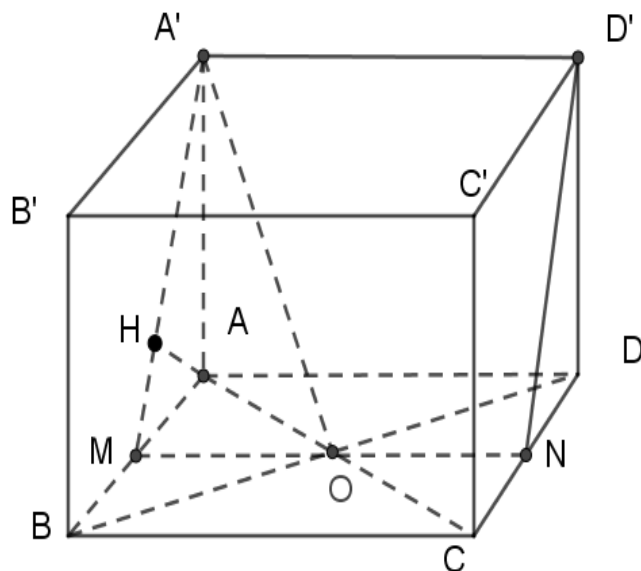
B. $\frac{a\sqrt{5}}{5}$.

C. $\frac{a}{2}$.

D. $\frac{2a\sqrt{5}}{5}$.

Lời giải

Chọn B



* Gọi M, N lần lượt là trung điểm AB, CD .

Khi đó mặt phẳng $MNA'D'$ chứa $A'O$ và $MNA'D' \parallel BC$.

$$\Rightarrow d(A'O; BC) = d(A'D'; NM); BC = d(B; A'D'NM) = d(A; A'D'NM).$$

* Hạ $AH \perp A'M$.

Vì $MN \perp ABB'A'$ nên $MN \perp AH$

$$\Rightarrow AH \perp A'D'NM.$$

$$\Rightarrow d(A; A'B'NM) = AH.$$

$$\text{Xét tam giác } A'AM \text{ có: } AH = \frac{AA' \cdot AM}{\sqrt{AA'^2 + AM^2}} = \frac{\sqrt{5}}{5}a.$$

$$\text{Vậy } d(A'O; BC) = \frac{a\sqrt{5}}{5}.$$

Câu 24. Cho hai hàm số $y = f(x), y = g(x)$ có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ và thỏa mãn $f'(x) + g(x) = x$; $g'(x) + f(x) = -x$, với $\forall x \in \mathbb{R}$. Biết $f(0) = g(0) = 1$. Tính $f(1)$.

A. $\frac{2}{e} - 2$.

B. $e + \frac{1}{e} - 2$.

C. $\frac{e^2 + 2}{2e}$.

D. $\frac{e^2 - 2}{2e}$.

Lời giải

Chọn B

$$* \text{ Ta có: } \begin{cases} f'(x) + g(x) = x \\ g'(x) + f(x) = -x \end{cases} \Rightarrow f'(x) + g'(x) = -f(x) - g(x)$$

$$\Leftrightarrow f'(x) + f(x) = -g'(x) - g(x)$$

$$\Leftrightarrow f'(x)e^x + f(x)e^x = -g'(x)e^x - g(x)e^x$$

$$\Leftrightarrow [f(x)e^x]' = -[g(x)e^x]'$$

$$\Leftrightarrow f(x) \cdot e^x = -g(x)e^x + C.$$

$$\Rightarrow f(x) = -g(x) + c \Leftrightarrow c = 2.$$

Vậy $g(x) = \frac{2 - f(x)e^x}{e^x} = \frac{2}{e^x} - f(x).$

* Ta có: $f'(x) + g(x) = x$

$$\Leftrightarrow f'(x) + \frac{2}{e^x} - f(x) = x$$

$$\Leftrightarrow f'(x)e^{-x} - f(x)e^{-x} = xe^{-x} - 2e^{-2x}$$

$$\Leftrightarrow [f(x)e^{-x}]' = xe^{-x} - 2e^{-2x}.$$

Vì hàm số có đạo hàm trên $\mathbb{R}$ nên ta có:

$$\int_0^1 [f(x)e^{-x}]' dx = \int_0^1 [xe^{-x} - 2e^{-2x}] dx \Leftrightarrow f(x)e^{-x} \Big|_0^1 = (-xe^{-x} - e^{-x} + e^{-2x}) \Big|_0^1$$

$$\Leftrightarrow f(1)e^{-1} = \frac{1}{e^2} - \frac{2}{e} + 1 \Leftrightarrow f(1) = \frac{1}{e} + e - 2$$

