

ĐỀ CHÍNH THỨC

Mã đề thi
132

Thí sinh không được sử dụng tài liệu khi làm bài. Giám thị coi thi không giải thích gì thêm.

Họ, tên thí sinh: Số báo danh:

Câu 1. Tìm tập xác định D của hàm số $y = \frac{2020}{\sin x}$.

A. $D = \mathbb{R}$.

B. $D = \mathbb{R} \setminus \{0\}$.

C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \right\}$.

D. $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}$.

Câu 2. Tìm hệ số của x^{12} trong khai triển $(2x - x^2)^{10}$.

A. C_{10}^8 .

B. $C_{10}^2 2^8$.

C. C_{10}^2 .

D. $-C_{10}^2 2^8$.

Câu 3. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình chữ nhật với $AD = a, AB = 2a$. Cạnh bên $SA = 2a$ và vuông góc với đáy. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của SB và SD . Tính khoảng cách d từ S đến mặt phẳng (AMN) .

A. $d = \frac{a\sqrt{6}}{3}$.

B. $d = 2a$.

C. $d = \frac{3a}{2}$.

D. $d = a\sqrt{5}$.

Câu 4. Tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ trên đoạn $[1; 3]$.

A. $\max_{[1;3]} f(x) = -7$.

B. $\max_{[1;3]} f(x) = -4$.

C. $\max_{[1;3]} f(x) = -2$.

D. $\max_{[1;3]} f(x) = \frac{67}{27}$.

Câu 5. Nếu các số $5 + m; 7 + 2m; 17 + m$ theo thứ tự lập thành cấp số cộng thì m bằng bao nhiêu?

A. $m = 2$.

B. $m = 3$.

C. $m = 4$.

D. $m = 5$.

Câu 6. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng (ABC) , góc giữa đường thẳng SB và mặt phẳng (ABC) bằng 60° . Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. a^3 .

B. $\frac{a^3}{2}$.

C. $\frac{a^3}{4}$.

D. $\frac{3a^3}{4}$.

Câu 7. Hỏi trên $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$, phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có bao nhiêu nghiệm?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 8. Có bao nhiêu số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ?

A. $4!C_4^1C_5^1$.

B. $3!C_3^2C_5^2$.

C. $4!C_4^2C_5^2$.

D. $3!C_4^2C_5^2$.

Câu 9. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		0		2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3			$+\infty$

$\swarrow$ $\nearrow$ $\searrow$ $\nearrow$
1 1

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

A. $(-2; 0)$.

B. $(2; +\infty)$.

C. $(0; 2)$.

D. $(0; +\infty)$.

Câu 10. Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng

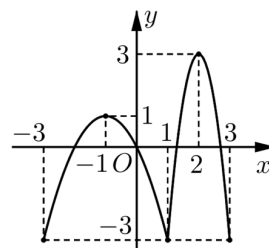
A. a^3 .

B. $2a^3$.

C. $6a^3$.

D. $8a^3$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?



A. $(0; 2)$.

B. $(-2; 0)$.

C. $(-3; -1)$.

D. $(2; 3)$.

Câu 12. Cho cấp số nhân (u_n) có $u_1 = -3$ và $q = \frac{2}{3}$. Mệnh đề nào sau đây đúng?

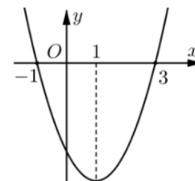
A. $u_5 = -\frac{27}{16}$.

B. $u_5 = -\frac{16}{27}$.

C. $u_5 = \frac{16}{27}$.

D. $u_5 = \frac{27}{16}$.

Câu 13. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị $f'(x)$ là parabol như hình vẽ bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. Hàm số đồng biến trên $(1; +\infty)$.

B. Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

C. Hàm số nghịch biến trên $(-\infty; 1)$.

D. Hàm số đồng biến trên $(-1; 3)$.

Câu 14. Nghiệm phương trình $3^{2x-1} = 27$ là

A. $x = 1$.

B. $x = 2$.

C. $x = 4$.

D. $x = 5$.

Câu 15. Cho hai số thực dương m, n ($n \neq 1$) thỏa mãn $\frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 10 - 1} = 3 + \frac{1}{\log_n 5}$. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $m = 15n$.

B. $m = 25n$.

C. $m = 125n$.

D. $m \cdot n = 125$.

Câu 16. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 17. Tính tổng các giá trị nguyên của tham số m trên $[-20; 20]$ để hàm số $y = \frac{\sin x + m}{\sin x - 1}$ nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{\pi}{2}; \pi\right)$.

A. 209.

B. 207.

C. -209.

D. -210.

Câu 18. Giá trị cực đại của hàm số $y = x^3 - 3x + 2$ bằng

A. -1.

B. 0.

C. 1.

D. 4.

Câu 19. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a , cạnh bên SA vuông góc với mặt phẳng đáy và $SA = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối chóp đã cho bằng

A. $a^3\sqrt{2}$.

B. $\frac{a^3\sqrt{2}}{3}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{2}}{4}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{2}}{6}$.

Câu 20. Viết phương trình tiếp tuyến của đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x + 3$ tại điểm $M(1; 2)$.

A. $y = 2x + 2$.

B. $y = 3x - 1$.

C. $y = x + 1$.

D. $y = 2 - x$.

Câu 21. Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-7}}{x^2 + 3x - 4}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 22. Hàm số $y = \sqrt[3]{x^2}$ có tất cả bao nhiêu điểm cực trị?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 23. Gieo một con súc sắc cân đối và đồng chất hai lần. Tính xác suất để ít nhất một lần xuất hiện mặt sáu chấm.

