

CHUYÊN ĐỀ 2: BẤT PHƯƠNG TRÌNH VÀ HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

Bài 1: BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A. TÓM TẮT LÝ THUYẾT

1. Bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

a) Bất phương trình bậc nhất hai ẩn và miền nghiệm của nó.

- **Bất phương trình bậc nhất hai ẩn** x, y là bất phương trình có một trong các dạng:

$ax + by + c < 0, ax + by + c > 0, ax + by + c \leq 0, ax + by + c \geq 0$ trong đó a, b, c là những số thực đã cho, a và b không đồng thời bằng 0; x và y là các ẩn số.

Mỗi cặp số $(x_0; y_0)$ sao cho $ax_0 + by_0 < c$ gọi là **một nghiệm** của bất phương trình $ax + by + c < 0$,

Nghiệm của các bất phương trình dạng $ax + by > c, ax + by \leq c, ax + by \geq c$ cũng được định nghĩa tương tự.

- Trong mặt phẳng tọa độ thì mỗi nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn được biểu diễn bởi một điểm và tập nghiệm của nó được biểu diễn bởi một tập hợp điểm. Ta gọi tập hợp điểm ấy là **miền nghiệm** của bất phương trình.

b) Cách xác định miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Định lý : Trong mặt phẳng tọa độ đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Một trong hai nửa mặt phẳng ấy (không kể bờ (d)) gồm các điểm có tọa độ thỏa mãn bất phương trình $ax + by + c > 0$, nửa mặt phẳng còn lại (không kể bờ (d)) gồm các điểm có tọa độ thỏa mãn bất phương trình $ax + by + c < 0$.

Vậy để xác định miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$, ta có quy tắc thực hành **biểu diễn hình học tập nghiệm** (hay **biểu diễn miền nghiệm**) như sau:

Bước 1. Vẽ đường thẳng $(d): ax + by + c = 0$

Bước 2. Xét một điểm $M(x_0; y_0)$ không nằm trên (d) .

- Nếu $ax_0 + by_0 + c < 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c < 0$.
- Nếu $ax_0 + by_0 + c > 0$ thì nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm M là miền nghiệm của bất phương trình $ax + by + c > 0$.

Chú ý: Đối với các bất phương trình dạng $ax + by + c \leq 0$ hoặc $ax + by + c \geq 0$ thì miền nghiệm là nửa mặt phẳng kể cả bờ.

B. VÍ DỤ MINH HỌA

I-BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

a) $2x^2 + 3y > 0$.

b) $2x + 3y^2 \leq 0$.

c) $2x + 3y > 0$.

d) $2x^2 - y^2 + 3x - 2y < 0$.

e) $3y < 1$.

f) $x - 2y \leq 1$.

g) $x \leq 0$.

h) $y > 0$.

i) $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$

Lời giải

Các bất phương trình bậc nhất hai ẩn là

c) $2x + 3y > 0$.

e) $3y < 1$.

f) $x - 2y \leq 1$.

g) $x \leq 0$.

h) $y > 0$.

i) $4(x-1) + 5(y-3) > 2x - 9$

Ví dụ 2: Cho bất phương trình $2x - 3y - 1 < 0$.

Cặp số nào cho dưới đây là nghiệm của bất phương trình đã cho

a) $(-7; 1)$.

b) $(0; -2)$.

Lời giải

a) Ta có $2(-7) - 3 \cdot 1 - 1 = -18 < 0$. Vậy $(-7; 1)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

b) Ta có $2 \cdot 0 - 3 \cdot (-2) - 1 = 5 > 0$. Vậy $(0; -2)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Ví dụ 3: Tìm miền nghiệm của bất phương trình

a) $3x + 2y - 6 > 0$

b) $3x + 2y + 6 \geq 0$

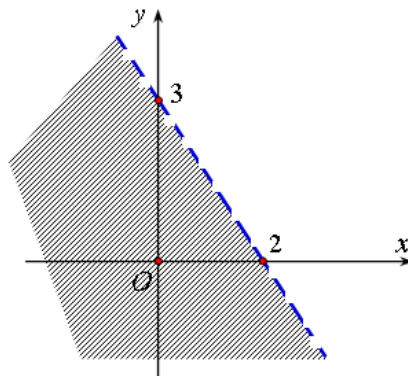
Lời giải

a) –Vẽ đường thẳng $d: 3x + 2y - 6 = 0$.

–Lấy điểm $O(0; 0)$ không nằm trên d .

Ta có: $3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 - 6 = -6 < 0$. Do đó điểm O không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y - 6 > 0$ là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ O có bờ là đường thẳng d (không kể bờ d) (miền không bị gạch bỏ trên hình vẽ)

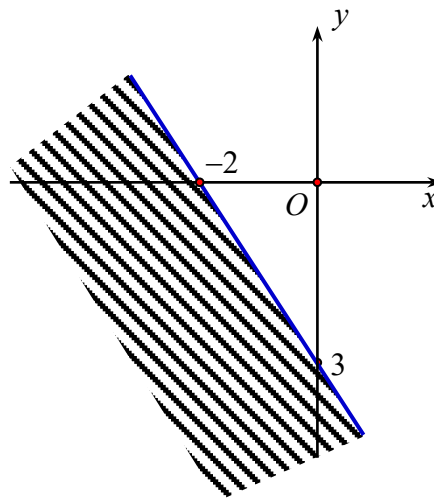


b) –Vẽ đường thẳng $d: 3x + 2y + 6 = 0$.

–Lấy điểm $O(0; 0)$ không nằm trên d .

Ta có: $3 \cdot 0 + 2 \cdot 0 + 6 = 6 > 0$. Do đó điểm O thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y + 6 \geq 0$ là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d : 3x + 2y - 6 = 0$ (kể cả bờ d) chứa gốc tọa độ O . (miền không bị gạch bỏ trên hình vẽ)



Ví dụ 4: Cho bất phương trình bậc nhất hai ẩn $-3x + y < 4$.

- Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình đã cho trên mặt phẳng tọa độ.
- Từ đó suy ra miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \leq 4$ và miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \geq 4$.

Lời giải

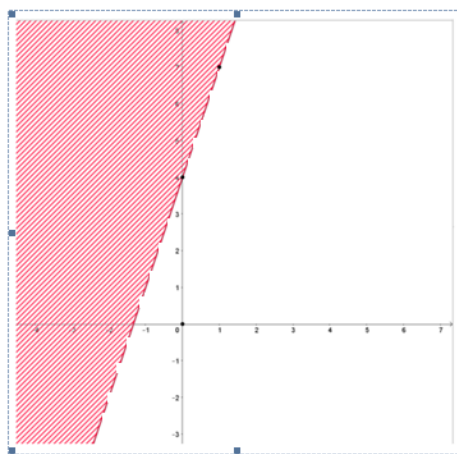
- Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y < 4$ trên mặt phẳng tọa độ.

-Vẽ đường thẳng $d : -3x + y = 4$.

-Lấy điểm $O(0;0)$ không nằm trên d .

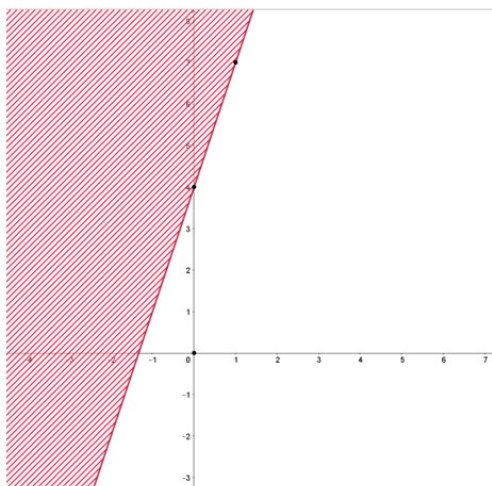
Ta có: $-3.0 + 1.0 = 0 < 4$. Do đó điểm O thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y < 4$ là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d : -3x + y = 4$. (không kể bờ d) chứa gốc tọa độ O . (miền không bị gạch bỏ trên hình vẽ)



b) Từ đó suy ra miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \leq 4$, và miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \geq 4$.

Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \leq 4$ là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d: -3x + y = 4$. (kể cả bờ d) chứa gốc tọa độ O . (miền không bị gạch bỏ trên hình vẽ)



Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \geq 4$ là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng $d: -3x + y = 4$. (kể cả bờ d) không chứa gốc tọa độ O . (miền bị gạch bỏ trên hình vẽ)

Ví dụ 5: Cho bất phương trình $x + 2y + 1 \leq 4x + y + 1$.

Bằng cách chuyển vế, hãy đưa bất phương trình trên về dạng tổng quát của bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn đó trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải

Ta có $x + 2y + 1 \leq 4x + y + 1 \Leftrightarrow -3x + y \leq 0$.

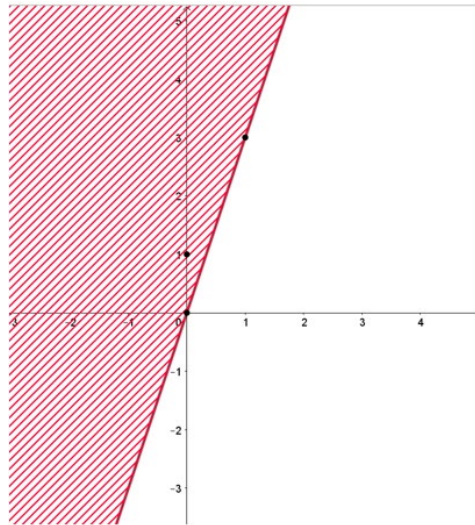
Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \leq 0$ trên mặt phẳng tọa độ:

Bước 1. Vẽ đường thẳng $d: -3x + y = 0$.

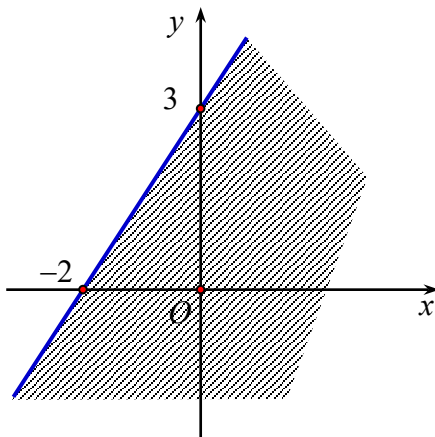
Bước 2. Ta chọn điểm $(0; 1)$ là điểm không thuộc đường thẳng $d: -3x + y = 0$. Ta có: $-3 \cdot 0 + 1 = 1 > 0$.

Do đó điểm $(0; 1)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y \leq 0$ là nửa mặt phẳng bờ d không chứa điểm $(0; 1)$ (miền không được gạch).



Ví dụ 6: Xác định một bất phương trình bậc nhất hai ẩn nhận nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d (miền không bị gạch) làm miền nghiệm (H.1).



H1

Lời giải:

Đường thẳng d đi qua hai điểm $(-2;0)$ và $(0; 3)$.

Gọi phương trình đường thẳng d: $y = ax + b$ ($a \neq 0$).

Thay $x = 0; y = 3$ vào $y = ax + b$ ta có: $3 = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = 3$

Thay $x = -2; y = 0$ vào $y = ax + b$ ta có: $0 = (-2) \cdot a + 3 \Rightarrow a = 3/2$

Do đó phương trình đường thẳng d: $y = \frac{3}{2}x + 3 \Leftrightarrow 3x - 2y + 6 = 0$.

Lấy điểm $O(0; 0)$ không thuộc đường thẳng d. Ta có: $3 \cdot 0 - 2 \cdot 0 + 6 = 6 > 0$.

Vậy điểm $O(0; 0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y + 6 \leq 0$.

Do đó bất phương trình nhận nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng d (miền không bị gạch) làm miền nghiệm là $3x - 2y + 6 \leq 0$.

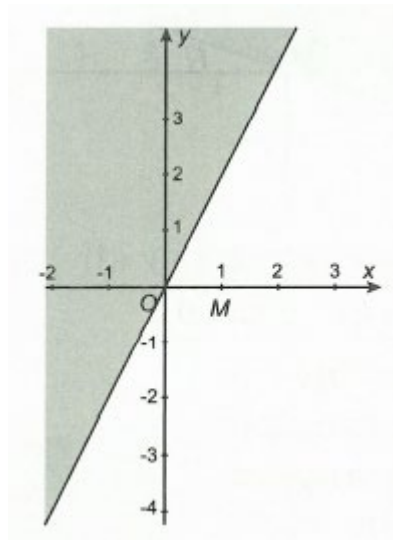
Ví dụ 7: Xác định miền nghiệm của các bất phương trình sau:

a) $2x - y \geq 0$.

b) $\frac{x-2y}{2} > \frac{2x+y+1}{3}$.

Lời giải:

- a) Trong mặt phẳng toạ độ, vẽ đường thẳng $d: 2x - y = 0$. Ta có d chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Chọn một điểm bất kì không thuộc đường thẳng đó, chẳng hạn điểm $M(1;0)$. Ta thấy $(1;0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ chứa d và chứa điểm $M(1;0)$ (miền không được tô màu trên hình vẽ).



- b) Ta có

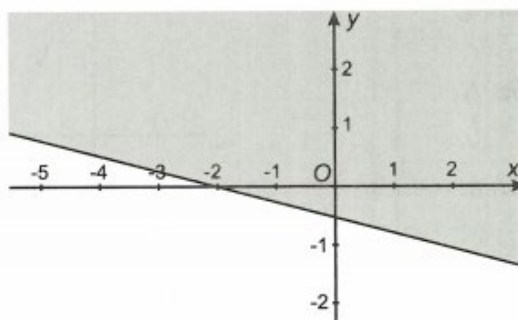
$$\frac{x-2y}{2} > \frac{2x-y+1}{3}$$

$$\Leftrightarrow 3(x-2y) - 2(2x-y+1) > 0$$

$$\Leftrightarrow -x - 4y - 2 > 0$$

$$\Leftrightarrow x + 4y + 2 < 0$$

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , vẽ đường thẳng $\Delta: x + 4y + 2 = 0$. Xét điểm $O(0;0)$, ta thấy $(0;0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho, do đó miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ Δ (không kể đường thẳng Δ) và không chứa điểm $O(0;0)$ (miền không được tô đậm như hình vẽ).



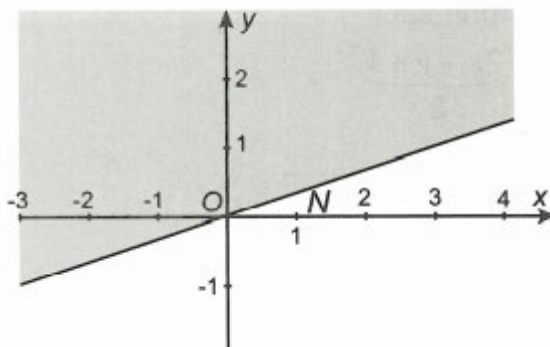
Ví dụ 8: Xác định miền nghiệm của các bất phương trình sau:

a) $x - 3y \geq 0$.

b) $\frac{x-y}{-2} < x+y+1$.

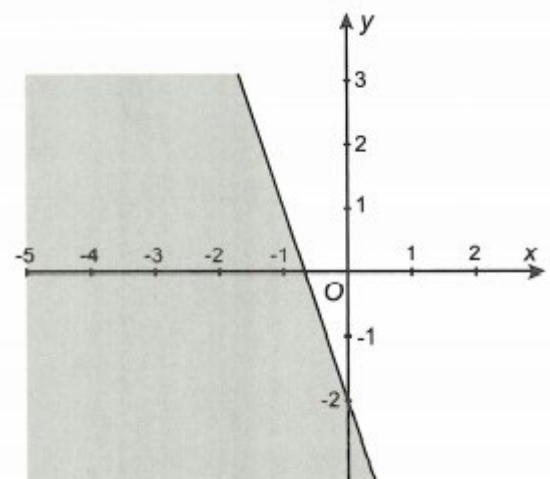
Lời giải:

- a) Trong mặt phẳng toạ độ, vẽ đường thẳng $d: x - 3y = 0$. Ta có d chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng. Chọn một điểm bất kì không thuộc đường thẳng đó, chẳng hạn điểm $N(1;0)$. Ta thấy $(1;0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ chứa d và chứa điểm $N(1;0)$ (miền không được tô đậm trên hình vẽ).



b) Ta có $\frac{x-y}{-2} < x+y+1 \Leftrightarrow x-y > -2(x+y+1) \Leftrightarrow 3x+y+2 > 0$.

Trong mặt phẳng toạ độ Oxy , vẽ đường thẳng $\Delta: 3x + y + 2 = 0$. Xét điểm $O(0;0)$, ta thấy $(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho, do đó miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ Δ (không kể đường thẳng Δ) và chứa điểm $O(0;0)$ (miền không được tô đậm trên hình vẽ).



Ví dụ 9: Một gian hàng trưng bày bàn và ghế rộng 60 m^2 . Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5 \text{ m}^2$, một chiếc bàn là $1,2 \text{ m}^2$. Gọi x là số chiếc ghế, y là số chiếc bàn được kê.

- a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y cho phần mặt sàn để kê bàn và ghế biết diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 12 m^2 .

- b) Chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình trên.

Lời giải:

a) Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$.

Vì diện tích mặt sàn dành cho lưu thông tối thiểu là 12 m^2 , do đó diện tích phần mặt sàn để kê bàn và ghế tối đa là: $60 - 12 = 48 \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích để kê một chiếc ghế là $0,5 \text{ m}^2$, nên diện tích để kê x chiếc ghế là $0,5x \text{ (m}^2\text{)}$.

Diện tích để kê một chiếc bàn là $1,2 \text{ m}^2$, nên diện tích để kê y chiếc bàn là $1,2y \text{ (m}^2\text{)}$.

Tổng diện tích cho phần mặt sàn để kê x chiếc ghế và y chiếc bàn là: $0,5x + 1,2y \text{ (m}^2\text{)}$.

Do đó, bất phương trình cần tìm là: $0,5x + 1,2y \leq 48$.

b) Cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của bất phương trình $0,5x + 1,2y \leq 48$ nếu $0,5x_0 + 1,2y_0 \leq 48$. (chú ý x_0 và y_0 là các số tự nhiên, do đây là số chiếc bàn và ghế)

+ Chọn $x_0 = 2, y_0 = 5$, ta có: $0,5 \cdot 2 + 1,2 \cdot 5 = 1 + 6 = 7 < 48$.

+ Chọn $x_0 = 4, y_0 = 10$, ta có: $0,5 \cdot 4 + 1,2 \cdot 10 = 2 + 12 = 14 < 48$.

+ Chọn $x_0 = 6, y_0 = 20$, ta có: $0,5 \cdot 6 + 1,2 \cdot 20 = 3 + 24 = 27 < 48$.

Vậy ba cặp số $(2; 5), (4; 10), (6; 20)$ là ba nghiệm của bất phương trình $0,5x + 1,2y \leq 48$.

Chú ý: Bất phương trình bậc nhất hai ẩn có vô số nghiệm, nên có thể chọn cặp số tùy ý thỏa mãn.

Ví dụ 10: Một cửa hàng bán lẻ bán hai loại hạt cà phê. Loại thứ nhất giá 140 nghìn đồng/kg và loại thứ hai giá 180 nghìn đồng/kg. Cửa hàng trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai sao cho hạt cà phê đã trộn có giá không quá 170 nghìn đồng/kg.

a) Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y thỏa mãn điều kiện đề bài.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình tìm được ở câu a) trên mặt phẳng tọa độ.

Lời giải:

a) Giá tiền của x kg cà phê loại thứ nhất là $140x$ (nghìn đồng).

Giá tiền của y kg cà phê loại thứ hai là $180y$ (nghìn đồng).

Tổng số tiền khi trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai là: $140x + 180y$ (nghìn đồng).

Tổng số kg cà phê sau khi trộn x kg loại thứ nhất và y kg loại thứ hai là: $x + y$ (kg).

Giá của cà phê sau khi trộn có giá cao nhất là 170 nghìn đồng/kg nên số tiền cao nhất thu được khi bán $x + y$ kg cà phê là $170(x + y)$ (nghìn đồng).

Khi đó ta có bất phương trình $140x + 180y \leq 170(x + y)$.

$$\Leftrightarrow 140x - 170x + 180y - 170y \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -30x + 10y \leq 0$$

$$\Leftrightarrow -3x + y \leq 0$$

Vậy bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y thỏa mãn điều kiện đề bài là $-3x + y \leq 0$.

b) Xem ví dụ 5

Ví dụ 11: Trong 1 lạng (100 g) thịt bò chứa khoảng 26 g protein, 1 lạng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein. Trung bình mỗi ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein. Gọi x, y lần lượt là số lạng

thịt bò và số lượng cá rô phi mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày. Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày và chỉ ra ba nghiệm của bất phương trình đó.

Lời giải:

Trong 1 lượng thịt bò chứa khoảng 26 g protein nên trong x lượng thịt bò chứa khoảng $26x$ (g protein).

Trong 1 lượng cá rô phi chứa khoảng 20 g protein nên trong y lượng cá rô phi chứa khoảng $20y$ (g protein).

Tổng số lượng protein mà một người phụ nữ nên ăn trong một ngày là: $26x + 20y$ (g protein).

Trung bình mỗi ngày, một người phụ nữ cần tối thiểu 46 g protein.

Do đó, bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng protein cần thiết cho một người phụ nữ trong một ngày là: $26x + 20y \geq 46$.

Cặp số $(x_0; y_0)$ là nghiệm của bất phương trình $26x + 20y \geq 46$ nếu $26x_0 + 20y_0 \geq 46$.

+ Chọn $x_0 = 1, y_0 = 1$, ta có: $26 \cdot 1 + 20 \cdot 1 = 46$

+ Chọn $x_0 = 2, y_0 = 1$, ta có: $26 \cdot 2 + 20 \cdot 1 = 72 > 46$

+ Chọn $x_0 = 1, y_0 = 2$, ta có: $26 \cdot 1 + 20 \cdot 2 = 66 > 46$

Vậy ba cặp số $(1; 1), (2; 1), (1; 2)$ là ba nghiệm của bất phương trình $26x + 20y \geq 46$.

Ví dụ 12: Một công ty viễn thông tính phí 1 nghìn đồng mỗi phút gọi nội mạng và 2 nghìn đồng mỗi phút gọi ngoại mạng. Em có thể sử dụng bao nhiêu phút gọi nội mạng và bao nhiêu phút gọi ngoại mạng trong một tháng nếu em muốn số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng?

Lời giải:

Gọi số phút gọi nội mạng trong một tháng là x (phút) và số phút gọi ngoại mạng trong một tháng là y (phút) ($x, y \geq 0$)

Số tiền trả cho x phút gọi nội mạng trong một tháng là x (nghìn đồng)

Số tiền trả cho y phút gọi ngoại mạng trong một tháng là $2y$ (nghìn đồng)

Tổng số tiền phải trả là: $x + 2y$ (nghìn đồng)

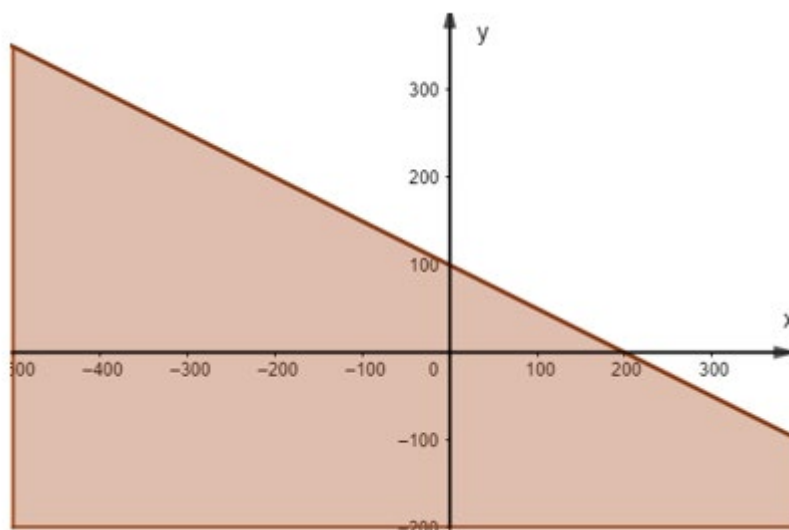
Để số tiền cước điện thoại trong một tháng ít hơn 200 nghìn đồng ta có: $x + 2y < 200$.

Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn này được xác định như sau:

Vẽ đường thẳng $d: x + 2y = 200$.

Ta lấy gốc tọa độ $O(0; 0)$ và tính $0 + 2 \cdot 0 = 0 < 200$.

Do đó miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng có bờ là đường thẳng d có chứa gốc tọa độ không kể đường thẳng d .



Vậy nếu dùng x phút gọi nội mạng và y phút gọi ngoại mạng mà điểm $(x; y)$ nằm trong miền tô màu không chứa đường thẳng d thì số tiền phải trả ít hơn 200 nghìn đồng.

Ví dụ 13: Ông An muốn thuê một chiếc ô tô (có lái xe) trong một tuần. Giá thuê xe được cho như bảng sau:

	Phí cố định (nghìn đồng/ngày)	Phí tính theo quãng đường đi chuyển (nghìn đồng/kilômét)
Từ thứ Hai đến thứ Sáu	900	8
Thứ Bảy và Chủ nhật	1500	10

a) Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần. Viết bất phương trình biểu thị mối liên hệ giữa x và y sao cho tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng.

b) Biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình ở câu a trên mặt phẳng tọa độ.

Gọi x và y lần lượt là số kilômét ông An đi trong các ngày từ thứ Hai đến thứ Sáu và trong hai ngày cuối tuần (điều kiện $x \geq 0, y \geq 0$)

Số tiền ông An phải trả từ thứ 2 đến thứ 6 là $5.900 + 8x = 4500 + 8x$ (nghìn đồng)

Số tiền ông An phải trả hai ngày cuối tuần là $2.1500 + 10y = 3000 + 10y$ (nghìn đồng)

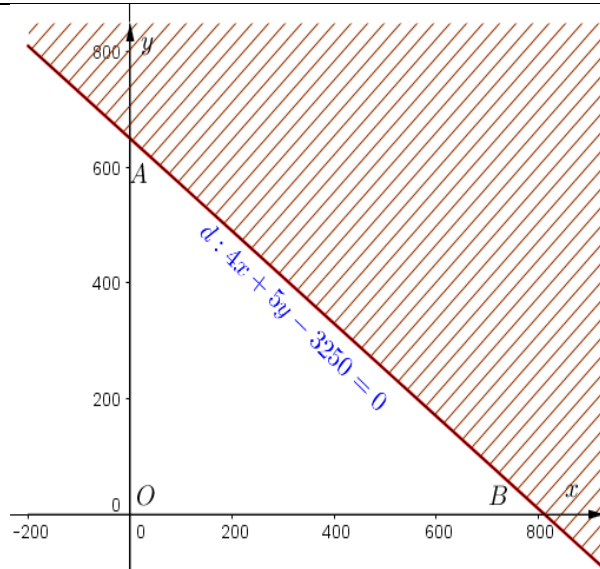
Vì đề bài yêu cầu tổng số tiền ông An phải trả không quá 14 triệu đồng nên ta có
 $(4500 + 8x) + (3000 + 10y) \leq 14000 \Leftrightarrow 4x + 5y \leq 3250$ (nghìn đồng)

Miền nghiệm của bất phương trình bậc nhất hai ẩn này được xác định như sau:

Bước 1: Vẽ đường thẳng $d: 4x + 5y - 3250 = 0$.