Vậy $f(1) = \frac{1}{e} + e - 2.$

Câu 28. Tính tổng giá trị nhỏ nhất và giá trị lớn nhất của hàm số $y = x^4 - x^3 - x$ trên đoạn $[0; 2]$.

A. 7.

B. 6.

C. 5.

D. -1.

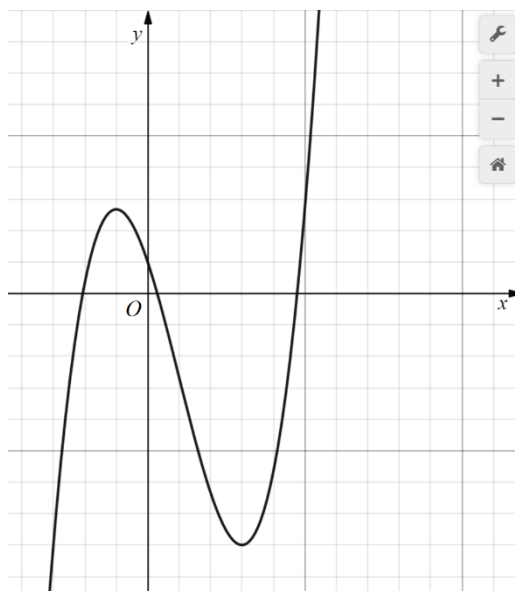
Lời giải

Chọn C

Ta có: $y' = 4x^3 - 3x^2 - 1 = 0 \Leftrightarrow (x-1)(4x^2 + x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = 1.$

$$y(1) = -1; y(0) = 0; y(2) = 6 \Rightarrow \min_{[0;2]} y = -1; \max_{[0;2]} y = 6 \Rightarrow \min y + \max_{[0;2]} y = -1 + 6 = 5.$$

Câu 29. Cho hàm bậc ba $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$. Biết hàm số $y = f(-x)$ có đồ thị như hình sau.



Hỏi trong các số a, b, c, d có bao nhiêu số dương?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Lời giải

Chọn D

Đặt $t = -x$, ta có $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d \Leftrightarrow f(-t) = -at^3 + bt^2 - ct + d.$

Dựa vào đồ thị hàm số $y = f(-x)$, suy ra các hệ số của các số hạng trong biểu thức của hàm số

$f(-t)$ như sau:

* $-a > 0 \Leftrightarrow a < 0$;

* hàm số có hai điểm cực trị trái dấu và điểm cực trị dương có giá trị tuyệt đối lớn hơn giá trị tuyệt

đối của điểm cực trị âm $\Rightarrow \begin{cases} ab > 0 \\ \frac{c}{3a} < 0 \end{cases}$; kết hợp với $a < 0 \Rightarrow \begin{cases} b < 0 \\ c > 0 \end{cases}$

* $f(0) = d > 0$.

Vậy trong các số a, b, c, d có 2 số dương là c, d .

Câu 30. Biết phương trình $z^3 - 8 = 0$ có ba nghiệm phức, trong đó có một nghiệm có phần ảo âm là z_0 .

Tính $|z_0 + i\sqrt{3}|$.

A. 1.

B. $2\sqrt{3}$.

C. $\sqrt{3}$.

D. 2.

Lời giải

Chọn A

Ta có $z^3 - 8 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = 2 \\ z = -1 + i\sqrt{3} \\ z = -1 - i\sqrt{3} \end{cases}$, suy ra $z_0 = -1 - i\sqrt{3}$.

Ta có $|z_0 + i\sqrt{3}| = |-1 - i\sqrt{3} + i\sqrt{3}| = |-1| = 1$.

Câu 31. Trong không gian $Oxyz$, cho đường thẳng $d: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2} = \frac{z-3}{3}$. Biết M là điểm thuộc d và có hoành độ bằng 2. Tìm tung độ của M .

