

Họ và tên:.....Lớp:..... SBD:.....

Mã đề thi 101

Câu 1. Cho số phức $z = -5 + 7i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm sau:

- A. $M(7; -5)$. B. $N(-5; -7)$. C. $P(7; 5)$. D. $Q(-5; 7)$.

Câu 2. Với a là số thực dương tùy ý, $\log_3 \frac{a^4}{27}$ bằng

- A. $3 - 4\log_3 a$. B. $4\log_3 a + 4$. C. $4\log_3 a - 4$. D. $4\log_3 a - 3$.

Câu 3. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 3f(x)dx$ bằng

- A. 2. B. 6. C. 8. D. 4.

Câu 4. Nghiệm của phương trình $x = 5^{\log_7 x}$ thuộc khoảng nào dưới đây?

- A. $(-10; 3)$. B. $(-3; 12)$. C. $(-1; 9)$. D. $(-4; 10)$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn học sinh thành một hàng ngang?

- A. P_7 . B. C_7^7 . C. C_7^1 . D. A_7^1 .

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 3; -5)$, $B(-4; 1; 3)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB ?

- A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 26$. B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 26$.
C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 26$. D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 26$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (-3; 2; 5)$. Tìm tọa độ của vector $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$.

- A. $(-16; 4; 29)$. B. $(-16; -4; 29)$. C. $(-16; -4; -29)$. D. $(16; -4; 29)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0		2	$+\infty$	
$f'(x)$		-	0	+	0	-
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$		$\nearrow$	$\searrow$	
		-1		3	$-\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(2 \tan x) = 2m + 1$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$.

- A. $-1 < m < 1$. B. $m \leq 1$. C. $-1 \leq m \leq \frac{1}{2}$. D. $-1 < m < \frac{1}{2}$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log(x-2)^2$ là

- A. $(2; +\infty)$. B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$. C. $[2; +\infty)$. D. $\mathbb{R}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2)(x - 3)$. Hàm số có bao nhiêu điểm cực đại?

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 11. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy làm mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hàng năm. Năm 2018, dân số Việt Nam là 94.665.973 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2018, Nhà xuất bản Thống kê, Tr. 87). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hàng năm không đổi là 1,05%, dự báo đến năm nào dân số Việt Nam vượt mốc 100.000.000 người?

- A. 2026. B. 2022. C. 2028. D. 2024.

Câu 12. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2$, $y = 2x + 3$ và hai đường $x = 0$, $x = 2$ có diện tích S . Chọn đáp án đúng?

- A. $S = \int_0^2 |x^2 - 2x - 3| dx$. B. $S = \int_0^2 |x^2 - 2x + 3| dx$.
C. $S = \int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx$. D. $S = \int_0^2 |x^2 + 2x + 3| dx$.

Câu 13. Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ có cạnh bằng a . Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. $S = 10a^2$. B. $S = 8a^2$. C. $S = 4a^2$. D. $S = 6a^2$.

Câu 14. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x , $(1 \leq x \leq 2)$ là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2 + 3}$

- A. $\frac{7\sqrt{7}-8}{3}$. B. $\frac{8\sqrt{7}-7}{3}$. C. $\frac{16\sqrt{2}-7}{3}$. D. $8\sqrt{2}-4$

Câu 15. Cho hàm số $f(x) = \frac{2x+1}{x-3}$ có đồ thị là (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có dạng $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $P = a + 2b$.

- A. $S = -31$. B. $S = 31$. C. $S = 11$. D. $S = -5$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{-x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

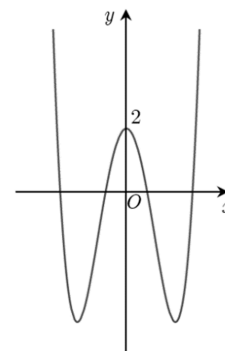
- A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$, tiệm cận ngang $y = -2$.
B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$, tiệm cận ngang $y = -2$.
C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$, tiệm cận ngang $y = 2$.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

- A. 19. B. 9. C. 25. D. 0.

Câu 18. Đường cong ở hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?

- A. $y = -x^4 + 5x^2 + 2$. B. $y = x^3 + 3x^2 + 2$.
C. $y = x^4 + 5x^2 + 2$. D. $y = x^4 - 5x^2 + 2$.



Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BC' và $B'D'$ là

- A. 45° . B. 30° . C. 60° . D. 90° .

Câu 20. Gọi z_1 , z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$.

- A. $T = 14$. B. $T = 98$. C. $T = 96$. D. $T = 24$.

Câu 21. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \ln x$ thỏa mãn $F(1) = \frac{3}{4}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}$.

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + 1$.

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}$.

Câu 22. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4, AC = 5$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = \frac{33}{2}\pi$.

B. $S_{tp} = \frac{81\pi}{2}$.

C. $S_{tp} = 24\pi$.

D. $S_{tp} = 8\pi$.

Câu 23. Cho $z_1 = 2 - i, z_2 = -3 + i$. Phần ảo của số phức $z = 2z_1 + 3iz_2$ bằng

A. 22.

B. -11.

C. -19.

D. 17.

Câu 24. Gọi $A(x_1; y_1), B(x_2; y_2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - x + 4$. Tính

$P = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$.

A. $-\frac{34}{3}$.

B. $-\frac{17}{3}$.

C. $\frac{17}{3}$.

D. $\frac{34}{3}$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = 3x^2 + 4x - 3\sqrt{\log_2(x+4)}$ là

A. $D = [-4; +\infty)$.

B. $D = (-3; +\infty)$.

C. $D = [-3; +\infty)$.

D. $D = (-4; +\infty)$.

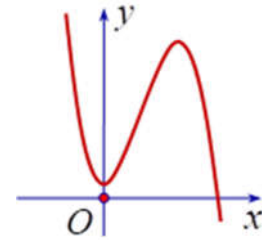
Câu 26. Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị hàm số như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.



Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ có một vectơ pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (3; -2; -6)$.

B. $\vec{n} = (3; 2; 6)$.

C. $\vec{n} = (2; -3; -1)$.

D. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$	$\frac{1}{2}$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$.

B. $0 < b < \frac{2}{3}$.

C. $0 < b < \frac{1}{6}$.

D. $\begin{cases} b > \frac{1}{6} \\ b < 0 \end{cases}$.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x) dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\pi} xf'(\sin x) dx$.

- A. $I = \frac{5}{2}\pi$. B. $I = 10\pi$. C. $I = 5$. D. $I = 5\pi$.

Câu 30. Số giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2019$ đồng biến trên khoảng $(0; +\infty)$ là

- A. 2018. B. 2019. C. 2020. D. 2017.

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(5^{x+1} - 25^x) = 4$ là

- A. $\{0\}$. B. $\{\log_5 4\}$. C. $\{0; \log_5 4\}$. D. $\{0; \log_4 5\}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của đoạn AB . Khẳng định nào sau đây là sai?

- A. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .
 B. $\triangle SBC$ là tam giác vuông.
 C. $SI \perp (ABCD)$.
 D. Khoảng cách giữa đường thẳng DC và mặt phẳng (SAB) bằng a .

Câu 33. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, mặt bên $(AA'B'B)$ có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ.

- A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$. B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$. C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

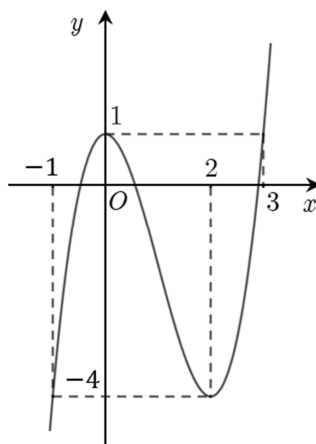
Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

- A. 4. B. $\frac{7}{3}$. C. 1. D. 3

Câu 35. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 2a$, $OB = 3a$, $OC = 8a$, M là trung điểm của đoạn OC . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABM$.

- A. $V = 3a^3$. B. $V = 4a^3$. C. $V = 6a^3$. D. $V = 8a^3$.

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; 4)$. B. $(2; +\infty)$. C. $(-\infty; 1)$. D. $(0; 2)$.

Câu 37. Tính giá trị của biểu thức $P = (2\sqrt{6} - 5)^{2020} (2\sqrt{6} + 5)^{2021}$.

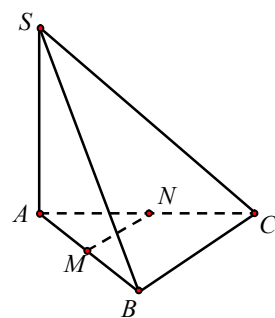
- A. $P = 2\sqrt{6} - 5$. B. $P = 2\sqrt{6} + 5$. C. $P = (2\sqrt{6} - 5)^{2020}$. D. $P = (2\sqrt{6} + 5)^{2020}$.

Câu 38. Trong không gian, cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón, nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AC .

- A. $l = 2a$. B. $l = \sqrt{2} \cdot a$. C. $l = \sqrt{3} \cdot a$. D. $l = a$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy là 60° (minh họa như hình bên). Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MN bằng

- A. $\frac{3a}{8}$. B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$. C. $\frac{3a}{4}$. D. $a\sqrt{6}$.



Câu 40. Cho $\int_3^4 \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx = a \ln 3 + b \ln 7$, a, b là các số hữu tỉ. Tính giá trị biểu

thức $P = a - 2b$.

- A. $P = -1$. B. $P = 4$. C. $P = 0$. D. $P = 1$.

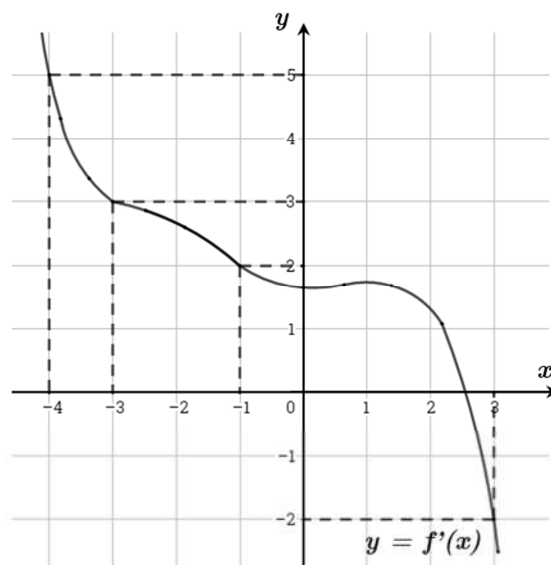
Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(1-2m)y - 2(m-2)z + 6m^2 + 5 = 0$ là phương trình của một mặt cầu?

