

Câu 1 (1,0 điểm). Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$

Câu 2 (1,0 điểm). Tìm cực trị của hàm số : $y = x - \sin 2x + 2$.

Câu 3 (1,0 điểm).

a) Cho $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị biểu thức $M = \frac{3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}{5 \sin^3 \alpha + 4 \cos^3 \alpha}$

b) Tính giới hạn : $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{4x - 3}}{x^2 - 9}$

Câu 4 (1,0 điểm). Giải phương trình : $3 \sin^2 x - 4 \sin x \cos x + 5 \cos^2 x = 2$

Câu 5 (1,0 điểm).

a) Tìm hệ số của x^{10} trong khai triển của biểu thức : $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.

b) Một hộp chứa 20 quả cầu giống nhau gồm 12 quả đỏ và 8 quả xanh. Lấy ngẫu nhiên (đồng thời) 3 quả. Tính xác suất để có ít nhất một quả cầu màu xanh.

Câu 6 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (Oxy) , cho hình bình hành $ABCD$ có hai đỉnh

$A(-2; -1)$, $D(5; 0)$ và có tâm $I(2; 1)$. Hãy xác định tọa độ hai đỉnh B, C và góc nhọn hợp bởi hai đường chéo của hình bình hành đã cho.

Câu 7 (1,0 điểm).

Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3$, $BC = 3\sqrt{3}$, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .

Câu 8 (1,0 điểm). Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (Oxy) , cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn tâm $J(2; 1)$. Biết đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC có phương trình : $2x + y - 10 = 0$ và $D(2; -4)$ là giao điểm thứ hai của AJ với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC . Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC biết B có hoành độ âm và B thuộc đường thẳng có phương trình $x + y + 7 = 0$.

Câu 9 (1,0 điểm). Giải hệ phương trình :
$$\begin{cases} x^3 - y^3 + 3x - 12y + 7 = 3x^2 - 6y^2 \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{4-y} = x^3 + y^2 - 4x - 2y \end{cases}$$

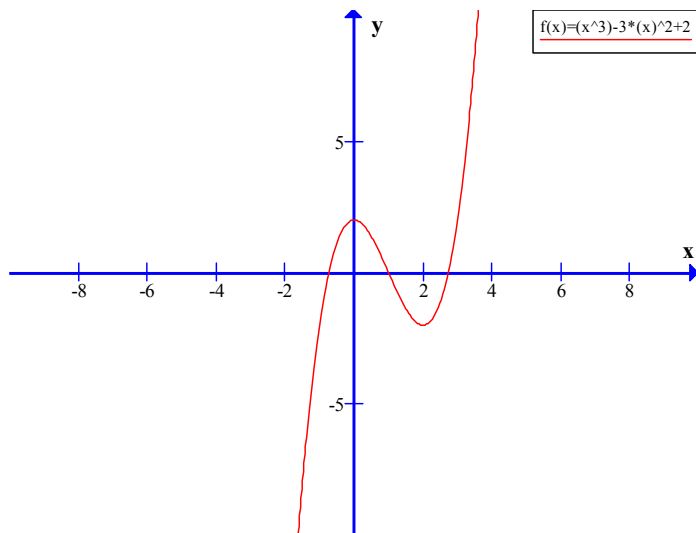
Câu 10 (1,0 điểm). Cho hai phương trình : $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ và $x^3 - 8x^2 + 23x - 26 = 0$.

Chứng minh rằng mỗi phương trình trên có đúng một nghiệm, tính tổng hai nghiệm đó.

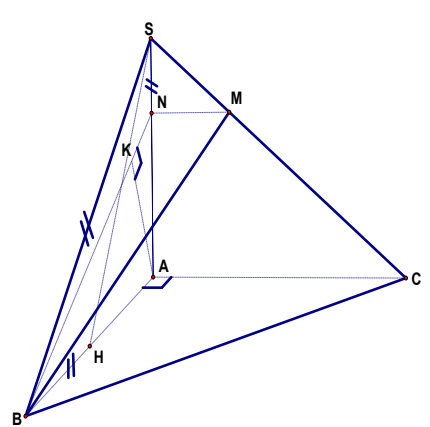
-----Hết-----

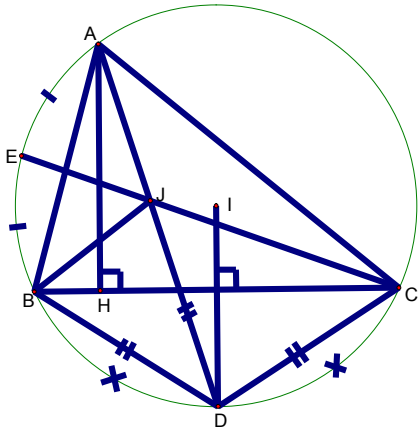
Thí sinh không được sử dụng tài liệu. Cán bộ coi thi không giải thích gì thêm.