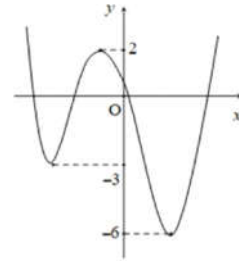
A. $\frac{12}{36}$.

B. $\frac{11}{36}$.

C. $\frac{6}{36}$.

D. $\frac{8}{36}$.

Câu 24. Cho hàm số $y = f(x)$ là hàm đa thức bậc bốn có đồ thị như hình vẽ bên. Có bao nhiêu giá trị của tham số m thuộc đoạn $[-12; 12]$ để hàm số $g(x) = |2f(x-1) + m|$ có 5 điểm cực trị?



A. 13.

B. 14.

C. 15.

D. 12.

Câu 25. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$, gọi I là trung điểm BB' . Mặt phẳng (DIC') chia khối lập phương thành 2 phần. Tính tỉ số thể tích phần bé chia phần lớn.

A. $\frac{7}{17}$.

B. $\frac{1}{3}$.

C. $\frac{1}{2}$.

D. $\frac{1}{7}$.

Câu 26. Cho các số thực x, y thỏa mãn $4^{x^2+4y^2} - 2^{x^2+4y^2+1} = 2^{3-x^2-4y^2} - 4^{2-x^2-4y^2}$. Gọi m, M lần lượt là giá trị nhỏ nhất và lớn nhất của $P = \frac{x-2y-1}{x+y+4}$. Tổng $M+m$ bằng

A. $-\frac{36}{59}$.

B. $-\frac{18}{59}$.

C. $\frac{18}{59}$.

D. $\frac{36}{59}$.

Câu 27. Cho hình chóp đều $S.ABCD$ có cạnh đáy bằng 2, cạnh bên bằng 3. Gọi φ là góc giữa cạnh bên và mặt đáy. Mệnh đề nào sau đây đúng?

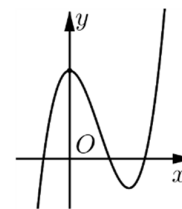
A. $\tan \varphi = \sqrt{7}$.

B. $\varphi = 60^\circ$.

C. $\varphi = 45^\circ$.

D. $\cos \varphi = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 28. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



A. $y = x^3 - 3x^2 + 3$.

B. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$.

C. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

D. $y = -x^3 + 3x^2 + 1$.

Câu 29. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành và có thể tích bằng 48. Gọi M, N lần lượt là điểm thuộc các cạnh AB, CD sao cho $MA = MB, NC = 2ND$. Thể tích của khối chóp $S.MBCN$ bằng

A. 8.

B. 20.

C. 28.

D. 40.

Câu 30. Tìm tất cả các giá trị của a thỏa mãn $\sqrt[3]{a^7} > \sqrt[5]{a^2}$.

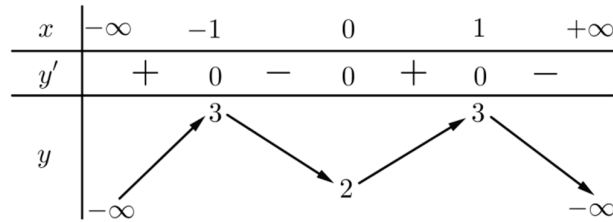
A. $a < 0$.

B. $a = 0$.

C. $0 < a < 1$.

D. $a > 1$.

Câu 31. Trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hàm số nào có bảng biến thiên như sau?

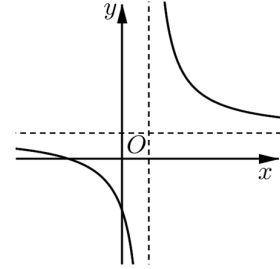


- A.** $y = x^4 - 2x^2 + 1$. **B.** $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. **C.** $y = x^4 - 2x^2 + 2$. **D.** $y = -x^4 + 2x^2 + 2$.

Câu 32. Hàm số $y = \frac{ax+b}{cx+d}$ với $a > 0$ có đồ thị như hình vẽ bên.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** $b > 0, c > 0, d < 0$. **B.** $b > 0, c < 0, d < 0$.
C. $b < 0, c < 0, d < 0$. **D.** $b < 0, c > 0, d < 0$.



Câu 33. Cho hàm số $f(x) = \ln 2020 - \ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$. Tính $S = f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2020)$.

- A.** $S = 2020$. **B.** $S = 2021$. **C.** $S = \frac{2021}{2020}$. **D.** $S = \frac{2020}{2021}$.

Câu 34. Cho hàm số $y = (x-2)(x^2+1)$ có đồ thị (C) . Mệnh đề nào sau đây là đúng?

- A.** (C) không cắt trục hoành. **B.** (C) cắt trục hoành tại một điểm.
C. (C) cắt trục hoành tại hai điểm. **D.** (C) cắt trục hoành tại ba điểm.

Câu 35. Cho a là số thực lớn hơn 1. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A.** Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $\mathbb{R}$. **B.** Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.
C. Hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$. **D.** Hàm số $y = \log_a x$ nghịch biến trên $(0; +\infty)$.

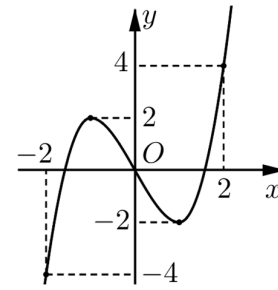
Câu 36. Rút gọn biểu thức $P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x}$ với $x > 0$.

- A.** $P = \sqrt{x}$. **B.** $P = x^{\frac{1}{3}}$. **C.** $P = x^{\frac{1}{9}}$. **D.** $P = x^2$.

Câu 37. Hình lăng trụ tam giác đều có bao nhiêu mặt phẳng đối xứng?

- A.** 1. **B.** 3. **C.** 4. **D.** 6.