- A. 6. B. 5. C. 7. D. 4.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $AB = a$; $\widehat{ABC} = 60^\circ$. $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

- A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{24}$. B. $V = \frac{a^3}{4}$. C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}$. D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



- A. $x = -3$. B. $x = -4$. C. $x = 3$. D. $x = -1$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh đều bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M , N tương ứng là trung điểm các cạnh SA , SC . Gọi E là giao điểm của SD và mặt phẳng (BMN) . Tính thể tích V của khối chóp $O.BMEN$.

- A. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{18}$. B. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{24}$. C. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{12}$. D. $V = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}$.

Câu 45. Cho khối tứ diện $ABCD$ có cạnh AC, BD thỏa mãn $AC^2 + BD^2 = 16$ và các cạnh còn lại đều bằng 6. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất bằng

- A. $\frac{32\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{16\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}$. D. $\frac{32\sqrt{3}}{3}$.

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 3)$. Mặt phẳng đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O sao cho $OA = 2OB = 3OC$ có phương trình là

- A. $x - 2y - 3z + 1 = 0$. B. $x + 2y + 3z + 13 = 0$.
C. $x - 2y + 3z - 17 = 0$. D. $x + 2y + 3z - 5 = 0$.

Câu 47. Có bao nhiêu số hữu tỉ a thuộc đoạn $[-1; 1]$ sao cho tồn tại số thực b thỏa mãn

$$\log_2(1 - a^2 - b^2 + 2b) = \frac{2^a}{4^a + 1} + \frac{4^a}{2^a + 1} + \frac{1}{2^a + 4^a} - \frac{1}{2}.$$

- A. 0. B. 3. C. 1. D. Vô số.

Câu 48. Cho ba hình cầu có bán kính lần lượt là R_1, R_2, R_3 đôi một tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P) . Các tiếp điểm của ba hình cầu với mặt phẳng (P) lập thành một tam giác có độ dài các cạnh lần lượt là 2; 3; 4. Tính tổng $R_1 + R_2 + R_3$:

- A. $\frac{61}{12}$. B. $\frac{53}{12}$. C. $\frac{67}{12}$. D. $\frac{59}{12}$.

Câu 49. Một số điện thoại có bảy chữ số, trong đó chữ số đầu tiên là 8. Số điện thoại này được gọi là may mắn nếu bốn chữ số đầu là chữ số chẵn phân biệt và ba chữ số còn lại là lẻ, đồng thời hai chữ số 0 và 9 không đứng liền nhau. Tính xác suất để một người khi lắp điện thoại ngẫu nhiên được số điện thoại may mắn.

- A. $P(A) = \frac{51}{10^4}$ B. $P(A) = \frac{285}{10^5}$. C. $P(A) = \frac{285}{10^6}$. D. $P(A) = \frac{51}{10^5}$.

Câu 50. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị?

- A. 16. B. 27. C. 28. D. 26.

----- HẾT -----

BẢNG ĐÁP ÁN

1.D	2.D	3.B	4.B	5.A	6.C	7.B	8.A	9.B	10.D
11.D	12.A	13.D	14.A	15.C	16.A	17.C	18.D	19.C	20.A
21.C	22.A	23.B	24.A	25.C	26.A	27.A	28.A	29.D	30.D
31.C	32.A	33.B	34.A	35.B	36.D	37.B	38.A	39.A	40.D
41.C	42.A	43.D	44.D	45.B	46.D	47.C	48.A	49.B	50.B

HƯỚNG DẪN GIẢI CHI TIẾT

Câu 1. Cho số phức $z = -5 + 7i$. Trên mặt phẳng tọa độ, điểm biểu diễn số phức z là điểm nào trong các điểm sau

- A. $M(7; -5)$. B. $N(-5; -7)$. C. $P(7; 5)$. **D. $Q(-5; 7)$.**

Lời giải

Chọn D

Số phức $z = x + yi$ ($x, y \in \mathbb{R}$) có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $M_0(x; y)$.

$\Rightarrow$ Số phức $z = -5 + 7i$ có điểm biểu diễn trên mặt phẳng tọa độ là $Q(-5; 7)$.

Câu 2. Với a là một số thực dương tùy ý, $\log_3\left(\frac{a^4}{27}\right)$ bằng

- A. $3 - 4\log_3 a$. B. $4\log_3 a + 4$. C. $4\log_3 a - 4$. **D. $4\log_3 a - 3$.**

Lời giải

Chọn D

Với a là một số thực dương tùy ý ta có : $\log_3\left(\frac{a^4}{27}\right) = \log_3 a^4 - \log_3 27 = 4\log_3 a - 3$.

Câu 3. Nếu $\int_1^3 f(x)dx = 2$ thì $\int_1^3 3f(x)dx$ bằng

- A. 2. **B. 6.** C. 8. D. 4.

Lời giải

Chọn B

Ta có: $\int_1^3 3f(x)dx = 3 \int_1^3 f(x)dx = 3.2 = 6$.

Câu 4. Các nghiệm của phương trình $x = 5^{\log_7^2 x}$ thuộc khoảng nào dưới đây ?

- A. $(-10; 3)$. **B. $(-3; 12)$.** C. $(-1; 9)$. D. $(-4; 10)$.

Lời giải

Chọn B

Điều kiện: $x > 0$.

Ta có $x = 5^{\log_7^2 x} \Leftrightarrow \log_7 x = \log_7^2 x \cdot \log_7 5 \Leftrightarrow \log_7 x (1 - \log_7 x \cdot \log_7 5) = 0$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \log_7 x = 0 \\ \log_7 x = \frac{1}{\log_7 5} = \log_5 7 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = 7^{\log_5 7} \approx 10.5142 \end{cases}$$

Vậy các nghiệm của phương trình đã cho thuộc khoảng $(-3;12)$.

Câu 5. Có bao nhiêu cách sắp xếp 7 bạn học sinh thành một hàng ngang ?

A. P_7 .

B. C_7^7 .

C. C_7^1 .

D. A_7^1 .

Lời giải

Chọn A

Mỗi cách xếp 7 học sinh thành một hàng ngang là một hoán vị của 7 phần tử và ngược lại.

Vậy số cách xếp là P_7 .

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2;3;-5), B(-4;1;3)$. Viết phương trình mặt cầu đường kính AB ?

A. $(x-1)^2 + (y+2)^2 + (z-1)^2 = 26$.

B. $(x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+1)^2 = 26$.

C. $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 26$.

D. $(x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-1)^2 = 26$.

Lời giải

Chọn C

+) Gọi I là trung điểm $AB \Rightarrow I(-1;2;-1)$.

+) $AB = 2\sqrt{26}$.

+) Mặt cầu có đường kính $AB \Rightarrow$ mặt cầu có tâm là I và bán kính $R = \frac{AB}{2} = \sqrt{26}$.

+) Vậy phương trình mặt cầu cần tìm là: $(x+1)^2 + (y-2)^2 + (z+1)^2 = 26$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; -3; 3)$, $\vec{b} = (0; 2; -1)$, $\vec{c} = (-3; 2; 5)$. Tìm tọa độ của véc tơ $\vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c}$

A. $(-16; 4; 29)$.

B. $(-16; -4; 29)$.

C. $(-16; -4; -29)$.

D. $(16; -4; 29)$.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } \begin{cases} \vec{a} = (-2; -3; 3) \\ \vec{b} = (0; 2; -1) \\ \vec{c} = (-3; 2; 5) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2\vec{a} = (-4; -6; 6) \\ -3\vec{b} = (0; -6; 3) \\ 4\vec{c} = (-12; 8; 20) \end{cases}$$

$$\Rightarrow \vec{u} = 2\vec{a} - 3\vec{b} + 4\vec{c} = (-4 + 0 - 12; -6 - 6 + 8; 6 + 3 + 20) = (-16; -4; 29).$$

Vậy $\vec{u} = (-16; -4; 29)$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ có bảng biến thiên sau

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$	$+\infty$	-1	3	$-\infty$	

Tìm tất cả các giá trị của tham số m để phương trình $f(2 \tan x) = 2m + 1$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

A. $-1 < m < 1$.

B. $m \leq 1$.

C. $-1 \leq m \leq \frac{1}{2}$.

D. $-1 < m < \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn A

Đặt $t = 2 \tan x$, với $x \in \left(0; \frac{\pi}{4}\right) \Rightarrow t \in (0; 2)$.

Phương trình $f(2 \tan x) = 2m + 1$ có nghiệm thuộc khoảng $\left(0; \frac{\pi}{4}\right)$

$\Leftrightarrow$ phương trình $f(t) = 2m + 1$ có nghiệm thuộc khoảng $(0; 2)$

$\Leftrightarrow -1 < 2m + 1 < 3 \Leftrightarrow -1 < m < 1$.

Vậy $-1 < m < 1$.

Câu 9. Tập xác định của hàm số $y = \log(x - 2)^2$ là

A. $(2; +\infty)$.

B. $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

C. $[2; +\infty)$.

D. $\mathbb{R}$.

Lời giải

Chọn B

Hàm số $y = \log(x - 2)^2$ xác định khi $x - 2 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq 2$.

Vậy tập xác định của hàm số $y = \log(x - 2)^2$ là $\mathbb{R} \setminus \{2\}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đạo hàm là $f'(x) = x^2(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2)(x - 3)$.

Hàm số có bao nhiêu điểm cực đại?

A. 3.

B. 0.

C. 2.

D. 1.

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } f'(x) = 0 \Leftrightarrow x^2(x^2 - 4)(x^2 - 3x + 2)(x - 3) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 = 0 \\ x^2 - 4 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \\ x = -2 \\ x = 1 \\ x = 3 \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	-2	0	1	2	3	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$								

Vậy hàm số đã cho có 1 điểm cực đại.

Câu 11. Để dự báo dân số của một quốc gia, người ta sử dụng công thức $S = Ae^{nr}$; trong đó A là dân số của năm lấy mốc tính, S là dân số sau n năm, r là tỉ lệ tăng dân số hằng năm. Năm 2018, dân

số Việt Nam là 94 665 973 người (Tổng cục Thống kê, Niên giám thống kê 2018, Nhà xuất bản Thống kê, Tr.87). Giả sử tỉ lệ tăng dân số hằng năm không đổi là 1,05%, dự báo đến năm nào dân số Việt Nam vượt mốc 100 000 000 người?