A. -4.

B. -6.

C. 2.

D. -2.

Lời giải

Chọn A

Ta có: $M \in d \Rightarrow M(1+t; -2-2t; 3+3t)$.

Vì M có hoành độ bằng 2 nên $1+t = 2 \Leftrightarrow t = 1 \Rightarrow M(2; -4; 6)$.

Vậy tung độ của M là -4.

Câu 32. Cho x là số thực dương bất kì. Chọn khẳng định đúng

A. $\log(10x^2) = 1 + \log x$.

B. $\log(10x^2) = 1 + 2\log x$.

C. $\log(10x^2) = 10 + 2\log x$.

D. $\log(10x^2) = 2 + \log x$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $\log(10x^2) = \log 10 + \log x^2 = 1 + 2\log x$.

Câu 33. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình chữ nhật với $AB = a$ và $AD = 2a$. Biết SA vuông góc với mặt phẳng $(ABCD)$ và $SA = a\sqrt{15}$. Tính góc giữa SC và $(ABCD)$.

A. 90° .

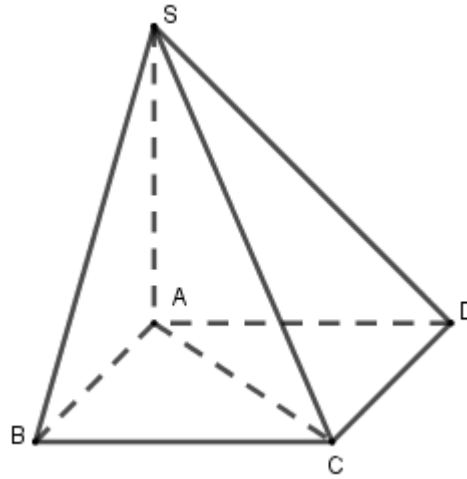
B. 60° .

C. 45° .

D. 30° .

Lời giải

Chọn B



Ta có $(SC, (ABCD)) = (SC, AC) = SCA$.

Ta có hình chữ nhật $ABCD$ có $AC = a\sqrt{5}$.

Xét ΔSAC có $SAC = 90^\circ$, $SA = a\sqrt{15}$, $AC = a\sqrt{5}$ khi đó $\tan SCA = \frac{SA}{AC} = \frac{a\sqrt{15}}{a\sqrt{5}} = \sqrt{3}$.

$$\Rightarrow SCA = 60^\circ.$$

Câu 34. Một nguyên hàm của hàm số $f(x) = 3x^2 + 1$ là

A. $6x$.

B. $3x^3 + x$.

C. $x^3 + 1$.

D. $x^3 + x$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $\int f(x) dx = \int (3x^2 + 1) dx = x^3 + x + C$. Nên chọn D.

Câu 35. Tìm nghiệm của phương trình $2^{x-1} \cdot 3^x = 18$ bằng

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn C

Ta có $2^{x-1} \cdot 3^x = 18 \Leftrightarrow \frac{2^x}{2} \cdot 3^x = 18 \Leftrightarrow 6^x = 36 \Leftrightarrow x = 2$.

Câu 36. Cho số phức z thỏa $i(z-i) = 3i+5$. Tính môđun của z

A. 3.

B. $\sqrt{10}$.

C. $\sqrt{13}$.

D. 5.

Lời giải

Chọn D

Gọi $z = a + bi$, ($a, b \in \mathbb{R}$).

Nên $i(z-i) = 3i+5 \Leftrightarrow i(a+bi-i) = 3i+5 \Leftrightarrow 1-b+ai = 3i+5 \Leftrightarrow \begin{cases} 1-b=5 \\ a=3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-4 \\ a=3 \end{cases}$

Suy ra $|z| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$.