Bước 2: Ta lấy gốc tọa độ $O(0;0)$ và tính $0 + 2 \cdot 0 = 0 < 3250$.

Do đó, miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ d chứa gốc tọa độ, kể đường thẳng d .



II-BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM 1

Câu 1. Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- A. $2x^2 + 3y > 0$. B. $x^2 + y^2 < 2$. C. $x + y^2 \geq 0$. D. $x + y \geq 0$.

Lời giải

Theo định nghĩa thì $x + y \geq 0$ là bất phương trình bậc nhất hai ẩn. Các bất phương trình còn lại là bất phương trình bậc hai. **Chọn D.**

Câu 2. Cho bất phương trình $2x + 3y - 6 \leq 0$ (1). Chọn khẳng định đúng trong các khẳng định sau:

- A. Bất phương trình (1) chỉ có một nghiệm duy nhất.
B. Bất phương trình (1) vô nghiệm.
C. Bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm.
D. Bất phương trình (1) có tập nghiệm là $\mathbb{R}$.

Lời giải

Trên mặt phẳng tọa độ, đường thẳng $(d): 2x + 3y - 6 = 0$ chia mặt phẳng thành hai nửa mặt phẳng.

Chọn điểm $O(0;0)$ không thuộc đường thẳng đó. Ta thấy $(x; y) = (0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $O(0;0)$ kể cả (d) .

Vậy bất phương trình (1) luôn có vô số nghiệm. **Chọn C.**

Câu 3. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình: $x - 4y + 5 > 0$

- A. $(-5; 0)$. B. $(-2; 1)$. C. $(0; 0)$. D. $(1; -3)$.

Lời giải

Ta có $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3 \Leftrightarrow -x + 3y - 1 > 0$.

Vì $-2 + 3.1 - 1 > 0$ là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ B . **Chọn C.**

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm:

- A. $(0; 0)$. B. $(-4; 2)$. C. $(-2; 2)$. D. $(-5; 3)$.

Lời giải

Ta có $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3 \Leftrightarrow -2x + 4y - 8 < 0$.

Vì $-2.0 + 4.0 - 8 < 0$ là mệnh đề đúng nên miền nghiệm của bất phương trình trên chứa điểm có tọa độ $(0; 0)$. **Chọn A.**

Câu 5. Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng không chứa điểm nào trong các điểm sau?

- A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(4; 2)$. D. $(1; -1)$.

Lời giải

Ta có $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow x + 2y < 4$.

Vì $-4 + 2.2 < 4$ là mệnh đề sai nên $(-4; 2)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn C.

Câu 6. Trong các cặp số sau đây, cặp nào không thuộc nghiệm của bất phương trình: $x - 4y + 5 > 0$

- A. $(-5; 0)$. B. $(-2; 1)$. C. $(0; 0)$. D. $(1; -3)$.

Lời giải

Vì $-5 - 4.0 + 5 > 0$ là mệnh đề sai nên $(-5; 0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình.

Chọn A.

Câu 7. Điểm $A(-1; 3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình:

- A. $-3x + 2y - 4 > 0$. B. $x + 3y < 0$.
C. $3x - y > 0$. D. $2x - y + 4 > 0$.

Lời giải

Vì $-3.(-1) + 2.3 - 4 > 0$ là mệnh đề đúng nên $A(-1; 3)$ là điểm thuộc miền nghiệm của bất phương trình $-3x + 2y - 4 > 0$. **Chọn A.**

Câu 8. Cặp số $(2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

- A. $2x - 3y - 1 > 0$. B. $x - y < 0$.

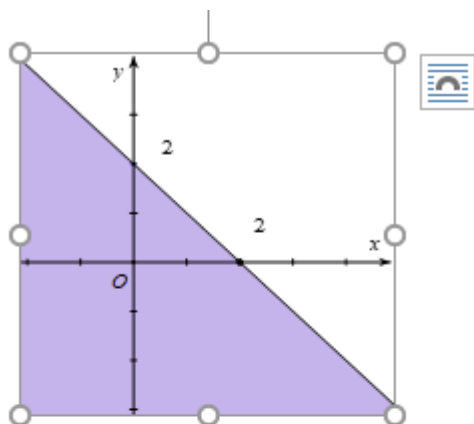
C. $4x > 3y$.

D. $x - 3y + 7 < 0$.

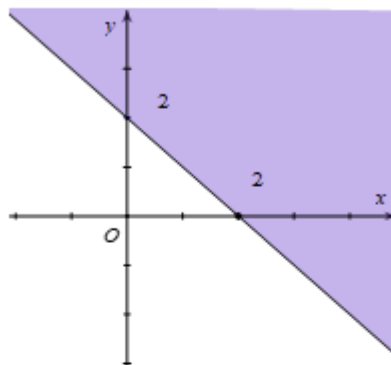
Lời giải

Vì $2 - 3 < 0$ là mệnh đề đúng nên cặp số $(2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình $x - y < 0$. **Chọn B.**

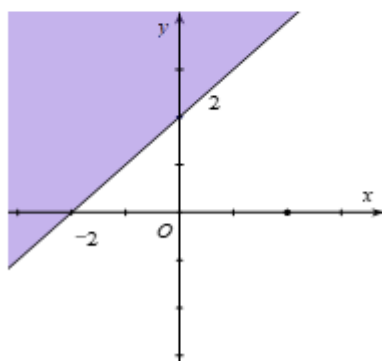
Câu 9. Miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 2$ là phần tô đậm trong hình vẽ của hình vẽ nào, trong



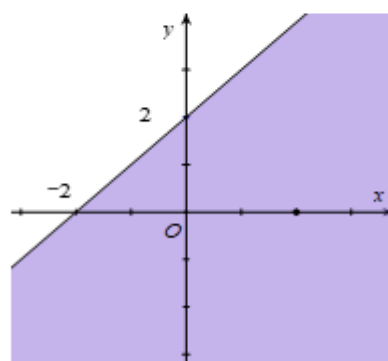
A.



B.



C.



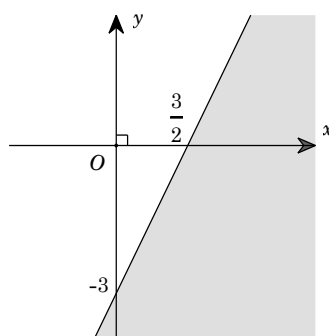
D.

các hình vẽ sau?

Lời giải

Đường thẳng $\Delta: x + y - 2 = 0$ đi qua hai điểm $A(2; 0), B(0; 2)$ và cặp số $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $x + y \leq 2$ nên Hình 1 biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 2$. **Chọn A.**

Câu 10. Phần tô đậm trong hình vẽ sau, biểu diễn tập nghiệm của bất phương trình nào trong các bất phương trình sau?



A. $2x - y < 3$. B. $2x - y > 3$. C. $x - 2y < 3$. D. $x - 2y > 3$.

Lời giải

Đường thẳng đi qua hai điểm $A\left(\frac{3}{2}; 0\right)$ và $B(0; -3)$ nên có phương trình $2x - y = 3$.

Mặt khác, cặp số $(0; 0)$ không thỏa mãn bất phương trình $2x - y > 3$ nên phần tô đậm ở hình trên biểu diễn miền nghiệm của bất phương trình $2x - y > 3$. **Chọn B.**

Câu 11: Cặp số $(2; -1)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây ?

A. $x + y - 3 > 0$. B. $-x - y < 0$. C. $x + 3y + 1 < 0$. D. $-x - 3y + 1 < 0$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 12: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất 2 ẩn (với x, y là các ẩn số).

A. $3x + 2y^2 - 2 > 0$. B. $-y < 0$. C. $3x + 4y = 1$. D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 13: Bất phương trình nào sau đây không phải là bất phương trình bậc nhất 2 ẩn (với x, y là các ẩn số).

A. $3x + 2y^2 - 2 > 0$ B. $x - y < 0$ C. $3x + 4y \geq 1$ D. $-x - 3y - 1 < 0$

Lời giải

Chọn A.

Câu 14: Trong các cặp số sau, cặp số nào là nghiệm của bất phương trình $-2x - 3y - 4 < 0$

A. $(-7; 1)$. B. $(0; -2)$. C. $(-1; -1)$. D. $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Câu 15: Trong các cặp số sau, cặp số nào không phải là nghiệm của bất phương trình $-x - 3y - 4 < 0$.

A. $(-1; 1)$. B. $(0; -2)$. C. $(1; 1)$. D. $(2; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Câu 16: Câu nào sau đây **sai**?

Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$. B. $(1; 1)$. C. $(4; 2)$. D. $(1; -1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta có: $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x) \Leftrightarrow -x + 2 + 2y - 4 < 2 - 2x \Leftrightarrow x + 2y < 4$.

Để thấy tại điểm $(4; 2)$ ta có: $4 + 2 \cdot 2 = 8 > 4$.

Câu 17: Câu nào sau đây đúng?

Miền nghiệm của bất phương trình $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$. **B.** $(-4; 2)$. **C.** $(-2; 2)$. **D.** $(-5; 3)$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $3(x - 1) + 4(y - 2) < 5x - 3 \Leftrightarrow 3x - 3 + 4y - 8 < 5x - 3 \Leftrightarrow 2x - 4y + 8 > 0 \Leftrightarrow x - 2y + 4 > 0$

Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $0 - 2 \cdot 0 + 4 = 4 > 0$.

Câu 18: Câu nào sau đây sai?

Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(-3; -4)$. **B.** $(-2; -5)$. **C.** $(-1; -6)$. **D.** $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x) \Leftrightarrow x + 3 + 4y + 10 < 2 - 2x \Leftrightarrow 3x + 4y + 8 < 0$.

Để thấy tại điểm $(0; 0)$ ta có: $3 \cdot 0 + 4 \cdot 0 + 8 > 0$ (mâu thuẫn).

Câu 19: Câu nào sau đây đúng?

Miền nghiệm của bất phương trình $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

A. $(0; 0)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(-1; 1)$. **D.** $(2; 5)$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có: $4(x - 1) + 5(y - 3) > 2x - 9 \Leftrightarrow 4x - 4 + 5y - 15 > 2x - 9 \Leftrightarrow 2x + 5y - 10 > 0$.

Để thấy tại điểm $(2; 5)$ ta có: $2 \cdot 2 + 5 \cdot 5 - 10 > 0$ (đúng).

Câu 20: Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2(y + 3) > 4(x + 1) - y + 3$ là phần mặt phẳng chứa điểm nào?

A. $(3; 0)$. **B.** $(3; 1)$. **C.** $(1; 1)$. **D.** $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(1; 1)$ thỏa bất phương trình.

Câu 21: Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

A. $(-2; 1)$.

B. $(2; 3)$.

C. $(2; -1)$.

D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(2; 3)$ không thỏa bất phương trình.**Câu 22:** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $2x + y < 1$?

A. $(-2; 1)$.

B. $(3; -7)$.

C. $(0; 1)$.

D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(0; 1)$ không thỏa bất phương trình.**Câu 23:** Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$?

A. $(-5; 0)$.

B. $(-2; 1)$.

C. $(1; -3)$.

D. $(0; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thay cặp số $(-2; 1)$ vào bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$ được $-2 - 4 + 5 \geq 0$ (sai) do đó cặp số $(-2; 1)$ không là nghiệm của bất phương trình $x - 4y + 5 \geq 0$.**Câu 24:** Miền nghiệm của bất phương trình $-3x + y + 2 \leq 0$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 2)$.

B. $B(2; 1)$.

C. $C\left(1; \frac{1}{2}\right)$.

D. $D(3; 1)$.

Lời giải

Chọn A.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): -3x + y + 2 = 0$.Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.**Câu 25:** Miền nghiệm của bất phương trình $x + 3 + 2(2y + 5) < 2(1 - x)$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1; -2)$.

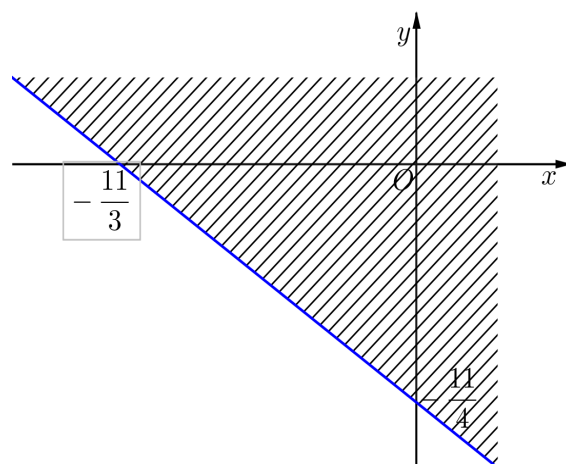
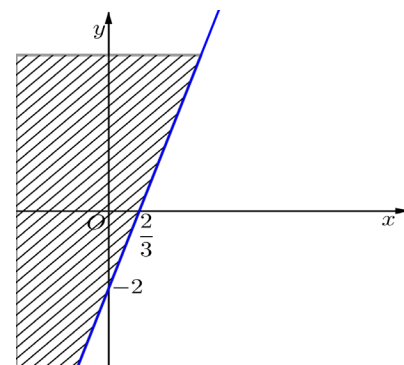
B. $B\left(-\frac{1}{11}; -\frac{2}{11}\right)$.

C. $C(0; -3)$.

D. $D(-4; 0)$.

Lời giải

Chọn B.

Đầu tiên, thu gọn bất phương trình đề bài đã cho về thành $3x + 4y + 11 < 0$.Ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 4y + 11 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 26: Miền nghiệm của bất phương trình $2x + y > 1$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

B. $B(2; 2)$.

C. $C(3; 3)$.

D. $D(-1; -1)$.

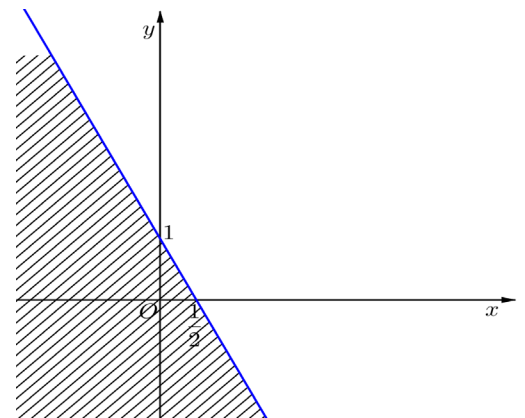
Lời giải

Chọn D.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x + y = 1$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm của bất phương trình là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 27: Miền nghiệm của bất phương trình $(1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y \geq 2$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; -1)$.

B. $B(-1; -1)$.

C. $C(-1; 1)$.

D. $D(-\sqrt{3}; \sqrt{3})$.

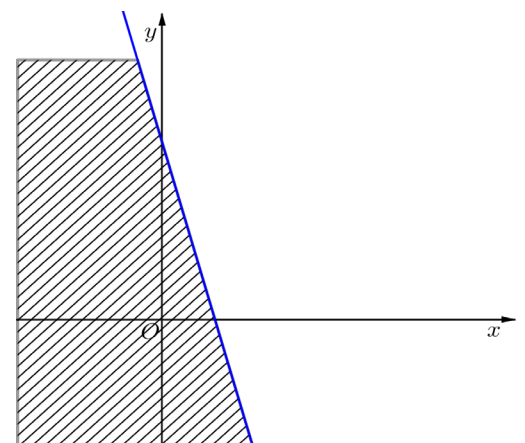
Lời giải

Chọn A.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): (1 + \sqrt{3})x - (1 - \sqrt{3})y = 2$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm là nửa mặt phẳng bờ (d) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 28: Miền nghiệm của bất phương trình $x - 2 + 2(y - 1) > 2x + 4$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

B. $B(1; 5)$.

C. $C(4; 3)$.

D. $D(0; 4)$.

Lời giải

Chọn B.

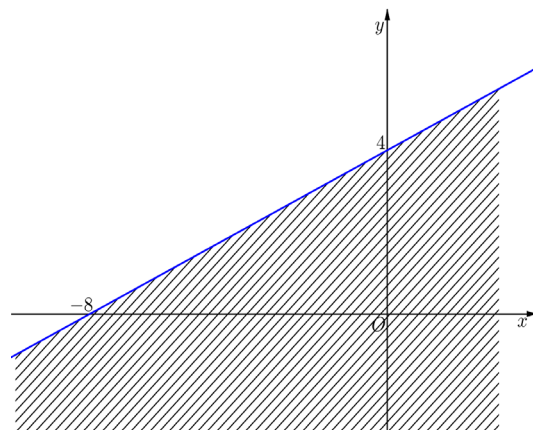
Đầu tiên ta thu gọn bất phương trình đã cho về thành

$$-x + 2y - 8 > 0.$$

Vẽ đường thẳng $(d): -x + 2y - 8 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ không là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 29: Miền nghiệm của bất phương trình $2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 \leq 0$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 1)$.

B. $B(1; 0)$.

C. $C(\sqrt{2}; \sqrt{2})$.

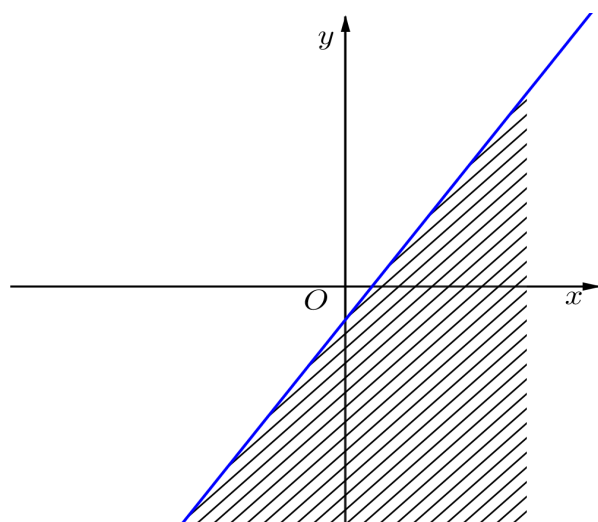
D. $D(\sqrt{2}; -\sqrt{2})$.

Lời giải**Chọn A.**

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 2x - \sqrt{2}y + \sqrt{2} - 2 = 0$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 30 : Cho bất phương trình $2x + 4y < 5$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $(1; 1) \in S$.

B. $(1; 10) \in S$.

C. $(1; -1) \in S$.

D. $(1; 5) \in S$.

Lời giải**Chọn C.**

Ta thấy $(1; -1)$ thỏa mãn hệ phương trình do đó $(1; -1)$ là một cặp nghiệm của hệ phương trình.

Câu 31: Cho bất phương trình $x - 2y + 5 > 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(2; 2) \in S$.

B. $(1; 3) \in S$.

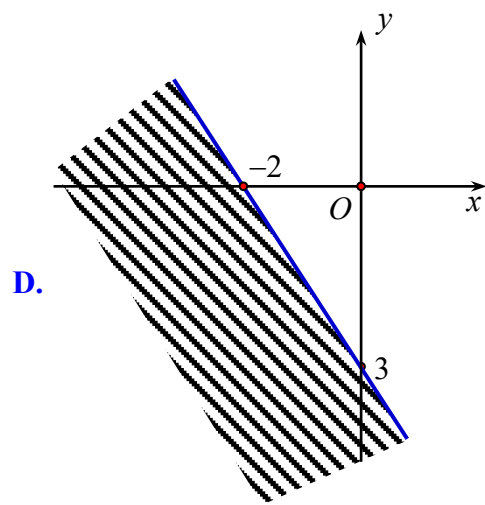
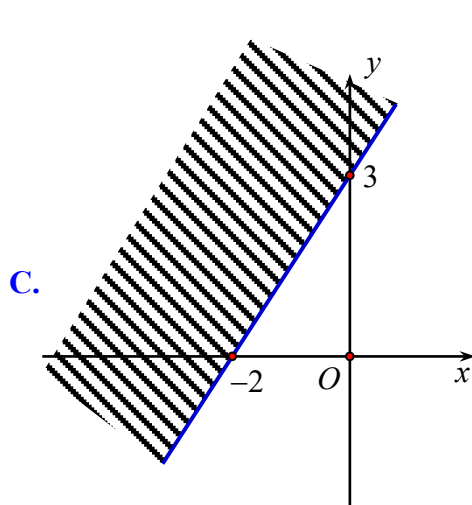
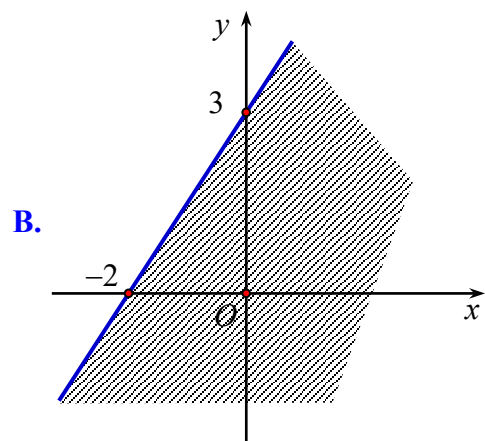
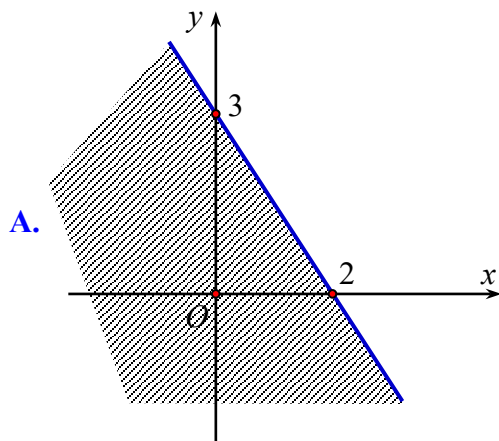
C. $(-2; 2) \in S$.

D. $(-2; 4) \in S$.

Lời giải**Chọn A.**

Ta thấy $(2;2) \in S$ vì $2 - 2.2 + 5 > 0$.

Câu 32 : Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



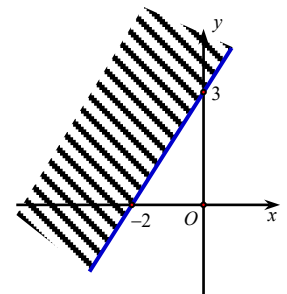
Lời giải

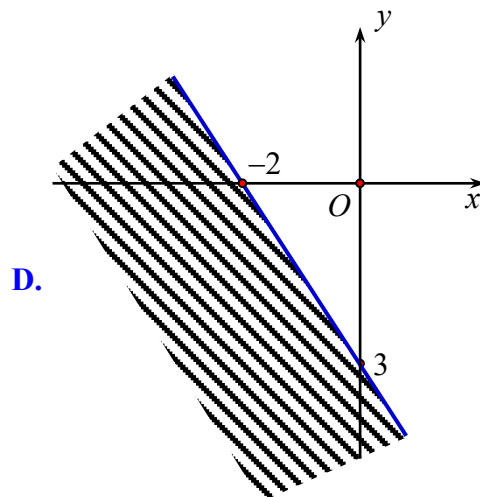
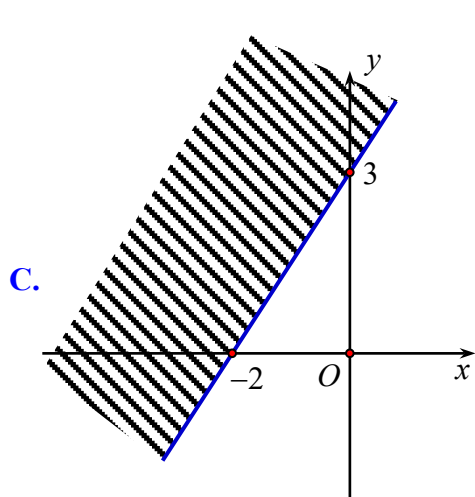
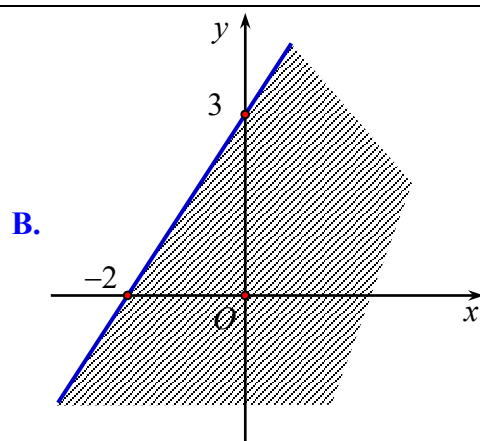
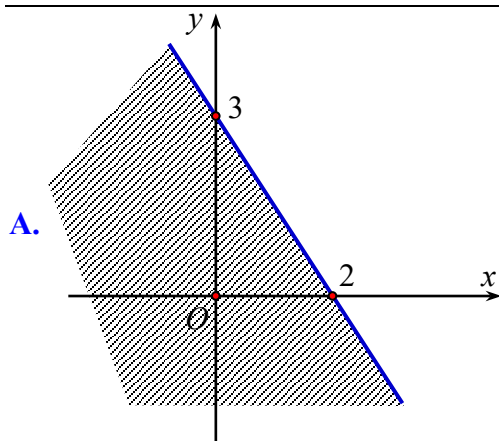
Chọn C.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng bờ (d) chứa điểm $(0; 0)$.

Câu 33 : Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > 6$ là





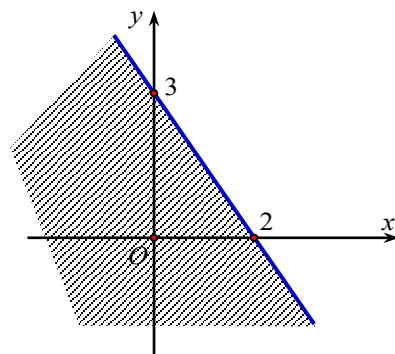
Lời giải

Chọn A.