A. 2026.

B. 2022.

C. 2028.

D. 2024.

Lời giải

Chọn D

Dân số Việt Nam vượt mốc 100.000.000 người $\Leftrightarrow S > 100\,000\,000 \Leftrightarrow Ae^{nr} > 100\,000\,000$

$$\Leftrightarrow 94\,665\,973e^{n \cdot 1,05\%} > 100\,000\,000 \Leftrightarrow e^{n \cdot 0,0105} > \frac{100\,000\,000}{94\,665\,973} \Leftrightarrow n \cdot 0,0105 > \ln\left(\frac{100\,000\,000}{94\,665\,973}\right)$$

$$\Leftrightarrow n > 5,22. \text{ Mà } n \in \mathbb{N}^* \Rightarrow n \geq 6.$$

Vậy dự báo đến năm 2024 dân số Việt Nam vượt mốc 100 000 000 người.

Câu 12. Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x + 3$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ có diện tích S. Chọn đáp án đúng?

A. $S = \int_0^2 |x^2 - 2x - 3| dx.$

B. $S = \int_0^2 |x^2 - 2x + 3| dx.$

C. $S = \int_0^2 (x^2 - 2x - 3) dx.$

D. $S = \int_0^2 |x^2 + 2x + 3| dx.$

Lời giải

Chọn A

Xét phương trình hoành độ giao điểm $x^2 = 2x + 3 \Leftrightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = -1 \\ x = 3 \end{cases}$.

Hình phẳng (H) giới hạn bởi các đường $y = x^2, y = 2x + 3$ và hai đường thẳng $x = 0, x = 2$ có diện tích là: $S = \int_0^2 |x^2 - (2x + 3)| dx = \int_0^2 |x^2 - 2x - 3| dx.$

Câu 13. Cho hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ có cạnh bằng a. Gọi S là tổng diện tích tất cả các mặt của hình đa diện đó. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

A. $S = 10a^2.$

B. $S = 8a^2.$

C. $S = 4a^2.$

D. $S = 6a^2.$

Lời giải

Chọn D

Hình đa diện đều loại $\{4;3\}$ có cạnh bằng a là hình lập phương có cạnh bằng a.

Do đó tổng diện tích tất cả các mặt của hình lập phương đó là $S = 6a^2.$

Câu 14. Tính thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 2$, biết rằng thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ x, ($1 \leq x \leq 2$) là một hình chữ nhật có độ dài hai cạnh là x và $\sqrt{x^2 + 3}$

A. $\frac{7\sqrt{7} - 8}{3}.$

B. $\frac{8\sqrt{7} - 7}{3}.$

C. $\frac{16\sqrt{2} - 7}{3}.$

D. $8\sqrt{2} - 4.$

Lời giải

Chọn A

Diện tích thiết diện của vật thể bị cắt bởi mặt phẳng vuông góc với trục Ox tại điểm có hoành độ $x, (1 \leq x \leq 2)$ là: $S = x\sqrt{x^2 + 3}$.

Khi đó thể tích của vật thể nằm giữa hai mặt phẳng $x = 1$ và $x = 2$ là:

$$V = \int_1^2 x\sqrt{x^2 + 3} dx = \frac{1}{2} \int_1^2 \sqrt{x^2 + 3} d(x^2 + 3) = \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{3} (x^2 + 3)\sqrt{x^2 + 3} \Big|_1^2 = \frac{7\sqrt{7} - 8}{3}.$$

Câu 15. Cho hàm số $y = \frac{2x+1}{x-3}$ có đồ thị là (C) và điểm M thuộc (C) có hoành độ bằng 2. Phương trình tiếp tuyến của đồ thị (C) tại điểm M có dạng $y = ax + b$ với $a, b \in \mathbb{R}$. Tính $P = a + 2b$.

A. $P = -31$.

B. $P = 31$.

C. $P = 11$.

D. $P = -5$.

Lời giải

Chọn C

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có: $y' = -\frac{7}{(x-3)^2}$.

Hệ số góc của tiếp tuyến của (C) tại điểm $M(2; -5)$ là $k = y'(2) = -7$.

Tiếp tuyến của (C) tại $M(2; -5)$ có phương trình là: $y = -7(x-2) - 5 \Leftrightarrow y = -7x + 9$.

Suy ra $a = -7; b = 9$.

Vậy $P = a + 2b = 11$.

Câu 16. Cho hàm số $y = \frac{2x-1}{-x+3}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

A. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$, tiệm cận ngang $y = -2$.

B. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$, tiệm cận ngang $y = -2$.

C. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = -3$, tiệm cận ngang $y = 2$.

D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R} \setminus \{3\}$.

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -2; \lim_{x \rightarrow -\infty} y = -2$ suy ra đường thẳng $y = -2$ là đường tiệm cận ngang.

$\lim_{x \rightarrow 3^+} y = -\infty$ suy ra đường thẳng $x = 3$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Vậy đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$, tiệm cận ngang $y = -2$.

Câu 17. Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ trên đoạn $[-1; 3]$ bằng

A. 19.

B. 9.

C. 25.

D. 0.

Lời giải

Chọn C

Ta có hàm số $f(x) = x^4 - 8x^2 + 16$ liên tục trên $[-1; 3]$.

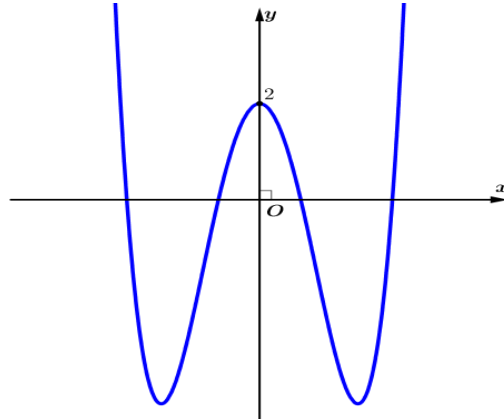
$$f'(x) = 4x(x^2 - 4).$$

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \in [-1; 3] \\ x = -2 \notin [-1; 3] \\ x = 2 \in [-1; 3] \end{cases}$$

Ta có: $f(-1) = 9; f(0) = 16; f(2) = 0; f(3) = 25$.

Vậy $\max_{[-1;3]} f(x) = 25$, đạt được khi $x = 3$.

Câu 18. Đường cong trong hình bên là đồ thị của một trong bốn hàm số dưới đây. Hàm số đó là hàm số nào?



- A.** $y = -x^4 + 5x^2 + 2$. **B.** $y = x^3 + 3x^2 + 2$. **C.** $y = x^4 + 5x^2 + 2$. **D.** $y = x^4 - 5x^2 + 2$.

Lời giải

Chọn D

+) Dựa vào đồ thị hàm số đã cho ta có hàm số cần tìm là hàm số $y = ax^4 + bx^2 + c$ với $a > 0$.

Do đó loại phương án **A, B**.

+) Đồ thị hàm số có 3 điểm cực trị nên a và b trái dấu $\Rightarrow b < 0$. Do đó loại phương án **C**.

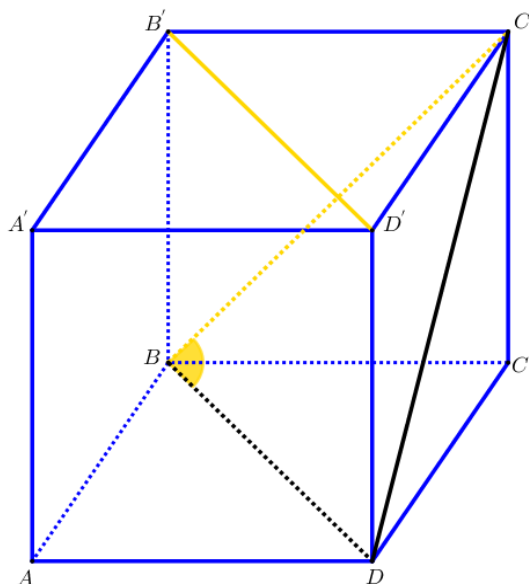
Vậy đường cong đề cho là đồ thị hàm số $y = x^4 - 5x^2 + 2$.

Câu 19. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$. Góc giữa hai đường thẳng BC' và $B'D'$ là

- A.** 45° . **B.** 30° . **C.** 60° . **D.** 90° .

Lời giải

Chọn C



Vì $BD \parallel B'D' \Rightarrow (\widehat{BC', B'D'}) = (\widehat{BC', BD})$.

Do $ABCD.A'B'C'D'$ là hình lập phương nên tam giác BDC' là tam giác đều

$$\Rightarrow (\widehat{BC', BD}) = \widehat{C'BD} = 60^\circ.$$

$$\text{Vậy } (\widehat{BC', B'D'}) = 60^\circ.$$

Câu 20. Gọi z_1, z_2 là hai nghiệm phức của phương trình $z^2 - 3z + 7 = 0$. Tính $T = |z_1|^2 + |z_2|^2$

A. $T = 14$.

B. $T = 98$.

C. $T = 96$.

D. $T = 24$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Ta có: } z^2 - 3z + 7 = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} z = \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{19}}{2}i \\ z = \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{19}}{2}i \end{cases}.$$

$$\text{Vậy } T = |z_1|^2 + |z_2|^2 = \left| \frac{3}{2} - \frac{\sqrt{19}}{2}i \right|^2 + \left| \frac{3}{2} + \frac{\sqrt{19}}{2}i \right|^2 = 14.$$

Câu 21. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = x \ln x$ thỏa mãn $F(1) = \frac{3}{4}$. Tìm $F(x)$.

A. $F(x) = x^2 \ln x - \frac{x^2}{2} + \frac{1}{4}$.

B. $F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}$.

C. $F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + 1$.

D. $F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x + \frac{x^2}{4} + \frac{1}{2}$.

Lời giải

Chọn C

Xét $\int x \ln x \, dx$.

$$\text{Đặt } \begin{cases} u = \ln x \\ dv = x \, dx \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} du = \frac{1}{x} \, dx \\ v = \frac{x^2}{2} \end{cases}.$$

$$\text{Do đó } \int x \ln x \, dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \int \frac{x}{2} \, dx = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C.$$

$$F(x) \text{ là một nguyên hàm của hàm số } f(x) = x \ln x \text{ nên } F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + C, (C \in \mathbb{R}).$$

$$\text{Theo giả thiết } F(1) = \frac{3}{4} \Leftrightarrow -\frac{1}{4} + C = \frac{3}{4} \Leftrightarrow C = 1.$$

$$\text{Vậy } F(x) = \frac{x^2}{2} \ln x - \frac{x^2}{4} + 1.$$

Câu 22. Trong không gian, cho hình chữ nhật $ABCD$ có $AB = 4, AC = 5$. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AD và BC . Quay hình chữ nhật đó xung quanh trục MN , ta được một hình trụ. Tính diện tích toàn phần S_{tp} của hình trụ đó.

