

A. LÝ THUYẾT

TÍNH ĐƠN ĐIỀU VÀ CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ

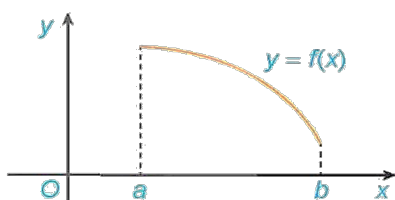
●. TÍNH ĐƠN ĐIỀU CỦA HÀM SỐ.

a) Khái niệm tính đơn điệu của hàm số.

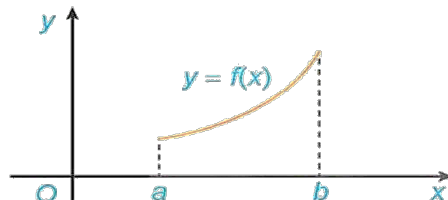
- ✍ Giả sử K là một khoảng, một đoạn hoặc một nửa khoảng và $y = f(x)$ là hàm số xác định trên K .
 - ✔ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là đồng biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) < f(x_2)$.
 - ✔ Hàm số $y = f(x)$ được gọi là nghịch biến trên K nếu $\forall x_1, x_2 \in K, x_1 < x_2 \Rightarrow f(x_1) > f(x_2)$.

✍ Chú ý

- ✔ Nếu hàm số đồng biến trên K thì đồ thị của hàm số đi lên từ trái sang phải
- ✔ Nếu hàm số nghịch biến trên K thì đồ thị của hàm số đi xuống từ trái sang phải



a) Hàm số nghịch biến trên $(a; b)$.



b) Hàm số đồng biến trên $(a; b)$.

- ✔ Hàm số đồng biến hay nghịch biến trên K còn được gọi chung là đơn điệu trên K . Việc tìm các khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số còn được gọi là tìm các khoảng đơn điệu (hay xét tính đơn điệu) của hàm số.
- ✔ Khi xét tính đơn điệu của hàm số mà không chỉ rõ tập K thì ta hiểu là xét trên tập xác định của hàm số đó.

✍ Định lí.

- ✔ Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm trên khoảng K .
 - Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng K .
 - Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng K .

✍ Chú ý.

- ✔ Định lí trên vẫn đúng trong trường hợp $f'(x)$ bằng 0 tại một số hữu hạn điểm trong khoảng K .
- ✔ Người ta chứng minh được rằng, nếu $f'(x) = 0$ với mọi $x \in K$ thì hàm số $f(x)$ không đổi trên khoảng K .

b) Sử dụng bảng biến thiên xét tính đơn điệu của hàm số:

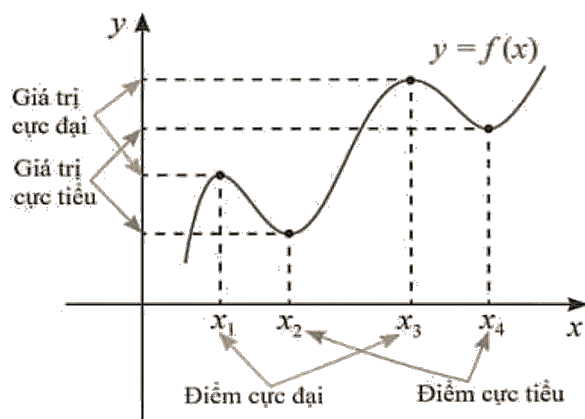
- ✍ Các bước để xét tính đơn điệu của hàm số $y = f(x)$:
 - ①. Tìm tập xác định của hàm số.
 - ②. Tính đạo hàm $f'(x)$. Tìm các điểm $x_i (i = 1, 2, \dots)$ mà tại đó đạo hàm bằng 0 hoặc không tồn tại.
 - ③. Sắp xếp các điểm x_i theo thứ tự tăng dần và lập bảng biến thiên của hàm số.
 - ④. Nêu kết luận về khoảng đồng biến, nghịch biến của hàm số.

●. CỰC TRỊ CỦA HÀM SỐ.

a) Khái niệm cực trị của hàm số:

- ✍ Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên khoảng $(a; b)$ (a có thể là $-\infty$, b có thể là $+\infty$) và điểm $x_0 \in (a; b)$.
 - ✔ Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) < f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \subset (a; b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại x_0 .
 - ✔ Nếu tồn tại số $h > 0$ sao cho $f(x) > f(x_0)$ với mọi $x \in (x_0 - h; x_0 + h) \subset (a; b)$ và $x \neq x_0$ thì ta nói hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 .

✍ Chú ý

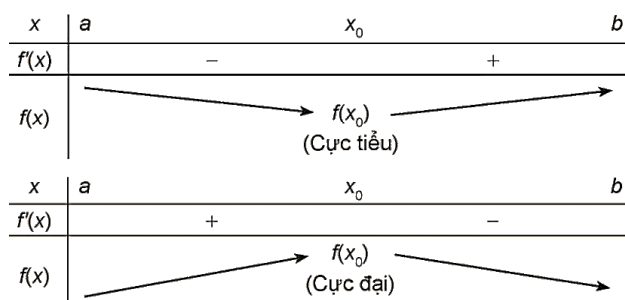


- ✓ Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực đại tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực đại của hàm số $f(x)$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực đại của hàm số $f(x)$ và kí hiệu là $f_{CĐ}$ hay $y_{CĐ}$. Điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực đại của đồ thị hàm số.
- ✓ Nếu hàm số $y = f(x)$ đạt cực tiểu tại x_0 thì x_0 được gọi là điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$. Khi đó, $f(x_0)$ được gọi là giá trị cực tiểu của hàm số $f(x)$ và kí hiệu là f_{CT} hay y_{CT} .
- ✓ Điểm $M_0(x_0; f(x_0))$ được gọi là điểm cực tiểu của đồ thị hàm số.
- ✓ Các điểm cực đại và điểm cực tiểu được gọi chung là điểm cực trị. Giá trị cực đại và giá trị cực tiểu được gọi chung là giá trị cực trị (hay cực trị) của hàm số.

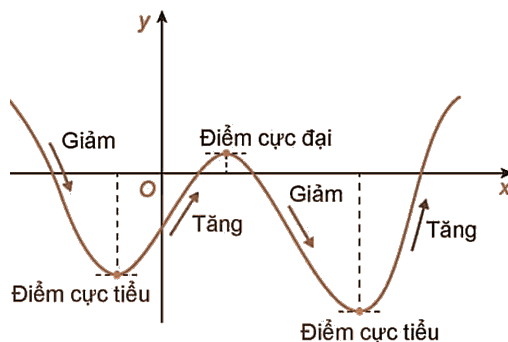
b) Cách tìm cực trị của hàm số:

✍ Định lý.

- ✓ Giả sử hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng $(a; b)$ chứa điểm x_0 và có đạo hàm trên các khoảng $(a; x_0)$ và $(x_0; b)$. Khi đó:
 - Nếu $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì x_0 là một điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$.
 - Nếu $f'(x) > 0$ với mọi $x \in (a; x_0)$ và $f'(x) < 0$ với mọi $x \in (x_0; b)$ thì x_0 là một điểm cực đại của hàm số $f(x)$.



✍ Chú ý:



GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ

●. ĐỊNH NGHĨA

- ✍ Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập D .

- ✓ Số M được gọi là giá trị lớn nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \leq M$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = M$.
- 📄 Kí hiệu $M = \max_{x \in D} f(x)$ hoặc $M = \max_D f(x)$.
- ✓ Số m được gọi là giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên tập D nếu $f(x) \geq m$ với mọi $x \in D$ và tồn tại $x_0 \in D$ sao cho $f(x_0) = m$.
- 📄 Kí hiệu $m = \min_{x \in D} f(x)$ hoặc $m = \min_D f(x)$.

●. CÁCH TÌM GIÁ TRỊ LỚN NHẤT VÀ GIÁ TRỊ NHỎ NHẤT CỦA HÀM SỐ TRÊN MỘT ĐOẠN

- 📄 Giả sử $y = f(x)$ là hàm số liên tục trên và có đạo hàm trên $(a; b)$, có thể trừ ra tại một số hữu hạn điểm mà tại đó hàm số không có đạo hàm. Giả sử chỉ có hữu hạn điểm trong đoạn mà đạo hàm $f'(x)$ bằng 0.
- 📄 Các bước tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn :
 - ①. Tìm các điểm $x_1, x_2, \dots, x_n \in (a; b)$, tại đó $f'(x)$ bằng 0 hoặc không tồn tại.
 - ②. Tính $f(x_1), f(x_2), \dots, f(x_n), f(a)$ và $f(b)$.
 - ③. Tìm số lớn nhất M và số nhỏ nhất m trong các số trên.

Ta có: $M = \max f(x); m = \min f(x)$.

ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Đường tiệm cận ngang

Đường thẳng $y = y_0$ được gọi là **đường tiệm cận ngang** (hay **tiệm cận ngang**) của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ nếu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$.