Câu 38. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $|f(x)-1|=1$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt trên $[-2;2]$?

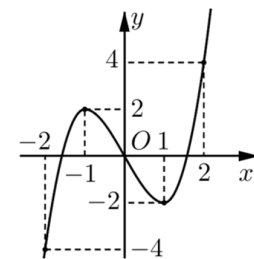


- A. 3. B. 4.
C. 5. D. 6.

Câu 39. Cho a, b, x, y là các số thực dương và a, b khác 1. Mệnh đề nào sau đây đúng?

- A. $\log_a \frac{x}{y} = \frac{\log_a x}{\log_a y}$. B. $\log_a \frac{x}{y} = \log_a (x - y)$.
C. $\log_b a \cdot \log_a x = \log_b x$. D. $\log_a x + \log_a y = \log_a (x + y)$.

Câu 40. Cho hàm số $f(x)$ xác định, liên tục trên đoạn $[-2;2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại điểm nào dưới đây?



- A. $x = -2$. B. $x = -1$.
C. $x = 1$. D. $x = 2$.

Câu 41. Cho $\log_a x = 3$, $\log_b x = 4$. Tính giá trị biểu thức $P = \log_{ab} x$.

- A. $P = \frac{1}{12}$. B. $P = \frac{7}{12}$. C. $P = \frac{12}{7}$. D. $P = 12$.

Câu 42. Tính đạo hàm của hàm số $y = 2^{x^2}$.

- A. $y' = 2^x \cdot \ln 2^x$. B. $y' = x \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$. C. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x}}{\ln 2}$. D. $y' = \frac{x \cdot 2^{1+x^2}}{\ln 2}$.

Câu 43. Cho tứ diện $ABCD$ có AB, AC, AD đôi một vuông góc và $AB = 6a$, $AC = 9a$, $AD = 3a$. Gọi M, N, P lần lượt là trọng tâm của các tam giác ABC, ACD, ADB . Thể tích của khối tứ diện $AMNP$ bằng

- A. $2a^3$. B. $4a^3$. C. $6a^3$. D. $8a^3$.

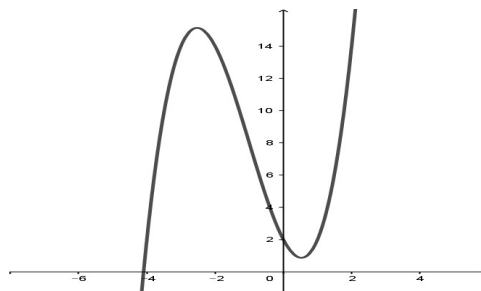
Câu 44. Tìm tập xác định D của hàm số $y = (2x-3)^{\sqrt{2019}}$.

- A. $D = (0; +\infty)$. B. $D = \left[\frac{3}{2}; +\infty\right)$. C. $D = \mathbb{R} \setminus \left\{\frac{3}{2}\right\}$. D. $D = \mathbb{R}$.

Câu 45. Nghiệm của phương trình $\log_2(1-x) = 2$ là

- A. $x = -4$. B. $x = -3$. C. $x = 3$. D. $x = 5$.

Câu 46. Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong như hình vẽ bên. Hỏi phương trình $f(f(x)) - 2 = 0$ có bao nhiêu nghiệm phân biệt?



- A. 3. B. 4.
C. 5. D. 6.

Câu 47. Cho hình bát diện đều cạnh a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình bát diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = \sqrt{3}a^2$. B. $S = 2\sqrt{3}a^2$. C. $S = 4\sqrt{3}a^2$. D. $S = 8a^2$.

Câu 48. Giải bất phương trình $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1$.

- A. $S = \left(1; \frac{3}{2}\right)$. B. $S = \left[1; \frac{3}{2}\right)$. C. $S = \left(-\infty; \frac{3}{2}\right)$. D. $S = \left(\frac{3}{2}; +\infty\right)$.

Câu 49. Cho hình lăng trụ $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông cân tại B và $AC = 2a$. Hình chiếu vuông góc của A' trên mặt phẳng (ABC) là trung điểm H của cạnh AB và $A'A = a\sqrt{2}$. Thể tích của khối lăng trụ đã cho bằng

- A. $a^3\sqrt{3}$. B. $2a^3\sqrt{2}$. C. $\frac{a^3\sqrt{6}}{2}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 50. Hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào trong các khoảng sau?

- A. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. B. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$. C. $(-\infty; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

===== HẾT =====

BẢNG ĐÁP ÁN

1-D	2-B	3-A	4-C	5-C	6-C	7-A	8-C	9-C	10-D
11-D	12-B	13-B	14-B	15-C	16-B	17-C	18-D	19-B	20-C
21-A	22-B	23-B	24-C	25-A	26-A	27-D	28-A	29-C	30-D
31-D	32-A	33-D	34-B	35-C	36-A	37-C	38-C	39-C	40-B
41-C	42-B	43-A	44-B	45-B	46-D	47-B	48-A	49-C	50-D

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1: Chọn D.

$$y = \frac{2020}{\sin x}.$$

Điều kiện: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{k\pi, k \in \mathbb{Z}\}.$

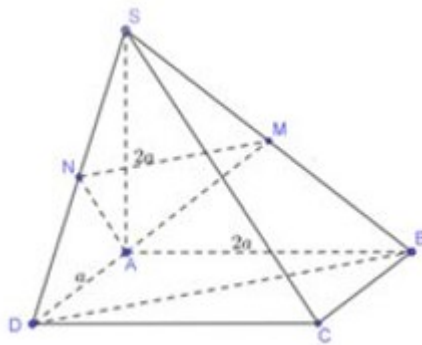
Câu 2: Chọn B.