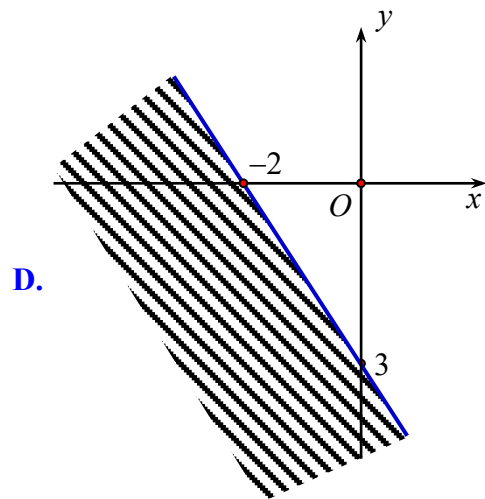
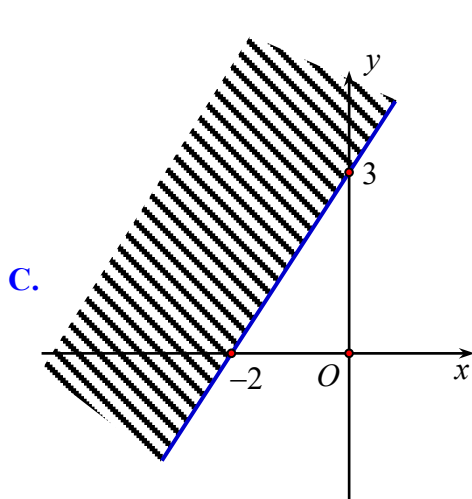
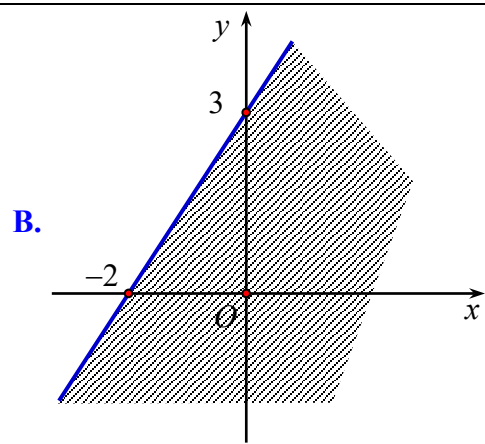
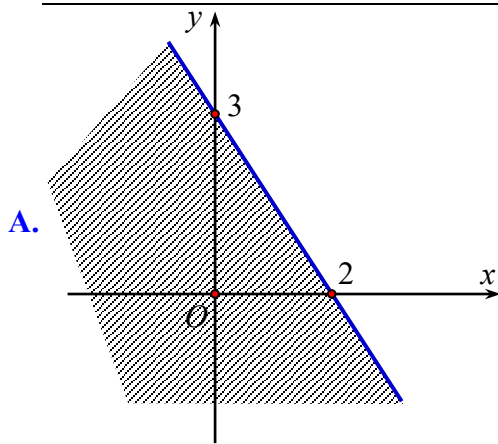
Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = 6$.

Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho.

Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 34 : Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y < -6$ là

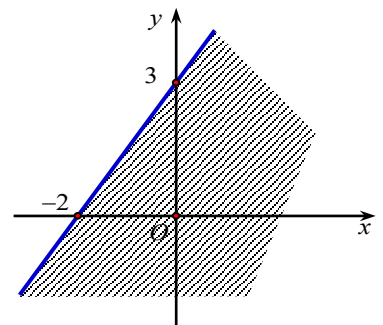


Lời giải

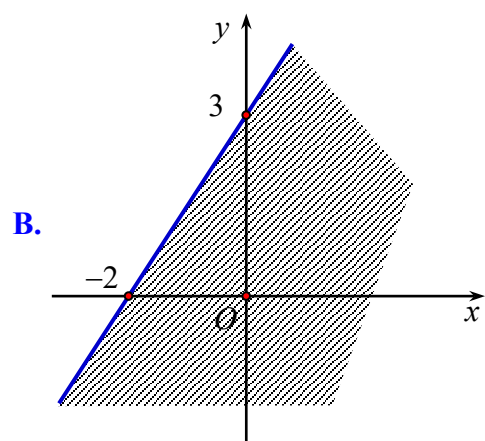
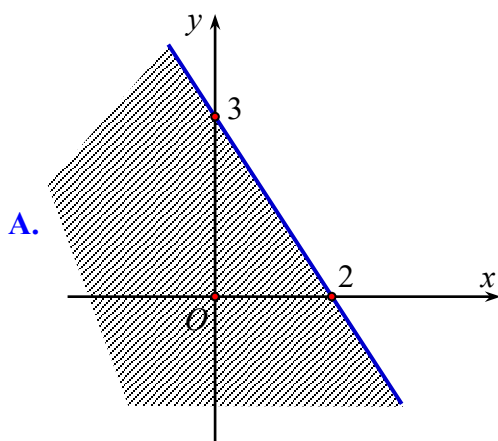
Chọn B.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x - 2y = -6$.

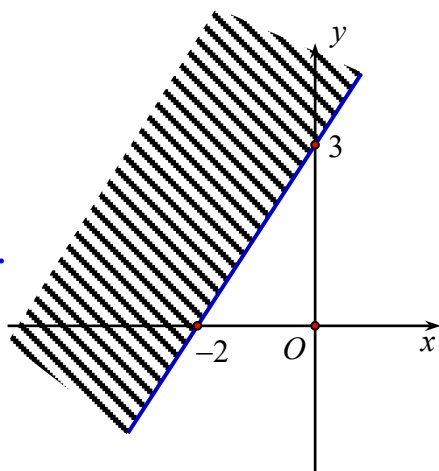
Ta thấy $(0; 0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) không chứa điểm $(0; 0)$.



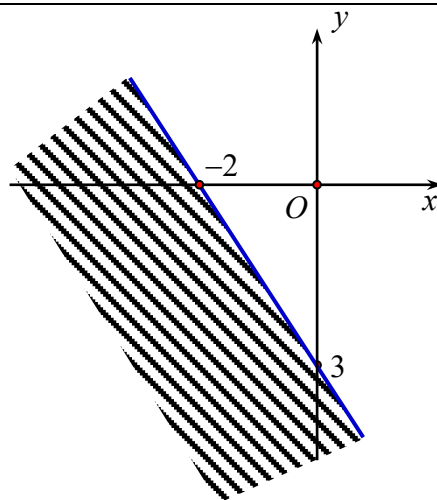
Câu 35 : Miền nghiệm của bất phương trình $3x + 2y > -6$ là



C.



D.

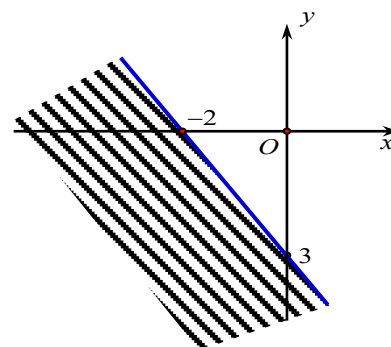


Lời giải

Chọn D.

Trước hết, ta vẽ đường thẳng $(d): 3x + 2y = -6$.

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của bất phương trình đã cho. Vậy miền nghiệm cần tìm là nửa mặt phẳng (không kể bờ (d)) chứa điểm $(0; 0)$.



Câu 36 : Cho bất phương trình $-2x + \sqrt{3}y + \sqrt{2} \leq 0$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $(1; 1) \in S$.

B. $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$.

C. $(1; -2) \notin S$.

D. $(1; 0) \notin S$.

Lời giải

Chọn B.

Ta thấy $\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; 0\right) \in S$

Câu 37 : Nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1 300 mg. Trong 1 lạng đậu nành có 165 mg canxi, 1 lạng thịt có 15 mg canxi.

Gọi x, y lần lượt là số lạng đậu nành và số lạng thịt lợn mà một người đang độ tuổi trưởng thành ăn trong một ngày.

Viết bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y để biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người trong độ tuổi trưởng thành.

A. $33x + 3y \geq 260$. B. $33x + 3y \leq 260$. C. $165x + 5y \leq 1300$. D. $165x + 5y \geq 1300$.

Lời giải:

Chọn A

Trong 1 lạng đậu nành có 165 mg canxi nên trong x lạng đậu nành có $165x$ (mg canxi).

Trong 1 lạng thịt có 15 mg canxi nên trong y lạng thịt có $15y$ (mg canxi).

Tổng số lượng canxi có trong x lạng đậu nành và y lạng thịt là $165x + 15y$ (mg canxi).

Vì nhu cầu canxi tối thiểu cho một người đang độ tuổi trưởng thành trong một ngày là 1300 mg nên $165x + 15y \geq 1300$.

Vậy bất phương trình bậc nhất hai ẩn x, y biểu diễn lượng canxi cần thiết trong một ngày của một người trong độ tuổi trưởng thành là $165x + 15y \geq 1300$. $\Leftrightarrow 33x + 3y \geq 260$.

Bài 2: HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

A TÓM TẮT LÝ THUYẾT.

Hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là hệ gồm nhiều bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn:

Trong mặt phẳng tọa độ, ta gọi tập hợp các điểm có tọa độ thỏa mãn mọi bất phương trình trong hệ là **miền nghiệm của hệ**. Vậy miền nghiệm của hệ là giao các miền nghiệm của các bất phương trình trong hệ.

Để xác định miền nghiệm của hệ, ta dùng phương pháp biểu diễn hình học như sau:

- Với mỗi bất phương trình trong hệ, ta xác định miền nghiệm của nó và gạch bỏ (tô màu) miền còn lại.
- Sau khi làm như trên lần lượt đối với tất cả các bất phương trình trong hệ trên cùng một mặt phẳng tọa độ, miền còn lại không bị gạch (tô màu) chính là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

B- VÍ DỤ MINH HỌA:

Vấn đề 1. HỆ BẤT PHƯƠNG TRÌNH BẬC NHẤT HAI ẨN

a) Ví dụ minh họa

I- BÀI TẬP TỰ LUẬN:

Ví dụ 1: Hệ bất phương trình nào dưới đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$\begin{array}{llll} \text{a) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2x + 3y - z > 0 \\ 5x - y + 4z < 0 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 2x + 3y^2 - 1 > 0 \\ 5x^2 - y < 0 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases} \end{array}$$

Lời giải:

Các hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn là

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases} & \text{e) } \begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases} \end{array}$$

Ví dụ 2: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 2y + 1 < 0 \\ 3x + y - 5 > 0 \end{cases}$$

$O(0;0)$, $M(1;2)$, $P(7;5)$..

Lời giải:

Thế tọa độ $O(0;0)$ vào $x - y$ ta được $0 - 0 = 0$. Do đó điểm $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x - y > 0$ nên không thuộc miền nghiệm hệ bất phương trình đã cho.

Thế tọa độ $M(1;2)$ vào $x - y$ ta được $1 - 2 = -1 < 0$ nên $M(1;2)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x - y > 0$ và do đó không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.

Ta có
$$\begin{cases} 7-5=2 > 0 \\ 7-2.5+1=-2 < 0 \text{ nên } P(7;5) \text{ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho.} \\ 3.7+5-5=21 > 0 \end{cases}$$

Ví dụ 3:: Biểu diễn miền nghiệm của các hệ bất phương trình sau trên mặt phẳng tọa độ:

$$a) \begin{cases} x \geq -1 \\ y \geq 0 \\ x+y \leq 4 \end{cases} \quad b) \begin{cases} 2x+3y-6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x-3y-1 \leq 0 \end{cases} \quad c) \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x-y-4 < 0 \end{cases} \quad d) \begin{cases} x \leq 3 \\ y \leq 3 \\ x \geq -1 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

Lời giải:

$$a) \begin{cases} x \geq -1 & (1) \\ y \geq 0 & (2) \\ x+y \leq 4 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1 : x = -1$, $d_2 : y = 0$ (trục hoành), $d_3 : x + y = 4$.

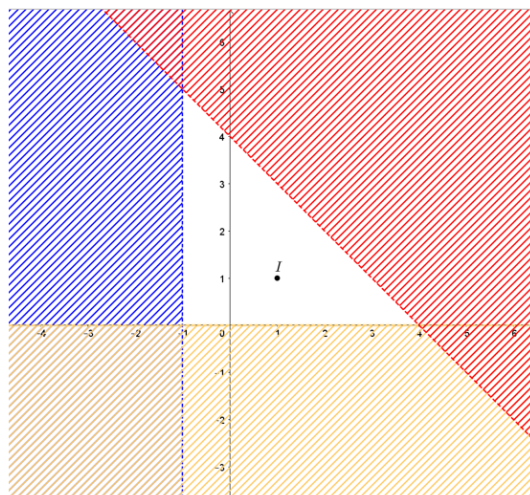
Lấy điểm $I(1;1)$ không nằm trên ba đường thẳng trên.

Thế tọa độ của $I(1;1)$ vào vế trái của các bất phương trình (1) ta được $1 \geq -1$. Do đó $I(1;1)$ thuộc miền nghiệm của (1). Vậy miền nghiệm của bất phương trình (1) là nửa mặt phẳng chứa điểm $I(1;1)$ có bờ là d_1 (kể cả bờ d_1).

Thế tọa độ của $I(1;1)$ vào vế trái của các bất phương trình (2) ta được $1 \geq 0$. Do đó $I(1;1)$ thuộc miền nghiệm của (2). Vậy miền nghiệm của bất phương trình (2) là nửa mặt phẳng chứa điểm $I(1;1)$ có bờ là d_2 (kể cả bờ d_2).

Thế tọa độ của $I(1;1)$ vào vế trái của các bất phương trình (3) ta được $1+1=2 \leq 4$. Do đó $I(1;1)$ thuộc miền nghiệm của (3). Vậy miền nghiệm của bất phương trình (3) là nửa mặt phẳng chứa điểm $I(1;1)$ có bờ là d_3 (kể cả bờ d_3).

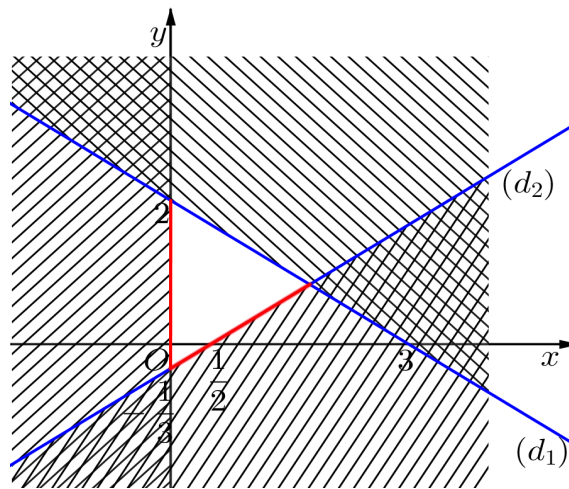
Sau khi gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm, phần còn lại không gạnh bỏ là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho (miền tam giác trên hình vẽ, kể cả biên).



$$b) \begin{cases} 2x+3y-6 < 0 & (1) \\ x \geq 0 & (2) \\ 2x-3y-1 \leq 0 & (3) \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1 : 2x+3y-6=0$, $d_2 : x=0$ là trục tung, $d_3 : 2x-3y-1=0$

Ta thấy $(1; 1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.



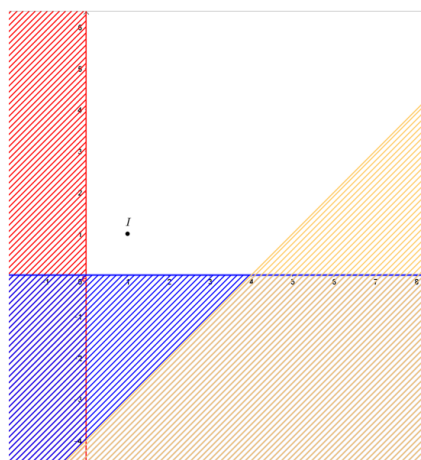
$$c) \begin{cases} x > 0 \\ y > 0 \\ x - y - 4 < 0 \end{cases}$$

Vẽ các đường thẳng $d_1 : x = 0$ (trục tung), $d_2 : y = 0$ (trục hoành), $d_3 : x - y - 4 = 0$.

Lấy điểm $I(1;1)$ không nằm trên ba đường thẳng trên.

Lần lượt thế tọa độ của $I(1;1)$ vào vế trái của các bất phương trình (1), (2) và (3) ta được $1 \geq 0$; $1 \geq 0$ và $1 - 1 - 4 = -4 \leq 0$.

Do đó $I(1;1)$ thuộc miền nghiệm của các bất phương trình trên. Sau khi gạch bỏ các phần không thuộc miền nghiệm, phần còn lại không gạch bỏ là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho (miền không gạch bỏ trên hình vẽ, tính cả biên các đường thẳng d_1, d_2, d_3).

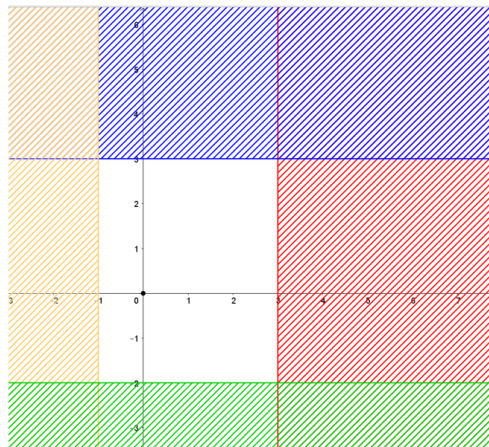


$$d) \begin{cases} x \leq 3 \\ y \leq 3 \\ x \geq -1 \\ y \geq -2 \end{cases}$$

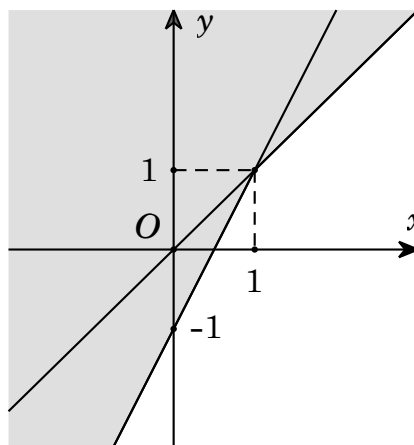
Vẽ các đường thẳng $d_1 : x = 3$, $d_2 : y = 3$, $d_3 : x = -1$, $d_4 : y = -2$.

Nhận thấy gốc tọa độ $O(0;0)$ đều thuộc miền nghiệm của bốn bất phương trình trên.

Sau khi gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm. Phần còn lại không gạch bỏ là miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho (miền hình chữ nhật hình vẽ)



Ví dụ 4: Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



Lời giải

Gọi d_1 là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1), B(0;-1)$

Giả sử $d_1 : y = ax + b (a \neq 0)$.

Thế $x = 1, y = 1$ vào $y = ax + b$ được $1 = a.1 + b$. (1)

Thế $x = 0, y = -1$ vào $y = ax + b$ được $-1 = a.0 + b \Rightarrow b = -1$. (2)

Thế (2) vào (1) ta được $a = 2$. Vậy $d_1 : y = 2x - 1 \Leftrightarrow 2x - y - 1 = 0$.

Gọi d_2 là đường thẳng đi qua hai điểm $A(1;1), O(0;0)$

Vì d_2 đi qua $O(0;0)$ nên $d_2 : y = a'x (a' \neq 0)$.

Thế $x = 1, y = 1$ vào $d_2 : y = a'x$ ta được $1 = a'.1 \Rightarrow a' = 1$. Vậy $d_2 : y = x \Leftrightarrow x - y = 0$.

Lấy $M(2;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình cần tìm. Ta có $2.2 - 0 - 1 = 3 > 0$ và

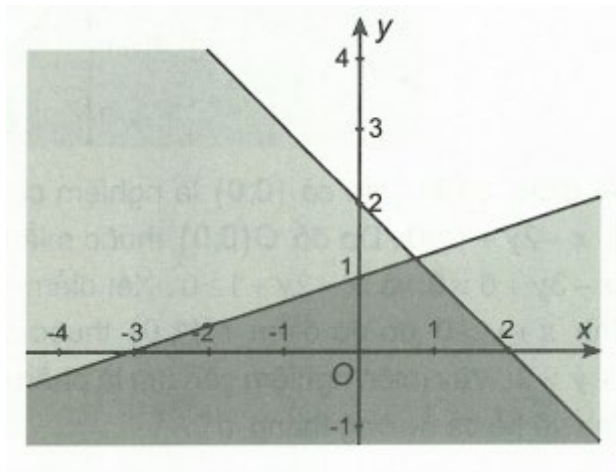
$2 - 0 = 2 > 0$ nên hệ bất phương trình cần tìm là
$$\begin{cases} 2x - y - 1 > 0 \\ x - y > 0 \end{cases}$$

Ví dụ 5: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình sau $\begin{cases} x + y - 2 \geq 0 \\ x - 3y + 3 \leq 0. \end{cases}$

Lời giải

Vẽ các đường thẳng $d: x + y - 2 = 0$, $d': x - 3y + 3 = 0$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .

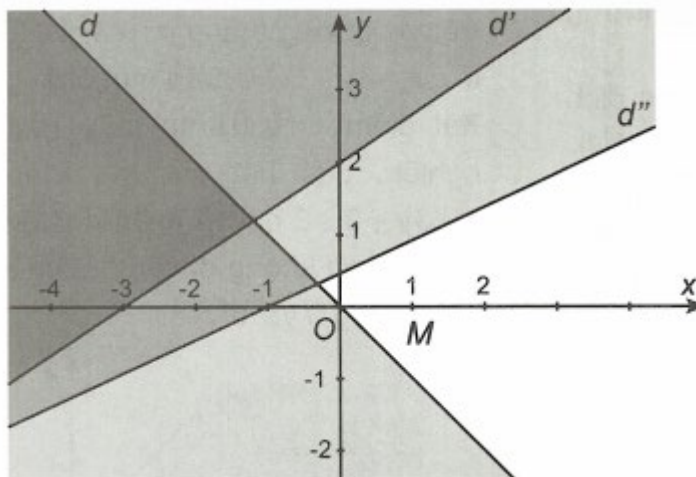
Xét điểm $O(0;0)$, ta thấy $(0;0)$ không phải là nghiệm của bất phương trình $x + y - 2 \geq 0$ và $x - 3y + 3 \leq 0$ do đó miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô đậm trên hình vẽ kẻ cả hai đường d và d' .



Ví dụ 6: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình sau: $\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x - 3y + 6 > 0. \\ x - 2y + 1 \geq 0 \end{cases}$

Lời giải

Vẽ các đường thẳng $d: x + y = 0$, $d': 2x - 3y + 6 = 0$ và $d'': x - 2y + 1 = 0$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy .



Xét điểm $O(0;0)$, ta có $(0;0)$ là nghiệm của bất phương trình $2x - 3y + 6 > 0$ và $x - 2y + 1 \geq 0$. Do đó $O(0;0)$ thuộc miền nghiệm của các bất phương trình $2x - 3y + 6 > 0$ và $x - 2y + 1 \geq 0$. Xét điểm $M(1;0)$ là nghiệm của bất phương trình $x + y > 0$ do đó điểm $M(1;0)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $x + y > 0$. Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô đậm trên hình vẽ kẻ cả đường thẳng d'' .

Ví dụ 7: Xác định miền nghiệm của bất phương trình $(x - y)(x^3 + y^3) \geq 0$.

Lời giải

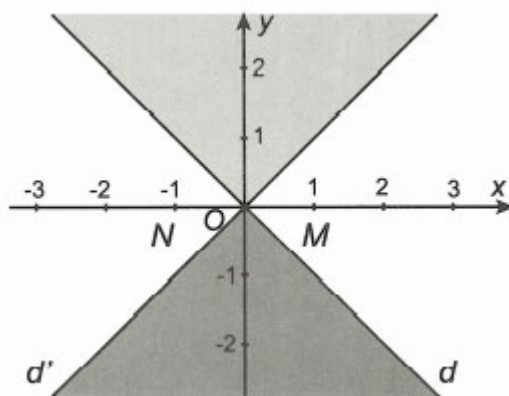
Ta có

$$(x-y)(x^3+y^3) \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)(x+y)(x^2-xy+y^2) \geq 0 \Leftrightarrow (x-y)(x+y) \geq 0$$

$$\Leftrightarrow (x-y)(x+y) \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} x-y \geq 0 \\ x+y \geq 0 \end{cases} \quad (1) \quad \text{hoặc} \quad \begin{cases} x-y \leq 0 \\ x+y \leq 0 \end{cases} \quad (2).$$

Như vậy miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là gồm hai miền nghiệm của hệ bất phương trình (1) và (2).

Vẽ các đường thẳng $d: x+y=0$ và $d': x-y=0$ trên mặt phẳng tọa độ Oxy . Xét điểm $M(1;0)$, ta có $(1;0)$ là nghiệm của các bất phương trình của hệ (1) do đó $M(1;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình (1). Xét điểm $N(-1;0)$, ta có $(-1;0)$ là nghiệm của các bất phương trình của hệ (2) do đó $N(-1;0)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình (2). Vậy miền nghiệm cần tìm là phần mặt phẳng không được tô đậm trên hình vẽ kẻ cả hai đường thẳng d và d' .



II-BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Câu nào sau đây đúng?.

$$\text{Miền nghiệm của hệ bất phương trình } \begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ 2(x-1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases} \text{ là phần mặt phẳng chứa điểm}$$

A. $(2;1)$.

B. $(0;0)$.

C. $(1;1)$.

D. $(3;4)$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: chỉ có điểm $(2;1)$ thỏa mãn hệ.

Câu 2: Điểm nào sau đây **không** thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x+3y-1 > 0 \\ 5x-y+4 < 0 \end{cases}$?

A. $(-1;4)$.

B. $(-2;4)$.

C. $(0;0)$.

D. $(-3;4)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét : chỉ có điểm $(0;0)$ không thỏa mãn hệ.

- Câu 3:** Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$$
- A. $(0;0)$. B. $(1;0)$. C. $(0;-2)$. D. $(0;2)$.

Lời giải

Chọn C.

Nhận xét: chỉ có điểm $(0;-2)$ thỏa mãn hệ.

- Câu 4:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y + 3 < 0 \\ x + y - 5 > 0 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm
- A. $(5;3)$. B. $(0;0)$. C. $(1;-1)$. D. $(-2;2)$.

Lời giải

Chọn A.

Nhận xét: chỉ có điểm $(5;3)$ thỏa mãn hệ.

- Câu 5:** Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm
- A. $(0;0)$. B. $(1;2)$. C. $(2;1)$. D. $(8;4)$.

Lời giải

Chọn D.

Nhận xét: chỉ có cặp số $(8;4)$ thỏa bất phương trình $3x + y \geq 9$.

- Câu 6:** Trong các cặp số sau, cặp nào **không** là nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$$
 là
- A. $(0;0)$. B. $(1;1)$. C. $(-1;1)$. D. $(-1;-1)$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thay cặp số $(-1;1)$ vào hệ ta thấy không thỏa mãn.

- Câu 7:** Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x + y > 0 \\ 2x + 5y < 0 \end{cases}$$
 có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?
- A. $(1;1) \in S$. B. $(-1;-1) \in S$. C. $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$. D. $\left(-\frac{1}{2}; \frac{2}{5}\right) \in S$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thấy $\left(1; -\frac{1}{2}\right) \in S$ vì $\begin{cases} 1 - \frac{1}{2} > 0 \\ 2.1 + 5.\left(-\frac{1}{2}\right) < 0 \end{cases}$.