2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là **đường tiệm cận đứng** (hay **tiệm cận đứng**) của đồ thị hàm số

$y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

3. Đường tiệm cận xiên

Đường thẳng $y = ax + b (a \neq 0)$ được gọi là **đường tiệm cận xiên** (hay **tiệm cận xiên**) của đồ thị hàm

số $y = f(x)$ nếu: $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$ hoặc $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

ỨNG DỤNG ĐẠO HÀM ĐỂ GIẢI QUYẾT MỘT SỐ VẤN ĐỀ THỰC TIỄN

A. KIẾN THỨC CƠ BẢN

1. Bài toán vận tốc tức thời của một chuyển động

Quãng đường S của một chuyển động là một hàm số của thời gian t , $S = S(t)$.

Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỷ số $\frac{S(t_1) - S(t_0)}{t_1 - t_0}$ khi t_1 dần tới t_0 được gọi là Vận tốc tức thời của chuyển

động tại thời điểm t_0 , ký hiệu là $V(t_0)$. Nói cách khác $V(t_0) = \lim_{t_1 \rightarrow t_0} \frac{S(t_1) - S(t_0)}{t_1 - t_0}$ hay $V(t_0) = S'(t_0)$.

2. Bài toán cường độ tức thời của dòng điện trong dây dẫn

Điện lượng Q truyền trong dây dẫn là một hàm số theo thời gian t , $Q = Q(t)$

Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỷ số $\frac{Q(t_1) - Q(t_0)}{t_1 - t_0}$ khi t_1 dần tới t_0 được gọi là Cường độ tức thời của dòng điện tại thời điểm t_0 , ký hiệu là $I(t_0)$. Nói cách khác $I(t_0) = \lim_{t_1 \rightarrow t_0} \frac{Q(t_1) - Q(t_0)}{t_1 - t_0}$ hay $I(t_0) = Q'(t_0)$.

3. Bài toán vận tốc tức thời của một chuyển động

Một chuyển động có vận tốc là một hàm số của thời gian t , $V = V(t)$.

Giới hạn hữu hạn (nếu có) của tỷ số $\frac{V(t_1) - V(t_0)}{t_1 - t_0}$ khi t_1 dần tới t_0 được gọi là Gia tốc tức thời của chuyển động tại thời điểm t_0 , ký hiệu là $a(t_0)$. Nói cách khác $a(t_0) = \lim_{t_1 \rightarrow t_0} \frac{V(t_1) - V(t_0)}{t_1 - t_0}$ hay $a(t_0) = V'(t_0) = S''(t_0)$.

B. BÀI TẬP ÔN TẬP

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn.

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3		0	$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(0; 1)$. C. $(-1; 0)$. D. $(0; +\infty)$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$		
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			4		-1	$+\infty$

Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; +\infty)$. B. $(-1; 4)$. C. $(0; 1)$. D. $(-1; 0)$

Câu 3: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau

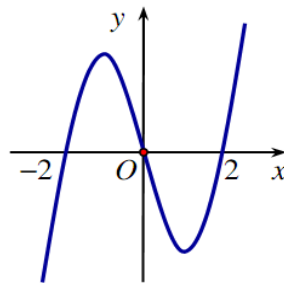
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$+\infty$			3				$+\infty$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(-1; 0)$ B. $(-\infty; 0)$ C. $(1; +\infty)$ D. $(0; 1)$

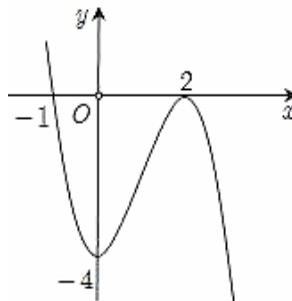
Câu 4: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ là đường cong trong hình bên.

Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
- B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
- C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
- D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 5: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; 2)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$.

Câu 6: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây **đúng**?



- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2); (0; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

Câu 7: Cho hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x + 1$. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?

- A. Hàm số nghịch biến trên khoảng $(1; +\infty)$. B. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.
- C. Hàm số nghịch biến trên khoảng $\left(-\infty; \frac{1}{3}\right)$. D. Hàm số đồng biến trên khoảng $\left(\frac{1}{3}; 1\right)$.

Câu 8: Hỏi hàm số $y = 2x^4 + 1$ đồng biến trên khoảng nào?

- A. $(-\infty; 0)$. B. $\left(-\infty; -\frac{1}{2}\right)$. C. $(0; +\infty)$. D. $\left(-\frac{1}{2}; +\infty\right)$.

Câu 9: Hàm số $y = \frac{5-2x}{x+3}$ nghịch biến trên

- A. $\mathbb{R} \setminus \{-3\}$. B. $\mathbb{R}$. C. $(-\infty; -3)$. D. $(3; +\infty)$.

Câu 10: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		3		$+\infty$	

Số điểm cực trị của hàm số đã cho

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

Câu 11: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$		3		$+\infty$	

Số điểm cực tiểu của hàm số đã cho

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

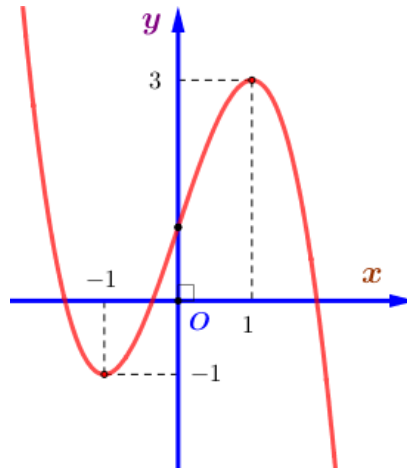
Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$-$	$+$
$f(x)$	$+\infty$	0	3	0	$+\infty$	

Số điểm cực đại của hàm số đã cho

- A. 1. B. 3. C. 2. D. 4.

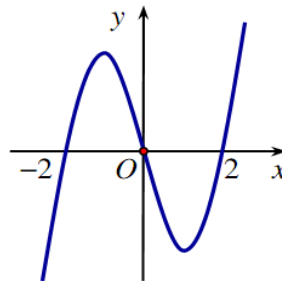
Câu 13: Cho hàm số bậc ba $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình bên dưới.



Điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đã cho có tọa độ là

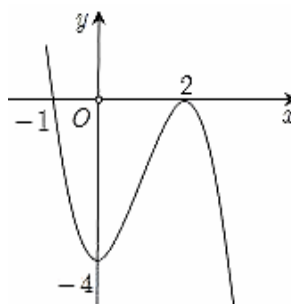
- A. $(1; 3)$. B. $(3; 1)$. C. $(-1; -1)$. D. $(1; -1)$.

Câu 14: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị hàm số $f'(x)$ là đường cong trong hình bên. Mệnh đề nào dưới đây **đúng**?



- A. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.
 B. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(1; 2)$.
 C. Hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-2; 1)$.
 D. Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$.

Câu 15: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ.



Mệnh đề nào sau đây **đúng**?

- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-4; 2)$.
 B. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -1)$.
 C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(0; 2)$.
 D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; -4)$ và $(2; +\infty)$.

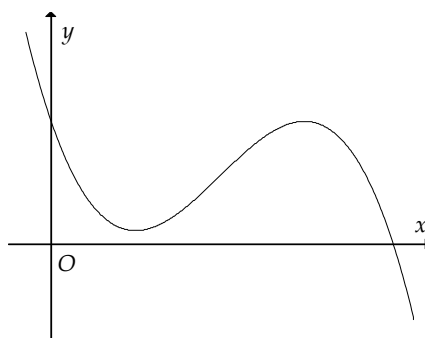
Câu 16: Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của hàm số $f'(x)$ như hình vẽ. Mệnh đề nào sau đây

đúng?



- A. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-\infty; -2); (0; +\infty)$.
- B. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- C. Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-3; +\infty)$.
- D. Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-\infty; 0)$

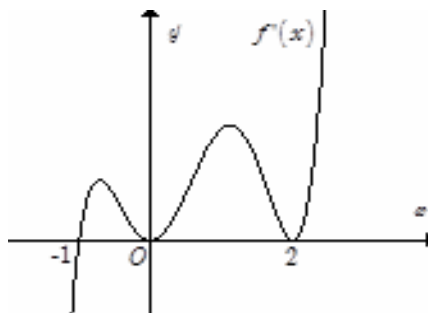
Câu 17: Cho hàm số $y = f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình bên.



Tìm số điểm cực trị của hàm số $y = f(x)$.

- A. 3.
- B. 1.
- C. 0.
- D. 2.

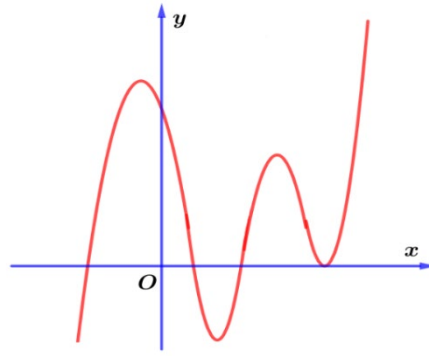
Câu 18: Hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ trên khoảng K. Hình vẽ bên là đồ thị của hàm số $f'(x)$ trên khoảng K.