Câu 37. Cho hai số phức z_1, z_2 thỏa mãn $|z_1 - 1 + 2i| = |z_2 + 1 - 2i| = 1$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức

$$T = |2z_1 - iz_2|.$$

A. 8.

B. 7.

C. 5.

D. 6.

Lời giải

Chọn A

Ta có $|z_1 - 1 + 2i| = |z_2 + 1 - 2i| = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} |2z_1 - 2 + 4i| = 2 \\ |iz_2 + 2 + i| = 1 \end{cases}$

Tập hợp điểm M biểu diễn số phức $2z_1$ là đường tròn tâm $I_1(2; -4)$, bán kính $R_1 = 2$
 Tập hợp điểm N biểu diễn số phức iz_2 là đường tròn tâm $I_2(-2; -1)$, bán kính $R_2 = 1$
 $T = |2z_1 - iz_2| = MN$.
 Suy ra $MN_{\max} = R_1 + R_2 + I_1I_2 = 8$.

Câu 38. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$. Biết hàm số $y = f(3x-1)$ có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	$-\frac{1}{3}$	0	1	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$	0	$+$
y	$+\infty$		3		$+\infty$
		-2		1	

Tìm số nghiệm của phương trình $f(x^3 - 3x) = 1$.

A. 7.

B. 8.

C. 6.

D. 3.

Lời giải

Chọn C

Đặt $t = 3x - 1$ ta có bảng biến thiên của hàm số $f(t)$ như sau:

t	$-\infty$	-2	-1	2	$+\infty$
$f'(t)$	$-$	0	$+$	0	$+$
$f(t)$	$+\infty$		3		$+\infty$
		-2		1	

$$\text{Từ đó ta có } f(x^3 - 3x) = 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x^3 - 3x = 2 \\ x^3 - 3x = a \quad (-2 < a < -1) \\ x^3 - 3x = b \quad (b < -2) \end{cases}$$

$$\text{Đặt: } u = x^3 - 3x \Rightarrow u' = 3x^2 - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \Rightarrow u = 2 \\ x = 1 \Rightarrow u = -2 \end{cases}$$

Ta có BBT của $u(x)$:

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
u'	$+$	0	$-$	0	$+$
u	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	

Do đó phương trình $x^3 - 3x = 2$ có 2 nghiệm phân biệt

$x^3 - 3x = a$ ($-2 < a < -1$) có ba nghiệm phân biệt

$x^3 - 3x = b$ ($b < -2$) có một nghiệm

Nhận thấy 6 nghiệm của ba phương trình trên là phân biệt với nhau

Từ đó ta có $f(x^3 - 3x) = 1$ có 6 nghiệm phân biệt.

Câu 39. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như hình bên.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	$-\infty$	3	1	$+\infty$	

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(0; 2)$.

B. $(-1; 0)$.

C. $(2; 4)$.

D. $(1; 3)$.

Lời giải

Chọn A

Từ BBT ta thấy $y' < 0$ với mọi $x \in (0; 2)$ nên hàm số nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 40. Tìm phần ảo của số phức $z = i(2 - i)$

A. -1 .

B. 2 .

C. 1 .

D. -2 .

Lời giải

Chọn B

$$z = i(2 - i) = 2i - i^2 = 1 + 2i.$$

Phần ảo của số phức $z = i(2 - i)$ bằng 2 .

Câu 41. Cho hàm số $f(x)$ có $f(0) = 0$ và $f'(x) = \tan^4 x + \tan^2 x \forall x \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$. Tính $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} f(x) dx$

A. $\frac{1}{12}$.

B. $\frac{1 - \ln 2}{6}$.

C. $\frac{1}{6}$.

D. $\frac{1 - \ln 2}{3}$.

Lời giải

Chọn B

$$f'(x) = \tan^4 x + \tan^2 x = \tan^2 x (1 + \tan^2 x).$$

$$\int f'(x) dx = \int \tan^2 x (1 + \tan^2 x) dx = \int \tan^2 x d(\tan x) = \frac{\tan^3 x}{3} + C$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{\tan^3 x}{3} + C.$$

$$f(0) = 0 \Rightarrow C = 0 \Rightarrow f(x) = \frac{\tan^3 x}{3}$$

$$\begin{aligned} I &= \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\tan^3 x}{3} dx = \frac{1}{3} \left[\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x (\tan^2 x + 1) dx - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx \right] = \frac{1}{3} \left[\int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x d(\tan x) - \int_0^{\frac{\pi}{4}} \tan x dx \right] \\ &= \frac{1}{3} \left[\frac{\tan^2 x}{2} \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} + \ln |\cos x| \Big|_0^{\frac{\pi}{4}} \right] = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{2} + \ln \frac{\sqrt{2}}{2} \right] = \frac{1 - \ln 2}{6}. \end{aligned}$$

Câu 42. Hàm số nào dưới đây nghịch biến trên $(0; +\infty)$?