A. $S_{tp} = \frac{33\pi}{2}$.

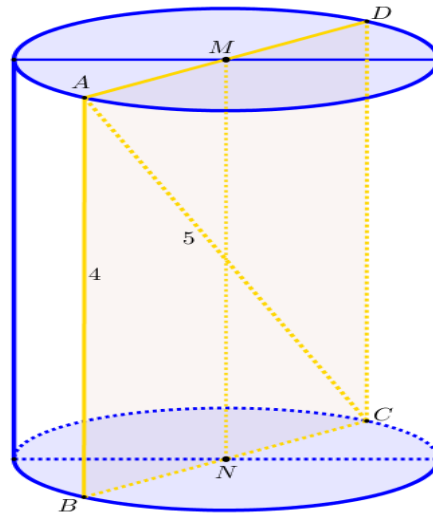
B. $S_{tp} = \frac{81\pi}{2}$.

C. $S_{tp} = 24\pi$.

D. $S_{tp} = 8\pi$.

Lời giải

Chọn A



Gọi h , r lần lượt là chiều cao và bán kính của hình trụ.

$$\text{Khi đó ta có } h = AB = 4, r = \frac{1}{2}BC = \frac{1}{2}\sqrt{AC^2 - AB^2} = \frac{1}{2}\sqrt{5^2 - 4^2} = \frac{3}{2}.$$

$$\text{Vậy diện tích toàn phần của hình trụ là } S_{tp} = 2\pi \cdot r \cdot (r + h) = 2\pi \cdot \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{3}{2} + 4\right) = \frac{33\pi}{2} \text{ (đvdt)}.$$

Câu 23. Cho $z_1 = 2 - i$, $z_2 = -3 + i$. Phần ảo của số phức $z = 2z_1 + 3iz_2$ bằng

A. 22.

B. -11.

C. -19.

D. 17.

Lời giải

Chọn B

$$\text{Ta có } z = 2z_1 + 3iz_2 = 2(2 - i) + 3i(-3 + i) = 1 - 11i.$$

Vậy phần ảo của số phức z bằng -11.

Câu 24. Gọi $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số $y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - x + 4$. Tính

$$P = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}.$$

A. $-\frac{34}{3}$.

B. $-\frac{17}{3}$.

C. $\frac{17}{3}$.

D. $\frac{34}{3}$.

Lời giải

Chọn A

$$\text{Xét hàm số } y = \frac{1}{3}x^3 - 4x^2 - x + 4:$$

$$\text{Tập xác định: } D = \mathbb{R}.$$

$$\text{Ta có: } y' = x^2 - 8x - 1 \text{ với } \Delta' = 17 > 0 \text{ nên phương trình luôn có hai nghiệm phân biệt } x_1, x_2.$$

$$\text{Theo định lý Viet, ta có: } \begin{cases} x_1 + x_2 = 8 \\ x_1 \cdot x_2 = -1 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên:

x	$-\infty$	x_1	x_2	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$-\infty$	y_1	y_2	$+\infty$

Do đó đồ thị hàm số có hai điểm cực trị là $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$.

Cách 1:

$$\begin{aligned}
 P = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} &= \frac{\left(\frac{1}{3}x_1^3 - 4x_1^2 - x_1 + 4\right) - \left(\frac{1}{3}x_2^3 - 4x_2^2 - x_2 + 4\right)}{x_1 - x_2} \\
 &= \frac{\frac{1}{3}x_1^3 - 4x_1^2 - x_1 - \frac{1}{3}x_2^3 + 4x_2^2 + x_2}{x_1 - x_2} = \frac{\frac{1}{3}(x_1^3 - x_2^3) - 4(x_1^2 - x_2^2) - (x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} \\
 &= \frac{1}{3}(x_1^2 + x_1x_2 + x_2^2) - 4(x_1 + x_2) - 1 = \frac{1}{3}[(x_1 + x_2)^2 - x_1x_2] - 4(x_1 + x_2) - 1 \\
 &= \frac{1}{3}(8^2 + 1) - 4 \cdot 8 - 1 = -\frac{34}{3}.
 \end{aligned}$$

Cách 2:

Ta có: $y(x) = y'(x) \cdot \left(\frac{1}{3}x - \frac{4}{3}\right) - \frac{34}{3}x + \frac{8}{3}$.

Vì $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$ là hai điểm cực trị của đồ thị hàm số nên $\begin{cases} y'(x_1) = 0 \\ y'(x_2) = 0 \end{cases}$.

Do đó: $\begin{cases} y_1 = y'(x_1) \cdot \left(\frac{1}{3}x_1 - \frac{4}{3}\right) - \frac{34}{3}x_1 + \frac{8}{3} = -\frac{34}{3}x_1 + \frac{8}{3} \\ y_2 = y'(x_2) \cdot \left(\frac{1}{3}x_2 - \frac{4}{3}\right) - \frac{34}{3}x_2 + \frac{8}{3} = -\frac{34}{3}x_2 + \frac{8}{3} \end{cases}$.

Do đó: $P = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{\left(-\frac{34}{3}x_1 + \frac{8}{3}\right) - \left(-\frac{34}{3}x_2 + \frac{8}{3}\right)}{x_1 - x_2} = \frac{-\frac{34}{3}(x_1 - x_2)}{x_1 - x_2} = -\frac{34}{3}$.

Vậy $P = -\frac{34}{3}$.

Câu 25. Tập xác định của hàm số $y = 3x^2 + 4x - 3\sqrt{\log_2(x+4)}$ là

A. $[-4; +\infty)$.

B. $(-3; +\infty)$.

C. $[-3; +\infty)$.

D. $(-4; +\infty)$.

Lời giải

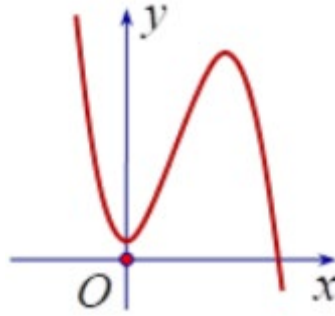
Chọn C

Hàm số $y = 3x^2 + 4x - 3\sqrt{\log_2(x+4)}$ xác định $\Leftrightarrow \begin{cases} x+4 > 0 \\ \log_2(x+4) \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x+4 \geq 1 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x > -4 \\ x \geq -3 \end{cases} \Leftrightarrow x \geq -3$.

Vậy tập xác định của hàm số là $D = [-3; +\infty)$.

Câu 26. Cho hàm số $y = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị hàm số như hình bên. Khẳng định nào sau đây là đúng?



A. $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

B. $a > 0, b < 0, c > 0, d > 0$.

C. $a < 0, b < 0, c = 0, d > 0$.

D. $a < 0, b > 0, c > 0, d > 0$.

Lời giải

Chọn A

Tập xác định: $D = \mathbb{R}$.

$$y' = 3ax^2 + 2bx + c.$$

Dựa vào đồ thị hàm số:

+) $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -\infty$ nên $a < 0$.

+) Giao điểm của đồ thị hàm số với trục tung là $(0; d)$. Do đó $d > 0$.

+) Gọi x_1, x_2 là hai điểm cực trị của hàm số.

$$\text{Ta có: } x_1 + x_2 > 0 \Leftrightarrow \frac{-2b}{3a} > 0 \Leftrightarrow -2b < 0 \Leftrightarrow b > 0 \text{ (vì } a < 0 \text{)}.$$

$$x_1 \cdot x_2 = 0 \Leftrightarrow \frac{c}{3a} = 0 \Leftrightarrow c = 0.$$

Vậy $a < 0, b > 0, c = 0, d > 0$.

Câu 27. Trong không gian $Oxyz$, mặt phẳng $(P): \frac{x}{-2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{1} = 1$ có một vector pháp tuyến là:

A. $\vec{n} = (3; -2; -6)$.

B. $\vec{n} = (3; 2; 6)$.

C. $\vec{n} = (2; -3; -1)$.

D. $\vec{n} = (-2; 3; 1)$.

Lời giải

Chọn A

Mp (P) có một vector pháp tuyến $\vec{n}_{(P)} = \left(\frac{1}{-2}; \frac{1}{3}; 1 \right)$, ta thấy $\vec{n}_{(P)}$ cùng phương $\vec{n} = (3; -2; -6)$.

Vậy một vector pháp tuyến của (P) là $\vec{n} = (3; -2; -6)$.

Câu 28. Cho hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	3	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$-\infty$	$\frac{1}{2}$

Khẳng định nào dưới đây là đúng?

A. $\begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}$

B. $0 < b < \frac{2}{3}$

C. $0 < b < \frac{1}{6}$

D. $\begin{cases} b > \frac{1}{6} \\ b < 0 \end{cases}$

Lời giải

Chọn A

$$f'(x) = \frac{ac+b}{(bx+c)^2}.$$

Dựa vào bảng biến thiên, ta có $b \neq 0$ và đồ thị hàm số $f(x) = \frac{ax-1}{bx+c}$ có các đường tiệm cận đứng, tiệm cận ngang lần lượt là các đường thẳng $x = \frac{-c}{b}$, $y = \frac{a}{b}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} \frac{-c}{b} = 3 \\ \frac{a}{b} = \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} c = -3b \\ a = \frac{1}{2}b \end{cases}.$$

$$\text{Ta có } f'(x) < 0 \quad \forall x \neq 3 \Leftrightarrow ac+b < 0 \Leftrightarrow -\frac{3}{2}b^2+b < 0 \Leftrightarrow \begin{cases} b > \frac{2}{3} \\ b < 0 \end{cases}.$$

Do đó ta chọn A.

Câu 29. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[0;1]$ và $\int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx = 5$. Tính $I = \int_0^{\pi} xf(\sin x)dx$.