Hỏi hàm số $f(x)$ có bao nhiêu điểm cực trị?

- A. 0.
- B. 1.
- C. 2.
- D. 4.

Câu 19: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị của đạo hàm $y = f'(x)$ như hình vẽ bên dưới. Tìm số điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(x)$.



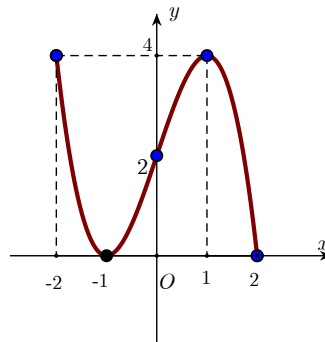
A. 1

B. 2

C. 3

D. 4

Câu 20: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định và liên tục trên $[-2; 2]$ và có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên.



Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại điểm

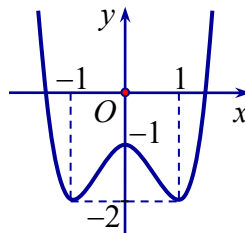
A. $x = 1$.

B. $x = -2$.

C. $x = 2$.

D. $x = -1$.

Câu 21: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng nào dưới đây?



A. $(0; 1)$.

B. $(-\infty; 1)$.

C. $(-1; 1)$.

D. $(-1; 0)$.

Câu 22: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục và có bảng biến thiên trên đoạn $[-1; 3]$ như hình vẽ bên:

x	-1	0	2	3	
y'	+	0	-	0	+
y	0	5	1	4	

Khẳng định nào sau đây đúng ?

A. $\max_{[-1; 3]} f(x) = 5$.

B. $\max_{[-1; 3]} f(x) = 4$.

C. $\max_{[-1;3]} f(x) = 3.$

D. $\max_{[-1;3]} f(x) = 0$

Câu 23: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên trên đoạn $[0;3]$ như sau:

x	0	1	3
y	-3	-4	0

Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên đoạn $[0;3]$ là

A. 4.

B. 1.

C. 0.

D. -4.

Câu 24: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên đoạn $[-\sqrt{3};\sqrt{5}]$ và có bảng biến thiên như hình vẽ sau:

x	$-\sqrt{3}$	-1	1	$\sqrt{5}$	
y'	$+$	0	$-$	0	$+$
y	0	2	-2	$2\sqrt{5}$	

Khẳng định nào sau đây là đúng?

A. $\min_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 0.$

B. $\max_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2\sqrt{5}.$

C. $\max_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = 2.$

D. $\min_{[-\sqrt{3};\sqrt{5}]} y = -2.$

Câu 25: Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x) = x^3 - 3x + 2$ trên đoạn $[-1;3]$ bằng

A. 4.

B. 2.

C. 20.

D. 16.

Câu 26: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = \sqrt{4-3x}$ trên đoạn $[0;1]$ bằng

A. 2.

B. 1.

C. 0.

D. 4.

Câu 27: Giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2 - 3x - 4$ trên đoạn $[-4;0]$ bằng

A. -4.

B. $\frac{8}{3}.$

C. $-\frac{17}{3}.$

D. 5.

Câu 28: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	3	$+\infty$
y'	-	-	0	+
y	1	2	-3	3

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

A. 2.

B. 3.

C. 4.

D. 1.

Câu 29: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
y'	$-$		$-$ 0 $+$	
y	2	$+\infty$	$+\infty$	$+\infty$

Diagram showing a curve with a vertical asymptote at $x=0$ and a horizontal asymptote at $y=-4$. The curve approaches $+\infty$ as $x \rightarrow 0^+$ and $x \rightarrow +\infty$, and approaches $-\infty$ as $x \rightarrow 0^-$. There is a local minimum at $(1, -2)$.

Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 4. B. 1. C. 3. D. 2.

Câu 30: Cho hàm số có bảng biến thiên như hình sau

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$		$+$	$-$	$+$
y	-4	$+\infty$	2	$-\infty$	-1

Diagram showing a curve with vertical asymptotes at $x=-1$ and $x=1$, and a horizontal asymptote at $y=-4$. The curve approaches $+\infty$ as $x \rightarrow -1^+$ and $x \rightarrow +\infty$, and approaches $-\infty$ as $x \rightarrow -1^-$ and $x \rightarrow 1^-$. It has a local maximum at $(0, 2)$ and a local minimum at $(1, -1)$.

Tổng số đường tiệm cận ngang và tiệm cận đứng của đồ thị hàm số 0 là

- A. 3. B. 2. C. 4. D. 1.

Câu 31: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{3x+2}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = 2$. B. $x = -1$. C. $x = 3$. D. $x = -2$.

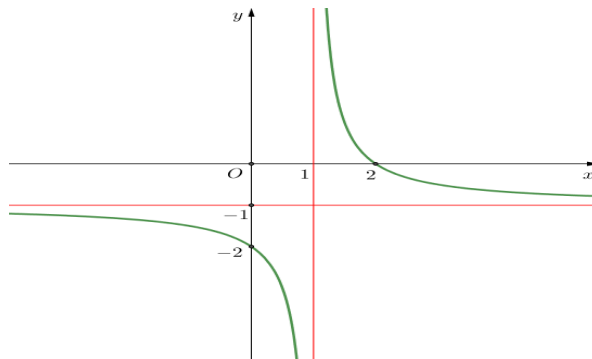
Câu 32: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ là đường thẳng có phương trình:

- A. $x = -1$. B. $x = -2$. C. $x = 2$. D. $x = 1$.

Câu 33: Tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x+1}$ là

- A. $y = -2$. B. $y = 1$. C. $x = -1$. D. $x = 2$.

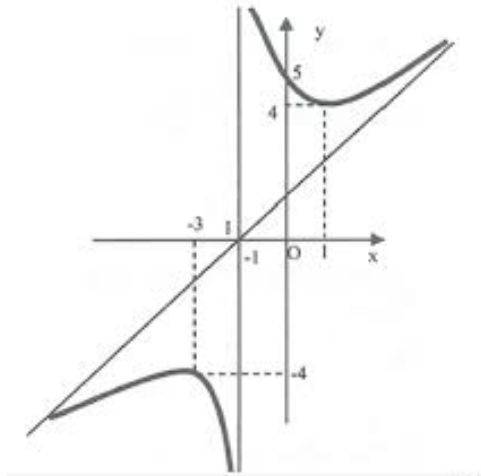
Câu 34: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng bằng:

- A. $x = 1$. B. $x = -1$. C. $x = 0$. D. $y = -1$.

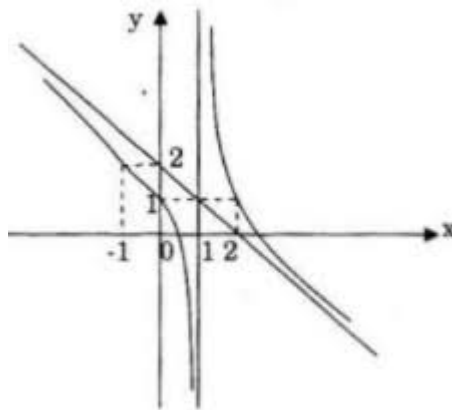
Câu 35: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

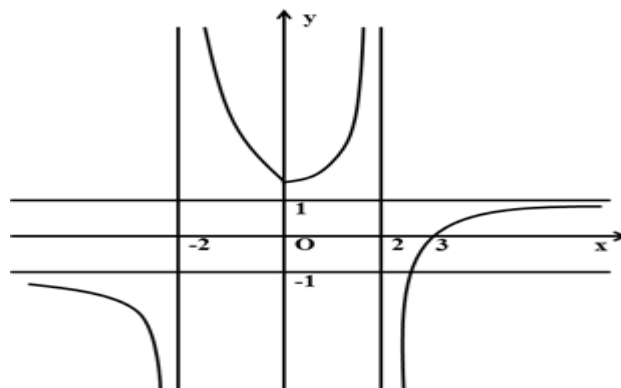
Câu 36: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

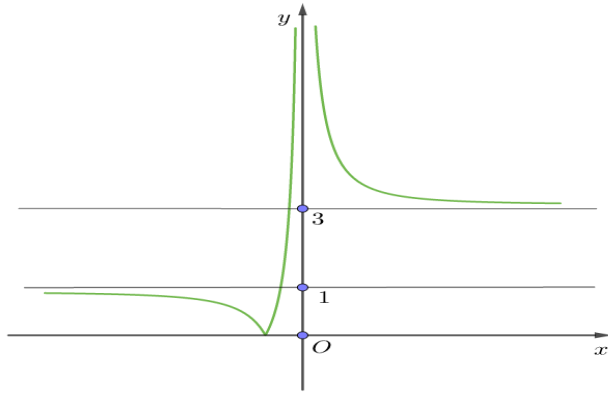
Câu 37: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ.