A. $y = \log_{\frac{1}{2}} x.$

B. $y = \log x.$

C. $y = \log_2 x.$

D. $\ln x.$

Lời giải

Chọn A

Hàm số $y = \log_{\frac{1}{2}} x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$ vì hàm số có cơ số bằng $\frac{1}{2} < 1$.

Câu 43. Tìm tập nghiệm của bất phương trình $\log_2(x+4) + \log_2(x-2) < 4$.

A. $(-4; 4).$

B. $(-6; 2).$

C. $(2; 4).$

D. $(-6; 4).$

Lời giải

Chọn C

Điều kiện $x > 2$.

Với điều kiện trên bất phương trình tương đương

$$\log_2[(x+4)(x-2)] < \log_2 16 \Leftrightarrow x^2 + 2x - 24 < 0 \Leftrightarrow -6 < x < 4.$$

Kết hợp với điều kiện bất phương trình có tập nghiệm là $T = (2; 4)$.

Câu 44. Cho hai số thực a, b thỏa mãn $a \geq 1, b \geq 1$ và $ab \leq 2$. Tìm giá trị lớn nhất của biểu thức $P = \log_{2a} 2 + \log_{2b} 2 + \log_{\frac{4}{ab}} 2$.

A. $\frac{9}{4}.$

B. 3.

C. $\frac{19}{8}.$

D. $\frac{5}{2}.$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } P = \log_{2a} 2 + \log_{2b} 2 + \log_{\frac{4}{ab}} 2 = \frac{1}{1 + \log_2 a} + \frac{1}{1 + \log_2 b} + \frac{1}{2 - \log_2 a - \log_2 b}.$$

$$\text{Đặt } \begin{cases} x = \log_2 a \\ y = \log_2 b \end{cases} \text{ ta được } \begin{cases} x, y \geq 0 \\ x + y \leq 1 \end{cases} \text{ và } P = \frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} + \frac{1}{2-x-y} = \frac{2+x+y}{1+x+y+xy} + \frac{1}{2-x-y}.$$

$$\text{Vì } xy \geq 0 \text{ nên } \frac{2+x+y}{1+x+y+xy} \leq \frac{2+x+y}{1+x+y} \text{ suy ra } P \leq \frac{2+x+y}{1+x+y} + \frac{1}{2-x-y} = \frac{2+t}{1+t} + \frac{1}{2-t} = g(t) \text{ với } t = x+y, 0 \leq t \leq 1.$$

$$\text{Ta có } g'(t) = -\frac{1}{(1+t)^2} + \frac{1}{(t-2)^2} \text{ và } g'(t) = 0 \Leftrightarrow t = \frac{1}{2}, \text{ đồng thời } g(0) = g(1) = \frac{5}{2}; \quad g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{3}.$$

$$\text{Vậy giá trị lớn nhất của } P \text{ là } \frac{5}{2}, \text{ đạt được khi } \begin{cases} t=0 \\ t=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=2 \\ b=1 \end{cases} \vee \begin{cases} a=1 \\ b=2 \end{cases} \vee \begin{cases} a=1 \\ b=1 \end{cases}.$$

Câu 45. Tìm số giá trị nguyên của tham số m để hàm số $y = \frac{1}{3}(m^2 - 1)x^3 + mx^2 + 3x + 1$ có cực đại

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

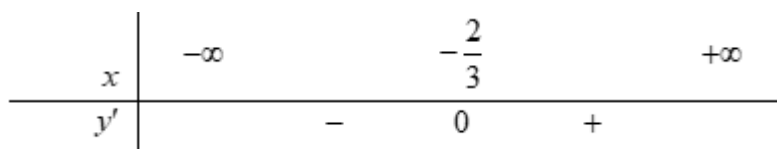
Lời giải

Chọn A

$$y' = (m^2 - 1)x^2 + 2mx + 3$$

Trường hợp 1. $m = 1$ ta có $y' = 2x + 3$

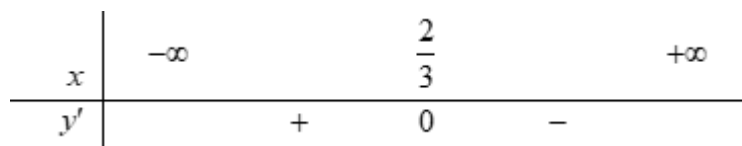
Xét dấu y'