Họ và tên thí sinh:.....; Số báo danh:.....

Câu	Đáp án	Điểm																
1 (1,0 đ)	Câu 1. Khảo sát sự biến thiên và vẽ đồ thị của hàm số $y = x^3 - 3x^2 + 2$	1,0																
	Tập xác định: $D = \mathbb{R}$. Ta có $y' = 3x^2 - 6x$; $y' = 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \end{cases}$	0,25																
	- Xét dấu đạo hàm; Hàm số đồng biến trên các khoảng $(-\infty; 0)$ và $(2; +\infty)$; nghịch biến trên khoảng $(0; 2)$. - Cực trị: Hàm số đạt cực đại tại $x = 0$, $y_{CD} = 2$; đạt cực tiểu tại $x = 2$, $y_{CT} = -2$. - Giới hạn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -\infty$	0,25																
	Bảng biến thiên: <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>2</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td>y</td><td>$-\infty$</td><td>2</td><td>-2</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	y'	+	0	-	0	+	y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$	0,25
	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$													
y'	+	0	-	0	+													
y	$-\infty$	2	-2	$+\infty$														
Đồ thị: 	0,25																	
2 (1,0 đ)	Câu 2 . Tìm cực trị của hàm số : $y = x - \sin 2x + 2$.	1,0																
	Tập xác định $D = \mathbb{R}$ $f'(x) = 1 - 2 \cos 2x$, $f''(x) = 4 \sin 2x$	0,25																
	$f'(x) = 0 \Leftrightarrow 1 - 2 \cos 2x = 0 \Leftrightarrow \cos 2x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{6} + k\pi$, $k \in \mathbb{Z}$	0,25																
	$f''\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4 \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) = -2\sqrt{3} < 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực đại tại $x_i = -\frac{\pi}{6} + k\pi$	0,25																

	Với $y_{\text{CD}} = f\left(-\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = -\frac{\pi}{6} + \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ $f''\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = 4\sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = 2\sqrt{3} > 0 \Rightarrow$ hàm số đạt cực tiểu tại $x_i = \frac{\pi}{6} + k\pi$ Với $y_{\text{CT}} = f\left(\frac{\pi}{6} + k\pi\right) = \frac{\pi}{6} - \frac{\sqrt{3}}{2} + 2 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
3.(1,0đ)	Cho $\tan \alpha = 3$. Tính giá trị biểu thức $M = \frac{3\sin \alpha - 2\cos \alpha}{5\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha}$	0,5
	$M = \frac{3\sin \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) - 2\cos \alpha (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha)}{5\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha}$ $= \frac{3\sin^3 \alpha - 2\sin^2 \alpha \cos \alpha + 3\sin \alpha \cos^2 \alpha - 2\cos^3 \alpha}{5\sin^3 \alpha + 4\cos^3 \alpha}$ (chia tử và mẫu cho $\cos^3 \alpha$) $= \frac{3\tan^3 \alpha - 2\tan^2 \alpha + 3\tan \alpha - 2}{5\tan^3 \alpha + 4}$	0,25
	Thay $\tan \alpha = 3$ vào ta được $M = \frac{3.3^3 - 2.3^2 + 3.3 - 2}{5.3^3 + 4} = \frac{70}{139}$	0,25
	Lưu ý: HS cũng có thể từ $\tan \alpha = 3$ suy ra $2k\pi < \alpha < \frac{\pi}{2} + 2k\pi$ và $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}}; \sin \alpha = \frac{3}{\sqrt{10}}$ rồi thay vào biểu thức M.	
	b) Tính giới hạn : $L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x - \sqrt{4x-3}}{x^2 - 9}$	0,5
	$L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x - \sqrt{4x-3})(x + \sqrt{4x-3})}{(x^2 - 9)(x + \sqrt{4x-3})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 4x + 3}{(x^2 - 9)(x + \sqrt{4x-3})}$	0,25
	$L = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x-1}{(x+3)(x+\sqrt{4x-3})} = \frac{3-1}{(3+3)(3+\sqrt{4.3-1})} = \frac{1}{18}$	0,25
4.(1,0 đ)	Câu 4. Giải phương trình : $3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2$	1,0
	Phương trình $\Leftrightarrow 3\sin^2 x - 4\sin x \cos x + 5\cos^2 x = 2(\sin^2 x + \cos^2 x)$ $\Leftrightarrow \sin^2 x - 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sin x - \cos x)(\sin x - 3\cos x) = 0 \Leftrightarrow \sin x - \cos x = 0 \vee \sin x - 3\cos x = 0$	0,25
	$\Leftrightarrow \tan x = 1 \vee \tan x = 3 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + k\pi \vee x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
	Vậy phương trình có hai họ nghiệm: $x = \frac{\pi}{4} + k\pi, x = \arctan 3 + k\pi, k \in \mathbb{Z}$	0,25
5 (1,0 đ)	a) Tìm hệ số của số hạng chứa x^{10} trong khai triển của biểu thức : $\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5$.	1,0
	$\left(3x^3 - \frac{2}{x^2}\right)^5 = \sum_{k=0}^5 C_5^k (3x^3)^{5-k} \cdot \left(-\frac{2}{x^2}\right)^k = \sum_{k=0}^5 C_5^k (-1)^k 3^{5-k} \cdot 2^k x^{15-5k}$	0,25
	Hệ số của của số hạng chứa x^{10} là $C_5^k (-1)^k 3^{5-k} 2^k$, với $15 - 5k = 10 \Leftrightarrow k = 1$ Vậy hệ số của x^{10} là : $C_5^1 (-1)^1 3^4 2^1 = -810$	0,25
	b) Một hộp chứa 20 quả cầu giống nhau gồm 12 quả đỏ và 8 quả xanh. Lấy ngẫu nhiên 3 quả. Tính xác suất để trong 3 quả cầu chọn ra có ít nhất một quả cầu màu	