Câu 8: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $(1; -1) \in S$. **B.** $(1; -\sqrt{3}) \in S$. **C.** $(-1; \sqrt{5}) \notin S$. **D.** $(-4; \sqrt{3}) \in S$.

Lời giải

Chọn C.

Ta thấy $(-1; \sqrt{5}) \notin S$ vì $-1 < 0$.

Câu 9: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $(-1; 2) \in S$. **B.** $(\sqrt{2}; 0) \notin S$. **C.** $(1; -\sqrt{3}) \in S$. **D.** $(\sqrt{3}; 0) \in S$.

Lời giải

Chọn D.

Ta thấy $(\sqrt{3}; 0) \in S$ vì $\begin{cases} \sqrt{3} > 0 \\ \sqrt{3} + \sqrt{3}.0 + 1 > 0 \end{cases}$.

Câu 10: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 3 \\ 1 - \frac{1}{2}x + y > 0 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A.** $(1; -2) \in S$. **B.** $(2; 1) \in S$. **C.** $(5; -6) \in S$. **D.** $S = \emptyset$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Vì không có điểm nào thỏa hệ bất phương trình.

Câu 11: Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$ có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) | 4x - 3y = 2\}$.

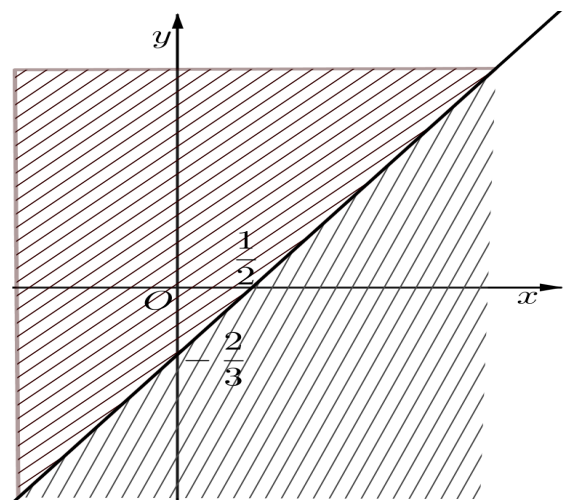
C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kể cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:



$$(d_1): 2x - \frac{3}{2}y = 1$$

$$(d_2): 4x - 3y = 2$$

Thử trực tiếp ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của phương trình (2) nhưng không phải là nghiệm của phương trình (1). Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, tập hợp nghiệm của bất phương trình chính là các điểm thuộc đường thẳng $(d): 4x - 3y = 2$.

Câu 12: Cho hệ $\begin{cases} 2x + 3y < 5 & (1) \\ x + \frac{3}{2}y < 5 & (2) \end{cases}$. Gọi S_1 là tập nghiệm của bất phương trình (1), S_2 là tập nghiệm

của bất phương trình (2) và S là tập nghiệm của hệ thì

A. $S_1 \subset S_2$.

B. $S_2 \subset S_1$.

C. $S_2 = S$.

D. $S_1 \neq S$.

Hướng dẫn giải

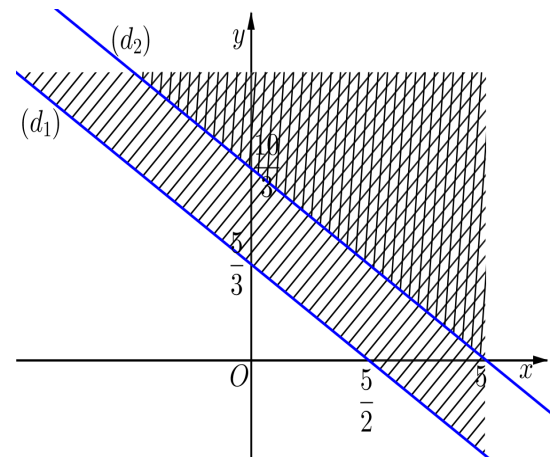
Chọn B.

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

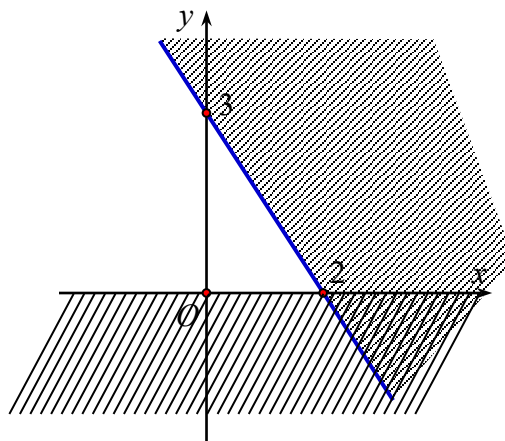
$$(d_1): 2x + 3y = 5$$

$$(d_2): x + \frac{3}{2}y = 5$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Say khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.



Câu 13: Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D ?



A. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

B. $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$

C. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$

D. $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn A.

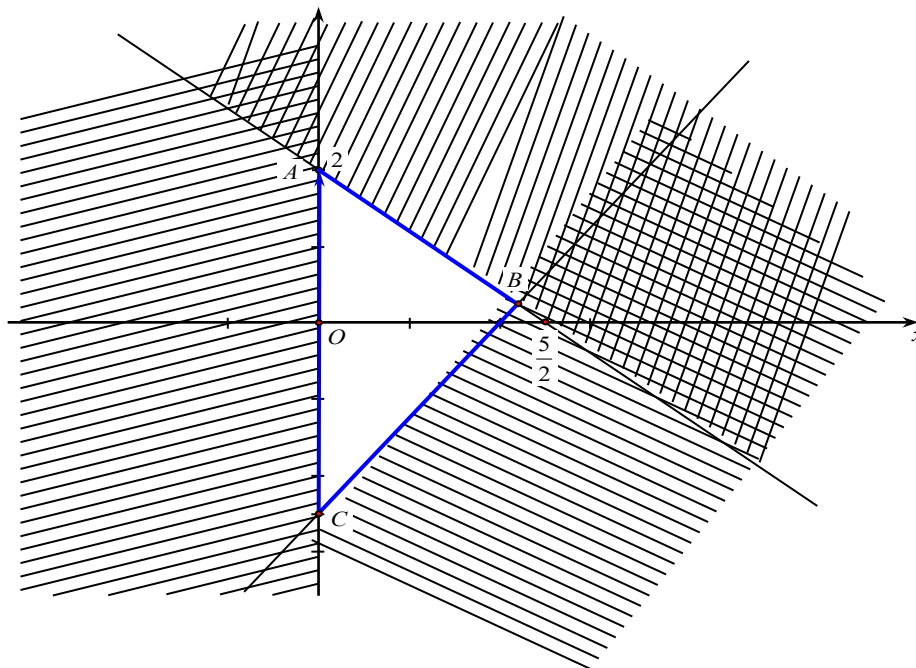
Dựa vào hình vẽ ta thấy đồ thị gồm hai đường thẳng $(d_1): y = 0$ và đường thẳng

$$(d_2): 3x + 2y = 6.$$

Miền nghiệm gồm phần y nhận giá trị dương.

Lại có $(0; 0)$ thỏa mãn bất phương trình $3x + 2y < 6$.

Câu 14: Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn bộ A, B, C, D ?



A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ **B.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ **C.** $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$ **D.** $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Hướng dẫn giải

Chọn C.

Dựa vào hình vẽ, ta thấy đồ thị gồm các đường thẳng:

$$(d_1): x = 0$$

$$(d_2): 4x + 5y = 10$$

$$(d_3): 5x - 4y = 10$$

Miền nghiệm gần phần mặt phẳng nhận giá trị x dương (kể cả bờ (d_1)).

Lại có $(0; 0)$ là nghiệm của cả hai bất phương trình $4x + 5y \leq 10$ và $5x - 4y \leq 10$.

Câu 15: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$ chứa điểm nào sau đây?

A. $A(1; 0)$.

B. $B(-2; 3)$.

C. $C(0; -1)$.

D. $D(-1; 0)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

$$(d_3): y - x = 3$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 16: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 < 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(1; 2)$. B. $B(0; 2)$. C. $C(-1; 3)$. D. $D\left(0; -\frac{1}{3}\right)$.

Hướng dẫn giải

Chọn D.

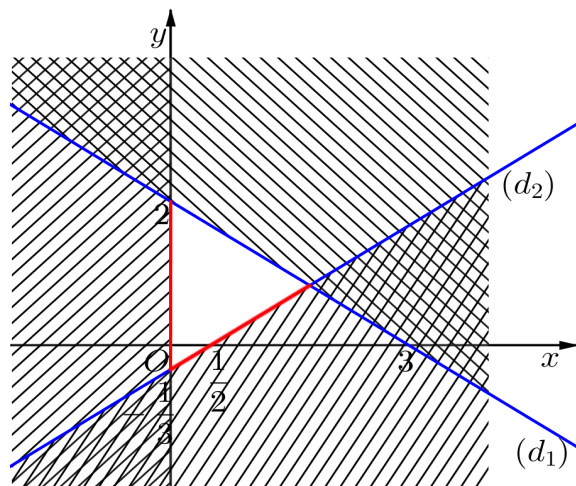
Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(1; 1)$ là nghiệm của các ba bất phương trình. Điều này có nghĩa là điểm $(1; 1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.



Câu 17: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - 1 \leq 0 \\ -3x + 5 \leq 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. Không có. B. $B\left(\frac{5}{3}; 2\right)$. C. $C(-3; 1)$. D. $D\left(\frac{1}{2}; 10\right)$.

Hướng dẫn giải

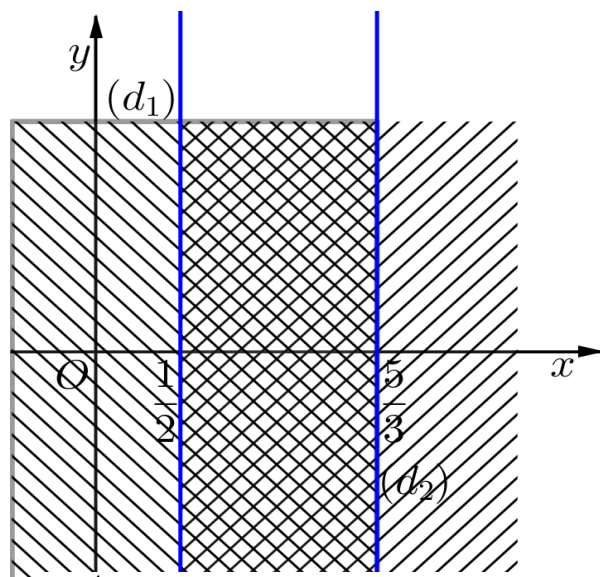
Chọn A.

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 2x - 1 = 0$$

$$(d_2): -3x + 5 = 0$$

Ta thấy $(1; 0)$ là không nghiệm của cả hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(1; 0)$ không thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Vậy không có điểm nằm trên mặt phẳng tọa độ thỏa mãn hệ bất phương trình.



Câu 18: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3 - y < 0 \\ 2x - 3y + 1 > 0 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A. $A(3; 4)$. B. $B(4; 3)$. C. $C(6; 4)$.

Hướng dẫn giải

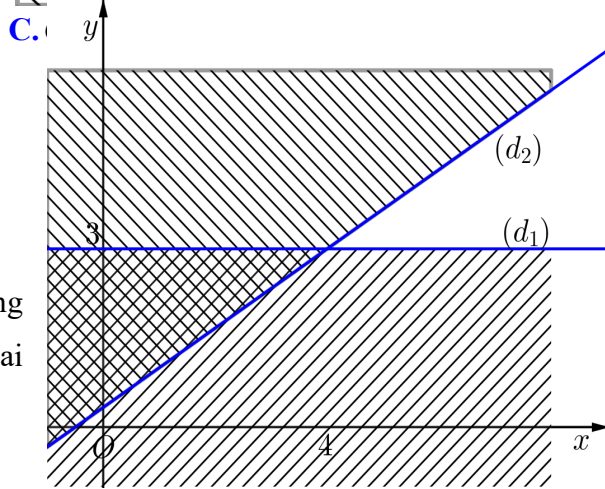
Chọn C.

Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): 3 - y = 0$$

$$(d_2): 2x - 3y + 1 = 0$$

Ta thấy $(6; 4)$ là nghiệm của hai bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(6; 4)$ thuộc cả hai



miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

Câu 19: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(-1; 0)$.

B. $B(1; 0)$.

C. $C(-3; 4)$.

D. $D(0; 3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

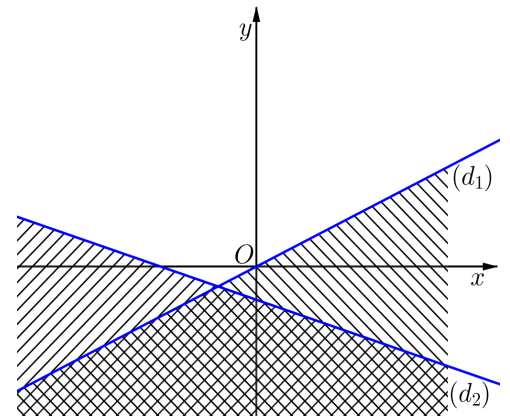
Trước hết, ta vẽ hai đường thẳng:

$$(d_1): x - 2y = 0$$

$$(d_2): x + 3y = -2$$

Ta thấy $(0; 1)$ là nghiệm của hai bất phương trình.

Điều đó có nghĩa điểm $(0; 1)$ thuộc cả hai miền nghiệm của hai bất phương trình. Sau khi gạch bỏ phần không thích hợp, phần không bị gạch là miền nghiệm của hệ.



Câu 20: Miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 3x - 2y - 6 \geq 0 \\ 2(x - 1) + \frac{3y}{2} \leq 4 \\ x \geq 0 \end{cases}$$
 không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(2; -2)$.

B. $B(3; 0)$.

C. $C(1; -1)$.

D. $D(2; -3)$.

Hướng dẫn giải

Chọn C.

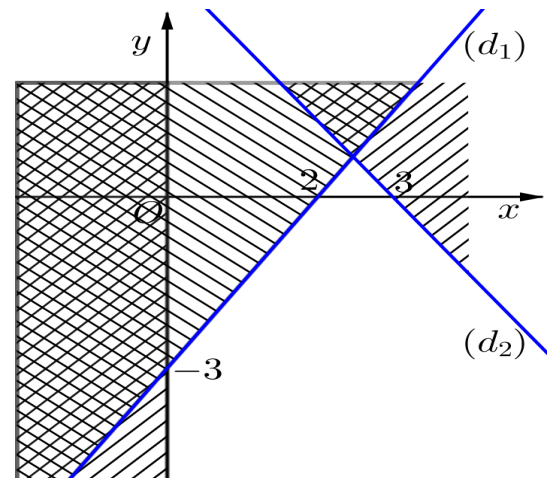
Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 3x - 2y - 6 = 0$$

$$(d_2): 4x + 3y - 12 = 0$$

$$(d_3): x = 0$$

Ta thấy $(2; -1)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(2; -1)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.



Câu 21: Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - y > 0 \\ x - 3y \leq -3 \\ x + y > 5 \end{cases}$ không chứa điểm nào sau đây?

A. $A(3; 2)$.

B. $B(6; 3)$.

C. $C(6; 4)$.

D. $D(5; 4)$.

Hướng dẫn giải

Chọn A.

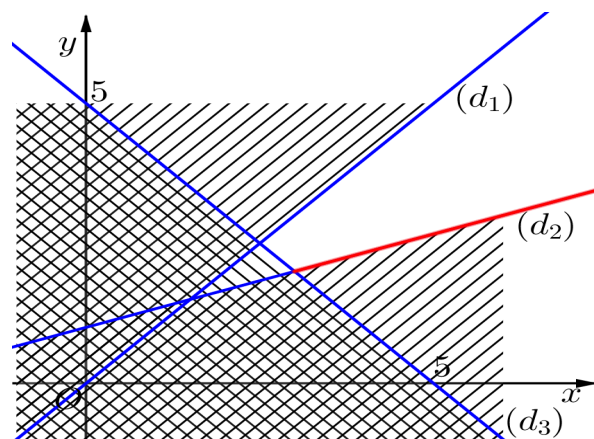
Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 0$$

$$(d_2): x - 3y = -3$$

$$(d_3): x + y = 5$$

Ta thấy $(5; 3)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa điểm $(5; 3)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.



Câu 22: Miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x - 3y < 0 \\ x + 2y > -3 \\ y + x < 2 \end{cases} \text{ không chứa điểm nào sau đây?}$$

A. $A(0; 1)$.

B. $B(-1; 1)$.

C. $C(-3; 0)$.

D. $D(-3; 1)$.

Hướng dẫn giải**Chọn C.**

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

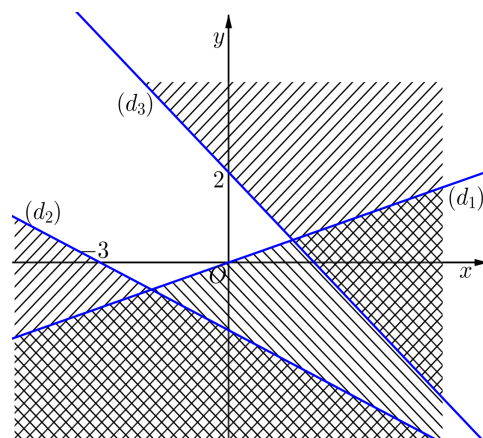
$$(d_1): x - 3y = 0$$

$$(d_2): x + 2y = -3$$

$$(d_3): x + y = 2$$

Ta thấy $(-1; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình.

Điều đó có nghĩa điểm $(-1; 0)$ thuộc cả ba miền nghiệm của ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ.

**Vấn đề 2. BÀI TOÁN TỐI ƯU**

Bài toán: Tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của biểu thức $T(x, y) = ax + by$ với $(x; y)$ nghiệm đúng một hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn cho trước.

Bước 1: Xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho. Kết quả thường được miền nghiệm S là đa giác.

Bước 2: Tính giá trị của F tương ứng với $(x; y)$ là tọa độ của các đỉnh của đa giác.

Bước 3: Kết luận:

- Giá trị lớn nhất của F là số lớn nhất trong các giá trị tìm được.
- Giá trị nhỏ nhất của F là số nhỏ nhất trong các giá trị tìm được.

a) Ví dụ minh họa

I-BÀI TẬP TỰ LUẬN

Ví dụ 1: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = 4x + 5y$ với $(x; y)$ thuộc

$$\text{miền nghiệm của hệ bất phương trình} \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ x + y \leq 6 \end{cases}$$

Lời giải:

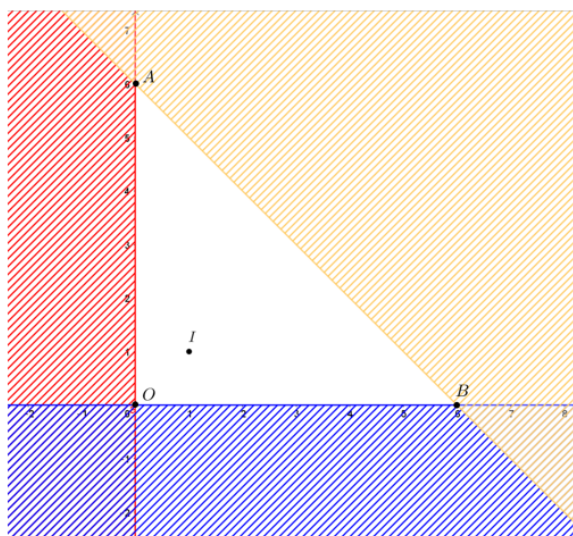
Biểu diễn tập nghiệm của các bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ:

Vẽ các đường thẳng $d_1 : x = 0$, $d_2 : y = 0$, $d_3 : x + y = 6$.

Nhận thấy điểm $I(1; 1)$ thuộc miền nghiệm của các bất phương trình trên.

Sau khi gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm ta được miền nghiệm của hệ là miền tam giác AOB với $A(6; 0)$, $O(0; 0)$ và $B(0; 6)$.

(Trong đó $A(6; 0)$ là giao điểm của d_1 và d_3 ; $B(0; 6)$ là giao điểm của d_2 và d_3 ; $O(0; 0)$ là giao điểm của d_1 và d_2)



$$F(6; 0) = 4 \cdot 6 + 5 \cdot 0 = 24;$$

$$F(0; 0) = 4 \cdot 0 + 5 \cdot 0 = 0;$$

$$F(0; 6) = 4 \cdot 0 + 5 \cdot 6 = 30.$$

Do đó giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 30$ khi $x = 0$ và $y = 6$; giá trị nhỏ nhất của $F(x; y) = 0$ khi $x = 0$ và $y = 0$.

Ví dụ 2: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường để pha chế hai loại nước A và B. Để pha chế 1 lít nước A cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu; để pha chế 1 lít nước B cần 10 g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu. Mỗi lít nước A nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước B nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước mỗi loại để đội chơi được số điểm thưởng là cao nhất?

Lời giải:

Gọi số lít nước A và B cần pha chế lần lượt là x lít và y lít ($x \geq 0$; $y \geq 0$).

Do 1 lít nước A cần 30g đường, 1 lít nước và 1g hương liệu nên x lít nước A cần $30x$ g đường, x lít nước và x g hương liệu.

Do 1 lít nước B cần 10g đường, 1 lít nước và 4g hương liệu nên y lít nước A cần $10y$ g đường, y lít nước và $4y$ g hương liệu.

Do có tối đa 24g hương liệu, 9 lít nước và 210g đường nên $30x + 10y \leq 210$; $x + y \leq 9$ và $x + 4y \leq 24$.

Khi đó ta có hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \quad (I) \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases}$$

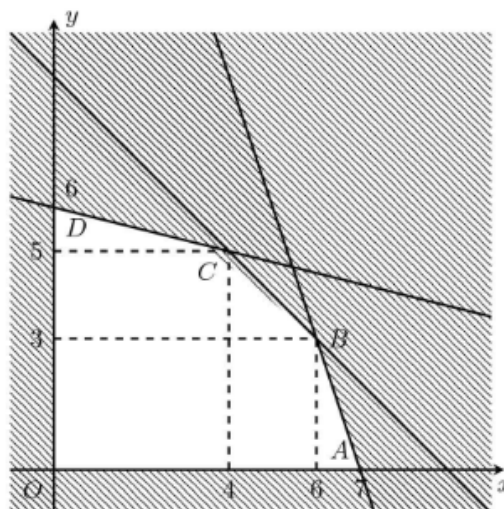
Với số điểm thưởng đội chơi nhận được là $F(x; y) = 60x + 80y$ (điểm).

Cần tìm x, y thỏa hệ (I) để $F(x; y) = 60x + 80y$ lớn nhất.

Biểu diễn tập nghiệm của các bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ:

Vẽ các đường thẳng $d_1 : x = 0$, $d_2 : y = 0$, $d_3 : 3x + y = 21$; $d_4 : x + y = 9$, $d_5 : x + 4y = 24$.

Nhận thấy điểm $I(1; 1)$ thuộc miền nghiệm của các bất phương trình trên. Sau khi gạch bỏ phần không thuộc miền nghiệm ta được miền nghiệm của hệ là miền ngũ giác ABCDO với $A(7; 0)$, $B(6; 3)$, $C(4; 5)$, $D(0; 6)$ và $O(0; 0)$.



Ta có $F(0; 6) = 60 \cdot 0 + 80 \cdot 6 = 480$;

$F(4; 5) = 60 \cdot 4 + 80 \cdot 5 = 640$;

$F(6; 3) = 60 \cdot 6 + 80 \cdot 3 = 600$;

$F(7; 0) = 60 \cdot 7 + 80 \cdot 0 = 420$;

$F(0; 0) = 0$.

Giá trị lớn nhất là $F(4; 5) = 640$.

Vậy cần pha 4 lít nước loại A và 5 lít nước loại B để số điểm thưởng nhận được là lớn nhất.

Ví dụ 3: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn; giá tiền 1kg thịt bò là 250 nghìn đồng; 1kg thịt lợn là 160 nghìn đồng. Giả sử gia đình đó mua x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn.

a) Viết các bất phương trình biểu thị các điều kiện của bài toán thành một hệ bất phương trình rồi xác định miền nghiệm của hệ đó.

b) Gọi F (nghìn đồng) là số tiền phải trả cho x kilogram thịt bò và y kilogram thịt lợn. Hãy biểu diễn F theo x và y .

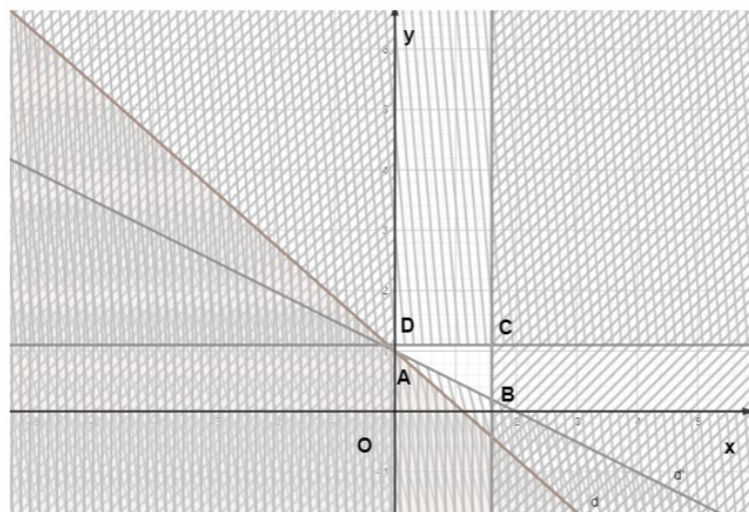
c) Tìm số kilogram thịt mỗi loại mà gia đình cần mua để chi phí là ít nhất.

Lời giải:

a) Vì gia đình này chỉ mua nhiều nhất là 1,6kg thịt bò và 1,1kg thịt lợn nên $0 \leq x \leq 1,6$; $0 \leq y \leq 1,1$
 Nếu mua x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn thì chứa số đơn vị protein là: $800x + 600y$ (đơn vị)
 Do số đơn vị protein cần ít nhất là 900 đơn vị nên ta có: $800x + 600y \geq 900$ hay $8x + 6y \geq 9$
 Nếu mua x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn thì chứa số đơn vị lipit là: $200x + 400y$ (đơn vị)
 Do số đơn vị lipit cần ít nhất là 400 đơn vị nên ta có: $200x + 400y \geq 400$ hay $x + 2y \geq 2$

Khi đó ta có hệ bất phương trình:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là tứ giác ABCD với tọa độ các đỉnh A(0;1), B(1,6;0,2) và C(1,6;1,1), D(0;1,1)



b) Số tiền gia đình đó phải trả để mua x kilôgam thịt bò và y kilôgam thịt lợn là:

$$F(x;y) = 250x + 160y \text{ (nghìn đồng)}$$

$$\text{Vậy } F(x;y) = 250x + 160y$$

c) Tính giá trị của biểu thức F tại các đỉnh của tam giác này:

$$F(1;0) = 250.1 + 160.0 = 250;$$

$$F(1,6;0,2) = 250.1,6 + 160.0,2 = 432;$$

$$F(1,6;1,1) = 250.1,6 + 160.1,1 = 576;$$

$$F(0;1,1) = 250.0 + 160.1,1 = 176;$$

Suy ra giá trị nhỏ nhất cần tìm là $F(0;1,1) = 176$.