$\Rightarrow m = 1$ loại

Trường hợp 2. $m = -1$ ta có $y' = -2x + 3$

$$y' = 0 \Leftrightarrow x = \frac{3}{2}$$



$\Rightarrow m = -1$ thỏa mãn

• $m \neq \pm 1$

Hàm số có cực đại $\Leftrightarrow$ phương trình $y' = 0$ có hai nghiệm phân biệt

$$\Leftrightarrow \Delta' > 0$$

$$\Leftrightarrow m^2 - 3(m^2 - 1) > 0$$

$$\Leftrightarrow 3 - 2m^2 > 0 \Leftrightarrow -\frac{\sqrt{6}}{2} < m < \frac{\sqrt{6}}{2}$$

Vì $m \in \mathbb{Z}$ nên $m \in \{-1; 0; 1\}$ kết hợp với điều kiện ta được $m = 0$

Vậy có 2 giá trị nguyên của m thỏa mãn bài toán.

Câu 46. Cho hai số phức $z_1 = 1 + 2i$, $z_2 = 2 - i$. Tìm phần ảo của số phức $z = 2z_1 + z_2$

A. -3.

B. 2.

C. 4.

D. 3.

Lời giải

Chọn D

$$z = 2z_1 + z_2 = 2(1 + 2i) + 2 - i = 4 + 3i$$

$\Rightarrow$ phần ảo của số phức $z = 2z_1 + z_2$ là 3.

Câu 47. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(0; 1; 2)$ và mặt phẳng $(P): x + 2y - 2z + 1 = 0$. Gọi d là đường thẳng đi qua M và vuông góc với (P) . Biết $A(a; b; 0) \in d$. Tính $a + b$.

A. 1.

B. 4.

C. 2.

D. 3.

Lời giải

Chọn B

Do d đi qua $M(0; 1; 2)$ và vuông góc với (P) nên d nhận véc tơ pháp tuyến $\vec{n} = (1; 2; -2)$ của (P) làm véc tơ chỉ phương.

Suy ra $d: \frac{x}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{-2}$.

Mặt khác $A(a; b; 0) \in d$ nên ta có $\frac{a}{1} = \frac{b-1}{2} = \frac{0-2}{-2} \Rightarrow a=1, b=3$.

Vậy $a+b=4$.

Câu 48. Cho $x, y, 2, 3$ là cấp số cộng. Tính $y-x$.

A. $\frac{3}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. 1.

D. 2.

Lời giải

Chọn C

Do $x, y, 2, 3$ là cấp số cộng nên công sai d của CSC này là $d=3-2=1$.

Suy ra $y-x=1$.

Câu 49. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên $\mathbb{R}$. Hỏi $F(x^2)$ là một nguyên hàm của hàm số nào dưới đây?

A. $f(x^2)$.

B. $2x \cdot f(x^2)$.

C. $2x \cdot f(x)$.

D. $x \cdot f(x^2)$.

Lời giải

Chọn B

Ta có $F'(x) = f(x)$.

$\Rightarrow [F(x^2)]' = 2x \cdot F'(x^2) = 2x \cdot f(x^2)$.

Vậy $F(x^2)$ là một nguyên hàm của hàm số $2x \cdot f(x^2)$.

Câu 50. Tính tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - \sqrt{x-2}}{x^2 - 9}$.

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = [2; +\infty) \setminus \{3\}$.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = 0$ nên đường thẳng $y=0$ là tiệm cận ngang của đồ thị.

Vì $\lim_{x \rightarrow 3^+} y = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 3^-} y = -\infty$ nên đường thẳng $x=3$ là tiệm cận đứng của đồ thị.

Vậy tổng số tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x - \sqrt{x-2}}{x^2 - 9}$ là 2.

----- Hết -----