Số hạng tổng quát $T_{k+1} = (-1)^k C_{10}^k (2x)^{10-k} (x^2)^k = (-1)^k C_{10}^k 2^{10-k} x^{10+k}.$

Ứng với số hạng chứa x^{12} ta có: $10 + k = 12 \Leftrightarrow k = 2.$

Vậy hệ số của x^{12} là $2^8 C_{10}^2.$

Câu 3: Chọn A.



Ta có: $V_{S.ABD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABD} = \frac{2}{3} a^3$

Vì: $\frac{V_{S.AMN}}{V_{S.ABD}} = \frac{SN}{SD} \cdot \frac{SM}{SB} = \frac{1}{4} \Rightarrow V_{S.AMN} = \frac{1}{4} V_{S.ABD} = \frac{a^3}{6}$

$\triangle SAD$ vuông: $SD = \sqrt{SA^2 + AD^2} = a\sqrt{5} \Rightarrow AN = \frac{1}{2} SD = \frac{a\sqrt{5}}{2}$

$$\Delta SAB \text{ vuông: } SD = \sqrt{SA^2 + AB^2} = 2a\sqrt{2} \Rightarrow AM = a\sqrt{2}$$

$$MN \text{ là đường trung bình của tam giác } SBD \Rightarrow MN = \frac{1}{2}DB = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Khi đó: } S_{\Delta AMN} = \frac{a^2\sqrt{6}}{4} \Rightarrow d(S; (AMN)) = \frac{3V_{S.AMN}}{S_{\Delta AMN}} = \frac{a\sqrt{6}}{3} \text{ nên chọn đáp án A.}$$

Câu 4: Chọn C.

Hàm số $f(x) = x^3 - 2x^2 - 4x + 1$ xác định trên đoạn $[1; 3]$.

$$\text{Ta có: } f'(x) = 3x^2 - 4x - 4$$

$$\text{Cho } f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ x = -\frac{2}{3} \end{cases}$$

Vì $x \in [1; 3]$ nên nhận $x = 2$.

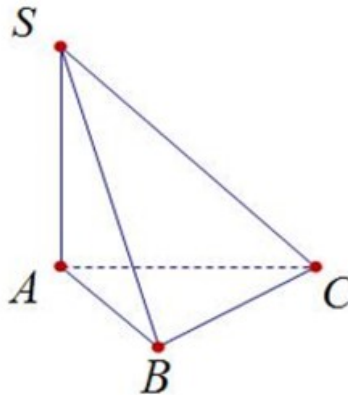
$$\text{Khi đó: } f(2) = -7; f(1) = -4; f(3) = -2$$

Vậy: $\max_{[1;3]} f(x) = -2$ nên chọn đáp án C.

Câu 5: Chọn C.

$$\text{Ta có: } 5 + m + 17 + m = 2(7 + 2m) \Leftrightarrow 2m = 8 \Leftrightarrow m = 4.$$

Câu 6: Chọn C.



$$\text{Ta có: } (\widehat{SB, (ABC)}) = \widehat{SBA} \Rightarrow SA = AB \cdot \tan \widehat{SBA} = a \cdot \tan 60^\circ = a\sqrt{3}.$$

$$\text{Vậy } V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SA \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{3}a \cdot \frac{\sqrt{3}}{4}a^2 = \frac{a^3}{4}.$$

Câu 7: Chọn A.

Phương trình $\sin x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{5\pi}{6} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$

+ Xét $0 \leq \frac{\pi}{6} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-1}{12} \leq k < \frac{1}{6}$ mà $k \in \mathbb{Z}$, suy ra $k = 0$ hay $x = \frac{\pi}{6}$.

+ Xét $0 \leq \frac{5\pi}{6} + k2\pi < \frac{\pi}{2} \Leftrightarrow \frac{-5}{12} \leq k < \frac{-1}{6}$ do $k \in \mathbb{Z}$ suy ra không có giá trị k nào thỏa mãn.

Vậy phương trình $\sin x = \frac{1}{2}$ có 1 nghiệm trong $\left[0; \frac{\pi}{2}\right)$.

Câu 8: Chọn C.

Gọi số cần tìm là $\overline{abcd}$ với a, b, c, d là các chữ số khác nhau và khác 0.

Lấy 2 chữ số chẵn khác 0 trong các chữ số 2, 4, 6, 8 thì có C_4^2 cách.

Lấy 2 chữ số lẻ trong các chữ số 1, 3, 5, 7, 9 thì có C_5^2 cách.

Mỗi cách hoán vị 4 chữ số đã chọn ở trên ta được một số thỏa mãn điều kiện đề bài.

Suy ra có $4!C_4^2C_5^2$ số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau và khác 0 mà trong mỗi số luôn có mặt hai chữ số chẵn và hai chữ số lẻ.

Câu 9: Chọn C.

Hàm số nghịch biến trên các khoảng $(-\infty; -2)$ và $(0; 2)$.

Câu 10: Chọn D.

Thể tích khối lập phương có cạnh $2a$ bằng: $V = (2a)^3 = 8a^3$ (đvtt).

Câu 11: Chọn D.

Dựa vào đồ thị hàm số, ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên $(2; 3)$.

Câu 12: Chọn B.

Ta có $u_5 = u_1 \cdot q^4 = (-3) \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4 = -\frac{16}{27}$

Câu 13: Chọn B.

Dựa vào đồ thị $f'(x)$ ta có:

Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.

Hàm số nghịch biến trên $(-1; 3)$.

Câu 14: Chọn B.

Ta có: $3^{2x-1} = 27 \Leftrightarrow 3^{2x-1} = 3^3 \Leftrightarrow 2x-1=3 \Leftrightarrow x=2$.