Đồ thị hàm số đã cho có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

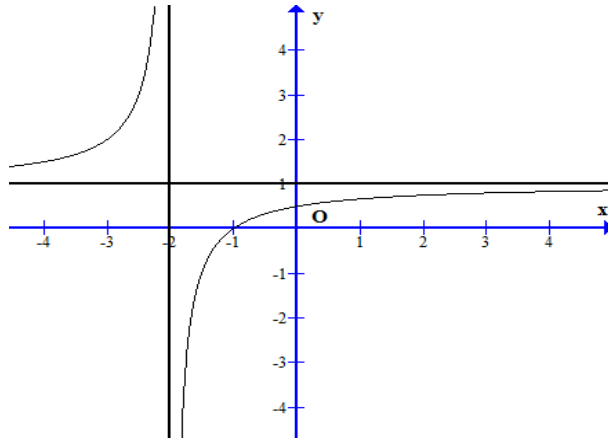
Câu 38: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây.



Tổng số tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là:

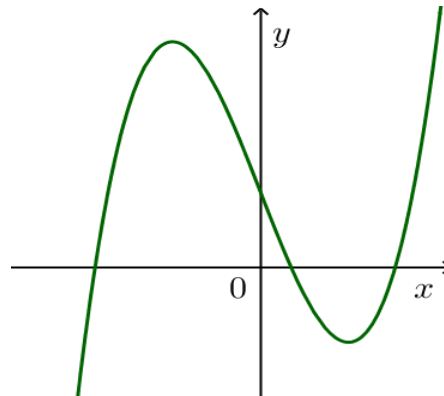
- A. 4. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 39: Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Phương trình đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số là



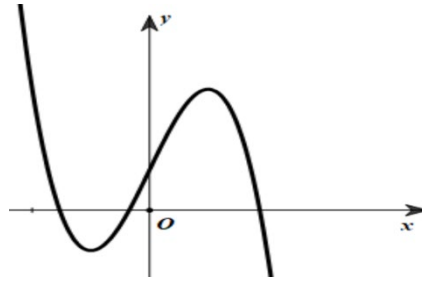
- A. Tiệm cận đứng $x = -2$, tiệm cận ngang $y = 1$.
 B. Tiệm cận đứng $x = 2$, tiệm cận ngang $y = -1$.
 C. Tiệm cận đứng $x = 1$, tiệm cận ngang $y = -2$.
 D. Tiệm cận đứng $x = -1$, tiệm cận ngang $y = 2$.

Câu 40: Đường cong trong hình bên là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?



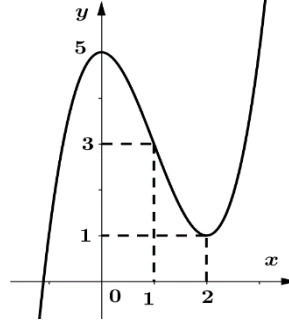
- A. $y = -x^2 + x - 1$ B. $y = -x^3 + 3x + 1$ C. $y = x^4 - x^2 + 1$ D. $y = x^3 - 3x + 1$

Câu 41: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình vẽ bên?



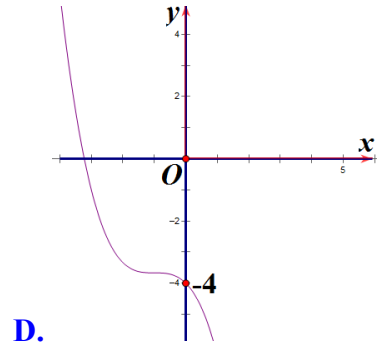
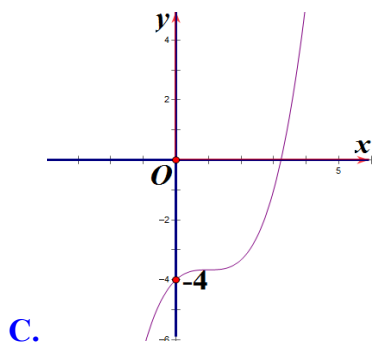
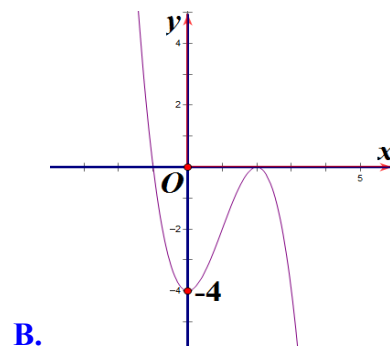
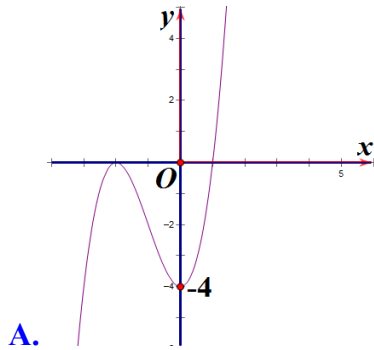
- A. $y = -x^4 + 2x^2 + 1$. B. $y = -x^3 + 3x + 1$. C. $y = x^3 - 3x + 1$. D. $y = x^4 - 2x^2 + 1$.

Câu 42: Đường cong như hình vẽ là đồ thị của hàm số nào?

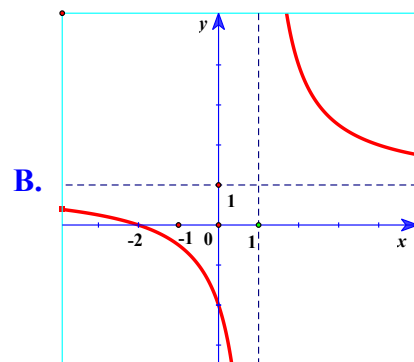
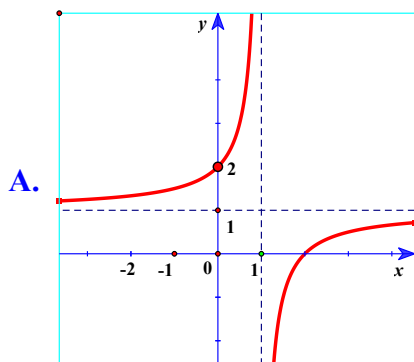


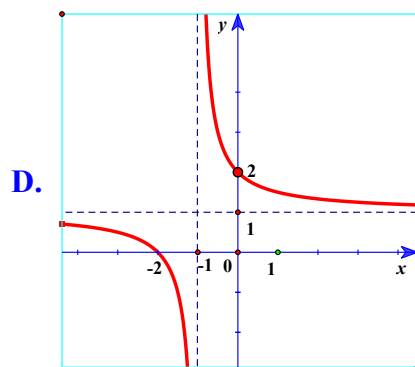
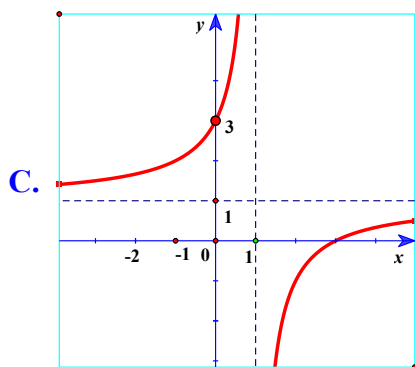
- A. $y = -x^3 + 3x^2 + 5$. B. $y = 2x^3 - 6x^2 + 5$. C. $y = x^3 - 3x^2 + 5$. D. $y = x^3 - 3x + 5$.

Câu 43: Hàm số $y = x^3 + 3x^2 - 4$ có đồ thị là hình nào sau đây?

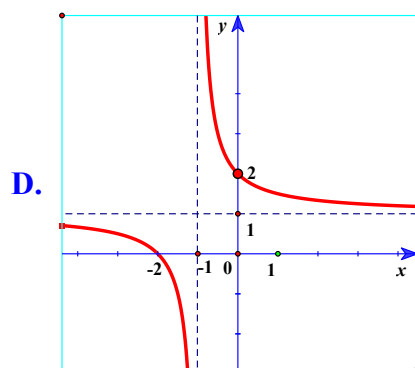
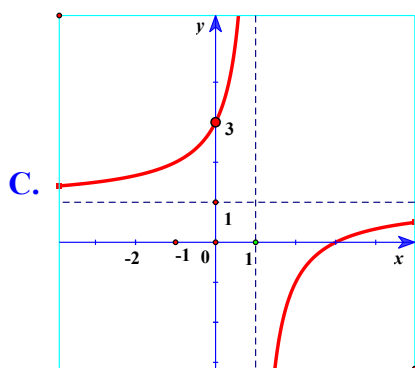
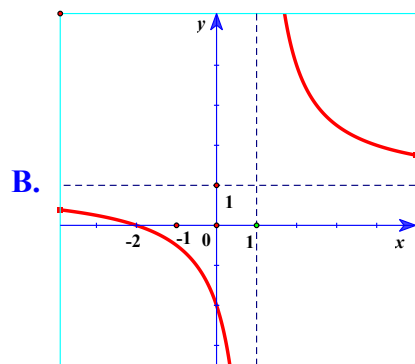
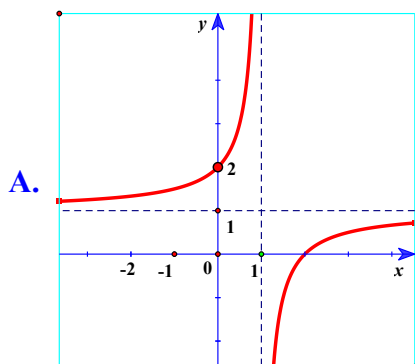


Câu 44: Hàm số $y = \frac{x-2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.