Vậy để chi phí là ít nhất thì gia đình cần mua 0 kilôgam thịt bò và 1,1 kilôgam thịt lợn.

Ví dụ 4: Bác An đầu tư 1,2 tỉ đồng vào ba loại trái phiếu: trái phiếu chính phủ với lãi suất 7% một năm, trái phiếu ngân hàng với lãi suất 8% một năm và trái phiếu doanh nghiệp rủi ro cao với lãi suất 12% một năm. Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư lãi suất chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng. Hơn nữa, để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp. Hỏi bác An nên đầu tư mỗi loại trái phiếu bao nhiêu tiền để lợi nhuận thu được sau một năm là lớn nhất?

Lời giải:

Gọi số tiền bác An đầu tư cho trái phiếu chính phủ, trái phiếu ngân hàng lần lượt là x, y (triệu đồng) ($0 \leq x, y \leq 1\,200$).

Khi đó bác An đầu tư cho trái phiếu doanh nghiệp là $1\,200 - x - y$ (triệu đồng)

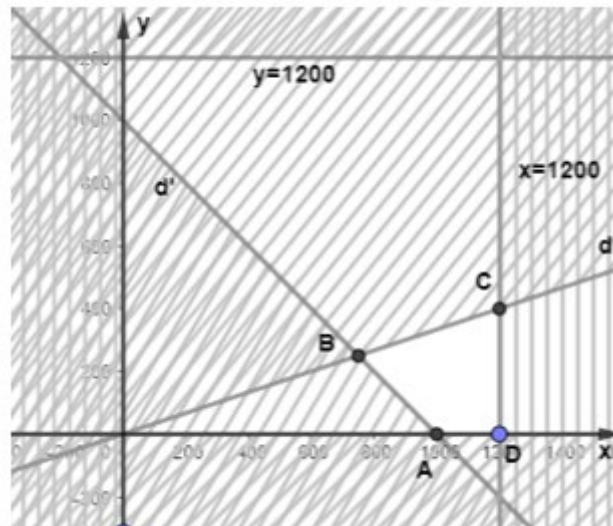
Vì lí do giảm thuế, bác An muốn số tiền đầu tư lãi suất chính phủ gấp ít nhất 3 lần số tiền đầu tư trái phiếu ngân hàng nên ta có: $x \geq 3y$ hay $x - 3y \geq 0$.

Để giảm thiểu rủi ro, bác An đầu tư không quá 200 triệu đồng cho trái phiếu doanh nghiệp nên ta có: $1\,200 - x - y \leq 200$ hay $x + y \geq 1\,000$.

Từ đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1\,200 \\ 0 \leq y \leq 1\,200 \\ x - 3y \geq 0 \\ x + y \geq 1\,000 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là miền tứ giác ABCD với tọa độ các điểm $A(1\,000;0)$, $B(750;250)$, $C(1\,200;400)$, $D(1\,200;0)$.



Lợi nhuận bác An thu được là: $F(x;y) = 7\%x + 8\%y + 12\%(1\,200 - x - y) = 144 - 0,05x - 0,04y$ (triệu đồng)

Tính giá trị của $F(x;y)$ tại các điểm A, B, C, D, ta được:

$$F(1\,000;0) = 144 - 0,05 \cdot 1\,000 - 0,04 \cdot 0 = 94;$$

$$F(750;250) = 144 - 0,05 \cdot 750 - 0,04 \cdot 250 = 96,5;$$

$$F(1\,200;400) = 144 - 0,05 \cdot 1\,200 - 0,04 \cdot 400 = 68;$$

$$F(1\,200;0) = 144 - 0,05 \cdot 1\,200 - 0,04 \cdot 0 = 84;$$

Suy ra hàm $F(x;y)$ lớn nhất bằng 96,5 khi $x = 750$, $y = 250$.

Vậy bác An nên đầu tư 750 trái phiếu chính phủ, 250 trái phiếu ngân hàng và 200 trái phiếu doanh nghiệp để lợi nhuận thu được là lớn nhất.

Ví dụ 5: Một phân xưởng sản xuất hai kiểu mũ. Thời gian để làm ra một chiếc mũ kiểu thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra chiếc mũ kiểu thứ hai. Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong 1 giờ phân xưởng làm được 60 chiếc. Phân xưởng làm việc 8 tiếng mỗi ngày và thị trường tiêu thụ tối đa trong một ngày là 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Tiền lãi khi

bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn đồng, một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn đồng. Tính số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai trong một ngày mà phân xưởng cần sản xuất để tiền lãi thu được là cao nhất.

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số lượng mũ kiểu thứ nhất và kiểu thứ hai trong một ngày mà phân xưởng cần sản xuất để tiền lãi thu được cao nhất. (Điều kiện: $x, y \in \mathbb{N}$)

Trong một ngày thị trường tiêu thụ tối đa 200 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai nên ta có: $0 \leq x \leq 200; 0 \leq y \leq 240$.

Tiền lãi khi bán một chiếc mũ kiểu thứ nhất là 24 nghìn và một chiếc mũ kiểu thứ hai là 15 nghìn nên tổng số tiền lãi khi bán mũ là $T = 24x + 15y$.

Nếu chỉ sản xuất toàn kiểu mũ thứ hai thì trong một giờ phân xưởng làm được 60 chiếc nên thời gian để làm một chiếc mũ kiểu thứ hai là $1/60$ (giờ).

Thời gian làm ra một chiếc mũ thứ nhất nhiều gấp hai lần thời gian làm ra một chiếc mũ kiểu thứ hai nên thời gian để làm một chiếc mũ kiểu thứ nhất là $2 \cdot 1/60 = 1/30$ (giờ).

Thời gian để làm x chiếc mũ kiểu thứ nhất là $1/30x$ (giờ).

Thời gian để làm y chiếc mũ kiểu thứ hai là $1/60y$ (giờ).

Tổng thời gian để làm hai loại mũ trong một ngày là $1/30x + 1/60y$ (giờ).

Vì một ngày phân xưởng làm việc 8 tiếng nên $1/30x + 1/60y \leq 8 \Leftrightarrow 2x + y \leq 480$.

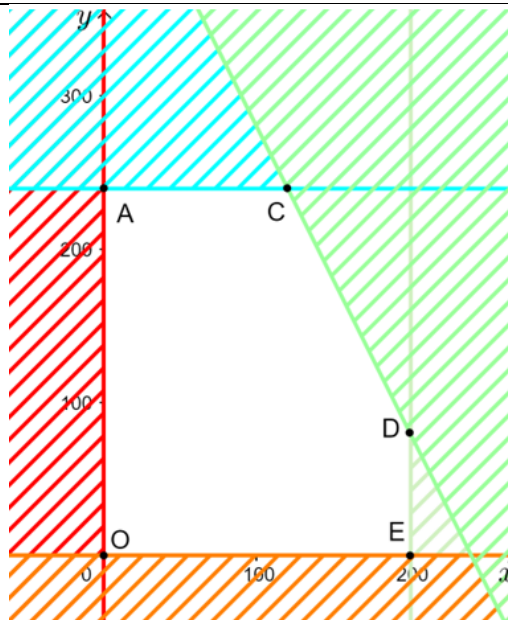
Khi đó bài toán đã cho đưa về: Tìm x, y là nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 200 \\ 0 \leq y \leq 240 \\ 2x + y \leq 480 \end{cases} \quad (I) \text{ sao cho } T = 24x + 15y \text{ có giá trị lớn nhất.}$$

Trước hết, ta xác định miền nghiệm của hệ bất phương trình (I).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền ngũ giác ACDEO với $A(0; 240)$, $C(120; 240)$, $D(200; 80)$, $E(200; 0)$, $O(0; 0)$ (hình dưới).

(A là giao điểm của trục tung và đường thẳng $y = 240$; C là giao điểm của đường thẳng $y = 240$ và $2x + y = 480$, D là giao điểm của đường thẳng $2x + y = 480$ và $x = 200$, E là giao điểm của trục hoành và đường thẳng $x = 200$).



Người ta chứng minh được: Biểu thức $T = 24x + 15y$ có giá trị lớn nhất tại một trong các đỉnh của ngũ giác ACDEO.

Tính giá trị của biểu thức $T = 24x + 15y$ tại các cặp số $(x; y)$ là tọa độ các đỉnh của ngũ giác ACDEO:

+ Tại đỉnh A: $T = 24 \cdot 0 + 15 \cdot 240 = 3600$

+ Tại đỉnh C: $T = 24 \cdot 120 + 15 \cdot 240 = 6480$

+ Tại đỉnh D: $T = 24 \cdot 200 + 15 \cdot 80 = 6000$

+ Tại đỉnh E: $T = 24 \cdot 200 + 15 \cdot 0 = 4800$

+ Tại đỉnh O: $T = 0$

Có $0 < 3600 < 4800 < 6000 < 6480$

So sánh giá trị của biểu thức T tại các đỉnh, ta thấy T đạt giá trị lớn nhất bằng 6480 khi $x = 120$ và $y = 240$ ứng với tọa độ đỉnh C.

Vậy để tiền lãi thu được là cao nhất, trong một ngày xưởng cần sản xuất 120 chiếc mũ kiểu thứ nhất và 240 chiếc mũ kiểu thứ hai. Khi đó tiền lãi là 6480 nghìn đồng hay 6 480 000 đồng.

Ví dụ 6: Một công ty cho thuê xe chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B trong đó loại xe A có 10 chiếc, loại xe B có 9 chiếc. Một chiếc xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng. Một chiếc xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 20 người và 0.6 tấn hàng. Mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Hỏi phải thuê bao nhiêu xe mỗi loại để chi phí bỏ ra là ít nhất.

Lời giải:

Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và B ($x, y \geq 0$ và x, y nguyên)

Ta có mỗi xe loại A có thể chở tối đa 20 người và 0.6 tấn hàng, nên x xe loại A có thể chở tối đa $20x$ người và $0.6x$ tấn hàng.

Mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng nên y xe loại B có thể chở được $10y$ người và $1.5y$ tấn hàng.

Vậy x xe loại A và y xe loại B có thể chở tối đa $20x + 10y$ người và $0.6x + 1.5y$ tấn hàng

Theo đề bài ta có hệ phương trình

$$\begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0.6x + 1.5y \geq 9 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \text{ (I)} \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases}$$

Cần tìm x, y thỏa (I) sao cho $F(x; y) = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất.

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (I) là miền tứ giác ABCD với $A(5;4)$, $B(10;2)$, $C(10;9)$, $D(5/2;9)$.

Ta có $F(5;4)=32$, $F(10;2)=46$, $F(10;9)=67$, $F(5/2;9)=37$

Suy ra $F(x; y) = 4x + 3y$ đạt giá trị nhỏ nhất bằng 32 khi $x=5; y=4$.

Vậy cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B thì chi phí vận chuyển nhỏ nhất.

Ví dụ 7: Một công ty kinh doanh thương mại chuẩn bị cho một đợt khuyến mại nhằm thu hút khách hàng bằng cách tiến hành quảng cáo sản phẩm của công ty trên hệ thống phát thanh và truyền hình. Chi phí cho 1 phút quảng cáo trên sóng phát thanh là 800.000 đồng, trên sóng truyền hình là 4.000.000 đồng. Đài phát thanh chỉ nhận phát các chương trình quảng cáo dài ít nhất là 5 phút. Do nhu cầu quảng cáo trên truyền hình lớn nên đài truyền hình chỉ nhận phát các chương trình dài tối đa là 4 phút. Theo các phân tích cùng thời lượng một phút quảng cáo trên truyền hình sẽ có hiệu quả gấp 6 lần trên sóng phát thanh. Công ty dự định chi tối đa là 16.000.000 đồng cho quảng cáo. Công ty cần đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Lời giải:

Phân tích bài toán: Gọi thời lượng công ty đặt quảng cáo trên sóng phát thanh là x (phút), trên truyền hình là y (phút). Chi phí cho việc này là

$800.000x + 4.000.000y$ (đồng).

Mức chi phí này không được phép vượt quá mức chi tối đa, tức là

$$800000x + 4000000y \leq 16000000$$

$$\Leftrightarrow x + 5y - 20 \leq 0.$$

Theo giả thiết, ta có $x \geq 5$; $x \leq 4$.

Đồng thời do x, y là thời lượng nên $x \geq 0$; $y \geq 0$.

Hiệu quả chung của quảng cáo là $x + 6y$.

Bài toán trở thành: Tìm x, y sao cho $M(x; y) = x + 6y$ đạt giá trị lớn nhất, với x, y thỏa mãn hệ

$$\text{bất phương trình } \begin{cases} x + 5y - 20 \leq 0 \\ x \geq 5 \\ 0 \leq y \leq 4 \end{cases} \quad (*).$$

Trong mặt phẳng Oxy , ta biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là phần tam giác ABC với $A(5;3)$, $B(5;0)$, $C(20;0)$.

Ta có $M(5;3)=23$; $M(5;0)=5$; $M(20;0)=20$ suy ra giá trị lớn nhất của $M(x; y)$ bằng 23 tại $(5;3)$. Tức là nếu đặt thời lượng quảng cáo trên sóng phát thanh là 5 phút và trên truyền hình là 3 phút thì sẽ đạt hiệu quả nhất.

Ví dụ 8: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm, mỗi kg sản phẩm loại một cần 2kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lợi nhuận 40 000 đồng. Mỗi sản phẩm loại hai cần 4kg nguyên liệu và 15 giờ đem lại mức lợi nhuận là 30 000 đồng. Xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Hỏi cần sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lợi nhuận cao nhất?

Lời giải:

Phân tích bài toán: Gọi x ($x \geq 0$) là số kg loại một cần sản xuất, y ($y \geq 0$) là số kg loại hai cần sản xuất. Suy ra số nguyên liệu cần dùng là $2x + 4y$, thời gian là $30x + 15y$ có mức lợi nhuận là $40000x + 30000y$.

Theo giả thiết bài toán xưởng có 200kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc, suy ra $2x + 4y \leq 200$ hay $x + 2y - 100 \leq 0$; $30x + 15y \leq 1200$ hay $2x + y - 80 \leq 0$.

Bài toán trở thành: Tìm $x; y$ thỏa mãn hệ
$$\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} (*) \text{ sao cho}$$

$L(x; y) = 40000x + 30000y$ đạt giá trị lớn nhất.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ (*) là miền tứ giác $OABC$ với

$O(0;0), A(40;0), B(0;50), C(20;40)$.

Ta có $L(0;0) = 0, L(40;0) = 1600000, L(0;50) = 1500000, L(20;40) = 2000000$.

Do đó giá trị lớn nhất của $L(x; y)$ là 2 000 000 khi $(x; y) = (20; 40)$.

Vậy nên sản xuất 20kg sản phẩm loại I và 40kg sản phẩm loại hai để có mức lợi nhuận cao nhất.

II-BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM:

Câu 1: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là.

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.

C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$.

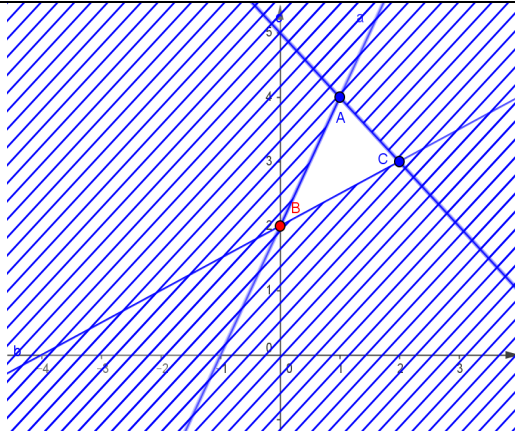
D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 trên hệ trục tọa độ như dưới

đây:



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Ta có: $F(A) = 4 - 1 = 3; F(B) = 2; F(C) = 3 - 2 = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

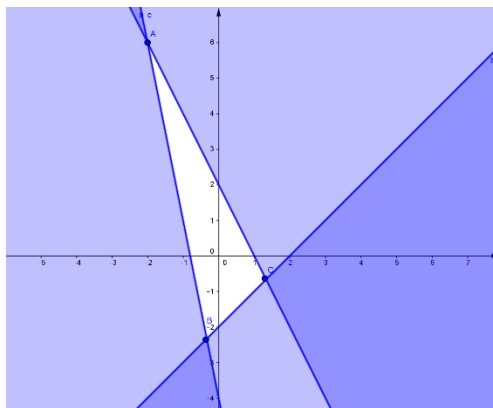
- Câu 2:** Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ là
- A.** $\min F = -3$ khi $x = 1, y = -2$. **B.** $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.
- C.** $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$. **D.** $\min F = 8$ khi $x = -2, y = 6$.

Lời giải

Chọn C.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x + y \leq 2 \\ x - y \leq 2 \\ 5x + y \geq -4 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới

đây:



Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F = y - x$ chỉ đạt được tại các điểm

$A(-2; 6), C\left(\frac{4}{3}; -\frac{2}{3}\right), B\left(\frac{-1}{3}; \frac{-7}{3}\right)$.

Ta có: $F(A) = 8; F(B) = -2; F(C) = -2$.

Vậy $\min F = -2$ khi $x = \frac{4}{3}, y = -\frac{2}{3}$.

Câu 3: Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - y \leq 2 \\ 3x + 5y \leq 15 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$$
. Khẳng định nào sau đây là khẳng định **sai** ?

- A.** Trên mặt phẳng tọa độ Oxy , biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình đã cho là miền tứ giác $ABCO$ kể cả các cạnh với $A(0;3)$, $B\left(\frac{25}{8}; \frac{9}{8}\right)$, $C(2;0)$ và $O(0;0)$.
- B.** Đường thẳng $\Delta: x + y = m$ có giao điểm với tứ giác $ABCO$ kể cả khi $-1 \leq m \leq \frac{17}{4}$.
- C.** Giá trị lớn nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là $\frac{17}{4}$.
- D.** Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $x + y$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình đã cho là 0.

Hướng dẫn giải

Chọn B.

Trước hết, ta vẽ bốn đường thẳng:

$$(d_1): x - y = 2$$

$$(d_2): 3x + 5y = 15$$

$$(d_3): x = 0$$

$$(d_4): y = 0$$

Miền nghiệm là phần không bị gạch, kể cả biên.

Câu 4: Giá trị lớn nhất của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ với

$$\text{điều kiện } \begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases} \text{ là}$$

- A.** 6. **B.** 8. **C.** 10. **D.** 12.

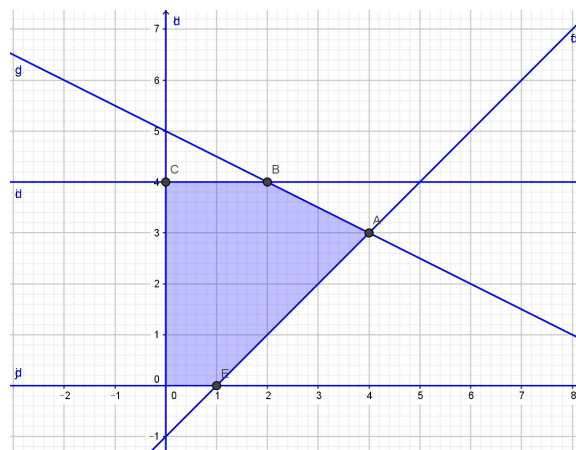
Lời giải

Chọn C.

Vẽ đường thẳng $d_1: x - y - 1 = 0$, đường thẳng d_1 qua hai điểm $(0; -1)$ và $(1; 0)$.

Vẽ đường thẳng $d_2: x + 2y - 10 = 0$, đường thẳng d_2 qua hai điểm $(0; 5)$ và $(2; 4)$.

Vẽ đường thẳng $d_3: y = 4$.



Miền nghiệm là ngũ giác $ABCOE$ với $A(4;3)$, $B(2;4)$, $C(0;4)$, $E(1;0)$.

Ta có: $F(4;3)=10$, $F(2;4)=10$, $F(0;4)=8$, $F(1;0)=1$, $F(0;0)=0$.

Vậy giá trị lớn nhất của biết thức $F(x;y)=x+2y$ bằng 10.

Câu 5: Giá trị nhỏ nhất của biết thức $F(x;y)=x-2y$ với điều kiện $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x+y-2 \geq 0 \\ x-y-2 \leq 0 \end{cases}$ là

A. -10.

B. 12.

C. -8.

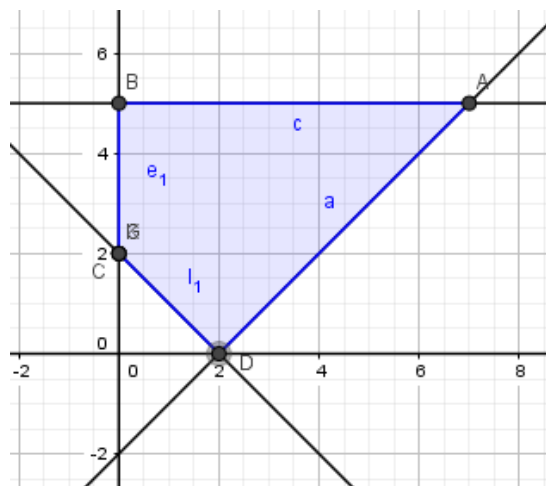
D. -6.

Lời giải

Chọn A.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 0 \leq y \leq 5 \\ x \geq 0 \\ x+y-2 \geq 0 \\ x-y-2 \leq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới

đây:.



Nhận thấy biết thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B, C hoặc D .

Ta có: $F(A) = 7 - 2 \times 5 = -3$; $F(B) = -2 \times 5 = -10$.

$F(C) = -2 \times 2 = -4$, $F(D) = 2 - 2 \times 0 = 2$.

Vậy $\min F = -10$ khi $x = 0, y = 5$.

Câu 6: Biểu thức $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm $S(x;y)$

có tọa độ là

A. (4;1).

B. (3;1).

C. (2;1).

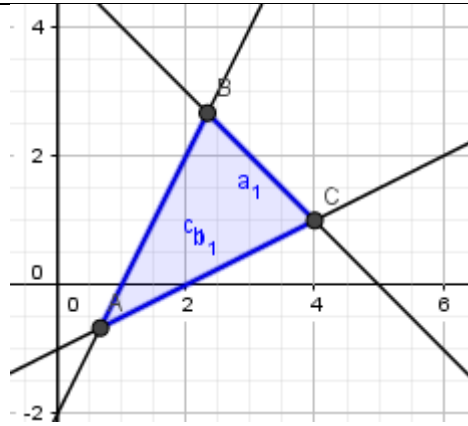
D. (1;1).

Lời giải

Chọn A.

Biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} -2x + y \leq -2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ trên hệ trục tọa độ như dưới

đây:



Nhận thấy biểu thức $F = y - x$ chỉ đạt giá trị nhỏ nhất tại các điểm A, B hoặc C .

Chỉ $C(4;1)$ có tọa độ nguyên nên thỏa mãn.

Vậy $\min F = -3$ khi $x = 4, y = 1$.

Câu 7: Biểu thức $L = y - x$, với x và y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x + 3y - 6 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ 2x - 3y - 1 \leq 0 \end{cases}$$
, đạt giá trị

lớn nhất là a và đạt giá trị nhỏ nhất là b . Hãy chọn kết quả đúng trong các kết quả sau:

- A.** $a = \frac{25}{8}$ và $b = -2$. **B.** $a = 2$ và $b = -\frac{11}{12}$. **C.** $a = 3$ và $b = 0$. **D.** $a = 3$ và $b = \frac{-9}{8}$.

Lời giải

i

Chọn B.

Trước hết, ta vẽ ba đường thẳng:

$$(d_1): 2x + 3y - 6 = 0$$

$$(d_2): x = 0$$

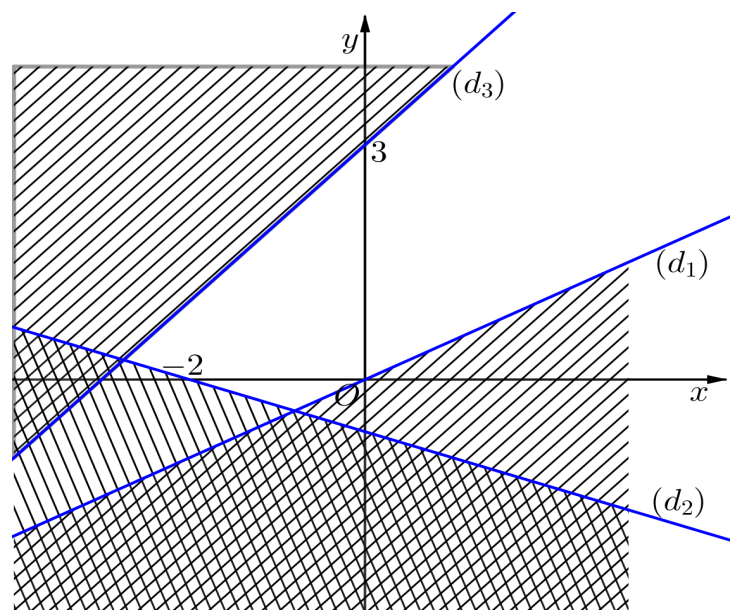
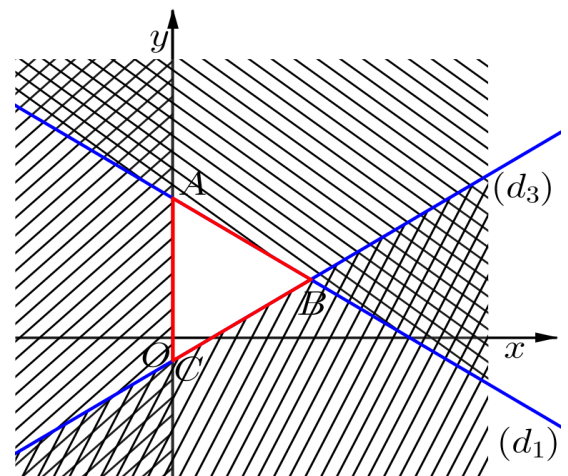
$$(d_3): 2x - 3y - 1 = 0$$

Ta thấy $(0; 0)$ là nghiệm của cả ba bất phương trình. Điều đó có nghĩa gốc tọa độ thuộc cả ba miền nghiệm của cả ba bất phương trình. Sau khi gạch bỏ các miền không thích hợp, miền không bị gạch là miền nghiệm của hệ (kể cả biên).