Vậy phương trình có nghiệm $x=2$.

Câu 15: Chọn C.

Với m, n dương ($n \neq 1$). Ta có:

$$\frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 10 - 1} = 3 + \frac{1}{\log_n 5} \Leftrightarrow \frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 10 - \log_2 2} = \log_5 5^3 + \log_5 n \Leftrightarrow \frac{\log_7 m \cdot \log_2 7}{\log_2 5} = \log_5 125n$$

$$\Leftrightarrow \log_7 m \cdot \log_5 7 = \log_5 125n \Leftrightarrow \log_7 m = \frac{\log_5 125n}{\log_5 7} \Leftrightarrow \log_7 m - \log_7 125n \Leftrightarrow m = 125n.$$

Vậy $m = 125n$.

Câu 16: Chọn B.

TXĐ: $D = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$.

* $\lim_{x \rightarrow -1^+} \frac{2x-1}{x+1} = -\infty \Rightarrow x = -1$ là tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

* $\lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{2x-1}{x+1} = \lim_{x \rightarrow \infty^+} \frac{2 - \frac{1}{x}}{1 + \frac{1}{x}} = 2 \Rightarrow y = 2$ là tiệm cận ngang của đồ thị hàm số

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ có hai đường tiệm cận.

Câu 17: Chọn C.

Đặt $t = \sin x, t \in (0; 1)$. Khi đó hàm số trở thành $y = \frac{t+m}{t-1}$.

Ta có $y' = \frac{-1-m}{(t-1)^2}$. Do đó hàm số nghịch biến trên $(0; 1)$ khi và chỉ khi $y' > 0 \Leftrightarrow -1-m > 0 \Leftrightarrow m < -1$. Vì

m nguyên trên $[-20; 20]$ nên $m \in \{-20; \dots; -3; -2\}$.

Khi đó $-20 - 19 - \dots - 3 - 2 = -209$.

Câu 18: Chọn D.

Ta có $y' = 3x^2 - 3, y' = 0 \Leftrightarrow x = \pm 1$. Khi đó ta có bảng biến thiên như sau

x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y		4		$+\infty$	

13

	$-\infty$	0
--	-----------	-----

Do đó giá trị cực đại của hàm số bằng 4.

Câu 19: Chọn B.

Thể tích khối chóp đã cho là:

$$V_{S.ABCD} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{ABCD}$$

$$= \frac{1}{3} \cdot a\sqrt{2} \cdot a^2 = \frac{a^3\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 20: Chọn C.

Ta có: $y' = 3x^2 - 2; y'(1) = 1$

Phương trình tiếp tuyến của đồ thị tại điểm $M(1; 2)$ là:

$$y = y'(1) \cdot (x - 1) + 2 = x + 1.$$

Câu 21: Chọn A.

$$\text{Điều kiện: } \begin{cases} x - 7 \geq 0 \\ x^2 + 3x - 4 \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 7 \\ x \neq -4 \\ x \neq 1 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq 7 \Rightarrow \text{Tập xác định: } D = [7; +\infty).$$

Ta thấy, hàm số liên tục trên nửa khoảng $[7; +\infty)$ nên đồ thị hàm số đã cho không có đường tiệm cận đứng.

Câu 22: Chọn B.

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

Ta có: $y' = \frac{2}{3\sqrt[3]{x}}$; y' xác định với mọi $x \neq 0$.

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	$\parallel$	$+$
y	$+\infty$	0	$+\infty$

Vậy, hàm số đã cho có một điểm cực trị.

Câu 23: Chọn B.

Gọi A_i là biến cố lần thứ i xuất hiện mặt sáu chấm, với $i \in \{1; 2\}$.

$$\text{Ta có: } P(A_i) = \frac{1}{6}.$$

Gọi B là biến cố ít nhất 1 lần xuất hiện mặt sáu chấm.

$$\text{Khi đó: } B = A_1 \cdot \overline{A_2} \cup \overline{A_1} \cdot A_2 \cup A_1 \cdot A_2.$$

$$\text{Vậy: } P(B) = P(A_1) \cdot P(\overline{A_2}) \cdot P(A_2) + P(\overline{A_1}) \cdot P(A_2) = \frac{1}{6} \left(1 - \frac{1}{6}\right) + \left(1 - \frac{1}{6}\right) \frac{1}{6} + \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{11}{36}.$$

Câu 24: Chọn C.

Gọi x_1, x_2, x_3 là 3 điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$ với $x_1 < x_2 < x_3$.

Khi đó hàm số $y = f(x-1)$ có 3 điểm cực trị là $x_1 + 1, x_2 + 1, x_3 + 1$.

Hàm số $g(x) = |2f(x-1) + m|$ có 5 cực trị

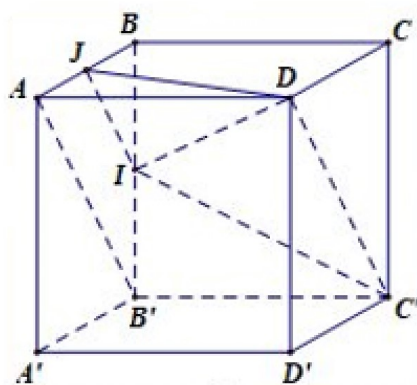
$$\Leftrightarrow 2f(x-1) + m = 0 \text{ có hai nghiệm khác } x_1, x_2, x_3$$

$$\Leftrightarrow f(x-1) = -\frac{m}{2} \text{ có hai nghiệm khác } x_1, x_2, x_3$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -\frac{m}{2} \geq 2 \\ -6 < -\frac{m}{2} \leq -3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -4 \\ 6 \leq m < 12 \end{cases}.$$

Vậy $m \in \{-12; -11; \dots; -4; 6; 7; \dots; 11\}$.