Câu 45: Hàm số $y = \frac{x+2}{x-1}$ có đồ thị là hình vẽ nào sau đây? Hãy chọn câu trả lời đúng.



Câu 46: Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	0	$+\infty$
y'	-		-
y	$+\infty$	$+\infty$	$-\infty$

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x+1}$.

C. $y = \frac{1-x^2}{x}$.

D. $y = \frac{x^2 - 1}{x}$.

Câu 47: Bảng biến thiên trong hình dưới là đồ thị của một hàm số trong bốn hàm số được liệt kê ở bốn phương án A, B, C, D dưới đây. Hỏi hàm số đó là hàm số nào?

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$		
y'		+	0	-	-	0	+
y			-4		$+\infty$		$+\infty$
	$-\infty$					4	

A. $y = \frac{x^2 - 2x}{x+1}$.

B. $y = \frac{x^2 + 3x}{x+1}$.

C. $y = \frac{1-x^2}{x}$.

D. $y = \frac{x^2 + 2x + 5}{x+1}$.

Câu 48: Hàm số nào sau đây có bảng biến thiên như hình vẽ?

x	$-\infty$	$+\infty$
y'		+
y		$+\infty$

A. $y = x^2 + 2x + 1$.

B. $y = \frac{x^2 + 1}{x+2}$.

C. $y = x^3 + x^2 + 2x - 5$.

D. $y = \frac{x+1}{x+2}$.

Câu 49: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			3		1		3	

Số nghiệm của phương trình $f(x) - 2 = 0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Câu 50: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$			
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	0	$-$
$f(x)$			3		1		3	

Câu 51: Số nghiệm của phương trình $f(x) + 2 = 0$ là

A. 0.

B. 3.

C. 2.

D. 4.

Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$			
y'		$+$	0	$-$	0	$+$	
y	$-\infty$		0		-4		$+\infty$

Số nghiệm của phương trình $f(x) = 3$ là

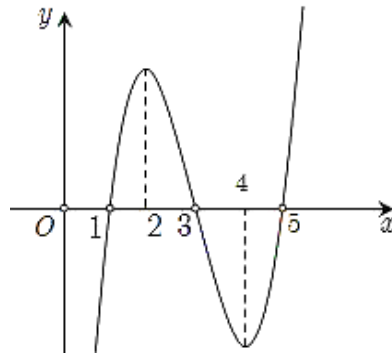
A. 2.

B. 3.

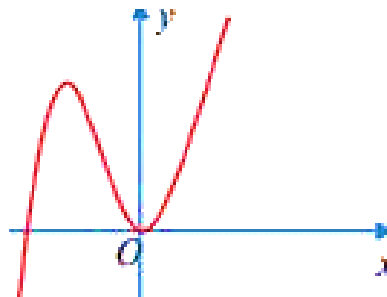
C. 1.

D. 4.

Câu 52: Cho hàm số $y = f(x)$. Biết $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ và hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ. Hàm số $g(x) = f(x-1) - 2021$ đạt **cực đại** tại điểm nào dưới đây?

A. $x = 2$ B. $x = 4$ C. $x = 1$ D. $x = 3$

Câu 53: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên khoảng K , biết đồ thị của hàm số $y = f'(x)$ trên K như hình vẽ. Số cực trị của hàm số $g(x) = f(x+1)$ trên K ?



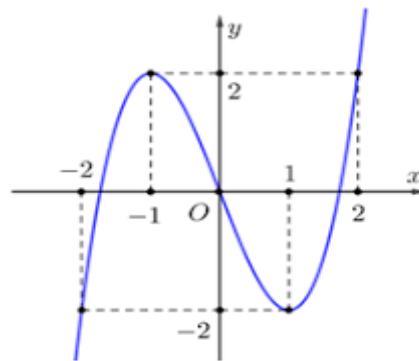
A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 54: Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $\mathbb{R}$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới:



Hàm số $y = f(x+2022)$ có mấy cực trị?

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Câu 55: Khi máu di chuyển từ tim qua các động mạch chính rồi đến các mao mạch và quay trở lại qua các tĩnh mạch, huyết áp tâm thu (tức là áp lực của máu lên động mạch khi tim co bóp) liên tục giảm xuống. Giả sử một người có huyết áp tâm thu P (tính bằng mmHg) được cho bởi hàm số $P(t) = \frac{25t^2 + 125}{t^2 + 1}$, ($0 \leq t \leq 10$), trong đó thời gian t được tính bằng giây. Tốc độ thay đổi của huyết áp sau 5 giây kể từ khi máu rời tim là:

A. $\frac{375}{13}$.B. $\frac{125}{13}$.C. $\frac{250}{169}$.D. $\frac{375}{169}$.

Câu 56: Khi bỏ qua sức cản của không khí, độ cao (mét) của một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ điểm cách mặt đất 2 m với vận tốc ban đầu là $24,5m/s$ là $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$ (theo vật lý đại cương, NXB Giáo dục Việt Nam 2016). Vận tốc $v(m/s)$ của vật sau 1 giây.

- A. 13,4. B. 14,3. C. 11,6. D. 16,1.

Câu 57: Xét chất điểm chuyển động trên trục số nằm ngang, chiều dương từ trái sang phải. Giả sử hàm vị trí $S(t)$ (mét) của chất điểm trên trục số đã chọn tại thời điểm t (giây) cho bởi công thức: $S(t) = t^3 - 9t^2 + 15t$; ($t \geq 0$). Chất điểm chuyển động sang trái khi:

- A. $t > 5$ B. $t \geq 5$ C. $1 < t < 5$ D. $t > 1$

Câu 58: Số dân của một thị trấn sau t năm kể từ năm 1970 được tính bởi công thức $f(t) = \frac{26t+10}{t+5}$; ($f(t)$: nghìn người). Số dân của thị trấn trên vào năm 2023 là bao nhiêu (làm tròn đến hàng phần nghìn).

- A. 23,931 B. 23,895 C. 23,966 D. 25,941

Câu 59: Cho hàm chi phí để sản xuất x đơn vị sản phẩm $C(x) = 0,1x^2 + 0,3x + 100$; $x \geq 0$. Khi đó chi phí biên để sản xuất 120 đơn vị hàng hoá là:

- A. 24,3 B. 24 C. 120 D. 120,3

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Trong mỗi ý A), B), C), D) ở mỗi câu, thí sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 60: Cho hàm số $y = \frac{x^3}{3} - 2x^2 + 3x - 3$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau

a) Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R}$.

b) Hàm số nghịch biến trên $(0; 3)$.

c) Giá trị cực đại của hàm số là $y_{CD} = -\frac{5}{3}$.

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[-2; 4]$ là $-\frac{5}{3}$.

Câu 61: Cho hàm số $y = \frac{x+6}{5x-8}$. Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau

a) Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R} \setminus \{-6\}$.

b) Hàm số không có điểm cực trị.

c) Đồ thị hàm số đường tiệm cận ngang là $y = \frac{1}{5}$

d) Giá trị lớn nhất của hàm số trên đoạn $[2; 3]$ bằng 4.

Câu 62: Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{dx + e}$ với $a, b, c, d, e \in \mathbb{R}$ có bảng biến thiên như hình vẽ.

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$	
y'	+	0	-	-	0	+
y	$-\infty$	$\nearrow$ -5	$\searrow$ $-\infty$	$\nwarrow$ $+\infty$	$\searrow$ 3	$\nearrow$ $+\infty$

Xét tính đúng-sai của các khẳng định sau

- Tập xác định của hàm số là $D = \mathbb{R}$.
- Hàm số đồng biến trên $(-\infty; -1)$ và $(3; +\infty)$.
- Đồ thị hàm số không có tiệm cận ngang.
- Giá trị nhỏ nhất của hàm số trên $(1; +\infty)$ đạt được tại $x = 3$.

Câu 63: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 5x + 3}{x + 2}$. Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$
- Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = -2$
- Tiệm cận xiên của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là đường thẳng $y = x + 3$
- Tâm đối xứng của đồ thị hàm số $y = f(x)$ là điểm $I(1; -2)$

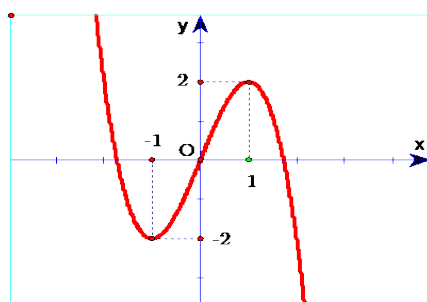
Câu 64: Cho hàm số $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau

- Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{\pm 1\}$.
- $x = 1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.
- Đồ thị hàm số không có tiệm cận xiên.
- Đồ thị hàm số nhận điểm $I(-1; 1)$ làm tâm đối xứng.