Miền nghiệm là hình tam giác ABC (kể cả biên),

$$A(0; 2), B\left(\frac{7}{4}; \frac{5}{6}\right), C\left(0; -\frac{1}{3}\right).$$

$$\text{Vậy ta có } a = 2 - 0 = 2, b = \frac{5}{6} - \frac{7}{4} = -\frac{11}{12}.$$



Câu 8: Trong các hệ bất phương trình sau, hệ bất phương trình nào là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $\begin{cases} 2x - 5y + 3z \leq 0 \\ x > 0 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} 3x^2 + 2x - 4 > 0 \\ x > 0 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} 2x^2 + 5y > 3 \\ x > 0 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} 2x - 5y + 3 \leq 0 \\ x > 0 \end{cases}$.

Lời giải

Chọn D.

Theo định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 9: Người ta dùng 100m rào để rào một mảnh vườn hình chữ nhật để thả gia súc. Biết một cạnh của hình chữ nhật là bức tường (không phải rào). Tính diện tích lớn nhất của mảnh để có thể rào được?

A. 1350m^2 . **B.** 1250m^2 . **C.** 625m^2 . **D.** 1150m^2 .

Lời giải

Chọn B.

Đặt cạnh của hình chữ nhật lần lượt là x, y ($x, y > 0$; y là cạnh của bức tường).

Ta có: $2x + y = 100$. (1).

Diện tích hình chữ nhật là $S = xy = 2x \cdot \frac{y}{2} \leq 2 \cdot \left(\frac{x + \frac{y}{2}}{2} \right)^2 = \frac{1}{8}(2x + y)^2 = \frac{1}{8}(100)^2 = 1250$.

Vậy $S_{\max} = 1250\text{m}^2$. Đạt được khi $x = \frac{y}{2} \Leftrightarrow y = 2x \Rightarrow x = 25\text{m}; y = 50\text{m}$.

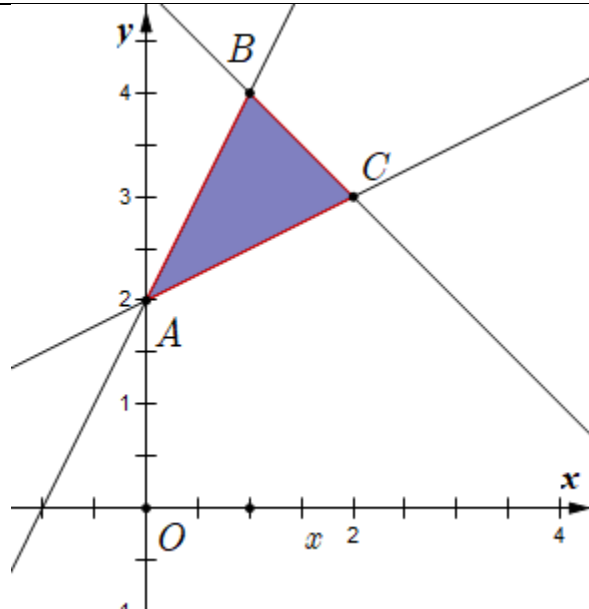
Câu 10: Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

A. $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$. **B.** $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$. **D.** $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Lời giải

Chọn A.

Miền nghiệm của hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là miền trong của tam giác ABC kể cả biên (như hình)



Ta thấy $F = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C .

Tại $A(0; 2)$ thì $F = 2$.

Tại $B(1; 4)$ thì $F = 3$

Tại $C(2; 3)$ thì $F = 1$.

Vậy $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$.

Câu 11. Biểu thức $F(x; y) = y - x$ đạt giá trị nhỏ nhất với điều kiện $\begin{cases} 2x - y \geq 2 \\ x - 2y \leq 2 \\ x + y \leq 5 \\ x \geq 0 \end{cases}$ tại điểm M có

toạ độ là:

- A. $(4; 1)$. B. $\left(\frac{8}{3}; -\frac{7}{3}\right)$. C. $\left(\frac{2}{3}; -\frac{2}{3}\right)$. D. $(5; 0)$.

Lời giải

Ta đi giải các hệ phương trình

$$\begin{cases} 2x - y = 2 \\ x - 2y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{2}{3} \\ y = -\frac{2}{3} \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x - y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{7}{3} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}; \quad \begin{cases} x - 2y = 2 \\ x + y = 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = 1 \end{cases}.$$

Suy ra chỉ có đáp án A và C là đỉnh của đa giác miền nghiệm.

So sánh $F(x; y) = y - x$ ứng với toạ độ ở đáp án A và C, ta được đáp án $(4; 1)$. **Chọn A.**

Câu 12. Cho x, y thoả mãn hệ $\begin{cases} x + 2y - 100 \leq 0 \\ 2x + y - 80 \leq 0 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}$. Tìm giá trị lớn nhất $P_{\max}$ của biểu thức

$$P = (x; y) = 40000x + 30000y.$$

A. $P_{\max} = 2000000$. B. $P_{\max} = 2400000$. C. $P_{\max} = 1800000$. D. $P_{\max} = 1600000$.

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ các đường thẳng

$$d_1 : x + 2y - 100 = 0, \quad d_2 : 2x + y - 80 = 0.$$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng (tứ giác $OABC$ kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ là

$$O(0;0),$$

$$A(0;50),$$

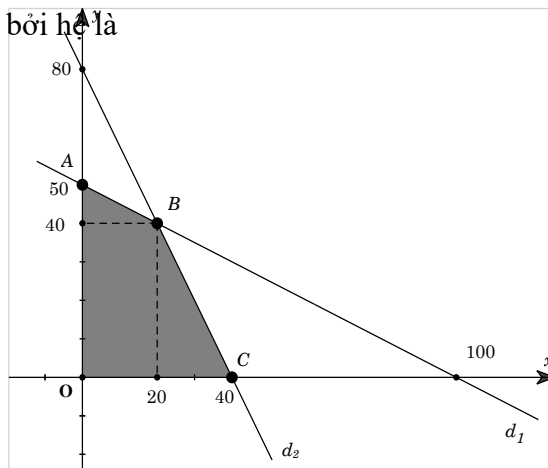
$$B(20;40),$$

$$C(40;0).$$

Ta có

$$\begin{cases} P(0;0) = 0 \\ P(0;50) = 1500000 \\ P(20;40) = 2000000 \\ P(40;0) = 1600000 \end{cases}$$

→ $P_{\max} = 2000000$. Chọn A.



Câu 13. Giá trị lớn nhất $F_{\max}$ của biểu thức $F(x; y) = x + 2y$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 0 \leq y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ x - y - 1 \leq 0 \\ x + 2y - 10 \leq 0 \end{cases} \quad \text{là}$$

A. $F_{\max} = 6$. B. $F_{\max} = 8$. C. $F_{\max} = 10$. D. $F_{\max} = 12$.

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ các đường thẳng

$$d_1 : x - y - 1 = 0,$$

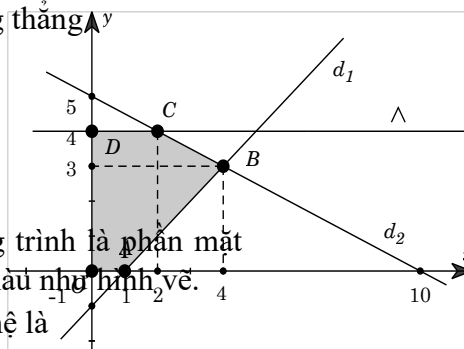
$$d_2 : x + 2y - 10 = 0,$$

$$\Delta : y = 4.$$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng (ngũ giác $OABCD$ kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ là

$$O(0;0), A(1;0), B(4;3), C(2;4), D(0;4).$$



$$\text{Ta có } \begin{cases} F(0;0) = 0 \\ F(1;0) = 1 \\ F(4;3) = 10 \longrightarrow F_{\max} = 10. \text{ Chọn C} \\ F(2;4) = 10 \\ F(0;4) = 8 \end{cases}$$

Câu 14. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x; y) = 4x + 3y$ trên miền xác định bởi hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \\ 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \end{cases} \text{ là}$$

A. $F_{\min} = 23$. B. $F_{\min} = 26$. C. $F_{\min} = 32$. D. $F_{\min} = 67$.

Lời giải

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ các đường thẳng

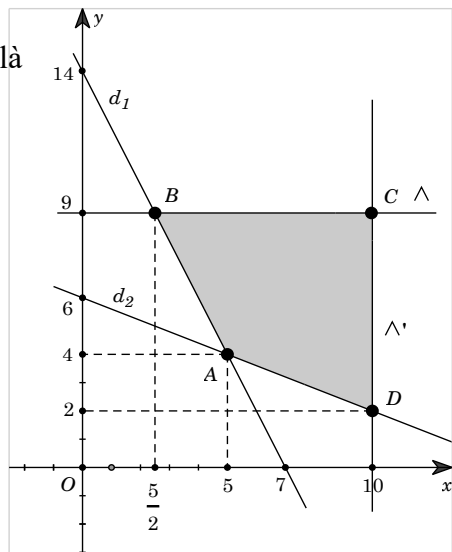
$$d_1: 2x + y - 14 = 0, \quad d_2: 2x + 5y - 30 = 0, \quad \Delta: y = 9, \quad \Delta': x = 10.$$

Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình là phần mặt phẳng (tứ giác $ABCD$ kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ là

$$A(5;4), B\left(\frac{5}{2};9\right), C(10;9), D(10;2).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} F(5;4) = 32 \\ F\left(\frac{5}{2};9\right) = 37 \\ F(10;9) = 67 \\ F(10;2) = 46 \end{cases} \longrightarrow F_{\min} = 32.$$



Chọn C.

Câu 15. Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo.

- Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường, 1 lít nước và 1 g hương liệu;
- Để pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu.

Mỗi lít nước cam nhận được 60 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để đạt được số điểm thưởng cao nhất?

- A. 5 lít nước cam và 4 lít nước táo. B. 6 lít nước cam và 5 lít nước táo.
C. 4 lít nước cam và 5 lít nước táo. D. 4 lít nước cam và 6 lít nước táo.

Lời giải

Giả sử x, y lần lượt là số lít nước cam và số lít nước táo mà mỗi đội cần pha chế.

Suy ra $30x + 10y$ là số gam đường cần dùng;

$x + y$ là số lít nước cần dùng;

$x + 4y$ là số gam hương liệu cần dùng.

$$\text{Theo giả thiết ta có } \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \geq 0 \\ y \geq 0 \\ 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ x + 4y \leq 24 \end{cases} \quad (*)$$

Số điểm thưởng nhận được sẽ là $P = 60x + 80y$.

Ta đi tìm giá trị nhỏ nhất của biểu thức P với x, y thỏa mãn $(*)$. **Chọn C.**

Câu 16. Một nhà khoa học đã nghiên cứu về tác động phối hợp của hai loại Vitamin A và B đã thu được kết quả như sau: Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị Vitamin cả A lẫn B và có thể tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B . Do tác động phối hợp của hai loại vitamin trên nên mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A . Tính số đơn vị vitamin mỗi loại ở trên để một người dùng mỗi ngày sao cho chi phí rẻ nhất, biết rằng mỗi đơn vị vitamin A có giá 9 đồng và mỗi đơn vị vitamin B có giá 7,5 đồng.

A. 600 đơn vị Vitamin A , 400 đơn vị Vitamin B .

B. 600 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

C. 500 đơn vị Vitamin A , 500 đơn vị Vitamin B .

D. 100 đơn vị Vitamin A , 300 đơn vị Vitamin B .

Lời giải

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ lần lượt là số đơn vị vitamin A và B để một người cần dùng trong một ngày.

Trong một ngày, mỗi người cần từ 400 đến 1000 đơn vị vitamin cả A lẫn B nên ta có: $400 \leq x + y \leq 1000$.

Hàng ngày, tiếp nhận không quá 600 đơn vị vitamin A và không quá 500 đơn vị vitamin B nên ta có: $x \leq 600, y \leq 500$.

Mỗi ngày một người sử dụng số đơn vị vitamin B không ít hơn một nửa số đơn vị vitamin A và không nhiều hơn ba lần số đơn vị vitamin A nên ta có: $0,5x \leq y \leq 3x$.

Số tiền cần dùng mỗi ngày là: $T(x, y) = 9x + 7,5y$.

Bài toán trở thành: Tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 600, 0 \leq y \leq 500 \\ 400 \leq x + y \leq 1000 \\ 0,5x \leq y \leq 3x \end{cases} \quad \text{để } T(x, y) = 9x + 7,5y \text{ đạt giá trị nhỏ nhất. Chọn D.}$$

Câu 17. Công ty Bao bì Dược cần sản xuất 3 loại hộp giấy: đựng thuốc B₁, đựng cao Sao vàng và đựng "Quy sâm đại bổ hoàn". Để sản xuất các loại hộp này, công ty dùng các tấm bìa có kích thước giống nhau. Mỗi tấm bìa có hai cách cắt khác nhau.

• Cách thứ nhất cắt được 3 hộp B₁, một hộp cao Sao vàng và 6 hộp Quy sâm.

• Cách thứ hai cắt được 2 hộp B₁, 3 hộp cao Sao vàng và 1 hộp Quy sâm. Theo kế hoạch, số hộp Quy

sâm phải có là 900 hộp, số hộp B₁ tối thiểu là 900 hộp, số hộp cao sao vàng tối thiểu là 1000 hộp. Cần phương án sao cho tổng số tấm bìa phải dùng là ít nhất?

- A. Cắt theo cách một $x - 2 < 0$ tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
- B. Cắt theo cách một 150 tấm, cắt theo cách hai 100 tấm.
- C. Cắt theo cách một 50 tấm, cắt theo cách hai 300 tấm.
- D. Cắt theo cách một 100 tấm, cắt theo cách hai 200 tấm.

Lời giải

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ lần lượt là số tấm bìa cắt theo cách thứ nhất, thứ hai.

$$\text{Bài toán đưa đến tìm } x \geq 0, y \geq 0 \text{ thỏa mãn hệ } \begin{cases} 3x + 2y \geq 900 \\ x + 3y \geq 1000 \\ 6x + y = 900 \end{cases} \text{ sao cho } L = x + y \text{ nhỏ nhất.}$$

Chọn A.

Câu 18. Một nhà máy sản xuất, sử dụng ba loại máy đặc chủng để sản xuất sản phẩm A và sản phẩm B trong một chu trình sản xuất. Để sản xuất một tấn sản phẩm A lãi 4 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 1 giờ, máy II trong 2 giờ và máy III trong 3 giờ. Để sản xuất ra một tấn sản phẩm B lãi được 3 triệu đồng người ta sử dụng máy I trong 6 giờ, máy II trong 3 giờ và máy III trong 2 giờ. Biết rằng máy I chỉ hoạt động không quá 36 giờ, máy hai hoạt động không quá 23 giờ và máy III hoạt động không quá 27 giờ. Hãy lập kế hoạch sản xuất cho nhà máy để tiền lãi được nhiều nhất.

- A. Sản xuất 9 tấn sản phẩm A và không sản xuất sản phẩm B.
- B. Sản xuất 7 tấn sản phẩm A và 3 tấn sản phẩm B.
- C. Sản xuất $\frac{10}{3}$ tấn sản phẩm A và $\frac{49}{9}$ tấn sản phẩm B.
- D. Sản xuất 6 tấn sản phẩm B và không sản xuất sản phẩm A.

Lời giải

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (tấn) là sản lượng cần sản xuất của sản phẩm A và sản phẩm B. Ta có:

$x + 6y$ là thời gian hoạt động của máy I.

$2x + 3y$ là thời gian hoạt động của máy II.

$3x + 2y$ là thời gian hoạt động của máy III.

Số tiền lãi của nhà máy: $T = 4x + 3y$ (triệu đồng).

$$\text{Bài toán trở thành: Tìm } x \geq 0, y \geq 0 \text{ thỏa mãn } \begin{cases} x + 6y \leq 36 \\ 2x + 3y \leq 23 \\ 3x + 2y \leq 27 \end{cases} \text{ để } T = 4x + 3y \text{ đạt giá trị lớn}$$

nhất. **Chọn B.**

Câu 19: Một phân xưởng có hai máy đặc chủng M_1, M_2 sản xuất hai loại sản phẩm kí hiệu là I và II. Một tấn sản phẩm loại I lãi 2 triệu đồng, một tấn sản phẩm loại 2 lãi 1,6 triệu đồng. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm loại I dùng máy M_1 trong 3 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Muốn sản xuất 1 tấn sản phẩm loại II dùng máy M_1, M_2 trong 1 giờ và máy M_2 trong 1 giờ. Một máy không thể dùng để sản xuất đồng thời 2 loại sản phẩm. Máy M_1 làm việc không quá 6 giờ trong một ngày, máy M_2 một ngày chỉ làm việc không quá 4 giờ. Hãy đặt kế hoạch sản xuất sao cho số tiền lãi cao nhất.

A. 6,8 triệu đồng.

B. 6,4 triệu đồng.

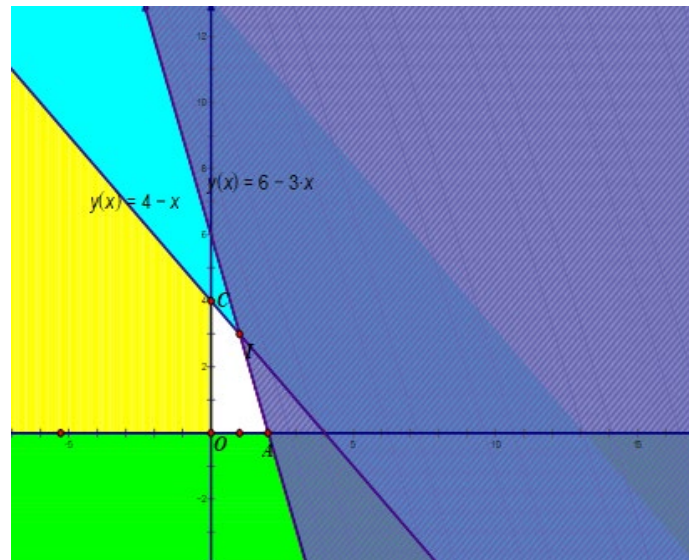
C. 4 triệu đồng.

D. 7,2 triệu đồng.

Lời giải

+ Giáo viên chốt lại hệ bất PT có được là
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases} \quad (2) \quad \text{tìm } x = x_0; y = y_0 \text{ để } L = 2x + 1,6y \text{ đạt}$$

giá trị lớn nhất.



$$O(0;0) \Rightarrow L=0, A(2;0) \Rightarrow L=4, B(1;3) \Rightarrow L=6,8, C(0;4) \Rightarrow L=6,4$$

$L = 2x + 1,6y$ đạt giá trị lớn nhất khi $x = 1; y = 3$.

Vậy để có số tiền lãi cao nhất mỗi ngày sản xuất 1 tấn sản phẩm loại I và 3 tấn sản phẩm loại II.

Câu 20: Một công ty điện tử sản xuất hai kiểu radio trên hai dây chuyền độc lập. Radio kiểu một sản xuất trên dây chuyền một với công suất 45 radio/ngày, radio kiểu hai sản xuất trên dây chuyền hai với công suất 80 radio/ngày. Để sản xuất một chiếc radio kiểu một cần 12 linh kiện, để sản xuất một chiếc radio kiểu hai cần 9 linh kiện. Tiền lãi khi bán một chiếc radio kiểu một là 250 000 đồng, lãi thu được khi bán một chiếc radio kiểu hai là 180 000 đồng. Hỏi cần sản xuất như thế nào để tiền lãi thu được là nhiều nhất, biết rằng số linh kiện có thể sử dụng tối đa trong một ngày là 900?

A. Sản xuất 15 radio kiểu một và 80 radio kiểu hai.

B. Sản xuất 45 radio kiểu một và 40 radio kiểu hai.

C. Sản xuất 45 radio kiểu một.

D. Sản xuất 80 radio kiểu hai.

Lời giải

Chọn B.

Gọi x và y lần lượt là số radio kiểu một và số radio kiểu hai mà công ty này sản xuất trong một ngày ($x; y \in \mathbb{N}^*$).

Số tiền lãi mà công ty này thu về hàng ngày là $f(x; y) = 250000x + 180000y$ (đồng).

$$\text{Ta có hệ bất phương trình } \begin{cases} 12x + 9y \leq 900 \\ 0 \leq x \leq 45 \\ 0 \leq y \leq 80 \end{cases} \quad (*).$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là ngũ miền ngũ giác $OABCD$ trong đó $O(0;0)$, $A(45;0)$, $B(45;40)$, $C(15;80)$, $D(0;80)$.

Ta có $f(x; y)$ lớn nhất khi $(x; y) = (45; 40)$, tức là công ty này cần sản xuất 45 radio kiểu một và 40 radio kiểu hai.

Câu 21: Trong một cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi được sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường để pha chế nước cam và nước táo. Để pha chế 1 lít nước cam cần 30 g đường và 1 lít nước; pha chế 1 lít nước táo cần 10 g đường, 1 lít nước và 4 g hương liệu. Mỗi lít nước cam nhận được 20 điểm thưởng, mỗi lít nước táo nhận được 80 điểm thưởng. Hỏi cần pha chế bao nhiêu lít nước trái cây mỗi loại để được số tiền thưởng là lớn nhất?

- A. 7 lít nước đường.
- B. 6 lít nước táo.
- C. 3 lít nước đường, 6 lít nước táo.
- D. 6 lít nước đường, 3 lít nước táo.

Lời giải

Gọi $x; y$ lần lượt là số lít nước cam và táo của mỗi đội pha chế ($x; y \geq 0$).

Số điểm thưởng của đội chơi này là $f(x; y) = 20x + 80y$.

Số gam đường cần dùng là $30x + 10y$ (g).

Số lít nước cần dùng là $x + y$ (l).

Số gam hương liệu cần dùng là $4y$ (g).

Vì trong cuộc thi pha chế, mỗi đội chơi sử dụng tối đa 24 g hương liệu, 9 lít nước và 210 g đường nên ta có hệ bất phương trình sau

$$\begin{cases} 30x + 10y \leq 210 \\ x + y \leq 9 \\ 4y \leq 24 \\ x; y \geq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3x + y \leq 21 \\ x + y \leq 9 \\ y \leq 6 \\ x; y \geq 0 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình (*).

Miền nghiệm của hệ bất phương trình (*) là ngũ giác $OABCD$.

Trong đó $O(0;0)$, $A(7;0)$, $B(6;3)$, $C(3;6)$, $D(0;6)$.

Suy ra $f(3;6)$ là giá trị lớn nhất của hàm số $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Như vậy để được số điểm thưởng lớn nhất cần pha chế 3 lít nước cam và 6 lít nước táo.

ÔN TẬP CHƯƠNG II

ĐỀ BÀI

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 1. Trong các cặp số sau đây, cặp nào **không** thuộc nghiệm của bất phương trình: $x - 4y + 5 > 0$

- A.** $(-5; 0)$. **B.** $(-2; -1)$. **C.** $(0; 0)$. **D.** $(1; -3)$.

Câu 2: Miền nghiệm của bất phương trình $-x + 2 + 2(y - 2) < 2(1 - x)$ là nửa mặt phẳng chứa điểm

- A.** $(0; 0)$. **B.** $(1; 1)$. **C.** $(4; 2)$. **D.** $(1; -1)$.

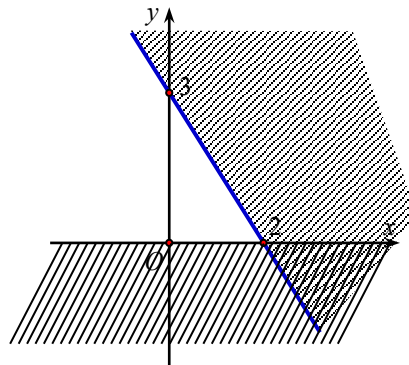
Câu 3. Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$$
 chứa điểm nào sau đây?

- A.** $A(1; 0)$. **B.** $B(-2; 3)$. **C.** $C(0; -1)$. **D.** $D(-1; 0)$.

Câu 4. Miền nghiệm của bất phương trình $5(x + 2) - 9 < 2x - 2y + 7$ là phần mặt phẳng **không** chứa điểm nào?

- A.** $(-2; 1)$. **B.** $(2; 3)$. **C.** $(2; -1)$. **D.** $(0; 0)$.

Câu 5. Phần không gạch chéo ở hình sau đây là biểu diễn miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ A, B, C, D ?



- A.** $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. **B.** $\begin{cases} y > 0 \\ 3x + 2y < -6 \end{cases}$. **C.** $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y < 6 \end{cases}$. **D.** $\begin{cases} x > 0 \\ 3x + 2y > -6 \end{cases}$.

Câu 6. Cho hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 2x - \frac{3}{2}y \geq 1 \\ 4x - 3y \leq 2 \end{cases}$$
 có tập nghiệm S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng ?

A. $\left(-\frac{1}{4}; -1\right) \notin S$.

B. $S = \{(x; y) | 4x - 3 = 2\}$.

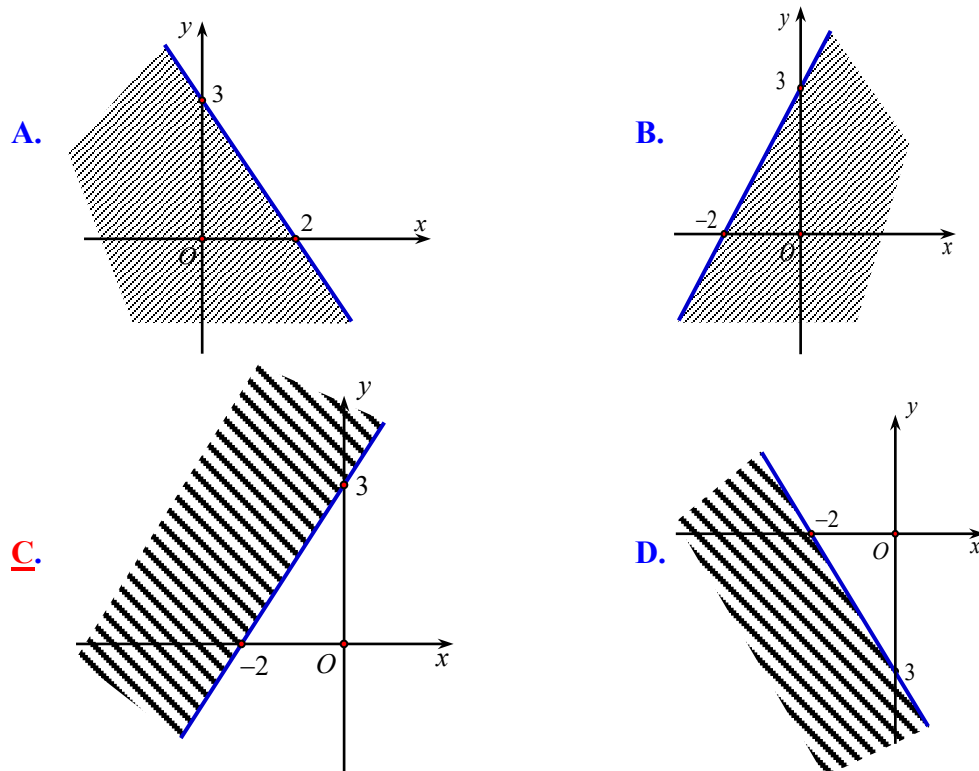
C. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

D. Biểu diễn hình học của S là nửa mặt phẳng không chứa gốc tọa độ và kẻ cả bờ d , với d là đường thẳng $4x - 3y = 2$.

Câu 7. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x > 0 \\ x + \sqrt{3}y + 1 \leq 0 \end{cases}$ có tập nghiệm là S . Khẳng định nào sau đây là khẳng định đúng?