	xanh.	
	Số phần tử của không gian mẫu là $n(\Omega) = C_{20}^3$ Gọi A là biến cố “Chọn được ba quả cầu trong đó có ít nhất một quả cầu màu xanh”	0,25
	Thì $\bar{A}$ là biến cố “Chọn được ba quả cầu màu đỏ” $\Rightarrow n(\bar{A}) = C_{12}^3 \Rightarrow P(\bar{A}) = \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3}$	0,25
	Vậy xác suất của biến cố A là $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 1 - \frac{C_{12}^3}{C_{20}^3} = \frac{46}{57}$	
6.(1,0 đ)	Câu 6. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (Oxy) , cho hình bình hành $ABCD$ có hai đỉnh $A(-2;-1)$, $D(5;0)$ và có tâm $I(2;1)$. Hãy xác định tọa độ hai đỉnh B, C và góc nhọn hợp bởi hai đường chéo của hình bình hành đã cho.	1,0
	Do I là trung điểm BD . Suy ra $\begin{cases} x_B = 2x_I - x_D = 4 - 5 = -1 \\ y_B = 2y_I - y_D = 2 - 0 = 2 \end{cases} \Rightarrow B(-1;2)$	0,25
	Do I là trung điểm AC . Suy ra $\begin{cases} x_C = 2x_I - x_A = 4 + 2 = 6 \\ y_C = 2y_I - y_A = 2 + 1 = 3 \end{cases} \Rightarrow C(6;3)$	0,25
	Góc nhọn $\alpha = (\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD})$. Ta có $\overrightarrow{AC} = (8;4)$, $\overrightarrow{BD} = (6;-2)$	0,25
	$\cos \alpha = \left \cos(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BD}) \right = \frac{ \overrightarrow{AC} \cdot \overrightarrow{BD} }{ \overrightarrow{AC} \overrightarrow{BD} } = \frac{ 48 - 8 }{4\sqrt{5} \cdot 2\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45^\circ$	0,25
7.(1,0 đ)	Câu 7. Cho hình chóp $S.ABC$ có đáy ABC là tam giác vuông tại A , mặt bên SAB là tam giác đều và nằm trong mặt phẳng vuông góc với mặt phẳng (ABC) , gọi M là điểm thuộc cạnh SC sao cho $MC = 2MS$. Biết $AB = 3$, $BC = 3\sqrt{3}$, tính thể tích của khối chóp $S.ABC$ và khoảng cách giữa hai đường thẳng AC và BM .	1,0
	Gọi H là trung điểm $AB \Rightarrow SH \perp AB$ (do ΔSAB đều). Do $(SAB) \perp (ABC) \Rightarrow SH \perp (ABC)$ Do ΔABC đều cạnh bằng 3 nên $SH = \frac{3\sqrt{3}}{2}$, $AC = \sqrt{BC^2 - AB^2} = 3\sqrt{2}$	0,25
		