Câu 65: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + 3x + 5}{x + 2}$ có đồ thị là (C) .

- Hàm số có tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{-2\}$.
- Đồ thị (C) có một tiệm cận đứng $x + 2 = 0$.
- Đồ thị (C) có tiệm cận xiên $y = x + 1$.
- Đồ thị (C) có tâm đối xứng là $I(-2; 1)$

Câu 66: Cho đồ thị hàm số $y = f(x)$ có hình vẽ dưới đây và có tập xác định trên $\mathbb{R}$.



- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai cực trị.
- B. Giá trị cực đại bằng 1.
- C. Hàm số đã cho đồng biến trên khoảng $(-1;1)$.
- D. Đồ thị hàm số đã cho là hàm số $y = x^3 - 3x$.

Câu 67: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	1	3	$+\infty$		
$f'(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	
$f(x)$	$+\infty$		1		$+\infty$		$-\infty$

- a) Hàm số có hai giá trị cực trị là -1 và 3 .
- b) Đồ thị hàm số $y = f(x)$ có tiệm cận đứng.
- c) Hàm số $y = f(x)$ đồng biến trên khoảng $(-1;3)$.
- d) Đồ thị hàm số cắt trục hoành tại 2 điểm.

Câu 68: Hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên dưới đây.

x	$-\infty$	0	2	$+\infty$			
y'		$--$	0	$+$	0	$--$	
y	$+\infty$		-1		3		$-\infty$

- A. Hàm số có 2 cực trị.
- B. Hàm số có giá trị cực đại bằng 3.
- C. Đồ thị hàm số nhận điểm $I(1; -1)$ làm tâm đối xứng
- D. Phương trình $f(x) - 1 = 0$ có 2 nghiệm phân biệt.

Câu 69: Cho hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$.

- a) Hàm số đồng biến trên $(-\infty;3)$.
- b) Hàm số có tiệm cận ngang $y = 1$.
- c) Tỷ số giữa GTLN và GTNN của hàm số $y = \frac{x+1}{x-3}$ trên $[4;7]$ là $\frac{5}{4}$.
- d) Đường thẳng $y = x - m$ cắt $y = \frac{x+1}{x-3}$ tại 2 điểm phân biệt $\forall m \in \mathbb{R}$.

Câu 70: Cho hàm số $f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Khi đó:

- a) Hàm số $f(x)$ có ba điểm cực trị.

b) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-3; -1)$.

c) Hàm số $y = f(5 - 2x)$ có ba điểm cực trị là những số nguyên.

d) Hàm số $y = f(5 - 2x)$ đồng biến trên khoảng $(4; 5)$.

Câu 71: Cho hàm số $y = f(x) = \frac{x^2 + x - m}{x - 2}$, có đồ thị (C_m) (với m là tham số thực). Khi đó:

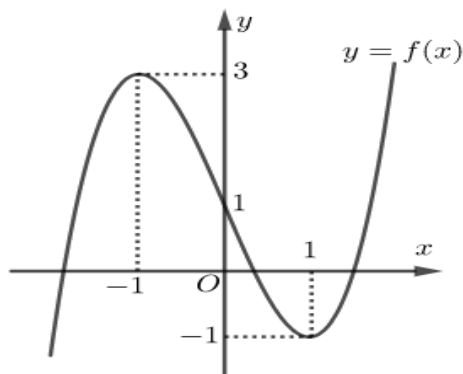
a) Hàm số $f(x)$ nghịch biến trên $\mathbb{R}$.

b) Khi $m = 5$ thì hàm số $f(x)$ đồng biến trên khoảng $(3; +\infty)$.

c) Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị khi $m > 6$.

d) Đồ thị (C_m) có hai điểm cực trị là A, B . Khoảng cách từ gốc tọa độ $O(0; 0)$ đến đường thẳng AB là $\frac{3}{\sqrt{5}}$.

Câu 72: Cho hàm số $y = f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ với $a \neq 0$ có đồ thị như hình vẽ sau



Xét tính đúng - sai của các phát biểu sau:

a) Hàm số đạt cực tiểu tại $x = -1$.

b) Phương trình $f(x) = 2$ có 3 nghiệm phân biệt.

c) Đồ thị trên là đồ thị của hàm số $y = f(x) = x^3 - 3x + 2$.

d) Điểm cực đại của đồ thị hàm số $y = f(4 - x) + 1$ là $(5; 4)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Mỗi câu hỏi thí sinh chỉ trả lời đáp án.

Câu 73: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{ax + 1}{bx - 2}$ có tâm đối xứng là $I(2; 3)$. Tính giá trị biểu thức $T = a + 2b$

Đáp số: 5.

Câu 74: Gọi $I(a; b)$ là giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x - 3}{x + 1}$. Khi đó,

$2a + b = \dots\dots\dots$

Câu 75: Cho hàm số $y = \frac{ax+3}{x+c}$. Gọi $I(-2;-1)$ là tâm đối xứng của đồ thị hàm số. Tính giá trị của $a-2c$

Câu 76: Trong 8 phút kể từ khi xuất phát, độ cao h (tính bằng mét) của khinh khí cầu vào thời điểm t (phút) được cho bởi công thức $h(t) = 6t^3 - 81t^2 + 324t$. Hỏi độ cao của khinh khí cầu giảm trong bao nhiêu phút?

Câu 77: Một vật được phóng thẳng đứng lên trên từ độ cao $2m$ với vận tốc ban đầu là $24,5m/s$. Trong Vật lí, ta biết rằng khi bỏ qua sức cản của không khí thì độ cao h (mét) của vật sau t (giây) được cho bởi công thức $h(t) = 2 + 24,5t - 4,9t^2$. Hỏi sau bao nhiêu giây thì vật đạt độ cao lớn nhất?

Trả lời:.....

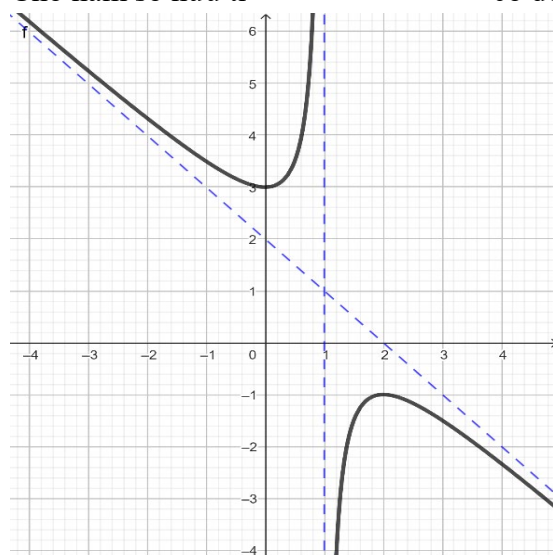
Câu 78: Sau khi phát hiện một bệnh dịch lở mồm long móng của đàn gia súc của một xã vùng cao, cán bộ y tế ước tính số gia súc nhiễm bệnh. Kể từ ngày xuất hiện gia súc nhiễm bệnh đầu tiên đến ngày thứ t là $G(t) = 45t^2 - t^3$, (kết quả khảo sát được trong 10 ngày vừa qua).

Nếu xem $G'(t)$ là tốc độ truyền bệnh (con/ngày) tại thời điểm t thì tốc độ truyền bệnh lớn nhất sẽ vào ngày thứ bao nhiêu?

Câu 79: Dân số của một quốc gia sau t (năm) kể từ năm 2023 được ước tính bởi công thức $N(t) = 100e^{0,012t}$, $N(t)$ được tính bằng triệu người, $0 \leq t \leq 50$. Đạo hàm của hàm số $N(t)$ biểu thị tốc độ tăng dân số của quốc gia đó (tính bằng triệu người/năm). Vào năm nào tốc độ tăng dân số của quốc gia đó là 1,6 triệu người/năm?

Câu 80: Một cửa hàng đồ điện dân dụng đã bán được 200 máy sấy tóc mỗi tháng với giá mỗi máy là 150 nghìn đồng. Một cuộc khảo sát thị trường chỉ ra rằng, đối với máy sấy tóc giảm giá 5 nghìn đồng cho người mua thì số lượng máy sấy tóc bán ra sẽ tăng thêm 20 chiếc mỗi tháng. Cửa hàng nên giảm giá bao nhiêu nghìn đồng để doanh thu lớn nhất?

Câu 81: Cho hàm số hữu tỉ $y = ax + 2 + \frac{b}{x+c}$ có đồ thị như hình bên dưới. Tính $P = a + b + c$.