Câu 25: Chọn A.



Đặt $AB = a$, thể tích hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ bằng $V = a^3$.

Gọi $\{J\} = (DIC') \cap AB$, dễ thấy $IJ // DC' // AB' \Rightarrow IJ // AB'$ mà I là trung điểm BB' suy ra J là trung điểm AB.

Theo công thức tính tích khối chóp cụt có: $V_{BJI.CDC'} = \frac{h}{3} (B + B' + \sqrt{BB'})$ với $\begin{cases} B = S_{CDC'} = \frac{a^2}{2} \\ B' = \frac{a^2}{8} \\ h = BC = a \end{cases}$ suy ra

$$V_{BJI.CDC'} = \frac{7}{24} a^3.$$

Thể tích phần còn lại là: $V_1 = V - V_{BJI.CDC'} = \frac{17}{24} a^3.$

Vậy tỉ số cần tìm là: $\frac{7}{17}.$

Câu 26: Chọn A.

Đặt $t = 2^{x^2+4y^2}$, điều kiện $t > 0$ khi đó $4^{x^2+4y^2} - 2^{x^2+4y^2+1} = 2^{3-x^2-4y^2} - 4^{2-x^2-4y^2}$ đưa về:

$$t^2 - 2t = \frac{8}{t} - \frac{16}{t^2} \Leftrightarrow \left(t + \frac{4}{t}\right)^2 - 2\left(t + \frac{4}{t}\right) - 8 = 0 \quad (1)$$

Với điều kiện $t > 0$ nên $(1) \Leftrightarrow t + \frac{4}{t} = 4 \Leftrightarrow t = 2.$

Suy ra $x^2 + 4y^2 = 1$ suy ra tồn tại $0 \leq a \leq 2\pi$ để $\begin{cases} x = \sin a \\ 2y = \cos a \end{cases}.$

$$\text{Khi đó } P = \frac{\sin a - \cos a - 1}{\sin a + \frac{1}{2}\cos a + 4} = \frac{2\sin a - 2\cos a - 2}{2\sin a + \cos a + 8}$$

$$\Leftrightarrow (2P - 2)\sin a + (P + 2)\cos a = -2 - 8P.$$

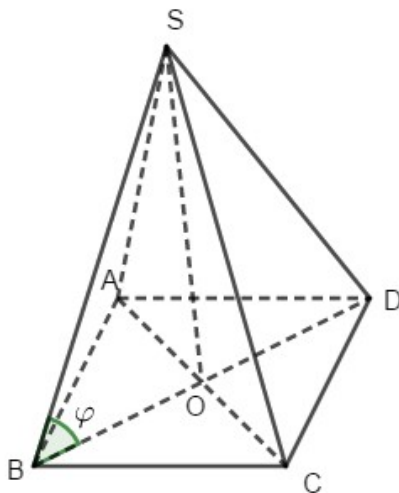
Điều kiện để tồn tại giá trị của a thỏa mãn khi và chỉ khi $(-2 - 8P)^2 \leq (2P - 2)^2 + (P + 2)^2$

$$\Leftrightarrow 59P^2 + 36P - 2 \leq 0$$

$$\Leftrightarrow \frac{-18 - \sqrt{442}}{59} \leq P \leq \frac{-18 + \sqrt{442}}{59}.$$

$$\text{Vậy } \begin{cases} m = \frac{-18 - \sqrt{442}}{59} \\ M = \frac{-18 + \sqrt{442}}{59} \end{cases} \Rightarrow m + M = \frac{-36}{59}.$$

Câu 27: Chọn D.



Gọi O là tâm hình vuông. Do $S.ABCD$ là hình chóp đều nên $\varphi = \widehat{SBO}$

$$BD = 2\sqrt{2}$$

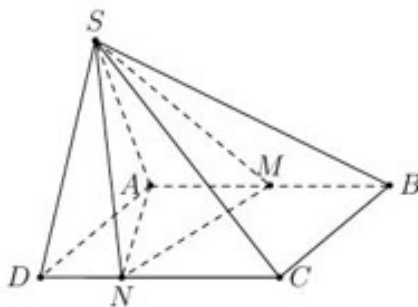
$$BO = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}2\sqrt{2} = \sqrt{2}$$

Tam giác SOB vuông tại O, ta có $\cos \varphi = \frac{BO}{SB} = \frac{\sqrt{2}}{3}$.

Câu 28: Chọn A.

Đường cong có dạng của đồ thị hàm số bậc 3 với hệ số $a > 0$.

Câu 29: Chọn C.



Gọi d là chiều cao của hình bình hành $ABCD$.

Ta có: $S_{ABCD} = S_{ADN} + S_{ANM} + S_{MBCN} \Leftrightarrow AB.d = \frac{1}{2}.DN.d + \frac{1}{2}.AM.d + S_{MBCN}$

$$\Leftrightarrow S_{MBCN} = AB.d - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot AB.d - \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot AB.d \Leftrightarrow S_{MBCN} = \frac{7}{12} S_{ABCD}.$$

Vậy thể tích khối chóp $S.MBCN$ là

$$V_{S.MBCN} = \frac{1}{3} \cdot S_{MBCN} \cdot h = \frac{1}{3} \cdot \frac{7}{12} \cdot S_{ABCD} \cdot h = \frac{7}{12} \cdot \left(\frac{1}{3} \cdot S_{ABCD} \cdot h \right) = \frac{7}{12} \cdot 48 = 28 \text{ (đvtt)}.$$

Câu 30: Chọn D.

Do $\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2} \geq 0$. Suy ra $a > 0$.