- A. $(1; -1) \in S$. B. $(1; -\sqrt{3}) \in S$. **C. $(-1; \sqrt{5}) \notin S$.** D. $(-4; \sqrt{3}) \in S$.

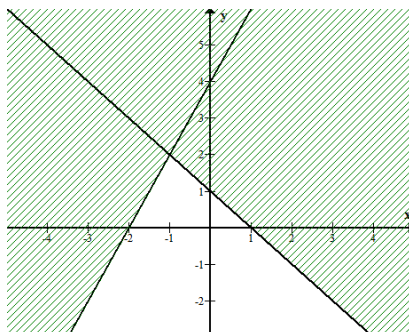
Câu 8. Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y > -6$ là



Câu 9. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$ là

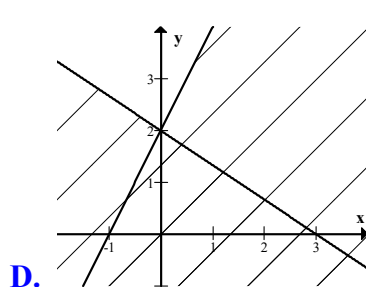
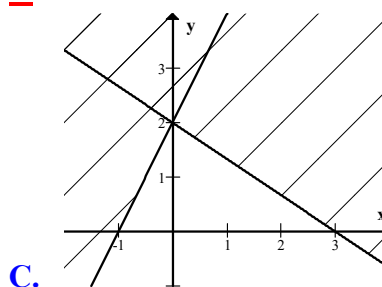
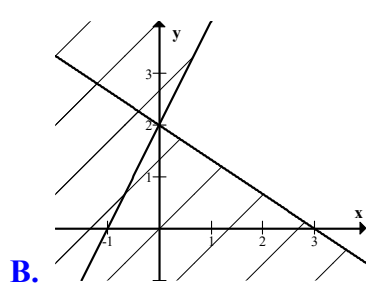
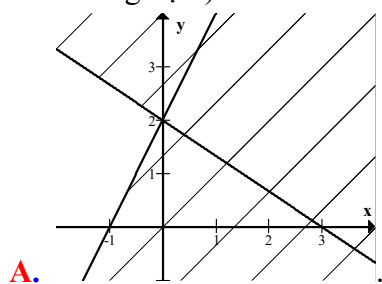
- A.** $\min F = 1$ khi $x = 2, y = 3$. B. $\min F = 2$ khi $x = 0, y = 2$.
C. $\min F = 3$ khi $x = 1, y = 4$. D. $\min F = 0$ khi $x = 0, y = 0$.

Câu 10. Miền không bị gạch chéo (kể cả đường thẳng d_1 và d_2) là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào?



- A. $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$. **B. $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ 2x - y + 4 \geq 0 \end{cases}$.**
C. $\begin{cases} x + y - 1 \geq 0 \\ 2x - y + 4 \leq 0 \end{cases}$. D. $\begin{cases} x + y - 1 \leq 0 \\ x - 2y + 4 \leq 0 \end{cases}$.

Câu 11. Biểu diễn hình học miền nghiệm hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - y + 2 < 0 \\ 2x + 3y - 6 < 0 \end{cases}$ là (Phần gạch chéo, kể cả bờ không là miền nghiệm).



Câu 12. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + 3y - 2 \geq 0 \\ 2x + y + 1 \leq 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

- A. $M(0;1)$. B. $N(-1;1)$. C. $P(1;3)$. D. $Q(-1;0)$.

Câu 13. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} 2x - 5y - 1 > 0 \\ 2x + y + 5 > 0 \\ x + y + 1 < 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

- A. $O(0;0)$. B. $M(1;0)$. C. $N(0;-2)$. D. $P(0;2)$.

Câu 14. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} \frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 \geq 0 \\ x \geq 0 \\ x + \frac{1}{2} - \frac{3y}{2} \leq 2 \end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $O(0;0)$. B. $M(2;1)$. C. $N(1;1)$. D. $P(5;1)$.

Câu 15. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$ chứa điểm nào trong các điểm sau đây?

- A. $O(0;0)$. B. $M(1;2)$. C. $N(2;1)$. D. $P(8;4)$.

Câu 16. Điểm $M(0;-3)$ thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình nào sau đây?

A. $\begin{cases} 2x - y \leq 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$

B. $\begin{cases} 2x - y > 3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$

C. $\begin{cases} 2x - y > -3 \\ 2x + 5y \leq 12x + 8 \end{cases}$

D. $\begin{cases} 2x - y \leq -3 \\ 2x + 5y \geq 12x + 8 \end{cases}$

Câu 17. Cho hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 2 \leq 0 \\ 2x - 3y + 2 > 0 \end{cases}$. Trong các điểm sau, điểm nào không thuộc miền nghiệm của hệ bất phương trình?

A. $O(0;0)$.

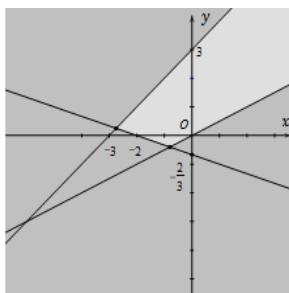
B. $M(1;1)$.

C. $N(-1;1)$.

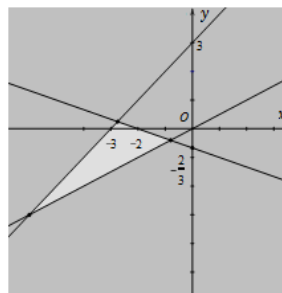
D. $P(-1;-1)$.

Câu 18. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \\ y - x < 3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào

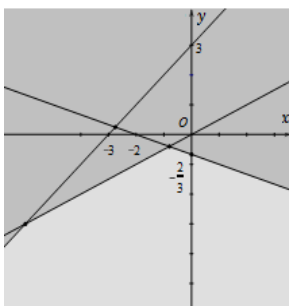
trong các hình vẽ sau?



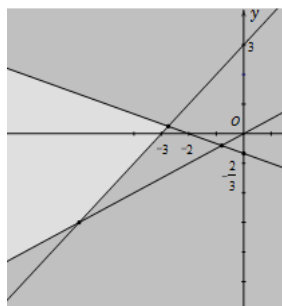
A.



B.



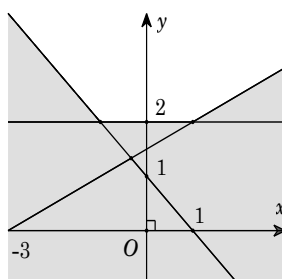
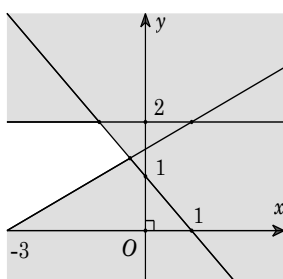
C.

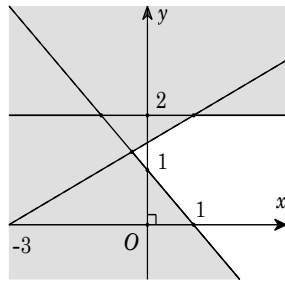
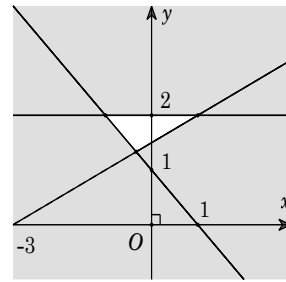


D.

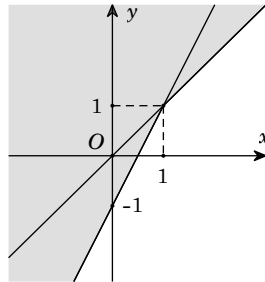
Câu 19. Miền nghiệm của hệ bất phương trình $\begin{cases} x + y - 1 > 0 \\ y \geq 2 \\ -x + 2y > 3 \end{cases}$ là phần không tô đậm của hình vẽ nào

trong các hình vẽ sau?



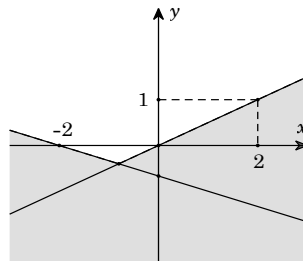
A.**B.****C.****D.**

Câu 20. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A. $\begin{cases} x - y \geq 0 \\ 2x - y \geq 1 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - y > 0 \\ 2x - y > 1 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - y < 0 \\ 2x - y > 1 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - y < 0 \\ 2x - y < 1 \end{cases}$

Câu 21. Phần không tô đậm trong hình vẽ dưới đây (không chứa biên), biểu diễn tập nghiệm của hệ bất phương trình nào trong các hệ bất phương trình sau?



A. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \geq -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x - 2y > 0 \\ x + 3y < -2 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x - 2y \leq 0 \\ x + 3y \leq -2 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x - 2y < 0 \\ x + 3y > -2 \end{cases}$

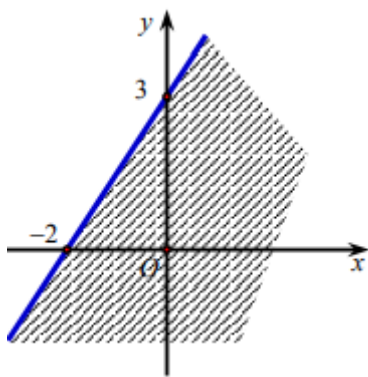
Câu 22: Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x - 5y + 3z \leq 0$. B. $3x^2 + 2x - 4 > 0$. C. $2x^2 + 5y > 3$. D. $2x + 3y < 5$.

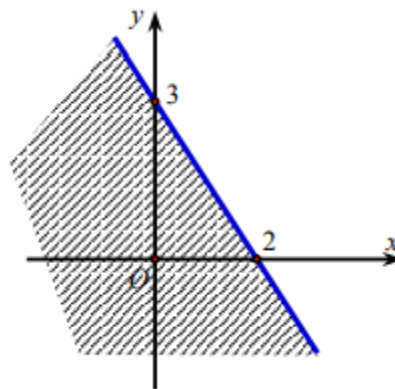
Câu 23: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x + y - 3 > 0$?

A. $Q(-1; -3)$. B. $M\left(1; \frac{3}{2}\right)$. C. $N(1; 1)$. D. $P\left(-1; \frac{3}{2}\right)$.

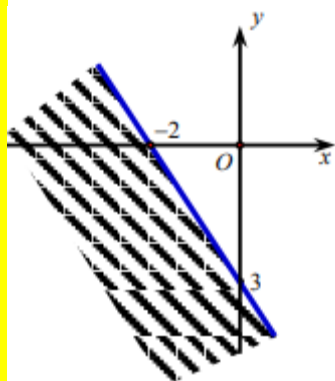
Câu 24: Miền nghiệm của bất phương trình $3x - 2y < -6$ là



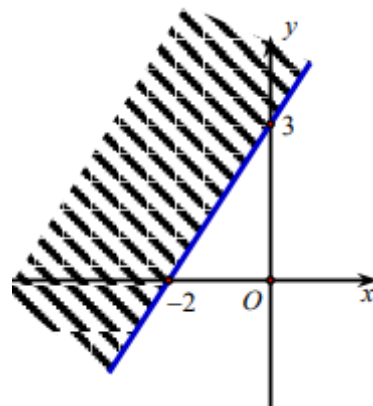
A.



B.



C.



D.

Câu 25: Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình

A. $x + 4y < 1$.

B. $x + y - 2 > 0$.

C. $-x - y < 0$.

D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Lời giải

Câu 26: Cặp số $(x; y) = (2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $4x > 3y$.

B. $x - 3y + 7 < 0$.

C. $2x - 3y - 1 > 0$.

D. $x - y < 0$.

Câu 27: Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$.

B. $(x_0; y_0) = (5; 1)$.

C. $(x_0; y_0) = (-4; 0)$.

D. $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

Câu 28: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

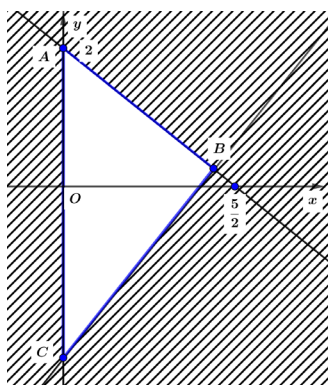
A. $(1; 2)$.

B. $(0; 0)$.

C. $(2; 1)$.

D. $(8; 4)$.

Câu 29: Miền tam giác ABC kẻ cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



$$\begin{array}{llll} \text{A. } \begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases} & \text{B. } \begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases} & \text{C. } \begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases} & \text{D. } \begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases} \end{array}$$

Câu 30: Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x; y) = y - x$ trên miền xác định bởi hệ
$$\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$$
 là

A. $F_{\min} = 1$. B. $F_{\min} = 2$. C. $F_{\min} = 3$. D. $F_{\min} = 4$.

Câu 31: Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

- A. 30 kg loại I và 40 kg loại II. B. 20 kg loại I và 40 kg loại II.
C. 30 kg loại I và 20 kg loại II. D. 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Câu 32: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

- A. 32 triệu đồng. B. 35 triệu đồng. C. 14 triệu đồng. D. 30 triệu đồng.

Câu 33: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kilogram thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn?

- A. $x = 0,3$ và $y = 1,1$. B. $x = 0,3$ và $y = 0,7$. C. $x = 0,6$ và $y = 0,7$. D. $x = 1,6$ và $y = 0,2$.

Câu 34: Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B, trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Gọi a là số xe loại A và b là số xe loại B được thuê sao cho chi phí thuê là thấp nhất. Khi đó $2a - b$ bằng:

- A. 6. B. 9. C. 8. D. 7.

B. PHẦN TỰ LUẬN :

Bài 1: Bất phương trình nào sau đây là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

- 1) $2x - y > 0$. 2) $2x^2 - y^2 + 3x - 2y < 0$. 3) $x \leq 0$. 4) $y > 0$.

Bài 2: Hệ bất phương trình nào sau đây là hệ bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

$$\begin{array}{ll} \text{a) } \begin{cases} x \geq 0 \\ y < 0 \end{cases} & \text{b) } \begin{cases} x > 0 \\ x - y + 1 \leq 0 \end{cases} & \text{c) } \begin{cases} 2x - y - z > 0 \\ 5x - y + z < 1 \end{cases} & \text{d) } \begin{cases} 2x + 3y^2 - 1 > 0 \\ 5x^2 - y < 0 \end{cases} \end{array}$$

Bài 3: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 3$

Bài 4: . Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Bài 5: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = 4x - 3y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y \geq -4 \\ x + y \leq 5 \\ x - y \leq 5 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$$

Bài 6: Một công ty dự định chi tối đa 160 triệu đồng cho quảng cáo một sản phẩm mới trong một tháng trên các đài phát thanh và truyền hình. Biết cùng một thời lượng quảng cáo, số người mới quan tâm đến sản phẩm trên truyền hình gấp 8 lần trên đài phát thanh, tức là quảng cáo trên truyền hình có hiệu quả gấp 8 lần trên đài phát thanh.

Đài phát thanh chỉ nhận được quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây với chi phí là 80 nghìn đồng/giây. Đài truyền hình chỉ nhận được các quảng cáo có tổng thời lượng tối đa trong một tháng tối đa là 360 giây với chi phí là 400 nghìn đồng/giây. Công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên các đài phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Gợi ý: Nếu coi hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài truyền hình là 8 (đơn vị). Khi đó hiệu quả quảng cáo x (giây) trên đài phát thanh và y (giây) trên truyền hình là $F(x, y) = x + 8y$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm $F(x, y)$ với x, y thỏa mãn các điều kiện trong đề bài.

Bài 7: Bác Ngọc thực hiện chế độ ăn kiêng với yêu cầu tối thiểu hằng ngày qua thức uống là 300 ca – lo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ nhất cung cấp 60 ca – lo, 12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ hai cung cấp 60 ca – lo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C.

a) Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai mà bác Ngọc nên uống mỗi ngày để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số ca – lo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

b) Chỉ ra hai phương án mà bác Ngọc có thể chọn lựa số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai nhằm đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số ca – lo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

A. PHẦN TRẮC NGHIỆM

Câu 12. Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

$$\text{Với } M(0;1) \Rightarrow \begin{cases} 0 + 3.1 - 2 \geq 0 \\ 2.0 + 1 + 1 \leq 0 \end{cases} . \text{ Bất phương trình thứ hai sai nên A sai.}$$

$$\text{Với } N(-1;1) \Rightarrow \begin{cases} -1 + 3.1 - 2 \geq 0 \\ 2.(-1) + 1 + 1 \leq 0 \end{cases} : \text{Đúng. Chọn B.}$$

Câu 13. Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

$$\text{Với } O(0;0) \Rightarrow \begin{cases} 2.0 - 5.0 - 1 > 0 \\ 2.0 + 0 + 5 > 0 \\ 0 + 0 + 1 < 0 \end{cases} . \text{ Bất phương trình thứ nhất và thứ ba sai nên A sai.}$$

$$\text{Với } M(1;0) \Rightarrow \begin{cases} 2.1 - 5.0 - 1 > 0 \\ 2.1 + 0 + 5 > 0 \\ 1 + 0 + 1 < 0 \end{cases} . \text{ Bất phương trình thứ ba sai nên B sai.}$$

$$\text{Với } N(0;-3) \Rightarrow \begin{cases} 2.0 - 5.(-3) - 1 > 0 \\ 2.0 + (-2) + 5 > 0 \\ 0 + (-2) + 1 < 0 \end{cases} : \text{Đúng. Chọn C.}$$

Câu 14. Ta thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình.

$$\text{Với } O(0;0) \Rightarrow \begin{cases} \frac{0}{2} + \frac{0}{3} - 1 \geq 0 \\ 0 \geq 0 \\ 0 + \frac{1}{2} - \frac{3.0}{2} \leq 2 \end{cases} . \text{ Bất phương trình thứ nhất sai nên A sai.}$$

$$\text{Với } M(2;1) \Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{2} + \frac{1}{3} - 1 \geq 0 \\ 2 \geq 0 \\ 2 + \frac{1}{2} - \frac{3.1}{2} \leq 2 \end{cases} : \text{Đúng. Chọn B.}$$

Câu 15. Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình. **Chọn D.**

Câu 16. Thay tọa độ $M(0;-3)$ lần lượt vào từng hệ bất phương trình. **Chọn A.**

Câu 17. Thay lần lượt tọa độ các điểm vào hệ bất phương trình. **Chọn C.**

Câu 18. Chọn điểm $M(0;1)$ thử vào các bất phương trình của hệ thấy thỏa mãn.

Chọn A.

Câu 19 Chọn điểm $M(0;4)$ thử vào các bất phương trình của hệ thấy thỏa mãn.

Chọn B.

Câu 20 Do miền nghiệm không chứa biên nên ta loại đáp án A.

Chọn điểm $M(1;0)$ thử vào các hệ bất phương trình.

Xét đáp án B, ta có $\begin{cases} 1-0 > 0 \\ 2.1-0 > 1 \end{cases}$: Đúng và miền nghiệm không chứa biên. **Chọn B.**

Câu 21. Do miền nghiệm không chứa biên nên ta loại đáp án A và C.

Chọn điểm $M(0;1)$ thử vào các hệ bất phương trình.

Xét đáp án B, ta có $\begin{cases} 0-2.1 > 0 \\ 0+3.1 < -2 \end{cases}$: Sai. Vậy ta **Chọn D.**

Câu 22 Trong các bất phương trình sau, bất phương trình nào là bất phương trình bậc nhất hai ẩn?

A. $2x-5y+3z \leq 0$. **B.** $3x^2+2x-4 > 0$. **C.** $2x^2+5y > 3$. **D.** $2x+3y < 5$.

Lời giải

Chọn D.

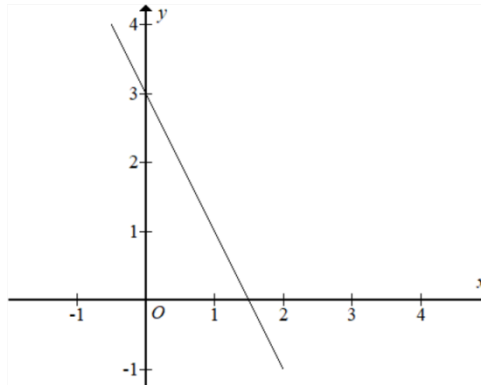
Theo định nghĩa bất phương trình bậc nhất hai ẩn.

Câu 23: Điểm nào sau đây thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3 > 0$?

A. $Q(-1;-3)$. **B.** $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$. **C.** $N(1;1)$. **D.** $P\left(-1;\frac{3}{2}\right)$.

Lời giải

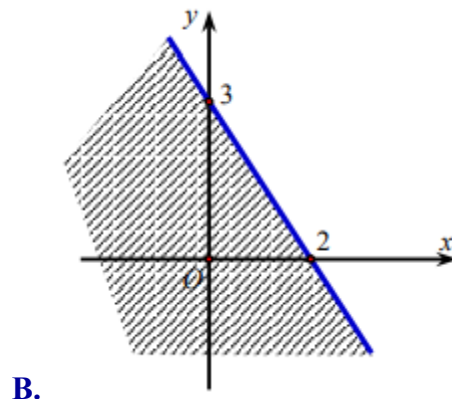
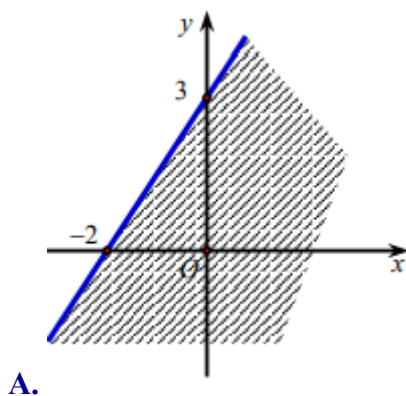
Chọn B.

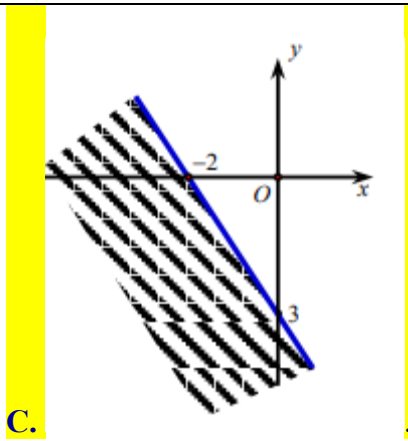


Tập hợp các điểm biểu diễn nghiệm của bất phương trình $2x+y-3 > 0$ là nửa mặt phẳng bờ là đường thẳng $2x+y-3=0$ và không chứa gốc tọa độ.

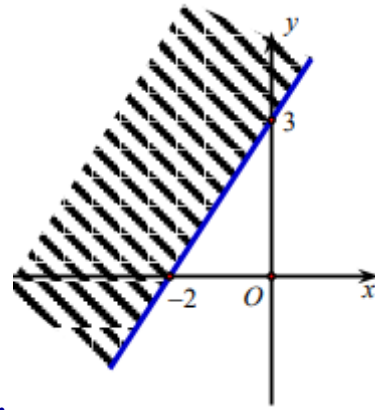
Từ đó ta có điểm $M\left(1;\frac{3}{2}\right)$ thuộc miền nghiệm của bất phương trình $2x+y-3 > 0$.

Câu 24: Miền nghiệm của bất phương trình $3x-2y < -6$ là





C.



D.

Lời giải

Chọn C.

Ta thấy $O(0;0)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình nên loại A và B.

Xét điểm $M(-2;3)$ không thuộc miền nghiệm của bất phương trình nên loại D.

Chọn đáp án C.

Câu 25: Cặp số $(1; -1)$ là nghiệm của bất phương trình

A. $x + 4y < 1$.

B. $x + y - 2 > 0$.

C. $-x - y < 0$.

D. $-x - 3y - 1 < 0$.

Lời giải

Chọn A.

Ta có: $1 + 4(-1) = -3 < 1$.

Câu 26: Cặp số $(x; y) = (2; 3)$ là nghiệm của bất phương trình nào sau đây?

A. $4x > 3y$.

B. $x - 3y + 7 < 0$.

C. $2x - 3y - 1 > 0$.

D. $x - y < 0$.

Lời giải

Chọn D.

Ta có $2 - 3 = -1 < 0$ nên Chọn D.

Câu 27: Cặp số $(x_0; y_0)$ nào là nghiệm của bất phương trình $3x - 3y \geq 4$.

A. $(x_0; y_0) = (-2; 2)$.

B. $(x_0; y_0) = (5; 1)$.

C. $(x_0; y_0) = (-4; 0)$.

D. $(x_0; y_0) = (2; 1)$.

Lời giải

Chọn B.

Thế các cặp số $(x_0; y_0)$ vào bất phương trình:

$$(x_0; y_0) = (-2; 2) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3(-2) - 3.2 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

$$(x_0; y_0) = (5; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3.5 - 3.1 \geq 4 \text{ (đúng)}$$

$$(x_0; y_0) = (-4; 0) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3(-4) - 3.0 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

$$(x_0; y_0) = (2; 1) \Rightarrow 3x - 3y \geq 4 \Leftrightarrow 3.2 - 3.1 \geq 4 \text{ (vô lí)}$$

Câu 28: Miền nghiệm của hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 3x + y \geq 9 \\ x \geq y - 3 \\ 2y \geq 8 - x \\ y \leq 6 \end{cases}$$
 là phần mặt phẳng chứa điểm

A. $(1; 2)$.

B. $(0; 0)$.

C. $(2; 1)$.

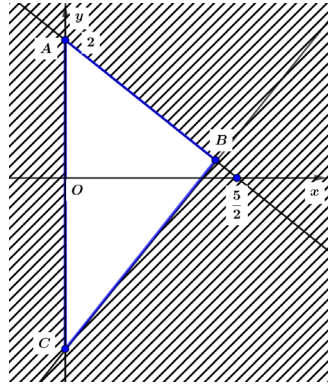
D. $(8; 4)$.

Lời giải

Chọn D.