Câu 82: Cho hàm số $f(x) = \frac{ax+1}{bx+c}$ ($a, b, c \in \mathbb{R}$) có bảng biến thiên như sau:

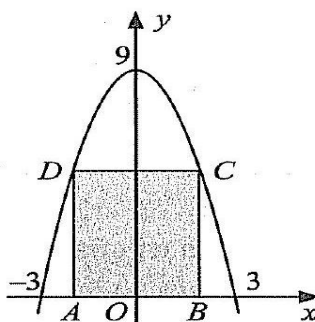
x	$-\infty$		3		$+\infty$
f'		$-$		$-$	
f	-2		$+\infty$		-2

Trong các số a, b, c có bao nhiêu số dương?

Câu 83: Với m là một tham số thực thì đồ thị hàm số $y = x^3 - 2x^2 + x - 1$ và đường thẳng $y = m$ có nhiều nhất bao nhiêu giao điểm?

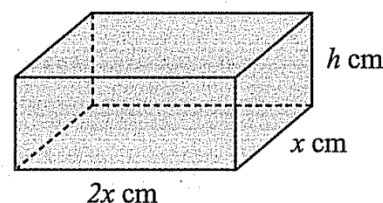
3			
---	--	--	--

Câu 84: Cho hình chữ nhật $ABCD$ có hai đỉnh di động trên đồ thị hàm số $y = 9 - x^2$ trên khoảng $(-3; 3)$, hai đỉnh còn lại nằm trên trục hoành (Hình 2). Tìm diện tích lớn nhất của hình chữ nhật $ABCD$ (kết quả làm tròn đến hàng phần mười).



Hình 2

Câu 85: Người ta muốn làm một chiếc hộp kim loại hình hộp chữ nhật có thể tích 72 cm^3 và đáy có chiều dài gấp đôi chiều rộng (Hình 3). Tính diện tích toàn phần nhỏ nhất đạt được của chiếc hộp (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị của cm^2).



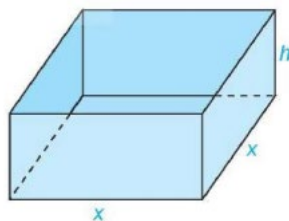
Hình 3

Câu 86: Tại một nhà máy, khi sản xuất x tạ sản phẩm ($x > 0$) mỗi ngày thì chi phí trung bình trên mỗi tạ sản phẩm được tính bởi công thức

$$\bar{C}(x) = \frac{1}{2}x + 3 + \frac{8}{x} \quad (\text{triệu đồng / tạ}).$$

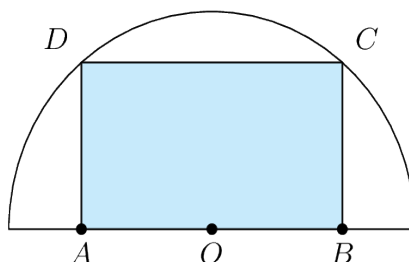
Tính chi phí trung bình thấp nhất (tính theo triệu đồng/tạ) mà nhà máy có thể đạt được trong ngày.

Câu 87: Một nhà sản xuất muốn thiết kế một chiếc hộp có dạng hình hộp chữ nhật không có nắp, có đáy là hình vuông và diện tích bề mặt bằng 108 cm^2 như Hình 1.17. Tìm chiều cao của chiếc hộp sao cho thể tích của chiếc hộp là lớn nhất.

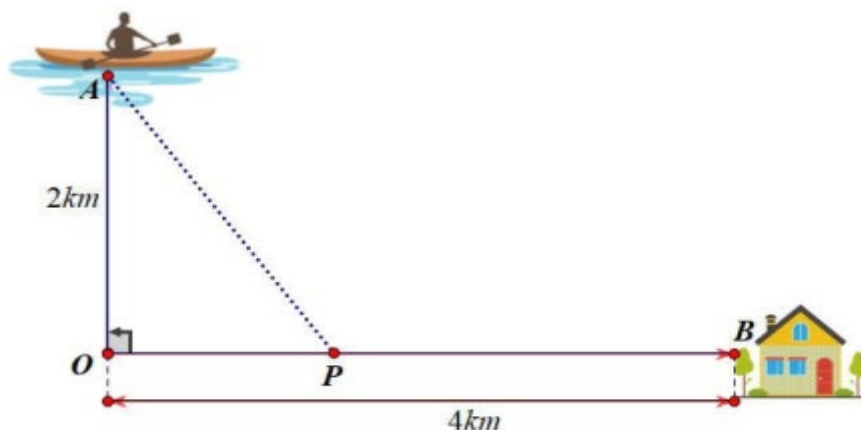


Hình 1.17

Câu 88: Từ một tấm tôn có hình dạng là nửa hình tròn bán kính $R = 6$, người ta muốn cắt ra một hình chữ nhật (như hình vẽ). Diện tích lớn nhất có thể của tấm tôn hình chữ nhật là



Câu 89: Anh Ba đang trên chiếc thuyền tại vị trí A cách bờ sông 2km , anh dự định chèo thuyền vào bờ và tiếp tục chạy bộ theo một đường thẳng để đến một địa điểm B tọa lạc ven bờ sông, B cách vị trí O trên bờ gần với thuyền nhất là 4km . Biết rằng anh Ba chèo thuyền với vận tốc 6m/h và chạy bộ trên bờ với vận tốc 10km/h . Khoảng thời gian ngắn nhất để anh Ba từ vị trí xuất phát đến được điểm B là (tính theo phút)



Câu 90: Cho hàm số $y = mx + \frac{1}{x}$. Tìm m để hàm số có cực trị và khoảng cách từ điểm cực tiểu của đồ thị hàm số đến tiệm cận xiên bằng $\frac{1}{\sqrt{2}}$.

Câu 91: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để hàm số $y = \frac{x^2 + mx + 1}{x + m}$ đạt cực tiểu tại $x = 2$

Câu 92: Tìm các giá trị nguyên của m để hàm số $y = \frac{x^2 - (m + 1)x - m^2 + 4m - 2}{x - 1}$ có cực đại và cực tiểu.

ĐỀ ÔN TẬP GIỮA KÌ 1

PHẦN I. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 12. Mỗi câu hỏi học sinh chỉ chọn một phương án.

Câu 1. Cho hàm số $y = f(x)$, bảng xét dấu của $f'(x)$ như sau:

x	$-\infty$	-3	-1	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	0	$+$	0	$+$

Hàm số đã cho nghịch biến trên khoảng nào dưới đây?

- A. $(1; +\infty)$. B. $(-\infty; 1)$. C. $(-1; +\infty)$. D. $(-\infty; -3)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-1	2	$+\infty$	
$f'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$	1	-2	$+\infty$	

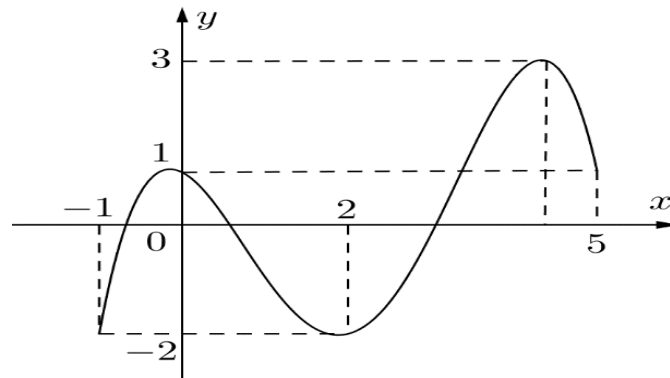
Hàm số đã cho đạt cực đại tại

- A. $x = -1$. B. $x = 2$. C. $x = 1$. D. $x = -2$.

Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = x(x-1)^3(x+2)^4, \forall x \in \mathbb{R}$. Số điểm cực trị của hàm số đã cho là

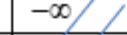
- A. 0. B. 3. C. 2. D. 1.

Câu 4. Cho hàm số $f(x)$ liên tục trên đoạn $[-1; 5]$ và có đồ thị trên đoạn $[-1; 5]$ như hình vẽ bên dưới. Tổng giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-1; 5]$ bằng



- A. -1. B. 4. C. 1. D. 2.

Câu 5. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên sau đây

x	$-\infty$	1	2	$+\infty$		
y'		$+$	$-$	0	$+$	
y		$+\infty$		-3		$+\infty$

giá trị nhỏ nhất của hàm số $y = f(x)$ trên khoảng $(1; +\infty)$ là

- A. -3. B. 1. C. 2. D. 0.

Câu 6. Đồ thị hàm số $y = \frac{2x-3}{x-1}$ có tiệm cận ngang là

- A. $x=1$. B. $y=1$. C. $x=2$. D. $y=2$.