Ta có:

$$\sqrt[15]{a^7} > \sqrt[5]{a^2} \Leftrightarrow \left(\sqrt[15]{a^7} \right)^{15} > \left(\sqrt[5]{a^2} \right)^{15} \Leftrightarrow a^7 > a^6 \Leftrightarrow a(a-1) > 0 \Leftrightarrow a > 1.$$

Câu 31: Chọn D.

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ nên $a < 0$. Loại đáp án A, C.

Đồ thị hàm số đi qua điểm $(0; 2)$ loại B. Chọn D.

Câu 32: Chọn A.

Đồ thị giao với trục Ox tại điểm có hoành độ âm nên $x = \frac{-b}{a} < 0$ mà $a > 0$ nên $-b < 0 \Rightarrow b > 0$

Đồ thị giao với trục Oy tại điểm có tung độ âm nên $\frac{b}{d} < 0$ mà $b > 0$ nên $d < 0$

Đồ thị hàm số có tiệm cận ngang $y = \frac{a}{c} > 0$ mà $a > 0$ nên $c > 0$. Chọn A.

Câu 33: Chọn D.

Ta có $f'(x) = -\frac{x}{x+1} \cdot \left(\frac{x+1}{x} \right)' = -\frac{x}{x+1} \cdot \left(\frac{-1}{x^2} \right) = \frac{1}{(x+1)x} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$

Khi đó

$$\begin{aligned} f'(1) + f'(2) + \dots + f'(2019) + f'(2020) &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{2019} - \frac{1}{2020} + \frac{1}{2020} - \frac{1}{2021} \\ &= 1 - \frac{1}{2021} = \frac{2020}{2021}. \end{aligned}$$

Câu 34: Chọn B.

Xét phương trình hoành độ giao điểm của (C) và trục hoành

$$(x-2)(x^2+1)=0 \Leftrightarrow x=2.$$

Vậy (C) cắt trục hoành tại một điểm.

Câu 35: Chọn C.

Ta có hàm số $y = \log_a x$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ khi $a > 1$.

Câu 36: Chọn A.

$$\text{Ta có } P = x^{\frac{1}{3}} \cdot \sqrt[6]{x} = x^{\frac{1}{3}} \cdot x^{\frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{3} + \frac{1}{6}} = x^{\frac{1}{2}} = \sqrt{x} \text{ với } x > 0.$$

Câu 37: Chọn C.

Gồm các mặt phẳng chứa một cạnh bên và trung điểm cạnh đáy đối diện, mặt phẳng đi qua các trung điểm của các cạnh bên.

Câu 38: Chọn C.

Ta có:

$$|f(x)-1|=1 \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)-1=1 \\ f(x)-1=-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} f(x)=2(1) \\ f(x)=0(2) \end{cases}$$

Dựa vào đồ thị hàm số ta thấy phương trình (1) có hai nghiệm phân biệt trên $[-2; 2]$ và phương trình (2) có ba nghiệm phân biệt không trùng với bất kì nghiệm nào của phương trình (1) trên $[-2; 2]$, nên phương trình đã cho có 5 nghiệm phân biệt trên $[-2; 2]$.

Câu 39: Chọn C.

$$\text{Ta có } \log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \Rightarrow \log_b a \cdot \log_a x = \log_b x.$$

Câu 40: Chọn B.

Dựa vào đồ thị ta thấy hàm số đạt cực đại tại $x = -1$.

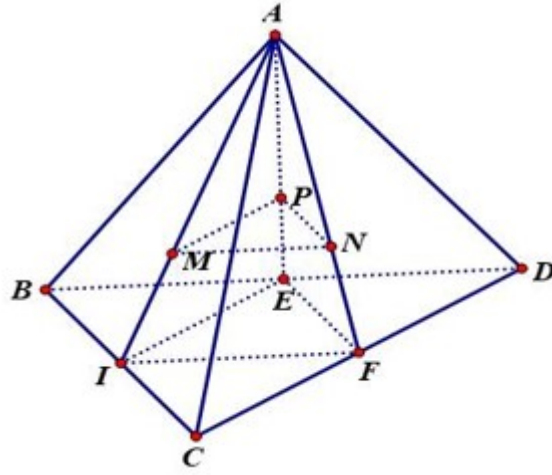
Câu 41: Chọn C.

$$\text{Ta có: } P = \log_{ab} x = \frac{1}{\log_x ab} = \frac{1}{\log_x a + \log_x b} = \frac{1}{\frac{1}{\log_a x} + \frac{1}{\log_b x}} = \frac{1}{\frac{1}{3} + \frac{1}{4}} = \frac{12}{7}.$$

Câu 42: Chọn B.

$$\text{Ta có: } y' = (2^{x^2})' = (x^2)' \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = 2x \cdot 2^{x^2} \cdot \ln 2 = a \cdot 2^{1+x^2} \cdot \ln 2$$

Câu 43: Chọn A.



Gọi I, F, E lần lượt là trung điểm của các cạnh BC, CD, BD

$$\frac{V_{A.MPN}}{V_{A.IEF}} = \frac{AM}{AI} \cdot \frac{AP}{AE} \cdot \frac{AN}{AF} = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{8}{27} \Rightarrow V_{A.MPN} = \frac{8}{27} V_{A.IEF} \quad (1)$$

$$\triangle BIE = \triangle CIF = \triangle EFD (c.c.c) \Rightarrow S_{IEF} = \frac{1}{4} S_{BCD} \Rightarrow V_{A.IEF} = \frac{1}{4} V_{ABCD} \quad (2)$$

$$\text{Từ (1) và (2)} \Rightarrow V_{A.MPN} = \frac{2}{27} V_{ABCD}$$

$$\text{Mặt khác } V_{ABCD} = \frac{1}{6} AB \cdot AC \cdot AD = \frac{1}{6} \cdot 6a \cdot 9a \cdot 3a = 27a^3 \Rightarrow V_{A.MPN} = 2a^3.$$

Câu 44: Chọn B.