A. $I = \frac{5}{2}\pi$

B. $I = 10\pi$

C. $I = 5$

D. $I = 5\pi$

Lời giải

Chọn D

$$\text{Ta có } I = \int_0^{\pi} xf(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)dx + \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf(\sin x)dx.$$

$$\text{Tính } A = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} xf(\sin x)dx$$

$$\text{Đặt } x = \pi - t \Rightarrow dx = -dt.$$

$$\text{Đổi cận } \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} \Rightarrow t = \frac{\pi}{2} \\ x = \pi \Rightarrow t = 0 \end{cases}.$$

$$\text{Khi đó } A = -\int_{\frac{\pi}{2}}^0 (\pi - t)f[\sin(\pi - t)]dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\pi - t)f(\sin t)dt$$

$$= \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin t)dt - \int_0^{\frac{\pi}{2}} tf(\sin t)dt = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f(\sin x)dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf(\sin x)dx.$$

$$\text{Do đó } I = \int_0^{\pi} xf'(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(\sin x)dx + \pi \int_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} f'(\sin x)dx - \int_0^{\frac{\pi}{2}} xf'(\sin x)dx = \pi \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(\sin x)dx = 5\pi.$$

Cách trắc nghiệm + casio:

$$\text{Từ giả thiết } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(\sin x)dx = 5 \text{ chọn } f'(\sin x) = 5 \sin x \text{ vì } \int_0^{\frac{\pi}{2}} f'(\sin x)dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 5 \sin x dx = 5.$$

$$\text{Khi đó } I = \int_0^{\pi} xf'(\sin x)dx = \int_0^{\pi} x \cdot 5 \sin x dx = 5\pi.$$

Câu 30. Số giá trị nguyên thuộc khoảng $(-2020; 2020)$ của tham số m để hàm số $y = x^3 - 3x^2 - mx + 2019$ đồng biến trên $(0; +\infty)$ là

A. 2018.

B. 2019.

C. 2020.

D. 2017.

Lời giải

Chọn D

Ta có $y' = 3x^2 - 6x - m$.

Hàm số đã cho đồng biến trên $(0; +\infty) \Leftrightarrow y' \geq 0, \forall x \in (0; +\infty)$ và dấu bằng xảy ra tại hữu hạn điểm

$$\Leftrightarrow 3x^2 - 6x - m \geq 0, \forall x \in (0; +\infty) \Leftrightarrow m \leq 3x^2 - 6x, \forall x \in (0; +\infty) \quad (1).$$

Xét hàm số $f(x) = 3x^2 - 6x$ trên $(0; +\infty)$.

Ta có $f'(x) = 6x - 6, f'(x) = 0 \Leftrightarrow x = 1$.

Bảng biến thiên của hàm số $f(x)$ trên $(0; +\infty)$:

x		0	1	$+\infty$
$f'(x)$			0	
			-	+
$f(x)$				

Dựa vào bảng biến thiên ta thấy: $(1) \Leftrightarrow m \leq -3$.

$$\text{Vì } \begin{cases} m \in \mathbb{Z} \\ m \in (-2020; 2020) \\ m \leq -3 \end{cases} \text{ nên có 2017 giá trị của } m \text{ thỏa mãn yêu cầu bài toán.}$$

Câu 31. Tập nghiệm của phương trình $\log_{\sqrt{2}}(5^{x+1} - 25^x) = 4$ là

A. $\{0\}$.

B. $\{\log_5 4\}$.

C. $\{0; \log_5 4\}$.

D. $\{0; \log_4 5\}$.

Lời giải

Chọn C

$$\text{Ta có: } \log_{\sqrt{2}}(5^{x+1} - 25^x) = 4 \Leftrightarrow 5^{x+1} - 25^x = (\sqrt{2})^4 \Leftrightarrow 5^{2x} - 5 \cdot 5^x + 4 = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5^x = 1 \\ 5^x = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \log_5 4 \end{cases}.$$

Vậy tập nghiệm của phương trình là $\{0; \log_5 4\}$.

Câu 32. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình vuông cạnh a . Tam giác SAB đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy. Gọi I là trung điểm của đoạn AB . Khẳng định nào sau đây là sai?

A. Góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ bằng 45° .

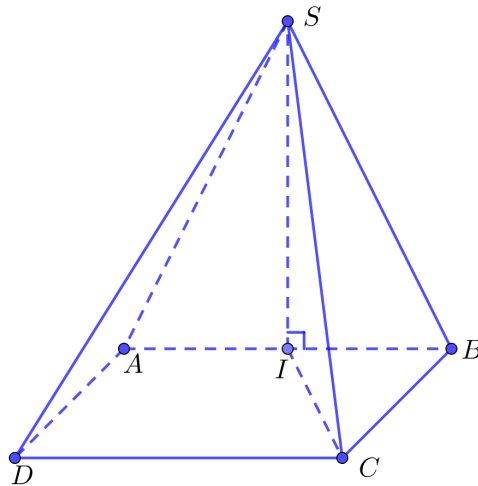
B. $\triangle SBC$ là tam giác vuông.

C. $SI \perp (ABCD)$.

D. Khoảng cách giữa đường thẳng DC và mặt phẳng (SAB) bằng a .

Lời giải

Chọn A



+) Do tam giác SAB đều và I là trung điểm AB nên $SI \perp AB$, mà tam giác SAB nằm trong mặt phẳng vuông góc với đáy nên $SI \perp (ABCD)$. Suy ra phương án **C** đúng.

+) $SI \perp (ABCD) \Rightarrow CB \perp SI$; $ABCD$ là hình vuông nên $CB \perp AB$. Suy ra $CB \perp (SAB)$ nên $CB \perp SB$ hay tam giác SBC vuông tại B . Suy ra phương án **B** đúng.

+) Vì $DC \parallel AB$ nên $d(CD, (SAB)) = d(C, (SAB)) = CB = a$. Suy ra phương án **D** đúng.

+) IC là hình chiếu vuông góc của SC trên mặt phẳng $(ABCD)$

$\Rightarrow$ góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ là $\widehat{SCI}$.

$$I \text{ là trung điểm } AB \text{ của tam giác đều } SAB \text{ nên } SI = \sqrt{SB^2 - IB^2} = \sqrt{a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{3}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } BIC \text{ vuông tại } B \text{ nên } IC = \sqrt{BC^2 + IB^2} = \sqrt{a^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2} = \frac{a\sqrt{5}}{2}.$$

$$\text{Tam giác } SIC \text{ vuông tại } I \text{ nên } \tan \widehat{SCI} = \frac{SI}{IC} = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}} \neq \tan 45^\circ \Rightarrow \widehat{SCI} \neq 45^\circ$$

$\Rightarrow$ góc giữa đường thẳng SC và mặt phẳng $(ABCD)$ khác 45° . Suy ra phương án **A** sai.

Câu 33. Cho lăng trụ đứng $ABC.A'B'C'$ có đáy ABC là tam giác vuông tại B , $AB = a$, $BC = a\sqrt{2}$, mặt bên $AA'B'B$ có diện tích bằng $\frac{a^2\sqrt{3}}{3}$. Tính thể tích khối lăng trụ.

A. $\frac{a^3\sqrt{3}}{6}$.

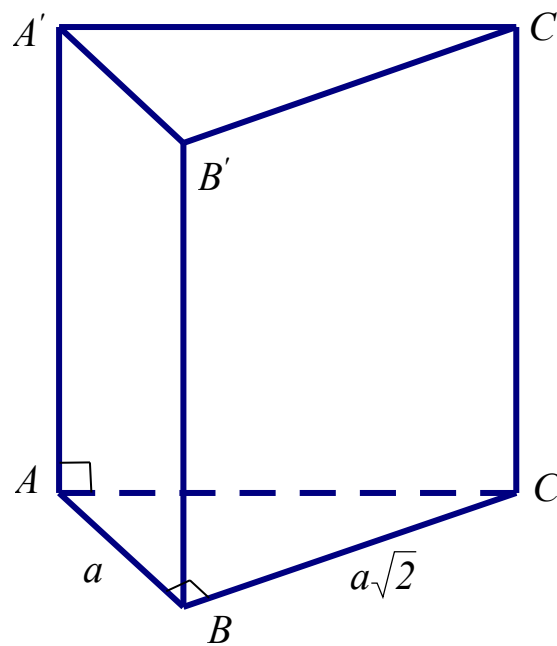
B. $\frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

C. $\frac{a^3\sqrt{3}}{3}$.

D. $\frac{a^3\sqrt{6}}{3}$.

Lời giải

Chọn B



Ta có $S_{AA'B'B} = AB \cdot AA' \Rightarrow AA' = \frac{S_{AA'B'B}}{AB} = \frac{\frac{a^2\sqrt{3}}{3}}{a} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$.

Lại có $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \cdot AB \cdot AC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a\sqrt{2} = \frac{a^2\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{ABC.A'B'C'} = AA' \cdot S_{\Delta ABC} = \frac{a\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{a^2\sqrt{2}}{2} = \frac{a^3\sqrt{6}}{6}$.

Câu 34. Cho cấp số cộng (u_n) với $u_1 = 3$ và $u_2 = 7$. Công sai của cấp số cộng đã cho bằng

A. 4.

B. $\frac{7}{3}$.

C. 1.

D. 3.

Lời giải

Chọn A

Gọi d là công sai của cấp số cộng (u_n) .

Ta có $u_2 = u_1 + d \Leftrightarrow d = u_2 - u_1 = 7 - 3 = 4$.

Vậy công sai của cấp số cộng (u_n) bằng 4.

Câu 35. Cho tứ diện $OABC$ có OA, OB, OC đôi một vuông góc với nhau và $OA = 2a$, $OB = 3a$, $OC = 8a$. M là trung điểm đoạn OC . Tính thể tích V của khối tứ diện $OABM$.

A. $V = 3a^3$.

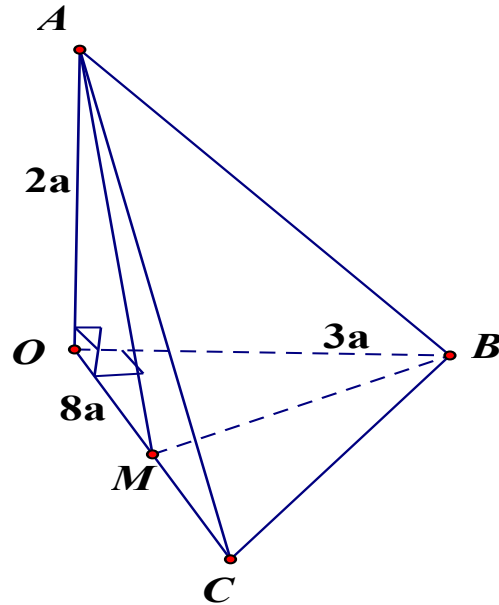
B. $V = 4a^3$.