Thay tọa độ điểm $(1; 2)$, $(0; 0)$, $(2; 1)$ vào bất phương trình thứ nhất của hệ không thỏa mãn

Câu 29: Miền tam giác ABC kể cả ba cạnh sau đây là miền nghiệm của hệ bất phương trình nào trong bốn hệ bất phương trình dưới đây?



- A. $\begin{cases} y \geq 0 \\ 5x - 4y \geq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ B. $\begin{cases} x > 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$ C. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 4x - 5y \leq 10 \\ 5x + 4y \leq 10 \end{cases}$ D. $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Lời giải

Chọn D.

Cạnh AC có phương trình $x = 0$ và cạnh AC nằm trong miền nghiệm nên $x \geq 0$ là một bất phương trình của hệ.

Cạnh AB qua hai điểm $\left(\frac{5}{2}; 0\right)$ và $(0; 2)$ nên có phương trình: $\frac{x}{\frac{5}{2}} + \frac{y}{2} = 1 \Leftrightarrow 4x + 5y = 10$.

Vậy hệ bất phương trình cần tìm là $\begin{cases} x \geq 0 \\ 5x - 4y \leq 10 \\ 4x + 5y \leq 10 \end{cases}$

Câu 30. Giá trị nhỏ nhất $F_{\min}$ của biểu thức $F(x; y) = y - x$ trên miền xác định bởi hệ $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases}$

là

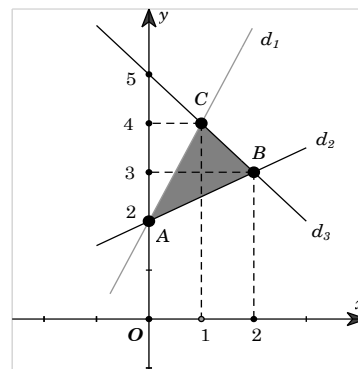
- A. $F_{\min} = 1$. B. $F_{\min} = 2$. C. $F_{\min} = 3$. D. $F_{\min} = 4$.

Lời giải

. Ta có $\begin{cases} y - 2x \leq 2 \\ 2y - x \geq 4 \\ x + y \leq 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y - 2x - 2 \leq 0 \\ 2y - x - 4 \geq 0 \\ x + y - 5 \leq 0 \end{cases} (*)$

Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , vẽ các đường thẳng

$$d_1 : y - 2x - 2 = 0, \quad d_2 : 2y - x - 4 = 0, \\ d_3 : x + y - 5 = 0.$$



Khi đó miền nghiệm của hệ bất phương trình $(*)$ là phần mặt phẳng (tam giác ABC kể cả biên) tô màu như hình vẽ.

Xét các đỉnh của miền khép kín tạo bởi hệ $(*)$ là

$$A(0;2), B(2;3), C(1;4).$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} F(0;2) = 2 \\ F(2;3) = 1 \\ F(1;4) = 3 \end{cases} \longrightarrow F_{\min} = 1. \text{ Chọn A.}$$

Câu 31. Một xưởng sản xuất hai loại sản phẩm

- Mỗi kg sản phẩm loại I cần 2 kg nguyên liệu và 30 giờ, đem lại mức lời 40 nghìn;
- Mỗi kg sản phẩm loại II cần 4 kg nguyên liệu và 15 giờ, đem lại mức lời 30 nghìn.

Xưởng có 200 kg nguyên liệu và 1200 giờ làm việc. Nên sản xuất mỗi loại sản phẩm bao nhiêu để có mức lời cao nhất?

- A. 30 kg loại I và 40 kg loại II. B. 20 kg loại I và 40 kg loại II.
C. 30 kg loại I và 20 kg loại II. D. 25 kg loại I và 45 kg loại II.

Lời giải

Gọi $x \geq 0, y \geq 0$ (kg) lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II cần sản xuất.

Khi đó, tổng số nguyên liệu sử dụng: $2x + 4y \leq 200$.

Tổng số giờ làm việc: $30x + 15y \leq 1200$.

Lợi nhuận tạo thành: $L = 40x + 30y$ (nghìn).

Thực chất của bài toán này là phải tìm $x \geq 0, y \geq 0$ thỏa mãn hệ

$$\begin{cases} 2x + 4y \leq 200 \\ 30x + 15y \leq 1200 \end{cases} \text{ sao cho } L = 40x + 30y \text{ đạt giá trị lớn nhất. Chọn B.}$$

Câu 32: Một xưởng cơ khí có hai công nhân là Chiến và Bình. Xưởng sản xuất loại sản phẩm I và II. Mỗi sản phẩm I bán lãi 500 nghìn đồng, mỗi sản phẩm II bán lãi 400 nghìn đồng. Để sản xuất được một sản phẩm I thì Chiến phải làm việc trong 3 giờ, Bình phải làm việc trong 1 giờ. Để sản xuất được một sản phẩm II thì Chiến phải làm việc trong 2 giờ, Bình phải làm việc trong 6 giờ. Một người không thể làm được đồng thời hai sản phẩm. Biết rằng trong một tháng Chiến không thể làm việc quá 180 giờ và Bình không thể làm việc quá 220 giờ. Số tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là.

- A. 32 triệu đồng. B. 35 triệu đồng. C. 14 triệu đồng. D. 30 triệu đồng.

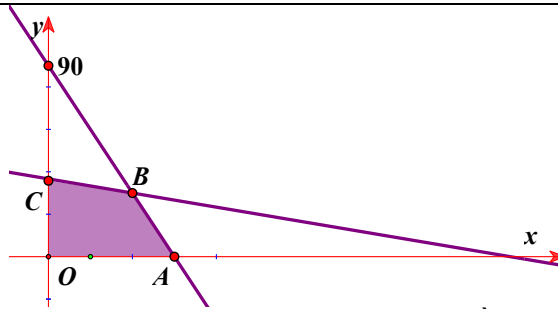
Lời giải

Chọn A.

Gọi x, y lần lượt là số sản phẩm loại I và loại II được sản xuất ra. Điều kiện x, y nguyên dương.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} 3x + 2y \leq 180 \\ x + 6y \leq 220 \\ x > 0 \\ y > 0 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ trên là



Tiền lãi trong một tháng của xưởng là $T = 0,5x + 0,4y$ (triệu đồng).

Ta thấy T đạt giá trị lớn nhất chỉ có thể tại các điểm A, B, C . Vì C có tọa độ không nguyên nên loại.

Tại $A(60; 0)$ thì $T = 30$ triệu đồng.

Tại $B(40; 30)$ thì $T = 32$ triệu đồng.

Vậy tiền lãi lớn nhất trong một tháng của xưởng là 32 triệu đồng.

Câu 33: Một gia đình cần ít nhất 900 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid trong thức ăn mỗi ngày. Mỗi kiogam thịt bò chứa 800 đơn vị protein và 200 đơn vị lipid. Mỗi kilogram thịt lợn chứa 600 đơn vị protein và 400 đơn vị lipid. Biết rằng gia đình này chỉ mua nhiều nhất 1,6 kg thịt bò và 1,1 kg thịt lợn. Giá tiền một kg thịt bò là 160 nghìn đồng, một kg thịt lợn là 110 nghìn đồng. Gọi x, y lần lượt là số kg thịt bò và thịt lợn mà gia đình đó cần mua. Tìm x, y để tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn?

A. $x = 0,3$ và $y = 1,1$. **B.** $x = 0,3$ và $y = 0,7$. **C.** $x = 0,6$ và $y = 0,7$. **D.** $x = 1,6$ và $y = 0,2$.

Lời giải

Chọn A.

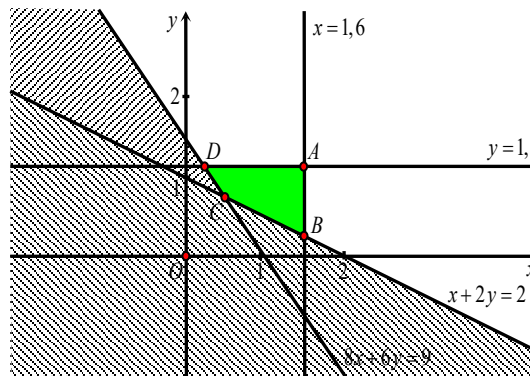
Theo bài ra ta có số tiền gia đình cần trả là $160.x + 110.y$ với x, y thỏa mãn:
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \end{cases}$$

Số đơn vị protein gia đình có là $0,8.x + 0,6.y \geq 0,9 \Leftrightarrow 8x + 6y \geq 9$ (d_1).

Số đơn vị lipid gia đình có là $0,2.x + 0,4.y \geq 0,4 \Leftrightarrow x + 2y \geq 2$ (d_2).

Bài toán trở thành: Tìm x, y thỏa mãn hệ bất phương trình
$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 1,6 \\ 0 \leq y \leq 1,1 \\ 8x + 6y \geq 9 \\ x + 2y \geq 2 \end{cases}$$
 sao cho

$T = 160.x + 110.y$ nhỏ nhất.



Vẽ hệ trục tọa độ ta tìm được tọa độ các điểm $A(1,6; 1,1)$; $B(1,6; 0,2)$; $C(0,6; 0,7)$; $D(0,3; 1,1)$.

Nhận xét: $T(A) = 377$ nghìn, $T(B) = 278$ nghìn, $T(C) = 173$ nghìn, $T(D) = 169$ nghìn.

Vậy tổng số tiền họ phải trả là ít nhất mà vẫn đảm bảo lượng protein và lipid trong thức ăn thì $x = 0,6$ và $y = 0,7$.

Câu 34: Trong một đợt dã ngoại, một trường học cần thuê xe chở 140 người và 9 tấn hàng. Nơi thuê xe có hai loại xe A và B, trong đó xe A có 10 chiếc và xe B có 9 chiếc. Một xe loại A cho thuê với giá 4 triệu đồng và một xe loại B cho thuê với giá 3 triệu đồng. Biết rằng mỗi xe loại A có thể chở tối đa 20 người và 0,6 tấn hàng, mỗi xe loại B có thể chở tối đa 10 người và 1,5 tấn hàng. Gọi a là số xe loại A và b là số xe loại B được thuê sao cho chi phí thuê là thấp nhất. Khi đó $2a - b$ bằng:

A. 6.

B. 9.

C. 8.

D. 7.

Lời giải

Gọi x, y lần lượt là số xe loại A và B. Khi đó, số tiền cần bỏ ra để thuê xe là

$$f(x; y) = 4x + 3y$$

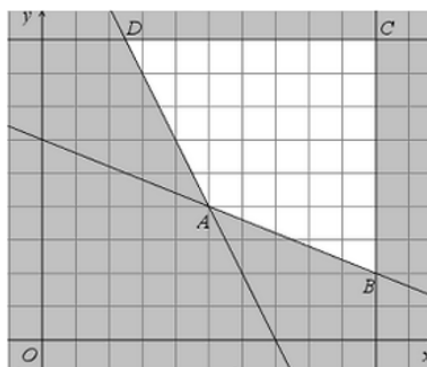
Ta có x xe loại A chở được $20x$ người và $0,6x$ tấn hàng; y xe loại B chở được $10y$ người và $1,5y$ tấn hàng.

Suy ra x xe loại A và y xe loại B chở được $20x + 10y$ người và $0,6x + 1,5y$ tấn hàng.

$$\text{Ta có hệ bất phương trình sau: } \begin{cases} 20x + 10y \geq 140 \\ 0,6x + 1,5y \geq 9 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + y \geq 14 \\ 2x + 5y \geq 30 \\ 0 \leq x \leq 10 \\ 0 \leq y \leq 9 \end{cases} (*)$$

Bài toán trở thành tìm giá trị nhỏ nhất của $f(x; y)$ trên miền nghiệm của hệ (*).

Miền nghiệm của hệ (*) là tứ giác ABCD (kể cả bờ)



$$\text{Ta có } A(5; 4), B(10; 2), C(10; 9), D\left(\frac{5}{2}; 9\right).$$

$$f(5; 4) = 32, f(10; 2) = 46, f(10; 9) = 67, f\left(\frac{5}{2}; 9\right) = 37$$

Suy ra $f(x; y)$ nhỏ nhất khi $(x; y) = (5; 4)$

Như vậy để chi phí thấp nhất cần thuê 5 xe loại A và 4 xe loại B. Chọn A.

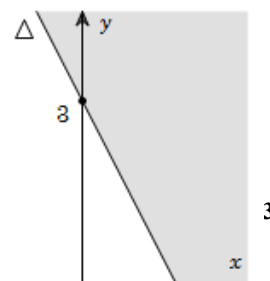
B. PHẦN TỰ LUẬN :

Bài 3: Biểu diễn hình học tập nghiệm của bất phương trình $2x + y \leq 3$

Giải

Vẽ đường thẳng $\Delta: 2x + y = 3$.

Lấy gốc tọa độ $O(0; 0)$, ta thấy $O \notin \Delta$ và có $2 \cdot 0 + 0 < 3$ nên nửa



mặt phẳng bờ Δ chứa gốc tọa độ O là miền nghiệm của bất phương trình đã cho (miền không bị tô đậm trong hình).

Bài 4: . Biểu diễn hình học tập nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} 3x + y \leq 6 \\ x + y \leq 4 \\ x \geq 0 \\ y \geq 0 \end{cases}.$$

Giải.

Vẽ các đường thẳng

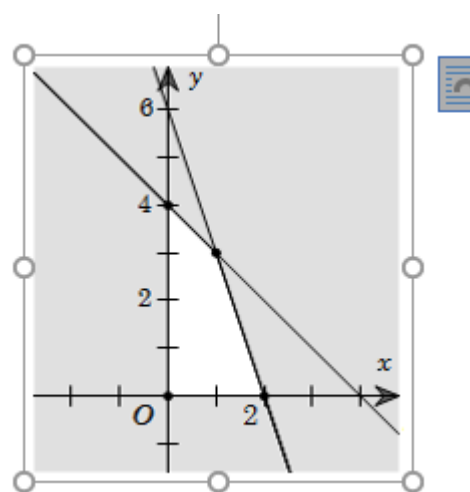
$$d_1 : 3x + y = 6$$

$$d_2 : x + y = 4$$

$$d_3 : x = 0 \quad (Oy)$$

$$d_4 : y = 0 \quad (Ox)$$

Vì điểm $M_0(1;1)$ có tọa độ thỏa mãn tất cả các bất phương trình trong hệ trên nên ta tô đậm các nửa mặt phẳng bờ (d_1) , (d_2) , (d_3) , (d_4) không chứa điểm M_0 . Miền không bị tô đậm (hình tứ giác $OCIA$ kể cả bốn cạnh AI , IC , CO , OA) trong hình vẽ là miền nghiệm của hệ đã cho.



Bài 5: Tìm giá trị lớn nhất và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = 4x - 3y$ trên miền nghiệm của hệ bất phương trình

$$\begin{cases} x + y \geq -4 \\ x + y \leq 5 \\ x - y \leq 5 \\ x - y \geq -4 \end{cases}$$

Lời giải:

Biểu diễn tập nghiệm của các bất phương trình trên mặt phẳng tọa độ:

- Vẽ đường thẳng $d_1: x + y = -4$ bằng cách vẽ đường thẳng đi qua hai điểm $(0; -4)$ và $(-4; 0)$.

Chọn điểm $I(1; 1) \notin d_1$ và thay vào biểu thức $x + y$ ta được $1 + 1 = 2 > -4$.

Suy ra miền nghiệm của bất phương trình $x + y \geq -4$ là nửa mặt phẳng bờ d_1 chứa điểm $I(1; 1)$.

- Vẽ đường thẳng $d_2: x + y = 5$ bằng cách vẽ đường thẳng đi qua hai điểm $(0; 5)$ và $(5; 0)$.

Chọn điểm $I(1; 1) \notin d_2$ và thay vào biểu thức $x + y$ ta được $1 + 1 = 2 < 5$.

Suy ra miền nghiệm của bất phương trình $x + y \leq 5$ là nửa mặt phẳng bờ d_2 chứa điểm $I(1; 1)$.

- Vẽ đường thẳng $d_3: x - y = 5$ bằng cách vẽ đường thẳng đi qua hai điểm $(0; -5)$ và $(5; 0)$.

Chọn điểm $I(1; 1) \notin d_3$ và thay vào biểu thức $x - y$ ta được $1 - 1 = 0 < 5$.

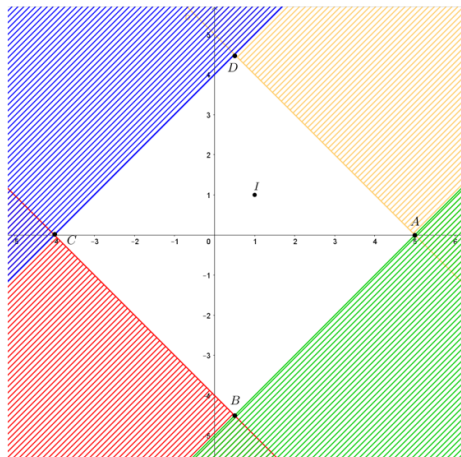
Suy ra miền nghiệm của bất phương trình $x - y \leq 5$ là nửa mặt phẳng bờ d_3 chứa điểm $I(1; 1)$.

- Vẽ đường thẳng $d_4: x - y = -4$ bằng cách vẽ đường thẳng đi qua hai điểm $(0; 4)$ và $(-4; 0)$.

Chọn điểm $I(1; 1) \notin d_4$ và thay vào biểu thức $x - y$ ta được $1 - 1 = 0 > -4$.

Suy ra miền nghiệm của bất phương trình $x - y \geq -4$ là nửa mặt phẳng bờ d_4 chứa điểm $I(1; 1)$.

Khi đó miền nghiệm của hệ là miền không bị gạch như hình vẽ dưới đây:



Miền nghiệm của hệ bất phương trình trên là hình vuông ABCD với $A(5; 0)$, $B(0,5; -4,5)$, $C(-4; 0)$ và $D(0,5; 4,5)$.

$$F(5; 0) = 4 \cdot 5 - 3 \cdot 0 = 20;$$

$$F(0,5; -4,5) = 4 \cdot 0,5 - 3 \cdot (-4,5) = 15,5;$$

$$F(-4; 0) = 4 \cdot (-4) - 3 \cdot 0 = -16;$$

$$F(0,5; 4,5) = 4 \cdot 0,5 - 3 \cdot 4,5 = -11,5.$$

Vậy giá trị lớn nhất của $F(x; y) = 20$ khi $x = 5$ và $y = 0$ và giá trị nhỏ nhất của biểu thức $F(x; y) = -16$ khi $x = -4$ và $y = 0$.

Bài 6: Một công ty dự định chi tối đa 160 triệu đồng cho quảng cáo một sản phẩm mới trong một tháng trên các đài phát thanh và truyền hình. Biết cùng một thời lượng quảng cáo, số người mới quan tâm đến sản phẩm trên truyền hình gấp 8 lần trên đài phát thanh, tức là quảng cáo trên truyền hình có hiệu quả gấp 8 lần trên đài phát thanh.

Đài phát thanh chỉ nhận được quảng cáo có tổng thời lượng trong một tháng tối đa là 900 giây với chi phí là 80 nghìn đồng/giây. Đài truyền hình chỉ nhận được các quảng cáo có tổng thời lượng tối đa trong một tháng tối đa là 360 giây với chi phí là 400 nghìn đồng/giây. Công ty cần đặt thời gian quảng cáo trên các đài phát thanh và truyền hình như thế nào để hiệu quả nhất?

Gợi ý: Nếu coi hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài truyền hình là 8 (đơn vị). Khi đó hiệu quả quảng cáo x (giây) trên đài phát thanh và y (giây) trên truyền hình là $F(x,y) = x + 8y$. Ta cần tìm giá trị lớn nhất của hàm $F(x,y)$ với x, y thỏa mãn các điều kiện trong đề bài.

Lời giải:

Gọi x (giây) là thời lượng quảng cáo trong một tháng công ty đặt trên đài truyền hình và y (giây) là thời lượng quảng cáo trong một tháng công ty đặt trên đài phát thanh. ($0 \leq x \leq 360, 0 \leq y \leq 900$).

Chi phí công ty chi trả cho quảng cáo trong một tháng là: $400x + 80y$ (nghìn đồng)

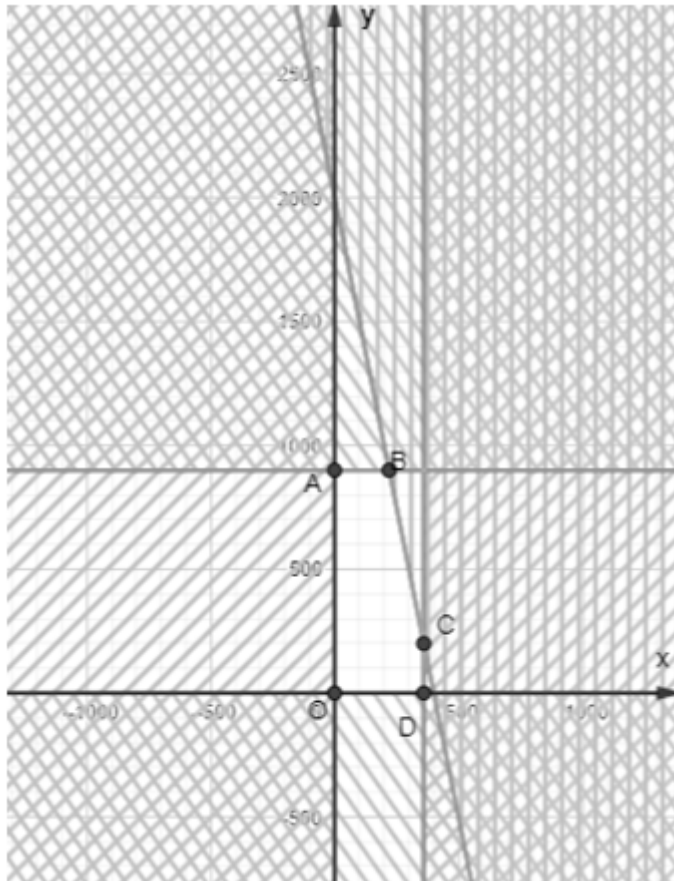
Vì công ty dự định chi tối đa 160 triệu đồng cho quảng cáo một sản phẩm mới nên ta có:

$$400x + 80y \leq 160\,000 \text{ hay } 5x + y \leq 2\,000.$$

Khi đó ta có hệ bất phương trình:

$$\begin{cases} 0 \leq x \leq 360 \\ 0 \leq y \leq 900 \\ 5x + y \leq 2000 \end{cases}$$

Miền nghiệm của hệ bất phương trình là ngũ giác OABCD với tọa độ các điểm là $O(0;0)$, $A(0;900)$, $B(220;900)$, $C(360;200)$, $D(360;0)$.



Nếu coi hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài phát thanh là 1 (đơn vị) thì hiệu quả khi quảng cáo 1 giây trên đài truyền hình là 8 (đơn vị). Khi đó hiệu quả quảng cáo x (giây) trên đài phát thanh và y (giây) trên truyền hình là $F(x,y) = x + 8y$.

Tính giá trị $F(x,y)$ tại các điểm O, A, B, C, D , ta có:

$$F(0;0) = 0 + 8.0 = 0;$$

$$F(0;900) = 0 + 8.900 = 7\,200;$$

$$F(220;900) = 220 + 8.900 = 7\,420;$$

$$F(360;200) = 360 + 8.200 = 1\,960;$$

$$F(360;0) = 360 + 8.0 = 360;$$

Suy ra hàm $F(x,y)$ đạt giá trị lớn nhất bằng 7 420 tại $x = 220, y = 900$.

Vậy công ty cần đặt thời gian quảng cáo 900 giây trên các đài phát thanh và 220 giây trên đài truyền hình để đạt hiệu quả cao nhất.

Bài 7: Bác Ngọc thực hiện chế độ ăn kiêng với yêu cầu tối thiểu hằng ngày qua thức uống là 300 ca – lo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ nhất cung cấp 60 ca – lo,

12 đơn vị vitamin A và 10 đơn vị vitamin C. Một cốc đồ uống ăn kiêng thứ hai cung cấp 60 ca – lo, 6 đơn vị vitamin A và 30 đơn vị vitamin C.

a) Viết hệ bất phương trình mô tả số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai mà bác Ngọc nên uống mỗi ngày để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số ca – lo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

b) Chỉ ra hai phương án mà bác Ngọc có thể chọn lựa số lượng cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai nhằm đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số ca – lo và số đơn vị vitamin hấp thụ.

Lời giải:

a) Gọi x, y lần lượt là số lượng cốc đồ uống thứ nhất và thứ hai mà bác Ngọc nên uống mỗi ngày để đáp ứng nhu cầu cần thiết đối với số ca – lo và số đơn vị vitamin hấp thụ (điều kiện $x, y \in \mathbb{N} \setminus \{0\}$).

Tổng số ca – lo mà x cốc thứ nhất và y cốc thứ hai cung cấp là: $60x + 60y$ (ca – lo).

Tổng số đơn vị vitamin A mà x cốc thứ nhất và y cốc thứ hai cung cấp là: $12x + 6y$ (đơn vị).

Tổng số đơn vị vitamin C mà x cốc thứ nhất và y cốc thứ hai cung cấp là: $10x + 30y$ (đơn vị).

Vì tối thiểu hàng ngày cần 300 ca – lo, 36 đơn vị vitamin A và 90 đơn vị vitamin C.

Nên ta có hệ bất phương trình sau:

$$\begin{cases} 60x + 60y \geq 300 \\ 12x + 6y \geq 36 \\ 10x + 30y \geq 90 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y \geq 5 \\ 2x + y \geq 6 \\ x + 3y \geq 9 \end{cases} \quad (I)$$

b) Số cốc cho đồ uống thứ nhất và thứ hai thỏa mãn yêu cầu bài toán là nghiệm của hệ (I).

+ Phương án 1: Chọn $x = 1, y = 4$, thay vào từng bất phương trình của hệ:

$1 + 4 \geq 5$ là mệnh đề đúng;

$2 \cdot 1 + 4 \geq 6$ là mệnh đề đúng;

$1 + 3 \cdot 4 \geq 9$ là mệnh đề đúng.

Vậy $(1; 4)$ là nghiệm chung của các bất phương trình của hệ nên $(1; 4)$ là nghiệm của hệ (I).

Do đó, bác Ngọc có thể chọn 1 cốc thứ nhất và 4 cốc thứ hai.

+ Phương án 2: Chọn $x = 3, y = 4$, thay vào từng bất phương trình của hệ:

$3 + 4 \geq 5$ là mệnh đề đúng;

$2 \cdot 3 + 4 \geq 6$ là mệnh đề đúng;

$3 + 3 \cdot 4 \geq 9$ là mệnh đề đúng.

Vậy $(3; 4)$ là nghiệm chung của các bất phương trình của hệ nên $(3; 4)$ là nghiệm của hệ (I).

Do đó, bác Ngọc có thể chọn 3 cốc thứ nhất và 4 cốc thứ hai.