	$\Rightarrow V_{S.ABC} = \frac{1}{3} \cdot SH \cdot S_{ABC} = \frac{1}{6} \cdot SH \cdot AB \cdot AC = \frac{3^3 \sqrt{6}}{12} = \frac{9\sqrt{6}}{4}$ (đvtt)	0,25
	Từ M kẻ đường thẳng song song với AC cắt SA tại $N \Rightarrow AC \parallel MN \Rightarrow AC \parallel (BMN)$ $AC \perp AB, AC \perp SH \Rightarrow AC \perp (SAB)$, $AC \parallel MN \Rightarrow MN \perp (SAB) \Rightarrow MN \perp (SAB)$ $\Rightarrow (BMN) \perp (SAB)$ theo giao tuyến BN . Ta có $AC \parallel (BMN) \Rightarrow d(AC, BM) = d(AC, (BMN)) = d(A, (BMN)) = AK$ với K là hình chiếu của A trên BN	0,25
	$\frac{NA}{SA} = \frac{MC}{SC} = \frac{2}{3} \Rightarrow S_{ABN} = \frac{2}{3} S_{SAB} = \frac{2}{3} \cdot \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ (đvdt) và $AN = \frac{2}{3} SA = 2$	0,25

	$BN = \sqrt{AN^2 + AB^2 - 2AN \cdot AB \cdot \cos 60^\circ} = \sqrt{7} \Rightarrow AK = \frac{2S_{ABN}}{BN} = \frac{2 \cdot \frac{3\sqrt{3}}{2}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{21}}{7}$ Vậy $d(AC, BM) = \frac{3\sqrt{21}}{7}$ (đvdd)	
	Lưu ý: Việc tính thể tích, học sinh cũng có thể giải quyết theo hướng $CA \perp (SAB)$ và $V_{S.ABC} = V_{C.SAB}$	
	Câu 8. Trong mặt phẳng với hệ tọa độ (Oxy), cho tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn tâm $J(2;1)$. Biết đường cao xuất phát từ đỉnh A của tam giác ABC có phương trình: $2x + y - 10 = 0$ và $D(2; -4)$ là giao điểm thứ hai của AJ với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Tìm tọa độ các đỉnh tam giác ABC biết B có hoành độ âm và B thuộc đường thẳng có phương trình $x + y + 7 = 0$.	1,0
8.(1,0 đ)	AJ đi qua $J(2;1)$ và $D(2; -4)$ nên có phương trình $AJ: x - 2 = 0$ $\{A\} = AJ \cap AH$, (trong đó H là chân đường cao xuất phát từ đỉnh A) Tọa độ A là nghiệm của hệ $\begin{cases} x - 2 = 0 \\ 2x + y - 10 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 6 \end{cases} \Rightarrow A(2; 6)$ 	0,25
	Gọi E là giao điểm thứ hai của BJ với đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Ta có $\widehat{DB} = \widehat{DC} \Rightarrow DB = DC$ và $\widehat{EC} = \widehat{EA}$ $\widehat{DBJ} = \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{EC} + \text{sđ } \widehat{DC}) = \frac{1}{2}(\text{sđ } \widehat{EA} + \text{sđ } \widehat{DB}) = \widehat{DJB} \Rightarrow \triangle DBJ$ cân tại $D \Rightarrow DC = DB = DJ$ hay D là tâm đường tròn ngoại tiếp tam giác JBC	
	Suy ra B, C nằm trên đường tròn tâm $D(2; -4)$ bán kính $JD = \sqrt{0^2 + 5^2} = 5$ có phương trình $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25$. Khi đó tọa độ B là nghiệm của hệ $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25 \\ x + y + 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 2 \\ y = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} B(-3; -4) \\ B(2; -9) \end{cases}$ Do B có hoành độ âm nên ta được $B(-3; -4)$	0,25
	$BC: \begin{cases} \text{qua } B(-3; -4) \\ \perp AH \end{cases} \Rightarrow BC: \begin{cases} \text{qua } B(-3; -4) \\ \text{vpt } \vec{n} = \vec{u}_{AH} = (1; -2) \end{cases} \Rightarrow BC: x - 2y - 5 = 0$ Khi đó tọa độ C là nghiệm của hệ $\begin{cases} (x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 25 \\ x - 2y - 5 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -3 \\ y = -4 \end{cases} \vee \begin{cases} x = 5 \\ y = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C(-3; -4) \equiv B \\ C(5; 0) \end{cases} \Rightarrow C(5; 0)$ Vậy $A(2; 6), B(-3; -4), C(5; 0)$	0,25
	Câu 9. Giải hệ phương trình: $\begin{cases} x^3 - y^3 + 3x - 12y + 7 = 3x^2 - 6y^2 & (1) \\ \sqrt{x+2} + \sqrt{4-y} = x^3 + y^2 - 4x - 2y & (2) \end{cases}$	1,0
	Điều kiện: $\begin{cases} x+2 \geq 0 \\ 4-y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq -2 \\ y \leq 4 \end{cases}$	0,25