C. $V = 6a^3$.

D. $V = 8a^3$.

Lời giải

Chọn B

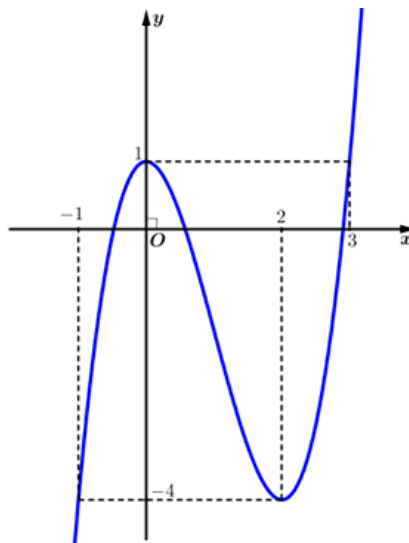


Ta có $\begin{cases} OA \perp OB \\ OA \perp OC \end{cases} \Rightarrow OA \perp (OBC) \Rightarrow OA \perp (OBM).$

Thể tích của khối tứ diện $OABM$ là $V = \frac{1}{3}OA.S_{OBM} = \frac{1}{6}OA.OB.OM = \frac{1}{6}2a.3a.4a = 4a^3.$

Vậy $V = 4a^3.$

Câu 36. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

A. $(1; 4).$

B. $(2; +\infty).$

C. $(-\infty; 1).$

D. $(0; 2).$

Lời giải

Chọn D

Dựa vào đồ thị của hàm số $y = f(x)$ ta thấy hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng $(0; 2).$
Vậy chọn **D**.

Câu 37. Tính giá trị của biểu thức $P = (2\sqrt{6} - 5)^{2020} (2\sqrt{6} + 5)^{2021}$

A. $2\sqrt{6} - 5.$

B. $2\sqrt{6} + 5.$

C. $(2\sqrt{6} - 5)^{2020}.$

D. $(2\sqrt{6} + 5)^{2020}.$

Lời giải

Chọn B

$$\begin{aligned} \text{Ta có } P &= (2\sqrt{6} - 5)^{2020} (2\sqrt{6} + 5)^{2021} = \left(\frac{-1}{2\sqrt{6} + 5} \right)^{2020} (2\sqrt{6} + 5)^{2021} \\ &= \frac{1}{(2\sqrt{6} + 5)^{2020}} (2\sqrt{6} + 5)^{2021} = 2\sqrt{6} + 5. \end{aligned}$$

$$\text{Vậy } P = 2\sqrt{6} + 5.$$

Câu 38. Trong không gian cho tam giác ABC vuông tại A , $AB = a$ và $\widehat{ABC} = 60^\circ$. Tính độ dài đường sinh l của hình nón nhận được khi quay tam giác ABC xung quanh trục AC .

A. $l = 2a$.

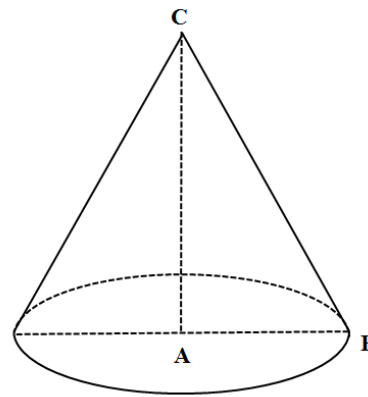
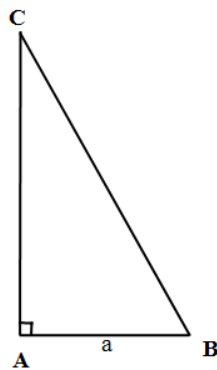
B. $l = \sqrt{2}a$.

C. $l = \sqrt{3}a$.

D. $l = a$.

Lời giải

Chọn A

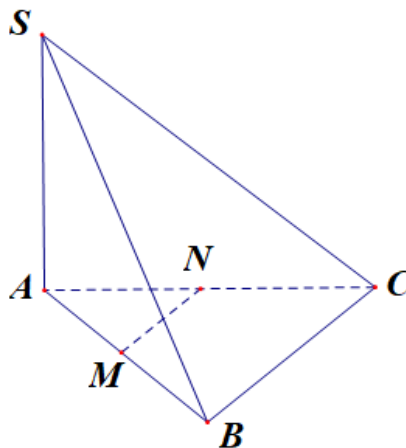


+) Khi quay tam giác ABC quanh trục AC ta được hình nón có đường sinh $l = BC$.

$$\text{+) Tam giác } ABC \text{ vuông tại } A \text{ ta có } \cos \widehat{ABC} = \frac{AB}{BC} \Leftrightarrow BC = \frac{AB}{\cos \widehat{ABC}} = \frac{a}{\cos 60^\circ} = 2a.$$

Vậy độ dài đường sinh của hình nón là $l = 2a$.

Câu 39. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy là tam giác đều cạnh a , SA vuông góc với mặt phẳng đáy, góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy là 60° (minh họa như hình dưới). Gọi M , N lần lượt là trung điểm của AB , AC . Khoảng cách giữa hai đường thẳng SB và MN bằng



A. $\frac{3a}{8}$.

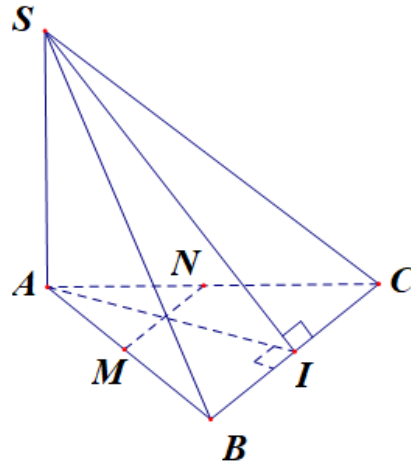
B. $\frac{a\sqrt{6}}{2}$.

C. $\frac{3a}{4}$.

D. $a\sqrt{6}$.

Lời giải

Chọn A



+ Gọi I là trung điểm của đoạn thẳng BC .

+ Vì $\triangle ABC$ đều nên $AI \perp BC$ (1).

+ Mặt khác $SA \perp (ABC)$ nên hình chiếu của SI lên mặt phẳng (ABC) là AI . Theo định lí ba đường vuông góc, ta có $SI \perp BC$ (2).

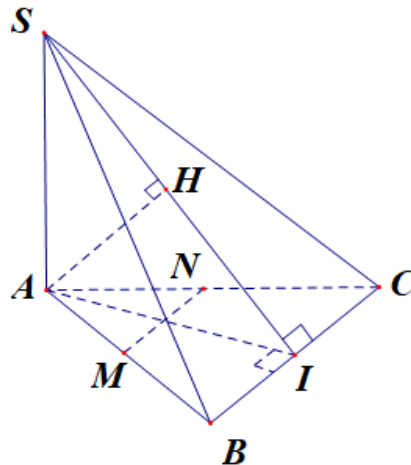
+ Góc giữa mặt phẳng (SBC) và mặt đáy bằng góc giữa hai đường thẳng AI và SI , hay $\widehat{SIA} = 60^\circ$.

$$+ AI = \frac{a\sqrt{3}}{2}; SA = AI \cdot \tan 60^\circ = \frac{3a}{2}.$$

+ M, N lần lượt là trung điểm của AB, AC nên $MN \parallel BC$.

$$\text{Khi đó } d(MN, SB) = d(MN, (SBC)) = d(M, (SBC)) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)).$$

Cách 1:



Trong $\triangle SAI$, kẻ $AH \perp SI, H \in SI$.

Từ (1) và (2) ta có $BC \perp (SAI)$, suy ra $BC \perp AH$.

$$\text{Do đó } AH \perp (SBC) \Rightarrow d(A, (SBC)) = AH = AI \cdot \sin \widehat{SIA} = \frac{a\sqrt{3}}{2} \cdot \sin 60^\circ = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(MN, SB) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{3a}{8}.$$

Cách 2:

$$+ V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA.S_{ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{3a}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{3}}{8}.$$

+ Vì ΔABC là hình chiếu vuông góc của ΔSBC lên mặt phẳng đáy nên ta có

$$S_{\Delta ABC} = S_{\Delta SBC} \cdot \cos 60^\circ \Rightarrow S_{\Delta SBC} = \frac{S_{\Delta ABC}}{\cos 60^\circ} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4 \cdot \frac{1}{2}} = \frac{a^2\sqrt{3}}{2}.$$

$$+ V_{S.ABC} = \frac{1}{3} d(A, (SBC)) \cdot S_{\Delta SBC} \Rightarrow d(A, (SBC)) = \frac{3V_{S.ABC}}{S_{\Delta SBC}} = \frac{3 \cdot \frac{a^3\sqrt{3}}{8}}{\frac{a^2\sqrt{3}}{2}} = \frac{3a}{4}.$$

$$\text{Vậy } d(MN, SB) = \frac{1}{2} d(A, (SBC)) = \frac{3a}{8}.$$

Câu 40. Cho $\int_3^4 \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx = a \ln 3 + b \ln 7$, a, b là các số hữu tỉ. Tính giá trị biểu thức $P = a - 2b$.

A. $P = -1$.

B. $P = 4$.

C. $P = 0$.

D. $P = 1$.

Lời giải

Chọn D

$$\begin{aligned} \text{Ta có: } \int_3^4 \frac{1}{x^2 + 2x - 3} dx &= \int_3^4 \frac{1}{4} \left(\frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+3} \right) dx = \frac{1}{4} \int_3^4 \frac{1}{x-1} d(x-1) - \frac{1}{4} \int_3^4 \frac{1}{x+3} d(x+3) \\ &= \frac{1}{4} \ln|x-1|_3^4 - \frac{1}{4} \ln|x+3|_3^4 = \left(\frac{1}{4} \ln 3 - \frac{1}{4} \ln 2 \right) - \left(\frac{1}{4} \ln 7 - \frac{1}{4} \ln 6 \right) = \frac{1}{2} \ln 3 - \frac{1}{4} \ln 7. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } a = \frac{1}{2}, b = -\frac{1}{4}.$$

$$\text{Vậy } P = a - 2b = 1.$$

Câu 41. Trong không gian $Oxyz$, có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên của m để $x^2 + y^2 + z^2 + 2(1-2m)y - 2(m-2)z + 6m^2 + 5 = 0$ là phương trình của một mặt cầu?