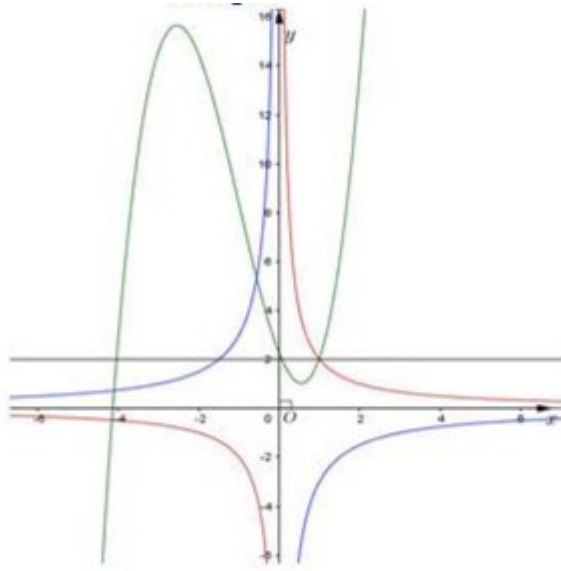
Vì $\sqrt{2019} \notin \mathbb{Z}$ nên hàm số xác định khi và chỉ khi $2x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{2}$.

$$\text{Vậy } D = \left(\frac{3}{2}; +\infty \right).$$

Câu 45: Chọn B.

$$\text{Ta có phương trình } \log_2(1-x) = 2 \Leftrightarrow 1-x = 2^2 \Leftrightarrow x = -3$$

Câu 46: Chọn D.



Ta có pt: $f(xf(x)) - 2 = 0 \Leftrightarrow f(xf(x)) = 2 \Leftrightarrow \begin{cases} xf(x) = 0 \\ xf(x) = b \in (0; 2) \\ xf(x) = a \in (-4; -2) \end{cases}$

* Xét phương trình: $xf(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ f(x) = 0(1) \end{cases}$

Ta thấy đồ thị $y = f(x)$ cắt trục hoành tại 1 điểm nên phương trình (1) có 1 nghiệm $x = x_2 < -4$.

* Xét phương trình: $xf(x) = b \Leftrightarrow f(x) = \frac{b}{x}, (x \neq 0)$ (vì $x = 0$ phương trình vô nghiệm)

Đặt $g(x) = \frac{b}{x} \Rightarrow g'(x) = \frac{-b}{x^2} < 0, \forall x \neq 0$. Suy ra $g(x) = \frac{b}{x}$ nghịch biến trên từng khoảng xác định.

Ta dễ thấy TCD: $x = 0$, TCN: $y = 0$.

Phác họa đồ thị $y = g(x)$ như hình vẽ ta có 2 giao điểm với đồ thị $y = f(x)$, suy ra phương trình $xf(x) = b$ có 2 nghiệm phân biệt $x = x_3; x = x_4$

* Xét phương trình: $xf(x) = a \Leftrightarrow f(x) = \frac{a}{x}, (x \neq 0)$ (vì $x = 0$ phương trình vô nghiệm)

Đặt $h(x) = \frac{a}{x} \Rightarrow h'(x) = \frac{-a}{x^2} > 0, \forall x \neq 0$. Suy ra $h(x) = \frac{a}{x}$ đồng biến trên từng khoảng xác định.

Ta dễ thấy TCD: $x = 0$, TCN: $y = 0$.

Phác họa đồ thị $y = h(x)$ như hình vẽ ta có 2 giao điểm với đồ thị $y = f(x)$, suy ra phương trình $xf(x) = a$ có 2 nghiệm $x = x_5; x = x_6$.

Như vậy $f(xf(x)) - 2 = 0$ có 6 nghiệm phân biệt.

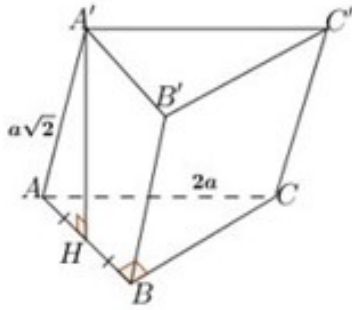
Câu 47: Chọn B.

Bát diện đều là hình đa diện đều có 8 mặt đều là tam giác đều. Do đó $S = 8 \left(\frac{\sqrt{3}a^2}{4} \right) = 2\sqrt{3}a^2$.

Câu 48: Chọn A.

Do cơ số $\frac{1}{2} \in (0;1)$ nên $\log_{\frac{1}{2}}(x-1) > 1 \Leftrightarrow \begin{cases} x-1 < \frac{1}{2} \\ x-1 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow 1 < x < \frac{3}{2}$.

Câu 49: Chọn C.



Ta có $AB^2 + BC^2 = AC^2 \Leftrightarrow 2AB^2 = 4a^2 \Leftrightarrow AB = a\sqrt{2} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = a^2$.

Lại có $AH = \frac{AB}{2} = \frac{a\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A'H = \sqrt{A'A^2 - AH^2} = \frac{a\sqrt{6}}{2}$.

Thể tích khối lăng trụ bằng $V_{ABC.A'B'C'} = S_{\triangle ABC} \cdot A'H = a^2 \cdot \frac{a\sqrt{6}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{2}$.

Câu 50: Chọn D.

Ta có $y = 2x^4 + 1 \Rightarrow y' = 8x^3 = 0 \Leftrightarrow x = 0$.

Bảng xét dấu

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	$-$	0	$+$

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy hàm số đồng biến trên $(0; +\infty)$.