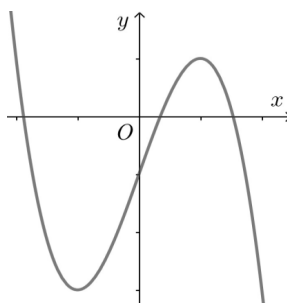
Câu 7. Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau'

x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-		-	
y	-1			$+\infty$	-1

Phương trình đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số là

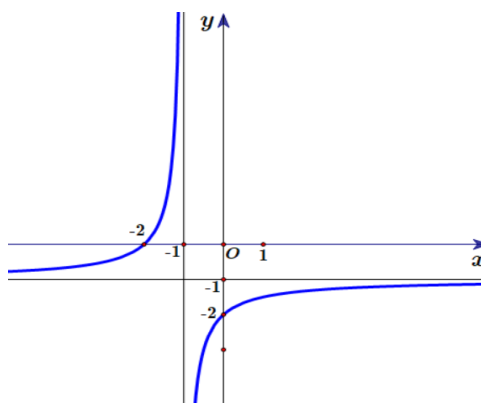
- A. $x=1$. B. $y=1$. C. $x=-1$. D. $y=-1$.

Câu 8. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



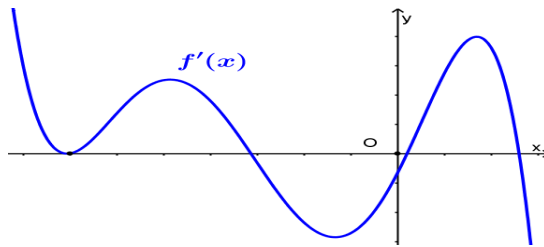
- A. $y = -x^3 + 3x - 1$. B. $y = \frac{x-1}{x+2}$. C. $y = \frac{-x^2 + 2x + 3}{x-5}$. D. $y = x^3 - 3x - 1$.

Câu 9. Đồ thị của hàm số nào dưới đây có dạng như đường cong trong hình bên dưới?



- A. $y = \frac{-x-2}{x-1}$. B. $y = \frac{-x-2}{x+1}$. C. $y = \frac{x-2}{x+1}$. D. $y = \frac{x-2}{x-1}$.

Câu 10. Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ và có đồ thị đạo hàm như hình vẽ bên dưới. Hàm số có bao nhiêu điểm cực trị?



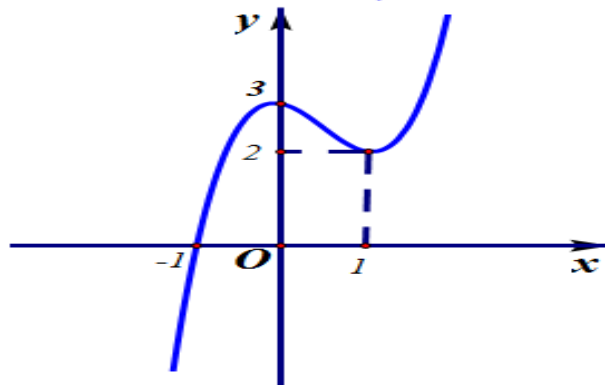
A. 4.

B. 3.

C. 2.

D. 1.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$. Hàm số $y = f'(x)$ có đồ thị như hình vẽ bên. Mệnh đề nào dưới đây là đúng?



A. Hàm số $f(x)$ đạt cực đại tại $x = 0$.

B. Hàm số $f(x)$ có hai điểm cực trị.

C. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = -1$.

D. Hàm số $f(x)$ đạt cực tiểu tại $x = 1$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x) = (x-1)^2(x-3)^3(2x+3), \forall x \in \mathbb{R}$. Số cực trị của hàm số đã cho là

A. 3.

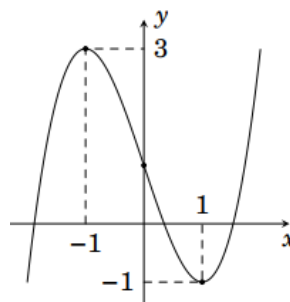
B. 1.

C. 2.

D. 0.

PHẦN II. Câu trắc nghiệm đúng sai. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 4. Trong mỗi ý a), b), c), d) ở mỗi câu học sinh chọn đúng hoặc sai.

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$ có đồ thị như hình vẽ dưới đây:



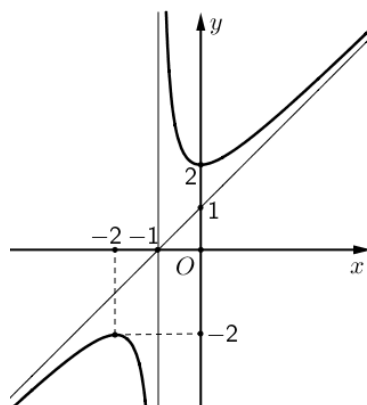
a) Điểm cực tiểu của hàm số $f(x)$ là $x = -1$.

b) Giá trị lớn nhất của hàm số $f(x)$ trên đoạn $[-3; 0]$ là -1 .

c) Hàm số đã cho có đúng 3 điểm cực trị.

d) Hàm số nghịch biến trên khoảng $(-1; 1)$.

Câu 2. Cho hàm số $y = \frac{ax^2 + bx + c}{mx + n}$ có đồ thị như hình vẽ bên dưới.



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- a) Hàm số $y = f(x)$ nghịch biến trên khoảng $(-2; 0)$.
- b) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận đứng là $x = -1$.
- c) Đồ thị hàm số có tâm đối xứng là điểm $I(-1; 0)$.
- d) Đồ thị hàm số có đường tiệm cận xiên là $y = x + 1$.

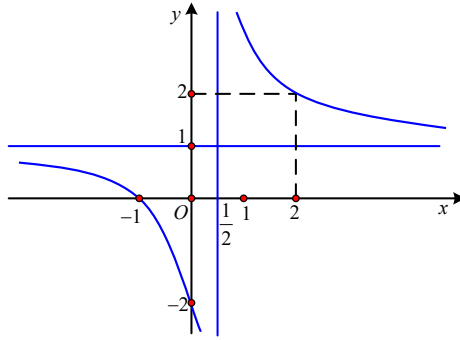
Câu 3. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định, liên tục trên $\mathbb{R}$ và có bảng biến thiên:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'	+		-	0	+
y	$-\infty$	0	-1	$+\infty$	

Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- a. Hàm số có giá trị cực tiểu bằng 1.
- b. Hàm số có giá trị lớn nhất bằng 0 và giá trị nhỏ nhất bằng -1.
- c. Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$ và đạt cực tiểu tại $x = 1$.
- d. Hàm số có đúng một cực trị.

Câu 4. Cho hàm số $y = f(x)$ có đồ thị là đường cong trong hình vẽ bên dưới



Xét tính đúng sai của các phát biểu sau:

- a. $\max_{[1;2]} f(x) = 2$. b. $\max_{[-2;1]} f(x) = 0$. c. $\max_{[-3;0]} f(x) = f(-3)$. d. $\max_{[3;4]} f(x) = f(4)$.

PHẦN III. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn. Học sinh trả lời từ câu 1 đến câu 6.

Câu 1. Cho hàm số $y = \frac{x-1}{x+m}$ ($m \neq -1$) có đồ thị là (C) . Tìm m để đồ thị (C) nhận điểm $I(2;1)$ là tâm đối xứng.

Câu 2. Một chất điểm chuyển động trong 20 giây đầu tiên có phương trình như sau:

$$s(t) = \frac{1}{12}t^4 - t^3 + 6t^2 + 10t,$$

trong đó $t > 0$ với t tính bằng giây (s) và $s(t)$ tính bằng mét (m). Hỏi tại thời điểm gia tốc đạt giá trị nhỏ nhất thì vận tốc bằng bao nhiêu?

Câu 3. Ông A dự định sử dụng hết $5 m^2$ kính để làm một bể cá bằng kính có dạng hình hộp chữ nhật không nắp, chiều dài gấp đôi chiều rộng (các mối ghép có kích thước không đáng kể). Bể cá có dung tích lớn nhất bằng bao nhiêu (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)?

Câu 4. Cho hàm số $y = \frac{x^2 + (m+1)x + m+1}{x+1}$. Chứng minh rằng với mọi m thì hàm số luôn có cực trị và khoảng cách giữa hai điểm cực trị bằng $\sqrt{20}$

Câu 5. Một cốc chứa 20 ml dung dịch KOH với nồng độ 100 mg/ml và một bình chứa dung dịch KOH khác với nồng độ 10 mg/ml. Lấy x (ml) ở bình trộn vào cốc ta được dung dịch KOH có nồng độ $C(x)$. Coi $C(x)$ là hàm số xác định với $x \geq 0$. Khi $x \in [5;15]$, nồng độ của dung dịch KOH đạt giá trị lớn nhất bằng bao nhiêu mg/ml?

Câu 6. Hàm số $y = \frac{x-m^2}{x+1}$. Tìm m để giá trị nhỏ nhất của hàm số trên đoạn $[0; 1]$ bằng -1

Xem thêm: **ĐỀ CƯƠNG ÔN TẬP TOÁN 12**
<https://toanmath.com/de-cuong-on-tap-toan-12>