A. 6

B. 5

C. 7

D. 4

Lời giải

Chọn C

$$x^2 + y^2 + z^2 + 2(1-2m)y - 2(m-2)z + 6m^2 + 5 = 0 (*)$$

$$\Leftrightarrow x^2 + (y + (1-2m))^2 + (z - (m-2))^2 = -m^2 - 8m.$$

$$(*) \text{ là phương trình mặt cầu } \Leftrightarrow -m^2 - 8m > 0 \Leftrightarrow -8 < m < 0.$$

Mà $m \in \mathbb{Z}$ nên có 7 giá trị nguyên của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Câu 42. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình thoi $AB = a$; $\widehat{ABC} = 60^\circ$. $SA \perp (ABCD)$ và SC tạo với mặt phẳng (SAB) một góc 45° . Tính thể tích V của khối chóp $S.ABC$.

A. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{24}$.

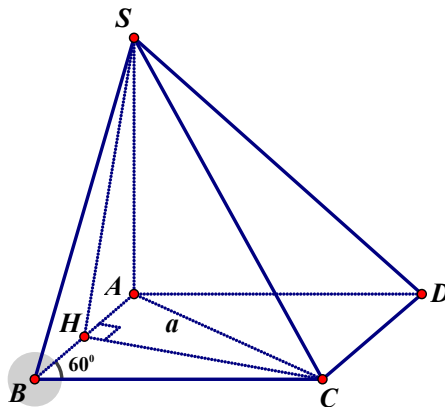
B. $V = \frac{a^3}{4}$.

C. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{6}$.

D. $V = \frac{\sqrt{6}a^3}{12}$.

Lời giải

Chọn A



+) Kẻ $CH \perp AB, H \in AB$. Tam giác ABC đều nên H là trung điểm AB .

+) $SA \perp (ABCD) \Rightarrow SA \perp CH$.

+) $\begin{cases} CH \perp SA \\ CH \perp AB \end{cases} \Rightarrow CH \perp (SAB)$.

Suy ra góc giữa SC và mặt phẳng (SAB) là góc $\widehat{CSH}$. Theo giả thiết ta có $\widehat{CSH} = 45^\circ$.

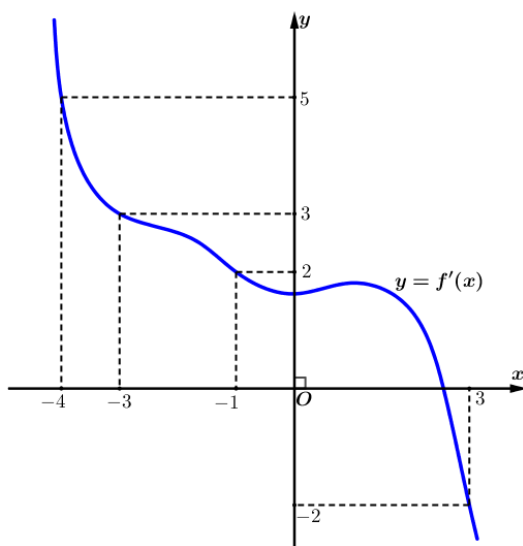
+) Tam giác ABC đều cạnh a nên $CH = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

+) Tam giác SHC vuông tại H nên $SH = \tan 45^\circ \cdot HC = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

Suy ra $SA = \sqrt{SH^2 - AH^2} = \sqrt{\frac{3a^2}{4} - \frac{a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{2}}{2}$.

Vậy $V_{S.ABC} = \frac{1}{3} SA \cdot S_{\triangle ABC} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} = \frac{a^3\sqrt{6}}{24}$.

Câu 43. Cho hàm số $f(x)$. Biết hàm số $f'(x)$ có đồ thị như hình dưới đây. Trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x) = 2f(x) + (1-x)^2$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm



A. $x = -3$.

B. $x = -4$.

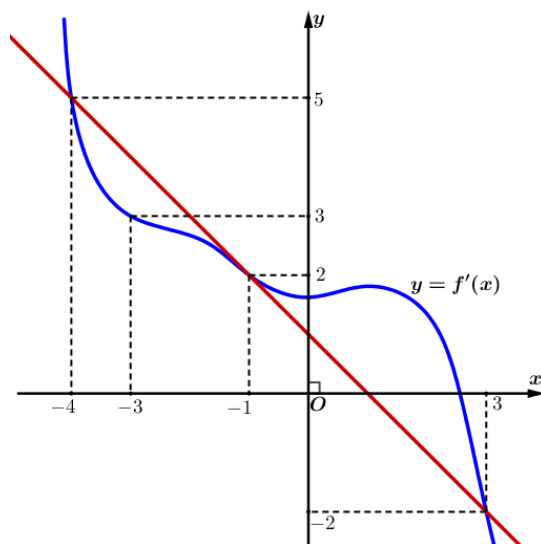
C. $x = 3$.

D. $x = -1$.

Lời giải

Chọn D

Ta có $g'(x) = 2f'(x) - 2(1-x)$.



$$g'(x) = 0 \Leftrightarrow 2f'(x) - 2(1-x) = 0 \Leftrightarrow f'(x) = (1-x) \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \in [-4; 3] \\ x = -1 \in [-4; 3] \\ x = -4 \in [-4; 3] \end{cases}$$

Bảng biến thiên:

x	-4		-1		3
$g'(x)$	0	-	0	+	0
$g(x)$					

Vậy trên đoạn $[-4; 3]$, hàm số $g(x)$ đạt giá trị nhỏ nhất tại điểm $x = -1$.

Câu 44. Cho hình chóp tứ giác đều $S.ABCD$ có tất cả các cạnh bằng a , tâm của đáy là O . Gọi M, N tương ứng là trung điểm các cạnh SA, SC . Gọi E là giao điểm của SD và mặt phẳng (BMN) . Tính thể tích V của khối chóp $O.BMEN$.

A. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{18}$.

B. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{24}$.

C. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{12}$.

D. $V = \frac{a^3 \sqrt{2}}{36}$.

Lời giải

Chọn D

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{z} = \frac{1}{y} + \frac{1}{t} \Leftrightarrow 2 + 2 = 1 + \frac{1}{t} \Leftrightarrow t = \frac{1}{3}.$$

$$\begin{aligned} \text{Ta có } \frac{V_{S.BMEN}}{V_{S.BADC}} &= \frac{1}{4}xyzt \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y} + \frac{1}{z} + \frac{1}{t} \right) \\ &= \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} \cdot (2 + 1 + 2 + 3) = \frac{1}{6}. \end{aligned}$$

$$\text{Suy ra } V_{S.BMEN} = \frac{1}{6}V_{S.BADC} = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot SO \cdot AB \cdot BC = \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot a \cdot a = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}.$$

$$\text{Mà } V_{0BMEN} = V_{S.BMEN} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}.$$

$$\text{Vậy } V_{0BMEN} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}.$$

Cách 3:

$$V_{0BMEN} = V_{BOMN} + V_{OMNE}.$$

$$\text{Lại có } V_{OMNE} = V_{SMNE}.$$

$$OM = ON = \frac{a}{2}; MN = \frac{a\sqrt{2}}{2}; BO = \frac{a\sqrt{2}}{2}. \text{ Suy ra tam giác } OMN \text{ vuông tại } O.$$

$$V_{BOMN} = \frac{1}{3}BO \cdot S_{OMN} = \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{a}{2} \cdot \frac{a}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48}.$$

$$\text{Kẻ } OF \parallel BE. \text{ Suy ra } \frac{SI}{SO} = \frac{SE}{SF} = \frac{1}{2}; \frac{DF}{DE} = \frac{DO}{DB} = \frac{1}{2}. \text{ Do đó } SE = \frac{1}{3}SD.$$

$$\frac{V_{SMNE}}{V_{SACD}} = \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{12} \Rightarrow V_{SMNE} = \frac{1}{12}V_{SACD} = \frac{1}{12} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{a\sqrt{2}}{2} \cdot \frac{a^2}{2} = \frac{a^3\sqrt{2}}{144}.$$

$$\text{Vậy } V_{0BMEN} = V_{BOMN} + V_{OMNE} = \frac{a^3\sqrt{2}}{48} + \frac{a^3\sqrt{2}}{144} = \frac{a^3\sqrt{2}}{36}.$$

Câu 45. Cho khối tứ diện $ABCD$ có cạnh AC, BD thỏa mãn $AC^2 + BD^2 = 16$ và các cạnh còn lại đều bằng 6. Thể tích khối tứ diện $ABCD$ đạt giá trị lớn nhất bằng

A. $\frac{32\sqrt{2}}{3}.$

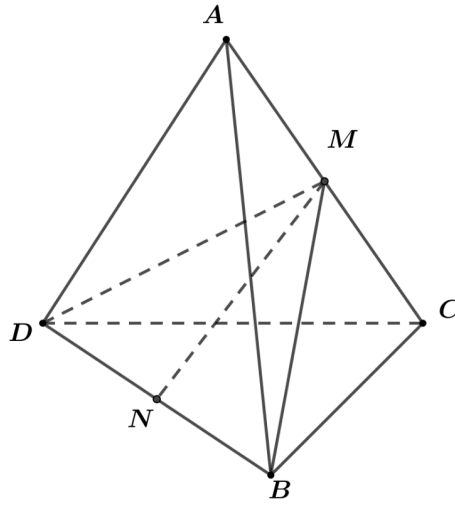
B. $\frac{16\sqrt{2}}{3}.$

C. $\frac{16\sqrt{3}}{3}.$

D. $\frac{32\sqrt{3}}{3}.$

Lời giải

Chọn B



+ Gọi M, N lần lượt là trung điểm AC, BD .

+ Vì $\triangle DAC, \triangle BAC$ cân tại D và B , suy ra $\begin{cases} AC \perp DM \\ AC \perp BM \end{cases} \Rightarrow AC \perp (DMB)$.

+ $\triangle DAC = \triangle BAC (c - c - c) \Rightarrow DM = BM \Rightarrow MN \perp DB$.

+ Dễ thấy $MN^2 = MD^2 - \frac{BD^2}{4} = AD^2 - \frac{AC^2}{4} - \frac{BD^2}{4} = AD^2 - \frac{AC^2 + BD^2}{4} = 32$.