9.(1,0 đ)	Từ phương trình (1) ta có $(x-1)^3 = (y-2)^3 \Leftrightarrow x-1 = y-2 \Leftrightarrow y = x+1$ (3)	
	Thay (3) vào (2) ta được pt: $\sqrt{x+2} + \sqrt{4-(x+1)} = x^3 + (x+1)^2 - 4x - 2(x+1)$ $\Leftrightarrow \sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} = x^3 + x^2 - 4x - 1$, Đ/K $-2 \leq x \leq 3$	0,25
	$\Leftrightarrow (\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}) - 3 = x^3 + x^2 - 4x - 4 \Leftrightarrow \frac{2(\sqrt{(x+2)(3-x)} - 2)}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x}) + 3} = (x+1)(x^2 - 4)$ $\Leftrightarrow \frac{2[(x+2)(3-x) - 4]}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} = (x+1)(x^2 - 4)$ $\Leftrightarrow \frac{2(-x^2 + x + 2)}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)} = (x+2)(x^2 - x - 2)$	0,25
	$\Leftrightarrow (x^2 - x - 2) \left(\underbrace{x + 2 + \frac{2}{(\sqrt{x+2} + \sqrt{3-x} + 3)(\sqrt{(x+2)(3-x)} + 2)}}_{>0} \right) = 0$ $\Leftrightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Leftrightarrow x = 2 \vee x = -1$ $x = 2 \xrightarrow{(3)} y = 3 \Rightarrow (x; y) = (2; 3)$ (thỏa mãn đ/k) $x = -1 \xrightarrow{(3)} y = 0 \Rightarrow (x; y) = (-1; 0)$ (thỏa mãn đ/k) Vậy hệ phương trình có hai nghiệm $(x; y) = (2; 3), (x; y) = (-1; 0)$	0,25
10.(1,0đ)	Câu 10. Cho hai phương trình: $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ và $x^3 - 8x^2 + 23x - 26 = 0$. Chứng minh rằng mỗi phương trình trên có đúng một nghiệm, tính tổng hai nghiệm đó	1,0
	- Hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ xác định và liên tục trên tập $\mathbb{R}$ - Đạo hàm $f'(x) = 3x^2 + 2x + 3 > 0, \forall x \in \mathbb{R} \Rightarrow f(x)$ đồng biến trên $\mathbb{R}$ (*) $f(-4) \cdot f(0) = (-40) \cdot 4 = -160 < 0 \Rightarrow \exists a \in (-4; 0) : f(a) = 0$ (**) - Từ (*) và (**) suy ra phương trình $x^3 + 2x^2 + 3x + 4 = 0$ có một nghiệm duy nhất $x = a$	0,25
	Tương tự phương trình $x^3 - 8x^2 + 23x - 26 = 0$ có một nghiệm duy nhất $x = b$	0,25
	Theo trên: $a^3 + 2a^2 + 3a + 4 = 0$ (1) Và $b^3 - 8b^2 + 23b - 26 = 0 \Leftrightarrow (2-b)^3 + 2(2-b)^2 + 3(2-b) + 4 = 0$ (2) Từ (1) và (2) $\Rightarrow a^3 + 2a^2 + 3a + 4 = (2-b)^3 + 2(2-b)^2 + 3(2-b) + 4$ (3)	0,25
	Theo trên hàm số $f(x) = x^3 + 2x^2 + 3x + 4$ đồng biến và liên tục trên tập $\mathbb{R}$ Đẳng thức (3) $\Leftrightarrow f(a) = f(2-b) \Leftrightarrow a = 2-b \Leftrightarrow a+b = 2$ Vậy tổng hai nghiệm của hai phương trình đó bằng 2.	0,25

Lưu ý khi chấm bài:

- Đáp án chỉ trình bày một cách giải bao gồm các ý bắt buộc phải có trong bài làm của học sinh. Khi chấm nếu học sinh bỏ qua bước nào thì không cho điểm bước đó.
- Nếu học sinh giải cách khác, giám khảo căn cứ các ý trong đáp án để cho điểm.
- Trong bài làm, nếu ở một bước nào đó bị sai thì các phần sau có sử dụng kết quả sai đó không được điểm.
- Học sinh được sử dụng kết quả phần trước để làm phần sau.

- Trong lời giải câu 7 nếu học sinh không vẽ hình thì không cho điểm.
- Điểm toàn bài tính đến 0,25 và không làm tròn.