+ Khi đó $V_{ABCD} = \frac{1}{3} AC \cdot S_{MBD} = \frac{1}{3} AC \cdot \frac{1}{2} BD \cdot MN = \frac{1}{6} AC \cdot BD \cdot 4\sqrt{2} = \frac{2\sqrt{2}}{3} AC \cdot BD$

$$\leq \frac{2\sqrt{2}}{3} \frac{AC^2 + BD^2}{2} = \frac{16\sqrt{2}}{3}.$$

Dấu "=" xảy ra khi và chỉ khi $AC = BD$.

$$\text{Vậy } \max V_{ABCD} = \frac{16\sqrt{2}}{3}.$$

Câu 46. Trong không gian $Oxyz$, cho điểm $M(2; -3; 3)$. Mặt phẳng đi qua M và cắt các tia Ox, Oy, Oz tại A, B, C khác O sao cho $OA = 2OB = 3OC$ có phương trình là

A. $x - 2y - 3z + 1 = 0$. **B.** $x + 2y + 3z + 13 = 0$. **C.** $x - 2y + 3z - 17 = 0$. **D.** $x + 2y + 3z - 5 = 0$.

Lời giải

Chọn D

Giả sử mặt phẳng (α) cắt các tia Ox, Oy, Oz tại $A(a; 0; 0), B(0; b; 0), C(0; 0; c)$ với $a, b, c > 0$.

Phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} + \frac{z}{c} = 1$.

$$\text{Ta có: } OA = 2OB = 3OC \Leftrightarrow a = 2b = 3c \Rightarrow \begin{cases} b = \frac{a}{2} \\ c = \frac{a}{3} \end{cases}.$$

Khi đó phương trình mặt phẳng (α) có dạng $\frac{x}{a} + \frac{2y}{a} + \frac{3z}{a} = 1$.

Mặt phẳng (α) đi qua điểm $M(2; -3; 3)$ nên $\frac{2}{a} + \frac{-6}{a} + \frac{9}{a} = 1 \Leftrightarrow a = 5$.

Vậy phương trình mặt phẳng (α) là $x + 2y + 3z - 5 = 0$.

Câu 47. Có bao nhiêu số hữu tỉ a thuộc $[-1;1]$ sao cho tồn tại số thực b thỏa mãn

$$\log_2(1 - a^2 - b^2 + 2b) = \frac{2^a}{4^a + 1} + \frac{4^a}{2^a + 1} + \frac{1}{2^a + 4^a} - \frac{1}{2}?$$

A. 0.

B. 3.

C. 1.

D. Vô số.

Lời giải

Chọn C

+) Ta có $\log_2(1 - a^2 - b^2 + 2b) = \log_2(2 - a^2 - (b-1)^2) \leq \log_2 2 = 1$ (1).

+) Xét hàm $f(a) = \frac{2^a}{4^a + 1} + \frac{4^a}{2^a + 1} + \frac{1}{2^a + 4^a} - \frac{1}{2}$ với $a \in [-1;1]$.

Đặt $2^a = t$, với $a \in [-1;1]$ ta có $t \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

Khi đó, ta được $g(t) = \frac{t}{t^2 + 1} + \frac{t^2}{t + 1} + \frac{1}{t + t^2} - \frac{1}{2}$ với $t \in \left[\frac{1}{2}; 2\right]$.

$$g'(t) = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2} + \frac{t^2 + 2t}{(t + 1)^2} - \frac{2t + 1}{(t + t^2)^2} = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2} + \frac{t^4 + 2t^3 - 2t - 1}{t^2 \cdot (t + 1)^2} = \frac{-t^2 + 1}{(t^2 + 1)^2} + \frac{(t^2 - 1)(t^2 + 2t + 1)}{t^2 \cdot (t + 1)^2}$$

$$= (t^2 - 1) \left[\frac{-1}{(t^2 + 1)^2} + \frac{1}{t^2} \right] = (t^2 - 1) \left[\frac{t^4 + t^2 + 1}{t^2 \cdot (t^2 + 1)^2} \right].$$

$$g'(t) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} t = 1 \in \left[\frac{1}{2}; 2\right] \\ t = -1 \notin \left[\frac{1}{2}; 2\right] \end{cases}; \quad g\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{7}{5}; g(1) = 1; g(2) = \frac{7}{5}.$$

Do đó, $\min_{\left[\frac{1}{2}; 2\right]} g(t) = 1$ hay $f(a) \geq 1, \forall a \in [-1;1]$ (2).

+) Từ (1) và (2) suy ra:

$$\log_2(1 - a^2 - b^2 + 2b) = \frac{2^a}{4^a + 1} + \frac{4^a}{2^a + 1} + \frac{1}{2^a + 4^a} - \frac{1}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} \log_2(1 - a^2 - b^2 + 2b) = 1 \\ f(a) = 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a = 0; b = 1 \\ 2^a = 1 \end{cases} \Leftrightarrow a = 0; b = 1.$$

Vậy có một giá trị của a thỏa mãn.

Câu 48. Cho ba hình cầu có bán kính lần lượt là R_1, R_2, R_3 đôi một tiếp xúc nhau và cùng tiếp xúc với mặt phẳng (P). Các tiếp điểm của ba hình cầu với mặt phẳng (P) lập thành một tam giác có độ dài các cạnh lần lượt là 2; 3; 4. Tính tổng $R_1 + R_2 + R_3$:

A. $\frac{61}{12}$.

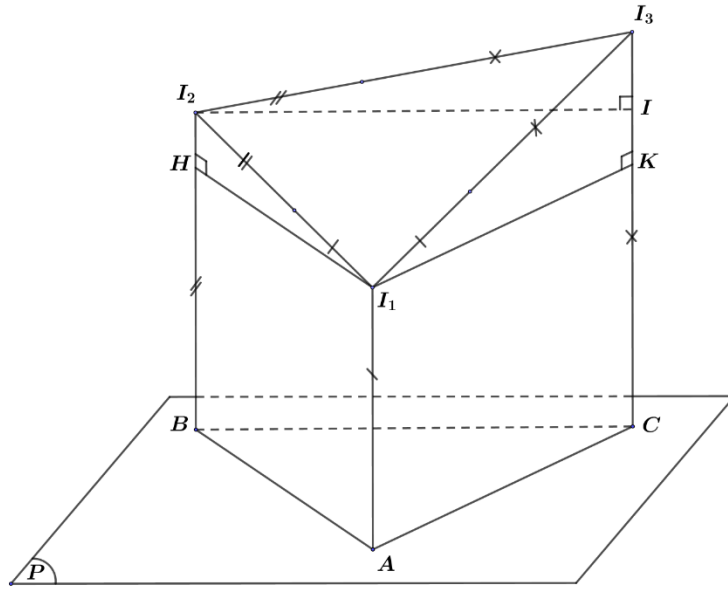
B. $\frac{53}{12}$.

C. $\frac{67}{12}$.

D. $\frac{59}{12}$.

Lời giải

Chọn A



Gọi mặt cầu (S_1) có tâm I_1 , bán kính R_1 ; mặt cầu (S_2) có tâm I_2 , bán kính R_2 ; mặt cầu (S_3) có tâm I_3 , bán kính R_3 . Các mặt cầu lần lượt tiếp xúc mặt phẳng (P) tại A, B, C và $AB = 2, AC = 3, BC = 4$.

Giả sử $R_1 \leq R_2 \leq R_3$. Gọi hình chiếu của I_1 lên I_2B là H , hình chiếu của I_1 lên I_3C là K , hình chiếu của I_2 lên I_3C là I .

$$\text{Khi đó ta có: } \begin{cases} I_1I_2^2 = I_1H^2 + I_2H^2 \\ I_1I_3^2 = I_1K^2 + I_3K^2 \\ I_2I_3^2 = I_2I^2 + I_3I^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (R_1 + R_2)^2 = 2^2 + (R_2 - R_1)^2 \\ (R_1 + R_3)^2 = 3^2 + (R_3 - R_1)^2 \\ (R_3 + R_2)^2 = 4^2 + (R_3 - R_2)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_1 \cdot R_2 = 1 \\ R_1 \cdot R_3 = \frac{9}{4} \\ R_3 \cdot R_2 = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} R_1 = \frac{3}{4} \\ R_2 = \frac{4}{3} \\ R_3 = 3 \end{cases}$$

$$\text{Suy ra } R_1 + R_2 + R_3 = \frac{61}{12}.$$

Câu 49. Một số điện thoại có bảy chữ số, trong đó chữ số đầu tiên là 8. Số điện thoại này được gọi là may mắn nếu bốn chữ số đầu là chữ số chẵn phân biệt và ba chữ số còn lại là lẻ, đồng thời hai chữ số 0 và 9 không đứng liền nhau. Tính xác suất để một người khi lắp điện thoại ngẫu nhiên được số điện thoại may mắn.

A. $P(A) = \frac{51}{10^4}.$

B. $P(A) = \frac{285}{10^5}.$

C. $P(A) = \frac{285}{10^6}.$

D. $P(A) = \frac{51}{10^5}.$

Lời giải

Chọn B

Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = 10^6$.

Gọi số điện thoại may mắn có dạng $n = \overline{8a_2a_3a_4a_5a_6a_7}$.

Số cách chọn các chữ số $\overline{a_2a_3a_4}$ là: $A_4^3 = 24$.

Số cách chọn các chữ số $\overline{a_5a_6a_7}$ là: $5^3 = 125$.

Số các số điện thoại thỏa mãn hai chữ số 0 và 9 đứng liền nhau ($a_4 = 0, a_5 = 9$) là:

$$A_3^2 \cdot 5^2 = 150.$$

Suy ra số các số điện thoại may mắn là: $n(A) = A_4^3 \cdot 5^3 - 150 = 3000 - 150 = 2850$.

Vậy xác suất để một người lắp điện thoại ngẫu nhiên được số điện thoại may mắn là:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{2850}{10^6} = \frac{285}{10^5}.$$

Câu 50. Có tất cả bao nhiêu giá trị nguyên dương của tham số m để hàm số $y = |3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m|$ có 5 điểm cực trị?

A. 16.

B. 27.

C. 28.

D. 26.

Lời giải

Chọn B

Xét hàm số $f(x) = 3x^4 - 4x^3 - 12x^2 + m$. Tập xác định: $\mathbb{R}$.

Ta có: $f'(x) = 12x^3 - 12x^2 - 24x = 12x(x^2 - x - 2)$.

$$f'(x) = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = -1 \\ x = 2 \end{cases}.$$

Bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$

x	$-\infty$	-1	0	2	$+\infty$	
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$		$m-5$	m	$m-32$	$+\infty$

Từ bảng biến thiên của hàm số $y = f(x)$ ta suy ra:

$$\text{Hàm số } y = |f(x)| \text{ có 5 điểm cực trị} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ m-32 < 0 \leq m-5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq 0 \\ 5 \leq m < 32 \end{cases}.$$

Do m nguyên dương nên $m \in \{5; 6; \dots; 31\}$. Vậy có 27 giá trị nguyên dương của m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

----- **HẾT** -----